

СОДЕРЖАНИЕ

Номер 6, 2022

Интенсивность хаотического движения частиц при турбулентном течении газа в каналах с шероховатыми стенками <i>И. В. Деревич, А. К. Клочков</i>	3
Экспериментальное исследование выдува локальных струй для управления обтеканием крыла магистрального самолета <i>Е. Е. Ворожбит, А. В. Петров, В. Г. Судаков</i>	16
Задача о блокировании техногенной трещины в пласте суспензионной смесью <i>А. Я. Гильманов, К. М. Федоров, А. П. Шевелев</i>	26
Гистерезис и асимметрия аэродинамических характеристик при развитии отрыва потока на модели самолета с прямым крылом большого удлинения <i>Д. А. Алиева, И. И. Гришин, К. А. Колинко, А. Н. Храбров, Д. В. Шуховцов</i>	34
Перемещение плавучих маркеров по поверхности вихревой воронки <i>Т. О. Чаплина, А. В. Кистович</i>	41
Неизотермическое течение неньютоновской жидкости со свободной поверхностью в коаксиальном канале <i>Е. И. Борзенко, О. А. Дьякова, Г. Р. Шрагер</i>	55
Численное исследование ПВРД и ГПВРД режимов работы камеры сгорания HIFiRE-2 <i>Р. К. Селезнев</i>	63
Анализ летных данных по конвективному и радиационному нагреву поверхности спускаемого марсианского космического аппарата Schiaparelli <i>С. Т. Суржиков, Д. С. Яцухно</i>	73
Экспериментальное исследование излучательных характеристик ударно-нагретого воздуха в ультрафиолетовой и видимой областях спектра <i>П. В. Козлов, И. Е. Забелинский, Н. Г. Быкова, Г. Я. Герасимов, В. Ю. Левашов</i>	85
Исследование ЭГД-структуры течения высокотемпературной газовой смеси с неоднородным источником заряженных частиц <i>П. А. Власов, И. Л. Панкратьева, В. А. Полянский</i>	94
Моделирование сортировки двух типов клеток в клеточном сфероиде с учетом подвижности границ областей, занятых клетками разных типов <i>С. А. Логвенков</i>	101
Анализ возможностей локального моделирования аэродинамического нагрева в мощном ВЧ-плазмотроне ВГУ-3 <i>А. Ф. Колесников, С. А. Васильевский, С. Л. Щелоков, А. В. Чаплыгин, С. С. Галкин</i>	116
Влияние сжимаемости на уловленный вихрь в зазоре между соосными диском и цилиндром и сопротивление компоновки при осесимметричном до-, транс- и сверхзвуковом обтекании <i>С. А. Исаев, А. Г. Судаков, Д. В. Никущенко, К. Чунг</i>	125
Исследование динамики течения при начале распространения турбулентной струи <i>С. Ю. Крашенинников, А. К. Миронов, Н. А. Польшаков</i>	135

УДК 532.5.01

ИНТЕНСИВНОСТЬ ХАОТИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ ТЕЧЕНИИ ГАЗА В КАНАЛАХ С ШЕРОХОВАТЫМИ СТЕНКАМИ

© 2022 г. И. В. Деревич^{а,*}, А. К. Клочков^а^а *Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет), Москва, Россия***E-mail: DerevichIgor@bmstu.ru*

Поступила в редакцию 04.03.2022 г.

После доработки 21.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

В рамках градиентной гипотезы получено замкнутое уравнение для функции плотности вероятности (ФПВ) распределения координат и скорости частиц. Найдено приближенное решение уравнения для ФПВ, с помощью которого записана замкнутая система уравнений для первых и вторых моментов флуктуаций скорости частиц. Представлена система граничных условий, полученная на основе приближенного решения уравнения для ФПВ, которая учитывает шероховатость стенки канала и коэффициенты восстановления импульса отраженных частиц. Установлено, что турбулентный перенос импульса дисперсной фазы в пристеночную область канала приводит к значению амплитуды флуктуаций аксиальной компоненты скорости частиц выше, чем у газа. Показано, что столкновение частиц с шероховатой поверхностью приводит к дополнительной генерации случайной нормальной компоненты скорости частиц, кардинально меняющей профиль концентрации примеси по сравнению с гладкими стенками. Результаты расчетов сопоставляются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: функция плотности вероятности, турбулентность, коэффициенты восстановления импульса, шероховатость канала, моменты случайной скорости дисперсной фазы

DOI: 10.31857/S0568528122100085

Турбулентные потоки газозвеси в каналах широко используются в различных технических приложениях. Устойчивость транспорта дисперсных материалов и степень эрозии стенок каналов определяются частотой столкновения частиц со стенками и распределением концентрации примеси по сечению канала. В настоящее время активно проводятся экспериментальные и теоретические исследования влияния искусственной шероховатости каналов на интенсивность хаотического движения примеси частиц. В зависимости от размера частиц и характерного размера шероховатости можно выделить принципиально различные направления исследования.

В первом направлении, сочетающем экспериментальные и теоретические исследования, изучаются достаточно крупные инерционные частицы, которые слабо вовлекаются в турбулентные флуктуации скорости несущей фазы. В этом случае хаотическое движение частиц обусловлено преобразованием скорости частиц при столкновении с шероховатой стенкой канала [1–3]. Эффективный теоретический метод исследования основан на подходе Лагранжа, в котором рассчитывается большое число случайных траекторий частиц с детальным описанием столкновения частиц с шероховатой поверхностью. Учитываются спин частиц и сила Магнуса. В этом случае влияние неоднородности распределения интенсивности турбулентности газа поперек канала на параметры движения частиц мало. Результаты численного моделирования удовлетворительно согласуются с данными экспериментов авторов (см., например, [2]).

Во втором направлении исследований размеры частиц примеси существенно меньше, чем в первом, частицы приобретают хаотическую скорость в результате вовлечения в турбулентные флуктуации энергоемких вихрей. Столкновение частиц с шероховатой поверхностью приводит к дополнительной генерации турбулентного движения примеси [4–7]. Математическое моделирование также использует подход Лагранжа.

Третье направление посвящено движению мелких частиц, вовлекающихся в турбулентное движение несущей фазы в каналах со случайно искаженной поверхностью стенок. Это искусственное изменение сечения канала приводит к макроскопическому изменению параметров турбулентности несущей фазы (см., например, [8]).

Несмотря на бурное развитие методов математического моделирования, во втором и третьем направлениях исследований результатов сопоставления с имеющимися экспериментальными данными практически нет.

Вследствие существенной неоднородности параметров турбулентного течения газа в канале и преобразования скорости отраженных частиц при соударении с шероховатой поверхностью кардинально меняются закономерности турбулентного движения дисперсной примеси по сравнению с безграничным газодисперсным потоком. Современные экспериментальные данные [9] свидетельствуют о двух принципиальных характеристиках распределения параметров частиц при турбулентном течении газозвеси в каналах. Во-первых, концентрация примеси на шероховатой стенке канала конечна, и не достигает аномально больших значений как в расчетах для гладких поверхностей (см., например, [10, 11]). Во-вторых, дисперсия аксиальной скорости частиц на периферии канала становится даже выше, чем у несущего газа, что противоречит традиционным представлениям о том, что интенсивность турбулентного движения дисперсной примеси всегда меньше, чем у несущей фазы.

В работе представлена математическая модель Эйлера турбулентного движения дисперсной примеси в канале с шероховатыми стенками. В отличие от широко используемых в литературе полуэмпирических методов замыкания турбулентных потоков предлагается единый строгий подход для вывода как уравнений для первых и вторых моментов флуктуаций скорости частиц дисперсной фазы, так и граничных условий для моментов, учитывающих преобразование скорости отраженных частиц после столкновения со стенками. Непротиворечивый переход от уравнений динамики частиц в переменных Лагранжа к уравнениям динамики сплошной среды для дисперсной фазы (переменные Эйлера) возможен только на основе аппарата функции плотности вероятности (ФПВ) распределения параметров частиц. Методика вывода незамкнутого уравнения для ФПВ в настоящее время достаточно хорошо отработана (см., например, [12–15]). Замыкание уравнения для ФПВ, его приближенное решение, позволяющее получить замкнутую систему уравнений для моментов случайных параметров дисперсной фазы и соответствующие граничные условия, возможен только в рамках упрощающей гипотезы. В работе используется “градиентная гипотеза”: поток субстанции в случайном поле скорости пропорционален антиградиенту осредненного значения этой субстанции. Поэтому в аналитических выкладках градиенты параметров дисперсной фазы учитываются только в линейном приближении.

В настоящей работе кратко изложена методика вывода уравнения для ФПВ, системы уравнений для моментов и граничных условий. Представлена расчетная система уравнений, граничных условий и замыкающих соотношений для моделирования параметров газодисперсного течения в экспериментальной работе [9]. Результаты численного моделирования удовлетворительно согласуются с опытными данными и позволяют дать теоретическую трактовку новым экспериментальным эффектам.

1. УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ЧАСТИЦ

Уравнения для скорости и перемещения одиночной сферической частицы в газе с учетом силы сопротивления и силы тяжести имеют вид

$$\frac{d\mathbf{V}(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_U} [\mathbf{U}(\mathbf{X}(t), t) - \mathbf{V}(t)] + \mathbf{g}, \quad \mathbf{V}(0) = \mathbf{V}_0 \quad (1.1)$$

$$\frac{d\mathbf{X}(t)}{dt} = \mathbf{V}(t), \quad \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0 \quad (1.2)$$

Здесь $\mathbf{V}(t)$ – скорость частицы, τ_U – время динамической релаксации, \mathbf{g} – ускорение свободного падения, $\mathbf{X}(t)$ – координата частицы, $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ – скорость газа.

Обозначаем скорость газа на траектории частицы как

$$\tilde{\mathbf{U}}(t) = \mathbf{U}(\mathbf{X}(t), t)$$

Переписываем уравнения (1.1) и (1.2) в интегральном виде

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_U}\right) + \frac{1}{\tau_U} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_U}\right) \tilde{\mathbf{U}}(s) ds + \mathbf{g}\tau_U \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_U}\right)\right]$$

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_0 + \mathbf{V}_0\tau_U \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_U}\right)\right] + \int_0^t \left[1 - \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_U}\right)\right] \tilde{\mathbf{U}}(s) ds + \mathbf{g}\tau_U \left\{t - \tau_U \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_U}\right)\right]\right\}$$

Для достаточно больших времен $t \gg \tau_U$ для скорости частицы и ее координаты имеем представление

$$\mathbf{V}(t) = \frac{1}{\tau_U} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_U}\right) \tilde{\mathbf{U}}(s) ds + \mathbf{g}\tau_U \quad (1.3)$$

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_0 + \mathbf{V}_0\tau_U + \int_0^t \left[1 - \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_U}\right)\right] \tilde{\mathbf{U}}(s) ds + \mathbf{g}\tau_U t \quad (1.4)$$

2. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ФПВ

Концентрация частиц предполагается достаточно малой, чтобы можно было пренебречь столкновениями частиц и обратным влиянием примеси на параметры турбулентного потока. Для описания случайной динамики частиц в турбулентном потоке адекватным является теория случайных процессов. Вся информация о параметрах дисперсной фазы содержится в ФПВ координаты и скорости частицы. Для получения уравнения для ФПВ первоначально записывается выражение для индикаторной функции, вырезающей случайную траекторию в фазовом пространстве

$$\varphi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t)) \delta(\mathbf{V} - \mathbf{V}(t))$$

Здесь \mathbf{V} , \mathbf{x} – точки фазового пространства, $\delta(\mathbf{x})$ – дельта функция Дирака, удовлетворяющая условию нормировки

$$\int \delta(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 1$$

где $d\mathbf{x}$ – элемент объема.

Введение индикаторной функции позволяет говорить о сплошной дисперсной фазе даже для одной частицы. С учетом уравнений динамики частицы получается уравнение Лиувилля для индикаторной функции

$$\frac{\partial}{\partial t} \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) + \mathbf{V} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \left\{ \left[\frac{\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{V}}{\tau_U} + \mathbf{g} \right] \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \right\} = 0 \quad (2.1)$$

Осреднение индикаторной функции по ансамблю случайных реализаций турбулентного потока приводит согласно аксиоматическому построению теории случайных процессов А.Н. Колмогорова (см., например, [16]) к ФПВ распределения скорости и координаты частиц

$$\Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) = \langle \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \rangle = \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t)) \delta(\mathbf{V} - \mathbf{V}(t)) \rangle$$

где угловые скобки обозначают результат осреднения по ансамблю турбулентных реализаций.

На основе ФПВ определяем осредненную концентрацию $\langle N(\mathbf{x}, t) \rangle$ и скорость дисперсной фазы $\langle \mathbf{V}(\mathbf{x}, t) \rangle$ следующим образом:

$$\langle N(\mathbf{x}, t) \rangle = \int \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) d\mathbf{V} = \int \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t)) \delta(\mathbf{V} - \mathbf{V}(t)) \rangle d\mathbf{V} = \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t)) \rangle$$

$$\langle N(\mathbf{x}, t) \rangle \langle \mathbf{V}(\mathbf{x}, t) \rangle = \int \mathbf{V} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) d\mathbf{V} = \int \mathbf{V} \langle \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t)) \delta(\mathbf{V} - \mathbf{V}(t)) \rangle d\mathbf{V} = \langle \mathbf{V}(t) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t)) \rangle$$

Флуктуации скорости дисперсной фазы равны

$$\mathbf{v} = \mathbf{V} - \langle \mathbf{V}(\mathbf{x}, t) \rangle$$

В этом случае корреляция актуальной концентрации $N(\mathbf{x}, t)$ и флуктуаций скорости дисперсной фазы равна:

$$\langle \mathbf{v}N(\mathbf{x}, t) \rangle = \int \mathbf{v}\Phi(\mathbf{X}, \mathbf{V}, t) d\mathbf{V} = \int \Phi(\mathbf{X}, \mathbf{V}, t)(\mathbf{V} - \langle \mathbf{V}(\mathbf{x}, t) \rangle) d\mathbf{V} = 0$$

Осреднение уравнения для индикаторной функции (2.1) по ансамблю турбулентных реализаций приводит к незамкнутому уравнению для ФПВ

$$\frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) + \mathbf{V} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{V}} \left\{ \left[\frac{\langle \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) \rangle - \mathbf{V}}{\tau_U} + \mathbf{g} \right] \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \right\} = -\frac{1}{\tau_U} \langle \tilde{\mathbf{u}}(t) \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \rangle \quad (2.2)$$

где скорость несущей фазы представлена в виде

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) \rangle + \mathbf{u}(\mathbf{x}, t), \quad \langle \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \rangle = 0$$

Уравнение (2.2) незамкнуто вследствие наличия корреляции $\langle \tilde{\mathbf{u}}(t) \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \rangle$. Данные прямого численного моделирования турбулентных флуктуаций скорости газа на траектории инерционных частиц [17] свидетельствуют о том, что энергоемкие флуктуации скорости газа на траектории частиц являются случайным процессом Гаусса с автокорреляционной функцией, спадающей по экспоненциальному закону

$$\langle \tilde{u}_n(t) \tilde{u}_j(\xi) \rangle = \langle u_n u_j \rangle \tilde{\Psi}_L(t - \xi), \quad \tilde{\Psi}_L(t) = \exp(-|t|/\tilde{T}_L) \quad (2.3)$$

Здесь $\tilde{\Psi}_L(t)$ – автокорреляционная функция энергоемких флуктуаций скорости газа на траектории частицы, \tilde{T}_L – интегральный временной масштаб

$$\tilde{T}_L = \int_0^{\infty} \tilde{\Psi}_L(s) ds$$

Для случайного процесса Гаусса, описывающего флуктуации скорости газа, которые видит частица, раскрытие корреляции в правой части уравнения (2.2) реализуется по формуле Фурутсу–Новикова [14, 15]

$$\langle \tilde{u}_n(t) \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \rangle = \int_0^t d\xi \langle \tilde{u}_n(t) \tilde{u}_j(\xi) \rangle \left\langle \frac{\delta \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} \right\rangle \quad (2.4)$$

Здесь $\delta \Phi / \delta \tilde{u}_j$ – функциональная производная

$$\frac{\delta \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \frac{\delta X_i(t)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} - \frac{\partial}{\partial V_i} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \frac{\delta V_i(t)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} \quad (2.5)$$

Для расчета функциональных производных скорости и координаты частиц из формул (1.3) и (1.4) следует система интегральных уравнений (см., например, [15])

$$\begin{aligned} \frac{\delta V_i(t)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} &= \frac{\delta_{ij}}{\tau_U} \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau_U}\right) + \frac{1}{\tau_U} \int_{\xi}^t \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_U}\right) \frac{\partial \langle U_i(\mathbf{x}, s) \rangle}{\partial x_k} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{X}(s)} \frac{\delta X_k(s)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} ds \\ \frac{\delta X_i(t)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} &= \delta_{ij} \left[1 - \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau_U}\right) \right] + \int_{\xi}^t \left[1 - \exp\left(-\frac{t-s}{\tau_U}\right) \right] \frac{\partial \langle U_i(\mathbf{x}, s) \rangle}{\partial x_k} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{X}(s)} \frac{\delta X_k(s)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} ds \end{aligned}$$

Аналитического решения системы интегральных уравнений для функциональных производных нет. Поэтому для замыкания уравнения для ФПВ используется градиентная гипотеза: в приближенном решении учитываются только слагаемые линейные по градиентам осредненных параметров дисперсной фазы. В результате получаем приближенное решение для функциональных производных

$$\frac{\delta V_i(t)}{\delta \tilde{u}_j(\xi)} \approx \frac{\delta_{ij}}{\tau_U} \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau_U}\right) + \Gamma_V(t-\xi) \frac{\partial \langle U_i(\mathbf{x}, s) \rangle}{\partial x_j} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{X}(t)} \quad (2.6)$$

$$\frac{\delta X_i(t)}{\delta u_j(\xi)} \approx \delta_{ij} \left[1 - \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau_U}\right) \right] + \tau_U \Gamma_X(t-\xi) \frac{\partial \langle U_i(\mathbf{x}, s) \rangle}{\partial x_j} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{X}(t)} \quad (2.7)$$

Здесь функции $\Gamma_V(t-\xi)$, $\Gamma_X(t-\xi)$ равны

$$\Gamma_V(t-\xi) = 1 - \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau_U}\right) \left(1 + \frac{t-\xi}{\tau_U} \right)$$

$$\Gamma_X(t-\xi) = \frac{t-\xi}{\tau_U} \left[1 + \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau_U}\right) \right] - 2 \left[1 - \exp\left(-\frac{t-\xi}{\tau_U}\right) \right]$$

Последовательная подстановка выражений (2.6), (2.7) в (2.5) и (2.4) приводит к замкнутому уравнению для ФПВ

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) + V_i \frac{\partial}{\partial x_i} \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) + \frac{\partial}{\partial V_i} \left\{ \left(\frac{\langle U_i \rangle + \tau_U g_i - V_i}{\tau_U} \right) \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t) \right\} = \\ = \frac{1}{\tau_U} f_U \langle u_i u_j \rangle \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t)}{\partial V_i \partial V_j} + q_U \langle u_i u_j \rangle \frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{V}, t)}{\partial V_i \partial x_j} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь функции отклика равны

$$f_U \langle u_i u_j \rangle = f_U^{(0)} \langle u_i u_j \rangle + f_U^{(1)} \tau_U \frac{1}{2} \left[\langle u_i u_k \rangle \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_k} \right]$$

$$q_U \langle u_i u_j \rangle = q_U^{(0)} \langle u_i u_j \rangle + q_U^{(1)} \tau_U \frac{1}{2} \left[\langle u_j u_k \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_k} + \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_k} \right]$$

Коэффициенты в этих выражениях рассчитываются по автокорреляционной функции флуктуации скорости газа на траектории частицы

$$f_U^{(0)} = \frac{1}{\tau_U} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{s}{\tau_U}\right) \tilde{\Psi}_L(s) ds, \quad f_U^{(1)} = \frac{1}{\tau_U} \int_0^\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{s}{\tau_U}\right) \left(1 + \frac{s}{\tau_U} \right) \right] \tilde{\Psi}_L(s) ds$$

$$q_U^{(0)} = \frac{1}{\tau_U} \int_0^\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{s}{\tau_U}\right) \right] \tilde{\Psi}_L(s) ds = \frac{\tilde{T}_L}{\tau_U} - f_U^{(0)}$$

$$q_U^{(1)} = \frac{1}{\tau_U} \int_0^\infty \left\{ \frac{s}{\tau_U} \left[1 + \exp\left(-\frac{s}{\tau_U}\right) \right] - 2 \left[1 - \exp\left(-\frac{s}{\tau_U}\right) \right] \right\} \tilde{\Psi}_L(s) ds$$

Корреляцию скорости газа на траектории частицы в формуле (2.4) представляем как

$$\int_0^t \Psi(t-\xi) \langle \tilde{u}_n(t) \tilde{u}_j(\xi) \rangle d\xi = \int_0^t \Psi(t-\xi) \langle u_n(\mathbf{X}(t), t) u_j(\mathbf{X}(\xi), \xi) \rangle d\xi$$

где $\Psi(t)$ – произвольная функция времени.

Используем представление через функцию плотности вероятности перехода (см., например, [18])

$$\int_0^t \Psi(t-\xi) \langle \tilde{u}_n(t) \tilde{u}_j(\xi) \rangle d\xi \approx \langle u_n u_j \rangle \int_0^t \int_0^t dt' \Psi(t-\xi) \Psi_E(\mathbf{y}, t-\xi) G(\mathbf{y}, t-\xi)$$

Здесь $\Psi_E(t)$ – автокорреляционная функция Эйлера; $G(\mathbf{y}, t-\xi)$ – плотность вероятности перехода частиц в случайном поле скорости газа

$$G(\mathbf{y}, t-t') = \langle \delta(\mathbf{y} - [\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}(\xi)]) \rangle = \left\langle \delta\left(\mathbf{y} - \int_\xi^t \mathbf{V}(s) ds\right) \right\rangle$$

Функция плотности вероятности перехода позволяет учесть эффект “пересечения траекторий”, вызванный осредненным скольжением фаз. При течении газовой смеси в канале с шероховатыми стенками потеря импульса отраженных частиц может приводить к скоростному скольжению фаз, существенно большему скорости витания.

3. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МОМЕНТОВ

Уравнение для ФПВ (2.8) содержит всю необходимую информацию для получения замкнутой системы уравнений для моментов и вывода граничных условий. Приближенное решение уравнения (2.8) с учетом слагаемых пропорциональных первой степени градиентов осредненных параметров дисперсной фазы имеет вид [15]

$$\Phi \approx \langle N \rangle \Phi^{(0)} \left\{ 1 + \frac{1}{2} (1 - \delta_{ij}) \sigma_{ij}^{(0)} \frac{v_i v_j}{\langle v_j^2 \rangle \langle v_i^2 \rangle} - \frac{\tau_U}{2 \langle v_i^2 \rangle} (v_j v_i - \delta_{ij} v_i^2) \frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{1}{3} \frac{v_j}{\langle v_i^2 \rangle \langle v_j^2 \rangle} \left[\frac{1}{2} \frac{v_i^2}{\langle v_i^2 \rangle} - \left(\delta_{ij} + \frac{1}{2} \right) \right] D_{jk} \frac{\partial \langle v_i^2 \rangle}{\partial x_k} \right\} \quad (3.1)$$

Здесь δ_{ij} – символ Кронекера, $D_{jk} = \tau_U (\langle v_j v_k \rangle + q_U^{(0)} \langle u_j u_k \rangle)$ – коэффициент турбулентного переноса; $\Phi^{(0)}$ – равновесная ФПВ

$$\Phi^{(0)} = \prod_{i=1}^3 \frac{1}{(2\pi \langle v_i^2 \rangle)^{1/2}} \exp \left(- \frac{v_i^2}{2 \langle v_i^2 \rangle} \right)$$

Вторые моменты флуктуаций скорости дисперсной фазы в формуле (3.1) равны

$$\langle v_i v_k \rangle \langle N \rangle = \int \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) v_i v_k d\mathbf{v}$$

Предполагается, что в ФПВ (3.1) осредненные параметры дисперсной фазы зависят от времени и пространственной переменной. Коэффициент $\sigma_{ij}^{(0)}$ в (3.1) равен

$$\sigma_{ij}^{(0)} = f_U \langle u_i u_j \rangle - \frac{1}{2} \tau_U q_U^{(0)} \left(\langle u_k u_j \rangle \frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_k} + \langle u_k u_i \rangle \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_k} \right)$$

Замкнутая система уравнений для первых и вторых моментов флуктуаций скорости дисперсной фазы имеет следующий вид.

Уравнение для осредненной концентрации дисперсной фазы

$$\frac{\partial \langle N \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle V_i \rangle \langle N \rangle}{\partial x_i} = 0$$

Уравнение для осредненной скорости дисперсной фазы

$$\frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial t} + \langle V_k \rangle \frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_k} + \frac{\partial \langle v_i v_k \rangle}{\partial x_k} = \frac{\langle U_i \rangle + \tau_U g_i - \langle V_i \rangle}{\tau_U} - \frac{1}{\tau_U} D_{ik} \frac{\partial \ln \langle N \rangle}{\partial x_k}$$

Уравнение для вторых моментов флуктуаций скорости дисперсной фазы

$$\frac{\partial \langle v_i v_j \rangle}{\partial t} + \langle V_k \rangle \frac{\partial \langle v_i v_j \rangle}{\partial x_k} + \frac{1}{\tau_U} \left(D_{jk} \frac{\partial \langle V_i \rangle}{\partial x_k} + D_{ik} \frac{\partial \langle V_j \rangle}{\partial x_k} \right) + \frac{1}{\langle N \rangle} \frac{\partial \langle v_i v_j v_k \rangle \langle N \rangle}{\partial x_k} = \frac{2}{\tau_U} (f_U \langle u_i u_j \rangle - \langle v_i v_j \rangle)$$

Здесь третьи моменты равны

$$\langle N \rangle \langle v_i^2 v_j \rangle = \int v_i^2 v_j \Phi(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v} = - \langle N \rangle \frac{2\delta_{ij} + 1}{3} D_{jk} \frac{\partial \langle v_j^2 \rangle}{\partial x_k}$$

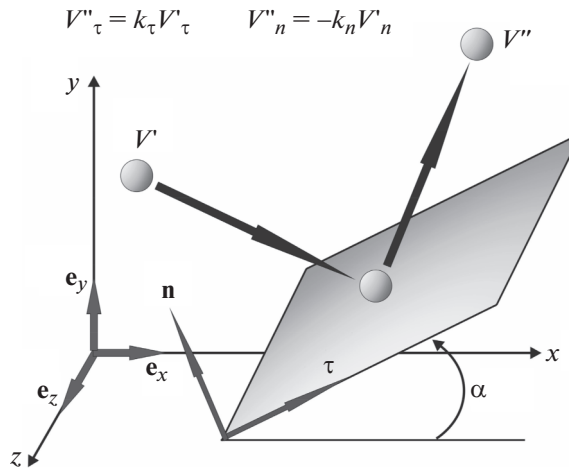


Рис. 1. Схема столкновения частиц с плоскостью, моделирующей шероховатость стенки.

4. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Как будет видно из результатов расчетов для интерпретации экспериментальных данных [9], можно задать небольшую степень шероховатости стенки канала. Поэтому не учитывается спин частиц. При столкновении с поверхностью импульс отраженных частиц связан с импульсом падающих частиц следующим образом:

$$\mathbf{V}''_{\tau} = k_{\tau} \mathbf{V}'_{\tau}, \quad \mathbf{V}''_n = -k_n \mathbf{V}'_n$$

где $0 < k_n, k_{\tau} \leq 1$ – коэффициенты восстановления импульса, $\mathbf{V}_{\tau}, \mathbf{V}_n$ – касательная и нормальная компоненты скорости частиц; одним штрихом обозначены скорости падающих частиц, двумя штрихами – отраженных.

Шероховатость стенок плоского канала моделируем как плоскости, случайно наклоненные к оси канала (см., например, [2]) (рис. 1). Случайный угол наклона плоскости $0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$ имеет равномерное распределение.

При столкновении частиц с шероховатой поверхностью аксиальная компонента скорости дает существенный вклад в компоненту отраженной скорости, нормальную к оси канала. Это приводит к существенной генерации интенсивности хаотического движения частиц поперек канала по сравнению с каналом, имеющим гладкие стенки. В результате осреднения по углу наклона случайных плоскостей получаются формулы для расчета аксиальной и нормальной к оси канала компонент скорости дисперсной фазы [15]

$$V''_x = \langle k_{\tau}^* \rangle V'_x, \quad V''_y = -\langle k_n^* \rangle V'_y$$

Здесь эффективные коэффициенты восстановления импульса частиц в шероховатом канале имеют вид

$$\langle k_n^* \rangle = \frac{1}{4\alpha_{\max}} \left\{ (k_n + k_{\tau}) \left[-2 \frac{\langle V'_x \rangle}{\langle V'_y \rangle} (1 - \cos^2 \alpha_{\max}) + \sin(2\alpha_{\max}) \right] + 2(k_n - k_{\tau}) \alpha_{\max} \right\}$$

$$\langle k_{\tau}^* \rangle = \frac{1}{4\alpha_{\max}} \left\{ (k_n + k_{\tau}) \left(\sin(2\alpha_{\max}) + 2 \sin^2(\alpha_{\max}) \frac{\langle V'_y \rangle}{\langle V'_x \rangle} \right) - 2\alpha_{\max} (k_n - k_{\tau}) \right\}$$

где α_{\max} – максимальный угол наклона шероховатости, $\langle V'_y \rangle < 0$.

На рис. 2 показана зависимость эффективных коэффициентов восстановления импульса в шероховатом канале. Видно, что коэффициент восстановления импульса в поперечном направлении может быть $\gg 1$.

Вывод граничных условий для первых и вторых моментов также основан на приближенном решении уравнения для ФПВ (3.1). Рассчитываются потоки концентрации, осредненного им-

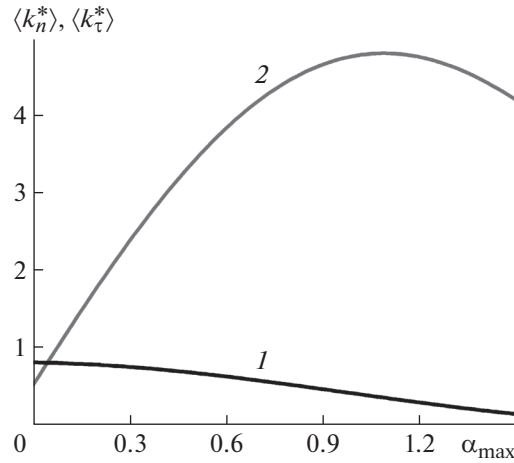


Рис. 2. Эффективные коэффициенты восстановления импульса в шероховатом канале; $k_n = 0.5$, $k_\tau = 0.8$, $\langle V_x' \rangle / \langle V_y' \rangle = -10$; $1 - \langle k_\tau^* \rangle$, $2 - \langle k_n^* \rangle$.

пульса, дисперсии скорости частиц, переносимые падающими и отраженными от стенки потоками дисперсной фазы. Сумма падающего и отраженного потоков вблизи стенки приравнивается потоку в течении.

5. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

Предложенная модель сопоставляется с экспериментальными данными, полученными при нисходящем течении газозвеси в вертикальном плоском канале. Приведем систему уравнений для моментов и соответствующих граничных условий для численного моделирования экспериментальных условий [9]. Опытные данные представлены для установившегося течения. Расчеты проведены путем решения системы нестационарных уравнений переноса до достижения стационарного состояния. Ось $0 \leq y \leq h$ направлена от стенки в поток (h – полуширина канала), ось $x \geq 0$ направлена по скорости потока. При записи системы уравнений для моментов учитываются только слагаемые линейные по градиентам осредненных параметров дисперсной фазы.

Уравнение для концентрации примеси имеет вид

$$\frac{d\langle N \rangle}{dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ D_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} - \tau_U \langle N \rangle \frac{\partial \langle v_y^2 \rangle}{\partial y} \right\}$$

где $D_{yy} = \tau_U (\langle v_y^2 \rangle + q_U^{(0)} \langle u_y^2 \rangle)$ – коэффициент турбулентной диффузии частиц в поперечном направлении. Из уравнения видно, что распределение концентрации примеси регулируется турбулентной диффузией и силой турбофореза, направленной в сторону снижения амплитуды поперечных флуктуаций скорости частиц.

Граничные условия отражают отсутствие потоков дисперсной фазы в центре и на границе канала:

$$\left\{ D_{yy} \frac{\partial \langle N \rangle}{\partial y} - \tau_U \langle N \rangle \frac{\partial \langle v_y^2 \rangle}{\partial y} \right\} \Bigg|_{y=0}^{y=h} = 0$$

Уравнение для аксиальной скорости дисперсной фазы имеет вид:

$$\frac{d\langle V_x \rangle}{dt} = \frac{\langle U_x \rangle + \tau_U g_x - \langle V_x \rangle}{\tau_U} + \frac{\partial}{\partial y} \left(f_U^{(0)} v_t \frac{\partial \langle U_x \rangle}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{2} D_{yy} \frac{\partial \langle V_x \rangle}{\partial y} \right)$$

Граничные условия симметрии и потери аксиального импульса при столкновении с шероховатой стенкой канала записываются как

$$\left. \frac{\partial \langle V_x \rangle}{\partial y} \right|_{y=h} = 0, \quad \left\{ \frac{1 - \langle k_\tau^* \rangle}{1 + \langle k_\tau^* \rangle} \left(\frac{2 \langle v_y^2 \rangle}{\pi} \right)^{1/2} \langle V_x \rangle - \frac{1}{2} D_{yy} \frac{\partial \langle V_x \rangle}{\partial y} \right\} \Big|_{y=0} = 0$$

Уравнение для дисперсии флуктуаций скорости дисперсной фазы в поперечном направлении

$$\frac{d \langle v_y^2 \rangle}{dt} = \frac{2}{\tau_U} (f_U \langle u_y^2 \rangle - \langle v_y^2 \rangle) + \frac{1}{\langle N \rangle} \frac{\partial}{\partial y} \left(\langle N \rangle D_{yy} \frac{\partial \langle v_y^2 \rangle}{\partial y} \right)$$

Граничные условия симметрии и генерации поперечной компоненты импульса на шероховатой стенке канала имеют вид

$$\left. \frac{\partial \langle v_y^2 \rangle}{\partial y} \right|_{y=h} = 0, \quad \left\{ 2 \frac{1 - \langle k_n^* \rangle^2}{1 + \langle k_n^* \rangle^2} \left(\frac{2 \langle v_y^2 \rangle}{\pi} \right)^{1/2} \langle v_y^2 \rangle - D_{yy} \frac{\partial \langle v_y^2 \rangle}{\partial y} \right\} \Big|_{y=0} = 0$$

Уравнение для дисперсии аксиальных флуктуаций скорости дисперсной фазы

$$\frac{d \langle v_x^2 \rangle}{dt} = - \frac{2}{\tau_U} D_{xy} \frac{\partial \langle V_x \rangle}{\partial y} + \frac{2}{\tau_U} (\langle u_x^2 \rangle f_U - \langle v_x^2 \rangle) + \frac{1}{\langle N \rangle} \frac{\partial}{\partial y} \left(\langle N \rangle \frac{D_{yy}}{3} \frac{\partial \langle v_x^2 \rangle}{\partial y} \right)$$

где $D_{xy} = \tau_U (\langle v_x v_y \rangle + q_U^{(0)} \langle u_x u_y \rangle)$ – коэффициент турбулентного переноса аксиальной компоненты импульса дисперсной фазы.

Граничные условия симметрии и потери аксиальной компоненты импульса имеют вид:

$$\left. \frac{\partial \langle v_x^2 \rangle}{\partial y} \right|_{y=h} = 0, \quad \left\{ \frac{1 - \langle k_\tau^* \rangle^2}{1 + \langle k_\tau^* \rangle^2} \left(\frac{2 \langle v_y^2 \rangle}{\pi} \right)^{1/2} \langle v_x^2 \rangle - \frac{1}{3} \tau_U \langle v_y^2 \rangle \frac{\partial \langle v_x^2 \rangle}{\partial y} \right\} \Big|_{y=0} = 0$$

Уравнение для касательных турбулентных напряжений в дисперсной фазе записывается как

$$\frac{d \langle v_x v_y \rangle}{dt} = - \frac{1}{\tau_U} D_{yy} \frac{\partial \langle V_x \rangle}{\partial y} + \frac{2}{\tau_U} (f_U^{(0)} \langle u_x u_y \rangle - \langle v_x v_y \rangle) + \frac{1}{\langle N \rangle} \frac{\partial}{\partial y} \left(\langle N \rangle \frac{1}{3} D_{xy} \frac{\partial \langle v_x v_y \rangle}{\partial y} \right)$$

Время динамической релаксации частиц рассчитывается следующим образом:

$$\tau_U (\text{Re}_p) = \frac{\tau_U^{(0)}}{1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}}, \quad \tau_U^{(0)} = \frac{1}{18} \frac{\rho_p d_p^2}{\rho_g \nu_g}, \quad \text{Re}_p = \frac{d_p W}{\nu_g}, \quad W = |\langle V_x \rangle - \langle U_x \rangle|$$

Здесь $\tau_U^{(0)}$ – время динамической релаксации в приближении Стокса, d_p – диаметр частиц, ρ_g, ρ_p – плотности материала газа и частиц, ν_g – коэффициент кинематической вязкости газа, Re_p – число Рейнольдса обтекания частиц, W – модуль относительной скорости частиц.

Учитывается влияние относительного скольжения фаз на интегральный временной масштаб флуктуаций скорости газа на траектории частицы [18]

$$\tilde{T}_L = \frac{T_E}{\sqrt{1 + \chi_E^2 f_U^{(0)}}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\chi_E \gamma^*} \text{erf} \left(\frac{\chi_E \gamma^*}{\sqrt{2}} \right), \quad \gamma^* = \frac{\gamma}{\sqrt{1 + \chi_E^2 (f_U^{(0)})^2}}$$

где T_E – интегральный временной масштаб Эйлера в системе координат, движущейся с осредненной скоростью газового потока, $\gamma = |W|/u$ – коэффициент скоростного скольжения, $u = \sqrt{2E/3}$ – среднеквадратичная скорость турбулентных флуктуаций газа, E – турбулентная энергия единицы массы газа, $\chi_E = 1$ – параметр, связанный с отношением интегральных временных масштабов Лагранжа T_L и Эйлера, выбирается из условия $T_L/T_E \approx 0.7$.

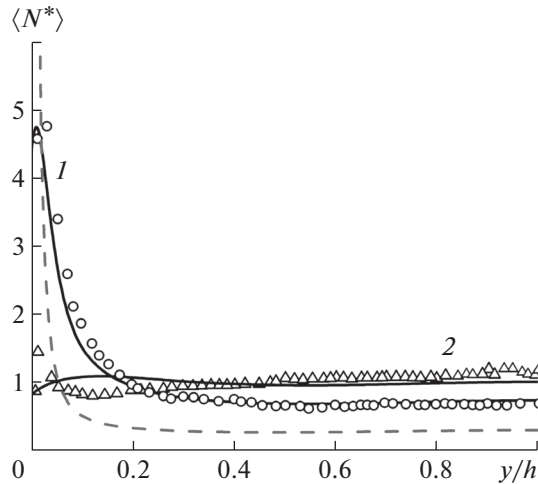


Рис. 3. Распределение безразмерной концентрации частиц поперек канала. Точки – экспериментальные данные, линии – результаты расчета: штриховая линия для частиц $d_p = 50$ мкм при $\alpha_{\max} = 0^\circ$, сплошные линии при $\alpha_{\max} = 1.3^\circ$; 1 – $d_p = 50$ мкм, 2 – $d_p = 70$ мкм.

6. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчет параметров несущей фазы проведен на основе простой двухпараметрической модели турбулентности [19]. Мы полагаем, что наличие малой шероховатости канала, меньше толщины вязкого подслоя, не меняет параметров турбулентности по сравнению со случаем абсолютно гладких стенок.

Дисперсия аксиальных флуктуаций скорости газа оценивается как $\langle u_x^2 \rangle = E$. Дисперсия нормальных флуктуаций скорости газа рассчитывается по формуле, согласующейся с данными прямого численного моделирования [20]

$$\langle u_y^2 \rangle = \frac{1}{3} E \left[1 - \exp\left(-\frac{y_+}{A}\right) \right]^4, \quad A \approx 11$$

где y_+ – расстояние от стенки канала в универсальных переменных.

Интегральный временной масштаб Эйлера в универсальных переменных T_{E+} оценивается по формуле

$$T_{E+} = \max\left(10, \frac{\zeta E_+}{\varepsilon_+}\right), \quad \zeta = 0.3$$

где E_+ , ε_+ – турбулентная энергия и диссипация в универсальных переменных.

Расчет реализован методом прямых на консервативной разностной схеме со сгущением узлов вблизи стенки канала [21].

На рис. 3 представлено распределение безразмерной концентрации дисперсной примеси (масштаб концентрации – ее среднее значение по сечению канала). Для идеально гладкого канала максимум концентрации примеси расположен на стенке и достигает существенных величин, что согласуется с данными прямого численного моделирования [10, 11]. Далее результаты расчетов сопоставляются с экспериментальными данными работы [9], в которой авторы используют гладкие поверхности канала. Понятие технической “гладкости канала” не исключает микрошероховатость, которая также может появиться при проведении экспериментов в результате эрозионного воздействия дисперсной примеси. Как отмечалось выше, для абсолютно гладких поверхностей максимум концентрации на стенке во много раз превосходит значение концентрации в ядре течения. Поэтому мы для интерпретации результатов экспериментов [9] предложили малую шероховатость омываемой поверхности. Конкретный угол наклона ($\alpha_{\max} \approx 1.3^\circ$) выбирался эмпирическим путем и в дальнейших расчетах не менялся.

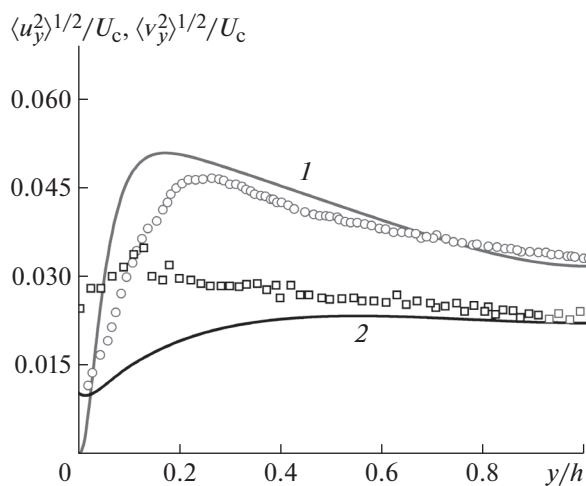


Рис. 4. Распределение дисперсии нормальных флуктуаций скорости поперек канала несущей и дисперсной фазы для $d_p = 50$ мкм. Линии – расчет, точки – экспериментальные данные: 1 – несущая фаза, 2 – дисперсная фаза.

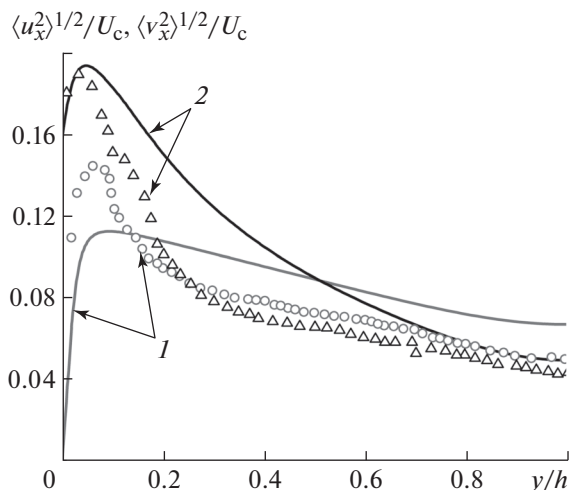


Рис. 6. Распределение дисперсии аксиальных флуктуаций скорости поперек канала несущей и дисперсной фазы. Точки – экспериментальные данные, кривые – расчет: 1 – газ; 2 – частицы $d_p = 50$ мкм.

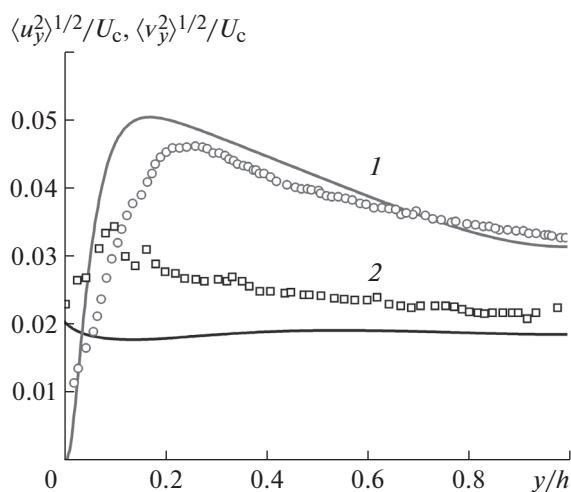


Рис. 5. Распределение дисперсии нормальных флуктуаций скорости поперек канала несущей и дисперсной фазы для $d_p = 70$ мкм.

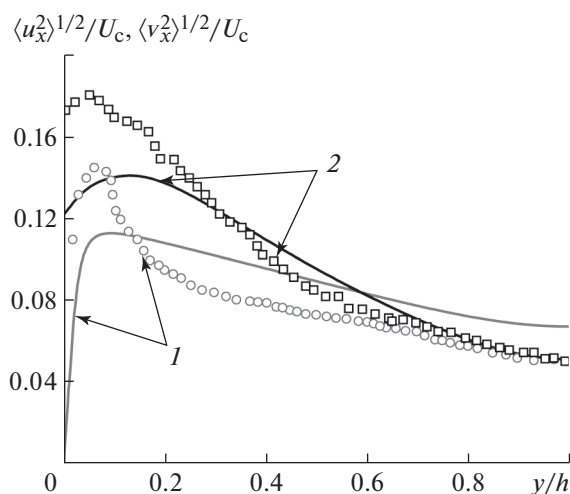


Рис. 7. Распределение дисперсии аксиальных флуктуаций скорости поперек канала несущей и дисперсной фазы частиц $d_p = 70$ мкм. Подписи как на рис. 6.

Для канала с небольшой шероховатостью появляется новый эффект, связанный с дополнительной генерацией нормальных к стенке флуктуации скорости дисперсной фазы, что приводит к более равномерному распределению концентрации дисперсной примеси в сечении канала. На рис. 4 и 5 иллюстрируется распределение дисперсии нормальных к стенке флуктуаций скорости частиц (U_c – скорость газа в центре канала). Видно, что для шероховатой стенки изменение дисперсии нормальных флуктуаций скорости дисперсной фазы немонотонно, что обуславливает принципиальное отличие в распределении концентрации дисперсной фазы в каналах с шероховатой и гладкими стенками.

В результате диффузионного переноса аксиального импульса дисперсной фазы к стенке канала возникает новый эффект: интенсивность флуктуаций скорости частиц в аксиальном направлении становится даже выше, чем у несущей фазы (рис. 6 и 7). Это принципиально новый эффект, связанный с существенной неоднородностью поля турбулентных флуктуаций газа при

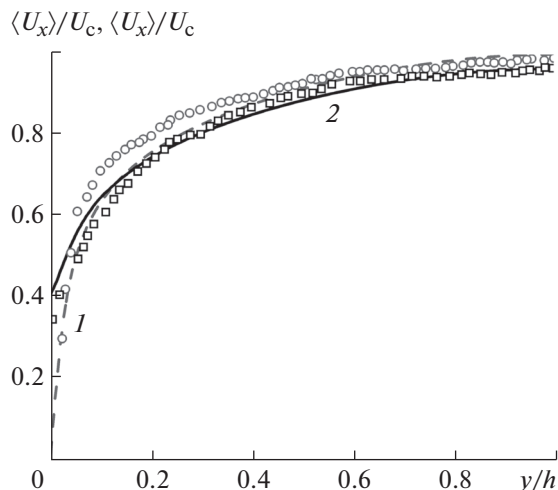


Рис. 8. Распределение осредненной аксиальной скорости несущей и дисперсной фазы поперек канала для $d_p = 50$ мкм. Точки – экспериментальные данные, кривые – расчет: 1 – несущая фаза; 2 – дисперсная фаза.

течении в каналах. Для свободной турбулентности интенсивность флуктуационного движения частиц всегда меньше, чем у газа.

Вследствие инерционного пробега частиц к стенке аксиальная скорость дисперсной фазы на стенке не равна нулю (рис. 8). Потеря импульса отраженных частиц приводит к заметному скоростному скольжению дисперсной и несущей фаз.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе современного математического аппарата теории случайных процессов и методов функционального анализа построена замкнутая система уравнений для первых и вторых моментов флуктуаций скорости дисперсной фазы. Выведена система граничных условий, учитывающих преобразование нормальной и аксиальной скорости частиц при соударении с шероховатой поверхностью. Представлены результаты расчетов распределения параметров инерционных частиц в плоском вертикальном канале. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с современными экспериментальными данными.

Показано, что даже сравнительно небольшая шероховатость стенок канала приводит к дополнительной генерации поперечных флуктуаций скорости дисперсной фазы, что качественно меняет характер распределения концентрации примеси по сечению канала по сравнению с гладкими стенками. Проиллюстрирован новый эффект турбулентного диффузионного переноса аксиальной компоненты импульса к стенке канала, в результате которого дисперсия аксиальных флуктуаций скорости дисперсной фазы становится выше, чем у газа.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 20-08-01061).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kussin J., Sommerfeld M.* Experimental studies on particle behaviour and turbulence modification in horizontal channel flow with different wall roughness // *Exp. Fluids*. 2002. V. 33. P. 143–159. <https://doi.org/10.1007/s00348-002-0485-9>
2. *Sommerfeld M., Kussin J.* Wall roughness effects on pneumatic conveying of spherical particles in a narrow horizontal channel // *Int. J. Multiph. Flow*. 2004. V. 142. P. 180–192. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2004.05.002>
3. *Benson M., Tanaka T., and Eaton J.K.* Effects of Wall Roughness on Particle Velocities in a Turbulent Channel Flow // *J. Fluids Eng.* 2004. V. 127. P. 250–256. <https://doi.org/10.1115/1.1891149>

4. *Squires K.D., Simonin O.* LES–DPS of the effect of wall roughness on dispersed-phase transport in particle-laden turbulent channel flow // *Int. J. Heat and Fluid Flow.* 2006. V. 27. P. 619–626.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.02.009>
5. *Konan N.A., Kannengieser O., and Simonin O.* Stochastic modeling of the multiple rebound effects for particle-rough wall collisions // *Int. J. Multiph. Flow.* 2009. V. 35. P. 933–945.
<https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2009.05.006>
6. *Vreman A.W.* Turbulence attenuation in particle-laden flow in smooth and rough channels // *J. Fluid Mech.* 2015. V. 773. P. 103–136.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2015.208>
7. *Radenkovic D., Simonin O.* Stochastic modelling of three-dimensional particle rebound from isotropic rough wall surface // *Int. J. Multiph. Flow.* 2018. V. 109. P. 35–50.
<https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.07.013>
8. *Milici B.* Modification of particle laden near-wall turbulence in a vertical channel bounded by rough walls // *Int. J. Multiph. Flow.* 2018. V. 103. P. 151–168.
<https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2018.02.020>
9. *Fong K.O., Amili O., and Coletti F.* Velocity and spatial distribution of inertial particles in a turbulent channel flow // *J. Fluid Mech.* 2019. V. 872. P. 367–406.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2019.355>
10. *Dong L., Anyang W., Kun L., and Jianren F.* Direct numerical simulation of a particle-laden flow in a flat plate boundary layer // *Int. J. Multiph. Flow.* 2016. V. 79. P. 124–143.
<https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2015.10.011>
11. *Bernardini M.* Reynolds number scaling of inertial particle statistics in turbulent channel flows // *J. Fluid Mech.* 2014. V. 758. R1.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2014.561>
12. *Reeks M.W.* On the continuum equations for dispersed particles in non-uniform flows. *Phys. Fluids A.* 1992. V. 446. P. 1290–1303.
<https://doi.org/10.1063/1.858247>
13. *Liang G.Y., Cao L., and Wu D.J.* Approximate Fokker–Planck equation of system driven by multiplicative colored noises with colored cross-correlation // *Physica A.* 2004. V. 335. P. 371–384.
<https://doi.org/10.1016/j.physa.2003.12.023>
14. *Klyatskin V.I.* *Stochastic Equations Through the Eye of the Physicist.* Amsterdam.: Elsevier Publ. Company, 2005.
15. *Derevich I.V., Shchadinskiy D.M., and Tun Z.H.* Probabilistic model of dispersed turbulent flow in channels with rough walls // *Aerosol Sci. Technol.* 2020. V. 54. Iss. 8.
<https://doi.org/10.1080/02786826.2020.1739617>
16. *Kolmogorov A.N.* *Foundations of the Theory of Probability.* Dover Books on Mathematics, 2013.
17. *Wetchagaruna S., Riley J.J.* Dispersion and temperature statistics of inertial particles in isotropic turbulence // *Phys. Fluids.* 2010. V. 22. 063301-1–15.
<https://doi.org/10.1063/1.3392772>
18. *Derevich I.V.* Spectral diffusion model of heavy inertial particles in a random velocity field of the continuum medium // *Themophys. Aeromech.* 2015. V. 22. P. 143–162.
<https://doi.org/10.1134/S086986431502002X>
19. *Herrero J., Grau F.X., Grifoll J., Giral F.* A near wall k-epsilon formulation for high Prandtl number heat transfer // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1991. V. 34. P. 711–721.
[https://doi.org/10.1016/0017-9310\(91\)90119-Y](https://doi.org/10.1016/0017-9310(91)90119-Y)
20. *Kim J., Moin P., and Moser R.J.* Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number // *J. Fluid Mech.* 1987. V. 177. P. 133–166.
<https://doi.org/10.1017/S0022112087000892>
21. *Derevich I.V., Klochkov A.K.* Analytical and numerical solution of the equation for the probability density function of the particle velocity in a turbulent flow // *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2020. V. 93. P. 1043–1054.
<https://doi.org/10.1007/s10891-020-02206-4>

УДК 533.694.72: 532.526.5

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЫДУВА ЛОКАЛЬНЫХ СТРУЙ ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ ОБТЕКАНИЕМ КРЫЛА МАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА

© 2022 г. Е. Е. Ворожбит^а, А. В. Петров^а, В. Г. Судаков^{а,*}^а Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия

*E-mail: vit_soudakov@tsagi.ru

Поступила в редакцию 14.03.2022 г.

После доработки 15.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований выдува струй для ослабления или подавления локальных отрывов потока с верхней поверхности модели механизированного крыла магистрального самолета при больших углах атаки в дозвуковой аэродинамической трубе Т-104 ЦАГИ с целью улучшения аэродинамических характеристик на режиме посадки. Выдув струй малой интенсивности осуществлялся из щелевых сопел на передних кромках крыла в областях его сочленения с фюзеляжем и с пилоном мотогондолы двигателя. Дано сравнение результатов, полученных для базовой конфигурации модели самолета без выдува струй и конфигураций с выдувом струй под различными углами к верхней поверхности крыла. Показано, что при всех исследованных вариантах увеличение интенсивности выдува струй приводит к практически монотонному повышению несущих свойств модели во всем диапазоне углов атаки. При одинаковых коэффициентах импульса наиболее эффективным является выдув струй в области сочленения крыла с фюзеляжем.

Ключевые слова: крыло гражданского самолета, активное управление потоком, эксперимент, посадочный режим, струя

DOI: 10.31857/S0568528122100103

При малых скоростях и больших углах атаки на механизированном крыле магистрального самолета возникают отрывы потока, приводящие к значительному падению коэффициента подъемной силы. Наиболее подверженными к отрыву потока являются области сочленения стреловидного крыла с фюзеляжем и с пилоном мотогондолы двигателя, а также концевая часть крыла. Изучение указанных отрывов потока и способы их предотвращения являются важными задачами аэродинамики самолетов.

Кроме того, в целях безопасности полета посадка может осуществляться на режимах с коэффициентом подъемной силы C_{ya} , который существенно меньше (более чем в полтора раза) по сравнению с его максимальной величиной C_{yamax} . Для обеспечения требуемых величин аэродинамических характеристик необходимо предпринять особые мероприятия для предотвращения отрыва с целью повышения C_{yamax} .

Одним из способов борьбы с отрывами, которые могут возникнуть на верхней поверхности крыла самолета, является управление обтеканием. Цель управления обтеканием заключается в том, чтобы повлиять на течение таким образом, чтобы уменьшить неблагоприятные явления отрыва или полностью ликвидировать их. Методы управления потоком подразделяются на пассивные и активные (или энергетические) [1–3].

В качестве пассивных методов чаще всего выступают механические вихрегенераторы [1, 4]. В [5] численно изучена модель гражданского самолета с аэродинамическими гребнями на мотогондоле и фюзеляже. Показано, что одновременная установка двух гребней позволила уменьшить размеры отрывных областей и увеличить C_{yamax} на 5.8%. Недостатком такого метода является добавочное сопротивление, вносимое вихрегенераторами на крейсерском режиме полета, когда отрывы потока отсутствуют.

Активные, в частности струйные, методы имеют значительные перспективы и могут позволить достичь большего улучшения аэродинамических характеристик за счет варьирования интенсивности выдува. В [2] изучены разнообразные струйные методы управления обтеканием самолетов для улучшения аэродинамических характеристик. В отличие от пассивных методов они не ухудшают обтекание на нерасчетных режимах, т.к. могут быть отключены. Их недостатком является необходимость подвода сжатого воздуха для реализации.

В [6] численно исследована эффективность выдува струи с большим расходом воздуха на стыке фюзеляжа с крылом модели гражданского самолета на посадочном режиме, что повысило критический угол атаки и максимальный коэффициент подъемной силы.

В рамках европейского проекта AFlLoNext (Active Flow – Loads & Noise control on next generation wing) проведены численные расчеты [7, 8] влияния постоянного и периодического выдува струи на течение вблизи стыка пилона с крылом на модели отсека механизированного крыла с установленной мотогондолой двигателя со сверхвысокой степенью двухконтурности. Показано, что с помощью выдува локальной струи можно ослабить или подавить отрыв в этой области. Экспериментальное исследование этой конфигурации в аэродинамической трубе Т-101 ЦАГИ [9] на крупномасштабной модели с выдувом пульсирующей струи на стыке пилона с крылом показало, что коэффициент подъемной силы модели увеличивается примерно на 2%.

В рамках проекта Inaflowt (Innovative actuation concepts for Engine/Pylon/Wing separation flow control – Design, Build and Wind Tunnel Test) проведено экспериментальное исследование [10] маломасштабной модели такого же отсека механизированного крыла. Управление обтеканием осуществлялось с помощью актуатора с постоянным отсосом и пульсирующей струей. В результате удалось добиться прироста $C_{y_{\max}}$ на 2.5–3%. Сравнение результатов испытаний маломасштабной и крупномасштабной базовой модели [11] показало, что влияние числа Рейнольдса на эффективность системы является незначительным.

В [12] численно исследована эффективность выдува постоянной и пульсирующей струи на стыке пилона с крылом уже на полной компоновке магистрального самолета. Показано, что при выдуве отрыв потока значительно уменьшается, критический угол атаки возрастает на 1–2°, а $C_{y_{\max}}$ увеличивается на 1–3%. В [13] указано, что экспериментально получен выигрыш в величине $C_{y_{\max}}$ при выдуве струи на стыке пилона с крылом на маломасштабной модели. Дальнейшие эксперименты [14] показали, что для модели самолета повышение $C_{y_{\max}}$ может составить приблизительно 2% при небольших числах Рейнольдса.

В данной работе проведено экспериментальное исследование активного метода управления потоком для устранения локального отрывного течения, возникающего при малых скоростях и больших углах атаки, на крыле крупномасштабной модели магистрального самолета в посадочной конфигурации. Рассмотрены несколько вариантов выдува струй: выдув под углом к поверхности в области стыка фюзеляжа с крылом; выдув струи под углом и тангенциально к поверхности в области стыка пилона с крылом, с целью подавления отрыва потока в следе за пилоном; комбинированный выдув в областях сочленения пилона с крылом и крыла с фюзеляжем.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ И ЭКСПЕРИМЕНТА

Экспериментальные исследования эффективности выдува струй малой интенсивности из щелевых сопел на стыках крыла с пилоном мотогондолы и с фюзеляжем выполнены на схематизированной модели магистрального самолета в посадочной конфигурации в дозвуковой аэродинамической трубе (АДТ) с открытой рабочей частью Т-104 ЦАГИ и соплом диаметром 7 м (рис. 1). Число Маха набегающего потока $M = 0.16$. Статическое давление соответствовало давлению атмосферному, а температура – температуре окружающей среды $T = 287$ К; число Рейнольдса, посчитанное по параметрам набегающего потока и средней аэродинамической хорде b_a (САХ) крыла, равно $Re = 1.6 \times 10^6$.

Модель была установлена на подфюзеляжной стойке при наличии экрана, моделирующего взлетно-посадочную полосу. Она находилась на расстоянии $2b_a$ от экрана относительно задней кромки крыла в месте расположения САХ. Модель включала в себя механизированное крыло с двухсекционными предкрылками, отклоненными на угол $\delta_{\text{пр}} = 24/28^\circ$ (внутренняя/внешняя секция), и двухсекционными однощелевыми закрылками с углами отклонения $\delta_3 = 36/32^\circ$ (внутренняя/внешняя секция), фюзеляж, пилон с проточной мотогондолой, вертикальное и горизонтальное оперение. Предкрылки выполнены по всему размаху крыла с разрывом по пилоному мото-

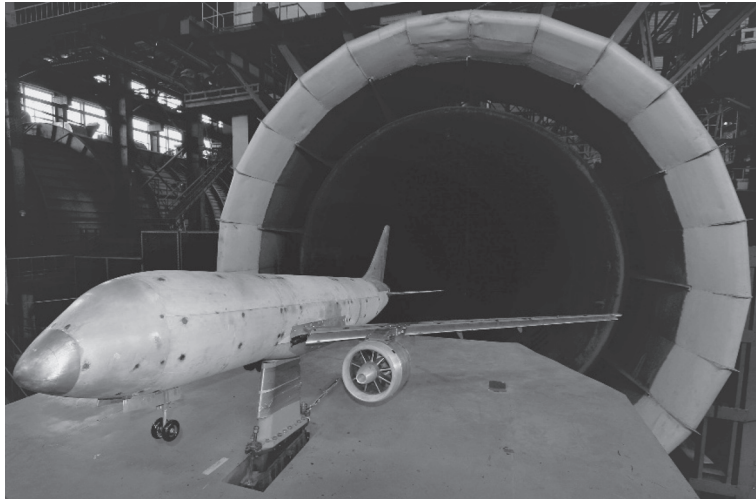


Рис. 1. Модель магистрального самолета в трубе Т-104.

гондолы. Геометрия модели близка к геометрии, исследованной экспериментально в [15]. Механизованное крыло и фюзеляж идентичны рассматриваемым в [5, 6, 16].

Ламинарно-турбулентный переход на модели не фиксировался. Для измерения аэродинамических нагрузок, действующих на модель, использовались внутримодельные шестикомпонентные тензометрические весы. Их приведенная среднеквадратичная погрешность менее 0.1%. Испытания модели выполнены в диапазоне углов атаки $\alpha = 0-15^\circ$, включающем критический угол атаки $\alpha_{\text{крит}}$, на котором реализуется максимальный коэффициент подъемной силы $C_{y\text{max}}$.

Предварительные расчеты данной компоновки самолета, выполненные путем решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, выявили особенности обтекания крыла [5]. В частности, расчеты при числе $Re = 3 \times 10^6$ и критическом угле атаки выявили наличие основного отрыва потока в области стыка крыла с фюзеляжем и небольшого отрыва в следе за пилоном.

Поэтому подавление отрывов потока на механизированном крыле с помощью выдува струй осуществлялось в двух местах: на стыке пилон с крылом и на стыке фюзеляжа с крылом (на рис. 2 представлена схема выдува, вид сверху).

Всего исследовано четыре варианта выдува струй.

A – выдув струи из щелевого сопла с относительной высотой $h/b_a = 0.07\%$ и длиной вдоль размаха крыла $z/b_a = 7.8\%$ на стыке фюзеляжа с крылом под номинальным углом $\gamma = 29.5^\circ$ к горизонтальной плоскости крыла (рис. 3а);

B – выдув струи из щелевого сопла с относительной высотой $h/b_a = 0.09\%$ и длиной вдоль размаха $z/b_a = 20.9\%$ на стыке пилон мотогондолы с крылом под номинальным углом $\gamma = 22.6^\circ$ к горизонтальной плоскости крыла (рис. 3б);

B – тангенциальный выдув струи на стыке пилон мотогондолы с крылом из щелевого сопла с относительной высотой $h/b_a = 0.05\%$ и длиной вдоль размаха $z/b_a = 20.9\%$ (рис. 3в);

Г – комбинированный выдув на стыке фюзеляжа с крылом и на стыке пилон с крылом под углом к поверхности, объединяющий типы *A* и *B*.

В вариантах *A* и *B* выдув осуществлялся под заданными, относительно небольшими, углами к поверхности. Такой выдув технически реализовать проще, чем выдув тангенциальной струи, так как в этом случае проще организовать стык щелевого сопла с поверхностью крыла.

Вариант *Г* соответствует одновременному выдуву струй в обеих критических областях, подверженных отрыву. Как указано выше, в [5] численно было показано, что одновременное управление обтеканием в этих областях приводит к большему приращению подъемной силы, чем подавление отрыва в одной из них. С целью воздействия на обтекание крыла в [5] использованы пассивные средства – аэродинамические гребни (вихрегенераторы).

Площадь щелевого сопла для выдува тангенциальной струи на стыке пилон с крылом в 1.9 раза больше площади сопла на стыке фюзеляжа с крылом, а площадь сопла на стыке пилон с крылом для выдува струи под углом – в 3.4 раза больше.

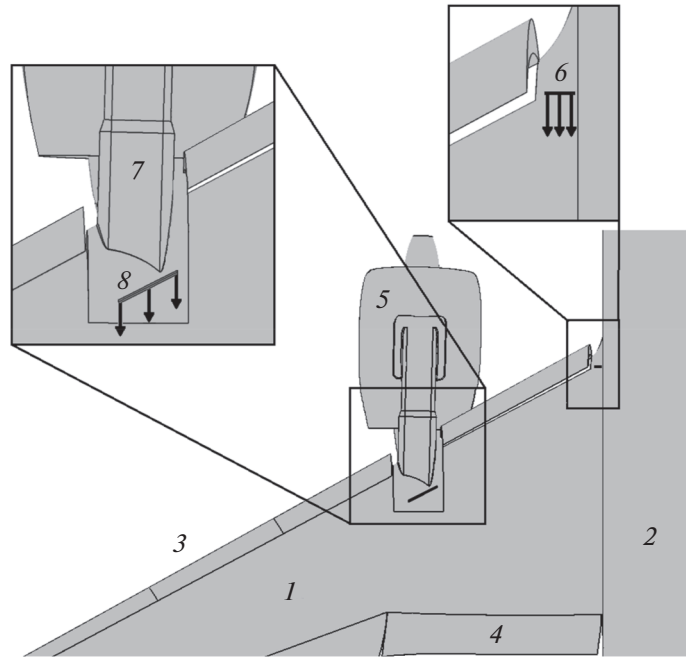


Рис. 2. Схема расположения щелевых сопел для выдува струй на стыках пилона с крылом и фюзеляжа с крылом: 1 – механизированное крыло, 2 – фюзеляж, 3 – предкрылок, 4 – закрылок, 5 – мотогондола, 6 – выдув струи на стыке фюзеляжа с крылом, 7 – пилон, 8 – выдув струи на стыке пилона с крылом.

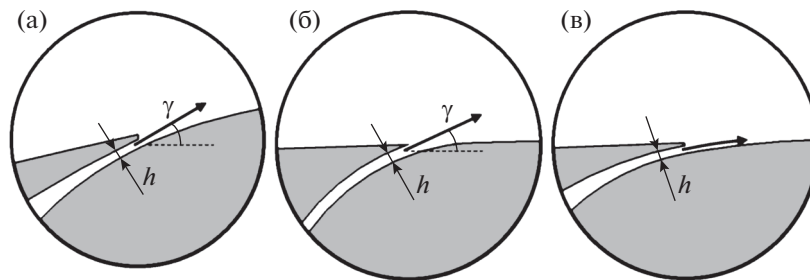


Рис. 3. Схема выдува на стыках фюзеляжа с крылом (а – под углом) и пилона с крылом (б – под углом, в – тангенциально).

Подвод сжатого воздуха к щелевым соплам осуществлялся через профилированную стойку в нижней части фюзеляжа (см. рис. 1) и затем через внутренние каналы левой и правой консоли крыла. Внутри крыла в полости для подвода сжатого воздуха был установлен приемник полного давления. Также приемник полного давления был в щелевом сопле на стыке фюзеляжа с крылом, а в щелевых соплах на стыке пилона с крылом – приемники полного и статического давления. Кроме того, измерялась температура струи. Интенсивность струи варьировалась с помощью изменения ее полного давления в диапазоне: $P_{0jet} = 2.5-4.5$ атм.

Массовый расход струи \dot{m} , скорость истечения V_{jet} и коэффициент импульса C_m струи рассчитывались согласно [2]

$$\dot{m} = S_{jet} P_{0jet} \sqrt{\frac{\kappa}{RT_{0jet}} \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}}$$

$$V_{jet} = \sqrt{2RT_{0jet} \left(\frac{\kappa}{\kappa-1} \right) \left(1 - \left(\frac{P_{\infty}}{P_{0jet}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right)}$$

$$C_{\mu} = \frac{\dot{m} \cdot V_{jet}}{S \cdot q_{\infty}}$$

где $\kappa = 1.4$ – отношение удельных теплоемкостей, $R = 287$ Дж/(кг·К) – газовая постоянная, T_{0jet} – полная температура в струе, P_{0jet} – полное давление в струе, P_{∞} – статическое давление набегающего потока, S_{jet} – площадь щели, S – характерная площадь крыла, q_{∞} – скоростной напор набегающего потока воздуха. Представленные значения физических величин соответствуют выдуву струй на обеих консолях крыла.

В [1] указано, что выдув тонкой струи вблизи стенки может служить эффективным средством управления отрывом потока. Так как поток газа теряет импульс под влиянием вязкости и неблагоприятного градиента давления, действующих на его пути вблизи стенки, то выдув продольной струи в данной области увеличивает количество движения газа. Струя смешивается с потоком газа в пограничном слое и таким образом увеличивает импульс этого потока, что затягивает или предотвращает отрыв. В [1] также указано, что основным критерием подобия в этом случае обычно является C_{μ} .

РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

Все зависимости коэффициента подъемной силы для компоновок с выдувом струй приведены с исключением реакции струй. Они получены по оценочной формуле

$$C_{ya} = \frac{Y_{abal} - Y_{ajet} \cos(\alpha - \alpha_0)}{q_{\infty} S}$$

где Y_{abal} – измеренная аэродинамическими весами величина подъемной силы компоновки с выдувом струй при наличии набегающего потока; Y_{ajet} – измеренная весами величина подъемной силы компоновки при нулевой скорости набегающего потока для определенного угла атаки α_0 .

Для данной оценки проводились отдельные измерения составляющей реакции струи Y_{ajet} для каждого варианта струй при единственном угле атаки α_0 при нулевой скорости набегающего потока в аэродинамической трубе. Следует отметить, что здесь не учтено произведение X -составляющей реакции струи на $\sin(\alpha - \alpha_0)$ из-за его малости.

Зависимости коэффициента подъемной силы C_{ya} и приращения коэффициента подъемной силы ΔC_{ya} по отношению к базовой компоновке от угла атаки α представлены на рис. 4. Кривая 1 соответствует базовой компоновке, а кривые 2–5 на обоих графиках соответствуют конфигурации с выдувом струи различной интенсивности из щелевого сопла, расположенного вблизи передней кромки крыла в области его сочленения с фюзеляжем под углом $\gamma = 29.5^\circ$ к горизонтальной плоскости (вариант А).

Как следует из приведенных на рис. 4а зависимостей $C_{ya}(\alpha)$, увеличение интенсивности выдува струи приводит к повышению подъемной силы крыла во всем исследованном диапазоне углов атаки. Это свидетельствует о том, что выдув из передней кромки крыла улучшает обтекание не только его верхней поверхности, но также и корневой части отклоненных закрылков. При максимальной интенсивности выдува струи с коэффициентом импульса $C_{\mu} = 0.003$ (кривая 5 на рис. 4) коэффициент подъемной силы при малых углах атаки возрастает на $\Delta C_{ya} = 0.05$, а максимальный коэффициент подъемной силы $\Delta C_{ya_{max}}$ возрастает на 2.8% по сравнению с базовой компоновкой.

Величина критического угла атаки $\alpha_{крит}$, соответствующего значению $C_{ya_{max}}$, практически не изменяется при увеличении интенсивности выдува.

На рис. 5–7 приведены зависимости приращений коэффициента подъемной силы ΔC_{ya} модели самолета от угла атаки по отношению к базовой компоновке для рассмотренных вариантов выдува струи.

При выдуве струи под углом $\gamma = 22.6^\circ$ к горизонтальной плоскости крыла на стыке пилона с крылом (вариант Б) происходит повышение подъемной силы в широком диапазоне углов атаки,

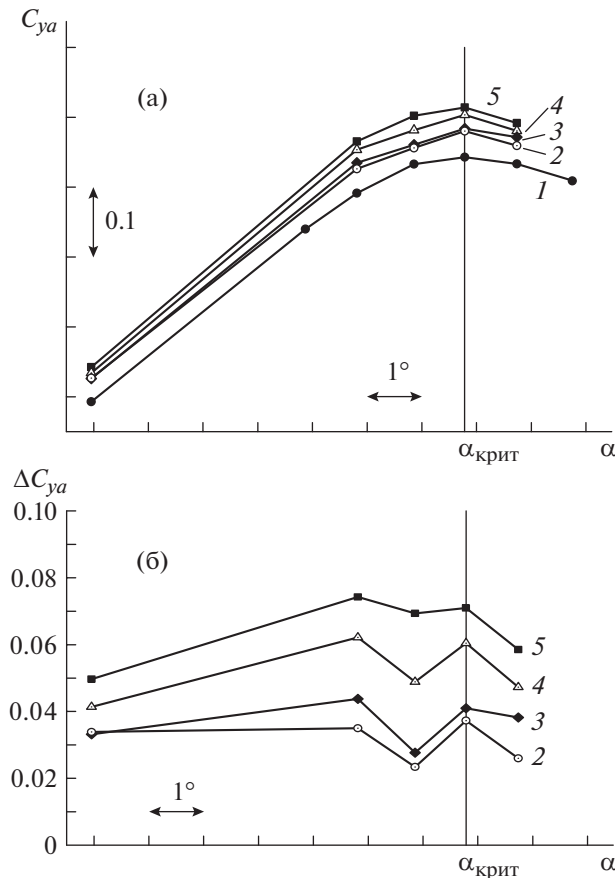


Рис. 4. Зависимости коэффициента подъемной силы (а) и приращения коэффициента подъемной силы (б) от угла атаки при выдуве струи на стыке крыла с фюзеляжем под углом $\gamma = 29.5^\circ$ к поверхности (вариант А): 1 – базовая конфигурация без выдува, 2 – коэффициент импульса струи $C_{\mu} = 0.0014$, 3 – 0.0018, 4 – 0.0021, 5 – 0.0030.

однако величина приращения коэффициента максимальной подъемной силы значительно снижается при критическом угле атаки (см. рис. 5).

При совместном выдуве струй под углом к поверхности крыла в областях сочленения крыла с фюзеляжем и мотогондолой двигателя (вариант Г) существенно возрастают величины приращений коэффициента подъемной силы вследствие увеличения суммарного коэффициента импульса струй (см. рис. 6).

На данной компоновке крыла присутствуют два наиболее существенных отрыва [5]: на стыке крыла с фюзеляжем и в следе за пилоном. Именно поэтому в этих областях осуществляется управление обтеканием с помощью выдува струи. При подавлении одного отрыва несущие свойства повышаются, однако второй отрыв относительно быстро приводит к деградации аэродинамических характеристик. Использование одновременного выдува струй в обеих критических областях ведет к затягиванию или подавлению обоих отрывов. Это позволяет существенно улучшить несущие свойства. Такой эффект аналогичен результату, полученному в [5], где одновременное использование вихрегенераторов в этих областях также привело к максимальному увеличению несущих свойств.

