Р О С С И Й С К А Я А К А Д Е М И Я Н А У К

П И С Ь М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 116

Выпуск 1

10 июля 2022

Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции 119334 Москва, ул. Косыгина 2

тел./факс (499)-137-75-89

e-mail letters@kapitza.ras.ru

Web-страница http://www.jetpletters.ac.ru

Интернет-версия английского издания
http://www.springerlink.com/content/1090-6487

© Российская академия наук, 2022

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2022

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 3 – 12 © 2022 г. 10 июля

Странная кварковая материя и астрофизическая природа аномальных эффектов в космических лучах при энергиях 1–100 ПэВ

С. Б. Шаулов[1)], *В. А. Рябов, А. Л. Щепетов, С. Е. Пятовский, В. В. Жуков, Е. А. Куприянова, Е. Н. Гудкова*

Отделение Ядерной физики и астрофизики, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 31 марта 2022 г.
После переработки 23 мая 2022 г.
Принята к публикации 24 мая 2022 г.

Состав космических лучей имеет решающее значение для определения причин изменения наклона спектра широких атмосферных ливней (колено) в области энергий 1–100 ПэВ. Выводы данной работы основаны на анализе характеристик стволов широких атмосферных ливней, где сосредоточены наиболее энергичные вторичные адроны. В этой области наблюдается ряд аномальных эффектов, таких как увеличение длины поглощения адронных ливней, нарушение скейлинга в спектрах вторичных адронов, избыток мюонов в широких атмосферных ливнях с гамма-семействами, появление гало и выстроенность энергетических центров вдоль прямой, наблюдаемые в рентгеноэмульсионных камерах. При тех же энергиях, эквивалентных 1–100 ПэВ в лабораторной системе, по данным коллайдеров LHC и RHIC наблюдается скейлинговое поведение спектра адронов, что означает отсутствие новых процессов в ядерных взаимодействиях. Принимая во внимание эти данные, аномалии, наблюдаемые в космических лучах, следует объяснять астрофизическими причинами, т.е. изменениями в составе космических лучей. Анализ данных о стволах ШАЛ позволяет предположить, что колено в их спектре формируется компонентой космических лучей неядерной природы, возможно, состоящей из частиц странной кварковой материи.

DOI: 10.31857/S1234567822130018, EDN: iwajso

1. Введение. Спектр космических лучей (КЛ) при энергиях выше 0.1 ПэВ восстанавливается по данным широких атмосферных ливней (ШАЛ). При энергии $E_0 = 3$ ПэВ спектр ШАЛ имеет излом [1], получивший название колено. Поиск причин излома является одной из важнейших задач астрофизики на протяжении более чем пятидесяти лет. Данные о стволах ШАЛ, накопленные за это время, позволяют сформулировать новую модель образования колена.

КЛ в основном состоят из пяти групп ядер: протоны, He, CNO, Si и Fe, образовавшихся в результате взрыва сверхновых [2]. Ускорение ядер происходит на ударных волнах [3] до максимальных энергий, определяемых магнитной жесткостью $R_{\max} \simeq \frac{E_0}{Z}$, где E_0 – энергия ядра и Z – электрический заряд ядра.

В соответствии с этой схемой, существует два варианта излома: $R_{\max} \simeq 0.1$ ПВ, при этом излом при 3 ПэВ формируется ядрами группы железа, несущими максимальный заряд Z, либо $R_{\max} \simeq 3$ ПВ и в этом случае излом формируется протонным спектром.

Как показывают расчеты в [4, 5], и тот, и другой вариант можно теоретически обосновать, подбирая параметры модели.

Есть еще одна схема излома, связанная с аномально большим вкладом одиночного близкого источника [6–8]. Модель показывает, что существуют расстояния в Галактике, на которых одиночный источник может создавать излучение, сравнимое по интенсивности с полным спектром КЛ, и, кроме того, естественным образом объясняет наблюдаемую резкость излома спектра КЛ при 3 ПэВ [6].

Существует множество конкретных моделей состава КЛ в области колена, которые в основном предполагают ускорение КЛ при $R_{\max} \simeq 3$ ПВ [9]. Основной причиной такого выбора является необходимость согласования галактического и внегалактического спектров КЛ при энергиях $10^{18} - 10^{19}$ эВ. При $R_{\max} \simeq 0.1$ ПВ галактический спектр заканчивается при энергии 3 ПэВ и в этом случае нет вариантов, которые могли бы объяснить существование КЛ до энергий $10^{18} - 10^{19}$ эВ, где происходит существенное изменение характеристик ШАЛ [10, 11].

В нашем обзоре собраны результаты изучения стволов ШАЛ. По этим данным модель с магнитной жесткостью $R_{\max} \simeq 0.1$ ПВ также можно согласовать с внегалактическим спектром.

[1)]e-mail: ser101@inbox.ru

При интерпретации данных мы опираемся на результаты экспериментов LHCf и RHICf [12–16], из которых следует, что при энергиях, эквивалентных 1–100 ПэВ, в лабораторной системе наблюдается скейлинг, т.е. в области колена не должно быть качественных изменений характеристик ядерных взаимодействий.

В ШАЛ можно выделить две области, отличающиеся чувствительностью к первичному составу КЛ. Это электромагнитная периферия в радиусе сотни метров, которую в дальнейшем мы будем обозначать, как собственно ШАЛ, и небольшая область вблизи оси ШАЛ, включающая наиболее энергичные адроны ливня – стволы ШАЛ.

Методы регистрации электромагнитной и ядерной компонент ШАЛ радикально отличаются. Установки для регистрации стволов ШАЛ наиболее сложные. Это либо ионизационные калориметры, либо рентгеноэмульсионные камеры (РЭК). РЭК является наиболее информативным детектором стволов. Высокое пространственное разрешение (~ 100 мкм) позволяет измерять индивидуальные энергии гамма-квантов с энергиями, выше нескольких ТэВ, образовавшихся от распада $\pi^0 \Rightarrow 2\gamma$.

Полноценная установка должна сочетать детектор стволов и установку ШАЛ, так как только такое сочетание позволяет получать информацию о первичной энергии КЛ.

