СОДЕРЖАНИЕ

Том 98, номер 2, 2021

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 2, с. 91–101

УДК 524.42

ВКЛАД ДВОЙНЫХ ЗВЕЗД В ДИСПЕРСИЮ СКОРОСТЕЙ ВНУТРИ OB-АССОЦИАЦИЙ ПО ДАННЫМ GAIA DR2

© 2021 г. А. М. Мельник[1,*], А. К. Дамбис[1]

[1] Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

**E-mail: anna@sai.msu.ru*

Поступила в редакцию 21.05.2020 г.
После доработки 14.08.2020 г.
Принята к публикации 30.08.2020 г.

Мы оценили вклад двойных звезд в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций, вычисленную с использованием собственных движений Gaia DR2. Наибольший вклад в дисперсию скоростей дают двойные звезды с периодом $P = 5.9$ года, компоненты которых смещаются на расстояние, близкое к диаметру системы за время наблюдений Gaia DR2. Движение фотоцентра двойной системы исследовалось двумя методами: один основан на вычислении смещения между первым и последним наблюдательными периодами Gaia DR2, а другой – на решении n уравнений, определяющих смещение в момент времени t_n. Первый и второй методы дают очень близкие значения σ_{bn}, равные соответственно 0.90 и 0.87 км/с. Учет эллиптичности орбит двойных звезд вызывает небольшое уменьшение σ_{bn}. Предполагая, что эксцентриситеты орбит двойных массивных систем распределены равномерно на интервале $e \in [0, 0.9]$, мы получили среднее по эксцентриситету значение $\overline{\sigma_{bn}} = 0.81$ км/с. Выбор значения γ в степенно́м законе распределения числа двойных систем $p_q \sim q^\gamma$ от отношения масс компонентов $q = M_2/M_1$ мало влияет на величину σ_{bn}. Изменение показателя γ от 0 (постоянное распределение) до –2 (преобладание систем с маломассивными компонентами) приводит к изменению σ_{bn} от 0.90 до 1.07 км/с. Статья основана на докладе, сделанном на конференции “Астрометрия вчера, сегодня, завтра” (ГАИШ МГУ, 14–16 октября 2019 г.).

DOI: 10.31857/S0004629920330014

1. ВВЕДЕНИЕ

Второй промежуточный релиз данных со спутника Gaia (Gaia DR2) включает высокоточные определения собственных движений для 1.3 миллиарда звезд, полученных по измерениям положений в течение 1.8 года [1–3]. Средняя ошибка определения собственных движений для звезд OB-ассоциаций составляет 0.1 мсд/год[1], что на расстоянии 1 кпк дает неопределенность около 0.5 км/с.

OB-ассоциации – это разреженные группировки звезд спектральных классов O и B [4]. Блаха и Хамфрис [5] составили каталог звезд высокой светимости в широкой окрестности Солнца. Их список включает O–B2 звезды главной последовательности, O–B3 яркие гиганты и сверхгиганты всех спектральных классов, возраст которых не превышает 40 млн лет. Блаха и Хамфрис [5] выделили 91 OB-ассоциаций, расположенных в окрестности ~3 кпк от Солнца. Из 2209 звезд OB-ассоциаций 2007 (90%) были отождествлены с каталогом Gaia DR2.

Вычисленная дисперсия скоростей внутри OB-ассоциаций имеет несколько источников: турбулентные движения внутри гигантских молекулярных облаков, из которых потом рождаются молодые звезды [6], движения внутри двойных систем и ошибки определения скоростей.

Существует много доказательств того, что гигантские молекулярные облака находятся в состоянии, близком к вириальному равновесию, например, [7, 8]. Звезды OB-ассоциаций рождаются в турбулентной газовой среде и “наследуют” ее дисперсию скоростей. Поэтому вириальная масса OB-ассоциаций должна быть примерно равна массам их родительских молекулярных облаков. Вириальная масса OB-ассоциаций определяется следующим выражением:

$$M_{\rm vir} = \frac{5a\sigma_t^2}{G}, \qquad (1)$$

[1] 1 mas (milli arc second) или 1 мсд = 1×10^{-3} секунды дуги – единицы измерения угловых расстояний.

где a — характерный радиус ОВ-ассоциации и σ_t — одномерная дисперсия турбулентных движений. Вириальные массы ОВ-ассоциаций из каталога Блаха и Хамфрис [5] лежат в диапазоне 10^5–10^7 $M_\odot$ [9, 10], что в целом согласуется с оценками масс гигантских молекулярных облаков: 10^5–2×10^6 $M_\odot$ [11].

Используя собственные движения из каталога Gaia DR2, мы вычислили дисперсии скоростей звезд внутри ОВ-ассоциаций в направлении галактической долготы l и широты b. Наблюдаемые дисперсии скоростей $\sigma_{l,\text{obs}}$ и $\sigma_{b,\text{obs}}$ были исправлены за ошибки собственных движений и расстояний:

$$\begin{aligned}\sigma_{vl}^2 &= \sigma_{l,\text{obs}}^2 - (4.74r\varepsilon_{\mu l})^2 - (4.74a\overline{\mu_l})^2,\\ \sigma_{vb}^2 &= \sigma_{b,\text{obs}}^2 - (4.74r\varepsilon_{\mu b})^2 - (4.74a\overline{\mu_b})^2,\end{aligned} \tag{2}$$

где $\varepsilon_{\mu l}$ и $\varepsilon_{\mu b}$ — средние ошибки собственных движений из каталога Gaia DR2, $\overline{\mu_l}$ и $\overline{\mu_b}$ — средние собственные движения звезд ассоциации в направлении галактической долготы и широты, r — расстояние от Солнца до ОВ-ассоциации; коэффициент $4.74r$ [кпк] переводит единицы мсд/год в км/с. При вычислении скоростей в картинной плоскости мы использовали среднее расстояние до ассоциации r и не использовали параллаксы отдельных звезд. В этом случае средняя ошибка расстояний примерно равна характерному радиусу a ассоциации в картинной плоскости. Среднее значение дисперсии скоростей, вызванной ошибками собственных движений Gaia DR2, равно 0.5 км/с. Ошибки в расстояниях до индивидуальных звезд (последний член в 2) также создают дополнительную дисперсию скоростей, среднее значение которой составляет 0.5 км/с.

Среднее значение одномерной дисперсии скоростей, вычисленное для 28 ОВ-ассоциаций, включающих более 20 звезд с собственными движениями Gaia DR2, составляет $\sigma_v = 4.5$ км/с. Дисперсии скоростей внутри ОВ-ассоциаций не исправлялись за эффект двойных звезд, который по умолчанию принимался малым [10].

Однако доля двойных систем в популяции ОВ звезд достаточно велика и достигает 30–100% [12–15]. В настоящей работе мы вычисляем вклад двойных систем в дисперсию скоростей внутри ОВ-ассоциаций, моделируя движение компонентов двойной системы.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

2.1. Смещение фотоцентра двойной системы между начальным и финальным периодами наблюдений Gaia DR2

Смещение звезды в двойной системе за время наблюдений Gaia DR2 ($T = 1.8$ года) приводит к возникновению дополнительного собственного движения и дополнительной скорости, которая увеличивает дисперсию скоростей внутри ОВ-ассоциаций.

Давайте рассмотрим двойную систему, компоненты которой вращаются по круговым орбитам в плоскости небесной сферы с периодом обращения P (см. рис. 1а). Обозначим главный и вторичный компоненты двойной звезды соответственно 1 и 2. Типичным представителем звезды ОВ-ассоциаций в каталоге Блаха и Хамфрис [5] является звезда с массой 10 $M_\odot$, поэтому будем считать, что главный компонент имеет массу $M_1 = 10\,M_\odot$, а масса вторичного компонента равна $M_2 = qM_1$:

$$q = M_2/M_1 < 1. \tag{3}$$

Компоненты двойной вращаются вокруг общего центра масс O по орбитам с радиусами соответственно a_1 и a_2. Радиус a_2 можно оценить из закона гравитации Ньютона:

$$a_2^3 = \frac{P^2}{4\pi^2}\frac{GM_1}{(1+q)^2}, \tag{4}$$

а радиус a_1 вычисляется из следующего соотношения:

$$a_1 = qa_2. \tag{5}$$

Смещения S_1 и S_2 компонентов двойной системы между первым и последним наблюдательными периодами Gaia DR2 равны:

$$S_2 = \sqrt{2}a_2\sqrt{1-\cos\frac{2\pi T}{P}}, \tag{6}$$

$$S_1 = qS_2, \tag{7}$$

где T — это временна́я база наблюдений Gaia DR2.

Однако проект Gaia DR2 включает много наблюдений индивидуальных звезд. Например, звезды ОВ-ассоциаций наблюдались в среднем в течение 14 наблюдательных периодов. Наблюдательные периоды (visibility periods) — это интервалы наблюдений, разнесенные друг от друга не менее, чем на 4 дня [3, 16]. В разделе 2.2 мы рассмотрим другой метод, основанный на решении n уравнений, определяющих смещение s_n в момент времени t_n.

Оказалось, что двойные системы с периодом $P = 5.9$ года дают максимальный вклад в дисперсию скоростей. В этом случае смещение компонентов двойной системы $S = S_1 + S_2$ между первым и последним наблюдательными периодами имеет значение, близкое к диаметру системы $D \approx a_1 + a_2$, равному $D \approx 8$ а.е., что на расстоянии $r = 1$ кпк соответствует углу ~ 8 мсд. Заметим, что

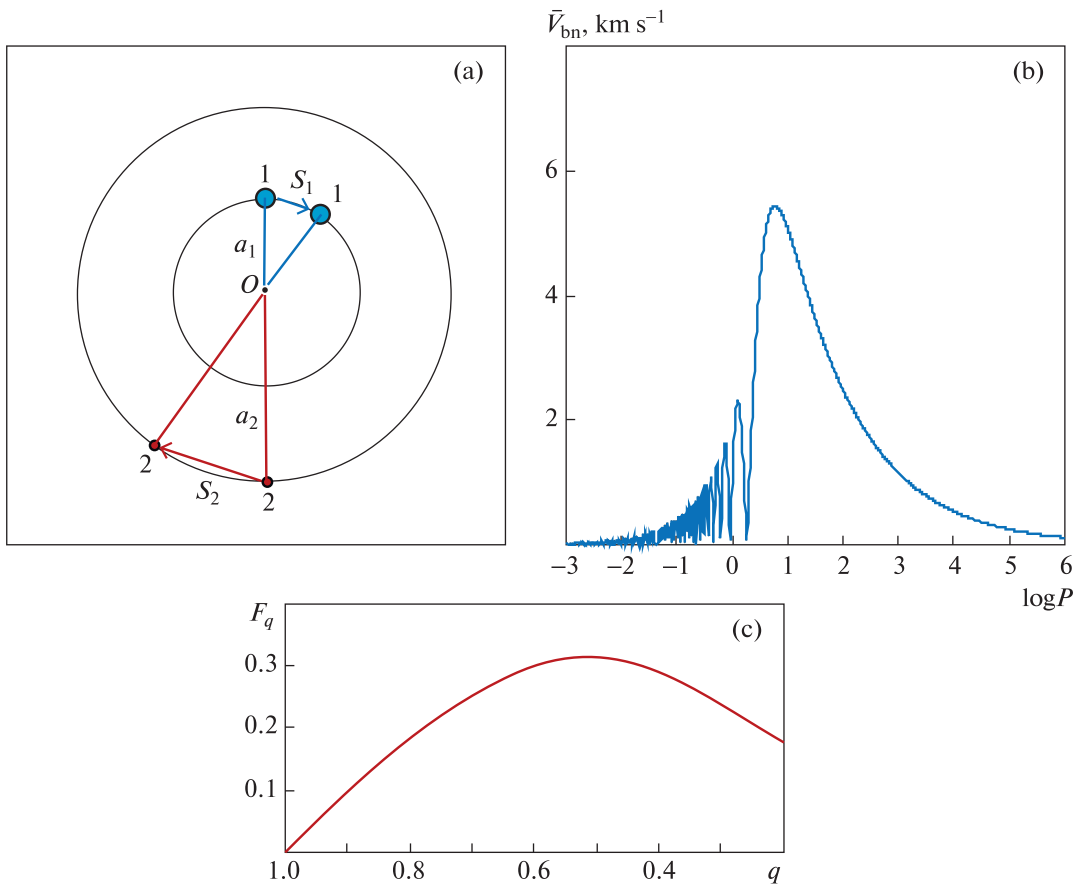

Рис. 1. Вклад двойных систем в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций. (a) – Модель двойной системы с компонентами 1 и 2, вращающимися вокруг общего центра масс по круговым орбитам в плоскости небесной сферы с периодом P. Векторы S_1 и S_2 показывают смещение звезд двойной системы за время наблюдений Gaia DR2, равное T. Положение центра масс системы находится в точке O. Радиусы орбит звезд 1 и 2 равны соответственно a_1 и a_2. (b) – Зависимость дополнительной скорости $\overline{V_{bn}}$, усредненной по параметру q, от lg P. Скорость $\overline{V_{bn}}$ – это средний вклад двойных систем с периодом P в дисперсию скоростей. Максимальное значение скорости $\overline{V_{bn}}$ = 5.4 км/с достигается при периоде обращения P = 5.9 года. (c) – Зависимость функции F_q (см. (11)) от отношения масс в двойной системе q. Функция F_q достигает максимума при $q = 0.52$.

медианное значение расстояний от Солнца до OB-ассоциаций из каталога Блаха и Хамфрис [5] равно $r = 1.7$ кпк, т.е. медианное значение угла между компонентами двойной звезды должно быть в 1.7 раза меньше.

Изображения звезд в фокальной плоскости спутника Gaia имеют большой размер, что делается специально для увеличения числа пикселов, участвующих в построении изображения, и дает возможность точнее определять положение центра изображения. Медианное значение полуширины изображения, вычисленное на половине максимума линейной функции источника (full width half maximum of the line spread function), составляет ~100 мсд [17]. Это означает, что компоненты рассмотренной двойной системы должны быть представлены одним и тем же источником.

Таким образом, мы должны рассматривать смещение фотоцентра двойной системы, а не движение одного из ее компонентов. В целом вычисление эффекта двойных требует учета линейной функции источника, точечной функции источника и алгоритма определения источника. Здесь мы не претендуем на полное решение, а делаем приблизительную оценку, полагая, что линейная функция источника является практически плоской вблизи ±10 мсд от положения максимума [17].

Следовательно, световой поток от обоих компонентов двойной системы, полностью, без потерь, участвует в построении изображения. Используя соотношение между светимостью звезды L и ее массой M, например, [18]:

$$L \sim M^4, \qquad (8)$$

мы можем записать следующее выражение для смещения фотоцентра двойной системы:

$$S_{\text{ph}} = \frac{S_1 M_1^4 - S_2 M_2^4}{M_1^4 + M_2^4}. \quad (9)$$

Подставляя переменные из (4)–(7), получаем:

$$S_{\text{ph}} = \sqrt{2}\left(\frac{GM_1P^2}{4\pi^2}\right)^{1/3}\sqrt{1-\cos\frac{2\pi T}{P}}F_q, \quad (10)$$

где функция F_q имеет вид:

$$F_q = \frac{q - q^4}{(1+q^4)(1+q)^{2/3}}. \quad (11)$$

Рисунок 1c показывает ход функции F_q, которая равна нулю при $q = 1$. Действительно, движение двух одинаковых звезд в картинной плоскости не приводит к смещению их общего фотоцентра. С другой стороны, если один компонент очень мал, то перемещения основного компонента будут ничтожными. Оказалось, что функция F_q достигает максимума при $q = 0.52$.

Движение фотоцентра двойной системы приводит к появлению дополнительной скорости, которая искажает скорость звезды в картинной плоскости:

$$V_{bn} = S_{\text{ph}}/T, \quad (12)$$

где T — временна́я база наблюдений Gaia DR2. Рисунок 1b показывает зависимость дополнительной скорости $\overline{V_{bn}}$, усредненной по параметру $q = M_2/M_1$, от $\log P$. В целом легко понять зависимость скорости $\overline{V_{bn}}$ от периода обращения системы P: при малых периодах двойная система имеет малый диаметр и смещения фотоцентра малы; чем больше период, тем больше диаметр системы, но в этом случае скорости движения по орбите малы и за время наблюдений Gaia DR2 фотоцентр смещается на небольшое расстояние. Следовательно, существует определенный период P, соответствующий максимальному смещению S_{ph}. Максимальное смещение S_{ph} и, следовательно, максимальная скорость $\overline{V_{bn}}$ достигаются при периоде $P = 5.9$ года. Максимальная скорость имеет значение $\overline{V_{bn}} = 5.4$ км/с. При малых периодах P скорость $\overline{V_{bn}}$ демонстрирует колебания, а нулевые значения скорости $\overline{V_{bn}} = 0$ соответствуют периодам $P = T/n$, где n — целое число, при которых двойная система делает несколько полных оборотов за время T, что приводит к нулевому смещению S_{ph}.

Чтобы оценить вклад двойных звезд σ_{bn} в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций σ_v, мы интегрируем $V_{bn}^2(P,q)$ по всем возможным периодам P и отношениям масс q:

$$\sigma_{bn}^2 = f_b f_j \int\limits_{q=0.2}^{q=1.0}\int\limits_{\log P=-3}^{\log P=+6} V_b^2(P,q) f_p(P) p(q) d(\log P) dq, \quad (13)$$

где множители f_b и f_j характеризуют соответственно долю двойных звезд и эффекты проекции, а функции $f_p(\log P)$ и $p_q(q)$ учитывают распределение двойных систем по периодам и по отношению масс компонентов q в них. Здесь мы принимаем следующие предположения. Доля двойных систем среди массивных молодых звезд составляет $f_b = 0.5$ [13]. Ансамбль двойных систем ориентирован случайным образом по отношению к лучу зрения, следовательно, квадрат проекции полной скорости V на случайное направление, например x, в среднем составляет $V_x^2 = 1/3V^2$, что дает фактор проекции, равный $f_j = 1/3$. Алдоретта и др. [19] показали, что распределение массивных двойных звезд по периодам является практически плоским по инкременту $\log P$ (так называемый закон Эпика [20, 21]) на интервале $\log P$ от -3 до $+6$. Поэтому мы можем принять значение $f_p = 1/9$ на единицу $\log P$. Сана и Эванс [22] нашли, что распределение двойных систем по отношению масс компонентов q является практически плоским на интервале $q = 0.2$–1.0, поэтому мы можем принять $p_q = 1.25$.

Численно интегрируя (13), мы получаем среднее значение вклада двойных звезд в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций:

$$\sigma_{bn} = 0.90(M_1/10\,M_\odot)^{1/3}, \quad (14)$$

что примерно в два раза превышает значение $\sigma_{bn} = 0.38$ км/с, полученное для временной базы наблюдений Gaia DR1, равной $T = 24$ года [23]. Оба значения σ_{bn} являются достаточно малыми по сравнению с наблюдаемой дисперсией скоростей внутри OB-ассоциаций $\sigma_v = 4$–5 км/с. Из (14) видно, что значение σ_{bn} слабо зависит от массы M_1: при уменьшении массы звезды в 10 раз (с $M_1 = 10$ до $1\,M_\odot$) значение σ_{bn} уменьшается только в ~2 раза.

2.2. Смещение фотоцентра двойной звезды с учетом промежуточных наблюдений Gaia DR2

Предположим, что положение фотоцентра двойной системы измеряется n раз за время наблюдений Gaia DR2. Для определенности рассмотрим $n = 14$ — среднее число периодов наблюдений звезд высокой светимости из каталога Блаха и Хамфрис [5]. Рисунок 2a показывает вращение компонентов двойной системы с периодом обращения $P = 5.9$ года, обеспечивающим максимальное смещение фотоцентра за время наблюдений Gaia DR2. Рисунок 2b демонстрирует вращение фотоцентра C относительно центра масс системы O. Радиус орбиты фотоцентра равен:

$$a_{\rm ph} = \left(\frac{GM_1P^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} F_q. \tag{15}$$

Вектор $\vec{S}$ равен смещению между начальным и финальным периодами наблюдений. Введем локальную систему координат: ось x совпадает с направлением вектора $\vec{S}$, а ось y перпендикулярна ему. Хорда c_n показывает смещение фотоцентра C к моменту времени t_n. Проекции хорды c_n на направления x и y равны соответственно x_n и y_n. Максимальное смещение фотоцентра происходит вдоль оси x, а в перпендикулярном направлении положение фотоцентра отклоняется на величину $\sim|\vec{S}|/2$ и возвращается в положение, близкое к исходному. Дополнительные скорости V_x и V_y в направлении осей соответственно x и y вычисляются из решения системы $2n$ уравнений:

$$\begin{aligned} x_n &= x_0 + V_x t_n, \\ y_n &= y_0 + V_y t_n. \end{aligned} \tag{16}$$

Так как мы вычисляем одномерную дисперсию скоростей σ_{bn} и учитываем эффект проекции с помощью коэффициента $f_j = 1/3$, то нам надо найти максимально возможное смещение в одном направлении. Это означает, что

$$V_{bn} = V_x. \tag{17}$$

Заметим, что скорость V_y и дополнительное собственное движение (см. (32)) вычисляются с большой ошибкой, что может привести к большому размеру эллипсоида ошибок (`astrometric_sigma5d_max`) при определении пяти астрометрических параметров (α, δ, μ_α, μ_δ и ϖ) данной звезды и их последующей отбраковке [3]. Эта проблема будет обсуждаться в разделе 2.5.

Рисунок 2c показывает зависимость дополнительной скорости $\overline{V_{bn}}$, усредненной по параметру q, от $\log P$, полученную двумя методами: первый основан на полном смещении S между начальным и конечным периодами наблюдений (раздел 2.1), а второй метод включает решение n уравнений, определяющих проекцию x_n в момент времени t_n. Максимальная скорость $\overline{V_{bn}}$, вычисленная первым и вторым методом, имеет значения соответственно 5.4 и 6.0 км/с. Максимальная скорость $\overline{V_{bn}}$, вычисленная вторым методом, имеет большее значение ($\overline{V_{bn}} = 6$ км/с), но при малых периодах, там где происходят колебания, она принимает меньшие значения, чем скорость, вычисленная первым методом.

Интегрируя скорость $\overline{V_{bn}}$ по инкременту $\log P$, мы получаем средний вклад двойных систем в дисперсию скоростей, вычисленную с учетом промежуточных измерений:

$$\sigma_{bn} = 0.87(M_1/10\,M_\odot)^{1/3}. \tag{18}$$

Таким образом, средний вклад двойных систем в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций, вычисленный двумя методами, отличается только на 3%.

2.3. Эллиптические орбиты

Распределение орбит массивных двойных звезд по эксцентриситету e зависит от периода: долгопериодические системы ($P > 10$ лет) имеют практически равномерное распределение по эксцентриситету, а короткопериодические системы ($P < 100$ дней) показывают избыток круговых орбит [13, 15, 24, 25].

Рассмотрим двойную систему с эксцентриситетом орбит $e = 0.5$ и оценим вклад таких систем в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций. Рисунок 3a показывает двойную систему, компоненты которой двигаются по эллиптическим орбитам, фокусы которых находятся в центре масс системы O. Точки P и A показывают положения перицентра и апоцентра орбиты вторичного компонента, углы θ_1 и θ_2 отсчитываются от перицентра P и соответствуют положению вторичного компонента в начальный t_1 и конечный t_2 периоды наблюдений Gaia DR2.

Движение материального тела по эллиптической орбите описывается законом Кеплера:

$$E - \sin E = M, \tag{19}$$

где E — эксцентрическая аномалия, а M — средняя аномалия:

$$M = \frac{2\pi}{P}(t - t_0), \tag{20}$$

где t_0 — время прохождения перицентра. Зная эксцентрическую аномалию E, мы легко можем вычислить истинную аномалию — угол θ между направлением на спутник в момент времени t и направлением на перицентр [26]:

$$\begin{aligned} \sin\theta &= \frac{\sqrt{1-e^2}\sin E}{1 - e\cos E}, \\ \cos\theta &= \frac{\cos E - e}{1 - e\cos E}. \end{aligned} \tag{21}$$

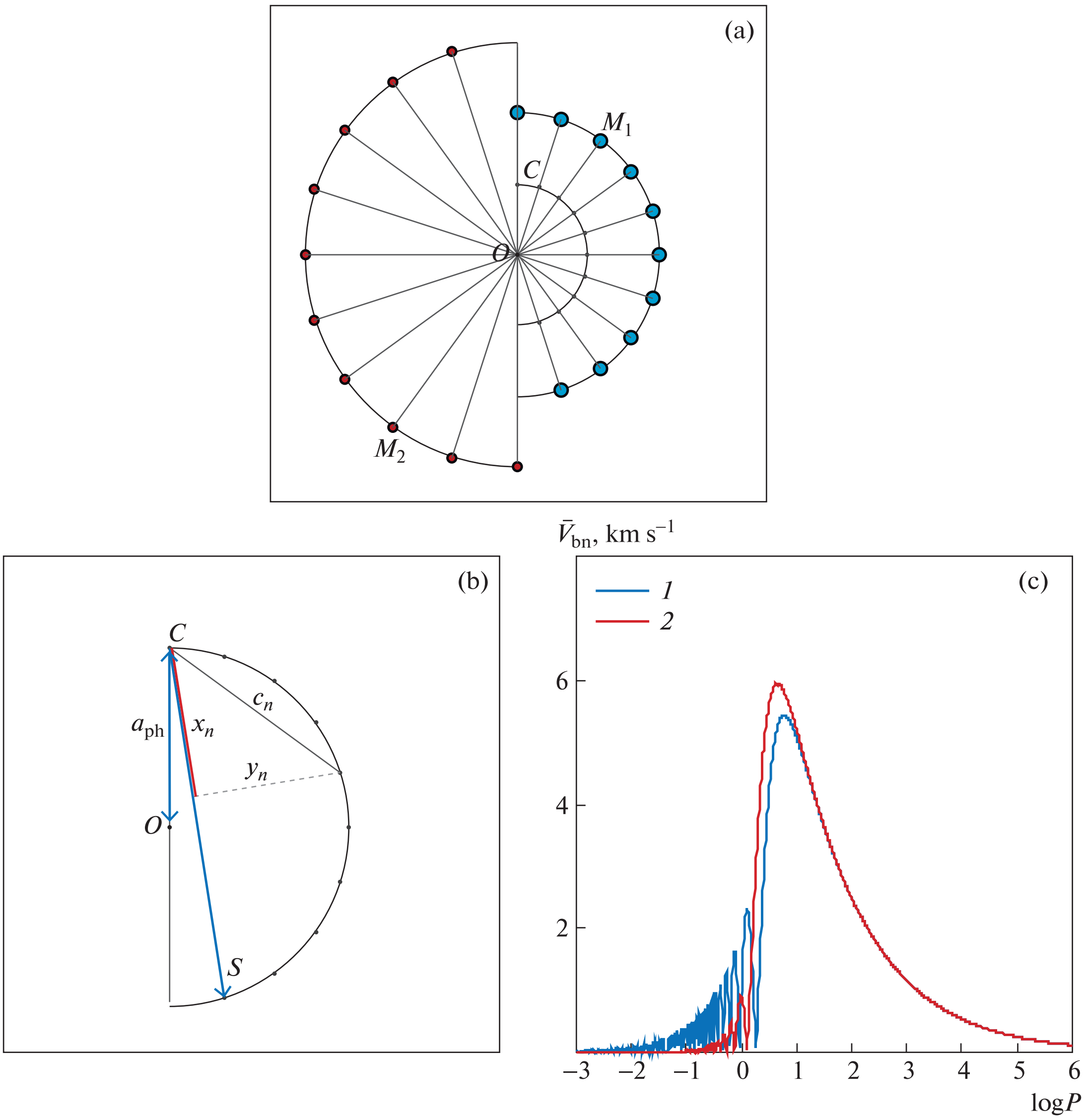

Рис. 2. а – Двойная система с компонентами M_1 и M_2, вращающимися вокруг центра масс O. Положение фотоцентра в начальный момент отмечено точкой C. b – Движение фотоцентра C по окружности радиуса a_{ph}. Положение фотоцентра измеряется n раз за время наблюдений Gaia DR2. Вектор S соединяет положения фотоцентра между начальным и финальным периодами наблюдений. Хорда c_n показывает смещение фотоцентра к моменту времени t_n, а x_n и y_n – ее проекции соответственно на направление S и на перпендикулярное направление. с – Зависимость дополнительной скорости $\overline{V_{bn}}$, усредненной по параметру q, от $\log P$, выведенная двумя методами: один основан на полном смещении S между начальным и конечным периодами наблюдений (синяя линия), а другой на решении n уравнений, определяющих проекцию x_n в момент времени t_n (красная линия). Максимальная скорость $\overline{V_{bn}}$, вычисленная первым и вторым методами, имеет значения соответственно 5.4 и 6.0 км/с.

Расстояние r от центра масс системы до вторичного компонента в момент времени t определяется соотношением:

$$r = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1+e\cos\theta}, \tag{22}$$

где a – большая полуось орбиты вторичного компонента, которая зависит от периода системы P, массы основного компонента M_1 и отношения масс q (см. (4)).

Величина E вычислялась методом последовательных приближений по Денби [27] до точности

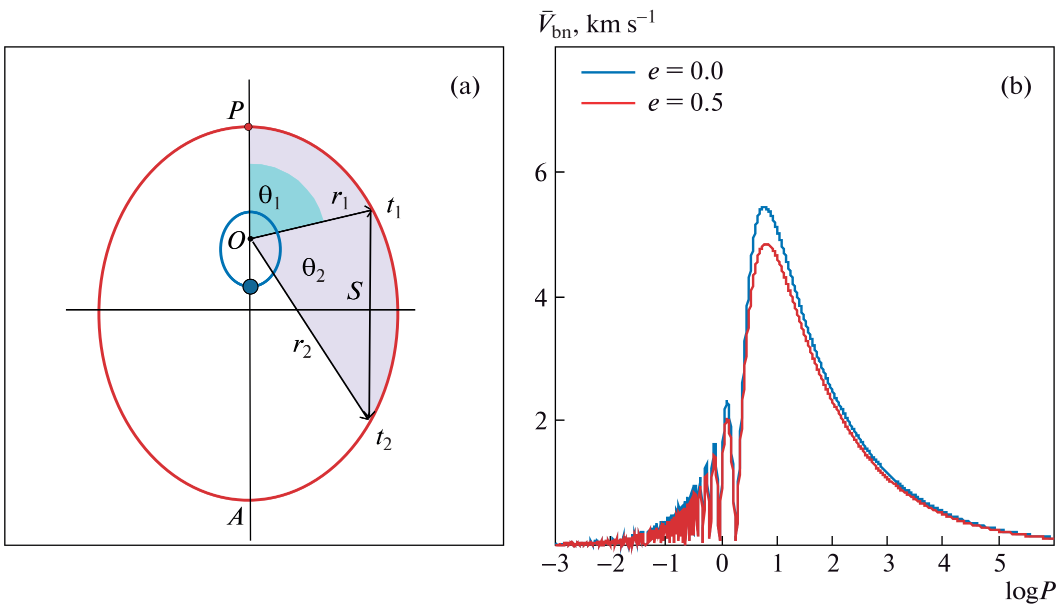

Рис. 3. a – Эллиптические орбиты компонентов 1 и 2 двойной системы представлены соответственно малым и большим эллипсами. Фокусы орбит и центр масс системы находятся в точке O. Точки P и A показывают положения перицентра и апоцентра орбиты вторичного компонента. Углы θ_1 и θ_2 отсчитываются от перицентра P и соответствуют положению вторичного компонента в начальный t_1 и конечный t_2 периоды наблюдений Gaia DR2. b – Зависимость дополнительной скорости $\overline{V_{bn}}$, усредненной по параметрам q и t_1 ($t_1 \in [0, P]$), от $\log P$, вычисленная для орбит с эксцентриситетом $e = 0.5$ и $e = 0$.

порядка 10^{-6} рад. В нулевом приближении $E_0 = M + 0.85e$, и каждое следующее значение равно:

$$E_{n+1} = E_n - \frac{(M + e\sin E_n - E_n)^2}{E_n - 2(M + e\sin E_n) + M + e\sin(M + e\sin E_n)}. \quad (23)$$

Время $t_1 \in [0, P]$ определяет значение угла θ_1 и радиуса r_1 в начальный период наблюдений Gaia DR2. Время t_2 соответствует последнему периоду наблюдений Gaia DR2:

$$t_2 = t_1 + T. \quad (24)$$

Для каждого момента времени t_1 вычислялись значения t_2, углов θ_1 и θ_2, расстояний r_1 и r_2, а также смещение вторичного компонента:

$$S_2 = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_2 - \theta_1)}. \quad (25)$$

Смещение первичного компонента S_1 определяется выражением (7). Зная S_1 и S_2, мы можем найти смещение фотоцентра системы S_{ph} (см. (9)) и дополнительную скорость V_{bn} (см. (12)).

Рисунок 3b показывает зависимость дополнительной скорости $\overline{V_{bn}}$, усредненной по параметрам q и t_1 ($t_1 \in [0, P]$), от $\log P$, вычисленную для орбит с эксцентриситетом $e = 0.5$ (красная кривая). В этом случае максимальное значение скорости составляет $\overline{V_{bn}} = 4.8$ км/с. Для сравнения приведена кривая $\overline{V_{bn}}$ (показана синим цветом), полученная для круговых орбит методом, изложенным в разделе 2.1. Видно, что предположение об эллиптичности орбиты немного уменьшает значение дополнительной скорости $\overline{V_{bn}}$.

Средний вклад эллиптических орбит с $e = 0.5$ в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций составляет:

$$\sigma_{bn} = 0.82(M_b/10\,M_\odot)^{1/3}, \quad (26)$$

что примерно на 10% меньше значения 0.90 км/с, полученного для круговых орбит (см. (14)). Вероятно, это связано с тем, что вторичный компонент проводит большую часть времени вблизи апоцентра своей орбиты, где вращается с низкой угловой скоростью, смещаясь на малый угол за время наблюдений Gaia DR2, и его большое расстояние r от центра масс системы не может скомпенсировать низкую угловую скорость.

Оказалось, что изменение эксцентриситета e орбит двойных звезд от $e = 0$ до 0.9 соответствует изменению σ_{bn} от $\sigma_{bn} = 0.90$ до 0.58 км/с. Предполагая, что эксцентриситеты орбит двойных массивных систем распределены равномерно на ин-

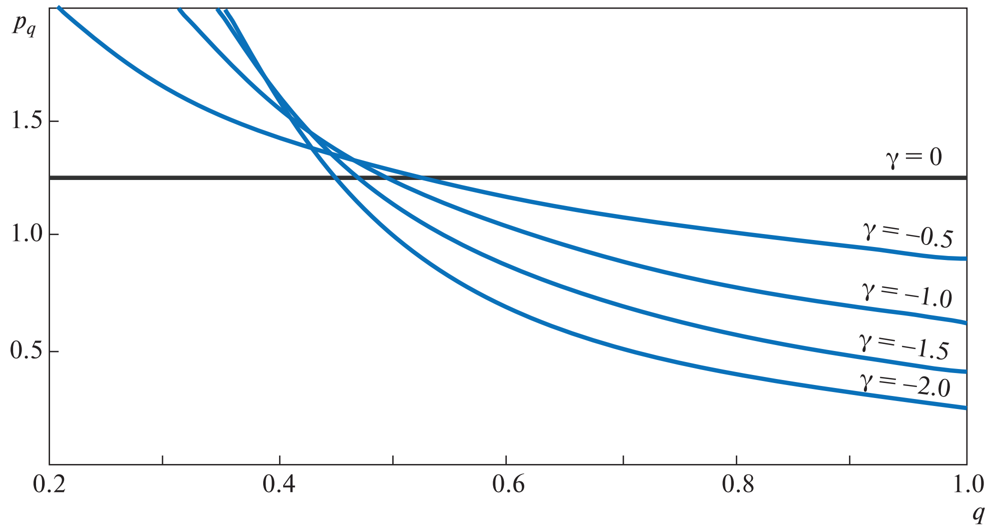

Рис. 4. Распределения двойных систем по отношению масс q: $p_q = Cq^{\gamma}$, для $\gamma = 0$ (постоянное распределение), $\gamma = -0.5, -1.0, -1.5$ и -2.0.

тервале $e \in [0, 0.9]$, мы вычислили среднее значение $\overline{\sigma_{bn}}$ по эксцентриситету:

$$\overline{\sigma_{bn}} = 0.81(M_b/10\,M_{\odot})^{1/3}, \quad (27)$$

которое практически совпадает со значением, полученным для эксцентриситета $e = 0.5$.

2.4. Другое распределение p_q

В предыдущих разделах мы предполагали, что массивные двойные системы распределены равномерно по $q = M_2/M_1$ на интервале $q \in [0.2, 1]$ [20]. Но есть мнение, что распределение двойных звезд p_q смещено в сторону малых значений q и описывается степенным законом $p_q \sim q^{\gamma}$, где γ лежит в диапазоне от -0.5 до -2.4 [15].

Рисунок 4 показывает плотность вероятности распределения $p_q = Cq^{\gamma}$ для значений $\gamma = 0$ (постоянное распределение), $\gamma = -0.5, -1.0, -1.5$ и -2.0. Значение константы C выбирается из условия нормировки:

$$\int\limits_{q=0.2}^{q=1.0} p_q = 1. \quad (28)$$

Интегрирование V_{bn}^2 (см. (13)) с функцией $p_q = Cq^{\gamma}$ для показателя $\gamma = -1.5$ дает значение дисперсии скоростей σ_{bn}:

$$\overline{\sigma_{bn}} = 1.07(M_b/10\,M_{\odot})^{1/3}, \quad (29)$$

которое лишь на 18% больше значения $\sigma_{bn} = 0.90$ км/с, полученного для равномерного распределения p_q. В целом выбор показателя γ мало влияет на значение σ_{bn}: изменение γ от 0 до -2.0 соответствует изменению σ_{bn} в диапазоне 0.90–1.07. Это связано с тем, что максимальный вклад в дисперсию скоростей дают системы с $q = 0.5$, при котором все рассмотренные функции p_q имеют близкие значения (рис. 4).

2.5. Анализ ошибок собственных движений при движении фотоцентра двойной системы

Максимальный вклад в дисперсию скоростей, выведенную по данным Gaia DR2, дают двойные системы с периодом $P = 5.9$ года. При этом в одном направлении фотоцентр системы двигается практически линейно, а в другом совершает колебание, не имеющее ничего общего с линейным движением. В этом разделе мы анализируем ошибки собственных движений, вызванные нелинейными движениями.

Рисунок 5 показывает положения фотоцентра двойной системы в разные моменты времени и вычисленные по ним собственные движения. Моменты времени выбирались случайно на временной базе наблюдений Gaia DR2. Ось x совпадает с вектором $\vec{S}$, соединяющим положения фотоцентра между начальным и финальным периодами наблюдений, а ось y перпендикулярна оси x (см. рис. 2b). Для примера выбрана система с периодом обращения $P = 5.9$ года, дающая максимальный вклад в смещение фотоцентра. Для удобства перехода к угловым единицам система расположена на расстоянии $r = 1$ кпк от Солнца. Собственные движения фотоцентра μ_x и μ_y вы-

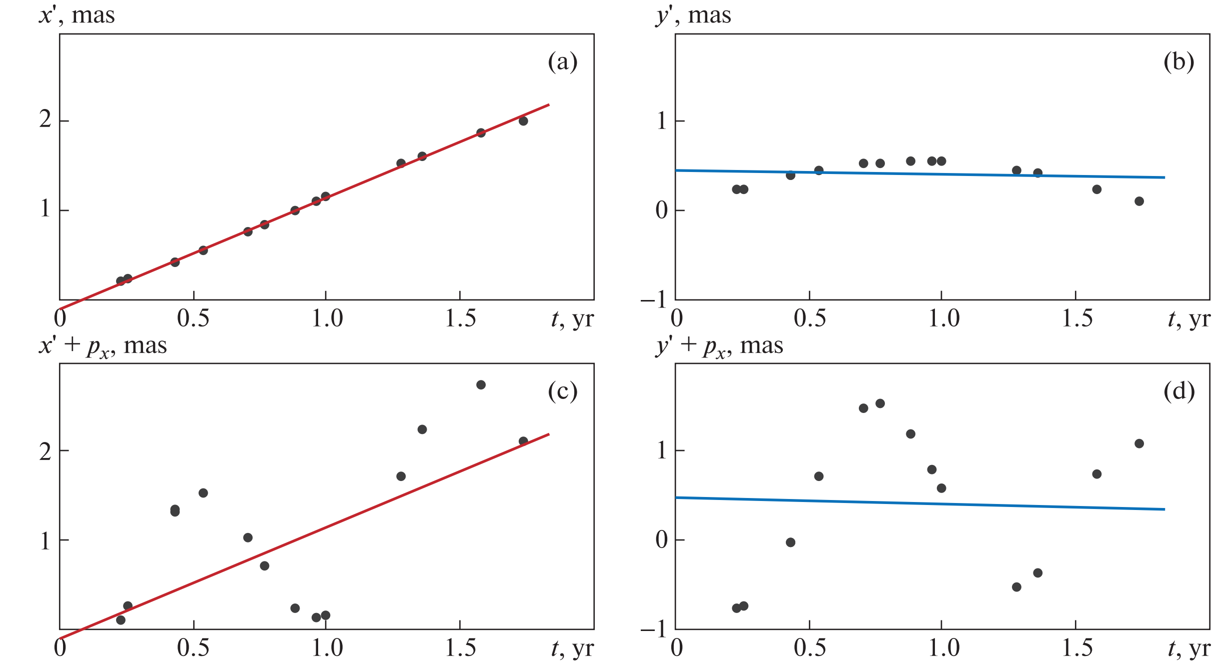

Рис. 5. Положения фотоцентра двойной системы в разные моменты времени (точки) и вычисленные по ним собственные движения (прямые линии). Ось x совпадает с вектором S, соединяющим положения фотоцентра между начальным и финальным периодами наблюдений, а ось y перпендикулярна оси x (см. рис. 2,b). Для примера выбрана система с периодом обращения $P = 5.9$ года, дающая максимальный вклад в смещение фотоцентра. Для удобства перехода к угловым единицам система расположена на расстоянии $r = 1$ кпк от Солнца. (a, b) – Положения фотоцентра без учета параллактического смещения, c, d – с его учетом. Хорошо видно, что наклоны прямых на рис. (a) и (c), а также на рис. (b) и (d) практически совпадают, что говорит о малом влиянии параллактического смещения на выведенные значения собственных движений. Смещения фотоцентра по оси x (a) подчиняются линейному закону, а смещения по оси y (b) описывают дугу, существенно увеличивая ошибки определения координаты y_0 и собственного движения μ_y.

числяются из решения системы линейных уравнений, определяющих положения фотоцентра на небесной сфере (x'_n, y'_n) в разные моменты времени:

$$x'_n = x'_0 + \mu_x t_n,\quad y'_n = y'_0 + \mu_y t_n, \tag{30}$$

где значения x'_n, x'_0, y'_n и y'_0 даны в единицах мсд, а собственные движения μ_x и μ_y в единицах мсд/год:

$$\begin{aligned} x'_n &= 2.06265\times10^8 x_n/r,\\ x'_0 &= 2.06265\times10^8 x_0/r,\\ y'_n &= 2.06265\times10^8 y_n/r,\\ y'_0 &= 2.06265\times10^8 y_0/r, \end{aligned} \tag{31}$$

$$\mu_x = V_x/(4.74r),\quad \mu_y = V_y/(4.74r). \tag{32}$$

Рисунки 5a, b показывают, что смещение фотоцентра по оси x подчиняется линейному закону, а смещение по оси y описывает дугу, существенно увеличивая ошибки определения координаты y_0 и собственного движения μ_y. В целом движение по дуге предполагает, как минимум, квадратическую зависимость от времени.

Мы также рассмотрели влияние параллактического смещения на выведенные значения собственных движений. Рисунки 5c, d показывают движение фотоцентра двойной системы, искаженное параллактическими смещениями. Для удобства амплитуды параллактических движений вдоль осей x и y были приняты равными $P_x = P_y = 1$ мсд.

$$p_x = P_x\cos(2\pi t_n + \varphi_0),\quad p_y = P_y\sin(2\pi t_n + \varphi_0). \tag{33}$$

Хорошо видно, что наклоны прямых на рис. 5a, c, а также на рис. 5b, d практически совпадают, что говорит о малом влиянии параллактического смещения на вычисленные значения собственных движений.

Таблица 1 представляет собственные движения μ_x и μ_y и их ошибки, а также ошибки определения координат x_0 и y_0 (сами координаты в нашем случае не представляют интереса), выведенные для движения фотоцентра двойной системы с учетом и без учета параллактического смещения.

Таблица 1. Ошибки координат и собственных движений

	$\pm\varepsilon_{x0}$, мсд	$\pm\varepsilon_{y0}$, мсд	$\mu_x \pm \varepsilon_{\mu x}$, мсд/год	$\mu_y \pm \varepsilon_{\mu y}$, мсд/год
$P_x = P_y = 0$	±0.012	±0.085	1.248 ± 0.012	–0.046 ± 0.086
$P_x = P_y = 1$ мсд	±0.012	±0.085	1.260 ± 0.009	–0.077 ± 0.090

Видно, что точность определения координаты и собственного движения по оси x примерно на порядок выше, чем по оси y. Так, ошибки определения значений x_0 и μ_x составляют 0.01 мсд и 0.01 мсд/год, а ошибки определения y_0 и μ_y имеют значения 0.1 мсд и 0.1 мсд/год соответственно.

Таким образом, движение фотоцентра рассмотренной двойной системы практически не увеличивает ошибку определения собственного движения в одном направлении и добавляет дополнительную погрешность в 0.1 мсд/год в определение собственного движения в другом направлении. Средняя точность собственных движений звезд ОВ-ассоциаций равна 0.1 мсд/год, поэтому рассмотренная двойная система будет иметь ошибки собственных движений в диапазоне 0.1–0.2 мсд/год.

Линдегрен и др. [3] сформулировали три условия, при которых пятипараметрическое решение, выведенное по наблюдениям Gaia GR2, не будет отброшено:

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & \text{средняя величина} \\ & \text{в } G \text{ диапазоне} \le 21^m, \\ (2) & \text{число наблюдательных} \\ & \text{периодов} \ge 6, \\ (3) & \text{размер эллипсоида} \\ & \text{ошибок} \le (1.2'' \text{ мсд}) \times \gamma(G), \end{array}\right\} \quad (34)$$

где $\gamma(G) = \max[1, 10^{0.2(G-18)}]$.

Для звезд ОВ-ассоциаций средние значения звездной величины в полосе G и числа наблюдательных периодов равны соответственно $\overline{G} = 8.5^m$ и $n_{\text{vis}} = 14$. Следовательно, два первых условия легко выполняются. Третье условие состоит в том, что пятимерный эквивалент большой полуоси позиционного эллипсоида ошибок (`astrometric_sigma5d_max`) не должен превышать 1.2 мсд [3]. Рассмотренные выше нелинейные движения фотоцентра двойной системы создают ошибки на уровне 0.1 мсд, что примерно на порядок меньше порогового значения 1.2 мсд (см. (34)). Таким образом, выведенное пятипараметрическое решение для движения фотоцентра двойной системы не будет отброшено.

Заметим, что двойные системы других периодов создают меньшее смещение фотоцентра и, следовательно, ошибки, вызванные нелинейными движениями, также должны быть меньше.

Кроме того, медианное значение расстояния от Солнца до ОВ-ассоциаций из каталога Блаха и Хамфрис [5] составляет $r = 1.7$ кпк и, следовательно, медианное значение ошибок собственных движений должно быть в 1.7 раза меньше.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы оценили вклад двойных звезд в дисперсию скоростей внутри ОВ-ассоциаций, вычисленную с использованием собственных движений Gaia DR2. Его среднее значение составляет $\sigma_{bn} = 0.90$ км/с. Наибольший вклад в дисперсию скоростей дают двойные звезды с периодом $P = 5.9$ года, компоненты которых смещаются на расстояние, близкое к диаметру системы за время наблюдений Gaia DR2. Эти системы имеют диаметр ~8 а.е., что на расстоянии 1 кпк от Солнца соответствует угловому размеру ~8 мсд. Так как характерный размер изображений в фокальной плоскости спутника Gaia составляет 100 мсд, то оба компонента двойной системы формируют единое изображение.

Мы исследовали движение фотоцентра двойной системы двумя методами: один метод основан на вычислении смещения между первым и последним наблюдательными периодами Gaia DR2, а другой на решении n уравнений, определяющих смещение в момент времени t_n. Так как звезды ОВ-ассоциаций [5] наблюдались в среднем в течение 14 наблюдательных периодов, то значение n было принято равным $n = 14$. Первый и второй метод дали очень близкие значения σ_{bn}, равные соответственно 0.90 и 0.87 км/с.

Мы рассмотрели влияние эллиптичности орбит компонетов двойных систем на дисперсию скоростей внутри ОВ-ассоциаций σ_{bn}. Оказалось, что учет эксцентриситета орбит уменьшает значение σ_{bn} на ~10%. Так, орбиты с эксцентриситетом $e = 0.5$ дают значение $\sigma_{bn} = 0.82$ км/с. Предполагая, что эксцентриситеты орбит двойных массивных систем распределены равномерно на интервале $e \in [0, 0.9]$, мы получили среднее по эксцентриситету значение $\overline{\sigma_{bn}} = 0.81$ км/с. Оказалось, что выбор значения γ в степенном законе распределения $p_q \sim q^{\gamma}$, где $q = M_2/M_1$, мало влияет на величину σ_{bn}. Изменение показателя γ от 0 (постоянное распределение) до -2 (преобладание маломассивных компонентов) приводит к изменению σ_{bn} от 0.90 до 1.07 км/с.

Двойные системы увеличивают ошибки определения координат и собственных движений на величины соответственно $0.1r^{-1}$ мсд и $0.1r^{-1}$ мсд/год. Так как медианное значение расстояния от Солнца до OB-ассоциаций равно $r = 1.7$ кпк, то ошибки, возникающие вследствие нелинейного движения фотоцентра, примерно на порядок меньше порогового значения размера эллипсоида ошибок, равного 1.2 мсд, превышение которого приводит к отбраковке пятипараметрического решения, выведенного по данным Gaia DR2. Таким образом, нелинейные движения фотоцентра двойных систем в OB-ассоциациях не приводят к критическому увеличению ошибок определения астрометрических параметров.

Мы показали, что вклад двойных систем в дисперсию скоростей внутри OB-ассоциаций ($\sigma_{bn} = 0.8$–1.1 км/с) мал по сравнению с дисперсией скоростей, вызванной турбулентным движениями внутри гигантских молекулярных облаков, $\sigma_t = 4$–5 км/с.

Учет эффекта двойных систем уменьшает значение дисперсии скоростей, обусловленной турбулентными движениями. Ее среднее значение, вычисленное для 28 OB-ассоциаций, уменьшается с 4.5 до 4.4 км/с, что увеличивает медианную эффективность звездообразования с 1.2 до 1.3% (подробнее [10]). Полученное малое значение эффективности звездообразования внутри гигантских молекулярных облаков согласуется с другими оценками [28–30].

БЛАГОДАРНОСТИ

Мы благодарим анонимного рецензента за дискуссию и полезные замечания. Эта работа была выполнена с использованием данных Европейского Космического Агентства (ESA) миссии Gaia, обработанных консорциумом Gaia обработки и анализа данных (DPAC). Финансирование DPAC осуществлялось национальными институтами, в частности институтами, участвующими в Многостороннем договоре Gaia.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

А.Д. благодарит за финансовую поддержку Российский фонд фундаментальных исследований (гранты № 18-02-00890 и 19-02-00611).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *T. Prusti, J. H. J. de Bruijne, A. G. A. Brown, A. Vallenari, et al.*, Astron. and Astrophys., id. A1 (2016).
2. *A. G. A. Brown, A. Vallenari, T. Prusti, de J. H. J. Bruijne, et al.*, Astron. and Astrophys. **616**, id. A1 (2018).
3. *L. Lindegren, J. Hernandez, A. Bombrun, S. Klioner, et al.*, Astron. and Astrophys. **616**, id. A2 (2018).
4. *V. A. Ambartsumian*, Astronomicheskii Zhurnal **26**, 3 (1949).
5. *C. Blaha and R. M. Humphreys*, Astron. J. **98**, 1598 (1989).
6. *B. G. Elmegreen*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **203**, 1011 (1983).
7. *R. B. Larson*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **194**, 809 (1981).
8. *M. R. Krumholz, C. D. Matzner, and C. F. McKee*, Astrophys. J. **653**, 361 (2006).
9. *A. M. Melnik and A. K. Dambis*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **472**, 3887 (2017).
10. *A. M. Melnik and A. K. Dambis*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **493**, 2339 (2020).
11. *D. B. Sanders, N. Z. Scoville, and P. M. Solomon*, Astrophys. J. **289**, 373 (1985).
12. *B. D. Mason, D. R. Gies, W. I. Hartkopf, W. G. Bagnuolo, T. ten Brummelaar, and H. A. McAlister*, Astron. J. **115**, 821 (1998).
13. *H. Sana*, in *The Lives and Death-Throes of Massive Stars*, Proc. IAU Symp. **329**, 110 (2017).
14. *H. Sana, A. de Koter, S. E. de Mink, P. R. Dunstall, et al.*, Astron. and Astrophys. **550**, id. A107 (2013).
15. *M. Moe and R. Di Stefano*, Astrophys. J. Suppl. **230**, id. 15 (2017).
16. *F. Arenou, X. Luri, C. Babusiaux, C. Fabricius, et al.*, Astron. and Astrophys. **616**, id. A17 (2018).
17. *C. Fabricius, U. Bastian, J. Portell, J. Castaneda, et al.*, Astron. and Astrophys. **595**, id. A3 (2016).
18. *N. Duric*, *Advanced astrophysics* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004).
19. *E. J. Aldoretta, S. M. Caballero-Nieves, D. R. Gies, E. P. Nelan, et al.*, Astron. J. **149**, id. 26 (2015).
20. *E. Öpik*, Publ. de L'Observ. Astron. de l'Univer. de Tartu **25**, 1 (1924).
21. *H. A. Abt*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **21**, 343 (1983).
22. *H. Sana and C. J. Evans*, IAU Symp. **272**, 474 (2011).
23. *D. Michalik, L. Lindegren, and D. Hobbs*, Astron. and Astrophys. **574**, id. A115 (2015).
24. *H. A. Kobulnicky, D. C. Kiminki, M. J. Lundquist, J. Burke, et al.*, Astrophys. J. Suppl. **213**, id. 34 (2014).
25. *O. Y. Malkov, V. S. Tamazian, J. A. Docobo, and D. A. Chulkov*, Astron. and Astrophys. **546**, id. A69 (2012).
26. *Г. Н. Дубошин*, *Небесная механика. Основные задачи и методы. Издание 3-е*. (М: Наука, 1975).
27. *J. M. A. Danby*, *Fundamentals of celestial mechanics*. 2nd ed. (Richmond, Va., U.S.A.: Willmann-Bell, 1988).
28. *P. C. Myers, T. M. Dame, P. Thaddeus, R. S. Cohen, R. F. Silverberg, E. Dwek, and M. G. Hauser*, Astrophys. J. **301**, 398 (1986).
29. *N. J. Evans, M. M. Dunham, J. K. Jorgensen, M. L. Enoch, et al.*, Astrophys. J. Suppl. **181**, id. 321 (2009).
30. *P. Garcia, L. Bronfman, L.-A. Nyman, T. M. Dame, and A. Luna*, Astrophys. J. Suppl. **212**, id. 2 (2014).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 2, с. 102–115

УДК 524.527.7

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ПЛОТНОГО ЯДРА L1287 ПРИ ВПИСЫВАНИИ МОДЕЛЬНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ КАРТ В НАБЛЮДАЕМЫЕ

© 2021 г. Л. Е. Пирогов[1,*], П. М. Землянуха[1]

[1] *Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия*

**E-mail: pirogov@appl.sci-nnov.ru*

Поступила в редакцию 16.07.2020 г.
После доработки 30.08.2020 г.
Принята к публикации 30.08.2020 г.