Применение тангенциального выдува струи в области стыка крыла с пилоном мотогондолы приводит к сравнительно равномерному приращению коэффициента подъемной силы в исследованном диапазоне углов атаки (см. рис. 7).

При всех рассмотренных вариантах критический угол атаки (при выбранной дискретизации) не увеличивается, независимо от местоположения щелевого сопла и интенсивности выдува.

На рис. 8 дано сравнение зависимостей приращений коэффициента подъемной силы $\Delta C_{ya av}$, осредненных по всему исследованному диапазону углов атаки, для различных вариантов выдува,

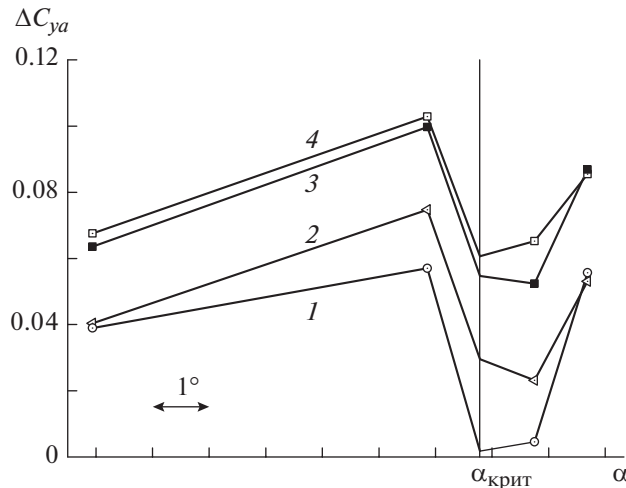


Рис. 5. Зависимости приращения коэффициента подъемной силы от угла атаки при выдуве струи на стыке пилона с крылом под углом $\gamma = 22.6^\circ$ к поверхности (вариант Б): 1 – $C_\mu = 0.005$, 2 – 0.008, 3 – 0.010, 4 – 0.011.

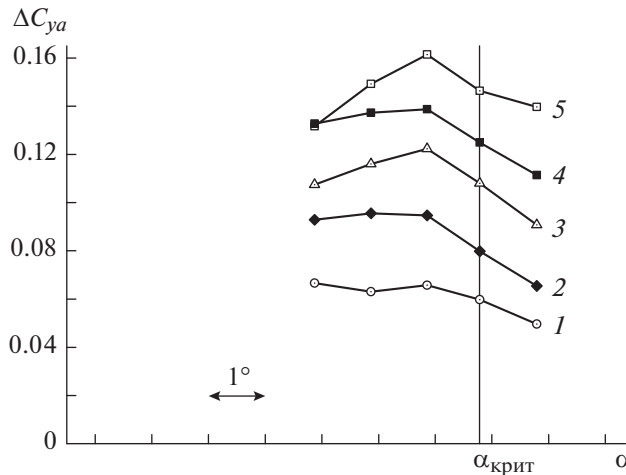


Рис. 6. Зависимости приращения коэффициента подъемной силы от угла атаки при комбинированном выдуве струи под углом к поверхности крыла в областях его сочленения с пилоном и фюзеляжем (вариант Г): 1 – $C_\mu = 0.0067$, 2 – 0.0085, 3 – 0.0104, 4 – 0.012, 5 – 0.014.

от располагаемого коэффициента импульса выдуваемых струй. Согласно приведенным данным, выдув струи на стыке фюзеляжа с крылом (вариант А) для данной компоновки более эффективен, чем выдув на стыке пилона с крылом (вариант Б). Для получения одинаковой величины приращения коэффициента подъемной силы $\Delta C_{ya\ av} \approx 0.06$ при выдуве на стыке фюзеляжа с крылом требуется величина коэффициента импульса струи $C_\mu \approx 0.0027$, которая более чем в три раза меньше потребной величины $C_\mu \approx 0.0092$ при выдуве в области сочленения крыла с пилоном двигателя. Совместный выдув струй в местах сопряжения крыла с фюзеляжем и с пилоном двигателя (вариант Г) позволяет получить наибольшую величину приращения коэффициента подъемной силы $\Delta C_{ya\ av} \approx 0.146$ за счет большого суммарного коэффициента импульса струй $C_\mu \approx 0.014$. Однако эффективность этого комбинированного варианта выдува, которая определяется величиной отношения $\Delta C_{ya\ av}/C_\mu \approx 10$, более чем в два раза меньше, чем при выдуве струи только в области фюзеляжа ($\Delta C_{ya\ av}/C_\mu \approx 22$). Это обусловлено тем, что основной отрыв на данной компоновке реализуется в области стыка крыла с фюзеляжем, а также меньшей площадью сопла в этой области.

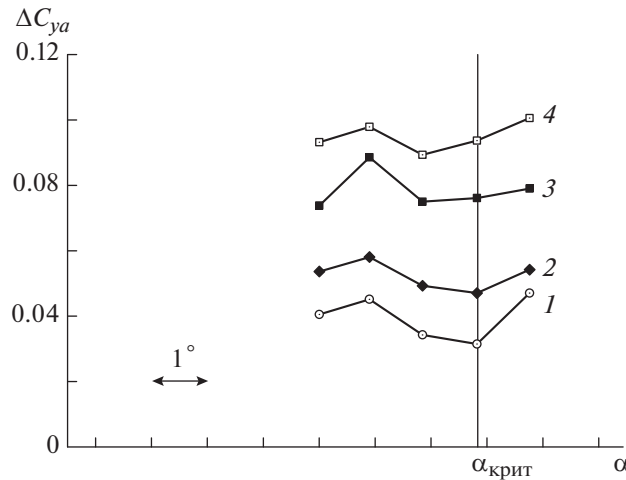


Рис. 7. Зависимости приращения коэффициента подъемной силы от угла атаки при тангенциальном выдуве струи на стыке пилона с крылом (вариант *B*): 1 – $C_{\mu} = 0.0038$, 2 – 0.0050 , 3 – 0.0072 , 4 – 0.0081 .

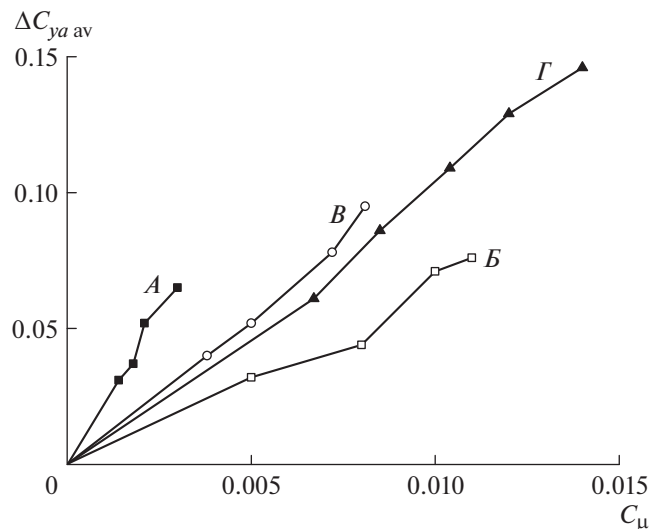


Рис. 8. Зависимости средних приращений коэффициента подъемной силы от коэффициента импульса C_{μ} для вариантов выдува струй: *A* – выдув на стыке фюзеляжа с крылом под углом к поверхности, *B* – выдув на стыке пилона с крылом под углом к поверхности, *B* – тангенциальный выдув на стыке пилона с крылом, *G* – комбинированный выдув вариантов *A* и *B*.

Тангенциальный выдув струи из щелевого сопла (по касательной к верхней поверхности крыла) в месте стыка крыла с пилоном мотогондолы (вариант *B*) позволяет получить значительно большие величины приращений коэффициента подъемной силы, чем при выдуве струи под углом к поверхности крыла в этой области (вариант *B*). Тангенциальный выдув в месте сочленения крыла с пилоном также более эффективен, чем совместный выдув струй под углами к поверхности крыла в областях его сочленения с фюзеляжем и пилоном (вариант *G*).

Следует отметить, что выдув тангенциальной струи осуществлялся из щелевого сопла меньшей площади (примерно в 1.7 раза), что ведет к большей скорости истечения V_{jet} в $\sim 1.1-1.15$ раза при одинаковом C_{μ} . Однако меньшая эффективность наклонной струи по сравнению с тангенциальной, по-видимому, вызвана тем, что часть ее импульса и расхода при выдуве под углом к поверхности не попадает в пограничный слой и не используется для подавления отрыва. А в случае выдува тангенциальной струи весь ее импульс и расход используются для подавления отрыва. Однако при этом у тангенциальной струи повышаются потери на трение о поверхность. Тем не менее игра этих двух факторов привела к большей эффективности тангенциальной струи.

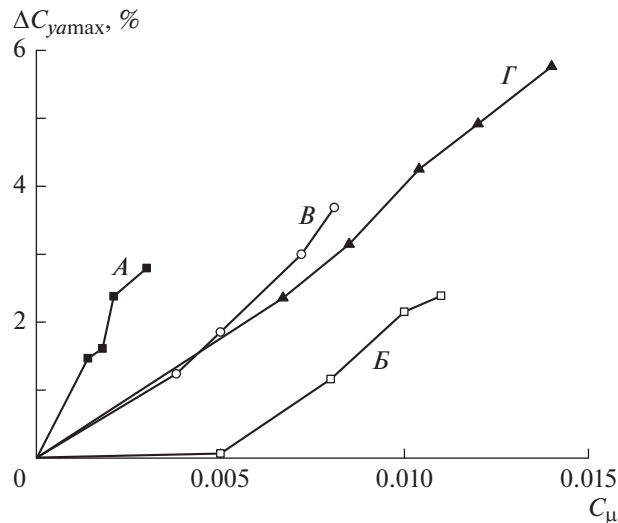


Рис. 9. Зависимости приращений коэффициента максимальной подъемной силы при выдуве струй: *A* – выдув на стыке фюзеляжа с крылом под углом к поверхности, *B* – выдув на стыке пилона с крылом под углом к поверхности, *B* – тангенциальный выдув на стыке пилона с крылом, *Г* – комбинированный выдув вариантов *A* и *B*.

На рис. 9 представлены зависимости приращения максимального коэффициента подъемной силы $\Delta C_{y_{max}}$ модели самолета от коэффициента импульса струй для различных вариантов выдува.

Приведенные зависимости $\Delta C_{y_{max}}(C_\mu)$ подтверждают выводы, сделанные на основе данных, представленных на рис. 8. Наиболее эффективным является выдув струи в области сочленения крыла с фюзеляжем (вариант *A*). Увеличение коэффициента импульса струи в исследованном диапазоне его изменения ($C_\mu \leq 0.003$) приводит к практически линейному приращению коэффициента максимальной подъемной силы, которое составляет до 2.8% от величины $C_{y_{max}}$ базовой компоновки самолета. Выдув струи с такой же интенсивностью в области стыка крыла с пилоном мотогондолы практически не оказывает влияния на величину $C_{y_{max}}$. Приблизительно такой же уровень относительного приращения максимальной величины коэффициента подъемной силы при использовании этого варианта достигается лишь при выдуве струи сравнительно большой интенсивности $C_\mu \approx 0.012$ (если экстраполировать экспериментальные данные).

Наибольшие приращения коэффициента максимальной подъемной силы обеспечиваются при совместном выдуве струй под углом к поверхности крыла в области сочленения крыла с фюзеляжем и с пилоном двигателя (5.8% при $C_\mu \approx 0.014$), а также при тангенциальном выдуве струи только в области стыка крыла с пилоном (3.7% при $C_\mu \approx 0.008$).

Сравнение тангенциального и наклонного выдува в области стыка пилона с крылом (вариант *B* и *B* на рис. 9) показывает, что для достижения одинакового $\Delta C_{y_{max}}$ наклонный выдув требует C_μ на ~ 0.005 больше, чем тангенциальный.

Высокая эффективность тангенциального выдува струи даже в области локального отрыва свидетельствует о возможности существенного повышения несущих свойств крыла за счет комбинированного его применения как в области сочленения крыла с фюзеляжем, так и с пилоном мотогондолы двигателя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены экспериментальные исследования влияния локального выдува струй малой интенсивности из щелевых сопел на несущие свойства крыла с отклоненной взлетно-посадочной механизацией на модели магистрального самолета в аэродинамической трубе Т-104 ЦАГИ при числах Маха набегающего потока $M = 0.16$ и Рейнольдса $Re = 1.6 \times 10^6$.

Показано, что выдув струи из сопла под углом к передней части поверхности крыла в области его сочленения с фюзеляжем приводит к практически монотонному повышению несущих

свойств модели самолета с увеличением коэффициента импульса струи. Этот вариант выдува обеспечивает большее приращение подъемной силы при наименьших затратах сжатого воздуха, чем выдув струй в области стыка крыла с пилоном мотогондолы двигателя.

Сравнительный анализ эффективности выдува струй по касательной к поверхности крыла (тангенциальный выдув) и под углом к ней в области сочленения крыла с пилоном показал, что для достижения одинакового выигрыша в максимальной подъемной силе при использовании тангенциального выдува струи требуется C_{μ} приблизительно на 0.005 меньше, чем при выдуве струи под углом к поверхности крыла.

Комбинированный выдув струй под углом к поверхности крыла в областях его сочленения с фюзеляжем и пилоном двигателя обеспечил приращение коэффициента максимальной подъемной силы крыла приблизительно на 5.8% при наибольшей суммарной величине коэффициента импульса струй $C_{\mu} \approx 0.014$. Для более значительного повышения величины $C_{y_{\max}}$ при меньших потребных затратах сжатого воздуха целесообразно использовать тангенциальный выдув струй из щелевых сопел в корневой передней части крыла и в области его сочленения с пилоном мотогондолы двигателя.

Авторы выражают благодарность коллективу аэродинамической трубы Т-104 ЦАГИ, а также научным сотрудникам к.т.н. И.Л. Чернышеву, к.ф.-м.н. Н.Н. Брагину и В.В. Янину за помощь в проведении экспериментов.

Данная работа была частично (обработка результатов) поддержана грантом Российского научного фонда № 21-19-00659, <https://rscf.ru/en/project/21-19-00659/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чжен П. Управление обтеканием потока. М.: Мир, 1976. 552 с.
2. Петров А.В. Энергетические методы увеличения подъемной силы крыла. М.: Физматлит, 2011. 404 с.
3. Брутян М.А. Задачи управления течением жидкости и газа. М: Наука, 2015. 271 с.
4. Bohannon K. Passive Flow Control on Civil Aircraft Flaps Using Sub-Boundary Layer Vortex Generators in the AWIATOR Programme // AIAA Paper. 2006–2858. 2016. 10 p.
5. Воеводин А.В., Судаков В.Г. Управление обтеканием модели самолета в посадочной конфигурации с помощью аэродинамических гребней // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 1. С. 78–85.
6. Soudakov V.G., Voyevodin A.V., Mamonova E.E. Vortex flow on the wing of aircraft and flow control to improve lift properties // IOP Conf. Ser.: Journal of Physics: Conf. Ser. 1268 012067. 2019. 5 p.
7. Fricke S., Ciobaca V., Kröhnert A., Wild J., Blesbois O. Active Flow Control Applied at the Engine-Wing Junction // CEAS Paper 249, 2015. 12 p.
8. Fricke S., Ciobaca V., Wild J., Norman D. Numerical Studies of Active Flow Control Applied at the Engine-Wing Junction // Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design. 2016. V. 131. P. 397–411.
9. Schloesser P., Soudakov V., Bauer M., Wild J. Active Separation Control at the Pylon-Wing Junction of a Real-Scale Model // AIAA Journal. 2019. V. 57. № 1. P. 132–141.
10. Monat S., Possti M., Yaniv A., Mizrahi B., Drori O., Seifert A., Junaid U. Suction and pulsed blowing for control of local wing-engine-slat-cut out flow separation. The INAFLOWT Project // AIAA Paper 2020–2953, 2020.
11. Ullah J., Prachař A., Šmíd M., Seifert A., Soudakov V., Lutz T., Krämer E. Reynolds number and wind tunnel wall effects on the flow field around a generic UHBR engine high lift configuration // CEAS Aeronautical Journal. 2020. V. 11. P. 1009–1023.
12. Hue D., François C., Dandois J., Gebhardt A. Simulations of an aircraft with constant and pulsed blowing flow control at the engine/wing junction // Aerospace Science and Technology. 2017. V. 69. P. 659–673.
13. Lengers M. Industrial assessment of overall aircraft driven local active flow control // ICAS Paper 2014–175. 2014. 11 p.
14. Ciobaca V., Stefes B., de Bruin A., Bauer M., Schloesser P., de Blecourt A., Bier N., Zhai J., Meyer M., Wild J. Wind tunnel experiments with local active flow control for aircraft towards future flight testing // ICAS 2018-646. 2018. 16 p.
15. Брагин Н.Н., Болсуновский А.Л., Бузоверя Н.П., Губанова М.А., Скоморохов С.И., Хозяинова Г.В. Исследования по совершенствованию аэродинамики взлетно-посадочной механизации крыла пассажирского самолета // Уч. зап. ЦАГИ. 2013. Т. 44. № 4. С. 4–14.
16. Воеводин А.В., Судаков В.Г. Статический гистерезис аэродинамических характеристик модели самолета на посадочном режиме // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 4. С. 68–74.

УДК 532.5-1/-9

ЗАДАЧА О БЛОКИРОВАНИИ ТЕХНОГЕННОЙ ТРЕЩИНЫ В ПЛАСТЕ СУСПЕНЗИОННОЙ СМЕСЬЮ

© 2022 г. А. Я. Гильманов^{a,*}, К. М. Федоров^{a,**}, А. П. Шевелев^{a,***}^a Физико-технический институт, Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

*E-mail: a.y.gilmanov@utmn.ru

**E-mail: k.m.fedorov@utmn.ru

***E-mail: alexandershevelev@mail.ru

Поступила в редакцию 03.05.2022 г.

После доработки 13.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

Рассматривается решение задачи о блокировании техногенной трещины в пласте суспензионной смесью. Используется математическая модель, основанная на законах сохранения массы дисперсных частиц и несущей жидкости. Скорость течения дисперсных частиц по трещине рассчитывается из закона Пуазейля, отток несущей жидкости в пласт описывается законом Дарси. Определено наличие контактного разрыва, соответствующего переднему фронту оторочки суспензии. Показано, что при достижении фронтом оторочки суспензии конца трещины начинается движение отраженной волны в виде разрыва объемной доли дисперсных частиц навстречу потоку, трещина начинает блокироваться с этого конца. Установлено, что продвижение обратной волны постепенно замедляется, поэтому заблокировать всю трещину оказывается проблематичным.

Ключевые слова: закон сохранения массы, техногенная трещина, дисперсные частицы, объемное содержание частиц в потоке, распределение давления, контактный разрыв, отраженная волна

DOI: 10.31857/S0568528122600230

В нефтяном пласте могут иметься пропластки суперколлекторов с проницаемостью, в сотни и тысячи раз превышающей проницаемость остальной части пласта, а также высокопроводящие каналы, вызванные региональной трещиноватостью определенного направления. При превышении давлением закачки воды критической величины происходит образование трещины гидроразрыва пласта (ГРП) или автогидроразрыва пласта (автоГРП), что сводит на нет достоинства технологии заводнения. Закачиваемая вода быстро прорывается в добывающие скважины, приводя к значительному обводнению продукции и снижению коэффициента охвата пласта заводнением. Примерами такого развития событий при заводнении являются наличие суперколлектора на Талинской площади [1], развитие трещин автоГРП на Приобском месторождении [2] и ряд других случаев.

Мероприятиями, препятствующими такому развитию событий, являются так называемые потокоотклоняющие технологии (ПОТ) [3]. Основой этих технологий является закачка реагентов, в первую очередь, суспензий, проникающих в каналы и трещины с высокой проводимостью, но не способных фильтроваться в основной массе пласта.

В данной работе рассматривается задача о блокировании частично или полностью трещины автоГРП. Определение давления образования автоГРП обычно проводится с использованием двухшагового расходного теста [4]. В ходе этого теста при переходе от одного шага к другому расход закачиваемой воды изменяется и измеряется динамика забойного давления. Отслеживание динамики развития трещины автоГРП и оценка ее параметров осуществляются в ходе регистрации непрерывной кривой изменения давления во времени в процессе смены режимов работы скважины [5]. Контроль за возникновением и развитием трещины автоГРП в промысловых условиях можно проводить методом гидропрослушивания [6]. Более полную информацию по образованию трещин автоГРП дают керновые исследования, например, с помощью бразильского теста [7], в ходе которого керн сжимается в диаметральной плоскости.

Исследования на керне не позволяют детально отследить динамику развития трещины автоГРП на больших масштабах, поэтому актуальным является математическое моделирование этого процесса. В [8] предлагается полуаналитическая модель распространения трещины автоГРП на основе теории напряженного состояния Био [9], которая определяет режим развития трещины. Кроме того, ряд работ [10–12] посвящен применению геомеханического подхода для определения размеров трещины ГРП. Существуют трехмерные модели [13] для описания динамики развития трещины ГРП на основе такого подхода. В [11] отмечается, что скорость закачки реагента в трещину ГРП влияет на ее форму. Геомеханический подход также позволяет оценить взаимодействие трещины ГРП с естественными трещинами в пласте [14]. В целом такой подход позволяет найти параметры трещины ГРП или автоГРП и спрогнозировать ее развитие, но не описывает движения флюида в трещине.

Подходы механики многофазных систем нашли широкое применение к задачам о вытеснении одного флюида другим в пористой среде [15–17]. Развитие этих подходов с учетом эллиптического контура питания позволяет решить задачу о притоке флюида к скважине при наличии трещины ГРП [18]. Кроме того, существуют математические модели, описывающие течение флюида в трещине при воздействии электромагнитным полем [19]. Рассмотренные модели, однако, не описывают блокирования трещины автоГРП, что может быть необходимо для предотвращения притока воды в реагирующие добывающие скважины для снижения обводненности продукции. Решение указанной задачи приводится впервые в настоящей статье.

Для оценки влияния параметров трещины на обводненность окружающих добывающих скважин необходимо рассмотреть секторную модель пласта вблизи трещины. По промысловым данным в результате образования трещин автоГРП эффективность закачки воды может снизиться до 50% из-за более быстрого прорыва воды по трещине [20]. Для оценки влияния трещин автоГРП в работе [21] вводится безразмерный параметр эффективности заводнения. Этот коэффициент показывает отношение объема закачанной воды в идеальном случае, рассчитанном по уравнению материального баланса, к фактическому объему закачки воды.

Модели блокирования трещин рассматривают поток жидкости в трещине с учетом транспорта реагента и оттока воды из боковых стенок трещины в пласт. Как правило, рассматриваются одномерные течения как внутри трещины, так и в пласте. В [22] разработана модель блокирования трещины гелеобразующим составом, в которой координата фронта закачиваемого геля в трещине рассчитывается из уравнения материального баланса. Модель также позволяет определить проницаемость трещины с учетом наличия геля в ней.

Более сложные модели, которые можно применить для описания рассматриваемого процесса, рассматривают размещение, например, проппанта в трещине ГРП как течение суспензии [23–25]. В работе предлагается развитие этого направления для описания процесса блокирования техногенной трещины полимер-дисперсной смесью. Такое описание предлагается впервые. В качестве дисперсных частиц применяются частицы каолиновой глины, мела или древесной муки [26].

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ БЛОКИРОВАНИЯ ТРЕЩИНЫ СУСПЕНЗИОННЫМ СОСТАВОМ

Рассматривается задача о линейном одномерном потоке суспензии по трещине прямоугольной формы с длиной l , шириной w и высотой h , рис. 1. Трещина находится вблизи нагнетательной скважины. На контуре питания трещины L (половине расстояния между боковой границей трещины и ближайшей реагирующей добывающей скважиной) давление равно p_r , на конце трещины давление неизвестно и определяется переменной p_f . Суспензия закачивается при постоянном давлении на забое скважины p_w и движется по трещине со скоростью v . Отток жидкости из трещины через боковые поверхности трещины обозначен переменной q . Вводится декартова прямоугольная система координат с осью x , направленной вдоль трещины, и осью y , перпендикулярной ей.

Суспензия состоит из недеформируемых частиц, стабилизированных в водной фазе с примесью полимера или мягкого полимерного геля. Объемное содержание частиц в потоке равно α , полный расход суспензии по трещине составляет $Q = hwv$. Для трещины характерно отсутствие механизмов застревания частиц. Поток рассматривается в гомогенном приближении, когда скорости движения частиц и несущей фазы равны. Несущая жидкость движется по трещине и уходит в пласт за счет разности пластового давления и давления в трещине, отток несущей жидкости q

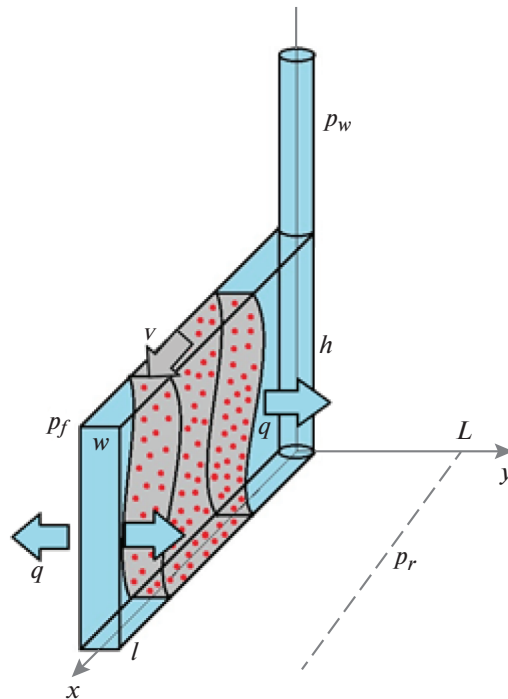


Рис. 1. Схематическое представление задачи о блокировании трещины автоГРП.

происходит через обе боковые стенки трещины. С учетом этих допущений уравнения сохранения массы частиц и несущей жидкости имеют вид

$$\frac{\partial (hw\alpha)}{\partial t} + \frac{\partial (hw\alpha v)}{\partial x} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial (hw(1-\alpha))}{\partial t} + \frac{\partial (hw(1-\alpha)v)}{\partial x} = -q \quad (1.2)$$

где t — время.

Движение суспензии по трещине рассматривается в безынерционном приближении, при котором уравнение сохранения импульса записывается из решения задачи о движении вязкой жидкости при ламинарном течении в параллелепипеде. Это решение имеет вид

$$v = -\frac{w^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.3)$$

где μ — вязкость несущей фазы, p — давление в трещине.

Отток несущей жидкости в пласт также полагается линейным, но в перпендикулярном направлении и определяется законом Дарси

$$q = \frac{kh_e}{\mu L} (p - p_r) \quad (1.4)$$

где k — проницаемость пласта, h_e — эффективная мощность пласта (за вычетом глинистых пропластков).

Рассматриваемая задача расщепляется на две: определение распределения давления в трещине и транспорт частиц в трещине.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В ТРЕЩИНЕ

Первая задача определяется уравнением для суммарного потока суспензии или суммой уравнений (1.1) и (1.2), в которое подставляются выражения скоростей потока по трещине и отток в пласт

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = \frac{12kh_e}{w^3 Lh} (p - p_r) \quad (2.1)$$

Для решения полученного уравнения необходимо два граничных условия. Первое определяется постоянством давления закачки суспензии в трещину. В качестве второго условия принимается равенство потока, подаваемого в трещину, и интегральной величины оттока жидкости в пласт

$$x = 0 : p = p_w, \quad -\left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{24kh_e}{(1 - \alpha_0)w^3 Lh} \int_0^l (p - p_r) dx \quad (2.2)$$

где α_0 – объемная доля дисперсных частиц в закачиваемой суспензии.

Эти граничные условия справедливы до тех пор, пока частицы суспензии не достигнут конца трещины. После этого момента трещина начинает блокироваться с конца, и ее размер сокращается до переменной величины x_f . Соответственно верхний предел интеграла в краевом условии (2.2) становится равен x_f .

Решение дифференциального уравнения (2.1) с учетом краевых условий (2.2) имеет вид

$$p = \frac{p_f - p_r - a\Delta p}{1 - a^2} a^{-(x/l-1)} + \frac{a(p_r - p_f) + \Delta p}{1 - a^2} a^{x/l} + p_r \quad (2.3)$$

где введены обозначения $\Delta p = p_w - p_r$, $a = \exp(-l\sqrt{12kh_e/(w^3 Lh)})$.

Значение давления на конце трещины определяется подстановкой выражения (2.3) во второе краевое условие (2.2):

$$p_f = \frac{D(\Delta p + 2p_r a + a\Delta p) + 2p_r - p_w}{1 + 2Da} \quad (2.4)$$

В формуле (2.4) введен безразмерный комплекс $D = \frac{h(1 - \alpha_0)}{2h_e(1 - a)^2}$, характеризующий степень падения давления в трещине в зависимости от соотношения проводимости пласта и трещины.

3. ОСНОВНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ЗАКАЧКЕ ОТОРОЧКИ СУСПЕНЗИИ В ТРЕЩИНУ

Рассмотрим случай закачки суспензии, состоящей из частиц глины и водного раствора полиакриламида, препятствующего гравитационной сегрегации суспензии в скважине и трещине. Расчеты проведены для модельных значений параметров пласта, трещины и суспензии: $k = 100$ мД, $\alpha_0 = 0.03$, $w = 2$ мм, $l = 200$ м, $L = 500$ м, $\mu = 1$ мПа·с, $p_w = 35$ МПа, $p_r = 25$ МПа, $h = 40$ м, $h_e = 30$ м.

Кроме распределения давления в трещине, интерес представляют отток жидкости из трещины и расход суспензии по трещине. Эти параметры можно получить из решения (2.3), подставляя его в формулы (1.3) и (1.4).

В зависимости от величины введенного безразмерного параметра D возможны следующие сценарии. При $D > 1$ по мере закачки суспензии несущая жидкость движется по трещине, частично отфильтровываясь в пласт. Давление вдоль трещины, интенсивность оттока несущей жидкости в пласт и скорость движения суспензии монотонно падают с ростом расстояния от скважины. Результаты расчетов давления в трещине и скорости оттока несущей фазы представлены на рис. 2а, а расхода суспензии в трещине – на рис. 2б.

При высокой проницаемости пласта давление и значения параметра $D < 1$ в трещине может снижаться ниже пластового, тогда на конце трещины наблюдается приток жидкости в пласт. Пример такого расчета приведен на рис. 3, где проницаемость пласта принималась равной 160 Д или 1.6×10^{-10} м², а параметр D становится меньше единицы. В этом случае расход суспензии в трещине становится немонотонным: его снижение происходит в начале трещины, а в области снижения давления в трещине ниже пластового (рис. 3а), наоборот, начинает расти (рис. 3б).

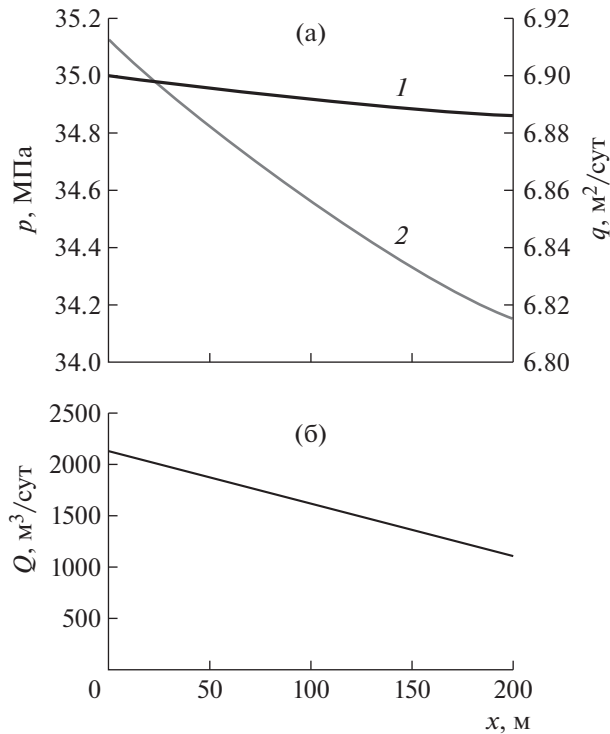


Рис. 2. (а) Распределение давления в трещине p (1) и оттока несущей жидкости в пласт q (2) при значении $D > 1$; (б) расход суспензии Q вдоль трещины.

4. ДВИЖЕНИЕ ОТОРОЧКИ ПО ТРЕЩИНЕ И ЕЕ БЛОКИРОВАНИЕ

Вторая задача состоит в определении эволюции оторочки частиц суспензии. При известном выражении для скорости потока суспензии в трещине (1.3) с учетом (2.3) уравнение переноса частиц суспензии (1.1) можно представить в характеристическом виде

$$\frac{dx}{dt} = v : \frac{d\alpha}{dt} = -\alpha \frac{dv}{dx} \quad (4.1)$$

Согласно этому решению, передний фронт оторочки суспензии представляет собой контактный разрыв, движущийся с переменной скоростью, траектория которого определяется формулой

$$t = \frac{wLh\mu(1-a^2)}{kh_e\sqrt{-\gamma\beta}} \left(\ln \left| \frac{1 + \sqrt{-\beta/\gamma} a^{-x/l}}{1 - \sqrt{-\beta/\gamma} a^{-x/l}} \right| - \ln \left| \frac{1 + \sqrt{-\beta/\gamma}}{1 - \sqrt{-\beta/\gamma}} \right| \right)$$

где введены обозначения $\beta = (p_r - p_f)a + a^2\Delta p$, $\gamma = \Delta p + (p_r - p_f)a$.

Расчетная траектория для приведенных параметров приведена на рис. 4а. Вдоль этой траектории объемное содержание частиц возрастает за счет оттока несущей жидкости в пласт. Решение для эволюции объемной доли частиц на фронте имеет вид:

$$\alpha = \alpha_0 \exp \left(- \frac{kh_e t}{wLh\mu(1-a^2)} \left((p_r - p_f)(a^{-(x/l-1)} - a^{(x/l+1)}) + \Delta p(a^{-(x/l-2)} - a^{x/l}) \right) \right)$$

Для реалистичного случая низкопроницаемого пласта, где в основном и появляются трещины автоГПП, объемная доля частиц на контактном фронте монотонно растет, а скорость фронта падает. Этот случай представлен на рис. 5а.

В случае $D < 1$ продвижение фронта постепенно замедляется, а объемная доля дисперсных частиц на фронте возрастает, пока идет отток несущей фазы в пласт и давление в трещине превосходит пластовое. Как только давление в трещине становится меньше пластового, рис. 3а, начинается приток несущей фазы в трещину, из-за этого объемная доля дисперсных частиц на фронте снижается, рис. 5б, причем, в силу увеличения скорости потока в трещине, движение фронта ускоряется, рис. 5б.

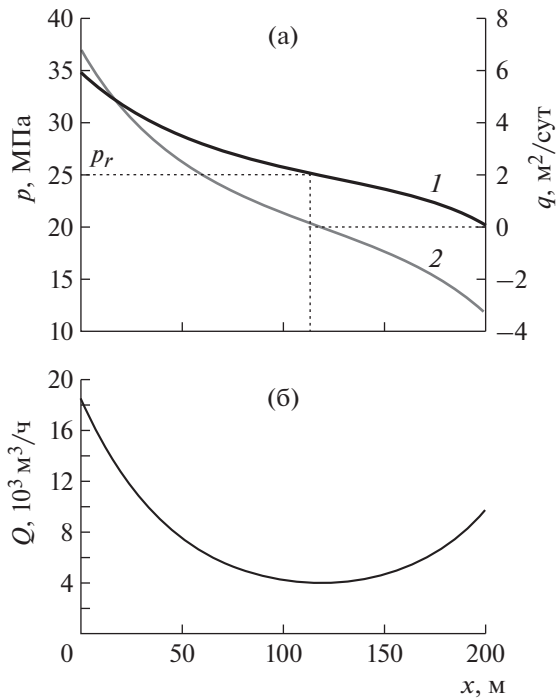


Рис. 3. (а) Распределение давления в трещине p (1) и оттока несущей жидкости в пласт q (2) при значении $D < 1$; (б) расход суспензии Q вдоль трещины.

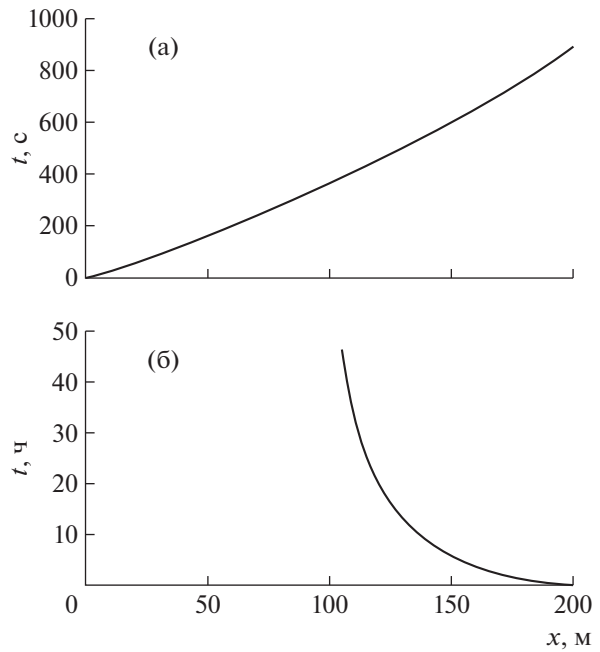


Рис. 4. (а) Траектория движения контактного разрыва, соответствующего переднему фронту оторочки; (б) траектория разрыва, разделяющего зону заблокированной трещины и зону притока суспензии.

Принципиальной особенностью процесса является установление стационарного распределения объемной доли дисперсных частиц в трещине на момент подхода фронта к ее концу. В дальнейшем эта особенность используется для упрощения процедуры получения полуаналитического решения.

При $t = t_0$ – в момент подхода контактного разрыва к концу трещины $x = l$ формируется разрыв объемной доли частиц, в котором перед фронтом разрыва $\alpha = \alpha^-$, а за разрывом $\alpha = 1$. Значение объемной доли частиц перед разрывом α^- определяется решением характеристической системы (4.1). Сформировавшийся разрыв движется как отраженная волна навстречу потоку, условия на разрыве имеют вид

$$(1 - \alpha^-) \frac{dx_f}{dt} + v^- \alpha^- = 0 \tag{4.2}$$

где v^- – значение скорости перед разрывом.

После этого момента давление p_f на фронте заблокированной зоны x_f становится величиной, зависящей от времени. Неявная зависимость от времени появляется при интегрировании краевого условия (2.2) по интервалу от 0 до x_f . После подстановки в (4.2) результата интегрирования по переменному интервалу можно получить уравнение для определения x_f от времени. К сожалению, указанная процедура чрезвычайно громоздкая, поэтому решение для α^- аппроксимировано квадратичной функцией с квадратом коэффициента корреляции $R^2 = 0.9992$

$$\alpha^- = F_1 x^2 + F_2 x + \alpha_0$$

где F_1, F_2 – числовые коэффициенты, для рассматриваемого случая они равны $F_1 = 4 \times 10^{-7} 1/\text{м}^2$ и $F_2 = 5 \times 10^{-5} 1/\text{м}$.

Решение уравнения (4.2) при условии $x_f(t_0) = l$ имеет вид

$$t = \int_l^{x_f} \frac{(1 + 2e^{-Mx_f}(B-1) + e^{-2Mx_f})(F_1x_f^2 + F_2x_f + \alpha_0 - 1)}{G(1 - e^{-2Mx_f})(F_1x_f^2 + F_2x_f + \alpha_0)} dx_f \tag{4.3}$$

где введены обозначения $G = \sqrt{kwh_e/(12Lh)} \Delta p (1 - B) / \mu$, $M = \sqrt{12kh_e/(w^3Lh)}$, $B = h(1 - \alpha_0)/(2h_e)$.

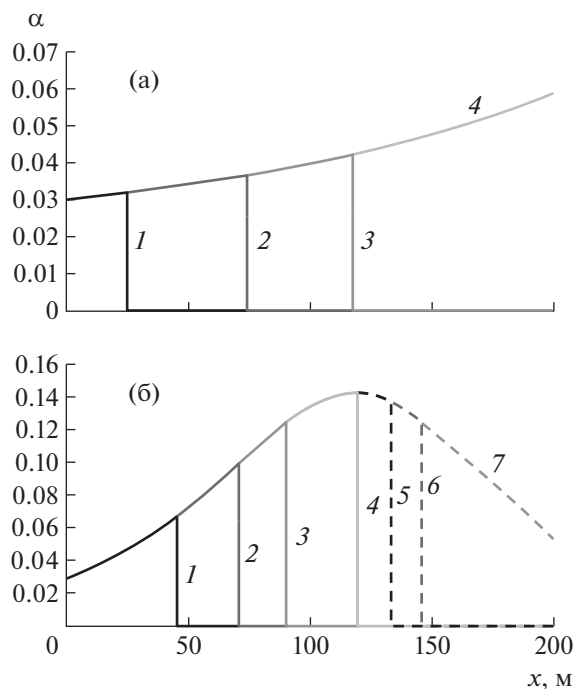


Рис. 5. (а) Движение оторочки суспензии по трещине при $D > 1$; (б) движение оторочки суспензии по трещине при $D < 1$. На рис. 5 а приведены кривые для следующих моментов времени: 100 с (1), 300 с (2), 500 с (3) и момента времени t_0 (4), когда фронт объемной доли дисперсных частиц достигает правой границы трещины. На рис. 5 б приведены кривые для следующих моментов времени: 1.25 с – 1, 2.5 с – 2, 3.75 с – 3, 6 с – 4, 7 с – 5, 8 с – 6 и момента времени t_0 – 7, когда фронт объемной доли дисперсных частиц достигает правой границы трещины.

Интеграл (4.3) определяется численно, например, по методу трапеций. Результаты расчетов динамики разрыва $x_r(t)$ представлены на рис. 4б. Как видно из полученного графика, скорость разрыва или расширения области блокирования трещины постепенно замедляется. Замедление разрыва или фронта блокирования трещины нарастает довольно быстро, что указывает на проблематичность полного блокирования трещины.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована задача о блокировании трещины автоГРП суспензией из частиц с размерами, превышающими размеры пор коллектора. Это позволяет продвинуть оторочку суспензии до конца трещины и затем начать ее блокирование.

Установлено, что для высокопроницаемых пластов возможен сценарий, когда несущая фаза отфильтровывается в пласт в начале трещины, в то время как пластовый флюид притекает в трещину ближе к ее концу. Выявлен безразмерный критерий подобия, когда возможна реализация этого сценария.

Выявлена структура решения задачи о блокировании трещины. На первом этапе суспензия движется с замедлением, но довольно быстро по трещине и достигает ее конца. На втором этапе формируется отраженная волна в виде разрыва, на котором и происходит блокирование трещины. Скорость этого разрыва замедляется, что показывает проблематичность полного блокирования трещины.

С использованием метода характеристик и уравнения на разрыве функций получены аналитические решения на всех этапах процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков В.П., Бриллиант Л.С. Геологические особенности коллекторов шеркалинской свиты Талинской площади // Нефтяное хозяйство. 2013. № 1. С. 18–22.
2. Байков В.А., Бураков И.М., Латыпов И.Д., Яковлев А.А., Асмандияров Р.Н. Контроль развития техногенных трещин автоГРП при поддержании пластового давления на месторождениях ООО «РН-Юганскнефтегаз» // Нефтяное хозяйство. 2012. № 11. С. 30–33.

3. Ручкин А.А., Ягафаров А.К. Оптимизация применения потокоотклоняющих технологий на Самотлорском месторождении. Тюмень: Изд-во “Вектор Бук”, 2005. 165 с.
4. Singh P., Agarwal R.G. Two-step rate test: new procedure for determining formation parting pressure // J. Pet. Technol. 1990. V. 42. № 1. P. 84–90.
<https://doi.org/10.2118/18141-PA>
5. Байков В.А., Давлетбаев А.Я., Усманов Т.С., Степанова З.Ю., Асмандияров Р.Н. Специальные гидродинамические исследования для мониторинга за развитием трещин ГРП в нагнетательных скважинах // Нефтегазовое дело. 2011. № 1. С. 65–77.
6. Давлетбаев А.Я., Байков В.А., Бикбулатова Г.Р., Асмандияров Р.Н., Назаргалин Э.Р., Слабецкий А.А., Сергейчев А.В., Нуриев Р.И. Промысловые исследования по изучению самопроизвольного развития техногенных трещин в нагнетательных скважинах // Society of Petroleum Engineers. Статья с конференции SPE-171232-RU. 2014. С. 1–9.
<https://doi.org/10.2118/171232-RU>
7. Cheng C., Milsch H. Hydromechanical investigations on the self-propping potential of fractures in tight sandstones // Rock Mech. Rock Eng. 2021. V. 54. P. 5407–5432.
<https://doi.org/10.1007/s00603-021-02500-4>
8. Шель Е.В., Кабанова П.К., Ткаченко Д.Р., Базыров И.Ш., Логвинюк А.В. Моделирование инициации и распространения трещины гидроразрыва пласта на нагнетательной скважине для нетрещиноватых терригенных пород на примере Приобского месторождения // ПРОНЕФТЬ. Профессионально о нефти. 2020. № 2 (16). С. 36–42.
<https://doi.org/10.7868/S2587739920020056>
9. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. М.: Недра, 1996. 447 с.
10. Смирнов Н.Н., Тагирова В.Р. Автомодельные решения задачи о формировании трещины гидроразрыва в пористой среде // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 1. С. 70–82.
11. Теодорович Э.В., Трофимов А.А., Шумилин И.Д. Форма плоской трещины гидроразрыва в упругой непроницаемой среде при различных скоростях закачки // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 4. С. 109–118.
12. Байков В.А., Булакова Г.Т., Ильясов А.М., Кашанов Д.В. К оценке геометрических параметров трещины гидроразрыва пласта // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 5. С. 64–75.
13. Киселев А.Б., Ли Кайжуй, Смирнов Н.Н., Пестов Д.А. Моделирование течения жидкости в трещине гидроразрыва неоднородно трещиностойкого пласта в плоско-трехмерной постановке // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 2. С. 15–28.
14. Акулич А.В., Звягин А.В. Взаимодействие трещины гидроразрыва с естественной трещиной // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 3. С. 104–112.
15. Смирнов Н.Н., Никитин В.Ф., Коленкина (Скрылева) Е.И., Газизова Д.Р. Эволюция поверхности раздела фаз при вытеснении вязких жидкостей из пористой среды // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 1. С. 80–93.
16. Голубятников А.Н., Смирнов Н.Н., Тагирова В.Р. Об оптимальной форме полости для сбора вязкой жидкости, насыщающей грунт // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 5. С. 113–119.
17. Ентов В.М. Микромеханика течений в пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 6. С. 90–102.
18. Каневская Р.Д. О притоке жидкости к скважине с вертикальной трещиной гидроразрыва в кусочно-однородном анизотропном пласте // Изв. РАН. МЖГ. 1999. № 2. С. 64–71.
19. Давлетбаев А.Я., Ковалева Л.А. Фильтрация высоковязкой нефти в пласте с трещиной гидроразрыва при воздействии высокочастотным электромагнитным полем // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 3. С. 91–97.
20. Давлетова А.Р., Федоров А.И., Шутский Г.А. Анализ риска самопроизвольного роста трещины гидроразрыва пласта в вертикальном направлении // Нефтяное хозяйство. 2019. № 6. С. 50–53.
<https://doi.org/10.24887/0028-2448-2019-6-50-53>
21. Feng N., Chang Y., Wang Z., Liang T., Guo X., Zhu Y., Hu L., Wan Y. Comprehensive evaluation of waterflooding performance with induced fractures in tight reservoir: a field case // Geofluids. 2021. V. 2021. P. 1–11.
<https://doi.org/10.1155/2021/6617211>
22. Seright R. Gel propagation through fractures // Society of Petroleum Engineers. Conference paper SPE 59316. 2000. P. 1–9.
<https://doi.org/10.2118/59316-MS>
23. Татосов А.В., Шляпкин А.С. Движение проппанта в раскрывающейся трещине гидроразрыва пласта // Изв. Саратов. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2018. Т. 18. № 2. С. 217–226.
<https://doi.org/10.18500/1816-9791-2018-18-2-217-226>
24. Mobbs A.T., Hammond P.S. Computer simulations of proppant transport in a hydraulic fracture // SPE Prod. and Fac. 2001. V. 16, № 2. P. 112–121.
<https://doi.org/10.2118/69212-PA>
25. Dontsov E.V., Peirce A.P. Slurry flow, gravitational settling and a proppant transport model for hydraulic fractures // J. Fluid Mech. 2014. V. 760. P. 567–590.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2014.606>
26. Газизов А.Ш., Низамов Р.Х. Оценка эффективности технологии применения полимер-дисперсной системы по результатам промысловых исследований // Нефтяное хозяйство. 1990. № 7. С. 49–52.

УДК 533.69.01:629.735.33

ГИСТЕРЕЗИС И АСИММЕТРИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ РАЗВИТИИ ОТРЫВА ПОТОКА НА МОДЕЛИ САМОЛЕТА С ПРЯМЫМ КРЫЛОМ БОЛЬШОГО УДЛИНЕНИЯ

© 2022 г. Д. А. Алиева^а, И. И. Гришин^а, К. А. Колинько^а,
А. Н. Храбров^{а,*}, Д. В. Шуховцов^а

^а Центральны́й аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,
Жуковский, Московская обл., Россия

*E-mail: khrabrov@tsagi.ru

Поступила в редакцию 05.05.2022 г.

После доработки 13.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

Экспериментально исследовано связанное развитие аэродинамической асимметрии и гистерезиса аэродинамических характеристик модели самолета с прямым крылом большого удлинения $\lambda = 10.6$ при изменении угла атаки от 0 до 20° и обратно. Возникновение гистерезиса сопровождается несимметричным отрывом потока с консолей крыла. Увеличение числа Рейнольдса с $Re = 0.24 \times 10^6$ до 0.32×10^6 приводит к усилению гистерезисных эффектов. Показано, что несимметричное отклонение элеронов на 40° и/или интерцепторов на –60° может привести к исчезновению асимметрии или смене ее знака.

Ключевые слова: аэродинамическая труба, отрыв потока, аэродинамическая асимметрия, гистерезис

DOI: 10.31857/S0568528122600242

Аэродинамические гистерезис и асимметрия остаются наименее изученными проблемами аэродинамики самолета на больших углах атаки. Гистерезисом аэродинамических характеристик называется явление, при котором возникает неоднозначность зависимостей аэродинамических коэффициентов от угла атаки α , при этом разные значения реализуются в зависимости от предыстории изменения α . Аэродинамическая асимметрия – это явление возникновения существенных боковых нагрузок на симметричной модели при нулевом угле скольжения ($\beta = 0$). Возникновение асимметрии связано с потерей устойчивости симметричной структуры отрывного обтекания и появлением устойчивых несимметричных отрывных структур обтекания. Эти явления являются причиной сваливания самолетов с последующим возможным развитием критических режимов полета.

Аэродинамический гистерезис изучается уже давно как при дозвуковых [1], так и при сверхзвуковых скоростях [2]. Наибольшего продвижения удалось достичь в изучении гистерезиса аэродинамических характеристик профилей на малых скоростях. В работе [3] приведен краткий обзор опубликованной литературы по развитию гистерезиса на двумерных профилях, рассмотрены физические аспекты явления гистерезиса и предложен феноменологический способ моделирования гистерезиса в задачах динамики полета с введением дополнительного дифференциального уравнения запаздывания с нелинейной правой частью. В [4] продемонстрирована возможность моделирования статического гистерезиса на профиле путем численного решения уравнений Навье–Стокса.

В работах [5–9] экспериментально исследовано отрывное обтекание прямых крыльев большого и малого удлинения в стационарных и нестационарных условиях. Показано, что для некоторых крыльев гистерезис существует и оказывает существенное влияние на зависимость аэродинамических характеристик при установившихся режимах и неустановившихся движениях. В работах [10, 11] исследовано отрывное обтекание треугольных крыльев малого удлинения (большой стреловидности) и конфигурации, состоящей из треугольного крыла с фюзеляжем-конусом. Обтекание таких тел связано с образованием вихревых структур, сходящих с передних

кромки крыла. Показано, что с увеличением угла атаки эти вихри начинают разрушаться несимметрично, что приводит к возникновению аэродинамической асимметрии.

В [12] впервые рассмотрен гистерезис аэродинамических характеристик для модели самолета с прямым крылом большого удлинения при малых дозвуковых скоростях потока. Проанализирована топология внешних границ и внутренних ветвей гистерезиса. К сожалению, исследовались только продольные аэродинамические характеристики (зависимости от угла атаки коэффициентов подъемной силы c_y и момента тангажа m_z). Информация о боковых аэродинамических нагрузках, действующих на модель, в [12] не приведена. В работе [13] численно получен гистерезис продольных аэродинамических характеристик для упрощенной комбинации крыла с фюзеляжем современного магистрального самолета. Крыло имело посадочную конфигурацию с отклоненным предкрылком и закрылком. Было продемонстрировано, что гистерезис аэродинамических коэффициентов c_{ya} и m_z при увеличении и уменьшении угла атаки связан с локальным отрывом потока в месте разрыва предкрылка для прохождения пилона мотогондолы. Задача в [13] решалась в симметричной постановке, при расчетах рассматривалась только половина крыла.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования отрывного обтекания (зависимости продольных и боковых аэродинамических нагрузок) для модели современного самолета местных воздушных линий с прямым крылом большого удлинения. На больших углах атаки при квазистатическом изменении α для рассмотренной компоновки наблюдается гистерезис продольных аэродинамических характеристик, который сопровождается возникновением аэродинамической асимметрии. Кратко обсуждаются условия проведения экспериментов и методика обработки данных, представлены основные результаты, рассмотрено влияние скорости потока и углов отклонения органов управления.

1. АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Экспериментальные исследования проводились на модели самолета местных воздушных авиалиний. Модель имела прямое крыло большого удлинения $\lambda = 10.6$, установленное по схеме “высокоплан”. На крыле имелись две мотогондолы. Работа воздушных винтов в процессе эксперимента не моделировалась. Модель была оснащена однокилевым вертикальным оперением и горизонтальным оперением палубной схемы. Органы управления на крыле включали элероны и интерцепторы, устанавливаемые на заданные углы отклонения. Исследования проводились при свободном переходе пограничного слоя из ламинарного состояния в турбулентное (турбулизаторы на модели не устанавливались). Влияние механизации крыла (отклонение закрылков и предкрылков) на данном этапе не исследовалось. Модель имела следующие геометрические размеры: размах крыла $L = 1.2$ м, площадь крыла $S = 0.13$ м², средняя аэродинамическая хорда (САХ) $b_a = 0.12$ м, площадь элеронов $S_e = 0.005$ м², интерцепторов $S_{ин} = 0.0032$ м². Центровка (точка, относительно которой вычислялись аэродинамические моменты) располагалась на расстоянии четверти средней аэродинамической хорды $x_T = 0.25 b_a$.

2. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Испытания проводились в аэродинамической трубе (АДТ) малых дозвуковых скоростей Т-103 ЦАГИ. Данная аэродинамическая труба непрерывного действия имела открытую рабочую часть длиной 3.8 м. Размер сечения эллиптического сопла трубы составлял 4.0×2.33 м. Диапазон возможных скоростей потока от 10 до 80 м/с. Число Рейнольдса, рассчитанное для характерного размера 1 м, может достигать значения 10^6 . Уровень турбулентности потока в рабочей части АДТ составлял 0.3%.

Измерения аэродинамических характеристик производились с помощью пятикомпонентных внутримодельных тензосеток, фиксирующих нормальную (Y) и поперечную (Z) аэродинамические силы, а также аэродинамические моменты крена (M_x), рыскания (M_y) и тангажа (M_z). Соответствующие безразмерные аэродинамические коэффициенты вычислялись по формулам (q – скоростной напор в АДТ)

$$c_y = \frac{Y}{qS}, \quad c_z = \frac{Z}{qS}, \quad m_x = \frac{M_x}{qSL}, \quad m_y = \frac{M_y}{qSL}, \quad m_z = \frac{M_z}{qSb_a}$$

Испытания проводились при скорости потока в АДТ 30, 35 и 40 м/с. Значения числа Рейнольдса, вычисленные по САХ крыла модели, для этих скоростей равны $Re = 0.24 \times 10^6$, 0.28×10^6 и 0.32×10^6 .

Модель была обклеена шелковинками, что, вероятно, турбулизовало пограничный слой. Структура течения оценивалась визуально, видеофиксация не проводилась.

Частота сбора данных с тензосенсоров составляла 300 Гц. Исследование нелинейных аэродинамических характеристик для отрывных режимов обтекания проводилось при медленном непрерывном (квазистатическом) изменении угла атаки. Использование данной методики обусловлено тем фактом, что критические диапазоны угла атаки, в которых происходит отрыв потока с изменением структуры обтекания, достаточно узкие. Получить детальную информацию о них с помощью традиционного метода исследования статических характеристик фиксированным шагом изменения угла атаки бывает затруднительно, так как требуются повторные испытания с более мелким шагом. Методика проведения эксперимента и обработки его результатов при непрерывном квазистатическом изменении углов атаки и скольжения описана в [14], в которой для выделения аэродинамической составляющей из результатов, зашумленных упругими колебаниями модели на подвеске, а также различными электрическими помехами, использовался цифровой фильтр низких частот Баттерворта с частотой среза $f_0 = 1$ Гц. В данной работе фильтрация данных осуществлялась при помощи специально настроенного фильтра Савицкого–Голея [15–17], который, в сравнении с фильтром Баттерворта [14], меньше искажает экспериментальные результаты на участках быстрых (скачкообразных) изменений зависимостей аэродинамических характеристик от времени.

Модель закреплялась на державке так, что ось OZ связанной системы координат направлена вертикально, угол атаки при этом изменялся непрерывным поворотом круга АДТ (вращающимся полом рабочей части) от $\alpha_{\min} = 0$ до $\alpha_{\max} = 20^\circ$ (прямой ход) и от α_{\max} до α_{\min} (обратный ход) со скоростью 0.5 град/с. Безразмерная скорость изменения угла атаки $\bar{\alpha} = d\alpha/dt$ составляла для исследуемых скоростей потока 30, 35, 40 м/с величины 0.00035, 0.0003, 0.00026 соответственно, где $t = Vt/b_a$ – безразмерное время, t – время в секундах, α – угол атаки в радианах.

Кроме крейсерской конфигурации модели с нейтральным отклонением органов управления, проводились испытания для модели с отклоненными элеронами и интерцепторами.

Элероны отклонялись антисимметрично на $\delta_e = \pm 20, \pm 40^\circ$ в одну или другую сторону, правый или левый интерцептор поочередно отклонялись на $\delta_i = -30, -60^\circ$, а также правый или левый интерцептор отклонялся на $\delta_i = -60^\circ$ совместно с антисимметричным отклонением элеронов на $\pm 40^\circ$. Эксперименты с отклоненными органами управления проводились при нулевом угле скольжения и скорости потока $V = 30$ м/с.

3. АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

На рис. 1 представлены результаты измерений продольных c_y, m_z и боковых c_x, m_y аэродинамических коэффициентов при непрерывном квазистатическом изменении угла атаки α модели с неотклоненными органами управления без скольжения. Данные, полученные при различных скоростях потока в АДТ, показаны линиями разного цвета. Измерения выполнялись для прямого хода (увеличение α) и обратного хода (уменьшение α). В первом случае результаты представлены сплошными линиями 1–3, во втором – пунктирными линиями того же цвета.

Из представленных результатов видно, что в диапазонах углов атаки $11.4 < \alpha < 13.8^\circ$, $11.2 < \alpha < 15.5^\circ$ и $11.8 < \alpha < 17.8^\circ$ для чисел $Re = 0.24 \times 10^6$, 0.28×10^6 и 0.32×10^6 соответственно наблюдается существенный аэродинамический гистерезис в зависимостях коэффициентов нормальной силы $c_y(\alpha)$ и момента тангажа $m_z(\alpha)$ от угла атаки. Следует отметить, что резкое падение c_y при развитии отрыва потока сопровождается увеличением момента m_z на пикирование – рис. 1 а, б. Это может быть связано со смещением назад центра давления на крыле, а также с уменьшением схода потока на горизонтальном оперении.

Гистерезис продольных аэродинамических коэффициентов связан с тем, что развитие отрыва потока происходит на больших углах атаки при увеличении α (прямой ход), чем восстановление безотрывного обтекания при его уменьшении (обратный ход). Таким образом, в указанных областях угла атаки возможна неединственная структура отрывного обтекания. Какая структура реализуется в эксперименте, зависит от предыстории движения. Перестройка структуры отрыв-

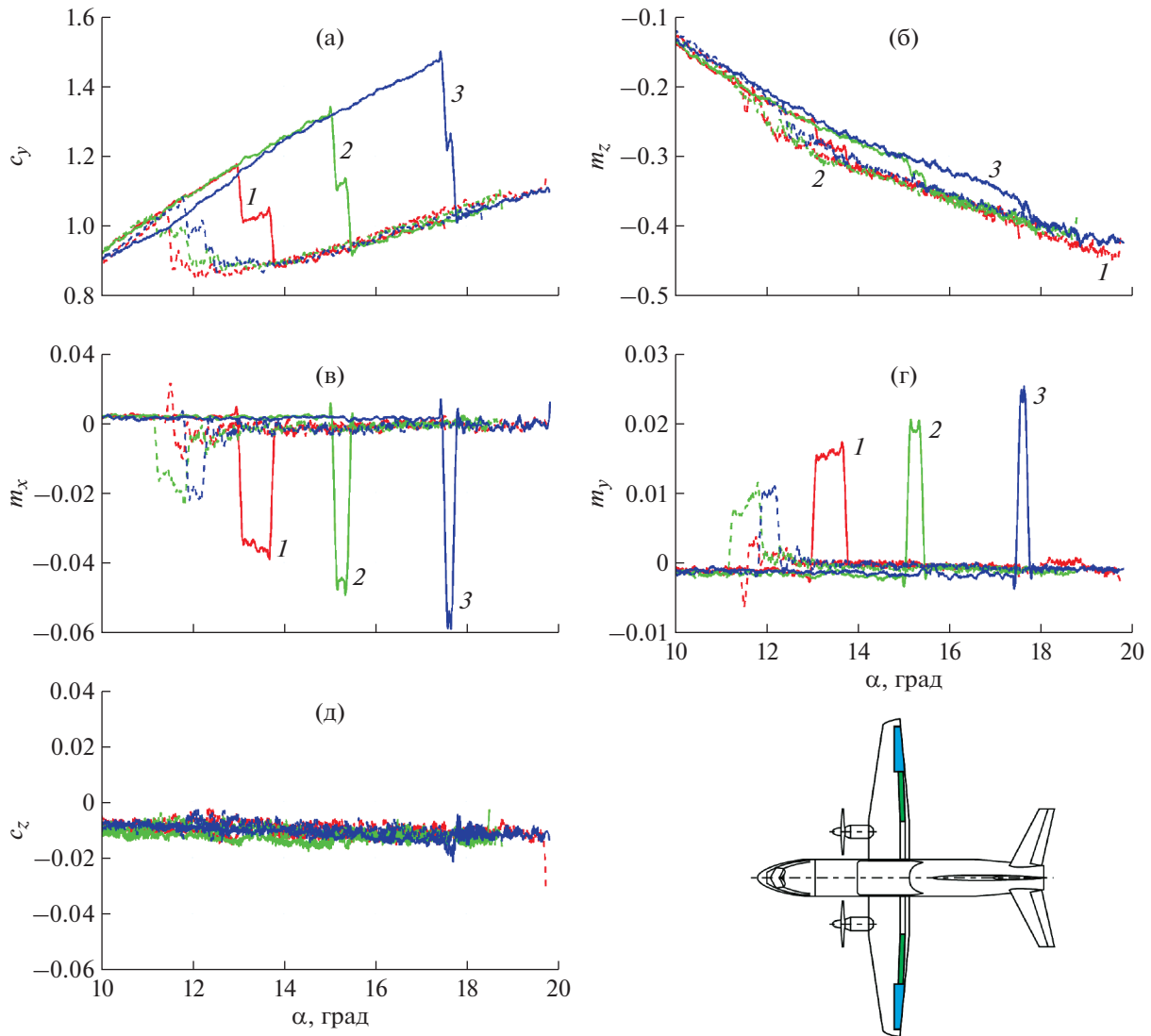


Рис. 1. Коэффициенты сил и моментов при непрерывных квазистатических испытаниях по углу атаки (прямой и обратный ход – сплошные и пунктирные линии соответственно) для трех чисел Рейнольдса: (а) – c_y , (б) – m_z , (в) – m_x , г – m_y , (д) – c_z ; 1–3 – $Re = 0.24 \times 10^6, 0.28 \times 10^6, 0.32 \times 10^6$.

ного обтекания (бифуркация) происходит достаточно быстро, при скорости потока $V = 40$ м/с почти скачкообразно.

Высокая частота сбора данных в эксперименте позволяет проследить некоторые особенности. Так, изменения в зависимости коэффициента нормальной силы c_y , связанные с развитием отрывного обтекания, происходят в два этапа. Сначала наблюдается падение c_y примерно на половину расстояния между верхней и нижней ветвями гистерезиса, затем фиксируется небольшой участок роста нормальной силы, после чего – падение c_y на нижнюю ветвь – рис. 1 а. Длина среднего участка с повышением скорости потока с 30 до 40 м/с уменьшается с 0.57° до 0.07° угла атаки. Обратим внимание, что переход в зависимости $c_y(\alpha)$ с верхней ветви на промежуточный средний участок приводит к скачкообразному уменьшению момента крена $m_x(\alpha)$ от приблизительно нулевого значения до $-0.035, -0.045, -0.056$ в зависимости от скорости потока (кривые 1–3 на рис. 1 в и увеличению момента рыскания $m_y(\alpha)$ от 0 до 0.016, 0.019, 0.023 (кривые 1–3, рис. 1 г). Когда c_y достигает нижней ветви гистерезиса, моменты крена и рыскания снова принимают приблизительно нулевые значения. Это позволяет предположить, что скачкообразное падение c_y до сред-

него участка связано с развитием отрыва потока на левой консоли крыла, а после него с быстрым развитием отрыва потока на правой консоли крыла. Таким образом, верхняя устойчивая ветвь гистерезиса соответствует симметричной структуре обтекания без глобального отрыва потока. Нижняя устойчивая ветвь гистерезиса соответствует симметричной структуре обтекания с отрывом потока на крыле. Средняя ветвь гистерезиса соответствует несимметричной структуре обтекания с отрывом потока либо на левой, либо на правой консоли крыла. Наблюдающееся движение поперечной силы c_z обнаружить гистерезис не удается ввиду того, что величина разброса данных соизмерима с величиной полезного сигнала (рис. 1д).

На рис. 1 представлены данные, полученные при различных значениях скорости потока. Видно, что скорость потока (число Рейнольдса) оказывает существенное влияние на гистерезис продольных аэродинамических характеристик. Это соответствует полученным ранее в литературе данным [1, 5]. Влияет скорость потока и на возникновение аэродинамической асимметрии. Петля гистерезиса в коэффициентах c_y и m_z при увеличении скорости с 30 до 40 м/с потока существенно расширяется по α , так как угол атаки начала развития отрывного обтекания увеличивается с 13° до 17.5° , а восстановление безотрывного течения происходит при одном и том же $\alpha \approx 12^\circ$ для всех трех скоростей. По мере роста скорости потока (с 30 до 40 м/с) возрастает уровень наблюдаемой при развитии отрыва потока аэродинамической асимметрии ($\Delta m_{x_{1 \rightarrow 3}} = 0.025$, $\Delta m_{y_{1 \rightarrow 3}} = 0.008$), но наблюдается она в более узком диапазоне углов атаки: 0.07° для $V = 40$ м/с по сравнению с 0.57° для $V = 30$ м/с.

Испытания при антисимметричном отклонении элеронов на $\delta_y = \pm 20^\circ$ и $\pm 40^\circ$ показали (рис. 2а, б), что отклонение элеронов на $\pm 20^\circ$ на гистерезис c_y и m_z , величину и знак асимметрии в m_x и m_y не влияет, а отклонение δ_y на $\pm 40^\circ$ в одну или другую сторону смещает начало отрыва потока на крыле с $\alpha \approx 13^\circ$ на $\alpha \approx 11^\circ$, при этом гистерезис в продольных характеристиках и асимметрия в коэффициентах моментов m_x и m_y исчезают.

Отклонение правого или левого интерцептора на -30° или -60° также не влияет на гистерезис c_y (рис. 2в), но может влиять на знак асимметрии. Так, отклонение правого интерцептора на $\delta_{\text{и}} = -60^\circ$ приводит к отрыву сначала (рис. 2г) на правой консоли, тогда как в остальных случаях отрыв происходит сначала на левой консоли крыла.

Увеличение и уменьшение угла атаки при одновременно выпущенном на угол $\delta_{\text{и}} = -60^\circ$ интерцепторе и отклоненных на $\delta_y = \pm 40^\circ$ элеронах происходит без гистерезиса в продольных АДХ (рис. 2д) и без скачкообразного развития асимметрии (рис. 2е).

Из графиков для $m_x(\alpha)$ на рис. 2 следует, что несимметричный момент, возникающий при движении по α с нулевым отклонением органов управления по крену, не может быть скомпенсирован максимальным отклонением элеронов и/или интерцепторов, так как их эффективность на больших углах атаки, где возникает аэродинамическая асимметрия, значительно снижается. Это подчеркивает важность изучения данного явления при исследованиях бокового сваливания самолета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально исследованы продольные и боковые аэродинамические характеристики модели самолета с прямым крылом большого удлинения. Выявлена связь между возникновением аэродинамической асимметрии и отрывом потока на консолях крыла. При возрастании угла атаки отрыв потока развивается не постепенным и симметричным образом на левой и правой консолях крыла, а скачкообразно. Поток срывается сначала на одной консоли крыла, а затем при дальнейшем росте угла атаки – на второй. При потоке, сорванном с обеих консолей крыла, течение снова становится симметричным. Несимметричное течение со значительными моментами крена и рыскания при нулевом скольжении существует тогда, когда наблюдается отрывное обтекание одной консоли крыла. При уменьшении угла атаки также скачкообразно восстанавливается безотрывное обтекание сначала одной консоли крыла, а затем на второй.

Показано, что процессы развития отрыва потока и восстановления безотрывного обтекания происходят при различных углах атаки. Это приводит к появлению гистерезиса продольных аэродинамических характеристик. Таким образом, на модели самолета впервые экспериментально обнаружена взаимосвязь развития гистерезиса продольных аэродинамических характе-

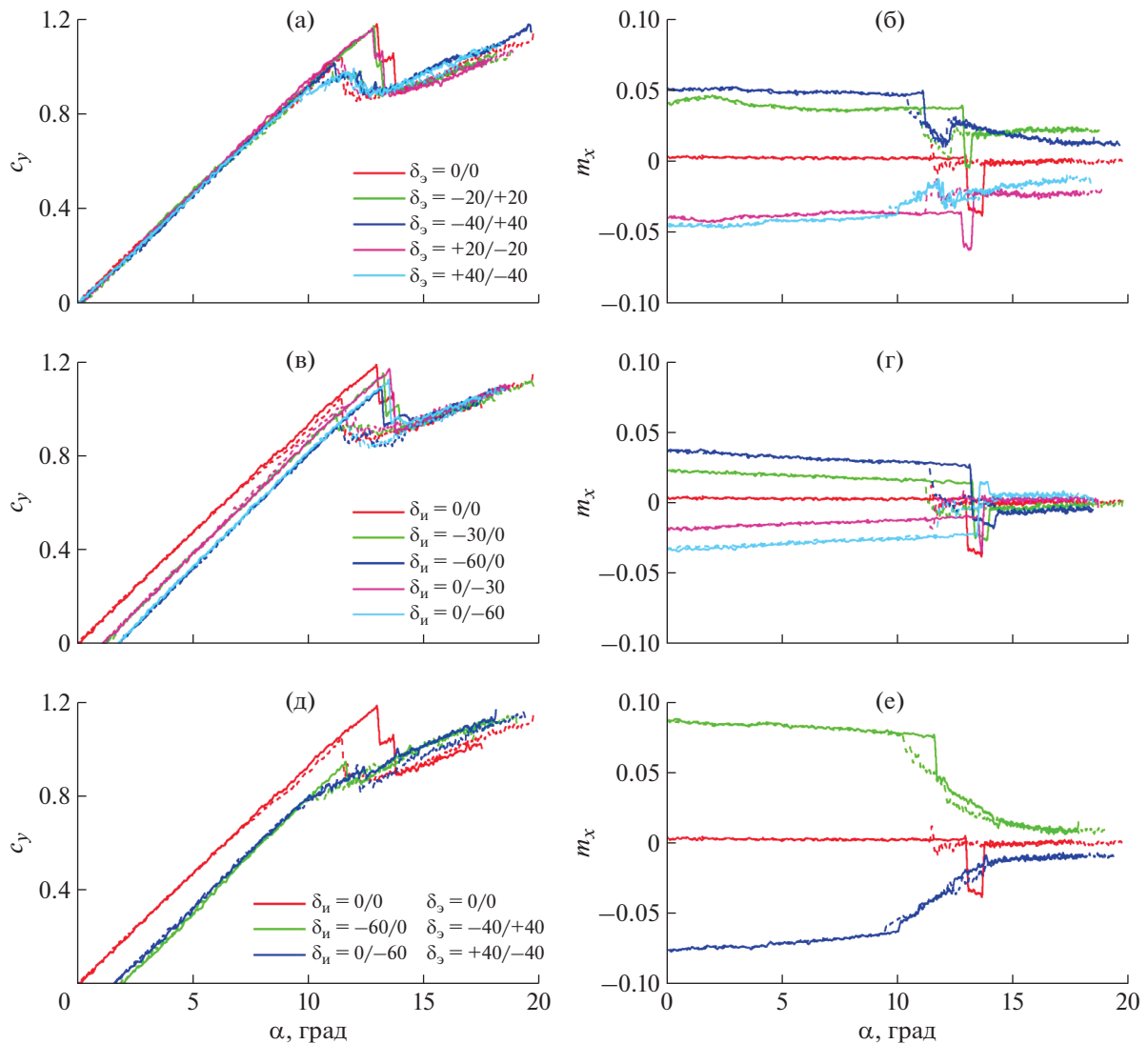


Рис. 2. Коэффициенты c_y и m_x , при непрерывных квазистатических испытаниях по углу атаки с отклоненными органами управления, $V = 30$ м/с: (а, б) – элероны отклонены антисимметрично на $\delta_3 = \pm 20^\circ$ и $\pm 40^\circ$; (в, г) – правый или левый интерцептор отклонен на -30 или -60° ; (д, е) – одновременно отклонены интерцептор на -60° и элероны на $\pm 40^\circ$.

ристик с возникновением асимметрии боковых характеристик. Также получено, что увеличение числа Рейнольдса приводит к увеличению площади петель гистерезиса c_y и m_x для рассматриваемой модели самолета в диапазоне изменения $Re = 0.24-0.32 \times 10^6$.

Исследовано влияние отклонения органов управления. Показано, что несимметричное отклонение элеронов и/или интерцепторов на крыле может привести к исчезновению асимметрии или обращению ее знаков в коэффициентах m_x и m_y , а также к исчезновению гистерезиса продольных характеристик.

Авторы надеются, что представленные данные будут интересны широкому кругу экспериментаторов, теоретиков и специалистов по расчетному моделированию отрывного обтекания.

Авторы выражают признательность сотрудникам ЦАГИ Т.И. Трифионовой и С.В. Свергуну за помощь в подготовке и проведении экспериментов.