Установки для изучения стволов ШАЛ по сравнению с установками ШАЛ значительно выигрывают в информативности, но проигрывают в статистике событий. Поэтому область их применения ограничена энергиями $10^{15}-10^{18}$ эВ, т.е. областью колена в спектре ШАЛ.

Высокий порог регистрации гамма-квантов в РЭК приводит к отбору событий, в основном образованных первичными протонами. Это существенно упрощает построение спектра протонов и определение магнитной жесткости излома $R_{\max}$.

2. Экспериментальные результаты изучения стволов ШАЛ.

2.1. Аэростатный эксперимент JACEE. В аэростатном эксперименте JACEE, использовавшем эмульсионную камеру, делается вывод об изломе спектра протонов при энергии $E_{\max} \simeq 0.1$ ПэВ [17]. Спектры ядер приведены на рис. 1.

Излом в спектрах ядер наблюдается при магнитной жесткости $R \simeq 0.1$ ПВ. В соответствии с этими данными излом в спектре всех частиц должен формироваться ядрами группы железа, поэтому при энергиях выше 3 ПэВ должна появляться новая компонента КЛ.

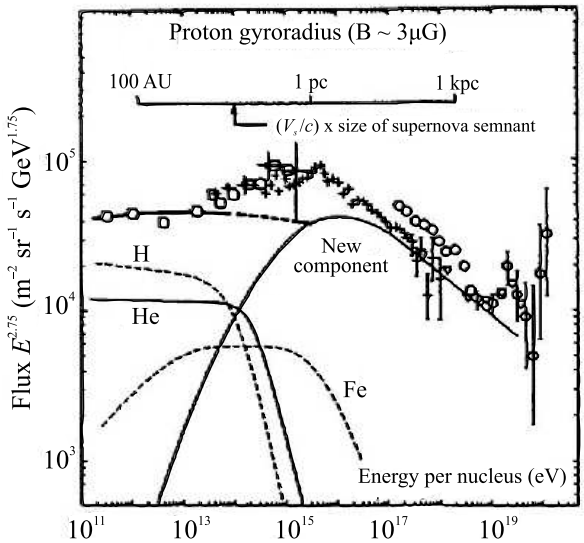

Рис. 1. Массовый состав ПКИ в соответствии с данными эксперимента JACEE [17]

2.2. Эксперимент ASγ. Результат JACEE подтверждают данные измерений на уровне гор. Протонный спектр при энергиях, более 100 ТэВ, был получен в гибридном эксперименте ASγ на Тибете (высота 4300 м над уровнем моря, 606 г/см^2) [18, 19, 20]. В эксперименте изучалась область стволов ШАЛ с помощью толчковой установки и РЭК площадью 80 м^2, объединенной с установкой ШАЛ. Наблюдаемый спектр может быть представлен в степенном виде с показателями $\kappa_1 = -3.01 \pm 0.11$ и $\kappa_2 = -3.05 \pm 0.12$ при использовании моделей QGSJET и SIBYLL соответственно. В обоих случаях наклон спектра заметно круче, чем для спектра в диапазоне энергий ниже 100 ТэВ, полученного из прямых наблюдений: $\kappa = -2.74 \pm 0.01$. Полученный спектр приведен на рис. 2.

Для сравнения на этом же рисунке приведен спектр протонов, полученный в эксперименте KASCADE-Grande (Карлсруэ) по данным электромагнитной компоненты ШАЛ на уровне моря. Данные KASCADE-Grande также приведены в двух вариантах, с использованием моделей QGSJET и SIBYLL. В последнем варианте данные согласуются с результатами, полученными на Тибете, но в случае использования модели QGSJET предполагается излом протонного спектра около энергии 3 ПэВ.

Утяжеление состава КЛ подтверждается данными группы ASγ, представленными на рис. 3. Доля ядер тяжелее гелия в первичных КЛ вокруг области колена растет с увеличением первичной энергии. По мнению авторов это означает, что колено в спектре

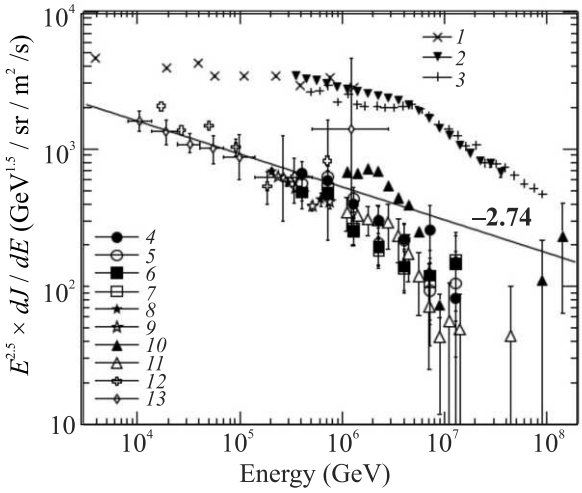

Рис. 2. Спектр первичных протонов, полученный в эксперименте ASγ, в сравнении с результатами других экспериментов [18]: *1* – PROTON satellite; *2* – Tibet-III; *3* – AKENO; *4* – QGSJET + HD; *5* – QGSJET + PD; *6* – SIBYLL + HD; *7* – SIBYLL + PD; *8* – Tibet-B.D.(QGSJET + HD); *9* – Tibet-B.D.(QGSJET + PD); *10* – KASCADE(QGSJET); *11* – KASCADE(SIBYLL); *12* – JACEE; *13* – RUNJOB

всех частиц формируется ядрами более тяжелыми, чем ядра гелия.