Разработан алгоритм нахождения глобального минимума многомерной функции ошибки при вписывании модельных спектральных карт в наблюдаемые, в котором с помощью метода главных компонент снижается размерность модели, уменьшается степень связанности параметров и определяется область минимума. Для расчета оптимальных значений параметров применяется метод k ближайших соседей. Алгоритм использован для оценки физических параметров плотного сжимающегося звездообразующего ядра L1287. Проведено вписывание карт в линиях $HCO^+(1-0)$, $H^{13}CO^+(1-0)$, $HCN(1-0)$ и $H^{13}CN(1-0)$, рассчитанных в рамках микротурбулентной 1D модели, в наблюдаемые. Получены оценки физических параметров ядра, включая радиальные профили плотности ($\propto r^{-1.7}$), турбулентной скорости ($\propto r^{-0.4}$) и скорости сжатия ($\propto r^{-0.1}$). Рассчитаны доверительные интервалы полученных значений параметров. Степенной индекс радиального профиля скорости сжатия с учетом погрешности его определения ниже по абсолютному значению, чем ожидаемый в случае коллапса газа на протозвезду в режиме свободного падения. Данный результат может являться аргументом в пользу модели глобального сжатия ядра L1287.

DOI: 10.31857/S0004629921010047

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования структуры и кинематики плотных ядер молекулярных облаков дают информацию о начальных условиях и ранних стадиях процесса звездообразования, которая используется в теоретических моделях. Это является особенно важным при изучении областей образования массивных звезд и звездных скоплений, сценарий эволюции которых в настоящее время только разрабатывается (см., напр., [1, 2]).

Согласно данным наблюдений массивные звезды ($\gtrsim 8\ M_\odot$) и звездные скопления образуются в близких к вириальному равновесию плотных ядрах, находящихся в массивных газо-пылевых комплексах и сгустках, имеющих форму волокон (см., напр., [3–7]). Существующие теоретические модели звездообразования используют различные предположения о начальном состоянии ядер. Так, в модели изотермической сферы, применяемой для описания образования изолированных звезд малой массы [8, 9], предполагается, что квазиравновесное сферическое ядро с профилем плотности Боннора-Эберта (плоский участок вблизи центра и близкая к $\propto r^{-2}$ зависимость в оболочке) эволюционирует к состоянию с сингулярностью в центре (протозвезда), после чего начинается коллапс, который распространяется изнутри наружу (“inside-out”). В модели турбулентного ядра [10], предложенной для описания образования массивных звезд и звездных скоплений, в качестве начального состояния также рассматривается сфера в гидростатическом равновесии, обладающая сверхзвуковой турбулентностью и профилем плотности $\propto r^{-3/2}$ [10, 11]. Профили плотности и скорости в области, где газ коллапсирует на протозвезду, как в модели изотермической сферы, так и в модели турбулентного ядра, имеют вид $\propto r^{-3/2}$ и $\propto r^{-1/2}$, соответственно. Как показано в работе [12], данные профили не зависят от уравнения состояния газа в ядре.

Альтернативная модель глобального иерархического коллапса [13] исходит из того, что ядра, как и родительские облака, являются неравновесными объектами, находящимися в процессе глобального коллапса еще до формирования протозвезды, а наблюдаемая близость их к состоянию вириального равновесия происходит, в частности, из-за близости скорости свободного падения к вириальной. В данной модели, основанной на классических работах Ларсона и Пенстона [14, 15], после формирования протозвезды профиль плотности в оболочке имеет вид $\propto r^{-2}$, а скорость сжатия не зависит от радиального расстояния (см., напр., [16, 13]). Вблизи протозвезды, где происходит коллапс, радиальные профили плотности и скорости сжатия такие же, как и в моделях изотермической сферы и турбулентного ядра. Таким образом, для того, чтобы сделать выбор между указанными моделями, информации о профиле плотности недостаточно, необходимо, в первую очередь, знать профиль скорости во внешних областях ядер.

Кинематику ядер оценивают, в основном, по данным наблюдений в молекулярных линиях. Наличие систематических скоростей на луче зрения приводит к смещению центров оптически толстых и тонких линий (см., напр., [17]) и к появлению асимметрии на спектрах оптически толстых линий за счет поглощения излучения внутренних слоев внешними и эффекта Доплера (см., напр., [18, 19]). Усредненное значение скорости сжатия ядра можно оценить в рамках более или менее простых моделей из наблюдений асимметричной линии в одной точке (см., напр., [20–23]). Для оценки радиального профиля систематической скорости необходимо проводить вписывание модельных спектральных карт в наблюдаемые, одновременно рассчитывая или задавая профили других физических параметров.

Методы автоматического вписывания модельных спектральных карт в наблюдаемые в случае нескольких свободных параметров на сегодняшний день используются редко. Обычно исследователи сравнивают спектры, наблюдаемые в отдельных точках, с модельными, реже спектральные карты, варьируя один-два параметра и считая остальные заданными на основании независимых наблюдений, предсказаний теоретических моделей или результатов предварительных расчетов (см., напр., [24–29]). Систематическая скорость сжатия при этом считается либо постоянной, либо используется радиальный профиль $\propto r^{-1/2}$. Сложность нахождения оптимальных значений при одновременном варьировании нескольких параметров связана с тем, что функция ошибки может иметь более одного локального минимума, а сами параметры могут коррелировать друг с другом, что приводит к зависимости от начальных условий и плохой сходимости. Использование специальных методов поиска глобального минимума функции ошибки (например, метода дифференциальной эволюции [30]) в случае модели с несколькими свободными параметрами может приводить к существенным вычислительным затратам.

Для анализа экспериментальных данных в последнее время успешно применяется метод главных компонент (ГК) [31]. Он предполагает преобразование данных к такому оптимальному базису, линейные связи между базовыми векторами которого исключены. Это позволяет снизить размерность рассматриваемых данных. Данный метод нередко используется для снижения размерности астрономических данных (см., напр., [32] и ссылки в этой работе), однако его также можно применить к результатам модельных расчетов, снизив размерность модели и определив область значений параметров вблизи минимума функции ошибки. Точные значения модельных параметров, соответствующие минимуму функции ошибки, можно рассчитать с помощью метода регрессии. В частности, весьма удобным для этой цели представляется метод k ближайших соседей (kБС) [33]. Он является аналогом метода наименьших квадратов, но в отличие от последнего позволяет выбрать из набора моделей те, что соответствуют данным наблюдений по критерию минимума квадрата ошибки.

Целью настоящей работы являлась разработка алгоритма, использующего методы ГК и kБС, для вписывания модельных спектральных карт в наблюдаемые, и применение этого алгоритма для оценки радиального профиля систематической скорости и других физических параметров в плотном ядре L1287. В данном объекте формируется скопление звезд малой и промежуточной масс, а наблюдаемые профили оптически толстых линий обладают асимметрией, характер которой указывает на сжатие (см., напр., [34]). Для анализа были использованы данные наблюдений в линиях $HCO^+(1-0)$, HCN(1–0), которые являются индикаторами газа с высокой плотностью ($\gtrsim 10^5$ см$^{-3}$ [18]), а также линий изотопов этих молекул. Наблюдения в различных линиях молекул HCO^+ и HCN нередко используются для поиска массивных ядер с систематическими движениями на луче зрения (см., напр., [35–39]). Линия HCN(1–0), однако, для этих целей используется реже. Она обладает тремя сверхтонкими компонентами с различной оптической толщиной и отношениями интенсивностей, отличающимися от случая локального термодинамического равновесия (ЛТР), наблюдаемые профили которых могут перекрываться. Для определения параметров физической и кинематической структуры ядер по данным HCN(1–0) необходимо использовать не-ЛТР модели (см., напр., [40, 41]). В настоящей работе для расчета возбуждения HCO^+, HCN и их изотопов использовалась 1D микротурбулентная сферически-симметричная не-ЛТР модель, в которой физические параметры, включая систематическую скорость, являлись функциями расстояния от центра.

Статья состоит из пяти разделов и Приложения. В разделе 2 представлен алгоритм вписывания модельных спектральных карт в наблюдаемые с помощью методов ГК и kБС. В разделе 3.1 дана сводка наблюдательных данных и физических свойств ядра L1287. Применение алгоритма к данным наблюдений L1287 и результаты оценки физических параметров приведены в разделе 3.2. Обсуждение результатов и выводы представлены в разделах 4 и 5, соответственно. В Приложении дано описание модели.

2. АЛГОРИТМ ВПИСЫВАНИЯ МОДЕЛЬНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ КАРТ В НАБЛЮДАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА ГЛАВНЫХ КОМПОНЕНТ

Процесс вписывания модельных спектральных карт в наблюдаемые с помощью обычных итеративных методов для оценки физических параметров осложнен тем, что многомерная функция ошибки (суммарная невязка между наблюдаемыми и модельными спектрами) может иметь несколько локальных минимумов, что приводит к зависимости от начальных значений. Наличие корреляции между параметрами может при этом серьезно ухудшать сходимость. Иной подход заключается в том, чтобы заранее рассчитать множество модельных карт для некоторой сетки модельных параметров и выбрать из них те, что близки к наблюдаемым. Сложность данного подхода состоит в том, что проведение расчетов для дискретной n-мерной сетки (где n — число параметров), достаточно плотно перекрывающей пространство вероятных значений, может выходить за пределы вычислительных возможностей. Очевидно, однако, что такая сетка избыточна. Если значения параметров задавать случайным образом, то рассчитав для них модельные карты, можно грубо определить область значений, внутри которой находится минимум функции ошибки. Применив к полученной области некоторое преобразование, которое минимизирует связи между параметрами, и отобразив его в новое пространство ортогональных векторов, можно снизить размерность, отбросив вектора, которые несут минимальную информацию о параметрах модели. Заполнив оставшееся пространство векторов достаточно плотной сеткой и сделав обратное преобразование, получаем заполненное пространство параметров модели вблизи минимума, точное значение которого можно найти методом регрессии. В качестве такого преобразования можно использовать метод главных компонент (ГК), который является классическим методом снижения размерности [31]. Он предполагает нахождение такого линейного отображения, в котором исходное множество параметров будет представлено базисом векторов (главных компонент), корреляции между которыми сведены к минимуму.

Описанные общие положения определили алгоритм нахождения физических параметров плотных ядер молекулярных облаков с помощью вписывания модельных карт молекулярных линий в наблюдаемые. Алгоритм включал в себя предварительный анализ данных наблюдений и определение параметров, которые будут свободными, снижение размерности и выделение области модельных параметров вблизи минимума методом ГК, нахождение оптимальных значений свободных параметров с помощью метода k ближайших соседей (kБС) [33] и определение границ доверительных областей для каждого из них. Блок-схема алгоритма представлена на рис. 1. Оптимальные параметры определялись, исходя из минимума функции ошибки:

$$\chi^2 = \frac{1}{N_p - n}\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}\frac{(I_{ij}^{\rm obs} - I_{ij}^{\rm mod})^2}{\sigma_j^2}, \qquad (1)$$

где N — количество пространственных точек в карте, m — количество каналов в спектре, $I_{ij}^{\rm obs}$ и $I_{ij}^{\rm mod}$ — наблюдаемая и модельная интенсивность в i-м спектральном канале для j-й точки на карте, соответственно, σ_j — среднеквадратичное отклонение наблюдаемого спектра в точке j, рассчитанное по флуктуациям интенсивности вне диапазона линии, $N_p = m \times N$, n — количество параметров модели.

В ходе предварительного анализа определялись координаты центральной точки на карте (центр ядра) и скорость источника по данным наблюдений оптически тонкой линии. Затем с помощью генератора случайных чисел задавалось множество значений модельных параметров в достаточно широких диапазонах, рассчитывались модельные спектральные карты и значения функции ошибки. Среди данного множества отбирались те, что удовлетворяли неравенству: $\chi^2 \le \chi^2_{\rm min}(3\sigma_{\rm obs})$, где $\chi^2_{\rm min}(3\sigma_{\rm obs})$ есть значение функции ошибки при тех же модельных параметрах, что дают минимальное значение χ^2 для данного множества при добавлении к наблюдаемым интенсивностям шумов со среднеквадратичным отклонением, равным $3\sigma_{\rm obs}$. Для полученной выборки параметров рассчитывались матрицы прямого и обратного преобразования в пространство ГК, число компонент сокращалось, а оставшееся пространство заполнялось регулярной сеткой.

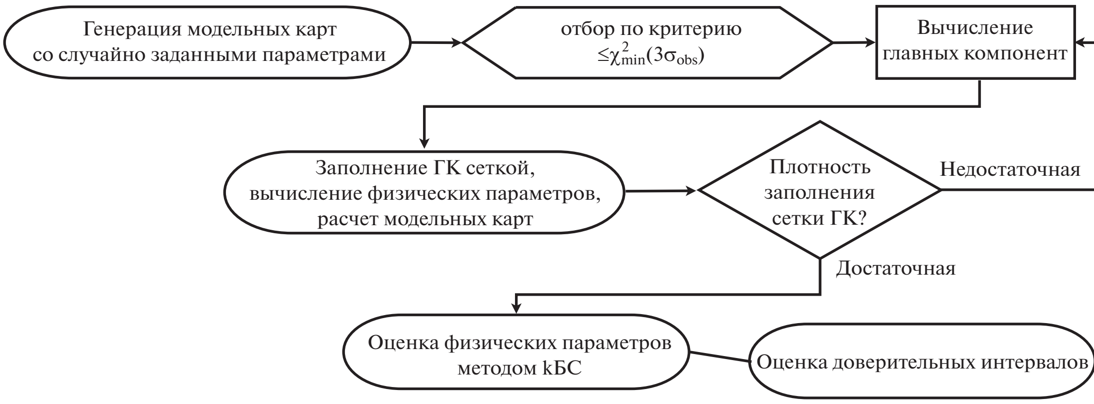

Рис. 1. Блок-схема алгоритма определения параметров при вписывании модельных спектральных карт в наблюдаемые.

Узлы сетки с помощью обратного преобразования отображались в значения физических параметров.

Выбор достаточного количества компонент является непростой задачей, поскольку любой метод снижения размерности приводит к потере информации. Обзор возможных вариантов ее решения представлен в Приложении статьи [42] и в ссылках к этой статье. В использованном нами линейном методе ГК потеря информации может проявляться в смещении значений физических параметров после прямого и обратного преобразования. Количество оставшихся компонент, определяющее величину потери, выбиралось таким образом, чтобы отношение суммы собственных векторов матрицы ковариации ГК к сумме собственных векторов матрицы ковариации физических параметров отличалось от единицы (значения в случае тождественного преобразования) не более, чем на 10%, а смещение в оценке параметров не приводило к систематическим ошибкам [42, 43].

Заключительный шаг заключался в расчете значений физических параметров, соответствующих точному минимуму функции ошибки, и оценке погрешностей. Для этого был использован метод kБС [33], ранее применявшийся нами для оценки физических параметров плотного ядра S255N [44]. Метод kБС аналогичен методу наименьших квадратов, но в отличие от последнего не подгоняет параметры модели под наблюдаемые спектры, а рассчитывает оптимальные значения параметров из заранее полученных модельных спектров по тому же критерию. Данный метод позволяет проводить регрессионный анализ между множеством модельных карт с различными параметрами и наблюдаемой картой. Таким образом, среди всех модельных карт находилось k ближайших к наблюдаемой по критерию минимума среднего значения χ^2. В случае, если такой минимум отсутствовал (χ^2 возрастает при увеличении k, усреднение по моделям увеличивает функцию ошибки), требовалась более частая сетка в области главных компонент около предполагаемого минимума. Оптимальным значением параметра p являлось взвешенное на χ^2 среднее по k отобранным реализациям:

$$p = \frac{\sum_{i=1}^{\rm k} p_i/\chi_i^2}{\sum_{i=1}^{\rm k} 1/\chi_i^2}, \tag{2}$$

где p_i и χ_i^2 – значения параметра и функции ошибки для i-й точки в пространстве параметров, соответственно.

Используя карты объекта в нескольких спектральных линиях с различной оптической толщиной, можно сузить диапазон доверительных значений, вписывая модельные спектры в эти карты одновременно. Дополнительными параметрами модели при этом будут являться относительные распространенности молекул. Суммарная функция ошибки для карт в нескольких линиях ($n_{\rm lines}$) имеет следующий вид:

$$\chi^2 = \frac{1}{N_p - n}\sum_{k=1}^{n_{\rm lines}}\sum_{j=1}^{N_k}\sum_{i=1}^{m_k}\frac{(I_{ijk}^{\rm obs} - I_{ijk}^{\rm mod})^2}{\sigma_{jk}^2}, \tag{3}$$

где $N_p = \sum_{k=1}^{n_{\rm lines}} N_k \times m_k$, N_k – количество пространственных точек на карте в k-й линии, m_k – количество каналов в спектре k-й линии, σ_{jk} – среднеквадратичное отклонение наблюдаемого спектра в k-линии в точке j.

Поскольку пространство параметров является криволинейным, то доверительные области вероятных значений параметров определялись с помощью сечения многомерной функции ошибки гиперплоскостью $\chi^2 = \chi^2_\sigma$. Расчет χ^2_σ не зависит от выбора базиса, и его удобно проводить в пространстве главных компонент. В качестве порогового значения было принято $\chi^2_\sigma = \chi^2_{\min}(pc_l^{\rm opt} \pm \sigma_{pc_l})$, значение функции ошибки в случае, когда одна из главных компонент (pc_l) принимает значение, смещенное от оптимального на σ_{pc_l}, а остальные компоненты варьируются так, чтобы функция ошибки приняла минимальное значение. В качестве σ_{pc_l} бралась симметричная оценка погрешности компоненты pc_l, представляющая собой диагональный элемент матрицы, обратной к матрице Гессе, $\sigma^2_{pc_l} = \beta^{-1}_{ll}$ (см., напр., [45–47]), элемент которой рассчитывался как

$$\beta_{lm} = \sum_{k=1}^{n_{\rm lines}} \sum_{j=1}^{N_k} \sum_{i=1}^{m_k} \frac{1}{\sigma^2_{jk}} \frac{\partial I^{\rm mod}_{ijk}}{\partial pc_l} \frac{\partial I^{\rm mod}_{ijk}}{\partial pc_m}, \tag{4}$$

где pc_l, pc_m – различные главные компоненты. Производные рассчитывались численно по всему множеству модельных карт. После оценки порогового значения χ^2_σ строились двумерные проекции функции ошибки и ее сечения гиперплоскостью на плоскости различных пар модельных параметров и определялись доверительные области. Эти области в общем случае являются несимметричными относительно оптимальных значений параметров. Пример использования двумерных проекций функции ошибки для оценки доверительных диапазонов модельных параметров при анализе карт молекулярных линий в ядре L1287 приведен в разделе 3.2.

3. ОЦЕНКА ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЯДРА L1287

3.1. Наблюдательные проявления L1287

Темное облако L1287 расположено на расстоянии 0.93 ± 0.03 кпк [48] и имеет форму волокна длиной ~10 пк. Карта излучения пыли в континууме на длине волны 500 μm, полученная на телескопе “Herschel” в направлении L1287 (observation ID: 1342249229 [49]), приведена на рис. 2 (цвета различных оттенков). В центральной части облака расположено ядро повышенной плотности, в котором находится источник IRAS 00338+6312 ($L \sim 10^3$ $L_\odot$ [34]). В ядре также обнаружены два объекта типа FU Ori (RNO 1B/1C) [51–53], а также скопление ИК и радиоисточников, которые, вероятно, связаны с молодыми звездными объектами малой и промежуточной массы [54, 53]. Здесь же обнаружены мазерные линии молекул воды [55] и метанола [56]. Наблюдения в молекулярных линиях [34, 57, 58] показали наличие биполярного истечения в направлении на северо-восток и на юго-запад. По данным наблюдений в линии $H^{13}CO^+(1-0)$ в работе [59] сделан вывод о наличии в центральной части ядра вращающегося диска радиусом ~7800 а.е., вдоль оси которого направлено биполярное истечение. По данным интерферометрических наблюдений внутренняя часть ядра ($\lesssim$0.1 пк) сильно фрагментирована [60, 61]. В работе [61] была предложена кинематическая модель центральной части ядра L1287, согласно которой движения газа, направленные к центру из внешних областей ядра, становятся неизотропными вблизи центра и переходят во вращение диска.

Размеры областей излучения ядра L1287 в различных молекулярных линиях и в континууме варьируют в диапазоне от нескольких десятых до одного парсека [34, 62–65], форма областей излучения в целом близка к сферически-симметричной. Профили оптически толстых линий в ядре L1287 асимметричны и имеют два пика, разделенные провалом, причем амплитуда голубого пика на большей части карт выше, чем у красного [25, 34, 62].

Ядро L1287 наблюдалось нами в 2015 г. на радиотелескопе OSO-20m в различных молекулярных линиях в диапазоне частот ~85–89 ГГц [50]. Угловое разрешение при наблюдениях составляло ~42″, что соответствовало линейному разрешению ~0.19 пк. Изолинии интегральной интенсивности линии $HCO^+(1-0)$, наложенные на карту “Herschel”, приведены на рис. 2. Наблюдавшиеся практически во всей области (~0.9 пк) асимметричные профили $HCO^+(1-0)$, HCN(1–0) и симметричные профили оптически тонких линий, пики интенсивности которых близки к положению провалов на профилях оптически толстых линий, по всей вероятности, указывают на сжатие газа.

3.2. Анализ карт ядра L1287 в различных молекулярных линиях

Алгоритм, изложенный в разделе 2, был применен для оценки физических параметров ядра L1287. Для этого проводилось вписывание карт в линиях $HCO^+(1-0)$, $H^{13}CO^+(1-0)$, HCN(1–0) и $H^{13}CN(1-0)$, рассчитанных в рамках 1D микротурбулентной модели (см. Приложение), в центральную часть наблюдаемой области с угловым размером 80″ (~0.4 пк). Физические параметры (плотность, турбулентная и систематическая скорости и кинетическая температура) зависели от расстояния до центра r по закону: $P = P_0/(1 + (r/R_0)^{\alpha_p})$, где R_0 есть радиус центрального слоя. Свободными параметрами модели явля-

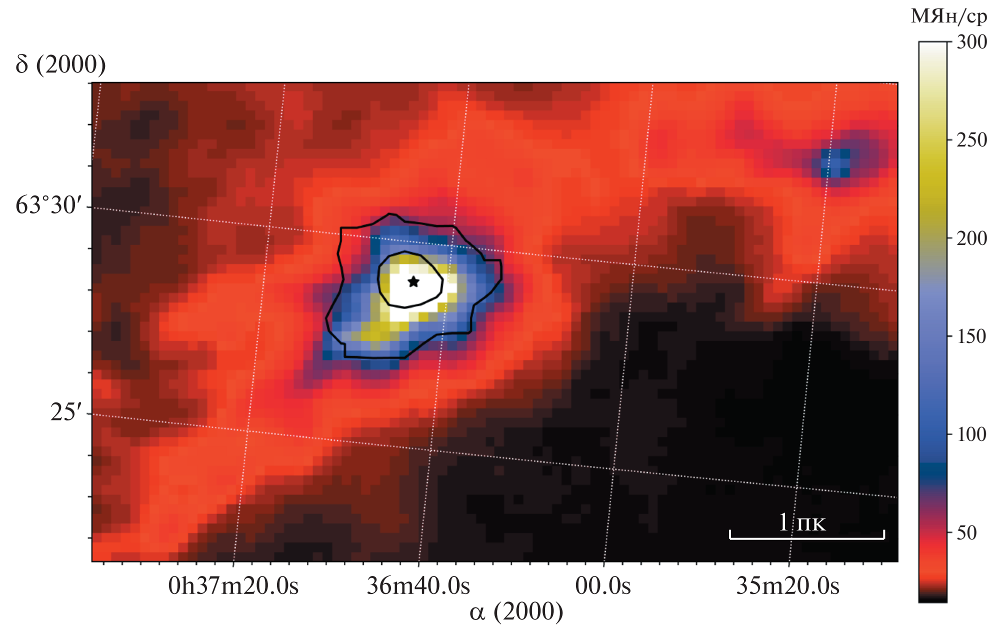

Рис. 2. Карта темного облака L1287 на длине волны 500 μm по данным наблюдений на телескопе "Herschel". Изолинии интегральной интенсивности линии $HCO^+(1-0)$ соответствуют значениям 20 и 50% от максимума (38.6 К·км/с) [50]. Звездочкой показан источник IRAS 00338+6312.

лись величины P_0 для радиальных профилей плотности, турбулентной и систематической скоростей (n_0, V_{turb}, V_{sys}, соответственно), степенные индексы α_p (α_n, α_{turb}, α_{sys}), а также относительные распространенности молекул (X), не зависящие от радиального расстояния, и внешний радиус ядра R_{max}.

Профиль кинетической температуры задавался в виде $T = 80\ \text{К}/(1 + (r/R_0)^{0.3})$ и не менялся в процессе расчетов. При этом кинетическая температура изменялась в диапазоне от 40 К в центральном слое до $\lesssim$20 К на периферии, что в целом соответствует оценкам по данным наблюдений (см., напр., [62, 63, 65, 50]). Хотя температуры пыли в L1287 по данным наблюдений "Herschel" составляют ~15–24 К[1] [66], данные интерферометрических наблюдений указывают, что во внутренних областях ядра L1287 ($\lesssim$0.1 пк), где сильны эффекты фрагментации, кинетическая температура фрагментов может достигать ~80–100 К (см. [60]). Таким образом, в расчетах значение 40 К было принято в качестве усредненного значения кинетической температуры в центральном слое, радиус которого (R_0) задавался равным 2×10^{16} см (~1300 а.е.).

Значения лучевой скорости и координат центра ядра были оценены по линии $H^{13}CO^+(1-0)$. Далее для поиска минимума функции ошибки была использована карта в линии $HCO^+(1-0)$. С помощью генератора случайных чисел был создан массив из 6000 значений, которые были случайно и равновероятно распределены в следующих диапазонах восьми параметров: n_0 – от $10^{6.5}$ до 10^9 см$^{-3}$, α_n – от 1.3 до 2.5, V_{turb} – от 1.4 до 7.5 км/с, α_{turb} – от 0.1 до 0.7, V_{sys} – от –1.3 до –0.2 км/с, α_{sys} – от –0.2 до 0.4, $X(HCO^+)$ – от $10^{-10.5}$ до 10^{-8}, R_{max} от $10^{17.7}$ до $10^{19.2}$ см. Хотя предполагалось, что данные диапазоны заведомо включают в себя оптимальные значения параметров для ядра L1287, их границы не являлись жесткими и могли быть расширены при обратном преобразовании из пространства ГК.

Для каждого значения массива параметров рассчитывались карта в линии HCO^+ (1–0) и функция ошибки. В соответствии с принятым критерием, $\chi^2 \le \chi^2_{min}(3\sigma_{obs})$, из первоначального множества было отобрано 246 значений. Данного количества было достаточно для построения статистики в пространстве главных компонент. Для этих значений с помощью процедуры из библиотеки scikit-learn [67] был рассчитан набор главных компонент. С помощью графика зависимости R отношения суммы диагональных элементов матрицы ковариации ГК к сумме диагональных элементов матрицы ковариации физических параметров, от количества компонент было оцене-

[1] http://www.astro.cardiff.ac.uk/research/ViaLactea/

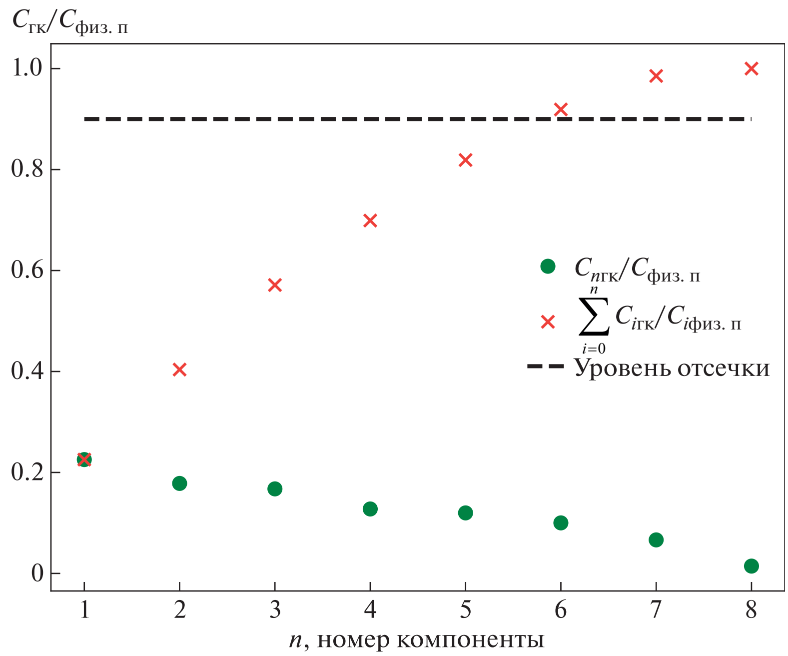

Рис. 3. График зависимости отношения суммы диагональных элементов матрицы ковариации ГК к сумме диагональных элементов матрицы ковариации физических параметров от количества компонент (красные крестики). Зелеными кружками показан вклад в относительную матрицу ковариации ГК отдельной компоненты. Горизонтальная штриховая линия соответствует уровню отсечки 0.9.

но минимальное количество ГК, необходимое для представления физических параметров (рис. 3). Из рис. 3 видно, что 5 главных компонент в достаточной мере представляют 8 физических параметров на уровне $R = 0.9$. Для пяти главных компонент отличие после обратного преобразования не превышало 5% от шага сетки для всех параметров, что не предполагает искажения дальнейших расчетов и накопления ошибки. На рис. 3 также показан вклад каждой компоненты в относительную матрицу ковариации ГК.

В пространстве оставшихся пяти главных компонент была построена равномерная 5-мерная сетка, центр которой находился в точке минимума функции ошибки, размер сетки соответствовал $6\Delta(pc_i)$, где $\Delta(pc_i)$ представляет собой среднеквадратичное отклонение значений i-й компоненты, вычисленное по отобранному множеству точек. Массив значений ГК был пересчитан к массиву значений физических параметров, для которых были рассчитаны спектральные карты и оценены функции ошибки. Из рассчитанных модельных карт методом kБС было оценено значение оптимальных физических параметров по данным HCO^+(1–0). Варьируя с помощью метода наименьших квадратов значения относительных содержаний $H^{13}CO^+$, HCN и $H^{13}CN$, мы вписали соответствующие модельные спектральные карты в наблюдаемые. При этом также происходила небольшая подгонка параметров в пределах диапазонов погрешностей, рассчитанных по данным HCO^+(1–0). На основе сравнения набора модельных спектральных карт с наблюдаемыми была оценена общая по четырем линиям функция ошибки по формуле (3). Полученные модельные спектры оказались близки к наблюдаемым вплоть до масштабов ~0.8 пк, что подтверждало адекватность использованной модели.

На рис. 4 представлен набор проекций 8-мерной функции ошибки на плоскости различных пар параметров, а также графики зависимости проекции функции ошибки от каждого из параметров. Из двумерных проекций и графиков следует, что модель имеет глобальный минимум, и для каждого параметра можно определить уровень доверительности. Некоторые параметры коррелируют друг с другом. Отчетливая корреляция наблюдается между $R_{\max}$ и относительной концентрацией HCO^+ (X_0), между α_n и X_0, а также между турбулентной и систематической скоростями в центральном слое и соответствующими степенными индексами радиальных профилей этих величин. Более слабая корреляция существует между α_n и n_0, а также между $R_{\max}$ и α_n. Точное положение минимума оценивалось методом kБС по всем линиям, оно отмечено красным крестиком на двумерных проекциях и красной вертикальной линией на графиках зависимости про-

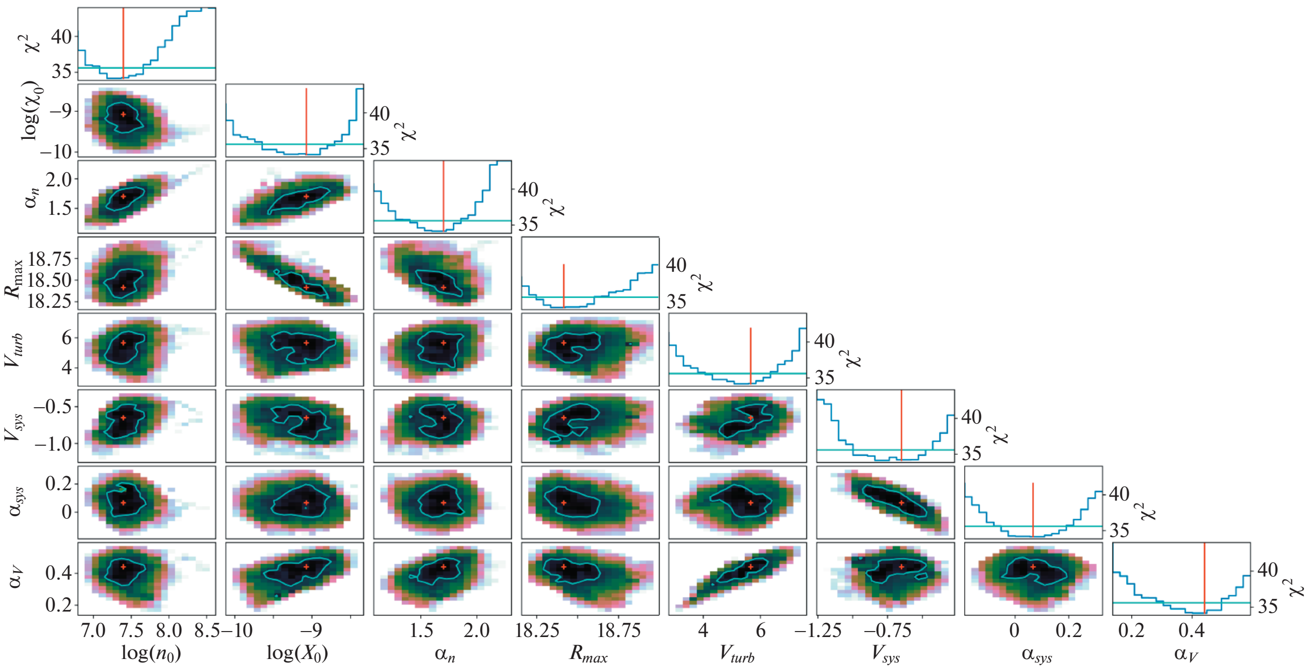

Рис. 4. Проекции 8-мерной функции ошибки χ^2 на плоскости различных пар параметров, рассчитанные по данным вписывания модельных спектральных карт в линиях HCN(1–0), HCO^+(1–0), $H^{13}CO^+$(1–0) и $H^{13}CN$(1–0) в наблюдаемые карты в ядре L1287. Над каждым столбцом проекций приведены графики зависимости функции ошибки от отдельного параметра. Красные точки на диаграммах и красные вертикальные линии на верхних графиках соответствуют глобальному минимуму функции ошибки, полученному из метода kБС. Доверительные области для оптимальных значений параметров, рассчитанные из сечения функции ошибки гиперплоскостью χ^2_σ, показаны голубыми контурами и горизонтальными линиями на двумерных проекциях и одномерных графиках, соответственно.

екций χ^2 от отдельных параметров. Доверительные области были рассчитаны с использованием сечения функции ошибки гиперплоскостью χ^2_σ. Проекции сечений функции ошибки гиперплоскостью χ^2_σ представляют собой контуры на плоскостях пар параметров, им соответствуют горизонтальные линии на графиках (см. рис. 4). Доверительные области не симметричны относительно оптимальных значений. Искажения формы контуров связаны с шумами наблюдений и дискретностью заполнения пространства параметров. При анализе зависимостей χ^2 от отдельных параметров в более широких диапазонах, чем представлены на рис. 4, обнаружены дополнительные локальные минимумы, значения в которых, однако, выше значения, соответствующего глобальному минимуму, а соответствующие значения параметров существенно расходятся с независимыми оценками.

Оценки физических параметров ядра L1287, соответствующие глобальному минимуму функции ошибки, а также неопределенности этих оценок, соответствующие границам доверительных диапазонов (рис. 4), приведены в табл. 1. Заметим, что в соответствии с заданным видом радиальных профилей значения физических параметров в центральном слое вдвое ниже соответствующих значений n_0, $V_{\rm turb}$ и $V_{\rm sys}$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 5, 6 показаны спектральные карты центральной части ядра L1287 (~0.4 пк) в линиях HCO^+(1–0), HCN(1–0), $H^{13}CO^+$(1–0) и $H^{13}CN$(1–0) с вписанными модельными спектрами, соответствующими глобальному минимуму функции ошибки. Асимметрия и провал на наблюдаемых профилях оптически толстых линий HCO^+(1–0) и HCN(1–0) хорошо воспроизводится моделью. В центральной и юго-западной частях анализируемой области на спектрах оптически толстых линий заметно излучение высокоскоростного газа, которое не учитывалось в модельных расчетах. Небольшое расхождение между модельными и наблюдаемыми спектрами на краях рассматриваемой области может быть связано с отличием от сферической симметрии. Диаметр модельного облака (1.6 пк) превышает наблюдаемые размеры областей излучения в различных молекулярных линиях, индикаторах плотного газа HCO^+(1–0), HCN(1–0) и NH_3(1, 1) (~0.3–0.5 пк) [62, 63, 50], поскольку включает в себя внешние слои с низкой плотностью, которые обусловливают провал на профилях оптически толстых линий, поглощая излучение от центральных слоев.

Рассчитанные физические параметры ядра с учетом погрешностей (см. табл. 1) согласуются с оценками, полученными из данных независимых наблюдений. Так, модельная лучевая концентрация молекулярного водорода для области радиусом ~20″ согласуется со значением, рассчитанным по данным наблюдений пыли на телескопе “Herschel” [66] ($4.6^{+3.0}_{-2.3}\times10^{23}$ см$^{-2}$ и $(1.8\pm1.2)\times$ $\times\,10^{23}$ см$^{-3}$, соответственно). Масса ядра, рассчитанная из модели для области радиусом ~0.6 пк, составляет ~1200 $M_\odot$, что с учетом погрешности ($\gtrsim$50%), связанной, в первую очередь, с погрешностью величины n_0, согласуется со значением 810 $M_\odot$, полученным из наблюдений пыли для области с близким радиусом [65]. Степенной индекс радиального профиля плотности $1.7^{+0.1}_{-0.3}$ также не противоречит значению 1.25 ± 0.2, полученному из наблюдений пыли в континууме [65]. Обе эти оценки лежат в диапазоне значений степенного индекса профиля плотности, полученном для выборок плотных ядер, связанных с областями образования массивных звезд и звезд в скоплениях (см., напр, [65, 68, 69]), однако ниже значения 2, предсказываемого моделями изотермической сферы [8] и глобального коллапса [13].

Отношения модельных распространенностей основных и более редких изотопов ($[HCO^+]/[H^{13}CO^+]$ и $[HCN]/[H^{13}CN]$) в ~2 раза ниже, чем значение отношения изотопов $[^{12}C]/[^{13}C]$~ 58, рассчитанное из гелиоцентрической зависимости этого отношения [70] для R_G ~ 9 кпк (L1287). Неопределенности отношений модельных распространенностей, однако, достаточно высоки ($\gtrsim$80%), чтобы делать дальнейшие выводы из данного расхождения. Для

Таблица 1. Полученные значения физических параметров

Параметр	Значение
$n_0\times10^7$, см$^{-3}$	$2.6^{+1.7}_{-1.3}$
α_n	$1.7^{+0.1}_{-0.3}$
V_{turb}, км/с	$5.6^{+0.7}_{-1.4}$
α_{turb}	$0.44^{0.05}_{-0.13}$
V_{sys}, км/с	$-0.66^{+0.21}_{-0.24}$
α_{sys}	$0.1^{+0.08}_{-0.13}$
R_{max}, пк	$0.8^{+0.2}_{-0.25}$
$X(HCO^+)\times10^{-9}$	$1.0^{+0.5}_{-0.4}$
$X(H^{13}CO^+)\times10^{-11}$	$3.7^{+2.4}_{-2.0}$
$X(HCN)\times10^{-9}$	$2.5^{+1.4}_{-1.1}$
$X(H^{13}CN)\times10^{-11}$	$8.5^{+5.3}_{-4.8}$

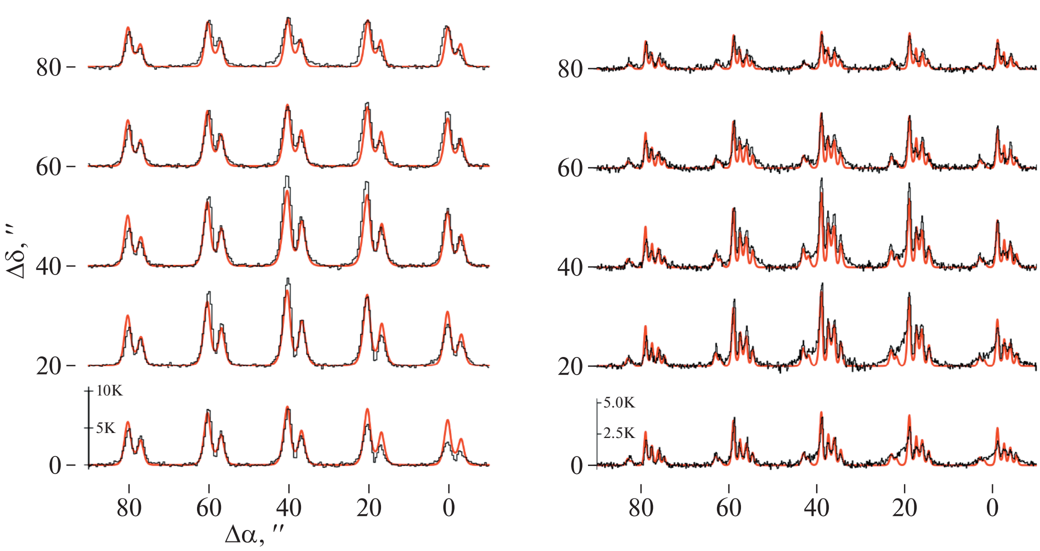

Рис. 5. Результаты вписывания модельных спектров HCO^+(1–0) (слева) и HCN(1–0) (справа) (плавные красные кривые) в наблюдаемые (гистограммы, черные линии) в центральной части ядра L1287. По оси абсцисс отложены скорости в диапазоне от –33 до –5 км/с. Точка (0″, 0″) соответствует координатам α(2000) = 00:36:42.2, δ(2000) = +63:28:30.0.

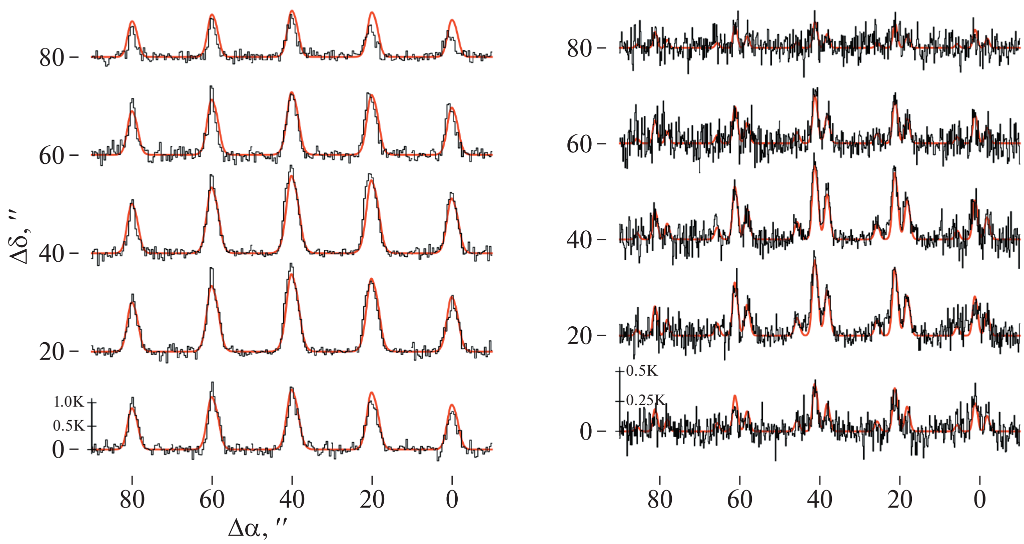

Рис. 6. Результаты вписывания модельных спектров $H^{13}CO^+(1-0)$ (слева) и $H^{13}CN(1-0)$ (справа) (плавные красные кривые) в наблюдаемые (гистограммы, черные линии) в центральной части ядра L1287. По оси абсцисс отложены скорости в диапазоне от –28.5 до –7 км/с.

проверки полученных значений необходимо сравнение с результатами химического моделирования.

Турбулентная скорость достаточно резко падает с расстоянием от центра (от 2.8 км/с в центральном слое до ~ 0.6 км/с во внешнем), что необходимо для воспроизведения формы провала на спектрах $HCO^+(1-0)$ и $HCN(1-0)$ (сплошная кривая *1* на рис. 7, правая панель). Скорость сжатия по абсолютной величине слабо убывает с расстоянием от центра (~0.33 км/с в центральном слое и ~0.25 км/с во внешнем слое) (штриховая кривая *1* на рис. 7, правая панель). Ее среднее значение по модельному облаку составляет 0.26 ± 0.09 км/с, что не противоречит значению ~ 0.22 км/с, рассчитанному из параметров линии $HCO^+(1-0)$ для точки (60″, 40″) по формуле двухслойной модели [20] (значение, приведенное в работе [50], является заниженным).

Степенной индекс радиального профиля скорости сжатия, полученный в модельных расчетах с учетом погрешностей, оказался меньше значения 0.5 для случая коллапса газа на протозвезду в режиме свободного падения [8, 10, 13]. В работе [25] было проведено сравнение данных наблюдений ядра 0038 + 6312 (L1287) в линиях $HCO^+(1-0)$, CS(2–1) и CS(5–4) с результатами расчетов для модели с профилями плотности и скорости сжатия $\propto r^{-3/2}$ и $\propto r^{-1/2}$, соответственно. Хотя интенсивности и ширины модельных линий оказались в неплохом согласии с наблюдаемыми в направлении отдельных позиций с учетом чувствительности и спектрального разрешения использованных данных, провал на профиле линий $HCO^+(1-0)$ не был воспроизведен (см. [25]). Это связано с различием радиальных профилей скорости, принятых в модели [25], и профилей, полученных в наших расчетах (рис. 7, правая панель). На левой панели рис. 7 приведены радиальные профили плотности и кинетической температуры для нашей модели и модели [25].

Как показано в модели глобального иерархического коллапса (см., напр., [13, 16]), если ядро глобально неравновесно, в нем будет происходить сжатие с постоянной скоростью, которое сохраняется во внешних слоях и после формирования протозвезды. Для сравнения нами было проведено вписывание модельных карт в наблюдаемые для случая, когда степеннóй индекс радиального профиля систематической скорости имел фиксированное значение 0.5. Соответствующий профиль скорости обозначен индексом *1A* на рис. 7 (правая панель). На рис. 8 приведены наблюдаемые линии $HCO^+(1-0)$ и $HCN(1-0)$ для точки (60″, 40″) вблизи центра ядра и модельные спектры для значения степеннóго индекса систематической скорости 0.1, соответствующего глобальному минимуму функции ошибки, и для случая, когда индекс равен 0.5, соответственно. Из сравнения спектров видно, что модель с индексом 0.1 более точно воспроизводит интенсивности и ширины асимметричного профиля $HCO^+(1-0)$ и, в особенности, профилей трех сверхтонких $HCN(1-0)$, чем модель с индексом 0.5. Аналогичный вывод справедлив и для других точек, хотя в юго-западной части высокоскоростное излучение, связанное с биполярным истечением, сильнее искажает форму спектров (рис. 5), что затрудняет сравнение моделей. Тот факт, что

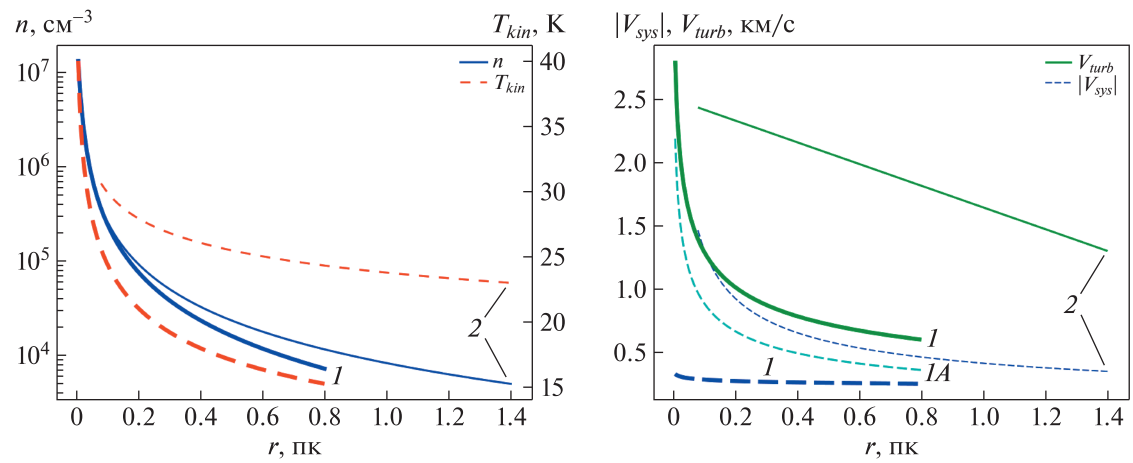

Рис. 7. Модельные радиальные профили плотности и кинетической температуры (левая панель), скорости сжатия и турбулентной скорости (правая панель). Приведены профили, полученные в настоящей работе (*1*) и использованные в работе [25] (*2*). Радиус облака для этой модели принят равным 1.4 пк, что соответствует расстоянию 0.93 кпк до L1287. Под меткой *1A* на правой панели показан профиль скорости сжатия, полученный в модели с фиксированным значением степенного индекса 0.5.

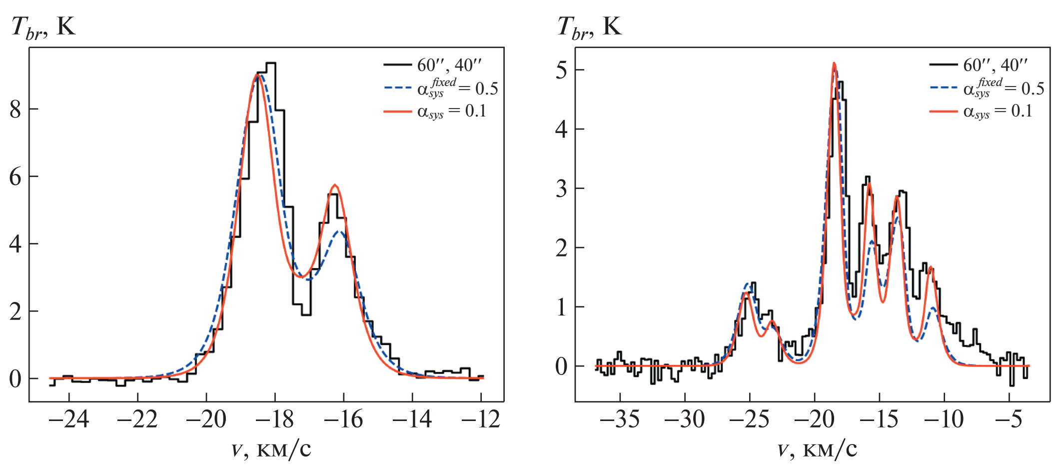

Рис. 8. Наблюдаемые и модельные профили линий HCO^+(1–0) (слева) и HCN(1–0) (справа) в направлении позиции (60″, 40″) для моделей с различными значениями степенно́го индекса радиального профиля скорости сжатия.

полученное в модели со степенны́м индексом профиля скорости в качестве свободного параметра значение оказалось ниже значения 0.5, может указывать на вероятность существования в ядре неоднородного характера сжатия газа: с постоянной скоростью в протяженной оболочке и с профилем $\propto r^{-1/2}$ в области вблизи центра. Использование модели с единым степенны́м индексом при этом случае дает взвешенное среднее значение по всему ядру.

