# Том 65, номер 6, 2020

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН	
Исследование собственных волн двумерно-периодической решетки емкостных металлических цилиндров в полосах прозрачности	
С. Е. Банков, В. И. Калиничев, Е. В. Фролова	523
Плазмонные резонансы прямоугольной серебряной пластины с симметрично вставленной прямоугольной стеклянной нанонитью	
А. П. Анютин	531
Резонансный радиопоглотитель, согласованный со свободным пространством на заданной частоте	
Ю. Н. Казанцев, Г. А. Крафтмахер, В. П. Мальцев, В. С. Солосин	537
АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ	
Волноводно-щелевая антенна с широким сектором частотного сканирования	
В. А. Калошин, В. И. Калиничев, Д. Т. Ле	542
Малогабаритный двухдиапазонный антенный модуль для приемников глобальных навигационных спутниковых систем ГЛОНАСС/GPS	
С. Н. Бойко, А. В. Исаев, В. Б. Марьянов	551
СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА	
Модель мультифрактального фазового экрана для моделирования перемежаемости флуктуаций поля в трансионосферном радиоканале	
Е. В. Макаренкова, В. Э. Герм	559
ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ	
Квазиоптимальные алгоритмы обнаружения, идентификации и адаптивного оценивания для обработки информации в навигационных системах наземных подвижных объектов на основе спутниковых радионавигационных систем	
А. В. Иванов, В. О. Сурков, Д. В. Комраков	568
Импульсные полифазные сигналы с нулевой зоной автокорреляции и алгоритм их сжатия	
Р. Н. Ипанов	578
Исследование алгоритмов итеративного приема кодов-произведений на основе низкоплотностных кодов конечных геометрий	
Л. Е. Назаров	587
Совместное измерение частотного и временного сдвигов широкополосного сигнала в системах ближней локации	
Е. И. Шкелев, А. В. Ширкаев	595

А. С. Запевалов, В. М. Бурдюгов

## ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

Дифференциальная электрополевая томография

П. А. Кобрисев, А. В. Корженевский, С. А. Сапецкий, Т. С. Туйкин

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Автодинный эффект СВЧ-генераторов с внешней синхронизацией	
В. Я. Носков, К. А. Игнатков, К. Д. Шайдуров	612
Частотная перестройка элементной базы СВЧ электроники с помощью структурированных ВТСП-пленок	
В. А. Шахунов	621

601

606

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

# ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ ЕМКОСТНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ В ПОЛОСАХ ПРОЗРАЧНОСТИ

© 2020 г. С. Е. Банков<sup>а, \*</sup>, В. И. Калиничев<sup>а</sup>, Е. В. Фролова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация \*E-mail: sbankov@yandex.ru Поступила в редакцию 08.05.2019 г. После доработки 08.05.2019 г. Принята к публикации 29.05.2019 г.

Исследованы собственные волны электромагнитного кристалла в виде двумерно-периодической решетки металлических цилиндров с емкостными зазорами, расположенными между двумя металлическими экранами, образующими плоский волновод. При помощи стандартной системы электродинамического моделирования изучены в режиме собственных колебаний дисперсионные характеристики собственных волн, распространяющихся в структуре в первой и второй полосах прозрачности. В режиме возбуждения плоскими волнами исследованы характеристики бесконечного по одной координате слоя электромагнитного кристалла в полосах его прозрачности. Показано, что основная собственная волна структуры в первой полосе прозрачности является медленной волной, коэффициент замедления которой растет на границе первой запрещенной зоны. Установлено, что во второй полосе прозрачности при определенных условиях могут возникать обратные волны, имеющие аномальную частотную дисперсию постоянной распространения. Показана связь условий возникновения обратных волн с частотой последовательного резонанса емкостного цилиндра.

DOI: 10.31857/S0033849420060054

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Фотонные и электромагнитные кристаллы ( $\Phi$ K и ЭМК) были предложены и начали изучаться достаточно давно [1–3]. Интерес к ним во многом был обусловлен возможностью создания в них волноведущих каналов за счет формирования дефектов кристаллической решетки [4–6]. Таким образом, дефекты специальным образом внедренные в  $\Phi$ K и ЭМК стали инструментом для создания нового класса волноводных устройств в оптическом и СВЧ-диапазонах. Опыт исследований и разработок показал, что функциональные возможности устройств на основе искусственных кристаллических сред весьма велики и их дальнейшее развитие является актуальной задачей.

Одним из направлений развития схемотехники ЭМК послужила идея, изложенная в работах [7, 8] и обобщенная в книге [9]. В них была предложена концепция управляемого ЭМК. Отличительной чертой концепции представленной в работах [7, 8] является то, что управление осуществляется для каждой частицы ЭМК независимо. Таким образом, появляется возможность формирования в ЭМК за счет управляющих воздействий специально организованных дефектов, которые могут выполнять функции различных устройств, образующих в совокупности функционально законченную схему. Как видим, применение ЭМК с данным типом управления открывает возможность для создания нового типа CBЧ-устройств – устройств с управляемой структурой. Сам управляемый ЭМК становится при этом универсальной волноведущей средой, которая в зависимости от комбинации управляющих воздействий может выполнять разные функции, типичные для CBЧ-схем: распределения энергии, частотной фильтрации, формирования заданного распределения поля и т.д. Для того чтобы отличать ЭМК с индивидуальным управлением частицами, в работе [10] предложен термин ЭМК-трансформер, который отражает отмеченную выше возможность изменения структурных характеристик среды, а не только ее усредненных параметров.

Хорошие перспективы с точки зрения создания функциональных узлов имеют ЭМК на основе плоского волновода (ПВ), который образуют два идеально проводящих металлических экрана. Возможность достижения в них достаточно высоких характеристик показана в работах [11, 12], в которых представлены результаты численного моделирования и экспериментального исследования различных элементов на основе ЭМК в виде двумерно-периодической решетки металлических цилиндров, расположенных внутри ПВ. В качестве фактора, формирующего дефекты в ЭМК, в указанных работах был использован радиус ци-





**Рис. 1.** Исследуемая двумерно-периодическая решетка: трехмерный вид (а), вид сверху и сбоку (б), D – диаметр стержней, P – период решетки, одинаковый в направлениях обеих осей координат 0x и 0y ( $P_x = P_y$ ), h – расстояние между экранами, d – зазор между торцами стержней и нижним экраном.

линдра. Нетрудно увидеть, что как фактор управления этот параметр неудобен, поскольку ни механически, ни тем более электрически так изменить радиус цилиндра невозможно.

Лучшие перспективы имеют так называемые емкостные цилиндры, к числу которых относятся цилиндры с зазором, коаксиальные цилиндры и цилиндры с сосредоточенными емкостями. Такие цилиндры имеют электрический контакт только с одним из экранов ПВ. От другого экрана их отделяет зазор, который играет роль емкости. Конструктивно емкость может быть выполнена разными способами. Наиболее простым является емкость, образующаяся между торцом цилиндра и экраном. Нетрудно увидеть, что механическое изменение глубины погружения цилиндра в ПВ или электрическое изменение управляемой емкости сосредоточенного конденсатора может осуществляться без разрушения ЭМК только за счет изменения управляющих факторов, поэтому ЭМК с емкостными цилиндрами в значительно большей степени подходят для создания ЭМК – трансформеров.

В работе [10] представлены результаты исследования характеристик ЭМК из цилиндров с зазорами. Основное внимание уделялось изучению поведения структуры в полосе запирания.

Данная работа продолжает изучение ЭМК на основе емкостных цилиндров. В ней основное внимание уделяется исследованию собственных волн, распространяющихся в ЭМК в полосах прозрачности. При этом решаются следующие задачи:

 исследуются дисперсионные характеристики собственных волн в первой полосе прозрачности;

 исследуется возбуждение собственных волн в слое ЭМК, функционирующего в первой полосе прозрачности;

 изучаются дисперсионные характеристики собственных волн во второй полосе прозрачности;

 определяются условия возникновения обратных собственных волн и исследуется их связь с последовательным резонансом емкостного цилиндра;

 исследуется возбуждение собственных волн в слое ЭМК, функционирующего во второй полосе прозрачности.

Основным методом исследования, принятым в данной работе, является электродинамическое моделирование, которое мы проводили в системе High Frequency System Simulator (HFSS) [13] методом конечных элементов. При этом система моделирования используется в двух режимах: стандартном режиме, при котором в структуре имеются источники возбуждения в виде портов, и в режиме собственных волн (eigenmode), при котором источники возбуждения отсутствуют, а система рассчитывает резонансные частоты заданной пользователем структуры. В работе развита методика, связывающая резонансные частоты, рассчитанные в режиме eigenmode, с постоянными распространения собственных волн ЭМК. Ранее аналогичный метод применялся для исследования лисперсионных диаграмм вытекающих волн в волноводно-щелевых антенных решетках бегущей волны [14].

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПОЛОС ПРОЗРАЧНОСТИ ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ

Рассмотрим двумерно-периодическую решетку с прямоугольной сеткой из идеально-проводящих цилиндров (стержней), которые помещены в область между двумя идеально-проводящими экранами (рис. 1), образующими ПВ. Диаметр стержней обозначим через D, период решетки одинаковый в направлениях обеих осей координат  $0x u 0y (P_x = P_y)$ через P, расстояние между экранами через h. С верхним экраном стержни имеют электрический контакт. Зазор между торцами стержней и нижним экраном обозначим через d.



**Рис. 3.** Дисперсионная диаграмма в полосе прозрачности решетки стержней с d = 0: а – в координатах  $\beta/k - f$ , б – в нормированных координатах  $\beta P - kP$ .

Для расчета дисперсионных характеристик волн в данной структуре воспользуемся программой расчета собственных значений, основанной на методе конечных элементов в программе HFSS. Для этого выделяем единичную ячейку (один период) структуры и используем периодические граничные условия на двух парах граней в направлениях 0x и 0y, а также условие идеальной проводимости на экранах, ограничивающих структуру вдоль оси 0z (рис. 2).

В первую очередь исследуем случай распространения волны вдоль одной из осей, например вдоль оси 0*x*. Задавая в граничных условиях тот или иной сдвиг фазы на длине периода вдоль этой оси, можем рассчитать соответствующие резонансные частоты эквивалентного резонатора, образованного объемом ячейки [15]. Из всего спектра резонансных частот здесь нас интересуют две низшие частоты, соответствующие первой и второй полосам прозрачности рассматриваемой периодической структуры. В общем случае при учете тепловых потерь собственные частоты комплексные. В данной модели идеально проводящих стержней и экранов – частоты действительные.

Сначала рассмотрим решетку с относительно тонкими стержнями диаметром D = 1, периодом P = 12 и высотой h = 10, с величиной глубины погружения *d* в качестве переменного параметра. Случай тонких стержней представляет интерес потому, что, как было показано в [10], для них частоты последовательного резонанса при изменении величины зазора от 1 до 5 мм лежат в интересующем нас частотном диапазоне. Исследование дисперсионных характеристик волн в бесконечных двумерно-периодических решетках позволяет лучше понять и объяснить характеристики рассеяния волн в конечно-периодических структурах. Для начала рассчитаем дисперсию волн в решетке с полным погружением стержней (d = 0). В диапазоне частот от 0...15 ГГц (15 ГГц – критическая частота ближайшего высшего по высоте типа волны плоского волновода высотой 10 мм) для нее имеется одна полоса пропускания. На рис. 3 представлен участок дисперсионной диаграммы,



**Рис. 4.** Дисперсионные диаграммы для волн в решетке тонких стержней (D = 1) в первой (а) и во второй (б) полосах прозрачности для величин зазоров d = 1, 2, 3, 4, 5 (кривые I-5 соответственно), а также в обеих полосах прозрачности (в) в координатах  $\beta P-kP$ .

который соответствует величинам фазового сдвига на периоде от 0° до 180°. Соответствующие им частоты заключены в полосе примерно от 7 до 12.5 ГГц. Как видно из рис. За, волна в этой полосе прозрачности является ускоренной ( $\beta < k$ ).

В данной работе основной интерес представляют дисперсионные диаграммы для решетки частично погруженных стержней. На рис. 4 представлены рассчитанные диаграммы для величин зазоров в интервале d = 1...5.

В отличие от рассмотренного выше случая нулевого зазора в решетке частично погруженных стержней имеется дополнительная полоса пропускания в области нижних частот. Таким образом, в диапазоне частот до 15 ГГц решетка из стержней с зазорами имеет две полосы прозрачности: первую полосу в области нижних частот и вторую полосу на более высоких частотах. В полосе частот между ними располагается полоса непрозрачности, в которой распространение отсутствует. Волна в первой полосе прозрачности является замедленной ( $\beta > k$ ), а во второй полосе — ускоренной ( $\beta < k$ ). Интересно отметить, что с ростом величины зазора характер дисперсии в первой полосе прозрачности не меняется. В то же время во второй полосе с ростом величины зазора дисперсия становится аномальной, при которой фазовая и групповая скорости волны противоположно направлены. Следует также отметить, что дисперсионные кривые во второй полосе пропускания сходятся практически в одну точку  $kP = \pi$ , которая при периоде P = 12 мм соответствует частоте 12.5 ГГц. Такой характер зависимостей с выраженной точкой пересечения, вероятно, является свойством решетки тонких стержней. Расчеты показывают, что в случае более толстых стержней волны во второй полосе прозрачности этим свойством не обладают. В качестве примера на рис. 5 представлены дисперсионные диаграммы для решетки стержней с диаметром D = 4.

Следует отметить более подробно важные особенности распространения собственных волн решетки во второй полосе прозрачности. Их можно наблюдать в случае тонких стержней (см. рис. 4б). Однако, еще очевиднее они проявляются с ростом диаметра цилиндров (см. рис. 5а). Динамика изменения дисперсионных кривых проявляется при изменении величины зазора d. При совсем малых зазорах дисперсионные кривые во второй полосе пропускания имеют положительную производную, характерную для быстрых волноводных волн. Однако при увеличении параметра d на некоторой частоте производная от постоянной распространения увеличивается и при определенном значении зазора уходит в бесконечность (групповая скорость на этих частотах обращается в нуль). На дисперсионных диаграммах на рис. 4б и 5а соответствующие точки обозначены кружками овальной формы.



**Рис. 5.** Дисперсионные диаграммы для волн в решетке толстых стержней (D = 4) в первой и во второй полосах прозрачности (а) для d = 1 (I), 3 (2), 5 (3) и в обеих полосах прозрачности (в), в координатах  $\beta P - kP$ .

Совокупность параметров, при которой производная по частоте от постоянной распространения стремится к бесконечности, можно рассматривать в качестве критических условий, так как далее при увеличении зазора или увеличении частоты дисперсионная кривая приобретает две ветви: одна имеет положительную производную по частоте, а другая – отрицательную. Таким образом, видно, что одной частоте соответствуют одновременно два решения дисперсионного уравнения или две собственные волны (см. кривые 1, 3 на рис. 5а). Следовательно, критические условия, о которых мы говорили выше, являются условиями возникновения в решетке волны с аномальной дисперсией, которой соответствует отрицательная производная по частоте. Волна с аномальной дисперсией является обратной волной, так как ее вектор Пойнтинга и волновой вектор направлены в противоположные стороны. При дальнейшем увеличении зазора *d* диапазон частот, в котором одновременно существуют две волны. исчезает и в решетке распространяется одна обратная волна (кривая 5 на рис. 5а).

#### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНЕЧНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ В РЕЖИМЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Для дальнейшего исследования свойств ЭМК в полосах прозрачности было проведено моделирование решетки в режиме рассеяния плоской волны. В качестве модели для исследования была выбрана конечно-периодическая решетка: периодическая (бесконечная) вдоль оси 0у и конечная, содержащая десять рядов стержней, вдоль оси 0x. Фрагмент решетки из десяти стержней изображен на рис. 6. Пусть на решетку набегает *T*-волна ПВ. При расчетах будем использовать стандартный метод электродинамического моделирования [13]. Периодичность решетки вдоль оси 0y обеспечивается периодическими граничными условиями на двух вертикальных гранях воздушного бокса, перпендикулярных оси 0y.

Были рассчитаны частотные зависимости коэффициента передачи при возбуждении волной, распространяющейся вдоль оси 0x, в диапазонах частот, которые соответствуют полосам прозрачности в приведенных в разд. 1 дисперсионных диаграммах. При моделировании были заданы те же, что и при расчетах дисперсионных характеристик, параметры ПВ и цилиндров: h = 10, P = 12, D = 1.



**Рис. 6.** Модель решетки в задаче рассеяния *Т*-волны: вид сверху (а) и спереди (б).



**Рис.** 7. Частотная зависимость коэффициента передачи решетки цилиндров без зазоров (d = 0).

Как и ранее, рассмотрим сначала цилиндры с полным погружением в ПВ (d = 0). Частотная зависимость коэффициента передачи решетки для этого случая приведена на рис. 7. Видим, что коэффициент передачи близок к единице в полосе частот 7...12.5 ГГц. Как следует из дисперсионной диаграммы на рис. 3, эта полоса является полосой прозрачности для данной решетки. При расчете дисперсионной диаграммы отмечалось, что в решетке полностью погруженных стержней первая полоса прозрачности в области более низких частот (при f < 7 ГГц) отсутствует. Это же подтверждается расчетом коэффициента передачи *T*-волны.



**Рис. 8.** Коэффициенты передачи в первой полосе прозрачности при d = 1, 2, 3, 4, 5 (кривые 1-5 соответственно).

Как показал проведенный выше анализ дисперсионных характеристик, в ЭМК с частично погруженными цилиндрами в рассматриваемой полосе частот существуют две полосы прозрачности: первая — в области низких частот, вторая — области более высоких частот (см. рис. 4). На рис. 8 представлены частотные зависимости коэффициента передачи для решетки цилиндров с зазорами d = 1, 2, 3, 4, 5 в диапазоне частот первой полосы прозрачности. Видно, что полоса прозрачности увеличивается с ростом величины зазоров, при этом значения граничных частот полосы прозрачности при изменении глубины погружения цилиндров хорошо согласуются с дисперсионными характеристиками, приведенными на рис. 4а.

На рис. 9, 10 представлены частотные зависимости коэффициента передачи ЭМК с зазорами во второй полосе прозрачности вблизи частоты 12.5 ГГц. Кривые на рис. 9 имеют полосу прохождения слева от частоты 12.5 ГГц, а на рис. 10 – справа. Такой характер частотных зависимостей  $S_{21}$  полностью согласуется с полученными дисперсионными диаграммами в решетках стержней с зазорами (см. рис. 4) и может быть объяснен на основе теории периодических структур (см. ниже).

Полученные выше результаты позволяют построить зависимости граничных частот первой и второй полос прозрачности от величины зазоров (рис. 11). Интересно отметить, что граничные частоты в рассмотренных полосах прозрачности практически линейно увеличиваются с ростом величины зазора.

Отмеченная выше смена положения полосы прозрачности может быть описана в рамках теории периодических структур в виде СВЧ-много-



**Рис.** 9. Коэффициенты передачи во второй полосе прозрачности для решеток с малыми зазорами: d = 1.0(1), 1.5(2), 2.0(3), 2.5(4), 3.0(5).



**Рис.** 10. Коэффициенты передачи во второй полосе прозрачности для решеток с большими зазорами: d = = 4.0 (1), 4.5 (2), 5.0 (3), 5.5 (4), 6.0 (5).

полюсников, включенных в линию передачи [16]. В книге [16] рассматривается периодическая структура, образованная параллельными проводимостями, расположенными в линии передачи с периодом Р. Отмечаются следующие особенности распространения собственных волн в такой структуре. Одна из границ второй полосы прозрачности всегда определяется условием  $\gamma P = \pi$ , где *ү* — постоянная распространения волны линии. Однако для емкостной проводимости вторая полоса прозрачности расположена выше частоты, определяемой указанным условием, а для индуктивной проводимости – ниже нее. В нашем случае роль волны линии передачи выполняет Т-волна ПВ, у которой постоянная распространения равна волновому числу свободного пространства k. Так как в рассматриваемом примере P = 12 мм, то характерная частота, относительно которой происходит смена положения полосы прозрачности, равна 12.5 ГГц, что совпадает с приведенными выше результатами численных экспериментов.

Из рис. 9, 10 следует, что при относительно малых зазорах полоса прозрачности расположена ниже частоты 12.5 ГГц, а при больших зазорах — выше нее. В то же время в работе [10] было показано, что электродинамические свойства емкостного цилиндра в определенном диапазоне частот близки к свойствам последовательного контура, параллельно включенного в линию передачи. Роль емкости выполняет зазор между цилиндром и экраном ПВ, а роль индуктивности сам металлический цилиндр.

На частотах ниже частоты последовательного резонанса сопротивление контура имеет емкост-



**Рис. 11.** Зависимости граничных частот от величины зазоров для первой (*1*) и второй полосы прозрачности решетки слева (*2*) и справа (*3*) от частоты 12.5 ГГц.

ной характер, а на высоких частотах характер импеданса становится индуктивным. Изменяя глубину погружения цилиндра в ПВ. мы изменяем его резонансную частоту. Причем увеличение зазора приводит к уменьшению емкости и росту резонансной частоты. Предположим, что при изменении параметра d резонансная частота контура пересекает границу, определяемую условием  $\gamma P = \pi$  и соответствующей частотой 12.5 ГГц. Тогда можем сделать вывод, что при относительно малых зазорах сопротивление цилиндра на частоте 12.5 ГГц имеет индуктивный характер, а при относительно больших зазорах он становится емкостным. Следовательно, в соответствии с теорией периодических структур СВЧ [16] полоса прозрачности в первом случае должна лежать ниже частоты 12.5 ГГц, а во втором – выше нее. Поведение полосы прозрачности, описываемое в рамках предложенной концепции, полностью совпадает с представленными выше численными результатами.

Одним из следствий данной физической картины является то, что при величине зазора  $d \approx 3.8$ , когда полоса прозрачности меняет свое положение относительно частоты 12.5 ГГц, резонансная частота емкостного цилиндра в составе ЭМК должна совпадать с 12.5 ГГц, что и подтверждается соответствующим расчетом.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с практической точки зрения наибольший интерес представляет переход ЭМК от одного крайнего состояния в другое. Такими предельными состояниями являются ЭМК с полностью погруженными (сплошными) цилиндрами и однородный незаполненный ПВ. Важно отметить, что для построения функциональных узлов на основе ЭМК со сплошными цилиндрами рабочим режимом является режим запирания, когда в кристалле отсутствуют распространяющиеся волны.

При плавном увеличении зазора d можно было ожидать плавной трансформации параметров собственных волн ЭМК, которые должны в пределе перейти в собственные волны ПВ. При этом нас больше всего интересует переход в основную T-волну.

Результаты исследования, приведенные в данной статье, показывают, что данный переход не является плавным, так как он сопровождается рядом качественных изменений. Особенно это относится к тем диапазонами частот, которые соответствуют второй полосе прозрачности. При увеличении зазора d на первом этапе периодическая структура ожидаемо становится прозрачной, т.е. в ней появляются распространяющиеся волны. Однако при определенных зазорах таких волн две: прямая и обратная, т.е. фазовый переход от режима запирания к режиму распространения происходит нестандартным образом. Далее, прямая волна исчезает, что соответствует еще одному фазовому переходу от двухволнового режима к одноволновому.

Дальнейшее увеличение зазора *d* приводит к расширению второй полосы прозрачности, в которой распространяется обратная волна. Периодичность структуры исчезает, и происходит переход к собственным волнам однородного ПВ.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Yablonovitch E. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. № 20. P. 2059.
- Joannopopulus J.D., Meade R.D., Winn J.N. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. N.-J.: Princeton Univ. Press, 1995.
- Sakoda K. Optical Properties of Photonic Crystals // Berlin: Springer-Verlag, 2005.
- 4. *Mosallaei H., Rahmat-Samii Y. //* IEEE Trans. 2003. V. AP-51. № 3. P. 549.
- Painter O., Lee R.K., Scherer A. et al. // Science. 1999.
   V. 284. № 6. P. 1819.
- 6. *Mekis A., Chen J.C., Kurland I. et al.* // Phys. Rev. Lett. V. 77. № 18. P. 3787.
- 7. Банков С.Е. // РЭ. 2011. Т. 56. № 2. С. 133.
- 8. Банков С.Е. // РЭ. 2009. Т. 54. № 6. С. 671.
- 9. Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
- Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 855.
- 11. Банков С.Е., Пангонис Л.И. // РЭ. 2008. Т. 53. № 3. С. 295.
- Bankov S.E., Duplenkova M.D. // First Intern. Congr. on Advanced Electromagnetic Materials in Microwaves and Optics. 21–26 October 2007. Rome. Italy. P. 288.
- 13. Банков С.Е., Курушин А.А., Гутцайт Э.М. Решение оптических и СВЧ задач с помощью HFSS. М.: Оркада, 2012.
- 14. *Калиничев В.И., Бабаскин А.А.* // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2016, № 8. http://jre.cplire.ru/jre/aug16/2/text.pdf
- 15. *Xu F, Patrovsky A., Wu K.* // Microwave Opt. Technol. Lett. 2007. V. 49. № 9. P. 2180.
- 16. Альтман К. Устройства СВЧ. М.: Мир, 1968.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

# ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СЕРЕБРЯНОЙ ПЛАСТИНЫ С СИММЕТРИЧНО ВСТАВЛЕННОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ СТЕКЛЯННОЙ НАНОНИТЬЮ

© 2020 г. А. П. Анютин\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\**E-mail: anioutine@mail.ru* Поступила в редакцию 25.12.2018 г. После доработки 25.12.2018 г. Принята к публикации 27.01.2019 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны *TM*-типа на наноструктуре, состоящей из квадратной пластины из серебра и вставленной в нее квадратной стеклянной нанонитью. В световом диапазоне длин волн строгими численными методами рассчитаны ближние и дальние поля, а также спектры рассеяния. Исследовано влияние потерь серебра, толщины стенок структуры и угла падения плоской поляризованной *TM*-волны на резонансы плазмонов. Показано, что в такой структуре наблюдается расщепление и вырождение квадрупольных и дипольных резонансов плазмонов.

**DOI:** 10.31857/S0033849420060030

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Как известно, рассеяние электромагнитных волн наноструктурами из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне волн (300 нм <  $\lambda$  < 900 нм,  $\lambda$  – длина волны) сопровождается как образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так и наличием у них резонансов. При этом интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов связан главным образом с высокой локализацией электромагнитного поля, которая позволяет их использовать в субволновом и ближнепольном зондировании. Так, нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров [1]. Отметим, что плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитях) из серебра (золота) с круглым поперечным сечением реализуются в ультрафиолетовой части спектра. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. В [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толшины в предположении. что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещенными центрами. В [5, 6] рассматривались структуры, представляющие собой серебряную оболочку, внутри которой находится цилиндрическая нанонить из стекла (кварца). При этом полагалось, что внешний контур поперечного сечения представляет собой круг или эллипс. Ситуация, когда внешний контур поперечного сечения структуры из серебра является квадратным, а внутренний — круглым, обсуждалась в [7].

Цель данной работы — исследовать особенности плазмонных резонансов в наноструктуре, представляющей собой серебряную пластину с квадратной формой поперечного сечения, в которую симметрично вставлена кварцевая квадратная пластина.

# 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской поляризованной электромагнитной *TM*-волны на двумерной структуре, поперечное сечение которой изображено на рис. 1. Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора ( $\cos \varphi_0$ ,  $\sin \varphi_0$ , 0) и характеризуется следующими компонентами электромагнитного поля:

$$H_z^0 = \exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0),$$
  

$$E_x^0 = -\eta\sin\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0), \quad (1)$$
  

$$E_y^0 = \eta\cos\varphi_0\exp(-ikx\cos\varphi_0 - iky\sin\varphi_0).$$

Зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ , где  $\omega = kc$  – круговая частота,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число свободного пространства, c – скорость света в вакууме,  $\eta = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$  Ом –



Рис. 1. Геометрия задачи.

волновое сопротивление вакуума,  $\mu_0, \epsilon_0$  — магнитная и диэлектрическая проницаемости вакуума.

Для структуры, изображенной на рис. 1, внутренняя и внешняя границы серебряной оболочки описываются соответственно формулами

...

$$(x/b)^{N} + (y/b)^{N} = 1,$$
 (2)

$$(x/a)^{N} + (y/a)^{N} = 1, a > b = \alpha a.$$
 (3)

При значениях  $N \ge 1$  (например, при N = 18) каждое из уравнений (2), (3), описывает границу оболочки в форме квадрата. Тем самым мы считаем, что слой серебра постоянной толщины  $d = a - b \equiv a(1 - \alpha)$ ,  $\alpha = b/a$  нанесен на квадратную стеклянную нить. При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon(\lambda)$  серебра рассчитывалась на основе интерполяции экспериментальных данных работы [8] кубическими сплайнами.

В отличие от серебра стекло в исследуемом диапазоне частот имеет существенно меньшие тепловые потери, а его относительная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_c$  слабо зависит от длины волны  $\lambda$ . Поэтому будем полагать, что относительная диэлектрическая проницаемость стекла величина вещественная и равна  $\varepsilon_c = 2.2$ .

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости  $\overline{e}(x, y)$  в структуре, изображенной на рис. 1, имеет вид

\_ /

$$\varepsilon(x, y) = \\ = \begin{cases} \varepsilon_{c}, \ x^{2}/b^{2} + y^{2}/b^{2} < 1, \\ \varepsilon, \ x^{2}/b^{2} + y^{2}/b^{2} > 1, \ \left(x^{2}/a^{2} + y^{2}/a^{2}\right)^{N} < 1, \\ 1, \ \left(x^{2}/a^{2} + y^{2}/a^{2}\right)^{N} > 1. \end{cases}$$

$$(4)$$

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя *z*-компоненту  $U(x, y) = H_z(x, y)$  магнитного поля, так как краевая задача для функции U(x, y) является скалярной. Полное поле U(x, y), т.е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в кусочно-постоянной среде (4) удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x,y)}{\partial y^2} + k^2 \overline{\varepsilon}(x,y) U(x,y) = 0.$$
(5)

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию U(x, y)

$$E_{x}(x,y) = \frac{\eta}{ik\overline{\varepsilon}(x,y)} \frac{\partial U(x,y)}{\partial y},$$
  

$$E_{y}(x,y) = -\frac{\eta}{ik\overline{\varepsilon}(x,y)} \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}.$$
(6)

На границах оболочки (2), (3) должны быть непрерывны величины U и  $\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial N}$ , где через  $\frac{\partial U}{\partial N}$  обозначена производная по направлению нормали к границам раздела сред.

Как уже отмечалось, полное поле вне оболочки состоит из падающего ( $U^0$ ) и рассеянного ( $U^s$ ) полей. Падающее поле задано функцией

$$U^{0} = \exp(-ikx\cos\varphi_{0} - iky\sin\varphi_{0}).$$
(7)

Рассеянное поле в цилиндрической системе координат ( $r, \phi$ ), где  $x = r \cos \phi$  и  $y = r \sin \phi$ , в дальней зоне ( $kr \rightarrow \infty$ ) должно удовлетворять условию излучения

$$U^{s} = \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \tag{8}$$

где  $\Phi(\phi)$  – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния  $\sigma_s$  определяется формулой

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi.$$
(9)

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводилось модифицированным методом дискретных источников [9–11]. При этом точность решения задачи контролировалась путем вычисления невязки ∆ граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине интервалов, образованных точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [9]). Во всех приведенных ниже расчетах

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020



**Рис. 2.** Зависимость нормированного полного сечения рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  при угле падения плоской волны  $\phi_0 = 0$ , реальных потерях серебра Іт( $\epsilon$ ) и при  $\alpha = 0.6$  (1), 0.7 (2), 0.8 (3).

максимальная невязка граничных условий не превышала величину  $\Delta < 10^{-3}$ .

Рассмотрим сначала поведение нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  в зависимости от длины волны  $\lambda$ . В представленных ниже результатах длина волны  $\lambda$  изменялась в пределах 350 нм  $< \lambda < 900$  нм. Структура, изображенная на рис. 1, имела следующие параметры: a = 40 нм,  $\alpha = 0.6, 0.7, 0.8$  (при значениях параметра  $\alpha > 0.8$ толщина d слоя серебра становится d < 8 нм, что делает невозможным использование уравнений классической электродинамики [1] и результатов работы [8]). При этом угол падения плоской волны  $\phi_0$  принимал следующие значения:  $\phi_0 = 0, \pi/5, \pi/4$ .

На рис. 2 изображено семейство кривых, описывающих зависимость нормированного полного сечения рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  при угле падения плоской волны  $\phi_0 = 0$ , значениях параметра  $\alpha = 0.6, 0.7, 0.8$  и реальных потерь серебра  $Im(\varepsilon)$ . Из рисунка видно, что в данном случае каждая кривая содержит один главный максимум и один побочный, который в зависимости от значений α расщепляется на два локальных максимума. Главный максимум кривой  $k\sigma_s$  связан с дипольным резонансом плазмонов, а побочный с квадрупольным резонансом плазмонов. Отсутствие других максимумов у кривых  $k\sigma_s$  свидетельствует об отсутствии мультипольных резонансов плазмонов. Ниже будет показано, что их отсутствие связано с влиянием потерь серебра. Из рис. 2 следует, что уменьшение толщины d слоя серебра приводит к смещению дипольного и квадрупольного резонансов в сторону больших значений длин волн, а также различной степени расшепления  $k\sigma_{c}$ в окрестности квадрупольного резонанса плазмо-



**Рис. 3.** Частотная характеристика амплитуды поля U(a, y = 0) в точке с координатами x = a, y = 0 при  $\varphi_0 = 0$  и параметрах структуры: a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ , а также потерях серебра:  $0.001 \times \text{Im}(\varepsilon)$  (кривая *I*),  $0.1 \times \text{Im}(\varepsilon)$  (кривая *2*), Im( $\varepsilon$ ) (кривая *3*).

нов. Такое поведение кривой  $k\sigma_s$  в области квадрупольного резонанса плазмонов свидетельствует о наличии явления вырождения плазмонов в ближнем поле структуры.

Было исследовано влияние потерь серебра на частотную характеристику амплитуды поля U(a, y = 0) в точке с координатами x = a, y = 0(рис. 3) и поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  (рис. 4). При этом полагалось, что структура имеет параметры a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ , угол падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$ . Кривые 1–3 этих рисунков соответствуют потерям серебра  $0.001 \times \text{Im}(\epsilon)$ ,  $0.1 \times \text{Im}(\epsilon)$ , Im $(\epsilon)$ . На рис. 3 изображена частотная зависимость U(a, y = 0). Из рисунка видно, что только в случае малых потерь (кривые 1, 2) наблюдаются как дипольный резонанс, так и расщепленные мультипольные резонансы плазмонов. При реальных потерях серебра мультипольные резонансы практически исчезают и, соответственно, не вносят вклад в поперечник рассеяния.

На рис. 4 представлены результаты расчетов частотной зависимости поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  при различных потерях серебра. Из этого рисунка также видно, что реальные потери серебра (кривая *3*) фактически приводят к исчезновению высших мультипольных резонансов. Кроме того, из рис. 2 и 3 следует, что резонансы поля U(a, y = 0) объясняют как наличие резонансов поперечника рассеяния  $k\sigma_s$ , так и их расположение (максимумы у соответствующих кривых приблизительно (но не точно!) совпадают друг с другом).

На рис. 5 представлено семейство кривых, описывающих зависимость нормированного полного



**Рис. 4.** Зависимость нормированного полного сечения рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  при  $\phi_0 = 0$  и параметрах структуры: a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ , а также потерях серебра  $0.001 \times \text{Im}(\varepsilon)$  (кривая *I*),  $0.1 \times \text{Im}(\varepsilon)$  (кривая *2*), Im( $\varepsilon$ ) (кривая *3*).

сечения рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  при угле падения плоской волны  $\phi_0 = \pi/6$ , значениях параметра  $\alpha = 0.6, 0.7, 0.8$  и реальных потерях серебра Im( $\varepsilon$ ) для структуры с параметром a = 40 нм. Из сравнения результатов, представленных на рис. 5 и 2 следует вывод о том, что основные тенденции в поведении кривых  $k\sigma_s$ , отмеченные выше для  $\phi_0 = 0$ , сохраняются и при угле падения плоской волны  $\phi_0 = \pi/6$ . Различие между этими двумя слу-



**Рис. 5.** Зависимость нормированного полного сечения рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  при  $\varphi_0 = \pi/6$ , a = 40 нм, при  $\alpha = 0.6$  (*1*), 0.7 (*2*), 0.8 (*3*) и реальных потерях серебра Im( $\varepsilon$ ).

чаями ( $\phi_0 = 0$  и  $\phi_0 = \pi/6$ ) заключается в уменышении числа побочных колебаний у кривых  $k\sigma_s$  в окрестности квадрупольного резонанса. Отметим, что аналогичный характер изменения кривых  $k\sigma_s$  имеет место и при угле падения плоской волны  $\phi_0 = \pi/4$  (эти результаты мы не приводим). Таким образом, из результатов, представленных на рис. 2 и 5 можно сделать вывод о том, что если значение угла падения  $\phi_0$  фиксировано, а значения параметра  $\alpha$  меняются, то с увеличением  $\alpha$  длина волны дипольного резонанса смещается в сторону больших значений длин волн (при значении  $\alpha = 0.6$  дипольный резонанс наблюдается при длине волны  $\lambda \approx 490$  нм, а при  $\alpha = 0.8$  – при  $\lambda \approx 649$  нм).

На рис. 6 изображено семейство кривых, описывающих зависимость нормированного полного сечения рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  при углах падения плоской волны  $\varphi_0 = 0, \pi/6, \pi/4$  и реальных потерях серебра Im( $\varepsilon$ ) для структуры с параметром a = 40 нм,  $\alpha = 0.7$ . Из этого рисунка видно, что при фиксированной толщине стенок структуры ( $\alpha = 0.7$ , d = 12 нм) и различных значениях угла падения  $\varphi_0$  не наблюдается изменение расположения дипольного резонанса. В области квадрупольного резонанса меняется характер расщепления кривых  $k\sigma_s$ .

Было исследовано также влияние геометрических размеров структуры на частотную характеристику поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  при фиксированной толщине d = 10 нм стенок структуры, фиксированном угле падения плоской волны  $\phi_0 = \pi/6$  и



**Рис. 6.** Зависимость нормированного полного сечения рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны λ при a = 40 нм,  $\alpha = 0.7$  (d = 12 нм), реальных потерях серебра Im(ε) и  $\varphi_0 = 0$  (1),  $\pi/6$  (2) и  $\pi/4$  (3).

2020



**Рис.** 7. Частотная характеристика нормированного поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  при d = 10 нм,  $\phi_0 = \pi/6$ , реальных потерях серебра Im( $\varepsilon$ ) и различных значениях *a* и *b*: кривая 1 - a = 40 нм, b = 30 нм; кривая 2 - a = 60 нм, b = 50 нм; кривая 3 - a = 80 нм, b = 70 нм.

реальных потерях серебра Im( $\varepsilon$ ) (рис. 7). Параметры структур, представленных на рис. 7, следующие: a = 40 нм, b = 30 нм; a = 60 нм, b = 50 нм; a = 80 нм, b = 70 нм. Из результатов рис. 7 следует, что увеличение геометрических размеров структуры в два раза при неизменной толщине слоя серебра ведет к смещению длины волны дипольного резонанса от значения  $\lambda \approx 590$  нм при параметрах структуры a = 40 нм, b = 30 нм до значения  $\lambda \approx 830$  нм – при a = 80 нм, b = 70 нм. При этом также увеличивается разница в расположениях дипольного и квадрупольного резонансов. Кроме того, наблюдается развитие дополнительных колебаний кривых  $k\sigma_s$  в области мультипольных резонансов.

На рис. 8 представлены результаты расчетов диаграммы рассеяния для структуры из реального серебра с параметрами a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ ; угле падения плоской волны  $\phi_0 = 0$  и различных длинах волн: λ = 394, 440, 470 и 694 нм. Выбранным длинам волн соответствуют максимумы поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  – рис. 2 кривая 3. Из рис. 8 видно, что при длинах волн  $\lambda = 694, 440$  и 394 диаграмма рассеяния имеет только два лепестка. При этом максимумы амплитуд лепестков соответствуют направлениям  $\phi = 0$  и  $\phi = \pi$ . Отметим, что такая двухлепестковая диаграмма рассеяния характерна для дипольного резонанса ( $\lambda = 694$  нм). Однако в нашем случае она имеет место при  $\lambda = 440$  нм и  $\lambda = 394$  нм, т.е. в области мультипольных резонансов. Это свидетельствует о наличии вырождения у плазмонов и ближнего поля структуры. Характер-



**Рис. 8.** Модули диаграмм рассеяния для структуры из реального серебра с параметрами a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ , и различных длинах волн:  $\lambda = 394$  (*I*), 440 (*2*), 470 (*3*) и 694 нм (*4*).

ная для квадрупольного резонанса четырехлепестковая диаграмма рассеяния наблюдается только при  $\lambda = 470$  нм.

На рис. 9 представлены диаграммы рассеяния для структуры из реального серебра с параметра-



**Рис. 9.** Модули диаграмм рассеяния для структуры из реального серебра с параметрами a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$  и  $\varphi_0 = \pi/4$  и различных длинах волн:  $\lambda = 394$  (1), 440 (2), 530 (3) и 694 нм (4).



**Рис. 10.** Пространственное распределение линий равных амплитуд компоненты  $H_z$  поля вблизи внешнего контура структуры при a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $\lambda = 394$  нм.

ми a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ ; угле падения плоской волны  $\phi_0 = \pi/4$  и длинах волн  $\lambda = 394$ , 440, 530 и 694 нм. Здесь выбранным длинам волн соответствуют максимумы поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  (см. рис. 2). Как видно из рис. 9, все диаграммы рассеяния в этом случае имеют только два лепестка. Максимумы амплитуд лепестков имеют направления  $\phi = \pi/4$  и  $\phi = \pi + \pi/4$ . Такое поведение диаграммы рассеяния, так же как и в рассмотренном выше случае, свидетельствует о наличии вырождения колебаний ближнего поля структуры.

Результаты расчетов пространственного распределения линий равных амплитуд компоненты  $H_z$  поля вблизи внешнего контура структуры представлены на рис. 10 (распределение линий равных амплитуд поля внутри структуры не приводится, чтобы не отвлекать внимание от эффекта вырождения внешнего ближнего поля). Структура из реального серебра характеризовалась следующими параметрами: a = 40 нм,  $\alpha = 0.8$ , угол падения плоской волны был равен  $\varphi_0 = 0$ , длина волны  $\lambda = 394$  нм. Этот рисунок наглядно иллюстрирует процесс вырождения ближнего поля структуры. Нетрудно заметить, что вблизи задней стенки структуры изменение амплитуды поля носит характер трех полуволн, а на расстоянии порядка 20a — только одной полуволны.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны *TM*-типа на нано структуре, состоящей из квадратной пластины из серебра с вставленной в нее квадратной стеклянной нанонитью. В световом диапазоне длин волн строгими численными методами рассчитаны ближние и дальние поля, а также спектры поперечника рассеяния. Исследовано влияние потерь серебра, толщины структуры и угла падения плоской поляризованной *TM*-волны на резонансы плазмонов. Показано, что для такой структуры характерно расщепление и вырождение квадрупольных и дипольных резонансов плазмонов.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Климов В.В. Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
- Velichko E.A., Nosich A.I. // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
- 3. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
- 4. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
- 5. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 35.
- 6. Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д. // РЭ. 2018. Т. 63. № 5. С. 402.
- 7. Анютин А.П., Коршунов И.П. // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1099.
- Johnson P.B., Christy R.W. // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
- 9. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л. //* РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
- Anyutin A.P., Stasevich V.I. // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.
- 11. Анютин А.П. // РЭ. 2010. Т. 55. № 2. С. 144.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874;621.396

# РЕЗОНАНСНЫЙ РАДИОПОГЛОТИТЕЛЬ, СОГЛАСОВАННЫЙ СО СВОБОДНЫМ ПРОСТРАНСТВОМ НА ЗАДАННОЙ ЧАСТОТЕ

© 2020 г. Ю. Н. Казанцев<sup>а,</sup> \*, Г. А. Крафтмахер<sup>а</sup>, В. П. Мальцев<sup>а</sup>, В. С. Солосин<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

> \**E-mail: yukazantsev@mail.ru* Поступила в редакцию 22.04.2019 г. После доработки 22.04.2019 г. Принята к публикации 25.05.2019 г.

Предложен резонансный радиопоглотитель, обеспечивающий теоретически согласование со свободным пространством на уровне не более  $-40 \, \mathrm{d} \mathrm{B}$  по коэффициенту отражения на заранее заданной частоте. Конструкция поглотителя представляет собой решетку из электропроводящих квадратов, которая располагается на слое диэлектрика с потерями, металлизированного с противоположной от решетки стороны. При этом в конструкции поглотителя используется заранее заданный диэлектрик, а размеры квадратных элементов решетки во много раз превышают толщину диэлектрического слоя. Относительное изменение резонансной частоты при изменении угла падения волн *TE*- и *TM*-поляризаций в угловом интервале 0°...45° не превышает 1%.

DOI: 10.31857/S0033849420060157

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Интерес научной общественности к радиопоглощающим материалам (РПМ) и радиопоглотителям (РП) сохраняется на протяжении многих десятилетий, что обусловлено постоянным прогрессом как в гражданской, так и в военной электронике и подтверждается большим числом научных публикаций [1-10]. Этим обусловлено многообразие конструкций РП, отвечающих различным, и часто противоречивым, требованиям. Однако однослойные РП, так называемые РП Далленбаха, как диэлектрические, так и магнитные, всегда оставались в центре внимания ввиду их надежности и большей простоты их реализации. Основное внимание исследователей в этой области было направлено на расширение рабочего диапазона путем использования либо материалов с частотной дисперсией диэлектрической и магнитной проницаемости [3-5], либо корректирующих решеток из металлических и резистивных элементов [6-10]. Рациональным выбором материала и его толщины можно минимизировать коэффициент отражения в середине рабочего диапазона, однако достигнуть идеального согласования даже на центральной (резонансной) частоте обычно не удавалось. Это объясняется тем, что для такого согласования, например диэлектрического РП, необходимо обеспечить управление в отдельности значениями действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости материала, что практически невозможно.

В данной работе была сделана попытка решить эту проблему при заранее заданных резонансной частоте и диэлектрике с потерями с помощью решетки из электропроводящих квадратов, которая располагается на слое диэлектрика, металлизированного с противоположной от решетки стороны. Размеры квадратов существенно превышают толщину слоя диэлектрика. Область между квадратом решетки и экраном представляет собой резонатор с волной, близкой к ТЕМ-типу, которая резонирует, отражаясь от открытых концов этого резонатора. Как известно, полное поглошение мошности падающей волны в таком резонаторе имеет место в случае, когда потери на излучение равны тепловым потерям при двойном пробеге волны в резонаторе [11]. Изменяя размеры резонатора, всегда можно обеспечить указанное условие на заданной частоте и для различных материалов.

Целью статьи является исследование отражательных характеристик РП, построенного указанным образом.