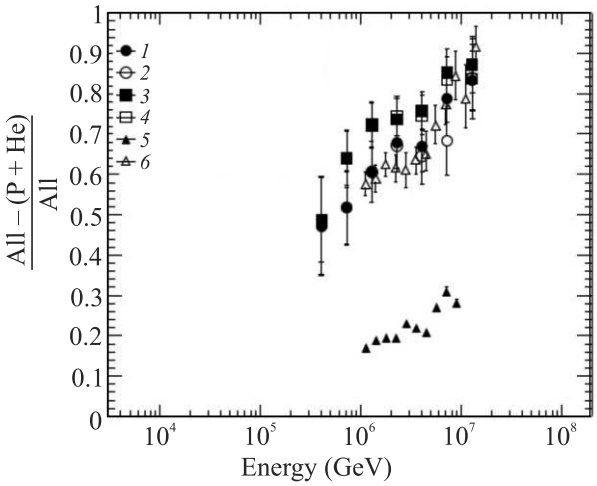

Рис. 3. Доля ядер тяжелее ядер He в массовом составе ПКИ, полученная с применением моделей ядерных взаимодействий QGSJET и SIBYLL. Результаты эксперимента ASγ приведены в сравнении с результатами эксперимента KASCADE-Grande [18]: *1* – QGSJET + HD; *2* – QGSJET + PD; *3* – SIBYLL + HD; *4* – SIBYLL + PD; *5* – KASCADE(QGSJET); *6* – KASCADE(SIBYLL)

На этом же рисунке приведены данные эксперимента KASCADE-Grande. При использовании программы SIBYLL, они, как и прежде, согласуются с данными ASγ. В случае использования модели взаимодействия QGSJET также наблюдается рост тяжелой компоненты, но доля этих ядер в три раза меньше. Из рисунков 2 и 3, также следует, что данные ASγ существенно меньше зависят от модельных представлений.

Так же, как в данных JACEE, излом в спектре протонов определяет значение магнитной жесткости $R_{\max} \simeq 0.1$ ПВ.

2.3. Эксперимент ШАЛ. Первое указание на существование проникающей компоненты в КЛ было получено Яковлевым с сотрудниками в эксперименте с калориметром на Тянь-Шане [21]. Было обнаружено, что при энергиях адронов ~ 100 ТэВ длина каскада поглощения в свинцовом калориметре увеличивается с 800 до 1100 г/см^2.

2.4. Эксперимент ПАМИР. Этот эффект был подтвержден в работах сотрудничества ПАМИР с толстой свинцовой РЭК [22, 23]. На глубине более 50 см свинца наблюдалось замедление поглощения адронов, соответствующая длина поглощения менялась с 200 ± 5 до 340 ± 80 г/см^2.

2.5. Эксперимент АДРОН. В высокогорном гибридном эксперименте АДРОН (Тянь-Шань, 3330 м н.у.м.) семейства гамма-квантов в РЭК были объединены с ШАЛ, что позволило получить для каждого семейства полное число электронов в ШАЛ N_e (первичную энергию E_0) и построить энергетические спектры гамма-квантов в Фейнмановских переменных E_γ/E_0 для разных интервалов N_e [24, 25].

На рисунке 4 показана зависимость наклона спектра гамма-квантов от N_e.

Горизонтальная (серая) линия соответствует скейлингу в спектрах. Изменение наклона экспериментальных спектров означает нарушение скейлинга. Вероятность случайного отклонения от скейлинга по критерию χ^2 не превышает $P = 10^{-8}$ [25].

Нарушение скейлинга совпадает с изломом спектра ШАЛ при $\lg N_e = 6.1$. Совпадение нельзя считать случайным и излом в спектре ШАЛ следует связывать с нарушением скейлинга, т.е. с соответствующим изменением состава КЛ. Уменьшение наклона спектров означает увеличение энергии адронов или появление проникающей компоненты КЛ.

Другой особенностью является локальный характер нарушения скейлинга. Статистика событий по спектрам уменьшается с увеличением энергии, поэтому более точные результаты о максимальной энергии нарушения скейлинга следуют из зависимости суммарной энергии семейств ΣE_γ от N_e, показанной на рис. 5.

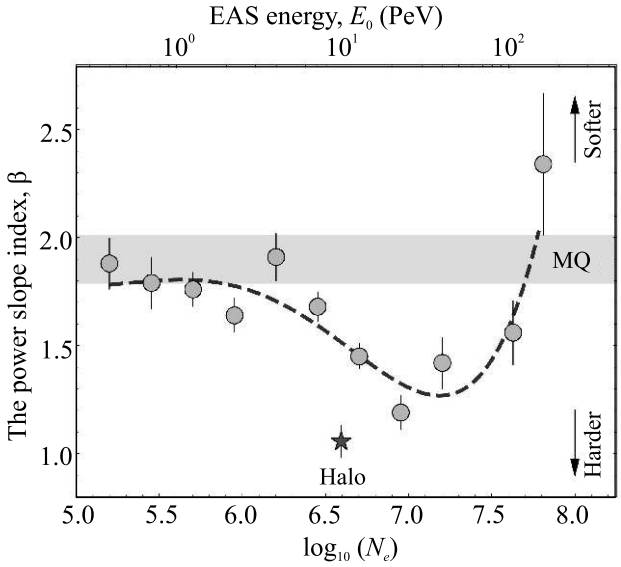

Рис. 4. Зависимость наклона спектра гамма-квантов в РЭК от полного числа электронов в ШАЛ N_e [25]

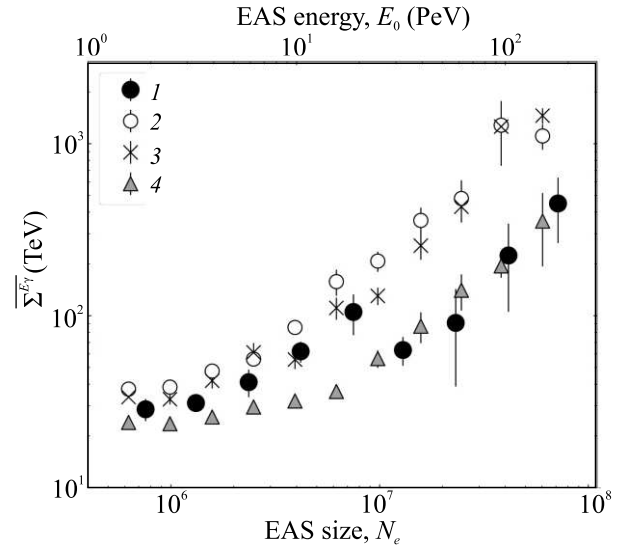

Рис. 5. Зависимость полной энергии семейств гамма-квантов ΣE_γ от N_e в сравнении с результатами моделирования [26]: *1* – эксперимент; *2* – модель А (легкий состав); *3* – модель А (тяжелый состав); *4* – модель В

Из приведенной зависимости следует, что максимальная энергия нарушения скейлинга соответствует $N_e = 10^7$ или энергии $E_0 = 20$ ПэВ, где ΣE_γ уменьшается с 100 до 50 ТэВ.

