

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**П И С Ь М А**  
**В**  
**ЖУРНАЛ**  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ**  
**И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**том 115**

Выпуск 9

10 мая 2022

*Журнал издается под руководством  
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора  
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ru>

**Интернет-версия английского издания**  
**<http://www.springerlink.com/content/1090-6487>**

---

© Российская академия наук, 2022

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2022



# Однопетлевые электрослабые радиационные поправки к поляризованному меллеровскому рассеянию

С. Г. Бондаренко<sup>+1)</sup>, Л. В. Калиновская\*, Л. А. Румянцев\*, В. Л. Ермольчик<sup>\*\*×</sup>

<sup>+</sup>Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова,  
Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

\*Лаборатория ядерных проблем им. В. П. Джелепова, Объединенный институт ядерных исследований, 141980 Дубна, Россия

<sup>×</sup>Институт ядерных проблем, Белорусский государственный университет, 220006 Минск, Беларусь

Поступила в редакцию 20 марта 2022 г.

После переработки 27 марта 2022 г.

Принята к публикации 27 марта 2022 г.

Работа посвящена теоретическому описанию поляризованного меллеровского рассеяния. В подходе спиральных амплитуд вычислены полные однопетлевые электрослабые радиационные поправки с учетом точной зависимости от массы мюона. Численные результаты представлены для интегрированных неполяризованных и поляризованных сечений, а также угловых дифференциальных распределений. Расчеты выполнены с использованием Монте-Карло генератора **ReneSANCe** и интегратора **MCSANC**.

DOI: 10.31857/S1234567822090014, EDN: dwijxa

**1. Введение.** Следующее поколение электронных коллайдеров – Международный линейный коллайдер (ILC) [1–6],  $e^+e^-$  Будущий циркулярный коллайдер (FCCee) [7–11], Компактный линейный коллайдер (CLIC) [12–14], и Кольцевой электрон-позитронный коллайдер (CEPC) [15] – позволят провести обширную экспериментальную программу с уникальными возможностями для прецизионных измерений. Основным преимуществом для достижения этой цели является универсальность линейных коллайдеров, так как они могут работать в четырех  $e^+e^-$ ,  $e^-e^-$ ,  $e^-\gamma$  и  $\gamma\gamma$  режимах с сильно поляризованными пучками электронов и фотонов. Важной особенностью линейных коллайдеров является высокая степень поляризации, которую можно получить для электронных пучков.

Меллеровское рассеяние наряду с комптоноподобными процессами является хорошим кандидатом для измерения поляризации пучка и оценки фона в многочисленных поисках новой физики за пределами Стандартной Модели. При высоких энергиях для поляризованного меллеровского рассеяния современные Монте-Карло (МК) инструменты необходимы не только для оценки поляризации пучка, т.е. для поляризованных экспериментов CLIC [13], ILC [16], но и для изучения мюон-мюонного поляризованного рассеяния, например, в эксперименте  $\mu$ TRISTAN [17].

Рассеяние одинаковых лептонов,  $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$  было впервые рассчитано К. Меллером в 1932 г. [18]. Существует большое количество теоретических работ для описания поляризованного случая этого процесса [19–26]. В этой серии статей приводятся расчеты для КЭД и электрослабых (ЭС) однопетлевых поправок с учетом поляризации.

Расчет радиационных поправок для неполяризованного меллеровского рассеяния для эксперимента [27] был выполнен на однопетлевом уровне [28, 29], частично на двухпетлевом уровне [30, 31] и впервые за пределами ультрарелятивистского приближения в [32].

Однако все вышеупомянутые исследования не сопровождались разработкой Монте-Карло генератора событий, который является стандартом современной теоретической поддержки высокоточных экспериментов.

В настоящее время существуют следующие Монте-Карло генераторы, учитывающие поляризацию на древесном уровне: AMEGIC++ [33], основанный на спиральных амплитудах и являющийся частью SHERPA; COMPEP [34], использует традиционные методы нахождения следа для оценки матричных элементов; GRACE [35, 36] (с пакетами BASES и SPRING), вычисляющий матричные элементы с помощью методов спиральных амплитуд; WHIZARD [37] программная система, предназначенная для эффективного расчета сечений рассеяния многих частиц

<sup>1)</sup>e-mail: bondarenko@jinr.ru

и генерации событий, где учитывается поляризация как начального так и конечного состояний.

Теоретическая поддержка экспериментов с помощью МК генератора MERADGEN для поляризованного меллеровского рассеяния в рамках КЭД представлена в [38].

В наших предыдущих работах мы оценили теоретическую неопределенность на уровне полных однопетлевых и лидирующих ЭС поправок высшего порядка для  $e^+e^-$  и  $\gamma\gamma$  поляризованных пучков. Реализации поляризованного Баба рассеяния [39], поляризованного  $e^+e^- \rightarrow ZH$  [40],  $s$ -канала [41],  $e^+e^- \rightarrow \gamma Z$  [42] и  $\gamma\gamma \rightarrow ZZ$  [43] доступны в генераторе ReneSANCe [44] и интеграторе MCSANC в полностью массивном случае и в полном фазовом пространстве.

Данная статья является следующим шагом в серии работ проекта SANC, посвященных реализации одного из каналов  $4f \rightarrow 0$ , а именно, рассеяния одинаковых лептонов на однопетлевом уровне с учетом поляризации.

В расчетах используется ЭС схема  $\alpha(0)$ . Все результаты получены для энергий в системе центра масс (с.ц.м.) от  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ до 3 ТэВ. Чувствительность к начальной поляризации для борновского сечения и сечения жесткого фотонного излучения изучена для четырех наборов поляризации пучка:

$$(P_{e^-}, P_{e^-}) = (0, 0), (-1, -1), (-1, +1), (+1, -1), (+1, +1). \quad (1)$$

Однопетлевые вклады были рассчитаны для следующих степеней поляризации:

$$(P_{e^-}, P_{e^-}) = (0, 0), (\pm 0.8, \pm 0.8). \quad (2)$$

Теоретические неопределенности были оценены с помощью инструментов SANC: МК генератора ReneSANCe и интегратора MCSANC.

Данная статья состоит из четырех разделов.

В разделе 2 описывается методика расчетов поляризованных сечений с учетом полных однопетлевых ЭС поправок в рамках подхода спиральных амплитуд. Численные результаты и результаты сравнения представлены в разделе 3. В разделе 4 даны выводы статьи.

**2. ЭС однопетлевые раиационные поправки.** В работе рассматриваются дифференциальные сечения для процессов

$$l^\pm(p_1, \chi_1) + l^\pm(p_2, \chi_2) \rightarrow l^\pm(p_3, \chi_3) + l^\pm(p_4, \chi_4) (+\gamma(p_5, \chi_5)), \quad (3)$$

с индексом  $l = e, \mu$  и произвольной продольной поляризацией исходных частиц ( $\chi$  соответствует спиральности частиц).

В системе SANC все процессы рассчитываются, используя схему перенормировки на массовой поверхности в двух калибровках: в  $R_\xi$  калибровке и унитарной калибровке в качестве проверки.

Подход спиральных амплитуд применяется ко всем компонентам однопетлевых сечений:

$$\sigma^{\text{one-loop}} = \sigma^{\text{Born}} + \sigma^{\text{virt}}(\lambda) + \sigma^{\text{soft}}(\lambda, \omega) + \sigma^{\text{hard}}(\omega), \quad (4)$$

где  $\sigma^{\text{Born}}$  – сечение в борновском приближении,  $\sigma^{\text{virt}}$  – вклад виртуальных (петлевых) поправок,  $\sigma^{\text{soft(hard)}}$  – вклад мягкого (жесткого) излучения фотонов (энергия жестких фотонов  $E_\gamma > \omega$ ). Зависимость от вспомогательных параметров  $\lambda$  (“масса фотона”) и  $\omega$  исчезает после суммирования. Соответствующие выражения для сечения меллеровского рассеяния не могут быть проинтегрированы по всем углам, так как интеграл расходится.

*2.1. Борновская и виртуальная части.* Для вычисления виртуальной части на однопетлевом уровне в базе процедур SANC необходимо рассмотреть ковариантную амплитуду. Ковариантная однопетлевая амплитуда соответствует результату прямого стандартного расчета всех диаграмм, вносящих вклад в данный процесс на однопетлевом уровне. Она представляется в определенном базисе, составленном из матриц Дирака и/или внешних импульсов (структур), свернутых с векторами поляризации векторных бозонов,  $\epsilon(k)$ , если таковые имеются.

Эта амплитуда может быть записана в явном виде с помощью скалярных формфакторов. Все массы, кинематические факторы, константы связи и другие параметры входят в эти скалярные функции  $\mathcal{F}_i$ , в то время как тензорные структуры с индексами Лоренца, составленные из матриц Дирака, задаются базисом.

Число формфакторов равно числу независимых структур.

Петлевые интегралы выражаются в терминах стандартных скалярных функций Пассарино–Вельтмана  $A_0, B_0, C_0, D_0$  [45]. Ковариантная амплитуда на однопетлевом уровне для случая аннигиляции в вакуум  $4f \rightarrow 0$  была рассмотрена в [46]. Напомним, что в SANC любая амплитуда однопетлевого процесса всегда вычисляется как амплитуда аннигиляции в вакуум со всеми четырьмя входящими импульсами. Поэтому полученные универсальные скалярные формфакторы для амплитуды процесса  $4f \rightarrow 0$ , после соответствующей перестановки их аргументов, могут использоваться при описании поправок для этого конкретного случая с помощью разворота в  $t$  и  $u$  каналов.

Виртуальный (борновский) вклад в сечение процессов (3) может быть записан следующим образом:

$$\frac{d\sigma_{\chi_1\chi_2}^{\text{virt(Born)}}}{d\cos\vartheta_3} = \pi\alpha^2 \frac{\beta_s}{2s} |\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}^{\text{virt(Born)}}|^2, \quad (5)$$

где

$$|\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2}^{\text{virt(Born)}}|^2 = \sum_{\chi_3, \chi_4} |\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4}^{\text{virt(Born)}}|^2, \quad (6)$$

а  $m_l$  – масса лептона и  $\beta_s = \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{s}}$ ,  $\vartheta_3$  – угол между векторами  $p_1$  и  $p_3$  в с.ц.м.

Дифференциальное сечение рассматривается как функция восьми спиральных амплитуд. Они зависят от кинематических переменных, констант связи и семи скалярных формфакторов. Спинорные индексы  $\mathcal{H}_{\chi_1\chi_2\chi_3\chi_4}$  обозначают знаки проекций спинов фермионов на соответствующие моменты. Были введены следующие определения:  $c^\pm = 1 \pm \cos\vartheta_3$ , где угол рассеяния  $\vartheta_3$  связан с мандельштамовскими инвариантами  $t, u$ :

$$t = 2m_l^2 - \frac{s}{2}(1 + \beta_l^2 \cos\vartheta_3), \quad (7)$$

$$u = 2m_l^2 - \frac{s}{2}(1 - \beta_l^2 \cos\vartheta_3). \quad (8)$$

Полный учет масс электронов дает дополнительные слагаемые, пропорциональные фактору  $m_l$ . Такое приближение необходимо в расчетах при низких энергиях.

Набор соответствующих спиральных амплитуд в канале  $t$  для этого случая выглядит как:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\mp\mp\mp\mp} = & \frac{1}{t} \left[ (c^+k - 4m_l^2)\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t) \left( (c^+k - 4m_l^2)\tilde{F}_{qq} \right. \right. \\ & + 4(k \mp \sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ll} + 2(c^+k - 4m_l^2 \mp 2\sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{lq} \\ & \left. \left. + 2c^-m_l^2k \left[ \tilde{F}_{qd} + (k \mp \sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ld} \right] \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\mp---\pm} = & \sin\vartheta_3 \frac{\sqrt{sm_l}}{t} \left[ \tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t) \left( \tilde{F}_{qq} + 2\tilde{F}_{lq} - k\tilde{F}_{qd} \right. \right. \\ & \left. \left. - (k - \sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ld} \right) \right], \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}_{\pm+++} = -\mathcal{H}_{\mp---\pm}(\sqrt{\lambda_e} \rightarrow -\sqrt{\lambda_e}),$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\mp\mp\pm\pm} = & -\frac{m_l^2}{t} \left[ 2c^+\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t) \left( 2c^+(\tilde{F}_{qq} + 2\tilde{F}_{lq}) \right. \right. \\ & \left. \left. + 8\tilde{F}_{ll} - sc^+(\tilde{F}_{ld} + \tilde{F}_{qd}) \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\mp\pm\mp\pm} = & -\frac{m_l^2}{t} \left[ 2c^+\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t) \left( 2c^+(\tilde{F}_{qq} + 2\tilde{F}_{lq}) \right. \right. \\ & \left. \left. - sc^+(\tilde{F}_{ld} + \tilde{F}_{qd}) \right) \right], \end{aligned}$$

$$\mathcal{H}_{-\mp\pm-} = -\mathcal{H}_{+\mp\pm+},$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{+\mp\pm+} = & \sin\vartheta_3 \frac{\sqrt{sm_l}}{t} \left[ \tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t) \left( \tilde{F}_{qq} + 2\tilde{F}_{lq} \right. \right. \\ & \left. \left. - 2m_l^2(\tilde{F}_{ld} + \tilde{F}_{qd}) \right) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\mp\pm\pm\mp} = & \frac{c^-}{t} \left[ k\tilde{F}_{gg} + \chi_Z(t) \left( k(\tilde{F}_{qq} + 2\tilde{F}_{lq}) \right. \right. \\ & \left. \left. - 2m_l^2[(k \pm \sqrt{\lambda_e})\tilde{F}_{ld} + k\tilde{F}_{qd}] \right) \right]. \end{aligned}$$

Здесь  $\chi_Z(t)$  – отношение  $Z/\gamma$  пропагаторов:

$$\chi_Z(t) = \frac{1}{4s_W^2 c_W^2} \frac{t}{t - M_Z^2}. \quad (9)$$

Заметим, что использование формфакторов с *тильдой*, содержащих константы, приводит к сокращению формул для амплитуд, тогда как явные выражения даются для *нетильдованных* величин.

Выражения для формфакторов с *тильдой* могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{gg} &= (I_l^{(3)})^2 F_{gg}(s, t, u), \\ \tilde{F}_{ll} &= \delta_l^2 F_{ll}(s, t, u), \\ \tilde{F}_{qq} &= I_l^{(3)} \delta_l F_{qq}(s, t, u), \\ \tilde{F}_{lq} &= \delta_l I_l^{(3)} F_{lq}(s, t, u), \\ \tilde{F}_{ql} &= \delta_l I_l^{(3)} F_{ql}(s, t, u), \\ \tilde{F}_{ld} &= (I_l^{(3)})^2 F_{ld}(s, t, u), \\ \tilde{F}_{qd} &= \delta_l I_l^{(3)} F_{qd}(s, t, u). \end{aligned} \quad (10)$$

Также используются следующие константы

$$I_l^{(3)}, \sigma_l = v_l + a_l, \delta_l = v_l - a_l, s_W = \frac{e}{g}, c_W = \frac{M_W}{M_Z}$$

с индексом  $l = e, \mu$ .

Для того, чтобы получить спиральные амплитуды на борновском уровне, необходимо положить  $F_{gg, ll, lq, ql, qq} = 1$  и  $F_{ld, qd} = 0$ .

2.2. Поправки от излучения реальных фотонов. Реальные поправки состоят из мягких и жестких

радиационных вкладов. Они рассчитываются с помощью соответствующих модулей. Мягкое фотонное излучение имеет борновскую кинематику, в то время как фазовое пространство жесткого излучения имеет дополнительную частицу – фотон.

Вклад мягкого фотонного излучения имеет следующий вид:

$$\sigma^{\text{soft}} = -Q_e^2 \frac{2\alpha}{\pi} \sigma^{\text{Born}} \left[ \left( 1 + \frac{1 - 2m_l^2/s}{\beta_s} \ln x^2 \right) \ln \left( \frac{4\omega^2}{\lambda^2} \right) + \frac{1}{\beta_s} \left[ -\ln x^2 + (1 - 2m_l^2/s) \left( \text{Li}_2(1 - x^2) - \text{Li}_2 \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right) \right) \right] - F(t) - F(u) \right], \quad (11)$$

где

$$F(I) = \frac{1 - 2m_l^2/I}{\beta_I} \left[ \ln y_I \ln \left( \frac{4\omega^2}{\lambda^2} \right) + \text{Li}_2 \left( 1 - \frac{y_I x}{z_I} \right) - \text{Li}_2 \left( 1 - \frac{x}{z_I} \right) + \text{Li}_2 \left( 1 - \frac{y_I}{z_I x} \right) - \text{Li}_2 \left( 1 - \frac{1}{z_I x} \right) \right],$$

$$\beta_I = \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{I}}, \quad x = \frac{\sqrt{s} (1 + \beta_s)}{m_l (1 + \beta_I)},$$

$$y_I = 1 - \frac{I (1 + \beta_I)}{m_l^2}, \quad z_I = \frac{m_l}{\sqrt{s}} (1 + y_I),$$

с индексом  $I = t, u$ .

При представлении результатов для вклада жесткого фотонного излучения используется универсальный модуль для процесса  $4f\gamma \rightarrow 0$  с учетом всех масс [41] путем соответствующего разворота в нужный канал.

### 3. Численные результаты

3.1. *Древесный уровень.* В этом разделе рассчитаны поляризованные сечения на древесном уровне для борновского и жесткого фотонного излучения сравниваются с результатами кодов CalcHEP [34] и WHIZARD [47, 37, 48].

**Таблица 1.** Детальное тройное сравнение между SANC (вторая колонка), WHIZARD (третья колонка), и CalcHEP (четвертая колонка) сечения жесткого фотонного излучения

| $P_{e^-}, P_{e^-}$ | S         | W         | C         |
|--------------------|-----------|-----------|-----------|
| 0, 0               | 170.12(1) | 170.13(1) | 170.11(2) |
| -1, -1             | 284.58(1) | 284.58(1) | 284.55(2) |
| -1, 1              | 74.00(1)  | 74.00(1)  | 74.00(2)  |
| 1, -1              | 74.01(1)  | 74.02(1)  | 74.00(2)  |
| 1, 1               | 247.90(1) | 247.90(1) | 247.86(2) |

Результаты рассчитаны в ЭС схеме  $\alpha(0)$  с фиксированными 100% поляризованными начальными состояниями для  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ и угловых ограничений  $|\cos \vartheta_e| \leq 0.9$ . Для сечений жесткого фотонного

излучения применяется дополнительное условие на энергию фотона  $E_\gamma \geq \omega = 10^{-4} \sqrt{s}/2$ .

Результаты расчетов на уровне борновского сечения согласуются во всех значащих цифрах для всех кодов, поэтому таблица не приводится. Результаты для жесткого фотонного излучения приведены в табл. 1. Обнаружено очень хорошее согласие в пределах статистических ошибок с вышеупомянутыми кодами.

3.2. *Однопетлевой уровень.* В этом разделе исследуются полные однопетлевые ЭС радиационные поправки и поляризационные эффекты для меллеровского рассеяния в области высоких энергий. Численные оценки представлены для полных (интегральных) сечений ( $\sigma$ , пб) и относительных поправок ( $\delta$ , %), а также для дифференциальных распределений по углу рассеяния  $\cos \vartheta_3$ . Ниже рассматриваются электронный ( $e^-$  ( $e^-e^- \rightarrow e^-e^-(\gamma)$ )) и мюонный ( $\mu^+$  ( $\mu^+\mu^+ \rightarrow \mu^+\mu^+(\gamma)$ )) каналы реакции (3).

3.2.1. *Интегральные сечения.* На ускорителе CLIC планируется достичь высокой светимости  $e^-e^-$  столкновения для энергий в с.ц.м. от 380 ГэВ до 3 ТэВ. Основными энергиями являются  $\sqrt{s}_{\text{CLIC}}$ : 380 ГэВ, 1.5 и 3 ТэВ.

Ускоритель ILC предоставляет много возможностей для измерений с энергией в диапазоне от 90 ГэВ до 1 ТэВ. Рассматриваются три основные энергии в с.ц.м.  $\sqrt{s}_{\text{ILC}}$ : 250 ГэВ, 500 ГэВ и 1 ТэВ, с поляризацией электронов  $P_{e^-} = \pm 0.8$ .

В таблице 2 представлены интегральные борновские и однопетлевые сечения в пб и относительные поправки в процентах в  $e^-$ -канале для энергий в с.ц.м.  $\sqrt{s}_{\text{ILC\&CLIC}}$  и поляризации начальной частицы (2) в ЭС схеме  $\alpha(0)$ .

В условиях эксперимента  $\mu\text{TRISTAN}$  энергия предполагается равной  $\sqrt{s}_{\mu\text{TRISTAN}}$ : 0.6, 1, 2 ТэВ и поляризация обоих пучков будет достигать  $P_{\mu^+} = \pm 0.8$  для  $\mu^+$ -канала. В таблице 3 представлены те же наблюдаемые величины, что и в таблице 2 в условиях эксперимента  $\mu\text{TRISTAN}$ .

Как видно из табл. 2 и 3, использование поляризованных пучков частиц значительно увеличивает поперечное сечение рассеяния. В то же время радиационные поправки увеличиваются при  $P_{e^-} = (0.8, 0.8)$  и уменьшаются при  $P_{e^-} = (-0.8, -0.8)$  по сравнению с неполяризованным случаем в области энергий в с.ц.м.  $\sqrt{s} = 250 - 1000$  ГэВ. При более высоких энергиях в с.ц.м. поляризация  $P_{e,\mu} = (\pm 0.8, \pm 0.8)$  также увеличивает сечение, но абсолютная величина относительной поправки становится больше, чем для неполяризованного.

**Таблица 2.** Интегральные борновское и однопетлевое сечение в пб и относительные поправки в процентах в  $e^-$ -канале для энергии в с.ц.м.  $\sqrt{s}_{\text{ILC\&CLIC}}$  и набора (2) поляризации начальной частицы в ЭС схеме  $\alpha(0)$

| $P_{e^-}, P_{e^-}$              | 0, 0       | 0.8, 0.8   | -0.8, -0.8 |
|---------------------------------|------------|------------|------------|
| $\sqrt{s} = 250$ ГэВ            |            |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 94.661(1)  | 120.152(1) | 136.377(1) |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 103.906(2) | 134.976(2) | 147.224(2) |
| $\delta$ , %                    | 9.77(1)    | 12.34(1)   | 7.95(1)    |
| $\sqrt{s} = 380$ ГэВ            |            |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 42.969(1)  | 55.739(1)  | 65.487(1)  |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 47.327(1)  | 63.264(1)  | 70.345(1)  |
| $\delta$ , %                    | 10.14(1)   | 13.50(1)   | 7.42(1)    |
| $\sqrt{s} = 500$ ГэВ            |            |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 25.498(1)  | 33.430(1)  | 39.984(1)  |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 28.068(1)  | 38.171(2)  | 42.627(2)  |
| $\delta$ , %                    | 10.08(1)   | 14.18(1)   | 6.61(1)    |
| $\sqrt{s} = 1$ ТэВ              |            |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 6.657(1)   | 8.850(1)   | 10.865(1)  |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 7.218(1)   | 10.229(1)  | 11.104(1)  |
| $\delta$ , %                    | 8.42(1)    | 15.58(1)   | 2.20(1)    |
| $\sqrt{s} = 1.5$ ТэВ            |            |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 2.992(1)   | 3.989(1)   | 4.928(1)   |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 3.185(1)   | 4.635(1)   | 4.827(1)   |
| $\delta$ , %                    | 6.46(1)    | 16.19(1)   | -2.06(1)   |
| $\sqrt{s} = 3$ ТэВ              |            |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 0.7536(1)  | 1.007(1)   | 1.249(1)   |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 0.7665(1)  | 1.177(1)   | 1.103(1)   |
| $\delta$ , %                    | 1.71(1)    | 16.94(1)   | -11.70(1)  |

**Таблица 3.** Интегральное борновское и однопетлевое сечение в пб и относительные поправки в процентах в  $\mu^+$ -канале для энергии в с.ц.м.  $\sqrt{s}_{\mu\text{TRISTAN}}$  и поляризации начальных частиц (2) в ЭС схеме  $\alpha(0)$

| $P_{\mu^+}, P_{\mu^+}$          | 0, 0      | 0.8, 0.8   | -0.8, -0.8 |
|---------------------------------|-----------|------------|------------|
| $\sqrt{s} = 600$ ГэВ            |           |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 17.974(1) | 23.690(1)  | 28.601(1)  |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 19.715(1) | 27.064(1)  | 30.160(1)  |
| $\delta$ , %                    | 9.69(1)   | 14.24(1)   | 5.45(1)    |
| $\sqrt{s} = 1$ ТэВ              |           |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 6.6572(1) | 8.8497(1)  | 10.8648(1) |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 7.2019(1) | 10.1930(1) | 11.0589(2) |
| $\delta$ , %                    | 8.18(1)   | 15.18(1)   | 1.79(1)    |
| $\sqrt{s} = 2$ ТэВ              |           |            |            |
| $\sigma^{\text{Born}}$ , пб     | 1.6903(1) | 2.2559(1)  | 2.7935(1)  |
| $\sigma^{\text{one-loop}}$ , пб | 1.7646(1) | 2.6195(1)  | 2.6210(1)  |
| $\delta$ , %                    | 4.40(1)   | 16.12(1)   | -6.17(1)   |

3.2.2. *Дифференциальные сечения.* На рисунках 1 и 2 показаны дифференциальные распределения сечений (в пб) в лидирующем, борновском (LO) и следующим за лидирующем, однопетлевым, поряд-

как ЭС поправок (EW NLO), а также относительные поправки (в %) для  $e^-$ - и  $\mu^+$ -каналов для энергий в с.ц.м.  $\sqrt{s} = 250, 1000$  ГэВ как функция  $\cos\theta_3$ .

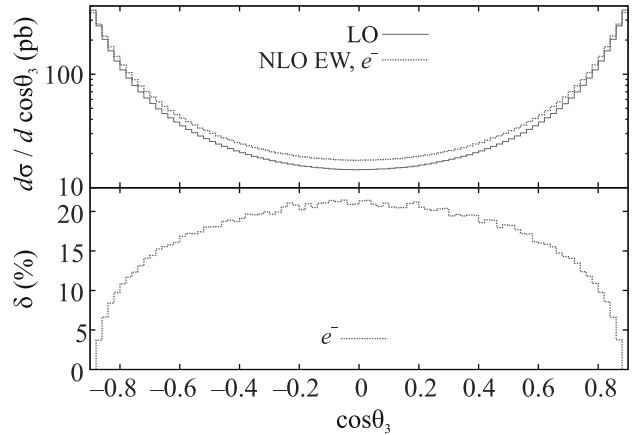


Рис. 1. (Цветной онлайн) Борновское (LO) и однопетлевое сечение (NLO EW) (вверху) и относительная поправка (внизу) в  $e^-$ -канале для энергии в с.ц.м.  $\sqrt{s} = 250$  ГэВ как функция  $\cos\theta_3$

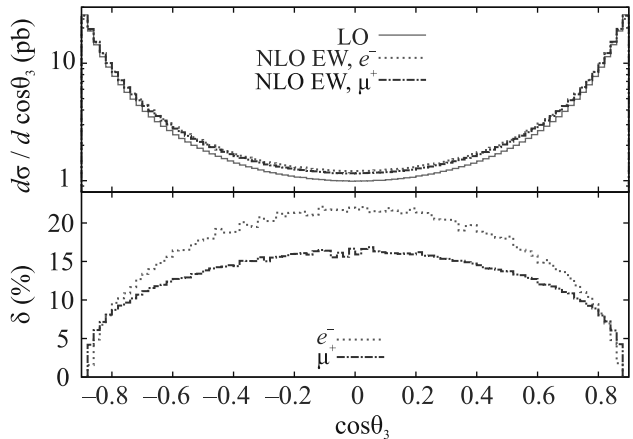


Рис. 2. (Цветной онлайн) Борновское (LO) и однопетлевое сечение (NLO EW) (вверху) и относительные поправки (внизу) в  $e^-$ - и  $\mu^+$ -каналах для энергии в с.ц.м.  $\sqrt{s} = 1000$  ГэВ как функция  $\cos\theta_3$

Дифференциальные распределения по  $\cos\theta_3$  симметричны для всех энергий в с.ц.м. Максимум относительных поправок находится при нулевом угле, а минимум – вблизи  $|\cos\theta_3| = 1$ . Это связано с доминированием борновского вклада в области  $|\cos\theta_3| \approx 1$  из-за пропагатора фотона  $1/t(1/u)$ .

Следует отметить, что хотя интегральные относительные поправки для энергии в с.ц.м.  $\sqrt{s} = 1000$  ГэВ в  $e^-$ - и  $\mu^+$ -каналах отличаются всего на 0.4% (см. табл. 2, 3), разница в дифференциальных рас-

пределениях больше и составляет около 5–6% при  $\cos\theta_3 = 0$ .

**5. Заключение.** В настоящей работе были вычислены полные однопетлевые радиационные поправки, обусловленные КЭД и чисто слабыми вкладами. Они были внедрены в полностью дифференциальный Монте-Карло генератор событий **Renegade** и интегратор **MCSANC**.

Для оценки виртуальной части и вклада излучения мягких фотонов представлены явные выражения для спиральных амплитуд.

При описании жесткого фотонного излучения использовался модуль **SANC** спиральных амплитуд [41].

Были получены результаты, представляющие интерес для неполяризованного **FCCee** и поляризованных **ILC**, **CLIC**,  $\mu$ **TRISTAN** экспериментов.

Поскольку измерение поляризации пучка ожидается на уровне 1% [19, 49], необходимо включить в расчет больше, чем однопетлевые электрослабые радиационные поправки (ведущие КЭД логарифмы и электрослабые двухпетлевые вклады) для обеспечения необходимого уровня теоретической поддержки.

Созданный набор программ системы **SANC** позволяет исследовать однопетлевые поправки и поправки высшего порядка для любой поляризации, оценить вклад выбранного состояния спиральности и учесть массовые эффекты.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, проект # 20-02-00441.

1. ILC homepages – <https://www.linearcollider.org/ILC>.
2. A. Irlles, R. Poschl, F. Richard, and H. Yamamoto, *Complementarity between ILC250 and ILC-GigaZ*, in *Linear Collider Community Meeting Lausanne, Switzerland, April 8-9, 2019* (2019), 1905.00220.
3. G. Moortgat-Pick, H. Baer, M. Battaglia et al. (Collaboration), *Eur. Phys. J. C* **75**(8), 371 (2015); 1504.01726.
4. H. Baer, T. Barklow, K. Fujii et al. (Collaboration), 1306.6352.
5. ECFA/DESY LC Physics Working Group Collaboration, E. Accomando, A. Andreazza, H. Anlauf et al., *Phys. Rep.* **299**, 1 (1998); hep-ph/9705442.
6. CLIC Physics Working Group Collaboration, E. Accomando, A. Aranda, E. Ateser et al., *Physics at the CLIC multi-TeV linear collider*, in *Proceedings, 11th International Conference on Hadron spectroscopy (Hadron 2005): Rio de Janeiro, Brazil, August 21–26, 2005* (2004), hep-ph/0412251.
7. FCC-ee homepages – <http://tlep.web.cern.ch>.
8. FCC Collaboration, A. Abada, M. Abbrescia, S.S. AbdusSalam et al., *Eur. Phys. J. ST* **228**(5), 1109 (2019).
9. FCC Collaboration, A. Abada, M. Abbrescia, S.S. AbdusSalam et al., *Eur. Phys. J. C* **79**(6), 474 (2019).
10. A. Blondel and P. Janot, 1912.11871.
11. A. Blondel, J. Gluza, S. Jadach et al. (Collaboration), *Standard model theory for the FCC-ee Tera-Z stage*, in *Mini Workshop on Precision EW and QCD Calculations for the FCC Studies: Methods and Techniques CERN, Geneva, Switzerland, January 12-13, 2018*, CERN, CERN, Geneva (2019), v. 3; 1809.01830.
12. CLIC homepages – <http://clic-study.web.cern.ch>.
13. CLIC, CLICdp Collaboration, M. J. Boland, U. Felzmann, P. J. Giansiracusa et al., 1608.07537.
14. CLICdp, CLIC Collaboration, T.K. Charles, P.J. Giansiracusa, T.G. Lucas et al., *CERN Yellow Rep. Monogr.* **1802**, 1 (2018); 1812.06018.
15. CEPC homepages – <http://cepc.ihep.ac.cn>.
16. K. Fujii, C. Grojean, M. E. Peskin et al. (Collaboration), 2007.03650.
17. Y. Hamada, R. Kitano, R. Matsudo, H. Takaura, and M. Yoshida, 2201.06664.
18. C. Møller, *Ann. der Phys.* **14**, 531 (1932).
19. S. Jadach and B.F.L. Ward, *Phys. Rev. D* **54**, 743 (1996).
20. N.M. Shumeiko and J.G. Suarez, *J. Phys. G* **26**, 113 (2000); hep-ph/9912228.
21. J. C. Montero, V. Pleitez, and M. C. Rodriguez, *Phys. Rev. D* **58**, 094026 (1998); hep-ph/9802313.
22. A. Denner and S. Pozzorini, *Eur. Phys. J. C* **7**, 185 (1999); hep-ph/9807446.
23. A. Czarnecki and W. J. Marciano, *Int. J. Mod. Phys. A* **15**, 2365 (2000); hep-ph/0003049.
24. G. Alexander and I. Cohen, *Nucl. Instrum. Meth. A* **486**, 552 (2002); hep-ex/0006007.
25. F.J. Petriello, *Phys. Rev. D* **67**, 033006 (2003); hep-ph/0210259.
26. A. Ilyichev and V. Zykunov, *Phys. Rev. D* **72**, 033018 (2005); hep-ph/0504191.
27. MOLLER Collaboration, J. Benesch, P. Brindza, R.D. Carlini et al., 1411.4088.
28. A. Aleksejevs, S. Barkanova, A. Ilyichev, and V. Zykunov, *Phys. Rev. D* **82**, 093013 (2010); 1008.3355.
29. A.I. Ahmadov, Y.M. Bystritskiy, E.A. Kuraev, A.N. Ilyichev, and V.A. Zykunov, *Eur. Phys. J. C* **72**, 1977 (2012); 1201.0460.
30. A.G. Aleksejevs, S.G. Barkanova, Y.M. Bystritskiy, E.A. Kuraev, and V.A. Zykunov, *Phys. Part. Nucl. Lett.* **13**(3), 310 (2016); 1508.07853.
31. J. Erler, R. Ferro-Hernández, and A. Freitas, 2202.11976.
32. I. Akushevich, H. Gao, A. Ilyichev, and M. Mezziane, *Eur. Phys. J. A* **51**(1), 1 (2015).



33. F. Krauss, R. Kuhn, and G. Soff, JHEP **02**, 044 (2002); [hep-ph/0109036](#).
34. A. Belyaev, N. D. Christensen, and A. Pukhov, Comput. Phys. Commun. **184**, 1729 (2013); [1207.6082](#).
35. J. Yuasa, J. Fujimoto, T. Ishikawa, M. Jimbo, T. Kaneko, K. Kato, S. Kawabata, T. Kon, Y. Kurihara, M. Kuroda, N. Nakazawa, Y. Shimizu, and H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. Suppl. **138**, 18 (2000); [hep-ph/0007053](#).
36. G. Belanger, F. Boudjema, J. Fujimoto, T. Ishikawa, T. Kaneko, K. Kato, and Y. Shimizu, Phys. Rep. **430**, 117 (2006); [hep-ph/0308080](#).
37. W. Kilian, T. Ohl, and J. Reuter, Eur. Phys. J. C **71**, 1742 (2011); [0708.4233](#).
38. A. Afanasev, E. Chudakov, A. Ilyichev, and V. Zykunov, Comput. Phys. Commun. **176**, 218 (2007); [hep-ph/0603027](#).
39. D. Bardin, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, L. Rummyantsev, A. Arbuzov, R. Sadykov, and S. Bondarenko, Phys. Rev. D **98**(1), 013001 (2018); [1801.00125](#).
40. S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, L. Rummyantsev, R. Sadykov, and V. Yermolchik, Phys. Rev. D **100**(7), 073002 (2019); [1812.10965](#).
41. S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, R. Sadykov, and V. Yermolchik, Phys. Rev. D **102**(3), 033004 (2020); [2005.04748](#).
42. S. Bondarenko, Y. Dydyshka, L. Kalinovskaya, L. Rummyantsev, R. Sadykov, and V. Yermolchik, [2111.11490](#).
43. S. Bondarenko, L. Kalinovskaya, and A. Saproinov, [2201.04350](#).
44. R. Sadykov and V. Yermolchik, Comput. Phys. Commun. **256**, 107445 (2020); [2001.10755](#).
45. G. Passarino and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **160**, 151 (1979).
46. A. Andonov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, and G. Nanava, Phys. Part. Nucl. **34**, 577 (2003); [hep-ph/0207156](#).
47. T. Ohl, *WHiZard and O'Mega*, in *Proceedings, LoopFest V: Radiative Corrections for the International Linear Collider: Multi-loops and Multi-legs: SLAC, Menlo Park, California, June 19-21, 2006* (2006).
48. W. Kilian, S. Brass, T. Ohl, J. Reuter, V. Rothe, P. Stienemeier, and M. Utsch, *New Developments in WHIZARD Version 2.6*, in *International Workshop on Future Linear Collider (LCWS2017) Strasbourg, France, October 23-27, 2017* (2018); [1801.08034](#).
49. T. Abe, N. Arkani-Hamed, D. Asner et al. (Collaboration), [hep-ex/0106058](#).

## Низкопороговая лазерная генерация на модах шепчущей галереи в микростержнях ZnO большого диаметра

А. П. Тарасов<sup>1)</sup>, А. С. Лавриков, Л. А. Задорожная, В. М. Каневский

*Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова,*

*Федеральный научно-исследовательский центр “Кристаллография и фотоника” РАН, 119333 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 24 марта 2022 г.

После переработки 24 марта 2022 г.

Принята к публикации 31 марта 2022 г.

В части получения и изучения объектов микро- и наноразмеров разработка эффективных миниатюрных лазеров, обеспечивающих низкие лазерные пороги и высокие добротности, представляет собой одну из актуальных задач современной физики и материаловедения. В настоящей работе исследуется лазерный эффект в ближней УФ области в микростержнях ZnO, полученных методом пиролитического карботермального синтеза. Продемонстрирована возможность возбуждения низкопороговой лазерной генерации на модах шепчущей галереи в некоторых достаточно крупных отдельно стоящих микростержнях (с диаметрами порядка 10 мкм и более). Хорошее оптическое и структурное качество таких микростержней, а также их направленный рост обеспечили достижение низких лазерных порогов (вплоть до 10–20 кВт/см<sup>2</sup>) и высоких значений добротности (свыше 3000). Предполагается, что за формирование вынужденного излучения в исследованных микростержнях отвечают экситонные процессы рекомбинации.

DOI: 10.31857/S1234567822090026, EDN: dwlrmr

**Введение.** Эффективные миниатюрные лазерные устройства востребованы сегодня для многих приложений оптоэлектроники, сенсорики, биомедицинской фотоники, информационных технологий и пр. [1–3]. Для реализации микро- и нанолазеров в ближней УФ области одним из наиболее подходящих материалов считается широкозонный полупроводник ZnO [4, 5]. Вюрцитная структура ZnO позволяет синтезировать лазерные микро- и нанокристаллы, чаще всего не требующие проведения какой-либо послеростовой обработки для получения лазерного эффекта. Дополнительные манипуляции с такими структурами, проводимые после или непосредственно во время синтеза, могут быть направлены уже на изменение, улучшение и оптимизацию лазерных свойств структур. Такими манипуляциями могут быть, в частности, использование металлических покрытий, отжиг, абляция, допирование и др. [6–10]. Микро- и наноструктуры ZnO позволяют получать вынужденное и лазерное излучение в области длин волн ~380–410 нм при комнатной температуре (КТ). Благодаря относительной простоте синтеза, а также высокому коэффициенту оптического усиления ZnO и его высокому показателю преломления в спектральной области краевого излучения, лазерные структу-

ры ZnO активно исследуются на протяжении многих лет [11, 12]. Высокому квантовому выходу краевого излучения кристаллов ZnO способствует, в том числе, прямая запрещенная зона и высокая энергия связи экситонов (60 мэВ) [13].

Среди всех микрорезонаторов на основе ZnO микро/наностержни и схожие с ними висеры изучаются, пожалуй, наиболее часто благодаря относительной простоте их синтеза, удобству их исследования и возможности получения низкопороговой лазерной генерации (ЛГ) [12, 14]. Говоря о ЛГ на собственных модах стержней ZnO (мы не затрагиваем вопрос о случайной лазерной генерации в массивах стержней), чаще всего в таких лазерных структурах реализуется один из двух (или сразу оба) типов лазерных микрорезонаторов: резонатор Фабри–Перо (ФП) или резонатор с модами шепчущей галереи (МШГ) [12]. В первом случае “зеркалами” служат торцевые грани стержня. В микрорезонаторе с МШГ обратная связь реализуется в результате полного внутреннего отражения света на боковых гранях микростержня. Обычно в микрорезонаторах ZnO добротности МШГ выше, а пороги ЛГ на этих модах гораздо ниже, чем в случае продольных мод ФП [12, 15], что является следствием значительных потерь света на пропускание и дифракцию на торцевых гранях стержней [6, 7, 11].

<sup>1)</sup>e-mail: tarasov.a@crys.ras.ru

Ухудшение лазерных характеристик МШГ-микростержней ZnO может быть связано с несколькими причинами. Часть из них обусловлена оптическими потерями, которые происходят главным образом в области контакта генерирующей части кристалла с подложкой, на неровностях поверхности и углах кристалла, неоднородностях его структуры, на центрах безызлучательной и излучательной рекомбинации, связанных с дефектами кристаллической решетки. В этом смысле актуальны исследования, посвященные снижению таких потерь за счет вариаций условий роста микрокристаллов, изменения их формы, использования специальных покрытий как для уже выращенных структур, так и для подложек (например, металлические слои или наночастицы) [16–18]. В работах [15, 19] мы показали возможность возбуждения низкопороговой ЛГ на МШГ в тетраподах ZnO, синтезированных методом пиролитического карботермального синтеза (ПКС). Пороги ЛГ составляли 10–20 кВт/см<sup>2</sup>. Несмотря на то, что в [15] анализировалось лазерное излучение главным образом отдельных ног тетраподов, несомненным преимуществом тетраподов в смысле ЛГ является их минимальный контакт с подложкой и вовсе отсутствие такого контакта для одной из ног, расположенной вертикально, по нормали к подложке. Это позволяет избежать соответствующих оптических потерь и добиться низких порогов ЛГ. Тем не менее, один качественный микротетрапод может содержать минимум 4 МШГ-резонатора (по одному в каждой ноге), и возбуждение только одного из них оптическими методами без применения специальных фокусирующих техник проблематично. В этом смысле преимущество остается за отдельными микростержнями. В этой работе мы показываем, что с помощью метода ПКС можно также синтезировать достаточно крупные и оптически качественные лазерные микростержни ZnO, позволяющие достичь не только низких порогов ЛГ на МШГ, но и достаточно высоких добротностей. Решение задачи увеличения добротности и энергоэффективности МШГ-микролазеров на основе ZnO способствует улучшению качества таких структур не только как миниатюрных лазерных источников, но и как оптических био- и хемосенсоров [20, 21], поскольку способствует увеличению чувствительности к изменениям на их поверхности.

**Эксперимент.** Рост микрокристаллов ZnO проводился методом ПКС на чистых подложках сапфира. В качестве прекурсора был использован реактив ZnO (99.9%, Alfa Aesar). Источником углерода служили фильтры целлюлозные обеззоленные. Син-

тез проводили в корундовом тигле при температуре 1000 °С с изотермической выдержкой 20 мин. Подробнее о методе ПКС и механизмах роста см. [22].

Краевое излучение кристаллов исследовалось при возбуждении 3-й гармоникой (355 нм) импульсного Nd:YAG лазера. Длительность импульса и частота следования импульсов составляли 10 нс и 15 Гц соответственно. Размер лазерного пятна на образце составлял ~100 мкм. Регистрация излучения образца осуществлялась с помощью монохроматора МДР-206, совмещенного с ПЗС-матрицей. Спектральное разрешение системы ~0.1 нм. Все измерения проводились при КТ.

**Результаты и обсуждение.** На рисунке 1 приведены электронно-микроскопические снимки ансамбля синтезированных кристаллов ZnO, полученные при различных увеличениях. Кристаллы обладают хорошей огранкой и преимущественно имеют форму микростержней с четко выраженными боковыми гранями и плоскими гладкими торцами, перпендикулярными главной оси с кристаллов. Микростержни, в целом, разориентированы друг относительно друга. Диаметры микростержней лежат в диапазоне ~5–20 мкм при среднем диаметре ~12 мкм, длина микростержней составляет в среднем порядка 25 мкм.

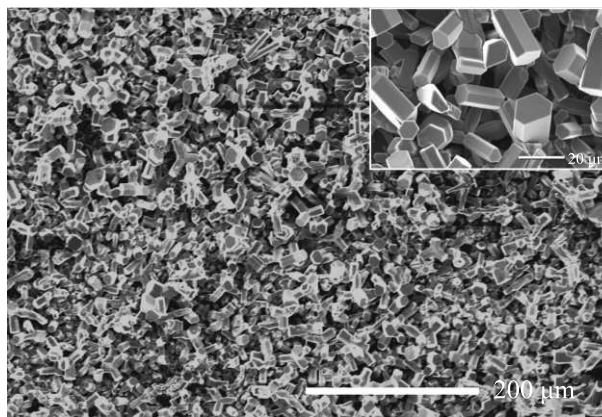


Рис. 1. Микрофотографии микрокристаллов ZnO при различных увеличениях

На рисунке 2а приведены спектры излучения массива микрокристаллов ZnO при их облучении УФ лазерным излучением с различной плотностью мощности  $\rho_P$ . При начальном уровне накачки в спектре наблюдается основная, достаточно широкая, полоса с максимумом на длине волны примерно 394 нм и ее коротковолновое плечо в спектральной области до 385 нм. Ширина на половинной высоте (полуширина) спектра (фактически отображающая полушири-

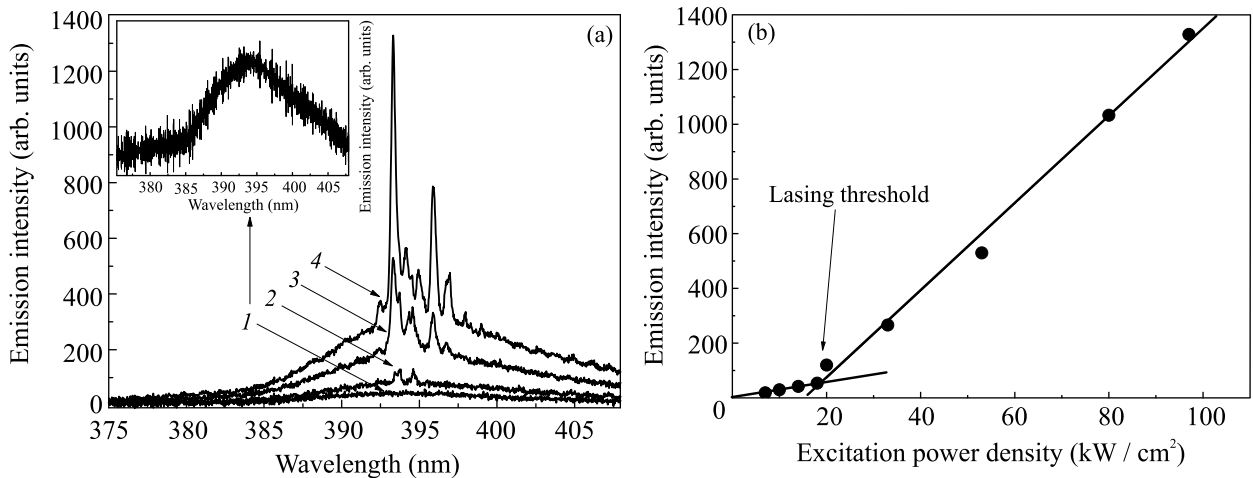


Рис. 2. (а) – Спектры краевого излучения массива синтезированных кристаллов ZnO, зарегистрированные при различных плотностях мощности возбуждения  $\rho_P$  ( $\text{kВт}/\text{см}^2$ ): 1 – 14; 2 – 20; 3 – 53; 4 – 97; на вставке – спектр излучения при  $\rho_P = 14 \text{ кВт}/\text{см}^2$ . (б) – Зависимость интенсивности наиболее интенсивной лазерной полосы ( $\sim 393.3 \text{ нм}$ ) от  $\rho_P$ ; линии – результат линейной аппроксимации допорогового и сверхпорогового участков

ну указанной полосы) составляет  $\sim 17 \text{ нм}$ . При достижении определенного уровня возбуждения в области максимума основной полосы появляются узкие линии с полуширинами в несколько ангстрем. Это говорит о начале ЛГ в образце. При дальнейшем росте накачки интенсивность лазерных линий быстро растет, появляются новые линии, при этом рост интенсивности люминесцентного остова в области основной полосы и ее коротковолнового плеча идет гораздо медленней. Заметим, что новые лазерные линии возникают, по большей части, с длинноволновой стороны от первоначально появившихся, что связано с красным смещением области усиления. При этом наиболее интенсивные лазерные линии не смещаются в данном диапазоне уровней накачки.

На рисунке 2b построена зависимость интенсивности краевого излучения на длине волны  $393.3 \text{ нм}$  (область наиболее интенсивной лазерной линии на рис. 2a) от плотности мощности накачки  $\rho_P$ . Характерный излом на этой зависимости в точке с  $\rho_P = 18 \text{ кВт}/\text{см}^2$  соответствует порогу ЛГ на данной оптической моде, рост интенсивности которой значительно превосходит увеличение спонтанной люминесценции. Завышенное значение интенсивности в точке с  $\rho_P = 20 \text{ кВт}/\text{см}^2$  связано с перекрытием рассматриваемой линии с соседней линией, более сильной при данной накачке.

ЛГ наблюдалась практически в каждой области образца, куда проецировалось пятно лазерной накачки в ходе эксперимента. С одной стороны, это говорит о хорошем оптическом качестве структуры, но с другой – усложняет анализ возбуждаемых опти-

ческих мод, поскольку в ЛГ одновременно участвуют несколько микрорезонаторов различных размеров. Даже при накачках слегка выше пороговой лазерные линии от разных микрорезонаторов могут перекрываться, что и наблюдается на рис. 2a. В виду этого, определить тип микрорезонатора по спектрам излучения, похожим на изображенный на рис. 2a, чаще всего невозможно. Удобнее всего проводить анализ лазерного излучения единственного резонатора. В ходе эксперимента было обнаружено, что ЛГ с хорошими характеристиками в отдельном микрокристалле возможно наблюдать при облучении краев образца в непосредственной близости от боковых (торцевых) частей образца. Этому способствует по меньшей мере два фактора. Во-первых, плотность микростержней, выросших на краю образца, в том числе на торцевой грани подложки, и обладающих оптическим качеством, достаточным для возбуждения в них низкопороговой ЛГ, оказалась достаточно низкой. Такие микростержни часто окружены кристаллами с менее геометрически правильными формами, что не позволяет эффективно возбуждать в них ЛГ. Это видно на рис. 3, где показано электронно-микроскопическое изображение края образца. На вставке рис. 3 показана микрофотография массива таких микростержней, полученная с помощью оптического микроскопа в режиме пропускания. Торцевая грань образца, на которой видны сформированные микростержни, перпендикулярна плоскости рис. 3. Высота торцевой грани (толщина образца) составляет  $\sim 0.6 \text{ мм}$ . Видно, что направление таких стержней в пространстве уже не столь хаотичное,

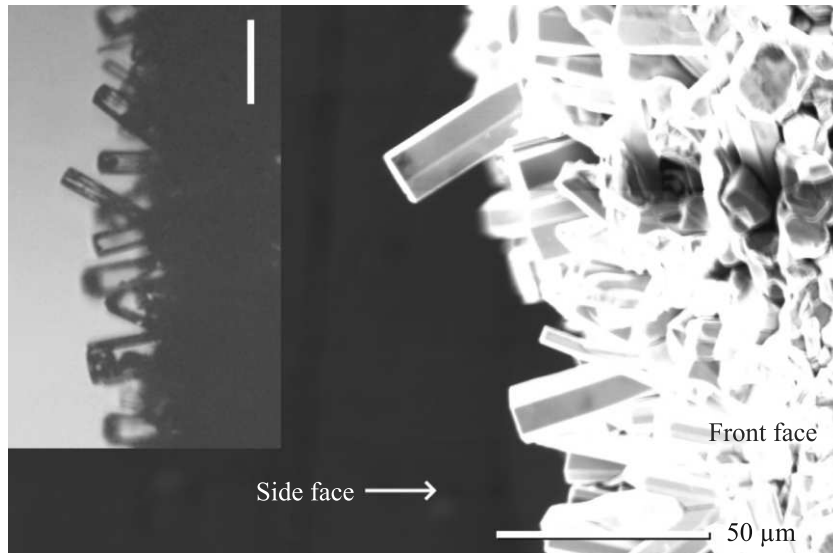


Рис. 3. (Цветной онлайн) Изображения края образца (лицевая поверхность образца лежит в плоскости рисунка), полученные с помощью электронного микроскопа и оптического микроскопа в режиме пропускания

как в случае микрокристаллов, сформированных в основной части образца (см. рис. 1): угол между нормалью к торцевой поверхности подложки и осью  $c$  микростержней составляет не более  $\sim 30^\circ$ . С этой направленностью непосредственно связаны и сравнительно большие размеры микростержней: длина некоторых из них превышает 50 мкм. Это обеспечивает отсутствие контактов таких микростержней с другими кристаллами и подложкой и является вторым фактором, позволяющим эффективно возбуждать и наблюдать ЛГ в отдельных кристаллах. Стоит отметить также высокую прозрачность микростержней в видимом свете, хорошо заметную на вставке рис. 3. Это говорит о низком содержании центров рассеяния, образованных за счет дефектов структуры, и подтверждает высокое кристаллическое и оптическое качество синтезированных кристаллов.

На рисунке 4 приведены спектры ЛГ, возбужденной в двух различных микростержнях, сформированных в краевой части образца. В обоих случаях в спектре излучения наблюдается набор практически эквидистантных лазерных линий в диапазоне 390–397 нм, который соответствует спектральному положению основной полосы люминесценции и области ЛГ на рис. 2. Вместе с тем, параметры этих линий различны. В случае рис. 4а средние расстояния между линиями и их полуширина  $\gamma_{1/2}$  составляют  $\sim 1.41$  и  $0.73$  нм соответственно. Во втором случае (рис. 4б) эти параметры равны соответственно  $\sim 0.91$  и  $0.13$  нм, при этом величина  $\gamma_{1/2}$  варьируется в диапазоне  $0.12$ – $0.15$  нм. Очевидно, эти различия обусловлены разными размерами участву-

ющих в ЛГ микрорезонаторов при условии одного и того же типа возбуждаемых мод. В частности, в случае более близко расположенных лазерных линий (рис. 4б) микрорезонатор должен обеспечивать сравнительно большую длину замкнутого оптического пути для света, т.е. иметь больший размер. Таким образом, в случае большего микрорезонатора для наиболее интенсивной лазерной линии с максимумом на  $\lambda_m = 392.96$  нм и  $\gamma_{1/2} = 0.13$  нм получаем добротность  $Q = \lambda_m/\gamma_{1/2} \sim 3000$ . Такое значение  $Q$  соответствует известным из литературы результатам, полученным для высококачественных микролазеров ZnO, работающих на МШГ [12, 16, 23].

Простой анализ показывает, что в случае изучаемых микростержней также возбуждаются МШГ. В рамках планарной модели МШГ, справедливой при длинах волн в материале гораздо меньших размера микрорезонатора, спектральное положение  $N$ -й моды в резонаторе гексагонального сечения с диаметром  $d$  определяется выражением

$$\lambda_{\text{WGM}} = \frac{1.5\sqrt{3}n(\lambda)d}{N + \frac{6}{\pi}\tan^{-1}(\beta\sqrt{3n(\lambda)^2 - 4})}, \quad (1)$$

где  $\beta = n_{\perp}(\lambda)$  и  $n_{\parallel}(\lambda)^{-1}$  для ТЕ и ТМ поляризаций соответственно [23, 24]. Для оценок используем зависимость  $n(\lambda)$ , которая была получена нами в виде формулы Селмейера для тетраподоов ZnO, синтезированных аналогичным способом [15]:

$$n(\lambda) = \left( A + \frac{B\lambda^2}{\lambda^2 - C} + \frac{D\lambda^2}{\lambda^2 - E} \right)^{0.5}, \quad (2)$$

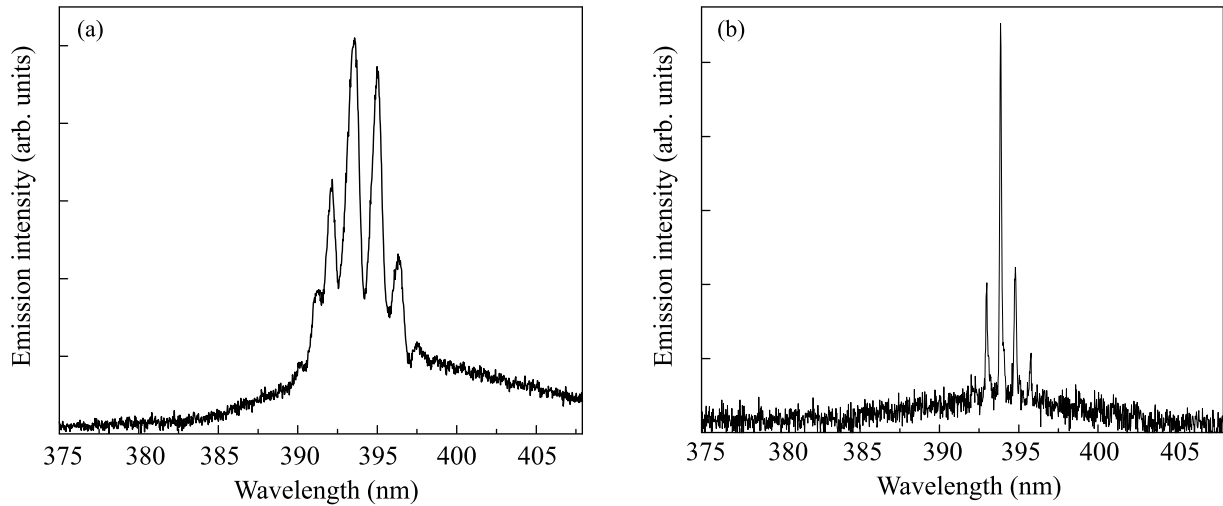


Рис. 4. Спектры ЛГ в случае меньшего (а) и большего (б) микростержней ZnO, сформированных на краю образца

где параметры  $A = 4.693$ ,  $B = 0.197$ ,  $C = 176.06$ ,  $D = 0.0435$ ,  $E = 375.99$ . Заметим, что выражение (2) было получено на основе спектра УФ ЛГ микрокристаллов ZnO, и поэтому справедливо в окрестности края фундаментальной полосы поглощения; в видимом диапазоне (2) может не отражать действительности.

Анализ (1) с использованием  $n_{\perp}(\lambda)$ , взятом в виде (2), а также различных  $n_{\parallel}(\lambda)$  из литературы [4, 24, 25], показал, что в диапазоне диаметров  $d$  микростержней экспериментальным положениям лазерных линий соответствуют только ТЕ-моды. На рисунке 5 смоделирована зависимость (1) в случае ТЕ-мод для диапазонов  $d$ , соответствующих наборам лазерных линий в спектрах излучения на рис. 4а и б. Наиболее точное соответствие результатов расчета и эксперимента достигается при диаметрах приблизительно 9.2 мкм в случае меньшего МШГ-микрорезонатора (рис. 5, левая часть) и 14.6 мкм в случае более крупного микрорезонатора (рис. 5, правая часть). Эти значения лежат в диапазоне диаметров изучаемых микростержней.

Отметим, что ситуация, когда более толстые стержни характеризуются большей добротностью и более низкими порогами, оказалась типичной для изучаемой структуры. Это, в целом, свойственно и другим подобным микрорезонаторам [24], что есть следствие большего усиления света в результате прохождения им большего оптического пути внутри усиливающей среды. Вместе с тем, во многих случаях лазерные микростержни, изучаемые в данной работе, оказываются достаточно крупными (диаметры более 10 мкм) в сравнении с часто исследуемыми в литературе микростержнями и микровискерами с

МШГ с диаметрами до 9–10 мкм [12, 23, 24]. Геометрически правильная форма гексагональных микростержней таких размеров, а также хорошее структурное и оптическое качество кристаллов – необходимые условия для формирования замкнутого оптического пути света и эффективной генерации. В работе [26] мы также наблюдали ЛГ на МШГ в крупных ( $d > 10$  мкм) многогранных микрокристаллах ZnO с гексагональными сечениями. Однако добротность таких микрокристаллов была гораздо меньше, чем в случае микростержней, несмотря на невысокие лазерные пороги ( $\sim 50$  кВт/см<sup>2</sup>). Это можно объяснить недостаточно подходящей для эффективного возбуждения МШГ формой кристаллов и наличием неоднородностей на их поверхности, что, в целом, приводит к росту оптических потерь и уширению лазерных линий. Лазерные пороги в изучаемых микростержнях достигали значений 10–20 кВт/см<sup>2</sup>, что сопоставимо с низкими порогами ЛГ на МШГ в тетраподах ZnO, изготовленных в похожих условиях [15]. При этом возможно достижение добротностей выше 3000.

Отдельный вопрос касается природы вынужденного излучения микростержней. Понимание механизмов излучения, в том числе вынужденного, необходимо как для оптимизации свойств микролазера, управления ими для получения требуемых характеристик конечного устройства, так и для интерпретации физических явлений с участием лазерного и вынужденного излучений, таких как влияние поверхностного плазмонного резонанса, магнитного поля, механических напряжений и пр. [17, 18, 27–29].

Смещение контура усиления в длинноволновую сторону при росте накачки часто сопровождается ЛГ

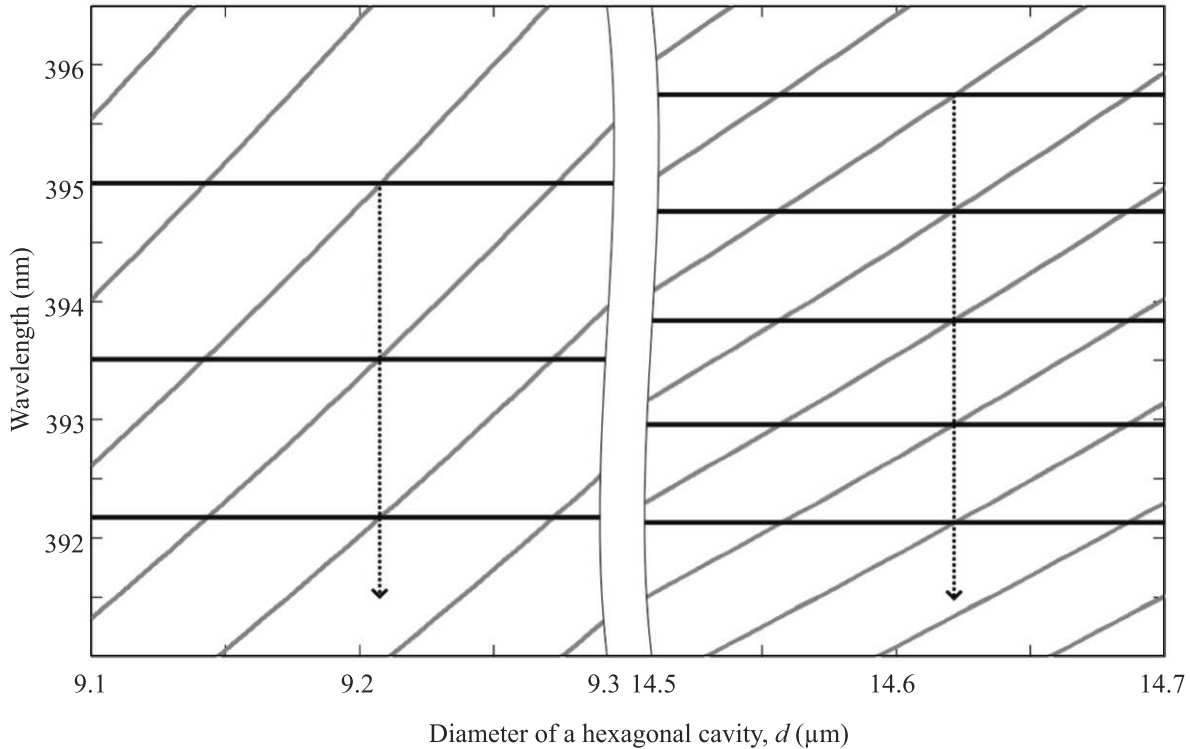


Рис. 5. (Цветной онлайн) Смоделированная по (1) зависимость  $\lambda_{\text{WGM}}(d)$  для МШГ с ТЕ-поляризацией (зеленые кривые) и экспериментально зарегистрированные спектральные положения лазерных линий (горизонтальные линии) в случае меньшего (левая часть) и большего (правая часть) микростержней ZnO. Стрелки соответствуют диаметрам  $d$ , при которых наблюдается наиболее точное совпадение положений лазерных линий и соседних ТЕ-мод

на МШГ в микроструктурах ZnO [16, 23, 24]. При этом иногда считается, что это смещение связано с ренормализацией запрещенной зоны в результате формирования электронно-дырочной плазмы (ЭДП) [12, 16], т.е. вынужденное излучение в таком случае формируется в условиях ЭДП. Оценить, достаточно ли создаваемая накачкой плотность электрон-дырочных пар  $n_{e-h}$  для формирования ЭДП можно по формуле  $n_{e-h} = \rho_{\text{exc}} \tau (\hbar \omega_{\text{exc}} l)^{-1}$ , где  $\hbar \omega_{\text{exc}}$  – энергия возбуждающего фотона;  $\tau$  – время жизни электрон-дырочной пары;  $l$  – глубина проникновения возбуждающих фотонов или длина диффузии электрон-дырочных пар. Подставляя значения  $\tau \sim 100$  пс и  $l \sim 100$  нм (глубина проникновения фотонов накачки) [13], при  $\rho_{\text{exc}} \sim 10\text{--}20$  кВт/см<sup>2</sup> получаем верхнюю границу  $n_{e-h}$  вблизи порога ЛГ в микростержнях  $\sim 10^{17}$  см<sup>-3</sup> (без учета эффективности создания электрон-дырочных пар накачкой и возможной диффузии пар). Это значение ниже необходимой для образования ЭДП пороговой плотности пар в ZnO, лежащей, судя по литературным данным, в диапазоне  $5 \cdot 10^{17} \text{--} 4 \cdot 10^{19}$  см<sup>-3</sup> [13, 30, 31]. Таким образом, экситонные механизмы рекомбинации можно считать ответственными за формирова-

ние вынужденного излучения в изучаемых микрокристаллах, по крайней мере, при околупороговых уровнях возбуждения. Принимая ширину запрещенной зоны ZnO равной 3.37 эВ (как для массивного образца) [13], несоответствие характера наблюдаемых спектров поведению излучения в ЭДП можно показать и численными оценками ренормализации запрещенной зоны [26]. Точное определение конкретного экситонного механизма рекомбинации в подобных структурах – предмет дальнейших исследований.

**Заключение.** В работе изучались люминесцентные и лазерные свойства микростержней ZnO, изготовленных методом ПКС. Показано, что при диаметре пятна накачки  $\sim 100$  мкм, которое может быть легко создано с помощью стандартной лабораторной оптики, ЛГ на МШГ от отдельных микростержней можно наблюдать на торцевых гранях образца, где плотность лазерных микростержней оказалась гораздо ниже, чем в основной части (на лицевой поверхности) образца. Более того, такие стержни оказались достаточно ориентированными в пространстве, что позволило исключить контакты их генерирующих частей с подложкой и другими кристаллами и, как следствие, избежать

соответствующих оптических потерь, которые могут возникать в случае микростержней и микровискеров, лежащих на подложке. В результате, благодаря также хорошему оптическому и структурному качеству синтезированных кристаллов, появилась возможность возбуждения ЛГ в достаточно крупных микростержнях диаметром более 10 мкм. Причем более толстые стержни, как правило, характеризовались большей добротностью и демонстрировали более низкие пороги ЛГ. Были получены добротности более 3000 и лазерные пороги вплоть до 10–20 кВт/см<sup>2</sup>.

Учитывая возможность возбуждения ЛГ на МШГ в отдельных микростержнях без применения специальной фокусирующей оптики, достаточно высокая добротность и низкие лазерные пороги делают подобные структуры полезными для разработки миниатюрных лазерных устройств, оптических био- и хемосенсоров, а также для изучения природы вынужденного излучения в массивных микрокристаллах ZnO.

Авторы благодарят ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН, в частности, лабораторию 195 за предоставление экспериментального оборудования (договор об НТС от 14.02.2018).

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-3140.2022.1.2 (в части получения низкопороговых микролазеров), Госкорпорации “Росатом” в рамках научного проекта # 20-21-00068 (в части проведения исследований методом фотолуминесцентной спектроскопии), а также при поддержке Минобрнауки РФ в рамках Государственного задания ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” (в части интерпретации данных) с использованием оборудования ЦКП ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” при поддержке Минобрнауки (проект RFMEFI62119X0035).

1. K. J. Vahala, *Nature* **424**, 839 (2003).
2. R. Kirchain and L. Kimerling, *Nature Photon.* **1**, 303 (2007).
3. L. He, Ş. K. Özdemir, and L. Yang, *Laser Photonics Rev.* **7**, 60 (2013).
4. H. Morkoc and U. Ozgur, *Zinc oxide: fundamentals, materials and device technology*, Wiley-VCH, Weinheim (2009).
5. C. F. Klingshirn, B. K. Meyer, A. Waag, A. Hoffmann, and J. Geurts, *Zinc oxide: From fundamental properties towards novel applications*, Springer, Berlin (2010).
6. А. Н. Грузинцев, Г. А. Емельяченко, А. Н. Редькин, В. Т. Волков, Е. Е. Якимов, Д. Висимберга,

- Физика и техника полупроводников **44**, 1274 (2010) [*Semiconductors* **44**, 1235 (2010)].
7. J. Li, M. Jiang, C. Xu, Y. Wang, Y. Lin, J. Lu, and Z. Shi, *Sci. Rep.* **5**(1), 1 (2015).
  8. А. М. Ополченцев, Л. А. Задорожная, Ч. М. Брискина, В. М. Маркушев, А. П. Тарасов, А. Э. Муслимов, В. М. Каневский, *Оптика и спектроскопия* **125**, 501 (2018) [*Optics and Spectroscopy* **125**, 522 (2018)].
  9. Y. J. Liao, C. W. Cheng, B. H. Wu, C. Y. Wang, C. Y. Chen, S. Gwo, and L. J. Chen, *RSC Adv.* **9**, 13600 (2019).
  10. X. Wang, Z. Li, R. Wang, G. Zhu, F. Qin, J. Chen, J. Wang, Z. Shi, Q. Cui, and C. Xu, *Appl. Phys. Lett.* **119**, 021101 (2021).
  11. J. C. Johnson, H. Yan, P. Yang, and R. J. Saykally, *J. Phys. Chem.* **107**, 8816 (2003).
  12. H. Dong, B. Zhou, J. Li, J. Zhan, and L. Zhang, *J. Materiomics* **3**, 255 (2017).
  13. Ü. Özgür, Y. I. Alivov, C. Liu, A. Teke, M. Reshchikov, S. Doğan, V. Avrutin, S.-J. Cho, and A. H. Morkoç, *J. Appl. Phys.* **98**, 11 (2005).
  14. D. Vanmaekelbergh and L. K. van Vugt, *Nanoscale* **3**, 2783 (2011).
  15. А. П. Тарасов, Ч. М. Брискина, В. М. Маркушев, Л. А. Задорожная, А. С. Лавриков, В. М. Каневский, *Письма в ЖЭТФ* **110**, 750 (2019) [*JETP Lett.* **110**, 739 (2019)].
  16. J. Dai, C. X. Xu, P. Wu, J. Y. Guo, Z. H. Li, and Z. L. Shi, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 011101 (2010).
  17. C. Xu, F. Qin, Q. Zhu, J. Lu, Y. Wang, J. Li, Y. Lin, Q. Cui, Z. Shi, and A. G. Manohari, *Nano Res.* **11**, 3050 (2018).
  18. K. Ma, X. Zhou, C. Kan, J. Xu, and M. Jiang, *Phys. Chem. Chem. Phys.* **23**, 6438 (2021).
  19. А. П. Тарасов, С. М. Брискина, В. М. Маркушев, А. М. Ополченцев, and А. С. Лавриков, *J. Phys. Conf. Ser.* **1092**, 012149 (2018).
  20. N. Toropov, G. Cabello, M. P. Serrano, R. R. Gutha, M. Rafti, and F. Vollmer, *Light Sci. Appl.* **10**, 1 (2021).
  21. A. Tereshchenko, G. R. Yazdi, I. Konup, V. Smyntyna, V. Khranovskyy, R. Yakimova, and A. Ramanavicius, *Colloids Surf. B* **191**, 110999 (2020).
  22. Л. Н. Демьянец, Л. Е. Ли, А. С. Лавриков, С. В. Никитин, *Кристаллография* **55**, 149 (2010) [*Crystallogr. Rep.* **55**, 142 (2010)].
  23. C. Czekalla, C. Sturm, R. Schmidt-Grund, B. Cao, M. Lorenz, and M. Grundmann, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 241102 (2008).
  24. C. Xu, J. Dai, G. Zhu, G. Zhu, Y. Lin, J. Li, and Z. Shi, *Laser Photonics Rev.* **8**, 469 (2014).
  25. Y. S. Park and J. R. Schneider, *J. Appl. Phys.* **39**, 3049 (1968).



26. А. П. Тарасов, Л. А. Задорожная, А. Э. Муслимов, Ч. М. Брискина, В. М. Каневский, Письма в ЖЭТФ **114**, 596 (2021) [JETP Lett. **114**, 517 (2021)].
27. J. Lu, C. Xu, F. Li, Z. Yang, Y. Peng, X. Li, M. Que, C. Pan, and Z. L. Wang, ACS Nano **12**, 11899 (2018).
28. Ch. M. Briskina, A. P. Tarasov, V. M. Markushev, and M. A. Shiryaev, J. Nanophotonics **12**, 043506 (2018).
29. Ч. М. Брискина, А. П. Тарасов, В. М. Маркушев, М. А. Ширяев, Журнал прикладной спектроскопии **85**, 1018 (2019) [J. Appl. Spectrosc. **85**, 1140 (2019)].
30. C. Klingshirn, R. Hauschild, J. Fallert, and H. Kalt, Phys. Rev. B **75**, 1 (2007).
31. M. A. Versteegh, T. Kuis, H. T. C. Stoof, and J. I. Dijkhuis, Phys. Rev. B **84**, 035207 (2011).

## Фокусировка атомного пучка для эффективной загрузки атомного чипа

А. Е. Афанасьев<sup>+1)</sup>, Д. В. Быкова<sup>+\*</sup>, П. И. Скакуненко<sup>+×°</sup>, В. И. Балькин<sup>+</sup>

<sup>+</sup> Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

<sup>\*</sup> Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

<sup>×</sup> Московский физико-технический институт (НИУ), 141701 Долгопрудный, Россия

<sup>°</sup> Сколковский институт науки и технологий, 143026 Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 марта 2022 г.

После переработки 28 марта 2022 г.

Принята к публикации 28 марта 2022 г.

Рассмотрен метод увеличения скорости загрузки атомов в U-образную магнито-оптическую ловушку (МОЛ) атомов вблизи атомного чипа. Подход основан на фокусировке низкоскоростного атомного пучка в область локализации атомов на атомном чипе. Рассмотрен режим фокусировки с избыточным демпфированием. В этом случае фокусное расстояние не зависит от начальной поперечной скорости атомов. Показано, что за счет фокусировки атомного пучка возможно увеличение скорости загрузки в 160 раз в области локализации с диаметром 250 мкм.

DOI: 10.31857/S1234567822090038, EDN: dwplcz

**Введение.** Локализованные атомы лежат в основе многих прецизионных экспериментов в области атомной интерферометрии. Развитие данного направления уже привело к созданию нового поколения сенсоров – квантовых сенсоров, основанных на измерении влияния физических полей на квантовые степени свободы атомов. Квантовые сенсоры превосходят по точности существующие классические сенсоры. К наиболее развитым квантовым сенсорам относятся сенсоры, основанные на использовании атомной интерферометрии для измерения инерциальных сил [1, 2]. К таким сенсорам относятся гравиметры [2, 3], градиометры [4, 5] и гироскопы [6]. Точность современных атомных гравиметров и градиометров уже превосходит точность многих классических аналогов [7], а их практическое применение демонстрирует высокую степень надежности [8–12].

Другой тип квантовых сенсоров на основе атомной интерферометрии – это атомные часы и стандарты частоты [13, 14]. Использование локализованных атомов позволяет создавать компактные системы, которые могут быть использованы на борту летательных аппаратов. Продемонстрированная стабильность таких часов [15] позволяет говорить о том, что они могут повысить точность существующих бортовых систем за счет использования холодных атомов.

Определяющими параметрами квантовых сенсоров, влияющими на их точность и удобство использования, являются: количество охлажденных атомов, их температура, геометрические размеры атомного ансамбля и время проведения измерений. Современные квантовые сенсоры работают в периодическом режиме, что определяется периодическим режимом создания ансамбля холодных атомов: охлаждением тепловых атомов, их локализацией, дополнительной стадией охлаждения в атомной ловушке, оптической накачкой на определенный магнитный подуровень и взаимодействием приготовленного атомного ансамбля с заданной последовательностью лазерных (в случае гравиметра и градиометра) или микроволновых (в случае атомных часов) импульсов. Суммарное время измерения зависит от времени работы на каждом из этапов экспериментальной последовательности. Критическим параметром здесь выступает скорость охлаждения тепловых атомов и формирования первичного ансамбля холодных атомов, локализованного в магнито-оптической ловушке. Этот этап является наиболее долгим по времени и определяет частоту получения данных, измеренных квантовым сенсором. Как правило, уменьшение времени охлаждения атомов в магнито-оптической ловушке ведет к уменьшению общего количества атомов, что, в конечном счете, ведет к увеличению шумов измеряемого квантовым сенсором сигнала.

<sup>1)</sup>e-mail: afanasiev@isan.troitsk.ru

В последнее время наблюдается тенденция к построению квантовых сенсоров с использованием атомных чипов. Данный подход позволяет повысить степень контроля при приготовлении первичного атомного ансамбля, используемого для измерений физических полей. В случае создания атомных часов технология атомного чипа позволит создать компактные часы с точностью, превосходящей существующие компактные часы. Такие часы могут быть установлены на борту летательных аппаратов. Недавно нами был продемонстрирован однослойный атомный чип [16], который может выступать в качестве стартовой платформы для создания прецизионных квантовых сенсоров. Основным достоинством продемонстрированного подхода является возможность непрерывного охлаждения атомов в магнито-оптической ловушке с использованием только токов, протекающих по микропроводам атомного чипа в присутствии внешнего однородного магнитного поля. Однако количество атомов, которые могут быть локализованы вблизи продемонстрированного чипа, ограничено отклонениями магнитного поля в области локализации от идеального квадрупольного поля в магнито-оптической ловушке [17–19]. Настоящая работа посвящена исследованию возможности использования фокусировки атомного пучка в области локализации с целью увеличения количества локализованных атомов.

**2. Загрузка атомов в магнито-оптическую ловушку.** Изменение количества атомов в магнито-оптической ловушке (МОЛ) подчиняется следующему выражению [20]:

$$\frac{dN}{dt} = R - \frac{N}{\tau} - \beta_c N^2, \quad (1)$$

где  $N$  – количество атомов в магнито-оптической ловушке,  $R$  – скорость загрузки атомов,  $\tau$  – время жизни атомов в МОЛ,  $\beta_c$  – коэффициент, характеризующий потери ловушки при двухчастичных столкновениях атомов внутри ловушки. Первое слагаемое описывает скорость загрузки атомов в МОЛ, второе – описывает потери атомов и, как правило, определяется столкновением атомов с остаточным газом в вакуумной камере. Последний член отвечает за потери вследствие двухчастичных столкновений, которые также ограничивают максимальную плотность в МОЛ на уровне  $n \sim 10^{10}$  ат/см<sup>3</sup>. Максимальное количество атомов, которое может быть локализовано, определяется следующим выражением [20]:

$$N = \frac{1}{2\beta_c\tau} \left( (1 + 4\beta_c R\tau^2)^{1/2} - 1 \right) \approx R\tau. \quad (2)$$

Выражение (2) для количества атомов в МОЛ

справедливо при пренебрежении третьим слагаемым в уравнении (1). Как видно из выражения (2), для увеличения количества локализованных в МОЛ атомов (вне зависимости от рассматриваемого приближения) необходимо либо увеличивать эффективность загрузки, либо уменьшать потери, связанные со столкновениями локализованных атомов с остаточным газом в камере. В последнем случае это достигается увеличением эффективности откачки вакуумной системы. В настоящее время рабочее давление остаточных газов в камере при создании квантовых сенсоров составляет значение порядка  $10^{-10}$  Торр. Такой ультравысокий вакуум необходим и для возможности работы с атомами в состоянии Бозе–Эйнштейновского конденсата. Дальнейшее улучшение вакуума является сложной и дорогостоящей задачей и делает проблематичным создание мобильных квантовых сенсоров.