Анализ экспериментальных данных и подготовка статьи были поддержаны грантом Российского научного фонда № 21-19-00659.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Курьянов А.И., Столяров Г.И., Штейнберг Р.И. О гистерезисе аэродинамических характеристик // Уч. зап. ЦАГИ. 1979. Т. X. № 3. С. 12–15.
2. Гужавин А.И., Коробов Я.П. О гистерезисе сверхзвуковых отрывных течений // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 2. С. 116–125.
3. Алиева Д.А., Колинко К.А., Храбров А.Н. Гистерезис аэродинамических характеристик профиля НАСА 0018 при малых дозвуковых скоростях // Теплофиз. аэромех. 2022. Т. 29. № 1. С. 45–59.
4. Sereez M., Abramov N.B., Goman M.G. Prediction of static aerodynamic hysteresis on a thin airfoil using OpenFOAM. // J. Aircraft. 2021. V. 58. № 2. P. 374–382.
5. Нейланд В.Я., Столяров Г.И., Табачников В.Г. Влияние относительной толщины прямоугольного крыла малого удлинения и числа Рейнольдса на режимы перестройки структуры обтекания // Уч. зап. ЦАГИ. 1985. Т. XIV. № 3. С. 1–10.
6. Головкин М.А., Горбань В.П., Симусева Е.В., Стратонович А.Н. Обтекание прямого крыла при стационарных и квазистационарных внешних условиях // Уч. зап. ЦАГИ. 1987. Т. VIII. № 3. С. 1–12.
7. Жук А.Н., Колинко К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. // Экспериментальные исследования нестационарных аэродинамических характеристик изолированных крыльев в условиях срыва потока. Препринт № 86. М.: ЦАГИ. 1997. 56 с.
8. Кабин С.В., Колин И.В., Святодух В.К., Суханов В.Л., Шуховцов Д.В. Множественный гистерезис статических аэродинамических характеристик // Уч. зап. ЦАГИ. 1999. Т. XXX. № 3–4. С. 61–68.
9. Колин И.В., Суханов В.Л., Трифонова Т.И., Шуховцов Д.В. Существование и устойчивость внутренних границ области множественного гистерезиса статических аэродинамических сил и моментов // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 2. С. 199–206.
10. Захаров С.Б., Зубцов А.В. Экспериментальные исследования отрывного обтекания треугольного крыла малого удлинения // Уч. зап. ЦАГИ. 1988. Т. XIX. № 1. С. 8–12.
11. Гоман М.Г., Задорожный А.И., Храбров А.Н. Несимметричное разрушение вихрей и аэродинамический гистерезис при обтекании крыла малого удлинения с фюзеляжем // Уч. зап. ЦАГИ. 1988. Т. XIX. № 1. С. 1–7.
12. Колин И.В., Святодух В.К., Трифонова Т.И., Шуховцов Д.В. Гистерезис в аэродинамических характеристиках модели самолета с прямым крылом большого удлинения // Ж. тех. физ. 2006. Т. 76. №. 4. С. 136–139.
13. Воеводин А.В., Судаков В.Г. Статический гистерезис аэродинамических характеристик модели самолета на посадочном режиме // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 4. С. 68–74.
14. Жук А.Н., Колинко К.А., Миатов О.Л., Храбров А.Н. Исследование нелинейных аэродинамических характеристик при непрерывном движении треугольного крыла // Уч. зап. ЦАГИ. 2004. Т. XXXV. № 1–2.
15. Steinier J., Termonia Y., Deltour J. Comments on Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Square Procedure // Anal. Chem. 1972. V. 44. № 11. P. 1906–1909.
16. Schafer R.W. What is a Savitzky-Golay Filter // IEEE Sig. Proc. mag. 2011. P. 111–117.
17. Orfanidis S.J. Introduction to Signal Processing. Rutgers University // <http://www.ece.rutgers.edu/~orfandis/intro2sp>

УДК 532.5

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПЛАВУЧИХ МАРКЕРОВ ПО ПОВЕРХНОСТИ ВИХРЕВОЙ ВОРОНКИ

© 2022 г. Т. О. Чаплина^{a,*}, А. В. Кистович^a^a Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

*E-mail: tanya.75.06@mail.ru

Поступила в редакцию 17.05.2022 г.

После доработки 21.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

Экспериментально и теоретически изучены характерные особенности движения маркеров, размещенных на свободной поверхности вихревой воронки, образованной вращением воды в цилиндрическом контейнере. Измерена зависимость угловых и радиальных координат центра масс маркеров от времени, а также зависимость вращения маркера вокруг собственной оси от угла поворота его центра масс вокруг вертикальной оси вихревого потока. Представлена математическая модель движения твердого маркера произвольной формы. Результаты теоретических расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: вихревая воронка, маркер, твердотельное вращение, угол верчения

DOI: 10.31857/S0568528122600278

Изучение процессов переноса вещества в вихревых течениях — одна из традиционных задач механики жидкости, практическая ценность результатов которой для задач экологии и развития промышленных технологий устойчиво растет.

Особый интерес представляют вихревые течения, допускающие прямое сравнение с расчетами на основе фундаментальных уравнений, среди которых основным служит течение, генерируемое вращающимся диском в свободном пространстве, в узком неподвижном кожухе или в цилиндрической камере ограниченного объема, полностью заполненной жидкостью [1], а также в коническом контейнере [2]. Измеряемыми параметрами здесь являются компоненты скорости и давление.

Большое внимание уделяется изучению процесса распада вихря, который играет принципиальную роль в динамике протяженных вихрей. В частности, возникновение и разрушение вихревых структур присутствуют в различных сценариях развития турбулентности в отрывных и пристенных течениях [3]. Распад вихря и его непредсказуемость являются одними из основных причин, снижающих эффективность вихревых технологий [4]. Разработано довольно много теоретических моделей распада вихря [5, 6], однако в настоящее время отсутствуют адекватные теории, с достаточной точностью предсказывающие момент, положение и разрешения вихря.

Визуализация течения жидкости, определение гидродинамических характеристик, в частности, скорости, путем внесения в течение различных маркирующих предметов были и остаются важными задачами для исследователей. Однако помещаемые в движущуюся жидкость различные маркеры ведут себя по-разному в силу присущих им физических и химических свойств. Перемещение твердотельного объекта, особенно в вихревом течении, осложняется наличием сдвига скоростей на его границах, благодаря чему твердотельный маркер, помимо своего основного движения вокруг центра вихря, начинает вращаться вокруг своей собственной оси. Поскольку плавучий предмет обладает присущими ему физико-химическими характеристиками, отличающимися от характеристик жидкой среды, при описании его движения необходимо вводить поправки, учитывающие взаимодействие среды с маркером. Применительно к геофизике такие поправки могут оказаться полезными, например, при исследованиях, связанных с проблемой накопления пластикового мусора в центрах вихревых образований в открытом океане, а также для корректировки показаний различных зондов-дрифтеров, передающих информацию о морских и океанских течениях.

Настоящая статья посвящена проблеме переноса вихревыми течениями различного рода маркеров, помещенных на свободную поверхность жидкости. Работы выполнялись на экспериментальной установке цилиндрической формы с вращающимся на дне диском-активатором. Разработана методика автоматической обработки результатов поведения маркера на свободной поверхности вихревого течения, основанная на преобразовании растрового изображения в векторное представление, которая позволяет значительно ускорить процесс обработки результатов проводимых экспериментов.

Наряду с экспериментами проведено аналитическое исследование на основе предложенной математической модели движения плоских маркеров произвольной формы на поверхности вихревого потока. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными показало их хорошее взаимное соответствие.

1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Систематическое изучение природных вихревых течений осложнено в силу невозможности контроля условий их возникновения и стационарности [7], вследствие чего наиболее предпочтительным является метод лабораторного моделирования, который позволяет получать воспроизводимые результаты, контролировать параметры возникновения и большинство определяющих характеристик на всем протяжении эксперимента.

Установка “ВТК” (Вихревые течения с кручением), на которой проводились описанные ниже эксперименты, создавалась в рамках комплекса установок Лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН для изучения закрученного потока, установления набора определяющих параметров и диапазонов их изменения.

Источником вихревого движения является вращение индукторов — гладких дисков, дисков с ребрами различной формы, винтов или прочих тел различной геометрии, которые размещаются у дна или поверхности контейнера. Подробные фото и схема экспериментальной установки приведены в работе [8].

Несмотря на простоту геометрии эксперимента, течение является достаточно сложным и включает как вихревую, так и волновые компоненты и в толще, и на свободной поверхности жидкости. Равномерно вращающийся диск закручивает жидкость вокруг вертикальной оси и отбрасывает к стенке контейнера. В целом жидкость движется от центра вращающегося диска к его кромке, поднимается вдоль стенок контейнера, смещается вдоль свободной поверхности и погружается в окрестности оси вращения. В возникающем течении частицы жидкости двигаются по сложным спиральным и винтовым траекториям. Совместное действие центробежной, вязкой и гравитационной сил создает в контейнере составное вихревое течение со сложным распределением угловой скорости. Сила тяжести и градиенты давления неравномерно деформируют свободную поверхность, создавая поверхностную каверну, на которой могут появляться волновые возмущения различного вида (инерциальные, гравитационные на мелкой или на глубокой воде, капиллярные) и амплитуды.

Для уточнения картины течения и косвенной оценки скорости вращения свободной поверхности жидкости в составном вихре проведена серия экспериментов, где в качестве индикаторов использованы твердые маркеры, рис. 1.

Движение маркера, который перемещается по поверхности жидкости, вовлеченной в составное вихревое течение, сводится к комбинации его обращения вокруг вертикальной оси течения, смещения по направлению к этой оси и одновременного вращения вокруг собственного центра масс. Для удобства описания перемещений маркера по свободной поверхности течения вводятся несколько систем координат. Начало одной из них XOY (прямоугольной декартовой) совпадает с геометрическим центром свободной поверхности, оси направлены вдоль сторон кадра видеозаписи картины течения, плоскость расположения осей координат системы совпадает с уровнем невозмущенной свободной поверхности до включения вращения индуктора (рис. 1). Другая система координат — полярная (r, ψ) — располагается в той же плоскости и наиболее удобна для регистрации перемещений маркера вокруг вертикальной оси течения. В этой системе ведется отсчет координат центра маркера в зависимости от времени.

С центром маркера связана присоединенная (подвижная) декартова система координат XOY , используемая для задания угла “верчения” ψ . На всех маркерах, использованных в экспериментах, были нанесены специальные метки, позволяющие определять их угловое положение. По

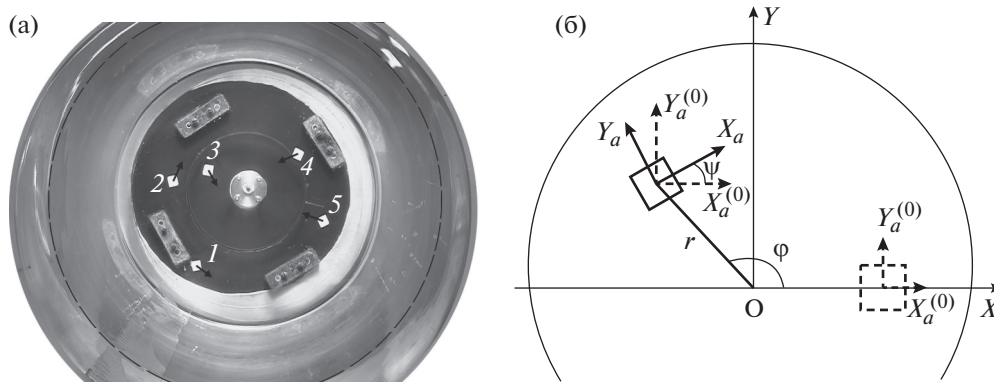


Рис. 1. Маркер на свободной поверхности: (а) квадрат $1\text{ см} \times 1\text{ см}$, $\Omega = 3.3\text{ с}^{-1}$, местоположения маркеров 1–5 соответствуют 1, 4, 18, 19, 33 с после начала эксперимента (наложенные кадры); (б) схема координатных кадров.

изображениям, взятым из видеозаписи экспериментов с известным шагом по времени, независимо определялись радиальные и угловые координаты маркеров.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ МАРКЕРОВ НА ПОВЕРХНОСТИ ВИХРЯ

В проведенных экспериментах использовались полипропиленовые маркеры: квадратной, круглой, эллипсовидной формы, в форме кольца, пятиугольной, треугольной и крестообразной формы; толщина всех маркеров составляет 0.5 мм. Большинство экспериментов проводилось при следующих параметрах: глубина жидкости $H = 40\text{ см}$, частота вращения индуктора $\Omega = 3.3\text{ с}^{-1}$ и менее, что соответствует свободной поверхности с незначительным прогибом в центре для любого размера диска-активатора.

Когда маркер помещается на поверхность, на его нижнюю погруженную поверхность начинают действовать вязкие касательные напряжения со стороны жидкости, которые переносят его в целом по некоторой траектории, лежащей на поверхности, и вращают его вокруг собственного центра масс.

По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область, пересекает границу между твердотельным и периферийным типами вращения вихря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на противоположное, которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения.

Круглый маркер после короткого “интервала вовлечения” ($\Delta t = 5\text{ с}$) вращается вокруг вертикальной оси с почти постоянной угловой скоростью, значение которой монотонно увеличивается с увеличением частоты вращения диска, оценки которой составляют 2.3, 6.0, 9.9 с^{-1} для значений частот вращения индуктора $\Omega = 3.3, 9.2, 16.7\text{ с}^{-1}$ соответственно (рис. 2 а).

Квадратный маркер вращается с почти постоянной угловой скоростью (рис. 2 б) 2.4, 3.5, 3.4 с^{-1} ($\Omega = 3.3, 9.2, 16.7\text{ с}^{-1}$). В качестве одного из результатов автоматической обработки экспериментальных данных получены зависимости длины радиус-векторов центров масс маркеров различной формы от времени в прямоугольной декартовой системе отсчета XOY , рис. 3.

Особенностью всех графиков, представленных на рис. 3, является периодическое изменение координат (биение) центра маркеров при приближении к центру вращающейся свободной поверхности. Эти колебания координат центра маркера связаны с эллиптическими искажениями свободной поверхности, с небольшими колебаниями положения центра вращения свободной поверхности относительно неподвижных боковых стенок контейнера, а также с наличием на свободной поверхности системы бегущих спиральных волн.

Для трехмерных маркеров (цилиндр радиусом 0.5 см и высотой 0.3 см – “круглый”, параллелепипед с одной квадратной гранью $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ и третьим размером 0.3 см – “квадрат”) – зависимость угла “верчения” ψ от угла поворота ϕ вокруг оси потока составляет более сложный объект для наблюдения. Скорость “верчения” маркера зависит от его формы и угловой скорости индуктора.

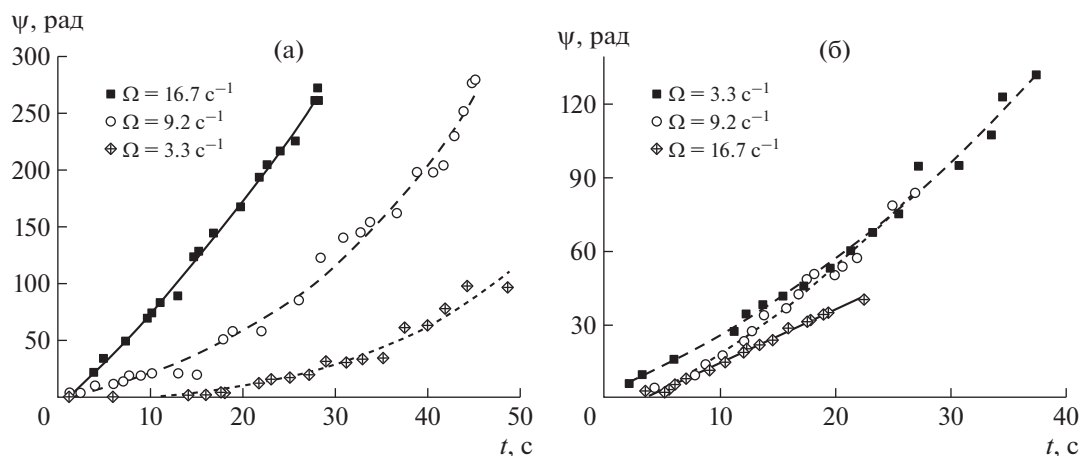


Рис. 2. Угол поворота маркера вокруг собственной оси от времени ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см, $Re = 18750, 51750, 93750$): (а) круговой цилиндр радиусом 0.5 см и высотой 0.3 см; (б) параллелепипед 1.0 см \times 1.0 см \times 0.3 см.

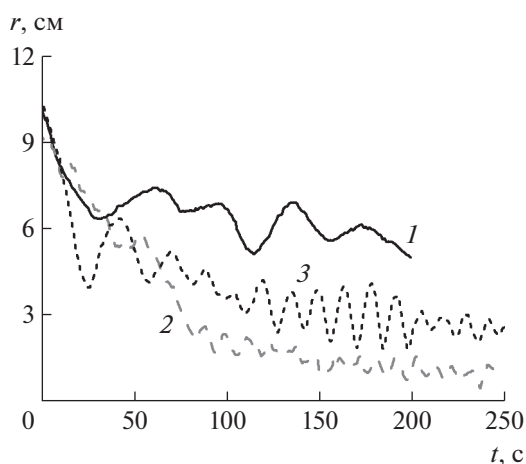


Рис. 3. Временная зависимость радиусов центров масс маркеров различной формы ($H = 40$ см, $R = 7.5$ см, $\Omega = 3.3$ с $^{-1}$): 1–3 – пятиугольный, овальный и круглый маркеры с наибольшим размером 1 см.

3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАРКЕРОВ ПО ПОВЕРХНОСТИ ВИХРЕВОЙ ВПАДИНЫ

Маркер, находящийся на поверхности воды, подвержен действию силы тяжести, архимедовой силы и силы гидродинамического происхождения; последняя представляет собой результат сложения нескольких сил, порожденных различными физическими явлениями.

При оценке силового воздействия водяного потока на маркер используется экспериментальный факт, что его глубина погружения в воду существенно меньше характерных масштабов приповерхностного течения. Это позволяет использовать приближение отсутствия возмущений потока за счет помещения на его поверхность маркера. На основании этого предполагается, что маркер как бы расплывается по поверхности вихря, но при расчетах его характеристик (момент инерции, положение центра масс и т.д.) считается плоским.

Гидродинамическая сила определяется распределением давления по нижней и верхней поверхностям маркера, капиллярными эффектами, возникающими на контактной границе воды на ребре маркера, эффектами увлечения маркера потоком и его торможения за счет его погружения в воду, а также эффектами вязкого взаимодействия с водой на всей контактирующей поверхности.

Получение точных аналитических выражений для всех упомянутых сил в случае маркера произвольной формы представляет собой, по-видимому, неразрешимую задачу и потому в дальнейшем используется ряд приближений, позволяющих получить конструктивные результаты.

Первое приближение состоит в том, что движение маркера всегда описывается перемещением его центра масс и вращением вокруг мгновенной оси, всегда проходящей через него нормально к поверхности жидкости.

Так как в экспериментах использовались маркеры, форма которых проявляет непрерывную или дискретную симметрию поворотов относительно оси, проходящей через центр масс маркера, нормально к его поверхности, то касательная к поверхности жидкости компонента суммарной капиллярной силы, действующей на маркер, равна нулю.

Сила, действующая со стороны потока воды на погруженную часть ребра маркера, определяется выражением

$$f = \oint_L c_f(L) \mathbf{v} (\mathbf{v} \times (\mathbf{v} - \dot{\mathbf{r}}_c)) dL$$

где \mathbf{r}_c – радиус-вектор центра масс маркера; \mathbf{v} – поле скорости воды, которое по причине малой толщины маркера по сравнению с характерными масштабами течения считается меняющимся только вдоль контура L , ограничивающего ребро маркера; \mathbf{v} – внутренняя нормаль к контуру; $c_f(L)$ – локальный погонный коэффициент сопротивления формы (в случае произвольной формы ограничивающего контура L этот коэффициент – величина трудноопределимая); точки над символами здесь и далее обозначают дифференцирование по времени.

По причине центральной симметричности маркеров, скоростной напор, возникающий на части контура и разгоняющий маркер, практически полностью компенсируется тормозящим эффектом, возникающим на оставшейся части контура. Этот факт позволяет нам игнорировать возмущения начального потока воды из-за размещения маркера на его поверхности и считать оценки $|\mathbf{v} - \dot{\mathbf{r}}_c| \ll |\mathbf{v}|, |\dot{\mathbf{r}}_c|$ достоверными.

В результате второе приближение состоит в пренебрежении силой \mathbf{F}_f , порожденной воздействием неравномерности потока на ребро маркера, уже увлеченного потоком вихревой воронки, что позволяет считать маркер бесконечно тонким, а его центр масс расположенным на поверхности жидкости.

Если бы маркер располагался на горизонтальной поверхности, результирующая силы тяжести, архимедовой силы, нормальной к поверхности маркера компоненты капиллярной силы и силы, порожденной разностью давлений на верхней и нижней поверхностях, была бы равна нулю. В случае же наклонной поверхности жидкости эта результирующая сила направлена по касательной к поверхности жидкости, поскольку сам маркер от этой поверхности не отрывается, и задается выражением

$$\mathbf{F}_t = \lambda m g \mathbf{e}_t$$

где m – масса маркера; g – ускорение силы тяжести; λ – некоторый безразмерный коэффициент, пропорциональный тангенсу угла наклона поверхности жидкости к горизонту; \mathbf{e}_t – единичный касательный вектор к поверхности жидкости.

При помещении маркера на поверхность на его нижнюю поверхность начинают действовать вязкие касательные напряжения со стороны жидкости, которые переносят его как целое вдоль некоторой траектории, лежащей на поверхности, и вращают вокруг его собственного центра масс. В рамках сделанных приближений поверхностная плотность этой вязкой силы определяется величиной

$$\mathbf{f}_v = \kappa (\mathbf{v}_t - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

где \mathbf{v}_t – касательная к поверхности маркера компонента поля скорости воды в точке с координатой $\mathbf{r}_c + \mathbf{r}$; \mathbf{r} – локальный радиус-вектор точки на поверхности маркера с началом в центре масс, как показано на рис. 1; κ – некоторый коэффициент, характеризующий сцепление поверхности маркера (в зависимости от его материала, шероховатости и т.д.) с жидкостью; член $\mathbf{v}_t - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ представляет собой скорость движения точки на дне маркера относительно потока жидкости, $\boldsymbol{\omega}$ – угловая частота вращения маркера вокруг его собственного центра масс (частота “верчения”).

Действующие на маркер полная вязкая сила и полный момент вязких сил относительно оси его вращения, проходящей через центр масс, определяются выражениями

$$\mathbf{F}_v = \int_S \mathbf{f}_v dS, \quad \mathbf{M}_v = \int_S \mathbf{r} \times \mathbf{f}_v dS$$

где S – нижняя поверхность маркера.

Момент силы \mathbf{F}_v , приложенной к центру масс, равен нулю.

Таким образом, в принятой приближенной модели уравнения и начальные условия, описывающие движения маркера по поверхности жидкости, имеют вид

$$\begin{aligned} m\ddot{\mathbf{r}}_c &= \mathbf{F}_v + \mathbf{F}_t = \kappa \int_S (\mathbf{v}_w - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) dS + \lambda m g \mathbf{e}_t \\ J\dot{\boldsymbol{\omega}} &= \kappa \int_S \mathbf{r} \times (\mathbf{v}_w - \dot{\mathbf{r}}_c - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) dS \\ \dot{\mathbf{r}}_c|_{t=0} &= 0, \quad \mathbf{r}_c|_{t=0} = \mathbf{r}_{c0}, \quad \boldsymbol{\omega}|_{t=0} = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь J – момент инерции маркера относительно указанной оси вращения.

Исследование движения маркера проводится в системе координат, связанной с поверхностью воды [8] и показанной на рис. 4. Положение центра масс маркера описывается координатами s , φ и $n = 0$ (так как маркер находится на поверхности воды), а его радиус-вектор задается выражением

$$\mathbf{r}_c = (RR' + \zeta\zeta') \mathbf{e}_s + (\zeta R' - R\zeta') \mathbf{e}_n \quad (3.2)$$

где \mathbf{e}_s , \mathbf{e}_n и \mathbf{e}_φ – единичные орты, подчиняющиеся правилам дифференцирования

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial s} &= -\frac{R'' \mathbf{e}_n}{\zeta'} = \frac{\zeta'' \mathbf{e}_n}{R'}, & \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial \varphi} &= R' \mathbf{e}_\varphi, & \frac{\partial \mathbf{e}_s}{\partial n} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial s} &= 0, & \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial \varphi} &= -R' \mathbf{e}_s + \zeta' \mathbf{e}_n, & \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial n} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial s} &= -\frac{\zeta'' \mathbf{e}_s}{R'} = \frac{R'' \mathbf{e}_s}{\zeta'}, & \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial \varphi} &= -\zeta' \mathbf{e}_\varphi, & \frac{\partial \mathbf{e}_n}{\partial n} &= 0 \end{aligned}$$

на основании которых из (3.2) следует

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}}_c &= \dot{s} \mathbf{e}_s + R\dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi \\ \ddot{\mathbf{r}}_c &= (\ddot{s} - RR' \dot{\varphi}^2) \mathbf{e}_s + (R\zeta' \dot{\varphi}^2 + \zeta'' \dot{s}^2 / R') \mathbf{e}_n + (R\ddot{\varphi} + 2R' \dot{s} \dot{\varphi}) \mathbf{e}_\varphi \end{aligned} \quad (3.3)$$

а также $\partial \mathbf{r}_c / \partial n = 0$ – это означает, что центр масс маркера во все время движения остается на поверхности жидкости.

Угловая частота вращения маркера в принятых приближениях представляется в виде

$$\boldsymbol{\omega} = \omega(s, \varphi, t) \mathbf{e}_n \quad (3.4)$$

где s и φ – координаты центра масс, так что дифференцирование по времени выражения (3.4) приводит к результату

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \left(\dot{\omega} \mathbf{e}_n - \omega \left(\frac{\zeta''}{R'} \dot{s} \mathbf{e}_s + \zeta' \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi \right) \right) \quad (3.5)$$

Так как для маркеров с центральной симметрией справедливы соотношения $\int_S \mathbf{r} \times \dot{\mathbf{r}}_c dS = 0$ и $\int_S \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} dS = 0$, то уравнения, описывающие движение, с учетом (3.3) приобретают форму

$$\begin{aligned} m[(\ddot{s} - RR' \dot{\varphi}^2) \mathbf{e}_s + (R\ddot{\varphi} + 2R' \dot{s} \dot{\varphi}) \mathbf{e}_\varphi] &= \kappa \left[\int_S \mathbf{v}_t dS - S(\dot{s} \mathbf{e}_s + R\dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi) \right] + \lambda m g \mathbf{e}_t \\ J\dot{\boldsymbol{\omega}} &= \kappa \left[\int_S [\mathbf{r} \times (\mathbf{v}_t - \dot{\mathbf{r}}_c)] \times \mathbf{e}_n dS - \omega \int_S r^2 dS \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

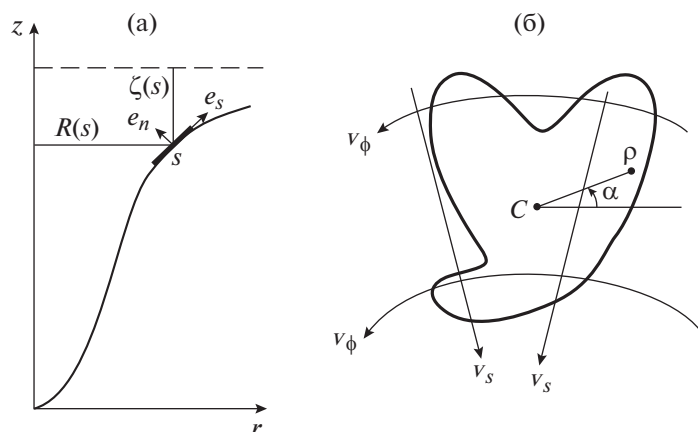


Рис. 4. Схематическое изображение маркера, находящегося на поверхности вихря (а) и поля скорости жидкости, примыкающей к его нижней стороне (б).

В [9] показано, что в пренебрежении поверхностным натяжением скорость жидких частиц на поверхности воды описывается выражением

$$\mathbf{v}_t|_{n=0} = (-\Omega_s R' \mathbf{e}_s + \Omega_\phi \mathbf{e}_\phi) \left(R \vartheta(a - R) + \frac{a^2}{R} \vartheta(R - a) \right) \quad (3.7)$$

где Ω_s, Ω_ϕ – характерные угловые скорости вдоль направлений \mathbf{e}_s и \mathbf{e}_ϕ соответственно, a – радиус твердотельного вращения в вихре; $\vartheta(x)$ – единичная функция Хевисайда.

При этом форма поверхности, по которой движется маркер, задается соотношением

$$\zeta(s) = \zeta_0 + \frac{\Omega_\phi^2}{2g} [R^2(s)\theta(a - R(s)) + a^2(2 - a^2/R^2(s))\theta(R(s) - a)] \quad (3.8)$$

и описывает формирующуюся вихревую воронку [9], что хорошо согласуется с экспериментами [8, 9].

Для такой формы воронки справедливо выражение

$$\lambda m g \mathbf{e}_t = -m g \zeta' \mathbf{e}_s$$

В экспериментах [10] угловая скорость вращения диска на дне контейнера составляла величину 3.3 с^{-1} . Так как передача импульса от дна к поверхности контейнера происходит за счет вязких эффектов, то справедливо ограничение сверху $\Omega_\phi \leq 3.3 \text{ с}^{-1}$. В дальнейшем необходимые количественные оценки проводятся именно для этих значений параметров вихревой воронки.

Так как согласно [9] справедливо соотношение $R'^2 + \zeta'^2 = 1$, то на основании (3.8) следуют уравнения для функции R :

$$R' \sqrt{1 + k^2 R^2/a^2} = 1, \quad R \leq a; \quad R' \sqrt{1 + k^2 a^6/R^6} = 1, \quad R \geq a$$

где $k = \Omega_\phi^2 a/g$.

Оценка сверху в предельном случае при $a = 7.5 \text{ см}$ (радиус контейнера) дает значение $k_{\max} \leq 0.085$, так что с хорошим приближением можно положить $R' - 1 = 1, \zeta' = 1$. На основании полученных оценок, с учетом решений вышеприведенных уравнений для функции R и с использованием (3.8), имеет место

$$\zeta'(s) \approx \frac{\Omega_\phi^2}{g} \left[s \theta(a - R(s)) + \frac{a^4}{s^3} \theta(R(s) - a) \right]$$

Дальнейшее исследование проблемы существенно зависит от конкретного вида экспериментального маркера и связано с вычислением интегралов, входящих в (3.7).

Маркер в форме диска радиуса ρ . В используемой приближенной модели радиус-вектор \mathbf{r} , отсчитываемый по поверхности маркера, согласно рис. 4 б представим в виде

$$\mathbf{r} \approx r(\mathbf{e}_s \sin \alpha + \mathbf{e}_\varphi \cos \alpha) \quad (3.9)$$

Тогда $\int_S r^2 dS = JS/m$, где $S = \pi \rho^2$ – площадь поверхности диска, $J = m \rho^2/2$ – его момент инерции. На основании (3.8) имеют место выражения

$$\int_S \mathbf{v}_i dS \approx R \rho^2 \left(f_+(x) + \frac{a^2}{R^2} f_-(x) \right) (-\Omega_s \mathbf{e}_s + \Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi) \quad (3.10)$$

$$f_\pm(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{2\rho}{3R} (1-x^2)^{3/2} \pm (\arcsin(x) + x\sqrt{1-x^2}), \quad x = \frac{s_a - s}{\rho}$$

$$\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_i] \times \mathbf{e}_n dS \approx \Omega_\varphi \rho^3 R \left(h_+(x) + \frac{a^2}{R^2} h_-(x) \right) \quad (3.11)$$

$$h_\pm(x) = \frac{\rho}{4R} (\arcsin(x) - x(1-x^2)^{3/2}) \pm \left(\frac{\pi\rho}{8R} - \frac{2}{3} (1-x^2)^{3/2} \right), \quad x = \frac{s_a - s}{\rho}$$

где s_a – такое значение координаты s , что $R(s_a) = a$ – радиусу твердотельного вращения вихря.

При $x = -1$ маркер целиком находится на периферии вихря, в этом случае $f_+ = 0$, $h_+ = 0$, так что из (3.10, 3.11) следует

$$\int_S \mathbf{v}_i dS \approx \frac{a^2}{R} S (-\Omega_s \mathbf{e}_s + \Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi), \quad \int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_i] \times \mathbf{e}_n dS \approx -\Omega_\varphi \frac{a^2 \rho^2}{4R} S \quad (3.12)$$

При $x = 1$ маркер целиком находится в области твердотельного вращения вихря, в этом случае $f_- = 0$, $h_- = 0$ и из (3.10, 3.11) следует

$$\int_S \mathbf{v}_i dS \approx RS (-\Omega_s \mathbf{e}_s + \Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi), \quad \int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_i] \times \mathbf{e}_n dS \approx \Omega_\varphi \frac{R \rho^2}{4} S \quad (3.13)$$

В переходной зоне $-1 < x < 1$, когда часть маркера расположена в области твердотельного вращения, а часть – на периферии, необходимые значения определяются по формулам (3.10), (3.11).

Качественное представление о свойствах уравнений движения (3.7) дает запись этих уравнений в виде

$$\ddot{s} - s\dot{\phi}^2 + \mu\dot{s} \approx \mu a_s, \quad \ddot{\phi} + 2\dot{s}\dot{\phi}/s + \mu\dot{\phi} \approx \mu a_\varphi, \quad \dot{\omega} + \mu\omega \approx \frac{\mu\Omega_\varphi}{2} M \quad (3.14)$$

и представленные на рис. 5 зависимости величин a_s , a_φ и M от x , вычисленные согласно соотношениям (3.10, 3.11) при $\rho/a = 0.1$, $\Omega_s/\Omega_\varphi = 0.2$.

В (3.14) введено обозначение $\mu = \kappa S/m$. При одновременном уменьшении всех линейных размеров маркера $\mu \rightarrow \infty$, а в случае уменьшения взаимодействия маркера с водой ($\kappa \rightarrow 0$) имеет место $\mu \rightarrow 0$.

Вертикальные шкалы на рис. 5 не представлены, поскольку на них изображены величины разных размерностей, но соотношения между a_s , a_φ находятся в точном соответствии с выражением (3.10). Вид уравнений (3.14), предельных соотношений (3.12), (3.13) и графиков a_s , a_φ рис. 5 показывает, что после помещения на поверхность вихря в области его периферии ($x = -1$) маркер в виде диска “подхватывается” потоком жидкости и начинает движение к центру вихря (a_s принимает отрицательные значения) с одновременным обращением его центра масс в том же направлении, в котором вращается вихрь. Одновременно с этим сам маркер начинает вращаться относительно оси, проходящей через его центр масс, в противоположном направлении (M принимает отрицательные значения), т.е. $\omega \times \Omega_\varphi < 0$.

По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область ($-1 < x < 1$), пересекает границу между твердотельным и периферийным типами вращения вих-

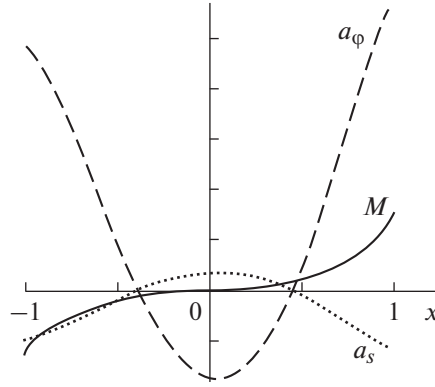


Рис. 5. Графики зависимостей величин a_ϕ (пунктир), a_s (точки) и M (сплошная) в переходной области $-1 < x < 1$ для маркера в форме диска.

ря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на противоположное, так что начинает выполняться соотношение $\omega \times \Omega_\phi > 0$, которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения ($x = 1$).

При помещении маркера в периферийную область вихревой воронки уравнения (3.14) при использовании (3.12) принимают вид

$$\ddot{s} - s\dot{\phi}^2 + \mu\dot{s} + \mu \frac{a^2\Omega_s}{s} + \frac{a^4\Omega_\phi^2}{s^3} = 0, \quad \ddot{\phi} + 2\dot{s}\dot{\phi}/s + \mu\dot{\phi} - \mu \frac{a^2\Omega_\phi}{s^2} = 0, \quad \dot{\omega} + \mu\omega + \mu \frac{a^2\Omega_\phi}{2s^2} = 0 \quad (3.15)$$

Из второго уравнения (3.15) следует

$$\dot{\phi} = \frac{1}{s^2} [a^2\Omega_\phi(1 - e^{-\mu t}) + s_0^2\dot{\phi}_0 e^{-\mu t}], \quad s_0 = s|_{t=0}, \quad \dot{\phi}_0 = \dot{\phi}|_{t=0} \quad (3.16)$$

Подстановка (3.16) в первое уравнение системы (3.15) приводит к явному виду решений

$$\phi = \phi_0 + \frac{\Omega_s}{\Omega_\phi} \ln \left(1 + \frac{a\Omega_\phi}{s_0\sqrt{\mu\Omega_s}} (e^{\mu t} - 1) \right), \quad s = \frac{a\Omega_\phi}{\sqrt{\mu\Omega_s}} \left(1 + \left(\frac{s_0\sqrt{\mu\Omega_s}}{a\Omega_\phi} - 1 \right) e^{-\mu t} \right) \quad (3.17)$$

на основании которых при учете малости величины $\Omega_s/\Omega_\phi \ll 1$ методами теории возмущений [11] выявляется связь между координатами центра масс маркера

$$s \approx \frac{a\Omega_\phi}{\sqrt{\mu\Omega_s}} \left(1 + \left(1 - \frac{a\Omega_\phi}{\sqrt{\mu\Omega_s}} \right) \exp \left(-\frac{\Omega_\phi}{\Omega_s} (\phi - \phi_0) \right) \right) \quad (3.18)$$

которая означает движение по спирали на поверхности вихревой воронки по направлению к ее оси вращения.

Точный вид решения третьего уравнения системы (3.15) имеет слишком громоздкий вид, чтобы быть приведенным здесь, но в начальные моменты времени угловая частота собственного вращения маркера относительно оси, проходящей через его центр масс, определяется выражением

$$\omega = -\frac{a^2\mu\Omega_\phi}{s_0^2} t + o(t) \quad (3.19)$$

На больших временах выражение для частоты собственного вращения стремится к величине

$$\omega|_{t \rightarrow \infty} = -\frac{\mu\Omega_s}{2\Omega_\phi} \quad (3.20)$$

при условии нахождения маркера еще на периферии вихревой воронки. В противном случае его собственное вращение описывается выражениями, приведенными далее.

Вид выражений (3.19, 3.20) указывает на то, что собственное вращение маркера в периферийной области происходит в противоположном направлении вращению вихревой воронки.

В начальные моменты времени поворот маркера относительно собственной оси противоположен повороту относительно оси воронки, а затем частота его собственного вращения постепенно уменьшается до момента времени $t_* \approx \frac{s_0^2 - (a + \rho)^2}{2a^2\Omega_s}$, когда край маркера начинает входить в переходную зону и его движение уже не описывается системой (3.15). Процесс движения маркера в переходной зоне описывается столь громоздкими соотношениями, что не позволяет привести их явный вид.

В области ядра вихревой воронки движение маркера описывается системой уравнений

$$\ddot{s} + \mu\dot{s} + (\mu\Omega_s - \dot{\varphi}^2 + \Omega_\varphi^2)s = 0, \quad \ddot{\varphi} + 2\dot{s}\dot{\varphi}/s + \mu\dot{\varphi} - \mu\Omega_\varphi = 0, \quad \dot{\omega} + \mu\omega - \mu\Omega_\varphi/2 = 0 \quad (3.21)$$

Решение второго уравнения системы (3.21) имеет вид

$$\dot{\varphi} = \frac{\Omega_\varphi}{s^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\mu^n} \frac{\partial^n s^2}{\partial t^n} \quad (3.22)$$

подстановка которого в первое уравнение системы (3.22) порождает решение вида

$$s = s_* \exp\left(-\frac{\mu}{2}(1 - \sqrt{\sigma})(t - t_*)\right), \quad \sigma = \frac{1}{2}(\delta + \sqrt{\delta^2 + 16\Omega_\varphi^2/\mu^2}), \quad \delta = 1 - 4\left(\frac{\Omega_s}{\mu} + \frac{\Omega_\varphi^2}{\mu^2}\right) \quad (3.23)$$

при этом $s_* = s|_{t=t_*}$, где t_* – некоторый момент времени, когда маркер целиком входит в область твердотельного вращения вихревой воронки.

Подстановка (3.23) в (3.22) позволяет получить выражение для угла поворота центра масс маркера

$$\varphi = \frac{\Omega_\varphi}{\sqrt{\sigma} - 1}(t - t_*) + \varphi_*, \quad \varphi_* = \varphi|_{t=t_*} \quad (3.24)$$

На основании выражений (24, 25) следует связь координат центра масс маркера вида

$$s = s_* \exp\left(-\frac{\mu}{2\Omega_\varphi}(\sqrt{\sigma} - \sigma)(\varphi - \varphi_*)\right) \quad (3.25)$$

что указывает на то, что и в области твердотельного вращения маркер движется по логарифмической спирали к оси вращения вихревой воронки.

В случае малых частот вращения вихревой воронки, что соответствует условиям экспериментальных наблюдений, когда выполняются соотношения $\Omega_s/\mu \ll 1$ и $\Omega_\varphi/\mu \ll 1$, выражения (3.24, 3.25) приобретают вид

$$\varphi = \varphi_* + \Omega_\varphi(t - t_*)(1 + 2\Omega_s/\mu), \quad s = s_* \exp(-\Omega_s(t - t_*)(1 + \Omega_s/\mu)) \quad (3.26)$$

Подстановка (3.26) в третье уравнение (3.21) приводит к результату

$$\omega = \frac{\Omega_\varphi}{2}(1 - e^{-\mu(t-t_*)}) + \omega_* e^{-\mu(t-t_*)}, \quad \psi = \psi_* + \frac{\Omega_\varphi}{2}(t - t_*) - \frac{1}{\mu}\left(\frac{\Omega_\varphi}{2} - \omega_*\right)(1 - e^{-\mu(t-t_*)}) \quad (3.27)$$

где ω_* и ψ_* – значения координат центра масс, частоты вращения и угла поворота вокруг собственной оси в момент времени t_* соответственно.

Как видно из (3.27), собственное вращение маркера совпадает по направлению с его вращением вокруг оси вихря, при этом $\psi - \psi_* \approx \frac{1}{2}(\varphi - \varphi_*)$.

Важная особенность выражений (3.24)–(3.27) состоит в том, что при использовании главных членов в выражениях для координат s и φ центра масс маркера, которые как в области

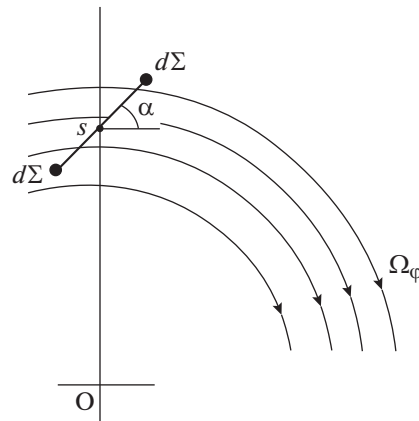


Рис. 6. Схема воздействия потока воды в вихревой воронке на маркер.

твердотельного вращения, так и на периферии вихревой воронки связаны соотношением общего вида

$$s \approx \tilde{s} \exp\left(-\frac{\Omega_s}{\Omega_\varphi}(\varphi - \tilde{\varphi})\right) \tag{3.28}$$

где \tilde{s} , $\tilde{\varphi}$ – некоторые постоянные величины.

Уравнение (3.28) описывает логарифмическую спираль на поверхности вихревой воронки, по которой движется центр масс маркера, причем эта спираль совпадает с траекториями жидких частиц вблизи свободной поверхности. Таким образом, маркер увлекается приповерхностным потоком и совершает дополнительное вращение, обусловленное ненулевым моментом вязких сил, действующих на его нижнюю поверхность со стороны жидкости. Как в периферийной области, так и в области твердотельного вращения углы поворота маркера относительно собственной оси и центра масс относительно оси вращения воронки связаны соотношением вида

$$\psi - \psi_* \approx c_1(\varphi - \varphi_*) + c_0 \tag{3.29}$$

где c_0 , c_1 – некоторые постоянные, в общем случае различные для областей периферии и твердотельного вращения.

Аналитические результаты (3.18), (3.25) для координаты s центра масс маркера не коррелируют с биениями на графиках рис. 3 по причине того, что модель (3.8) формы вихревой воронки идеализирована и не учитывает ее возможную эллиптичность и бегущие спиралевидные поверхностные гравитационно-капиллярные волны.

4. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В систему (3.6), описывающую движение маркеров в вихревом течении, входит уравнение для изменения кинетического момента маркера. В установившихся режимах, в особенности, когда маркер находится в области твердотельного вращения, его частота ω обращения вокруг собственной оси практически постоянна во времени. Тогда из уравнения для кинетического момента

$J\dot{\omega} = \kappa \left[\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \times \mathbf{e}_n dS - \omega \int_S r^2 dS \right]$ при $\dot{\omega} \approx 0$ следует

$$\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \times \mathbf{e}_n dS - \omega \int_S r^2 dS \approx 0 \tag{4.1}$$

следовательно, имеет место результат

$$\omega \approx \frac{\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \times \mathbf{e}_n dS}{\int_S r^2 dS} \tag{4.2}$$

Рассмотрим ситуацию, когда в качестве маркера выбирается простейшая центральносимметричная относительно центра масс фигура – два маленьких плоских диска, каждый площадью $d\Sigma$

на расстоянии l друг от друга, соединенных бесконечно тонким абсолютно жестким стержнем, как показано на рис. 6.

В этом случае

$$\int_S r^2 dS = 2d\Sigma \frac{l^2}{4} = \frac{l^2 d\Sigma}{2} \quad (4.3)$$

Пусть маркер в некоторый момент времени занимает положение, показанное на рис. 1, причем его центр тяжести имеет координату s .

Тогда при использовании приближенного выражения для поля скорости вихревой воронки у поверхности $\mathbf{v}_t \approx R\Omega_\varphi \mathbf{e}_\varphi$ получается оценка

$$\int_S [\mathbf{r} \times \mathbf{v}_t] \times \mathbf{e}_n dS = \Omega_\varphi \sin \alpha \frac{l}{2} d\Sigma \left(s + \sin \alpha \frac{l}{2} \right) - \Omega_\varphi \sin \alpha \frac{l}{2} d\Sigma \left(s - \sin \alpha \frac{l}{2} \right) = \Omega_\varphi \sin^2 \alpha \frac{l^2 d\Sigma}{2} \quad (4.4)$$

Подстановка (4.3, 4.4) в (4.2) дает результат

$$\omega \approx \Omega_\varphi \sin^2 \alpha \quad (4.5)$$

Так как угол α меняется во времени (и, строго говоря, имеет место связь $\omega = \dot{\alpha}$), то в среднем за период частота собственного вращения оценивается величиной

$$\bar{\omega} \approx \Omega_\varphi \int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha d\alpha = \frac{\Omega_\varphi}{2} \quad (4.6)$$

Только в отдельные моменты времени, когда $\alpha = \pi/2 + \pi n$, $n = 1, 2, \dots$, мгновенная частота собственного вращения сравнивается с частотой вращения поверхности вихря в твердотельной области.

Так как любой маркер, обладающий центральной симметрией относительно центра масс, можно разбить на пары таких вот маленьких маркеров в виде гантели, то следует ожидать результата, что независимо от формы собственное вращение маркера в области твердотельного вращения вихря будет подчиняться соотношению (4.6). Конечно, сам маркер при этом должен удовлетворять условию малости своего максимального размера по сравнению с наименьшим (по абсолютному значению) радиусом кривизны поверхности вихревой воронки, чтобы удовлетворять условию справедливости системы (7).

Так как углы φ и ψ в области твердотельного вращения подчиняются зависимостям $\varphi = \varphi_0 + \Omega_\varphi t$, $\psi = \psi_0 + \omega t$, то при больших временах имеет место

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\omega}{\Omega_\varphi} = \frac{1}{2} \quad (4.7)$$

Проведенные опыты показали, что, кроме вращения маркера вокруг центра свободной поверхности вихревого течения, он также вращается вокруг собственной оси. Полученные экспериментальные данные позволяют построить график зависимости $\psi(\varphi)$ угла вращения маркера от угла поворота маркера относительно оси вихревой воронки, рис. 7.

Начальные части графиков, представленных на рис. 7, представляют собой начальные моменты движения – “интервалы вовлечения” маркеров в движение вихревой воронки. Параметры линейных приближений после “интервалов вовлечения” представлены в табл. 1.

Экспериментальные результаты, приведенные в табл. 1, показывают хорошее совпадение с теоретическими расчетами (4.7) для маркеров, обладающих центральной симметрией.

То, что зависимость (4.7) свойственна только маркерам, обладающим центральносимметричными формами, наглядно демонстрируется на рис. 8, где показаны $\psi(\varphi)$ для маркеров в виде пятиугольной звезды, прямоугольника и правильного треугольника.

Лишь один из этих трех маркеров – маркер прямоугольной формы, – обладающий центральной симметрией, подчиняется зависимости (4.7), в то время как поведение двух остальных маркеров описывается общим соотношением (3.29) теоретической модели.

Необходимо также отметить экспериментально наблюдаемую важную особенность в поведении маркеров: после помещения на поверхность вихря в области его периферии маркер (например, в виде диска) “подхватывается” потоком жидкости и начинает движение к центру вихря с

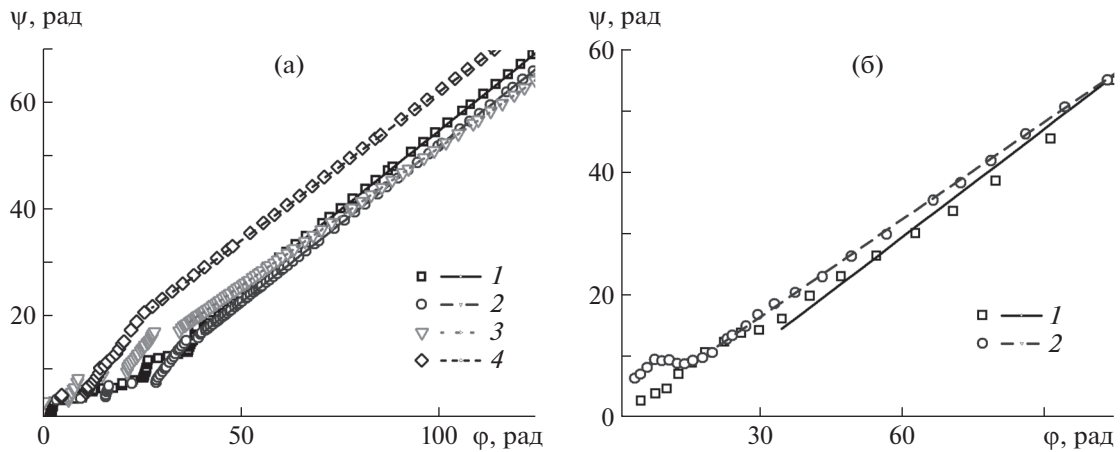


Рис. 7. Взаимосвязь углов вращения φ и верчения ψ для ($\Omega = 3.3 \text{ с}^{-1}$); (а) прямоугольные маркеры: 1, 2 – $0.5 \text{ см} \times 1.0 \text{ см} \times 0.3 \text{ см}$, $H = 40$ и 20 см , 3, 4 – $1.0 \text{ см} \times 2.0 \text{ см} \times 0.3 \text{ см}$, $H = 20$ и 40 см ; (б) крестообразные маркеры $1.5 \text{ см} \times 1.5 \text{ см} \times 0.3 \text{ см}$: 1, 2 – $H = 20, 40 \text{ см}$.

одновременным обращением его центра масс в том же направлении, в котором вращается вихрь. Одновременно с этим сам маркер начинает вращаться относительно оси, проходящей через его центр масс, в противоположном направлении. По мере продвижения к центру вихревой воронки маркер попадает в переходную область, пересекает границу между периферийным и твердотельным типами вращения вихря и постепенно меняет собственное вращение относительно центра масс на направление, совпадающее с направлением вращения жидкости в вихревой воронке, и которое сохраняется после полного перехода маркера в область твердотельного вращения, что также соответствует представленной выше теоретической модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные экспериментальные и теоретические исследования показали, что движение маркера, размещенного на поверхности жидкой вихревой воронки, является сложным и включает тангенциальное смещение (вращение относительно центра потока вихревого желоба), радиальное смещение и вращение относительно собственной оси. Характер движения зависит от условий эксперимента (глубина жидкости и частота вращения диска индуктора) и формы маркера. Экспериментальные зависимости угла верчения от угла поворота в области вращения твердого тела хорошо согласуются с теоретическими зависимостями, полученными на основе предложенной математической модели.

Также экспериментально и теоретически доказано, что на периферии вихревой воронки, вне области ее твердотельного вращения, направление вращения маркера вокруг собственной оси, проходящей перпендикулярно его плоскости через центр масс, направлено в противоположную сторону по отношению к направлению вращения жидкостной полости. В области твердотельного вращения вихревой воронки указанные направления совпадают.

Таблица 1. Линейная интерполяция $\psi(\varphi)$ коэффициентами наклона

Рис.	Прямая	Маркер	Размеры, см	Глубина жидкости, см	Наклон $\Delta\psi/\Delta\varphi$
7а	1	прямоугольник	0.5×1.0	40	0.595
	2			20	0.587
	3		1.0×2.0	20	0.518
	4			40	0.558
7б	1	крест	1.5×1.5	20	0.590
	2			40	0.532

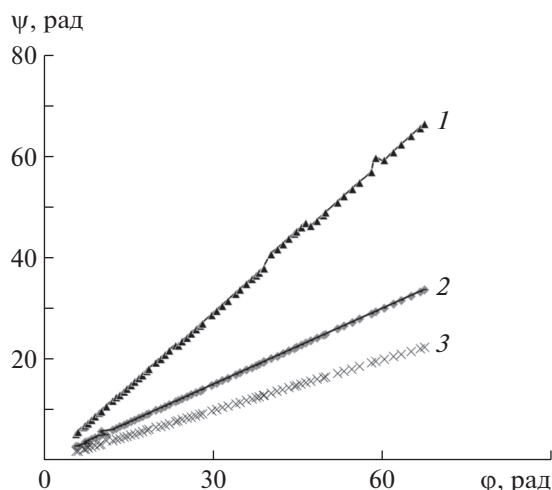


Рис. 8. Сравнение зависимостей $\psi(\varphi)$ для маркера, обладающего центральной симметрией (2 – прямоугольник), и маркеров, у которых такой симметрии нет (1 – пятиконечная звезда, 3 – правильный треугольник).

Предложенная модель переноса плавающих маркеров по поверхности вихревой воронки также может быть использована для изучения динамики переноса “островов” мусора крупномасштабными океаническими вихрями.

Работа выполнена при финансовой поддержке проекта Российской Федерации в лице Министерства образования и науки России № 075-15-2020-802.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Escudier M.P. Observations of the flow produced in a cylindrical container by a rotating endwall // Exp. Fluids. 1984. 2. P. 189–196.
2. Escudier M.P., O’Leary, R.J. Poole Flow produced in a conical container by a rotating endwall // Int. J. Heat Fluid Flow. 2007. V. 28. Iss. 6. P. 1418–1428.
3. Grigors’ev Y.N., Ershov I.V. Energy Estimate of the Critical Reynolds Numbers in a Compressible Couette Flow. Effect of Bulk Viscosity // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2010. V. 51. P. 669–675.
<https://doi.org/10.1007/s10808-010-0086-y>
4. Алексеенко С.В., Шторк С.И. Бегущий распад вихря // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23. Вып. 22. С. 24–28.
5. Esculier M.P. // Prog. Aerospace Sci. 1988. V. 25. P. 189–229.
6. Randall J.D., Leibovich S. The critical state: a trapped wave model of vortex breakdown // J. Fluid. Mech. 1973. № 58. P. 495–515.
7. Roland Becker. Mesh Adaptation for Stationary Flow Control // J. Math. Fluid. Mech. 2001. V. 3 (4). P. 317–341. 2001.
<https://doi.org/10.1007/PL00000974>
8. Степанова Е.В., Чаплина Т.О., Чашечкин Ю.Д. Формы частичного распада масляного тела в составном вихре // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 5. С. 52–64.
9. Кистович А.В., Чаплина Т.О., Степанова Е.В. Спиральная структура траекторий жидких частиц вблизи поверхности вихря // Вычислительные технологии. 2019. Т. 24. № 2. С. 67–77.
<https://doi.org/10.25743/ICT.2019.24.2.006>
10. Чаплина Т.О., Степанова Е.В. Характер углового перемещения маркеров различного вида на поверхности сложного вихревого потока // Процессы в геосредах. 2018. 1 (14). С. 793–803.
11. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984, 536 с.

УДК 532.517

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ В КОАКСИАЛЬНОМ КАНАЛЕ

© 2022 г. Е. И. Борзенко^{а,*}, О. А. Дьякова^а, Г. Р. Шрагер^а^а Томский государственный университет, Томск, Россия

*E-mail: borzenko@ff.tsu.ru

Поступила в редакцию 20.05.2022 г.

После доработки 21.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

Исследовано неизотермическое течение неньютоновской жидкости в поле силы тяжести с учетом диссипативного разогрева, зависимости эффективной вязкости от температуры и наличия свободной поверхности, реализуемое при заполнении коаксиального канала. Реологическое поведение среды описывается моделью Cross-WLF. Задача решается численно с использованием оригинальной вычислительной технологии на основе метода контрольного объема и метода инвариантов для удовлетворения граничных условий на свободной границе. Продемонстрированы характеристики потока в процессе заполнения при различных значениях определяющих параметров.

Ключевые слова: неизотермическое течение, свободная поверхность, неньютоновская жидкость, коаксиальный канал, численное моделирование

DOI: 10.31857/S056852812260028X

Течения жидкости со свободной поверхностью широко распространены в природе и технических приложениях. В частности, в металлургии при переработке полимерных материалов методом литья реализуется процесс заполнения емкостей жидкой средой, характерной особенностью которого является наличие свободной поверхности. Течения подобного типа во многих случаях осуществляются в неизотермических условиях, а реологическое поведение жидких сред зависит от интенсивности тензора скоростей деформаций и температуры [1]. Плоские и осесимметричные течения вязких сред при заполнении каналов достаточно хорошо изучены. Подробное описание кинематики изотермического течения вязкой жидкости и эволюции свободной поверхности изложено в [2–5]. Влияние вязкой диссипации и зависимости вязкости от температуры на характеристики гидродинамического процесса изложено в [6–9]. Учет неньютоновского поведения жидкости при заполнении плоских каналов и круглых труб реализуется в [10–16]. Следует отметить не достаточно полное представление результатов исследования течений жидкости при заполнении коаксиального канала [1, 17–19]. Особенности технологии литьевого формования изделий описаны в [1]. В [17] представлены исследования эволюции формы свободной границы для неизотермического течения аномально вязкой жидкости. В [18] представлены результаты численного моделирования ползущего изотермического течения нелинейно-вязкопластичной жидкости, описана динамика выделенных макрообъемов. Процесс заполнения круглой трубы с центральным телом ньютоновской жидкостью исследован в [19].

Целью данной работы является исследование процесса заполнения коаксиального канала неньютоновской жидкостью с учетом вязкой диссипации и зависимости реологических свойств от температуры. В настоящей статье впервые представлены результаты исследования эволюции свободной поверхности, кинематических и динамических характеристик потока жидкости, описываемой реологической моделью Cross-WLF, при заполнении коаксиального канала в неизотермических условиях.

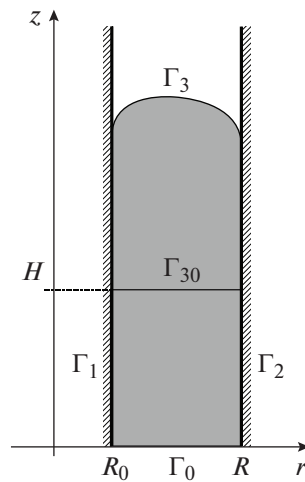


Рис. 1. Область течения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуется неизотермическое осесимметричное течение неньютоновской жидкости в поле силы тяжести с учетом диссипативного разогрева, зависимости эффективной вязкости от температуры и наличия свободной поверхности, реализуемое при заполнении коаксиального канала с внешним радиусом R и внутренним R_0 . Математическая постановка задачи включает уравнения движения, неразрывности и энергии. Предполагается, что изменения теплоемкости, плотности и коэффициента теплопроводности в рассматриваемых температурных диапазонах незначительны, и поэтому считаются постоянными. Область течения схематично представлена на рис. 1.

Жидкость подается через входное сечение Γ_0 с заданным постоянным расходом и температурой. На внутренней Γ_1 и внешней Γ_2 стенках заданы значения температуры T_1 и T_2 соответственно и выполняется условие прилипания. На свободной поверхности Γ_3 реализуются условия отсутствия касательных напряжений и равенства нормального – внешнему давлению, которое без ограничения общности принимается равным нулю. Движение свободной границы осуществляется в соответствии с кинематическим условием. В начальный момент времени канал заполнен жидкостью до высоты $H = 2R - R_0$, свободная поверхность имеет плоскую горизонтальную форму Γ_{30} , а температура жидкости равна T_1 .

Реологическое поведение среды описывается моделью Cross-WLF (Williams–Landel–Ferry) [20–22], согласно которой формула для определения эффективной вязкости имеет вид

$$\eta(\dot{\gamma}, T) = \eta_0(T) / [1 + (\eta_0(T) \dot{\gamma} / \tau^*)^{1-m}] \quad (1.1)$$

где $\eta_0(T) = \eta_1 \exp\left(\frac{A}{T - T^*}\right)$ – предельное значение вязкости при малых величинах интенсивности тензора скоростей деформации $\dot{\gamma}$, T – температура жидкости в потоке, η_1 , τ^* , A , m и T^* – параметры модели. Данная модель адекватно описывает реологические свойства аморфных полимеров и часто используется в математических постановках задач о течениях подобных сред [23, 24].

Поставленная задача решается в безразмерных переменных. В качестве масштабов обезразмеривания выбраны следующие величины: длины – внешний радиус канала R , скорости – среднерасходная скорость во входном сечении U_0 , времени – R/U_0 , вязкости – величина η_1 , давления – $\eta_1 U_0 / R$. Безразмерная температура определяется формулой $\theta = (T - T^*) / T_1$. Таким образом, урав-

нения движения, неразрывности в векторной форме и уравнение энергии с сохранением обозначения для безразмерных переменных запишутся в виде

$$\begin{aligned} \text{Re} \frac{d\mathbf{U}}{dt} &= -\nabla p + \nabla(2\eta E) + \mathbf{W} \\ \nabla \times \mathbf{U} &= 0 \\ \text{Pe} \frac{d\theta}{dt} &= \nabla^2 \theta + \text{Br} \Phi \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{U} – вектор скорости с компонентами U_r, U_z в цилиндрической системе координат (r, z) , t – время, p – давление, E – тензор скоростей деформации, η – безразмерная эффективная вязкость, $\mathbf{W} = (0, -W)$, Φ – диссипативная функция. В постановку задачи вошли следующие безразмерные критерии: $\text{Re} = \rho U_0 R / \eta_1$ – число Рейнольдса; $\text{Pe} = c \rho U_0 R / \lambda$ – число Пекле; $\text{Br} = \eta_1 U_0^2 / (T_1 \lambda)$ – число Бринкмана; $W = \rho g R^2 / (\eta_1 U_0)$ – число, характеризующее соотношение гравитационных и вязких сил, где ρ – плотность, g – ускорение силы тяжести, λ – коэффициент теплопроводности, c – теплоемкость.

Эффективная вязкость среды в безразмерном виде определяется формулой

$$\eta = \frac{\eta_0(\theta)}{1 + (C_1 \eta_0(\theta) \times \dot{\gamma})^{1-m}}, \quad \eta_0(\theta) = \exp\left(\frac{C_2}{\theta}\right)$$

где $C_1 = \eta_1 U_0 / \tau^* R$, $C_2 = A / T_1$ – безразмерные числа.

Граничные условия записываются следующим образом

$$\begin{aligned} \Gamma_0 : U_r &= 0, \quad U_z = f_1(r), \quad \theta = f_2(r) \\ \Gamma_1 : U_r &= 0, \quad U_z = 0, \quad \theta = \theta_1 \\ \Gamma_2 : U_r &= 0, \quad U_z = 0, \quad \theta = \theta_2 \\ \Gamma_3 : \frac{\partial U_n}{\partial s} + \frac{\partial U_s}{\partial n} &= 0, \quad -p + 2\eta \frac{\partial U_n}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0 \end{aligned}$$

Здесь $\theta_1 = (T_1 - T^*) / T_1$ и $\theta_2 = (T_2 - T^*) / T_1$ – значения безразмерных температур на внутренней и внешней стенках канала; U_n и U_s – нормальная и касательная компоненты вектора скорости на свободной поверхности соответственно; $f_1(r), f_2(r)$ – функции скорости и температуры, соответствующие установившемуся течению данной жидкости в коаксиальном зазоре с заданным постоянным расходом, которые определяются численно в результате решения одномерной задачи. Математическая постановка одномерной задачи включает стационарные уравнения движения и энергии относительно координаты r с учетом диссипативного разогрева и формулы для эффективной вязкости (1.1) с условиями прилипания и заданной температурой на твердой стенке. Конечно-разностные аналоги уравнений системы записываются в форме, используемой для реализации метода прогонки. Совместное решение уравнений для получения стационарных полей скорости и температуры обуславливает организацию итерационного процесса.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Сформулированная задача решается численно методом контрольного объема для расчета характеристик потока. Алгоритм SIMPLE [25] применяется для удовлетворения уравнения неразрывности. Для численной реализации граничных условий на свободной поверхности используется метод инвариантов [26]. На линии трехфазного контакта используется условие проскальзывания при динамическом краевом угле, равно π [27].

Тестирование методики расчета проводилось для значений теплофизических характеристик полиэтилена марки PE2042E из экспериментальной работы [23] для случая заполнения коаксиального зазора с внешним радиусом 0.01 м со среднерасходной скоростью 0.02 м/с, что соответствует следующим значениям безразмерных критериев $\text{Re} = 0.0001$, $W = 0.0244$, $\text{Pe} = 1252$, $C_1 = 0.066$, $m = 0.3$, $R_0 / R = 0.2$. Температура стенок соответствует значениям, которые обеспечивают переработку полиэтилена данной марки методом литья под давлением.

Таблица 1. Значения характеристик свободной поверхности ($\theta_1 = \theta_2 = 0.55$, $C_2 = 1$, $Bg = 0.0045$)

h_r	h_z	r_{\max}	z_{\max}	U_z
1/12	2/12	0.5028	2.9098	1.0743
1/25	2/25	0.5518	2.8903	1.0203
1/50	2/50	0.5749	2.8972	1.0108

Для проверки аппроксимационной сходимости проведена серия расчетов на последовательности сеток при температуре внутренней и внешней стенок $T_1 = T_2 = 200^\circ\text{C}$. Сходимость проверяется по координатам и компоненте скорости U_z точки свободной поверхности с максимальным значением z в момент времени $t = 1$. Данные, представленные в табл. 1, демонстрируют сходимость.

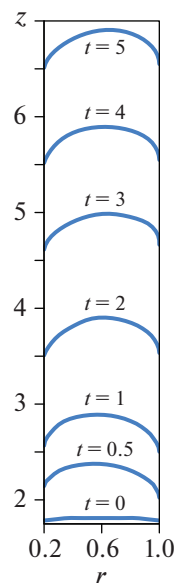
Дальнейшие расчеты проводились на прямоугольной сетке с шагами по пространству $h_r = 1/25$ и $h_z = 2/25$ и шагом по времени $\Delta t = 10^{-4}$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Все представленные ниже результаты параметрических исследований получены для следующих значений безразмерных чисел: $Re = 0.0001$, $W = 0.0244$, $Pe = 1252$, $m = 0.3$, $C_1 = 0.066$, $R_0/R = 0.2$. Значения параметров, относительно которых определяются зависимости характеристик течения, помещены в подписях к рисункам и таблице. В процессе заполнения первоначально плоская свободная поверхность выгибается, принимая выпуклую форму, и перемещается вдоль канала со среднерасходной скоростью, что демонстрирует рис. 2. Как и в случае заполнения круглой трубы или плоского канала [9, 28], для коаксиального зазора наблюдается фонтанирующий характер течения. Отметим, что фонтанирующим течением принято называть движение среды в окрестности поверхности раздела двух несмешивающихся потоков, когда одна жидкость вытесняет другую [29].

На рис. 3а представлены линии тока в неподвижной системе координат, а на рис. 3б – в системе, движущейся со среднерасходной скоростью, в момент времени $t = 5$.

Дополнительную информацию о характере течения дают топограммы массораспределения порций жидкости, которые представляют собой объемы жидкости, последовательно поступающие в канал через входное сечение в течение заданного промежутка времени. На рис. 4 приведе-

**Рис. 2.** Эволюция формы свободной поверхности ($\theta_1 = 0.55$, $\theta_2 = 0.66$, $C_2 = 1$, $Bg = 0.0045$).

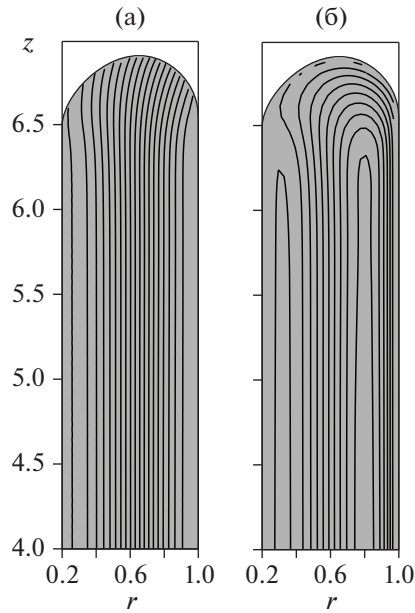


Рис. 3. Линии тока в неподвижной (а) и подвижной (б) системах координат в момент времени $t = 5$ ($\theta_1 = 0.55$, $\theta_2 = 0.66$, $C_2 = 1$, $Br = 0.0045$).

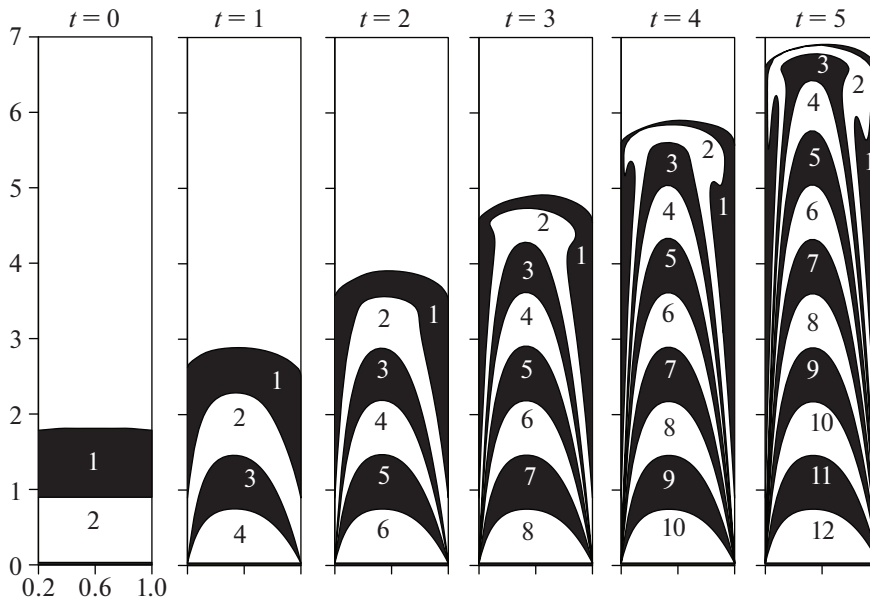


Рис. 4. Топограммы массораспределения в различные моменты времени при $\theta_1 = 0.55$, $\theta_2 = 0.66$, $C_2 = 1$, $Br = 0.0045$.

ны топограммы, в которых порции отличаются цветами, а цифрами обозначены их порядковые номера. В области одномерного течения порции деформируются в соответствии с профилем аксиальной скорости. В окрестности свободной поверхности порции приобретают характерную грибовидную форму и перераспределяются вдоль стенок канала.

Распределения характеристик потока в момент времени $t = 5$ представлены на рис. 5. Анализ распределений компонент вектора скорости и давления показывает, что в потоке условно можно выделить две области: зона двумерного течения в окрестности свободной поверхности и область одномерного течения в остальной части потока. Распределение вязкости (рис. 5г) также подтверждает описанную кинематику течения. Поле температуры имеет двумерный характер по всей области течения (рис. 5д).

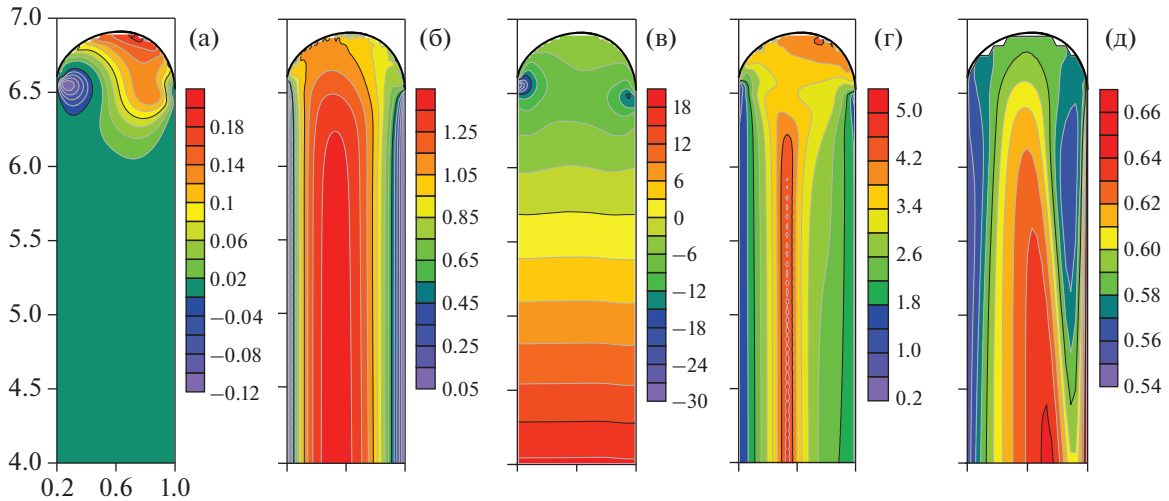


Рис. 5. Распределения характеристик потока в момент времени $t = 5$ при $\theta_1 = 0.55$, $\theta_2 = 0.66$, $C_2 = 1$, $Br = 0.0045$: а – поле скорости U_r , б – поле скорости U_z , в – поле давления, г – поле эффективной вязкости, д – поле температуры.

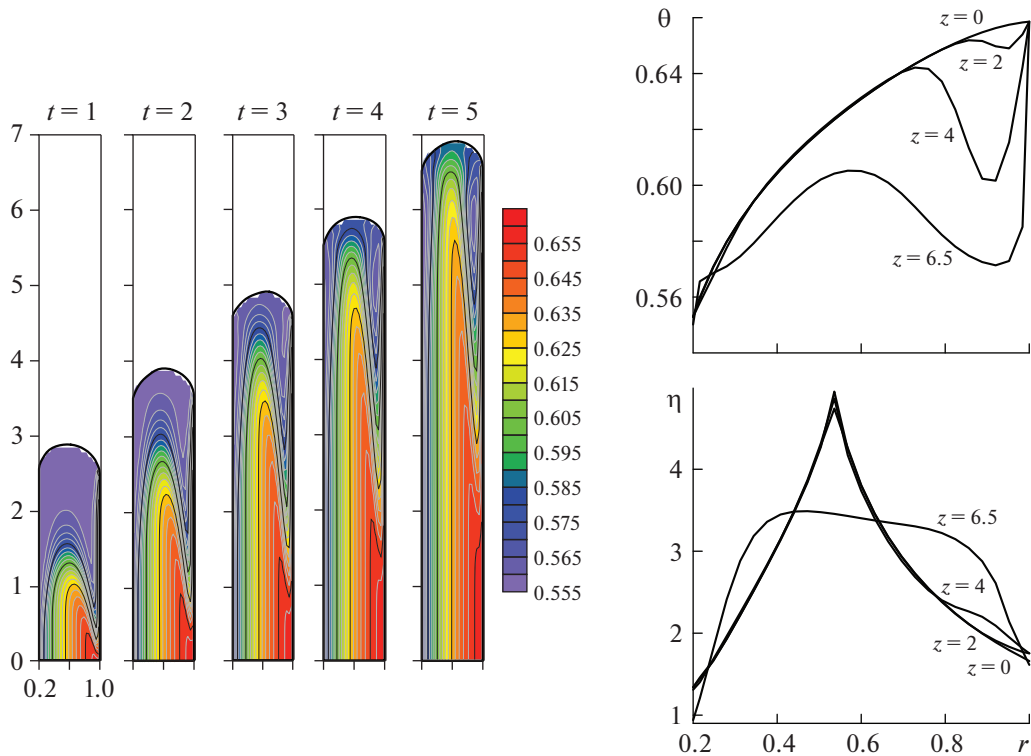


Рис. 6. Эволюция поля температур с течением времени (а) и распределения температуры и эффективной вязкости в поперечных сечениях $z = \text{const}$ в момент времени $t = 5$ (б) при $\theta_1 = 0.55$, $\theta_2 = 0.66$, $C_2 = 1$, $Br = 0.0045$.