На рисунке 5 приведена аппроксимация экспериментальных данных по разным моделям японских физиков. Модель А основана на ускорительных данных и представлена в двух вариантах для легкого и тяжелого составов КЛ. В модели В используется экзотический вариант присутствия в КЛ частиц типа Кентавров [27]. Важно, что модели А и В, использованные в [26], отличаются почти на порядок величины по передаче энергии гамма-квантам, и ни одна модель не описывает зависимость экспериментальных данных во всей энергетической области.

Природу проникающей компоненты помогают установить данные о мюонах.

На рисунке 6 показана зависимость среднего числа мюонов $< N_\mu >$ от N_e для всех ШАЛ (кружки) и ШАЛ с гамма-адронными семействами (треугольники) [28]. Пунктир качественно указывает на ожидаемое количество мюонов в ШАЛ с гамма-адронными семействами для стандартной ядерной модели.

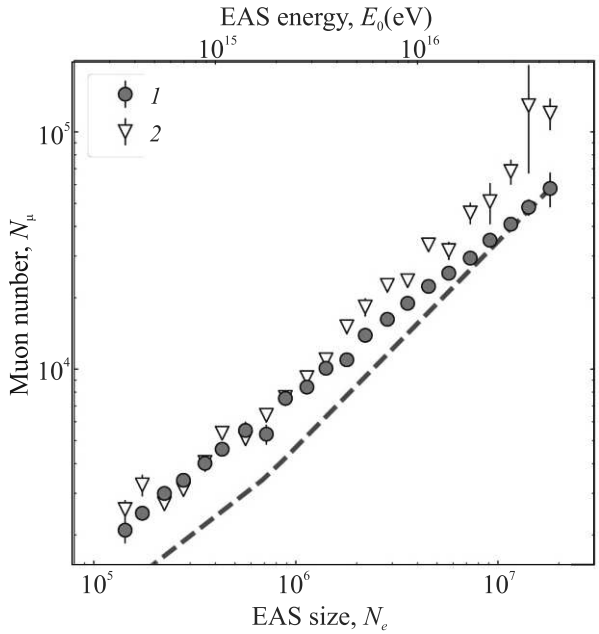

Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость среднего количества мюонов $\langle N_\mu \rangle$ от N_e: *1* – для всех ШАЛ; *2* – для ШАЛ с гамма-квантами и адронами. Пунктирная линия – ожидаемое количество мюонов в ШАЛ с гамма-квантами и адронами [28]

Согласно ядерным модельным представлениям, основная часть ШАЛ с гамма-адронными семействами в РЭК образована протонами, поэтому ожидаемое количество мюонов в этих событиях должно быть в полтора раза ниже среднего значения для всех ШАЛ [29]. Одновременное увеличение энергии адронов в ШАЛ и числа мюонов в этих же событиях не совместимо с ядерной моделью каскада. Учитывая ускорительные данные, два этих эффекта нельзя объяснить ни аномальным характером взаимодействия, ни изменением состава в рамках ядерной модели КЛ.

Наблюдаемое противоречие имеет общий характер. Отбор ШАЛ с гамма-семействами – это отбор флуктуаций в развитии ядерных каскадов, когда относительно меньшая часть первичной энергии рассеялась в атмосфере и, в частности, передалась мюонам. С другой стороны увеличение числа мюонов говорит об увеличении диссипации энергии. Поэтому остается предполагать, что новая компонента на рис. 1 имеет неядерную природу.

События, регистрируемые в РЭК (гамма-адронные семейства), являются стволами ШАЛ. Среди этих событий особый класс составляли так называемые суперсемейства с энергиями $\Sigma E_\gamma \geq 300-500$ ТэВ. В их составе были обнаружены два ярких эффекта. Это образование сплошного пятна потемнения (гало) и нарушение азимутальной симметрии, связанное с выстройкой энергетически выделенных центров (ЭВЦ) семейства по прямой линии.

2.6. Гало. На рисунке 7 приведен пример гамма-семейства с гало (эксперимент ПАМИР, гало "Фианит") [30]. Размер гало может варьироваться от десятков мм^2 до квадратных сантиметров. Гало, приведенное на рис. 7, имеет площадь $S = 1017$ мм^2. Суммарная энергия гамма-квантов составляет $\Sigma E_\gamma = 20$ ПэВ и первичная энергия по оценке равна $4 \cdot 10^{17}$ эВ.

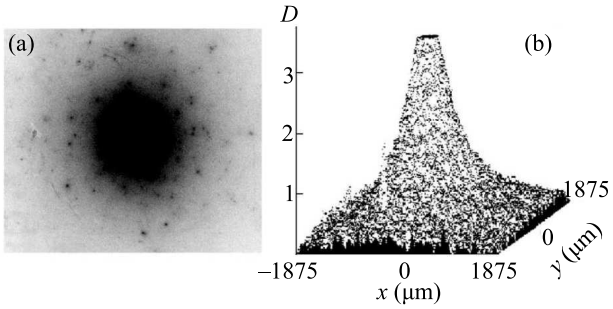

Рис. 7. (a) – Пример гало, полученного в РЭК эксперимента ПАМИР ("Фианит"). (b) – Денситограмма гало "Фианит" [30]

В серии расчетов и экспериментальных работ было установлено, что образование гало связано с электромагнитными процессами, инициированными гамма-квантами высокой энергии. При этом существенную роль в их формировании играют подпороговые кванты.

В совместной работе коллаборации ПАМИР-Чакалтайа [31] отмечается, что для объяснения наблюдаемых характеристик супер-семейств с гало необходимо предполагать изменение ядерных взаимодействий в ШАЛ.