Другим способом увеличения количества локализованных атомов в МОЛ является увеличение скорости загрузки  $R$ . В классических трехмерных МОЛ, в которых магнитное поле формируется двумя макроскопическими катушками в анти-гельмгольцевской конфигурации, данный параметр пропорционален размеру лазерных лучей [21, 22]. Это является следствием того факта, что квадрупольное поле макроскопических катушек МОЛ позволяет эффективно производить охлаждение в любой точке лазерного луча. Фактически область захвата атомов в этом случае определяется именно размерами лазерных лучей.

В случае использования атомного чипа ситуация иная. Аналогом МОЛ вблизи атомного чипа является U-образная ловушка (рис. 1). Основой такой ловушки является магнитное поле, создаваемое током, протекающим по U-образному *микропроводу*, в совокупности с внешним однородным магнитным полем [23]. Поскольку геометрия атомного чипа ограничивает доступ лазерного поля в области локализации атомов, используется иная конфигурация лазерного поля: зеркальный МОЛ. В зеркальной МОЛ один из охлаждающих лучей распространяется вдоль поверхности атомного чипа, а второй отражается от нее под углом 45°. Такая конфигурация лазерных полей эквивалентна конфигурации, используемой в классической МОЛ, и можно было бы ожидать, что скорость загрузки атомов в U-образную МОЛ будет определяться так же размерами лазерных лучей, однако это не так. Основной проблемой загрузки U-образной МОЛ является отклонение распределения магнитного поля от квадрупольного поля, которое реализуется при использовании двух катушек в анти-гельмгольцевской конфигурации [17]. Для создания

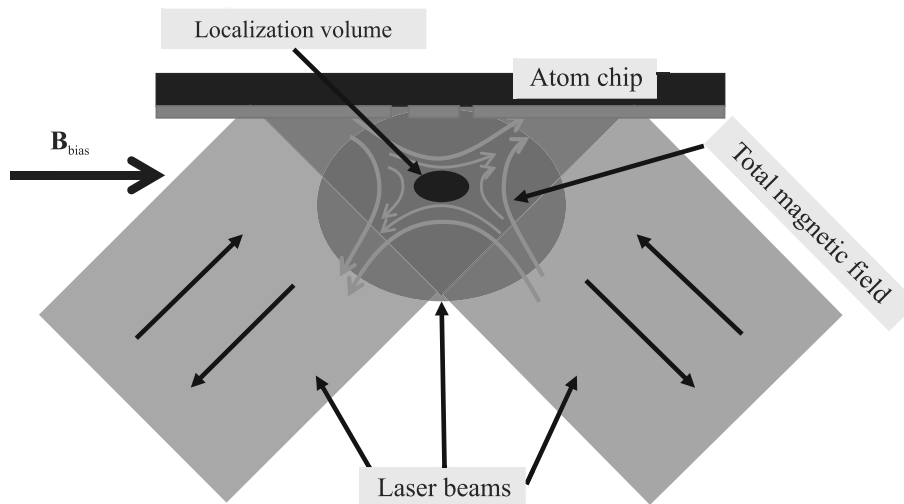


Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема U-образной МОЛ с использованием атомного чипа. Объем локализации определяется областью, в которой отклонение поля от идеального квадрупольного поля не слишком велико

U-образной МОЛ на атомном чипе необходимо использовать тонкие провода, и в этом случае распределение магнитного поля отличается от квадрупольного поля. Отклонение магнитного поля от квадрупольного поля ограничивает объем охлаждения атомов. В этом случае скорость охлаждения определяется не геометрическим размером лазерных лучей, а размером области магнитного поля, в котором реализуется режим охлаждения атомов.

Существует несколько подходов к решению задачи эффективной загрузки атомов в U-образную МОЛ. Наиболее распространенным является увеличение ширины центральной части U-образного провода [17–19]. Такой подход использовали ряд научных групп [24], в работах которых для первичного охлаждения атомов вблизи атомного чипа используются широкие макропровода для создания магнитного поля чипа. Такие макропровода располагаются под основным атомным чипом и выполняют несколько задач. Во-первых, они позволяют проводить большие токи без существенного нагрева макропровода. Это, в свою очередь, позволяет увеличить время необходимое для охлаждения атомов. Во-вторых, потенциал такой ловушки более приближен к требуемому потенциалу в квадрупольном магнитном поле.

Альтернативным вариантом увеличения ширины микропровода является предложение по использованию нескольких микропроводов с разными параметрами и направлениями токов [25]. В таком подходе появляется дополнительная возможность оптимизации распределения магнитного поля в области локализации атомов. Однако, такая конфигурация сложна с технической точки зрения. Также для эф-

фективной загрузки потенциала U-образной МОЛ можно использовать промежуточную МОЛ, сформированную магнитными катушками в конфигурации зеркальной МОЛ [26]. Однако такой подход требует размещения магнитных катушек в малом объеме, что не всегда возможно с технической точки зрения.

Иной подход заключается в использовании для загрузки атомов предварительно охлажденных атомов. Действительно, эффективность загрузки зависит не только от объема, в котором реализованы оптимальные условия для охлаждения и локализации, но и от фазовой плотности атомов при скоростях, которые могут быть локализованы в U-образной МОЛ. Отклонение магнитного поля от идеального ограничивает максимально возможную скорость атомов, с которой они могут быть охлаждены и локализованы. Использование предварительного охлаждения позволяет повысить число атомов с малыми скоростями, что обеспечивает их эффективную загрузку U-образной МОЛ.

Возможным вариантом использования предварительного охлаждения является загрузка атомов из предохлажденного атомного пучка. Такой подход широко используется не только для загрузки атомных чипов [24], но и для загрузки классических трехмерных МОЛ [27]. Предварительное охлаждение атомного пучка может быть реализовано с использованием Зеемановского охладителя как, например, в работе [27]. Однако такой подход не всегда является удобным. Другим подходом является использование источников атомов, формирующих холодные пучки, такие как 2D-МОЛ [28], 2D + МОЛ [29] и низкоскоростной интенсивный источник атомов (LVIS) [30].

Такие источники позволяют создавать интенсивные пучки холодных атомов и широко используются для загрузки атомных чипов [24].

Одной из особенностей таких систем является формирование атомного пучка с малой продольной скоростью [29]. Недостатком такого подхода является то, что за счет наличия остаточной поперечной скорости и большого времени пролета от LVIS до атомного чипа, в силу малой продольной скорости, диаметр атомного пучка в области чипа увеличивается и может составлять несколько миллиметров. Данное обстоятельство не существенно, если первичное охлаждение и локализация вблизи атомного чипа реализуются с использованием зеркальной МОЛ или U-образной МОЛ, сформированной широкими макрорпроводами. В этих случаях пространственный размер области эффективного захвата МОЛ будет сравним с размером атомного пучка. В случае же, когда речь идет о непосредственной загрузке атомного чипа без использования дополнительных магнитных катушек и макрорпроводов, как, например, в работе [16], возникает необходимость уменьшения поперечных скоростей низкоскоростного пучка.

**3. Фокусировка атомного пучка.** Контроль поперечной скорости атомного пучка может быть произведен тремя способами. Первый способ основан на создании двумерной оптической патоки на пути распространения атомного пучка [31]. Такой способ позволяет произвести коллимацию атомного пучка и повысить фазовую плотность атомов. Это, в свою очередь, позволяет получить высокую фазовую плотность атомов в области их локализации. Другой способ основан на двумерном сжатии атомного пучка с использованием двумерной магнито-оптической ловушки [32]. Такие способы контроля поперечной скорости атомного пучка активно используются для создания высокоинтенсивных холодных атомных пучков [33]. Двумерное сжатие атомного пучка может решить проблему повышения плотности холодных атомов в области локализации атомов на атомном чипе. Минусом такого подхода является необходимость использования высоких градиентов магнитного поля.

Третьим подходом является использование фокусировки атомного пучка с использованием двумерной магнито-оптической ловушки, который может быть реализован при меньших градиентах магнитного поля [34, 35]. Этот метод является двумерным аналогом трехмерного импульсного сжатия магнито-оптической ловушки, рассмотренного в [34]. Основной особенностью такого подхода является независимость точки фокусировки атомов пучка в продоль-

ном направлении от их поперечной скорости, поскольку при насыщении атомного перехода атом в поле 2D-МОЛ можно рассматривать как осциллятор с избыточным демпфированием.

Для оценки применимости данного подхода к задаче увеличения скорости загрузки МОЛ, сформированной вблизи атомного чипа, рассмотрим взаимодействие атома с лазерным полем в присутствии градиента магнитного поля. В силу симметрии данная задача может быть рассмотрена на примере одномерной магнито-оптической ловушки (рис. 2). Атомный пучок формируется из низкоскоростного источника атомов (LVIS) и распространяется вдоль оси  $Z$ . Лазерное поле сформировано двумя лазерными лучами с круговыми  $\sigma^+$ - $\sigma^-$  поляризациями, распространяющимися друг на встречу другу вдоль оси  $X$ , и имеет отстройку по частоте относительно резонанса покоящегося атома  $-\delta$ . Основное состояние атома обладает полным моментом  $F_g = 0$ , а возбужденное  $F_e = 1$ , полуширина резонансной линии поглощения атома  $-\gamma$  (рис. 3). Градиент магнитного поля формируется проводниками с током, расположенными вдоль оси  $Z$ . В этом случае формируется квадрупольное поле с градиентом вдоль оси  $X$ :  $g = dB/dx$ . Длина области взаимодействия атома с лазерным излучением в магнитном поле  $-L$ , которая в реальном эксперименте ограничена размерами лазерного луча. Длина области взаимодействия определяет время взаимодействия  $t_{\text{int}} = L/v_z$  для каждого из атомов, обладающих скоростью  $v_z$  вдоль оси  $Z$ . На атом с координатой  $x$  в зоне взаимодействия действует сила светового давления [36], состоящая из двух составляющих:  $F(\Delta m_F = -1)$ , действующая на переходе  $\{F_g = 0, m_F = 0\} \rightarrow \{F_e = 1, m_F = -1\}$  и  $F(\Delta m_F = 1)$ , действующая на переходе  $\{F_g = 0, m_F = 0\} \rightarrow \{F_e = 1, m_F = 1\}$ . Данные силы направлены в противоположные стороны, поскольку образованы взаимодействием атома с противоположно направленными лазерными лучами. Суммарная сила имеет вид:

$$F = F(\Delta m_F = -1) - F(\Delta m_F = 1) = \hbar k \gamma G \times \left( \frac{1}{1 + G + \left(\frac{\delta - kx - \alpha gx}{\gamma}\right)^2} - \frac{1}{1 + G + \left(\frac{\delta + kx + \alpha gx}{\gamma}\right)^2} \right),$$

где  $\alpha$  – величина сдвига резонансной линии поглощения в следствии эффекта Зеемана в магнитном поле  $B_x = gx$  ( $\alpha = 2\pi \times 1.4$  МГц/Гс). Как показано в работе [34], в рассмотренном приближении точка фокусировки не зависит от поперечной скорости атома.

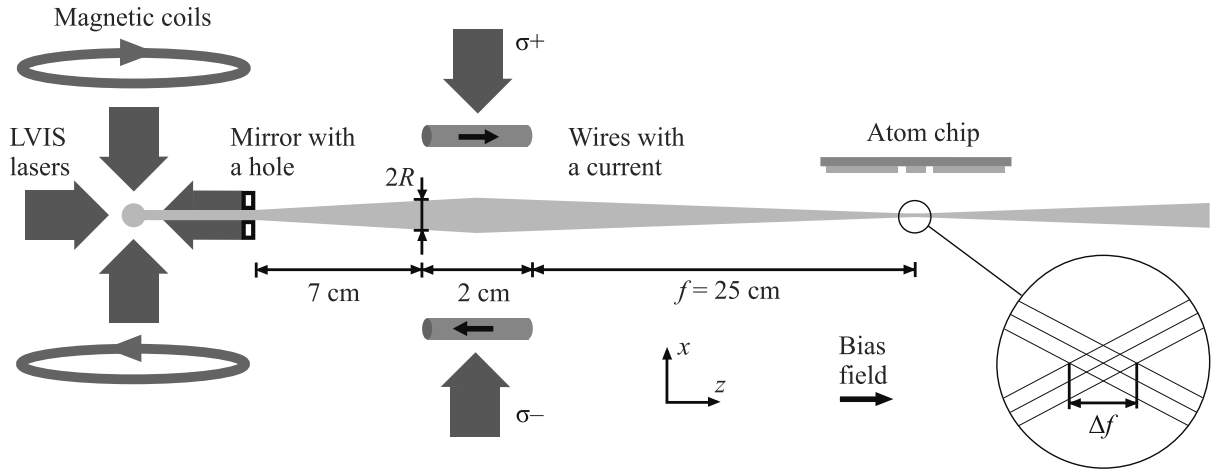


Рис. 2. (Цветной онлайн) Принципиальная схема фокусировки атомного пучка, сформированного из низкоскоростного атомного источника, в область локализации атомного чипа

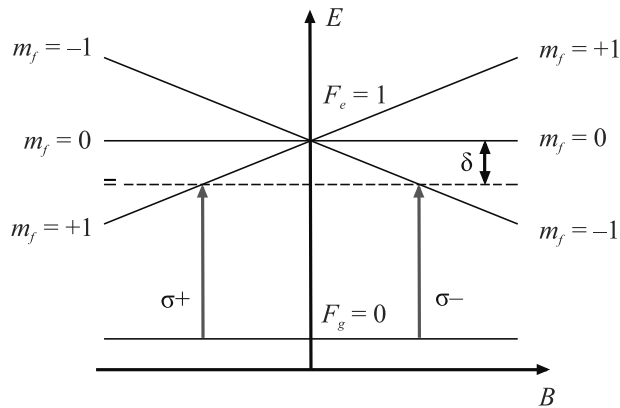


Рис. 3. (Цветной онлайн) Энергетическая схема уровней атома в линейном изменяющемся вдоль оси X магнитном поле. Атом обладает полным моментом  $F_g = 0$  в основном состоянии и  $F_e = 1$  в возбужденном и находится в лазерном поле, сформированном двумя лазерными лучами с круговыми  $\sigma^+$ - $\sigma^-$  поляризациями, распространяющимися друг на встречу другу и имеющим отстройку по частоте относительно резонанса покоящегося атома –  $\delta$

При условии  $\delta \gg \alpha gx + k\dot{x}$  (что выполняется при малых поперечных скоростях атомного пучка, которые могут быть достигнуты в LVIS) выражение в скобках может быть разложено в ряд. Нас интересует значение поперечной скорости атома  $v_x$  при пролете через зону взаимодействия с лазерным излучением. Его можно определить из второго закона Ньютона  $F = dp/dt$ , где изменение импульса  $dp$  определяется временем взаимодействия атома лазерным излучением  $t_{int}$ . Отсюда, предполагая, что за время взаимодействия с лазерным излучением не происходит изменение координаты атома вдоль оси X, имеем:

$$v_x = \frac{\alpha gx}{k}(e^{\beta t} - 1) + v_x^0 e^{\beta t}, \quad (3)$$

$$\beta = \frac{4\hbar k^2 \gamma^3 G \delta}{m((1 + G)\gamma^2 + \delta^2)},$$

где  $m$  – масса атома,  $v_x^0$  – начальная поперечная скорость атома. Видно, что при отрицательных отстройках параметр  $\beta < 0$  и, в этом случае, атом получает дополнительный импульс, направленный к оси Z. Можно определить фокусное расстояние атомной линзы  $f$  как расстояние от зоны двумерной МОЛ до точки пересечения атомом оси Z.

Из выражения (3) видно, что при выполнении условия  $t_{int} = L/v_z > |1/\beta|$  поперечная скорость атомов после взаимодействия с 2D-МОЛ не будет зависеть от начальной поперечной скорости. В таком режиме атомы взаимодействуют с лазерным полем как осциллятор с избыточным демпфированием. Именно это определяет независимость фокусного расстояния от поперечной скорости атома. Помимо этого, в этом случае можно пренебречь экспоненциальным членом в выражении (3) (при отрицательной отстройке частоты лазерного излучения) и поперечная скорость будет определяться выражением:  $v_x = -\frac{\alpha gx}{k}$ , что дает фокусное расстояние:

$$f = \frac{kv_z}{\alpha g}. \quad (4)$$

Из выражения (4) видно, что фокусное расстояние зависит от продольной скорости атома и атомы разных скоростных групп будут фокусироваться на разных расстояниях от линзы. Это аналогично хроматической aberrации обычной линзы. Данный эффект может быть использован для монохроматизации атомного пучка [35]. С точки зрения увеличе-

ния эффективности загрузки атомного чипа, данный эффект носит негативный характер, поскольку ограничивает возможности сбора всех скоростных групп атомов в области локализации в U-МОЛ.

Определим размеры области локализации атомов в продольном направлении  $\Delta f$  в зависимости от величины  $\Delta v_z$  в скоростном распределении атомов в пучке. Данный размер будет определяться следующим выражением:

$$\Delta f = \frac{k}{\alpha g} \Delta v_z. \quad (5)$$

Отметим, что в таком режиме фокусное расстояние и размер области фокусировки не зависят от интенсивности лазерного излучения. Характерные скорости, которые достигнуты в LVIS для атомов рубидия [30] следующие:  $v_z = 14$  м/с;  $\Delta v_z = 2.7$  м/с. В этом случае для атомов с наиболее вероятной скоростью  $v_z = 14$  м/с фокусное расстояние будет равно 25 см при градиенте магнитного поля порядка  $g = 0.51$  Гс/см. При таких параметрах размер области фокусировки будет составлять значение  $\Delta f = 4.8$  см.

**4. Фокусировка атомного пучка в область локализации U-МОЛ.** Количество атомов в U-МОЛ будет определяться выражением (2). При этом, как уже отмечалось выше, скорость загрузки атомов  $R$  будет определяться не размерами лазерных лучей, а размерами области магнитного поля, в котором потенциал имеет близкую к квадратичной зависимость от координат. Оценки показывают, что размер такой области для атомного чипа, который был использован в работе [16], составляет значение порядка 1 мм в диаметре. Это значит, что поперечные размеры атомного пучка должны быть не более 1 мм.

Рассмотрим атомный пучок, сформированный LVIS и имеющий диаметр 1 мм и угловую расходимость пучка порядка 30 мрад (характерная для LVIS) [30]. В этом случае при средней продольной скорости  $v_z = 14$  м/с значение поперечной скорости будет  $v_x = 0.22$  м/с. Это означает, что на расстоянии  $l = 7$  см диаметр атомного пучка будет составлять значение  $d = 3.2$  мм. При таком большом размере атомного пучка часть атомов пучка не захватывается ловушкой атомного чипа и скорость загрузки атомов будет низкой. Для увеличения скорости загрузки необходимо использовать фокусировку атомного пучка.

Легко показать, что минимальный размер области локализации  $d_{\min}$  определяется следующим выражением:

$$d_{\min} = \frac{\Delta f/2}{f + \Delta f} d,$$

где  $d$  – диаметр атомного пучка на входе в 2D-МОЛ. В рассматриваемом случае длина области фокусировки  $\Delta f$  связана с фокусным расстоянием  $f$  выражением  $\Delta f = f \Delta v_z / v_z$ , получаем:

$$d_{\min} = \frac{\Delta v_z / v_z}{2(1 + \Delta v_z / v_z)} d \approx \frac{\Delta v_z}{2v_z} d. \quad (6)$$

Из выражения (6) можно оценить требуемый минимальный диаметр области локализации  $d_{\min} \approx 310$  мкм, что меньше оценочного диаметра эффективного захвата в работе [16].

На рисунке 4 представлены расчеты траекторий атомов для случая одномерной фокусировки атомного пучка с начальным диаметром  $d_0 = 1$  мм. В расчетах длина взаимодействия атомов с 2D-МОЛ принималась равной  $L = 2$  см. Такая геометрия фокусировки может быть реализована с использованием стандартных высоковакуумных элементов. Параметр насыщения атомного перехода был выбран равным  $G = 10$ , величина отстройки  $\delta = -2$  Г. В этом случае, при выбранных параметрах,  $\beta = -10^4$  с<sup>-1</sup>. Принятые выше условия при выводе выражения (4) удовлетворены для всех скоростей  $v_z < \beta L = 200$  м/с.

Как уже было сказано ранее, при средней продольной скорости  $v_z = 14$  м/с и  $v_x = 0.22$  м/с размер атомного пучка на входе в 2D-МОЛ составляет значение  $d = 3.2$  мм. Расчеты проводились для разных продольных ( $v_z = 12.7$  м/с,  $v_z = 14$  м/с,  $v_z = 15.4$  м/с) и поперечных ( $v_x = 0.22$  м/с,  $v_x = 0$  м/с,  $v_x = -0.22$  м/с) скоростей атомов (рис. 4). Из вставки, на которой увеличена область фокусировки, видно, что атомы разных продольных скоростных групп фокусируются на разных расстояниях, т.е. у линзы существует хроматическая аберрация. Важно отметить, что условие  $\delta \gg \alpha g x + k \dot{x}$ , сделанное при выводе выражения (3), справедливо при  $v_x < 2.5$  м/с.

Рассмотрим функцию распределения атомов в продольном направлении по оси распространения атомного пучка и в поперечном в точке фокуса для наиболее вероятной скорости атомов ( $f_0 = 25$  см). Количество атомов  $N(z)$  на расстоянии  $z$  от 2D-МОЛ будет определяться линейной функцией плотности  $F_z(z)$  такой, что  $\int_0^\infty F_z(z) dz = 1$ :

$$dN_z(z) = N_0 F_z(z) dz,$$

где  $N_0$  – количество атомов, прошедших через LVIS. Функция  $F_z(z)$ , рассчитанная методом Монте-Карло, представлена на рис. 5а. Ширина данной функции показывает продольные размеры фокусировки с учетом максвелловского распределения атомов по про-

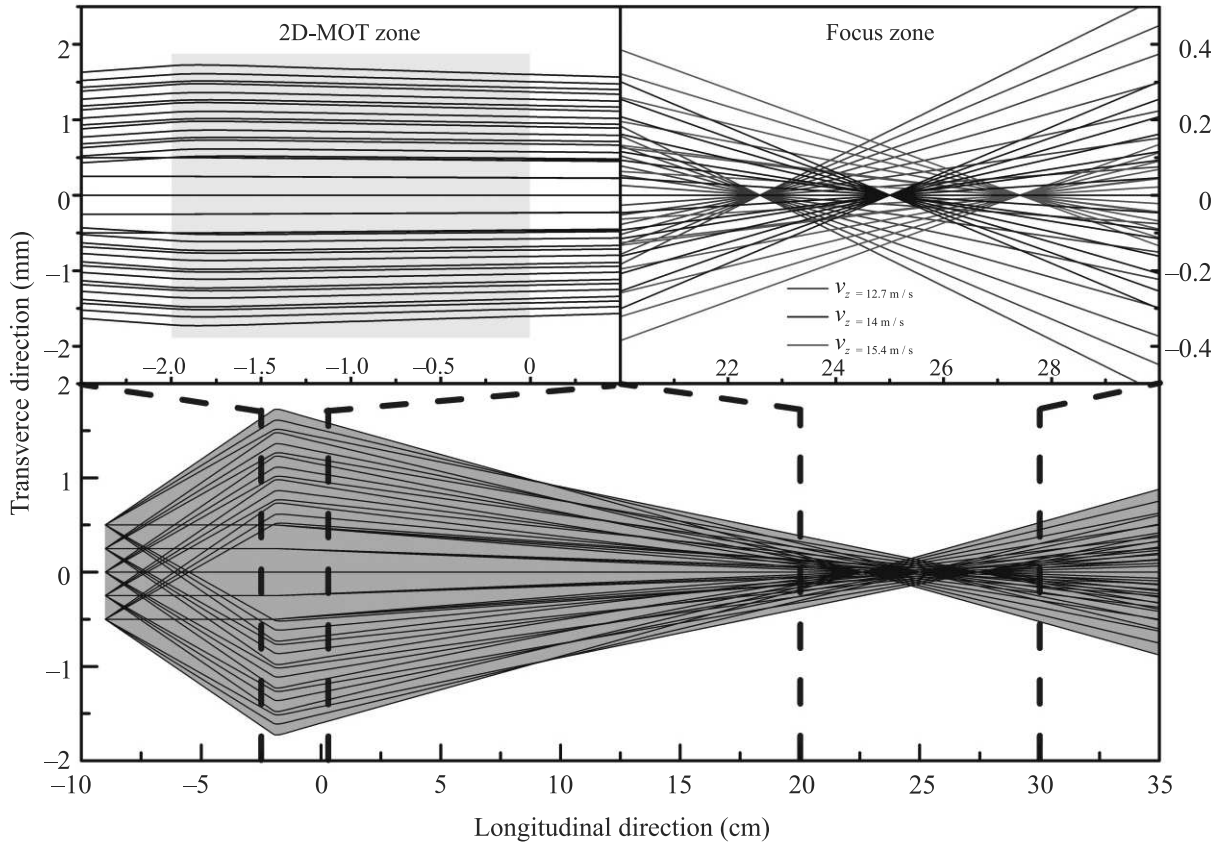


Рис. 4. (Цветной онлайн) Фокусировка атомного пучка. Траектории атомов рассчитаны для разных продольных ( $v_z = 12.7 \text{ м/с}$ ,  $v_z = 14 \text{ м/с}$ ,  $v_z = 15.4 \text{ м/с}$ ) и поперечных ( $v_x = 0.22 \text{ м/с}$ ,  $v_x = 0 \text{ м/с}$ ,  $v_x = -0.22 \text{ м/с}$ ) скоростей атомов

дольным скоростям. Ширина данного распределения совпадает с рассчитанным по формуле (5).

В поперечном направлении можно ввести аналогичную функцию распределения  $F_x(x)$  такой, что  $\int_{-\infty}^{\infty} F_x(x) dx = 1$ :

$$dN_x(x) = N_0 F_x(x) dx.$$

Результаты расчета  $F_x(x)$  для одномерного случая представлены на рис. 5b серой кривой. Видно, что в поперечном направлении область фокусировки обладает резко выраженным максимумом. Порядка 90 % всех атомов содержится в области с размерами 200 мкм. Выпишем здесь без вывода аналитическое выражение для  $F_x(x)$ , которое представлено пунктирной линией на рис. 5b:

$$F_x(x) = \frac{1}{2R} \left( \int_x^R f\left(\frac{x'v_0}{(x'-x)}\right) \frac{x'v_0}{(x'-x)^2} dx' - \int_{-R}^0 f\left(\frac{x'v_0}{(x'+x)}\right) \frac{x'v_0}{(x'+x)^2} dx \right), \quad x > 0, \quad (7)$$

$$v_0 = \frac{f_0 \alpha g}{k},$$

где  $v_0$  – скорость, соответствующая скоростной группе атомов, которые фокусируются в продольной точке рассмотрения поперечного распределения (в приведенном примере  $f_0 = 25 \text{ см}$ ).

Аналогичное распределение можно получить и в двумерном случае:

$$dN(r, \varphi) = N_0 F(r, \varphi) dr d\varphi,$$

$$F(r, \varphi) = \frac{1}{\pi R^2} \left( \int_r^R f\left(\frac{r'v_0}{(r'-r)}\right) \frac{r'^2 v_0}{(r'-r)^2} dr' + \int_{-R}^0 f\left(\frac{r'v_0}{(r'+r)}\right) \frac{r'^2 v_0}{(r'+r)^2} dr' \right), \quad r > 0. \quad (8)$$

Порядка 90 % всех атомов содержится в области с диаметром 250 мкм. В рассматриваемом приближении увеличение локальной плотности атомов, а следовательно и потока, будет равно отношению площадей. Это позволяет говорить о более чем 16-ти кратном увеличении потока атомов в эффективной зоне



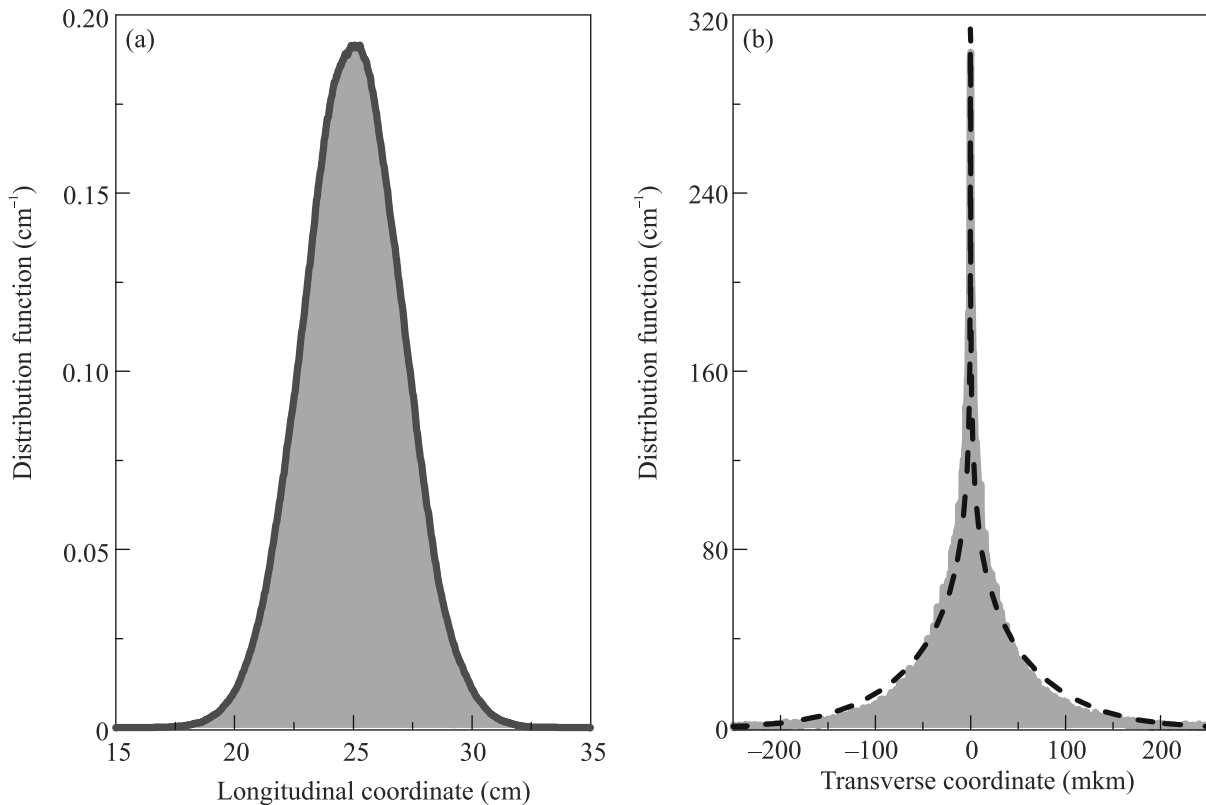


Рис. 5. (Цветной онлайн) Функции распределения атомов в области фокуса атомной линзы в продольном (а) и поперечном (при  $z = 25$  см) направлениях (б). Пунктиром представлена аналитическая кривая, рассчитанная в соответствии с выражением (7)

локализации атомного чипа по отношению к потоку атомов в LVIS и порядка 160-ти кратного увеличения по отношению ко входной апертуре 2D-МОЛ.

**5. Заключение.** В работе рассмотрен подход по увеличению скорости загрузки атомов в U-МОЛ атомного чипа. В основе рассмотренного подхода лежит фокусировка атомного пучка двумерной магнито-оптической ловушкой, расположенной на пути распространения атомов от LVIS к атомному чипу. Подход на основе фокусировки атомов имеет ряд преимуществ по сравнению с подходом на основе коллимации атомного пучка. Фокусировка позволяет сжать атомный пучок в области локализации до размеров, при которых магнитное поле имеет еще квадрупольный характер и способно локализовать атомы. Ранее экспериментально было продемонстрировано [35], что с использованием такого подхода возможна фокусировка в область порядка 270 мкм, что является достаточным для увеличения скорости загрузки атомных чипов, обладающих малой областью локализации [16].

Рассчитанная в настоящей работе область фокусировки порядка 250 мкм не учитывает диффузию

импульса атомов при взаимодействии с 2D-МОЛ. Учет диффузии может быть проведен относительно легко при малых параметрах насыщения атомного перехода. В этом случае существует аналитическое выражение для тензора, определяющего коэффициент диффузии импульса [37]. Однако при таких параметрах не будет реализован режим осциллятора с избыточным демпфированием. Для полного описания процесса диффузии импульса в описанном в настоящей статье случае необходимо численное решение уравнения Фоккера–Планка.

Поскольку работа атомного чипа является по своему характеру периодичной (цикл, состоящий из загрузки атомов в ловушку и последующего измерения), то увеличение скорости загрузки позволяет произвести увеличение частоты рабочего цикла загрузки атомов и, как результат, повышения точности квантовых сенсоров на основе холодных атомов. Помимо этого, развитие атомных чипов может быть востребовано и для ряда других экспериментов, например, исследования спектральных свойств холодных атомов [38], исследования холодной плазмы [39], а также расширит

возможности по созданию компактных атомных часов [40].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда # 21-12-00323 и гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 19-29-11004.

1. R. Geiger, A. Landragin, S. Merlet, and F. Pereira Dos Santos, *AVS Quantum Sci.* **2**(2), 024702 (2020).
2. G. M. Tino, *Quantum Sci. Technol.* **6**, 024014 (2021).
3. V. Ménotret, P. Vermeulen, N. Le Moigne, S. Bonvalot, P. Bouyer, A. Landragin, and B. Desruelle, *Sci. Rep.* **8**(1), 12300 (2018).
4. D. K. Mao, X. B. Deng, H. Q. Luo, Y. Y. Xu, M. K. Zhou, X. C. Duan, and Z. K. Hu, *Rev. Sci. Instrum.* **92**(5), 053202 (2021).
5. C. Janvier, V. Ménotret, B. Desruelle, S. Merlet, A. Landragin, and F. Pereira dos Santos, *Phys. Rev. A* **105**, 022801 (2022).
6. C. L. Garrido Alzar, *AVS Quantum Sci.* **1**(1), 014702 (2019).
7. P. Gillot, O. Francis, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, and S. Merlet, *Metrologia* **51**, L15 (2014).
8. Y. Bidel, N. Zahzam, C. Blanchard, A. Bonnin, M. Cadoret, A. Bresson, D. Rouxel, and M. F. Lequentrec-Lalancette, *Nat. Commun.* **9**, 627 (2018).
9. Y. Bidel, N. Zahzam, A. Bresson, C. Blanchard, M. Cadoret, A. V. Olesen, and R. Forsberg, *J. Geod.* **94**, 20 (2020).
10. A.-K. Cooke, C. Champollion, and N. Le Moigne, *Geosci. Instrum. Method. Data Syst.* **10**, 65 (2021).
11. L. Antoni-Micollier, D. Carbone, V. Ménotret, J. Lautier-Gaud, T. King, F. Greco, A. Messina, D. Contrafatto, and B. Desruelle, *Earth and Space Science Open Archive*, 10.1002/essoar.10510251.1 (2022).
12. B. Stray, A. Lamb, A. Kaushik et al. (Collaboration), *Nature* **602**, 590 (2022).
13. P. Rosenbusch, *Appl. Phys. B* **95**(2), 227 (2009).
14. P. Böhi, M. Riedel, J. Hoffrogge, J. Reichel, T. W. Hänsch, and P. Treutlein, *Nature Phys.* **5**, 592 (2009).
15. R. Szmuk, V. Dugrain, W. Maineult, J. Reichel, and P. Rosenbusch, *Phys. Rev. A* **92**, 012106 (2015).
16. A. E. Afanasiev, A. S. Kalmykov, R. V. Kirtaev, A. A. Kortel, P. I. Skakunenko, D. V. Negrov, and V. I. Balykin, *Opt. Laser Technol.* **148**, 107698 (2022).
17. S. Wildermuth, P. Krüger, C. Becker, M. Brajdic, S. Haupt, A. Kasper, R. Folman, and J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. A* **69**(3), 030901 (2004).
18. V. Singh, V. B. Tiwari, K. A. P. Singh, and S. R. Mishra, *J. Mod. Optic.* **65**(21), 2332 (2018).
19. V. Singh, V. B. Tiwari, and S. R. Mishra, *Laser Phys. Lett.* **17**, 035501 (2020).
20. S. A. Hopkins, *PhD thesis The Open University*, Milton Keynes, England (1996).
21. C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **65**(13), 1571 (1990).
22. A. M. Steane, M. Chowdhury, and C. J. Foot, *J. Opt. Soc. Am. B* **9**(12), 2142 (1992).
23. J. Reichel, *Appl. Phys. B* **74**(6), 469 (2002).
24. J. Rudolph, W. Herr, C. Grzeschik, T. Sternke, A. Grote, M. Popp, D. Becker, H. Müntinga, H. Ahlers, A. Peters, C. Lämmerzahl, K. Sengstock, N. Gaaloul, W. Ertmer, and E. M. Rasel, *New J. Phys.* **17**(6), 065001 (2015).
25. S. Jollenbeck, J. Mahnke, R. Randoll, W. Ertmer, J. Arlt, and C. Klempt, *Phys. Rev. A* **83**, 043406 (2011).
26. J. Reichel, W. Hänsel, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **83**(17), 3398 (1999).
27. A. Golovizin, D. Tregubov, D. Mishin, D. Provorchenko, and N. Kolachevsky, *Opt. Express* **29**, 36734 (2021).
28. S. Weyers, E. Aucouturier, C. Valentin, and N. Dimarcq, *Opt. Commun.* **143**(1–3), 30 (1997).
29. K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **58**(5), 3891 (1998).
30. Z. T. Lu, K. L. Corwin, M. J. Renn, M. H. Anderson, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **77**(16), 3331 (1996).
31. V. I. Balykin, V. S. Letokhov, V. G. Minogin, Yu. V. Rozhdestvensky, and A. I. Sidorov, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**(11), 1776 (1985).
32. J. Nellesen, J. Werner, and W. Ertmer, *Opt. Commun.* **78**(3–4), 300 (1990).
33. J. M. Kwolek, C. T. Fancher, M. Bashkansky, and A. T. Black, *Phys. Rev. Appl.* **13**(4), 044057 (2020).
34. V. I. Balykin, *JETP Lett.* **66**, 349 (1997).
35. P. N. Melentiev, P. A. Borisov, S. N. Rudnev, A. E. Afanasiev, and V. I. Balykin, *JETP Lett.* **83**(1), 14 (2006).
36. V. I. Balykin, V. G. Minogin, and V. S. Letokhov, *Rep. Prog. Phys.* **63**, 1429 (2000).
37. S. Chang and V. Minogin, *Phys. Rep.* **365**(2), 65 (2002).
38. A. E. Afanasiev, A. M. Mashko, A. A. Meysterson, and V. I. Balykin, *JETP Lett.* **111**, 608 (2020).
39. B. B. Zelener, E. V. Vilshanskaya, S. A. Saakyan, V. A. Sautenkov, B. V. Zelener, and V. E. Fortov, *JETP Lett.* **113**, 82 (2021).
40. K. S. Kudayarov, A. A. Golovizin, A. S. Borisenko, N. O. Zhadnov, I. V. Zalivako, D. S. Kryuchkov, E. O. Chiglintsev, G. A. Vishnyakova, K. Yu. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, *JETP Lett.* **114**, 243 (2021).

# Динамика фотоиндуцированных реакций, протекающих при многофотонной ионизации смешанных кластеров $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$ фемтосекундным УФ излучением

Д. Г. Пойдашев<sup>+1)</sup>, О. С. Аблясова<sup>+\*×</sup>, Е. А. Рябов<sup>+</sup>

<sup>+</sup> Институт спектроскопии РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

<sup>\*</sup> Abteilung Hochempfindliche Röntgenspektroskopie, Helmholtz-Zentrum Berlin für Materialien und Energie, Albert-Einstein-Strasse 15, 12489 Berlin, Germany

<sup>×</sup> Physikalisches Institut, Albert-Ludwigs-Universität Freiburg, 79104 Freiburg, Germany

Поступила в редакцию 22 марта 2022 г.

После переработки 29 марта 2022 г.

Принята к публикации 29 марта 2022 г.

Выполнены исследования многофотонной ионизации (МФИ) смешанных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$ , образованных при истечении смеси  $\text{CF}_3\text{I}$  и  $\text{Xe}$  из сверхзвукового импульсного сопла, фемтосекундным УФ излучением ( $\lambda = 266$  нм). Обнаружено появление смешанных ионов  $\text{XeI}^+$ , а также ионов  $\text{I}_2^+$ , образующихся в результате внутрикластерных реакций. Показано, что эффективность образования ионов  $\text{XeI}^+$  существенно зависит от длительности лазерного импульса: для их формирования требуется наличие УФ излучения на пикосекундной шкале времени. Измерены кинетические кривые выхода ионов  $\text{XeI}^+$  и  $\text{I}_2^+$  при УФ МФИ смешанных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$ , из которых определены характерные времена их образования: они составили величины  $53 \pm 8$  пс и  $65 \pm 6$  пс соответственно.

DOI: 10.31857/S123456782209004X, EDN: dwsmts

**1. Введение.** Интерес к исследованию многофотонной ионизации и диссоциации молекулярных кластеров лазерным излучением, в том числе фемтосекундной длительности, вызван наличием специфических каналов фотоиндуцированных реакций, присущих кластерам по сравнению с мономерами. Ярким примером могут служить исследования так называемого кулоновского взрыва кластеров, индуцированного мощным фемтосекундным излучением. Возмущение потенциальных поверхностей молекул в сильном электрическом поле приводит к множественному отрыву электронов и формированию многократно ионизованного ядра. Сильное кулоновское отталкивание приводит к быстрой диссоциации этого ядра, что, следуя работе [1], часто называют “кулоновским взрывом”. Одно из направлений исследований этого эффекта, в случае ионизации кластеров благородных газов, связано с его использованием для генерации рентгеновского излучения [2]. Подробный анализ результатов исследования этого эффекта и его возможных применений, в том числе для исследования внутримолекулярной и внутрикластерной динамики можно найти в обзорах [3, 4].

Кулоновский взрыв в кластерах обычно наблюдается при интенсивности излучения импульсов фемтосекундного диапазона  $\geq 10^{14} - 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>. Однако фотоиндуцированные внутрикластерные реакции наблюдаются и при гораздо меньших интенсивностях излучения  $\leq 10^{12}$  Вт/см<sup>2</sup>. Одним из примеров таких реакций для кластеров йодидов типа  $(R-I)_n$  является формирование молекулярного йода среди продуктов их фотофрагментации под действием УФ-лазерного излучения. Молекулярный йод наблюдали как в виде нейтрального продукта однофотонной фрагментации димеров  $(\text{CH}_3\text{I})_2$  [5], так и в виде иона при многофотонной ионизации (МФИ) этих объектов [6]. В дальнейшем ион молекулярного йода  $\text{I}_2^+$  наблюдали также при УФ МФИ кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n$  [7, 8] и  $(\text{IF}_2\text{CCOF})_n$  [9]. Используя технику “накачка-зондирование” (“pump-probe”), были измерены характерные времена внутрикластерных процессов, приводящих к образованию  $\text{I}_2^+$  при УФ МФИ кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n$  фемтосекундными импульсами [10]. Детально механизм распада кластеров типа  $(R-I)_n$  под действием фемтосекундного УФ излучения изучался в работе [11].

Отмеченные выше эксперименты были выполнены с *однородными* кластерами, состоящими из оди-

<sup>1)</sup>e-mail: poydashev@isan.troitsk.ru

наковых частиц. Однако сравнительные исследования МФИ однородных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n$  и кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n$ , находящихся внутри или на поверхности больших кластеров  $\text{Xe}_m$ , выполненные с наносекундными УФ импульсами, показали, что эффективность фрагментации частиц, набор образующихся продуктов существенно зависит от окружения и состава кластеров [12]. В данной работе мы сообщаем о результатах исследования МФИ смешанных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$ , а также динамики специфических реакций, присущих смешанным кластерам при их ионизации, фемтосекундным УФ излучением.

**2. Экспериментальная установка и метод исследования.** В эксперименте использовалась установка, основные элементы которой подробно описаны в работе [10], поэтому здесь ограничимся указанием условий, в которых проводились измерения. Основу экспериментального комплекса составляет фотоионизационный времяпролетный масс-спектрометр (TOF MS) в комбинации с импульсным соплом – источником молекулярных и кластерных пучков. Коллимированный пучок частиц формируется с помощью скиммера (Beam Dynamics, Model 1, диаметр отверстия скиммера  $d_{\text{skim}} = 0.49$  мм), установленного на расстоянии 55 мм от импульсного сопла (General Valve, диаметр отверстия сопла  $d_{\text{nozzle}} = 0.8$  мм), и направляется в камеру TOF MS, где на оси масс-спектрометра пересекается с лазерными пучками. Характерный диаметр кластерного пучка в области ионизации составлял  $D_{\text{clust}} = 1.8$  мм. В зависимости от условий истечения из сопла возможна генерация чисто молекулярных пучков и пучков с различной степенью кластеризации вплоть до чисто кластерных пучков. Смешанные кластеры  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$  генерировались при сверхзвуковом истечении в вакуум газобразной смеси молекул  $\text{CF}_3\text{I}$  с  $\text{Xe}$  соотношением  $\text{CF}_3\text{I}/\text{Xe} = 1/100$  и общим давлением  $P_0 = 200$  кПа при комнатной температуре. Как следует из работы [12], в этих условиях и при таком разбавлении  $\text{CF}_3\text{I}$  имеет место образование смешанных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$  с центральным ядром, состоящим из кластеров  $\text{CF}_3\text{I}$ , окруженных “шубой” из атомов  $\text{Xe}$ . Оболочечная структура смешанного кластера в наших условиях истечения формируется из-за различия энергии связи между частицами разной природы: по сравнению с атомами в оболочке кластера молекулы в его ядре связаны сильнее и кластеризуются раньше (при более высоких температурах) в процессе газодинамического охлаждения.

В качестве источника фемтосекундного излучения использовался титан-сапфировый лазер (Spectra

Physics,  $\lambda = 800$  нм,  $\tau_{\text{pulse}} = 50$  фс,  $F = 1$  кГц), излучение которого преобразовывалось для получения лазерных импульсов на частоте второй ( $\lambda = 400$  нм) и третьей ( $\lambda = 266$  нм) гармоник с помощью нелинейных кристаллов ВВО. Исходная длительность УФ-импульсов на длине волны  $\lambda = 266$  нм, используемых для УФ МФИ кластеров, в этих экспериментах составляла  $\tau_{\text{pulse}} \approx 160$  фс. Образующиеся в процессе экспериментов ионы детектировались с помощью TOF MS. Излучение на длине волны  $\lambda = 400$  нм (зондирующие импульсы) использовалось для измерения кинетики образования соответствующих продуктов (см. ниже). Время задержки между УФ и зондирующим импульсом плавно регулировалось с помощью оптической линии задержки. В эксперименте использовались УФ импульсы различной длительности. Изменение длительности импульса производилось в результате его chirpирования при однократном и двукратном пропускании через кварцевый блок длиной  $L = 13.5$  см. В результате изначально нерастянутый УФ импульс длительностью  $\tau_{\text{pulse}} \approx 160$  фс был преобразован в импульс с длительностью  $\approx 800$  фс (один проход) и  $\approx 2.2$  пс (два прохода через кварцевый блок). Измерение длительности лазерного импульса на длине волны  $\lambda = 266$  нм производилось путем смешивания этого импульса с импульсом известной длительности (50 фс) на длине волны  $\lambda = 800$  нм в кристалле ВВО по эффекту генерации суммарной частоты. Фокусировка излучения в камеру масс-спектрометра осуществлялась с помощью линзы с фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Плотность энергии УФ излучения на оси кластерного пучка обычно не превышала  $\Phi = 0.15$  Дж/см<sup>2</sup>, что соответствует интенсивности излучения  $9.4 \cdot 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup> для  $\tau_{\text{pulse}} = 160$  фс.

**3. Результаты исследований.** При УФ МФИ кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$  наносекундными импульсами ( $\tau_{\text{pulse}} \approx 7$  нс) в работе [12] в масс-спектре были обнаружены интенсивные пики ионов  $\text{XeI}^+$  (помимо ионов  $\text{I}^+$  и  $\text{I}_2^+$ ), причем соотношение интенсивностей пиков  $\text{XeI}^+$  и  $\text{I}_2^+$  было примерно 1/1. Наблюдение пиков  $\text{XeI}^+$  является прямым доказательством присутствия в пучке смешанных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$  и наличия фотоиндуцированной внутрикластерной реакции образования этого смешанного иона. Одной из основных целей данной работы было, используя фемтосекундные импульсы, исследовать кинетику этой реакции, ее механизм, аналогично тому, как это было сделано для иона  $\text{I}_2^+$  при УФ МФИ однородных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n$  в работе [10].

В данной работе ионы  $\text{XeI}^+$  и  $\text{I}_2^+$  были обнаружены и при УФ МФИ кластерного пучка, со-

держашего кластеры  $(CF_3I)_nXe_m$ , фемтосекундными импульсами. При интенсивности излучения более  $2 \div 3 \cdot 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup> в масс-спектре регистрируется достаточно много пиков, соответствующих осколочным ионам, которые образовались в результате диссоциативной ионизации смешанных кластеров. Мы обратим особое внимание на ионный сигнал, сконцентрированный в области масс  $\sim 260$  и  $\sim 130$  а.е.м. Следует отметить, что в первой группе расположены пики  $I_2^+$  (254 а.е.м.), а также пики ионов  $Xe_2^+$  и  $XeI^+$ . Последние два иона имеют широкую структуру в масс-спектре из-за наличия 7 изотопов Xe природного состава с массами от 128 до 136 а.е.м. Модельный анализ полученных масс-спектров, эксперименты с разной длительностью фемтосекундных импульсов, а также дополнительные измерения с чисто ксеноновым пучком позволили выявить вклад различных ионных продуктов в области масс  $\sim 260$  а.е.м. Полученные результаты представлены на рис. 1.

Было обнаружено, что, по сравнению с работой [12], эффективность образования ионов  $XeI^+$  существенно зависит от длительности фемтосекундного излучения. Это демонстрируют масс-спектры в области масс  $m/z \sim 260$  а.е.м., где находятся ионные пики  $I_2^+$ ,  $Xe_2^+$  и  $XeI^+$ , приведенные на рис. 1 для трех значений длительности УФ импульса:  $\approx 160$  фс (а),  $\approx 800$  фс (б) и  $\approx 2.2$  пс (с) при постоянной энергии этих импульсов. При малых длительностях  $\tau_{pulse} \approx 160$  фс ион  $XeI^+$  практически отсутствует, а при  $\tau_{pulse} \approx 2.2$  пс он становится доминирующим в спектре. Отметим, что отсутствие чисто ксеноновых ионов в работе [12] связано, по-видимому, с более высоким потенциалом ионизации ксенона ( $\approx 12.13$  эВ) по сравнению с молекулой  $CF_3I$  ( $\approx 10.28$  эВ) или молекулой  $I_2$  ( $\approx 9.31$  эВ), и недостаточной интенсивностью наносекундного излучения для его многофотонной ионизации.

Для понимания механизма образования  $XeI^+$  была измерена кинетика его появления методом “ришр-гобе”. Ионизация осуществлялась УФ импульсом ( $\tau_{pulse} \approx 2.2$  пс), после чего посылался относительно слабый зондирующий импульс ( $\lambda = 400$  нм), который производил однофотонную диссоциацию образовавшегося в результате УФ МФИ иона  $XeI^+$  с образованием иона  $Xe^+$  и нейтрального йода:  $XeI^+ \rightarrow Xe^+ + I$ . Как следует из данных [13] об энергетической структуре уровней  $XeI^+$ , для осуществления этой реакции достаточно одного кванта излучения на  $\lambda = 400$  нм. Диссоциация молекулярного иона – не мгновенный процесс, поэтому, говоря далее о характерном времени образования этого молекулярного иона, мы, конечно, должны учитывать это. В дальнейших рас-

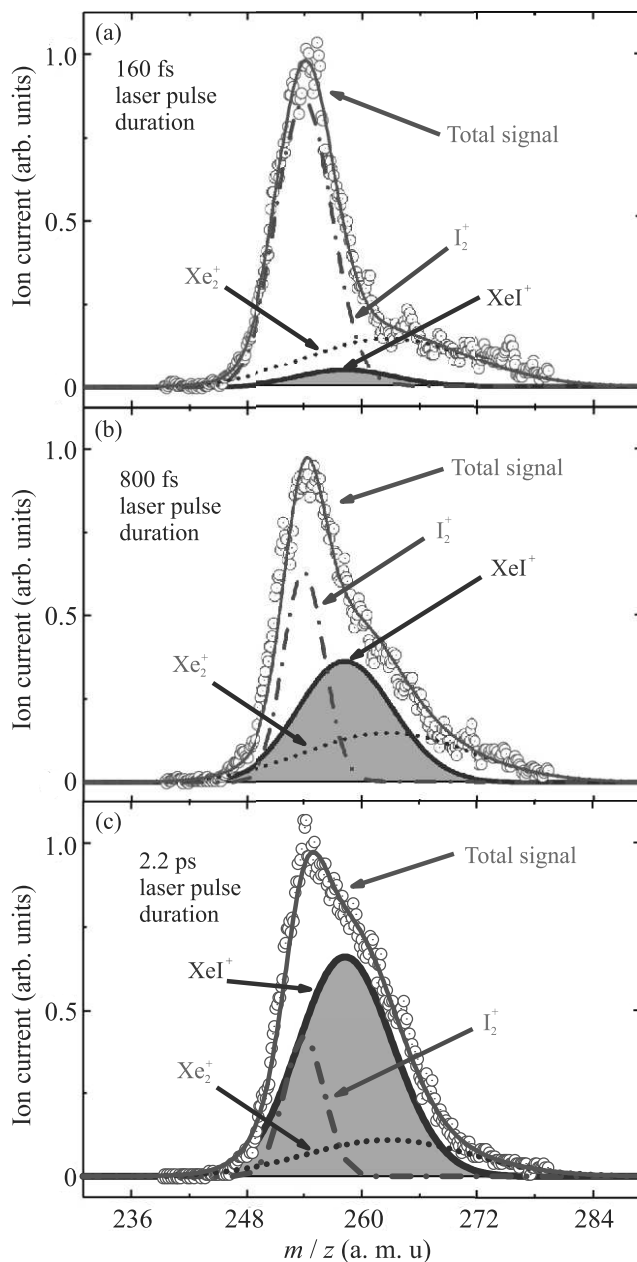


Рис. 1. (Цветной онлайн) Масс-пики ионов  $I_2^+$ ,  $Xe_2^+$  и  $XeI^+$ , полученные при МФИ кластеров УФ импульсами с длительностью: (а) –  $\approx 160$  фс; (б) –  $\approx 800$  фс; (с) –  $\approx 2.2$  пс. Для наглядности закрашена площадь, пропорциональная количеству ионов  $XeI^+$ . Кружками обозначены экспериментальные точки, плавные кривые – результат моделирования

суждениях будем исходить из того, что характерное время диссоциации  $XeI^+$  по порядку величины можно оценить из данных по диссоциации  $I_2^+$  [10]: оно составляет  $\sim 1$  пс.

Следует, однако, отметить, что масс-спектр ионов в области  $\sim 130$  а.е.м., где располагаются пики  $I^+$  и

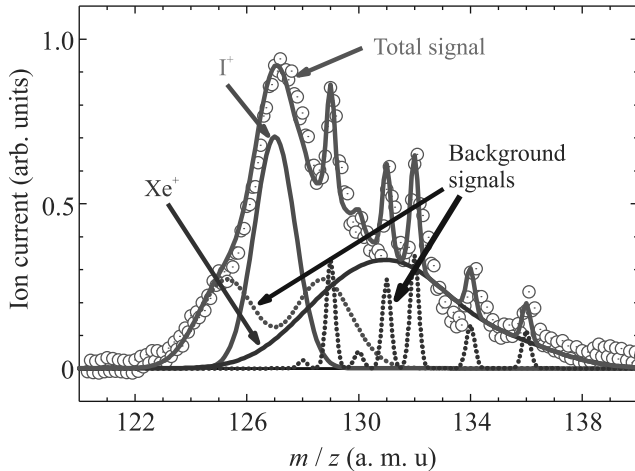


Рис. 2. (Цветной онлайн) Фрагмент масс-спектра в области 130 а.е.м. с перекрывающимися пиками от ионов  $I^+$  и  $Xe^+$  при  $\Delta\tau_{\text{delay}} = 200$  пс: сплошные кривые – сигнал от ионов  $I^+$  и  $Xe^+$ , образовавшихся в результате фотодиссоциации зондирующим излучением  $I_2^+$  и  $XeI^+$  соответственно; пунктирные пики – фоновый сигнал от ионов  $I^+$  и  $Xe^+$ , образовавшихся в результате УФ МФИ кластеров и атомов газа носителя соответственно

$Xe^+$ , имеет сложную структуру (см. рис. 2). Наряду с ионами  $Xe^+$ , образующимися в результате фотодиссоциации  $XeI^+$  пробным лазерным импульсом, в масс-спектре на рис. 2 присутствуют ионы  $I^+$ , образующиеся в результате фотодиссоциации  $I_2^+$  под действием того же самого пробного лазерного импульса:  $I_2^+ \rightarrow I^+ + I$  (на рис. 2 эти пики  $Xe^+$  и  $I^+$  обозначены сплошными кривыми). Именно эта реакция была ранее использована для определения скорости образования  $I_2^+$  при УФ МФИ однородных кластеров  $(CF_3I)_n$  [10]. Кроме сигналов от этих двух ионов на рис. 2 также отмечены фоновые сигналы от ионов  $I^+$ , образующихся в результате диссоциативной ионизации кластеров под действием импульса накачки и от ионов  $Xe^+$ , образующихся при ионизации атомов газа-носителя, также присутствующих в пучке (пунктирные кривые).

Анализ экспериментальных масс-спектров позволил выделить вклад ионов  $Xe^+$ , образующихся при фотодиссоциации  $XeI^+$ , а также – от ионов  $I^+$ , образующихся при фотодиссоциации  $I_2^+$ , пробным излучением при каждом значении времени задержки. В результате были получены кинетики выхода этих ионов (см. рис. 3), из которых определены характерные времена образования ионов  $XeI^+$  и  $I_2^+$  при УФ МФИ смешанных кластеров  $(CF_3I)_nXe_m$ , которые составили величины  $\tau_1 = 53 \pm 8$  пс и  $\tau_2 = 65 \pm 6$  пс соответственно.

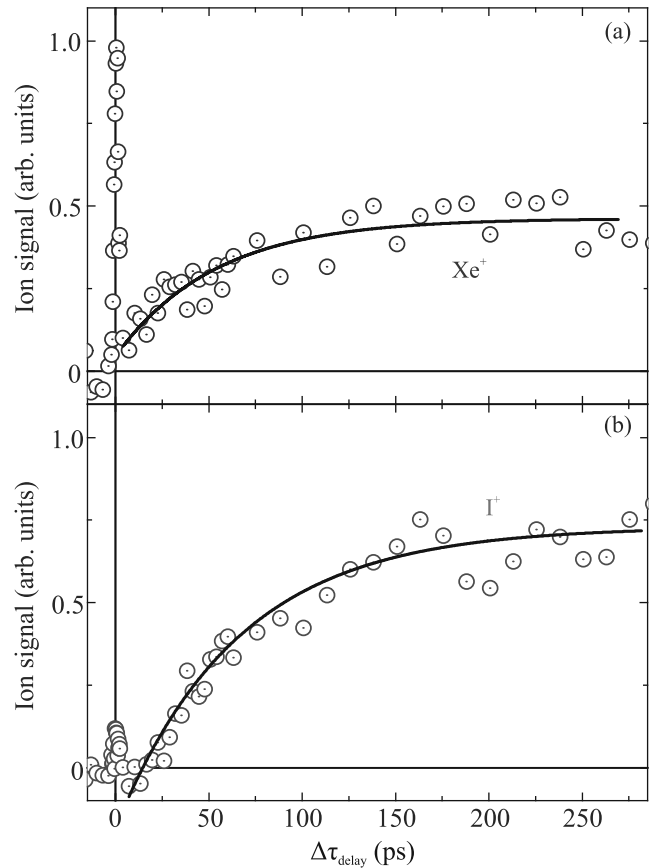


Рис. 3. (Цветной онлайн) Кинетические кривые выхода ионов  $Xe^+$  при диссоциации ионов  $XeI^+$  (a) и ионов  $I^+$  при диссоциации  $I_2^+$  (b), образующихся при УФ МФИ кластеров  $(CF_3I)_nXe_m$  УФ излучением с длительностью импульса  $\tau_{\text{pulse}} \approx 2.2$  пс (каждая точка – площадь под соответствующей кривой на рис. 2). Сплошными линиями обозначена подгонка функцией вида  $f(t) \sim 1 - \exp(-t/\tau)$ , с характерными временами  $\tau_1 = 53 \pm 8$  пс для  $Xe^+$  (a) и  $\tau_2 = 65 \pm 6$  пс для  $I^+$  (b)

В результате выполненных исследований показано, что характерное время образования ионов  $XeI^+$  и  $I_2^+$  при фемтосекундной УФ МФИ смешанных кластеров  $(CF_3I)_nXe_m$  существенно (почти на два порядка) превышает время образования иона  $I_2^+$  при УФ МФИ *однородных* кластеров  $(CF_3I)_n$  [10]. Мы полагаем, что это, главным образом, связано с различиями в структуре однородного и смешанного кластера: в первом случае выход  $I_2^+$  как минимум не затруднен наличием “шубы”, состоящей из атомов благородного газа. Обнаружено также, что формирование иона  $XeI^+$  в результате УФ МФИ смешанных кластеров  $(CF_3I)_nXe_m$  зависит от длительности лазерного импульса. Для его эффективного образования требуется наличие УФ излучения на пикосекундной шкале времени. По сути УФ импульс является триггером, который запускает цепочку внутрикластерных

реакций, приводящих, в конечном счете, к образованию свободного иона  $\text{XeI}^+$ . Отметим, что образование ионов при нерезонансной УФ МФИ молекулярных кластеров ультракороткими лазерными импульсами сопровождается фрагментацией кластеров даже при интенсивностях лазерных импульсов, далеких от кулоновского взрыва. “Оболочечная” структура смешанных кластеров  $(\text{CF}_3\text{I})_n\text{Xe}_m$  накладывает ограничения на скорость появления ионов, формирующихся из частиц, находящихся в ядре кластера. Наблюдаемое время формирования ионов  $\text{XeI}^+$  и  $\text{I}_2^+$  в таких условиях отражает характерное время жизни смешанного кластера в процессе его диссоциативной ионизации: распад оболочки кластера, состоящей из атомов ксенона, происходит, по-видимому, на временах порядка 50 пс, после чего становится возможным появление свободных ионов  $\text{XeI}^+$  и  $\text{I}_2^+$ .

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант # 20-02-00146а.

1. T. A. Carlson and R. M. White, *J. Chem. Phys.* **44**, 4510 (1966).
2. V. P. Krainov and M. B. Smirnov, *Phys. Rep.* **370**, 237 (2002).
3. T. Fennel, K. H. Meiwes-Broer, J. Tiggesbäumker, P.-G. Reinhard, P. M. Dinh, and E. Suraud, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1793 (2010).
4. T. Yatsushashi and N. Nakashima, *Journal Photochem. Photobiology C: Photochemistry Reviews* **34**, 52 (2018).
5. Y. B. Fan and D. J. Donaldson, *J. Chem. Phys.* **97**, 189 (1992).
6. S. P. Sapers, V. Vaida, and R. Naaman, *J. Chem. Phys.* **88**, 3638 (1988).
7. C. A. Taatjes, J. W. G. Mastenbroek, G. van den Hoek, J. G. Snijders, and S. Stolte, *J. Chem. Phys.* **98**, 4355 (1993).
8. V. N. Likhman, D. D. Ogurok, and E. A. Ryabov, *Chem. Phys.* **333**, 85 (2007).
9. V. M. Apatin, V. N. Likhman, D. D. Ogurok, D. G. Poydashev, and E. A. Ryabov, *Eur. Phys. J. D* **67**, 66 (2013).
10. В. М. Апатин, В. О. Компанец, В. Н. Лохман, Н.-Д. Д. Огурок, Д. Г. Пойдашев, Е. А. Рябов, С. В. Чекалин, *ЖЭТФ* **142**, 644 (2012).
11. Д. Г. Пойдашев, В. О. Компанец, В. Н. Лохман, С. В. Чекалин, Е. А. Рябов, *ЖЭТФ* **152**, 1213 (2017).
12. В. М. Апатин, В. Н. Лохман, Г. Н. Макаров, Н.-Д. Д. Огурок, А. Н. Петин, Е. А. Рябов, *ЖЭТФ* **147**, 218 (2015).
13. G. J. Hoffman, *Chemical Physics* **361**, 68 (2009).

## Плавление титана ударной волной, вызванной мощным фемтосекундным лазерным импульсом

В. А. Хохлов<sup>a</sup>, В. В. Жаховский<sup>b,c</sup>, Н. А. Иногамов<sup>a,b,c1</sup>, С. И. Ашитков<sup>c</sup>, Д. С. Ситников<sup>c,d</sup>,  
К. В. Хищенко<sup>c,d,e,f</sup>, Ю. В. Петров<sup>a,d</sup>, С. С. Манохин<sup>e</sup>, И. В. Неласов<sup>e</sup>, В. В. Шепелев<sup>g</sup>, Ю. Р. Колобов<sup>e</sup>

<sup>a</sup> Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черногловка, Россия

<sup>b</sup> Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова, Росатом, 127030 Москва, Россия

<sup>c</sup> Объединенный институт высоких температур РАН, 125412 Москва, Россия

<sup>d</sup> Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия

<sup>e</sup> Институт проблем химической физики РАН, 142432 Черногловка, Россия

<sup>f</sup> Южно-Уральский государственный университет, 454080 Челябинск, Россия

<sup>g</sup> Институт автоматизации проектирования РАН, 123056 Москва, Россия

Поступила в редакцию 6 апреля 2022 г.

После переработки 6 апреля 2022 г.

Принята к публикации 7 апреля 2022 г.

Лазернаяковка с помощью ультракоротких лазерных импульсов (УКЛИ) исследуется методами гидродинамического и атомистического моделирования, а также экспериментально. Показано, что в отличие от традиционных наносекундных импульсов, УКЛИ позволяет поднять уровень создаваемых давлений на 2–3 порядка с 1–10 ГПа до 1000 ГПа (1 ТПа). При этом физика явлений меняется принципиально, так как ударные волны (УВ) с давлениями, превышающими объемный модуль сжатия металла, плавят его. Впервые показано, что при давлениях  $\sim 1$  ТПа глубина ударного плавления на порядок превышает толщину слоя расплава за счет теплопроводности. Изучено возникновение, распространение и затухание плавящей УВ в титане. Затухание УВ позволяет модифицировать подповерхностный слой, в котором происходит смена режимов плавления от быстрого в УВ-скачке к медленному распространению фронта плавления в хвосте разгрузки за УВ. Экспериментально показано, что при сверхбыстрой кристаллизации расплава формируется твердый слой со структурой, резко отличной от той, которая была до воздействия. Измеренная глубина этого слоя хорошо согласуется с расчетом.

DOI: 10.31857/S1234567822090051, EDN: dwxagc

**1. Введение.** Лазернаяковка (*laser shock peening*, LSP) – это индустриальная технология существенного поверхностного упрочнения изделий. Имеется достаточное число научно-промышленных групп, которые обрабатывают соответствующие заказы. В кратком перечне – компании Китая, Франции, Чехии<sup>2</sup>), и Ирландии<sup>3</sup>). В январе 2022 г. появилось сообщение<sup>4</sup>) о полном LSP-упрочнении военного самолета. При стоимости самолета в \$100 млн. увеличение длительности его эксплуатации в 1.5–2 раза дает экономический выигрыш в \$50–100 млн. Этот выигрыш на 2 порядка превос-

ходит затраты на его LSP-обработку – смотрите стоимость LSP-работ<sup>3</sup>).

Имеются две версии LSP. Разница между ними в длительности используемых лазерных импульсов. С одной стороны, это наносекундная (нс) ковка (нс-LSP) [1–4], с другой – относительно молодое ответвление, в котором применяются ультракороткие лазерные импульсы (УКЛИ) – импульсы фемтосекундной (фс) – пикосекундной (пс) длительности (фс-пс LSP) [5–10]. Более разработанным и более применяемым является нс-LSP. Однако фс-пс LSP имеет свои достоинства. Во-первых, не нужно применять защитную пленку, во-вторых, теряет смысл облучение через воду, и, в-третьих, на несколько порядков увеличивается амплитуда возбуждаемых ударных волн [7, 8, 10]. Обсудим эти особенности.

Защитная пленка препятствует испарению и плавлению. Между тем, слой расплава исключи-

<sup>1</sup>) e-mail: nailinogamov@gmail.com

<sup>2</sup>) www.beamtech-laser.com, www.alphanov.com, www.hilase.cz.

<sup>3</sup>) www.lsptechnologies.com.

<sup>4</sup>) www.naval-technology.com/news/frce-verification-milestone-peened-f-35b.



тельно важен для модификации кристаллической структуры (см. раздел 4.2 в [11]). О роли жидкой фазы на поверхности пойдет речь в данной статье. Теперь про воду. Инерция воды увеличивает импульс, передаваемый наносекундным импульсом в мишень [1, 12, 13]. Но в случае УКЛИ наличие жидкости не сказывается на амплитуде ударной волны (УВ), поскольку ультракороткая треугольная волна сжатия за ударным скачком представляет собой простую волну Римана. Протяженность основания треугольника этой волны увеличивается  $\propto \sqrt{x_{SW}}$  [14], и сигнал от наличия жидкости не может достичь скачка, пока этот скачок имеет амплитуду, которая необходима дляковки; здесь  $x_{SW}$  – это путь, пройденный УВ. Таким образом, при равных поглощенных в мишени энергиях (флюенсах) УКЛИ  $F_{abs}$  амплитуда и форма треугольной волны не зависят от наличия или отсутствия жидкости.

Возможность резкого повышения давления – это важнейшее обстоятельство, которое резко отличает воздействие УКЛИ от воздействия нс-импульса. Наличие воды, филаментация лазерного пучка в воде и оптический пробой воды сильно ограничивают интенсивность, падающую на поверхность мишени при нс-воздействии. В результате генерируемые давления не превышают величин порядка единиц ГПа. Тогда как в случае УКЛИ с проводкой пучка через воздух или вакуум без проблем достигаются давления уровня в единицы и десятки ТПа благодаря высокой оптической прочности воздуха и большим значениям  $F_{abs}$ ; до сотен Дж/см<sup>2</sup> [8, 10].

Элементарная оценка давления дает  $p \sim F_{abs}/d_T$ , где  $d_T$  – глубина прогрева. Прогрев УКЛИ детально изучен [11]. Глубина прогрева равна  $d_T = \delta + d_{EHC}$ , где  $\delta$  – толщина скин-слоя, которая в случае оптического излучения и металлов составляет 10–20 нм,  $d_{EHC}$  – толщина слоя, прогретого сверхзвуковой электронной тепловой волной; на двухтемпературной (2Т,  $T_e \gg T_i$ ) стадии эта волна распространяется со сверхзвуковой скоростью [15].

В хорошо проводящих металлах (например, золото) величина  $d_{EHC}$  в 5–10 раз превышает толщину скин-слоя  $\delta$ . В настоящей работе будем изучать практически важный случай титана. Титан, цирконий – это плохо проводящие металлы. При комнатной температуре электропроводность и теплопроводность титана составляет 1/19 и 1/15 соответственно от значений для золота. В случае титана, как показывают наши 2Т-расчеты, глубина прогрева порядка толщины  $\delta$ ; изложение деталей 2Т-модели выходит за рамки данной статьи. При 2Т-ГД (2Т-гидродинамическом) численном моделирова-

нии 2Т-модель применялась вместе с широкодиапазонным многофазным уравнением состояния титана [16, 17]. В эксперименте, который выполнен в рамках данной работы, падающий флюенс  $F_{inc}$  составлял 13.8 Дж/см<sup>2</sup>.

Использовался лазер тераваттной мощности на кристалле хром-форстерита [18], длина волны  $\lambda = 1240$  нм, длительность импульса  $\tau = 110$  фс (FWHM, полная ширина на полувысоте). Коэффициент поглощения  $A = 1 - R$  титана на этой длине волны равен 40 %, см. <https://refractiveindex.info/>. Поглощенный флюенс  $F_{abs} = AF_{inc} = 5.5$  Дж/см<sup>2</sup>. Оценка  $F_{abs}/d_T$  дает начальное давление 2 ТПа (20 Мбар) при  $d_T = 30$  нм. 2Т-расчет, результаты которого показаны на рис. 1, дает несколько меньшие значения давления на 2Т-стадии. Отчасти это связано с небольшим значением электронного параметра Грюнрайзена  $G_e \sim 0.6$ . Кроме того, начальное давление падает примерно в 2 раза из-за генерации акустических волн, расходящихся из слоя высокого давления толщиной  $d_T$  с изначально неподвижным веществом. На 4–5 пс 2Т-стадия завершается в том смысле, что электронный вклад в давление  $p_e$  становится мал.

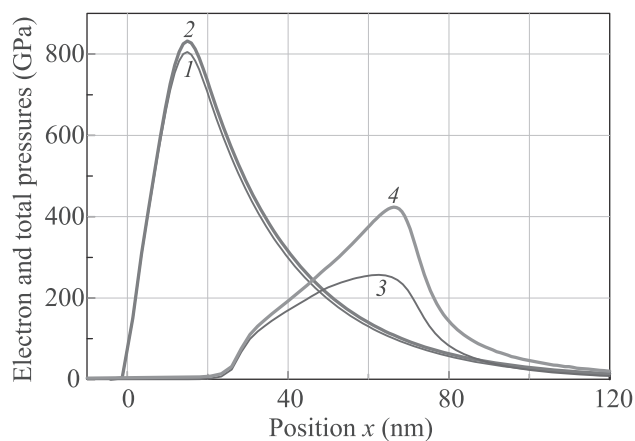


Рис. 1. (Цветной онлайн) Распределения электронного  $p_e$  (кривые 1 и 3) и полного давления  $p = p_e + p_i$  (кривые 2 и 4) в мишени из титана в начале 2Т-стадии  $t = 0.5$  пс (кривые 1 и 2) и ближе к ее завершению  $t = 3$  пс (кривые 3 и 4); здесь  $p_i$  – ионный вклад в давление, см. например, [11]. Модуль объемного сжатия титана  $B = 110$  ГПа. Объемная скорость звука при комнатной температуре 4.9 км/с

Плавнение играет определяющую роль во многих лазерных приложениях. Но, как правило, в статьях анализируется плавление за счет поглощения энергии и переноса тепла теплопроводностью. В настоящей работе основные эффекты обусловлены плавлени-

нием вследствие диссипации кинетической энергии во фронте УВ. Плавающие УВ изучались [16, 19–21]. Но такое изучение не имело отношения к процессам упрочнения. Между тем, как показано ниже, это важный аспект задачи об упрочнении.

Во-первых, плавление и последующее затвердевание поверхностного слоя принципиально меняет кристаллическую структуру этого слоя. В том числе, сверхвысокая скорость закалки расплавленного приповерхностного слоя в большинстве известных случаев приводит к измельчению зеренной структуры вплоть до формирования нанокристаллического состояния в рассматриваемом случае. Последняя, как известно, позволяет наряду со значительным упрочнением сохранить необходимый уровень пластичности или даже его повысить.

Это является принципиально важным достижением для практического применения, поскольку позволяет достигать рекордных упрочнений в поверхностном слое металлических материалов.

Во-вторых, в ситуациях с плохо проводящими металлами (титан, цирконий) и нагревом УКЛИ толщина прогретого за счет теплопроводности слоя  $d_{ENC}$  мала. Следовательно, мала толщина слоя расплава за счет этого эффекта. Ниже будет показано, что толщина ударно-расплавленного слоя на порядок выше при больших поглощенных энергиях.

В-третьих, при давлениях УВ, существенно превышающих модуль сдвига  $G$ , происходит плавление в УВ. Обычно плавление начинается при давлениях за фронтом УВ порядка величины модуля объемного сжатия  $B$ .

В-четвертых, при распространении вглубь мишени амплитуда УВ затухает относительно медленно,  $p_{SW} \approx p_{ini}/\sqrt{x_{SW}/d_T}$ . Записывая  $B \approx p_{ini}/\sqrt{x_{SW}/d_T}$ , получаем

$$d_m \sim d_T(p_{ini}/B)^2.$$

Таким образом, толщина слоя расплава  $d_m$  может быть намного больше толщины зоны плавления за счет теплопроводности (толщина этой зоны не превышает  $d_T$ ).

Цель данной работы проста. Необходимо теоретически подсчитать глубину плавления  $d_m$  и сравнить ее со значением, измеренным нами экспериментально.

Мы будем использовать два вида расчетов. Во-первых, это расчет с помощью 2Т-ГД-кода. Во-вторых, это расчет путем применения гибридного кода. В гибридном коде 2Т-ГД-стадия описывается 2Т-ГД-кодом, а одностепенная (1Т) стадия моделируется молекулярно-динамическим (МД) кодом; на

1Т-стадии электронная и ионная температуры близки, и электронный вклад в давление в конденсированной фазе при температурах порядка температуры плавления  $T_m$  мал; для титана  $T_m(p = 0) = 1.941$  кК – справочное значение.

Работа состоит из двух основных частей. В первой части будут описаны результаты, полученные гибридным кодом. Во второй части работы мы представим данные наших опытов и сравним их с численным моделированием.

**2. Численное моделирование.** Как сказано, используются гидродинамический (2Т-ГД) и молекулярно-динамический (МД) коды. Оба имеют свои достоинства и недостатки. Их совместное применение в гибридном 2Т-ГД/МД-коде позволяет компенсировать недостатки. Поясним данный тезис. Перед нами сложная физическая проблема. Необходимо описать сквозным образом в пространстве и времени цепь взаимно связанных процессов от создания высокотемпературных состояний (температуры  $\sim 10$  эВ) в слое нагрева  $d_T$  до холодных упруго-пластических явлений глубоко в толще мишени:  $x \gg d_T$ . При этом погрешность МД-приближения нарастает в сторону высоких температур, а 2Т-ГД пластический код не учитывает упругие эффекты в холодной твердой фазе.

Рассматривается воздействие мощного ( $F_{abs}$  на два порядка выше порога абляции) субпикосекундного ( $\tau = 0.11$  пс) лазерного импульса на твердую мишень. Интересующие нас поглощенные энергии  $F_{abs}$  таковы, что в слое нагрева  $d_T$  толщиной в десятки нм вещество твердотельной плотности переходит в 2Т-состояние с электронными температурами  $T_e \sim 10$  эВ. Гидродинамика такого рода 2Т-течений не описывается МД-кодом. МД оперирует с потенциалом межатомного взаимодействия. Настройка параметров потенциала осуществляется по данным, относящимся к твердой фазе [22]. Поэтому потенциал плохо аппроксимирует состояния с существенным электронным вкладом. В нашем случае это состояния с плотностью в интервале от критической до твердотельной и с температурами на 1–2 порядка выше критической температуры  $T_{cr}$  – т.е. состояния высоко над бинодалью на плоскости  $(\rho, T)$ ; бинодаль – это кривая равновесного сосуществования паровой и конденсированной фаз. В то же время плотные среды (кристалл, жидкость) и пар (газ) до температур  $T_{cr}$  с высокой точностью охватываются потенциалом [23–25].

Гибридный код 2Т-ГД/МД основан на пространственном разделении зон ответственности ГД и МД. Ранее применялось разделение по времени. Началь-

ная часть задачи  $t < t_{eq}$  с 2Т-стадией моделировалась в 2Т-ГД. После электрон-ионной релаксации, т.е. при  $t > t_{eq}$ , профиль температуры передавался в МД [26]. Но такой подход пригоден при относительно небольших энергиях  $F_{abs}$  порядка порога абляции;  $F_{abs}|_{abl} \sim 0.1$  Дж/см<sup>2</sup> для объемных металлических мишеней. При таких энергиях можно пренебречь в первом приближении изменением плотности к моменту времени  $t \sim t_{eq}$ . Поэтому в МД передается профиль ионной температуры  $T_i(x, t \approx t_{eq})$ , а плотность полагается равной плотности невозмущенного кристалла.