#### 1. СТРУКТУРА РАДИОПОГЛОТИТЕЛЯ

Структура радиопоглотителя (рис. 1a) представляет собой периодическую решетку с периодом P из квадратных электропроводящих элементов размером  $2a \times 2a$ , расположенную на диэлек-



**Рис. 1.** Структура РП: а – вид сверху и вид сбоку, б – фрагмент РП в пределах одного элемента решетки, в – открытый конец плоского волновода.

трическом слое толщиной d, металлизированном с противоположной от решетки стороны. Размер *d* мал по сравнению как со стороной квадратного элемента, так и с длиной волны  $\lambda$  ( $d \ll 2a, d \ll \lambda$ ), а зазор между соседними элементами решетки  $\delta = P - 2a$  — порядка или больше d ( $\delta \ge d$ ). На рис. 16 выделен фрагмент РП в пределах одного элемента решетки 2а. При указанном соотношении размеров структура поля в объеме между элементом решетки и электропроводящим экраном имеет вид плоской ТЕМ-волны, которая может резонировать, переотражаясь от боковых границ выделенного объема с близким по величине к единице коэффициентом отражения r. Частотная зависимость амплитуды поля U в таком резонаторе имеет вид

$$U = \frac{A_{\rm B}}{1 - r^2 \exp(-j4ka\sqrt{\epsilon})},\tag{1}$$

где  $k = 2\pi f/c$  – волновое число (f – частота, c – скорость света),  $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$  – диэлектрическая проницаемость слоя диэлектрика,  $A_{\rm B}$  – некоторая величина, зависящая от условий возбуждения.

Величину *r* для случая  $\varepsilon = 1$  оценим с помощью работы [12] как коэффициент отражения от открытого конца плоского волновода толщиной *d* (рис. 1в):

$$r = \exp(-kd). \tag{2}$$

Величина  $r^2 = \exp(-2kd)$  в формуле (1) определяет потери на излучение при двойном пробеге волны в резонаторе, а мнимая часть диэлектрической проницаемости  $\varepsilon$ " определяет тепловые потери, которые при условии  $\varepsilon$ "  $\ll 1$  выражаются формулой  $\exp(-2ka\varepsilon)$ ". Мощность падающей волны, поглощаемая в резонаторе на резонансной частоте, максимальна в случае, когда при двойном пробеге волны тепловые потери равны потерям на излучение, т.е.

$$\exp(-2kd) = \exp(-2ka\varepsilon''). \tag{3}$$

Отсюда следует

$$\varepsilon'' = d/a. \tag{4}$$

Волновое число k вблизи резонансного значения  $k_{\rm p}$  представим в виде

$$k = k_{\rm p} + \Delta k, \tag{5}$$

где  $k_{\rm p} = \pi/2a$ ,  $\Delta k/k_{\rm p} \ll 1$ . Для этого случая с помощью формул (1), (2) и (5) можно получить следующее выражение для амплитуды *U* поля в резонаторе, нормализованное на ее резонансное значение  $U_{\rm p}$ :

$$\frac{U}{U_{\rm p}} = \frac{1 - \exp(-2\pi d/a)}{1 - \exp(-2\pi d/a - (d + j4a)\Delta k)}.$$
 (6)

Для предварительной оценки частотной зависимости коэффициента отражения *R* от РП при нормальном падении на него плоской волны используем следующее выражение:

$$|\mathbf{R}|^2 = 1 - \left|\frac{U}{U_{\rm p}}\right|^2,$$
 (7)

в котором учитывается, что мощность, поглощенная в диэлектрике, наполняющем резонатор, пропорциональна квадрату напряженности электрического поля и что коэффициент отражения *R* на резонансной частоте равен нулю в рассматриваемом здесь случае максимального поглощения мощности падающей волны.

С помощью частотной зависимости коэффициента отражения, рассчитанной по формулам (6) и (7), легко оценить ширину рабочего диапазона РП, в пределах которого коэффициент отражения не превышает величину –10 дБ. В качестве примера такой оценки возьмем структуру РП с параметрами: P = 34 мм, 2a = 26 мм, d = 2 мм. По этой оценке, ширина рабочего диапазона такого РП составляет около 10%.

#### 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

Цель численных расчетов — получить частотно-угловые характеристики отражения, позволяющие оценить как угловую устойчивость, так и полосу рабочих частот РП.

В качестве расчетных моделей РП примем структуры со следующими размерами (в мм):

1)  $P = 34, d = 2, \delta = 2, 4, 8,$ 

2)  $P = 34, d = 4, \delta = 4, 8, 12,$ 

и диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 1 - j\varepsilon''$ .

Приближенное значение  $\varepsilon'' = d/a$  уточняется по максимальной глубине резонансного провала на частотной зависимости коэффициента отражения при нормальном падении волны на РП.

Частотные зависимости коэффициента отражения от моделей РП толщиной 2 и 4 мм при нормальном падении волны приведены на рис. 2а и 26 соответственно. Из приведенных зависимостей следует, что полосы рабочих частот, в которых коэффициент отражения не превышает уровня –10 дБ, составляют 9 и 19% для моделей РП с размерами d = 2 мм,  $\delta = 8$  мм и d = 4 мм,  $\delta = 8$  мм соответственно, что не противоречит предварительным оценкам по формулам (6) и (7).

При расчете частотно-угловых зависимостей коэффициента отражения от РП использованы характерные значения комплексных диэлектрических проницаемостей диэлектрических материалов с потерями:  $\varepsilon = 1.8 - j0.5$  (углеродсодержащий пенополиуретан),  $\varepsilon = 3.4 - j0.2$  (углеродсодержащий полиуретан),  $\varepsilon = 3.6 - j0.3$  (гетинакс). При этом задавалось значение резонансной частоты f = 3.2 ГГц, на которой коэффициент отражения не должен превышать определенного значения. Поставленную таким образом задачу решали подбором параметров *a*, *d* и *P* с учетом того, что резонансная частота в основном зависит от *a*, а коэффициент отражения на резонансной частоте – от *d*.

На рис. 3–5 представлены частотные зависимости коэффициента отражения при углах паде-



**Рис. 2.** Частотные зависимости коэффициента отражения от моделей РП с P = 34 мм при нормальном падении волны: а – при d = 2 мм,  $\delta = 2$ ; 4; 8 мм и  $\varepsilon$ " = 0.19, 0.19, 0.18 (кривые *1*; 2 и 3 соответственно), б – при d = 4 мм,  $\delta = 4$ ; 8; 12 мм и  $\varepsilon$ " = 0.42, 0.42, 0.4 (кривые *1*; 2 и 3, соответственно).

ния 0° и 45° волн *TE*- и *TM*-поляризаций для приведенных выше значений комплексной диэлектрической проницаемости. Значения *a* и *d* для зависимостей на рис. 3–5 выбраны из условия реализации коэффициента отражения R < -40 дБ на заданной резонансной частоте при нормальном падении волны. Эти зависимости демонстрируют сравнительно высокую угловую устойчивость резонансной частоты для обеих поляризаций (<1%). Однако величина коэффициента отражения волн *TM*- и, особенно, *TE*-поляризации при угле падения 45° существенно возрастает.



**Рис. 3.** Частотные зависимости коэффициента отражения от модели РП с P = 40.5 мм,  $\delta = 12$  мм, d = 5 мм,  $\varepsilon = 1.8 - j0.5$  при углах падения волн 0° (кривая *I*) и 45° для *TE*- (кривая *2*) и *TM*-поляризаций (кривая *3*).



**Рис. 4.** Частотные зависимости коэффициента отражения от модели РП с P = 34 мм,  $\delta = 10$  мм, d = 1.65 мм,  $\varepsilon = 3.4 - j0.2$ , при углах падения волн 0° (кривая *I*) и 45° для *TE*- (кривая *2*) и *TM*-поляризаций (кривая *3*).

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Целью эксперимента — оценить характер изменения частотных зависимостей коэффициента отражения от РП при изменении зазора  $\delta$  между квадратными элементами решетки. Измерение коэффициента отражения проводили в условиях волноводной передачи на модели РП в форме диэлектрического параллелепипеда, металлизированного по всем граням, размером  $A \times B \times D$ , где A и B — размеры поперечного сечения волновода



Рис. 5. Частотные зависимости коэффициента отражения от модели РП с P = 34 мм,  $\delta = 11.44$  мм, d = 2.4 мм,  $\varepsilon = 3.6 - j0.3$  при углах падения волн 0° (кривая *I*) и 45° для *TE*- (кривая *2*) и *TM*-поляризаций (кривая *3*).



**Рис. 6.** Внешний вид волноводной модели РП для эксперимента.

 $72 \times 34$  мм, в который модель плотно вкладывалась. На передней грани параллелепипеда прорезана щель шириной  $\delta$  и длиной *A*. Внешний вид модели представлен на рис. 6. Диэлектрический материал модели, который виден в щели на рис. 6, представляет собой композит из чередующихся слоев пенополистирола толщиной 6 мм и углеродсодержащей бумаги толщиной 0.07 или 0.14 мм. Комплексная диэлектрическая проницаемость бумаги, измеренная на частоте 4 ГГц, составила  $\varepsilon = 20 - j15$ . Комплексная диэлектрическая проницаемость композита, рассчитанная для такого значения, приближенно составила  $\varepsilon_{\kappa} = 1.2 - j0.25$  и  $\varepsilon_{\kappa} = 1.4 - j0.5$  при толщине слоя углеродсодержащей бумаги 0.07 и 0.14 мм соответственно.

Такая модель, вставленная в волновод, является приближенной имитацией РП с одномерной



**Рис.** 7. Частотные зависимости коэффициента отражения от волноводной модели РП с параметрами: a) d = 4 мм,  $\varepsilon = 1.2 - j0.25$  и  $\delta = 1.5$  (*I*), 4 (*2*), 8 мм (*3*); б) d = 4 мм,  $\varepsilon = 1.4 - j0.5$  и  $\delta = 2$  (*I*), 4 (*2*), 8 мм (*3*).

решеткой с периодом B и шириной щелей  $\delta$  в металлическом экране.

На рис. 7а и 7б представлены два семейства частотных зависимостей коэффициента отражения от волноводной модели РП для двух указанных выше значений диэлектрической проницаемости композита. Как видно из рисунков, семейства кривых различаются "направлением" углубления минимумов коэффициента отражения при изменении ширины щели  $\delta$ , что обусловлено различием в соотношении тепловых потерь в резонаторе и величины связи резонатора с волноводом. Максимальная ширина полосы рабочих частот волноводной модели РП составила 15% (по уровню отражения – 10 дБ) при толщине структуры 1/20 длины волны.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная конструкция РП позволяет обеспечить коэффициент отражения, теоретически меньший —40 дБ, на заданной частоте при использовании в конструкции различных диэлектриков с потерями только путем управления структурой РП, а именно размерами решетки и толщиной диэлектрического слоя.

Численный расчет коэффициента отражения от РП для волн *TE*- и *TM*-поляризаций при углах падения 0° и 45° показал достаточно высокую угловую устойчивость резонансной частоты (отклонение <1%).

Измерение частотных зависимостей коэффициента отражения от волноводной модели РП позволило оценить ширину полосы рабочих частот (по уровню отражения –10 дБ), которая составила около 15% при толщине структуры 1/20 длины волны.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Stergiou C.A., Koledintseva M.Y., Rozanov K.N.* Hybrid Polymer Composite Materials: Applications /Eds. by Thakur V.K., Thakur M.K., A. Pappu. Cambridge: Woodhead Publ., 2017. P. 53.
- Kong L.B., Li Z.W., Liu L. et al. // Intern. Mater. Rev. 2013. V. 58. № 4. P. 203.
- Старостенко С.Н., Виноградов А.П., Кибец С.Г. // РЭ. 1999. Т. 44. № 7. С. 817.
- Лопатин А.В., Казанцева Н.Е., Казанцев Ю.Н. и др. // РЭ. 2008. Т. 53. № 5. С. 517.
- 5. *Казанцев Ю.Н., Бабаян В.А., Казанцева Н.Е. и др. //* РЭ. 2013. Т. 58. № 3. С. 264.
- 6. Лопатин А.В., Казанцева Н.Е., Казанцев Ю.Н. и др. // РЭ. 2008. Т. 53. № 9. Р. 1176.
- 7. *Kazantsev Y.N., Lopatin A.V., Kazantseva N.E. et al.* // IEEE Trans. 2010. V. AP-58. № 4. C. 1227
- Бабаян В.А., Казанцев Ю.Н., Лопатин А.В. и др. // РЭ. 2011. Т. 56. № 11. С. 1377.
- 9. *Xu H., Bie Sh., Jiang J. et al.* // J. Electromagn. Waves Appl. 2015. V. 29. № 1. P. 60.
- 10. *Zhang L., Zhou P., Zhang H. et al.* // IEEE Trans. 2014. V. Magn-50. № 5. P. 4004305-1.
- 11. Казанцев Ю.Н. // РЭ. 1959. Т. 4. № 9. С. 1480.
- 12. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966.

## \_\_\_\_\_ АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ \_\_\_\_ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

# ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВАЯ АНТЕННА С ШИРОКИМ СЕКТОРОМ ЧАСТОТНОГО СКАНИРОВАНИЯ

© 2020 г. В. А. Калошин<sup>а, \*</sup>, В. И. Калиничев<sup>а</sup>, Д. Т. Ле<sup>b</sup>

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая, 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация <sup>b</sup>Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141701 Российская Федерация

> \**E-mail: vak@cplire.ru* Поступила в редакцию 26.07.2019 г. После доработки 26.07.2019 г. Принята к публикации 25.08.2019 г.

Предложена и исследована линейная волноводно-щелевая антенна с сектором частотного сканирования 180°, которая выполнена в виде прямоугольного металлического волновода, заполненного двухслойным диэлектриком с периодическими скачками толщины одного из слоев и периодически расположенными вдоль волновода тройными поперечными щелями в широкой стенке. Сектор сканирования 180° достигается благодаря использованию двух режимов излучения: основной (нулевой) гармоники и минус первой гармоники пространственного спектра. Показано, что такая волноводно-щелевая антенна характеризуется высоким коэффициентом использования апертуры почти во всем секторе углов частотного сканирования.

DOI: 10.31857/S0033849420060133

## введение

Исследования антенн вытекающей волны проводились в течение длительного времени, что нашло отражение во многих публикациях (см., например, [1–4]). Одним из первых вариантов построения антенны этого типа является конструкция на основе волновода с продольной непрерывной щелью, в котором распространение волны в волноводе сопровождается ее излучением в переднее полупространство (излучение на нулевой гармонике). Режим излучения на минус первой пространственной гармонике обеспечивается при использовании периодической излучающей структуры [2, 3]. При этом антенна излучает в заднее полупространство, а излучение в переднее пространство ограничено однолучевым режимом сканирования (отсутствием паразитного излучения других пространственных гармоник). Частотное сканирование во всем секторе углов от -90° до +90° относительно нормали к излучающей апертуре на минус первой гармонике возможно лишь в случае заполнения волновода материалом с высокой диэлектрической проницаемостью ( $\epsilon > 9$ ) [4], что приводит к увеличению стоимости и тепловых потерь.

Широкий сектор частотного сканирования в антенне вытекающей волны можно получить также при излучении на нулевой гармонике основной моды прямоугольного металлодиэлектрического волновода, интегрированного в подложку (substrate integrated in waveguide, SIW) со щелями в широкой стенке [5]. При соответствующем выборе параметров волновода и щелей удается реализовать режимы распространения прямой (в верхней части рабочего диапазона) и обратной (в нижней части диапазона) вытекаюшей волны, излучающих в широком секторе углов. Хотя теоретический сектор сканирования таких антенн составляет от  $-90^{\circ}$  до  $+90^{\circ}$ , в опубликованных работах приводятся данные о более узком секторе. Так, например, в [6] экспериментально реализованный сектор частотного сканирования составляет от -60° до +60° относительно нормали при изменении частоты от 8.6 до 12.8 ГГц. При этом данные об эффективности антенны отсутствуют.

В работе [7] была предложена волноводно-щелевая антенна с сектором частотного сканирования 180°. Такой сектор сканирования достигается определенным выбором параметров антенны, при котором обеспечиваются режимы излучения основной (нулевой) и минус первой гармоник пространственного спектра в диапазоне рабочих частот антенны, определяемым полосой одномодового режима волновода. Антенна выполнена в виде заполненного диэлектриком прямоугольного металлического волновода с периодически расположенными парными поперечными щеля-

ми в широкой стенке. Парные поперечные щели в широкой стенке использованы для подавления эффекта "нормали". В той же работе путем электродинамического моделирования найдены частотные зависимости нормированных диаграмм направленности, коэффициентов направленного действия (КНД) и матрицы рассеяния, которые подтвердили возможность реализации угла сканирования 180°. При этом частотная характеристика коэффициента отражения такой антенны имеет резонансный максимум в области перехода от одного режима излучения к другому. Исследование частотной зависимости коэффициента усиления (КУ) и коэффициента использования поверхности (КИП) антенны в работе [8] показало заметное снижение этих величин в значительной части частотного диапазона, обусловленное сильной частотной дисперсией постоянной затухания вытекающей волны, что приводит к неравномерному амплитудному распределению вдоль антенны и, соответственно, снижению величины КУ и КИП.

Цели данной работы: во-первых, подавить частотный резонанс коэффициента отражения антенны в области перехода от одного режима излучения к другому путем добавления третьей щели на периоде и оптимизации параметров щелей в структуре; во-вторых, снизить частотную дисперсию коэффициента затухания вытекающей моды за счет использования двухслойного диэлектрического заполнения с периодическим скачками толщины одного из слоев, уменьшив тем самым неравномерность ее амплитудного распределения вдоль антенны и повысив, вследствие этого, величины КУ и КИП в рабочем диапазоне частот.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В процессе решения задачи сначала рассматривались периодические структуры с тройными поперечными щелями на периоде и двумя видами однослойного диэлектрического заполнения волновода: 1) с однородным диэлектриком и 2) со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости в пределах периода. Численное моделирование показало, что второй вариант с полученными в результате оптимизации значениями диэлектрических проницаемостей позволяет реализовать достаточно слабо зависящий от частоты коэффициент затухания вытекающей волны и, соответственно, высокий КИП в широкой полосе частот, т.е. достичь поставленных в работе целей. Однако оказалось, что на практике сложно обеспечить требуемое кусочно-постоянное распределение диэлектрической проницаемости в волноводе, используя существующие однородные диэлектрики.

Поэтому основное внимание в данной работе было уделено исследованию антенны вытекаю-



**Рис. 1.** Поперечное сечение двухслойного металлодиэлектрического волновода.

щей волны с двухслойным диэлектрическим заполнением по высоте волновода, при этом толщина одного из слоев в пределах периода изменяется скачкообразно, что приводит к скачкообразному изменению эквивалентной диэлектрической проницаемости в соответствии с требуемым распределением. Достоинством волновода с двухслойным диэлектрическим заполнением является возможность подбора эквивалентной диэлектрической проницаемости с использованием доступных на практике диэлектрических материалов.

#### 2. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С ДВУХСЛОЙНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

В данном разделе были исследованы дисперсионные характеристики металлического волновода, заполненного двумя слоями диэлектрика с проницаемостями  $\varepsilon_1 = 9.8$  (поликор) и  $\varepsilon_2 = 2.25$ (полиэтилен, полипропилен). Поперечное сечение волновода показано на рис. 1. Толщина первого слоя (из поликора)  $t_1 = 0.5$  мм, а толщина второго слоя  $t_2$  была подобрана с целью получения требуемых значений эквивалентной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{3кB} = 3.2$  и  $\varepsilon_{3kB} = 2.73$ , найденных путем предварительного моделирования структуры периода антенны с однослойным диэлектриком, который имеет скачкообразное изменение диэлектрической проницаемости в пределах периода.

Сначала определяли толщину  $t_2$  для реализации значения  $\varepsilon_{3KB} = 3.2$ . Для расчета дисперсионной характеристики волновода с двухслойным диэлектриком была использована методика расчета собственных частот эквивалентного резонатора [9]. Для этого выделяли отрезок волновода, и использовали периодические граничные условия на двух поперечных сечениях, а также условие идеальной проводимости на стенках волновода.



**Рис. 2.** Зависимость нормированной постоянной распространения от частоты: 1 - для волновода, заполненного двухслойным диэлектриком с параметрами  $\varepsilon_1 = 9.8$ ,  $t_1 = 0.5$  мм,  $\varepsilon_2 = 2.25$ ,  $t_2 = 1.1$  мм, 2 - для волновода, заполненного однородным диэлектриком ( $\varepsilon = 3.3$ ).

После нахождения резонансных частот, соответствующих тому или иному сдвигу фазы распространяющейся волны на гранях выделенного объема внутри волновода, определяли его дисперсионную характеристику для разных толщин  $t_2$ . Дисперсионная характеристика волновода сечением  $a \times b = = 4.0 \times 1.6$  мм, заполненного двухслойным диэлектриком с толщиной слоев  $t_1 = 0.5$  мм и  $t_2 = 1.1$  мм, показана на рис. 2. Там же представлена дисперсионная характеристика волновода того же сечения, заполненного однородным диэлектриком с  $\varepsilon = 3.3$ .

На рис. 2 видно, что при данных толщинах слоев имеет место пересечение кривых в центре диапазона и незначительное их расхождение во всем рабочем диапазоне. Это свидетельствует о близости значений фазовых скоростей обеих волноводных структур в рассматриваемом диапазоне частот. Отметим, что значение эквивалентной проницаемости  $\varepsilon_{3KB} = 3.3$  для данной двухслойной структуры немного выше значения 3.2, полученного для оптимального закона изменения диэлектрической проницаемости. Однако, как показали дальнейшие расчеты, это не приводит к ухудшению характеристик антенны.

Для получения значения  $\varepsilon_{_{9KB}} = 2.73$  была уменьшена толщина второго слоя  $t_2$  в соответствующих секциях волновода, при сохранении толщины первого слоя  $t_1 = 0.5$  мм. При этом в этих секциях между вторым слоем и широкой стенкой волновода образуется дополнительный воздушный слой толщиной  $t_3 = b - t_1 - t_{21}$ , где b = 1.6 мм,



**Рис. 3.** Зависимость нормированной постоянной распространения от частоты: 1 - для волновода с двумя диэлектрическими слоями с параметрами  $\varepsilon_1 = 9.8$ ,  $t_1 = 0.5$  мм,  $\varepsilon_2 = 2.25$ ,  $t_{21} = 0.75$  мм и воздушным слоем толщиной  $t_3 = 0.35$  мм, 2 - для волновода, заполненного однородным диэлектриком ( $\varepsilon = 2.73$ ).

 $t_{21}$  — уменьшенная толщина второго слоя. На рис. 3 представлена рассчитанная дисперсионная характеристика для  $t_{21} = 0.75$  мм и толщины воздушного слоя  $t_3 = 0.35$  мм. Там же штриховой линией показана дисперсионная характеристика волновода того же сечения, заполненного однородным диэлектриком  $\varepsilon = 2.73$ . Как и в предыдущем случае, пересечение дисперсионных кривых происходит в центре рабочего диапазона, однако за счет большей разницы в наклоне кривых расхождение фазовых скоростей на краях частотного диапазона несколько выше, чем в предыдущем случае (см. рис. 2).

## 3. ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЩЕЛЕЙ

С использованием полученных выше результатов была проведена оптимизация положений и размеров щелей в модели волноводной ячейки (одного периода, рис. 4) с двумя слоями диэлектрика и скачкообразным изменением толщины одного из слоев на длине периода. Критерий оптимизации – подавление отражения на двух частотах, совпадающих с частотными резонансами коэффициента отражения антенны. Первый резонанс имеет место на частоте перехода из режима излучения основной гармоники в режим излучения минус первой гармоники, второй – на частоте излучения по нормали.

Период структуры (ячейка на рис. 4) содержит два отрезка волновода сечением  $4.0 \times 1.6$  мм и длиной  $p_2$ , заполненных описанным выше двух-



Рис. 4. Ячейка волновода с двухслойным диэлектриком и тремя щелями на периоде.

слойным диэлектриком с эквивалентной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{_{3KB}} = 3.2$ , и три отрезка волновода (два отрезка длиной *p*<sub>1</sub> – по краям периода и один – длиной  $p_3$  – в центре), заполненных диэлектриком с эквивалентной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_{_{ЭКВ}} = 2.73$  (за счет выреза высотой t<sub>3</sub>, заполненного воздухом). Геометрические параметры структуры ячейки:  $p = 4.6 \text{ MM}, a = 4 \text{ MM}, b = t_1 + t_2 = 1.6 \text{ MM}, p_1 = 1.6 \text{ MM},$  $p_2 = 0.24 \text{ mm}, p_3 = 0.92 \text{ mm}, t_1 = 0.5 \text{ mm}, t_2 = 1.1 \text{ mm}, t_3 = 0.35 \text{ mm}, w = 0.5 \text{ mm}, s_1 = 1.95 \text{ mm}, s_2 = 2.38 \text{ mm},$  $s_3 = 2$  мм,  $d_1 = 1.35$  мм,  $d_2 = 0.95$  мм. На рис. 5 представлены частотные характеристики коэффициента отражения волноводной моды от ячейки двухслойного волновода с приведенными геометрическими параметрами (кривая 1) и от ячейки однослойного волновода со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости на периоде с геометрическими параметрами p = 4.62 мм, a == 4.09 мм, b = 1.78 мм,  $p_1$  = 1.35 мм,  $p_2$  = 0.59 мм,  $p_3 = 0.74$  мм, w = 0.44 мм,  $s_1 = 2.15$  мм,  $s_2 = 2.38$  мм,  $s_3 = 2.2$  мм,  $d_1 = 1.13$  мм,  $d_2 = 1.18$  мм (кривая 2).

На рис. 5 видно, что отражение от ячейки однослойного волновода со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости на периоде (кривая 2) показывает, что отражение подавлено на двух частотах, которые совпадают с резонансами периодического волновода, но при этом, как будет показано ниже, имеет место сильная дисперсия коэффициента затухания. Для ячейки двухслойного волновода были получены минимальные значения коэффициента отражения на двух частотах  $f_1 = 30.14 \Gamma \Gamma_{\rm II}$  и  $f_2 = 41.03 \Gamma \Gamma_{\rm II}$ , которые соответствуют двум резонансам решетки



**Рис. 5.** Частотная зависимость коэффициента отражения волноводной моды от ячейки волновода: *1* – двухслойный волновод, *2* – волновод со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости на периоде.



**Рис. 6.** Частотная зависимость фазовой постоянной распространения (а) и угла излучения (б) вытекающей волны в двухслойном волноводе.

с периодом, показанным на рис. 4. Как видно из рис. 5, уровень отражения на обеих частотах не превышает —40 дБ.

## 4. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛНОВОДА ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ

Для определения дисперсионных характеристик однослойного волновода со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости на периоде и двухслойного волновода вытекающей волны со структурой периода, показанной на рис. 4, были проведены расчеты комплексной постоянной распространения в соответствующем бесконечном периодическом волноводе. Для этого была использована методика, которая применялась ранее [8] для структуры с двумя поперечными шелями. При этом на двух поперечных сечениях, ограничивающих ячейку (период) в направлении распространения волны, задавались периодические граничные условия, а на боковых гранях воздушного объема, окружающего выделенную ячейку, - поглощающие слои. Используя метод конечных элементов и алгоритм поиска собственных значений в постановке залачи без источника, были рассчитаны собственные комплексные частоты эквивалентного резонатора, соответствующие тому или иному заданному сдвигу фазы на длине периода. При этом действительная часть частоты определяет фазовую постоянную распространения вытекающей моды, а мнимая часть – ее постоянную затухания (за счет излучения). Здесь и далее предполагается отсутствие тепловых потерь.

Результаты расчетов нормированной действительной части постоянной распространения вытекающей волны двухслойного волновода в диапазоне частот 30.6...42.6 ГГц представлены на рис. ба. В этом диапазоне частот антенна вытекающей волны излучает на минус первой пространственной гармонике. Зависимость угла излучения от частоты, рассчитанная на основании постоянной распространения, приведена на рис. 66. Как видно, угол излучения в данном диапазоне частот изменяется примерно от  $-77^{\circ}$  до 10°. Излучение по нормали  $\theta = 0^{\circ}$  происходит на частоте  $f \approx 40.42$  ГГц.

На рис. 7 показана частотная зависимость постоянной затухания вытекающей волны  $\alpha(f)$  двухслойного волновода (сплошная кривая). Для сравнения там же приведена постоянная затухания для однослойного волновода со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости на периоде (штриховая кривая). Важно отметить, что для двухслойного волновода зависимость  $\alpha(f)$ имеет плавный экстремум (минимум) в рассмотренной полосе частот. Это позволяет обеспечить более равномерную частотную характеристику по сравнению с волноводом со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости на периоде в той же частотной области (штриховая линия на рис. 7) и с волноводом вытекающей волны, исследованным в работе [8].

Следует также отметить, что величина коэффициента затухания для двухслойного волновода весьма мала, поэтому для достижения минимального уровня мощности в конце волновода требуется значительная длина антенны. Так, например, на частоте 35 ГГц величина  $\alpha \approx 1.14$  нП/м и для получения затухания –11 дБ потребуется длина антенны примерно 1.1 м. В качестве иллюстрации на рис. 8 представлена частотная зависимость коэффициента прохождения T(f) для отрезка двухслойного волновода с 240 периодами



**Рис.** 7. Постоянная затухания вытекающей волны в зависимости от частоты для двухслойного (*1*) и однослойного (*2*) волноводов.

(длина антенны L = 1104 мм) (сплошная кривая). Как видим, сплошная кривая на рисунке имеет участок с экстремумом, что соответствует достаточно слабой частотной зависимости коэффициента затухания  $\alpha$  на рис. 7. Также на рис. 8 показана частотная зависимость коэффициента прохождения для однослойного волновода со скачкообразным изменением диэлектрической проницаемости со 100 периодами (длина волновода 462 мм) (штриховая кривая). Для этого волновода имеет место стабильное поведение величины T в низкочастотной части диапазона и резкое ее снижение с дальнейшим ростом частоты, что соответствует резкому возрастанию коэффициента затухания  $\alpha$  на рис. 7.

## 5. ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВОЙ АНТЕННЫ

Используя представленную на рис. 7 зависимость коэффициента затухания вытекающей моды, можно рассчитать значения КУ и КИП волноводно-щелевой антенны, воспользовавшись приближенными аналитическими формулами [3]:

$$KY = \frac{4\pi NMP_x P_y}{\lambda^2} \frac{4\left(\operatorname{sh}^2\left(\frac{\alpha NP_x}{2}\right)\right)}{\alpha NP_x \operatorname{sh}\left(\alpha NP_x\right)} \times (1)$$
$$\times \cos\theta_m \left(1 - \exp\left(-2\alpha NP_x\right)\right),$$

$$K\Pi = \frac{4\left(\operatorname{sh}^{2}\left((\alpha NP_{x})/2\right)\right)}{\alpha NP_{x}\operatorname{sh}\left(\alpha NP_{x}\right)} \times (2)$$
$$\times \cos \theta_{m} \left(1 - \exp\left(-2\alpha NP_{x}\right)\right),$$

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020



**Рис. 8.** Частотная зависимость коэффициента прохождения: *1* – для двухслойного волновода длиной 1104 мм (240 периодов), *2* – для однослойного волновода длиной 462 мм (100 периодов).

где M — в общем случае число волноводов в двумерной решетке линейных антенн вытекающей волны (в данном случае M = 1), N — число периодов вдоль волновода,  $P_x$  — период волновода,  $P_y$  — в общем случае расстояние между осями волноводов в решетке (в данном случае  $P_y$  равно ширине волновода a),  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве,  $\alpha$  — обозначенный в [3] коэффициент затухания вытекающей волны,  $\theta_m$  — угол излучения.

На рис. 9, 10 показаны рассчитанные по этим формулам частотные зависимости КУ, КНД соответствующей апертуры с равномерным амплитудно-фазовым распределением поля и КИП для двух типов антенн, соответствующих двум исследованным выше типам волноводов.

Как видно из рис. 10, величина КИП для антенны на основе двухслойного волновода достигает более высоких значений и имеет более слабую частотную зависимость в области частот от 32.5 до 40 ГГц.

Для более точного исследования характеристик излучения антенны, построенной на основе двухслойного волновода, включая режим излучения на основной (нулевой) пространственной гармонике, и определения коэффициента отражения от входа было проведено численное моделирование с использованием метода конечных элементов. Антенна возбуждалась основной модой регулярного двухслойного металлодиэлектрического волновода. Поглощающая нагрузка на конце антенны отсутствует. Вместо этого используется клинообразный скос диэлектрика с проницаемостью  $\varepsilon = 9.8$  (рис. 11) для перехода к полому волноводу с открытым концом. Размеры скоса: a = 4 мм, b = 1.6 мм, d = 5.3 мм.



**Рис. 9.** Частотные зависимости коэффициента усиления (1, 2) и направленного действия антенны (3, 4) для двухслойного (1, 3) и однослойного (2, 4) волноводов.



**Рис. 10.** Частотная зависимость величины КИП антенны для двухслойного (*1*) и однослойного (*2*) волноводов.



Рис. 11. Клинообразный скос диэлектрика.

На рис. 12 представлена частотная зависимость коэффициента отражения от входа антенны. Вертикальными штриховыми линиями показаны границы частотных областей, соответствующих разным режимам излучения.

На рис. 13а приведена зависимость угла излучения  $\theta$  от частоты. Как видно из рис. 12 и 13а, между режимами излучения основной и минус первой гармоник имеется сравнительно узкая переходная (нерабочая) область частот (на рис. 13а – заштрихована), в пределах которой происходит резкое изменение направления излучения антенны ( $\theta$  от 90° до –90°). Следует отметить, что зависимость  $\theta(f)$  в области 2 на рис. 13а с графической точностью совпадает с аналогичной зависимостью на рис. 6б, полученной из расчета постоянной распространения вытекающей волны.

На рис. 13б и 13в приведены соответственно зависимости КУ и КИП антенны от частоты. В режиме излучения минус первой гармоники имеется качественное соответствие с аналогичными зависимостями, полученными выше с помощью приближенных аналитических выражений (см. рис. 9 и 10), однако положения частотных максимумов отличаются.

Как видно из рис. 13в, величина КИП имеет значение не ниже 0.5 в двух полосах частот: 25...28.6 ГГц и 31...43.4 ГГц. Малая величина КИП в режиме излучения основной гармоники на частотах  $\leq 25$  ГГц (соответствующие углы излучения  $\leq 20^{\circ}$ ) обусловлена в первую очередь высоким коэффициентом отражения в этой области частот (см. рис. 12). Снижение величины КИП на высоких частотах ( $f \geq 43$  ГГц) и в окрестности f = 30 ГГц объясняется неравномерным распределением поля вдоль антенны, обусловленным резким увеличением постоянной затухания волны



**Рис. 12.** Зависимость коэффициента отражения *S*<sub>11</sub> от частоты: *1* – область излучения основной (нулевой) гармоники, *2* – область излучения минус первой гармоники, *3* – переходная область.



**Рис. 13.** Зависимость угла излучения (а), КУ (б) и КИП (в) от частоты: *1* – режим излучения основной гармоники, *2* – режим излучения минус первой гармоники.

на этих частотах (см. рис. 7), что подтверждается очень малой величиной коэффициента прохождения (см. рис. 8). Следует отметить, что в области частот  $f \ge 43$  ГГц в данном волноводе может распространяться высший тип волны.



**Рис. 14.** Зависимость величины КИП от угла частотного сканирования: *1* – режим излучения основной гармоники, *2* – режим излучения минус первой гармоники.



**Рис. 15.** Зависимости КУ в *Е*-плоскости от угла на частотах: 25 (1), 26 (2), 27 (3), 28 (4), 28.6 (5), 30.4 (6), 31 (7), 32 (8), 34 (9), 38 (10), 40 (11) и 45 ГГц (12).

Используя зависимость между частотой и углом излучения антенны (см. рис. 13а), была найдена зависимость величины КИП от угла излучения (см. рис. 14). Как видно из рис. 14, вне нерабочей (переходной) зоны полосы частот антенна обеспечивает частотное сканирование луча во всем секторе углов от  $-90^{\circ}$  до  $90^{\circ}$ . При этом уровень величины КИП в основной части сектора сканирования достаточно высокий (более 0.65), и только в областях вблизи углов  $-90^{\circ}$  (нижняя граница режима излучения минус первой гармоники) и  $20^{\circ}$  (между нижней границей режима излучения минус первой гармоники и верхней границей излучения минус первой гармоники) наблюдаются снижения этого уровня до 0.3...0.2.

На рис. 15 показаны диаграммы направленности антенны в *Е*-плоскости (плоскости частотного сканирования) на различных частотах в режимах излучения нулевой и минус первой гармоник. На рисунке видны две области излучения с пониженным коэффициентом усиления вблизи углов -90° и 20°.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, благодаря использованию двух режимов излучения (на нулевой и минус первой пространственных гармониках), двухслойному диэлектрическому заполнению со скачкообразным периодическим изменением толщины одного из слоев и тройными периодически расположенными поперечными щелями на широкой стенке волновода. предложенная и исследованная волноводно-шелевая антенна обеспечивает полный сектор частотного сканирования (от  $-90^{\circ}$  до  $90^{\circ}$ ) при высоком уровне величины КИП, за исключением двух узких угловых секторов, где наблюдается заметное снижение этого уровня. Для повышения усиления и уровня КИП в области нижних частот (22...25 ГГц, углы сканирования 20°...25°) необходимо улучшить согласование антенны в этой части рабочего диапазона, а в области высоких частот (43...45 ГГц, углы сканирования 15°...20°) – обеспечить слабую частотную дисперсию постоянной затухания.

Следует отметить сравнительно малую величину постоянной затухания в большей части рабочего диапазона частот для рассмотренного набора параметров, что приводит к необходимости использования антенны значительной длины (100 и более длин волн) для достижения высокого уровня величины КИП.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Уолтер К.* Антенны бегущей волны / Пер. с англ. под ред. Чаплина А.Ф. М.: Энергия, 1970.
- 2. *Калошин В.А.* // Зарубеж. радиоэлектроника. 1984. № 11. С. 97.
- 3. Банков С.Е. Антенные решетки с последовательным питанием. М.: Физматлит, 2013.
- 4. Modern Antenna Handbook / Ed. Balanis C.A. N.Y.: John Wiley & Sons, 2008.
- 5. *Caloz C., Itoh T.* Electromagnetic metamaterials: transmission line theory and microwave applications. The engineering approach. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.
- 6. *Dong Yu., Itoh T.* // IEEE Trans. 2011. V. AP-59. № 3. P. 767.
- 7. Калошин В.А., Калиничев В.И. // РЭ. 2019. Т. 64. № 7. С. 678.
- 8. *Калошин В.А., Калиничев В.И.* // Журн. радиоэлектроники: электронный журнал. 2019. № 2. http://jre.cplire.ru/jre/feb19/7/text.pdf.
- 9. *Xu F., Patrovsky A., Wu K.* // Microwave Opt. Technol. Lett. 2007. V. 49. № 9. P. 2180.

# \_\_\_\_\_ АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ \_\_\_\_ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.676

# МАЛОГАБАРИТНЫЙ ДВУХДИАПАЗОННЫЙ АНТЕННЫЙ МОДУЛЬ ДЛЯ ПРИЕМНИКОВ ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ ГЛОНАСС/GPS

© 2020 г. С. Н. Бойко<sup>а, \*</sup>, А. В. Исаев<sup>а</sup>, В. Б. Марьянов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Филиал АО "ОРКК" — "НИИ КП", ул. Авиамоторная, 53, Москва, 111250 Российская Федерация \*E-mail: npk6@orkkniikp.ru Поступила в редакцию 07.02.2019 г. После доработки 16.01.2020 г. Принята к публикации 22.01.2020 г.

Предложен малогабаритный двухдиапазонный навигационный антенный модуль, состоящий из микрополоскового антенного элемента плоскостного типа и двухканального малошумящего усилителя с элементами защиты по входу. Двухканальная схема построения малошумящего усилителя реализована посредством двух дуплексных фильтров, расчет которых проведен по методу ориентированных графов. Микрополосковый антенный элемент предложен в топологии, позволяющей обеспечить возбуждение его в основной моде  $TM_{10}$  как в нижнем (L2), так и в верхнем (L1) диапазонах частот, что обеспечило идентичность формы диаграммы направленности в обоих частотных диапазонах. Приведены конструктивное исполнение антенного модуля, эквивалентная схема, частотные зависимости КСВН, графики зависимости коэффициента усиления от частоты, диаграммы направленности на центральных частотах диапазонов L1 и L2 антенного элемента, зависимости коэффициента усиления и коэффициента шума малошумящего усилителя от частоты, диаграммы направленности всего модуля.

DOI: 10.31857/S0033849420060066

#### ВВЕДЕНИЕ

Микрополосковые антенны (МПА) нашли широкое применение в приемной аппаратуре глобальных навигационных систем связи (ГНСС) вследствие их компактности, технологичности изготовления и возможности интегрирования с активными цепями. При совмещении МПА с активными устройствами сборку обычно выполняют в виде единого модуля.

В настоящее время остается насущной проблема миниатюризации активных антенных модулей в целом. Если активные устройства (генераторы, усилители, модуляторы, преобразователи и т.п.) подаются миниатюризации без особых проблем ввиду активного развития прецизионных технологий производства элементной базы, то миниатюризация самих МПА сталкивается с большими трудностями ввиду физических ограничений, накладываемых на минимальные габариты МПА. Проблема возрастает многократно при проектировании многодиапазонных МПА, к тому же с круговой поляризацией поля, как это имеет место в антенных модулях ГНСС [1, 2].

В настоящее время в многодиапазонных антенных модулях ГНСС часто используются МПА "этажерочного" типа, у которых антенные элементы на различные частотные диапазоны размещаются друг над другом таким образом, что антенные элементы на более высокие частотные диапазоны расположены над антенными элементами на более низкие частотные диапазоны [3–5]. Основными недостатками МПА "этажерочного" типа являются: громоздкость конструктивного исполнения, сложность схемы питания "этажей", невозможность исключения взаимного влияния отдельных антенных элементов, нетехнологичность изготовления, что приводит к большим проблемам при попытке миниатюризации таких антенн. Поэтому более компактными реализациями многочастотных МПА являются конструкции, в которых топологии антенных элементов на различные частотные диапазоны размещаются в одной (в идеале) плоскости на единой подложке.

Одним из способов уменьшения габаритов плоскостных МПА является использование диэлектрических подложек с большим значением диэлектрической проницаемости [6]. Однако это приводит к уменьшению полосы согласования МПА и, как следствие, к необходимости применения толстых подложек, что, в свою очередь, ведет к возникновению поверхностных волн и падению эффективности излучения МПА. Еще одним способом уменьшения габаритов МПА является замыкание одной из ее кромок на экран [7]. Также применяются приемы "сворачивания" топологии [8, 9], комплексирования топологии (формирова-



Рис. 1. Функциональная схема двухдиапазонного антенного модуля.

ние выступов, щелей, меандров, перемычек на экран и т.п.) [10–13], использования в конструкции МПА метаматериалов [14, 15]. В случае комплексирования топологии многочастотный режим работы МПА, как правило, достигается за счет формирования резонаторов с излучением как основной, так и высших типов колебаний, а также возбуждения гармоник с положительным и отрицательным знаком, как это имеет место в случае с метаматериалом. Недостатком многомодовых МПА является то, что для высших типов колебаний форма диаграммы направленности не является чисто полусферической, как для основного типа колебания, что не всегда приемлемо на практике. В случае применения метаматериала проблемным вопросом является получение малого отношения центральных частот рабочих диапазонов, как это требуется в ГНСС-приемниках.

Отметим, что в работе [7] описана активная ГНСС-антенна, содержащая МПА в виде двух соосных обращенных друг к другу закороченных колец, рассчитанных на диапазон L1 (внутреннее кольцо) и L2 (внешнее кольцо), сумматора принятых сигналов в один канал и выполненного по технологии печатных плат (*printed circuit board* – PCB) широкополосного малошумящего усилителя (МШУ). Однако по своим габаритам (диаметром 280 мм, высотой 14 мм) эта активная антенна не может быть отнесена к категории малогабаритных антенн.

Целью работы является создание нового малогабаритного L1/L2 ГЛОНАСС/GPS антенного модуля.

## 1. ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ ДВУХДИАПАЗОННОГО АНТЕННОГО МОДУЛЯ

Функциональная схема предлагаемого антенного модуля представлена на рис. 1. Антенный модуль состоит из микрополоскового антенного элемента (МАЭ) с двумя точками питания 1 и двухканального МШУ, включающего широкополосный гибридный направленный ответвитель 2, ограничительную диодную сборку 3, дуплексный фильтр 4, парциальные (индивидуальные для каждого канала) каскады усиления 5, 6, дуплексный фильтр 7, общий каскад усиления 8. Гибридный направленный ответвитель 2 обеспечивает прием кругополяризованной волны с двух ортогональных выходов антенного элемента в обоих диапазонах частот. Применение двухканальной схемы МШУ связано с необходимостью повышения помехозащищенности антенного модуля ГНСС. Этой цели служат два дуплексных фильтра и ограничительная диодная сборка 3 на входе, обеспечивающая защиту МШУ от импульсных помех большой мощности при их попадании в рабочие диапазоны частот.

## 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МИКРОПОЛОСКОВОГО АНТЕННОГО ЭЛЕМЕНТА

Геометрия рисунка проводящего слоя (топология) МАЭ представлена на рис. 2. При проектировании МАЭ была выбрана подложка из керамики МТ16 ( $\epsilon_r = 15.5$ , tg $\delta = 2 \times 10^{-4}$ ) толщиной 6 мм. Размеры МАЭ составили  $30.8 \times 30.8 \times 6$  мм, проводящего экрана –  $50 \times 50 \times 0.5$  мм. Расчет и оптимизацию параметров МАЭ осуществляли в электродинамическом пакете программ Ansoft HFSS 15.0. Начало декартовой системы координат, принятой при расчетах, привязано к центру МАЭ с ориентацией оси *Ог* перпендикулярно плоскости МАЭ, а оси *Оу* – параллельно линии, соединяющей две точки питания (совпадают с двумя отверстиями на рис. 2).

Топология (геометрия) МАЭ содержит внешнюю рамку квадратной формы, в углах которой имеются разрывы, а также планарную центральную часть квадратной формы, сформированную внутри рамки (см. рис. 2). Рамочная часть соединена с планарной частью с помощью четырех перемычек, расположенных по центрам сторон квадрата. В центральной части МАЭ имеется дополнительная "кольцевая" щель, "разомкнутая" проводящими перемычками в углах вблизи точек питания. "Кольцевая" щель, как будет показано ниже, введена для расширения рабочего диапазона в L2 (до ГЛОНАСС/GPS), а перемычками питания



Рис. 2. Геометрия антенного элемента.



**Рис. 3.** Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) ДН антенного элемента на частотах 1590 (а) и 1240 МГц (б).