Хотя использованная нами 1D модель с едиными степенны́ми индексами радиальных профилей физических параметров является достаточно упрощенной, она позволила, используя разработанный алгоритм вписывания модельных спектральных карт в наблюдаемые с помощью методов ГК и kБС, достаточно хорошо воспроизвести наблюдаемые спектральные карты в линиях HCO^+(1–0), HCN(1–0), $H^{13}CO^+$(1–0) и H^{13}CN(1–0) и оценить радиальные профили физических параметров во внешних областях ядра L1287 ($r \gtrsim 0.1$ пк). Некоторые отличия между модельными и наблюдаемыми спектрами могут быть устранены, по-видимому, в рамках более сложных моделей с составными радиальными профилями параметров, а также 2D и 3D моделей, позволяющих учесть возможную пространственную неоднородность поля скоростей, вращение и высокоскоростные истечения. Для уменьшения погрешностей рассчитанных параметров и подтверждения вывода о возможном глобальном сжатии ядра L1287 необходимы дальнейшие наблюдения в молекулярных линиях, имеющих различную оптическую толщину, с лучшим пространственным и спектральным разрешением.

Особенностью разработанного алгоритма является то, что он не привязан к конкретной модели и может быть использован для одновременного анализа спектральных карт с различным пространственным разрешением и размерами, а также для анализа карт в континууме. Основным ограничением при этом является только вычислительное время, необходимое для построения необходимой статистики.

5. ВЫВОДЫ

Результаты работы можно суммировать следующим образом.

1. Разработан алгоритм нахождения глобального минимума многомерной функции ошибки и расчета оптимальных значений параметров при вписывании модельных спектральных карт в наблюдаемые. Алгоритм основан на применении метода главных компонент к заданной области параметров, в результате чего снижается размерность модели, уменьшается степень связанности параметров и определяется область минимума. Расчет оптимальных значений параметров производится с помощью метода k ближайших соседей. Доверительные области для оптимальных значений параметров определяются с помощью сечения функции ошибки гиперплоскостью, рассчитываемой в пространстве главных компонент, и ее проекций на различные пары параметров. Алгоритм не привязан к определенной модели.

2. С помощью данного алгоритма проведено вписывание модельных карт в линиях $HCO^+(1-0)$, $H^{13}CO^+(1-0)$, HCN(1–0) и $H^{13}CN(1-0)$ в наблюдаемые карты протозвездного ядра L1287, в котором происходит формирование молодого звездного скопления, а характер асимметрии профилей оптически толстых линий указывает на сжатие. Карты рассчитывались в рамках сферически-симметричной 1D модели, в которой физические параметры (плотность, турбулентная и систематическая скорости) являются функциями расстояния от центра. Рассчитаны оптимальные значения параметров модели и определены их погрешности. Получено, что плотность в ядре L1287 убывает с расстоянием от центра, как $r^{-1.7}$, а турбулентная скорость и скорость сжатия убывают, как $r^{-0.4}$ и $r^{-0.1}$, соответственно. Абсолютное значение степенно́го индекса радиального профиля скорости сжатия с учетом вероятной погрешности ниже значения 0.5, ожидаемого в случае коллапса газа на протозвезду в режиме свободного падения, что может указывать на существование глобального сжатия ядра L1287, предсказываемого в ряде теоретических работ.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны рецензенту Я.Н. Павлюченкову за ценные замечания и дополнения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Возбуждение вращательных уровней молекул HCO^+, HCN и их изотопов, а также профили линий переходов (1–0) рассчитывались в рамках сферически-симметричной микротурбулентной модели. Модельное облако представляло собой набор концентрических слоев, в каждом из которых определенный физический параметр P (плотность, кинетическая температура, турбулентная и систематическая скорость) был постоянным, меняясь от слоя к слою в соответствии с зависимостью: $P = P_0/(1+(r/R_0)^{\alpha_p})$, где r есть расстояние от центра, R_0 – радиус центрального слоя. Данная функциональная зависимость, являющаяся упрощенным видом функции Пламмера, нередко используется в качестве модельного профиля плотности (см., напр., [22]), позволяя избежать сингулярности в центре. В нашей модели данный вид зависимости был использован для всех параметров. Значения P_0 и α_p для каждого параметра варьировались в процессе вписывания модельных профилей в наблюдаемые. Профиль кинетической температуры был взят равным $T = 80\ \mathrm{K}/(1+(r/R_0)^{0.3})$ и не изменялся в ходе расчетов. Заметим, что кинетическая температура в меньшей степени, чем плотность и концентрация, влияет на интенсивности рассчитываемых линий $HCO^+(1-0)$ и HCN(1–0). Турбулентная скорость являлась параметром, дающим дополнительный к тепловому вклад в локальную ширину линий. Относительная молекулярная концентрация не зависела от радиального расстояния. При расчетах возбуждения HCN и $H^{13}CN$ учитывалось наличие сверхтонкой структуры вращательного спектра и перекрытие близко расположенных сверхтонких компонент [40, 71]. Описание модели и методики расчета переноса излучения для случая HCN приведено в приложении к статье [40]. В использованном нами варианте данной модели толщина слоев увеличивалась по степенно́му закону с удалением от центра, а также добавлен учет радиального профиля систематической скорости, дающей доплеровский сдвиг локального профиля линии. Для расчетов бралось 14 слоев. При расчетах использовались столкновительные вероятности HCO^+-H_2 [72] и $HCN-H_2$ с учетом сверхтонкой структуры [73].

Возбуждение вращательных уровней определенной молекулы рассчитывалось итеративным методом, последовательно для одной точки в каждом слое, радиальное расстояние которой равно среднему геометрическому от значений внутреннего и внешнего радиуса слоя, для которой решалась система уравнений баланса населенностей, при этом населенности в других слоях считались неизменными. После достижения внешнего слоя населенности в каждом слое сравнивались со значениями, полученными в предыдущей итерации, и процесс повторялся [40]. Для повышения точности расчета переноса излучения в движущейся среде каждый слой дополнительно разделялся на десять подслоев, систематическая скорость в которых была различна. Проведенное тестовое сравнение результатов расчетов данной модели с результатами расчетов из работы [74] для случая молекулы с двумя энергетическими уровнями показало, что рассчитанные значения населенностей отличаются друг от друга не более, чем на 0.4% для случая оптической толщины линии $\lesssim 60$.

Модельный код, написанный на языке Фортран, управлялся с помощью модуля, написанного на языке Python. Модельные спектры рассчитывались для различных прицельных параметров. С помощью процедуры astropy.convolve_fft [75] полученные карты поканально сворачивались с двумерной гауссианой с шириной 40″ (ширина основного луча диаграммы направленности радиотелескопа OSO-20m на частоте ~90 ГГц). Вписывание модельных спектров в наблюдаемые проводилось с помощью алгоритма, включающего в себя методы ГК и kБС (раздел 2), написанного на языке Python.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ (17-12-01256) (анализ результатов) и гранта РФФИ (18-02-00660-а) (составление программы, модельные расчеты).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *J. C. Tan, M. Beltran, P. Caselli, F. Fontani, A. Fuente, M. R. Krunholz, C. F. McKee, and A. Stolte*, *Protostars and Planets VI*, edited by *H. Beuther, R. S. Klessen, C. P. Dullemond, and T. Henning* (Tucson: University of Arizona Press, 2014) p. 149.
2. *F. Motte, S. Bontemps, and F. Louvet*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **56**, 41 (2018).
3. *Ph. André, A. Men'shchikov, S. Bontemps, V. Konyves, et al.*, Astron. and Astrophys. **518**, id. L102 (2010).
4. *P. André, J. Di Francesco, D. Ward-Thompson, S. -I. Inutsuka, R. E. Pudritz, and J. E. Pineda*, in *Protostars and Planets VI*, edited by *H. Beuther, R. S. Klessen, C. P. Dullemond, and T. Henning* (Tucson: University of Arizona Press, 2014) p. 27.
5. *F. Nakamura, K. Sugitani, T. Tanaka, H. Nishitani, et al.*, Astrophys. J. Letters **791**, id. L23 (2014).
6. *Y. Contreras, G. Garay, J. M. Rathborne, and P. Sanhueza*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **456**, 2041 (2016).
7. *L. K. Dewangan, L. E. Pirogov, O. L. Ryabukhina, D. K. Ojha, and I. Zinchenko*, Astrophys. J. **877**, id. 1 (2019).
8. *F. H. Shu*, Astrophys. J. **214**, 488 (1977).
9. *F. H. Shu, F. C. Adams, and S. Lizano*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **25**, 23 (1987).
10. *C. F. McKee and J. C. Tan*, Astrophys. J. **585**, 850 (2003).
11. *Y. Zhang and J. C. Tan*, Astrophys. J. **853**, id. 18 (2018).
12. *D. E. McLaughlin, and R. E. Pudritz*, Astrophys. J. **476**, 750 (1997).
13. *E. Vázquez-Semadeni, A. Palau, J. Ballesteros-Paredes, G. C. Gómez, and M. Zamora-Avilés*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **490**, 3061 (2019).
14. *R. B. Larson*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **145**, 271 (1969).
15. *M. V. Penston*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **144**, 425 (1969).
16. *R. Naranjo-Romero, E. Vazquez-Semadeni, and R. M. Loughnane*, Astrophys. J. **814**, id. 48 (2015).
17. *D. Mardones, P. C. Myers, M. Tafalla, D. J. Wilner, R. Bachiller, and G. Garay*, Astrophys. J. **489**, 719 (1997).
18. *N. J. Evans, II*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **37**, 311 (1999).
19. *Ya. Pavlyuchenkov, D. Wiebe, B. Shustov, Th. Henning, R. Launhardt, and D. Semenov*, Astrophys. J. **689**, 335 (2008).
20. *P. C. Myers, D. Mardones, M. Tafalla, J. P. Williams, and D. J. Wilner*, Astrophys. J. **465**, L133 (1996).
21. *C. W. Lee, P. C. Myers, and M. Tafalla*, Astrophys. J. Suppl. **136**, 703 (2001).
22. *C. H. De Vries and P. C. Myers*, Astrophys. J. **620**, 800 (2005).
23. *J. L. Campbell, R. K. Friesen, P. G. Martin, P. Caselli, J. Kauffmann, and J. E. Pineda*, Astrophys. J. **819**, id. 143 (2016).
24. *S. Zhou, N. J. Evans, II, C. Kömpe, and C. M. Wamsley*, Astrophys. J. **404**, 232 (1993).
25. *R. N. F. Walker and M. R. W. Masheder*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **285**, 862 (1997).
26. *G. Narayanan, G. Moriarty-Schieven, C. K. Walker, and H. M. Butner*, Astrophys. J. **565**, 319 (2002).
27. *Я. Н. Павлюченков, Б. М. Шустов*, Астрон. журн. **81**, 348 (2004).
28. *L. Pagani, I. Ristorceli, N. Boudet, M. Giard, A. Abergel, and J.-P. Bernard*, Astron. and Astrophys. **512**, id. A3 (2010).
29. *G. Garay, D. Mardones, Y. Contreras, J. E. Pineda, E. Servajean, and A. E. Guzmán*, Astrophys. J. **799**, id. 75 (2015).

30. *K. R. Opara and J. Arabas*, Swarm and Evol. Computation **44**, 546 (2019).
31. *B. Schölkopf, A. Smola, K.-R. Müller*, in *Artificial Neural Networks — ICANN 97*, p. 583 (1997).
32. *M. H. Heyer and P. Schloerb*, Astrophys. J. **475**, 173 (1997).
33. *N. S. Altman*, The American Statistician **46**, 175 (1992).
34. *J. Yang, T. Umemoto, T. Iwata, and Y. Fukui*, Astrophys. J. **373**, 137 (1991).
35. *P. D. Klaassen, L. Testi, and H. Beuther*, Astron. and Astrophys. **538**, id. A140 (2012).
36. *F. Wyrowski, R. Güsten, K. M. Menten, H. Wiesemeyer, et al.*, Astron. and Astrophys. **585**, id. A149 (2016).
37. *Y.-X. He, J.-J. Zhou, J. Esimbek, W.-G. Ji, et al.*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **461**, 2288 (2016).
38. *H. Yoo, K.-T. Kim, J. Cho, M. Choi, J. Wu, N. J. Evans, II, and L. M. Ziurys*, Astrophys. J. Suppl. **235**, id. 31 (2018).
39. *N. Cunningham, S. L. Lumsden, T. J. T. Moore, L. T. Maud, and I. Mendigutía*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **477**, 2455 (2018).
40. *B. E. Turner, L. Pirogov, and Y. C. Minh*, Astrophys. J. **483**, 235 (1997).
41. *L. Pirogov*, Astron. and Astrophys. **348**, 600 (1999).
42. *R. Cangelosi and F. Goriely*, Biology Direct **2**, 2 (2007).
43. *I. T. Jolliffe*, *Principal Component Analysis* (Springer-Verlag, Springer Series in Statistics) (2002).
44. *П. М. Землянуха, И. И. Зинченко, С. В. Салий, О. Л. Рябухина, Ш.-Ю. Лиу*, Астрон. журн. **95**(5), 344 (2018).
45. *Г. Т. Смирнов, А. П. Цивилев*, Астрон. журн. **59**, 1020 (1982).
46. *W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery*, *Numerical Recipes in Fortran 77* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1992).
47. *З. Брандт*, *Анализ данных* (М.: Мир, 2003).
48. *K. L. J. Rygl, A. Brunthaler, M. J. Reid, K. M. Menten, H. J. van Langevelde, and Y. Xu*, Astrophys. J. **658**, 487 (2007).
49. *S. Molinari, B. Swinyard, J. Bally, M. Barlow, et al.*, Astron. and Astrophys. **518**, id. L100 (2010).
50. *Л. Е. Пирогов, В. М. Шульга, И. И. Зинченко, П. М. Землянуха, А. Н. Патока, М. Томассон*, Астрон. журн. **93**(10), 871 (2016).
51. *H. J. Staude and T. Neckel*, Astron. and Astrophys. **244**, L13 (1991).
52. *S. McMuldroch, G. A. Blake, and A. I. Sargent*, Astron. J. **110**, 354 (1995).
53. *S. P. Quanz, T. Henning, J. Bouwman, H. Linz, and F. Lahuis*, Astrophys. J. **658**, 487 (2007).
54. *G. Anglada, L. F. Rodriguez, J. M. Girart, R. Estalella, and J. M. Torrelles*, Astrophys. J. **420**, L91 (1994).
55. *D. Fiebig*, Astron. and Astrophys. **298**, 207 (1995).
56. *C.-G. Gan, X. Chen, Z.-Q. Shen, Y. Xu, and B.-G. Ju*, Astrophys. J. **763**, id. 2 (2013).
57. *R. L. Snell, R. L. Dickman, and Y.-L. Huang*, Astrophys. J. **352**, 139 (1990).
58. *Y. Xu, Z.-Q. Shen, J. Yang, X. W. Zheng, et al.*, Astron. J. **132**, 20 (2006).
59. *T. Umemoto, M. Saito, J. Yang, and N. Hirano*, in *Star Formation 1999*, edited by *T. Nakamoto*, p. 227 (1999).
60. *O. Fehér, A. Kóspál, P. Ábrahám, M. R. Hogerheijde, and C. Brinch*, Astron. and Astrophys. **607**, id. A39 (2017).
61. *C. Juárez, H. B. Liu, J. M. Girart, A. Palau, G. Busquet, R. Galván-Madrid, N. Hirano, and Y. Lin*, Astron. and Astrophys. **621**, id. A140 (2019).
62. *R. Estalella, R. Mauersberger, J. M. Torrelles, G. Anglada, J. F. Gomez, R. López, and D. Muders*, Astrophys. J. **419**, 698 (1993).
63. *I. Sepúlveda, G. Anglada, R. Estalella, R. López, J. M. Girart, and J. Yang*, Astron. and Astrophys. **527**, id. A41 (2011).
64. *G. Sandell and D. A. Weintraub*, Astrophys. J. Suppl. **134**, 115 (2001).
65. *K. E. Mueller, Y. L. Shirley, N. J. Evans, II, and H. R. Jacobson*, Astrophys. J. Suppl. **143**, 469 (2002).
66. *K. A. Marsh, A. P. Whitworth, and O. Lomax*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **454**, 4282 (2015).
67. *F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, J., et al.*, Machine Learn. Res. **12**, 2825 (2011).
68. *S. J. Williams, G. A. Fuller, and T. K. Sridharan*, Astron. and Astrophys. **434**, 257 (2005).
69. *Л. Е. Пирогов*, Астрон. журн. **86**(12), 1206 (2009).
70. *Y. T. Yan, J. S. Zhang, C. Henkel, T. Mufakharov, et al.*, Astrophys. J. **877**, id. 154 (2019).
71. *S. Guilloteau and A. Baudry*, Astron. and Astrophys. **97**, 213 (1981).
72. *D. R. Flower*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **305**, 651 (1999).
73. *D. Ben Abdallah, F. Najar, N. Jaidane, F. Dumouchel, and F. Lique*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **419**, 2441 (2012).
74. *G.-J. van Zadelhoff, C. P. Dullemond, F. F. S. van der Tak, J. A. Yates, et al.*, Astron. and Astrophys. **395**, 373 (2002).
75. *T. P. Robitaille, E. J. Tollerud, P. Greenfield, M. Droettboom, et al.*, Astron. and Astrophys. **558**, id. A33 (2013).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 2, с. 116–131

УДК 524.882,524.3-17

РАЗРУШЕНИЕ ЗВЕЗДЫ В ХОДЕ ЭВОЛЮЦИИ СИСТЕМЫ ЗВЕЗДА + СВЕРХМАССИВНАЯ ЧЕРНАЯ ДЫРА

А. В. Федорова[1, *], А. В. Тутуков[1, **]

[1]*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия*

**E-mail: afed@inasan.ru*

***E-mail: atutukov@inasan.ru*

Поступила в редакцию 01.09.2020 г.
После доработки 07.10.2020 г.
Принята к публикации 07.10.2020 г.

Звезды, близкие к сверхмассивным черным дырам (СМЧД), могут в определенных условиях образовывать с ними тесные двойные системы, в которых возможны заполнение звездой полости Роша и интенсивная аккреция вещества звезды на СМЧД. В данной работе исследована эволюция двойных систем типа “звезда + СМЧД” в предположении, что черная дыра аккрецирует главным образом вещество звезды-спутника. В расчетах учтены все процессы, определяющие эволюцию обычных двойных систем, а также облучение звезды потоком жесткого излучения, возникающим при аккреции ее вещества на СМЧД. Поглощение внешнего потока излучения в оболочке звезды рассчитывалось с помощью того же формализма, который используется при вычислении непрозрачности звездного вещества. Кроме того, в расчетах предполагалось, что если характерное время обмена массой меньше теплового времени звезды, то обмен между орбитальным угловым моментом системы и угловым моментом перетекающего на СМЧД вещества не имеет места. Численное моделирование, выполненное нами в предыдущих работах, показало, что в рамках принятых предположений возможны три типа эволюции рассматриваемой двойной системы, в зависимости от масс СМЧД и звезды, а также от начального расстояния звезды от СМЧД. Первый тип заканчивается разрушением звезды. Для маломассивных звезд главной последовательности (ГП) с массами менее ~1 $M_\odot$ осуществляется только этот вариант, даже если масса СМЧД сравнительно мала, а начальное расстояние звезды от СМЧД велико. Для массивных звезд ГП разрушение также имеет место, если масса СМЧД велика, а начальное расстояние звезды от СМЧД достаточно мало. Второй тип эволюции может осуществляться для массивных звезд ГП, которые в начальный момент располагаются дальше от СМЧД, чем в первом варианте. В этом случае массивная звезда в ходе эволюционного расширения заполняет свою полость Роша, после чего наступает этап интенсивного обмена веществом. Характерное свойство эволюции второго типа – увеличение орбитального периода системы со временем. В результате после этапа интенсивной потери вещества звезда “уходит” под полость Роша. Остаток звезды в виде белого карлика сохранится и может оказаться в итоге на достаточно большом расстоянии от СМЧД. Третий тип эволюции может осуществляться для массивных звезд ГП, находящихся в начальный момент еще дальше от СМЧД, чем во втором варианте, а также для проэволюционировавших массивных звезд. В этом случае консервативный обмен массой при интенсивном звездном ветре приводит к тому, что звезда удаляется от СМЧД, вообще не заполняя свою полость Роша. В данной работе детально исследуется эволюция первого типа, заканчивающаяся разрушением звезды. Согласно результатам расчетов, $M_{\max}$ – максимальная масса звезд, которые могут разрушиться, – тем больше, чем больше масса СМЧД. Для черных дыр промежуточных масс, $(10^3–10^5)$ $M_\odot$, величина $M_{\max}$ сравнительно невелика и составляет (2–9) $M_\odot$. Для СМЧД с массой 10^6 $M_\odot$ значение $M_{\max}$ близко к 25 $M_\odot$. Для массивных СМЧД с массами $(10^7–10^9)$ $M_\odot$ величина $M_{\max}$ превышает 50 $M_\odot$. Если масса звезды меньше $M_{\max}$, то при значении начальной степени заполнения полости Роша D, большем граничного значения D_{destr}, звезда будет разрушена, а при $D < D_{destr}$ она будет удаляться от СМЧД и может избежать разрушения. Для звезды заданной массы значение D_{destr} тем меньше, чем больше масса СМЧД. Характер эволюции системы “звезда + + СМЧД” перед разрушением звезды зависит от звездной массы. Для звезд с массами $M \lesssim 1 M_\odot$ разрушение начинается сразу после заполнения ими полости Роша и соответствующего быстрого увеличения темпа потери вещества. Для более массивных звезд после заполнения полости Роша наступает фаза эволюции со сравнительно невысоким темпом потери вещества. При уменьшении большой полуоси орбиты до определенной величины этот темп быстро возрастает, что приводит к увеличению степени облучения звезды и к ее разрушению. На начальной фазе разрушения звезды скорость потери ею вещества растет тем быстрее, чем больше масса СМЧД, чем меньше начальная масса звезды, и чем ближе звезда к СМЧД в начальный момент. Характерные времена увеличения $\dot{M}$ на три порядка в начале фазы разрушения составляют от нескольких десятков до нескольких тысяч лет, в зависимости от масс звезды и СМЧД.

DOI: 10.31857/S000462992102002X

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время установлено, что в ядрах всех ярких галактик находятся сверхмассивные черные дыры (СМЧД), массы которых составляют ~$(10^4–10^{10})\ M_\odot$, а светимости доходят до $10^{14}\ L_\odot$ [1–4]. В ядрах шаровых звездных скоплений и в ядрах карликовых галактик могут располагаться ЧД промежуточных масс (ЧДПМ) с массами $(10^3–10^5)\ M_\odot$ [5–7]. В последнее время именно аккрецирующие ЧДПМ связываются с гиперяркими источниками рентгеновского излучения HLX (hyperluminous X-ray sources) [8], рентгеновские светимости которых могут превосходить 10^{41} эрг/с.

Происхождение СМЧД объясняется различными причинами. Одна из гипотез связывает их с очень массивными ЧД звездных масс. На ранних стадиях эволюции галактик, при малых концентрациях тяжелых элементов, массы звезд могут достигать (100–1000) $M_\odot$ [9]. Соответственно, из них формируются ЧД с массами, достигающими (100–200) $M_\odot$. В дальнейшем их массы могут увеличиваться за счет аккреции вещества. По оценкам, в гало нашей Галактики может быть около 100 таких рано сформировавшихся ЧД [10]. Согласно второй гипотезе [11] СМЧД могут быть продуктами слияния звездных ЧД, которые в результате приливного торможения в звездном поле концентрируются к центральным областям галактик либо шаровых скоплений. Третья гипотеза [12] предполагает, что СМЧД и ЧДПМ являются изначальными (primordial) объектами, формирующимися на ранних стадиях эволюции Вселенной.

Наблюдательные данные свидетельствуют о том, что в ядерной области галактик, т.е. в окрестности их СМЧД, находится большое количество звезд [13–19]. Наблюдения близких галактик показали, что в их центрах располагаются плотные звездные скопления с размерами порядка 1 пк и массами $(10^7–10^8)\ M_\odot$ [19]. О большом количестве массивных звезд вблизи галактических ядер также свидетельствует высокое обилие тяжелых элементов в околоквазарной области даже при высоких красных смещениях, т.е. в ядрах даже самых молодых галактик [13]. Часть этих звезд, вероятно, образуется в этой области [20]. Другие звезды диффундируют к ядру галактик из его окрестностей в результате динамического трения [21], либо приближаются к СМЧД под действием различных факторов. Например, такое сближение возможно в результате распада двойных систем при столкновениях, происходящих в более далеком от ядра звездном диске и приводящих к выбросу одной из звезд на более близкую к СМЧД орбиту [22].

В ядре нашей Галактики внутри области с радиусом ~1 пк находится ~10^6 звезд (включая молодые массивные звезды, нейтронные звезды и ЧД звездных масс) [21]. Детальные исследования самой центральной области этого плотного звездного скопления показали, что оно состоит из трех основных компонентов [18]. Первый компонент, располагающийся в центральной области с радиусом менее ~0.03 пк, состоит из изотропно распределенных молодых массивных звезд. В основном это звезды главной последовательности (ГП) спектрального класса B (они получили название “S-звезды”). Второй компонент – вращающийся вокруг СМЧД звездный диск с радиусом более ~0.03 пк, содержащий около 20% звезд центрального скопления. Третий – изотропно распределенные в более отдаленной области молодые массивные звезды спектральных классов O, B, а также звезды Вольфа-Райе. Анализ гипотез о происхождении S-звезд [18] позволяет предположить, что они, в частности, могли попасть в окрестность СМЧД при распаде тесных двойных систем (ТДС), приблизившихся к СМЧД и распавшихся вследствие приливного взаимодействия с ней.

Детальные наблюдения S-звезд позволили выявить несколько объектов, самых близких к центральной СМЧД нашей Галактики. Звезда S62, вращающаяся по самой близкой к ней устойчивой орбите, имеет орбитальный период 9.9 лет, а ее скорость в перицентре достигает 10% скорости света [23]. Звезды S2 и S0-102 имеют орбитальные периоды 16 и 11.2 лет соответственно, большая полуось орбиты звезды S2 равна 120 а.е. [24]. Это свидетельствует о возможности формирования устойчивых (в течение достаточно большого времени) тесных двойных систем типа “звезда + СМЧД”.

Проблема взаимодействия близких звезд с СМЧД и ЧДПМ представляет большой интерес и активно исследуется. С одной стороны, такие черные дыры могут приливным образом разрушать близкие звезды, проходящие мимо них по параболическим орбитам и приближающиеся на критическое расстояние, меньшее $R(M_{BH}/M)^{1/3}$, где R и M – радиус и масса звезды, а M_{BH} – масса СМЧД [25, 26]. С другой стороны, СМЧД могут образовывать с близкими звездами тесные двойные системы, что подтверждается, как отмечено выше, результатами наблюдений.

Образование рассматриваемых ТДС возможно, по крайней мере, двумя способами. Первый их них связан с тем, что процессы, происходящие в центральных звездных скоплениях, окружающих СМЧД, могут привести к появлению в самой близкой окрестности черной дыры звезд с достаточно малым угловым моментом [27, 28]. В дальнейшем под влиянием приливного воздействия СМЧД на звезду, а также излучения гравитационных волн (ИГВ) при движении звезды по орбите, в принципе, возможно образование тесной пары "звезда + СМЧД". В частности, детальные исследования частоты формирования ТДС, состоящих из СМЧД с массами $(10^3–10^6)$ $M_\odot$ и белого карлика [27, 28], показывают, что образование таких систем в результате приливного воздействия СМЧД на близкие компактные звезды является вполне возможным. Однако, согласно результатам этих исследований, темп образования тесных двойных систем "белый карлик + СМЧД" на несколько порядков меньше, чем темп приливного разрушения звезд, движущихся вблизи СМЧД по параболическим орбитам.

Вторая возможность образования рассматриваемых ТДС связана с приближениями к СМЧД тесных двойных звезд. При этом один из компонентов двойной звезды, обычно более массивный, становится спутником СМЧД, а второй компонент улетает с большой скоростью, "унося" энергию связи вновь образованной тесной двойной системы. Подобные столкновения изучались в целом ряде работ (см., напр., [29]). Однако необходимо отметить, что если орбита звезды в образовавшейся двойной системе "звезда + СМЧД" будет иметь малые размеры и большой эксцентриситет, то в периастре орбиты возможно разрушение звезды приливными силами СМЧД, как и в случае близкого прохождения звезды около СМЧД по параболической орбите. В итоге эволюция двойной системы закончится практически сразу после ее формирования. Однако нельзя исключать захвата звезды на орбиту с малым эксцентриситетом либо постепенной циркуляризации орбиты при уменьшении ее размеров. Именно такими случаями ограничивается исследование, выполненное в настоящей работе. В итоге на качественном уровне можно сделать вывод, что формирование рассматриваемых в данной работе ТДС возможно, но число таких систем, вероятно, не слишком велико.

Эволюция тесных двойных систем "звезда + СМЧД" уже исследовалась нами в предыдущих работах [30–33]. В настоящей работе мы продолжаем это исследование с целью более детального изучения условия разрушения звезд в ходе эволюции такой двойной системы.

Эволюция тесных двойных систем "звезда + СМЧД" изучалась также в целом ряде работ других авторов. Наиболее детальные исследования для ЧДПМ массой 10^3 $M_\odot$ и звезд массой (5–50) $M_\odot$ выполнены в работе [34]. Однако эти исследования ограничивались исследованием стадии эволюции, начинающейся с заполнения полости Роша звездами ГП (главной последовательности). Но представляет интерес также случай (возможно, типичный), когда в начальный момент звезда еще не заполняет свою полость Роша. При этом начальная разделенная стадия, на которой СМЧД аккрецирует звездный ветер звезды-спутника, имеет большое значение и во многом определяет дальнейшую эволюцию системы. К тому же в расчетах [34] не учитывалось облучение звезды жестким излучением, возникающим при аккреции на СМЧД, которое может иметь определяющее значение в целом ряде случаев.

Следует отметить, что результаты подобных расчетов носят оценочный характер ввиду ряда остающихся неопределенностей. Одна из них – возможное наличие газа в области, окружающей СМЧД. Это обстоятельство может дополнительно повлиять на движение звезды, на потерю ею углового момента, на скорость приближения к СМЧД и на степень облучения звезды жестким излучением СМЧД. В наших расчетах предполагается, что двойная система "звезда + СМЧД" существует в течение достаточно продолжительного времени, а орбита звезды близка к круговой. Наличие заметного количества газа в области движения звезды может способствовать циркуляризации ее орбиты, однако оно же может сократить время существования рассматриваемой двойной системы за счет торможения движения звезды. Однако, как показано нами в [31], в этом случае возникает и противоположный эффект: наличие дополнительной аккреции газа на СМЧД увеличивает степень облучения звезды-донора. В результате усиливается ее звездный ветер, что приводит к дополнительному "отталкиванию" звезды от СМЧД. Возможно, этот эффект в какой-то степени может скомпенсировать влияние торможения звезды в газе, окружающем СМЧД. Еще одна неопределенность связана с описанием звездного ветра звезды-донора, который играет важную роль в данном исследовании. Используемая нами формула для скорости потери вещества звездным ветром, приведенная ниже, конечно, не является универсальной, и лишь приближенно описывает темп потери массы звездой. В итоге представленные в данной работе расчеты эволюции двойной системы “звезда + + СМЧД” можно рассматривать лишь как предварительное описание картины взаимодействия СМЧД со звездами-спутниками. Поэтому в этой работе мы не ставим задачу определения точных граничных значений рассматриваемых параметров для разных типов эволюции системы.

В части 2 настоящей статьи кратко описывается метод расчета моделей звезд, облучаемых жестким излучением, возникающим при аккреции вещества на СМЧД. Кроме того, излагается метод расчета эволюции двойной системы “звезда + + СМЧД” и обсуждаются основные отличия такой системы от обычных двойных звезд с компактными аккреторами. В части 3 изложены результаты численного моделирования эволюции двойных систем “звезда + СМЧД”.

2. МЕТОД РАСЧЕТА МОДЕЛЕЙ ОБЛУЧАЕМЫХ ЗВЕЗД И РАСЧЕТ ЭВОЛЮЦИИ ДВОЙНОЙ СИСТЕМЫ “ЗВЕЗДА + СМЧД”

В наших предыдущих работах [30–33] детально описан метод расчета моделей звезд, облучаемых жестким излучением, возникающим при аккреции на СМЧД. В них также описываются особенности используемого метода расчета эволюции двойной системы “звезда + СМЧД” и ее характерные отличия от эволюции тесной двойной системы с компактным аккретором звездной массы. Поэтому в данной статье мы ограничимся кратким изложением этих вопросов.

В расчетах использовалась эволюционная программа, исходно основанная на эволюционном коде Пачинского [35] и ориентированная на исследование эволюции одиночных и двойных звезд на стадиях горения водорода и гелия. Непрозрачность звездного вещества рассчитывалась по таблицам и формулам, приведенным в [36–38]. Скорости ядерных реакций были взяты из работы [39]. Использовалось табличное уравнение состояния вещества, рассчитанное в работах [40, 41]. Начальный химический состав звезд предполагался близким к солнечному ($X_0 = 0.70$, $Y_0 = 0.28$, $Z_0 = 0.02$). При расчете конвективных зон отношение l/H_p в теории длины пути перемешивания принималось равным 1.8, так как эта величина соответствует стандартной модели современного Солнца, полученной с помощью данной программы.

Поглощение жесткого излучения веществом оболочки звезды рассчитывалось с помощью того же формализма, который используется при вычислении непрозрачности звездного вещества. При этом использовалась процедура, основанная на работе Подсядловского [42]. Эта процедура была применена в работе Вилху, Эргмы и Федоровой [43] для моделирования облучения звезды-донора в двойной системе с компактным аккретором звездной массы.

При расчете модели облучаемой звезды мы использовали спектр жесткого излучения из работы [44] для интервала значений энергии E от 0.4 до 20 кэВ:

$$I \sim E^{-\alpha} \exp(-E/E_{cut}), \qquad (1)$$

где $\alpha = 0.5$, $E_{cut} = 10$ кэВ. Такой спектр типичен для массивных рентгеновских тесных двойных систем звездных масс [44, 42]. При численном моделировании эволюции звезд, подвергающихся облучению жестким излучением, мы рассчитывали поглощение падающего на звезду излучения во внешних слоях оболочки звезды в рамках сферически-симметричного приближения, предполагающего усреднение воздействия этого излучения по всей поверхности звезды. Необходимо отметить, что использование этого приближения не является полностью оправданным. В реальности приливное взаимодействие звезды и СМЧД может привести к синхронизации осевого вращения звезды с орбитальным. При наличии синхронизации облучению будет подвергаться только одна полусфера звезды, обращенная к черной дыре. Качественная оценка влияния использования сферически-симметричного приближения [33] показывает, что оно может привести к недооценке темпа потери массы звездой $\dot{M}$ на некоторых фазах эволюции системы. Конечно, данный вопрос требует отдельного, более детального исследования.

В качестве одного из граничных условий расчета оболочки звезды принимается, что светимость звезды равна сумме поглощенной в единицу времени энергии внешнего облучения и собственной “внутренней” светимости, обусловленной выделением энергии в ядерных реакциях в недрах звезды и освобождением тепловой энергии в ходе звездной эволюции. Поскольку в нашем исследовании используется программа расчета квазистационарной звездной эволюции, то исследуемый интервал значений интенсивности падающего на звезду излучения СМЧД не должен превышать эддингтоновского предела для светимости звезды. Поэтому при возрастании потока внешнего облучения до этого предела расчет прекращается ввиду появления в структуре звезды изменений, приводящих к динамической неустойчивости ее внешних слоев.

Так же, как в работах [31–33], мы принимали коэффициент энерговыделения при аккреции на черную дыру η равным 0.1, т.е. предполагали, что энергия, выделяющаяся при падении на СМЧД единицы массы вещества, равна $0.1c^2$, где c – скорость света. В расчетах предполагалось, что скорость аккреции вещества звезды на СМЧД ограничена эддингтоновским пределом. Отметим, однако, что это предположение не является полностью обоснованным, поскольку сверхэддингтоновская аккреция на компактные объекты считается вполне вероятной (см., напр., [34]).

В данном исследовании, как и в работах [31–33], предполагается, что эволюция тесной двойной системы "звезда + СМЧД" управляется теми же основными процессами, которые определяют эволюцию тесных двойных звезд: обмен массой между компонентами системы при потере вещества донором за счет звездного ветра либо через точку L_1 (в случае заполнения звездой полости Роша), потеря углового момента системой вследствие излучения гравитационных волн, а также посредством магнитного звездного ветра (МЗВ) донора (если он имеет достаточно массивную конвективную оболочку).

Для скорости потери вещества звездой за счет звездного ветра мы использовали так называемый "радиативный" закон потери массы. Этот закон предполагает, что основным механизмом потери вещества одиночными массивными звездами является давление излучения звезды на вещество ее атмосферы, и при этом импульс уходящего от звезды вещества близок (как подтверждает анализ наблюдаемых скоростей потери массы) к импульсу излучения звезды [45]:

$$M_w = -3.28\times10^{-11}\beta L(R/M)^{1/2}\ M_{\odot}/\text{год}, \qquad (2)$$

где масса M, радиус R и светимость звезды L выражены в солнечных единицах. Коэффициент β – величина порядка единицы, равная отношению импульса, уносимого веществом ветра, к импульсу, уносимому излучением звезды. Отметим, что L в этой формуле – полная светимость звезды с учетом облучения. Для маломассивных звезд такой закон можно рассматривать как верхний предел для их реального звездного ветра, и его использование оправдано тем, что если даже при завышенном звездном ветре звезда не может избежать разрушения, то она тем более разрушится при более слабом ветре.

В расчетах учитывалось, что двойная система "звезда + СМЧД" имеет ряд отличий от обычных двойных систем с компактным аккретором (черной дырой звездной массы либо нейтронной звездой). Рассмотрим основные из них.

1. Существенное отличие системы "звезда + + СМЧД" от обычной двойной звезды связано с усилением роли излучения гравитационных волн (ИГВ) в эволюции системы. Характерное время уменьшения большой полуоси системы под действием ИГВ в общем случае дается формулой [46]:

$$\tau_{GWR} = 6\times10^8 A^4/(M_{\text{ВН}}M(M_{\text{ВН}}+M))\ \text{лет}. \qquad (3)$$

Здесь массы компонентов и полуось орбиты выражены в солнечных единицах. Для рассматриваемых двойных систем в случае заполнения донором полости Роша эта формула принимает вид:

$$\tau_{GWR} = 1.3\times10^{10} R^4 M_{\text{ВН}}^{-2/3} M^{-7/3}\ \text{лет}. \qquad (4)$$

Если принять, что донор имеет параметры Солнца, то для обычной двойной звезды с аккретором солнечной массы τ_{GWR} составит приблизительно 10^{10} лет, но для аккреторов с массой 10^3 и 10^6 $M_{\odot}$ это характерное время будет близко к 10^8 и 10^6 лет соответственно. Таким образом, роль гравитационного излучения в эволюции двойных систем "звезда + СМЧД" может быть определяющей. При этом влияние ИГВ на эволюцию системы усиливается с ростом массы СМЧД.

В ходе эволюции рассматриваемых двойных систем ИГВ, приводящее к уменьшению большой полуоси орбиты A, конкурирует с процессом обмена веществом между компонентами, действующим в направлении увеличения A. При этом свойства этого процесса также отличаются от обмена в обычных двойных звездах (см. ниже пп. 2, 3).

2. На разделенной стадии эволюции двойных систем, когда звезда-донор теряет массу только посредством звездного ветра, в обычной двойной звезде только малая часть вещества звездного ветра донора захватывается аккретором, а остальное вещество уходит из системы, унося удельный момент донора. Результирующее влияние этого процесса на изменение полуоси орбиты A описывается классическим джинсовским инвариантом: $A(M_1+M_2) = \text{const}$, что при массивном аккреторе означает незначительное увеличение A со временем. Однако в разделенной системе "звезда + + СМЧД" сверхмассивный аккретор может захватывать практически все вещество, потерянное донором. В этом случае процесс обмена массой становится консервативным, и его влияние описывается другим инвариантом: $AM_1^2M_2^2 = \text{const}$. При $M_1 \gg M_2$ это означает быстрое увеличение A за счет обмена, поскольку $A \sim 1/M_2^2$. В итоге, если донор имеет интенсивный звездный ветер, усиленный облучением, то процесс увеличения большой полуоси орбиты может эффективно конкурировать с процессом ее уменьшения за счет излучения системой гравитационных волн. Однако в ряде случаев менее массивные СМЧД могут аккрецировать только часть вещества звездного ветра, что учитывалось в настоящих

расчетах. Если это имеет место на стадиях увеличения полуоси орбиты, то A увеличивается со временем медленнее, чем в консервативном случае, поскольку при этом изменение A за счет обмена веществом соответствует промежуточной закономерности между двумя инвариантами, приведенными выше.

3. Отличие обмена веществом на полуразделенной стадии, когда звезда заполняет свою полость Роша, обусловлено различной величиной эддингтоновского предела скорости аккреции для черных дыр звездной массы и СМЧД. Этот предел приблизительно равен $\dot{M}_{Edd} \approx 10^{-8} M_{\rm BH}$ $M_{\odot}$/год [47]. Для СМЧД он на несколько порядков больше, чем для ЧД звездной массы. Если темп аккреции ограничивается эддингтоновским пределом, то в обычной двойной системе ЧД аккрецирует только часть вещества донора, в то время как в системе "звезда + СМЧД" даже при очень больших темпах потери массы донором его вещество будет с той же скоростью аккрецироваться черной дырой, что, в свою очередь, может привести к сильному облучению донора.

4. Следующее отличие связано с характером обмена массой в двойной системе при высоких скоростях потери вещества донором. При исследовании эволюции двойных звезд обычно используется стандартное предположение о прямом обмене между орбитальным угловым моментом системы и угловым моментом переходящего со звезды на звезду вещества. Однако в вопросе о возможности прямого обмена угловым моментом нет полной ясности. Характерное время предполагаемого прямого обмена между орбитальным угловым моментом и моментом перетекающего вещества может быть достаточно большим, так что этот обмен, вполне вероятно, не успевает осуществиться на фазах быстрой эволюции системы. В настоящем исследовании, как и в работах [31–33], мы предполагали, что рассматриваемый прямой обмен угловым моментом имеет место только на тех фазах эволюции системы "звезда + + СМЧД", когда шкала времени обмена массой больше характерного теплового времени донора (шкала Кельвина–Гельмгольца). Если обмен массой протекает в более короткой шкале времени, то предполагалось, что прямой обмен угловым моментом отсутствует, и аккреция на СМЧД не меняет большую полуось орбиты. В результате при быстром обмене веществом исчезает фактор, действующий в направлении увеличения расстояния между звездой и СМЧД, и остается только ИГВ, уменьшающее это расстояние. Это приводит к заметному ускорению потери вещества донором на определенных фазах эволюции системы.

5. В отличие от обычных двойных звезд, в системе "звезда + СМЧД" для наиболее массивных СМЧД заполнение близкой звездой своей полости Роша невозможно из-за увеличения гравитационного радиуса ЧД с ростом ее массы. Оценки (см., напр., [31]) показывают, что для звезд ГП с массами 0.1, 1, 10, 100 $M_{\odot}$ максимальное значение $M_{\rm BH}$, при котором звезда ГП может заполнить свою полость Роша, составляет приблизительно 7×10^6, 7×10^7, 2×10^8, 7×10^8 $M_{\odot}$ соответственно. Если массы СМЧД будут выше этих пределов, то приближающиеся к СМЧД звезды указанных масс достигнут радиуса последней устойчивой орбиты еще до заполнения полости Роша, и могут быть поглощены черной дырой без существенного выделения энергии [19].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью детального исследования возможности разрушения звезды в ходе эволюции двойной системы "звезда + СМЧД" нами было выполнено численное моделирование такой эволюции для СМЧД с массами $M_{\rm BH} = (10^3–10^9)$ $M_{\odot}$ и звезд ГП с начальными массами $M = (1–50)$ $M_{\odot}$. В расчетах предполагалось, что в начальный момент исследуемая звезда оказывается в близкой окрестности СМЧД и образует с ней тесную двойную систему. При расчете эволюции системы считалось, что СМЧД аккрецирует главным образом вещество звезды-спутника. Предполагалось, что звезда в момент формирования такой двойной системы находится на ГП. Как показали наши предыдущие исследования, ситуация, когда массивная звезда в этот момент является проэволюционировавшей, не отличается принципиально от случая, когда звезда ГП той же массы оказывается на большом расстоянии от СМЧД и эволюционирует со временем. Отметим, что эволюция массивной звезды, т.е. превращение ее в красного гиганта во время нахождения в близкой окрестности черной дыры, играет очень большую, иногда решающую роль в изменении со временем параметров системы "звезда + СМЧД" [31–33].

Предполагалось, что звезда в момент формирования исследуемой двойной системы еще не заполняет свою полость Роша, т.е. система является разделенной. Начальное значение большой полуоси орбиты системы характеризовалось параметром D, представляющим собой начальную степень заполнения звездой своей полости Роша и равным R/R_R – отношению радиуса звезды к среднему радиусу полости Роша. Исследовались значения D в интервале от 0.001 до 0.90.

Численное моделирование, выполненное нами в предыдущих работах, показало, что в рамках принятых предположений и в зависимости от масс СМЧД и звезды, а также от значения D, возможны три типа эволюции двойной системы

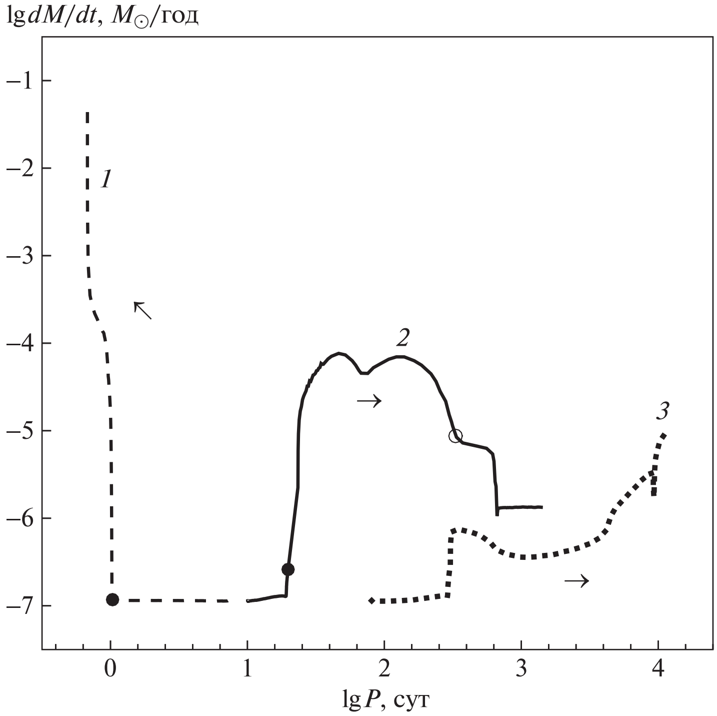

Рис. 1. Диаграмма “логарифм орбитального периода–логарифм темпа потери массы звездой” для систем с $M_{\rm BH} = 10^8\ M_\odot$ и $M = 10\ M_\odot$. Сплошной линией показан трек для эволюции второго типа при $D = 0.25$, штриховой линией – трек для эволюции первого типа при $D = 0.20$, пунктирной линией – трек для эволюции третьего типа при $D = 0.05$. Темными кружками отмечены моменты заполнения звездой полости Роша, светлым кружком – момент ухода звезды под полость Роша. Цифрами указан тип эволюции. Стрелки показывают направление изменения орбитального периода системы в ходе ее эволюции.

“звезда + СМЧД”. В ходе эволюции первого типа звезда приближается к СМЧД, что заканчивается ее разрушением. Второй тип эволюции может осуществляться для массивных звезд ГП, которые в начальный момент располагаются дальше от СМЧД, чем при первом типе. В этом случае массивная звезда в ходе эволюционного расширения заполняет свою полость Роша, после чего наступает этап интенсивного обмена веществом. Характерное свойство эволюции второго типа – увеличение орбитального периода системы со временем. В результате после этапа интенсивной потери вещества звезда “уходит” под полость Роша. Остаток звезды в виде белого карлика сохранится и может оказаться в итоге на достаточно большом расстоянии от СМЧД. Третий тип эволюции может осуществляться для массивных звезд ГП, находящихся в начальный момент еще дальше от СМЧД, чем при втором типе, а также для проэволюционировавших к начальному моменту массивных звезд. В этом случае консервативный обмен массой при интенсивном звездном ветре приводит к тому, что звезда со временем удаляется от СМЧД, вообще не заполняя свою полость Роша. Характер изменения со временем орбитального периода системы “звезда + СМЧД” и темпа потери массы звездой для всех трех типов эволюции иллюстрируется на рис. 1 на примере систем с $M_{\rm BH} = 10^8\ M_\odot$ и $M = 10\ M_\odot$ при различных значениях D (здесь и далее M – начальная масса звезды).

Настоящая работа посвящена детальному исследованию эволюции первого типа, заканчивающейся разрушением звезды-донора. В этом случае процесс увеличения большой полуоси орбиты A в результате аккреции черной дырой вещества звезды не может конкурировать с процессом уменьшения A за счет излучения системой гравитационных волн (как на разделенной стадии, так и на стадии заполнения звездой полости Роша). В итоге в ходе эволюции системы звезда будет приближаться к СМЧД под влиянием ИГВ, что закончится ее разрушением. При этом в разрушении звезды решающую роль играет облучение жестким излучением, возникающим при аккреции. При уменьшении A до определенной величины происходит увеличение степени облучения, что приводит к увеличению темпа потери массы звездой и дальнейшему усилению облучения, и далее процесс развивается лавинным образом.

Наши предыдущие исследования показали, что если $M_{\rm BH}$ сравнительно невелико, порядка $(10^3–10^5)$ $M_\odot$ (т.е. СМЧД относится к классу черных дыр промежуточных масс), то разрушение имеет место, когда относительно маломассивная звезда, не имеющая сильного звездного ветра, оказывается в начальный момент достаточно близко к СМЧД. Для более массивных СМЧД с массами $(10^6–10^9)$ $M_\odot$ то же самое осуществляется даже для достаточно массивных звезд. Согласно результатам предыдущих работ, максимальная масса разрушающихся звезд $M_{\rm max}$ тем больше, чем больше $M_{\rm BH}$ [48]. Кроме того, вероятность разрушения тем больше, чем ближе находится звезда к СМЧД на начальном этапе формирования двойной системы (и соответственно, чем больше значение D).

Цель настоящих расчетов – более детальное, чем в предыдущих работах, определение максимальной массы $M_{\rm max}$ разрушающихся звезд ГП для различных значений $M_{\rm BH}$, а также выяснение соответствующих граничных значений D, разделяющих случаи разрушения звезды при эволюции первого типа и ухода звезды от СМЧД при эволюции второго типа. Граничное значение D характеризуется величиной D_{destr}: при $D \gtrsim D_{destr}$ звезда с начальной массой меньше $M_{\rm max}$ (в рамках принятых при расчетах предположений) будет приближаться к СМЧД в ходе эволюции системы и заведомо будет разрушена.

Как отмечено выше, в данной задаче имеется целый ряд неопределенностей: моделирование не учитывает возможного наличия газа вблизи СМЧД; в расчетах пока используется только одна формула для описания скорости потери вещества звездным ветром; предполагается, что темп аккреции вещества на СМЧД ограничен эддингтоновским пределом; облучение звезды трактуется в рамках сферически-симметричного приближения и т.д. Оценка влияния подобных неопределенностей на результаты моделирования требует отдельного исследования. Поэтому в данной работе мы не ставим задачу определения точных граничных значений параметров для различных ситуаций, связанных с разрушением звезд, а определяем их приближенно, чтобы выяснить качественную картину эволюции систем “звезда + + СМЧД” в рамках принятых нами предположений. Значение D_{destr} определяется в наших расчетах с точностью не выше 0.1. Например, если в конкретной системе звезда разрушается при $D = 0.3$ и избегает разрушения при $D = 0.2$, то D_{destr} считается равным 0.3. Значение $M_{\rm max}$ определяется с точностью не выше 1 $M_\odot$ для $M_{\rm BH}$ = $= (10^3–10^5)\,M_\odot$ и с точностью не выше 5 $M_\odot$ для $M_{\rm BH} = 10^6$ $M_\odot$. Для более массивных СМЧД, для которых $M_{\rm max}$ превосходит 50 $M_\odot$, мы в данной работе не уточняем его значение.

3.1. Зависимость максимальной массы разрушающихся звезд от массы СМЧД

Максимальная масса разрушающихся звезд $M_{\rm max}$ для заданной $M_{\rm BH}$ определяется нами следующим образом: звезды с начальными массами больше $M_{\rm max}$ не разрушаются ни при каких начальных расстояниях от СМЧД, поскольку в любом случае будут удаляться от черной дыры в ходе эволюции. Звезды с массами менее $M_{\rm max}$ разрушаются, если их начальная степень заполнения полости Роша D больше определенного граничного значения D_{destr} (т.е. если начальное расстояние от СМЧД достаточно мало). При этом звезда будет приближаться к СМЧД в ходе эволюции системы. Однако при D меньше D_{destr} (т.е. при больших начальных расстояниях от СМЧД) звезды с массами менее $M_{\rm max}$ избегают разрушения, поскольку будут удаляться от СМЧД.

В табл. 1 приведены значения $M_{\rm max}$ для СМЧД с массами $(10^3–10^9)$ $M_\odot$. Для черных дыр промежуточных масс, $(10^3–10^5)\,M_\odot$, значения $M_{\rm max}$ сравнительно невелики и составляют (2–9) $M_\odot$. При увеличении $M_{\rm BH}$ значение $M_{\rm max}$ быстро увеличивается. Для СМЧД с массой 10^6 $M_\odot$ оно близко к 25 $M_\odot$, а для массивных СМЧД с массами $(10^7–10^9)\,M_\odot$ величина $M_{\rm max}$ превышает 50 $M_\odot$. Таким образом, практически все звезды ГП, включая самые массивные, не могут избежать разрушения после формирования тесной двойной системы с самыми массивными СМЧД, если в начальный момент значение D для них окажется больше D_{destr}, которое в данном случае сравниельно мало (табл. 1). Для систем, в которых $M_{\rm max}$ превышает 50 $M_\odot$, все величины в табл. 1 даны для звезды с массой 50 $M_\odot$.