В нашем случае с очень большими значениями отношения  $F_{abs}/F_{abs}|_{abl}$  слой прогрева  $d_T$  тонкий (титан, теплопроводность мала), нагрев сильный, скорость звука в горячем слое  $d_T$  повышена за счет нагрева. Поэтому темп расширения высокий (см. рис. 2), и акустический масштаб времени  $t_s = d_T/c_s = 6$  пс (для  $d_T = 30$  нм,  $c_s = 5$  км/с) становится сравнимым с временем 2Т релаксации  $t_{eq} = 3-5$  пс в титане. Соответственно подход с разделением работы кодов по времени становится непригодным.

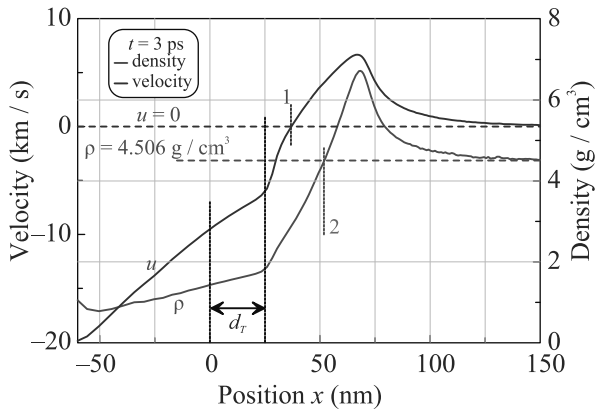


Рис. 2. (Цветной онлайн) Картина разлета слоя нагрева  $d_T$  при выбранном в данной работе значении энергии  $F_{abs} = 5.5$  Дж/см<sup>2</sup>. Видим, что скорости расширения высокие, и к показанному моменту времени 3 пс произошло существенное падение плотности в слое  $d_T$ . Горизонтальные прямые указывают на невозмущенную плотность титана и на состояние покоя  $u = 0$  в толще. Вертикальные прямые ограничивают примерное положение слоя прогрева  $d_T$ . Теплопроводность титана мала, поэтому за указанное время не произошло существенного расширения слоя прогрева за счет теплопроводности по сравнению со скин-слоем. Вертикальные прямые 1 и 2 определяют примерное положение мгновенных плоскостей разворота, где начинается расширение титана в сторону вакуума. Импульс разлета левее вертикалей 1 и 2 передается в мишень в виде импульса УВ

Дело в том, что сложно передать мгновенный (на момент  $t_*$  переключения ГД  $\rightarrow$  МД) профиль плотности  $\rho(x, t_*)$  из ГД в МД. На рисунке 2 показано, насколько профиль  $\rho$  отличается от невозмущенного значения – постоянной 4.506 г/см<sup>3</sup>. МД стартует с начальных данных в виде кристалла. Параметр решетки подобран так, что до воздействия (до начала работы термостата) кристалл находится в разгруженном состоянии: тензор напряжений равен нулю. Тогда как профиль температуры передается легко – ланжевенский термостат тянет распределение температуры в МД образце к заданному распределению  $T_i(x, t = t_*)$  [22, 26]. Причем установление заданного распределения температуры происходит за время  $t_{therm}$  работы термостата, которое мало по сравнению с масштабом  $t_s$ ; такова заданная настройка параметра  $t_{therm}$ .

Итак, при больших энергиях подход с разделением по времени применить нельзя. Поэтому для данной статьи разработан гибрид 2Т-ГД/МД с разделением по пространству. Принцип разделения простой. Горячая зона слева на рис. 2 и 3 описывается через 2Т-ГД, а холодная справа – с помощью МД. Поясним основные детали.

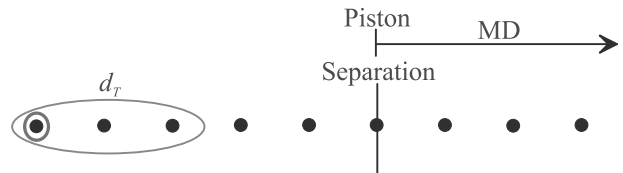


Рис. 3. (Цветной онлайн) Показаны: во-первых, последовательность лагранжевых ячеек 2Т-ГД-кода – черные маркеры; во-вторых, крайняя ячейка слева – граница с вакуумом (охвачена красным кружком); граничное условие на ней  $p = 0$ ; в-третьих, ячейки слева, ограниченные эллипсом  $d_T$ , символизируют приграничный слой нагрева; в-четвертых, правее границы  $x_p^0$  работает МД-код. Эта граница отмечена вертикальным отрезком separation/piston. Взятая из 2Т-ГД расчетная траектория  $x_p(t)$  действует как поршень в МД-расчете. Эйлера (подвижная) и лагранжева (неподвижная) координаты поршня есть  $x_p$  и  $x_p^0$

На рисунке 3 представлена цепочка лагранжевых узлов в расчете 2Т-ГД – это черные кружочки. Система уравнений лагранжевой 2Т-гидродинамики приведена в [11]. Из решения 2Т-ГД-уравнений определяется траектория  $x_p(t)$  и скорость  $(d/dt)x_p(t)$  (см. рис. 4) лагранжевой частицы  $x_p^0$  на рис. 3. Эта частица находится заведомо правее слоя нагрева  $d_T$  (такова наша настройка параметра  $x_p^0$ ). В этой частице (а значит и правее по оси  $x$ ) титан находится

в 1Т-состоянии при температуре, которая остается меньше критической температуры  $T_{cr}$  после прохождения УВ. Следовательно, аппроксимация межатомного потенциала применима, и МД код работает с хорошей точностью. В приведенных здесь МД расчетах используется потенциал модели погруженного атома (ЕАМ) для титана [27].

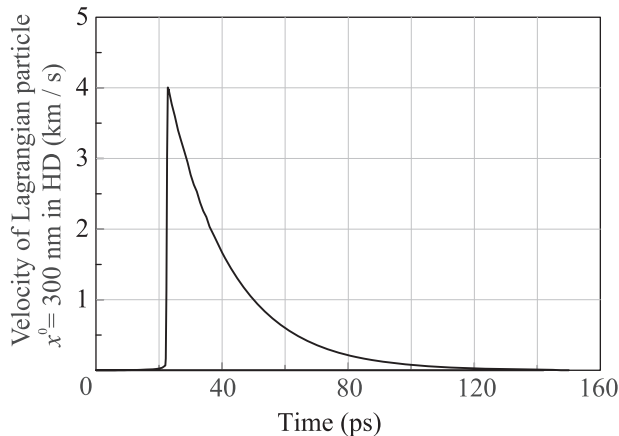


Рис. 4. Скорость поршня separation/piston  $(d/dt)x_p(t)$  как функция времени. Эта функция вычислена в 2Т-ГД-расчете. Выбрана лагранжева частица  $x_p^0 = 300$  нм, далекая от зоны прогрева, ср. с рис. 1 и 2. Видим приход слабого акустического предвестника перед УВ и приход самой УВ, которая за малый промежуток времени 0.6 пс поднимает скорость поршня до высокого значения 4 км/с. В тексте поясняется происхождение акустического предвестника

В гибридном подходе МД код работает на отрезке переменной длины  $x_p(t) < x < x_p(0) + L_x$ . Толщина МД слоя  $L_x = 1000$  нм выбрана достаточно большой. Это нужно для того, чтобы волна разгрузки, возникающая после отражения УВ от свободной правой границы  $x_p(0) + L_x$ , пришла к фронту плавления на достаточно далеких временах. На левой границе  $x_p(t)$  применяется граничное условие, требующее равенства скорости вещества в МД-расчете скорости  $(d/dt)x_p(t)$ , показанной на рис. 4.

На рисунке 4 показано прохождение ударного скачка в 2Т-ГД-расчете через лагранжев узел  $x_p^0 = 300$  нм. Ударный скачок формируется из плавной (т.е. без скачка) волны сжатия на рис. 1 и 2. Из-за нелинейного эффекта (фокусировка характеристик) волна сжатия опрокидывается – происходит зарождение скачка, см., например, [26]. При этом перед скачком имеется бегущий впереди остаток плавной волны сжатия. С течением времени амплитуда скачка быстро растет за счет поглощения переднего и заднего остатков плавной волны сжатия. Скачок

движется со сверхзвуковой скоростью, а остаток впереди бежит со скоростью звука, но имеет некоторый исходный запас по положению характеристик на координате  $x$ . Только малая часть остатка располагается перед УВ на рис. 4, поскольку выбранная позиция разделителя  $x_p^0$  separation/piston на рис. 3 и 4 существенно превышает глубину прогрева  $d_T$ . За скачком следует волна разрежения, в которой скорость плавно снижается, см. рис. 4.

Сравнение 2Т-ГД-кода и МД-кода с поршнем, показанным на рис. 4, представлено на рис. 5 и 6. 2Т-ГД-код описывает все поле по координате  $x$  от  $-\infty$  до  $\infty$ . Тогда как МД-течение ограничено поршнем  $x_p^0 = 300$  нм слева. Индексом “0” сверху выделена координата лагранжевой частицы  $x^0$  на лагранжевой оси координат. Лагранжева метка не меняется во времени, поскольку координаты  $x^0$  – это интегралы движения. Сравнению напряжений посвящен рис. 6. Титан в МД жестче, поэтому МД-напряжение больше, а фронт УВ правее. Отметим также, что темп затухания УВ в МД немного выше, чем в ГД – ср. профили на рис. 6 на момент 48 пс.

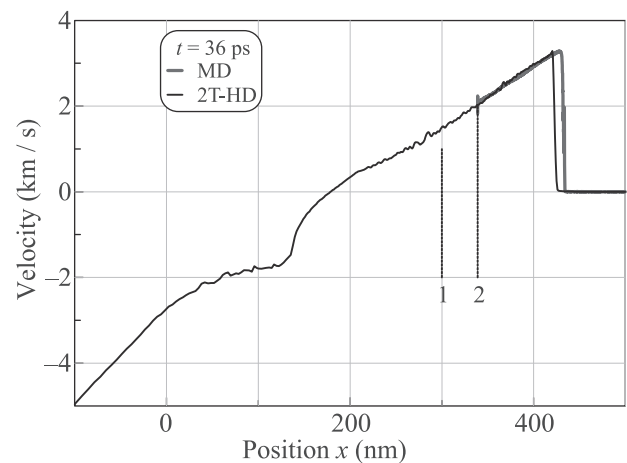


Рис. 5. (Цветной онлайн) Мгновенное поле скорости в ГД (черная кривая) и МД (красная кривая). Как говорилось, МД течение ограничено слева движущимся поршнем. Закон движения берется из 2Т-ГД расчета. Вертикаль 1 отмечает начальное положение лагранжевой частицы  $x_p^0 = 300$  нм. Расстояние между вертикалями 1 и 2 – это смещение поршня за время 36 пс. Как видим, ГД и МД-поля скорости хорошо согласуются на поршне. Фронт УВ в МД расчете находится немного дальше. Дело в том, что титан в МД-расчете несколько жестче

Сравнение температур в ГД и МД показано на рис. 7. МД-температуры несколько выше. Возможно, это обусловлено небольшим недоучетом теплоемкости из-за несколько неполного учета электронных

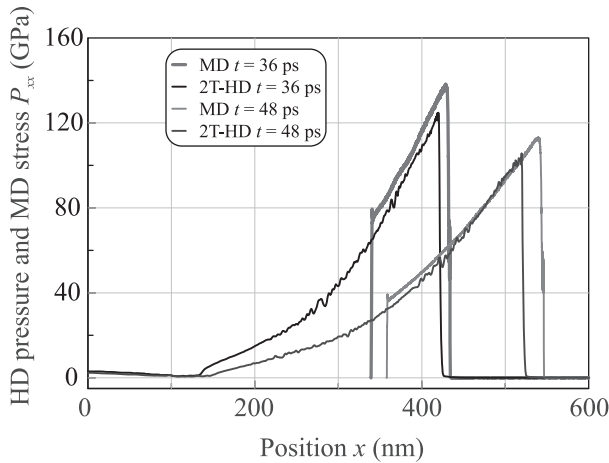


Рис. 6. (Цветной онлайн) Развитие процесса распространения лазер-индуцированной УВ в титан. 2Т-ГД-код охватывает все течение слева направо. МД-течение располагается правее поршня, который толкает титан в МД-расчете. В зоне левее координаты  $x \approx 130$  нм находится разгруженное вещество. В нем градиент давления мал. Поэтому полет лагранжевых частиц происходит по инерции – т.е. с сохранением значений скорости в лагранжевой частице, см. рис. 5

степеней свободы при температурах 4–5 кК. Справочная температура плавления титана при низком давлении равна  $T_m(p=0) = 1.941$  кК. Температура плавления в МД расчете связана с межатомным потенциалом и составляет  $T_m(p=0) = 1.59$  кК. Зона между вертикалями 2 и 3 на рис. 7 – это зона влияния граничного условия на поршне. Поршень в МД моделируется с помощью крутого отталкивательного потенциала. Понижение температуры между вертикалями 3 и 4 связано с распределением энтропии. Ближе к вертикали 3 лагранжевы частицы прошли через более интенсивную УВ. Поэтому их энтропия выше. Этот эффект превышает эффект, действующий в обратную сторону, обусловленный снижением давления в волне разрежения в направлении от вертикали 4 к вертикали 3, см. рис. 6 с профилем давления. Структура 4–5 связана с УВ. Имеется некоторый зародыш упругого предвестника.

**3. О расчетной толщине слоя расплава.** Переход лазер-индуцированной УВ от быстрого плавления в ударном скачке к медленному плавлению в хвосте разгрузки за УВ проиллюстрирован на рис. 8. Скачок в УВ плавит титан до примерно 40 пс, что дает резкий переход из твердой в жидкую фазу сразу за фронтом УВ. Структура фронта УВ в таком режиме показана вертикалями 4–5 на рис. 7, см. также профиль 43.2 пс на рис. 8. В зоне между вертикалями 4–5 на рис. 7 происходит плавление и установле-

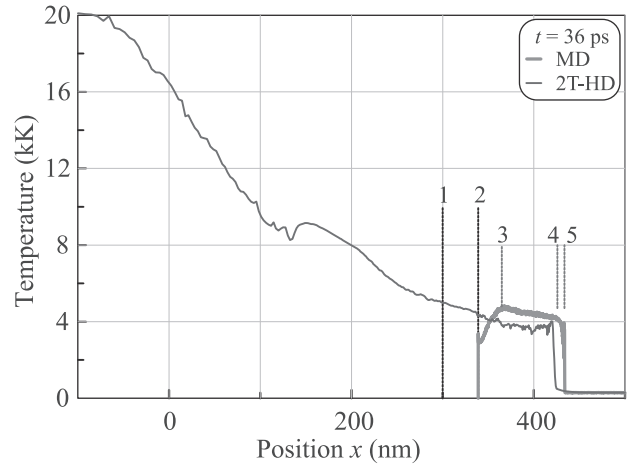


Рис. 7. (Цветной онлайн) Распределение температуры. Видим, что зона, охваченная МД-расчетом, далеко вынесена за горячую зону высоких температур. Вертикали 1 и 2 перенесены с рис. 5. Они показывают путь, пройденный поршнем. Смысл вертикалей 2–5, относящихся к МД расчету, поясняется в тексте

ние равновесной температуры расплава. На плавление указывает падение параметра локального атомного порядка  $Q_6$  ниже значения 0.43. На профиле параметра  $Q_6$  имеется глубокая яма в области расплава, как показано на рис. 8. Определение  $Q_6$  и его величины для разных кристаллических решеток даны в [28].

На временах после примерно 40-й пс имеет место разделение фронтов УВ и плавления. После этого начинает формироваться слой конечной ширины до примерно 50 нм, в котором параметр  $Q_6$  повышается от значения для жидкой фазы до значения для твердой фазы. Причем в пластически сжатом твердом титане значение  $Q_6$  больше, чем в холодном (при комнатной температуре) невозмущенном титане перед УВ. Дело в том, что исходный несжатый титан имеет гексагональную плотноупакованную решетку, которой соответствует минимальное значение параметра  $Q_6$  среди других типов решеток. Поэтому в пластически деформированном титане, имеющем множественные нарушения исходной упаковки, усредненные значения  $Q_6$  больше.

Итак, на временах от 50 пс, представленных на рис. 8, пластически деформированный слой титана ограничен с двух сторон довольно широкими зонами перехода. Справа это структура УВ, а слева структура между жидкой и твердой фазами титана. Причем на стадии прямого плавления (плавление в УВ) переходная структура является тонкой, см. профиль 43.2 пс на рис. 8. Стоит отметить, что образование метастабильной переохлажденной жид-

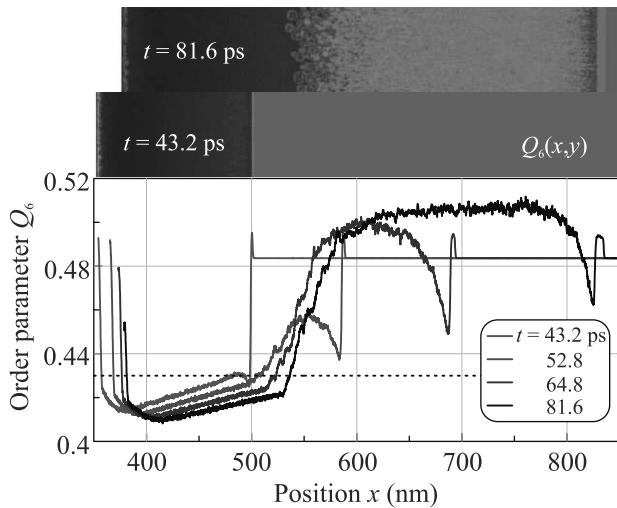


Рис. 8. (Цветной онлайн) Эволюция усредненных по сечению образца профилей параметра порядка  $Q_6(x)$  от плавления во фронте УВ до плавления в хвосте разгрузки. Вверху приведены соответствующие карты распределения  $Q_6(x, y)$ . Жидкой фазе соответствуют параметры  $Q_6 < 0.43$ , т.е. ниже штриховой линии. Подъем  $Q_6$  на левом краю обусловлен упорядочением атомов на поршне

кости из-за механического плавления в пластическом ударном фронте [20] с последующей кристаллизацией продолжается некоторое время, на что указывает резкий провал и восстановление  $Q_6$  сразу за пластическим ударным фронтом, см. профили 52.8–81.6 пс на рис. 8.

Далее по времени УВ уходит далеко в толщу твердого титана и происходит небольшое медленное расширение слоя расплава и углубление ямы параметра  $Q_6$  уже внутри слоя, охваченного УВ, см. профили на рис. 8. Расширение слоя расплава и углубление этой ямы связано в основном со снижением давления в волне разрежения. Соответственно снижается температура плавления  $T_m(p)$ , которая монотонно зависит от давления. Как видим, толщина слоя плавления – т.е. максимальная глубина распространения фронта плавления в толщу титана, составляет примерно 550 нм.

**4. Эксперимент.** Параметры лазерного излучения (поглощенный флюенс, длина волны и длительность импульса) были приведены во введении. Лазерный пучок падал под небольшим углом к поверхности. Поэтому пятно освещения на поверхности мишени имело форму эллипса с полуосями 35 и 42 мкм по уровню  $1/e$ . Эти размеры намного превышают интересующую нас глубину распространения УВ в объ-

ем титана, см. рис. 8. Поэтому расчеты в плоском одномерном приближении оправданы.

На рисунке 9 представлены результаты электронно-микроскопических исследований микроструктуры тонкой фольги из поперечного среза приповерхностного слоя (ламели) технически чистого титана марки ВТ1-0. Исследование выполнено на просвечивающем электронном микроскопе Теснаі Osiris при ускоряющем напряжении 200 кВ. Ламель приготовлена по известной методике [29]. Методика включает в себя приготовление поперечного среза сфокусированным ионным пучком в колонне растрового электронного микроскопа с последующим его утончением до тонкой фольги (ламели). Предварительно наносится защитное покрытие из платинорганики, см. рис. 9 “Покрытие из платины”.

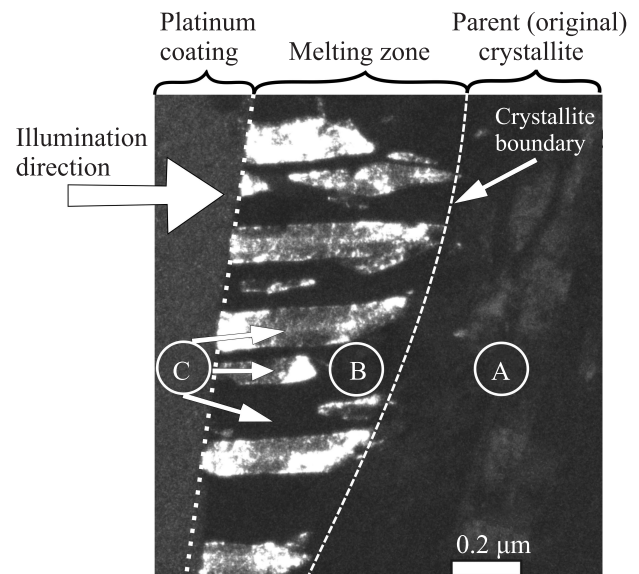


Рис. 9. Темнопольное изображение микроструктуры приповерхностного слоя: область А – исходный материал; В – приповерхностный слой, левее которого располагается напыленное защитное покрытие из платины; С – кристаллиты, ориентированные перпендикулярно поверхности. Из анализа изображения следует, что титан в слое В прошел через состояние жидкой фазы

На темнопольном изображении (рис. 9) отчетливо выделяется нанокристаллический слой В. Этот слой резко отличается по микроструктуре от исходного рекристаллизованного состояния; исходное состояние отмечено взятой в кружок буквой А. Толщина этого слоя составляет 300–600 нм. Исходная структура состояла из крупных кристаллитов с размерами 35 мкм. В этом смысле часть вещества, попавшая в рамку рис. 9, до лазерного воздействия представляла собой монокристалл. Слой В имеет неоднород-

ную нанокристаллическую пластинчатую зеренно-субзеренную структуру с шириной кристаллитов от 5 до 200 нм и длиной пластин от 100 до 600 нм в перпендикулярном направлении образца направлении, см. тонкие стрелки от кружка С на рис. 9. Кристаллиты (они обозначены стрелками и буквой С), ориентированные к направлению просвечивающего электронного пучка плоскостями, находящимися в отражающем положении, имеют светлый контраст, в противном случае – темный. Отсюда чередование светлых и темных полос в слое В на рис. 9.

Кристаллиты (элементы зеренно-субзеренной структуры) в слое В имеют вытянутую форму преимущественно в перпендикулярном направлении образца направлении. Это направление соответствует направлению максимального теплоотвода вдоль градиента температуры. Обозначенная светлой штриховой линией граница, отделяющая основной материал (отмечен светлым кружком А) от приповерхностного слоя с модифицированной структурой (отмечен кружком В), представляет большеугловую границу разориентировки (граница зерна). Дело в том, что данные электронной микродифракции, снятые с областей А (кристаллическая структура исходного материала со средним размером зерен примерно 35 мкм) и В (имеющих нанокристаллическую структуру), принадлежат различным кристаллографическим зонам.

Анализ электронограмм микродифракции области В показал, что взаимные разориентировки на межзеренных границах нанозерен могут иметь как малоугловые, так и большеугловые разориентировки. То есть имеют место все необходимые условия для обоснованного предположения о том, что такая структура сформировалась при нанокристаллизации расплавленного лазерным воздействием приповерхностного слоя титана с формированием наноразмерных зерен, имеющих вытянутую вдоль направления максимального теплоотвода форму.

При этом толщина  $d_m$  расплавленного и в последующем закристаллизовавшегося приповерхностного слоя, определенная по указанным выше признакам, находится в хорошем количественном соответствии с указанным выше расчетным значением данной величины.

**Заключение.** Плавление и затвердевание резко меняют исходную поликристаллическую структуру и поэтому являются важными. В работе, видимо, впервые рассмотрено плавление сильной УВ в связи с приложением, относящимся к технологии упрочнения ультракоротким лазерным импульсом (фс-пс LSP). Плавление прекращается при

снижении амплитуды УВ до давлений порядка 1 Мбар.

При высоком начальном давлении слой плавления оказывается достаточно протяженным. Его толщина в рассмотренном выше примере на порядок превышает толщину слоя, прогретого теплопроводностью.

В работе выполнено численное моделирование и эксперимент. Расчетные и экспериментальные значения по толщине слоя плавления хорошо согласуются.

Теоретико-вычислительная часть работы поддержана в рамках Государственного задания ИТФ РАН # 0029-2019-0003 – нелинейная динамика сложных сред. Эксперименты по лазерному воздействию были выполнены с использованием УНУ “Лазерный тераваттный фемтосекундный комплекс”, входящей в состав ЦКП “Лазерный фемтосекундный комплекс” ОИВТ РАН при финансовой поддержке Государственного задания # 075-01056-22-00. В части, связанной с исследованием структуры, работа выполнена при финансовой поддержке Государственного задания ИПХФ РАН, # госрегистрации АААА-А19-119111390022-2. Работа В. В. Шепелева выполнена в рамках Государственного задания ИАП РАН.

1. R. Fabbro, J. Fournier, P. Ballard, D. Devaux, and J. Virmont, *J. Appl. Phys.* **68**(2), 775 (1990).
2. C. Correa, D. Peral, J. A. Porro, M. Díaz, L. Ruiz de Lara, A. García-Beltrán, and J. L. Ocaí, *Optics and Laser Technology* **73**, 179 (2015).
3. Y. R. Kolobov, *Russian Physics Journal* **61**(4), 611 (2018); doi:10.1007/s11182-018-1440-4.
4. A. Y. Tokmacheva-Kolobova, *Tech. Phys. Lett.* **47**, 143 (2021).
5. Y. R. Kolobov, E. V. Golosov, T. N. Vershinina, M. V. Zhidkov, A. A. Ionin, S. I. Kudryashov, S. V. Makarov, S. V. Seleznev, D. V. Sinityn, and E. A. Ligachev, *Appl. Phys. A* **119**, 241 (2015).
6. T. Kawashima, T. Sano, A. Hirose, S. Tsutsumi, K. Masaki, K. Arakawa, and H. Hori, *Journal of Materials Processing Technology* **262**, 111 (2018).
7. E. I. Ageev, Y. M. Andreeva, A. A. Ionin, N. S. Kashaev, S. I. Kudryashov, N. V. Nikonov, R. K. Nuryev, A. A. Petrov, A. A. Rudenko, A. A. Samokhvalov, I. N. Saraeva, and V. P. Veiko, *Optics and Laser Technology* **126**, 106131 (2020).
8. Y. Lian, Y. Hua, J. Sun, Q. Wang, Zh. Chen, F. Wang, K. Zhang, G. Lin, Z. Yang, Q. Zhang, and L. Jiang, *Applied Surface Science* **567**, 150855 (2021).
9. A. Nakhoul, A. Rudenko, X. Sedao, N. Peillon, J. P. Colombier, C. Maurice, G. Blanc, A. Borbély,

- N. Faure, and G. Kermouche, *J. Appl. Phys.* **130**(1), 015104 (2021); doi:10.1063/5.0052510.
10. Y. Li, Zh. Ren, X. Jia, W. Yang, N. Nassreddin, Y. Dong, Ch. Ye, A. Fortunato, and X. Zhao, *Manufacturing Letters* **27**, 26 (2021).
  11. S. I. Anisimov, V. V. Zhakhovsky, N. A. Inogamov, K. P. Migdal, Yu. V. Petrov, and V. A. Khokhlov, *ZhETF* **156**(4), 806 (2019) [*JETP* **129**(4), 757 (2019)].
  12. N. A. Inogamov, V. A. Khokhlov, Yu. V. Petrov, and V. V. Zhakhovsky, *Opt. Quant. Electron.* **52**, 63 (2020).
  13. N. A. Inogamov, V. V. Zhakhovsky, and V. A. Khokhlov, *JETP Lett.* **115**(1), 16 (2022).
  14. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics*, 2nd ed., Butterworth–Heinemann, Oxford, United Kingdom (1987), v. 6.
  15. N. A. Inogamov, V. V. Zhakhovsky, S. I. Ashitkov, V. A. Khokhlov, V. V. Shepelev, P. S. Komarov, A. V. Ovchinnikov, D. S. Sitnikov, Yu. V. Petrov, M. B. Agranat, S. I. Anisimov, and V. E. Fortov, *Contrib. Plasma Phys.* **51**(4), 367 (2011).
  16. M. E. Povarnitsyn, K. V. Khishchenko, and P. R. Levashov, *International Journal of Impact Engineering* **35**(12), 1723 (2008).
  17. K. V. Khishchenko, *J. Phys.: Conf. Ser.* **774**, 012001 (2016).
  18. M. B. Agranat, S. I. Ashitkov, A. A. Ivanov, A. V. Konyashchenko, A. V. Ovchinnikov, and V. E. Fortov, *Quantum Electron.* **34**(6), 506 (2004).
  19. Z. Henis and Sh. Eliezer, *Phys. Rev. E* **48**(3), 2094 (1993).
  20. M. M. Budzevich, V. V. Zhakhovsky, C. T. White, and I. I. Oleynik, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 125505 (2012).
  21. P. Qiu, T. Sun, and Y. Feng, *Phys. Plasmas* **28**(11), 113702 (2021).
  22. V. V. Zhakhovskii, N. A. Inogamov, Yu. V. Petrov, S. I. Ashitkov, and K. Nishihara, *Appl. Surf. Sci.* **255**(24), 9592 (2009).
  23. V. V. Zhakhovsky, A. P. Kryukov, V. Yu. Levashov, I. N. Shishkova, and S. I. Anisimov, *Proc. Natl. Acad. Sci.* **116**(37), 18209 (2019).
  24. D. I. Zhukhovitskii and V. V. Zhakhovsky, *J. Chem. Phys.* **152**, 224705 (2020).
  25. P. Kryukov, V. Yu. Levashov, V. V. Zhakhovskii, and S. I. Anisimov, *Phys.-Uspekhi* **64**(2), 109 (2021).
  26. B. J. Demaske, V. V. Zhakhovsky, N. A. Inogamov, and I. I. Oleynik, *Phys. Rev. B* **82**, 064113 (2010).
  27. X. W. Zhou, R. A. Johnson, and H. N. G. Wadley, *Phys. Rev. B* **69**, 144113 (2004).
  28. S. Murzov, S. Ashitkov, E. Struleva, P. Komarov, V. Zhakhovsky, V. Khokhlov, and N. Inogamov, *J. Appl. Phys.* **130**(24), 245902 (2021).
  29. E. Montoya, S. Bals, M. Rossell, D. Schryvers, and G. Van, *Microsc. Res. Tech.* **70**(12), 1060 (2007).



# Влияние содержания кислорода на переход металл-изолятор и спиновое состояние ионов $\text{Co}^{3+}$ слоистого кобальтита $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ ( $0.37 \leq \delta \leq 0.65$ )

Н. И. Солин<sup>1)</sup>, С. В. Наумов

Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения РАН, 620108 Екатеринбург, Россия

Поступила в редакцию 17 января 2022 г.

После переработки 25 марта 2022 г.

Принята к публикации 26 марта 2022 г.

Впервые в слоистом кобальтите  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $0.37 \leq \delta \leq 0.65$ , исследовано влияние содержания кислорода  $\delta$  на переход металл-изолятор, магнитное и спиновое состояние ионов  $\text{Co}^{3+}$ . Увеличение  $\delta$  уменьшает температуру перехода металл-изолятор  $T_M$ , температуры антиферромагнитного упорядочения  $T_N$  и Кюри  $T_C$  на  $\sim 100$ – $150$  К. Для всех значений  $\delta$  переход металл-изолятор происходит при изменении спинового состояния ионов  $\text{Co}^{3+}$  из HS/LS состояния в металлической фазе к IS/LS состоянию в полупроводниковой фазе, при этом с увеличением  $\delta$  спиновое состояние ионов  $\text{Co}^{3+}$  изменяется от IS/LS к HS/LS состоянию. При значениях  $\delta \sim 0.65$  происходит переход типа “сильнолегированный полупроводник–плохой металл” без изменения спинового состояния ионов  $\text{Co}^{3+}$ . Ферромагнитное поведение  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  ниже  $T_N$ , в “AFM” фазе, объясняется в метамагнитной модели влиянием размера редкоземельного иона  $\text{Nd}^{3+}$  на антиферромагнитное состояние слоистых кобальтитов.

DOI: 10.31857/S1234567822090063, EDN: dxfohy

Широкий интерес к упорядоченным слоистым оксидам кобальта  $\text{R}\text{BaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $\text{R}^{3+}$  – редкоземельный ион,  $\delta$  – содержание кислорода, вызван их необычными магнитными и транспортными свойствами [1, 2]. Они имеют слоистую кристаллическую структуру перовскита, состоящую из слоев, расположенных вдоль с-оси, в которой слои  $\text{RO}_\delta$  и  $\text{BaO}$  перемежаются слоями  $\text{CoO}_2$ . Наиболее подробно изучены соединения  $\text{R}\text{BaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$   $\delta \approx 0.5$ , где  $\text{R}^{3+} = \text{Eu}, \text{Gd}, \text{Tb}$  и др. из середины ряда редкоземельных ионов [1–7]. В  $\text{R}\text{BaCo}_2\text{O}_{5.5}$  присутствуют только ионы  $\text{Co}^{3+}$ , которые расположены в кристаллической решетке из равного числа октаэдров  $\text{CoO}_6$  и квадратных пирамид  $\text{CoO}_5$  [1]. В них обнаружен ряд последовательных фазовых переходов: металл-изолятор (MI), парамагнитный (PM), ферромагнитный (FM), антиферромагнитные (AFM) переходы [1–7].

Основной вопрос касается происхождения и движущих сил перехода металл-изолятор в этих материалах. В отличие от манганитов, переход MI в кобальтитах не связан с магнитным упорядочением. Необычные свойства соединений  $\text{R}\text{BaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , как и  $\text{LaCoO}_3$ , в основном обусловлены тем, что ионы кобальта могут находиться в трех разных состояниях: в низком (LS), промежуточном (IS) и высоком (HS) спиновом состоянии. Разности энергий

между спиновыми состояниями в основном малы [8] и легко преодолеваются при изменении температуры, формируя необычные последовательности структурных и фазовых переходов, в том числе переход MI. Из структурных и магнитных данных [4] сделан вывод, что в  $\text{Gd}\text{BaCo}_2\text{O}_{5.5}$  переход из непроводящей фазы к металлической обусловлен возбуждением электронов LS-состояния в eg полосу HS-состояния  $\text{Co}^{3+}$  в октаэдрах без изменений IS состояния  $\text{Co}^{3+}$  в пирамидах. Хотя эта модель противоречит структурным данным, она нашла широкое признание. Многие исследователи придерживаются этой модели перехода металл-изолятор и в других кобальтитах  $\text{R}\text{BaCo}_2\text{O}_{5.50}$ . Уточнение парамагнитного вклада ионов  $\text{R}^{3+}$  показывает [9], что переход может происходить при изменении спиновых состояний ионов  $\text{Co}^{3+}$  в октаэдрах и пирамидах в согласии со структурными данными [4].

Размер редкоземельного элемента влияет на кристаллическое поле на ионах Co и, следовательно, он может оказывать влияние на их спиновое состояние и магнитное состояние  $\text{R}\text{BaCo}_2\text{O}_{5.5}$  [10]. Наибольшими размерами из редкоземельных ионов обладают ионы  $\text{Pr}^{3+}$  и  $\text{Nd}^{3+}$  [11]. Результаты нейтронной и синхротронной порошковой дифракции [12] и мюонной спектроскопии [13] показывают, что, хотя температуры фазовых переходов  $\text{Nd}\text{BaCo}_2\text{O}_{5.5}$  аналогичны температурам переходов известных кобальтитов,

<sup>1)</sup>e-mail: solin@imp.uran.ru

микроскопическая магнитная природа их сильно отличается. В частности, это проявляется в том, что в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$   $\delta \approx 0.5$  [14] и  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5.50}$  [15] ниже  $T_N \sim 230\text{--}250$  К сохраняется FM состояние, в то время как другие кобальтиты остаются в AFM состоянии [1–7]. Метамгнитное состояние и ферромагнитное поведение  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$   $\delta \approx 0.5$  при низких температурах объяснено [14] большим размером редкоземельных ионов на основе метамгнитной модели Л. Ландау [16] и упорядочением спиновых состояний (SSO – spin-state ordering) ионов  $\text{Co}^{3+}$  ниже  $T \sim T_{\text{SSO}}$  [12, 17–19].

В  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  существенную роль играет содержание кислорода  $\delta$ , которое можно менять в широком пределе  $0 \leq \delta \leq 1$  [1]. Оно контролирует не только среднюю валентность ионов Co (которая может изменяться от  $3.5+$  для  $\delta = 1$  до  $2.5+$  для  $\delta = 0$ ), но и кислородное (пирамидальное или октаэдрическое) окружение их и поэтому имеет сильное влияние на спиновое состояние ионов Co. Вследствие этого магнитные и транспортные свойства этих соединений в большой степени определяются содержанием кислорода [1–7].

О свойствах соединений  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  с более высоким содержанием кислорода  $\delta > 0.5$  известно немного. В монокристаллах  $\text{GdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  свойства электронных ( $\delta < 0.5$ ) и дырочных ( $\delta > 0.5$ ) соединений асимметричны. С увеличением концентрации носителей тока в электронных соединениях электросопротивление увеличивается, намагниченность уменьшается, а в дырочных – электросопротивление уменьшается, намагниченность увеличивается [3]. Имеются работы, посвященные исследованиям соединениям фиксированного состава  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $\text{R} = \text{Nd}, \text{Pr}$  при  $\delta \sim 0.7$  [20–22]. Вблизи перехода металл–изолятор электросопротивление  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  при  $\delta \approx 0.7$  имеет активационный характер [20]. Магнитные свойства и фазовая диаграмма парамагнетик–ферромагнетик  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $0.35 \leq \delta \leq 0.8$ , необычны и отличаются от свойств известных слоистых кобальтитов [15]. Переход металл–изолятор  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $0.5 \leq \delta \leq 0.7$ , объясняется изменением спиновых состояний ионов  $\text{Co}^{3+}$  [19]. Представляет интерес сравнивать свойства  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  [15, 19] и родственного соединения  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  в зависимости от содержания кислорода.

В данной работе приведены результаты исследований влияния содержания кислорода на переход PM-FM ( $T_C$ ), FM-AFM ( $T_N$ ), металл–изолятор и связь их с изменением спиновых состояний  $\text{Co}^{3+}$  в поликристаллах  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $0.37 \leq \delta \leq 0.65$ .

В данной работе учитывался парамагнитный вклад редкоземельного иона  $\text{Nd}^{3+}$ , в отличие от других известных работ [15, 19, 21, 22]. Установлено, что в металлической фазе кобальтита  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  спиновое состояние ионов  $\text{Co}^{3+}$  в зависимости от  $\delta$  не меняется, ниже температуры перехода MI эффективный магнитный момент  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}$  в зависимости от  $\delta$  увеличивается, приближаясь к спиновому состоянию металлической фазы  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ .

**Результаты.** Поликристаллы  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  были синтезированы твердофазным методом из исходных компонентов  $\text{Nd}_2\text{O}_3$ ,  $\text{BaCO}_3$  и  $\text{Co}_3\text{O}_4$  ступенчатым отжигом на воздухе при  $T = 900\text{--}1125$  °C и медленным охлаждением до комнатной температуры [1]. Абсолютное содержание кислорода определено методом восстановления образца в водороде. Исходные образцы имели содержание кислорода  $\delta = 0.65 \pm 0.02$ . Необходимое содержание кислорода  $\delta$  достигалось дополнительными отжигами исходного образца при  $T = 350 \div 800$  °C с последующей закалкой и определялось по изменению веса [3], предполагая  $\delta = 0.65$ . Вес образцов выбран так, чтобы точность определения  $\delta$  была не хуже 0.01. По данным порошковой дифракции рентгеновских лучей все образцы были однофазными. При комнатной температуре образцы с  $\delta = 0.48 \div 0.65$  имели орторомбическую структуру и описывались пространственной группой  $Pmmm$  (#47) с элементарной ячейкой  $a_p \times 2a_p \times 2a_p$ , где  $a_p$  – параметр псевдокубической ячейки перовскита. Образец с  $\delta = 0.37$  также имел орторомбическую структуру (#47) с элементарной ячейкой  $a_p \times a_p \times 2a_p$ . Объем элементарной ячейки уменьшался с увеличением  $\delta$ . Значения структурных параметров образцов согласуются с литературными данными [23]. Измерения электросопротивления проведены четырехконтактным методом. Магнитные измерения проведены на установке MPMS-5XL (QUANTUM DESIGN) в центре коллективного пользования ИФМ УрО РАН.

На рисунке 1 приведены температурные зависимости намагниченности 6 образцов  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  с величинами  $\delta$  от 0.37 до 0.65. При  $\delta \neq 0.5$  возникают, кроме ионов  $\text{Co}^{3+}$ , ионы  $\text{Co}^{+2}$  или  $\text{Co}^{4+}$  с содержанием  $|\delta - 0.5|$ . Образцы были охлаждены в магнитном поле  $H = 0$  от 300 до 10 К и измерены в поле  $H = 1$  кЭ до 400 К. Вид намагниченности  $M(T)$  известных слоистых кобальтитов  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5.5}$  на основе ионов  $\text{R}^{3+}$  из середины ряда редкоземельных элементов примерно одинаков. Намагниченность резко возрастает ниже  $T_C \sim 280$  К, в небольшом интервале температур образец находится в FM состоянии, достигает максимума при  $T_{\text{max}} = T_N \sim 250$  К, ниже

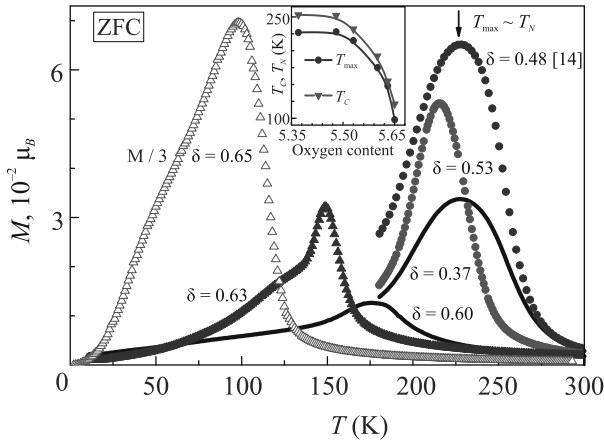


Рис. 1. (Цветной онлайн) Температурные зависимости намагниченности  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ ,  $0.37 \leq \delta \leq 0.65$  при  $H = 1$  кЭ. Для ясности изображений значения  $M(T)$  для  $\delta = 0.37-0.53$  ниже 175 К не показаны. Их намагниченность монотонно уменьшается с температурой. На вставке показана зависимость температуры Кюри  $T_C$ , AFM упорядочения  $T_N$  от содержания кислорода. РМ вклад иона  $\text{Nd}^{3+}$  вычтен

которой она плавно уменьшается, указывая о переходе образца в AFM состояние [1–7].

Приведенные температурные зависимости намагниченности  $M(T)$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  отличаются от вида  $M(T)$  известных слоистых кобальтитов  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  при  $\delta = 0.5$ , в которых температуры перехода в FM ( $T_C$ ) и AFM ( $T_N$ ) слабо зависят от вида R [1–7]. При увеличении содержания кислорода пик намагниченности  $M_{\text{max}}(\delta)$  при  $T_N$  изменяется немонотонно с минимумом при  $\delta = 0.60$ , далее увеличивается, а значения  $T_N$  сильно сдвигаются в сторону низких температур (рис. 1). Температура Кюри  $T_C(\delta)$ , определенная из максимума величины  $dM/dT$  (вставка рис. 1), уменьшается при увеличении содержания кислорода от 260 до 120 К, слабо меняется до  $\delta = 0.53$ , наибольшее изменение  $T_C(\delta)$  происходит при  $\delta > 0.53-0.60$ . Спонтанный момент  $M_s$ , определенный из  $M(H)$  до 50 кЭ при  $T = \text{const}$ , возникает  $\sim$  на 15–20 К выше, чем значение  $T_C$ , определенное из максимума  $dM/dT$ , т.е. магнитное упорядочение, по-видимому, наступает при  $T_C(\delta) \approx 280-140$  К. Возникновение  $M_s$  при  $T \sim 140$  К и  $\delta = 0.65$  согласуется с данными [20]. Температура перехода в AFM состояние, определенная по температуре максимума намагниченности  $T_{\text{max}}(\delta) \approx T_N$ , примерно на 20 К меньше  $T_C(\delta)$  и имеет схожую  $T_C(\delta)$  зависимость от  $\delta$  (вставка рис. 1).

Основное отличие  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  от известных кобальтитов, кроме  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  [15] и  $\text{LaBaCo}_2\text{O}_{5.50}$  [24], заключается в том, что намагниченность ниже  $T_N(\delta)$  проявляет ферромагнитное поведение и в маг-

нитном поле остается конечной. Данные  $M(T, H = 1$  кЭ) ниже 175 К для  $\delta = 0.37-0.53$  на рис. 1 не показаны, но намагниченность для них остается конечной, как и для  $\delta = 0.60 \div 0.65$ . В  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  ( $0.37 \leq \delta \leq 0.80$ ) FM взаимодействия также присутствуют при всех температурах ниже  $T_C$  и даже в AFM фазе [15].

Ферромагнитное поведение  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.48}$   $\delta \approx 0.5$  ниже  $T_N$  было объяснено его метамагнитным состоянием [14]. Ниже  $T \sim 20$  К в отсутствие магнитного поля  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.48}$  находится в AFM состоянии, и в небольшом магнитном поле 10–20 кЭ переходит в метамагнитное, т.е. смешанное FM + AFM состояние. Выше  $T \sim 20$  К образец представляет смесь обменно-связанных ферромагнитной и антиферромагнитной фаз, что подтверждается обнаружением обменного смещения в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.48}$  [14].

Слоистые кобальтиты являются AFM со слабо связанными спиновыми подрешетками [3] и являются метамагнетиками даже при высоких температурах [7]. Приложение внешнего магнитного поля в  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5.50}$ , где R = Gd, Tb, при  $T \sim T_N \sim 250$  К уменьшает температуру перехода AFM/FM на  $\sim 1$  К при  $H_{\text{cr}} \sim 10$  кЭ, и требуется поле  $H_{\text{cr}} \sim 200-300$  кЭ, чтобы этот переход осуществился при  $T = 0$  [3, 7, 14].

В близком по составу соединении  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.47}$  в нулевом магнитном поле при  $T_N \sim 275$  К ионы  $\text{Co}^{3+}$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.47}$  упорядочиваются в AFM структуру G-типа [12]. В интервале температур  $T_N \sim 275$  К  $> T > T_{\text{SSO}} \sim 230$  К ионы  $\text{Co}^{3+}$  выше  $T_N$  расположены в двух позициях – пирамидального и октаэдрического кислородного окружения. Ниже  $T_{\text{SSO}} \sim 230$  К в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.47}$  возникает AFM упорядоченная по спине фаза (SSO – spin-state ordered phase), в которой ионы  $\text{Co}^{3+}$  находятся в четырех разных состояниях – в двух отличающихся октаэдрах и пирамидах. Следуя метамагнитной модели Л. Ландау [16] в слоистых соединениях предполагалось, что в SSO состоянии FM связь внутри слоев Co остается сильной, AFM связь между слоями Co, разделенными слоями  $\text{NdO}_\delta$ , ослаблена из-за большого размера ионов  $\text{Nd}^{3+}$ . В небольшом магнитном поле происходит переход из AFM в FM состояние.

Предполагаем, что такая модель применима и при  $\delta \approx 0.37-0.65$ . Отметим, что влияние содержания кислорода  $\delta$  на  $T_C$  и  $T_N$   $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  для R = Gd [3], Pr [15] и Nd (вставка рис. 1) примерно одинаково: значения  $T_C(\delta)$  и  $T_N(\delta)$  слабо изменяются при  $\delta \approx 0.35-0.5$ , сильно ( $\sim 100$  К) уменьшаются при  $\delta = 0.5-0.7$ . Для состава  $\delta = 0.7$  FM-порядок  $\text{GdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  развивается также при температурах  $T < 150$  К, и при  $T < 100$  К происхо-

дит резкий переход из FM в AFM состояние [3], в отличие от  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  и  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  [15]. В  $\text{LaBaCo}_2\text{O}_{5.50}$ , где La – самый крупный немагнитный редкоземельный ион [11], FM поведение ниже  $T_N$  также объясняется влиянием размера иона  $\text{La}^{3+}$  [24]. Соединения  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  при  $\delta = 1$  и  $\text{R} = \text{Pr}$ , La являются ферромагнетиками с  $T_C = 210$  и  $179$  K [25, 26]. Возникновение ферромагнитного состояния ниже  $T_N$  в  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  с высоким ионным радиусом  $\text{R} = \text{La}, \text{Pr}$  [24–26] и Nd, и отсутствие его в соединении  $\text{GdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  [3] с меньшим ионным радиусом позволяет заключить, что ферромагнитное состояние  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , ниже  $T_N$  определяются большим размером ионов  $\text{Nd}^{3+}$ .

Обнаруженное нами обменное смещение в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  при  $\delta = 0.37\text{--}0.53$  и  $T = 77$  K указывает о фазовом разделении  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  на обменно-связанные FM и AFM фазы, характерного для метамагнитного состояния, и подтверждает это предположение.

Соединения  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5.50}$  с наибольшими размерами ионов  $\text{R}^{3+} = \text{La}, \text{Pr}, \text{Nd}$  проявляют FM поведение при всех температурах ниже  $T_C$ , даже в AFM фазе [24–26], а соединения с меньшим размером ионов  $\text{R}^{3+}$  показывают AFM поведение [1–7]. Эти результаты доказывают влияние размера ионов R на FM состояние слоистых кобальтитов.

На рисунке 2 показана температурная зависимость электросопротивления  $\rho(T)$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$   $0.37 \geq \delta \geq 0.65$  в интервале температур  $100 \div 400$  K. Для сравнения приведены данные  $\rho(T)$  для  $\delta = 0.70$  [1]. Температурная зависимость электросопротивления  $\rho(T)$  имеет полупроводниковый характер:  $\rho(T)$  монотонно убывает при увеличении температуры и содержания кислорода. После резкого уменьшения  $\rho(T)$  выше  $T_{\text{MI}}$ , указанных на рис. 2 стрелками, образец переходит в слабо зависящее от температуры состояние. Фактически это не температура перехода металл-изолятор, а температура перехода из квазиметаллического в полупроводниковое состояние [1, 2]. Знак производной  $d\rho/dT$  остается отрицательным выше  $T_{\text{MI}}$ , свидетельствуя о полупроводниковом характере  $\rho(T)$ , возможно, связанный с поликристаллическостью образца.

В небольшом интервале температур ( $\sim 100\text{--}150$  K ниже  $T_{\text{MI}}$ ) электросопротивление  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ ,  $0.48 \geq \delta \geq 0.65$  может быть описано активационным выражением [20]:

$$\rho(T) = \rho_0 \exp(\Delta E/kT). \quad (1)$$

С увеличением  $\delta$  энергия активации электросопротивления  $\Delta E$  изменяется от  $\Delta E \sim 50 \pm 10$  мэВ до

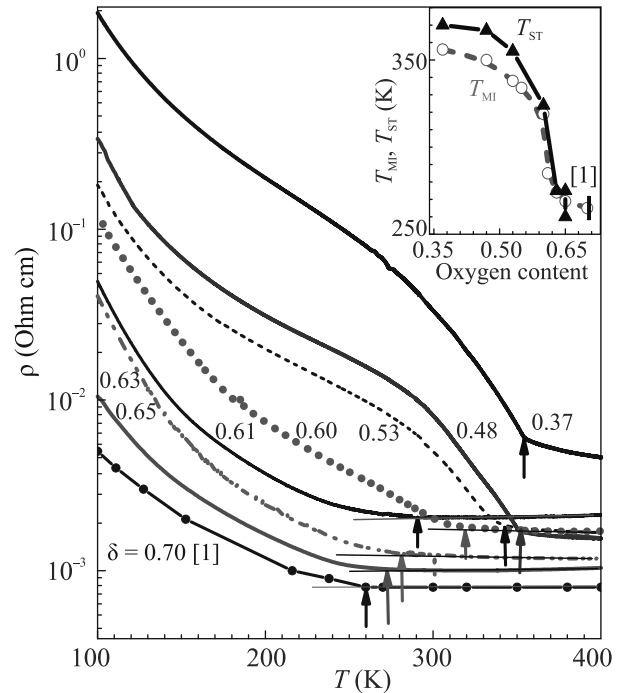


Рис. 2. (Цветной онлайн) Температурные зависимости электросопротивления  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ ,  $0.37 \geq \delta \geq 0.65$ . Вставка: температуры перехода металл-изолятор  $T_{\text{MI}}$  и спинового состояния  $T_{\text{ST}}$  в зависимости от содержания кислорода  $\delta$

$\Delta E \approx 30$  мэВ для  $\delta = 0.65$  (0.70). Предэкспоненциальный член также уменьшается от величины  $\rho_0 \approx 3 \cdot 10^{-3}$  Ом см, характерной для неупорядоченной среды до значения  $\rho_0 \approx 2 \cdot 10^{-4}$  Ом см, больше присущего полупроводникам. В  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.65}$  в области температур  $T_C < T < T_{\text{MI}} \sim 250$  K обнаружено характерное для полупроводников положительное магнитосопротивление  $MR = [\rho(H) - \rho(H = 0)]/\rho(H = 0)$  до 2.5% при  $H = 10$  кЭ.

Интересно отметить, что  $T_{\text{MI}}(\delta)$ ,  $T_N(\delta)$ ,  $T_C(\delta)$  (вставка рис. 1 и 2), отличаясь по величине примерно на 100 K, в зависимости от содержания кислорода имеют приблизительно одинаковый вид: слабо меняются при  $\delta \leq 0.53$ , резко уменьшаются при  $\delta > 0.60$ . Изменения  $\rho(T)$  уменьшаются с увеличением  $\delta$ . Электросопротивление от 100 K до  $T_{\text{MI}}$  изменяется почти на 3 порядка при  $\delta = 0.37$ , а при  $\delta = 0.65$  оно меняется менее одного порядка. При  $\delta = 0.65$  происходит переход типа сильнолегированный полупроводник – плохой металл почти без изменения спинового состояния. Качественно поведение  $\rho(\delta, T)$  согласуется с изменениями эффективного магнитного момента  $\mu_{\text{eff}}(\delta, T)$  (см. ниже).

Магнитные методы являются одним из основных методов определения спиновых состояний  $\text{Co}^{3+}$  в

кобальтитах. Спиновое состояние ионов  $\text{Co}^{3+}$  определяется из измерений парамагнитной восприимчивости, описываемой законом Кюри–Вейса  $\chi(T) \sim \mu_{\text{eff}}^2/(T - \theta_{\text{PM}})$  выше и ниже  $T_{\text{MI}}$  [1–7]. Сложностью магнитных методов в  $\text{R}\text{BaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  для этих целей является трудности разделения вклада ионов  $\text{Co}^{3+}$  от РМ вклада редкоземельных ионов  $\text{R}^{3+}$ . Расхождения в спиновых состояниях ионов  $\text{Co}^{3+}$  в разных работах, полагаем, связано с тем, что этот вклад не учитывается или учитывается неправильно (см. [9]). Обычно предполагается, что этот вклад совпадает с вкладом свободного иона  $\text{R}^{3+}$  и определяется из выражения для парамагнитной восприимчивости  $\chi = \mu_{\text{eff}}^2/3k(T - \theta_{\text{PM}})$ , где  $\mu_{\text{eff}}$  – эффективный магнитный момент иона  $\text{R}^{3+}$ , парамагнитная температура Вейса  $\theta_{\text{PM}} = 0$  [3, 6, 7, 27]. Значения  $\mu_{\text{eff}}$  и  $\theta_{\text{PM}}$  определяются из насыщения намагниченности в большом магнитном поле при низких температурах [9, 28], которая для редкоземельных ионов  $\text{R}^{3+}$  описывается функцией Бриллюэна [29]:

$$M = N_A g \mu_B J B_S(x), \quad (2)$$

где  $B_S(x)$  – функция Бриллюэна,  $N_A$  – число Авогадро,  $x = g \mu_B J H / k (T - \theta_{\text{PM}})$ ,  $g$  – фактор Ланде,  $\mu_B$  – магнетон Бора,  $J$  – суммарный магнитный момент  $\text{R}^{3+}$ ,  $H$  – магнитное поле,  $k$  – постоянная Больцмана. В работе предполагается, что в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  РМ вклад ионов  $\text{Nd}^{3+}$  не зависит от  $\delta$  и описывается выражением (2) при  $\theta_{\text{PM}} = -18$  К, как и в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.48}$  [14].

На рисунке 3а и б символами показаны температурные зависимости обратной парамагнитной восприимчивости  $\chi^{-1}(T)$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  ( $\delta = 0.37$ – $0.65$ ,  $H = 10$  кЭ), определенные с вычетом РМ вклада иона  $\text{Nd}^{3+}$ . Точками показаны экспериментальные значения  $\chi_{\text{exp}}^{-1}(T)$  для двух значений  $\delta = 0.48$  и  $\delta = 0.63$ . Все образцы были охлаждены при  $H = 0$  от 300 до 10 К и намагниченность измерена до 400 К при  $H = 1, 10, 50$  кЭ. Сплошными линиями показаны данные  $\chi^{-1}(T)$  для  $H = 0.48$  при  $H = 50$  кЭ и  $\delta = 0.63$  при  $H = 1$  кЭ, которые практически не отличаются от значений  $\chi^{-1}(T)$  при  $H = 10$  кЭ. Такие же данные получены для других значений  $\delta$ . Эти результаты доказывают достоверность выражения (2) для определения РМ вклада ионов  $\text{Nd}^{3+}$ .

Температурные зависимости  $\chi^{-1}(T)$  для  $\delta = 0.37$ – $0.60$  примерно одинаковы и похожи на наблюдаемые зависимости  $\chi^{-1}(T)$  в известных слоистых кобальтитах с  $\delta \approx 0.5$ . В этих образцах практически нельзя выделить линейный участок на зависимости  $\chi^{-1}(T)$ . Фактически это означает, что поведение  $\chi^{-1}(T)$  невозможно описать при постоянном

значении  $\mu_{\text{eff}}(T)$  и переход сопровождается изменениями  $\mu_{\text{eff}}(T)$  с температурой. С другой стороны, для  $\delta = 0.63$  и  $0.65$  выше и ниже  $T_{\text{MI}}$  видно линейное поведение  $\chi^{-1}(T)$ . Для определения особенностей перехода металл-изолятор определены дифференциальные значения  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}(T)$ . Были измерены значения  $\chi^{-1}(T)$  с интервалом  $\Delta T = 5$  К и для каждого участка определены дифференциальные значения  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}^{3+}(T)$  с учетом вклада конкретного содержания ионов  $\text{Co}^{2+}$  и/или  $\text{Co}^{4+}$  для всех значений  $\delta$  (рис. 3с и d).

Ниже 400 К в некотором интервале температур величины  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}$  при  $\delta = 0.37$ – $0.60$  остаются постоянными (рис. 3с и d). Температура, при которой происходит резкое изменение наклона  $\chi^{-1}(T)$  (чему соответствует резкое уменьшение  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}$ ) считается температурой перехода металл-изолятор  $T_{\text{ST}}$  по спиновому переходу. Величина этой температуры  $T_{\text{ST}}$  примерно на 10–15 К превышает температуру  $T_{\text{MI}}$  при  $\delta = 0.37$ – $0.53$  (вставка рис. 2). Эти расхождения объясняются вкладом межгранульного сопротивления в электросопротивление поликристаллов. При  $\delta = 0.60$ – $0.65$  нет четкой границы перехода ни в  $\rho(T)$ , ни в  $\chi^{-1}(T)$  на рис. 2 и 3. Вследствие интуитивного определения этой границы значения  $T_{\text{ST}}$  и  $T_{\text{MI}}$  совпадают. Ниже 400 К наблюдается пропорциональное температуре уменьшение  $\chi^{-1}(T)$  при  $\delta = 0.63(0.65)$  выше и ниже  $T_{\text{MI}}$ . Наклоны  $\chi^{-1}(T)$  выше и ниже  $T_{\text{MI}}$  чуть различаются (см. сплошные линии на кривых  $\delta = 0.63$  и  $0.65$  рис. 3d). По их поведению определено, что вблизи  $T_{\text{MI}}$  происходит небольшое изменение спинового состояния  $\text{Co}^{3+}$ .

В металлической фазе ( $\delta = 0.37$  ÷  $0.65$ ) при  $T > T_{\text{MI}}$  (рис. 3с и d) значения  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}^{3+} = 3.43 \pm 0.02 \mu_B$  не зависят от содержания кислорода и соответствуют HS/LS состоянию ионов  $\text{Co}^{3+}$  в соотношении 1:1. Значительное отклонение  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}$  от этого состояния при  $\delta = 0.37$  и небольшое отклонение его при  $\delta = 0.60$  ÷  $0.65$  объяснены разными вкладами ионов  $\text{Co}^{2+}$  и  $\text{Co}^{4+}$ . Ионы  $\text{Co}^{2+}$  всегда находятся в HS ( $S = 3/2$ ) состоянии из-за более слабого кристаллического поля, чем ионы  $\text{Co}^{3+}$ , а ионы  $\text{Co}^{4+}$  всегда в LS ( $S = 1/2$ ) состоянии из-за более сильного кристаллического поля [30]. С увеличением содержания  $\text{Co}^{2+}$  или  $\text{Co}^{4+}$  отклонение  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}^{3+}$  от HS/LS состояния увеличивается, которое находится в разумном согласии с расчетами вклада ионов  $\text{Co}^{2+}$  и  $\text{Co}^{4+}$ .

В полупроводниковой фазе при  $T_C < T < T_{\text{MI}}$  и  $\delta = 0.37$ – $0.53$  (рис. 3с) соединения находятся в IS/LS состоянии, причем большая часть ионов  $\text{Co}^{3+}$  находится в LS состоянии. Далее в небольшом интервале температур происходит резкий переход в

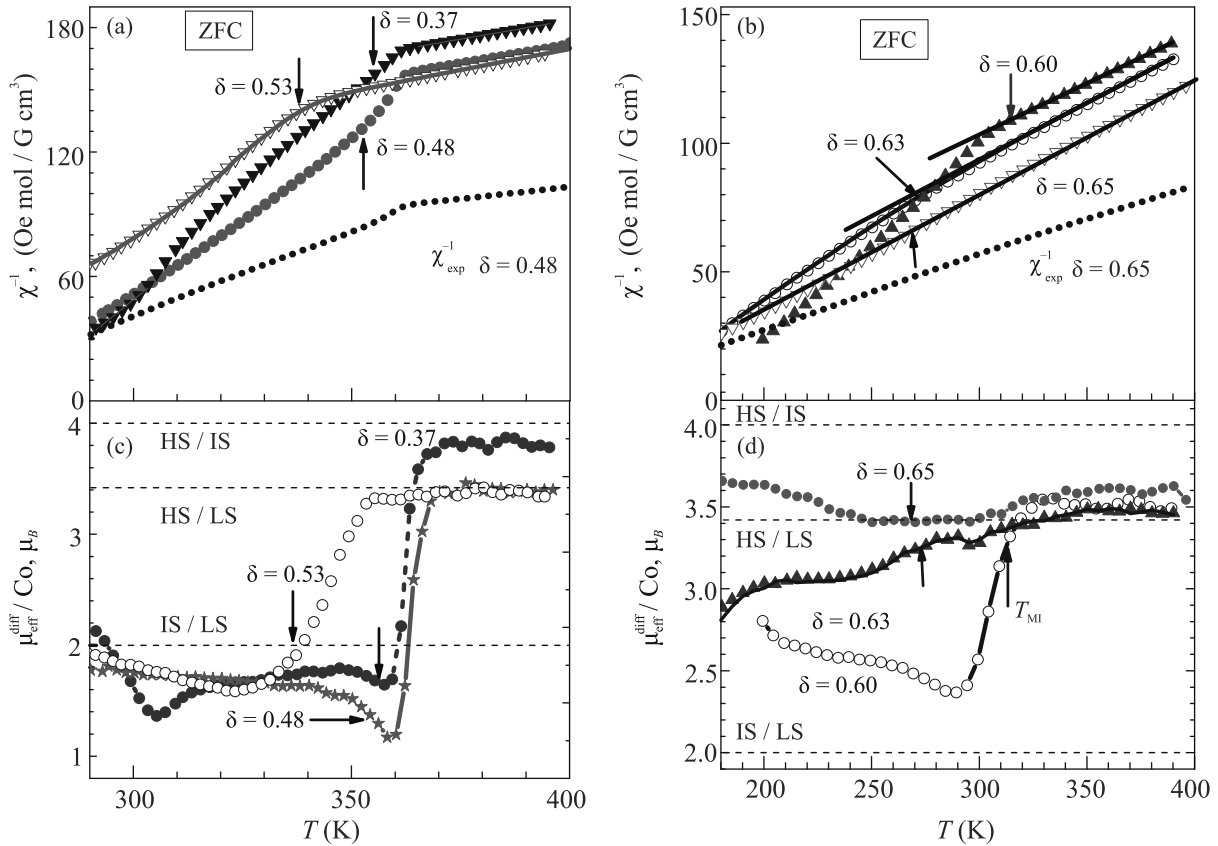


Рис. 3. (Цветной онлайн) Температурные зависимости обратной парамагнитной восприимчивости  $\chi^{-1}(T)$  и дифференциального магнитного момента  $\mu_{\text{eff}}^{\text{diff}}/\text{Co}$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ ,  $0.37 \leq \delta \leq 0.65$ . Символы –  $H = 10$  кЭ, линии –  $H = 1$  или  $50$  кЭ (см. текст). Парамагнитный вклад ионов  $\text{Nd}^{3+}$  вычтен. Стрелками указаны температуры перехода металл-изолятор

HS/LS состояние. При  $\delta = 0.60-0.63$  (рис. 3d) значения  $\mu_{\text{eff}}^{\text{diff}}/\text{Co}^{3+}$  превышают значения, соответствующие IS/LS состоянию ионов  $\text{Co}^{3+}$  в соотношении 1:1, т.е. большая часть ионов  $\text{Co}^{3+}$  находится в IS состоянии.

Далее были выделены примерно линейные от температуры участки  $\chi^{-1}(T)$  на рис. 3а и б, и из закона Кюри–Вейса определены  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}^{3+}$  (кривые 1 и 2) и парамагнитная температура Вейса  $\theta_{\text{PM}}$  (кривые 3 и 4) выше и ниже  $T_{\text{MI}}$  в зависимости от содержания кислорода  $\delta$  (рис. 4). В металлической фазе (кривая 1 рис. 4) при  $T > T_{\text{MI}}$  значения  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}^{3+} = 3.43 \pm 0.02 \mu_B$  не зависят от содержания кислорода  $\delta = 0.37 \div 0.65$  и соответствуют HS/LS состоянию ионов  $\text{Co}^{3+}$  в соотношении 1:1. Значительное отклонение  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}$  от этого состояния при  $\delta = 0.37$  и небольшое отклонение его при  $\delta = 0.65$  объяснены выше разными вкладами ионов  $\text{Co}^{2+}$  и  $\text{Co}^{4+}$ . В парамагнитной фазе при  $T_C < T < T_{\text{MI}}$  значения  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}$  (кривая 2 рис. 4) при  $0.37-0.53$  постоянны, при увеличении далее до  $\delta = 0.65$  значения  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}$  увеличиваются до значения  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}$  при  $T > T_{\text{MI}}$ . При уве-

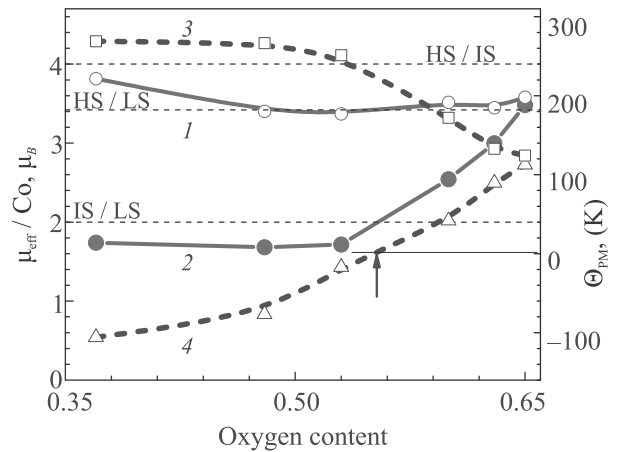


Рис. 4. (Цветной онлайн) Влияние содержания кислорода  $\delta$  на эффективный магнитный момент  $\mu_{\text{eff}}/\text{Co}$  (кривые 1 и 2) и парамагнитную температуру  $\theta_{\text{PM}}$  кобальтита  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  (кривые 3 и 4) в металлической (кривые 1 и 4) и полупроводниковой (кривые 2 и 3)

личении соотношения  $\text{Co}^{4+}/\text{Co}^{3+}$  до 15/85 ( $\delta = 0.65$ ) переход полупроводник-плохой металл (рис. 2) про-

исходит без изменения спинового состояния. Результаты  $\mu_{\text{ef}}/\text{Co}$  согласуются с данными  $\mu_{\text{eff}}^{\text{dif}}/\text{Co}$ , приведенными на рис. 3.

Поскольку парамагнитная температура Вейса  $\theta_{\text{PM}}$  связана с характеристиками обменного взаимодействия [29], определяя  $\theta_{\text{PM}}$  ниже и выше  $T_{\text{MI}}$ , можно получить информацию об обменном взаимодействии в зависимости от содержания кислорода. В полупроводниковой фазе при  $T_C < T < T_{\text{MI}}$  с увеличением  $\delta$  значения  $\theta_{\text{PM}}$  уменьшаются от  $\approx 260$  до 100 К при  $\delta = 0.65$  (кривая 4 рис. 4). В металлической фазе  $\theta_{\text{PM}}$  увеличивается от отрицательных значений  $\theta_{\text{PM}} \approx -100$  К к положительным значениям (кривые 3 рис. 4). При  $\delta = 0.65$   $\theta_{\text{PM}}$  принимает значения  $\theta_{\text{PM}} \approx 110$  К, совпадающие со значениями  $\theta_{\text{PM}}$  при  $T < T_{\text{MI}}$ . Изменение знака  $\theta_{\text{PM}}$  при  $\delta \approx 0.55-0.6$  означает, что характер обменных взаимодействий меняется от AFM + FM к FM обмену и происходит усиление FM обмена при увеличении  $\delta$ .

С увеличением содержания кислорода как намагниченность  $M_{\text{max}}(\delta)$  при  $T_N$  (рис. 1), так и спонтанный момент  $M_s$  (по нашим предварительным данным) увеличиваются немонотонно с минимумом при  $\delta = 0.60$ . Спонтанный момент  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  увеличивается от  $M_s \approx 0.40$  ( $\delta = 0.48$ ) до  $0.85$  ( $\delta = 0.65$ )  $\mu_B$  с минимумом  $M_s \approx 0.2$   $\mu_B$  при  $\delta = 0.60$ . Немонотонное поведение  $M_{\text{max}}(\delta)$  и  $M_s(\delta)$  является свидетельством присутствия конкурирующих FM и AFM взаимодействий в этих соединениях. FM обмен может быть вызван механизмом двойного обмен  $\text{Co}^{3+}$ -O- $\text{Co}^{4+}$  [30], либо по эмпирическому правилу Гуденаф-Канамори наличием FM сверхобменных взаимодействий  $\text{Co}^{3+}$ -O- $\text{Co}^{4+}$  [31], AFM обмен – сверхобменными взаимодействиями  $\text{Co}^{3+}$ -O- $\text{Co}^{3+}$  [32].

Температурные и полевые зависимости намагниченности  $\text{PrBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $0.35 \leq \delta \leq 0.8$  [15] и  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$ , где  $0.37 \leq \delta \leq 0.65$  (рис. 1) похожи,  $T_C$  и  $T_N$  в зависимости от  $\delta$  также уменьшаются примерно на 100 К, и наиболее резко при  $\delta > 0.6$  [15]. Магнитное поведение в  $\text{GdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  также заметно изменяется, когда содержание кислорода  $\delta > 0.55$ . Предполагается, что такое изменение свидетельствует об изменении расположений спинов ионов  $\text{Co}^{3+}$  и  $\text{Co}^{4+}$  [3]. Можно предположить, что особенность свойств при  $\delta \sim 0.6$  присуща и другим слоистым кобальтатам; она связана с изменением характера обменных взаимодействий от AFM + FM к FM поведению при увеличении содержания кислорода.

Величины  $T_C(\delta)$  и  $T_N(\delta)$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  различаются примерно на 20 К и имеют схожие зависимости от  $\delta$  (вставка рис. 1). Результат кажется есте-

ственным, так как в небольшом интервале температур одно магнитное FM состояние плавно переходит в другое AFM состояние. Слабое изменение  $T_C(\delta)$  и  $T_N(\delta)$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  до  $\delta = 0.53$  и сильное его уменьшение выше  $\delta = 0.6$ , как и немонотонное поведение намагниченности  $M_{\text{max}}(\delta)$  (рис. 1), полагаем, качественно можно объяснить изменением характера обменных взаимодействий. При  $\delta < 0.53$  присутствуют AFM + FM взаимодействия, соответственно значения  $M_{\text{max}}$  и  $T_N$  уменьшаются, но слабо. Преобладание FM взаимодействий при  $\delta > 0.6$  приводит к увеличению намагниченности  $M_{\text{max}}(\delta)$ , уменьшениям  $T_C(\delta)$  и  $T_N(\delta) \sim$  на 100–150 К при усилении FM обмена  $\text{Co}^{3+}$ -O- $\text{Co}^{4+}$ , и соответственно ослаблении AFM обмена  $\text{Co}^{3+}$ -O- $\text{Co}^{3+}$  при увеличении доли намагниченности иона  $\text{Co}^{4+}$ .

Однако известно и альтернативное объяснение  $T_C(\delta)$  [33]. Обычно полагают, что при  $T = T_N$  происходит переход в AFM-состояние, хотя поведение намагниченности  $M(T)$  не характерно для антиферромагнетика: намагниченность сохраняется значительно ниже  $T_N$ . Поведение намагниченности  $M(T, H = 1$  кЭ)  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.48}$  вблизи  $T_C$  (рис. 1) и спонтанной намагниченности  $M_s$  также не характерны и для чистого ферромагнетика. Спонтанный момент  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  при  $\delta \approx 0.5$  возникает при  $T \sim 300$  К, на 15–20 К выше величины  $T_C$ , определенной из  $dM/dT$  (вставка рис. 3 [14]). По нашим предварительным данным похожие поведения  $T_C$  и  $M_s$  характерны соединениям с другими  $\delta$  (рис. 1). На основе численных расчетов высказано предположение [33], что при  $T_N$  возникает неколлинеарное AFM состояние, перехода в FM состояние при  $T = T_C$  нет, есть плавный переход от PM к скошенному, неколлинеарному AFM состоянию, ниже  $T_N$  происходит переход в другое коллинеарное AFM состояние. По данным мюонной спектроскопии, в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5.50}$  примерно на 100 К ниже  $T_N = 265(5)$  К возникает другая AFM структура [13].

**Заключение.** Методом твердофазного синтеза приготовлены поликристаллы слоистых кобальтитов  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  с разным содержанием кислорода  $0.37 \leq \delta \leq 0.65$ . Переход металл-изолятор в  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  происходит при изменении спинового состояния ионов  $\text{Co}^{3+}$  из HS/LS в металлической фазе в IS/LS состояние в полупроводниковой фазе, как в родственных соединениях  $\text{RBaCo}_2\text{O}_{5.5}$ , где R = Gd, Tb [9, 28]. В полупроводниковой фазе с увеличением  $\delta$  спиновые состояния иона  $\text{Co}^{3+}$   $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  приближаются к HS/LS состоянию. Наблюдаемые отклонения спиновых состояний от HS/LS состояния находятся в разумном согласии

с возможным влиянием вкладов ионов  $\text{Co}^{2+}$  и/или  $\text{Co}^{4+}$ .

Ферромагнитное поведение  $\text{NdBaCo}_2\text{O}_{5+\delta}$  ниже  $T_N$ , в “AFM” фазе, объясняется большим размером иона  $\text{Nd}^{3+}$ .

Предполагается, что уменьшение  $T_N$ ,  $T_C$ ,  $T_{\text{MI}}$  и  $T_{\text{ST}}$  на  $\sim 100\text{--}150\text{ K}$ , немонотонное поведение намагниченности  $M_{\text{max}}(T = T_N)$  и увеличение ее при  $\delta > 0.53\text{--}0.6$  вызваны изменением обменных взаимодействий  $\text{Co}^{3+}$  и  $\text{Co}^{4+}$  от AFM + FM к FM обмену при увеличении  $\delta$ .

Авторы благодарны А. В. Телегину за полезные обсуждения, А. В. Королеву за проведение магнитных измерений.

Работа выполнена в рамках государственного задания (тема “Спин” Г.р. # АААА-А18-118020290104-2) и частично при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 20-02-00461).

1. A. Maignan, C. Martin, D. Pelloquin, N. Nguyen, and B. Raveau, *J. Solid State Chem.* **142**, 247 (1999).
2. C. Martin, A. Maignan, D. Pelloquin, N. Nguyen, and B. Raveau, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 1421 (1997).
3. A. A. Taskin, A. N. Lavrov, and Y. Ando, *Phys. Rev. B* **71**, 134414 (2005).
4. C. Frontera, J. L. García-Muñoz, C. Ritter, D. M. y Marero, and A. Caneiro, *Phys. Rev. B* **65**, 180405(R) (2002).
5. Y. Moritomo, T. Akimoto, M. Takeo, A. Machida, E. Nishibori, M. Takata, M. Sakata, K. Ohoyama, and A. Nakamura, *Phys. Rev. B* **61**, 13325 (R) (2000).
6. Z. X. Zhou and P. Schlottmann, *Phys. Rev. B* **71**, 174401 (2005).
7. M. Baran, V. I. Gatal'skaya, R. Szymczak, S. V. Shiryayev, S. N. Barilo, K. Piotrowski, G. L. Bychkov, and H. Szymczak, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, 8853 (2003).
8. Н. Б. Иванова, С. Г. Овчинников, М. М. Коршунов, И. М. Еремин, Н. В. Казак, *УФН* **179**, 837 (2009).
9. Н. И. Солин, С. В. Наумов, *ЖЭТФ* **157**, 824 (2020).
10. C. Frontera, J. L. García-Muñoz, A. E. Carillo, M. A. G. Aranda, I. Margiolaki, and A. Caneiro, *Phys. Rev. B* **74**, 054406 (2006).
11. R. D. Shannon, *Acta Crystallogr. A* **32**, 751 (1976).
12. F. Fauth, E. Suard, V. Caignaert, and I. Mirebeau, *Phys. Rev. B* **66**, 184421 (2002).
13. A. Jarry, H. Luetkens, Y. G. Pashkevich, P. Lemmens, H.-H. Klaus, M. Stingaciu, E. Pomjakushina, and K. Conder, *Physica B* **404**, 765 (2009).
14. Н. И. Солин, С. В. Наумов, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 179 (2021).
15. S. Ganorkar, K. R. Priolkar, P. R. Sarode, and A. Banerjee, *J. Appl. Phys.* **110**, 053923 (2011).
16. L. Landau, *Phys. Zs. Sowjet.* **4**, 675 (1933).
17. D. D. Khalyavin, O. Prokhnenko, N. Stüßer, V. Sikolenko, V. Efimov, A. N. Salak, A. A. Yaremchenko, and V. V. Kharton, *Phys. Rev. B* **77**, 174417 (2008).
18. D. Chernyshov, V. Dmitriev, E. Pomjakushina, K. Conder, M. Stingaciu, V. Pomjakushin, and A. Podlesnyak, *Phys. Rev. B* **78**, 024105 (2008).
19. P. Miao, X. Lin, S. Lee, Y. Ishikawa, S. Torii, M. Yonemura, T. Ueno, N. Inami, K. Ono, Y. Wang, and T. Kamiyama, *Phys. Rev. B* **95**, 125123 (2017).
20. Л. С. Лобановский, И. О. Троянчук, Г. Шимчак, О. Прохненко, *ЖЭТФ* **130**, 854 (2006).
21. S. Vlahov, N. Kozlova, L. S. Lobanovskii, R. Wawryk, and K. A. Nenkov, *Phys. Rev. B* **84**, 184440 (2011).
22. C. Frontera, J. L. García-Muñoz, A. E. Carrillo, C. Ritter, D. M. y Marero, and A. Caneiro, *Phys. Rev. B* **70**, 184428 (2004).
23. J. C. Burley, J. F. Mitchell, S. Short, D. Miller, and Y. Tang, *J. Solid State Chem.* **170** 339 (2003).
24. E.-L. Rautama, V. Caignaert, Ph. Boullay, A. K. Kundu, V. Pralong, M. Karppinen, C. Ritter, and B. Raveau, *Chem. Mater.* **21**, 102 (2009).
25. Md. M. Seikh, V. Pralong, O. I. Lebedev, V. Caignaert, and B. Raveau, *J. Appl. Phys.* **114**, 013902 (2013).
26. E.-L. Rautama, V. Caignaert, P. Boullay, A. K. Kundu, V. Pralong, M. Karppinen, and B. Raveau, *Chem. Mater.* **21**, 102 (2009).
27. S. Kolesnik, B. Dabrowski, O. Chmaissem, S. Avci, J. P. Hodges, M. Avdeev, and K. Swierczek, *Phys. Rev. B* **86**, 064434 (2012).
28. Н. И. Солин, С. В. Наумов, С. В. Телегин, *Письма в ЖЭТФ* **107**, 206 (2018).
29. С. В. Вонсовский, *Магнетизм*, Наука, М. (1971), гл. 9.
30. C. Zener, *Phys. Rev.* **81**, 440 (1951).
31. Д. Гуденаф, *Магнетизм и химическая связь*, Металлургия, М. (1966).
32. P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **115**, 2 (1959).
33. H. Wu, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, 503 (2003).