МАЭ в обоих диапазонах частот не хуже 10 дБ. Питание МАЭ осуществляется штырями, проходящими через отверстия, которые расположены по диагоналям антенной платы под углом 90 град относительно друг друга (см. рис. 2). В рамочной части МАЭ имеются разрывы в углах, образующие конструкционные емкости, служащие как для настройки рамочной части антенной платы на диапазон L2, так и для задания требуемого интервала между центральными частотами диапазонов L1 и L2 всего МАЭ.

Оптимизированные значения параметров топологии приведены ниже. На рис. За и 3б приведены расчетные (пунктирные линии) и экспериментальные (сплошные линии) диаграммы направленности (ДН) на центральных частотах диапазонов L1 и L2 для случая возбуждения одного входа МАЭ, т.е. для линейно поляризованного поля излучения. Экспериментальные ДН были измерены в безэховой камере (БЭК) размером 7.6 × 4.65 × 4.0 м с коэффициентом безэховости не более – 35 дБ в рабочих диапазонах частот. Для отсечки токов, затекающих на внешнюю оплетку питающего кабеля (по причине малости экрана), на кабеле было реализовано устройство, аналогичное описанному в работе



Рис. 4. Распределение плотности электрического тока в антенном элементе на частотах 1240 (а) и 1590 МГц (б).



Рис. 5. КУ двухдиапазонного антенного элемента: сплошная кривая – экспериментальные данные, точки – расчет.

[16], опорно-поворотное устройство было выполнено преимущественно из пенополистирола. Расчетные и экспериментальные ДН изображены на рис. 3 для плоскости YOZ, но вследствие квадратной формы МАЭ и диагонального расположения точек питания ДН в плоскости XOZ идентичны изображенным на рис. 3. Из рис. 3 видно, что наблюдается хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных, при этом ДН МАЭ практически идентичны в обоих частотных диапазонах.

Идентичность форм ДН в диапазонах частот L1 и L2 является следствием формирования конструкционных емкостей в углах внешней рамки геометрии МАЭ, это позволило возбудить его в основной моде  $TM_{10}$  как в нижнем диапазоне частот (L2), так и в верхнем (L1). В известном аналоге (см. [10, разд. 9.5.2]), в нижнем частотном диапазоне МАЭ возбуждался в  $TM_{10}$ -моде, а в верхнем – в  $TM_{30}$ -моде, что приводило к искажению ДН в верхнем диапазоне частот. Кроме того, применение дополнительной кольцевой щели в центральной (планарной) части топологии МАЭ

позволило расширить рабочий диапазон в L2. Это происходит вследствие того, что кроме основного резонанса в частотном диапазоне L1 планарная часть МАЭ приобретает дополнительный резонанс в частотном диапазоне L2, что подтверждается распределением плотности электрического тока на поверхности МАЭ на центральных частотах диапазонов L1 и L2 (рис. 4, скриншот). Как видно из рис. 4, в диапазоне L1 поле сосредоточено в основном по краю планарной части МАЭ, а в диапазоне L2 – как по периферии антенного элемента, так и в области "кольцевой" щели. При этом периметр "кольцевой" щели выбран таким образом, что резонансные частоты внешней рамки и "кольцевой" щели МАЭ немного отличаются, в результате чего рабочий диапазон частот в L2 расширился (с 36 МГц без щели до 51 МГц со щелью), а эффективность излучения увеличилась (рис. 5).

На рис. 5 приведены экспериментальные зависимости коэффициента усиления КУ в направлении оси *Оz* МАЭ, запитанного от гибридного направленного ответвителя, от частоты в диапазо-

Литература	Размер, мм	٤ <sub>r</sub>	ПП**, МГц (L1/L2)	Максимум усиления, дБи (L1/L2)
[11]	$28 \times 28 \times 13$	9.8	35/26	3.1/4.9
[12]	Ø25 × 11.3	45; 9.8*	50/45	3.5/3.2
[13]	$28 \times 28 \times 13$	2.65	57/41	4.1/4.5
Данная работа	$30.8 \times 30.8 \times 6$	15.5	66/51	3.0/3.5

Таблица 1. Сравнение параметров антенных элементов, разработанных разными авторами

\* Две склеенные подложки. \*\* Полоса пропускания по уровню усиления – 3 дБ.

нах L1 и L2. Измерения проводили в описанной выше безэховой камере. При измерении КУ была использована измерительная антенна спирального типа с коэффициентом эллиптичности поля  $K_{2} = 0.92$ , измерения проводили для соосного расположения измеряемой и измерительной антенн. На рис. 5 также приведены расчетные данные для КУ (точки). Видно, что расчетные и экспериментальные данные удовлетворительно сов-При этом частотный лиапазон палают. коэффициента усиления МАЭ по уровню – 3 дБ (от максимального значения) составляет 66 МГц лля диапазона частот L1 и 51 МГи для диапазона частот L2, что перекрывает диапазоны ГЛО-НАСС/GPS L1 (40 МГц) и ГЛОНАСС/GPS L2 (34 МГц). Максимальные значения КУ составляют: +2.5 дБи расчетный и +3.0 дБи измеренный – в диапазоне L1; +2.7 дБи расчетный и +3.5 дБи измеренный — в диапазоне L2.

В табл. 1 приведены параметры МАЭ, полученные в данной работе и в работах [11–13].

Как видим, все представленные МАЭ обладают сходными техническими параметрами (кроме МАЭ из [11], имеющего зауженную полосу пропускания в диапазоне L2), однако высота известных МАЭ в два раза превышает высоту МАЭ, предложенного нами.

Кроме того, предлагаемый МАЭ выполнен на однослойной плате и не содержит дополнительных перемычек, как прототипы, поэтому он более технологичный и экономичный.

#### 3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МАЛОШУМЯЩЕГО УСИЛИТЕЛЯ

Ключевыми моментами при проектировании МШУ являются выбор материала подложки, расчет дуплексных фильтров и выбор элементной базы. В качестве материала платы МШУ выбран двусторонний фольгированный диэлектрик FR-4 толщиной 0.5 мм. Во входном дуплексере применены полосовые керамические фильтры VF1238B35M (Z2) и VF1592B43M (Z1) фирмы "РИТЕК – КОРУС", в выходном дуплексере – ПАВ-фильтры ФП-541-1237 и ФП-671-1592 фирмы "Радиокомп". Керамические фильтры во входном дуплексном фильтре применены по причине малых лиссипативных потерь (около 1.2 дБ) для минимизации коэффициента шума МШУ. В качестве направленного ответвителя применен направленный ответвитель XC 1400Р фирмы "Anaren", в каскадах усиления микросхемы MAALSS0044 (фирма "Macom") и HMC618LP3 (фирма "Hittite"). При выборе микросхем усилителей учитывались их параметры по коэффициенту шума (для входных каскадов), коэффициенту усиления и динамическому диапазону.

Для расчета дуплексных фильтров применена оригинальная методика ориентированных графов [17], реализованная в виде программы в пакете LabVIEW12.

Для примера на рис. 6 приведена электрическая схема входного дуплексного фильтра. Плечи дуплексного фильтра в виде микрополосковых линий выполнены короткими, а для согласования выходов дуплексера в микрополосковые линии включены сосредоточенные емкость (последова-



Рис. 6. Электрическая схема входного дуплексного фильтра.



Рис. 7. Расчетная (а) и экспериментальная (б) зависимости входного КСВН дуплексного фильтра.



Рис. 8. Расчетные (штриховые) и экспериментальные (сплошные) АЧХ двух плеч дуплексного фильтра.

тельно в цепи высокой частоты) и индуктивность (параллельно в цепи низкой частоты). При расчетах в качестве исходных использованы матрицы S-параметров полосовых керамических фильтров VF1238B35M (Z2) и VF1592B43M (Z1). В процессе численного моделировании оптимизировались номинальные значения емкости и индуктивности и места их включения в микрополосковые линии.

На рис. 7, 8 приведены частотная зависимость коэффициента стоячей волны (КСВН) входа и амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) двух плеч дуплексного фильтра (расчетные и измеренные, скриншоты). Из графиков рис. 7, 8 видно, что расчетные и измеренные данные очень близки между собой, а КСВН входа в рабочих диапазонах частот не превышает величину 1.5, неравномерность АЧХ не более 0.5 дБ при дисси-

пативных потерях 1.9 дБ в диапазоне L1 и 1.66 дБ в диапазоне L2 (измеренные данные).

Аналогично был спроектирован и выходной дуплексный фильтр. Он выполнен на базе ПАВфильтров и сумматора SP-2G1+ фирмы "Mini – Circuits". В результате проведенного моделирования выходного дуплексного фильтра КСВН входа и выходов в рабочих диапазонах частот не превысил величину 1.5, неравномерность АЧХ не более 0.5 дБ при диссипативных потерях 3.6 дБ в диапазоне L1 и 3.5 дБ в диапазоне L2 (данные измерений).

Экспериментальная АЧХ, а также зависимость коэффициента шума  $K_{\rm m}$  МШУ от частоты представлены на рис. 9 (скриншот). Коэффициент усиления МШУ в рабочих диапазонах частот со-

2020


Рис. 9. Графики АЧХ и частотной зависимости коэффициента шума МШУ.



**Рис. 10.** Общий вид компактного двухдиапазонного навигационного антенного модуля: а) вид сверху; б) вид снизу (экран снят).

ставил не менее 31 дБ, коэффициент шума – не более 2.7 дБ.

## 4. ОПЫТНЫЙ ОБРАЗЕЦ АНТЕННОГО МОДУЛЯ, ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МОДУЛЯ

На основании проведенных расчетов и исследований был спроектирован активный навигационный антенный модуль ГЛОНАСС/GPS, работающий одновременно в частотных диапазонах L1 и L2. Конструктивно навигационный антенный модуль диапазонов L1, L2 ГЛОНАСС/GPS выполнен в виде единого моноблока размером  $50 \times 50 \times 11$  мм, который включает МАЭ, плату МШУ, коаксиальный кабель и высокочастотный соединитель (рис. 10а). Две точки питания МАЭ соединены с помощью штырей с выходами направленного ответвителя, который смонтирован на плате МШУ. Обратная сторона платы МШУ является экраном МАЭ, а сам МШУ закрыт металлическим экраном для предотвращения взаимной связи с МАЭ (рис. 10б). Напряжение питания в модуль подается через высокочастотный кабель с соединителем.

Коэффициент подавления внеполосных помех (избирательность) в модуле при отстройке  $\pm 65$  МГц от центральных частот диапазонов L1 и L2 составил не менее 50 дБ.

Измерения ДН всего антенного модуля проводились в БЭК с помощью измерительной антенны спирального типа в двух взаимно ортогональных плоскостях (*XOZ* и *YOZ*). Экспериментальные ДН антенного модуля в плоскости *YOZ* приведены на рис. 11 для центральных частот диапазонов L1 и L2 (ДН антенного модуля в плоскости *XOZ* идентичны приведенным).

Использование в измерениях ДН антенны круговой поляризации позволяет автоматически учесть поляризационные потери при приеме навигационного сигнала вследствие деградации коэффициента эллиптичности антенного модуля под низкими углами места. Из рис. 11 следует, что



Рис. 11. Экспериментальные ДН антенного модуля в плоскости YOZ на частотах 1240 (а) и 1590 МГц (б).

ширина экспериментальных ДН по уровню минус 10 дБ в диапазоне L1 равна 190°, а в диапазоне L2 – 200°. Широкая ДН в обоих частотных диапазонах очень важна с точки зрения приема сигналов низкоорбитальных спутников для повышения точности определения координат пользователя.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен компактный двухдиапазонный L1/L2 ГЛОНАСС/GPS антенный модуль, включающий однослойный микрополосковый антенный элемент — МАЭ, двухканальный МШУ со схемой питания МАЭ на основе гибридного направленного ответвителя, защитой входа от помех большого уровня мощности. Малошумящий усилитель выполнен под МАЭ таким образом, что его земляная плоскость служит для него экраном. Двухканальная схема МШУ реализована с помощью двух дуплексных фильтров.

Размеры двухдиапазонного L1, L2 антенного модуля ГЛОНАСС/GPS составили 50 × 50 × 11 мм при габаритах платы МАЭ 30.8 × 30.8 × 6 мм, масса модуля 0.035 кг. Экспериментально получены следующие характеристики модуля: коэффициент усиления в рабочих диапазонах частот не менее 33 дБ, максимальные значения коэффициента усиления МАЭ 3 дБ в диапазоне L1 и 3.5 дБ диапазоне L2, коэффициент шума МШУ не более 2.7 дБ для обоих диапазонов частот, подавление внеполосных помех при отстройке ±65 МГц от центральных частот диапазонов L1, L2 не менее 50 дБ, ток потребления не более 40 мА.

В данный момент спроектированный антенный модуль является самым малогабаритным из всех известных. Он может использоваться как самостоятельный, встраиваемый элемент в навигационных приемниках ГЛОНАСС/GPS, так и в качестве базового элемента внешних антенн или адаптивных фазированных антенных решеток.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Петров А.С. // Антенны. 2013. № 3. С. 22.
- 2. Бойко С.Н., Косякин С.В., Кухаренко А.С., Яскин Ю.С. // Антенны. 2013. № 12. С. 38.
- 3. *Jianxing Li, Hongyu Shi, Hang Li, Anxue Zhang //* IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2014. V. 13. P. 372.
- 4. *Yinting Liu, Dan Shi, Shuyi Zhang, Yougang Gao //* IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2016. V. 15. P. 1329.
- 5. *Kang M.C., Choo H., Byun G.* // IEEE Trans. 2017. V. AP-65. № 6. P. 2865.
- 6. *Kula J.S., Psychoudakis D., Liao W.-J. et al.* // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2006. V. 48. № 6. P. 13.
- Zhongbao Wang, Hongmei Liu, Shaojun Fang, Yuan Cao // Progress in Electromagnetics Research. 2014. V. 144. P. 281.
- 8. Банков С.Е., Давыдов А.Г., Папилов К.Б. // Журн. радиоэлектроники. 2010. № 8. http://jre.cplire.ru/jre/aug10/1/text.pdf.
- 9. Podilchak S.K., Murdoch A.P., Antar Y.M. // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2017. V. 59. № 4. P. 88.
- Wong K. Compact and Broadband Microstrip Antennas. N.-Y.: John Wiley @ Sons. 2002. P. 324.
- Gupta S., Mumcu G. // IEEE Trans. 2013. V. AP-61. № 6. P. 2904.
- 12. *Ming Chen, Chi-Chih Chen //* IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2013. V. 12. P. 245.
- Chao Sun, Huili Zheng, Ying Liu // IEEE Trans. 2016.
   V. AP-64. № 1. P. 365.
- Boyko S.N., Kosiakin S.V., Kukharenko A.S., Yaskin Y.S. // 2014 Loughborougn Antennas & Propagation Conf. (LAPC). Loughborougn. 10–11 Nov. 2014. P. 410.
- Cao Jie, Liu-Zhi Gang, Fu Lu, Zhu Shou-Zheng // Proc. 3rd Asia-Pacific Conf. on Antennas and Propagation. Harbin 26–29 Jul. 2014. N.Y.: IEEE, 2014. P. 450.
- Icheln C., Krogerus J., Vainikainen P. // IEEE Trans. 2004. V. IM-53. № 2. P. 498.
- Силаев М.А., Брянцев С.Ф. Приложение матриц и графов к анализу СВЧ устройств. М.: Сов. радио, 1970.

# \_\_\_\_ СТАТИСТИЧЕСКАЯ \_ РАДИОФИЗИКА =

УДК 537.87

# МОДЕЛЬ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО ФАЗОВОГО ЭКРАНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ ФЛУКТУАЦИЙ ПОЛЯ В ТРАНСИОНОСФЕРНОМ РАДИОКАНАЛЕ

© 2020 г. Е. В. Макаренкова<sup>а, \*</sup>, В. Э. Герм<sup>а, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Университетская набережная, 7—9, Санкт-Петербург, 199034 Российская Федерация \*E-mail: st023937@student.spbu.ru \*\*E-mail: v.germ@spbu.ru Поступила в редакцию 24.04.2019 г. После доработки 11.08.2019 г. Принята к публикации 12.08.2019 г.

Предложена методика и представлены результаты моделирования флуктуаций трансионосферных сигналов при распространении в условиях перемежаемой ионосферной турбулентности. Исследованы эффекты перемежаемости флуктуаций среды с использованием каскадной мультифрактальной модели фазового экрана. Продемонстрировано существенное влияние негауссовости флуктуаций фазы на статистические характеристики поля на Земле, в частности, выявлено увеличение радиуса когерентности поля и уменьшение индекса сцинтилляций с увеличением степени перемежаемости флуктуаций фазы на экране при неизменном спектре флуктуаций фазы на экране. Обсуждается возможность решения обратной задачи определения параметров мультифрактальной модели стохастических возмущений фазы на экране по измерениям характеристик сигнала за экраном.

DOI: 10.31857/S0033849420050095

## введение

Для флуктуаций фазы и амплитуды трансионосферных сигналов, как известно, характерно наличие участков нерегулярного поведения, в течение которых измеряемая величина особенно сильно отклоняется от своего типичного значения. Подобное поведение называется перемежаемостью. Так как флуктуации сигнала возникают благодаря рассеянию на неоднородностях электронной концентрации при распространении в ионосфере, то естественно считать, что причиной перемежаемости флуктуаций амплитуды и фазы сигнала является перемежаемый характер флуктуаций электронной плотности, являющийся следствием турбулентной структуры ионосферы. Перемежаемость ведет к более частому возникновению флуктуаций большой амплитуды, чем это предсказывает нормальное распределение (Гаусса), т.е. возникают так называемые "распределения с тяжелыми хвостами", убывающие медленнее, чем распределение Гаусса. Такое негауссовское поведение наблюдается в измерениях, полученных при помощи спутников и ракет [1].

Большинство существующих теорий сцинтилляций трансионосферных сигналов предполагает гауссовский характер флуктуаций электронной плотности в ионосфере. Пространственный спектр ионосферных неоднородностей, как это было неоднократно подтверждено экспериментально [2], наилучшим образом может быть аппроксимирован обратным степенным законом в пространстве волновых чисел. Соответствующая структурная функция флуктуаций электронной плотности в инерционном интервале является степенной функцией расстояния между точками наблюдения. Показатели степени спектра и структурной функции в общем случае являются дробными величинами. Случайные функции такого типа, описывающие пространственное распределение концентрации электронов, с геометрической точки зрения являются стохастическими фракталами, обладают свойством масштабной инвариантности (скейлинга) и характеризуются показателем (экспонентой) Херста Н. В частности, для изотропной трехмерной колмогоровской турбулентности показатель Херста H = 1/3, при этом показатель степени структурной функции второго порядка равен 2H = 2/3, а соответствующий показатель степени трехмерного спектра флуктуаций равен -(2H+3) = -11/3.

Таким образом, корреляционные и спектральные свойства фрактальных гауссовских флуктуаций могут быть охарактеризованы единственным параметром — экспонентой Херста. Однако для полного статистического описания негауссовских стохастических неоднородностей электронной плотности, связанных с явлением перемежаемости, необходимо привлекать моменты не только первого и второго, но также и высших порядков. Современные теории турбулентности позволяют учитывать перемежаемость посредством использования концепции мультифракталов — неоднородных фракталов, включающих в себя весь спектр показателей локальных степенных законов, т.е. мультифрактальный спектр [3].

Задача о распространении волн в негауссовской флуктуирующей среде изучена гораздо менее детально. Распространение радиоволн в межзвездной среде было рассмотрено в работе [4] в предположении, что флуктуации электронной плотности подчиняются устойчивому распределению вероятностей вида полетов Леви. В работе [1] методом множественных фазовых экранов были выполнены численные расчеты трансионосферного распространения радиоволн с использованием двойного экспоненциального распределения (распределения Лапласа) для моделирования флуктуаций электронной плотности. Детальное описание теории фракталов и ее применения в радиофизике и радиолокации содержится в монографиях [5, 6], где также имеется обширная библиография по данному предмету.

В серии работ по экспериментальному исследованию фрактальной структуры ионосферной турбулентности (см., например, [7, 8] и цитированную там литературу) анализируются результаты просвечивания верхней среднеширотной ионосферы и устанавливается, что мультифрактальная структура перемежаемости флуктуаций энергии принимаемого сигнала является следствием перемежаемости флуктуаций электронной концентрации ионосферной плазмы.

Для задач спутниковой навигации представляет интерес исследование как амплитудных, так и фазовых флуктуаций принимаемых трансионосферных сигналов, поскольку именно фазовые характеристики навигационного сигнала используются для точного позиционирования. Для теоретического описания флуктуаций поля с учетом перемежаемости необходимо решать задачу распространения в среде с перемежаемыми флуктуациями показателя преломления, для чего требуется соответствующая модель флуктуаций среды.

В данной работе рассмотрена задача распространения радиоволн в турбулентной ионосфере с учетом явления перемежаемости. Задача решается в приближении тонкого стохастического экрана (фазового экрана), на котором задается негауссовское перемежаемое пространственное распределение флуктуаций фазы, генерируемое с использованием представленной в работе мультифрактальной модели. Варьирование параметров модели позволяет моделировать различные режимы флуктуаций, от полного отсутствия до значительной степени перемежаемости. Задача дифракции падающей плоской волны на построенном экране решается численно, а полученные стохастические распределения амплитуды и фазы поля за экраном подвергаются статистическому анализу с целью исследования зависимости их статистических характеристик от степени перемежаемости фазы на экране.

## 1. МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИЙ ФАЗОВЫЙ ЭКРАН

Для оценки влияния перемежаемости флуктуаций электронной плотности на рассеиваемое поле в работе используется приближение стохастического фазового экрана. Исторически модель фазового экрана была одной из первых моделей, примененных для решения задачи распространения волн в случайной среде. На настоящий момент теория фазового экрана исчерпывающе разработана для нормального распределения фазы на экране.

Чтобы ввести негауссовскую мультифрактальную модель для случайного статистически однородного распределения фазы на экране, следуя [1], введем обобщенные структурные функции фазы различных порядков:

$$S_q(L) = \left\langle \left| \phi(r+L) - \phi(r) \right|^q \right\rangle, \tag{1}$$

где  $\varphi$  — фаза, L — расстояние между двумя точками, q — порядок структурной функции. Угловые скобки обозначают статистическое усреднение по ансамблю случайных реализаций распределения фазы. Если фаза описывается гауссовским случайным процессом, то для любого заданного расстояния между двумя точками распределение разности фаз между этими точками будет нормальным. Для гауссовских фрактальных процессов (статистически самоподобных случайных процессов со степенным спектром) свойство масштабной инвариантности соответствует следующему скейлингу для структурной функции порядка q:

$$S_q(L) \sim L^{Hq},\tag{2}$$

где 0 < H < 1 — экспонента Херста. Здесь показатель степени (скейлинговая экспонента) является линейной функцией порядка q, и для гауссовских процессов структурная функция второго порядка полностью определяет структурные функции высших порядков:  $S_q(L) \sim S_2(L)^{q/2}$ . Для неоднородных фракталов (мультифракталов) структурные функции имеют вид

$$S_q(L) \sim L^{\zeta(q)},\tag{3}$$

где функция  $\zeta(q)$ , называемая скейлинговой экспонентой, зависит от q нелинейно. В некотором интервале изменения переменной q для  $\zeta(q)$  может быть использована аппроксимация отрезком степенного ряда вида

$$\zeta(q) = hq - \frac{\lambda^2 q^2}{2} + \dots$$
(4)

В представлении (4) параметры h и  $\lambda^2$  определяют скейлинговые свойства мультифрактального случайного процесса. Отклонение скейлинга  $\zeta(q)$  от линейного закона характеризуется параметром  $\lambda^2$ : чем больше параметр  $\lambda^2$ , тем сильнее отклонение случайного процесса от нормального, и тем более перемежаемым становится распределение.

Для генерации стохастического распределения фазы с заданным скейлингом вида (4) в работе используется каскадная модель [10], имитирующая турбулентный процесс, внутренний и внешний масштабы которого определяются параметрами сетки, а передача энергии от больших масштабов к малым моделируется каскадным процессом. Эта модель позволяет генерировать стохастическое двумерное распределение, имеющее скейлинг вида (4) с заданными параметрами h и  $\lambda^2$ . Полученное при помощи модели распределение

Полученное при помощи модели распределение после соответствующей нормировки используется в качестве распределения фазы на экране.

Алгоритм генерации основан на представлении искомого пространственного распределения в виде двумерного дискретного разложения по двумерным базисным функциям вейвлет-преобразования:

$$\varphi(x, y) = c_N \phi_N(x, y) + + \sum_{\alpha=1}^{3} \sum_{j=0}^{N} \sum_{m,n=0}^{2^{N-j}-1} c_{j,m,n}^{\alpha} \psi_{j,m,n}^{\alpha}(x, y),$$
(5)

где { $\phi(x, y), \psi_{j,m,n}^{1}(x, y), \psi_{j,m,n}^{2}(x, y), \psi_{j,m,n}^{3}(x, y)$ } – компактный ортонормальный двумерный базис вейвлет-функций. Индексы  $\alpha = 1, 2, 3$  обозначают соответственно горизонтальные, вертикальные и диагональные материнские вейвлеты. Вейвлет-ко-эффициенты  $c_{j,m,n}^{\alpha} = \langle \psi_{j,m,n}^{\alpha} | \varphi \rangle$  являются случайными числами и генерируются с использованием мультипликативного каскадного алгоритма [9].

Алгоритм генерации вейвлет-коэффициентов для каждой реализации распределения случайного поля  $\varphi(x, y)$  состоит из двух шагов. На первом шаге с использованием каскадного алгоритма (см. ниже) генерируются коэффициенты каскада  $d_{j,m,n}$  для последовательно измельчающихся масштабов 1 < j < N. Вейвлет-коэффициенты  $c_{j,m,n}^{\alpha}$  связаны с коэффициентами каскада  $d_{j,m,n}$  посредством соотношения:

$$d_{j,m,n} = \sqrt{\left[c_{j,m,n}^{1}\right]^{2} + \left[c_{j,m,n}^{2}\right]^{2} + \left[c_{j,m,n}^{3}\right]^{2}}, \qquad (6)$$

которое на втором шаге используется для определения  $c_{i,m,n}^{\alpha}$ .

При реализации алгоритма сначала задается начальный коэффициент каскада  $d_{0,0,0}$ , соответствующий j = 0. Затем для каждого следующего, более детального уровня разложения j, коэффициенты каскада определяются путем произведения коэффициентов предыдущего уровня (j - 1) и случайных множителей  $W_{j-1,m,n}^{(n_1,n_2,l_1,l_2)}$ :

$$d_{j,m,n} = W_{j-1,m,n}^{(r_1)} d_{j-1,m,n} \quad d_{j,m,n+1} = W_{j-1,m,n}^{(l_1)} d_{j-1,m,n} d_{j,m+1,n} = W_{j-1,m,n}^{(r_2)} d_{j-1,m,n} \quad d_{j,m+1,n+1} = W_{j-1,m,n}^{(l_2)} d_{j-1,m,n},$$
(7)

где j — номер уровня разложения,  $1 \le j \le N$ ;  $0 \le m$ ,  $n \le 2^{N-j}$  — 1. Множители  $\{W\}$  — независимые одинаково распределенные случайные величины. Как показано в [8], для того чтобы скейлинг результирующего стохастического распределения имел вид (4), плотность распределения этих случайных величин должна соответствовать логнормальному закону:

$$P_W(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}x} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right),$$
 (8)

где  $\sigma^2$ ,  $\mu$  – дисперсия и математическое ожидание случайной величины  $\ln(W)$ .

Далее выполняется вычисление вейвлет-коэффициентов  $\{c_{\alpha}\}$  для горизонтальных, вертикальных и диагональных материнских вейвлетов. Для обеспечения изотропии результирующего случайного поля  $\varphi(x, y)$  необходимо обеспечить одинаковые распределения всех трех коэффициентов:

$$c_{j,m,n}^{1} = d_{j,m,n} \cos(\varphi) \sin(\theta)$$

$$c_{j,m,n}^{2} = d_{j,m,n} \sin(\varphi) \sin(\theta) , \qquad (9)$$

$$c_{j,m,n}^{3} = d_{j,m,n} \cos(\theta)$$

где  $\varphi \in [-\pi, \pi]$ ,  $\cos(\theta) \in [-1, 1]$  — независимые равномерно распределенные случайные величины. Такое разложение соответствует равномерному распределению направлений векторов с координатами  $(c_{j,m,n}^1, c_{j,m,n}^2, c_{j,m,n}^3)$  длины  $d_{j,m,n}$ . Отметим, что представленный в данной работе метод задания вейвлет-коэффициентов (9) отличается от предложенного ранее [10]. Только равномерное распределение  $\cos(\theta)$  (а не самого значения  $\theta$ , как в [10]) обеспечивает изотропность получаемого двумерного стохастического поля.



**Рис. 1.** Коэффициенты асимметрии  $\gamma_1$  (а) и эксцесса  $\gamma_2$  (б) распределений разностей фаз между точками, разнесенными на 1 шаг по сетке  $\Delta x = 10$  м, для различных значений  $\lambda^2$ .

Распределение, сгенерированное при помощи обратного вейвлет-преобразования в соответствии с представлением (5) с коэффициентами (9), имеет скейлинг

$$S_q(L) \sim L^{\frac{\mu q}{\ln 2} \frac{\sigma^2 q^2}{2 \ln 2}},$$
 (10)

что теоретически доказано в [9]. Скейлинг получаемого распределения не зависит от выбора семейства вейвлет-функций [9]. Параметры скейлинга связаны с параметрами логнормального распределения (8) следующим образом:

$$\mu = -h \ln 2, \quad \sigma^2 = \lambda^2 \ln 2.$$

После соответствующей нормировки сгенерированное таким образом двумерное случайное распределение можно рассматривать как распределение фазы на экране.

При численной реализации описанного алгоритма в среде Matlab используется пакет расширения Wavelet Toolbox. Цель выполненных в работе численных исследований - выявить, как перемежаемость стохастического распределения фазы на экране влияет на статистические характеристики поля за экраном. При этом в численных экспериментах генерируются случайные двумерные реализации распределения фазы на экране для различных значений параметра перемежаемости  $\lambda^2$ , но обладающие одним и тем же пространственным спектром. Для этого величина параметра *h* выбирается так, чтобы значение скейлинговой экспоненты структурной функции фазы второго порядка на экране  $\zeta(2) = 2(h - \lambda^2)$ при всех  $\lambda^2$  было постоянной величиной, равной 5/3. Выбор значения  $\zeta(2) = 5/3$  соответствует "закону 2/3" Колмогорова-Обухова для структурной функции флуктуаций плотности в рассевающем слое. При этом при любом значении параметра  $\lambda^2$  флуктуации фазы на экране имеют один и тот же степенной спектр с показателем p = -8/3. Значения фазы задаются на прямоугольной сетке  $1024 \times 1024$ , шаг  $\Delta x = 10$  м, частота поля 1 ГГц. Как уже упоминалось, выбор используемого семейства вейвлет-функций не влияет на скейлинг результирующего распределения; все приведенные ниже результаты получены с использованием вейвлетов Добеши порядка 5.

На рис. 1 при помощи так называемых "диаграмм размаха" представлены наблюдаемые статистические разбросы значений коэффициентов асимметрии  $\gamma_1 = M_3 / M_2^{3/2}$  и эксцесса  $\gamma_2 = M_4 / M_2^2 - 3$ , где М, обозначает центральный момент распределения порядка *n* разностей фаз между точками, расстояние между которыми равно 10 м, что соответствует одному шагу пространственной сетки. Здесь наблюдается значительный статистический разброс, причем степень разброса растет с ростом значений параметра  $\lambda^2$ . Распределения коэффициентов асимметрии выглядят симметричными с медианой в окрестности нуля. Медиана эксцесса распределений положительна и растет с ростом  $\lambda^2$ , экстремальные значения эксцесса также положительны.

Таким образом, распределения разностей фаз являются симметричными негауссовскими распределениями, более острыми, чем нормальное распределение в области малых значений разностей фаз, и убывающими медленнее, чем нормальное распределение в области больших значений разностей фаз. В явном виде отклонения стохастических реализаций распределений фазы, получаемых с использованием описанного выше алгоритма, продемонстрированы на рис. 2. Для малых



**Рис. 2.** Функции распределения вероятностей разностей фаз для двух пространственно разнесенных точек для различных значений параметра  $\lambda^2$ : 0.0001 (*I*), 0.01 (*2*), 0.05 (*3*), 0.1 (*4*), 0.15 (*5*).

значений параметра  $\lambda^2$  логарифм плотности вероятностей разностей фаз имеет форму, близкую к параболической, т.е. распределение соответствует нормальному; с ростом параметра  $\lambda^2$  вероятность возникновения больших флуктуаций увеличивается, и распределение приобретает так называемые тяжелые хвосты, т.е. становится негауссовским.

Вид плотностей распределений вероятностей разностей фаз между двумя пространственно разнесенными точками меняется с изменением расстояния между точками. На рис. За представлена зависимость коэффициента эксцесса распределения разностей фаз в двух пространственно разнесенных точках на экране от расстояния между точками для различных значений параметра  $\lambda^2$ . В двойном логарифмическом масштабе (рис. 3б) эти зависимости представляют собой прямые, расположенные тем выше, чем больше величина параметра  $\lambda^2$ , а их коэффициент наклона отрицателен и растет по абсолютной величине с ростом  $\lambda^2$ . Таким образом, чем меньше пространственный масштаб флуктуаций фазы. определяемый как величина расстояния между точками, и чем больше параметр перемежаемости  $\lambda^2$ , тем больше отклонение плотности вероятностей распределения разностей фаз от нормального распределения. Такая зависимость от масштаба характерна для мультифрактальных процессов.

Таким образом, предлагаемая модель путем выбора единственного параметра  $\lambda^2$  позволяет моделировать различные степени перемежаемости, от полного ее отсутствия и нормального распределения флуктуаций фазы на экране до сильно перемежаемого режима и негауссовской статистики флуктуаций.

## 2. ФЛУКТУАЦИИ ПОЛЯ ЗА ЭКРАНОМ

Описанный выше метод позволяет генерировать на экране стохастическое пространственное распределение фазы, обладающее заданными скейлинговыми характеристиками. Будем считать, что на экран падает плоская волна единичной амплитуды, а действие экрана сводится к модуляции первоначально плоского фазового фронта падающей волны посредством добавления к исходной



**Рис. 3.** Зависимость математического ожидания коэффициента эксцесса распределения разностей фаз в двух пространственно разнесенных точках от расстояния между точками для различных значений параметра  $\lambda^2$ : 0.0001 (*I*), 0.01 (*2*), 0.05 (*3*), 0.1 (*4*), 0.15 (*5*), в линейном масштабе (а) и в двойном логарифмическом масштабе (б).

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

невозмущенной фазе волны величины возмущения фазы на экране  $\phi(\vec{r})$ , при этом амплитуда волны не возмущается и остается равной единице. Тогда комплексная амплитуда поля сразу после прохождения фазового экрана равна  $\exp(i\phi(\vec{r}))$ , а за экраном определяется интегралом Кирхгофа в приближении Френеля:

$$u(\vec{r},z) = -\frac{ik}{2\pi z} \iint \exp\left(i\left[\varphi(\vec{r}\,') + \frac{k}{2z}\left|\vec{r} - \vec{r}\,'\right|^2\right]\right) d\vec{r}\,',\ (11)$$

где k — волновое число, z — расстояние от экрана до плоскости наблюдения. Функция  $\varphi(\vec{r})$  на экране задается в узлах двумерной пространственной сетки 1024 × 1024 с шагом 10 м. Двойное интегрирование в (11) выполняется численно с использованием быстрого преобразования Фурье.

При распространении в свободном пространстве за экраном комплексное поле  $u(\vec{r}, z)$  эволюционирует в соответствии с (11), при этом изменяется как его фаза  $\arg(u(\vec{r}, z))$ , так и амплитуда  $|u(\vec{r}, z)|$ . Статистические свойства флуктуаций фазы и амплитуды за экраном с гауссовским распределением фазы хорошо изучены для предельных случаев слабых и насыщенных флуктуаций [11, 12]. В частности, установлено, что в случае слабых флуктуаций фазы на экране флуктуации фазы и логарифма амплитуды (уровня поля) за экраном имеют совместное нормальное распределение, при этом амплитуда оказывается распределенной логнормально. В случае если флуктуации фазы на экране характеризуются степенной структурной функцией  $S_2(L) \sim L^{\zeta(2)}$  и, соответ-ственно, убывающим двумерным пространственным спектром степенного вида ~  $k^{-(\zeta(2)+2)}$ , то структурная функция и спектр флуктуаций фазы за экраном также являются степенными функциями, в то время как структурная функция и спектр флуктуаций уровня поля имеют подобный степенной характер лишь для масштабов, меньших размера первой зоны Френеля  $L < L_{\rm F} = \sqrt{2\pi z/k}$  $(k > k_{\rm F} = 2\pi/L_{\rm F})$ . Для масштабов, больших  $L_{\rm F}$ (k < k<sub>F</sub>), спектр флуктуаций уровня является рас-тущей функцией в соответствии со степенным законом ~  $k^{-2\zeta(2)+2}$  [10].

В случае негауссовского мультифрактального распределения флуктуаций фазы на экране структурные функции второго порядка фазы и уровня и соответствующие спектры мощности флуктуаций фазы и уровня имеют такой же вид, как и для гауссовского экрана, однако плотности распределения вероятностей их значений отличаются от нормального закона. Поэтому и статистические моменты поля, такие как, например, функции когерентности поля, функция корреляции интенсивности, индекс сцинтилляций, будут отличаться от соответствующих величин, построенных для нормального распределения флуктуаций фазы на экране [13, 14].

Значительный интерес с точки зрения решения обратной задачи определения параметров ионосферной турбулентности представляет выявление и исследование свойств масштабной инвариантности (скейлинга) стохастических реализаций принимаемого поля и связь этих характеристик с соответствующими свойствами флуктуаций электронной плотности ионосферы. Для оценки параметров скейлинговых экспонент стохастических процессов к настоящему времени разработан ряд метолов, детальное описание которых выходит за рамки данной статьи. Обзор существующих подходов и методов можно найти, например, в [15, 16] и цитированной там литературе. Одним из наиболее современных и надежных методов является метод, основанный на анализе свойств коэффициентов дискретного вейвлет-разложения исследуемого процесса, который и используется в данной работе. Метод позволяет, в частности, определить коэффициенты С<sub>р</sub> в представлении скейлинговой экспоненты  $\zeta(q)$  (формулы (3), (4)) исследуемого процесса в виде степенного ряда по степеням параметра q [17]:

$$\zeta(q) = \sum_{p \ge 1} C_p \frac{q^p}{p!}.$$
(12)

Отметим, что (12) совпадает с (4), если принять  $C_1 = h, C_2 = -\lambda^2, C_{p>3} = 0.$ 

Таким образом, исследование свойств масштабной инвариантности процесса сводится к оценке коэффициентов  $C_p$  в представлении (12).

В соответствии с алгоритмом метода вместо обобщенных структурных функций типа (1) рассматривается статистическая сумма  $Z_q(j)$ , составленная из моментов порядка q коэффициентов  $d_{j,m,n}$  дискретного вейвлет-преобразования для каждого уровня разложения j, соответствующего пространственному масштабу  $L_i \sim 2^j \Delta x$ :

$$Z_{j}(q) = \left\langle \left| d_{j} \right|^{q} \right\rangle. \tag{13}$$

Эта статистическая сумма может быть представлена в виде производящей функции моментов распределения логарифмов коэффициентов  $\{d_j\}$ , которая затем записывается в виде кумулянтного разложения:

$$Z_{j}(q) = \left\langle \exp\left(q\ln\left|d_{j}\right|\right)\right\rangle = \exp\left(\sum_{p\geq 1}\kappa_{p}(j)\frac{q^{p}}{p!}\right), \quad (14)$$

где  $\kappa_p(j)$  – кумулянты (или лог-кумулянты) порядка *p* распределения логарифмов коэффициентов  $|d_j|$  на уровне разложения *j* [16]. Лог-кумулянты оцениваются непосредственно по коэффициентам



**Рис. 4.** Коэффициенты эксцесса для разностей фазы  $\gamma_{2, \phi}$  (а) и уровня  $\gamma_{2, yp}$  (б) на земле (z = 350 км) для различных значений параметра  $\lambda^2$ : 0.0001 (1), 0.01 (2), 0.05 (3), 0.1 (4), 0.15 (5).

дискретного вейвлет-разложения исследуемого процесса.

Если в некотором диапазоне значений *j* зависимость лог-кумулянтов от *j* может быть аппроксимирована линейной зависимостью вида

$$\kappa_p(j) \approx C_{p0} + jC_p \ln 2, \tag{15}$$

то  $\ln Z_i(q)$  принимает вид

$$\ln Z_j(q) \approx \ln F_q + \left(\sum_{p \ge 1} C_p \frac{q^p}{p!}\right) \ln\left(\frac{L_j}{\Delta x}\right), \quad (16)$$

где  $\ln F_q = \sum_{p \ge 1} C_{p0} \frac{q^p}{p!}$  не зависит от масштаба.

Детальное описание процедуры оценки параметров  $C_p$  можно найти в [17], поэтому здесь приведем основные выводы, полученные в результате проведенного анализа для режима слабых флуктуаций.

1. Анализ стохастического распределения фазы на экране с заданными при генерации параметрами *h* и  $\lambda^2$  во всем диапазоне масштабов  $L_j$ приводит к оценкам параметров  $C_1 \approx h, C_2 \approx -\lambda^2$ ,  $C_3 \approx 0$ , что подтверждает соответствие генерируемых распределений фазы на экране заданной мультифрактальной модели.

2. Распределение флуктуаций фазы за экраном характеризуется тем же скейлингом, что и на экране, но лишь для масштабов, больших размера зоны Френеля  $L_j > L_F$ . Для масштабов, меньших зоны Френеля, параметр  $C_2$  принимает положительные значения. В этом случае скейлинговая экспонента  $\zeta(q)$  более не является выпуклой функцией параметра q, что не позволяет на этих масштабах рассматривать флуктуации фазы как

мультифрактальный процесс. Степенной характер процесса при этом сохраняется, причем скейлинговая экспонента структурной функции фазы второго порядка  $\zeta(2) = 2(h - \lambda^2)$  сохраняет заданное значение 5/3.

3. Распределение флуктуаций амплитуды для масштабов, меньших зоны Френеля, характеризуется тем же скейлингом, что и распределение фазы для этих масштабов.

Согласно приведенным выше результатам анализ крупномасштабных (больших зоны Френеля) флуктуаций фазы позволяет в принципе решить обратную задачу определения параметров мультифрактальной модели стохастических флуктуаций фазы на экране по измерениям характеристик сигнала за экраном. Действительно, параметры  $C_1$  и  $C_2$  представления скейлинговой экспоненты (12), определяемые для крупномасштабных флуктуаций фазы за экраном, являются оценками соот-

ветствующих параметров h и  $\lambda^2$  мультифрактальной модели распределения фазы на экране. Этот вывод объясняется тем, что для крупномасштабных возмущений реализуется режим геометрической оптики, при котором фаза сигнала практически не искажается при распространении от экрана до земной поверхности. Напротив, скейлинговые свойства мелкомасштабных флуктуаций фазы и амплитуды с масштабами, меньшими зоны Френеля, отличаются от соответствующих характеристик фазы на экране. По всей видимости, для этих масштабов дифракция приводит к нормализации исходно негауссовских процессов, что ведет к разрушению специфического мультифрактального скейлинга.

На рис. 4а, 4б представлены зависимости коэффициентов эксцесса функций распределения



**Рис. 5.** Функция когерентности Г, вычисленная для двух значений параметра  $\lambda^2$ : 0.0001 (*1*), 0.15 (*2*), и по формуле (18) (кривая *3*).

флуктуаций разностей фаз и разностей уровней поля за экраном от пространственного разнесения точек (пространственного масштаба флуктуаций). Как видно из рис. 4а, для пространственных масштабов флуктуаций, больших размера зоны Френеля  $L > L_F$ , коэффициенты эксцесса распределений разностей фаз за экраном близки к их значениям на экране, а при меньших масштабах,  $L \le L_F$ , уменьшаются при уменьшении масштабов флуктуаций, приближаясь к малым значениям, характерным для процессов, близких к нормальному.

Что касается коэффициентов эксцесса распределения флуктуаций уровня, то для пространственных масштабов флуктуаций, больших размера зоны Френеля, они превышают значения  $\gamma_2$  для флуктуаций разностей фаз и убывают с ростом масштаба, а в области масштабов, меньших зоны Френеля, коэффициенты эксцесса флуктуаций уровня также стремятся к нулю, что соответствует нормальному распределению.

Рассмотрим теперь, как наличие перемежаемости влияет на такие статистические характеристики флуктуаций принимаемого поля, как когерентность и индекс сцинтилляций. Функция когерентности комплексного поля  $u(\vec{r}, z)$  на расстоянии zот стохастического фазового экрана определяется следующими соотношениями:

$$\Gamma(L) = \langle u(\vec{r}, z)u^*(\vec{r} + L, z) \rangle =$$
  
=  $\langle \exp(i(\phi(\vec{r}) - \phi(\vec{r} + L))) \rangle.$  (17)

Отсутствие зависимости функции когерентности от *z* отражает хорошо известный факт, что функция когерентности плоской волны за экраном не зависит от расстояния от экрана. В случае нормального



**Рис. 6.** Индекс сцинтилляций  $S_4$  как функция расстояния от экрана для различных значений параметра  $\lambda^2$ : 0 (1), 0.0001 (2), 0.15 (3).

распределения фазы на экране функция когерентности может быть выражена через структурную функцию фазы второго порядка на экране в явном виде:

$$\Gamma(L) = \exp\left(-\frac{1}{2}S_2(L)\right).$$
(18)

Если распределение фазы на экране отлично от нормального, то соотношение (18) не имеет места и усреднение в (17) выполняется численно для различных значений параметра  $\lambda^2$ .

На рис. 5 представлены зависимости  $\Gamma(L)$ , вычисленные для двух значений  $\lambda^2$ , 0.0001 и 0.15, при одинаковом спектре мощности флуктуаций фазы. Для сравнения на рис. 5 также представлен результат формального вычисления  $\Gamma(L)$  по формуле (18). Как видно из рисунка, с ростом пара-

метра  $\lambda^2$  радиус когерентности увеличивается.

Флуктуации амплитуды за экраном характеризуются индексом мерцаний  $S_4$  — среднеквадратичным отклонением нормированных флуктуаций интенсивности:

$$S_4 = \sqrt{\left(\left\langle |u|^4 \right\rangle - \left\langle |u|^2 \right\rangle^2\right) / \left\langle |u|^2 \right\rangle^2}.$$
 (19)

На рис. 6 представлены зависимости величины индекса мерцаний  $S_4$  от расстояния за экраном для нескольких значений параметра  $\lambda^2$ . Для выбранных параметров расчета индекс мерцаний  $S_4$ , соответствующий фиксированному  $\lambda^2$ , монотонно увеличивается при удалении от экрана. При этом индекс мерцаний на фиксированном расстоянии от экрана тем меньше, чем больше значение параметра  $\lambda^2$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены первые результаты мофлуктуаций трансионосферных делирования сигналов при распространении в условиях перемежаемой ионосферной турбулентности. Для моделирования флуктуаций поля был использован метод фазового экрана. Перемежаемое распределение фазы на экране задавалось представленной в работе моделью негауссовского мультифрактального фазового экрана, которая позволила моделировать различные режимы перемежаемости. – от полного ее отсутствия до весьма значительной. Результаты исследования функции когерентности поля за экраном выявили увеличение радиуса когерентности с увеличением степени перемежаемости. Расчеты индекса сцинтилляций показали уменьшение индекса на земной поверхности с ростом степени перемежаемости, и более медленную его эволюшию при улалении от экрана. Кроме того, показано, что анализ крупномасштабных (больших зоны Френеля) флуктуаций фазы позволяет решить обратную задачу определения параметров мультифрактальной модели стохастических возмушений фазы на экране по измерениям характеристик сигнала за экраном.

