
СОДЕРЖАНИЕ

Том 48, номер 5, 2022

ТОКАМАКИ

Особенности генерации нижнегибридного тока увлечения в плазме на токамаке ФТ-2

*С. И. Лашкул, А. Б. Алтухов, А. Д. Гурченко, Е. З. Гусаков,
В. В. Дьяченко, Л. А. Есинов, А. Н. Коновалов, Д. В. Курпиенко,
С. В. Шаталин, А. Ю. Степанов*

387

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Влияние обобщенных граничных условий дебаевского слоя на динамику плазменных филаментов на периферии токамака

А. А. Степаненко

397

НЕЛИНЕЙНЫЕ СТРУКТУРЫ

Профиль уединенной ионно-звуковой волны в плазме с отрицательными ионами

Ю. В. Медведев

410

ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

Использование дейтериевых конденсированных и криогенных монодисперсных мишеней в качестве нагрузок для исследования мегаамперных Z-пинчей

А. В. Бухаров, В. Д. Королев

430

ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

К вопросу о роли магнитных полей в плазме запыленной экзосферы луны

С. И. Попель, А. П. Голубь, А. И. Кассем, Л. М. Зеленый

451

Динамика заряженных пылевых частиц в ограниченных кластерных системах

О. С. Ваулина

457

КИНЕТИКА ПЛАЗМЫ

Дифференциальное разложение интеграла упругих столкновений электронов с нейтральными частицами

Е. И. Бочков

463

ДИАГНОСТИКА ПЛАЗМЫ

Изучение параметров плазмы и скорости нанесения тонких титановых пленок при распылении частиц в магнетронном разряде постоянного тока

G. K. Sabavath, R. Swaroop, J. Singh, A. B. Panda, S. Haldar, N. Rao, S. K. Mahapatra

468

УДК 533.9

ОСОБЕННОСТИ ГЕНЕРАЦИИ НИЖНЕГИБРИДНОГО ТОКА УВЛЕЧЕНИЯ В ПЛАЗМЕ НА ТОКАМАКЕ ФТ-2

© 2022 г. С. И. Лашкул^{а,*}, А. Б. Алтухов^а, А. Д. Гурченко^а, Е. З. Гусаков^а, В. В. Дьяченко^а,
Л. А. Есипов^а, А. Н. Коновалов^а, Д. В. Куприенко^а, С. В. Шаталин^а, А. Ю. Степанов^а

^а Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, С.-Петербург, Россия

*e-mail: Serguey.Lashkul@mail.ioffe.ru

Поступила в редакцию 15.11.2021 г.

После доработки 21.01.2022 г.

Принята к публикации 25.01.2022 г.

В плазме токамака ФТ-2 проведены эксперименты по генерации нижегибридных токов увлечения (НГТУ) при длительности СВЧ-импульса $\Delta t_{RF} \leq 20$ мс, перекрывающим весь квазистационарный участок плазменного тока $I_{pl}(t) = 35$ кА. При относительно низких плотностях плазмы $\langle n_e \rangle \sim (0.3 - 0.6) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ получены и проанализированы режимы полного замещения плазменного омического тока безындукционным НГТУ. В более плотной плазме при генерации НГТУ обнаружен эффект формирования режима улучшенного удержания энергии в центре плазменного шнура (Improved Core Confinement, ICC). Получены новые данные о пороге перехода в режим ICC и его зависимости от вводимой СВЧ-мощности. Проанализированы детали перехода в режим ICC для дейтериевой и водородной плазмы. Установлено, что наибольшая эффективность генерации НГТУ получена в дейтериевой плазме при $\langle n_e \rangle \sim (1.3 - 1.4) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$.

Ключевые слова: генерация нижегибридных токов увлечения, эффективность генерации, изотопный эффект, улучшенное удержание тепла, диагностика

DOI: 10.31857/S0367292122200033

1. ВВЕДЕНИЕ

В рамках развития наиболее оптимальных СВЧ-методов поддержания и формирования профиля квазистационарного тока в плазме, создаваемого в ходе реализации международного проекта ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) экспериментального термоядерного токамака – реактора активно рассматривается нижегибридный (НГ) диапазон СВЧ-волн [1]. Для осуществления режима генерации нижегибридного тока увлечения, НГТУ, (LHCD, Lower Hybrid Current Drive) в плазме токамака ITER выполнены расчеты, на основании которых предполагается применять СВЧ-генераторы с характерной частотой 5 ГГц и суммарной мощностью до 20 МВт. Эти результаты будут использованы в проектируемом китайском опытном термоядерном токамаке – реакторе CFETR (The China Engineering Fusion Test Reactor, $R_0 = 7.2$ м, $a = 2.2$ м, $B_0 = 6.5$ Тл), где СВЧ-волны НГ-диапазона частот (4.6 ГГц, (20–30) МВт) предполагается использовать как один из основных источников поддержания и формирования плазменного тока [2]. В экспериментах на крупных токамаках Tore Supra, JET, Alcator C-Mod, EAST

[3, 4] продемонстрирована возможность длительной (~ 1000 с) генерации НГ-волн и безындукционного тока в плазме $I_{pl}^{RF} \sim 1$ МА. Уровень СВЧ-мощности, вводимой в плазму токамака Tore Supra, достигал значения 10 МВт. Наибольшая эффективность генерации НГТУ, определяемая как $\eta = I_{pl}^{RF} \langle n_e \rangle R / P_{RF} \sim 3 \times 10^{19} \text{ А} / (\text{Вт м}^2)$ при средней плотности плазмы $\langle n_e \rangle \sim 10^{20} \text{ м}^{-3}$, была получена в экспериментах на токамаке Alcator C-Mod [4]. На токамаках JET и FTU при плотностях плазмы близких к значениям $n_e \approx 10^{20} \text{ м}^{-3}$, характерным для планируемых сценариев работы токамака-реактора ITER, была продемонстрирована возможность формирования уширенного профиля канала тока с помощью нижегибридного тока увлечения (НГТУ), что привело к снижению коэффициентов теплового переноса в плазме [2–4]. Тем не менее, ряд вопросов, связанных с изучением взаимодействия НГ-волн с плазмой и эффективностью генерации НГТУ, остаются до сих пор еще не выясненными.

В Физико-техническом институте имени А.Ф. Иоффе РАН исследования по взаимодействию НГ-волн с высокотемпературной плазмой

ведутся на нескольких токамаках, включая относительно небольшую компактную установку ФТ-2 с пологой конфигурацией тороидальной вакуумной камеры $R/a = 7$ (R – большой радиус и a – малый радиус камеры) и сильным тороидальным магнитным полем $B_T \leq 3$ Тл [5–9]. Цель проведенных экспериментов состояла в исследовании характерных особенностей режимов полного или частичного замещения индукционного омического тока I_{pl}^{OH} безындукционным НГТУ в плазме токамака ФТ-2. В случае с частичным замещением индукционного тока I_{pl}^{OH} значительное внимание уделяется анализу данных, подтверждающих и уточняющих детали ранее обнаруженного перехода в режим улучшенного удержания энергии плазмы (Improved Core Confinement, ICC) в токамаке ФТ-2.

Статья состоит из шести разделов. После введения во втором разделе подробно описываются условия эксперимента по генерации НГТУ в плазме токамака ФТ-2. В 3-м разделе проанализированы особенности режимов полного и частичного замещения плазменного омического тока безындукционным НГТУ, наблюдаемым как при относительно низких значениях средней плотности плазмы $\langle n_e \rangle \sim (0.3–0.6) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, так и при более высоких плотностях плазмы. Характерные особенности перехода в режим ICC при длительном $\Delta t_{RF} \sim 20$ мс СВЧ-импульсе, перекрывающем весь квазистационарный участок плазменного тока, рассматриваются в 4 разд. Обсуждение и выводы приведены в 5 разд. статьи. Наиболее важные результаты работы сформулированы в 6-м заключительном разделе.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Особенностью ФТ-2 является наличие толстого медного кожуха (в дополнение к управляющим виткам) для стабилизации равновесия плазменного шнура и подавления магнитно-гидродинамических (МГД) неустойчивостей в плазме, что позволяет проводить длительную экспериментальную серию из повторяющихся однотипных разрядов. Основные параметры токамака ФТ-2 таковы: большой радиус тороидальной камеры $R = 0.55$ м, радиус круглой полой диафрагмы $a = 0.08$ м, диапазон изменения значений плазменного индукционного омического тока в плазме, возбуждаемого магнитным потоком индуктора-трансформатора, $I_{pl} = (19–40)$ кА, полная длительность разряда $\Delta t_{pl} = 60$ мс, уровень мощности СВЧ-накачки $P_{RF} = (20–200)$ кВт, длительность СВЧ-импульса $\Delta t_{RF} = (5–20)$ мс. СВЧ-мощность на частоте $f_0 = 920$ МГц вводилась на квазистационарной стадии разряда со стороны слабого магнитного поля с помощью

двухволноводного грилла, конструкция которого способствовала формированию двунаправленного пространственного спектра НГ-волн в тороидальной плазме токамака с максимумами энергии в области продольных замедлений $N_z^{pic} = -(1.8–2); -(7–10); (2–6)$ и $(18–22)$ [5]. Система электропитания токамака обеспечивала стабилизацию плазменного тока в условиях генерации безындукционного тока увлечения I_{RF} , что приводило к уменьшению напряжения на обходе плазменного шнура ΔU_{pl} при генерации нижегибридного тока увлечения (НГТУ). По величине “подсадки” напряжения на обходе ΔU_{pl} (передний спадающий во времени фронт изменения напряжения на обходе U_{pl}) определялось значение возбуждаемого НГ-волнами тока увлечения $I_{RF} = I_{OH} \Delta U_{pl} / U_{pl}$. В ходе проводимых экспериментов была установлена важная роль синергетического эффекта связанного с взаимодействием между собой различных частей спектра N_z^{pic} вводимой СВЧ-волны для реализации эффективной генерации НГТУ [5, 6]. Параметры плазмы контролировались с помощью многопроходной лазерной диагностики томсоновского рассеяния (TS), анализатора атомов перезарядки (NPA, Nuclear Particle Analyzer), СВЧ-диагностики, 2 мм интерферометра, диагностик жесткого (HXR, Hard X-Ray) и мягкого (SXR, Soft X-Ray) рентгеновского излучения, оптической спектроскопии. Кроме того, использовался пояс Роговского для измерения плазменного тока, а также датчики равновесия плазменного шнура и МГД-зонды Мирнова. С помощью рентгеновского спектрометра, регистрирующего кванты HXR с энергией $E_{H\gamma} > 0.2$ МэВ, и приемников синхротронного излучения определялись параметры надтепловых (Superthermal, ST) и убегающих электронов (УЭ) (Runaway Electrons, RA), возникающих при генерации НГТУ (LHCD) [7–9].

3. ЭФФЕКТ ПОЛНОГО И ЧАСТИЧНОГО ЗАМЕЩЕНИЯ ПЛАЗМЕННОГО ОМИЧЕСКОГО ТОКА БЕЗЫНДУКЦИОННЫМ НГТУ

В результате проведенных исследований режим полного замещения плазменного омического тока I_{OH} безындукционным НГТУ I_{RF} , то есть $I_{RF} \sim I_{OH} = 25$ кА удалось реализовать только при достаточно низких плотностях плазмы, $\langle n_e \rangle \leq 0.6 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, когда значительная часть омического тока переносилась надтепловыми и убегающими электронами. На рис. 1а представлены такие данные для плазмы с плотностью $\langle n_e \rangle \approx 0.6 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ при введении СВЧ-импульса мощностью $P_{RF} = 70$ кВт. Фазовое “смещение” между волноводами грилла $\Delta \phi$ менялось в пределах от

30° до 90°, что заметно влияло, в основном, на фронт “подсадки” ΔU_{pl} и равновесное положение плазменного шнура U_R , и этим, возможно, определялся уровень жесткого рентгеновского излучения НХР. При этом итоговое падение U_{pl} практически не зависело от сдвигов фаз между волноводами. Наибольшая добавка в НХР соответствовала наибольшему смещению плазменного шнура наружу. При более низких средних плотностях плазмы $\langle n_e \rangle \approx (0.3-0.4) \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$ (разряд #012913) отмечались два разных режима, когда длительность безындукционного тока I_{RF} (длительность подсадки ΔU_{pl}) соответствовала длительности СВЧ-импульса (режим 1) или была на несколько миллисекунд продолжительнее (режим 2), рис. 1б. В режиме 2 при средней плотности плазмы $\langle n_e \rangle = 0.34 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ (разряд #012913_21), как видно из рисунка 1б, после падения сигнала напряжения на обходе до уровня $U_{pl} \sim 0.3 \text{ В}$ в начале СВЧ-импульса, далее с течением времени величина U_{pl} возвращалась к своему исходному значению, характерному для омического нагрева плазмы индукционным током (ОН), и продолжалось на несколько мс позже момента окончания СВЧ-импульса. При большей плотности плазмы $\langle n_e \rangle = 0.43 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ (разряд #012913_23) длительность подсадки ΔU_{pl} при генерации НГТУ всегда соответствовала длительности СВЧ-импульса (режим 1). В обоих случаях вводимая в плазму СВЧ-мощность составляла величину $P_{RF} = 70 \text{ кВт}$. Как видно из рис. 1б наблюдается определенное различие между двумя этими разрядами (#012913_21) и (#012913_23) в вертикальном положении плазменного шнура U_y и уровне излучения НХР (U_y и НХР – сигналы датчиков вертикального равновесия и жесткого рентгена для режимов (1) и (2), соответственно). Существенное отличие между этими режимами проявилось при анализе условий ввода СВЧ-мощности в каждом из двух волноводов грилла. Для этих двух режимов на рис. 2а и 2б сравниваются значения СВЧ-мощности P_{RF1in} и P_{RF2in} , введенные в камеру через каждый из двух волноводов грилла (RF1 и RF2) с учетом отраженных мощностей P_{RF1ref} и P_{RF2ref} соответственно. Здесь $P_{RF1in} = P_{RF1} - P_{RF1ref}$ и $P_{RF2in} = P_{RF2} - P_{RF2ref}$ соответственно. Отличие в сигналах введенной СВЧ-мощности в режимах 1 (#012913_23) (а) и 2 (#012913_21) (б) определяется, в том числе, уровнем отраженного сигнала. Суммарная мощность $P_{\Sigma in} = P_{RF1in} + P_{RF2in}$ введенная в камеру обозначена на графиках синей линией. Как видно из приведенных данных, изначально в режиме 2 в плазму вводится большая СВЧ-мощность, чем в режиме 1. Но на 33-й мс разряда, в середине СВЧ-импульса, в волноводе RF2, расположенном ближе к диафрагме камеры, возникает пробой, шунтирующий один

из волноводов, что изменяет связь всей антенны с плазмой. Тем не менее, исходя из уже имеющих данных, можно сделать ряд оценок позволяющих объяснить разницу в механизме формирования НГ-тока увлечения между двумя этими режимами. При очень низкой плотности $\langle n_e \rangle = 0.34 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ энергия надтепловых электронов W^{RF} , генерируемых в начале СВЧ-импульса, могла достигать величины, превышающей критическое значение энергии электронов $W_c = 1.3n_e L_e / E_{pl}$, (1) [10, 11], здесь W_c , эВ, плотность плазмы n_e , 10^{13} см^{-3} , L_e – кулоновский логарифм и $E_{pl} = U_{pl} / 2\pi R$, В/см – вихревое тороидальное электрическое поле. При условии $W^{RF} \geq W_c$ надтепловые электроны, ускоренные НГ-волной, уже в первой половине СВЧ-импульса, переходят в стадию убегания [10, 11]. На рис. 3 приводятся значения W_c , рассчитанные по формуле (1) для двух рассматриваемых случаев. Видно, что для режима 2 при плотности плазмы $\langle n_e \rangle = 0.34 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ в начале СВЧ-импульса значение $W_c \approx (7-8) \text{ кэВ}$ существенно меньше, чем в режиме 1. Приравнивая значения $W^{RF} \approx W_c$, можно оценить критическую скорость надтепловых электронов, которую им необходимо набрать для перехода в стадию убегания $v_c = (2W_c / m_e)^{0.5} \geq (0.45-0.5) \times 10^8 \text{ м/сек}$. В случае такого сформированного НГ-волной пучка убегających электронов, когда их характерная скорость больше критической скорости $v \geq v_c$, ни последующий пробой в одном из волноводов, ни окончание СВЧ-импульса уже существенно не влияло на время жизни электронного пучка. При большей плотности плазмы $\langle n_e \rangle = 0.43 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, в режиме 1, для перехода в стадию убегания надтепловых электронов необходима уже и большая энергия $W^{RF} \approx W_c \approx (16-18) \text{ кэВ}$, и, соответственно, более высокая продольная критическая скорость электронов $v_c \geq 0.8 \times 10^8 \text{ м/с}$. Более того, в отсутствие остаточного вихревого электрического поля в плазме из-за падения напряжения на обходе U_{pl} почти до нулевого значения во время генерации НГТУ, надтепловые электроны, очевидно, не могли дополнительно ускоряться до критических скоростей.

Ориентируясь на значение критической скорости $v_c \sim (0.45-0.5) \times 10^8 \text{ м/с}$, рассчитанное для режима 2, и $v_c \geq 0.8 \times 10^8 \text{ м/с}$ соответственно для режима 1, при которых происходит переход надтепловых электронов в стадию убегания, можно оценить эффективное продольное замедление НГ-волны накачки. Замедление волны определяется как $N_{//eff}^{pic} = c/v_c \sim 6-7$ для режима 2, и $N_{//eff}^{pic} = c/v_c \sim 3-4$ для режима 1, соответственно. Используемая антенная система замедления [5] обеспечивала при низкой средней плотности

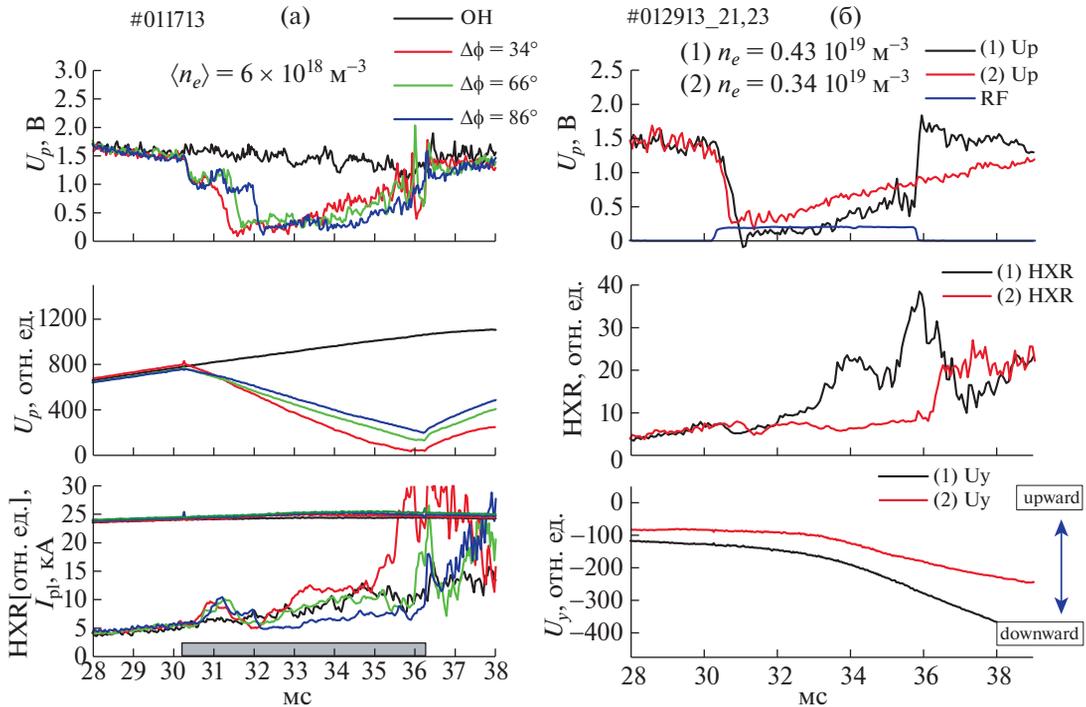


Рис. 1. Иллюстрация эффекта полного замещения плазменного омического тока безындукционным НГТУ. (а) Влияния “фазировки” $\Delta\phi$ СВЧ-волны накачки на крутизну фронта подсадки ΔU_{pl} . Здесь U_R , HXR и I_{pl} – сигналы с датчиков равновесия, жесткого рентгена и плазменного тока. (б) Сравнение двух разрядов с (1) длительностью генерации НГТУ соответствующей длительности ВЧ-импульса (режим 1, разряды #012913_23, $\langle n_e \rangle = 0.43 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$) и (2) с импульсом НГТУ (режим 2, разряд #012913_21, $\langle n_e \rangle = 0.34 \times 10^{19} \text{ см}^{-3}$) (красная линия) более продолжительным, чем длительность СВЧ-импульса. На нижнем графике HXR и U_y – сигналы датчиков жесткого рентгена и вертикального равновесия для режимов (1) и (2), соответственно.

плазмы $\langle n_e \rangle = 0.34 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ возможность в начале СВЧ-импульса при замедлении $N_{||eff}^{pic} \sim 6-7$ достаточно большой группе надтепловых электронов достижения критической скорости $v_c = (0.45-0.5) \times 10^8 \text{ м/сек}$, необходимой для перехода в стадию убегания. В разрядах с большей плотностью плазмы при $\langle n_e \rangle = 0.43 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ (и несколько выше), продольная энергия и скорость надтепловых электронов, генерируемые НГ-волной, оказываются меньше критических значений: $W_c \approx (16-18) \text{ кэВ}$ и $v_c \geq 0.8 \times 10^8 \text{ м/сек}$, соответственно. Поэтому, в режиме 1 длительность НГ безындукционного тока увлечения определялась только длительностью СВЧ-импульса, генерирующего надтепловые электроны.

С другой стороны, приведенные на рис. 1 данные также показывают, что при генерации НГТУ взаимодействие высокоэнергичных электронов с диафрагмой и стенкой камеры может, как увеличиваться, так и уменьшаться, что, по-видимому, определяется равновесным положением плазменного шнура в магнитной конфигурации токамака ФТ-2. Как показано на рис. 1а, при генера-

ции НГТУ, падение сигнала HXR ниже значения, регистрируемое при омическом нагреве плазмы (ОН), наблюдается только при фазовом сдвиге $\Delta\phi \sim 90^\circ$. На подобную возможность взаимодействия пучка убегающих электронов с диафрагмой и стенкой камеры при генерации НГТУ, обращалось внимание в экспериментах на ряде других установок, например, на токамаке HL-2A [12]. Здесь при анализе различных условий генерации надтепловых электронов при возбуждении НГТУ, отмечалась возможность как подавления жесткого рентгеновского излучения HXR высокоэнергичных электронов, так и, наоборот, его роста, когда генерируемые в течение СВЧ-импульса надтепловые электроны становились убегающими при превышении критической скорости.

Таким образом, в экспериментах в плазме токамака ФТ-2 в режиме полного замещения плазменного омического тока безындукционным НГТУ обнаружены условия (режим 2), когда время жизни ускоренного нижегибридными волнами пучка надтепловых электронов, переносящих плазменный ток, может определяться уже не механизмами взаимодействия электронов с

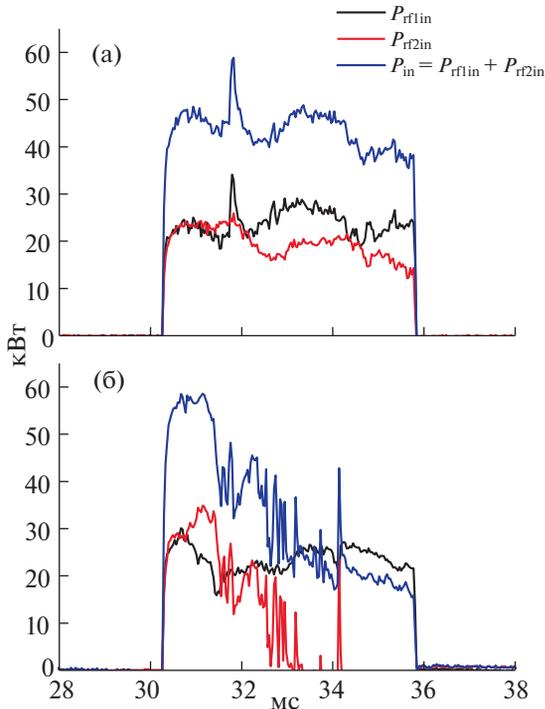


Рис. 2. Временная эволюция СВЧ-мощностей P_{RF1in} и P_{RF2in} , вошедших в камеру через каждый из волноводов RF1 и RF2 двухволноводного грилла (а) в режиме 1 и (б) в режиме 2. Синим цветом обозначена суммарная мощность СВЧ-накачки $P_{\Sigma in} = P_{RF1in} + P_{RF2in}$.

НГ-волной, а условиями, определяющими время жизни уходящих электронов в плазме токамака ФТ-2 [11]. При этом, в силу большего, чем в режиме 1, смещения плазменного шнура внутрь по большому радиусу тора R , отмечается уменьшение взаимодействия высокоэнергичных электронов с диафрагмой и стенкой камеры, что отражается также в уменьшении уровня сигнала НХР.

В эксперименте по генерации безындукционного НГТУ при более высоких значениях плотности плазмы и токов ($\langle n_e \rangle \sim 10^{19} \text{ м}^{-3}$, $I_{OH} = 25\text{--}35 \text{ кА}$) отмечалось только частичное замещение омического тока I_{OH} безындукционным током $I_{RF} \approx (0.2\text{--}0.4)I_{OH}$, [5, 13–15]. Влияние фазового сдвига $\Delta\phi$ между рупорами двух волноводов грилла на эффективность НГТУ наблюдалось вплоть до значений плотности плазмы $\langle n_e \rangle \approx 2 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ [5]. Рекордное значение эффективности генерации НГТУ $\eta_{CD} = I_{LHCD} \langle n_e \rangle R / P_{RF} = 0.4 \times 10^{19} \text{ А/Вт м}^2$ было получено в дейтериевой плазме (D-плазме) при значениях средней плотности $\langle n_e \rangle = (1.2\text{--}1.8) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ и при фазовом сдвиге волноводов $\Delta\phi = \pi/2$ [13]. В водородной плазме (H-плазме) эффективность η_{CD} была примерно в 2 раза ниже. Следует отметить, что достигнутая величина эф-

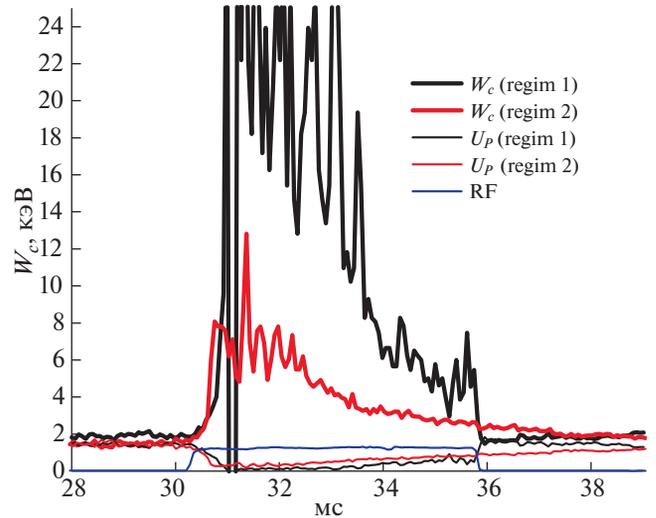


Рис. 3. Значения критической энергии электронов при переходе в стадию убегания W_c для режимов генерации НГТУ: режим 1 (черная линия) и режим 2 (красная). Синим цветом отмечен СВЧ-импульс.

фективности $\eta_{CD} = 0.4 \times 10^{19} \text{ А/Вт} \cdot \text{м}^2$ при средней температуре электронов $\langle T_e \rangle = (300\text{--}350) \text{ эВ}$ плазмы соответствовала обобщенному скэйлингу $\eta_{CD}(\langle T_e \rangle)$, построенному по данным других токамаков, и приведенному к $Z_{eff} = 1$ согласно соотношению $\eta_{CD}(z_{eff} = 1) = \eta_{CD} \frac{(z_{eff} + 5)}{6}$ [16].

4. ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПЕРЕХОДА В РЕЖИМ ИСС ПРИ ДЛИТЕЛЬНОСТИ 19.5 мс ИМПУЛЬСА НГТУ

Температура заряженных частиц плазмы в режиме омического нагрева при средней плотности $\langle n_e \rangle = (1.2\text{--}1.8) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ и при относительно большом для данной установки плазменном токе $I_{pl} \approx 35 \text{ кА}$ составляли: центральная электронная температура $T_e(r = 0 \text{ см}) \approx (500\text{--}600) \text{ эВ}$ и ионная температура $T_i(r = 0 \text{ см}) \approx (200\text{--}300) \text{ эВ}$. Генерируемый НГ-волнами безындукционный ток увлечения в плазме был на уровне 20% от тока омического нагрева $I_{RF} \sim 0.2 I_{OH}$, и формировался надтепловыми электронами, энергия которых во время действия СВЧ-импульса не достигала критического значения $W_c \approx 50 \text{ кэВ}$, необходимого при этих величинах плотности плазмы для перехода надтепловой части электронов в стадию убегания. К сожалению, на установке пока нет возможности прямых измерений энергии надтепловых электронов, генерируемых в плазме во время СВЧ-импульса. Тем не менее, сразу после окон-

чания СВЧ-импульса ($\Delta t_{RF} = 8$ мсек), когда U_{pl} уже возросло и вернулось к исходному характерному для ОН значению, удалось с помощью диагностики жесткого рентгеновского излучения НХР, регистрирующей кванты с энергией $E_{H\gamma} > 0.2$ МэВ, обнаружить появление дополнительной группы убегающих электронов с энергией $W \sim (0.2-0.5)$ МэВ [7-9]. Их появление, по-видимому, было обусловлено генерацией надтепловых электронов при НГТУ. Поскольку за время действия СВЧ-импульса $\Delta t_{RF} \leq 20$ мсек пучки высокоэнергичных электронов с энергией $W \geq 50$ кэВ практически не термолизуются, то при генерации НГТУ эффективность омического нагрева плазмы падала, что обуславливало охлаждение плазменного шнура. Вместе с тем, переносимый надтепловыми электронами ток формировал более широкий профиль канала плазменного тока [14, 15]. Такое заключение было основано на результатах модельных расчетов, полученных с помощью кода АСТРА, и качественно подтвердилось измерениями мягкого рентгеновского излучения SXR [15]. Уширение профиля тока во время СВЧ-импульса приводило к изменению магнитного шира s и образованию в центре плазменного шнура области с низкими значениями $s \sim 0$, что способствовало переходу в режим улучшенного удержания энергии плазмы (Improved Core Confinement, ICC). Этим эффектом объяснялся рост плотности и наблюдаемый дополнительный центральный нагрев плазмы за счет остаточного омического тока [13, 14]. Как было ранее установлено, возникновение перехода в режим ICC при НГТУ определялось уровнем вводимой в плазму СВЧ-мощности P_{RF} . Впервые такой пороговый характер перехода наблюдался при средней плотности $\langle n_e \rangle \sim (1.2-1.8) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ в дейтериевой плазме (D-плазме) в экспериментах при СВЧ-импульсе сравнительно небольшой длительности $\Delta t_{RF} \sim 8$ мс [14].

Для уточнения данных, полученных ранее при генерации НГТУ относительно коротким СВЧ-импульсом $\Delta t_{RF} \approx 8$ мс в D-плазме, была проведена серия экспериментов в водородной плазме (H-плазме). Здесь использовался более продолжительный СВЧ-импульс длительностью $\Delta t_{RF} = 19.5$ мс, который практически перекрывал весь квазистационарный участок плазменного индукционного тока $I_{pl}(t) = 35$ кА. Рисунки 4 и 5 иллюстрируют характерные особенности изменения напряжения на обходе U_{pl} и параметров плазменного шнура в центре $T_e(y = 0 \text{ см}, t)$, $n_e(y = 0 \text{ см}, t)$, которые регистрировались в экспериментах при генерации НГТУ при длительности СВЧ-импульса $\Delta t_{RF} = 19.5$ мс. Координата $y = 0$ см — соответствует точке пересечения вертикального зондирующего лазерного луча с экваториальной плоскостью, проходящей через центр

плазменного шнура. Импульсное СВЧ-излучение мощностью $P_{RF} = 67$ кВт инжектировалось в плазму омического нагрева с плотностью $\langle n_e \rangle = 1.6 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Как видно из рис. 4, величина НГТУ составляла 25% от величины индукционного плазменного тока $I_{LHCD} = (\Delta U_{pl}/U_{pl})I_{pl} = 0.25I_{pl}$. Согласно результатам лазерных (TS) измерений, представленных на рис. 5, на начальном этапе действия СВЧ-импульса длительностью 19.5 мс (красные точки), также как и при длительности СВЧ-импульса $\Delta t_{RF} = \sim 8$ мс (черные точки), наблюдается охлаждение электронов от значения температуры 570 эВ до 450 эВ. Как уже отмечалось, это происходит в силу того, что часть тока омического нагрева I_{OH} замещается безындукционным током I_{LHCD} , переносимым высокоэнергичными надтепловыми электронами [15]. Но уже к 32-й миллисекунде в плазменном шнуре в результате уширения канала тока формировались условия для перехода в режим ICC, что приводило к росту температуры и плотности плазмы. Как видно из данных, представленных из рис. 4 и 5, рост плотности происходил не сразу при включении СВЧ-импульса (на 25-й мс разряда), а спонтанно, начиная с 32-й мс разряда. Примерно с этого момента, согласно данным лазерной диагностики (TS), начинают расти электронная температура T_e и плотность плазмы n_e в центре плазменного шнура. Температура электронов в случае более длинного СВЧ-импульса $\Delta t_{RF} = 19.5$ мс увеличивается с 450 эВ до 650 эВ, а плотность плазмы с $1.4 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ до $3 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. На сигнале U_{pl} в момент ICC перехода (32-я мс разряда) наблюдается дополнительный “провал” ΔU_{pl} , который, по-видимому, связан с разогревом электронной компоненты плазмы. Наклонный характер временного хода U_{pl} , наблюдаемый при генерации НГТУ, объясняется ростом Z_{eff} в плазме, который связан, по-видимому, с улучшением удержания частиц в плазме токамака при генерации НГТУ. Эффекты, связанные с ростом Z_{eff} , анализировались более подробно при описании режима генерации НГТУ и при переходе в режим ICC в D-плазме в работе [15]. Для правильного сопоставления данных экспериментов и расчетов на рис. 4 штрихпунктирной линией показан результат моделирования с помощью кода АСТРА нарастания во времени величины U_{pl} , но только в режиме омического нагрева при росте Z_{eff} , что соответствует зарегистрированному росту Z_{eff} , происходящему в ходе экспериментов по генерации НГТУ.

Таким образом, на установке токамак ФТ-2 в экспериментах в H-плазме так же, как и в D-плазме [15], наблюдался переход в режим ICC в условиях НГТУ. Пороговый характер такого перехода в H-плазме при СВЧ-импульсе длительностью $\Delta t_{RF} = 8$ мс проиллюстрирован на рис. 6 и 7. При

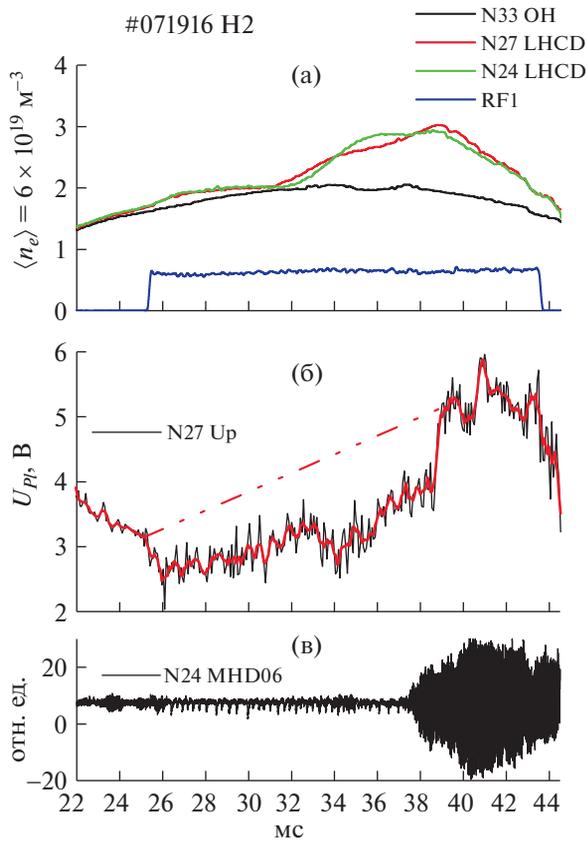


Рис. 4. а) Изменение плотности плазмы $\langle n_e \rangle$ при генерации НГТУ в разрядах № 27 и № 24 экспериментальной серии #071916 при длительности СВЧ-импульса 19.5мс мощностью $P_{RF} = 67$ кВт, в сравнении с плотностью в омическом разряде №33. б) Подсадка на напряжении обхода U_{pl} при генерации НГТУ в разряде № 27. Штрихпунктирной линией показан результат моделирования с помощью кода АСТРА изменения U_{pl} в режиме ОН при росте Z_{eff} , аналогичном НГТУ. в) сигнал с одного из магнитных зондов (МНД № 06) в разряде № 24.

относительно небольшой СВЧ-мощности $P_{RF} = 57$ кВт такого перехода нет. С увеличением СВЧ-мощности P_{RF} до (67–70) кВт на 32-й мс разряда наблюдается спонтанный рост плотности и температуры плазмы, объясняемый переходом в режим улучшенного удержания ИСС. При дальнейшем росте СВЧ-мощности накачки до $P_{RF} \approx 100$ кВт такой переход в режим ИСС смещается ближе к началу СВЧ-импульса на 30-ю мс. Прекращение генерации НГТУ (рис. 4б) и режима ИСС, наблюдаемого по спаду электронной температуры T_e и плотности n_e плазмы еще до окончания СВЧ-импульса (рис. 4а), совпадает с началом раскачки интенсивных МГД-колебаний, представленных на рис. 4с, где приводится сигнал с одного из пяти поперечно разнесенных МГД-зондов Мирнова.

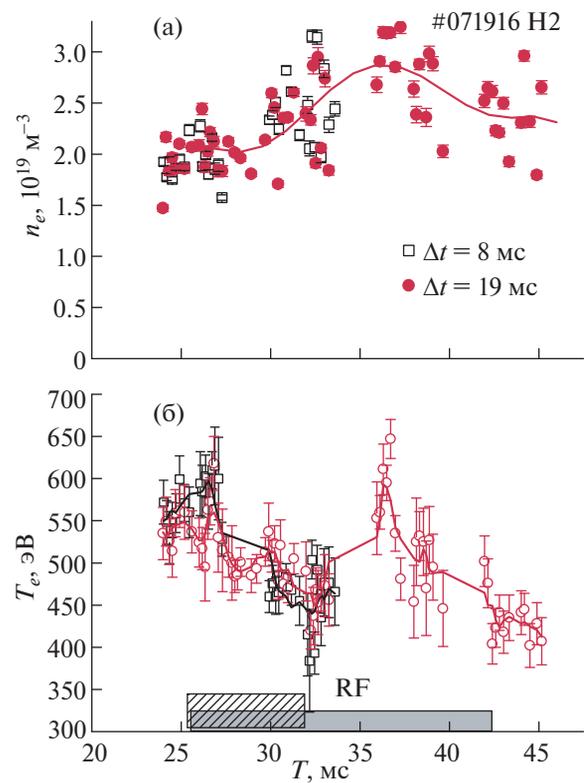


Рис. 5. Изменения электронной температуры $T_e(y = 0 \text{ см}, t)$ и плотности плазмы $n_e(y = 0 \text{ см}, t)$ при вводе в плазму СВЧ-мощности для длительностей импульсов 8 мс (черные точки) и 19 мс (красные точки) в центре плазменного шнура ($y = 0 \text{ см}$). Данные получены в эксперименте при генерации НГТУ в Н-плазме.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Таким образом, в случае полного замещения омического тока I_{OH} в плазме токамака ФТ-2 безындукционным током увлечения $I_{RF} \approx I_{OH}$ при средней плотности плазмы $\langle n_e \rangle = 0.34 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ был обнаружен режим, при котором в начале СВЧ-импульса надтепловые электроны, генерируемые нижегибридной волной, набирали скорость выше критической v_c и становились убегающими электронами. Время жизни возбужденного НГ-волной пучка ускоренных электронов, создающий плазменный ток увлечения, определялось уже не механизмами их взаимодействия с НГ-волной, а условиями, определяющими время жизни убегающих электронов в плазме токамака ФТ-2 [11]. В этом случае безындукционный плазменный ток, обусловленный убегающими электронами, может длиться и после окончания СВЧ-импульса. Этот режим сравнивается с режимом с несколько большей начальной средней плотности плазмы $\langle n_e \rangle = 0.43 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, где надтепловые электроны, генерируемые НГ-волной,

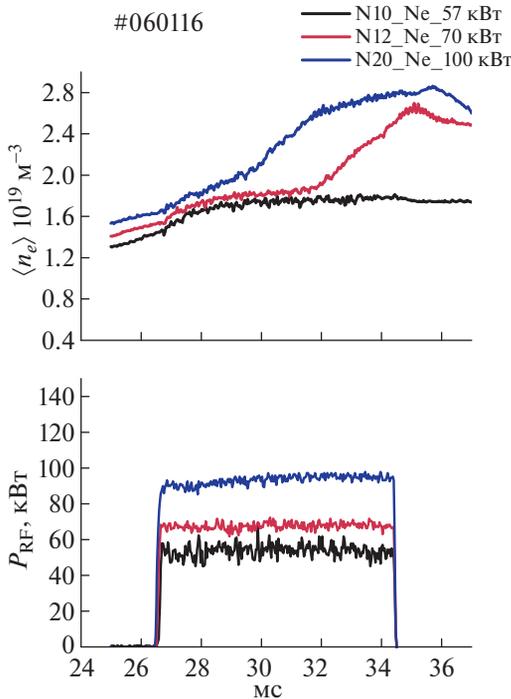


Рис. 6. Изменения во времени средней плотности плазмы при различных уровнях мощности СВЧ-накачки: 57 кВт (черная линия), 70 кВт (красная) и 100 кВт (синяя).

уже не могли стать убегающими, так как их продольная скорость была уже меньше критической v_c . В отсутствие остаточного вихревого электрического поля в плазме (из-за падения напряжения на обходе U_{pl} до малого значения 0.3 В) надтепловые электроны не могли дополнительно набрать необходимую критическую энергию, поэтому длительность НГТУ, как и во всех других экспериментах с относительно более высокой плотностью, определялась длительностью СВЧ-импульса.

В ходе исследования эффективности взаимодействия НГ-волн с плазмой значительное внимание уделялось экспериментам по генерации НГТУ в плазме с более высокой средней плотностью ($\langle n_e \rangle \sim 10^{19} \text{ м}^{-3}$), когда наблюдалось только частичное замещение омического тока I_{OH} безындукционным током увлечения $I_{RF} \approx (0.2-0.4)I_{OH}$, [5, 13]. Отмечается, что рекордное значение эффективности генерации НГТУ $\eta_{CD} = I_{LHCD} \langle n_e \rangle R / P_{RF} = 0.4 \times 10^{19} \text{ А/Вт м}^2$ было получено именно в этих экспериментах в дейтериевой плазме (D-плазме) при средней плотности плазмы $\langle n_e \rangle = (1.2-1.8) \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ и электронной температуре $\langle T_e \rangle = (300-350) \text{ эВ}$ [13, 14]. Оказалось, что эти данные вполне соответствовали обобщенному скэйлингу эффективности $\eta_{CD}^* (\langle T_e \rangle)$, постро-

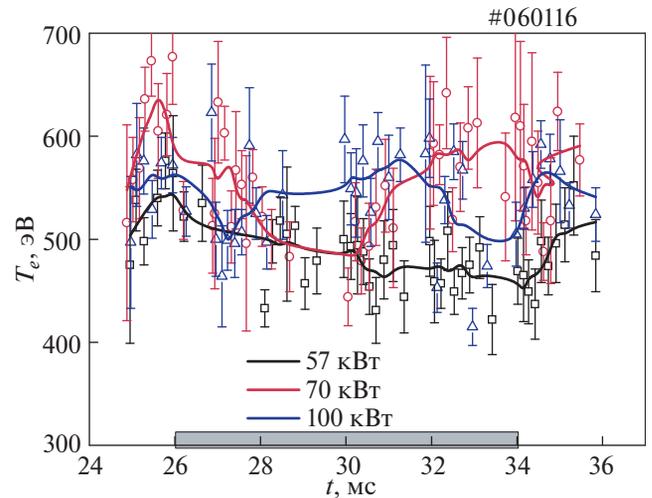


Рис. 7. Изменения во времени центральной электронной температуры плазмы, измеренной с помощью лазерной TS-диагностики при различных уровнях мощности СВЧ-накачки: 57 кВт (черная линия), 70 кВт (красная) и 100 кВт (синяя линия).

енному по данным других токамаков [16]. Рассматриваемый обобщенный скэйлинг был получен с помощью линейного регрессивного анализа эффективности генерации токов увлечения для целой группы токамаков, в том числе и китайского токамака НТ-7, построенного на основе перемещенного российского токамака со сверхпроводящими обмотками Т-7 [17]. В этом смысле интересно сравнение значений эффективности генерации токов замещения η_{CD} , полученных в плазме токамака ФТ-2 с результатами экспериментов по генерации НГТУ, полученными ранее на токамаке Т-7. В этих экспериментах в плазме токамака Т-7 режим полного замещения индукционного тока безындукционным НГТУ наблюдался также при очень низких средних плотностях плазмы $\langle n_e \rangle \sim 0.2 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. В режим убегания надтепловые электроны переходили только после отключения СВЧ-импульса при росте напряжения на обходе U_{pl} . Существенное отличие связано с более заметным влиянием на эффективность генерации НГТУ сдвига фаз $\Delta\phi$ между волноводами грилла. Несмотря на то, что в работе [17] не приводятся значения эффективности генерации НГТУ $\eta_{CD}^* (\langle T_e \rangle)$, на основании приведенных данных (см. рис. 2 в [17]) такие оценки можно сделать. Так для плотности плазмы $\langle n_e \rangle \sim 0.45 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$ значение эффективности $\eta_{CD}^* (\langle T_e \rangle) = 0.9 \times 10^{19} \text{ А/Вт м}^2$ оказалось примерно в 2 раза больше, чем на токамаке ФТ-2. Такое отличие вполне вписывается в обобщенный скэйлинг [16], поскольку средняя электронная температура

$\langle T_e \rangle = (500-600)$ эВ плазмы токамака Т-7 была в 2 раза выше температуры плазмы токамака ФТ-2.

В развитии экспериментов по генерации НГТУ в D-плазме были проведены эксперименты в H-плазме с СВЧ-импульсом $\Delta t_{RF} = 19.5$ мс, длительность которого перекрывала весь квазистационарный участок плазменного тока $I_{pl}(t) = 35$ кА. Подтвержден эффект формирования режима улучшенного удержания энергии (ИСС) в H-плазме при НГТУ, ранее обнаруженный в D-плазме [13–15]. Согласно проведенному в этих работах моделированию и анализу экспериментальных данных SXR-диагностики [15], уширение профиля тока при генерации НГТУ во время СВЧ-импульса приводило к изменению магнитного шира s плазменного тока и образованию в центре плазменного шнура области с низкими значениями магнитного шира $s \sim 0$. По-видимому, это явление, обуславливало переход в режим улучшенного удержания энергии плазмы (ИСС), при котором за счет остаточного тока омического нагрева наблюдался дополнительный центральный нагрев плазмы. В экспериментах в H-плазме получены новые данные о величине пороговой СВЧ-мощности P_{RF} , при которой происходит переход в режим ИСС (рис. 6 и 7). Показано, что прекращение генерации НГТУ раньше окончания СВЧ-импульса определялось началом раскочки интенсивных МГД-колебаний. Результаты анализа изменений в структуре МГД-колебаний при генерации НГТУ будут представлены в другой уже подготовленной для публикации статье.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В экспериментах на токамаке ФТ-2 при средней плотности плазмы менее $0.6 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ удалось реализовать условия полного замещения индукционного тока неиндукционным током, генерируемым с помощью нижегибридных волн, возбуждаемых в плазме импульсным СВЧ-излучением. В режиме полного замещения плазменного омического тока безындукционным НГТУ обнаружены условия (режим 2), когда время жизни ускоренного нижегибридными волнами пучка надтепловых электронов, переносящих плазменный ток, может определяться уже не механизмами взаимодействия с НГ-волнами, а условиями, определяющими время жизни убегающих электронов в плазме токамака [11].

В экспериментах по генерации НГТУ при средней плотности плазмы, превышающих значение 10^{19} м^{-3} , наблюдалось только частичное замещение омического тока неиндукционным током увлечения. Рекордное значение эффективности генерации НГТУ $\eta_{CD} = I_{LHCD}/\langle n_e \rangle R/P_{RF} = 0.4 \times 10^{19} \text{ А/Вт м}^2$ для токамака ФТ-2 было получено

в экспериментах с дейтериевой плазмой (D-плазмой) [5, 13].

Подтвержден эффект формирования режима улучшенного удержания энергии (ИСС) в H-плазме при генерации НГТУ, ранее обнаруженный в D-плазме [13–15]. В H-плазме при длительности импульса СВЧ-излучения $\Delta t_{RF} \approx 20$ мс получены новые данные о пороговой СВЧ-мощности P_{RF} для перехода в режим ИСС.

Функционирование токамака ФТ-2 и исследования перехода плазмы в режим улучшенного удержания ИСС (разд. 4, 5) поддержаны в рамках государственного контракта ФТИ им. А.Ф. Иоффе 0040-2019-0023; эксперименты по генерации тока при низкой плотности плазмы (разд. 2, 3) выполнены в рамках государственного контракта 0034-2021-0001.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hoang G.T., Bécoulet A., Jacquinet J., Artaud J.F., Bae Y.S., Beaumont B., Belo J.H., Berger-By G., Bizarro João P.S., Bonoli P., Cho M.H., Decker J., Delpech L., Ekedahl A., Garcia J., Giruzzi G., Goniche M., Gormezano C., Guilhem D., Hillairet J., Imbeaux F., Kazarian F., Kessel C., Kim S.H., Kwak J.G., Jeong J.H., Lister J.B., Litaudon X., Magne R., Milora S., Mirizzi F., Namkung W., Noterdaeme J.M., Park S.I., Parker R., Peysson Y., Rasmussen D., Sharma P.K., Schneider M., Synakowski E., Tanga A., Tuccillo A., Wan Y.X. // Nuclear Fusion. 2009. V. 49. 075001.
2. Wallace G.M., Ding B.J., Li M.H., Chen J., Baek S.G., Bonoli P.T., Shiraiwa S., Liu L., Wu C.B. // Nuclear Fusion. 2021. V. 61. № 10. 106009.
3. Goniche M., Amicucci L., Baranov Y., Basiuk V., Calabro G., Cardinali A., Castaldo C., Cesario R., Decker J., Dodt D., Ekedahl A., Figini L., Garcia J., Giruzzi G., Hillairet J., Hoang G.T., Hubbard A., Joffrin E., Kirov K., Litaudon X., Mailloux J., Oosako T., Parker R., Pericoli Ridolfini V., Peysson Y., Platania P., Rimini F., Sharma P.K., Sozzi C., Wallace G. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2010. V. 52. 124031.
4. Goniche M., Basiuk V., Decker J., Sharma P.K., Antar G., Berger-By G., Clairet F., Delpech L., Ekedahl A., Gunn J., Hillairet J., Litaudon X., Mazon D., Nilsson E., Oosako T., Peysson Y., Preynas M., Prou M., Ségui J.L. // Nucl. Fusion. 2013. 53. 033010.
5. Лашкул С.И., Алтухов А.Б., Гурченко А.Д., Дьяченко В.В., Есипов Л.А., Кантор М.Ю., Куприенко Д.В., Ирзак М.А., Савельев А.Н., Сидоров А.В., Степанов А.Ю., Шаталин С.В. // Физика плазмы. 2010. Т. 36. № 9. С. 803.
6. Troshin G., Gusakov E., Teplova N., Khavin V., Lashkul S., Kouprienko D., FT-2 team // 47th EPS Conf. Pl. Phys. 2021. P3.105
7. Rozhdestvensky V.V., Lashkul S.I., Dyachenko V.V., Khilkevitch E.M., Krikunov S.V., Esipov L.A., Altukhov A.B., Kouprienko D.V., Stepanov A.Yu., Shevelev A.E., Shatalin S.V. // Energy and Environmental Engineering. 2015. V. 3 (3). P. 42.

8. *Shevelev A.E., Khilkevitch E.M., Lashkul S.I., Rozhdestvensky V.V., Altukhov A.B., Chugunov I.N., Doinikov D.N., Esipov L.A., Gin D.B., Iliasova M.V., Naidenov V.O., Nersesyan N.S., Polunovsky I.A., Sidorov A.V., Kiptily V.G.* // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2016. A830. P. 102.
9. *Shevelev A.E., Khilkevitch E.M., Lashkul S.I., Rozhdestvensky V.V., Pandya S.P., Altukhov A.B., Kouprienko D.V., Chugunov I.N., Doinikov D.N., Esipov L.A., Gin D.B., Iliasova M.V., Naidenov V.O., Polunovsky I.A., Sidorov A.V., Kiptily V.G.* // Nucl. Fusion 7. 58 (2018) 016034 Number 1, January 2018
10. *Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е.* Основы физики плазмы. М.: Атомиздат, 1977. С. 383
11. *Параил В.В., Погуце О.П.* Вопросы теории плазмы. Вып. 11 / Под общ. ред. академ. М.А. Леонтовича и Б.Б. Кадомцева. М.: Энергоиздат, 1982. 240 с.
12. *Zhu J.X., Yao L.M., Zhang Y.P., Yang J.W.*, HL-2A // Journal of Plasma Physics. 2015. V. 81. Iss. 6.
13. *Лашкул С.И., Алтухов А.Б., Гурченко А.Д., Гусаков Е.З., Дьяченко В.В., Есипов Л.А., Ирзак М.А., Кантор М.Ю., Куприенко Д.В., Савельев А.Н., Степанов А.Ю., Шаталин С.В.* // Физика плазмы. 2015. Т. 41. № 12. С. 1069.
14. *Lashkul S.I., Altukhov A.B., Gurchenko A.D., Guskov E.Z., Dyachenko V.V., Esipov L.A., Irzak M.A., Kantor M.Yu., Kouprienko D.V., Perevalov A.A., Saveliev A.N., Shatalin S.V., Stepanov A.Yu.* // Nucl. Fusion. 2015. V. 55. 073019.
15. *Лашкул С.И., Алтухов А.Б., Гурченко А.Д., Гусаков Е.З., Дьяченко В.В., Есипов Л.А., Ирзак М.А., Кантор М.Ю., Куприенко Д.В., Перевалов А.А., Савельев А.Н., Степанов А.Ю., Шаталин С.В.* // Физика плазмы. 2017. Т. 43. № 7. С. 593.
16. *Pericoli-Ridolfini V., Barbato E., Cirant S., Kroegler H., Panaccione L., Podda S., Alladio F., Angelini B., Apicella M.L., Apruzzese G., Bertalot L., Bertocchi A., Borra M., Bracco G., Bruschi A., Buceti G., Buratti P., Cardinali A., Centioli C., Cesario R., Ciattaglia S., Cocilovo V., Crisanti F., De Angelis R., De Marco F., Esposito V., Frigione D., Gabellieri L., Gatti G., Giovannozzi E., Gourlan C., Granucci G., Gravanti F., Grolli M., Imparato A., Leigheb M., Lovisetto L., Maffia G., Maddaluno G., Marinucci M., Mazzitelli G., Micozzi P., Mirizzi F., Nowak S., Orsitto F.P., Pacella D., Panella M., Pieroni L., Righetti G.B., Romanelli F., Santini F., Sassi M., Segre S.E., Simonetto A., Sozzi C., Sternini E., Tudisco O., Vitale V., Vlad G., Tartoni N., Tilia B., Tuccillo A.A., Zanza V., Zerbini M., Zonca F.* // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 93.
17. *Аликаев В.В., Гвоздиков Ю.В., Дятлов Й., Жачек Ф., Иванов Д.П., Ильин В.И., Какурин А.М., Кислов А.Я., Клима Р., Ковров П.Е., Копецкий В., Кочин В.А., Неудачин С.В., Преингаельтер Й., Хвостенко П.П., Хромов И.Н., Чистяков В.В., Штекл Я., Якубка К.* // Физика плазмы. 1985. Т. 11. № 1. С. 53.

ВЛИЯНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЕБАЕВСКОГО СЛОЯ НА ДИНАМИКУ ПЛАЗМЕННЫХ ФИЛАМЕНТОВ НА ПЕРИФЕРИИ ТОКАМАКА

© 2022 г. А. А. Степаненко*

*Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”, Москва, Россия***e-mail: aastepanenko@mephi.ru*

Поступила в редакцию 10.01.2022 г.

После доработки 10.02.2022 г.

Принята к публикации 10.02.2022 г.

Рассматривается влияние обобщенных граничных условий дебаевского слоя, учитывающих его возмущение альфвеновскими волнами, на характер распространения плазменных филаментов на границе плазменного шнура токамака. Представлена модель динамики филаментов, включающая новые граничные условия. Получены оценки влияния управляющего параметра модели – импеданса дебаевского слоя – на параметры переноса плазмы. Выполнены расчеты динамики филаментов в условиях, подобным условиям пристеночной плазмы токамаков NSTX и Alcator C-Mod. Показано, что учет импеданса слоя приводит к росту средних значений электростатического потенциала и скорости движения филаментов, согласующемуся с результатами экспериментальных наблюдений, требуя при этом более детального описания динамики отражения альфвеновских волн от проводящих поверхностей установок.