Необходимо отметить, что согласно результатам расчетов [31–33], массивные звезды, уже проэволюционировавшие к моменту образования двойной системы “звезда + СМЧД”, вероятнее всего будут удаляться от черной дыры под влиянием сильного звездного ветра, и тем самым могут избежать разрушения, даже если их массы будут меньше $M_{\rm max}$.

Таблица 1. Максимальные массы разрушающихся звезд для СМЧД различных масс

$M_{\rm BH}$, $M_\odot$	$M_{\max}$, $M_\odot$	D_{destr}	A_{destr}, $R_\odot$	P_{destr}, часы
10^3	2	0.7	4.5×10^1	26.8
10^4	4	0.8	9.2×10^1	24.7
10^5	9	0.9	2.0×10^2	24.4
10^6	25	0.9	5.4×10^2	35.2
10^7	>50	0.6	2.3×10^3	95.8
10^8	>50	0.4	7.4×10^3	176.0
10^9	>50	0.3	2.1×10^4	271.0

Примечание. $M_{\rm BH}$ – масса СМЧД, $M_{\max}$ – максимальная начальная масса разрушающихся звезд, D_{destr} – граничное значение D для звезды с начальной массой $M_{\max}$ (при $D \gtrsim D_{destr}$ она будет разрушена), A_{destr} и P_{destr} – соответствующие значения большой полуоси орбиты и орбитального периода. Для $M_{\rm BH} = (10^7–10^9)\ M_\odot$ все величины приведены для звезды с массой 50 $M_\odot$.

3.2. Зависимость вероятности разрушения звезд от значения D

Как показывают расчеты, чем больше D (т.е. чем меньше начальное расстояние звезды от СМЧД), тем больше вероятность разрушения звезды в ходе дальнейшей эволюции системы. Это обстоятельство иллюстрируется рис. 2, на котором показана диаграмма “начальная масса звезды $M-D$” для систем, состоящих из СМЧД с массами 10^5, 10^6, 10^7, $10^8\,M_\odot$ и звезд с массами в интервале (5–50) $M_\odot$. Линии значений D_{destr} для каждой массы СМЧД – это приблизительные границы, разделяющие две области значений D. В области, находящейся слева от данной границы и выше ее, звезда будет разрушена (либо, для самых массивных СМЧД, поглощена без выделения энергии). В области, находящейся справа от границы и ниже ее, звезда может избежать разрушения.

Как видно из рис. 2, чем меньше начальная масса звезды, тем меньше соответствующее значение D_{destr}, т.е. тем дальше звезде надо находиться от СМЧД, чтобы избежать разрушения. При больших D маломассивные звезды будут приближаться к СМЧД, и эволюция системы завершится их разрушением. Но более массивные звезды могут удаляться от черной дыры даже в том случае, когда начальное расстояние было малым (а D, соответственно, большим). Отметим, что звезды с массой больше 25 $M_\odot$ в паре с СМЧД с массой

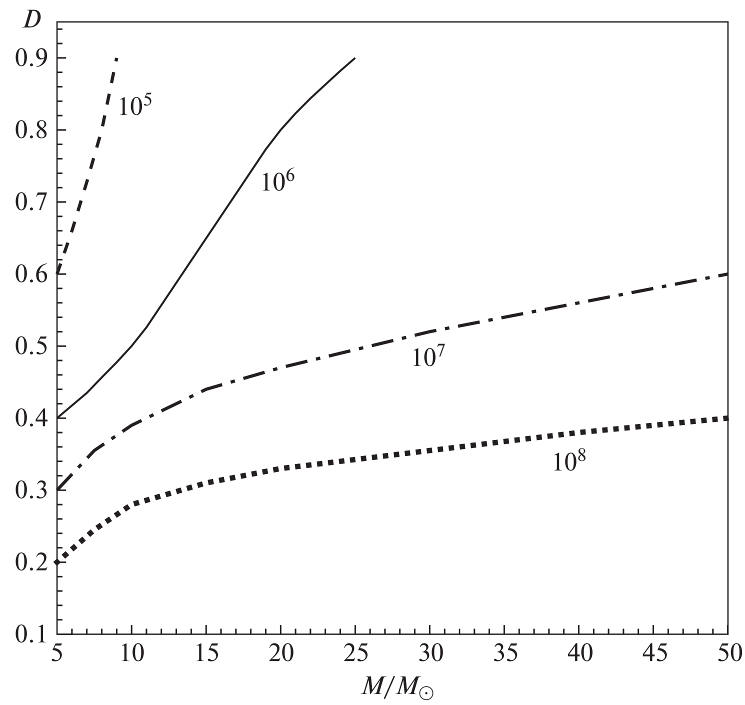

Рис. 2. Диаграмма “начальная масса звезды $M-D$” для систем с $M_{\rm BH} = 10^5, 10^6, 10^7, 10^8\ M_\odot$ и $M = (5–50)\ M_\odot$. Линиями изображены приблизительные границы между областью значений D, в которой звезда будет разрушена (область слева и выше линии для данного $M_{\rm BH}$) и областью, в которой звезда удаляется от СМЧД (область справа и ниже линии для данного $M_{\rm BH}$). Цифрами указаны значения масс СМЧД.

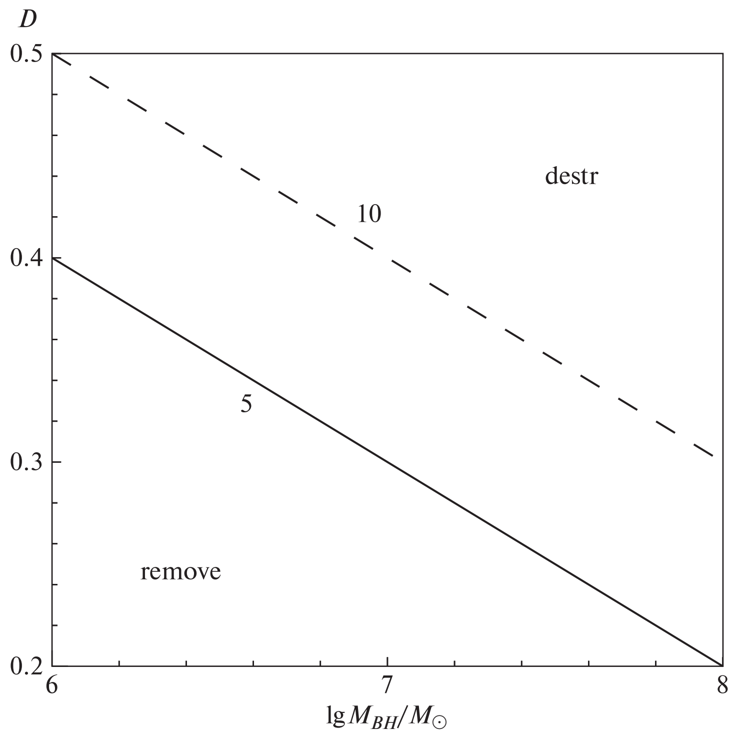

Рис. 3. Диаграмма “логарифм массы СМЧД $M_{\rm BH}-D$” для систем с $M_{\rm BH} = 10^6, 10^7, 10^8\ M_{\odot}$ и $M = 5\ M_{\odot}$ и $10\ M_{\odot}$. Линиями изображены приблизительные границы между областью значений D, в которой звезда будет разрушена (область “destr” выше линии для данного M) и областью, в которой звезда удаляется от СМЧД (область “remove” ниже линии для данного M). Цифрами указаны значения масс звезды.

$10^6\ M_{\odot}$ не разрушаются даже при D, близких к единице (см. табл. 1).

Рис. 2 демонстрирует также, что чем больше масса СМЧД, тем меньше граничные значения D_{destr} для звезды фиксированной начальной массы. Этот эффект иллюстрируется также рис. 3. На этом рисунке изображены границы указанных выше областей на диаграмме “логарифм массы СМЧД $M_{\rm BH}-D$” для систем, состоящих из СМЧД с массами 10^6, 10^7, $10^8\ M_{\odot}$ и звезд с массами 5 и $10\ M_{\odot}$. Область разрушения звезды отмечена на рис. 3 как “destr”, а область, где звезда удаляется от СМЧД и избегает разрушения, как “remove”. Как видно на рис. 2 и 3, для того, чтобы звезда могла избежать разрушения, ей надо в начальный момент находиться тем дальше от СМЧД, чем больше масса черной дыры.

3.3. Разрушение маломассивных звезд на примере звезды с массой 1 $M_{\odot}$

Численные исследования показывают, что маломассивные звезды с начальными массами менее ~$1\,M_{\odot}$ практически всегда разрушаются в ходе эволюции двойной системы “звезда + СМЧД”, даже при сравнительно малой массе СМЧД, равной $10^3\ M_{\odot}$, и при малых D. Поскольку их звездный ветер является слабым, то обмен веществом в ходе аккреции черной дырой вещества этого ветра, действующий в направлении увеличения A, недостаточно эффективен и не может противостоять влиянию излучения гравитационных волн, уменьшающему A. При этом, в отличие от более массивных звезд с $M \gtrsim 2\,M_{\odot}$, процесс разрушения маломассивных звезд начинается сразу после заполнения звездой своей полости Роша и соответствующего быстрого увеличения темпа потери массы. Для более массивных звезд ситуация другая: после заполнения ими полости Роша сначала имеет место фаза эволюции со сравнительно невысоким темпом обмена массой, и только при уменьшении A до определенной величины происходит быстрое увеличение $\dot{M}$, приводящее к увеличению степени облучения звезды и к ее разрушению. Эта ситуация иллюстрируется на рис. 4, на котором показана зависимость $\dot{M}$ от орбитального периода для систем $M_{\rm BH} = 10^6\ M_{\odot}$, $M = 1\,M_{\odot}$ и $M_{\rm BH} = 10^6\ M_{\odot}$, $M = 10\,M_{\odot}$ при $D = 0.5$. К моменту разрушения масса звезды в первой из этих систем почти не уменьшается, в то время как во

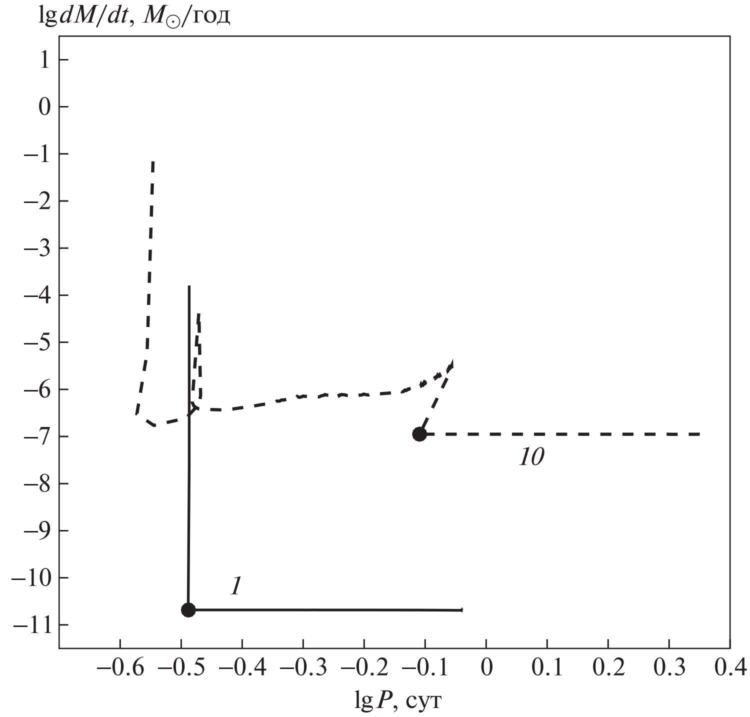

Рис. 4. Зависимость логарифма темпа потери массы звездой от логарифма орбитального периода для систем с $M_{\rm BH} = 10^6\ M_\odot$, $M = 1\ M_\odot$ (сплошная линия) и $M_{\rm BH} = 10^6\ M_\odot$, $M = 10\ M_\odot$ (штриховая линия) при $D = 0.5$. Кружками отмечены моменты заполнения звездой полости Роша. Цифрами указана начальная масса звезд. Орбитальный период в обоих треках уменьшается.

второй системе звезда теряет около 90% начальной массы.

В табл. 2 даны параметры систем с $M_{\rm BH} = (10^3–10^8)\ M_\odot$ и $M = 1\ M_\odot$ при $D = 0.5$. Характерно, что для сравнительно маломассивных СМЧД время приближения звезды к СМЧД оказывается слишком большим, и хотя формально звезда в конце концов должна быть разрушена, но система “звезда + СМЧД” может подвергнуться влиянию других процессов в течение этого периода. Эти процессы (например, влияние окружающего СМЧД газа на движение звезды) могут уменьшить время жизни системы.

С другой стороны, как отмечено выше, для наиболее массивных СМЧД заполнение близкой звездой (особенно маломассивной) своей полости Роша невозможно ввиду увеличения гравитационного радиуса черной дыры с ростом ее массы. Для звезды ГП с массой 1 $M_\odot$ максимальное значение $M_{\rm BH}$, при котором заполнение остается возможным, составляет $\sim 7\times10^7\ M_\odot$. Поэтому при $M_{\rm BH} \gtrsim 10^8\ M_\odot$ звезда солнечной массы в ходе приближения к СМЧД достигнет радиуса последней устойчивой орбиты еще до заполнения полости Роша, и может быть поглощена черной дырой без существенного выделения энергии [19]. Однако более массивные звезды в паре с СМЧД такой массы могут быть разрушены катастрофическим образом, со значительным выделением энергии.

Таблица 2. Начальные и конечные параметры двойных систем типа “звезда + СМЧД” для звезды с начальной массой 1 $M_\odot$ и СМЧД различных масс при $D = 0.5$

$M_{\rm BH}$, $M_\odot$	A_0, $R_\odot$	P_0, часы	A_{destr}, $R_\odot$	P_{destr}, часы	t_{destr}, годы
10^3	4.0×10^1	22.2	2.0×10^1	7.8	3.4×10^8
10^4	8.6×10^1	22.2	4.3×10^1	7.8	7.5×10^7
10^5	1.9×10^2	22.2	9.3×10^1	7.8	1.0×10^7
10^6	4.0×10^2	22.2	2.0×10^2	7.8	3.5×10^6
10^7	8.6×10^2	22.2	4.3×10^2	7.8	7.8×10^5
10^8	1.8×10^3	22.2	1.3×10^3	12.6	1.3×10^5

Примечание. $M_{\rm BH}$ – масса СМЧД, A_0 – начальное значение большой полуоси орбиты, P_0 – начальный орбитальный период системы, A_{destr} – значение большой полуоси орбиты на фазе разрушения звезды, P_{destr} – орбитальный период системы на фазе разрушения звезды, t_{destr} – время эволюции системы до разрушения звезды, а для $M_{\rm BH} = 10^8\ M_\odot$ – время уменьшения A до радиуса последней устойчивой орбиты.

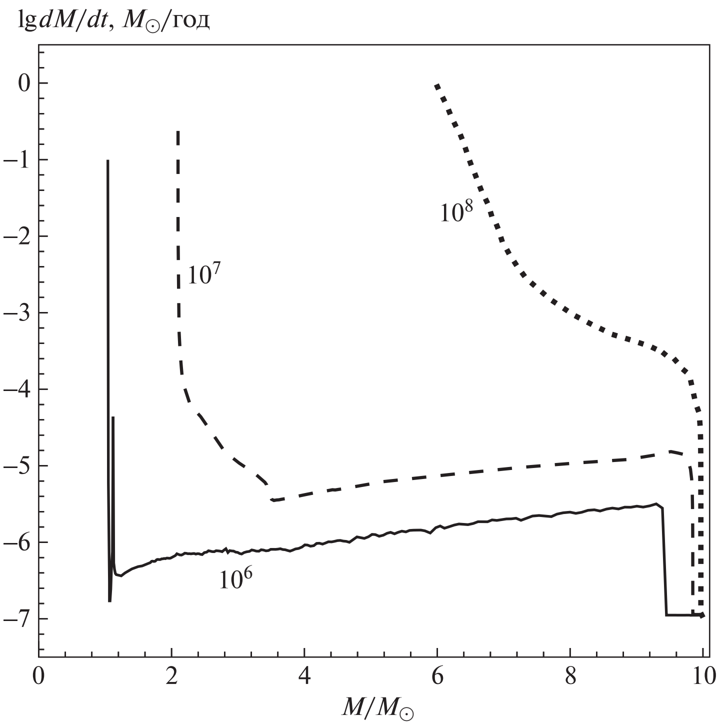

Рис. 5. Изменение темпа потери вещества звездой по мере уменьшения ее массы для двойных систем “звезда + + СМЧД” со звездой ГП с начальной массой 10 $M_\odot$ и СМЧД с массами $10^6, 10^7, 10^8$ $M_\odot$ при $D = 0.5$. Цифрами указаны значения масс СМЧД.

3.4. Разрушение массивных звезд на примере звезды с массой 10 $M_\odot$

Звезды с начальной массой, близкой к 10 $M_\odot$, разрушаются только в системах с $M_{\rm BH} \gtrsim 10^6\ M_\odot$. При этом величина D_{destr} тем меньше, чем массивнее СМЧД. Для систем с $M_{\rm BH} = 10^6$, 10^7, 10^8, 10^9 $M_\odot$ D_{destr} составляет 0.5, 0.4, 0.3, 0.2 соответственно. Иначе говоря, звезда такой массы не разрушится в паре со сравнительно маломассивной СМЧД, а удалится от нее. Но в системе с очень массивной СМЧД она разрушится даже при достаточно большом начальном расстоянии от черной дыры. Отметим, что для $M_{\rm BH} \gtrsim 10^9 M_\odot$ звезда в ходе приближения к СМЧД достигнет радиуса последней устойчивой орбиты еще до заполнения полости Роша, и может быть поглощена черной дырой без существенного выделения энергии [19].

На рис. 5 показано изменение темпа потери вещества звездой по мере уменьшения ее массы для систем с $M = 10\,M_\odot$ и $M_{\rm BH} = 10^6$, 10^7, 10^8 $M_\odot$ при $D = 0.5$. В табл. 3 дан ряд параметров этих систем для начального этапа разрушения звезды. Как видно на рис. 5 и в табл. 3, чем больше масса СМЧД, тем больше масса остатка звезды на начальной фазе ее разрушения. При $M_{\rm BH} = 10^6$, 10^7, 10^8 $M_\odot$ звезда к этому моменту теряет 91%, 78%, 33% массы соответственно. Таким образом, чем больше $M_{\rm BH}$, тем больше часть массы звезды, аккрецируемая черной дырой при высоких темпах аккреции. С увеличением $M_{\rm BH}$ увеличивается также орбитальный период системы на этой стадии (табл. 3).

3.5. Характерные времена разрушения звезд

Продолжительность начальной фазы разрушения звезд в исследуемых случаях иллюстрируется табл. 3, в которой для ряда треков приведены значения ΔT — характерного времени увеличения темпа потери массы звездой на 3 порядка в начале стадии разрушения. Отметим, что после этого дальнейшее увеличение $\dot{M}$ происходит значительно быстрее — он возрастает на следующие 3—4 порядка за время в тысячи и десятки тысяч раз меньшее, чем ΔT.

Значение ΔT зависит главным образом от массы СМЧД и начальной массы звезды, а также от D, хотя зависимость от D сравнительно слабая. Чем больше начальная масса звезды, тем медленнее растет темп потери массы звездой в начале

Таблица 3. Характерное время увеличения темпа потери массы звездой на 3 порядка в начале разрушения звезды

M, $M_\odot$	M_{BH}, $M_\odot$	D	M_{destr}, $M_\odot$	P_{destr}, часы	ΔT, годы
1	10^3	0.5	0.99	7.6	8.6×10^2
1	10^5	0.5	1.0	7.8	2.9×10^1
3	10^5	0.5	1.0	8.9	2.8×10^3
5	10^5	0.9	1.1	9.4	1.7×10^3
10	10^6	0.5	0.91	8.1	4.4×10^4
10	10^6	0.8	1.3	7.6	3.1×10^4
10	10^7	0.5	2.2	10.3	3.1×10^2
10	10^8	0.5	6.7	14.6	4.0×10^0
50	10^8	0.5	5.9	15.9	1.9×10^1

Примечание. M – начальная масса звезды, M_{BH} – масса СМЧД, D – начальная степень заполнения звездой полости Роша, M_{destr} – масса звезды в начале ее разрушения, P_{destr} – орбитальный период системы во время разрушения звезды, ΔT – характерное время увеличения темпа потери массы звездой на 3 порядка в начале разрушения звезды.

разрушения. Например, при $D = 0.5$ в системе с $M_{\text{BH}} = 10^5\, M_\odot$, $M = 3\, M_\odot$ величина ΔT приблизительно в 100 раз больше, чем в системе с $M_{\text{BH}} = 10^5\, M_\odot$, $M = 1\, M_\odot$. Для более массивных звезд различие не столь велико: в системе с $M_{\text{BH}} = 10^8\, M_\odot$, $M = 50\, M_\odot$ значение ΔT приблизительно в 5 раз больше, чем в системе с $M_{\text{BH}} = 10^8\, M_\odot$, $M = 10\, M_\odot$.

С другой стороны, ΔT достаточно сильно зависит от массы СМЧД: чем массивнее СМЧД, тем быстрее увеличивается темп потери массы звездой на начальной стадии ее разрушения. Например, при начальной массе звезды, равной 10 $M_\odot$ и при $D = 0.5$ в системе с $M_{\text{BH}} = 10^7\, M_\odot$ величина ΔT приблизительно в 140 раз меньше, чем в системе с $M_{\text{BH}} = 10^6\, M_\odot$. При увеличении M_{BH} это отношение несколько уменьшается: в системе с $M_{\text{BH}} = 10^8\, M_\odot$ значение ΔT приблизительно в 80 раз меньше, чем в системе с $M_{\text{BH}} = 10^7\, M_\odot$. В итоге при увеличении массы СМЧД в 100 раз, от $10^6\, M_\odot$ до $10^8\, M_\odot$, ΔT увеличивается примерно в 11 тысяч раз.

Как отмечено выше, ΔT зависит также от начальной степени заполнения звездой полости Роша D, хотя эта зависимость сравнительно слабая. Чем больше D, т.е. чем ближе звезда к СМЧД, тем меньше значение ΔT. Например, в системе с $M_{\text{BH}} = 10^6\, M_\odot$, $M = 10\, M_\odot$ величина ΔT для $D = 0.8$ в 1.4 раза меньше, чем для $D = 0.5$. Таким образом, на первой фазе разрушения звезды скорость потери ею массы растет тем быстрее, чем больше масса СМЧД, чем меньше начальная масса звезды, и чем ближе звезда к СМЧД в начальный момент.

4. О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ ЗВЕЗД ВБЛИЗИ СМЧД

Кратко рассмотрим вопрос о свойствах процесса разрушения звезды. Эволюция разрушающихся звезд в двойной системе “звезда + СМЧД” в принципе похожа на судьбу звезд, пролетающих вблизи СМЧД по параболическим орбитам и разрушаемых приливными силами СМЧД после приближения на критическое расстояние. Именно такие события интенсивно исследуются в последнее время как наблюдателями, так и теоретиками (см., напр., [49–56]). Однако в этих двух случаях могут иметь место заметные различия. При движении звезды по параболической орбите образовавшийся газ имеет небольшие энергии связи, он образует струю, из которой впоследствии и формируется аккреционный диск (см., напр., [57]). А в случае, рассматриваемом в данной работе, энергия связи образовавшегося вещества порядка энергии связи круговой орбиты, и можно ожидать формирования из этого вещества газового тора. Эта ситуация была рассмотрена, например, в [58]. Различные особенности формирования аккреционных потоков в этих двух случаях могут сказаться, например, на зависимости светимости черной дыры от времени в ходе аккреции вещества разрушенной звезды.

С другой стороны, некоторые явления, сопровождающие процесс разрушения звезды, пролетающей мимо СМЧД по параболической орбите, могут иметь место и при разрушении звезды-спутника СМЧД. Например, согласно результатам расчетов, выполненных в [49], в аккрецируемом веществе диска возможно образование сгустков с массами от 0.1 до 12 масс Юпитера. Аккреция таких сгустков на СМЧД может привести к возникновению пиков на кривой блеска СМЧД в ходе вспышки. При этом численное моделирование показывает, что некоторые из сгустков могут преобразоваться в планетоподобные тела и стать на определенное время спутниками СМЧД [49]. Возможно, подобные процессы могут иметь место и в тороидальном диске, образовавшемся в результате разрушения звезды-спутника.

Однако некоторые явления, имеющие место при разрушении пролетающей звезды, едва ли возможны для тороидального диска. Детальные численные исследования процесса разрушения пролетающих мимо СМЧД звезд [50–54], в частности, показывают, что при этом возможно частичное разрушение звезды с сохранением ее остатков, которые могут либо удалиться от СМЧД, либо вернуться к ней и быть, в свою очередь, разрушенными. Но в случае тороидального диска сохранение таких звездных остатков, вероятно, исключено.

В обоих рассматриваемых здесь случаях светимость СМЧД в ходе аккреции вещества разрушающейся звезды на короткое время может, вероятно, достигать величины, характерной для квазаров. Кроме того, эта светимость может заметно увеличиваться, если ее значение не ограничено эддингтоновским пределом для черных дыр, а может превышать его. Сверхэддингтоновская аккреция считается вполне вероятной, например, для некоторых ультраярких рентгеновских источников, представляющих собой тесные двойные системы, в которых нейтронная звезда или ЧД звездной массы аккрецирует вещество обычной звезды-донора [34]. Не исключено, что такое превышение возможно и при аккреции вещества разрушающихся звезд на СМЧД. Например, согласно [59], наблюдавшаяся вспышка Swift J1644+57 являлась результатом приливного разрушения звезды вблизи СМЧД с массой в несколько миллионов солнечных масс, и при этом, по оценкам, темп аккреции превышал эддингтоновский предел в 100 раз или больше.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Звезды, близкие к сверхмассивным черным дырам, могут в определенных условиях образовывать с ними тесные двойные системы. В ходе эволюции этих систем возможна интенсивная аккреция вещества звезды на СМЧД. Изучение эволюции систем “звезда + СМЧД” осложнено тем, что на нее может влиять целый ряд остающихся неопределенными факторов. Например, возможное наличие газа в области вблизи СМЧД, которое может привести как к нестационарности звездной орбиты, так и к дополнительному облучению звезды, возникающему при аккреции на СМЧД этого газа. Поэтому предпринятое в данной работе исследование двойных систем “звезда + + СМЧД” выполняется только в рамках принятых условий и демонстрирует лишь определенные возможные варианты эволюции таких ТДС.

Численное моделирование эволюции этих систем выполнено нами для случая, когда начальная система является разделенной, орбита звезды-донора близка к круговой, а СМЧД аккрецирует только вещество этой звезды. При этом предполагается, что “посторонний” газ в окрестности СМЧД отсутствует. В расчетах учитывается облучение звезды жестким излучением, возникающим при аккреции ее вещества на СМЧД. Поглощение потока этого излучения в оболочке звезды рассчитывалось с помощью того же формализма, который используется при вычислении непрозрачности звездного вещества. Кроме того, в расчетах предполагалось, что если характерное время обмена массой меньше теплового времени звезды, то обмен между орбитальным угловым моментом системы и угловым моментом перетекающего на СМЧД вещества отсутствует. Предполагалось, что в момент формирования двойной системы звезда находится на ГП. Численное моделирование, выполненное в рамках принятых нами предположений, показывает, что эволюция системы “звезда + СМЧД” существенно зависит как от массы СМЧД, так и от массы звезды, и прежде всего от начальной степени заполнения звездой полости Роша D. Согласно результатам моделирования, возможны три типа эволюции данных двойных систем.

Первый из них заканчивается разрушением звезды после начала обмена массой с СМЧД. Он осуществляется для маломассивных звезд ГП с массами менее $\sim 1\,M_{\odot}$, а также для более массивных звезд ГП, если масса СМЧД велика, а начальное расстояние звезды от СМЧД достаточно мало. В этом случае в ходе эволюции системы звезда сближается с СМЧД под влиянием излучения гравитационных волн. Решающее значение в процессе разрушения звезды играет облучение жестким излучением, возникающим при аккреции. При уменьшении A до определенной величины происходит увеличение степени облучения, что приводит к увеличению темпа потери массы звездой и дальнейшему усилению облучения, и далее процесс развивается лавинным образом.

Второй тип эволюции может осуществляться для массивных звезд в определенном интервале значений начальной степени заполнения звездой полости Роша D, если звезда в начальный момент оказывается дальше от СМЧД, чем при первом типе эволюции. В этом случае решающую роль в изменении со временем параметров системы “звезда + СМЧД” играет возможность постепенного превращения массивной звезды в красного гиганта во время нахождения в близкой окрестности черной дыры. В ходе эволюционного расширения массивная звезда заполняет свою полость Роша, после чего наступает этап интенсивного обмена веществом. На этой фазе эволюции система “звезда + СМЧД” может проявлять себя как гиперяркий источник рентгеновского излучения, когда L_X в течение достаточно длительного времени превышает 10^{41} эрг/с. После этапа интенсивной потери вещества звезда “уходит” под полость Роша. Ее остаток в виде белого карлика сохранится и может оказаться в итоге на достаточно большом расстоянии от СМЧД.

Третий возможный тип эволюции таких систем также связан с превращением массивной звезды в красный гигант в ходе пребывания в окрестности СМЧД. Он осуществляется в том случае, когда начальное расстояние звезды ГП от СМЧД достаточно велико, либо когда на близкой орбите около СМЧД сразу оказывается уже заметно проэволюционировавшая массивная звезда. При этом консервативный обмен массой при интенсивном звездном ветре (который усиливается облучением) приводит к тому, что звезда удаляется от СМЧД, вообще никогда не заполняя свою полость Роша.

В настоящей работе детально исследуется эволюция первого типа, заканчивающаяся разрушением звезды. Согласно результатам расчетов, $M_{\max}$ – максимальная масса звезд, которые могут разрушиться, тем больше, чем больше масса СМЧД. Для черных дыр промежуточных масс, $(10^3$–$10^5)$ $M_{\odot}$, величина $M_{\max}$ сравнительно невелика и составляет (2–9) $M_{\odot}$. Для СМЧД с массой 10^6 $M_{\odot}$ значение $M_{\max}$ близко к 25 $M_{\odot}$. Для массивных СМЧД с массами $(10^7$–$10^9)$ $M_{\odot}$ величина $M_{\max}$ превышает 50 $M_{\odot}$. Таким образом, в системах с самыми массивными СМЧД могут разрушаться даже самые массивные звезды ГП. При этом, если масса звезды меньше $M_{\max}$, то для ее разрушения необходимо выполнение дополнительного условия: начальная степень заполнения звездой полости Роша D должна быть больше граничного значения D_{destr}. Если же $D \lesssim D_{destr}$, звезда будет удаляться от СМЧД и избегать разрушения. Для звезды ГП фиксированной начальной массы значение D_{destr} уменьшается с ростом массы СМЧД.

Характер эволюции системы “звезда + СМЧД” перед разрушением звезды зависит от начальной звездной массы. Для звезд с массами $M \lesssim 1$ $M_{\odot}$ разрушение начинается сразу после заполнения ими полости Роша и соответствующего быстрого увеличения темпа потери массы. Для более массивных звезд ситуация другая: после заполнения ими полости Роша сначала имеет место фаза эволюции со сравнительно невысоким темпом обмена массой, и только при уменьшении A до определенной величины происходит быстрое увеличение $\dot{M}$, приводящее к увеличению степени облучения звезды и к ее разрушению. При этом чем массивнее СМЧД, тем больше орбитальный период системы в момент разрушения донора.

На начальной фазе разрушения звезды скорость потери ею массы растет тем быстрее, чем больше масса СМЧД, чем меньше масса звезды, и чем ближе звезда к СМЧД в начальный момент. Характерные времена увеличения $\dot{M}$ на три порядка в начале фазы разрушения составляют от нескольких десятков до нескольких тысяч лет в зависимости от масс звезды и СМЧД. Дальнейшее увеличение $\dot{M}$ происходит значительно быстрее – он возрастает на следующие 3–4 порядка за времена, в тысячи и десятки тысяч раз меньшие.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *L. Chao, W. Bian, and K. Huang*, Adv. Space Res. **42**, 544 (2008).
2. *Y. Wang, T. Yamada, and Y. Taniguchi*, Astrophys. J. **588**, 113 (2003).
3. *C. L. Steinhardt and M. Elvis*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **402**, 2637 (2010).
4. *Y. Shen*, Astrophys. J. **704**, 89 (2009).
5. *P. Amaro-Seoane and M. Freitag*, Astrophys. J. **653**, 53 (2006).
6. *S. Umbreit, J. M. Fregeau, S. Chatterjee, and F. A. Rasio*, Astrophys. J. **750**, id. 31 (2012).
7. *M. Mapelli*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **376**, 131 (2007).
8. *I. Zolotukhin, N. A. Webb, O. Godet, M. Bachetti, and D. Barret*, Astrophys. J. **817**, id. 88 (2016).
9. *K. Belczynski, T. Bulik, C. L. Fryer, A. Ruiter, F. Valsecchi, J. S. Vink, and J. R. Hurley*, Astrophys. J. **714**, 1217 (2010).
10. *M. Volonteri and R. Perna*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **358**, 913 (2005).
11. *А. В. Тутуков, А. В. Федорова*, Астрон. журн. **82**, 110 (2005).
12. *A. D. Dolgov*, Intern. J. Modern Physics A **33**, id. 1844029 (2018).
13. *A. Venkatesan, R. Schneider and A. Ferrara*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **349**, L43 (2004).
14. *M. Wardle and F. Yusef-Zadeh*, Astrophys. J. Letters **683**, L37 (2008).
15. *D. Figer*, in *Massive Stars: From Pop III and GRBs to the Milky Way*, edited by by M. Livio and E. Villaver (Cambridge University Press, 2009), p. 40; arXiv:0803.1619 [astro-ph] (2008).
16. *C. Vignali*, arXiv:astro-ph/0403100 (2004).
17. *A. Finoguenov, U. G. Briel, J. P. Henry, G. Gavazzi, J. Iglesias-Paramo, and A. Boselli*, arXiv:astro-ph/0403216 (2004).
18. *R. Schodel, A. Feldmeier, N. Neumayer, L. Meyer, and S. Yelda*, Classical and Quantum Gravity, **31**, id. 244007 (2014); arXiv:1411.4504 [astro-ph.GA] (2014).
19. *E. Y. Vilkoviskij and B. Czerny*, Astron. and Astrophys. **387**, 804 (1994).
20. *H. Loose, E. Krugel and A. Tutukov*, Astron. and Astrophys. **105**, 342 (1982).
21. *B. McKernan, K. E. S. Ford, W. Lyra, H. B. Perets, L. M. Winter, and T. Yaqoob*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **417**, L103 (2011).
22. *A. A. Trani, M. S. Fujii, and M. Spera*, Astrophys. J. **875**, id. 42 (2019).

23. *F. Peissker, A. Eckart, and M. Parsa*, arXiv:2002.02341 [astro-ph.GA] (2020).
24. *F. Meyer and E. Meyer-Hofmeister*, Astron. and Astrophys. **546**, L2 (2012).
25. *L. E. Strubbe and E. Quataert*, in *Co-Evolution of Central Black Holes and Galaxies*, IAU Symposium **267**, 337 (2010); arXiv:0905.3735 [astro-ph.CO] (2009).
26. *J. Magorrian and S. Tremaine*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **309**, 447 (1999).
27. *P. B. Ivanov*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **336**, 373 (2002).
28. *P. B. Ivanov and J. C. B. Papaloizou*, Astron. and Astrophys. **476**, 121 (2007).
29. *Г. Н. Дремова, В. В. Дремов, А. В. Тутуков*, Астрон. журн. **91**, 353 (2014).
30. *А. В. Тутуков, А. В. Федорова*, Астрон. журн. **86**, 449 (2009).
31. *А. В. Тутуков, А. В. Федорова*, Астрон. журн. **87**, 878 (2010).
32. *А. В. Тутуков, А. В. Федорова*, Астрон. журн. **94**, 667 (2017).
33. *А. В. Тутуков, А. В. Федорова*, Астрон. журн. **96**, 472 (2019).
34. *N. Madhusudhan, S. Rappaport, Ph. Podsiadlowski, and L. Nelson*, Astrophys. J. **688**, 1235 (2008).
35. *B. Paczynski*, Acta Astronomica **19**, 1 (1969).
36. *C. A. Iglesias and F. J. Rogers*, Astrophys. J. **464**, 943 (1996).
37. *D. R. Alexander and J. W. Ferguson*, Astrophys. J. **437**, 879 (1994).
38. *Д. Г. Яковлев, В. А. Урпин*, Астрон. журн. **57**, 526 (1980).
39. *G. R. Caughlan, W. A. Fowler, M. J. Harris, and B. A. Zimmerman*, Atomic Data and Nuclear Data Tables **32**, 197 (1985).
40. *G. Fontaine, H. C. Graboske, H. M. Van Horn*, Astrophys. J. Suppl. **35**, 293 (1977).
41. *D. Saumon, G. Chabrier, H. M. van Horn*, Astrophys. J. Suppl. **99**, 713 (1995).
42. *Ph. Podsiadlowski*, Nature **350**, 136 (1991).
43. *O. Vilhu, E. Ergma, and A. Fedorova*, Astron. and Astrophys. **291**, 842 (1994).
44. *T. J. Ponman, A. J. Foster, and R. R. Ross*, Proc. 23rd ESLAB Simp., ESA SP296, p. 585 (1989).
45. *А. Г. Масевич, А. В. Тутуков*, *Эволюция звезд: теория и наблюдения* (М.: Наука, 1988).
46. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, *Теория поля* (М.: Физматгиз, 1962).
47. *A. R. King*, in *Black Holes in Binaries and Galactic*, edited by by L. Kaper, E. P. J. van den Heuvel, and P. A. Woudt (Berlin: Springer, 2001), p. 155.
48. *А. В. Федорова, А. В. Тутуков*, Научные труды Института астрономии РАН **4**, 221 (2019).
49. *K. Hayasaki, M. R. Bate, and A. Loeb*, arXiv:2001.04172 [astro-ph.EP] (2020).
50. *T. Ryu, J. Krolik, T. Piran, and S. C. Noble*, arXiv:2001.03501 [astro-ph.HE] (2020)
51. *T. Ryu, J. Krolik, T. Piran, and S. C. Noble*, arXiv:2001.03502 [astro-ph.HE] (2020).
52. *T. Ryu, J. Krolik, T. Piran, and S. C. Noble*, arXiv:2001.03503 [astro-ph.HE] (2020).
53. *T. Ryu, J. Krolik, T. Piran, and S. C. Noble*, arXiv:2001.03504 [astro-ph.HE] (2020).
54. *J. Krolik, T. Piran, and T. Ryu*, arXiv:2001.03234 [astro-ph.HE] (2020).
55. *G. Park and K. Hayasaki*, arXiv:2001.04548 [astro-ph.HE] (2020).
56. *S. van Velzen, S. Gezari, E. Hammerstein, N. Roth, et al.*, arXiv:2001.01409 [astro-ph.HE] (2020).
57. *M. J. Rees*, Nature **333**, 523 (1988).
58. *J. K. Cannizzo, H. M. Lee, and J. Goodman*, Astrophys. J. **351**, 38 (1990).
59. *E. Kara, J. M. Miller, C. Reynolds, and L. Dai*, Nature **535**, 388 (2016).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 2, с. 132–148

УДК 524.64

ОГРАНИЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ И ПЛАЗМЫ В ОКРЕСТНОСТИ ИСТОЧНИКА СТРЕЛЕЦ *A**

С. В. Чернов[1, *]

[1] *Астрокосмический центр, Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия*

**E-mail: chernov@lpi.ru*

Поступила в редакцию 27.04.2020 г.
После доработки 27.09.2020 г.
Принята к публикации 07.10.2020 г.

В работе получены оценки параметров аккреционных потоков плазмы и центральной черной дыры путем сравнения численных расчетов МГД моделей с наблюдениями для центра нашей Галактики Стрелец A* в радиодиапазоне. Аккреционный поток моделировался как распределение торообразной двухтемпературной электрон-протонной плазмы. Предполагается, что протоны нагреваются за счет эффектов вязкой диссипации, а электроны теряют энергию за счет синхротронного излучения. Считается, что кулоновские взаимодействия между протонами и электронами неэффективны. Из сравнения с наблюдениями спектральной плотности потока излучения и поляризации (линейной и круговой) для сверхмассивной черной дыры в источнике Стрелец A* были получены следующие ограничения: параметр вращения (спин) черной дыры равен $a \approx 0.6$, температура электронов составляет долю $T_p/3 < T_e < T_p$ от температуры протонов, наблюдатель расположен под углом $i \approx 50°$ к оси вращения черной дыры, темп аккреции много меньше эддингтоновского предела $\dot{M} \sim 10^{-8}$–$10^{-10}\,\dot{M}_{\rm Edd}$. Ограничения на магнитное поле получить не удалось из-за маленькой выборки по параметру плазмы $\beta = 2p_{gas}/p_{mag}$.

DOI: 10.31857/S0004629921020018

1. ВВЕДЕНИЕ

Стрелец A* (Sgr A*) является компактным источником нетеплового радиоизлучения в центре нашей Галактики Млечный путь, внутри которого расположена сверхмассивная черная дыра [1]. Это радиоизлучение происходит из горячей, разреженной торообразной электрон-протонной плазмы, которая вращается вокруг черной дыры со скоростью около 100 км/с [2]. Размер центральной области – порядка одной астрономической единицы [3]. Считается, что масса черной дыры $M \approx 4\times10^6\ M_\odot$, а расстояние до нее $R \approx 8.2$ кпк [4–6]. Параметр вращения (спин) черной дыры определить достаточно сложно и надежные данные по измерению спина черной дыры отсутствуют. В работе [7] по сейсмологии аккреционного диска путем измерения квазипериодических осцилляций была получена оценка параметра вращения черной дыры, равная $a \approx 0.44$. В работе [8] автор получил оценку величины параметра вращения черной дыры, равной $a \approx 0.65$.

Считается, что торообразная плазма представляет из себя аккреционный диск, который вращается вокруг черной дыры [2]. Согласно современным представлениям, аккреционные диски можно разделить на два типа [9]. Первый тип – геометрически тонкие, оптически толстые диски, которые излучают чернотельное излучение [10]. Второй тип – геометрически толстые, но оптически тонкие диски, которые практически прозрачны к излучению [11]. Предполагается, что аккреционные диски содержат мелкомасштабное магнитное поле, которое генерируется и усиливается за счет магниторотационной неустойчивости. Светимость многих активных галактических ядер лежит в диапазоне $L_{\rm Edd} > L_{bol} > 0.01L_{\rm Edd}$ [12]. В отличие от большинства галактик в нашей Галактике дело обстоит совершенно противоположно. Максимум светимости приходится на субмиллиметровый диапазон. Предполагая, что болометрическая светимость по порядку величины соответствует светимости в субмиллиметровом диапазоне, получаем $L_{bol} \approx L_{submm} \sim 10^{35}$ эрг/с [13, 14], что составляет малую долю эддингтоновского предела $(10^{-8}$–$10^{-9})L_{\rm Edd}$ [13–15], где

$$L_{\rm Edd} = \frac{4\pi G M m_p c}{\sigma_T} \approx 10^{38}\frac{M}{M_\odot}\ \text{эрг/с}, \qquad (1)$$

а темп аккреции порядка $\dot{M} \sim 10^{-7}\dot{M}_{\rm Edd}$ и меньше [15], где

$$\dot{M}_{\rm Edd} = \frac{L_{\rm Edd}}{\eta c^2}, \quad (2)$$

и коэффициент η здесь, и везде ниже, выбирается равным $\eta = 0.057$ [15], где G — гравитационная постоянная, m_p — масса протона, c — скорость света, σ_T — томсоновское сечение. Такая малая светимость центра нашей Галактики обусловлена малым темпом аккреции и низкой радиационной эффективностью аккрецирующего потока [1]. Такие диски являются геометрически толстыми и оптически тонкими [11, 15–17].

В данной работе нас будет интересовать сантиметровое, миллиметровое и субмиллиметровое радиоизлучение из центра нашей Галактики. Как было сказано выше, максимум светимости приходит на субмиллиметровую область спектра. В спокойном состоянии плотность потока в этой области спектра приблизительно равна 3 Ян [13]. Это излучение имеет как линейную, так и круговую поляризацию. Впервые линейная поляризация была измерена в работе [18], круговая поляризация в работе [19]. Считается, что источником линейной поляризации является синхротронное излучение. Круговая поляризация плохо изучена и составляет, как правило, доли процентов от интенсивности излучения. Считается, что круговая поляризация возникает из линейной поляризации (реполяризация) за счет фарадеевского преобразования. Она имеет постоянную отрицательную хиральность (handedness). Постоянное значение хиральности предполагает стабильную конфигурацию магнитного поля. Линейная поляризация отсутствует на сантиметровых длинах волн [19, 20] и достигает десяти процентов в миллиметровой и субмиллиметровой областях спектра [18, 21–23]. Предполагается, что линейная поляризация подвержена значительному фарадеевскому вращению, поэтому средняя мера вращения достаточно большая, $RM \approx -5\times10^5$ рад/м^2 [14]. Считается, что линейная поляризация возникает в области $\sim 10R_g$ ($R_g = 2GM/c^2$) от горизонта событий [24] и интерпретируется как внутренняя линейная поляризация.

Источник Sgr A* также проявляет вспышечную активность во всем наблюдаемом диапазоне длин волн от радио до гамма [25–29]. Продолжительность таких вспышек около часа [26, 27, 30, 31], что соответствует масштабам в несколько гравитационных радиусов, и считается, что эти области расположены во внутренних частях аккреционного диска, в ближайшей окрестности черной дыры [26, 32]. Если это так, то вспышечная активность даст важную информацию о механизмах излучения вблизи черной дыры [13]. Плотность потока излучения во время вспышки, в зависимости от диапазона, может меняться от нескольких процентов в радиодиапазоне до двух порядков в рентгеновском диапазоне. Также наблюдается корреляция между вспышками в различных диапазонах [13, 27]. Существуют много различных моделей, которые способны объяснить вспышечную активность: это модели аккреционных неустойчивостей, пересоединение магнитных силовых линий, расширяющие сгустки плазмы и другие модели [26, 27, 31], но на сегодняшний день единая самосогласованная модель отсутствует. По задержкам вспышек в разных диапазонах можно оценить параметры протон-электронной плазмы в непосредственной окрестности черной дыры. Предполагая электронейтральность плазмы и равнораспределение между энергией частиц и энергией магнитного поля, можно оценить следующие величины: плотность релятивистских электронов $n_e \approx 3.5\times10^2$ см$^{-3}$, температуру теплового газа $T \approx 5\times10^9$ K и величину магнитного поля $B \approx 11$ Гс [33].

Для объяснения низкой светимости источника Sgr A* рассматриваются радиационно неэффективные модели аккреции плазмы на черную дыру [11]. В таком приближении излучением плазмы можно пренебречь, но само вещество нельзя рассматривать в одножидкостном приближении, так как температура электронов будет отлична от температуры протонов [1, 34]. Таким образом, задача сводится к отдельному вычислению аккреционного потока и соответствующих величин (магнитного поля, термодинамических величин, темпа аккреции), связанных с протонами, и затем к вычислению излучательной способности аккреционного диска за счет релятивистских электронов (синхротронных электронов). Главной проблемой данных моделей является неопределенность температуры электронов. В упрощенной постановке считается, что температура электронов связана с температурой протонов некоторой постоянной величиной $T_e/T_p = \text{const}$ [35]. В более сложных моделях рассматривают связь между температурами электронов и протонов отдельно в диске и в джете [36].

В данной работе строятся аналогичные МГД модели [35, 36], а затем для каждой модели отдельно вычисляются спектральная плотность потока излучения и поляризация (как линейная, так и круговая) и сравниваются с наблюдениями [37, 38]. Новизной данной работы является то, что плотность потока излучения сравнивается с наблюдениями не на одной частоте (230 ГГц), как в большинстве работ [39], а в некотором диапазоне частот (1–900 ГГц). Помимо этого, также сравниваются с наблюдениями линейная и круговая поляризация [37, 38] в диапазоне частот 80–400 и 2–400 ГГц соответственно. Благодаря этому можно более строго определить ограничения на параметры плазмы из наблюдений.

В работе [39] рассматривалась численная осесимметричная магнитогидродинамическая модель эволюции торообразного распределения электрон-протонной плазмы вокруг черной дыры. При сравнении с наблюдениями были получены следующие значения параметров модели: параметр вращения черной дыры $a \approx 0.94$, отношение температуры протонов к температуре электронов $T_i/T_e \sim 3$ и наклонение $i \approx 85°$. В работе [37] при сравнении численной модели с наблюдениями, как плотности потока, так и поляризации, были получены следующие оценки: параметр вращения черной дыры $a = 0.5$, наклонение $i = 75°$, температура электронов $T_e = 3.1 \times \times 10^{10}$ K, темп аккреционного потока $\dot{M} = 4.6 \times \times 10^{-8}\ M_{\odot}$/год.

Везде ниже время t будет измеряться в компьютерных единицах. Для перевода в физические единицы t необходимо умножить на фактор $t_g = GM/c^3$. Пространственные масштабы измеряются в единицах GM/c^2.

2. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

В данном разделе рассматривается численная постановка задачи и ограничения, которые предполагаются в данной МГД модели. Будет рассмотрена модель излучения и представлены наблюдательные данные, которые использовались для сравнения с численной моделью.

2.1. Магнитогидродинамическая модель

Рассматривается радиационно неэффективный геометрически толстый, оптически тонкий идеальный аккреционный диск. При моделировании такие диски позволяют пренебречь излучением во всей области диска, что значительно облегчает решение численной задачи. Для моделирования идеальной замагниченной плазмы вокруг вращающейся черной дыры использовался двухмерный осесимметричный свободный код HARM2d [40, 41]. Рассматривалось осесимметричное распределение торообразной электрон-протонной плазмы. Предполагалось, что ось вращения черной дыры сонаправлена с осью вращения диска (обратный случай был рассмотрен в работе [42]), но наблюдатель смотрит на аккреционный диск под разными углами в диапазоне $\cos i = (0; 0.2; 0.40; 0.6428)$, где угол наклонения i отсчитывается от оси вращения черной дыры. Для моделирования выбиралась торообразная проблема (TORUS–PROBLEM) с численным разрешением $N_r \times N_\theta = 250 \times 250$ точек. Начальное гидростатическое равновесие торообразной плазмы описано в работоe [43] со следующими численными параметрами: внутренний радиус численной области $R_{in} = 0.9(1 + \sqrt{1 - a^2})$, где a – параметр вращения черной дыры, внешний радиус численной области $R_{out} = 50$, и с параметрами аккреционного диска: внутренний радиус диска $r_{in} = 6$, максимальное давление (плотность) задавалось в точке $r_{\max} = 12$. Максимальный внешний радиус диска равен $r_{out} \approx 37$ гравитационных радиусов для $a = 0.95$, тем самым рассматривается распределение плазмы в ближайшей окрестности черной дыры.

В данной работе рассмотрены три значения параметра вращения черной дыры. Слабое вращение $a = 0.2$, умеренное вращение $a = 0.6$ и быстрое вращение $a = 0.95$. Начальное состояние плазмы описывалось гидродинамическими уравнениями с двумя значениями показателя адиабаты: $\Gamma = 4/3$ и $5/3$, что соответствует релятивистскому и нерелятивистскому распределению температуры протонов соответственно. Считалось, что показатель адиабаты является постоянной величиной во всей области плазмы. В работе [44] рассмотрен случай, в котором показатель адиабаты Γ зависел от температуры и было показано, что показатель адиабаты меняется от величины $\Gamma = 5/3$ в средней области диска до величины $\Gamma = 4/3$ в полярных областях. Полоидальное магнитное поле задавалось через векторный потенциал [40, 41]

$$A_\phi \sim \max(\rho - 0.2; 0), \tag{3}$$

где ρ – плотность плазмы. Амплитуда векторного потенциала нормируется параметром $\beta = 2p_{gas}/p_{mag}$, которое определяется отношением газового давления к магнитному давлению. Этот параметр является ключевым в данной задаче. Такое распределение магнитного поля представляет из себя вложенные замкнутые петли в полоидальной плоскости. Рассматривались два значения параметра $\beta = 10$ и $\beta = 100$.

На рис. 1 показан пример начального (в момент $t = 0$) торообразного распределения плотности электрон-протонной плазмы для модели со следующими параметрами $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$, $a = 0.2$. Величина $\beta = 100$ приблизительно соответствует начальной величине магнитного поля $B \approx 0.03$ Гс.

Моделирование выполнялось до момента времени $t = 15000$, кроме моделей с параметрами $\Gamma = 5/3$, $\beta = 10$, для которых моделирование выполнялось до момента времени $t = 1800$. Орбитальный период в точке максимального давления

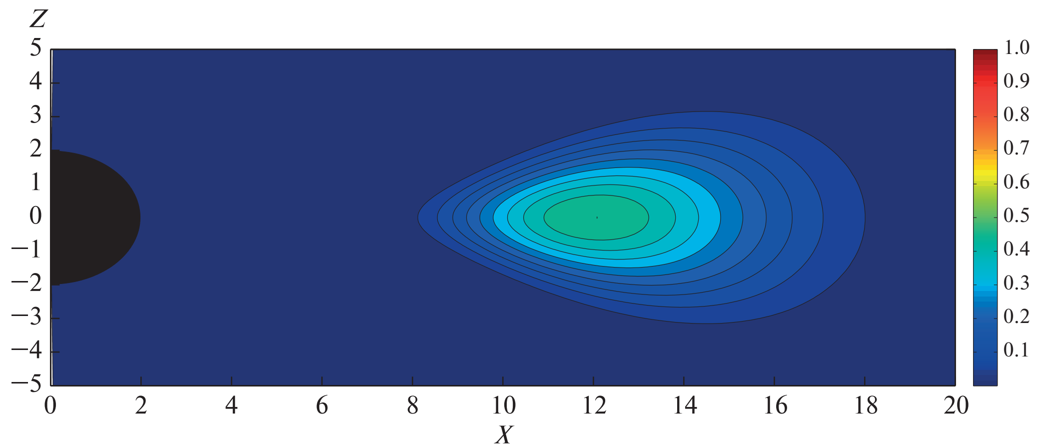

Рис. 1. Пример начального распределения плотности плазмы (показано цветом) вокруг черной дыры для модели с параметрами $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$ и $a = 0.2$. Черным полукругом изображена черная дыра.