Вывод связан с тем, что в таких семействах наблюдаются кластеры явно электромагнитного происхождения с малыми поперечными импульсами ($P_t \sim$ ~ 10 МэВ), которые в то же время обладают аномально высокой проникающей способностью.

Развитие кластеров в свинце РЭК приводит к образованию сплошного пятна гало, обладающего проникающей способностью адронов. Наличие в кластерах адронов с электромагнитными поперечными импульсами приводит авторов к выводу о необходимости учета новых процессов в области фрагментации.

Зависимость спектра семейств с гало от первичной энергии была получена в эксперименте АДРОН. На рисунке 8 приведено распределение событий с гало в зависимости от $\lg(N_e)$.

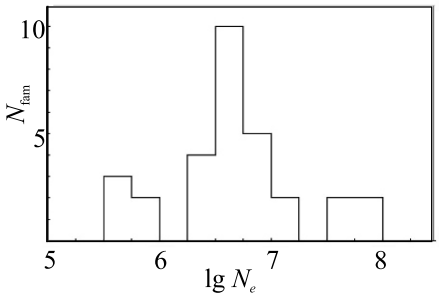

Рис. 8. Распределение семейств гамма-квантов с гало в зависимости от $\lg(N_e)$

Основная доля событий с гало находится в области колена. Максимум распределения находится в области нарушения скейлинга при $N_e \simeq 4 \cdot 10^6$ (~ 10 ПэВ). Можно считать, что это порог энергии образования гало. Результат согласуется с оценкой начальной энергии образования гало в работе [32]. Максимум событий с гало, полученный в эксперименте АДРОН, отмечен звездочкой на рис. 4. Как следует из этого рисунка, событиям с гало соответствует наиболее жесткий спектр гамма-квантов. Их энергия и множественность примерно в четыре раза превышают средние значения для этого интервала N_e.

2.7. Выстроенность ЭВЦ. На рисунке 9 приведены примеры выстроенности ЭВЦ в гамма-семействах. Выстроенность ЭВЦ вдоль прямой нарушает одно из основных геометрических свойств ядерных взаимодействий – изотропию.

Выстроенность ЭВЦ растет с энергией семейств $\sum E_\gamma$ и наблюдается примерно в половине суперсемейств, т.е. становится общей характеристикой взаимодействия, несовместимой со случайной выбор-

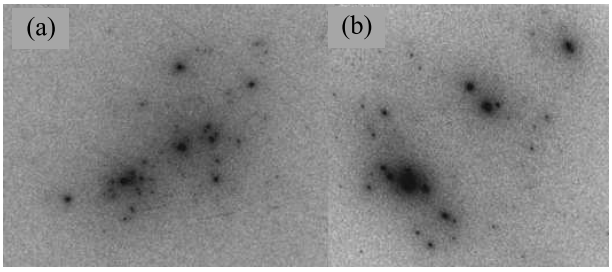

Рис. 9. Примеры выстроенных энергетически выделенных центров в семействах гамма-квантов

кой событий. Объяснить выстроенность тривиальными процессами не удается.

В работе [32] показано, что порог появления выстроенности так же, как и для гало, соответствует энергии ~ 10 ПэВ, т.е. находится в области колена.

2.8. Кентавры. Еще один аномальный эффект наблюдался в РЭК японо-бразильского сотрудничества на горе Чакалтайя (5200 м), состоящей из двух камер, разделенных воздушным зазором 158 см. События, которые были названы Кентаврами, состояли только из заряженных адронов, гамма-кванты практически отсутствовали [27].

Например, в одном из событий (CENTAURO-I) наблюдалось 49 адронов и только один гамма-квант. При этом, согласно оценкам эффективности регистрации, 22 адрона должны были пройти РЭК без взаимодействия.

В экспериментах JACEE и ASγ [17–20] установлена магнитная жесткость обрезания ядерных спектров КЛ $R_{\max} \simeq 0.1$ ПВ. Поэтому галактическая ядерная компонента должна заканчиваться в области энергий ~ 3 ПэВ.

Нарушение скейлинга, наблюдаемое при энергиях, выше 3 ПэВ, означает появление проникающей компоненты КЛ. При этом колено должно формироваться либо легкими ядрами (протонами), ускоренными более эффективным механизмом, чем ускорение на ударных волнах, либо компонентой КЛ иной природы. Протонный вариант исключается данными ASγ об утяжелении состава КЛ в области колена, представленном на рис. 3.

Кроме того, в области колена энергия адронов, генерирующих гамма-семейства, увеличивается [24, 25] и одновременно увеличивается число мюонов [28]. С учетом ускорительных данных [12–16], наблюдаемые эффекты не могут объясняться изменением ядерных взаимодействий. Мюонные данные также противоречат увеличению доли легких ядер (протонов), так как число мюонов при этом должно уменьшаться. Одновременное увеличение энергии адронов и числа мюонов приводит к необходимости выхода за пределы ядерного состава и рассмотрения неядерной компоненты КЛ.

Возможность привлечения частиц неядерной природы ограничена необходимым условием их стабильности (квази-стабильности), так как для КЛ учитываются лишь частицы, которые могут преодолеть космические расстояния от звезд и достичь Земли.

Представляется, что такой вариант только один. Это могут быть частицы гипотетической странной кварковой материи (СКМ) [33, 34]. Вариант возник в связи с открытием кварковой структуры вещества [35, 36] и на основании ряда теоретических работ, например [34], в которых показано, что при больших барионных числах $A = 10^2 - 10^3$ частицы СКМ становятся стабильными и заряженными, именно такие частицы называются странглетами.

Область существования странглетов ограничена. Наличие у них заряда связано с отличием концентраций u-, d- и s-кварков в области относительно малых барионных чисел порядка $A = 10^3 - 10^8$, возникающей из-за большой разницы массы u-, d- и s-кварков. При большем числе кварков в странглете (большем A) концентрации разных кварков выравниваются и частицы СКМ становятся нейтральными. Барионное число нейтральных частиц может расти вплоть до звездной величины $A = 10^{52}$. Такой по сути адрон представляет собой странную кварковую звезду (СКЗ).