Ключевые слова: плазменные филаменты, нестационарные дебаевские слои, пристеночная плазма, турбулентность, токамак

DOI: 10.31857/S036729212220001X

1. ВВЕДЕНИЕ

Понимание физических процессов, определяющих динамику плазмы, играет ключевую роль при разработке и создании термоядерного реактора [1]. Инженерные проблемы разработки подобной установки связаны, в том числе, с анализом процессов взаимодействия плазмы с поверхностью и связанными с ними процессами турбулентного переноса плазмы на периферии плазменного шнура токамака [2].

Экспериментальные наблюдения показывают, что транспортные потоки тепла и частиц в пристеночной области токамака имеют перемежаемую природу [3] и характеризуются периодическими выбросами плазмы в форме плазменных филаментов [4] – длинных и тонких плазменных образований, вытянутых вдоль направления линий магнитного поля и имеющих плотность и температуру выше, чем у окружающей их плазмы. Подобными структурами может переноситься до половины от общих потоков энергии и вещества [5] на периферии шнура, притом конвективным, а не диффузионным образом.

За последние два десятилетия теоретическому исследованию динамики подобных филаментов было уделено значительное внимание в литерату-

ре [6, 7]. Фундаментальная модель переноса филаментов, впервые предложенная в работе [8], обобщалась для включения новых физических процессов и анализа их влияния на перенос плазмы.

Одним из процессов, который может оказывать заметное влияние на динамику филаментов в плотной и/или горячей пристеночной плазме, является возбуждение альфвеновских волн в результате переноса проводящей плазмы поперек линий магнитного поля. Движение филаментов в рамках двумерной модели динамики идеально проводящей плазмы рассматривалось в работах [9–13] применительно к вопросам движения в токамаках плазменных филаментов и плазменных облаков, образующихся при абляции топливных пеллет. Движение филаментов на периферии токамаков при условии идеальной вмороженности магнитного поля в плазму рассматривалось также в работе [14]. Влияние силы изображения на динамику филаментов, связанных с периферийными локализованными модами (ELM), рассматривалось в работе [15]. Движение филаментов, образуемых при развитии периферийных локализованных мод, с учетом вызываемой ими стохастизации силовых линий магнитного поля рас-

сма тривалося в роботі [16]. Трехмерная електромагнітна динаміка плазменних філаментів в пристіночній плазмі з великим значенням параметра β ($\beta > m_e/m_i$, m_i і m_e – маси іона і електрона) розглядалася в роботах [17, 18]. Предел плазми з малим β ($\beta < m_e/m_i$) численно изучался в роботах [19–21]. Так, для токамака MAST [19] було показано, що рух філаментів, образуються при вибуху гарячої центральної плазми в периферійну область установки, може демонструвати риси, характерні для динаміки плазми з великим значенням параметра β [18]. В роботах [20, 21] було продемонстровано, що для істотного впливу вмерзності магнітного поля на перенос філаментів, температура електронів плазми повинна перевищувати порогове значення, яке може досягатися в уже існуючих установках.

Характер руху філаментів визначається режимом замикання токів, возбуждаються і циркулюють всередині них [6–8]. Одним з таких токів, існують принциповий вплив на перенос філаментів в області розімкнутих магнітних поверхностей, являється ток вздовж ліній магнітного поля і його замикання через дебаєвський шар на провідящіх поверхностях установки. Моделі замикання продольного току, використані в роботах [9–15], засновані на наближенні ідеально провідящої плазми (ідеальне електромагнітне наближення). В роботах [16–21], навпаки, для опису токів, текучих через екрануючий шар, використовувалося електростатичне наближення [22]. Перша модель відповідає умовам гарячої плазми, для якої величина скин-шару може бути прийнята нескінченною по порівнянню з усіма іншими часовими масштабами. Електростатична модель, навпаки, застосовується тільки в холодній плазмі, для якої скин-шару час екранування електромагнітних порушень плазменними філаментами вважається нехвилюємим малим по порівнянню з альфвенівським і часом поперечного переносу плазми. Незважаючи на те, що в існуючих установках як перше, так і друге наближення можуть порушуватися і динаміка плазми повинна розглядатися в проміжному між двома режимами резистивного електромагнітного наближення (коли одночасно враховуються процеси возбуждення і поширення в плазмі альфвенівських хвиль при кінцевій провідності плазми [20]), саме електростатична модель граничних умов, накладуваних на ток і електростатичний потенціал на границі “плазма-дебаєвський шар” використовується при аналізі турбулентного переносу пристіночній плазми [23–27]. Подібні умови не враховують впливу електромагнітних хвиль,

возбуждаються в плазмі, на характер протікання току в екрануючому шарі (в частині не враховуються процеси відбиття хвиль від шару і металічних пластин установки) і являються по цьому поглинаючими [19–21].

Формування нестационарних дебаєвських шарів розглядалося в ряду робіт, присвячених аналізу процесів взаємодії електромагнітних хвиль і матеріальних поверхностей, оброблених к плазмі, при іонно-циклотронному нагріву середовища [28–32]. Були отримані так звані “загальнені граничні умови дебаєвського шару” (generalized sheath boundary conditions) [30] і нестационарні граничні умови, накладувані на потенціал на границі екрануючого шару з плазмою [31]. Остання група умов [30, 31] була недавно використана [32] при аналізі впливу плазменних філаментів на характер поширення ІЦР-хвиль на периферії токамака.

Незважаючи на різноманітність моделей, використовуваних для численного дослідження динаміки периферійної плазми (ср., наприклад, фізичні моделі, використовувані в кодах [23–27]), по-прежнему залишається відкритим питання про виборі граничних умов дебаєвського шару, які необхідно використовувати при гідродинамічному моделюванні переносу пристіночній плазми. В даній роботі здійснено спробу аналізу впливу, яке викликає використання загального граничного умови, отриманого в роботі [30], на характеристики переносу плазменних філаментів на периферії токамака. Залишена частина роботи організована наступним чином. В розд. 2 представлена модель переносу плазми і зроблені оцінки параметрів руху плазменних філаментів з використанням загальної моделі екрануючого шару. В розд. 3 представлені і обговорюються результати моделювання динаміки плазми на периферії токамака з урахуванням нових граничних умов. В розд. 4 зібрані основні висновки по роботі.

2. МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ПЛАЗМИ

2.1. Уравнения модели

Для опису динаміки плазменних філаментів в роботі використана модель переносу плазми роботи [20]. Коротко перерахуємо основні наближення моделі.

Філаменти займають область простору на границі плазменного шнура всередині обдирочного шару токамака, як показано на рис. 1. Вздовж ліній магнітного поля філаменти мають довжину L – відстань між диверторними пластинами установки, відрахована вздовж однієї і тієї ж силовій лінії магнітного поля. Поперек ліній поля характерний розмір філаментів рівний δ .

Экспериментальные наблюдения показывают, что δ может составлять величину порядка нескольких сантиметров, тогда как длина L обычно измеряется единицами и десятками метров [6, 7]. Ионы плазмы однократно ионизованы, $Z_i = 1$, и имеют однородное распределение температуры, $T_i = \text{const}$. Электроны характеризуются постоянной температурой $T_e = \text{const}$. Параметр $\beta = 8\pi r/B^2$ пристеночной плазмы мал по сравнению с отношением δ/L , так что возмущением линий магнитного поля, вызываемым распространением в плазме электромагнитных волн (магнитный флаттер), можно пренебречь [33]. Взаимодействие плазмы и нейтралов не рассматривается, хотя в режимах работы установки с отрывом плазмы концы филамента могут находиться внутри холодной диверторной плазмы, содержащей значительное количество нейтральных частиц, приводя к заметному снижению скорости переноса филамента [34]. Диссипативные эффекты (поперечные ионные вязкость и диффузия) не учитываются, поскольку считается, что соответствующие этим процессам числа Рейнольдса велики по сравнению с единицей. Динамика плазмы описывается в рамках приближения Буссинеска, подразумевающего малость характерного поперечного масштаба изменения электростатического потенциала, $L_\phi \sim 1/|\nabla_\perp \ln \phi|$, плазмы по сравнению с аналогичным масштабом для концентрации частиц среды, $L_n \gg L_\phi$ [6]. Как показывают оценки [35], это приближение применимо при не слишком большой амплитуде плазменных филаментов (отношении пикового значения плотности плазмы внутри филамента к значению плотности окружающей филамент фоновой плазмы), не превосходящей значение 2–3. Динамика плазмы рассматривается в рамках гидродинамического приближения, так что продольное, Kn_\parallel , и поперечное, Kn_\perp , числа Кнудсена удовлетворяют условиям, $\text{Kn}_\parallel = \lambda_{ei}/L \ll 1$ и $\text{Kn}_\perp = \rho_s/\delta \ll 1$, где λ_{ei} – средняя длина свободного пробега электронов при электрон-ионных столкновениях и ρ_s – ионный гирорadius, определенный на ионной скорости звука.

Для описания динамики филаментов будут использоваться уравнения для плотности, n , и завихренности, ϖ , плазмы и продольной компоненты векторного потенциала, A_\parallel ,

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{f_T \omega_{ci}} \cdot \nabla n + \frac{\nabla_\parallel j_\parallel}{e}, \quad (1)$$

$$\frac{n \rho_s^2}{f_T} \frac{d\varpi}{dt} = \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{\omega_{ci}} \cdot \nabla n + \frac{\nabla_\parallel j_\parallel}{e}, \quad (2)$$

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial A_\parallel}{\partial t} = \frac{j_\parallel}{\sigma} + \frac{T_e}{e} \partial_\parallel (\hat{\phi} - \ln n). \quad (3)$$

В этих уравнениях $\boldsymbol{\varpi} = \nabla_\perp (n \nabla_\perp \hat{\phi})/n \approx \nabla_\perp^2 \hat{\phi}$ – завихренность плазмы в приближении Буссинеска, $\hat{\phi} = e\phi/T_e$ – нормированный на электронную температуру электростатический потенциал плазмы, $\mathbf{b}_0 = \mathbf{B}_0/B$ – единичный вектор вдоль направления магнитного поля, $\boldsymbol{\kappa} = 2c_s^2 (\mathbf{b}_0 \cdot \nabla) \mathbf{b}_0 \approx 2c_s^2/R_c$ и R_c – вектор и радиус кривизны силовых линий магнитного поля соответственно, $c_s = \sqrt{(T_e + T_i)/m_i}$ – скорость ионного звука, $\omega_{ci} = eB/(m_i c)$ и $\rho_s = c_s/\omega_i$ – циклотронные частота и радиус иона соответственно, $\sigma = 1.96ne^2 \tau_{ei}/m_e$ – электропроводность плазмы, $\tau_{ei} = 3m_e^{1/2} T_e^{3/2} / (4\sqrt{2}\pi n e^4 \ln \Lambda_{ei})$ – характерное время столкновения ионов и электронов, $\ln \Lambda_{ei} = 10$ – кулоновский логарифм, e – элементарный заряд, m_i и m_e – массы иона и электрона соответственно, c – скорость света. Оператор $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{V}_{E \times B} \cdot \nabla$ – оператор полной (субстанциональной) производной, $\mathbf{V}_{E \times B} = (c_s \rho_s / f_T) (\mathbf{b}_0 \times \nabla \hat{\phi})$ – скорость дрейфа плазмы в скрещенных электрическом и магнитном полях, $\partial_\parallel = \mathbf{b}_0 \cdot \nabla$ – производная вдоль линий магнитного поля, $\nabla_\parallel f = B \partial_\parallel (f/B)$ – оператор продольной дивергенции. Плотность электрического тока вдоль силовых линий магнитного поля, j_\parallel , определяется законом Ампера

$$j_\parallel = -\frac{c}{4\pi} \nabla_\perp^2 A_\parallel, \quad (4)$$

где оператор $\nabla_\perp^2 = \nabla^2 - \nabla_\parallel^2$ – поперечная составляющая оператора Лапласа. Полный обзор приближений, использованных при записи уравнений модели, может быть найден в работе [20].

Уравнение (2), описывающее установление внутри филамента диполя электростатического потенциала, приводящего к поперечному переносу плазмы, представляет закон сохранения электрического заряда плазмы, $\nabla \cdot \mathbf{j} = 0$, где $\mathbf{j} = \mathbf{j}_{VB} + \mathbf{j}_{pol} + j_\parallel \mathbf{b}_0$ – полный ток в плазме, складывающийся из тока \mathbf{j}_{VB} , возникающего за счет дрейфа заряженных частиц в неоднородном магнитном поле, ионного поляризационного тока \mathbf{j}_{pol} и продольного тока $j_\parallel \mathbf{b}_0$. Первое слагаемое в правой части уравнения (2) есть $\nabla_\perp \cdot \mathbf{j}_{VB}$, оно является источником формирования диполя электростатического потенциала. Два оставшихся слагаемых в левой и правой частях уравнения представляют $\nabla_\perp \cdot \mathbf{j}_{pol}$ и $\nabla_\parallel j_\parallel$ соответственно и описывают замыкание тока \mathbf{j}_{VB} поляризационным и продольными токами. Баланс двух последних токов между собой определяет характер движения филаментов на периферии плазменного шнура [6, 7]. Важно отме-

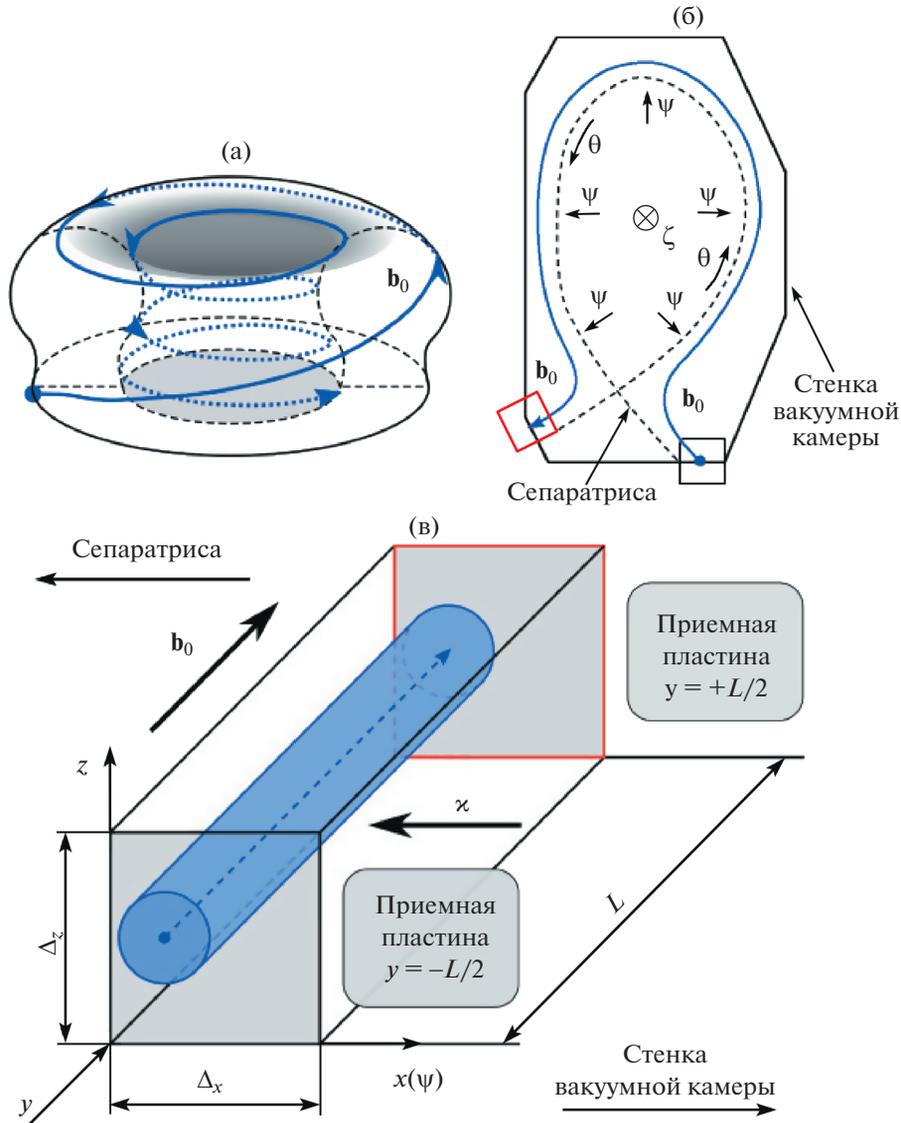


Рис. 1. (а) – Эскиз аксонометрической проекции тороидальной магнитной поверхности токамака за пределами магнитной сепаратрисы. Линиями со стрелками схематично показано расположение плазменного филамента вдоль силовой линии магнитного поля; (б) – пример полоидального сечения токамака с диверторной конфигурацией. Цветными рамками обозначены области в начале и на конце разомкнутых силовых линий, внутри которых происходит движение филамента. Синяя линия обозначает проекцию филамента на полоидальную плоскость; (в) – геометрия плоского обдирочного слоя, используемая в настоящей работе для анализа переноса филамента (обозначен цилиндрической трубкой). ψ – полоидальный магнитный поток, θ и ζ – полоидальный и тороидальный углы соответственно. Изображения взяты из работы [21].

титель, что учет возбуждения в плазме альфвеновских волн (электромагнитное приближение) приводит к тому, что в структуре тока j_{\parallel} наряду с электростатической, $j_{\parallel,es}$, появляется электромагнитная компонента, $j_{\parallel,em}$, величина которой может быть определена как $j_{\parallel,em}/j_{\parallel,es} \sim \tau_s / (\tau_s + \tau_A)$ или $j_{\parallel,em}/j_{\parallel,es} \sim \tau_s / (\tau_s + \tau_{\perp})$ [20], где $\tau_s = 4\pi\sigma\delta^2/c^2$ и $\tau_A = L/V_A = L\sqrt{4\pi n m_i}/B$ – скин- и альфвенов-

ское времена соответственно ($V_A = B/\sqrt{4\pi n m_i}$ – альфвеновская скорость), и $\tau_{\perp} \sim \delta/V_{E \times B}$ – характерное время поперечного движения филамента. В плазме с высокой электронной температурой (оценки показывают, что в существующих установках пороговыми являются значения $T_e \sim 10-20$ эВ [20]) величина τ_s может стать сравнимой или даже значительно большей, чем τ_A и τ_{\perp} , приводя к условию $j_{\parallel,em} \leq j_{\parallel,es}$ (ср. с электроста-

тическим приближением, когда $j_{\parallel,em} \ll j_{\parallel,es}$. Электромагнитные токи в альфвеновской волне направлены против электростатической компоненты $j_{\parallel,es}$, поэтому в электромагнитном режиме переноса филаментов величина продольного тока оказывается меньше, чем в электростатическом случае при одинаковых параметрах пристеночной плазмы. Это приводит к тому, что при учете возбуждения в пристеночной плазме электромагнитных волн скорость поперечного движения филаментов оказывается выше, чем в чисто электростатическом случае [17–21].

Движение филамента рассматривается внутри потоковой трубки квадратного сечения на периферии плазменного шнура (рис. 1б, 1в). Наиболее удобным в этом случае представлением вектора индукции магнитного поля \mathbf{B} является представление Клебша $\mathbf{B} = \nabla z \times \nabla \psi$ [36, 37], где z – обобщенный тороидальный угол (отсчитываемый от подвижного репера на силовой линии магнитного поля), а ψ – полоидальный магнитный поток. При таком задании магнитного поля третья пространственная ось координат будет совпадать с направлением линий вектора \mathbf{B} . Для упрощения дальнейшего анализа динамики филаментов на периферии плазменного шнура, однако, мы будем использовать более простую прямоугольную систему координат плоского слоя [21]. Направление вдоль линий магнитного поля будет принято за ось y . Оси x и z будут ориентированы поперек линий магнитного поля. При этом ось x будет соответствовать направлению поперек магнитных поверхностей (вдоль оси ψ), а направление вдоль оси z можно рассматривать как проекцию тороидальной оси установки на направление, перпендикулярное линиям \mathbf{B} . Геометрические размеры области движения филамента при этом оказываются равны L – вдоль оси y , и Δ_x и Δ_z – в направлениях x и z соответственно.

В используемой системе отсчета не учитываются такие геометрические эффекты, как неоднородность распределения величины \mathbf{B} вдоль линий магнитного поля, а также растяжения и вращения потоковой трубки, связанные с широм магнитного поля и приводящие к эллиптическим деформациям формы филамента. Подобное упрощение позволяет минимизировать воздействие геометрии магнитного поля на динамику филаментов и рассматривать влияние именно граничных условий дебаевского слоя на перенос плазмы. Кроме того, несмотря на то, что геометрия рассматриваемой области плоская, кривизна линий магнитного поля учитывается [первое слагаемое в правой части уравнений (1) и (2)], поскольку она отвечает за поперечную поляризацию плазмы филамента в криволинейном и неоднородном в поперечном направлении магнитного поле токамака.

Для замыкания уравнения (1)–(4) в выбранной системе координат приняты следующие граничные условия. Вдоль оси x на все параметры плазмы накладываются граничные условия Неймана (нулевой градиент поля в соответствующем направлении), $\partial_x f|_{x=\pm\Delta_x/2} = 0$. Как показано в работе [38], подобный выбор не оказывает влияния на результаты численного анализа динамики филамента при условии, что он находится на достаточном удалении от радиальных стенок области движения. Вдоль оси z граничные условия периодические, $f(z = -\Delta_z/2) = f(z = +\Delta_z/2)$.

В направлении оси y (вдоль линий магнитного поля) для плотности, n , и завихренности, ω , плазмы приняты граничные условия Неймана, $\partial_y f|_{y=\pm L/2} = 0$. Их использование отражает тот факт, что на характерных временах поперечного движения филамента сток плазмы на стенку установки отсутствует. Для тока j_{\parallel} и потенциала плазмы ϕ на концах силовых линий, в области контакта плазмы с диверторными пластинами установки, приняты два разных граничных условия: обычные электростатические [22] и обобщенные граничные условия дебаевского слоя [30]:

$$\text{Электростатическая модель: } j_{\parallel,\pm} = \pm n_{\pm} e c_s \hat{\phi}_{\pm}, \quad (5)$$

$$\text{Обобщенная модель: } j_{\parallel,\pm} = \pm n_{\pm} e c_s \hat{\phi}_{\pm} / \hat{z}_{sh,\pm}, \quad (6)$$

где индексы “ \pm ” обозначают верхний (+) и нижний (–) экранирующие слои, расположенные в точках $y = +L/2$ и $y = -L/2$ соответственно, \hat{z}_{sh} – безразмерный импеданс дебаевского слоя.

Условия (6) обобщают обычные электростатические условия (5) путем учета возмущающего воздействия электромагнитных волн, приходящих в дебаевский слой, на характер переноса в нем тока. Подобные возмущения могут быть вызваны, например, волнами, возбуждаемыми в плазме внешней антенной (как при ионно-циклотронном нагреве [28, 29]), или волнами, генерируемыми в самом филаменте при его поперечном движении в хорошо проводящей плазме [6, 7, 18, 20, 21]. Импеданс \hat{z}_{sh} при этом отражает выпрямляющие свойства слоя по отношению к периодическому внешнему воздействию, что связано как с нелинейным откликом слоя на его возмущения [28, 30], так и с отражением электромагнитных волн от проводящей поверхности (металлической стенки) и формированием в слое стоячей волны [16, 31, 39].

Величина \hat{z}_{sh} определяется как [30]

$$\hat{z}_{sh} = \frac{z_{sh} \omega_{pi}}{4\pi\lambda_D}, \quad (7)$$

где z_{sh} – размерная величина импеданса, $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi n_i e^2 / m_i}$ – плазменная частота для ионов,

$\lambda_D = \sqrt{T_e/(4\pi n_e e^2)}$ – радиус Дебая. Значение \hat{z}_{sh} определяется амплитудой возмущения электростатического потенциала на границе экранирующего слоя, приведенной частотой возмущения, ω/ω_{pi} , и нормированной циклотронной частотой, ω_{ci}/ω_{pi} [30]. Беря для оценки следующие параметры пристеночной плазмы токамака: концентрацию частиц $n \sim 2 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$, температуру электронов $T_e \sim 45 \text{ эВ}$, величину индукции магнитного поля $B \sim 4 \text{ Тл}$, и длину силовой линии магнитного поля $L \sim 15 \text{ м}$ (взяты параметры токамака Alcator C-Mod) при возмущении дебаевского слоя альфвеновской волной, $\omega \sim \omega_A = 2\pi V_A/L = 2\pi B/(L\sqrt{4\pi n m_i})$ – безразмерные частоты ω/ω_{pi} и ω_{ci}/ω_{pi} , необходимые для определения величины импеданса оказываются равны $\omega/\omega_{pi} \approx 1.3 \times 10^{-3}$, $\omega_{ci}/\omega_{pi} \approx 3 \times 10^{-2}$. В указанном диапазоне частот $\hat{z}_{sh} = a + ib$, где $1 \leq a \leq 10$, а $b \leq 10^{-2}$ [30]. Оценки отношений ω/ω_{pi} и ω_{ci}/ω_{pi} для токамака NSTX, представленные в разд. 3, согласуются по порядку величины с оценками для Alcator C-Mod (параметры обеих машин будут использованы для анализа переноса филаментов). Поэтому дальше мы можем принять, что $\hat{z}_{sh} \approx \text{Re } \hat{z}_{sh} = 1-10$.

Отметим, что форма граничного условия (6) дополнительно модифицирована по сравнению с исходным обобщенным граничным условием [30] введением зависимости тока $j_{||}$ от концентрации плазмы n и температуры ее компонентов, T_e, T_i .

В каждом из рассматриваемых случаев (5), (6) ток в дебаевском слое замыкается током в среде,

$$j_{||\pm} = -\sigma \left[\frac{T_e}{e} (\partial_{||} \hat{\phi})_{\pm} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{A}_{||\pm}}{\partial t} \right], \quad (8)$$

позволяя найти значение электростатического потенциала на входе в слой.

Уравнения (1)–(8) будут использованы ниже при анализе влияния формы граничного условия дебаевского слоя на характер электромагнитного переноса плазмы на периферии токамака.

2.2. Оценки параметров переноса филаментов

Для оценки параметров переноса филаментов – характерных величин потенциала $\hat{\phi}_b$ и скорости конвекции V_b – в рамках резистивной электромагнитной модели динамики плазмы может быть использован полуфеноменологический скейлинг, полученный ранее в работе [20]. Ниже, однако, будет представлен скейлинг параметров движения филаментов, основанный на граничных условиях (5), (6).

Для получения зависимостей $\hat{\phi}_b(\delta)$ и $V_b(\delta)$ проинтегрируем уравнение (2) вдоль линий магнитного поля, предполагая распределение параметров плазмы однородным. После алгебраических преобразований найдем (индексы “ \pm ” для упрощения формы записи опущены)

$$\frac{n\rho_s^2}{f_T} \frac{d\varpi}{dt} = \frac{\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa}}{\omega_i} \cdot \nabla n + \frac{2nc_s}{\hat{z}_{sh}L} \hat{\phi} \quad (9)$$

Оценивая $\nabla_{\perp} \sim 1/\delta$, $d/dt \sim \partial/\partial t \sim V_{E \times B} \cdot \nabla \sim V_{E \times B}/\delta \sim 1/\tau_{\perp}$, $V_{E \times B} \sim c_s(\rho_s/\delta)(\hat{\phi}/f_T)$, $\varpi \sim \hat{\phi}/\delta^2$, $\mathbf{b}_0 \times \boldsymbol{\kappa} \cdot \nabla n \sim kn/\delta$, и учитывая, что $\kappa = 2c_s^2/R_c$, уравнение (9) может быть приведено к следующему виду

$$2 \frac{\rho_s}{R_c} = \frac{1}{f_T^2} \left(\frac{\rho_s}{\delta} \right)^3 \hat{\phi}^2 + \frac{2}{\hat{z}_{sh}L} \delta \hat{\phi}. \quad (10)$$

Вводя нормированные значения потенциала $\hat{\Phi}$ и поперечного размера филамента Δ [40],

$$\Phi = \frac{\hat{\phi}}{\hat{\phi}_*}, \quad \Delta = \frac{\delta}{\delta_*}, \quad (11)$$

где $\hat{\phi}_* = (2f_T^2 \rho_s L^3 / R_c^4)^{1/5}$ и $\delta_* = \rho_s \left[\kappa L^2 / (4f_T^2 c_s^2 \rho_s) \right]^{1/5}$, уравнение для определения потенциала примет вид

$$1 = \frac{\Phi^2}{\Delta^3} + \frac{\Delta \Phi}{\hat{z}_{sh}}. \quad (12)$$

Основное отличие полученного уравнения от аналогичного ему, получаемого в рамках электростатического приближения, заключается в наличии дополнительного параметра – эффективного импеданса \hat{z}_{sh} .

На рис. 2 представлены зависимости безразмерных потенциала Φ и скорости движения Y [$Y = V_{E \times B}/V_* = \Phi/\Delta$, где $V_* = c_s(\rho_s/\delta_*)(\hat{\phi}_*/f_T)$] филамента от его приведенного радиуса Δ при различных значениях импеданса \hat{z}_{sh} (значению $\hat{z}_{sh} = 1$ отвечает электростатическое приближение). Видно, что рост величины импеданса приводит к увеличению потенциала и скорости движения филамента. Подобное поведение, как отмечалось выше, связано с изменением характера переноса заряженных частиц в дебаевском слое под действием внешнего возмущения и формированием стоячих волн, периодическое изменение амплитуды которых приводит к уменьшению тока, текущего через слой. Это, в свою очередь, должно приводить к увеличению электростатического потенциала на границе слоя с плазмой и, как результат, росту скорости конвекции филамента.

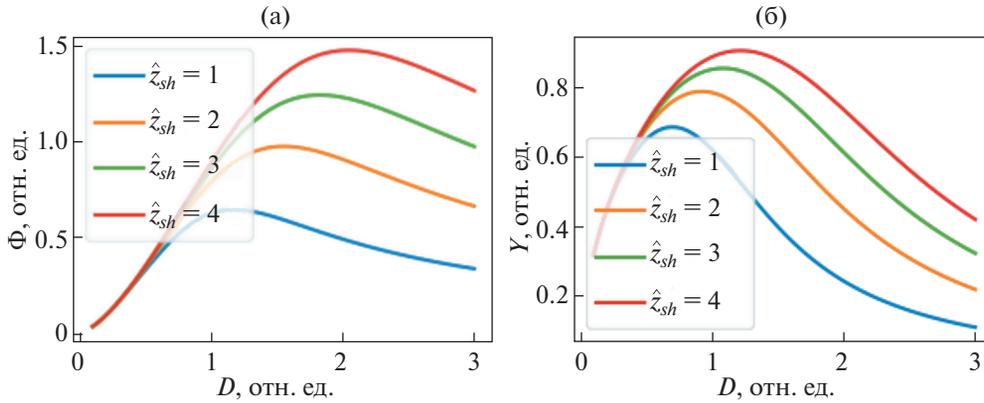


Рис. 2. Зависимости безразмерных потенциала Φ (а) и скорости движения Y (б) филамента от его приведенного радиуса D при различных значениях импеданса \hat{z}_{sh} .

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ФИЛАМЕНТОВ

3.1. Параметры расчетов

Для исследования влияния граничных условий (5) и (6) на параметры переноса филаментов на периферии токамака были проведены параметрические сканы зависимости скорости движения филаментов от величины импеданса \hat{z}_{sh} для токамаков NSTX и Alcator C-Mod. Обе установки характеризуются параметрами пристеночной плазмы, при которых величина скин-времени τ_s , оказывается больше альфвеновского времени τ_A и характерного времени поперечного смещения филамента τ_{\perp} [20], так что перенос филаментов должен описываться с использованием электромагнитной модели динамики плазмы.

Для моделирования использованы следующие (зафиксированные) параметры пристеночной плазмы токамаков: плотность фоновой плазмы, n_0 , температура ионов, T_i , и электронов, T_e , величина индукции магнитного поля B , радиус кривизны силовых линий магнитного поля, R_c , длина L и поперечный радиус δ филаментов. Значения этих величин, а также оценки производных параметров, характеризующих динамику пристеночной плазмы: параметр β , его нормированные значения $\beta(m_i/m_e)$ и $\beta(L/\delta)$, скин-время, τ_s , и альфвеновское, $\tau_A = L/V_A$, времена, время τ_{\perp} [определенное по скейлингу (12) при $\hat{z}_{sh} = 1$], безразмерные отношения $\tau_s/(\tau_s + \tau_A)$ и $\tau_s/(\tau_s + \tau_{\perp})$ (определяющие соотношение электромагнитной, $j_{||,em}$, и электростатической, $j_{||,es}$, компонент тока $j_{||}$), нормированные значения альфвеновской, ω_A/ω_{pi} , и циклотронной, ω_{ci}/ω_{pi} , частот, а также продольное, $Kn_{||}$, и поперечное, Kn_{\perp} , числа Кнудсена — представлены в табл. 1. Видно, что хотя для двух

токамаков время τ_s существенно превышает времена τ_A и τ_{\perp} , значения параметра β установок существенно различаются. Значение β для NSTX более чем на порядок превышает это значение для токамака Alcator. Скин-время τ_s также оказывается больше для NSTX. Поэтому можно ожидать, что влияние электромагнитных эффек-

Таблица 1. Параметры плазмы и филаментов, использованные для расчетов

Параметр	Alcator C-Mod [41]	NSTX [42]
$n_0, 10^{12} \text{ см}^{-3}$	20	4
$T_e, \text{ эВ}$	45	20
$T_i, \text{ эВ}$	45	20
$B, \text{ Тл}$	4	0.3
$R_c, \text{ м}$	0.9	1.0
$L, \text{ м}$	15	5
$\delta, \text{ см}$	1	3
β	4.5×10^{-5}	7.1×10^{-4}
$\beta(m_i/m_e)$	0.17	2.62
$\beta(L/\delta)$	0.07	0.12
$\tau_s, \text{ мкс}$	48.7	133.6
$\tau_A, \text{ мкс}$	1.1	2.2
$\tau_{\perp}, \text{ мкс}$	15.6	26.6
$\tau_s/(\tau_s + \tau_A)$	0.98	0.98
$\tau_s/(\tau_s + \tau_{\perp})$	0.76	0.83
ω_A/ω_{pi}	0.0013	0.0016
ω_{ci}/ω_{pi}	0.03	0.006
$Kn_{ }$	0.11	0.32
Kn_{\perp}	0.03	0.10

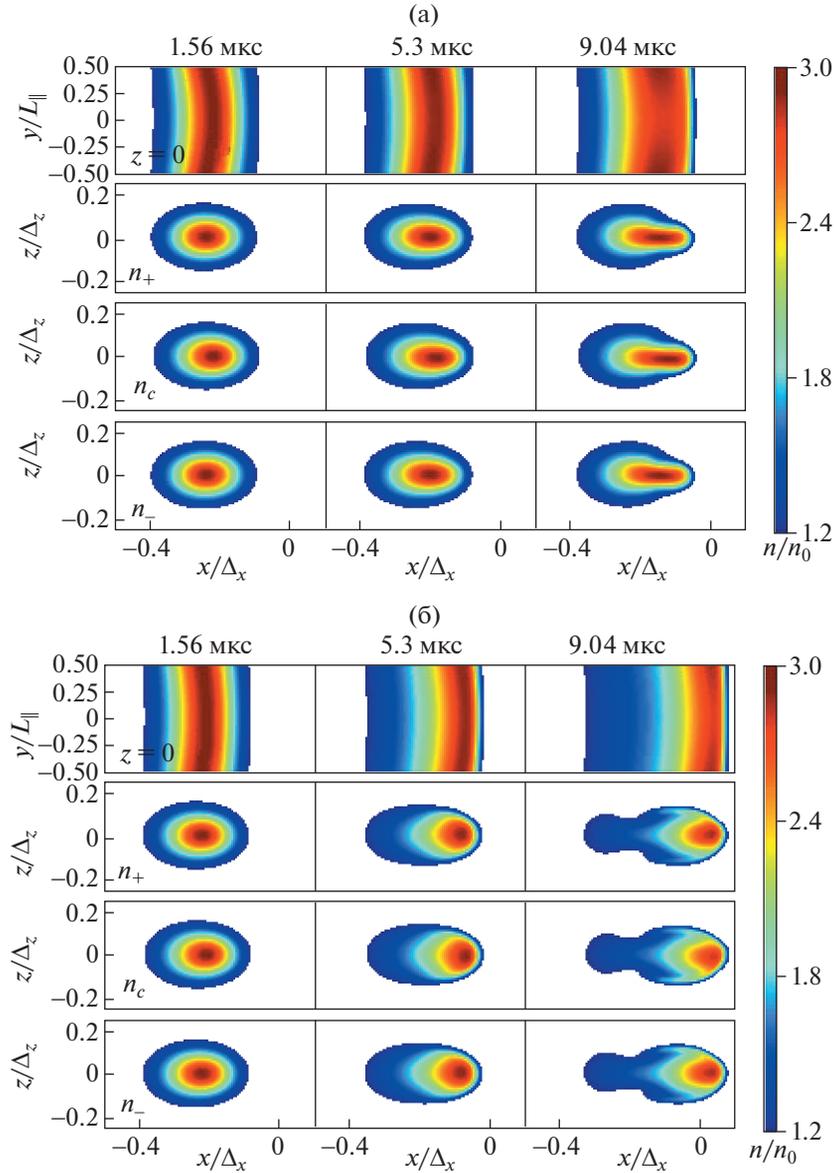


Рис. 3. Динамика движения филамента в условиях, подобных условиям пристеночной плазмы на периферии токамака Alcator C-Mod, при использовании обычных (а) и обобщенных (б, $\hat{z}_{sh} = 5.0$) условий дебаевского слоя. Верхний ряд изображений на каждом рисунке показывает профиль $n(\mathbf{r}, t)$ в продольном сечении $z = 0$. Нижние ряды изображений демонстрируют профили плотности плазмы у верхнего слоя, n_+ , $y = +L/2$, нижнего слоя, n_- , $y = -L/2$, и в центральном сечении плазмы, n_c , $y = 0$.

тов — возбуждения и распространения альфвеновских волн — на динамику плазмы будет выражено сильнее для токамака NSTX.

В качестве начальных распределений параметров плазмы использованы следующие профили. Распределение плотности плазмы, отвечающее возмущению среды в форме филамента, задавалось с использованием цилиндрического гауссова профиля, широко используемого при моде-

лировании динамики изолированных филаментов [6]:

$$n(\mathbf{r}, 0) = n_0 \left\{ 1 + 2 \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2 + z^2}{\delta^2} \right] \right\}, \quad (13)$$

где $x_0 = -\Delta_x/4$, а размеры области расчетов вдоль осей x и z были приняты равными $\Delta_x = \Delta_z = 10\delta$. Для остальных параметров среды (электростатического и векторного потенциалов, завихренно-

сти плазмы) считалось, что профили этих параметров формируются самосогласованно при перемещении филамента.

Расчеты были выполнены в среде BOUT++ [43]. Расчетные сетки имели разрешение $N_x \times N_y \times N_z = 132 \times 31 \times 128$ по осям x, y, z соответственно. Интегрирование динамических уравнений модели по времени выполнялось с использованием реализованного в коде CVODE алгоритма метода Гира. Производные по осям x и z были дискретизированы при помощи центрально-разностной схемы четвертого порядка. Производные вдоль по потоку вычислялись с применением схемы WENO третьего порядка. Вдоль линий магнитного поля дискретизация производных была выполнена с использованием центрально-разностной схемы второго порядка.

3.2. Результаты расчетов и их обсуждение

На рис. 3 представлены результаты расчета динамики плазменного филамента – временная динамика плазмы в продольном и трех поперечных сечениях – полученные для токамака Alcator C-Mod, при использовании двух различных значений импеданса дебаевского слоя, $\hat{z}_{sh} = 1.0$ [обычные граничные условия (5)] и $\hat{z}_{sh} = 5.0$ [обобщенные граничные условия (6)]. Видно, что в обоих случаях динамика филаментов в начальные моменты времени характеризуется легким изгибом в поперечном направлении (верхний ряд изображений), характерным для электромагнитной динамики плазмы [18]. На больших временах расчета изгиб филамента практически исчезает, а сам филамент движется почти одинаковым образом во всех своих сечениях. Подобная динамика плазмы связана с малыми значениями альфвеновского времени, $\tau_A \sim 1$ мкс, по сравнению с характерным временем поперечного переноса филамента, $\tau_{\perp} \sim 10$ мкс, что приводит к быстрому выравниванию потенциала вдоль всего филамента. При этом скорость движения филамента в случае $\hat{z}_{sh} = 5.0$ оказывается выше, по сравнению с расчетом с обычными граничными условиями; характер движения филамента меняется: вместо развития желобковой моды (вытягивание плазменного “языка”) наблюдается когерентное движение филамента с сохранением почти цилиндрической формы.

На рис. 4 изображена зависимость скорости радиального движения центра масс филамента, $V_x = d_t \left(\int n x dS / \int n dS \right)$, полученная в его центральном сечении, $y = 0$, в зависимости от значения приведенного импеданса \hat{z}_{sh} . Значения скорости филаментов согласуются с экспериментально измеренными значениями в пределах 2–3-кратного совпадения [41], испытывая периоди-

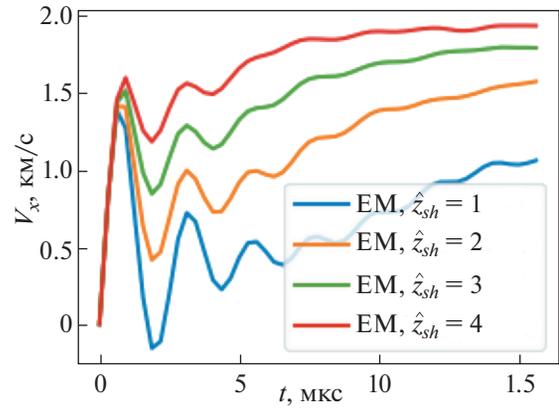


Рис. 4. Временные зависимости поперечной скорости движения центра масс филамента V_x , полученные в центральном сечении филамента для разных значений импеданса слоя \hat{z}_{sh} . Данные получены для условий токамака Alcator C-Mod.

ческие осцилляции, связанные с возбуждением в плазме альфвеновских волн. Период осцилляций при этом составляет примерно $2\tau_A \sim 2$ мкс, что согласуется с результатами моделирования [20, 21]. Особенностью представленных зависимостей является увеличение скорости переноса плазмы с ростом \hat{z}_{sh} . При этом амплитуда осцилляций скорости движения, δV_x , уменьшается по сравнению со средним значением скорости V_x , что указывает на снижение влияния возбуждения в плазме альфвеновских волн на перенос плазмы филамента. Скорость затухания волны, которая составляет величину порядка нескольких мкс, не согласуется с оценкой величины скин-слоя времени для плазмы установки, $\tau_s \sim 50$ мкс, что указывает на то, что затухание флуктуаций электромагнитного поля происходит не в объеме плазмы, а на ее границе, в области дебаевского слоя. Эта картина не согласуется с представлением об отражении альфвеновских волн от проводящих металлических поверхностей установки. Действительно, коэффициент отражения электромагнитной волны, распространяющейся через дебаевский слой, от идеально проводящей стенки может быть оценен как [39]

$$A = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}, \tag{14}$$

где параметр ρ связан с параметрами плазмы и волны как

$$\rho = \pi^2 \frac{V_A \lambda_D}{\delta \omega_{pi}} \left(\frac{\omega_{pi}}{\omega_{ci}} \right)^2 \hat{z}_{sh}. \tag{15}$$

Для параметров токамака Alcator C-Mod, величина $\rho = 1.7 \hat{z}_{sh}$, и при $\hat{z}_{sh} = 5$ коэффициент отраже-

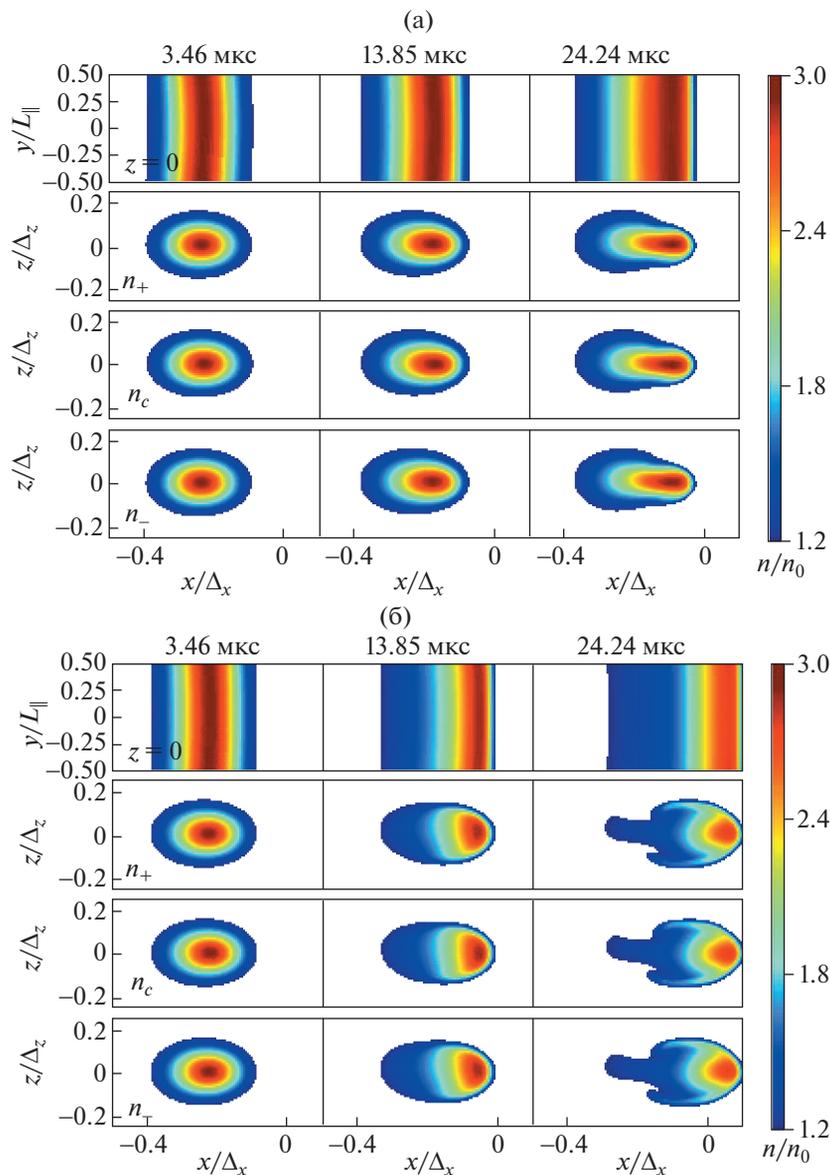


Рис. 5. Динамика движения филамента в условиях, подобных условиям пристеночной плазмы на периферии токамака NSTX, при использовании обычных (а) и обобщенных (б, $\hat{z}_{sh} = 5.0$) условий дебаевского слоя. Верхний ряд изображений на каждом рисунке показывает профиль $n(\mathbf{r}, t)$ в продольном сечении $z = 0$. Нижние ряды изображений демонстрируют профили плотности плазмы у верхнего слоя, n_+ , $y = +L/2$, нижнего слоя, n_- , $y = -L/2$, и в центральном сечении плазмы, n_c , $y = 0$.

ния волны $A \approx 0.8$, так что для уменьшения амплитуды электромагнитных флуктуаций скорости перемещения филамента в e раз волна должна испытать порядка 5 отражений, тогда как расчет показывает уменьшение δV_x вдвое уже после одного периода колебаний. Тем не менее, на больших временах, $t \geq 10$ мкс, флуктуации скорости переноса плазмы остаются, что указывает на действие объемных источников возбуждения альфвеновских волн в плазме.

На рис. 5 показаны результаты расчета динамики плазмы филамента на периферии токамака NSTX при двух различных значениях импеданса, $\hat{z}_{sh} = 1.0$ и $\hat{z}_{sh} = 5.0$, аналогичные тем, что были продемонстрированы на рис. 3. На графиках видно, что перенос плазмы в обоих случаях происходит когерентным образом, с небольшим изгибом филамента на начальных этапах его движения. При этом, тогда как движение филамента в рамках обычной модели дебаевского слоя демонстрирует черты, связанные с развитием в плазме

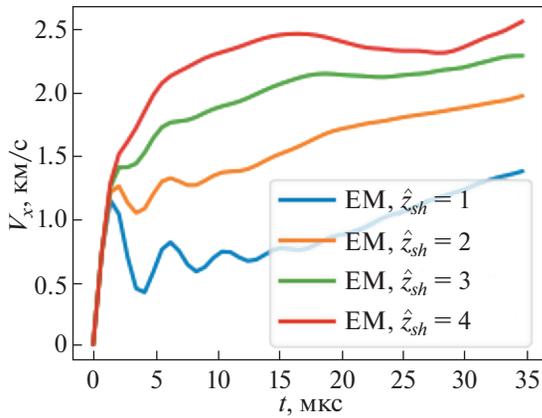


Рис. 6. Временные зависимости поперечной скорости движения центра масс филамента V_x , полученные в центральном сечении филамента для разных значений импеданса слоя \hat{z}_{sh} . Данные получены для условий токамака NSTX.

желобковой моды [6], в случае обобщенного условия (6) наблюдается большее значение скорости движения плазмы филамента, который движется с сохранением собственной начальной формы.

На рис. 6 показаны временные зависимости скорости движения центра масс филаментов в токамаке NSTX, полученные при четырех различных значениях импеданса дебаевского слоя, \hat{z}_{sh} . Как и в случае токамака Alcator C-Mod, скорость V_x испытывает периодические флуктуации, связанные с распространением в плазме альфвеновских волн, с характерным периодом равным $2\tau_A \sim 4$ мкс. Увеличение \hat{z}_{sh} также приводит к росту величины скорости переноса плазмы (примерно пропорционально \hat{z}_{sh}), при этом амплитуда электромагнитных флуктуаций δV_x снижается по сравнению со средним значением $\langle V_x \rangle$. Полученные в расчетах значения скорости V_x качественно согласуются с результатами экспериментальных наблюдений скорости движения филаментов на периферии токамака: для филаментов с $\delta > \delta_*$ измеренные скорости их переноса в 2–3 раза превосходят оценочные значения, получаемые в рамках электростатической модели дебаевского слоя (5) [42]. Оценка коэффициента отражения альфвеновской волны от металлической стенки NSTX с учетом ее прохождения через экранирующий слой показывает, что величина $\rho \approx 3.8\hat{z}_{sh}$, так что при $\hat{z}_{sh} \geq 1.0$ параметр A оказывается ≥ 0.6 . Таким образом, как и в предыдущем расчетном случае, учет обобщенного граничного условия приводит к увеличению скорости переноса плазмы, что согласуется с данными экспериментальных наблюдений. Однако динамика затухания элек-

тромагнитных флуктуаций параметров среды показывает, что этот процесс идет быстрее, чем могло ожидать, что указывает на необходимость более детального учета процесса отражения электромагнитных волн от дебаевского слоя при описании электромагнитной динамики плазмы на периферии установок.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено влияние обобщенного граничного условия дебаевского слоя [30], описывающего возмущающее воздействие электромагнитных волн на перенос в слое тока, на параметры переноса филаментов на периферии плазменного шнура токамака. Представлены модель динамики плазмы и набор граничных условий для описания движения филаментов, включающий обычные (электростатические [22]) и обобщенные условия дебаевского слоя (учитывающие изменения проводимости слоя под действием внешнего электромагнитного возмущения [30]). Получены оценки скорости переноса филаментов в рамках обобщенной модели слоя. Показано, что с увеличением эффективного импеданса \hat{z}_{sh} (появление которого в граничных условиях дебаевского слоя связано с выпрямляющими свойствами слоя по отношению к его периодическим возмущениям внешними электромагнитными волнами), скорость радиального движения филамента должна увеличиваться по сравнению со скоростью движения филамента, получаемой в рамках электростатической модели экранирующего слоя. Подобная динамика плазмы связана с уменьшением проводимости возмущенного электромагнитной волной слоя, приводящим к увеличению электростатического потенциала на границе слоя и плазмы. Проведено моделирование электромагнитной динамики филаментов на периферии токамаков NSTX и Alcator C-Mod в рамках двух моделей дебаевского слоя. Показано, что с ростом \hat{z}_{sh} скорость переноса филаментов увеличивается, однако амплитуда флуктуаций параметров плазмы, связанная с возбуждением внутри филаментов альфвеновских волн, уменьшается во времени, что указывает на затухание электромагнитных волн в результате их поглощения в дебаевском слое. Подобное поведение плазмы не согласуется с картиной отражения альфвеновских волн от проводящих поверхностей установок [16, 31, 39], требуя построения более общего отражательного граничного условия, накладываемого на электромагнитный ток, втекающий в дебаевский слой, для замыкания гидродинамической модели движения плазмы.

В заключение подчеркнем, что граничные условия (5), (6) соответствуют случаю непосредственного электрического контакта филамента

со стенкой токамака. Установлению подобного гальванического контакта предшествует пересечение концевыми сегментами филамента области X-точки при переходе филамента из основной плазмы в пристеночную. Характер замыкания токов внутри филамента в этом случае будет отличаться от рассмотренного в работе режимом замыкания токов в окрестности X-точки. Наличие сильного магнитного шира в этой области будет приводить к резкому увеличению ионного поляризационного тока [14] и, как результат, снижению скорости движения филамента. Тем не менее, сделанный выше качественный вывод о необходимости построения более общего условия на ток, втекающий в дебаевский слой, с учетом отражения от слоя и проводящих стенок установки электромагнитных волн останется справедливым. Шир, изменяя характер поперечного переноса зарядов, не будет оказывать прямого влияния на динамику заряженных частиц вдоль линий магнитного поля. Это означает, что альфвеновские волны, возбуждаемые внутри филамента над X-точкой, будут проходить ее окрестность, достигать приемных (диверторных) пластин установки (попутно возбуждая диверторную плазму) и, отражаясь от проводящей стенки, возвращаться обратно в плазму филаментов над X-точкой. Определение коэффициента отражения волны от дебаевского слоя и стенки и степени влияния отраженной волны на движение филамента в этом случае представляет задачу, требующую самостоятельного исследования.

Работа выполняется при поддержке гранта Президента РФ для молодых ученых-кандидатов наук, грант № МК-5753.2021.1.2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shimada M., Campbell D.J., Mukhovatov V., Fujiwara M., Kirneva N., Lackner K., Nagami M., Pustovarov V.D., Uckan N., Wesley J., Asakura N., Costley A.E., Donne A.J.H., Doyle E.J., Fasoli A., Gormezano C., Gribov Y., Gruber O., Hender T.C., Houlberg W., Ide S., Kamada Y., Leonard A., Lipschultz B., Loarte A., Miyamoto K., Mukhovatov V., Osborne T.H., Polevoi A., Sips A.C.C. // Nucl. Fusion. 2007. V. 47. № 6. P. S1.
2. Lipschultz B., Bonnin X., Counsell G., Kallenbach A., Kukushkin A., Krieger K., Leonard A., Loarte A., Neu R., Pitts R.A., Rognlien T., Roth J., Skinner C., Terry J.L., Tsironi E., Whyte D., Zweben S., Asakura N., Coster D., Doerner R., Dux R., Federici G., Fenstermacher M., Fundamenski W., Ghendrih P., Herrmann A., Hu J., Krasheninnikov S., Kirnev G., Kreter A., Kurnaev V., LaBombard B., Lisgo S., Nakano T., Ohno N., Pacher H.D., Paley J., Pan Y., Pautasso G., Philipps V., Rohde V., Rudakov D., Stangeby P., Takamura S., Tanabe T., Yang Y., Zhu S. // Nuclear Fusion. 2007. V. 47. № 9. P. 1189.
3. Antar G.Y., Devynck P., Garbet X., Luckhardt S.C. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8. № 5. P. 1612–1624.
4. Rudakov D.L., Boedo J.A., Moyer R.A., Krasheninnikov S., Leonard A.W., Mahdavi M.A., McKee G.R., Porter G.D., Stangeby P.C., Watkins J.G., West W.P., Whyte D.G., Antar G. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2002. V. 44. № 6. P. 717.
5. Boedo J.A., Rudakov D.L., Moyer R.A., McKee G.R., Colchin R.J., Schaffer M.J., Stangeby P., West W., Allen S.L., Evans T.E., Fonck R., Hollmann E., Krasheninnikov S., Leonard A., Nevins W., Mahdavi M., Porter G., Tynan G., Whyte D., Xu X. // Phys. Plasmas. 2003. V. 10. P. 1670.
6. Krasheninnikov S., D'Ippolito D., Myra J. // J. Plasma Phys. 2008. V. 74. P. 679.
7. D'Ippolito D., Myra J., Zweben S. // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 060501.
8. Krasheninnikov S.I. // Phys. Lett. A. 2001. V. 283. P. 368.
9. Rozhansky V., Veselova I., Voskoboynikov S. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 1995. V. 37. P. 399.
10. Parks P., Sessions W., Baylor L. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 1968.
11. Rozhansky V., Senichenkov I., Veselova I., Schneider R. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2004. V. 46. P. 575.
12. Krasheninnikov S., Ryutov D., Yu G. // J. Plasma Fusion Research. 2004. V. 6. P. 139.
13. Yu G., Krasheninnikov S., Guzdar P. // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 042508.
14. Ryutov D. // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 122307.
15. Myra J. // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. P. 102314.
16. Rozhansky V., Kaveeva E., Tendler M. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2015. V. 57. P. 115007.
17. Lee W., Angus J.R., Umansky M.V., Krasheninnikov S.I. // J. Nuclear Materials. 2015. V. 463. P. 765.
18. Lee W., Umansky M.V., Angus J., Krasheninnikov S.I. // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. P. 012505.
19. Hoare D., Militello F., Omotani J., Riva F., Newton S., Nicholas T., Ryan D., Walkden N. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2019. V. 61. P. 105013.
20. Stepanenko A. // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. P. 092301.
21. Stepanenko A. // Plasma Phys. Reports. 2021. V. 47. P. 1.
22. Stangeby P.C. The plasma boundary of magnetic fusion devices. Vol. 224 — Philadelphia, Pennsylvania: Institute of Physics Pub., 2000.
23. Ricci P., Halpern F., Jolliet S., Loizu J., Masetto A., Fasoli A., Furno I., Theiler C. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2012. V. 54. P. 124047.
24. Walkden N.R., Easy L., Militello F., Omotani J.T. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2016. V. 58. № 11. P. 115010.
25. Halpern F.D., Ricci P., Jolliet S., Loizu J., Morales J., Masetto A., Musil F., Riva F., Tran T.-M., Wersal C. // J. Comp. Physics. 2016. V. 315. P. 388.
26. Shanahan B., Dudson B., Hill P. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2018. V. 61. P. 025007.
27. Ross A., Stegmeir A., Manz P., Groselj D., Zholobenko W., Coster D., Jenko F. // Phys. Plasmas. 2019. V. 26. P. 102308.
28. D'Ippolito D.A., Myra J.R., Bures M., Jacquinet J. // Plasma Phys. Control. Fusion. 1991. V. 33. № 6. P. 607.