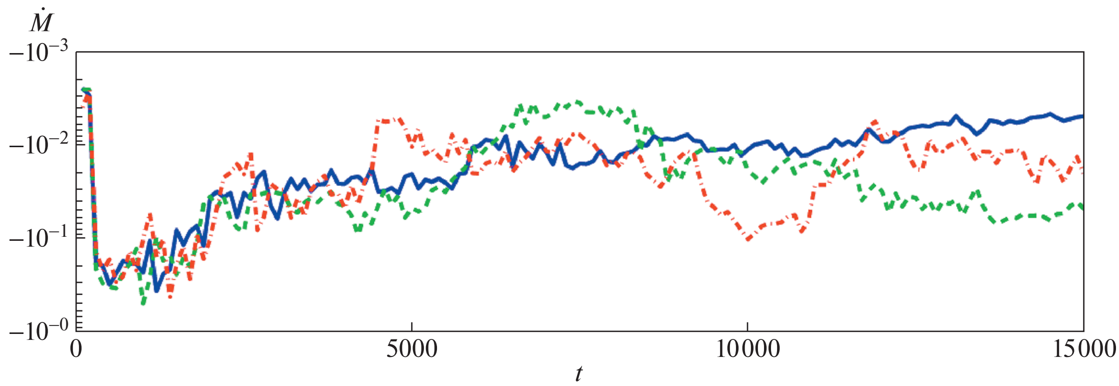

Рис. 2. Пример зависимости темпа аккреции плазмы в компьютерных единицах с течением времени для модели с параметрами $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$ и трех значений a. Синяя сплошная кривая показана для случая $a = 0.2$, зеленая штриховая – для случая $a = 0.6$, красная штрихпунктирная – для случая $a = 0.95$.

приблизительно равен 264, что для момента времени $t = 15000$ приблизительно соответствует 57 орбитальным периодам. На рис. 2 показан пример зависимости темпа аккреции от времени для модели с параметрами $\Gamma = 4/3$ и $\beta = 100$. Темп аккреции определяется формулой [45]

$$\dot{M} = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \sqrt{-g}\rho u^r d\phi d\theta, \tag{4}$$

где g – определитель метрики Керра, u^r –радиальная скорость. Синяя сплошная кривая показана для случая $a = 0.2$, зеленая штриховая – для случая $a = 0.6$, красная штрихпунктирная – для случая $a = 0.95$. Из рис. 2 видно, что при временах больше $t \approx 4000$ решение заведомо выходит на квазистационарное решение с медленно изменяющимся с течением времени потоком.

Другим важным параметром в данных моделях является отношение магнитного потока к потоку частиц. Данный параметр определяется следующим образом [45]:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{\langle \dot{M} \rangle}} \frac{4\pi}{2} \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \sqrt{-g}|B^r| d\phi d\theta, \tag{5}$$

где B^r – радиальное магнитное поле. Величина ϕ вычисляется на гравитационном радиусе. Если величина этого параметра больше ~50 [45], то данная модель соответствует диску с захваченным магнитным полем (Magnetically Arrested Disks, MAD), в противном случае аккреционный диск является обычным диском со стандартной и нормальной эволюцией (Standard and Normal Evolution, SANE). В нашей работе все смоделированные аккреционные диски относятся к классу SANE. Считается, что именно такие диски опи-

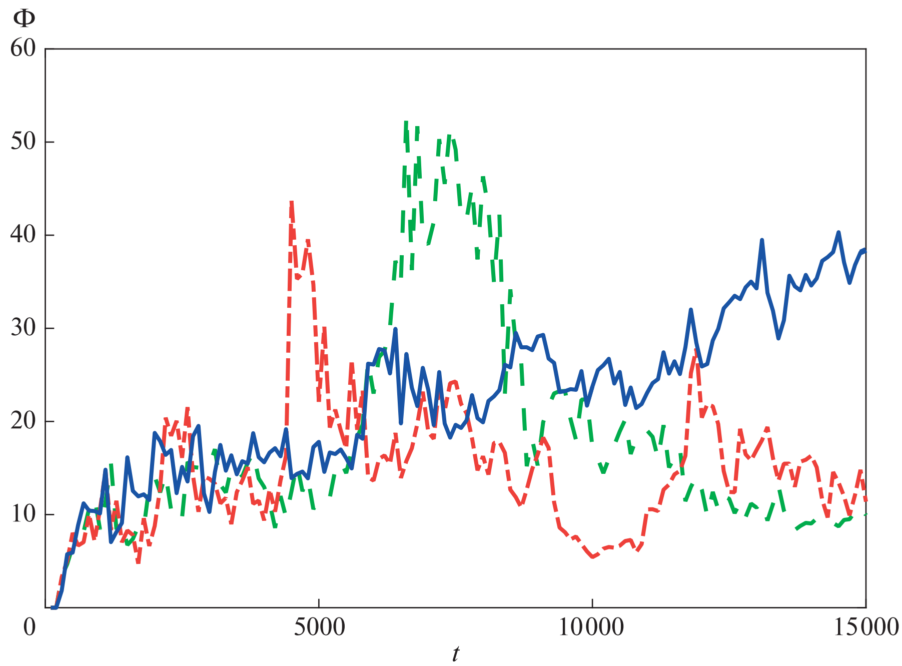

Рис. 3. Зависимость параметра φ от времени для моделей с параметрами $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$ и тремя значениями a. Синяя сплошная кривая соответствует случаю $a = 0.2$, зеленая штриховая – случай $a = 0.6$ и красная штрихпунктирная соответствует случаю $a = 0.95$.

сывают аккреционный поток в источнике Стрелец A^*.

На рис. 3 показан пример зависимости величины φ от времени для модели с параметрами $\Gamma = 4/3$ и $\beta = 100$. Синяя сплошная кривая соответствует случаю $a = 0.2$, зеленая штриховая – случаю $a = 0.6$, и красная штрихпунктирная – случаю $a = 0.95$. Из рис. 3 видно, что кривые заведомо меньше критического значения $\phi \approx 50$ на всем рассмотренном промежутке времени. Синяя кривая стремится к величине $\phi \sim 50$, а красная кривая имеет среднее значение $\phi \approx 15$.

Смоделированные МГД модели зависят от четырех физических параметров. Это масса черной дыры M, параметр вращения черной дыры a, показатель адиабаты Γ и отношение газового давления к магнитному давлению β. Масса черной дыры фиксируется наблюдениями, поэтому остаются три свободных параметра, которые варьировались в диапазоне: $\Gamma = \left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$, $a = (0.2; 0.6; 0.95)$, $\beta = (10; 100)$. Для каждого набора параметров выбирались три различных промежутка времени $t = (5000; 10\,000; 15\,000)$, с которым затем вычислялись характеристики излучения (см. раздел 2.2). Для модели с параметрами $\Gamma = 5/3$ и $\beta = 10$ промежутки времени равны $t = (600; 1200; 1800)$. Всего было рассмотрено 36 МГД моделей.

2.2. Модель излучения

Для вычисления свойств излучения плазмы каждой из 36 МГД моделей использовался свободный код grtrans [46]. Предполагалось, что свободные релятивистские электроны излучают синхротронное излучение в заданном распределении магнитного поля, которое определялось путем решения идеальных МГД уравнений (см. раздел 2.1). Функция распределения излучающих частиц, электронов задавалась в виде релятивистского распределения Максвелла, с некоторой температурой электронов T_e, которая определяется параметром μ (см. ниже). В случае, когда плотность аккрецирующей плазмы достаточно низкая, а это будет при темпе аккреции меньше, чем $\dot{M} < 10^{-3}\dot{M}_{\rm Edd}$, кулоновские столкновения между электронами и протонами будут достаточно редкими, следовательно, электроны и протоны будут иметь различную температуру [1]. Равновесная температура будет определяться балансом следующих процессов: турбулентный (вязкий) нагрев протонов, радиационное охлаждение электронов и передача энергии от протонов к электронам. При низких плотностях электрон-электронные столкновения редки и тепловое равновесие между электронами будет достигаться за более продолжительный промежуток времени. Даже если функция распределения электронов достаточно быстро термолизуется, в аккреционных дисках существуют процессы, такие как магнитное пересоединение, ударные волны, которые могут ускорить малую долю электронов до релятивистской нетепловой функции распределения. Эта функция распределения может существовать продолжительное время из-за редких столкновений между электронами [15].

Существует несколько подходов для того, чтобы выразить температуру электронов через температуру протонов. Отношение температур протонов и электронов можно фиксировать глобально [35, 47] или локально, в зависимости от рассматриваемой области (джет или диск) [36]. В данной работе фиксируем температуру электронов глобально в диске следующим соотношением:

$$\mu = 1/(1 + T_p/T_e), \quad (6)$$

где T_p – температура протонов, T_e – температура электронов [46].

Модель излучения зависит от трех свободных параметров. Это температура электронов T_e (параметр μ), темп аккреционного потока $\dot{M}$ и угол наклона наблюдателя i к оси вращения черной дыры. Рассматривались три значения отношения температур: случай, когда температуры протонов и электронов равны ($\mu = 1/2$), случай, когда температура электронов составляет одну треть от температуры протонов ($\mu = 1/4$) и случай ($\mu = 1/8$), когда температура электронов много меньше температуры протонов ($T_e = \frac{1}{7}T_p \ll T_p$). Более сложные зависимости с учетом истечения плазмы (джетов) были рассмотрены в работе [48]. Рассматривались четыре случая положения наблюдателя относительно оси вращения черной дыры. Три случая, когда наблюдатель расположен под углом к аккреционному диску ($\cos i = 0.6428$, 0.4, 0.2), и один случай, когда наблюдатель расположен на краю диска ($\cos i = 0$). Свободный параметр – темп аккреции $\dot{M}$ – выбирался в диапазоне $4 \times 10^{14} < \dot{M} < 4 \times 10^{20}$ гр/с таким образом, чтобы в пределах ошибки наилучшим образом удовлетворить наблюдениям в субмиллиметровой области спектра.

Для каждой из 36 МГД моделей вычислялись четыре параметра Стокса (спектральная плотность потока и поляризация) в зависимости от параметров излучения (μ, i и $\dot{M}$). Решалась полная система уравнений переноса с учетом релятивистских эффектов, поглощения и фарадеевских эффектов (преобразования и вращения) в метрике вращающейся черной дыры Керра [46]. Спектры вычислялись в диапазоне частот от $\nu = 3 \times 10^9$ до 1×10^{13} Гц.

Приведенные выше модели были применены к источнику Стрелец A* с массой, равной $M = 4 \times 10^6\, M_\odot$ и расстоянием до центра Галактики $D = 8.2$ кпк. Построены изображения в картинной плоскости, разрешение которых было выбрано равным 250×250 пикселей.

2.3. Наблюдательные данные

В данном разделе представлены наблюдательные данные по измерению спектральной плотности потока излучения и поляризации для источника Стрелец A*, собранные из многочисленных статей (ссылки см. ниже).

Существует огромное количество литературы по наблюдению спектральной плотности потока излучения из объекта Стрелец A*. Данные были взяты из работ [14, 18, 19, 21–23, 32, 33, 49–69]. Излучение наблюдается во всей области частот, от радио до гамма, с максимумом в области субмиллиметров. В данной работе будем рассматривать диапазон частот от $\nu \approx 3$ до $\approx 10^3$ ГГц. Предполагается, что излучение генерируется за счет аккреции газа на черную дыру. Из-за маленького темпа аккреции (много меньше эддингтоновской предела) болометрическая светимость Sgr A* достаточно низкая. Считается, что источником субмиллиметрового излучения являются релятивистские электроны, которые излучают синхротронное излучение в неоднородном магнитном поле. Излучение является переменным с характерными временами от нескольких часов до месяцев.

Данные по линейной поляризации были взяты из работ [14, 21–23, 52, 57, 58, 70]. Линейная поляризация не наблюдается в сантиметровом диапазоне длин волн [20, 56], в то время как в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах длин волн наблюдается величина до 10% [14]. Линейную поляризацию интерпретируют как внутреннюю линейную поляризацию, которая образуется за счет синхротронного излучения в ближайшей окрестности черной дыры внутри области порядка $10R_g$. Магнитное поле не является однородным на таких масштабах, а имеет более сложную структуру.

В табл. 1 представлены данные по линейной поляризации (параметры Стокса Q и U), которые использовались при сравнении с численными моделями. Из работы [21] были взяты только значения параметра Стокса U, так как ошибки измерения параметра Стокса Q сравнимы с наблюдательными данными. Данные из работы [52] для параметра Q, полученные 17.10.2002, и для параметра U, полученные 27.12.2003, не учитывались из-за больших ошибок наблюдений.

Таблица 1. Наблюдательные значения параметров Стокса Q и U линейной поляризации, которые использовались в работе при сравнении с численными моделями

ν, Ггц	Q, mJy	U, mJy	ν, Ггц	Q, mJy	U, mJy
82.8	20	34 [22]		−78	−113 [52]
	31	9 [22]		−131	−104 [52]
	29	16 [22]	230.6	100	−176 [23]
	29	18 [22]	231.9	−244	−7 [23]
	55	21 [22]		−93	−196 [23]
86.3	−10	−11 [22]		15	−180 [23]
	7	−15 [22]		−91	−120 [23]
	30	−19 [22]		−223	26 [23]
215	−92	−136 [52]	239.96	88.882	106.037 [14]
	−86	−86 [52]		−132.402	−228.727 [14]
	−89	−111 [52]		126.549	−138.611 [14]
220.6	48	−153 [23]	241.96	81.717	107.850 [14]
221.9	−224	28 [23]		−129.888	−234.454 [14]
	−109	−157 [23]		131.360	−142.502 [14]
	−25	−165 [23]	331.7	104	−138 [57]
	−105	−110 [23]		41	−273 [57]
	−193	53 [23]		29	−164 [57]
223.96	140.533	79.584 [14]		31	−67 [57]
	−176.558	−190.601 [14]		29	−175 [57]
	82.909	−121.412 [14]	338.0	94	−214 [23]
225.96	132.145	84.040 [14]		29	−181 [23]
	−167.737	−191.118 [14]		109	−276 [23]
	85.942	−120.428 [14]		225	−203 [23]
226.9	77.6	−205.6 [58]	341.7	145	−97 [57]
	−214.7	−112.6 [58]		42	−267 [57]
	170.3	123.8 [58]		58	−169 [57]
230		−83 [21]		38	−35 [57]
		−241 [21]		37	−243 [57]
		−104 [21]	343	85.6	155.3 [58]
		−65 [21]	348	126	−177 [23]
	−69	−57 [52]		45	−166 [23]
	−91	−64 [52]		148	−228 [23]
	−80	−60 [52]		240	−220 [23]
	−180	−96 [52]			

Данные по круговой поляризации были взяты из работ [14, 19, 21, 49–52, 57, 58, 71]. Наблюдения были проведены на частотах $\nu = 1.4$; 4.8; 8.4; 15; 230; 340 ГГц. Круговая поляризация переменная и превышает абсолютную величину линейной поляризации при частотах выше 15 ГГц [49]. Во всех наблюдениях знак круговой поляризации (хиральность) отрицательный и абсолютная величина не превышает $\leq 1\%$ [14]. Происхождение круговой поляризации не до конца понято, и считается, что круговая поляризация образуется за счет фарадеевского преобразования линейной поляризации. Данные статьи [21] не использовались из-за большой ошибки наблюдений, в статье [51] был дан только верхний предел на величину круговой поляризации, данные из работ [52, 57] были взяты только те, ошибка которых меньше самих наблюдательных данных. В табл. 2 представлены данные по круговой поляризации (параметр Стокса V), которые использовались при сравнении с численными моделями. Наблюдается зна-

Таблица 2. Наблюдательные значения параметра Стокса V круговой поляризации, которые использовались в работе при сравнении с численными моделями

ν, Ггц	V, mJy	m_c, %	ν, Ггц	V, mJy	m_c, %
1.4	−0.995	−0.21 [50]	223.96	−50.173	−1.24 [14]
4.8	−1.8	−0.34 [19]		−30.207	−0.88 [14]
	−1.5	−0.30 [19]		−39.496	−1.49 [14]
	−2.6	−0.42 [19]	225.96	−49.793	−1.26 [14]
	−2.7	−0.42 [71]		−29.792	−0.89 [14]
	−2.6	−0.35 [71]		−36.879	−1.43 [14]
	−2.0	−0.34 [71]	226.9	−42.7	−1.1 [58]
	−2.7	−0.31 [50]		−42.2	−1.2 [58]
	−2.1	−0.37 [50]		−42.6	−1.1 [58]
	−2.4	−0.31 [50]	239.96	−54.265	−1.33 [14]
8.4	−1.9	−0.32 [19]		−34.542	−1.01 [14]
	−0.87	−0.16 [19]		−33.426	−1.22 [14]
	−2.1	−0.29 [19]	241.96	−55.053	−1.34 [14]
	−2.7	−0.34 [50]		−31.992	−0.93 [14]
	−2.6	−0.27 [50]		−30.809	−1.12 [14]
	−1.8	−0.36 [50]	331.7	−19	−0.61 [57]
15	−5.8	−0.62 [50]	341.7	−37	−1.14 [57]
215	−36	−5.22 [52]	343	−50.7	−1.6 [58]
	−82	−5.47 [52]			
217.8	−47	−6.62 [52]			
	−89	−5.82 [52]			

чительная переменность величины параметра Стокса V, что может быть связано как с источником поляризации, так и со средой.

В работе [37] диапазон частот был разделен на группы, внутри которых наблюдательные данные усреднялись, и эти усреднения непосредственно сравнивались с численными решениями. В данной работе мы сравниваем наблюдательные данные, взятые непосредственно из табл. 1 и табл. 2, полученные на определенных частотах, с численными решениями.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В предыдущем разделе были рассмотрены 36 МГД моделей распределения электрон-протонной плазмы в окрестности вращающейся черной дыры (см. раздел 2.1). Для каждой МГД модели вычислялась спектральная плотность потока и поляризация излучения в зависимости от параметров задачи (см. раздел 2.2). Среди всех рассмотренных МГД моделей с различными параметрами излучения лучше всех описывают наблюдательные данные две модели со следующими параметрами: первая модель – $\Gamma = 5/3$, $\beta = 10$, $a = 0.6$, $\mu = 1/4$, $\cos i = 0.6428$, $t = 1200$, $\dot{M} = (3\text{–}3.5)\times10^{15}$ гр/с; вторая модель – $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$, $a = 0.6$, $\mu = 1/2$, $\cos i = 0.6428$, $t = 5000$, $\dot{M} = (4\text{–}5)\times10^{17}$ гр/с. Остальные модели плохо согласуются с наблюдательными данными по одному или по всем параметрам Стокса.

Рассмотрим каждую модель в отдельности.

3.1. Первая модель

На рис. 4 приведено сравнение параметров Стокса I, Q, U, V наблюдательных данных, измеренных в янских, с данными, полученными численным моделированием, в зависимости от частоты (в Герцах). Сверху вниз звездочками, квадратами, ромбами и кругами показаны наблюдательные данные для параметров Стокса I, Q, U, V соответственно. Синяя сплошная линия соответствует потоку вещества, равному $\dot{M} = 3.85\times10^{-10}\dot{M}_{\rm Edd}$, зеленая штриховая линия – $\dot{M} = 4.49\times10^{-10}\dot{M}_{\rm Edd}$. Данные кривые хорошо описывают наблюдательные данные по спектральной плотности потока

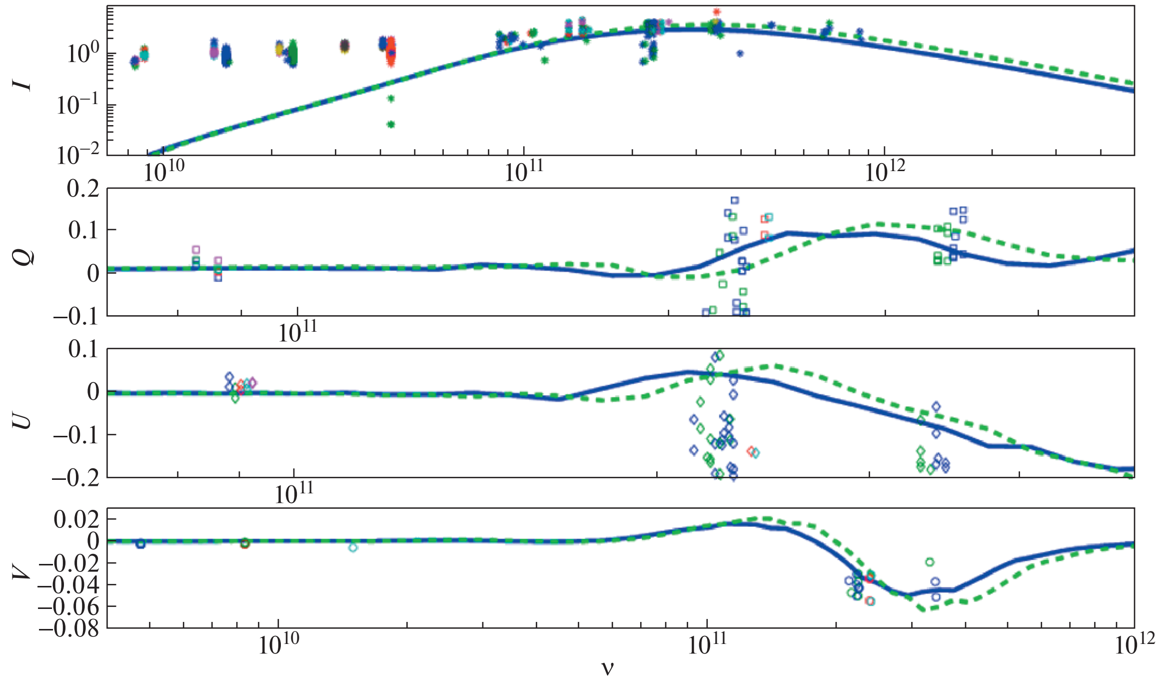

Рис. 4. Графики сравнения численных вычислений параметров Стокса (в янских) с наблюдательными данными в зависимости от частоты (в герцах) для модели с параметрами $\Gamma = 5/3$, $\beta = 10$, $a = 0.6$, $\mu = 1/4$, $\cos i = 0.6428$, $t = 1200$, $\dot{M} = (3{-}3.5) \times 10^{15}$ г/с. Наблюдательные данные для параметров Стокса I, Q, U, V показаны (сверху вниз) звездочками, квадратами, ромбами и кругами соответственно. Синяя сплошная линия соответствует потоку вещества, равному $\dot{M} = 3.85 \times 10^{-10} \dot{M}_{\rm Edd}$, зеленая штриховая линия – $\dot{M} = 4.49 \times 10^{-10} \dot{M}_{\rm Edd}$.

излучения в миллиметровой и в субмиллиметровой области спектра в диапазоне частот от $\nu \approx 4 \times 10^{10}$ до $\approx 10^{12}$ Гц, но при меньших частотах наклон численных кривых становится круче наклона наблюдательных данных. То же относится и к круговой поляризации. Кроме того, круговая поляризация Стрелец A* в диапазоне частот от $\nu \approx 4 \times 10^{9}$ до $\approx 4 \times 10^{11}$ Гц имеет отрицательные значения. Численные кривые в диапазоне частот от $\nu \approx 4 \times 10^{10}$ до $\approx 10^{12}$ Гц достаточно хорошо воспроизводят эти значения, но при меньших частотах наблюдаются расхождения с наблюдениями. С линейной поляризацией дело обстоит гораздо проще в связи с тем, что на низких частотах ($\nu \approx 5 \times 10^{10}$ Гц) линейная поляризация не наблюдается. В миллиметровой и в субмиллиметровой области спектра данные численной модели достаточно хорошо описывают наблюдательные данные параметра Q и хуже параметра U линейной поляризации.

На рис. 5 показана зависимость величины темпа аккреции $\dot{M}$ на черную дыру от времени для данной модели. При временах порядка $t \approx 150$ темп аккреции выходит на квазистационарное решение. Таким образом, первая модель заведомо находится в квазистационарном состоянии. Эволюция замагниченной торообразной плазмы определяется магниторотационной неустойчивостью, которая, в свою очередь, развивает турбулентность. В результате чего происходит аккреция плазмы на черную дыру [36].

На рис. 6 цветом показано логарифмическое распределение отношения плотности энергии магнитного поля к плотности энергии плазмы B^2/ρ, где B^2 – квадрат магнитного поля. Белый кружок в начале координат изображает черную дыру. Этот рисунок качественно показывает границу Пойтинга доминирующего истечения (джета), ветра (короны) и радиационно неэффективного аккреционного диска [72]. Граница истечения и ветра приближенно определяется равенством магнитной энергии и энергии плазмы. В данном случае это происходит, когда $B^2/\rho \approx 0.5$. Граница ветра и аккреционного диска приближенно определяется равенством нулю интеграла Бернулли, когда $Be \approx 0$. Если интеграл Бернулли больше нуля, $Be > 0$, то плазма перестает быть гравитационно связанной и может уходить на бесконечность. Из рис. 6 видно, что в аккреционном диске развивается магниторотационная неустойчивость, в результате чего про-

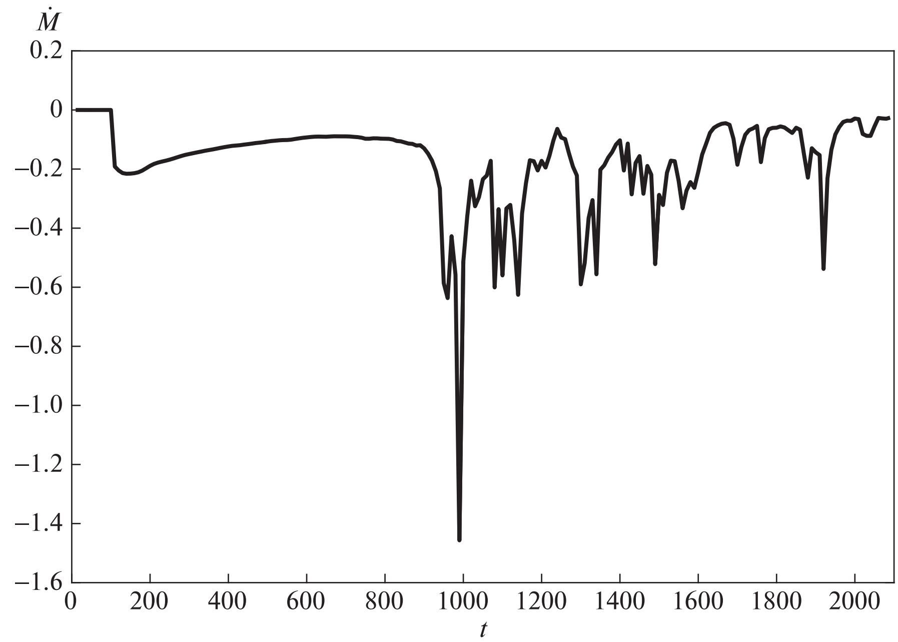

Рис. 5. Зависимость темпа аккреции в компьютерных единицах от времени для модели с параметрами $\Gamma = 5/3$, $\beta = 10$, $a = 0.6$, $\mu = 1/4$, $\cos i = 0.6428$, $t = 1200$, $\dot{M} = (3–3.5) \times 10^{15}$ г/с, которая наилучшим образом соответствует наблюдательным данным.

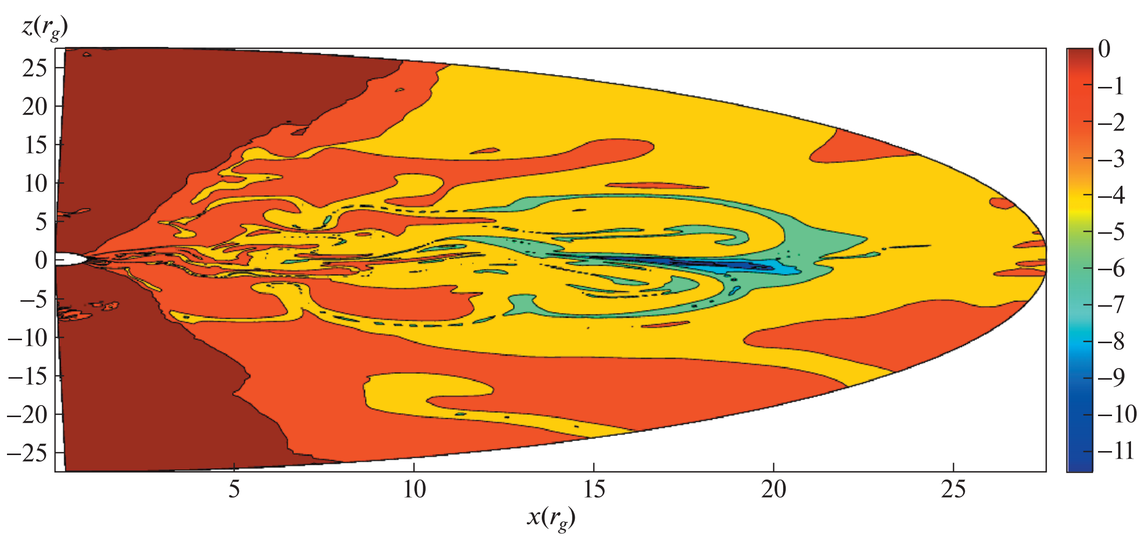

Рис. 6. Логарифмическое распределение отношения плотности энергии магнитного поля к плотности энергии плазмы вокруг черной дыры для модели с параметрами $\Gamma = 5/3$, $\beta = 10$, $a = 0.6$, $\mu = 1/4$, $\cos i = 0.6428$, $t = 1200$, $\dot{M} = (3–3.5) \times 10^{15}$ г/с.

исходит медленная квазистационарная аккреция замагниченной плазмы (с полоидальным магнитным полем) на черную дыру. При прохождении эргосферы магнитное поле изгибается вдоль азимутального направления, образуя истечение плазмы (джета) из черной дыры, которое распространяется вдоль оси z, образуя коническую форму. Стоит заметить, что величина B^2/ρ внутри истечения слабо зависит как от радиуса r, так и от угла θ, но плотность плазмы сильно зависит от радиуса r. Это приводит к тому, что не наблюдается накапливания магнитного поля вдоль оси z

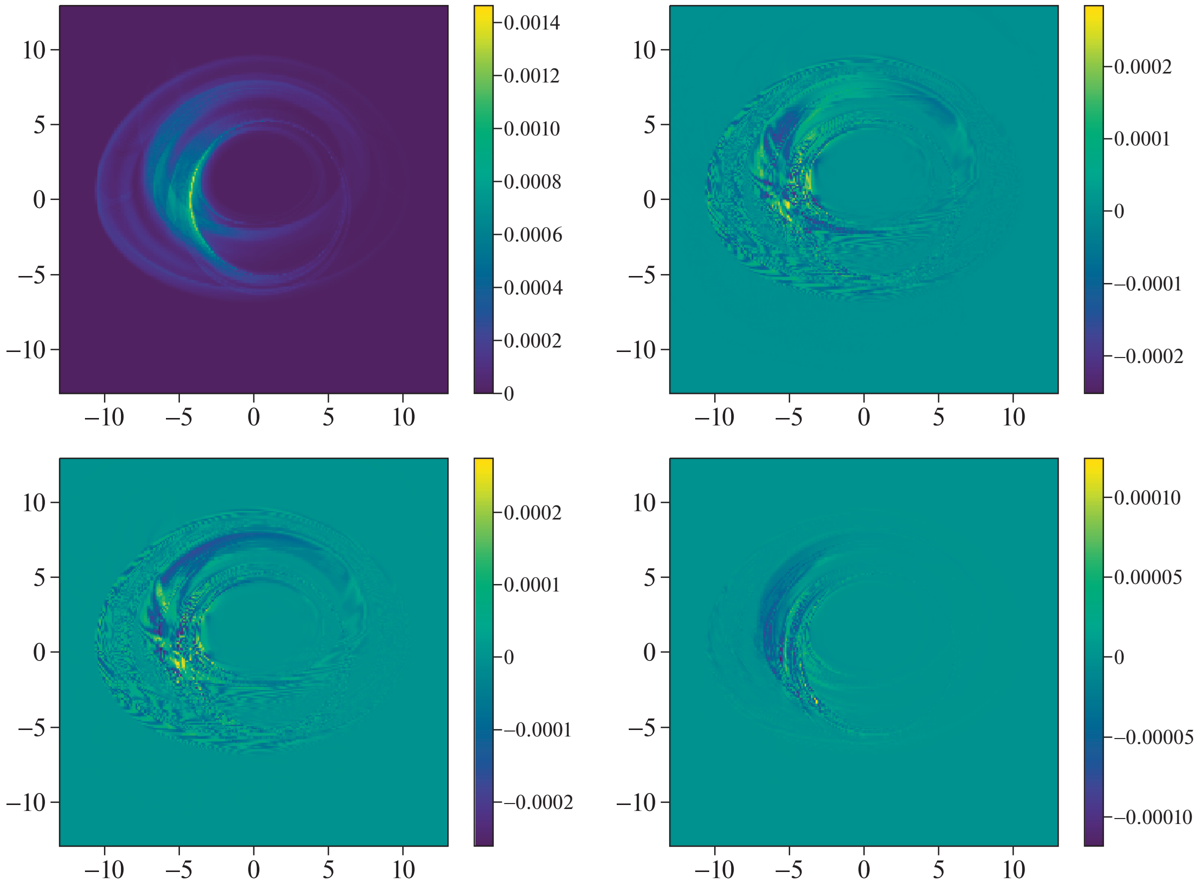

Рис. 7. Карты параметров Стокса – плотность потока и поляризация излучения (в янских) со стороной от −13 M до 13 M на частоте 375 ГГц ($\lambda = 0.8$ мм). Показаны параметры Стокса I, Q (верхняя панель) и U, V (нижняя панель) соответственно.

[72] и оно становится однородным во всей области истечения.

Крупномасштабное полоидальное магнитное поле существует только в области истечения плазмы, когда $B^2/\rho > 0.5$. Поток Пойтинга непосредственно истекает из черной дыры, что свидетельствует о том, что процесс истечения происходит за счет процесса Блендфорда–Знаека [34]. Вычисление параметра ϕ показало, что эта модель относится к классу аккреционных дисков со стандартной и нормальной эволюцией (класс SANE), т.к. параметр $\phi \approx 28$ приблизительно в два раза меньше предельного значения $\phi \approx 50$.

На рис. 7 изображены образы черной дыры на частоте 375 ГГц (субмиллиметровая область с длиной волны $\lambda = 0.8$ мм) для данной численной модели. На такой частоте явно наблюдются фотонное кольцо и диск вблизи черной дыры [16]. Небольшое увеличение яркости связано с проявлением фотонных орбит и линзирования, которое непосредственно зависит от параметра вращения черной дыры.

Численное моделирование линейной поляризации показало, что она имеет пятнистую структуру, в каждой области которой имеется своя поляризация с определенным знаком. Просуммировав по всей области карты, можно получить результирующую линейную поляризацию, которая непосредственно наблюдается. Суммарное значения параметра Стокса Q линейной поляризации имеет положительный знак, а параметра Стокса U – отрицательный знак. Знак круговой поляризации, как видно из рис. 7, как положительный, так и отрицательный, но суммарное значение имеет отрицательную хиральность и составляет величину порядка одного процента (см. табл. 2), что приближенно и наблюдается (см. рис. 4).

На рис. 8 показан образ спектральной плотности потока излучения, на который наложена линейная поляризация, изображенная штрихами. Длина штриха соответствует величине линейной поляризации. Наибольшее значение линейной поляризации наблюдается в области уярчения за счет линзирования и имеет хаотическое направ-

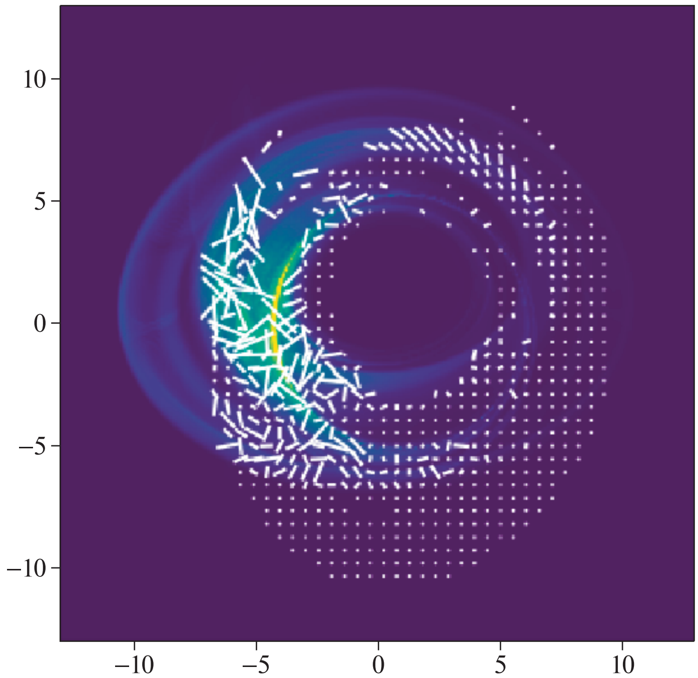

Рис. 8. Плотность потока излучения в янских (параметр Стокса *I*, см. рис. 7), штрихами показана линейная поляризация.

ление, что означает присутствие нерегулярного магнитного поля.

3.2. Вторая модель

Результаты для второй модели схожи с результатами первой модели, но есть и отличия. На рис. 9 приведено сравнение наблюдательных данных параметров Стокса *I*, *Q*, *U*, *V* (в янских) с данными, полученными численным моделированием, в зависимости от частоты (в герцах). Сверху вниз звездочками, квадратами, ромбами и кругами показаны наблюдательные данные для параметров Стокса *I*, *Q*, *U*, *V* соответственно. Синяя сплошная линия соответствует потоку вещества, равному $\dot{M} = 5.13\times10^{-8}\dot{M}_{\rm Edd}$, зеленая штриховая линия – $\dot{M} = 6.41\times10^{-8}\dot{M}_{\rm Edd}$. Данные кривые также хорошо описывают наблюдательные данные, что и первая модель, в том же диапазоне для всех четырех параметров Стокса. Отличие заключается в том, что кривые, которые описывают параметр Стокса *Q*, более гладкие и плавно изменяются во всем диапазоне частот от 8×10^{10} до 4×10^{11} Гц. Во всем этом диапазоне кривые положительны. То же относится и к параметру Стокса *U*. Кривые более гладкие и везде отрицательные в том же частотном диапазоне.

На рис. 10 показана зависимость величины темпа аккреции $\dot{M}$ на черную дыру от времени. В данном случае при временах порядка $t \approx 2500$ темп аккреции выходит на квазистационарное решение, что означает, что данная модель заведомо находится в квазистационарном состоянии.

На рис. 11 цветом показано логарифмическое распределение отношения плотности энергии магнитного поля к плотности энергии плазмы B^2/ρ. Белый кружок в начале координат изображает черную дыру. Отличие данной модели от первой заключается в следующем. Граница Пойтинга доминирующего истечения определяется соотношением $B^2/\rho \approx 1$. Это отношение B^2/ρ внутри истечения плазмы зависит от радиуса r, но не от угла θ. Плотность плазмы также зависит только от радиуса r, как и в первой модели. Из рис. 11 видно, что в аккреционном диске плазма не успела перемешаться, наблюдается плавная аккреция, но в то же время развивается магниторотационная неустойчивость, что в конечном счете приведет к перемешиванию плазмы. Крупномасштабное полоидальное магнитное поле также наблюдается только в истекающей плазме. Процесс истечения происходит за счет процесса Блендфорда–Знаека [34]. Вычисление параметра φ показало, что эта модель относится к классу аккреционных дисков со стандартной и нормальной эволюцией (класс SANE), т.к. параметр $\phi \approx 16$ приблизительно в три раза меньше предельного значения $\phi \approx 50$.

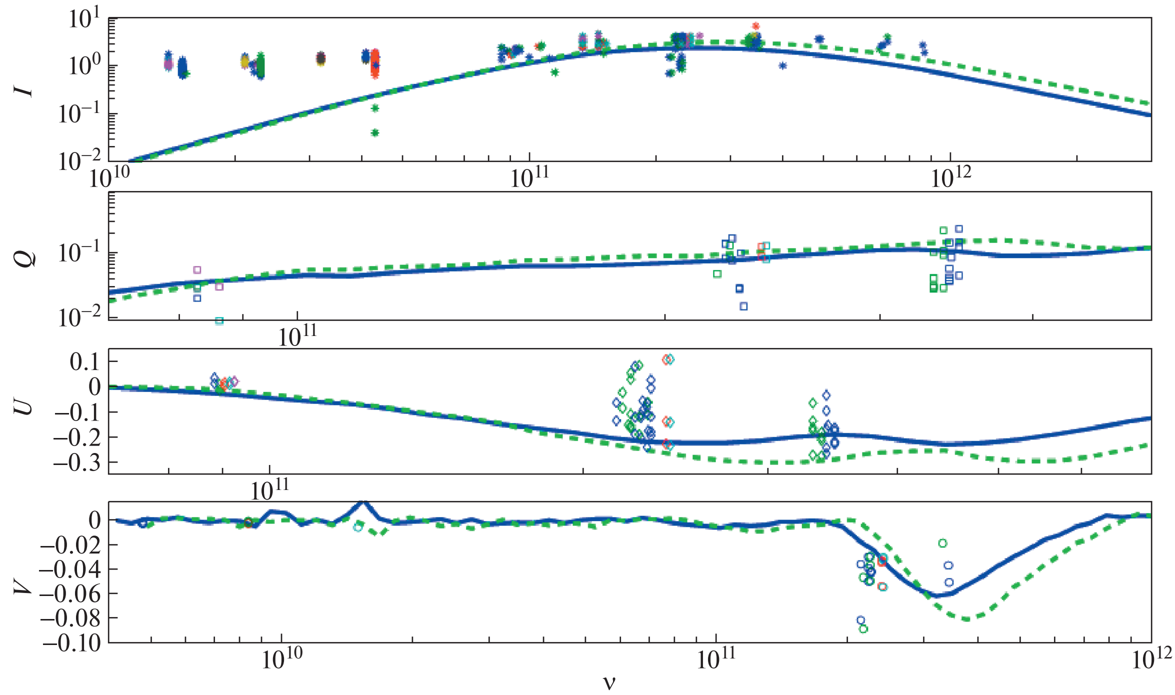

Рис. 9. Графики сравнения численных вычислений параметров Стокса (в янских) с наблюдательными данными в зависимости от частоты (в герцах) для модели с параметрами $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$, $a = 0.6$, $\mu = 1/2$, $\cos i = 0.6428$, $t = 5000$, $\dot{M} = (4{-}5)\times 10^{17}$ г/с. Сверху вниз звездочками, квадратами, ромбами и кругами показаны наблюдательные данные для параметров Стокса I, Q, U, V соответственно. Синяя сплошная линия соответствует потоку вещества, равному $\dot{M} = 5.13\times 10^{-8}\dot{M}_{\rm Edd}$, зеленая штриховая линия – $\dot{M} = 6.41\times 10^{-8}\dot{M}_{\rm Edd}$.

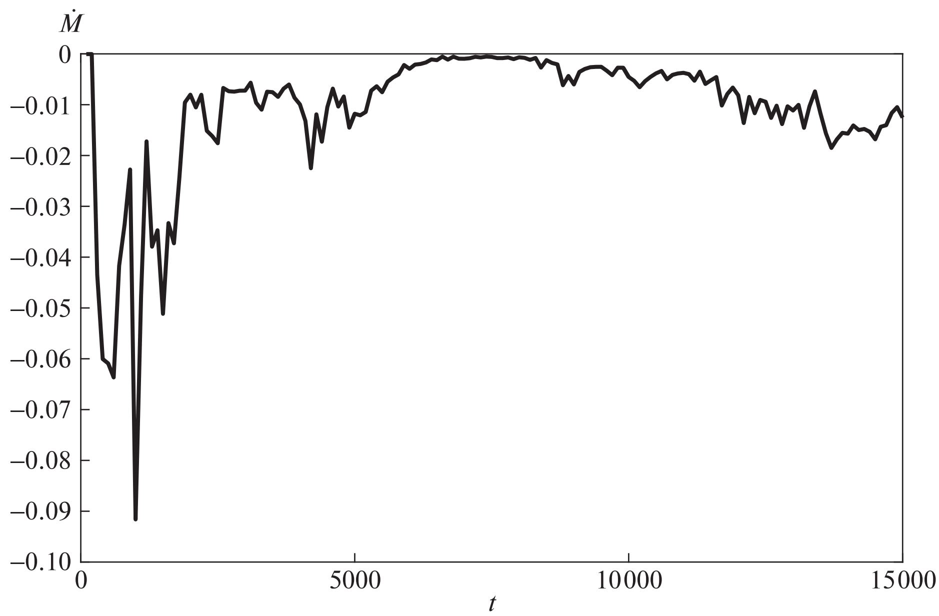

Рис. 10. Зависимость плотности потока плазмы в компьютерных единицах от времени для модели с параметрами $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$, $a = 0.6$, $\mu = 1/2$, $\cos i = 0.6428$, $t = 5000$, $\dot{M} = (4{-}5)\times 10^{17}$ гр/с, которая наилучшим образом соответствует наблюдательным данным.

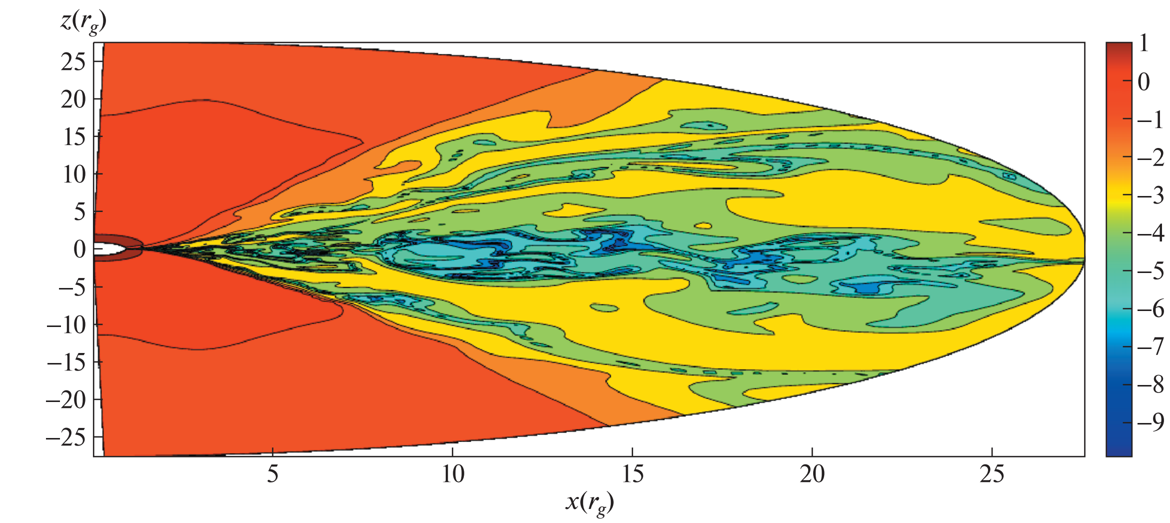

Рис. 11. Логарифмическое распределение отношения плотности энергии магнитного поля к плотности энергии плазмы вокруг черной дыры для модели с параметрами $\Gamma = 4/3$, $\beta = 100$, $a = 0.6$, $\mu = 1/2$, $\cos i = 0.6428$, $t = 5000$, $\dot{M}(4{-}5) \times 10^{17}$ гр/с.

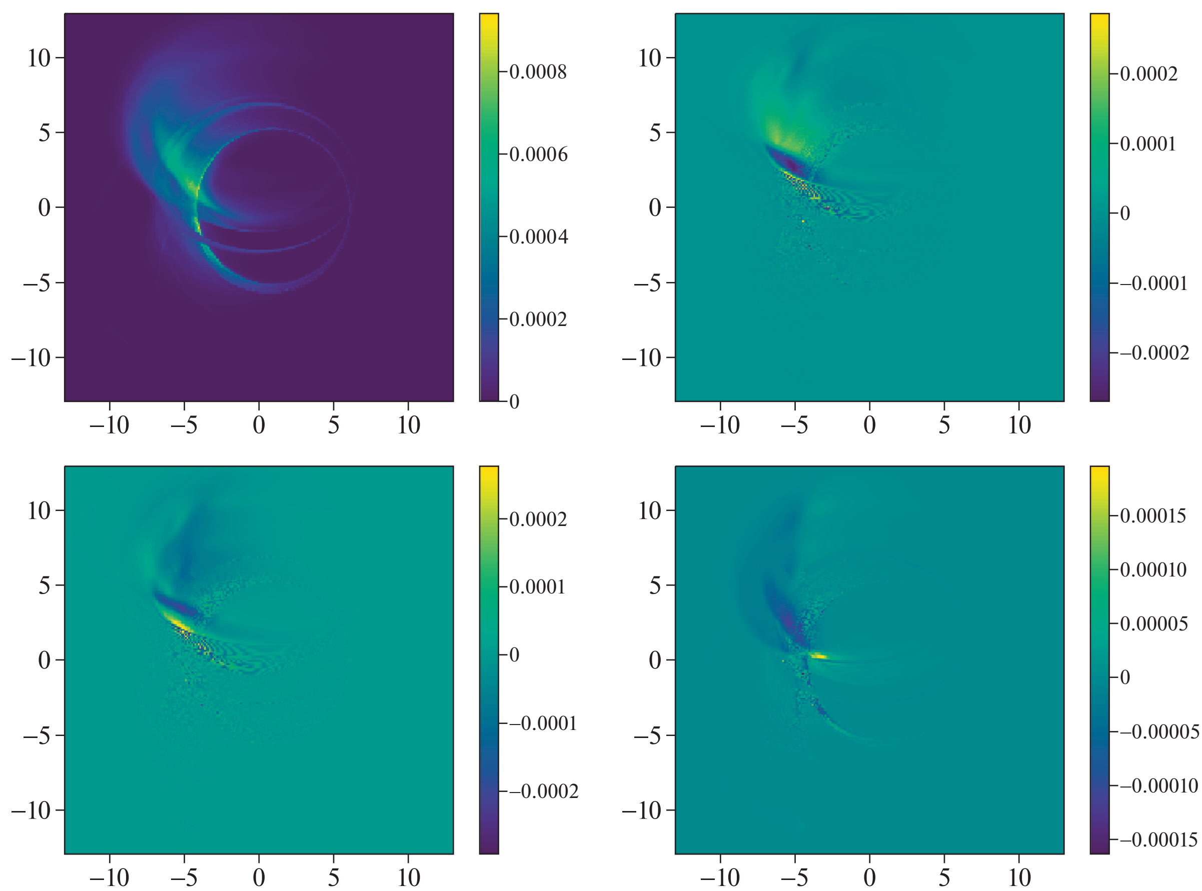

Рис. 12. Образы параметров Стокса – плотность потока и поляризация излучения (в янских) со стороной от –13 M до 13 M на частоте 375 ГГц ($\lambda = 0.8$ мм). Показаны параметры Стокса I, Q (верхняя панель) и U, V (нижняя панель) соответственно.

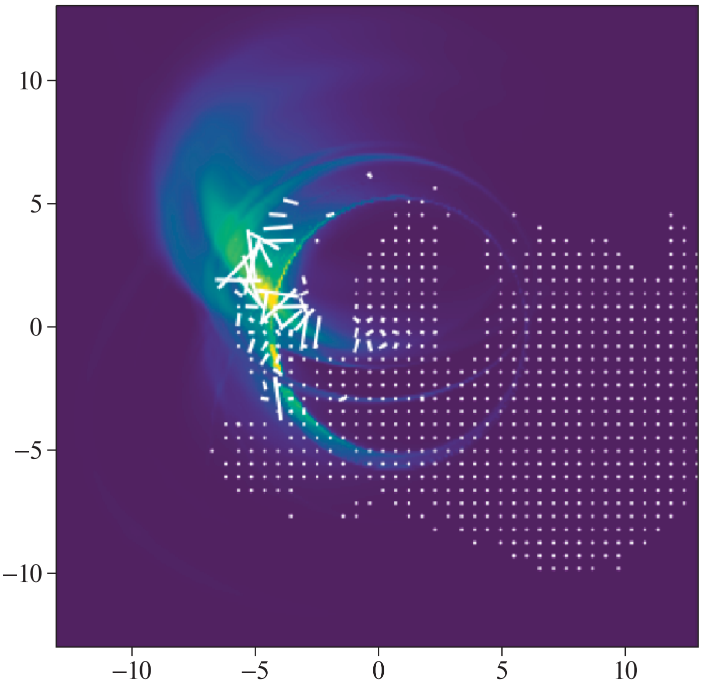

Рис. 13. Плотность потока излучения в янских (параметр Стокса I), на которую штрихами наложена линейная поляризация.

На рис. 12 изображены образы черной дыры на частоте 375 ГГц ($\lambda = 0.8$ мм) для второй численной модели. Здесь более резко наблюдаются фотонное кольцо и образ аккреционного диска над фотонным кольцом. Это связано с тем, что магнитное поле вблизи черной дыры более сильное по величине, чем в первой модели.

Численное моделирование линейной поляризации показало, что она имеет более крупную пятнистую структуру. Это связано с тем, что магнитное поле вблизи черной дыры имеет более регулярную структуру. То же самое наблюдается и в образе круговой поляризации.