# The lithium doping effect for enhancing thermoelectric and optoelectronic performance of $\text{Co}_2\text{NbAl}$

*D. Bensaid*<sup>+1</sup>, *B. Doumi*<sup>\*×</sup>, *S. Ahmad*<sup>°</sup>

<sup>+</sup>*Faculty of Science and Technology, University Belhadj Bouchaib, BP 284, 46000 Ain-Temouchent, Algeria*

<sup>\*</sup>*Faculty of Sciences, Department of Physics, Dr. Tahar Moulay University of Saida, 20000 Saida, Algeria*

<sup>×</sup>*Instrumentation and Advanced Materials Laboratory, University Center of Nour Bachir El-Bayadh, 32000 El-Bayadh, Algeria*

<sup>°</sup>*Department of Physics, College of Science, P.O. Box 9004 King Khalid University Abha, Saudi Arabia*

Submitted 14 February 2022

Resubmitted 3 April 2022

Accepted 4 April 2022

DOI: 10.31857/S1234567822090075, EDN: dxare

Cobalt-rich Heusler compounds represent a very interesting family of Heusler alloys owing to their performance in spintronics and magnetic devices [1–4]. The quaternary Heusler, created by swapping of an antiatom site with an alkali element, improves the performance of physical properties for applications [5]. In this study, the electronic structures and magnetic properties before and after substitution of Co by Li in the  $\text{Co}_2\text{NbAl}$  compound were investigated using first-principles computational calculations. At the energy plane level, the quaternary  $\text{LiNbAlCo}$  is stable and favors the cubic structure with space group of  $F\bar{4}3m$  [6]. The lattice constant is in good agreement with the subsequent work [7]. Our findings revealed that substitution of Co antisites by Li destroys the half-metallic character of  $\text{Co}_2\text{NbAl}$ . Analysis of the band structures shows that the parent ternary Heusler compound is ferromagnetic half-metallic with a half-metallic ferromagnetic band gap  $E_{\text{HMF}}$  (band gap in the minority channel) and half-metallic gap  $G_{\text{HM}}$  (HM) equal to 0.22 and 0.497 eV, respectively. Our gap values are comparable to the values found by Shakeel Ahmad Sof and Dinesh C. Gupta [6]. Using the HSE06 approach substituting of Co by Li leads the material to change its behavior and becomes a semiconductor with a gap equal to 1.043 eV, this value is close to that cited in [7]. The ferromagnetic half-metallic behavior due to the  $d-d$  exchange interaction caused by the hybridization between  $3d$ -Co and  $4d$ -Nb states (see the Fig. 1), where we can clearly see the contribution of the  $d$ -states of the transition elements Nb and Co around the fermi level. The results of optical properties such as absorption coefficient confirms that the

$\text{LiNbAlCo}$  compound has and the maximum absorption located in the middle ultraviolet (MUV 4.13–6.20 eV) region and vacuum ultraviolet (VUV 12.4–6.53 eV) region. Energy lost by an electron as it passes through the materials is given by the energy loss function  $L(\omega)$  means. The largest value of  $L(\omega)$  is 0.421, it is important to mention that the sharpest peaks are induced by plasmonic excitation, and the energies are considered as plasmonic energies with a value of 13.15 eV. Thermoelectric properties such as the ZT figure of merit are highly required to know the efficiency of materials that can be used in different thermal applications. The ZT for the quaternary  $\text{LiNbAlCo}$  reached 1.05 at room temperature, this value of figure of merit is very promising for the optoelectronics and encourage researchers to realize photovoltaic cells and thermoelectric generators with higher efficiency. These interesting features suggest that  $\text{Co}_2\text{NbAl}$  and  $\text{LiNbAlCo}$  Heusler compounds are good candidates for applications in spintronics and optoelectronics for commercial semiconductor industry.

This is an excerpt of the article “The lithium doping effect for enhancing thermoelectric and optoelectronic performance of  $\text{Co}_2\text{NbAl}$ ”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S002136402210054X

1. Ikhtiar, S. Kasai, A. Itoh, Y. K. Takahashi, T. Ohkubo, S. Mitani, and K. Hono, *J. Appl. Phys.* **115**, 173912 (2014).
2. T. Kubota, S. Tsunegi, M. Oogane, Sh. Mizukami, T. Miyazaki, H. Naganuma, and Y. Ando, *Appl. Phys. Lett.* **94**, 122504 (2009).
3. T. Saito, N. Tezuka, M. Matsuura, and S. Sugimoto, *Appl. Phys. Exp.* **6**, 103006 (2013).
4. J. Winterlik, S. Chadov, A. Gupta et al. (Collaboration), *Adv. Mater.* **24**, 6283 (2012).

<sup>1</sup>e-mail: djillali.bensaid@univ-temouchent.edu.dz; djizer@yahoo.fr

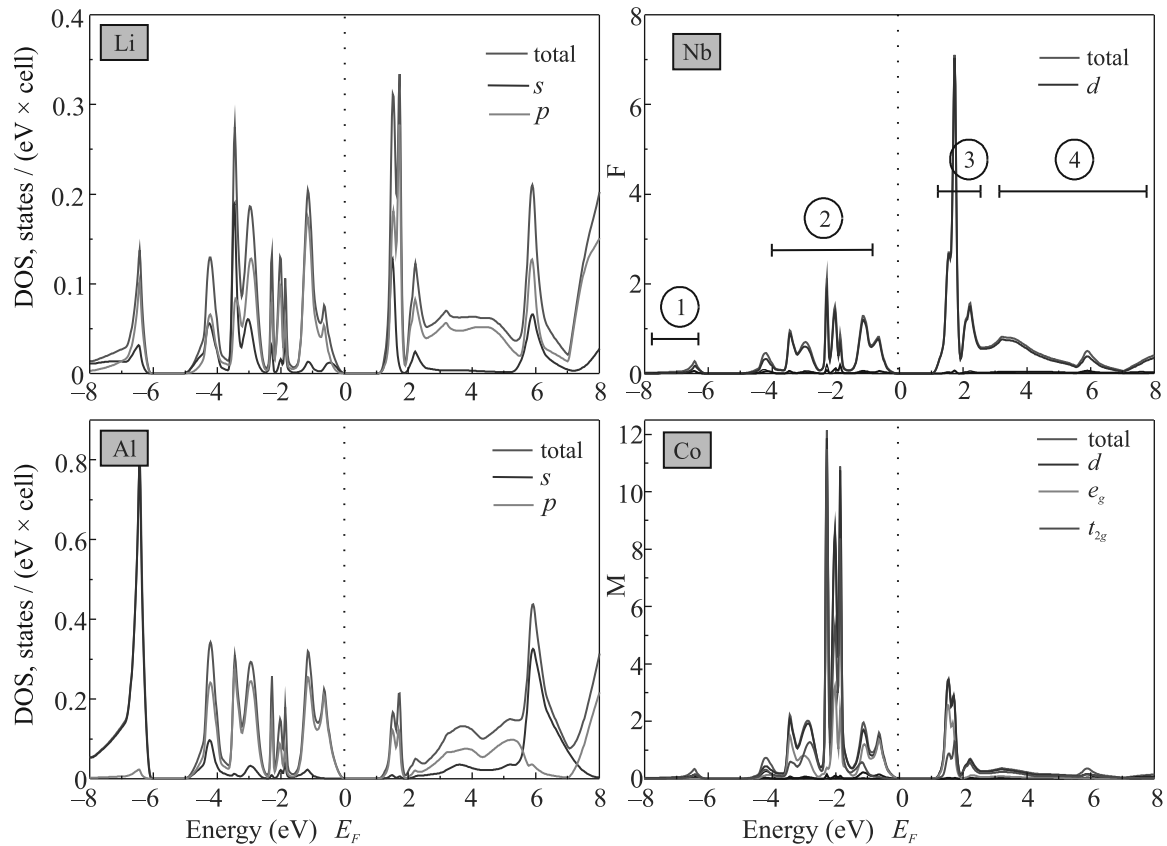


Fig. 1. (Color online) The total DOS of LiNbAlCo and the projected DOS on the states associated to Li, Nb, Al and Co

5. T. Jungwirth, V. Novák, X. Marti, M. Cukr, F. Máca, A. B. Shick, J. Mašek, P. Horodyská, P. Nemeč, V. Holý, J. Zemaek, P. Kužel, I. Němec, B. L. Gallagher, R. P. Campion, C. T. Foxon, and J. Wunderlich, *Phys. Rev. B* **83**, 035321 (2011).
6. Sh. A. Sof and D. C. Gupta, *AIP Advances* **10**, 105330 (2020).
7. J. He, S. Sh. Naghavi, V. I. Hegde, M. Amsler, and Ch. Wolverton, *Chem. Mater.* **30**(15), 4978 (2018).

# Эффект слабой антилокализации в AlAs/AlGaAs квантовой яме

А. В. Щепетильников<sup>+\*1)</sup>, А. Р. Хисамеева<sup>+</sup>, А. А. Дремин<sup>+</sup>, И. В. Кукушкин<sup>+</sup>

<sup>+</sup> Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

<sup>\*</sup> Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 апреля 2022 г.

После переработки 7 апреля 2022 г.

Принята к публикации 7 апреля 2022 г.

Слабая антилокализация была изучена при низких температурах в узкой AlAs квантовой яме, содержащей двумерную электронную систему с большой эффективной массой. Квантовые поправки к проводимости такого типа обусловлены наличием в структуре сильного спин-орбитального взаимодействия, величина которого была определена из аппроксимации экспериментальных данных теоретической моделью в диффузионном приближении. Независимо, сила спин-орбитального взаимодействия была измерена посредством электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) по модификации величины одночастичного  $g$ -фактора в режиме квантового эффекта Холла на том же образце. Полученные константы взаимодействия оказались близки и составили  $\beta = 7.6$  и  $10.1 \text{ мЭВ} \times \text{Å}$  из ЭПР спектроскопии и анализа эффекта слабой антилокализации, соответственно. Согласие между извлекаемыми значениями  $\beta$  становится полным, если в теоретической модели слабой антилокализации учесть эффекты сильного электрон-электронного взаимодействия путем введения перенормировки эффективной массы электрона.

DOI: 10.31857/S1234567822090087, EDN: dyakyk

При низких температурах и в малых магнитных полях проводимость двумерной электронной системы модифицируется из-за квантово-механических эффектов интерференции электронов, движущихся по замкнутым диффузионным траекториям, с самими собой. В случае конструктивной интерференции сопротивление двумерного канала возрастает, а связанный с этим эффект принято называть слабой локализацией [1, 2]. Сильное спин-орбитальное взаимодействие приводит к возможности переворота спина при акте рассеяния вдоль траектории, и, как следствие, перемешиванию движения электрона по двум траекториям в одном направлении и появлению деструктивной интерференции электронных волн [3–11]. При этом сопротивление двумерного канала уменьшается, а такой эффект носит название слабой антилокализации. Внешнее магнитное поле разрушает как слабую локализацию, так и слабую антилокализацию.

Изучение описанных квантовых поправок к проводимости имеют огромную важность. Так, по форме магнитосопротивления в присутствии эффектов слабой локализации можно судить о параметрах когерентности электронных волн. Анализ магнитного поля, разрушающего слабую антилокализацию, позволяет извлекать параметры спин-орбитального вза-

имдействия – одного из ключевых физических типов взаимодействий как для фундаментальной спиновой физики конденсированного состояния, так и для разработки приборов спиновой электроники.

В рамках данной работы впервые обнаружен эффект слабой антилокализации в узкой AlAs квантовой яме, содержащей двумерную электронную систему. Эффективная масса электрона в данной структуре составляет  $m_b = 0.25 m_0$  [12]. Большая эффективная масса обеспечивает малость кинетической энергии в сравнении с характерной энергией кулоновского взаимодействия и обуславливает значительную роль эффектов сильного электрон-электронного взаимодействия. В двумерных электронных системах со сравнимым значением эффективной массы наблюдался ряд красивых многочастичных явлений, таких как вигнеровская кристаллизация [13], стонеровский ферромагнитный переход в режиме квантового эффекта Холла [14, 15], а также конденсация спиновых волн [16]. Более того, как было показано ранее [17, 18], узкие AlAs-квантовые ямы характеризуются также и относительно сильным спин-орбитальным взаимодействием. Комбинация этих свойств делает такие материалы системы чрезвычайно перспективными с точки зрения изучения фундаментальных коллективных явлений, связанных со спиновой степенью свободы электрона. Подчеркнем, что большинство теорий, используемых для описания обсуждае-

<sup>1)</sup>e-mail: shchepetilnikov@issp.ac.ru

мых квантовых поправок, имеют исключительно одночастичную природу, таким образом, изучение эффекта слабой антилокализации в сильнокорелированной электронной системе, заключенной в AlAs-квантовую яму, имеет исключительную важность и могут, в том числе, послужить основой для уточнения существующих теорий и создания новых.

Анализ квантовых поправок к проводимости двумерного канала позволил извлечь характерное время сохранения фазовой когерентности  $\tau_\phi$ , а также константу спин-орбитального взаимодействия. Отличительной особенностью данного исследования является возможность независимого определения константы спин-орбитального взаимодействия по модификации одночастичного спинового расщепления в режиме квантового эффекта Холла [17].

Эксперименты проводились на 4 нм AlAs/AlGaAs-квантовой яме, выращенном при помощи методики молекулярно-лучевой эпитаксии в направлении [001]. Образец был выполнен в виде стандартного мостика Холла шириной 200 мкм со стоком/истоком и шестью потенциометрическими контактами (см. рис. 1а). Омические контакты к двумерному каналу формировались путем нанесения и последующего вжигания индия в контактные области мостика. Низкотемпературные значения двумерной плотности электронов и подвижности составляли  $n = 7.7 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и  $\mu = 1.4 \times 10^4 \text{ см}^2/\text{Вс}$ . Образец погружался в жидкий He-3, пары которого откачивались, так что температура образца составляла  $T = 0.5 \text{ К}$ . Образец располагался в центра сверхпроводящего магнита, так что эксперименты могли проводиться в магнитных полях вплоть до 15 Тл. Типичное продольное сопротивление образца при данной температуре продемонстрировано на рис. 1б. Положение нескольких первых минимумов осцилляций Шубникова–де Гааза отмечены на рисунке. В рамках экспериментов по ЭПР спектроскопии сверхразмерный волновод использовался для подведения к образцу микроволнового излучения. В качестве источников излучения выступали лампы обратной волны, а также набор блоков умножения частоты, сопряженных с микроволновым генератором.

Детектирование электронного парамагнитного резонанса осуществлялось по магнитосопротивлению двумерного канала, которое, как было показано ранее [19], чрезвычайно чувствительно к поглощению микроволнового излучения. В рамках такого подхода ЭПР детектируется как пик в  $R_{xx}$  при фиксированной частоте микроволнового излучения и плавном изменении магнитного поля. Для улучшения соотношения сигнал-шум использова-

лась стандартная методика двойного синхронного детектирования, принцип работы которой подробно описан в наших предыдущих публикациях [20–22]. Типичные пики ЭПР, наблюдавшиеся на эксперименте вблизи фактора заполнения 3, показаны на рис. 1с. Для каждого пика указана частота  $F$  микроволнового излучения, использовавшегося для возбуждения спиновых экситонов [23]. Хорошо видно, что добротность резонансов достаточно велика, что позволяет с высокой точностью измерить их положение по магнитному полю, а значит, определить величину одночастичного фактора Ланде электрона  $g^* = \frac{hF}{\mu_B B}$ , где  $h$  – постоянная Планка, а  $\mu_B$  – магнетон Бора. Зависимость  $g$ -фактора от магнитного поля показана на рис. 1д. В условиях эксперимента форма и амплитуда наблюдаемых резонансных пиков не зависела от скорости разворота магнитного поля, а значит, эффект динамической поляризации ядер [24, 25] был не существенен в условиях эксперимента.

Рассмотрим теперь в общих чертах процедуру определения константы спин-орбитального взаимодействия по магнитополевой зависимости  $g$ -фактора электрона, ее подробное описание приведено в нашей предыдущей работе [17]. В ней же было продемонстрировано, что доминирующим типом спин-орбитального взаимодействия является линейное по волновому вектору взаимодействие Дрессельхауз. В сильных квантовых полях спектр движения электрона в плоскости представляет собой набор уровней Ландау, расщепленных по спину. Спин-орбитальное взаимодействие при этом не диагонально в таком базисе и перемешивает уровни Ландау с разным номером и значением проекции спина электрона на ось  $Oz$ , при этом одночастичное спиновое расщепление, а значит, и  $g$ -фактор электрона модифицируются. В рамках теории приближения второго порядка для области сильных магнитных полей можно записать эту поправку в виде:

$$\delta g^* = A\beta^2(2N + 1)/B, \quad (1)$$

здесь  $N$  – номер уровня Ландау, между спин-расщепленными подуровнями которого происходит спиновый переход с резонансным поглощением кванта электромагнитного излучения,  $A$  – положительная величина, представляющая собой комбинацию известных материальных параметров и мировых констант, а  $\beta$  обозначает константу спин-орбитального взаимодействия типа Дрессельхауз. Аппроксимация экспериментальной зависимости  $g$ -фактора от магнитного поля данной формулой

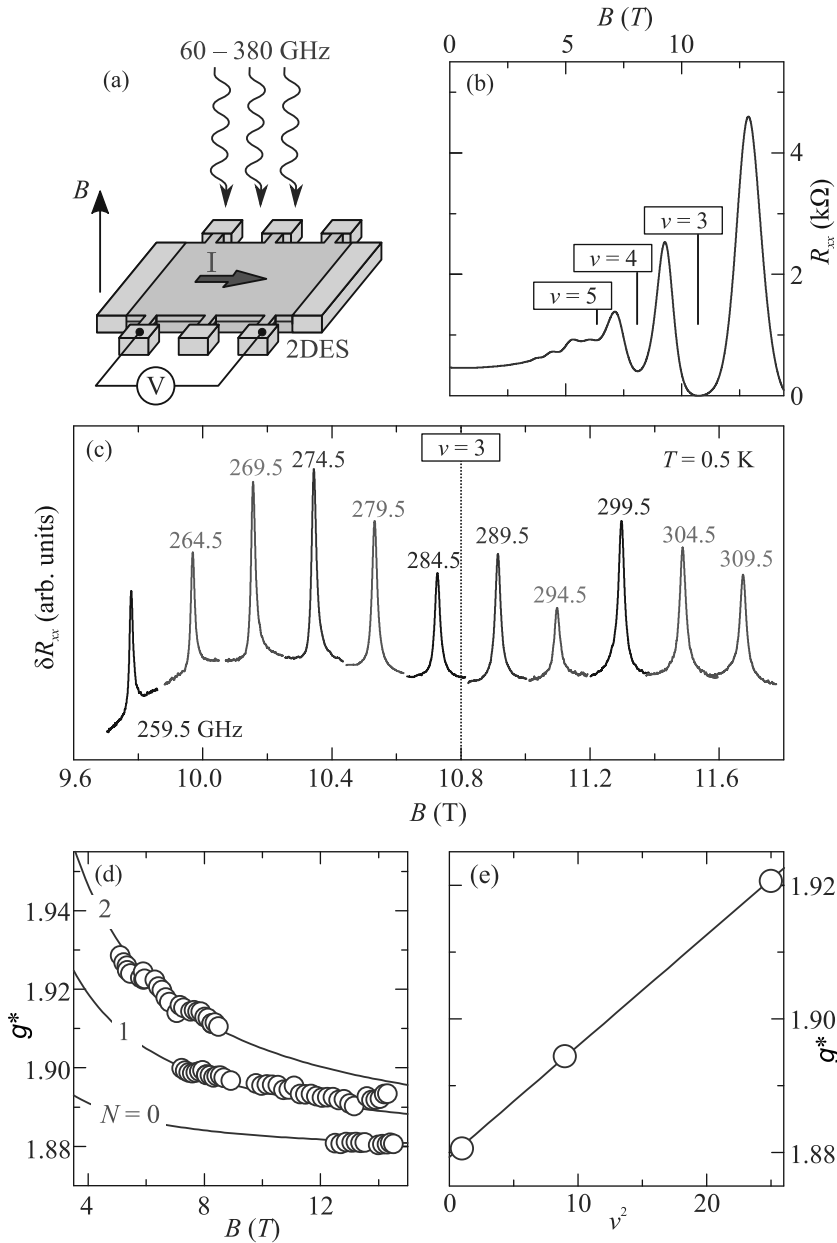


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Принципиальная схема эксперимента. (б) – Типичный вид магнитосопротивления образца. Отмечено положение нескольких факторов заполнения. (с) – Типичные пики ЭПР, наблюдаемые вблизи фактора заполнения  $\nu = 3$ , для каждого пика указана частота микроволнового излучения. (д) – Зависимость  $g$ -фактора от магнитного поля. Синие круги – экспериментальные данные, сплошная синяя линия – аппроксимация данных в соответствии с формулой (1). (е) – Зависимость значения  $g$ -фактора непосредственно в нечетных факторах заполнения от квадрата фактора заполнения. Синие круги обозначают экспериментальные данные. Сплошная линия – линейная аппроксимация экспериментальных данных

продемонстрирована на рис. 1д. Подчеркнем, что единственным параметром аппроксимации был коэффициент  $\beta$ . Соответствующие факторам заполнения номера уровней Ландау  $N$  указаны вблизи каждой кривой. Хорошо видно, что данные очень хорошо согласуются с теорией, при этом извлекаемое значение  $\beta$  составляет  $7.6 \text{ мэВ} \times \text{Å}$ .

На рисунке 1д приведена зависимость  $g$ -фактора, измеренного экспериментально непосредственно в нечетных факторах заполнения  $\nu$ , от величины  $\nu^2$ . Как следует из формулы (1), построенная таким образом зависимость должна быть линейна, а из наклона прямой можно также извлечь параметр  $\beta$ . Полученная величина составляла  $\beta = 7.6 \text{ мэВ} \times \text{Å}$ .

Пересечение прямой линии с осью ординат дает величину  $g_0 = 1.88$  в пределе больших магнитных полей, т.е. в области, где спин-орбитальная модификация незначительна. Как было показано в работе [18], значение  $g_0$  не зависит от ширины квантовой ямы и хорошо согласуется с соответствующим компонентом тензора  $g_{xx}$  для широкой AlAs квантовой ямы [26]. Подчеркнем, что непараболичность не оказывает влияния на величину  $\beta$ , определенную таким способом [27, 28].

Перейдем теперь к рассмотрению эффекта слабой антилокализации в исследуемой двумерной электронной системе. Типичный вид квантовых поправок к проводимости канала, измеренных при температуре  $T = 0.5$  К, продемонстрированы на рис. 2а в зависимости от приложенного перпендикулярно к плоскости системы магнитного поля. Экспериментальные данные обозначены синими кружками, при этом кривая проводимости была смещена для удобства по оси ординат так, чтобы  $\sigma_{xx}$  была равна нулю в отсутствие магнитного поля.

В полном соответствии как с различными теоретическими моделями, так и с экспериментальными данными, полученными другими научными коллективами, измеренная магнитопроводимость двумерного канала сначала падает с увеличением магнитного поля, а затем растет. Величина магнитного поля, отвечающая наблюдаемому минимуму, определяется величиной константы спин-орбитального взаимодействия, а глубина провала проводимости зависит в том числе и от времени фазовой когерентности электронных волн. Еще одним ключевым параметром при теоретическом описании квантовых поправок является так называемое транспортное магнитное поле  $B_{tr} = \frac{l^2}{2l_b^2}$ , при котором длина свободного пробега электрона  $l$  оказывается сравнимой с магнитной длиной  $l_b = \sqrt{\hbar/eB}$ . В области магнитных полей  $B < B_{tr}$  оказывается справедливым диффузионное приближение [3]. Для исследуемой структуры величина магнитного поля  $B_{tr}$  составляет 8 мТл, что позволяет в относительно широких пределах считать справедливым диффузионное приближение. Используя модель, приведенную в работах [8, 9], можно аппроксимировать экспериментальные данные с использованием двух независимых параметров, а именно, константы спин-орбитального взаимодействия  $\beta$  и характерного времени потери фазовой когерентности  $\tau_\phi$ . Отметим, что при наличии спин-орбитального взаимодействия лишь одного типа, например, линейного по волновому вектору взаимодействия Дрессельхауз, указанный теоретиче-

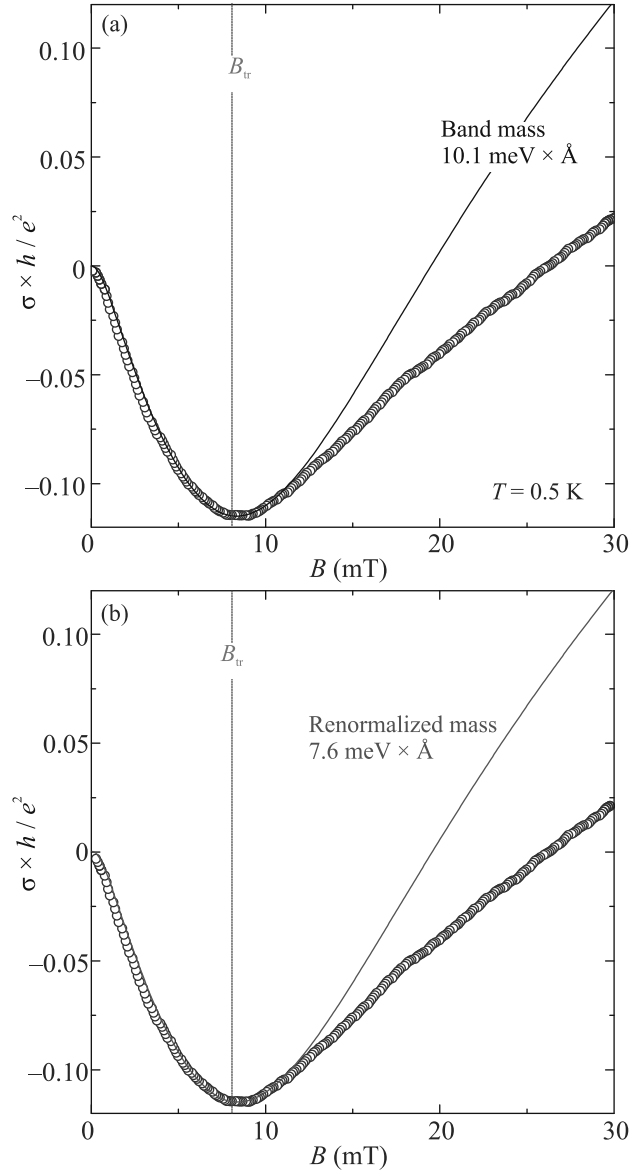


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) и (б) – Квантовые поправки к проводимости двумерной электронной системы, заключенной в 4 нм AlAs-квантовую яму. Синие кружки обозначают экспериментальные данные для одной и той же структуры на обеих панелях, а черная и красная сплошные линии – аппроксимация в соответствии с работой [8] и при разных параметрах. На панели (а) использовались значения массы  $m_b = 0.25 m_0$  и  $\beta = 10.1 \text{ мэВ} \times \text{Å}$ , на панели (б) – перенормированная масса  $1.33 \times m_b$  и  $\beta = 7.6 \text{ мэВ} \times \text{Å}$ . Вертикальная пунктирная линия ограничивает область применения модели  $B < B_{tr} = 8 \text{ мТл}$

ский подход имеет аналитическое решение. Именно такой случай и реализуется в узких AlAs квантовых ямах [17]. Соответствующая теоретическая кривая приведена на рис. 2а. Экспериментальные дан-

ные хорошо описываются в области малых магнитных полей вплоть до  $B \sim B_{tr}$ . Полученные в результате аппроксимации значения параметров составили  $\beta = 10.1 \text{ мЭВ} \times \text{Å}$  и  $\tau_\phi = 27 \text{ пс}$ .

Извлеченная из анализа эффекта слабой антилокализации константа спин-орбитального взаимодействия оказалась близка к величине  $\beta$ , определенной в рамках ЭПР экспериментов. Возможное расхождение в значении констант может объясняться влиянием сильного электрон-электронного взаимодействия на эффект слабой антилокализации. Например, сильное многочастичное взаимодействие может существенно модифицировать процессы спиновой релаксации [29] и даже усиливать спин-орбитальное расщепление [30]. Такое усиление не превышает 10% для параметра  $r_s$  в исследуемой структуре и не может объяснить наблюдаемого расхождения в константах  $\beta$ , измеренных разными способами в рамках данной работы. Построение точной теоретической модели, описывающей эффект слабой антилокализации в диффузионном приближении в условиях сильных многочастичных корреляций, выходит далеко за пределы данного исследования. В большинстве процессов переноса в сильнокоррелированных системах наблюдается модификация спектра квазичастиц из-за многочастичного взаимодействия, простейшим способом учета которой является введение фермижидкостной перенормировки эффективной массы квазичастиц [31–34]. Такой подход применяется для описания самых разнообразных эффектов как в области малых магнитных полей (например, перенормировка массы, задающей период индуцированных микроволновым излучением осцилляций магнетосопротивления [35]), так и в области квантующих магнитных полей (например, ферромагнитные фазовые переходы в режиме квантового эффекта Холла [14]). Если принять, что эффективная масса частиц, участвующих в квантовой интерференции на замкнутых траекториях, составляет  $m^* = 1.33 m_b$ , то экспериментальные данные хорошо аппроксимируются при значении  $\beta = 7.6 \text{ мЭВ} \times \text{Å}$ , которое полностью совпадает с определенным из ЭПР спектроскопии. Соответствующая кривая показана (красная сплошная линия) при  $\tau_\phi = 35 \text{ пс}$  на рис. 2b. Подчеркнем, что качество аппроксимации экспериментальных данных как с использованием зонной массы, так и с перенормированной, одинаковое. Отметим, что выбранное значение  $m^*$  неплохо согласуется с величинами масс, полученными из анализа поведения осцилляций Шубникова–де Гааза при разных температурах на аналогичных структурах в работах [36, 37].

В заключении, эффект слабой антилокализации был изучен при низких температурах в узкой AlAs квантовой яме, содержащей двумерную электронную систему с большой эффективной массой, впервые. Соответствующие поправки к проводимости хорошо описывались теоретической моделью в диффузионном режиме, приведенной в работе [8]. В результате аппроксимации экспериментальных данных была определена константа спин-орбитального взаимодействия типа Дрессельхауз  $\beta = 10.1 \text{ мЭВ} \times \text{Å}$ . Независимо, близкое значение константы  $\beta = 7.6 \text{ мЭВ} \times \text{Å}$  было определено по модификации величины одночастичного  $g$ -фактора, измеряемого при помощи ЭПР, в режиме квантового эффекта Холла на том же образце. Расхождение между извлеченными константами, вероятно, связано с сильным электрон-электронным взаимодействием. Согласие между извлекаемыми значениями  $\beta$  становится полным, если в теоретической модели слабой антилокализации учесть эффекты сильного электрон-электронного взаимодействия в рамках упрощенного подхода – путем введения перенормировки эффективной массы электрона.

Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 20-72-10097).

Авторы благодарны В. Вегшайдер (W. Wegscheider) и К. Райхл (C. Reichl) за предоставленные для исследования гетероструктуры.

1. S. Hikami, A. I. Larkin, and Y. Nagaoka, *Progress of Theoretical Physics* **63**, 707 (1980).
2. G. Bergmann, *Phys. Rep.* **107**, 1 (1984).
3. S. V. Iordanskii, Y. B. Lyanda-Geller, and G. E. Pikus, *JETP Lett.* **60**, 206 (1994).
4. T. Koga, J. Nitta, T. Akazaki, and H. Takayanagi, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 046801 (2002).
5. S. A. Studenikin, P. T. Coleridge, P. Poole, A. Sachrajda, *Письма в ЖЭТФ* **77**, 362 (2003).
6. J. B. Miller, D. M. Zumbühl, C. M. Marcus, Y. B. Lyanda-Geller, D. Goldhaber-Gordon, K. Campman, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 076807 (2003).
7. L. E. Golub, *Phys. Rev. B* **71**, 235310 (2005).
8. A. Punnoose, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 252113 (2006).
9. S. Schmult, M. J. Manfra, A. Punnoose, A. M. Sergent, K. W. Baldwin, and R. J. Molnar, *Phys. Rev. B* **74**, 033302 (2006).
10. E. B. Olshanetskii, Z. D. Kvon, G. M. Gusev, N. N. Mikhailov, S. A. Dvoretzkii, J. C. Portal, *Письма в ЖЭТФ* **91**, 347 (2010).
11. С. И. Дорожкин, А. А. Капустин, С. С. Мурзин, *Письма в ЖЭТФ* **97**, 170 (2013).

12. A. R. Khisameeva, A. V. Shchepetilnikov, V. M. Muravev, S. I. Gubarev, D. D. Frolov, Yu. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, *J. Appl. Phys.* **125**, 154501 (2019).
13. J. Falson, I. Sodemann, B. Skinner, D. Tabrea, Y. Kozuka, A. Tsukazaki, M. Kawasaki, K. von Klitzing, and J. H. Smet, *Nat. Mater* **21**, 311 (2022).
14. A. B. Van'kov, B. D. Kaysin, and I. V. Kukushkin, *Phys. Rev. B* **96**, 235401 (2017).
15. A. B. Van'kov and I. V. Kukushkin, *JETP Lett.* **113**, 102 (2021).
16. Б. Д. Кайсин, А. Б. Ваньков, И. В. Кукушкин, *Письма в ЖЭТФ* **112**, 62 (2020).
17. A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, Yu. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. B* **98**, 241302(R) (2018).
18. A. V. Shchepetilnikov, A. R. Khisameeva, Yu. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* **124**, 114278 (2020).
19. D. Stein, K. v. Klitzing, and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 130 (1983).
20. A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, V. V. Solovyev, Yu. A. Nefyodov, A. Großer, T. Mikolajick, S. Schmult, and I. V. Kukushkin, *Appl. Phys. Lett.* **113**, 052102 (2018).
21. A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, Yu. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, *JETP Lett.* **108**, 481 (2018).
22. A. V. Shchepetilnikov, A. R. Khisameeva, Y. A. Nefyodov, and I. A. Kukushkin, *JETP Lett.* **110**, 599 (2019).
23. C. Kallin and B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **30**, 5655 (1984).
24. A. Berg, M. Dobers, P. R. Gerhardtts, and K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2563 (1990).
25. A. V. Shchepetilnikov, D. D. Frolov, Y. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, *JETP Lett.* **104**, 838 (2016).
26. A. V. Shchepetilnikov, Yu. A. Nefyodov, I. V. Kukushkin, L. Tiemann, C. Reichl, W. Dietsche, and W. Wegscheider, *Phys. Rev. B* **92**, 161301(R) (2015).
27. M. Dobers, K. v. Klitzing, and G. Weimann, *Phys. Rev. B* **38**, 5453 (1988).
28. Yu. A. Nefyodov, A. V. Shchepetilnikov, I. V. Kukushkin, W. Dietsche, and S. Schmult, *Phys. Rev. B* **83**, 041307 (2011).
29. A. Punnoose and A. M. Finkel'stein, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 057202 (2006).
30. G.-H. Chen and M. E. Raikh, *Phys. Rev. B* **60**, 4826 (1999).
31. L. D. Landau, *Sov. Phys. JETP* **3**, 920 (1956).
32. L. D. Landau, *Sov. Phys. JETP* **5**, 101 (1957).
33. V. P. Silin, *Sov. Phys. JETP* **7**, 538 (1958).
34. R. Freedman, *Phys. Rev. B* **18**, 2482 (1978).
35. A. V. Shchepetilnikov, Yu. A. Nefyodov, A. A. Dremin, and I. V. Kukushkin, *JETP Lett.* **107**, 770 (2018).
36. K. Vakili, Y. P. Shkolnikov, E. Tutuc, E. P. De Poortere, and M. Shayegan, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 226401 (2004).
37. T. Gokmen, M. Padmanabhan, K. Vakili, E. Tutuc, and M. Shayegan, *Phys. Rev. B* **79**, 195311 (2009).



# Adiabatic growing, multistability, and control of soliton-comb states in $\chi^{(2)}$ microresonators for pumping into second-harmonic modes<sup>1)</sup>

*E. Podivilov<sup>+</sup>, S. Smirnov<sup>\*</sup>, B. Sturman<sup>+ 2)</sup>*

<sup>+</sup>*Institute of Automation and Electrometry, Russian Academy of Sciences, 630090 Novosibirsk, Russia*

<sup>\*</sup>*Novosibirsk State University, 630090 Novosibirsk, Russia*

Submitted 14 March 2022  
Resubmitted 21 March 2022  
Accepted 21 March 2022

DOI: 10.31857/S1234567822090099, EDN: dycudr

Transfer of the soliton-comb concept established for  $\chi^{(3)}$  microresonators [1, 2] to  $\chi^{(2)}$  resonators represents an important problem [3, 4]. Within this concept, a dual FH-SH soliton propagates in a pumped resonator with velocity  $v_0$  due to cascaded SH generation and OPO processes. The pump wavelength  $\lambda_p$  satisfies phase-matching conditions, and the soliton is dissipative – it balances not only dispersion broadening and nonlinear compression, but also gain and losses. Minimization of the FH-SH group velocities difference is crucial [4]; the radial poling of the resonator can be used to get it [5].

Nonlinear equations governing the dependence of FH and SH envelopes ( $F$  and  $S$ ) on the azimuth angle  $\varphi$  and time  $t$  are known [3, 4]. Two schemes with pumping into a FH (or SH) resonator mode are envisaged. For the FH pumping, both  $F$  and  $S$  are  $2\pi$ -periodic in  $\varphi$ . In the SH pumping case, also topologically different antiperiodic solutions with  $F(\varphi, t) = -F(\varphi + 2\pi, t)$  and  $S(\varphi, t) = S(\varphi + 2\pi, t)$  are allowed [4]. To realize the periodic (P) and antiperiodic (A) states, it is necessary to pump SH modes with even and odd azimuth numbers.

Single-soliton P-states in  $\chi^{(2)}$  resonators were demonstrated numerically at the zero walk-off point [3]. The found solitons are locally stable, but not easily accessible. More recently, the existence of single-soliton A-states was established [4]. These states were found to be accessible upon switching the pump on. Neither analytical examples of the  $\chi^{(2)}$  solitons, nor general numerical methods for their search are known so far. Experimentally, the necessary zero walk-off point vicinity is not realized – solitons detected in  $\chi^{(2)}$  resonators [6] are due to Kerr nonlinearity.

We offer a regular method for the search of sta-

ble and accessible  $\chi^{(2)}$  soliton-comb solutions. It allows us to get new single- and multi-soliton states and to demonstrate multistability of different regimes. It is based on a strong link between the spatial properties of near-threshold and well-above-threshold steady-state solutions for  $F$  and  $S$ . The first ones include typically not many significant FH and SH modes. Applying numerical procedure of adiabatically slow rise of the pump power and increasing the number of modes, it is possible to get numerous developed soliton-comb states. These states are new, stable and accessible.

Specifically, we employ instead of  $F$ ,  $S$  their normalized Fourier harmonics  $f_j$ ,  $s_l$ . In the SH pumping case, they obey evolutionary nonlinear equations

$$\dot{f}_j + (1 + i\delta_1 + i\beta_1 j^2)f_j = -i \sum_l s_l f_{l-j}^* \quad (1)$$

$$r \dot{s}_l + (1 + i\delta_2 + i\beta_2 l^2 - i\alpha l)s_l = \eta \delta_{l,0} - i \sum_j f_j f_{l-j}.$$

Here  $\beta_{1,2} = d_{1,2}/\gamma_{1,2}R^2$  and  $\alpha = (v_1 - v_2)/\gamma_2R$  are the normalized dispersion and walk-off coefficients,  $R$  is the major resonator radius,  $\gamma_{1,2}$  are the decay rates for the FH, SH modes,  $v_{1,2}$  and  $d_{1,2}$  are the known group velocities and their dispersions,  $r = \gamma_1/\gamma_2$ ,  $\delta_{1,2}$  are the normalized FH and SH frequency detunings,  $\eta$  is the normalized pump amplitude, and the dot indicates differentiation in the normalized time  $\tau = \gamma_1 t$ . Set (1) is written for a coordinate frame moving with velocity  $v_1$ . For mm-sized resonators, typically  $|\beta_{1,2}| \ll 1$  and  $|\alpha| \gg 1$ . The case  $|\alpha| \lesssim 1$  is relevant to a close vicinity of zero walk-off point  $\lambda_c$ . The main variable parameters are  $\eta$ ,  $\delta_{1,2}$ , and  $\lambda_p$ . Set (1) is valid for both P- and A-cases. In the P-case we have  $l, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . In the A-case  $l$  takes the same values, while  $j = \pm 1/2, \pm 3/2, \dots$

Truncated set (1) was solved numerically with different initial conditions (ICs) for the amplitudes. The total number of FH + SH modes ranged from 16 to 1024. Correctness of the results was verified via increasing mode

<sup>1)</sup>Supplementary materials are available for this article at DOI: 10.1134/S0021364022100435 and are accessible for authorized users.

<sup>2)</sup>e-mail: sturman@iae.nsk.su

number and decreasing time step. Establishment of the steady state was controlled with a high accuracy [4]. To quantify  $\beta_{1,2}$  and  $\alpha$  in the vicinity of  $\lambda_c$  spectral point, we set exemplarily  $2\pi R = 1$  cm,  $\gamma_{1,2} = 3 \times 10^7$  s $^{-1}$ , and used dependences  $v_{1,2}(\lambda_p)$ ,  $d_{1,2}(\lambda_p)$  relevant to LiNbO $_3$  crystals. This gives  $\beta_1 \simeq 5.3 \times 10^{-3}$ ,  $\beta_2 \simeq -1.44 \times 10^{-3}$ , and  $\alpha \simeq -0.13 \times \delta\lambda$  [nm].

Consider some results for the P-case at  $\alpha = 0$ ,  $\delta_2 = 0$ ,  $\delta_1 = \delta_1^{(j)} = -\beta_1 j^2$  with  $j = 1$ . Using ICs with random phases, such that  $|f_j(0)| \ll 1$  and  $|s_l(0)| \ll 1$ , we arrive after a transient stage at a steady state with  $|s_0| \simeq 1$  and very small other harmonics. After that, we employ our adiabatic procedure: The pump amplitude  $\eta$  is slightly increased and the steady-state amplitudes  $f_j, s_l$  are used as new ICs. After establishment of a new steady state, the procedure was repeated many times. The number of harmonics was gradually increased as well. In the whole investigated range  $1 < \eta \leq 30$  we obtained a continuous family of nonlinear states  $f(\eta, \varphi)$ ,  $s(\eta, \varphi)$  that have to be qualified as dual two-soliton states. The relative soliton velocity  $v_{01} = v_0 - v_1$  at  $\alpha = 0$  is zero, and the absolute velocity is  $v_1 \simeq 1.37 \times 10^{10}$  cm/s.

Figure 1 shows the periodic 2-soliton state for  $\eta = 20$ . We see from (a) and (d) that each of the intensity profiles  $|f|^2(\varphi)$  and  $|s|^2(\varphi)$  consists of two narrow

$\arg(s)$  is remarkable. While the SH phase experiences modest deviations when crossing the soliton area, the FH phase shows  $\pi$ -steps. Thus,  $f(\varphi)$  changes sign when crossing the soliton area and our periodic 2-soliton state consists of two A-solitons. This structure emerges spontaneously without imposing the antiperiodic conditions. The FH and SH comb spectra are shown in (c) and (f). These spectra are well developed and symmetric, and  $|s_0| \simeq 1$ . Owing to the  $\pi$ -periodicity in  $\varphi$ , nonzero FH and SH harmonics are  $j = \pm 1, \pm 3, \dots$  and  $l = 0, \pm 2, \dots$ . The comb line spacing is here  $2v_1/R$ .

When switching  $|j|$  to 2 and 3, we arrive at 4- and 6-soliton P-states consisting of A-soliton pairs. Also, we varied slowly detuning  $\delta_1$  within the broad range  $[-1, 1]$  starting from well developed two-soliton states for  $\eta \gtrsim 10$ . The dual symmetric soliton solution survives during this adiabatic procedure; the soliton amplitudes and the widths of the comb spectra decrease only modestly when changing  $|\delta_1|$ . Thus, different stable P-states can exist at the same external parameters  $\eta$  and  $\delta_{1,2}$ . Also, we applied our adiabatic procedure to the case of nonzero walk-off,  $\alpha \neq 0$ . The intensity profiles have here pronounced asymmetric oscillating tails and become less localized and intense as compared to the profiles of Fig. 1, while  $v_{01} \neq 0$ . Similarly, we obtain 1-, 3-, and 5-soliton A-states.

Support from Russian Foundation for Basic Research (grant 20-02-00511) is acknowledged.

This is an excerpt of the article ‘‘Adiabatic growing, multistability, and control of soliton-comb states in  $\chi^{(2)}$  microresonators for pumping into second-harmonic modes’’. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022100435

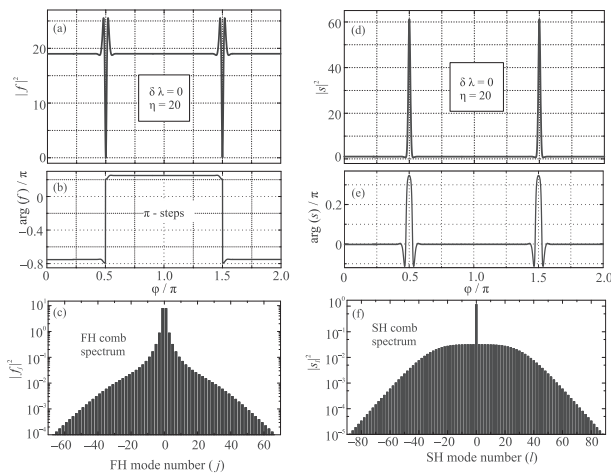


Fig. 1. (Color online) Periodic two-soliton state at  $\alpha = 0$  and  $\eta = 20$  grown adiabatically for  $\delta_2 = 0$  and  $\delta_1 = -\beta_1$ . (a), (d) – The FH, SH intensity profiles; (b), (e) – the corresponding phase profiles; (c), (f) – the FH, SH comb spectra

$\pi$ -spaced symmetric peaks. The peaks possess the backgrounds  $|f|^2$  and  $|s|^2$ . Behavior of the phases  $\arg(f)$  and

1. T. J. Kippenberg, A. L. Gaeta, M. Lipson, and M. L. Gorodetsky, *Science* **361**, 567 (2018).
2. A. L. Gaeta, M. Lipson, and T. J. Kippenberg, *Nat. Photonics* **13**, 158 (2019).
3. T. Hansson, T. Hansson, P. Parra-Rivas, M. Bernard, F. Leo, L. Gelens, and S. Wabnitz, *Opt. Lett.* **43**, 6033 (2018).
4. S. Smirnov, B. Sturman, E. Podivilov, and I. Breunig, *Opt. Express* **28**, 18006 (2020).
5. T. Beckmann, H. Linnenbank, H. Steigerwald, B. Sturman, D. Haertle, K. Buse, and I. Breunig, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 143903 (2011).
6. A. W. Bruch, X. Liu, Zh. Gong, J. B. Surya, M. Li, Ch.-L. Zou, and H. X. Tang, *Nat. Photonics* **15**, 21 (2021).

# Влияние многократности соударений на измерения электронных тормозных потерь при столкновениях атомных частиц с твердым телом

А. Н. Зиновьев<sup>1)</sup>, П. Ю. Бабенко

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН,  
194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 25 марта 2022 г.

После переработки 7 апреля 2022 г.

Принята к публикации 7 апреля 2022 г.

Показано, что различие данных измерений электронных потерь энергии при столкновениях атомных частиц (ион, атом) с твердым телом методом обратного рассеяния и методом прохождения пучка через тонкую пленку связано с влиянием многократности столкновений на длину траектории частиц в твердом теле. При низких энергиях (0.7 кэВ) длина траектории налетающей частицы может превышать толщину пленки более чем в 2.5 раза, поэтому традиционное определение тормозной способности как отношение потери энергии на единицу длины проективного пробега неприменимо.

DOI: 10.31857/S1234567822090105, EDN: dycyzb

При описании торможения частиц в веществе различают потери энергии, связанные с упругим рассеянием налетающей частицы на ядрах атомов мишени – ядерные тормозные способности (*nuclear stopping*), и электронные тормозные способности (*electronic stopping*), связанные с возбуждением и ионизацией электронной системы. Для столкновений сложных частиц в работе [1] предложена модель электронных тормозных потерь, связанная с образованием и распадом автоионизационных состояний. Торможение частиц характеризуется удельными потерями (тормозной способностью) –  $dE/dx$ , т.е. потерями энергии  $dE$  на единицу длины  $dx$ . Значения ядерных тормозных потерь достаточно хорошо вычисляются, если известен потенциал взаимодействия атомных частиц [2].

В физике атомных столкновений в твердых телах до сих пор остается существенным вопрос точного экспериментального определения электронных тормозных потерь. Данные о потерях необходимы для понимания процессов, происходящих при взаимодействии атомов с твердым телом. Они важны при рассмотрении вопросов повреждения первой стенки и дивертора в токамаке-реакторе, для разработки методов ионной имплантации пучками ионов с энергиями ниже 10 кэВ, что связано с миниатюризацией создаваемых наноструктур, а также для анализа поверхности материалов с использованием пучков

ионов. Данные об электронных тормозных потерях обязательно включаются в современные коды [3–6] для моделирования процессов распыления, отражения, пробегов и энерговыделения при облучении пучками атомов и ионов твердых тел.

Существует общедоступная база электронных потерь энергии, созданная под руководством Пауля [7] и поддерживаемая ИАЕА. База постоянно пополняется новыми измерениями. Однако, в области малых энергий данные очень скудные и имеет место существенное различие в величинах экспериментально определенных потерь энергии, полученных различными методами – с использованием времяпролетной техники при анализе энергетических спектров обратно отраженных частиц и анализа спектров частиц, прошедших сквозь тонкие пленки. Как было показано в работе Моро [8], при энергиях свыше 10 кэВ, данные, полученные обоими методами, согласуются в пределах экспериментальных ошибок. Однако при меньших энергиях для многих комбинаций при бомбардировке протонами Si, Ni, Cu, Zn, Ag, Au [9–25] абсолютные величины потерь отличаются в 2–3 раза.

Следует отметить, что при использовании времяпролетной методики (метод обратного рассеяния) регистрируются все отраженные частицы независимо от заряда. В другом методе при анализе энергетических спектров частиц, прошедших сквозь тонкие пленки, как правило, регистрируется только заряженная компонента. При прохождении пучка через твердое тело мы имеем дело с распределением чис-

<sup>1)</sup>e-mail: zinoviev@inprof.ioffe.ru

ла частиц пучка по заряду. Данное распределение определяется соотношением сечений захвата и потери электрона при столкновениях частиц пучка с атомами мишени. Как правило, после двух, трех соударений устанавливается равновесное распределение по заряду, которое при дальнейшем прохождении частицы практически не меняется, если не учитывать торможение частиц. Поэтому трудно ожидать, что энергетический спектр частиц, прошедших пленку, зависит от заряда. В работе Блюм и др. [23] этот факт был проверен экспериментально. В рассматриваемом случае электронная тормозная способность также не зависит от начального заряда налетающей частицы (ион, атом).

Причины различия результатов, полученных разными методами, широко обсуждаются на специализированных международных конференциях, и в ряде статей (Пауль [26] Зигмунд [27], Гобль [28] и др.). В частности, в работе Пауля [26], подробно анализируются возможные ошибки при измерениях, а также влияние различия в угловых распределениях для обратно рассеянных частиц и частиц, прошедших сквозь тонкие пленки, но объяснение различий в получаемых значениях электронных тормозных потерь не дано. В работе Зигмунда [27] это различие приписывается зависимости неупругой потери от параметра удара. Конечно, такая зависимость может быть, но как показывают многочисленные эксперименты, выполненные в газовой фазе, величина неупругой потери энергии растет при уменьшении параметра удара, тогда как в методике регистрации обратно рассеянных частиц измеренная величина, как правило, меньше, чем при измерении методом прохождения через тонкие пленки. Таким образом, до сих пор не установлена природа наблюдаемого различия.

Общепринятым способом определения электронных тормозных потерь при прохождении частиц через тонкие пленки является следующий алгоритм (см., например, Андерсен [14]): измеряется энергетический спектр частиц, прошедших пленку толщиной  $d$  (в нашем случае  $200 \text{ \AA}$ ) и из энергетического спектра находят среднюю (наиболее вероятную) энергию частиц  $E_1$ , прошедших пленку. Далее разницу начальной энергии частиц  $E_0$  и средней энергии частиц после пленки  $E_1$  делят на толщину пленки  $d$  и получают значение тормозной способности или среднюю потерю энергии на единицу длины  $dE/dx$ . Таким образом

$$\Delta E = E_0 - E_1 \quad \text{и} \quad \frac{dE}{dx} = \frac{\Delta E}{d}.$$

Для достаточно больших энергий частиц этот алгоритм дает правильные результаты.

При использовании обратного рассеяния (см. Маркин [25]) значения тормозной способности определялись из энергетических спектров обратно рассеянных частиц, измеренных с помощью времяпролетной методики. Угол регистрации  $\theta = 129^\circ$ , частица снаряд – водород, мишень – пленка из золота  $62 \text{ \AA}$  на кремниевой подложке. Измеренный спектр описывался с помощью программы TRBS [29], и при этом варьировалось значение тормозной способности для рассматриваемой энергии соударения и ее зависимость от энергии налетающей частицы. В качестве итогового результата фиксировалось значение, которое позволяло максимально точно описать экспериментальный энергетический спектр. Мы предположили, что различие в значениях тормозной способности, получаемой различными методами, объясняется различной трактовкой измеряемых величин и связано с необходимостью учета многократности рассеяния на получаемые данные. С помощью разработанного нами кода [4] мы провели компьютерное моделирование обоих экспериментов. В нашем коде использовался метод Монте-Карло и приближение парных взаимодействий. Имелась возможность варьировать как используемую модель потенциала взаимодействия, так и модель, описывающую потерю энергии при торможении на электронах мишени. Структура мишени из Au задавалась в виде случайно ориентированного в пространстве кристаллического микрокластера размером в одну постоянную решетки ( $4.078 \text{ \AA}$ ). Столкновения рассматривались в рамках приближения бинарных соударений. Положение первого атома задавалось случайным образом, а для последующего соударения микрокластер случайным образом ориентировался в пространстве. Подобный подход при описании аморфной или микрокристаллической мишени позволяет учесть коррелированное расположение в пространстве соседних рассеивающих центров. Учитывались также тепловые колебания атомов мишени. При получении энергетического спектра происходило усреднение для  $10^6$  случаев рассеяния частиц. Использовались потенциалы Мольера [30] и Зиновьева [31] с коррекцией длины экранирования Фирсова на 15 %.

В случае моделирования эксперимента Маркина [25] (обратное рассеяние) наши результаты совпали с результатами моделирования с помощью программы TRBS, при этом потери энергии, связанные с рассеянием на ядрах мишени рассчитывались точно с использованием законов сохранения, а величина поправки на торможение на электронах задавалась как величина, пропорциональная длине траектории между последовательными соударениями. Далее эта ве-

личина суммировалась по всем рассматриваемым актам соударения. Таким образом, величина полученной в данной методике неупругой потери энергии, есть  $dE/dL$ , где  $L$  – средняя длина траектории снаряда в твердом теле.

Той же программой было проведено моделирование энергетических спектров атомов водорода, прошедших пленку из золота толщиной 200 Å. Для таких условий проводился эксперимент (Андерсен [14]) по определению потерь энергии при прохождении пленки ионами водорода. С помощью нашей программы мы определили соотношение между средней длиной траектории снаряда  $L$  в пленке из золота и толщиной пленки  $d = 200$  Å. Диапазон энергий налетающих атомов водорода  $E_0 = 0.7–40$  кэВ. На рисунке 1 представлены результаты моделирования отно-

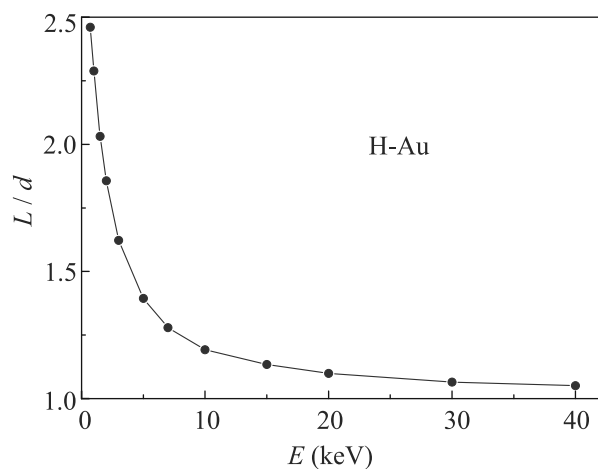


Рис. 1. (Цветной онлайн) Отношение средней длины траектории  $L$  к толщине пленки из золота  $d$  ( $d = 200$  Å). Результаты моделирования нашей программой для системы H-Au

шения средней длины траектории  $L$  к толщине пленки из золота  $d$ . Из рисунка 1 видно, что это отношение изменяется от 1.05 для 40 кэВ до 2.5 для 0.7 кэВ. Таким образом, если использовать стандартный алгоритм, ошибка в определении величины тормозной способности будет составлять 2.5 раза для энергии 0.7 кэВ.

На рисунке 2 приведены величины электронной тормозной способности (Маркин [25]), полученные методом обратного рассеяния, и из работы (Андерсен [14]), измеренные при прохождении протонами пленки из золота толщиной 200 Å. Видно, что данные Маркина [25] в области малых энергий лежат гораздо ниже данных Андерсена [14]. При этом в случае Маркина потери описываются зависимостью  $dE/dx \sim E^{0.722}$ , а в случае Андерсена  $dE/dx \sim$

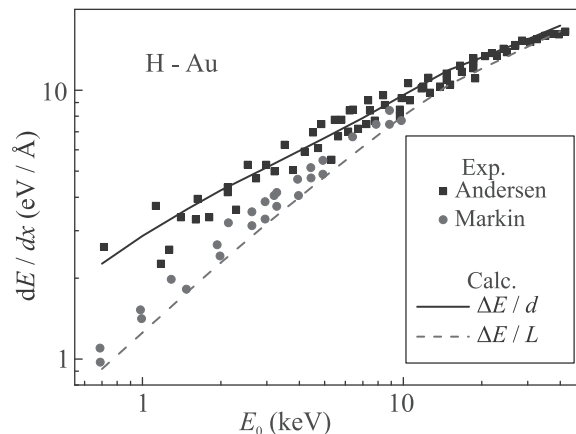


Рис. 2. (Цветной онлайн) Величины электронных тормозных способностей  $dE/dx$  в зависимости от энергии бомбардирующей частицы. Точки – экспериментальные данные работ Андерсен [14] и Маркин [25]. Линии – наш расчет величин  $\Delta E/d$  и  $\Delta E/L$  с помощью модели [4]

$\sim E^{0.455}$ . При моделировании энергетических спектров атомных частиц, прошедших пленку толщиной 200 Å с помощью нашей программы, мы получим следующий результат: если поделить среднюю потерю энергии частиц  $\Delta E$ , прошедших пленку, на толщину пленки  $d$ , получим данные Андерсена [14], а если поделить среднюю потерю энергии  $\Delta E$  на среднюю длину траектории  $L$ , получим результаты Маркина [25] (см. рис. 2).

Таким образом при трактовке измеряемых величин, получаемых различными методами, нужно учитывать поправки, связанные с многократностью соударения. Для рассматриваемого случая рассеяния атомов водорода на пленке золота для энергии 0.7 кэВ средняя длина траектории  $L$  превышает проективный пробег в 2.5 раза. При энергии соударения 10 кэВ они отличаются на 10% и далее это различие становится несущественным. Таким образом, при измерениях методом на прострел требуется учет поправки на многократное рассеяние, а классическое понятие тормозной потери энергии как отношения средней потери энергии и проективного пробега требует ревизии. В случае методики обратного рассеяния следует трактовать получаемые данные как потерю энергии на единицу длины траектории.

Следует отметить, что влияние длины траектории на получаемые результаты ранее не рассматривалось. Гибкость нашего кода позволила рассчитать этот параметр. Таким образом устраняется неопределенность в выборе экспериментальных данных о тормозных потерях для моделирования столкновений

атомов и ионов с твердым телом. При энергиях соударения менее 10 кэВ рекомендуется использовать понятие тормозной способности на единицу длины траектории и данные полученные времяпролетным методом при регистрации энергетических спектров обратно отраженных частиц. При больших энергиях данные, полученные различными методами, не отличаются в пределах экспериментальных ошибок.

1. А. Н. Зиновьев, П. Ю. Бабенко, Д. С. Мелузова, А. П. Шергин, Письма в ЖЭТФ **108**, 666 (2018) [A. N. Zinoviev, P. Yu. Babenko, D. S. Meluzova, and A. P. Shergin, JETP Lett. **108**, 633 (2018)].
2. A. N. Zinoviev, P. Yu. Babenko, and K. Nordlund, Nucl. Instr. Meth. B **508**, 10 (2021).
3. SRIM – The Stopping and Range of Ions in Matter – code. <http://srim.org>.
4. Д. С. Мелузова, П. Ю. Бабенко, А. П. Шергин, А. Н. Зиновьев, Поверхность **4**, 74 (2019) [D. S. Meluzova, P. Yu. Babenko, A. P. Shergin, and A. N. Zinoviev, Journal of Surface Investigation. X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques **13**, 335 (2019)].
5. P. Sigmund and A. Schinner, Nucl. Instr. Meth. B **195**, 64 (2002).
6. G. Schiwietz and P. L. Grande, Phys. Rev. A **84**, 052703 (2011).
7. NDS – data base. <https://www-nds.iaea.org>.
8. M. V. Moro, P. M. Wolf, B. Bruckner, F. Munnik, R. Heller, P. Bauer, and D. Primetzhofer, Nucl. Instr. Meth. B **498**, 1 (2021).
9. M. Mery, J. D. Uribe, M. Flores, N. R. Arista, V. A. Esaulov, and J. E. Valdes, Rad. Eff. Def. Sol. **176**, 73 (2021).
10. M. Fama, G. H. Lantschner, J. C. Eckardt, N. R. Arista, J. E. Gayone, E. Sanchez, and F. Lovey, Nucl. Instr. Meth. B **193**, 91 (2002).
11. T. T. Tran, L. Jablonka, B. Bruckner, S. Rund, D. Roth, M. A. Sortica, P. Bauer, Z. Zhang, and D. Primetzhofer, Phys. Rev. A **100**, 03275 (2019).
12. G. Konac, S. Kalbitzer, Ch. Klatt, D. Niemann, and R. Stoll, Nucl. Instr. Meth. B **136–138**, 159 (1998).
13. S. P. Möller, A. Csete, T. Ichioka, H. Knudsen, U. I. Uggerhoj, and H. H. Andersen, Phys. Rev. Lett. **88**, 193201 (2002).
14. H. H. Andersen, A. Csete, T. Ichioka, H. Knudsen, S. P. Moller, and U. I. Uggerhoj, Nucl. Instr. Meth. B **194**, 217 (2002).
15. B. Bruckner, D. Roth, D. Goebel, P. Bauer, and D. Primetzhofer, Nucl. Instr. Meth. B **423**, 82 (2018).
16. E. D. Cantero, G. H. Lantschner, J. C. Eckardt, and N. R. Arista, Phys. Rev. A **80**, 032904 (2009).
17. J. E. Valdes, J. C. Eckardt, G. H. Lantschner, and N. R. Arista, Phys. Rev. A **49**, 1083 (1994).
18. S. N. Markin, D. Primetzhofer, M. Spitz, and P. Bauer, Phys. Rev. B **80**, 205105 (2009).
19. G. Martinez-Tamayo, J. C. Eckardt, G. H. Lantscher, and N. R. Arista, Phys. Rev. A **51**, 2285 (1995).
20. D. Goebel, W. Roessler, D. Roth, and P. Bauer, Phys. Rev. A **90**, 042706 (2014).
21. J. E. Valdes, G. Martinez-Tamayo, G. H. Lantschner, J. C. Eckardt, and N. R. Arista, Nucl. Instr. Meth. B **73**, 313 (1993).
22. D. Goebel, D. Roth, and P. Bauer, Phys. Rev. A **87**, 062903 (2013).
23. J. E. Valdes, C. Agurto, F. Ortega, P. Vargas, R. Labbe, and N. R. Arista, Nucl. Instr. Meth. B **164–165**, 268 (2000).
24. R. Blume, W. Eckstein, and H. Verbeek, Nucl. Instr. Meth. **168**, 57 (1980).
25. S. N. Markin, D. Primetzhofer, S. Prusa, M. Brunmayr, G. Kowarik, F. Aumayr, and P. Bauer, Phys. Rev. B **78**, 195122 (2008).
26. H. Paul and A. Schinner, Phys. Scr. **69**, C41 (2004).
27. P. Sigmund and A. Schinner, Nucl. Instr. Meth. B **410**, 78 (2017).
28. D. Goebel, K. Khalal-Kouache, D. Roth, E. Steinbauer, and P. Bauer, Phys. Rev. A **88**, 032901 (2013).
29. J. P. Biersack, E. Steinbauer, and P. Bauer, Nucl. Instr. Meth. B **61**, 77 (1991).
30. G. Moliere, Naturforsch. A **2**, 133 (1947).
31. A. N. Zinoviev, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B **269**, 829 (2011).

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

**П И С Ь М А**  
**В**  
**ЖУРНАЛ**  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ**  
**И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

**том 115**

Выпуск 10

25 мая 2022

*Журнал издается под руководством  
Отделения физических наук РАН*

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора  
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница <http://www.jetpletters.ru>

**Интернет-версия английского издания**  
**<http://www.springerlink.com/content/1090-6487>**

---

© Российская академия наук, 2022

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2022





## About derivatives in analytic QCD

A. V. Kotikov<sup>+\*1)</sup>, I. A. Zemlyakov<sup>\*×</sup>

<sup>+</sup>*II Institut für Theoretische Physik, Universität Hamburg, 22761 Hamburg, Germany*

<sup>\*</sup>*Laboratory for Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia*

<sup>×</sup>*Dubna State University, 141980 Dubna, Russia*

Submitted 31 March 2022

Resubmitted 9 April 2022

Accepted 17 April 2022

DOI: 10.31857/S1234567822100019, EDN: dygoaf

We consider  $\nu$ -derivatives and (analytic analogs of)  $\nu$ -powers in the case of usual and minimal analytic (MA) versions of QCD. We use the integer case  $\nu = n = 1; 2; 3; 4$  and apply it to the study of the Bjorken sum rule. All results are presented up to the 4th order of perturbation theory, where the corresponding Wilson coefficients  $d_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) for the Bjorken sum rule are known.

It is shown that the results based on the usual perturbation theory do not agree with the experimental data at  $Q^2 \leq 1.5 \text{ GeV}^2$ . The MA perturbation theory leads to good agreement with the experimental data when we used the “massive” version for high-twist contributions. The results based on derivatives and (analytic analogs of) powers of usual and MA coupling constants are very similar each other. In the case of MA QCD, the use of derivatives strongly simplifies the study.

This is an excerpt of the article “About derivatives in analytic QCD”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022600628

---

<sup>1)</sup>e-mail: kotikov@theor.jinr.ru

# On Lorentz invariance and the minimum length<sup>1)</sup>

*M. D. Pollock*<sup>2)</sup>

*V. A. Steklov Mathematical Institute, Russian Academy of Sciences, 119991 Moscow, Russia*

Submitted 22 March 2022

Resubmitted 17 April 2022

Accepted 17 April 2022

DOI: 10.31857/S1234567822100020, EDN: dyhtsn

It was shown by Kirzhnits and Chechen [1], following an earlier paper by Mead [2], that the minimum length scale  $l$  is constrained by the Mössbauer effect [3], which leads to the result  $l \lesssim 10^{-20}$  cm, assuming the Snyder discrete space-time [4] and conventional nuclides. Here, we note, firstly, that some recently discussed nuclides, for example  $^{189}_{76}\text{Os}$ , have much narrower natural line widths, which, if excited by synchrotron radiation, could potentially decrease the limiting value to  $l \lesssim 10^{-24}$  cm in future experiments. The Snyder space-time and the superstring theory are both locally Lorentz invariant, and give rise to the same form of generalized indeterminacy principle, if we set  $l \approx 2\sqrt{\pi\alpha'}$ , where  $\alpha'$  is the Regge slope parameter, which is thus also constrained by the Mössbauer effect. For the heterotic superstring, in particular,  $\sqrt{\alpha'} = 4\sqrt{2\pi G_N} \approx 10^{-32}$  cm, apparently beyond experimental reach. A hadron string theory at

energy  $\sim 250$  MeV, however, would be ruled out, since then  $l \sim 10^{-13}$  cm. We emphasize that these results all presuppose a de Sitter momentum space, for the alternative anti-de Sitter momentum space implies no minimum length scale, and therefore seems unphysical.

This is an excerpt of the article “On Lorentz invariance and the minimum length”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022600616

- 
1. D. A. Kirzhnits and V. A. Chechen, *Yad. Fiz.* **7**, 431 (1968) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **7**, 295 (1968)].
  2. C. A. Mead, *Phys. Rev.* **143**, 990 (1966).
  3. R. L. Mössbauer, *Z. Phys.* **151**, 124 (1958).
  4. H. S. Snyder, *Phys. Rev.* **71**, 38 (1947).

---

<sup>1)</sup>Supplementary materials are available for this article at DOI: 10.1134/S0021364022600616 and are accessible for authorized users.

<sup>2)</sup>e-mail: mdp30@cam.ac.uk

# Enhancement of the basal-plane stacking fault emission in GaN planar nanowire microcavity

*E. I. Girshova*<sup>+1</sup>, *G. Pozina*<sup>\*</sup>, *A. V. Belonovskii*<sup>+</sup>, *M. I. Mitrofanov*<sup>×°</sup>, *I. V. Levitskii*<sup>×°</sup>, *G. V. Voznyuk*<sup>+</sup>,  
*V. P. Evtikhiev*<sup>\*</sup>, *S. N. Rodin*<sup>×°</sup>, *M. A. Kaliteevski*<sup>+</sup>

<sup>+</sup>*ITMO University, 197101 St. Petersburg, Russia*

<sup>\*</sup>*Department of Physics, Chemistry and Biology (IFM), Linköping University, S-581 83 Linköping, Sweden*

<sup>×</sup>*Submicron Heterostructures for Microelectronics, Research and Engineering Center, Russian Academy of Sciences, 194021 St. Petersburg, Russia*

<sup>°</sup>*Ioffe Institute, 194021 St. Petersburg, Russia*

Submitted 5 April 2022  
Resubmitted 12 April 2022  
Accepted 13 April 2022

DOI: 10.31857/S1234567822100032, EDN: dyimlt

Optical microcavities based on semiconductor planar nanostructures attract significant interest due to a relative simplicity of growth [1–4].

We have studied microcavities based on GaN nanostructures grown using a “bottom-up” approach [5, 6]. Near the perfect shape of structures grown by selective area metal-organic vapor phase epitaxy (MOVPE) on sapphire (0001) allowed the formation of cavity modes and the enhancement of the spontaneous emission intensity [7, 8]. In such microcavities, the exciton is considered as “bulk”, (not confined in the active layer in difference from the microcavities with DBR). Exciton-cavity modes coupling conditions are different for these resonators.

We compare microcavities formed by GaN nanowires with structural defects (basal-plane stacking faults (SFs)) and without them and observe different behavior of the PL intensity and PL decay time with increasing excitation power for the exciton localized at SFs compared to the bulk exciton.

Figure 1a shows the end of a uniform flat GaN nanowire. The structures may have structural defects such as SFs. The low-temperature CL spectra shown in Figs. 1b were taken at different points of the nanowire along the line as shown in Fig. 1a. Panchromatic CL shows non-uniformity in the contrast at the edge of the NW, which indicates a presence of structural defect likely SFs. While CL spectra in points 1–3 in Fig. 1b shows near band gap emission with one dominant peak at  $\sim 3.48$  eV, which is typical donor bound exciton (DBE) emission in GaN, the CL spectrum in point 4 demonstrates additional broader emissions at  $\sim 3.43$  and  $\sim 3.35$  eV. Similar signatures at  $\sim 3.42$  eV and  $\sim 3.35$  eV in GaN are associated with the emissions related to the basal plane SFs of type I1 and I2 [9, 10].

An increase in the excitation power  $P$  leads to a super-linear growth of the integrated intensity  $I \sim P^{1.9}$  for the SF1 emission compared to the SF2 line, for which the dependence of the integrated PL intensity shows nearly linear growth on pumping  $I \sim P^{1.1}$  (Fig. 1c).

Studies of time-resolved PL have revealed that the SF1 and SF2 emissions have opposite temporal behavior with the variation of the excitation power. The estimated PL decay time is plotted as a function of the pumping power in Fig. 1d for the PL lines SF1 and SF2 by solid triangles and circles, respectively. Clearly, the recombination time is shorter for the SF1 emission compared to the SF2 line. As the excitation power increases,  $\tau$  increases for the SF1 line from  $\sim 30$  to  $\sim 100$  ps while, in contrast,  $\tau$  decreases from  $\sim 1100$  to  $\sim 500$  ps for the SF2 emission.

Interaction of exciton and cavity modes can occur in microcavities of various types; the resonator size should be significantly smaller than the wavelength to provide a large energy interval between the microcavity modes [10]. The studied planar GaN NWs have width and length of  $\sim 7$  and  $\sim 110$   $\mu\text{m}$ , respectively, and, thus, possess properties of so-called meso-cavity when the size of the resonator corresponds to tens of wavelengths [11, 12]. The field distribution for the cavity modes was calculated. It is shown that light is well localized at the ends of nanowires.

In conclusion, a different behavior of the PL intensity and the PL decay time with increasing excitation power for an exciton localized on a SF as compared to a bulk exciton is demonstrated. Calculations show good localization of the field at the boundary of the structure in the region of the exciton energy.

The work has been supported by the Russian Science Foundation # 21-12-00304. The work is financially supported by Priority 2030 program.

<sup>1</sup>)e-mail: ilinishna@gmail.com

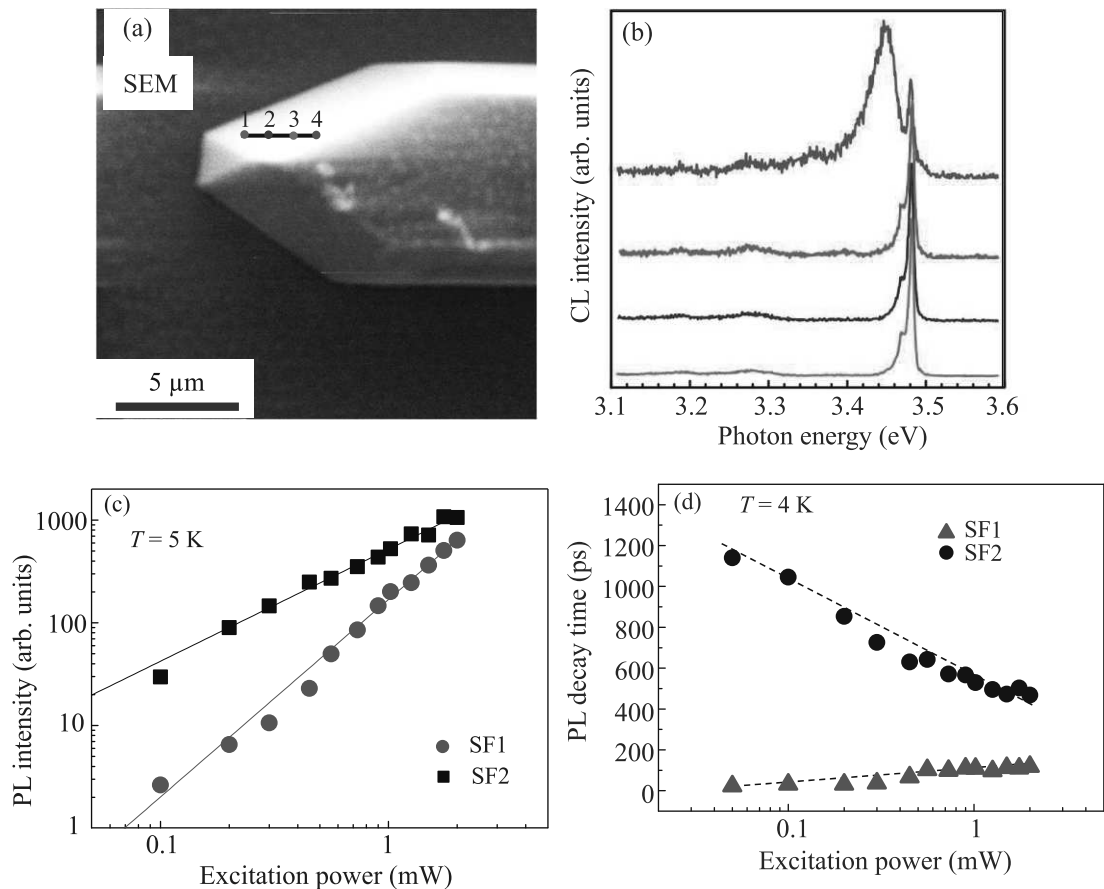


Fig. 1. (Color online) (a) – Bird-view SEM image showing end of the nanowire measured simultaneously by SEM. (b) – Normalized CL spectra taken at 5 K at different points along the line shown in (a) and labeled by corresponding numbers. Spectra are shifted vertically for clarity. (c) – Dependence of the integrated PL intensity for the SF1 and SF2 emissions on the excitation power. (d) – PL decay time extracted from the PL decay curves shown as a function of the excitation power for the SF1 and SF2 peak emissions by closed triangles and circles, respectively

This is an excerpt of the article “Enhancement of the basal-plane stacking fault emission in GaN planar nanowire microcavity”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022100605

1. A. C. Tamboli, E. D. Haberer, R. Sharma, K. H. Lee, S. Nakamura, and E. L. Hu, *Nature Photon.* **1**, 61 (2007).
2. T. Takeuchi, S. Kamiyama, M. Iwaya, and I. Akasaki, *Rep. Prog. Phys.* **82**, 012502 (2019).
3. M. S. Kang, C.-H. Lee, J. B. Park, H. Yoo, and G. C. Yi, *Nano Energy* **1**, 391 (2012).
4. C. Berger, A. Dadgar, J. Bläsing, A. Franke, T. Hempel, R. Goldhahn, J. Christen, and A. Krost, *Phys. Status Solidi C* **9**(5), 1253 (2012).
5. G. Pozina, A. R. Gubaydullin, M. I. Mitrofanov, M. A. Kaliteevskii, I. V. Levitskii, G. V. Voznyuk, E. E. Tatarinov, V. P. Evtikhiev, S. N. Rodin, V. N. Kaliteevskiy, and L. S. Chechurin, *Sci. Rep.* **8**, 7218 (2018).
6. G. Pozina, C. Hemmingsson, A. V. Belonovskii, I. V. Levitskii, M. I. Mitrofanov, E. I. Girshova, K. A. Ivanov, S. N. Rodin, K. M. Morozov, V. P. Evtikhiev, and M. A. Kaliteevskii, *Status Solidi A* **217**, 1900894 (2020).
7. G. Pozina, K. A. Ivanov, M. I. Mitrofanov, M. A. Kaliteevskii, K. M. Morozov, I. V. Levitskii, G. V. Voznyuk, V. P. Evtikhiev, and S. N. Rodin, *Status Solidi B* **256**, 1800631 (2019).
8. P. P. Paskova, R. Schifano, T. Paskova, T. Malinauskas, J. P. Bergman, B. Monemar, S. Figge, and D. Hommel, *Physica B* **376/377**, 473 (2006).
9. J. Lahnemann, O. Brandt, U. Jahn, C. Pfüller, C. Roder, P. Dogan, F. Grosse, A. Belabbes, F. Bechstedt, A. Trampert, and L. Geelhaar, *Phys. Rev. B* **86**, 081302(R) (2012).
10. C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa, and Y. Arakawa, *Phys. Rev. Lett.* **69**(23), 3314 (1992).
11. A. V. Belonovskii, I. V. Levitskii, K. M. Morozov, G. Pozina, and M. A. Kaliteevskii, *Opt. Express* **28**(9), 12688 (2020).
12. A. V. Belonovskii, K. M. Morozov, E. I. Girshova, G. Pozina, and M. A. Kaliteevskii, *Opt. Express* **29**(13), 20724 (2021).