Эволюция поля температуры с течением времени представлена на рис. 6а. Поскольку при $Re = 1252$ доминирует конвективный механизм переноса тепла в потоке, то и распределения температуры также подтверждают описанную выше кинематику течения. Диссипативный разогрев жидкости и зависимость эффективной вязкости от температуры формируют наблюдаемый профиль температуры в потоке (рис. 6б). В области одномерного течения профиль аксиальной скорости предполагает наличие экстремума, в окрестности которого интенсивность тензора скоростей деформаций стремится к нулю, что приводит к резкому увеличению эффективной вязкости согласно формуле (1.1). В зоне фонтанирующего течения профиль вязкости сглаживается за счет двумерного характера течения.

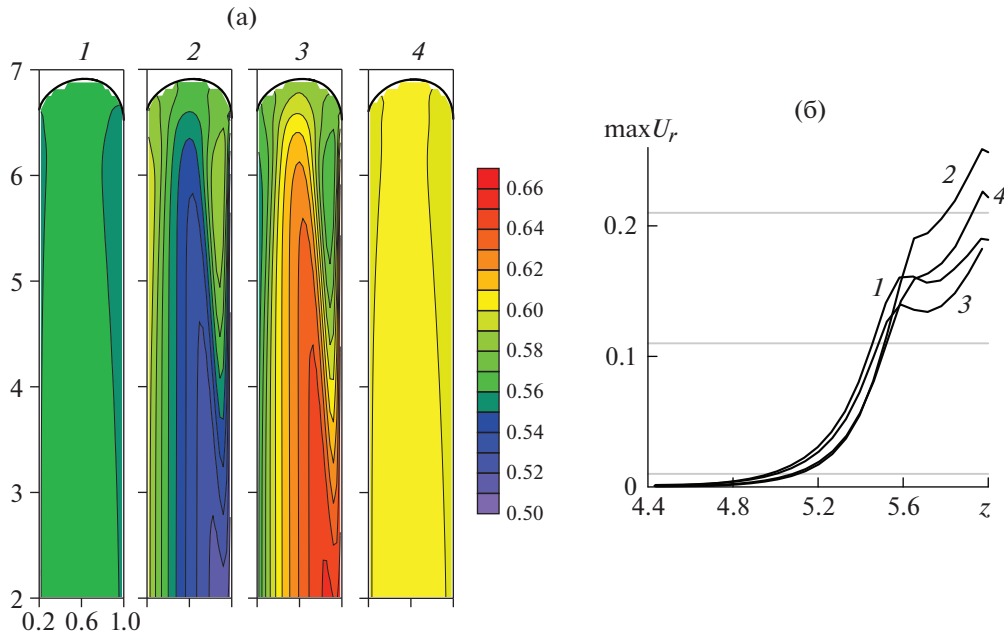


Рис. 7. Поля температур (а) и профили скорости U_r^{\max} (б) при различных значениях граничных условий на твердых стенках: 1 – $\theta_1 = \theta_2 = 0.55$, $C_2 = 1$, $Br = 0.0045$; 2 – $\theta_1 = 0.6$, $\theta_2 = 0.5$, $C_2 = 0.91$, $Br = 0.0041$; 3 – $\theta_1 = 0.55$, $\theta_2 = 0.66$, $C_2 = 1$, $Br = 0.0045$; 4 – $\theta_1 = \theta_2 = 0.6$, $C_2 = 0.91$, $Br = 0.0041$.

Влияние граничных условий на твердых стенках на распределение температуры демонстрирует рис. 7. В случае совпадения значений температуры на внешней и внутренней стенках канала в потоке наблюдается небольшая неоднородность ее распределения, связанная с диссипативным эффектом. Для варианта задания граничных условий с различными температурами на стенках распределения температуры соответствуют кинематике фонтанирующего течения в окрестности свободной поверхности. Изменение величины радиуса внутреннего цилиндра при прочих равных не приводит к качественным изменениям в распределении теплофизических характеристик потока.

Распределения максимальных значений радиальной компоненты вектора скорости в поперечных сечениях вдоль оси z представлено на рис. 7б в момент времени, когда координата вершины свободной поверхности $z = 6$. Характер распределений подтверждает формирование двух зон: одномерное и фонтанирующее течения. Область, в которой скорость отлична от нуля, соответствует двумерному течению вблизи свободной поверхности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено исследование процесса неизотермического заполнения коаксиального канала жидкостью Cross-WLF с учетом диссипативного разогрева и зависимости реологических характеристик от температуры. Теплофизические характеристики среды соответствуют полиэтилену марки PE2042E. Задача решена численно с использованием оригинальной вычислительной технологии на основе метода контрольного объема и метода инвариантов для удовлетворения граничных условий на свободной границе. Продемонстрированы характеристики потока в процессе заполнения при различных значениях определяющих параметров. Выявлены зона двумерного течения в окрестности свободной поверхности и зона одномерного течения вдали от нее. Установлено, что температура стенок в диапазоне 200–250°C оказывает слабое влияние на кинематику потока. В области одномерного течения изотермы параллельны стенкам канала, а в окрестности свободной поверхности они деформируются в соответствии с кинематикой фонтанирующего течения.

Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ (проект № 18-19-00021-П).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков И.А., Милехин Ю.М., Меркулов В.М., Банзула Ю.Б. Моделирование формования изделий из свободно-литьевых композиций. М.: Архитектура-С, 2007. 362 с.
2. Борзенко Е.И., Якутенок В.А. Эволюция свободной поверхности при заполнении плоских каналов вязкой жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 1. С. 24–30.
3. Mitsoulis E. Fountain flow revisited: The effect of various fluid mechanics parameters // *AIChE J.* 2010. V. 56. № 5. P. 1147–1162.
4. Mavridis H., Hrymak A.N., Vlachopoulos J. Mathematical modeling of injection mold filling: A review // *Adv. Polym. Technol.* 1986. V. 6. № 4. P. 457–466.
5. Coyle D.J., Blake J.W., Macosko C.W. The kinematics of fountain flow in mold-filling // *AIChE J.* 1987. V. 33. № 7. P. 1168–1177.
6. Nguyen-Chung T., Mennig G. Non-isothermal transient flow and molecular orientation during injection mold filling // *Rheol. Acta.* 2001. V. 40. № 1. P. 67–73.
7. Otmani E.R., Zinet M., Boutaous M., Benhadid H. Numerical simulation and thermal analysis of the filling stage in the injection molding process: Role of the mold-polymer interface // *J. Appl. Polym. Sci.* 2011. V. 121. № 3. P. 1579–1592.
8. Wang W., Li X., Han X. Numerical simulation and experimental verification of the filling stage in injection molding // *Polym. Eng. Sci.* 2012. V. 52. № 1. P. 42–51.
9. Борзенко Е.И., Фролов О.Ю., Шрагер Г.Р. Фонтанирующее течение вязкой жидкости при заполнении канала с учетом диссипативного разогрева // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 1. С. 45–55.
10. Otmani E.R., Zinet M., Boutaous M., Chantrenne P., Benhadid H. Numerical simulation of the filling phase in the polymer injection moulding process with a conservative level set method // *Int. J. Mater. Form.* 2008. V. 1. № S1. P. 731–734.
11. Липанов А.М., Альес М.Ю., Константинов Ю.Н. Численное моделирование ползущих течений неньютоновских жидкостей со свободной поверхностью // *Математическое моделирование.* 1993. В. 5. № 7. С. 3–9.
12. Mavridis H., Hrymak A.N., Vlachopoulos J. Finite element simulation of fountain flow in injection molding // *Polym. Eng. Sci.* 1986. V. 26. № 7. P. 449–454.
13. Gogos C.G., Huang C.F., Schmidt L.R. The process of cavity filling including the fountain flow in injection molding // *Polym. Eng. Sci.* 1986. V. 26. № 20. P. 1457–1466.
14. Mitsoulis E. Fountain flow of pseudoplastic and viscoplastic fluids // *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 2010. V. 165. № 1–2. P. 45–55.
15. Borzenko E.I., Ryltseva K.E., Shragel G.R. Free-surface flow of a viscoplastic fluid during the filling of a planar channel // *J. Nonnewton. Fluid Mech.* 2018. V. 254. P. 12–22.
16. Borzenko E.I., Frolov O.Y., Shragel G.R. Kinematics of the fountain flow during pipe filling with a power-law fluid // *AIChE J.* 2019. V. 65. № 2. P. 850–858.
17. Чехонин К.А., Липанов А.М., Булгаков В.К. Заполнение области между вертикальными коаксиальными цилиндрами аномально-вязкой жидкостью в неизотермических условиях // *ИФЖ.* 1989. В. 57. № 4. С. 577–583.
18. Чехонин К.А., Сухинин П.А. Движение нелинейно вязкопластичной жидкости со свободной поверхностью при заполнении осесимметричного объема // *Математическое моделирование.* 2001. В. 13. № 3. С. 89–102.
19. Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р. Кинематика течения вязкой жидкости при заполнении трубы с коаксиальным центральным телом // Изв. РАН. МЖГ. 2020. № 3. С. 51–58.
20. Cross M.M. Rheology of non-Newtonian fluids: A new flow equation for pseudoplastic systems // *J. Colloid Sci.* 1965. V. 20. № 5. P. 417–437.
21. Williams M.L., Landel R.F., Ferry J.D. The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids // *J. Am. Chem. Soc.* 1955. V. 77. № 14. P. 3701–3707.
22. Виноградов Г.В., Малкин А.Я. Реология полимеров. М: Химия, 1977. 440 с.
23. Sleiman G.E.H., Petit I., Allanic N., Belhabib S., Madec Y., Launay J., Deterre R. Study of the rheological behavior of polypropylene/polyethylene extruded mixture using an instrumented die // *AIP Conf. Proc.* 1914. 2017. P. 040005-1–040005-5.
24. Sorrentino A., Pantani R. Determination of the effect of pressure on viscosity of an isotactic polypropylene // *Polym. Bull.* 2013. V. 70. № 7. P. 2005–2014.
25. Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. N.Y.: Hemisphere Pub. Corp., 1980. 197 p.
26. Васенин И.М., Сидонский О.Б., Шрагер Г.Р. Численное решение задачи о движении вязкой жидкости со свободной поверхностью // *Доклады АН СССР.* 1974. В. 217. № 2. С. 295–298.
27. Борзенко Е.И., Шрагер Г.Р. Влияние вида граничных условий на линии трехфазного контакта на характеристики течения при заполнении канала // *Прикладная механика и техническая физика.* 2015. В. 56. № 2. С. 3–14.
28. Борзенко Е.И., Фролов О.Ю., Шрагер Г.Р. Фонтанирующее неизотермическое течение вязкой жидкости при заполнении круглой трубы // *Теоретические основы химической технологии.* 2014. В. 48. № 6. С. 677–684.
29. Rose W. Fluid–Fluid Interfaces in Steady Motion // *Nature.* 1961. V. 191. P. 242–243.

УДК 532.529

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПВРД И ГПВРД РЕЖИМОВ РАБОТЫ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ HIFiRE-2

© 2022 г. Р. К. Селезнев^{a,b,c,*}^a *Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия*^b *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*^c *Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Россия*

*E-mail: roman.seleznev@phystech.edu

Поступила в редакцию 20.06.2021 г.

После доработки 25.06.2022 г.

Принята к публикации 26.06.2022 г.

Выполнено трехмерное численное моделирование процессов подачи смешения и горения топлива JP-7 в ПВРД и ГПВРД режимах работы камеры сгорания эксперимента HIFiRE-2. Двухкомпонентная смесь 64% этилена и 36% метана используется в качестве имитации авиационного керосина JP-7. Представлена кинетическая схема горения, состоящая из 4 реакций. Проведено сравнение рассчитанных концентраций H_2O в сечении оХУ в ПВРД и ГПВРД режимах работы с результатами расчета других авторов. Анализ распределения температуры и числа Маха в различных сечениях камеры сгорания позволяет выделить основные особенности течения. Представлено сравнение распределения давления на нижней стенке камеры с экспериментальными результатами.

Ключевые слова: ПВРД, ГПВРД, численное моделирование, горение, JP-7

DOI: 10.31857/S0568528122600382

С 50-х годов прошлого века в мире активно ведутся работы над практической реализацией гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД). Проблема состоит еще и в том, что в наземных экспериментах часто не удается воспроизвести явления, наблюдаемые в летных испытаниях. Летные испытания чрезвычайно дороги и часто заканчиваются неудачей. Помимо этого, довольно трудно разместить в летной установке большое количество измерительного оборудования. Несмотря на то что прогресс в области высокопроизводительных вычислительных мощностей сделал доступным трехмерное моделирование ГПВРД, прямое численное моделирование (DNS), с подробной кинетической схемой по-прежнему недоступно. В связи с этим необходимо развивать упрощенные модели вычислительной газовой динамики, которые позволяют адекватно описывать физические явления. Преимущества использования вычислительной газовой динамики увеличили спрос на высококачественные экспериментальные данные.

Эксперименты Hypersonic International Flight Research Experimentation (HIFiRE) проводились совместно исследовательской лабораторией ВВС США и Австралийской оборонной научно-технической организацией (AFRL). Основной целью этих экспериментов было получение высококачественных данных летных испытаний по более низкой цене, чем предыдущие программы. Программа HIFiRE использует проверенную недорогую технологию предварительного разгона летательных аппаратов (ЛА) с помощью ракет Terrier Mk-70, хорошо зарекомендовавшую себя в гиперзвуковых экспериментах HyShot [1] и [2]. В серии экспериментов HIFiRE-2 главное внимание уделялось исследованию характеристик ГПВРД, работающего на углеводородном топливе. Проводились как наземные, так и летные испытания. Изучался переход ПВРД-режим работы двигательной установки в ГПВРД-режим при разгоне ЛА до скорости полета 8 Махов. Большое количество опубликованных экспериментальных данных позволило использовать эксперимент HIFiRE-2 для валидации и верификации разрабатываемых компьютерных кодов [3–25]. Экспериментальные данные анализировались в большом количестве публикаций. Подробная история численного исследования эксперимента HIFiRE-2 описана в работах [25, 26].

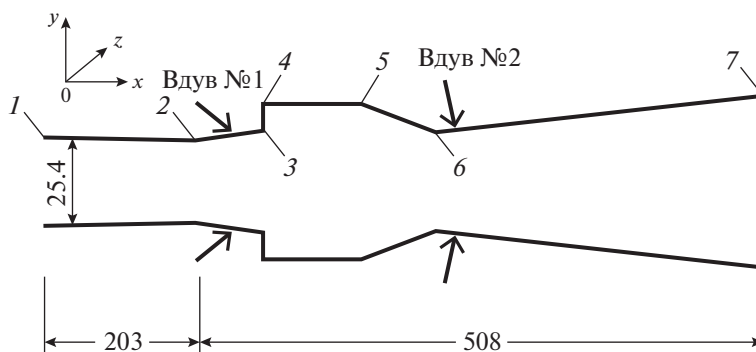


Рис. 1. Схема двигательной установки эксперимента HIFiRE-2 [3, 4].

Мотивация выполненного исследования состояла в изучении различных режимов работы двигательной установки, а также в продолжении систематической работы по верификации и валидации разрабатываемого трехмерного компьютерного кода [25, 27, 28]. Для понимания процесса перехода из ПВРД- в ГПВРД-режим были рассмотрены крайние случаи установившегося течения. В обоих режимах работы (ГПВРД и ПВРД) структура течения является сложной и трехмерной. Первая серия расчетов с использованием изложенной компьютерной модели проведена с использованием одной глобальной кинетической реакции горения JP-7, была представлена в работе [25]. В данной работе, в отличие от предыдущей, используется предположение, что JP-7 является смесью 36% метана и 64% этилена, и проводится не только качественное, но и количественное сравнение с результатами эксперимента и расчетов других авторов.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТНОЙ УСТАНОВКИ

Модель двигательной установки HIFiRE-2 состояла из прямоугольного изолятора длиной 203 мм и камеры сгорания с двумя кавернами, расположенными симметрично относительно плоскости симметрии. Схема модели HIFiRE-2 представлена на рис. 1 (размеры в миллиметрах). Координаты геометрических особенностей приведены в табл. 1. Ширина камеры сгорания составляла 101.6 мм и оставалась постоянной по всей длине. Двигатель работал в двух режимах, либо как ПВРД, либо как ГПВРД. Впрыск топлива производился выше и ниже по потоку от каверны, как показано на рис. 1 из четырех рядов инжекторов. Каждый такой ряд состоял из четырех равноудаленных отверстий. В качестве топлива использовался авиационный керосин JP-7. Условия проведения эксперимента приведены в табл.2.

Коэффициент избытка топлива для первого и второго ряда эжектеров равнялся $\phi_1 = 0.4$ и $\phi_2 = 0.6$ соответственно. Коэффициент избытка топлива для первого и второго ряда инжекторов равнялся $\phi_1 = 0.4$ и $\phi_2 = 0.6$ соответственно.

Таблица 1. Координаты геометрических особенностей эксперимента HIFiRE-2 [3, 4]

	1	2	3	4	5	6	7	Вдув №1	Вдув №2
X, мм	0	203	295	294	359	401	711	244	419
Y, мм	12.7	12.7	14.8	31.9	33.4	17.2	24.2	13.6	17.6

Таблица 2. Граничные условия на входе в камеру сгорания эксперимента HIFiRE-2 [3, 4]

Режим	Число Маха	ρ_∞ , г/см ³	p_∞ , эрг/см ³	V_∞ , м/с	T_∞ , К
ПВРД	2.59	2.9×10^{-4}	7.49×10^5	1.56×10^5	894
ГПВРД	3.45	1.89×10^{-4}	4.03×10^5	1.88×10^5	736

СИСТЕМА ИНТЕГРИРУЕМЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассматривается трехмерная задача течения вязкого теплопроводного многокомпонентного химически реагирующего газа. На каждом временном шаге решается система уравнений неразрывности, Навье–Стокса, закона сохранения энергии и уравнение диффузии для каждой химической компоненты. Данная система уравнений может быть представлена в следующем векторном виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) &= 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V} \mathbf{V} + \hat{\mathbf{P}}) &= 0 \\ \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \operatorname{grad} T &= \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \sum_{i=1}^{N_s} \rho c_{p,i} D_i (\operatorname{grad} Y_i \times \operatorname{grad} T) - \sum_{i=1}^{N_s} h_i \dot{w}_i + \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \operatorname{grad} p + \Phi_\mu \\ \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_i \mathbf{V} &= -\operatorname{div} \mathbf{J}_i + \dot{w}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_s \\ \mathbf{J}_i &= -\rho D_i \operatorname{grad} Y_i, \quad \dot{w}_i = M_i W_i = \sum_{n=1}^{N_r} (b_{i,n} - a_{i,n})(S_{f,n} - S_{r,n}), \quad c_p = \sum_i^{N_s} Y_i c_{p,i} \end{aligned}$$

где t – время; $\mathbf{V} = i\mathbf{u} + j\mathbf{v} + k\mathbf{w}$ – вектор скорости с проекциями на оси декартовой системы координат x, y, z ; p, ρ – давление и плотность; T – температура; μ, λ – динамический коэффициент вязкости и коэффициент теплопроводности соответственно; c_p – удельная теплоемкость смеси при постоянном давлении; N_s – число химических компонентов смеси газов; Y_i – массовая доля i -го компонента смеси; $c_{p,i}, h_i$ – удельная теплоемкость при постоянном давлении и энтальпия i -го компонента смеси; \dot{w}_i – массовая скорость химических превращений для i -го компонента смеси; D_i – эффективный коэффициент диффузии i -го компонента смеси; \mathbf{J}_i – вектор плотности диффузионного потока i -го компонента; \dot{w}_i – массовая скорость химических превращений для i -го компонента смеси; $a_{i,n}, b_{i,n}$ – стехиометрические коэффициенты n -й химической реакции, символьная запись которой имеет вид

$$\sum_{j=1}^{N_s} a_{j,n} [X_j] = \sum_{j=1}^{N_s} b_{j,n} [X_j], \quad n = 1, 2, \dots, N_r$$

Здесь $[X_j]$ – химические символы реагентов и продуктов химических реакций; X_i – объемно-мольная концентрация i -й компоненты; N_r – число химических реакций; $k_{f,n}, k_{r,n}$ – константы скоростей прямых и обратных реакций, задаваемые обобщенной аррениусовской зависимостью $k_{f(r),n} = A_{f(r),n} T^{n_{f(r),n}} \exp(-E_{f(r),n}/kT)$; $A_{f(r),n}, n_{f(r),n}, E_{f(r),n}$ – аппроксимирующие коэффициенты для констант скоростей прямой (f) и обратной (r) химических реакций; $S_{f,n}, S_{r,n}$ – скорости прямой и обратной реакции.

Коэффициенты вязкости, теплопроводности и диффузии вычисляются с помощью соотношений, получаемых в первом приближении теории Чепмена–Энскога [29] и приближенных комбинаторных соотношений Манна и Брока [29]

$$\begin{aligned} \mu &= \left(\sum_{i=1}^{N_s} \frac{Y_i}{\mu_i} \right)^{-1}, \quad \lambda = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{N_s} x_i \lambda_i + \left(\sum_{i=1}^{N_s} \frac{x_i}{\lambda_i} \right)^{-1} \right], \quad D_i = (1 - x_i) \times \left(\sum_{j \neq i}^{N_s} \frac{x_j}{D_{ij}} \right)^{-1} \\ \mu_i &= 2.67 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{M_i T}}{\sigma_i^2 \Omega_i^{(2,2)*}}, \quad \text{г/см} \cdot \text{с} \\ \lambda_i &= 8330 \sqrt{\frac{T}{M_i}} \frac{1}{\sigma_i^2 \Omega_i^{(2,2)*}}, \quad \text{эрг/см} \cdot \text{К} \end{aligned}$$

$$D_{i,j} = 1.858 \times 10^{-3} \sqrt{T^3 \frac{M_i + M_j}{M_i M_j} \frac{1}{\rho \sigma_{i,j}^2 \Omega_{i,j}^{(1,1)*}}}$$

Здесь x_i – относительная мольная концентрация компонент; σ_i – эффективный диаметр столкновений, Å; $\Omega_i^{(2,2)*} = f(T_i)$ – интеграл столкновений; $T_i = kT/\varepsilon_i$; ε_i/k – параметр, характеризующий глубину потенциальной энергии взаимодействия частиц i -го типа.

Интегралы столкновений вычислялись по аппроксимациям [30]:

$$\Omega_i^{(2,2)*} = 1.157T_i^{-0.1472}, \quad \Omega_{i,j}^{(1,1)*} = 1.074T_{i,j}^{-0.1604}$$

Функции, определяющие столкновения двух частиц, определялись по так называемым комбинаторным формулам

$$T_{i,j} = \frac{kT}{\varepsilon_{i,j}}, \quad \varepsilon_{i,j} = \sqrt{\varepsilon_i \varepsilon_j}, \quad \sigma_{i,j} = \frac{1}{2}(\sigma_i + \sigma_j)$$

Компоненты тензора напряжений и диссипативная функция рассчитывались по формулам

$$P_{i,j} = -p\delta_{i,j} + \mu \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{i,j} \times \text{div} \mathbf{V} \right], \quad i, j = 1, 2$$

$$\Phi_\mu = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right]$$

Замыкающие соотношения для решаемой системы уравнений включают в себя термическое уравнение состояния идеального газа

$$\frac{p}{\rho} = \frac{R_0}{M_\Sigma} T, \quad \frac{1}{M_\Sigma} = \sum_i^{N_s} \frac{Y_i}{M_i}$$

Первые два уравнения интегрировались явным конечно-разностным методом по схеме AUSM [31] с использованием квадратичной аппроксимации чисел Маха и давления для определения параметров течения при приближенном решении задачи о распаде разрыва. Уравнения диффузии и сохранения энергии решались с использованием неявной конечно-разностной схемы 2-го порядка аппроксимации Кранка–Николсона.

Из-за симметрии камеры сгорания расчеты проводились только в одной из четвертей. При задании граничных условий на верхней и дальней стенке задавались условия прилипания. На нижней и ближайшей стенке задавались условия симметрии. На левой границе значения набегающего потока (три компоненты скорости, плотность и температура). На правой границе граничные условия не задавались, так как поток был сверхзвуковой. В качестве начальных данных во всей расчетной области задавались условия набегающего потока. Численное решение конечно-разностных уравнений проводилось с использованием многоблочной технологии. Количество используемых блоков в данной технологии определяется сложностью геометрии расчетной области. В данном случае была использована восьмиблочная структурированная расчетная сетка размерностью 512 000 элементов. Сгущение сетки производилось к стенке и местам сопряжения блоков (чтобы уменьшить разницу в размерах ячеек граничащих блоков).

Изложенная методика показала высокую эффективность при решении задач высокоскоростного обтекания спускаемых летательных аппаратов в трехмерной постановке [32] и исследовании течения внутри камер сгорания ГПВРД в двумерной [33, 34] и трехмерной [27] постановках.

ВЫБОР КИНЕТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

В работе [25] в качестве модели горения авиационного керосина JP-7 использовалась одна глобальная химическая реакция: $C_{12}H_{24} + 18O_2 \rightarrow 12H_2O + 12CO_2$. В данной работе рассматривают JP-7 как смесь 36% метана и 64% этилена. Аналогичное приближение использовалось в [7, 9, 13, 17]. Для каждого из компонент топлива используют свою кинетическую схему различной степени подробности. Для этилена используется кинетическая схема Баурле [35], состоящая из трех химических реакций. Данная кинетическая схема горения этилена хорошо показала себя при расчете конвективных и радиационных тепловых потоков в камере ГПВРД [36]. Для метана,

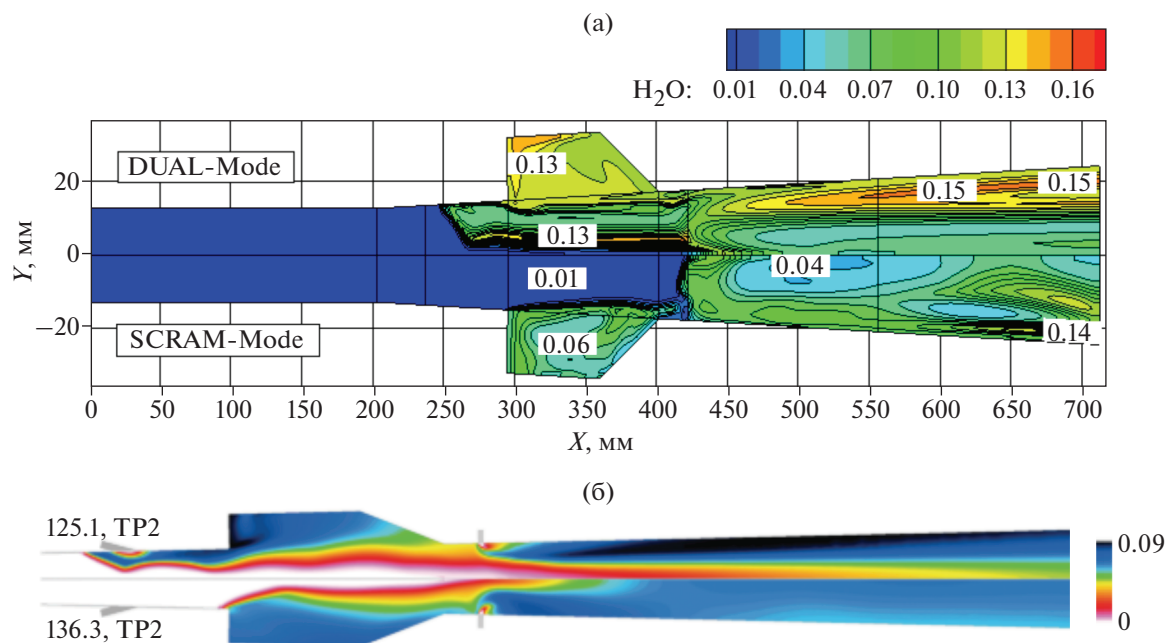


Рис. 2. Сравнение результатов расчета этой работы (а) распределения концентрации H_2O в сечении oXY (на расстоянии $z = 15$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и результата расчета из работы [9].

как и в работах Вестбрука [37] и Эннетта [38], используется одна необратимая глобальная реакция: $CH_4 + 2O_2 \rightarrow 2H_2O + CO_2$. Скорость химической реакции была выбрана следующей:

$$k_f = 4.1 \times 10^{21} \exp\left(-\frac{17600}{T}\right) [CH_4][O_2]^2$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 2а представлено рассчитанное распределение концентрации H_2O в сечении oXY (на расстоянии $z = 15$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (DUAL-Mode) и ГПВРД-режима (SCRAM-Mode). В ПВРД-режиме горение и образование воды происходит сразу перед первым рядом топливных инжекторов. При $X \approx 260$ мм активно протекают химические реакции и образуется вода. Область повышенной концентрации воды (массовая доля равна 0.13) расположена возле оси симметрии (при $Y = 0$) между первыми и вторыми инжекторами. Помимо этого, химические реакции протекают и в каверне. Максимальная массовая доля воды в каверне достигает 0.13. Ниже по потоку от ряда вторых инжекторов ($X \approx 450$ мм) возле верхней стенки наблюдается повышение концентрации воды (0.15). В ГПВРД-режиме (на нижней половине рисунка) активного горения возле первых инжекторов не наблюдается. Небольшое количество воды образуется в каверне (0.06). Далее активное горение происходит уже ниже по потоку от второго ряда инжекторов. При $X > 650$ мм возле стенки появляется область повышенной концентрации воды (0.14). Следует отметить качественное сходство с результатами расчета Йенча [9] (рис. 2б).

Рассчитанное распределение температуры в сечении oXY (на расстоянии $z = 15$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и ГПВРД-режима (нижняя часть) представлено на рис. 3. В ПВРД-режиме максимальная температура достигает 3000 К в области каверны возле оси симметрии. Температура в каверне равна 1800 К. Ниже по потоку от ряда вторых инжекторов ($X \approx 450$ мм) наблюдается большая область повышенной температуры (2700 К). В ГПВРД-режиме горение происходит не так интенсивно. Температура в каверне не превышает 1400 К. Основной поток прогревается максимум до 2400 К в узкой области возле стенки при $X > 600$ мм.

На рис. 4 проведено сравнение рассчитанного числа Маха в сечении oXY (на расстоянии $z = 15$ мм от плоскости симметрии камеры). Сразу после первого ряда инжекторов возникает до-

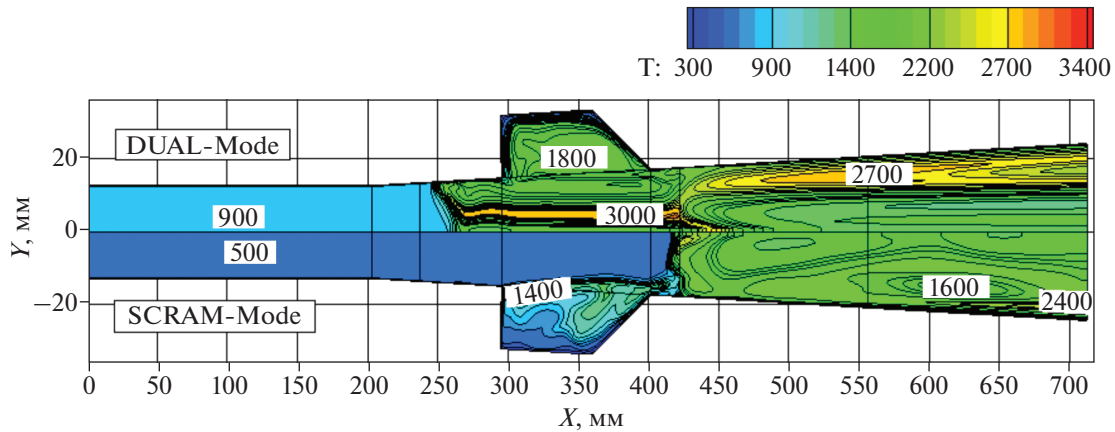


Рис. 3. Рассчитанное распределение температуры в сечении oXY (на расстоянии $z = 15$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и ГПВРД-режима (нижняя часть).

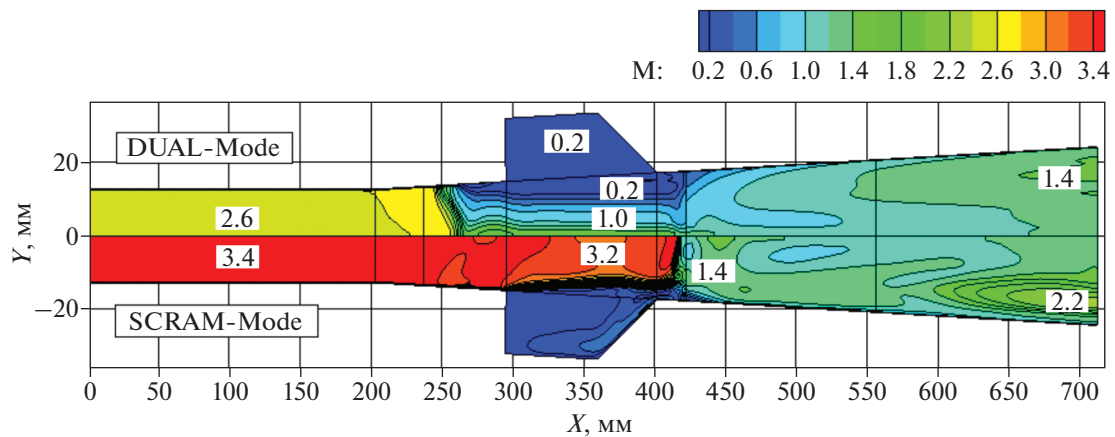


Рис. 4. Рассчитанное распределение числа Маха в сечении oXY (на расстоянии $z = 15$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и ГПВРД-режима (нижняя часть).

звуковая область, которая занимает существенную площадь камеры. Возле оси симметрии поток остается сверхзвуковым. Дозвуковая область в районе каверны расширяется, достигая максимума в области второго ряда инжекторов. Ниже по потоку от второго ряда инжекторов дозвуковая область сужается к стенке и при $X \sim 530$ мм практически весь поток становится сверхзвуковым. Далее за счет расширения камеры сгорания происходит постепенное увеличение скорости потока. На выходе из камеры сгорания число Маха достигает 1.4.

В ГПВРД-режиме после первого ряда инжекторов основной поток замедляется незначительно (с 3.4 М до 3.2 М). Дозвуковая область возникает в каверне и небольшой области потока возле нее. Ниже по потоку эта дозвуковая область расширяется и достигает максимума в месте второго ряда топливных инжекторов. После этого дозвуковая область резко сужается к стенке и при $X \sim 450$ мм практически весь поток становится сверхзвуковым. Основной поток в области второй подачи топлива замедляется с 3.4 до 1.4 М. Далее расширение камеры сгорания ускоряет основной поток до 2.2 М.

На рис. 5 показаны результаты рассчитанного распределения температуры в сечении oXZ (на расстоянии $y = 6$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и ГПВРД-режима (нижняя часть). В ПВРД режиме фронт горения образуется вокруг первого ряда инжекторов. Температура в этой области достигает 2600 К. Между первым и вторым рядом инжекторов идет постепенное расширение пламени, однако струи повышенной температуры существенно не взаимодействуют между собой. В месте второй подачи топлива происходит еще одно поднятие температуры до 3200 К. Далее происходит расширение разогретых струй и их взаи-

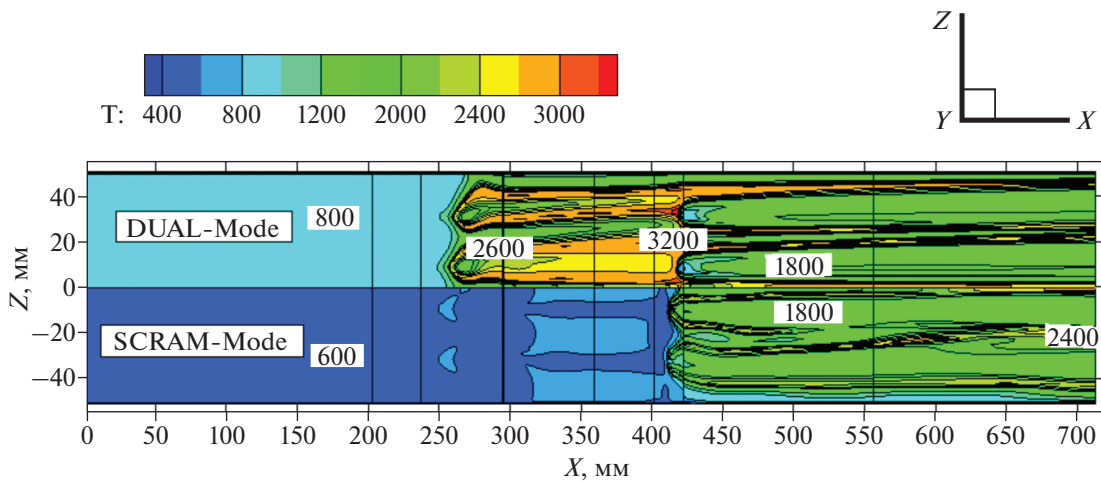


Рис. 5. Рассчитанное распределение температуры в сечении oXZ (на расстоянии $y = 6$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и ГПВРД-режима (нижняя часть).

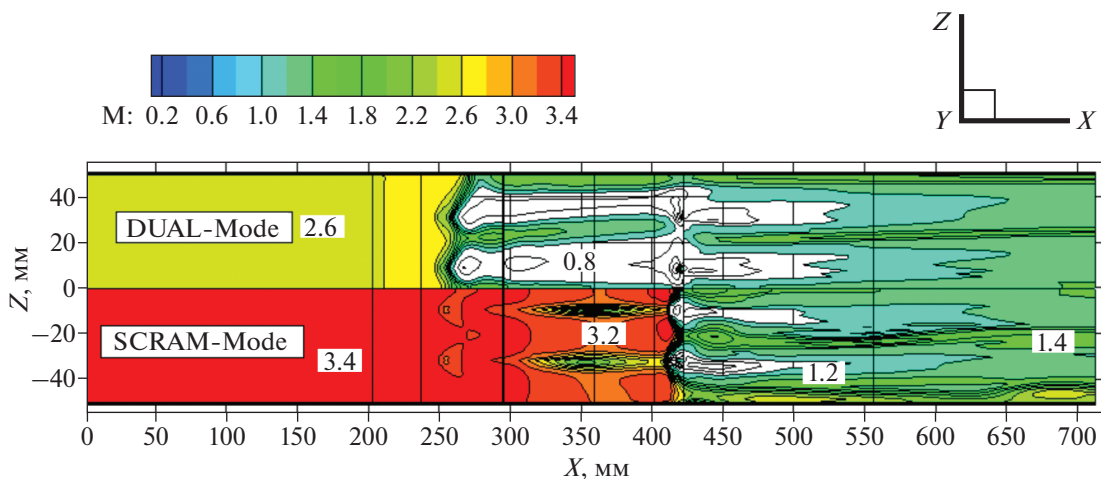


Рис. 6. Рассчитанное распределение числа Маха в сечении oXZ (на расстоянии $y = 6$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и ГПВРД-режима (нижняя часть). Белым цветом обозначены дозвуковые области.

модействие между собой. Минимальная температура потока равна 1800 К. В ГПВРД-режиме после не происходит поджига после первого ряда инжекторов. Фронт горения образуется вокруг второго ряда инжекторов. Горячие струи на расстоянии $X \sim 600$ мм взаимодействуют между собой. Температура в струе достигает 2400 К на выходе из камеры сгорания.

В ПВРД-режиме образуется дозвуковая область (0.8 М) перед первым рядом инжекторов и сразу после них. Дозвуковые области от каждого инжектора первого ряда перед вторым рядом инжекторов сливаются в единую область. После второго ряда инжекторов на расстоянии $X \sim 530$ мм поток снова становится сверхзвуковым. В ГПВРД-режиме дозвуковые области возникают только за вторым рядом инжекторов.

На рис. 8 представлено количественное сравнение распределения давления на стенке камеры при $z = 0$ в ПВРД-режиме (рис. 8а) и ГПВРД-режиме (рис. 8б). Как и в эксперименте, в расчетах давление не изменяется в области изолятора постоянной площади сечения (при $X < 200$ мм). В области небольшого расширения тракта двигателя ($200 \text{ мм} < X < 290 \text{ мм}$) наблюдается незначительное падение давления. В ПВРД-режиме в расчетах при $X \sim 245$ мм начинается повышение

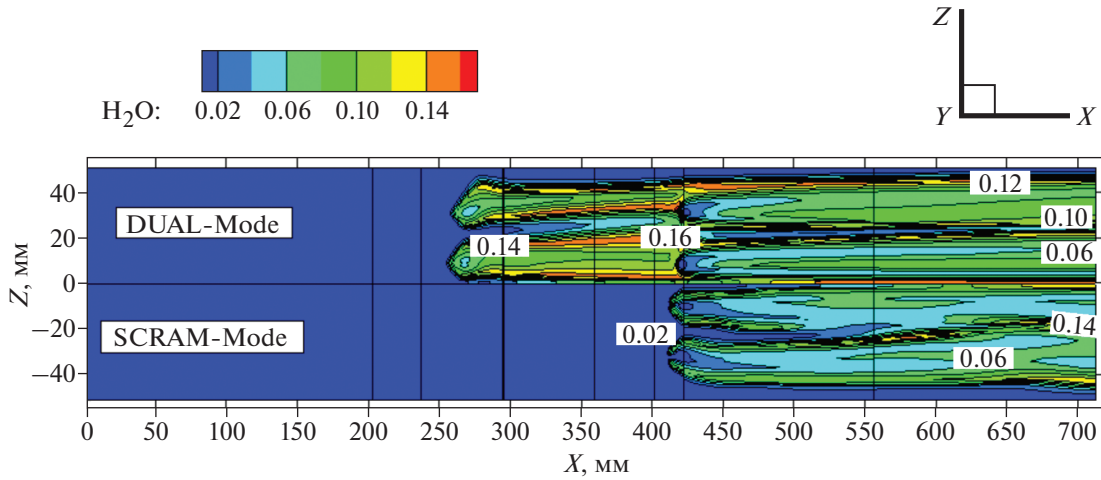


Рис. 7. Рассчитанное распределение концентрации воды в сечении OXZ (на расстоянии $y = 6$ мм от плоскости симметрии камеры) для ПВРД-режима (верхняя часть) и ГПВРД-режима (нижняя часть).

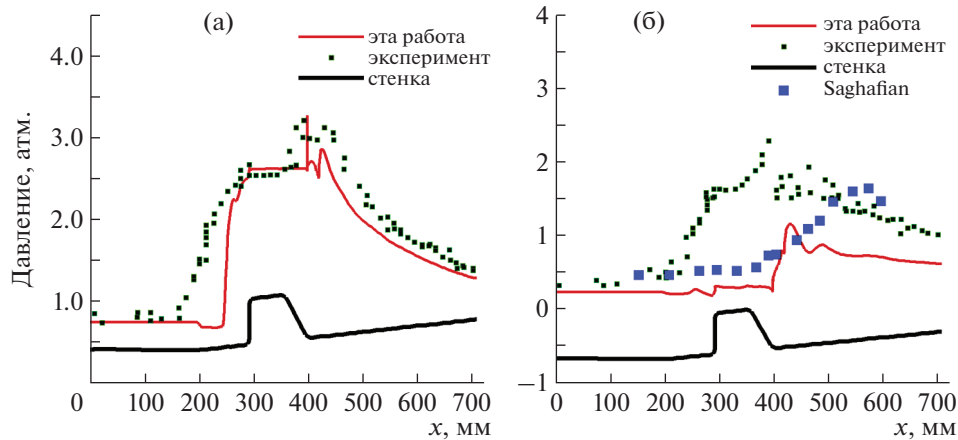


Рис. 8. Рассчитанное распределение давления на стенке при $z = 0$ ПВРД-режим (а) и ГПВРД-режим (б). Красная линия – результат расчета этой работы, зеленые квадраты – экспериментальные значения, синими квадратами – результаты расчета из работы [9].

давления с 7.94×10^5 эрг/см³ до 2.55×10^6 эрг/см³, вызванное горением в области перед первым рядом инжекторов. Несмотря на то что в эксперименте повышение давления начиналось выше по потоку при $X \sim 168$ мм, величина давления сразу перед каверной в расчетах и эксперименте совпадает. Далее в каверне наблюдается стабильное давление 2.55×10^6 эрг/см³. В области вторых инжекторов в расчете и в эксперименте наблюдаются колебания давления. При $X > 430$ мм давление плавно уменьшается за счет расширения камеры сгорания. При этом заметно, что давление в эксперименте на 8% выше рассчитанного в этой работе.

В ГПВРД-режиме получено не очень хорошее количественное сравнение с результатами эксперимента. Анализ экспериментальных данных показывает, что повышение давления в ГПВРД-режиме происходит в области первых топливных инжекторов. В проведенных расчетах повышение давления возникает только в области второго ряда инжекторов. Максимальное давление в эксперименте (2.25×10^6 эрг/см³) практически в два раза превышает максимальное рассчитанное значение (1.17×10^6 эрг/см³). Следует отметить, что в работе [9] с использованием LES-модели турбулентности без введения особых “подгоночных” коэффициентов также получается неудовлетворительное согласие с экспериментом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное исследование ПВРД- и ГПВРД-режимов работы экспериментальной камеры сгорания HIFiRE-2 позволило определить основные структурные особенности течения, оказывающие существенное влияние на процессы горения. Выполнены валидация и верификация разрабатываемого компьютерного кода путем количественного и качественного сравнения полученных результатов с экспериментальными данными и расчетами других авторов. Показано, что при более высокой скорости потока объем дозвуковых зон уменьшается, что приводит к меньшей эффективности горения. Таким образом, наличие каверны в двигательной установке особенно важно для организации высокоскоростного горения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hass N., Smart M., Paull A.* Flight Data Analysis of the HYSHOT 2 // AIAA/CIRA 13th International Space Planes and Hypersonics Systems and Technologies Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2005. P. 17.
2. *Walker S., Rodgers F., Paull A. and Van Wie D.* HyCAUSE Flight Test Program // Sci. Technol. 2008. № 5. P. 1–14.
3. *Jackson K., Gruber M., Barhorst T.* The HIFiRE Flight 2 Experiment: An Overview and Status Update // 45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2009. P. 19.
4. *Hass N., Cabell K., Storch A., Gruber M.* HIFiRE Direct-Connect Rig (HDCR) Phase I Scramjet Test Results from the NASA Langley Arc-Heated Scramjet Test Facility // 17th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conf. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011. P. 18.
5. *Storch A., Bynum M., Liu J., Gruber M.* Combustor Operability and Performance Verification for HIFiRE Flight 2 // 17th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011. P. 13.
6. *Bermejo-Moreno I., Larsson J., Bodart J. and Vicquelin R.* Wall-modeled large-eddy simulations of the HIFiRE-2 scramjet // CTR Annual Research Briefs. 2013. P. 17.
7. *Yentsch R.J., Gaitonde D.V.* Numerical Investigation of Dual-Mode Operation in a Rectangular Scramjet Flowpath // J. Propuls. Power. 2014. V. 30. № 2. P. 474–489.
8. *Saghafian A., Shunn L., Philips D.A., Ham F.* Large eddy simulations of the HIFiRE scramjet using a compressible flamelet/progress variable approach // Proc. Combust. Inst. The Combustion Institute. 2015. V. 35. № 2. P. 2163–2172.
9. *Yentsch R., Gaitonde D.* Numerical Investigation of the HIFiRE-2 Scramjet Flowpath // 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. № January. P. 1–45.
10. *Crow A., Boyd I., Brown M., Liu J.* Thermal Radiative Analysis of the HIFiRE-2 Scramjet Engine // 43rd AIAA Thermophysics Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2012. № 6. P. 1–22.
11. *Quinlan J., McDaniel J.C., Drozda T.G., Lacaze G., Oefelein J.C.* A Priori Analysis of Flamelet-based Modeling for a Dual-Mode Scramjet Combustor // 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. 2014. P. 1–20.
12. *Lacaze G., Vane Z.P., Oefelein J.C.* Large eddy simulation of the HiFiRE direct connect rig scramjet combustor // AIAA SciTech Forum – 55th AIAA Aerosp. Sci. Meet. 2017. P. 1–19.
13. *Geraci G., Menhorn F., Huan X., Safta C., Marzouk Y., Najm H.N., Eldred M.S.* Progress in scramjet design optimization under uncertainty using simulations of the HIFiRE direct connect rig // AIAA Scitech 2019 Forum. 2019. P. 0–20.
14. *Irvine A.G.* High fidelity radiative thermal transport simulations of a scramjet propulsion system // Thesis. 2013. P. 156.
15. *Ferlemann P.G.* Forebody and Inlet Design for the HIFiRE 2 Flight Test // JANNAF Airbreathing Propuls. Subcomm. Meet. 2008. P. 0–18.
16. *Georgiadis N.J., Mankbadi M.R., Vyas M.A.* Turbulence model effects on RANS simulations of the HIFiRE flight 2 ground test configurations // 52nd Aerosp. Sci. Meet. 2014. № 1. 2014. P. 1–19.
17. *Yentsch R.J., Gaitonde D.V.* Unsteady three-dimensional mode transition phenomena in a scramjet flowpath // J. Propuls. Power. 2015. V. 31. № 1. P. 104–122.
18. *Borghini M.R., Engblom W.A., Georgiadis N.J.* Evaluation of mixing-limited Quasi-global wind-tunnel model for hifire 2 flowpath // 52nd Aerosp. Sci. Meet. 2014. P. 1–14.

19. *Yentsch R.J., Gaitonde D.V.* Comparison of mode-transition phenomena in axisymmetric and rectangular scramjet flowpaths // 52nd AIAA Aerosp. Sci. Meet. – AIAA Sci. Technol. Forum Expo. SciTech 2014. 2014. № January. P. 1–18.
20. *Malo-Molina F., Ebrahimi H., Gaitonde D.* Numerical Analysis of a Direct Connect Supersonic Combustor. // 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. 2011. № 1.
21. *Bynum M.D., Baurley R.A.* A design of experiments study for the HiFiRE flight 2 ground test computational fluid dynamics results // 17th AIAA Int. Sp. Planes Hypersonic Syst. Technol. Conf. 2011. 2011. № April.
22. *Li J., Zhu G., Zhang S., Yan O., Li W., Qin F.* Two-stage fuel injection performance of RBCC under scramjet mode // Aerosp. Sci. Technol. Elsevier Masson SAS, 2020. V. 105. P. 106062.
23. *Liu J., Gruber M.* Preliminary preflight CFD study on the HIFiRE flight 2 experiment // 17th AIAA Int. Sp. Planes Hypersonic Syst. Technol. Conf. 2011. 2011. № April.
24. *Jackson K.R., Gruber M.R., Buccellato S.* Hifire Flight 2 Overview and Status Update 2011 // 17th AIAA Int. Sp. Planes Hypersonic Syst. Technol. Conf. 2011. № 4. P. 1–17.
25. *Seleznev R.K.* Comparison of Ramjet and Scramjet Modes in the Combustion Chamber of the HIFiRE-2 experiment // Phys. Kinet. Gas Dyn. 2021. V. 22. № 4. P. 48–64.
26. *Seleznev R.K., Surzhikov S.T., Shang J.S.* A review of the scramjet experimental data base // Prog. Aerosp. Sci. 2019. V. 106. № 2. P. 43–70.
27. *Seleznev R.K.* Validation of 3D model by the example of a supersonic inlet-isolator // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1009. P. 012031.
28. *Seleznev R.K.* Numerical study of the flow structure in the supersonic inlet-isolator // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1009. P. 012034.
29. *Берд Р., Стьюарт В., Лайтфут Е.* Явления переноса. М.: Изд-во “Химия”. 1974. 687 с.
30. *Анфимов Н.А.* Ламинарный пограничный слой в многокомпонентной смеси газов // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1962. № 1. С. 25–31.
31. *Edwards J.R., Liou M.S.* Low-diffusion flux-splitting methods for flows at all speeds // 13th Computational Fluid Dynamics Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997. V. 36. № 9.
32. *Суржиков С.Т.* Пространственная задача радиационной газовой динамики командного модуля Аполлон-4 при сверхорбитальном входе в атмосферу // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 2. С. 149–160.
33. *Surzhikov S., Seleznev R., Tretyakov P., Zabaykin V.* Unsteady Thermo-Gasdynamic Processes in Scramjet Combustion Chamber with Periodical Input of Cold Air // 50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2014. P. 25.
34. *Seleznev R.K.* Validation of two-dimensional model by the example of a supersonic inlet-isolator // J. Phys. Conf. Ser. 2018. V. 1009. P. 012030.
35. *Baurle R.A., Eklund D.R.* Analysis of Dual-Mode Hydrocarbon Scramjet Operation at Mach 4–6.5 // J. Propuls. Power. 2002. V. 18. № 5. P. 990–1002.
36. *Суржиков С.Т.* Термогазодинамика модельной камеры сгорания этилена в сверхзвуковом потоке // Изв. РАН. МЖГ. 2022. № 3. С. 115–134.
37. *Westbrook C.K., Dryer F.L.* Simplified Reaction Mechanisms for the Oxidation of Hydrocarbon Fuels in Flames // Combust. Sci. Technol. 1981. V. 27. № 1–2. P. 31–43.
38. *Ennetta R., Hamdi M., Said R.* Comparison of different chemical kinetic mechanisms of methane combustion in an internal combustion engine configuration // Therm. Sci. 2008. V. 12. № 1. P. 43.

УДК 533.6.011.5

АНАЛИЗ ЛЕТНЫХ ДАННЫХ ПО КОНВЕКТИВНОМУ И РАДИАЦИОННОМУ НАГРЕВУ ПОВЕРХНОСТИ СПУСКАЕМОГО МАРСИАНСКОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА SCHIAPARELLI

© 2022 г. С. Т. Суржиков^а, Д. С. Яцухно^{а,*}^а *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия***E-mail: yatsukhno-ds@rambler.ru*

Поступила в редакцию 17.06.2022 г.

После доработки 21.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

Выполнено численное исследование радиационной аэротермодинамики спускаемого космического аппарата Schiaparelli для характерных траекторных точек в процессе входа в атмосферу Марса. Расчеты были проведены с использованием трехмерной радиационно-газодинамической модели, описывающей течение вязкого, сжимаемого, теплопроводного, химически реагирующего и излучающего газа с учетом возбуждения колебательных степеней свободы. В соответствии с полученными расчетными данными максимальный уровень радиационного нагрева задней поверхности спускаемого аппарата фиксируется для траекторной точки, соответствующей скорости полета ~2.6 км/с, и составляет 70% от общего нагрева. Результаты численного моделирования свидетельствуют о незначительной интенсивности химических реакций для траекторных точек, соответствующих высотам 28–23 км. Полученные данные по распределению радиационного и полного теплового потока по поверхности космического аппарата находятся в удовлетворительном согласии с результатами летного эксперимента.

Ключевые слова: спускаемый аппарат, марсианская атмосфера, радиационный нагрев, траекторные точки, полный тепловой поток

DOI: 10.31857/S0568528122600394

В 60-х годах в СССР было положено начало исследованию Марса космическими аппаратами путем запуска автоматических межпланетных станций. Значимым результатом советской программы “Марс” стало выполнение первой в мире успешной посадки на поверхность планеты. Очередной этап изучения Марса характеризуется реализацией с середины 90-х годов ряда международных научно-исследовательских программ. Спускаемые космические аппараты (СКА) Pathfinder (1996) [1] и Mars Science Laboratory (MSL, 2011) [2] совершили вход в марсианскую атмосферу со скоростями 7.65 и 5.8 км/с соответственно, и достигли поверхности планеты. В процессе прохождения плотных слоев атмосферы были получены уникальные наборы экспериментальных данных, которые легли в основу значительного количества расчетно-теоретических работ, направленных на создание и развитие компьютерных моделей аэротермодинамики и аэрофизики с целью проведения численного моделирования по ключевым вопросам: обтекание поверхности СКА, в том числе исследование отрывных течений [3]; задача достоверного предсказания конвективного нагрева как лобового щита, так и задней поверхности СКА [4]; проблема выбора моделей физической и химической кинетики [5], колебательной релаксации; оценка влияния турбулентности на теплообмен [6]. Существенная излучательная способность основных компонент марсианской атмосферы (таких как CO₂) делает актуальной проблему оценки радиационного нагрева поверхности СКА. В работе [7] было впервые обнаружено, что значительный объем высокотемпературного излучающего газа в следе за летательным аппаратом обуславливает существенные (1–2 Вт/см²) значения радиационного теплового потока к подветренной части марсианского СКА. Таким образом, особую важность представляло получение летных данных по уровню нагрева излучением подветренной части СКА.

Данный вопрос являлся одним из наиболее приоритетных в ходе подготовки запуска летательного аппарата Schiaparelli [8], экспериментальное оборудование которого включало набор из

трех комбинированных датчиков (COMARS+), обеспечивающих измерение: давления и температуры на поверхности СКА, полного теплового потока (суммарная величина конвективного и радиационного нагрева). Радиационный тепловой поток также отдельно измерялся с помощью широкополосного радиометра, расположенного, как и остальные датчики, на подветренной стороне СКА [8]. Информация о траектории движения в атмосфере Марса для данного летательного аппарата была представлена набором точек, включающих высоты $H \sim 82$ км и $H \sim 28-11$ км. Такая дискретность объясняется радиоблокировкой сигналов, зафиксированной в диапазоне $H \sim 82-28$ км. Полученные для десяти траекторных точек экспериментальные данные представляют значительный интерес для валидации различных численных моделей.

Настоящая статья является продолжением цикла публикаций [9–11], посвященных радиационной газовой динамике спускаемых марсианских аппаратов. Результаты расчетного исследования для СКА Exomars, полученные в работе [9], показывают значительный уровень радиационного теплового потока, доля которого для отдельных траекторных точек может превосходить конвективный для подветренной части СКА. На примере анализа результатов стендового эксперимента по обтеканию лобового щита СКА MSL потоком совершенного газа в рамках работы [10] была выполнена валидация алгебраических моделей турбулентности. В работе [11] применение 18-компонентной модели диссоциации и ионизации позволило получить подтверждение эффекта радиоблокировки сигналов для участков траектории, соответствующим плотным слоям атмосферы.

Целью настоящей работы является проведение валидации выбранной численной модели путем расчетной интерпретации летных данных по нагреву задней поверхности СКА Schiaparelli для различных траекторных точек.

СИСТЕМА ИНТЕГРИРУЕМЫХ УРАВНЕНИЙ

В рамках данной работы применялась трехмерная модель радиационной газовой динамики [9], адаптированная для проведения расчетов с использованием многоблочных структурированных сеток, и включающая газодинамические уравнения (уравнение неразрывности, уравнения Навье–Стокса), а также уравнения сохранения энергии поступательного движения и колебательной энергии молекул, уравнения сохранения массы для компонент смеси и уравнение переноса излучения.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \text{div}(\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x}(\mu \text{div} \mathbf{V}) + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right], \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \text{div}(\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y}(\mu \text{div} \mathbf{V}) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right], \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \text{div}(\rho w \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z}(\mu \text{div} \mathbf{V}) + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right], \quad (1.4)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \mathbf{V} \text{grad} T = \text{div}(\lambda \text{grad} T) + \frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \text{grad} p + \Phi_\mu + Q_{vib} - \text{div} \mathbf{q}_R - \quad (1.5)$$

$$- \sum_{i=1}^{N_s} h_i \dot{w}_i + \sum_{i=1}^{N_s} \rho c_{p,i} D_i (\text{grad} Y_i \times \text{grad} T),$$

$$\frac{\partial \rho e_{v,m}}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V} e_{v,m}) = \dot{e}_{v,m}, \quad m = 1, 2, \dots, N_v. \quad (1.6)$$

В уравнениях (1.1)–(1.6) ρ – плотность; t – время; x, y, z – координаты; u, v, w – проекции вектора скорости \mathbf{V} ; p – давление; μ – коэффициент динамической вязкости; c_p – теплоемкость при постоянном давлении; T – температура; λ – коэффициент теплопроводности; \mathbf{q}_R – вектор плотности радиационного теплового потока; Q_{vib} – объемное тепловыделение, обусловленное процессами колебательной релаксации; h_i – удельная энтальпия i -й компоненты; \dot{w}_i – массовая скорость образования i -й компоненты в единице объема; N_s – число компонент смеси; $c_{p,i}$, D_i , Y_i –

теплоемкость при постоянном давлении, коэффициент диффузии и относительная массовая концентрация i -й компоненты смеси; $e_{v,m}$ — удельная колебательная энергия m -й колебательной моды; N_V — число колебательных мод; $\dot{e}_{v,m}$ — релаксационное изменение колебательной энергии в m -й моде, которая определяется с помощью формулы Ландау–Теллера

$$\dot{e}_{v,m} = \rho_{i(m)} \frac{e_{v,m}^0 - e_{v,m}}{\tau_m} - e_{v,m} \dot{w}_{i(m)}. \quad (1.7)$$

В свою очередь величина $e_{v,m}$ рассчитывается по следующей формуле

$$e_{v,m} = \frac{R_0 \theta_m}{M_{i(m)} [\exp(\theta_m/T_{V,m}) - 1]}. \quad (1.8)$$

В уравнениях (1.7)–(1.8) $\rho_{i(m)}$ и $\dot{w}_{i(m)}$ — плотность и массовая скорость образования i -й компоненты, обладающей m -й колебательной модой; $e_{v,m}^0 = e_{v,m}(T_V = T)$ равновесная удельная энергия движения в m -й колебательной моде i -го компонента; τ_m — время колебательной релаксации m -й моды; R_0 — универсальная газовая постоянная; θ_m — характеристическая колебательная температура m -й моды; $M_{i(m)}$ — масса молекулы i -го компонента; $T_{V,m}$ — колебательная температура в m -й колебательной моде. Модель колебательной кинетики включает 5 колебательных мод [12]: O₂, CO₂ симметричная мода, CO₂ антисимметричная мода, CO₂ деформационная мода, CO. Следует отметить, что в рамках данной работы CO₂ является единственной компонентой атмосферы Марса. Вопросы применения моделей химической и колебательной кинетики, включающих азотные компоненты, были рассмотрены в работе [9]. В целом учет N₂ не оказывает заметного влияния на основные аэротермодинамические характеристики.

В уравнении (1.5) Φ_μ — диссипативная функция, которая определяется как

$$\Phi_\mu = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right].$$

В модель также входят уравнения сохранения массы отдельных компонент смеси

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \text{div } \rho_i \mathbf{V} = -\text{div } \mathbf{J}_i + \dot{w}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_s. \quad (1.9)$$

Здесь ρ_i — плотность i -й компоненты смеси; $\mathbf{J}_i = -\rho D_i \text{grad } Y_i$ — массовый диффузионный поток i -й компоненты.

Для расчетов использовалась 6 компонентная (C, O, C₂, O₂, CO, CO₂) модель химической кинетики, включающая 28 химических реакций [12]. В символической форме уравнения химической кинетики записываются следующим образом

$$\sum_{i=1}^{N_s} a_{i,n} [X_i] = \sum_{i=1}^{N_s} b_{i,n} [X_i], \quad n = 1, 2, \dots, N_r.$$

Здесь $a_{i,n}$, $b_{i,n}$ — стехиометрические коэффициенты n -й химической реакции; $[X_i]$ — символ реагентов и продуктов химической реакции; N_r — число химических реакций. Скорость образования i -й компоненты в n -й химической реакции определяется как

$$\left(\frac{dX_i}{dt} \right)_n = k_{f,n} (b_{i,n} - a_{i,n}) \prod_{i=1}^{N_s} X_i^{a_{i,n}} - k_{r,n} (b_{i,n} - a_{i,n}) \prod_{i=1}^{N_s} X_i^{b_{i,n}} = (b_{i,n} - a_{i,n}) (S_{f,i}^n - S_{r,i}^n).$$

В предыдущем уравнении $k_{f,n}$, $k_{r,n}$ — константы скоростей прямых и обратных реакций; $S_{f,i}^n$, $S_{r,i}^n$ — скорости прямой и обратной реакции. Массовая скорость химических превращений для i -й компоненты смеси рассчитывается при помощи следующего соотношения

$$\dot{w}_i = M_i W_i = \sum_{n=1}^{N_r} (b_{i,n} - a_{i,n}) (S_{f,i}^n - S_{r,i}^n)$$

Константы скоростей прямых и обратных реакций определяются по формуле Аррениуса

$$k_{f(r),n} = A_{f(r),n} T^{n_{f(r),n}} \times \exp\left(-\frac{E_{f(r),n}}{kT}\right)$$

В данном соотношении $k_{f(r),n}$, $A_{f(r),n}$, $E_{f(r),n}$ – аппроксимирующие коэффициенты для прямых и обратных реакций; k – постоянная Больцмана.

Уравнение переноса излучения формулируется в многогрупповом приближении без учета рассеяния и имеет следующий вид

$$\mathbf{\Omega} \frac{\partial J_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})}{\partial \mathbf{r}} + \kappa_{\omega}(\mathbf{r}) J_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = j_{\omega}(\mathbf{r}) \quad (1.10)$$

В этом уравнении $\mathbf{\Omega}$ – направляющий вектор; \mathbf{r} – радиус-вектор; $J_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ – спектральная интенсивность излучения; $\kappa_{\omega}(\mathbf{r})$ – спектральный коэффициент поглощения; $j_{\omega}(\mathbf{r})$ – спектральный объемный коэффициент испускания. Закон Кирхгоффа используется для расчета спектрального объемного коэффициента испускания в приближении локального термодинамического равновесия

$$j_{\omega}(\mathbf{r}) = \kappa_{\omega}(\mathbf{r}) J_{b,\omega}(\mathbf{r})$$

Здесь $J_{b,\omega}(\mathbf{r})$ – спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела. Интегральный радиационный тепловой поток рассчитывается по формуле

$$q_R = \int_{4\pi} d\Omega \int_{\Delta\omega_{gr}} J_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) \mathbf{\Omega} d\omega = \int_{\Delta\omega_{gr}} q_{R,\omega}(\mathbf{r}) d\omega$$

Коэффициенты вязкости и теплопроводности газовой смеси вычисляются с помощью метода Чепмена–Энскога [13]

$$\begin{aligned} \mu &= 1 / \sum_{i=1}^{N_s} (Y_i / \mu_i) \\ \lambda &= \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{N_s} x_i \lambda_i + 1 / \sum_{i=1}^{N_s} (x_i / \lambda_i) \right] \\ \mu_i &= 2.67 \times 10^{-5} \frac{\sqrt{M_i T_i}}{\sigma_i^2 \Omega_i^{(2,2)*}} \\ \lambda_i &= 8330 \sqrt{\frac{T_i}{M_i}} \frac{1}{\sigma_i^2 \Omega_i^{(2,2)*}} \end{aligned}$$

Эффективный коэффициент диффузии определяется по формуле Уилке [14]

$$\begin{aligned} D_i &= \frac{1 - x_i}{\sum_{j \neq i}^{N_s} (x_j / D_{ij})} \\ D_{ij} &= 1.858 \times 10^{-3} \sqrt{T_i^3 \frac{M_i + M_j}{M_i M_j}} \times \frac{1}{p \sigma_{i,j}^2 \Omega_{i,j}^{(1,1)*}} \end{aligned}$$

Здесь σ_i – эффективный диаметр столкновения, x_i – относительная мольная концентрация компонент; $T_i = kT / \varepsilon_i$; ε_i – константа, характеризующая потенциал взаимодействия; $\Omega_{i,j}^{(1,1)*}$, $\Omega_i^{(2,2)*}$ – интегралы столкновений, которые рассчитываются по аппроксимационным соотношениям [15]

$$\begin{aligned} \Omega_{i,j}^{(1,1)*} &= 1.074 T_{i,j}^{-0.1604} \\ \Omega_{i,j}^{(2,2)*} &= 1.157 T_i^{-0.1472} \end{aligned}$$

где $T_{i,j} = kT / \varepsilon_{i,j}$, $\varepsilon_{i,j} = \sqrt{\varepsilon_i \varepsilon_j}$, $\sigma_{i,j} = \frac{1}{2} (\sigma_i + \sigma_j)$.

В качестве замыкающего соотношения также используется уравнение состояния совершенного газа

$$p = \rho \frac{R_0}{M_\Sigma} T = \rho R_0 T \sum_i^{N_s} \frac{Y_i}{M_i}$$

Для расчета констант равновесия используются известные аппроксимации термодинамических свойств индивидуальных веществ [16].

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Подробное описание численного метода решения системы уравнений (1.1)–(1.6), (1.9)–(1.10) приведено в [12]. В основе расчетной методики лежит использование гибридного явно- неявного метода. Для интегрирования уравнений газовой динамики используется AUSM конечно-разностная схема. Уравнения сохранения энергии поступательного движения, колебательной энергии и уравнения неразрывности для отдельных компонент смеси интегрируются с использованием неявной конечно-разностной схемы [12]. Интегрирование уравнения переноса излучения осуществляется с использованием Ray-tracing метода [12].

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Пространственные расчеты были выполнены для траекторных точек S1–S4, параметры которых представлены в табл. 1. По сравнению с известными траекториями СКА Pathfinder и MSL в случае СКА Schiaparelli скорость полета ~5.8 км/с фиксируется на высоте ~82 км, что соответствует значительно более разреженной атмосфере.

На рис. 1 показаны распределения основных газодинамических параметров, отражающих характерную структуру поля течения, которая включает сжатую область ударного слоя, газодинамический след, обладающий высокой температурой, а также зону отрывного возвратно-рециркуляционного течения, линии тока которого показаны на рис. 1в. Следует отметить, что крупномасштабная вихревая структура сформировалась в непосредственной близости от предполагаемого места размещения датчиков тепловых потоков, что существенно осложняет получение стационарного решения для данной области поля течения. При искомым параметрах набегающего потока отход ударной волны от поверхности СКА не превышает 3 см. Для данного участка траектории температура в окрестности ударной волны превышает 8000 К, а для следа фиксируются температуры более 2500 К. Распределение давления в течении за летательным аппаратом характеризуется высокой однородностью. Локальное разрежение наблюдается в зоне непосредственного отрыва потока.

На рис. 2 демонстрируются распределения мольных долей CO_2 и CO , которые были получены с использованием приближений каталитической и некаталитической поверхности. Наибольшее изменение концентраций компонент смеси фиксируется в области лобового щита, однако влияние каталитических условий на поверхности преимущественно проявляется в следе за СКА с наветренной стороны. Концентрация CO в этой зоне существенно возрастает с одновременным снижением концентрации CO_2 . Данные компоненты смеси являются оптически активными и расчет их концентраций является определяющим при оценке радиационного теплового потока. В условиях разреженной атмосферы для всех типов поверхности уровень минимальной концентрации CO_2 составляет ~60%, а максимальные значения мольных долей CO – 25%.

Таблица 1. Траекторные параметры для СКА Schiaparelli [8]

	H , км	V_∞ , км/с	p_∞ , Па	Rho_∞ , кг/м ³	T_∞ , К
S1	82.467	5.829	0.16	5.092×10^{-6}	165.5
Радиоблокировка сигналов					
S2	28.202	2.595	56.56	1.542×10^{-3}	191.58
S3	25.477	2.014	74.13	1.979×10^{-3}	195.38
S4	23.064	1.571	93.15	2.440×10^{-3}	199.13

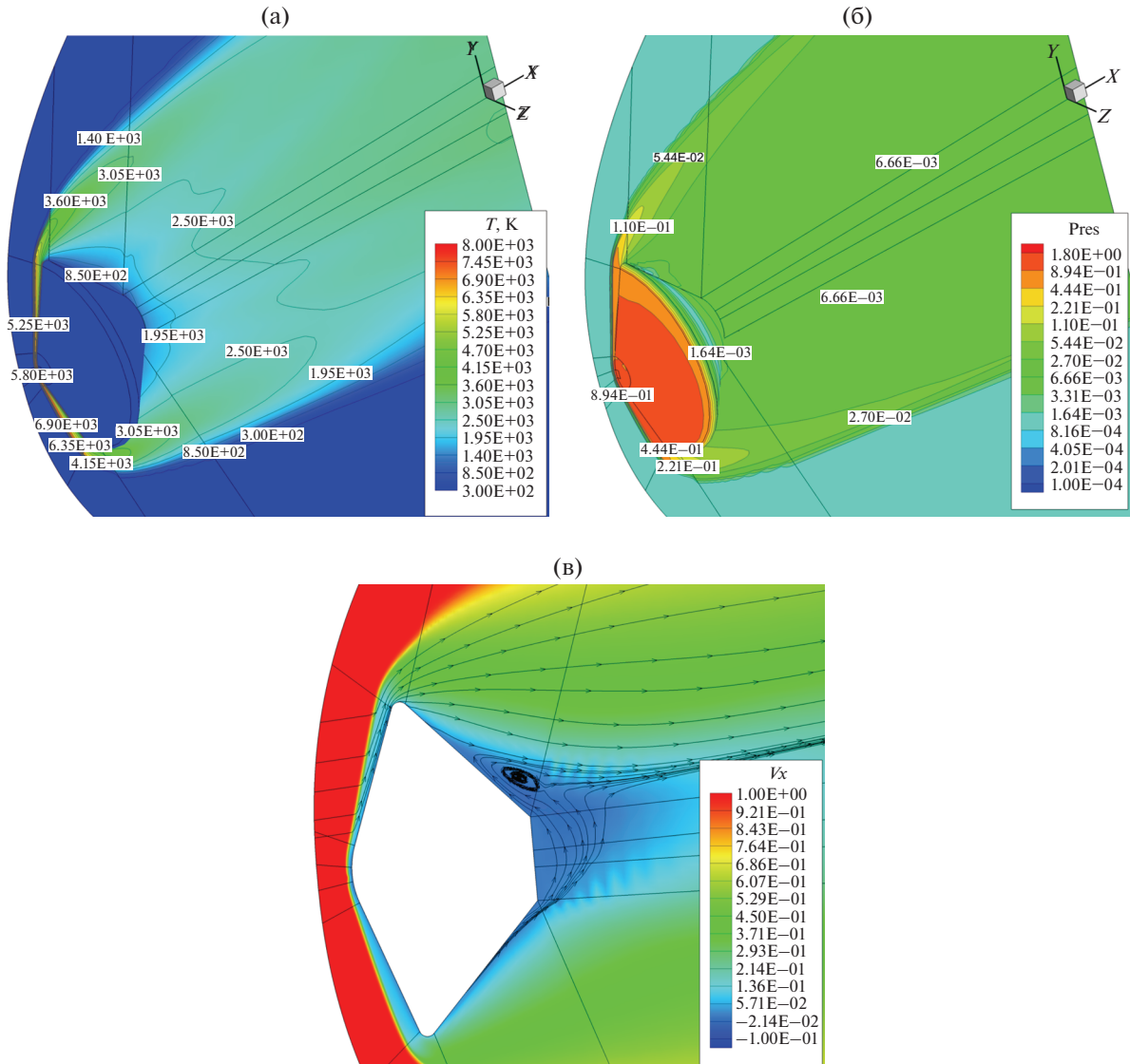


Рис. 1. Распределения поступательной температуры (а), безразмерного давления $Pres = p/\rho_\infty V_\infty^2$ (б) и продольной компоненты скорости (в) для траекторной точки S1.

Течение для условий, соответствующих траекторной точке S1, характеризуется значительной термической неравновесностью, что отражает распределение поступательной и колебательных температур, показанное на рис. 3. Влияние разреженности среды проявляется в гладкости профилей температур и отсутствии характерного пика для зоны ударной волны.

Несмотря на высокую скорость и значительную (более 2500 K) температуру в следе для траекторной точки S1 отмечается достаточно низкая степень нагрева задней части СКА Schiaparelli при величине радиационного теплового потока ~ 0.06 Вт/см² (рис. 4). Данный участок траектории также характеризуется преобладанием конвективного нагрева над радиационным вдоль всей поверхности летательного аппарата. Для случая некаталитического приближения определенное снижение радиационного теплового потока в подветренной зоне сменяется его повышенным значением в наветренной части СКА, что объясняется более высокой концентрацией СО в этой области поля течения.