29. *Myra J.R., D'Ippolito D.A., Russell D.A., Berry L.A., Jaeger E.F., Carter M.D.* // Nucl. Fusion. 2006. V. 46. № 7. P. S455.
30. *Myra J.R., D'Ippolito D.A.* // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. № 6. P. 062507.
31. *Smithe D.N., D'Ippolito D.A., Myra J.R.* // AIP Conf. Proc. 2014. V. 1580. P. 89.
32. *Zhang W., Tierens W., Usoltceva M., the ASDEX Upgrade team, the EUROfusion MST1 Team* // Nucl. Fusion. 2020. V. 60. № 3. P. 036010.
33. *Simakov A.N., Catto P.J.* // Phys. Plasmas. 2003. V. 10. P. 4744.
34. *Bisai N., Banerjee S., Sangwan D.* // Phys. Plasmas. 2018. V. 25. P. 102503.
35. *Angus J.R., Umansky M.V.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 012514.
36. *D'haeseleer W.D., Hitchon W.N., Callen J.D., Shohet J.L.* Flux Coordinates and Magnetic Field Structure: A Guide to a Fundamental Tool of Plasma Theory. Berlin, Heidelberg: Springer Science and Business Media, 2012.
37. *Xu X., Cohen R., Roglien T., Myra J.* // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 1951.
38. *Angus J.R., Krasheninnikov S.I., Umansky M.V.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 082312.
39. *Myra J.R., Kohno H.* // Proc. 26th IAEA Fusion Energy Conference, Kyoto, Japan. 2016. P. 17.
40. *Aydemir A.Y.* // Phys. Plasmas. 2005. V. 12. P. 062503.
41. *Grukke O., Terry J., LaBombard B., Zweben S.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 012306.
42. *Myra J., D'Ippolito D., Stotler D., Zweben S., LeBlanc B., Menard J., Maqueda R., Boedo J.* // Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P. 092509.
43. *Dudson B., Umansky M., Xu X., Snyder P., Wilson H.* // Comput. Phys. Commun. 2009. V. 180. P. 1467.

ПРОФИЛЬ УЕДИНЕННОЙ ИОННО-ЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ В ПЛАЗМЕ
С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ИОНАМИ

© 2022 г. Ю. В. Медведев*

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*e-mail: medve@mail.ru

Поступила в редакцию 19.12.2021 г.

После доработки 01.02.2022 г.

Принята к публикации 05.02.2022 г.

Представлен метод для численного расчета профиля уединенной ионно-звуковой волны в плазме с отрицательными ионами и, как частный случай, в электрон-ионной плазме. Предложены новые формулы для аналитического описания профиля уединенной волны сжатия и профиля уединенной волны разрежения при малых амплитудах. Проведено сравнение профилей уединенных волн, рассчитанных по предложенным здесь и по известным формулам, как между собой, так и с соответствующими профилями, полученными с помощью решения полной системы уравнений, описывающей плазму. В большинстве случаев наименьшее отклонение от решения полной системы уравнений имеет профиль, рассчитанный по предлагаемым формулам.

Ключевые слова: уединенная ионно-звуковая волна, плазма с отрицательными ионами, солитон, волна сжатия, волна разрежения, профиль, численное решение, уравнение Кортевега–де Вриза

DOI: 10.31857/S0367292122200045

1. ВВЕДЕНИЕ

Распространение уединенных ионно-звуковых волн в бесстолкновительной плазме исследуется достаточно давно. Большинство исследований было проведено для волн сравнительно малых амплитуд, которые, в соответствии с установившейся терминологией [1], принято называть ионно-звуковыми солитонами. Для краткости ниже в названиях этих волн мы будем опускать слова “ионно-звуковая”/“ионно-звуковой”. Это не приведет к какой-либо неопределенности, поскольку другие типы волн здесь не рассматриваются.

Наиболее подробно изучены генерация и распространение солитонов в двухкомпонентной электронно-ионной плазме (ЭИП). Исследования проводились как теоретически [1–24], так и экспериментально [25–30]. Значительное число работ посвящено изучению солитонов, распространяющихся в трехкомпонентной плазме с отрицательными ионами (ПОИ), состоящей из электронов, положительных ионов и отрицательных ионов. Теоретические аспекты обсуждаются в работах [31–38], экспериментальные исследования представлены в работах [39–51]. ПОИ в естественных условиях наблюдается в D -слое и в нижней части E -слоя ионосферы. В лабораторных условиях плазма, содержащая отрицательные ионы водорода H^- и дейтерия D^- , может ис-

пользоваться для создания высокоэнергетичных пучков нейтральных частиц для термоядерных исследований [52]. ПОИ применяют для обработки материалов. В частности, в [51, 53] сообщалось об использовании ПОИ для производства материалов, основанных на фуллеренах. ПОИ может использоваться в устройствах для накачки газовых лазеров [54]. ПОИ представляет значительный интерес как физический объект с необычными волновыми свойствами. В бесстолкновительной ПОИ можно наблюдать солитоны и бесстолкновительные ударные волны, причем не только сжатия, но и разрежения. Цитируемые выше работы как раз посвящены исследованию нелинейных явлений в ПОИ. Заметим, что даже если реальная плазма состоит из нескольких сортов ионов, во многих случаях доминирующими являются только один сорт положительных ионов и только один сорт отрицательных ионов. В таких случаях использование модели трехкомпонентной плазмы может быть вполне приемлемым [40–44, 48–50].

В настоящее время основное внимание исследователей продолжает привлекать процесс взаимодействия между уединенными волнами. Встречные и обгонные столкновения уединенных волн изучаются достаточно давно [1, 6, 9, 25, 26, 40–42, 46]. В современных исследованиях уединенных волн и их взаимодействия между со-

бой используются новые подходы [19, 24, 37], исследуются случаи с немаксвелловским распределением электронов [16, 20] или рассматриваются столкновения уединенных волн больших амплитуд [19, 22, 55–58].

Практически любая задача об уединенных волнах в плазме начинается с решения уравнений, определяющих форму волны, или с формирования волны, имеющей определенную заранее заданную форму, найденную из тех или иных предположений. Форма является одним из главных элементов, характеризующих уединенную волну. Как правило, она однозначно определяется амплитудой волны при заданных параметрах плазмы. Форма волны, а также скорость ее распространения, при заданной амплитуде могут быть определены из решения полной системы уравнений, описывающих движение плазмы, дополненных соответствующими начальными и граничными условиями. Поэтому при создании уединенной волны необходимо, чтобы ее характеристики: амплитуда, скорость распространения и форма, все вместе, соответствовали такому решению. Только в таком случае волна в дальнейшем распространяется устойчиво без каких-либо изменений. Попытка образовать уединенную волну, создавая структуру, которая не соответствует решению полной системы уравнений, приведет к распаду структуры. В процессе эволюции из нее может выделиться уединенная волна. При этом амплитуда, скорость распространения и форма первоначальной структуры изменятся таким образом, чтобы в конечном итоге они, все вместе, соответствовали бы некоторому решению полной системы уравнений. Строго говоря, единого решения, единой формулы, которая могла бы описывать форму всех уединенных волн в плазме, нет.

Полная система уравнений, описывающих плазму, достаточно сложна, и для ее решения приходится прибегать к численным методам и описывать профиль уединенной волны численным решением. Вместе с тем, если амплитуда волны достаточно мала, то исходная система уравнений может быть упрощена. В ряде случаев решение упрощенной системы уравнений может быть представлено в аналитическом виде, описывающем некоторый определенный класс солитонов. При этом форма солитона, в частности, его ширина, определенная тем или иным образом, оказывается однозначно зависимой от амплитуды.

Наиболее распространенным является прием, при котором полную систему уравнений упрощают таким образом, чтобы получить уравнение Кортевега–де Вриза (КдВ) [4, 8, 10–13, 16, 19–21, 31–37]. Это уравнение может быть решено аналитически. Аналитические решения уравнения КдВ удобны для изучения различных задач о солито-

нах. В частности, при численных исследованиях эволюции солитона или взаимодействия между солитонами их начальный профиль устанавливается по аналитической формуле, более всего соответствующей рассматриваемой задаче [17, 19–22]. Строго говоря, при таком подходе исследуются свойства и поведение солитонов КдВ и принимается, что полученные результаты могут приближенно описывать и солитоны в плазме.

Однако в ряде случаев при формировании уединенных волн используются аналитические формулы даже тогда, когда условие малости амплитуды не соблюдается [22]. Иногда при создании начальной структуры просто создают начальное возмущение плотности частиц, например, гауссовское [18, 23, 51]. Очевидно, что в таких случаях создается структура, которая не является уединенной волной, и она не всегда может эволюционировать с течением времени так, что возникнет уединенная волна. Эволюция произвольных начальных возмущений разного рода подробно исследовалась [5, 9, 27, 59]. Как правило, если уединенная волна и образуется, то этот процесс может занять достаточно большое время. В частности, потребуется время, чтобы формирующаяся сверхзвуковая уединенная волна оторвалась от возникающего за ней осцилляционного следа. Кроме того, не только форма, но также амплитуда и скорость распространения образовавшейся волны заметно изменятся по сравнению с первоначально заданными амплитудой и скоростью [22]. Очевидно, что такая ситуация затрудняет исследование. Например, при численном изучении столкновений уединенных волн как расчетная область, так и время расчета должны быть существенно увеличены для того, чтобы исследовалось столкновение образовавшихся с течением времени уединенных волн, а не столкновение произвольно заданных структур.

Самый прямой способ избежать подобных проблем состоит в том, чтобы находить профиль уединенной волны из решения полной системы уравнений, описывающих плазму, а не использовать решение упрощенных уравнений или произвольно заданную форму. Нахождение такого решения в ряде случаев может быть сведено к численному решению уравнения Пуассона (см., например, [60]). В настоящей статье предлагается метод получения численного решения для нахождения профиля уединенной волны в трехкомпонентной ПОИ и, как частный случай, в двухкомпонентной ЭИП. На самом деле, этот метод может быть достаточно просто обобщен и на случай плазмы более сложного состава.

Отметим, что предлагаемый метод многократно использовался автором при изучении столкновений уединенных волн [55–58] и при изучении прохождения уединенной волны через границу

между ЭИП и ПОИ [61]. Исследования выполнялись с помощью метода частиц в ячейке для уединенных волн больших амплитуд, в том числе, амплитуд, близких к критическим амплитудам. Начальное состояние уединенной волны задавалось в соответствии с полученными численными решениями с помощью соответствующего подбора координат и скоростей частиц. В дальнейшем созданная таким образом уединенная волна распространялась по невозмущенной плазме без каких либо изменений ее амплитуды, скорости распространения и формы вплоть до столкновения с другой уединенной волной или с каким либо препятствием.

Во многих случаях при выводе аналитических формул для профиля уединенной волны используют редуцированный метод возмущений, с помощью которого из исходной системы уравнений получают уравнение КдВ для члена первого порядка в разложении по малому параметру и ограничиваются нахождением его решения. Вместе с тем, для нахождения решения при малых амплитудах нет необходимости непременно получать уравнение КдВ. В частности, можно воспользоваться обычным подходом, при котором исходные уравнения разлагаются по малым величинам, и в конечном итоге решается упрощенное уравнение Пуассона. В этой работе показано, что при таком подходе в случае ПОИ можно получить упрощенное уравнение Пуассона, в котором учтены члены до четвертого порядка малости включительно. Решение такого уравнения можно представить в удобном аналитическом виде. Чтобы оценить, насколько полученные новые формулы для профилей уединенной волны сжатия (УВС) и уединенной волны разрежения (УВР) лучше или хуже известных формул, мы сравниваем рассчитанные по разным формулам профили уединенных волн не очень большой амплитуды как между собой, так и с профилями уединенных волн, рассчитанными с помощью численного решения полной системы уравнений. Проведенное сравнение показывает, что профили, рассчитанные по полученным здесь формулам, отклоняются от решений полной системы уравнений меньше, чем профили, рассчитанные по известным формулам.

В данной работе представлен метод для численного расчета профиля уединенной волны в ПОИ и в ЭИП, а также предложены новые формулы для аналитического описания профиля уединенной волны при малых амплитудах в таких плазмах.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И МЕТОД ИХ РЕШЕНИЯ

В данной статье изучается распространение уединенной волны в бесстолкновительной трех-

компонентной ПОИ, электроны которой распределены по закону Больцмана. Как и в цитируемых выше работах, задача рассматривается в одномерном приближении. В таких задачах имеется физически выделенное направление, направление сверхзвукового распространения волны. В таких условиях можно ожидать, что влияние неоднородности будет мало, и это подтверждает многолетний опыт исследований уединенных волн в плазме. Было показано, что основные свойства, особенности и закономерности распространения и взаимодействия уединенных волн, наблюдаемые в экспериментах, очень хорошо согласуются с теоретическими положениями, полученными в одномерном приближении. С теорией сравнивались результаты экспериментов в ЭИП [25, 26, 28] и в ПОИ [40–44, 46–48, 51]. Сравнения с теорией проводились как для УВС, так и для УВР, при разных соотношениях плотностей отрицательных и положительных ионов, при разных соотношениях ионных масс и на разных устройствах с разными характерными продольным и поперечным размерами исследуемой области. Согласие теории и эксперимента служит косвенным подтверждением актуальности таких теоретических исследований.

Движения бесстолкновительной плазмы описываются системой уравнений Власова. Во многих случаях, когда температуры ионов не очень велики, для описания процессов в плазме можно использовать более простой подход, основанный на системе уравнений для моментов функций распределения. Соответствующая замкнутая система уравнений в приближении трех моментов [62] может быть выведена в предположении, что тепловыми потоками ионов можно пренебречь. В безразмерном виде такая система уравнений записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial n_i}{\partial x} + n_i \frac{\partial V_i}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial V_i}{\partial t} + V_i \frac{\partial V_i}{\partial x} + \frac{1}{n_i} \frac{\partial}{\partial x} (n_i T_i) + \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial n_j}{\partial t} + V_j \frac{\partial n_j}{\partial x} + n_j \frac{\partial V_j}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial V_j}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_j}{\partial x} + \frac{1}{m_j n_j} \frac{\partial}{\partial x} (n_j T_j) + \mu \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= 0, \\ T_i &= T_{i0} (n_i/n_{i0})^2, \quad T_j = T_{j0} (n_j/n_{j0})^2, \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} &= -(Z_i n_i + Z_j n_j - n_e), \end{aligned} \quad (1)$$

где введены обозначения n_i , n_j и n_e для плотностей положительных ионов, отрицательных ионов и электронов, соответственно. Через V_i и V_j обозначены потоковые скорости, а через T_i и T_j –

температуры положительных и отрицательных ионов соответственно. Параметр $\mu = Z_j m_i / Z_i m_j$ характеризует ионный состав плазмы. Здесь m_i и Z_i обозначают массу и зарядовое число положительного иона соответственно. Такие же величины для отрицательного иона обозначены как m_j и Z_j . Для потенциала используется обозначение ϕ , а x , v и t представляют собой координату, скорость и время соответственно.

При обезразмеривании использовались следующие величины

$$m_i, \quad n_{i0}, \quad Z_i T_{e0}, \quad (m_i / 4\pi Z_i e^2 n_{i0})^{1/2}, \quad (2)$$

$$(T_{e0} / 4\pi e^2 n_{i0})^{1/2}, \quad (Z_i T_{e0} / m_i)^{1/2}, \quad T_{e0} / e,$$

которые служат единицами массы, плотности, температуры, времени, длины, скорости и потенциала соответственно. Здесь через e обозначена абсолютная величина заряда электрона, а через T_{e0} обозначена температура электронов (в энергетических единицах) в невозмущенной области. Будем считать, что в невозмущенной области все величины распределены однородно, и обозначать такие величины индексом 0. В частности, как видно из (2), плотность частиц измеряется в единицах плотности положительных ионов n_{i0} в невозмущенной области. Положим, что в невозмущенной области потенциал равен нулю $\phi_0 = 0$, а электронная плотность равна n_{e0} . Тогда распределение электронов по закону Больцмана будет иметь вид

$$n_e = n_{e0} \exp \phi. \quad (3)$$

Условие квазинейтральности в невозмущенной области запишется в виде

$$n_{e0} = Z_i n_{i0} + Z_j n_{j0}. \quad (4)$$

Мы будем рассматривать волну, распространяющуюся стационарно. В системе отсчета волны все величины зависят от одной переменной $z = x - Dt$, где D — скорость распространения волны. Поэтому при замене переменных дифференциальные уравнения (1) становятся обыкновенными дифференциальными уравнениями, из которых первые четыре уравнения можно свести к алгебраическим уравнениям

$$n_i (D - V_i) = n_{i0} (D - V_{i0}),$$

$$\frac{1}{2} (D - V_i)^2 + \phi + \frac{3}{2} T_{i0} \frac{n_i^2}{n_{i0}^2} =$$

$$= \frac{1}{2} (D - V_{i0})^2 + \phi_0 + \frac{3}{2} T_{i0}, \quad (5)$$

$$n_j (D - V_j) = n_{j0} (D - V_{j0}),$$

$$\frac{1}{2} (D - V_j)^2 + \mu \phi + \frac{3}{2} \frac{T_{j0}}{m_j} \frac{n_j^2}{n_{j0}^2} =$$

$$= \frac{1}{2} (D - V_{j0})^2 + \mu \phi_0 + \frac{3}{2} \frac{T_{j0}}{m_j}.$$

Здесь и ниже в формулах для удобства чтения мы сохранили равную единице величину n_{i0} . В уравнениях (5) слева стоят величины в произвольной точке z , а справа стоят величины в точке z_0 , находящейся в невозмущенной области с невозмущенными значениями потенциала ϕ_0 , плотностей n_{i0} и n_{j0} и потоковых скоростей ионов V_{i0} и V_{j0} . Для простоты положим $V_{i0} = V_{j0} = 0$ и, как мы условились выше, $\phi_0 = 0$. Тогда из (5) при заданном D можно найти значения величин в произвольной точке z :

$$n_i = n_{i0} (2\theta_i)^{-1/2} \times$$

$$\times \left[1 + \theta_i - \psi - \sqrt{(1 + \theta_i - \psi)^2 - 4\theta_i} \right]^{1/2},$$

$$V_i = D - D \left[\frac{2\theta_i}{1 + \theta_i - \psi - \sqrt{(1 + \theta_i - \psi)^2 - 4\theta_i}} \right]^{1/2},$$

$$n_j = n_{j0} (2\theta_j)^{-1/2} \times \quad (6)$$

$$\times \left[1 + \theta_j - \mu\psi - \sqrt{(1 + \theta_j - \mu\psi)^2 - 4\theta_j} \right]^{1/2},$$

$$V_j = D - D \times$$

$$\times \left[\frac{2\theta_j}{1 + \theta_j - \mu\psi - \sqrt{(1 + \theta_j - \mu\psi)^2 - 4\theta_j}} \right]^{1/2},$$

где

$$\psi = \frac{\phi}{\kappa}, \quad \theta_i = \frac{3T_{i0}}{2\kappa}, \quad \theta_j = \frac{3T_{j0}}{2\kappa m_j}, \quad \kappa = \frac{1}{2} D^2.$$

Здесь мы перенормировали потенциал ϕ , вводя величину ψ , использование которой упрощает формулы.

В предельном случае плазмы с холодными ионами $\theta_i \rightarrow 0$ и $\theta_j \rightarrow 0$ получаем следующие зависимости:

$$n_i = n_{i0} (1 - \psi)^{-1/2}, \quad V_i = D(1 - \sqrt{1 - \psi}), \quad (7)$$

$$n_j = n_{j0} (1 - \mu\psi)^{-1/2}, \quad V_j = D(1 - \sqrt{1 - \mu\psi}).$$

В (6) и (7) ионные плотности представлены в виде функций от ψ . Обозначим эти функции для краткости через $n_i(\psi)$ и $n_j(\psi)$ и подставим их в уравнение Пуассона. Получим уравнение для функции $\psi(z)$

$$\frac{d^2 \psi}{dz^2} = \frac{1}{\kappa} [n_{e0} \exp(\kappa\psi) - Z_i n_i(\psi) - Z_j n_j(\psi)]. \quad (8)$$

Домножим это уравнение на $d\psi/dz$ и проинтегрируем его по z от точки z_0 в невозмущенной области до текущего значения z , имея в виду, что в точке z_0 как значение величины ψ , так и ее первая производная из-за однородности невозмущенной области равны нулю:

$$\psi|_{z=z_0} = 0, \quad \left. \frac{d\psi}{dz} \right|_{z=z_0} = 0. \tag{9}$$

В результате получим

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\psi}{dz} \right)^2 = \mathcal{H}(\psi), \tag{10}$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\psi) &= \frac{Z_i n_{i0}}{\kappa^2} \times \\ &\times \left\{ (1 + \rho) [\exp(\kappa\psi) - 1] - \kappa [\mathcal{N}_i(\psi) + \mathcal{N}_j(\psi)] \right\}, \\ \mathcal{N}_i(\psi) &= \int_0^\psi \frac{n_i(\xi)}{n_{i0}} d\xi = 2 \left[1 + \frac{1}{3} \theta_i - \frac{1}{3\sqrt{2\theta_i}} \Upsilon(\theta_i, \psi) \right], \\ \mathcal{N}_j(\psi) &= \rho \int_0^\psi \frac{n_j(\xi)}{n_{j0}} d\xi = \\ &= 2 \frac{\rho}{\mu} \left[1 + \frac{1}{3} \theta_j - \frac{1}{3\sqrt{2\theta_j}} \Upsilon(\theta_j, \mu\psi) \right]. \end{aligned} \tag{11}$$

Здесь мы ввели величину $\rho = Z_j n_{j0} / Z_i n_{i0}$ и функцию

$$\begin{aligned} \Upsilon(\eta, \xi) &= \left[1 + \eta - \xi - \sqrt{(1 + \eta - \xi)^2 - 4\eta} \right]^{1/2} \times \\ &\times \left[2(1 + \eta - \xi) + \sqrt{(1 + \eta - \xi)^2 - 4\eta} \right]. \end{aligned}$$

В случае холодных ионов $\theta_i = 0$ и $\theta_j = 0$ выражения для $\mathcal{N}_i(\psi)$ и $\mathcal{N}_j(\psi)$ упрощаются:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_i(\psi) &= 2(1 - \sqrt{1 - \psi}), \\ \mathcal{N}_j(\psi) &= 2 \frac{\rho}{\mu} (1 - \sqrt{1 - \mu\psi}). \end{aligned} \tag{13}$$

Таким образом, задача сводится к решению уравнения Пуассона при условии (9). Решение описывает уединенную волну, поскольку на фазовой плоскости $(\psi, d\psi/dz)$ при этом условии оно соответствует сепаратрисе, которая отделяет финитное движение от инфинитного.

Разделяя переменные в (10), проведем интегрирование по z от точки экстремума в профиле волны $z_m = x_m - Dt$ до произвольного $z = x - Dt$. Величина z_m может быть принята равной нулю, если считать, что мы определяем профиль волны в начальный момент времени $t = 0$ и при этом амплитуда находится в точке $x_m = 0$. Величина ψ при интегрировании меняется от экстремального

значения ψ_m до соответствующего значения $\psi(z)$. В результате получим решение, которое представляет собой неявную зависимость ψ от координаты z

$$\pm \sqrt{2} z = \int_{\psi_m}^{\psi} \frac{d\xi}{[\mathcal{H}(\xi)]^{1/2}}. \tag{14}$$

Для расчета профиля уединенной волны задание только амплитуды волны ψ_m (или ϕ_m) недостаточно. Необходимо еще задать соответствующее значение ее скорости распространения D . Из уравнения (10) легко видеть, что связь между этими двумя величинами устанавливает уравнение

$$\mathcal{H}(\psi_m) = 0. \tag{15}$$

В общем случае произвольных ионных температур подробная запись уравнения (15) довольно громоздка. В случае плазмы с холодными ионами $\theta_i = \theta_j = 0$, который мы и будем далее рассматривать, это уравнение приобретает вид

$$\begin{aligned} (1 + \rho) [\exp(\kappa\psi_m) - 1] - \\ - 2\kappa \left[1 - \sqrt{1 - \psi_m} + \frac{\rho}{\mu} (1 - \sqrt{1 - \mu\psi_m}) \right] = 0. \end{aligned} \tag{16}$$

Численное решение (16) дает зависимость $\kappa = \kappa(\psi_m)$ (или $D = D(\psi_m)$), зная которую можно определить амплитуды потоковых скоростей ионов по формулам (7), а также найти решение (14).

Формула (14) может быть использована для вычисления профиля уединенной волны в ПОИ, причем как для УВС, так и для УВР. Она представляет собой обобщение аналогичной формулы для профиля уединенной волны в ЭИП [63, 64] на случай ПОИ. Поэтому для расчетов по формуле (14) можно применить метод вычисления несобственного интеграла, предложенный в [63, 64]. Особенность в интеграле (14) имеется на нижнем пределе интегрирования в соответствии с (15). Численное интегрирование выражений, подобных (14), как правило, не представляет труда. В [63, 64] было предложено выделить особенность в малой области и вычислить интеграл по этой области аналитически с любой требуемой точностью, а по оставшейся области, не содержащей особенности, провести интегрирование стандартным методом. Для рассматриваемого интеграла (14) можно получить соотношение

$$\begin{aligned} \int_{\psi_m}^{\psi} \frac{d\xi}{[\mathcal{H}(\xi)]^{1/2}} &= \int_{\psi_m + \Delta\psi}^{\psi} \frac{d\xi}{[\mathcal{H}(\xi)]^{1/2}} + 2 \left[\frac{\Delta\psi}{\mathcal{H}'(\psi_m)} \right]^{-1/2} - \\ &- \frac{1}{6} \mathcal{H}'''(\psi_m) \left[\frac{\Delta\psi}{\mathcal{H}'(\psi_m)} \right]^{3/2}, \end{aligned} \tag{17}$$

где $\Delta\psi$ – малое отклонение ψ от особой точки, и в правой части стоит собственный интеграл. Здесь фигурируют производные от $\mathcal{H}(\psi)$ по ψ , взятые в точке $\psi = \psi_m$.

После того, как рассчитан профиль $\psi(z)$, профили ионных плотностей и скоростей можно легко найти по формулам (6) в общем случае или по формулам (7) в случае плазмы с холодными ионами.

Описанный метод мы будем использовать для численного расчета профиля уединенной волны, и именно с таким профилем мы будем сравнивать профили уединенных волн, рассчитанные по рассматриваемым ниже аналитическим формулам.

3. АМПЛИТУДНЫЙ ДИАПАЗОН УЕДИНЕННЫХ ВОЛН В ПОИ

Как известно, уединенные волны в ЭИП могут существовать только в ограниченном диапазоне амплитуд [3]. Рассмотрим вопрос о диапазоне возможных амплитуд в ПОИ. Очевидно, уединенная волна в плазме с холодными ионами может существовать, если существует решение уравнения (16), определяющего связь между амплитудой ψ_m и величиной $\kappa = \kappa(\psi_m)$ (или между амплитудой потенциала ϕ_m и скоростью распространения $D = D(\phi_m)$).

Уравнение (16) содержит квадратные корни из выражений, в которые входит амплитуда волны ψ_m . Подкоренные выражения не должны принимать отрицательные значения. Поэтому амплитуда УВС $\psi_m^+ > 0$ не должна превосходить значение $\psi_{cr}^+ = 1$, которое принято называть критическим [3], а амплитуда УВР $\psi_m^- < 0$ не должна опускаться ниже критического значения $\psi_{cr}^- = 1/\mu < 0$. Зная параметры плазмы ρ и μ и решая уравнение (16) при заданных критических амплитудах ψ_{cr}^+ и ψ_{cr}^- , можно определить соответствующие критические значения величины κ : κ_{cr}^+ и κ_{cr}^- , критические амплитуды потенциала ϕ_{cr}^+ и ϕ_{cr}^- , а также критические значения остальных величин.

С другой стороны, скорость распространения уединенной волны D не может быть ниже скорости звука, которая в ПОИ с холодными ионами имеет вид

$$c_0 = \left(\frac{1 + \rho\mu}{1 + \rho} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

В предельном случае $D \rightarrow c_0$ амплитуда потенциала $\phi_m = \kappa\psi_m$ принимает минимально (максимально) возможное для УВС (УВР) значение ϕ_s^+ (ϕ_s^-), которое не всегда оказывается равным нулю.

Это значение можно найти из решения того же уравнения (16) при заданном $\kappa = (1/2)c_0^2$. Таким образом, амплитуда потенциала должна находиться в пределах между значением ϕ_s^+ и критическим значением ϕ_{cr}^+ для УВС или значением ϕ_s^- и критическим значением ϕ_{cr}^- для УВР.

Представление о том, как выглядит область допустимых амплитуд потенциала в широком диапазоне значений n_{j0} , дает рис. 1, где эти области построены для двух случаев, часто встречающихся в экспериментах: в первом случае плазма содержит, кроме электронов, ионы Ag^+ и F^- ($m_j = 0.476$, $\mu = -2.102$), во втором случае ионные компоненты состоят из Ag^+ и SF_6^- ($m_j = 3.657$, $\mu = -0.273$). Отметим, что подобные рисунки областей существования уединенных волн в ПОИ впервые были представлены в работах [43, 44], где также содержатся соответствующие экспериментальные подтверждения. Из рисунка видно, что при плотностях отрицательных ионов, меньших некоторого определенного значения $n_{j0} = n_{j0}^*$, область допустимых амплитуд УВС простирается от нуля до критического значения ϕ_{cr}^+ , а УВР либо вообще не существуют при малых n_{j0} , либо диапазон их допустимых амплитуд начинается не с нуля, а с некоторого не равного нулю значения. Иными словами, УВР как угодно малой амплитуды не существуют при $n_{j0} < n_{j0}^*$. Однако при $n_{j0} > n_{j0}^*$ ситуация меняется на противоположную. Теперь УВР имеют диапазон допустимых амплитуд, простирающийся от нуля до критического значения. А УВС не могут иметь как угодно малую амплитуду. Они либо имеют диапазон амплитуд, начинающейся не с нуля, а с некоторого не равного нулю значения, либо вообще не существуют при больших n_{j0} . Плотность $n_{j0} = n_{j0}^*$ является границей между двумя областями значений n_{j0} , при которых в одной области существуют УВС, а в другой – УВР, причем речь идет о волнах, амплитуды которых могут быть как угодно малы¹. На самой границе $n_{j0} = n_{j0}^*$ оба диапазона допустимых амплитуд УВС и УВР простираются от нуля до соответствующего критического значения, и существует непрерывный переход от положительных амплитуд

¹ В литературе значение невозмущенной плотности отрицательных ионов, равное n_{j0}^* нередко называют критическим. Вместе с тем, как мы уже упоминали, начиная с работы Сагдеева [3], критическими величинами принято называть экстремально возможные значения амплитуд уединенных волн. Чтобы избежать какого-либо недоразумения, мы здесь не будем называть плотность n_{j0}^* критической.

к отрицательным. Эти особенности существования УВС и УВР малых амплитуд в разных областях значений n_{j0} должны учитываться при аналитических исследованиях профиля уединенной волны.

4. УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ МАЛЫХ АМПЛИТУД

4.1. Формулы профилей уединенных волн

Для последующего сравнения с нашими результатами здесь уместно кратко напомнить хорошо известные аналитические решения для описания профиля уединенных волн при малых амплитудах и записать эти решения в наших единицах.

По-видимому, впервые аналитическое выражение для профиля уединенной волны было представлено в работах [2, 3] для случая ЭИП с холодными ионами. Это выражение было выведено для уединенных волн малых амплитуд с помощью разложения до членов третьего порядка включительно, и была получена формула для профиля потенциала $\phi = \phi(x - Dt)$

$$\phi = \frac{3D^4}{3 - D^4} \left(1 - \frac{1}{D^2}\right) \times \text{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{D^2}\right)^{1/2} (x - Dt) \right]. \tag{19}$$

Здесь и ниже мы выделяем случай ЭИП с помощью замены обозначения потенциала ϕ на Φ .

Что касается уединенных волн в ПОИ, а также в других плазмах сложного состава, то для нахождения их профилей, как правило, используется редуцированный метод возмущений. В этом методе плотности и потоковые скорости частиц, а также потенциал разлагаются по степеням малого параметра ϵ , а исходные уравнения преобразуются к новым переменным. Эти переменные выбираются таким образом, чтобы исходная система уравнений после приравнивания коэффициентов при одинаковых степенях ϵ преобразовалась в систему уравнений, в которой уравнение для возмущения потенциала первого порядка оказывается уравнением КдВ. В частности, для трехкомпонентной плазмы с отрицательными ионами было предложено использовать переменные

$$\xi = \epsilon^{1/2}(x - Ct), \quad \tau = \epsilon^{3/2}t,$$

где C – некоторая скорость. После преобразования было получено, что C должно равняться скорости звука c_0 , определяемой по (18), и найдено

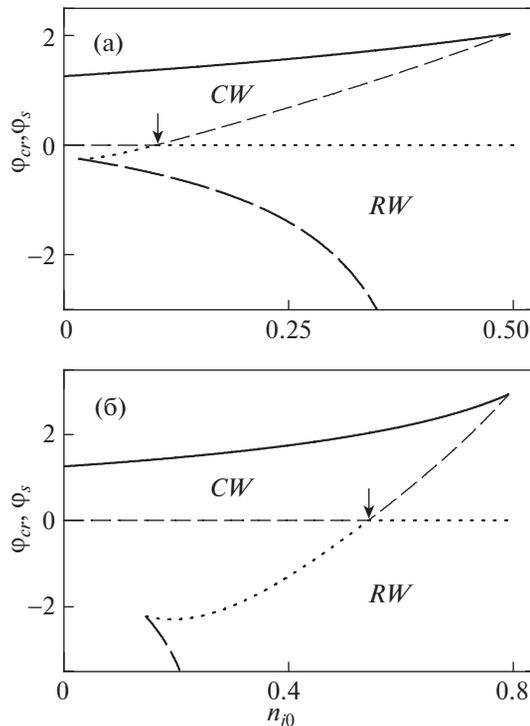


Рис. 1. Области допустимых амплитуд уединенных волн на плоскости (n_{j0}, Φ_m) : CW – область УВС, RW – область УВР. Φ_{cr}^+ представлено толстыми сплошными кривыми, Φ_{cr}^- – толстыми штриховыми кривыми. Φ_s^+ показано штриховыми кривыми, Φ_s^- – пунктирными кривыми. Стрелками указаны точки соединения областей УВС и УВР при $n_{j0} = n_{j0}^*$: $m_j = 0.476$ (а), $m_j = 3.657$ (б).

уравнение для возмущения потенциала первого порядка ϕ_1 [31]

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + A \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0. \tag{20}$$

Постоянные коэффициенты A и B в наших единицах имеют вид

$$A = -\frac{c_0}{2} + \frac{3(Z_i n_{i0} + \mu^2 Z_j n_{j0})}{2n_{e0} c_0^3}, \quad B = \frac{c_0}{2n_{e0}}, \tag{21}$$

где величина $n_{e0} \neq 1$ в нашей нормировке.

Находя стационарное решение уравнения (20) и обозначая амплитуду потенциала уединенной волны через $\phi_m^{(n)}$, можно получить выражение для профиля потенциала уединенной волны $\phi^{(n)}$ в ПОИ и выражение, определяющее связь между амплитудой и скоростью распространения уеди-

ненной волны. После преобразования к исходным переменным эти выражения имеют вид

$$\phi^{(n)} = \phi_m^{(n)} \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{A \phi_m^{(n)}}{12B} \right)^{1/2} (x - Dt) \right], \quad (22a)$$

$$D = c_0 + \frac{1}{3} A \phi_m^{(n)}. \quad (22b)$$

Формулы (22) упрощаются в частном случае ЭИП. Подставим в (22) соответствующие значения величин в ЭИП: $n_{e0} = 1$, $c_0 = 1$, $A = 1$, $B = 1/2$. В результате получим

$$\phi = \phi_m \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{\phi_m}{6} \right)^{1/2} (x - Dt) \right], \quad (23a)$$

$$D = 1 + \frac{1}{3} \phi_m. \quad (23b)$$

Коэффициент A в уравнении (20) может принимать как положительные, так и отрицательные значения, а также может быть равным нулю. Из (22a) видно, что при $A > 0$ амплитуда потенциала $\phi_m^{(n)}$ должна быть положительной, а при $A < 0$ – отрицательной. Если же коэффициент A равен нулю, то в уравнении (20) исчезает нелинейный член, и поэтому не может быть баланса между нелинейностью и дисперсией, а это означает, что решение уравнения не может иметь вид уединенной волны. На самом деле уединенная волна может существовать и в этом случае, но она описывается другим уравнением. В частности, было предложено рассмотреть член следующего порядка, чтобы учесть нелинейность для данного конкретного случая. Используя редуцированный метод возмущений с несколько иной заменой переменных $\xi = \epsilon(x - Ct)$, $\tau = \epsilon^3 t$ в исходных уравнениях и используя условие $A = 0$, можно получить модифицированное уравнение КдВ для возмущения потенциала первого порядка (см., например, [33, 47, 49])

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + A_m \phi_1^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + B_m \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0, \quad (24)$$

где обозначено

$$A_m = -\frac{c_0}{4} + \frac{15(Z_i n_{i0} + \mu^3 Z_j n_{j0})}{4n_{e0} c_0^5}, \quad B_m = \frac{c_0}{2n_{e0}}. \quad (25)$$

Найдя стационарное решение этого уравнения и вводя амплитуду уединенной волны $\phi_m^{(m)}$, можно записать формулу для профиля потенциала уединенной волны $\phi^{(m)}$

$$\phi^{(m)} = \pm \phi_m^{(m)} \operatorname{sech} \left[\left(\frac{A_m (\phi_m^{(m)})^2}{6B_m} \right)^{1/2} (x - Dt) \right], \quad (26a)$$

$$D = c_0 + \frac{1}{6} A_m (\phi_m^{(m)})^2. \quad (26b)$$

Записанные здесь в наших единицах известные формулы для профиля потенциала уединенной волны будем использовать ниже для сравнения с предлагаемыми новыми формулами.

4.2. Профили уединенных волн малой амплитуды

4.2.1. Разложение $\mathcal{K}(\psi)$ по степеням ψ . Задача о нахождении профиля уединенной волны, по сути дела, сводится к задаче о решении нелинейного уравнения Пуассона (10)–(11). Запишем это уравнение для случая уединенных волн малых амплитуд, распространяющихся в плазме с холодными ионами. Для этого разложим выражение $\mathcal{K}(\psi)$, определяемое по формулам (11) и (13), по степеням ψ и сохраним члены до 4-го порядка малости включительно. Получим

$$\mathcal{K}(\psi) = \frac{Z_i n_{i0}}{2\kappa} \psi^2 (a_0 + a_1 \psi + a_2 \psi^2), \quad (27)$$

где

$$\begin{aligned} a_0 &= \kappa(1 + \rho) - \frac{1}{2}(1 + \rho\mu) = \frac{1}{2}(1 + \rho)(D^2 - c_0^2), \\ a_1 &= \frac{1}{3}\kappa^2(1 + \rho) - \frac{1}{4}(1 + \rho\mu^2) = \\ &= \frac{1}{12}(1 + \rho)(D^4 - c_1^4), \\ a_2 &= \frac{1}{12}\kappa^3(1 + \rho) - \frac{5}{32}(1 + \rho\mu^3) = \\ &= \frac{1}{96}(1 + \rho)(D^6 - c_2^6). \end{aligned} \quad (28)$$

Видно, что все коэффициенты a_i определяются скоростью распространения волны D , а также характеризующими ионный состав величинами μ и ρ . От значения последних зависит скорость звука c_0 и значения введенных здесь скоростей c_1 и c_2 :

$$c_1 = \left[\frac{3(1 + \rho\mu^2)}{1 + \rho} \right]^{1/4}, \quad c_2 = \left[\frac{15(1 + \rho\mu^3)}{1 + \rho} \right]^{1/6}. \quad (29)$$

Эти скорости, как и скорость звука c_0 , являются характеристиками ионного состава плазмы. Анализируя их зависимости от невозмущенной плотности отрицательных ионов n_{j0} , можно определить возможные знаки коэффициентов a_i и, тем самым, возможные типы уединенных волн. Такие зависимости для рассматриваемых здесь плазм представлены на рис. 2.

Прежде всего, заметим, что, поскольку скорость распространения уединенной волны $D > c_0$, коэффициент $a_0 > 0$ всегда. Область существования уединенных волн на рис. 2 находится

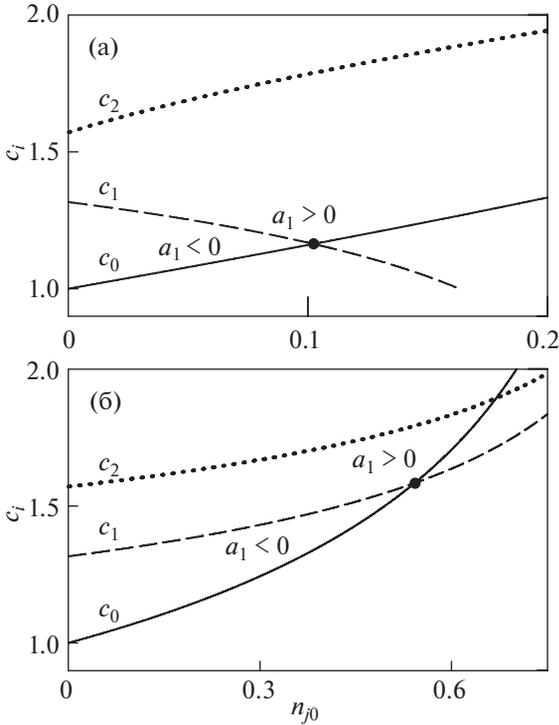


Рис. 2. Зависимости скоростей c_0 , c_1 и c_2 от невозмущенной плотности отрицательных ионов n_{j0} : $m_j = 0.476$ (а), $m_j = 3.657$ (б).

выше кривой $c_0(n_{j0})$. При этом скорость D уединенных волн малых амплитуд не должна быть намного больше скорости звука c_0 . В таком случае, как видно из рисунка, скорость $D < c_2$, и, следовательно, коэффициент $a_2 < 0$. Исключение составляют редко реализуемые случаи, когда невозмущенная плотность отрицательных ионов имеет довольно большое значение в диапазоне $0.67 < n_{j0} < 0.79$ при $m_j = 3.657$, $\mu = -0.273$, и тогда $a_2 > 0$.

Что касается коэффициента a_1 , то его знак зависит от того, какая из скоростей, D или c_1 , больше. Из (28) можно видеть, что при $c_1 > D > c_0$ коэффициент $a_1 < 0$. При $D > c_1$, в том числе и после точки пересечения кривых $c_0(n_{j0})$ и $c_1(n_{j0})$ на рис. 2, т.е. при $D > c_0 > c_1$ коэффициент $a_1 > 0$. И, наконец, при $D = c_1$, т.е. на кривой $c_1(n_{j0})$, коэффициент $a_1 = 0$.

При дальнейшем рассмотрении мы будем считать, что коэффициенты $a_0 > 0$ и $a_2 < 0$ всегда. Какую роль играет знак коэффициента a_1 , можно понять при рассмотрении возможных амплитуд уединенной волны. В общем случае произвольных амплитуд последние должны удовлетворять

уравнению (15). В рассматриваемом здесь случае малых амплитуд это уравнение можно записать в виде

$$a_0 + a_1\psi_m + a_2\psi_m^2 = 0. \tag{30}$$

Корни этого уравнения обозначим через ψ_m^+ и ψ_m^- :

$$\psi_m^+ = -\frac{\Delta + a_1}{2a_2} > 0, \quad \psi_m^- = \frac{\Delta - a_1}{2a_2} < 0, \tag{31}$$

где $\Delta = \sqrt{a_1^2 - 4a_0a_2}$, и при этом $\Delta > a_1$ всегда. Из-за этого корни ψ_m^+ и ψ_m^- всегда имеют указанные знаки.

Мы рассматриваем малые амплитуды, и в выражениях для ψ_m^+ и ψ_m^- знак коэффициента a_1 должен быть таким, чтобы допускалась возможность как угодно малого значения для амплитуды. Очевидно, что ψ_m^+ может быть как угодно мало только при $a_1 < 0$, а ψ_m^- — только при $a_1 > 0$. Таким образом, знак коэффициента a_1 определяет тип уединенной волны как угодно малой амплитуды. В случае $a_1 < 0$ уединенная волна является УВС, а в случае $a_1 > 0$ — УВР. Условие $a_1 = 0$ определяет границу между областями существования УВС и УВР. Это условие может быть выполнено только для одной пары уединенных волн, УВС и УВР, с точно заданной скоростью распространения $D = c_1(n_{j0})$, которая определяется плотностью отрицательных ионов в невозмущенной области n_{j0} (величину μ считаем заданной). Сама граница $a_1 = 0$ находится на кривой $c_1(n_{j0})$ в широком диапазоне значений n_{j0} от нуля до точки пересечения кривых $c_1(n_{j0})$ и $c_0(n_{j0})$ (выделенная точка на рис. 2). После этой точки пересечения для уединенных волн со скоростью распространения D , слегка превышающей скорость звука $c_0(n_{j0})$, коэффициент $a_1 > 0$, т.е. волны малых амплитуд должны быть волнами разрежения. Отсюда видно, что пересечение кривых $c_1(n_{j0})$ и $c_0(n_{j0})$ должно происходить при плотности, которая отделяет области существования УВС и УВР как угодно малых амплитуд. Ранее при обсуждении численных решений уравнения (16) на рис. 1 такая плотность была обозначена через n_{j0}^* . Теперь мы можем легко определить ее значение из уравнения $c_1(n_{j0}^*) = c_0(n_{j0}^*)$:

$$n_{j0}^* = \frac{Z_i}{4Z_j\mu^2} \times \left\{ 2\mu - 3(1 + \mu^2) + \sqrt{[3(1 + \mu^2) - 2\mu]^2 - 16\mu^2} \right\}. \tag{32}$$

Для рассматриваемых здесь случаев $m_j = 0.476$, $\mu = -2.102$ и $m_j = 3.657$, $\mu = -0.273$ при $Z_i = 1$ и

$Z_j = -1$ согласно (32) значения n_{j0}^* равны 0.10225 и 0.54197 соответственно. Сравнение этих значений с теми значениями, которые были получены при численном расчете по формуле (16) (рис. 1), показывает их полное совпадение.

Как мы уже упоминали при обсуждении уравнения КдВ (20), знак коэффициента A совпадает со знаком амплитуды уединенной волны и, следовательно, значение $A = 0$ является еще одним условием, которое определяет границу между УВС и УВР. Очевидно, что это условие должно выполняться при $n_{j0} = n_{j0}^*$. Чтобы убедиться в этом, достаточно преобразовать выражение (21) для A к виду:

$$A = \frac{c_0}{2} \left(\frac{c_1^4}{c_0^4} - 1 \right), \quad (33)$$

из которого при $A = 0$ следует полученное выше соотношение $c_1 = c_0$, выполняющееся при $n_{j0} = n_{j0}^*$. Заметим, что формула (32) была получена ранее как раз из условия $A = 0$ (см., например, [47, 49]).

4.2.2. Решение уравнения Пуассона. Рассмотрим уравнение Пуассона для случая уединенных волн малых амплитуд. Подставим разложение (27) величины $\mathcal{H}(\psi)$ в уравнение Пуассона (10):

$$\left(\frac{d\psi}{dz} \right)^2 = \frac{Z_i n_{i0}}{\kappa} \psi^2 (a_0 + a_1 \psi + a_2 \psi^2). \quad (34)$$

Разделяя переменные, запишем это уравнение в интегральном виде

$$\pm \sqrt{\frac{Z_i n_{i0}}{\kappa}} \int_{z_m}^z dz = \int_{\psi_m}^{\psi} \frac{d\psi}{\psi \sqrt{a_0 + a_1 \psi + a_2 \psi^2}}. \quad (35)$$

Здесь, как и при выводе формулы (14), положим для простоты, что $z_m = 0$. Как было установлено, $a_0 > 0$. Находя для этого случая интеграл в правой части (35), получим

$$\mp \frac{1}{D} \sqrt{2Z_i n_{i0} a_0 z} = \ln \left| \frac{2a_0 + a_1 \psi + 2\sqrt{a_0(a_0 + a_1 \psi + a_2 \psi^2)}}{\psi} \right|_{\psi_m}^{\psi}. \quad (36)$$

Нетрудно установить, что числитель дроби, стоящей под знаком модуля в (36), всегда положительный, а сама дробь на нижнем пределе принимает значение $\pm \Delta$, где знак плюс соответствует УВС, а знак минус – УВР. Из (36) можно видеть, что текущее значение величины ψ на верхнем пределе должно быть таким, чтобы $a_0 + a_1 \psi + a_2 \psi^2 \geq 0$. Решение этого неравенства при положительных ψ представляет собой диапа-

зон значений ψ в УВС с амплитудой ψ_m^+ : $0 \leq \psi \leq \psi_m^+$. Решение неравенства при отрицательных ψ дает диапазон значений ψ в УВР с амплитудой ψ_m^- : $\psi_m^- \leq \psi \leq 0$. С учетом этих замечаний перепишем уравнение (36) следующим образом:

$$Y = \ln \frac{2a_0 + a_1 \psi + 2\sqrt{a_0(a_0 + a_1 \psi + a_2 \psi^2)}}{\pm \Delta \psi}, \quad (37)$$

где введено обозначение

$$Y = \mp \frac{1}{D} \sqrt{2Z_i n_{i0} a_0 z} = \mp \left[n_{e0} \left(1 - \frac{c_0^2}{D^2} \right) \right]^{1/2} (x - Dt). \quad (38)$$

Здесь мы для краткости записали уравнение одновременно для двух случаев. В первом случае в знаменателе дроби под знаком логарифма выбираем знак плюс, и тогда вся дробь при $\psi > 0$ будет положительной, что позволяет опустить знак модуля. Такое уравнение будет описывать распределение $\psi > 0$ в УВС. Во втором случае выбираем знак минус, и тогда вся дробь будет положительной при $\psi < 0$, т.е. уравнение будет описывать УВР.

Из уравнения (37) нетрудно найти обратную функцию $\psi(z)$ и получить выражения для профилей волн, которые обозначим через ψ^+ для УВС и через ψ^- для УВР. Умножая эти профили на κ , получим профили потенциала ϕ , которые обозначим аналогичным образом через ϕ^+ и ϕ^- для УВС и УВР соответственно. Профили имеют вид

$$\psi^+ = \frac{2a_0}{\Delta \text{ch}(Y) - a_1}, \quad \phi^+ = \frac{6D^2(D^2 - c_0^2)}{R \text{ch}(Y) - (D^4 - c_1^4)}, \quad (39)$$

$$\psi^- = -\frac{2a_0}{\Delta \text{ch}(Y) + a_1}, \quad (40)$$

$$\phi^- = -\frac{6D^2(D^2 - c_0^2)}{R \text{ch}(Y) + (D^4 - c_1^4)},$$

где

$$R = \sqrt{(D^4 - c_1^4)^2 - 3(D^2 - c_0^2)(D^6 - c_2^6)}.$$

Из этих выражений для профилей уединенных волн следует, что амплитуды УВС и УВР должны быть соответственно равны

$$\psi_m^+ = \frac{2a_0}{\Delta - a_1}, \quad \phi_m^+ = \frac{6D^2(D^2 - c_0^2)}{R - (D^4 - c_1^4)}, \quad (41)$$

$$\psi_m^- = -\frac{2a_0}{\Delta + a_1}, \quad \phi_m^- = -\frac{6D^2(D^2 - c_0^2)}{R + (D^4 - c_1^4)}, \quad (42)$$

поскольку координата амплитуды уединенной волны $z_m = 0$, и при этом $\text{ch}(Y) = 1$. Выражения для амплитуд Ψ_m^\pm в (41), (42) имеют несколько иной вид, чем в (31). Оба представления эквивалентны.

Рассмотрим более подробно случай $a_1 = 0$, который определяет границу между областями существования УВС и УВР. Как мы уже упоминали, эта граница находится на кривой $c_1(n_{j0})$, и здесь возможно существование только одной УВС и одной УВР, которые обе распространяются с точно заданной скоростью $D = c_1$, определяемой плотностью n_{j0} . Амплитуды этой пары волн можно найти из уравнения (30) при $a_1 = 0$:

$$\Psi_m^\pm|_{a_1=0} = \pm \sqrt{-\frac{a_0}{a_2}}|_{D=c_1} = \pm 4 \sqrt{3 \frac{c_1^2 - c_0^2}{c_2^6 - c_1^6}} \quad (43)$$

При каждом $n_{j0} < n_{j0}^*$ все УВС будут иметь положительную амплитуду, меньшую, чем $\Psi_m^+|_{a_1=0}$, а все УВР будут иметь отрицательную амплитуду, меньшую (большую по абсолютной величине), чем $\Psi_m^-|_{a_1=0}$. Представление о том, как изменяется

амплитуда потенциала $\Phi_m^\pm|_{a_1=0} = \kappa \Psi_m^\pm|_{a_1=0}$ в зависимости от n_{j0} вблизи n_{j0}^* дает рис. 3. Видно, что при незначительном отклонении плотности от n_{j0}^* происходит очень быстрый рост амплитуды потенциала на границе $c_1(n_{j0})$. Каждому значению n_{j0} соответствует своя пара уединенных волн со своей скоростью распространения $D = c_1(n_{j0})$ и своей амплитудой. Диапазон возможных амплитуд оказывается довольно большим при очень малом изменении плотности n_{j0} . В грубом приближении можно сопоставить всем парам уединенных волн, и соответственно, всем их амплитудам, одну и ту же плотность $n_{j0} = n_{j0}^*$. Поступая таким образом, мы отказываемся от границы между УВС и УВР в виде кривой $c_1(n_{j0})$, и устанавливаем границу как точно заданное значение плотности $n_{j0} = n_{j0}^*$. На этой границе возможно распространение уединенных волн малых амплитуд с произвольной скоростью распространения $D \neq c_1$. При этом амплитуда уединенной волны будет определяться той же формулой (43), но в ней надо заменить c_1 на D . Диапазон возможных амплитуд можно оценить, например, из рис. 3.

В этом приближении будем полагать, что хотя $D \neq c_1$, но при этом величиной a_1 и величиной $D^4 - c_1^4$ в (39) и (40) можно пренебречь. Тогда вы-

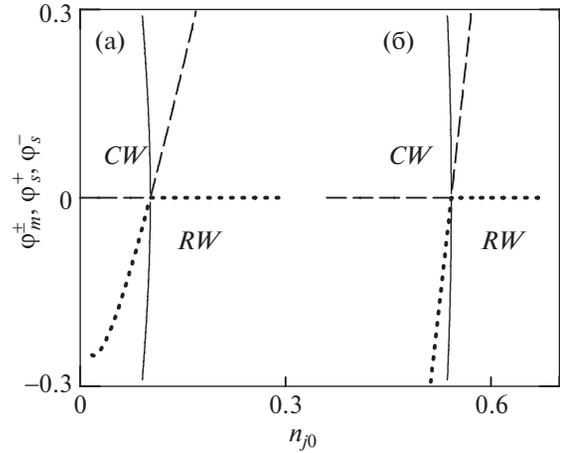


Рис. 3. Зависимости амплитуды потенциала $\Psi_m^\pm|_{a_1=0}$ от n_{j0} на границе $c_1(n_{j0})$ (сплошные кривые); Φ_s^+ показано штриховыми кривыми, Φ_s^- — пунктирными кривыми: $m_j = 0.476$ (а), $m_j = 3.657$ (б).

ражения для профилей УВС и УВР, которые могут существовать при $n_{j0} = n_{j0}^*$, примут вид

$$\Psi_m^\pm|_{a_1 \sim 0} = \pm \sqrt{-\frac{a_0}{a_2}}|_{D \sim c_1} \text{sech}(Y) = \pm 4 \sqrt{3 \frac{D^2 - c_0^2}{c_2^6 - D^6}} \text{sech}\left(\frac{1}{D} \sqrt{2Z_i n_{i0} a_0 z}\right), \quad (44a)$$

$$\Phi_m^\pm|_{a_1 \sim 0} = \pm \Phi_m^\pm|_{a_1 \sim 0} \text{sech}\left\{\left[n_{e0} \left(1 - \frac{c_0^2}{D^2}\right)\right]^{1/2} (x - Dt)\right\}, \quad (44b)$$

$$\Phi_m^\pm|_{a_1 \sim 0} = \left[12 \left(1 - \frac{c_0^2}{D^2}\right) \left(\frac{c_2^6}{D^6} - 1\right)\right]^{1/2}. \quad (44c)$$

Очевидно, что если в эти формулы подставить $D = c_1$, то мы получим профиль одной УВС и одной УВР на границе $c_1(n_{j0})$ при соответствующей плотности $n_{j0} \leq n_{j0}^*$.