Все расчеты эффектов перемежаемости проведены в работе при одном и том же степенном спектре распределения фазы на экране, специально поддерживаемом постоянным. При этом статистические характеристики флуктуаций результирующего поля были различны при различных значениях перемежаемости. Это значит, что описания флуктуаций на уровне вторых моментов в ряде случаев недостаточно, и необходимо учитывать высшие моменты распределений.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поллержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00274).

При проведении численных исследований частично использовалось оборудование Ресурсного центра Научного парка СПбГУ "Вычислительный центр".

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Dyrud L., Krane B., Oppenheim M. et al. // Nonlin. Processes Geophys. 2008. V. 15. № 6. P. 847.
- 2. Yeh K.C., Liu C.H. // Proc. IEEE. 1982. V. 70. № 4. P. 324.
- 3. Sreenivasan K.R. // Annu. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 539.
- 4. Boldyrev S., Gwinn C.R. // Astrophys. J. 2005. V. 624. № 1. P. 213.
- 5. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации. М.: Логос. 2002.
- 6. Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. 2-е изд. М.: Университет. книга, 2005.
- 7. Алимов В.А., Выборнов Ф.И., Рахлин А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51. С. 485.
- 8. Выборнов Ф.И., Алимов В.А., Рахлин А.В. // Совр. проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2011. Т. 8. № 1. С. 295.
- 9. Arneodo A., Bacry E., Muzy J.F. // J. Math. Phys. 1998. V. 39. № 8. P. 4142.
- 10. Decoster N., Roux S., Arnéodo A. // Eur. Phys. J. B. 2000. V. 15. № 4. P. 739.
- 11. Рытов С.М., Кравиов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М.: Наука, 1978.
- 12. Алимов В.А., Рахлин А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48. С. 563.
- 13. Makarenkova E.V., Gherm V.E. // Proc. Conf. AT-RASC. Gran Canaria, Spain. May 2018. https://doi.org/10.23919/URSI-AT-RASC.2018.8471300
- 14. Makarenkova E.V., Gherm V.E. // Proc. Conf. URSI EMTS, San Diego, CA, USA, 2019. https://doi.org/10.23919/URSI-EMTS.2019.8931515
- 15. Serrano E., Figliola A. // Physica A. 2009. V. 388. № 14. P. 2793.
- 16. Wendt H., Abry P., Jaffard S. // IEEE Signal Proc. Mag. 2007. V. 24. № 4. P. 38.
- 17. Wendt H., Roux S., Abry P. // 14th Eur. Signal Processing Conf. (EUSIPCO), Florence, Italy. Sep. 2006. https://hal-ens-lyon.archives-ouvertes.fr/ensl-00144568.

# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.26

# КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ, ИДЕНТИФИКАЦИИ И АДАПТИВНОГО ОЦЕНИВАНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ НАЗЕМНЫХ ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

© 2020 г. А. В. Иванов<sup>а, \*</sup>, В. О. Сурков<sup>а</sup>, Д. В. Комраков<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Тамбовский государственный технический университет, ул. Ленинградская, 1, Тамбов, 392036 Российская Федерация \*E-mail: aleksandr-ivanov68@yandex.ru Поступила в редакцию 13.03.2019 г. После доработки 10.04.2019 г. Принята к публикации 23.09.2019 г.

Для навигационных систем подвижных наземных объектов методами марковской теории оценивания случайных процессов синтезированы квазиоптимальные алгоритмы обработки информации. Новизной разработанных алгоритмов является возможность решать задачу обнаружения радиосигналов спутниковых радионавигационных систем на входе аппаратуры приема совместно с задачей адаптивного оценивания параметров этих сигналов и задачей идентификации параметров модели подвижных наземных объектов. На основе синтезированных алгоритмов разработана структурная схема навигационной системы.

DOI: 10.31857/S003384942005006X

## введение

В настоящее время широкое распространение получили навигационные системы (НС) для подвижных наземных объектов (ПНО). Данные системы могут использоваться как автономно, например системы "1HC1-М1", КомпаНав-5.2, БИНС-Тек, "ABTOHAB-06", ГАЛС-Д2М-4, "Гамма-2" [1, 2], так и входить в качестве составных частей в системы автоматического управления автомобилями [3]. Основу современных навигационных систем составляет аппаратура приема (АП) сигналов спутниковых радионавигационных систем (СРНС). Применение СРНС позволяет обеспечивать высокую точность определения координат местоположения и параметров движения ПНО [4]. Однако применение СРНС приводит и к ряду проблем, которые возникают при работе навигационных систем.

Первая проблема связана с тем, что в произвольный момент времени возможно кратковременное отсутствие радиосигнала на входе АП СРНС по следующим причинам: затенение приемной антенны; выход из строя бортовой аппаратуры навигационного спутника; влияние многолучевости распространения радиосигналов. Отсутствие радиосигнала на входе, пусть даже и кратковременное, негативно сказывается на достоверности навигационных данных, поэтому необходимо контролировать его наличие на входе АП СРНС.

Вторая проблема связана с тем, что навигационные данные, передаваемые с помощью радиосигналов СРНС, могут быть искажены. Наибольшее влияние на приемники сигналов GPS/ГЛОНАСС оказывают преднамеренные помехи, имитирующие сигнал, идущий от навигационного спутника. Влияние этих помех приводит к искажению навигационного сигнала и, как следствие, получению неточных и ложных навигационных данных. Кроме того, в американской СРНС типа GPS существует возможность выборочного отключения спутниковых сигналов навигационных космических аппаратов или передача ложной информации потребителям на определенных территориях, что приводит к ошибкам определения координат местоположения и параметров движения подвижного объекта.

Для решения второй проблемы используются системы контроля целостности. Контроль целостности навигационных данных СРНС может быть как внешним, так и внутренним, выполняемым в АП СРНС. Внешний контроль целостности предполагает наличие системы мониторинга и контроля целостности параметров радионавигационного поля глобальных спутниковых радионавигационных систем, а также наличие в составе

ЕНИЯ

целостность навигационного обеспечения путем

НС дополнительно системы оповещения о снижении качества навигационных данных. Поэтому с точки зрения оперативности внутренний контроль целостности в АП СРНС является более перспективным.

В существующих НС на основе спутниковых радионавигационных систем для идентификации неточных (искаженных) сигналов этих систем используются автономные системы контроля целостности. В качестве методов автономного контроля целостности используются методы оценок и фильтрационные методы [4]. Методы оценок предполагают сбор и соответствующую обработку всей необходимой информации в некоторый момент времени. Недостатком этих методов является то, что они не учитывают измерений радионавигационных параметров, полученных ранее, и в силу этого могут обнаруживать факт отказа при достаточно сильном его проявлении, а не в момент его возникновения. Более перспективными с точки зрения уменьшения времени выявления неточных сигналов являются фильтрационные методы [5], в основе которых лежит банк калмановских фильтров. Их недостатком является то, что методы калмановской фильтрации (оптимальной линейной фильтрации) используются только для обработки линейных стационарных или нестационарных сигналов (выходных сигналов измерителей) и не могут быть использованы непосредственно для обработки радиосигналов. Поэтому иногда наличие помех на входе АП СРНС при отсутствии полезного радиосигнала может быть воспринято как полезный радиосигнал, произведена его обработка и в итоге могут быть получены неточные навигационные данные.

Существующее на сегодняшний день алгоритмическое обеспечение НС ПНО [6] не позволяет полностью устранить описанные выше проблемы, так как не позволяет решать задачу обнаружения радиосигналов СРНС на входе АП. Поэтому для наиболее полного использования избыточности информации (в зоне видимости ПНО, как правило, находится от 10 до 12 навигационных космических аппаратов), с целью повышения точности и целостности навигационного обеспечения идеология построения НС ПНО должна предполагать создание алгоритмов оптимальной комплексной первичной обработки радиосигналов СРНС. Данные алгоритмы должны позволять решать задачу обнаружения радиосигналов СРНС на входе АП совместно с задачей адаптивного оценивания параметров этих радиосигналов. Под адаптивным оцениванием понимается определение оценки фильтруемого процесса одновременно с идентификацией параметров модели по наблюдениям (измерениям) [7].

Решение задачи обнаружения радиосигналов СРНС на входе АП дает возможность обеспечить

выявления факта пропадания радиосигнала на входе АП и исключения его из обработки, т.е. позволяет производить адаптацию к внешним условиям путем реконфигурации структуры информационной части НС за счет смены рабочего созвездия. При этом в результате смены рабочего созвездия может произойти некоторое снижение качества функционирования НС по радиосигналам СРНС, но не переход ее в автономный режим работы – работы по сигналам нерадиотехнических измерителей, как правило, по сигналам инерциальной навигационной системы. Недостатки данного режима связаны с тем, что с течением времени снижается точность определения координат местоположения ПНО. Так, например, в автономном тактическом комплексе "АВТОНАВ-06" точность определения координат местоположения при движении транспортного средства без использования данных СРНС (автономный режим работы) через 10 с составляет 6...10 м, через 40 с – 20...40 м, через 5 мин – 200 м.

Решение задачи идентификации позволяет идентифицировать параметр математической модели, описывающей ПНО, по которому определяется достоверность навигационных данных СРНС. В этом случае, для того чтобы измерить навигационные данные (координаты местоположения и параметры движения НПО), содержащиеся в случайных радиосигналах, поступающих на вход информационной части навигационной системы ПНО, необходимо решать задачу оптимального адаптивного оценивания.

Цель работы — методами марковской теории оценивания случайных процессов [7] получить для НС ПНО квазиоптимальные алгоритмы совместного обнаружения, идентификации и адаптивного оценивания, позволяющие помимо оценки состояния радионавигационного поля сигналов СРНС и поля символов служебной информации, также решать задачи идентификации и адаптивного оценивания навигационных данных.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При движении ПНО в радионавигационных полях СРНС необходимо не только проводить адаптивное оценивание параметров полезных радиосигналов по наблюдению  $\Xi_1(t) = [\xi_l(t)], l = \overline{1,4},$  сигналов СРНС, но и осуществлять идентификацию параметров модели ПНО, а также принимать решения о наличии той или иной комбинации полезных радиосигналов. Эта задача представляет собой задачу совместного обнаружения, идентификации и адаптивного оценивания параметров.

Применение СРНС в НС для решения задач навигации вносит специфику в решение описанной выше задачи. Эта специфика заключается в том, что с помощью радиосигналов этих систем дополнительно производится передача двоичных данных (поправка временной шкалы данного навигационного искусственного спутника земли, его параметры орбиты, системное время и другая служебная информация), обеспечивающих решение задач навигации [4]. Поэтому рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом. В течение фиксированного отрезка времени [0, T] наблюдается реализация векторного случайного процесса  $\Xi_1(t) = [\xi_l(t)], l = \overline{1, n}$  (протекающего в дискретном или непрерывном времени), *п* количество навигационных космических аппаратов (НКА), находящихся в зоне видимости ПНО. Наблюдаемый процесс – вектор наблюдения  $\Xi_1(t)$  представляет собой в общем случае смесь полезного радиосигнала  $S(t) = [s_t(t, X(\mu))]$  и шума  $\mathbf{N}(t) = [n_l(t)], l = 1, n$ . Компоненты вектора наблюдения имеют вид

$$\xi_l(t) = \lambda_l(t) S_l[t, \mathbf{X}(\mu), \theta_l] + n_l(t), \quad t \in [t_k, t_{k+1}], \quad (1)$$

где  $\mathbf{X}(t,\mu) = [x_l(t),\mu], \ l = \overline{1,n_x}$  — подлежащий оцениванию вектор непрерывных параметров (вектор состояния);  $\theta_l$  — дискретный информационный параметр, принимающий одно из значений  $\theta_{l_i} = i$ ,  $i = \overline{0,1}$ , и используемый в спутниковых радионавигационных системах типа ГЛОНАСС или GPS для передачи служебной информации;  $\lambda_l(t)$  — параметр обнаружения радиосигнала, представляющий собой случайную величину, которая может принимать одно из альтернативных значений  $\lambda_l = 1$ , что соответствует наличию радиосигнала  $S_l[t, \mathbf{X}(\mu), \theta_i]$  в наблюдаемом колебании  $\xi_l(t)$ , или  $\lambda_l = 0$ , что означает отсутствие радиосигнала;  $\mu(t)$  — параметр идентификации, непрерывного векторного процесса  $\mathbf{X}(t)$ , принимающий одно из значений

$$\mu_i = i/N_{\mu}, \quad i = 1, N_{\mu}.$$

По аналогии с [8] из дискретных параметров образуем векторные дискретные процессы  $\Lambda(t) = [\lambda_l(t)]$  и  $\Theta(t) = [\Theta_l(t)], l = \overline{1, n}$ . При этом процесс  $\Lambda(t)$  может принимать одно из  $m = 2^n$  возможных значений  $\{\Lambda_i, i = \overline{1, m}\}$ , а векторный дискретный процесс  $\Theta(t)$ одно из  $b = 2^n$  возможных значений  $\{\Theta_j, j = \overline{1, b}\}$ .

Особенностью рассматриваемой задачи является то, что вектор полезных радиосигналов зависит от трех дискретных процессов, из которых два являются векторными, а один скалярным.

Реализацию векторного случайного процесса  $\Xi(t)$  на интервале  $(t_0, t)$  можно представить в виде

$$\mathbf{\Xi}_{1}(t) = \mathbf{S}(t, \mathbf{X}(\mu), \boldsymbol{\Lambda}, \boldsymbol{\Theta}) + \mathbf{N}(t), \quad t \in [t_{k}, t_{k+1}], \quad (2)$$
$$k = 0, 1, 2, \dots$$

В результате обработки реализации  $\Xi_1(t)$  на интервале времени [0, *T*] требуется принять решение о том, что дискретный параметр  $\mu(t)$  имеет значение  $\mu_i(t)$ ,  $i = \overline{1, N_{\mu}}$ , т.е. провести идентификацию вектора непрерывных параметров  $\mathbf{X}(t,\mu)$ , далее провести адаптивное оценивание вектора непрерывных параметров  $\mathbf{X}(t,\mu)$ , а также принять одно из *m* решений, согласно которому считается  $\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda}_i$ , и одно из *b* решений, согласно которому считается  $\mathbf{\Theta} = \mathbf{\Theta}_i$ .

Для решения рассматриваемой научной задачи аналогично [6–9] сформируем расширенный смешанный вектор состояния [ $\mathbf{X}^{T}(t), \mu(t), \mathbf{\Lambda}^{T}(t), \Theta^{T}(t)$ ], одна часть компонент которого является непрерывным процессом, а другая часть – дискретным. В этом случае задача совместного различения, идентификации и адаптивного оценивания сводится к задаче оценивания дискретно-непрерывных процессов. При этом аналогично [7–10] полагаем, что:

 – непрерывный и дискретные процессы априорно независимы;

- дискретные процессы априорно независимы;

— вектор непрерывных параметров X(t) представляет собой многокомпонентный диффузионный марковский процесс, который описывается стохастическим дифференциальным уравнением

$$\frac{d\mathbf{X}(t,\mu)}{dt} = \mathbf{F}_{x}\mathbf{X}(t,\mu) + \mathbf{C}[\mu(t)]\mathbf{W}(t) + \mathbf{G}_{x}\mathbf{N}_{x}(t), \qquad (3)$$
$$\mathbf{X}(t_{0},\mu_{0}) = \mathbf{X}_{0\mu},$$

где W(t) — вектор управления;  $N_x(t)$  — вектор взаимонезависимых стандартных белых гауссовских шумов;  $F_x$ , C,  $G_x$  — известные матрицы, в которых матрица C зависит от дискретного параметра  $\mu(t)$ ;

– дискретные процессы  $\mu(t)$ ,  $\Lambda(t)$  и  $\Theta(t)$  являются марковскими и смена состояний этих процессов происходит только через фиксированные интервалы времени длительностью  $T = t_{k+1} - t_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ .

Помимо сигналов СРНС имеются дополнительные наблюдения  $\Xi_2(t_k)$ , в качестве которых используются выходные сигналы нерадиотехнических измерителей. Наблюдения проводятся в дискретные моменты времени t = kT, k = 0, 1, 2, ...и описываются выражением вида [11]

$$\Xi_2(t_{k+1}) = \mathbf{H}(t_{k+1})\mathbf{X}(t_{k+1},\mu_{k+1}) + \mathbf{U}(t_{k+1}),$$
(4)

где  $\mathbf{H}(t_k)$  — известная матрица наблюдения;  $\mathbf{U}(t_k)$  — вектор частично окрашенных шумов, описываемый выражением

$$\mathbf{U}(t_{k+1}) = \mathbf{\Phi}_{uu}(t_{k+1}, t_k)\mathbf{U}(t_k) + \mathbf{\Phi}_{ux}(t_{k+1}, t_k)\mathbf{X}(t_k, \mu_k) + \mathbf{\Gamma}_u(t_{k+1}, t_k)\mathbf{N}_u(t_k),$$
(5)

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

+

в котором  $N_u$  — вектор формирующих стандартных гауссовских случайных величин с независимыми значениями, нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями;  $\Phi_{uu}$ ,  $\Phi_{ux}$  и  $\Gamma_u$  — известные матрицы.

Таким образом, в совокупности случайные процессы  $\mathbf{X}(t)$ ,  $\mu(t)$ ,  $\Lambda(t)$  и  $\Theta(t)$  образуют векторный марковский дискретно-непрерывный процесс, поэтому для решения задачи оптимального оценивания, аналогично [7–10], целесообразно использование методов марковской теории оптимального оценивания. При этом задача оптимального оценивания состоит в том, что имея наблюдения (2), (3) и располагая априорными сведениями о расширенном смешанном векторе состояния [ $\mathbf{X}^{T}(t), \mu(t), \boldsymbol{\Lambda}^{T}(t), \Theta^{T}(t)$ ], необходимо получить оптимальные по критерию максимума апостериорного распределения оценку дискретного процесса  $\mu(t)$ , оценку непрерывного процесса  $\mathbf{X}(t, \mu)$  и оценки дискретных процессов  $\boldsymbol{\Lambda}(t)$  и  $\Theta(t)$ .

## 2. ОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ

В работе [12] для приведенной постановки задачи методами марковской теории оптимального оценивания были получены рекуррентные уравнения для безусловных и условных апостериорных распределений оцениваемых процессов.

Апостериорная вероятность значения дискретного параметра  $\mu_i(t_{k+1}), i = \overline{1, N_{\mu}}$  к концу полуинтервала времени  $[t_k, t_{k+1})$  с учетом наблюдения (2) определяется выражением

$$P[t_{k+1} - 0, \mu_i (t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}] =$$

$$= P[t_k, \mu_i (t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}] \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \mathbf{E}^T \times$$
(6)

$$\times \int \mathbf{\Phi} [t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \boldsymbol{\mu}_i(t_k + 0), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k} ] \times \\ \times \mathbf{P} [t_k, \mathbf{X}(t_k), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \boldsymbol{\mu}_i(t_k + 0)] d\mathbf{X}(t_k).$$

Апостериорная вероятность значения дискретного параметра  $\mu_i(t_{k+1}), i = \overline{1, N_{\mu}}$  в момент времени  $t_{k+1}$  с учетом наблюдения (4) имеет вид

$$P[t_{k+1}, \mu_{i}(t_{k+1}) | \Xi_{1}^{t_{k+1}}, \Xi_{2}^{t_{k+1}}] = \frac{1}{rC_{3}(t_{k+1})} \times \\ \times P[t_{k}, \mu_{i}(t_{k}) | \Xi_{1}^{t_{k}}, \Xi_{2}^{t_{k}}] E^{T} \int \pi_{1} \times \\ \times [\Xi_{2}(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_{k}), \mu_{i}(t_{k}), \Xi_{2}(t_{k})] \times$$
(7)  
$$\times \mathbf{\Phi}[t_{k+1} - 0, t_{k}, \mathbf{X}(t_{k}), \mu_{i}(t_{k}), \mathbf{\Omega}(t_{k} + 0) | \Xi_{1}^{t_{k+1}}, \Xi_{2}^{t_{k}}] E \times \\ \times e^{\pi[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k}), \mu_{i}(t_{k}), \mathbf{\Omega}(t_{k} + 0) | \Xi_{1}^{t_{k+1}}, \Xi_{2}^{t_{k}}] E \times$$

 $\times p[t_k + 0, \mathbf{X}(t_k)] \mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \boldsymbol{\mu}_i(t_k)] d\mathbf{X}(t_k).$ 

Условная (по  $\mu_i(t_k)$ ) апостериорная плотность вероятности отсчетов **X**( $t_{k+1}$ ) непрерывного про-

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

цесса в момент времени  $t_{k+1}$  с учетом наблюдения (2) находится на основе соотношения

$$p\left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}) | \mathbf{\Xi}_{1}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k+1}}, \boldsymbol{\mu}_{i}(t_{k+1})\right] =$$

$$= \mathbf{E}^{T} \mathbf{P}\left[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}), \mathbf{\Omega}(t_{k+1} - 0) | \mathbf{\Xi}_{1}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k+1}}, \boldsymbol{\mu}_{i}(t_{k+1})\right] =$$

$$= \frac{1}{C_{2}(t_{k+1})} \int \pi_{1} \left[\mathbf{X}(t_{k+1}), \mathbf{\Xi}_{2}(t_{k+1}) | \mathbf{X}(t_{k}), \boldsymbol{\mu}_{i}(t_{k}), \mathbf{\Xi}_{2}(t_{k})\right] \times^{(8)} \times p\left[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_{k}), | \mathbf{\Xi}_{1}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k}}, \boldsymbol{\mu}_{i}(t_{k})\right] d\mathbf{X}(t_{k}),$$

в котором  $p[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_k), |\mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mu_i(t_k)]$  определяется выражением

$$p[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_k), |\mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mu_i(t_k)] = \frac{1}{rC_2(t_{k+1})} \times \times tr \left\{ \mathbf{\Phi}[t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}] \right\} \times \times p[t_k + 0, \mathbf{X}(t_k), |\mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mu_i(t_k)],$$

где  $tr\{*\}$  – след матрицы.

Вектор условных апостериорных вероятностей отсчетов  $\Omega(t_{k+1} - 0) = \Lambda(t_{k+1} - 0) \otimes \Theta(t_{k+1} - 0)$ двухкомпонентного дискретного процесса в момент времени  $t_{k+1}$  с учетом, что вектор дополнительных наблюдений  $\Xi_2(t_{k+1})$  не влияет на апостериорную условную вероятность отсчетов двухкомпонентного дискретного процесса, находится на основе соотношения

$$\mathbf{P}[t_{k+1} - 0, \mathbf{\Omega}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k)] = \\
= \frac{\mathbf{\Phi}[t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_1}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}] \mathbf{E}}{tr\{\mathbf{\Phi}[t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_1}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}]\}}.$$
<sup>(9)</sup>

В выражениях (6)–(9):  $\pi_1(\bullet|\bullet)$  – плотность вероятности перехода; Е – единичный вектор размером ( $r \times 1$ );  $C_1(t_{k+1}), C_2(t_{k+1})$  и  $C_3(t_{k+1})$  – нормировочные постоян-

ные;  $\Phi[t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k), \Omega(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}]$  – диагональная матрица размером  $(r \times r)$ , элементы которой равны

$$\Phi_{ii} = \exp \int_{t_k}^{t_{k+1}} F_{ii} d\tau =$$

$$= \exp \int_{t_k}^{t_{k+1}} F[\tau, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k, \mu_i(t_k)) \mathbf{\Omega}(t_k + 0) = \mathbf{\Omega}_i] d\tau,$$

$$\Phi_{ii} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j,$$

где  $\mathbf{F}[t, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k)), \mathbf{\Omega}(t_k + 0))]$  — диагональная матрица размером ( $r \times r$ ), элементы которой имеют вид

$$F_{ii} = F[t, \mathbf{f}(\tau, \mathbf{X}_k, \mu_i(t_k)), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) = \mathbf{\Omega}_i] = \\ = \left\{ \mathbf{S}^T[t, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k, \mu_i(t_k)), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) = \mathbf{\Omega}_i] \mathbf{N}_0^{-1} \times \right. \\ \times \left[ \mathbf{\Xi}_1(t) - \frac{1}{2} \mathbf{S}[t, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k, \mu_i(t_k)), \mathbf{\Omega}(t_k + 0) = \mathbf{\Omega}_i] \right] \right\}, \\ F_{ij} = 0 \quad \text{при} \quad i \neq j.$$

# 3. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ

Реализация оптимальных алгоритмов (6)–(9) на основе вычисления апостериорных распределений связана со значительными трудностями даже при использовании современных ЭВМ, что обусловлено прежде всего необходимостью определения зависимостей рассматриваемых распределений от непрерывнозначного вектора  $\mathbf{X}(t_k)$ . Поэтому на практике целесообразно использовать квазиоптимальные алгоритмы, полученные, например, методом гауссовской аппроксимации апостериорного распределения непрерывного процесса.

Для формирования оценки состояния отсчета дискретного процесса (параметра идентификации)  $\mu_i$  к концу полуинтервала времени  $[t_k, t_{k+1})$ используем апостериорную вероятность отсчетов дискретного процесса  $\mu_i$ ,  $i = \overline{1, N_{\mu}}$ , из выражения (6). При вычислении вероятностей

$$P[t_{k+1} - 0, \mu_i (t_k + 0) | \Xi_1^{t_{k+1}}, \Xi_2^{t_k}]$$

необходимо выполнить операцию текущего усреднения. В общем случае даже при текущей гауссовской аппроксимации условной (по  $\mu_i$ ) апостериорной плотности вероятности непрерывного процесса это приведет к весьма сложным выражениям [7]. Обычно эта операция заменяется подстановкой в функцию

$$F[\tau, \mathbf{f}(\tau, \mathbf{X}_k, \boldsymbol{\mu}_i(t_k+0)), \lambda_i(t_k+0) =$$
  
=  $\lambda_{l_i}(t_k+0), \theta_i(t_k+0) = \theta_{l_a}(t_k+0)]$ 

значений [7, 13]

$$\mathbf{f}(\tau, \mathbf{X}_k, \boldsymbol{\mu}_i(t_k + 0)) = \mathbf{f}(\tau, \mathbf{X}_k^*, \boldsymbol{\mu}_i(t_k + 0)),$$

которая справедлива при высокой точности оценивания непрерывного процесса. В результате получим

$$P[t_{k+1} - 0, \mu_i(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}] =$$
  
=  $P[t_k, \mu_i(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}] \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \left( \bigotimes_{l=1}^n \Phi_{l\lambda\theta} \times (10) \times [t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}^*(t_k), \mu_i(t_k + 0), \lambda_l(t_k + 0), \theta_l(t_k + 0)] \right),$ 

где

$$\begin{split} \Phi_{l\lambda\theta}[t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}^*(t_k), \mu_i(t_k + 0), \lambda_l(t_k + 0), \\ \theta_l(t_k + 0)] &= \mathbf{E}_l^T \cdot \mathbf{\Phi}_l[t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}^*(t_k), \\ \mu_i(t_k + 0), \lambda_l(t_k + 0), \theta_l(t_k + 0)] \mathbf{P}_l[t_k, \lambda_l(t_k + 0), \\ \theta_l(t_k + 0) |\mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mathbf{X}^*(t_k), \mu_l(t_k + 0)] = \end{split}$$

$$= \sum_{q=0}^{1} \sum_{i=0}^{1} \left\{ \exp \int_{t_{k}}^{t_{k+1}} F \Big[ \tau, \mathbf{f}(\tau, \mathbf{X}_{k}^{*}, \mu_{i}(t_{k}+0)), \\ \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{i}}(t_{k}+0), \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{q}}(t_{k}+0) \Big] d\tau \right\} \times \\ \times P_{l} \Big[ t_{k}, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{i}}(t_{k}+0), \theta_{l}(t_{k}+0) = \\ = \theta_{l_{i}}(t_{k}+0) \Big] \boldsymbol{\Xi}_{1}^{t_{k}}, \boldsymbol{\Xi}_{2}^{t_{k}}, \mathbf{X}^{*}(t_{k}) \mu_{i}(t_{k}+0) \Big],$$

а вероятность  $P[t_k, \mu_i(t_k + 0) | \Xi_1^{t_k}, \Xi_2^{t_k}]$  является равномернораспределенной.

В качестве квазиоптимальной оценки параметра идентификации  $\mu_i(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$  необходимо выбрать то значение дискретного процесса, для которого апостериорная вероятность максимальна:

$$\mu_i^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0) =$$

$$\mu_i : \max_i P[t_{k+1} - 0, \mu_i(t_k + 0) | \Xi_1^{t_{k+1}}, \Xi_2^{t_k}].$$
(11)

Выбор оценки параметра идентификации  $\mu_i^*(t_k + 0 | t_{k+1} - 0)$  позволяет определить канал обработки, в котором будут определены квазиоптимальная оценка отсчета векторного непрерывного процесса **X**(*t*,  $\mu$ ) и квазиоптимальные оценки отсчетов дискретных процессов **A**(*t*) и **O**(*t*).

К концу полуинтервала времени  $[t_k, t_{k+1})$  условную апостериорную плотность вероятности  $p[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_k), | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mu_i(t_k)]$  отсчетов  $\mathbf{X}(t_k)$  непрерывного процесса, входящую в (8), с учетом наблюдения (2) найдем из условия нормировки.

Выполнив условие нормировки, получим

$$p[t_{k+1} - 0, \mathbf{X}(t_k) | \Xi_1^{t_{k+1}}, \Xi_2^{t_k}, \mu_i(t_k)] = \frac{1}{C_1(t_{k+1})} \times \\ \times \left( \bigotimes_{l=1}^n \Phi_{l\lambda\theta} [t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k), \lambda_l(t_k + 0), \quad (12) \\ \theta_l(t_k + 0)] \right) p[t_k + 0, \mathbf{X}(t_k) | \Xi_1^{t_k}, \Xi_2^{t_k}, \mu_i(t_k)],$$

где

=

$$\begin{aligned} \Phi_{l\lambda\theta} [t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k), \lambda_l(t_k + 0), \theta_l(t_k + 0)] &= \\ &= \mathbf{E}_l^T \cdot \mathbf{\Phi}_l [t_{k+1} - 0, t_k, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k), \lambda_l(t_k + 0), \\ \theta_l(t_k + 0)] \mathbf{P}_l [t_k, \lambda_l(t_k + 0), \theta_l(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \\ \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k)] &= \sum_{j=0}^1 \sum_{\nu=0}^1 \left\{ \exp \int_{t_k}^{t_{k+1}} F [\tau, \mathbf{f}(\tau, \mathbf{X}_k, \mu_i(t_k)), \\ \lambda_l(t_k + 0) &= \lambda_{l_\nu}(t_k + 0), \theta_l(t_k + 0) = \theta_{l_j}(t_k + 0) ] d\tau \right\} \times \\ &\times P_l [t_k, \lambda_l(t_k + 0) = \lambda_{l_\nu}(t_k + 0), \theta_l(t_k + 0) = \\ &= \theta_{l_i}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_k}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k) ]. \end{aligned}$$

Входящая в (13) условная вероятность

$$P_{l}\left[t_{k},\lambda_{l}(t_{k}+0)=\lambda_{l_{v}}(t_{k}+0),\theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{i}}(t_{k}+0)|\Xi_{1}^{t_{k}},\Xi_{2}^{t_{k}},\mathbf{X}(t_{k}),\mu_{i}(t_{k})\right]$$

при условии независимости значений компонент двухкомпонентного дискретного параметра на

соседних тактовых интервалах времени имеет значение

$$P_l[t_k, \lambda_l(t_k+0) = \lambda_{l_v}(t_k+0), \theta_l(t_k+0) =$$
  
=  $\theta_{l_i}(t_k+0) |\Xi_1^{t_k}, \Xi_2^{t_k}, \mathbf{X}(t_k), \mu_i(t_k)] = 1/r.$ 

Из (13) аналогично [8] для апостериорных математических ожиданий и центральных моментов второго порядка распределений получим

$$\mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}|t_{k+1}-0) = \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}) + \mathbf{K}_{\mu_{i}}(t_{k}|t_{k+1}-0) \times$$

$$\times \sum_{l=1}^{n} \left\{ \sum_{j=0}^{1} \sum_{\mathbf{v}=0}^{1} P_{l}\left[t_{k+1}-0,\lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{i}},\theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}}\right] \mathbf{\Sigma}_{l}^{*}\cdots, \mathbf{\Sigma}_{2}^{*}, \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k})\right] \times$$

$$\times \int_{t_{k}}^{t_{k+1}} \mathbf{\Phi}_{xx}^{T}(\tau, t_{k}) \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}} F\left[\tau, \mathbf{X}_{\mu}^{*}, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{i}}, \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}}\right] \right]^{T} d\tau \right\};$$

$$\mathbf{K}_{\mu_{i}}(t_{k}|t_{k+1}-0) = \left\{ \mathbf{K}_{\mu_{i}}^{-1}(t_{k}) - \sum_{l=1}^{n} \left\{ \sum_{j=0}^{1} \sum_{\mathbf{v}=0}^{1} P_{l}\left[t_{k+1}-0, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{i}}, \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}}\right] \right] \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau \right\} -$$

$$= \theta_{l_{j}} \left| \mathbf{\Xi}_{l}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k}} \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}) \right]^{t_{k+1}} \mathbf{\Phi}_{xx}^{T}(\tau, t_{k}) \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}} \right)^{T} \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}} F\left[\tau, \mathbf{X}_{\mu_{i}}, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{i}}, \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}} \right] \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau \right\} -$$

$$= \theta_{l_{j}} \left| \mathbf{\Xi}_{l=0}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k}} \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}) \right]^{t_{k+1}} \mathbf{\Phi}_{xx}^{T}(\tau, t_{k}) \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}} \right)^{T} \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}} F\left[\tau, \mathbf{X}_{\mu_{i}}, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}} | \mathbf{\Xi}_{l}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k}}, \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}) \right] \right\} -$$

$$= \theta_{l_{j}} \left| \mathbf{\Xi}_{l}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k}} \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}) \right] \left\{ \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau \right\} -$$

$$= \theta_{l_{j}} \left| \mathbf{\Xi}_{l}^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_{2}^{t_{k}}, \mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}) \right] \left\{ \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau \right\} -$$

$$= \theta_{l_{j}} \left\{ \sum_{l=0}^{1} \sum_{\nu=0}^{1} P_{l}\left[ t_{k+1}-0, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{i}}, \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}}} \right] \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau -$$

$$= \sum_{l=1}^{1} \sum_{\substack{l=0}^{1} \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}}} F\left[\tau, \mathbf{X}_{\mu_{i}}, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{j}}, \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}}} \right] \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau -$$

$$= \sum_{\substack{l=0}^{1} \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}}} F\left[\tau, \mathbf{X}_{\mu_{i}}, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{j}}, \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}}} \right] \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau -$$

$$= \sum_{\substack{l=0}^{1} \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}_{\mu_{i}}}} F\left[\tau, \mathbf{X}_{\mu_{i}}, \lambda_{l}(t_{k}+0) = \lambda_{l_{j}}, \theta_{l}(t_{k}+0) = \theta_{l_{j}}} \right] \mathbf{\Phi}_{xx}(\tau, t_{k}) d\tau -$$

$$= \sum_{\substack{$$

где  $\mathbf{X}'_{\mu_i} = \mathbf{f}[\tau, \mathbf{X}^*(t_k), \mu_i(t_k)]$ , что обусловливает появление в выражениях (14), (15) матрицы перехода  $\mathbf{\Phi}_{xx}$ .

Для формирования  $\mathbf{X}_{\mu_{\ell}}^{*}(t_{k} | t_{k+1} - 0)$  условной квазиоптимальной оценки отсчета векторного непрерывного процесса согласно (14), (15) необходимо знать значения компонент вектора условных совместных апостериорных вероятностей отсчетов дискретных процессов  $\Lambda$  и  $\Theta$  к концу полуинтервала времени  $[t_{k}, t_{k+1})$ , вычисляемых согласно (9). Для вычисления последних в качестве начальных значений используются значения совместных апостериорных вероятностей дискретных процессов  $\Lambda$  и  $\Theta$  в момент вектора дискретных процессов  $\Lambda$  и  $\Theta$  в момент времени  $t_{k}$ .

Параметры условной апостериорной плотности вероятности непрерывного процесса  $p[t_{k+1}, \mathbf{X}(t_{k+1}), |\mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_{k+1}}, \boldsymbol{\mu}_i(t_{k+1})]$ , описываемой выражением (8), с учетом информации о векторе дополнительных наблюдений  $\mathbf{\Xi}_2(t_{k+1})$ , описываемом уравнениями (4), (5) в момент времени  $t_{k+1}$ , будут иметь следующий вид [7, 8, 11]:

$$\mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k+1}) = \mathbf{\Phi}_{xx}\mathbf{X}_{\mu_{u}}^{*}(t_{k}|t_{k+1}-0) + \\
+ \mathbf{\Psi}(t_{k+1},t_{k},\mu_{i})\mathbf{W}(t_{k}) + \mathbf{R}_{\mu_{u}}(t_{k+1}) \times \\
\times \Big[ \mathbf{\Xi}_{2}(t_{k+1}) - \mathbf{\Phi}_{uu}\mathbf{\Xi}_{2}(t_{k}) - \mathbf{\Phi}_{\Xi x}\mathbf{X}_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}|t_{k+1}-0) - \\
- \mathbf{H}(t_{k+1})\mathbf{\Psi}(t_{k+1},t_{k},\mu_{i})\mathbf{W}(t_{k}) \Big];$$
(16)

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020



**Рис. 1.** Структурная схема комплексного оптимального устройства приема и обработки сигналов СРНС: АЦП – аналого-цифровой преобразователь, К –классификатор, УН – устройство нормировки, УВО – устройство вычисления оценки, УО – устройство определения.

$$\mathbf{R}_{\mu_{i}}(t_{k+1}) = \left[\mathbf{\Phi}_{xx}\mathbf{K}_{\mu_{i}}(t_{k}|t_{k+1}-0)\mathbf{\Phi}_{\Xi x}^{T} + \mathbf{B}_{x\Xi}\right] \times \\ \times \left[\mathbf{B}_{\Xi\Xi} + \mathbf{\Phi}_{\Xi x}\mathbf{K}_{\mu_{i}}(t_{k}|t_{k+1}-0)\mathbf{\Phi}_{\Xi x}^{T}\right]^{-1};$$
(17)  
$$\mathbf{K}_{\mu_{i}}(t_{k+1}) = \left[\mathbf{\Phi}_{xx}\mathbf{K}_{\mu_{i}}(t_{k}|t_{k+1}-0)\mathbf{\Phi}_{xx}^{T} + \mathbf{B}_{xx}\right] - \\ - \mathbf{R}_{\mu_{i}}(t_{k+1}) \times$$
(18)  
$$\mathbf{K}_{\mu_{i}}(t_{\mu_{i}}|t_{\mu_{i}}) \times$$
(18)

$$\times \left[ \mathbf{B}_{x\Xi} + \mathbf{\Phi}_{xx}(t_k | t_{k+1} - 0) \mathbf{K}_{\mu_i}(t_k | t_{k+1} - 0) \mathbf{\Phi}_{\Xi x}^T \right]^T.$$

Входящие в (16)–(18) матрицы определяются моделями непрерывного процесса (3) и наблюдений (4), (5):

$$\Phi_{\Xi x} = \mathbf{H}(t_{k+1})\Phi_{xx} - \Phi_{uu}\mathbf{H}(t_k) + \Phi_{ux};$$
  

$$\mathbf{B}_{xx} = \Gamma_x\Gamma_x^T, \quad \mathbf{B}_{x\Xi} = \mathbf{B}_{xx}\mathbf{H}^T(t_{k+1});$$
  

$$\mathbf{B}_{\Xi\Xi} = \mathbf{H}(t_{k+1})\mathbf{B}_{xx}\mathbf{H}^T(t_{k+1}) + \Gamma_u\Gamma_u^T.$$

Для случая, когда значения векторного двухкомпонентного дискретного процесса независимы на соседних тактовых интервалах, вычисляется только вектор условных (по **X**) апостериорных вероятностей отсчетов  $\Omega(t_{k+1} - 0)$ , а в качестве квазиоптимальной оценки двухкомпонентного дискретного процесса выбирается значение

$$\Omega_{\mu_{i}}^{*}(t_{k}+0|t_{k+1}-0) = \Omega_{\mu_{i}}(t_{k}+0|t_{k+1}-0):$$

$$\max_{j} P[t_{k+1}-0,\Omega_{\mu_{j}}(t_{k}+0) = \Omega_{\mu_{j}j}]\Xi_{1}^{t_{k+1}},\Xi_{2}^{t_{k}}].$$
(19)

Вектор  $\mathbf{P}[t_{k+1} - 0, \ \Omega_{\mu_i}(t_k + 0) | \Xi_1^{t_{k+1}}, \Xi_2^{t_k}]$ , компоненты которого входят в (19), может быть вычислен по формуле (9) при  $\mathbf{X}(t_k) = \mathbf{X}^*(t_k)$ :

$$\mathbf{P}[t_{k+1} - 0, \mathbf{\Omega}_{\mu_i}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}] \cong$$
  
$$\cong \mathbf{P}\left[t_{k+1} - 0, \mathbf{\Omega}(t_k + 0) | \mathbf{\Xi}_1^{t_{k+1}}, \mathbf{\Xi}_2^{t_k}, \mathbf{X}^*(t_k), \mu_i(t_k)\right].$$
(20)

Следовательно, согласно (20) на практике при вычислении безусловных апостериорных вероятностей для (19) можно ограничиться вычислением только в точках текущей оценки непрерывного процесса  $\mathbf{X} = \mathbf{X}^*$ , что существенно упрощает схему соответствующего устройства оценивания, но требует вычисления оценки отсчета векторного непрерывного процесса в момент времени  $t_{k+1}$ .





Рис. 2. Канал обработки радиосигнала СРНС (КОРС СРНС): КП1 и КП2 – корреляционные приемники, БВВ – блоки вычисления вероятностей, БПВ – блок пересчета вероятностей, Д1 – многомерный дискриминатор первого канала, КОС – корректоры опорного сигнала, ГС – генератор сигналов, УФОС1 – устройство формирования опорного сигнала первого канала.

Структурная схема комплексного оптимального устройства приема и обработки сигналов СРНС, полученная в соответствии с выражениями (10), (11), (14), (16), (19), (20), представлена на рис. 1.

Вычисление *P*<sub>l</sub>[. | .]

Схема является многоканальной, число каналов определяется числом значений  $N_{\rm u}$  параметра достоверности µ. В составе каждого канала можно выделить четырехканальное устройство обработки радиосигналов СРНС и устройство обработки сигналов нерадиотехнических измерителей (НРТИ).

Информационно в составе каждого канала можно выделить: канал определения апостериорной вероятности  $P[\mu_i|\cdot]$  параметра достоверности, канал определения оценки  $\mathbf{X}^*_{\mu_i}(|)$  непрерывного процесса, канал определения условной апостериорной

вероятности  $P_l [\lambda_{l_i}(t_k + 0), \theta_{l_q}(t_k + 0) | \mathbf{X}(t_k), \mu_j(t_k)],$  $j = 1, N_{\mu}, l = 1, 4,$  двухкомпонентного дискретного процесса и устройство нормировки апостериорной вероятности параметра достоверности (УН  $P[\mu_i|\cdot])$ . Выбор оценки вектора состояния и выбор оценки двухкомпонентного дискретного процесса осуществляются соответственно в устройстве вычисления оценки (УВО  $X^*_{\mu_m}(|)$  по  $P[\mu_m]$ ) и в классификаторе (К) в зависимости от оценки параметра достоверности, получаемой в устройстве определения максимума апостериорной вероятности параметра достоверности (YOP  $[\mu_m | . ])$ .

Канал обработки радиосигнала СРНС (КОРС СРНС), представлен на рис. 2, канал содержит два корреляционных приемника КП1 и КП2, блоИВАНОВ и др.



**Рис. 3.** Зависимости времени идентификации параметра достоверности (количество шагов *N*) с вероятностью 0.85 (*1*), 0.9 (*2*), 0.96 (*3*); 0.99 (*4*) от количества каналов  $N_{\mu}$  (a) и от отношения сигнал/шум Q = 2...30 при разном количестве каналов  $N_{\mu} = 7$  (*1*), 9 (*2*), 11 (*3*), 21 (*4*) (6).

ки вычисления вероятностей (БВВ), блоки пересчета вероятностей (БПВ), многомерный дискриминатор Д<sub>1</sub>, перемножители и сумматоры.

Корреляционные приемники (КП) включают в себя перемножители принятого колебания и сигналов, вырабатываемых генераторами сигналов ГС1, ГС2 и корректорами опорного сигнала КОС1–КОС3, КОС7–КОС9 для экстраполированного значения непрерывного процесса  $\mathbf{X}'_{\mu_i} = \mathbf{f}[\tau, \mathbf{X}^*(t_k), \mu_i(t_k)]$ , а также интеграторы, сброс и запуск, которых осуществляется тактовыми импульсами в моменты времени  $t_k$ .

Многомерный дискриминатор содержит перемножитель принятого и опорного сигналов, вырабатываемого устройством формирования опорного сигнала (УФОС<sub>1</sub>), а также интеграторы и корректоры опорного сигнала КОС4–КОС6.

Разработана методика оценки качества решения задачи идентификации параметра достоверности. На ее основе произведен расчет точности и времени идентификации параметра достоверности. Показано, что наилучшая точность идентификации может быть получена, если число каналов обработки информации находится в пределах 3...101. На рис. За представлены зависимости времени идентификации параметра достоверности (количество шагов N) с вероятностью 0.85, 0.9, 0.96 и 0.99 для $N_{\mu} = 3...101$ , а на рис. 36 – от отношений сигнал/шум Q = 2...30 при разном количестве каналов  $N_{\mu} = 7, 9, 11$  и 21. Один шаг по оси ординат равен временному интервалу T = 0.02 с.

Время идентификации параметра достоверности возрастает с ростом числа каналов обработки информации и снижается с увеличением отношения сигнал/шум. Так, при увеличении числа каналов  $N_{\mu}$  с 40 до 80 время идентификации параметра достоверности с апостериорной вероятностью 0.85 увеличивается с 0.22 до 0.44 с. При увеличении отношения сигнал/шум Q с 10 до 20, время достижения вероятности 0.9 при количестве каналов  $N_{\mu} = 7$  уменьшается с 0.0712 до 0.0602 с.