Траекторным точкам после зоны радиоблокировки соответствует значительно более низкая температура в ударном слое и в следе за аппаратом. Тем не менее повышение плотности атмосферы на высотах 28–23 км приводит к более высокому уровню нагрева поверхности СКА. Для

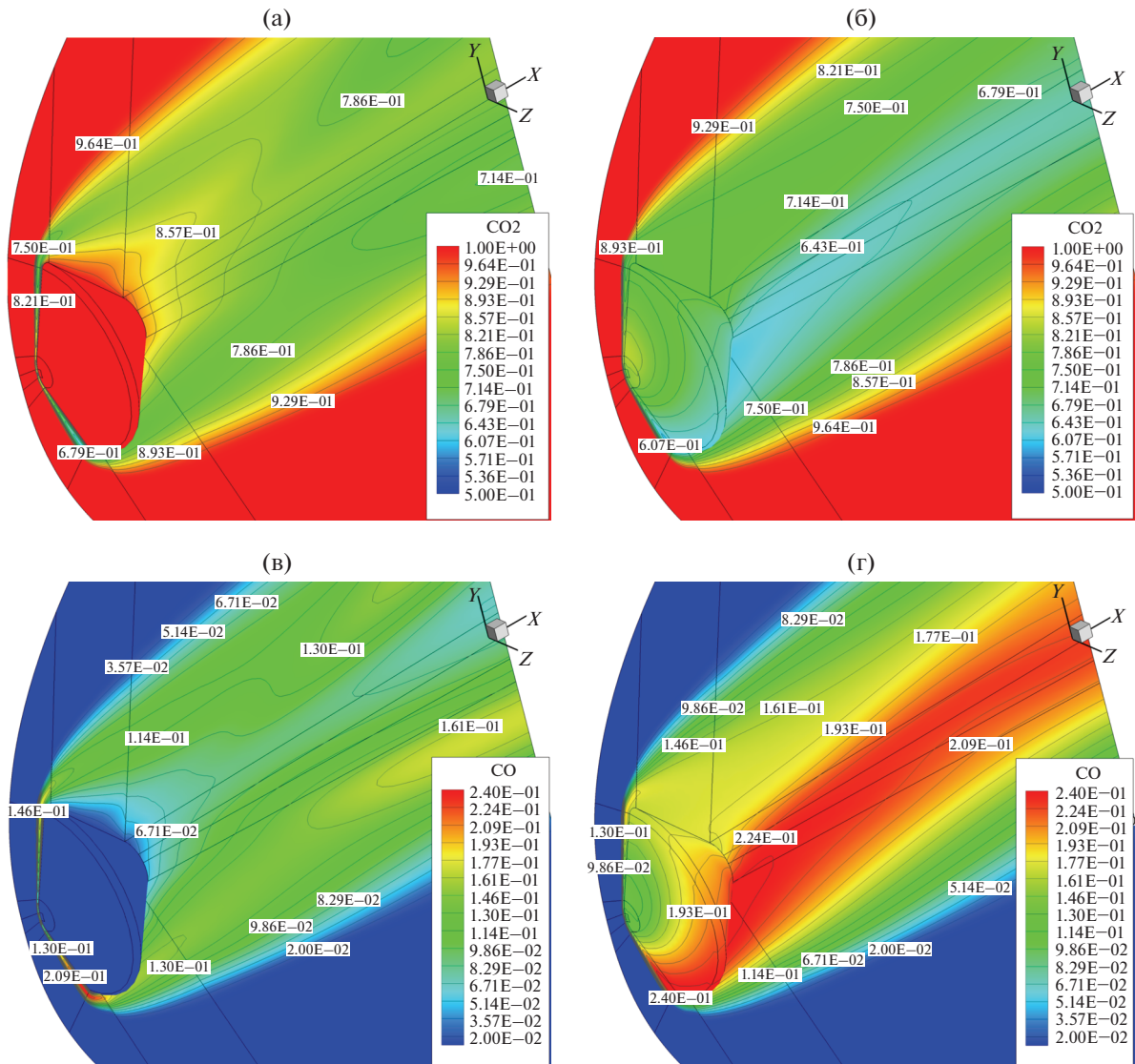


Рис. 2. Распределения мольных долей CO₂ и CO для каталитической (а, в) и некаталитической (б, г) поверхности.

точек S2, S3 и S4 максимальная температура вдоль передней критической линии тока составляет ~2600, 1800 и 1250 K соответственно (рис. 5).

С уменьшением скорости полета увеличивается отход ударной волны от поверхности СКА. Таким образом, ширина области сжатого слоя вблизи лобового щита увеличивается с 5 см на высоте 28 км до 8 см на 23 км.

На рис. 6 представлены распределения мольных долей CO₂ и CO для траекторной точки S2. Наблюдается незначительное изменение концентраций компонент газовой смеси, величина которого не превышает 1%. В процессе спуска в атмосфере интенсивность химических реакций снижается, как и доля диффузионного теплового потока в конвективном нагреве СКА. Для указанных участков траектории не происходит заметного возбуждения колебательных степеней свободы. Указанные факторы позволяют сделать вывод о возможности корректной оценки конвективного теплового потока для подветренной части СКА в рамках модели совершенного газа.

Распределения конвективных и радиационных тепловых потоков для траекторных точек S2–S4 показаны на рис. 7. Для точки S2 радиационный нагрев является преобладающим для задней поверхности СКА Schiaparelli и достигает максимального по всей рассматриваемой траектории значения 1 Вт/см² при величине конвективного потока 0.2–0.75 Вт/см². Для последующей точки

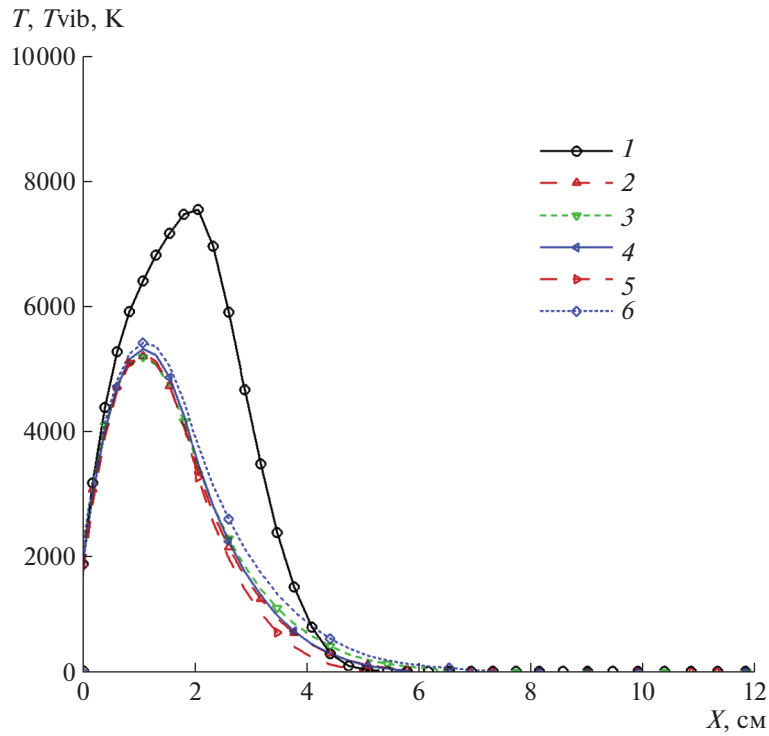


Рис. 3. Распределения поступательной и колебательных температур вдоль передней критической линии тока для траекторной точки S1. 1 – поступательная температура; 2 – температура O_2 моды; 3 – температура CO_2 деформационной моды; 4 – температура CO_2 антисимметричной моды; 5 – температура CO_2 симметричной моды; 6 – температура CO моды.

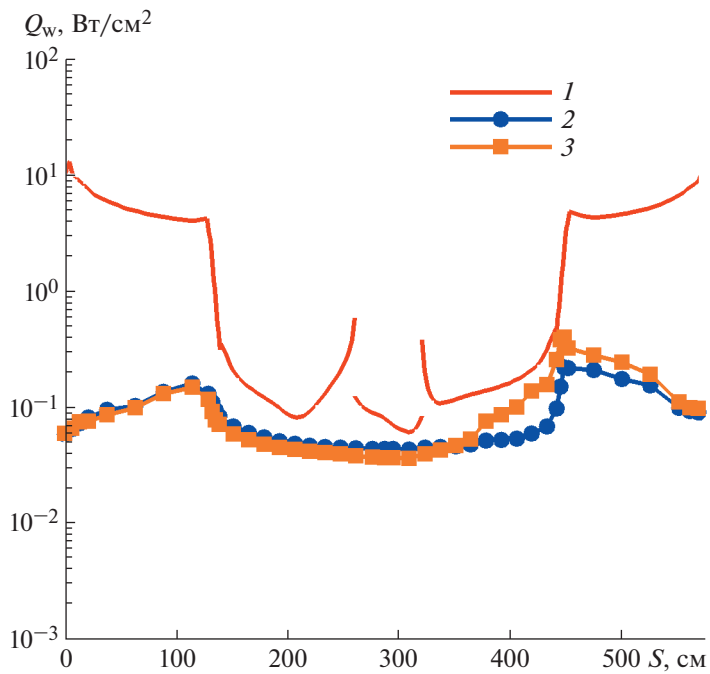


Рис. 4. Распределения теплового потока для СКА Schiaparelli. 1 – конвективный тепловой поток; 2 – радиационный тепловой поток для каталитической поверхности; 3 – радиационный тепловой поток для некаталитической поверхности.

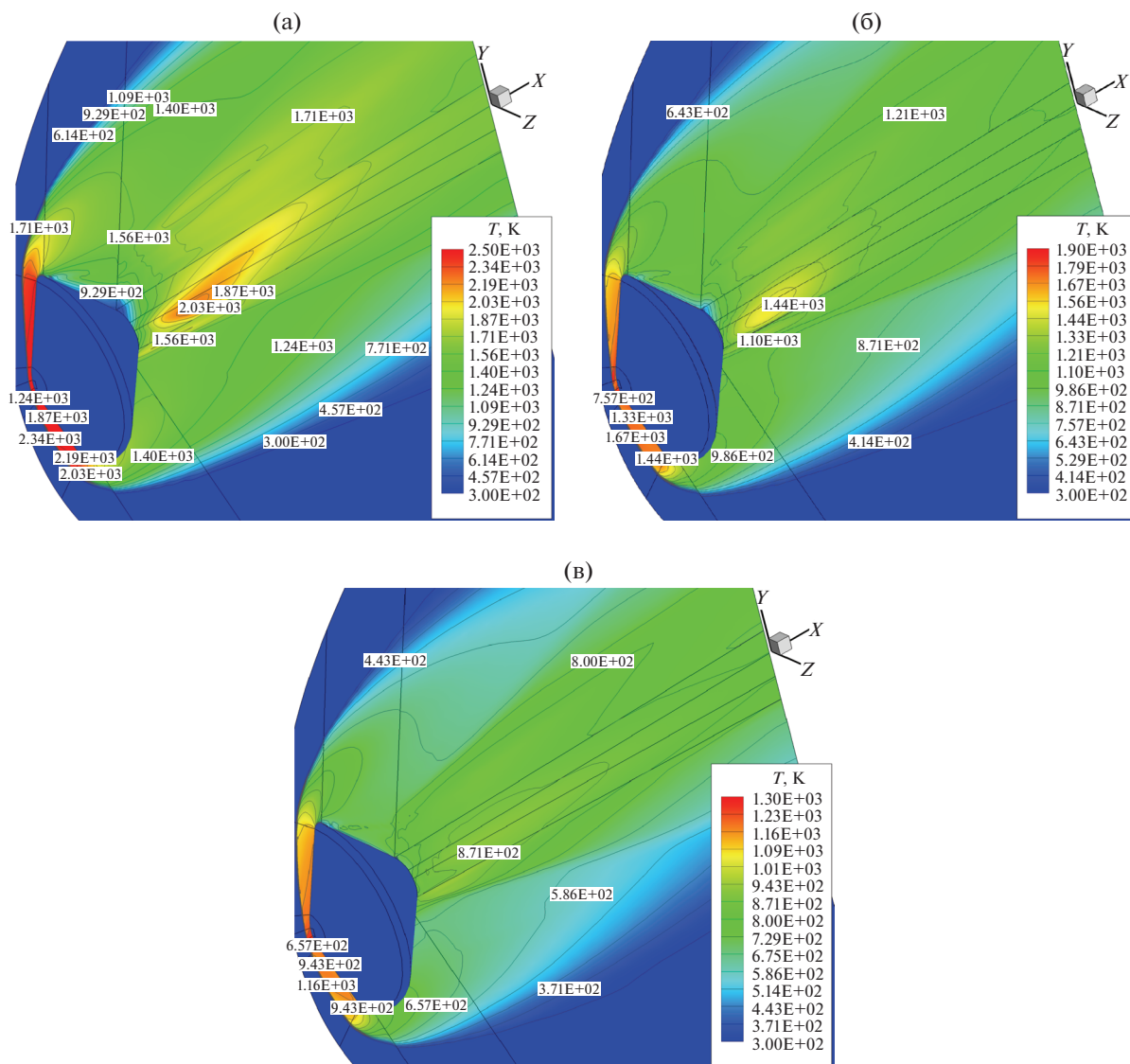


Рис. 5. Распределения поступательной температуры для траекторных точек S2 (а), S3 (б) и S4 (в). Каталитическая поверхность.

отмечается сопоставимый вклад обеих составляющих полного теплового потока на уровне 0.25–0.4 Вт/см². Заключительная точка характеризуется более высокими значениями конвективного потока вдоль всей подветренной части СКА.

Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными было выполнено только для каталитической поверхности. Места позиционирования датчиков приблизительно определялись в соответствии с данными работы [8] и [17]. Результаты валидации показаны на рис. 8.

Для каждой из траекторных точек фиксируется определенное завышение величины радиационного теплового потока, что, впрочем, характерно и для расчетных результатов (уровень нагрева излучением задней поверхности ~1.5 Вт/см² по данным работы [17]). Для точки S2 во внимание должна быть принята величина доверительного интервала определения экспериментальных параметров, которая как для радиационного, так и для полного теплового потока составляет ~0.15 Вт/см². Кроме того, в работе [8] не конкретизированы значения углов атаки, что вносит неопределенность в решение газодинамической части задачи. В работе [17] показано, что величина углов атаки для траекторных точек S2–S4 лежит в пределах 4°–7°, что и было использовано в рамках данного исследования. Расположение датчиков вблизи зоны отрывного течения (особенно радиометра) также является фактором, оказывающим влияние на точность расчетов.

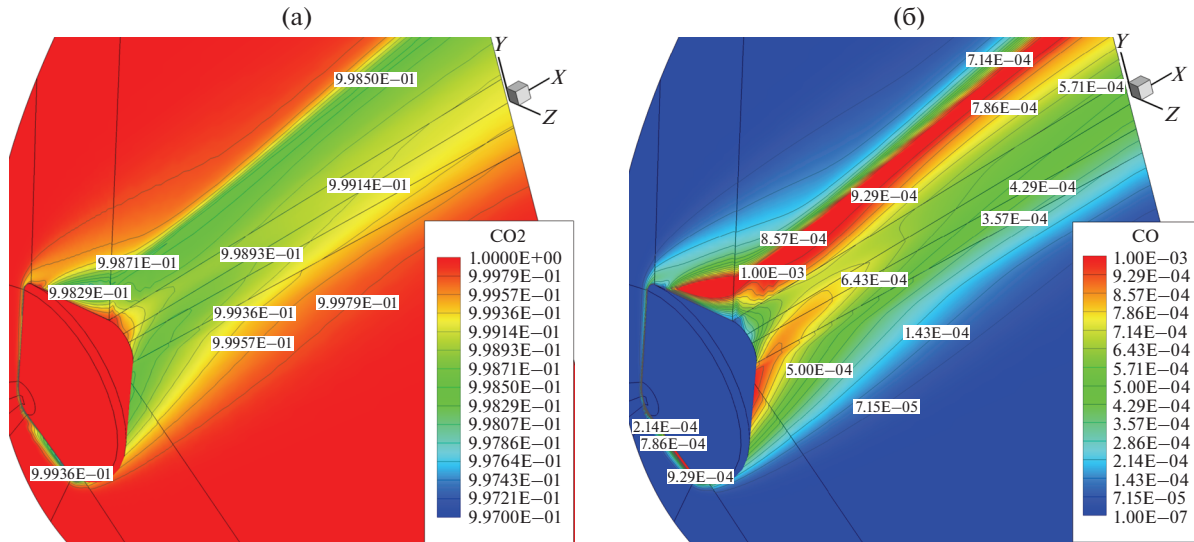


Рис. 6. Распределения мольных долей CO_2 (а) и CO (б) для траекторной точки S2. Каталитическая поверхность.

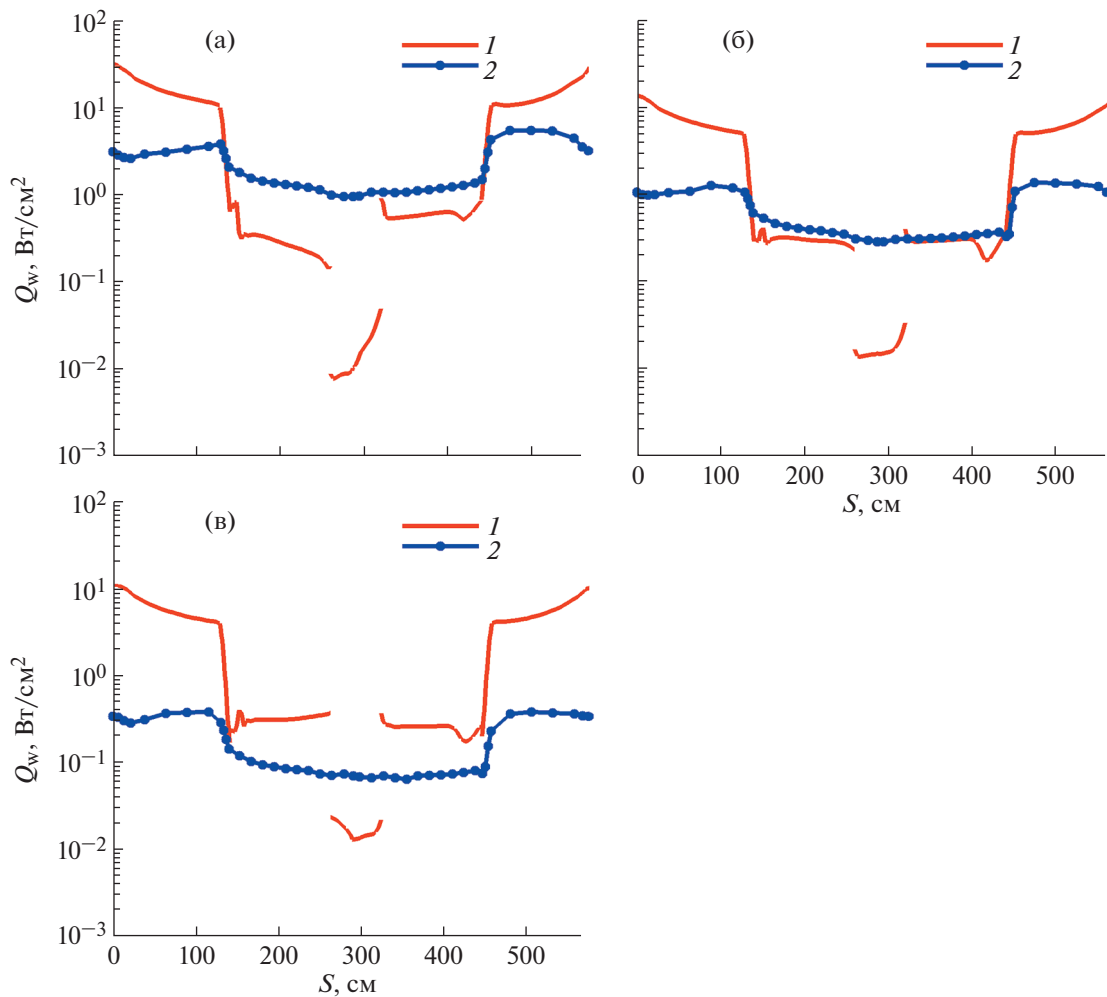


Рис. 7. Распределения теплового потока для траекторных точек S2 (а), S3 (б) и S4 (в). 1 – конвективный тепловой поток; 2 – радиационный тепловой поток. Каталитическая поверхность.

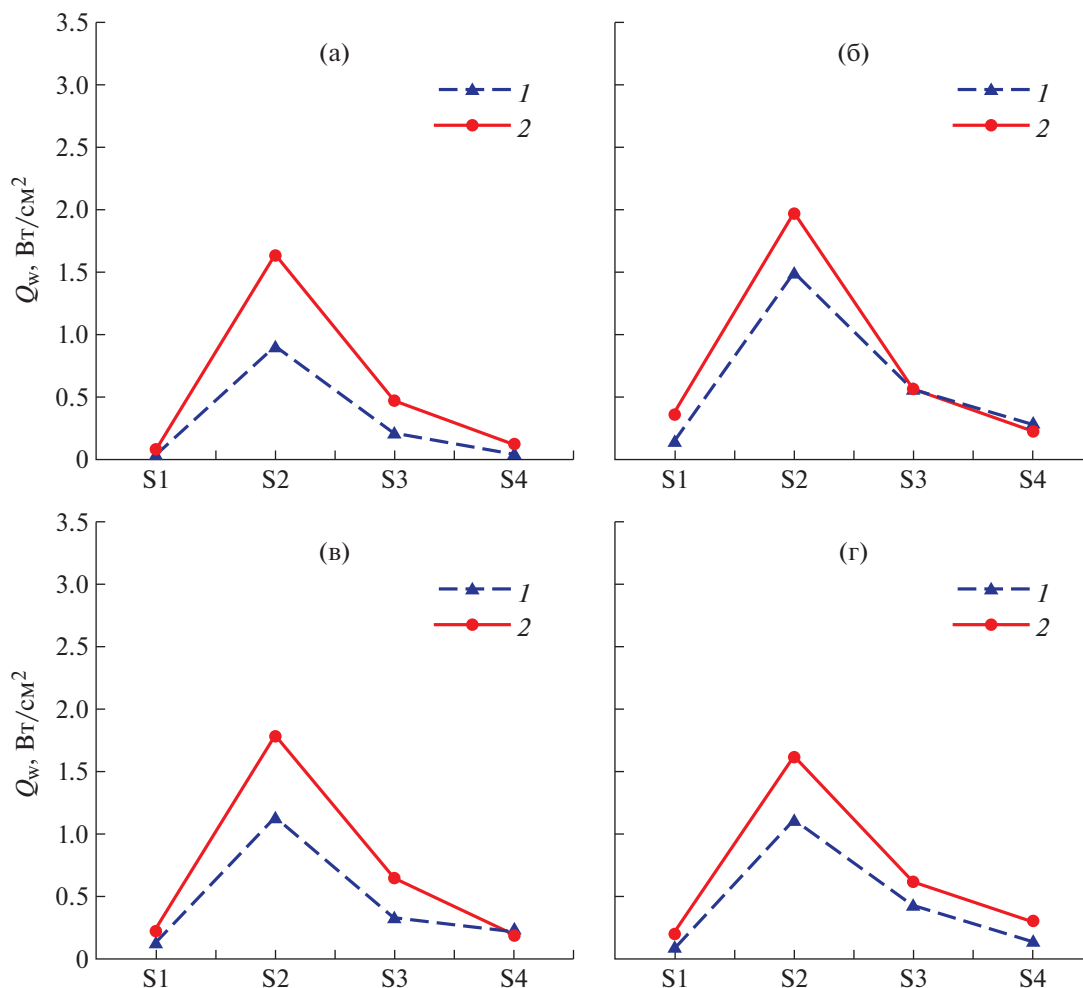


Рис. 8. Распределение радиационного теплового потока в месте расположения радиометра (а) и распределение полного теплового потока в месте расположения датчика COMARS3 (б), COMARS2 (в) и COMARS 1 (г) для траекторных точек S1–S4. 1 – экспериментальные данные [8]; 2 – расчет. Каталитическая поверхность.

Несмотря на то что конкретные величины конвективного теплового потока неизвестны, по данным работы [8] для места положения датчика COMARS3 могут быть сделаны приближенные оценки для траекторных точек S2–S4, которые показывают, что характерный уровень конвективного нагрева ~ 0.6 Вт/см² для точки S2, 0.4 Вт/см² для точки S3 и 0.25 Вт/см² для точки S4. Полученные в данной работе расчетные данные достаточно близки к этим значениям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено расчетное исследование аэротермодинамики СКА Schiaparelli для четырех траекторных точек с учетом радиационного нагрева поверхности. Показано, что для рассмотренных параметров набегающего потока нагрев задней поверхности СКА может во многом определяться величиной радиационного теплового потока, которая достигает $1\text{--}2$ Вт/см² для точки S2. Продемонстрировано, что заметное влияние химических реакций на распределение компонент газовой смеси отмечается только для траекторной точки S1. Полученные расчетные данные находятся в удовлетворительном согласии как со сторонними результатами, так и с данными летного эксперимента.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 22-11-00062.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Milos F.S., Chen Y.K., Gongdon W.M. et al.* Mars Pathfinder Entry Temperature Data, Aerothermal Heating, and Heatshield Material Response // JSR. 1999. V. 36. № 3. P. 380–391.
2. *Edquist K.T., Hollis B.R., Johnston C.O., Bose D., White T.R., Mahzari M.* Mars Science Laboratory Heat Shield Aerothermodynamics: Design and Reconstruction // JSR. 2014. V. 51. № 4. P. 1106–1124.
3. *Mitcheltree R.A., Gnoffo P.A.* Wake Flow about the Mars Pathfinder Entry Vehicle // Journal of Spacecraft and Rockets. 1995. V. 32. № 5. P. 771–776.
4. *Edquist K.T.* Afterbody Heating Predictions for a Mars Science Laboratory Entry Vehicle // AIAA Paper 2005-4817. 2005. P. 12.
5. *Chen Y.-K., Henline W.D., Tauber M.E.* Mars Pathfinder Trajectory Based Heating and Ablation Calculations // JSR. 1995. V. 32. № 2. P. 225–230.
6. *Hollis B.R., Collier A.S.* Turbulent Aeroheating Testing of Mars Science Laboratory Entry Vehicle // JSR. 2008. V. 45. № 3. P. 417–427.
7. *Gromov V., Surzhikov S.* Convective and Radiative Heating of a Martian Space Vehicle Base Surface // Fourth Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. 2002. V. 487. P. 265.
8. *Gülhan A., Thiele T., Siebe F., Kronen R., Schleutker T.* Aerothermal Measurements from the ExoMars Schiaparelli Capsule Entry // JSR. 2019. V. 56. № 1. P. 68–81.
9. *Surzhikov S.T.* Three-Dimensional Computer Model of Nonequilibrium Aerophysics of the Spacecraft Entering in the Martian Atmosphere // Fluid Dynamics. 2011. V. 46. № 3. P. 490–503.
10. *Суржиков С.Т.* Анализ экспериментальных данных по конвективному нагреву модели марсианского спускаемого аппарата с использованием алгебраических моделей турбулентности // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 6. С. 129–140.
11. *Суржиков С.Т.* Расчетный анализ ионизации сжатого слоя при входе космического аппарата Schiaparelli в плотные слои атмосферы Марса // Изв. РАН. МЖГ. 2020. № 3. С. 80–92.
12. *Суржиков С.Т.* Радиационная газовая динамика спускаемых космических аппаратов. Многотемпературные модели. М.: ИПМех РАН, 2013. 706 с.
13. *Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N.* Transport Phenomena. New York.: John Wiley & Sons. Inc, 1965.
14. *Wilke C.R.* Diffusional properties of multicomponent gases // Chemical Engineering Progress. 1950. V. 46. P. 95–104.
15. *Анфимов Н.А.* Ламинарный пограничный слой в многокомпонентной смеси газов // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. 1962. № 1. С. 25–31.
16. *Гурвич Л.В., Вейц И.В., Медведев В.А. и др.* Термодинамические свойства индивидуальных веществ. М.: Наука, 1978. 495 с.
17. *Brandis A.M., White T.R., Saunders D., Hill J., Johnston Ch.O.* Simulation of the Schiaparelli entry and comparison to aerothermal flight data // AIAA Paper 2019–3260. 2012. P. 20.

УДК 541.124

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗЛУЧАТЕЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК УДАРНО-НАГРЕТОГО ВОЗДУХА В УЛЬТРАФИОЛЕТОВОЙ И ВИДИМОЙ ОБЛАСТЯХ СПЕКТРА

© 2022 г. П. В. Козлов^а, И. Е. Забелинский^а, Н. Г. Быкова^а,
Г. Я. Герасимов^а, В. Ю. Левашов^{а,*,**}

^а МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

*E-mail: vyl69@mail.ru

**E-mail: levashovvy@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 29.06.2022 г.

После доработки 25.07.2022 г.

Принята к публикации 25.07.2022 г.

Представлены результаты измерения интегральных и временных спектральных характеристик ударно-нагретого воздуха. Эксперименты проведены на модифицированной двухдиафрагменной ударной трубе DDST-M Института механики МГУ в интервале скоростей ударной волны от 7.5 до 11.4 км/с при давлении перед фронтом ударной волны $p_0 = 0.25$ Торр. Исследован диапазон волн излучения $\lambda = 190\text{--}670$ нм, соответствующий ультрафиолетовой и видимой областям спектра, в которых основной вклад в излучение дают молекулярные полосы. Проведен анализ полученных интегральных по времени спектрограмм излучения. Выделены особенности временных осциллограмм для наиболее типичных молекулярных линий спектра. Данные измерений сравниваются с экспериментальными данными других авторов.

Ключевые слова: ударные волны, излучение, воздух, ударная труба, ультрафиолетовая и видимая области спектра, молекулярные полосы излучения

DOI: 10.31857/S056852812260045X

Дальнейшее развитие космической отрасли тесно связано с необходимостью создания надежных систем теплозащиты для вновь разрабатываемых космических аппаратов [1]. Это в свою очередь требует достоверной оценки тепловых потоков к поверхности спускаемого космического аппарата при его движении в атмосфере Земли, которая в настоящее время остается очень низкой [2]. Влияние различных физико-химических процессов на тепловой нагрев поверхности аппарата особенно сильно проявляется на больших высотах, где помимо конвективной составляющей нагрева большое значение имеет его радиационная составляющая, которая при сверхорбитальных скоростях входа спускаемого аппарата в атмосферу Земли становится преобладающей [3]. Существующая неопределенность в оценке роли различных неравновесных процессов, протекающих за сильными ударными волнами, стимулирует дальнейшие исследования по измерению спектральных характеристик ударно-нагретого воздуха, результаты которых могут использоваться как для определения тепловых потоков, так и для тестирования расчетно-теоретических моделей [4].

Широкие возможности для изучения неравновесных физико-химических процессов за сильными ударными волнами и тестирования компьютерных моделей, описывающих обтекание спускаемых космических аппаратов при их движении в верхних слоях атмосферы, предоставляют эксперименты на различных газодинамических установках [5]. В первую очередь это относится к ударным трубам, которые являются одним из основных источников экспериментальных данных по радиационным характеристикам высокотемпературных газов. В настоящее время в мировой практике эксплуатируется большое количество ударных труб, отличающихся друг от друга размерами, конструкцией и целью проводимых исследований. Достаточно полное описание действующих ударных установок, а также полученной с их помощью экспериментальной информации по излучению ударно нагретых газов приведено в недавних обзорах [6, 7].

В настоящей работе представлены новые экспериментальные данные по спектрам излучения ударно-нагретого воздуха в ультрафиолетовом (UV) и видимом (VIS) диапазонах. Работа являет-

ся продолжением цикла исследований неравновесного излучения воздуха и его составляющих, выполненных на ударных трубах экспериментального комплекса “Ударная труба” Института механики МГУ, применительно к условиям входа спускаемых космических аппаратов в плотные слои атмосферы Земли с орбитальными и сверхорбитальными скоростями [8–12].

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Исследование излучения воздуха за сильной ударной волной проводилось на модернизированной двухдиафрагменной ударной трубе (DDST-M) Института механики МГУ, имеющей цилиндрическую форму с внутренним диаметром 5 см. Инициирование ударной волны осуществлялось за счет воспламенения в камере высокого давления стехиометрической смеси кислорода с водородом, разбавленной гелием. Модернизация ударной установки заключалась во включении в ее конструкцию дополнительного элемента – форкамеры, которая отделяет торцевую стенку трубы с поджигающим устройством от основного объема камеры высокого давления перфорированным диском. Подобная конструкция позволяет увеличить энергоэффективность установки за счет более полного сгорания горючей смеси в камере высокого давления и достичь скорость ударной волны в воздухе, равную 11.4 км/с при начальном давлении газа перед ударной волной 0.25 Торр. При этом наблюдается практически полная повторяемость результатов эксперимента. Схема установки и более подробное описание ее принципа действия приведены в [13].

Система регистрации на ударной трубе DDST-M позволяет измерять излучательные характеристики ударно нагретого газа, проходящего мимо двух измерительных сечений трубы. Первый измерительный канал, регистрирующий интегральную по времени плотность излучения газа (панорамный спектр) в UV/VIS спектральном диапазоне ($\lambda = 190\text{--}670$ нм), включает спектрограф Horiba 1824 и линейный CDD-детектор Hamamatsu S11156. Канал, регистрирующий во втором измерительном сечении временную эволюцию излучения в трех специально выделенных с помощью монохроматоров узких спектральных диапазонах, собран на базе двух спектрографов Horiba 1061 и спектрографа B&M50, которые фиксируют осциллограммы излучения на ФЭУ R446 Hamamatsu и ФЭУ R4420 Hamamatsu соответственно. Пространственное разрешение оптической схемы регистрации временной эволюции составляет 0.53 мм, что соответствует временному разрешению 53 нс при скорости ударной волны $V_{SW} = 10$ км/с. С учетом временного разрешения электрической схемы регистрации на нагрузочном сопротивлении на ФЭУ, равном 50 Ом, временное разрешение не превышает 70 нс.

Для получения спектральных характеристик излучения в абсолютных энергетических единицах (Дж/м²/мкм/ср) проводится предварительная калибровка измерительной системы. Процедура калибровки состоит в сравнении излучения ударно нагретого газа с излучением эталона (вольфрамовых и дейтериевых ламп). Для сравнения результатов, полученных на ударных трубах разного диаметра, получаемое значение энергетической яркости нужно разделить на диаметр ударной трубы. Таким образом, экспериментальные результаты по излучению ударно нагретого газа представляются в виде объемной плотности энергии излучения I_λ в единицах Дж/м³/мкм/ср. Более подробно процедура калибровки системы регистрации приведена в [14].

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Измерение интегральных и временных спектральных характеристик ударно нагретого воздуха проводилось в интервале скоростей ударной волны от 7.5 до 11.4 км/с при давлении перед фронтом ударной волны $p_0 = 0.25$ Торр. Исследована спектральная область $\lambda = 190\text{--}670$ нм, в которой основной вклад в излучение дают молекулярные полосы молекул N₂ и NO, радикалов CN и молекулярных ионов N₂⁺. Анализ интегральных и временных спектральных характеристик позволяет выделить закономерности излучения ударно нагретого воздуха на различных участках движения спускаемого космического аппарата в атмосфере Земли.

Типичная спектрограмма интегрального излучения воздуха, полученная при скорости ударной волны $V_{SW} = 10$ км/с, приведена на рис. 1. Видно, что в спектральном диапазоне $\lambda = 190\text{--}300$ нм регистрируется в основном излучение системы полос β , γ и δ молекулы NO, которая образуется в результате переходов $B^2\Pi \rightarrow X^2\Pi$, $A^2\Pi \rightarrow X^2\Pi$ и $C^2\Pi \rightarrow X^2\Pi$ соответственно [9]. Незначительный вклад в излучение в этом диапазоне может вносить система Шумана-Рунге молекулярного кислорода, возникающая за счет электронного перехода $B^3\Sigma_u^- \rightarrow X^3\Sigma_g^-$ [12]⁻. В интервале длин волн $\lambda = 275\text{--}400$ нм наблюдается вторая положительная система полос молекулы азота N₂(2+), опи-

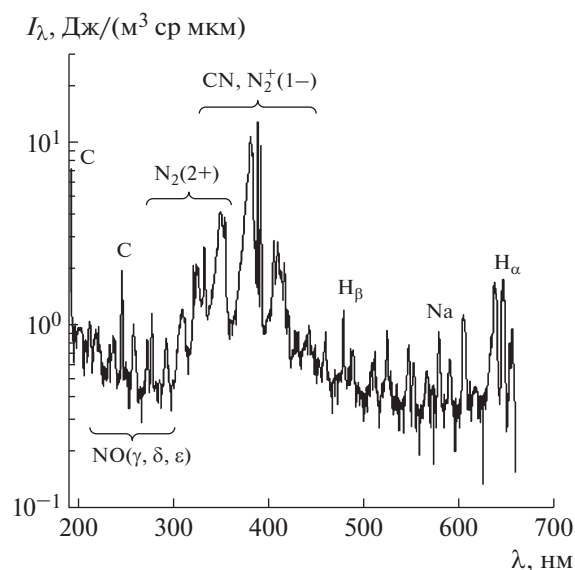


Рис. 1. Панорамный спектр излучения ударно нагретого воздуха при начальном давлении $p_0 = 0.25$ Торр и скорости ударной волны $V_{SW} = 10$ км/с.

сываемая переходом $C^3\Pi_u \rightarrow B^3\Pi_g$ [8]. Этот интервал частично перекрывается достаточно интенсивной системой полос молекулярного иона N_2^+ (первая отрицательная система, $\lambda = 300\text{--}500$ нм), образующейся в результате электронного перехода $B^2\Sigma_u^+ \rightarrow X^2\Sigma_g^+$.

На спектрограмме, показанной на рис. 1, приведен также ряд дополнительных полос, связанных с присутствием в исследуемом воздухе различных примесей и, в частности, углекислого газа. В первую очередь это относится к фиолетовой системе полос цианистого радикала CN ($\lambda = 330\text{--}425$ нм), которая формируется в электронном переходе $B^2\Sigma^+ \rightarrow X^2\Sigma^+$ [15], и атомарным линиям углерода. Наблюдаются линии излучения радикала OH ($\lambda = 307\text{--}317$ нм) и атома водорода (H_α и H_β), которые хорошо контролируют содержание в исследуемом воздухе паров воды. На спектрограмме присутствуют также линии Na ($\lambda = 589$ нм), ионов Ca ($\lambda = 393$ и 397 нм) и C ($\lambda = 193$ и 248 нм). Излучение линий натрия обусловлено присутствием солей натрия в воздухе, которые адсорбируются на стенках ударной трубы во время ее открытия при замене диафрагм. Для ионов кальция излучение связано, скорее всего, с люминесценцией кварцевого стекла окон наблюдения под действием сильного излучения в области вакуумного ультрафиолета. Линии углерода проявляются в спектре из-за присутствия углерод содержащих примесей в воздухе (например, CO_2). Иногда появляющееся излучение линий меди на длинах волн 325 и 327 нм вызвано использованием медных диафрагм.

Для перехода в панорамном спектре от объемной плотности энергии излучения J_λ к объемной мощности излучения B_λ , обычно измеряемой в единицах Вт/(см³/мкм/ср), необходимо приведенные выше спектральные данные разделить на эффективное время излучения Δt (мкс) в каждом узком диапазоне спектра. Данная процедура требует информации по временным характеристикам излучения отдельных спектральных линий. Алгоритм определения Δt состоит в замене временной осциллограммы излучения, регистрируемой на определенной длине волны, на равный ей по площади прямоугольник, высота которого равна максимальному значению мощности излучения на осциллограмме. Ширина прямоугольника и принимается равной эффективному времени излучения Δt на данной длине волны [16]. Таким образом, совместное использование данных панорамного спектра с результатами временных исследований может дать правильную информацию об объемной мощности излучения B_λ различных спектральных полос.

Временная зависимость интенсивности излучения на длинах волн: $\lambda = 213, 391$ и 420 нм для спектрального интервала $\Delta\lambda = 4$ нм приведена на рис. 2. Излучение на длине волны 213 нм входит в спектральную систему полос молекулы NO. Излучение на длинах волн 391 и 420 нм принадлежит первой отрицательной системе полос молекулярного иона N_2 . Как видно из рисунка, линия

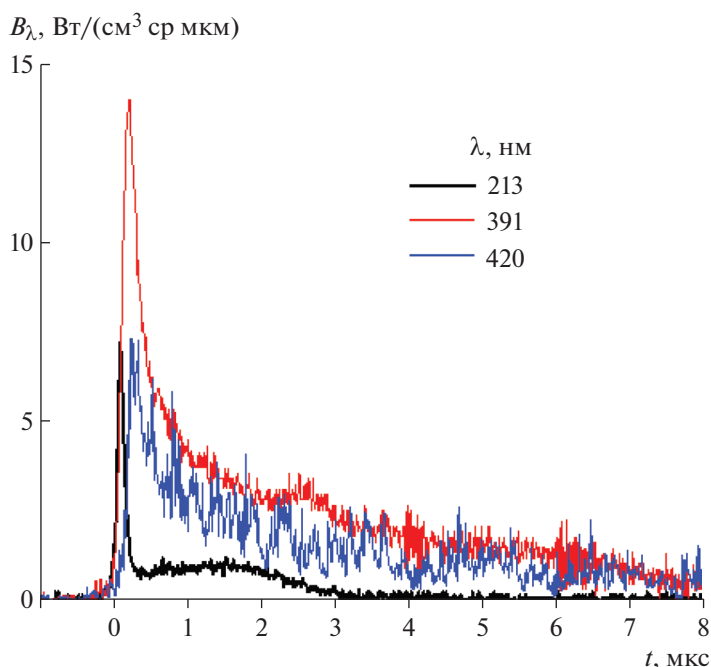


Рис. 2. Эволюция интенсивности излучения на длинах волн $\lambda = 213, 391$ и 420 нм в ударно-нагретом воздухе при $p_0 = 0.25$ Торр, $V_{SW} = 10$ км/с и ширине спектрального интервала $\Delta\lambda = 4$ нм.

излучения NO характеризуется резким всплеском излучения в интервале времени t от нуля до 0.25 мкс, что связано с неравновесностью протекания процесса. Далее излучение переходит в равновесную стадию с последующим быстрым затуханием интенсивности к моменту $t = 2.5$ мкс.

Излучение двух линий системы $N_2^+(1-)$ имеет несколько иной характер. Неравновесная зона растянута во времени до момента $t = 2.0$ мкс, а равновесная зона не имеет четко выраженного характера, представляя собой плавно затухающую интенсивность излучения до момента $t = 8$ мкс. Обе спектральные кривые примерно повторяют друг друга, но пик интенсивности у линии $\lambda = 391$ нм примерно вдвое больше, чем у линии $\lambda = 420$ нм.

Поведение временных спектральных характеристик ударно нагретого воздуха зависит не только от длины волны излучения, но и от скорости распространения ударной волны. На рис. 3 показано изменение интенсивности излучения линии $\lambda = 213$ нм молекулы NO при различных значениях величины V_{SW} . Анализ приведенных данных показывает, что при низких скоростях ударной волны излучение характеризуется четко выраженными неравновесной и равновесной зонами. При $V_{SW} = 10.9$ км/с величина интенсивности излучения в равновесной зоне начинает приближаться к пиковой интенсивности неравновесной зоны, и при $V_{SW} = 11.4$ км/с интенсивность неравновесного излучения становится меньше равновесного.

Данные по временным спектральным характеристикам позволяют вычислить эффективное время излучения Δt на выделенных длинах волн излучения λ с помощью процедуры, описанной выше. На рис. 4 приведена зависимость времени Δt от скорости ударной волны V_{SW} для различных значений длины волны λ . Видно, что величина Δt увеличивается с ростом V_{SW} для всех длин волн. При скоростях $V_{SW} \geq 11$ км/с эффективное время излучения на длине волны $\lambda = 213$ нм начинает уменьшаться. Это может быть объяснено сокращением длительности светящейся области за ударной волной, как это показано на рис. 3. Зависимость эффективного времени излучения Δt от длины волны λ показана на рис. 5. Анализ приведенных данных показывает, что Δt растет с увеличением λ , достигая максимума при значениях λ порядка 650 нм.

Зависимость панорамного спектра ударно нагретого воздуха от скорости ударной волны V_{SW} в рассматриваемом диапазоне длин волн приведена на рис. 6. Пересчет с объемной плотности энергии излучения I_λ к объемной мощности излучения B_λ осуществлялся с использованием значений эффективного времени излучения Δt для длины волны $\lambda = 213$ нм, взятых из рис. 4. Наблюдается увеличение интенсивности излучения с ростом V_{SW} . При скоростях ударной волны

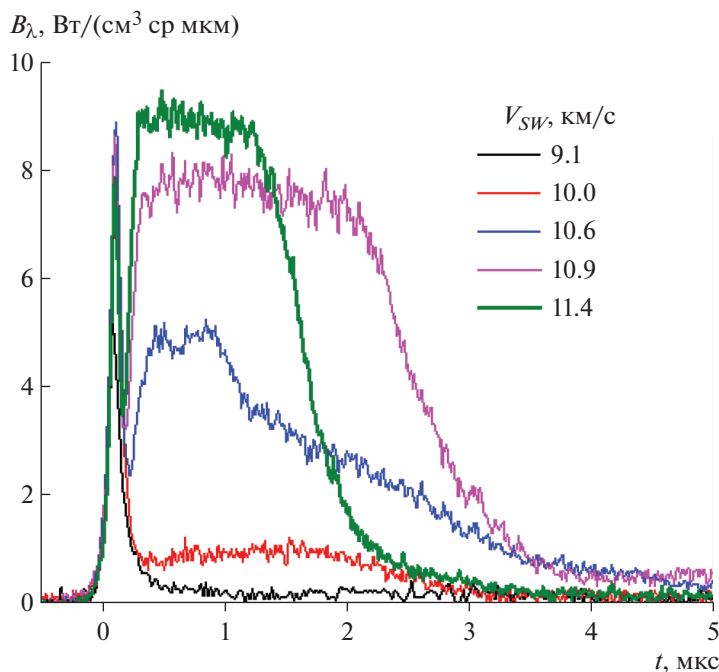


Рис. 3. Временная зависимость интенсивности излучения на длине волн $\lambda = 213$ нм молекулы NO в ударно-нагретом воздухе при $p_0 = 0.25$ Торр и различных значениях скорости ударной волны V_{SW} и ширине спектрального интервала $\Delta\lambda = 4$ нм.

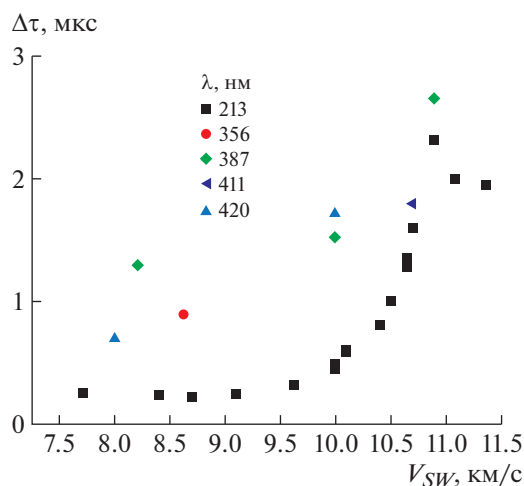


Рис. 4. Зависимость эффективного времени излучения различных спектральных линий от скорости ударной волны.

выше 10 км/с это увеличение замедляется, что связано с диссоциацией молекул при повышении температуры исследуемого газа за фронтом ударной волны. Основную роль в излучении ударно нагретого воздуха начинают играть атомы азота и кислорода, эмиссионные линии которых лежат в основном в спектральной области вакуумного ультрафиолета (переходы в основное состояние) и инфракрасном диапазоне.

Изучение радиационных характеристик ударно нагретого воздуха применительно к условиям входа космических аппаратов в атмосферу Земли с орбитальными и сверхорбитальными скоростями проводилось ранее с использованием различных ударных установок. К ним в первую очередь относятся электроразрядная установка EAST, эксплуатируемая в Исследовательском центре NASA Ames (США) [17], поршневая ударная установка T6 Stalker, являющаяся результатом

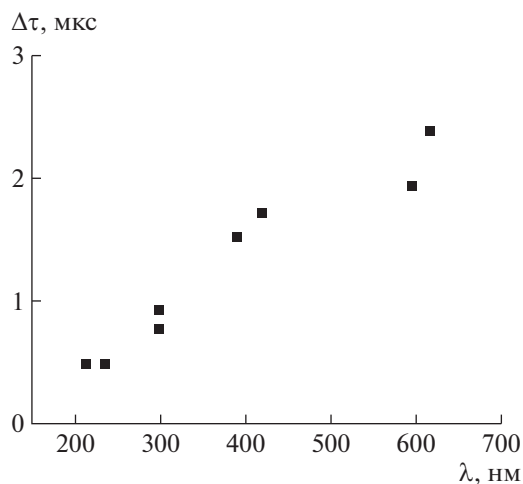


Рис. 5. Зависимость эффективного времени излучения от длины волны при $p_0 = 0.20\text{--}0.25$ Торр и $V_{SH} = 10$ км/с.

совместной работы Оксфордского университета и Центра гиперзвуковых исследований Университета Квинсленда [18], а также крупномасштабный ударный туннель LENS XX, функционирующий в Исследовательском центре CUBRC (Буффало, США) [19]. В связи с этим представляется интересным сравнение результатов измерения спектральных характеристик воздуха, полученных на ударной трубе DDST-M, с результатами исследований на этих установках.

Результаты, полученные на зарубежных установках [17–19], достаточно хорошо согласуются между собой, так как методика регистрации излучения на них одинакова (так называемая 2D-спектроскопия изображения) [20]. Для сравнения были выбраны результаты с установки EAST, как наиболее полно представленные в виде базы первичных экспериментальных данных [21]. На рис. 7 показаны панорамные спектры ударно нагретого воздуха, полученные на установке EAST для скорости 10 км/с и начального давления 0.2 Торр и наши результаты для той же скорости и начального давления 0.25 Торр. Равновесные интенсивности излучения на установке EAST (черная линия) получены из базы экспериментальных данных [21] и совпадают с данными работ [17–19, 22, 23]. На рисунке представлены также данные из работ [21, 23] для суммарного излучения, полученного из неравновесной и равновесной зон на установке EAST (красная линия).

Анализ данных, приведенных на рис. 7, показывает, что все спектрограммы в общих чертах повторяют друг друга. Данные настоящей работы лежат несколько выше суммарного излучения, полученного на установке EAST. Различие обусловлено в основном тем, что при обработке наших экспериментов используется минимальное нормированное время (см. рис. 5) в диапазоне $\lambda = 200\text{--}670$ нм, которое характерно для диапазона $\lambda = 200\text{--}300$ нм. Для других длин волн это время может быть в несколько раз больше. Поэтому полученные в наших экспериментах интенсивности должны быть во столько же раз меньше. Наибольшее различие наблюдается в области спектра $\lambda = 370\text{--}420$ нм, где большую роль играет излучение радикала CN, концентрация которого сильно зависит от содержания в исследуемом воздухе CO_2 . Также существенную роль играет абсорбция углеводородов на стенках ударной трубы. В экспериментах на установке EAST для удаления со стенок трубы углеродсодержащих примесей используется источник кислородной плазмы, что существенно уменьшает уровень излучения циана [22].

В экспериментах на установках EAST, T6 и LENS XX, как правило, фиксируется излучение из равновесной зоны ударной волны [17–19]. Равновесная зона выбирается за фронтом ударной волны, где интенсивность излучения практически не меняется. В наших экспериментах из всей излучающей зоны (неравновесной и равновесной) CCD приемник накапливает (суммирует) излучение на каждой длине волны (пикселе). В работе [23] приводятся отдельно спектры из неравновесной зоны, но там вводится понятие неравновесной метрики, которая усредняет спектральное распределение излучения в зоне ± 2 см от максимальной интенсивности за фронтом ударной волны. Такие значения существенно ниже неравновесных значений интенсивности излучения, получаемых при обработке только пиковых интенсивностей из базы данных [21]. Введение понятия неравновесной метрики в [23] связано с необходимостью получения информации, имею-

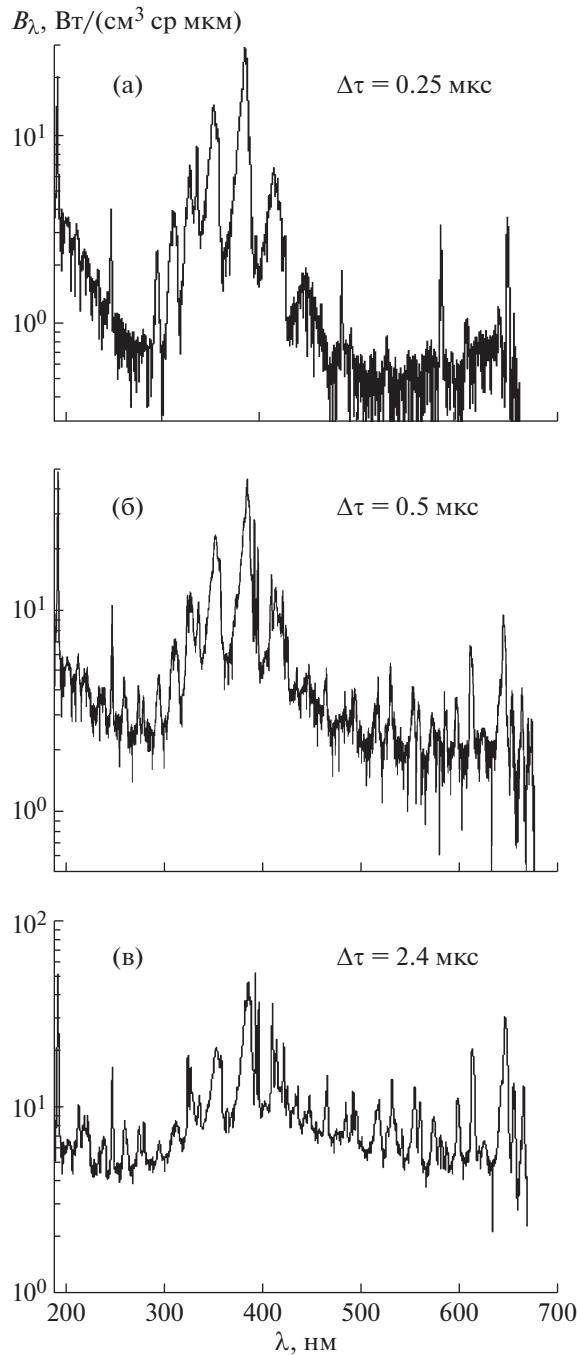


Рис. 6. Панорамный спектр излучения ударно нагретого воздуха при начальном давлении $p_0 = 0.25$ Торр и различных скоростях ударной волны $V_{SW} = 9.1$ (а); 10.0 (б) и 10.8 (в) км/с.

щей наименьшую ошибку при обработке экспериментов, для построения моделей неравновесного излучения [24].

Необходимо также отметить, что в экспериментах на EAST время экспозиции изображения на спектрометрах составляет $0.25\text{--}0.5$ мкс. Поэтому неравновесная зона в них не ярко выражена. В наших экспериментах длительность неравновесной зоны может быть меньше 0.1 мкс по уровню 0.5 . В большинстве спектрограмм, полученных на установке EAST, за ударной волной присутствует сильно светящаяся область толкающего газа. Излучение в равновесной зоне в большинстве случаев имеет тенденцию к возрастанию. Авторы объясняют такое поведение со значи-

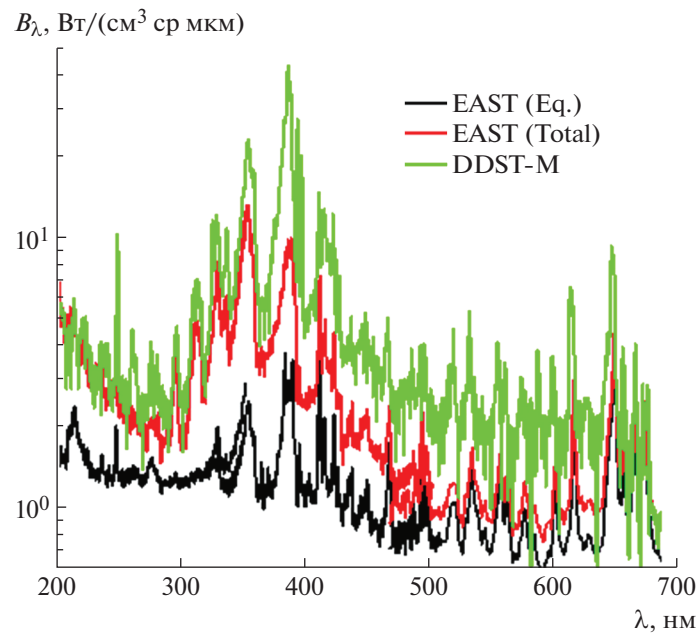


Рис. 7. Сравнение панорамных спектров излучения воздуха, полученных на ударной трубе DDST-M при $p_0 = 0.25$ Торр и $V_{SW} = 10.0$ км/с и ударной установке EAST при $p_0 = 0.2$ Торр и $V_{SW} = 10$ км/с [21]. Данные EAST пересчитаны для равновесной (черная линия) и суммы равновесной и неравновесной областей излучения (красная линия)..

тельным замедлением ударной волны, которое может составлять до 10% на 1.5 м перед измерительным окном [22].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты проведенных измерений показывают, в исследованном спектральном диапазоне ($\lambda = 190\text{--}670$ нм) регистрируется в основном излучение системы полос β , γ и δ молекулы NO, второй положительной системы полос молекулы N_2 и первой отрицательной системы полос молекулярного иона N_2^+ .

Поведение временных спектральных характеристик зависит не только от длины волны излучения, но и от скорости распространения ударной волны. Временные спектральные характеристики позволили вычислить эффективное время излучения Δt на выделенных длинах волн излучения, которые используются для пересчета данных панорамного спектра с объемной плотности энергии излучения I_λ к объемной мощности излучения B_λ .

Сравнение измеренного панорамного спектра ударно нагретого воздуха при $V_{SW} = 10.0$ км/с и $p_0 = 0.25$ Торр с экспериментальными данными, полученными при тех же условиях на других ударных установках, показывает, что все спектрограммы в общих чертах повторяют друг друга. Данные настоящей работы лежат несколько выше результатов других измерений. Это может быть объяснено различными методиками определения средней мощности излучения при обработке полученных экспериментальных данных, а также тем, что в экспериментах на других установках, как правило, приводятся спектры из равновесной зоны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Uyanna O., Najafi H.* Thermal protection systems for space vehicles: A review on technology development, current challenges and future prospects // *Acta Astronaut.* 2020. V. 176. P. 341–356.
2. *Brandis A.M., Johnson C.O., Cruden B.A.* Investigation of non-equilibrium radiation for Earth entry // *AIAA Paper* 2016–3690. 19 p.
3. *Суржиков С.Т.* Расчет неравновесного излучения ударных волн в воздухе с использованием двух моделей // *Изв. РАН. МЖГ.* 2019. № 1. С. 99–114.

4. *Lino da Silva M.,erreira R., Vargas J., Rodrigues R., Carvalho B., Alves L.L., Gonçalves B., Smith A., Merrifield J., McDowell S., Evans D., Reynier P., Villace V.F., Marraffa L.* European shock-tube for high enthalpy research: Design and instrumentation, manufacturing, and acceptance testing // AIAA Paper 2020–0624. 11 p.
5. *Гордеев А.Н., Колесников А.Ф., Сахаров В.И.* Экспериментальное и численное исследование теплообмена высокоэнтальпийных недорасширенных струй воздуха с цилиндрическими моделями // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 5. С. 125–133.
6. *Reyner P.* Survey of high-enthalpy shock facilities in the perspective of radiation and chemical kinetics investigations // Prog. Aerospace Sci. 2016. V. 85. P. 1–32.
7. *Gu S., Olivier H.* Capabilities and limitations of existing hypersonic facilities // Prog. Aerospace Sci. 2020. V. 113. № 100607. 27 p.
8. *Dikalyuk A.S., Surzhikov S.T., Kozlov P.V., Shatalov O.P., Romanenko Yu.V.* Nonequilibrium spectral radiation behind the shock waves in Martian and Earth atmospheres // AIAA Paper 2013–2505. 27 p.
9. *Kozlov P.V., Surzhikov S.T.* Nonequilibrium radiation NO in shocked air // AIAA Paper 2017–0157. 16 p.
10. *Быкова Н.Г., Забелинский И.Е., Ибрагимова Л.Б., Козлов П.В., Стовбун С.В., Тереза А.М., Шаталов О.П.* Радиационные характеристики воздуха в ультрафиолетовой и вакуумной ультрафиолетовой областях спектра за фронтом сильных ударных волн // Химическая физика. 2018. Т. 37. № 2. С. 35–41.
11. *Козлов П.В., Забелинский И.Е., Быкова Н.Г., Герасимов Г.Я., Левашов В.Ю.* Экспериментальное исследование радиационных характеристик смеси $\text{CO}_2\text{--N}_2$ за фронтом сильной ударной волны // Химическая физика. 2021. Т. 40. № 12. С. 23–28.
12. *Забелинский И.Е., Быкова Н.Г., Козлов П.В., Левашов В.Ю., Герасимов Г.Я.* Излучательные характеристики ударно-нагретого кислорода // Журнал прикладной спектроскопии. 2022. Т. 89. № 1. С. 64–68.
13. *Забелинский И.Е., Козлов П.В., Акимов Ю.В., Быкова Н.Г., Герасимов Г.Я., Туник Ю.В., Левашов В.Ю.* Детонационное инициирование сильных ударных волн для исследования радиационных характеристик высокотемпературных газов // Химическая физика. 2021. Т. 40. № 11. С. 22–28.
14. *Залогин Г.Н., Козлов П.В., Кузнецова Л.А., Лосев С.А., Макаров В.Н., Романенко Ю.В., Суржииков С.Т.* Излучение смеси $\text{CO}_2\text{--N}_2\text{--Ar}$ в ударных волнах: эксперимент и теория // Журн. техн. физики. 2001. Т. 71. № 6. С. 10–16.
15. *Ridenti M.A., Amorim J.* CN ($\text{B}^2\Sigma^+ \rightarrow \text{X}^2\Sigma^+$) Violet System in a Cold Atmospheric-Pressure Argon Plasma Jet // Plasma Chem. Plasma Process. 2018. V. 38. P. 311–329.
16. *Козлов П.В., Забелинский И.Е., Быкова Н.Г., Акимов Ю.В., Левашов В.Ю., Герасимов Г.Я., Тереза А.М.* Развитие методики регистрации интенсивности излучения газов за фронтом сильных ударных волн // Химическая физика. 2021. Т. 40. № 8. С. 26–33.
17. *Brandis A.M., Cruden B.A., Prabhu D., Bose D., McGilvray M., Morgan R.G.* Analysis of air radiation measurements obtained in the EAST and X2 shock tube facilities // AIAA Paper 2010–4510. 23 p.
18. *Collen P.L., Doherty L.J., McGilvray M.* Measurements of radiating hypervelocity air shock layers in the T6 free-piston driven shock tube // Intern. Conf. FAR-2019. 2019. № 1053360.
19. *Parker R., Dufrene A., Holden M., Wakeman T.* Shock-front emission measurements at 10 km/s // AIAA Paper 2011–715. 11 p.
20. *Greenberg R.B., Cruden B.A., Grinstead J.H., Yeung, D.* Collection optics for imaging spectroscopy of an electric arc shock tube // Proc. SPIE 7429, Novel Optical Systems Design and Optimization XII. 2009. № 74290H.
21. <https://data.nasa.gov/docs/datasets/aerothermodynamics/EAST/index.html>
22. *Cruden B., Martinez R., Grinstead J., Olejniczak J.* Simultaneous Vacuum Ultraviolet through Near IR Absolute Radiation Measurement with Spatiotemporal Resolution in an Electric Arc Shock Tube // AIAA Paper 2009–4240. 13 p.
23. *Brandis A.M., Cruden B.A.* Benchmark Shock Tube Experiments of Radiative Heating Relevant to Earth Reentry // AIAA Paper. 2017–1145. 15 p.
24. *Brandis A., Johnston C., Cruden B., Prabhu D.* Investigation of Nonequilibrium Radiation for Mars Entry // AIAA Paper. 2013–1055. 16 p.

УДК 532.5:537.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭГД-СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ С НЕОДНОРОДНЫМ ИСТОЧНИКОМ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

© 2022 г. П. А. Власов^а, И. Л. Панкратьева^б, В. А. Полянский^{б,*}^а Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н.Н. Семенова РАН, Москва, Россия^б МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

*E-mail: ilpan@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 02.07.2022 г.

После доработки 20.07.2022 г.

Принята к публикации 20.07.2022 г.

Рассматривается электрогидродинамическая (ЭГД) структура течения высокотемпературной частично ионизированной химически реагирующей газовой смеси в плоском канале. Примером такого течения может служить факел углеводородного пламени при атмосферном давлении. Известно, что в процессах горения источником заряженных частиц служат реакции хемоионизации. На границах зоны горения, очевидно, имеется сильная пространственная неоднородность источника ионизации. В статье показано, что при этом вблизи границ образуются узкие области объемного электрического заряда (типа биполярных двойных слоев) и даже при отсутствии внешнего приложенного поля появляются кулоновские силы, действующие на поведение горячей среды. Обнаружен режим горения, когда большая часть факела получает положительный заряд.

Ключевые слова: высокотемпературная газовая смесь, молекулярные газы, хемоионизация, объемный электрический заряд, кулоновская сила, электрогидродинамика

DOI: 10.31857/S0568528122600461

Горение различного типа многокомпонентных газовых смесей является одним из самых распространенных технологических процессов, поэтому повышение его эффективности различными способами привлекает большое внимание ученых и инженеров. Один из таких способов связан с воздействием на пламя приложенным постоянным или переменным электрическим полем [1–3]. Однако процесс взаимодействия поля и квазинейтральной частично ионизированной среды, образующей наблюдаемое пламя, до сих пор остается до конца не выясненным. Имеющиеся в литературе ссылки на “ионный ветер” как движущую силу в такой среде недостаточно убедительны. Поэтому представляет интерес первоначальное исследование электрической структуры пламени при отсутствии приложенных внешних электрических полей.

В типичном углеводородно-воздушном пламени, в зависимости от конкретных условий, концентрация заряженных частиц (положительных и отрицательных ионов и свободных электронов) может достигать значений 10^9 – 10^{12} см⁻³. В настоящее время механизм образования первичных ионов и свободных электронов хорошо известен [4]. Это механизм химической (ассоциативной) ионизации, где наибольший вклад в образование заряженных частиц вносят реакции ионизации с радикалами в основном электронном состоянии. Участие электронно-возбужденных частиц в процессах ассоциативной ионизации не оказывает существенного влияния на конечную концентрацию ионов и электронов [5]. Возможный вклад процессов термической ионизации легкоионизируемых примесей в полную концентрацию заряженных частиц также мал [6]. Процесс ассоциативной ионизации образования первичных ионов и свободных электронов с последующими реакциями переноса заряда и рекомбинации ионов и электронов дает возможность объяснить разнообразие сортов и высокие концентрации заряженных частиц, экспериментально наблюдаемых в бедных, стехиометрических и богатых пламенах.

Химическая (ассоциативная) ионизация – это процесс образования заряженных частиц в результате выделения энергии в реакциях между нейтральными компонентами при образовании химических связей в новом соединении [6]. Образующаяся при этом новая частица должна об-

ладать достаточно низким потенциалом ионизации. В настоящее время существует консенсус, что первичные положительные ионы и свободные электроны образуются в реакции $\text{СН} + \text{О} = \text{СНО}^+ + \text{e}^-$ с последующим быстрым переносом положительного заряда (протона) в реакции $\text{СНО}^+ + \text{Н}_2\text{О} = \text{Н}_3\text{О}^+ + \text{СО}$ [4]. Ионы гидроксония $\text{Н}_3\text{О}^+$ преобладают в бедных, стехиометрических и даже не очень богатых углеводородно-кислородных пламенах [7, 8]. В богатых пламенах доминируют ионы $\text{С}_3\text{Н}_3^+$ [9]. Происхождение ионов $\text{С}_3\text{Н}_3^+$ до сих пор остается предметом обсуждения. Они могут возникать в быстрых реакциях перезарядки или в реакциях химической ионизации. Наиболее вероятными реакциями образования первичных ионов $\text{С}_3\text{Н}_3^+$ являются следующие реакции [9]: $\text{СН} + \text{С}_2\text{Н}_2 = \text{С}_3\text{Н}_3^+ + \text{e}^-$, $\text{СН}^* + \text{С}_2\text{Н}_2 = \text{С}_3\text{Н}_3^+ + \text{e}^-$.

Из приведенного выше обзора видно, что в углеводородном пламени при давлениях порядка атмосферного и температурах в диапазоне 1200–4000 К присутствуют электроны и несколько сортов положительных ионов с концентрацией порядка $10^{10}–10^{12} \text{ см}^{-3}$. Степень ионизации достаточно мала, газовая смесь квазинейтральна, поэтому непосредственным влиянием заряженных частиц на движение среды в отсутствие приложенных электромагнитных полей можно пренебрегать. Кроме того, хорошим упрощением для ЭГД-описания пламени служит объединение всех сортов ионов в одну компоненту газовой смеси с положительным зарядом и коэффициентами переноса, характерными для преобладающего ионного сорта. Для исследования электрической структуры пламени детальный учет всей сложной цепочки химических реакций, приводящей к ионизации, представляется излишним. Эту совокупность реакций можно заменить некоторым эффективным источником заряженных частиц, неоднородно распределенным по всему объему смеси. Неоднородность источника связана с неоднородностью распределения температуры, обусловленной экзотермическими химическими реакциями в области горения. В дальнейшем будет использоваться модельная зависимость источника от пространственной координаты, которая, хотя и приближенно, отражает реальный химический процесс горения, но при этом позволяет выявить основные ЭГД-особенности структуры пламени. Цель настоящей работы – методами ЭГД исследовать механизм экспериментально наблюдаемого воздействия электрического поля на электрически квазинейтральную область горения неравновесных высокотемпературных газовых смесей и тем самым разяснить природу распространенного в литературе представления об “ионном ветре” как причины этого явления.

1. ОПИСАНИЕ ЭГД МОДЕЛИ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается неизотермическое течение в плоском канале химически реагирующей многокомпонентной газовой смеси, содержащей заряженные частицы двух сортов: с положительным и отрицательным знаком заряда. Движение среды в целом описывается обычными уравнениями сохранения импульса и энергии для вязкой жидкости, в которые добавлена объемная кулоновская сила. В уравнениях для заряженных частиц учитываются диффузия и дрейф в электрическом поле, объемные реакции ионизации и рекомбинации, а также возможные поверхностные электрохимические процессы. Объемный источник заряженных частиц зависит от концентраций реагирующих компонент смеси (радикалов СН и атомов О) и от кинетической скорости реакции хемоионизации, величина которой определяется температурой. В окрестности границ пламени, очевидно, имеются большие градиенты указанных выше параметров, а следовательно, существует сильная неоднородность источника. В работе для анализа ЭГД-характеристик среды пространственная неоднородность задается в виде некоторой модельной ступенчатой функции W . Эта функция $W(x)$, зависящая только от координаты x , поперечной к стенкам плоского канала, показана ниже штриховыми линиями на рисунках с распределениями параметров среды для разных вариантов высоты и ширины ступеньки. Везде далее координата x отнесена к ширине канала L , функция W – к некоторой характерной величине эффективной скорости ионизации w_0 . По порядку величины в области максимальных значений использованная модельная функция соответствует наблюдаемым в экспериментах значениям. Для качественной оценки электрогидродинамических свойств выбрана следующая упрощенная схема течения: область тепловыделения за счет экзотермических реакций располагается между пристеночными холодными слоями, где величина ионизационного источника мала, хотя там и содержатся заряженные частицы из-за переноса их из горячей области.

Запишем систему уравнений для параметров среды, характеризующих ее электрические свойства, а именно, для концентраций ионов и электронов, электрического потенциала и напряженности электрического поля [10]

$$\frac{\partial}{\partial x}(n_i U_i) = W(x) - a n_1 n_2, \quad i = 1, 2 \quad (1.1)$$

$$n_i U_i = \text{sign}(e_i) b_i n_i E - D_i \frac{\partial}{\partial x} n_i \quad (1.2)$$

$$E = -\frac{\partial F}{\partial x}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right) = -4\pi q, \quad q = \sum_i e_i n_i, \quad e_1 > 0, \quad e_2 < 0 \quad (1.3)$$

$$J_s = \sum_i e_i n_i U_i$$

Здесь величины n_i , U_i , D_i , b_i – соответственно, концентрации ионов ($i = 1$) и электронов ($i = 2$), нормальные к стенкам компоненты диффузионной скорости этих частиц, коэффициенты диффузии и подвижности, F – электрический потенциал, E – поперечная компонента напряженности поля, q – плотность объемного заряда, J_s – плотность полного тока, e_i – заряд частицы. Функция $W(x)$ представляет собой модельную эффективную скорость объемной реакции ионизации, основанную на обработке экспериментальных измерений, a – задаваемая по литературным данным константа скорости объемной электрон-ионной диссоциативной рекомбинации.

При записи уравнений сделано предположение, что процесс стационарный, несущая среда движется по плоскому каналу с постоянной скоростью, вязкими эффектами вблизи стенок пренебрегается. В этих предположениях параметры среды зависят только от координаты x , поперечной стенкам канала.

Рассматриваются два случая стенок: проводящих, идеально каталитических для заряженных частиц, и изолированных, когда отсутствуют потоки заряженных частиц на стенку. Электрический потенциал обеих стенок во всех случаях принимается нулевым. Конструктивно изолированные стенки могут быть металлическими заземленными пластинами, покрытыми непроводящей керамикой. Граничные условия для уравнений (1.1)–(1.3) запишем в виде ($x = 0, 1$ – координаты стенок канала)

$$F(0) = F(1) = 0$$

$$n_i(0) = n_i(1) = 0, \quad i = 1, 2 \quad (\text{для проводников}) \quad (1.4)$$

$$n_i(0)U_i(0) = n_i(1)U_i(1) = 0, \quad i = 1, 2 \quad (\text{для изоляторов})$$

Задача (1.1)–(1.4) решается численно методом установления с явно-неявными разностными схемами с применением матричной прогонки (использовался разработанный авторами пакет CELL).

Уравнения и граничные условия записаны в безразмерном виде с характерными значениями входящих в задачу параметров: концентрации заряженных частиц отнесены к $n_0 = (w_0/a_0)^{-0.5}$, где $w_0 = 10^{15} \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$, $a_0 = 6 \times 10^{-7} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, скорость ионизации – к величине w_0 , объемный заряд – к $e n_0$, электрический потенциал к тепловому kT_0/e , поле – к kT_0/eL , $T_0 = 1600 \text{ К}$.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Результаты решения задачи (1.1)–(1.4) приведены ниже на рисунках для нескольких вариантов задаваемой функции $W(x)$ и условий на стенках.

На рис. 1 показаны распределения концентраций ионов n_1 (линия 1), электронов n_2 (линия 2) и плотности объемного заряда q (линия 3) поперек канала.

На рис. 2 представлены распределения потенциала F (линия 1), нормальных к стенкам компонент напряженности электрического поля E (линия 2) и кулоновской силы $FK = qE$ (линия 3). Штриховая линия 4 на рис. 2 – ступенчатое распределение $W(x)$ с $\max W = 10$ в области горения $0.4 < x < 0.6$. На проводящих стенках заданы нулевые значения концентраций заряженных частиц.

Из рис. 1 видно, что на внутренних границах области горения возникают положительно заряженные слои. Механизм образования областей объемного электрического заряда, связанный с

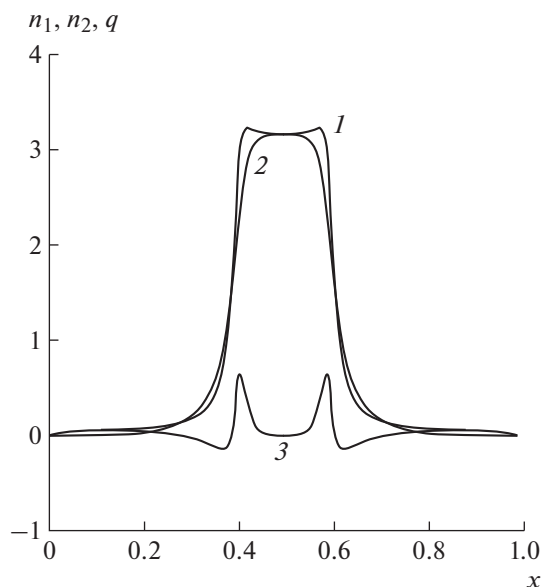


Рис. 1. Распределения концентраций ионов n_1 – 1, электронов n_2 – 2 и плотности объемного электрического заряда q – 3 в поперечном сечении в случае проводящих стенок. $W = 10$ в интервале $0.4 < x < 0.6$, вне этого интервала $W = 0$.