Интенсивное образование СКЗ могло происходить при фазовом переходе кварк-глюонной плазмы в адроны в ранней Вселенной, приведшем к разделению вещества на ядерное и кварковое, что закончилось образованием ядерных и кварковых звезд [34]. Свойства таких астрономических объектов различаются кардинально в связи с тем, что в ядерных звездах идут термоядерные процессы синтеза тяжелых ядер, тогда как эволюция кварковых звезд представляется более простой, излучая они остывают с температуры эквивалентной 170 МэВ до, возможно, температуры реликтового излучения. В этом случае, находясь в тепловом равновесии с реликтовым излучением, они могут давать вклад в темную материю [34, 37]. Однако вопрос о скорости остывания и испарения СКЗ пока не решен.

Кроме реликтового варианта, существует возможность современного образования СКЗ. При взрывах сверхновой может оказаться, что нейтронная звезда продолжает сжиматься и переходит в кварковую звезду, так как ее плотность и стабильность превосходит такие же характеристики ядерного вещества (см. обзор [38]).

Если в природе осуществляется фазовый переход от нейтронной звезды к кварковой, то странглеты так же, как и ядра, могут образовываться при взрывах сверхновых. Однако, если существуют реликтовые кварковые звезды, они могут инжектироваться в окружающее пространство при слиянии двойных звездных систем, хотя бы одним участником которой является кварковая звезда. Вывод о присутствии в КЛ странглетов следует также из рассмотрения событий типа Кентавров [27]. В рамках ядерного каскада в этом случае нарушается фундаментальное свойство – изотопическая инвариантность. Чтобы спасти ситуацию, Бьоркен и МакЛерран предположили, что в КЛ есть частицы странной кварковой материи. В этом случае их распад должен порождать струи, состоящие не из пионов, а из гиперонов [33], что объясняет наличие Кентавров.

Учитывая наличие кулоновского барьера, преимуществом обладают нейтральные частицы, в первую очередь π^0-, K^0-, ρ^0-мезоны, нейтроны и гамма кванты. Коэффициент неупругости при этом оказывается маленьким, порядка $K_{\rm in} \simeq 0.001$, а сечение взаимодействия наоборот большим $\sigma_{\rm geo} \sim A^{2/3}$ и для $A = 10^3{-}10^7$ геометрическое сечение $\sigma_{\rm geo} \simeq 1{-}10^3$ барн [24]. При этом длина взаимодействия в воздухе составляет $\lambda_{\rm int} \simeq (A_{\rm air} \cdot m_p)/\sigma_{\rm geo} = 10 - 0.01\,\text{г/см}^2$.

На границе стабильности странглеты, состоящие из u-, d-, s-кварков, имеют электрический заряд около $Z = 30$, а их максимальный заряд из-за большого размера может достигать величины $Z \simeq 1000$ при $A \simeq 10^7$. При значениях барионных чисел выше $A = 10^7{-}10^8$ концентрация u-, d-, s-кварков выравнивается, электрический заряд таких адронов обращается в ноль и их ускорение на ударных волнах прекращается. В результате масса странглетов лежит в пределах $A = 10^3{-}10^8$, а электрический заряд в интервале $Z = 30$–1000.

3. Аномалии в КЛ. Расчеты взаимодействия странглетов в рамках КХД сложны, и потому отсутствуют. Однако, учитывая приведенные характеристики странглетов, можно попытаться хотя бы качественно воспроизвести наблюдаемые в КЛ аномалии.

3.1. Ускорение КЛ. Важным преимуществом СКМ модели является одинаковый механизм ускорения на ударных волнах ядер и странглетов, так как по сути странглеты являются квази-ядрами. Учитывая, что электрический заряд странглетов может составлять $Z = 1000$, при магнитной жесткости излома индивидуальных спектров $R = 0.1$ ПВ максимальная энергия КЛ продлевается до $E_0 = 10^{17}$ эВ. При этом длина взаимодействия странглета в атмосфере составляет $\lambda_{\rm int} \simeq 0.01\,\text{г/см}^2$, т.е. на ядерной длине взаимодействия порядка $100\,\text{г/см}^2$ он провзаимодействует около 10^5 раз. Даже при минимальном коэффициенте неупругости $K_{\rm in} \simeq 0.001$ и с учетом поглощения, можно ожидать, что количество электронов в этом случае окажется не меньшем, чем для ядер $N_e^S \geq N_e^{\rm nucl}$.

Увеличение наклона в спектре КЛ (колено) обусловлено существенно более тяжелым весом квазиядер.

3.2. Спектр КЛ. По оценкам Бъеркена и МакЛеррана [33] ШАЛ, образуемый странглетами, похож по характеристикам на ядерный для группы CNO. Учитывая значительный рост сечения взаимодействия странглетов с увеличением барионного числа A ($\sigma \simeq 100$ барн), можно ожидать, что при максимальной энергии 100 ПэВ они вполне могут образовывать ШАЛ с числом электронов $N_e \sim 10^9$, что обеспечивает согласование галактического и внегалактического спектров КЛ.

Отсутствие странглетов при энергиях ниже 3 ПэВ можно объяснять тем, что часть спектра КЛ выше колена образуется излучением близкого одиночного источника [6, 7, 8], которым может быть странная кварковая звезда [34].

3.3. Нарушение скейлинга. Нарушение скейлинга в области $N_e = 10^6{-}10^7$ довольно естественно объясняется вероятным распадом странглетов на границе стабильности в результате взаимодействия с ядрами воздуха. Локальный характер этой области можно относить за счет увеличения энергии связи странглетов с увеличением барионного числа и возникновением их стабильности относительно взаимодействия для $A = 10^4{-}10^5$.

3.4. Избыток мюонов. Аномальный избыток мюонов возникает из за большого числа взаимодействий странглетов в атмосфере. При относительно малом пороге регистрации мюонов (5 ГэВ) их число будет накапливаться при прохождении странглета через атмосферу и в результате может превысить среднее число мюонов в ядерных ШАЛ. При этом следует ожидать, что максимальное число мюонов окажется в ШАЛ с гамма-семействами, где странглет развалился на сотни гиперонов.