Интересно сравнить эти формулы с известным решением (26) для профиля потенциала при $n_{j0} = n_{j0}^*$. Для этого сначала преобразуем выражение (25) для A_m :

$$A_m = \frac{c_0}{4} \left(\frac{c_2^6}{c_0^6} - 1\right). \quad (45)$$

Подставляя A_m и B_m в формулы (26), получим

$$\phi^{(m)} = \pm \Phi_m^{(m)} \operatorname{sech} \left\{ \left[2n_{e0} \left(\frac{D}{c_0} - 1 \right) \right]^{1/2} (x - Dt) \right\}, \quad (46a)$$

$$D = c_0 \left[1 + \frac{(\Phi_m^{(m)})^2}{24} \left(\frac{c_2^6}{c_0^6} - 1 \right) \right], \quad (46b)$$

$$\Phi_m^{(m)} = \left[24 \left(\frac{D}{c_0} - 1 \right) \left(\frac{c_2^6}{c_0^6} - 1 \right)^{-1} \right]^{1/2}.$$

Учтем, что при малых амплитудах $D \geq c_0$ стоящая в (44) величина $(1 - c_0^2/D^2) \approx 2(1 - c_0/D)$. Можно видеть, что основное различие между формулами состоит в том, что малой величиной в (44) является величина $(1 - c_0/D)$, а в формуле (46) – величина $(D/c_0 - 1)$. Обе величины одного порядка. Можно ожидать, что профили потенциала, рассчитанные по обеим формулам, будут почти одинаковыми.

4.2.3. Профили уединенных волн с точностью до членов третьего порядка малости. Определенный интерес может представлять и более грубое приближение, при котором в разложении $\mathcal{H}(\psi)$ сохраняются члены до третьего порядка малости включительно, а члены четвертого порядка не учитываются. Такое приближение существенно отличается от предыдущего, где амплитуда Ψ_m принимает два разных значения, одно – для УВС, другое – для УВР. В этом же приближении амплитуда определяется уравнением (30), где слева опущен последний член, и существует лишь один корень $\bar{\Psi}_m$:

$$a_0 + a_1 \bar{\Psi}_m = 0, \quad \bar{\Psi}_m = -\frac{a_0}{a_1}. \quad (47)$$

Здесь и ниже для этого приближения мы переобозначили величину ψ и потенциал ϕ , добавив сверху черту, чтобы отличать их от соответствующих величин в ранее рассмотренном приближении более высокого порядка. Тогда амплитуда потенциала $\bar{\phi}_m = \kappa \bar{\Psi}_m$ запишется в виде

$$\bar{\phi}_m = -3D^2 \frac{D^2 - c_0^2}{D^4 - c_1^4}. \quad (48)$$

Используя формулу (47) для амплитуды на нижнем пределе в (36) при $a_2 = 0$, можно получить выражение для профиля величины $\bar{\psi}$, а затем записать выражение для профиля потенциала $\bar{\phi}$:

$$\begin{aligned} \bar{\psi} &= -\frac{a_0}{a_1} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{1}{2} Y \right) = \\ &= 6 \frac{D^2 - c_0^2}{c_1^4 - D^4} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{1}{2D} \sqrt{2Z_i n_{i0} a_0} (x - Dt) \right], \end{aligned} \quad (49a)$$

$$\bar{\phi} = \bar{\phi}_m \operatorname{sech}^2 \left\{ \frac{1}{2} \left[n_{e0} \left(1 - \frac{c_0^2}{D^2} \right) \right]^{1/2} (x - Dt) \right\}, \quad (49b)$$

$$\bar{\phi}_m = 3D^2 \frac{D^2 - c_0^2}{c_1^4 - D^4} = 3 \left(1 - \frac{c_0^2}{D^2} \right) \left(\frac{c_1^4}{D^4} - 1 \right)^{-1}. \quad (49c)$$

В (49) профиль УВС и профиль УВР описываются одной и той же формулой. Является ли уединенная волна волной сжатия или волной разрежения определяется знаком коэффициента a_1 ($a_0 > 0$ всегда). Здесь также, как и в случае решения с точностью до членов четвертого порядка малости, если $a_1 < 0$ ($D^4 < c_1^4$), то имеет место УВС $\bar{\Psi}_m = -a_0/a_1 > 0$, а если $a_1 > 0$ ($D^4 > c_1^4$), то мы имеем УВР $\bar{\Psi}_m < 0$. Условие $a_1 = 0$ ($D^4 = c_1^4$) при заданном μ определяет то значение плотности отрицательных ионов, которое разграничивает области существования УВС и УВР как угодно малых амплитуд.

Проведем сравнение этих формул с известными формулами (22), полученными с помощью редуکتивного метода возмущений. Преобразуем сначала уравнения (22). Используя выражение (33) для коэффициента A , получим

$$\phi^{(n)} = \Phi_m^{(n)} \operatorname{sech}^2 \left\{ \frac{1}{2} \left[2n_{e0} \left(\frac{D}{c_0} - 1 \right) \right]^{1/2} (x - Dt) \right\}, \quad (50a)$$

$$D = c_0 \left[1 + \frac{\Phi_m^{(n)}}{6} \left(\frac{c_1^4}{c_0^4} - 1 \right) \right], \quad (50b)$$

$$\Phi_m^{(n)} = 6 \left(\frac{D}{c_0} - 1 \right) \left(\frac{c_1^4}{c_0^4} - 1 \right)^{-1}.$$

Если в этих формулах положить $D \geq c_0$, то нетрудно видеть, что они отличаются от формул (49) тем, что здесь малой величиной является $(D/c_0 - 1)$ в отличие от $(1 - c_0/D)$ в (49). Обе величины одного порядка, т.е. решение, полученное с помощью редуکتивного метода возмущений, имеет точность до членов третьего порядка малости.

Рассмотрим профиль потенциала (49b) в случае электрон-ионной плазмы $\rho = 0$, имея в виду, что при этом $c_0 = 1$, $n_{e0} = 1$, $c_1^4 = 3$. Распределение потенциала в такой плазме ϕ можно записать в подробном виде

$$\phi = \bar{\phi}|_{\rho=0} = \phi_m \operatorname{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{D^2} \right)^{1/2} (x - Dt) \right], \quad (51a)$$

$$\phi_m = \frac{3D^2(D^2 - 1)}{3 - D^4}. \quad (51b)$$

При очень малых амплитудах скорость волны $D \rightarrow 1$. Для этого случая из уравнений (51) можно получить выражение для профиля потенциала ϕ и выражение для связи между амплитудой потенциала волны ϕ_m и скоростью ее распространения D :

$$\phi \approx 3(D-1) \operatorname{sech}^2 \left[\left(\frac{D-1}{2} \right)^{1/2} (x - Dt) \right], \quad (52a)$$

$$D \approx 1 + \frac{1}{3} \phi_m. \quad (52b)$$

Если перейти в систему отсчета, движущуюся со скоростью звука, то скорость волны будет составлять треть от ее амплитуды, что характерно для солитонов, описываемых уравнением КдВ. Более того, в таком виде выражение для потенциала действительно удовлетворяет уравнению КдВ

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} = 0.$$

Легко видеть, что полученные в этом приближении формулы (51) и (52) для профиля уединенной волны в ЭИП полностью совпадают с известными формулами (19) и (23) соответственно.

4.3. Расчеты профилей уединенных волн

В этом разделе мы представляем результаты расчетов профилей уединенных волн, полученных с помощью предлагаемых здесь формул, и сравниваем их с расчетами, выполненными по известным формулам, а также с решениями (14)–(17) исходной системы уравнений (1) (раздел 2).

Чтобы каждый раз не повторять, каким образом получена та или иная формула для профиля уединенной волны, введем их краткие наименования. Так формулы (22), (23) и (26), полученные с помощью редуцированного метода возмущений будем называть формулами в КдВ-приближении и формулами в мКдВ-приближении, соответственно. Формулы (39)–(42), полученные с точностью до членов 4-го порядка малости включительно, назовем формулами 4-го порядка, а формулы (48), (49) и (51), (52), выведенные с точностью до членов 3-го порядка малости включительно, назовем формулами 3-го порядка.

Прежде всего, отметим, что диапазон допустимых амплитуд для каждой из рассматриваемых здесь формул в существенной степени определяется заисимостью между амплитудой уединенной волны ϕ_m и скоростью ее распространения D , представленной в этой формуле. Чем больше отклонение зависимости $D = D(\phi_m)$ от зависимости, даваемой решением уравнения (16), полученного при решении исходной системы уравнений, тем меньше диапазон допустимых амплитуд и тем больше отклонение рассчитанного по фор-

муле профиля от решения исходной системы уравнений. Чтобы иметь представление о таких отклонениях, мы приводим на рис. 4 и 5 зависимости $D = D(\phi_m)$, как полученные в результате численного решения уравнения (16), так и вычисленные по рассматриваемым аналитическим формулам. Представлены расчеты при разных плотностях n_{j0} для двух вариантов ионного состава.

Одной из особенностей этих зависимостей является наличие областей значений амплитуд ϕ_m , где уединенные волны существовать не могут. Диапазон таких амплитуд при любом значении плотности n_{j0} легко видеть, если на рис. 1 провести вертикальную линию $n_{j0} = \text{const}$. На рис. 4 и 5 на зависимости $D = D(\phi_m)$, рассчитанной по (16), область значений ϕ_m , где уединенная волна не существует, обозначена тонкой горизонтальной линией. Существование подобной области значений ϕ_m , хотя и не всегда точно такой же, следует также из рассматриваемых здесь аналитических зависимостей.

На рис. 4а и 5а показаны зависимости $D = D(\phi_m)$ для УВС при невозмущенных плотностях отрицательных ионов, меньших чем n_{j0}^* , в том числе и в случае ЭИП $n_{j0} = 0$, которому соответствуют кривые *a* на рис. 4а. В этом случае зависимость $D = D(\phi_m)$, посчитанная по формуле (52b), совпадает с аналогичной зависимостью, следующей из (16), в более широком диапазоне ϕ_m , чем это имеет место для зависимости (51b). На рис. 4б и 5б такие же зависимости представлены для УВР при невозмущенных плотностях отрицательных ионов, больших чем n_{j0}^* . Кроме того на рисунках представлен случай $n_{j0} = n_{j0}^*$ (кривые *c* на рис. 4 при $m_j = 0.476$ и кривые *d* на рис. 5 при $m_j = 3.657$). При такой плотности существуют как УВС, так и УВР как угодно малых амплитуд. Область допустимых амплитуд УВС непрерывно переходит в область допустимых амплитуд УВР. Естественно, в таком случае формула (48), выведенная с точностью до членов третьего порядка включительно, не применима ($a_1 = 0$), и никаких расчетов по ней на рисунках не представлено. Из рисунков хорошо видно, что расчеты по формулам (41), (42), которые получены с точностью до членов четвертого порядка включительно, совпадают с зависимостями, рассчитанными по (16), в гораздо большем диапазоне амплитуд, чем расчеты по формуле (48), в которой учитываются только члены до третьего порядка включительно. Исключением из этого является случай ЭИП, где зависимость (52b) при больших амплитудах ($\phi_m \geq 0.3$) отклоняется от зависимости, рассчи-

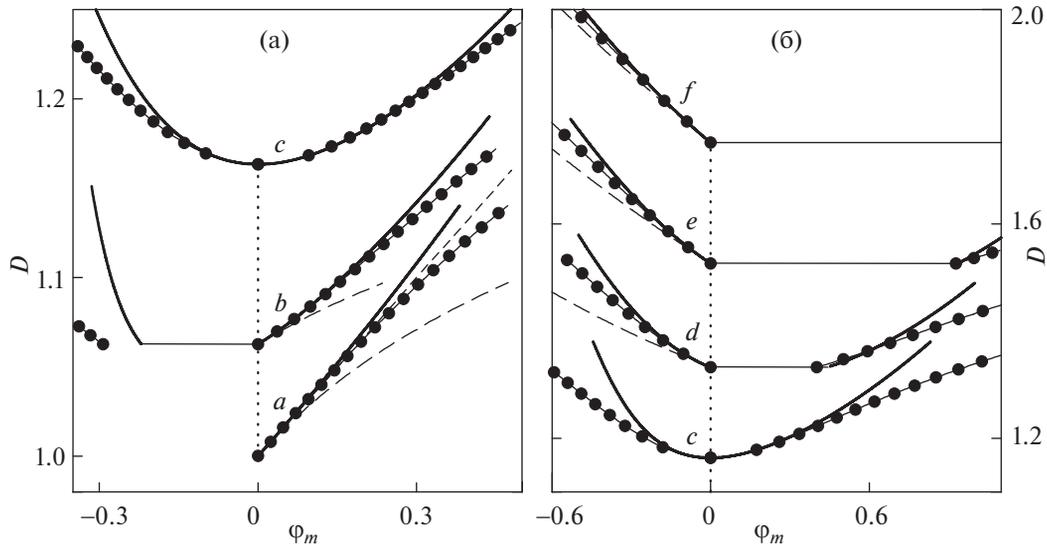


Рис. 4. Зависимость $D = D(\varphi_m)$ в случае $m_j = 0.476$ при разных значениях невозмущенной плотности отрицательных ионов n_{j0} : $a - 0$, $b - 0.04$, $c - 0.10225$ (а), $c - 0.10225$, $d - 0.2$, $e - 0.3$, $f - 0.4$ (б). Толстые сплошные кривые – расчет по (16), сплошные кривые и кружки – расчет по формулам 4-го порядка (41), (42), штриховые кривые – расчет по формуле 3-го порядка (48). В случае ЭИП (кривые a) штриховая кривая – расчет по (51b), короткие штрихи – расчет по (52b). Тонкими горизонтальными линиями показаны области значений амплитуд, при которых уединенные волны не существуют, а вертикальными пунктирными линиями – значение $\varphi_m = 0$.

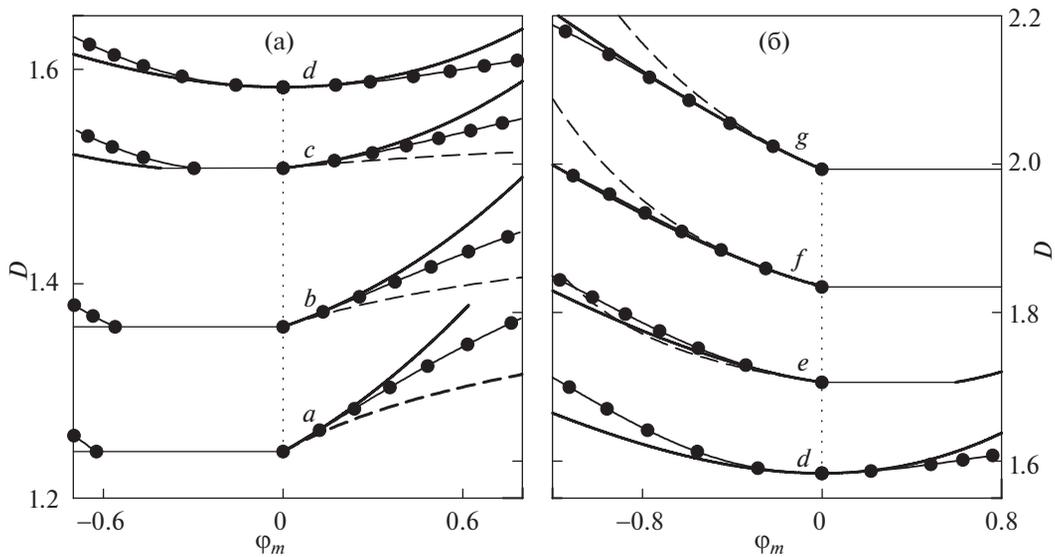


Рис. 5. Зависимость $D = D(\varphi_m)$ в случае $m_j = 3.657$ при разных значениях невозмущенной плотности отрицательных ионов n_{j0} : $a - 0.3$, $b - 0.4$, $c - 0.5$, $d - 0.54197$ (а), $d - 0.54197$, $e - 0.6$, $f - 0.65$, $g - 0.7$ (б). Толстые сплошные кривые – расчет по (16), сплошные кривые и кружки – расчет по формулам 4-го порядка (41), (42), штриховые кривые – расчет по формуле 3-го порядка (48). Тонкими горизонтальными линиями показаны области значений амплитуд, при которых уединенные волны не существуют, а вертикальными пунктирными линиями – значение $\varphi_m = 0$.

танной по (16), несколько меньше, чем зависимость (51b).

Если амплитуда уединенной волны достаточно мала, то расчет ее профиля можно выполнить

по любой из рассматриваемых здесь формул, и результат будет примерно одним и тем же. Полученные таким образом профили будут достаточно близки к решению (14)–(17) исходной системы

уравнений (1). Однако, если амплитуда волны не очень мала, то профили будут отличаться друг от друга. Отличия будут хорошо заметны, например, при амплитуде $\phi_m = 0.2$, которую мы и выбираем для расчетов, иллюстрирующих отклонение профилей, рассчитанных по той или иной формуле, от профиля, получаемого при решении (14)–(17) исходной системы уравнений. Как мы увидим, эти отклонения, на первый взгляд, не очень велики². Однако, если профиль потенциала $\phi(z)$ задан неправильно, то с ошибкой будут заданы также и профили ионных скоростей $V_i(z)$ и $V_j(z)$. Хотя при этом ошибки в задании ионных скоростей в каждой отдельной точке z небольшие, но их наличие приводит к весьма заметной ошибке в задании энергии волны, которая заключена, в основном, в кинетической энергии всех ионов, вовлеченных волной в движение. Несоответствие энергии волны ее амплитуде приведет к изменению и амплитуды, и скорости распространения, и формы волны. Это очень наглядно и убедительно проиллюстрировано в работе [22].

Насколько хорошо рассматриваемые формулы описывают профиль уединенной волны в ЭИП, иллюстрирует рис. 6 (здесь и на ряде последующих рисунков для лучшего разрешения мы показываем только половину профиля солитона). Видно, что расчет по формуле 4-го порядка (39) чуть более близок к решению (14)–(17) исходной системы уравнений, чем это дает расчет по формуле в КдВ-приближении (23а) и идентичной ей формуле 3-го порядка (52а), а расчет по формуле того же порядка (51а) сильно отличается от решения (14)–(17). Здесь, казалось бы, более грубая формула (52а) дает более точный результат, чем исходная формула (51а). Это обусловлено тем, что зависимость $D = D(\phi_m)$ по (52b) оказывается более близкой к решению (16), чем та же зависимость по (51b) (рис. 4). Подобные соотношения между разными решениями имеют место и при больших амплитудах.

В случае ПОИ для описания профиля уединенной волны используют формулу (22), выведенную с помощью редуцированного метода возмущений. Рассмотрим сначала, как эта формула представляет зависимость $D = D(\phi_m)$ в сравнении с формулами 4-го порядка (41), (42) и с формулой 3-го порядка (48), а также с расчетом, полученным при решении уравнения (16). Такое сравнение для случая $n_{j0} = 0.3$ показано на рис. 7. При этой плотности отрицательных ионов уединенные волны как угодно малых амплитуд могут существовать в ПОИ с $m_j = 0.476$ только в случае

² Заметим, что хотя сравниваемые кривые могут быть весьма близки друг к другу, расхождение между ними следует оценивать по вертикали, т.е. как разность значений потенциала при одном и том же z .

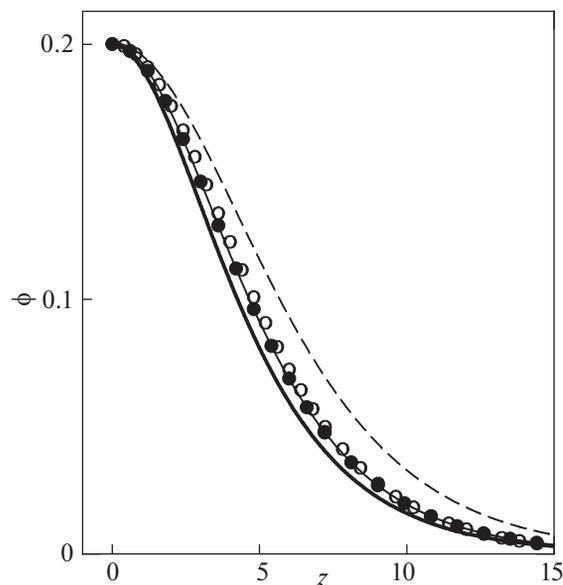


Рис. 6. Профиль уединенной волны в ЭИП при амплитуде $\phi_m = 0.2$. Толстая сплошная кривая – решение (14)–(17) исходной системы уравнений, сплошная кривая и кружки – расчет по формуле 4-го порядка (39), штриховая кривая – расчет по формуле 3-го порядка (51а). Формула 3-го порядка (52а) и формула в КдВ-приближении (23а), полностью совпадающие, представлены окружностями.

волн разрежения ($n_{j0} > n_{j0}^* = 0.10225$), а в ПОИ с $m_j = 3.657$ – только в случае волн сжатия ($n_{j0} < n_{j0}^* = 0.54197$). Из рис. 7 видно, что наименьшее отклонение от решения уравнения (16) дает расчет по формулами 4-го порядка (41), (42) как для УВС, так и для УВР. Несколько большее отклонение наблюдается при расчете $D = D(\phi_m)$ по формуле в КдВ-приближении (22b) для УВС. Значительно большее отклонение имеет место при расчете по той же формуле в случае УВР. Даже расчет по формуле 3-го порядка (48) для УВР отклоняется от решения уравнения (16) меньше. Отметим, что подобная картина наблюдается и при других значениях плотности n_{j0} . Очевидно, что чем больше отклонение зависимости $D = D(\phi_m)$ от аналогичной зависимости, рассчитанной по (16), тем хуже данная формула будет описывать профиль уединенной волны.

Сравнение профилей, рассчитанных по разным формулам, представлено на рис. 8 для УВС с амплитудой $\phi_m^+ = 0.2$ и на рис. 9 для УВР с амплитудой $\phi_m^- = -0.2$. Профиль потенциала в КдВ-приближении (22а) в случае УВС отклоняется от решения (14)–(17) исходной системы уравнений заметно больше, чем профиль, рассчитанный по формуле 4-го порядка (39), но несколько меньше,

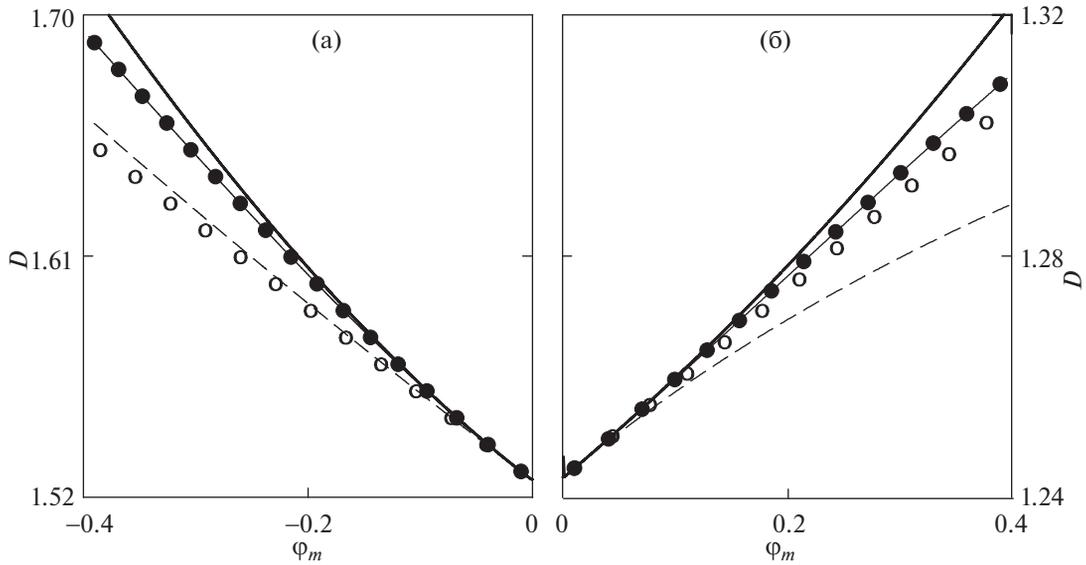


Рис. 7. Зависимость $D = D(\varphi_m)$ при $n_{j0} = 0.3$: $m_j = 0.476$ (а), $m_j = 3.657$ (б). Толстые сплошные кривые – расчет по (16), сплошные кривые и кружки – расчет по формулам 4-го порядка (41), (42), штриховые кривые – расчет по формуле 3-го порядка (48). Расчет по формуле в КдВ-приближении (22b) показан окружностями.

чем профиль, определенный по формуле 3-го порядка (49b). В случае УВР профиль потенциала в КдВ-приближении (22a) также заметно больше

отклоняется от решения (14)–(17) исходной системы уравнений, чем профиль, рассчитанный по формуле 4-го порядка (40), и практически полно-

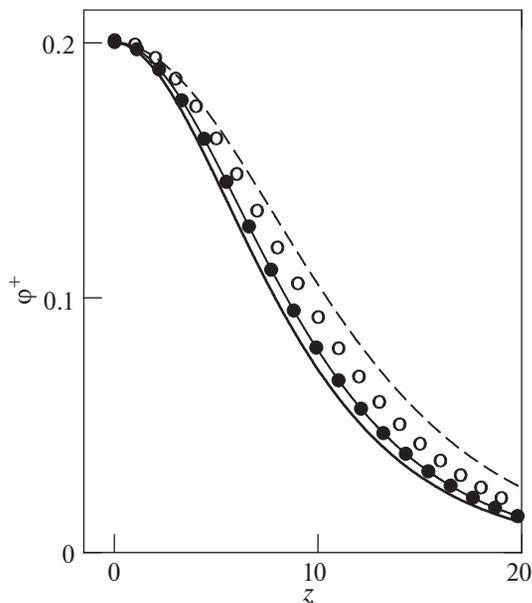


Рис. 8. Профиль УВС в ПОИ с $m_j = 3.657$ при $n_{j0} = 0.3$, $\varphi_m^+ = 0.2$. Толстая сплошная кривая – решение (14)–(17) исходной системы уравнений, сплошная кривая и кружки – расчет по формуле 4-го порядка (39), штриховая кривая – расчет по формуле 3-го порядка (49b). Расчет по формуле в КдВ-приближении (22a) показан окружностями.

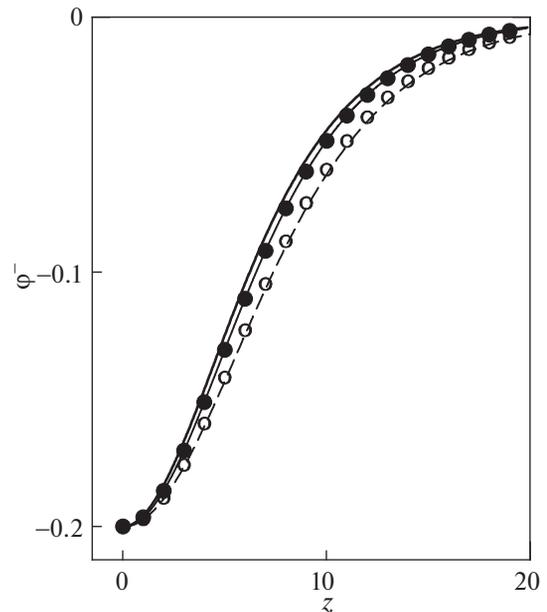


Рис. 9. Профиль УВР в ПОИ с $m_j = 0.476$ при $n_{j0} = 0.3$, $\varphi_m^- = -0.2$. Толстая сплошная кривая – решение (14)–(17) исходной системы уравнений, сплошная кривая и кружки – расчет по формуле 4-го порядка (40), штриховая кривая – расчет по формуле 3-го порядка (49b). Расчет по формуле в КдВ-приближении (22a) показан окружностями.

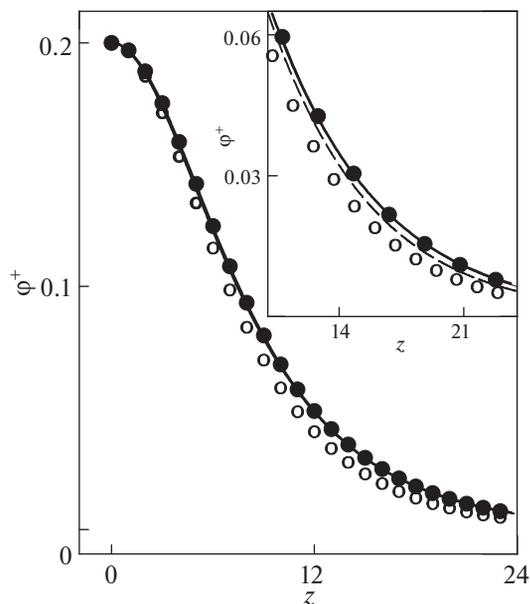


Рис. 10. Профиль УВС в ПОИ с $m_j = 0.476$ при $n_{j0} = 0.10224951$, $\phi_m^+ = 0.2$. Толстая сплошная кривая – решение (14)–(17) исходной системы уравнений, кружки – расчет по формуле 4-го порядка (39), окружности – расчет по формуле в мКдВ-приближении (26а). Штриховая кривая на вставке – расчет по формуле профиля на границе $a_1 = 0$ (44b).

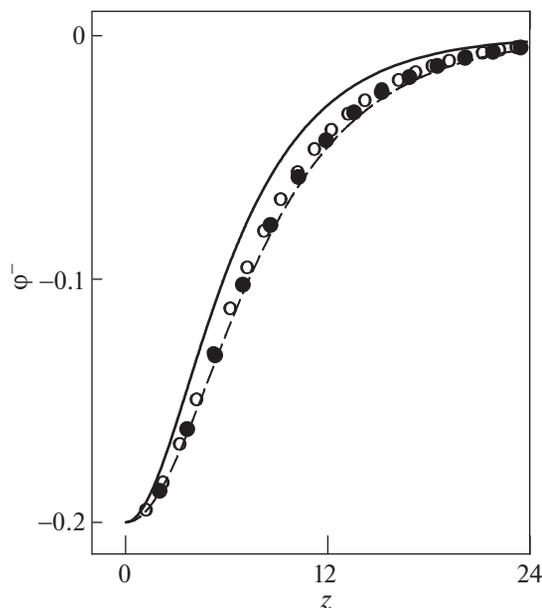


Рис. 11. Профиль УВР в ПОИ с $m_j = 0.476$ при $n_{j0} = 0.10224951$, $\phi_m^- = -0.2$. Толстая сплошная кривая – решение (14)–(17) исходной системы уравнений, кружки – расчет по формуле 4-го порядка (40), окружности – расчет по формуле в мКдВ-приближении (26а), штриховая кривая – расчет по формуле профиля на границе $a_1 = 0$ (44b).

стью совпадает с профилем (49b). Как видно, в обоих случаях наилучшее приближение к решению (14)–(17) исходной системы уравнений дают предлагаемые здесь формулы, полученные с точностью до четвертого порядка малости включительно.

Рисунки 10 и 11 иллюстрируют случай, когда уединенную волну малой амплитуды обычно принято интерпретировать как мКдВ-солитон при невозмущенной плотности отрицательных ионов $n_{j0} = n_{j0}^*$. При этом профиль солитона предлагается описывать с помощью стационарного решения (22b) модифицированного уравнения КдВ (24). Из рис. 10 видно, что профиль УВС с амплитудой $\phi_m^+ = 0.2$, рассчитанный по формуле 4-го порядка (39), практически полностью совпадает с решением (14)–(17) исходной системы уравнений, а решение в мКдВ-приближении (26а) дает несколько более узкий профиль. Расчет по формуле профиля уединенной волны на границе $a_1 = 0$ (44b) также более близок к решению (14)–(17), чем расчет по формуле (26а). Чтобы небольшие различия были видны, расчет по (44b) показан на вставке в увеличенном масштабе.

В случае УВР с амплитудой $\phi_m^- = -0.2$ (рис. 11) расчеты по формуле 4-го порядка (40) и решение (26а) мКдВ-уравнения практически совпадают,

причем оба заметно отклоняются от решения (14)–(17) исходной системы уравнений. Чуть большее отклонение дает расчет по формуле профиля на границе $a_1 = 0$ (44b). Профиль солитона, описываемый этими решениями, оказывается более широким, чем это следует из решения (14)–(17). Обратим внимание на то, что согласно формулам (26а) и (44b) профили УВС и УВР симметричны относительно нулевого потенциала, и это имеет место при плотности $n_{j0} = n_{j0}^*$, которая определяется условием $c_1 = c_0$ (или $A = 0$). С другой стороны, из формул 4-го порядка (39) и (40) видно, что для симметрии профилей УВС и УВР необходимо, чтобы выполнялось другое условие $D = c_1$. Поэтому симметрия этих решений при рассматриваемой плотности $n_{j0} = n_{j0}^*$ может быть только при $D \sim c_0$, т.е. при очень малых амплитудах. Если же D заметно отличается от c_0 , как это имеет место в рассматриваемом случае, профили УВС и УВР симметричными не будут. Хорошей иллюстрацией сказанного может служить рис. 12, где представлены зависимости $D = D(\phi_m)$ для рассматриваемых здесь формул. Видно, что зависимость $D = D(\phi_m)$, рассчитанная по (16), как и аналогичная зависимость, следующая из формул 4-го порядка (41), (42), не симметричны. Уже поэтому расчеты по формулам в мКдВ-приближе-

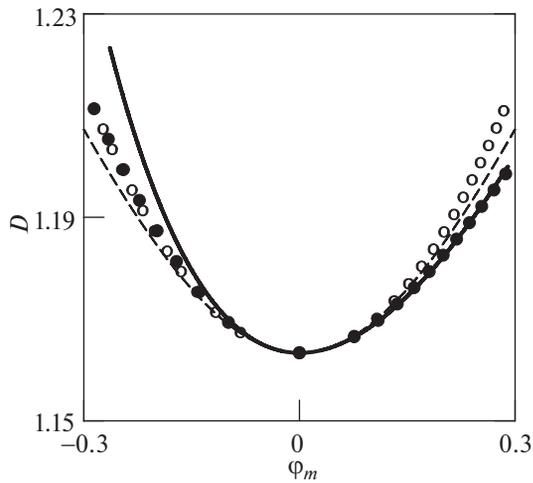


Рис. 12. Зависимость $D = D(\varphi_m)$ в случае $m_j = 0.476$ при $n_{j0} = 0.10224951$. Толстые сплошные кривые – расчет по (16), кружки – расчет по формулам 4-го порядка (41), (42), окружности – расчет по формуле в мКдВ-приближении (26b), штриховые кривые – расчет по формуле профиля на границе $a_1 = 0$ (44c).

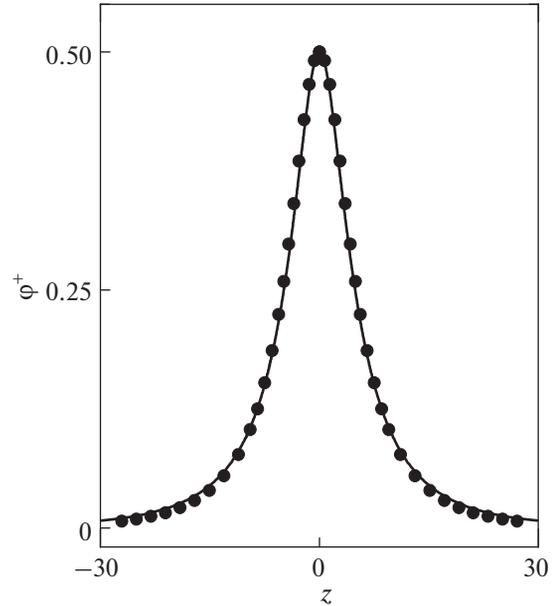


Рис. 13. Профиль УВС большой амплитуды при $m_j = 0.476$, $n_{j0} = 0.2$, $\varphi_m^+ = 0.5$. Толстая сплошная кривая – решение (14)–(17) исходной системы уравнений, кружки – расчет по (39).

нии могут давать большую погрешность при не очень малой амплитуде. Сравнивая этот рисунок с рис. 10 и 11, можно заметить, что чем меньше отклоняется рассчитанная для рассматриваемой формулы зависимость $D = D(\varphi_m)$ от рассчитанной по (16) зависимости, тем меньше отклоняется соответствующий профиль от решения (14)–(17) исходной системы уравнений.

К такому же выводу приведет нас рассмотрение несколько необычного случая, суть которого состоит в следующем. Из рис. 4б, где представлены, в основном, зависимости $D = D(\varphi_m)$ в УВР, в случаях $n_{j0} = 0.2$ и $n_{j0} = 0.3$ можно видеть небольшой диапазон положительных амплитуд, в котором зависимость $D = D(\varphi_m)$ по формуле 4-го порядка (41) для УВС хорошо совпадает с решением уравнения (16). И это имеет место при больших амплитудах. Поэтому можно предположить, что и профили УВС, рассчитанные для таких амплитуд по формуле 4-го порядка (39), будут близки к решению (14)–(17) исходной системы уравнений. Чтобы убедиться в этом, мы построили такие профили потенциала в случае большой амплитуды $\varphi_m^+ = 0.5$ (рис. 13). Видно, что профиль УВС, построенный по формуле (39) при такой большой амплитуде, практически полностью совпадает с решением (14)–(17) исходной системы уравнений. Обратим внимание на то, что в этом случае $n_{j0} > n_{j0}^*$ и, следовательно, УВС как угодно малых амплитуд существовать не могут. Минимальная амплитуда УВС при $n_{j0} = 0.2$ рав-

на $\varphi_s^+ = 0.4425$ (рис. 1). Таким образом, с помощью формулы 4-го порядка удается довольно хорошо описать профиль УВС большой амплитуды, но при этом сама амплитуда лишь ненамного превышает минимально допустимую амплитуду. Очевидно, что аналогичный расчет профиля УВС нельзя произвести по формуле в КдВ-приближении (22a), поскольку эта формула при $m_j = 0.476$ и $n_{j0} = 0.2$ описывает только УВР.

Представленные рисунки демонстрируют применимость формул (39)–(42) при любых плотностях n_{j0} . При этом следует иметь в виду, что при $n_{j0} < n_{j0}^*$ имеет место УВС и профиль рассчитывается по (39), а при $n_{j0} > n_{j0}^*$ имеет место УВР и профиль рассчитывается по (40). При $n_{j0} = n_{j0}^*$ расчет ведется по (39) для УВС и по (40) для УВР, так как в этом случае профиль УВР нельзя получить из профиля УВС с помощью изменения знака, как это имеет место для солитона модифицированного уравнения КдВ.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрен вопрос об определении профиля уединенной волны в плазме с отрицательными ионами, в том числе, как частный случай, в электрон-ионной плазме.

Представлен метод численного расчета профиля уединенной волны. Уединенная волна, про-

филь которой рассчитан по этому методу, распространяется по плазме без изменения амплитуды, скорости распространения и формы. Метод позволяет рассчитывать профиль уединенной волны любой амплитуды, включая амплитуды, близкие к критической.

Предложены формулы для аналитического описания профиля УВС и профиля УВР при малых амплитудах в плазме с отрицательными ионами и в электрон-ионной плазме. Формулы выведены с точностью до членов четвертого порядка малости включительно. Формулы применимы при любом отношении плотности отрицательных ионов к плотности положительных ионов, в том числе, и при таком отношении, когда для описания профиля обычно используется решение модифицированного уравнения Кортевега—де Вриза.

Проведено сравнение профилей уединенной волны, рассчитанных по предлагаемым здесь формулам и по известным формулам, как между собой, так и с соответствующими профилями, полученными с помощью численного решения исходной системы уравнений, описывающих плазму. В большинстве случаев наименьшее отклонение от решения исходной системы уравнений имеет профиль, рассчитанный по предлагаемым формулам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zabusky N.J., Kruskal M.D.* // Phys. Rev. Lett. 1965. V. 15. P. 240.
2. *Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З.* // Ядерный синтез. 1961. Т. 1. С. 82.
3. *Сагдеев Р.З.* // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1964. Вып. 4. С. 20.
4. *Washimi H., Taniuti T.* // Phys. Rev. Lett. 1966. V. 17. P. 996.
5. *Березин Ю.А., Карпман В.И.* // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 1557.
6. *Biskamp D., Parkinson D.* // Phys. Fluids. 1970. V. 13. P. 2295.
7. *Schamel H.* // Plasma Phys. 1972. V. 14. P. 905.
8. *Tappert F.* // Phys. Fluids. 1972. V. 15. P. 2446.
9. *Sakanaka P.H.* // Phys. Fluids. 1972. V. 15. P. 304.
10. *Tagare S.G.* // Plasma Phys. 1973. V. 15. P. 1247.
11. *Satya Y.S., Goswami B.N.* // Phys. Lett. 1977. V. 61A. P. 388.
12. *Malik H.K., Singh S., Dahiya R.P.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. P. 1137.
13. *Tagare S.G.* // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 883.
14. *McKenzie J.F.* // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. P. 800.
15. *Дубинова И.Д., Дубинов А.Е.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. Вып. 13. С. 43.
16. *Ghosh U.N., Chatterjee P., Roychoudhury R.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 012113.
17. *Kakad A., Omura Y., Kakad B.* // Phys. Plasmas. 2013. V. 20. P. 062103. <https://doi.org/10.1063/1.4810794>
18. *Kakad B., Kakad A., Omura Y.* // J. Geophys. Res. Space Physics. 2014. V. 119. P. 5589. <https://doi.org/10.1002/2014JA019798>
19. *Qi X., Xu Y.-X., Duan W.-S., Zhang L.-Y., Yang L.* // Phys. Plasmas. 2014. V. 21. P. 082118. <https://doi.org/10.1063/1.4894218>
20. *El-Tantawy S.A., Wazwaz A.M., Schlickeiser R.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2015. V. 57. P. 125012.
21. *Qi X., Xu Y.-X., Zhao X.-Y., Zhang L.-Y., Duan W.-S., Yang L.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2015. V. 43. P. 3815. <https://doi.org/10.1109/TPS.2015.2477102>
22. *Sharma S., Sengupta S., Sen A.* // Phys. Plasmas. 2015. V. 22. P. 022115.
23. *Jenab S.M.H., Spanier F.* // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. P. 102306.
24. *Jenab S.M.H., Spanier F.* // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 032305.
25. *Ikezi H., Taylor R.J., Baker D.R.* // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 25. P. 11.
26. *Ikezi H.* // Phys. Fluids. 1973. V. 16. P. 1668.
27. *Okutsu E., Nakamura Y.* // Plasma Phys. 1979. V. 21. P. 1053.
28. *Pierre T., Bonhomme G., Cussenot J.R., Leclert G.* // Phys. Lett. 1983. V. 95A. P. 159.
29. *Lonngren K.E.* // Plasma Phys. 1983. V. 25. P. 943.
30. *Yi S., Bai E.-W., Lonngren K.E.* // Phys. Plasmas. 1997. V. 4. P. 2436.
31. *Das G.C., Tagare S.G.* // Plasma Phys. 1975. V. 17. P. 1025.
32. *Das G.C.* // Plasma Phys. 1977. V. 19. P. 363.
33. *Watanabe S.* // J. Phys. Soc. Jpn. 1984. V. 53. P. 952.
34. *Tagare S.G., Reddy R.V.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 1987. V. 29. P. 671.
35. *Malik H.K., Dahiya R.P.* // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. P. 2872.
36. *Mishra M.K., Chhabra R.S.* // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 4446.
37. *Verheest F., Hellberg M.A., Hereman W.A.* // Phys. Plasmas. 2012. V. 19. P. 092302.
38. *Дубинов А.Е., Колотков Д.Ю.* // Химия высоких энергий. 2012. Т. 46. С. 427.
39. *Ludwig G.O., Ferreira J.L., Nakamura Y.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 275.
40. *Nakamura Y., Tsukabayashi I.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 52. P. 2356.
41. *Nakamura Y., Ferreira J.L., Ludwig G.O.* // J. Plasma Phys. 1985. V. 33. P. 237.
42. *Nakamura Y., Tsukabayashi I.* // J. Plasma Phys. 1985. V. 34. P. 401.
43. *Nakamura Y., Tsukabayashi I., Ludwig G.O., Ferreira J.L.* // Phys. Lett. 1985. V. 113A. P. 155.
44. *Nakamura Y.* // J. Plasma Phys. 1987. V. 38. P. 461.
45. *Cooney J.L., Gavin M.T., Lonngren K.E.* // Phys. Fluids B. 1991. V. 3. P. 2758.
46. *Cooney J.L., Gavin M.T., Williams J.E., Aossey D.W., Lonngren K.E.* // Phys. Fluids B. 1991. V. 3. P. 3277.

47. Cooney J.L., AOssey D.W., Williams J.E., Lonngren K.E. // Phys. Rev. E. 1993. V. 47. P. 564.
48. Cooney J.L., AOssey D.W., Williams J.E., Gavin M.T., Kim H.S., Hsu Y.-C., Scheller A., Lonngren K.E. // Plasma Sources Sci. Technol. 1993. V. 2. P. 73.
49. Yi S., Cooney J.L., Kim H.-S., Amin A., El-Zein Y., Lonngren K.E. // Phys. Plasmas. 1996. V. 3. P. 529.
50. Yi S., Lonngren K.E. // Phys. Plasmas. 1997. V. 4. P. 2893.
51. Oohara W., Hatakeyama R., Ishiguro S. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2002. V. 44. P. 1299.
52. Bacal M., Hamilton G.W. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 42. P. 1538.
53. Hirata T., Hatakeyama R., Mieno T., Iizuka S., Sato N. // Plasma Sources Sci. Technol. 1996. V. 5. P. 288.
54. Byzewski W.W. // J. Appl. Phys. 1989. V. 66. P. 103.
55. Medvedev Yu.V. // J. Phys. Commun. 2018. V. 2. 045001.
56. Медведев Ю.В. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 475.
57. Медведев Ю.В. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 250.
58. Medvedev Yu. // Eur. Phys. J. D. 2019. V. 73. P. 157. <https://doi.org/10.1140/epjd/e2019-100067-4>
59. Medvedev Yu.V. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2014. V. 56. P. 025005.
60. Johnston C.R., Epstein M. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 906.
61. Medvedev Yu. // Eur. Phys. J. D. 2021. V. 75. P. 6. <https://doi.org/10.1140/epjd/s10053-020-00007-1>
62. Gurevich A.V., Pitaevsky L.P. // Prog. Aerospace Sci. 1975. V. 16. P. 227.
63. Медведев Ю.В. // Физика плазмы. 2009. Т. 35. С. 70.
64. Медведев Ю.В. Нелинейные явления при распадах разрывов в разреженной плазме. М.: Физматлит, 2012.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЕЙТЕРИЕВЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ И КРИОГЕННЫХ МОНОДИСПЕРСНЫХ МИШЕНЕЙ В КАЧЕСТВЕ НАГРУЗОК ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ МЕГААМПЕРНЫХ Z-ПИНЧЕЙ

© 2022 г. А. В. Бухаров^а, *, В. Д. Королев^б, **

^а Национальный исследовательский университет “МЭИ”, Москва, Россия

^б Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

*e-mail: boukharov@mail.ru

**e-mail: korolev_vd@nrcki.ru

Поступила в редакцию 11.10.2021 г.

После доработки 25.01.2022 г.

Принята к публикации 30.01.2022 г.

На основании анализа результатов экспериментов с дейтерированными волокнами, волокнами из замороженного дейтерия и гетерогенными мишенями малой плотности можно сделать вывод, что для дальнейшего исследования излучающих Z-пинчей мультитераваттной мощности наиболее подходят монодисперсные криогенные мишени малой плотности со сложной микрогетерогенной структурой. Проведенные исследования показали, что с помощью имеющегося оборудования можно получать криогенные мишени из водорода или его изотопов следующих типов: цилиндрические “толстые” волокна длиной до 10 см и диаметром от 40 мкм до 300 мкм; “тонкие” волокна длиной от 5 см до 10 см диаметром от 30 мкм до 40 мкм и монодисперсные криогенные мишени. В общем виде криогенные монодисперсные мишени представляют собой поток твердых монодисперсных гранул из водорода или его изотопов диаметром от 10 мкм до 100 мкм, скоростью до 100 м/с, частотой появления в разрядной области от 0.01 Гц до 500 кГц. Используя выходные насадки с большим количеством выходных отверстий, можно получать монодисперсные криогенные мишени со сложной микрогетерогенной структурой, состоящие из десятков и сотен гранул. Кроме того, потоком гранул можно управлять, например фокусируя его в нужную пространственную точку. Относительный разброс мишеней по скорости и размеру не превышает 0.1%. Применение криогенных дейтериевых мишеней со сложной микрогетерогенной структурой позволит увеличить концентрацию дейтерия в мишени в несколько раз по сравнению с мишенями других типов. Высокая начальная концентрация дейтерия и эффективная ионизация вещества мишени могут привести к значительному увеличению нейтронного выхода ввиду степенной зависимости выхода от концентрации ($Y \sim n^2$). Дополнительными факторами, которые могут позволить существенно увеличить нейтронный выход являются: степенная зависимость нейтронного выхода от величины разрядного тока и переход от мишени из дейтерия к мишени из смеси дейтерия с тритием.

Ключевые слова: инерциальный термоядерный синтез, дейтериевая плазма, Z-пинчи, монодисперсная криогенная мишень, микрогетерогенная структура, нейтронный выход

DOI: 10.31857/S0367292122200021

1. ВВЕДЕНИЕ

На современном этапе развития основной и наиболее актуальной проблемой управляемого термоядерного синтеза (УТС) становится разработка и построение демонстрационных реакторов с положительным выходом энергии $Q > 1$. Решение этой проблемы развивается в двух основных направлениях, отличающихся различными способами удержания горячей термоядерной плазмы: магнитный термоядерный синтез (МТС) и инерциальный термоядерный синтез (ИТС).

В случае МТС разогретая дейтериевая или дейтерий-тритиевая плазма должна длительное время удерживаться квазистатическим образом с помощью сильного магнитного поля в установке токамак. Плотность плазмы невелика, и критерий Лоусона, определяющий условие возникновения термоядерной реакции, достигается за счет большого энергетического времени жизни плазмы. Для D–T-реакции критерий Лоусона связывающий конечную плотность плазмы n и время ее удержания τ , выглядит следующим образом:

$$n \cdot \tau \geq 10^{14} \text{ с/см}^3. \quad (1)$$

Токамак имеет характерный размер плазмы порядка нескольких метров и относительно низкую плотность плазмы $\sim 10^{20} \text{ см}^{-3}$. При этом реактор МТС будет работать практически в стационарном режиме. Самые известные установки этого типа: Т-10 (Россия), PLT (США), DIII-D и TFTR (США), ASDEX (Германия), TFR (Франция), JT60-U (Япония), JET (Великобритания) и ИТЭР.

На токамаке TFTR (США) в экспериментах с дейтерий-третиевой ($D-T$) плазмой, помещенной в тороидальное магнитное поле $B = 4.6-5.5$ Тл при токе $I = 0.6-2.7$ МА была получена максимальная мощность термоядерного синтеза 10.7 МВ со следующими характеристиками: концентрация плазмы $3.3 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$, ионная температура $T_i = 20-40$ кэВ и электронные температуры $T_e = 10-12$ кэВ. При этом наибольшее энергетическое время удержания составило 0.27 с, а нейтронный выход 7.2×10^{17} нейтронов/с. Коэффициент усиления Q (отношение термоядерной мощности к мощности внешнего нагрева), примерно был равен 0.15 [1].

В серии экспериментов с дейтерий-третиевым топливом на токамаке JET (Англия) с использованием комбинированного нагрева (инжекция нейтральных частиц, ионно-циклотронный резонанс) в магнитное поле $B = 2.8$ Тл при токе $I = 3.1$ МА была получена плазма со следующими характеристиками: температура ионов $T_i = 18.5$ кэВ, температура электронов $T_e = 10.5$ кэВ, концентрация $5.1 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$. Время удержания составило 0.33 с, а нейтронный выход 7.2×10^{17} нейтронов/с [2].

Реализуемость подхода на основе МТС должна быть окончательно продемонстрирована в ходе реализации проекта по созданию международного термоядерного экспериментального реактора ИТЭР. Проект основан на совместных работах по проектированию и поддержке термоядерного магнитного реактора и физико-технологических исследованиях, выполненных четырьмя группами участников — Европейский Союз, Япония, Российская Федерация и Соединенные Штаты Америки. Ожидается, что в результате реакции $D-T$ будет произведена значительная термоядерная мощность (~ 500 МВт) с высоким коэффициентом термоядерного усиления $Q > 10$ при длительном горении в течение 300–500 с [3].

В отличие от МТС в ИТС плазма ничем не удерживается, кроме собственной инерции. В этом случае выполнение критерия Лоусона достигается не за счет длительного удержания плазмы, а за счет увеличения ее плотности. К установкам ИТС типа относятся Z-пинчи и лазерные или тяжелоионные драйверы. Основная физическая задача этого направления на ближайшее будущее — получение высокой степени сжатия в таком ма-

лом количестве топлива, нагретого до термоядерных температур, которое позволит использовать выделившуюся термоядерную энергию.

Большинство работ по лазерному термоядерному синтезу с инерционным удержанием (ICF) основаны на условии, что во время максимального сжатия кинетическая энергия сжимающейся оболочки преобразуется во внутреннюю энергию в центральной локальной области (горячая точка). Термоядерный синтез инициируется в горячей точке (ГТ), а затем фронт термоядерного горения распространяется в основное топливо. Зажигание достигается только при нагреве ГТ α -частицами с энергией 3.5 МэВ, образованными в реакции дейтерий-третиевого синтеза. Переданная энергия α -частицами в ГТ компенсирует тормозное излучение, электронную проводимость и другие потери энергии. Теоретический термоядерный выход может в 1000 раз превышать кинетическую энергию, поступающую в дейтерий-третиевое топливо только за счет имплозии оболочки.

В экспериментах по лазерному термоядерному синтезу на установке NIF (США) с криогенными слоистыми $D-T$ -мишенями при полной лазерной энергии 1.5 МДж и длительности лазерного импульса 7.5 нс были зафиксированы следующие параметры в горячей точке: давление 360 Гбар и температура 4.7 кэВ. Термоядерная энергия составила 54 кДж, а нейтронный выход достиг рекордного значения 2.4×10^{16} [4].

Первыми системами ИТС были Z-пинчи [5]. В этих системах необходимое для выполнения критерия Лоусона сжатие плазмы планировалось получить в результате пропускания через газовую смесь дейтерия с тритием большого электрического тока, создаваемого разрядом конденсаторной батареи. Эксперименты с использованием разряда конденсаторных батарей получили широкое распространение в различных странах, начиная с середины прошлого века. В ходе экспериментов было установлено, что для реализации критерия Лоусона необходимы разрядные токи большей величины, чем те, которые можно было получить от имевшихся на тот момент конденсаторных батарей [6].

В настоящее время, в связи со значительным прогрессом в создании мощных наносекундных генераторов тока мегаамперного диапазона, системы с Z-пинчами вновь оказались востребованы. Новые генераторы дают возможность стартовать с малых радиусов мишеней (~ 1 мм) и при высокой начальной плотности (близкой к плотности твердого тела). Это позволяет значительно увеличить интенсивность нейтронного излучения, возникающего в результате сжатия быстрым Z-пинчем локальных высокотемпературных плазменных областей с характерным раз-

мером ~ 100 мкм. Высокая интенсивность нейтронного потока является необходимым условием для осуществления термоядерного горения в Z -пинче [7].

Прогресс, достигнутый в технике сильноточных наносекундных генераторов, позволивший развивать токи до 20 МА, открыл новые возможности в исследованиях по Z -пинчам. Высокая скорость нарастания тока, превышающая 10^{14} А/с в нагрузке, позволяет перейти к исследованиям Z -пинчей с малыми (несколько миллиметров) начальными радиусами и высокими плотностями (вплоть до плотности твердого тела). Во многих странах мира построены сильноточные ускорители, наиболее известными из них являются: SATURN ($I = 8$ МА, США), Z ($I = 26$ МА, США), С-300 ($I = 3$ МА, Россия), АНГАРА-5-1 ($I = 5$ МА, Россия) и ГИТ-12 ($I = 3$ МА, Россия).

В настоящее время в экспериментах с пинчами получены высокие нейтронные выходы [4–7]. На установке Ангара-5-1 ($I = 2$ МА, $\tau = 140$ нс) в исследованиях по сжатию дейтериевой струи диаметром 3 мм формировался пинч диаметром ~ 1 мм с плотностью 3×10^{20} см³ и температурой 0.7–1 кэВ. Нейтронный выход составил 10^{12} [5].

В экспериментах по сжатию двух полых коаксиальных дейтериевых струй диаметром 1–2 см и 2–4 см, выполненных на установке Z при токе 17.6 МА в 2007 г., был получен высокий нейтронный выход 6×10^{13} [6]. В результате сжатия формировался пинч диаметром 7 мм. Температура и концентрация ионов в плазме пинча были, соответственно, равны 2.2 кэВ и 2.4×10^{20} см⁻³.

В экспериментах по исследованию сжатия газовых струй появилась проблема с формированием пинча с высокими параметрами: плотностью и температурой, необходимыми для осуществления ИТС. Решение этой проблемы было предложено в проекте MagLIF (Magnetized Liner Inertial Fusion). В концепции MagLIF мишень представляет собой сложную структуру, состоящую из бериллиевой цилиндрической оболочки, наполненной дейтерием под давлением до 20 атм. После предварительного нагрева лазерным излучением с энергией 2.5 кДж и длительностью 4 нс через мишень с приложенным аксиальным магнитным полем для уменьшения потерь в проводимости во время имплозии пропускается наносекундный импульс тока. Возникшее при этом магнитное поле сжимает оболочку и находящийся в ней ионизованный газ.

При протекании тока до 20 МА на установке Z (США) был получен наибольший на настоящий момент нейтронный выход в Z -пинчах более 10^{13} [7]. В результате сжатия дейтериевого газа заполнявшего бериллиевую цилиндрическую оболочку с внутренним радиусом 2.3 мм, формировался

плазменный пинч с температурой ионов до $T_i \approx 4.1$ кэВ, с поперечным размером 60–120 мкм и длиной 6 мм [6]. В этих экспериментах наблюдались изотропные и почти гауссовские нейтронные спектры и изотропный нейтронный выход, что свидетельствовало о термоядерном механизме генерации нейтронов.

Из сравнения наиболее значимых достижений экспериментальных установок МТС и ИТС по удержанию термоядерной плазмы видно, что оба типа систем уже вплотную подошли к порогу с возможным положительным выходом энергии $Q > 1$.

Для получения требуемого положительного выхода за счет сжатия и нагрева топлива в реакторе ИТС необходимо увеличить плотность дейтерия в мишенях, т.е. необходим переход от газовых мишеней к криогенным топливным мишеням. Кроме того, необходимо, чтобы топливо подавалось в центре реакторной камеры с частотой ~ 10 Гц (лазерный или тяжелоионный драйвер) или 0.1 Гц (Z -пинч). Поэтому в настоящее время быстрыми темпами развиваются направления исследований, связанные с разработкой частотных методов формирования криогенных топливных мишеней.