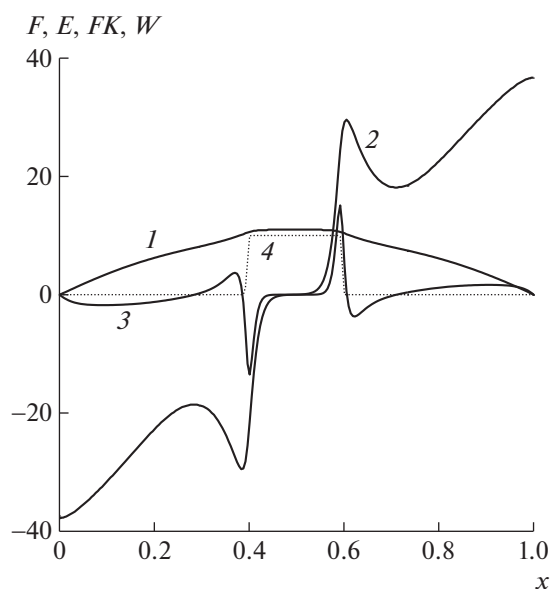


Рис. 2. Распределения электрического потенциала F (линия 1), поперечных составляющих, соответственно, напряженности электрического поля E – 2 и кулоновской силы FK – 3 для проводящих стенок. Штриховой линией 4 показано распределение объемного источника заряженных частиц $W(x)$. $W = 10$ в интервале $0.4 < x < 0.6$, вне этого интервала $W = 0$.

неоднородностью источника, обсуждается в [11]. Внутри области горения среда квазинейтральна – объемный заряд здесь отсутствует. Можно также видеть, что вблизи внешних границ пламени образуются узкие области отрицательного заряда. Фактически на границах формируются двойные электрические слои. Заряженные слои генерируют собственное электрическое поле (рис. 2, линия 2) и собственный неоднородный электрический потенциал (линия 1), при этом в квазинейтральной области величина напряженности поля мала и здесь происходит изменение знака поля. Немонотонное распределение напряженности поля отслеживает наличие

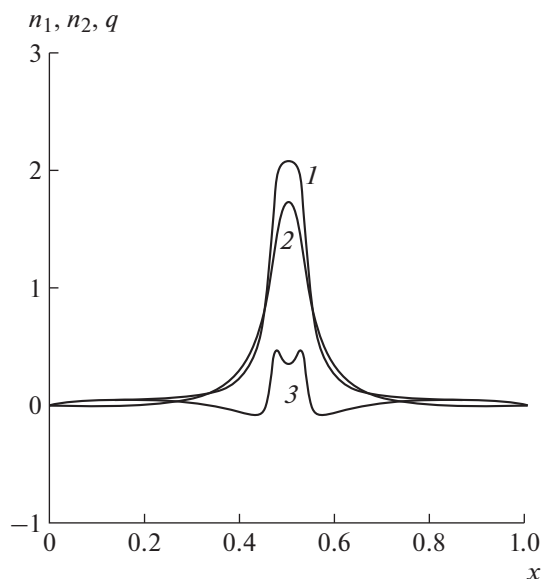


Рис. 3. Распределения концентраций ионов n_1 – 1, электронов n_2 – 2 и плотности объемного электрического заряда q – 3 в поперечном сечении в случае проводящих стенок. $W = 4$ в интервале $0.47 < x < 0.53$, вне этого интервала $W = 0$.

двойных слоев на границах области горения. Вне этих границ индуцированное поле направлено к стенкам. Линия 3 на рис. 2 представляет распределение кулоновских сил FK , формирующихся в области с неоднородным источником заряженных частиц. У стенок эти силы прижимают среду к ним. Но особый интерес представляет распределение кулоновских сил на границах факела пламени, где располагаются двойные слои. Можно видеть, что вне границ силы направлены внутрь факела, а в областях, прилежащих к границам изнутри, направление сил противоположное. Такая конфигурация сил на границах пламени создает ситуацию, которая может привести к рэлей-тейлоровской неустойчивости состояния среды [12]. Отметим, что при наличии внешних приложенных вдоль канала электрических полей конфигурация областей индуцированного неоднородностью W объемного заряда также создает в окрестности границ факела противоположно направленные продольные составляющие кулоновских сил и предпосылки появления сдвиговых гидродинамических неустойчивостей.

Распределения ЭГД-параметров с приграничными двойными слоями, рассмотренные выше, характерны для областей горения с шириной, достаточной для установления внутри области ионизационного равновесия процессов хемоионизации и рекомбинации, когда правая часть в уравнениях (1.1) близка к нулю. В условиях, когда для химического равновесия ширины не хватает, можно наблюдать другой интересный, ранее не отмеченный эффект образования положительно заряженной струи (рис. 3, вариант проводящих стенок). Здесь $W = 4$ в диапазоне $0.47 < x < 0.53$, в остальной области $W = 0$. Видно, что положительные ионы больше электронов практически во всей области горения (линия 1), квазинейтральность среды отсутствует, небольшое преобладание электронов имеет место только в узких внешних слоях (линия 2). Подобная конфигурация объемного заряда (линия 3) дает возможность продольным внешним сильным электрическим полем управлять поведением тонкой струи горения. Неравновесность ионизационных процессов обуславливает определяющую роль ионов в продольной объемной кулоновской силе, создающей “ионный ветер”, действующий на среду.

Распределения остальных ЭГД-параметров в случае тонкой области горения и проводящих стенок показаны на рис. 4. Поперечная составляющая напряженности индуцированного электрического поля (линия 2) обращается в нуль только в одной точке в середине струи. Отметим, что высота ступеньки ($W_{\max} = 10$ на рис. 1, 2, $W_{\max} = 4$ на рис. 3, 4) влияет только на количественные характеристики ЭГД параметров, качественная картина распределений не меняется. Существенным является только ширина реагирующей зоны.

Влияние изолированных стенок канала можно видеть на рис. 5, 6. Здесь представлен расчет с граничными условиями (1.4) для изоляторов и параметрами источника $W(x)$ с $\max W = 4$ в широ-

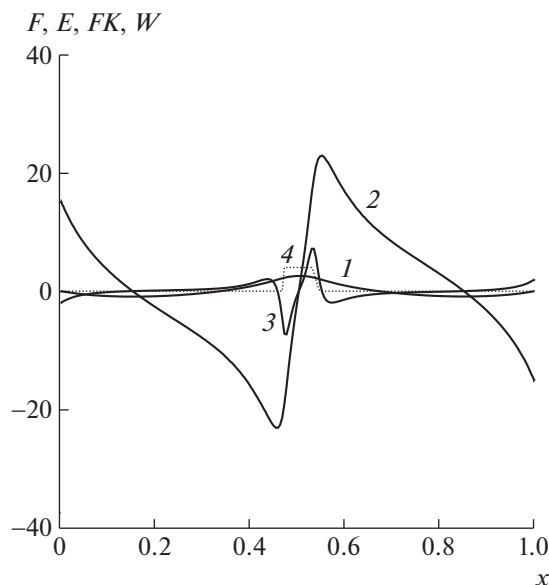


Рис. 4. Распределения электрического потенциала F (линия 1), поперечных составляющих, соответственно, напряженности электрического поля E – 2 и кулоновской силы FK – 3 для проводящих стенок. Штриховой линией 4 показано распределение объемного источника заряженных частиц $W(x)$. $W = 4$ в интервале $0.47 < x < 0.53$, вне этого интервала $W = 0$. $\text{Max } F = 10.7$ при $x = 0.5$.

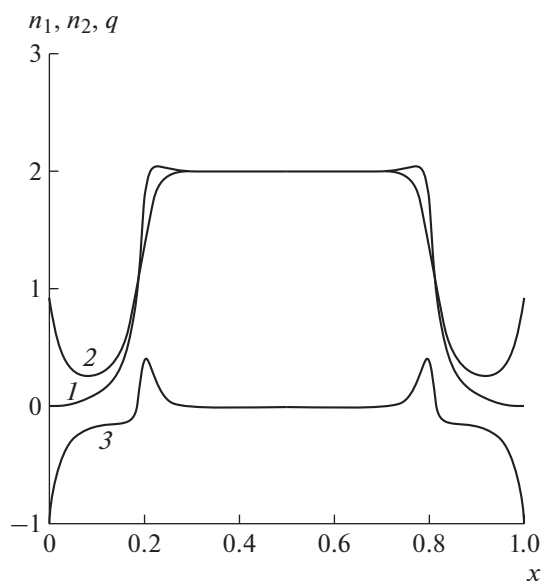


Рис. 5. Распределения концентраций ионов n_1 – 1, электронов n_2 – 2 и плотности объемного электрического заряда q – 3 в поперечном сечении в случае изолированных стенок. $W = 4$ в интервале $0.2 < x < 0.8$, вне этого интервала $W = 0$.

кой области $0.2 < x < 0.8$. Видно из рис. 6, что у диэлектрических стенок канала, как и следовало ожидать, образуются вследствие большой подвижности электронов отрицательно заряженные слои в холодной по сравнению с факелом газовой смеси, при этом изменяются (по сравнению с проводящими стенками) знак объемного пристеночного заряда (линия 3 на рис. 5) и направление поперечной составляющей напряженности индуцированного поля (линия 2 на рис. 6).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что вблизи границ пламени, где имеются большие градиенты источника заряженных частиц, образуются области пространственного электрического заряда и возникают (даже в

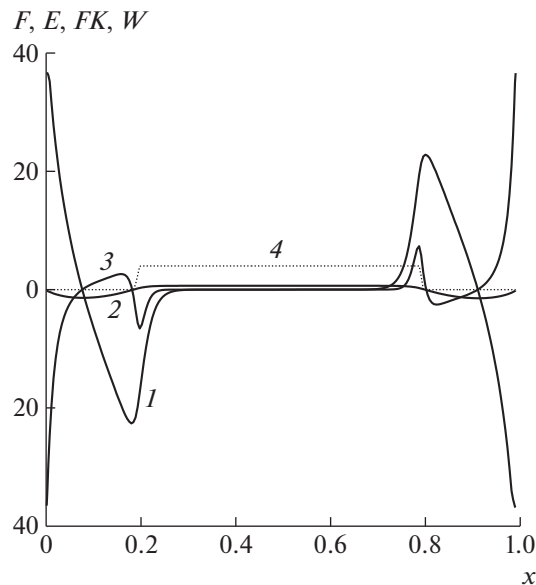


Рис. 6. Распределения электрического потенциала F (линия 2), поперечных составляющих, соответственно, напряженности электрического поля E – 1 и кулоновской силы FK – 3 для изолированных стенок. Штриховой линией 4 показано распределение объемного источника заряженных частиц $W(x)$. $W = 4$ в интервале $0.2 < x < 0.8$, вне этого интервала $W = 0$.

отсутствие внешних приложенных электрических полей) кулоновские силы, влияющие на поведение пламени.

Также обнаружен эффект положительной зарядки большей части горячей струи в условиях, когда ширина струи недостаточна для установления ионизационного равновесия в области горения. Дано физическое объяснение распространенного в литературе представления об “ионном ветре” как причины наблюдаемого в эксперименте воздействия внешнего сильного электрического поля на пламя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ватажин А.Б., Лухтер В.А., Сенин В.А., Шульгин В.И. Влияние электрического поля на эмиссию окислов азота и структуру диффузионного ламинарного пропанового пламени // Изв. РАН. МЖГ. 1995. № 2. С. 13–23.
2. Karnani S., Dunn-Rankin D. Detailed characterization of DC electric field effects on small non-premixed flames // Combust. Flame. 2015. V. 162 (7). P. 2865–2872.
3. Gan Y.H., Wang M., Luo Y.L., Chen X.W., Xu J.L. Effects of direct-current electric fields on flame shape and combustion characteristics of ethanol in small scale // Adv. Mech. Eng. 2016. V. 8 (1). P. 1–14.
4. Calcote H.F. Mechanisms for the formation of ions in flames // Combust. Flame. 1957. V. 1 (3). P. 385–403.
5. Schofield K. The enigmatic mechanism of the flame ionization detector: Its overlooked implications for fossil fuel combustion modeling // Prog. Energy Combust. 2008. V. 34. P. 330–350.
6. Lawton J., Weinberg F.J. Electrical aspects of combustion. Clarendon Press. 1969. 355 p.
7. Lewis B., Elbe G. Combustion, flames and explosions of gases / 3rd ed. N.Y.:Academic Press Inc, 1987. 731 p.
8. Brown R.C., Eraslan A.N. Simulation of ionic structure in lean and close-to-stoichiometric acetylene flames // Combust. Flame. 1988. V. 73. № 1. P. 1–21.
9. Chen B., Wang H., Wang Zh., Han J., Alqaity A., Wang H., Hansen N., Sarathy S. Ion chemistry in premixed rich methane flames // Combust. Flame. 2019 V. 202. P. 208–18.
10. Pankratieva I.L., Polyanskiy V.A. Modeling electrohydrodynamic flows in slightly conducting liquids // J. Applied Mechanics and Technical Physics. 1995. V. 36. № 4. P. 513–519.
11. Апфельбаум М.С., Полянский В.А. Об образовании объемного заряда в слабопроводящих средах // Магнитная гидродинамика. 1982. № 2. С. 71–76.
12. Панкратьева И.Л., Полянский В.А. Исследование механизмов возникновения неустойчивости в слабопроводящих средах в электрических полях // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 6. С. 63–70.

УДК 532.5: 531.3: 576.72

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОРТИРОВКИ ДВУХ ТИПОВ КЛЕТОК В КЛЕТОЧНОМ СФЕРОИДЕ С УЧЕТОМ ПОДВИЖНОСТИ ГРАНИЦ ОБЛАСТЕЙ, ЗАНЯТЫХ КЛЕТКАМИ РАЗНЫХ ТИПОВ

© 2022 г. С. А. Логвенков^{a,b,*}^a Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, Москва, Россия^b МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

*E-mail: logv@bk.ru

Поступила в редакцию 29.05.2022 г.

После доработки 21.06.2022 г.

Принята к публикации 21.06.2022 г.

Выращивание клеточных агрегатов, полученных смешиванием клеток разных типов, в частности эмбриональных, приводит к их сортировке – формированию клеточных структур, которые характеризуются пространственным разделением больших групп клеток разных типов, отделенных друг от друга четкими границами. Типичными являются клеточные структуры, в которых компактная масса клеток одного типа окружена клетками другого типа. В настоящей работе поставлена и исследована задача о перераспределении плотностей двух типов клеток, образующих клеточный сфероид. Постановка задачи использует предложенную ранее континуальную модель биологической сплошной среды [Логвенков С.А., Штейн А.А. Изв. РАН. МЖГ. 2022. № 3. С. 1], образованной двумя активно взаимодействующими клеточными фазами и жидкостью. Решены задачи, использующие два типа граничных условий, которые учитывают подвижность внешних границ областей, занятых клетками разных типов: в одном случае обе границы считаются совпадающими, а в другом – учитывается возможность их независимого перемещения. Исследовано влияние локального и нелокального законов развития активных межклеточных взаимодействий на процесс сортировки. Проведен анализ свойств решений обеих постановок задач. Показано, что решения задачи с двумя независимо перемещающимися границами более адекватно описывают явление сортировки, где клетки с более сильными стягивающими активными взаимодействиями стремятся занять центральную область, вытесняя клетки, обладающие более слабыми стягивающими взаимодействиями. Решения задачи с двумя границами обладают большей устойчивостью по отношению к возмущениям начальных условий. При этом может быть использована как нелокальная, так и локальная модель.

Ключевые слова: клеточные системы, активные среды, биологическое формообразование

DOI: 10.31857/S0568528122600497

Активные механические взаимодействия клеток между собой и с внеклеточными составляющими биологической среды приводят к развитию в биологических тканях полей механических напряжений, которые являются одним из основных факторов, контролирующих движение клеток [1, 2]. Активные взаимодействия клеток имеют исключительно важное значение для многих биологических явлений, среди которых эмбриональное развитие, заживление повреждений мягких тканей, иммунные реакции, развитие опухолей и многое другое.

Экспериментальные исследования активных межклеточных взаимодействий в клеточных агрегатах, полученных перемешиванием клеток разных типов [3–7], показали формирование устойчивых клеточных структур, которые характеризуются пространственным разделением больших групп клеток разных типов, отделенных друг от друга четкими границами. Типичным является формирование структур, в которых компактная масса клеток одного типа оказывается окруженной клетками другого типа. Это явление носит название процесса клеточных сортировок. Возможны и более сложные клеточные структуры.

Математические модели, описывающие сортировку клеток, можно условно разделить на несколько групп в соответствии с используемыми методами. Так, дискретные модели представлены к настоящему времени столь большим количеством статей, что их обзор может составить

предмет отдельной работы. Все эти модели объединены “энергетическими” методами описания клеточных систем, заимствованными, в частности, из статистической физики. Эволюция системы направлена на минимизацию энергии, учитывающей различные механизмы взаимодействия между соседними клетками. Подробное описание этих моделей можно найти в обзорных работах [5, 8–10]. Отдельное место среди дискретных моделей занимают конечно-элементные модели без написания континуальных уравнений (см. обзор [11]). При описании эволюции клеточной системы в рамках этих моделей используется широко распространенное представление клеток многоугольниками.

Недостатки моделей этого типа, касающиеся адекватности их применения для описания биологической сплошной среды, кратко обсуждаются в [12]. Одним из существенных недостатков представляется то, что гипотезы о действии механизмов, приводящих к сортировке клеток, в основном сводятся к обсуждению роли различных клеточных структур, обеспечивающих межклеточную адгезию (сцепление поверхностей соседних клеток) и кортикальное натяжение (натяжение сократительных элементов клеточного скелета, выстилающих поверхностные слои клеток). Однако при этом упускается главное – развитие сил активного механического взаимодействия между клетками в то время, как указанные факторы оказывают влияние на величины этих сил.

Континуальному моделированию сортировки клеток посвящено значительно меньшее количество публикаций. Идеи, предложенные в [13] при описании самоорганизации клеточных систем, получили дальнейшее развитие в работе [14], которая послужила основой для целого ряда дальнейших публикаций [15–17]. В этих работах эволюция клеточной системы описывается уравнениями неразрывности для клеточных фаз. При этом постулируются определяющие соотношения для потоков плотностей, которые учитывают, помимо эффективной диффузии, также активную нелокальную составляющую. Нелокальная составляющая учитывает активные взаимодействия между клетками, которые находятся на некотором расстоянии друг от друга. В качестве возможного биологического механизма, обеспечивающего нелокальные взаимодействия между клетками, могут выступать различного вида и протяженности протрузии (выросты) клеточной мембраны.

Однако выражения такой структуры могут быть получены только в случае движения клеток относительно некоторого неподвижного субстрата, сила взаимодействия с которым имеет вид вязкого трения, при этом напряжения в среде не вводятся и влияние напряжений в самих клетках на соседние клетки не рассматривается.

Методы механики многофазных сред широко использовались при моделировании активных взаимодействий клеток между собой и с внеклеточным матриксом в процессах развития опухолевых тканей [18–21]. Общий подход к моделированию процессов в механически активных клеточных средах, основанный на применении методов механики многофазных сред, был предложен в [22]. Он послужил основой построения континуальной модели биологической среды, образованной двумя активно взаимодействующими клеточными фазами и жидкостью [23]. В модели учитываются активные взаимодействия как между клетками внутри одной фазы, так и между клетками разных фаз. Разработанная в [23] модель использовалась при решении модельной задачи о сортировке клеток в бесконечном плоском слое [12]. Полученные в [12] условия на разрыве, отделяющим область, занятую двумя клеточными фазами от области, занятой одной фазой, позволили рассмотреть постановку задачи с учетом независимого перемещения границ областей, занятых клетками разного типа.

В данной работе задача о сортировке клеток будет рассмотрена в геометрии, более приближенной к реальной, чем ранее [12]. Задача будет решена с использованием двух типов граничных условий, учитывающих подвижность внешних границ областей, занятых клетками разных типов: в одном случае обе эти границы будут считаться совпадающими, а в другом – будет учитываться возможность их независимого перемещения, контролируемого условиями нагружения. Будет исследовано влияние локального и нелокального (учитывающего взаимодействие между клетками, находящимися на некотором расстоянии друг от друга) законов развития активных межклеточных взаимодействий на процесс сортировки.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим клеточный агрегат, первоначально образованный смесью клеток двух разных типов в присутствии внеклеточной жидкости. Будем считать, что клеточный агрегат в начальный и последующие моменты времени имеет правильную сферическую форму и окружен жидкостью с нулевым давлением.

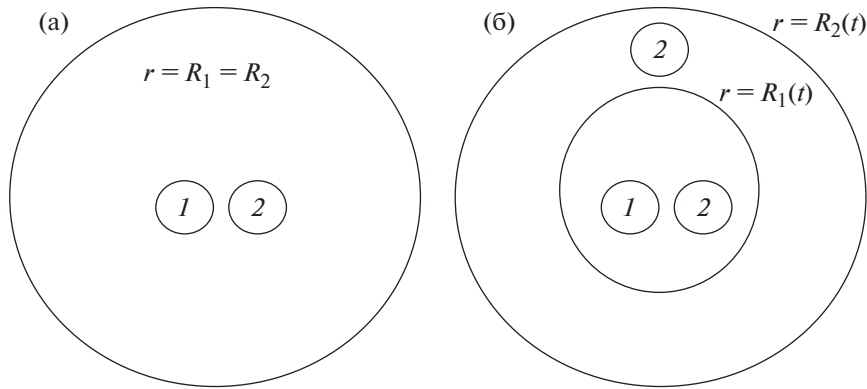


Рис. 1. Схематическое изображение строения клеточного сфероида, образованного клетками 1-го и 2-го типов в разные моменты времени. Номера клеточных фаз в разных областях сфероида обведены маленькими кругами. (а) Строение в начальный момент времени. (б) Строение в некоторый момент времени t , когда границы клеточных фаз разошлись. Координаты $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ являются радиусами сфер, ограничивающих первую и вторую клеточную фазы соответственно.

Постановка задачи о перераспределении плотностей двух типов клеток в клеточном сфероиде будет использовать разработанную нами ранее континуальную модель биологической сплошной многофазной среды, образованной двумя активно взаимодействующими клеточными фазами и жидкостью [23]. Схематическое изображение структуры сфероида в разные моменты времени показано на рис. 1. Ниже приведены основные допущения, использованные при построении модели.

Клеточные фазы различаются параметрами зависимостей, управляющих развитием активных взаимодействий между клетками, и активными перемещениями клеток друг относительно друга. Активные взаимодействия между клетками описываются посредством введения трех дополнительных фаз, две из которых обеспечивают активные взаимодействия между клетками, принадлежащими только к первой или только ко второй клеточной фазе. Третья дополнительная фаза обеспечивает перекрестные активные взаимодействия между клетками разных фаз. Более подробное обсуждение возможных биологических структур, отождествляемых с дополнительными фазами, и физические механизмы, связанные с активными межклеточными взаимодействиями, приводится в [22, 23]. Объемы, занимаемые дополнительными фазами, считаются пренебрежимо малыми в сравнении с объемами основных фаз. В дальнейшем будем предполагать, что активные стягивающие взаимодействия развиваются только между клетками, принадлежащими к одной фазе, а между клетками двух разных фаз отсутствуют. Таким образом, в межфазной перекрестной активной силе будем учитывать только расталкивающую компоненту.

В среде отсутствуют деления и гибель клеток, а также потоки массы между клеточными фазами и жидкостью. Истинные плотности фаз считаются постоянными и равными между собой, поэтому объемные концентрации фаз совпадают с массовыми. Оценка коэффициента межфазного вязкого трения между клеточными фазами и жидкостью [23] позволяет пренебречь в уравнениях импульсов изменением гидростатического давления p во внеклеточной жидкости, поэтому в дальнейшем оно считается пространственно-однородным. Тогда уравнения для клеточных фаз можно решать отдельно от уравнений, описывающих движение жидкости. Будем полагать, что жидкость может свободно перетекать через внешнюю границу сферы, и давление p совпадает с давлением во внешней среде, т.е. $p = 0$.

Введем сферическую систему координат с началом в центре сферы. Решение задачи о перераспределении плотностей клеток будет выполнено в предположении сферической симметрии всех величин. У всех тензоров смешанные компоненты считаются равными нулю. Будем отмечать компоненты тензоров в направлениях r , φ и θ соответствующим буквенным индексом, заменяя повторяющийся индекс однократным. У единственной отличной от нуля компоненты векторов скорости в радиальном направлении индекс r опускается, а нижним индексом будем обозначать номер клеточной фазы. Систему уравнений для физических компонент векторов и тензоров (получаемую из общей модели [12]), относящихся к клеточным фазам, можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \phi_1 v_1}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \phi_2 v_2}{\partial r} = 0 \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\phi_1 \sigma_r^{(1)} + \tau_r^{(1)} + \tau_r^{(12)}) + \frac{1}{r} (2(\phi_1 \sigma_r^{(1)} + \tau_r^{(1)} + \tau_r^{(12)}) - (\phi_1 \sigma_\phi^{(1)} + \tau_\phi^{(1)} + \tau_\phi^{(12)}) - (\phi_1 \sigma_\theta^{(1)} + \tau_\theta^{(1)} + \tau_\theta^{(12)})) + F = 0 \quad (1.2)$$

$$\phi_1 \sigma_\phi^{(1)} + \tau_\phi^{(1)} + \tau_\phi^{(12)} = \phi_1 \sigma_\theta^{(1)} + \tau_\theta^{(1)} + \tau_\theta^{(12)} \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\phi_2 \sigma_r^{(2)} + \tau_r^{(2)} + \tau_r^{(12)}) + \frac{1}{r} (2(\phi_2 \sigma_r^{(2)} + \tau_r^{(2)} + \tau_r^{(12)}) - (\phi_2 \sigma_\phi^{(2)} + \tau_\phi^{(2)} + \tau_\phi^{(12)}) - (\phi_2 \sigma_\theta^{(2)} + \tau_\theta^{(2)} + \tau_\theta^{(12)})) - F = 0 \quad (1.4)$$

$$\phi_2 \sigma_\phi^{(2)} + \tau_\phi^{(2)} + \tau_\phi^{(12)} = \phi_2 \sigma_\theta^{(2)} + \tau_\theta^{(2)} + \tau_\theta^{(12)} \quad (1.5)$$

$$F = \phi_2 p_1 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\phi_1}{\phi_1 + \phi_2} \right) - \phi_1 p_2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2} \right) + k_{12} \phi_1 \phi_2 (v_2 - v_1) \quad (1.6)$$

$$p_1 = -\frac{1}{3} I_1(\sigma^{(1)}), \quad p_2 = -\frac{1}{3} I_1(\sigma^{(2)}) \quad (1.7)$$

$$\tau_\alpha^{(1)} = -\Pi_1 + m_1 \frac{3}{4\pi R_s^4} \cdot \phi_1 \int_S \phi_1 \cdot r_\alpha^2 ds, \quad \tau_\alpha^{(2)} = -\Pi_2 + m_2 \frac{3}{4\pi R_s^4} \cdot \phi_2 \int_S \phi_2 \cdot r_\alpha^2 ds \quad (1.8)$$

$$\Pi_1 = E_1 \frac{\phi_1^2}{1 - \phi_1 - \phi_2}, \quad \Pi_2 = E_2 \frac{\phi_2^2}{1 - \phi_1 - \phi_2}, \quad \tau_\alpha^{(12)} = -\Pi_{12} = -E_{12} \frac{\phi_1 \phi_2}{1 - \phi_1 - \phi_2} \quad (1.9)$$

$$e_\alpha^{(1)} = \frac{1}{2\mu_1} (\sigma_\alpha^{(1)} - \phi_2 \sigma_\alpha^{(2)}) - \frac{1}{2\mu_{11}} \tau_\alpha^{(1)} - \frac{1}{2\mu_{12}} \tau_\alpha^{(12)} \quad (1.10)$$

$$e_\alpha^{(2)} = \frac{1}{2\mu_2} (\sigma_\alpha^{(2)} - \phi_1 \sigma_\alpha^{(1)}) - \frac{1}{2\mu_{22}} \tau_\alpha^{(2)} - \frac{1}{2\mu_{21}} \tau_\alpha^{(12)} \quad (1.11)$$

$$e_r^{(1)} = \frac{\partial v_1}{\partial r}, \quad e_\phi^{(1)} = e_\theta^{(1)} = \frac{v_1}{r}, \quad (1.12)$$

$$e_r^{(2)} = \frac{\partial v_2}{\partial r}, \quad e_\phi^{(2)} = e_\theta^{(2)} = \frac{v_2}{r}. \quad (1.13)$$

Здесь ϕ_1 и ϕ_2 – объемные концентрации первой и второй клеточных фаз соответственно; v_1 и v_2 – компоненты векторов скорости клеточных фаз; $\sigma^{(1)}$ и $\sigma^{(2)}$ – тензоры напряжений в клеточных фазах; тензоры $\tau^{(1)}$ и $\tau^{(2)}$ – характеризуют напряжения в дополнительных фазах, обеспечивающих активные межклеточные взаимодействия между клетками только первой и только второй клеточных фаз соответственно; тензор напряжений $\tau^{(12)}$ описывает активные взаимодействия клеток, принадлежащих к разным фазам; индекс α принимает значения r , ϕ и θ , при этом r_r , r_ϕ и r_θ – координаты радиус-вектора точек на поверхности сферы S радиуса R_s (радиус дальнего действия) с центром в рассматриваемой точке, в локальном физическом базисе сферической системы координат; F – радиальная компонента силы межфазного взаимодействия между клеточными фазами; $e_\alpha^{(1)}$ и $e_\alpha^{(2)}$ – компоненты тензоров скоростей деформаций клеточных фаз; p_1 и p_2 – давления в первой и второй клеточных фазах соответственно; для первого инварианта любого тензора второго ранга \mathbf{T} принято обозначение $I_1(\mathbf{T})$.

Уравнения (1.1) являются уравнениями неразрывности для клеточных фаз с учетом сделанных выше предположений. Уравнения баланса импульса для клеточных фаз (1.2) – (1.5), в пренебрежении инерционными эффектами, учитывают силы их взаимодействия с дополнительными фазами (второе и третье слагаемые), а также силу межфазного взаимодействия между двумя клеточными фазами. Уравнения баланса импульса по оси θ выполнено тождественно.

Выражение (1.6) для силы межфазного взаимодействия F представлено в виде суммы двух составляющих, связанных с действием сил давления (первое и второе слагаемые) и силой вязкого трения (третье слагаемое) на межфазных поверхностях.

Уравнения (1.8) и (1.9) являются определяющими соотношениями для активных напряжений в дополнительных фазах. Они учитывают как хаотическую активность клеток, характеризующую

давлениями P_1, P_2 и P_{12} , проявляющимися в отталкивании клеток, так и стягивающие усилия, определяемые неоднородностью их микроокружения. Интегрирование в соотношениях (1.8) выполняется по сферической поверхности S фиксированного для данной среды радиуса R_s (радиуса дальнего действия) с центром в рассматриваемой точке. Для точек, находящихся на расстоянии, меньшем R_s от поверхности клеточного сфероида, интегрирование ведется по той части поверхности сферы, которая лежит внутри этого объема.

Соотношения (1.10)–(1.11) представляют собой выражения для компонент тензоров скоростей деформаций клеточных фаз. В общем случае тензор скоростей деформаций в клеточной среде учитывает как деформацию клеток, так и их переупаковку [24]. В настоящей работе (как и в [23]) предполагается, что деформация клеточных фаз определяется только переупаковками. Система дополняется кинематическими соотношениями (1.12), (1.13) для компонент тензоров скоростей деформации клеточных фаз.

2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Рассмотрим две постановки задачи о перераспределении плотностей клеток двух типов в клеточном сфероиде. Постановки задач будут различаться граничными условиями. В первом случае постановка задачи учитывает возможность независимого перемещения поверхностей, ограничивающих клетки каждого типа. Координаты $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ являются радиусами сфер, ограничивающих первую и вторую клеточную фазы соответственно (рис. 1б).

Будем считать, что в начальный момент времени клетки обеих фаз заполняют весь объем сферы, и в качестве начальных условий при $t = 0$ будем задавать положение границ клеточных фаз $R_1(0) = R_2(0) = R_0$ и начальные распределения объемных концентраций фаз $\phi_1(0, x) = \phi_{10}(x)$, $\phi_2(0, x) = \phi_{20}(x)$.

В дальнейшем при решении задачи будет происходить разделение границ областей, занятых клетками разных типов. Последующие рассуждения будут проведены для случая $R_1(t) < R_2(t)$, когда центральная область занята двумя типами клеток, а внешняя — только клетками второго типа. Заранее неизвестно, какая из фаз замыкает другую. Это определяется в процессе решения и зависит от числовых параметров, характеризующих каждую фазу. Во внешней области, где присутствует лишь клеточная фаза 2, $\phi_1 = 0$, $\sigma^{(1)} = \tau^{(1)} = \tau^{(12)} = 0$, и уравнения системы (1.1)–(1.13), относящиеся к фазе 1, выполняются тождественно. В случае $R_1(t) > R_2(t)$ рассуждения будут аналогичными.

Сила, действующая на внешней границе со стороны окружающей среды, сводится к давлению жидкости. Будем предполагать, что оно распределено между фазами пропорционально их концентрациям. Тогда в начальный момент времени (и пока $R_1(t) = R_2(t)$) на внешней границе выполнены условия:

$$\phi_1 \sigma_r^{(1)} + \tau_r^{(1)} + \tau_r^{(12)} = 0, \quad \phi_2 \sigma_r^{(2)} + \tau_r^{(2)} + \tau_r^{(12)} = 0 \tag{2.1}$$

После разделения границ, второе условие (2.1) при $r = R_2(t)$ для второй фазы сохраняется. Граница $r = R_1(t)$ делит клеточный сфероид на области, занятые двухфазной и однофазной клеточными средами. Для первой фазы условие при $r = R_1(t)$ теперь должно учитывать силовое воздействие частиц второй фазы, расположенных по другую сторону этой границы. Для второй фазы граница $r = R_1(t)$ является поверхностью разрыва, и на этой границе должны быть сформулированы дополнительные условия непрерывности потока массы и перераспределения нагрузки в результате взаимодействия с частицами первой фазы.

Из уравнения неразрывности (1.1) для второй фазы следует условие непрерывности потока массы на разрыве

$$[\phi_2(v_2 - \dot{R}_1)] = 0 \tag{2.2}$$

Квадратные скобки обозначают разность соответственных величин по разные стороны разрыва, точкой обозначена производная по времени.

Условия для напряжений были получены в [12]. Они имеют следующий вид

$$\phi_1 \sigma_r^{(1)} + \tau_r^{(1)} + \tau_r^{(12)} = -p^* \phi_1^- \phi_2^+ \tag{2.3}$$

$$[\phi_2 \sigma_r^{(2)} + \tau_r^{(2)} + \tau_r^{(12)}] = -p^* \phi_1^- \phi_2^+ \quad (2.4)$$

$$p^* = \frac{p_1^- \phi_2^+ - p_2^+ \phi_1^-}{\phi_1^- + \phi_2^+} \quad (2.5)$$

Здесь p^* является средним давлением на поверхности межфазного контакта при $r = R_1(t)$. Верхний индекс “плюс” или “минус” указывает на значение соответствующей величины справа или слева от разрыва.

Перемещение границ $r = R_1(t)$ и $r = R_2(t)$ определяется движением клеток соответствующих фаз, поэтому считаются выполненными условия $\dot{R}_1(t) = v_1$ при $r = R_1(t)$ и $\dot{R}_2(t) = v_2$ при $r = R_2(t)$.

Из уравнений неразрывности (1.1) и условия ограниченности скоростей фаз в центре сферы следует, что при $r = 0$:

$$v_1 = v_2 = 0 \quad (2.6)$$

Граничные условия для ϕ_1 при $r = 0$ и $r = R_1(t)$, а также ϕ_2 при $r = 0$ и $r = R_2(t)$ не ставятся, так как границы фаз перемещаются со скоростями, равными скоростям частиц соответствующих фаз на этих границах. То есть, границы $r = 0$ и $r = R_1(t)$ являются характеристиками для первого уравнения (1.1), а $r = 0$ и $r = R_2(t)$ – для второго. Соответствующие граничные условия получаются из решения уравнений (1.1), записанных в соответствующих точках.

Система уравнений для определения скоростей фаз при известных распределениях концентраций имеет четвертый порядок. В то время, пока границы фаз совпадают, для нахождения скоростей используются четыре условия, входящие в (2.1) и (2.6). В дальнейшем, при разделении границ областей, занятых клетками разных типов, необходимо шесть граничных условий. К их числу относятся второе соотношение (2.1), соотношение (2.2), а также (2.3), (2.4) и оба соотношения (2.6).

Непрерывность начальных распределений концентраций фаз обеспечивает их дальнейшую непрерывность, в том числе и при прохождении поверхности разрыва по частицам второй фазы. Разрыв испытывает лишь скорость изменения концентрации ϕ_2 . В силу условия (2.2) на этой поверхности остается непрерывной и скорость второй фазы v_2 . Таким образом, при $r = R_1$ скорость и концентрация второй фазы претерпевают слабый разрыв, тогда как разрыв напряжения в этой фазе σ_2 оказывается сильным, что видно из условия (2.4).

Вторая постановка задачи отличается от первой тем, что скорости клеточных фаз считаются совпадающим на внешней границе сфероида. Таким образом, в каждый момент времени весь объем сфероида считается заполненным обеими фазами. При этом радиус сфероида, как и в предыдущей постановке задачи, меняется со временем. Для нахождения скоростей в этом случае должны быть использованы оба условия (2.6), условия равенства скоростей на внешней границе и условие равенства нулю внешней нагрузки. Тогда при $r = R(t)$ ($R = R_1 = R_2$) должны быть выполнены условия

$$v_1 = v_2 \quad (2.7)$$

$$\phi_1 \sigma_r^{(1)} + \phi_2 \sigma_r^{(2)} + \tau_r^{(1)} + \tau_r^{(2)} + 2\tau_r^{(12)} = 0 \quad (2.8)$$

3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ

Преобразуем систему уравнений (1.1)–(1.13). Для этого выразим напряжения в клеточных фазах $\sigma_r^{(1)}$, $\sigma_\phi^{(1)}$ и $\sigma_r^{(2)}$, $\sigma_\phi^{(2)}$ из уравнений (1.10), (1.11) и подставим их в уравнения импульсов (1.2) и (1.4). Напряжения с индексом θ исключим с помощью уравнений (1.3) и (1.5). Компоненты тензоров скоростей деформаций заменим с помощью кинематических соотношений (1.12) и (1.13). Добавив уравнения (1.1), получим полную систему для нахождения ϕ_1 , ϕ_2 и v_1 , v_2 .

Введем безразмерные величины:

$$t^* = t \frac{E}{\mu}, \quad r^* = \frac{r}{R_0}, \quad R_s^* = \frac{R_s}{R_0}, \quad R_k^* = \frac{R_k}{R_0}, \quad \sigma_\alpha^{(k)*} = \frac{\sigma_\alpha^{(k)}}{E}, \quad \tau_\alpha^{(k)*} = \frac{\tau_\alpha^{(k)}}{E}, \quad \tau_\alpha^{(12)*} = \frac{\tau_\alpha^{(12)}}{E}, \quad v_k^* = v_k \frac{\mu}{E h_0}, \quad \Pi_k^* = \frac{\Pi_k}{E},$$

$$\Pi_{12}^* = \frac{\Pi_{12}}{E}, \quad E_k^* = \frac{E_k}{E}, \quad E_{12}^* = \frac{E_{12}}{E}, \quad \mu_k^* = \frac{\mu_k}{\mu}, \quad \mu_{kn}^* = \frac{\mu_{kn}}{\mu}, \quad m_k^* = \frac{m_k}{E}, \quad k_{12}^* = \frac{k_{12} h_0^2}{\mu}$$

$$(k = 1, 2; n = 1, 2; \alpha = r, \phi, \theta)$$

Здесь E и μ – некоторые характерные значения соответствующих групп коэффициентов. В дальнейшем звездочку при безразмерных параметрах будем опускать.

В обеих постановках задач численное решение полученной системы на каждом шаге по времени начинается с уравнений для v_1 и v_2 , при этом значения ϕ_1 и ϕ_2 берутся с предыдущего временного шага. Затем при найденных скоростях решаются уравнения (1.1), позволяющие найти ϕ_1 и ϕ_2 .

Рассмотрим схему решения задачи, которая учитывает возможность независимого перемещение внешних границ клеток каждого типа. На каждом шаге сначала находятся значения v_1 и v_2 в области $0 \leq r \leq R_1(t)$, где присутствуют обе клеточные фазы, после чего v_2 продолжается в область $R_1(t) \leq r \leq R_2(t)$, в которой присутствует только вторая клеточная фаза.

При расчете скоростей на отрезке $[0; R_1(t)]$ вводится безразмерная координата $\xi_1 = r/R_1(t)$, что позволяет перейти от решения уравнений с подвижной верхней границей к решению уравнений на отрезке $[0; 1]$.

Система уравнений для безразмерных неизвестных v_1, v_2 имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(2\mu_1 \frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \xi_1^2 \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} \right) + Q_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} (\xi_1^2 v_1) - 4\mu_1 \frac{\phi_1}{\Delta} v_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(2\mu_2 \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \xi_1^2 \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} \right) + Q_2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} (\xi_1^2 v_2) - \\ & - 4\mu_2 \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} v_2 + k_{12} \phi_1 \phi_2 R_1^2 \xi_1^2 (v_2 - v_1) = -\xi_1^2 R_1 \left(\Phi + \Phi_1 + \frac{\partial \Sigma_1}{\partial \xi_1} \right) \\ & \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(2\mu_1 \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \xi_1^2 \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} \right) - Q_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} (\xi_1^2 v_1) - 4\mu_1 \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} v_1 + \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(2\mu_2 \frac{\phi_2}{\Delta} \cdot \xi_1^2 \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} \right) - \\ & - Q_2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} (\xi_1^2 v_2) - 4\mu_2 \frac{\phi_2}{\Delta} v_2 + k_{12} \phi_1 \phi_2 R_1^2 \xi_1^2 (v_2 - v_1) = -\xi_1^2 R_1 \left(-\Phi + \Phi_2 + \frac{\partial \Sigma_2}{\partial \xi_1} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь $\Delta = 1 - \phi_1 \phi_2$,

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{2\mu_1}{3\Delta} \left(\phi_1^2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2} \right) - \phi_2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_1}{\phi_1 + \phi_2} \right) \right), \\ Q_2 &= \frac{2\mu_2}{3\Delta} \left(\phi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2} \right) - \phi_2^2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_1}{\phi_1 + \phi_2} \right) \right), \\ \Phi &= \frac{1}{3\Delta} \left(\left(\phi_1^2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2} \right) - \phi_2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_1}{\phi_1 + \phi_2} \right) \right) \left(\frac{\mu_1}{\mu_{11}} I(\tau^{(1)}) + \frac{\mu_1}{\mu_{12}} I(\tau^{(12)}) \right) + \right. \\ & \left. + \left(\phi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_2}{\phi_1 + \phi_2} \right) - \phi_2^2 \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\phi_1}{\phi_1 + \phi_2} \right) \right) \left(\frac{\mu_2}{\mu_{22}} I(\tau^{(2)}) + \frac{\mu_2}{\mu_{21}} I(\tau^{(12)}) \right) \right), \\ \Phi_1 &= \frac{2}{\xi_1} \left(\left(\frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{11}} + 1 \right) (\tau_r^{(1)} - \tau_\phi^{(1)}) + \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{22}} (\tau_r^{(2)} - \tau_\phi^{(2)}) + \left(\frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{12}} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{21}} + 1 \right) (\tau_r^{(12)} - \tau_\phi^{(12)}) \right), \\ \Phi_2 &= \frac{2}{\xi_1} \left(\frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{11}} (\tau_r^{(1)} - \tau_\phi^{(1)}) + \left(\frac{\phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{22}} + 1 \right) (\tau_r^{(2)} - \tau_\phi^{(2)}) + \left(\frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{12}} + \frac{\phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{21}} + 1 \right) (\tau_r^{(12)} - \tau_\phi^{(12)}) \right), \\ \Sigma_1 &= \left(\frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{11}} + 1 \right) \tau_r^{(1)} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{22}} \tau_r^{(2)} + \left(\frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{12}} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{21}} + 1 \right) \tau_r^{(12)}, \\ \Sigma_2 &= \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{11}} \tau_r^{(1)} + \left(\frac{\phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{22}} + 1 \right) \tau_r^{(2)} + \left(\frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{12}} + \frac{\phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{21}} + 1 \right) \tau_r^{(12)} \end{aligned}$$

В качестве граничных условий при решении системы (3.1) используется равенство $v_1 = v_2 = 0$ при $\xi_1 = 0$, а при $\xi_1 = 1$ – соотношения (2.3) и (2.4).

Условие (2.3) при $\xi_1 = 1$ после подстановки в него выражений для $\sigma_r^{(1)}$ и $\sigma_r^{(2)}$, полученных из (1.10) и (1.11), с учетом выражения для межфазного давления p^* (2.5), а также выражений для

p_1 и p_2 (1.7) и кинематических соотношений (1.12) и (1.13) принимает следующий вид (верхний индекс “–”, указывающий на принадлежность к области 12 совместного присутствия обеих фаз опущен)

$$2\mu_1 \frac{\phi_1}{\Delta} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} \right) \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} - \frac{4}{3} \mu_1 \frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} v_1 + 2\mu_2 \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} \right) \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} - \frac{4}{3} \mu_2 \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} v_2 +$$

$$+ R_1 \left(\frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{11}} \left(\tau_r^{(1)} - \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} I(\tau^{(1)}) \right) + \tau_r^{(1)} + \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{22}} \left(\tau_r^{(2)} - \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} I(\tau^{(2)}) \right) + \frac{\phi_1}{\Delta} \left(\frac{\mu_1}{\mu_{12}} + \phi_2 \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{21}} \right) \times \right. \quad (3.2)$$

$$\left. \times \left(\tau_r^{(12)} - \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} I(\tau^{(12)}) \right) + \tau_r^{(12)} - \frac{1}{3} \frac{(\phi_1^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} \phi_2^+ \left(\frac{\mu_2}{\mu_{22}} I(\tau^{(2)+}) + 2 \frac{\mu_2}{R_1} \left(\frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} + 2 \frac{v_2}{\xi_1} \right)^+ \right) \right) = 0$$

Второе граничное условие при $\xi_1 = 1$ получим аналогично. Условие (2.4) после подстановки выражений для $\sigma_r^{(1)}$ и $\sigma_r^{(2)}$ из (1.10) и (1.11), учитывая (2.5), (1.7), (1.12) и (1.13) принимает следующий вид:

$$2\mu_1 \frac{\phi_1}{\Delta} \left(\phi_2 + \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} \right) \frac{\partial v_1}{\partial \xi_1} + \frac{4}{3} \mu_1 \frac{\phi_1}{\Delta} \dots \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} v_1 + 2\mu_2 \frac{\phi_2}{\Delta} \left(1 + \frac{1}{3} \phi_1 \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} \right) \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} + \frac{4}{3} \mu_2 \frac{\phi_1 \phi_2}{\Delta} \times$$

$$\times \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} v_2 + R_1 \left(\frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{11}} \left(\phi_2 \tau_r^{(1)} + \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} I(\tau^{(1)}) \right) + \frac{\phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{22}} \left(\tau_r^{(2)} + \frac{1}{3} \phi_1 \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} I(\tau^{(2)}) \right) + \tau_r^{(2)} + \right. \quad (3.3)$$

$$+ \frac{\phi_1}{\Delta} \cdot \frac{\mu_1}{\mu_{12}} \left(\phi_2 \tau_r^{(12)} + \frac{1}{3} \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} I(\tau^{(12)}) \right) + \frac{\phi_2}{\Delta} \cdot \frac{\mu_2}{\mu_{21}} \left(\tau_r^{(12)} + \frac{1}{3} \phi_1 \frac{(\phi_2^+)^2}{\phi_1 + \phi_2^+} I(\tau^{(12)}) \right) + \tau_r^{(12)} +$$

$$+ \frac{1}{3} \frac{\phi_1 \phi_2^+}{\phi_1 + \phi_2^+} \phi_1 \left(\frac{\mu_2}{\mu_{22}} I(\tau^{(2)+}) + 2 \frac{\mu_2}{R_1} \left(\frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} + 2 \frac{v_2}{\xi_1} \right)^+ \right) - 2\phi_2^+ \frac{\mu_2}{R_1} \cdot \frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} \Big|_1^+ - \left(\phi_2^+ \frac{\mu_2}{\mu_{22}} + 1 \right) \tau_r^{(2)+} = 0$$

Граничные условия (3.2) и (3.3) для решения системы уравнений (3.1) содержат значения скорости v_2 и ее производную справа от разрыва. Поэтому для того, чтобы найти значения v_1 и v_2 во всей внутренней области $[0; R_1(t)]$ необходимо вычислить скорость клеток второй фазы на отрезке $[R_1(t); R_2(t)]$ и исключить $v_2|_1^+$ и $\frac{\partial v_2}{\partial \xi_1} \Big|_1^+$ из условий (3.2) и (3.3).

Уравнение для v_2 во внешней области $[R_1(t); R_2(t)]$ может быть получено с помощью преобразований системы (1.1)–(1.13) аналогичных тем, которые использовались при получении системы (3.1). При этом следует учитывать присутствие во внешней области лишь второй клеточной фазы ($\phi_1 = 0$, $\sigma^{(1)} = \tau^{(1)} = \tau^{(12)} = 0$). При расчете скоростей во внешней области введем новую координату $\xi_2 = r/R_2(t)$, тогда уравнение для v_2 будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(2\mu_2 \phi_2 \cdot \xi_2^2 \frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} \right) - 4\mu_2 \phi_2 v_2 = -\xi_2^2 R_2 \left(\Phi_{22} + \frac{\partial \Sigma_{22}}{\partial \xi_2} \right) \quad (3.4)$$

$$\text{Здесь } \Phi_{22} = \frac{2}{\xi_1} \left(\phi_2 \frac{\mu_2}{\mu_{22}} + 1 \right) (\tau_r^{(2)} - \tau_r^{(2)}) \text{ и } \Sigma_{22} = \left(\phi_2 \frac{\mu_2}{\mu_{22}} + 1 \right) \tau_r^{(2)}.$$

Интегрирование уравнения (3.4) выполняется на отрезке $\xi_2 \in [R_1(t)/R_2(t); 1]$. В качестве граничного условия при $\xi_2 = 1$ используется второе условие (2.1), которое после подстановки в него выражения для $\sigma_r^{(2)}$ из (1.11) и кинематического соотношения (1.13) принимает следующий вид:

$$2\mu_2 \phi_2 \frac{\partial v_2}{\partial \xi_2} + R_2 \Sigma_{22} = 0 \quad (3.5)$$

В качестве граничного условия при $\xi_2 = R_1(t)/R_2(t)$ используется условие на разрыве (2.2). Это условие связывает между собой значения скорости второй фазы по разные стороны разрыва.

Решение уравнения (3.4) с граничными условиями (2.2) и (3.5) будем искать в следующем виде $v_2(\xi_2) = U_1(\xi_2) + C \cdot U_2(\xi_2)$, где U_1 удовлетворяет уравнению (3.4), а U_2 – уравнению, полученному из (3.4) заменой правой части нулем.

В качестве “начальных” условий примем, что $2\mu_2\phi_2 \frac{\partial U_1}{\partial \xi_2} + R_2\Sigma_{22} = 0$, $U_1 = 0$ и $\frac{\partial U_2}{\partial \xi_2} = 0$, $U_2 = 1$ при $\xi_2 = 1$. Тогда $v_2 = U_1 + C \cdot U_2$ удовлетворяет уравнению (3.4) и граничному условию (3.5) при любых значениях постоянной C . Значение C может быть найдено из условия (2.2) при $\xi_2 = R_1(t)/R_2(t)$.

Важно отметить, что найденное значение C будет зависеть от известных значений U_1 и U_2 при $\xi_2 = R_1(t)/R_2(t)$ и значений скоростей клеточных фаз только слева от разрыва. Это позволит выразить $v_2|_1^+$ и $\frac{\partial v_2}{\partial \xi_1}|_1^+$ в условиях (3.2) и (3.3) через значения скоростей клеточных фаз только слева от разрыва и решить систему (3.1) с полученными из (3.2) и (3.3) граничными условиями и условиями $v_1 = v_2 = 0$ при $\xi_1 = 0$. Далее можно вычислить значение постоянной C и значения v_2 во внешней области.

Вычисление интегралов, присутствующих в выражениях для активных напряжений, выполнено путем разложения подынтегральной функции в ряд по формуле Тейлора второго порядка точности и с помощью пятиточечной квадратуры Гаусса [25], при этом учитывается различие пределов интегрирования для внутренних и граничных точек среды, т.е. точек, удаленных от границы слоя на расстояние, не превышающее радиус дальнего действия.

Разностные схемы для решения системы (3.1) и уравнения (3.4) были получены интегро-интерполяционным методом [26]. Монотонность схемы для (3.1) достигается использованием направленных разностей при аппроксимации производных $\partial(\xi_1^2 v_1)/\partial \xi_1$ и $\partial(\xi_1^2 v_2)/\partial \xi_1$ в зависимости от знаков стоящих при них коэффициентов. Полученная система разностных уравнений для (3.1) решалась методом матричной прогонки. Для вычисления U_1 и U_2 решались задачи Коши.

Полученные значения $v_1(\xi_1)$ и $v_2(\xi_2)$ используются при решении уравнений для ϕ_1 и ϕ_2 . Уравнения (1.1) после введения координаты ξ_1 для первого из них и ξ_2 для второго приводятся к дивергентному виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} + \frac{1}{R_1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} (\phi_1 (v_1 - \dot{R}_1 \xi_1)) + \frac{1}{R_1} \left(\dot{R}_1 + 2 \frac{v_1}{\xi_1} \right) \phi_1 &= 0 \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} (\phi_2 (v_2 - \dot{R}_2 \xi_2)) + \frac{1}{R_2} \left(\dot{R}_2 + 2 \frac{v_2}{\xi_2} \right) \phi_2 &= 0 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Эти уравнения решаются по отдельности. Численное решение уравнений (3.6) было выполнено с использованием TVD схемы Хартена с ограничителем minmod [27, 28].

Описание эволюции системы дополняется уравнениями $\dot{R}_1 = v_1$ при $\xi_1 = 1$ и $\dot{R}_2 = v_2$ при $\xi_2 = 1$. Эти уравнения решаются методом Эйлера.

При решении задач используется разбиение отрезков $[0; R_1]$ и $[0; R_2]$ на одинаковое число частей. При переходе от одного разбиения к другому (т.е. при переходе от координаты ξ_1 к координате ξ_2) используется пересчет соответствующих величин с использованием линейной интерполяции.

Решение задачи, в которой клеточные фазы ограничены одной общей границей, отличается от решения предыдущей задачи только схемой вычисления скоростей v_1 и v_2 . В этом случае уравнения (3.1) решаются при граничных условиях (2.6), (2.7) и (2.8) с учетом того, что $R(t) = R_1(t) = R_2(t)$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Исследуем решения задач, описывающих формирование клеточных структур, которые появляются в результате пространственного разделения двух типов клеток в клеточном агрегате сферической формы.

Клеточные фазы отличаются значениями параметров, характеризующих развитие активных взаимодействий между клетками. Числовые параметры, используемые ниже, соответствуют тому, что активные стягивающие взаимодействия внутри первой клеточной фазы превышают таковые внутри второй клеточной фазы ($m_1 > m_2$). Параметры E_1 и E_2 , характеризующие активные давления, проявляющиеся в расталкивании клеток внутри фаз, предполагаются равными. Эволюция плотностей клеток в клеточном сфероиде будет исследована в зависимости от значений безразмерных параметров, принятых в предшествующих работах [12, 23]. Примем следующие значения числовых параметров в качестве стандартных: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_{11} = \mu_{22} = 1$, $\mu_{12} = \mu_{21} = 0.5$, $E_1 = 0.33$, $E_2 = 0.33$, $E_{12} = 0.167$, $k_{12} = 0.3$, $R_s = 0.01$, $\phi_{10}(x) = \phi_{20}(x) = 0.4$. Значения параметров m_1 и m_2 , характеризующих стягивающие активные взаимодействия, будут приведены в каждом случае отдельно.

Рассмотрим результаты решения задачи о сортировке клеток, используя постановку задачи с двумя независимо перемещающимися внешними границами областей, занятых клетками разных типов. Распределения концентраций клеток в разные моменты времени при начальных пространственно-однородных распределениях $\phi_1(0, x) = \phi_{10}$ и $\phi_2(0, x) = \phi_{20}$, стандартных значениях параметров и $m_1 = 12$, $m_2 = 11$, а также эволюция границ клеточных фаз при различных комбинациях параметров m_1 и m_2 ($m_1 = 7$, $m_2 = 6$ и $m_1 = 12$, $m_2 = 11$), представлены на рис. 2.

Приведенные на рис. 2а распределения концентраций клеток в разные моменты времени демонстрируют тенденцию к пространственному разделению двух типов клеток, которые первоначально равномерно заполняли сферический клеточный агрегат. Клетки первой фазы, в которой активные стягивающие взаимодействия между клетками сильнее (при этом $E_1 = E_2$), стремятся занять центральную область, а клетки второй фазы – периферийную. Обрыв сплошных линий 1 соответствует границе области, занятой клетками первой фазы. Эта граница делит клеточный сфероид на две части, первая из которых занята клетками первой и второй фазы. При этом концентрация клеток второй фазы в этой области приближается к нулю, и они имеют тенденцию сосредоточиться во внешней области. Обрыв сплошных линий 2 соответствует внешней границе сфероиде.

Эволюция границ клеточных фаз представлена на рис. 2б. На начальном этапе наблюдается быстрое уплотнение среды, проявляющееся в синхронном уменьшении радиусов сферических поверхностей, ограничивающих клеточные фазы. Далее происходит выдавливание наружу первой клеточной фазы, обладающей более слабыми стягивающими межклеточными взаимодействиями. В силу того, что эта фаза остается более рыхлой, чем вторая, происходит незначительное увеличение радиуса сфероиде, сменяемое затем монотонным уменьшением.

Решение задачи, в которой клеточные фазы имеют общую внешнюю границу, также описывает тенденцию к разделению фаз при пространственно-однородных начальных условиях $\phi_1(0, x) = \phi_{10}$, $\phi_2(0, x) = \phi_{20}$ в случае использования нелокальных соотношений для активных напряжений ($R_s \neq 0$). Распределения концентраций клеток в момент времени $t = 6$, полученные в результате решения задачи с одной общей границей клеточных фаз, имеют вид, практически совпадающий с кривыми на рис. 2а при тех же значениях параметров в момент времени $t = 3.5$. В данном случае, в отличие от задачи с независимо перемещающимися внешними границами, распределение ϕ_1 непрерывно во всей области от центра до внешней поверхности сфероиде. При этом формируется узкая переходная область, в которой ϕ_1 падает до очень малых значений. Эволюция радиуса сфероиде представлена на рис. 3. На начальной стадии происходит очень быстрое уплотнение агрегата (этот участок зависимости R/R_0 от t практически совпадает с осью ординат). Дальнейшее изменение его радиуса – участок плато, последующий всплеск и релаксация к стационарным значениям.

Важно отметить, что использование локальных определяющих соотношений для активных напряжений (получаемых предельным переходом $R_s \rightarrow 0$ в (1.8)) при решении задачи с двумя независимо перемещающимися границами клеточных фаз приводит к распределениям концентраций и эволюции границ клеток, качественно совпадающими с результатами, полученными с ис-

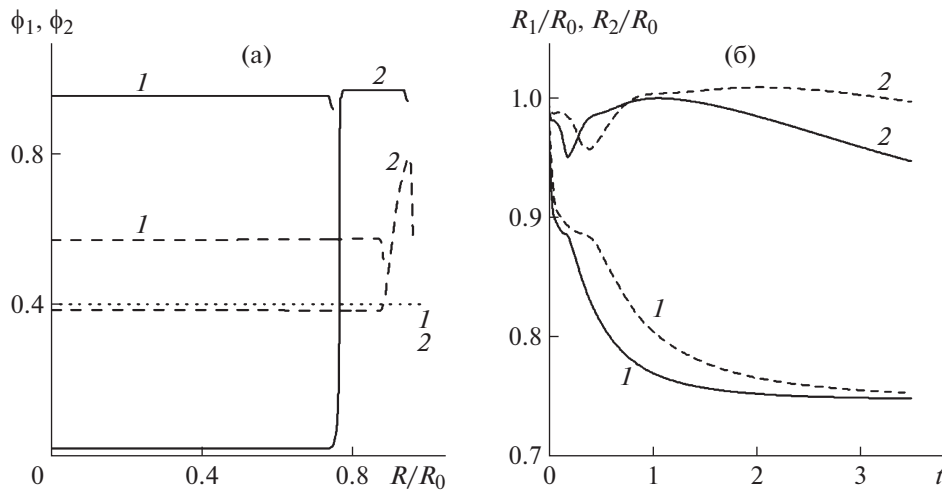


Рис. 2. Решения задачи о сортировке клеток в постановке с двумя независимо перемещающимися границами при начальных условиях $\phi_1(0, x) = \phi_{10}$, $\phi_2(0, x) = \phi_{20}$ и стандартных значениях параметров. (а) Распределения концентраций клеток в разные моменты времени при $m_1 = 12$, $m_2 = 11$ (1 и 2 для ϕ_1 и ϕ_2 соответственно). Горизонтальная пунктирная линия соответствует совпадающим начальным распределениям концентраций клеток обеих фаз, штриховые линии – распределения концентраций при $t = 0.15$, сплошные линии – распределения концентраций при $t = 3.5$. (б) Эволюция границ клеточных фаз (1 и 2 для R_1/R_0 и R_2/R_0 соответственно). Штриховые линии соответствуют $m_1 = 7$ и $m_2 = 6$, сплошные кривые – $m_1 = 12$ и $m_2 = 11$.

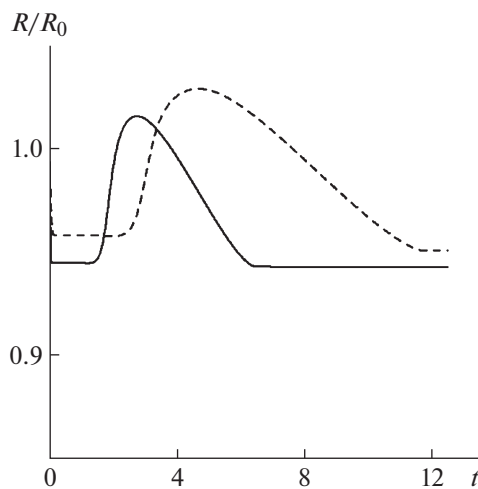


Рис. 3. Эволюция радиуса сфероида в задаче с одной общей внешней границей клеточных фаз при начальных условиях $\phi_1(0, x) = \phi_{10}$, $\phi_2(0, x) = \phi_{20}$, значениях параметров из стандартного набора. Пунктирные кривые соответствуют $m_1 = 7$ и $m_2 = 6$, сплошные кривые – $m_1 = 12$ и $m_2 = 11$.

пользованием нелокальных законов для активных напряжений (рис. 2). Единственное отличие заключается в отсутствии незначительного уменьшения концентраций клеток в узких пограничных областях, примыкающих к наружным границам фаз, которое имеет место вследствие уменьшения активной стягивающей силы из-за сокращения области интегрирования в соотношениях (1.8).

Можно сделать вывод, что основным механизмом сортировки клеток в этой постановке задачи, в отличие от диффузионных моделей [14, 15], является не процесс их самоорганизации, связанный с потерей устойчивости некоторого стационарного решения, обусловленный нелокальностью межклеточных взаимодействий. Формирование новой клеточной структуры происходит

в результате несвязанного с потерей устойчивости вытеснения одной клеточной фазы, обладающей более слабыми активными стягивающими взаимодействиями, посредством другой, в которой эти взаимодействия сильней.

Использование локальных определяющих соотношений для активных напряжений в задаче с одной общей границей клеточных фаз не приводит к сортировке клеток при пространственно-однородных начальных условиях: радиус сфероида очень быстро незначительно уменьшается, и далее остается неизменным, а концентрации обеих клеточных фаз совпадают и остаются пространственно-однородными, т.е. происходит только компактизация агрегата.

В отличие от задачи о сортировке клеток в плоском слое [12], используемые зависимости активных давлений $\Pi_1(\phi_1, \phi_2)$, $\Pi_2(\phi_1, \phi_2)$ и $\Pi_{12}(\phi_1, \phi_2)$ от концентраций клеток в данном случае не приводят к значительному расхождению границ клеточных фаз в задаче с двумя границами, и нет необходимости в некотором изменении этих соотношений для устранения этого эффекта, как было сделано в [12]. Развитие тангенциальных напряжений в рассматриваемой задаче приводит к появлению радиальной силы, действующей на частицы среды в направлении к центру сферы. Предельные при $t \rightarrow \infty$ значения радиуса внутренней области практически не зависят от параметров m_1 и m_2 , характеризующих стягивающие активные взаимодействия, а предел внешнего радиуса (радиуса сфероида) слабо (нелинейно) зависит m_1 и m_2 .

Вычисления также показали, что в рамках обеих постановок задач толщина переходной области, в которой происходит резкое изменение концентрации клеток второй фазы, уменьшается со временем. Таким образом, происходит формирование четкой границы, разделяющей клетки разных типов. Увеличение значений параметров m_1 и m_2 также приводит к уменьшению ширины переходной области.

Поведение решений для двух постановок задач также различается при малых возмущениях пространственно-однородных начальных распределений концентраций.

Решение задачи с двумя границами в случае использования как локальных, так и нелокальных соотношений для активных напряжений демонстрирует устойчивость решений по отношению к малым возмущениям начальных распределений. Использование гармонических возмущений начальных пространственно-однородных распределений $\phi_1(0, r) = \phi_{10} + 0.001 \cos(15,5\pi r)$ и $\phi_2(0, r) = \phi_{20} - 0.001 \cos(15,5\pi r)$, а также равномерных случайных возмущений $\phi_1(0, r) = \phi_{10} + 0.001 \text{ random}(r)$ и $\phi_2(0, r) = \phi_{20} - 0.001 \text{ random}(r)$ (функция $\text{random}(r)$ генерирует равномерно распределенную на отрезке $[-1, 1]$ случайную величину при каждом значении r) не приводило к заметным изменениям кривых на рис. 2.

Эволюция таких же гармонически возмущенных начальных распределений в задаче с одной общей границей в случае использования нелокальных соотношений для активных напряжений приводит к формированию слоистой структуры, в которой чередуются области с различным соотношением между концентрациями клеточных фаз. На рис. 4а представлены распределения концентраций клеточных фаз в момент времени $t = 4$ при $m_1 = 7$ и $m_2 = 6$. Такое же поведение наблюдается и при $m_1 = 12$, $m_2 = 11$. Можно сказать, что начальные распределения играют роль первоначальной разметки, а в дальнейшем происходит агрегирование клеток разных фаз в местах первоначального их скопления. Использование малых случайных возмущений начальных пространственно-однородных распределений $\phi_1(0, x) = \phi_{10} + 0.001 \text{ random}(x)$ и $\phi_2(0, x) = \phi_{20} - 0.001 \text{ random}(x)$ приводит к колебательному характеру концентраций клеток со случайным распределением амплитуд и “периодов”.

Дополнительные расчеты показали, что скорость развития возмущений значительно уменьшается с уменьшением их амплитуды, и при достаточно малых амплитудах они не успевают развиться. На рис. 4б представлены распределения концентраций клеточных фаз в момент времени $t = 4$ при уменьшении почти в 10 раз амплитуды гармонических возмущений однородных начальных распределений $\phi_1(0, r) = \phi_0 + 0.00012 \cos(15.5\pi r)$ и $\phi_2(0, r) = \phi_0 - 0.00012 \cos(15.5\pi r)$, при $m_1 = 7$ и $m_2 = 6$. Результатом уменьшения амплитуды начальных возмущений является доминирование формирования типичного для сортировки разделения клеточных фаз.

Решения задачи с одной общей границей и нелокальными активными взаимодействиями устойчивы по отношению к малым возмущениям, поскольку при уменьшении амплитуды возмущений начальных распределений происходит формирование типичной для сортировки клеток структуры, аналогичной рис. 2а. Скорость развития возмущений будет достаточной для переключения с одного режима развития на другой и формирования колебательных распределе-

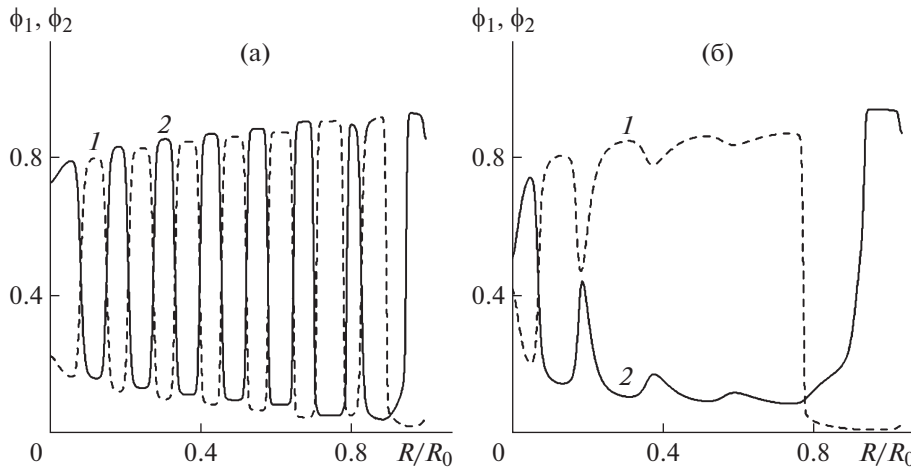


Рис. 4. Решения задачи о сортировке клеток в постановке с одной общей внешней границей при стандартных значениях параметров, $m_1 = 7$ и $m_2 = 6$ в момент времени $t = 4$. (а) Распределение концентраций клеток (1 и 2 для ϕ_1 и ϕ_2 соответственно) при начальных условиях $\phi_1(0, r) = \phi_{10} + 0.001 \cos(15.5\pi r)$ и $\phi_2(0, r) = \phi_{20} - 0.001 \cos(15.5\pi r)$. (б) Распределение концентраций клеток (1 и 2 для ϕ_1 и ϕ_2 соответственно) при начальных условиях $\phi_1(0, r) = \phi_0 + 0.00012 \cos(15.5\pi r)$ и $\phi_2(0, r) = \phi_0 - 0.00012 \cos(15.5\pi r)$.

ний только в случае превышения амплитудой начального возмущения некоторого порогового значения.

Дополнительные расчеты также показали, что решения задачи с двумя независимо перемещающимися границами обладают значительно большей устойчивостью по отношению к возмущениям начальных условий. Так, гармонические возмущения с амплитудой до 0.01 полностью затухают к моменту времени $t = 3.5$ при аналогичных значениях параметров ($m_1 = 7$ и $m_2 = 6$). Взаимодействие гармонических возмущений с формированием типичного для сортировки пространственного разделения клеточных фаз становится заметным при возмущениях с амплитудой 0.05 (рис. 5). В этом случае распределение плотностей клеток все еще демонстрирует разделение границ клеточных фаз, где внешняя область характеризуется присутствием только второй фазы (как на рис. 2а). Однако во внутренней области сохраняется присутствие обеих клеточных фаз, а их распределение имеет вид чередования слоев клеток разных фаз (как на рис. 4а).

Численное исследование малых гармонических возмущений однородных начальных условий в задаче с одной общей границей при использовании локальных определяющих соотношений для активных напряжений показало, что даже при уменьшении амплитуды возмущений на три порядка происходит формирование колебательных распределений концентраций при всех рассмотренных выше комбинациях m_1 и m_2 . Можно предположить, что пространственно-однородное решение, которое существует в такой постановке задачи, является неустойчивым при рассматриваемых наборах параметров.

В задаче о сортировке клеток в плоском слое [12] была представлена область параметров, при которых эволюция начальных пространственно-однородных распределений различалась при решении задач с одной общей и двумя независимыми внешними границами клеточных фаз. Решение задачи с одной общей границей давало распределения концентраций клеток, качественно отличающиеся от стандартной сортировки: максимум ϕ_1 и минимум ϕ_2 достигались на некоторой близкой к внешней границе поверхности. В рассмотренной задаче о сортировке клеток в сферическом агрегате такое поведение не было обнаружено, что является еще одним отличием решения задачи о сортировке клеток в сферическом агрегате от задачи о сортировке в плоском слое [12].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены постановки задачи о сортировке двух разных типов клеток в клеточном агрегате сферической формы. Постановки задач позволяют изучать процессы, обусловленные активным взаимодействием клеток в геометрии, соответствующей большинству экспериментов,

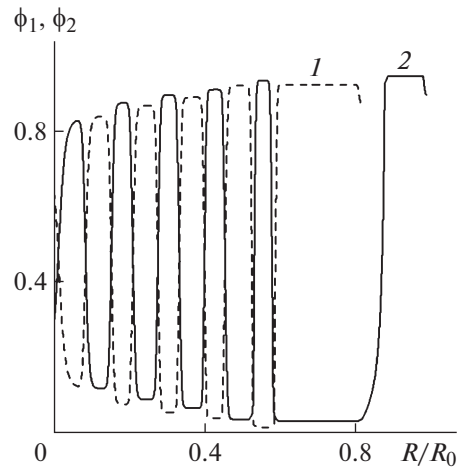


Рис. 5. Решения задачи о сортировке клеток в постановке с двумя независимо перемещающимися границами при начальных условиях $\phi_1(0, r) = \phi_{10} + 0.05\cos(15.5\pi r)$, $\phi_2(0, r) = \phi_{20} - 0.05\cos(15.5\pi r)$, стандартных значениях параметров, $m_1 = 7$ и $m_2 = 6$. Распределения концентраций клеток (1 и 2 для ϕ_1 и ϕ_2 соответственно) в момент времени $t = 3.5$.

в которых изучается сортировка клеток. В решении поставленных задач была использована разработанная нами ранее континуальная модель биологической многоклеточной сплошной среды, образованной двумя активно взаимодействующими клеточными фазами и жидкостью. Предположение о сферической симметрии, используемое при решении задач, вносит определенные ограничения на возможность появления более разнообразных структур, чем те, которые получены в расчетах. Однако целью данной работы является демонстрация возможности разработанной ранее континуальной модели описывать сортировку клеток в объекте с реальной геометрией, а также исследование различных постановок задач с целью выяснения того, какая из них физически более адекватно описывает процесс сортировки клеток.

Исследуемые постановки задач, описывающие перераспределение клеток в сферическом агрегате, различаются граничными условиями. В обеих постановках внешние границы клеточных фаз подвижны, но в одном случае для обеих фаз эти границы совпадают, а в другом перемещаются независимо в соответствии с условиями их нагружения. Таким образом, оказывается возможным описывать образование и перемещение фронтов, разделяющих области с различными объемными концентрациями клеток разных типов. Выполнено сравнение решений для обеих постановок задач. Исследовано участие локального и нелокального законов развития активных межклеточных взаимодействий в процессе сортировки.

Проведенные расчеты показали, что в случае пространственно-однородных начальных распределений концентраций клеток обе постановки задач описывают явление их сортировки в сферическом агрегате при использовании нелокальных определяющих соотношений для активных напряжений: клетки с более сильными стягивающими активными взаимодействиями стремятся занять центральную область, а с более слабыми – периферийную.

При этом только решения задачи с двумя независимо перемещающимися границами описывают сортировку клеток при использовании как нелокальных, так и локальных определяющих соотношений для активных напряжений.

Результаты численного исследования поведения решений двух постановок задач показали, что решения задачи, в которой учитывается возможность независимого перемещения внешних границ клеток разных типов, обладают значительно большей устойчивостью по отношению к возмущениям начальных пространственно-однородных условий.