3.5. Гало. Гало имеет электромагнитное происхождение, но обладает большой (адронной) проникающей способностью. При наличие кулоновского барьера у странглета, он должен наиболее эффективно генерировать π^0 и непосредственно гамма-кванты, учитывая отсутствие у них заряда и массы. Образование энергичных гамма-квантов от распада π^0 и интенсивная прямая генерация малоэнергичных (под-

пороговых) гамма-квантов и является причиной возникновения гало. При этом проникающая способность гало определяется проникающей способностью самого странглета.

3.6. Выстроенность. Выстроенность можно объяснять, например, с помощью капельной модели. Если в области нарушения скейлинга, странглет полностью разваливался, то при больших барионных числах он может распадаться на два стабильных (квазистабильных) странглета. При распаде странглета между его частями должна возникать мощная струна, состоящая из сотен кварк-кварковых струн. Разрыв таких струн должен приводить к рождению кварк-антикварковых пар и формированию мезонов, возникающих вдоль струны.

3.7. Кентавры. События типа Кентавров появляются в связи с распадом странглетов на гипероны, чем объясняется отсутствие π^0-мезонов.

Ситуацию с объяснением природы колена, сложившуюся в настоящее время, можно охарактеризовать следующим образом. Существует две точки зрения. В одной, основанной на изучении электромагнитной компоненты ШАЛ, предполагается, что ядра ускоряются до энергий, определяемых магнитной жесткостью $R \simeq 3$ ПВ. Другая точка зрения основывается на результатах изучения стволов ШАЛ и предполагает, что излом ядерных спектров происходит при магнитной жесткости $R \simeq 0.1$ ПВ, а колено, вплоть до внегалактической компоненты КЛ, формируется странглетами (частицами СКМ). Мы обозначим эти модели как EAS и CORE соответственно. Проблемы существуют в обеих моделях.

Основная проблема EAS модели связана с большой зависимостью результата от модели взаимодействия. Как показали китайские физики в [18], результаты эксперимента KASCADE-Grande могут отличаться в разы (рис. 2) при использовании моделей взаимодействия QGSJET и SIBYLL.

В CORE модели описание взаимодействия странглетов с ядрами воздуха практически отсутствует, поэтому результаты носят качественный характер. С другой стороны, это можно рассматривать как ее преимущество. Эмпирические выводы, лежащие в основе CORE модели, не зависят или слабо зависят от модельных представлений.

4. Экспериментальные подтверждения неядерной компоненты в КЛ. В конечном итоге выбор должен определяться экспериментом. Можно привести два экспериментальных результата, которые могут подтверждать вывод о наличии в КЛ неядерной компоненты.

4.1. Данные о мюонах. В ряде экспериментов наблюдается избыток мюонов (*muon puzzle*) [39, 40]. Анализируя мюонные данные с помощью параметра

$$z = \frac{\ln < N_\mu > - \ln < N_\mu >_p}{\ln < N_\mu >_{Fe} - \ln < N_\mu >_p}, \qquad (1)$$

было обнаружено, что при энергиях выше 10^{17} эВ наблюдаются события с $z > 1$, т.е. в КЛ могут присутствовать первичные частицы тяжелее железа.

4.2. Задержанные ливни. Достаточно давно в ряде экспериментов наблюдаются так называемые задержанные ливни, фронты которых отстоят друг от друга на сотни наносекунд. Впервые обнаружил такие события Джелли с сотрудниками [41]. Результат был подтвержден во многих экспериментах, обзор которых можно найти в [42]. В частности, на уровне моря этот эффект исследовался на установке НИИЯФ МГУ [43–45].

Хотя основная тема обзора связана с регистрацией стволов ШАЛ, наличие запаздывающих ливней является ярким эффектом, который невозможно объяснить развитием обычного ядерного каскада. Предпринятые ранее попытки объяснить его рождением в атмосфере тяжелых адронов потерпели неудачу, так как для объяснения наблюдаемых задержек прихода фронта ШАЛ нужны частицы с массами ТэВ и выше. Сечение рождения таких частиц в атмосфере слишком мало, кроме того такие процессы противоречат теоретическим выводам КХД о ядерных взаимодействиях и ускорительным данным. В то же время гипотеза СКМ предполагает наличие супертяжелых адронов в первичных КЛ. Наиболее детально эффект задержанных ШАЛ исследован на Тянь-Шане.

Регистрация задержанных фронтов ШАЛ на Тянь-Шане впервые была осуществлена В. И. Яковлевым с сотрудниками в высокогорном эксперименте ВЭГА [46]. В дальнейшем эти работы были продолжены на Тянь-Шане Р. У. Бейсембаевым и Н. Г. Вильдановым с сотрудниками на специализированной установке ГОРИЗОНТ-Т [47–49]. В этих работах не только были зарегистрированы задержки фронтов, но и получена важная информация о необычных свойствах таких ливней. Длительность импульсов и плотность частиц в ливнях, регистрируемых отдельными детекторами, оказались существенно меньше, чем предсказывают модели ядерного каскада. Анализ этих данных показал, что при энергиях выше 10^{16} эВ, т.е. в области колена, ШАЛ состоят из отдельных мини-ливней, взаимные задержки между которыми иногда могут достигать значений около микросекунды. Исследования в этом

направлении продолжаются, но уже сейчас можно сказать, что наличие нескольких задержанных фронтов в ШАЛ не может объясняться ядерными ливнями.

Таким образом на существование неядерных частиц в первичных КЛ указывают разные эксперименты. Это исследования стволов ШАЛ, мюонов в ШАЛ и пространственно-временных характеристик ШАЛ.

5. Выводы и обсуждение.

○ Основываясь на экспериментальных данных, сформулирована модель состава КЛ, совместимая с магнитной жесткостью $R_{\max} = 0.1$ ПВ.

○ В этом случае, вплоть до объединения с внегалактической компонентой, КЛ представляют из себя смесь ядер и квази-ядер (странглетов).

○ Ядра и странглеты ускоряются единым механизмом на ударных волнах.

○ Не исключено, что внегалактическая компонента также может содержать странглеты [50].

Соответствующий галактический спектр КЛ приведен на рис. 10. Косой штриховкой на этом рисунке выделена внегалактическая компонента КЛ.