Ниже представлен обзор литературы по использованию в Z -пинчах криогенных топливных мишеней разного типа. На основании анализа результатов обзора сформулирована концепция возможного использования в Z -пинчах нового типа криогенных топливных мишеней со сложной микрогетерогенной структурой — монодисперсных криогенных мишеней, получаемых на основе метода вынужденного капиллярного распада и обладающих высокой стабильностью по массе, возобновляемостью и возможностью создания сложных пространственных структур.

2. ЭКСПЕРИМЕНТЫ С ТОНКИМИ ДЕЙТЕРИРОВАННЫМИ НИТЯМИ И НИТЯМИ ИЗ ЗАМОРОЖЕННОГО ДЕЙТЕРИЯ

Твердотельный дейтерий по своим физическим характеристикам является идеальным веществом для получения ядерной реакции синтеза. Мишени из дейтерия ввиду близости их химического состава с мишенями из $D-T$ -смеси позволяют наиболее адекватно моделировать процесс сжатия плазмы, образованной при протекании тока через $D-T$ -смесь. В силу этого, криогенные дейтерированные мишени могут рассматриваться, как наиболее подходящие для использования в качестве мишеней в сильноточных генераторах в экспериментах по инерциальному синтезу.

Предложения по созданию высокотемпературной плотной плазмы с термоядерными

параметрами, основанные на максимальном усилении перетяжной неустойчивости при протекании тока через профилированную цилиндрическую нагрузку из $D-T$ -смеси, инициировали исследования по изучению перетяжки в Z -пинче [7, 8]. В этих работах для осуществления зажигания термоядерного топлива предлагалось нагреть плазму, созданную в предварительно сформированной перетяжке до высокой плотности и температуры >10 кэВ при пропускании тока $I > 10$ МА через столбик из конденсированной $D-T$ -смеси. Если размер горячей плазмы, умноженной на ее плотность, превысит значение $(0.2-0.5) \text{ г} \cdot \text{см}^2$, то выделяющаяся энергия превысит вложенную. В [9] показано, что эффект распространения волны горения за счет термоядерного тепловыделения в Z -пинче сильно зависит от величины тока, и при токах $I > 30$ МА возможен вариант распространения волны термоядерного горения от областей перетяжки до областей Z -пинча, выполненного на основе $D-T$ -мишени и диаметром ~ 1 мм. Численные расчеты показали, что для распространения волны горения вдоль Z -пинча необходимо в перетяжке получить плазму с диаметром примерно несколько микрон, с температурой выше 5 кэВ и плотностью $> 0.25 \text{ г} \cdot \text{см}^2$. По нейтронному выходу с единицы высоты Z -пинча можно определить, насколько данный разряд близок к возможности инициирования волны термоядерного горения в Z -пинче из $D-T$ -смеси. Ввиду близости химического состава нагрузки из дейтерия и $D-T$ -смеси эксперименты с мишенями из чистого дейтерия с плотностью близкой к плотности твердого тела позволяют более адекватно моделировать процесс сжатия плазмы, образованной при протекании тока через столбик из $D-T$ -смеси.

Условием достижения параметров плазмы, достаточных для инициирования волны термоядерного горения вдоль Z -пинча из $D-T$ -смеси является получение в разряде Z -пинча за время инерционного удержания нейтронного выхода Y_{DD} в результате $D-D$ реакции равного [9]:

$$Y_{DD} > Y^* = 1.67 \times 10^{13} h \cdot I^2, \quad (2)$$

где: I (МА) – ток пинча, h (см) – длина области, излучающей нейтроны. Характерно, что при токе $I = 30$ МА и достаточно малой длине перетяжки ($h = 10$ мкм), излучающей нейтроны, необходимый нейтронный выход $Y_{DD} = 2 \times 10^{13}$ нейтронов.

Из расчетов, выполненных в рамках двумерной идеальной МГД-модели Z -пинча [10], следует, что наиболее важным следствием непрерывного образования плазмы в области шейки является перехват тока вновь образующейся плазмой. Величина тока на оси, в области с радиусом 50 мкм, в течение процесса плазмообразования не превышает половины от общего тока. После

прекращения этого процесса в течение нескольких наносекунд почти весь ток сосредотачивается в указанной области, что сопровождается резким увеличением температуры плазмы. Процесс постепенного образования плазмы стабилизирует Z -пинч по отношению к перетяжке. Это явление обеспечивает существование устойчивого состояния пинча в течение времени, когда ток в пинче повышается до максимального значения.

Проведенные исследования [10] продемонстрировали глубокое развитие перетяжки ($R/r = 20$) при протекании тока в диапазоне 1–3 МА с фронтом нарастания 100 нс через профилированные гетерогенные нагрузки. Подбором плотности и конфигурации нагрузки удалось добиться согласования темпа сжатия с длительностью нарастания тока и формирования горячей плазмы. В области шейки формировалась высокотемпературная плотная плазма с параметрами близкими к термоядерным ($n_e = 10^{22} \text{ см}^{-3}$, $T_i \approx 6$ кэВ, $r = 20$ мкм) [10]. В результате анализа лазерного зондирования был сделан вывод о том, что периферийная плазма малоподвижна и не приводит к заплыванию области шейки к моменту сжатия плазмы. Из результатов высокоскоростного и интегрального фотографирования плазмы в ВУФ и МР-излучения следует, что процесс плазмообразования носит затянутый во времени характер. Это находится в согласии с двумерными численными расчетами [10].

Теоретическое обоснование возможности использования в Z -пинчах мишеней из твердого водорода представлено в работах [11, 12]. В них теоретически рассмотрен вопрос о возможности осуществления зажигания термоядерной реакции в перетяжке Z -пинча с дальнейшим распространением горения на весь пинч через столбик из конденсированной замороженной $D-T$ -смеси плотностью 0.2 г/см^3 и начальным диаметром 1 мм. Показано, что эффект распространения волны горения за счет термоядерного тепловыделения в Z -пинче сильно зависит от величины тока, и при токах $I > 30$ МА возможен вариант распространения волны термоядерного горения от областей перетяжки до областей Z -пинча, выполненного на основе $D-T$ -мишени с начальным диаметром ~ 1 мм [13].

Первые установки по получению криогенных дейтерированных мишеней (экструдеры дейтериевых волокон) были созданы в конце восьмидесятых годов прошлого века в двух лабораториях США – Научно-исследовательской лаборатории ВМС США (NRL) и Лос-Аламосской национальной лаборатории (LANL). Установки отличались конструкционно, но имели общий принцип получения тонких одиночных волокон – выдавливание через тонкие сопла предварительно замороженного дейтерия.

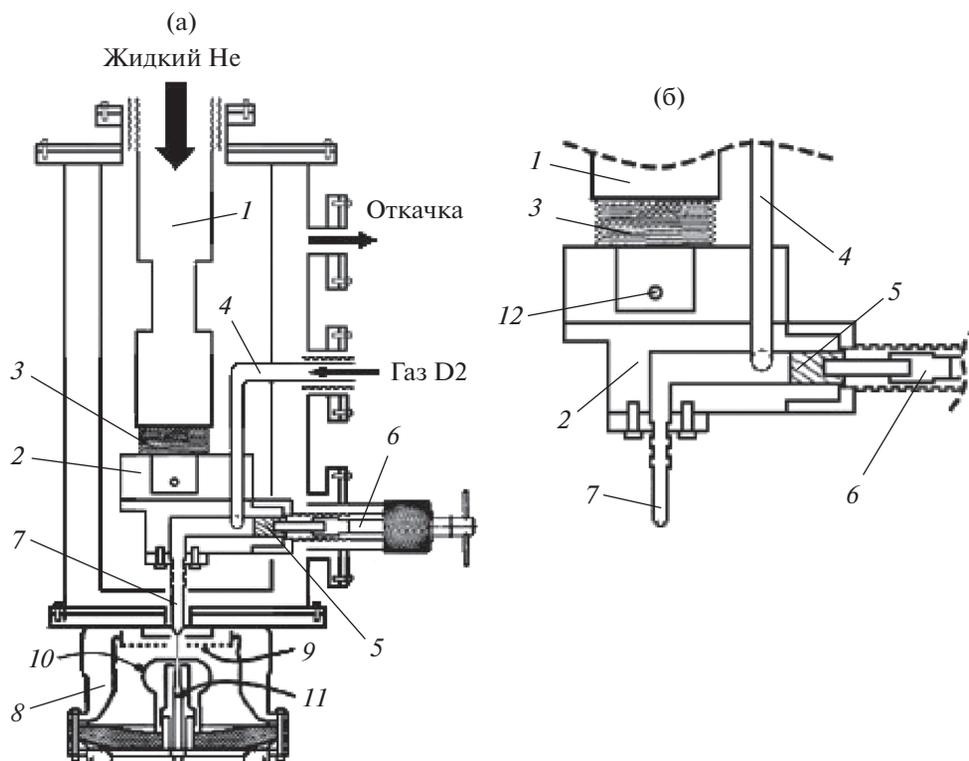


Рис. 1. Элементы экструдера (а), разработанного в Научно-исследовательской лаборатории ВМС США (NRL) и конструкция (б) блока замораживания, сопла и элементов системы выдавливания: 1 – криостат, 2 – блок замораживания, 3 – нагреватель, 4 – входная стальная трубка, 5 – поршень, 6 – вал, 7 – экструзионное сопло, 8 – вакуумная камера, 9 – верхний электрод, 10 – электрод, 11 – сборник, 12 – термометр.

В NRL были созданы два варианта экструдеров [14, 15]. Принцип получения волокон в обоих вариантах одинаков, но второй, проще по конструкции, поскольку в нем используются в основном готовые элементы.

Элементы экструдера и конструкция его отдельных элементов показаны на рис. 1а. Более подробно конструкция блока замораживания, сопла и элементов системы выдавливания показана на рис. 1б.

Охлаждающий жидкий гелий поступает в криостат 1 через вакуумно-изолированную транспортирующую линию. Гелий заполняет криостат, охлаждает верхнюю часть замораживающего блока 2 и затем удаляется из криостата. Температура внутри криостата и в блоке замораживания контролируется с помощью кремниевого диодного термометра 12. Для изменения температуры блока замораживания используется специальный нагреватель 3, расположенный на нижнем торце гелиевого криостата. Термометр и нагреватель подключены к цифровой системе регулирования температуры, которая автоматически поддерживает нужное значение температуры. Дейтерий вводится в блок замораживания через стальную трубку с тонкой стенкой 4. Давление

для экструзии замороженного дейтерия создается поршнем 5, приводимым в движение с помощью вала 6. Для предотвращения внешних теплопритоков приводной вал располагается внутри специального вакуумного кожуха. Экструзионное сопло 7 (рис. 1б) состоит из длинной тонкой трубки, припаянной к диску. Такая конструкция позволяет быстро производить замену экструзивных сопел.

Процесс получения волокон выглядит следующим образом. Перед началом работы производится откачка блока замораживания и вакуумной камеры до давления чуть меньше 10^{-9} бар. Как только система откачана, блок замораживания заполняется дейтерием при давлении 2.7 бар и начинается охлаждение блока до температуры 4.2 К. После того как дейтерий заморожен, температура блока поднимается до 11 К. В результате твердый дейтерий становится пластичным и его можно экструдировать через сопло в вакуумную камеру.

Используя экструзивные сопла различного диаметра, можно выдавливать волокна длиной до 10 см и диаметром от 40 мкм до 300 мкм. Образующееся на выходе сопла волокно под действием силы тяжести и через несколько минут отрывает-

ся от сопла. Новое волокно может быть получено сразу после отрыва предыдущего.

Экструдер, описанный выше, был использован на установках NRL в экспериментах по исследованию Z-пинчей. Согласование работы экструдера и экспериментальных установок по исследованию Z-пинчей осуществлялось следующим образом. В вакуумную камеру 8 (рис. 1а) волокно через отверстие в верхнем электроде 9 попадало в межэлектродную область. К электроду 10 прикладывалось высокое напряжение, волокно пробивалось, и образовывалась сжимающаяся плазма. Часть неиспарившегося волокна через отверстие в нижнем электроде попадала внутрь сборника 11, испарялась в нем и таким образом удалялась из рабочей зоны установки.

В работах [16–18] были представлены результаты экспериментов, выполненных с тонкими волокнами из замороженного дейтерия на установках POSEIDON ($I = 640$ кА, $\tau = 130$ нс) и ZFX ($I = 920$ кА, $\tau = 840$ нс). Волокно экструировалось в вакуумную камеру в зазор между двумя электродами толщиной 5 см, на который подавалось напряжение 400–600 кВ. В результате пробоя волокна в течение 10 нс формировался проводящий пинч. На установках POSEIDON [16, 17] и ZFX [18] при малой скорости нарастания тока, при электрическом разряде в замороженных нитях диаметром от 40 мкм до 125 мкм, были обнаружены две фазы сжатия пинча. В течение первой стабильной фазы удержания наблюдалась повышенная устойчивость образующегося плазменного канала, которая длилась 10 и 100 альфвеновских времен в экспериментах на установках POSEIDON и ZFX, соответственно. В следующей динамической фазе, из-за развития гидродинамической неустойчивости с нулевой модой, плазменный канал разбивался на отдельные высокотемпературные образования, получивших название горячие точки (ГТ), с температурой (0.4–1) кэВ. Появление пространственно-разделенных ГТ сопровождалось одновременным возникновением рентгеновского и нейтронного излучений. Были зарегистрированы нейтроны с энергией 2.45 МэВ. На обеих установках наблюдалась сильная зависимость нейтронного выхода Y от величины тока I : $Y \approx I^{10}$ на установке POSEIDON при изменении тока от 300 кА до 640 кА и $Y \approx I^5$ на установке ZFX при изменении тока от 300 кА до 900 кА. При этом полный выход достигал 4×10^9 нейтронов за импульс. По мнению авторов [16, 17] и результатам анализа [19, 20], зависимость от тока и генерация основной части нейтронного излучения в этих экспериментах связана с образованием на оси локальных областей (перетяжек) с высокой температурой и плотностью. Одновременно со сжатием пинча в области перетяжек происходило быстрое радиальное

расширение областей, чередующихся с перетяжками. Это приводило к нарушению дальнейшего устойчивого сжатия всего пинча.

Экструдер, разработанный в LANL, имеет более сложную, по сравнению с экструдерами NRL, конструкцию [21]. Элементы экструдера и конструкция его отдельных элементов показаны на рис. 2а.

Основным элементом экструдера является криостат, состоящий из внешнего корпуса 1 и двух охлаждающих ванн – азотной 2 и гелиевой 3. Блок замораживания 4 располагается внутри гелиевой ванны. Нижняя часть блока припаяна ко дну гелиевой ванны и имеет температуру близкую к 4 К. Верхняя часть блока связана с верхней частью азотной ванны и имеет температуру 80 К. Такой перепад температур между верхней и нижней частями блока обеспечивает замерзание дейтерия только внутри блока замораживания. Дейтерий вводится в блок замораживания через трубку, соединенную с системой обеспечения газообразным дейтерием. Давление для экструзии замороженного дейтерия создается поршнем 5, приводимым в движение с помощью вала 6. Для предотвращения внешних теплопритоков вал располагается внутри специального вакуумного кожуха, связанного с верхом вакуумной камеры через скользящее уплотнение. Экструзионное сопло 7 (рис. 2а и 2б) состоит из капилляра, впаянного в латунный корпус.

Перед началом работы производится откачка всех элементов экструдера и заполнение азотной и гелиевой ванн. После охлаждения нижней части блока замораживания до 4 К блок замораживания заполняется газообразным дейтерием. После того как дейтерий заморожен, включается нагрев сопла и температура блока замораживания поднимается до 14 К. В результате, твердый дейтерий становится пластичным и его можно экструировать через сопло в вакуумную камеру.

С помощью описанного выше экструдера можно выдавливать в течение нескольких минут волокна длиной от 5 см до 10 см и диаметром от 30 мкм до 40 мкм. Новое волокно может быть получено сразу после отрыва предыдущего. Согласование работы экструдера и экспериментальных установок осуществлялось тем же способом, что и в установках NRL. Подробный вид сопряжения экструдера и экспериментальных установок показан на рис. 2б.

Важным конструкционным отличием экструдера созданного LANL от экструдеров, созданных в NRL, является наличие оптического канала 12 для лазерной предионизации. Конструкция оптического канала, и его основные элементы представлены на рис. 2б.

Экструдер был использован в экспериментах на импульсном сильноточном генераторе HDZP-II

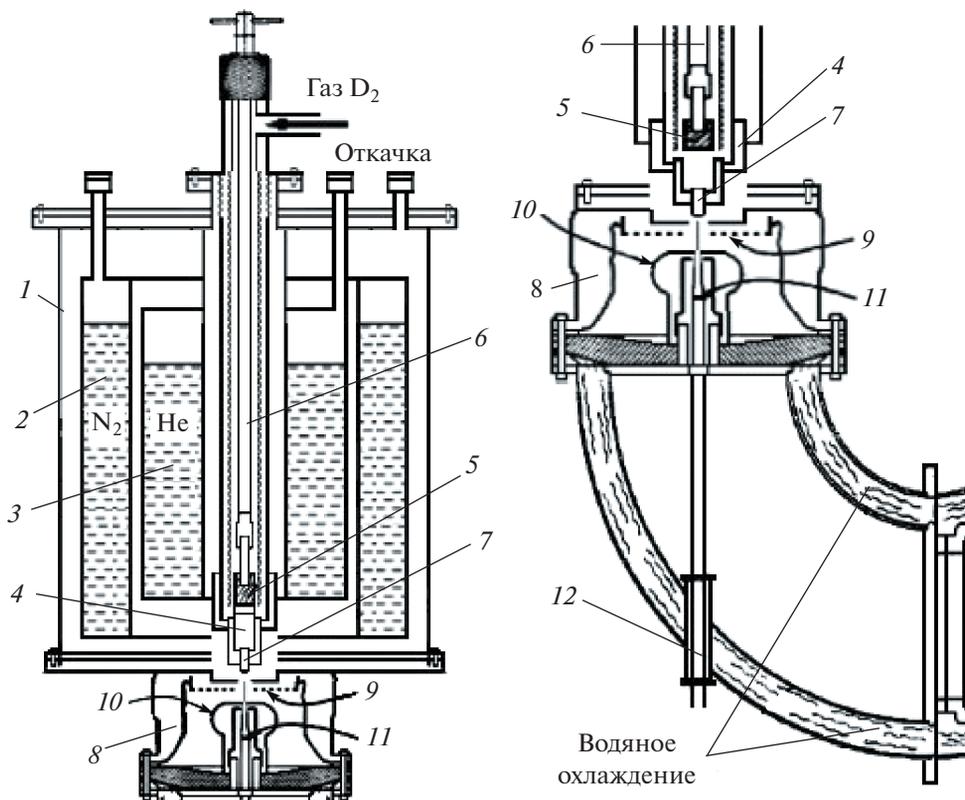


Рис. 2. Элементы экструдера (а), разработанного в Лос-Аламосской национальной лаборатории (LANL) и конструкция (б) блока замораживания, сопла и элементов сопряжения экструдера с оптическим каналом: 1 – внешний корпус, 2 – азотная ванна, 3 – гелиевая ванна, 4 – блок замораживания, 5 – поршень, 6 – вал, 7 – экструзионное сопло, 8 – вакуумная камера, 9 – верхний электрод, 10 – электрод, 11 – сборник, 12 – оптический канал.

($I = 1.2 \text{ MA}$, $1 \tau = 100 \text{ нс}$). В экспериментах изучалась динамика сжатия Z-пинчей, созданных при протекании тока с амплитудой 600–800 кА. Экструдер волокон располагался непосредственно над заземленным электродом 9 (рис. 2а, б). Межэлектродный зазор составлял 5 см, давление в камере было 10^{-9} бар. Часть неиспарившегося волокна удалялась из рабочей зоны установки тем же способом, что и в установках NRL.

В ходе экспериментов было установлено, что при протекании через волокна тока $I = 600\text{--}800 \text{ кА}$ в начальный момент наблюдалось быстрое расширение плазмы, при этом радиус изменялся почти на порядок величины [22]. К 20 нс развивалась перетяжечная неустойчивость, которая разрушала плазменный пинч в направлении вдоль оси. Измеренная температура плазмы в перетяжках превышала 10 кэВ. Зарегистрированное в этих экспериментах жесткое рентгеновское излучение свидетельствовало о появлении в плазме “убегающих” электронов. Максимальный нейтронный выход 8×10^9 был получен при токе $I = 0.8 \text{ MA}$.

Практика использования в исследованиях Z-пинча мишеней из тонких волокон замороженного дейтерия показала их высокую эффективность. Однако необходимо отметить и ряд существенных недостатков этого направления: сложная конструкция экструдеров и влияние внешних факторов на стабильность формы и размера волокна. Попытка ухода от этих проблем привела к использованию заранее изготовленных и стабильных при комнатных температурах дейтерированных волокон – полимерных нитей, состав которых обогащен дейтерием.

Первые эксперименты по нагреву дейтерированных волокон с целью получения термоядерных нейтронов были выполнены в работах [23–25]. На установке Дон ($I = 150 \text{ кА}$, $\tau = 80 \text{ нс}$) при протекании тока через тонкие волокна из дейтерированного полиэтилена толщиной 10 мкм был получен нейтронный выход $10^6\text{--}10^7$, который резко падал при увеличении диаметра до 30 мкм [25]. Нейтронный импульс длительностью 80 нс состоял из нескольких коротких пиков. Такая форма импульса, по мнению авторов, объясняется гене-

рацией нейтронов отдельными перетяжками, об-
разующимися в различные моменты времени.

На установке MAGPIE ($I = 1.8$ MA, $\tau = 150$ нс) [26] были выполнены эксперименты по изучению временного развития плазменной короны Z-пинча на мишенях из криогенных дейтериевых волокон и мишенях из углеродных волокон. Мишени имели различные диаметры (100 мкм – замороженные дейтериевые волокна, 7 и 33 мкм – углеродные волокна) и длины (2–3 см). Экспериментальные данные показывают, что параметры короны плазмы Z-пинча, сформированные из криогенного дейтериевого и углеродного волокон с различными диаметрами, фактически не зависели от материала и начального диаметра волокон. В выполненных экспериментах плазма короны расширялась с постоянной скоростью 5×10^6 см/с. На лазерных шлиренах и теневых фотографиях развитие неустойчивости с нулевой модой в короне наблюдалось с самого начала разряда, в основном, с длиной волны ~ 1 мм. Амплитуда возмущений плотности и диаметра короны увеличивалась со временем. Во время возникновения рентгеновского излучения из центральной плотной плазмы на шлирен-снимках регистрировалась плазма короны с намного меньшей плотностью. Яркие пятна, обнаруженные на рентгеновских фотографиях, возникали из-за развития перетяжек в плотном керне пинча. Было также изучено влияние тока предимпульса с амплитудой 30 кА, приложенного за 200 нс перед основным импульсом. Преионизация волокна током предимпульса влияла на динамику короны плазмы в течение первых 80 нс разряда, скорость расширения плазмы короны уменьшалась приблизительно в 2 раза в течение начальной фазы разряда. Было установлено, что ток предимпульса превращает только 1% волокна в плазму. Эксперименты с током предимпульса не показали существенного улучшения стабильности пинча после разряда, когда ток достигал мегаамперного уровня. По мнению авторов, эксперименты с лучшим контролем количества плазмы, созданной вокруг волокна, были бы интересны при поиске более устойчивой конфигурации пинча. Возможно, более эффективная преионизация волокна улучшит стабильность Z-пинча, инициированного из криогенных волокон. Из анализа экспериментальных результатов исследования сжатия Z-пинчей, выполненных на основе криогенного дейтерия было установлено, что динамика плазмы в них близка к дейтериевым и углеродным нитям микронного размера [26].

В экспериментах с тонкими дейтерированными углеродными волокнами диаметром 50–200 мкм на установках GAMBLE-II ($U = 1$ МВ, $I = 0.7$ MA, $\tau = 50$ нс) [24], KALIF ($U = 1.8$ МВ, $I = 0.8$ MA, $\tau = 60$ нс) [27] и MAGPIE ($I = 1.4$ MA, $\tau = 150$ нс) исследовались параметры нейтронно-

го излучения в зависимости от диаметра волокон [26].

На установках GAMBLE-II исследовалось сжатие Z-пинчей на дейтерированных углеродных волокнах диаметром 8–400 мкм и длиной 3 см. Было обнаружено, что при диаметрах, меньших 50 мкм регистрируются широкие нейтронные импульсы величиной порядка МэВ, что указывает на появление ионов с высокой энергией [24]. Высокоэнергичные ионы были зарегистрированы как в радиальном, так и в аксиальном направлениях. Энергия дейтронов достигала 10 МэВ. Возникновение ионов с такой высокой энергией связано с развитием перетяжек. При увеличении диаметра волокон больше 50 мкм регистрировались нейтроны с энергией 2.45 МэВ, спектр которых соответствовал тепловому распределению сталкивающихся ионов. Анизотропия нейтронного излучения (отношение нейтронного выхода вдоль оси пинча к нейтронному выходу, измеренному под углом 90° к оси) была невысокой 0.9–1.2. При изменении диаметра волокон от 25 мкм до 100 мкм нейтронный выход уменьшался от 10^{10} до 10^9 . Из результатов измерений на GAMBLE-II следовало, что интегральный по времени нейтронный выход зависел от наличия специально созданного предимпульса ($U > 200$ кВ, $I = 50$ кА, $\tau = 20$ нс), предшествующего на 100 нс основному импульсу напряжения. В разрядах с предимпульсом нейтронный выход был выше, чем в его отсутствие. Это было связано с более высокой концентрацией тока вблизи оси разряда. В обоих случаях (с предимпульсом и без) плазменный столб состоял из центрального светящегося ядра диаметром несколько миллиметров и слабосветящегося “гало” с диаметром примерно 10 мм, который слабо расширялся. Благодаря более высокой плотности тока в центре пинча в экспериментах с предимпульсом отчетливо наблюдалось появление локальных плазменных образований, расположенных вдоль его оси, и имеющих высокую температуру (~ 1 кэВ) и характерный размер ≤ 50 мкм, которые могли быть ответственны за генерацию нейтронов.

На установке KALIF ($U = 1.8$ МВ, $I = 0.8$ MA, $\tau = 60$ нс) [27] в экспериментах с тонкими дейтерированными углеродными волокнами диаметром 50–150 мкм и длиной 30–50 мм был получен такой же нейтронный выход (10^{10}), как и на установке GAMBLE-II. Из результатов измерений следовало, что интегральный по времени нейтронный выход зависел от наличия специально созданного предимпульса ($U > 200$ кВ, $I = 50$ кА, $\tau = 20$ нс), предшествующего основному импульсу напряжения на время равное 100 нс. В разрядах с предимпульсом нейтронный выход был выше примерно в 2 раза, чем в его отсутствие. Из анализа результатов было сделано заключение, что это

связано с более высокой концентрацией тока вблизи оси разряда. В обоих случаях (с предимпульсом и без) плазменный столб состоял из центрального светящегося ядра диаметром несколько миллиметров и слабосветящегося “гало” с диаметром примерно 10 мм, который слабо расширялся. Благодаря более высокой плотности тока в центре пинча в экспериментах с предимпульсом наиболее отчетливо наблюдалось появление локальных плазменных образований, расположенных вдоль его оси и имеющих высокую температуру (~ 1 кэВ) и характерный размер (≤ 50 мкм), в которых, как и на установке GAMBLE-II, могли генерироваться нейтроны.

Если в заключение суммировать результаты, полученные в экспериментах с тонкими дейтерированными нитями и нитями из замороженного дейтерия, то можно констатировать, что они имеют много общего при токах, близких к току Пизе–Брагинского, при превышении которого потери энергии на излучение из пинча превышают вложенную электрическую энергию, что приводит к его сжатию [28].

Как твердотельные волокна, так и выполненные из замороженного дейтерия не имеют хороших стартовых условий, обеспечивающих эффективное согласование генератора с нагрузкой (пинчем). Нейтронное излучение преимущественно возникает во время развития перетяжной неустойчивости и образования горячих точек. В экспериментах с дейтерированными волокнами и волокнами из замороженного дейтерия наблюдались следующие эффекты: сильная зависимость нейтронного выхода Y от величины тока от I^5 до I^{10} и пространственная анизотропия интегрального нейтронного выхода. В зависимости от условий эксперимента: диаметра волокон, скорости нарастания тока, подводимой энергии, амплитуды тока, наличия предимпульса за генерацию нейтронов могут быть ответственны два механизма: тепловой — в локальных областях с высокой температурой и плотностью, и ускорительный (мишенный) — в тех областях, в которых индуцируется высокое напряжение. Ввиду того, что твердотельный дейтерий из условий согласования не подходит для токов 2–5 МА, которые обеспечивают наиболее крупные установки в России, представляет интерес исследовать сжатие пинча из замороженного дейтерия с гетерогенной структурой.

3. ЭКСПЕРИМЕНТЫ С МИКРОГЕТЕРОГЕННЫМИ ПРОФИЛИРОВАННЫМИ МИШЕНЯМИ МАЛОЙ ПЛОТНОСТИ

Для моделирования процесса формирования пинча при протекании тока мегаамперного диапазона через мишень с микрогетерогенной структурой

из замороженного дейтерия, как более перспективного для получения плотной высокотемпературной плазмы с параметрами, необходимыми для инициирования $D-D$ -реакции синтеза, была проведена серия экспериментов на установке АНГАРА 5-1 ($I = 5$ МА, $U = 1.2$ МВ, $\tau = 150$ нс). Цель экспериментов — получение информации о динамике сжатия плазмы Z-пинча, выполненного на основе мишеней из микропористого дейтерированного полиэтилена (CD_2) или из агар-агара ($C_{12}H_{18}O_8$) в широком диапазоне: плотностей ($0.1-0.4$ г/см³), диаметров (1–2 мм) и длин (2.5–2.7 мм) [43, 44].

Достоинством таких мишеней является формирование равномерной гомогенной плазмы при нагреве разрядным током вещества микрогетерогенных мишеней, отсутствием мелкомасштабных неустойчивостей и хаотических выбросов с их поверхностей, возможность варьировать плотность, химический состав, профиль, а также вводить дейтерированное вещество и диагностические добавки. Впервые методика изготовления микрогетерогенной полимерной мишени заданной формы, размеров и массы была разработана в ТРИНИТИ, применительно к задачам по исследованию Z-пинча на установке АНГАРА-5-1 [29]. Вещество микрогетерогенной полимерной мишени представляет собой трехмерную хаотическую сетку с характерным размером ячейки ~ 10 мкм при толщине волокон порядка ~ 1 мкм.

Микрогетерогенные мишени из агар-агара использовались в экспериментах по исследованию Z-пинча на установке АНГАРА-5-1 [30]. В качестве нагрузки использовалась каскадная сборка, состоящая из вольфрамового проволочного лайнера (с диаметром 12 мм, 40 проволочек с диаметром 6 мкм) и цилиндрической мишени (оболочки из агар-агара диаметром 5 мм с плотностью 3 мг/см³ и толщиной 200 мкм), расположенной вдоль оси лайнера. Длина оболочки составляла половину от величины межэлектродного зазора катод-анод, а сборка помещалась в межэлектродном зазоре 1–1.5 см на оси концентратора мультимегаамперного тока с вакуумной магнитной самоизоляции. К зазору подводился импульс напряжения 1 МВ с фронтом ~ 100 нс. При сжатии оболочки длиной 8 мм многопроволочной вольфрамовой сборкой в области энергий квантов свыше 0.7 кэВ получен сверхкороткий рентгеновский импульс длительностью ~ 1 нс с тераваттной мощностью. Экспериментально показано, что для динамики сжатия такой нагрузки характерны две стадии: формирование двух отдельных приэлектродных пинчей при сжатии многопроволочного лайнера у катода и анода и последующего сжатия центральной цилиндрической мишени. В результате экспериментов были определены условия, при которых сжатие центральной части

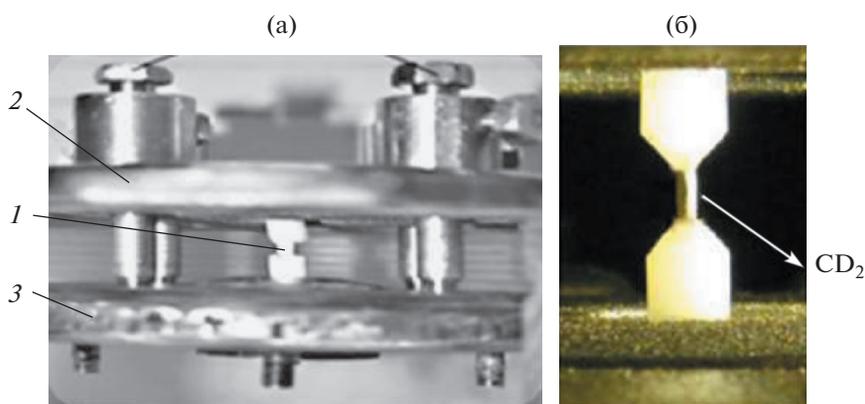


Рис. 3. Расположение мишени из агар-агара или из дейтерированного полиэтилена с микрогетерогенной структурой внутри мишенного узла и ее внешний вид: а) — расположение мишени 1 между анодом 2 и катодом 3; б) — внешний вид мишени.

мишени предшествует интенсивное облучение мишени мягким рентгеновским излучением приэлектродных пинчей, переводящим вещество центральной части мишени из твердотельного состояния в плазму. Показано, что используя микрогетерогенные мишени можно повысить эффективность воздействия внешней ускоренной сборки на внутреннюю мишень за счет предварительной предионизации центральной части мишени рентгеновским излучением приэлектродных пинчей. Такой источник рентгеновского излучения может быть использован в экспериментах по динамическому хольрауму на основе Z-пинча [31].

Более перспективным веществом для создания микрогетерогенных мишеней, по сравнению с агар-агаром, является малоплотный дейтерированный полиэтилен, который используется для приготовления мишеней в лазерном УТС [32]. Дейтерированный полиэтилен обладает по сравнению с агар-агаром с дейтерированным наполнителем рядом преимуществ: однородным распределением атомов дейтерия в объеме мишени, меньшим содержанием элементов с большим атомным номером, контролируемым содержанием диагностических примесей.

В экспериментах, выполненных на установках МОДУЛЬ А5-01 ($I = 3$ МА, $U = 150$ кВ, $\tau = 100$ нс) [33] и С-300 ($I = 3$ МА, $U = 700$ кВ, $\tau = 100$ нс) [34], исследовалась динамика сжатия плазмы в Z-пинче при токах 1.5–3.5 МА с длительностью 100 нс. Микрогетерогенные мишени, выполненные в виде цилиндров из агар-агара или из дейтерированного полиэтилена, имели плотность 0.03–0.5 г/см³ и 0.1–0.4 г/см³ соответственно [29]. Диаметр цилиндров составлял 1–2 мм, длина 2–4 мм и полная масса 250–1000 мкг. В мишень из дейтерированного полиэтилена дополнительно вносились диагностическая добавка более тяжелого

элемента — железа в количестве 5% по массе. Мишень устанавливалась в межэлектродном зазоре мишенного узла установки. Расположение мишени внутри мишенного узла представлено на рис. 3а, а ее внешний вид — на рис. 3б. Расстояние между электродами составляло 15 мм. В процессе формирования и сжатия плазмы при протекании мегаамперного тока не наблюдались мелкомасштабные неустойчивости и хаотические выбросы с поверхности плазмы, которые регистрировались в экспериментах с тонкими замороженными волокнами.

В проведенных исследованиях было обнаружено, что процесс образования плазмы затянут во времени. Кратковременные плазменные потоки переносятся из внешних областей в течение нескольких наносекунд к оси пинча. Из расчетов, выполненных в [35] следует, что ток перехватывается вновь образующейся плазмой и после окончания процесса образования плазмы весь ток собирается на оси пинча. В результате развития неустойчивости с нулевой модой появляются высокотемпературные плотные образования, горячие точки (ГТ) [36]. Появление ГТ сопровождалось возникновением мягкого ($E > 1$ кэВ) и жесткого ($E > 30$ кэВ) рентгеновского излучения длительностью 3–4 нс и ≈ 10 нс, соответственно, а также нейтронным излучением [37, 38]. Из анализа нейтронных спектров, полученных с помощью времяпролетных нейтронных измерений, было обнаружено значительное увеличение ширины нейтронных спектров в аксиальном и радиальном направлениях по сравнению с максвелловским спектром [38, 39], что свидетельствовало о наличии в спектре ионов с высокой энергией ($E \geq 100$ кэВ). Восстановленная форма нейтронных спектров показывает, что имеется анизотропия средней энергии нейтронов в аксиальном направлении (вдоль оси пинча). В направлении ка-

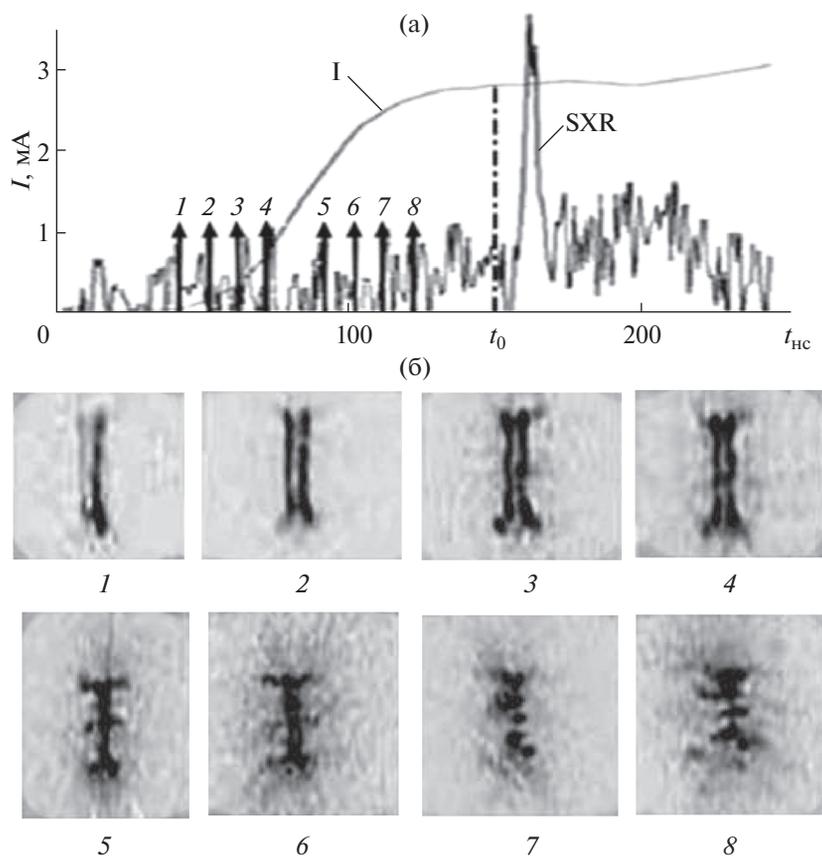


Рис. 4. Результаты экспериментов на установке АНГАРА-5-1 по исследованию динамики сжатия плазмы Z-пинча на мишенях из микропористого дейтерированного полиэтилена: а) — осциллограммы тока I и МР-излучения (SXR); б) — снимки, полученные с помощью сверхскоростного регистратора в области энергий $E \geq 100$ эВ. Вертикальные стрелки на осциллограммах показывают моменты получения снимков. Момент времени t_0 соответствует появлению основной группы нейтронов. Параметры мишени: диаметр шейки 1 мм, длина 2.7 мм, плотность 0.2 г/см³.

тогда она составляла 2.6 МэВ, а к аноду 2.1 МэВ. В радиальных направлениях средние энергии были близки к значению 2.45 МэВ. Наблюдавшаяся анизотропия, как показано в работе [40], связана с отклонением высокоэнергетических ионов дейтерия в пинче азимутальным магнитным полем в сторону катода.

Расчеты показывают, что источником нейтронного излучения, в основном, являются ГТ. Небольшое количество нейтронов создается ионами с энергией $E > 100$ кэВ, взаимодействующими с “холодными” ионами, которые находятся в плазме, окружающей ГТ [41, 42]. Полный спектр ионов является результатом как их теплового движения в плазме ГТ, так и ускорения дейтронов в процессе развития магнитогидравлической неустойчивости. Спектр дейтронов в Z-пинче не является тепловым, количество ионов убывает с ростом энергии по степенному закону $1/E^k$ с показателем k , изменяющимся в пределах 2–4.

В серии экспериментов, выполненных на установке АНГАРА 5-1 ($I = 5$ МА, $U = 1.2$ МВ, $\tau = 150$ нс), была получена информация о динамике сжатия плазмы Z-пинча при использовании мишеней из микропористого дейтерированного полиэтилена и из агар-агара с заранее подготовленной шейкой (перетяжкой) в широком диапазоне плотностей (0.1–0.4 г/см³), диаметров (1–2 мм) и длины (2.5–16 мм) [43–46]. В качестве примера на рис. 4 представлены результаты, полученные при использовании мишеней со следующими характеристиками: диаметр шейки 1 мм, длин 2.7 мм, плотность 0.2 г/см³.

В области энергий $E \geq 100$ эВ экспериментально были зафиксированы следующие стадии, происходящие в пинче при протекании мегаамперного тока: формирование токовой оболочки, сжатие оболочки к оси со скоростью 2×10^6 см/с, образование плазменного шнура на оси диаметром примерно 200 мкм, развитие неустойчивости в пинче, разлет плазмы и формирование ГТ (см. рис. 4), сопровождающееся нейтронной эмисси-

ей. На интегральных обскурораграммах, полученных за фильтрами 10 мкм алюминия и 13 мкм лавсана, 10 мкм алюминия и 26 мкм лавсана, а также без фильтра, регистрировались ГТ. Характерный размер ГТ, полученных в области энергий $E > 2.5$ кэВ составлял примерно 100 мкм. Электронная температура в периферийных областях горячих точек на расстоянии 0.5 мм от оси изменялась в диапазоне 200–400 эВ. Температура измерялась по спектрам излучения железа – диагностической добавки, введенной в вещество мишени. При начальной плотности мишени $\rho \geq 0.2$ г/см³ нейтронное излучение регистрировалось вблизи максимума тока. Максимальный нейтронный выход, полученный в этих экспериментах, составлял 3×10^{10} . Из измерений, выполненных времяпролетным методом с помощью нейтронных детекторов, установленных в радиальном направлении, среднее значение энергии нейтронов оказалось равным $E = 2.5$ МэВ. Энергия нейтронов, зарегистрированная в аксиальном направлении (к аноду), находилась в диапазоне 1.8–2.1 МэВ.

Таким образом, наблюдалась анизотропия нейтронного излучения, как и на установке С-300. Нейтронный выход слабо зависел от начальной плотности мишени, выполненной из микропористого полиэтилена при ее изменении в интервале $\rho = 0.1–0.4$ г/см³.

Полученный результат связан с особенностью динамики образования и сжатия плазмы. В проведенных экспериментах увеличение плотности (и массы) конденсированного гетерогенного вещества, по-видимому, не привело к увеличению горячей плазмы в ГТ, являющихся источниками нейтронов. Это может быть связано с эффектом “затянутого” плазмообразования в конденсированном гетерогенном веществе. Затянутость плазмообразования объясняется недостаточной интенсивностью потока тепла и излучения от редкой плазмы, по которой течет ток, на плотные плазмообразующие нити микронного размера, которые практически не перехватывают ток.

В экспериментах с мишенями из микропористого дейтерированного полиэтилена и из агар-агара на начальной стадии протекания тока образование плазмы происходит на внешней границе дейтерированной мишени. В результате образуется токовая оболочка, которая под действием собственного магнитного поля движется к оси. Эффективность превращения конденсированного гетерогенного вещества мишени в плазму ограничена из-за взаимодействия токовой оболочки с дейтерированным веществом, еще не преобразованным в плазму. Оценка массы высокотемпературной плазмы с температурой ~ 10 кэВ и концентрацией $n \sim 10^{22}$ см⁻³, образованной в ГТ, показывает, что ее количество составляет порядка 1% от

массы криогенного вещества. Как ожидается, предварительная ионизация первоначально холодного вещества позволит устранить эффект “затянутого” плазмообразования. Что, в свою очередь, позволит добиться компактного сжатия основной массы мишени к моменту максимума тока и, тем самым, приведет к увеличению нейтронного выхода.

В настоящее время для создания высокотемпературного Z-пинча проводятся эксперименты с применением двухкаскадной системы, состоящей из внешнего лайнера, представляющего собой проволочную сборку, выполненную из материала с малым атомным номером (алюминия), и конденсированной цилиндрической мишени из микропористого вещества. В качестве примера на рис. 5 представлены результаты экспериментов на установке АНГАРА-5-1 по исследованию динамики сжатия плазмы Z-пинча, полученные на двухкаскадной сборке, состоящей из 30 алюминиевых проволочек диаметром 15 мкм и длиной 16 мм. Внешний диаметр сборки 12 мм. Внутри сборки располагалась цилиндрическая мишень из дейтерированного полиэтилена диаметром 1.0 мм и плотностью 0.27 г/см³ [47, 48].

Такая схема обладает дополнительными возможностями воздействия на мишень. Во-первых, при соударении внешнего лайнера с мишенью происходит преобразование кинетической энергии ускоренного лайнера в тепловую энергию мишени. Во-вторых, имеется возможность непосредственного использования энергии магнитного поля тока, протекающего через внешний лайнер, для воздействия на внутреннюю мишень за счет быстрого переключения тока с внешнего лайнера на мишень. Это приведет к созданию в мишени разряда с высокой скоростью нарастания тока порядка нескольких мегампер за несколько наносекунд ($dI/dt \sim 10^{14}–10^{15}$ А/нс). Высокие значения dI/dt могут быть эффективны для перехода микропористого вещества мишени из твердой фазы в плазменное состояние. Кроме того, использование двухкаскадной схемы нагрузки позволяет уменьшить начальную индуктивность мишени при увеличении ее длины до размера межэлектродного промежутка (16 мм), что позволяет значительно увеличить количество горячих локальных плазменных образований, являющихся источниками нейтронов.

Кроме выше упомянутых возможностей воздействия на мишень существует и дополнительная возможность воздействия, заключающаяся в создании с помощью предимпульса наносекундной длительности с амплитудой 100 кА предварительной ионизации дейтерированной мишени. Это позволит увеличить количество плазмы в мишени до момента прихода основного импульса тока, и, тем самым, будет способствовать форми-

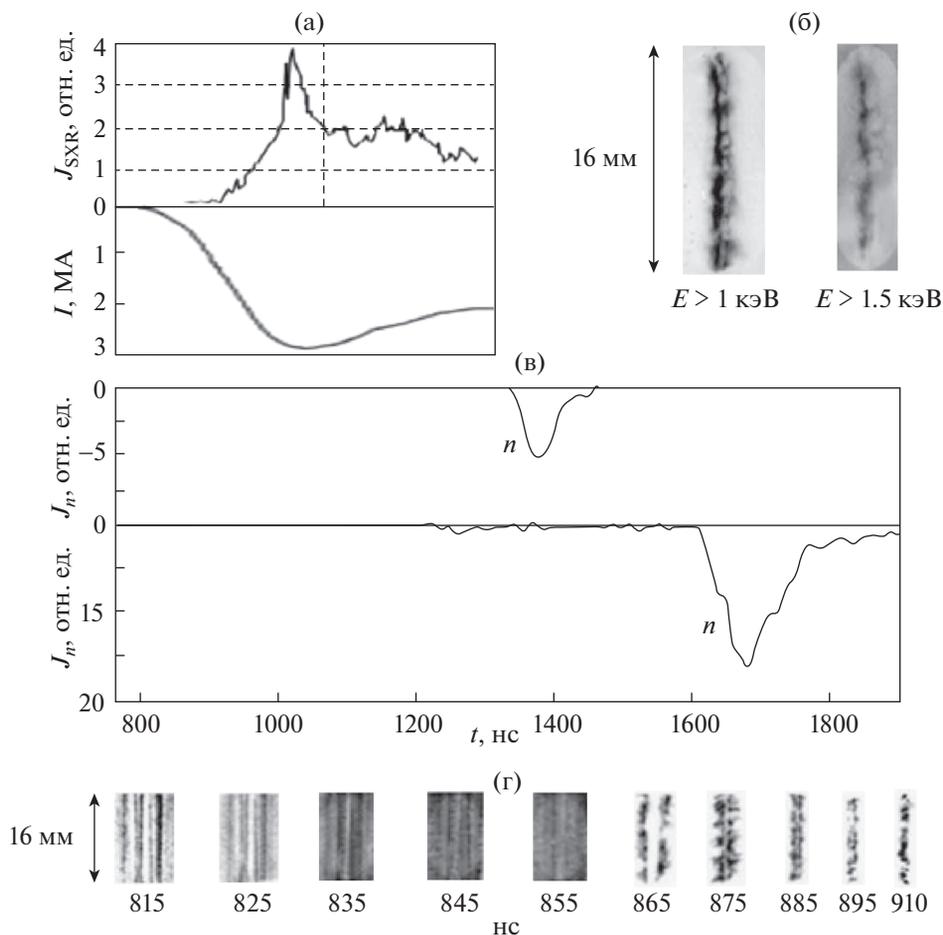


Рис. 5. Результаты экспериментов на установке АНГАРА-5-1 по исследованию динамики сжатия плазмы Z-пинча, полученные на двухкаскадной сборке: а) — осциллограммы тока I и МР излучения (SXR); б — рентгеновские обскуротграммы; в) — импульсы нейтронов n , зарегистрированных в радиальном направлении на расстояниях 8.5 м (г) и 16.2 м от проволочной сборки, д) — снимки развития пинча получены с помощью сверхскоростного регистратора в области энергий $E \geq 100$ эВ. Сборка состоит из 30 алюминиевых проволочек диаметром 15 мкм и длиной 16 мм. Внешний диаметр сборки 1 мм. Внутри сборки располагалась цилиндрическая мишень из дейтерированного полиэтилена диаметром 1.0 мм и плотностью 0.27 г/см^3 .

рованию высокотемпературного сжатого Z-пинча и увеличению нейтронного выхода.

4. МОНОДИСПЕРСНЫЕ КРИОГЕННЫЕ МИШЕНИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ВЫНУЖДЕННОГО КАПИЛЛЯРНОГО РАСПАДА

На основании анализа результатов экспериментов с дейтерированными волокнами, волокнами из замороженного дейтерия и микрогетерогенными мишенями малой плотности можно сформулировать следующие наиболее важные требования к параметрам плазмообразующих мишеней, необходимые для дальнейшего исследования излучающих Z-пинчей мультитераваттной мощности: малая плотность; возможность добавлять в состав мишени тритий, микрокристаллы

различных солей (CsJ, KCl и др.) или нанопорошки из тугоплавких материалов (Mo, W, TiN); хорошая стабильность геометрических параметров; возможность создания сложной микрогетерогенной структуры; возможность вывода остатков мишени из рабочей камеры без нарушения вакуума.

Приведенным выше требованиям достаточно хорошо удовлетворяют криогенные монодисперсные мишени на основе метода вынужденного капиллярного распада. В общем виде криогенные монодисперсные мишени представляют собой поток твердых монодисперсных гранул из водорода или его изотопов диаметром от 10 мкм до 100 мкм, скоростью до 100 м/с, частотой появления в разрядной области от 0.01 Гц до 500 кГц. Кроме того потоком гранул можно управлять, например фокусируя его в нужную пространствен-

ную точку. Относительный разброс мишеней по скорости и размеру не превышает 0.1%.

Теоретической основой получения монодисперсных криогенных мишеней является теория Релея–Вебера. В соответствии с этой теорией, струя неустойчива лишь к осесимметричным возмущениям поверхности, длина волн которых удовлетворяет следующему условию:

$$\lambda > 2 \cdot \pi \cdot R_j, \quad (3)$$

где: R_j – радиус невозмущенной струи.

При выполнении неравенства (1) амплитуда возмущения на поверхности струи растет с течением времени t по закону:

$$\delta(t) = \delta_0 \cdot e^{\gamma t}, \quad (4)$$

где: δ_0 – начальное возмущение, $\gamma(k)$ – инкремент неустойчивости, зависящий от волнового числа k .

Максимальное значение инкремента неустойчивости $\gamma^* = \gamma_m$ достигается при волновом числе $k = k_m = 0.697$. При максимальном инкременте струя распадается на капли с минимальным относительным разбросом по скорости и размеру.

Первые установки по получению криогенных монодисперсных мишеней были созданы в конце девяностых годов прошлого века в двух научно-исследовательских лабораториях: лаборатории TSL в Упсале (Швеция) и лаборатории FZJ COSY в Юлихе (Германия). Установка в Юлихе была создана в результате совместной работы МЭИ, ИТЭФ и FZJ в рамках проекта по созданию криогенной мишени для детектора “PANDA”.

Принцип работы установки по получению криогенных монодисперсных мишеней представлен на рис. 6а. В качестве примера на рис. 6б представлен внешний вид российской-немецкой установки расположенной в FZJ COSY в г. Юлих (Германия). Струя жидкого криоагента вытекает из генератора монодисперсных капель 1 в первую вакуумную камеру 2 и под действием специально возмущения распадается на поток монодисперсных капель 3. При дальнейшем движении капель через вакуумные камеры 6 происходит интенсивное поверхностное испарение жидкости и в результате капли охлаждаются, замерзают и становятся твердыми гранулами. Замерзшие гранулы поступают в рабочую камеру 5. Для уменьшения натекания газа в рабочую камеру и увеличения скорости гранул используются согласующие шлюзы 4. Остатки мишеней из рабочей камеры попадают в охлаждаемую ловушку 7 и осаждаются на ее стенках [49, 50].

Имеющиеся конструкционные различия в основном касаются способа ожижения водорода и его изотопов. На установках в Упсале для ожижения используются холодильные машины, а на установке в Юлихе двухванная система ожижения. Из теории Релея–Вебера следует, что нали-

чие в спектре возмущения поверхностных волн, кроме оптимальной частоты, дополнительных внешних шумовых частот может привести к увеличению разброса капель по размеру и скорости. Двухванная система в силу отсутствия шумового воздействия со стороны холодильной машины оказывает минимальное шумовое воздействие на процесс получения мишеней, что позволяет получать монодисперсные мишени с минимальным, по сравнению с другими способами ожижения, разбросом по скорости и размеру [50–52].

В состав установки, работающей по двухвальной схеме, входят следующие элементы и системы: криостат, вакуумные пролетные камеры, ловушка гранул, вакуумная система, система подачи охлаждаемого вещества, система обеспечения жидким криоагентом внутренней ванны, система обеспечения жидким криоагентом внешней ванны, системы генерации монодисперсных капель и измерительная система [53, 54].

Основным элементом установки является криостат. В нем происходит ожижение рабочего газа и распад жидкой струи на одинаковые капли. Элементы криостата представлены на рис. 7а. В его состав входят: внутренняя ванна 1, внешняя ванна 2, теплообменники 3, конденсатор 4, генератор монодисперсных капель 5, вакуумные камеры 6 и 7 со шлюзами 8. Коаксиально внутренней ванне расположена центральная трубка, на которой закреплена первая вакуумная камера 6 – камера тройной точки (КТТ). Подробное устройство КТТ представлено на рис. 7б. Внутри камеры размещены: конденсатор 1, корпус генератора монодисперсных капель 2, система возбуждения 3, выходная сопловая насадка 4 и шлюз 5. В нижней части генератора имеется резьба для соединения с выходным соплом. Меняя внутренний диаметр сопла, можно получать струи диаметром от 5 мкм до 60 мкм.

Процесс получения монодисперсных мишеней выглядит следующим образом. Перед началом работы производится откачка криостата, теплообменников системы ожижения и конденсатора. После завершения откачки азотная и гелиевая ванны заполняются соответствующим криоагентом, и начинается окончательное охлаждение внутренних частей криостата и теплообменников системы ожижения парами гелия из гелиевой ванны. После охлаждения конденсатора до температуры 25 К, теплообменники и конденсатор по линии основного потока (ОП) заполняются газообразным водородом или дейтерием. Водород, протекая через теплообменники, ожижается в конденсаторе и поступает в генератор капель. Через выходную сопловую насадку генератора капли жидкие струи водорода поступают в камеру тройной точки. Подавая в камеру тройной точки по линии дополнительного потока (ДП) водород

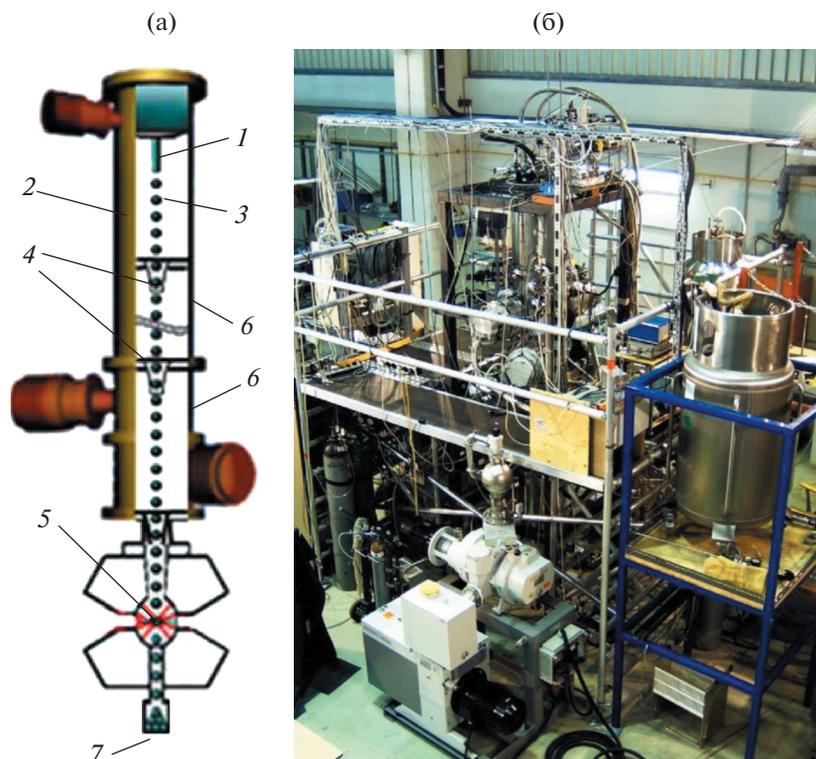


Рис. 6. Принцип работы (а) и внешний вид (б) установки по получению криогенных монодисперсных мишеней расположенной в FZJ COSY в г. Юлих (Германия): 1 – генератор монодисперсных капель, 2 – первая вакуумная камера, 3 – поток монодисперсных капель, 4 – согласующие шлюзы, 5 – рабочая камера, 6 – вакуумные камеры, 7 – ловушка.