# Генерация и применение широкополосных бифотонных полей (Миниобзор)

К. Г. Катамадзе<sup>+\*1)</sup>, А. В. Пащенко<sup>+</sup>, А. В. Романова<sup>+</sup>, С. П. Кулик<sup>+</sup>

<sup>+</sup> Центр квантовых технологий, физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

<sup>\*</sup> Физико-технологический институт им. К. А. Валиева РАН, 117218 Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 апреля 2022 г.

После переработки 20 апреля 2022 г.

Принята к публикации 20 апреля 2022 г.

Бифотонные поля, получаемые в процессе спонтанного параметрического рассеяния света, являются одним из основных инструментов современной квантовой оптики. При этом ключевую роль играют временные корреляции между фотонами пары, которые проявляются тем сильнее, чем шире спектр бифотонного поля. В настоящей статье представлено развернутое описание широкополосных бифотонных полей и их ключевых характеристик, перечислены их возможные применения и изложены основные методы их генерации.

DOI: 10.31857/S1234567822100044, EDN: dylvdx

**1. Введение.** Одной из ключевых проблем квантовой оптики является задача приготовления неклассических полей с заданными параметрами. В большинстве случаев требуются фокковские [1] состояния света с заданным числом фотонов, причем чаще всего это число не превышает двух. Таким образом, наиболее востребованными с фундаментальной и прикладной точек зрения квантовыми состояниями света являются одно- и бифотонные поля, при этом одним из распространенных типов источников однофотонных состояний является источник бифотонного света, в котором второй фотон играет роль триггера [2, 3].

Кроме того, бифотонное поле является простейшей квантово-оптической системой, способной продемонстрировать явление перепутанности, т.е. непредставимости волновой функции многокомпонентной системы в виде произведения волновых функций ее компонент.

Состояние бифотонного поля (или бифотонов) характеризуется поляризационными, пространственными и частотно-временными параметрами [4]. Управление поляризационными состояниями на сегодняшний день не представляет практической сложности [5–9], однако поляризационный базис однофотонного состояния состоит лишь из двух элементов, что существенно ограничивает его применение для многих задач. В то же время частотный и угловой базисы принципиально не ограничены,

поэтому управление частотно-угловым спектром бифотонного поля имеет неизмеримо больший потенциал для практических применений.

Чаще всего бифотоны получают в процессе спонтанного параметрического рассеяния (СПР) [10]. Феноменологически СПР описывается как спонтанный распад фотонов накачки в среде с квадратичной диэлектрической восприимчивостью  $\chi^{(2)}$  на пару фотонов. Один из фотонов этой пары традиционно называют сигнальным (signal), а второй — холостым (idler) [11].

Закон сохранения энергии требует равенства частот  $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ , а закон сохранения поперечной компоненты импульса (в случае, когда поперечные размеры нелинейной среды больше поперечного размера луча накачки) — равенства для поперечных компонент волновых векторов  $\mathbf{q}_p = \mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i$ . Здесь и далее индекс  $p$  соответствует излучению накачки,  $s$  — сигнальному фотону, а  $i$  — холостому. При этом расстройка продольной компоненты волнового вектора может быть отлична от нуля:  $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i$ . Условие  $\Delta \mathbf{k} = 0$  называют условием фазового синхронизма. Параметрическое рассеяние происходит наиболее эффективно в направлении, определяемом этим условием. В случае конечной длины нелинейной среды  $L$  достаточно потребовать выполнения условия фазового синхронизма с точностью порядка  $1/L$  [12].

В коллинеарном режиме СПР (когда волновые вектора накачки, сигнальной и холостой волн сонаправлены), условие фазового синхронизма можно записать в следующем виде:

<sup>1)</sup>e-mail: kgk@quantum.msu.ru

$$\Delta k = k_s + k_i - k_p \simeq 0. \quad (1)$$

Перейдя к показателям преломления  $n(\omega)$ , получим

$$\omega_s n(\omega_s) + \omega_i n(\omega_i) - \omega_p n(\omega_p) \simeq 0, \quad (2)$$

а для вырожденного режима, т.е. для  $\omega_s = \omega_i = \omega_p/2 = \omega$ :

$$\omega n_s(\omega) + \omega n_i(\omega) - 2\omega n_p(\omega) \simeq 0. \quad (3)$$

В общем случае это равенство не может быть выполнено из-за наличия дисперсии в среде. Чтобы ее скомпенсировать, используют среды, обладающие двулучепреломлением.

Так, в одноосном отрицательном кристалле<sup>2)</sup> существуют два типа коллинеарного синхронизма:

$$\begin{aligned} n_e(2\omega) &= n_o(\omega), \\ n_e(2\omega) &= [n_o(\omega) + n_e(\omega)]/2. \end{aligned} \quad (4)$$

Первое равенство здесь отвечает синхронизму типа I, а второе — синхронизму типа II (рис. 1).

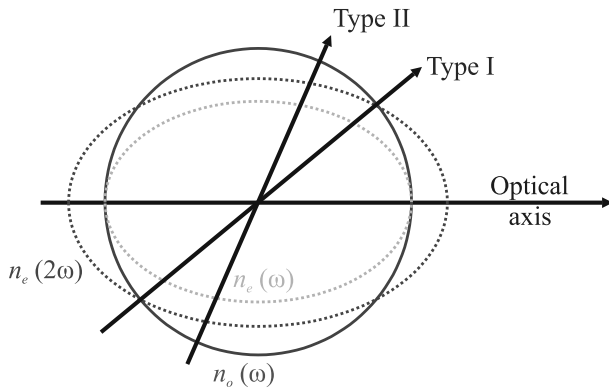


Рис. 1. (Цветной онлайн) Коллинеарный вырожденный синхронизм типа I и II. Стрелками обозначены оптическая ось и направления синхронизмов,  $n_e$  — проекция эллипсоида постоянного показателя преломления необыкновенной волны, а  $n_o$  — обыкновенной

Подбирая параметры нелинейной среды и накачки, в процессе СПР можно генерировать бифотонное поле в широком диапазоне от рентгеновского [13] до терагерцового [14–16]. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением бифотонных полей в видимом и ближнем ИК-диапазоне и сконцентрируемся на случаях, когда ширина спектра каждого из фотонов пары максимальна, в то время как спектральные корреляции между фотонами пары сохраняются.

<sup>2)</sup>То есть в кристалле, имеющем одну ось анизотропии показателя преломления, причем фазовая скорость необыкновенной волны ( $e$ ) больше фазовой скорости обыкновенной волны ( $o$ ).

С учетом спектрального разложения состояние бифотонного поля в фиксированных поляризационных и пространственных модах имеет вид [17, 18]:

$$|\Psi\rangle = \sqrt{1 - \zeta^2} |\text{vac}\rangle + \zeta |\psi\rangle, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} |\psi\rangle &= \int d\omega_s d\omega_i d^2\mathbf{q}_s d^2\mathbf{q}_i \times \\ &\times F(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) a_s^\dagger(\omega_s, \mathbf{q}_s) a_i^\dagger(\omega_i, \mathbf{q}_i) |\text{vac}\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $a_{s,i}^\dagger(\omega_{s,i}, \mathbf{q}_{s,i})$  — операторы рождения фотонов в сигнальной и холостой модах с частотами  $\omega_{s,i}$  и поперечными компонентами волновых векторов  $\mathbf{q}_{s,i}$  соответственно, а параметр  $\zeta \ll 1$  связан с величиной поля накачки и с эффективностью нелинейного процесса. Комплексная функция  $F(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i)$  называется спектральной амплитудой бифотонного поля и определяет его частотно-угловой спектр. В общем виде она записывается как [18]:

$$F(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \propto \sqrt{\omega_s \omega_i} E_p \int_{-L/2}^{L/2} dz \chi^{(2)}(z) e^{i\Delta k z}, \quad (7)$$

где  $E_p(\omega_p = \omega_s + \omega_i, \mathbf{q}_p = \mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i)$  — частотно-угловой спектр поля накачки,  $\Delta k(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i, z)$  — продольная фазовая расстройка,  $L$  — длина нелинейной среды вдоль  $z$ , а  $c$  — скорость света в вакууме. В случае пространственно однородного нелинейного кристалла интеграл в (7) легко берется аналитически:

$$F(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \propto \sqrt{\omega_s \omega_i} E_p L \chi^{(2)} \text{sinc}(\Delta k L/2). \quad (8)$$

Квадрат модуля спектральной амплитуды бифотонного поля определяет плотность распределения вероятности фотонов по частотно-угловым модам. Как правило, частотные и пространственные степени свободы рассматриваются по отдельности. Тогда распределение вероятности по частотам имеет вид

$$P(\omega_s, \omega_i) = |F(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s = \text{const}, \mathbf{q}_i = \text{const})|^2, \quad (9)$$

а все остальные степени свободы полагаются фиксированными.

В дальнейшем под шириной спектра бифотонного поля  $\Delta\omega_s$  мы будем понимать ширину безусловного распределения

$$p_\Delta(\omega_s) = \int d\omega_i P(\omega_s, \omega_i). \quad (10)$$

Широкополосные бифотонные поля обладают высокой степенью перепутывания и малым временем когерентности, что делает их востребованными в различных информационных и метрологических приложениях. Поэтому настоящая работа построена

следующим образом. В разделе 2 описана связь спектральных параметров бифотонного поля с различными мерами перепутанности. В разделе 3 рассматривается связь спектральной амплитуды бифотонов с его корреляционными свойствами. В разделе 4 описаны прикладные задачи, в которых требуются бифотонные поля с широким спектром. Раздел 5 посвящен различным методам приготовления широкополосных бифотонов.

**2. Ширина спектра бифотонного поля и степень перепутанности.** В задачах квантовой информатики, в особенности в квантовых вычислениях, степень перепутанности квантовой системы часто является одним из основных ресурсов.

Для определения степени перепутанности системы, состоящей из двух подсистем с размерностями  $d_1 \leq d_2$ , используется разложение Шмидта [19]. Можно показать [20], что любое чистое состояние такой системы представимо в виде

$$|\Psi\rangle = \sum_{i=1}^k \lambda_i |\psi_i^{(A)}\rangle |\psi_i^{(B)}\rangle, \quad (11)$$

где  $\lambda_i$  – положительные действительные коэффициенты, соответствующие ненулевым сингулярным числам, так что  $\sum_i \lambda_i^2 = 1$ . Величину  $k \leq d_1$  – количество отличных от нуля слагаемых – называют рангом (иногда числом [20, 21]) Шмидта.

Для количественного определения степени перепутанности часто применяется эффективное число Шмидта [22]:

$$K = \frac{1}{\sum_i \lambda_i^4}. \quad (12)$$

Поскольку число Шмидта не может быть непосредственно измерено в эксперименте, для процессов двухчастичного распада и, в том числе, СПР было показано [23–26], что число Шмидта связано с шириной условных и безусловных распределений.

В том случае, когда накачкой служит фурьеограниченное узкополосное нефокусирующее лазерное излучение, распределение имеет вид, схематично представленный на рис. 2а. Распределение имеет форму эллипса, вытянутого вдоль направления  $\omega_s + \omega_i = \text{const}$ . Толщина же этого эллипса определяется шириной частотного распределения накачки<sup>3)</sup>.

<sup>3)</sup>В случае широкополосной импульсной накачки форма распределения  $p_\omega$  может отличаться от приведенной на рис. 2а. Распределения могут принимать форму окружностей или эллипсов с большой полуосью, расположенной в направлении  $\omega_s = \omega_i$  [27–32]. Рассмотрение таких случаев, однако, выходит за рамки данной работы.

Степень перепутанности для таких состояний можно характеризовать отношением большой полуоси эллипса к малой, или, что то же самое, отношением

$$R = \frac{\Delta\omega}{\delta\omega}, \quad (13)$$

где  $\delta\omega$  – ширина условного распределения

$$p_\delta(\omega_s) = P(\omega_s, \omega_i = \text{const}). \quad (14)$$

Данное соотношение получило название параметра Федорова. Этот параметр имеет операциональный смысл: его значение можно легко измерить в эксперименте. В работах [23–26] показано, что отношение  $R$  примерно равно эффективному числу Шмидта  $K$ , причем как для характеристики перепутанности бифотонов по частотам, так и по поперечным компонентам волновых векторов. Таким образом, при заданном излучении накачки степень перепутанности определяется только шириной безусловного распределения  $p_\Delta(\omega_s)$ .

Из приведенных соображений следует, что при использовании узкополосной накачки увеличение ширины частотного спектра бифотонного поля ведет к увеличению степени перепутанности сигнальной и холостой мод по частоте.

### 3. Связь спектральных и корреляционных свойств бифотонного поля.

#### 3.1. Корреляционная функция второго порядка.

Во многих задачах, где используют двухфотонный свет, важную роль играют его корреляционные свойства. Поэтому в данном разделе будет описана связь между спектральными и корреляционными характеристиками бифотонного поля.

Пусть  $a^\dagger(t, \mathbf{r})$  и  $a(t, \mathbf{r})$  – операторы рождения и уничтожения фотона в момент времени  $t$  в точке  $\mathbf{r}$ . Фурье-преобразование ( $\omega \rightarrow t$ ,  $\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{r}$ ) операторов уничтожения запишется как

$$a(t, \mathbf{r}) = \int d\omega d^2\mathbf{q} a(\omega, \mathbf{q}) \exp[-i(\omega t + \mathbf{q}\mathbf{r})], \quad (15)$$

а коммутационные соотношения [18] – как

$$[a^\dagger(t_1, \mathbf{r}_1), a(t_2, \mathbf{r}_2)] = \delta(t_1 - t_2) \delta^{(2)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2). \quad (16)$$

Тогда выражение (16) запишется как

$$|\psi\rangle = \int dt_s dt_i d^2\mathbf{q}_s d^2\mathbf{q}_i \times \\ \times \tilde{F}(t_s, t_i, \mathbf{r}_s, \mathbf{r}_i) a_s^\dagger(t_s, \mathbf{q}_s) a_i^\dagger(t_i, \mathbf{q}_i) |\text{vac}\rangle, \quad (17)$$

где

$$\tilde{F}(t_s, t_i, \mathbf{r}_s, \mathbf{r}_i) = \int dt_s dt_i d^2\mathbf{q}_s d^2\mathbf{q}_i F(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) \times \\ \times \exp[-i(\omega_s t_s + \omega_i t_i + \mathbf{q}_s \mathbf{r}_s + \mathbf{q}_i \mathbf{r}_i)]. \quad (18)$$

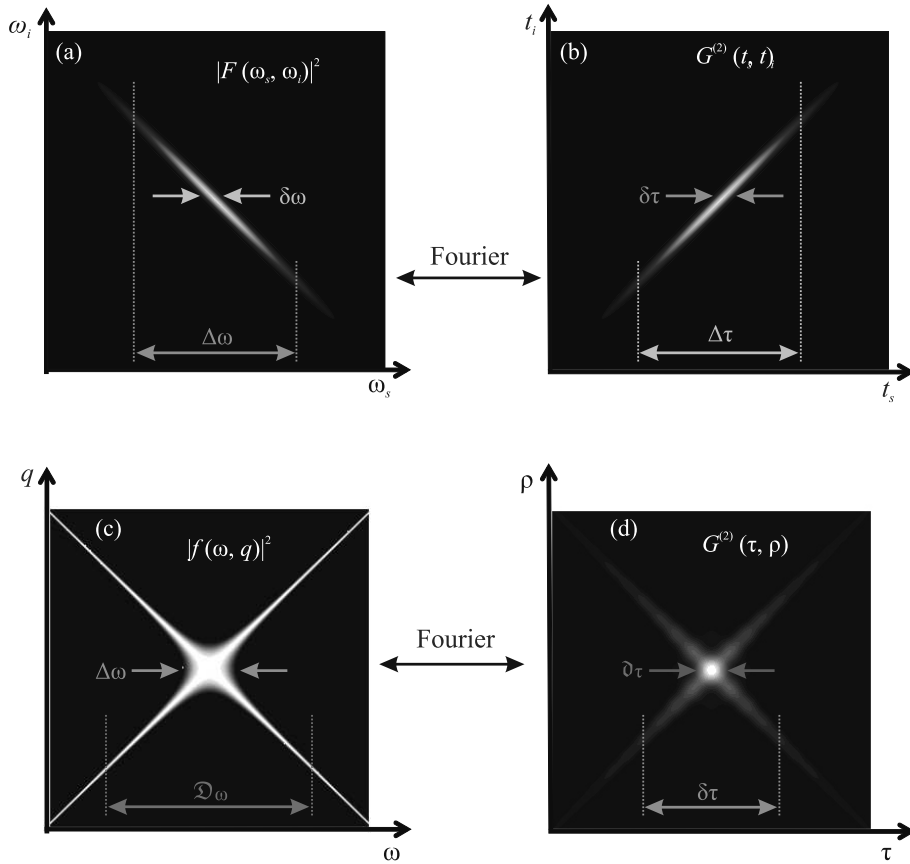


Рис. 2. (Цветной онлайн) Связь спектральных и корреляционных характеристик бифотонного поля. (а) – Двухчастотное распределение фотонов  $|F(\omega_s, \omega_i)|^2$ , ширина маргинального распределения  $\Delta\omega$  и ширина условного распределения  $\delta\omega$ . (б) – Двухфотонная временная корреляционная функция второго порядка  $G^{(2)}(t_s, t_i)$ , время корреляции между фотонами пары  $\delta\tau \sim 1/\Delta\omega$  и общая длительность двухфотонного волнового пакета  $\Delta\tau \sim 1/\delta\omega$ . (с) – Распределение каждого из фотонов пары по частоте и поперечной компоненте волнового вектора  $|f(\omega, q)|$ , ширина спектра в коллинеарном режиме  $\Delta\omega$ , интегральная ширина спектра во всем угловом диапазоне  $\mathcal{Q}\omega$ . (д) – Корреляционная функция второго порядка  $G^{(2)}$  в зависимости от задержки между фотонами  $\tau$  и расстоянием между ними в ближней зоне  $\rho$ , время корреляции без пространственной фильтрации  $\delta\tau \sim 1/\Delta\omega$ , и при выделении фотонов, пришедших в одну точку  $\delta\tau \sim 1/\mathcal{Q}\omega$

Пространственно-временная корреляционная функция (КФ) второго порядка [33] задается как

$$G^{(2)}(t_s, t_i, \mathbf{r}_s, \mathbf{r}_i) \equiv \langle a^\dagger(t_s, \mathbf{r}_s) a^\dagger(t_i, \mathbf{r}_i) a(t_s, \mathbf{r}_s) a(t_i, \mathbf{r}_i) \rangle \quad (19)$$

Тогда, подставляя (15)–(17) в (19), получаем

$$G^{(2)}(t_s, t_i, \mathbf{r}_s, \mathbf{r}_i) = \left| \tilde{F}(t_s, t_i, \mathbf{r}_s, \mathbf{r}_i) \right|^2, \quad (20)$$

т.е. пространственно-частотная КФ второго порядка является квадратом модуля шестимерного Фурье-образа спектральной амплитуды бифотонного поля.

Рассмотрим схематичные изображения  $|F(\omega_s, \omega_i, q_s = \text{const}, q_i = \text{const})|^2$  и  $G^{(2)}(t_s, t_i, \mathbf{r}_s = \text{const}, \mathbf{r}_i = \text{const})$  на рис. 2а, б. Видно, что распределение  $|F(\omega_s, \omega_i)|^2$  вытянуто вдоль направления  $\omega_s - \omega_i = \text{const}$  (т.е. демонстрирует

антикорреляции по частоте), тогда как распределение  $|F(t_s, t_i)|^2 \equiv G^{(2)}(t_s, t_i, \mathbf{r}_s = \text{const}, \mathbf{r}_i = \text{const})$  вытянуто вдоль направления  $t_s = t_i$  (т.е. демонстрирует корреляции по времени). При этом время корреляции  $\delta\tau$  обратно пропорционально ширине безусловного распределения по частоте  $\Delta\omega$ , в то время как ширина условного частотного распределения  $\delta\omega$ , связанная с шириной спектра накачки, определяет общую длину двухфотонного импульса  $\Delta\tau$ .

Рассмотрим случай плоской монохроматической волны накачки:

$$F(\omega_s, \omega_i, \mathbf{q}_s, \mathbf{q}_i) = \delta(\omega_s + \omega_i - \omega_p) \delta(\mathbf{q}_s + \mathbf{q}_i) f(\omega_s, \mathbf{q}_s), \quad (21)$$



где квадрат функции  $f(\omega_s, \mathbf{q}_s)$  отвечает распределению сигнального фотона и в общем случае определяется выражением

$$f(\omega_s, \mathbf{q}_s) \propto \sqrt{\omega_s(\omega_p - \omega_s)} \times \int_0^L dz \chi^{(2)}(z) e^{i\Delta k(\omega_s, \mathbf{q}_s, z)z}, \quad (22)$$

(см. рис. 2с). Видно, что интегральная ширина спектра бифотонного поля  $\mathcal{Q}\omega$  может покрывать весь диапазон частот от нуля до частоты накачки, но разным частотным компонентам отвечают разные компоненты поперечного волнового вектора, поэтому, если мы выделяем лишь излучение, распространяющееся коллинеарно с накачкой, то ширина его спектра  $\Delta\omega$  будет значительно меньше.

В случае монохроматической накачки ширина условных распределений  $\delta\omega$  и  $\delta q$  стремится к нулю, тогда, в свою очередь, ширина безусловных распределений  $\Delta t$  и  $\Delta r$  стремится к бесконечности. Подставляя (21) в (18), а затем в (20), получим, что  $G^{(2)}$  зависит лишь от разности координат  $\rho = \mathbf{r}_s - \mathbf{r}_i$  и разности времен  $\tau = t_s - t_i$  и представляет собой квадрат модуля трехмерного фурье-преобразования спектральной амплитуды  $f(\omega, \mathbf{q})$ :

$$G^{(2)}(\tau, \rho) = \left| \int d\omega d^2\mathbf{q} f(\omega, \mathbf{q}) \exp[-i(\omega\tau + \mathbf{q}\rho)] \right|^2. \quad (23)$$

Таким образом, если выделять лишь пары фотонов, пришедшие в одну точку, то время когерентности между ними  $\delta\tau$  будет обратно пропорционально интегральной ширине спектра  $\mathcal{Q}\omega$  [34], но такая фильтрация приведет к значительным потерям, и если регистрировать все пары фотонов, то их время корреляции  $\delta\tau$  будет обратно пропорционально ширине спектра в коллинеарном режиме  $\Delta\omega$ .

Корреляционную функцию второго порядка измеряют в экспериментах с интерферометром интенсивности (Хэнбери-Брауна-Твисса) [35]. В таком эксперименте можно измерить скорость счета совпадений  $R_{cc}(\tau) \sim G^{(2)}(\tau)$  в зависимости от времени задержки  $\tau$  между импульсами, идущими в схему совпадений (рис. 3а). В случаях, когда время корреляции  $\Delta^{(2)}\tau$  меньше ширины окна схемы совпадений,  $G^{(2)}(\tau)$  измеряют при помощи двухфотонных процессов, например, генерации суммарной частоты, вероятность которой также пропорциональна  $G^{(2)}(\tau)$  [36]. Процесс генерации суммарной частоты играет в этом случае роль прецизионной схемы совпадений (рис. 3б).

Заметим, что КФ второго порядка определяется не только модулем спектральной амплитуды бифотона, но и ее фазой, как следует из соотношения (23). Потому соотношение  $\delta\tau \sim 1/\Delta\omega$  определяет минимальное время корреляции, достижимое в случае, если зависимость фазы спектральной амплитуды от частоты мала (иными словами, спектр бифотонного поля Фурье ограничен). Таким образом, сам по себе широкий спектр бифотонов является необходимым, но не достаточным условием малости времени корреляции  $\delta\tau$ .

*3.2. Интерференция Хонга-Оу-Манделя.* Другое важное явление, в котором проявляются корреляционные свойства двухфотонных состояний, – “провал Манделя” [37].

Пусть сигнальный и холостой фотоны приходят на входы идеального светоделителя 50:50 (рис. 4). Причем в холостую моду вносится задержка по времени  $\tau_0$ . Тогда спектральная амплитуда поля запишется следующим образом:

$$F_{\text{НОМ}}(\omega_s, \omega_i) = F(\omega_s, \omega_i) e^{i\omega_i\tau_0}. \quad (24)$$

А состояние бифотонов станет

$$|\psi\rangle = \int d\omega_s d\omega_i \times F(\omega_s, \omega_i) a_s^\dagger(\omega_s) a_i^\dagger(\omega_i) e^{i\omega_i\tau_0} |\text{vac}\rangle. \quad (25)$$

После этого фотоны приходят на светоделитель, а затем измеряется скорость счета совпадений фотонов в его выходных модах. При измерении происходит проекция на состояние

$$|\psi_M(\omega_1, \omega_2)\rangle = a_1^\dagger(\omega_1) a_2^\dagger(\omega_2) |\text{vac}\rangle. \quad (26)$$

Учитывая связь входных и выходных мод светоделителя:

$$a_1 = \frac{a_s + a_i}{\sqrt{2}}, \quad a_2 = \frac{a_s - a_i}{\sqrt{2}}, \quad (27)$$

а также, что

$$\langle \text{vac} | a_2(\omega_2) a_1(\omega_1) a_s^\dagger(\omega_s) a_i^\dagger(\omega_i) | \text{vac} \rangle = \delta(\omega_s - \omega_2) \delta(\omega_i - \omega_1) \quad (28)$$

и

$$F(\omega_s, \omega_i) = F(\omega_i, \omega_s), \quad (29)$$

получим

$$\langle \psi_M | \psi \rangle \propto \frac{1}{2} [F(\omega_s, \omega_i) e^{i\omega_i\tau_0} - F(\omega_s, \omega_i) e^{i\omega_s\tau_0}] \times \delta(\omega_s - \omega_2) \delta(\omega_i - \omega_1). \quad (30)$$

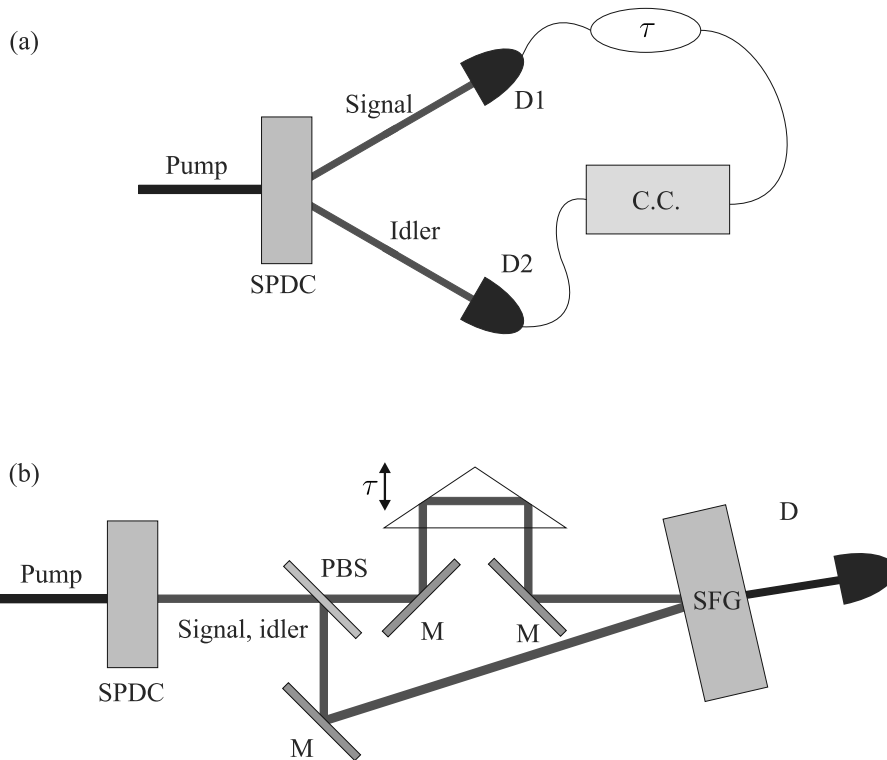


Рис. 3. (Цветной онлайн) Принципиальная схема измерения  $G^{(2)}(\tau)$ : (a) – при помощи интерферометра Хэнбри-Брауна-Твисса; (b) – при помощи генерации суммарной частоты

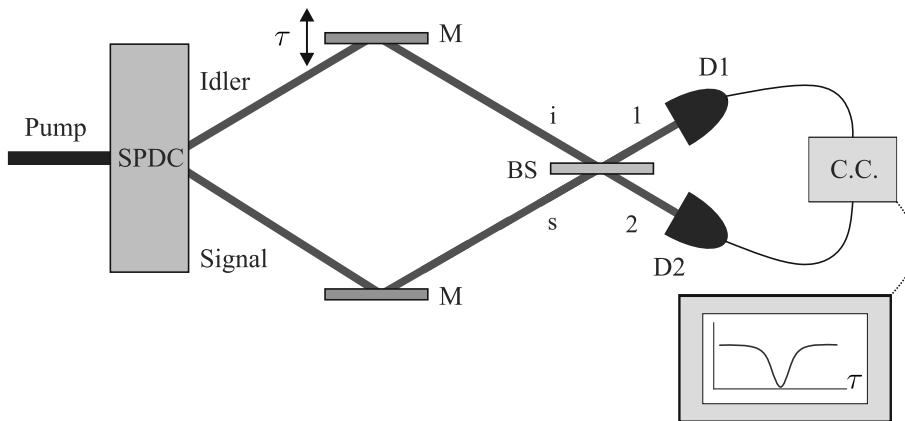


Рис. 4. (Цветной онлайн) Схема интерферометра Хонга-Оу-Манделя

Найдем выражение для скорости счета совпадений:

$$R_{cc} \propto \int d\omega_1 d\omega_2 |\langle \psi_M(\omega_1, \omega_2) | \psi \rangle|^2 \propto \int d\omega_1 d\omega_2 |F(\omega_1, \omega_2)|^2 |e^{i\omega_i \tau_0} - e^{i\omega_s \tau_0}|^2. \quad (31)$$

Если аппроксимировать спектральную амплитуду бифотонного поля бигaussianной функцией

$$F(\omega_1, \omega_2) = \sqrt{\frac{2}{\pi \delta \omega \Delta \omega}} \times \exp \left[ -\frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2(\Delta \omega)^2} \right] \exp \left[ -\frac{(\omega_1 + \omega_2 - \omega_0)^2}{2(\delta \omega)^2} \right], \quad (32)$$

то

$$R_{cc} \propto 1 - e^{-\frac{1}{4} \Delta \omega^2 \tau_0^2}. \quad (33)$$

Как можно видеть, при нулевой задержке  $R_{cc}(\tau_0 = 0) = 0$  и наблюдается провал Мандела, причем его ширина также обратно пропорциональна

ширине спектра бифотонного поля  $\Delta\omega$ . Более того, поскольку выражение (31) по сути представляет собой фурье-образ квадрата модуля комплексной амплитуды  $|e^{i\omega_i\tau_0} - e^{i\omega_s\tau_0}|^2$ , то ширина провала не зависит от ее фазы в отличие от ширины КФ второго порядка.

**4. Применение широкополосных бифотонных полей.** В ряде приложений требуются бифотонные поля с узким спектром. Так, например, для уже упоминавшейся генерации однофотонных состояний [38–41] требуется, как правило, чтобы полученное состояние было чистым, что, в силу соотношения (13), означает совпадение ширины как частотного, так и углового спектра бифотонного поля с шириной частотного и углового спектров накачки. Кроме того, узкополосные бифотонные поля необходимы для эффективного взаимодействия с атомными системами, реализующими квантовую память [42, 43].

Существует, однако, множество задач, в которых решающее значение имеет большая ширина спектра двухфотонного поля. Их можно отнести к двум группам: квантово-информационной и квантово-метрологической.

**4.1. Задачи квантовой информатики.** Несмотря на то, что, как правило, в современных системах квантового распределения ключей (квантовой криптографии) применяются ослабленные когерентные состояния с малым средним числом фотонов в импульсе [44, 45], использование перепутанных состояний света является перспективным как с точки зрения защиты от атак (*device independent quantum key distribution* [46]), так и с точки зрения применения квантовых повторителей [47].

Принципиальным отличием таких протоколов выступает возможность использования перепутанности, являющейся ресурсом в квантовой криптографии [48–51]. В настоящий момент большая часть протоколов передачи квантовой информации основана на кодировании информации поляризационными или фазовыми квантовыми состояниями, что ограничивает размерность пространства двумя базисными векторами. Поэтому кодирование информации в частотных бинах, временных бинах и в модах Шмидта [52, 53] позволяет существенно расширить количество базисных состояний.

Также перспективным способом повышения скорости передачи информации является частотное мультиплексирование, требующее широкополосных бифотонных полей, поскольку вместе с шириной канала растет скорость (частота) передачи данных [54–57].

Помимо этого, квантово-оптические системы являются одной из перспективных платформ для реализации квантовых вычислений. Так, в недавней работе было продемонстрировано квантовое превосходство в задаче бозонного сэмпинга с использованием 100-канального линейного интерферометра [58]. Однако для создания универсального квантово-оптического вычислителя необходимы многомодовые системы с высокой степенью перепутанности (кластерные состояния) [59, 60], в частности, перепутанные состояния большого числа частотно-временных, полученные в процессе параметрического рассеяния [61, 62].

Помимо кластерной схемы квантовых оптических вычислений, интерес представляет также и стандартная гейтовая модель. В рамках этой концепции необходимо создать нелинейный вентиль, реализующий двухкубитные условные операции. На текущий момент эта проблема решается при помощи вероятностных гейтов, преобразующих заданное состояние с вероятностью  $p_{\text{KLM}} = 0.25$  [63]. И хотя вероятность успеха можно повышать путем применения дополнительных мод, такой способ оказывается очень требовательным к ресурсам. Однако для создания детерминистической системы квантовых вычислений необходимо эффективное двухфотонное взаимодействие света с веществом, чтобы на его основе сделать нелинейно-оптический квантовый вентиль, работающий с вероятностью  $p_{\text{NL}} \rightarrow 1$ . Поскольку эффективность такого взаимодействия определяется не только квадратичной восприимчивостью вещества  $\chi^{(2)}$ , но и КФ второго порядка  $G^{(2)}(\tau, \rho)$ , для ее увеличения требуется использование бифотонного поля с предельно малым радиусом и временем корреляции, а значит, с широким частотным и угловым спектром (20).

**4.2. Задачи квантовой метрологии.** Описанные в разделе 3 корреляционные свойства широкополосных бифотонов обуславливают ряд их метрологических применений.

Так, в протоколе дистанционной синхронизации часов [64–68], основанном на совпадении отсчетов фотодетекторов, находящихся в удаленных узлах, точность определяется шириной корреляционной функции второго порядка. Поэтому для увеличения временного разрешения следует использовать бифотонные поля с большой шириной спектра. Этот протокол устойчив к дисперсии в канале и не требует точного измерения расстояния между узлами и времени следования импульса.

Малое время корреляции второго порядка необходимо в задачах, требующих эффективного взаимо-

действия бифотонного света с веществом, например, в задаче двухфотонной микроскопии [69–71], двухфотонной спектроскопии [72–74] и квантовой интерферометрической оптической литографии [75, 76]. В случае малых времен корреляции  $\delta\tau$  бифотон ведет себя как единый объект, длина волны де Бройля которого вдвое меньше, что обеспечивает двукратный выигрыш в разрешении. Несмотря на то, что разрешение, которое можно получить таким образом (300–400 нм), в настоящее время далеко от рекордного и даже регулярно использующегося в современной микроэлектронной промышленности, в некоторых случаях этот метод может быть оправдан, например, при применении фоторезиста, не подходящего для облучения жестким ультрафиолетом.

Примечательным с точки зрения микроскопии применением широкополосных бифотонов является также метод квантовой оптической когерентной томографии (КОКТ) [77–81].

В классической оптической когерентной томографии (ОКТ) [82] исследуемый образец помещается в одно из плеч интерферометра Майкельсона, тогда как изменением длины второго плеча задается глубина сканирования. Аксиальное разрешение такого устройства определяется длиной когерентности направляемого в интерферометр излучения, которая обратно пропорциональна ширине спектра. Однако применение широкополосных зондирующих полей приводит к сильному влиянию дисперсии, которая значительно уширяет длину когерентности.

Однако используя свойства бифотонных полей, можно достичь некоторых преимуществ. Рассмотрим ту же схему, что и в разделе 3.2. Однако теперь в сигнальном плече реализуется дополнительная задержка посредством внесения в пучок слоя толщиной  $d$  с показателем преломления  $n(\omega) = n_0 + \alpha(\omega - \omega_0)$ , а в референсном – задержка  $\tau_0$  посредством движения зеркала. Тогда общая задержка будет равна

$$\tau = \tau_0 - n(\omega)\frac{d}{c} = \tau_0 - [n_0 + \alpha(\omega_i - \omega_0)]\frac{d}{c}, \quad (34)$$

и амплитуда бифотонного поля перед светоделителем примет вид

$$F_{\text{НОМ}}(\omega_s, \omega_i) = F(\omega_s, \omega_i) \times \exp\left[i\omega_i\left(\tau_0 - [n_0 + \alpha(\omega - \omega_0)]\frac{d}{c}\right)\right]. \quad (35)$$

В этом случае скорость счета совпадений будет определяться выражением

$$R_{cc} \propto 1 - \frac{2}{\sqrt{4 + \kappa}} \exp\left(-\frac{\Delta\omega^2(\tau_0 - dn_0/c)^2}{4 + \kappa}\right), \quad (36)$$

где  $\kappa = \alpha^2 \delta\omega^2 \Delta\omega^2 \frac{d^2}{c^2}$ . Если сравнить выражение (36) с (33), видно, что появляется дополнительная дисперсия, из-за которой провал уширяется и мельчает. Но при этом, если ширина спектра накачки  $\delta\omega \ll \ll \frac{c}{d\alpha\Delta\omega}$ , то дисперсия компенсируется [83]. Заметим, что компенсация дисперсии касается только нечетных ее порядков. Стоит также отметить, что для эффективной компенсации дисперсии важна малость отношения условного и безусловного распределений, что, как было указано выше, соответствует большой степени перепутанности.

Заметим, что хотя в вышеописанном эксперименте используется интерферометр Хонга–Оу–Манделя, компенсация дисперсии должна наблюдаться и при использовании интерферометра Майкельсона [84]. Это открывает возможности для использования в системах КОКТ источников, генерирующих бифотонное поле в коллинеарном режиме.

**5. Методы уширения спектра бифотонного поля.** Все описанные выше приложения предполагают сопряжение поля с различными интерферометрами и волноводами, а значит, для повышения эффективности бифотонное поле должно быть пространственно одномодовым. Хотя широкополосное бифотонное поле можно получить, собирая рассеянное излучение в большом угловом диапазоне (рис. 2с), для практического применения из этого поля нужно будет, тем не менее, выделить одну пространственную моду.

Ниже будут представлены методы увеличения ширины частотного спектра бифотонов. Ширина спектра далее будет характеризоваться в терминах ширины частотного диапазона  $\Delta\nu$ , так как она однозначно связана с временами корреляции первого и второго порядков. Кроме того, ширина спектра, выраженная в длинах волн  $\Delta\lambda$ , зависит от центральной длины волны  $\lambda_0$ , что затрудняет сравнение между собой ширин бифотонных спектров, полученных в разных спектральных диапазонах.

Приведем для сравнения типичные ширины спектра бифотонного света, получаемого в экспериментах с кристаллом бета-бората бария (ВВО) толщиной 1 мм:  $\Delta\nu_I \sim 40$  ТГц для синхронизма типа I и  $\Delta\nu_{II} \sim 1.8$  ТГц для синхронизма типа II.

Большинство методов генерации широкополосных бифотонных полей можно разделить на две группы: в основе одних лежит использование пространственно однородных нелинейных сред, а в основе других – неоднородных.

**5.1. Однородные среды.** Как видно из выражения (8), частотный спектр двухфотонного света ограничен в первую очередь распределением

$\text{sinc}^2 [\Delta k(\omega, \mathbf{q})L/2]$ , ширина которого, в свою очередь, определяется выражением

$$|\Delta k(\omega, \mathbf{q})| \lesssim \frac{2\pi}{L}. \quad (37)$$

Напомним, что  $\Delta k(\omega, \mathbf{q})$  – это фазовая расстройка, а  $L$  – длина нелинейной среды.

Из выражения (37) следует, что ширина спектра увеличивается с уменьшением длины нелинейной среды. Так, в работе [85] с использованием кристалла ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ) длиной  $L = 6$  мкм было получено поле с шириной спектра 150 ТГц (500 нм). В работе в силу экстремально маленькой толщины кристалла, ведущей к большой продольной расстройке, была реализована схема без фазового синхронизма (так называемый синхронизм типа 0).

Однако из выражения (8) видно также, что спектральная интенсивность бифотонов пропорциональна  $L^2$ , а интегральная –  $L$  [11]. Существуют способы компенсации падения интенсивности генерации, связанные, например, с жесткой фокусировкой накачки и использованием оптической системы с большой числовой апертурой, чтобы собирать излучение СПР под большими углами [86, 85]. Также можно разместить тонкий кристалл внутри лазерного резонатора, что позволило в работах [87, 88] с использованием кристалла ВВО толщиной 0.1 мм, вырезанного под коллинеарный синхронизм типа I, получить бифотоны со спектром шириной 55 ТГц в неколлинеарном режиме со скоростью счета совпадений  $1883 \pm 2$  Гц/Вт, что почти в 40 раз превышает скорость счета в схеме без резонатора.

Существует другая группа методов генерации широкополосных бифотонов, основанных на таком подборе условий синхронизма, чтобы зависимость  $\Delta k(\omega_s)$  в некоторой области вблизи точного синхронизма  $\Delta k(\omega_{s0}) = 0$  была слабой. Найти эти условия нам будет удобно в терминах отстройки от точного синхронизма:

$$\begin{aligned} \Delta k(\Omega) &= k_p - k_s(\omega_{s0} + \Omega) - k_i(\omega_{i0} - \Omega) = \\ &= k_p - k_{s0}(\Omega) - k_{i0}(-\Omega), \end{aligned} \quad (38)$$

где  $k_{s0, i0}(\Omega) = k_{s0, i0}(\omega_{s0, i0} + \Omega)$ . Раскладывая  $\Delta k(\Omega)$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $\Omega = 0$ , получим:

$$\Delta k(\Omega) = [k_p - k_{s0} - k_{i0}] - [k'_{s0} - k'_{i0}]\Omega - \frac{1}{2}[k''_{s0} + k''_{i0}]\Omega^2 - \dots \quad (39)$$

Как видно из разложения, для обеспечения широко-

полосного синхронизма необходимо выполнить условия:

$$k_p - k_{s0} - k_{i0} \equiv 0, \quad (39.0)$$

$$k'_{s0} - k'_{i0} = 0, \quad (39.1)$$

$$k''_{s0} + k''_{i0} = 0, \dots \quad (39.2)$$

Здесь условие (39.0) означает равенство нулю фазовой расстройки для центральных частот  $\omega_{s0, i0}$  и выполняется по определению, условие (39.1) – равенство групповых скоростей сигнального и холостого фотонов, а условие (39.2) отвечает нулевой дисперсии групповых скоростей.

В вырожденном режиме генерации при синхронизме типа I, сигнальный и холостой фотоны неразличимы, поэтому  $k_{s0} \equiv k_{i0}$ , и (39.1), как и все прочие нечетные члены ряда Тейлора, также выполняется автоматически. Тогда  $\Delta k_I \sim \Omega^2$ , а в случае выполнения и (39.2) фазовая расстройка  $\Delta k_I \propto \Omega^4$ . В невырожденном режиме или при синхронизме типа II в общем случае  $\Delta k_{II} \propto \Omega$ , а при выполнении (39.1) расстройка становится  $\Delta k_{II} \propto \Omega^2$ .

Подбор условий, при которых выполняются соотношения (39), является нетривиальной (хотя и выполнимой) задачей. Так, в работе [89] рассчитано, что в коллинеарном вырожденном режиме с синхронизмом типа I для кристалла ВВО толщиной 14 мм и накачки на длине волны 728 нм ширина спектра составит 106 ТГц (750 нм).

Чаше для удовлетворения условиям (39) применяют периодически поляризованные кристаллы, у которых зависимость эффективной нелинейности  $\chi^{(2)}(z)$  имеет вид меандра с периодом  $\Lambda$ . Подставляя эту зависимость в интеграл (7) и раскладывая меандр в ряд Фурье, легко показать, что теперь условие фазового синхронизма может быть выполнено с точностью до целого числа  $m$  векторов обратной сверхрешетки  $\mathbf{k}_g$ :

$$\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i - m\mathbf{k}_g, \quad (40)$$

где  $k_g = 2\pi/\Lambda$ . Причем, чем меньше  $m$ , тем выше эффективность процесса, поскольку в разложении меандра в ряд Фурье коэффициенты падают с увеличением частоты. Таким образом, можно выбрать среду с нулевой дисперсией групповых скоростей и обеспечить выполнение соотношений (39.0–1), подбирая период  $\Lambda$ .

Так, в работе [90] в интегральном волноводе длиной 5 мм из периодически поляризованного ниобата лития были получены бифотоны со спектром шириной 100 ТГц (800 нм).

Еще один способ ослабления зависимости  $\Delta k(\Omega)$  требует использования диспергирующих элементов. При прохождении через систему из двух дифракционных решеток (или призм), между которыми расположена двулучепреломляющая среда, световой импульс преобразуется так же [91–93], как если бы он распространялся через среду с эффективной обратной групповой скоростью  $k''_{\text{eff}}(\omega)$  и ее дисперсией  $k''_{\text{eff}}(\omega)$ :

$$k'_{\text{eff}} = k' + \alpha\varphi, \quad k''_{\text{eff}} = k'' - \frac{\alpha^2}{k}, \quad \varphi = \text{tg } \theta, \quad \alpha = \text{tg } \rho/c, \quad (41)$$

где  $\rho$  – угол между волновым вектором и вектором Пойнтинга (угол сноса), а  $\theta$  – угол наклона волнового фронта, возникающий после первого диспергирующего элемента и компенсирующийся вторым. Таким образом, подбирая нужные диспергирующие элементы, можно добиться выполнения условий (39.0–2). Так в работе [94] в кристалле ВВО толщиной 2 мм в вырожденном режиме при синхронизме типа II было получено бифотонное поле со спектром шириной 44 ТГц, а для кристалла ВВО типа I численно рассчитанная при таких же условиях ширина спектра составила 197 ТГц. Однако вопрос о справедливости соотношений (41) для спектра шириной в сотни ТГц требует дальнейшего уточнения.

В случае неколлинеарного синхронизма появляется дополнительный способ управления локальной зависимостью расстройки  $\Delta k(\Omega)$  [95, 96]. Рассмотрим процесс спонтанного параметрического рассеяния монохроматической накачки, обладающей угловым распределением  $E_p(q_p)$  ширины  $\Delta q_p$ , в нелинейной среде. Условия фазового синхронизма (40) сводятся к условиям, накладываемым на поперечную  $\Delta k_{\perp}$  и продольную  $\Delta k_{\parallel}$  компоненты волновой расстройки:

$$\Delta \mathbf{k}_{\perp} = 0, \quad |\Delta \mathbf{k}_{\parallel}| \leq \frac{2\pi}{L}. \quad (42)$$

Полагая угловой спектр накачки узким

$$q_p \equiv k_{p\perp} = k_p \sin \theta_p \approx k_p \theta_p, \quad k_{p\parallel} = k_p \cos \theta_p \approx k_p, \quad (43)$$

можно представить  $\Delta k_{\perp}$  и  $\Delta k_{\parallel}$  в виде

$$\begin{aligned} \Delta k_{\perp} &= q_p + k_s \sin \theta_s - k_i \sin \theta_i, \\ \Delta k_{\parallel} &= k_p - k_s \cos \theta_s - k_i \cos \theta_i. \end{aligned} \quad (44)$$

Раскладывая  $\Delta k_{\perp}$  и  $\Delta k_{\parallel}$  в ряд Тейлора в окрестности  $\Omega = 0$ , аналогично (39), получим

$$\begin{aligned} \Delta k_{\perp}(\Omega) &= q_p + [k_{s0} \sin \theta_s - k_{i0} \sin \theta_i] + \\ &+ [k'_{s0} \sin \theta_s + k'_{i0} \sin \theta_i] \Omega + \\ &+ \frac{1}{2} [k''_{s0} \sin \theta_s - k''_{i0} \sin \theta_i] \Omega^2 + \dots \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \Delta k_{\parallel}(\Omega) &= [k_p - k_{s0} \cos \theta_s - k_{i0} \cos \theta_i] - \\ &- [k'_{s0} \cos \theta_s - k'_{i0} \cos \theta_i] \Omega - \\ &- \frac{1}{2} [k''_{s0} \cos \theta_s + k''_{i0} \cos \theta_i] \Omega^2 + \dots \end{aligned} \quad (46)$$

Тогда при вырожденном синхронизме типа I, где сигнальный и холостой фотоны поляризованы обыкновенно, и  $k_{s0} = k_{i0} = k_0$ ,  $\theta_s = \theta_i = \theta_0$ , в режиме точного синхронизма

$$k_p - k_{s0} \cos \theta_s - k_{i0} \cos \theta_i = 0 \quad (47)$$

соотношения (45) и (46) будут иметь вид

$$\begin{aligned} \Delta k_{\perp} &= q_p + 2\Omega k'_0 \sin \theta_0 + \dots, \\ \Delta k_{\parallel} &= -2\Omega^2 k''_0 \cos \theta_0 + \dots \end{aligned} \quad (48)$$

Условие  $\Delta k_{\perp} = 0$  ограничивает ширину спектра:

$$\Omega \leq \frac{1}{2k'_0 \sin \theta_0} \Delta q_p, \quad (49)$$

так же, как и условие  $|\Delta k_{\parallel}| \leq 2\pi/L$ :

$$\Omega \leq \sqrt{\frac{2\pi}{Lk''_0 \cos \theta_0}}. \quad (50)$$

Таким образом, в сильно неколлинеарном режиме с большим углом синхронизма  $\theta_0$  и при жестко сфокусированной накачке можно получить значительно широкополосное бифотонное поле. Заметим, что выражение (45), учитывая, что  $\Delta \mathbf{k}_{\perp} = 0$ , ограничивает ширину спектра бифотонов, и ограничение это усиливается с ростом  $\theta_s$  и  $\theta_i$ .

Такой метод позволил в работе [96] для вырожденного синхронизма типа I на длине волны 812 нм в кристалле йодата лития ( $\text{LiIO}_3$ ) толщиной 1.5 мм и диаметре перетяжки накачки 2.6 мкм получить бифотонное поле со спектром шириной 67 ТГц (148 нм).

Уширить спектр бифотонного поля можно при помощи уширения не только углового, но и частотного спектра пучка накачки. Как и ранее, введем частотные расстройки  $\Omega_{p,s,i} = \omega_{p,s,i} - \omega_{p0,s0,i0}$ , при этом  $\omega_{p0} = \omega_{s0} + \omega_{i0}$  и  $\Omega_p = \Omega_s - \Omega_i$ . Аналогично (39) и (45)–(46), разложим  $\Delta k$  в ряд Тейлора по степеням  $\Omega_p, \Omega_s, \Omega_i$ :

$$\begin{aligned} \Delta k &= [k_{p0} - k_{s0} - k_{i0}]_0 + \\ &+ [k'_{p0} \Omega_p - k'_{s0} \Omega_s + k'_{i0} \Omega_i]_1 - \\ &- \frac{1}{2} [k''_{s0} \Omega_s^2 + k''_{i0} \Omega_i^2]_2 + \dots \end{aligned} \quad (51)$$

Здесь мы ограничились первым порядком по  $\Omega_p$ , полагая ширину спектра накачки много меньшей ширины спектра бифотонов. В случае синхронизма типа I выражение  $[k_{p0} - k_{s0} - k_{i0}]_0$  обращается в нуль, и выражение (51) упрощается:

$$\Delta k = (k'_{p0} - k'_0) \Omega_p - k''_{s0} [\Omega_s^2 - \Omega_p \Omega_s]_2 = 0. \quad (52)$$

Разрешая это квадратное уравнение относительно  $\Omega_s$ , можно получить [97, 98]

$$\Omega = \frac{\Omega_p}{2} \pm \sqrt{\gamma \Delta \Omega_p}, \text{ где } \gamma = \frac{k'_{p0} - k'_0}{k''_0}. \quad (53)$$

Коэффициент  $\gamma$  неотрицателен в случае нормальной дисперсии. Таким образом, для фиксированной ширины спектра накачки  $\Delta \Omega_p$  ширина бифотонного поля составит  $\Delta \Omega = \sqrt{\gamma \Delta \Omega_p}$ .

Хотя, как следует из выражения (13), с увеличением ширины спектра накачки будет уменьшаться степень перепутанности бифотонов по частоте, при некоторых условиях можно добиться того, что небольшое уширение частотного спектра накачки приведет к сильному уширению частотного спектра бифотонного поля и степень перепутанности все же будет увеличиваться.

Так, в работе [99] в кристалле йодата лития длиной 12 мм получен спектр одиночных отсчетов шириной 168 ТГц (396 нм) с центром 840 нм. Ширина спектра накачки составила 16 ТГц (9.5 нм).

Подчеркнем, что все описанные выше механизмы уширения спектра бифотонов связаны с ослаблением зависимости  $\Delta k(\Omega)$  в пространственно однородных нелинейных средах, что обеспечивает выполнение условий синхронизма в некотором спектральном диапазоне. Кроме уширения модуля спектральной амплитуды, локальное ослабление зависимости расстройки ослабляет еще и зависимость фазы спектральной амплитуды от частоты, что позволяет сузить и ширину КФ второго порядка.

Однако ширина получаемого таким образом спектра СПР ограничена сравнительно небольшими отстройками  $\Omega$  от центральной частоты, когда в разложении в ряд по  $\Omega$  можно ограничиться первыми членами. Кроме того, в случае синхронизма типа II или невырожденного режима эта группа методов работает плохо.

**5.2. Неоднородные среды.** Применение пространственно неоднородных (вдоль направления распространения накачки) структур позволяет замкнуть фазовый синхронизм для различных по частоте бифотонов в различных частях нелинейной среды. В итоге бифотонное поле, родившееся в разных частях кристалла, на выходе из него складывается, давая широкий спектр сложной (вследствие интерференции) формы. При этом зависимость фазы спектральной амплитуды от частоты может быть нетривиальной, в результате чего спектр не будет Фурье-ограничен, и для уменьшения ширины КФ второго порядка придется использовать методы компрессии, речь о которых пойдет в разделе 5.3.

Самым простым способом неоднородного уширения спектра является генерация бифотонных пар в нескольких последовательно стоящих пространственно однородных нелинейных кристаллах, оптические оси которых наклонены под разными углами к вектору распространения пучка накачки. Так, в работе [100] при помощи двух кристаллов ВВО типа I толщиной 2 мм в слабо неколлинеарном режиме был получен спектр единичных отсчетов шириной 73 ТГц (160 нм).

Логическим развитием этого метода (несмотря на то, что хронологически он был реализован позже) является применение аперидически поляризованных кристаллов, период поляризации которых возрастает так, чтобы обеспечить линейный рост (чирп) вектора обратной сверхрешетки [101]:

$$k_g(z) = k_{g0} + \varkappa z, \quad (54)$$

тогда фазовая расстройка примет вид

$$\Delta k(\Omega, z) = k_p - k_{s0}(\Omega) - k_{i0}(-\Omega) - mk_g(z). \quad (55)$$

По мере увеличения волновой расстройки вместе с координатой  $z$  спектр бифотонов будет наполняться новыми частотами. Так, в работе [102] при варьировании параметра чирпа  $\varkappa$  в гребенчатом волноводе из стехиометрического танталата лития (PPSLT) длиной 10 мм для синхронизма типа 0 (когда оба фотона имеют ту же поляризацию, что и накачка) были получены поля со спектром от 6.7 ТГц (20 нм) при отсутствии чирпирования до 150 ТГц (340 нм) с центральной длиной волны 810 нм.

Реализовать условие (54) можно не только на этапе изготовления кристалла, но и создав линейную зависимость модуляции показателя преломления:

$$n_{p,s,i}(z) = n_{p,s,i}^{(0)} + \eta_{p,s,i} z. \quad (56)$$

В вырожденном режиме при синхронизме типа I  $\eta_s = \eta_i = \eta$ , и фазовая расстройка  $\Delta k$  приобретет следующий вид:

$$\Delta k = \Delta k^{(0)} + \frac{\omega_p}{c} (\eta_p - \eta) z. \quad (57)$$

Линейной модуляции показателя преломления (56) можно добиться путем неоднородного нагрева (охлаждения) кристалла. Таким способом в работе [103] в кристалле дигидрофосфата калия (KDP) длиной 20 мм было получено бифотонное поле со спектром шириной до 154 ТГц с центральной длиной волны 702 нм.

Также условие (56) можно выполнить, используя электрооптический эффект. В работе [104] на верхнюю и нижнюю поверхности кристалла KDP длиной 30 мм наносились пары электродов, к которым

прикладывалось постоянное напряжение до 15 кВ. В результате электростатическое поле внутри кристалла можно было изменять в диапазоне от  $-30$  до  $30$  кВ/см, что позволило получить бифотоны со спектром шириной до 69 ТГц.

Также широкополосные бифотонные поля можно генерировать в кристаллах с нелинейным, например, гиперболическим, чирпом. В случае параметрической сверхлюминесценции, когда плотность рассеянных фотонов на моду становится больше единицы, такие среды позволяют получить Фурьеограниченные широкополосные поля с небольшим временем корреляции второго порядка даже без применения методов компрессии [105, 106].

*5.3. Методы компрессии.* В общем случае, генерация бифотонов в пространственно неоднородных средах приводит к Фурье-неограниченной спектральной амплитуде, и для получения узкой КФ второго порядка необходимо использовать методы компрессии. Рассмотрим излучение СПР в нелинейной среде длины  $L$  с линейной зависимостью расстройки фазы от координаты  $z$ :

$$\Delta k(\Omega, z) = D\Omega + \alpha z. \quad (58)$$

Такой вид фазовой расстройки характерен для линейно чирпированных апериодически поляризованных нелинейных сред, где  $D \equiv k'_s - k'_i$  (в случае невырожденного синхронизма), а вторые производные  $k''_{s,i}(\Omega)$  малы. Фаза амплитуды бифотонов  $\varphi \equiv \arg[f(\Omega)]$  тогда имеет вид [107, 108]

$$\varphi(\Omega) = -\underbrace{\frac{DL}{2}}_{c_1} \Omega + \underbrace{\frac{D^2}{4\alpha}}_{c_2} \Omega^2. \quad (59)$$

Поскольку КФ второго порядка связана с функцией  $f(\Omega)$  преобразованием Фурье (20), на ее ширину влияет лишь коэффициент  $c_2$ . Чтобы скомпенсировать фазовый набег, можно использовать различные методы.

В основе одного из них лежит прохождение бифотонов через диспергирующую среду. Пусть дисперсионная зависимость среды

$$\begin{aligned} \tilde{k} &= \tilde{k}(\omega_{s0} + \Omega) = \underbrace{\tilde{k}(\omega_{s0})}_{\tilde{k}_{s0}} + \underbrace{\tilde{k}'(\omega_{s0})}_{\tilde{k}'_s} \Omega + \frac{1}{2} \underbrace{\tilde{k}''(\omega_{s0})}_{\tilde{k}''_s} \Omega^2 = \\ &= \tilde{k}(\omega_{i0} - \Omega) = \underbrace{\tilde{k}(\omega_{i0})}_{\tilde{k}_{i0}} - \underbrace{\tilde{k}'(\omega_{i0})}_{\tilde{k}'_i} \Omega + \frac{1}{2} \underbrace{\tilde{k}''(\omega_{i0})}_{\tilde{k}''_i} \Omega^2, \end{aligned} \quad (60)$$

тогда набег фазы бифотонного поля в среде длиной  $\tilde{L}$  определяется выражением

$$\tilde{\varphi}(\Omega) = \left[ \tilde{k}(\omega_{s0} + \Omega) + \tilde{k}(\omega_{i0} - \Omega) \right] \tilde{L} = \tilde{c}_0 + \tilde{c}_1 \Omega + \tilde{c}_2 \Omega^2, \quad (61)$$

где коэффициент  $\tilde{c}_2 = (\tilde{k}''_s + \tilde{k}''_i) \tilde{L}/2$ . Условием компенсации дисперсии будет  $c_2 + \tilde{c}_2 = 0$  или

$$\frac{D^2}{4\alpha} = -(\tilde{k}''_s + \tilde{k}''_i) \tilde{L}/2. \quad (62)$$

Таким образом, для любого отрицательного коэффициента  $\alpha$  можно использовать среду соответствующей длины с нормальной дисперсией ( $k''_{s,i} > 0$ ) для временной компрессии бифотонов. Если  $\alpha$  положителен, для компрессии можно использовать среду с отрицательным эффективным значением дисперсии групповых скоростей  $k''$  [73].

В случае произвольной зависимости  $\Delta k(\Omega, z)$  необходимо иметь возможность изменять фазу  $\varphi(\Omega)$  разных частотных компонент независимо. Для этого необходимо использовать формирователь коротких импульсов, состоящий из двух дифракционных решеток и пространственного модулятора света [109, 110].

*5.4. Пространственное преобразование частотно-углового спектра.* Ранее мы отмечали, что полный спектр бифотонного поля изначально широкий (рис. 2с), но разным частотным компонентам соответствуют разные поперечные компоненты волнового вектора или углы. Если собирать излучение по всем углам, то можно добиться очень малого времени корреляции  $\delta\tau$  (рис. 2d). Так, авторы работы [34], увеличив ширину углового диапазона сбора параметрического рассеяния с  $0.79^\circ$  до  $6^\circ$ , смогли увеличить ширину спектра с  $\Delta\nu = 55$  до  $\Delta\nu = 162$  ТГц и соответственно уменьшить время корреляции с  $\delta\tau = 26$  до  $\delta\tau = 6$  фс.

Однако, как отмечалось в начале раздела 5, для практических приложений необходимо пространственно одномодовое широкополосное поле. Для этого можно преобразовать частотно-угловой спектр СПР таким образом, чтобы разные частотные компоненты оказались в одной угловой моде. В работе [111] частотно-угловой спектр  $f(\lambda, \theta)$  был преобразован с помощью дифракционной решетки (рис. 5). В результате был получен спектр  $f'(\lambda, \theta)$ , ширина которого в заданном угловом диапазоне составила  $\Delta\nu' \approx 100$  ТГц, в то время как изначальная ширина была равна  $\Delta\nu \approx 40$  ТГц.

*5.5. Источники бифотонного поля на основе четырехволнового смешения.* Для полноты приведенного обзора следует упомянуть об источниках би-



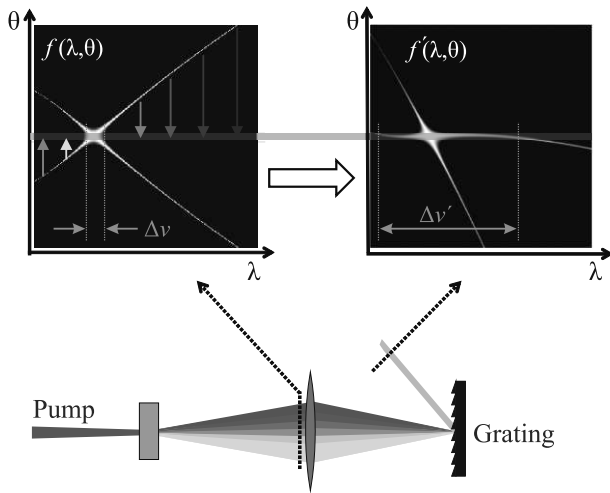


Рис. 5. (Цветной онлайн) Получение пространственно одномодового широкополосного бифотонного поля за счет модификации частотно-углового спектра с помощью дифракционной решетки [111]

фотонного поля, основанных на спонтанном четырехволновом смешении (СЧВС), нелинейном оптическом процессе, в котором пара фотонов накачки рассеивается в среде с кубической нелинейностью восприимчивости  $\chi^{(3)}$ , рождая новую пару фотонов.

Генерация бифотонных полей при помощи СЧВС происходит, как правило, в волоконном световоде, что позволяет достичь определенных преимуществ по сравнению со способами, предложенными выше. Излучение СЧВС, полученное в волокне, можно легко сопрягать с другими устройствами волоконной оптики, тогда так излучение СПР, полученное в кристалле, как правило, не является дифракционно ограниченным, вследствие чего заводится в одномодовое оптоволокно с большими потерями.

Преимущество СЧВС по сравнению с СПР состоит в том, что поскольку накачка и бифотоны имеют одинаковую центральную частоту, то условия синхронизма выполняются автоматически, а если подобрать нелинейную среду таким образом, чтобы в ней отсутствовала дисперсия групповых скоростей в соответствующем диапазоне частот, то можно добиться выполнения условий синхронизма в широком диапазоне [112]. Однако из-за малых значений кубической нелинейности для эффективной генерации необходимы более длинные среды, что накладывает более жесткие ограничения на выполнение условий синхронизма. Так в работах [113–118] были получены поля с шириной спектра 10–15 ТГц, что в 3–4 раза меньше ширины типичных спектров СПР в кристалле ВВО толщиной 1 мм.

Кроме того, стоит отметить, что применение данных методов на практике сопряжено с рядом проблем. СЧВС сложно детектировать в вырожденном режиме, поскольку излучение идет на частоте накачки. Кроме того, за счет нелинейности  $\chi^{(3)}$  наблюдается ряд побочных эффектов, сравнимых по интенсивности с СЧВС, самым сильным из которых является эффект комбинационного рассеяния.

**6. Заключение.** В настоящем миниобзоре рассмотрены основные свойства широкополосных бифотонных полей. Описана связь его спектральных характеристик со степенью перепутанности и с корреляционными характеристиками. В частности, показано, что с увеличением ширины спектра растет степень перепутанности и уменьшается время корреляции.

Рассмотрено применение этих свойств в ключевых приложениях бифотонных полей. В частности, показано, что широкополосные бифотоны обладают высокой информационной емкостью, а их малое время корреляции позволяет добиться высокого разрешения в различных метрологических задачах.

Наконец, рассмотрены основные методы приготовления широкополосных полей, основанные как на использовании пространственно однородных, так и пространственно неоднородных сред.

В заключение отметим, что в связи с большим числом практических приложений интерес к этому направлению исследований за последнее десятилетие только возрастает, а прогресс в разработке методов приготовления широкополосных бифотонных полей уже вплотную приблизил нас к возможности получения пар фотонов, коррелированных с точностью до одного периода оптических колебаний.

Работа выполнена в рамках “Программы развития” Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина” при поддержке Российского научного фонда, грант # 19-72-10069.

1. V. A. Fock, Z. Phys **75**(9–10), 622 (1932).
2. P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, Europhysics Letters (EPL) **1**(4), 173 (1986).
3. D. T. Pegg, R. Loudon, and P. L. Knight, Phys. Rev. A **33**(6), 4085 (1986).
4. A. V. Burlakov, M. V. Chekhova, D. N. Klyshko, S. P. Kulik, A. N. Penin, Y. H. Shih, and D. V. Strekalov, Phys. Rev. A **56**(4), 3214 (1997).
5. P. G. Kwiat, K. Mattle, H. Weinfurter, A. Zeilinger, A. V. Sergienko, and Y. Shih, Phys. Rev. Lett. **75**(24), 4 (1995).

6. Yu. I. Bogdanov, M. V. Chekhova, S. P. Kulik, G. A. Maslennikov, A. A. Zhukov, C. H. Oh, and M. K. Tey, *Phys. Rev. Lett.* **93**(23), 230503 (2004).
7. M. V. Chekhova, L. A. Krivitsky, S. P. Kulik, and G. A. Maslennikov, *Phys. Rev. A* **70**(5), 053801 (2004).
8. E. V. Moreva, G. A. Maslennikov, S. S. Straupe, and S. P. Kulik, *Phys. Rev. Lett.* **97**(2), 023602 (2006).
9. G. M. D'Agiano, P. Mataloni, and M. F. Sacchi, *Phys. Rev. A* **71**(6), 062337 (2005).
10. Д. Н. Клышко, *Письма в ЖЭТФ* **6**(1), 490 (1967).
11. Д. Н. Клышко, *Фотоника и нелинейная оптика*, Наука, М. (1980).
12. И. Р. Шен, *Принципы нелинейной оптики*, пер. с англ., под ред. С. А. Ахманова, Наука, М. (1989).
13. S. Shwartz, R. N. Coffee, J. M. Feldkamp, Y. Feng, J. B. Hastings, G. Y. Yin, and S. E. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **109**(1), 013602 (2012).
14. В. Д. Султанов, К. А. Кузнецов, А. А. Леонтьев, Г. Х. Китаева, *Письма в ЖЭТФ* **112**(5), 297 (2020).
15. П. А. Прудковский, *Письма в ЖЭТФ* **114**(4), 204 (2021).
16. А. А. Леонтьев, К. А. Кузнецов, П. А. Прудковский, Д. А. Сафроненков, Г. Х. Китаева, *Письма в ЖЭТФ* **114**(10), 635 (2021).
17. М. В. Чехова, *Письма в ЖЭТФ* **75**(5), 271 (2002).
18. A. V. Belinsky and D. N. Klyshko, *Laser Physics* **4**(4), 663 (1994).
19. E. Schmidt, *Math. Ann.* **65**(1), 370 (1908).
20. М. Нильсен and И. Чанг, *Квантовые вычисления и квантовая информация*, Мир, М. (2006), 824 с.
21. R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki, *Rev. Mod. Phys.* **81**(2), 865 (2009).
22. R. Grobe, K. Rzazewski, and J. H. Eberly, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **27**(16), L503 (1994).
23. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, A. E. Kazakov, K. W. Chan, C. K. Law, and J. H. Eberly, *Phys. Rev. A* **69**(5), 052117 (2004).
24. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P. A. Volkov, and J. H. Eberly, *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **39**(13), S467 (2006).
25. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P. A. Volkov, E. V. Moreva, S. S. Straupe, and S. P. Kulik, *Phys. Rev. Lett.* **99**(6), 063901 (2007).
26. G. Brida, V. Caricato, M. V. Fedorov, M. Genovese, M. Gramegna, and S. P. Kulik, *EPL (Europhysics Letters)* **87**(6), 64003 (2009).
27. W. P. Grice, A. B. U'Ren, and I. A. Walmsley, *Phys. Rev. A* **64**(6), 063815 (2001).
28. A. B. U'Ren, K. Banaszek, and I. A. Walmsley, *Quantum Inf. & Comput.* **3**(7), 480 (2003).
29. P. J. Mosley, C. Silberhorn, A. B. U'Ren, I. A. Walmsley, and M. G. Raymer, *Generation of pure state single photon wavepackets*, in *2005 European Quantum Electronics Conference*, IEEE Computer Society (2005), p. 268.
30. M. Hendrych, M. Micuda, and J. P. Torres, *Opt. Lett.* **32**(16), 2339 (2007).
31. W. P. Grice, R. S. Bennink, D. S. Goodman, and A. T. Ryan, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **83**(2), 1 (2011).
32. H. Di Lorenzo Pires, F. M. G. J. Coppens, and M. P. van Exter, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **83**(3), 1 (2011).
33. R. J. Glauber, *Phys. Rev. Lett.* **10**(3), 84 (1963).
34. O. Jedrkiewicz, J.-L. Blanchet, E. Brambilla, P. Di Trapani, and A. Gatti, *Phys. Rev. Lett.* **108**(25), 253904 (2012).
35. R. H. Brown and R. Q. Twiss, *Philos. Mag. J. Sci.* **45**(366), 663 (1954).
36. I. Abram, R. K. Raj, J. L. Oudar, and G. Dolique, *Phys. Rev. Lett.* **57**(20), 2516 (1986).
37. C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.* **59**(18), 2044 (1987).
38. M. D. Eisaman, J. Fan, A. Migdall, and S. V. Polyakov, *Rev. Sci. Instrum.* **82**(7), 071101 (2011).
39. T. Aichele, A. I. Lvovsky, and S. Schiller, *The European Physical Journal D – Atomic, Molecular and Optical Physics* **18**(2), 237 (2002).
40. G. Kh. Kitaeva, D. N. Klyshko, and I. V. Taubin, *Sov. J. Quantum Electron.* **12**(3), 333 (1982).
41. Д. Н. Клышко, А. Н. Пенин, *Успехи физических наук* **152**(8), 653 (1987).
42. P.-J. Tsai and Y.-Ch. Chen, *Quantum Science and Technology* **3**(3), 034005 (2018).
43. X.-H. Bao, Y. Qian, J. Yang, H. Zhang, Z.-B. Chen, T. Yang, and J.-W. Pan, *Phys. Rev. Lett.* **101**(19), 190501 (2008).
44. С. Н. Молотков, *ЖЭТФ* **157**(6), 963 (2020).
45. С. Н. Молотков, *ЖЭТФ* **160**(3), 327 (2021).
46. U. Vazirani and Th. Vidick, *Communications of the ACM* **62**(4), 133 (2019).
47. L. Jiang, J. M. Taylor, K. Nemoto, W. J. Munro, R. van Meter, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. A* **79**(3), 032325 (2009).
48. H. Bechmann-Pasquinucci and A. Peres, *Phys. Rev. Lett.* **85**(15), 3313 (2000).
49. M. Bourennane, A. Karlsson, and G. Björk, *Phys. Rev. A* **64**(1), 012306 (2001).
50. D. Bruß and C. Macchiavello, *Phys. Rev. Lett.* **88**(12), 127901 (2002).
51. F. Caruso, H. Bechmann-Pasquinucci, and C. Macchiavello, *Phys. Rev. A* **72**(3), 032340 (2005).
52. J. Roslund, R. M. de Araújo, Sh. Jiang, C. Fabre, and N. Treps, *Nature Photonics* **8**(2), 109 (2014).
53. B. Bessire, C. Bernhard, T. Feurer, and A. Stefanov, *New J. Phys.* **16**(3), 033017 (2014).

54. H. Ch. Lim, A. Yoshizawa, H. Tsuchida, and K. Kikuchi, *Opt. Express* **16**(26), 22099 (2008).
55. T. E. Chapuran, P. Toliver, N. A. Peters, J. Jackel, M. S. Goodman, R. J. Runser, S. R. McNown, N. Dallmann, R. J. Hughes, K. P. McCabe, J. E. Nordholt, C. G. Peterson, K. T. Tyagi, L. Mercer, and H. Dardy, *New J. Phys.* **11**(10), 105001 (2009).
56. I. Herbauts, B. Blauensteiner, A. Poppe, T. Jennewein, and H. Hübel, *Opt. Express* **23**, 29013 (2013).
57. J. M. Donohue, J. Lavoie, and K. J. Resch, *Phys. Rev. Lett.* **113**(16), 163602 (2014).
58. H.-S. Zhong, H. Wang, Y.-H. Deng et al. (Collaboration), *Science* **370**(6523), 1460 (2020).
59. H. J. Briegel, D. E. Browne, W. Dür, R. Raussendorf, and M. van den Nest, *Nature Phys.* **5**(1), 19 (2009).
60. M. Gimeno-Segovia, P. Shadbolt, D. E. Browne, and T. Rudolph, *Phys. Rev. Lett.* **115**(2), 020502 (2015).
61. Sh. Yokoyama, R. Ukai, S. C. Armstrong, Ch. Sornphiphatphong, T. Kaji, Sh. Suzuki, J.-i. Yoshikawa, H. Yonezawa, N. C. Menicucci, and A. Furusawa, *Nature Photon.* **7**(12), 982 (2013).
62. M. Chen, N. C. Menicucci, and O. Pfister, *Phys. Rev. Lett.* **112**(12), 120505 (2014).
63. E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, *Nature* **409**(6816), 46 (2001).
64. V. Giovannetti, S. Lloyd, and L. Maccone, *Nature* **412**(6845), 417 (2001).
65. V. Giovannetti, S. Lloyd, L. Maccone, and F. N. C. Wong, *Phys. Rev. Lett.* **87**(11), 117902 (2001).
66. A. Valencia, G. Scarcelli, and Y. Shih, *Appl. Phys. Lett.* **85**(13), 2655 (2004).
67. R. Quan, R. Dong, Y. Zhai, F. Hou, X. Xiang, H. Zhou, Ch. Lv, Zh. Wang, L. You, T. Liu, and Sh. Zhang, *Opt. Lett.* **44**(3), 614 (2019).
68. R. Quan, R. Dong, X. Xiang, B. Li, T. Liu, and Sh. Zhang, *Rev. Sci. Instrum.* **91**(12), 123109 (2020).
69. V. Giovannetti, *Science* **306**(5700), 1330 (2004).
70. J. P. Dowling, *Contemp. Phys.* **49**(2), 125 (2008).
71. O. Varnavski and Th. Goodson, *J. Am. Chem. Soc.* **142**(30), 12966 (2020).
72. B. E. A. Saleh, B. M. Jost, H. B. Fei, and M. C. Teich, *Phys. Rev. Lett.* **80**(16), 3483 (1998).
73. B. Dayan, A. Pe'er, A. A. Friesem, and Y. Silberberg, *Phys. Rev. Lett.* **94**(4), 043602 (2005).
74. F. Schlawin, K. E. Dorfman, and Sh. Mukamel, *Acc. Chem. Res.* **51**(9), 2207 (2018).
75. A. N. Boto, P. Kok, D. S. Abrams, S. L. Braunstein, C. P. Williams, and J. P. Dowling, *Phys. Rev. Lett.* **85**(13), 2733 (2000).
76. M. D'Angelo, M. V. Chekhova, and Y. Shih, *Phys. Rev. Lett.* **87**(1), 013602 (2001).
77. A. F. Abouraddy, M. B. Nasr, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **65**(5), 6 (2002).
78. M. B. Nasr, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, *Phys. Rev. Lett.* **91**(8), 083601 (2003).
79. S. Kurimura, R. Okamoto, H. H. Lim, Sh. Takeuchi, N. Nishizawa, and M. Okano, *Sci. Rep.* **5**(1), 1 (2015).
80. S. M. Kolenderska, F. Vanholsbeeck, and P. Kolenderski, *Opt. Express* **28**(20), 29576 (2020).
81. P. Yepiz-Graciano, A. M. A. Martínez, D. Lopez-Mago, H. Cruz-Ramirez, and A. B. U'Ren, *Photonics Research* **8**(6), 1023 (2020).
82. W. Drexler and J. G. Fujimoto, *Optical Coherence Tomography*, Springer International Publishing, Cham (2015), v. 54(4).
83. M. Okano, R. Okamoto, A. Tanaka, Sh. Ishida, N. Nishizawa, and Sh. Takeuchi, *Phys. Rev. A* **88**(4), 043845 (2013).
84. D. Lopez-Mago and L. Novotny, *Phys. Rev. A* **86**(2), 023820 (2012).
85. C. Okoth, A. Cavanna, T. Santiago-Cruz, and M. V. Chekhova, *Phys. Rev. Lett.* **123**(26), 263602 (2019).
86. K. G. Katamadze and S. P. Kulik, *Broadband biphotons in the single spatial mode through high pump focusing and walk-off effect*, in *International Conference on Micro- and Nano-Electronics 2016*, **10224**, 102242N (2016); doi: 10.1117/12.2266937.
87. K. G. Katamadze, N. A. Borshchevskaya, I. V. Dyakonov, A. V. Paterova, and S. P. Kulik, *Laser Phys. Lett.* **10**(4), 045203 (2013).
88. К. Г. Катамадзе, *Управление частотно-угловым спектром бифотонного поля. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук*, МГУ им. М. В. Ломоносова, М. (2013).
89. A. Pe'er, Y. Silberberg, B. Dayan, and A. A. Friesem, *Phys. Rev. A* **74**(5), 053805 (2006).
90. U. A. Javid, J. Ling, J. Staffa, M. Li, Y. He, and Q. Lin, *Phys. Rev. Lett.* **127**(18), 183601 (2021).
91. C. R. Menyuk, R. Schiek, and L. Torner, *J. Opt. Soc. Am. B* **11**(12), 2434 (1994).
92. J. P. Torres, S. Carrasco, L. Torner, and E. W. van Stryland, *Opt. Lett.* **25**(23), 1735 (2000).
93. J. P. Torres, M. Hendrych, and A. Valencia, *Adv. Opt. Photonics* **2**(3), 319 (2010).
94. M. Hendrych, X. Shi, A. Valencia, and J. P. Torres, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **79**(2), 1 (2009).
95. S. Carrasco, J. P. Torres, L. Torner, A. Sergienko, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, *Phys. Rev. A* **70**(4), 043817 (2004).