На рис. 13 показан образ спектральной плотности потока излучения, на который наложена линейная поляризация, изображенная штрихами. Здесь также максимум линейной поляризации имеет хаотическое направление, что характеризуется нерегулярной структурой магнитного поля.

3.3. Выводы

Общие выводы заключаются в следующем. Наблюдательные данные лучше всего описываются моделью с умеренным вращением черной дыры, когда спин порядка $a \approx 0.6$, что согласуется с наблюдениями по квазипериодическим осцилляциям [7, 8]. Наблюдатель расположен под углом к оси вращения черной дыры, равным $i \approx 50°$. Менее точно можно объяснить наблюдательные данные и при углах наклонения в диапазоне $50° < i < 70°$, но при углах наклонения в диапазоне $i \approx 70°–90°$ наблюдательные данные не воспроизводятся полностью. Температура электронов равна или чуть меньше температуры протонов $T_p/3 < T_e < T_p$. Случай, когда температура электронов много меньше температуры протонов, $T_e \ll T_p$, исключается полностью. Величину магнитного поля ограничить не удалось. Это связано с маленькой выборкой величины параметра β, рассмотренной в данной работе. Поток вещества на черную дыру достаточно мал и составляет малую долю от эддингтоновского предела. Для первой модели $\dot{M} \approx 4 \times 10^{-10} \dot{M}_{\rm Edd}$, для второй модели $\dot{M} \approx 6 \times 10^{-8} \dot{M}_{\rm Edd}$, что значительно меньше потока вещества на радиусе Бонди, а это в свою очередь означает существование крупномасштабного истечения (ветра).

Если мы хотим сравнить численное моделирование только со спектральной плотностью потока излучения без поляризации, то это можно сделать с хорошей точностью и для других моделей с другими параметрами, например, для $a = 0.2$, $a = 0.95$ и $\mu = 1/8$. Таким образом, ограничить параметры плазмы и параметр вращения черной дыры только по наблюдениям спектральной плотности потока излучения в данных моделях затруднительно. Для всех рассмотренных моделей наблюдения описываются значительно лучше для наблюдателя, расположенного под углом $50° < i < 70°$, чем под углом $i \approx 70°–90°$. Это означает, что наблюдатель смотрит на черную дыру в центре нашей Галактики не строго в плоскости вращения черной дыры, а находится над ней.

Полученные образы на рис. 7 и 12 должны непосредственно наблюдаться в будущих наблюдениях проекта Телескоп горизонта событий и Миллиметрон при наблюдениях Стрелец A* на частоте 375 ГГц.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Были рассмотрены простейшие МГД модели торообразной электрон-протонной плазмы в ближайшей окрестности черной дыры, которые относятся к радиационно неэффективным типам аккреционных дисков, т.е. к дискам, в которых пренебрегают радиационными эффектами. В зависимости от параметра ϕ такие диски относятся к классу либо аккреционных дисков с нормальной и стандартной эволюцией (SANE), либо к аккреционным дискам с захваченным магнитным полем (MAD). Оба этих класса характеризуются темпом аккреции, значительно меньшим эддингтоновского предела. В работе рассматривались аккреционные диски, принадлежащие классу SANE. Для каждой модели такого диска вычислялись спектральные параметры синхротронного излучения (параметры Стокса) и сравнивались с наблюдениями.

Для сравнения с наблюдениями был выбран источник, расположенный в центре нашей галактики Млечный Путь. Это достаточно массивная черная дыра, которая излучает в миллиметровом и в субмиллиметровом диапазонах спектра. Сопоставляя результаты численных расчетов с наблюдениями, удалось оценить параметры плазмы и параметр вращения черной дыры. Оказалось, что наилучшее соответствие между численными моделями и наблюдательными данными достигается для умеренного вращения черной дыры $a \approx 0.6$, когда наблюдатель расположен под углом $i \approx 50°$, а температура излучающих электронов порядка или чуть меньше температуры протонов. Были построены карты спектральной плотности потока излучения и поляризации для численных моделей, которые наилучшим образом согласуются с наблюдательными данными.

Помимо этого, данные модели имеют ряд недостатков [34], связанных с неучетом многих явлений, таких как нагрев электронов за счет пересоединения магнитных силовых линий, постоянного отношения температуры электронов к температуре протонов как в диске, так и в джете, и с проблемами устойчивости относительно тепловых возмущений.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 20-02-00469-а) и Госзадания по научной программе ОКР “Миллиметрон”.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность рецензенту за ряд ценных замечаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *F. K. Baganoff, Y. Maeda, M. Morris, M. W. Bautz, et al.*, Astrophys. J. **591**, 891 (2003).
2. *F. Yusef-Zadeh, H. Bushouse, M. Wardle, C. Heinke, et al.*, Astrophys. J. **706**, 348 (2009).
3. *Z.-Q. Shen, K. Y. Lo, M.-C. Liang, P. T. P. Ho, and J.-H. Zhao*, Nature **438**, 62 (2005).
4. *S. Gillessen, F. Eisenhauer, S. Trippe, T. Alexander, R. Genzel, F. Martins, and T. Ott*, Astrophys. J. **692**, 1075 (2009).
5. *A. Boehle, A. M. Ghez, R. Schodel, L. Meyer, et al.*, Astrophys. J. **830**, id. 17 (2016).
6. *S. S. Doeleman, J. Weintroub, A. E. E. Rogers, R. Plambeck, et al.*, Nature **455**, 78 (2008).
7. *Y. Kato, M. Miyoshi, R. Takahashi, H. Negoro, and R. Matsumoto*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **403**, L74 (2010).
8. *V. I. Dokuchaev*, General Relativ. and Gravit. **46**, 1832 (2014).
9. *F. Yuan and R. Narayan*, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **52**, 529 (2014).
10. *N. I. Shakura and R. A. Sunyaev*, Astron. and Astrophys. **24**, 337 (1973).
11. *R. Narayan and I. Yi*, Astrophys. J. Letters **428**, L13 (1994).
12. *Г. А. Хорунжев, С. Ю. Сазонов, Р. А. Буренин, А. Ю. Ткаченко*, ПАЖ **38**(8), 539 (2012).
13. *M. Subroweit, M. Garcia-Marin, A. Eckart, A. Borkar, M. Valencia-S., G. Witzel, B. Shahzamanian, and C. Straubmeier*, Astron. and Astrophys. **601**, id. A80 (2017).
14. *G. C. Bower, A. Broderick, J. Dexter, S. Doeleman, et al.*, Astrophys. J. **868**, id. 101 (2018).
15. *A. A. Chael, R. Narayan, and A. Sadowski*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **470**, 2367 (2017).
16. *S. M. Ressler, A. Tchekhovskoy, E. Quataert, and C. F. Gammie*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **467**, 3604 (2017).
17. *П. Б. Иванов, Е. В. Михеева, В. Н. Лукаш, А. М. Малиновский, С. В. Чернов, А. С. Андрианов, В. И. Костенко, С. Ф. Лихачев*, Успехи физ. наук **189**, 449 (2019).
18. *D. K. Aitken, J. Greaves, A. Chrysostomou, T. Jenness, W. Holland, J. H. Hough, D. Pierce-Price, and J. Richer*, Astrophys. J. **534**, L173 (2000).
19. *G. C. Bower, H. Falcke, and D. C. Backer*, Astrophys. J. **523**, L29 (1999).
20. *G. C. Bower, D. C. Backer, J.-H. Zhao, M. Goss, and H. Falcke*, Astrophys. J. **521**, 582 (1999).

21. *G. C. Bower, M. C. H. Wright, H. Falcke, and D. C. Backer*, Astrophys. J. **588**, 331 (2003).
22. *J.-P. Macquart, G. C. Bower, M. C. H. Wright, D. C. Backer, and H. Falcke*, Astrophys. J. **646**, L111 (2006).
23. *D. P. Marrone, J. M. Moran, J.-H. Zhao, and R. Rao*, Astrophys. J. **654**, L57 (2007).
24. *M. D. Johnson, V. L. Fish, S. S. Doeleman, D. P. Marrone, et al.*, Science **350**, 1242 (2015).
25. *M. Garcia-Marin, A. Eckart, A. Weiss, G. Witzel, et al.*, Astrophys. J. **738**, 158 (2011).
26. *G. Trap, A. Goldwurm, K. Dodds-Eden, A. Weiss, et al.*, Astron. ans Astrophys. **528**, id. A140 (2011).
27. *D. P. Marrone, F. K. Baganoff, M. R. Morris, J. M. Moran, et al.*, Astrophys. J. **682**, 373 (2008).
28. *V. L. Fish, S. S. Doeleman, C. Beaudoin, R. Blundell, et al.*, Astrophys. J. Letters **727**, L36 (2011).
29. *A. M. Ghez, S. A. Wright, K. Matthews, D. Thompson, et al.*, Astrophys. J. **601**, L159 (2004).
30. *J. C. Mauerhan, M. Morris, F. Walter, and F. K. Baganoff*, Astrophys. J. **623**, 25 (2005).
31. *F. Yusef-Zadeh, M. Wardle, C. Heinke, C. D. Dowell, D. Roberts, F. K. Baganoff, and W. Cotton*, Astrophys. J. **682**, 361 (2008).
32. *A. Borkar, A. Eckart, C. Straubmeier, D. Kunneriath, et al.*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **458**, 2336 (2016).
33. *F. Yusef-Zadeh, H. Bushouse, C. D. Dowell, M. Wardle, et al.*, Astrophys. J. **644**, 198 (2006).
34. *В. С. Бескин*, *Осесимметричные стационарные течения в астрофизике* (М.: Физматлит, 2005).
35. *M. Moscibrodzka, C. F. Gammie, J. C. Dolence, H. Shiokawa, and P. K. Leung*, Astrophys. J. **706**, 497 (2009).
36. *M. Moscibrodzka, H. Falcke, H. Shiokawa, and C. F. Gammie*, Astron. and Astrophys. **570**, id. A7 (2014).
37. *R. V. Shcherbakov, R. F. Penna, and J. C. McKinney*, Astrophys. J. **755**, id. 133 (2012).
38. *J. Dexter, A. Jimenez-Rosales, S. M. Ressler, A. Tchekhovskoy, et al.*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **494**, 4168(2020).
39. *M. Moscibrodzka, C. F. Gammie, J. Dolence, H. Shiokawa, and P. K. Leung*, arXiv:1002.1261 [astro-ph.HE] (2010).
40. *C. F. Gammie, J. C. McKinney, and G. Toth*, Astrophys. J. **589**, 444 (2003).
41. *S. C. Noble, C. F. Gammie, J. C. McKinney, and L. D. Zanna*, Astrophys. J. **641**, 626 (2006).
42. *C. J. White, J. Dexter, O. Blaes, and E. Quataert*, arXiv:2001.02361 [astro-ph.HE] (2020).
43. *L. G. Fishbone and V. Moncrief*, Astrophys. J. **207**, 962 (1976).
44. *A. Sadowski, M. Wielgus, R. Narayan, D. Abarca, J. C. McKinney, and A. Chael*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **466**, 705 (2017).
45. *A. Sadowski, R. Narayan, J. C. McKinney, and A. Tchekhovskoy*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **439**, 503 (2014).
46. *J. Dexter*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **462**, 115 (2016).
47. *J. Dexter, E. Agol, P. C. Fragile, and J. C. McKinney*, Astrophys. J. **717**, 1092 (2010).
48. *M. Moscibrodzka, H. Falcke, and H. Shiokawa*, Astron. and Astrophys. **586**, id. A38 (2016).
49. *G. C. Bower, M. C. H. Wright, H. Falcke, and D. C. Backer*, Astrophys. J. **555**, L103 (2001).
50. *G. C. Bower, H. Falcke, R. J. Sault, and D. C. Backer*, Astrophys. J. **571**, 843 (2002).
51. *M. Tsuboi, H. Miyahara, R. Nomura, T. Kasuga, and A. Miyazaki*, Astron. Nachricht. **324**, 431 (2003).
52. *G. C. Bower, H. Falcke, M. C. Wright, and D. C. Backer*, Astrophys. J. **618**, L29 (2005).
53. *T. An, W. M. Goss, J.-H. Zhao, X. Y. Hong, S. Roy, A. P. Rao, and Z.-Q. Shen*, Astrophys. J. **634**, L49 (2005).
54. *S. Roy and A. P. Rao*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **349**, L25 (2004).
55. *M. E. Nord, T. Lazio, W. Joseph, N. E. Kassim, W. M. Goss, and N. Duric*, Astrophys. J. **601**, L51 (2004).
56. *G. C. Bower, M. C. H. Wright, D. C. Backer, and H. Falcke*, Astrophys. J. **527**, 851 (1999).
57. *D. P. Marrone, J. M. Moran, J.-H. Zhao, and R. Rao*, Astrophys. J. **640**, 308 (2006).
58. *D. J. Muñoz, D. P. Marrone, J. M. Moran, and R. Rao*, Astrophys. J. **745**, id. 115 (2012).
59. *G. C. Bower, S. Markoff, J. Dexter, M. A. Gurwell, et al.*, Astrophys. J. **802**, id. 69 (2015).
60. *G. C. Bower, J. Dexter, K. Asada, C. D. Brinkerink, et al.*, Astrophys. J. Letters **881**, id. L2 (2019).
61. *H. B. Liu, M. C. H. Wright, J.-H. Zhao, E. A. C. Mills, et al.*, Astron. and Astrophys. **593**, id. A44 (2016).
62. *H. B. Liu, M. C. H. Wright, J.-H. Zhao, C. D. Brinkerink, et al.*, Astron. and Astrophys. **593**, id. A107 (2016).
63. *H. Falcke, W. M. Goss, H. Matsuo, P. Teuben, J.-H. Zhao, and R. Zylka*, Astrophys. J. **499**, 731 (1998).
64. *R. M. Herrnstein, J.-H. Zhao, G. C. Bower, and W. M. Goss*, Astron. J. **127**, 3399 (2004).
65. *K. Y. Lo, Z.-Q. Shen, J.-H. Zhao, and P. T. P. Ho*, Astrophys. J. **508**, L61 (1998).
66. *A. Miyazaki, T. Tsutsumi, and M. Tsuboi*, Astrophys. J. **611**, 97 (2004).
67. *J.-H. Zhao, K. H. Young, R. M. Herrnstein, P. T. P. Ho, T. Tsutsumi, K. Y. Lo, W. M. Goss, and G. C. Bower*, Astrophys. J. **586**, 29 (2003).
68. *J. Dexter, B. Kelly, G. C. Bower, D. P. Marrone, J. Stone, and R. Plambeck*, Monthly Not. Roy. Astron. Soc. **442**, 2797 (2014).
69. *T. P. Krichbaum, D. A. Graham, M. Bremer, W. Alef, A. Witzel, J. A. Zensus, and A. Eckart*, J. Physics: Conference Series **54**, 328 (2006).
70. *F. Yusef-Zadeh, M. Wardle, W. D. Cotton, C. O. Heinke, and D. A. Roberts*, Astrophys. J. **668**, L47 (2007).
71. *R. J. Sault and J.-P. Macquart*, Astrophys. J. **526**, L85 (1999).
72. *M. Nakamura, K. Asada, K. Hada, H.-Y. Pu, et al.*, Astrophys. J. **868**, id. 146 (2018).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 2, с. 149–159

УДК 524.386

ИЗМЕНЕНИЯ ОРБИТАЛЬНЫХ ПЕРИОДОВ ЗАТМЕННО-ДВОЙНЫХ СИСТЕМ RY AQR, AK VIR И AX VUL

© 2021 г. А. И. Халиуллина[1,*]

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

*E-mail: hfh@sai.msu.ru

Поступила в редакцию 28.04.2020 г.
После доработки 30.08.2020 г.
Принята к публикации 30.08.2020 г.

В затменно-двойных системах RY Aqr, AK Vir и AX Vul изучены изменения орбитального периода. Показано, что изменения периодов этих систем можно представить с одинаковой точностью двумя способами: либо в виде суперпозиции векового уменьшения и циклических изменений, либо только в виде циклических колебаний. Циклические изменения периодов AK Vir и AX Vul вполне можно объяснить световым уравнением вследствие присутствия третьего тела в системе. Циклические изменения периода RY Aqr можно объяснить как световым уравнением, так и магнитными циклами. Вековое уменьшение периодов может быть вызвано магнитным торможением.

DOI: 10.31857/S0004629921020031

1. ВВЕДЕНИЕ

Наблюдательными проявлениями процессов, происходящих в тесных двойных системах (ТДС), являются изменения орбитальных параметров, в частности, периода. Наиболее удобным инструментом для изучения периодов ТДС служат затменно-двойные звезды. Изменения орбитального периода делятся на вековые (монотонные) и циклические. Вековые изменения периода связывают с процессами обмена веществом между компонентами и потерей вещества системой в целом. В зависимости от физических процессов, происходящих в двойной системе, период может увеличиваться или уменьшаться [1–3]. Количественные оценки скорости уменьшения (или увеличения) периода помогут сделать выбор среди имеющихся теоретических моделей. Поэтому важно быть уверенным, что в системе действительно происходит вековое изменение периода. Например, при больших периодах движения в долгопериодической орбите и при недостаточно продолжительных рядах наблюдений моментов минимумов можно ошибочно интерпретировать части долгопериодических синусоидальных изменений периода как параболы [4–7]. В других случаях допустима двоякая интерпретация изменений орбитального периода: их можно представить либо суперпозицией монотонного изменения периода и циклических изменений, либо только циклическими изменениями (см., например, [7]). Ясность в вопрос о характере изменения периода в таких системах могут внести дальнейшие наблюдения моментов минимумов. До выяснения этого вопроса эти системы лучше не использовать в работах, посвященных сравнению наблюдений с теоретическими моделями.

В представленной работе рассматриваются как раз такие затменно-двойные системы, изменения орбитальных периодов которых допускают двоякую интерпретацию. При этом точность представления практически одинакова для обоих случаев. Для исследования изменений периода каждой из затменно-двойных систем были использованы моменты минимумов из базы данных B. R. N. O. [8]. Начальные значения параметров световых уравнений определялись методом перебора в области их возможных значений. Затем они уточнялись методом дифференциальных поправок [9] совместно с линейными или квадратичными элементами. Одновременно вычислялись ошибки определения параметров.

2. ИЗМЕНЕНИЯ СО ВРЕМЕНЕМ ОРБИТАЛЬНОГО ПЕРИОДА RY AQR

Переменность звезды RY Aqr (HD 203069, BD −11 5574, $V = 8.82^m$, $P = 1.9666^d$) открыла Г.С. Ливит [10]. Эфемериды и основные характеристики кривой блеска были получены в работе [11]. Первый подробный фотометрический анализ опубликовал Дуган [12]. Поппер [13] построил кривые лучевых скоростей для обоих компонен-

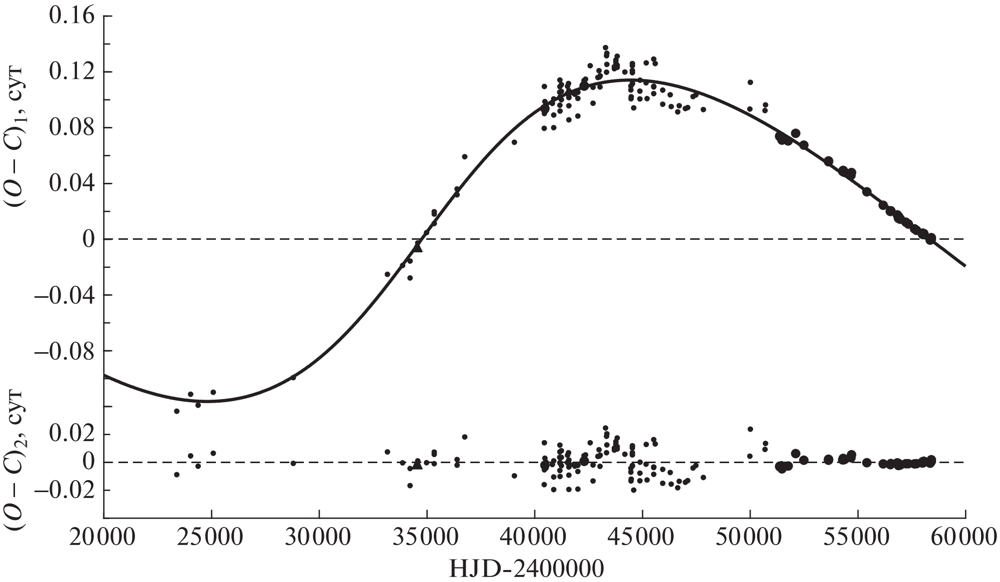

Рис. 1. Отклонения $(O-C)_1$ наблюдаемых (O) моментов минимумов RY Aqr от вычисленных (C) с линейными элементами (1). Сплошная линия – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из табл. 1. В нижней части рисунка приведена зависимость от времени значений $(O-C)_2$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом светового уравнения. Фотографический момент минимума обозначен треугольником, визуальные наблюдения – маленькими точками, фотоэлектрические и ПЗС – большими точками.

тов и определил массы компонентов и их спектральные классы. Кривые блеска были решены в работах [14] и [15]. В работе [14] были также изучены изменения периода RY Aqr, но имевшиеся к тому времени данные не позволяли сделать определенные выводы об их природе, было лишь сделано предположение, что они могут быть следствием светового уравнения с периодом ~70 лет. Сойдуган [16] интерпретировал изменения периода RY Aqr как световое уравнение с периодом 89.7 года. Он нашел функцию масс тройной системы $f(m) = 0.178\ M_\odot$ и минимальную массу третьего тела 1.06 $M_\odot$. В работе [15] изменения периода RY Aqr были представлены в виде суперпозиции векового уменьшения периода со скоростью 8.6×10^{-7} сут/год и его циклических изменений с периодом 72.69 года. Масса третьего тела получилась довольно большой (1.59 $M_\odot$), а вклад третьего тела в светимость системы довольно маленьким (6.5% в фильтре V). При этом из-за слишком большого модулирующего периода авторы отвергли идею, что циклические изменения орбитального периода могут быть вызваны магнитными колебаниями, и предположили, что третье тело – белый карлик. Однако масса белого карлика не может быть больше 1.4 $M_\odot$. К сожалению, графики, приведенные в работе [15], не дают представления о том, насколько хорошо данная интерпретация удовлетворяет наблюдениям. В работе [17] изменения периода RY Aqr также представлены в виде суперпозиции векового уменьшения периода и его циклических изменений с периодом 55 лет за счет третьего тела массой 1.11 $M_\odot$. Приведенная в этой работе теоретическая кривая плохо представляет наблюдения.

Для RY Aqr имеется 165 моментов главного минимума: 115 визуальных, 1 фотографический и 49 минимумов из фотоэлектрических и ПЗС-наблюдений. Для вторичного минимума имеется 10 моментов. Поскольку вторичный минимум очень мелкий, его моменты определяются с намного меньшей точностью, чем моменты главного минимума, и они не использовались в анализе. На рис. 1 приведены отклонения $(O-C)_1$ наблюдаемых (O) моментов минимумов RY Aqr от вычисленных (C) с линейными элементами:

$$C \equiv \mathrm{HJD(Min\ I)} = 2452499.955 + \\ + 1.9665889^{\mathrm{d}} \times T, \quad (1)$$

где T – эпоха наблюдения. На этом рисунке фотографический момент минимума обозначен треугольником, визуальные наблюдения – маленькими точками, фотоэлектрические и ПЗС-наблюдения – большими точками.

Изменения периода RY Aqr можно представить непосредственно световым уравнением, то-

Таблица 1. Параметры гипотетической долгопериодической орбиты RY Aqr

Параметр	Только 3-е тело	Парабола + 3-е тело
P_3	(47800 ± 300) сут = (130.9 ± 0.8) лет	(31600 ± 300) сут = (86.5 ± 0.8) лет
A_3	(0.120 ± 0.003) сут	(0.059 ± 0.004) сут
e_3	0.28 ± 0.03	0.30 ± 0.07
ω_3	$2° \pm 1°$	$330° \pm 3°$
JD_3	2434900 ± 260	2433580 ± 240
$a_3 \sin i_3$	$(3.11 \pm 0.08) \times 10^9$ км = (20.8 ± 0.5) а.е.	$(1.53 \pm 0.10) \times 10^9$ км = (10.2 ± 0.7) а.е.

гда теоретические моменты минимумов вычисляются по формуле:

$$\mathrm{HJD(Min\ I)} = 2452499.955(5) + \\ + 1.9665889(5)^{\mathrm{d}} \times T + LTE, \qquad (2)$$

где $LTE = \frac{a_3 \sin i_3}{c}(1 - e_3 \cos E)\sin(v + \omega_3)$ [18]. Здесь v и E – истинная и эксцентричная аномалии соответственно, a_3 – большая полуось, i_3 – наклонность, e_3 – эксцентриситет и ω_3 – долгота периастра орбиты затменной системы относительно центра тяжести тройной системы, c – скорость света. Полученные нами значения параметров светового уравнения в RY Aqr приведены в табл. 1. В таблице использованы следующие обозначения: P_3 – период обращения в долгопериодической орбите, JD_3 – момент прохождения через периастр, $A_3 = (a_3 \sin i_3)/c$. Теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из табл. 1 показана на рис. 1 в виде сплошной линии. В нижней части рис. 1 приведена зависимость от времени значений $(O - C)_2$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом светового уравнения.

Изменения периода RY Aqr можно также представить суперпозицией параболы и светового уравнения:

$$\mathrm{HJD(Min\ I)} = 2452500.009(5) + \\ + 1.9665862(13)^{d} T - (9.3 \pm 1.1)^{\mathrm{d}} \times \\ \times 10^{-10} T^2 + LTE. \qquad (3)$$

Параметры светового уравнения для этого случая также приведены в табл. 1. Зависимость от времени остатков $(O - C)_{21}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретической параболы с параметрами из представления (3), приведена на рис. 2. Сплошная линия на этом рисунке – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 1. В нижней части рис. 2 приведена зависимость от времени значений $(O - C)_{22}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом квадратичных элементов (3) и светового уравнения. На рис. 3 приведены изменения со временем отклонений $(O - C)_{23}$ наблюдаемых моментов минимумов RY Aqr от вычисленных с линейными элементами (3). Сплошная линия на этом рисунке – сумма теоретических кривых для параболы (3) и светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 1. Из рисунка видно, что эта кривая неплохо описывает изменения орбитального периода RY Aqr. Обратная парабола означает, что происходит вековое уменьшение периода. Его скорость вычисляется по формуле: $\mathrm{d}P/\mathrm{d}t = 2Q/P$, где Q – коэффициент при квадратичном члене в представлении моментов минимумов [1]. Используя величины из представления (3), получаем $\mathrm{d}P/\mathrm{d}t = -3.4 \times 10^{-7}$ сут/год. Вековое уменьшение периода может быть вызвано потерей углового момента системы вследствие магнитного торможения [19–21].

Интерпретируя циклические изменения периода как движение в долгопериодической орбите с параметрами, приведенными в табл. 1, можно оценить массу третьего тела, вычислив функцию масс:

$$f(M_3) = \frac{4\pi^2}{G}\frac{a_3^3 \sin^3 i_3}{P_3^2} = \frac{M_3^3 \sin^3 i_3}{(M_1 + M_2 + M_3)^2}. \qquad (4)$$

Здесь M_1 и M_2 – массы компонентов затменно-двойной системы, M_3 – масса третьего тела, G – гравитационная постоянная. В случае непосредственного представления диаграммы $O - C$ световым уравнением $f(M_3) = 0.525\ M_\odot$, в случае суперпозиции параболы и светового уравнения $f(M_3) = 0.143\ M_\odot$. Из кривой лучевых скоростей затменно-двойной системы RY Aqr Поппер [13] нашел: $M_1 \sin^3 i = 1.26\ M_\odot$, $M_2 \sin^3 i = 0.26\ M_\odot$, где i – наклонность орбиты затменно-двойной системы. Используя значение наклонности орбиты, $i = 83.2°$, полученное в работе [15], получим: $M_1 = 1.287\ M_\odot$, $M_2 = 0.266\ M_\odot$. С этими значениями масс компонентов затменно-двойной системы и считая $i_3 = 90°$, находим нижнюю границу для массы третьего тела: $M_3 > 1.81\ M_\odot$ для первого случая и $M_3 > 0.969\ M_\odot$ для второго.

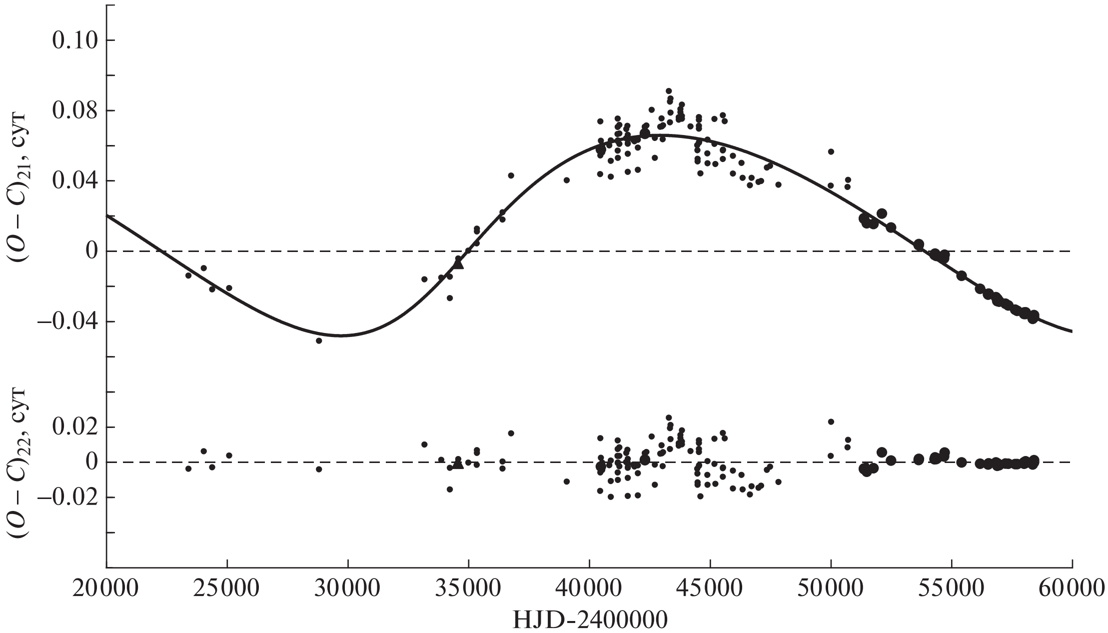

Рис. 2. Зависимость от времени остатков $(O-C)_{21}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов RY Aqr теоретической параболы с параметрами из представления (3). Сплошная линия – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 1. Внизу приведена зависимость от времени значений $(O-C)_{22}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом квадратичных элементов (3) и светового уравнения. Обозначения как на рис. 1.

Из рис. 1–2 видно, что оба представления, и с линейными элементами, и с квадратичными, хорошо удовлетворяют наблюдениям. Рассмотрим возможную природу третьего тела в каждом случае.

1) Линейные элементы + световое уравнение. В этом случае для третьего тела получается масса $M_3 > 1.81\ M_\odot$. Звезда главной последовательности такой массы имела бы светимость больше светимости всей затменно-двойной системы. Однако величина третьего света, найденная в работе [15], составляет 6.5%. Третий компонент может быть нейтронной звездой, тем более что в системе обнаружено рентгеновское излучение [22].

2) Квадратичные элементы + световое уравнение. Для этого случая масса третьего компонента $M_3 > 0.969\ M_\odot$. Это может быть как нейтронная звезда, так и белый карлик.

3) В обоих случаях третье тело может быть, в свою очередь, тесной двойной системой.

Альтернативная причина циклических изменений периода – проявление магнитной активности звезды позднего спектрального класса, имеющей конвективную оболочку. Вторичный компонент RY Aqr имеет спектральный класс ~ K и попадает в число звезд, имеющих конвективную оболочку. В модели Эппелгейта [23] амплитуда модуляций орбитального периода ΔP и амплитуда осцилляций $\Delta(O-C)$ на диаграмме $O-C$ связаны соотношением: $\Delta P/P_0 = 2\pi\Delta(O-C)/P_{\rm mod}$. Период циклических изменений орбитального периода RY Aqr при линейных элементах, пожалуй, слишком велик, чтобы отнести его на счет магнитных колебаний. Однако период циклических изменений при квадратичных элементах вполне можно отнести на счет таких колебаний. Например, в работе [23] в качестве примера рассматривается SV Cam, у которой период циклических колебаний ~80 лет. Принимая для радиуса и светимости вторичного компонента значения согласно [15] и используя приближенные соотношения из работы [23], находим оценки величины переносимого (от ядра звезды к ее оболочке и об-

Таблица 2. Величины, характеризующие циклы магнитной активности вторичного компонента RY Aqr

Величина	Значение
$P_{\rm mod}$	31600 сут
$\Delta(O-C)$	0.059 сут
ΔP	1.99 с
ΔJ	2.38×10^{47} г см^2/с
ΔE	1.82×10^{41} эрг
B	2.64×10^3 Гаусс
ΔL	2.09×10^{32} эрг/с = $0.054\ L_\odot = 0.040\ L_2$

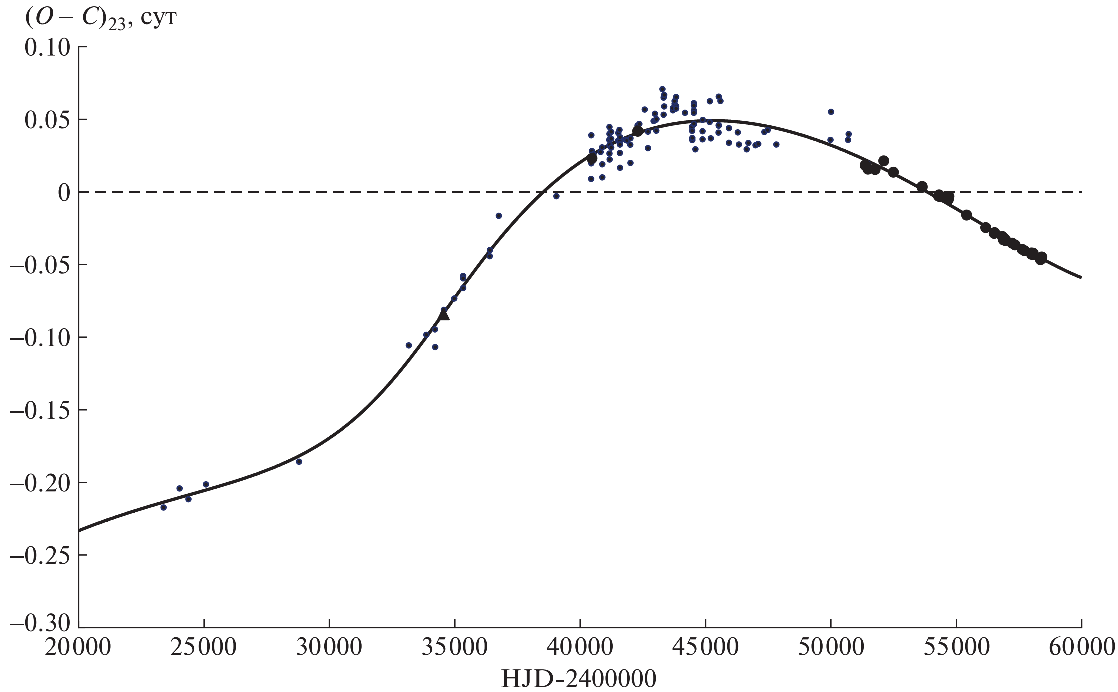

Рис. 3. Изменения со временем отклонений $(O - C)_{23}$ наблюдаемых моментов минимумов RY Aqr от вычисленных с линейными элементами (3). Сплошная линия на этом рисунке – сумма теоретических кривых для параболы (3) и светового уравнения с параметрами из табл. 1. Обозначения как на рис. 1.

ратно) углового момента ΔJ, количества энергии, необходимого для переноса углового момента во внешнюю часть звезды, ΔE, напряженности магнитного поля B активного компонента и изменений его светимости ΔL. Эти величины приведены в табл. 2. Полученные оценки магнитных и энергетических величин вполне укладываются в допустимые рамки. Возможные колебания светимости вторичного компонента невелики. Следовательно, магнитные колебания могут быть причиной циклических изменений орбитального периода RY Aqr.

3. ИЗМЕНЕНИЯ СО ВРЕМЕНЕМ ОРБИТАЛЬНОГО ПЕРИОДА AK VIR

Переменность звезды AK Vir (BD –17 3997, $V = 10.0^m$, $P = 1.1936^d$) открыл Хоффмайстер [24] и определил, что это затменно-переменная типа Алголя. Соловьев [25] построил кривую блеска из визуальных наблюдений. Фотометрические наблюдения AK Vir в системе UBV были проведены в работах [26, 27]. Последнее определение эфемерид сделано в работе [28]. Для этой системы нет ни решения кривой блеска, ни спектроскопических наблюдений. Проблемы с получением кривой блеска AK Vir связаны, по-видимому, с присутствием звезды BD –17 3996 на расстоянии 44″ от нее [29]. В работе [30] определены приближенные характеристики компонентов. Исследование изменений периода не проводилось.

Для затменно-двойной системы AK Vir имеется 74 момента главного минимума: 56 визуальных и 18 из фотоэлектрических и ПЗС-наблюдений. Наблюдений моментов вторичного минимума нет. На рис. 4 приведены отклонения $(O - C)_1$ наблюдаемых (O) моментов минимумов AK Vir от вычисленных (C) с линейными элементами:

$$\mathrm{HJD(Min\ I)} = 2442576.381 + 1.1935960^{\mathrm{d}} \times T. \quad (5)$$

На этом рисунке визуальные наблюдения обозначены маленькими точками, фотоэлектрические и ПЗС-наблюдения – большими точками. Эти изменения периода можно представить непосредственно световым уравнением:

$$\begin{gathered}\mathrm{HJD(Min\ I)} = 2442576.381(5)\, + \\ +\, 1.1935960(1)^{\mathrm{d}} \times T + LTE.\end{gathered} \quad (6)$$

Полученные нами значения параметров светового уравнения приведены в табл. 3. Сплошная линия на рис. 4 – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из табл. 3. В нижней части рис. 4 приведена зависимость от времени значений $(O - C)_2$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом светового уравнения.

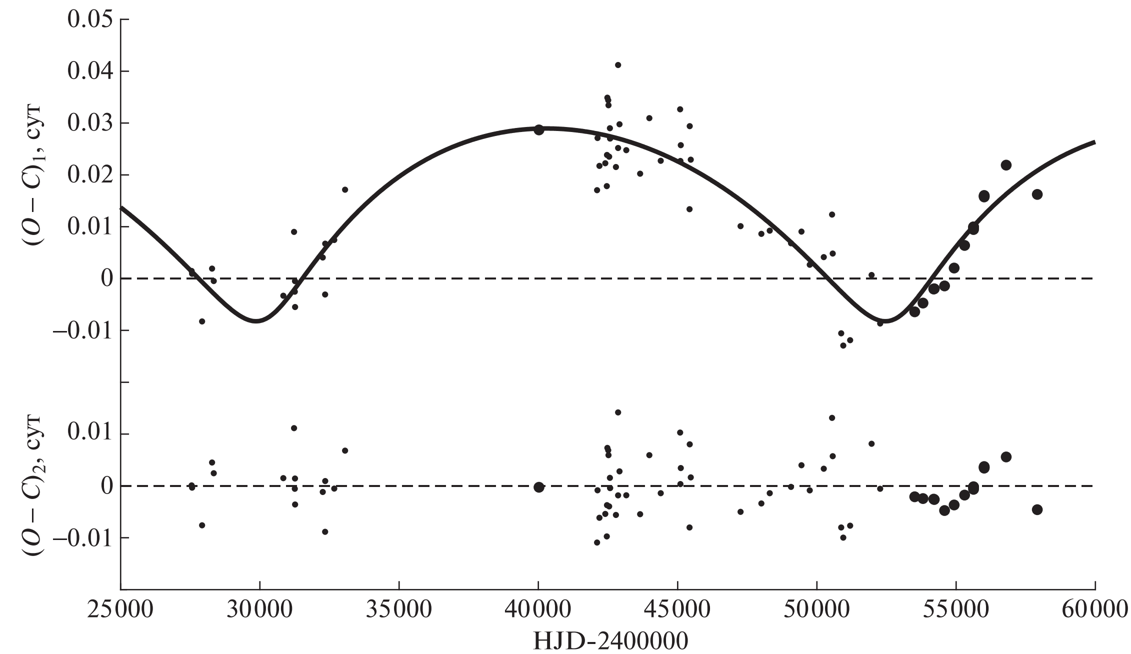

Рис. 4. Отклонения $(O - C)_1$ наблюдаемых (O) моментов минимумов AK Vir от вычисленных (C) с линейными элементами (5). Сплошная линия – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из табл. 3. В нижней части рисунка приведена зависимость от времени значений $(O - C)_2$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом светового уравнения. Визуальные наблюдения обозначены маленькими точками, фотоэлектрические и ПЗС– большими точками.

Изменения периода AK Vir можно также представить суперпозицией параболы и светового уравнения:

$$\begin{gathered} \mathrm{HJD(Min\ I)} = 2442576.393(4) + \\ + 1.19359576(14)^{\mathrm{d}} \times T - (6.7 \pm 2.8)^{\mathrm{d}} \times \\ \times 10^{-11} \times T^2 + LTE. \end{gathered} \tag{7}$$

Параметры светового уравнения для этого случая также приведены в табл. 3. Зависимость от времени остатков $(O - C)_{21}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретической параболы с параметрами из представления (7), приведена на рис. 5. Сплошная линия на этом рисунке – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 3. В нижней части рис. 5 приведена зависимость от времени значений $(O - C)_{22}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом квадратичных элементов (7) и светового уравнения.

Световые уравнения в затменно-двойной системе AK Vir, полученные для линейных и квадратичных элементов, имеют близкие периоды и амплитуды и различаются в основном формой кривой. Коэффициент при квадратичном члене довольно мал, поэтому график для суммы параболы и светового уравнения почти не отличается от рис. 5. Скорость уменьшения периода, соответ-

Таблица 3. Параметры гипотетической долгопериодической орбиты AK Vir

Параметр	Только 3-е тело	Парабола + 3-е тело
P_3	(22600 ± 250) сут = (61.9 ± 0.7) лет	(22000 ± 300) сут = (60.2 ± 0.8) лет
A_3	(0.0188 ± 0.0016) сут	(0.021 ± 0.003) сут
e_3	0.57 ± 0.14	0.69 ± 0.10
ω_3	285° ± 7°	338° ± 8°
JD_3	2430200 ± 300	2432500 ± 300
$a_3 \sin i_3$	(4.9 ± 0.4) × 10^8 км = (3.3 ± 0.3) а.е.	(5.4 ± 0.8) × 10^8 км = (3.6 ± 0.5) а.е.

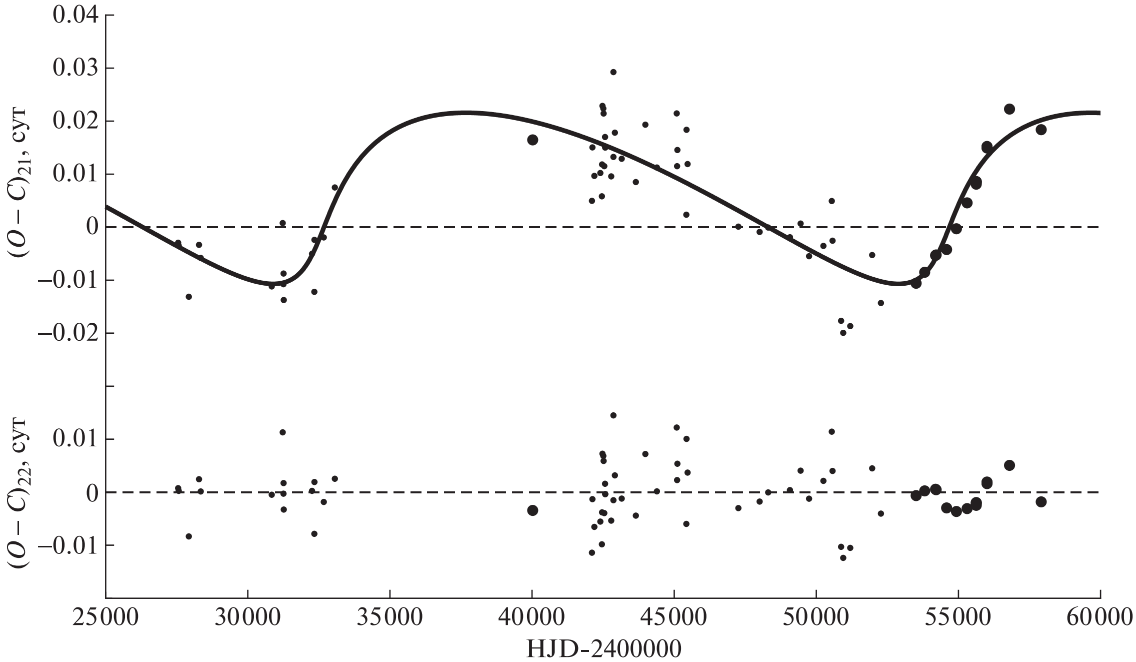

Рис. 5. Зависимость от времени остатков $(O-C)_{21}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов AK Vir теоретической параболы с параметрами из представления (7). Сплошная линия – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 3. Внизу приведена зависимость от времени значений $(O-C)_{22}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом квадратичных элементов (7) и светового уравнения. Обозначения как на рис. 4.

ствующая квадратичным элементам (7), $dP/dt = -4.1 \times 10^{-8}$ сут/год. Для уточнения характера изменения периода AK Vir нужны новые наблюдения.

Используя найденные нами параметры долгопериодической орбиты, приведенные в табл. 3, можно оценить массу третьего тела в AK Vir, вычислив функцию масс. В случае непосредственного представления диаграммы $O-C$ световым уравнением $f(M_3) = 0.00902\ M_\odot$, в случае суперпозиции параболы и светового уравнения $f(M_3) = 0.0133\ M_\odot$. Для масс компонентов затменно-двойной системы имеются лишь оценки, полученные в работе [30]: $M_1 = 2.05\ M_\odot$, $M_2 = 0.43\ M_\odot$. Считая $i_3 = 90°$, находим нижнюю границу для массы третьего тела: $M_3 > 0.42\ M_\odot$ для первого случая и $M_3 > 0.49\ M_\odot$ для второго. То есть значения массы третьего компонента для обоих случаев примерно одинаковы, и это приближенные оценки, так как для компонентов затменно-двойной системы нет надежных определений масс. Для этой системы нет решения кривой блеска, так что вопрос о третьем свете остается открытым. Однако можно предполагать, что третье тело является звездой главной последовательности.

4. ИЗМЕНЕНИЯ СО ВРЕМЕНЕМ ОРБИТАЛЬНОГО ПЕРИОДА AX VUL

Переменность звезды AX Vul (HD 340621, $V = 11.0^m$, $P = 2.0248^d$) открыл Хоффмайстер [31] и определил, что это затменно-переменная типа Алголя. Спектральный класс системы был определен в работе [32]: A1V. В течение долгого времени для этой системы публиковались только моменты минимумов и эфемериды. Диаграмма $O-C$, приведенная в атласе [33], показывает, что орбитальный период системы меняется. В работе [34] изменения орбитального периода затменно-двойной системы AX Vul были представлены в виде суперпозиции векового уменьшения периода ($dP/dt \approx -1.17 \times 10^{-7}$ сут/год) и светового уравнения с периодом 43 года. В той же работе из решения кривых блеска в фильтре V были получены фотометрические элементы орбиты. Вследствие накопления точных фотоэлектрических определений моментов минимумов AX Vul следует пересмотреть изменения ее периода.

Для затменно-двойной системы AX Vul имеется 143 момента главного минимума: 111 визуальных, 14 фотографических и 18 минимумов из фотоэлектрических и ПЗС-наблюдений. Для вторичного минимума имеется всего 4 момента минимума. На рис. 6 приведены отклонения $(O-C)$

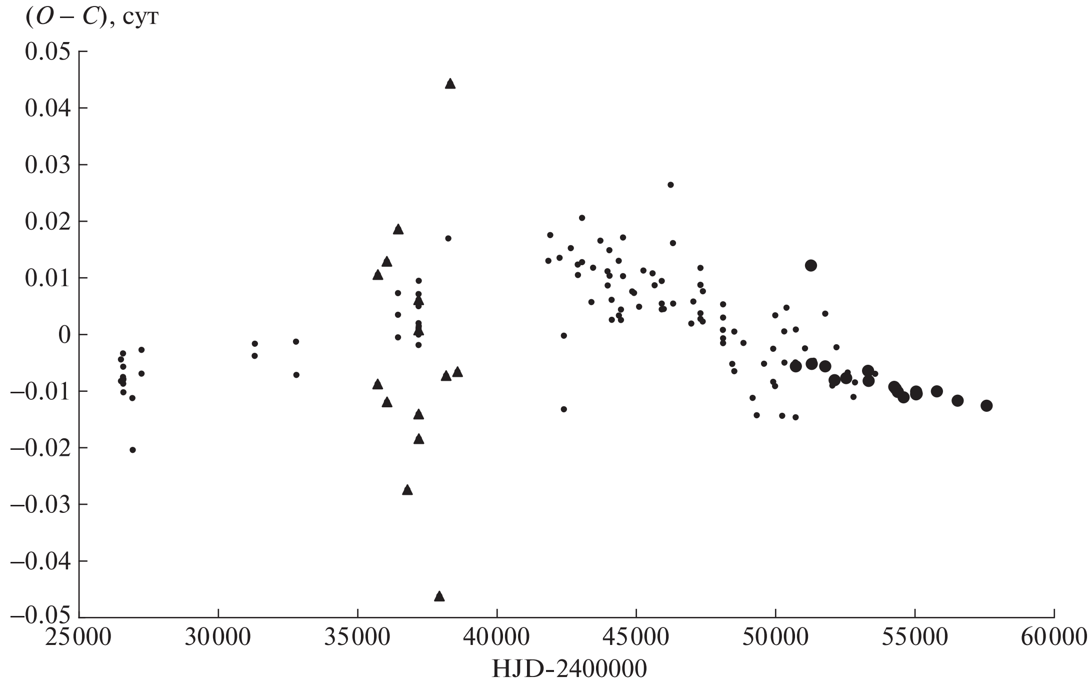

Рис. 6. Отклонения $(O - C)$ наблюдаемых (O) моментов минимумов AX Vul от вычисленных (C) с линейными элементами (8). Фотографические наблюдения обозначены треугольниками, визуальные – маленькими точками, фотоэлектрические и ПЗС – большими точками.

наблюдаемых (O) моментов минимумов AX Vul от вычисленных (C) с линейными элементами, полученными методом наименьших квадратов с использованием всех имеющихся моментов главного минимума:

$$\mathrm{HJD(Min\ I)} = 2444853.3804(9) + \\ + 2.0248365(2)^{\mathrm{d}} \times T. \tag{8}$$

На этом рисунке фотографические наблюдения обозначены треугольниками, визуальные – маленькими точками, фотоэлектрические и ПЗС – большими точками. В дальнейшем анализе не использовались фотографические точки, а также две сильно отскакивающие точки: визуальная JD = 2442403.315 и фотоэлектрическая JD = = 2451276.174. Остальные моменты главного минимума AX Vul были представлены выражением:

$$\mathrm{HJD(Min\ I)} = 2444853.3844(11) + \\ + 2.0248363(1)^{\mathrm{d}} \times T + LTE. \tag{9}$$

При вычислениях фотоэлектрические и ПЗС точки брались с весом 5, визуальные – с весом 1. Значения параметров светового уравнения в AX Vul приведены в табл. 4. На рис. 7 приведены отклонения $(O - C)_1$ наблюдаемых моментов минимумов AX Vul от вычисленных с линейными элементами из представления (9). Сплошная линия на этом рисунке – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из табл. 4. В нижней части рис. 7 приведена зависимость от времени значений $(O - C)_2$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом светового уравнения.

Изменения периода AX Vul можно также представить суперпозицией параболы и светового уравнения:

$$\mathrm{HJD(Min\ I)} = 2444853.3869(6) + \\ + 2.02483523(11)^{\mathrm{d}} \times T - (3.8 \pm 0.2)^{\mathrm{d}} \times \\ \times 10^{-10} \times T^2 + LTE. \tag{10}$$

Вычисления проводились с теми же весами, что и в предыдущем случае. Параметры светового уравнения для этого случая также приведены в табл. 4. Зависимость от времени остатков $(O - C)_{21}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретической параболы с параметрами из представления (10), приведена на рис. 8. Сплошная линия на этом рисунке – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 4. В нижней части рис. 8 приведена зависимость от времени значений $(O - C)_{22}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом квадратичных элементов (10) и светового уравнения. На рис. 9 приведены изменения со временем отклонений $(O - C)_{23}$ наблюдаемых моментов минимумов AX Vul от вычислен-

Таблица 4. Параметры гипотетической долгопериодической орбиты AX Vul

Параметр	Только 3-е тело	Парабола + 3-е тело
P_3	(33300 ± 200) сут = (91.2 ± 0.5) лет	(17000 ± 200) сут = (46.5 ± 0.5) лет
A_3	(0.0110 ± 0.0005) сут	(0.0046 ± 0.0005) сут
e_3	0.38 ± 0.08	0
ω_3	120° ± 4°	0
JD_3	2444700 ± 120	2455400 ± 100
$a_3 \sin i_3$	(2.85 ± 0.13) × 10^8 км = (1.90 ± 0.09) а.е.	(1.19 ± 0.13) × 10^8 км = (0.80 ± 0.09) а.е.

ных с линейными элементами (10). Сплошная линия на этом рисунке – сумма теоретических кривых для параболы (10) и светового уравнения с параметрами из табл. 4. Из рисунка видно, что эта кривая неплохо описывает изменения орбитального периода AX Vul. Используя значение величин из представления (10), получим для скорости уменьшения периода $\mathrm{d}P/\mathrm{d}t = -1.4 \times 10^{-7}$ сут/год. Характеристики изменения орбитального периода AX Vul в этом случае близки к полученным в работе [34].