с разным давлением и температурой, можно получать криогенные мишени различных типов: цилиндрические “толстые мишени” длиной до 10 см и диаметром от 40 мкм до 300 мкм (рис. 8а); “тонкие” волокна длиной от 5 см до 10 см и диаметром от 30 мкм до 40 мкм (рис. 8б, в, г); монодисперсные криогенные мишени (рис. 8д, е, ф, и, ж) диаметром от 7 мкм до 30 мкм [54–56].

Кроме того, используя выходные сопловые насадки с большим количеством выходных отверстий можно получить монодисперсную криогенную мишень со сложной микрогетерогенной структурой, состоящую из десятков и сотен струй. В качестве примера на рис. 9а представлена плоская мишень из 7 струй, а на рис. 9б объемная мишень из 48 струй.

Оценим количество отверстий и их размер, необходимые для получения монодисперсной криогенной мишени с параметрами идентичными параметрам мишени из дейтерированного полиэтилена, при которых удалось при токе 3.5 МА на установке АНГАРА-5-1 получить компактное сжатие пинча и наибольший выход нейтронов. В соответствии с [43–46] дейтерированная мишень имела следующие параметры: внешний диаметр $D = 2$ мм, длину $L = 3$ мм и плотность 0.1 г/см³. Необходимо отметить, что в дейтерированном

полиэтилене углерод составляет 75% от полной массы. В силу этого реальная плотность мишени по дейтерию будет в четыре раза меньше и должна быть равна $\rho_M = 0.025$ г/см³.

Предположим, что струи поступают через систему отверстий диаметром 100 мкм расположенных на концентрических окружностях плоского диска, являющегося анодом мишенного узла установки. Расстояние между отверстиями равно 150 мкм.

Простые расчеты показывают, что для создания мишени со сложной микрогетерогенной структурой с внешним диаметре $D = 2$ мм и длиной $L = 3$ мм, в узлах которой располагаются гранулы диаметром 100 мкм, и с расстоянием между ними 150 мкм, необходимо всего лишь 160 струй. Полное количество гранул в мишени составит 3200 штук.

В этом случае полная масса мишени M и ее плотность ρ_M будут равны соответственно:

$$M = n_1 n_2 \rho_D = 3.2 \times 10^3 \times 0.85 \times 10^{-7} = 2.7 \times 10^{-4} \text{ г}, \quad (5)$$

$$\rho_M = \frac{4M}{\pi D^2 L} = \frac{2.7 \times 10^{-4}}{0.96 \times 10^{-2}} = 0.028 \text{ г/см}^3, \quad (6)$$

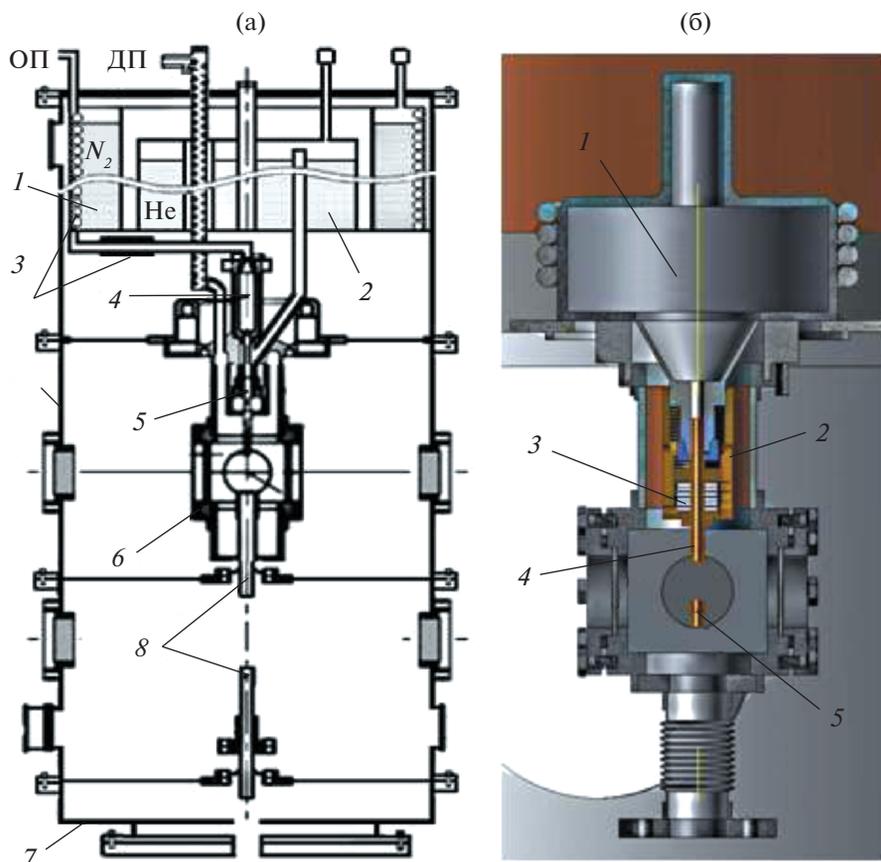


Рис. 7. Основные элементы криостата (а) и устройство камеры тройной точки (б): а – основные элементы криостата: 1 – внутренняя ванна, 2 – внешняя ванна, 3 – теплообменники, 4 – конденсатор, 5 – генератор монодисперсных капель, 6 – КТТ, 7 – вакуумные камеры, 8 – шлюзы, ОП – линия основного потока, ДП – линия дополнительного потока. б – устройство камеры КТТ: 1 – конденсатор, 2 – корпус генератора монодисперсных капель, 3 – система возбуждения, 4 – выходная сопловая насадка, 5 – шлюз.

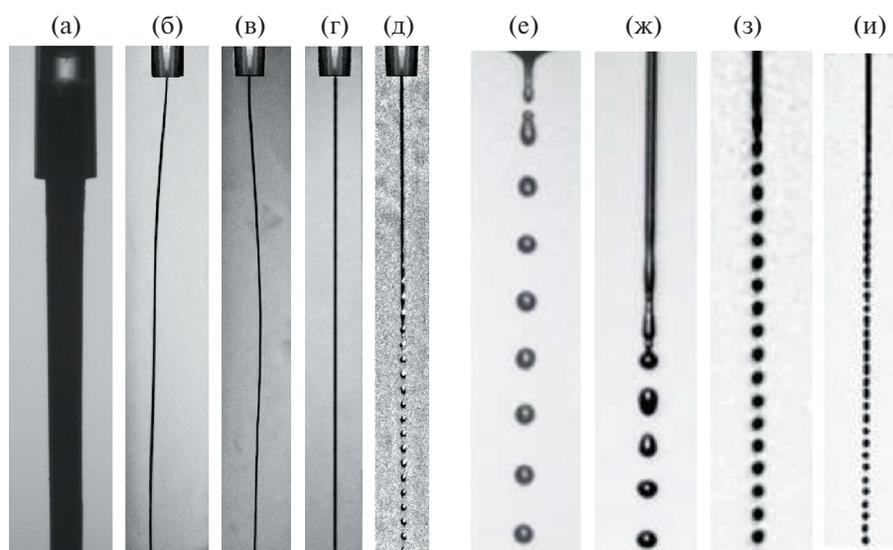


Рис. 8. Криогенные мишени различных типов: (а) – мишень в виде “толстого” цилиндрического волокна; (б, в, г) – “тонкие” волокна; (д, е, ж, з, и) – монодисперсные криогенные мишени

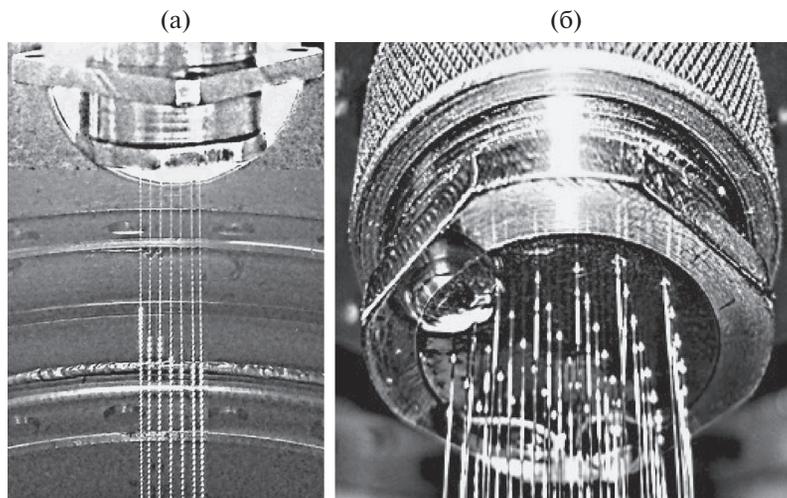


Рис. 9. Монодисперсная криогенная мишень со сложной микрогетерогенной структурой: а) — плоская монодисперсная криогенная мишень из 7 струй; б) — объемная монодисперсная криогенная мишень из 48 струй.

где: n_1 — количество гранул в одной струе; n_2 — количество струй, образующих микрогетерогенную структуру, ρ_D — плотность дейтерия.

Из расчетов видно, что по такому параметру как начальная плотность по дейтерию дейтерированная мишень из 160 струй близка к плотности мишени из дейтерированного полиэтилена. Однако из-за меньших потерь на излучение, по сравнению с мишенью из дейтерированного полиэтилена, в которой углерод составляет 75% от полной массы, плазма в пинче будет иметь более высокую температуру. В свою очередь высокая температура может привести к увеличению нейтронного выхода по сравнению с мишенью из дейтерированного полиэтилена.

Дополнительное увеличение нейтронного выхода при использовании криогенных монодисперсных мишеней возможно или путем увеличения ее начальной плотности или в результате предиионизации мишени.

Увеличение плотности мишени можно достичь, за счет изменения параметров мишени: длины, внешнего диаметра и количества струй. Так, при тех же внешних размерах мишени, оставив диаметр струй прежним (100 мкм) и увеличив количество струй за счет уменьшения расстояния между ними до 100 мкм можно увеличить начальную плотность мишени в 3 раза до 0.084 г/см^3 .

В результате предиионизации между гранулами мишени могут образовываться тонкие струи (порядка микрона и меньше). В результате количество горячих точек возрастет и как следствие этого увеличится нейтронный выход.

Высокая начальная концентрация дейтерия и эффективная ионизация вещества мишени могут

привести к значительному увеличению нейтронного выхода ввиду степенной зависимости выхода от концентрации ($Y \sim n^2$), так как при температуре $T > 3 \text{ кэВ}$ в высокотемпературной плазме Z-пинча основной вклад в нейтронное излучение дают тепловые нейтроны, производимые в ГТ [38].

Таким образом, например переход в экспериментах на установке АНГАРА-5-1 от мишеней, выполненных из дейтерированного микропористого полиэтилена [43] к криогенным монодисперсным мишеням, только из-за увеличения начальной плотности мишени в 3 раза, при тех же разрядных токах, позволит увеличить нейтронный выход с 3×10^{10} до 3×10^{11} .

Дополнительными факторами, которые могут позволить существенно увеличить нейтронный выход: являются: степенная зависимость нейтронного выхода (степенной показатель n) от величины тока [16–18] и переход от мишени из дейтерия к мишени из смеси дейтерия с тритием.

К настоящему времени в экспериментах с криогенными мишенями зависимость нейтронного выхода от величины разрядного тока описывается степенной функцией $Y \approx I^n$, где $n \geq 4$ [16–20]. Применительно к установке АНГАРА-5-1, увеличение разрядного тока вдвое может привести к увеличению нейтронного выхода до 5×10^{12} . А при переходе к монодисперсной мишени из смеси дейтерия с тритием нейтронный выход может увеличиться в 50 раз и достигнет 2.5×10^{14} .

Окончательный выбор варианта криогенной монодисперсной мишени, вероятно, будет зависеть от требований эксперимента, необходимой плотности мишени, от возможности создать не-

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании анализа результатов экспериментов с дейтерированными волокнами, волокнами из замороженного дейтерия и микрогетерогенными мишенями малой плотности можно сформулировать следующие наиболее важные требования к параметрам плазмообразующих мишеней, необходимые для дальнейшего исследования излучающих Z-пинчей мультитераваттной мощности: малая пространственная плотность $0.01\text{--}0.1\text{ г/см}^3$; возможность добавлять в состав мишени тритий, микрокристаллы различных солей (CsJ, KCl и др.) или нанопорошками из тугоплавких материалов (Mo, W, TiN); хорошая стабильность геометрических параметров; возможность создания сложной микрогетерогенной структуры и возможность вывода остатков мишени из рабочей камеры без нарушения вакуума.

Приведенным выше требованиям достаточно хорошо удовлетворяют криогенные монодисперсные мишени на основе метода вынужденного капиллярного распада, представляющие собой поток твердых монодисперсных гранул диаметром от 10 мкм до 100 мкм из водорода или его изотопов, частотой появления в разрядной области от 0.01 Гц до 500 кГц . Кроме того, потоком гранул можно управлять, например фокусируя его в нужную пространственную точку. Относительный разброс мишеней по скорости и размеру не превышает 0.1% .

На основании исследований теплофизических проблем получения монодисперсных мишеней можно сделать вывод, что с помощью имеющегося оборудования можно получать криогенные мишени из водорода или его изотопов следующих типов: “толстые” цилиндрические волокна длиной до 10 см и диаметром от 40 мкм до 300 мкм ;

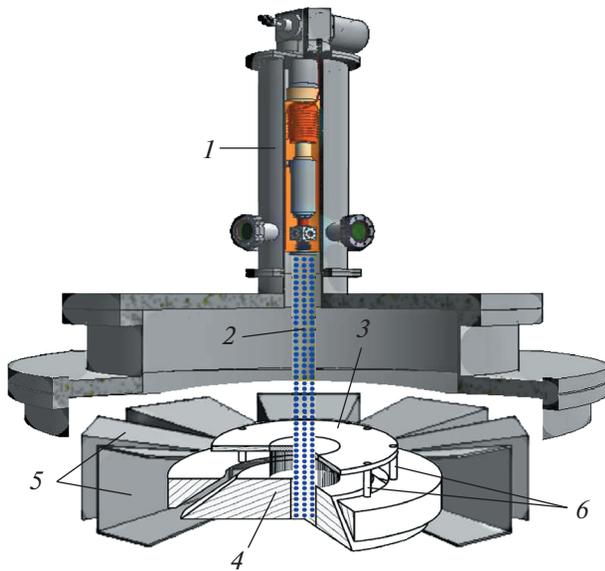


Рис. 10. Сопряжение криогенной монодисперсной мишени на основе метода вынужденного капиллярного распада с мишенным узлом установки АНГАРА-5-1: 1 – криостат с вакуумными камерами; 2 – поток из монодисперсных гранул со сложной микрогетерогенной структурой; 3 – анод; 4 – катод; 5 – концентраторы; 6 – обратные токопроводы.

обходимое количество отверстий в аноде и расстояния между анодом и катодом. В качестве примера на рис. 10 представлена внутренняя структура криогенной монодисперсной мишени на основе метода вынужденного капиллярного распада и ее возможное сопряжение с мишенным узлом установки АНГАРА-5-1. Возможный вариант расположения мишени на установке АНГАРА-5-1 представлен на рис. 11.



Рис. 11. Возможный вариант расположения монодисперсной мишени на установке Ангара 5-1.

“тонкие” волокна длиной от 5 см до 10 см диаметром от 30 мкм до 40 мкм и монодисперсные криогенные мишени. В общем виде криогенные монодисперсные мишени представляют собой поток твердых монодисперсных гранул из водорода или его изотопов диаметром от 10 мкм до 100 мкм, скоростью до 100 м/с, частотой появления в разрядной области от 0.01 Гц до 500 кГц. Используя выходные насадки с большим количеством выходных отверстий, можно получать монодисперсные криогенные мишени со сложной микрогетерогенной структурой, состоящие из десятков и сотен гранул. Кроме того, потоком гранул можно управлять, например, фокусируя его в нужную пространственную точку. Относительный разброс мишеней по скорости и размеру не превышает 0.1%.

Применение криогенных дейтериевых мишеней со сложной микрогетерогенной структурой позволит увеличить концентрацию дейтерия в мишени в несколько раз по сравнению с конденсированной дейтерированной мишенью. Высокая начальная концентрация дейтерия и эффективная ионизация вещества мишени могут привести к значительному увеличению нейтронного выхода ввиду степенной зависимости выхода от концентрации ($Y \sim n^2$), так как при температуре $T > 3$ кэВ в высокотемпературной плазме Z-пинча основной вклад в нейтронное излучение дают тепловые нейтроны, производимые в ГТ.

Дополнительными факторами, которые могут позволить существенно увеличить нейтронный выход: являются: степенная зависимость нейтронного выхода (степенной показатель 4–5) от величины тока и переход от мишени из дейтерия к мишени из смеси дейтерия с тритием.

Реализация предлагаемой концепции монодисперсных мишеней на установке АНГАРА-5-1 позволит при тех же разрядных токах $I = 3\text{--}3.5$ А, из-за увеличения начальной плотности мишени, увеличить нейтронный выход с 3×10^{10} до 3×10^{11} .

Дальнейшее увеличение разрядного тока вдвое может привести к увеличению нейтронного выхода до 5×10^{12} . А при переходе к монодисперсной мишени из смеси дейтерия с тритием нейтронный выход может увеличиться в 50 раз и достигнет 2.5×10^{14} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bell M.G., McGuire K.M., Amram V., Barnes C.W., Batha S.H., Bateman G., Beer M.A., Bell R.E., Bitter M., Bretz N.L., Budny R.V., Bush C.E., Cauffman S.R., Chang Z., Cheng C.Z., Darrow D.S., Dendy R.O., Dorland W., Duong H.H., Durst R.D., Efthimion P.C., Ernst D., Evenson H., Fisch N.J., Fisher R.K., Fonck R.Jm., Fredrickson E.D., Fu G.Y., Furth H.P., Grek B., Hammett G.W., Hanson G.R., Hawryluk R.J., Heidbrink W.W., Herrmann H.W., Hill K.W., Hosea J.C., Hsuan H., Hughes M.,

Hulse R.A., Janos A.C., Jassby D.L., Jobes F.C., Johnson D.W., Johnson L.C., Kesner J., Kugel H.W., Lam N.T., Leblanc B., Levinton F.M., Machuzak J., Mansfield D.K., Mazzucato E., Mauel M.E., McChesney J.M., McCune D.C., McKee G., Meade D.M., Medley S.S., Mikkelsen D.R., Mirnov S.V., Mueller D., Navratil G.A., Nazikian R., Owens D.K., Park H.K., Park W., Parks P.B., Paul S.F., Petrov M.P., Phillips C.K., Phillips M.W., Pitcher C.S., Ramsey A.T., Redi M.H., Rewoldt G., Roberts D.R., Rogers J.H., Ruskov E., Sabbagh S.A., Sasao M., Schilling G., Schivell J.F., Schmidt G.L., Scott S.D., Semenov I., Sesnic S., Skinner C.H., Stratton B.C., Strachan J.D., Stodiek W., Synakowski E.J., Takahashi H., Tang W.M., Taylor G., Terry J.L., Thompson M.E., Tighe W., vonGoeler S., White R.B., Wieland R.M., Wilson J.R., Wong K.L., Woskov P., Wurden G.A., Yamada M., Young K.M., Zarnstorff M.C., Zweben S. // Nuclear Fusion. 1995. V. 35. № 12. P. 1429.

2. JET TEAM // Nuclear Fusion. 1992. V. 32. № 2. P. 187.
3. Shimada M., Campbell D.J., Mukhovatov V., Fujiwara M., Kirneva N., Lackner K., Nagami M., Pustovitov V.D., Uckan N., Wesley J., Asakura N., Costley A.E., Donne A.Jh., Doyle E., Fasoli A., Gormezano C., Gribov Y., Gruber O., Hender T.C., Houlberg W., Ide S., Kamada Y., Leonard A., Lipschultz B., Loarte A., Miyamoto K., Mukhovatov V., Osborne T.H., Polevoi A., Sipps Ac.C. // Nucl. Fusion. 2007. 47. S1–S17
4. Le Pape S.S., Hopkins L.F., Berzak B., Divol L.L., Pak A., Dewald E.L., Bhandarkar S., Bennedetti L.R., Bunn T., Biener J., Crippen J., Casey D., Edgell D., Fittinghoff D.N., Gatu-Johnson M., Haan S., Hatarik R., Havre M., Ho D.D.-M., Izumi N., Jaquez J., Khan S.F., Mackinn A.J., MacPhee A.G., MacGowan B.J., Meezan N.B., Milovich J., Millot M., Michel P., Nagel S.R., Nikroo A., Patel P., Ralph J., Ross J.S., Rice N.G., Strozzi D., Stadermann M., Volegov P., Yeamans C., Weber C., Wild C., Callahan D., Hurricane O.A. // Physical Review Letters. 2018. 120. 245003.
5. Арцимович Л.А. Управляемые термоядерные реакции. М.: Физматлит, 1961.
6. Баско М.М., Гуськов С.Ю., Диденко А.Н., Забродин А.В., Имшенник В.С., Кошкарев Д.Г., Масленников М.В., Медин С.А., Недосеев С.Л., Орлов Ю.Н., Смирнов В.П., Феоктистов Л.П., Харитонов В.В., Чуразов М.Д., Шарков Б.Ю., Баско М.М., Гуськов С.Ю., Диденко А.Н., Забродин А.В. Ядерный синтез с инерционным удержанием. М.: Физматлит, 2005.
7. Vikhrev V.V., Korolev V.A. // Proc. 15th Int. Conf. on High-Power Particle Beams, St. Petersburg, 2004 / Prep. by the Efremov sci. research inst. of electrophys. apparatus. St. Petersburg: 2004.
8. Coverdale C.A., Deeney C., Velikovich A.L., Davis J., Clark R.W., Chong Y.K., Chittenden J., Chantrenne S., Ruiz C.L., Cooper G.W. // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. 022706.
9. Vikhrev V.V. // Nucleonica. 2001. V. 46. № 1. P. 9.
10. Бакшаев Ю.Л., Блинов П.И., Выхрев В.В., Гордеев Е.М., Данько С.А., Королев В.Д., Медовицков С.Ф., Недосеев С.Л., Смирнова Е.А., Туманов В.И., Черненко А.С., Шапков А.Ю. // Физика плазмы. 2001. Т. 27. Вып. 12. С. 1101.

11. Вихрев В.В., Иванов В.В. // Доклады АН СССР. 1985. Т. 282. С. 1106.
12. Яньков В.В. // Z-пинч// Физика плазмы. 1991. Т. 17. С. 521.
13. Vikhrev V.V. // Nucleonica. 2001. V. 46. № 1.
14. Pechacek R.E., Greig J.R., Raleigh M., DeSilva A.W., Koopman D.W. // Rev. Sci. Instrum. 1981. V. 52. P. 371.
15. Sethian J.D., Gerber K.A., Sy M.O. // Rev. Sci. Instrum. 1987. V. 58. P. 536.
16. Sethian J.D., Robson A.E., Gerber K.A., DeSilva A.W. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 59 (8). P. 892.
17. Gerber K.A., Sethian J.D. // Rev. Sci. Instrum. 1990. V. 61 (10). P. 3169.
18. Sethian J.D., Robson A.E., Gerber K.A., and De Silva A.W. // Int. School of Plasma Phys., Varenna, Italy, 1990. Sieta Italiana di Fisica. P. 511.
19. Вихрев В.В., Королев В.Д. // Физика плазмы. 2007. Т. 33. № 5. С. 397.
20. Velikovich A.L., Clark R.W., Davis J., Chang Y.K., Deeney C., Coverdate C.A., Ruiz C.L., Cooper G.W., Nelson A.J., Rudakov L.I. // Physics of Plasmas. 2007. 14. 022701
21. Grilly E.R., Hammel J.E., Rodriguez D.J., Scudder D.W., Shlachter J.S. // Production of solid D₂ threads for dense Z-pinch plasmas // Rev. Sci. Instrum. 1985. V. 56. P. 1885.
22. Scudder D.W., Shlachter J.S., Hammel J.E., Venneri F., Chrien R. // Int. School of Plasma Phys., Varenna, Italy, 1990. Sieta Italiana di Fisica. P. 519.
23. Stephanakis S.L., Levine L.S., Mosher D., Vitkovitsky L.M., Young F. // Neutron production in exploding wire discharges//Phys. Rev. Lett. 1972. V. 29. P. 568.
24. Young F.C., Stephanakis S.L., Mosher D. // Journ. Appl. Phys. 1977. V. 48. P. 3642.
25. Волков А.С., Захаров С.М., Иваненкова Г.В. // 5-й Всесоюзный симпозиум по сильноточной электронике, Томск, 1984. Ч. 2. С. 246.
26. Lebedev S.V., Aliaga-Rossel R., Chittenden J.P., Mitchell J.P., Dangor A.E., and Worley J.F // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. № 9. P. 3356.
27. Kies W., Decker G., Malzing M., Calker C., Westheide J., Ziethen G., Bachmann H., Baumung K., Bluhm H., Ratajczak W., Stoltz O., Rusch D., Bayley J.M. // Terawatt fiber pinch experiments// J. Appl. Phys. 1991. V. 70. P. 7261.
28. Брагинский С.И. // ЖЭТФ. 1957. Т. 53. С. 645.
29. Дербиллов В.И., Медовщиков С.Ф., Мишенский В.О., Недосеев С.Л., Тофимов С.В. Пористые лайнеры на полимерной основе для ИТС // Препринт ИАЭ-51577 (2990)
30. Александров В.В., Волховитнов Е.А., Волков Г.С., Грабовский Е.В., Олейник Г.М., Рупасов А.А., Фролов И.Н., Олейник Г.М. // Физика плазмы. 2016. Т. 42. С. 1046.
31. Smirnov V.P. // Plasma Phys. Controlled Fusion. 1991. V. 33. № 13. P. 1697.
32. Меркульев Ю.Л., Акунец А.А., Борисенко Н.Г. Препринт ФИАН № 25. М.: ФИАН, 2005.
33. Dan'ko S.A., Kalinin Yu.G., Korchikov A.V. // 6th Int. Conf. on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics, Albuquerque, New Mexico, USA, 1992. P. 44.
34. Бакшаев Ю.Л., Блинов П.И., Вихрев В.В., Гордеев Е.М., Данько С.А., Королев В.Д., Медовщиков С.Ф., Недосеев С.Л., Смирнова Е.А., Туманов В.И., Черненко А.С., Шашков А.Ю. // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 10. С. 1101.
35. Бакшаев Ю.Л., Блинов П.И., Вихрев В.В., Гордеев Е.М., Данько С.А., Королев В.Д., Медовщиков С.Ф., Недосеев С.Л., Смирнова Е.А., Туманов В.И., Черненко А.С., Шашков А.Ю. // Физика плазмы. 2001. Т. 27. № 12. С. 1101.
36. Акунец А.А., Ананьев С.С., Бакшаев Ю.Л., Блинов П.И., Брызгунов В.А., Вихрев В.В., Волобуев И.В., Данько С.А., Зеленин А.А., Казаков Е.Д., Королев В.Д., Мецеров Б.Р., Недосеев С.Л., Пименов В.Г., Смирнова Е.А., Устроев Г.И., Черненко А.С., Шагин В.А. // Физика плазмы. 2010. Т. 36. № 8. С. 747.
37. Бакшаев Ю.Л., Блинов П.И., Вихрев В.В., Данько С.А., Королев В.Д., Мецеров Б.Р., Недосеев С.Л., Смирнова Е.А., Устроев Г.И., Черненко А.С., Шашков А.Ю. // Измерение нейтронного излучения в перетяжке Z-пинча //Физика плазмы. 2006. Т. 32. № 7. С. 579.
38. Бакшаев Ю.Л., Брызгунов В.А., Вихрев В.В., Волобуев И.В., Данько С.А., Казаков Е.Д., Калинин Ю.Г., Королев В.Д., Клир Д., Мироненко-Маренков А.Д., Пименов В.Г., Смирнова Е.А., Устроев Г.И. // Физика плазмы. 2014. Т. 40. Вып. 6. С. 516.
39. Anan'ev S.S., Bakshaev Y.L., Bryzgunov V.A., Chernenko A.S., Danko S.A., Kazakov E.D., Klir D., Korolev V.D., Smirnova E.A., Ustroev G.I., Vikhrev V.V. // Nukleonika. 2012. V. 57. № 3. P. 333.
40. Вихрев В.В., Добряков А.В., Розанова Г.А., Юшманов П.Н. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 5. С. 584.
41. Бакшаев Ю.Л., Брызгунов В.А., Вихрев В.В., Волобуев И.В., Данько С.А., Казаков Е.Д., Калинин Ю.Г., Королев В.Д., Клир Д., Мироненко-Маренков А.Д., Пименов В.Г., Смирнова Е.А., Устроев Г.И. // Физика плазмы. 2014. Т. 40. № 6. С. 516.
42. Вихрев В.В., Мироненко-Маренков А.Д. // Физика плазмы. 2012. Т. 38. № 3. С. 251.
43. Александров В.В., Брызгунов В.А., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Волобуев И.В., Казаков Е.Д., Калинин Ю.Г., Королев В.Д., Лаухин Я.И., Медовщиков С.Ф., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Пименов В.Г., Смирнова Е.А., Устроев Г.И., Фролов И.Н. // Физика плазмы. 2016. Т. 42. № 4. С. 361.
44. Александров В.В., Брызгунов В.А., Волобуев И.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Казаков Е.Д., Калинин Ю.Г., Королев В.Д., Лаухин Я.И., Медовщиков С.Ф., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Пименов В.Г., Смирнова Е.А., Фролов И.Н. // Физика плазмы. 2016. Т. 42. № 4. С. 361.
45. Александров В.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Волобуев И.В., Казаков Е.Д., Калинин Ю.Г., Королев В.Д., Лаухин Я.И., Медовщиков С.Ф., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Устроев Г.И., Фролов И.Н. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. № 8. С. 673.
46. Александров В.В., Барсук В.А., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Зуакишвили Г.Г., Медовщиков С.Ф., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Сасоров П.В. // Физика плазмы. 2009. Т. 35. № 3. С. 229.

47. *Абрамов О.Н., Александров В.В., Волков Г.С., Волобуев И.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Жигалов Д.В., Калинин Ю.Г., Королев В.Д., Лаухин Я.Н., Медовицков С.Ф., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Смирнова Е.А., Фролов И.Н.* // Физика плазмы. 2020. Т. 46. № 10. С. 879.
48. *Александров В.В., Волков Г.С., Волобуев И.В., Грабовский Е.В., Грицук А.Н., Калинин Ю.Г., Королев В.Д., Лаухин Я.Н., Медовицков С.Ф., Митрофанов К.Н., Олейник Г.М., Пименов В.Г., Смирнова Е.А., Фролов И.Н.* // Физика плазмы. 2019. Т. 45. № 10. С. 36.
49. *Trostell B.* // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 1995. V. 362. P. 41.
50. *Бухаров А.В., Гиневский А.Ф., Чернышев В.П.* Препринт МЭИ № 17-17. М.: МЭИ, 2002.
51. *Бухаров А.В., Чернышев В.П., Чернецкий В.Д., Бюшер М.* Способ получения криогенной корпускулярной мишени и устройство для его осуществления. Патент РФ № 2298890. Заявка № 2005132792. 2005.
52. *Boukharov A. (RU), Büscher M. (DE).* Verfahren und Vorrichtung zur Kühlung eines Gases. Патент Германия № WO 2008/125078 А3. Заявка № 102007017212.7. 2007.
53. *Бухаров А.В., Боргс В., Афонасьев В.Н.* Препринт ИТЭФ № 9-05. М.: ИТЭФ, 2005.
54. *Бухаров А.В., Дмитриев А.С.* Криогенные корпускулярные мишени в энергетике. М.: Изд-во МЭИ, 2013.
55. *Boukharov A., Büscher M., Balanutsa V., Chernetsky V., Fedorets P., Maryshev I., Semenov A., Ginevskii A.* // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 174505-1.
56. *Бухаров А.В., Вишневецкий Е.В.* // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15. № 7 (219). С. 79.

К ВОПРОСУ О РОЛИ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ПЛАЗМЕ ЗАПЫЛЕННОЙ ЭКЗОСФЕРЫ ЛУНЫ

© 2022 г. С. И. Попель^{а, *}, А. П. Голубь^а, А. И. Кассем^{б, с}, Л. М. Зеленый^а

^а Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

^б Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Россия

^с Университет Мансура, Мансура, Египет

*e-mail: popel@iki.rssi.ru

Поступила в редакцию 24.01.2022 г.

После доработки 30.01.2022 г.

Принята к публикации 01.02.2022 г.

Изучается возможное влияние магнитного поля хвоста земной магнитосферы, а также магнитного поля в областях магнитных аномалий Луны на процессы формирования пылевой плазмы над Луной. Показано, что благодаря действию магнитных полей в хвосте магнитосферы Земли возможен перенос частиц заряженной пыли над лунной поверхностью на большие расстояния. Соответственно, пылевая плазма над освещенной Солнцем поверхностью Луны может существовать для всего диапазона лунных широт. Перенос пылевых частиц на большие расстояния за счет нескомпенсированной магнитной части силы Лоренца является новым качественным эффектом, не существующим в отсутствие магнитного поля. Магнитная часть силы Лоренца, действующей на пылевую частицу, для полей магнитных аномалий либо меньше, либо сопоставима с аналогичной силой, вычисленной для магнитных полей хвоста магнитосферы Земли на орбите Луны. Однако из-за существенной локализации областей магнитных аномалий их влияние на динамику заряженных пылевых частиц над Луной не приводит к новым качественным эффектам.

Ключевые слова: пылевая плазма, Луна, магнитные поля, магнитосфера Земли, области лунных магнитных аномалий

DOI: 10.31857/S0367292122200069

Одной из ключевых проблем физики пылевой плазмы в настоящее время является ее исследование в окрестностях Луны. В 2013 г. в Соединенных Штатах Америки была осуществлена миссия NASA LADEE (“Lunar Atmosphere and Dust Environment Explorer” – “Исследователь лунной атмосферы и пылевой среды”) [1], в рамках которой лунная пыль изучалась посредством наблюдений с орбиты. У поверхности Луны пыль изучалась в рамках миссии Китайской Народной Республики Chang'E-3 [2]. В России готовятся лунные миссии “Луна-25”, “Луна-26”, “Луна-27” (см., например, [3, 4]), в задачи которых входят исследования свойств пыли и пылевой плазмы над лунной поверхностью и на орбите вокруг Луны. Проект Международной лунной исследовательской станции (International Lunar Research Station), в котором участвуют, в частности, китайские и российские ученые, также предполагает исследования лунной пыли.

Соответственно проводятся и теоретические исследования, в рамках которых обычно в качестве пылевой компоненты над поверхностью Луны рассматривают частицы лунного реголита [6],

поднятые либо в результате электростатических процессов (см., например, [7–13]), либо вследствие ударов метеороидов [14–16]. И те, и другие пылевые частицы вносят вклад в “запыленную” экзосферу Луны. Наиболее “мощная” плазменно-пылевая экзосфера сосредоточена над обращенной к Солнцу стороной Луны, которая находится под действием солнечного ветра и излучения. В ней важную роль приобретает фотоэффект, за счет которого освещенная солнечным светом поверхность Луны приобретает положительный заряд [17]. В результате пылевая плазма над освещенной стороной Луны содержит электроны и ионы солнечного ветра, левитирующие пылевые частицы, фотоэлектроны, поступающие в экзосферу в результате фотоэмиссии с лунной поверхности и с поверхностей левитирующих пылевых частиц.

При рассмотрении пылевой плазмы над лунной поверхностью, как правило, не учитывают магнитные поля, которые считаются малыми и поэтому не влияющими на динамические процессы в пылевой плазме. Действительно, около четверти своей орбиты Луна находится в хвосте магнитосферы Земли [13], где типичные магнит-

ные поля характеризуются значениями магнитной индукции порядка 10^{-5} – 10^{-4} Гс [18, 19]. Кроме того, на Луне имеются так называемые области магнитных аномалий, связанные с магнитным веществом в лунной коре. Измерения приповерхностных магнитных полей на видимой стороне Луны, выполненные в рамках миссий Аполлон 12, 14, 15 и 16, составили соответственно 3.8×10^{-4} , 1.03×10^{-4} , 3×10^{-5} и 3.27×10^{-3} Гс [20]. Более того, из спутниковых измерений известно [21], наибольшие (для Луны) магнитные поля присутствуют на невидимой стороне Луны. Считается, что эти поля определяют лимбовые возмущения солнечного ветра. Теоретические исследования магнитных полей у Луны посвящены, в основном, выявлению причин возникновения магнитных полей у Луны (см., например, [22–24]).

Луна движется по орбите со скоростью около 1 км/с [11]. Таким образом, с учетом того, что пылевая плазма у Луны “привязана” к ее поверхности, возникает относительная скорость движения заряженных пылевых частиц по отношению к магнитным силовым линиям поля магнитосферы Земли, имеющая порядок 1 км/с. Следовательно, несмотря даже на небольшие значения индукции магнитного поля у Луны возможно появление довольно ощутимой (из-за больших значений относительной скорости) магнитной части силы Лоренца, действующей на пылевую частицу. Схематически движение Луны в хвосте земной магнитосферы, вектор индукции магнитного поля \mathbf{B} , скорость пылевой частицы \mathbf{v}_d , а также магнитная часть силы Лоренца \mathbf{F}_L показаны на рис. 1.

Целью настоящей работы является выявление возможного влияния магнитного поля хвоста земной магнитосферы, а также магнитного поля в областях магнитных аномалий на процессы формирования пылевой плазмы над Луной.

Приповерхностная пылевая плазма у Луны довольно разрежена [3, 7], поэтому влиянием соседних пылевых частиц друг на друга можно пренебречь. Таким образом, динамика заряженной пылевой частицы над поверхностью Луны определяется уравнением, описывающим второй закон Ньютона, в котором учтены электростатическая и магнитная части силы Лоренца, а также сила тяжести

$$m_d \frac{d^2 \mathbf{r}_d}{dt^2} = q_d \mathbf{E} + \frac{q_d}{c} \mathbf{v}_d \times \mathbf{B} + m_d \mathbf{g}_0. \quad (1)$$

Здесь m_d – масса пылевой частицы, \mathbf{r}_d – ее радиус-вектор, \mathbf{E} – электрическое поле, q_d – заряд пылевой частицы, c – скорость света, \mathbf{g}_0 – ускорение свободного падения вблизи лунной поверхности. При этом плазма, окружающая пылевую частицу, влияет на параметры, содержащиеся в правой части уравнения (1), и прежде всего на заряд пыле-

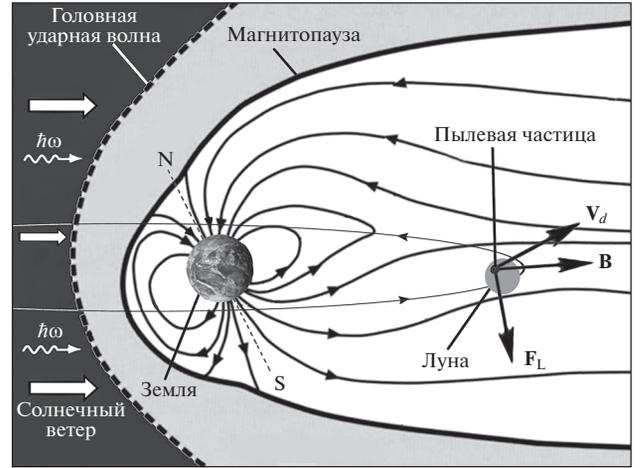


Рис. 1. Схематическое изображение движения Луны в хвосте магнитосферы Земли. Лунная орбита изображена тонкой линией; стрелки на лунной орбите показывают направление движения Луны. Также изображены солнечный ветер и фотоны солнечного излучения ($h\omega$).

вой частицы. Уравнение, описывающее ее зарядку, имеет вид

$$\frac{dq_d}{dt} = I_e(q_d) + I_i(q_d) - I_{ph}(q_d) + I_{e,ph}(q_d), \quad (2)$$

где $I_e(q_d)$ и $I_i(q_d)$ – микроскопические токи электронов и ионов солнечного ветра на пылевую частицу, $I_{ph}(q_d)$ – фототок электронов с пылевой частицы, обусловленный взаимодействием ее поверхности с солнечным излучением, $I_{e,ph}(q_d)$ – ток фотоэлектронов, окружающих пылевую частицу, на нее. Выражения для указанных токов имеют вид

$$I_e \approx -\pi a^2 e n_{eS} \sqrt{\frac{8T_{eS}}{\pi m_e}} \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{eS}} \right), \quad (3)$$

$$I_i \approx \pi a^2 e n_{iS} \sqrt{\frac{T_{iS}}{2\pi m_i}} \frac{u_{Ti}}{u_i} \times \left\{ \frac{u_i + u_0}{u_{Ti}} \exp\left(-\frac{(u_i - u_0)^2}{2u_{Ti}^2}\right) + \frac{u_i - u_0}{u_{Ti}} \exp\left(-\frac{(u_i + u_0)^2}{2u_{Ti}^2}\right) \right\} + \quad (4)$$

$$+ \pi a^2 e n_{iS} \sqrt{\frac{T_{iS}}{4m_i}} \frac{u_{Ti}}{u_i} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{u_i + u_0}{\sqrt{2}u_{Ti}}\right) + \operatorname{erf}\left(\frac{u_i - u_0}{\sqrt{2}u_{Ti}}\right) \right\} \left(1 + \frac{2Z_d e^2}{a T_{iS}} + \frac{u_i^2}{u_{Ti}^2} \right),$$

$$I_{ph} \approx -\pi a^2 e N_0 \sqrt{\frac{T_{e,ph}}{2\pi m_e}} \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph}} \right) \exp\left(-\frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph}}\right), \quad (5)$$

$$I_{e,ph} \approx -\pi a^2 e n_{e,ph} \sqrt{\frac{8T_{e,ph}}{\pi m_e}} \left(1 + \frac{Z_d e^2}{a T_{e,ph}}\right). \quad (6)$$

Здесь a – размер пылевой частицы, Z_d – ее зарядовое число ($q_d = Z_d e$), e – элементарный заряд, $n_{e(i)S}$ – концентрация электронов (ионов) солнечного ветра, $T_{e(i)S}$ – температура электронов (ионов) солнечного ветра, $m_{e(i)}$ – масса электрона (иона), $u_0 = \sqrt{2Z_d e^2 / a m_i}$, $u_{Ti} = \sqrt{T_{iS} / m_i}$ – тепловая скорость ионов солнечного ветра, u_i – скорость солнечного ветра, $T_{e,ph}$ – температура фотоэлектронов, N_0 – концентрация фотоэлектронов у поверхности Луны на экваторе, а $n_{e,ph}$ – концентрация фотоэлектронов в зависимости от высоты над лунной поверхностью для данной лунной широты. Выражения (3)–(6) справедливы для случая положительных зарядов пылевых частиц. Выражение (5) для тока I_{ph} не содержит множителя, содержащего характеристики спектров излучения, что оказывается возможным в ситуации, когда поверхности пылевых частиц и поверхности Луны имеют одинаковую работу выхода фотоэлектронов W . В этой ситуации указанный множитель удастся выразить через значение N_0 .

При решении уравнений (1), (2) необходимо учитывать следующее выражение для вертикальной компоненты электрического поля E , формируемого заряженной поверхностью Луны, в зависимости от высоты h над ее поверхностью:

$$E(h, \theta) = \frac{2T_{e,ph}}{e} \frac{\sqrt{\cos \theta / 2}}{\lambda_D + h \sqrt{\cos \theta / 2}}, \quad (7)$$

где λ_D – дебаевский радиус фотоэлектронов у поверхности Луны, θ – угол между местной нормалью и направлением на Солнце. Отметим, что угол θ для гладкой лунной поверхности (без холмов и впадин) примерно равен лунной широте. Это вызвано тем, что угол, образованный осью Луны и плоскостью эклиптики, составляет всего 1.5424° .

Выражение (7) получено в результате совместного решения кинетического уравнения для фотоэлектронов и уравнения Пуассона. Зависимость электрического поля от угла θ в выражении (7) обусловлена изменением числа фотонов, которые поглощаются единицей поверхности Луны, в зависимости от угла θ . Распределение электрического поля, аналогичное (7), получено в работах [25–27].

Для параметров плазмы у поверхности Луны слагаемое $q_d \mathbf{E}$ в правой части уравнения (1), по крайней мере, на 5 порядков величины превосходит второе слагаемое $(q_d / c) \mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$. На первый взгляд, данный факт указывает на оправданность

подходов, в которых плазменно-пылевая система над Луной изучается без учета магнитных полей. Однако подобное рассмотрение в предположении гладкой (плоской в определенной изучаемой окрестности) поверхности Луны, а также с учетом только электростатической и гравитационной сил, действующих на пылевую частицу, позволяет объяснить подъем пылевых частиц только в весьма ограниченной области углов θ ($|\theta| > \theta_0$), где θ_0 , определяется из соотношения [27]

$$\sqrt{\cos \theta_0} |\ln(4 \cos \theta_0)| = \frac{8\sqrt{2}\pi^2 a^2 \rho^2 G R_M \lambda_D}{9} \left(\frac{e}{T_{e,ph}}\right)^2, \quad (8)$$

где ρ – плотность лунного реголита, G – универсальная гравитационная постоянная, R_M – радиус Луны. Если ограничиться рассмотрением пылевых частиц с размерами не более 1 мкм (т.е. частиц, характерных для приповерхностного слоя над освещенной Солнцем поверхности Луны [3, 7]), то получаем, что θ_0 не превосходит 76.14° . Причина вышеуказанного ограничения заключается в следующем. Движение пылевых частиц определяется конкуренцией противоположно направленных электростатической и гравитационной сил. Подъем пылевой частицы возможен только тогда, когда электростатическая сила больше силы тяжести у поверхности Луны. Электростатическая сила определяется зарядом пылевой частицы q_d , на который существенное влияние оказывает концентрация фотоэлектронов. В свою очередь, концентрация фотоэлектронов уменьшается с увеличением $|\theta|$. При значениях $|\theta|$, меньших критического, высокая концентрация фотоэлектронов, окружающих пылевую частицу, не позволяет этой частице приобрести большой положительный заряд, достаточный для преобладания электростатической силы над гравитационной. В результате пылевая частица не может подняться над поверхностью Луны.

Таким образом, в рамках модели, учитывающей только электростатическую и гравитационную силы, действующие на пылевую частицу, а также рассматривающую гладкую поверхность Луны (т.е. не учитывающую реальный профиль поверхности), возникновение пылевой плазмы возможно только в области углов $|\theta| > \theta_0$. Однако учет магнитного поля хвоста магнитосферы Земли в корне меняет ситуацию. Как уже отмечалось, примерно четверть лунной орбиты проходит через хвост магнитосферы Земли. Если не учитывать наклон оси и наклонение орбиты к плоскости эклиптики как для Земли, так и для Луны, то примерно на одной восьмой лунной орбиты магнитная часть силы Лоренца, действующая на положительно заряженную пылевую частицу имеет составляющую, направленную вдоль поверхности Луны в сторону ее Южного полюса (ситуация,

показанная на рис. 1 и рассмотренная ниже). После этого магнитное поле и магнитная часть силы Лоренца меняют свое направление на противоположное. Движение положительно заряженной пылевой частицы происходит над освещенной Солнцем частью Луны и возможен ее выход из области $\theta > \theta_0$. Если положительно заряженная пылевая частица после попадания в хвост магнитосферы Земли достигает Южного полюса Луны (за время, за которое Луна проходит одну восьмую часть своей орбиты), и, соответственно, перемещается на неосвещенную сторону Луны, она упадет. Если нет, то после того, как Луна пройдет одну восьмую часть своей орбиты, магнитная часть силы Лоренца будет действовать в противоположном (северном) направлении, и пылевая частица (после ее движения по инерции в течение некоторого времени) также изменит направление своего движения.

В расчетах предполагаем, что существует баланс между электростатической и гравитационной силами в уравнении (1), т.е. частица левитирует на определенной высоте, а также пренебрегаем наклоном оси и наклоном орбиты к плоскости эклиптики как для Земли, так и для Луны. Тогда, определяя $t = 0$ как момент времени, соответствующий входу Луны в хвост магнитосферы Земли, рассматриваем вектор индукции магнитного поля в окрестности Луны в направлении с севера на юг при $0 < t < 82$ ч и в направлении с юга на север при $82 < t < 164$ ч. На рис. 2 представлены величины, характеризующие движение пылевых частиц различных размеров, левитирующих над лунной поверхностью, под действием магнитного поля Земли для различных моментов отрыва пылевых частиц от лунной поверхности (и, соответственно, начала левитации), $n_{eS} = n_{iS} = 8.7 \text{ см}^{-3}$, $T_{eS} = 12 \text{ эВ}$, $T_{iS} = 6 \text{ эВ}$, $u_i = 468 \text{ км/с}$, $|\mathbf{B}| = 10^{-4} \text{ Гс}$, $\mathcal{W} = 6 \text{ эВ}$, $T_{e,ph} = 1.9 \text{ эВ}$, $N_0 = 2.9 \times 10^2 \text{ см}^{-3}$. Данные значения $T_{e,ph}$ и N_0 (см. [3]) соответствуют солнечному максимуму и квантовому выходу лунного реголита, приведенному в [28].

Из рис. 2 видно, что благодаря действию магнитных полей в хвосте магнитосферы Земли возможен перенос частиц заряженной пыли над лунной поверхностью на большие расстояния и, соответственно, пылевая плазма над освещенной Солнцем поверхностью Луны может существовать для всего диапазона лунных широт (от -90° до 90°). Перенос пылевых частиц из области лунных широт, прилегающих к лунным полюсам ($|\theta| > 76^\circ$), к экватору Луны за счет нескомпенсированной магнитной части силы Лоренца является новым качественным эффектом, не существующим в отсутствие магнитного поля. Отметим, что перенос пылевых частиц сопровождается из-

менениями их зарядов. Данный факт нашел отражение на рис. 3, на котором изображены временные зависимости зарядового числа Z_d пылевых частиц радиуса 0.1 мкм в ситуациях, соответствующих различным моментам отрыва пылевых частиц от лунной поверхности. Изменение заряда пылевых частиц связано, в частности, с тем, что количество фотоэлектронов, окружающих пылевую частицу и влияющих на ее заряд, зависит от угла θ . Кроме того, на заряд частицы влияет высота, на которой пылевая частица находится. В процессе переноса высота меняется.

Что касается влияния магнитных полей в областях магнитных аномалий, как показывают приведенные выше данные, они на один-два порядка могут превосходить существующие на орбите Луны магнитные поля магнитосферы Земли. Более того, на основе анализа возможных механизмов происхождения лунных магнитных аномалий, можно оценить максимально возможные магнитные поля у лунной поверхности. На рис. 4 приведена расчетная зависимость от времени индукции магнитного поля у лунной поверхности, формируемого в рамках механизма, связанного с ударом космического тела о поверхность Луны [22]. При этом возникают крупномасштабные потоки жидкости в лунном ядре, возбуждаемые приливным искажением границы ядра и мантии, что приводит в действие механизм лунного динамо. Предсказанная в рамках данного механизма напряженность поверхностного магнитного поля составляет порядка 10^{-2} Гс , что согласуется с палеомагнитными измерениями [29], а длительность этих полей достаточна для объяснения центральных магнитных аномалий, связанных с несколькими большими ударными бассейнами на Луне.

Для анализа влияния магнитных полей в областях магнитных аномалий на эволюцию плазменно-пылевой системы важным является тот факт, что как магнитное поле, так и пылевая плазма в рассматриваемой ситуации “привязаны” к поверхности Луны. Скорость, входящая в магнитную часть силы Лоренца в этом случае, имеет порядок величины u_d , представленной на рис. 2, т.е. $\sim 10 \text{ м/с}$ в отличие от ситуации магнитного поля магнитосферы Земли, где скорость движения пылевой частицы относительно магнитного поля $\sim 1 \text{ км/с}$. Таким образом, магнитная часть силы Лоренца, действующей на пылевую частицу, для полей магнитных аномалий либо меньше, либо сопоставима с аналогичной силой, вычисленной для магнитных полей хвоста магнитосферы Земли на орбите Луны. При этом магнитные поля в областях магнитных аномалий могут приводить к изменениям траекторий пылевых частиц, отклоняя их от приведенных на рис. 2. Поскольку характерные размеры областей магнитных аномалий составляют всего несколько десятков кило-

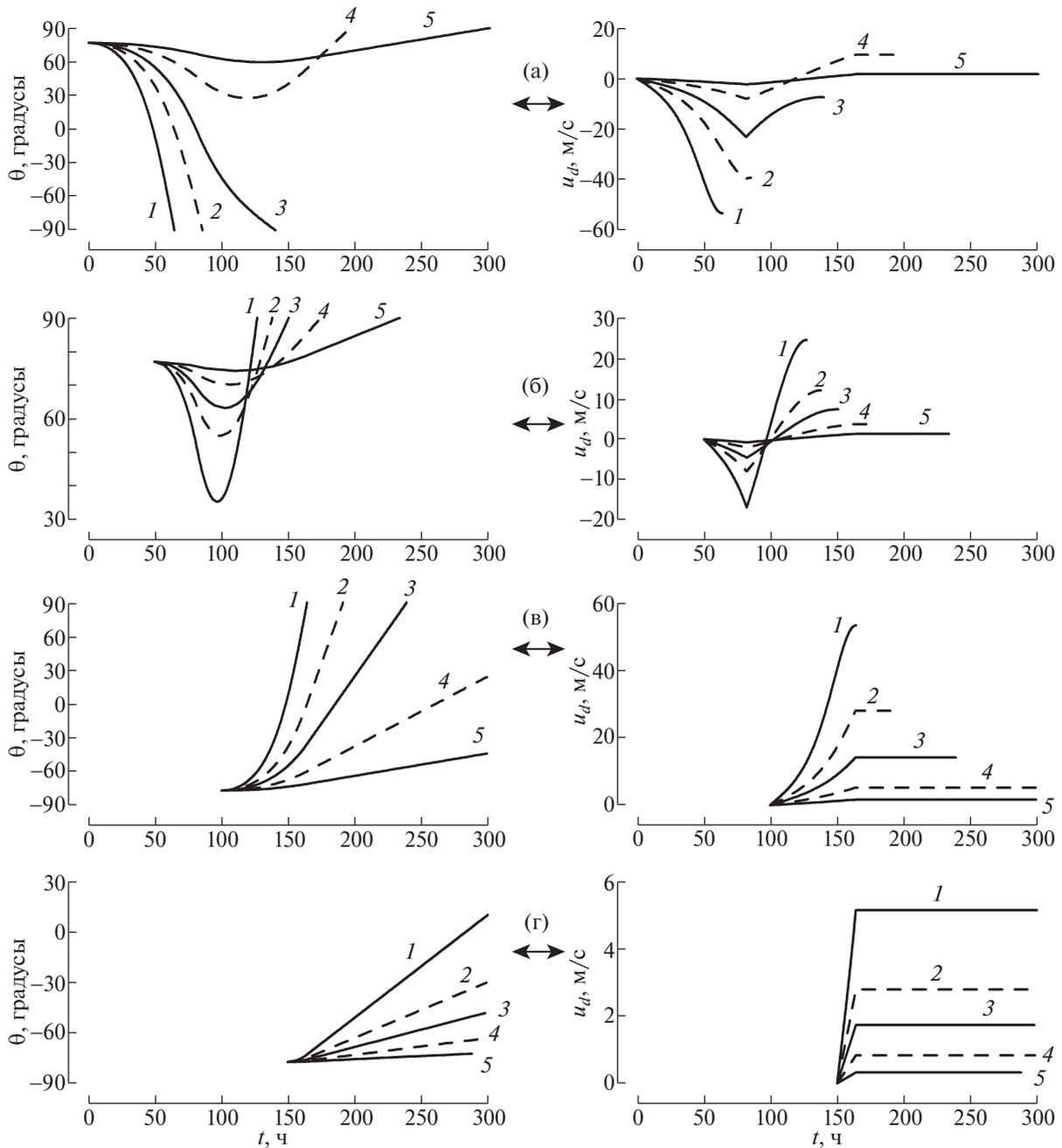


Рис. 2. Зависимости от времени t угловой координаты θ и компоненты скорости u_θ пылевой частицы вдоль лунной поверхности. Момент времени $t = 0$ соответствует входу Луны в хвост магнитосферы Земли. Кривые 1, 2, 3, 4, и 5 характеризуют пылевые частицы, радиусы которых соответственно равны 0.03, 0.04, 0.05, 0.07, и 0.1 мкм. Приведены результаты для различных моментов отрыва пылевых частиц от лунной поверхности: 0 (а), 50 (б), 100 (в), и 150 ч (г).

метров (см., например, [22]), общая тенденция движения пылевых частиц, показанная на рис. 2, сохраняется.