96. S. Carrasco, A. V. Sergienko, B. E. A. Saleh, M. C. Teich, J. P. Torres, and L. Torner, *Phys. Rev. A* **73**(6), 063802 (2006).
97. Y. M. Mikhailova, P. A. Volkov, and M. V. Fedorov, *Phys. Rev. A* **78**(6), 062327 (2008).
98. M. V. Fedorov, Y. M. Mikhailova, and P. A. Volkov, *J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys.* **42**(17), 175503 (2009).
99. M. B. Nasr, G. Di Giuseppe, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, *Opt. Commun.* **246**(4–6), 521 (2005).
100. M. Okano, R. Okamoto, A. Tanaka, Sh. Subashchandran, and Sh. Takeuchi, *Opt. Express* **20**(13), 13977 (2012).
101. S. Carrasco, J. P. Torres, L. Torner, A. Sergienko, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, *Opt. Lett.* **29**(20), 2429 (2004).
102. B. Cao, R. Okamoto, M. Hisamitsu, K. Tokuda, and Sh. Takeuchi, *Highly efficient ultra-broadband entangled photon-pair generation using a chirped ppslt ridge waveguide*, in *European Quantum Electronics Conference*, paper eb\_p\_25, Optical Society of America (2019).
103. К. Г. Катамадзе, С. П. Кулик, *ЖЭТФ* **139**(1), 26 (2011).
104. К. Г. Катамадзе, А. В. Патерова, Е. Г. Якимова, К. А. Бальгин, С. П. Кулик, *Письма в ЖЭТФ* **94**(4), 284 (2011).
105. D. B. Horoshko and M. I. Kolobov, *Phys. Rev. A* **95**(3), 033837 (2017).
106. M. V. Chekhova, S. Germanskiy, D. B. Horoshko, G. Kh. Kitaeva, M. I. Kolobov, G. Leuchs, Ch. R. Phillips, and P. A. Prudkovskii, *Opt. Lett.* **43**(3), 375 (2018).
107. Г. Х. Китаева, М. В. Чехова, О. А. Шумилкина, *Письма в ЖЭТФ* **90**(3), 190 (2009).
108. G. Brida, M. V. Chekhova, I. P. Degiovanni, M. Genovese, G. Kh. Kitaeva, A. Meda, and O. A. Shumilkina, *Phys. Rev. Lett.* **103**(19), 193602 (2009).
109. A. Pe'er, B. Dayan, A. A. Friesem, and Y. Silberberg, *Phys. Rev. Lett.* **94**(7), 1 (2005).
110. B. Li, Y. Xu, H. Zhu, F. Lin, and Y. Li, *Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics* **91**(2), 6 (2015).
111. К. Г. Катамадзе, N. А. Боршчевская, I. V. Dyakonov, A. V. Paterova, and S. P. Kulik, *Phys. Rev. A* **92**(2), 023812 (2015).
112. А. В. Белинский, Р. Сингх, *ЖЭТФ* **159**(2), 258 (2021).
113. J. Fan and A. Migdall, *Opt. Express* **15**(6), 2915 (2007).
114. J. Fan, M. D. Eisaman, and A. Migdall, *Phys. Rev. A* **76**(4), 043836 (2007).
115. P. Kultavewuti, E. Y. Zhu, L. Qian, V. Pusino, M. Sorel, and J. S. Aitchison, *Opt. Express* **24**(4), 3365 (2016).
116. M. Liscidini, J. E. Sipe, and L. G. Helt, *Opt. Express* **24**(8), 9130 (2016).
117. K.-I. Harada, H. Takesue, H. Fukuda, T. Tsuchizawa, T. Watanabe, K. Yamada, Y. Tokura, and S.-I. Itabashi, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **16**(1), 325 (2010).
118. Y.-H. Li, Zh.-Y. Zhou, L.-T. Feng, W.-T. Fang, Sh.-l. Liu, Sh.-K. Liu, K. Wang, X.-F. Ren, D.-Sh. Ding, L.-X. Xu, and B.-S. Shi, *Phys. Rev. Appl.* **7**(6), 064005 (2017).

## К вопросу об аномальной диссипации в плазме запыленной экзосферы Луны

С. И. Попель<sup>1)</sup>, А. П. Голубь

*Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 20 марта 2022 г.

После переработки 14 апреля 2022 г.

Принята к публикации 14 апреля 2022 г.

Одной из основных особенностей, отличающих пылевую плазму от обычной (не содержащей заряженных пылевых частиц) плазмы, является аномальная диссипация, связанная с эффектом зарядки пылевых частиц, приводящая к новым физическим явлениям, эффектам и механизмам. Рассматривается процесс аномальной диссипации в контексте описания динамики пылевых частиц в пылевой плазме лунной экзосферы. Получено уравнение, описывающее колебания пылевой частицы над лунной поверхностью, затухание которых определяется частотой зарядки пылевых частиц, характеризующей аномальную диссипацию. Проведено сравнение результатов, полученных в рамках разработанной аналитической модели динамики пылевых частиц и численных расчетов. Показано, что для пылевых частиц с размерами порядка 0.1 мкм, т.е. наиболее крупных частиц, поднимающихся над поверхностью Луны в результате электростатических процессов, аналитическая модель, описывающая процессы аномальной диссипации в пылевой плазме, позволяет получить вполне адекватные результаты. Тем самым, проведено доказательство важности процессов аномальной диссипации для случая пылевой плазмы в экзосфере Луны.

DOI: 10.31857/S1234567822100056, EDN: dyrwkg

Основными особенностями, отличающими пылевую плазму от обычной (не содержащей заряженных пылевых частиц) плазмы, является возможность самоорганизации, приводящей к формированию макроскопических структур таких, как плазменно-пылевой кристалл, плазменно-пылевые облака, капли и т.д. [1–4], и, кроме того, возникновение аномальной диссипации, приводящей к новым физическим явлениям, эффектам и механизмам [5–8]. В природных условиях формирование плазменно-пылевых кристаллов, как правило, невозможно, и основное внимание следует уделять аномальной диссипации, связанной с процессами зарядки пылевых частиц. Именно такого рода аномальная диссипация ответственна за образование нового вида ударных волн, которые важны в физике комет, атмосфере Земли во время активных экспериментов, при описании первичной Земли и т.д. [9]. Эффекты, связанные с процессами зарядки пылевых частиц важны при описании модуляционной неустойчивости в пылевой плазме [5], при рассмотрении слабозатухающих солитонов [10]. Хорошо известно, что в пылевой плазме электроны и ионы поглощаются на поверхности пылевой частицы, поэтому, естественно, происходит

обмен энергией пылевой компоненты с плазмой. Однако, во всех перечисленных выше случаях, когда делаются утверждения об аномальной диссипации, связанной с процессами зарядки пылевых частиц, имеются проявления этого эффекта, характеризующие поведение пылевой плазмы. Схожая ситуация возникает в контексте описания динамики пылевых частиц в пылевой плазме в лунной экзосфере, когда аномальная диссипация, связанная с процессами зарядки пылевых частиц, может приводить к затуханию осцилляций при движении пылевой частицы над лунной поверхностью, о чем упоминалось в работе [11]. При этом подход, применяемый в [11] и использующий исключительно численные методы, не позволяет выделить в явном виде этот эффект и, соответственно, доказать утверждение о важности аномальной диссипации при формировании траекторий пылевых частиц. Целью настоящей работы является разработка аналитического описания движения пылевых частиц над лунной поверхностью, иллюстрирующего важность аномальной диссипации, связанной с процессами зарядки пылевых частиц, а также позволяющего проведение аналитических оценок, характеризующих свойства пылевой плазмы над лунной поверхностью. В работе будет использовано несколько упрощенное (по сравнению

<sup>1)</sup>e-mail: popel@iki.rssi.ru

с работой [11]) описание, но позволяющее при этом получение качественных результатов, характеризующих движение заряженной пылевой частицы и свойства пылевой плазмы над Луной.

Важность и своевременность данного исследования связана с тем фактом, что одной из ключевых проблем физики пылевой плазмы в настоящее время является ее исследование в окрестностях Луны [12–18]. В 2013 году в Соединенных Штатах Америки была осуществлена миссия NASA LADEE (“Lunar Atmosphere and Dust Environment Explorer” – “Исследователь лунной атмосферы и пылевой среды”) [19, 20], в рамках которой лунная пыль изучалась посредством наблюдений с орбиты. У поверхности Луны пыль изучалась в рамках миссии Китайской Народной Республики Chang’E-3 [21]. В России готовятся лунные миссии “Луна-25”, “Луна-26”, “Луна-27” [18, 22] (причем запуск “Луны-25” планируется на июль 2022 г.), в задачи которых входят исследования свойств пыли и пылевой плазмы над лунной поверхностью и на орбите вокруг Луны. Проект Международной лунной исследовательской станции (International Lunar Research Station), в котором участвуют, в частности, китайские и российские ученые, также предполагает исследования лунной пыли. Соответственно проводятся и теоретические исследования, в рамках которых обычно в качестве пылевой компоненты над поверхностью Луны рассматривают частицы лунного реголита [23], поднятые либо в результате электростатических процессов, либо вследствие ударов метеороидов [18]. И те, и другие пылевые частицы вносят вклад в “запыленную” экзосферу Луны. Наиболее “мощная” плазменно-пылевая экзосфера сосредоточена над обращенной к Солнцу стороной Луны, которая находится под действием солнечного излучения. В ней важную роль приобретает фотоэффект, за счет которого освещенная солнечным светом поверхность Луны приобретает положительный заряд [24]. В результате пылевая плазма над освещенной стороной Луны содержит левитирующие пылевые частицы, фотоэлектроны, поступающие в экзосферу в результате фотоэмиссии с лунной поверхности и с поверхностей левитирующих пылевых частиц. Определенную роль при формировании пылевой плазмы могут также играть электроны и ионы солнечного ветра.

Рассмотрим ситуацию, когда Луна не находится в хвосте магнитосферы Земли, что соответствует примерно трем четвертям движения Луны вдоль ее орбиты. В этом случае влияние магнитного поля на движение пылевых частиц учитываться не должно. Приповерхностная пылевая плазма у Луны довольно

разрежена [18, 25], поэтому влиянием соседних пылевых частиц друг на друга можно пренебречь. Таким образом, динамика заряженной пылевой частицы над поверхностью Луны определяется уравнением, описывающим второй закон Ньютона, в котором учтены электростатическая сила и сила тяжести:

$$m_d \frac{d^2 \mathbf{r}_d}{dt^2} = q_d \mathbf{E} + m_d \mathbf{g}_0. \quad (1)$$

Здесь  $m_d$  – масса пылевой частицы,  $\mathbf{r}_d$  – ее радиус-вектор,  $t$  – время,  $\mathbf{E}$  – электрическое поле,  $q_d$  – заряд пылевой частицы,  $\mathbf{g}_0$  – ускорение свободного падения вблизи лунной поверхности. При этом плазма, окружающая пылевую частицу, влияет на параметры, содержащиеся в правой части уравнения (1), и прежде всего на заряд пылевой частицы. Уравнение, описывающее ее зарядку, имеет вид:

$$\frac{dq_d}{dt} = I_e(q_d) + I_i(q_d) - I_{ph}(q_d) + I_{e,ph}(q_d), \quad (2)$$

где  $I_e(q_d)$  и  $I_i(q_d)$  – микроскопические токи электронов и ионов солнечного ветра на пылевую частицу,  $I_{ph}(q_d)$  – фототок электронов с пылевой частицы, обусловленный взаимодействием ее поверхности с солнечным излучением,  $I_{e,ph}(q_d)$  – ток фотоэлектронов, окружающих пылевую частицу, на нее. Выражения для указанных токов имеют вид:

$$I_e \approx -\pi a^2 e n_{eS} \sqrt{\frac{8T_{eS}}{\pi m_e}} \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{eS}}\right), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} I_i \approx & \pi a^2 e n_{iS} \sqrt{\frac{T_{iS}}{2\pi m_i}} \frac{u_{Ti}}{u_i} \times \\ & \times \left\{ \frac{u_i + u_0}{u_{Ti}} \exp\left(-\frac{(u_i - u_0)^2}{2u_{Ti}^2}\right) + \right. \\ & \left. + \frac{u_i - u_0}{u_{Ti}} \exp\left(-\frac{(u_i + u_0)^2}{2u_{Ti}^2}\right) \right\} + \\ & + \pi a^2 e n_{iS} \sqrt{\frac{T_{iS}}{4m_i}} \frac{u_{Ti}}{u_i} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{u_i + u_0}{\sqrt{2}u_{Ti}}\right) + \right. \\ & \left. + \operatorname{erf}\left(\frac{u_i - u_0}{\sqrt{2}u_{Ti}}\right) \right\} \left(1 + \frac{2Z_d e^2}{a T_{iS}} + \frac{u_i^2}{u_{Ti}^2}\right), \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{ph} \approx & -\pi a^2 e N_0 \sqrt{\frac{T_{e,ph}}{2\pi m_e}} \times \\ & \times \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph}}\right) \exp\left(-\frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph}}\right), \quad (5) \end{aligned}$$

$$I_{e,ph} \approx -\pi a^2 e n_{e,ph} \sqrt{\frac{8T_{e,ph}}{\pi m_e}} \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph}}\right). \quad (6)$$

Здесь  $a$  – размер пылевой частицы,  $Z_d$  – ее зарядовое число ( $q_d = Z_d e$ ),  $e$  – элементарный заряд,  $n_{e(i)S}$  – концентрация электронов (ионов) солнечного ветра,  $T_{e(i)S}$  – температура электронов (ионов) солнечного ветра,  $m_{e(i)}$  – масса электрона (иона),  $u_0 = \sqrt{2Z_d e^2 / a m_i}$ ,  $u_{Ti} = \sqrt{T_{iS} / m_i}$  – тепловая скорость ионов солнечного ветра,  $u_i$  – скорость солнечного ветра,  $T_{e,ph}$  – температура фотоэлектронов,  $N_0$  – концентрация фотоэлектронов у поверхности Луны на экваторе, а  $n_{e,ph}$  – концентрация фотоэлектронов в зависимости от высоты над лунной поверхностью для данной лунной широты. Выражения (3)–(6) справедливы для случая положительных зарядов пылевых частиц. Выражение (5) для тока  $I_{ph}$  не содержит множителя, содержащего характеристики спектров излучения, что оказывается возможным в ситуации, когда поверхности пылевых частиц и поверхность Луны имеют одинаковую работу выхода фотоэлектронов  $W$ . В этой ситуации указанный множитель удастся выразить через значение  $N_0$ . Система уравнений (1)–(6) впервые использовалась для изучения пылевой плазмы над освещенной частью Луны в работе [15]. Выражения для токов электронов и ионов в этой системе уравнений получены в рамках вычислений, основанных на методах зондовой модели (orbital motion limited (OML) model) [26, 27].

При решении уравнений (1)–(2) необходимо учитывать следующее выражение для вертикальной компоненты электрического поля  $E$ , формируемого заряженной поверхностью Луны, в зависимости от высоты  $h$  над ее поверхностью:

$$E(h, \theta) = \frac{2T_{e,ph}}{e} \frac{\sqrt{\cos \theta / 2}}{\lambda_D + h \sqrt{\cos \theta / 2}}, \quad (7)$$

где  $\lambda_D = \sqrt{T_{e,ph} / 4\pi N_0 e^2}$  – дебаевский радиус фотоэлектронов у поверхности Луны,  $\theta$  – угол между местной нормалью и направлением на Солнце. Отметим, что угол  $\theta$  для гладкой лунной поверхности (без холмов и впадин) примерно равен лунной широте. Это вызвано тем, что угол, образованный осью Луны и плоскостью эклиптики, составляет всего  $1.5424^\circ$ .

Выражение (7) получено в результате совместного решения кинетического уравнения для фотоэлектронов и уравнения Пуассона. Зависимость электрического поля от угла  $\theta$  в выражении (7) обусловлена изменением числа фотонов, которые поглощаются единицей поверхности Луны, в зависимости от угла  $\theta$ . Распределение электрического поля, аналогичное (7), получено в работах [28, 29].

Аномальную диссипацию в пылевой плазме характеризует так называемая частота зарядки пылевых частиц, определяемая из соотношения:

$$\frac{d\delta q_d}{dt} \approx \left. \frac{\partial (I_e(q_d) + I_i(q_d) - I_{ph}(q_d) + I_{e,ph}(q_d))}{\partial q_d} \right|_{q_d=q_{d0}} \times \delta q_d \equiv -\nu_q \delta q_d, \quad (8)$$

где  $q_{d0}$  – равновесный заряд пылевой частицы, являющийся решением уравнения  $I_e(q_{d0}) + I_i(q_{d0}) - I_{ph}(q_{d0}) + I_{e,ph}(q_{d0}) = 0$ ,  $\delta q_d = q_d - q_{d0}$ . Фактически, частота  $\nu_q$  определяет время релаксации зарядов к равновесным значениям при малых отклонениях от равновесных значений.

Используя выражения (3)–(6), находим

$$\nu_q \approx \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \frac{av_{T_{e,ph}}}{\lambda_D^2} \left( 1 + \frac{Z_{d0} e^2}{aT_{e,ph}} \right) \exp\left(-\frac{Z_{d0} e^2}{aT_{e,ph}}\right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{av_{T_{eS}}}{\lambda_{DeS}^2}, \quad (9)$$

где  $v_{T_{e,ph}} = \sqrt{T_{e,ph} / m_e}$ ,  $v_{T_{eS}} = \sqrt{T_{eS} / m_e}$ ,  $\lambda_{DeS} = \sqrt{T_{eS} / 4\pi n_{eS} e^2}$ . Для того, чтобы не слишком усложнять выражение для  $\nu_q$ , при выводе (9) пренебрегали током ионов солнечного ветра (4), что оказывается возможным, поскольку для условий пылевой плазмы над поверхностью Луны данный ток, как правило, наименьший по абсолютной величине среди токов (3)–(6).

С помощью уравнения (8) можно получить следующее соотношение:

$$q_d(a, t) = q_{d0}(a) + \delta q_{d0}(a) \exp(-\nu_q(a)t). \quad (10)$$

Подставляя это соотношение в (1), получаем

$$m_d \frac{d^2 h}{dt^2} = q_{d0}(a) E(h) - m_d g_0 + \delta q_{d0}(a) E(h) \exp(-\nu_q(a)t). \quad (11)$$

Введем равновесное значение высоты  $h_0$ , соответствующее уравнению  $q_{d0}(a) E(h_0) - m_d g_0 = 0$ , а также отклонение высоты от этого значения  $\delta h = h - h_0$ . Рассмотрим малые значения  $\delta h$  ( $|\delta h| \ll h_0$ ) и значения  $\delta q_{d0}$ , удовлетворяющие следующим неравенствам:

$$1 \gg |\delta q_{d0} / q_{d0}| \gg |\delta h \sqrt{\cos \theta / 2} / \lambda_D|. \quad (12)$$

Тогда имеем

$$m_d \frac{d^2 h}{dt^2} \approx \delta q_{d0}(a) E(h_0) \exp(-\nu_q(a)t). \quad (13)$$

Следствием соотношения (13) является:

$$\frac{dh}{dt} \approx -\frac{\delta q_{d0}(a) E(h_0) \exp(-\nu_q(a)t)}{m_d \nu_q(a)}. \quad (14)$$

Комбинируя (11) и (14), а также учитывая только линейные слагаемые по возмущениям  $\delta h$ , получаем следующее уравнение:

$$\frac{d^2\delta h}{dt^2} + \nu_q(a)\frac{d\delta h}{dt} = \frac{q_{d0}(a)}{m_d} \left. \frac{\partial E(h)}{\partial h} \right|_{h=h_0} \delta h. \quad (15)$$

Используя выражение (7) для электрического поля  $E(h)$ , находим

$$\frac{d^2\delta h}{dt^2} + \nu_q(a)\frac{d\delta h}{dt} + \omega_0^2\delta h = 0, \quad (16)$$

где

$$\omega_0^2 = \frac{Z_{d0}T_{e,ph} \cos \theta}{m_d(\lambda_D + h_0\sqrt{\cos \theta/2})^2}, \quad (17)$$

где  $Z_{d0} = q_{d0}/e$  – равновесное зарядовое число пылевой частицы.

Уравнение (16) является уравнением, описывающим затухающие колебания пылевой частицы. Его решение, удовлетворяющее условию  $h(0) = 0$ , имеет вид:

$$h = h_0(1 - \exp(-\nu_q(a)t/2) \cos(\omega t)), \quad (18)$$

где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - (1/4)\nu_q^2}$ . Из (16) и (9) видно, что затухание колебаний пылевой частицы связано с процессами зарядки пылевых частиц.

В проводимых ниже вычислениях используются значения  $T_{eS} = 12$  эВ,  $T_{iS} = 6$  эВ,  $n_{eS} = n_{iS} = 8.7$  см<sup>-3</sup>,  $u_i = 468$  км/с, характеризующие солнечный ветер, а также величины  $N_0$  и  $T_{e,ph}$ , рассчитанные [30] для условий приповерхностного слоя освещенной части Луны при солнечной активности, соответствующей солнечному максимуму:  $N_0 = 290$  см<sup>-3</sup>,  $T_{e,ph} = 1.9$  эВ. На рисунке 1 представлены зависимости, характеризующие траекторию движения пылевой частицы радиуса  $a = 0.105$  мкм с переменным зарядом при  $\theta = 87^\circ$ , вычисленные на основе решения системы уравнений (1)–(2) (а) и уравнения (16) (б). Размер 0.105 мкм выбран в связи с тем, что этот размер близок к максимальному размеру пылевых частиц, которые могут подниматься над освещенной частью поверхности Луны за счет электростатических процессов в рассматриваемых условиях (так, например частицы с размерами, большими или равными 0.106 мкм, в этих условиях уже не могут подниматься за счет электростатических процессов над поверхностью Луны). Именно поднимающиеся частицы с максимально возможными размерами важны с точки зрения будущих наблюдений на спускаемых аппаратах миссий “Луны-25” и “Луны-27”.

Период колебаний на рис. 1а составляет 26.8 с, тогда как на рис. 1б – 11.3 с. Видно, что упрощенный

аналитический подход, приведенный в данной работе, позволяет качественно описать траекторию движения пылевой частицы. При этом в рамках указанного аналитического подхода удастся наглядно продемонстрировать природу затухания осцилляций пылевой частицы, связанную с аномальной диссипацией в пылевой плазме, обусловленной процессами зарядки пылевых частиц.

Характерное время  $t_{d0}$  затухания колебаний пылевой частицы можно определить как время, начиная с которого все последующие колебания зависимости  $h_d(t)$  имеют максимальные значения высоты подъема пылевой частицы над поверхностью Луны, меньшие величины  $h^*$ , определяемой из соотношения:

$$\ln \left( \frac{h_{d,\max} - h_{d0}}{h^* - h_{d0}} \right) = 1, \quad (19)$$

где  $h_{d,\max}$  – максимум функции  $h_d(t)$  для первого колебания. На рисунке 2 приведено сравнение зависимости от радиуса пылевой частицы времени  $t_{d0}$  затухания колебаний пылевой частицы, вычисленной на основе решения системы уравнений (1)–(2), и величины  $2/\nu_q$ , фактически соответствующей этому же времени, но в рамках уравнения (16). Из рисунка 2 видно, что кривая  $2/\nu_q(a)$  смещена влево относительно кривой  $t_{d0}(a)$ . Данный факт обусловлен тем, что предложенный аналитический подход справедлив лишь при достаточно больших значениях размера частиц  $a$ . Действительно, данный подход предполагает достаточно большие значения вариации зарядов пылевых частиц  $\delta q_{d0}$  (см. (12)). Заметные вариации зарядов частиц возможны лишь на не очень больших высотах, когда существенный вклад в правую часть уравнения (2) вносит слагаемое  $I_{e,ph}(q_d)$ , представляющее собой ток фотоэлектронов, окружающих пылевую частицу, на нее. На рисунке 3 представлена зависимость от радиуса пылевой частицы отношения тока электронов солнечного ветра  $I_e(q_d)$  к току  $I_{e,ph}(q_d)$ , вычисленному для равновесных зарядов пылевых частиц. Видно, что вклад тока фотоэлектронов существенен лишь при достаточно больших значениях  $a$ . С уменьшением размера пылевой частицы влияние фотоэлектронов от поверхности Луны уменьшается, и ее заряд определяется, в основном, током электронов солнечного ветра  $I_e(q_d)$  и фототоком  $I_{ph}(q_d)$  электронов с пылевой частицы, обусловленным взаимодействием поверхности пылевой частицы с солнечным излучением. При этом заряд пылевой частицы при ее движении практически не меняется. В этом случае уравнение, являющееся следствием (1) и описывающее малые колебания пылевой частицы, имеет вид:



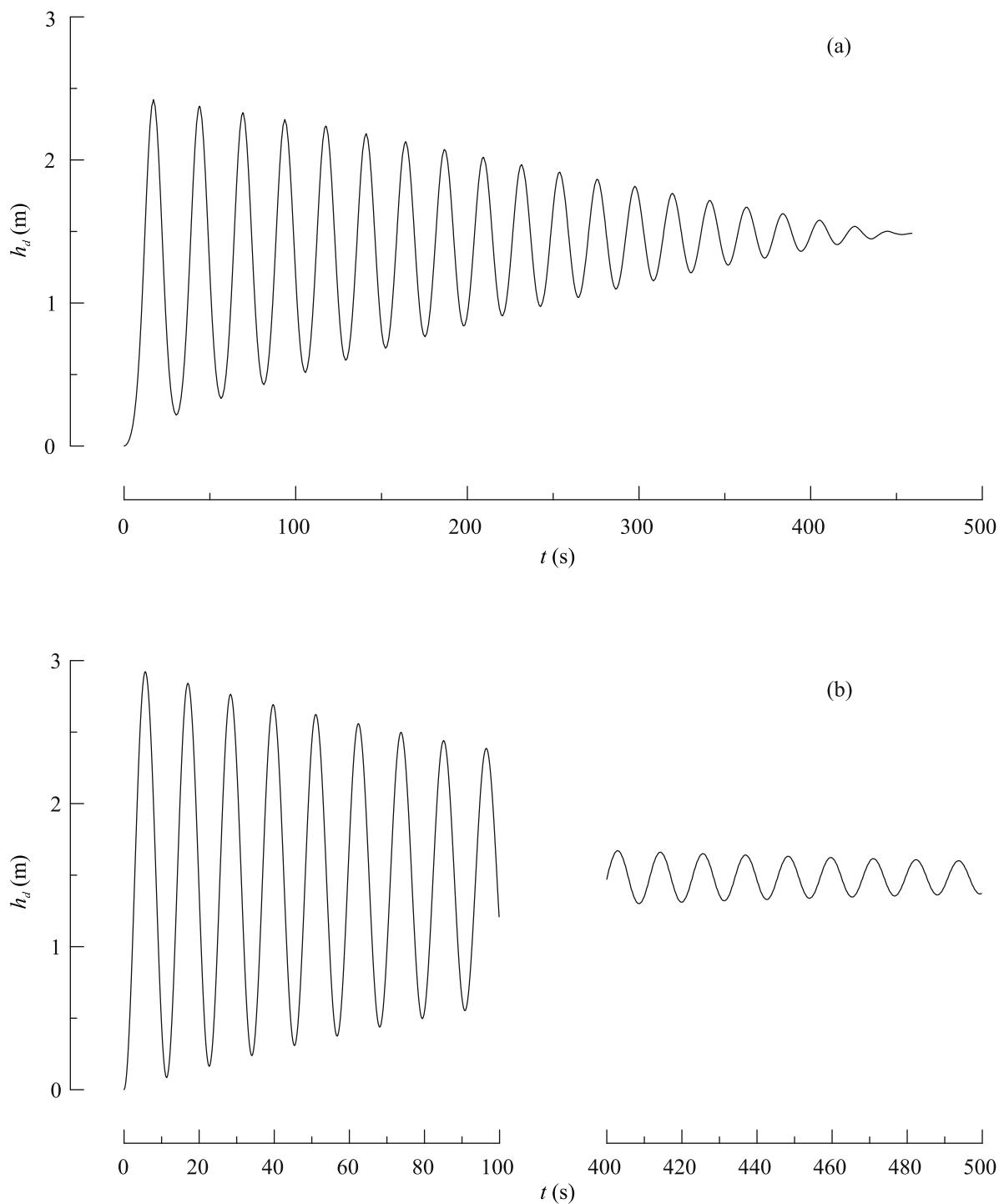


Рис. 1. Зависимости высоты пылевой частицы радиуса  $a = 0.105$  мкм с переменным зарядом от времени  $h_d(t)$ , характеризующие траекторию ее движения при  $\theta = 87^\circ$ , вычисленные на основе решения системы уравнений (1)–(2) (а) и уравнения (16) (б)

$$\frac{d^2\delta h}{dt^2} + \omega_0^2\delta h = 0, \tag{20}$$

а само движение пылевой частицы представляет собой незатухающие осцилляции. Зависимость  $t_{a0}(a)$ ,

вычисленная на основе решения системы уравнений (1)–(2) и приведенная на рис. 2, указывает на то, что эффект затухания осцилляций пылевой частицы перестает сказываться при  $a < 0.06–0.07$  мкм, что

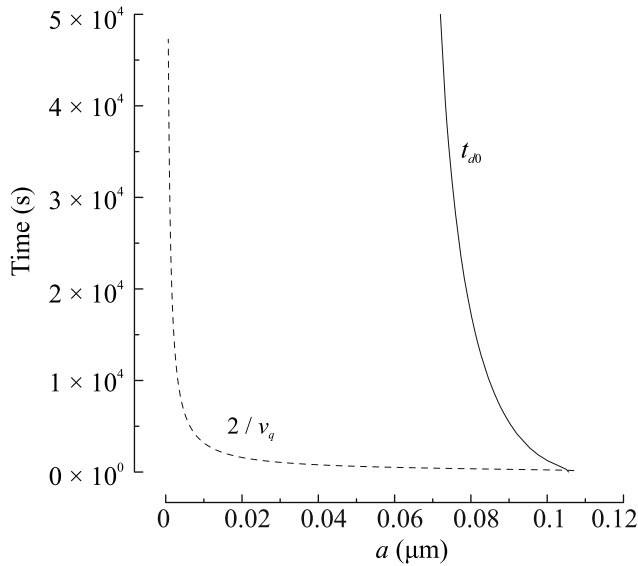


Рис. 2. Зависимости от радиуса  $a$  пылевой частицы времени  $t_{d0}$  и величины  $2/\nu_q$

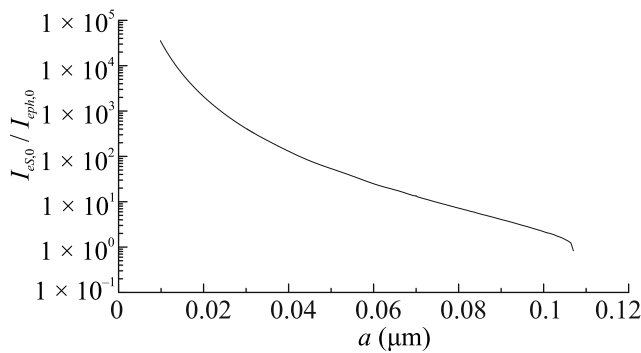


Рис. 3. Зависимость от радиуса  $a$  пылевой частицы отношения тока электронов солнечного ветра  $I_e(q_d)$  к току фотоэлектронов от поверхности Луны  $I_{e,ph}(q_d)$ , вычисленному для равновесных зарядов пылевых частиц

соответствует ситуации, когда ток фотоэлектронов от лунной поверхности становится меньше примерно одной десятой тока электронов солнечного ветра (см. рис. 3). Таким образом, с помощью уравнения (16) возможно качественное описание осцилляций пылевых частиц, имеющих достаточно крупные размеры ( $a \sim 0.1$  мкм). Отметим, что в этой области размеров  $a$  величины  $t_{d0}$  и  $2/\nu_q$  достаточно близки. И именно частицы таких размеров подвержены осцилляциям, природа которых связана с аномальной диссипацией в пылевой плазме, обусловленной процессами зарядки пылевых частиц.

Отметим, что приведенный подход в ряде случаев оказывается полезным для качественного описания свойств пылевой плазмы над лунной поверхностью. Так, например, проводятся дискуссии о воз-

можности использования приближения левитирующих пылевых частиц для описания окололунной пылевой плазмы, т.е. частиц, для которых можно считать, что имеет место баланс между действующими на частицу электростатической и гравитационной силами (см., например, [11, 31, 32]), или же проявления динамических эффектов (например, осцилляций) существенны. Поскольку здесь рассматривается формирование пылевой плазмы над освещенной частью Луны, приведенный здесь подход позволяет получить достаточно простое условие, при котором можно рассматривать пылевые частицы над Луной левитирующими:

$$2/\nu_q(a) \ll T_M, \quad (21)$$

где  $T_M \sim 10^6$  с – половина синодического месяца, т.е. около 14 земных суток и 18 ч. Время  $T_M$  характеризует продолжительность светлого времени суток на Луне. Условие (21) означает, что осцилляции частицы успевают затухнуть гораздо быстрее, чем закончится лунный день, т.е. можно рассматривать пылевую частицу, левитирующей большую часть времени существования пылевой плазмы над освещенной частью Луны. В рассматриваемых условиях неравенство (21) выполнено для размеров частиц  $\sim 0.001 \leq a \leq 0.105$  мкм, т.е. подавляющее число пылевых частиц над лунной поверхностью становятся левитирующими за время лунных суток. Согласно численным вычислениям с помощью более точной модели (1)–(2) количество таких частиц составляет около 83 % [11].

Итак, рассмотрен процесс аномальной диссипации в пылевой плазме, связанный с эффектом зарядки пылевых частиц, в контексте описания динамики пылевых частиц в лунной экзосфере. Получено уравнение, описывающее колебания пылевой частицы над лунной поверхностью, затухание которых определяется частотой зарядки пылевых частиц, характеризующей аномальную диссипацию. Проведено сравнение результатов, полученных в рамках разработанной аналитической модели динамики пылевых частиц и численных расчетов. Показано, что для пылевых частиц с размерами порядка 0.1 мкм, т.е. наиболее крупных (и важных) частиц, поднимающихся над поверхностью Луны в результате электростатических процессов [11, 18, 25], аналитическая модель, описывающая процессы аномальной диссипации в пылевой плазме, позволяет получить вполне адекватные результаты. Тем самым, проведено доказательство важности процессов аномальной диссипации для случая пылевой плазмы в экзосфере Луны. Методика, развитая в настоящей работе, полезна для

анализа плазменно-пылевых систем в окрестностях других безатмосферных тел Солнечной системы таких, как спутники Марса (см., например, [33]), Меркурий, кометы и т.д.

1. В. Н. Цытович, УФН **167**, 57 (1997).
2. В. Е. Форгов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, В. И. Мологков, О. Ф. Петров, УФН **174**, 495 (2004).
3. V. N. Tsytovich, G. E. Morfill, S. V. Vladimirov, and H. M. Thomas, *Elementary Physics of Complex Plasmas*, Springer, Berlin (2008).
4. В. Е. Форгов, Ю. М. Батурин, Г. О. Морфилл, О. Ф. Петров, *Плазменный кристалл, Космические эксперименты*, Физматлит, М. (2015).
5. S. Benkadda and V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **2**, 2970 (1995).
6. S. I. Popel, M. Y. Yu, and V. N. Tsytovich, *Phys. Plasmas* **3**, 4313 (1996).
7. V. N. Tsytovich, *Aust. J. Phys.* **51**, 763 (1998).
8. С. И. Попель, А. П. Голубь, Т. В. Лосева, *Письма в ЖЭТФ* **74**, 396 (2001).
9. S. I. Popel and A. A. Gisko, *Nonlinear Process. Geophys.* **13**, 223 (2006).
10. S. I. Popel, A. P. Golub', T. V. Losseva, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, and G. Morfill, *Phys. Rev. E* **67**, 056402 (2003).
11. S. I. Popel, A. P. Golub', A. I. Kassem, and L. M. Zelenyi, *Phys. Plasmas* **29**, 013701 (2022).
12. T. J. Stubbs, R. R. Vondrak, and W. M. Farrell, *Adv. Space Res.* **37**, 59 (2006).
13. Z. Sternovsky, P. Chamberlin, M. Horányi, S. Robertson, and X. Wang, *J. Geophys. Res.* **113**, A10104 (2008).
14. T. J. Stubbs, D. A. Glenar, W. M. Farrell, R. R. Vondrak, M. R. Collier, J. S. Halekas, and G. T. Delory, *Planet. Space. Sci.* **59**, 1659 (2011).
15. А. П. Голубь, Г. Г. Дольников, А. В. Захаров, Л. М. Зеленый, Ю. Н. Извекова, С. И. Копнин, С. И. Попель, *Письма в ЖЭТФ* **95**, 198 (2012).
16. Е. А. Лисин, В. П. Тараканов, О. Ф. Петров, С. И. Попель, Г. Г. Дольников, А. В. Захаров, Л. М. Зеленый, В. Е. Форгов, *Письма в ЖЭТФ* **98**, 755 (2013).
17. Т. М. Буринская, *Физика плазмы* **40**, 17 (2014).
18. S. I. Popel, A. P. Golub', L. M. Zelenyi, and A. Yu. Dubinskii, *Planet. Space Sci.* **156**, 71 (2018).
19. M. Horányi, Z. Sternovsky, M. Lankton, C. Dumont, S. Gagnard, D. Gathright, E. Grün, D. Hansen, D. James, S. Kempf, B. Lamprecht, R. Srama, J. R. Szalay, and G. Wright, *Space Sci. Rev.* **185**, 93 (2014).
20. M. Horányi, J. R. Szalay, S. Kempf, J. Schmidt, E. Grün, R. Srama, and Z. Sternovsky, *Nature* **522**, 324 (2015).
21. D. Li, Y. Wang, H. Zhang et al. (Collaboration), *Geophys. Res. Lett.* **47**, e2020GL089433 (2020).
22. I. A. Kuznetsov, S. L. G. Hess, A. V. Zakharov, F. Cipriani, E. Seran, S. I. Popel, E. A. Lisin, O. F. Petrov, G. G. Dolnikov, A. N. Lyash, and S. I. Kopnin, *Planet. Space Sci.* **156**, 62 (2018).
23. J. E. Colwell, S. Batiste, M. Horányi, S. Robertson, and S. Sture, *Rev. Geophys.* **45**, RG2006 (2007).
24. E. Walbridge, *J. Geophys. Res.* **78**, 3668 (1973).
25. С. И. Попель, С. И. Копнин, А. П. Голубь, Г. Г. Дольников, А. В. Захаров, Л. М. Зеленый, Ю. Н. Извекова, *Астрономический вестник* **47**, 455 (2013).
26. F. F. Chen, in *Plasma Diagnostic Techniques*, ed. by R. H. Huddlestone and S. L. Leonard, Academic, N.Y. (1965), ch. 4.
27. M. S. Barnes, J. H. Keller, J. C. Forster, J. A. O'Neill, and D. K. Coultas, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 313 (1992).
28. R. J. L. Grard and J. K. E. Tunaley, *J. Geophys. Res.* **76**, 2498 (1971).
29. Е. К. Колесников, А. С. Мануйлов, *Астрономический журнал* **59**, 996 (1982).
30. С. И. Попель, А. П. Голубь, Ю. Н. Извекова, В. В. Афонин, Г. Г. Дольников, А. В. Захаров, Л. М. Зеленый, Е. А. Лисин, О. Ф. Петров, *Письма в ЖЭТФ* **99**, 131 (2014).
31. J. E. Colwell, S. R. Robertson, M. Horányi, X. Wang, A. Poppe, and P. Wheeler, *J. Aerosp. Eng.* **22**, 2 (2009).
32. S. K. Mishra and A. Bhardwaj, *Astrophys. J.* **884**, 5 (2019).
33. А. П. Голубь, С. И. Попель, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 440 (2021).

# Каналирование аврорального километрового радиоизлучения при геомагнитных возмущениях<sup>1)</sup>

М. М. Могилевский<sup>+2)</sup>, Д. В. Чугунин<sup>+</sup>, А. А. Чернышов<sup>+</sup>, В. И. Колпак<sup>+\*×</sup>, И. Л. Моисеенко<sup>+</sup>,  
 Ё. Касахара<sup>°3)</sup>, Ё. Миёши<sup>∇3)</sup>

<sup>+</sup> Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия

<sup>\*</sup> Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 101000 Москва, Россия

<sup>×</sup> Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова РАН, 108840 Троицк, Москва, Россия

<sup>°</sup> Университет Каназава, 920-1192 Каназава, Япония

<sup>∇</sup> Университет Нагоя, 464-8601 Нагоя, Япония

Поступила в редакцию 19 апреля 2022 г.

После переработки 22 апреля 2022 г.

Принята к публикации 22 апреля 2022 г.

Представлены результаты измерений электромагнитных полей на спутнике ERG и проведен их сравнительный анализ с измерениями на спутнике WIND. Подтверждена возможность захвата аврорального километрового радиоизлучения (АКР) в плазменные каналы, впервые обнаруженная на спутнике ISEE. Плазменные неоднородности, образующиеся при увеличении геомагнитной активности, вытягиваются вдоль магнитного поля и формируют каналы, вдоль которых происходит перенос излучения. Спектр захваченного радиоизлучения искажается, что связано с относительным положением источника и канала на низких частотах. Искажение спектра АКР на высоких частотах связано с частотной зависимостью условий распространения в канале. Обнаружена несимметричность протекания процессов формирования плазменных каналов и источников АКР в северной и южной авроральных областях.

DOI: 10.31857/S1234567822100068, EDN: dytmkz

1. Распространение электромагнитных волн в плазме с неоднородностями подробно исследовалось для низкочастотных (НЧ) полей [1, 2]. Для прохождения электромагнитного импульса, вызванного молниевым разрядом, в сопряженное полушарие необходимо в районе экватора “довернуть” волновой вектор, что может быть реализовано при распространении сигнала в плазменных каналах, так называемых дактах – неоднородностях плазмы, вытянутых вдоль магнитного поля. Такие дакты формируются в результате вытягивания вдоль поля ионосферных неоднородностей, а захват излучения происходит в верхней ионосфере. Аналогичным образом происходит и распространение из одного полушария в другое сигналов наземных низкочастотных передатчиков [3, 4]. Последовательные теоретические исследования распространения НЧ излучения в плазменных каналах с увеличенной ( $\Delta N/N > 0$ )

и уменьшенной ( $\Delta N/N < 0$ ) плотностью плазмы были рассмотрены в работах [5, 6]. О другом механизме формирования дактов сообщалось в работе [7]. По результатам быстрых измерений плотности плазмы было показано, что при геомагнитных возмущениях плазмосфера приближается к Земле и вблизи экваториальной плоскости от нее отделяются сгустки плазмы, которые затем вытягиваются вдоль магнитного поля. В образовавшиеся плазменные каналы захватывается излучение, генерируемое в приэкваториальной области, например, плазмосферные шипения, которые по этим каналам проникают в ионосферу.

В 1982 году на спутнике ISEE-1 было обнаружено, что авроральное километровое радиоизлучение (АКР) также может быть захвачено в плазменные каналы, дакты, и распространяться по этим каналам из авроральных областей во внутренние области магнитосферы, плазмосферу [8]. В отличие от ОНЧ-излучений, АКР захватывается только в каналы с пониженной плотностью ( $\Delta N/N < 0$ ) и распространяется в нем на значительные расстояния.

<sup>1)</sup> См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetpletters.ac.ru](http://www.jetpletters.ac.ru)

<sup>2)</sup> e-mail: [mogilevsky2012@gmail.com](mailto:mogilevsky2012@gmail.com)

<sup>3)</sup> Y. Kasahara, Y. Miyoshi.

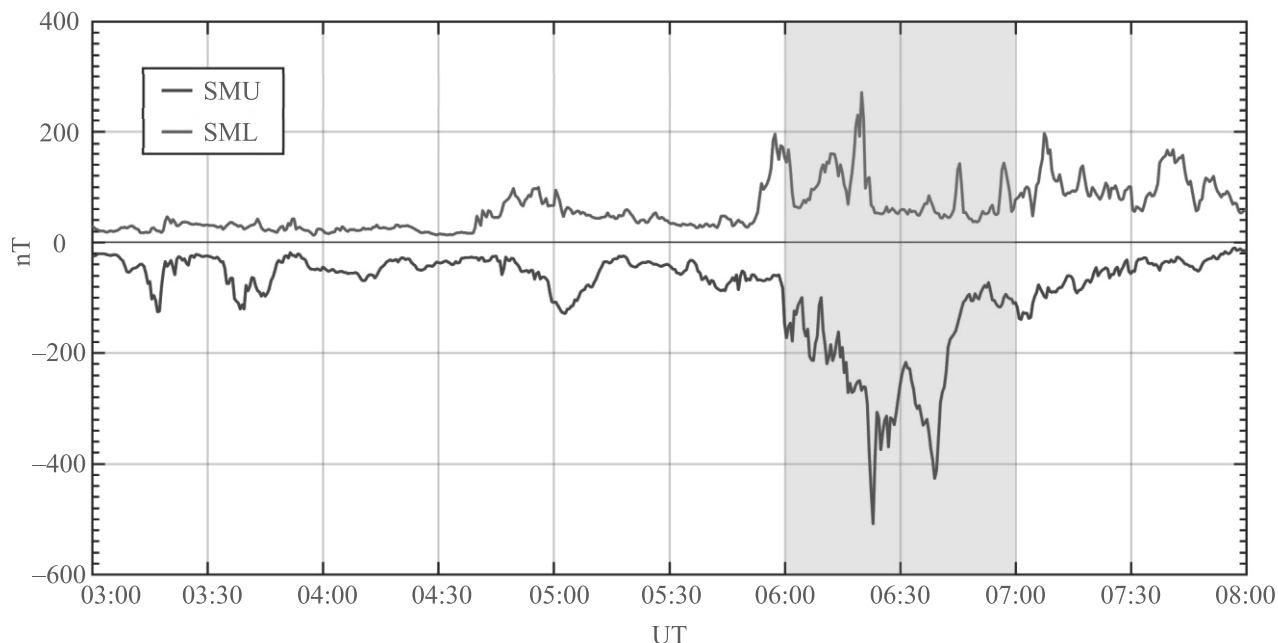


Рис. 1. (Цветной онлайн) Индексы геомагнитной активности SMU и SML. Серым цветом выделено время регистрации излучения на спутнике ERG

**2.** В этой работе мы рассматриваем результаты измерений захвата АКР в плазменный канал и распространение этого излучения в таком канале. Для этого мы используем результаты измерений на спутнике ERG (Arase), который был запущен 20 декабря 2016 г. на эллиптическую орбиту с высотой апогея  $\sim 32\,110$  км ( $\sim 6.0 R_e$ ), высотой перигея  $\sim 460$  км, наклоном орбиты  $31^\circ$  и периодом вращения 8 с [9]. Наблюдения, используемые в этой статье, были сделаны с помощью высокочастотного анализатора (HFA) [10], входящего в комплекс приборов для измерения плазменных волн (PWE) [11]. HFA вычисляет спектры электрического поля в диапазоне частот 2 кГц–10 МГц для двух компонент, перпендикулярных оси вращения спутника, которая направлена на Солнце. Временное разрешение составляет 8 с, а частотное  $-\Delta f/f < 2.5\%$ . Данные спутника ERG и особенности его орбиты, были использованы ранее для изучения АКР и “континуума” излучения вблизи экваториальной области [12–14].

Для выявления особенности спектра излучения, захваченного в плазменный волновод, проводилось сравнение измерений на борту спутника Arase с наблюдениями на спутнике WIND. Спутник WIND был запущен 1 ноября 1994 г. в точку Лагранжа L1 и благополучно работает в настоящее время. В этой работе мы использовали измерения электрического поля в эксперименте Waves в диапазоне частот 20–1040 кГц (RAD1) [15].

**3.** На рисунке 1 приведены индексы геомагнитной активности SMU и SML в авроральных областях [16]. Время регистрации излучений на спутнике ERG отмечено серым фоном. В течение 6 ч до начала измерений геомагнитная обстановка была спокойной, а в 8:50 UT началось небольшое геомагнитное возмущение, до 500 нТл, активная часть которого продолжалась до 10:30 UT, а затем стало ослабевать. Наличие небольшого возмущения подтверждается измерениями магнитного поля в солнечном ветре, которые вызвали суббурю (см. дополнительный материал).

**4.** Результаты измерений электрической компоненты поля, выполненных 19.12.2018 г. на спутнике ERG (Arase), приведены на рис. 2. Во время измерений спутник находился, в основном, в южном полушарии ( $Z_{sm} < 0$ , здесь  $Z_{sm}$  – координата  $Z$  в солнечно-магнитной системе координат) и двигался по восходящей части орбиты, удаляясь от Земли: в 09:00 UT спутник находился на границе плазмосферы, а в 11:00 UT вблизи апогея. На верхней части рис. 2 приведена динамическая спектрограмма амплитуды электрического поля в диапазоне частот 20–800 кГц. Как следует из этого рисунка, в диапазоне частот 200–400 кГц наблюдаются всплески АКР, которые до 10:10 UT следуют со средним характерным интервалом около 6 мин, а затем чаще, с характерным интервалом 2–3 мин. Узкополосный сигнал на частоте, понижающейся от  $\sim 200$  до  $\sim 100$  кГц – колебания поля на частоте верхнего гибридного резонан-

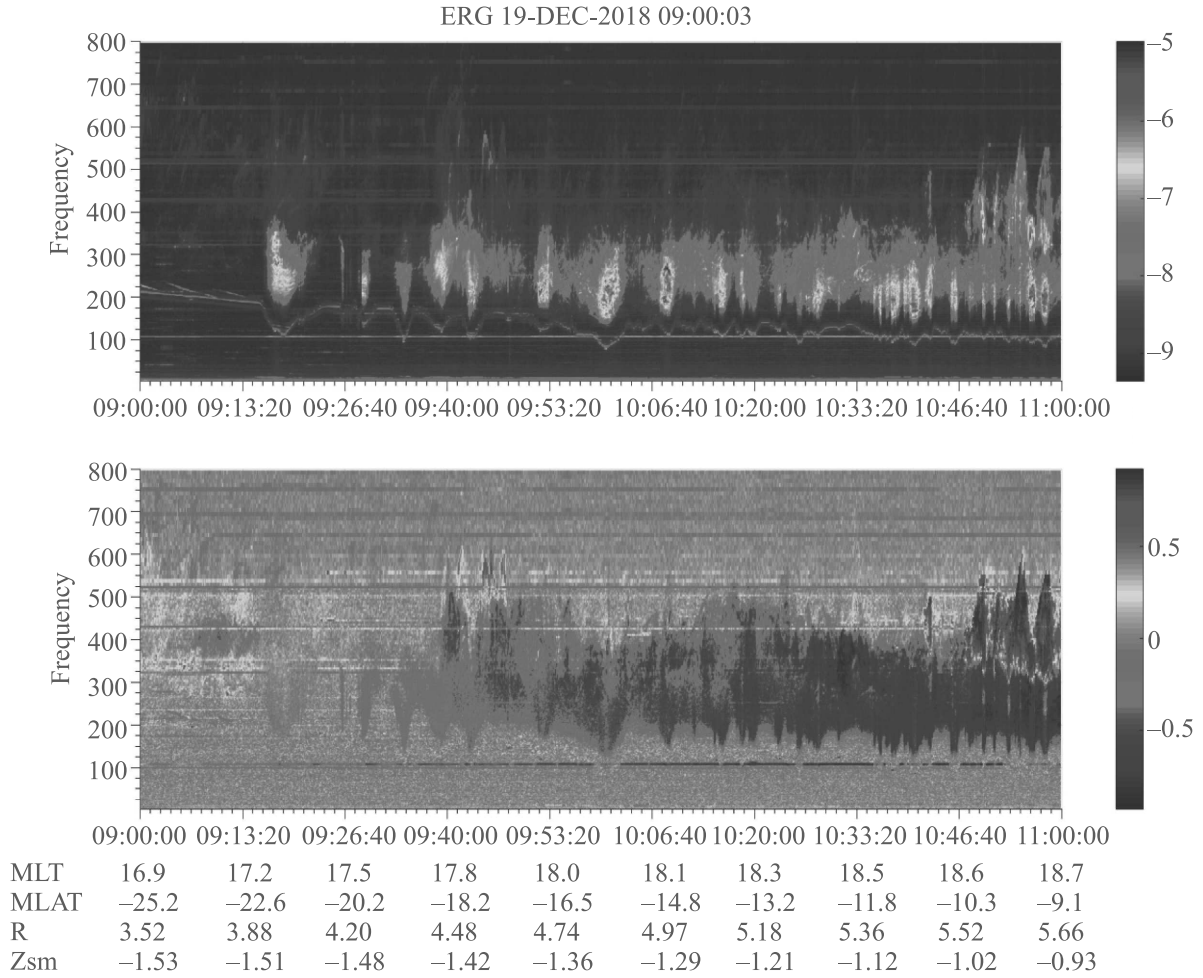


Рис. 2. (Цветной онлайн) Верхняя панель – динамическая спектрограмма электрической составляющей излучения, зарегистрированного 19.12.2018, в интервале 09–11 UT. Нижняя панель – спектрограмма коэффициента поляризации

са (ВГР):  $\omega_{\text{UHR}} = (\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2)^{1/2}$ , где  $\omega_{pe}$  и  $\omega_{Be}$  – плазменная частота и гирочастота электронов. Вариации частоты ВГР ( $\Delta\omega_{\text{UHR}}/\omega_{\text{UHR}} \sim 0.5$ ) связаны с изменениями плотности плазмы, поскольку магнитное поле в интервале наблюдения плавно изменяется от  $\sim 460$  нТл до  $\sim 120$  нТл (что соответствует значениям циклотронной частоты 13–4.5 кГц) и не может быть причиной столь значительных изменений гибридной частоты. Горизонтальные полосы на спектрограмме на частоте 110 кГц и гармониках этой частоты – бортовые помехи.

Всплески АКР регистрируются синхронно с понижением частоты ВГР, что указывает на распространение радиоизлучения внутри каналов с пониженной плотностью плазмы.

На нижней панели приведена спектрограмма коэффициента поляризации излучения, вычисленного на борту относительно оси вращения спутника [9], для чего используются две взаимно перпендикуляр-

ные компоненты электрического поля  $E_u$  и  $E_v$ . Используя эти компоненты вычисляются проекции левой и правой составляющих на плоскость UV:

$$|\widetilde{E}_L|^2 = \widetilde{E}_u + \widetilde{E}_v \exp[-(\pi/2)i]^2/2 = (|\widetilde{E}_u|^2 + |\widetilde{E}_v|^2)/2 - \text{Im} \widetilde{E}_u \widetilde{E}_v^*, \quad (1)$$

$$|\widetilde{E}_R|^2 = \widetilde{E}_u + \widetilde{E}_v \exp[(\pi/2)i]^2/2 = (|\widetilde{E}_u|^2 + |\widetilde{E}_v|^2)/2 + \text{Im} \widetilde{E}_u \widetilde{E}_v^*, \quad (2)$$

где  $\widetilde{E}_u$  и  $\widetilde{E}_v$  – комплексные Фурье коэффициенты  $E_u$  и  $E_v$  соответственно, знак \* – комплексное сопряжение, а Im обозначает мнимую часть.

После усреднения за один оборот спутника, 8 с, строится коэффициент поляризации:

$$K(f) = (|\langle \widetilde{E}_R \rangle|^2 - |\langle \widetilde{E}_L \rangle|^2) / (|\langle \widetilde{E}_R \rangle|^2 + |\langle \widetilde{E}_L \rangle|^2). \quad (3)$$

Поскольку ось вращения спутника направлена на Солнце, то коэффициент поляризации зависит не

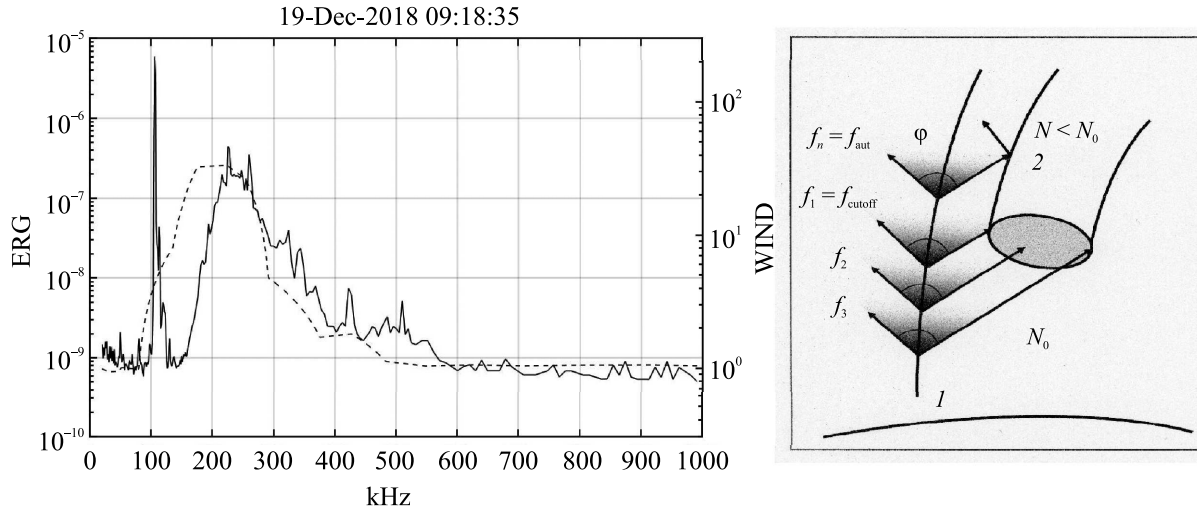


Рис. 3. Левая часть: спектры АКР, одновременно зарегистрированных на спутниках ERG (сплошная кривая) и WIND (пунктирная). Всплеск на частоте 100–130 кГц – верхняя гибридная частота. Правая часть: схематическая иллюстрация, поясняющая отсечку составляющих спектра на низких частотах при захвате излучения в канал. 1 – силовая линия, на которой находится источник АКР, 2 – плазменный канал с пониженной плотностью,  $\varphi$  – раствор конуса излучения АКР на выходе из источника. Ограниченный раствор конуса излучения и размеры канала ограничивают попадание в канал частот ниже  $f_1$ , источник которых расположен выше. На частоте  $f_2$  сигнал попадает в канал частично, а на частоте  $f_3$  и выше попадает полностью

только от поляризации излучения, но и от взаимного расположения источника излучения и спутника. Всплеск АКР в 09:17 UT на рис. 2 практически линейно поляризован ( $K(f) = 0$ ), а затем, по мере перемещения спутника на ночную сторону магнитосферы, поляризация всплесков АКР меняется (уменьшается) и в 11:00 UT достигает значения – 0.8, что указывает на правую поляризацию излучения от источника, находящегося в северном полушарии.

Относительное положение спутников ERG, WIND и источника АКР, приведенное на рис. S2 в дополнительном материале, позволяет проводить сравнение сигналов АКР, принятых на двух спутниках, как показано на рис. S3 (см. дополнительный материал).

На рисунке 3 приведены спектры излучения АКР, зарегистрированных одновременно на двух спутниках в 09:18:35 UT. Часть излучения на низких частотах (100–200 кГц) наблюдается на спутнике WIND, но не видна на ERG. Такое обрезание низкочастотной части спектра связано с ограничениями при захвате излучения в канал и определяется соотношениями размеров канала, раствором конуса излучения и зависимостью частоты генерации АКР от высоты [17, 18]. Поскольку АКР генерируется на локальной гирочастоте электронов, зависящей от высоты, то более высокочастотное излучение, генерируемое на меньшей высоте, попадает в канал

полностью. Излучение, приходящее с больших высот попадает в канал частично, а частоты выше  $f_1$  (на рис. 3) вообще не попадают в канал, поскольку конус излучения и размеры канала ограничивают условия захвата.

Спадание спектра на высоких частотах связано с условиями отражения излучения от стенок плазменного канала. Поскольку поперечный размер канала много больше длины волны излучения, то можно воспользоваться приближением геометрической оптики для коэффициента отражения от неоднородной плазмы [19]:

$$r = \frac{N_1 \cos \varphi_1 - N_2 \cos \varphi_2}{N_1 \cos \varphi_1 + N_2 \cos \varphi_2}, \quad (4)$$

где  $N_1$  – показатель преломления внутри канала,  $N_2$  – показатель преломления вне канала,  $\varphi_{1,2}$  – угол падения и угол преломления соответственно.

Поскольку  $N^2 \sim (1 - \omega_0^2/\omega^2)$  [20], то при увеличении частоты излучения показатель преломления приближается к 1 и коэффициент однократного отражения уменьшается. Суммарная мощность сигнала в противоположном полушарии формируется многократным отражением ( $\sum r = r^n$ , где  $n$  – количество отражений и для конкретного примера  $n$  может достигать значения нескольких десятков), что приводит к более быстрому уменьшению сигнала с повышением частоты.

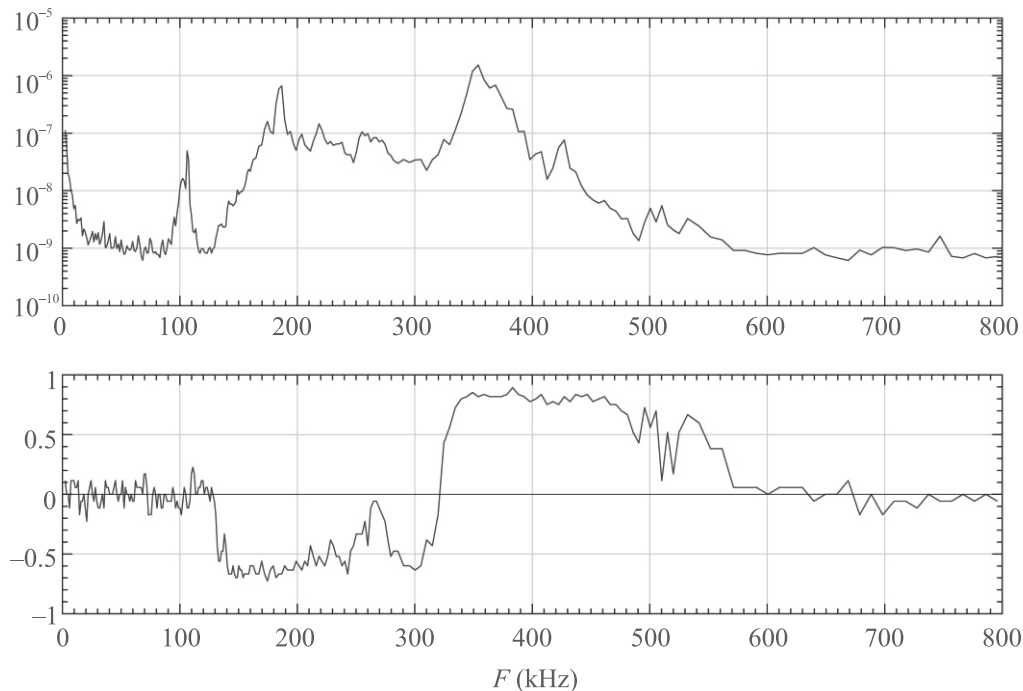


Рис. 4. (Цветной онлайн) Результаты измерений характеристик АКР в 10:49:55 UT 19.12.2018. Верхняя панель – спектр амплитуды сигнала в диапазоне частот 2 кГц–1 МГц. Нижняя панель – спектр коэффициента поляризации. Отрицательные значения этого коэффициента соответствуют источникам, расположенным в северном полушарии, положительные – в южном. Всплеск на 100 кГц на амплитудном спектре – частота верхнего гибридного резонанса

Пример одновременного захвата в канал излучений от двух источников, одного в северном, а другого в южном полушарии, приведен на рис. 4.

Первый максимум в спектре АКР наблюдается на частоте 190 кГц, что соответствует высоте генерации  $\sim 6900$  км. Второй максимум наблюдается на частоте 350 кГц и высота генерации АКР должна быть  $\sim 4300$  км. При переходе от первого максимума ко второму изменяется поляризация излучения – от отрицательного к положительному. Такое изменение поляризации указывает на то, что на низких частотах доминирует излучение от северных источников, а на более высоких частотах, выше  $\sim 310$  кГц, доминирующим становится излучение от южных источников. Отличие “северных” и “южных” максимумов в спектре АКР может быть связано с различной скоростью формирования канала в северном и южном полушарии, что приводит к различной высоте торца канала над поверхностью земли. Другое объяснение отличия частоты максимумов в спектре может быть связано с различным положением силовой линии источника АКР по отношению к входу в канал. В этом случае “южная” силовая линия источника должна быть расположена ближе к полюсу и дальше от канала, а “север-

ная” – ближе к экватору и, соответственно, ближе к каналу.

5. По результатам измерения АКР на спутнике ERG можно сделать следующие выводы:

- Подтвержден результат, ранее полученный на спутнике ISEE-1: АКР может быть захвачено в канал, образованный плазменными неоднородностями на внешней границе плазмосферы.

- Плазменные каналы, как и АКР, могут формироваться при небольшой геомагнитной активности.

- При захвате АКР в плазменный канал происходит изменение спектра излучения: относительно быстро возрастает интенсивность излучения на низких частотах ( $\sim 1 \text{ мВ}^2/\text{м}^2\text{Гц}$ ) и относительно медленно спадает на высоких частотах ( $-(0.15-0.25) \text{ мВ}^2/\text{м}^2\text{Гц}$ ).

- Наблюдается несимметричность протекания процессов формирования плазменных каналов и формирования источников АКР в северной и южной авроральных областях.

Отсюда следует, что по измерениям спектра циклотронного излучения от планет и экзопланет можно определить относительное положение оси магнитного поля: из высокоширотных областей магнитосферы должно регистрироваться широкополосное излу-



чение с “прямоугольным” спектром; спектр излучения из приэкваториальной области будет искаженным, “треугольным”.

Данные спутника ERG (Arase) получены от научного центра ERG <https://ergsc.isee.nagoya-u.ac.jp> [10], в исследовании анализируются данные прибора PWE HFA-L2 v01.01 [11]. Данные спутника WIND доступны на сайте [https://cdaweb.gsfc.nasa.gov/pub/data/wind/waves/wav\\_h1/](https://cdaweb.gsfc.nasa.gov/pub/data/wind/waves/wav_h1/). Мы благодарны организациям и национальным агентствам, входящим в SuperMAG [<http://supermag.jhuapl.edu/info>] за предоставление данных по индексам геомагнитной активности. А. Чернышов и В. Колпак выражают благодарность за поддержку Фонду развития теоретической физики и математики “Базис”.

Работа М. Могилевского поддержана грантом Министерства высшего образования и науки РФ 075-15-2020-780 (# 13.1902.21.0039).

1. R. A. Helliwell, *Whistlers and related ionospheric phenomena*, Stanford Univ. Press, Stanford (1965).
2. О. А. Молчанов, *Низкочастотные волны и индуцированные излучения в околоземной плазме*, Наука, М. (1985).
3. Я. И. Лихтер, О. А. Молчанов, В. М. Чмырев, Письма в ЖЭТФ **14**, 457 (1971).
4. А. А. Петрукович, М. М. Могилевский, А. А. Чернышов, Д. Р. Шкляр, УФН **185**(6), 649 (2015).
5. В. И. Карпман, Р. Н. Кауфман, Геомагнетизм и аэрономия **23**(3), 451 (1983).
6. В. И. Карпман, Р. Н. Кауфман, Геомагнетизм и аэрономия **23**(5), 791 (1983).
7. C. Beghin, J. F. Karczewski, B. Poirier, R. Debrie, and N. Masevitch, *Annales de Geophysique* **38**(5), 615 (1982).
8. W. Calvert, *Geophys. Res. Lett.* **9**(1), 56 (1982).
9. Y. Miyoshi, I. Shinohara, T. Takashima et al. (Collaboration), *Earth, Planets and Space* **70**(1), 101 (2018).
10. A. Kumamoto, F. Tsuchiya, Y. Kasahara et al. (Collaboration), *Earth, Planets and Space* **70**(1), 82 (2018).
11. Y. Kasahara, Y. Kasaba, H. Kojima et al. (Collaboration), *Earth, Planets and Space* **70**(1), 86 (2018).
12. М. М. Могилевский, Д. В. Чугунин, А. А. Чернышов, Т. В. Романцова, И. Л. Моисеенко, А. Кумамото, Й. Касахара, Письма в ЖЭТФ. **114**(1), 18 (2021).
13. В. И. Колпак, М. М. Могилевский, Д. В. Чугунин, А. А. Чернышов, И. Л. Моисеенко, А. Кумамото, Ф. Тсучия, Е. Касахара, М. Шойи, Е. Миэши, И. Шинохара, *Солнечно-земная физика* **7**(1), 13 (2021).
14. А. А. Чернышов, М. М. Могилевский, Д. В. Чугунин, В. И. Колпак, *Известия РАН, Серия физическая* **86**(3), 370 (2022).
15. R. Harten and K. Clark, *Space Sci. Rev.* **71**(1-4), 23 (1995).
16. P. T. Newell and J. W. Gjerloev, *J. Geophys. Res. (Space Physics)* **116**(A12), A12211 (2011).
17. М. М. Могилевский, Т. В. Романцова, Я. Ханаш, Т. М. Буринская, Р. Шрайбер, Письма в ЖЭТФ **86**(11), 819 (2007).
18. А. А. Чернышов, Д. В. Чугунин, М. М. Могилевский, Письма в ЖЭТФ **115**(1), 28 (2022).
19. Г. С. Ландсберг, *Оптика*, 5-е изд., Наука, М. (1976).
20. В. Л. Гинзбург, *Распространение электромагнитных волн в плазме*, Наука, М. (1967).

## Теория вращающегося двумерного вигнеровского кластера

Махмуд М. Махмудиан<sup>+\*1)</sup>, Мехрдад М. Махмудиан<sup>+\*1)</sup>, М. В. Энтин<sup>+1)</sup>

<sup>+</sup> Институт физики полупроводников, Сибирское отделение РАН, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup> Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию 6 февраля 2022 г.

После переработки 8 апреля 2022 г.

Принята к публикации 14 апреля 2022 г.

Численно и аналитически изучен двумерный вигнеровский кластер (ДВК) в параболической потенциальной яме с числом электронов до 200. Показано, что внутренняя часть ДВК в аксиально-симметричной потенциальной яме имеет поликристаллический характер, в то время как электроны во внешних слоях образуют выраженные круговые оболочки. Рассмотрено масштабирование кластера при изменении жесткости ямы. Найден порог свободного вращения твердого кластера в аксиально-симметричной потенциальной яме. Исследовано воздействие на ДВК соосного соленоида с переменным (включаемым) магнитным полем. Показано, что слабое вихревое электрическое поле приводит изначально неподвижный твердый ДВК во вращение с угловой скоростью, равной половине циклотронной частоты. Кроме того, при более сильном вихревом поле кластер, помимо вращения, начинает периодически сжиматься, сохраняя свою структуру. Дальнейшее увеличение вихревого поля может приводить к полному коллапсу кластера, сопровождаемому разрушением его структуры. Достаточно сильное вихревое электрическое поле может также приводить к дифференциальному вращению оболочек ДВК. Найден коэффициент вращательного трения за счет омических потерь в материале затвора, которое может ограничивать свободное вращение ДВК.

DOI: 10.31857/S123456782210007X, EDN: dytwjrm

**Введение.** Вигнеровский кристалл [1] представляет собой систему отталкивающихся заряженных частиц с компенсацией однородно распределенных противоположных зарядов. Если отталкивание достаточно сильное, заряженные частицы образуют кристалл. В двумерной системе положительные и отрицательные заряды могут быть пространственно разделены, что позволяет формировать двумерные вигнеровские кристаллы [2–5].

Системы с конечным числом электронов изучались как экспериментально [6] так и теоретически [7, 8]. Мы [9] рассмотрели двумерные вигнеровские кластеры (ДВК) до 50–200 электронов при нулевой температуре в несимметричном параболическом потенциале.

Частным случаем такой системы является конечный электронный кластер в изотропном внешнем потенциале  $k(x^2 + y^2)/2$ . Электроны в этом кластере образуют почти изотропное распределение с поликристаллическим ядром. Моделирование показывает, что этот кластер также может характеризоваться оболочечной структурой [10–13]. Достаточно небольшие классические кластеры состоят из хорошо разде-

ленных оболочек, с хорошей упорядоченностью внутри оболочек и слабой связью между ними.

Отметим, что, несмотря на долгую историю вопроса, двумерный вигнеровский кристалл продолжает оставаться в центре внимания исследователей (см., например, [14–22] и ссылки там).

В отличие от вышеупомянутых работ, здесь мы сосредоточены на жесткости и деформируемости двумерного вигнеровского кластера (ДВК). Во-первых, есть режимы движения ДВК как твердого тела. Нужно заметить, что вращение твердого невесомого заряженного тела рассматривалось как учебная задача в курсе электродинамики [23]. Однако изучаемая нами система имеет свою специфику, существенно отличающую ее от учебной задачи. Во-вторых, ДВК является относительно твердым только при слабой приложенной к нему силе. Более быстрое вращение или сильное внешнее электрическое поле может существенно деформировать ДВК. В частности, наличие структуры “оболочки”, более жесткой внутри, чем связь оболочек между собой допускает их независимое вращение.

Целью настоящей работы является исследование движения электронов в двумерном вигнеровском кластере.

<sup>1)</sup> e-mail: mahmood@isp.nsc.ru; m.makhmudian1@g.nsu.ru; entin@isp.nsc.ru

Работа построена следующим образом. Сначала мы опишем результаты моделирования структуры кластера. Затем будут представлены аналитические рассуждения о самоподобии структуры кластера. После этого средняя плотность кластеров будет описана на основе внутренней периодичности и оболочечной структуры кластера. Далее мы определим пороговую угловую скорость, начиная с которой кластер перестает существовать из-за бесконечного расширения.

После этого будет рассмотрена задача ДВК во включаемом магнитном поле от соосного ДВК соленоида. Будет показано, что такое поле приводит ДВК во вращение с угловой частотой, равной половине циклотронной частоты свободного электрона. Действие более сильного магнитного поля ведет к периодическому сжатию кластера с сохранением его структуры. Дальнейшее увеличение поля ведет к полному коллапсу кластера. В этом случае взаимодействие индивидуальных электронов приводит к их рассеянию и разрушению структуры ДВК.

Далее будет рассмотрено трение вращения кластера, вызванное омическими потерями в электроде затвора, вызванными вращением. Найдем установившееся вращение ДВК и пределы, когда трение несущественно.

В последнем разделе будет проведен обзор полученных результатов.

**Структура вигнеровского кластера.** Здесь мы будем рассматривать  $N$  отталкивающихся электронов с двумерными координатами  $\mathbf{r}_i$  с потенциалами  $V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = \frac{e^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}$ , помещенных в потенциальную яму  $U(\mathbf{r}) = k(x^2 + \beta^2 y^2)/2$ , где  $-e$  – заряд электрона,  $(x, y)$  – координаты электрона в плоскости,  $\beta$  определяет анизотропию потенциала ямы. При нулевой температуре положения электронов минимизируют полную потенциальную энергию.

Легко понять, что центр масс ДВК  $\sum_i \mathbf{r}_i$  не зависит от  $V(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$  и, следовательно, обращается в нуль.

Когда  $N$  достаточно велико, электроны образуют кластер более или менее круглой формы. Внутри кластера они распределены эквидистантно в поликристаллической структуре. Характерные кластеры показаны на рис. 1. Видно, что при изменении  $k$  кластеры изменяются самоподобно. Это свойство исследуется аналитически в следующем разделе.

**Самоподобие вигнеровских кластеров и модель непрерывного кластера.** ДВК формируется параболической ямой и кулоновским отталкиванием электронов. Оба взаимодействия имеют степенную зависимость от координат. В результате поло-

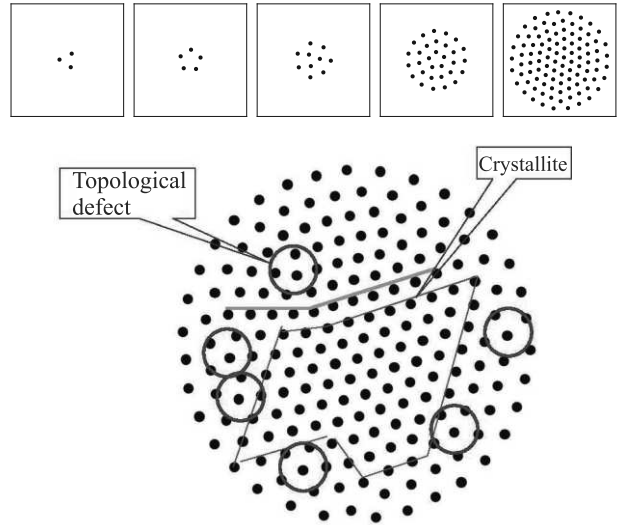


Рис. 1. (Цветной онлайн) Структуры кластеров с 3, 5, 10, 31, 50 и 100 (вверху) и 200 (внизу) электронами в гармонической яме. Показана блочная структура аксиально-симметричного 200-электронного кластера. Отмечены 5-кратные топологические дефекты

жения электронов в ДВК и его форма масштабно-инвариантны. При масштабировании  $k \rightarrow \lambda k$  и  $r \rightarrow \nu r$  электронный гамильтониан преобразуется как

$$H = \nu^{-1} \sum_{i \neq j} \frac{e^2}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \lambda \nu^2 \frac{1}{2} \sum_i k(x_i^2 + \beta^2 y_i^2).$$

Если  $\lambda = \nu^{-3}$ , гамильтониан  $H$  масштабируется как  $H \rightarrow \nu^{-1} H$  и зависимость  $H$  от координаты не меняется. Отсюда следует, что все координаты масштабируются как  $k^{-1/3}$ , а энергия – как  $k^{1/3}$ . Падение энергии при  $k \rightarrow 0$  связано с бесконечным расширением кластера.

Пусть электроны – сплошная жидкость с плотностью  $n(\mathbf{r})$ . Тогда

$$H = \frac{e^2}{2} \int d^2 r d^2 r' \frac{n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{k}{2} \int d^2 r (x^2 + \beta^2 y^2) n(\mathbf{r}).$$

Минимизируя по  $n(\mathbf{r})$ , имеем условие

$$2e^2 \int d^2 r' \frac{n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - k(x^2 + \beta^2 y^2) = 0.$$

Если  $\beta = 1$ , получается  $n(\mathbf{r}) \propto r$ . Примерное соблюдение этого правила показано на рис. 2а.

Следующим шагом является учет зависимости радиуса кластера  $R$  от числа электронов  $N$ . Если предположить однородное распределение электронов внутри кластера, то мы имеем энергию ямы  $\sim kNR^2/4$  и кулоновскую энергию  $\sim e^2 N^2/2R$ . Ми-

нимизируя по  $R$ , получаем  $R \sim (Ne^2/k)^{1/3}$ . Отметим, что мы учли дальнедействующее кулоновское отталкивание и пренебрегли короткодействующим электронным отталкиванием. Именно дальнедействующее кулоновское взаимодействие, расходящееся при больших  $N$ , отвечает за рост размера кластера с  $N$ . Для концентрации электронов в центре кластера получаем  $n(0) \sim N/\pi R^2 = N^{1/3}(k/e^2)^{2/3}/\pi$ .

Таким образом, дальнедействующее отталкивание определяет размер и плотность электронов внутри кластера. В то же время ближний порядок, ответственный за кристаллическую структуру, определяется короткодействующей частью потенциала взаимодействия.

Следует подчеркнуть, что относительно большое расстояние между оболочками по сравнению с расстоянием между электронами приводит к более слабой межоболочечной связи, по сравнению со взаимодействием внутри оболочки. Мы увидим, что это влияет на динамику электронов.

**Оболочки ДВК.** Многоэлектронные кластеры удобно описывать электронной плотностью  $n(\mathbf{r})$ , усредненной по межэлектронному расстоянию. В осесимметричном потенциале плотность зависит только от расстояния  $r$ . Сглаженная плотность  $n(r)$  показана на рис. 2 (здесь и далее при численных расчетах используются единицы  $e = m = c = 1$ ). Рисунок 2 демонстрирует отчетливые осцилляции, вызванные оболочками кластера.

Почему ДВК имеет отчетливо выраженные оболочки? Источником этого является круговая симметрия внешнего потенциала, диктующая ту же форму кластера. Направление границы определяет направление слоев атомов вблизи границы. В то же время внутренняя часть кластера испытывает в основном влияние соседних электронов, что диктует периодическое расположение электронов для минимизации отталкивания соседних электронов. Одновременное выполнение противоречивых требований приводит к разделению кластера на блоки (см. рис. 1, внизу).