Таким образом, для навигационных систем наземных подвижных объектов методами марковской теории оценивания случайных процессов синтезированы квазиоптимальные алгоритмы совместного обнаружения, идентификации и адаптивного оценивания, позволяющие помимо оценки состояния радионавигационного поля сигналов спутниковых радионавигационных систем и поля символов служебной информации, также решать задачу идентификации и адаптивного оценивания навигационных данных. На основе синтезированных алгоритмов разработана структурная схема навигационной системы.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-08-00312А).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Иванов А.В. Иванова Н.А. Навигация наземных объектов. Saarbrucken: LAP Lambert Acad. Publ., 2013.
- 2. Сурков В.О. // Молодой ученый. 2015. № 13. С. 211.
- 3. *Козорез Д.А., Кружков Д.М.* // Спецтехника и связь. 2012. № 3. С. 15.

- ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / Под ред. Перова А.И., Харисова В.Н. 3-е изд. М.: Радиотехника, 2005.
- 5. Иванов А.В. Негуляева А.П., Москвитин С.П. // Вестник ТГТУ. 2016. Т. 22. № 3. С. 358.
- 6. Громаков Ю.А., Северин А.В., Шевцов В.А. Технологии определения местоположения в GSM и UMTS. М.: Эко-Тренз, 2005.
- 7. *Ярлыков М.С., Миронов М.А.* Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
- 8. *Иванов А.В.* Обработка многомерных сигналов. Нелинейная многомерная обработка сигналов спутниковых радионавигационных систем в ком-

плексах самолетовождения. М.: Радиотехника, 2012.

- 9. *Тихонов В.И., Кульман Н.К.* Нелинейная фильтрация и квазикогерентный прием сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
- Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
- 11. *Ярлыков М.С.* Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
- 12. Иванов А.В., Сурков О.В. // Радиотехника. 2018. № 10. С. 81.
- 13. Тихонов В.И., Смирнов В.А. // РЭ. 1978. Т. 23. № 7. С. 1442.

# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.81;621.396.96

# ИМПУЛЬСНЫЕ ПОЛИФАЗНЫЕ СИГНАЛЫ С НУЛЕВОЙ ЗОНОЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИИ И АЛГОРИТМ ИХ СЖАТИЯ

© 2020 г. Р. Н. Ипанов\*

Национальный исследовательский университет "МЭИ", ул. Красноказарменная, 14, Москва, 111250 Российская Федерация \*E-mail: iproman@ya.ru Поступила в редакцию 13.02.2019 г.

После доработки 13.02.2019 г. Принята к публикации 10.03.2019 г.

Синтезирован полифазный (p-фазный, где p — простое число) радиолокационный сигнал, имеющий в окрестности центрального пика автокорреляционной функции область нулевых боковых лепестков. Показано, что данный сигнал представляет собой пачку из p когерентных фазокодоманипулированных импульсов, кодированных комплементарными последовательностями p-ичного D-кода. Для синтеза сигнала предложен способ формирования набора ансамблей p-ичного D-кода. Рассмотрены корреляционные характеристики синтезированного сигнала. Представлен алгоритм сжатия данного сигнала, включающий в свой состав совмещенный алгоритм быстрого преобразования Виленкина—Крестенсона и Фурье.

**DOI:** 10.31857/S0033849420060121

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для точного определения дальности и скорости совокупности малоразмерных космических объектов на околоземной орбите, разрешения отдельных элементов сложных космических объектов, а также малоразмерных объектов на земной поверхности, необходимо использовать широкополосные зондирующие сигналы, имеющие высокие разрешающие способности по наклонной дальности  $\Delta r = c/2F_c$  ( $F_c$  – ширина спектра сигнала) и радиальной скорости. Для получения высокого углового разрешения  $\Delta \theta$  элементов земной поверхности и расположенных на ней целей используют радиолокаторы, расположенные на быстро движущихся воздушно-космических носителях с прямым синтезом апертуры. Высокие разрешения по наклонной и поперечной  $\Delta r_{\perp} = r_0 \Delta \theta$ дальностям (r<sub>0</sub> – наклонная дальность до наблюдаемого элемента разрешения) позволяют получать двумерные дальностные портреты целей. Получение высокого углового разрешения малоразмерных космических объектов или элементов сложных космических объектов основано на эффекте инверсного (обратного) синтеза апертуры антенны [1-4]. При разрешающей способности по доплеровской частоте  $\Delta F_{\rm II} = 1/T_{\rm c}$  ( $T_{\rm c}$  – длительность зондирующего сигнала (время когерентного накопления)), обеспечивается угловая разрешающая способность  $\Delta \theta = (\lambda/2V \sin \theta_0) \Delta F_{\Pi}$ , где V- путевая скорость движения объекта,  $\theta_0 -$  угол

между вектором путевой скорости и линией визирования [2, 3]. Поперечное разрешение обеспечивается поворотом вектора скорости цели относительно линии визирования и реализуется обработкой последовательности комплексных отсчетов, приходящих от каждого разрешаемого по наклонной дальности элемента цели.

Из сказанного выше следует, что для обеспечения высоких разрешающих способностей по наклонной  $\Delta r$  и поперечной  $\Delta r_{\perp}$  дальностям необходимо использовать зондирующие сигналы с широким спектром и большой длительностью.

В литературе для этих целей используется пачка линейно-частотно-модулированных (ЛЧМ) импульсов с высокой частотой повторения их следования, а также "разомкнутые" частотно-манипулированные когерентные сигналы, представляющие собой пачку из  $M \ge 1$  прямоугольных радиоимпульсов длительностью  $T_{\mu}$  с шагом изменения частоты от импульса к импульсу  $1/T_{\mu}$  и скважностью q > 2 [1–3]. Однако, как известно, частотно-модулированные и манипулированные сигналы имеют скошенную функцию рассогласования, в результате чего появляется неоднозначность по дальности. Автокорреляционная функция (АКФ) пачки ЛЧМ-импульсов имеет пики неоднозначности.

Тема выбора зондирующего сигнала актуальна также в связи с проблемой разрешения перекрывающихся по времени эхо-сигналов, амплитуда которых меняется в значительном диапазоне, т.е. с проблемой обнаружения слабых эхо-сигналов, закрытых боковыми лепестками АКФ сильных сигналов. Для подавления боковых лепестков корреляционной функции эхо-сигналов применяют внутриимпульсное и межимпульсное взвешивание [5, 6]. Однако при этом происходит расширение основного лепестка АКФ и потеря его величины в отношении сигнал—шум.

Для решения названных задач можно использовать фазокодоманипулированные (ФКМ) сигналы, своболные от нелостатков частотно-молулированных и манипулированных сигналов. В работах [6–9] были рассмотрены радиолокационные ФКМ-сигналы, имеющие нулевую зону корреляции в области центрального пика апериодической АКФ (НЗ АКФ). Данные сигналы представляют собой периодическую последовательность из  $M \ge 1$  когерентных импульсов, кодированных (манипулированных по фазе) ансамблями комплементарных или ортогональных последовательностей. ФКМ-сигналы с НЗ АКФ решают проблему обнаружения слабых эхо-сигналов на фоне сильных. Однако относительная ширина НЗАКФ ФКМ-сигналов, рассмотренных в [6–9], много меньше единицы:

$$\varepsilon = Z/L = (q-1)/(q(M-1)+1) \ll 1,$$
 (1)

где Z – ширина H3 АК $\Phi$ ; L – длительность сигнала [10].

Кроме того, при формировании и обработке ФКМ-сигналов с большим количеством импульсов в пачке довольно сложно выдерживать их когерентность. Рассмотренные в [6—9] полифазные ФКМ-сигналы, например, сигналы Фрэнка или Р4, также имеют большой алфавит фаз, равный числу дискрет в импульсе.

В последнее время особое внимание уделяется тому, чтобы снизить возможности обнаружения радиолокационных станций (РЛС) средствами радиотехнической разведки и самонаводящимися противорадиолокационными ракетами [11-13]. В РЛС с малой вероятностью обнаружения излучения предусмотрены следующие специальные меры для повышения скрытности их работы: низкая спектральная плотность излучения, изменение параметров зондирующих сигналов по случайному закону, работа в широкой полосе частот, управление мощностью излучения. Применяемые широкополосные зондирующие сигналы – ЛЧМ-сигналы или бифазные ФКМ-сигналы – не обеспечивают скрытности работы РЛС. Так, ЛЧМ-сигналы могут быть легко распознаны средствами разведки по скорости изменения фазы; бифазные ФКМ-сигналы – с помощью схем квадратурного детектирования. В значительной степени скрытность излучения можно повысить при использовании полифазных ФКМ-сигналов [13]. Полифазные импульсные сигналы могут формироваться широким набором *p*-ичных кодов, отличаются малой спектральной плотностью и низким уровнем боковых лепестков АКФ.

Цель данной работы – синтезировать полифазный (р-фазный, где р-простое число) радиолокационный сигнал, имеющий НЗ АКФ, для решения залач высокого разрешения совокупности малоразмерных космических объектов на околоземной орбите, отдельных элементов сложных космических объектов, а также малоразмерных объектов на земной поверхности. Данный сигнал представляет собой пачку из р когерентных ФКМ-импульсов, кодированных комплементарными последовательностями *р*-ичного *D*-кода. Он имеет малое количество импульсов *р* в пачке, небольшой алфавит фаз, равный *p*, а способ формирования кода позволяет для его сжатия в согласованном фильтре использовать алгоритм быстрого преобразования.

## 2. СИНТЕЗ *р*-ИЧНОГО *D*-КОДА И ПОЛИФАЗНОГО КОГЕРЕНТНОГО ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО СИГНАЛА

Последовательности  $\{d_n^1\}, \{d_n^2\}, ..., \{d_n^i\}, ..., \{d_n^p\}, n = 1, 2, ..., N, длиной <math>N = p^k$  ( $k \ge 2$  – целое число) называются комплементарными [8, 14–16], если

$$r_{m}^{1} + r_{m}^{2} + \dots + r_{m}^{i} + \dots + r_{m}^{p} = \begin{cases} pN; \ m = 0, \\ 0; \ m = \pm 1, \dots, \pm (N-1), \end{cases}$$
(2)

где  $r_m^i = r_m^{i,i} = \sum_{n=m+1}^N d_n^i d_{n-m}^{*i}$  — апериодическая АКФ последовательности  $\{d_n^i\}$ , \* — операция комплексного сопряжения.

Удовлетворяющие (2) N/p наборов комплементарных (дополнительных) последовательностей длиной N образуют матрицу p-фазных дополнительных последовательностей (МДП) размером  $N \times N$ , которая называется ансамблем p-фазных комплементарных последовательностей Голея [8, 14, 15], или p-ичным D-кодом [16] (введем обобщенное понятие ансамбля последовательностей Голея и D-кода для p > 2 [17]).

Пусть  $\tilde{\mathbf{D}}_{N} = \|\tilde{d}_{i,n}\|_{1}^{N}$  – матрица *p*-ичных *D*-кодов,  $\tilde{d}_{i,n} = 0, 1, ..., p - 1; N = p^{k}$ . Тогда МДП порядка *k* (размером  $N \times N$ ) будет иметь вид

$$\mathbf{D}_{N} = \left\| d_{i,n} \right\|_{1}^{N}, \ d_{i,n} = \exp\left\{ j \frac{2\pi}{p} \tilde{d}_{i,n} \right\}.$$
(3)

Назовем последовательности  $\mathbf{D}_{1,N}^{i} = \|d_{i,n}\|_{n=1}^{N}$  и  $\mathbf{D}_{1,N}^{j} = \|d_{j,n}\|_{n=1}^{N}$  р-парными, если

где *i*, *j* — номера последовательностей в *D*-коде или номера строк МДП;  $(a)_p$  — число *a* в *p*-ичном виде;  $\oplus$  — операции сложения по модулю *p*;  $\Delta = p^{k-1}$ ; *p*-парные последовательности являются комплементарными, т.е. для них выполняется (2).

Пусть  $\mathbf{D}_N - MД\Pi$  (3), а  $\mathbf{H}_N = \|h_{i,n}\|_1^N$  — матрица системы функций Виленкина—Крестенсона— Кронекера (ВКК) [18]. Известно, что система функций ВКК является мультипликативной абелевой группой [18, 19]. Так как множество, состоящее из строк МДП, является смежным классом по подгруппе, элементами которой являются строки матрицы ВКК, а первая строка МДП — лидером смежного класса, то можно записать:

$$\mathbf{D}_N = \mathbf{H}_N \mathbf{d}_N,\tag{5}$$

где  $\mathbf{d}_N = \text{diag}\{d_{1,1}, d_{1,2}, \dots, d_{1,N}\} -$ диагональная матрица с элементами из первой строки  $\mathbf{D}_N$ .

При p = 2 матрица ВКК преобразуется в матрицу Адамара [20].

Из (5) следует, что для построения МДП  $\mathbf{D}_N$  необходимо сформировать ее первую строку  $\mathbf{D}_{1,N}^1$ .

Элементы первой строки МДП определяются следующим образом [21]:

$$d_{1,y+1} = \exp\left\{j\frac{2\pi}{p}\sum_{i=1}^{k-1}y_{i+1}y_{l_i}\right\}$$
(6)

где y + 1 = n — номер столбца МДП;  $(y)_p = (y_k \ y_{k-1} \ \dots \ y_i \ \dots \ y_1)$  — номер столбца МДП в *p*ичном виде;  $y_i = 0, 1, \dots, p - 1; \ y = 0, 1, \dots, p^k - 1;$  $l_i = 1, 2, \dots, i; i = 1, 2, \dots, k - 1; \ l_{k-1} \neq l_{k-2} \neq \dots \neq l_2.$  Сложение в выражении (6) выполняется по модулю *p*. Данный способ позволяет сформировать  $\gamma = 2^{k-2}$  ансамблей *D*-кода порядка *k*.

Следует отметить, что данный способ формирования *D*-кода рассмотрен нами ранее в [20] при p = 2, а в [21] рассмотрен пример формирования *D*-кода при p = 3 и k = 3.

Последовательности  $\mathbf{D}_{1,N}^{i} = \|d_{i,n}\|_{n=1}^{N}$  и  $\mathbf{D}_{1,N}^{j} = \|d_{j,n}\|_{n=1}^{N}$  называются смежными, если  $(i-1)_{n} \oplus (j-1)_{n} = (\delta)_{n}, \quad i, j = 1, 2, ..., N,$  (7)

где i, j – номера последовательностей в *D*-коде или номера строк МДП;  $\delta = p^{l_{k-1}-1}$ ;  $l_{k-1} = 1, 2, ..., k - 1$ из (6).

Смежные последовательности также являются комплементарными, и для них справедливо соотношение (2).

Назовем полифазным когерентным дополнительным сигналом (КДС) пачку из *р* ФКМ-импульсов, кодированных *р*-парными или смежными последовательностями *D*-кода [17].

Аналитическое выражение комплексной огибающей (КО) КДС имеет вид

$$\dot{S}(t) = \sum_{i=1}^{p} \sum_{n=1}^{N} S_0 \left( t - \left( n + (i-1)Nq - 1 \right) T_0 \right) d_{i,n}, \quad (8)$$

где

$$S_0(t - (n-1)T_0) = \begin{cases} 1, & (n-1)T_0 \le t \le nT_0 \\ 0, & \text{при других } t \end{cases}$$

- огибающая *n*-го дискрета КДС;  $T_0$  – длительность дискрета;  $q \ge 2$  - скважность;  $\|d_{i,n}\|_1^N = \mathbf{D}_{1,N}^i$  – элементы *i*-й *p*-парной последовательности.

Комплексная огибающая КДС в векторной форме будет иметь следующий вид:

$$\mathbf{S}_{1,N((p-1)q+1)} = \left( \mathbf{D}_{1,N}^{1} \ \mathbf{0}_{1,N(q-1)} \ \mathbf{D}_{1,N}^{2} \ \mathbf{0}_{1,N(q-1)} \ \dots \ \mathbf{D}_{1,N}^{i} \ \mathbf{0}_{1,N(q-1)} \ \dots \ \mathbf{D}_{1,N}^{p} \right), \tag{9}$$

при

где  $\mathbf{0}_{1,N(q-1)} = (0_1 \ 0_2 \ \dots \ 0_n \ \dots \ 0_{N(q-1)})$  – нулевой вектор-строка длиной N(q-1).

# 3. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛИФАЗНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Анализ корреляционных характеристик КДС проведен в [17, 20].

Апериодическая взаимокорреляционная функция (ВКФ) последовательностей  $\{d_n^i\}$  и  $\{d_n^j\}$  определяется по формуле

$$r_m^{i,j} = \sum_{n=m+1}^{N} d_n^i d_{n-m}^{*j}$$

$$i \neq j; \quad m = 0, \pm 1, \dots, \pm (N-1),$$
(10)

где  $r_m^{i,j} = 0$  при m = 0, так как комплементарные последовательности, построенные по (5),(6), яв-ляются ортогональными.

В векторном виде АКФ полифазного КДС будет иметь вид [17]

$$\mathbf{R}_{1,2N((p-1)q+1)-1}^{s} = \left(\sum_{i=1}^{p-(p-1)} \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i+p-1,i} \dots \right)$$

$$\dots \sum_{i=1}^{p} \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i} \mathbf{0}_{1,N(q-2)} \quad 0 \quad \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i,i+1} \quad \mathbf{0}_{1,N(q-2)} \quad 0 \quad \sum_{i=1}^{p-2} \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i,i+2} \dots$$

$$\dots \quad \sum_{i=1}^{p-j} \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i,i+j} \quad \mathbf{0}_{1,N(q-2)} \quad 0 \quad \dots \quad \sum_{i=1}^{p-(p-1)} \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i,i+p-1} \right),$$
(11)

где  $\mathbf{0}_{1,N(q-2)} = (0_1 \ 0_2 \ \dots \ 0_n \ \dots \ 0_{N(q-2)})$  — нулевой вектор-строка длиной N(q-2);

$$\mathbf{R}_{1,2N-1}^{i,j} = \\ = \left( r_{-N+1}^{i,j} \ r_{-N+2}^{i,j} \ \dots \ r_{-1}^{i,j} \ r_{0}^{i,j} \ r_{1}^{i,j} \ \dots \ r_{m}^{i,j} \ \dots \ r_{N-2}^{i,j} \ r_{N-1}^{i,j} \right).$$

При i = j получим  $\mathbf{R}_{1,2N-1}^{i,j} = \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i}$ , и согласно (2):

$$\sum_{i=1}^{p} \mathbf{R}_{1,2N-1}^{i} = (\mathbf{0}_{-N+1} \ \mathbf{0}_{-N+2} \ \dots \ pN \ \dots \ \mathbf{0}_{N-2} \ \mathbf{0}_{N-1}), (12)$$

а при  $i \neq j$  получим  $r_0^{i,j} = 0$ .

Из (11) и (12) следует, что ширина НЗ АКФ (с двух сторон от центрального пика АКФ) полифазного КДС равна

$$2Z = 1 + N(q - 2) + 2N - 1 - 1 + + N(q - 2) + 1 = 2N(q - 1),$$

и с учетом длительности дискрета  $T_0$  получаем

$$Z = NT_0(q - 1).$$
(13)

Относительная ширина H3 АКФ определяется по формуле

$$\varepsilon = Z/LT_0 = (q-1)/((p-1)q+1), \quad (14)$$

где L = N((p-1)q+1) – число дискрет в КДС.

Из (14) следует, что

$$1/(2p-1) \le \varepsilon < 1/(p-1),$$
 (15)

и при p = 2 имеем  $1/3 \le \varepsilon < 1$  [20].

В (1)  $M \ge N = p^k$  ( $k \ge 2$  – целое число), поэтому для сигналов, рассмотренных в [6–9],  $\varepsilon \ll 1$ .

Полифазный КДС можно рассматривать как сигнал, сформированный последовательностью из ансамбля последовательностей с НЗ АКФ [10, 20] с параметрами:

где  $J = \gamma N/p$  — число последовательностей в ансамбле.

Набор последовательностей, формирующих *р* КДС и образованных из смежных наборов *р*-парных последовательностей *D*-кода, можно рас-

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

сматривать как ансамбль последовательностей с нулевой зоной корреляции [20] с параметрами

ZCZ(p,L,Z).

На рис. 1–3 изображены соответственно часть двумерной функции неопределенности  $|R(\tau, F)|$  трехфазного КДС с числом дискрет в импульсе N = 27 и скважностью q = 3, ее сечение плоскостью F = 0, т.е. АКФ КО КДС при полном согласовании фильтра с эхо-сигналом по частоте, а также сечение плоскостью  $\tau = 0$  (амплитудно-частотный спектр квадрата КО КДС).

Ширина H3 АКФ КДС с данными параметрами в относительных единицах равна  $Z/T_0 = 54$ . Из рис. 1 видно, что в районе центрального пика функция неопределенности имеет ярко выраженную прямоугольную область нулевой корреляции вдоль всей оси частот *F* при  $N - 1 < |\tau/T_0| \le N (q - 1)$ , что обусловлено наличием вектора  $\mathbf{0}_{1,N(q-2)}$  в (11). Размер этой области не зависит от закона манипуляции и рассогласования по частоте, а только от скважности *q*. Область нулевой корреляции при  $0 < |\tau/T_0| \le N - 1$  вблизи от центрального пика АКФ, обусловленная свойством комплементарных последовательностей (2), наблюдается только при полном согласовании фильтра с эхо-сигналом по частоте.

Сечение функции неопределенности КДС плоскостью  $\tau = 0$  (см. рис. 3) имеет огибающую вида  $|\sin x/x|$  с шириной основного лепестка по нулевому уровню  $2/(NT_0)$  и внутреннюю гребен-



Рис. 1. Функция неопределенности трехфазного КДС.

ИПАНОВ



**Рис. 2.** Автокорреляционная функция трехфазного КДС.



**Рис. 3.** Сечение функции неопределенности трехфазного КДС плоскостью  $\tau = 0$ .



Рис. 4. Структурная схема одноканального устройства сжатия КДС.

чатую структуру. Гребни спектра отстоят друг от друга по *F* на величину  $1/(qNT_0)$ . Ширина гребней по нулевому уровню составляет  $2/(pqNT_0)$ , а общее число гребней в пределах основного лепестка огибающей амплитудно-частотного спектра квадрата КО КДС равно 2q - 1. Между гребнями имеют место боковые лепестки шириной  $1/(pqNT_0)$  по нулевому уровню, общее число которых равно p - 2.

Нулевая зона АКФ существует только при полном согласовании фильтра с эхо-сигналом по частоте Доплера [17]. При рассогласовании  $\Delta F$  по частоте в НЗ АКФ вблизи основного пика АКФ появляются боковые лепестки, максимальный из которых сравнивается по уровню с максимальным боковым лепестком вне НЗ АКФ при  $\Delta F = 0.5/pqNT_0$ .

Когерентный дополнительный сигнал предполагается использовать при сопровождении радиолокационных целей в режимах разрешения для точного измерения (уточнения) частоты Доплера, когда по предварительному целеуказанию грубая ее оценка уже известна. При этом устройство сжатия КДС должно быть многоканальным по частоте Доплера с необходимой шириной каналов.

## 4. УСТРОЙСТВО СЖАТИЯ ПОЛИФАЗНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ

Для сжатия когерентной последовательности импульсов обычно используется корреляционнофильтровая обработка, при которой сначала убирается модуляция отраженного сигнала, а затем с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ) определяется частота Доплера [6, 8].

Структурная схема устройства сжатия полифазного КДС изображена на рис. 4 и представляет собой эквивалентную структурную схему согласованного фильтра полифазного КДС при известной частоте Доплера или эквивалентную структурную схему согласованного фильтра в одном частотном канале.

Устройство сжатия состоит из входного регистра на N ячеек памяти, процессора дискретного Д-преобразования с N входами и N выходами, блока коммутации **(БК)**, p-1 одинаковых регистров сдвига на qN ячеек памяти и p-1 одинаковых сумматоров комплексных чисел, где q — скважность,

 $N = p^k -$ длина *D*-кода.

При p = 2 получим устройство сжатия двухфазного (бинарного) КДС.

Основным элементом данного устройства является процессор дискретного Д-преобразования



Рис. 5. Структурная схема одноканального устройства сжатия КДС с БП ВК.

(процессор ДПД), алгоритм работы которого описывается следующим математическим выражением:

$$\mathbf{G}_{N,1} = \mathbf{D}_N \mathbf{S}_{1,N}^T, \tag{16}$$

где  $S_{1,N}$  — вектор отсчетов входного сигнала дискретного Д-преобразования; T — операция транспонирования вектора.

Подставляя (5) в (16), получим

$$\mathbf{G}_{N,1} = \mathbf{H}_N \mathbf{d}_N \mathbf{S}_{1,N}^T.$$
(17)

Известно, что матрицу ВКК можно факторизовать методом Гуда [18, 22], т.е. дискретное Д-преобразование (17) может быть сведено к БПФ в базисе системы функций ВКК (быстрое преобразование Виленкина-Крестенсона, БП ВК), имеющему вид

где  $\otimes$  — операция кронекеровского произведения;  $\mathbf{1}_p$  — единичная матрица размером  $p \times p$ ;  $\mathbf{E}_p$  — матрица дискретных экспоненциальных функций (ДЭФ) размером  $p \times p$ .

Из выражения (18) следует, что процессор ДПД в схеме на рис. 4 может быть заменен на процессор БП ВК с добавлением весовых коэффициентов (матрица  $\mathbf{d}_N$  в выражении) на входе процессора, являющихся элементами первой строки МДП  $\mathbf{D}_N$ . Тогда структурная схема устройства сжатия полифазного КДС будет иметь вид, изображенный на рис. 5.

Блок коммутации осуществляет соединение p из N его входов с p выходами согласно выраже-

нию (4) или (7), т.е. в соответствии с номерами строк, в которых располагаются p-парные или смежные D-коды.

При p = 2 алгоритм сжатия полифазных КДС, изображенный в виде структурной схемы на рис. 5, преобразуется в алгоритм сжатия бинарных КДС, а процессор БП ВК — в процессор быстрого преобразования Уолша.

В [23] описано многоканальное устройство сжатия КДС, которое позволяет одновременно убирать манипуляцию полифазных импульсных сигналов, кодированных комплементарными последовательностями, и определять частоту Доплера в ограниченном доплеровском диапазоне частот по предварительному целеуказанию. В состав данного устройства входит процессор быстрого Д-преобразования Фурье (БПД $\Phi_K$ , K – число используемых частотных каналов), в котором применяется совмещение алгоритмов БПФ в базисах-матрицах дополнительных последовательностей и ДЭФ путем поэлементного перемножения каждой строки МДП размером  $N \times N$  на каждую из K строк матрицы ДЭФ размером  $N \times N$ . Матрица МДП здесь является матрицей импульсных характеристик импульсов КДС. Полученная при этом блочная матрица размером  $NK \times N$  представляет собой набор матриц импульсных характеристик на К различных частотах, т.е. строки матрицы ДЭФ играют роль частотных каналов. В алгоритме БПДФ<sub>к</sub> факторизуется сама матрица МДП.

Описанное в [23] многоканальное устройство сжатия КДС можно построить на основе БП ВК, используя выражение (5). Структурная схема такого устройства представлена на рис. 6. Управляемый гетеродин приемного устройства РЛС по грубой оценке частоты Доплера  $\hat{F}_{\rm Д}$ , полученной в режиме обнаружения целей, перестраивает свою частоту так, чтобы значение  $\hat{F}_{\rm Д}$  попало в частотный диапазон, перекрытый частотными каналами устройства сжатия КДС. Для сжатия КДС в состав устройства введем процессор быстрого преобразования Виленкина–Крестенсона–Фурье

#### ИПАНОВ



Рис. 6. Структурная схема многоканального устройства сжатия КДС с БП ВКФ<sub>К</sub>.

(БП ВК $\Phi_{K}$ , *K* — число используемых частотных каналов), в котором применяется совмещение алгоритмов БПФ в базисах системы функций ВКК и ДЭФ путем поэлементного перемножения каждой строки матрицы ВКК размером  $N \times L$ , L = N((p-1)q+1) (строки матрицы удлинены повторением каждого элемента или дополнением нулями), на каждую из *K* строк матрицы ДЭФ размером  $L \times L$ .

Комплексную огибающую отраженного от цели сигнала можно записать в виде

$$\dot{S}(t,\hat{F}_{\mathrm{II}}) = \dot{S}(t)\exp\left(-j2\pi\hat{F}_{\mathrm{II}}t\right),\,$$

где  $\dot{S}(t)$  – КО КДС (8). На входной регистр сдвига устройства сжатия сигнал подается с выходов аналого-цифрового преобразователя в квадратурных каналах. Переходя от аналоговых величин к дискретным, т.е. при  $t \to t_n = (n-1)T_0$ ,  $\hat{F}_{\perp} \to \hat{F}_{\perp_k} = (k-1)\Delta F$ ,  $\Delta F = 1/LT_0$  – рассогласование между частотными каналами, n = 1, 2, ..., L, k = 1, 2, ..., K, получим КО эхо-сигнала в дискретном виде:

$$\dot{S}(n,k) = \dot{S}(n) \exp\left(-j\frac{2\pi}{L}(n-1)(k-1)\right).$$

Следовательно, матрица ДЭФ должна иметь размер  $L \times L$ .

Так как МДП имеет N столбцов, а число столбцов матриц МДП и ДЭФ должно быть равно, то строки матрицы МДП и импульсы КДС необходимо удлинить, например, за счет повторения каждого отсчета L/N = (p-1)q + 1 раз или дополнением нулями. Тогда дискретное Д-преобразование Фурье  $(Д\Pi Д \Phi_K)$  будет иметь вид

$$\mathbf{G}_{KN,1} = \mathbf{D}'_{N,L} \left( \mathbf{E}_{1_L} \ \mathbf{E}_{2_L} \ \dots \ \mathbf{E}_{k_L} \ \dots \ \mathbf{E}_{K_L} \right)^T \mathbf{S}_{1,L}^{T} =$$

$$= \mathbf{D}'_{N,L} \mathbf{E}_{KL,L} \mathbf{S}_{1,L}^{T},$$
(19)

где  $\mathbf{S}'_{1,L}$  – вектор отсчетов удлиненного входного сигнала;

$$\mathbf{E}_{k_{L}} =$$

$$= \operatorname{diag} \left\{ \boldsymbol{W}^{0(k-1)} \ \boldsymbol{W}^{1(k-1)} \ \dots \ \boldsymbol{W}^{(n-1)(k-1)} \ \dots \ \boldsymbol{W}^{(L-1)(k-1)} \right\},$$

 $W = \exp(-j 2\pi/L)$ , — диагональная матрица с элементами из *k*-й строки матрицы ДЭФ, входящая в состав блочной матрицы  $\mathbf{E}_{KL,L}$ ;  $\mathbf{D}'_{N,L}$  — МДП с удлиненными строками.

Учитывая (5), из (19) получим дискретное преобразование Виленкина-Крестенсона-Фурье (ДП ВК $\Phi_{K}$ ):

$$\mathbf{G}_{KN,l} = \mathbf{H}_{N,L}^{'} \mathbf{d}_{L}^{'} \mathbf{E}_{KL,L} \mathbf{S}_{l,L}^{'T} = \mathbf{H}_{N,L}^{'} \mathbf{E}_{KL,L} \mathbf{d}_{L}^{'} \mathbf{S}_{l,L}^{'T}, \quad (20)$$

где  $\mathbf{H}'_{N,L}$  — матрица ВКК с удлиненными строками;  $\mathbf{d}'_L = \text{diag} \{ \mathbf{D}_{1,L}^{'1} \}$  — диагональная матрица с элементами из первой строки матрицы  $\mathbf{D}'_{N,L}$ .

Из [18] известно, что повторение столбцов матрицы ВКК размером  $N \times N$  ( $N = p^k$ )  $p^l$  раз эквивалентно прореживанию строк матрицы ВКК размером  $L \times L$  ( $L = p^{k+l}$ ) до прямоугольной матрицы размером  $N \times L$ . То есть в (20) матрицу  $\mathbf{H}'_{N,L}$  можно заменить на матрицу ВКК размером

 $L \times L$ , факторизовать ее, а необходимые значения спектра сигнала брать с известных нам прореженных номеров строк.

Таким образом, из (20) получим выражение для БП ВКФ<sub>*k*</sub>:

$$\mathbf{G}_{KL,1} = \mathbf{H}_{L} \mathbf{E}_{KL,L} \mathbf{d}'_{L} \mathbf{S}'^{T}_{1,L} =$$
  
=  $\mathbf{C}_{k+l_{L}} \mathbf{C}_{k+l-l_{L}} ... \mathbf{C}_{j_{L}} ... \mathbf{C}_{l_{L}} \mathbf{E}_{KL,L} \mathbf{d}'_{L} \mathbf{S}'^{T}_{1,L},$  (21)

где  $\mathbf{C}_{j_L}$  — слабозаполненная матрица из алгоритма факторизации Гуда (18), j = 1, 2, ..., k + l.

При p = 2 БП ВК $\Phi_K$  преобразуется в быстрое преобразование Уолша—Фурье (БП У $\Phi_K$ ) и L = N (q + 1) [10]. Для достижения максимальной эффективности БПФ размер матрицы ДЭФ должен быть равен степени двойки. Для этого введем величину  $l = \lceil \log_2 (q + 1) \rceil$ , где  $\lceil x \rceil$  – операция округления числа *x* к большему. Тогда  $L = 2^l N = 2^{k+l}$ .

Прямоугольная матрица в (20)

$$\mathbf{H}'_{N,L} = \left\| h_{i,\lfloor (m-1)/2^{t} \rfloor + 1} \right\|_{i=1,m=1}^{N,L}$$

получена из матрицы Адамара  $\mathbf{H}_{L}$  размером  $L \times L$ в (21) путем прореживания ее строк, где  $\|h_{i,n}\|_{l}^{N} = \mathbf{H}_{N}$  – матрица Адамара размером  $N \times N$ , |x| – операция выделения целой части числа x.

Диагональная матрица в (20) и (21) имеет вид

$$\mathbf{d}'_{L} = \operatorname{diag} \left\{ d_{1,1} \ d_{1,1} \ \dots \ d_{1,\lfloor (m-1)/2^{l} \rfloor + 1} \ \dots \ d_{1,N} \ d_{1,N} \right\},\$$
$$m = 1, 2, \dots, L,$$

где  $\|d_{1,n}\|_{1}^{N} = \mathbf{D}_{1,N}^{1}$ . Процессор БП У $\Phi_{K}$  имеет *NK* выходов (прореженные строки). Первые *N* выходов представляют собой результат перемножения матрицы импульсных характеристик, т.е. МДП, на отсчеты входного сигнала процессора в первом частотном канале, вторые N выходов – во втором частотном канале, и т.д., последние N выходов – в К-м частотном канале. Блок коммутации в каждом частотном канале осуществляет соединение двух из N его входов с двумя выходами в соответствии с номерами строк. в которых располагаются парные или смежные последовательности *D*-кода. В сумматоре каждого канала выполняется сложение отсчетов АКФ импульсов КДС за счет задержки отсчетов одной из АКФ в регистре сдвига на период следования импульсов qL. По номеру порогового устройства (ПУ) (см. рис. 6) в котором превышен порог, определяется доплеровский сдвиг частоты:

$$\hat{F}_{\Pi_k} = (k-1)\Delta F,$$

где k = 1, 2, ..., K — номер ПУ.

быстрого преобразования.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

вания полифазного радиолокационного сигнала

с НЗ АКФ, при этом данный сигнал представляет

собой пачку из *р* ФКМ-импульсов, кодированных *р*-ичными комплементарными последовательностями и называется когерентным дополнительным сигналом. НЗ АКФ имеет место только при полном согласовании фильтра с эхо-сигналом по частоте Доплера. При рассогласовании по частоте

уменьшается уровень основного пика АКФ и в

НЗ АКФ появляются боковые лепестки. Рассмотрено многоканальное устройство сжатия

данного сигнала. Показано, что способ форми-

рования *D*-кода позволяет для сжатия сигнала в

согласованном фильтре использовать алгоритмы

В данной работе предложен способ формиро-

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства культуры, образования, науки и спорта Монголии в рамках научного проекта № 19-57-44001.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Соколов А.В., Лазуткин Б.А. Григорьев В.А. и др. Обнаружение и распознавание объектов радиолокации. М.: Радиотехника, 2006.
- 2. Ширман Я.Д., Горшков С.А., Лещенко С.П., Орленко В.М. // Зарубеж. радиоэлектрон. 1996. № 11. С. 3.
- 3. *Wehner D.R.* High Resolu*t*ion Radar. Norwood: Artech House, 1987.
- 4. *Wu H., Delisle G.Y.* // IEEE Trans. 1996. V. AES-32. № 1. P. 243.
- 5. *Akbaripour A., Bastani M.H.* // IEEE Trans. 2012. V. AES-48. № 1. P. 348.
- 6. *Mozeson E., Levanon N.* // IEEE Trans. 2003. V. AES-39. № 2. P. 583.
- 7. *Sivaswamy R.* // IEEE Trans. 1978. V. AES-14. № 2. P. 343.
- 8. *Levanon N., Mozeson E.* Radar Signals. Hoboken: John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- Chebanov D., Lu G. // Proc. 2010 IEEE Radar Conf. Washington. 10–14 May 2010. N.Y.: IEEE, 2010. P. 1428.
- Ipanov R.N., Baskakov A.I., Olyunin N., Ka M.-H. // IEEE Signal Processing Lett. 2018. V. 25. № 10. P. 1560.
- Wang H., Diao M., Gao L. // Proc. 2018 10th Int. Conf. on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP). Hangzhou. 18–20 Oct. 2018. N.Y.: IEEE, 2018. P. 1.
- Zhang M., Liu L., Diao M. // Sensors. 2016. V. 16. № 10. P. 1682.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

- Carlson E.J. // Proc. 1988 IEEE National Radar Conf. Ann Arbor. 20–21 Apr. 1988. N.Y.: IEEE, 1988. P. 56.
- 14. Golay M.J.E. // IRE Trans. 1961. V. IT-7. № 2. P. 82.
- 15. Варакин Л.Е. Теория сложных сигналов. М.: Сов. радио, 1970.
- Велти Дж. Р. // Зарубеж. радиоэлектрон. 1961. № 4. С. 3.
- 17. *Ипанов Р.Н.* // Журн. радиоэлектроники. 2017. № 1. http://jre.cplire.ru/jre/jan17/14/text.pdf.
- Трахтман А.М., Трахтман В.А. Основы теории дискретных сигналов на конечных интервалах. М.: Сов. радио, 1975.
- 19. Варакин Л.Е. Теория систем сигналов. М.: Сов. радио, 1978.

- 20. Ипанов Р.Н. // РЭ. 2018. Т. 63. № 8. С. 823.
- Ипанов Р.Н. Способ формирования множества ансамблей *р*-ичных *D*-кодов. Пат. РФ № 2670773 // Официальный бюлл. "Изобретения и полезные модели". 2018. № 30.
- Zhou M., Shi X., Liu Z. // Proc. 2015 3rd Int. Conf. on Robot, Vision and Signal Processing (RVSP). Kaohsiung. 18–20 Nov. 2015. N.Y.: IEEE, 2016. P. 212.
- Ипанов Р.Н. Устройство цифровой обработки полифазных дополнительных фазокодоманипулированных сигналов. Пат. РФ № 2647632 // Официальный бюлл. "Изобретения и полезные модели". 2018. № 8.

# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.01

# ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ИТЕРАТИВНОГО ПРИЕМА КОДОВ-ПРОИЗВЕДЕНИЙ НА ОСНОВЕ НИЗКОПЛОТНОСТНЫХ КОДОВ КОНЕЧНЫХ ГЕОМЕТРИЙ

© 2020 г. Л. Е. Назаров\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация \*E-mail: levnaz2018@mail.ru Поступила в редакцию 09.09.2019 г.

После доработки 23.12.2019 г. Принята к публикации 25.12.2019 г.

Приведены результаты исследований алгоритмов итеративного посимвольного приема кодов-произведений (блоковых турбокодов), формируемых с использованием составляющих низкоплотностных кодов на основе конечных геометрий (Евклидова геометрия, проективная геометрия). Даны результаты моделирования и сравнительного анализа данных алгоритмов итеративного приема для ряда рассматриваемых кодов-произведений при наличии канальной помехи в виде аддитивного белого гауссовского шума.

**DOI:** 10.31857/S0033849420060212

## введение

Коды, корректирующие ошибки, используются для повышения помехоустойчивости передачи информации по проводным и беспроводным каналам [1, 2]. Кодовые конструкции под названием коды-произведения (блоковые турбокоды [3]) рассматриваются как одни из наиболее эффективных относительно вероятностных характеристик [3, 4]. Эти коды входят в ряд принятых стандартов, например, для спутниковых систем связи (IESS-15, IESS-315), для широкополосного доступа IEEE 802.16 [5].

Коды-произведения формируются на основе последовательного объединения составляющих блоковых кодов [1–3]. Для сигнальных конструкций, соответствующих этим кодам, разработаны алгоритмы приема, реализующие принцип декодирования для турбокодов (далее - турбодекодирование) [3, 6-8]. Суть данных алгоритмов заключается в итеративном выполнении этапов обработки входных реализаций для составляющих кодов. Это приводит к существенному упрощению процелур приема по сравнению с процедурами оптимального приема. Анализ и моделирование этих алгоритмов приема показал их эффективность по сравнению с известными схемами помехоустойчивого кодирования, включая сверточные коды. При увеличении информационных объемов кодов-произведений и применении алгоритмов итеративного приема достигаются вероятностные характеристики при приеме, близкие к предельным теоретическим характеристикам [2, 4, 8].

Сложность разработанных алгоритмов итеративного приема кодов-произведений определяется сложностью алгоритмов приема составляющих блоковых кодов. Класс составляющих кодов, удовлетворяющих условию низкой сложности алгоритмов приема, ограничен — используются блоковые коды Хэмминга, коды с обобщенной проверкой на четность [3, 4, 8].

Открытой является проблема расширения класса кодов-произведений с вариацией параметров, определяющих перспективность их использования в приложениях. Для решения этой задачи в работах [9, 10] рассмотрен подход формирования ряда производных кодов-произведений на основе порождающего кода-произведения путем укорочения информационных объемов, длин кодовых слов и вариации кодовых скоростей. Для данного ряда производных кодов-произведений разработаны алгоритмы итеративного приема, являющиеся модификациями разработанных алгоритмов итеративного приема, реализующих принцип турбодекодирования.

Другое направление расширения класса кодов-произведений основано на использовании составляющих блоковых низкоплотностных кодов [2, 4], в частности, кодов конечных геометрий (Евклидова и проективная геометрии) [11, 12]. Для этих составляющих кодов известны алгоритмы итеративного приема, основанные на организации ортогональных соотношений относительно кодовых символов. Низкоплотностные коды входят в состав помехоустойчивых кодов CCSDS [13], рекомендованных для спутниковых информационных систем.

Перспективным направлением является использование составляющих блоковых кодов, задаваемых в недвоичных полях [1, 2, 4, 12].

Актуальной задачей является разработка алгоритмов приема для данного класса кодов-произведений, а также исследование и сравнительный анализ их вероятностных характеристик и сложности реализации.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Кодовые слова кода-произведения на основе составляющих кодов  $C_1$ ,  $C_2$  с параметрами  $(n_1, k_1, d_1)$  и  $(n_2, k_2, d_2)$  эквивалентны двумерной матрице: ее строки — кодовые слова кода  $C_1$ , столбцы — кодовые слова кода  $C_2$  [1]. Здесь n, k, d — длина кодовых символов, информационный объем и минимальный вес Хэмминга кодовых слов кодов. Для кода-произведения  $N = n_1 n_2$ ,  $K = k_1 k_2$ , минимальный вес Хэмминга  $D_{\text{мин}} = d_1 d_2$ , кодовая скорость R = K/N.

Алгоритмы оптимального приема сигналов, соответствующих коду с параметрами (n,k,d), основаны на реализации  $2^k$ -корреляторов при наличии аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) [5]. Для  $k \ge 1$  исполнение алгоритмов оптимального приема в реальном времени представляет сложную проблему [1].

Для кодов-произведений на основе простых составляющих блоковых кодов  $C_1, C_2$  (коды Хэмминга, коды с обобщенной проверкой на четность) разработаны алгоритмы итеративного приема [3, 4, 6, 8], реализующие принцип турбодекодирования. Эти алгоритмы по сравнению с алгоритмами оптимального приема имеют сушественно меньшую сложность реализации при незначительных энергетических потерях. Итерация включает выполнение двух этапов. На первом этапе на основе отсчетов входной реализации и априорных вероятностей относительно кодовых символов вычисляются апостериорные вероятности приема для символов кода  $C_1$  (прием по горизонтали) [3, 6]. Функционалы от вычисленных апостериорных вероятностей принимаются как априорные вероятности для кодовых символов и используются на втором этапе итерации при вычислении апостериорных вероятностей символов кода С<sub>2</sub> (прием по вертикали). После выполнения задаваемого числа итераций принимаются решения относительно кодовых символов кода-произведения.

Для кодов-произведений на основе составляющих низкоплотностных кодов можно применить другой ряд алгоритмов итеративного приема, разработанных для низкоплотностных кодов [2, 4]. Обоснование этого утверждения основано на том факте, что эти коды-произведения также входят в класс низкоплотностных кодов [11]. Ниже рассматриваются составляющие низкоплотностные коды конечных геометрий (Евклидова и проективная геометрии) [1, 4].

Суть задачи — разработка и исследование вероятностных характеристик алгоритмов итеративного приема сигнальных конструкций, соответствующих кодам-произведениям на основе составляющих низкоплотностных кодов конечных Евклидовой и проективной геометрий. Приведены результаты моделирования алгоритмов итеративного приема при наличии модели канальной помехи в виде АБГШ для ряда исследуемых кодов-произведений.

## 2. НИЗКОПЛОТНОСТНЫЕ КОДЫ КОНЕЧНЫХ ГЕОМЕТРИЙ И КОДЫ-ПРОИЗВЕДЕНИЯ НА ИХ ОСНОВЕ

Ниже приведены описания низкоплотных кодов на основе конечной Евклидовой геометрии и конечной проективной геометрии.

Пусть  $EG(m, 2^{s}) - m$ -мерная конечная Евклидова геометрия над полем  $GF(2^s)$ , m, s – положительные целые числа [1]. Эта геометрия содержит 2<sup>*ms*</sup>-точек, эквивалентных векторам с *m*-компонентами поля  $GF(2^s)$ . Геометрия  $EG(m, 2^s)$  содержит  $2^{(m-1)s}(2^{ms}-1)/(2^s-1)$  линий с  $2^s$ -точками в своем составе и рассматривается как расширение поля  $GF(2^{ms})$  над  $GF(2^{s})$  [1, 15]. Пусть  $\alpha$  – примитивный элемент поля  $GF(2^{ms})$ , множество  $0, \alpha^0, \alpha^1, \dots, \alpha^{2^{ms}-2}$  эквивалентно  $2^{ms}$ -точкам геометрии  $EG(m, 2^s)$ . Пусть  $\alpha^i, \alpha^j$  – линейно независимые точки, множество точек { $\alpha^i + \beta \alpha^j$ ;  $\beta \in GF(2^s)$ } определяет линию, проходящую через 1 и  $\alpha^{i}$ . Пусть  $H_{EG}(m, s)$  – матрица с элементами из GF(2), строки которой эквивалентны линиям геометрии  $EG(m, 2^{s})$ . Эта матрица является проверочной матрицей низкоплотностного кода геометрии  $EG(m, 2^{s})$ , она содержит  $J = (2^{(m-1)s} - 1)/(2^{s} - 1)$ строк и  $n = 2^{ms} - 1$  столбцов. Строки и столбцы матрицы  $H_{EG}(m, s)$  имеют вес Хэмминга  $J_N = 2^s$  и  $J_D = (2^{ms} - 1)/(2^s - 1) - 1$  соответственно.