Итак, благодаря действию магнитных полей в хвосте магнитосферы Земли возможен перенос частиц заряженной пыли над лунной поверхностью на большие расстояния. Соответственно, пылевая плазма над освещенной Солнцем поверхностью Луны может существовать для всего

диапазона лунных широт. Перенос пылевых частиц на большие расстояния за счет нескомпенсированной магнитной части силы Лоренца является новым качественным эффектом, не существующим в отсутствие магнитного поля. Магнитная часть силы Лоренца, действующей на пылевую частицу, для полей магнитных аномалий либо меньше, либо сопоставима с аналогичной силой, вычисленной для магнитных полей хвоста магнитосферы Земли на орбите Луны. Однако из-

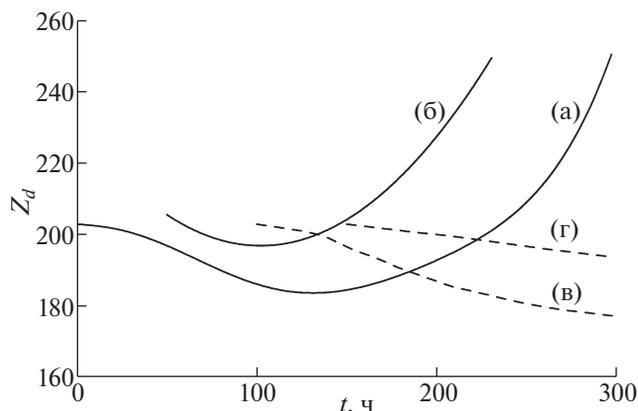


Рис. 3. Зависимости зарядового числа Z_d пылевых частиц радиуса 0.1 мкм от времени в ситуациях, соответствующих различным моментам отрыва пылевых частиц от лунной поверхности: 0 (а), 50 (б), 100 (в) и 150 ч (г). Момент времени $t = 0$ соответствует входу Луны в хвост магнитосферы Земли.

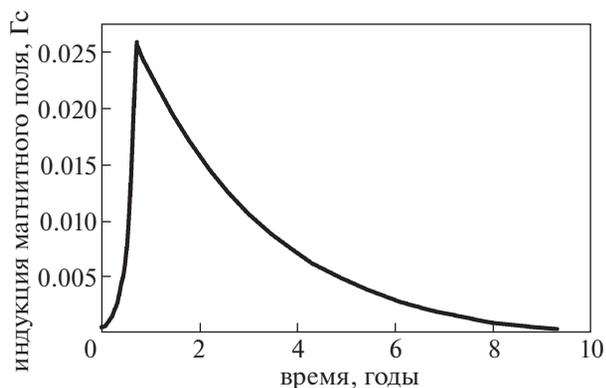


Рис. 4. Расчетная зависимость от времени индукции магнитного поля у поверхности Луны [22], формируемого в результате запуска лунного динамо вследствие удара о поверхность Луны космического тела.

за существенной локализации областей магнитных аномалий их влияние на динамику заряженных пылевых частиц над Луной не приводит к новым качественным эффектам.

Один из авторов (А.И. Кассем) благодарен Министерству высшего образования Египта за поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Horányi M., Sternovsky Z., Lankton M., Dumont C., Gagnard S., Gathright D., Grün E., Hansen D., James D., Kempf S., Lamprecht B., Srama R., Szalay J.R., Wright G. // *Space Sci. Rev.* 2014. V. 185. P. 93.
2. Li D., Wang Y., Zhang H., Wang X., Wang Y., Sun Z., Zhuang J., Li C., Chen L., Zhang H., Zou X., Zong C., Lin H., Ma J., Li X., Cui X., Yao R., Wang X., Gao X., Yang Sh., Wang X., Zhang B. // *Geophys. Res. Lett.* 2020. V. 47. P. e2020GL089433.
3. Popel S.I., Zelenyi L.M., Golub' A.P., Dubinskii A.Yu. // *Planet. Space Sci.* 2018. V. 156. P. 71.
4. Зеленый Л.М., Попель С.И., Захаров А.В. // *Физика плазмы.* 2020. Т. 46. С. 441.
5. Захаров А.В., Зеленый Л.М., Попель С.И. // *Астрон. вестн.* 2020. Т. 54. С. 483.
6. Colwell J.E., Batiste S., Horányi M., Robertson S., Sturtevant S. // *Rev. Geophys.* 2007. V. 45. P. RG2006.
7. Попель С.И., Копнин С.И., Голубь А.П., Дольников Г.Г., Захаров А.В., Зеленый Л.М., Извекова Ю.Н. // *Астрон. вестн.* 2013. Т. 47. С. 455.
8. Popel S.I., Morfill G.E., Shukla P.K., Thomas H. // *J. Plasma Phys.* 2013. V. 79. P. 1071.
9. Popel S.I., Zelenyi L.M., Atamaniuk B. // *Phys. Plasmas.* 2015. V. 22. P. 123701.
10. Морозова Т.И., Копнин С.И., Попель С.И. // *Физика плазмы.* 2015. Т. 41. С. 867.
11. Попель С.И., Морозова Т.И. // *Физика плазмы.* 2017. Т. 43. С. 474.
12. Izvekova Yu.N., Morozova T.I., Popel S.I. // *IEEE Transactions on Plasma Science.* 2018. V. 46. P. 731.
13. Popel S.I., Kassem A.I., Izvekova Yu.N., Zelenyi L.M. // *Phys. Lett. A.* 2020. V. 384. P. 126627.
14. Попель С.И., Голубь А.П., Лисин Е.А., Извекова Ю.Н., Атаманиук Б., Дольников Г.Г., Захаров А.В., Зеленый Л.М. // *Письма в ЖЭТФ.* 2016. Т. 103. С. 641.
15. Попель С.И., Голубь А.П., Зеленый Л.М., Хораньи М. // *Письма в ЖЭТФ.* 2017. Т. 105. С. 594.
16. Голубь А.П., Попель С.И. // *Астрон. вестн.* 2021. Т. 55. С. 393.
17. Walbridge E. // *J. Geophys. Res.* 1973. V. 78. P. 3668.
18. Hones Jr. E.W. // *Aust. J. Phys.* 1985. V. 38. P. 981.
19. Harada Y. *Interactions of Earth's Magnetotail Plasma with the Surface, Plasma, and Magnetic Anomalies of the Moon.* Japan: Springer, 2015.
20. Dyal P., Parkin C.W., Daily W.D. // *Rev. Geophys.* 1974. V. 12. P. 568.
21. Coleman Jr. P.J., Schubert G., Russell C.T., Sharp L.R. // *Moon.* 1972. V. 4. P. 419.
22. Le Bars M., Wicczorek M.A., Karatekin Ö, Cébron D., Laneville M. // *Nature.* 2011. V. 479. P. 215.
23. Wicczorek M.A., Weiss B.P., Stewart S.T. // *Science.* 2012. V. 335. P. 1212.
24. Wicczorek M.A. // *J. Geophys. Res.: Planets.* 2018. V. 123. P. 291.
25. Grard R.J.L., Tunaley J.K.E. // *J. Geophys. Res.* 1971. V. 76. P. 2498.
26. Колесников Е.К., Мануйлов А.С. // *Астрономический журнал.* 1982. Т. 59. С. 996.
27. Колесников Е.К., Яковлев А.Б. // *Астрономический вестник.* 1997. Т. 31. С. 70.
28. Willis R.F., Anderegg M., Feuerbacher B., Fitton B. // *Photon and Particle Interactions With Surfaces in Space* / Eds. R. J. L. Grard and D. Reidel. Dordrecht, 1973. P. 389.
29. Garrick-Bethell I., Weiss B.P., Shuster D.L., Buz J. // *Science.* 2009. V. 323. P. 356.

ДИНАМИКА ЗАРЯЖЕННЫХ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В ОГРАНИЧЕННЫХ КЛАСТЕРНЫХ СИСТЕМАХ

© 2022 г. О. С. Ваулина*

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва, Россия

*e-mail: olga.vaulina@bk.ru

Поступила в редакцию 27.01.2022 г.

После доработки 05.02.2022 г.

Принята к публикации 10.02.2022 г.

Представлены результаты численного исследования динамики ограниченных ансамблей заряженных пылевых частиц в потенциальном поле электростатической ловушки. Моделирование выполнялось для кластерных систем, состоящих до тысячи частиц с кулоновским взаимодействием, в широком диапазоне параметров, близких к условиям лабораторных экспериментов в газоразрядной плазме. Выполнено сравнение процессов диффузии частиц в протяженных и ограниченных системах.

Ключевые слова: комплексная плазма, динамика заряженных пылевых частиц, ограниченные кластерные ансамбли, процессы диффузии частиц в ограниченных системах

DOI: 10.31857/S0367292122200057

1. ВВЕДЕНИЕ

Броуновское движение в системах взаимодействующих частиц широко распространено в природе и наблюдается, например, в биологических и коллоидных растворах, в плазме продуктов сгорания, в атмосфере Земли и т.д. [1–4]. Однако на настоящий момент аналитические модели для броуновской динамики частиц разработаны только для двух простейших случаев: невзаимодействующие частицы; и одиночная заряженная частица, движение которой ограничено потенциальным полем ловушки. Анализ этих задач не позволяет исследовать влияние числа N взаимодействующих частиц на характер их броуновского движения. Для этой цели широко используется численное моделирование.

Большинство работ, посвященных численному исследованию свойств комплексной (пылевой) плазмы, опираются на решение уравнений Ланжевена для пылевых частиц с некоторой эффективной температурой T большей, чем температура T_n окружающего их нейтрального газа [1–3]. Данное обстоятельство связано с тем, что стохастическая энергия пылевых частиц (их “кинетическая температура” T) в таких условиях может достигать ~ 0.3 – 10 эВ, что значительно выше T_n . Механизмы “аномального разогрева” пылевых частиц обычно связывают с временными и/или пространственными изменениями их зарядов в объеме неоднородной плазмы [1]. (Флуктуации зарядов пылевых частиц, вызванные случайной

природой ионных и электронных токов, заряжающих эти частицы, присущи любым типам комплексной плазмы.)

Экспериментальный, теоретический и численный анализ теплового движения взаимодействующих пылевых частиц в протяженных и ограниченных ансамблях, формирующихся в газоразрядной плазме, представлены в работах [5–11]. Отметим, что в тлеющих разрядах (как переменного, так и постоянного токов) в центре газоразрядных камер наблюдается некоторое превышение концентрации ионов плазмы над ее электронной концентрацией [12]. Данное обстоятельство приводит к формированию эффективных ловушек для отрицательно заряженных частиц пыли [1–3]. В отличие от плазмы высокочастотного емкостного разряда, где зачастую формируются слоистые пылевые структуры, объемные облака заряженных пылевых частиц обычно наблюдаются в стратах тлеющего разряда постоянного тока, или в индукционных высокочастотных разрядах [1, 13–20].

Тем не менее, несмотря на большое количество работ по исследованию динамики заряженных частиц в потенциальных полях электрических ловушек, ряд вопросов на настоящий момент остается невыясненным. Например, оптимальные условия экспериментов необходимые для определения параметров пылевых частиц (например, их зарядов) и градиентов ловушки, а также сравнение динамических характеристик ча-

стиц для случаев протяженных и ограниченных систем.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования динамики ограниченных ансамблей заряженных частиц в потенциальном поле электростатической ловушки. Моделирование проводилось в широком диапазоне параметров близких к условиям лабораторных экспериментов с пылевой плазмой в газовых разрядах.

2. ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ И СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим движение одной заряженной частицы с массой M и зарядом Q в поле гармонической ловушки с характерной частотой $\omega_0 = (Q\alpha/M)^{1/2}$ под воздействием случайной силы F_b , которая является источником стохастической (тепловой) энергии частиц; здесь $\alpha \equiv \alpha_x = dE_x/dx$ – величина градиента внешнего электрического поля E_x , ловушки в направлении оси x . Средний квадрат отклонений $\langle x^2(t) \rangle$ такой частицы для одной степени свободы от ее начального положения за время t и автокорреляционная функция скорости $\langle V_x(0)V_x(t) \rangle$ могут быть представлены в форме [1, 5]

$$\langle x^2(t) \rangle = \frac{2T}{M\omega_0^2} \left[1 - e^{-v_{fr}t/2} \left(\text{ch}(v_{fr}t\psi) + \frac{\text{sh}(v_{fr}t\psi)}{2\psi} \right) \right], \quad (1)$$

$$\langle V_x(0)V_x(t) \rangle = \frac{T}{M} \left[1 - e^{-v_{fr}t/2} \left(\text{ch}(v_{fr}t\psi) - \frac{\text{sh}(v_{fr}t\psi)}{2\psi} \right) \right]. \quad (2)$$

Здесь и далее T – температура частиц в энергетических единицах, v_{fr} – коэффициент трения частиц, $\psi = (1 - 4\xi^2)^{1/2}/2$, $\xi = \omega_0/v_{fr}$, а угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по всем отрезкам времени, равным t . (При условии $1 < 4\xi^2$, $\psi = (4\xi^2 - 1)^{1/2}/2$, а функции ch и sh переходят в \cos и \sin соответственно.) С ростом времени при $t \rightarrow \infty$ величина $\langle x^2(t) \rangle \rightarrow 2T/(M\omega_0^2)$.

Формула (2) может быть получена как независимым путем, так и из соотношения

$$\langle V_x(0)V_x(t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{d^2 \langle x^2(t) \rangle}{dt^2}. \quad (3)$$

Отметим, что соотношение (3) имеет место как для одной частицы в ловушке, так и для протяженных систем различной конфигурации [5, 6].

Для анализа теплового движения заряженных пылевых частиц удобно использовать отношение

функции массопереноса $D(t) = \langle x^2(t) \rangle / 2t$ к коэффициенту диффузии $D_0 = T/(v_{fr}M)$ невзаимодействующих частиц: $D(t)/D_0$. Легко увидеть, что на малых временах наблюдения, $v_{fr}t \ll (1 + \xi)$, для частицы в ловушке характерен баллистический режим движения ($\langle x^2(t) \rangle \approx Tt^2/M$, $D(t) = \langle x^2(t) \rangle / 2t \propto t$), как и в случае невзаимодействующих частиц, см. рис. 1а. Численный анализ показывает, что максимум функции $D(t)$ наблюдается в диапазоне времен, соответствующем $\omega_0 t$ от 1 до 2 вне зависимости от величины v_{fr} (см. рис. 1б).

Для описания физических свойств исследуемых структур введем также параметр $\Gamma = Q^2 n^{1/3} / T \equiv Q^2 / l_p T$, где $n = l_p^{-3}$ – концентрация частиц, а l_p – среднее расстояние между ними. При этом в линейном электрическом поле $n \approx 3\alpha / (4\pi Q)$, а $l_p \approx (4\pi Q / 3\alpha)^{1/3}$. Тогда для оценки радиуса ограниченной структуры имеет место соотношение $R \approx (3N / 4\pi n)^{1/3}$, где N – число частиц в системе. Реальный (эффективный) радиус ансамбля будет несколько увеличиваться с ростом температуры частиц.

Эволюция среднеквадратичного смещения $D(t)$ в однородных и протяженных неидеальных системах исследовалась численно в работах [9, 11] для частиц, взаимодействующих посредством экранированного кулоновского потенциала (типа Юкавы)

$$U = Q^2 \exp(-r/l) / r. \quad (4)$$

Здесь r – расстояние между двумя заряженными частицами, λ – длина экранирования, $\kappa = l_p / \lambda$ – параметр экранирования, а l_p – среднее межчастичное расстояние. (Для моделирования таких систем использовались периодические граничные условия [1, 2].)

Анализ численных исследований для протяженных трехмерных систем с экранированным кулоновским потенциалом [9–11], показывает, что при $\kappa = l_p / \lambda < 6$ за их равновесные характеристики отвечают два безразмерных параметра: $\Gamma^* = Q^2(1 + \kappa + \kappa^2/2) \exp(-\kappa) / (Tl_p)$ и $\xi^* = \omega^* / v_{fr}$; здесь $\omega^* = Q[(1 + \kappa + \kappa^2/2) \exp(-\kappa) / (\pi M l_p^3)]^{1/2}$. Значение данных параметров, совместно с температурой частиц, определяет пространственную корреляцию, точки фазовых переходов и процессы переноса (диффузию, вязкость) в рассматриваемых системах при условии $20 < \Gamma^* < \Gamma_c^* \approx 106$; здесь Γ_c^* соответствует точке их кристаллизации [10, 11]. Отметим, что при $\kappa < 1$ величина $\Gamma^* \approx G \equiv Q^2 / l_p T$, а $\omega^* = Q / (\pi M l_p^3)^{1/2}$. Расчеты показывают, что диффузионный режим движения

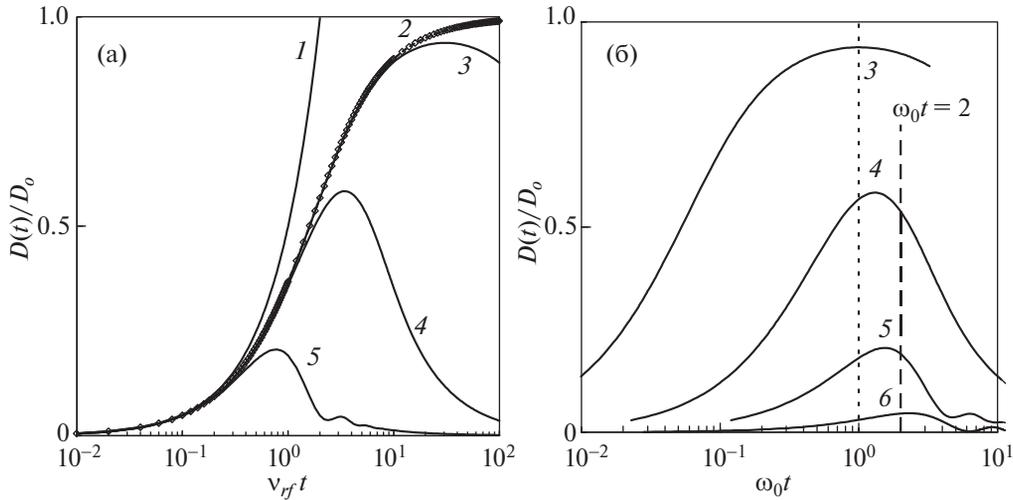


Рис. 1. Зависимость функций $D(t)/D_0$ от $v_{fr}t$ (а) и от ω_0t (б): 1 – баллистический режим, $D(t) \propto t$; 2 – невзаимодействующие частицы [4, 5]; гармонический осциллятор (1) при различных параметрах ξ : 3 – 0.033; 4 – 0.38; 5 – 3; 6 – 15.

частиц в таких структурах наблюдается для времен $t \gg 1/\omega^*$, когда их коэффициент диффузии $D(t) \rightarrow D_c = \text{const}$.

Принимая во внимание ограниченный (конечный) размер структур, исследуемых в настоящей работе, наблюдать диффузионный режим движения частиц возможно только в диапазоне времен $t_R \gg t \gg 1/\omega_0$, где величина t_R определяется размером кластера R , температурой частиц T и характерными частотами (ω_0, v_{fr}):

$$t_R \sim R^2 M (\omega_0 + v_{fr}) / T. \quad (5)$$

Результаты моделирования динамики ограниченных ансамблей заряженных частиц в электростатической ловушке представлены в следующем разделе. Расчеты проводились в широком диапазоне параметров $\xi \sim 0.15-15$, соответствующих условиям наблюдения пылевых структур в плазме газовых разрядов [1–3]: диаметр частиц $\sim 1-10$ мкм; $l_p \sim 500-1000$ мкм; $T \sim 0.03-10$ эВ; давление буферного газа $\sim 0.1-0.01$ Торр.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численное моделирование динамики систем заряженных частиц в линейной и изотропной электростатической ловушке ($\alpha \equiv \alpha_x = \alpha_y = \alpha_z$) выполнялось методом молекулярной динамики Ланжевена. Расчеты проводились для ансамблей, состоящих из $N = 50, 150, 450$ и 900 частиц. Техника моделирования подробно описана в работах [1, 2]. Шаг интегрирования составлял от $\Delta t \cong (40 \max[\omega_0; v_{fr}])^{-1}$ до $\Delta t \cong (100 \max[\omega_0; v_{fr}])^{-1}$ в зависимости от начальных условий задачи. Время

расчетов t_c после установления равновесия в моделируемых системах варьировалось от $\sim 10^3 / \min[\omega_0; v_{fr}]$ до $\sim 10^4 / \min[\omega_0; v_{fr}]$.

Расчеты проводились для систем частиц с кулоновским взаимодействием в широком диапазоне параметров неидеальности: от $\Gamma \sim 1$ до $\Gamma \sim 300$. Частота ловушки $\omega_0 = (Q\alpha/M)^{1/2}$ изменялась от 15 до 45 с^{-1} , что обеспечивало среднее расстояние между частицами $l_p \sim 500-1000$ мкм. Параметр $\xi = \omega_0/v_{fr}$ варьировался за счет коэффициента трения частиц v_{fr} в пределах от 0.15 до 15 .

Во всех рассмотренных случаях температура частиц не отличалась от заданной, а их функции распределения по скоростям соответствовали распределению Максвелла. При $t \rightarrow \infty$ среднеквадратичные смещения центра масс исследуемых ансамблей частиц от их начального положения по всем степеням свободы были равны $\langle x^2(t) \rangle \cong \langle y^2(t) \rangle \cong \langle z^2(t) \rangle \approx T / (NM\omega_0^2)$.

Парные корреляционные функции $g(l)$ для ансамблей из $N = 450$ частиц с различными параметрами Γ показаны на рис. 2. Легко увидеть, что первый пик функций $g(l)$ для $\Gamma \geq 0.1$ хорошо соответствует величине $l_p \cong (4\pi Q/3\alpha)^{1/3}$, полученной в приближении однородной системы. Кроме того, численное моделирование показало, что для оценки радиуса неидеальных систем при $\Gamma \geq 1$ может быть использовано соотношение $R \cong (3N/4\pi n)^{1/3}$, которое имеет место для однородных систем.

При высоких температурах (см. рис. 3), а также при малых размерах кластеров ($N \leq 50$) корректно идентифицировать диффузионный режим движения частиц весьма затруднительно. Зависи-

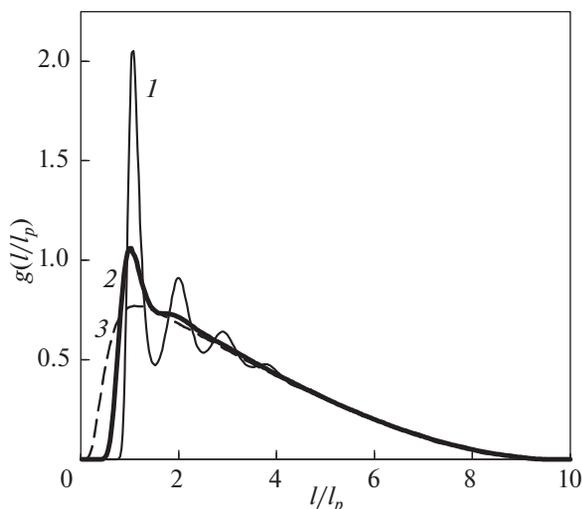


Рис. 2. Парная корреляционная функция $g(l/l_p)$ для ансамблей из $N = 450$ частиц с различными параметрами Γ : 1 – 100; 2 – 10; 3 – 1. Здесь $l_p \cong (4\pi Q/3\alpha)^{1/3}$.

мость отношения $\langle x^2(t) \rangle / R^2$ для системы из $N = 150$ частиц с различными температурами и параметрами ξ показана на рис. 3. Отметим, что на начальных этапах наблюдения (при $t < \omega_0^{-1}$) режим движения частиц был близок к режиму гармонического осциллятора (1). С ростом времени (при $t > t_R$) кривые $\langle x^2(t) \rangle / R^2$ стремились к своему постоянному значению примерно равному $2/3$.

Следует отметить, что при любом количестве и температуре частиц поведение функции $D(t)$ для времен наблюдения $t < \omega_0^{-1}$ соответствовало аналитическим решениям для одной частицы (1), см. рис. 4а. При этом выраженный диффузионный режим $D(t) \cong D_b = \text{const}$ их движения наблюдался только в диапазоне времен $t_R \gg t \gg \omega_0^{-1}$, см. рис. 4б.

Нормированные коэффициенты $D_b^* = D_b(v_{fr} + \omega_0)M/T$ в зависимости от параметра Γ , полученные в наших расчетах для ограниченных систем и усредненные для разных значений ξ , приведены на рис. 5. Там же для сравнения приведена зависимость $D_c^* = D_c(v_{fr} + \omega^*)M/T$ от параметра неидеальности Γ^* для протяженных трехмерных структур частиц, взаимодействующих с экранированным кулоновским потенциалом [10]. Легко заметить, что обе зависимости, $D_b^*(\Gamma)$ и $D_c^*(\Gamma)$, аналогичны в пределах ошибки численных расчетов по крайней мере до $\Gamma^* \leq 100$. Похожее поведение $D^*(\Gamma^*)$ было зафиксировано для протяженных квазидвумерных структур частиц, взаимо-

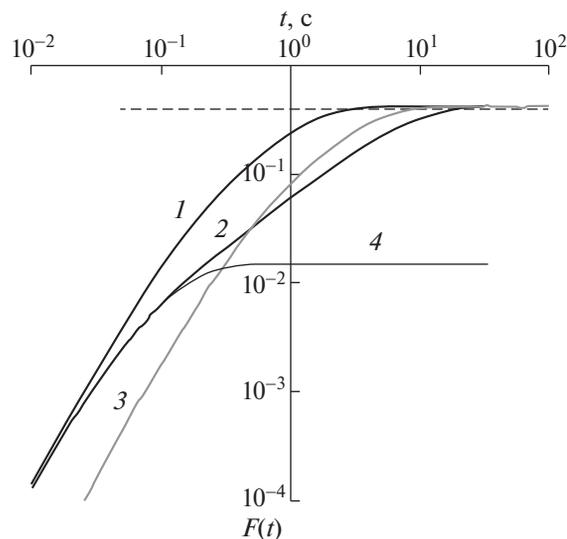


Рис. 3. Функция $F(t) = \langle x^2(t) \rangle / R^2$ для системы из $N = 150$ частиц с параметрами: 1 – $\xi \cong 15$, $\Gamma \approx 3$ ($T = 10$ эВ); 2 – $\xi \cong 0.47$, $\Gamma \approx 3$ ($T = 10$ эВ); 3 – $\xi \cong 15$, $\Gamma \approx 10$ ($T = 3$ эВ); а также для гармонического осциллятора (1): 4 – $\xi \cong 0.47$, $T = 10$ эВ. Штриховая линия – $\langle x^2(t) \rangle / R^2 = 2/3$.

действующих с экранированным кулоновским потенциалом (систем Юкавы) [5, 9].

В заключение подчеркнем, что при любом количестве частиц, N , в ограниченном ансамбле, измерение функции $D(t)$ для времен наблюдения $t < \omega_0^{-1}$ совместно с данными о среднем расстоянии l_p между частицами (например, путем регистрации $g(l)$) позволяют определить такие параметры пылевых частиц, как их температуру T , характерные частоты (v_{fr} , ω_0), заряд Q , а также градиент α поля ловушки. Поиск этих параметров может опираться на процедуру “подгонки” численных и аналитических данных. (Для проверки и/или коррекции результатов определения параметров можно использовать прямые измерения смещений $\langle x^2(t) \rangle$, и автокорреляционной функции скоростей $\langle V_x(0)V_x(t) \rangle$ частиц.)

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены ансамбли заряженных пылевых частиц в потенциальном поле электростатической ловушки. Моделирование выполнялось для систем, состоящих от пятидесяти до порядка тысячи частиц с кулоновским взаимодействием, в широком диапазоне параметров близких к условиям лабораторных экспериментов в газоразрядной плазме.

Исследована временная зависимость среднеквадратичных смещений отдельных частиц в

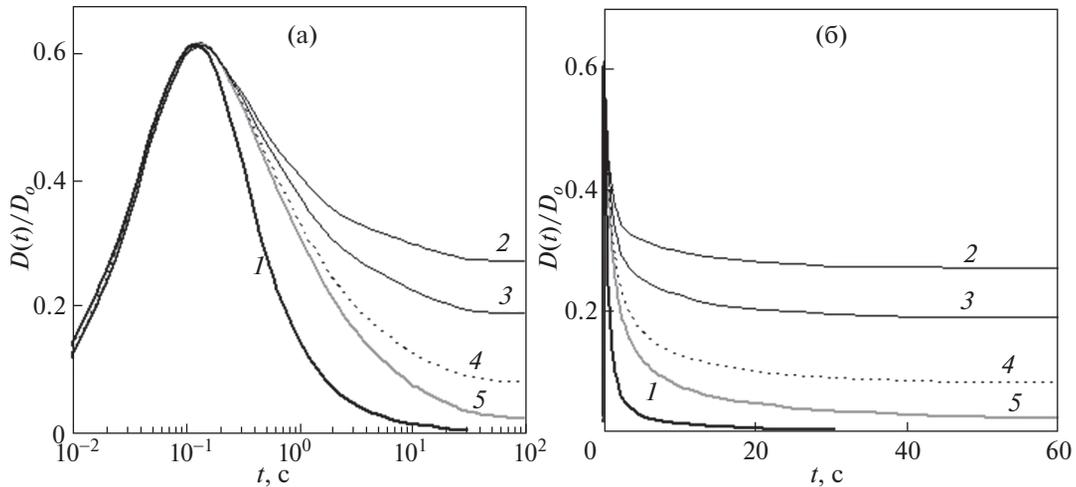


Рис. 4. Функция $D(t)/D_0$ для логарифмической шкалы по времени (а) и обычной (б) при $\xi = 0.47$ для: 1 – гармонического осциллятора (1); и численные расчеты для $N = 450$ при разных параметрах Γ : 2 – 30; 3 – 60; 4 – 100; 5 – 150.

ограниченных ансамблях. Выполнено сравнение процессов диффузии частиц для протяженных и ограниченных систем.

Рассмотрены условия лабораторных экспериментов необходимые для определения характерных параметров пылевых частиц и поля ловушки.

Представлен анализ зависимости формы парной корреляционной функции $g(l)$ и размеров кластерных систем от температуры и количества частиц. Численное моделирование показало, что

для анализа положения первого пика функций $g(l)$ и оценки радиуса неидеальных систем при $\Gamma \geq 1$ могут быть использованы аналитические соотношения, полученные в приближении однородной системы.

Результаты настоящей работы могут быть адаптированы для ограниченных систем частиц с любым типом попарных взаимодействий. Данные исследования будут полезны для разработки методов пассивной диагностики систем, представляющих интерес в физике плазмы, физике полимеров и коллоидных систем и т.д.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-22-00899, <https://rscf.ru/project/22-22-00899/>.

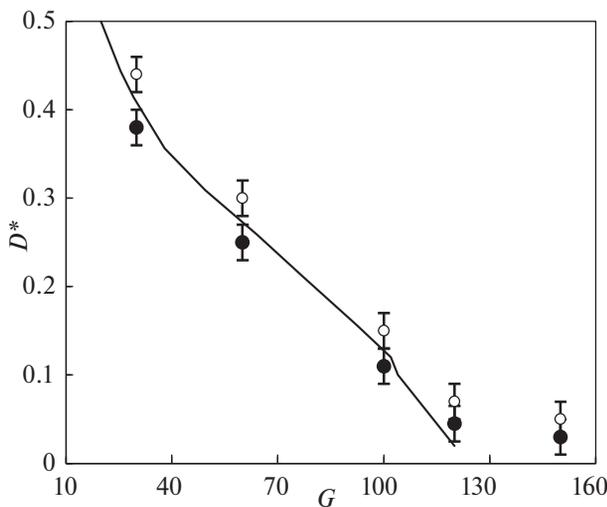


Рис. 5. Величина D_c^* в зависимости от параметра Γ^* для протяженных трехмерных систем Юкавы (сплошная линия) [9, 10]. Символами обозначены результаты наших численных расчетов D_b^* : (●) – для $\xi < 0.5$; (○) – для $\xi > 0.5$. Показаны абсолютные погрешности расчетов (± 0.02) для различных N и ξ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ваулина О.С., Петров О.Ф., Фортвов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А. Пылевая плазма (эксперимент и теория). М.: Физматлит, 2009.
2. Complex and Dusty Plasmas / Eds. Fortov V.E., Morfill G.E. CRC Press, 2010.
3. Ivlev A., Morfill G., Lowen H., Royall C.P. Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids. Singapore: World Scientific, 2012.
4. Овчинников А.А., Тимашев С.Ф., Белый А.А. Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов. М.: Химия, 1986.
5. Ваулина О.С., Адамович К.Г. // ЖЭТФ. 2008. Т. 133. С. 1091.
6. Ваулина О.С., Адамович К.Г., Петров О.Ф., Фортвов В.Е. // ЖЭТФ. 2008. Т. 134. С. 367.
7. Vaulina O.S., Lisin E.A. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 113702.
8. Фортвов В.Е., Петров О.Ф., Ваулина О.С., Косс К.Г. // Письма в ЖЭТФ. 2013. Т. 97. С. 366.

9. *Vaulina O.S., Drangevski I.E.* // Physica Scripta. 2006. V. T73. P. 577.
10. *Vaulina O.S., Vladimirov S.V.* // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. P. 835.
11. *Vaulina O.S., Vladimirov S.V., Petrov O.F., Fortov V.E.* // Phys. Plasmas 2004. V. 11. P. 3234.
12. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.
13. *Fortov V.E., Nefedov E.A., Sinel'shchikov V.A., Usachev A.D., Zobnin A.V.* // Phys. Lett. A. 2000. V. 267. P. 179.
14. *Hebner G.A., Riley M.E., Greenberg K.E.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 046407.
15. *Thomas H., Morfill G., Demmel V.* // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73. P. 652.
16. *Pieper J.B., Goree J., Quinn R.A.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. P. 5636.
17. *Melzer A., Homann A., Piel A.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. P. 2757.
18. *Vaulina O.S., Vasilieva E.V., Petrov O.F., Fortov V.E.* // Physica Scripta 2011. V. 84. P. 025503.
19. *Melzer A., Trottenberg T., Piel A.* // Physics Letters A. 1994. V. 191. P. 301.
20. *Fortov V.E., Nefedov A.P., Sinel'shchikov V.A., Zobnin A.V., Usachev A.D.* // J. Physique IV. 2000. V. 10. P. 399.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ ИНТЕГРАЛА УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ С НЕЙТРАЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

© 2022 г. Е. И. Бочков*

Российский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ, Саров, Нижегородская область, Россия

*e-mail: e_i_bochkov@mail.ru

Поступила в редакцию 12.02.2022 г.

После доработки 25.02.2022 г.

Принята к публикации 28.02.2022 г.

Выполнен вывод дифференциального разложения интеграла упругих столкновений электронов с тяжелыми нейтральными частицами в предположении, что функция распределения электронов симметрична относительно вектора напряженности внешнего электрического поля.

Ключевые слова: функция распределения электронов, кинетическое уравнение, интеграл столкновений, дифференциальное разложение

DOI: 10.31857/S0367292122200094

1. ВВЕДЕНИЕ

Наиболее полное описание эволюции ансамбля электронов в электрическом поле возможно в рамках уравнения Больцмана, которое в наиболее общем случае является интегро-дифференциальным уравнением для функции распределения электронов (ФРЭ) в шестимерном фазовом пространстве (\mathbf{r}, \mathbf{p}) . В этой статье мы будем рассматривать случай слабоионизованного газа, когда столкновениями электронов друг с другом и с ионами можно пренебречь. Учитываются только упругие и неупругие столкновения электронов с нейтральными атомами или молекулами газа. Кроме того, мы будем считать, что плазма однородна в направлении, перпендикулярном направлению вектора напряженности внешнего электрического поля \mathbf{E} . Это значит, что ФРЭ в пространстве импульсов зависит только от модуля импульса электрона p , косинуса μ угла θ между вектором импульса \mathbf{p} и единичным вектором в направлении электрической силы $\mathbf{e} = -\mathbf{E}/E$ и не зависит от азимутального угла. В этом случае эволюция ФРЭ $f(p, \mu, t)$ в импульсном пространстве будет подчиняться кинетическому уравнению Больцмана [1]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \left[\frac{1 - \mu^2}{p} \frac{\partial f}{\partial \mu} + \mu \frac{\partial f}{\partial p} \right] eE = St_e. \quad (1)$$

Здесь $St_e = St_{el} + St_{ex} + St_{ion}$ – интеграл столкновений, где St_{el} , St_{ex} , St_{ion} – компоненты интеграла столкновений электронов, отвечающие за изме-

нение ФРЭ в упругих столкновениях, в процессах возбуждения и ионизации атомов соответственно.

Обычно при анализе уравнения (1) используют разложение ФРЭ в ряд по полиномам Лежандра от переменной μ . В области низких энергий электрона, где угловое распределение электронов обладает слабой анизотропией, используют приближение Лоренца, т.е. учитывают только первые два члена разложения. В случае релятивистских электронов данное приближение не выполняется, поскольку угловое распределение сильно анизотропно, и разложение по полиномам Лежандра приводит к бесконечной системе зацепляющихся уравнений для коэффициентов разложения, анализ которых затруднен. Однако в случае релятивистских электронов интеграл столкновений электронов можно представить в дифференциальной форме, и таким образом свести интегро-дифференциальное уравнение (1) к дифференциальному [2].

В статье [2] был получен лишь первый член дифференциального разложения величины St_{el} . В данной работе излагается последовательный вывод полного дифференциального разложения по производным косинуса полярного угла μ интеграла упругих столкновений St_{el} . Для этого используется процедура, развитая в [2]. Предполагается, что кинетическая энергия электронов значительно превышает энергию теплового движения атомов (молекул) и последние можно считать неподвижными.

2. ИНТЕГРАЛ УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЭЛЕКТРОНОВ С НЕЙТРАЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

На рис. 1 показана геометрия рассеяния электрона, которая тождественна использованной в работах [2, 3]. Система координат задается ортами $\mathbf{i} = [\mathbf{p} \times \mathbf{e}] / (p \sin \theta)$, $\mathbf{j} = [\mathbf{p} \times \mathbf{e}] / (p \sin \theta)$, $\mathbf{k} = \mathbf{p} / p$, где \mathbf{p} – импульс электрона после рассеяния. В этой системе координат \mathbf{k} – это полярная ось, полярным же углом становится угол рассеяния $\psi \in [0, \pi]$, а угол $\alpha \in [0, 2\pi]$ между вектором \mathbf{j} и направлением проекции импульса \mathbf{p}' до рассеяния на плоскость \mathbf{ij} является азимутальным углом. Связь углов α и ψ с углами θ' и θ между вектором \mathbf{e} и векторами \mathbf{p}' и \mathbf{p} дается формулой [2]

$$\mu' = \mu \xi + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \xi^2} \cos \alpha. \quad (2)$$

Здесь введены обозначения $\mu' = \cos \theta'$, $\mu = \cos \theta$, $\xi = \cos \psi$.

В выбранной системе координат интеграл упругих столкновений электронов с неподвижными атомами выражается следующим образом [2]:

$$\text{St}_{el} = N_{at} v \int_{\omega'} [f(p', \mu', t) (p' / p)^4 \sigma_{el}(p', \psi) - f(p, \mu, t) \sigma_{el}(p, \psi)] d\omega', \quad (3)$$

где $\sigma_{el}(p, \psi)$ – дифференциальное сечение упругого рассеяния, $d\omega' = \sin \psi d\psi d\alpha$ – элемент телесного угла в пространстве импульсов, N_{at} – концентрация атомов, v – скорость электрона.

Поскольку масса атомов намного превышает массу электрона, то в процессе упругого рассеяния модуль импульса электрона будет изменяться слабо, поэтому подынтегральную функцию в выражении (3) можно разложить в ряд по степеням величины $\Delta p \equiv p' - p$. В первом приближении получаем

$$\text{St}_{el} = N_{at} v \int_{\omega'} (f(p, \mu', t) - f(p, \mu, t)) \sigma_{el}(p, \psi) d\omega' + \frac{N_{at} m p^2}{p^4 M m} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^4 \int_{\omega'} f(p, \mu', t) \sigma_{el}(p, \psi) (1 - \cos \psi) d\omega' \right]. \quad (4)$$

Здесь m и M – это масса электрона и атома соответственно. Выражение (4) получено из выражения (3.12) работы [2], в предположении, что величина $(m/M)(1 - \cos \psi)\epsilon$ (где ϵ – энергия электрона) много меньше энергии покоя электрона. Нерелятивистский аналог выражения (4) был рассмотрен в [3].

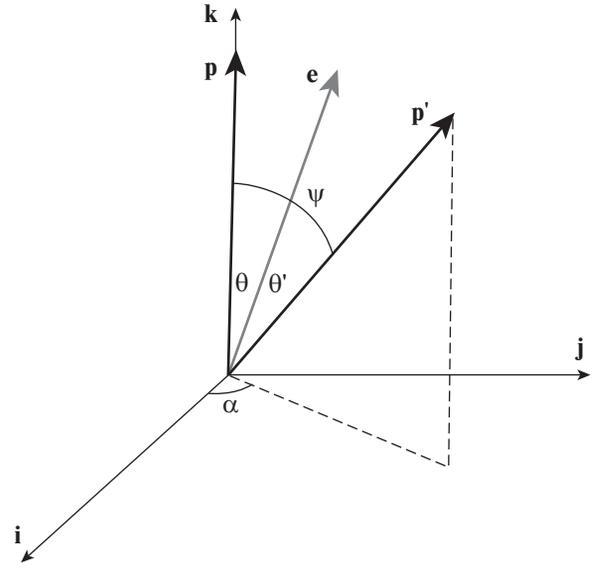


Рис. 1. Геометрия рассеяния электрона.

Следующий шаг состоит в разложении подынтегральных функций в (4) в ряд по степеням $\Delta \mu \equiv \mu' - \mu$:

$$\begin{aligned} \text{St}_{el} = N_{at} v \int_{-1}^1 \sigma_{el}(p, \xi) d\xi \times \\ \times \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial f(p, \mu, t)}{\partial \mu} \Delta \mu + \frac{\partial^2 f(p, \mu, t)}{\partial \mu^2} \frac{(\Delta \mu)^2}{2} + \dots \right) d\alpha + \\ + \frac{N_{at}}{M p^2} \frac{\partial}{\partial p} \left[p^4 \int_{-1}^1 (1 - \xi) \sigma_{el}(p, \xi) d\xi \times \right. \\ \left. \times \int_0^{2\pi} \left(f(p, \mu, t) + \frac{\partial f(p, \mu, t)}{\partial \mu} \Delta \mu + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\partial^2 f(p, \mu, t)}{\partial \mu^2} \frac{(\Delta \mu)^2}{2} + \dots \right) d\alpha \right], \quad (5) \end{aligned}$$

где $\xi = \cos \psi$.

Поскольку в случае электронов высоких энергий рассеяние происходит в основном на малые углы, то в работе [2] при выводе оператора упругих столкновений релятивистских электронов учитывались только члены пропорциональные первой степени величины $1 - \xi$, т.е. первые два члена из первого слагаемого в (5) и нулевой член из второго. В итоге в [2] получено следующее выражение для оператора упругих столкновений:

$$\text{St}_{el} = N_{at} \left[\frac{v \sigma_{tr}(p)}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial f(p, \mu, t)}{\partial \mu} \right\} + \frac{1}{p^4} \frac{m p^2}{M m} \frac{\partial}{\partial p} \left\{ p^4 \sigma_{tr}(p) f(p, \mu, t) \right\} \right], \quad (6)$$

где $\sigma_{tr}(p)$ – транспортное сечение. Первый член в выражении (6) описывает угловую диффузию в пространстве импульсов, а второй член определяет поток в импульсном пространстве. При рассмотрении кинетического уравнения для релятивистских электронов вторым членом в выражении (6) обычно пренебрегают, поскольку его величина много меньше потока, обусловленного неупругими процессами [1].

Целью данной работы является вычислить все члены разложения (5), выполнив интегрирование по переменным α и ξ , и таким образом представить интеграл упругих столкновений в дифференциальной форме.

3. ВЫВОД ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ИНТЕГРАЛА УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ

Рассмотрим изменение полярного угла импульса электрона в процессе рассеяния

$$\Delta\mu = -\mu(1 - \xi) + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \xi^2} \cos \alpha. \quad (7)$$

Удобно ввести малый параметр $\delta = \sqrt{1 - \xi}$, тогда $\xi = 1 - \delta^2$ и

$$\Delta\mu = -\mu\delta^2 + \sqrt{1 - \mu^2} \delta \sqrt{2 - \delta^2} \cos \alpha. \quad (8)$$

Видно, что малые значения $\Delta\mu$ реализуются при $\delta \rightarrow 0$. Рассмотрим первый член из правой части выражения (5)

$$\begin{aligned} St_{el(\mu)} \equiv N_{at} v \int_{-1}^1 \sigma_{el}(p, \xi) d\xi \times \\ \times \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial f}{\partial \mu} \Delta\mu + \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2} \frac{(\Delta\mu)^2}{2} + \dots + \right. \\ \left. + \frac{\partial^n f}{\partial \mu^n} \frac{(\Delta\mu)^n}{n!} + \dots \right) d\alpha. \end{aligned} \quad (9)$$

Наша цель записать выражение (9), проинтегрировав его по α , как разложение по степеням δ^2 :

$$St_{el(\mu)} = N_{at} v \int_{-1}^1 2\pi \sigma_{el}(p, \xi) \sum_{l=1}^{\infty} A_l \delta^{2l} d\xi. \quad (10)$$

Для этого сначала вычислим величины $(\Delta\mu)^n$, используя разложение в биномиальный ряд

$$(\Delta\mu)^n = \sum_{K=0}^n \frac{n!}{K!(n-K)!} \times \quad (11)$$

$$\times (-\mu)^{n-K} \delta^{2(n-K)} (1 - \mu^2)^{\frac{K}{2}} \delta^K (2 - \delta^2)^{\frac{K}{2}} \cos^K \alpha.$$

Далее заметим, что в формуле (9) производные $\partial^n f / \partial \mu^n$ и величина σ_{el} не зависят от α , а при интегрировании по α выражения (11) члены с не-

четными степенями K дадут нули. Воспользуемся также тем, что $\int_0^{2\pi} (\cos \alpha)^{2k} d\alpha = 2\pi \frac{(2k)!}{2^{2k} (k!)^2}$, тогда интегрируя выражение (11) по α получим

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} (\Delta\mu)^n d\alpha &= \sum_{k=0}^{[n/2]} \frac{n!}{(2k)!(n-2k)!} (-\mu)^{n-2k} \delta^{2(n-2k)} \times \\ &\times (1 - \mu^2)^k \delta^{2k} (2 - \delta^2)^k 2\pi \frac{(2k)!}{2^{2k} (k!)^2} = \\ &= 2\pi \sum_{k=0}^{[n/2]} \frac{n!}{2^{2k} (k!)^2 (n-2k)!} \times \\ &\times (-\mu)^{n-2k} (1 - \mu^2)^k \delta^{2(n-k)} (2 - \delta^2)^k. \end{aligned} \quad (12)$$

Как легко видеть (12) это многочлен по степеням δ^2 в диапазоне от $n - [n/2]$ до n , поэтому интеграл (12) даст вклад в A_l только если $l \leq n \leq 2l$.

Далее разлагая выражение $(2 - \delta^2)^k$ в биномиальный ряд, получаем

$$\begin{aligned} \delta^{2(n-k)} (2 - \delta^2)^k &= \delta^{2(n-k)} \sum_{i=0}^k \frac{k! 2^{k-i} (-1)^i \delta^{2i}}{i!(k-i)!} = \\ &= \sum_{i=0}^k \frac{k! 2^{k-i} (-1)^i \delta^{2(n-k)+2i}}{i!(k-i)!}. \end{aligned} \quad (13)$$

Приравнивая выражение $2(n-k) + 2i$ к $2l$ находим, что $i = l + k - n$. Подставляем (13) в (12) с данным i , и учитываем, что поскольку (13) это многочлен по степеням δ^2 , в котором младшая степень равна $(n-k)$, то в (12) нужно учитывать только члены с $k \geq (n-l)$:

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} (\Delta\mu)^n d\alpha &= 2\pi \sum_{k=n-l}^{[n/2]} \frac{n!}{2^{2k} (k!)^2 (n-2k)!} (-\mu)^{n-2k} \times \\ &\times (1 - \mu^2)^k \frac{k! (-1)^{l+k-n} 2^{n-l}}{(l+k-n)!(n-l)!} \delta^{2l} = \\ &= 2\pi \sum_{k=n-l}^{[n/2]} \frac{n! (-1)^{l-k} 2^{n-l-2k}}{(k!) (n-2k)! (l+k-n)!(n-l)!} \times \\ &\times \mu^{n-2k} (1 - \mu^2)^k \delta^{2l}. \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя (14) в (9), и собирая подобные члены при δ^{2l} , получаем

$$\begin{aligned} A_l &= \sum_{n=l}^{2l} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f}{\partial \mu^n} \times \\ &\times \sum_{k=n-l}^{[n/2]} \frac{n! (-1)^{l-k} 2^{n-l-2k}}{k! (n-2k)! (l+k-n)!(n-l)!} \mu^{n-2k} (1 - \mu^2)^k. \end{aligned} \quad (15)$$

Введем обозначение $m \equiv n - l$, тогда

$$A_l = \sum_{m=0}^l \frac{\partial^{m+l} f}{d\mu^{m+l}} \times \sum_{k=m}^{[(m+l)/2]} \frac{(-1)^{l-k} 2^{m-2k}}{k!(m+l-2k)!(k-m)!m!} \mu^{m+l-2k} (1-\mu^2)^k. \tag{16}$$

Определив, теперь $j \equiv k - m$, окончательно имеем

$$A_l = \sum_{m=0}^l \frac{\partial^{m+l} f}{d\mu^{m+l}} \times \sum_{j=0}^{[(l-m)/2]} \frac{(-1)^{l-m-j} \mu^{l-m-2j} (1-\mu^2)^{m+j}}{2^{m+2j} j!m!(m+j)!(l-m-2j)!}. \tag{17}$$

Подставим (17) в (10), и проинтегрируем по ξ . С учетом того, что $\delta^2 = 1 - \xi$ получаем

$$St_{el(\mu)} = N_{atV} \sum_{l=1}^{\infty} \sigma_{tr}^{(l)} \sum_{m=0}^l \frac{\partial^{m+l} f}{d\mu^{m+l}} \times \sum_{j=0}^{[(l-m)/2]} \frac{(-1)^{l-m-j} \mu^{l-m-2j} (1-\mu^2)^{m+j}}{2^{m+2j} j!m!(m+j)!(l-m-2j)!}. \tag{18}$$

Здесь введено обозначение $\sigma_{tr}^{(l)}(p) \equiv 2\pi \times \int_{-1}^1 (1-\xi)^l \sigma_{el}(p, \xi) d\xi$, при этом $\sigma_{tr}^{(1)}$ – это обычное транспортное сечение. Упростим теперь разложение (18), для этого избавимся от внутреннего суммирования. Рассмотрим производные вида

$$\frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1-\mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} = \sum_{m=0}^l \frac{l!}{m!(l-m)!} \frac{\partial^{l+m} f}{\partial \mu^{l+m}} \frac{\partial^{l-m} (1-\mu^2)^l}{\partial \mu^{l-m}}. \tag{19}$$

Здесь мы воспользовались формулой Лейбница для l -й производной произведения функций. Вычислим теперь производные $\partial^{l-m} (1-\mu^2)^l / \partial \mu^{l-m}$. Для этого рассмотрим сложную функцию $F(u) = u^n$, где $u(x) = 1 - x^2$ и воспользуемся формулой Фаа–Ди-Бруно для производной сложной функции, для того чтобы вычислить k -ю производную по x функции F :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^k (1-x^2)^n}{\partial x^k} &= \sum_{i+2j=k} \frac{d^{(i+j)} F(u)}{du^{(i+j)}} \frac{k!}{i!j!} \left(\frac{u'(x)}{1!} \right)^i \left(\frac{u''(x)}{2!} \right)^j = \\ &= \sum_{i+2j=k} \frac{n!}{(n-(i+j))!} (1-x^2)^{n-(i+j)} \frac{k!}{i!j!} \times \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} \times (-2x)^i (-1)^j &= \sum_{j=0}^{[k/2]} \frac{n!k!}{(n-(k-j))!(n-2j)!j!} \times \\ &\times (-1)^j (-2x)^{k-2j} (1-x^2)^{n-(k-j)}, \end{aligned}$$

подставляя в (20) $n = l$, $k = l - m$, $x = \mu$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial^{l-m} (1-\mu^2)^l}{\partial x^{l-m}} &= \\ &= 2^l l! \sum_{j=0}^{[(l-m)/2]} \frac{(l-m)!}{2^{m+2j} (m+j)!(l-m-2j)!j!} \times \\ &\times (-1)^{l-m-j} \mu^{l-m-2j} (1-\mu^2)^{m+j}. \end{aligned} \tag{21}$$

Используя (21), запишем выражение (19) в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1-\mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} &= 2^l (l!)^2 \sum_{m=0}^l \frac{\partial^{l+m} f}{\partial \mu^{l+m}} \times \\ &\times \sum_{j=0}^{[(l-m)/2]} \frac{(-1)^{l-m-j} \mu^{l-m-2j} (1-\mu^2)^{m+j}}{2^{m+2j} (m+j)!(l-m-2j)!j!m!}. \end{aligned} \tag{22}$$

Как можно видеть данное выражение с точностью до множителя $2^l (l!)^2$ совпадает с внутренней суммой выражения (18). Таким образом, окончательно получаем следующее дифференциальное разложение величины $St_{el(\mu)}$ по косинусу полярного угла:

$$\begin{aligned} St_{el(\mu)} &= N_{atV} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sigma_{tr}^{(l)}}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1-\mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} = \\ &= N_{atV} \left[\frac{\sigma_{tr}^{(1)}}{2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1-\mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right\} + \right. \\ &+ \frac{\sigma_{tr}^{(2)}}{16} \frac{\partial^2}{\partial \mu^2} \left\{ (1-\mu^2)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial \mu^2} \right\} + \\ &\left. + \frac{\sigma_{tr}^{(3)}}{288} \frac{\partial^3}{\partial \mu^3} \left\{ (1-\mu^2)^3 \frac{\partial^3 f}{\partial \mu^3} \right\} + \dots \right]. \end{aligned} \tag{23}$$

Отметим, что данное разложение удовлетворяет условию сохранения числа частиц в упругих столкновениях поскольку

$$\int_{-1}^1 St_{el(\mu)} d\mu = 0, \tag{24}$$

так как все интегралы вида $\int_{-1}^1 \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1-\mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} d\mu$ равны нулю, в чем просто убедиться, проинтегрировав данное выражение.

Дифференциальное разложение второго слагаемого в выражении (5) будет иметь вид

$$\text{St}_{\text{el}(\rho\mu)} = \frac{N_{\text{at}}}{Mp^2} \times \times \frac{\partial}{\partial p} \left[p^4 \left(\sigma_{ir}^{(1)} f + \sum_{l=1}^{\infty} \frac{\sigma_{ir}^{(l+1)}}{2^l (l!)^2} \frac{\partial^l}{\partial \mu^l} \left\{ (1-\mu^2)^l \frac{\partial^l f}{\partial \mu^l} \right\} \right) \right]. \quad (25)$$

Условие сохранения числа частиц для данного оператора приводит к требованию

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \left(p^4 \sigma_{ir}(p) \int_{-1}^1 f(p, \mu, t) d\mu \right) = 0. \quad (26)$$

Первые члены в разложениях (23) и (25) совпадают с оператором упругих столкновений релятивистских электронов, полученным в [2]. В работе [4] с помощью оператора столкновений из [2] получена система многогрупповых уравнений для первых трех моментов функции распределения электронов высоких энергий: концентрации электронов, направленного импульса и средней энергии. Легко можно убедиться, что учет членов более высокого порядка из разложения (23) не изменит вид групповых уравнений, полученных в [4], поскольку при интегрировании данные члены дадут нули.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено дифференциальное представление интеграла упругих столкновений электронов в слабоионизованной плазме в предположении, что кинетическая энергия электронов намного превышает энергию нейтральных частиц (атомов или молекул) и ФРЭ симметрична относительно вектора напряженности электрического поля. Данное разложение справедливо во всем диапазоне энергий электрона, при этом первый член разложения совпадает с оператором упругих столкновений для релятивистских электронов, полученным в [2]. Данное дифференциальное разложение может быть использовано для вывода уравнений для моментов ФРЭ, в том числе и в области низких энергий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Roussel-Dupré R.A., Gurevich A.V., Tunnell T., Milikh G.M.* // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. P. 2257.
2. *Бабич Л.П.* // ЖЭТФ. 2004. Т. 125. С. 808.
3. *Holstein T.* // Physical Review. 1946. V. 70. P. 367.
4. *Бабич Л.П., Кудрявцева М.Л.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 121. С. 808.

ИЗУЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ И СКОРОСТИ НАНЕСЕНИЯ
ТОНКИХ ТИТАНОВЫХ ПЛЕНОК ПРИ РАСПЫЛЕНИИ ЧАСТИЦ
В МАГНЕТРОННОМ РАЗРЯДЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА© 2022 г. G. K. Sabavath^{a, *}, R. Swaroop^b, J. Singh^c, A. B. Panda^d,
S. Haldar^e, N. Rao^f, S. K. Mahapatra^b^a Department of Physics, CMR Engineering College, Kandlakoya, Medchal, Hyderabad, Telangana, India^b Department of Physical Sciences, Central University of Punjab, Bathinda, India^c Department of Physics, Akal University, Talwandi Sabo, Bathinda, Punjab, India^d Birupa College, Indupur, Kendrapara, Odisha, India^e Hearne Institute for Theoretical Physics, Department of Physics and Astronomy,
Louisiana State University, Baton Rouge, Louisiana, United State of America^f Department of Physics, St. Martins Engineering College, Secundrabad, Telangana, India

*e-mail: nayagopikishan@gmail.com

Поступила в редакцию 06.10.2021 г.

После доработки 21.01.2022 г.

Принята к публикации 25.01.2022 г.

Пространственные распределения плазменных параметров, таких как температура электронов (T_e) и их плотность (n_e), а также скорости нанесения тонких титановых пленок изучались количественно на установке, где распыление частиц было организовано с помощью магнетронного разряда постоянного тока. Значения T_e и n_e определялись на основе измерений электронного потока и энергетического распределения электронов системой зондов Ленгмюра. Распределение концентрации электронов также вычислялось методом частиц в ячейках при моделировании столкновений методом Монте-Карло (PIC-MCC). Согласно наблюдениям величины T_e и n_e уменьшались по мере удаления от центра катода по радиусу и вдоль оси системы. Скорость нанесения тонких титановых пленок вела себя с удалением от катода аналогичным образом. На основе полученных экспериментальных и расчетных данных был выполнен анализ влияния конфигурации магнитного поля и изменения параметров плазмы на скорость нанесения пленок.