Используя найденные нами параметры долгопериодической орбиты, приведенные в табл. 4, можно оценить массу третьего тела, вычислив функцию масс. В случае непосредственного представления диаграммы $O - C$ световым уравнением $f(M_3) = 0.000833\ M_\odot$, в случае суперпозиции параболы и светового уравнения $f(M_3) = 0.000234\ M_\odot$. Для масс компонентов затменно-двойной системы имеются лишь оценки, полученные в работе [30]: $M_1 = 2.25\ M_\odot$, $M_2 = 0.54\ M_\odot$. Считая $i_3 = 90°$, находим нижнюю границу для массы третьего тела: $M_3 > 0.20\ M_\odot$ для первого случая и $M_3 > 0.13\ M_\odot$ для второго. То есть в обоих случаях для массы третьего компонента получается небольшое значение, это может быть звезда главной последовательности. Оценок вклада третьего света в светимость этой системы не делалось.

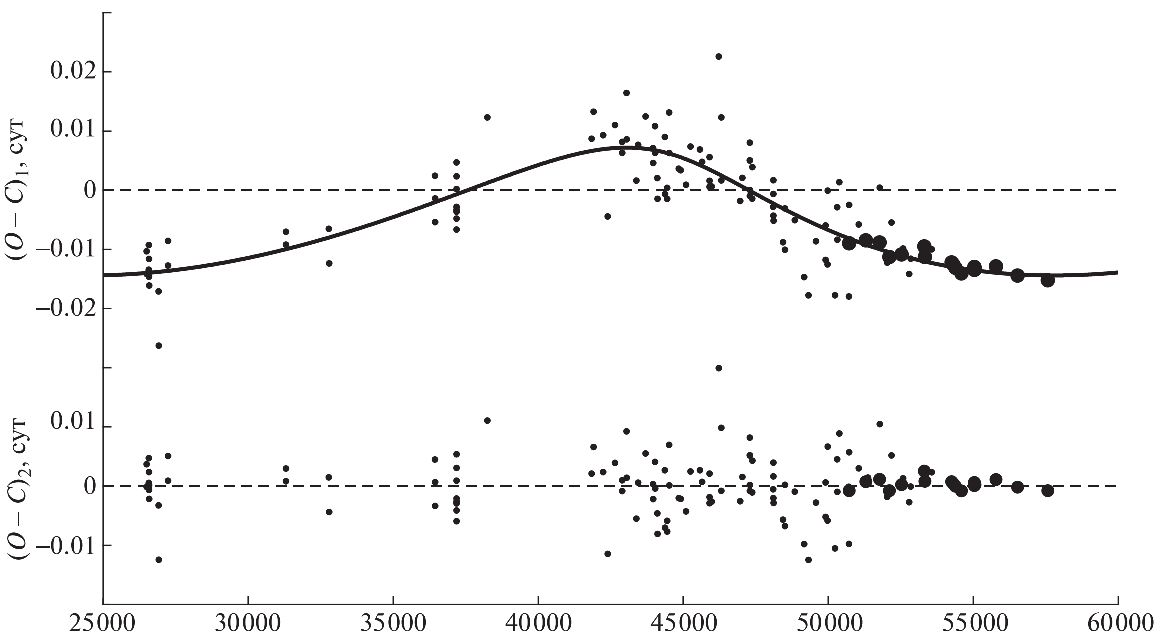

Рис. 7. Отклонения $(O - C)_1$ наблюдаемых моментов минимумов AX Vul от вычисленных с линейными элементами из представления (9). Сплошная линия – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из табл. 4. Внизу приведена зависимость от времени значений $(O - C)_2$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом светового уравнения. Обозначения как на рис. 4.

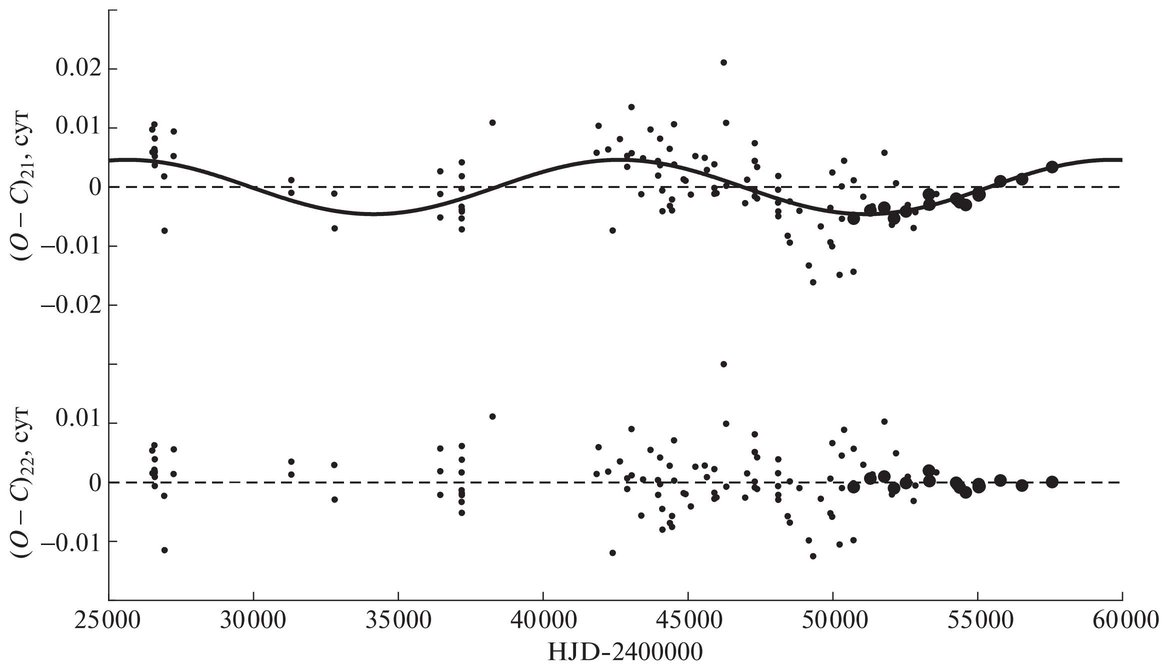

Рис. 8. Зависимость от времени остатков $(O - C)_{21}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов AX Vul теоретической параболы с параметрами из представления (10). Сплошная линия – теоретическая кривая для светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 4. Внизу приведена зависимость от времени значений $(O - C)_{22}$, полученных вычитанием из наблюдаемых моментов минимумов теоретических, вычисленных с учетом квадратичных элементов (10) и светового уравнения. Обозначения как на рис. 4.

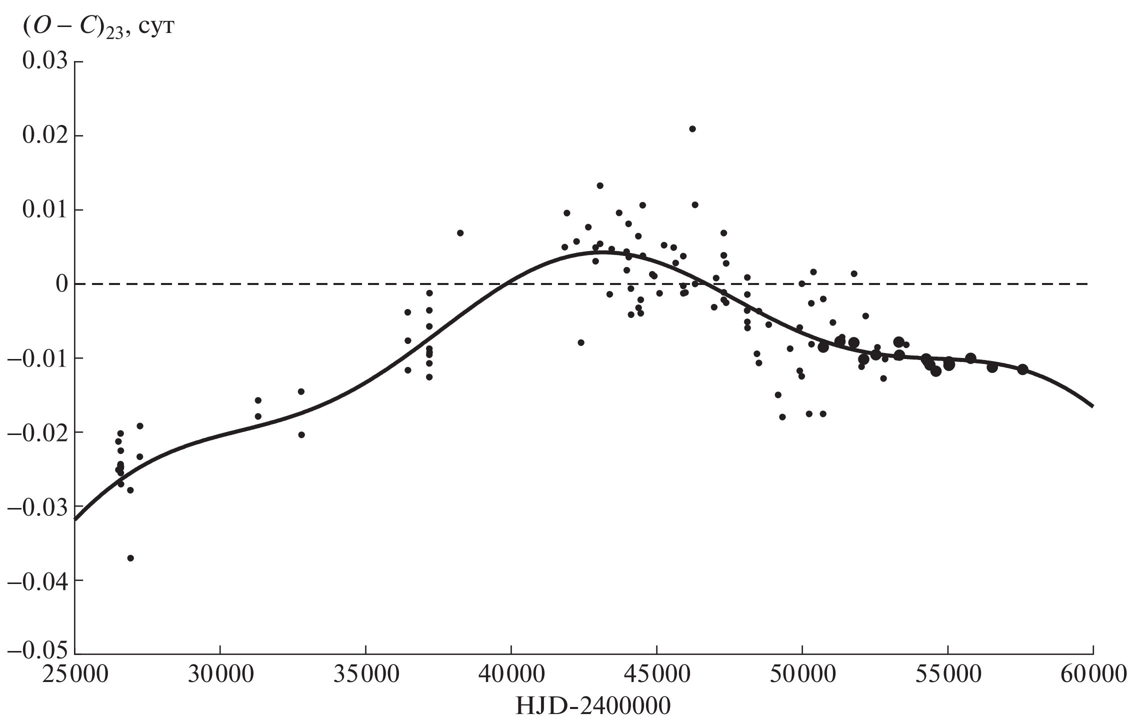

Рис. 9. Изменения со временем отклонений $(O - C)_{23}$ наблюдаемых моментов минимумов AX Vul от вычисленных с линейными элементами (10). Сплошная линия на этом рисунке – сумма теоретических кривых для параболы (10) и светового уравнения с параметрами из второго столбца табл. 4. Обозначения как на рис. 4.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изменения орбитальных периодов затменно-двойных систем RY Aqr, AK Vir и AX Vul хорошо представляются как суперпозицией обратной параболы и светового уравнения, так и одним только световым уравнением.

Для RY Aqr в обоих случаях масса третьего тела получается очень большой при небольшом третьем свете. Приходится предположить, что третий компонент либо нейтронная звезда (в случае линейных эфемерид), либо белый карлик (в случае квадратичных эфемерид). Третье тело может быть также тесной двойной системой. В случае квадратичных эфемерид причиной циклических изменений орбитального периода RY Aqr могут быть также магнитные колебания.

Для AK Vir в обоих случаях получается небольшое значение для массы третьего тела. При этом коэффициент при квадратичном члене определяется с очень большой ошибкой. Изменения орбитального периода AK Vir вполне можно объяснить только световым уравнением.

Для AX Vul в обоих случаях для массы третьего компонента получается приемлемое значение, а коэффициент при квадратичном члене определяется с хорошей точностью. Для окончательного решения вопроса о характере изменения орбитального периода AX Vul требуются дальнейшие наблюдения.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке грантом Программы развития МГУ “Ведущая научная школа “Физика звезд, релятивистских объектов и галактик”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Х. Ф. Халиуллин*, Астрон. журн. **51**, 395 (1974).
2. *N. Nanouris, A. Kalimeris, E. Antonopolou, and H. Rjvithis-Livaniou*, Astron. and Astrophys. **535**, 126 (2011).
3. *N. Nanouris, A. Kalimeris, E. Antonopolou, and H. Rjvithis-Livaniou*, Astron. and Astrophys. **575**, 64 (2015).
4. *А. И. Халиуллина*, Астрон. журн. **92**, 587 (2015).
5. *А. И. Халиуллина*, Астрон. журн. **93**, 795 (2016).
6. *А. И. Халиуллина*, Астрон. журн. **94**, 619 (2017).
7. *А. И. Халиуллина*, Астрон. журн. **94**, 849 (2017).
8. B. R. N. O. Project Eclipsing Binaries database, http://var2.astro.cz/EN/brno/index.php.
9. *А. И. Халиуллина и Х. Ф. Халиуллин*, Астрон. журн. **61**, 393 (1984).
10. *E. C. Pickering*, Harvard College Obs. Circ. № 142 (1908).
11. *E. Zinner*, Astron. Nachr. **195**, 453 (1913).
12. *R. S. Dugan*, Contr. from the Princeton Univer. Obs. № 6, 1 (1924).
13. *D. M. Popper*, Astrophys. J. Supp. **71**, 595 (1989).
14. *B. E. Helt*, Astron. and Astrophys. **172**, 155 (1987).
15. *D. Manzoori and A. Salar*, Astron. J. **152**, 26 (2016).
16. *F. Soydugan*, Astron. Nachr. **329**, 587 (2008).
17. *D. E. Tvardovskyi*, Annales Astronomiae Novae **1**, 231 (2020).
18. *Д. Я. Мартынов*, в кн.: М. С. Зверев, Б. В. Кукаркин, Д. Я. Мартынов, П. П. Паренаго, Н. Ф. Флоря и В. П. Цесевич, Переменные звезды, т. 3, Гостехиздат (1947), стр. 464–490.
19. *S. Rappaport, F. Verbunt, and P. C. Joss*, Astrophys. J. **275**, 713 (1983).
20. *N. Ivanova and R. E. Taam*, Astrophys. J. **599**, 516 (2003).
21. *C. Knigge, I. Baraffe, and J. Patterson*, Astrophys. J. Supp. **194**, 28 (2011).
22. *N. E. White and F. E. Marshall*, Astrophys. J. Lett. **268**, L117 (1983).
23. *J. H. Applegate*, Astrophys. J. **385**, 621 (1992).
24. *C. Hoffmeister*, Astron. Nachr. **236**, 233 (1929).
25. *А. В. Соловьев*, Переменные звезды **12**, 262 (1958).
26. *D. S. Hall*, Inform. Bull. Var. Stars, № 344, 1 (1969).
27. *D. S. Hall, and S. L. Weedman*, Publ. Astron. Soc. Pacif. **83**, 69 (1971).
28. *J. M. Kreiner*, Acta Astron. **54**, 207 (2004).
29. *N. N. Samus, E. V. Kazarovets, O. V. Durlevich, N. N. Kireeva, and E. N. Pastukhova*, Astronomy Reports **61**, 80 (2017).
30. *М. А. Свечников и Э. Ф. Кузнецова*, *Каталог приближенных фотометрических и абсолютных элементов затменных переменных звезд* (Свердловск, Изд-во Урал. ун-та, 1990).
31. *C. Hoffmeister*, Astron. Nachr. **240**, 195 (1930).
32. *E. M. Halbedel*, Inform. Bull. Var. Stars № 2549 (1984).
33. *J. M. Kreiner, C.-H. Kim, and I.-S. Nha*, An Atlas of O–C Diagrams of Eclipsing Binary Stars, Parts 1–6. Pedagogical University Press, Cracow (2001), http://www.as.up.krakow.pl/o-c/.
34. *F. Soydugan, A. Erdem, S. S. Doğru, F. Aliçavuş, E. Soydugan, C. Çiçek, and O. Demircan*, New Astron. **16**, 253 (2011).

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2021, том 98, № 2, с. 160–176

УДК 520

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ РЕДУКЦИИ В ИЗМЕРЕНИЯХ РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ КА С ПИКОМЕТРОВОЙ ТОЧНОСТЬЮ

© 2021 г. И. Ю. Власов[1], М. В. Сажин[1], В. Н. Семенцов[1, *]

[1] *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия*

**E-mail: valera@sai.msu.ru*

Поступила в редакцию 15.08.2020 г.
После доработки 28.09.2020 г.
Принята к публикации 07.10.2020 г.

Рассмотрен околоземный гравитационный эксперимент, в котором пара спутников обменивается лазерными сигналами. В качестве конкретного примера для проведения численных оценок использовалась конфигурация спутников в миссии GRACE-FO. Получено выражение для фазы сигнала, обеспечивающее точность в 1 пикометр (пм) при вычислении расстояния между спутниками. Рассмотрено влияние на распространение сигнала всех существенных гравитационных эффектов, таких как гравимагнитное поле Земли и приливные поля Солнца и Луны. Особое внимание уделено исследованию вкладов гармоник потенциала Земли. Рассмотрены возмущения фазы первого и второго порядков и показано, что влияние поправок второго порядка лежит за пределами точности в 1 пм. Это позволяет представить выражение для фазы сигнала в достаточно компактном виде.

DOI: 10.31857/S0004629921020055

1. ВВЕДЕНИЕ

За последние десятилетия были проведены несколько космических экспериментов по измерению гравитационного поля Земли с низкоорбитальных космических аппаратов (КА). Особенно успешным был эксперимент с двумя КА GRACE. В течение его работы с 2002 по 2017 г. КА провели беспрецедентно точные измерения гравитационного поля Земли, открывая тем самым новую эру для изучения временных вариаций гравитационного поля Земли из космоса. По наблюдениям GRACE месячная модель гравитационного поля Земли рассчитывается с точностью лучше, чем 0.1 мгал и с пространственным разрешением примерно 400 км [1–4]. Эти модели теперь успешно применяются во многих областях геофизики, в том числе в изучении колебаний уровня моря, потери массы полярного ледяного покрова, масс пресной воды, колебаний грунтовых вод и т.д. Сейчас на орбите вокруг Земли работают два новых КА, GRACE Follow on (GRACE-FO), которые продолжают изучение гравитационного поля Земли с более высокой точностью. Готовятся новые экспедиции для изучения гравитационного поля Земли с еще большей точностью. Кроме того, готовятся космические эксперименты с кластером спутников на высоких орбитах вокруг Земли для детектирования гравитационных волн [5]. Основной принцип измерения гравитационного поля посредством пары спутников – измерение изменений расстояния между ними. Если для экспедиций типа GRACE точность измерения между КА составляла порядка 1 мкм, то в случае космических детекторов гравитационных волн точность измерения должна быть уже на шесть порядков выше и составлять примерно 1 пикометр (пм).

Релятивистские редукции в космических экспериментах на низких орбитах неоднократно рассматривались для различных конфигураций и характеристик кластеров КА [6]. В связи с постепенным улучшением точности измерений необходимо обновить и формулы редукции для них. В нашу задачу входит написать формулы для редукции измерений расстояния между двумя КА с учетом вторых поправок по гравитационному полю Земли, что уже необходимо для измерений указанной выше точности. Для этого мы будем работать с фазой сигнала, которым обмениваются спутники, и в данной статье получим выражение для фазы, в котором учтены все гравитационные поправки, достаточные для редукции измерений расстояния между спутниками с точностью в 1 пм. Используемый нами метод был развит в работах [7, 8], где планка желаемой точности была установлена на уровне 1 нанометра в расстоянии между спутниками; полученные там результаты были приняты как часть модели реального анализа результатов миссии GRACE-FO.

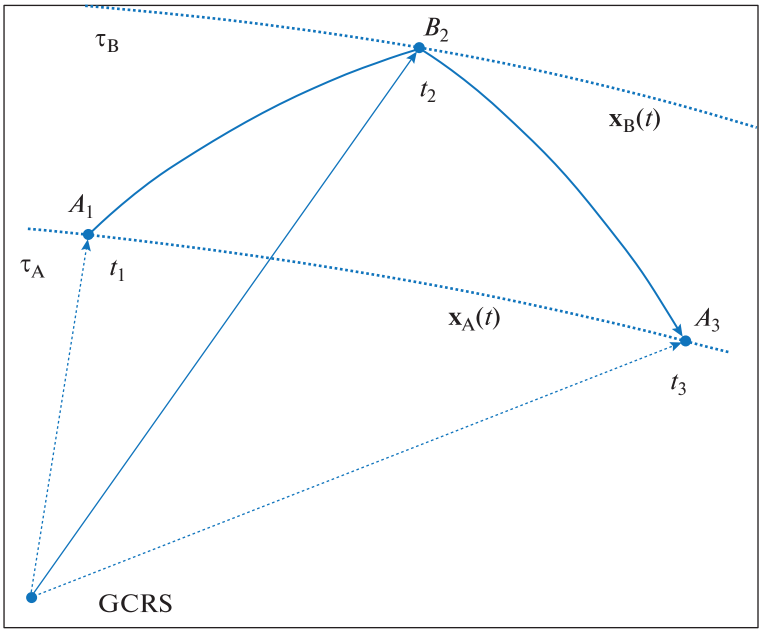

Рис. 1. Прохождение сигнала между спутниками в миссии GRACE-FO. В геоцентрической системе координат (GCRS) символически показаны траектории спутников A и B, траектория сигнала от A к B, и траектория ретранслированного сигнала от B к A, указаны соответствующие моменты координатного времени.

Рассматриваемый нами фазовый подход может быть применен для анализа измерений в околоземном эксперименте с парой спутников, обменивающихся сигналами, по запаздыванию которых делается вывод о расстоянии между спутниками и скорости его изменения. В качестве конкретного примера такого эксперимента мы будем работать с конфигурацией миссии GRACE-FO.

Здесь следует упомянуть, что помимо релятивистских эффектов оптический путь лучей света искажают также ионосфера и атмосфера. Эффект искажения оптического пути, вносимый ионосферой, зависит от частоты обратно пропорционально квадрату частоты. Поэтому, если на стандартных частотах K (27 ГГц) и Ka (32 ГГц) вариации оптического пути составляют примерно 1 см, то для лазерного излучения (282 ТГц) соответствующие вариации есть примерно 100 пм. Эту вариацию можно редуцировать при наблюдении на двух частотах. Для верхней атмосферы ситуация сложнее. Несмотря на значительные высоты (400–500 км) существует остаточная нейтральная атмосфера, которая также искажает оптический путь. Причем искажение пути не зависит от частоты излучения.

Существуют несколько моделей атмосферы на высотах превышающих 100 км. Они строились на основе наблюдений за полетами спутников и ракет, а также на основе наблюдений радарного эха. Плотность газов на таких высотах определяется годом, днем года, всемирным временем, высотой, геодезической широтой и долготой, местным солнечным временем, потоком солнечного излучения (для предыдущего дня и среднего трехмесячного значения) и магнитным индексом. Можно провести оценки вариации оптического пути. На высоте 400 км они составляют от 78 до 216 пм, а на высоте 500 км они составляют от 12 до 47 пм. Более подробные вычисления этих эффектов и возможности их редукции являются предметом отдельного исследования.

Обрисуем в общих чертах геометрию миссии GRACE-FO [8] (см. рис. 1).

Спутник GRACE-FO-A движется по траектории с координатами $\vec{x}_A(t)$ и в геоцентрический момент времени t_1 испускает сигнал ко второму спутнику GRACE-FO-B, который движется по траектории $\vec{x}_B(t)$ и принимает сигнал в момент t_2 (эту часть мы будем называть сигналом “туда”, после чего второй спутник мгновенно ретранслирует сигнал обратно к первому (сигнал “обратно”), и момент регистрации обратного сигнала первым спутником будем обозначать как t_3. Геоцентрическими координатами события испускания сигнала “туда” являются $(ct_1, \vec{x}_A(t_1))$, событие приема этого сигнала имеет координаты $(ct_2, \vec{x}_B(t_2))$, и координаты приема обратного сигнала есть $(ct_3, \vec{x}_A(t_3))$. Таким образом, для описания фазы при распространении сигнала “туда” мы полагаем $\vec{x}_0 = \vec{x}_A(t_1)$ и $\vec{x} = \vec{x}_B(t_2)$. Обратный сигнал в данной работе мы не рассматриваем, откладывая это для следующей статьи, в которой будет рассмотрено конструирование наблюдаемых величин. Поэтому для краткости мы не будем указывать в формулах зависимость от конкретных моментов времени; как общее правило, все величины с индексом A берутся в момент t_1, а с индексом B – в момент t_2. В связи с этим удобно ввести ряд обозначений, упрощающих описание геометрии задачи: единичные вектора координат спутников $\vec{n}_{\mathrm{A}} = \vec{x}_{\mathrm{A}}/r_{\mathrm{A}}$, $\vec{n}_{\mathrm{B}} = \vec{x}_{\mathrm{B}}/r_{\mathrm{B}}$, где $r_{\mathrm{A}} = |\vec{x}_{\mathrm{A}}|$ и $r_{\mathrm{B}} = |\vec{x}_{\mathrm{B}}|$; вектор, соединяющий точки испускания и приема $\vec{R}_{\mathrm{AB}} = \vec{x}_{\mathrm{B}} - \vec{x}_{\mathrm{A}}$, его длина $R_{\mathrm{AB}} = |\vec{R}_{\mathrm{AB}}|$ и единичный вектор $\vec{N}_{\mathrm{AB}} = \vec{R}_{\mathrm{AB}}/R_{AB}$. Отсюда следует, что единичный вектор $\vec{k}$ вдоль невозмущенной траектории сигнала представим в виде $\vec{k} = \vec{N}_{\mathrm{AB}} + \mathbb{O}(G)$. Отметим, что так как оба спутника движутся по почти идентичным и почти круговым орбитам (на высоте $h \simeq 450$ км над поверхностью Земли), то расстояние $d_{\mathrm{AB}}(t)$ между ними для многих оценок можно считать постоянным, так что $R_{\mathrm{AB}} = d_{\mathrm{AB}}(t_1) + \mathbb{O}(c^{-1}) \simeq d_{\mathrm{AB}} = 270$ км там, где не требуется учет эксцентриситета. Расстояние между спутниками $d_{\mathrm{AB}} = 270$ км было использовано для оценок в [8], и в нашей работе мы будем полагать его таким же.

Наши обозначения во многом совпадают с использованными в классической работе [9]. Латинские буквы $m, n, \ldots$ обозначают пространственно-временные индексы и имеют значения от 0 до 3, а греческие буквы $\alpha, \beta, \ldots$ соответствуют пространственным индексам и имеют значения от 1 до 3. Метрика Минковского обозначается как $\eta_{mn} = \mathrm{diag}(+1,-1,-1,-1)$. Для пространственно-временных индексов мы используем стандартное правило суммирования Эйнштейна, при этом манипулирование индексами производится посредством полной метрики g_{mn} (или, с соответствующим комментарием, с помощью плоской метрики η_{mn}). Для чисто пространственных величин мы не делаем различия между верхними и нижними индексами (во избежание путаницы со знаками). Например, для компонентов трехмерного вектора $\vec{k}$ мы полагаем $k^{\alpha} \equiv k_{\alpha}$, т.е. в трехмерных объектах индексы меняют уровень посредством свертки с трехмерным символом Кронекера (единичной матрицей) $\delta_{\alpha\beta} = \mathrm{diag}(1, 1, 1)$. Прочие обозначения поясняются по мере появления в тексте.

2. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ФАЗЫ СИГНАЛА ВО ВТОРОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Рассмотрим фазу φ электромагнитной волны, которая является скаляром и в приближении геометрической оптики удовлетворяет уравнению эйконала

$$g^{mn}\varphi_{,m}\varphi_{,n} = 0, \tag{1}$$

здесь и далее индекс после запятой обозначает частную производную по соответствующей координате. В плоском пространстве волна распространяется прямолинейно, и фаза линейно зависит от пространственных координат вдоль луча, оставаясь при этом фиксированной в любой движущейся вместе с волной точке волнового фронта. Для описания такого приближения введем постоянный (по отношению к метрике Минковского) вектор K^m, который направлен вдоль невозмущенной прямолинейной траектории луча и является нулевым, т.е. его компоненты удовлетворяют условию

$$\eta_{mn}K^m K^n = 0. \tag{2}$$

Так как в дальнейшем естественным образом происходит расщепление четырехмерных величин на пространственную и временную часть, то будет удобным представить компоненты этого нулевого вектора как

$$K^m = k_0(1, k^{\alpha}), \tag{3}$$

$$K_m \equiv \eta_{mn}K^n = k_0(1, -k_{\alpha}), \tag{4}$$

где $k_0 = \omega/c$, ω есть постоянная угловая частота невозмущенной волны. Трехмерный единичный (относительно плоской метрики) вектор $\vec{k}$ имеет компоненты k^{α} и является касательным к пространственной проекции невозмущенной мировой линии сигнала. Для удобства обозначений мы не будем делать различий между верхним и нижним индексами компонентов этого вектора, т.е. по определению полагаем $k^{\alpha} = k_{\alpha}$, но в формулах будем помещать индексы в позициях, согласующихся со стандартным правилом суммирования Эйнштейна.

Параметризация мировой линии сигнала координатным временем t позволяет записать пространственную часть траектории в виде уравнения прямой линии с направляющим вектором $\vec{k}$, с добавлением поправки $\vec{\xi}_1(t)$ (первого порядка по G), описывающей искривление реальной траектории. Точный вид этой поправки в рассматриваемой задаче оказывается несущественным, так что в общем виде координаты вдоль луча представимы как

$$\begin{aligned}\{x^m\} \equiv \Big(x^0 = ct, \vec{x}(t) = \\ = \vec{x}_0 + \vec{k}c(t - t_0) + \vec{\xi}_1(t) + \mathbb{O}(G^2)\Big).\end{aligned} \tag{5}$$

Вернемся к рассмотрению фазы. Так как сигнал распространяется в искривленном пространстве, то к нулевому невозмущенному приближению необходимо добавить возмущения. Поправку к фазе первого порядка по степени гравитационной постоянной G обозначим как φ_1, решение для нее было детально исследовано в работе [8]; в нашей работе мы доведем соответствующую ей точность в определении расстояния между спутниками до одного пикометра, а также получим решение для нелинейной части возмущения φ_2, квадратичной по G. Таким образом, запишем разложение фазы вдоль луча в виде

$$\begin{aligned}\varphi(t,\vec{x}) = \varphi_0 + k_0\left(c(t-t_0) - \vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}_0)\right) + \\ + \varphi_1(t,\vec{x}) + \varphi_2(t,\vec{x}) + \mathcal{O}(G^3).\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь и далее точка между векторами обозначает трехмерное декартово скалярное произведение. Аналогично, метрику представляем как сумму плоской метрики Минковского и возмущений первого и второго порядка по G, соответственно h_1^{mn} и h_2^{mn} (их явный вид будет конкретизирован позже):

$$g^{mn} = \eta^{mn} + h_1^{mn} + h_2^{mn} + \mathcal{O}(G^3). \tag{7}$$

С учетом разложений метрики и фазы уравнение эйконала (1) дает уравнение для возмущений первого и второго порядка в виде

$$\begin{aligned}2K^m\varphi_{1,m} + K_mK_nh_1^{mn} + 2K^m\varphi_{2,m} + K_mK_nh_2^{mn} + \\ + 2h_1^{mn}K_m\varphi_{1,n} + \eta^{mn}\varphi_{1,m}\varphi_{1,n} = \mathcal{O}(G^3).\end{aligned} \tag{8}$$

Так как нас интересует фаза на луче, то от частных производных удобно перейти к полным производным по времени; для произвольной функции $f(t,\vec{x})$, при зависимости координат траектории от времени в виде (5), справедливо соотношение

$$\frac{df}{cdt} = f_{,0} + \frac{dx^\alpha}{cdt}f_{,\alpha} = f_{,0} + k^\alpha f_{,\alpha} + \frac{d\xi_1^\alpha}{cdt}f_{,\alpha} + \mathcal{O}(fG^2). \tag{9}$$

Из этого, беря в качестве функции f возмущения фазы, получаем

$$\begin{aligned}K^m\varphi_{1,m} + K^m\varphi_{2,m} = \\ = \frac{k_0}{c}\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{k_0}{c}\frac{d\varphi_2}{dt} - \frac{k_0}{c}\frac{d\xi_1^\alpha}{dt}\varphi_{1,\alpha} + \mathcal{O}(G^3),\end{aligned} \tag{10}$$

так что (8) переходит в

$$\begin{aligned}\frac{2k_0}{c}\frac{d\varphi_1}{dt} + K_mK_nh_1^{mn} + \frac{2k_0}{c}\frac{d\varphi_2}{dt} + K_mK_nh_2^{mn} + \\ + 2h_1^{mn}K_m\varphi_{1,n} + \eta^{mn}\varphi_{1,m}\varphi_{1,n} - \frac{2k_0}{c}\frac{d\xi_1^\alpha}{dt}\varphi_{1,\alpha} = \mathcal{O}(G^3).\end{aligned} \tag{11}$$

Последний член в левой части этого уравнения можно удалить, выполнив разложение в ряд Тэйлора около невозмущенной прямолинейной траектории сигнала:

$$\begin{aligned}\varphi_1(t,\vec{x}) &= \varphi_1\left(t,\vec{x}_0 + \vec{k}c(t-t_0)\right) + \xi_1^\alpha\varphi_{1,\alpha} + \mathcal{O}(G^3),\\ h_1^{mn}(t,\vec{x}) &= h_1^{mn}\left(t,\vec{x}_0 + \vec{k}c(t-t_0)\right) + \xi_1^\alpha h_{1,\alpha}^{mn} + \mathcal{O}(G^3),\\ \varphi_2(t,\vec{x}) &= \varphi_2\left(t,\vec{x}_0 + \vec{k}c(t-t_0)\right) + \mathcal{O}(G^3),\\ h_2^{mn}(t,\vec{x}) &= h_2^{mn}\left(t,\vec{x}_0 + \vec{k}c(t-t_0)\right) + \mathcal{O}(G^3).\end{aligned} \tag{12}$$

Далее под функциями φ и h^{mn} будем понимать функции в точках на невозмущенной траектории, как в правых частях (12), и для сокращения записи не будем указывать эту зависимость в уравнениях. Теперь, собирая отдельно члены первого и второго порядка по G, получаем уравнения для линейной и квадратичной поправок к фазе:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = -\frac{c}{2k_0}K_mK_nh_1^{mn}, \tag{13}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\varphi_2}{dt} = -\frac{c}{2k_0}K_mK_nh_2^{mn} - \frac{c}{k_0}h_1^{mn}K_m\varphi_{1,n} - \\ - \frac{c}{2k_0}\eta^{mn}\varphi_{1,m}\varphi_{1,n}.\end{aligned} \tag{14}$$

В следующих разделах будут найдены решения этих уравнений и оценен их вклад в определение расстояния между спутниками. Переход от фазы к расстояниям можно проделать следующим образом: перепишем уравнение (6) в виде

$$\varphi(t,\vec{x}) = \varphi(t_0,\vec{x}_0) + k_0\left[c(t-t_0) - \mathcal{R}(\vec{x}_0(t_0),\vec{x}(t))\right], \tag{15}$$

так что функция $\mathcal{R}(\vec{x}_0,\vec{x})$ представляет собой полное расстояние, пройденное сигналом с момента излучения t_0 по момент приема t; в соответствии с (6), она зависит от поправок к фазе как

$$\begin{aligned}\mathcal{R}(\vec{x}_0(t_0),\vec{x}(t)) = \vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}_0) - \frac{1}{k_0}\varphi_1(t,\vec{x}) - \\ - \frac{1}{k_0}\varphi_2(t,\vec{x}) + \mathcal{O}(G^3).\end{aligned} \tag{16}$$

Из этого видно, что линейная и квадратичная поправки к фазе вносят коррекции в расстояние соответственно как $\Delta r_1 = -\varphi_1/k_0$ и $\Delta r_2 = -\varphi_2/k_0$. Из уравнений (16), (13) и (14) можно заключить, что $\Delta r \simeq hd_{\text{AB}}$, так что члены h величиной около 3.7×10^{-18} в метрическом тензоре приводят к поправкам в районе 1 пм в измерении расстояния между спутниками (для конфигурации GRACE-FO с $d_{\text{AB}} = 270$ км).

3. РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПОПРАВОК ПЕРВОГО ПОРЯДКА К ФАЗЕ

В этом разделе будет получено решение для φ_1 – поправки первого порядка по гравитационной постоянной, и оценен вклад в измеренное расстояние от различных ее составляющих. До сих пор наши рассуждения обладали некой общностью в том смысле, что применимы к физической ситуации достаточно слабого гравитационного поля, точнее, для случаев достаточно хорошей сходимости постминковского разложения полей на поправки с возрастающими степенями гравитационной постоянной G. Так как основной целью данной работы является описание ситуации околоземного гравитационного эксперимента, то следует конкретизировать вид метрического тензора; мы будем работать в рамках метрики слабого поля, представленной в виде стандартного разложения и реализующей так называемую геоцентрическую систему координат (GCRF). Данная система координат является кинематически невращающейся и имеет начало отсчета в центре масс Земли, и контравариантные компоненты соответствующей ей метрики имеют вид

$$\begin{aligned} g^{00} &= 1 + h_1^{00} + h_2^{00} + O(G^3) = \\ &= 1 + \frac{2}{c^2}W + h_2^{00} + O(10^{-22}), \\ g^{0\alpha} &= h_1^{0\alpha} + h_2^{0\alpha} + O(G^3) = \frac{4}{c^3}W^{\alpha} + O(10^{-25}), \\ g^{\alpha\beta} &= -\delta^{\alpha\beta} + h_1^{\alpha\beta} + h_2^{\alpha\beta} + O(G^3) = \\ &= -\delta^{\alpha\beta} + \frac{2}{c^2}\delta^{\alpha\beta}W + h_2^{\alpha\beta} + O(10^{-22}), \end{aligned} \tag{17}$$

где W и W^{α} обозначают соответственно релятивистский скалярный и векторный потенциал. Поправки второго порядка h_2^{nm} здесь оставлены в общем виде, и речь о них пойдет в разделе о решении для возмущения фазы второго порядка. Отброшенные в (17) члены имеют порядок c^{-5} по скорости света, и их величины оценены в районе орбиты околоземного спутника (на высоте 500 км от поверхности Земли). Как было сказано выше, члены порядка 4×10^{-18} в метрике приводят к поправкам в расстоянии на уровне 1 пм, поэтому влиянием отброшенных в (17) членов можно пренебречь при нашей точности. Далее рассмотрим, что конкретно имеется в виду под метрическими потенциалами W и W^{α}.

Основная, линейная по G часть метрики (17), соответствует рекомендованному МАС [10, 11] представлению метрического тензора в геоцентрической системе координат и описывается посредством двух релятивистских потенциалов W и W^{α}, каждый из которых состоит из трех частей различной природы. Скалярный потенциал описывает влияние массы тел и записывается как

$$W = U_{\mathrm{E}} + U_{\mathrm{tidal}} + U_{\mathrm{iner}}, \tag{18}$$

т.е. является линейной суперпозицией релятивистского скалярного гравитационного потенциала U_{E} изолированной Земли (он отличается от классического ньютоновского потенциала релятивистскими поправками), внешнего “приливного” потенциала U_{tidal}, создаваемого остальными телами Солнечной системы (его главная часть квадратична по расстоянию от начала координат и тоже близка к классическому приливному потенциалу), и поправки U_{iner}, возникающей из-за отклонения движения начала координат (центра масс Земли) от геодезической. Такое отклонение возникает в основном из-за отличия формы Земли от сферической, что приводит к взаимодействию квадрупольного момента Земли с внешним гравитационным полем (в первую очередь с полем Луны). Величина U_{iner} линейна по расстоянию от начала координат и пропорциональна негеодезическому ускорению Земли. В работе [12] такое ускорение оценено как 4×10^{-11} м/с^2, что соответствует членам порядка 6×10^{-21} в метрике для околоземного пространства. Таким образом, величиной U_{iner} в нашей точности можно пренебречь. Внешний потенциал дает поправки к метрике около 10^{-16} и соответствующие члены должны быть учтены в пикометровой модели. Наконец, главный вклад происходит от скалярного потенциала Земли, члены с ним в метрике имеют величину 1.3×10^{-9}.

Векторный потенциал описывает влияние вращения массивных тел и дается похожим разложением

$$W^{\alpha} = U_{\mathrm{E}}^{\alpha} + U_{\mathrm{tidal}}^{\alpha} + U_{\mathrm{iner}}^{\alpha}, \tag{19}$$

т.е. разделяется на аналогичные по смыслу части: он является линейной суперпозицией релятивистского векторного гравитационного потенциала U_{E}^{α} изолированной Земли, внешнего “приливного” потенциала $U_{\mathrm{tidal}}^{\alpha}$, создаваемого остальными телами Солнечной системы, и поправки $U_{\mathrm{iner}}^{\alpha}$, отвечающей релятивистской прецессии, которая возникает из-за наличия вращения геоцентрической системы координат относительно динамически невращающейся системы. За подробностями, касающимися этой поправки, отсылаем читателя к работе [10]. Отметим, что соответствующие ей члены в метрике имеют величину около 7×10^{-17} и должны быть оставлены в модели. Приливный вклад от вращения внешних тел, собранный в $U_{\mathrm{tidal}}^{\alpha}$, дает в метрике члены не более 3×10^{-20}, и поэтому далее учитываться не будет. За подробностями, касающимися его структуры, отсылаем читателя к работам [13, 14]. Вращательный потенциал Земли $U_{\rm E}^{\alpha}$ приводит к поправкам в метрике на уровне 8×10^{-16} и должен учитываться в нашей модели. По причине малости вращательных эффектов поправка второго порядка $h_2^{0\alpha}$ в пикометровой модели не требуется и была отнесена к отброшенным членам в разложении компонентов метрики $g^{0\alpha}$ в (17).

С учетом этих оценок линейные по G поправки h_1^{mn} к плоской метрике достаточно полагать равными

$$\begin{aligned} h_1^{00} &= \frac{2}{c^2}(U_{\rm E} + U_{\rm tidal}),\\ h_1^{0\alpha} &= \frac{4}{c^3}(U_{\rm E}^{\alpha} + U_{\rm iner}^{\alpha}),\\ h_1^{\alpha\beta} &= \frac{2}{c^2}(U_{\rm E} + U_{\rm tidal})\delta^{\alpha\beta}. \end{aligned} \tag{20}$$

Следует отметить, что поправки второго порядка h_2^{mn} лежат за пределами точности разложения метрики в первом постньютоновском приближении. Соответствующая им квадратичная по G поправка к фазе будет найдена и оценена в разделе 4. Уравнение (13) для линейной поправки к фазе выражается с учетом (20) через потенциалы как

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_1}{dt} = -\frac{2k_0}{c}U_{\rm E} + \frac{4k_0}{c^2}k_{\alpha}U_{\rm E}^{\alpha} - \\ -\frac{2k_0}{c}U_{\rm tidal} + \frac{4k_0}{c^2}k_{\alpha}U_{\rm iner}^{\alpha}. \end{aligned} \tag{21}$$

Здесь члены расположены в порядке убывания значимости. Для удобства разобьем поправку φ_1 на четыре составляющие, соответствующие по порядку членам с разными потенциалами в (21):

$$\varphi_1 = \varphi_1^{\rm E} + \varphi_1^{\rm spin} + \varphi_1^{\rm tidal} + \varphi_1^{\rm iner}, \tag{22}$$

и далее получим решения и оценки для каждой из этих поправок по отдельности.

Последний член в (21) описывает поправку к фазе за счет вращательных инерциальных эффектов:

$$\frac{d\varphi_1^{\rm iner}}{dt} = \frac{4k_0}{c^2}k_{\alpha}U_{\rm iner}^{\alpha}. \tag{23}$$

“Инерциальный” векторный потенциал $U_{\rm iner}^{\alpha}$ по своей смысловой нагрузке является потенциалом для релятивистской силы Кориолиса, возникающей из-за вращения геоцентрической системы координат относительно инерциальной системы [10]. Обозначая угловую скорость этого вращения как $\vec{\Omega}_{\rm iner}$, данный потенциал записывается в виде векторного произведения

$$U_{\rm iner}^{\alpha}(t, \vec{x}) = \frac{c^2}{4}[\vec{x}\times\vec{\Omega}_{\rm iner}]^{\alpha}. \tag{24}$$

Угловая скорость такого вращения разделяется на сумму трех так называемых релятивистских прецессий: геодезическую (составляет около 2″/столетие), Лензе–Тирринга (0.002″/столетие) и Томаса (4×10^{-9}″/столетие). Для пикометровой точности достаточен учет только первого из этих типов прецессии. Геодезическая прецессия возникает как следствие вращения системы координат, связанной с Землей, вокруг центра масс Солнечной системы, и с достаточной точностью полная угловая скорость представима в виде

$$\vec{\Omega}_{\rm iner} = -\frac{3}{2c^2}\vec{v}_{\rm E}\times\vec{a}_{\rm E} + O(10^{-3}\vec{\Omega}_{\rm iner}), \tag{25}$$

где $\vec{v}_{\rm E}$ и $\vec{a}_{\rm E}$ обозначают соответственно барицентрическую скорость и ускорение центра масс Земли, и по величине оценивается как $\Omega_{\rm iner} \simeq 3\times$ $\times10^{-15}$ рад/с. Вклад от данного эффекта в измеренное расстояние между спутниками GRACE-FO может достигать 18 пм, так что он должен учитываться в нашей модели. Решение уравнений (23)–(25) может быть найдено точно (считая скорость и ускорение Земли неизменными на малом промежутке времени полета сигнала, составляющем менее 1 мс), и отождествляя начальное событие с положением спутника A в момент испускания сигнала, а конечное событие – с положением спутника B в момент приема сигнала, получаем для сигнала от A к B “прецессионную” поправку к фазе

$$\begin{aligned} \frac{1}{k_0}\varphi_1^{\rm iner}(t_2, \vec{x}_{\rm B}) = \frac{3}{2c^3}\big((\vec{R}_{\rm AB}\cdot\vec{a}_{\rm E})(\vec{x}_{\rm A}\cdot\vec{v}_{\rm E}) - \\ -(\vec{R}_{\rm AB}\cdot\vec{v}_{\rm E})(\vec{x}_{\Phi}\cdot\vec{a}_{\rm E})\big) + O(0.02\ \text{пм}), \end{aligned} \tag{26}$$

здесь погрешность оценена по отброшенным в (25) членам.

Предпоследний член в уравнении (21) соответствует вкладу внешнего потенциала в поправку к фазе; обозначив эту поправку как $\varphi_1^{\rm tidal}$, имеем для нее уравнение

$$\frac{d\varphi_1^{\rm tidal}}{dt} = -\frac{2k_0}{c}U_{\rm tidal}. \tag{27}$$

Внешний “приливный” потенциал $U_{\rm tidal}$ с достаточной точностью определен как часть суммарного ньютоновского потенциала внешних тел, которая является квадратичной (и выше) по расстоянию от начала координат, плюс релятивистские поправки, имеющие порядок малости $\mathbb{O}(c^{-2})$:

$$U_{\text{tidal}}(t,\vec{x}) = \sum_{b\neq \text{E}} \left(U_b(\vec{x}) - U_b(\vec{0}) - \vec{x}\cdot\vec{\nabla}U_b(\vec{0})\right) + \\ + \mathbb{O}(c^{-2}) = \sum_{b\neq \text{E}} \frac{GM_b}{2r_b^3}\left(3(\vec{n}_b\cdot\vec{x})^2 - \vec{x}\right)^2 + \\ + \sum_{b\neq \text{E}} \frac{GM_b}{2r_b^4}\left(5(\vec{n}_b\cdot\vec{x})^2 - 3\vec{x}^2\right)(\vec{n}_b\cdot\vec{x}) + \mathbb{O}(r_b^{-5}, c^{-2}). \tag{28}$$

Здесь суммирование ведется по всем телам b Солнечной системы, исключая Землю, $U_b(\vec{x})$ и $U_b(\vec{0})$ обозначают соответственно значения потенциала тела b в текущей точке $\vec{x}$ и в начале координат $\vec{0}$; градиент потенциала тела b в начале координат обозначен как $\vec{\nabla}U_b(\vec{0})$. Наконец, $\vec{r}_b$ есть геоцентрический радиус-вектор центра масс тела b, r_b — его модуль, и $\vec{n}_b \equiv \vec{r}_b/r_b$. Во втором равенстве в первой сумме собраны вторые производные внешнего потенциала, т.е. эта сумма является квадрупольной частью внешнего потенциала. Во второй сумме собраны третьи производные, что дает октупольную часть внешнего потенциала. В данном выражении пренебрегается постньютоновскими поправками к потенциалу и более высокими, чем третья, производными в разложении в ряд Тэйлора в окрестности начала координат. Это оправдано тем, что вклад внешнего потенциала в определение расстояния, как будет показано ниже, достаточно мал и находится на уровне нескольких десятков пикометров.

Оценим, какую поправку в расстояние между спутниками дают гравитационные потенциалы внешних тел. Для этого достаточно считать правую часть дифференциального уравнения (27) постоянной на времени полета сигнала. Это является хорошим приближением, так как расстояние между спутниками $d_{\text{AB}} = 270$ км сигнал проходит всего за 0.9 мс. Тогда приливная поправка к фазе оценивается как $\varphi_1^{\text{tidal}} \simeq -\frac{d_{\text{AB}}}{c}\frac{2k_0}{c}U_{\text{tidal}}$, и по (16) поправка к расстоянию составляет $\Delta r_{\text{tidal}} \simeq \frac{2d_{\text{AB}}}{c^2}U_{\text{tidal}}$. Для указанных ранее параметров орбиты спутников в миссии GRACE-FO максимальный вклад квадрупольной части приливного поля Солнца и Луны в нахождение расстояния между спутниками оценивается по этой формуле как 11 и 30 пм соответственно. Следующий ближайший по малости квадрупольный вклад оказывается от потенциала Венеры и составляет порядка 0.0013 пм. Наибольший эффект от октупольных членов в разложении (28) происходит от поля Луны и составляет не более 0.58 пм, следующий по малости вклад равен 5×10^{-4} пм (от поля Солнца). Таким образом, для точности в 1 пм можно пренебречь всей второй суммой в (28), а в первой сумме сохранить только члены для Луны и Солнца. При этих условиях уравнение (27) может быть решено точно. Отождествляя начальное событие с положением спутника A в момент испускания сигнала, а конечное событие — с положением спутника B в момент приема сигнала, получаем для сигнала от A к B приливную поправку к фазе

$$\frac{1}{k_0}\varphi_1^{\text{tidal}}(t_2,\vec{x}_\text{B}) = \sum_{b=\text{M,S}} \frac{GM_b}{c^2}\frac{R_{\text{AB}}}{r_b^3}\Bigg(\vec{x}_\text{A}\cdot\vec{x}_\text{B} + \frac{1}{3}R_{\text{AB}}^2 - \\ -3(\vec{n}_b\cdot\vec{x}_\text{A})(\vec{n}_b\cdot\vec{x}_\text{B}) - (\vec{n}_b\cdot\vec{R}_{\text{AB}})^2\Bigg) + O(0.6 \text{ пм}), \tag{29}$$

в которой содержится только сумма вкладов от квадрупольных приливных потенциалов Луны (M) и Солнца (S). Оценка точности здесь дана по отброшенным членам с октупольным приливным потенциалом Луны.

Перейдем к рассмотрению влияния на фазу векторного гравитационного потенциала; такую поправку обозначим через φ_1^{spin}, и соответствующий ей второй член в (21) приводит к дифференциальному уравнению

$$\frac{d\varphi_1^{\text{spin}}}{dt} = \frac{4k_0}{c^2}k_\alpha U_\text{E}^\alpha. \tag{30}$$

С достаточной точностью векторный потенциал определен как

$$U_\text{E}^\alpha(t,\vec{x}) = G\int\frac{\sigma^\alpha(t,\vec{x}')d^3x'}{|\vec{x}-\vec{x}'|} + \mathbb{O}(c^{-2}) = \\ = \frac{G}{2r^3}[\vec{S}_\text{E}\times\vec{x}]^\alpha + \mathbb{O}(r^{-4},c^{-2}), \tag{31}$$

где $\sigma^\alpha(t,\vec{x}')$ обозначает релятивистскую плотность импульса материи вращающейся Земли, и интегрирование ведется по объему Земли. Во второй части уравнения выполнено мультипольное разложение и сохранен только ведущий спиновый момент (плотность момента импульса) $\vec{S}_\text{E}$, который имеет стандартное определение в виде интеграла по объему Земли,

$$\vec{S}_\text{E} = \int[\vec{x}'\times\vec{\sigma}]d^3x'. \tag{32}$$

Отметим известный факт, что для однородного шара с радиусом R и массой M, вращающегося твердотельно с угловой скоростью Ω, такое определение спина дает значение $S = \frac{2}{5}\Omega MR^2$. Остальные члены мультипольного разложения и постньютоновские поправки к потенциалу пренебрежимо малы: согласно оценкам в работе [10], отброшенные в (31) члены имеют величину примерно в 10^4 раз меньшую, чем главный дипольный спиновый член. При таком выражении для векторного потенциала может быть найдено точное решение уравнения (30): для прохождения сигнала от A к B,

$$\begin{gathered}\frac{1}{k_0}\varphi_1^{\text{spin}}(t_2,\vec{x}_{\text{B}}) = \\ = \frac{2G}{c^3}\frac{(\vec{k}\cdot(\vec{n}_{\text{B}}-\vec{n}_{\text{A}}))(\vec{k}\cdot[\vec{S}_{\text{E}}\times\vec{x}_{\text{A}}])}{r_{\text{A}}^2-(\vec{k}\cdot\vec{x}_{\text{A}})^2} + O(0.02\ \text{пм}),\end{gathered} \tag{33}$$

что соответствует поправке порядка 200 пм при измерении расстояния между спутниками (величина отброшенного члена дана по приведенной выше оценке отброшенных спиновых мультиполей). Таким образом, поправка (33) должна быть учтена в окончательной формулировке выражения для фазы. Отметим, что альтернативная форма записи решения (33) была получена в [8], где сначала проводилось интегрирование по времени, а затем разложение по мультиполям.

Наиболее сложной является ситуация с вкладом φ_1^{E} от скалярного потенциала Земли. В уравнении (21) ему отвечает первое слагаемое, так что эта поправка подчиняется уравнению

$$\frac{d\varphi_1^{\text{E}}}{dt} = -\frac{2k_0}{c}U_{\text{E}}. \tag{34}$$

В работе [8], посвященной созданию модели, обеспечивающей нанометровую точность в измерении расстояния, было получено точное решение уравнения (34), имеющее вид

$$\begin{gathered}\varphi_1^{\text{E}}(t,\vec{x}) = -\frac{2k_0G}{c^2}\int\sigma_{\text{E}}(t,\vec{x}')\times \\ \times\ln\left[\frac{|\vec{x}-\vec{x}'|+\vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}')}{|\vec{x}_0-\vec{x}'|+\vec{k}\cdot(\vec{x}_0-\vec{x}')}\right]d^3x' + O(c^{-4}).\end{gathered} \tag{35}$$

Здесь интегрирование производится по объему Земли, и $\sigma_{\text{E}}(t,\vec{x}')$ обозначает релятивистскую массовую плотность материи. Отброшенные члены соответствуют ряду постньютоновских поправок к определению скалярного потенциала Земли и по величине составляют порядка 10^{-9} от величины основного интеграла, представленного здесь.