Следует подчеркнуть, что слабое сцепление оболочек допускает их самостоятельное вращение при достаточно большом внешнем крутящем моменте.

Распределение потенциала того же ДВК в сравнении с потенциалом ямы  $kr^2/2$  показано на рис. 3. Видно, что присутствие электронов уплощает дно потенциальной ямы.

**Кластер в переменном магнитном поле.** При низких температурах электроны стремятся минимизировать полную потенциальную энергию. В результате формируется твердый поликристалличе-

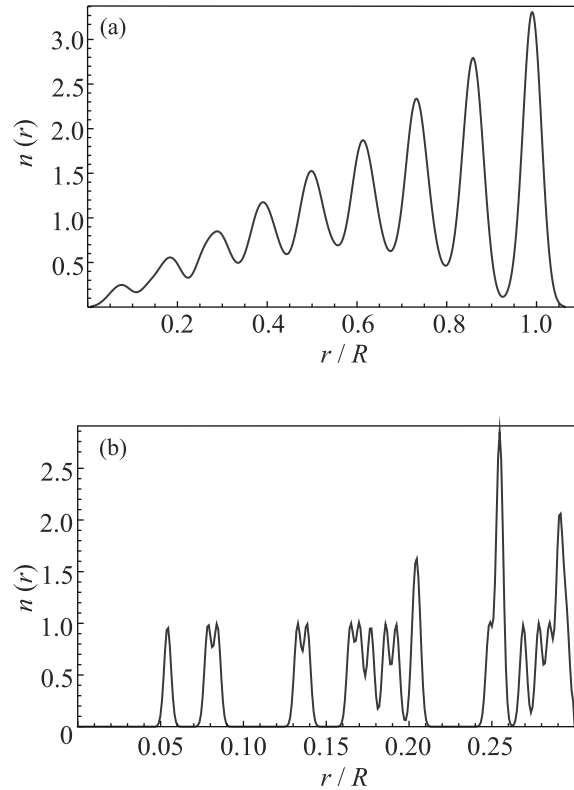


Рис. 2. (Цветной онлайн) Сглаженная радиальная электронная плотность аксиально-симметричного вигнеровского кластера с  $N = 200$  электронов. (a) – Сильное сглаживание по радиусу на величину  $\delta r = 0.02R$ . Средняя плотность линейно растет с радиусом. Отчетливые осцилляции отражают оболочечную структуру кластера. (b) – Слабое сглаживание при  $\delta r = 0.002R$ , подчеркивает кристаллический ближний порядок

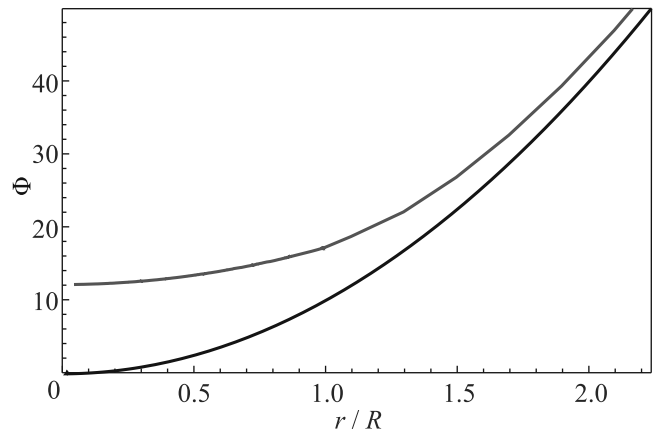


Рис. 3. (Цветной онлайн) Распределение потенциала  $\Phi$  (верхняя кривая, красная) в ДВК с  $N = 200$  электронов в сравнении с потенциалом ямы  $kr^2/2$  (нижняя кривая, черная) при  $\beta = 1$ ,  $k = 0.02$

ский кластер круглой внешней формы. Такая система обладает всеми свойствами твердого тела. Без

трения, будучи приведенным во вращение, оно будет вращаться бесконечно долго.

Рассмотрим кластер, расположенный на оси соленоида с нестационарным однородным магнитным полем  $\mathbf{V}(t) = (0, 0, B(t))$ ,  $B(-\infty) \neq B(\infty)$ . Это поле индуцирует вихревое электрическое поле  $E_\varphi = -\frac{\dot{B}r}{2c}$ , которое создает крутящий кластер момент силы

$$M = -e \sum_i E_\varphi(r_i) r_i, \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}_i$  – координата  $i$ -го электрона. В отсутствие трения крутящий момент  $M$  вызывает вращение твердого кластера с угловой скоростью  $\Omega$ , подчиняющийся уравнению  $J\dot{\Omega} = M$ , где  $J = m \sum_i r_i^2$  – момент инерции, с решением  $\Omega(t) = \frac{e}{2mc} (B(t) - B(-\infty))$ . Здесь  $m$  – масса электрона. Таким образом, если  $B(-\infty) = 0$  и  $B(\infty) = \text{const}$ , твердый кластер будет вращаться с циклотронной полужастью  $\Omega(\infty) = eB(\infty)/2mc$ . Если  $B(-\infty) \neq 0$  и  $B(\infty) = 0$ , то  $\Omega(\infty) = -eB(-\infty)/2mc$ .

Заметим, что поведение твердого кластера заметно отличается от поведения свободных электронов: в тех же условиях они будут независимо вращаться вокруг некоторых положений.

Поскольку крутящий момент и момент инерции пропорциональны друг другу, частота вращения оказывается независимой от структуры кластера, что является следствием однородности магнитного поля внутри соленоида. Это отличает рассматриваемую систему, в частности, от [23], где изучалось вращение заряженного диска под действием вихревого электрического поля, создаваемого соосным бесконечно тонким соленоидом. Заметим, что по той же причине расширение кластера не меняет его вращательного движения.

Кластер, вращающийся в переменном магнитном поле, не является абсолютно твердым. На рисунке 4 приведены результаты моделирования согласно зависимости

$$B(t) = B_0(\text{th}((t - t_0)/c_0) + 1). \quad (2)$$

Видно, что радиус таких кластеров существенно меняется при вращении. Это объясняется радиальным толчком от силы Холла в магнитном и вихревом электрическом полях, после чего кластер начинает вращаться с радиальными плазменными колебаниями. Однако в слабом магнитном поле радиальная деформация кластера незначительна.

**Фокусировка переменным магнитным полем.** Если магнитное поле становится достаточно сильным, то кластер может сильно сжиматься

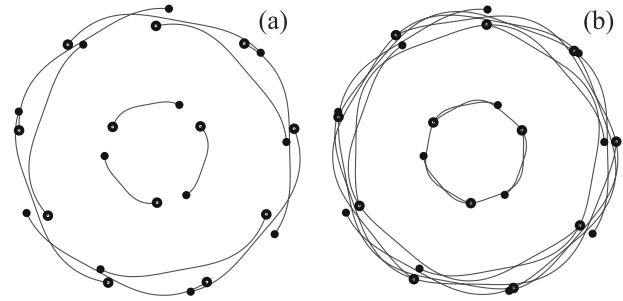


Рис. 4. (Цветной онлайн) Вращение ДВК с  $N = 12$  электронами переменным магнитным полем  $B(t)$ , согласно (2), при  $B_0 = 1$ ,  $t_0 = 1$ ,  $c_0 = 0.1$ . Сплошные и пустые кружки – начальные и конечные положения электронов, линии – их траектории. Рисункам (a) и (b) соответствуют  $t = 4, 8$

(рис. 5). Электроны периодически собираются вблизи начала координат. Временная периодичность определяется комбинационной частотой  $\sqrt{(k/2m)^2 + \omega_c^2}$ .

Рассмотрим это явление аналитически. Пусть на невзаимодействующий электрон, покоящийся на радиусе  $r_i$ , воздействует включение магнитного поля, создающего короткоимпульсное вихревое электрическое поле. После этого электрон приобретает тангенциальную скорость  $eB(t)r_i/2m$  и движется по циклотронной орбите радиусом  $eB(\infty)r_i/(2m\omega_c) = r_i/2$ . В этом случае кластер будет уменьшаться самоподобно. Через время  $\pi/\omega_c$  все  $r_i(t)|_{t \rightarrow \pi/\omega_c} \rightarrow 0$ . Этот результат справедлив для всех электронов, независимо от начального радиуса  $r_i(0)$ . Другими словами, все электроны удивительно синхронно собираются в нуле. Таким образом, магнитное поле и импульсное вихревое электрическое поле совместно работают как временная фокусирующая линза (см. рис. 5).

Наличие потенциала ямы частично нарушает эту синхронную фокусировку, но из-за упомянутого ранее уплощения дна ямы это нарушение слабое и, таким образом, в расчетах мы видим многократный возврат к началу с сохранением структуры кластера. Другой причиной нарушения структуры кластера является дискретность электронов, из-за которой происходит рассеяние их друг на друге при сближении. Однако эти слабые нарушения увеличиваются при сжатии кластера и накапливаются при большем количестве возвратов, что после многократных возвратов разрушает структуру кластера.

**Вращательное разрушение вигнеровского кластера.** Достаточно быстрое вращение сопровождается разрушением кластера. Это связано с преобладанием центробежной силы над потенциалом ло-

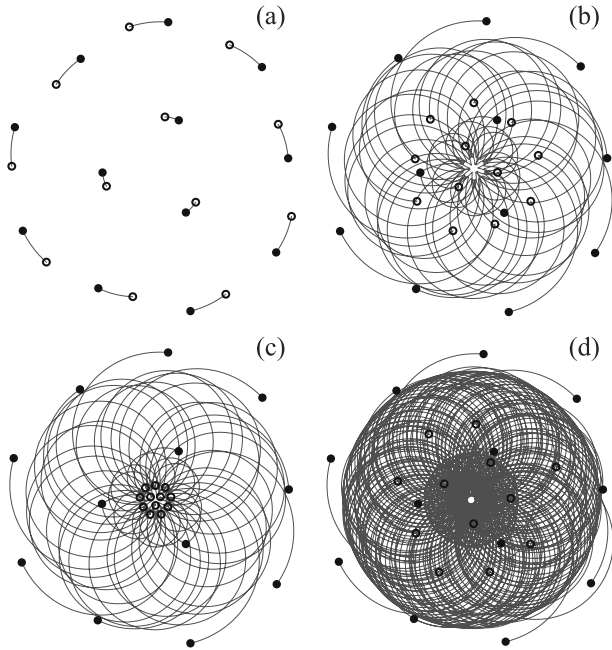


Рис. 5. (Цветной онлайн) Фокусировка электронов ДВК с  $N = 12$  электронами при  $B_0 = 7.76$ ,  $t_0 = 1$ ,  $c_0 = 0.1$ . Сплошные и пустые кружки – начальные и конечные положения электронов, линии – их траектории. Рисунок (а)–(d) соответствуют  $t = 1, 2.45, 2.54, 8.8$ . После азимутального толчка от вихревого электрического поля (а), электроны начинают двигаться по циклотронным орбитам с диаметрами, равными  $r_i$ , которые проходят через окрестность центра. Кластер сжимается, сохраняя форму ((b) и (c)). Внутренняя и внешняя круглые области соответствуют следу от траекторий электронов на первой и второй оболочках. После многократного прохождения через центральную область слабое воздействие других электронов, накапливаясь, приводит к разрушению структуры кластера (d)

вушки. Пусть  $B(-\infty) \neq 0$  и  $B(\infty) = 0$ . Когда ДВК приведен во вращение с угловой скоростью  $\Omega = -eV(-\infty)/2mc$ , на электроны во вращающейся системе координат действует центробежная сила  $m\Omega^2 r$ . Центробежный потенциал  $-m\Omega^2 r^2/2$  вычитается из потенциала притяжения ямы  $kr^2/2$ . Следовательно, все расстояния в кластере (в частности, его размер) изменяются как  $(k - m\Omega^2)^{-1/3}$ . При  $m\Omega^2 \rightarrow k$  размер кластера  $R \rightarrow \infty$ . Если  $m\Omega^2 > k$ , кластер перестает существовать.

**Индукированное дифференциальное вращение.** Мы видели, что разность асимптотических значений магнитного поля  $\delta B = B(\infty) - B(-\infty)$  вызывает постоянное вращение кластера как целого после установления магнитного поля. Но в этом слу-

чае для постоянного вращения кластера требуется  $B(\infty) - B(-\infty) \neq 0$ .

Другая проблема возникает, когда мы создаем импульсное магнитное поле. Вопрос: может ли вращение остаться после окончания импульса? Ответ положительный. Это тот случай, когда вращение ограничено какими-то угловыми барьерами. Например, это происходит, когда яма имеет небольшую асимметрию,  $\beta \neq 1$ , или если рассматривается дифференциальное вращение оболочки.

Моделью этого явления является движение маятника. После сильного толчка маятник может продолжать вращение. Это так, даже если временной интеграл крутящего момента (другими словами, электрическое поле  $\propto \delta B$ ) равен нулю: правый толчок приведет маятник в колебание, а синхронизированный левый толчок может преобразовать отклонение маятника в постоянное вращение.

Ранее мы видели, что осесимметричные кластерные оболочки слабо связаны. Это позволяет приводить их во вращение независимо без разрушения узла достаточно малым крутящим моментом.

Рассмотрим осесимметричный кластер в вихревом электрическом поле с крутящим моментом  $M(t)$ . Оболочки испытывают периодический по углу потенциал. Предположим, что все оболочки, кроме одной, неподвижны. Это можно сделать, если затормозить их вращение слегка асимметричным внешним потенциалом. Мы будем рассматривать различные функции  $M(t)$ . Во-первых, это поле, обусловленное  $B(t)$ , с постоянными начальными и конечными значениями, как при рассмотрении твердотельного вращения кластера. Из рассмотрения твердого вращения видно, что допускается и дифференциальное вращение.

Движение оболочки определяется нелинейным уравнением для угла оболочки  $\varphi(t)$ , зависящим от крутящего момента, приложенного к этой оболочке  $M(t)$ :

$$J\ddot{\varphi} + A \sin \varphi = M(t). \quad (3)$$

Член  $A \sin \varphi$  представляет собой периодическую по углу  $\varphi$  силу со стороны других (неподвижных) оболочек, величина  $J$  здесь есть момент инерции оболочки,  $M \propto J$ . Уравнение (3) не имеет общего аналитического решения.

На рисунке 6 показано численное решение  $\varphi$  для  $M(t) = 2(\exp(-(t-t_1)^2/t_3^2) - \exp(-(t-t_2)^2/t_3^2))$ , при  $t_1 = 10$ ,  $t_2 = 15$ ,  $t_3 = 1$ , что соответствует пику с провалом.  $M(t)$  антисимметрична относительно точки  $(t_1 + t_2)/2$ . Выбраны начальные условия  $\varphi(0) = 0$ ,  $\dot{\varphi}(0) = 0$ . Отсутствие отражения  $t \rightarrow -t$  необхо-

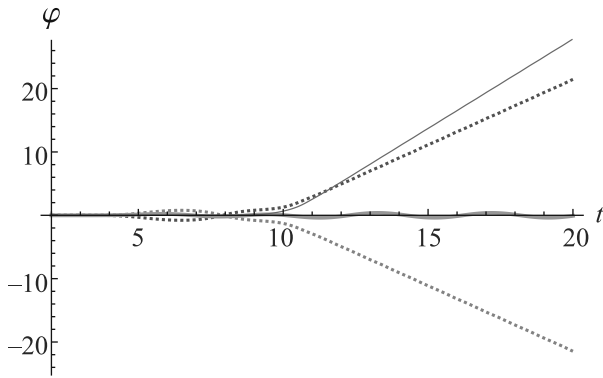


Рис. 6. (Цветной онлайн) Моделирование дифференциального вращения оболочки в соответствии с уравнением (3) при  $A = 1$ ,  $M_0 = -1, 0.4, 1$  (пунктирная, толстая, штрихпунктирная) соответственно. Тонкая кривая соответствует одиночному провалу  $M(t) = 2 \exp(-(t - t_2)^2/t_3^2)$ . При малом  $|M_0| = 0.4$  угол кластера  $\varphi$  колеблется вблизи минимума энергии. При большем  $|M_0|$  кластер после конечного поворота в одну сторону в течение импульса начинает вращаться в противоположном направлении, определяемом знаком  $M_0$

димо для получения постоянного вращения после импульса.

Для сравнения мы привели также результат для  $M(t) = -2 \exp(-(t - t_2)^2/t_3^2)$  и  $B(t) \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow -\infty$ ,  $B(t) \rightarrow B(\infty)$  в точке  $t \rightarrow \infty$ . Этот случай аналогичен рассмотренному выше случаю твердого вращения.

Таким образом, стационарное вращение оболочки может быть вызвано изменением магнитного поля от одного значения при  $t = -\infty$  до другого при  $t = \infty$ , либо несимметричным во времени импульсным возмущением  $B(t)$ , в том числе, с нулевым интегралом по времени.

Однонаправленное вращение, вызванное импульсным полем с нулевым средним, в некотором смысле аналогично фотогальваническому эффекту. В рассматриваемом здесь случае и временная, и пространственная обратимость нарушается самим внешним крутящим моментом. Роль процесса релаксации заключается в остановке послеимпульсного движения. В то же время в случае фотогальванического эффекта рассеяние необходимо для нарушения обратимости времени.

Следует подчеркнуть, что это возмущение должно быть достаточно сильным, чтобы преодолеть барьеры вращения.

Заметим, что если импульсы периодические, то момент  $M$  получит стационарный вклад, пропорциональный времени релаксации.

**Трение вращающегося кластера.** В предыдущем разделе не учитывалось трение вращающегося кластера.

Для изучения трения кластера необходимо понять, каковы его источники. Во-первых, кластер представляет собой массивный объект. Следовательно, его трение отличается от одиночных частиц. В случае одиночных электронов они рассеиваются на фононах, примесях или других электронах. Трение массивного кластера может происходить за счет фононов, если он имеет сверхзвуковую скорость. При температуре  $T$  тепловая скорость равна  $\sqrt{T/Nm}$ , то есть мала, когда  $N$  велико, и испускания фононов не происходит.

Электроны в твердых телах обычно рассеиваются заряженными примесями. В отличие от этого, в кластере при низкой температуре относительное движение электронов заморожено и рассеяние одиночных электронов на примеси не происходит; вместо этого кластер при низкой температуре останавливается, минимизируя энергию кулоновской и параболической ям. Таким образом, мы приходим к выводу о поиске нетрадиционных источников трения. Одним из них являются омические потери в металлическом затворе.

Трение может быть небольшим. Однако для достаточно большого кластера линейная скорость окружности кластера достигает очень большого значения. Например, при  $R = 10^{-3}$  см,  $B(-\infty) = 0$ ,  $B(\infty) = 1$  Тл получаем  $\Omega = 8.8 \cdot 10^{10}$  с $^{-1}$  и  $\Omega R = 8.8 \cdot 10^7$  см/с. Очевидно, что на самом деле такое быстрое вращение будет ограничено трением.

На самом деле есть много разных способов затормозить это вращение. Кластер большой массы, очевидно, будет оказывать сильное сопротивление своему поступательному движению. Например, для твердого ДВК, кулоновское рассеяние большого заряженного кластера на примесях растет пропорционально квадрату заряда кластера и его массы (из-за плотности состояний). Это дает зависимость вероятности рассеяния кластера  $\propto N^3$ . В сравнении, акустическое рассеяние растет слабее, как  $N$  из-за плотности состояний. Аналогичное поведение ожидается и для вращения кластера. С другой стороны, удаленность проводящего слоя от двумерного уменьшает омические потери.

Ниже мы рассмотрим трение, вызванное омическими потерями в металлическом затворе.

Пусть дебаевский радиус  $r_D$  в затворе меньше его толщины. Любой электрон на расстоянии  $d$  от затвора индуцирует поверхностную плотность заряда  $n_s$  в

точке поверхности затвора  $\rho$  (ниже точки в металлическом затворе, считая от его поверхности  $\mathbf{r} = (\rho, z)$ ):

$$en_s = -\frac{ed}{4\pi[(\rho - \mathbf{r}_i)^2 + d^2]^{3/2}}.$$

При движении этот электрон со скоростью  $\mathbf{v}_i$  создает переменную поверхностную плотность заряда. Уравнение непрерывности дает вертикальную плотность тока на металлической поверхности  $j_z = -e\dot{n}_s$ . Плотность тока в металле подчиняется уравнению  $\nabla \mathbf{j} = 0$ . Пусть теперь  $r_D$  меньше расстояния между электронами в кластере. Тогда потенциал индуцированного тока будет удовлетворять уравнению

$$\sigma \Delta \phi = 0 \quad (4)$$

с граничным условием  $\sigma \partial \phi / \partial z = e\dot{n}_s$ , где  $\sigma$  – проводимость материала затвора. Решение уравнения (4) имеет вид

$$\phi(\mathbf{r}) = -\frac{e[\Omega \mathbf{r}_i] \rho}{\sigma((\rho - \mathbf{r}_i)^2 + (z + d)^2)^{3/2}}.$$

Здесь  $\mathbf{r}$  – трехмерная координата,  $\Omega$  – вектор угловой скорости. Мощность тепловыделения  $Q = \int d^2 \rho j_z \phi$ . После замены получаем

$$Q = \frac{3e^2 d}{\sigma} \int d^2 \rho \frac{[\rho \mathbf{v}_i]_z^2}{((\rho - \mathbf{r}_i)^2 + d^2)^4}. \quad (5)$$

Если  $d$  много больше межэлектронного расстояния в кластере, заряды изображений не перекрываются и электроны испытывают независимые аддитивные моменты силы трения. Сила трения  $\mathbf{F}_{fr}$  при одноэлектронном поступательном движении определяется соотношением  $Q = \mathbf{F}_{fr} \mathbf{v}$ . При вращении линейная скорость  $i$ -й частицы  $\mathbf{v}_i = \Omega \times \mathbf{r}_i$  – скорость. Вычисляя интеграл в уравнении (5), получаем  $\mathbf{F}_{fr} = \frac{\pi e^2}{2\sigma d^3} \mathbf{v}$ . Уравнение поступательного движения одного электрона имеет вид  $\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_{fr}/m = \mathbf{v}/\tau_{fr}$ . Тогда роль времени релаксации играет величина  $\tau_{fr} = 2m\sigma d^3/\pi e^2$ .

Для установившегося вращения, приравнявая  $Q$  к потерям на трение  $M_{fr}\Omega$ , где  $M_{fr}$  – нормальная составляющая момента трения, получаем  $M_{fr} = Q/\Omega$ . Момент трения выражается через  $\tau_{fr}$ :  $M_{fr} = J/\tau_{fr}$ .

Уравнение свободного вращения кластера с учетом трения имеет вид  $\dot{\Omega} = \Omega/\tau_{fr}$ . Оценка при  $\sigma = 5 \times 10^7$  см/м,  $m = 10^{-30}$  кг,  $d = 10^{-8}$  м дает  $\tau_{fr} \sim 10^{-9}$  с.

В более общем случае поля от разных электронов перекрываются и трение содержит интерференционный вклад. Мы изучим этот случай в другом месте.

**Выводы.** Мы исследовали структуру двумерного вигнеровского кластера. Мы обнаружили, что

благодаря своей жесткости кластер в аксиально-симметричной потенциальной яме может быть приведен во вращение за счет вихревого электрического поля в переменном магнитном поле. Было показано, что после включения магнитного поля кластер начинает вращаться с угловой скоростью, равной половине конечной циклотронной частоты одиночного электрона. Примечательно, что эта скорость не зависит от структуры кластера.

Без магнитного поля свободное вращение кластера ограничено центробежным расширением до бесконечности, когда центробежная сила превышает притяжение гармонической ямы. Было показано, что в достаточно сильном магнитном поле приведенный во вращение первоначально неподвижный кластер начнет сжиматься, сохраняя свою форму (все относительные расстояния между электронами).

При дальнейшем увеличении магнитного поля может происходить периодический полный коллапс кластера. Это объясняется тем, что, в пренебрежение межэлектронным взаимодействием по сравнению с магнитным полем, циклотронные орбиты свободных электронов, приведенных в движение вихревым электрическим полем, через циклотронный полупериод пройдут вблизи центра кластера (и повторят прохождение через центр еще через период). При сжатии роль межэлектронного взаимодействия увеличивается, электроны начинают рассеиваться друг на друге, возникает картина хаотического движения – структура кластера разрушается.

Вращение кластера может быть остановлено трением. Нами обнаружен новый механизм вращательного трения кластеров, а именно, трение, вызванное наведенными омическими токами. Из-за большого заряда кластера мы ожидаем, что этот механизм будет преобладающим.

Помимо указанного источника трения, твердое движение кластера может сопровождаться возбуждением колебательных мод. Квантование плазмонов приводит к порогу возбуждения: энергия вращения кластера  $J\Omega^2/2$  должна превышать минимальную энергию колебаний  $\hbar\omega_{\min}$ . Это подавляет плазменный механизм трения при низкой температуре. Мы оставляем рассмотрение этого эффекта для будущих публикаций.

Мы не учли квантовые эффекты, в том числе электронное квантование и спиновую подсистему, также оставив эти эффекты на будущее.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект # 20-02-00622).



1. E. P. Wigner, Trans. Faraday Soc. **34**, 678 (1938).
2. А. В. Чаплик, ЖЭТФ **35**, 395 (1972).
3. P. M. Platzman and H. Fukuyama, Phys. Rev. B **10**, 3150 (1974).
4. А. В. Чаплик, Письма в ЖЭТФ **31**, 275 (1980).
5. C. C. Grimes and G. Adams, Phys. Rev. Lett. **42** 795 (1979).
6. R. C. Ashoori, Nature **379**, 413 (1996).
7. C. Yannouleas and U. Landman, Phys. Rev. Lett. **82**, 5325 (1999).
8. R. Egger, W. Häusler, C. H. Mak, and H. Grabert, Phys. Rev. Lett. **82**, 3320 (1999).
9. Mehrdad Mahmoodian and M. V. Entin, J. Phys. Conf. Ser. **2227**, 012012 (2022).
10. Ю. Е. Лозовик, УФН **153**, 356 (1987).
11. V. M. Bedanov and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **49**, 2667 (1994).
12. V. A. Schweigert and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **51**, 7700 (1995).
13. A. V. Filinov, M. Bonitz, and Yu. E. Lozovik, Phys. Rev. Lett. **86**, 3851 (2001).
14. R. Chitra, T. Giamarchi, Eur. Phys. J. B **44**, 455 (2005).
15. Y. P. Chen, G. Sambandamurthy, Z. H. Wang, R. M. Lewis, L. W. Engel, D. C. Tsui, P. D. Ye, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, Nat. Phys. **2**, 452 (2006).
16. N. D. Drummond, and R. J. Needs, Phys. Rev. Lett. **102**, 126402 (2009).
17. Y. P. Monarkha and V. E. Syvokon, Low Temp. Phys. **38**, 1067 (2012).
18. M. Zarenia, D. Neilson, B. Partoens, and F. M. Peeters, Phys. Rev. B **95**, 115438 (2017).
19. I. Shapir, A. Hamo, S. Pecker, C. P. Moca, Ö. Legeza, G. Zarand, and S. Papani, Science **364**, 870 (2019).
20. E. C. Regan, D. Wang, C. Jin et. al. (Collaboration), Nature **579**, 359 (2020).
21. B. Padhi, R. Chitra, and P. W. Phillips, Phys. Rev. B **103**, 125146 (2021).
22. T. Smolenski, P. E. Dolgirev, C. Kuhlenkamp, A. Popert, Y. Shimazaki, P. Back, X. Lu, M. Kroner, K. Watanabe, T. Taniguchi, I. Esterlis, E. Demler, and A. Imamoglu, Nature **595**, 53 (2021).
23. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сендс, *Фейнмановские лекции по физике. Электродинамика*, АСТ, М. (2020), т. 4, гл. 17, п. 4, 352 с.

## Флуктуации мультиплетности ионов $\text{Co}^{3+}$ и смягчение фононного спектра редкоземельных оксидов кобальта

Ю. С. Орлов<sup>+\*1)</sup>, В. А. Дудников<sup>+</sup>, А. Э. Соколов<sup>+\*</sup>, Т. М. Овчинникова<sup>×</sup>, Н. П. Шестаков<sup>+</sup>,  
С. Г. Овчинников<sup>+\*</sup>

<sup>+</sup>Институт физики им. Л. В. Киренского, Федеральный исследовательский центр  
“Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук”, 660036 Красноярск, Россия

<sup>\*</sup>Сибирский федеральный университет, 660041 Красноярск, Россия

<sup>×</sup>Институт леса им. В. Н. Сукачева, Федеральный исследовательский центр “Красноярский научный центр Сибирского  
отделения Российской академии наук”, 660036 Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 10 апреля 2022 г.

После переработки 10 апреля 2022 г.

Принята к публикации 11 апреля 2022 г.

Экспериментально и теоретически исследована необычная температурная зависимость спектров инфракрасного поглощения редкоземельных оксидов кобальта  $\text{LaCoO}_3$  и  $\text{GdCoO}_3$  в интервале температур 3.2–550 К. Обнаружено достаточно сильное смягчение оптической фононной моды, которое нельзя объяснить стандартным решеточным ангарманизмом. Показано, что красное смещение фононного спектра обусловлено квадратичным по смещению решетки электрон-фононным взаимодействием и флуктуациями мультиплетности ионов  $\text{Co}^{3+}$ .

DOI: 10.31857/S1234567822100081, EDN: dyvfqr

1. Явление смягчения фононного спектра известно давно и считается хорошо изученным. В большинстве случаев, если оно обусловлено электрон-фононным взаимодействием, как, например, при структурном фазовом переходе Пайерлса (предвестником этого перехода при высоких температурах является так называемая мягкая фононная мода или гигантская аномалия Кона, т.е. резкий, зависящий от температуры  $T$ , провал в зависимости частоты фононов от импульса  $k$  в части зоны Бриллюэна), для его объяснения достаточно рассмотреть линейный по смещениям решетки вклад в электрон-фононное взаимодействие. Однако линейное электрон-фононное взаимодействие с некоторыми модами бывает запрещено симметрией. Так, запрещено линейное взаимодействие с любыми неполносимметричными колебаниями. Взаимодействие электронов с такими модами будет квадратичным, и в ряде случаев оно может оказаться существенным. Примером является взаимодействие электрона с вращательными модами в молекулярных кристаллах [1], а также взаимодействие с изгибными колебаниями плоскостей в квазидвумерных соединениях. В особенности оно важно, когда изгибные моды колебаний связаны со структурным переходом и являются мягкими. Такая ситу-

ация реализуется в высокотемпературном сверхпроводнике  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  [2]. Как оказалось, для понимания наблюдаемого нами явления смягчения фононного спектра в редкоземельных оксидах кобальта необходимо принять во внимание именно квадратичный по смещению решетки вклад в электрон-фононное взаимодействие и близость многоэлектронных термов  $^1A_{1g}$  и  $^5T_{2g}$  иона  $\text{Co}^{3+}$  с различным спиновым состоянием (низкоспиновым – LS,  $S = 0$  и высокоспиновым – HS,  $S = 2$ ).

Кобальтиты уже несколько лет находятся в фокусе внимания специалистов в области физики твердого тела и физического материаловедения. Это соединение обладает аномальными магнитными, электронными и транспортными свойствами. Несмотря на большое число экспериментальных и теоретических работ, в физике оксидов кобальта  $\text{RCoO}_3$  (R – редкоземельный металл) остается много открытых вопросов, включая природу основного состояния и совокупности переходов (кроссоверов), происходящих с ростом температуры. Сложность физики кобальтитов обусловлена взаимосвязью, спиновых, орбитальных, зарядовых и решеточных степеней свободы, а также необходимостью учитывать сильные электронные корреляции  $3d$ -электронов кобальта. В настоящей работе на примере  $\text{LaCoO}_3$  и  $\text{GdCoO}_3$  продемонстрировано влияние флуктуаций орбитальной

<sup>1)</sup>e-mail: jso.krasn@mail.ru

и спиновой мультиплетности ионов  $\text{Co}^{3+}$  на температурную зависимость фононного спектра редкоземельных оксидов кобальта. Мы сравниваем эти два соединения, поскольку в них из-за большого различия величины спиновой щели вклад флуктуаций мультиплетности в структурные и магнитные свойства заметно отличается [3]. В то же время сравнение вкладов в температурную зависимость фононных частот для  $\text{LaCoO}_3$  и  $\text{GdCoO}_3$  в литературе отсутствует.

**2.** До настоящего времени было получено очень мало экспериментальной информации как о плотности фононных состояний, так и о законах дисперсии фононов редкоземельных оксидов кобальта. Дисперсия фононов в  $\text{LaCoO}_3$  была исследована методом неупругого рассеяния нейтронов в области температур от 10 до 200 К в [4] и от 10 до 536 К в [5]. Оценки [5] показывают, что масштаб температурных изменений частот фононов вблизи границы зоны Бриллюэна почти на порядок превышает решеточный вклад, связанный с температурным расширением. Это позволяет предположить значительную электронную составляющую в коэффициенте Грюнайна и, соответственно, значительное электрон-фононное взаимодействие.

В настоящей работе измерены спектры оптического поглощения  $\text{LaCoO}_3$  и  $\text{GdCoO}_3$  в интервале температур 3.2–550 К и в диапазоне энергий 0.04–1 эВ (рис. 1).

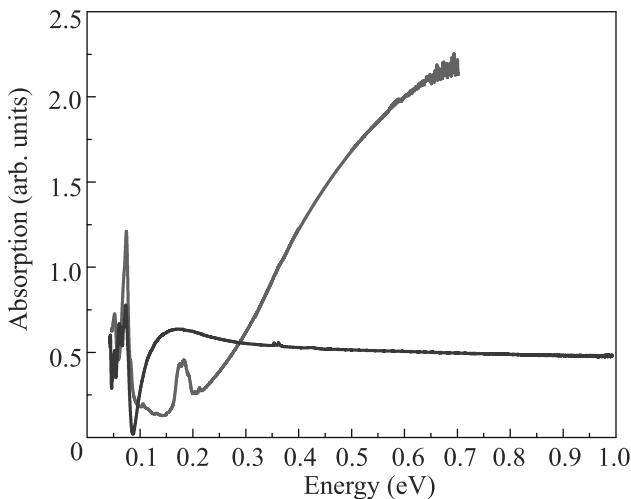


Рис. 1. (Цветной онлайн) Спектр поглощения  $\text{LaCoO}_3$  (зеленая) и  $\text{GdCoO}_3$  (синяя линия) при  $T = 3.2$  К

Инфракрасные спектры поглощения с преобразованием Фурье (FT-IR) регистрировались на спектрометре VERTEX 80v (Bruker Optik GmbH) в спектральной области  $80 \div 7000 \text{ см}^{-1}$  со спектраль-

ным разрешением  $4 \text{ см}^{-1}$ . Для получения спектров были приготовлены образцы таблеток, содержащие  $\text{LaCoO}_3$  и  $\text{GdCoO}_3$ . Круглые таблетки для областей MIR (средний инфракрасный диапазон) и FIR (дальний инфракрасный диапазон) имели толщину около 0.5 мм, диаметр 13 мм и вес 0.140 г. Таблетку готовили следующим образом: менее 0.001 г наноструктурированных порошков тщательно растирали с 0.140 г KBr или 0.03 г высокомолекулярного полиэтилена (ВМП) и подвергали холодному прессованию при 10 МПа. Далее таблетку ВМП нагревали в пресс-форме 10 мин при  $200^\circ\text{C}$  и охлаждали в холодной воде. ИК-Фурье-спектрометр был оснащен керамическим Globar источником света MIR, широкополосным светоделителем KBr и RT-DLaTG в качестве детектора. Для FIR диапазона использовался Mylar Mytilaer bimsplitter и RT-LTGS FIR в качестве детектора (Bruker Optik GmbH).

Поглощение выше 0.1 эВ связано с электронными переходами, и в дальнейшем мы ограничимся поглощением фононной подсистемы в области энергий менее 0.1 эВ. Мы рассмотрим высокоэнергетическую часть фононного спектра (0.04–0.08 эВ) (рис. 2), в которой находится дыхательная (компрессионная) вибронная мода. В высокоэнергетической части фононного спектра видны хорошо разрешенные колебательные возбуждения, аналогичные наблюдаемым в [6].

Самый высокоэнергетический максимум в спектре поглощения, который мы связываем с возбуждением дыхательной моды  $\text{CoO}_6$  октаэдров [7], сдвигается в область меньших энергий с ростом температуры (рис. 2). Сдвиг для La заметно сильнее, чем для Gd (рис. 3а), и мы связываем его с большей заселенностью HS-состояния ионов  $\text{Co}^{3+}$  с ростом температуры.

**3.** Для описания влияния флуктуации мультиплетности ионов кобальта на фононный спектр поглощения в редкоземельных оксидах кобальта запишем гамильтониан фононной и электронной подсистем и их взаимодействия в виде:

$$\hat{H} = \sum_i \left( \frac{\hat{p}_i^2}{2M} + \frac{1}{2} k_0 \hat{u}_i^2 \right) - \frac{1}{2} V_q \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{u}_i \hat{u}_j - \sum_i (g_1 \hat{u}_i + g_2 \hat{u}_i^2) \left( -X_i^{s,s} + \sum_{\sigma=-S}^{+S} \sum_{l_z=-1}^{+1} X_i^{\sigma l_z, \sigma l_z} \right) + E_{\text{HS}} \sum_{\sigma=-S}^{+S} \sum_{l_z=-1}^{+1} X_i^{\sigma l_z, \sigma l_z} + E_{\text{LS}} X_i^{s,s}. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое содержит энергию локальных полносимметричных колебаний катион-

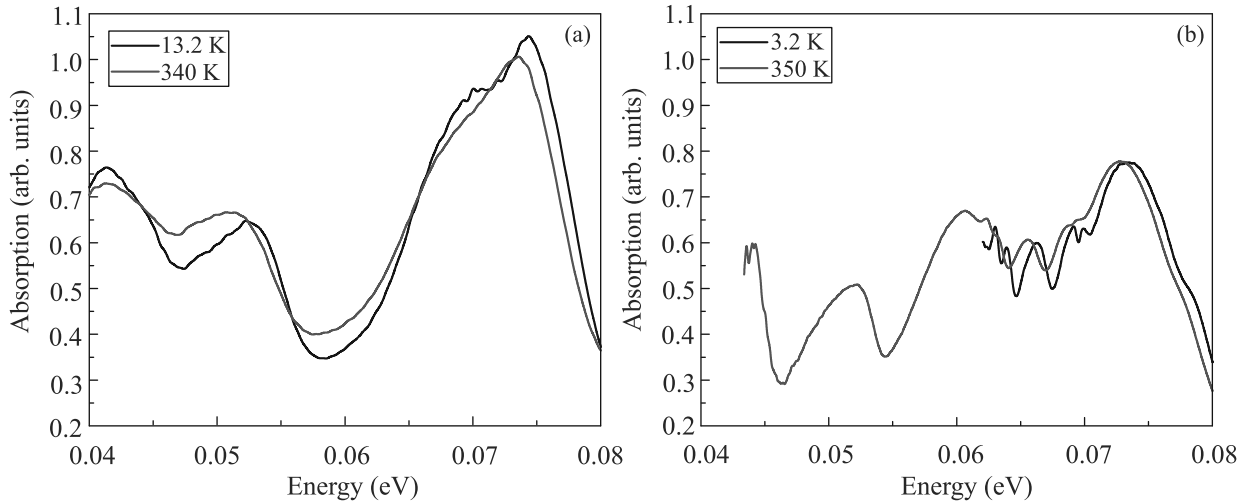


Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр поглощения  $\text{LaCoO}_3$  (a) и  $\text{GdCoO}_3$  (b) в диапазоне энергий 0.04–0.08 эВ

анионного комплекса (который мы рассматриваем как элементарную ячейку и в дальнейшем будем называть СК-комплексом, поскольку HS/LS термы с возможным спиновым кроссовером формируются внутри этих комплексов). Второе и третье описывают упругое взаимодействие катионов на соседних узлах решетки и электронно-колебательное (вибронное) взаимодействие [8, 9] соответственно,  $g_1$  и  $g_2$  – константы электронно-колебательного взаимодействия,  $k_0$  – константа упругой связи,  $\hat{u}$  – оператор нормальной координаты, соответствующий дыхательной моде колебаний лигандов (вибронов) и сопряженный ему оператор импульса  $\hat{p}$ ,  $V_q$  – константа упругого межмолекулярного взаимодействия,  $M$  – эффективная масса осциллятора. Последние два слагаемых в (1) содержат энергию HS- и LS-состояний. Поскольку ионные радиусы катионов в LS- и HS-состояниях отличаются достаточно сильно (разница около 10%), в электронно-колебательном взаимодействии необходимо учитывать не только линейные, но и квадратичные по  $\hat{u}$  слагаемые. Разные знаки перед операторами заселенности LS- ( $\hat{n}_{i,\text{LS}} = X_i^{s,s}$ ) и HS- ( $\hat{n}_{i,\text{HS}} = \sum_{\sigma=-S}^{+S} \sum_{\tilde{l}_z=-1}^{+1} X_i^{\sigma\tilde{l}_z,\sigma\tilde{l}_z}$ ) состояний в электрон-вибронном взаимодействии соответствуют противоположному влиянию флуктуаций мультиплетности на равновесную длину катион-анионной связи: заполнение LS стремится его уменьшить, а HS – увеличить.

Для описания возможного сосуществования различных катионных термов (в нашем случае  ${}^1A_{1g}$  и  ${}^5T_{2g}$ ) более удобен язык операторов Хаббарда, которые могут быть построены на базисе собственных многоэлектронных состояний катиона. В (1)  $X$ -

операторы Хаббарда построены на HS-состояниях  $|\sigma, \tilde{l}_z\rangle$  с различной проекцией спина  $\sigma = -S, -S + 1, \dots, +S$  ( $S = 2$ ) и эффективного орбитального момента  $\tilde{l}_z = -1, 0, +1$  ( $\tilde{l} = 1$ ) и синглетном LS-состоянии  $|s\rangle$  ( $S = 0$ ). Эти операторы удовлетворяют условию полноты  $X_i^{s,s} + \sum_{\sigma=-S}^{+S} \sum_{\tilde{l}_z=-1}^{+1} X_i^{\sigma\tilde{l}_z,\sigma\tilde{l}_z} = 1$  или  $n_{\text{LS}} + n_{\text{HS}} = 1$ , где  $n_{\text{LS}} = \langle X_i^{s,s} \rangle$  и  $n_{\text{HS}} = \sum_{\sigma=-S}^{+S} \sum_{\tilde{l}_z=-1}^{+1} \langle X_i^{\sigma\tilde{l}_z,\sigma\tilde{l}_z} \rangle$  – заселенности LS/HS состояний соответственно (здесь  $\langle \dots \rangle$  обозначают термодинамическое среднее). В дальнейшем для удобства индекс  $\tilde{l}_z$  будет опущен.

Используя расщепление  $\hat{u}_i^2 X_i^{s,s} \approx \hat{u}_i^2 \langle X_i^{s,s} \rangle$ ,  $\hat{u}_i^2 \sum_{\sigma=-S}^{+S} X_j^{\sigma,\sigma} \approx \hat{u}_i^2 \langle \sum_{\sigma=-S}^{+S} X_j^{\sigma,\sigma} \rangle$  и условие полноты, гамильтониан (1) может быть преобразован к виду

$$\hat{H} \approx \sum_i \left( \frac{\hat{p}_i^2}{2M} + \frac{1}{2} [k_0 + 2g_2(1 - 2n_{\text{HS}})] \hat{u}_i^2 \right) - \frac{1}{2} V_q \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{u}_i \hat{u}_j + g_1 \sum_i \hat{u}_i \left( X_i^{s,s} - \sum_{\sigma=-S}^{+S} X_i^{\sigma,\sigma} \right) - \Delta_S \sum_i X_i^{s,s}, \quad (2)$$

где  $\Delta_S = E_{\text{HS}} - E_{\text{LS}}$  – величина спиновой щели (энергетический интервал между LS- и HS-состояниями). Из (2) видно, что константы упругой связи в LS- ( $n_{\text{HS}} = 0$ ) и HS- ( $n_{\text{HS}} = 1$ ) состояниях равны  $k_{\text{LS}} = k_0 + 2g_2$  и  $k_{\text{HS}} = k_0 - 2g_2$ , соответственно, поэтому частоты локальных колебаний отличаются в HS- и LS-состояниях:  $\omega_{\text{HS}} = \sqrt{k_{\text{HS}}/M} = \sqrt{(k_0 - 2g_2)/M}$ ,  $\omega_{\text{LS}} = \sqrt{k_{\text{LS}}/M} = \sqrt{(k_0 + 2g_2)/M}$ .

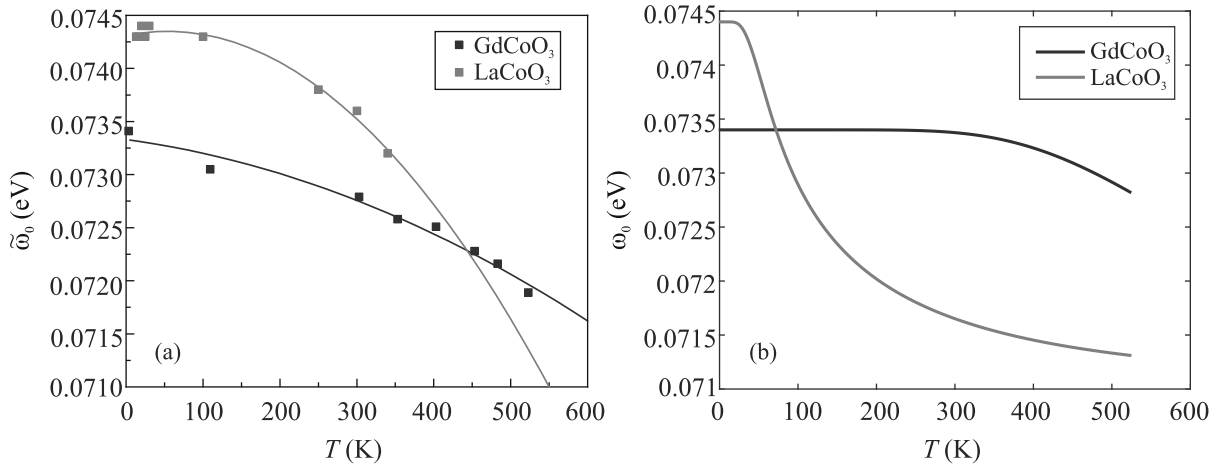


Рис. 3. (Цветной онлайн) (а) – Экспериментально полученная температурная зависимость положения высокоэнергетического максимума ИК спектра поглощения, соответствующего возбуждению дыхательной (компрессионной) моды колебаний кристаллической решетки  $\text{LaCoO}_3$  и  $\text{GdCoO}_3$ . (б) – Рассчитанная температурная зависимость частоты дыхательной моды колебаний  $\text{CoO}_6$  октаэдров. Расчеты были выполнены для следующих значений спиновой щели  $\Delta_S$ :  $\Delta_{\text{GdCoO}_3} = 2300$  К,  $\Delta_{\text{LaCoO}_3} = 150$  К

Гамильтониан (2) удобно представить в виде:  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$ , где

$$\hat{H}_0 = \sum_i \left( \frac{\hat{p}_i^2}{2M} + \frac{1}{2} [k_{\text{LS}} - 4g_2 n_{\text{HS}}] \hat{u}_i^2 \right) - \frac{1}{2} V_q \sum_{\langle i,j \rangle} \hat{u}_i \hat{u}_j - \Delta_S \sum_i X_i^{s,s}, \quad (3)$$

$$\hat{H}_1 = g_1 \sum_i \hat{u}_i \left( X_i^{s,s} - \sum_{\sigma=-S}^{+S} X_i^{\sigma,\sigma} \right). \quad (4)$$

С помощью стандартного канонического преобразования [10] (3) можно привести к виду  $\hat{H}_0 = \omega_q (b_q^\dagger b_q + \frac{1}{2})$ , где для простой кубической решетки вдоль направления [1, 1, 1]

$$\omega_q = \sqrt{\tilde{\omega}_0^2 \left[ 1 - \frac{V_q}{3k_0} (\cos q_x + \cos q_y + \cos q_z) \right]}. \quad \text{Здесь } \tilde{k}_0 = k_{\text{LS}} - 4g_2 n_{\text{HS}} = (k_0 + 2g_2) - 4g_2 n_{\text{HS}},$$

$$\tilde{\omega}_0 = \sqrt{\frac{\tilde{k}_0}{M}} = \sqrt{\omega_{\text{LS}}^2 - n_{\text{HS}} \frac{4g_2}{M}} \quad (5)$$

или

$$\tilde{\omega}_0 = \sqrt{\omega_{\text{LS}}^2 - n_{\text{HS}} \Delta \omega^2}, \quad (6)$$

где  $\Delta \omega^2 = (\omega_{\text{LS}}^2 - \omega_{\text{HS}}^2)$ . Согласно нашим экспериментальным данным для  $\text{LaCoO}_3$   $\omega_{\text{LS}} = 0.0744$  эВ (при  $T = 0$   $n_{\text{LS}} = 1$ ), а  $\omega_{\text{HS}} = 0.0707$  эВ (при  $T = 550$  К  $n_{\text{HS}} \approx 1$ ), поэтому  $\Delta \omega^2 \approx 0.54 \cdot 10^{-3}$  эВ<sup>2</sup>.

При  $T = 0$  в отсутствие кооперативного взаимодействия  $V_q$  спиновый кроссовер есть квантовый фазовый переход [11], который с ростом температуры

размывается в плавный кроссовер. Наличие же кооперативных эффектов за счет взаимодействий  $V_q$  и  $H_1$ , а также не рассматриваемых в данной модели межатомных обменных взаимодействий между высокоспиновыми термами соседних катионов приводит к тому, что в системе появляется термодинамический фазовый переход [12, 13].

Зная величину спиновой щели  $\Delta_S$  для рассматриваемых здесь редкоземельных оксидов кобальта ( $\Delta_{\text{LaCoO}_3} = 150$  К [14, 15],  $\Delta_{\text{GdCoO}_3} = 2300$  К [15]) и используя выражение (6), в котором

$$n_{\text{HS}} = \quad (7)$$

$$\frac{g_1 e^{-\Delta_s/k_B T} + g_2 e^{-(\Delta_s+2\lambda)/k_B T} + g_3 e^{-(\Delta_s+5\lambda)/k_B T}}{1 + g_1 e^{-\Delta_s/k_B T} + g_2 e^{-(\Delta_s+2\lambda)/k_B T} + g_3 e^{-(\Delta_s+5\lambda)/k_B T}},$$

мы можем оценить влияние флуктуаций мультиплетности ионов кобальта на фононный спектр поглощения в редкоземельных оксидах кобальта с ростом температуры. Выражение (7) для заселенности HS-состояния записано с учетом спин-орбитального взаимодействия ( $\lambda = 185$  К – константа спин-орбитального взаимодействия [16]), приводящего к расщеплению  $^5T_{2g}$  терма на состояния с полным эффективным угловым моментом  $\tilde{J} = 1, 2$  и 3 с кратностью вырождения  $g_1 = 3, g_2 = 5$  и  $g_3 = 7$  соответственно [16]. На рисунке 3б представлена рассчитанная температурная зависимость положения максимума ИК спектра поглощения, соответствующего возбуждению дыхательной (компрессионной) моды колебаний кристаллической

решетки для двух соединений. С ростом температуры наблюдается сдвиг максимума поглощения в область более низких частот, что соответствует полученным экспериментальным данным (рис. 3а).

Длину связи металл-лиганд можно представить в виде  $l(T) = l_0(T) + u(T)$ , где  $l_0(T)$  – регулярная составляющая, обусловленная ангармонизмом колебаний решетки и аномальный вклад  $u(T) = \langle \dot{u} \rangle$ , возникающий из-за вибронного взаимодействия. В отсутствии спин-орбитального взаимодействия равновесные положения лигандов, соответствующие минимумам потенциальной энергии, в LS- и HS-состояниях определяются выражениями  $u_{LS}^0 = -\frac{g_1}{k_{LS}}$ ,  $u_{HS}^0 = \frac{g_1}{k_{HS}}$ . Для  $g_1 = 0.8 \text{ эВ}/\text{Å}^2$  [17] будем иметь  $u_{LS}^0 = -0.09 \text{ Å}$ ,  $u_{HS}^0 = 0.13 \text{ Å}$ , и  $\Delta u^0 = u_{HS}^0 - u_{LS}^0 = 0.22 \text{ Å}$ . Поскольку длина связи  $l_0$  при  $T = 0$  порядка  $2 \text{ Å}$ , то  $\Delta u^0$  составляет 10% от этой величины. Это число согласуется с известной разностью ионных радиусов в LS- и HS-состояниях. Видно, что в отсутствие электронно-колебательного взаимодействия  $u_{LS(HS)}^0 = 0$  и изменение объема системы с ростом температуры возможно только из-за ангармонизма решетки. Коэффициент теплового расширения редкоземельных оксидов кобальта демонстрирует необычную температурную зависимость – две аномалии, связанные с заселенностью HS-состояния (низкотемпературная) и переходом диэлектрик–металл (высокотемпературная) [15, 18–20]. Наиболее ярко эти аномалии выражены в  $\text{LaCoO}_3$ . Линейное электрон-фононное взаимодействие (4) является причиной возникновения низкотемпературной аномалии.

4. В заключение отметим, что причиной намного более заметного смягчения частоты оптического фонона в  $\text{LaCoO}_3$  по сравнению с  $\text{GdCoO}_3$  является значительное отличие величины спиновой щели, определяющей рост концентрации высокоспиновых состояний с увеличением температуры и приводящей к смягчению фононной частоты согласно формуле (6). Различие величин спиновой щели обусловлено эффектом лантаноидного сжатия [21].

Другой довольно общей причиной температурной зависимости фононных частот и теплового расширения твердых тел является фонон-фононное взаимодействие или ангармонизм колебаний кристаллической решетки. Регулярный вклад в коэффициент теплового расширения  $\alpha$  для  $\text{RCoO}_3$ , обусловленный этим взаимодействием, составляет  $10^{-6} \text{ K}^{-1}$  [15] (характерное значение для большинства веществ). Экспериментальное значение  $\alpha_{\text{RCoO}_3} \sim 10^{-5}$  [15]. Отличие вызвано существенной ролью линейного электрон-фононного взаимодействия и близостью LS/HS состояний ионов  $\text{Co}^{3+}$  (температурны-

ми флуктуациями мультиплетности), что приводит к неадиабатическим процессам перехода энергии электронного возбуждения в энергию колебаний ядер, или к обратным процессам – теплового возбуждения электронных состояний, описываемых гамильтонианом (1). В смягчении фононного спектра  $\text{RCoO}_3$ , кроме фонон-фононного взаимодействия, определяющим механизмом является квадратичное электрон-фононное взаимодействие. Подобные эффекты квадратичного электрон-фононного взаимодействия рассматривались в задачах, связанных с ферроэлектричеством в перовскитах [22, 23], с некоторым обсуждением высокотемпературной сверхпроводимости в купратах [24, 25].

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда # 18-12-00022.

1. H. Gutfreund and M. Weger, Phys. Rev. B **16**, 1753 (1977).
2. P. Böni, J.D. Axe, G. Shirane, R.J. Birgeneau, D.R. Gabbe, H.P. Jenssen, M.A. Kastner, C.J. Peters, P.J. Picone, and T.R. Thurston, Phys. Rev. B **38**, 185 (1988).
3. Yu.S. Orlov, L.A. Solovyov, V.A. Dudnikov, A.S. Fedorov, A.A. Kuzubov, N.V. Kazak, V.N. Voronov, S.N. Vereshchagin, N.N. Shishkina, N.S. Perov, K.V. Lamonova, R.Yu. Babkin, Yu.G. Pashkevich, A.G. Anshits, and S.G. Ovchinnikov, Phys. Rev. B **88**, 235105 (2013).
4. Y. Kobayashi, T.S. Naing, M. Suzuki, M. Akimitsu, K. Asai, K. Yamada, J. Akimitsu, P. Manuel, J.M. Tranquada, and G. Shirane, Phys. Rev. B **72**, 174405 (2005).
5. А.В. Рыбина, В.В. Ефимов, П.А. Алексеев, И.О. Троянчук, А.С. Иванов, В.В. Сиколенко, Е.С. Клементьев, Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования **12**, 16 (2011).
6. Y. Y. Kim, D. H. Lee, T. Y. Kwon, and S. H. Park, J. Sol. State Chem. **112**, 376 (1994).
7. Y.S. Orlov, A.E. Sokolov, V.A. Dudnikov, K.V. Shulga, M.N. Volochaev, S.M. Zharkov, N.P. Shestakov, M.A. Vysotin, and S.G. Ovchinnikov, Molecules **25**, 4316 (2020).
8. N. O. Lipari, C. V. Duke, and L. Pietronero, J. Chem. Phys. **65**, 1165 (1976).
9. A. Painelli and A. Girlando, J. Chem. Phys. **84**, 5655 (1986).
10. А.С. Давыдов, Теория твердого тела, Наука, М. (1976).
11. A. I. Nesterov and S. G. Ovchinnikov, Pis'ma v ZhETF **90**, 580 (2009).
12. Ю.С. Орлов, С.В. Николаев, С.Г. Овчинников, А.И. Нестеров, Письма в ЖЭТФ **112**, 268 (2020).

13. Ю.С. Орлов, С.В. Николаев, А.И. Нестеров, С.Г. Овчинников, *ЖЭТФ* **159**, 479 (2021).
14. S. Noguchi, S. Kawamata, K. Okuda, H. Nojiri, and M. Motokawa, *Phys. Rev. B* **66**, 094404 (2002).
15. K. Knizek, Z. Jirak, J. Hejtmanek, M. Veverka, M. Marysko, G. Maris, and T. T. M. Palstra, *Eur. Phys. J. B* **47**, 213 (2005).
16. Z. Ropka and R. J. Radwanski, *Phys. Rev. B* **67**, 172401 (2003).
17. G. D'Avino, A. Painelli, and K. Boukheddaden, *Phys. Rev. B* **84**, 104119 (2011).
18. K. Berggold, M. Kriener, P. Becker, M. Benomar, M. Reuther, C. Zobel, and T. Lorenz, *Phys. Rev. B* **78**, 134402 (2008).
19. P. G. Radaelli and S.-W. Cheong, *Phys. Rev. B* **66**, 094408 (2002).
20. J. Baier, S. Jodlauk, M. Kriener, A. Reichl, C. Zobel, H. Kierspel, A. Freimuth, and T. Lorenz, *Phys. Rev. B* **71**, 014443 (2005).
21. S. G. Ovchinnikov, Yu. S. Orlov, and V. A. Dudnikov, *J. Magn. Magn. Mater.* **324**, 3584 (2012).
22. R. Migoni, H. Bilz, and D. Bauerle, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 1155 (1976).
23. H. Bilz, G. Bedenek, and A. Bussmann-Holder, *Phys. Rev. B* **35**, 4840 (1987).
24. A. Bussmann-Holder, *Ferroelectrics* **144**, 173 (1993).
25. A. Bussmann-Holder, A. Simon, and H. Buttner, *Phys. Rev. B* **39**, 207 (1989).

# Magnetic edge states in transition metal dichalcogenide monolayers

A. V. Chaplik<sup>+\*</sup>, L. I. Magarill<sup>+\*1)</sup>, R. Z. Vitlina<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Rzhanov Institute of Semiconductor Physics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, 630090 Novosibirsk, Russia

<sup>\*</sup>Novosibirsk State University, 630090 Novosibirsk, Russia

Submitted 31 March 2022

Resubmitted 10 April 2022

Accepted 11 April 2022

DOI: 10.31857/S1234567822100093, EDN: dyvgbf

Magnetic edge states (MES) in a 2D system are quite similar to the magnetic surface states (MSS) in a bulk specimen discovered experimentally in 1960 by Khaikin [1, 2] and theoretically described by Nee and Prange [3–5]. Both those and others are formed by the so called “skipping orbits” of electrons: some electrons cannot close their orbits in the magnetic field because center of the Larmour precession lies too close to the surface or even beyond the specimen. In the last case the classically allowed for electrons area lies between a branch of “magnetic parabola” and the specimen boundary. Then the separation between turning points can be significantly less than the corresponding parameter of the bulk electrons and that’s why the MSS energy quanta exceed the Landau quantization intervals. As a result the Landau levels in the bulk can be already blurred by temperature and disorder while MSS are still observable in resonant experiments. That’s how MSS were observed by Khaikin when he measured the surface impedance of metals at very weak magnetic fields. The Nee and Prange theory was developed for weak fields either.

In the present paper we propose the theory of MESs for conventional 2D semiconductor systems (like GaAs quantum wells) and for monolayers of transition metal dichalcogenides (TMDC) at arbitrary strong magnetic fields. Effect of the monolayer boundary, e.g., edge of a half-plane, results in lifting the degeneracy. The Landau levels turn into 1D subbands in which energy depends on the component of electron momentum parallel to the edge of the half-plane. Optical interband magnetoabsorption of the conventional semiconductors is governed by the same selection rule for the Landau level number that acts in case of unbounded plane  $\Delta n = 0$  of the spectrum in position of the oscillator suspension point. The van Hove singularity of the  $M_0$  type (threshold of absorption) remains square root behavior but the coef-

ficient at  $1/\sqrt{\omega - \omega_{\min}}$  is anomalously large if the specimen width is much larger than the magnetic length.

More complicate situation occurs for a half-plane of TMDC monolayer. As it is known in this case the Landau levels for unbounded plane are additionally twofold degenerate in the valley index  $\tau$ . Presence of an edge lifts this degeneracy either:  $\tau$ -doubling arises as one can see in Fig. 1, where  $\Delta$  is the forbidden gap width,  $\omega_c$  is the cyclotron frequency,  $X$  is the suspension point position and  $l$  is the magnetic length.

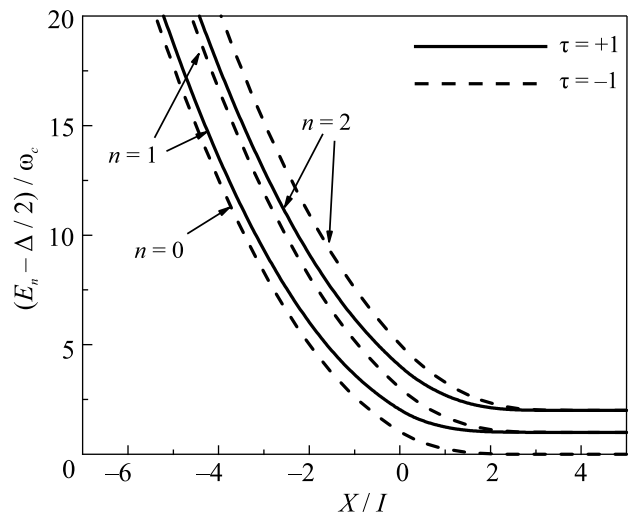


Fig. 1. Landau subbands for MoS<sub>2</sub> in the conduction band at the magnetic field 10 T

Unlike conventional semiconductors the selection rule  $\Delta n = 0$  is violated for a semi-infinite TMDC monolayer and, strictly speaking, any interband transition is allowed though intensity of the forbidden in the unbounded plane transitions is much less than for allowed ones. For suspension points both inside and outside the specimen at distances from the edge much greater than the magnetic length analytical formulae for the 1D subbands dispersion law are obtained; in the intermediate region numerical calculations have been made.

<sup>1)</sup>e-mail: levml@isp.nsc.ru



This is an excerpt of the article “Magnetic edge states in transition metal dichalcogenide monolayers”. Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022100563

1. M. S. Khaikin, JETP **12**, 152 (1961) [ZhETF **39**, 212 (1960)].
2. M. S. Khaikin, Sov. Phys. Usp. **11**, 785 (1969) [Usp. Fiz. Nauk **96** 409 (1968)].
3. T.-W. Nee and R. E. Prange, Technical Report # 668, Univ. of Maryland (1967).
4. T.-W. Nee and R. E. Prange, Phys. Lett. **25A**, 582 (1967).
5. T.-W. Nee and R. E. Prange, Phys. Rev. **168**, 779 (1968).

# Отрицательное дифференциальное сопротивление и ступеньки Шапиро в сверхпроводящей MoN полоске с разрезом

С. С. Уставщиков<sup>1\*</sup>), М. Ю. Левичев<sup>+</sup>, И. Ю. Пашенькин<sup>+</sup>, Н. С. Гусев<sup>+</sup>, С. А. Гусев<sup>+</sup>, Д. Ю. Водолазов<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Институт физики микроструктур РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

\*Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, 603950 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 14 апреля 2022 г.

После переработки 19 апреля 2022 г.

Принята к публикации 20 апреля 2022 г.

Нами обнаружено наличие участков с отрицательным дифференциальным сопротивлением (*negative differential resistance* – NDR) на вольт-амперных характеристиках (ВАХ) сверхпроводниковых MoN полосок с боковым разрезом при наличии микроволнового (СВЧ) излучения большой мощности. На ВАХ участок с NDR соседствует со ступеньками (особенно хорошо заметными при малой мощности СВЧ излучения), аналогичными ступенькам Шапиро в джозефсоновском переходе. Анализ в рамках временного уравнения Гинзбурга–Ландау и уравнения теплопроводности для электронной температуры показал, что возможной причиной NDR является неупорядоченное (хаотическое) движение вихрей поперек полоски возле разреза, появляющееся при большой мощности СВЧ излучения.

DOI: 10.31857/S123456782210010X, EDN: dyvntv

**1. Введение.** Известно, что движение вихрей в сверхпроводниках может быть синхронизировано под действием переменного тока, возникающего, например, при поглощении микроволнового (СВЧ) электромагнитного излучения с частотой  $\nu$ . Синхронизация (phase locking) возникает, когда период изменения тока  $T = 1/\nu$  становится близким к  $\tau$  – характерному времени движения вихря. Это время является либо временем прохода вихря поперек сверхпроводника  $\tau = w/v$  (здесь  $v$  – средняя скорость вихря,  $w$  – ширина сверхпроводящего мостика/полоски или, например, период модуляции толщины сверхпроводника), либо временем прохода между соседними вихрями  $\tau = a/v$  ( $a$  – характерное межвихревое расстояние). Явление синхронизации заключается в том, что при  $T \sim \tau$  вихри изменяют свою среднюю скорость так, чтобы время  $\tau$  подстраивалось к периоду переменного тока  $T$  – т.е. происходит так называемый phase locking. Это приводит к независимости напряжения  $U \propto v$  от постоянного тока; иными словами, в некотором диапазоне токов  $I$  напряжение  $U$  остается постоянным. На вольт-амперной характеристике (ВАХ) это проявляется в виде наличия ступенек [1–6], похожих на ступеньки Шапиро в джозефсоновских переходах (ДП) [7]. Заметим, что в джозефсоновских переходах синхронизация происходит, когда период  $T$  сравнивается с периодом изменения

разности фаз сверхпроводящего параметра порядка в переходе на  $2\pi$ .

В нашей работе мы исследовали влияние СВЧ излучения на движение вихрей в сверхпроводниковой MoN полоске с одним боковым разрезом (см. рис. 1а). Вблизи вершины разреза происходит концентрация линий тока (см. рис. 1б), что приводит к локально более сильному подавлению сверхпроводимости и определяет место зарождения вихрей (точку входа вихрей) при превышении транспортным током  $I$  критического значения  $I_c$ . Таким образом можно реализовать режим, когда вихри входят в сверхпроводник через одно определенное, контролируемое место, в достаточно широком диапазоне токов (при  $I \gg I_c$  могут появиться другие точки входа вихрей). Количество вихрей, одновременно движущихся в полоске, может быть малым (вплоть до одного вихря), и оно зависит от величины тока и ширины полоски. Теоретически, похожая задача о сверхпроводящей полоске с двумя разрезами, находящимися напротив друг друга была рассмотрена в работе Асламазова и Ларкина [8]. В цитированной работе были рассчитаны схожие с ДП характеристики резистивного состояния, включая и ступеньки Шапиро, а также предсказано появление “кинков” на ВАХ, при изменении количества движущихся вихрей.

В нашем эксперименте мы наблюдали ВАХ, напоминающую ВАХ джозефсоновского контакта с большим затуханием (overdamped Josephson junction) в

<sup>1)</sup>e-mail: sergey@ipmras.ru

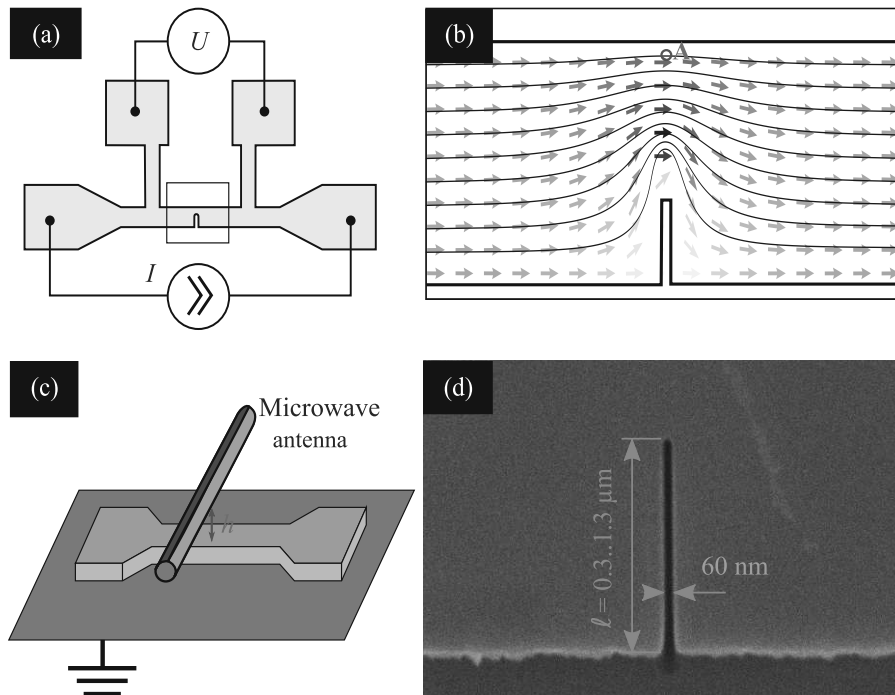


Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схема для измерений сверхпроводящего мостика с разрезом; (b) – распределение плотности тока в области разреза; (c) – схема микроволнового возбуждения; (d) – изображение полоски с разрезом, полученное с помощью электронного микроскопа

диапазоне токов  $I_c < I < I^*$  ( $I^*$  – ток переключения в нормальное состояние), а также ступеньки Шапиро, однако “кинки” обнаружить не удалось. Но основным нашим результатом является обнаружение отрицательного дифференциального сопротивления (*negative differential resistance* – NDR) на ВАХ, которое появляется при большой мощности СВЧ излучения. Расчеты в рамках нестационарного уравнения Гинзбурга–Ландау вместе с уравнением теплопроводности для электронной температуры показали, что в исследуемой системе существует режим, когда динамика вихрей демонстрирует хаотическое поведение, а рассчитанные ВАХ имеют участок с NDR. Это позволяет установить связь нашего результата с NDR, наблюдаемого для джозефсоновского перехода с малым затуханием (underdamped Josephson junction). Известно, что в определенном диапазоне параметров и достаточной большой мощности СВЧ излучения в джозефсоновском переходе может реализоваться хаотический режим, т.е. отсутствие какого-либо периодического во времени изменения разности фазы сверхпроводящего параметра порядка и напряжения [9–11]. При этом, при приближении к этому режиму на ВАХ джозефсоновских переходов могут наблюдаться участки с NDR [9–11] либо даже с отрицательным сопротивлением

[11, 12]. По сравнению с джозефсоновским переходом с низким затуханием, в MoN полоске с разрезом основными механизмами “инерции” являются конечное время релаксации электронов  $\tau_E$  в равновесное состояние и время изменения сверхпроводящего параметра порядка. Заметим, что в отличие от ДП, наличие этих времен не приводит к гистерезису ВАХ в диапазоне токов  $I_c < I < I^*$  и малых напряжений, где наблюдаются ступеньки Шапиро и реализуется режим NDR. В нашей системе гистерезис возникает при превышении тока  $I^*$ , когда за счет сильного электронного разогрева сверхпроводящая полоска переходит в нормальное состояние и возвращается в сверхпроводящее состояние при значительно меньшем токе  $I < I_r \ll I_c$ .

**2. Структуры сверхпроводник–нормальный металл.** В работе исследован электронный транспорт при наличии микроволнового облучения для серии полосок (ширина  $w = 2.5$  мкм, длина  $L = 30$  мкм), изготовленных из тонкой пленки сверхпроводящего нитрида молибдена (MoN). Пленки были выращены методом магнетронного напыления с базовым уровнем вакуума порядка  $1.5 \cdot 10^{-7}$  мбар на стандартных кремниевых подложках размером  $10 \times 10$  мм<sup>2</sup> без удаления оксидного слоя. Формирование пленки нитрида молибдена осуществляется

магнетронным напылением молибдена в атмосфере смеси газов  $\text{Ar} : \text{N}_2 = 10 : 1$  при давлении  $1 \cdot 10^{-3}$  мбар и комнатной температуре. Толщина слоя  $d_S = 20$  нм измерена методом рентгеновской дифрактометрии. Сверху был напылен защитный слой кремния толщиной 5 нм. Удельное сопротивление при 10 К комнатной температуре составляло  $\rho \simeq 150$  мк $\Omega \cdot$ см, сопротивление на квадрат  $R_{\square} = 75 \Omega$ , критическая температура сверхпроводящего перехода 7.8 К.

Транспортные измерения проводились стандартным четырехконтактным методом в режиме заданного постоянного тока в гелиевом транспортном сосуде Дьюара, с полным погружением образца в жидкий гелий при давлении, равном атмосферному (температура 4.2 К). Для изоляции образца от внешнего магнитного поля использовался ниобиевый экран. Для подавления высокочастотного шума в подводящих проводах использовался двухкаскадный аналоговый RC-фильтр с шириной полосы 5 кГц, работающий при комнатной температуре. Возбуждение микроволнового поля осуществлялось штыревой антенной (рис. 1с), без специального согласования импедансов.

Разрез шириной 60 нм на краю полоски был сформирован с помощью галлиевого фокусированного ионного пучка (*focused ion beam* – FIB). Полоски в серии отличались длинами разреза  $\ell$ , которые равнялись 300, 900 и 1300 нм (скан одного из образцов представлен на рис. 1d). Увеличение длины разреза приводит к уменьшению  $I_{c0}$  критического тока без излучения. При увеличении длины разреза  $\ell$  от 300 до 1300 нм критический ток  $I_{c0}$  меняется от 1.00 до 0.49 мА (критический ток для полоски без разреза  $I_{c0} = 1.8$  мА).

ВАХ образца с разрезом имеет безгистерезисный характер в диапазоне токов  $I_c < I < I^*$  (образец без разреза при превышении критического тока скачком переходил в нормальное состояние). Микроволновое облучение приводит к уменьшению критического тока и смещению ВАХ, как показано на вставке к рис. 2. Этот эффект обусловлен как прямым сложением постоянного и индуцированного высокочастотного тока, так и нагревом образца за счет поглощения СВЧ излучения нормальными электронами. Отклик напряжения  $U(\nu)$  при токе  $I_m$  в зависимости от частоты микроволнового облучения  $\nu$  имеет выраженный резонансный характер (см. рис. 2). Спектральный состав отклика отвечает геометрии образца на держателе и меняется при монтаже образца. Измерения проводились на частотах, соответствующих максимумам на спектральной зависимости.

**3. Результаты.** На рисунке 3 приведены ВАХ образца с длиной разреза 1300 нм как без микроволно-

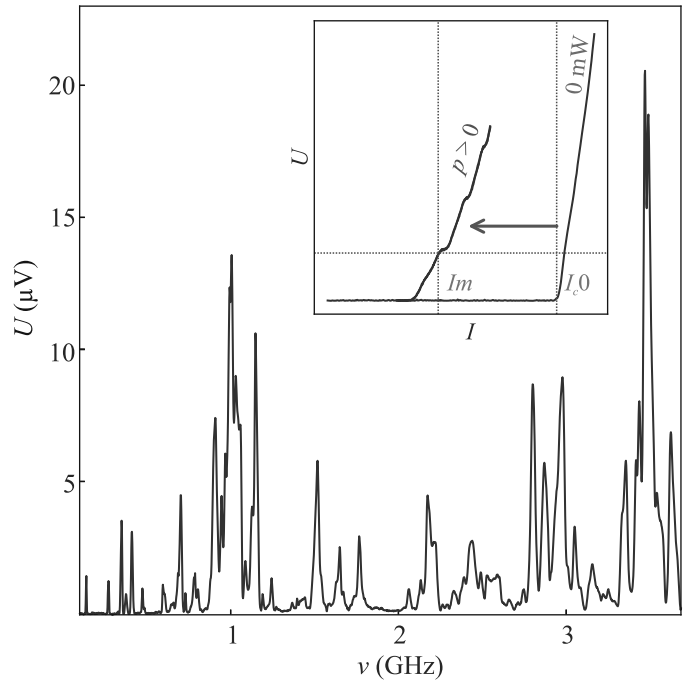


Рис. 2. (Цветной онлайн) Характерный спектр СВЧ отклика  $U(\nu)$  при заданном измерительном токе  $I_m < I_{c0}$ , где  $I_{c0}$  – критический ток в отсутствии облучения. На вставке: ВАХ образца без облучения и под воздействием СВЧ облучения

вого облучения (кривые, обладающие максимальным критическим током на рис. 3а–с), так и в его присутствии. Конечное напряжение связано с движением вихрей, которые входят в полоску вблизи вершины разреза при токе выше критического и движутся поперек полоски. По мере увеличения тока увеличивается скорость вихрей и их количество (это качественно подтверждается результатами численного счета, приведенного ниже), что приводит к росту напряжения. Срыв образца в нормальное состояние при  $I > I^*$  носит стохастический (случайный) характер. Разброс токов срыва при номинально одинаковой мощности облучения не превышает  $\sim 0.01$  мА.

При СВЧ облучении на ВАХ появляются ступеньки при напряжениях  $U = nh\nu / 2|e|$ , где  $n$  – целое число (показано горизонтальными линиями на рис. 3). При увеличении мощности излучения ширина ступенек изменяется немонотонно, что качественно сходно со свойствами ступеней Шапиро для джозефсоновских переходов.

При большой мощности облучения появляется новая особенность на ВАХ – участок с немонотонной зависимостью  $U(I)$ , а именно, участок с отрицательным дифференциальным сопротивлением (NDR). Данный эффект был обнаружен на всех трех

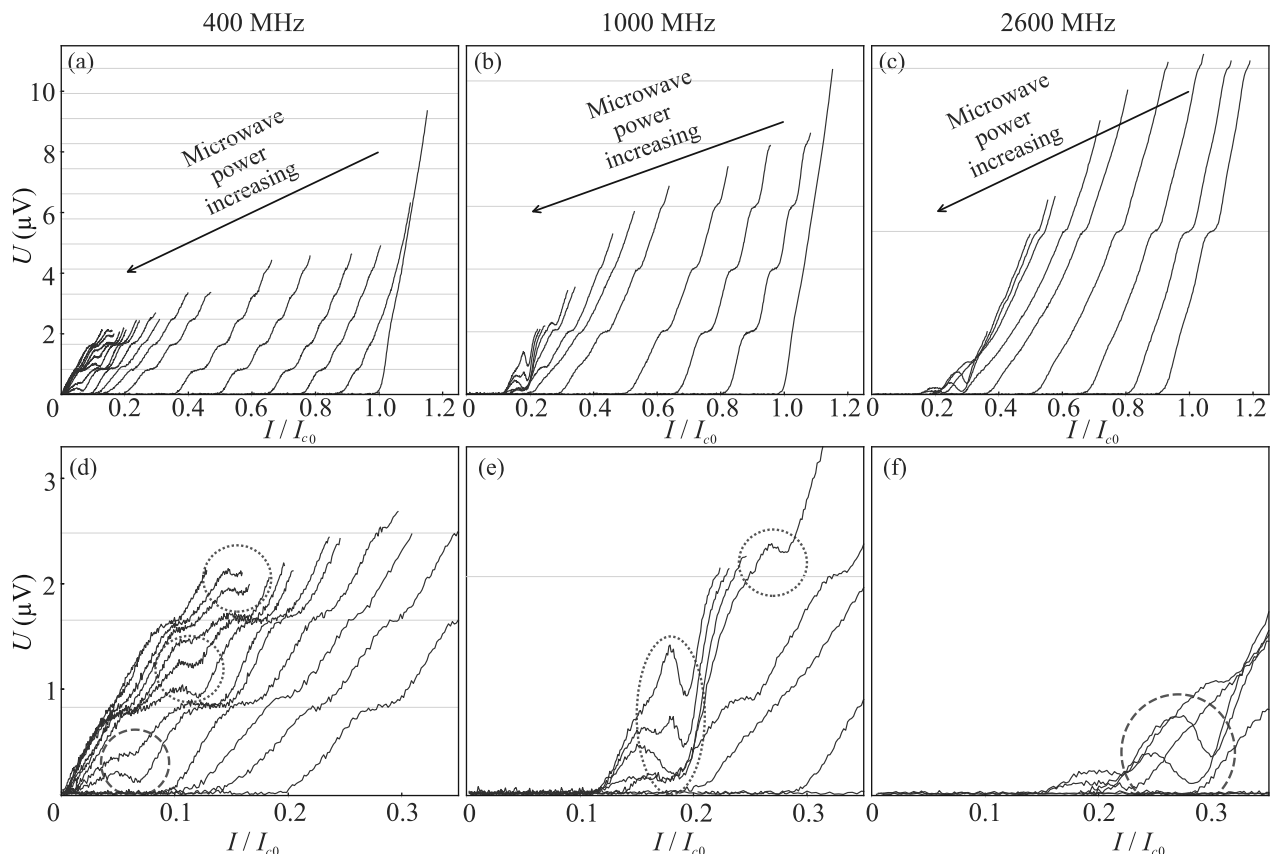


Рис. 3. (Цветной онлайн) Экспериментальные ВАХ для образца с длиной разреза 1300 нм в зависимости от мощности микроволнового излучения, для трех частот 400 МГц (а), (d), 1000 МГц (b), (e) и 2600 МГц (c), (f),  $I_{c0} = 0.48$  мА – критический ток полоски без микроволнового облучения. С ростом мощности излучения ВАХ смещаются справа-налево. На рисунках (d), (e), (f) представлена область NDR в увеличенном масштабе

исследованных полосках с разной длиной разреза. Участок с NDR наблюдался для частот в диапазоне от 300 МГц до 3 ГГц. С повышением температуры немонотонность  $U(I)$  становилась слабее, и затем эффект исчезал (он отсутствовал при 5.5 К). На различных частотах форма ВАХ с NDR демонстрирует количественные отличия (см. рис. 3), однако сам эффект качественно сохраняется.