Низкоплотностные коды Евклидовой геометрии  $EG(m, 2^s)$  являются циклическими кодами с

$(m, 2^{s})$	п	k	d	$J_N$	$J_D$	Показатели степеней α <sup>і</sup>
$EG(2, 2^2)$	15	7	5	4	4	1, 3
$EG(2, 2^3)$	63	37	9	8	8	1, 3, 5, 7, 21
$PG(3, 2^2)$	21	11	6	5	5	1, 3, 9
$PG(3, 2^3)$	73	45	10	9	9	7, 21, 35

**Таблица 1.** Параметры низкоплотностных кодов геометрий  $EG(m, 2^s)$  и  $PG(m, 2^s)$ 

Примечание:  $\alpha$  – примитивный элемент поля  $GF(2^{ms})$ .

порождающим многочленом  $g_{EG}(x)$  [1]. Длина кодовых слов равна  $n = 2^{ms} - 1$ , минимальный вес Хэмминга  $d \ge J_D + 1$ , размерность k определяется степенью многочлена  $g_{EG}(x)$ . Пусть  $\alpha$  — примитивный элемент поля  $GF(2^{ms})$ , элемент  $\alpha^h$  является корнем  $g_{EG}(x)$  тогда и только тогда, когда выполняется условие [1]:

$$0 < \max_{0 \le l < s} \left( W_{2^{s}}(h^{(l)}) \right) \le (m-1)(2^{s}-1), \tag{1}$$

$$W_{2^{s}}(h) = \delta_{0} + \delta_{1} + \dots + \delta_{m-1},$$
 (2)

$$h = \delta_0 + \delta_1 2^s + \dots + \delta_{m-1} 2^{(m-1)s}, 0 \le \delta_i < 2^s, \quad 0 \le i < m.$$
(3)

Здесь  $0 \le \delta_i < 2^s$ ,  $0 \le i < m$  – коэффициенты при разложении (3) показателя степени *h* элемента  $\alpha$ ;  $h^{(l)}$  – остаток  $h2^l$  по модулю ( $2^{ms}$  – 1).

Приведем описание класса низкоплотностных кодов проективной геометрии  $PG(m, 2^s)$  над полем  $GF(2^s)$ . Пусть  $\alpha$  — примитивный элемент поля  $GF(2^{(m+1)s})$ , являющийся расширением поля  $GF(2^s)$ . Рассмотрим элемент

$$\beta = \alpha^n, \quad n = \frac{2^{(m+1)s} - 1}{2^s - 1}.$$

Порядок элемента  $\beta$  равен  $(2^{s} - 1)$ , множество { $0,1,\beta,...,\beta^{2^{s}-2}$ } представляет поле  $GF(2^{s})$ . Рассмотрим множество элементов { $1,\alpha,\alpha^{2},...,\alpha^{n-1}$ } и разбиение поля  $GF(2^{(m+1)s})$  на непересекающиеся подмножества ( $\alpha^{i}$ ) = { $\alpha^{i},\beta\alpha^{i},...,\beta^{2s-2}\alpha^{i}$ },  $0 \le i < n$ . Геометрия  $PG(m,2^{s})$  содержит n точек, эквивалентных элементам ( $\alpha^{i}$ ) в виде вектора с (m + 1)компонентами поля  $GF(2^{s})$ . Множество точек ( $\eta_{1}\alpha^{i} + \eta_{2}\alpha^{j}$ ) определяет линию, проходящую через линейно независимые точки ( $\alpha^{i}$ ), ( $\alpha^{j}$ ). Здесь  $\eta_{1}, \eta_{2}$  – элементы поля *GF*(2<sup>*s*</sup>), не равные нулю одновременно. Геометрия *PG*(*m*, 2<sup>*s*</sup>) содержит

$$J = \frac{(2^{(m+1)s} - 1)(2^{ms} - 1)}{(2^s + 1)(2^s - 1)^2}$$

линий из  $2^{s} + 1$  точек. Пусть  $H_{PG}(m, s)$  матрица над полем GF(2), строки которой эквивалентны линиям геометрии  $PG(m, 2^{s})$ . Матрица  $H_{PG}(m, s)$  является проверочной матрицей низкоплотностного кода геометрии  $PG(m, 2^{s})$ , она содержит J строк и nстолбцов. Строки и столбцы  $H_{PG}(m, s)$  имеют вес Хэмминга  $J_{N} = 2^{s} + 1$  и  $J_{D} = (2^{ms} - 1)/(2^{s} - 1)$  соответственно.

Низкоплотностные коды на основе геометрии  $PG(m, 2^s)$  с проверочной матрицей  $H_{PG}(m, s)$  являются циклическими и определяются порождающим многочленом  $g_{PG}(x)$  [1]. Пусть  $\alpha$  – примитивный элемент поля  $GF(2^{(m+1)s})$ , элемент  $\alpha^h$  ( $0 < h < 2^{(m+1)s} - 1$ , h кратно  $2^s - 1$ ) является корнем  $g_{PG}(x)$  тогда и только тогда, когда выполняется условие [1]:

$$0 < \max_{0 \le l \le s} \left( W_{2^s}(h^{(l)}) \right) \le j(2^s - 1).$$

Здесь  $0 \le j \le m - 1$ ,  $h^{(l)}$  — остаток деления  $h2^{l}$  на  $(2^{(m+1)s} - 1)$ ; вес  $W_{2^{s}}(h^{(l)})$  определяется соотношениями (2), (3).

В табл. 1 приведены параметры  $n, k, d, J_N, J_D$ , а также степени примитивного элемента  $\alpha$  для порождающих многочленов  $g_{EG}(x)$  и  $g_{PG}(x)$ , полученные для ряда кодов  $EG(m, 2^s)$  и  $PG(m, 2^s)$ . Коды-произведения на основе низкоплотностных кодов геометрий  $EG(m, 2^s)$ ,  $PG(m, 2^s)$  с параметрами  $J_N$  и  $J_D$  входят в класс низкоплотностных кодов с параметрами  $J_N$  и  $2J_D$  [1]. В табл. 2 приведены

#### НАЗАРОВ

Составляющий код	Ν	K	$D_{\scriptscriptstyle m MHH}$	$J_N$	$J_D$	R
$EG(2,2^2)$	225	49	25	4	8	0.22
$EG(2, 2^3)$	3969	1369	81	8	16	0.34
$PG(3, 2^2)$	441	121	36	5	10	0.27
$PG(3,2^3)$	5329	2025	100	9	18	0.38

**Таблица 2.** Параметры кодов-произведений на основе низкоплотностных кодов геометрий  $EG(m, 2^{s})$  и  $PG(m, 2^{s})$ 

параметры  $N, K, D_{\text{мин}}, J_N, J_D$  для кодов-произведений на основе рассматриваемых низкоплотностных кодов.

Далее рассмотрим наиболее эффективные алгоритмы итеративного посимвольного приема низкоплотностных кодов — алгоритм ВР (belief propagation) и алгоритм APP (a'posteriori probability) и их модификации [2, 4, 16].

Обозначим  $H = (h_{li}; 0 \le l < n - k; 0 \le i < n)$  проверочную матрицу низкоплотностного кода (n,k) с кодовыми словами  $\vec{B} = (b_0, b_1, ..., b_{n-1})$ . Пусть  $\vec{Y} = (y_0, y_1, ..., y_{n-1})$  — дискретная реализация с отсчетами  $y_i = s_i + n_i$  с выхода демодулятора сигналов. Здесь  $s_i$  — сигнальные составляющие, соответствующие сигналам с двоичной фазовой манипуляцией (ФМ2),  $n_i$  — помеховые составляющие, i = 0, 1, ..., n - 1. Введем обозначение  $\vec{x} = (x_0, x_1, ..., x_{n-1})$  — "жесткие" решения:  $x_i = 0$  при условии  $y_i \ge 0$  и  $x_i = 1$  в противном случае.

Низкоплотностные коды конечных геометрий обладают свойством организации ортогональных проверочных соотношений для символов  $b_i$  кодовых слов  $\vec{B}$  [1, 4]. Пусть  $N(m) = (i : h_{mi} = 1) -$  множество номеров кодовых символов объемом  $J_N(m)$ , образующих *m*-е проверочное соотношение; N(m)/l – множество N(m) без *l*-го символа;  $D(l) = (m : h_{ml} = 1) -$  множество проверочных ортогональных соотношений для кодового символа  $b_i$  объемом  $J_D(l)$ ; D(l) / m – множество ортогональных соотношений D(l) без *m*-й проверки. Для рассматриваемых низкоплотностных кодов выполняются условия  $J_N(m) = J_N, J_D(l) = J_D$ .

# 3. АЛГОРИТМ ИТЕРАТИВНОГО ПРИЕМА ВР

Итерация алгоритма ВР включает следующие шаги обработки  $\vec{Y}$  [1, 11, 12].

Инициализация. Устанавливаются начальные значения величин  $z_{mi} = y_i, m \in J_D(i); i = 0, 1, ..., n-1.$ 

Шаг 1. Вычисляются "жесткие" решения

$$\sigma_{mi} = \begin{cases} 1, z_{mi} > 0, \\ 0, z_{mi} \le 0. \end{cases}$$
(4)

Для каждой ортогональной проверки *m* вычисляются величины  $\sigma_m, L_{mi}$ 

$$\sigma_m = \sum_{i \in N(m)} \sigma_{mi},$$
 (5)

$$L_{mi} = (-1)^{\sigma_m \oplus \sigma_{mi} \oplus 1} \min_{i' \in N(m)/i} (|z_{mi'}|).$$
(6)

Операция сложения  $\oplus$  в (5), (6) осуществляется в поле *GF*(2).

Шаг 2. На основе  $L_{mi}$  вычисляются величины  $z_{mi}$ 

$$z_{mi} = y_i + \sum_{m' \in D(i)/m} L_{m'i}.$$
 (7)

Шаг 3. При невыполнении требуемого числа итераций выполняется шаг 1 следующей итерации, иначе принимается решение относительно кодовых символов  $b_i$  с использованием величин  $z_i$ 

$$z_i = y_i + \sum_{m \in D(i)} L_{mi}.$$
(8)

Принимается решение  $b_i = 0$ , если  $z_i \ge 0$ , иначе  $b_i = 1$ .

Алгоритм ВР осуществляет параллельное использование величин  $L_{ml}$  для вычисления  $z_{ml}$  при реализации (7), т.е. на шаге 1 вычисляется множество  $\{L_{ml}\}$  и после этого выполняется шаг 2. Модификация этого алгоритма (m-BP) заключается в последовательном использовании величин  $L_{ml}$  при вычислении  $z_{ml}$ , т.е. шаг 2 выполняется после определения очередного значения  $L_{ml}$ , l = 0, 1, ..., n - 1. При этом не требуется память для множества  $\{L_{ml}\}$ , что упрощает реализацию алгоритма m-BP по отношению к BP.

При реализации итерации алгоритмов ВР и m-ВР объем требуемых вычислительных операций

определяется вычислением (4)-(8) и оценивается соотношением  $B_{\rm BP} \cong 4 J_D J_N n$ . Объем требуемой памяти для алгоритма ВР равен  $\Pi_{\rm BP} \cong 3J_D J_N n$ , для алгоритма m-BP равен  $\Pi_{mBP} \cong 2J_D J_N n$ .

## 4. АЛГОРИТМ ИТЕРАТИВНОГО ПРИЕМА АРР

При применении алгоритма АРР вычисляются ошибки  $e_i$  ( $e_i = 0,1$ ) для кодовых символов  $b_i$ , оценка  $\hat{b}_i$  задается соотношением [11]

$$\dot{b}_i = x_i \oplus e_i. \tag{9}$$

Алгоритм АРР включает следующие шаги обработки  $\vec{Y}$  [4, 11].

Инициализация. Полагается  $L_i = y_i$ . На основе "жестких" решений  $\vec{x}$  вычисляются величины  $A_i^{(i)}$ (сложение осуществляется в поле GF(2))

$$A_{j}^{(i)} = \sum_{l:h_{jl}=1} x_{l}.$$
 (10)

*Шаг 1.* Вычисляются величины  $w_i^{(i)}$ 

$$w_j^{(i)} = \left[\prod_{i' \in N(j)/i} \operatorname{sign}(L_{i'})\right] \min_{i' \in N(j)/i} (|L_{i'}|).$$
(11)

Здесь  $j = 1, 2, ..., J_N(m)$  — номер ортогональной проверки относительно *b<sub>i</sub>*.

*Шаг 2*. На основе  $A_i^{(i)}, w_i^{(i)}$  вычисляются величины  $E_i$ 

$$E_i = \sum_{j=1}^{J_N(m)} (1 - 2A_j^{(i)}) w_j^{(i)}.$$
 (12)

Шаг 3. С использованием Е, вычисляются величины

$$L_i = y_i + E_i. \tag{13}$$

Шаг 4. Если не выполняется условие на остановку работы алгоритма, то осуществляется следующая итерация, начиная с шага 1. В противном случае вычисляется оценка значения  $L(e_i | \{A_i^{(i)}\}, \vec{Y})$ ошибки *е*<sub>і</sub>

$$L(e_i | \{A_j^{(i)}\}, \vec{Y}) = E_i + 2 |y_i|.$$
(14)

При условии  $L(e_i | \{A_i^{(i)}\}, \vec{Y}) \ge 0$  полагается  $e_i = 0$ , в противном случае  $e_i = 1$ . Оценка кодового символа  $\hat{b}_i$  (i = 0, 1, ..., n - 1) вычисляется с использованием соотношения (9).

Алгоритм АРР осуществляет параллельное использование величин  $E_i$  для вычисления  $L_i$ , т.е. на шаге 2 вычисляется множество  $\{E_i\}$  и после этого реализуется шаг 3. Модификация этого алгорит-

ветствующих коду-произведению на основе EG -кода (15,7): 1 – алгоритм итеративного приема ВР (20 итераций); 2 – алгоритм итеративного приема m-BP (20 итераций); 3 – граница случайного кодирования.

ма (m-APP) заключается в реализации последовательного использования величин Е, при вычислении L<sub>i</sub>, т.е. шаг 3 реализуется после вычисления очередного значения  $E_i$ , i = 0, 1, ..., n - 1, не требуя вычисления множества  $\{E_i\}$ . В этом случае не требуется памяти для хранения множества  $\{E_i\}$ , что упрощает сложность реализации алгоритма m-АРР по отношению к алгоритму АРР.

При реализации итерации алгоритмов АРР и m-APP объем требуемых вычислительных операций определяется вычислением (10)-(14) и оценивается выражением  $B_{APP} \cong 2J_D J_N n$ , объем требуемой памяти для алгоритма APP равен  $\Pi_{APP} \cong 2nJ_D$ , для алгоритма m-APP  $\prod_{mAPP} \cong nJ_D$ .

Таким образом, сравнивая приведенные выше значения В<sub>ВР</sub> и В<sub>АРР</sub>, делаем вывод, что относительно требуемого объема вычислительных операций алгоритм APP (m-APP) более эффективен (в два раза) алгоритма ВР (m-ВР). Относительно требуемого объема памяти алгоритм m-APP является наиболее эффективным, при его реализации требуется в  $\Pi_{\text{mBP}}/\Pi_{\text{mAPP}} \cong 2J_N$  раз меньше памяти по сравнению с алгоритмом m-BP.

## 5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 1-5 приведены результаты моделирования алгоритмов BP, m-BP, APP и m-APP для ряда кодов-произведений на основе низкоплотностных EG- и PG-кодов, параметры которых приведены в табл. 2. Кривые на рисунках соответствуют зависимостям вероятности ошибки на бит  $P_{5}$  от отношения  $E_{5}/N_{0}$  для сигналов ФМ2 при наличии АБГШ с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . Здесь  $E_6$  – энергия сигналов на 1 бит.

Рис. 1. Вероятности Р<sub>б</sub> приема сигналов ФМ2, соот-





Рис. 2. Вероятности  $P_6$  приема сигналов ФМ2, соответствующих коду-произведению на основе *EG*-кода (15,7) (а) и *PG*-кода (21,11) (б): *1* – граница случайного кодирования; *2* – алгоритм m-АРР (пять итераций); *3* – алгоритм m-АРР (1900 итераций); *4* – алгоритм m-ВР (пять итераций); *5* – алгоритм m-ВР (20 итераций).

При моделировании производилась интервальная оценка  $P_6$  путем вычисления частности x/u, где x — число ошибочных символов в последовательности переданных символов u. Требуемый объем u определялся размером доверительного интервала  $[0.5P_6, 1.5P_6]$ , вероятностью  $P_6 = 10^{-5}$ , доверительной вероятностью  $P_{\text{дов}} = 0.95$  [17].

На рис. 1 приведены значения  $P_6$  для кодапроизведения на основе *EG*-кода (15,7) (N = 225, K = 25,  $D_{\text{мин}} = 49$ , кодовая скорость R = 0.22) для алгоритмов приема BP и m-BP. Видно, что применение алгоритма m-BP определяет энергетиче-

**Таблица 3.** Значения  $P_6$  для кода-произведения на основе *EG*-кода (15,7) ( $E_6/N_0 = 4.1$  дБ)

Количество итераций	m-BP	m-APP	
20	$10^{-5}$	$3 \times 10^{-5}$	
5	$3 \times 10^{-5}$	$3 \times 10^{-4}$	

ский выигрыш до 0.1 дБ по отношению к алгоритму приема ВР. Энергетический выигрыш достигал значений до 0.1...0.2 дБ при использовании алгоритма m-BP по отношению к алгоритму ВР и алгоритма m-APP по отношению к алгоритму APP также и для других кодов-произведений, параметры которых приведены в табл. 2.

На рис. 2а приведены вероятности ошибки  $P_6$  при использовании алгоритмов m-BP и m-APP для кода-произведения на основе *EG*-кода (15,7) при применении пяти итераций (кривая 2 для m-APP, кривая 4 для m-BP) и 20 итераций (кривая 3 для m-APP, кривая 5 для m-BP). Кривая 1 соответствует верхней границе  $P_6$  случайного кодирования [1, 9], граница показывает существование кода с приведенными параметрами (N, K), R = 0.22 с вероятностными характеристиками, определяемыми соотношениями [18]

$$P_{6} \leq \frac{D_{\text{мин}}}{N} \exp\left(-NE_{r}(R)\right), \tag{15}$$

$$E_{r}(R) = \max_{0 \le \rho \le 1} \max_{Q} (E_{0}(\rho, Q) - \rho R),$$
(16)

$$E_{0}(\rho, Q) = -Ln\left(\sum_{j=0}^{1} \left[\sum_{k=0}^{1} Q(k) (\Pr(j|k))^{1/(1+\rho)}\right]^{(1+\rho)}\right). (17)$$

Здесь Q(0) = Q(1) = 0.5, переходные вероятности  $\Pr(j|k)$  определяются вероятностями ошибки для дискретно-непрерывного канала АБГШ.

Видно, что увеличение числа итераций приводит к уменьшению вероятности  $P_6$  при фиксированном значении  $E_6/N_0 = 4.1$  дБ (табл. 3).

Таким образом, для этого кода-произведения алгоритм m-BP является более эффективным по сравнению с алгоритмом m-APP — энергетический выигрыш для пяти итераций и  $P_6 = 10^{-5}$  достигает 0.5 дБ. Для 20 итераций эти алгоритмы практически эквивалентны по помехоустойчивости. Выше отмечалось, что алгоритм m-APP в два раза эффективнее алгоритма m-BP по требуемому числу вычислительных операций, также следует отметить, что он для данного кода-произведения в восемь раз эффективнее по требуемой памяти ( $J_N = 4$ ). Кривая 5 для алгоритма m-BP и кривая 3 для m-APP близки к границе  $P_6$  случайного кодирования — для  $P_6 = 10^{-5}$  различие не превышает 1.4 дБ.

На рис. 26 приведены вероятности  $P_6$  для кодапроизведения на основе PG-кода (21,11) ( $N = 441, K = 121, D_{\text{мин}} = 36, R = 0.27$ ). Кривая Iсоответствует границе  $P_6$  случайного кодирования для этого кода-произведения. Кривые 2 и 3соответствуют применению алгоритма приема m-APP): для пяти итераций значение  $P_6 = 10^{-5}$  до-
$P_{6}$ 1.000000

0.100000

0.010000



Рис. 3. Вероятности Р<sub>б</sub> приема сигналов ФМ2, соответствующих коду-произведению на основе EG-кода (63,37): 1 – граница случайного кодирования; 2 – алгоритм m-APP (пять итераций); 3 – алгоритм m-APP (20 итераций); 4 – алгоритм m-BP (пять итераций); 5 – алгоритм m-BP (20 итераций); 6 – вероятность  $P_{5}$ для сверточного кода с кодовой скоростью 1/3, алгоритм приема Витерби [18].

стигается при  $E_6/N_0 = 3.3 \text{ дБ}$ , для 20 итераций при  $E_{5}/N_{0} = 3.2$  дБ. Кривые 4 и 5 соответствуют применению алгоритма m-BP: для пяти итераций значение  $P_6 = 10^{-5}$  достигается при  $E_6/N_0 = 3.1$  дБ, для 20 итераций при  $E_6/N_0 = 2.8$  дБ. Таким образом, для  $P_6 = 10^{-5}$  различие кривой 5 по отношению к кривой 1 для границы случайного кодирования не превышает 1 дБ. Следует отметить, что для рассматриваемого кода-произведения алгоритм т-АРР по сравнению с m-BP в 10 раз эффективнее по требуемой памяти ( $J_N = 5$ ).

На рис. 3 приведены вероятности Р<sub>б</sub> для кодапроизведения на основе EG кода (63,37) (N = 3969,  $K = 1369, D_{\text{мин}} = 81, R = 0.34$ ). Кривая 1 соответствует границе случайного кодирования для этого кода-произведения. Кривые 2 и 3 соответствуют применению алгоритма приема т-АРР: для 5 итераций значение  $P_6 = 10^{-5}$  достигается при  $E_6/N_0 =$ = 2.3 дБ, для 20 итераций при  $E_6/N_0$  = 1.9 дБ. Кривые 4 и 5 соответствуют применению алгоритма m-BP, эти кривые практически совпадают с соответствующими кривыми 2 и 3 для m-APP. Для  $P_{5} = 10^{-5}$  различие наиболее эффективной вероятностной кривой 5 по отношению к кривой 1 границы случайного кодирования не превышает 1.6 дБ. Кривая 6 соответствует известному сверточному коду с эквивалентной кодовой скоростью R = 1/3 (длина кодового ограничения 7, алгоритм приема Витерби) [9]. Для  $P_6 = 10^{-5}$  и реализации 20 итераций энергетический выигрыш кода-произведения по сравнению с этим сверточным кодом составляет 2.0 дБ. Для рассматриваемого кода-произведения алгоритм m-APP по отношению



ветствующих коду-произведению на основе PG-кода (73,45): 1 - граница случайного кодирования; 2 - алгоритм m-APP (пять итераций); 3 – алгоритм m-APP (20 итераций); 4 – алгоритм m-BP (пять итераций); 5 – алгоритм m-BP (20 итераций); 6 – вероятность ошибки для низкоплотностного кода AR4J с кодовой скоростью 1/2 [13].

к алгоритму m-BP в 16 раз эффективнее по требуемой памяти ( $J_N = 8$ ).

На рис. 4 приведены вероятности Р<sub>6</sub> для кодапроизведения на основе PG кода (73,45) (N = 5329,  $K = 2025, D_{\text{мин}} = 100, R = 0.38$ ). Кривая *1* соответствует границе случайного кодирования для этого кода-произведения. Кривые 2 и 3 соответствуют применению алгоритма приема m-APP: для пяти итераций значение  $P_6 = 10^{-5}$  достигается при  $E_6/N_0 = 2.4$  дБ, для 20 итераций при  $E_6/N_0 = 1.95$  дБ (практически совпадает с вероятностными характеристиками кривой 6 для наиболее эффективного низкоплотностного кода AR4J с кодовой скоростью 1/2 (параметры кода (4096.2048)) в составе класса помехоустойчивых кодов, рекомендованных для использования в спутниковых системах связи [13]). Кривые 4 и 5 соответствуют применению алгоритма m-BP, эти кривые практически совпадают с соответствующими кривыми 2 и 3 для m-APP. Вероятностные кривые 3 и 5 близки к теоретической границе  $I - для P_6 = 10^{-5}$  различие не превышает 1.65 дБ. Для рассматриваемого кода-произведения алгоритм m-APP по сравнению с алгоритмом m-BP в 18 раз эффективнее по требуемой памяти ( $J_N = 9$ ).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, представлены результаты исследований вероятностных характеристик и сложности алгоритмов приема для сигналов ФМ2, соответствующих кодам-произведениям, особенностью которых является то, что они фор-

2.4

мируются на основе составляющих низкоплотностных кодов и также являются низкоплотностными кодами. Вследствие этого можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотностных кодов, в частности, алгоритмы ВР, АРР и их модификации m-BP и m-APP. Приведены результирующие параметры рассматриваемых кодов-произведений (длительность кодовых слов, информационный объем, минимальный вес Хэмминга, кодовая скорость), формируемых с использованием ряда составляющих низкоплотностных кодов на основе конечной Евклидовой и проективной геометрий.

Для ряда рассматриваемых кодов-произведений проведено моделирование алгоритмов итеративного приема. Показано, что алгоритм m-BP (m-APP) более эффективен по сравнению с алгоритмом BP (APP). Наиболее эффективным относительно вероятностных характеристик является алгоритм m-BP, однако относительно требуемых при реализации объема вычислительных операций и объема памяти наиболее эффективен алгоритм m-APP. Показано также, что для кодов-произведений из рассматриваемого ряда с кодовой скоростью R > 0.3 алгоритмы итеративного приема m-BP и m-APP практически эквивалентны.

Вероятностные кривые для алгоритма m-BP и m-APP (20 итераций) близки к вероятностным кривым верхней границы случайного кодирования. Энергетический выигрыш для кода-произведения с кодовой скоростью 1/3 по сравнению со сверточным кодом с эквивалентной кодовой скоростью при  $P_5 = 10^{-5}$  составляет 2.4 дБ.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Питерсон У., Уэлдон Э. Коды, исправляющие ошибки. М.: Мир, 1976.

- 2. *Li J., Lin S., Abdel-Chaffar K. et al.* LDPC Code Designs, Constructions and Unification. Cambridge: Univ. Press. United Kingdom, 2017.
- 3. *Pyndiah R.M.* // IEEE Trans.1998. V. Comm-46. № 8. P.1003.
- 4. *Johnson S.J.* Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes. Cambridge: Univ. Press, 2010.
- 5. Вишневский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В. Широкополосные сети передачи. М.: Техносфера, 2005.
- 6. *Назаров Л.Е., Головкин И.В.* // Цифровая обработка сигналов. 2009. № 2. С. 2.
- Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С. Системы цифровой радиосвязи. Базовые методы и характеристики. М.: Эко-Трендз, 2005.
- 8. *Назаров Л.Е., Батанов В.В., Кузнецов О.О. //* Журн. радиоэлектроники. 2014. № 9. http://jre.cplire.ru/jre/sep14/1/text.pdf.
- *Zhou L., Wu K., Zhao R. et al.* // Procedia Engineering. 2011. V. 15. P. 2538.
- 10. *Назаров Л.Е., Шишкин П.В.* // Радиоэлектроника. Наносистемы. Информ. технологии. 2018. Т. 10. № 2. С. 323.
- 11. *Назаров Л.Е., Шишкин П.В.* // Информ. технологии. 2018. Т. 24. № 6. С. 427.
- Назаров Л.Е., Шишкин П.В. // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 5. http://jre.cplire.ru/jre/may18/ 1/text.pdf.
- 13. Low-Density Parity Check Codes for Use in Near-Earth and Deep Space Application. Experimental Specification. CCSDS 131.1-O-2. 2007, Washington, NASA Headquarters.
- 14. *Назаров Л.Е., Шишкин П.В.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 910.
- 15. *Liu Z., Pados D.A.* // IEEE Trans. 2005. V. Comm-53. № 3. P. 415.
- 16. *Sunil K., Jayaraj P., Soman K.P.* // IOSR J. Comp. Engineering. 2012. V. 2. № 3. P. 12.
- Дунин-Барковский И.В., Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике. М.: Гостехтеориздат, 1955.
- 18. Витерби А.Д., Омура Дж.К. Принципы цифровой связи и кодирования. М.: Радио и связь, 1982.

# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.396.96

# СОВМЕСТНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТНОГО И ВРЕМЕННОГО СДВИГОВ ШИРОКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА В СИСТЕМАХ БЛИЖНЕЙ ЛОКАЦИИ

© 2020 г. Е. И. Шкелев<sup>*a*, \*</sup>, А. В. Ширкаев<sup>*a*, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, просп. Гагарина, 23, Нижний Новгород, 603950 Российская Федерация \*E-mail: shkelev@rf.unn.ru \*\*E-mail: avshirkaev@mail.ru Поступила в редакцию 01.03.2019 г.

После доработки 17.06.2019 г. Принята к публикации 26.07.2019 г.

Представлен способ определения частотного и временного сдвигов фазоманипулированного по псевдослучайному закону сигнала в условиях многолучевого распространения и в присутствии доплеровской деформации. В основу положено последетекторное вычисление взаимной функции неопределенности по двухэтапной корреляционно-спектральной схеме, когда временные задержки определяются путем вычисления взаимной функции корреляции (ВФК) принимаемого и опорного, повторяющего закон модуляции, сигналов, а частотные сдвиги – по спектральным характеристикам вариаций ВФК в зависимости от сдвигового времени. Алгоритм вычислений рассчитан на работу в реальном времени и на реализацию средствами программируемой логики.

**DOI:** 10.31857/S0033849420050125

#### введение

В системах гидро- и радиолокации широко применяются сложные дискретно-кодированные сигналы, что является эффективным средством обеспечения высокой разрешающей способности и помехозащищенности, устранения противоречия между разрешающей способностью и дальностью действия, а также обеспечения работоспособности в условиях многолучевого распространения (см., например, [1]). Однако широкополосный сигнал подвержен доплеровской деформации, из-за чего трудно однозначно определить задержку сигнала τ (задержка меняется со временем и требуется знать, какая именно часть сигнала используется) и сдвиг частот v в его спектре (различные частоты имеют разный сдвиг). Совместно временной τ и частотный V сдвиги можно определить, вычисляя взаимную функцию неопределенности (ВФН) для принятого сигнала и опорного, согласованного с принимаемым. По отношению к сложным широкополосным сигналам применима широкополосная ВФН [2, 3]. Известны также способы обработки, инвариантные относительно сжатия (расширения) сигналов [4].

Однако непосредственное применение упомянутых способов определения времячастотного сдвига технически трудно реализуемо и требует значительной вычислительной мощности. Поэтому существующие средства измерения т и v базируются преимущественно на сегментно-фильтровой обработке, когда сигнал большой длительности разбивается на сегменты, длительность которых такова, что набег фазы при максимальном доплеровском сдвиге частоты не превышает  $\pi$  [1, 5, 6]. По каждому из сегментов сначала вычисляется взаимная функция корреляции (ВФК) с соответствующим сегментом опорного сигнала, а затем выполняется быстрое преобразование Фурье (БПФ) полученного ряда значений ВФК.

В данной работе рассмотрены механизм действия и способ реализации измерителя времячастотного сдвига сигналов с периодической псевдослучайной фазовой манипуляцией в присутствии доплеровской деформации и в условиях многолучевого распространения. Способ измерения рассчитан на применение в когерентно-импульсных системах ближней локации с цифровой последетекторной (после синхронного детектирования) обработкой средствами программируемой логики. Задача совместного определения временного θ и частотного v сдвигов решается на основе предложенной авторами двухэтапной корреляционно-спектральной схемы вычисления ВФН для принимаемого сигнала и опорного, зондирующего сигнала, повторяющего закон модуляции. Представлены результаты численного моделирования измерителя. Дана оценка помехозащищенности и точности измерения θ и ν.

#### 1. ВЗАИМНАЯ ФУНКЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ МНОГОКОМПОНЕНТНОГО СИГНАЛА В ПРИСУТСТВИИ ДОПЛЕРОВСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Будем полагать, что сигнал источника

$$s_0(t) = S_0(t) \exp(j2\pi f_0 t)$$
 (1)

(здесь и далее сигналы рассматриваются как аналитические) имеет несущую частоту  $f_0$  и дискретно-кодированную огибающую

$$S_0(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{L-1} w_l A_0(t - (l + iL)\Delta_t) =$$
  
= 
$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} P_0(t - iL\Delta_t)$$
 (2)

в виде периодически повторяющейся бинарной М-последовательности (псевдослучайной последовательности, ПСП)

$$P_0(t) = \sum_{l=0}^{L-1} w_l A_0(t - l\Delta_t), \qquad (3)$$

образованной импульсными дискретами  $A_0(t)$  с длительностью  $\Delta_t$ . Правило кодирования задается весовыми коэффициентами  $W = \{w_i\}$  ( $w_i = \pm 1$ ). Период повторения  $T = L \Delta_t$ , где  $L - длина \Pi C \Pi$ .

Если излученный сигнал распространяется в неоднородной, содержащей отражающие объекты среде, то в точку приема он приходит в виде многокомпонентного сигнала

$$s(t) = \sum_{n=1}^{N} s_n(t).$$

Число N и свойства составляющих  $s_n(t)$  в s(t) зависят от условий распространения. В отсутствие помех каждая из принимаемых компонент имеет вид

$$s_n(t) = \tilde{s}_0(\gamma_n(t - \Delta t_n)), \qquad (4)$$

где знак тильда "~" над  $s_0$  указывает на возможные искажения в приемо-передающей аппаратуре и на пути распространения,  $\Delta t_n$  (n = 1...N) – задержка сигнала от n-го отражающего объекта,  $\gamma = \gamma_n$  – параметр доплеровской деформации ( $\gamma = 1 + \beta$ ,  $\beta = 2v/c$ ),  $v = v_n$  – проекция вектора скорости n-го объекта на направление прихода, c – скорость распространения сигнала. При непрерывной периодической модуляции ни одна из задержек  $\Delta t_n$ не превышает длительности периода зондирования *T*. В случае, когда скорость v постоянна, форма составляющих принятого сигнала  $s_n(t)$  повторяет форму зондирующего  $s_0(t)$ , и тогда

$$s_n(t) = s_0(\gamma_n(t - \Delta t_n)).$$

Подстановка (1) и (2) в (4) дает

$$s_n(t) = X_n(t, \Delta t_n, \gamma_n) \exp(j2\pi(f_0t + \Delta f_nt - f_0\gamma_n\Delta t_n)).$$

Здесь  $\Delta f_n = f_0 \beta_n$  – частота Доплера,

$$X_n(t,\Delta t_n,\gamma_n) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} P_n(\gamma_n(t-iL\Delta_t-\Delta t_n))$$

 модуль комплексной огибающей, образованный суммой

$$P_n(\gamma_n t) = \sum_{l=0}^{L-1} w_l A_n(\gamma_n (t - l\Delta_t))$$

периодически повторяющихся и задержанных на время  $\Delta t_n$  кодовых последовательностей с соответствующим (2) и (3) правилом кодирования дискретов  $A_n(t)$ . Таким образом, эффект Доплера в принятом сигнале имеет двоякое проявление: 1) изменяются длительность дискрета  $\Delta_t$  модулирующей ПСП и период модуляции  $T_c = T/\gamma$ ; 2) появляются вариации, обусловленные изменением мгновенной фазы  $\Delta \varphi_n$  из-за частотного сдвига  $\Delta f_n (\Delta \varphi_{n1} = 2\pi \Delta f_n t)$  и переменной задержки  $\Delta t_n (\Delta \varphi_{n2} = 2\pi f_0 \gamma_n \Delta t_n)$ :

$$\Delta \varphi_n = \Delta \varphi_{n1} - \Delta \varphi_{n2}.$$

В общем случае к этому нужно добавить возникающие в приемо-передающей аппаратуре и в среде распространения изменения формы дискретов  $A_n(t)$ , однако здесь влияние формы дискретов на результат измерений не рассматривается, а сами импульсы  $A_n(t)$  считаются прямоугольными и имеющими амплитуду  $A_n$ .

Совместно частотный и временной сдвиги можно найти, вычисляя взаимную функцию не-определенности

$$R(\theta, v) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \theta) s_0^*(t) \exp(-j2\pi v t) dt$$
 (5)

принимаемого s(t) и опорного  $s_0(t)$  сигналов, для чего обычно используются цифровые методы вычислений, требующие значительных вычислительных ресурсов, особенно применительно к задачам реального времени. При когерентно-импульсной локации требованию реального времени можно удовлетворить, если цифровую обработку выполнять после синхронного детектирования. Тогда вместо (5) будем иметь дело с функцией неопределенности

$$Q(\theta, \mathbf{v}) = \int_{-\infty}^{\infty} S(t - \theta) S_0^*(t) \exp(-j2\pi \mathbf{v} t) dt$$
 (6)

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

для комплексных амплитуд принимаемого сигнала —

$$S(t) = \sum_{n=1}^{N} S_n(t),$$

содержащего N составляющих -

$$S_n(t) = \kappa_n X_n(t, \Delta t_n, \gamma_n) \exp(j2\pi(\Delta f_n t - f_0 \gamma_n \Delta t_n)),$$

и опорного сигнала –

$$S_0(t) = P_0(t).$$

Последний соответствует одному периоду T модулирующей ПСП. Коэффициент  $\kappa_n$  показывает изменение амплитуды после детектирования. Если ВФН вычислять, используя "скользящее" по сигналу S(t) временное окно с длительностью T, то вместо (6) будем иметь

$$Q(\theta, \mathbf{v}) = \sum_{n=1}^{N} \int_{0}^{T} S_n(t-\theta) S_0^* \exp(-j2\pi \mathbf{v}t) dt.$$

Задержка  $\Delta t$  ( $\Delta t = \Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, ..., \Delta t_N$ ) сигналов от находящихся в зоне обзора объектов изменяется от некоторого начального значения  $\Delta t_0$  ( $\Delta t_{01}, \Delta t_{02}, \Delta t_{03}, ..., \Delta t_{0N}$ ) до текущего  $\Delta t_0 - \beta t$  ( $\beta = \beta_1, \beta_2, \beta_3, ..., \beta_N$ ). Вследствие этого изменяется мгновенная фаза

$$\Delta \varphi_n = \varphi_n + 2\pi \Delta f_n \gamma_n t,$$

и тогда функцию неопределенности можно представить в виде

$$Q(\theta, \mathbf{v}) = \sum_{n=1}^{N} \exp(-j(\varphi_n + 2\pi f_0 \gamma_n \Delta t_n)) \times \\ \times \kappa_n \int_0^T [X_n(t - \theta, \Delta t_n, \gamma_n) \exp(j(2\pi \Delta f_n \gamma_n(\theta - t)))] \times$$
(7)
$$\times S_0^* \exp(j2\pi (\Delta f_n - \mathbf{v})t) dt,$$

где  $\varphi_n = 2\pi f_0 \gamma_n \Delta t_{0n}$ .

За период опорного сигнала T задержка  $\Delta t_n$  каждой из N составляющих в S(t) получит приращение

$$\beta T = 2vT/c = T_c - T,$$

которое зависит от свойственных этим составляющим периодов  $T_c = T_{c1}$ ,  $T_{c2}$ ,  $T_{c3}$ , ...,  $T_{cN}$ , где  $T_{cn} = 2v_nT/c$  ( $v_n$  – радиальная скорость *n*-го отражающего объекта). При этом наибольший набег фазы за один период зондирования не превысит значения

$$\Delta \phi \cong 2\pi T/T_D \ (|\Delta \phi| \ll 2p).$$

Вследствие этого интеграл в (7) можно вычислять, полагая, что в пределах интегрирования экспоненциальные множители  $\exp(j2\pi\Delta f_n\gamma_n(\theta - t))$ постоянны, а их изменения происходят лишь при изменении сдвигового времени на  $\Delta \theta \ge T$ . Присутствие начальных фаз  $\varphi_n$  в (7) не влияет на ре-

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

зультат, поскольку вычисление ведется в режиме непрерывного перемещения сигнала S(t) относительно фиксированных пределов интегрирования 0...*T*, и в установившемся режиме (при  $\theta \ge T$ ) можно принять  $\phi_n = 0$ .

# 2. ИЗМЕРЕНИЕ ВРЕМЕННОГО СДВИГА ПРИ ЗАДАННОМ ОПОРНОМ СИГНАЛЕ

Времячастотный сдвиг определяется по положению главных максимумов тела неопределенности  $|Q(\theta, v)|$ , сосредоточенных в малых областях

$$\Delta \theta < \Delta_t$$
 и  $\Delta v \ll 1/T$ 

вблизи  $\theta = \Delta t + kT_c$  (k = 0, 1, 2, 3, ...) и  $v = \Delta f$  ( $\Delta f = \Delta f_1, \Delta f_2, \Delta f_3, ..., \Delta f_N$ ) на плоскости ( $\theta, v$ ). При этом измеряемая задержка  $\tau$  соответствует пиковым значениям распределения  $Q(\theta, v)$  в его сечении плоскостями  $v = \Delta f_n$ , т.е. максимумам модуля  $|Q(\theta, v = \Delta f_n)|$ . Если доплеровские частоты  $\Delta f_n \ll 1/T$ , то определение  $\tau$  можно свести к вычислению ВФК, которая представляет собой сумму взаимных функций корреляции для каждой из N составляющих сигнала S(t), с весовыми множителями  $\tilde{\kappa}_n(\theta) = \kappa_n \exp(j2\pi\Delta f_n\gamma_n\theta)$ :

$$\mathbf{K}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=1}^{N} \mathbf{K}_{n}(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{n=1}^{N} \tilde{\kappa}_{n}(\boldsymbol{\theta}) \int_{0}^{T} X_{n}(t-\boldsymbol{\theta}, \Delta t_{n}, \gamma_{n}) S_{0}^{*} dt.$$
(8)

Задержка т определяется по расположению пиковых значений ВФК относительно верхних границ, периодически повторяющихся по сдвиговому времени  $\theta$ интервалов *T*. Это позволяет отобразить алгоритм вычисления ВФК (8) на параллельно работающие процессорные элементы, которые выполняют простые циклически повторяющиеся операции накопления под управлением опорного сигнала  $S_0(t)$  [7]. Число процессорных элементов зависит от размера окна *T*, определяемого длиной *L* и числом приходящихся на один дискрет  $\Delta_t$  отсчетов опорной ПСП. Реализовать такой вычислитель ВФК можно на одной, обладающей соответствующими ресурсами программируемой логической интегральной схеме (ПЛИС).

#### 3. ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И ПОМЕХОЗАЩИЩЕННОСТИ СПОСОБА ИЗМЕРЕНИЯ ВРЕМЕННОГО СДВИГА

В отсутствие эффекта Доплера, когда  $\Delta f = 0$  и  $\Delta t = \text{const}$ , принимаемый сигнал стационарен, а функции  $X_n(t, \Delta t_n, \gamma_n)$  периодичны с периодом *T*. С тем же периодом, но по сдвиговому времени  $\theta$  повторяются главные максимумы модуля ВФК

$$K_{ni} = \left| K_n(\theta = \theta_{\max i}) \right| = A_n L \left| \tilde{\kappa}_n(\theta = \theta_{\max i}) \right|$$

в точках  $\theta = \theta_{\max i}$  (*i* – порядковый номер максимума). Это иллюстрирует рис. 1а, где на нескольких



**Рис. 1.** Распределение  $\text{Re}[K(\theta)]$  при v = 0 (а) и при v > 0 (б).

кадрах (периодах T) сдвигового времени  $\theta$  показано полученное путем численного моделирования распределение  $K(\theta)$  для однокомпонентного сигнала (N = 1). Возможные помехи в расчет не принимались. Здесь и далее время измеряется в отсчетах, следующих с частотой дискретизации $f_{\pi}$ ; частота — в единицах, отнесенных к $f_{\pi}$ ; на рисунках по вертикальным осям откладываются значения измеряемых величин, отнесенные к масштабному коэффициенту, задаваемому при графическом отображении. Для модуляции и в качестве опорного сигнала  $S_0(t)$  использовалась ПСП, имеющая длину L = 31, длительность дискрета  $\Delta = 5$  и период T = 155. Измеряемая задержка τ соответствует положению максимума ВФК относительно верхней границы текущего кадра (пунктирные линии на рис. 1); точность δτ измерения  $\tau$  определяется полушириной дискрета  $\Delta$  $(\delta \tau \approx \Delta/2).$ 

Если зондируемый объект движется с постоянной скоростью, то повторяемость пиковых значений ВФК по  $\theta$  сохраняется, но изменяется период повторения  $T_c = T/\gamma$  и появляются периодические с частотой Доплера вариации квадратурных составляющих ВФК (реальной Re[K( $\theta$ )] и мнимой Im[K( $\theta$ )] частей). Кроме того, доплеровская деформация приводит к появлению боковых лепестков, уровень которых возрастает по мере роста |v|. В условиях, когда сжатие/расширение сигнала S(t) не превышает длительности дискрета  $\Delta$ , отношение  $h_{ni}$  максимальных значений модуля ВФК к уровню боковых лепестков для каждой из *n* составляющих в S(t) можно оценить по формуле

$$h_{ni} \approx \frac{\mathbf{K}_{ni}(1 - 0.25\beta_{n}\mathbf{K}_{ni}\Delta)}{0.5\Delta\sum_{m=1}^{N}\beta_{m}\mathbf{K}_{mi}}.$$
(9)

Ширина пиковых значений ВФК примерно в  $h_{ni}$  раз увеличивается, из-за этого в  $h_{ni}$  раз уменьша-

ется разрешающая способность по сдвиговому времени.

Моделировалась ситуация, когда зондируемый объект двигался в сторону приемника с постоянной скоростью, при которой параметр  $\gamma =$ = 1.01. В этом случае распределение модуля K( $\theta$ ) (рис. 16) выглядит как периодическая последовательность импульсов, подобная той, что изображена на рис. 1а, но с меньшим, чем *T*, периодом *T<sub>c</sub>*. Пиковые значения Re[K( $\theta$ )] изменяются с частотой Доплера по закону, близкому к синусоидальному (см. рис. 16).