Далее, раскладывая в ряд логарифм под знаком интеграла, в [8] были получены монопольная и квадрупольная поправки к фазе; для определения массыЗемл M_{E} и ее квадрупольного момента $J_{\text{E}}^{\alpha\beta}$ в (35) было проделано мультипольное разложение

$$M_{\text{E}} = \int\sigma_{\text{E}}(t,\vec{x}')d^3x', \tag{36}$$

$$J_{\text{E}}^{\alpha\beta} = \frac{1}{M_{\text{E}}}\int\sigma_{\text{E}}(t,\vec{x}')(3x'^{\alpha}x'^{\beta}-\delta^{\alpha\beta}r'^2)d^3x, \tag{37}$$

и выполняя мультипольное разложение в (35), получаем поправку к фазе в форме

$$\begin{gathered}\frac{1}{k_0}\varphi_1^{\text{E}}(t,\vec{x}) = -\frac{2GM_{\text{E}}}{c^2}\ln\frac{r+\vec{k}\cdot\vec{x}}{r_0+\vec{k}\cdot\vec{x}_0} + \\ + \frac{GM_{\text{E}}}{3c^2}\left(\frac{(n_\alpha+k_\alpha)(n_\beta+k_\beta)}{(r+\vec{k}\cdot\vec{x})^2} + \frac{n_\alpha n_\beta-\delta_{\alpha\beta}}{r(r+\vec{k}\cdot\vec{x})} - \right. \\ \left. - \frac{(n_{0\alpha}+k_\alpha)(n_{0\beta}+k_\beta)}{(r_0+\vec{k}\cdot\vec{x}_0)^2} - \frac{n_{0\alpha}n_{0\beta}-\delta_{\alpha\beta}}{r_0(r_0+\vec{k}\cdot\vec{x}_0)}\right)J_{\text{E}}^{\alpha\beta} + \mathbb{O}(r^{-3}).\end{gathered} \tag{38}$$

Первый (логарифмический) член представляет собой классический эффект Шапиро от точечной массы M_E, он является доминирующим по величине среди всех поправок к фазе и приводит для сигнала от A к B в миссии GRACE-FO к поправке в расстоянии порядка 350 мкм. Для круговых орбит этот вклад постоянен во времени; при наличии небольшого эксцентриситета $e \sim 0.001$ появляется дополнительная поправка порядка 0.35 мкм с периодом, равным периоду обращения спутников. Группа членов с $J_{\text{E}}^{\alpha\beta}$ представляет собой квадрупольный вклад в фазу и приводит к поправке (периодической) в несколько десятых микрометра. Следующие члены мультипольного разложения (октупольный и прочие) здесь отброшены; они были оценены в [8] как дающие поправку в расстояние менее 1 нм.

В связи с перспективами повышения точности в измерении расстояния между спутниками миссии GRACE-FO до 10^{-12} м возникает вопрос, до каких порядков следует продолжить мультипольное разложение (38) и имеет ли вообще смысл в задаче с повышенной точностью оперировать такого рода разложением, так как уже квадрупольная поправка выглядит не слишком компактно, а следующие члены разложения усложняются еще больше [15]. Для решения этой проблемы мы обратимся к более удобному для практики, чем мультипольное, разложению потенциала по сферическим гармоникам. Для релятивистского скалярного потенциала такое разложение имеет вид [10]:

$$\begin{gathered}U_{\text{E}}(t,\vec{x}) = \frac{GM_{\text{E}}}{r}\times \\ \times\left[1+\sum_{l=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{l}\left(\frac{R_{\text{E}}}{r}\right)^l\Big(C_{lm}(t,r)\cos m\phi + \right. \\ \left. + S_{lm}(t,r)\sin m\phi\Big)P_{lm}(\cos\theta)\right] + O(c^{-4}),\end{gathered} \tag{39}$$

где R_{E} обозначает радиус Земли, P_{lm} – присоединенные полиномы Лежандра. Коэффициенты

$C_{lm}(t,r)$ и $S_{lm}(t,r)$ являются функциями времени и геоцентрического расстояния, а именно

$$\begin{aligned} C_{lm}(t,r) &= C_{lm}(t) - \frac{1}{2(2l-1)}\frac{r^2}{c^2}\frac{d^2}{dt^2}C_{lm}(t), \\ S_{lm}(t,r) &= S_{lm}(t) - \frac{1}{2(2l-1)}\frac{r^2}{c^2}\frac{d^2}{dt^2}S_{lm}(t). \end{aligned} \tag{40}$$

Коэффициенты $C_{lm}(t)$ и $S_{lm}(t)$ описывают разложение релятивистского геопотенциала в геоцентрической системе координат; они соотносятся (путем релятивистского преобразования между вращающимися и невращающимися координатами) с приблизительно постоянными коэффициентами C_{lm} и S_{lm} в моделях геопотенциала во вращающихся вместе с Землей координатах. Наборы $\{C(t), S(t)\}$ и $\{C, S\}$ отличаются на множитель порядка $1 + O((r\Omega_{\rm E}/c)^2)$ из-за преобразования между системами координат; для орбит с высотой 500 км над поверхностью это составляет около $1 + O(3\times 10^{-12})$, что приводит к поправкам в измерение расстояния между спутниками GRACE-FO порядка 10^{-3} пм. Релятивистские поправки в (40) имеют тот же порядок малости. Наконец, характерные времена изменения гармоник C_{lm} и S_{lm} много больше динамической шкалы в нашей задаче, описываемой миллисекундными интервалами в обмене сигналами между спутниками, так что на протяжении распространения сигналов можно пренебречь временной зависимостью гармоник. Все это позволяет нам представить релятивистский геопотенциал в районе орбит спутников в виде стандартного разложения

$$\begin{aligned} U_{\rm E}(t,\vec{x}) = \frac{GM_{\rm E}}{r}\Bigg[1 + \sum_{l=2}^{\infty}\sum_{m=0}^{l}\left(\frac{R_{\rm E}}{r}\right)^l \Big(C_{lm}\cos m\phi + \\ + S_{lm}\sin m\phi\Big)\bar{P}_{lm}(\cos\theta)\Bigg] + O(U_{\rm E}\times 10^{-11}) \end{aligned} \tag{41}$$

с так называемыми нормализованными (постоянными) гармониками C_{lm} и S_{lm}, которые вычислены и затабулированы для многочисленных моделей гравитационного поля Земли. Различия в численных значениях гармоник в разных современных моделях находятся за пределами точности рассматриваемой нами задачи, и для анализа поправки к фазе $\varphi_1^{\rm E}$ мы выбрали модель GGM05C, содержащую гармоники по $l = 360$ и датированную 2015 годом [16]. Таблицы с численными значениями гармоник этой модели, как и множества других, можно найти в открытом доступе на сайте icgem.gfz-potsdam.de.

В разложении (41) координаты точки $\vec{x}$ даются стандартным набором сферических (геоцентрических невращающихся) координат (r,θ,ϕ). Необходимо отметить, что азимутальная координата ϕ для фиксированной точки должна пониматься как линейная функция времени вида $\phi = \phi_0 - \Omega_{\rm E}t$ по причине того, что гармоники C_{lm} и S_{lm} относятся к вращающейся вместе с Землей системе координат; в результате этого в фиксированной в геоцентрической системе координат точке $\vec{x}$ значение потенциала $U_{\rm E}(t,\vec{x})$ является переменным во времени. Другой важный момент, на котором здесь следует заострить внимание, это использование в разложении (41) так называемых нормализованных присоединенных полиномов Лежандра $\bar{P}_{lm}$. Обычные присоединенные полиномы P_{lm} определяются через производные от классических полиномов Лежандра P_l как

$$P_{lm}(x) = (1-x^2)^{0.5m}\frac{d^m}{dx^m}P_l(x) \tag{42}$$

(обращаем внимание на отсутствие в этом определении множителя $(-1)^m$, называемого фазой Кондона–Шортли, что является обычной практикой в геодезии). Нормализованные присоединенные полиномы Лежандра $\bar{P}_{lm}$ вычисляются по правилу [17]

$$\bar{P}_{lm}(x) = \sqrt{K(2l+1)\frac{(l-m)!}{(l+m)!}}P_{lm}(x) \tag{43}$$

с множителем $K = 1$ при $m = 0$ и $K = 2$ при $m \neq 0$. В разложениях с большими порядками гармоник использование нормализованных полиномов вместо обычных объясняется вычислительной необходимостью, так как максимальные значения обычных полиномов слишком быстро растут с увеличением порядка, что делает их неудобными при численных вычислениях.

Для иллюстрации темпа сходимости ряда (41) на рис. 2 представлена зависимость модуля коэффициентов C_{l0} от номера гармоники l, начиная с квадрупольного члена $l = 2$ и далее по $l = 150$. Коэффициенты убывают очень медленно, и сходимость разложения (41), помимо знакопеременности, обусловлена убыванием фактора расстояния $(R_{\rm E}/r)^l$. Однако спутники GRACE-FO находятся на низкой орбите с высотой $h \simeq 450$ км, так что для них $R_{\rm E}/r \simeq 0.934$, и для сотой гармоники фактор расстояния составляет всего около 10^{-3}. Октупольный момент дает вклад в расстояние между спутниками порядка 1 нм, так что приходится говорить о нескольких десятках гармоник, дающих вклад не менее 1 пм. Более того, возможен накопительный эффект – отброшенные за малостью высокие гармоники в сумме могут давать достаточно большую поправку.

Все это приводит к необходимости детального анализа влияния различных гармоник. Обозна-

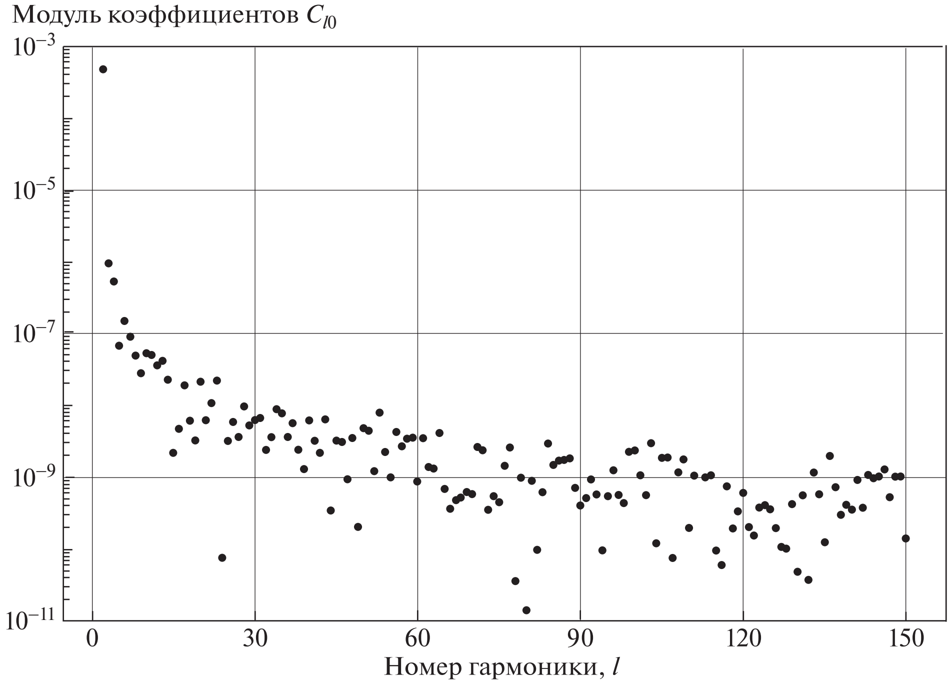

Рис. 2. Характер убывания модуля нормализованных гармоник C_{l0}. Точки соответствуют гармоникам с номером l.

чим Δd_l вклад от гармоник l (просуммированный по m) в вычисление расстояния между спутниками. Из (16), (34) и разложения (41) следует, что для произвольного момента испускания сигнала t эти величины могут быть вычислены как

$$\Delta d_l(t) = \frac{2GM_\mathrm{E}}{c} R_\mathrm{E}^l \sum_{m=0}^{l} \int\limits_0^{\frac{d_{AB}}{c}} \frac{1}{r'^{l+1}} (C_{lm} \cos m\phi' + + S_{lm} \sin m\phi') \bar{P}_{lm}(\cos\theta') dt', \quad (44)$$

где сферические координаты (r', θ', ϕ') вычисляются для точек на прямолинейном отрезке траектории сигнала от A к B

$$\vec{x}'(t') = \vec{x}_\mathrm{A}(t) + \frac{\vec{x}_\mathrm{B}(t) - \vec{x}_\mathrm{A}(t)}{d_{AB}} ct' \quad (45)$$

по стандартным формулам сферической тригонометрии (заметим, что геоцентрическая долгота ϕ' должна быть дополнительно сдвинута на $-\Omega_\mathrm{E}(t + t')$ для перехода к вращающейся вместе с Землей системе координат, в которой заданы гармоники C и S).

Численный анализ вклада каждой гармоники проведем следующим образом. Будем считать, что спутник A шлет сигнал к спутнику B один раз в секунду, и для каждого такого события вычислим поправки в измеряемое при этом расстояние, разделяя по отдельности вклады от каждой гармоники, так что для каждой гармоники можно будет рассмотреть динамику во времени. Для орбиты пары спутников сделаем упрощающее предположение, что они движутся синхронно на фиксированном расстоянии $d_\mathrm{AB} = 270$ км друг от друга по круговой околополярной орбите с геоцентрическим радиусом $r = R_\mathrm{E} + 450$ км и наклоном 89° к экватору (параметры орбиты близки к реальным для GRACE-FO). Для такой орбиты вычисляем координаты спутников $\vec{x}_\mathrm{A}(t)$ и $\vec{x}_\mathrm{B}(t)$ с шагом в одну секунду на протяжении 15 их оборотов, что составляет около одних земных суток. Для каждого такого секундного шага, соответствующего моменту t, вычисляем величины $\Delta d_l(t)$ по определению (44) для всех номеров гармоник l. Для этого интервал интегрирования $d_\mathrm{AB}/c \simeq \simeq 9 \times 10^{-4}$ секунды делится на 64 равных отрезка и интегрирование выполняется численно по методу Ромберга. При таком методе интегрирования численные ошибки лежат далеко за пределами желаемой нами точности вычислений, и на полученные результаты будем далее в тексте ссылаться как на точные.

В результате описанных действий мы для каждой гармоники проследили зависимость поправок к расстоянию между спутниками от времени на протяжении 15 оборотов спутников (примерно 1 сут). Этого вполне достаточно для оценки максимального вклада различных гармоник. В качестве иллюстрации полученных результатов на рис. 3 приведен ряд графиков зависимости от времени для поправок к расстоянию от некоторых гармоник. В верхнем ряду слева показано, как зависит от времени самый крупный (после монопольного) вклад от квадрупольных ($l = 2$) гармоник земного потенциала. Видно, что максимальный по модулю вклад в измеренное расстояние между спутниками (для GRACE-FO) составляет немного более 300 нм. Справа в верхнем ряду приведена зависимость суммарного вклада от всех гармоник, больших квадрупольной, т.е. для всех порядков с $l \geq 3$. Видно, что максимальное значение составляет около трех нанометров. Это следует понимать так, что ошибка при учете только монопольной и квадрупольной составляющей потенциала Земли достигала бы 3 нм. В верхнем ряду масштабы осей y взяты разными из-за отличия значений эффектов примерно на два порядка. В каждом следующем ряду на рис. 3 масштабы осей сделаны одинаковыми для лучшей визуализации при сравнении вкладов индивидуальных гармоник (левый столбец) с $l = 3$, 4, 58, 70 с суммарными вкладами всех последующих гармоник (соответственно с $l \geq 4$, 5, 59, 71, правый столбец).

По графикам во втором ряду видно, что октупольные гармоники приводят к максимальным поправкам около двух нанометров, в то время как все остальные гармоники с $l \geq 4$ суммарно могут давать те же два нанометра. Похожая ситуация наблюдается и в третьем ряду, где максимальный эффект около 1 нм дают как гармоники с $l = 4$, так и суммарно с $l \geq 5$. В четвертом ряду слева представлен график для первой по порядку гармоники, вклад которой оказывается менее одного пикометра (гармоника с $l = 58$). Однако по соответствующему правому графику видно, что все последующие гармоники суммарно могут давать эффект в три раза больший. Наконец, в нижнем ряду справа показан суммарный вклад всех гармоник с порядками $l \geq 71$, который оказывается ниже желаемой планки в 1 пм. При этом гармоники с $l = 70$ приводят к поправкам не более 0.2 пм (график в нижнем ряду слева). Для двух последних рядов в графиках справа хорошо заметны резкие пики, в которых вклады высоких гармоник усиливают друг друга; все это позволяет говорить о значительном накопительном эффекте, имеющем здесь место. Формальное отбрасывание всех гармоник с индивидуальными вкладами, меньшими одного пикометра, приводит к ошибкам при измерении расстояния не в 1 пм, а в 3 пм, как видно из второго снизу ряда на рис. 3. Точность в 1 пм для конфигурации GRACE-FO обеспечивается учетом всех гармоник потенциала вплоть по $l = 70$.

На рис. 4 проиллюстрирована важность накопительного эффекта в целом. Из набора полученных данных о временнóй зависимости поправок от каждой гармоники, пять примеров которых были представлены на рис. 3, можно вычислить максимальные вклады в измерение расстояния для каждой гармоники, которые наблюдаются на интервале в 15 оборотов спутников. Модуль таких максимальных вкладов в зависимости от номера гармоники l представлен нижней линией на рис. 4. Верхняя линия изображает аналогичный максимальный вклад от суммы всех гармоник с номерами $\geq l$. Вертикальное расстояние между линиями показывает величину накопленного эффекта от всех гармоник, больших данной. Значительное расхождение линий хорошо демонстрирует существенное влияние такого накопительного эффекта: видно, что для всех гармоник выше примерно двадцатой, величина суммарного эффекта от гармоник $\geq l$ в 3–5 раз превосходит величину эффекта от гармоники номер l. Мы можем заключить, что каждая гармоника, начиная с $l = 58$, дает максимальную поправку менее 1 пм, однако для обеспечения точности в 1 пм при анализе фазовой информации необходимо учитывать все гармоники земного потенциала вплоть по номер $l = 70$. Так как при построении модели распространения фазы имеются ошибки из других источников, повысим здесь планку точности в 10 раз и потребуем, чтобы отброшенные гармоники земного потенциала приводили к ошибке в измерении расстояния между спутниками GRACE-FO не более, чем в 0.1 пм. Из рис. 4 видно, что для этого нужно полностью учитывать первые 100 гармоник. Отметим, что есть вероятность того, что на бóльших временах мониторинга спутников, чем те 15 оборотов, которые рассматривали мы, будут появляться более высокие пики от сумм высоких гармоник, так что наша оценка необходимого числа гармоник может быть занижена на несколько единиц.

Возникает вопрос, каким образом можно адекватно включить в процедуру анализа фазы такое большое число гармоник земного потенциала. В работе [8] представлен механизм аналитического вычисления поправок к фазе для произвольной гармоники и выведены формулы для монопольного и квадрупольного вкладов, но не был найден общий вид формул для других гармоник, так как в этом не было необходимости в связи с ограничением планируемой точности эксперимента в 1 нм. Даже если такие формулы получить, то выражения для вклада каждой следующей гармоники будут содержать в несколько раз больше членов, чем для предыдущей, поэтому общий вид такого разложения скорее представляет только теоретический, а не практический интерес. При реальной обработке эксперимента приходится прибегнуть к той или иной форме численного интегрирования, по типу использованного нами при вычислении поправок (44). Не вдаваясь в детали реализации конкретных мето-

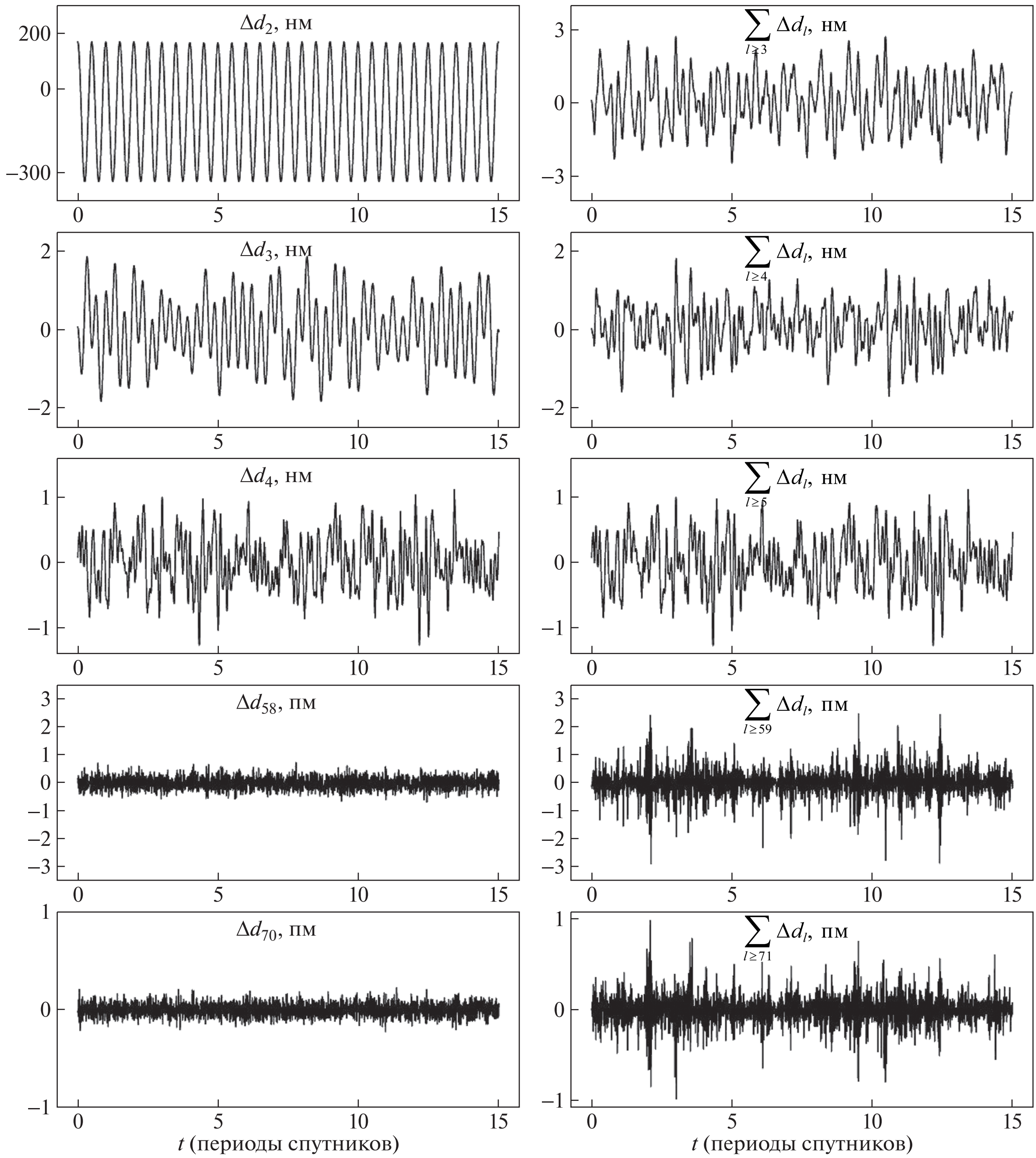

Рис. 3. Зависимость от времени (в орбитальных периодах спутников) вкладов в измеренное расстояние от различных гармоник. В левом столбце представлены вклады от гармоник с номерами $l = 2, 3, 4, 58$ и 70 (считая сверху вниз). Справа от каждого такого графика приведен график суммарного вклада от всех гармоник, больших данной, т.е. при $l \geq 3, 4, 5, 59$ и 71.

дов обработки наблюдений, мы изучили вопрос, какой из численных методов взятия интегралов (44) достаточен по точности для пикометровой модели. Мы исследовали, помимо метода Ромберга, еще 3 более быстрых метода интегрирования и сравнили получившиеся результаты с “точными” (полученными методом Ромберга и описанными выше). На рис. 5 для каждой гармоники приведены абсолютные значения максимальных расхождений между упрощенными методами интегрирования и методом Ромберга в вычислении расстояния между спутниками. Верхняя кривая

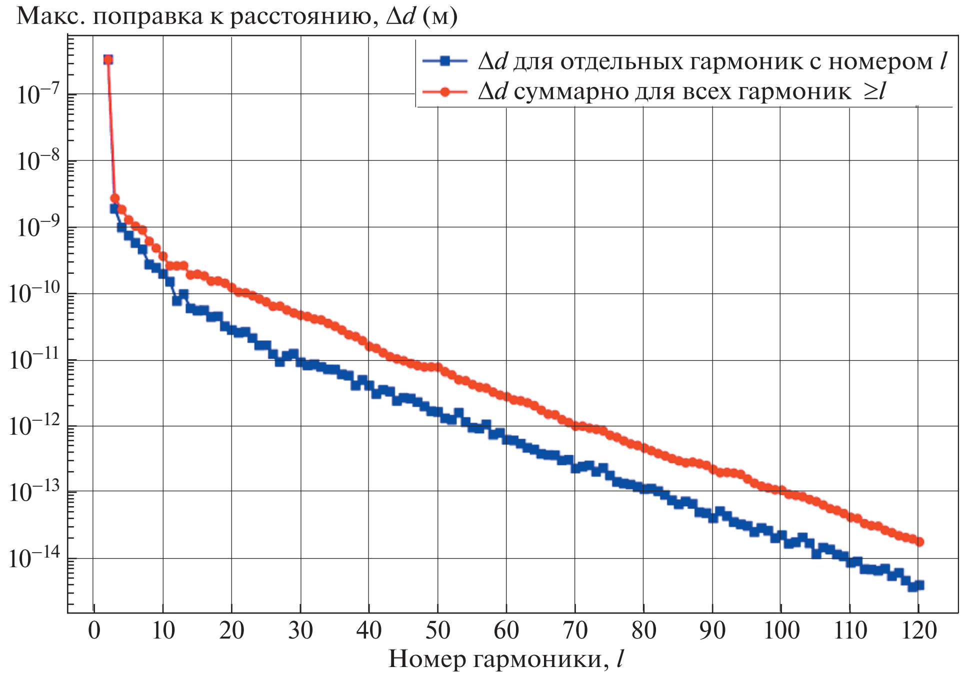

Рис. 4. Зависимость от номера гармоники l (с номера 2 по 120) максимального вклада в определение расстояния между спутниками. Нижняя линия (синие квадраты) показывает максимальный за 15 оборотов спутников вклад от каждой индивидуальной гармоники с номерами l. Верхняя линия (красные кружки) показывает максимальный суммарный вклад от всех гармоник с номерами $\geq l$.

соответствует ошибкам при интегрировании методом прямоугольников (по одной точке, функция считается постоянной на интервале интегрирования и равной своему значению, например, на левой границе). Можем заключить, что точность этого метода не является удовлетворительной. Средняя кривая показывает ошибки при интегрировании методом трапеций (по двум точкам, функция аппроксимируется отрезком прямой, соединяющей значения на концах интервала интегрирования). Видно небольшое увеличение точности, но его все равно недостаточно для пикометровой точности. Наконец, нижняя кривая соответствует ошибкам при интегрировании методом Симпсона (по трем точкам, функция аппроксимируется параболой). Этот метод оказывается вполне пригодным, и даже для квадрупольных гармоник дает наибольшее расхождение около 0.04 пм.

Выясним, какова точность интегрирования методом Симпсона суммарного эффекта от всех гармоник земного потенциала. Это следует проанализировать, так как возможна ситуация, когда ошибки интегрирования накапливаются при сложении большого количества членов. Действительно, на рис. 6 нижняя линия является копией нижней линии с рис. 5 и представляет собой ошибки для индивидуальных гармоник l в методе Симпсона. Верхняя линия показывает максимальные ошибки при интегрировании совокупности гармоник со всеми номерами $\geq l$. Видно, что метод парабол гарантирует точность численного интегрирования в 0.1 пм для полного разложения потенциала по гармоникам. Окончательно мы приходим к выводу, что учет 100 первых гармоник земного потенциала и численное интегрирование в (44) по методу Симпсона приводят к ошибкам в вычислении расстояния между спутниками GRACE-FO не более 0.2 пм.

Таким образом, для вычисления поправки к фазе φ_1^{E} от скалярного потенциала Земли представим потенциал U_{E} в виде разложения, содержащего 100 первых гармоник U_l:

$$U_{\mathrm{E}}(t,\vec{x}) = \frac{GM_{\mathrm{E}}}{r} + \sum_{l=2}^{100} U_l(t,\vec{x}), \tag{46}$$

где гармоники U_l определены через коэффициенты C_{lm} и S_{lm} из модели потенциала Земли как

$$U_l(t,\vec{x}) = \frac{GM_{\mathrm{E}}}{r}\sum_{m=0}^{l}\left(\frac{R_{\mathrm{E}}}{r}\right)^l \times \\ \times (C_{lm}\cos m\phi + S_{lm}\sin m\phi)\bar{P}_{lm}(\cos\theta). \tag{47}$$

Решение уравнения (34) для ньютоновской поправки к фазе будем записывать в виде суммы логарифмического члена Шапиро, описывающей

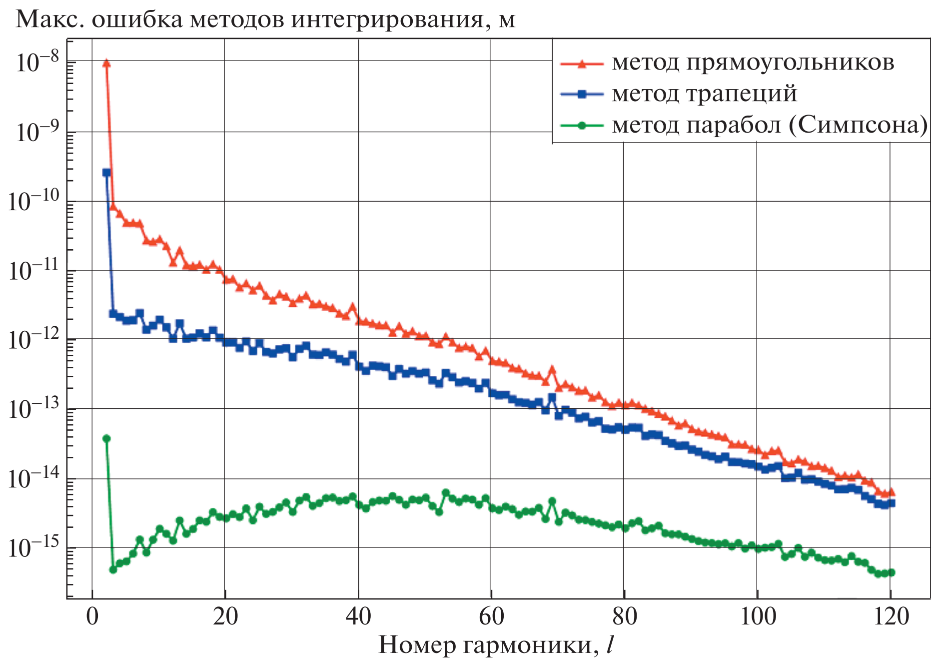

Рис. 5. Зависимость от номера гармоники l (с номера 2 по 120) максимальной ошибки в определении расстояния между спутниками, возникающей при упрощенных методах численного интегрирования в (44). Верхняя линия (красные треугольники) соответствует взятию интеграла методом прямоугольников, средняя линия (синие квадраты) — методом трапеций, нижняя линия (зеленые кружки) — методом парабол (формула Симпсона).

влияние монопольной части потенциала, и формулы Симпсона (из численного интегрирования методом парабол) для гармоник с $l = 2$ по 100:

$$\frac{1}{k_0}\varphi_1^{\mathrm{E}}(t_2, \vec{x}_{\mathrm{B}}) = -\frac{2GM_{\mathrm{E}}}{c^2}\ln\frac{r_{\mathrm{B}} + \vec{k}\cdot\vec{x}_{\mathrm{B}}}{r_{\mathrm{A}} + \vec{k}\cdot\vec{x}_{\mathrm{A}}} - \frac{R_{\mathrm{AB}}}{3c^2}\sum_{l=2}^{100}\left(U_l(\vec{x}_{\mathrm{A}}) + 4U_l\left(\frac{\vec{x}_{\mathrm{A}} + \vec{x}_{\mathrm{B}}}{2}\right) + U_l(\vec{x}_{\mathrm{B}})\right) + O(0.2\ \text{пм}). \tag{48}$$

Данная формула является основным результатом исследования влияния скалярного потенциала Земли на фазу сигнала.

Напомним, что полная поправка первого порядка к фазе была разбита в (22) на 4 части, и в заключение этого раздела соберем вместе полученные результаты.

Скалярный потенциал Земли приводит к фазовой поправке в виде (48), с вкладом в расстояние от монопольной части на уровне 350 мкм, от квадрупольной — до 320 нм, и суммарно от гармоник с номерами от 3 по 100 — до 3 нм.

Релятивистская поправка, связанная с вращением Земли (гравимагнитный эффект) дается выражением (33) и приводит к поправкам в расстояние до 200 пм.

Влияние внешних по отношению к Земле тел (достаточно принимать во внимание только Луну и Солнце) может достигать 40 пм и дается формулой (29).

Наконец, вращение Земли вокруг Солнца приводит к геодезической прецессии, что оказывает влияние на фазу сигнала (26) на уровне 18 пм. Приведем единое выражение для поправки к фазе первого порядка:

$$\begin{aligned}\varphi_1(t_2, \vec{x}_{\mathrm{B}}) = &-\frac{2GM_{\mathrm{E}}}{c^2}\ln\frac{r_{\mathrm{B}} + \vec{k}\cdot\vec{x}_{\mathrm{B}}}{r_{\mathrm{A}} + \vec{k}\cdot\vec{x}_{\mathrm{A}}} - \\ &-\frac{R_{\mathrm{AB}}}{3c^2}\sum_{l=2}^{100}\left(U_l(\vec{x}_{\mathrm{A}}) + 4U_l\left(\frac{\vec{x}_{\mathrm{A}} + \vec{x}_{\mathrm{B}}}{2}\right) + U_l(\vec{x}_{\mathrm{B\,B}})\right) + \\ &+\frac{2G}{c^3}\frac{\left(\vec{k}\cdot(\vec{n}_{\mathrm{B}} - \vec{n}_{\mathrm{A}})\right)\left(\vec{k}\cdot[\vec{S}_{\mathrm{E}}\times\vec{x}_{\mathrm{A}}]\right)}{r_{\mathrm{A}}^2 - (\vec{k}\cdot\vec{x}_{\mathrm{A}})^2} + \\ &+\frac{3}{2c^3}\left((\vec{R}_{\mathrm{AB}}\cdot\vec{a}_{\mathrm{E}})(\vec{x}_{\mathrm{A}}\cdot\vec{v}_{\mathrm{E}}) - (\vec{R}_{\mathrm{AB}}\cdot\vec{v}_{\mathrm{E}})(\vec{x}_{\mathrm{A}}\cdot\vec{a}_{\mathrm{E}})\right) + \\ &+\sum_{b=\mathrm{M,S}}\frac{GM_b}{c^2}\frac{R_{\mathrm{AB}}}{r_b^3}\left(\vec{x}_{\mathrm{A}}\cdot\vec{x}_{\mathrm{B}} + \frac{1}{3}R_{\mathrm{AB}}^2 - \right. \\ &\left. - 3(\vec{n}_b\cdot\vec{x}_{\mathrm{A}})(\vec{n}_b\cdot\vec{x}_{\mathrm{B}}) - (\vec{n}_b\cdot\vec{R}_{\mathrm{AB}})^2\right) + O(0.9\ \text{пм}).\end{aligned} \tag{49}$$

Напоминаем, что все координаты $\vec{x}_{\mathrm{A}}$ вычисляются в момент испускания сигнала t_1, а координаты $\vec{x}_{\mathrm{B}}$ — в момент приема t_2. То же относится и к прочим выводимым из них величинам. Оценка по-

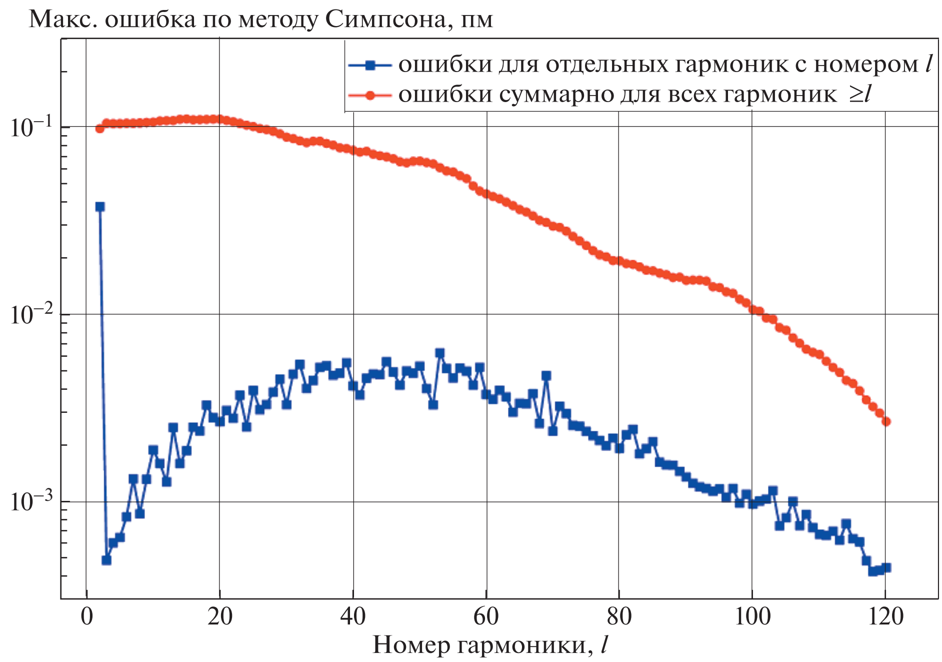

Рис. 6. Зависимость от номера гармоники l (с номера 2 по 120) максимальной ошибки в определении расстояния между спутниками, возникающей при численном интегрировании в (44) по методу Симпсона. Нижняя линия (синие квадраты) показывает ошибки для индивидуальных гармоник с номерами l, верхняя линия (красные кружки) показывает ошибку при суммировании интегралов для всех гармоник с номерами $\geq l$.

грешности в (49) получена как сумма погрешностей четырех рассмотренных частей фазы.

4. РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПОПРАВОК ВТОРОГО ПОРЯДКА К ФАЗЕ

Уравнение (14), которому подчиняется поправка второго порядка по G, запишем в более развернутом виде, разделяя компоненты K_m на временную и пространственные в соответствии с (4), а также учитывая отсутствие явной зависимости от времени у поправок первого порядка φ_1, что видно из итогового результата (49) предыдущего раздела. Получаем

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = -\frac{ck_0}{2}h_2^{00} - \frac{ck_0}{2}k_\alpha k_\beta h_2^{\alpha\beta} + ck_0 k_\alpha h_2^{0\alpha} - \\ - ch_1^{0\alpha}\varphi_{1,\alpha} + ch_1^{\alpha\beta}k_\alpha\varphi_{1,\beta} + \frac{c}{2k_0}\delta^{\alpha\beta}\varphi_{1,\alpha}\varphi_{1,\beta}. \tag{50}$$

Как было получено в предыдущей главе, доминирующим членом в φ_1 является поправка от монопольного эффекта Шапиро, которая дает вклад в измерение расстояния примерно 3.5×10^{-4} м, а все остальные поправки как минимум на 3 порядка меньше. По грубой оценке, поправки второго порядка получают дополнительный множитель порядка $U_\mathrm{E}/c^2 \sim 6.5\times10^{-10}$, поэтому ожидаемая величина поправок в расстоянии за счет φ_2 должна находиться в районе 2×10^{-13} м. Это ниже принятой нами планки в 1 пм, однако находится недалеко от нее, поэтому желательна более аккуратная оценка. В силу малости рассматриваемой поправки второго порядка, в функции φ_1 в (50) достаточно сохранить только эффект Шапиро (логарифмический член в (49)), а остальными поправками пренебречь; тогда необходимые здесь производные от фазы по пространственным координатам вычисляются как

$$\varphi_{1,\alpha} = -\frac{2GM_\mathrm{E}k_0}{c^2}\frac{x^\alpha + rk^\alpha}{r(r+\vec{k}\cdot\vec{x})}. \tag{51}$$

Добавление сюда производных от более высоких гармоник земного потенциала излишне, так как максимальное значение производной от вклада гармоники с номером n растет примерно пропорционально n, и этого недостаточно, чтобы соответствующие члены попали в диапазон значений выше 1 пм.

Покажем, что третий и четвертый члены в (50) можно сразу исключить из рассмотрения. Они связаны с влиянием гравимагнитной составляющей гравитационного поля Земли, и поэтому вклад от них достаточно мал. В предыдущем разделе показано, что поправка в расстоянии от линейного возмущения метрики $h_1^{0\alpha}$ находится на уровне 2×10^{-10} м; во втором приближении аналогичный по своей природе третий член в (50), пропорциональный $h_2^{0\alpha}$, имеет следующий порядок малости, т.е. его вклад подавлен примерно в 10^{10} раз. Очевидно, такой поправкой к фазе мы пренебрегаем. Для четвертого члена в (50) приведем более точную оценку. Оставляя в мультипольном разложении векторного гравитационного потенциала Земли только главный спиновый член (31), получаем

$$ch_1^{0\alpha}\varphi_{1,\alpha} = -\frac{4G^2M_{\mathrm{E}}k_0}{c^4}\frac{\vec{k}\cdot[\vec{S}_{\mathrm{E}}\times\vec{x}]}{r^3(r+\vec{k}\cdot\vec{x})}. \qquad (52)$$

Для твердотельного однородного шара с радиусом R_{E}, вращающегося с угловой скоростью Ω_{E}, спиновый момент $|\vec{S}_{\mathrm{E}}| = \frac{2}{5}M_{\mathrm{E}}\Omega_{\mathrm{E}}R_{\mathrm{E}}^2$, поэтому вклад члена (52) в измерение расстояния между спутниками оценивается как

$$\frac{8G^2M_{\mathrm{E}}^2R_{\mathrm{E}}^2\Omega_{\mathrm{E}}}{5c^4r^3}\Delta t \simeq 5.2\times10^{-19}\ \text{м}, \qquad (53)$$

где, как обычно, мы полагаем время распространения сигнала от спутника A к B $\Delta t \simeq 9\times10^{-4}$ с. Соответственно, этой поправкой тоже можно пренебречь.

Для вычисления квадратичных по G поправок h_2^{00} и $h_2^{\alpha\beta}$, входящих в (50), поступим следующим образом. Мы показали, что во втором приближении вклад гравимагнитного поля Земли пренебрежимо мал. Также мал вклад от несферичности Земли и от гравитационного поля внешних тел (такие поправки к расстоянию оцениваются как поправки первого порядка, умноженные на релятивистский фактор $U_{\mathrm{E}}/c^2 \sim 6.5\times10^{-10}$, т.е. составляют менее 10^{-16} м). Это говорит о том, что для описания гравитационного поля во втором приближении достаточно считать Землю изолированным сферически симметричным телом. В то время как поправка первого порядка к фазе была нами получена в полной модели с учетом несферичности и вращения Земли, для второго порядка будем представлять поле Земли в качестве метрики Шварцшильда, записанной в подходящих координатах. Координатами, в которых метрика Шварцшильда при разложении по малому параметру дает монопольное приближение нашей метрики (17), являются изотропные координаты; интервал в них имеет вид [18]

$$ds^2 = \left(\frac{1-\dfrac{GM_{\mathrm{E}}}{2c^2r}}{1+\dfrac{GM_{\mathrm{E}}}{2c^2r}}\right)^2(dx^0)^2 - \left(1+\frac{GM_{\mathrm{E}}}{2c^2r}\right)^4\delta_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta. \qquad (54)$$

Такая метрика является диагональной, и несложно вычислить квадратичные поправки в обратной метрике при разложении по степеням G:

$$h_2^{00} = \frac{2G^2M_{\mathrm{E}}^2}{c^4r^2}, \quad h_2^{\alpha\beta} = -\frac{5G^2M_{\mathrm{E}}^2}{2c^4r^2}\delta^{\alpha\beta}. \qquad (55)$$

В таком виде подставим эти поправки в первые два слагаемые уравнения (50), а производные (51) – в последние два слагаемых, и в результате получим достаточно компактное уравнение для поправки второго порядка к фазе:

$$\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{G^2M_{\mathrm{E}}^2k_0}{4c^3}\frac{r-15\vec{k}\cdot\vec{x}}{r^2(r+\vec{k}\cdot\vec{x})}. \qquad (56)$$

Точки с координатами $\vec{x}$, как и ранее, берутся на прямолинейной невозмущенной траектории сигнала, так что координаты точек зависят от времени как $\vec{x}(t) = \vec{x}_0 + \vec{k}c(t-t_0)$. С учетом этого данное уравнение оказывается возможным проинтегрировать точно, и нами было найдено его решение в следующем виде:

$$\begin{gathered}\frac{1}{k_0}\varphi_2(t,\vec{x}) = \frac{4G^2M_{\mathrm{E}}^2}{c^4}\left(\frac{r_0 - r + \vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}_0)}{r_0^2-(\vec{k}\cdot\vec{x}_0)^2} - \right.\\ -\frac{15}{16\sqrt{r_0^2-(\vec{k}\cdot\vec{x}_0)^2}}\times \\ \left.\times\arctan\frac{\vec{k}\cdot(\vec{x}-\vec{x}_0)\sqrt{r_0^2-(\vec{k}\cdot\vec{x}_0)^2}}{r_0^2+(\vec{k}\cdot\vec{x}_0)(\vec{k}\cdot\vec{x})-(\vec{k}\cdot\vec{x}_0)^2}\right).\end{gathered} \qquad (57)$$

Для сигнала от спутника A к B в качестве начальной и конечной точек выступают $\vec{x}_0 = \vec{x}_{\mathrm{A}}$ и $\vec{x} = \vec{x}_{\mathrm{B}}$. Сделаем некоторые упрощения для оценки вклада от (57) в расстояние между спутниками. Во всех знаменателях, а так же под корнем в числителе внутри арктангенса, считаем $\vec{k}\cdot\vec{x}$ и $\vec{k}\cdot\vec{x}_0 \ll r_0$, так как вектор $\vec{k}$ вдоль луча близок к перпендикуляру к радиусу-вектору спутника. Расстояние между спутниками $|\vec{x}-\vec{x}_0|$ мало по сравнению с радиусом орбиты r_0, так что для малого α используем приближение $\arctan\alpha \simeq \alpha$. Орбиты спутников считаем круговыми, так что $r_0 = r$. Наконец, для разности координат спутников имеем точное равенство $\vec{x}-\vec{x}_0 = c\vec{k}\Delta t$. В таком случае для (57) справедлива оценка

$$\frac{1}{k_0}\varphi_2 \simeq \frac{G^2M_{\mathrm{E}}^2}{4c^3r^2}\Delta t. \qquad (58)$$

При $\Delta t = 9\times10^{-4}$ с значение этой поправки составляет 3×10^{-14} м. Таким образом, можно констатировать, что квадратичные поправки к фазе оказываются за пределами точности измерения расстояния в 1 пм.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве главного итога данной работы нами получено аналитическое выражение для фазы сигнала, которым обмениваются спутники в эксперименте типа GRACE-FO. Фаза была проанализирована методом возмущений, и для возмущений первого порядка по гравитационной постоянной найдены все поправки, достаточные для обработки измерения расстояния с точностью в 1 пм. Затем было показано, что возмущения второго порядка приводят к поправкам в расстоянии между спутниками GRACE-FO на уровне 0.03 пм и тем самым могут не учитываться в пикометровой модели. Итоговое выражение для фазы сигнала, испущенного спутником A в геоцентрический момент времени t_1, и принимаемого на спутнике B в момент t_2, получается комбинированием формулы разложения фазы на возмущения (6) и решением (49) для возмущения фазы первого порядка:

$$\begin{gathered}
\frac{1}{k_0}\varphi(t_2,\vec{x}_\mathrm{B}) = \frac{1}{k_0}\varphi(t_1,\vec{x}_\mathrm{A}) + c(t_2 - t_1) - \\
- \vec{k}\cdot(\vec{x}_\mathrm{B} - \vec{x}_\mathrm{A}) - \frac{2GM_\mathrm{E}}{c^2}\ln\frac{r_\mathrm{A} + r_\mathrm{B} + R_\mathrm{AB}}{r_\mathrm{A} + r_\mathrm{B} - R_\mathrm{AB}} - \\
- \frac{R_\mathrm{AB}}{3c^2}\sum_{l=2}^{100}\left(U_l(\vec{x}_\mathrm{A}) + 4U_l\left(\frac{\vec{x}_\mathrm{A} + \vec{x}_\mathrm{B}}{2}\right) + U_l(\vec{x}_\mathrm{B})\right) + \\
+ \frac{2G}{c^3}\frac{\left(\vec{k}\cdot(\vec{n}_\mathrm{B} - \vec{n}_\mathrm{A})\right)\left(\vec{k}\cdot[\vec{S}_\mathrm{E}\times\vec{x}_\mathrm{A}]\right)}{r_\mathrm{A}^2 - (\vec{k}\cdot\vec{x}_\mathrm{A})^2} + \\
+ \sum_{b=\mathrm{M,S}}\frac{GM_b}{c^2}\frac{R_\mathrm{AB}}{r_b^3}\Bigg(\vec{x}_\mathrm{A}\cdot\vec{x}_\mathrm{B} + \frac{1}{3}R_\mathrm{AB}^2 - \\
- 3(\vec{n}_b\cdot\vec{x}_\mathrm{A})(\vec{n}_b\cdot\vec{x}_\mathrm{B}) - (\vec{n}_b\cdot\vec{R}_\mathrm{AB})^2\Bigg) + \\
+ \frac{3}{2c^3}\left((\vec{R}_\mathrm{AB}\cdot\vec{a}_\mathrm{E})(\vec{x}_\mathrm{A}\cdot\vec{v}_\mathrm{E}) - (\vec{R}_\mathrm{AB}\cdot\vec{v}_\mathrm{E})(\vec{x}_\mathrm{A}\cdot\vec{a}_\mathrm{E})\right) + \\
+ O(1\ \text{пм}).
\end{gathered} \tag{59}$$

Здесь логарифмический член (монопольный эффект Шапиро) записан в более удобном виде с использованием соотношения [7]:

$$\frac{r_\mathrm{B} + \vec{k}\cdot\vec{x}_\mathrm{B}}{r_\mathrm{A} + \vec{k}\cdot\vec{x}_\mathrm{A}} = \frac{r_\mathrm{A} + r_\mathrm{B} + R_\mathrm{AB}}{r_\mathrm{A} + r_\mathrm{B} - R_\mathrm{AB}}. \tag{60}$$

Уравнение (59) связывает начальную и конечную фазу точки волнового фронта сигнала; так как фаза точки не изменяется ($\varphi(t_1,\vec{x}_\mathrm{A}) = \varphi(t_2,\vec{x}_\mathrm{B})$), то (59) в сущности задает связь между временем движения сигнала $t_2 - t_1$ и расстоянием между спутниками. В следующей публикации будет рассмотрен вопрос об использовании результата (59) для формулировки наблюдаемых величин в эксперименте типа GRACE-FO.

Авторы признательны профессору В.Г. Турышеву за многочисленные комментарии и помощь в структурировании материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *U. Meyer, A. Jaggi, and Y. Jean*, Geophys. J. Intern. **205**(2), 1196 (2016).
2. *X. Guo, Q. Zhao, P. Ditmar, Y. Sun, and J. Liu*, J. Geophys. Res. **123**(8), 7040, (2018).
3. *H. Zhou, Z. Luo, N. Tangdamrongsub, Z. Zhou, L. He, C. Xu, Q. Li, and Y. Wu*, Remote Sensing **10**(5), id. 713 (2018).
4. *H. Zhou, Z. Zhou, Z. Luo, K. Wang, and M. Wei*, Geophys. J. Intern. **222**, 661, (2020).
5. *J. Luo et al.*, Classical and Quantum Gravity **33**(3), id. 035010 (2016).
6. *В. К. Милюков, М. В. Сажин, В. Н. Семенцов, С.-Ц. Е, Ч. Сье*, Вестник МГУ, Сер.3. Физика, Астрономия № 2, 82 (2019).
7. *S. G. Turyshev, V. T. Toth, and M. V. Sazhin*, Phys. Rev. D **87**, id. 024020 (2013).
8. *S. G. Turyshev, M. V. Sazhin, and V. T. Toth*, Phys. Rev. D **89**, id. 105029 (2014).
9. *Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц*, *Теория поля* (М.: Наука, 1980).
10. *M. Soffel, S. A. Klioner, G. Petit, P. Wolf, et al.*, Astrophys. J. **126**, 2687 (2003), arXiv:astro-ph/0303376.
11. *S. M. Kopeikin, M. Efroimsky, and G. Kaplan*, *Relativistic Celestial Mechanics of the Solar System* (Wiley-VCH, 2011).
12. *S. M. Kopeikin*, Manuscripta Geodetica **16**, 301 (1991).
13. *V. A. Brumberg and S. M. Kopeikin*, Nuovo Cimento B **103**, 63 (1989).
14. *S. A. Klioner and A. V. Voinov*, Phys. Rev. D **48**, 1451 (1993).
15. *В. К. Милюков, И. Ю. Власов, М. В. Сажин, О. С. Сажина, В. Н. Семенцов*, Астрон. журн. **97**(5), 421 (2020).
16. *J. Ries, S. Bettadpur, R. Eanes, Z. Kang, et al.*, *The Combined Gravity Model GGM05C* (Potsdam: GFZ Data Services, 2016), https://doi.org/10.5880/icgem.2016.002 .
17. *W. Torge*, *Geodesy* (Berlin, New York: Walter de Gruyter, 2001).
18. *А. Эддингтон*, *Математическая теория относительности* (Харьков: Гос. науч.-техн. изд-во Украины, 1933).