Ключевые слова: плазма в магнетронном распылении, зонд Ленгмюра, тонкая титановая пленка, метод PIC-MCC, пакет программ “Comsol multiphysics”

DOI: 10.31857/S0367292122200124

1. ВВЕДЕНИЕ

Распыления частиц в магнетронном разряде постоянного тока широко используется для нанесения тонких пленок. Этот метод привлекает значительное внимание исследователей из-за высокой скорости осаждения пленок [1]. Увеличение скорости осаждения происходит благодаря совместному действию аксиального магнитного поля и радиального электрического поля. В цилиндрическом магнетронном разряде заряженные частицы движутся под влиянием скрещенных электрического и магнитного полей. Энергичные электроны захватываются во внешнем магнитном поле, что приводит к существенному увеличению эффективности ионизации. Вследствие этого достигается высокая скорость нанесения тонких пленок при малом давлении газа [2]. По-

ведение частиц в плазме магнетронного разряда постоянного тока определяется именно магнетроном. В 1930–1940 гг. магнетроны цилиндрической формы стали использоваться для нанесения пленок при распылении частиц [3, 4]. Без применения магнетрона возможности метода оказались ограничены из-за малой степени ионизации, низкой скорости нанесения напыления и неустойчивости плазмы [5]. Поэтому понимание закономерностей поведения частиц в магнетроне важно для технологий нанесения тонких пленок [6–10]. Температура и концентрация электронов, а также скорость нанесения покрытий, могут меняться в пространстве, как вдоль оси разряда, так и в поперечном направлении. В результате такая неоднородность в магнетроне влияет на качество образуемых тонких пленок. Поэтому в последнее

время внимание исследователей, интересующихся свойствами образующихся пленок, привлекает вопрос о распределении в пространстве параметров плазмы с учетом сложного распределения магнитного поля в плазменном столбе [11–17].

Знание пространственного распределения плазменных параметров позволяет оптимизировать плазмохимические реакции и процесс зарождения и роста тонких пленок. Для измерения характеристик плазмы используются различные методы. К ним относятся оптическая эмиссионная спектроскопия (OES), метод зондов Ленгмюра (LP), когерентное антистоксово комбинационное рассеяние (CARS), лазерно-индуцированная флуоресценция (LIF) и так далее [18–20]. В частности, метод LP позволяет измерять параметры плазмы в плазме низкого давления типа той, что используется в распылительных системах на основе магнетронного разряда постоянного тока [21–23].

В настоящее время ведутся измерения параметров плазмы с целью оптимизации процесса получения тонких пленок с заданными свойствами [24–26]. Однако взаимосвязь между параметрами магнетронного разряда постоянного тока, параметрами разрядной плазмы и скоростью нанесения пленок почти не исследовалась [27–32]. В [27] измерялись аксиальные распределения электронной температуры (T_e) и концентрации (n_e), которые менялись, соответственно, в диапазонах 1.5–2 эВ и 2.5×10^{11} – 4.5×10^{11} см⁻³ для систем с физическим осаждением паров (PVD) при магнетронном распылении. Но расчетные и экспериментальные результаты анализировались отдельно и не сопоставлялись друг с другом.

Исходя из сказанного, целью данной работы было определение радиальных и аксиальных распределений таких параметров плазмы, как T_e and n_e . Они находились методом зондов Ленгмюра, которые позволяли непосредственно измерять поток электронов на зонд (EF) и функцию распределения электронов по энергиям (EEDF). Конфигурация магнетрона и распределение магнитного поля в нем моделировались численно и сравнивались с реальным магнитным полем в установке. Пространственное распределение концентрации электронов вычислялось для реального распределения магнитного поля в магнетроне с помощью численного кода на основе метода частиц в ячейках с моделированием столкновений методом Монте Карло (PIC-MCC). Скорость осаждения (D_r) тонких титановых пленок при постоянном подводимом напряжении и заданном давлении газа определялась в тех же точках пространства, где проводились зондовые измерения. Результаты определения скорости осаждения сопоставлялись и анализировались

вместе с результатами расчетов и измерений параметров плазмы.

2. ТЕОРИЯ И ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Функция распределения электронов по энергиям (EEDF)

Концентрация электронов (n_e) и электронная температура (T_e) вычислялись на основе функции распределения электронов по энергиям, которая определялась по вольтамперной ($I-V$) характеристике зонда Ленгмюра согласно соотношению [33, 34]

$$f(\epsilon) = \frac{4}{Ae^2} \sqrt{\frac{m}{2e}} x \frac{d^2 I_e}{dV_p^2}, \quad (1)$$

где $d^2 I_e / dV_p^2$ – вторая производная измеренного тока на зонд по напряжению, V_p – напряжение на зонде относительно плазменного потенциала, A – площадь поверхности зонда, e – заряд электрона, m – его масса. Потенциал плазмы – это напряжение, при котором вторая производная кривой $I-V$ обращается в ноль [35]. Выражения для определения концентрации электронов и ее температуры записываются в виде

$$n_e = \int_0^{\epsilon_{max}} f(\epsilon) d\epsilon, \quad (2)$$

$$T_{eff} = \frac{2}{3n_e} \int_0^{\epsilon_{max}} \epsilon f(\epsilon) d\epsilon, \quad (3)$$

где значение ϵ_{max} соответствует границе диапазона энергий, в котором измеряется функция распределения.

2.2. Метод электронного потока (EF)

Концентрация электронов и электронная температура также определялись по кривым $I-V$ методом электронного потока. В этом случае температура электронов находилась из наклона кривых $I-V$ с помощью соотношения

$$\frac{d \ln(I)}{dV} = \frac{1}{T_e}, \quad (4)$$

где I – ток на зонд, а V – его напряжение. Концентрация электронов оценивалась согласно боровской теории приповерхностного слоя [36, 37]

$$n_e = \frac{I_{es}}{eA\sqrt{T_e/2\pi m_e}}, \quad (5)$$

где I_{es} – электронный ток насыщения в зависимости $I-V$. Эти подходы являются классическими в отношении определения параметров плазмы на основе зондовых измерений. Причем метод элект-

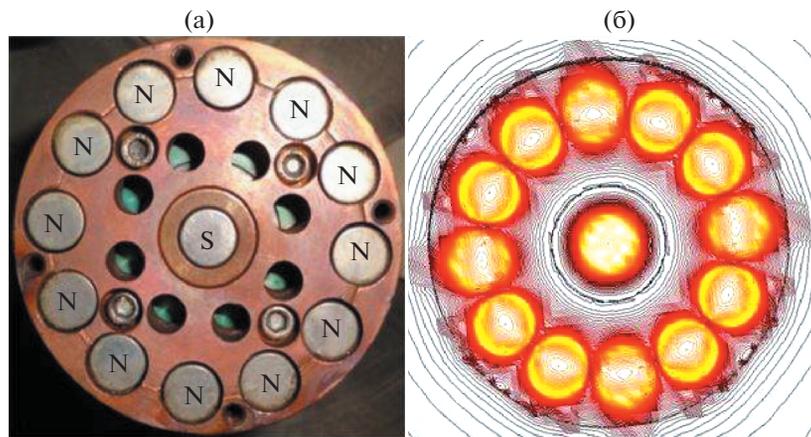


Рис. 1. Схема магнитов в магнетроне (а) и распределение магнитного поля (б).

тронного потока и метод функции распределения электронов по энергиям, как объяснялось ранее, отличаются друг от друга [38, 39].

2.3. Детали численного моделирования

Распределение магнитного поля в магнетроне моделировалось с помощью пакета программ COMSOL Multiphysics. Магнетрон диаметром 6 см состоял из 13 магнитов D63, имеющих одну и ту же высоту h и радиус r . Один из магнитов (южный полюс) находился в центре системы и был окружен двенадцатью другими магнитами (северные полюса), как показано на рис. 1а. Конструкция реального магнетрона (см. рис. 1) отображалась в среде COMSOL с помощью решения уравнений $x^2 + y^2 = r^2$ и $y = x \tan \theta$, где x, y – координаты каждого магнита, r – радиус магнетрона, а $\tan \theta$ – угловой коэффициент. Концентрация плазмы в магнетроне постоянного тока вычислялась с помощью метода частиц в ячейках (PIC). Ионизация и другие столкновения моделировались в рамках метода Монте Карло (МСС). Профиль концентрации электронов определялся вдоль оси z при рассмотрении стабильной плазмы в магнитном поле магнетрона. Тепловые скорости вдоль осей x и y находились согласно максвелловскому распределению по скоростям. Подробная информация по алгоритмам метода PIC–МСС приведена в приложении.

3. ДЕТАЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Схема системы распыления вещества в магнетронном разряде постоянного тока приведена на рис. 2. Она представляет собой цилиндрическую камеру из нержавеющей стали диаметром 27 см и длиной 23 см. Установка включает в себя оборудование для подвода постоянного напряжения

(а), средства измерения, позволяющие снимать вольтамперную характеристику (б), разъемы компании Wilson (в), верхний фланец (г), цилиндрическую камеру из нержавеющей стали (д), пушку для магнетронного распыления (е), мишень (ж), систему зондов Ленгмюра (з), вакуумный насос (и), держатель подложки (к) и нижний фланец (л). На верхнем фланце устанавливаются магнетронная система распыления и зондовая система, а к нижнему фланцу крепится держатель подложки. Схема всей системы приведена в прежних публикациях [40, 41].

Многозондовая система (MLP) использовалась для измерения вольтамперных характеристик. Радиус Дебая был равен 1×10^{-4} м. Толщина приповерхностного слоя плазмы примерно равна удвоенному радиусу Дебая и составляла 0.2 мм, в то время как диаметр зонда Ленгмюра был равен 0.5 мм. Поскольку этот диаметр гораздо больше толщины слоя, то расстояние между зондами выбиралось равным 0.5 см, что позволяло снимать зондовые вольтамперные характеристики. При этом выполнялось условие того, что радиус зонда (0.25 мм) был много больше радиуса Дебая ($\lambda_D = 0.1$ мм). Система зондов состояла из 4 цилиндрических зондов Ленгмюра, которые были изолированы друг от друга, располагались на кварцевой пластине и обозначались буквами А, В, С и D. Зонд А соответствовал центру катода, в то время как зонды В, С и D соответствовали радиальному сдвигу относительно центра на 0.5, 1 и 1.5 см. Все зонды были подключены к измерительной системе (Keithley 2410, 1100 В). Система зондов могла двигаться вверх и вниз без нарушения вакуума посредством разъемов компании Wilson. Пять различных позиций (с 1-й по 5-ю) соответствовали удалению от катода на 2.5, 3, 3.5, 4 и 4.5 см, соответственно. В каждый момент измерений система зондов располагалась на заданном расстоя-

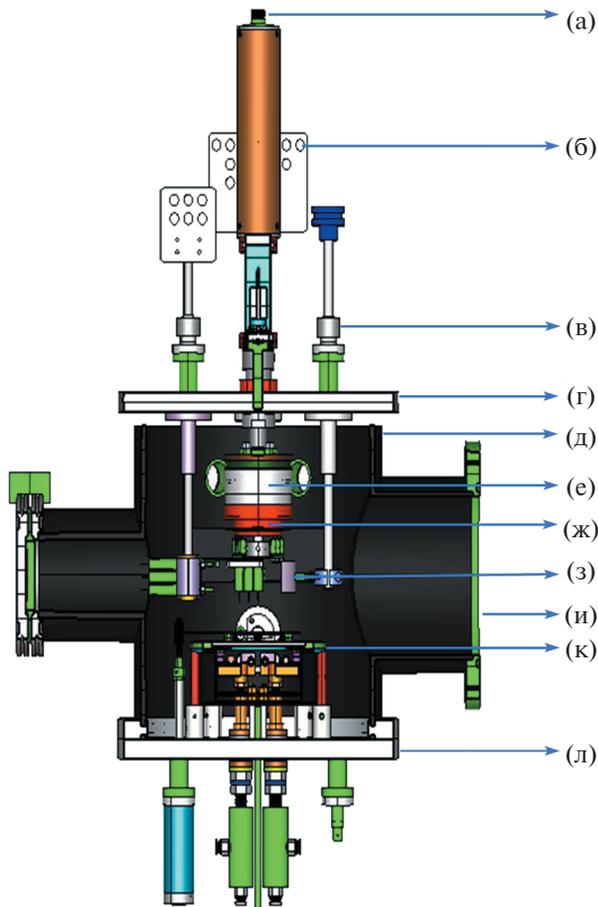


Рис. 2. Схема системы распыления на основе магнетронного разряда постоянного тока: (а)–(л) разные части системы с пояснениями в тексте.

нии по оси и позволяла проводить исследования в четырех разных точках по радиусу плазменного столба. Вольтамперные характеристики снимались одновременно для каждого зонда. Измерения повторялись для пяти разных расстояний от катода, что в итоге давало информацию о вольтамперных характеристиках для 20 разных точек в пространстве. Значения n_e и T_e в этих точках получались из обработки измеренных характеристик.

Камера откачивалась центробежным и диффузионным насосами до давления 5×10^{-6} мбар. Рабочее давление составляло 6×10^{-3} мбар и контролировалось во время эксперимента. Рабочим газом был аргон, которым наполнялась камера со скоростью $20 \text{ см}^3/\text{мин}$ при стандартных условиях. Для распыления использовалась титановая мишень диаметром 5.08 см и толщиной 3 мм , которая для этого помещалась в магнетронную систему. Силиконовые подложки размером $5 \times 5 \text{ мм}^2$ и толщиной 0.5 мм перед нанесением пленок очищались с помощью разбавленной фтороводород-

ной кислоты, после чего на протяжении 15 минут производилась их обработка ультразвуком. Далее подложки высушивались при комнатной температуре. Эти подложки могли устанавливаться в тех же четырех различных положениях по радиусу и пяти различных положениях по оси, что и зонды, с помощью которых снимались вольтамперные характеристики. Зондовая система сдвигалась, а на ее место помещались подложки во время напыления титановых пленок. В этом режиме подводимая мощность составляла 16 Вт ($320 \text{ В} \times 0.05 \text{ А}$). Для оценки скорости нанесения пленок (D_p) измерялся вес подложки до и после осаждения пленки. Измерения производились с помощью аналитических приборов фирмы Mettler-Toledo (производство Германии). Скорость D_p определялась как отношение разницы весов подложки после и до осаждения к времени осаждения. Толщина осажденной пленки анализировалась с помощью прибора для измерения профиля поверхности.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 3 представлены распределение силовых линий магнитного поля в магнетроне (а) и радиальные распределения этого поля для трех различных расстояний в направлении по оси от магнетрона: (б) 0 см , (в) 1 см и (г) 2 см . Из рисунка следует, что с удалением от катода вдоль оси магнитное поле уменьшается.

При удалении от оси в радиальном направлении магнитное поле сначала растет, а потом падает. Этот вывод подтверждается природой магнитного поля, представленного на рис. 4, где приведены его измерения с помощью флюксметра. На рис. 4а представлены радиальные профили поля для пяти различных расстояний от магнетрона. Видно, что с удалением от него максимальные значения магнитного поля снижаются. Согласно рис. 4а радиальные распределения магнитного поля симметричны относительно центра катода. На рис. 4б приведено вычисленное распределение магнитного поля магнетрона. Наблюдается согласие между расчетными данными и результатами измерений магнитного поля.

Измеренные распределения этого поля использовались для расчета распределений концентрации электронов в плазме. На рис. 4в представлен вычисленный методом PIC-MCC профиль концентрации электронов, который сравнивается с фотографией плазмы (см. вставку к рис. 4в). Концентрация электронов, как ожидается, уменьшается с удалением по радиусу от центра катода и вдоль оси от его поверхности. Для наглядности распределение концентрации электронов представлено в виде цветных профилей [42, 43]. Профили не являются гладкими из-за огра-

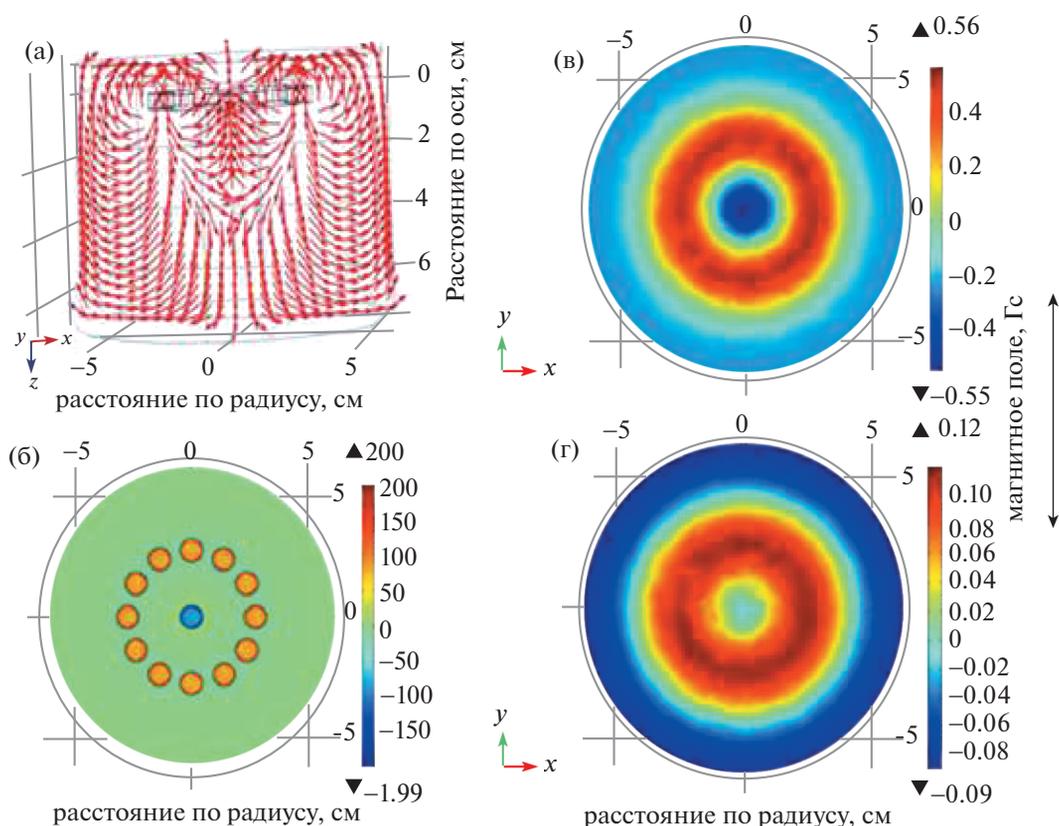


Рис. 3. Силовые линии магнитного поля (а) и радиальные профили магнитного поля при удалении от магнетрона на 0 см (б), 1 см (в) и 2 см (г).

ничений системы обработки данных на масштабах радиуса Дебая. Полученные расчетные данные согласуются с измерениями концентрации электронов, результаты которых приведены на рис. 5. Здесь представлены данные, полученные как методом EF, так и методом EEDF.

Из рис. 5 следует, что n_e снижается по мере удаления от центра катода, как вдоль оси, так и в радиальном направлении. В центральной области магнитное поле слабее по сравнению с внешней областью. Из-за этого электроны оказываются запертыми, и плазма фокусируется в центре. Поэтому выполняется сравнение концентрации электронов на оси и на расстояниях по радиусу вплоть до 1.5 см. Аналогичным образом, магнитное поле является большим около поверхности катода и слабеет при удалении от нее. Это вызывает изменение концентрации электронов с увеличением расстояния вдоль оси системы. Поэтому значения концентрации электронов около центра катода больше, чем на расстоянии 4.5 см от него в направлении оси. Распределение концентрации электронов в магнетронном разряде вычислялось на основе распределения магнитно-

го поля и ранее [44]. Эти данные согласуются с результатами настоящей работы.

На рис. 6а и 6б приведены результаты измерения температуры электронов методами EF и EEDF. Здесь T_e также снижается с удалением от центра катода по радиусу и по оси. Около катода при ионизационных столкновениях электронов с атомами рождаются новые электроны. Они приобретают высокую кинетическую энергию, поскольку в областях с сильным магнитным полем у катода температура T_e высокая. При удалении от катода по оси кинетическая энергия электронов снижается, возможно — из-за столкновений с распыляемыми атомами. Поэтому температура T_e снижается по мере удаления от поверхности катода. Около катода также возможна значительная потеря ионов и эмиссия вторичных электронов. Эти вторичные электроны ускоряются в электрическом поле слоя, но оказываются запертыми внешним магнитным полем. Локализация вторичных электронов может приводить к увеличению эффективности ионизации, что приводит к высоким значениям концентрации и температуры электронов перед катодной областью [45, 46]. Из анализа величин n_e и T_e , измеренных методами

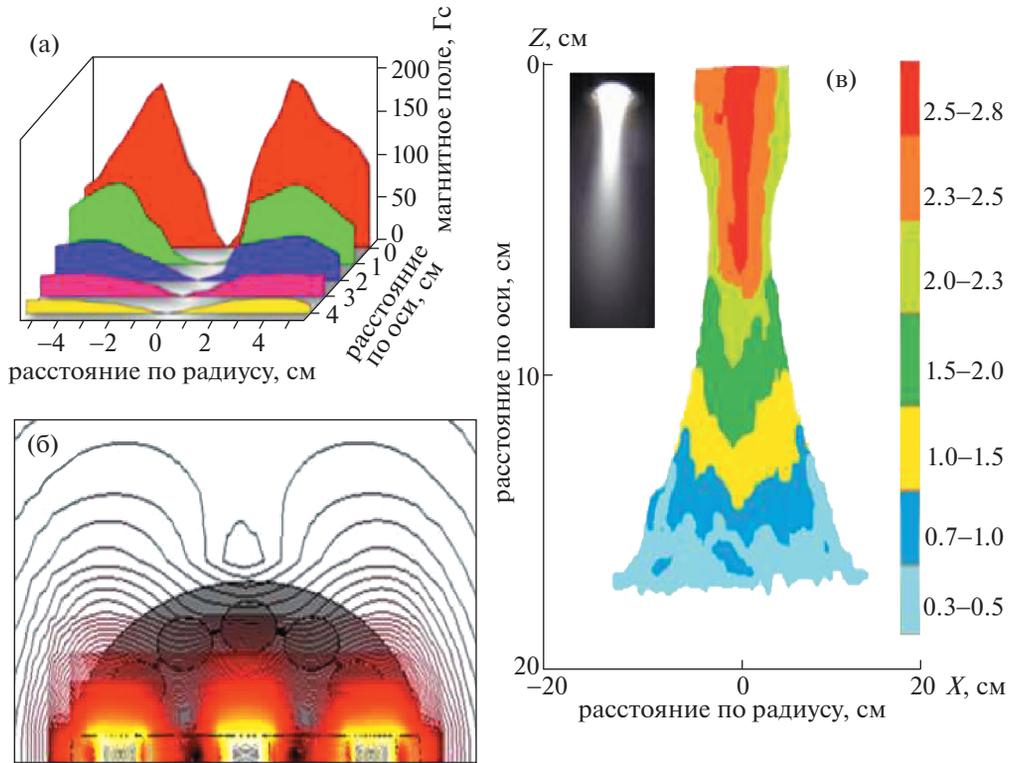


Рис. 4. Измеренные с помощью флюксметра радиальные профили магнитного поля для пяти разных положений по оси (а), распределение магнитного поля магнетрона, вычисленное с помощью пакета CST (б), распределение концентрации электронов в плазме магнетронного разряда постоянного тока, вычисленное методом PIC-MCC (на вкладке фото реальной плазмы) (в).

EF и EEDF, следует, что метод EF лучше подходит для случаев с немаксвелловским распределением электронов по энергиям, в то время как метод EEDF оправдан для случая, когда распределение максвелловское. Интересно наблюдать отличия в результатах измерения электронной температуры (ΔT_e) и электронной концентрации (Δn_e), полученных методами EEDF и EF. На рис. 7 приведены эти отличия, которые определялись по формулам (6) и (7)

$$\Delta n_e = n_e^{EEDF} - n_e^{EF}, \quad (6)$$

$$\Delta T_e = T_e^{EEDF} - T_e^{EF}. \quad (7)$$

Из рис. 7а следует, что максимальное отклонение по плотности электронов достигает $(0.35-0.74) \times 10^{15} \text{ м}^{-3}$ и наблюдается в областях, закрашенных на рисунке желтым, темно-красным и красным цветами (обозначены на рисунке штриховой линией). На рис. 5в область с максимальной концентрацией электронов отмечена аналогичными цветами (и линией с двумя стрелками) в левой нижней области рисунка. На рис. 7а в данной области различие между концентрациями, измеренными разными методами, существенно меньше – $0.08 \times 10^{15} \text{ м}^{-3}$ (область отмечена линией с

двумя стрелками). Отсюда следует, что в области с высокой концентрацией электронов различия между результатами измерений разными методами невелико.

Аналогичным образом, область с меньшей температурой электронов характеризуется наибольшим отклонением в ее измерениях разными методами на рис. 6в. Это также видно на рис. 7б при удалении от центра катода более чем на 0.4 см по радиусу и более чем на 3.5 см по оси. Таким образом, из рис. 7 следует, что в областях с пониженными значениями концентрации и температуры электронов наблюдаются наибольшие различия между их измерениями разными методами. Поэтому магнитное поле приводит к эффективной локализации плазмы вблизи катода, где получается напыление тонких пленок с большими размерами зерен. Скорость напыления D_r измерялась в тех же точках пространства, что и значения T_e и n_e . Для определения этой скорости использовалось уравнение

$$D_r = \frac{w_2 - w_1}{t_2 - t_1}, \quad (8)$$

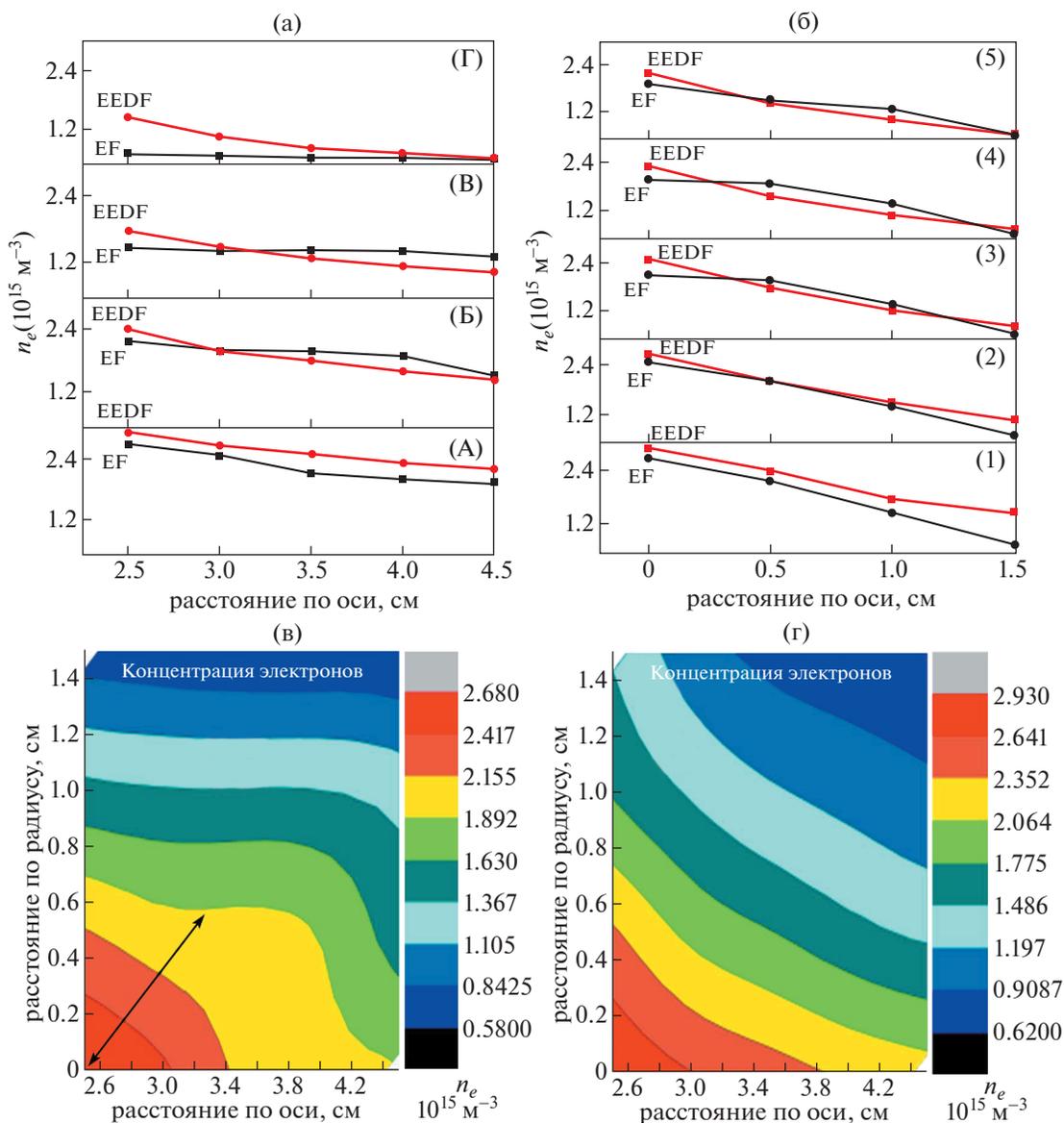


Рис. 5. Распределение концентрации электронов по оси для четырех (А, Б, В и Г) разных положений по радиусу (а) и по радиусу для пяти (1, 2, 3, 4 и 5) разных положений по оси (б); 2D-распределение концентрации электронов, вычисленное методом EF (в) и методом EEDF (г).

где w_1 и w_2 — вес силиконовой подложки до и после напыления, а t_1 и t_2 — время начала и окончания напыления, соответственно.

Рисунок 8 показывает, что значения D_r меняются в пространстве по аналогии со значениями n_e и T_e : скорость роста наибольшая около поверхности катода и уменьшается с удалением по радиусу и по оси. Об изменении скорости D_r с изменением магнитного поля также сообщалось ранее [47–49]; эти данные находятся в согласии с полученными в настоящей работе. На рис. 9 приведена измеренная толщина осаждаемых тонких пленок в зависимости от смещения вдоль оси и по

радиусу системы. Эти распределения подобны распределениям параметров плазмы и скорости напыления D_r . В основе процесса распыления лежит реакция $\text{Ar} + M \rightarrow M^+ + \text{Ar} + e$. В непосредственной близости к поверхности (на расстояниях порядка 0.5 см от нее) наблюдаются более высокие температуры электронов. В результате ускорение заряженных частиц приводит к нанесению тонких пленок с более крупными зернами. Повышенная концентрация электронов около поверхности способствует более высокой концентрации ионов и нейтральных атомов титана,

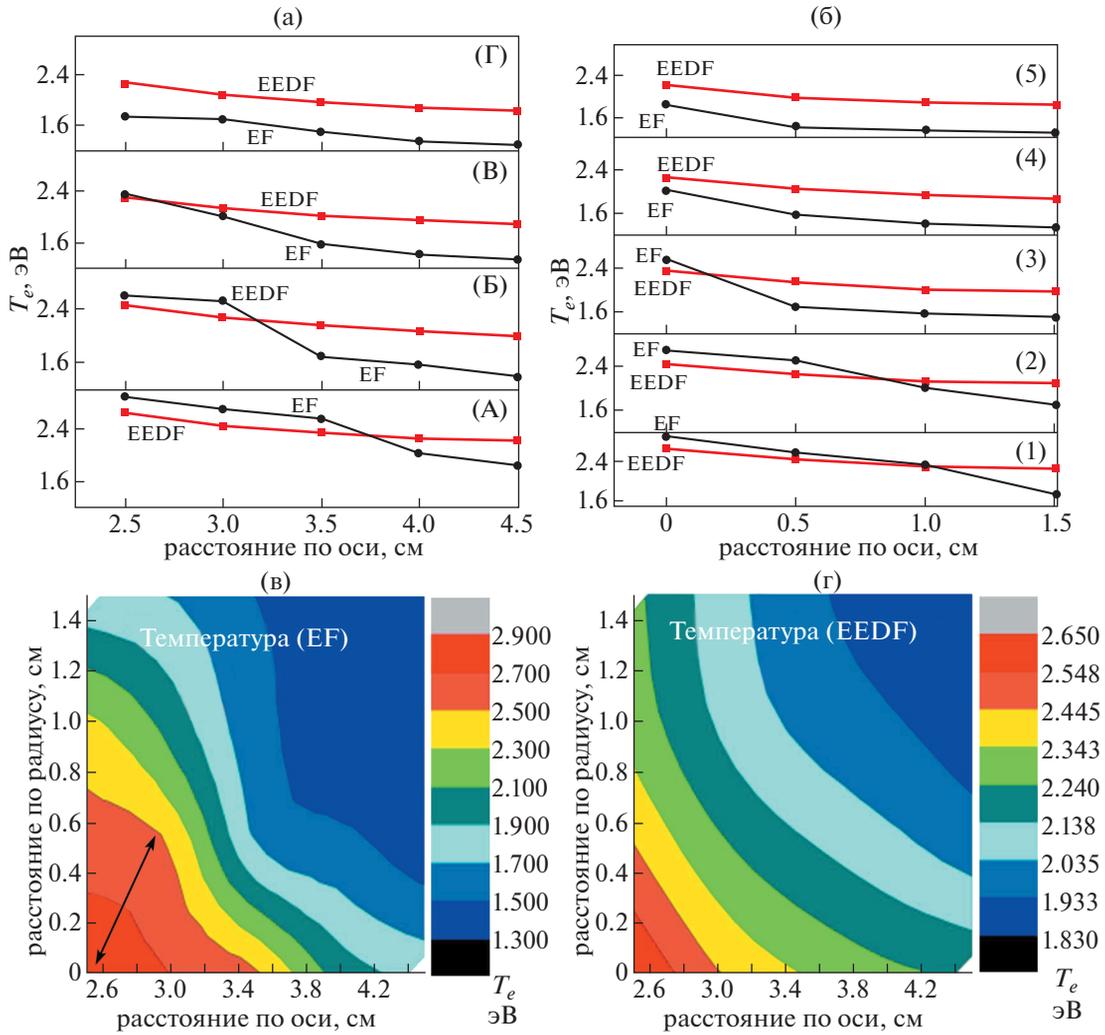


Рис. 6. Распределение температуры электронов по оси для четырех (А, Б, В и Г) разных положений по радиусу (а) и по радиусу для пяти (1, 2, 3, 4 и 5) разных положений по оси (б); 2D-распределение температуры электронов, вычисленное методом EF (в) и методом EEDF (г).

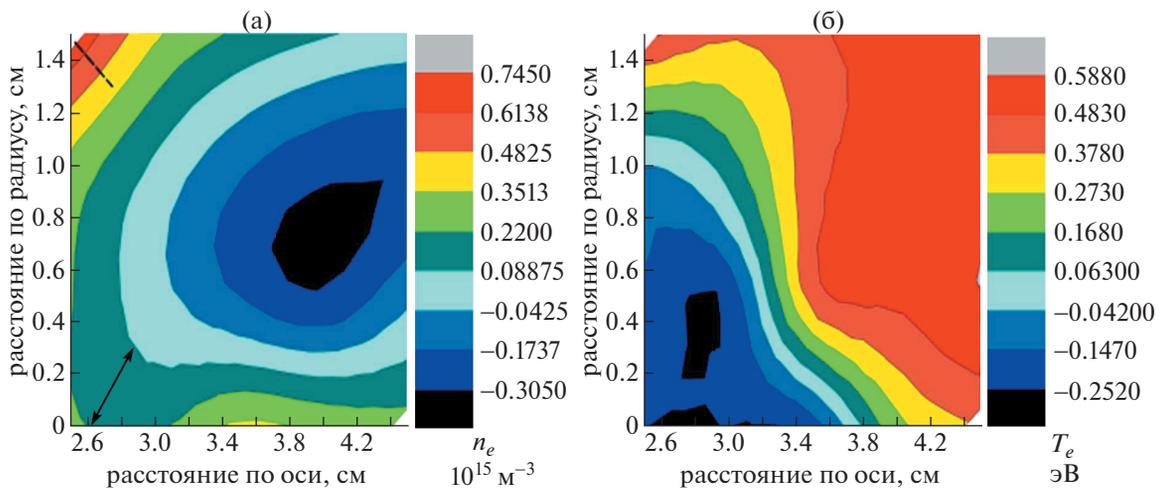


Рис. 7. Отличия в электронной плотности (а) и температуре (б), измеренных методами EEDF и EF.

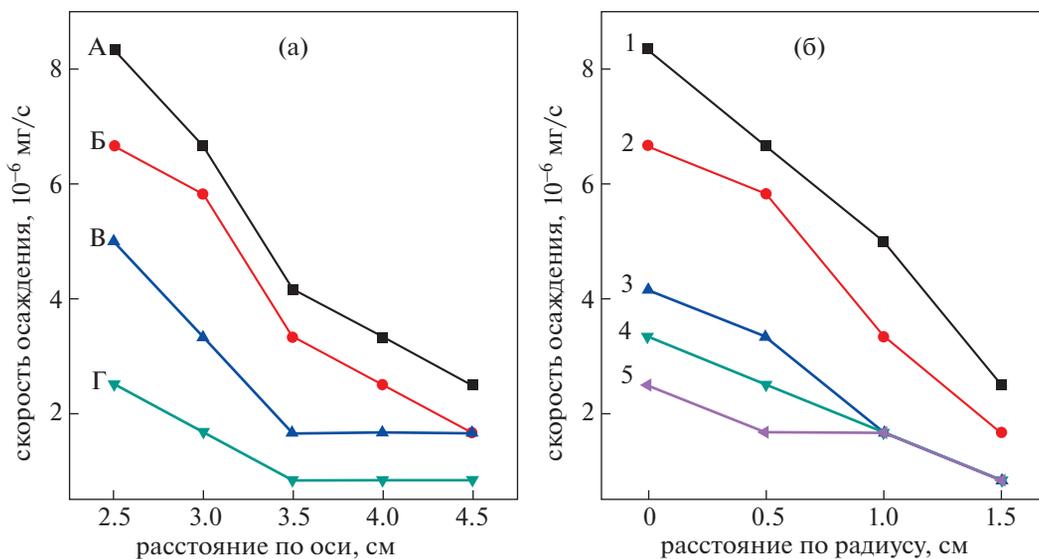


Рис. 8. Изменение скорости осаждения пленки по оси при четырех (А, Б, В и Г) разных положениях по радиусу (а) и по радиусу при пяти (1, 2, 3, 4 и 5) разных положениях по оси (б).

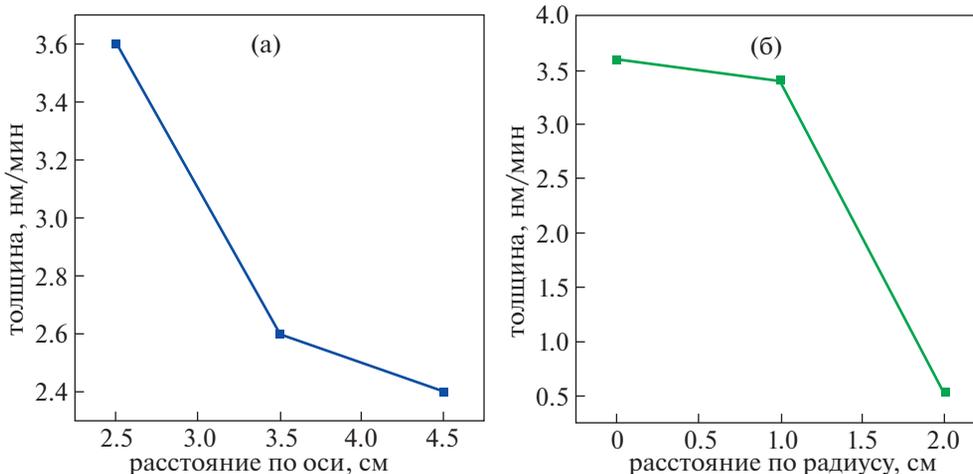


Рис. 9. Толщина нанесенной тонкой титановой пленки в зависимости от положения подложки вдоль оси (а) и по радиусу (б).

которые способствуют более быстрому росту тонких пленок [50].

ВЫВОДЫ

Пространственное распределение параметров плазмы и скорости осаждения пленок в описываемой магнетронной системе определяются пространственным распределением магнитного поля. Значения температуры и концентрации электронов уменьшаются с удалением от катода вдоль радиуса и по оси системы. Аналогичные закономерности наблюдаются и для распределения в пространстве скорости осаждения пленок. Маг-

нитное поле реальной системы измеряется с помощью флюксметра и моделируется с помощью пакета программ COMSOL-Multiphysics. Изменение в пространстве параметров плазмы влияет на пространственное распределение скорости нанесения пленок.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОПИСАНИЕ РАСЧЕТОВ PIC-MCC

Модуль PIC

Перед началом моделирования создается расчетная сетка с ячейками в трехмерном простран-

стве, границы которых имеют цилиндрическую форму. В расчетах используется цилиндрическая система координат, чтобы максимально использовать азимутальную симметрию системы распыления в магнетронном разряде постоянного тока [42, 51].

Сначала вычисляются значения магнитного (B) и электрического (E) полей (при постоянном напряжении на границах) в предположении об отсутствии любых электрических зарядов. Величины невозмущенных полей определяются в узлах трехмерной сетки.

Уравнение Лапласа для электрического поля решается в цилиндрических координатах популярным методом конечных разностей [52, 53]. В этом методе осуществляется дискретизация уравнений, что позволяет их решать численно методом второго порядка при совместном использовании разностей вперед и назад:

$$\nabla^2 V = 0, \quad (1П)$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}\varnothing\right) + \left(\left(\frac{1}{r^2}\right)\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}\varnothing\right) + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\varnothing\right), \quad (2П)$$

$$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\varnothing, \quad E_z = -\frac{\partial}{\partial z}\varnothing, \quad E_r = -\frac{\partial}{\partial r}\varnothing. \quad (3П)$$

При вычислении суммарного магнитного поля используется суперпозиция полей от каждого из магнитов (12 цилиндрических магнитов, размещенных по окружности в рассматриваемом здесь магнетроне) с учетом азимутальной симметрии системы диполей. Учет суперпозиции полей в вычислениях оказывается гораздо менее трудоемким и более эффективным, чем расчеты с использованием аналитических соотношений для поля.

Выражение для магнитного поля в сферических координатах от одиночного диполя хорошо известно и имеет вид

$$B_{dip}(R, \vartheta) = \frac{\mu_0 m}{4\pi R^3} (2 \cos \vartheta \hat{r} + \sin \vartheta \hat{\vartheta}) \quad (4П)$$

Это выражение было преобразовано для цилиндрической системы координат.

Все уравнения записываются в конечных разностях. Детали этой процедуры и других процедур, обычно используемых в методе PIC MCC (таких как учет ячеек с разными весами), здесь не приводятся, поскольку в литературе имеются детальные описания этих вопросов [54–56]. Из-за рождения ионов, электронов и кластеров происходит возмущение исходных полей. В данной работе ионные кластеры и нейтральные частицы рассматриваются как частицы для моделирования, а электроны выступают в качестве фона. Уравнение Пуассона не решается в явном виде. Вместо этого, чтобы упростить алгоритм при

описании пространственных сеток и временной динамики, используется метод возмущений.

Модуль MCC

Две модели применяются при описании ионизационных столкновений. Столкновения, в которых энергия частиц близка или больше потенциала ионизации, описываются в рамках томсоновской модели, а в случае, когда энергия меньше потенциала ионизации, применяется модель ступенчатой ионизации. В существующей литературе ради простоты ступенчатой ионизацией часто пренебрегают [57]. Поскольку температура в магнетронном разряде постоянного тока много меньше потенциалов ионизации большинства участвующих в процессе частиц, то оказывается, что эффективность ступенчатой ионизации гораздо больше, чем прямой ионизации [58].

1. В томсоновской модели для $T_e \approx J$:

$$K_{ion} = (K_0 \sqrt{z}) \frac{e^{-z}}{1+z}, \quad (5П)$$

где J – потенциал ионизации атомов аргона и $z = J/T_e$.

2. Для ступенчатой ионизации при $T_e \ll J$:

$$K_{ion} = \frac{\pi e^4}{J^2} \sqrt{\frac{2T_e}{m_e}} e^{-J/T_e}, \quad (6П)$$

где $K_0 = \frac{\pi e^4}{J^2} \sqrt{\frac{2J}{m_e}}$.

Как сказано выше, из-за низких температур в магнетронном разряде роль ступенчатой ионизации гораздо выше, чем прямой ионизации для большинства нейтральных частиц. Из-за малых ($\approx 10^{-12}$ с) характерных времен для электронов они рассматриваются в качестве фона, но учитывается влияние вторичных электронов и рекомбинации на концентрацию электронов и ее распределение, что необходимо для поддержания устойчивости плазмы. Распределения же всех ионов, нейтральных частиц и кластеров, которые являются предметом моделирования, полагаются неравновесными на больших пространствах области моделирования. Все температуры относятся к локальным термодинамическим величинам, которые зависят от координат r , θ и ϕ и усредняются по объему одной ячейки, равному $\approx \lambda_D^3$, где λ_D – радиус Дебая. Влияние электрического и магнитного полей на эти локальные средние характеристики и следовательно на температуру автоматически учитываются в этой модели [59]. Все сечения рассеяния являются локальными величинами, в которых учитывается анизотропия рассеяния по трем координатам.

Модель тройной рекомбинации [60, 61] используется для моделирования процессов рекомбинации в фоновом газе и для распыленных частиц. Скорость рекомбинации оказывается пренебрежимо малой в объеме газа и вблизи подложки из-за низкого давления и низкой концентрации частиц. Это делает рекомбинационные процессы менее важными в рассматриваемых условиях. Для всех процессов рассеяния используется простая анизотропная модель твердых сфер [62] с учетом зависимости от энергии. Эта модель оправдана из-за низкой концентрации плазмы и из-за того, что квантовые эффекты практически неважны даже на масштабах радиуса Дебая. В этой модели для констант скорости имеем

$$\begin{aligned} K_{scattering} &= \langle v_{Ar} \pi r'^2 \rangle, \\ K_{scattering} &= \pi r'^2 \left[\frac{8T_{Ar}}{\pi \mu} \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (7П)$$

где μ – приведенная масса, r' – классический радиус сталкивающихся частиц, а T_{Ar} – локальная температура фоновой аргоновой плазмы.

Эти столкновения очень важны для определения распределения частиц титана в разных областях моделирования. Например, чем больше частота столкновений атомов мишени с атомами фоновой плазмы в потоке плазмы, тем больше вероятность отклонения ионов в этом потоке от прямого пути к мишени.

Для заданной конфигурации поля распределения по скоростям частиц фоновой плазмы зависит от нескольких факторов, включая скорость потока газа, вкладываемую мощность и давление газа [63–65].

Следующие факторы учитываются при вычислении потоков атомов титана за счет процессов эмиссии и напыления и в последующем расчете частот образования паров металла и кластеров.

1. $\epsilon_0(T)$, удельная энергия связи на один атом (в объеме) титановой мишени.
2. $A(T)$, удельная поверхностная энергия на один атом.
3. $N_{sat}(T)$, давление насыщенных паров при данной температуре.

Перечисленные факторы вводятся в модуль МСС с помощью “вероятности локального столкновения”. В этом подходе вычисляются сечения столкновения вместо традиционного метода на основе экстраполяции имеющихся экспериментальных данных при определении частоты столкновений. Из моделируемой системы случайным образом выбирается небольшое число частиц, после чего используется статистическое взвешивание [66], чтобы согласовать результаты

сравнения параметров, учитывающих комбинацию перечисленных выше факторов для индивидуальных частиц и кластеров, со случайным числом, позволяющим вычислять локальный параметр столкновения. Эти локальные параметры столкновений являются факторами, которые дают возможность раскладывать в модуле МСС различные частицы по разным столкновительным ячейкам, по аналогии с традиционным кодом МСС.

Давление паров и полные энергии связи играют ключевую роль при вычислении параметров столкновений [67]

1) $P_{deposition} \propto S = \frac{N}{N_{sat}(T)}$, где S называется фактором насыщения системы;

2) $P_{emission} \propto e^{-\epsilon/T}$, где $\epsilon = \epsilon_0 - An^{-1/3}$ фактически становится постоянной величиной для больших значений n или объемной системы и определяет полную энергию связи на один атом во всей системе, включая кластеры и весь объем.

Перенос частиц

Транспортные уравнения и их самосогласованное решение не являются частью метода частиц PIC, но обсуждение транспорта частиц на качественном уровне позволяет сделать важные выводы и объяснить некоторые результаты данной работы.

Из-за разной степени взаимодействия фоновой плазмы с парами и кластерами титана, которые движутся в направлении подложки, их поведение можно в основном разбить на три группы.

1. Частицы, движущиеся по баллистической траектории. Они летят к аноду по прямой, и их энергия практически не меняется из-за столкновений.
2. Частицы в промежуточном состоянии. Такие частицы наиболее уместно рассматривать в данном исследовании, поскольку ими определяется качество титановых пленок на подложке и изменение их характеристик. Эти частицы участвуют в столкновениях, но при этом сохраняется часть их начального импульса в направлении подложки.

3. Термализованные частицы, двигающиеся диффузно. Они теряют большую часть своего начального импульса и рассеиваются случайным образом, совершая беспорядочные блуждания. Их рассмотрение важно для анализа процессов в объеме моделируемой области.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность Birla Institute of Technology, Mesra, Ranchi, India за предоставление

экспериментальной установки. Авторы выражают благодарность SERB (Ref: EMR/2014/000722) New Delhi, Government of India за финансовую поддержку. Авторы хотели бы посвятить эту работу Dr. Indrani Banerjee, которая служила постоянным источником вдохновения и была научным руководителем для многих студентов, включая авторов. Ее дружелюбной улыбки и глубокого понимания физики будет не хватать ее студентам и друзьям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Hull W. J. Am. Inst. Elect. Eng. 1921. V. 40. P. 715.
- Greene J.E. Vac J. Sci. Technol. A. 2017. V. 35. P. 05C204.
- Penning F.M. Physica. 1936. V. 3. P. 873.
- Penning F.M., Moubis J.H.A. Proc. K. Ned. Akad. Wet. 1940. V. 43. P. 41.
- Musil J. Surf. Coat. Tech. 1998. V. 100. P. 280.
- Choi S.K., Lee J.I. J. Vac. Sci. Technol. A. 2001. V. 19. P. 2043.
- Kwon U.H., Choi S.H., Park Y.H., Lee W.J. Thin Solid Films. 2005. V. 475. P. 2043.
- Ivanov I., Kazansky P., Hultman L., Petrov I., Sundgren J.E. J. Vac. Sci. Technol. A. 1994. V. 12. P. 314.
- Petrov I., Orlinov V., Ivanov I., Kourtev J. Contrib. Plasm. Phys. 1988. V. 28. P. 157.
- Ayesh A.I., Qamhie N., Ghamlouche H., Thaker S., El-Shaer M. J. Appl. Phys. 2010. V. 107. P. 034317.
- Raggl S., Postler J., Winkler J., Strauss G., Feist C., Plankensteiner A., Eidenberger-Schober M., Scheier P. J. Vac. Sci. Technol. A. 2017. V. 35. P. 061308.
- Poluektov N.P., Tsar'gorodsev Y.P., Usatov I.I., Evstigneev A.G., Kamyschov I.A. J. Mod. Phys. 2012. V. 31. P. 494.
- Borah S.M., Pal A.R., Bailing H., Chutia J. Chinese Phys. B. 2011. V. 20. P. 014701.
- Holík M., Bilyk O., Marek A., Kudrna P., Behnke J.F., Tichý M. Contrib. Plasm. Phys. 2004. V. 44. P. 613.
- Tang D.L., Fu R.K., Tian X.B., Peng P., Chu P.K. Nucl. Instrum. Meth. B. 2003. V. 206. P. 808.
- Lagarde T., Arnal Y., Lacoste A., Pelletier J. Plasma Sources. Sci. Technol. 2001. V. 10. P. 181.
- Wu S.Z. J. Appl. Phys. 2005. V. 98. P. 083301.
- Nisha M., Saji K.J., Ajimsha R.S., Joshy N.V., Jayaraj M.K. J. Appl. Phys. 2006. V. 99. P. 033304.
- Aanesland A., Bredin J., Chabert P., Godyak V. Appl. Phys. Lett. 2012. V. 100. P. 044102.
- Abu-Hashem A., Hassouba M.A., Masoud M.M. J. Mod. Phys. 2012. V. 3. P. 48.
- Nakamura T., Okimura K. Vacuum. 2004. V. 74. P. 391.
- Posadowski W.M. Thin Solid Films. 2001. V. 392. P. 201.
- Seo D.C., Chung T.H., Yoon H.J., Kim G.H. J. Appl. Phys. 2001. V. 89. P. 4218.
- Borah S.M. J. Mater. 2013. V. 9. P. 2013.
- Kakati H., Pal A.R., Bailing H., Chutia J. J. Phys. D: Appl. Phys. 2007. V. 40. P. 6865.
- Seo S.H., In J.H., Chang H.Y. J. Appl. Phys. 2004. V. 96. P. 57.
- Bretagne J., Laporte C.B., Gousset G., Leroy O., Minea T.M., Pagnon D., de Poucques L., Touzeau M. Plasma Sources Sci. Technol. 2003. V. 12. P. 33.
- Sheridan T.E., Goeckner M.J., Goree J. J. Vac. Sci. Technol. A. 1991. V. 9. P. 688.
- Sherdian T.E., Goree J. J. Vac. Sci. Technol. A. 1989. V. 7. P. 1014.
- Sherdian T.E., Goeckner M.J., Goree J. J. Vac. Sci. Technol. A. 1998. V. 16. P. 02173.
- Goeckner M.J., Goree J.A., Sheridan T.E. IEEE T. Plasma. Sci. 1991. V. 19. P. 301.
- Negrea C., Manea V., Covlea V., Jipa A. Plasma Phys. Reports. 2011. V. 37. P. 5.
- Ivanov I., Statev S., Orlinov V., Shkevov R. Vacuum. 1992. V. 43. P. 837.
- Gudmundsson J.T., Alami J., Helmersson U. Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78. P. 3427.
- Singh S.B., Chand N., Patil D.S. Vacuum. 2009. V. 83. P. 372.
- Merlino R.L. Am. J. Phys. 2007. V. 12. P. 1078.
- Amemiya H. J. Phys. D: Appl. Phys. 1990. V. 23. P. 999.
- Barjatya A. Doctor of Philosophy, thesis (2007), <http://digitalcommons.usu.edu/etd/274>.
- Godyak V.A., Piejak R.B., Alexandrovich B.M. J. Appl. Phys. 1993. V. 73. P. 3657.
- Gopikishan S., Kumar P., Iyengar A.S., Banerjee I., Mahapatra S.K. Results Phys. 2019. V. 12. P. 1814.
- Sabavath G.K. Plasma Phys. Reports. 2020. V. 46. P. 6.
- Birdsall C.K. IEEE Transactions Plasma. Sci. 1991. V. 19. P. 65.
- Serikov V.V., Kawamoto S., Nanbu K. IEEE Transactions Plasma. Sci. V. 27. P. 1389.
- Ekpe S.D., Jimenez F.J., Field D.J., Davis M.J., Dew S.K. J. Vac. Sci. Technol. A. 1999. V. 27. P. 1275 (2009).
- Mišina M., Setsuhara Y., Miyake S. J. Vac. Sci. Technol. A. 1997. V. 15. P. 1922.
- Borah S.M., Bailing H., Pal A.R., Chutia J. J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 195205.
- Papa F., Gerdes H., Bandorf R., Ehasarian A.P., Kolev I., Braeuer G., Tietema R., Krug T. Thin Solid Films. 2011. V. 520. P. 1559.
- Dickson M., Hopwood J. J. Vac. Sci. Technol. A. 1997. V. 15. P. 2307.
- Hellgren N., Macák K., Broitman E., Johansson M.P., Hultman L., Sundgren J.E. J. Appl. Phys. 2000. V. 88. P. 524.
- Gudmundsson J.T. Plasma Sources Sci. Technol. 2020. V. 29. P. 113001.
- Shon C.H., Lee J.K. Applied Surface Science. 2002. V. 269. P. 192258.
- Longo S. Plasma Sources Science and Technology. 2000. V. 9.
- Langdon A.B. J. Comput. Phys. 1970. V. 6. P. 247.
- Langdon A.B., Birdsall C.K. Phys. Fluids. 1970. V. 13. P. 2115.

55. Computer modeling of low-temperature plasmas, Gas Discharges – Fundamentals & Applications / Ed. J. de Amorim Filho, F. Iza, S.H. Lee, and J.K. Lee (2007), p. 1–30.
56. Mandilas C., Daskalos E., Karagiannakis G., Konstantopoulos A.G. Materials Science and Engineering B. 2013. V. 178. P. 22.
57. Ahadi A., Sun Q. Acta Materialia. 2014. V. 76. P. 186.
58. Serov A.O., Mankelevich Yu.A., Pal A.F., Ryabinkin A.N. J. Phys.: Confer. Series. 2015. V. 653. P. 012127.
59. Rudolf T.H. NASA casi/ntrs archives 19910023412.
60. Kabla M., Seiner H., Musilova M., Shilo D. Acta Materialia. 2014. V. 70. P. 79.
61. Sigurjonsson P., Gudmundsson J.T. J. Phys.: Confer. Series. 2009. V. 100. P. 234.
62. Geiser J., Blankenburg S. Commun. Comput. Phys. 2012. V. 11. P. 1618.
63. Khomkin A.L., Shumikhin A.S. European Phys. J. D. 2009. V. 54. P. 493.
64. Smirnov B.M. Fundamentals of Ionized Gases (Wiley VCH, 2001).
65. Hensel F. J. Phys.: Condens. 1990. V. 2. P. SA33.
66. Upton T.H. Phys. Rev. Lett. 1986. V. 56. P. 2168.
67. Franz G. Low Pressure Plasmas and Microstructuring Technology (Springer, 2009).

Перевод с английского Н.Л. Александрова