Измеряемая задержка  $\tau$  зависит как от доплеровской деформации, так и от изменения задержки сигнала  $\Delta t$ , вызванного движением объекта. При  $v \neq 0$  на каждом периоде T опорного сигнала  $\tau$  получает приращение  $d\tau = \beta \theta_{max} (\tau = \tau + d\tau)$ , где  $\theta_{max} - c$ двиговое время, соответствующее пиковому значению  $|\mathbf{K}(\theta)|$  в предшествующем кадре ВФК. Из-за этого постепенно от периода к периоду T экстремумы ВФК смещаются в сторону нарастающих или уменьшающихся в зависимости от знака скорости v значений  $\theta$ . Для представленного на рис. 16 случая (v > 0), измеряемая задержка  $\tau$  уменьшалась от 45 до 11. По наблюдаемым приращениям  $d\tau$  можно определить знак доплеровского сдвига v.

В присутствии шумовой помехи отношение сигнал/помеха для каждой *n*-й составляющей сигнала на выходе коррелятора равно отношению значений модулей реальной части ВФК  $K_{ni}$  в точ-ках экстремумов  $\theta = \theta_{max i}$  к дисперсии  $\sigma_{вых}$  помеховой составляющей:

$$r_{\text{BMX}ni} = K_{ni}/\sigma_{\text{BMX}}$$
.

Вклад в  $\sigma_{\text{вых}}$  дают помеха на входе коррелятора и помехи, связанные с вычислением ВФК. Для шумовой помехи со случайным гауссовым распределением и дисперсией  $\sigma_{\text{вх}}$  дисперсия шума на вы-



**Рис. 2.** Вариации Re[K( $\theta$ )] для двухкомпонентного сигнала  $S = s_1 + s_2$ ; *1* и 2 – зависимость пиковых значений ВФК для составляющих  $s_1$  и  $s_2$  с параметрами доплеровской деформации  $\gamma_1 = 1.0005$  и  $\gamma_2 = 1.00041$  соответственно.

ходе коррелятора равна  $\sigma_{\text{вых}} \approx \sigma_{\text{вх}} \sqrt{L}$  [8, 9], а отношение сигнал/шум для *n*-й составляющей имеет вид *S*(*t*) *r*<sub>вх n</sub> =  $\kappa_n A_n / \sigma_{\text{вх}}$ .

При отсутствии эффекта Доплера в установившемся режиме ВФК не содержит боковых лепестков и  $K_{ni} = |\kappa_n| A_n L = \text{const.}$  Поэтому выигрыш в отношении сигнал/помеха на выходе коррелятора по сравнению с тем же отношением на входе составляет величину

$$Q_{ni} = r_{\text{BMX}\,ni} / r_{\text{BX}\,n} \approx \sqrt{L}$$
.

Вызванные эффектом Доплера периодические изменения ВФК приводят к появлению боковых лепестков в Re[K<sub>n</sub>( $\theta$ )] и Im[K<sub>n</sub>( $\theta$ )], уровень которых растет при увеличении модуля скорости |v|. В этом случае дисперсия помех на выходе коррелятора  $\sigma_{\text{вых}}$  зависит от суммарного вклада боковых лепестков ВФК для каждой составляющей  $S_n(t)$  в S(t). С учетом (9) получаем

$$\sigma_{\rm beix} \approx \sigma_{\rm bx} + 0.5\Delta \sum_{m=1}^N \beta_m K_{mi}$$

и выходное отношение сигнал/помеха для *n*-й составляющей —

$$r_{\text{BMX }n} \approx \frac{\max(\mathbf{K}_{ni})}{\sigma_{\text{BMX}}\sqrt{L}},$$
 (10)

где max( $K_{ni}$ ) находится по максимальному из относящихся к точкам экстремумов  $\theta = \theta_{max i}$  значению модуля реальной части ВФК.

#### 4. МЕХАНИЗМ ИЗМЕРЕНИЯ ЧАСТОТНОГО СДВИГА

В соответствии с (7) доплеровский сдвиг v находится путем вычисления спектральной характеристики ВФН  $Q(\theta, v = \Delta f)$  как функции сдвигового времени  $\theta$ . Для этого в ВФН необходимо выделить связанные с эффектом Доплера вариации. Это можно сделать, если на каждом периоде *T* сдвигового времени  $\theta$  принимать во внимание только

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

средние за каждый из периодов T значения ВФК  $K(\theta)$ , т.е. вычислять

$$\Re(\Delta f_n) = \sum_{m=1}^{H} \exp(-j2\pi\Delta f_n mT) \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{K}(\theta + mT) d\theta =$$

$$= \sum_{m=1}^{H} \exp\left(-j2\pi\frac{\Delta f_n}{f_T}m\right) \overline{\mathbf{K}}(m),$$
(11)

перейдя таким образом к дискретным значениям  $\theta = mT \ (m = 0, 1, 2, 3, ... - порядковый номер периода$ *T*),*H*– число принимаемых в расчет периодов*T* $, <math>f_T = 1/T$ , а

$$\overline{\mathbf{K}}(m) = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \mathbf{K}(\theta + mT) d\theta$$

Если  $\Delta f_n \ll f_T$ , то

$$\overline{\mathbf{K}}(m) \cong \sum_{n=1}^{N} \overline{\mathbf{K}}_{n}(m) = \frac{1}{T} \sum_{n=1}^{N} \int_{0}^{T} \mathbf{K}_{n}(\theta + mT) d\theta.$$
(12)

Из (11) и (12) следует, что доплеровские сдвиги  $\Delta f_n$ входящих в s(t) составляющих  $s_n(t)$  можно находить посредством дискретного преобразования Фурье

$$\Re(f) = \sum_{m=1}^{H} \exp\left(-j2\pi \frac{f}{f_T}m\right) \overline{K}(m)$$

реализуемого по алгоритму БПФ. Размерность БПФ подбирается исходя из требуемой разрешающей способности и числа H учитываемых периодов T опорного сигнала.

На рис. 2 и 3 представлен результат численного моделирования для случая, когда s(t) содержит две компоненты  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$  с параметрами доплеровской деформации  $\gamma_1 = 1.0005$  и  $\gamma_2 = 1.00041$ , с амплитудами  $A_1$  и  $A_2 = 1.5A_1$ , с начальными задержками  $\Delta t_{01} = 125$  и  $\Delta t_{02} = 175$ . Времячастотный сдвиг составляющих  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$  определяется по следующим с частотой дискретизации  $f_{\pi}$  цифровым отсчетам сигнала S(t) на выходе синхронного детектора. Выбор частоты дискретизации влияет как на точность измерения времячастотного сдвига, так и на параметры доплеровской деформации. Кроме того, от  $f_{\pi}$  зависит число отсчетов, приходящихся на дискрет  $\Delta$  и на период T. По-



**Рис. 3.** Амплитудно-частотная характеристика вариаций Re[K( $\theta$ )] двухкомпонентного сигнала  $S = s_1 + s_2$  после дискретизации в базовой полосе частот: 1 и 2 – спектральные линии составляющих  $s_1$  и  $s_2$  с параметрами доплеровской деформации  $\gamma_1 = 1.0005$  и  $\gamma_2 = 1.00041$  соответственно.

следнее важно с точки зрения реализации способа измерения как программными (например, с применением цифровых процессоров сигналов), так и аппаратными (например, с применением ПЛИС) средствами. В рассматриваемом примере параметры  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  после дискретизации в базовой полосе частот выросли до  $\gamma_1 = 1.005$  и  $\gamma_2 = 1.0041$ , и это позволило для модуляции и в качестве опорной использовать ПСП с относительно небольшим числом отсчетов на период *T*: *T* = 310 при *L* = = 31 и  $\Delta$  = 10.

Чтобы проверить помехозащищенность способа измерения времячастотного сдвига к сигналу S(t) на выходе детектора была добавлена помеха n(t) в виде шума со случайным гауссовым распределением. Мощность помехи равнялась мощности составляющей  $S_1(t)$ . Полученное распределение Re[K( $\theta$ )] представлено на рис. 2.

Выделяются две аддитивные составляющие 1 и 2, пиковые значения которых изменяются по закону, близкому к синусоидальному, с амплитудами  $B_1, B_2 \approx 1.5B_1$ . Частоты этих составляющих определялись по амплитудному спектру вариаций  $\overline{K}(m)$ , для чего было применено БПФ размерностью  $N_{\text{БПФ}} = 128$  при числе выборок H = 64 (см. рис. 3). На рисунке видны две спектральные линии 1 и 2, соответствующие частотам Доплера  $\Delta f_1$  и  $\Delta f_2$  двух составляющих сигнала S(t). Значения частоты даны в цифровом представлении:  $F_1 = \Delta f_1 / f_T$ и  $F_2 = \Delta f_2 / f_T$ . Точность измерения частотного сдвига близка к  $dv \approx f_T / N_{\text{БПФ}}$ . Присутствие шума n(t) в шумоподобном сигнале S(t) мало отразилось на ВФК  $K(\theta)$  и на спектре профиля усредненных значений  $\overline{\mathrm{K}}(m)$  и привело лишь к незначительному увеличению помеховой составляющей при значительном ее превышении пиковыми значениями ВКФ, что подтверждает справедливость оценки (10).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе изложен способ совместного измерения временного и частотного сдвигов в многокомпонентном псевдослучайном сигнале с известным периодическим законом модуляции, основанный на двухэтапной последетекторной корреляционно-спектральной обработке в условиях. когда принимаемый сигнал подвержен доплеровской деформации. Способ сочетает непрерывное (на каждом шаге дискретизации) вычисление взаимной функции корреляции сигнала после синхронного детектора и спектральную обработку вариаций ВФК по сдвиговому времени посредством БПФ. По пиковым значениям и вариациям ВФК определяются временная задержка  $\tau$  и динамика изменения τ. По амплитудно-частотной характеристике вариаций ВФК находится частотный сдвиг V; направление сдвига V определяется исходя из динамики изменения временного сдвига т.

Также дана оценка помехоустойчивости способа измерения с учетом возникающего при доплеровской деформации вклада боковых лепестков ВФК в отношение сигнал/помеха.

Посредством численного моделирования показана работоспособность способа в условиях значительной доплеровской деформации, в присутствии помех и в условиях многолучевого распространения сигнала от источника до точки приема.

Преимущество способа состоит в возможности измерения частотно-временного сдвига без перехода в режим поиска и без применения средств слежения, а также в возможности компактной аппаратной реализации с использованием программируемой логики.

Способ рассчитан на применение в системах ближней активной радио-, гидро- и эхолокации, а также в мобильных системах связи и в каналах связи с многолучевым распространением сигнала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез, обработка. СПб.: Наука и техника, 2005.
- Гоголев И.В. // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2018. № 1. С. 13.
- 3. Гоголев И.В., Яшин Г.Ю. // Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2018. № 3. С. 15.
- 4. *Павликов С.Н., Убанкин Е.И.* // Телекоммуникации и транспорт. 2014. Т. 8. № 14. С. 18.
- 5. *Марычев Д.С., Морозов О.А., Лупов С.Ю. //* Изв. вузов России. Радиофизика. 2014. Т. 57. № 12. С. 1.
- 6. *Ершов Р.А., Морозов О.А., Фидельман В.Р. //* Изв. вузов России. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 139.
- 7. Шкелев Е.И., Ширкаев А.В. // ПТЭ. 2018. № 4. С. 25.
- 8. Варакин Л.Е. Системы связи с широкополосными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
- Зверев В.А., Стромков А.А. Выделение сигналов из помех численными методами. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2011.

# ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 537.877

# ТРАНСФОРМАЦИЯ ЧАСТОТНО-ФАЗОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ОТ ВИБРИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

© 2020 г. А. С. Запевалов<sup>а, \*</sup>, В. М. Бурдюгов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Морской гидрофизический институт РАН, ул. Капитанская, 2, Севастополь, 229011 Российская Федерация \*E-mail: sevzepter@mail.ru

Поступила в редакцию 04.02.2019 г. После доработки 12.08.2019 г. Принята к публикации 15.08.2019 г.

Исследована структура сигнала, отраженного от вибрирующей поверхности, в случае когда амплитуда вибрации сравнима или значительно больше длины зондирующей электромагнитной волны. Показано, что использование соотношений между амплитудами старших гармоник позволяет рассчитать амплитуду вибрации в ситуациях, когда она больше длины зондирующей волны. Получены критерии, позволяющие выбирать гармоники отраженного сигнала для однозначного определения амплитуды вибрации. Показано, что эффект перераспределения энергии между большим числом гармоник отраженного сигнала, который имеет место при росте индекса фазовой модуляции, приводит к уменьшению их амплитуды примерно в 1.75.

DOI: 10.31857/S0033849420050149

#### **ВВЕДЕНИЕ**

При зондировании движущейся поверхности отраженный сигнал изменяет свою частоту и фазу. Этот эффект широко используется в ряде приложений, в том числе при измерениях параметров вибрации, путем зондирования поверхности электромагнитными волнами радио- и оптического диапазонов [1–4].

Стандартная процедура получения информации о частоте и амплитуде вибрации основана на выделении характеристик доплеровского сдвига отраженного сигнала [1, 5]. Всю информацию об амплитуде вибрации содержит фаза отраженного сигнала [6]. Проблемы появляются, когда амплитуда вибрации становится сравнимой с длиной зондирующей волны или превышает ее, в этом случае возникает неоднозначность определения амплитуды вибрации [7, 8].

Цель данной работы — анализ структуры сигнала, отраженного от вибрирующей поверхности, в ситуациях, когда амплитуда вибрации сравнима или значительно больше длины зондирующей электромагнитной волны.

#### 1. ЧАСТОТНО-ФАЗОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СИГНАЛА, ОТРАЖЕННОГО ОТ ВИБРИРУЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрим задачу в следующей постановке. Когерентный источник непрерывного излучения с частотой  $\omega_0$  облучает поверхность, совершающую плоскопараллельные гармонические колебания с амплитудой  $\xi_0$  и частотой  $\Omega$ . В этом случае отраженный сигнал имеет вид [1, 5]

$$\Psi(t) = A\cos\left(\omega_0 t - m\cos\left(\Omega t\right) - \frac{4\pi L}{\lambda} + \varphi_0\right), \quad (1)$$

где A — амплитуда; m — индекс фазовой модуляции; L — среднее расстояние от источника излучения до вибрирующей поверхности;  $\lambda$  — длина зондирующей волны;  $\varphi_0$  — изменение фазы сигнала при отражении. После стандартной процедуры усиления и детектирования отраженного сигнала получаем

$$\tilde{\Psi}(t) = \tilde{A}\cos(m\cos(\Omega t) - \varphi), \qquad (2)$$

где  $\tilde{A}$  – амплитуда;  $\phi = -4\pi L/\lambda + \phi_0$  – фазовый сдвиг.

Индекс фазовой модуляции связан с амплитудой вибрации линейным соотношением

$$m = 4\pi\xi_0/\lambda, \tag{3}$$

т.е. чтобы определить амплитуду вибрации, зная длину зондирующей волны  $\lambda$ , достаточно рассчитать индекс фазовой модуляции. Для этого разложим функцию  $\tilde{\Psi}(t)$  в ряд Фурье

$$\tilde{\Psi}(t) = \tilde{A} \bigg[ \cos \varphi J_0(m) + 2 \cos \varphi \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(m) \cos (2n\Omega t) -$$
(4)  
-  $2 \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(m) \cos ((2n-1)\Omega t) \bigg],$ 



**Рис. 1.** Зависимости амплитуд нечетных  $\tilde{a}_{2n-1}$  (а) и четных  $\tilde{a}_{2n}$  (б) гармоник от параметра *m*; цифры на кривых обозначают номер гармоники.

где

$$J_n(z) = \pi^{-1} \int_0^{\pi} \cos\left(n\tau - z\sin\tau\right) d\tau$$

— функции Бесселя первого рода порядка *n* [9]. Из выражения (4) следует, что сигнал  $\tilde{\Psi}(t)$  является функцией четырех параметров, два из которых,  $\tilde{A}$  и  $\phi$ , определяются условиями проведения измерений и характеристиками аппаратуры, а два других, *m* и  $\Omega$ , описывают характеристики вибрации. Параметр *m* зависит от длины зондирующей волны, но поскольку она, как правило, известна, то можно считать что  $m = m(\xi_0)$ .

В работе [4] предложен метод определения амплитуды вибрации в рамках которого расчет индекса фазовой модуляции осуществляется по отношению амплитуд первой и второй гармоник. Данный метод позволяет исключить неизвестный параметр  $\tilde{A}$ . Ограничением данного метода является то, что он может быть реализован только тогда, когда расстояние L известно с точностью значительно более высокой, чем длина зондирующей волны, в противном случае возникает неопределенность, связанная со сдвигом фазы  $\varphi$ . Метод также может быть реализован, если вибрирующая поверхность дополнительно перемещается таким образом, когда можно принять, что параметр  $\varphi$  равномерно распределен на интервале от 0 до  $2\pi$ . Чтобы исключить неопределенность сдвига фазы  $\varphi$ , в работе [7] расчет индекса фазовой модуляции *m* осуществляется по отношениям амплитуд третьей и первой или четвертой и второй гармоник. В этом случае для амплитуд гармоник  $a_n$  сигнала  $\tilde{\Psi}(t)$  справедливы соотношения

$$a_3/a_1 = J_3(m)/J_1(m),$$
  
 $a_4/a_2 = J_4(m)/J_2(m).$ 

Ограничение этого подхода связано с тем, что при превышении критических значений параметром m, соответствующих наименьшим значениям корней уравнений  $J_1(m) = 0$  или  $J_2(m) = 0$ , возникает неоднозначность. Она проявляется в том, что одному и тому же значению отношений амплитуд гармоник могут соответствовать разные значения m [8].

# 2. СТАРШИЕ ГАРМОНИКИ ОТРАЖЕННОГО СИГНАЛА $\tilde{\Psi}(t)$

Отраженный от вибрирующей поверхности сигнал нелинейно зависит от индекса фазовой модуляции. С ростом параметра *m* увеличиваются амплитуды старших гармоник. Этот эффект может быть использован для расчета индекса фазовой модуляции. Пусть  $a_n$  — амплитуда гармоники порядка *n* сигнала  $\tilde{\Psi}(t)$ . Тогда, вводя нормировки, исключающие неизвестные параметры  $\tilde{A}$  и  $\phi$ , получаем

$$\tilde{a}_{2n-1} = a_{2n-1}/(2\tilde{A}\sin\phi)$$
 и  $\tilde{a}_{2n} = a_{2n}/(2\tilde{A}\cos\phi)$ .

Из уравнения (4) следует, что  $\tilde{a}_n \equiv |J_n(m)|$ . Изменения нормированных амплитуд  $\tilde{a}_n$  нечетных и четных гармоник с ростом параметра *m* показаны на рис. 1. Видно, что амплитуды  $\tilde{a}_n$  имеют квазипериодический характер, с ростом параметра *m* значения их локальных максимумов уменьшаются. При этом амплитуда гармоники, имеющей порядок *n*, при некоторых значениях параметра *m* оказывается больше амплитуд гармоник с поряд-ками меньше *n*.

Рассмотрим более подробно изменения соотношений между амплитудами гармоник. Изменения амплитуд гармоник при увеличении индекса фазовой модуляции показаны на рис. 2. При построении рис. 2 для наглядности было принято, что значение наибольшей из амплитуд при фиксированном значении параметра *m* равно единице. Обозначим порядок амплитуды, имеющей наибольшее значение, как  $n_{\rm max}$ . Видно, что при  $n < n_{\rm max}$  амплитуды гармоник меняются беспорядочно, а при  $n > n_{\rm max}$  происходит монотонный спад амплитуд.

Таким образом, используя информацию о старших гармониках отраженного сигнала, можно проводить измерения амплитуды вибрации в ситуациях, когда она больше длины зондирующей волны. Для этого необходимо выделить гармонику  $n_{\rm max}$  с наибольшей амплитудой. Признаком того, что рассмотрено достаточное число гармоник, является монотонный спад к нулевым значениям амплитуд гармоник при  $n > n_{\rm max}$ . В этом случае индекс фазовой модуляции однозначно совпадает с наименьшим корнем уравнения

$$J_{n_{\max}+2}(m)/J_{n_{\max}}(m) = a_{n_{\max}+2}/a_{n_{\max}}.$$
 (5)

Чтобы исключить неизвестное значение параметра  $\phi$  расчет амплитуды вибрации осуществляется по отношению соседних амплитуд четных или нечетных гармоник [7]. Может возникнуть ситуация, когда максимальные значения амплитуд четных и нечетных гармоник равны. Тогда расчет амплитуды вибрации согласно (5) как по амплитудам четных, так и по амплитудам нечетных гармоник приводит к одному результату.

Расчет амплитуды вибрации при больших значениях индекса фазовой модуляции иллюстрирует рис. 3. Представлены две ситуации, при которых индекс фазовой модуляции равен 17 и 22 (см. рис. 2), что соответствует отношениям амплитуд вибрации к длине зондирующей волны, равным 1.35 и 1.75, тогда  $n_{\text{max}} = 15$  и 20.

3. ОГРАНИЧЕНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА АМПЛИТУД ВИБРАЦИИ ПО СТАРШИМ ГАРМОНИКАМ

Возникает естественный вопрос, до каких значений индекса фазовой модуляции можно рассчитывать амплитуду вибрации, используя стар-





**Рис. 3.** Зависимости отношений амплитуд гармоник от индекса фазовой модуляции: штриховые линии  $-a_3/a_1$  (а) и  $a_4/a_2$  (б); сплошные линии  $-a_{17}/a_{15}$  (а) и  $a_{22}/a_{20}$  (б).

шие гармоники. С увеличением числа гармоник энергия отраженного сигнала распределяется между большим числом гармоник, соответственно меняется амплитуда наибольшей из них.



**Рис. 4.** Зависимости параметра  $\sigma_{\psi}$  от индекса фазовой модуляции *m* при трех значениях фазового сдвига:  $\varphi = 0$  (*1*),  $\pi/4$  (*2*) и  $\pi/2$  (*3*).

Будем полагать, что мощность отраженного от вибрирующей поверхности излучения не зависит от индекса фазовой модуляции, т.е. дисперсия сигнала  $\tilde{\Psi}(t)$  является константой

$$\frac{1}{T}\int_{0}^{T} \left(\tilde{\Psi}(t) - \overline{\tilde{\Psi}(t)}\right)^{2} dt = \text{const},$$
(6)

где T — интервал интегрирования; черта сверху означает осреднение. Интервал интегрирования примем равным периоду вибрации  $T = 2\pi/\Omega$ . Условие (6) выполняется, если параметр  $\tilde{A}$  с ростом индекса фазовой модуляции меняется обратно пропорционально  $\sigma_w$ :

$$\sigma_{\psi}(m) = \left[\frac{1}{T}\int_{0}^{T} \left(\left(\cos\left(m\cos\left(\Omega t\right) - \varphi\right) - \cos\varphi J_{0}(m)\right)^{2} dt\right]^{0.5}.$$
(7)

Зависимости параметра  $\sigma_{\psi}$  от *m* при нескольких значениях фазового сдвига  $\phi$  представлены на рис. 4. Значительные изменения  $\sigma_{\psi}(m)$  наблюдаются в области *m* < 1, при бо́льших значениях *m* значения  $\sigma_{\psi}(m)$  колеблются вблизи среднего значения 1.75. Причем с ростом *m* отклонения  $\sigma_{\psi}(m)$  ТРАНСФОРМАЦИЯ ЧАСТОТНО-ФАЗОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛА

Таким образом, при увеличении амплитуды вибрации характер происходящего перераспределения энергии между гармониками отраженного сигнала позволяет измерять ее амплитуду в тех ситуациях, когда она в несколько раз превышает длину зондирующей объект радиоволны.

от среднего значения уменьшаются. Нулевое зна-

чение  $\sigma_w(m)$  при m = 0 отражает тот факт, что

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен анализ структуры сигнала, отраженного от вибрирующей поверхности, в ситуациях, когда амплитуда вибрации сравнима с длиной зондирующей электромагнитной волны или значительно больше ее. Показано, что в этих ситуациях использование соотношений между амплитудами старших гармоник позволяет исключить неоднозначность, присущую ранее предложенному методу расчетов по первым четырем гармоникам.

Расчет амплитуды вибрации проводится на основе индекса фазовой модуляции отраженного сигнала. Для расчетов используются две гармоники: одна имеет максимальную амплитуду  $a_{n_{\max}}$ , а другая  $a_{n_{\max}+2}$ . Отношение  $a_{n_{\max}+2}/a_{n_{\max}}$  однозначно определяет индекс фазовой модуляции. Критерием того, что рассмотрено достаточное число гармоник, является характер их изменения в области  $n > n_{\max}$ . В указанной области амплитуды гармоник должны монотонно стремиться к нулю.

Рассмотрен эффект уменьшения амплитуды гармоник с увеличением их числа. В области, где индекс фазовой модуляции больше 5, этот эф-

фект приводит к изменению амплитуд гармоник примерно в 1.75 раз.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 0827-2018-0003 "Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования".

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Андреев Г.А., Хохлов Г.И.* // Электромагн. волны и электрон. системы. 1997. Т. 2. № 4. С. 99.
- Amann M.C., Bosch T., Lescure M. et al. // Opt. Eng. 2001. V. 40. № 1. P. 10. https://doi.org/10.1117/1.1330700
- 3. *Scalise L., Yu Y., Giuliani G. et al.* // IEEE Trans. 2004. V. IM-53. № 1. P. 223. https://doi.org/10.1109/TIM.2003.822194
- 4. *Пинчук А.Н.* // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2014. № 6. С. 270.
- 5. *Пинчук А.Н.* // Двойные технологии. 2015. № 1. С. 31.
- 6. Волковец А.И., Руденко Д.Ф., Гусинский А.В., Кострикин А.М. // Докл. БГУИР. 2007. Т. 20. № 4. С. 58.
- Запевалов А.С., Пинчук Н.А., Бурдюгов В.М. // ЖТФ. 2018. № 12. С. 1890. https://doi.org/10.21883/JTF.2018.12.46794.27-18
- Бурдюгов В.М., Шумейко И.П., Ожиганова М.И. // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 1. http://jre.cplire.ru/jre/jan19/10/text.pdf. https://doi.org/10.30898/1684-1719.2019.1.10
- 9. *Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф*. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы. М.: Наука, 1968.

## \_\_\_\_ ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ \_\_\_\_ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

УДК 53.083.2

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОПОЛЕВАЯ ТОМОГРАФИЯ

© 2020 г. П. А. Кобрисев<sup>а,</sup> \*, А. В. Корженевский<sup>а</sup>, С. А. Сапецкий<sup>а</sup>, Т. С. Туйкин<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

> \**E-mail: mrkobrisev@gmail.com* Поступила в редакцию 30.05.2019 г. После доработки 30.05.2019 г. Принята к публикации 01.08.2019 г.

Рассмотрен метод электрополевой томографии, которому присущи некоторые уникальные свойства. Предложено решение проблемы детектирования полезного сигнала при взаимодействии исследуемого объекта с электромагнитным полем, которая обусловлена высокой погрешностью измерений, связанной с вариацией емкостей электродов и объекта относительно земли. С помощью численного моделирования показана реализуемость дифференциальных возбуждений измерений, позволяющих существенно снизить погрешность и повысить помехоустойчивость системы. Показано, что системы из восьми электродов достаточно для реконструкции изображения методом свертки и обратной проекции. При этом могут быть использованы как фазовые измерения, аналогично униполярной электрополевой томографии, так, в некоторых случаях, и амплитудные измерения.

DOI: 10.31857/S0033849420060170

#### введение

Электрополевая томография (ЭПТ) – разновидность квазистатической электромагнитной томографии, позволяющая бесконтактно визуализировать пространственное распределение электрических свойств объекта. Она имеет несколько преимуществ по сравнению с другими разновидностями квазистатической электромагнитной томографии. Наряду с электроемкостной и магнитоиндукционной томографией она не требует контакта с объектом исследования в отличие от электроимпедансной томографии [1], что позволяет исключить проблемы точного позиционирования электролов и паразитных контактных явлений. Кроме того, электроимпедансный метод не позволяет получить томограмму черепа, поскольку слабопроводящая костная ткань препятствует проникновению электрического тока. Магнитоиндукционная томография (МИТ) справляется с подобной задачей [2, 3], однако отношение сигнал/шум страдает от помех со стороны электрического поля. Несмотря на конструктивную схожесть электрополевой и электроемкостной томографии [4], последняя непригодна для визуализации сред с электропроводностью более 0.1 См/м и, таким образом, не представляет интереса для биомедицины.

Электрополевая томография подразумевает зондирование объекта внешним электромагнитным полем. При взаимодействии объекта и электрической компоненты электромагнитного поля могут регистрироваться изменения фазы и амплитуды последнего. В работах [5, 6] представлен вариант с измерением сдвига фазы зондирующего поля, обусловленного явлением релаксации Максвелла—Вагнера. Суть явления заключается в запаздывании перераспределения свободных носителей под действием зондирующего поля из-за конечной проводимости исследуемого объекта.

Экспериментальная реализация описанного метода продемонстрирована в работах [7, 8]. В многоэлектродной системе был использован униполярный способ возбуждения и регистрации параметров электрического поля, при котором все напряжения отсчитываются относительно общего провода заземленного металлического экрана. Такой способ обладает определенным недостатком, выраженным в существенной погрешности измерения полезного сигнала по причине вариации емкостей электродов и самого объекта относительно земли.

В работе [9] показана возможность дифференциальных возбуждений и измерений для нивелирования описанных погрешностей. В дифференциальной схеме источник напряжения и регистратор подключаются симметрично к двум электродам измерительной системы каждый. При этом для реконструкции изображений могут быть использованы не только сдвиги фаз, но и относительные изменения амплитуды электрического поля, что подтверждается численным моделированием для системы из четырех электродов. Зона чувствительности для дифференциальных измерений может быть аппроксимирована эквипотенциальными линиями зондирующего поля. Этот факт позволяет использовать метод обратного проецирования для реконструкции изображений.

Для полной демонстрации реализуемости дифференциальной схемы включения электродов требуется моделирование многоэлектродной томографической системы. Именно это стало основной целью работы.

#### 1. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Исторически доминирующее положение в численном моделировании квазистатических томографических систем занимает метод конечных элементов (МКЭ). Ввиду относительно высокой рабочей частоты в МИТ и ЭПТ предпочтительней использовать метод конечных разностей во временной области (Finite Difference Time Domain, FDTD), основанный на конечно-разностной аппроксимации дифференциальных уравнений Максвелла. Метод FDTD позволяет учитывать волновое распространение поля в отличие от метода МКЭ. Кроме того, последний может быть численно неустойчив, в частности, при моделировании границ проводящей и непроводящей сред. Метод FDTD лишен такого недостатка и обеспечивает численную стабильность и надежность результатов моделирования.

Исходными уравнениями для метода FDTD являются уравнения Максвелла (в дифференциальной форме):

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}, \tag{1}$$

где  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля,  $\vec{H}$  – напряженность магнитного поля,  $\vec{D}$  – индукция электрического поля,  $\vec{B}$  – индукция магнитного поля,  $\vec{J}$  – вектор плотности тока. Если среда линейная и не имеет дисперсии, то  $\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$ ,  $\vec{B} =$  $= \mu \mu_0 \vec{H}, \vec{J} = \sigma \vec{E};$  где  $\varepsilon$  и  $\mu$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости,  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные,  $\sigma$  – удельная электропроводность среды. Оставшиеся два уравнения Максвелла для дивергенций удовлетворяются автоматически, если наложены корректные граничные и начальные условия. Простейшие граничные условия соответствуют идеальному электрическому проводнику (Perfect Electrical Conductor, PEC): тангенциальное электрическое поле на границе равно нулю, то есть электромагнитные волны на 100% возвращаются в счетный объем. Типичными начальными условиями являются нулевые поля. В методе FDTD производные в уравнениях (1) аппроксимируются конечными разностями второго порядка, используя технику, разработанную К. Йи [10]. Следует упомянуть, что явные конечно-разностные схемы требуют специальных условий для устойчивой работы. Для метода FDTD это условие имеет вид:

$$\Delta t \le 1/c \sqrt{(\Delta x)^{-2} + (\Delta y)^{-2} + (\Delta z)^{-2}} , \qquad (2)$$

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

Рис. 1. Геометрия измерительной системы.

где c — скорость света в вакууме,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  — параметры счетного объема. Обеспечение условия (2) является значительной проблемой при использовании метода в моделировании квазистатических систем, т.к. его выполнение требует чрезвычайно большого количества шагов по времени, если необходимо высокое пространственное разрешение, а конечное время моделирования должно перекрывать наиболее медленные релаксационные процессы в системе.

Моделирование было выполнено в программе<sup>1</sup> FDTDpro. Измерительная система представляет собой шестигранную камеру из проводника (проводимостью 10<sup>6</sup> См/м), внутрь которой помещены восемь (№ 1-№ 8) электродов с прямоугольным сечением из того же материала. В системе используется дипольное возбуждение электрического поля, при котором возбуждающий сигнал подводится к паре смежных электродов, а полезный сигнал регистрируется на всех оставшихся свободных парах смежных электродов. Размеры электродов, а также размеры зазора между стенкой и объектом и зазоров между электродами выбирались из соображений минимизации взаимных емкостных связей. К возбуждающим электродам подключены два противофазных источника напряжения, а к остальным — регистраторы разности потенциалов электрического поля. Исследуемый объект помещали в пространство между электродами. Геометрия измерительной системы представлена на рис. 1.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Решение уравнений Максвелла методом FDTD [электронный ресурс]. Сайт Александра Зеленина. Режим доступа http://zfdtd.narod.ru.



**Рис. 2.** Форма возбуждающего импульса напряжения (а) и его модуль спектра (б).

Возбуждение системы осуществлялось с помощью гауссова импульса напряжения, форма и спектр которого показаны на рис. 2. Такой сигнал возбуждения удобен тем, что всего за один прогон программы можно получить результаты в широком диапазоне частот с использованием преобразования Фурье при обработке данных. На частотах вблизи релаксационной частоты выбранной среды (примерно 21 МГц) импульс имеет достаточно большую спектральную амплитуду.

Метод измерений, используемый в работе, позволяет использовать для реконструкции изображений алгоритм фильтрации и взвешенного обратного проецирования вдоль линий максимальной чувствительности [5]. Пусть имеется опорный набор данных, соответствующих измерениям, проведенным в предыдущий момент времени. Тогда значение проводимости S (в условных единицах), присваиваемое точке реконструируемого изображения с полярными координатами r и  $\theta$  может быть вычислено по формуле, описывающей процедуру обратного проецирования вдоль эквипотенциалей электрического поля:

$$S(r,\theta) = \sum_{i=0}^{N-1} W\left(r,\theta - \frac{2\pi}{N}i\right) \tilde{\lambda}_{i}(x) \Big|_{\Phi(x) = \phi(r,\theta)}$$

Здесь *i* — номер пары активных электродов (номер профиля),  $W_i$  — геометрический весовой фактор, обеспечивающий независимость чувствительности томографа от координаты точки внутри исследуемого пространства,  $\tilde{\lambda}_i$  — результат линейной интерполяции функции дискретного аргумента  $\tilde{\lambda}_i = u_r^i(j)/u_m^i(j) - 1$ , где  $u_m^i(j)$  — напряжение, измеренное на *j*-й паре электродов (*j* = 2...*N* – 2, отсчет ведется от активной в данном измерении па-



**Рис. 3.** Зависимость сдвига фаз, вносимого объектом, от частоты.

ры, которой соответствует j = 0),  $u_r^i(j)$  – соответствующее напряжение из опорного набора данных; значение аргумента x (0 < x < N) определяется пересечением эквипотенциали электрического поля, проходящей через точку r,  $\theta$ , с внешней границей объекта,  $\Phi_i(x)$  – распределение потенциала вдоль границы объекта с однородной проводимостью. Весовой фактор  $W_i$  определяется путем приближенного аналитического решения прямой задачи для заданной конфигурации томографа в предположении об однородном распределении проводимости:

$$W(r,\theta) = \frac{W(r,\theta)}{r_{1}^{4}r_{2}^{4}\sqrt{r_{3}^{2}+3\sin^{2}\theta_{x}}} = \frac{8r_{1}^{4}r_{2}^{4}\sqrt{r_{3}^{2}+3\sin^{2}\theta_{x}}}{r_{3}^{4}\sqrt{(r_{1}^{2}+3r^{2}\sin^{2}\theta)(r_{2}^{2}+3r^{2}\sin^{2}(\theta-\theta_{x}))}}$$

Он также может быть определен экспериментально.

#### 2. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В ходе численного моделирования была исследована зависимость вносимого объектом сдвига фазы от частоты сигнала при расположении объекта в центре системы. Для этого регистрируемые сигналы (опорный, без вносимого объекта и с внесенным объектом) подвергались преобразованию Фурье, полученные образы вычитались. На рис. 3 представлена зависимость сдвига фаз на паре электродов № 6 и 7. Максимум сдвига фаз находится вблизи релаксационной частоты среды.

В первую очередь для реконструкции изображения была использована модель с объектом в центре системы. На рис. 4 представлено изображение объекта на основе измеренных относительных амплитуд и фаз полезного сигнала на частоте 20.5 МГц, там же цифрами 1 и 8 показано расположение электродов № 1 и 8.

Далее, прежде чем переходить к визуализации неоднородных сред, было решено получить изображение компактного объекта сдвинутого относительно центра. На рис. 5а представлена сама



Рис. 4. Изображение объекта в центре системы: а – по значениям амплитуды сигнала, б – по значениям сдвига фаз.



**Рис. 5.** Изображение объекта, смещенного относительно центра: а – модель измерений, б – реконструированное изображение по значениям относительных амплитуд, в – реконструированное изображение по значениям сдвига фаз.

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020



Рис. 6. Модель с проводящим объектом-включением на фоне менее проводящего цилиндра.

модель, а на рис. 56 и 5в изображены реконструированные изображения по значениям амплитуд и фаз сигнала соответственно.

Для получения томографического изображения протяженного объекта с неоднородным распределением электропроводности была использована модель, показанная на рис. 6.

Внутрь слабопроводящего цилиндра с параметрами  $\sigma = 0.001$  См/м и  $\epsilon = 81$  помещен объект с

параметрами  $\sigma = 0.1$  См/м и  $\varepsilon = 81$  со смещением относительно центра приблизительно на 1/3 радиуса камеры. В качестве опорных ланных применялась модель со слабопроводящим цилиндром без объекта включения, что на языке электроимпедансной томографии соответствует "динамической" визуализации. Результат реконструкции представлен на рис. 7. Если в качестве опорных данных были использованы результаты измерений в пустой системе ("статическая" визуализация), то удовлетворительный результат получается только для фазовых измерений (рис. 8). Из рис. 8 видно, что объект включения смещен к центру, в связи с этим необходимо доработать алгоритм реконструкции, а при проведении физического эксперимента увеличить количество электродов.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате моделирования дифференциальной измерительной системы из восьми электродов удалось получить томографическое изображение проводящего объекта-включения на фоне менее проводящего цилиндра. При этом для статической томографии пригодны только фазовые измерения. Возмущения, создаваемые объектом, велики для амплитудных измерений. В связи с этим линейная модель не применима, и внутренняя структура теряется.

Следующим шагом в исследовании должно стать проведение физического эксперимента с установкой для электрополевой томографии. Суммарное количество электродов необходимо будет расширить до 16, это позволит увеличить количе-



Рис. 7. Динамическая томография: а – по значениям амплитуды сигнала, б – по значениям сдвига фаз.



Рис. 8. Статическая томография: а – по значениям амплитуды сигнала, б – по значениям сдвига фаз.

ство данных для реконструкции и, как следствие, повысить разрешение изображения.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания, частично поддержана РФФИ в рамках научного проекта № 18-29-02088.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Holder D.* Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications. Bristol: Institute of Physics Publishing, 2005.
- 2. Griffiths H. // Meas. Sci. Technol. 2001. № 12. P. 1126.

- Korjenevsky A., Cherepenin V., Sapetsky S. // Physiol. Meas. 2000. № 21. P. 89.
- Reinecke N., Mewes D. // Meas. Sci. Technol. 1996. № 7. P. 233.
- 5. Корженевский А.В. // РЭ. 2004. Т. 49. № 6. С. 761.
- 6. *Korjenevsky A.V.* // Physiol. Meas. 2005. V. 26. № 2. P. S101.
- Korjenevsky A.V., Tuykin T.S. // Physiol. Meas. 2010. V. 31. P. S127.
- Гуляев Ю.В., Корженевский А.В., Туйкин Т.С., Черепенин В.А. // РЭ. 2010. Т. 55. № 9. С. 1132
- 9. Корженевский А.В., Гуляев Ю.В., Корженевская Е.В. // Журн. радиоэлектроники. 2018. № 10. http://jre.cplire.ru/jre/oct18/19/text.pdf.
- 10. Yee K.S. // IEEE Trans. 1966. V. AP-14. № 3. P. 302.

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.373.12;621.391.822

# АВТОДИННЫЙ ЭФФЕКТ СВЧ-ГЕНЕРАТОРОВ С ВНЕШНЕЙ СИНХРОНИЗАЦИЕЙ

© 2020 г. В. Я. Носков<sup>а,</sup> \*, К. А. Игнатков<sup>а</sup>, К. Д. Шайдуров<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, ул. Мира, 19, Екатеринбург, 620002 Российская Федерация

> \**E-mail: noskov@oko.ek.ru* Поступила в редакцию 03.04.2019 г. После доработки 24.04.2019 г. Принята к публикации 30.04.2019 г.

Представлены результаты исследований особенностей формирования автодинного отклика в генераторах, находящихся под воздействием одновременно собственного отраженного излучения и внешнего синхронизирующего воздействия. Получены основные соотношения для анализа автодинного отклика как при условии квазистатически медленного перемещения объекта локации, так и при быстром его перемещении, когда период сигнала соизмерим с постоянной времени автодинного отклика. Выполнены расчеты параметров и характеристик синхронизированного автодина. Показаны преимущества таких автодинов по сравнению с обычными автодинами без синхронизации. Результаты теоретических исследований подтверждены экспериментальными данными, полученными на примере генератора, выполненного на основе диода Ганна 8-миллиметрового диапазона.

DOI: 10.31857/S0033849420050113

#### введение

Автодинные приемопередатчики (автодины, АД), находят широкое применение в системах ближней радиолокации (СБРЛ), датчиках и измерителях параметров технологических процессов в промышленности и на транспорте, а также в различных научных приложениях, военном деле и мелицине [1-4]. Обработка полученных в АД сигналов обеспечивает возможность извлечения информации об электрофизических свойствах объектов локации и их кинематических характеристиках: расстояния, скорости движения, ускорения, параметров вибрации, величины перемещения и пр. Широкому распространению АД способствует прежде всего конструктивная простота и низкая стоимость СВЧ-модулей, а также высокая чувствительность к воздействию собственного отраженного от объекта локации излучения.

Принцип действия данных устройств основан на автодинном эффекте, состоящем в изменении параметров автоколебаний под воздействием отраженного от объекта локации излучения. К настоящему времени автодинный эффект исследован почти во всех типах генераторов, включая оптические квантовые генераторы как с непрерывным излучением, так и с различными видами модуляции [5–7]. Рассмотрены особенности формирования автодинного отклика в условиях слабого и сильного отраженного излучения, а также при различных скоростях движения объектов локации [8–10]. Кроме того, изучены многочастотные и многоэлементные АД [11–13], а также АД, стабилизированные по частоте, например, посредством дополнительного высокодобротного резонатора [14] или синхронизирующего сигнала от внешнего генератора [15–18].

При этом необходимо отметить, что случай внешней синхронизации АД в известных нам работах рассмотрен без учета ряда специфических факторов, свойственных генераторам СВЧ-диапазона, например, их неизохронности и неизодромности [19]. Кроме того, не исследованы динамические характеристики синхронизированных АД (САД), которые необходимо учитывать в условиях высоких скоростей движения объектов локации [8, 9].

Цель данной работы — исследование поведения амплитуды и фазы колебаний СВЧ-генератора в зависимости от уровня отраженного излучения и частоты автодинного сигнала с учетом внутренних параметров этого генератора и условий его синхронизации.

#### 1. ОБЩИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА АВТОДИННОГО ЭФФЕКТА

Эквивалентная схема САД, приведенная к плоскости активного элемента (АЭ), представлена на рис. 1. На этой схеме  $Y_{\rm KC}$  отображает проводимость колебательной системы (КС). В случае

одноконтурной КС выражение для этой проводимости с учетом нагрузки имеет вид

$$Y_{\rm KC} \equiv Y_{\rm KC}(\omega) = G_{\rm KC} + jB_{\rm KC} =$$
  
=  $G_{\rm KC}[1 + j2Q_{\rm H}(\omega - \omega_{\rm c})/\omega_{\rm c}],$  (1)

где  $G_{\rm KC} = G_{\rm p} + G_{\rm H}$  и  $B_{\rm KC} = 2G_{\rm KC}Q_{\rm H} (\omega - \omega_{\rm c})/\omega_{\rm c}$  – резистивная и реактивная проводимости КС соответственно;  $G_{\rm p}$ ,  $G_{\rm H}$  – проводимости собственных потерь резонатора и нагрузки;  $Q_{\rm H}$ ,  $\omega_{\rm c}$  – нагруженная добротность и собственная частота КС;  $\omega$  – текущая частота колебаний генератора. Средняя за период колебаний проводимость АЭ, обладающего вольт-амперной характеристикой *N*-типа, в общем случае является зависимой от амплитуды *A* и текущей частоты  $\omega$  колебаний

$$Y_{A\Im} = G_{A\Im} + jB_{A\Im} \equiv G_{A\Im}(A,\omega) + jB_{A\Im}(A,\omega),$$

где  $G_{A\Im}$ ,  $B_{A\Im}$  — резистивная и реактивная проводимости АЭ соответственно.

Эквивалентные источники мгновенного тока  $j_{BH}(t)$  и  $j_c(t, \tau)$  на рис. 1 отображают воздействие на АД внешнего синхронизирующего сигнала и сигнала на нагрузке генератора, вызванного собственным запаздывающим на время  $\tau$  отраженным СВЧ-излучением. Здесь  $j_{BH}(t) = \text{Re}(J_{BH} \exp j\omega_{BH}t)$ , где  $J_{BH}$ ,  $\omega_{BH}$  — амплитуда и частота "внешнего" сигнала. При условии выполнения баланса амплитуд и фаз в схеме под действием тока АЭ возникает генерация незатухающих колебаний u(t). Учитывая обычно достаточно высокое значение нагруженной добротности  $Q_H$  КС, полагаем, что колебания на АЭ являются квазигармоническими:

$$u(t) = \operatorname{Re}(A) = \operatorname{Re}[\operatorname{Aexp} j(\omega_{_{\mathrm{BH}}}t + \varphi)]$$

где A = A(t),  $\varphi = \varphi(t)$  — медленно меняющиеся за период колебаний амплитуда и фаза. Тогда колебания эквивалентного источника  $j_c(t, \tau)$  являются также квазигармоническими:

$$j_{\rm c}(t,\tau) = \operatorname{Re}\{J_{\rm c} \exp j[\omega_{\rm BH}t + \varphi - \delta(t,\tau)]\},\$$

где  $J_c$  – амплитуда и  $\delta(t,\tau)$  – набег фазы отраженного СВЧ излучения.