Продемонстрированы отличия свойств решений в задаче о сортировке клеток в сферическом агрегате и в бесконечном плоском слое. Решение задачи о сортировке в сферическом агрегате, в отличие от задачи о сортировке в плоском слое, не потребовало усложнения вида зависимостей, описывающих хаотическую активность клеток, характеризующую соответствующими активными давлениями. Также не были обнаружены значения параметров, при которых эволюция начальных пространственно-однородных распределений качественно различалась при решении задач с одной общей и двумя независимыми внешними границами клеточных фаз.

Анализ свойств решений позволяет прийти к заключению, что корректное описание экспериментально наблюдаемой сортировки двух типов клеток должно осуществляться в рамках постановки задачи с независимо перемещающимися границами клеточных фаз.

Работа поддержана РФФИ (проект № 20-01-00329) и Госпрограммой АААА-А19-119012990119-3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Keller R., Davidson L.A., Shook D.R. How we are shaped: The biomechanics of gastrulation // *Differentiation*. 2003. V. 71. P. 171–205.
2. Mammoto T., Ingber D.E. Mechanical control of tissue and organ development // *Development*. 2010. V. 137. № 9. P. 1407–1420.
3. Townes P.L., Holtfreter J. Directed movements and selective adhesion of embryonic amphibian cells / *J. Exp. Zool.* 1955. V. 128. P. 53–120.
4. Steinberg M.S. Adhesion in development: an historical overview // *Dev. Biol.* 1996. V. 180. № 2. P. 377–388.
5. Mehes E., Viscek T. Segregation mechanisms of tissue cells: from experimental data to models // *Complex Adapt. Syst. Model.* 2013. V. 1. P. 4.
6. Mehes E., Viscek T. Collective motion of cells: from experiments to models // *Integr. Biol.* 2014. V. 6. № 9. P. 831–854.
7. Pawlizak S., Fritsch A.W., Grosser S., Ahrens D., Thalheim T., Riedel S., Kiebling T. R., Oswald L., Zink M., Manning M.E., Kas J.A. Testing the differential adhesion hypothesis across the epithelial-mesenchymal transition // *New Journal of Physics*. 2015. V. 17. № 8. P. 083049.
8. Tanaka S. Simulation Frameworks for Morphogenetic Problems // *Computation*. 2015. V. 3. P. 197–221.
9. Osborne J.M., Fletcher A.G., Pitt-Francis J.M., Maini P.K., Gavaghan D.J. Comparing individual-based approaches to modelling the self-organization of multicellular tissues // *PLoS Comput. Biol.* 2017. V. 13. P. e1005387.
10. Camley B.A., Rappel W.J. Physical models of collective cell motility: from cell to tissue // *J. Phys. D Appl. Phys.* 2017. V. 50. P. 113002.
11. Brodland G.W. Computational modeling of cell sorting, tissue engulfment, and related phenomena: A review // *Appl. Mech. Rev.* 2004. V. 57. P. 47–76.
12. Логвенков С.А., Штейн А.А. Континуальное моделирование сортировки клеток в плоском слое с учетом возможного расхождения границ областей, занятых клетками двух разных типов // *Изв. РАН. МЖГ*. 2022. № 3. С. 1–14.
13. Oster G.F., Murray J.D., Harris A.K. Mechanical aspects of mesenchymal morphogenesis // *J. Embriol. Exp. Morph.* 1983. V. 78. P. 83–125.
14. Armstrong N.J., Painter K.J., Sherratt J.A. A continuum approach to modelling cell-cell adhesion // *J. Theor. Biol.* 2006. V. 243. P. 98–113.
15. Painter K.J., Bloomfield J.M., Sherratt J.A., Gerisch A. A nonlocal model for contact attraction and repulsion in heterogeneous cell populations // *Bull. Math. Biol.* 2015. V. 77. P. 1132–1165.
16. Murakawa H., Togashi H. Continuous models for cell-cell adhesion // *J. Theor. Biol.* 2015. V. 374. P. 1–12.
17. Carrillo J.A., Murakawa H., Sato M., Togashi H., Trush O. A population dynamics model of cell-cell adhesion incorporating population pressure and density saturation / *J. Theor. Biol.* 2019. V. 474. P. 14–24.
18. Lemon G., King J.R., Byrne H.M., Jensen O.E., Shakesheff K.M. Mathematical modelling of engineered tissue growth using a multiphase porous flow mixture theory // *J. Math. Biol.* 2006. V. 52. P. 571–594.
19. Green J.E., Waters S.L., Shakesheff K.M., Byrne H.M. A mathematical model of liver cell aggregation in vitro // *Bull. Math. Biol.* 2009. V. 71. P. 906–930.
20. Preziosi L., Tosin A. Multiphase modeling of tumor growth and extracellular matrix interaction: Mathematical tools and applications // *J. Math. Biol.* 2009. V. 58. P. 625–656.
21. Hubbard M.E., Byrne H.M. Multiphase modelling of vascular tumour growth in two spatial dimensions // *J. Theor. Biol.* 2013. V. 316. P. 70–89.
22. Stein A.A., Logvenkov S.A., Volodyaev I.V. Continuum modeling of mechano-dependent reactions in tissues composed of mechanically active cells // *BioSystems*. 2018. V. 173. P. 225–234.
23. Логвенков С.А., Штейн А.А. Континуальное моделирование биологической среды, составленной активно взаимодействующими клетками двух разных типов // *Изв. РАН. МЖГ*. 2020. № 6. С. 3–16.
24. Белоусов Л.В., Логвенков С.А., Штейн А.А. Математическая модель активной биологической сплошной среды с учетом деформаций и переупаковки клеток // *Изв. РАН. МЖГ*. 2015. № 1. С. 3–14.
25. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 831 с.
26. Самарский А.А. Теория разностных схем // М.: Наука, 1977. 656 с.
27. Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws // *J. Comput. Phys.* 1983. V. 49. № 3. P. 357–393.
28. Чирков Д.В., Черный С.Г. Сравнение точности и сходимости некоторых TVD-схем // *Вычислительные технологии*. 2000. Т. 5. № 5. С. 86–107.

УДК 533.6.011.8

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЛОКАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА В МОЩНОМ ВЧ-ПЛАЗМОТРОНЕ ВГУ-3

© 2022 г. А. Ф. Колесников^{а,*}, С. А. Васильевский^а, С. Л. Щелоков^а,
А. В. Чаплыгин^а, С. С. Галкин^а

^а Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

*E-mail: koles@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 06.07.2022 г.

После доработки 25.07.2022 г.

Принята к публикации 25.07.2022 г.

Определены необходимые условия локального моделирования аэродинамического нагрева на мегаваттном ВЧ-плазмотроне ВГУ-3 в дозвуковых струях высокоэнтальпийного воздуха. Установлены область и высоты входа в атмосферу тела с радиусом затупления носка 1 м, для которых возможна реализация этих условий при применении моделей с эффективным радиусом 10–45 мм. Приведены экспериментальные данные, подтверждающие выводы теории о том, что на установке ВГУ-3, по сравнению со 100-киловаттным ВЧ-плазмотроном ВГУ-4, существенно расширяется диапазон тепловых потоков к каталитической поверхности стандартной водоохлаждаемой модели.

Ключевые слова: ВЧ-плазмотрон, аэродинамический нагрев, дозвуковые высокоэнтальпийные потоки воздуха, моделирование теплообмена

DOI: 10.31857/S0568528122600503

В настоящее время существуют мощные индукционные ВЧ-плазмотроны в России – в ЦНИИМаш [1, 2] (установка У-13); в ЦАГИ [3, 4] (установка ВАТ-104); в ИПМех РАН [5–7] (ВЧ-плазмотроны ВГУ-3 и ВГУ-4), а также в западной Европе в Институте гидродинамики им. фон Кармана VKI [8, 9] (Бельгия, Plasmatron); в Институте космических систем IRS [10, 11] (университет Штутгарта, Германия, установка РВКЗ). Они характеризуются следующими основными конструктивными и рабочими параметрами: мощность – до 1.2 МВт, диаметр разрядного канала – до 200 мм, частота генератора 400–2000 кГц, энтальпия потока воздуха – до 60 МДж/кг, давление торможения 0.01–1 атм.

Высокочастотные индукционные плазмотроны ВГУ-3 и ВГУ-4 (ИПМех РАН) включены в каталог “Уникальные научные установки РФ” Минобрнауки России: <http://www.ckp-uf.ru//usu/441568>. Эти установки применяются для широкого спектра аэрофизических исследований фундаментального и прикладного характера, включая аэрофизику плазмы и аэротермодинамику высокоэнтальпийных течений молекулярных газов, теплообмен в потоках химически реагирующих газов, испытания высокотемпературных материалов на термохимическую стойкость и ресурс.

Всегда остается актуальным вопрос о прямом наземном моделировании аэродинамического нагрева поверхности тел при входе в атмосферу с использованием лабораторных высокоэнтальпийных установок. В этой связи принципиально важно, что на мощных ВЧ-плазмотронах возможно локальное моделирование аэродинамического нагрева в точке торможения на поверхности затупленного тела [7, 12] при выполнении трех условий [13–15]: 1) энтальпия на внешней границе пограничного слоя перед моделью равна полной энтальпии в натурном потоке; 2) давления торможения в струе плазмотрона и в критической точке на поверхности тела равны; 3) в эксперименте и натуре равны градиенты скорости на внешних границах пограничных слоев.

В ВЧ-плазмотронах ВГУ-3 и ВГУ-4 энтальпию и давление торможения дозвуковых струй воздуха можно плавно регулировать в диапазонах 5–50 МДж/кг и 0.02–1 атм. Градиент скорости на внешней границе пограничного слоя модели можно варьировать, применяя различные насадки

на разрядный канал и изменяя геометрию моделей. Для фактической реализации условий локального моделирования необходимо иметь результаты диагностики и численного моделирования полей течения воздушной плазмы в разрядном канале ВЧ-плазмотрона и обтекания высокоэнтальпийными струями газов экспериментальных моделей различной геометрии в широких диапазонах рабочих параметров установки.

В [16] определена область в координатах “энтальпия-давление торможения” и соответственно границы скорости и высоты входа в атмосферу, для которых на 100-киловаттном ВЧ-плазмотроне ВГУ-4 возможно локальное моделирование аэродинамического нагрева в критической точке затупленного тела с радиусом носка 1 м при применении цилиндрических моделей с плоским носком радиуса 10–70 мм. На основе расчетных данных по значениям энтальпии воздуха на оси симметрии дозвуковой струи h_e и характерной скорости в центре выходного сечения разрядного канала V_S в зависимости от мощности ВЧ-генератора по анодному питанию N_{ap} [17] было установлено, что в дозвуковом потоке высокоэнтальпийного воздуха между параметрами h_e , V_S и давлением p_S имеется однозначная функциональная связь, характерная для ВЧ-плазмотрона ВГУ-4 при выбранной геометрии конического сопла и фиксированном расходе воздуха в канале.

В настоящей работе для дозвуковых режимов мегаваттного ВЧ-плазмотрона ВГУ-3 устанавливается функциональная связь между термодинамическими параметрами в центре выходного сечения разрядного канала в виде аналитической зависимости скорости V_S от энтальпии h_S и давления в барокамере p_S . С использованием этой универсальной корреляции и условий локального моделирования теплообмена определяются область в координатах “энтальпия-давление торможения” и соответственно границы скорости и высоты входа, для которых возможно моделирование аэродинамического нагрева в критической точке затупленного тела с радиусом носка 1 м при применении цилиндрических моделей с эффективным радиусом 10–45 мм.

1. УНИВЕРСАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ СКОРОСТЬЮ И ЭНТАЛЬПИЕЙ В ДОЗВУКОВЫХ СТРУЯХ ВОЗДУХА ВЧ-ПЛАЗМОТРОНА ВГУ-3

Для анализа взяты результаты многопараметрических расчетов дозвуковых течений равновесной плазмы воздуха в разрядном цилиндрическом канале индукционного плазмотрона ВГУ-3 максимальной мощностью 1 МВт в широком диапазоне рабочих параметров на основе решения полных уравнений Навье–Стокса совместно с двумерным уравнением для высокочастотного электрического поля. Постановка задачи и численный метод описаны в [18].

На рис. 1, 2 приведены зависимости энтальпии h_S и скорости V_S в центре среза разрядного канала от мощности ВЧ-генератора N_{ap} и давления p_S . Надо иметь в виду, что параметр N_{ap} не является термодинамическим, а следовательно, эти зависимости специфичны для установки ВГУ-3.

Для обобщения и установления связей между параметрами h_S и V_S полученные данные представлены на рис. 3 в виде функции $V_S(h_S)$ для трех давлений $p_S = 50, 100$ и 200 мбар.

Замечательно, что все данные расчетов в координатах h_S – V_S ложатся близко к прямым линиям, соответствующим трем значениям давления. Эти прямые определяются углами наклона к оси h_S и значениями скорости V_{S0} , полученными линейной экстраполяцией на референсное значение энтальпии $h_{S0} = 35$ МДж/кг. С использованием соответствующих трех референсных значений $V_{S0} = 74.2, 35.72$ и 14.95 м/с (зависимости 1–3) весь массив данных на рис. 3 в диапазоне энтальпии $h_S = 35$ – 60 МДж/кг со средней ошибкой аппроксимации менее 6.5% описывается единой линейной зависимостью (рис. 4) в виде

$$V_S/V_{S0} = 1 + \alpha(p_S)(h_S - h_{S0}) \quad (1.1)$$

где коэффициент $\alpha(p_S)$ в диапазоне 0.083 – 0.247 (кг/МДж) можно описать полиномом второй степени

$$\alpha(p_S) = 2.611 \times 10^{-6} p_S^2 + 4.427 \times 10^{-4} p_S + 5.409 \times 10^{-2} \quad (1.2)$$

Линейные зависимости (1.1) и график $\alpha(p_S)$ приведены на рис. 4, 5.

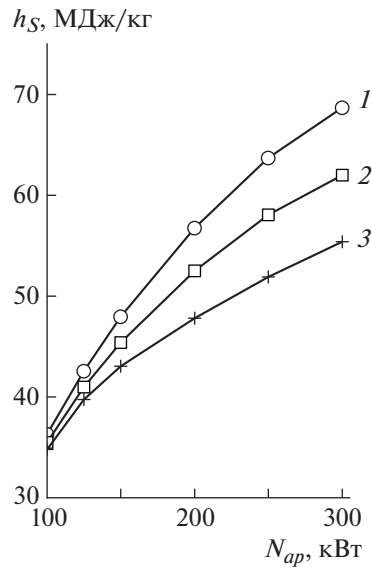


Рис. 1. Энтальпия h_S воздушной плазмы на срезе разрядного канала на оси симметрии в зависимости от мощности N_{ap} плазмотрона по анодному питанию при различных давлениях p_S : 1–3 – 50, 100, 200 мбар.

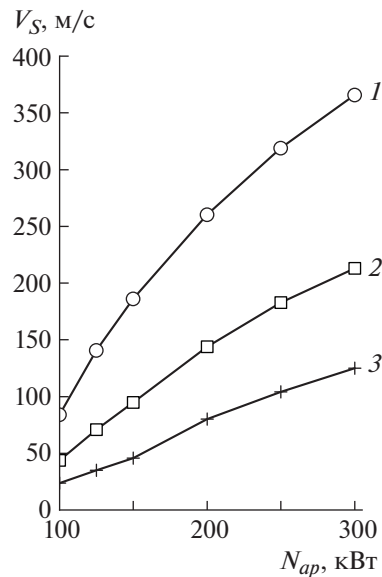


Рис. 2. Продольная компонента скорости воздушной плазмы на срезе разрядного канала на оси симметрии V_{S0} в зависимости от мощности плазмотрона по анодному питанию N_{ap} при различных давлениях p_S : 1–3 – 50, 100, 200 мбар.

На основании данных на рис. 2 можно заметить, что в ВЧ-плазмотроне ВГУ-3 для референсных значений скорости потока имеет место корреляция

$$V_{S0}/V_{S*} = (p_{S*}/p_S)^{\gamma(p_S)} \quad (1.3)$$

где $V_{S*} = 74.2$ м/с, $p_{S*} = 50$ мбар. Коэффициент γ изменяется в небольшом диапазоне 1.0–1.15 и аппроксимируется полиномом второй степени в зависимости от p_S

$$\gamma(p_S) = -5.801 \times 10^{-7} p_S^2 + 1.182 \times 10^{-3} p_S + 9.424 \times 10^{-1} \quad (1.4)$$

График $\gamma(p_S)$ приведен на рис. 6.

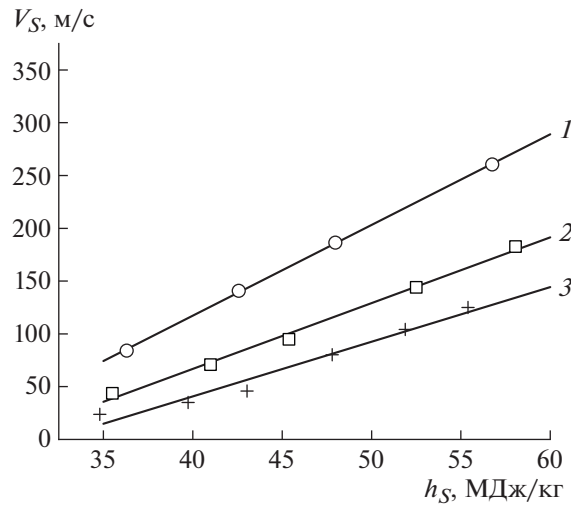


Рис. 3. Зависимости между скоростью и энтальпией воздушной плазмы на срезе разрядного канала при различных давлениях p_S : 1–3 – 50, 100, 200 мбар.

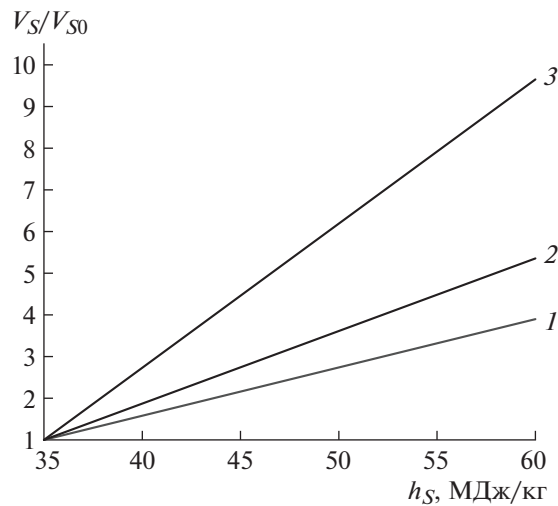


Рис. 4. Зависимости между нормированной скоростью и энтальпией воздушной плазмы на срезе разрядного канала при различных давлениях p_S : 1–3 – 50, 100, 200 мбар.

С учетом функциональных зависимостей (1.1) и (1.3) для ВЧ-плазмотрона ВГУ-3 получается функциональная взаимосвязь скорости V_S , энтальпии h_S и давления p_S :

$$V_S/V_{S^*} = (p_{S^*}/p_S)^{\gamma(p_S)} (1 + \alpha(p_S)(h_S - h_{S0})) \tag{1.5}$$

Соотношение (1.5) устанавливает связь между термодинамическими параметрами дозвуковых струй высокоэнтальпийного воздуха на выходе из разрядного канала ВЧ-плазмотрона ВГУ-3. Характерная скорость V_{S^*} , коэффициенты α , γ и референсное значение энтальпии h_{S0} , вообще говоря, зависят от расхода воздуха в разрядном канале. Отметим важное обстоятельство: для 100-киловаттного ВЧ-плазмотрона ВГУ-4 (ИПМех РАН) имеет место корреляция вида (1.5) при $p_{S^*} = 100$ мбар, $h_{S0} = 10$ МДж/кг, и постоянных значениях коэффициентов $\alpha = 0.05$ кг/МДж, $\gamma = 1$ [16]. Есть основания полагать, что соотношение типа (1.5) имеет довольно общий характер и оно справедливо для разрядных каналов других ВЧ-плазмотронов, при том что зависимости коэффициентов α и γ от давления могут отличаться от (1.2) и (1.4).

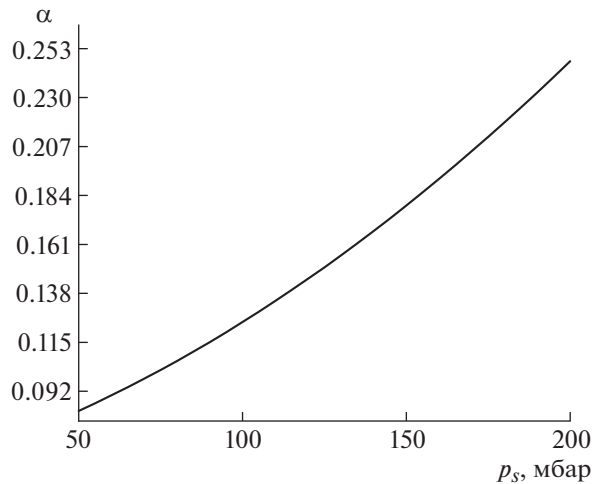


Рис. 5. Зависимость аппроксимирующего коэффициента α от давления p_s .

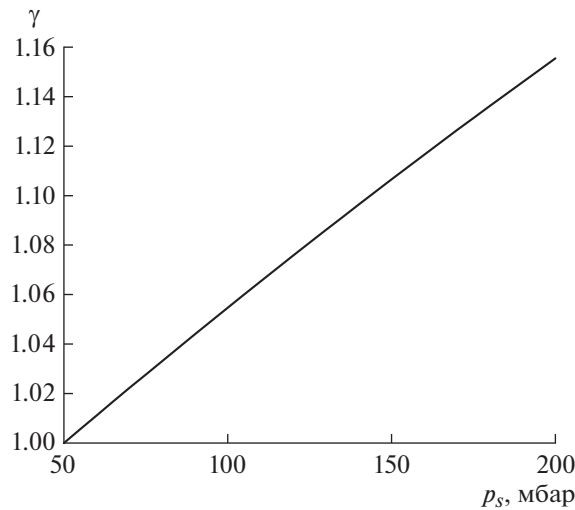


Рис. 6. Зависимость аппроксимирующего коэффициента γ от давления p_s .

2. ОБЛАСТЬ ЛОКАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА В ДОЗВУКОВЫХ ВЫСОКОЭНТАЛЬПИЙНЫХ СТРУЯХ ВОЗДУХА ВЧ-ПЛАЗМОТРОНА ВГУ-3

Оценим возможность локального моделирования на ВЧ-плазмотроне ВГУ-3 теплового потока в критической точке затупленного тела, входящего в атмосферу. Необходимые условия такого моделирования в дозвуковом высокоэнтальпийном потоке имеют вид [13–15]

$$h_e = V_\infty^2/2 \quad (2.1)$$

$$p_{0S} = \rho_\infty V_\infty^2 \quad (2.2)$$

$$V_S/R_m^* = (8/3k)^{1/2} V_\infty/R_w \quad (2.3)$$

Здесь V_∞ и ρ_∞ – скорость и плотность набегающего на тело высокоскоростного потока, R_w – радиус затупления носка тела, безразмерный коэффициент k есть отношение плотностей воздуха до и за ударной волной перед затупленным телом. К условиям эксперимента относятся: h_e – энтальпия на внешней границе пограничного слоя около поверхности модели, p_{0S} – давление

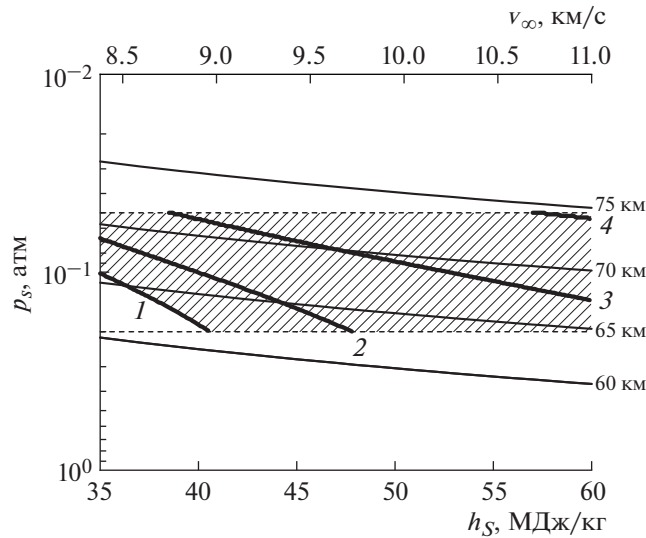


Рис. 7. Область моделирования на ВГУ-3 теплового потока в точке торможения для затупления радиуса 1 м: 1–4 – $R_{eff} = 10, 15, 25$ и 45 мм (эффективный радиус модели).

торможения в критической точке на модели, V_S – скорость дозвукового потока, R_m^* – эффективный радиус модели. Соотношения (2.1)–(2.3) представляют собой равенства энтальпий, давлений торможения и градиентов скорости на внешних границах пограничных слоев в двух потоках, обтекающих модель и затупленное тело. Если известны параметры V_∞ , ρ_∞ , R_w и R_m^* , по формулам (2.1)–(2.3) однозначно определяются параметры дозвукового потока h_e , p_{0S} и V_S , при которых в эксперименте возможно моделирование теплового потока в критической точке затупленного тела.

В установке ВГУ-3 можно независимо регулировать параметры потока плазмы h_S и p_S , при этом скорость V_S будет изменяться в соответствии с формулой (1.5). Удовлетворить условию (2.3) можно за счет подбора эффективного радиуса модели R_m^* .

Исходя из того, что точка траектории входа однозначно определяется полной энтальпией H_∞ и давлением торможения p_0 , в (2.3) исключаются скорости V_S и V_∞ с учетом (1.5) и (2.1). Полагая для оценки, что $h_e = h_S$, в результате получаем искомое универсальное соотношение между давлением в барокамере p_S и энтальпией h_S (МДж/кг)

$$p_S/p_{S^*} = [(8/3k)^{-1/2} (R_w/R_m^*) (0.001V_{S^*}/(2h_S)^{1/2}) (1 + \alpha(p_S)(h_S - h_{S0}))]^{1/\gamma(p_S)} \quad (2.4)$$

Соотношение (2.4) представляет собой неявную зависимость p_S от h_S . В координатах $p_S(=p_0) - h_S(=H_\infty)$ уравнение (2.4) описывает монотонную кривую, зависящую от геометрических параметров R_w , R_m^* , характерных значений энтальпии h_{S0} , давления p_{S^*} и скорости V_{S^*} .

Далее определяется область параметров p_S и h_S , при которых могут быть смоделированы тепловые потоки в критической точке носового затупления радиуса $R_w = 1$ м. На рис. 7 приведены зависимости p_S от h_S , полученные путем решения алгебраического уравнения (2.4) относительно p_S . Отрезки кривых 1–4, соответствующие значениям эффективного радиуса $R_m^* = 10, 15, 25$ и 45 мм, ограничены рассмотренным интервалом давления $p_S = 50-200$ мбар.

Если на поле рис. 7 нанести траекторию входа затупленного тела в атмосферу в переменных $H_\infty - p_0$, то точка пересечения этой траектории с какой-либо кривой 1–4 (если пересечение имеет место), определит значения скорости и высоты, для которых возможно локальное моделирование теплового потока в точке торможения на поверхности затупленного тела в дозвуковом потоке высокоэнтальпийного воздуха на ВЧ-плазмотроне ВГУ-3 с использованием соответствующей модели. С использованием набора моделей, имеющих различные эффективные радиусы, вообще говоря, возможно локальное моделирование аэродинамического нагрева для разных точек

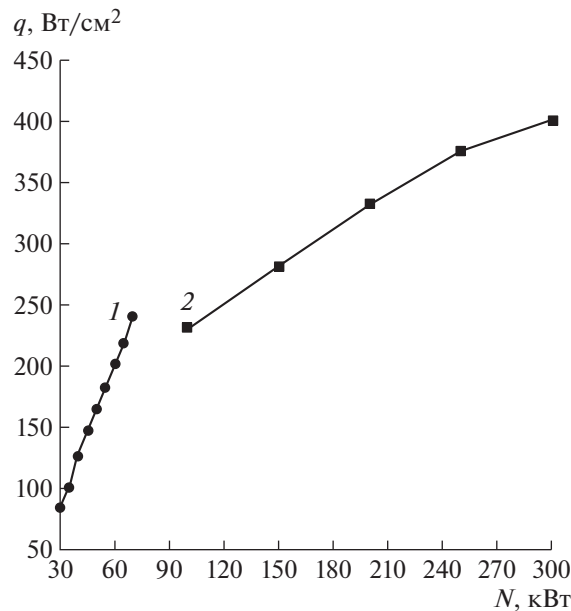


Рис. 8. Тепловые потоки в лобовой точке холодной медной стандартной модели диаметром 50 мм при давлении в барокамере установки 100 гПа. 1 – ВГУ-4 (D80z60), 2 – ВГУ-3 (D80z60).

траектории. Если же стоит задача моделирования теплового потока в заданной точке траектории, то необходимо использовать модель с определенным эффективным радиусом, который вычисляется по формуле, следующей из (2.4)

$$R_m^*/R_w = (8/3k)^{-1/2} (p_{S^*}/p_S)^{\gamma(p_S)} V_{S^*}/(2h_S)^{1/2} (1 + \alpha(p_S)(h_S - h_{S0})) \quad (2.5)$$

Согласно изложенному подходу к локальному тепловому моделированию, каждой точке траектории входа в атмосферу затупленного тела с носовым затуплением известного радиуса будут соответствовать свое значение R_m^* и цилиндрическая модель с плоским носком строго определенного радиуса.

В проведенном анализе в качестве определяющих параметров дозвуковых потоков высокоэнthalпийного воздуха использованы значения энтальпии и скорости в центре выходного сечения разрядного канала мегаваттного ВЧ-плазмотрона ВГУ-3. Относительно дозвуковой струи, вытекающей в барокамеру установки, эти параметры имеют максимальные значения. Поэтому полученные результаты являются оценкой сверху для параметров, определяющих условия локального моделирования аэродинамического нагрева в установке ВГУ-3. Следует также иметь в виду, что при энтальпиях выше 50 МДж/кг, помимо конвективного теплообмена, определенную роль играет радиационный нагрев лобовой поверхности спускаемых космических аппаратов [19, 20].

Проведенный выше анализ показывает, что в ВЧ-плазмотроне ВГУ-3 возможно локальное моделирование аэродинамического нагрева в дозвуковых потоках воздуха при энтальпиях, больших чем в установке ВГУ-4. Это означает, что использование двух упомянутых установок позволяет существенно расширить диапазон реализуемых тепловых потоков. Для фактического подтверждения этого заключения в дозвуковых струях воздушной плазмы ВЧ-плазмотронов ВГУ-4 и ВГУ-3 при давлении 100 гПа проведены сравнительные эксперименты по определению тепловых потоков в области лобовой точки водоохлаждаемой медной поверхности стандартной модели диаметром 50 мм с плоским носком и скругленной боковой кромкой. Измерения в установке ВГУ-4 проведены в струях, истекающих из разрядного канала диаметром 80 мм, при расходе воздуха 2.4 г/с в диапазоне мощности ВЧ-генератора плазмотрона по анодному питанию 30–70 кВт. Измерения в установке ВГУ-3 проведены в струях, истекающих из конического сопла диаметром 80 мм, при расходе воздуха 11.0 г/с в диапазоне мощности ВЧ-генератора плазмотрона по анодному питанию 100–300 кВт. В обоих случаях модель находилась на расстоянии 60 мм от выходных сечений разрядных каналов. Результаты измерений, представленные на рис. 8, показывают, что использование в экспериментах двух установок ВГУ-3 и ВГУ-4 существенно расширяет диапазон тепловых потоков от 85 до 400 Вт/см², реализуемых на модели одной геометрии.

В эксперименте на установке ВГУ-4 максимальный тепловой поток 240 Вт/см^2 получен при мощности ВЧ-генератора 70 кВт, это значение сращивается с тепловым потоком, полученным на установке ВГУ-3 при мощности ВЧ-генератора 110 кВт.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе результатов численного моделирования дозвуковых течений равновесной плазмы воздуха в мегаваттном ВЧ-плазматроне ВГУ-3 (ИПМех РАН) в широком диапазоне рабочих параметров установлена универсальная аналитическая зависимость между характерными значениями скорости потока, энтальпии и давления в выходном сечении разрядного канала.

С помощью полученной зависимости для установки ВГУ-3 построена область в координатах “полная энтальпия—давление торможения”, где возможна реализация необходимых условий локального моделирования теплопередачи к точке торможения на поверхности тела с радиусом затупления носка 1 м в дозвуковых струях высокоэнтальпийного воздуха при применении моделей с эффективным радиусом 10–45 мм.

Сделанные оценки соответствуют максимальным режимам теплообмена в дозвуковых потоках высокоэнтальпийного воздуха установки ВГУ-3. В дальнейшем необходимо уточнение границ области моделирования с учетом факторов, обусловленных падением энтальпии за срезом разрядного канала вниз по дозвуковому потоку воздуха.

Теоретический анализ подтвержден прямыми измерениями тепловых потоков в лобовой точке холодной стандартной медной модели диаметром 50 мм при одинаковых значениях диаметров выходных сечений разрядных каналов 80 мм и давлениях в барокамерах установок 100 гПа.

Продемонстрировано, что использование двух установок ВГУ-3 и ВГУ-4 существенно расширяет диапазон тепловых потоков, реализуемых на модели одной геометрии.

Работа выполнена в рамках Госзадания № АААА-А20-120011690135-5.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Залогин Г.Н., Землянский Б.А., Кнотько В.Б., Мурзинов И.Н., Румынский А.Н., Кузьмин Л.А. Высокочастотный плазматрон — установка для исследований аэрофизических проблем с использованием высокоэнтальпийных газовых потоков // Космонавтика и ракетостроение. 1994. № 2. С. 22–32.
2. Власов В.И., Залогин Г.Н., Землянский Б.А., Кнотько В.Б. Методика и результаты экспериментального определения каталитической активности материалов при высоких температурах // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 5. С. 178–189.
3. Жестков Б.Е. Исследование термохимической устойчивости теплозащитных материалов // Ученые записки ЦАГИ. 2014. Т. XLV. № 5. С. 62–77.
4. Егоров И.В., Жестков Б.Е., Шведченко В.В. Определение каталитической активности материалов при высоких температурах в гиперзвуковой трубе ВАТ-104 // Ученые записки ЦАГИ. 2014. Т. 45. № 1. С. 3–13.
5. Gordeev A.N., Kolesnikov A.F., Yakushin M.I. An Induction Plasma Application to “Buran’s” Heat Protection Tiles Ground Tests // SAMPE Journal. May/June 1992. 28(3). p. 29–33.
6. Гордеев А.Н., Колесников А.Ф. Актуальные проблемы механики. Физико-химическая механика жидкостей и газов. 2010. М.: Наука. С. 151–177.
7. Васильевский С.А., Гордеев А.Н., Колесников А.Ф. Локальное моделирование аэродинамического нагрева поверхности затупленного тела в дозвуковых высокоэнтальпийных потоках воздуха: теория и эксперимент на ВЧ-плазматроне // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 1. С. 160–167.
8. Bottin B., Carbonaro M., Van Der Haegen V., Paris S. Predicted and Measured Capability of the 1.2 MW Plasmatron Regarding Re-entry Simulation. Proc. of the Third European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. ESTEC, Noordwijk, The Netherlands, 24–26 November 1998, ESA SP-426, P. 553–560, Jan. 1999.
9. Cipullo A., Helber B., Panerai F., Zeni L., Chazot O. Investigation of freestream plasma flow produced by inductively coupled plasma wind tunnel // JTHT. 2014. V. 28. Iss 3. P. 381–393. <https://doi.org/10.2514/1.T4199>
10. Auweter-Kurtz M., Kurtz H.L., Laure S. Plasma Generators for Re-Entry Simulation // JPP. 1996. V. 12. № 6. P. 1053–1061.
11. Herdrich G., Auweter-Kurtz M., Kurtz H.L., Laux T., Winter M. Operational behavior of the inductively heated plasma source IPG3 for reentry simulations // JTHT. 2002. V. 16. № 3. P. 440–449. <https://doi.org/10.2514/2.6698>

12. Колесников А.Ф., Гордеев А.Н., Васильевский С.А. Моделирование нагрева в критической точке и определение каталитической активности поверхности для спускаемого аппарата “ЭКСПЕРТ” // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т. 9. <http://chemphys.edu.ru/issues/2010-9/articles/123>
13. Колесников А.Ф. Условия моделирования в дозвуковых течениях теплопередачи от высокоэнтальпийного потока к критической точке затупленного тела // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 1. С. 172–180.
14. Kolesnikov A.F. The Concept of Local Simulation for Stagnation Point Heat Transfer in Hypersonic Flows: Applications and Validation. AIAA 2000–2515, June 2000.
15. Колесников А.Ф. Условия локального подобия термохимического взаимодействия высокоэнтальпийных потоков газов с неразрушаемой поверхностью // ТВТ. 2014. Т. 52. № 1. С. 118–125.
16. Колесников А.Ф., Щелоков С.Л. Анализ условий моделирования аэродинамического нагрева в дозвуковых струях высокоэнтальпийного воздуха ВЧ-плазмотрона ВГУ-4 // Изв. РАН. МЖГ. 2021. № 2. С. 91–96.
17. Колесников А.Ф., Гордеев А.Н., Васильевский С.А., Тентеева Е.С. Влияние геометрии разрядного канала ВЧ-плазмотрона на теплообмен в высокоэнтальпийных дозвуковых струях воздуха // ТВТ. 2019. Т. 57. № 4. С. 509–517.
18. Vasilevskii S.A., Kolesnikov A.F., Bryzgalov A.I., Yakush S.E. Computation of inductively coupled air plasma flow in the torches // JPCS. 2018. V. 1009. P. 012027. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1009/1/012027>
19. Суржиков С.Т., Шувалов М.П. Анализ радиационно-конвективного нагрева четырех типов спускаемых космических аппаратов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. Т. 15. № 4. С. 1–18.
20. Суржиков С.Т. Пространственная задача радиационной газовой динамики командного модуля Аполлон-4 при сверхорбитальном входе в атмосферу // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 2. С. 149–160.

УДК 532.517:4

ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ НА УЛОВЛЕННЫЙ ВИХРЬ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ СООСНЫМИ ДИСКОМ И ЦИЛИНДРОМ И СОПРОТИВЛЕНИЕ КОМПОНОВКИ ПРИ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ДО-, ТРАНС- И СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ

© 2022 г. С. А. Исаев^{a,b,*}, А. Г. Судаков^b, Д. В. Никущенко^a, К. Чунг^c^a Санкт-Петербургский государственный морской технический университет,
Санкт-Петербург, Россия^b Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации,
Санкт-Петербург, Россия^c National Cheng Kung University, Тайвань, Тайвань

*E-mail: isaev3612@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.07.2022 г.

После доработки 20.07.2022 г.

Принята к публикации 20.07.2022 г.

Представляется численное исследование влияния сжимаемости воздуха на циркуляционное течение в крупномасштабном вихре, уловленном в зазоре между соосными диском и цилиндром. До-, транс- и сверхзвуковое осесимметричное обтекание и сопротивление близкой к оптимальной по профильному сопротивлению для несжимаемой среды компоновки тела диск-цилиндр-диск рассматривается в диапазоне чисел Маха M от 0 до 3. Обосновываются сеточная сходимость и адекватность численных прогнозов при их сравнении с имеющимися экспериментальными данными. Наблюдаемая в трансзвуковом диапазоне чисел M с 0.75 до 0.95 перестройка ударно-волновой структуры от возникающего прямого скачка над сдвиговым слоем и до формирования лямбда скачка над боковой поверхностью цилиндра обуславливает быстрый рост волнового сопротивления компоновки. Показано, что свыше $M = 0.8$ плотность, температура, характеристики турбулентности в ядре уловленного вихря меняются слабо.

Ключевые слова: уловленный вихрь, диск-цилиндр-диск, сжимаемость, турбулентность, скачки уплотнения

DOI: 10.31857/S0568528122600515

Формирование перед затупленными телами крупномасштабных вихревых структур [1] приводит к снижению их лобового сопротивления. В [1, 2] показано, что профильное сопротивление оптимальной компоновки тандема соосных диска и цилиндра оказывается почти на два порядка ниже, чем для одиночного цилиндра в низкоскоростном воздушном потоке. Здесь и далее все размеры указываются относительно диаметра цилиндра. При размещении диска оптимального диаметра ($d = 0.75$) на оптимальном расстоянии ($L = 0.375$) перед торцом цилиндра картина осесимметричного обтекания компоновки приобретает черты, характерные для тел обтекаемой формы. Это наблюдается у цилиндра с полусферической носовой частью для ламинарного [3] и турбулентного [4] режимов обтекания. Уловленный вихрь в зазоре между диском и цилиндром отличается высокой интенсивностью с максимальными скоростями возвратного и радиального течения. Они сравнимы со скоростью невозмущенного потока. В зазоре образуется зона отрицательного избыточного давления, а на цилиндр действует тянущая сила, почти полностью компенсирующая силу на выступающий диск. Размещение диска за цилиндром снижает донное сопротивление компоновки диск-цилиндр-диск [5].

Расчеты обтекания несжимаемой вязкой жидкостью цилиндра с соосными дисками несжимаемой жидкостью [3–5] выполнены с использованием двухпараметрической диссипативной модели турбулентности [6], учитывающей влияние кривизны линий тока [7]. В [8] эта задача решена с применением модели переноса сдвиговых напряжений (SST) [9], скорректированной в рамках подхода Роди–Лещинера–Исаева [10].

На основе модели невязкого газа (решение уравнений Эйлера) и гибридной модели невязкого газа с навешенным сдвиговым слоем, в рамках которого решались уравнения Рейнольдса, замкнутые с помощью конвективной модели Прандтля, в [11, 12] рассмотрено сверхзвуковое обтекание цилиндра с выступающим диском. Численные прогнозы по гибридной модели хорошо согласуются с экспериментальными данными измерений в аэродинамических трубах и на аэробаллистической трассе [13], а также хорошо коррелируют с результатами расчетов в рамках универсального RANS-подхода с применением модифицированной SST-модели. В [13] рассчитывается сверхзвуковое обтекание компоновки диск-цилиндр-диск, ранее рассмотренной в [5], но оптимизированной под снижение волнового сопротивления при больших числах Маха ($d = 0.23$; $L = 1.4$). В [14] диапазон чисел Маха набегающего потока для этой компоновки расширен до 10, проведено сравнение коэффициентов волнового сопротивления для трубных и аэробаллистических испытаний моделей тел, а также достигнуто хорошее согласие измеренных по переднему торцу цилиндра распределений давления с численными прогнозами.

Трансзвуковой диапазон чисел Маха для тел с передними уловленными вихрями остался практически не исследованным. В [15] в рамках устаревшей расчетной методологии, основанной на применении двухпараметрической диссипативной модели турбулентности, проведено численное моделирование до- и трансзвукового осесимметричного обтекания цилиндра с выступающим диском ($d = 0.63$; $L = 0.5$). Поэтому выполненное здесь численное исследование влияния сжимаемости на уловленный вихрь в зазоре между соосными диском и цилиндром при выборе компоновки $d = 0.75$; $L = 0.5$ представляется актуальным.

Интерес к рассматриваемой компоновке продиктован еще и тем обстоятельством, что она близка к оптимальной по критерию минимального профильного сопротивления при числе Маха $M = 0$. Практически это соответствует обтеканию несжимаемой жидкостью.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Численное исследование турбулентного осесимметричного дозвукового обтекания воздухом цилиндра с соосными передним и задним тонкими дисками выполняется, принимая во внимание возможность незначительного сглаживания передней А и задней В кромок (рис. 1а). Диаметр цилиндра D принят за характерный размер, так что остальные линейные размеры выражены в его долях. Удлинение цилиндра 4.5, радиус сглаживания кромок R принимается равным 0.002. Параметрическое исследование выполнено для компоновки диск-цилиндр-диск с геометрическими размерами: диаметр переднего диска $d = 0.75$, зазор между ним и торцом цилиндра $L = 0.5$, диаметр заднего диска $d_1 = 0.9$, зазор между ним и задним торцом цилиндра $L_1 = 0.375$ (рис. 1а). Диаметры соединительных стержней между дисками и цилиндром равны 0.1. Параметры потока на входной границе, в том числе скорость невозмущенного потока U принимаются в качестве масштабов обезразмеривания. Число Рейнольдса полагается равным 500 000, как в экспериментах Рошко и Кенига [2]. Число Маха невозмущенного потока варьируется от 0 до 3.

На входной части внешней границы расчетной области заданы параметры невозмущенного потока. Характеристики турбулентности определены также, как, например, в [8, 15] для условий проведения физических экспериментов в аэродинамических трубах. Так, энергия турбулентности на входной границе k_∞ задана по степени турбулентности набегающего потока $Tu_\infty = 1.5\%$, а масштаб турбулентности l_∞ выбран из условия близости величины вихревой вязкости физической. На выходной части внешней границы ставятся мягкие граничные условия (условия продолжения решения), на поверхности тела – условия прилипания. Величина y^+ у стенки не превышает 1. Омываемые стенки цилиндра принимаются адиабатическими. В качестве начальных условий принимается состояние удара равномерного потока на внезапно остановленный цилиндр с дисками, первоначально сносимый со скоростью потока.

Расчетная методология практически не отличается от использованной в [13, 14]. В основу подхода к решению осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса в специализированном пакете *VP2/3 (Velocity-Pressure, 2D/3D)* [16] положен известный метод расщепления по физическим процессам в рамках процедуры коррекции давления *SIMPLEC* [17] с монотонизацией Рхи-Чоу [18, 19] для централизованных расчетных сеток. При расчете сжимаемых течений со скачками уплотнения установлено, что для устойчивости вычислительного процесса целесообразно конвективные члены в уравнениях переноса аппроксимировать по схеме Ван Лиры [20], в том числе при определении плотности. Учет влияния кривизны линий тока в модифицированной SST-модели выполняется посредством введения корректирующей функции $1/(1 + C_c Ri_i)$ в формулу для расчета вихревой вязкости. Дополнительная константа $C_c = 0.02$ выбирается в ходе мно-

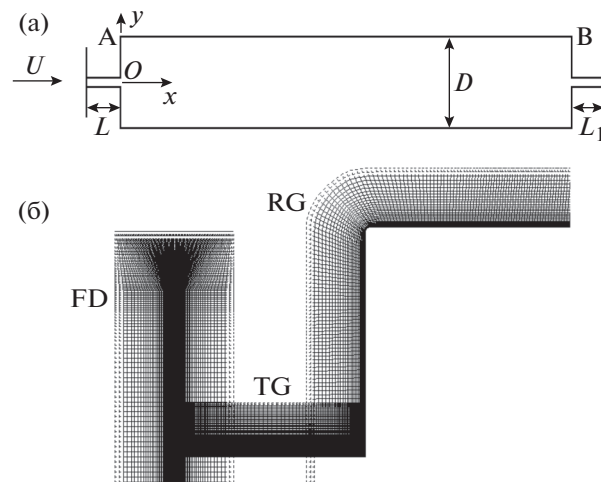


Рис. 1. Схема объекта – цилиндра удлинением 4.5 с выступающим перед ним на расстоянии $L = 0.5$ диском диаметра $d = 0.75$ (а) и фрагменты многоблочной сетки с наложением структурированных сеток различной топологии вокруг диска (FD), соединительного стержня (TG) и переднего торца цилиндра (RG) (б).

гочисленных тестовых расчетов турбулентных отрывных течений и вихревого теплообмена [10], Ri_t – турбулентное число Ричардсона. Для решения алгебраических уравнений применяется преобусловленный метод BiCGSTAB [21] с AMG из библиотеки Демидова (AMGCL) [22] для поправки давления и ILU0 для остальных переменных. Используемые в VP2/3 многоблочные вычислительные технологии (МБТ) описаны в [16]. Их суть состоит во введении совокупности разномасштабных, ярусных и пересекающихся структурированных сеток, согласованных с разрешаемыми структурными элементами физической задачи соответствующих масштабов. В двух рядах приграничных ячеек каждой из пересекающихся или накладываемых сеток параметры определяются с помощью линейной интерполяции. Показано [16], что данный подход эквивалентен использованию адаптивных неструктурированных сеток, но отличается от него существенно меньшими вычислительными ресурсами, т.е. более экономичен. Он также обеспечивает надлежащую точность без измельчения сеток, так как автоматически разрешает масштабы уловленных гидродинамических особенностей.

Система цилиндрических координат x, y с центром O вводится в середине переднего торца цилиндра (рис. 1а). Равномерный поток с числом Маха, изменяющимся в пределах от 0.03 до 3, задается на левой границе, удаленной от торца цилиндра на расстояние 10.3. Выходная граница располагается на расстоянии 16.3, а верхняя удалена от оси симметрии на 20.8. На обеих проточных границах задаются условия продолжения решения – мягкие граничные условия. На поверхности обтекаемого тела задаются условия прилипания, причем все омываемые стенки являются теплоизолированными. Для упрощения конструирования расчетной сетки рассматривается цилиндр со сглаженными острыми кромками, причем радиус скругления принимается равным 0.002. Многоблочная сетка в данном случае состоит из 4 фрагментарных структурированных пересекающихся сеток: внешней неравномерной декартовой сетки MG (рис. 1б), криволинейной RG O -типа, согласованной с поверхностью цилиндра со скругленными острыми кромками и прилегающей к ней, и 2 цилиндрических сеток около 2 дисков и соединительных перемычек соответственно (рис. 1б). Радиальный размер сетки O -типа составляет 0.05 и в ней располагается 910×51 ячеек, распределенных со сгущением у стенки и в районах кромок. Минимальный шаг на кромках 0.005. Передний тонкий диск окружается цилиндрической сеткой FD , покрывающей зону толщиной 0.1 и с радиусом 0.43. Сетка содержит 153×41 ячеек. В зазоре между диском и торцом цилиндра над соединительным стержнем диаметра 0.05 располагается цилиндрическая сетка TG , покрывающая зону толщиной 0.05 и содержащая 294×36 ячеек. Декартова сетка MG покрывает прямоугольную область размером 26.6 на 20.8 калибров и содержит 1124×292 ячеек, сгущенных в зоне расположения тела (в случае выбора самой мелкой сетки). Шаг декартовой сетки в районе цилиндра составляет 0.01. Пристеночный шаг выбран равным 10^{-5} . Число Рейнольдса принято равным 5×10^5 и соответствует значению в трубном эксперименте.

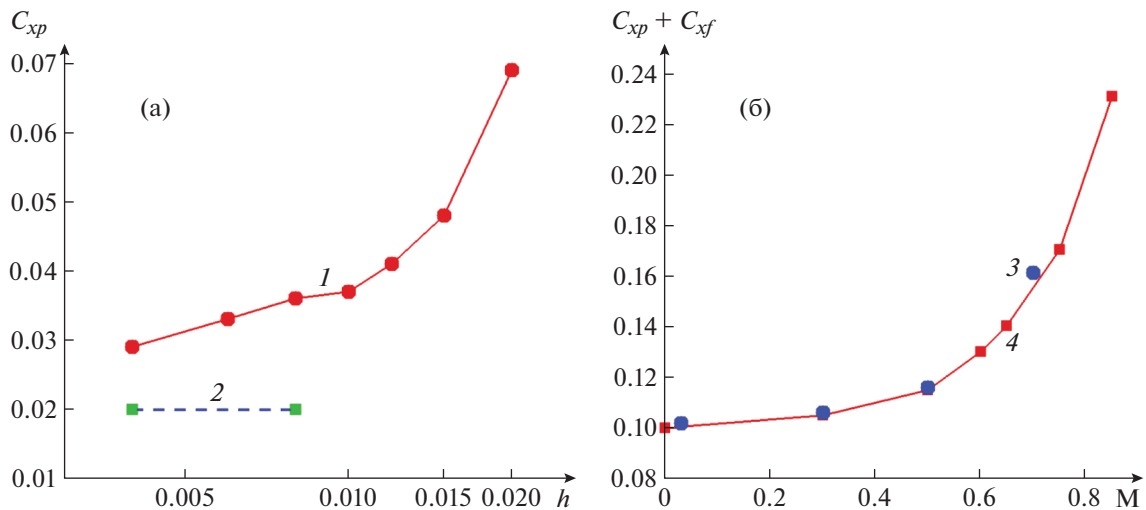


Рис. 2. Влияние шага сетки в зазоре между диском и цилиндром h на профильное сопротивление компоновки при $M = 0.3$ (а), а также зависимости $C_{xp} + C_{xf}$ от числа Маха (б). 1, 3 – расчеты; 2, 4 – данные экспериментов [2, 15] соответственно.

СЕТОЧНАЯ СХОДИМОСТЬ. АДЕКВАТНОСТЬ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

На рис. 2а и в табл. 1 анализируется сеточная сходимость проведенных расчетов. Рассматривается совокупность многоблочных сеток, сгущающихся в зоне уловленного вихря в зазоре между диском и цилиндром. Шаг h равномерной сетки в фрагменте внешней неравномерной сетки MG последовательно уменьшается от 0.02 до 0.004. Представляются численные прогнозы интегральных и локальных экстремальных характеристик: коэффициентов профильного сопротивления C_{xp} , минимальных и максимальных величин статического давления ($-p_{\min}$), составляющих скорости (осевой u_{\max} , $-u_{\min}$ и радиальной v_{\max} , $-v_{\min}$), плотности (ρ_{\min}), энергии турбулентности (k_{\max}) и вихревой вязкости (μ_{\max}) в зависимости от шага h . Рассчитанные коэффициенты C_{xp} сравниваются с экспериментальными значениями в исследовании Рошко и Кенига [2]. Следует подчеркнуть, что рассматриваемая компоновка диск-цилиндр с $d = 0.75$ и $L = 0.5$ является близкой к оптимальной $d = 0.75$; $L = 0.375$ и незначительно отличается от нее по профильному сопротивлению. Как видно из рис. 2а, C_{xp} компоновки диск-цилиндр сильно зависят от сетки в зоне интенсивного тороидального уловленного вихря. Наибольшее влияние h отмечается на участке $h > 0.01$, который характеризуется быстрым ростом C_{xp} . Сетка с шагом h порядка 0.01 выбрана в качестве базовой сетки. На ней выполнено параметрическое исследование влияния числа Маха на сверхзвуковых скоростях невозмущенного потока. Уточняющие расчеты проведены на сетке с шагом $h = 0.004$. Они приведены на рис. 2б.

Оценки экстремальных величин характеристик течения и турбулентности в целом согласуются с поведением $C_{xp}(h)$. При h менее 0.01 экстремальные величины изменяются незначительно.

Таблица 1. Влияние шага сетки в зазоре между диском и торцом цилиндра на экстремальные характеристики течения в уловленном вихре: $M = 0.3$, $Re = 5 \times 10^5$

h	$-p_{\min}$	u_{\max}	$-u_{\min}$	v_{\max}	$-v_{\min}$	ρ_{\min}	$10k_{\max}$	$10^2 \mu_{\max}$
0.020	0.825	1.377	0.927	1.006	1.173	0.899	0.264	0.422
0.015	0.837	1.391	0.913	0.999	1.155	0.897	0.266	0.411
0.012	0.834	1.396	0.902	1.000	1.148	0.898	0.290	0.417
0.010	0.841	1.402	0.888	1.002	1.128	0.894	0.278	0.417
0.008	0.859	1.413	0.892	0.999	1.134	0.894	0.283	0.416
0.006	0.861	1.420	0.878	0.999	1.116	0.894	0.276	0.413
0.004	0.864	1.432	0.868	1.003	1.109	0.894	0.267	0.401

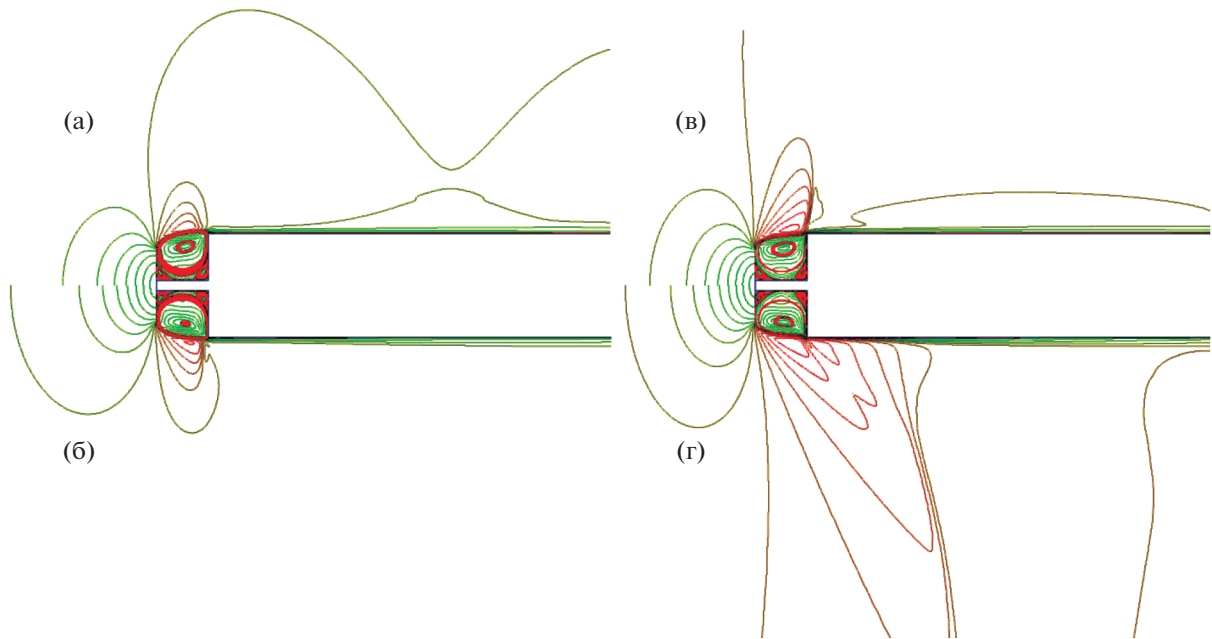


Рис. 3. Сравнение картин изомахов, нанесенных с шагом 0.1, в диапазоне M от 0.75 до 0.95 (в верхней и нижней полуплоскости). а – $M = 0.75$; б – 0.8; в – 0.85; г – 0.95.

Важно отметить высокий уровень разрежения в уловленном вихре (отрицательное избыточное давление, обезразмеренное по удвоенному скоростному напору, падает до уровня -0.86) и ультранизкую отрицательную радиальную скорость в вихре, превосходящую по абсолютной величине скорость невозмущенного потока и достигающую -1.11 .

На рис. 2б сравниваются рассчитанные и измеренные [15] суммы коэффициентов профильного (волнового) сопротивления C_{xp} и сопротивления трения C_{xf} тела компоновки диск-цилиндр $d = 0.75$, $L = 0.5$ в зависимости от числа Маха в диапазоне M от 0.03 до 0.85. Хорошее согласие данных измерений с численными прогнозами свидетельствует об адекватности расчетной модели, в том числе модифицированной SST-модели турбулентности.

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 3–6 представлены некоторые из полученных результатов. Они касаются прежде всего эволюции с ростом числа Маха структуры уловленных вихрей на трансзвуковом режиме обтекания тела компоновки диск-цилиндр-диск (рис. 3). Исследуется влияние числа Маха невозмущенного потока на профильное (волновое) сопротивление и экстремальные характеристики течения в вихре (рис. 4), а также на локальные распределения параметров потока и характеристики турбулентности в срединном сечении вихря и профили статического давления на торце цилиндра (рис. 5, 6).

Уловленный крупномасштабный вихрь, самоорганизующийся в зазоре между выступающим соосным диском и цилиндром с плоским торцом, имеет торообразный вид и сопровождается мелкомасштабными угловыми вихрями в окрестности соединительного стержня, примыкающими к диску и торцу цилиндра (рис. 3).

До $M = 0.7$ волновые эффекты при обтекании рассматриваемого тела проявляются слабо, а профильное сопротивление C_{xp} изменяется незначительно (рис. 4а), оставаясь довольно низким (не превышающим величину порядка 0.05).

Начиная с $M = 0.75$ формируется ударно-волновая структура над сдвиговым слоем, развивающимся на границе уловленного вихря (рис. 3а). При $M = 0.8$ над ним образуется прямой скачок, на котором тормозится разогнавшийся до сверхзвуковой скорости поток (рис. 3б). С ростом M до 0.85 усилившийся скачок слегка наклоняется и сдвигается к передней кромке цилиндра (рис. 3в). Далее с увеличением числа Маха над боковой поверхностью цилиндра развивается лямбда-образная волновая структура (рис. 3г). При сверхзвуковых скоростях невозмущенного

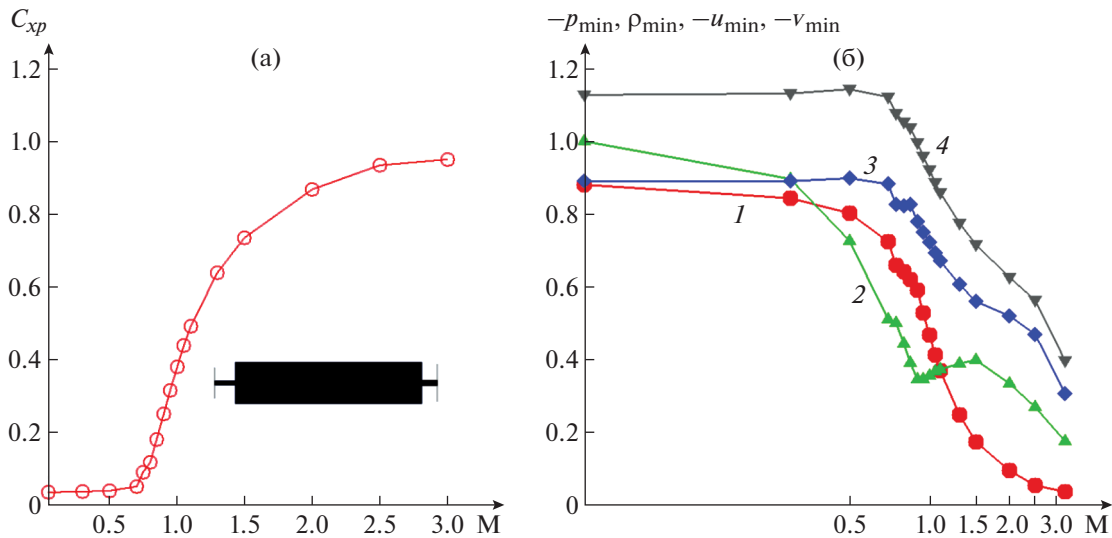


Рис. 4. Влияние числа Маха M невозмущенного потока на профильное (волновое) сопротивление компоновки диск-цилиндр C_{xp} (а) и экстремальные характеристики (б): 1 – $(-p_{min})$, 2 – ρ_{min} , 3 – $(-u_{min})$, 4 – $(-v_{min})$.

потока перед выступающим диском образуется головная ударная волна, которая с ростом числа M приближается к диску.

Перестройка ударно-волновой картины обтекания тела компоновки диск-цилиндр-диск при $M > 0.75$ сопровождается быстрым ростом волнового сопротивления (рис. 4а). При $M = 1$ C_{xp} превосходит 0.3, т.е. возрастает на порядок (десятикратно) по сравнению с уровнем C_{xp} при M в диапазоне 0–0.5. Дальнейший рост волнового сопротивления быстрым темпом наблюдается примерно до $M = 1.5$ (C_{xp} оказывается порядка 0.75), а затем увеличение C_{xp} происходит более плавно, и C_{xp} приближается к 0.95 при $M = 3$.

Интересно отметить, что в диапазоне малых дозвуковых скоростей (M от 0 до 0.5) интенсификация циркуляционного течения в уловленных вихрях установлена при численном моделировании обтекания толстого профиля с круговой вихревой ячейкой [23]. В данном исследовании также показано, что в диапазоне M от 0.03 до 0.5 наблюдается некоторое возрастание (по абсолютной величине) минимальных осевой и радиальной составляющих скорости (рис. 4б). Причем $-u_{min}$ превышает 0.9, а $-v_{min}$ существенно превосходит 1, приближаясь к 1.15. С увеличением M свыше 0.5 интенсивность течения в уловленном вихре начинает ослабевать. Однако в трансзвуковом диапазоне M скорости возвратного и радиального потоков остаются достаточно высокими. Так, при $M = 1$ $-v_{min}$ оказывается порядка 0.9, а $-u_{min}$ имеет величину порядка 0.7.

Минимальное статическое давление (обезразмеренное по удвоенному скоростному напору) в уловленном вихре отрицательное, т.е. намного меньше давления в невозмущенном потоке, а также весьма значительное по абсолютной величине (порядка 0.9). С ростом M до 0.7 минимальное давление умеренно подрастает (до -0.7), а в дальнейшем, в трансзвуковом диапазоне M темп роста p_{min} быстро увеличивается и при $M = 1$ p_{min} достигает величины порядка -0.45 . При M , стремящемся к 3, минимальное давление приближается к нулю.

Минимальная плотность в уловленном вихре заметно падает с ростом числа Маха невозмущенного потока. При $M = 0.5$ она оказывается порядка 0.7. В трансзвуковом диапазоне M ρ_{min} в расчетной области монотонно снижается, достигая при $M = 0.95$ величины порядка 0.32. При этом точка с минимальным разрежением оказывается вне уловленного вихря (находится в вереве волн разрежения в окрестности скругленной кромки цилиндра). Наблюдающееся увеличение минимальной плотности в диапазоне M от 1 до 1.5 связано с перестройкой обтекания передней кромки цилиндра. В дальнейшем с ростом M ρ_{min} монотонно снижается до 0.15.

Сравнение радиальных распределений осевой скорости в срединном сечении зазора между диском и цилиндром показывает, что в малых дозвуковых скоростях (M в диапазоне 0.3–0.5) профили $u(y)$ практически неотличимы (рис. 5а). Однако статическое давление в центре вихря

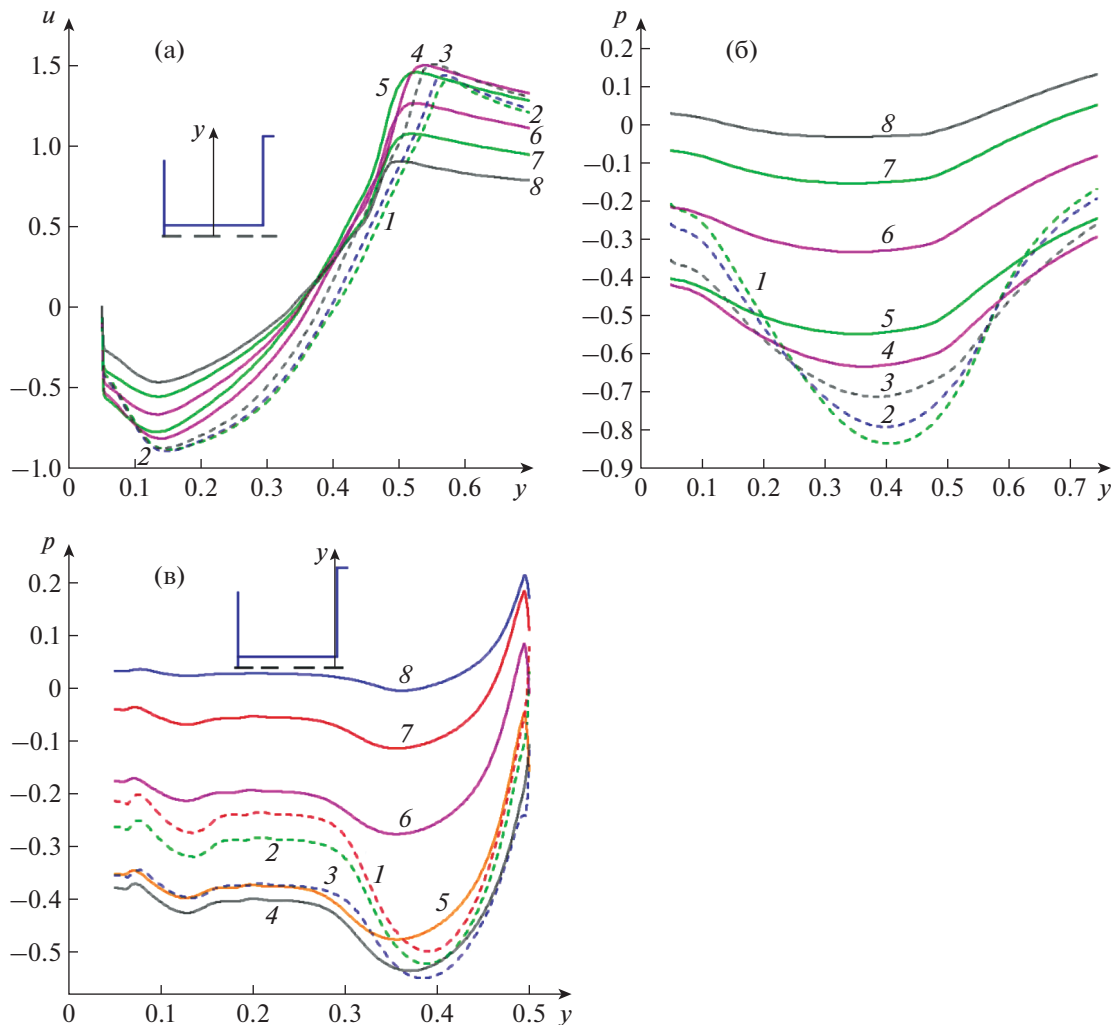


Рис. 5. Сравнение радиальных зависимостей осевой составляющей скорости u (а) и статического давления p (б) в срединном сечении уловленного вихря в зазоре между диском и цилиндром, а также профилей давления p (в) на торце цилиндра от числа Маха: 1 – $M = 0.3$, 2 – 0.5, 3 – 0.7, 4 – 0.8, 5 – 0.9, 6 – 1.1, 7 – 1.5, 8 – 2.5.

(рис. 5б) заметно нарастает (от -0.84 до -0.76), в то время как минимум давления на торце цилиндра, напротив, снижается примерно с -0.5 до -0.53 (рис. 5в).

Усиление влияния сжимаемости в трансзвуковом диапазоне чисел Маха обнаруживает при переходе от $M = 0.7$ к 0.8 некоторый рост максимальной осевой скорости в сдвиговом слое до величины 1.5 и небольшое ослабление возвратного течения в уловленном вихре от 0.9 до 0.8.

Статическое давление в ядре вихря продолжает расти – от -0.7 до -0.6 . А вот минимальное давление на торце, достигая наименьшего значения -0.56 при $M = 0.7$, далее незначительно растет примерно до -0.54 при $M = 0.8$. Интересно отметить, что плато отрицательного давления на торце цилиндра оказывается на минимальном уровне (-0.42) при $M = 0.8$. Впечатляет отличие этого уровня от минимального уровня давления на торце при $M = 0.3$, достигающее до 0.18, т.е. уровень плато статического давления снижается почти вдвое при переходе от $M = 0.3$ к 0.8.

Рост до 0.9 обнаруживает тенденцию к уменьшению максимальной скорости в сдвиговом слое, которая будет набирать темп при сверхзвуковых скоростях потока. Ослабление возвратного течения в уловленном вихре еще не столь значительное (0.76), давление в ядре вихря растет до -0.54 , а минимальное давление на торце – до -0.46 .

Скачкообразные перемены происходят с ростом M от 0.9 до 1.1. Максимальная скорость возвратного течения падает до 0.65 (с 0.76), давление в ядре вихря подскакивает до -0.3 (с -0.54), а минимальное давление на торце – до -0.26 (с -0.46), т.е. почти вдвое.

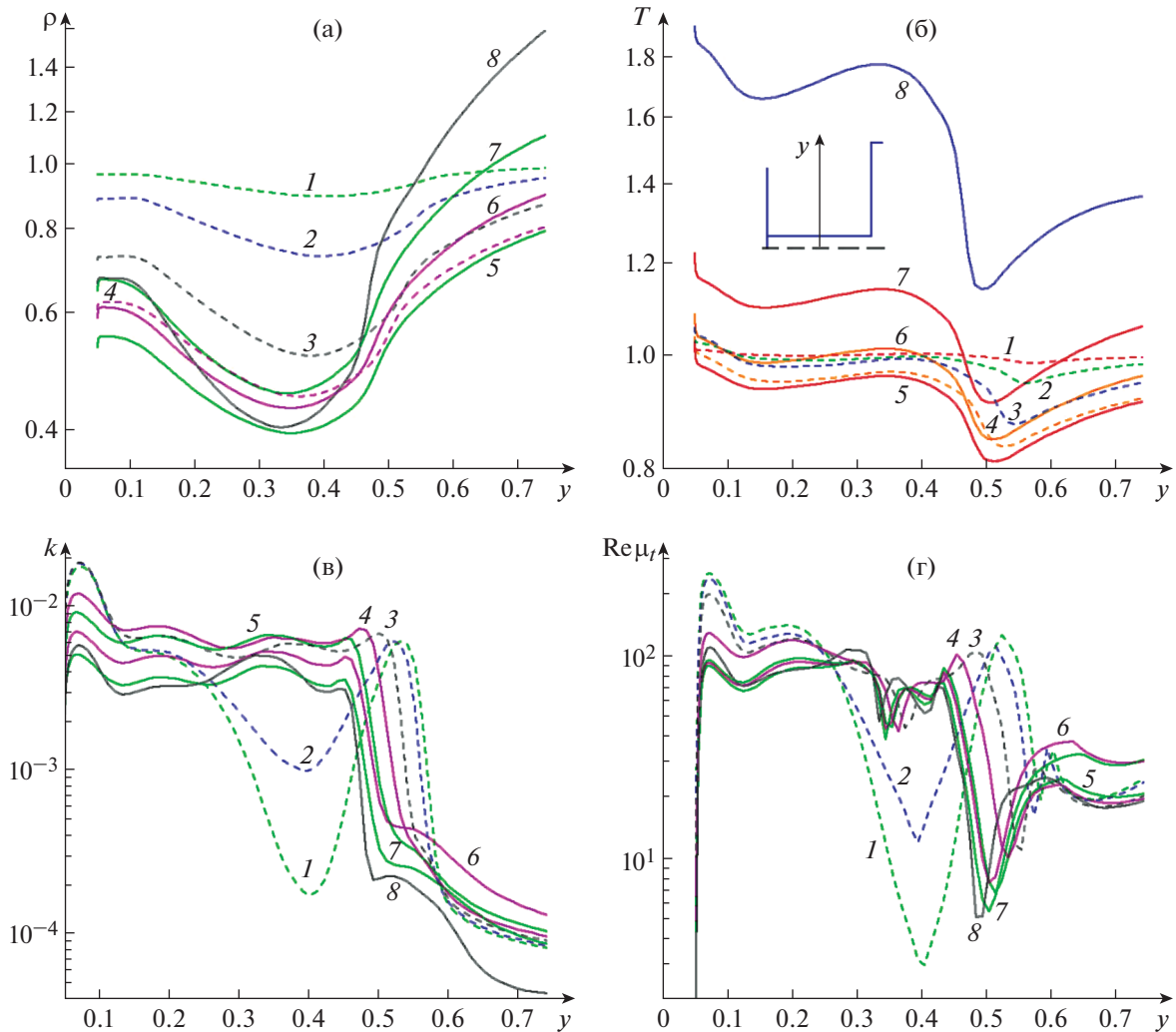


Рис. 6. Сравнения радиальных распределений плотности ρ (а), температуры T (б), энергии турбулентности k (в) и нормированной вихревой вязкости $Re \times \mu_t$ (г) при различных числах Маха M : 1 – $M = 0.3$, 2–0.5, 3–0.7, 4–0.8, 5–0.9, 6–1.1, 7–1.5, 8–2.5

В сверхзвуковом диапазоне чисел Маха с ростом M отмечается тенденция к снижению максимальной скорости в сдвиговом слое и над ним (падает до 0.85 при $M = 2.5$), дальнейшее ослабление возвратного течения в уловленном вихре (составляет -0.45 при $M = 2.5$), рост статического давления в ядре вихря (приближается к 0 при $M = 2.5$) и минимального давления на торце цилиндра (достижение нулевого уровня при $M = 2.5$).

Считается, что плотность воздуха в значительной мере характеризует влияние сжимаемости. На дозвуковых режимах обтекания тела компоновки диск-цилиндр-диск изменения плотности с ростом M происходят в ядрах уловленных вихрей, в то время как вне зон, занимаемых вихрями, плотность потока, отнесенная к плотности невозмущенного потока, мало отличается от единицы (рис. 6а). При изменении M от 0.3 до 0.9 минимальная плотность в ядре вихря снижается до 0.4, достигая наименьшего значения. При сверхзвуковых скоростях невозмущенного потока увеличивается плотность воздушного потока, прошедшего головную ударную волну. В ядре вихря ослабевает интенсивность возвратного течения воздуха. При этом его плотность слабо зависит от числа Маха. Во всем сверхзвуковом диапазоне чисел Маха она изменяется в пределах 0.05. Следует отметить довольно сильное изменение плотности воздуха при переходе от ядра уловленного вихря к сдвиговому слою и к области уплотнения воздуха за головной ударной волной при сверхзвуковых скоростях невозмущенного потока.