Заметим, что похожая N-образная ВАХ достаточно редко встречается в сверхпроводниках. Обычно NDR возникает на ВАХ, имеющей S-образную форму, которую можно наблюдать в режиме заданного напряжения (см., например, обзор [13]). В нашем случае мы имеем режим заданного тока. Нам известны всего несколько сверхпроводящих систем, в которых наблюдалась ВАХ с NDR похожего типа. Во-первых, это джозефсоновский переход с низким затуханием в присутствии СВЧ излучения, где режим NDR появляется при реализации хаотической динамики сверхпроводящей разницы фаз в переходе [9–11]. Во-вторых, это сверхпроводниковая пленка

с периодическим массивом искусственных центров пиннинга при наличии магнитного поля, по величине чуть выше того значения, при котором на каждом центре пиннинга может находиться один вихрь (так называемое first matching field) [14–16]. В такой перфорированной пленке NDR возникает в отсутствие СВЧ излучения из-за достаточно сложной коллективной динамики большого ансамбля вихрей и зависит от предистории, т.е. ВАХ являются гистерезисными, даже если диссипацию не учитывать [14]. Интересно отметить, что участок с NDR возникает в этой системе, когда реализуется неупорядоченное движение вихрей. Третья система представляет из себя перфорированный Nb мостик [17], где специально был создан несимметричный профиль пиннинга вихрей, приводящий к диодному эффекту в ненулевом магнитном поле. В этой системе NDR возникал при наличии СВЧ излучения и магнитного поля, когда ВАХ становились несимметричными ( $U(I) \neq -U(-I)$ ), однако детально этот эффект не был исследован и неизвестно, связан ли он

с неупорядоченным движением вихрей. Опираясь на работы по джозефсоновскому переходу, как наиболее близкие по физическим свойствам нашей системе, мы предположили, что причина NDR в нашем случае может быть связана с хаотической динамикой вихрей. Чтобы проверить это предположение, нами было выполнено численное моделирование динамики вихрей в сверхпроводящей полоске с одиночным разрезом.

**4. Численный эксперимент.** Численные расчеты были выполнены в рамках нестационарного уравнения Гинзбурга–Ландау [18] для сверхпроводящего параметра порядка  $\Delta = |\Delta| \exp(i\phi)$

$$\begin{aligned} & \frac{\pi\hbar}{8k_B T_c} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \frac{2ie\varphi}{\hbar} \right) \Delta = \\ & = \frac{\pi}{8} \xi_c^2 \left( \nabla - i \frac{2e}{\hbar c} A \right)^2 \Delta + \left( 1 - \frac{T_e}{T_c} - \frac{|\Delta|^2}{\Delta_{GL}^2} \right) \Delta. \end{aligned} \quad (1)$$

Для учета джоулевого разогрева электронов мы использовали локальную температуру электронов  $T_e$  в уравнении (1), а саму температуру находили из уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} + D \nabla^2 T_e - \frac{1}{\tau_E} (T_e - T_0) + \bar{j} \bar{E} / C_v = 0. \quad (2)$$

Для учета непрерывности течения тока мы также решали уравнение для электрического потенциала  $\varphi$ ,

$$\operatorname{div} j = \operatorname{div} (j_s + j_n) = \operatorname{div} \left( \frac{\sigma_n \pi |\Delta|^2 q_s}{e} - \sigma_n \nabla \varphi \right) = 0. \quad (3)$$

В уравнениях (1)–(3)  $T_c$  – критическая температура сверхпроводника,  $D$  – коэффициент диффузии,  $\sigma_n = 2e^2 D N_0$  – проводимость,  $N_0$  – электронная плотность состояний на поверхности Ферми на один спин электрона,  $q_s = (\nabla \varphi - 2eA/\hbar c)$ ,  $\tau_E$  – время релаксации неравновесной температуры,  $C_v = 2\pi^2 k_B^2 N(0) T_0 / 3$  – электронная теплоемкость,  $\xi_c^2 = \hbar D / k_B T_c$ ,  $\Delta_{GL} = 3.06 k_B T_c$ .

Используемые уравнения справедливы при условии малого времени электрон-электронного неупругого рассеяния, обеспечивающего быструю термализацию внутри электронной подсистемы и установление электронной температуры  $T_e(x, y, t)$ , отличной от фононной температуры  $T_p$  и температуры подложки  $T_0$  (мы полагаем, что  $T_p = T_0$  и  $T_e - T_0 \ll T_0$ ). Кроме того, для простоты мы используем выражение для теплоемкости и теплопроводности электронов в нормальном состоянии. Выбор модели обусловлен нахождением хотя бы качественного объяснения эксперимента, поэтому используется самый простой

способ учета нагрева электронов и характерного времени их остывания  $\tau_E$ , в рамках уравнения (2), в реальности ситуация может быть более сложной, как, например, обсуждается в работах [19–21]. На границе разреза и боковых поверхностях сверхпроводящей полоски мы использовали граничные условия типа сверхпроводник-изолятор  $\partial T_e / \partial n = 0$ ,  $\partial |\Delta| / \partial n = 0$ ,  $\bar{j}_s|_n = \bar{j}_n|_n = 0$ , тогда как на концах полоски использовались граничные условия типа сверхпроводник-нормальный металл  $|\Delta| = 0$ ,  $-\sigma_n \nabla \varphi = I / wd$ , что позволяет “ввести” ток  $I = jwd$  в полоску (на ее концах мы положили  $T_e = T_0$ ). В расчетах ширина сверхпроводника была выбрана равной  $w = 200 \xi_c$ , что примерно в 2 раза меньше экспериментальной (в MoN  $D = 0.4 \text{ см}^2/\text{с}$  [22], что вместе с  $T_c = 7.8 \text{ К}$  дает  $\xi_c \simeq 6.2 \text{ нм}$ ). Такой выбор позволяет, с одной стороны, уменьшить время счета, а с другой, обеспечивает одновременное нахождение больше одного вихря в сверхпроводнике в резистивном состоянии, что ожидается и в эксперименте. Длина  $L = w$  позволяет минимизировать влияние токовых контактов на распределение сверхтока вблизи разреза (мы выбрали длину разреза  $\ell = 50 \xi_c$  и его ширину  $2 \xi_c$ ) и уменьшить время вычислений. В численных вычислениях время масштабировалось в единицах  $\tau_c = \hbar / k_B T_c$ , расстояние в единицах  $\xi_c$ , температура в единицах  $T_c$ , ток в единицах тока распаривания Гинзбурга–Ландау  $I_{\text{dep}}$  [18], напряжение в единицах  $U_0 = k_B T_c / |e|$  и  $\Delta$  в единицах  $k_B T_c$ .

В расчетах сверхток имел постоянную  $I_{dc}$  и переменную  $I_{ac} \cos(2\pi t/T)$  компоненты. Для каждого значения постоянного тока находилась зависимость  $U(t)$  в течение времени  $2000 \tau_c = 20T$  для  $I_{ac} \leq \leq 0.2 I_{\text{dep}}$  или  $4000 \tau_c = 20T$  для  $I_{ac} \geq 0.4 I_{\text{dep}}$  (в вычислениях был выбран период  $T = 100 \tau_c$ ,  $\tau_E = 30 \tau_c$ ,  $T_0 = 0.8 T_c$ ). Затем напряжение усреднялось во времени, и зависимость усредненного во времени напряжения от постоянного тока показана на рис. 4 для различных значений амплитуды переменного тока  $I_{ac}$ .

В интервале токов  $I_c < I_{dc} < I^*$  расчетные ВАХ являются безгистерезисными (во всяком случае с точностью изменения шага по току  $0.02\text{--}0.05 I_{\text{dep}}$ ), когда  $I_{dc} < I^*$ . При токе  $I_{dc} > I^*$  сверхпроводник переходит в нормальное состояние и возвращается в сверхпроводящее при токе  $I_r \ll I_c$ . Величина тока  $I_r$  контролируется величиной  $\tau_E$  – чем больше  $\tau_E$ , тем меньше  $I_r$ . Резистивное состояние в данной модели связано с рождением вихрей вблизи вершины разреза и их движением к противоположному краю сверхпроводника, когда  $I_{dc} > I_c$ . С увеличением тока скорость вихрей и их количество растет. Например,

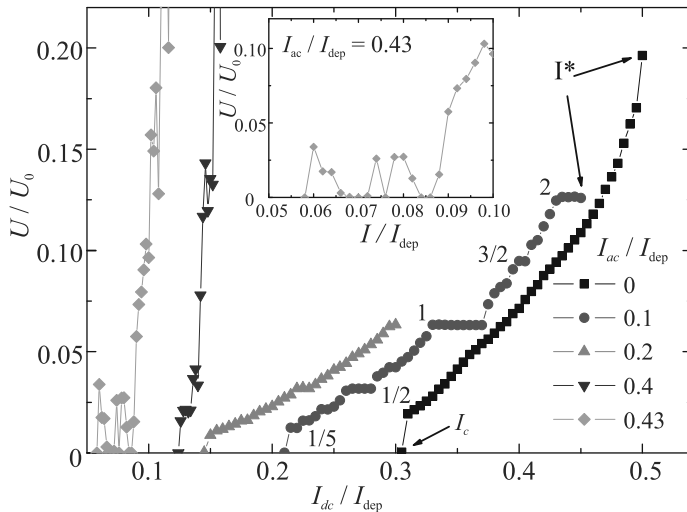


Рис. 4. (Цветной онлайн) Теоретические ВАХ сверхпроводника с разрезом при различной амплитуде переменного тока. Цифры показывают соответствующую ступеньку Шапиро на ВАХ при  $I_{ac}/I_{dep} = 0.1$ . На вставке показана ВАХ в увеличенном масштабе при  $I_{ac}/I_{dep} = 0.43$

в случае  $I_{ac} = 0$  и  $I_{dc} \sim I^*$  в полоске одновременно находится пять вихрей, которые двигаются друг за другом, тогда как при  $I_{dc} \sim I_c$  в сверхпроводнике находится только один движущийся вихрь.

Наличие переменного тока с амплитудой  $I_{ac}$  приводит к уменьшению критического тока и появлению ступеней на ВАХ при напряжениях  $U = nh\nu/2m|e|$ , где  $m$  и  $n$  – целые числа. Ступени возникают, когда время движения вихрей поперек сверхпроводника становится кратным периоду изменения тока. Ранее данный эффект для похожей системы был предсказан в работе [8] и природа этих ступеней аналогична природе ступеней Шапиро в джозефсоновских контактах. При большой амплитуде переменного тока на ВАХ возникают участки с немонотонной зависимостью  $U(I_{dc})$ . Для этого режима характерно хаотическое движение вихрей, в отличие от периодического для малых  $I_{ac}$ .

Чтобы продемонстрировать это, на рис. 5 показана зависимость от времени модуля  $\Delta$  вблизи края полоски, противоположному краю с разрезом (точка А на рис. 1b). Обращение  $|\Delta|_A$  в нуль означает проход вихря через эту точку и выход его из сверхпроводника. Для  $I_{ac} = 0.1I_{dep}$  и малых  $I_{dc}$  необходимо несколько периодов  $T$  для прохода вихря поперек полоски (см. рис. 5a). Причем в течение этих нескольких периодов вихрь входит и выходит из сверхпроводника из вершины разреза, и в течение каждого следующего периода проходит дальше от разреза. Это можно увидеть из динамики  $|\Delta|_A(t)$ , которая от-

ражает приближение ( $|\Delta|_A$  уменьшается) и удаление ( $|\Delta|_A$  увеличивается) вихря к/от точки А. Обнаруженный эффект связан с появлением следа за прошедшим вихрем, который представляет из себя область с подавленной сверхпроводимостью и локально увеличенной температурой  $T_e$ . После полного прохода одного вихря поперек сверхпроводника процесс периодически повторяется. С ростом  $I_{dc}$  вихрь движется быстрее, количество вихрей в сверхпроводнике увеличивается, однако движение вихрей остается периодическим во времени.

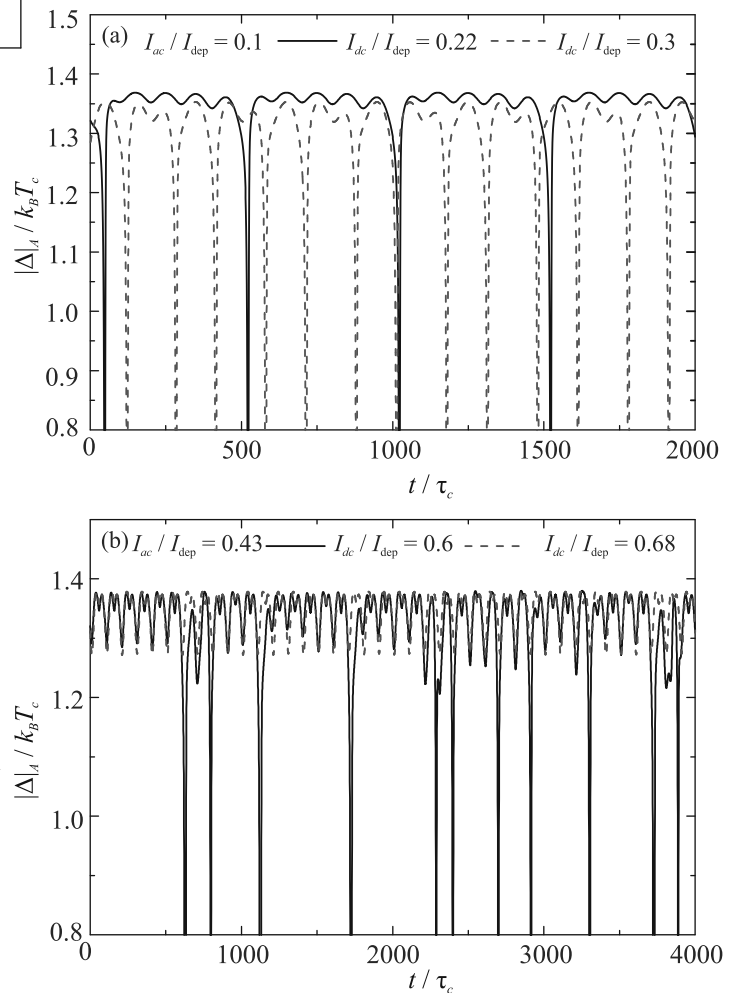


Рис. 5. (Цветной онлайн) Зависимость от времени модуля сверхпроводящего параметра порядка в точке А на рис. 1b при различных значениях  $I_{ac}$  и  $I_{dc}$ . Для удобства презентации было выбрано минимальное значение  $|\Delta|_A/k_B T_c = 0.8$ . Его достижение означает, что вихрь проходит поперек сверхпроводника

Другая картина возникает при большой амплитуде  $I_{ac}$  (см. рис. 5b). Здесь не наблюдается периодичности в изменении  $|\Delta|_A$ , что означает отсутствие пе-

риодичности в движении вихрей. Именно когда реализуется этот режим, возникает немонотонная зависимость  $U(I_{dc})$  (см. вставку на рис. 4). Этим наблюдаемый эффект похож на немонотонную  $U(I_{dc})$ , которая может возникать при наличии СВЧ излучения в джозефсоновских переходах с малым заглушением, для которых характерным является наличие “инерции”, обусловленной емкостью перехода [9–11]. В нашем случае также есть “инерция” в системе, что хорошо видно из динамики  $|\Delta|_A$  при малых  $I_{ac}$  (см. рис. 5а), физической причиной которой являются конечные времена изменения модуля сверхпроводящего параметра порядка и релаксации неравновесных электронов  $\tau_E$ .

Отметим, что есть количественные отличия между экспериментом и теорией. В эксперименте ВАХ не имеет резкого роста (скачка) напряжения при  $I_{dc} = I_c$ , присутствуют только целочисленные ступеньки Шапиро, и они не так ярко выражены, как в теории. Количественно характеристики NDR в эксперименте и теории также отличаются. Мы полагаем, что эти отличия во многом связаны с наличием шумов в эксперименте. Действительно, мы обнаружили, что в отсутствие фильтров ступеньки Шапиро становятся практически незаметными на ВАХ (их можно заметить только из анализа дифференциального сопротивления),  $I_c$  и  $I^*$  сдвигаются в меньшие значения, и уменьшается диапазон напряжений, в котором существует вихревая ветка на ВАХ. Возможно, что наши фильтры не полностью удаляют внешний шум в системе. Кроме того, присутствует внутренний шум, связанный с термическими флуктуациями. В пользу влияния внутренних и, возможно, внешних шумов говорит стохастический характер переключения сверхпроводника в нормальное состояние при приближении к  $I^*$  и наличие “хвоста” на ВАХ вблизи критического тока, даже при наличии фильтров. Этот шум может приводить к сглаживанию особенностей на ВАХ (скачка напряжения и ступенек).

Наши расчеты показывают, что увеличение/уменьшение частоты в два раза (при выбранном  $\tau_E$ ) не приводило к отсутствию NDR, так же как и двукратное изменение  $\tau_E$  (при выбранной частоте). Однако более подробное теоретическое исследование зависимости параметров NDR от частоты переменного тока или  $\tau_E$  не проводилось, так как трудно говорить о количественном сравнении теории и эксперимента, из-за использованной упрощенной теоретической модели.

**5. Заключение.** Нами обнаружено, что на ВАХ сверхпроводящих MoN полосок с боковым разре-

зом появляются участки с отрицательным дифференциальным сопротивлением при достаточной большой мощности микроволнового излучения. Расчеты в рамках нестационарного уравнения Гинзбурга–Ландау и уравнения теплопроводности для электронной температуры показали, что похожий эффект возникает на теоретических ВАХ, когда реализуется хаотический режим движения вихрей, пересекающих сверхпроводящую полосу возле разреза. Предложенное объяснение обнаруженного эффекта схоже с причиной появления NDR для джозефсоновских переходов с малой вязкостью.

Работа поддержана НЦМУ “Центр фотоники”, при финансировании Министерством науки и высшего образования РФ, соглашение # 075-15-2020-906.

1. T. Fiory, Phys. Rev. Lett. **27**, 501 (1971).
2. P. Martinoli, O. Daldini, C. Leemann, and E. Stocker, Solid Stat. Commun. **17**, 205 (1975).
3. A. B. Kolton, D. Domínguez, and N. Gronbech-Jensen, Phys. Rev. Lett. **86**, 4112 (2001).
4. J. van de Vondel, A. V. Silhanek, V. Metlushko, P. Vavassori, B. Ilic, and V. V. Moshchalkov, Phys. Rev. B **79**, 054527 (2009).
5. A. Harada, K. Enomoto, Y. Takahide, M. Kimata, T. Yakabe, K. Kodama, H. Satsukawa, N. Kurita, S. Tsuchiya, T. Terashima, and Sh. Uji, Phys. Rev. Lett. **107**, 077002 (2011).
6. S. Tran, J. Sell, and J. R. Williams, Phys. Rev. Res. **2**, 043204 (2020).
7. A. Barone and G. Paterno, *Physics and Application of the Josephson Effect*, John Wiley & Sons, N.Y. (1982), p. 291.
8. L. G. Aslamazov and A. I. Larkin, Sov. Phys. JETP **41**, 381 (1975).
9. N. F. Pedersen, O. H. Soerensen, B. Dueholm, and J. Mygind, J. Low Temp. Phys. **38**, 1 (1980).
10. C. Noeldeke, R. Gross, M. Bauer, G. Reiner, and H. Seifert, J. Low Temp. Phys. **64**, 235 (1986).
11. J. Nagel, D. Speer, T. Gaber, A. Sterck, R. Eichhorn, P. Reimann, K. Ilin, M. Siegel, D. Koelle, and R. Kleiner, Phys. Rev. Lett. **100**, 217001 (2008).
12. L. Machura, M. Kostur, P. Talkner, J. Luczka, and P. Hanggi, Phys. Rev. Lett. **98**, 040601 (2007).
13. A. V. Gurevich and R. G. Mints, Rev. Mod. Phys. **59**, 941 (1987).
14. C. Reichhardt, C. J. Olson, and F. Nori, Phys. Rev. Lett. **78**, 2648 (1997).
15. V. R. Misko, S. Savel'ev, A. L. Rakhmanov, and F. Nori, Phys. Rev. Lett. **96**, 127004 (2006).
16. J. Gutierrez, A. V. Silhanek, J. van de Vondel, W. Gillijns, and V. V. Moshchalkov, Phys. Rev. B **80**, 140514R (2009).



17. O. V. Dobrovolskiy, M. Huth, V. A. Shklovskij, and R. V. Vovk, *Sci. Reports*, **7**, 13740 (2017).
18. B. I. Ivlev and N. B. Kopnin, *Adv. Phys.* **33**, 80 (1984).
19. M. I. Kaganov, I. M. Lifshitz, and L. V. Talanov, *ZhETF* **31**, 232 (1956).
20. N. Perrin and C. Vanneste, *Phys. Rev. B* **28**, 5150 (1983).
21. Э.М. Баева, Н.А. Титова, А.И. Кардакова, С.В. Петруша, В.С. Храпай, *Письма в ЖЭТФ* **111**, 88 (2020).
22. Y. Korneeva, I. Florya, S. Vdovichev, M. Moshkova, N. Simonov, N. Kaurova, A. Korneev, and G. Goltsman, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **27**, 2201504 (2017).

# Протяженные векторные солитоны с существенным различием частот поляризационных компонент

В. В. Тютин<sup>1)</sup>

Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, 603155 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 19 декабря 2021 г.

После переработки 20 апреля 2022 г.

Принята к публикации 23 апреля 2022 г.

Найден протяженный векторный солитон огибающей при существенном различии частот поляризационных компонент. В качестве модельного использовано связанное нелинейное уравнение Шредингера, учитывающее различие реакции анизотропной среды на волновые поля разных поляризаций и разных частот. Найденный векторный солитон отличается от хорошо известного солитона Манакова соотношением волновых чисел и частот поляризационных компонент. Но при отсутствии различия реакции анизотропной среды на волновые поля разных поляризаций найденный солитон совпадает с солитоном Манакова. Определены условия существования найденного векторного солитона. В численном эксперименте подтверждена устойчивость аналитического решения.

DOI: 10.31857/S1234567822100111, EDN: dyvohu

**Введение.** В настоящее время уделяется большое внимание к стационарным нелинейным волновым пакетам – солитонам. Этот интерес вызван тем, что солитоны могут распространяться на большие расстояния без изменения своей формы, перенося при этом без потерь энергию и информацию. В частности, солитоны используются в нелинейных оптических волоконных линиях связи в качестве импульсов – носителей информации. Солитоны могут быть описаны в виде решений модельных нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих распространение и эволюцию интенсивных волновых полей в нелинейных средах с дисперсией. Такие уравнения широко применяются в различных разделах современной физики: при исследовании поверхностных волн на глубокой воде, электромагнитных волн в плазме, оптических импульсов в волоконной оптике [1–4].

Эволюция высокочастотного волнового поля  $U(x, t) \exp(i\omega t - ikx)$  в изотропной нелинейной среде с дисперсией при значительной длительности  $\omega T \gg 1$  и значительной протяженности  $kL \gg 1$  (где  $T$  – характерный масштаб по времени, а  $L$  – характерный пространственный масштаб огибающей  $U(x, t)$  волнового пакета) корректно описывается во втором приближении теории дисперсии нелинейных волн. Основным модельным уравнением для медленно изменяющейся огибающей  $U$  волнового пакета

в этом случае является классическое нелинейное уравнение Шредингера [5, 6]:

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + q \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + 2\alpha |U|^2 U = 0,$$

где  $\xi = x - V_g^L t$  – пространственная переменная, соответствующая системе отсчета, движущейся с групповой скоростью линейных волн  $V_g^L$ ,  $q$  – параметр линейной дисперсии второго порядка,  $\alpha$  – параметр кубичной нелинейности. Это уравнение имеет хорошо известное решение в виде солитона огибающей [5], который существует в результате баланса эффектов дисперсионного расплывания и нелинейного сжатия волнового пакета:

$$U(\xi, t) = \frac{A_0}{\cosh\left(A_0(\xi - Vt)\sqrt{\frac{\alpha}{q}}\right)} \times \exp\left(i\left(\frac{\alpha A_0^2}{2} - \frac{V^2}{2q}\right)t + i\frac{V}{q}\xi\right).$$

Здесь  $A_0$  – максимальная амплитуда,  $V$  – скорость солитона. Динамика и взаимодействие таких солитонов в рамках классического нелинейного уравнения Шредингера детально исследованы, например в [5–7].

Рассмотрим динамику протяженного (более нескольких сотен длин волны) волнового пакета  $E = \mathbf{e}_1 U(x, t) \exp(i\omega_V t - ik_0 x) + \mathbf{e}_2 W(x, t) \exp(i\omega_W t - ik_0 x)$  в анизотропной двояколучепреломляющей среде. Здесь  $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$  – взаимно перпендикулярные вектора, определяющие две различные поляризации

<sup>1)</sup>e-mail: vtyutin@hse.ru

волнового поля,  $U(x, t)$  и  $W(x, t)$  – медленно меняющиеся комплексные огибающие волнового пакета с поляризациями  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  соответственно. Такие волновые пакеты, состоящие из двух компонент различной взаимно-ортогональной поляризации, обычно называют “векторные” волновые пакеты.

Для описания эволюции таких волновых пакетов, при учете взаимодействия волновых полей различных поляризаций в анизотропной среде с дисперсией в качестве базового уравнения традиционно используется так называемое связанное нелинейное уравнение Шредингера 2-го порядка (СНУШ, так называемая “система Манакова” [7]):

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + q \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + 2\alpha(|U|^2 + \sigma|W|^2)U = 0,$$

$$2i \frac{\partial W}{\partial t} + q \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + 2\alpha(|W|^2 + \sigma|U|^2)W = 0.$$

Здесь  $\xi = x - V_g^L t$  – пространственная переменная, соответствующая системе отсчета, движущейся со скоростью  $V_g^L$  – одинаковой для  $U$  и  $W$  – компонент групповой скоростью линейных волн.  $\sigma$  – коэффициент нелинейного взаимодействия между поляризационными компонентами волнового пакета. В такой форме связанное нелинейное уравнение Шредингера используется при условии близости частот поляризационных компонент  $|\omega_U - \omega_W| \ll \{\omega_U, \omega_W\}$ . Система Манакова хорошо изучена, например, в [7–12]. В рамках этой системы существует протяженный векторный солитон (двухкомпонентное солитонное решение, так называемый “солитон Манакова” [7]):

$$U(\xi, t) = \frac{A_0}{\cosh\left(A_0(\xi - Vt)\sqrt{\frac{\alpha}{q}(1 + \lambda^2\sigma)}\right)} \times \quad (1)$$

$$\times \exp\left(i\left(\frac{\alpha A_0^2(1 + \lambda^2\sigma)}{2} - \frac{V^2}{2q}\right)t + i\frac{V}{q}\xi\right), \quad W = \lambda U.$$

Здесь  $A_0$  – максимальная амплитуда  $U$  – компоненты,  $V$  – скорость векторного солитона.  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности поляризационных компонент, удовлетворяющий условию  $(\lambda^2 - 1)(\sigma - 1) = 0$ .

Данная работа посвящена описанию протяженных векторных солитонов огибающей при учете существенного различия частот поляризационных компонент. В этом случае существует векторный солитон, отличный от солитона Манакова.

**Векторные солитоны при различной реакции среды на волновые поля разных поляризаций.** Рассмотрим протяженный двухкомпонентный волновой пакет при существенном различии частот поляризационных компонент  $|\omega_U - \omega_W| \sim \{\omega_U, \omega_W\}$ . В этом случае в модельном уравнении,

в отличие от ранее использованного Манаковым связанного нелинейного уравнения Шредингера, следует учесть различие реакции анизотропной среды на разные поляризационные компоненты волнового поля с разными частотами. И модельное уравнение при этом имеет вид:

$$2i \left( \frac{\partial U}{\partial t} - \delta \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) + q_U \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + 2\alpha_U(|U|^2 + \sigma|W|^2)U = 0, \quad (2)$$

$$2i \left( \frac{\partial W}{\partial t} + \delta \frac{\partial W}{\partial \xi} \right) + q_W \frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2} + 2\alpha_W(|W|^2 + \sigma|U|^2)W = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\xi = x - V_g^L t$  – пространственная переменная, соответствующая системе отсчета, движущейся со скоростью  $V_g^L$  – средней для  $U$  и  $W$  – компонент групповой скоростью линейных волн.  $\delta$  – параметр, равный половине разности групповых скоростей линейных волн  $U$  и  $W$  компонент.  $\sigma$  – коэффициент нелинейного взаимодействия между поляризационными компонентами волнового пакета.

При анализе динамики векторных волновых пакетов важны характерные соотношения для внутренней энергии разных поляризационных компонент пакета. При условии ограниченности в пространстве волнового пакета  $U, W, \frac{\partial U}{\partial \xi}, \frac{\partial W}{\partial \xi} \Big|_{\xi \rightarrow \pm\infty} = 0$  имеет место условие сохранения энергии компонент волнового пакета:

$$N_U = \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 d\xi = \text{const},$$

$$N_W = \int_{-\infty}^{+\infty} |W|^2 d\xi = \text{const},$$

т.е.

$$\frac{\partial N_U}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial N_W}{\partial t} = 0.$$

Таким образом, хотя  $U$  и  $W$  компоненты между собой взаимодействуют через нелинейные члены в (2)–(3), обмена энергией между ними нет. Взаимодействие приводит к перераспределению энергии внутри компонент, к изменению их профилей, амплитуд и фаз. Аналогичное утверждение справедливо и для ранее описанного солитона Манакова (1).

Решение системы (2), (3) будем искать в виде стационарных волновых пакетов, используя переменную  $\eta = \xi - Vt$ , где  $V = V_U = V_W$  – скорость движения пакета, одинаковая для обоих поляризационных компонент:

$$U(\eta, t) = A_U(\eta) \exp(i\Omega_U t + iK_U \eta),$$

$$W(\eta, t) = A_W(\eta) \exp(i\Omega_W t + iK_W \eta).$$

Здесь  $A_U, A_W$  – действительные амплитуды,  $K_U, K_W$  – добавочные волновые числа, а  $\Omega_U, \Omega_W$  – добавочные частоты для компонент  $U, W$ .

Подставив в таком виде  $U, W$  в систему (2), (3) и разделив полученные уравнения на действительную и мнимую части, имеем:

$$q_U \frac{\partial^2 A_U}{\partial \eta^2} + (2VK_U + 2\delta K_U - q_U K_U^2 - 2\Omega_U)A_U + 2\alpha_U(A_U^3 + \sigma A_W^2 A_U) = 0, \quad (4)$$

$$(-2V - 2\delta + 2q_U K_U) \frac{\partial A_U}{\partial \eta} = 0, \quad (5)$$

$$q_W \frac{\partial^2 A_W}{\partial \eta^2} + (2VK_W - 2\delta K_W - q_W K_W^2 - 2\Omega_W)A_W + 2\alpha_W(A_W^3 + \sigma A_U^2 A_W) = 0, \quad (6)$$

$$(-2V + 2\delta + 2q_W K_W) \frac{\partial A_W}{\partial \eta} = 0. \quad (7)$$

Так как  $\frac{\partial A_{U,W}}{\partial \eta} \neq 0$  в общем случае, то из уравнений (5) и (7) получим:

$$V = q_U K_U - \delta = q_W K_W + \delta, \quad \text{а так же}$$

$$K_U = \frac{V + \delta}{q_U}, \quad K_W = \frac{V - \delta}{q_W}. \quad (8)$$

Характерно, что  $K_U \neq K_W$  даже при  $q_U = q_W$  из-за наличия сдвига  $\delta$ , в отличие от солитона Манакова (для которого  $K_U = K_W$ ).

Далее будем считать  $A_W = \lambda A_U$ , где  $\lambda \neq 0$ . С учетом (8), получим из (4) и (6):

$$q_U \frac{\partial^2 A_U}{\partial \eta^2} + (q_U K_U^2 - 2\Omega_U)A_U + 2\alpha_U(1 + \lambda^2 \sigma)A_U^3 = 0, \quad (9)$$

$$\lambda \left( q_W \frac{\partial^2 A_U}{\partial \eta^2} + (q_W K_W^2 - 2\Omega_W)A_U + 2\alpha_W(\lambda^2 + \sigma)A_U^3 \right) = 0. \quad (10)$$

Уравнения (9) и (10) имеют нетривиальное решение при выполнении условий пропорциональности:

$$\frac{q_U}{q_W} = \frac{q_U K_U^2 - 2\Omega_U}{q_W K_W^2 - 2\Omega_W} = \frac{\alpha_U(1 + \lambda^2 \sigma)}{\alpha_W(\lambda^2 + \sigma)}. \quad (11)$$

Из (11) получаем требование, полностью определяющее коэффициент пропорциональности поляризационных компонент:

$$\lambda^2 = \frac{\alpha_U q_W - \sigma \alpha_W q_U}{\alpha_W q_U - \sigma \alpha_U q_W}. \quad (12)$$

Здесь имеем  $\lambda^2 > 0$  либо при  $\sigma > \max \left\{ \frac{\alpha_U q_W}{\alpha_W q_U}; \frac{\alpha_W q_U}{\alpha_U q_W} \right\}$ , либо при  $\sigma < \min \left\{ \frac{\alpha_U q_W}{\alpha_W q_U}; \frac{\alpha_W q_U}{\alpha_U q_W} \right\}$ , что является условием существования векторного солитона в рамках (2)–(3). В противном случае, при  $\min \left\{ \frac{\alpha_U q_W}{\alpha_W q_U}; \frac{\alpha_W q_U}{\alpha_U q_W} \right\} < \sigma < \max \left\{ \frac{\alpha_U q_W}{\alpha_W q_U}; \frac{\alpha_W q_U}{\alpha_U q_W} \right\}$ , имеет место условие  $\lambda^2 < 0$ , а система (2)–(3) не имеет двухкомпонентного солитонного решения. С другой стороны, при  $\alpha_U q_W = \alpha_W q_U$  это условие принимает вид  $(\lambda^2 - 1)(1 - \sigma) = 0$ , совпадающий с условием существования солитона Манакова.

Так же из (11), имеем:  $\Omega_W = \Omega_U \frac{q_W}{q_U} + \frac{q_W}{2}(K_W^2 - K_U^2)$ .

Итого, при учете (11) система (9)–(10) преобразуется к уравнению

$$\frac{\partial^2 A_U}{\partial \eta^2} + \frac{q_U K_U^2 - 2\Omega_U}{q_U} A_U + 2 \frac{\alpha_U}{q_U} (1 + \lambda^2 \sigma) A_U^3 = 0.$$

Из последнего уравнения для локализованных пакетов  $A_U$ ;  $\frac{\partial A_U}{\partial \eta} \Big|_{\eta \rightarrow \pm \infty} = 0$ , при  $\frac{\alpha_U}{q_U} > 0$ , также учитывая  $A_W = \lambda A_U$ , (8) и (11), получим решение в виде векторного солитона системы уравнений (2) и (3):

$$U = \frac{A_0}{\cosh \left( A_0 (\xi - Vt) \sqrt{\frac{\alpha_U}{q_U} (1 + \lambda^2 \sigma)} \right)} \times \quad (13)$$

$$\times \exp \left( i \left( \frac{(A_0)^2 \alpha_U (1 + \lambda^2 \sigma)}{2} + \frac{\delta^2 - V^2}{2q_U} \right) t + i \frac{V + \delta}{q_U} \xi \right),$$

$$W = \frac{\lambda A_0}{\cosh \left( A_0 (\xi - Vt) \sqrt{\frac{\alpha_W}{q_W} (\lambda^2 + \sigma)} \right)} \times \quad (14)$$

$$\times \exp \left( i \left( \frac{(A_0)^2 \alpha_W (\lambda^2 + \sigma)}{2} + \frac{\delta^2 - V^2}{2q_W} \right) t + i \frac{V - \delta}{q_W} \xi \right).$$

Здесь  $A_0$  – максимальная амплитуда  $U$  – компоненты,  $V$  – скорость, одинаковая для обоих поляризационных компонент. При этом  $V$  и  $A_0$  – свободные параметры решения.

В общем случае данное решение отличается от хорошо известного солитона Манакова (1). Но при  $q_U = q_W = q$  и  $\alpha_U = \alpha_W = \alpha$ ,  $\delta = 0$  это решение (13), (14) полностью совпадает с солитоном Манакова (1).

**Численный эксперимент. Проверка устойчивости векторного солитона.** Для проверки корректности аналитического результата, в рамках системы (2)–(3) был проведен численный эксперимент. При начальных условиях, совпадающих с точным решением (13)–(14), векторный солитон движется без

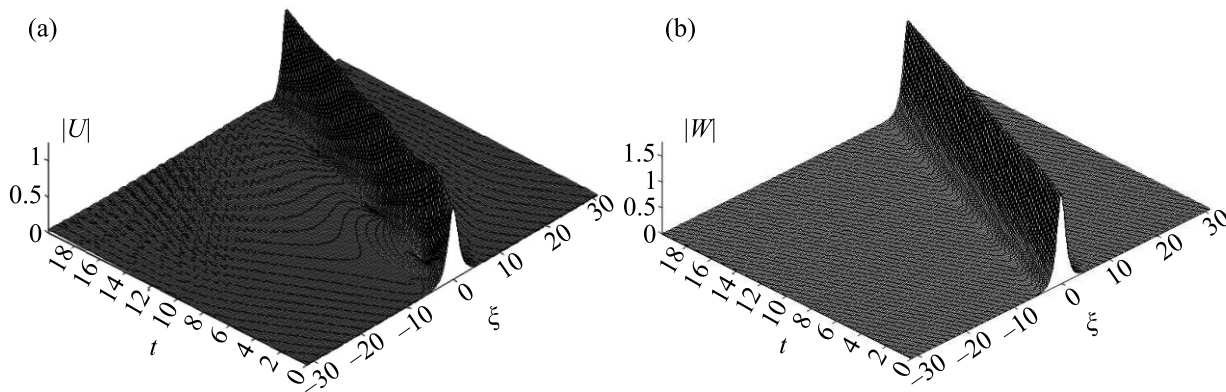


Рис. 1. Эволюция  $|U|$  (a) и  $|W|$  (b) к стационарному состоянию при малом возмущении ширины  $U$ -компоненты

каких-либо искажений. При малых отличиях начальных условий от точного решения (13)–(14), компоненты  $U$  и  $W$  волнового пакета после малых изменений своих параметров и формы эволюционируют к стационарному виду, описываемому (13)–(14). Например, на графиках рис. 1, показана эволюция такого возмущенного солитона при  $\alpha_U = 1$ ,  $\alpha_W = 1$ ,  $q_U = 1$ ,  $q_W = 2$ ,  $\sigma = 0.2$ ,  $\delta = 1$ . Начальные условия при  $t = 0$  заданы в виде  $U = \frac{1}{\cosh(\xi)} \exp(i2\xi)$ ,  $W = \frac{\sqrt{3}}{\cosh(\xi\sqrt{1.6})}$ , что соответствует (13)–(14) с возмущенной по ширине  $U$ -компоненте при  $A_0 = 1$ ,  $V = 1$ .

В результате эволюции этот возмущенный волновой пакет приходит к стационарному состоянию, в котором  $U$  и  $W$  компоненты описываются (13)–(14), двигаются с общей скоростью  $V = 1$  и имеют отношение максимумов амплитуды  $\approx 1.72$ , что соответствует  $\lambda^2 = 3$ .

Результаты численного эксперимента подтверждают устойчивость найденного векторного солитона (13)–(14).

**Заключение.** В данной работе найден протяженный векторный солитон огибающей (13)–(14) при существенном различии частот поляризационных компонент. Для описания этого солитона в качестве модельного использовано связанное нелинейное уравнение Шредингера, учитывающее, в отличие от системы Манакова, различие реакции анизотропной среды на волновые поля разных поляризаций и разных частот. Найденный векторный солитон по своей структуре совпадает с солитоном Манакова (1), но отличается от него соотношением добавочных волновых чисел и частот поляризационных компонент. При отсутствии различия реакции анизотропной среды на волновые поля разных поляризаций найден-

ный векторный солитон (13)–(14) полностью совпадает с солитоном Манакова (1). Определены условия, как следствие (12), при которых существует найденный векторный солитон. В численном эксперименте проверена устойчивость этого решения. Исходный волновой пакет, совпадающий с точным аналитическим решением, остается стационарным. А при малом возмущении точного решения исходный волновой пакет эволюционирует к стационарному.

1. Y. Yang, *Solitons in Field Theory and Nonlinear Analysis*, Springer, N.Y. (2001).
2. L. A. Dickey, *Soliton Equation and Hamiltonian Systems*, World Scientific, N.Y. (2005).
3. Y. S. Kivshar and G. P. Agrawal, *Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals*, Academic, San Diego (2003).
4. G. P. Agrawal, *Fiber Optic Communication Systems*, Wiley, N.Y. (2002).
5. V. E. Zakharov and A. B. Shabat, *Sov. Phys. JETP*, **34**, 62 (1972).
6. A. Hasegawa and F. Tappert, *Appl. Phys. Lett.* **23**, 142 (1973).
7. S. V. Manakov, *ZhETF* **65**, 505 (1973) [*Sov. Phys. JETP* **38**, 248 (1974)].
8. N. L. Tsitsas, N. Rompolis, I. Kourakis, P. G. Kevrekidis, and D. J. Frantzeskakis, *Phys. Rev. E* **79**, 037601 (2009).
9. C. R. Menyuk, *Opt. Lett.* **12**, 614 (1987).
10. C. R. Menyuk, *J. Opt. Soc. Amer. B Opt. Phys.* **5**, 392 (1988).
11. N. Lazarides and G. P. Tsironis, *Phys. Rev. E* **71**, 036614 (2005).
12. J. Yang, *Phys. Rev. E* **64**, 026607 (2001).

# Текущий авторский указатель тома 115 <sup>1)</sup>

EDN: ijouen

- Ahmad S. **115**, 593 ()  
Barash Yu. S. **115**, 304 ()  
Batulin R. G. **115**, 108 (98)  
Bensaid D. **115**, 593 ()  
Bera M. K. **115**, 448 ()  
Deviatov E. V. **115**, 304 ()  
Dimri A. K. **115**, 448 ()  
Doumi B. **115**, 593 ()  
Kiiamov A. G. **115**, 108 (98)  
Kolesnikov N. N. **115**, 304 ()  
Kotikov A. V. **115**, 467 ()  
Kuznetsov M. D. **115**, 108 (98)  
Lebed A. G. **115**, 392 ()  
Parmar A. **115**, 448 ()  
Podivilov E. **115**, 601 ()  
Shvetsov O. O. **115**, 304 ()  
Smirnov S. **115**, 601 ()  
Sturman V. **115**, 601 ()  
Tayurskii D. A. **115**, 108 (98)  
Timonina A. V. **115**, 304 ()  
Volovik G. E. **115**, 306 ();  
**115**, 498 ()  
Аблясова О. С. **115**, 571 ()  
Агамалян М. А. **115**, 322 ()  
Агеев Э. И. **115**, 213 ()  
Алексеев Б. А. **115**, 474 ()  
Алешин А. Н. **115**, 10 (7)  
Алешин П. А. **115**, 10 (7)  
Алиев В. Ш. **115**, 89 (79)  
Андрианов А. В. **115**, 10 (7)  
Андрющенко П. Д. **115**, 500 ()  
Арбузов А. Б. **115**, 417 ()  
Аронин А. С. **115**, 308 ()  
Арсланов Т. Р. **115**, 218 ()  
Архипенко М. В. **115**, 528 ()  
Архипов М. В. **115**, 3 (1)  
Архипов Р. М. **115**, 3 (1)  
Афанасьев А. Е. **115**, 562 ()  
Афонин Г. В. **115**, 110 (102)  
Ашитков С. И. **115**, 576 ()  
Бабенко П. Ю. **115**, 603 ()  
Балдин А. А. **115**, 474 ()  
Балькин В. И. **115**, 562 ()  
Батулин Р. Г. **115**, 190 ()  
Белослудов В. Р. **115**, 144 ()  
Белослудов Р. В. **115**, 144 ()  
Белотелов В. И. **115**, 224 ()  
Бержанский В. Н. **115**, 224 ()  
Благов А. Е. **115**, 170 ();  
**115**, 492 ()  
Блеко В. В. **115**, 474 ()  
Богач А. В. **115**, 150 ()  
Богданова Н. А. **115**, 520 ()  
Богданов Ю. И. **115**, 520 ()  
Божко Ю. Ю. **115**, 144 ()  
Болдырев К. Н. **115**, 40 (34)  
Бондаренко С. Г. **115**, 547 ()  
Борисов А. Э. **115**, 270 ()  
Бункин А. Ф. **115**, 528 ()  
Бутько В. Г. **115**, 47 (41)  
Быкова Д. В. **115**, 562 ()  
Вайгель Т. **115**, 492 ()  
Валеев Б. Ю. **115**, 103 (93)  
Васильев Е. В. **115**, 500 ()  
Васильев П. П. **115**, 35 (29);  
**115**, 424 ()  
Васин К. В. **115**, 190 ();  
**115**, 420 ()  
Вахитов Р. М. **115**, 123 (118)  
Вершков В. А. **115**, 360 ()  
Волков В. А. **115**, 163 ()  
Волотовский Р. А. **115**, 500 ()  
Воронин А. А. **115**, 437 ()  
Вуколов А. В. **115**, 474 ()  
Высоцкий М. И. **115**, 67 (59)  
Габбасов Б. Ф. **115**, 190 ()  
Гайдар С. М. **115**, 417 ()  
Гамзатов А. Г. **115**, 218 ()  
Гелаш А. А. **115**, 51 (45)  
Гец К. В. **115**, 144 ()  
Глазкова Д. А. **115**, 241 ();  
**115**, 315 ()  
Глезер А. М. **115**, 110 (102)  
Гоголев А. С. **115**, 170 ()  
Годунов С. И. **115**, 67 (59)  
Головенчиц Е. И. **115**, 262 ()  
Голяшов В. А. **115**, 315 ()  
Грашин С. А. **115**, 360 ()  
Гриценко В. А. **115**, 89 (79)  
Гришаков К. С. **115**, 457 ()  
Гудин С. А. **115**, 218 ()  
Гудовских А. С. **115**, 203 ()  
Гусев А. А. **115**, 47 (41)  
Давыдов М. А. **115**, 528 ()  
Данилов П. А. **115**, 287 ()  
Дворецкий С. А. **115**, 230 ()  
Дегтяренко Н. Н. **115**, 457 ()  
Демин В. А. **115**, 184 ()  
Демишев С. В. **115**, 150 ()  
Дмитриенко В. Е. **115**, 492 ()  
Долганов В. К. **115**, 236 ()  
Долганов П. В. **115**, 236 ()  
Дормидонов А. Е. **115**, 15 (11)  
Драбинский М. А. **115**, 360 ()  
Дремин А. А. **115**, 595 ()  
Елисеев Л. Г. **115**, 360 ()  
Еремин М. В. **115**, 190 ();  
**115**, 420 ()  
Ермольчик В. Л. **115**, 547 ()  
Естюнин Д. А. **115**, 241 ();  
**115**, 315 ()  
Жаховский В. В. **115**, 20 (16);  
Жаховский В. В. **115**, 80 (71);  
**115**, 576 ()  
Жданов Р. К. **115**, 144 ()  
Желтиков А. М. **115**, 353 ();  
**115**, 437 ()  
Жемчугов Е. В. **115**, 67 (59)  
Жидовцев Н. А. **115**, 71 (63)  
Жорнак М. **115**, 492 ()  
Жуков А. А. **115**, 484 ()  
Жукова М. О. **115**, 3 (1)  
Заболотных А. А. **115**, 163 ()  
Заварцев Ю. Д. **115**, 394 ()  
Задорожная Л. А. **115**, 554 ()  
Залозная Е. Д. **115**, 15 (11)  
Захарян А. А. **115**, 322 ()  
Звездин А. К. **115**, 224 ()  
Земцов И. А. **115**, 360 ()  
Зиновьев А. Н. **115**, 603 ()  
Зипунова Е. В. **115**, 176 ()  
Зуев Д. А. **115**, 213 ()  
Иванов А. А. **115**, 437 ()  
Иванов А. В. **115**, 176 ()  
Ильюшин И. Г. **115**, 500 ()  
Иногамов Н. А. **115**, 20 (16);  
Иногамов Н. А. **115**, 80 (71);  
**115**, 576 ()  
Исмагилов А. О. **115**, 3 (1)  
Исхакзай Р. М. X. **115**, 89 (79)  
Иудин В. А. **115**, 213 ()  
Ишханян А. М. **115**, 401 ()  
Калиновская Л. В. **115**, 547 ()  
Кандидов В. П. **115**, 15 (11)  
Каневский В. М. **115**, 554 ()  
Капитан В. Ю. **115**, 500 ()  
Капитан Д. Ю. **115**, 500 ()  
Каратаев П. В. **115**, 474 ()  
Каркарьян Е. К. **115**, 67 (59)  
Кауль А. Р. **115**, 218 ()  
Кац Е. И. **115**, 236 ()  
Квашин А. Г. **115**, 322 ()  
Квашнин Д. Г. **115**, 103 (93)  
Квон З. Д. **115**, 230 ()  
Киямов А. Г. **115**, 190 ()  
Климов А. И. **115**, 479 ()  
Климовских И. И. **115**, 315 ()  
Клумов Б. А. **115**, 117 (108)  
Кобелев Н. П. **115**, 110 (102);  
**115**, 308 ()  
Ковалев М. С. **115**, 287 ()  
Ковальчук М. В. **115**, 170 ();  
**115**, 492 ()  
Козлов Д. А. **115**, 230 ()  
Козловская К. А. **115**, 492 ()  
Колобов Ю. Р. **115**, 576 ()  
Компанец В. О. **115**, 15 (11)  
Конев В. Ю. **115**, 479 ()  
Кончаков Р. А. **115**, 308 ()  
Коржов В. А. **115**, 170 ()  
Королева А. В. **115**, 315 ()  
Король А. О. **115**, 500 ()  
Кох К. А. **115**, 315 ()  
Кочарян В. Р. **115**, 170 ()  
Крайнов В. П. **115**, 401 ()  
Красиков К. М. **115**, 150 ()  
Кретова М. А. **115**, 110 (102)

<sup>1)</sup>В скобках указаны номера страниц английского издания для вып. 115(1)–115(2).

- Крупин В. А. **115**, 360 ()  
 Кубанкин А. С. **115**, 474 ()  
 Кудряшов С. И. **115**, 287 ()  
 Кузьмин Е. В. **115**, 287 ()  
 Куковицкий Е. Ф. **115**, 270 ()  
 Кукушкин И. В. **115**, 595 ()  
 Кулеева Н. А. **115**, 444 ()  
 Курбанова Д. Р. **115**, 505 ()  
 Кустов П. Н. **115**, 213 ()  
 Кутовой С. А. **115**, 394 ()  
 Кучинский Э. З. **115**, 444 ()  
 Лавриков А. С. **115**, 554 ()  
 Ланин А. А. **115**, 437 ()  
 Лахин В. П. **115**, 360 ()  
 Лебедев В. Г. **115**, 256 ()  
 Левченко А. О. **115**, 287 ()  
 Леднев В. Н. **115**, 287 ()  
 Ли Я. **115**, 437 ()  
 Лосев А. С. **115**, 59 (52)  
 Лудт К. **115**, 492 ()  
 Лукичев В. Ф. **115**, 520 ()  
 Лункин А. В. **115**, 328 ()  
 Лысенко С. Е. **115**, 360 ()  
 Магадеев Е. Б. **115**, 123 (118)  
 Магомедов М. А. **115**, 505 ()  
 Майдыковский А. И. **115**, 297 ()  
 Макаров А. Г. **115**, 500 ()  
 Макаров А. С. **115**, 110 (102);  
**115**, 308 ()  
 Макарова Т. П. **115**, 315 ()  
 Макаров Г. Н. **115**, 292 ()  
 Мамонов Е. А. **115**, 297 ()  
 Манохин С. С. **115**, 576 ()  
 Маркелова М. Н. **115**, 218 ()  
 Матвеев О. В. **115**, 379 ()  
 Мельников А. А. **115**, 40 (34)  
 Мельников А. В. **115**, 360 ()  
 Мигаль Е. А. **115**, 431 ()  
 Митетело Н. В. **115**, 297 ()  
 Михайлова Ю. В. **115**, 213 ()  
 Михайлов Н. Н. **115**, 230 ()  
 Михеев К. Е. **115**, 431 ()  
 Мишняков В. **115**, 512 ()  
 Мкртчян А. Г. **115**, 170 ()  
 Мнев П. Н. **115**, 59 (52)  
 Мовсисян А. Е. **115**, 170 ()  
 Могилевский М. М. **115**, 28 (23)  
 Моисеев С. А. **115**, 353 ()  
 Моргун Л. А. **115**, 270 ()  
 Морозова М. А. **115**, 379 ()  
 Москалюк О. А. **115**, 10 (7)  
 Мурзина Т. В. **115**, 297 ()  
 Муртазаев А. К. **115**, 505 ()  
 Мухин И. С. **115**, 213 ()  
 Надолинский А. М. **115**, 469 ()  
 Наумов С. В. **115**, 585 ()  
 Неласов И. В. **115**, 576 ()  
 Немец А. Р. **115**, 360 ()  
 Низамов Б. А. **115**, 281 ()  
 Никитин Н. А. **115**, 528 ()  
 Новиков В. А. **115**, 67 (59)  
 Нургалиев М. Р. **115**, 360 ()  
 Нурмухаметов А. Р. **115**, 420 ()  
 Овчинникова Е. Н. **115**, 492 ()  
 Овчинников П. А. **115**, 500 ()  
 Осипов А. А. **115**, 339 ();  
**115**, 411 ()  
 Остриков С. А. **115**, 287 ()  
 Павлов А. Е. **115**, 417 ()  
 Падалко М. А. **115**, 500 ()  
 Пахомов А. В. **115**, 3 (1)  
 Пегель И. В. **115**, 479 ()  
 Перевалов Т. В. **115**, 89 (79)  
 Пержу А. В. **115**, 500 ()  
 Перминов Н. С. **115**, 353 ()  
 Перов Е. А. **115**, 80 (71)  
 Першин С. М. **115**, 528 ()  
 Петин А. Н. **115**, 292 ()  
 Петрова Е. А. **115**, 213 ()  
 Петров Ю. В. **115**, 80 (71);  
**115**, 576 ()  
 Писаревский Ю. В. **115**, 492 ()  
 Пихлер Г. **115**, 346 ()  
 Поддиваев А. И. **115**, 384 ()  
 Пойдашев Д. Г. **115**, 571 ()  
 Половец С. Е. **115**, 150 ()  
 Подулях С. Н. **115**, 224 ()  
 Попов З. И. **115**, 322 ()  
 Потемкин Ф. В. **115**, 71 (63);  
**115**, 431 ()  
 Потылицын А. П. **115**, 474 ()  
 Прекул А. Ф. **115**, 139 ()  
 Просвирин И. П. **115**, 89 (79)  
 Пудалов В. М. **115**, 270 ()  
 Пушкин А. В. **115**, 431 ()  
 Пширков М. С. **115**, 281 ()  
 Рамазанов М. К. **115**, 505 ()  
 Расковалов А. А. **115**, 51 (45)  
 Розанов А. Н. **115**, 67 (59)  
 Розанов Н. Н. **115**, 3 (1)  
 Романенко Д. В. **115**, 379 ()  
 Рубан В. П. **115**, 450 ()  
 Румянцев Б. В. **115**, 431 ()  
 Румянцев Л. А. **115**, 547 ()  
 Рыбин А. Е. **115**, 500 ()  
 Рыжков М. С. **115**, 230 ()  
 Рябов Е. А. **115**, 571 ()  
 Савицкий И. В. **115**, 437 ()  
 Садовский М. В. **115**, 444 ()  
 Сазонов С. В. **115**, 207 ()  
 Санина В. А. **115**, 262 ()  
 Саргсян А. **115**, 346 ()  
 Саркисян Д. **115**, 346 ()  
 Сахин В. О. **115**, 270 ()  
 Сдвиженский П. А. **115**, 287 ()  
 Селиванов Ю. Г. **115**, 40 (34)  
 Семук Е. Ю. **115**, 224 ()  
 Серебрянников Е. Е. **115**, 437 ()  
 Ситников Д. С. **115**, 576 ()  
 Скакуненко П. И. **115**, 562 ()  
 Случанко Н. Е. **115**, 150 ()  
 Солдатов К. С. **115**, 500 ()  
 Солин Н. И. **115**, 585 ()  
 Соловаров Н. К. **115**, 394 ()  
 Сориа С. **115**, 297 ()  
 Степанов Е. А. **115**, 437 ()  
 Стремоухов С. Ю. **115**, 431 ()  
 Сулейманова Д. З. **115**, 71 (63)  
 Сун Я. **115**, 213 ()  
 Супрун П. **115**, 512 ()  
 Суханов А. А. **115**, 394 ()  
 Суханова Е. В. **115**, 322 ()  
 Таланов Ю. И. **115**, 270 ()  
 Тарасенко С. В. **115**, 94 (84)  
 Тарасов А. П. **115**, 554 ()  
 Тарасов В. Ф. **115**, 394 ()  
 Таргонский А. В. **115**, 170 ()  
 Тейтельбаум Г. Б. **115**, 270 ()  
 Терещенко О. Е. **115**, 315 ()  
 Токсумаков А. Н. **115**, 103 (93)  
 Тотьменинов Е. М. **115**, 479 ()  
 Усольцев А. С. **115**, 270 ()  
 Фастовец Д. В. **115**, 520 ()  
 Федоров А. Н. **115**, 528 ()  
 Федотов А. Б. **115**, 437 ()  
 Федянин А. А. **115**, 157 ()  
 Филипов В. Б. **115**, 150 ()  
 Филиппов А. В. **115**, 197 ()  
 Фортова С. В. **115**, 80 (71)  
 Хабанов Ф. О. **115**, 360 ()  
 Ханнанов Б. Х. **115**, 262 ()  
 Харчев Н. К. **115**, 360 ()  
 Хачатурова Т. А. **115**, 47 (41)  
 Хилков С. А. **115**, 176 ()  
 Хисамеева А. Р. **115**, 595 ()  
 Хищенко К. В. **115**, 576 ()  
 Хомский Д. И. **115**, 444 ()  
 Хоник В. А. **115**, 110 (102);  
**115**, 308 ()  
 Хоперский А. Н. **115**, 469 ()  
 Хорошилов А. Л. **115**, 150 ()  
 Хохлов В. А. **115**, 20 (16);  
**115**, 576 ()  
 Худайбердиев Д. А. **115**, 230 ()  
 Ху М. **115**, 437 ()  
 Цзиао Ц. Ч. **115**, 110 (102)  
 Цышкин А. Н. **115**, 3 (1)  
 Чекалин С. В. **115**, 15 (11);  
**115**, 40 (34)  
 Чекерес О. С. **115**, 59 (52)  
 Чен Л. -Дж. **115**, 144 ()  
 Чень Ц. **115**, 287 ()  
 Чернозатонский Л. А. **115**,  
 103 (93);  
**115**, 184 ()  
 Чернышов А. А. **115**, 28 (23)  
 Черосов М. А. **115**, 190 ()  
 Чугунин Д. В. **115**, 28 (23)  
 Шавров В. Г. **115**, 94 (84)  
 Шевелев М. В. **115**, 474 ()  
 Шевченко Ю. А. **115**, 500 ()  
 Шелухин Д. А. **115**, 360 ()  
 Шепелев В. В. **115**, 80 (71);  
**115**, 576 ()  
 Шикин А. М. **115**, 241 ();  
**115**, 315 ()  
 Шилкин Д. А. **115**, 157 ()  
 Шицевалова Н. Ю. **115**, 150 ()  
 Щеголихина Н. И. **115**, 139 ()  
 Щепегильников А. В. **115**, 595 ()  
 Элиович Я. А. **115**, 170 ();  
**115**, 492 ()  
 Юдин В. Е. **115**, 10 (7)  
 Юманс Д. Р. **115**, 59 (52)  
 Юсупов Р. **115**, 190 ()  
 Ярошенко В. В. **115**, 213 ()

## Информация для авторов

EDN: ikajco

Журнал “Письма в ЖЭТФ” (и его англоязычная версия “JETP Letters”) публикует:

- Краткие оригинальные статьи, требующие срочной публикации и представляющие общий интерес для широкого круга читателей-физиков. К категории срочных публикаций относятся первые наблюдения новых физических явлений и теоретические работы, содержащие принципиально новые результаты.
- Миниобзоры на наиболее актуальные “горячие” темы, по результатам недавних исследований выполненных авторами.
- Краткие комментарии к статьям, появившимся ранее в нашем журнале.

“Письма в ЖЭТФ” является двуязычным журналом, принимая и публикуя статьи на русском и на английском языках<sup>1)</sup>. Все статьи на английском языке, принятые к публикации, направляются на лингвистическую экспертизу. Если английский текст признается недостаточно ясным, то редакция оставляет за собой право попросить авторов улучшить качество языка или представить для опубликования русскую версию статьи.

В “JETP Letters” все статьи публикуются на английском языке. Авторы принятых к печати статей могут (и это приветствуется), сразу же после извещения о принятии, прислать в редакцию предлагаемый ими самостоятельный перевод своей русскоязычной статьи на англ. язык. Наличие такого перевода, хотя и не гарантирует его безусловное принятие переводчиками Издателя, но зачастую облегчает авторам взаимодействие с ними. Перевод русских и редактирование английских статей осуществляется в издательстве МАИК “Наука/Интерпериодика”. Русская и англоязычная версии должны быть идентичны, поскольку статья, опубликованная в обеих версиях, является одной публикацией. Хотя английская версия окончательно редактируется на месяц позже русской, в ней не должно быть дополнительных ссылок, рисунков, формул и т.п., и все утверждения должны быть одинаковы.

Размер оригинальной статьи, как правило, не должен превышать 7 страниц русского издания (двухколоночный формат, соответствующий стилевому файлу), включая 5–6 рисунков. Размер миниобзора, как правило, не должен превышать 12 страниц, включая 8–10 рисунков. Типичный размер комментария и ответа на комментарий – до 1 стр.

Образец статьи<sup>2)</sup>, с использованием стилевого файла jetpl.cls (кодировка UTF-8<sup>3)</sup>, кодировка KOI8-R<sup>4)</sup>).

Статьи в редакцию можно направлять

- по электронной почте letters@kapitza.ras.ru – направлять текст в формате TeX, LaTeX (для статей на русском языке допускается MS Word), рисунки в формате PostScript (.ps), EncapsulatedPostScript (.eps) или PaintBrush (.pcx), каждый рисунок отдельным файлом. Необходимо также приложить pdf файл статьи с встроеными рисунками.
- по почте по адресу: 117334 Москва, ул. Косыгина 2, “Письма в ЖЭТФ” – два экземпляра статьи с рисунками на отдельных страницах (для полутоновых рисунков еще один дополнительный экземпляр).

К рукописи нужно приложить электронный адрес (e-mail) и почтовый адрес с индексом, фамилию, полное имя и отчество того автора, с которым предпочтительно вести переписку, а также номера его служебного и домашнего телефонов; для статей на английском языке – дополнительно CD диск или флеш карту с текстом в формате LATEX; для статей из России и других стран СНГ, в случае необходимости, может быть представлено направление от учреждения, которое будет фигурировать в титуле статьи как основное.

<sup>1)</sup><http://www.jetpletters.ru/ru/info.shtml#sub1>

<sup>2)</sup><http://www.jetpletters.ru/tex/utf8/example.tex>

<sup>3)</sup><http://www.jetpletters.ru/tex/utf8/jetpl.cls>

<sup>4)</sup><http://www.jetpletters.ru/tex/koi/jetpl.cls>



Представленные в редакцию рукописи предварительно рассматриваются Редакторами. Не все рукописи направляются на отзыв рецензентам. Редколлегия на основании заключения Редактора может отклонить статьи, которые явно не соответствуют правилам и не подходят для журнала. С другой стороны, ни одна статья не принимается в печать без отзыва рецензентов или членов Редколлегии.

Решение о публикации или отклонении статей принимается на заседании редколлегии по представлению члена редколлегии по соответствующему разделу, с учетом мнения рецензентов. Основанием для отклонения статьи может быть ее недостаточная актуальность, отсутствие существенного продвижения по сравнению с другими публикациями в этой области, слишком специальная тематика и др. Рецензии на отклоненные статьи могут и не посылаться авторам. Авторы могут прислать отклоненную статью на повторное рассмотрение, сопроводив ее аргументированным разъяснительным письмом. В этом случае статья будет направлена на дополнительное рецензирование.

В связи с требованиями издателя и распространителя журнала “JETP Letters”, наш журнал “Письма в ЖЭТФ” с середины 2016 года лишен возможность публиковать полные тексты статей, исходно написанных на английском языке. Чтобы выполнить это требование, но не лишать российских читателей части информации, редакцией журнала принято следующее решение: для статей, представленных на английском языке и удовлетворяющих всем требованиям журнала, публиковать в “Письмах в ЖЭТФ” расширенные аннотации на английском языке (объемом не более 1–2 стр. журнального текста, или 5600–11200 знаков текста, включая один рисунок и список литературы). В конце аннотации будет приведена ссылка на полный текст статьи в журнале “JETP Letters”.

## Оформление рукописи

Первая страница рукописи должна выглядеть следующим образом.

### ЗАГЛАВИЕ

*Инициалы и фамилии авторов*

**Обязательно** — *Учреждения, где работают авторы (включая город и почтовый индекс; e-mail одного из авторов)*

*Дата поступления*

*Текст аннотации*

Далее следует основной текст.

Фамилии иностранных авторов пишутся в русской транскрипции, но в сноске дополнительно указывается оригинальная транскрипция. Названия мест работы за рубежом пишутся по-английски.

Обращаем внимание авторов статей на русском языке на то, что перевод фамилий с русского языка на английский производится по жестким правилам (см. Письма в ЖЭТФ, т. 58, вып. 8, с. 699). Если авторы по каким-то причинам предпочитают иную транскрипцию своей фамилии, об этом следует написать на отдельном листе. Поскольку аннотации сейчас распространяются и отдельно от статей (базы данных, системы – On-line. и т.п.), текст аннотации должен быть самодостаточным: без ссылок на список литературы, с понятными обозначениями, без аббревиатур.

Сокращения словосочетаний должны даваться заглавными буквами (без точек) и поясняться при первом их употреблении. В тексте подстрочные примечания должны иметь сплошную нумерацию по всей статье.

Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи с указанием в тексте статьи ссылки порядковой цифрой, например, [1]. Литература дается в порядке упоминания в статье. Для журнальных статей указываются сначала инициалы, затем фамилии всех авторов, название журнала, номер тома (полужирным шрифтом), первая страница и год в круглых скобках. В случае, если цитируемая статья имеет более 4-х авторов, то только 3 первых должны быть перечислены явно, например

1. A. V. Ivanov, V. G. Petrov, I. M. Sergeev et al., JETP **71**, 161 (1990).

Для книг надо указывать инициалы и фамилии всех авторов, полное название книги, издатель, год, том, номер издания, часть, глава, страница (если ссылка на переводное издание, то обязательно в скобках нужно указать данные оригинала), например

2. L. M. Blinov, *Structure and Properties of Liquid Crystals*, Springer, Heidelberg (2011).

Цитирование двух или более произведений под одним номером, одного и того же произведения под разными номерами не допускается.

В обозначениях и индексах не должно быть русских букв. Например, следует писать  $P_{opt}$ , а не  $P_{опт}$ .

В десятичных дробях вместо запятой нужно использовать точку. Векторы должны выделяться в тексте статьи полужирным шрифтом (без стрелки над ними).

Поскольку рисунки переносятся без изменений из “Писем в ЖЭТФ” в “JETP Letters” все надписи на рисунках должны быть только на английском языке. Авторы, использующих при подготовке рисунков компьютерную графику, просим придерживаться следующих рекомендаций: графики делать в рамке; штрихи на осях направлять внутрь; по возможности использовать шрифт Times; высота цифр и строчных букв должна быть в пределах (3–4) % от максимального размера (высоты или ширины) рисунков, это относится и к цифрам на осях вставки; единицы измерения на осях графиков приводить в скобках. При подготовке рисунка имейте в виду, что, как правило, ширина рисунка при печати не превышает 82 мм; в исключительных случаях рисунок размещается на всей ширине листа (до 160 мм).

Рисунки публикуются “on-line” в цвете. На авторов возлагается обязанность проверить, что цветные рисунки читаемы, достаточно контрастны и в черно-белом печатном варианте. Образцы оформления статьи и рисунков, а также стилевой файл можно найти на WWW-странице “Писем в ЖЭТФ” (<http://www.jetpletters.ru/>).

## Дополнительный материал

Журнал “Письма в ЖЭТФ” предоставляет авторам возможность публикации **Дополнительного материала**. **Дополнительный материал**, относящийся к статье, помещается на сайт одновременно с публикацией статьи в журнале. В **Дополнительный материал** помещаются сведения, существенные для узкого круга специалистов (например, детали сложных вычислений или мелкие детали экспериментальной техники), но не являющиеся критичными для понимания статьи широким кругом читателей журнала. **Дополнительный материал** не может быть использован для преодоления ограничения статьи по объему.

*Объем дополнительного материала не должен превышать 4 страниц текста, с включением не более 4 рисунков.*

**В дополнительный материал нельзя включать:**

- Дополнительный список литературы
- Сведения о вкладе авторов в работу
- Благодарности
- Комментарии, отклики или поправки.

*Как прислать Дополнительный материал в редакцию*

**Дополнительный материал** принимается **на английском языке** в виде TeX, doc и eps файлов одновременно со статьей по электронной почте по адресу [letters@kapitza.ras.ru](mailto:letters@kapitza.ras.ru) и рассматривается редакционной коллегией и рецензентами в совокупности со статьей. Файлы **Дополнительного материала** могут быть посланы в виде нескольких сообщений или могут быть включены в одно сообщение. В качестве темы этих сообщений должно быть указано “Дополнительный материал”. В письме должно также быть приведено название статьи, фамилия первого автора и перечень всех прилагаемых файлов.

*Правила оформления файлов Дополнительного материала и процедура рассмотрения*

Правила оформления файла **Дополнительного материала** совпадают с правилами оформления основной статьи. В заголовке должно быть написано “Дополнительный материал к статье {название статьи}”. Рисунки предпочтительны в цвете. Редакцией и рецензентами **Дополнительный материал** рассматривается как часть статьи и отдельно не рецензируется. За качество рисунков и качество английского языка **Дополнительного материала** ответственность ложится на авторов.

### *Ссылка на Дополнительный материал в статье*

В статье адрес **Дополнительного материала** приводится в последней ссылке списка литературы в следующем виде:

See Supplemental Material at {для принятой к печати статьи ссылка будет введена редакцией}

Или в русском тексте

См. Дополнительный материал по адресу {для принятой к печати статьи ссылка будет введена редакцией}.

### *Право на воспроизведение*

**Дополнительный материал** не является отдельным субъектом авторского права и входит в соглашение, подписанное автором для основного текста статьи. Любое воспроизведение **Дополнительного материала** должно подчиняться тем же правилам, что и текст основной статьи.

## Комментарии в журнале “Письма в ЖЭТФ”

Журнал “Письма в ЖЭТФ” публикует краткие комментарии на ранее опубликованные в нем статьи. Авторы оригинальной статьи, на которую написан комментарий, могут на него ответить. Если и комментарий и ответ на него обоснованы и интересны, они принимаются в печать и публикуются в одном номере журнала. Отсутствие ответа авторов комментируемой статьи не является основанием для чрезмерной задержки или отказа в публикации комментария – если комментарий соответствует установленным критериям, он будет опубликован независимо от того, получен на него ответ авторов комментируемой работы или нет. Редакция не принимает комментарии, написанные кем-либо из авторов статьи. Комментарии и ответы ограничены по объему одной журнальной страницей (включая рисунки), аннотация не требуется. При желании авторы могут разместить на сайте журнала дополнительный материал, руководствуясь общими правилами (см. соответствующий раздел)<sup>5</sup>.

Комментарий должен быть направлен на исправление или критику конкретной статьи. В первом абзаце комментария необходимо дать четкую ссылку на комментируемую статью, а также на то ее утверждение, которое комментируется. Комментарий должен касаться существа комментируемой статьи (не формы или стиля изложения) и быть непосредственно связанным с ней, а не просто содержать обсуждение общей темы. Формат комментария не предназначен для использования как инструмент для публикации дополнений к уже опубликованным статьям, он не предназначен также для установления приоритета или исправления библиографических неточностей. Критические замечания должны быть написаны в коллегиальном тоне; полемические комментарии отклоняются без рецензирования. Ответ авторов, чтобы быть пригодным для публикации, также должен быть написан в коллегиальном стиле и свободен от полемики.

Каждый комментарий отправляется авторам оригинальной статьи, у которых запрашиваются ответы на следующие вопросы:

1. Может ли комментарий быть опубликован без ответа?
2. Будет ли прислан ответ на комментарий для одновременной публикации?
3. Не кажется ли авторам, что комментарий слабо связан с оригинальной статьей? (В этом случае требуется подробная аргументация).

Автор оригинальной статьи не является анонимным рецензентом по отношению к комментарию. Редакция оставляет за собой право обратиться к анонимному рецензенту — независимому эксперту, у которого может быть запрошено мнение о комментарии и об ответе авторов. Авторам комментария рекомендуется вначале отправить свой комментарий первому автору комментируемой статьи для прямого ответа, однако редакция не рассматривает такой шаг в качестве обязательного. Ответ авторов комментируемой статьи будет предоставлен авторам комментария до публикации, однако последовавший за этим существенный пересмотр комментария будет интерпретирован как знак его ошибочности и может послужить причиной отказа в его публикации. Редакция не рассматривает комментарии на ответ авторов.

<sup>5</sup><http://www.jetpletters.ru/ru/supp.shtml>

## Миниобзоры

Журнал «Письма в ЖЭТФ» в течение последних 10 лет в порядке опыта публиковал «заказные» мини-обзоры по результатам избранных законченных проектов РФФИ и РФН. Как показало время, такие обзоры пользуются популярностью и активно читаются. В связи с этим редколлегия журнала решила расширить данную практику и, начиная с июля 2020 г., принимает к рассмотрению миниобзоры не только заказные, но и представленные самими авторами в инициативном порядке.

Правила оформления рукописей, касающиеся статей и обзоров – см. на

<http://www.jetpletters.ru/ru/info.shtml>

Миниобзор, как и регулярная статья, будет рецензироваться, обсуждаться членами редколлегии и будет приниматься к публикации только в случае его соответствия требованиям, предъявляемым к статьям.

**Содержание**  
**Том 115, выпуск 9**  
**Поля, частицы, ядра**

**Бондаренко С.Г., Калиновская Л.В., Румянцев Л.А., Ермольчик В.Л.** Однопетлевые электрослабые радиационные поправки к поляризованному меллеровскому рассеянию ..... 547

**Оптика, лазерная физика**

**Тарасов А.П., Лавриков А.С., Задорожная Л.А., Каневский В.М.** Низкопороговая лазерная генерация на модах шепчущей галереи в микростержнях ZnO большого диаметра ..... 554

**Афанасьев А.Е., Быкова Д.В., Скакуненко П.И., Балыкин В.И.** Фокусировка атомного пучка для эффективной загрузки атомного чипа ..... 562

**Пойдашев Д.Г., Аблясова О.С., Рябов Е.А.** Динамика фотоиндуцированных реакций, протекающих при многофотонной ионизации смешанных кластеров  $(CF_3I)_nXe_m$  фемтосекундным УФ излучением ..... 571

**Хохлов В.А., Жаховский В.В., Иногамов Н.А., Ашитков С.И., Ситников Д.С., Хищенко К.В., Петров Ю.В., Манохин С.С., Неласов И.В., Шепелев В.В., Колобов Ю.Р.** Плавление титана ударной волной, вызванной мощным фемтосекундным лазерным импульсом ... 576

**Конденсированное состояние**

**Солин Н.И., Наумов С.В.** Влияние содержания кислорода на переход металл-изолятор и спиновое состояние ионов  $Co^{3+}$  слоистого кобальтита  $NdBaCo_2O_{5+\delta}$  ( $0.37 \leq \delta \leq 0.65$ ) ..... 585

**Bensaid D., Doumi B., Ahmad S.** The lithium doping effect for enhancing thermoelectric and optoelectronic performance of  $Co_2NbAl$  ..... 593

**Щепетильников А.В., Хисамеева А.Р., Дремин А.А., Кукушкин И.В.** Эффект слабой антилокализации в  $AlAs/AlGaAs$  квантовой яме ..... 595

**Нелинейные явления**

**Podivilov E., Smirnov S., Sturman B.** Adiabatic growing, multistability, and control of soliton-comb states in  $\chi^{(2)}$  microresonators for pumping into second-harmonic modes ..... 601

**Разное**

**Зиновьев А.Н., Бабенко П.Ю.** Влияние многократности соударений на измерения электронных тормозных потерь при столкновениях атомных частиц с твердым телом ..... 603

# Содержание

## Том 115, выпуск 10

### Поля, частицы, ядра

Kotikov A.V., Zemlyakov I.A. About derivatives in analytic QCD ..... 609

Pollock M.D. On Lorentz invariance and the minimum length ..... 610

### Оптика, лазерная физика

Girshova E.I., Pozina G., Belonovskii A.V., Mitrofanov M.I., Levitskii I.V., Voznyuk G.V., Evtikhiev V.P., Rodin S.N., Kaliteevski M.A. Enhancement of the basal-plane stacking fault emission in GaN planar nanowire microcavity ..... 611

Катамадзе К.Г., Пащенко А.В., Романова А.В., Кулик С.П. Генерация и применение широкополосных бифотонных полей (Миниобзор) ..... 613

### Плазма, гидро- и газодинамика

Попель С.И., Голубь А.П. К вопросу об аномальной диссипации в плазме запыленной экзосферы Луны ..... 629

Могилевский М.М., Чугунин Д.В., Чернышов А.А., Колпак В.И., Моисеенко И.Л., Касахара Ё., Миёши Ё. Каналирование аврорального километрового радиоизлучения при геомагнитных возмущениях ..... 636

### Конденсированное состояние

Махмудиан М.М., Махмудиан М.М., Энтин М.В. Теория вращающегося двумерного вигнеровского кластера ..... 642

Орлов Ю.С., Дудников В.А., Соколов А.Э., Овчинникова Т.М., Шестаков Н.П., Овчинников С.Г. Флуктуации мультиплетности ионов  $Co^{3+}$  и смягчение фононного спектра редкоземельных оксидов кобальта ..... 650

Chaplik A.V., Magarill L.I., Vitlina R.Z. Magnetic edge states in transition metal dichalcogenide monolayers ..... 656

Уставщиков С.С., Левичев М.Ю., Пашенькин И.Ю., Гусев Н.С., Гусев С.А., Водолазов Д.Ю. Отрицательное дифференциальное сопротивление и ступеньки Шапиро в сверхпроводящей MoN полоске с разрезом ..... 658

### Нелинейные явления

Тютин В.В. Протяженные векторные солитоны с существенным различием частот поляризационных компонент ..... 666

---

|  |     |
|--|-----|
| Текущий авторский указатель тома 115 ..... | 670 |
| Информация для авторов .....               | 672 |