Согласно законам Кирхгофа для цепи, приведенной на рис. 1, имеем

Re 
$$[A(Y_{A\Im} + Y_{KC})] = j_c(t, \tau) + j_{BH}(t).$$
 (2)

Для получения укороченных уравнений возмущенного генератора в выражении (2) после подстановки в него (1) сначала сделаем замену  $\omega$ на выражение  $\omega_{\rm BH} + d\varphi/dt - j(1/A)(dA/dt)$  [20]. Здесь в силу медленности  $\varphi(t)$  и A(t) величины  $d\varphi/dt$  и (1/A)(dA/dt) являются достаточно малыми по сравнению с частотой  $\omega_{\rm BH}$ . Далее, после выполнения операции усреднения за период колебаний и ряда элементарных преобразований по-



Рис. 1. Эквивалентная схема синхронизированного автодина.

лучим укороченные уравнения для амплитуды *А* и фазы *ф* в виде

$$\frac{Q_{\rm H}}{\omega_{\rm c}} \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{G_{\rm A\Im} + G_{\rm KC}}{2G_{\rm KC}} =$$

$$= \Gamma \eta \cos \delta(t, \tau) + k_{\rm BH} \eta \cos \varphi, \qquad (3)$$

$$\frac{Q_{\rm H}}{\omega_{\rm c}}\frac{d\varphi}{dt} + \frac{B_{\rm A\Theta} + B_{\rm KC}}{2G_{\rm KC}} =$$
(4)  
= - \Gamma \epsilon \sin \delta(t,\tau) - k\_{\rm BH} \epsilon \sin \varphi,

где Г,  $k_{\rm BH} = J_{\rm BH}/G_{\rm KC}A$  — коэффициенты, характеризующие относительные уровни на нагрузке генератора, принятого от объекта локации излученного колебания и внешнего синхронизирующего воздействия соответственно;  $\eta = Q_{\rm H}/Q_{\rm BH}$  ( $Q_{\rm BH}$  — КПД и внешняя добротность KC).

Нетрудно видеть, что система (3), (4) при величине  $k_{\rm BH} = 0$ , когда внешнее воздействие отсутствует, описывает работу обычного АД без синхронизации [19]. Если при этом принять, что  $\Gamma$  и производные равны нулю, то получим известные выражения "баланса проводимостей" для нахождения амплитуды  $A_0$  и частоты  $\omega_0$  стационарных колебаний автономного генератора [20]:

$$G_{A\ni}(A_0, \omega_0) + G_{KC}(\omega_0) = 0,$$
  

$$B_{A\ni}(A_0, \omega_0) + B_{KC}(\omega_0) = 0.$$
(5)

При условии  $\Gamma = 0$  система (3), (4) описывает функционирование синхронизированного на частоте  $\omega_{\rm BH}$  автогенератора [20]. В этом случае, полагая в уравнениях (3), (4) производные равными нулю, получим основные соотношения для опре-

деления амплитуды  $A_{cuh}^0$  и фазы  $\phi_0$  генерации в стационарном режиме синхронизированных автоколебаний:

$$[G_{\mathrm{A}\mathcal{B}}(A^{0}_{\mathrm{C}\mathrm{u}\mathrm{H}}, \omega_{\mathrm{B}\mathrm{H}}) + G_{\mathrm{K}\mathrm{C}}(\omega_{\mathrm{B}\mathrm{H}})]/2G_{\mathrm{K}\mathrm{C}} = k_{\mathrm{B}\mathrm{H}}\eta\cos\varphi_{0}, \ (6)$$

$$[B_{\rm A\Theta}(A_{\rm CMH}^0,\omega_{\rm BH}) + B_{\rm KC}(\omega_{\rm BH})]/2G_{\rm KC} = -k_{\rm BH}\eta\sin\phi_0.$$
 (7)

Принципиальным отличием уравнений (3), (4) от уравнений обычного АД [19] является то, что их правую часть, связанную с синхронизирующим воздействием, нельзя считать малой. Во

многих применениях уровень этого воздействия может значительно превышать уровень отраженного от объекта излучения. Поэтому при таких условиях эти уравнения нельзя линеаризовать вокруг стационарного *автономного* режима (5), как это обычно выполняется при анализе несинхронизированных АД.

С учетом сделанного замечания полагаем, что относительный уровень отраженного излучения  $\Gamma \ll 1$ . При этом далее будем считать, что синхронизирующее воздействие также мало  $k_{\rm BH} \ll 1$ , но оно может вызывать существенные отклонения стационарного режима автономного генератора по сравнению с воздействием отраженного излучения:  $k_{\rm BH} \ge \Gamma$ . Поэтому для описания автодинного эффекта далее выполним линеаризацию уравнений (3), (4) относительно стационарного режима синхронных колебаний, описываемых выражениями (6), (7).

Отраженное излучение, воздействуя на КС генератора, как отмечалось выше, вызывает в нем изменения амплитуды  $\Delta A = A - A_{cuH}^0$  и фазы  $\tilde{\varphi} = \varphi - \varphi_0$  колебаний САД относительно их стационарных значений  $A_{cuH}^0$  и  $\varphi_0$ . При этом полагаем, что вариации амплитуды  $\Delta A$  и фазы  $\tilde{\varphi}$  в окрестности стационарного режима колебаний по абсолютной величине являются достаточно малыми:  $|\Delta A| \ll A_{cuH}^0$ ,  $|\tilde{\varphi}| \ll \pi/2$ . Тогда систему (3), (4) с учетом принятых здесь обозначений и равенств (6), (7) запишем для малых относительных изменений амплитуды  $a = \Delta A / A_{cuH}^0$  и расстройки  $\chi = (\omega_{BH} - \omega_0) / \omega_0$  частот  $\omega_{BH}$  и  $\omega_0$ , а также абсолютных изменений фазы  $\tilde{\varphi}$  в следующем виде:

$$\frac{da}{dt} + \frac{1}{\tau_a}a + \frac{\mathrm{tg}\varphi_0}{\tau_{\varphi}}\tilde{\varphi} + \rho(\omega_{\rm BH} - \omega_0) = 
= \Gamma \frac{K_a}{\tau_a} \cos\delta(t, \tau),$$

$$\frac{d\tilde{\varphi}}{dt} + \frac{\gamma}{\tau_a}a + \frac{1}{\tau_{\varphi}}\tilde{\varphi} + (\omega_{\rm BH} - \omega_0) = 
= -\Gamma \frac{K_a}{\tau_a} \sin\delta(t, \tau),$$
(9)

где  $K_a = \eta/\alpha$  — коэффициент автодинного усиления;  $\tau_a$ ,  $\tau_{\phi}$  — постоянные времени изменений (релаксации) амплитуды и фазы соответственно:

$$\tau_{\rm a} = Q_{\rm H} / \alpha \omega_0, \quad \tau_{\phi} = Q_{\rm BH} / k_{\rm BH} \, \omega_0 \cos \phi_0; \qquad (10)$$

 $\gamma = \beta/\alpha, \rho = \varepsilon/Q_{\rm H} - \kappa$ оэффициенты неизохронности и неизодромности САД соответственно;  $\alpha = (A_0/2G_{\rm KC})(\partial G_{\rm A\exists}/\partial A)_0, \quad \varepsilon = (\omega_0/2G_{\rm KC}) \times [\partial (G_{\rm A\exists} + G_{\rm KC})/\partial \omega], \quad \beta = (A_0/2G_{\rm KC})(\partial B_{\rm A\exists}/\partial A)_0 -$ параметры, характеризующие прочность предельного цикла, неизодромность и неизохронность генератора соответственно;

$$\varphi_0 = -(\theta_0 + \arcsin \chi_{\rm H}); \tag{11}$$

 $θ_0 = \arctan g \gamma -$ угол смещения фазовых характеристик;  $\chi_{\rm H} = (\omega_{_{\rm BH}} - \omega_0) / \Delta_m$  – нормированная расстройка частот  $\omega_{_{\rm BH}}$  и  $\omega_0$ ;

$$\Delta_{m} = k_{\rm BH} \frac{\omega_{0}}{Q_{\rm BH}} \frac{(1+\gamma^{2})^{1/2}}{(1-\gamma\rho)}$$

- полуширина полосы синхронизации генератора.

Полученная система линеаризованных уравнений (8) и (9) с учетом известного принципа дуальности обладает достаточной общностью для анализа автодинного эффекта в синхронизированных СВЧ генераторах с любым типом АЭ (туннельные диоды, диоды Ганна и лавинно-пролетные диоды, полевые и биполярные транзисторы и др.). Эти уравнения будем использовать при исследовании квазистатических и динамических характеристик АД.

#### 2. КВАЗИСТАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ И ХАРАКТЕРИСТИКИ СИНХРОНИЗИРОВАННОГО АВТОДИНА

Для получения аналитических решений дифференциальных уравнений, описывающих поведение автоколебательных систем, широко используется так называемый квазистатический метод [21]. Этот метод позволяет сравнительно просто рассчитать характеристики АД, определяющие формирование их выходных сигналов. Для нахождения этих характеристик положим в (8), (9) производные равными нулю и учтем, что в синхронном режиме  $\omega = \omega_{\rm вн}$  и набег фазы  $\delta(t,\tau) = \omega_{\rm вн}\tau$ . Тогда из образовавшейся системы алгебраических уравнений получим выражения для автодинных изменений фазы  $\tilde{\varphi}(\tau)$  и амплитуды  $a(\tau)$  САД:

$$\tilde{\varphi}(\tau) = -(Q_{\rm BH}/k_{\rm BH})h_{\varphi}\chi - (\Gamma/k_{\rm BH})H_{\varphi}\sin(\omega_{\rm BH}\tau + \theta), \quad (12)$$

$$a(\tau) = -K_{\rm a}Q_{\rm BH}h_{\rm a}\chi + \Gamma K_{\rm a}H_{\rm a}\cos(\omega_{\rm BH}\tau - \phi_0), \qquad (13)$$

где  $h_{\phi}$ ,  $h_{a}$ ,  $H_{\phi}$ ,  $H_{a}$  – коэффициенты передачи, обусловленные внутренними параметрами генератора и условиями его синхронизации:

$$h_{\varphi} = \frac{1 - \gamma \rho}{(1 - \gamma t g \varphi_0) \cos \varphi_0}, \quad h_{a} = \frac{\rho - t g \varphi_0}{(1 - \gamma t g \varphi_0)}, \quad (14)$$

$$H_{\varphi} = \frac{(1+\gamma^2)^{1/2}}{(1-\gamma t g \varphi_0) \cos \varphi_0}, \quad H_{a} = \frac{1}{(1-\gamma t g \varphi_0) \cos \varphi_0}.(15)$$

Как видно из (12), (13), первые члены правых частей определяют уровень постоянной составляющей относительно стационарного режима автономного генератора, которая обусловлена действием только внешнего синхронизирующего сигнала. Вторые

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА том 65 № 6 2020

. . / .



**Puc. 2.** Зависимости  $h_{\varphi}(\chi_{\rm H})$  (a),  $h_{\rm a}(\chi_{\rm H})$  (б),  $H_{\varphi}(\chi_{\rm H})$  (в) и  $H_{\rm a}(\chi_{\rm H})$  (г), рассчитанные при различных значениях коэффициента:  $\gamma = 1.5$  (*I*), 0 (*2*), -2.5 (*3*).

члены в этих выражениях связаны с воздействием отраженного СВЧ-излучения, они определяют формирование зависимостей мгновенных значений изменений амплитуды и фазы колебаний от времени запаздывания τ отраженного излучения.

Первую зависимость в теории АД принято называть амплитудной характеристикой [19], вторую назовем фазовой характеристикой САД. В отличие от характеристик обычных (несинхронизированных) АД характеристики САД, как видно из (12), (13), являются гармоническими функциями времени запаздывания τ отраженного излучения.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициентов  $h_{\varphi}(\chi_{\rm H})$ ,  $h_{a}(\chi_{\rm H})$ ,  $H_{\varphi}(\chi_{\rm H})$  и  $H_{a}(\chi_{\rm H})$ , рассчитанные согласно (14), (15) с учетом (11) при различных значениях коэффициента неизохронности  $\gamma$ . Из рис. 2а видно, что функция  $h_{\varphi}(\chi_{\rm H})$  обладает центральной симметрией относительно начала координат. При этом вариации коэффициентов  $\gamma$  и  $\rho$ , как показали расчеты, вызывают лишь изменения угла наклона кривых. Функция  $h_{a}(\chi_{\rm H})$  в случае изохронного генератора, когда  $\gamma = 0$ , обладает осевой симметрией (см. рис. 26, кривая *1*). При этом вариации коэффициентов  $\gamma$  и  $\rho$  вызывают нарушения этой симметрии при сохранении значительного роста коэффициентов  $h_{\phi}(\chi_{\rm H})$  и  $h_{\rm a}(\chi_{\rm H})$  на краях полосы синхронизации (см. рис. 2б, кривые 2 и 3).

Зависимости  $H_{\varphi}(\chi_{\rm H})$  и  $H_{\rm a}(\chi_{\rm H})$  (см. рис. 2в, 2г) обладают осевой симметрией относительно оси ординат при всех вариациях коэффициента  $\gamma$ . В центре полосы синхронизации коэффициенты передачи имеют наименьшие значения, а к краям полосы синхронизации наблюдается их быстрый рост. При этом значение коэффициента передачи  $H_{\rm a}(\chi_{\rm H})$  в центре полосы синхронизации изохронного ( $\gamma = 0$ ) САД равно единице (см. рис. 2г, кривая *I*), поэтому в этой области расстройки  $\chi_{\rm H}$  значения коэффициентов автодинного усиления САД и обычного АД совпадают.

В случае неизохронного генератора ( $\gamma \neq 0$ ) результирующий коэффициент передачи САД, равный произведению  $K_aH_a$ , за счет снижения величины  $H_a$  (см. рис. 2г, кривые 2 и 3) имеет меньшие значения, чем величина коэффициента автодинного усиления обычного АД  $K_a$ . При этом, если внести начальную расстройку между частотами  $\omega_{\rm BH}$  и  $\omega_0$  ближе к краю полосы синхронизации, то в САД имеется возможность значительного увеличения коэффициента передачи автодинного сигнала по сравнению с обычным АД, что было установлено также в [16, 17].

Необходимо отметить, что сделанные здесь выводы справедливы при соблюдении неравенства:  $T_a \gg \tau_a$ , где  $T_a = 2\pi/\Omega_{\pi}$  – период автодинного сигнала,  $\Omega_{\pi}$  – его частота, равная доплеровской частоте [21]. Это неравенство выполняется при условии достаточно "медленного" перемещения отражающего объекта, при котором АД успевает "реагировать" на изменения фазы  $\delta(t,\tau)$ коэффициента отражения. Для более точного определения предельных возможностей САД далее рассмотрим динамические характеристики АД в случае "быстрого" перемещения объекта локации.

#### 3. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АВТОДИНОВ

Для определения динамических характеристик САД зададим в системе уравнений (8), (9) начальные условия взаимодействия генератора с отраженным от движущегося объекта локации СВЧ излучением, когда  $\tau \equiv \tau(t)$ . При условии постоянства скорости движения набег фазы  $\delta(t,\tau)$ запишем следующим образом:

$$\delta(t,\tau) = \omega_{\rm BH}\tau(t) = \Omega_{\rm I}t + \delta_0, \tag{16}$$

где  $\delta_0 = \omega_{\rm BH} \tau_0$  — начальная фаза доплеровского сигнала, которую в дальнейшем полагаем равной нулю. После преобразования системы (8), (9) с учетом (16) и исключения из анализа постоянной составляющей получим два независимых уравнения второго порядка для относительных изменений амплитуды *a* и абсолютных изменений фазы  $\tilde{\omega}$  в виде

$$\frac{d^{2}a}{dt^{2}} + \frac{\tau_{a} + \tau_{\phi}}{\tau_{a}\tau_{\phi}}\frac{da}{dt} + \frac{1 - \gamma tg\phi_{0}}{\tau_{a}\tau_{\phi}}a =$$

$$= \Gamma \frac{K_{a}}{\tau_{a}} \frac{1}{\tau_{\phi}} [\cos\Omega_{\mu}t + (tg\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega)\sin\Omega_{\mu}t], \qquad (17)$$

$$\frac{d^{2}\tilde{\phi}}{dt^{2}} + \frac{\tau_{a} + \tau_{\phi}}{\tau_{a}\tau_{\phi}}\frac{d\tilde{\phi}}{dt} + \frac{1 - \gamma tg\phi_{0}}{\tau_{a}\tau_{\phi}}\tilde{\phi} =$$

$$= -\Gamma \frac{K_{a}}{\tau_{a}} \frac{1}{\tau_{a}} [\sin\Omega_{\mu}t + (\gamma + \Omega)\cos\Omega_{\mu}t], \qquad (18)$$

где  $k_{\Omega} = \Omega_{\phi}/\Omega = 1/U_{\rm BH} \cos \phi_0$  – коэффициент, характеризующий соотношение нормированных частот  $\Omega = \tau_{\rm a}\Omega_{\rm d}$  и  $\Omega_{\phi} = \tau_{\phi}\Omega_{\rm d}$ ;  $U_{\rm BH} = k_{\rm BH}K_{\rm a}$  – относительный уровень внешнего воздействия с учетом его автодинного усиления.

Правые части уравнений (17), (18) являются тригонометрическими функциями времени. По-

этому общие решения этих уравнений ищем в виде функций

$$a(t) = Z_s \sin \Omega_{\pi} t + Z_c \cos \Omega_{\pi} t \quad \mu$$
  

$$\tilde{\varphi}(t) = W_s \sin \Omega_{\pi} t + W_c \cos \Omega_{\pi} t,$$

где  $Z_s$ ,  $Z_c$ ,  $W_s$ ,  $W_c$  – искомые множители при синусе (индекс "s") и косинусе (индекс "c"). После ряда элементарных преобразований полученных решений запишем окончательные выражения для установившихся значений динамических изменений фазы  $\tilde{\varphi}(t)$  и амплитуды a(t) САД:

$$\tilde{\varphi}(t) = -(\Gamma/k_{\rm BH})H_{\varphi}\Phi_{\rm g}(\Omega)\sin[\Omega_{\rm g}t + \theta_{\rm g}(\Omega)], \quad (19)$$

$$a(t) = \Gamma K_{a} H_{a} K_{\mu}(\Omega) \cos[\Omega_{\mu} t + \Psi_{\mu}(\Omega)], \qquad (20)$$

где  $\Phi_{\Lambda}(\Omega)$ ,  $K_{\Lambda}(\Omega)$  – "динамические" амплитудночастотные характеристики (АЧХ) САД по изменению фазы и амплитуды колебаний соответственно:

$$\Phi_{\rm d}(\Omega) = \sqrt{w_s^2(\Omega) + w_c^2(\Omega)}; \qquad (21)$$

$$K_{\mu}(\Omega) = \sqrt{z_s^2(\Omega) + z_c^2(\Omega)}, \qquad (22)$$

θ<sub>д</sub>(Ω), ψ<sub>д</sub>(Ω) — углы "динамического" смещения изменений фазы и относительных изменений амплитуды колебаний САД соответственно:

$$\Theta_{\pi}(\Omega) = \operatorname{arctg}[w_c(\Omega)/w_s(\Omega)];$$
(23)

$$\Psi_{II}(\Omega) = \operatorname{arctg}[z_{s}(\Omega)/z_{c}(\Omega)], \qquad (24)$$

 $z_{s}(\Omega), z_{c}(\Omega), w_{s}(\Omega), w_{c}(\Omega)$  — нормированные относительно значений  $H_{a}$  и  $H_{\phi}$  квадратурные множители:

$$z_{s}(\Omega) = \frac{Z_{s}}{H_{a}} =$$

$$= \frac{(\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega)(1 - \gamma\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2}) + (1 + k_{\Omega})\Omega}{H_{a}[(1 - \gamma\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2})^{2} + (1 + k_{\Omega})^{2}\Omega^{2}]}, \qquad (25)$$

$$z_{c}(\Omega) = \frac{Z_{c}}{H_{a}} =$$

$$= \frac{(1 - \gamma\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2}) - (\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega)(1 + k_{\Omega})\Omega}{H_{a}[(1 - \gamma\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2})^{2} + (1 + k_{\Omega})^{2}\Omega^{2}]}, \qquad (26)$$

$$w_{s}(\Omega) = \frac{W_{s}}{H_{\phi}} =$$

$$= \frac{(1 - \gamma\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2}) + (\gamma + \Omega)(1 + k_{\Omega})\Omega}{H_{\phi}[(1 - \gamma\mathrm{tg}\phi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2})^{2} + (1 + k_{\Omega})^{2}\Omega^{2}]\cos\phi_{0}}, \qquad (27)$$

$$w_{c}(\Omega) = \frac{\gamma \cdot c}{H_{\varphi}} = \frac{(\gamma + \Omega)(1 - \gamma tg\varphi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2}) - (1 + k_{\Omega})\Omega}{H_{\varphi}[(1 - \gamma tg\varphi_{0} - k_{\Omega}\Omega^{2})^{2} + (1 + k_{\Omega})^{2}\Omega^{2}]\cos\varphi_{0}}.$$
(28)



**Рис. 3.** Амплитудно-частотные характеристики  $\Phi_{\mu}(\Omega)$  (а) и  $K_{\mu}(\Omega)$  (б), рассчитанные для случая  $\gamma = 0$ ,  $\chi_{\mu} = 0$  и при вариации уровня внешнего воздействия  $U_{\mu\mu} = 0.1$  (*I*), 0.05 (*2*), 0.01 (*3*).



**Рис. 4.** Амплитудно-частотные характеристики  $\Phi_{\mu}(\Omega)$  (а) и  $K_{\mu}(\Omega)$  (б), рассчитанные для случая  $U_{BH} = 0.1$ ,  $\chi_{H} = 0$  и вариации коэффициента неизохронности:  $\gamma = 0$  (*1*), 1 (*2*), -1 (*3*).

Анализ выражений (19)–(28) ввиду их сложности выполним численным методом, вводя вариации параметров. При этом будем учитывать, что в САД величины  $\tau_a$  и, соответственно,  $\Omega = \tau_a \Omega_{\pi}$  не зависят от режима синхронизации. Однако постоянная времени  $\tau_{\phi}$  в зависимости от условий синхронизации может изменяться в широких пределах. Как видно из (10), она имеет наименьшее значение  $\tau_{\phi}^{\text{мин}} = Q_{\text{вн}}/k_{\text{вн}}\omega_0$  в центре полосы синхронизации и резко возрастает на ее краях. Кроме того, величина  $\tau_{\phi}$  зависит от относительного уровня  $k_{\text{вн}}$  внешнего синхронизирующего воздействия.

На рис. 3 и 4 представлены результаты вычислений в виде графиков АЧХ коэффициентов передачи автодинных изменений фазы  $\Phi_{\pi}(\Omega)$  и амплитуды  $K_{\pi}(\Omega)$  колебаний САД согласно (21) и (22) при различных значениях параметров  $k_{\Omega}$ ,  $U_{\text{вн}}$ ,  $\chi_{\text{н}}$  и  $\gamma$ .

Из рис. За и 4а, а также результатов расчета при иных значениях параметров  $k_{\Omega}$ ,  $U_{\rm BH}$ ,  $\chi_{\rm H}$  и  $\gamma$  следует, что АЧХ коэффициентов передачи автодинных изменений фазы Φ<sub>π</sub>(Ω) САД являются монотонными функциями частоты. При превышении частоты Ω автодинного сигнала граничного значения  $\Omega^{\phi}_{rp}$  величина коэффициента передачи  $\Phi_{\pi}(\Omega)$  резко спадает. Этот спад АЧХ объясняется инерционностью процесса синхронизации генератора, при котором фаза колебаний синхронизированного генератора не успевает реагировать на быстрые изменения набега фазы  $\delta(t,\tau)$ . При этом граничная частота коэффициента передачи  $\Phi_{\mbox{\tiny I}}(\Omega)$  по уровню  $1/2^{1/2}$  определяется постоянной времени  $\tau_{o}$ , как у обычного инерционного звена первого порядка:

$$\Omega_{\rm rp}^{\varphi} = 1/\tau_{\varphi} = k_{\rm BH}(\omega_0/Q_{\rm BH})\cos\varphi_0.$$

Из анализа рис. Зб и 46 следует, что АЧХ коэффициента передачи  $K_{\mu}(\Omega)$  автодинных изменений амплитуды колебаний САД не являются монотонными функциями частоты  $\Omega$  автодинного отклика. Вид этих функций в значительной степени определяется условиями синхронизации (значением параметров  $U_{\rm BH}$  и  $\chi_{\rm H}$ ), соотношением  $k_{\Omega}$  постоянных времени  $\tau_{\rm a}$  и  $\tau_{\phi}$ , а также величиной и знаком коэффициента неизохронности  $\gamma$ .

Причина неравномерности АЧХ коэффициента передачи  $K_{II}(\Omega)$  связана с внутренней "интерференцией" составляющих автодинного отклика по изменению амплитуды колебаний. Первая составляющая связана с преобразованием изменений фазы  $\tilde{\phi}(t)$  CBЧ-генератора в изменения амплитуды его колебаний (см. третий член левой части (8)). Вторая составляющая обусловлена изменениями набега фазы  $\delta(t,\tau)$  отраженного СВЧ-излучения (см. правую часть (8)). Динамические смещения фазы  $\theta_{\pi}(\Omega)$  автодинного отклика в зависимости от частоты  $\Omega$ , как показали вычисления согласно (23), вызывают изменения фазовых соотношений между этими слагаемыми. Поэтому результирующий отклик по изменению амплитуды a(t) колебаний возрастает на тех частотах, на которых составляющие синфазные, и ослабляется на частотах с противофазными слагаемыми.

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве объекта исследований нами использовался гибридно-интегральный генераторный модуль 8-миллиметрового диапазона "Тигель-08М", изготовленный на основе планарного диода Ганна. Напряжение питания 4 В при токе потребления ~0.2 А, частота генерации модуля 37.5 ГГц, выходная мощность 15 мВт. Для регистрации сигнала по изменению амплитуды колебаний в топологию этого модуля встроен детекторный диод с барьером Шоттки [14, 19].

Экспериментальные исследования модуля выполняли на стенде, описание которого представлено в [14]. Исследуемый автодинный генератор (АГ) связан с доплеровским имитатором сигнала (ДИС) волноводным трактом, в котором находятся также переменный аттенюатор, моделирующий затухание распространяющегося в пространстве излучения, и направленный ответвитель. Одно из плеч ответвителя связано с измерительным генератором, выходной сигнал которого служит для синхронизации АГ. Мощность сигнала синхронизации во всех опытах поддерживалась равной 1 мВт, при этом полуширина полосы синхрони-

зации составляла  $\Delta_m = 2\pi \times 50 \times 10^6$ .

Отрезок волновода сечением 7.2×3.4 мм<sup>2</sup> между АГ и ДИС, моделирующий в стенде запаз-

дывание отраженного излучения, имел длину 12 м ( $\tau \approx 100 \times 10^{-9}$  с). Переменным аттенюатором устанавливалась величина затухания в тракте 20 дБ, автодинная девиация частоты составляла  $\Delta \omega_m \approx 2\pi \times 1.3 \times 10^6$ . При этом обеспечивалась расчетная величина параметра обратной связи  $C_{o.c} = \Delta \omega_m \tau \approx 0.8$  [14]. Обычно при такой величине  $C_{o.c}$  сигналы САД имеют заметный уровень ангармонических искажений, что подтверждается представленной на рис. 5а осциллограммой сигнала  $u_c(t)$  с выхода диодного детектора.

Остальные осциллограммы получены при воздействии на АГ синхронизирующего сигнала для трех случаев: частота  $\omega_{\rm BH}$  соответствует середине полосы синхронизации (рис. 5б), наличие начальной расстройки частоты  $\omega_{\rm BH}$  вниз (рис. 5в) и вверх (рис. 5г) на величину  $0.8\Delta_m$ . Скорость движения отражателя ДИС во всех случаях поддерживалась постоянной и составляла 20 м/с.

Из сравнения осциллограмм рис. 5 видно, что сигналы  $u_c(t)$  САД являются практически гармоническими. При этом следует отметить, что в середине полосы синхронизации амплитуда автодинного сигнала наименьшая (см. рис. 5б), а при приближении к ее краям — существенно возрастает (см. рис. 5в, 5г). Полученные результаты качественно подтверждают ход кривых на рис. 2г и выводы разд. 2.

Для экспериментального исследования АЧХ САД в широком диапазоне частот использовался косвенный метод их получения, известный как метод "модуляционных характеристик" [22-24]. Косвенный, поскольку прямые измерения этих характеристик с помощью известных нам типов ДИС невозможны из-за их ограниченного быстродействия. Для этого ДИС был заменен диодным модулятором, работающим на отражение (см. [24, рис. 29]). Рабочая точка на характеристике диода модулятора была выбрана в середине линейного участка его прямого смещения. На диод через разделительный конденсатор с выхода измерителя комплексных коэффициентов передачи "Обзор-103" подводился модулирующий сигнал уровня 2 дБм. При этом на вход измерителя подавался автодинный сигнал с выхода детекторного диода генераторного модуля "Тигель-08М". Длина волноводного тракта от АГ до диодного модулятора составляла 0.22 м, затухание аттенюатора в этом тракте устанавливалось около 15 дБ, диапазон анализируемых частот  $\Omega/2\pi$  задавался от 0.3 до 300 МГц.

На рис. 6 приведены экспериментальные АЧХ, полученные при отсутствии воздействия на АГ синхронизирующего сигнала (см. кривую *I*) и для различных условий синхронизации: частота "внешнего" синхронизирующего сигнала  $\omega_{\rm вн}$  со-



**Рис. 5.** Осциллограммы сигналов  $u_c(t)$  САД на диоде Ганна, полученные при отсутствии синхронизации (а) и при ее наличии для случаев, когда  $\chi_H = 0$  (б), -0.8 (в) и 0.8 (г).

ответствует частоте  $\omega_0$  (кривая 2), наличие начальных расстроек частоты  $\omega_{\text{вн}}$  вниз (кривая 3) и вверх (кривая 4) относительно частоты  $\omega_0$  на величину  $\chi_{\text{H}} = 0.8$ .

Амплитудно-частотная характеристика генераторного модуля без синхронизации (кривая 1), является равномерной в широком диапазоне частот. Граничная частота этой характеристики по уровню  $1/2^{1/2}$  составляет ~120 МГц. Величина постоянной времени  $\tau_a$  изменений амплитуды равна  $1.3 \times 10^{-9}$  с. Это значение  $\tau_a$  согласуется с данными, представленными в [22–24]. В случае САД АЧХ модуля, как видно из кривых 2-4 на рис. 6, может иметь существенную неравномерность в области единиц и десятков мегагерц. Эта неравномерность и "асимметрия" АЧХ при наличии расстроек (кривые 3 и 4) относительно АЧХ без них (кривая 2) объясняется различием начальной фазы  $\phi_0$  для характеристики  $\psi_{\pi}(\Omega = 0)$  при смене знака нормированной расстройки χ<sub>н</sub> (11), а также различием дальнейшего хода зависимости  $\psi_{\pi}(\Omega)$ с увеличением частоты  $\Omega$ . Изменение фазы  $\phi_0$ , как видно из (10), изменяет также постоянную времени τ<sub>ω</sub>, влияющую на значение граничной частоты  $\Omega^{\phi}_{rp}$  и, тем самым, на частоту прогиба АЧХ,

представленную кривыми 3 и 4 (граничная частота АЧХ кривой 3 получена порядка 1.2...3 МГц). Отметим, что этого диапазона частот с равномерной АЧХ вполне достаточно для регистрации перемещений объектов локации до скоростей 4.8...12 км/с.

Таким образом, полученные результаты экспериментальных исследований подтвердили



**Рис. 6.** Амплитудно-частотные характеристики коэффициентов передачи автодинного отклика по изменению амплитуды колебаний, полученные экспериментально для АД на диоде Ганна при отсутствии синхронизации (кривая *I*) и при ее наличии для случаев, когда  $\chi_{\rm H} = 0$  (*2*), -0.8 (*3*) и 0.8 (*4*).

адекватность разработанной математической модели САД в отношении анализа автодинных параметров и характеристик как при квазистатически малых, так и больших скоростей движения объектов локации.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель автодинного приемопередатчика, стабилизированного по частоте сигналом от дополнительного генератора. Получены основные соотношения для расчета его сигнальных характеристик как при квазистатически медленном перемещении объекта локации, так и при высоких скоростях движения, когда период автодинного сигнала соизмерим с постоянными времени автодинного отклика. Синхронизация автодина от внешнего генератора исключает ангармонические искажения сигналов, характерные для обычных (нестабилизированных) автодинов, что способствует расширению их динамического диапазона. В синхронизированном автодине путем внесения начальной расстройки межлу частотами внешнего генератора и собственной частотой автодина в пределах полосы синхронизации имеется возможность значительного увеличения коэффициента передачи автодинного сигнала по сравнению с обычными автодинами.

Инерционность процесса фазовой синхронизации генератора вызывает неравномерность формирования амплитудно-частотных характеристик коэффициента передачи синхронизированного автодина по изменению амплитуды колебаний в области высоких частот. Однако эта неравномерность при правильном выборе параметров синхронизации не является препятствием для регистрации сигналов во всем диапазоне существующих на практике скоростей движения объектов локации.

Из результатов исследований следует вывод о перспективности разработки интегральных автодинных модулей с синхронизацией частоты от дополнительного маломощного генератора. Особую актуальность такое техническое решение имеет в диапазоне миллиметровых и более коротких волн.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Усанов Д.А., Скрипаль Ал.В., Скрипаль Ан.В., Постельга А.Э. // ПТЭ. 2004. № 5. С. 130.
- Alidoost S.A., Sadeghzade R., Fatemi R. // 11th Intern. Radar Symp. (IRS-2010). Vilnius (Lithuania). 2010. V. 2. P. 406.
- 3. Usanov D.A., Postelga A.E. // Biomedical Engineering. 2011. V. 45. № 1. P. 6.
- 4. *Носков В.Я., Игнатков К.А., Чупахин А.П. //* Измерит. техника. 2016. № 7. С. 24.
- 5. Гершензон Е.М., Туманов Б.Н., Бузыкин В.Т. и др. // РЭ. 1982. Т. 27. № 1. С. 104.
- 6. Воторопин С.Д., Носков В.Я., Смольский С.М. // Изв. вузов. Физика. 2008. Т. 51. № 7. С. 80.
- 7. *Усанов Д.А., Скрипаль А.В.* // Квант. электроника. 2011. Т. 41. № 1. С. 86.
- 8. *Воторопин С.Д., Носков В.Я. //* Изв. вузов. Физика. 2000. Т. 43. № 7. С. 54.
- 9. *Носков В.Я., Игнатков К.А. //* Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56. № 4. С. 56.
- Noskov V.Ya., Ignatkov K.A. Chupahin A.P. // 3rd Intern. Workshop on Radio Electronics & Information Technol. Yekaterinburg, 2018. P. 103.
- Носков В.Я. // Изв. вузов. Радиофизика. 1992. Т. 35. № 9. С. 778.
- 12. Носков В.Я. // ПТЭ. 2015. № 4. С. 65.
- 13. *Моросанов С.А., Смольский С.М., Филицина Ю.А. //* РЭ. 1982. Т. 27. № 4. С. 764.
- 14. *Носков В.Я., Игнатков К.А. //* РЭ. 2016. Т. 61. № 9. С. 905.
- 15. *Терещенко А.Ф.* // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1966. № 2. С. 67.
- Артеменков С.Л., Смольский С.М. // Методы и устройства формирования и обработки радиосигналов. Труды МЭИ. М., 1982. Вып. 579. С. 81.
- 17. Артеменков С.Л., Смольский С.М. // Современные проблемы стабилизации частоты. Труды МЭИ. М., 1983. Вып. 8. С. 30.
- 18. *Komarov I.V., Smolskiy S.M.* Fundamentals of Short-Range FM Radar. Norwood: Artech House, 2003.
- 19. Носков В.Я., Игнатков К.А., Смольский С.М. // Радиотехника. 2012. № 6. С. 24.
- 20. Kurokava K. // Proc. IEEE. 1973. V. 61. № 10. P. 1386.
- 21. *Носков В.Я., Игнатков К.А.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2014. Т. 57. № 3. С. 44.
- 22. Noskov V.Ya., Ignatkov K.A. // Telecommun. Radio Engineering. 2013. V. 72. № 10. P. 919.
- Noskov V.Ya., Ignatkov K.A., Smolskiy S.M. // Telecommun. Sci. 2012. V. 3. № 2. P. 44.
- 24. Носков В.Я., Игнатков К.А., Смольский С.М. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2013. № 6. С. 3.

# ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.372

# ЧАСТОТНАЯ ПЕРЕСТРОЙКА ЭЛЕМЕНТНОЙ БАЗЫ СВЧ ЭЛЕКТРОНИКИ С ПОМОЩЬЮ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ВТСП-ПЛЕНОК

© 2020 г. В.А. Шахунов\*

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация \*E-mail: val1621@yandex.ru Поступила в редакцию 04.06.2019 г. После доработки 04.06.2019 г. Принята к публикации 15.08.2019 г.

Исследование вольт-амперной характеристики структурированных высокотемпературных сверх-проводящих (ВТСП) пленок на основе  $YBa_2Cu_3O_{7-x} - YBa_2Cu_3O_{7-x}$  показало, что критический ток пленочной структуры площадью  $10.0 \times 10.0 \text{ мм}^2$  удается уменьшить с 10 A до 100 мА. На примере ВТСП-резонатора показано, что в миллиметровом диапазоне длин волн, при ширине резонансного отклика  $2\Delta f = 20...30$  МГц по уровню 0.5 его амплитуды, структурированная пленка, использованная как "земляная" плоскость, позволяет осуществлять перестройку резонатора в полосе не менее 300 МГц.

**DOI:** 10.31857/S003384942006025X

#### введение

Среди различных методов частотной перестройки высокотемпературной сверхпроводящей (ВТСП) микрополосковой элементной базы СВЧ-электроники (механические, магнитные, электрические и т.п.) наибольшего интереса заслуживают два из них. Это, во-первых, использование зависимости диэлектрической проницаемости сегнетоэлектрической подложки от напряженности электрической подложки от напряженности электрического поля и, во-вторых, возможность варьирования емкостными связями СВЧ-устройств за счет пропускания тока через отдельные ВТСП-элементы микрополосковых линий передачи (МПЛ) и вывода МПЛ из сверхпроводящего состояния.

Оба способа перестройки имеют существенные недостатки. При использовании сегнетоэлектрической подложки требуются большие, порядка 10<sup>6</sup> В/см<sup>2</sup>, напряженности электрического поля, а при выводе МПЛ из сверхпроводящего состояния — величины тока более 10<sup>6</sup> А/см<sup>2</sup>.

В данной работе приведены результаты исследования ВАХ структурированных пленок  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ — $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  на подложках  $Al_2O_3$  + + CeO<sub>2</sub> и показано, что использование такой структуры в качестве "земляной" плоскости микрополоскового СВЧ-устройства позволяет эффективно осуществлять его перестройку при значительном снижении управляющего тока.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Снижения управляющих токов для перестройки СВЧ МПЛ можно добиться двумя основными способами: существенным уменьшением толщины ВТСП-пленки или уменьшением геометрических размеров МПЛ. В СВЧ- и мм-диапазоне длин волн эти возможности ограничены, с одной стороны, эффективной диэлектрической проницаемостью подложки  $\mathcal{E}_{ab}$ , которая определяет линейные размеры элементной базы, а с другой, лондоновской глубиной проникновения поля (для пленок ВТСП  $\lambda_L = 0.33$  мкм), которая накладывает ограничение на толщину пленки ВТСП  $(d = 2...3\lambda_I)$ . Последнее ограничение может быть устранено при использовании структурированной пленки, состоящей из двух слоев, различающихся по толщине в несколько раз.

# 2. СТРУКТУРИРОВАННЫЕ ПЛЕНКИ ВТСП

Пленки состава  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  на подложках  $Al_2O_3 + CeO_2$  размером  $10 \times 10$  мм<sup>2</sup> получали с помощью лазерного напыления. Процесс напыления включал три этапа.

На *первом* этапе, проводилось напыление пленки толщиной 0.7...0.8 мкм на всю поверхность подложки. На полученной пленке с помощью фотолитографии был изготовлен дисковый резонатор диаметром 3.5 мм с подводящими МПЛ шириной 0.25 мм и зазорами связи шири-



**Рис. 1.** Структурированная пленка  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ -YBa\_2Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> на положке  $Al_2O_3 + CeO_2$ : *1* – подложка  $Al_2O_3 + CeO_2$ , *2* – пленка  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  толщиной 0.6...0.7 мкм, *3* – пленка  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  толщиной 0.1 мкм, *4* – контакты из золота шириной 1 мм.

ной 0.25 мм. Параметры резонатора были рассчитаны на частоту 37 ГГц по формулам из работы [1]. Более подробно технологические вопросы разработки резонаторов мм-диапазона длин волн приведены в [2].

На втором этапе на обратную сторону подложки напыляли тонкую пленку, толщиной не более 0.1 мкм, при этом один край подложки перекрывался пластинкой из NdGaO<sub>2</sub> размером  $4 \times 15$  мм<sup>2</sup>. Таким образом получалась тонкая пленка ВТСП размером  $6 \times 10$  мм<sup>2</sup>.

На *третьем* этапе пластину NdGaO<sub>3</sub> сдвигали на другой край подложки и напыляли пленку, толщиной порядка 0.6...0.7 мкм.

В результате получали структурированную пленку  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ , схематически изображенную на рис. 1. Ширина области пересечения двух пленок составляла 2 мм, а резонатор на противоположной стороне подложки был расположен в области над толстой пленкой.

Основная трудность при получении структурированной пленки ВТСП состояла в том, чтобы тонкая пленка имела максимально возможное омическое сопротивление при комнатной температуре, сохраняя параметры сверхпроводящего перехода. Проведенные исследования показали, что при снижении частоты следования импульсов лазерного излучения, длительностью 10 нс, до 2...3 Гц, удавалось получить сверхпроводящую пленку с сопротивлением порядка 120 Ом. Последующее напыление толстой пленки не вызывало трудности. Пленка имела сопротивление при комнатной температуре 20...30 Ом.

На рис. 2а, 2б приведена динамическая вольтамперная характеристика ВАХ структурированной пленки при подаче напряжения треугольной формы на ее контакты. Генератор напряжения треугольной формы обеспечивал период следования импульсов T = 1...10 с и регулируемую амплитуду напряжения  $U = \pm 12$  В при максимальном токе  $\pm 1$  А. Из рис. 2а видно, что при начале роста



**Рис. 2.** ВАХ структурированной пленки  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ -YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> на подложке  $Al_2O_3 + CeO_2$  (a): +I и -I – области при токах через структурированную пленку до ±100 мА (стрелками показано направление изменения тока), *I* – ВАХ при токах больше ±100 мА; (б) зависимость напряжения *U* от времени *T* генератора напряжения треугольной формы.

напряжения ток через структурированную пленку увеличивается (область +1), и при достижении им +100 мА начинает расти напряжение с последующим снижением тока. Такой ход зависимости объясняется процессом нагрева кристаллографической решетки тонкой пленки и началом ее выхода из сверхпроводящего состояния. При снижении напряжения начинает восстанавливаться сверхпроводящее состояние пленки и при отрицательном напряжении процесс повторяется (см. рис. 2а, область -1). При этом толстая пленка остается в сверхпроводящем состоянии и выходит из него при амплитудах треугольного напряжения более ±100 мВ. При увеличении напряжения токовый участок ВАХ между областями +1 и -1 начинает уменьшаться и в момент выхода тол-



**Рис. 3.** Корпус ВТСП-резонатора с коаксиальными выводами для подключения измерителя КСВН и генератора напряжения треугольной формы.

стой пленки из сверхпроводящего состояния трансформируется в линейную ВАХ (см. рис. 2а, область 2).

#### 2. ЧАСТОТНАЯ ПЕРЕСТРОЙКА РЕЗОНАТОРА мм-ДИАПАЗОНА ДЛИН ВОЛН

Для исследований процесса частотной перестройки резонатора мм-диапазона длин волн использовался панорамный измеритель коэффициента стоячей волны (КСВН) и отражений с полосой перестройки частоты от 24.5 до 38.5 ГГц. ВТСП-резонатор размещался в корпусе коробчатого типа с коаксиальными выводами для подключения к коаксиально-волноводным переходам измерителя КСВН (рис. 3). МПЛ резонатора припаивали к коаксиальным выводам с помощью





**Рис. 4.** Зависимость потерь мощности излучения *P* от частоты *f* в ВТСП-резонаторе: 1 - резонансный отклик при токе через структурированную пленку I = 0; 2 - резонансный отклик при токах до  $\pm 100$  мА; 3 - резонансный отклик при токах более  $\pm 100$  мА.

индия. Структурированную пленку использовали в качестве "земляной" плоскости. При этом контакт толстой пленки припаивали индием непосредственно на корпус, а контакт тонкой пленки к дополнительному центральному проводнику коаксиального вывода, который расположен на широкой стенке корпуса и на который подавалось напряжение треугольной формы. Корпус с резонатором закрывался верхней и нижней крышками с использованием индиевых прокладок, что предотвращало возможность попадания жидкого азота на резонатор.

После подключения резонатора к панорамному измерителю КСВН всю конструкцию помещали в пенопластовую емкость, которую заливали жидким азотом и охлаждали до температуры 77 К. На экране индикатора генератора КСВН можно было наблюдать появление резонансного отклика резонатора с центральной частотой 37 ГГц и шириной  $2\Delta f = 30$  МГц по уровню 0.5 его амплитуды. При включении генератора напряжения треугольной формы можно наблюдать плавное смешение резонансного отклика на частоту 36.7 ГГц при токах до ±100 мА. На рис. 4 приведена зависимость потерь СВЧ-мощности Р от частоты f в ВТСП-резонаторе с "земляной" плоскостью из структурированной пленки. При увеличении тока частотная перестройка прекращается на частоте 36.7 ГГц и амплитуда резонансного отклика 2 уменьшается на 5 дБ (кривая 3). Резонансный отклик *3* полностью не затухает, поскольку пленка резонатора находится в сверхпроводящем состоянии, а роль "земляной" плоскости играет нижняя крышка коробчатого корпуса.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показали, что структурированная ВТСП-пленка может эффективно использоваться для частотной перестройки элементной базы СВЧ-электроники. При этом не нарушаются условия для топологии элементов, ограниченной диэлектрической проницаемостью подложки  $\varepsilon_{эф}$ , и сохраняется условие для лондоновской глубины проникновения поля  $\lambda_L$ . Токи

для управления частотной перестройкой удается снизить с 10 A до 100 мA при смещении резонансных частот в мм-диапазоне длин волн на 300 МГц.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Вольман В.И. Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств. М.: Радио и связь, 1982. Гл. 3.
- 2. Губанков В.Н., Котелянский И.М., Меркурова С.П. и др. // РЭ. 2002. Т. 47. № 1. С. 115.