Температура среды T на дозвуковых скоростях невозмущенного потока мало изменяется в ядре уловленного вихря (рис. 6б). С ростом числа M от 0.3 до 0.9 вариации T , отнесенной к температуре невозмущенного потока, не превышают 0.05. С увеличением M нарастает спад температуры в зоне сдвигового слоя, вызванный изменениями плотности воздуха. При $M > 1$ радиальные распределения температуры смещаются практически эквидистантно по оси ординат, при этом максимум T в вихре при $M = 2.5$ достигает значения 1.75.

Турбулентные характеристики подчас являются наглядными индикаторами структурных изменений течений. Так, с ростом M обнаруживается смещение к оси сдвигового слоя с увеличением максимума распределенной по радиальной координате энергии турбулентности k , отнесенной к U^2 , в диапазоне дозвуковых чисел M от 0.3 до 0.8 до величины порядка 0.01 (рис. 6в). При дальнейшем росте M максимальные величины k в сдвиговом слое снижаются с постепенной стабилизацией на уровне порядка 4×10^{-3} . Важно отметить, что в ядре уловленного вихря при низких M образуется зона практически невязкого циркуляционного течения (отмеченная в [4]), которая с ростом M свыше 0.5 становится турбулентной. Изменения k в ядре уловленного вихря происходят в узкой полосе от 0.003 до 0.007, причем с ростом M наблюдается уменьшение уровня турбулентности в вихре.

Радиальные распределения нормированной вихревой вязкости $Re \times \mu_t(y)$ (рис. 6г) в целом соответствуют профилям $k(y)$. Смещение сдвигового слоя показывает, что уловленный вихрь с ростом M до 0.8 довольно существенно уменьшается в размерах, а при $M = 0.9$ и выше стабилизируется. Вблизи соединительного стержня наблюдается всплеск турбулентной вязкости и турбулентной энергии на глубоких, дозвуковых числах M (до 0.7). Он пропадает в трансзвуковом диапазоне чисел Маха. Безвихревая зона в центре ядра исчезает с ростом M свыше 0.5. Начиная с $M = 0.9$, распределения вихревой вязкости в ядре практически сливаются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Влияние сжимаемости на интенсивность уловленного вихря в зазоре между диском и торцом цилиндра для компоновки с $d = 0.75$, $L = 0.5$ при осесимметричном обтекании проявляется, начиная с $M = 0.7$, и сопровождается быстрым ростом профильного сопротивления.

До $M = 0.7$ максимальные скорости возвратного и радиального течения в вихре растут, достигая 0.9 и 1.15.

В трансзвуковом диапазоне чисел Маха невозмущенного потока с $M = 0.75$ до 0.95 наблюдается перестройка ударно-волновой структуры от возникающего прямого скачка над сдвиговым слоем и, заканчивая лямбда скачком над боковой поверхностью цилиндра.

До $M = 0.8$ отрицательные избыточные давления на торце значительные с минимумом коэффициента давления C_p менее -1 .

Свыше $M = 0.8$ плотность, температура, характеристики турбулентности в ядре уловленного вихря меняются слабо.

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда по гранту 22-19-00056 (расчетная методология) и Российского Фонда фундаментальных исследований по гранту 21-58-52013 (управление структурами).

D – диаметр цилиндра (м)

U – скорость невозмущенного потока (м/с)

d, d_1 – диаметры переднего и заднего диска, отнесенные к D

L, L_1 – зазоры между передним и задним дисками и торцами цилиндра, отнесенные к D

R – радиус скругления кромок цилиндра

Re, M – числа Рейнольдса и Маха, определенные по параметрам невозмущенного потока и диаметру цилиндра

u, v – осевая и радиальная составляющие скорости потока

p – статическое давление, обезразмеренное по удвоенному скоростному напору

ρ, T – плотность и температура, отнесенные к параметрам в невозмущенном потоке

k, μ_t – энергия турбулентности и вихревая вязкость, обезразмеренные по параметрам в невозмущенном потоке

C_p – коэффициент давления, равный $2 \times p$

C_{xp} – профильное (волновое) сопротивление

C_{xf} – сопротивление трения цилиндра с соосным диском удлинением 4.5

Индексы

max, min – максимальные и минимальные величины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белов И.А.* Взаимодействие неравномерных потоков с преградами. Л.: Машиностроение, 1983. 144 с.
2. *Roshko A., Koenig K.* Experimental study of geometrical effects on drag and flow field of two bluff bodies separated by a gap // *J. Fluid Mech.* 1985. V. 156. P. 167–204.
3. *Bobyshev V.K., Isaev S.A., Lemko O.L.* Effect of viscosity on the vortex structure of a flow around a cylinder and the drag of the cylinder with and without a disc in front of it // *J. Engineering Physics.* 1986. V. 51. № 2. P. 914–920.
4. *Bobyshev V.K., Isaev S.A.* Numerical study of the effects of the current turbulence on the flow along cylinder with a front disk situated // *J. Engineering Physics.* 1990. V. 58. № 4. P. 556–572.
5. *Isaev S.A.* Numerical simulation of the axisymmetric low-velocity flow around a cylinder with coaxial disks // *J. Engineering and Thermophysics.* 1995. V. 68. № 1. P. 16–21.
6. *Lauder B.E., Spalding D.B.* The numerical computation of turbulent flows // *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.* 1974. V. 3. № 2. P. 269–289.
7. *Белов И.А., Исаев С.А., Коробков В.А.* Задачи и методы расчета отрывных течений несжимаемой жидкости. Л.: Судостроение, 1989. 256 с.
8. *Isaev S.A., Baranov P.A., Sudakov A.G., Popov I.A.* Verification of the standard model of shear stress transport and its modified version that takes into account the streamline curvature and estimation of the applicability of the Menter combined boundary conditions in calculating the ultralow profile drag for an optimally configured cylinder-coaxial disk arrangement // *Technical Physics.* 2016. V. 61. № 8. P. 1152–1161.
9. *Menter F.R., Kuntz M., Langtry R.* Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, in: K. Hajalic, Y. Nogano, M. Tummers (Eds.) *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4.* Begell House Inc., 2003, 8 p.
10. *Isaev S.A., Baranov P.A., Zhukova Yu.V., Usachov A.E., Kharchenko V.B.* Correction of the shear-stress-transfer model with account of the curvature of streamlines in calculating separated flows of an incompressible viscous fluid // *J. of Engineering Physics and Thermophysics.* 2014. V. 87. Iss. 4. P. 1002–1015.
11. *Белов И.А., Исаев С.А., Коновалов В.Н., Митин А.Ю.* Оценка волнового сопротивления тел вращения с передней срывной зоной в сверхзвуковом потоке // *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.* 1985. № 4. Вып. 1. С. 47–51.
12. *Белов И.А., Исаев С.А., Коновалов В.Н., Митин А.Ю.* Моделирование крупномасштабных вихревых структур при турбулентном обтекании затупленного тела сверхзвуковым потоком // *Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.* 1987. № 15. Вып. 4. С. 101–107.
13. *Isaev S.A., Lipnitskii Yu.M., Mikhalev A.N., Panasenko A.V., Usachov A.E.* Simulation of the supersonic turbulent flow around a cylinder with coaxial disks // *J. Engineering Physics and Thermophysics.* 2011. V. 84. № 4. P. 827–839.
14. *Isaev S.A., Baranov P.A., Mikhalev A.N., Sudakov A.G.* Modeling the effect of head drag reduction for a cylinder with a protruding disk at high Mach numbers // *Technical Physics Letters.* 2014. V. 40. Iss. 11. P. 996–999.
15. *Bobyshev V.K., Isaev S.A.* Numerical investigation of the effect of compressibility on the mechanism of decreasing the motion drag of a cylinder with organized stall regions in a turbulent flow of viscous gas // *J. Engineering Physics and Thermophysics.* 1998. V. 71. № 4. P. 600–606.
16. *Isaev S.A., Baranov P.A., Usachov A.E.* Multiblock computational technologies in the VP2/3 package on aerothermodynamics. Saarbrücken.: LAP LAMBERT Academic Publ., 2013. 316 p.
17. *Van Doormaal J.P., Raithby G.D.* Enhancement of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flow // *Numerical Heat Transfer.* 1984. V. 7. P. 147–163.
18. *Rhie C.M., Chow W.L.* A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation // *AIAA J.* 1983. V. 21. P. 1525–1532.
19. *Pascau A., Garcia N.* Consistency of SIMPLEC scheme in collocated grids. V European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2010. Lisbon, Portugal, 2010, 12 p.
20. *Van Leer B.* Towards the ultimate conservative difference scheme V. A second order sequel to Godunov's method // *J. Comp. Phys.* 1979. V. 32. P. 101–136.
21. *Saad Y.* Iterative methods for sparse linear systems, 2nd ed., Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2003. 567 p.
22. *Demidov D.* AMGCL: C++ library for solving large sparse linear systems with algebraic multigrid method. <http://amgcl.readthedocs.org/>
23. *Isaev S., Baranov P., Popov I., Sudakov A., Usachov A.* Improvement of aerodynamic characteristics of a thick airfoil with a vortex cell in sub- and transonic flow // *Acta Astronautica.* 2017. V. 132. P. 204–220.

УДК 532.522.2:532.527:532.525.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ТЕЧЕНИЯ ПРИ НАЧАЛЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

© 2022 г. С. Ю. Крашенинников^{а,*}, А. К. Миронов^а, Н. А. Польшняков^а^а Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова (ЦИАМ),
Москва, Россия

*E-mail: krashenin@ciam.ru

Поступила в редакцию 11.07.2022 г.

После доработки 25.07.2022 г.

Принята к публикации 25.07.2022 г.

Исследована последовательность изменения параметров течения при начале формирования затопленной турбулентной струи, при дозвуковой скорости истечения. Использовались вычислительное моделирование на основе LES-технологии и определение параметров течения с помощью малоинерционных измерительных средств. Исследование показало, что свойства течения в начальные моменты времени обусловлены отрывом потока от кромки сопла, сопровождающегося образованием больших тороидальных вихрей вне струи в ее начальном сечении. При этом возникают значительные неоднородности в распределении статического давления в развивающемся течении. Максимальные неоднородности (разрежение и превышение статического давления по отношению к атмосферному) имеют значения, приблизительно равные скоростному напору в начальном сечении струи, и уменьшаются вдоль потока. А при установившемся течении экстремальные значения разрежения, в движущихся квазипериодических неоднородностях распределении статического давления, сохраняются на уровне 10–20% от скоростного напора в источнике струи. Результаты взаимного сопоставления данных расчетов при разных режимах истечения и данных, полученных в экспериментах, в целом, удовлетворительно согласуются между собой и подтверждают общие выводы проведенных ранее исследований

Ключевые слова: турбулентные струи, возникновение разрежения в струе, индуцированное течение, шум турбулентной струи

DOI: 10.31857/S0568528122600539

ВВЕДЕНИЕ

Освоение вычислительных технологий, позволяющих (с ограниченной точностью) моделировать турбулентные течения на основе решения уравнений Навье–Стокса в нестационарной постановке (например, LES), создает возможности расширения исследований свойств различных турбулентных течений. В работах [1–3] приведены результаты таких исследований структуры турбулентного течения в слое смешения турбулентных затопленных струй. (По установившейся терминологии [4], турбулентной затопленной струей называется течение, возникающее при распространении из соплового устройства газообразной или жидкой среды в изначально неподвижной среде того же фазового состояния).

Согласно данным работ [1–3] по результатам численных расчетов и экспериментов установлены ранее не определявшиеся свойства течения в слое смешения струи, связанные с распределением статического давления в потоке струи, и ряд других свойств, связанных с процессом шумообразования в турбулентных струях. Это вызывает необходимость проведения дополнительных, уточняющих расчетов и экспериментов для более полного подтверждения полученных ранее результатов.

Для этого проведено “параллельное”, расчетное и экспериментальное исследование свойств нестационарного турбулентного течения при “импульсном” истечении струи с последующим установлением “стационарного в среднем” турбулентного течения.

Поскольку предшествующие исследования обнаружили наличие в установившемся турбулентном течении важных нестационарных эффектов в механизме шумообразования, исследова-

лась их возможная связь с первоначальными условиями образования струйного течения. Это относится к процессам вихреобразования, появления крупномасштабных неоднородностей в распределении статического давления в слое смешения, их периодичности.

Из-за технических трудностей параметры истечения струй при расчетах и экспериментах сильно различались, но относительные характерные времена процесса были сопоставимы. Основными причинами выбора постановки такого исследования были: 1 – проверка достаточной адекватности LES-технологии при описании актуальных свойств турбулентности в исследуемых процессах и 2 – необходимость объяснения наличия в слое смешения развитой турбулентной струи чередующихся образований с пониженным и повышенным статическим давлением.

В настоящем исследовании, по сравнению с предыдущими, при вычислительном моделировании на основе LES-технологии, расширена область чисел Маха истечения струи ($M = 0.45–0.91$) и чисел Рейнольдса более 10^5 .

По данным расчетов и экспериментов проведен анализ развития течения в затопленной воздушной струе от момента начала истечения и до его установления “в среднем”.

Результаты исследования показали, что в начальный момент распространения струи возникает нестационарный процесс с отрывом потока от кромки сопла. Возникает течение с большой неоднородностью распределения динамических параметров, вне струи формируются вихревые образования, на границе которых уровень вращательной компоненты скорости (в продольном сечении) приблизительно равен скорости истекающего потока. Следствием этого являются неоднородности статического давления, в которых значение отклонения давления в сторону разрежения составляет приблизительно величину скоростного напора истекающей струи.

Практически сразу, а затем и при выходе “на стационарный в среднем” режим течения максимальные значения неоднородности распределения статического давления наблюдаются в слое смешения струи за кромкой сопла. В ее начальном участке (около 5 диаметров сопла) они могут составлять 10–20% от скоростного напора с отклонением, как в сторону повышения давления, так и в сторону разрежения. Эти области неоднородности захватывают почти весь слой смешения. Максимальные значения превышения давления и разрежения находятся в центральной части этих областей. Они периодически образуются из-за отрыва потока от кромки сопла и движутся вместе с потоком со скоростью конвекции, составляющей около половины скорости истечения.

При этом осредненное значение разрежения в различных точках потока не велико и в максимуме составляет 4–5% от величины скоростного напора на срезе сопла. В различных точках потока среднее значение разрежения хорошо согласуется с соотношением Таунсенда [5], связывающим величину разрежения с интенсивностью поперечных пульсаций скорости.

Полученные результаты согласуются с данными, полученными ранее в [1–3].

1. ПОСТАНОВКИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ И ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

При численном моделировании на основе LES-технологии использовался RANS/ILES(i)-метод высокого разрешения, описанный в работе [6]. Метод описывает сжимаемые течения в нестационарной постановке и основан на численном решении уравнений Навье–Стокса для нестационарного течения, записанных в консервативной форме для криволинейной системы координат. В методе для вычисления предраспадных параметров на гранях ячеек использовалась сохраняющая монотонность схема 9-го порядка (MP-9) [7]. Диффузионные потоки рассчитываются на гранях ячейки с помощью центрально-разностной аппроксимации 2-го порядка. Вдали от стенок, в LES-области используется ILES с неявной SGS-моделью [6], а у стенок, в присоединенных пограничных слоях в RANS-области – модель Спаларта–Аллмараса. Положение перехода от RANS к LES определяется параметрами потока и отношением расстояния до стенки и максимального размера ячейки. Решение на каждом шаге по времени находится методом установления. Для всех приведенных ниже численных расчетов используется 10 итераций на шаге по времени.

Процесс истечения моделировался разрывом мембраны.

В расчетах использовались две геометрические конфигурации модели (рис. 1). Первая конфигурация соответствовала работе [8]: сопловой насадок SMC000 из работы [8], отношение входного и выходного диаметра сопла равнялось 3, длина сопла не превышала $4d$, где $d = 50.8$ мм – диаметр выходного сечения сопла, мембрана располагалась в начале сужающейся части сопла. Модель второй конфигурации показана на рис. 1б. Геометрия соплового насадка соответствует

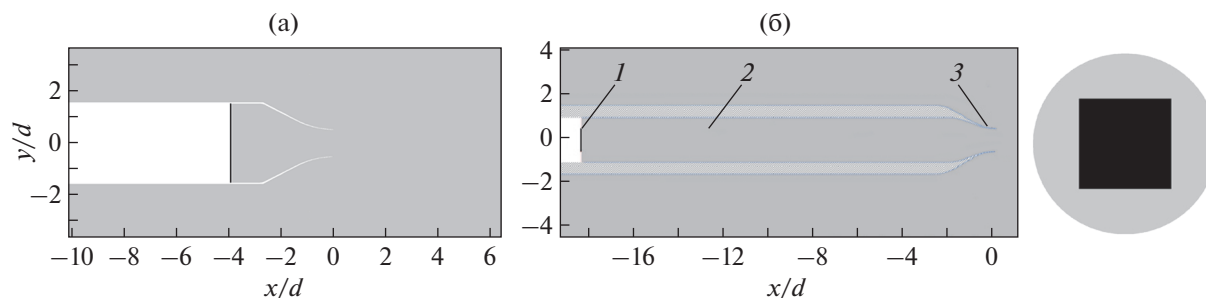


Рис. 1. Схема моделей вычислительного эксперимента. (а) – конфигурация без цилиндрического канала; (б) – конфигурация с цилиндрическим каналом и квадратной мембраной в круглом сечении канала. 1 – мембрана, 2 – цилиндрический канал, 3 – сопловой насадок SMC000.

геометрии SMC000, однако остальные геометрические параметры соответствовали экспериментальной установке, которая будет описана далее. Внутренний диаметр трубы был равен $2d$, вход в сопло располагался на расстоянии $\sim 16.25d$ от сечения, где располагалась мембрана.

Начало истечения имитировалось разрывом (исчезновением) мембраны, расположение которой в расчетах соответствовало сечению, где задавались граничные условия. В первой конфигурации мембрана занимала все входное сечение сопла. Во второй конфигурации мембрана представляла собой квадрат, расположенный в центре круглого сечения (отмечено черным на рис. 1б) и занимала только часть входного сечения канала, заканчивавшегося соплом.

На входе в расчетную область задавались полные параметры потока и направление вектора скорости. На стенке использовалась функция стенки при $y^+ > 2$ или прилипание при значении $y^+ < 2$.

На внешних границах расчетной области задавалась асимптотика дальнего поля затопленной струи – граничное условие, позволяющее направлять линии тока на границе расчетной области к струе. На внешней правой границе задавалось граничное условие выхода с фиксированием статического давления. В качестве начальных условий задавались статическое давление и температура, равные атмосферным параметрам, и скорость, равная нулю.

Расчетная сетка составляла 22 млн. ячеек. Размер пристеночной ячейки составлял $0.002d$, где d – диаметр выхода сопла. От кромки сопла в радиальном направлении размер ячеек увеличивался от $0.002d$ до $0.02d$ на расстоянии $0.3d$ за 29 ячеек, в продольном направлении – от $0.016d$ до $0.05d$ на расстоянии $4.5d$ за 160 ячеек. В азимутальном направлении использовалось 636 ячеек. Расчетная область представляла собой цилиндрическую область протяженностью по потоку $60d$, в радиальном направлении $50d$, против потока $10d$.

Для всех расчетов использовался одинаковый физический шаг по времени 5×10^{-6} с. Данные расчетов сохранялись на каждом 10-м временном шаге, и шаг сохранения параметров расчета составлял 5×10^{-5} с.

Разрешающая способность расчетов для проводившегося LES-моделирования нестационарных процессов может быть проведена по оценке возможного частотного диапазона расчетов. Максимальная разрешаемая частота колебаний, вычисленная на основе используемого значения шага по времени, составила 25–31.2 кГц и вычислялась по следующей формуле: $f_t = 1/(8-10) \cdot dt$, где dt – физический шаг по времени. Максимальная разрешаемая частота колебаний так же зависит от дискретизации по пространству, а значит зависит от размера ячеек. Например, в слое смешения на расстоянии одного калибра от среза сопла размер ячеек в продольном направлении составляет $dx = 0.0228 \times 10^{-3}d$, а в радиальном направлении $dr = 0.0236d$. Таким образом, максимальная разрешаемая частота, вычисленная по скорости звука во внешней среде a_0 , составляет в продольном направлении: $f_x = a_0/(8-10 \cdot dx) = 30-36$ кГц, в радиальном направлении – $f_r = a_0/(8-10 \cdot dr) = 28-35$ кГц.

Описанный подход использовался ранее при расчетах турбулентных струйных течений в работах [1–3], в которых демонстрировалось удовлетворительное согласование данных расчетов и экспериментов.

Следует заметить, что, несмотря на высокий уровень разрешения в используемой LES-технологии, она не позволяет промоделировать отдельные элементы рассматриваемых нестационар-

Таблица 1. Основные параметры при расчетах LES и в экспериментах

Конфигурация – режим	NPR	u_0 , м/с	M	u_{\max}/u_0	u_c/u_0	t_0 , мс
1 – Sp3	1.197	170.1	0.513	1.65	0.398	3.69
1 – Sp5	1.416	238.2	0.726	1.39	0.502	2.1
1 – Sp7	1.86	306.3	0.985	1.85	0.419	1.95
2 – Sp3t	1.197	170.1	0.513	1.30	0.412	4.2
2 – Sp7t	1.86	306.3	0.985	1.33	0.386	2.11
Эксперимент 31.07.2019	1.0147	50.0	0.1445	1.00	0.376	2.13
Эксперимент 08.08.2019	1.0235	63.0	0.1825	1.00	0.38	1.67

ных процессов. Для установившейся в среднем струи в начальном участке слоя смешения ($x/d < 1.0$) наблюдается численный переход – процесс формирования нестационарных турбулентных структур, сопровождающихся повышенным уровнем пульсаций давления. Такой численный переход от стационарного течения в сопле к нестационарному течению в слое смешения является характерным для комбинированных RANS–LES-методов и наблюдается в работах [9, 10]. При измельчении расчетной сетки и шага по времени численный переход смещается ближе к кромке сопла, а пульсации давления становятся менее интенсивными, но это влечет за собой большие затраты на вычислительные ресурсы. Анализ результатов расчетов проводился с учетом этого обстоятельства.

В табл. 1 приведены значения параметров, характеризующих условия истечения струи для каждой из конфигураций, для которых проводилось численное моделирование. Перепады давления, определяющие режимы истечения струи из сопла, соответствовали данным [8]. Температурный перепад отсутствовал. В табл. 1 указаны отношения полного давления на граничном условии входа и давления во внешней среде (NPR), а также рассчитанные по одномерной методике характеристики потока при выходе на стационарный режим: скорость истечения при выходе на “стационарный в среднем” режим течения (u_0 , м/с), газодинамическое число Маха (M). Дополнительно представлены параметры, которые были получены в результате проведения расчета или эксперимента – отношение максимальной скорости к скорости u_0 (u_{\max}/u_0), относительная скорость продвижения переднего фронта истекающей струи (u_c/u_0), абсолютное время достижения этим фронтом сечения $x/d = 5$ (t_0). Режимы истечения струи выбраны из условия охвата разных значений числа M (дозвуковые-Sp3и Sp5, и околозвуковой- Sp7) и чисел Рейнольдса, посчитанных по диаметру d (от 6.4×10^5 до 1.5×10^6).

Вторая группа режимов – Sp3t и Sp7t – относится к конфигурации с квадратной мембраной и удлиненным каналом (см. рис. 1).

Экспериментальная установка рассчитана на скорость истечения 60–150 м/с. Ее конфигурация моделировала условия истечения, близкие к режимам Sp3t и Sp7t.

Для моделирования нестационарного процесса формирования турбулентной струи использовался отсечной электромагнитный клапан. Эксперименты проводились с ориентировкой на скорость истечения струи, при выходе на “стационарный в среднем” режим около 60 м/с. Перед началом эксперимента перед клапаном устанавливалось полное давление порядка 2000 Па. После срабатывания клапана газ поступал в цилиндрическую трубу диаметром 16 мм и длиной 130 мм. На другом конце трубы было установлено профилированное сопло диаметром 8 мм. Струя истекала из сопла в затопленное пространство.

Следует отметить, что реальная скорость открытия электромагнитного клапана не позволяла в точности соответствовать расчетам. Тем не менее в экспериментах были получены данные, которые можно считать достаточными для подтверждения результатов расчетов. (Последние позволяют более детально исследовать свойства течения).

При экспериментах осуществлялись измерения “мгновенных” значений скорости в вертикальном осевом сечении струи методом PIV. Для визуализации структуры потока использовалась высокоскоростная видеокамера и непрерывный лазер мощностью 10 Вт. Поток засеивался частицами диаметром ≈ 1 мкм с помощью стандартного генератора частиц LaVision. Для обработки результатов визуализации потока частицами использована стандартная PIV-технология. Она позволяла получать поля продольной и поперечной скорости потока через ≈ 14 мкс (частота дискретизации – 70 кГц). То есть пространственное разрешение, учитывая относительно более низ-

кие скорости потока при экспериментах, могло быть более высоким, чем при расчетах. Подробно методика измерений описана в [11].

По результатам численных расчетов и результатам измерений распределений скорости определялось положение линий тока, которое рассчитывалось по “мгновенным” значениям двух компонент скорости в вертикальной плоскости.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБЩЕЙ ДИНАМИКИ ТЕЧЕНИЯ

Возможности вычислительного моделирования позволили детально исследовать структуру течения при формировании турбулентной струи. Наиболее информативной оказалась возможность создания по этим данным видеозаписей, иллюстрирующих динамику параметров течения: распределение компонент скорости, положение линий тока, уровень статического давления. По этим данным определялось характерное время t_0 достижения передним фронтом распространяющегося потока сечения, соответствующего концу начального участка струи ($l = 5d$) при стационарном в среднем течении. По времени t_0 вычислялась характерная скорость распространения первоначального возмущения $u_c = l/t_0$ – скорость движения фронтального возмущения.

В табл. 1 приведены полученные значения относительной величины u_c/u_0 для различных вариантов расчетов (первая конфигурация сопла: sp3, sp5, sp7; вторая конфигурация сопла: sp3t, sp7t) и по данным эксперимента. Среднее значение в расчетах – $u_c/u_0 \approx 0.4$. По данным экспериментов значение скорости распространения несколько меньше. Это, возможно, объясняется недостаточно “резким” срабатыванием отсечного клапана.

На рис. 2 приведены примеры визуализации распределения основных параметров в истекающей струе в различные моменты времени, по результатам численных расчетов для второй конфигурации геометрии: sp3t (дозвуковой режим) и sp7t (околозвуковой режим истечения).

Локальные значения параметров потока обозначены с помощью палитры по интенсивности серого. Соответствующие цифровые значения приведены на рисунках. Здесь Δp – разность статического давления в струе и атмосферного, P^* – скоростной напор на срезе сопла после выхода на стационарный режим. Здесь и далее темные области соответствуют пониженному статическому давлению, светлые – повышенному, по сравнению с атмосферным, статическому давлению.

Для сопоставления данных при различных скоростях потоков использовался безразмерный параметр $T = t/t_0$, где t – физическое время процесса. Таким образом, $T = 1$ соответствует времени достижения потоком, вытекающим из сопла, сечения соответствующего концу начального участка струи (l) при “выходе на стационар”. Данные рис. 2 приведены для начала распространения струи: $T = 0.1, 0.4, 0.8$.

В верхней части каждого рисунка приведены мгновенные распределения продольной скорости (там же показаны линии тока в течении), в нижней – статического давления, так же с линиями тока.

В правой части визуализаций дозвукового потока отчетливо виден фронт сферической волны давления, распространяющейся от среза сопла. Эта волна возникает при практически скачкообразном повышении давления на срезе сопла и распространяется со скоростью звука. При околозвуковом истечении она сливается с передовым фронтом возмущения.

С другой стороны, картины формирования самой струи для Sp3t и Sp7t хорошо обобщаются по характерному параметру T . Особенно хорошо это видно по форме и расположению вихря, образующемуся при взаимодействии фронта “импульсной” струи с окружающей средой. Центр вихря легко идентифицируется по линиям тока на визуализации поля скорости (сверху) и по локальному понижению давления (темное пятно на визуализации статического давления, снизу). Видно, что в координатах относительного времени T центр вихря занимает практически одинаковое осевое и поперечное положение для Sp3t и Sp7t для каждого значения T .

Распределения статического давления вдоль оси струи и вдоль линии, продолжающей кромку сопла, показывают, как развивается течение в струе. Максимумы давления характеризуют положение переднего фронта давления, который не связан с процессом смещения и распространяется со скоростью, которую можно считать совпадающей со скоростью звука (см. рис. 2). За ним следуют области пониженного давления в крупномасштабных вихрях, отчетливо видных на рис. 2, которые увлекают окружающую среду за счет вязкости. Но начиная со значений $T > 0.3$ становятся заметными чередующиеся области пониженного и повышенного давления в слое смещения на уровне кромки сопла.

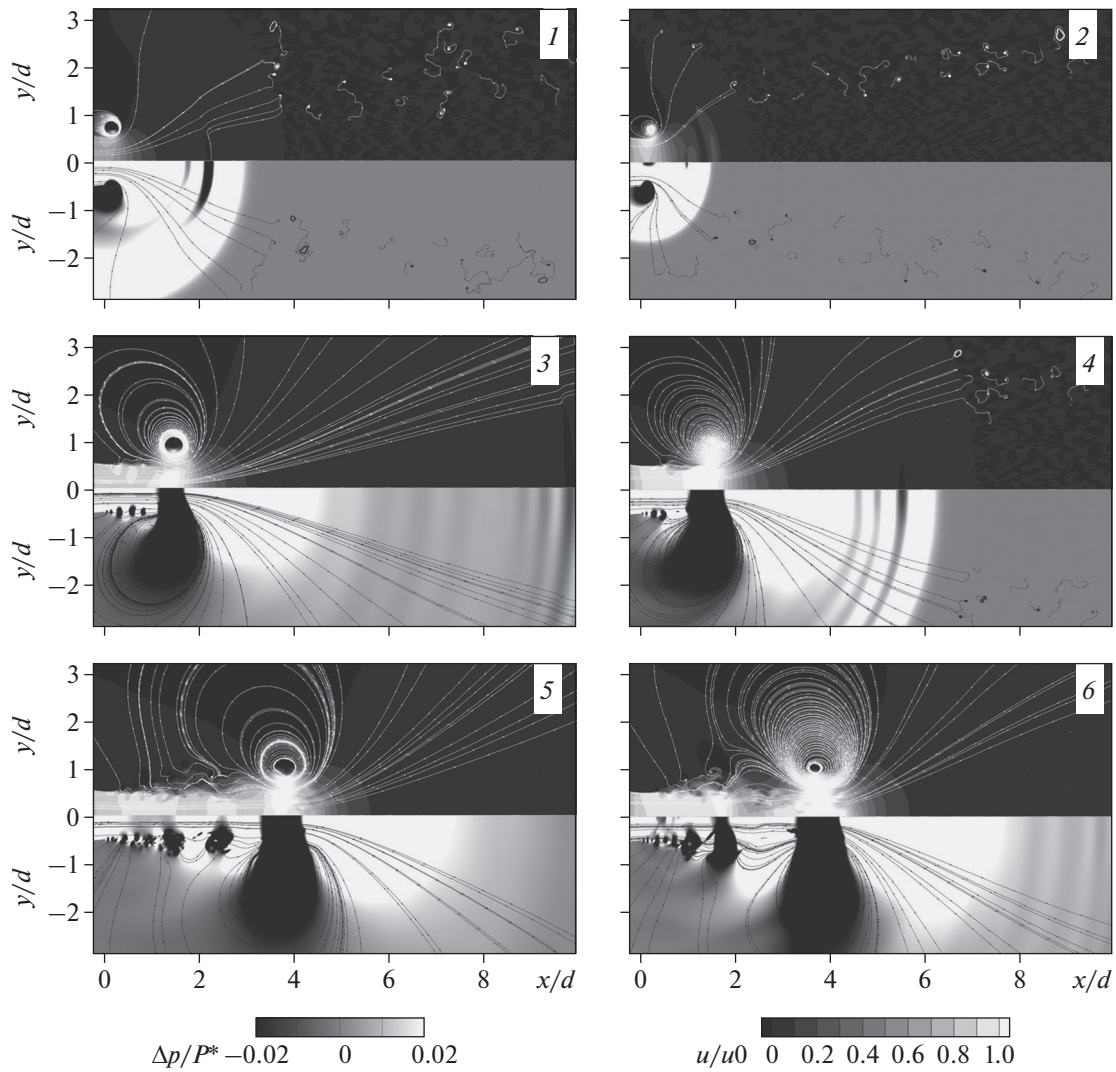


Рис. 2. Визуализация течения в начале распространения струи. Расчеты LES. 1, 3, 5 – Sp3t; 2, 4, 6 – Sp7t; 1, 2 – $T = 0.1$; 3, 4 – $T = 0.4$; 5, 6 – $T = 0.8$.

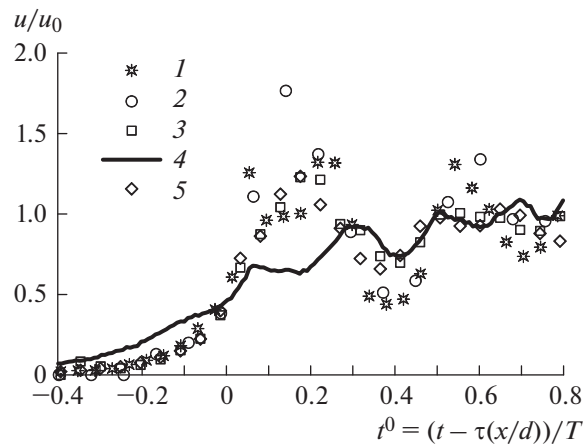


Рис. 3. Осциллограммы изменения скорости на оси струи. $x/d = 3$: 1 – Sp3, 2 – Sp7, 3 – Sp7t, 4 – эксперимент; 5 – Sp7t, $x/d = 5$.

Данные рис. 2, где приведены линии тока, показывают, что наряду с вязким проявляется непосредственное, “невязкое”, взаимодействие областей, в которых проявляется существенная неоднородность распределения статического давления, с окружающей средой.

Расположение линий тока показывает, что после прохождения “больших” вихрей окружающая среда начинает “втягиваться” в “темные” области, которые соответствуют пониженному статическому давлению.

Полученные данные показывают также, что при различных условиях истечения наблюдается “единообразие” в процессе изменения параметров течения по времени.

На рис. 3 приведены осциллограммы изменения продольной скорости на оси струи при начале ее истечения для фиксированных расстояний от среза сопла: $x/d = 3$ и $x/d = 5$.

По оси абсцисс приведено значение безразмерного параметра, характеризующего время процесса и учитывающего масштабный эффект. Время отсчитывается от того момента ($\tau(x/d)$), при котором скорость в заданной точке достигала величины $u = 0.5u_0$.

Основная часть данных приведена для середины начального участка ($x/d = 3$). На рис. 3 время обезразмерено на t_0 – характерное время, когда передний фронт импульсной струи пересекает сечение $l = 5d$ – конец начального участка струи при стационарном истечении. Для сопоставления данных при различных расстояниях от среза сопла по оси абсцисс использовалась величина $t^0 = (t - \tau(x/d))t_0$, где $-\tau(x/d)$ – время, при котором скорость в заданной точке достигала величины $u = 0.5u_0$. Результаты расчетов и экспериментов показали, что осциллограммы, полученные на различных удалениях от среза сопла (см. точки 3 и 5 на рис. 3), для каждого режима истечения практически совпадают. Данные рис. 3 показывают, что, несмотря на различие в условиях проведения вычислительного или физического экспериментов, результаты хорошо обобщаются по безразмерному времени (T). Качественные различия экспериментальных и расчетных данных в области $0.1 < t^0 < 0.3$, по-видимому, связаны с недостаточным быстродействием срабатывания электромагнитного клапана в эксперименте.

Немонотонность полученных зависимостей значения осевой скорости от времени обусловлена структурой нестационарного течения и процессом установления внутри сопла. В начальный момент времени поток струи оказывается “внутри” тороидальных больших вихрей: более интенсивного первого вихря и затем нескольких, более слабых. Об этом свидетельствуют несколько последовательных максимумов значений осевой скорости для всех представленных режимов истечения. Можно предположить, что большие вихри “поджимают” поток струи. Сами максимальные значения продольной скорости различаются при разных условиях истечения.

Основные различия полученных зависимостей связаны с тем, что при импульсном запуске течения, которое в расчете имитировалось “разрывом мембраны”, возникают эффекты, которые связаны с известным процессом “распада разрыва” газодинамических параметров [12], который возникает при “исчезновении мембраны”.

При “разрыве мембраны” в численном эксперименте поток начинает движение к сечению выхода сопла. При достижении сужающихся стенок на выходе сопла волна давления отражается и движется к сечению, где задается граничное условие. Отражаясь от граничного условия, волна возвращается к срезу сопла, где порождает формирование вторичного тороидального вихря. Вторичный вихрь оказывается “ослабленным” и отчетливо проявляется на режимах sp3 и sp7. (Описание подобных процессов изложено в [12]). На рис. 4 для режимов sp7 и sp3 видно, что за основным тороидальным вихрем следует вторичный “ослабленный” вихрь.

Для парирования указанных эффектов при вычислительном эксперименте использовалась вторая конфигурация с квадратной мембраной с величиной проходной площади около половины площади сечения канала и цилиндрической трубой перед соплом. В этом случае поток за мембраной в меньшей степени ускоряется в сужающемся сопле и позволяет получить течение в струе без вторичных тороидальных вихрей, возникших в результате отражения волны давления. Это проявляется при сравнении данных, обозначенных 2 и 3 на рис. 3.

На рис. 4 приведены результаты сравнительных расчетов, иллюстрирующих воздействие этого приема. Линии тока на рис. 4 показаны только для нижней части струи. Приведены данные визуализации течения, полученные для разных конфигураций. Для конфигураций с квадратным входом в область внутреннего течения и цилиндрической трубой перед соплом (sp3t, sp7t) вторичные тороидальные вихри, вызванные эффектами отражения, отсутствуют. Однако в конфигурациях sp3t и sp7t отражение волны давления от сужающихся стенок сопла также присутствует, но время прохождения волны давления от сужающихся стенок до сечения входного граничного

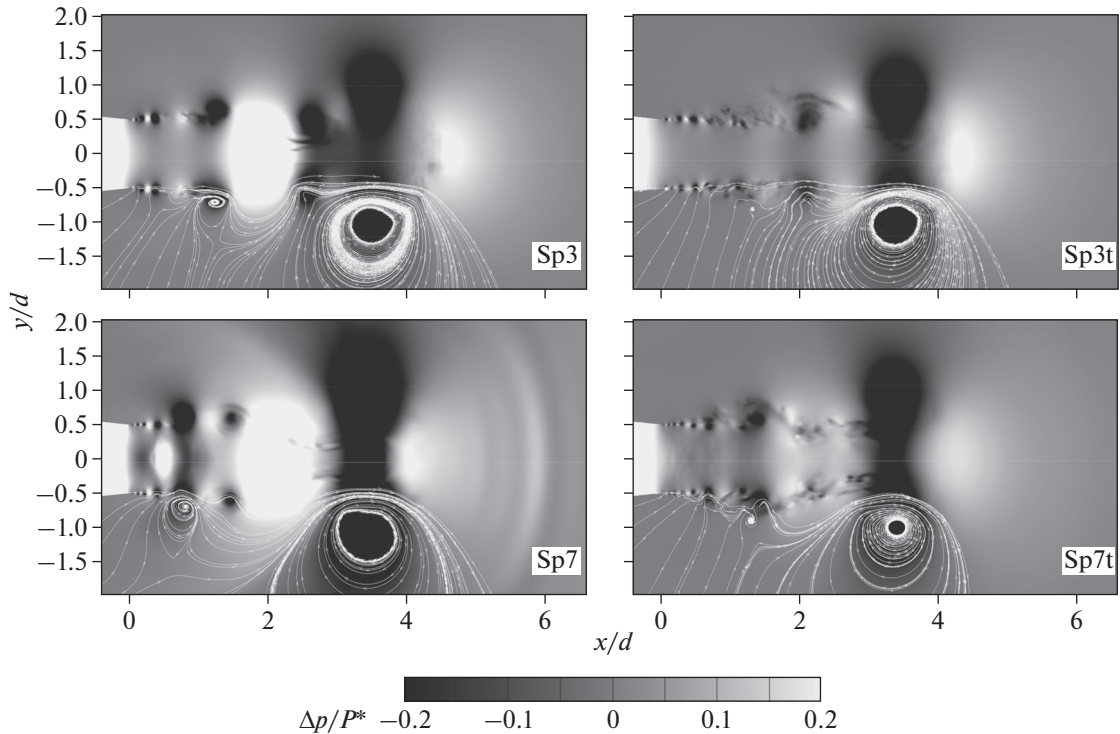


Рис. 4. Сравнение структуры течения при $T = 0.75$ для разных условий истечения струи.

условия и обратно больше, чем $T = 2$. При такой конфигурации в меньшей степени ускоряется поток в сужающемся сопле.

Удовлетворительное соответствие данных расчетов и экспериментов на рис. 3 позволяет считать, что вычислительный эксперимент в достаточной мере воспроизводит свойства рассматриваемого течения. Но для дальнейшего анализа будут, в основном, использованы данные для второй конфигурации (см. табл. 1).

3. ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА В СЛОЕ СМЕШЕНИЯ СТРУИ ПРИ УСТАНОВЛЕНИИ ТЕЧЕНИЯ

Сравнение структуры течения по данным расчета и эксперимента при $T = 1$ для разных условий истечения приведено на рис. 5. Экспериментальные данные представлены в виде полей мгновенной продольной скорости, результаты расчетов показаны по аналогии с рис. 2 – в верхней части каждого рисунка поля скорости, нижней – статического давления. Также на рис. 5 показаны линии тока.

Данные рис. 5 показывают хорошее согласование расчета с экспериментом, несмотря на то, что в эксперименте скорость истечения струи существенно меньше, чем в расчетах. В обоих случаях наблюдается наличие двух, последовательно расположенных, тороидальных вихрей, “охватывающих струю”. Наблюдается общее сходство в расположении внешних линий тока.

Данные рис. 2, 4, 5 показывают, что при начале распространения струи возникающие “переходные” торообразные вихри увлекают внешнюю среду практически без смешения, за счет вязкого взаимодействия. Характерный размер сечений “тела тора” близок к размеру сопла. Как по результатам экспериментальной, так и вычислительной визуализации линии тока “вовлекаются” в слой смешения уже после прохождения “больших” торообразных вихрей.

Одной из важных задач представлялось подтверждение согласованности данных при описании динамического процесса распространения при практически установившемся течении в струе ($T > 2$), при вычислительном эксперименте и в условиях эксперимента. Представленные на рис. 6 данные демонстрируют хорошее согласование расчетов и эксперимента.

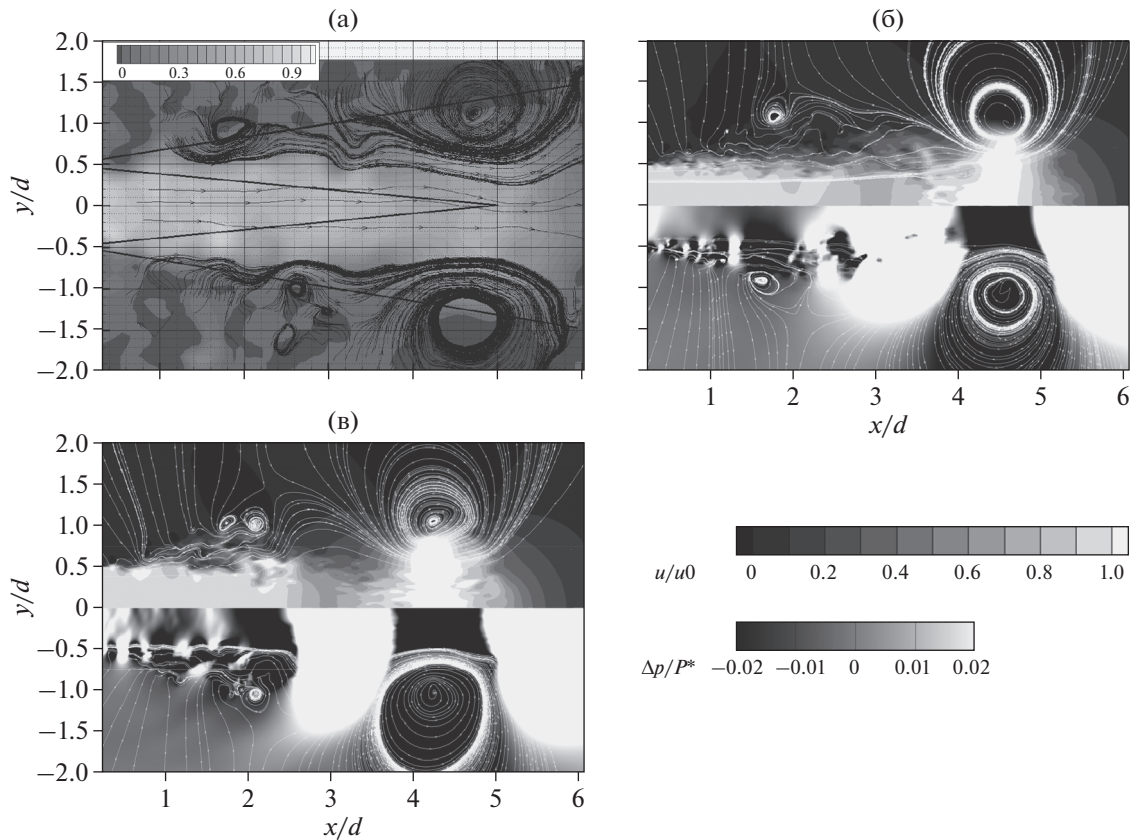


Рис. 5. Распределение продольной скорости и линии тока в момент времени $T = 1$. а) – эксперимент ($u_0 = 63$ м/с, $t_0 = 2.86$ мс); б) – расчет sp7 ($u_0 = 306.3$ м/с, $t_0 = 2.25$ мс); в) – расчет sp3 ($u_0 = 170.1$ м/с, $t_0 = 4.2$ мс). Время отсчитывается от момента выхода струи из сопла.

На рис. 6 экспериментальные данные представлены в виде полей мгновенной продольной скорости, результаты расчетов показаны для поля скорости и давления, $T > 3$.

Сопоставление данных рис. 5 и 6 подтверждает, что при начале истечения струи поток отрывается от кромки сопла. Торообразные вихри, образующиеся при отрыве потока, увеличиваются при движении вдоль течения за счет вязкого взаимодействия с окружающей средой и уходят из поля течения.

Вовлечение внешней среды в область смешения наблюдается при появлении существенно меньших неоднородностей, заметных по распределению статического давления. Вблизи кромки сопла их характерный размер, по-видимому, соответствует неоднородности в потоке, уже практически образовавшемся за кромкой.

Эти небольшие образования, постепенно увеличиваясь, движутся вдоль потока, находясь приблизительно на уровне кромки сопла.

Индукционное подтекание к струе визуализируется представленными линиями тока, определяемыми по мгновенным значениям компонент скорости. При определении положения линий тока в расчетах и при эксперименте имеется различие. При расчете линии тока определяются по значениям скорости в осевой плоскости. В эксперименте осуществляется “слежение” за частицами в узком вертикальном объеме. Несмотря на это различие, полученные данные удовлетворительно представляют эффект “втекания” в струю.

Данные рис. 6 подтверждают полученные ранее [2, 3] результаты определения структуры “установившегося” квазистационарного течения в слое смешения струи по данным эксперимента и численного расчета. Внешняя среда всасывается в слой смешения в движущиеся области пониженного давления.

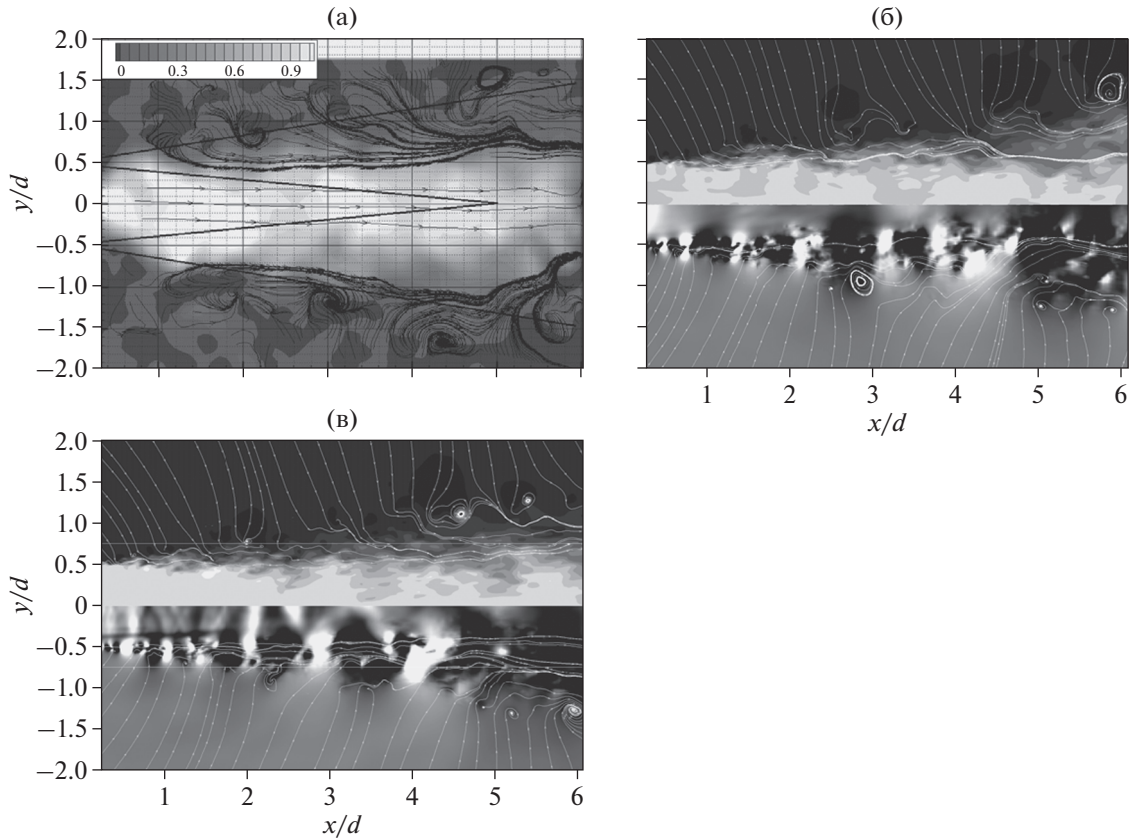


Рис. 6. Установившееся течение струи $T > 3$. а – эксперимент, поле скорости ($u_0 = 63$ м/с); б – расчет Sp3t ($u_0 = 170.1$ м/с; $T = 7$), в – расчет Sp7t ($u_0 = 306.3$ м/с; $T = 10$). Обозначения, как на рис. 4.

4. ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, СОПРОВОЖДАЮЩИЕ ФОРМИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

При начале распространения струи максимальные значения разрежения наблюдаются внутри крупномасштабных вихревых образований, находящихся на периферии струйного течения и, в основном, вне области последующего образования слоя смешения струи. Эти образования имеют форму, близкую к тороидальной. Так что вихри являются как бы частью тороидального образования, примыкающего к струе и окружающего ее. Измеренные и полученные при расчетах значения поперечной компоненты скорости показывают, что в этом случае разрежение создается вращательным движением вихря. По данным рис. 5 видно, что полученные значения поперечной скорости в вертикальных сечениях свидетельствуют о вращательном движении в больших тороидальных вихрях с “почти постоянной” угловой скоростью v_ϕ . При таком движении потока значение разрежения может быть оценено с помощью соотношения

$$\Delta p = \int_0^r \frac{\rho w^2}{2r} dr, \quad (4.1)$$

где $w = rv_\phi$ – вращательная компонента скорости.

Приняв максимальное значение поперечной скорости как величину скорости вращения, можно получить для разрежения в середине тороидального “тела” вихря

$$\frac{\Delta p}{P^*} \approx \frac{v_m^2}{u_m^2}, \quad (4.2)$$

где P^* – скоростной напор, v_m – максимальное значение поперечной скорости в вихре. То есть при значениях v_m , близких к скорости истечения u_0 , уровень понижения статического давления

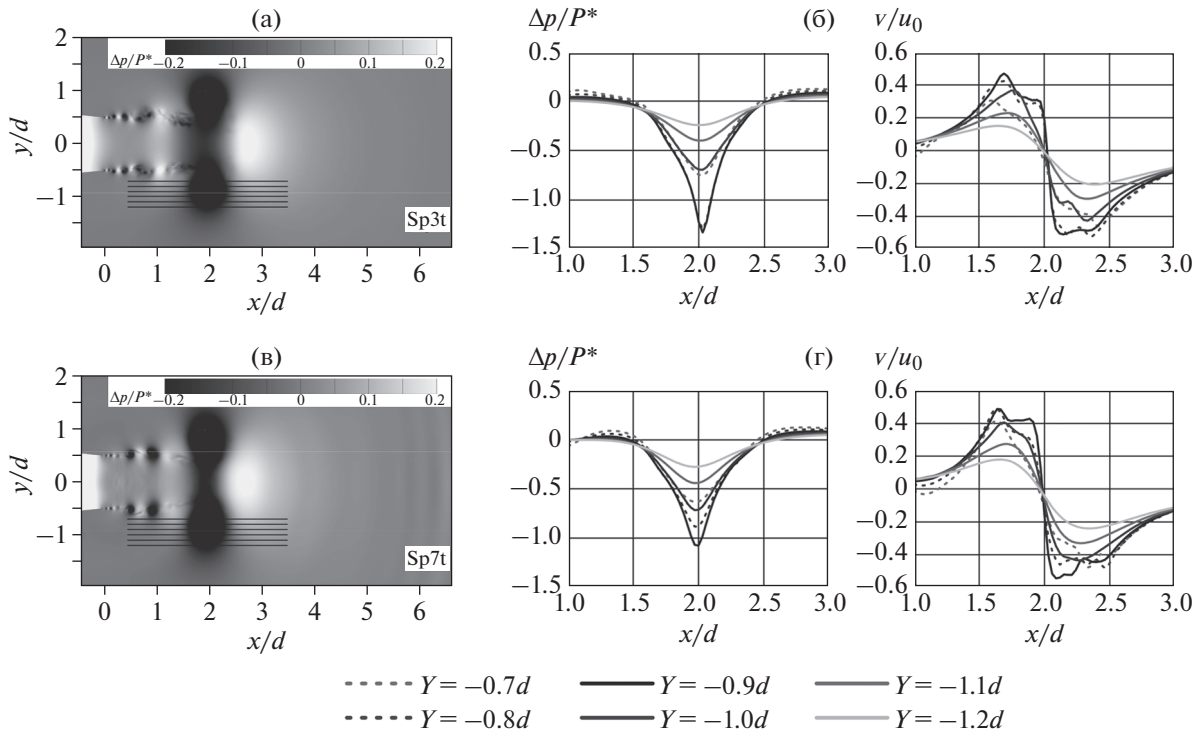


Рис. 7. Мгновенные распределения поперечной скорости и статического давления в окрестностях центральной части неоднородности. (а, б) – режим sp3t, (в, г) – режим sp7t.

в рассматриваемой области течения может составлять такую же величину, как и скоростной напор струи.

При первоначальном отрыве потока от кромки сопла возникает вращательное движение, на периферии которого абсолютное значение скорости близко к скорости истечения. Результаты численных расчетов (рис. 4, 5–7) показывают, что максимальные значения вращательной компоненты скорости вблизи начального сечения струи составляют приблизительно величину

$$v_m = u_0 \tag{4.3}$$

Значение v_m может несколько изменяться с расстоянием и значение разрежения в вихрях также изменяется.

Результаты визуализации течения (рис. 5, 6–8) показывают, что, несмотря на значительное разрежение в больших тороидальных вихревых образованиях, всасывающего воздействия на внешнюю среду оно не производит. Об этом свидетельствуют представленные на фигурах линии тока. Эти крупные вихри приводят во вращательное движение внешнюю среду и увеличивают свои размеры за счет вязкости.

В начальные моменты времени может наблюдаться даже касательное “подкручивание” вихря потоком струи. При этом величина вращательной (поперечной в проведенных измерениях – рис. 7–8) компоненты скорости и разрежение в “больших” вихрях могут практически не уменьшаться, в пределах длины начального участка струи.

На основании данных исследований [1–3], был сделан вывод об определяющей роли разрежения, возникающего в самом слое смешения турбулентной струи, в отношении как процесса смешения, так и воздействия струи на окружающую среду. В частности, в возбуждении звуковых колебаний. Этот важный вывод был подтвержден в ряде работ [1–3]. Тем не менее, в связи со значительным отличием этой модели течения в турбулентной струе от традиционной, необходимо расширение диапазона данных сопоставительных исследований процессов в турбулентных струях.

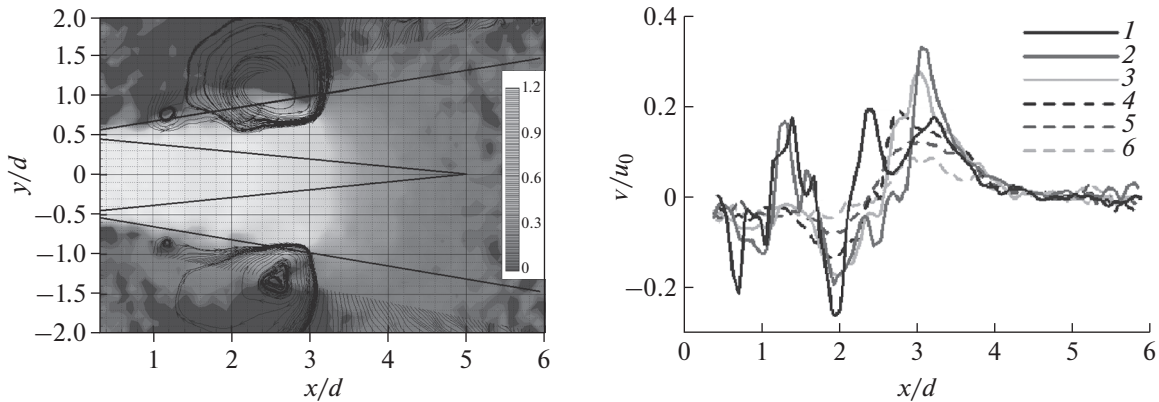


Рис. 8. Эксперимент. “Мгновенные” распределения скорости: (а) – визуализация течения, (б) – распределение поперечной компоненты скорости на различных удалениях от оси струи. 1 – $y/d = 0.5$, 2 – $y/d = 0.7$, 3 – $y/d = 0.9$, 4 – $y/d = 1.1$, 5 – $y/d = 1.3$, 6 – $y/d = 1.5$.

Проведено сопоставление данных вычислительного моделирования и измерений распределений скорости и давления в потоке в начальном участке струи как при установлении течения, так и при установившемся течении.

По результатам численных расчетов можно определить распределение скорости и давления “внутри” характерной области течения при $T < 1$, когда структура течения “далека” от установления. Распределения скорости можно сравнить с результатами экспериментов.

На рис. 7 приведены: картина течения, полученная по определению “мгновенных” значений скорости для режимов истечения SP3t и SP7t при $T = 0.45$; б) и г) значение поперечной скорости “в вихре”, по его продольным сечениям; в) статическое давление по тем же сечениям. На рис. 7а и 7в горизонтальными линиями показаны продольные сечения y/d , вдоль которых строились распределения рис. 7б и 7г. Данные рис. 7б и 7в приведены для нижней полуплоскости рис. 7а и 7в, положительное значение поперечной скорости соответствует направлению оси y .

На рис. 8 приведены аналогичные данные, полученные экспериментально для $T = 0.5$. В этом случае определялись линии тока и значения компонент скорости. Данные рис. 8б приведены для верхней полуплоскости рис. 8а, положительное значение поперечной скорости противоположно направлению оси y . Кривые распределения поперечной скорости вдоль крупномасштабного вихря, возникающего на фронте “импульсной” струи в расчете и эксперименте, оказались подобными, в расчете относительная величина максимума поперечной скорости (рис. 7–8) удовлетворительно согласуется с данными, полученными в эксперименте.

Сопоставление данных по определению распределений вертикальной компоненты скорости в вихрях на рис. 7 и 8 характеризует как различие в результатах измерений и расчетов, так и их хорошее согласование.

Данные расчетов и эксперимента получены для близких, но несколько различающихся сечений струи: для расчета характерное значение $x/d = 2$, при эксперименте – 2.8. Область между экстремальными значениями скорости в расчете приблизительно $0.8d$, в эксперименте $0.95d$. Экстремальные значения вращательной скорости, соответственно, 0.4 и $0.33u_0$. Возможные причины расхождений: различие в дискретизации на линиях, вдоль которых оцифровываются данные; разница в положении этих линий, относительно вихря; большее время “запуска” струи в эксперименте.

5. ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, СОПРОВОЖДАЮЩИЕ ФОРМИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

Результаты вычислительного моделирования и эксперименты показали, что формирование начального участка струи сопровождается и даже обусловлено возникновением крупномасштабных вихревых областей (рис. 2, 4, 5, 8). Их образование связано с отрывом потока от кромки сопла. Представленные данные показывают, что при формировании течения в турбулентной струе первоначально возникает крупно-вихревое отрывное течение, в котором существенную роль играет процесс эволюции торообразных больших вихрей, сопровождающийся появлением обла-

стей со значительным понижением статического давления. Однако эти области из-за равновесия действия центробежных сил и перепада давления вовлекают в себя окружающую среду преимущественно за счет вязкости (рис. 2, 5, 8).

При начале истечения струи скорость на границе больших торообразных вихрей практически такая же, как скорость истекающего потока.

Если воспользоваться соотношением (4.1) для определения разрежения в центре вихря, то его значение по абсолютной величине практически совпадает со скоростным напором истекающего потока (рис. 2, 5). После установления течения крупно-вихревое внешнее движение исчезает.

При этом в слое смешения наблюдается разрежение, создаваемое пульсационным движением, но оно имеет другую природу.

В работах [1–3] проведено специальное исследование на основе измерений и данных численных расчетов с использованием LES-технологии по определению распределения статического давления в слое смешения турбулентных струй. Результаты исследования показали, что из-за наличия турбулентных пульсаций скорости в слое смешения возникает понижение давления по отношению к давлению во внешней среде. Этот эффект установлен Таунсендом [5]. Осредненное значение разрежения в слое смешения связано с локальным значением интенсивности пульсаций соотношением

$$\frac{dP}{dy} \approx \rho \frac{d\langle v'^2 \rangle}{dy} \quad \text{или} \quad P = P_0 - \rho \langle v'^2 \rangle \quad (5.1)$$

Здесь P – статическое давление, P_0 – статическое давление в окружающей среде, v' – поперечная пульсационная скорость. Это соответствует максимальному среднему значению разрежения 4–5% от величины скоростного напора в струе (при интенсивности пульсаций скорости 15–17% [1]).

Результаты исследований [1–3] показывают, что в потоке турбулентной струи, который нестационарен, наблюдаются значительные локальные отклонения от этого значения. В слое смешения наблюдаются области как пониженного давления, так и повышенного при среднем значении статического давления, соответствующего приведенному соотношению. Данные, приведенные на рис. 2–5, 6, позволяют проследить за образованием этих областей.

Эти данные показывают, что образующиеся при начале истечения струи крупные “почти кольцевые” тороидальные вихри не создают эффекта втекания в струю. Как уже указывалось, в этих вихрях имеет место равновесие между силами давления и центробежными силами. Они увлекают окружающую среду за счет вязкости. Но непосредственно за кромкой сопла образуются области пониженного давления. Они становятся заметными при $T \geq 0.2$. Эти области эволюционируют независимо от больших, “почти кольцевых вихрей”. Они возникают из-за стационарного в среднем отрыва потока от кромки сопла.

Это подтверждают данные, характеризующие эволюцию распределения статического давления в потоке на различных стадиях формирования струи.

Результаты определения распределений статического давления в поле течения струи в различные моменты времени иллюстрируются данными рис. 4–9, показывают, что в области кромки сопла, в потоке возникают области пониженного давления. Они движутся, постепенно расширяясь, вместе с потоком. Между ними наблюдаются области повышенного статического давления. Отличием этих областей от рассмотренных ранее областей, образованных вихревым движением, после установления течения ($T \geq 2$) является сохранение уровней минимального и максимального статического давления при движении по потоку на удалениях $x \geq d$.

На рис. 9 приведены данные, характеризующие общую динамику характерных значений статического давления при установлении течения по результатам определения распределения давления и компонент скорости. Эти данные получены по результатам численных расчетов, примеры которых приведены на рис. 4–7.

На рис. 9а представлены результаты определения экстремальных значений разрежения “внутри” вихревых образований (в долях скоростного напора установившейся струи).

Данные 1 представляют зависимость разрежения в большом торообразном вихре от времени и, одновременно, от его удаления от среза сопла при начале истечения струи для режима sp7t. Данные 2 – максимальное разрежение в динамических неоднородностях статического давления в разные отрезки времени при их нахождении на указанных на графике удалениях от кромки сопла. Они получены при $T = 0.1–20$.

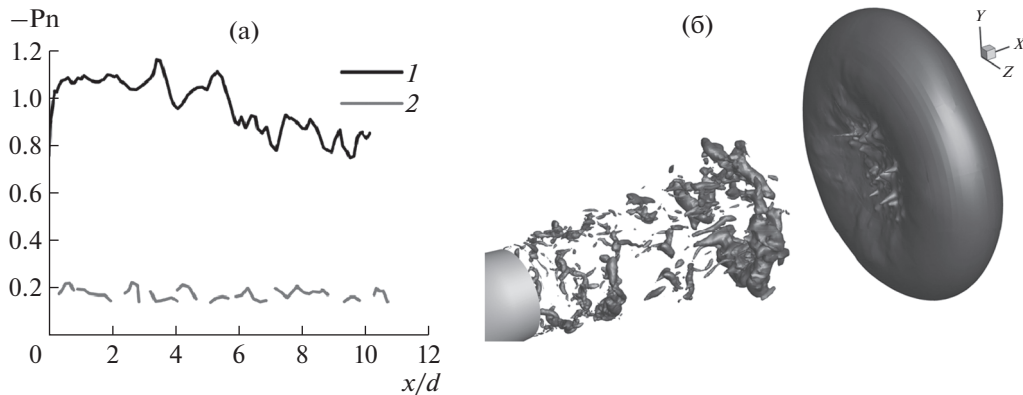


Рис. 9. (а) Выборка экстремальных значений статического давления при разных удалениях от оси струи для режима $sp7t$: 1 – на периферии струи; 2 – на уровне кромки сопла; (б) результаты определения с “мгновенных” значений статического давления при $T = 1$, $sp7t$.

Полученные данные показывают, что при установлении “стационарного в среднем” течения, в слое смешения струи, в следе за кромкой сопла наблюдаются чередующиеся области пониженного и повышенного статического давления. Их свойства исследованы в работах [1–3].

Можно видеть, что отрыв потока от кромки сопла как при самом начале распространения струи (малые значения T), так и в процессе установления ($T \geq 0.05-0.1$), а так же при его завершении ($T \geq 3-10$) сопровождается появлением областей со значительным понижением статического давления.

Если обратиться к конкретным данным расчетов, то уровень понижения давления в больших тороидальных вихрях в непосредственной близости к кромке сопла при малых T составляет приблизительно такую же величину, т.е. как скоростной напор струи.

Это связано с тем, что, как в момент истечения струи, так и после, поток отрывается от кромки с образованием вихря. И если вихрь кольцевой (тороидальный), скорость вращения на его границе приблизительно равна скорости в потоке струи. То есть в соответствии с соотношением (4.1) максимальное значение разрежения

$$\Delta p = \frac{\rho u_0^2}{2} = P^*.$$

Это соотношение не выполняется, если вихрь не кольцевой. Как уже отмечалось, кольцевой вихрь не вовлекает окружающую среду, перепад давления уравновешен центробежными силами. Но такая ситуация нарушается при разрушении вихря. Перепад давления вызывает втекание в “фрагменты” развалившегося вихря.

На рис. 9б представлена трехмерная визуализация течения при $T \approx 1$ с помощью палитры по значениям статического давления (результаты численных расчетов для режима $sp7t$).

По данным расчетов, вблизи кромки сопла наблюдаются последовательно движущиеся “тонкие” образования. На небольшом удалении от сопла они разрушаются и расположение их “частей” становится хаотичным. Согласно полученным данным и результатам ранее проведенных исследований [1–3], эти области пониженного давления, чередуясь с (отмечавшимися ранее) областями повышенного давления, достаточно медленно изменяясь по форме, движутся вдоль потока со скоростью конвекции $u_c \approx 0.5u_0$. Происхождение этих областей также связано с отрывом потока от кромки сопла [13]. Оказавшись в слое смешения, они увеличиваются, в соответствии с ростом толщины слоя смешения, пропорционально x .

На рис. 10 показано формирование областей разрежения у кромки сопла для двух моментов времени с разницей $\Delta t = 0.05$ мс (режим $sp7t$).

На рис. 10а видно начало процесса образования – практически на кромке сопла формируется область пониженного давления (затемненная область), в которую начинает вовлекаться внешняя среда. На рис. 10б она уже сдвинулась, за ней уже следует область повышенного давления и на кромке давление повысилось. Совокупность аналогичных данных, полученных для разных условий и режимов истечения, показывает, что этот процесс свидетельствует о нестационарно-

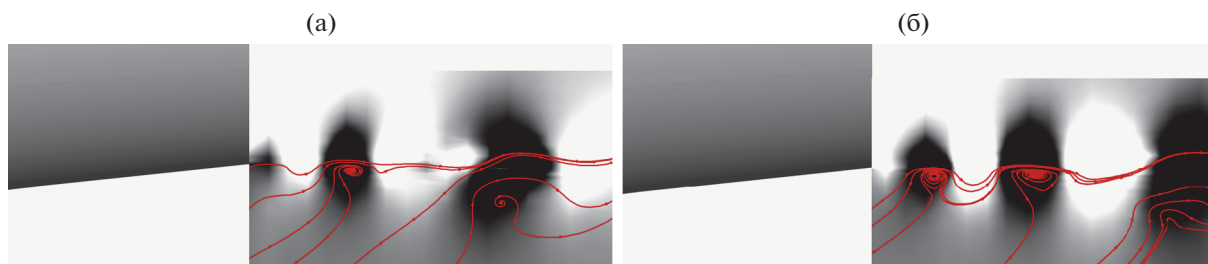


Рис. 10. Формирование зон разрежения на “нижней” кромке сопла. Разница между моментами времени $\Delta t = 0.05$ мс. (а) – статическое давление и линии тока при t_1 ; (б) – то же при t_2 .

сти отрывного течения на кромке сопла. Формирующиеся при отрыве потока неоднородности в распределении статического давления в слое смешения, далее увеличивают свой размер пропорционально ширине слоя смешения. То же происходит с линейными и временными масштабами турбулентных пульсаций.

Согласно данным работ [13–15] этот процесс вызывает появление периодических пульсаций в подтекающем потоке, которое сопровождается образованием звуковых волн.

В проведенном исследовании сопоставлены результаты определения свойств и структуры течения в затопленной струе при существенном различии условий истечения. Полученные данные показывают, что при установлении “в среднем” структуры течения в турбулентных струях для всех режимов и конфигураций из табл. 1 практически совпадают.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В публикациях [1–3], посвященных исследованиям процесса смешения в турбулентных струях, показано, что вовлечение внешней среды в слой смешения происходит из-за наличия перепада статического давления – в турбулентном слое смешения возникает разрежение. Сопоставление данных об интенсивности процесса втекания в струю для различных течений, в случае неподвижной внешней среды (затопленных струй) показало, что интенсивность втекания пропорциональна характерному значению перепада давления.

В настоящем исследовании проведен анализ условий образования перепада статического давления в слое смешения на начальном участке затопленной осесимметричной струи. Полученные результаты подтверждают сделанные ранее [1–3] выводы о механизме эжектирующего действия турбулентной струи. Одновременно показано, что вихревое воздействие первоначально возникающих крупных вихрей исчезает при установлении турбулентного течения в струе.

Разрежение создается в “отрывном” течении, которое возникает в результате формирования “мелких” отрывов потока от кромки сопла. Характерный размер этих отрывных областей соответствует размеру пристеночной неоднородности у кромки сопла. Далее он увеличивается в соответствии с ростом толщины слоя смешения. Величина осредненного значения разрежения в различных точках слоя смешения согласуется с соотношением Таунсенда, связывающим его величину с интенсивностью пульсаций скорости.

При сравнении данных экспериментов о структуре течения для различных стадий формирования струи и данных нестационарных расчетов на основе LES-технологии установлено их удовлетворительное согласование. Несмотря на несовершенство технологии LES в воспроизведении деталей картины течения, которые непосредственно связаны с эволюцией мелкомасштабной турбулентности, это не проявилось в результатах определения основных свойств и структуры течения в слое смешения турбулентной струи и в вихревых образованиях.

Публикация подготовлена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня “Сверхзвук” на 2020–2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (Соглашение от 24 июня 2021 г. № 075-15-2021-605).

Авторы выражают благодарность В.А. Левину, стимулировавшего проведение данного исследования, Д.Е. Захарову и В.П. Маслову, предоставившим отдельные результаты измерений, полученные при помощи PIV-технологии; Н.И. Тилляевой, предоставившей материалы по динамике течения с “распадом разрыва”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бендерский Л.А., Крашенинников С.Ю., Миронов А.К. Исследование образования индуцированных течений, создаваемых дозвуковыми турбулентными струями, и их связи с эффектом понижения статического давления в струе // МЖГ. 2017. № 6. С. 50–60.
2. Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Бендерский Л.А. Динамическое воздействие затопленной турбулентной струи на окружающую среду // Докл. РАН. Физика. Технические науки. 2020. Т. 491. С. 80–84.
3. Бендерский Л.А., Крашенинников С.Ю. Исследование шумообразования в турбулентных струях на основе вычислительного моделирования нестационарного течения в слое смешения // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 4. С. 149–162.
4. Теория турбулентных струй / Под ред. Абрамовича Г.Н. М.: Наука, 1984. 716 с.
5. Таунсенд А.А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. М.: Изд-во иностр. лит., 1959. 399 с.
6. Любимов Д.А. Разработка и применение метода высокого разрешения для расчета струйных течений методом крупных вихрей // ТВТ. 2012. V.50. № 3. С. 450–466.
7. Suresh A., Huynh H.T. Accurate Monotonicity-Preserving Schemes with Runge–Kutta Time Stepping // J. Comput. Phys. 1997. 136 (1), P. 83–99, (1997).
8. Brown C., Bridges J. Small Hot Jet Acoustic Rig Validation, NASA/TM–2006-214234, April 2006.
9. Benderskiy L., Lyubimov D., Polnyakov N. Investigation of synthetic jets influence on noise level and its spectral properties for off-design supersonic jet by RANS/ILES method. // Intern. J. Aeroacoustics. 2019. V. 18. № 6–7. P. 669–684.
10. Shur M.L., Spalart P.R., Strelets M.K. LES-based evaluation of a microjet noise reduction concept in static and flight conditions // J. Sound Vib. 2011. V. 330. P. 4083–4097.
11. Захаров Д.Л., Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Токталиев П.Д., Маслов В.П. Исследование нестационарных процессов, свойств течения и тонального акустического излучения закрученной струи // ИЗВ.РАН. МЖГ. 2014. № 1. С. 60–74.
12. Крайко А.Н. Теоретическая газовая динамика: классика и современность. М: Торус Пресс, 2010. 440 с.
13. Бендерский Л.А., Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Польшаков Н.А., Семенов П.А. Анализ возможных механизмов шумообразования в турбулентных струях // Тр. Всероссийской акустической конф. СПб.: Политех-Пресс, 2020. С. 574–581.
14. Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Польшаков Н.А. Шум турбулентной струи, как результат ее динамического воздействия на окружающую среду // Тр. ЦАГИ. 2021. № 2807. С. 100–103.
15. Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Польшаков Н.А. Шумообразование турбулентных струй, обусловленное динамическим воздействием струи на окружающую среду // Сб. Тр. XXXIV сессии Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2022. С. 561–568.