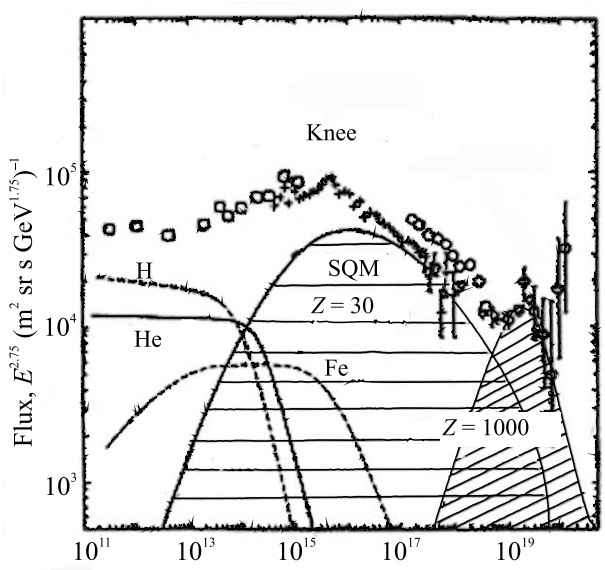

Рис. 10. SQM-модель спектра галактических КЛ, состоящая из ядер и квази-ядер (странглетов). На рисунке 1 [17] новый компонент заменен странглетами

Являются ли странглеты экзотикой? Ответ скорее отрицательный, так как их существование допускается в рамках Стандартной модели. В ряде экспериментов в КЛ наблюдались единичные события, которые можно интерпретировать как странглеты [51–53]. Для окончательного решения вопроса о существовании в природе странной кварковой материи необходимо создание светосильных установок в открытом космосе.

1. Г. В. Куликов, Г. Б. Христиансен, ЖЭТФ **35**3(9), 635 (1958).
2. В. Л. Гинзбург, С. Сыроватский, УФН **88**(3), 485 (1966).
3. Г. Ф. Крымский, Докл. АН СССР **234**(6), 1306 (1977).
4. Е. Г. Бережко, В. К. Елшин, Л. Т. Ксенофонтов, ЖЭТФ **109**, 3 (1996).
5. E. G. Berezhko, S. P. Knurenko, and L. T. Ksenofontov, Astropart. Phys. **36**(1), 31 (2012).
6. A. D. Erlykin and A. W. Wolfendale, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **23**, 979 (1997).
7. A. D. Erlykin and A. W. Wolfendale, Astropart. Phys. **7**, 203 (1997).
8. A. D. Erlykin, A. W. Wolfendale, and M. Lipski, Astropart. Phys. **8**, 283 (1998).
9. J. R. Horandel, Astropart. Phys. **21**, 241 (2004).
10. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Письма в ЖЭТФ **97**(7–8), 514 (2013).
11. А. В. Глушков, А. В. Сабуров, Письма в ЖЭТФ **100**(11–12), 793 (2014).
12. O. Adriani, L. Bonechi, M. Bongi et al. (Collaboration), Phys. Lett. B **703**(2), 128 (2011); DOI: 10.1016/j.physletb.2011.07.077.
13. C. Klein-Bosing and L. McLerran Phys. Lett. B **734**, 282 (2014).
14. O. Adriani, E. Berti, L. Bonechi et al. (Collaboratin), Phys. Rev. D **94**(3), 032007 (2016); DOI: 10.1103/PhysRevD.94.032007.
15. H. Menjo, O. Adriani, E. Berti et al. (Collaboratin), *Proc. 2016 Int. Conf. Ultra-High Energy Cosmic Rays (UHECR2016).* JPS Conf. Proc., 011017 (2018); DOI: 10.7566/JPSCP.19.011017.
16. H. P. Dembinski, J. C. Arteaga-Velazquez, L. Cazon et al. (Collaboratin), EPJ Web of Conferences 210, 02004 (2019). UHECR 2018; DOI: 10.1051/epjconf/201921002004
17. Y. Takahashi, for the JACEE collaboration, Nuclear Physics B – Proceedings Supplements **60**(3), 83 (1998); DOI: 10.1016/S0920-5632(97)00503-3.
18. M. Amenomori, S. Ayabe, D. Chen et al. (Collaboratin), Adv. Space Res. **37**(10), 1938 (2006); DOI: 10.1016/j.asr.2005.11.018.
19. M. Amenomori, S. Ayabe, D. Chen et al. (Collaboration), Phys. Lett. B **632**(1), 58 (2006); DOI: 10.1016/j.physletb.2005.10.048.
20. M. Amenomori, X. J. Bi, D. Chen et al. (Collaboration), Astrophys. Space Sci. Trans. **7**, 15 (2011); DOI: 10.5194/astra-7-15-2011.
21. V. I. Yakovlev, Nucl. Phys. B **122**, 417 (2003).
22. T. Arisawa, Y. Fujimoto, S. Hasegawa et al. (Collaboration), Nucl. Phys. B **424**(2), 241 (1994); DOI: 10.1016/0550-3213(94)90295-X.

23. Т. П. Аминева, И. П. Иваненко, Н. П. Ильина и др. (Collaboration), Известия АН СССР. Серия физическая **53**(2), 277 (1989).
24. S. B. Shaulov, in Proc. Conf. Heavy Ion Phys. **4**, 403 (1996).
25. S. B. Shaulov, L. I. Vil'danova, E. A. Kupriyanova et al. (Collaboration), J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **48**, 125202 (2021); DOI: 10.1088/1361-6471/ac2e58.
26. M. Tamada, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **20**, 487 (1994).
27. C. M. G. Lattes, Y. Fujimoto, and S. Hasegawa, Phys. Rep. **65**(3), 151 (1980); DOI: 10.1016/0370-1573(80)90165-9.
28. A. L. Shepetov, S. B. Shaulov, O. I. Likiy et al. (Collaboration), Astropart. Phys. **133**, 102642 (2021); DOI: 10.1016/j.astropartphys.2021.102642.
29. S. I. Nikolsky, Energy spectrum of primary cosmic rays, *Proc. of Int. Symp. on cosmic rays and particle physics, March 19–23, 1984*, Tokyo, p. 507.
30. V. M. Maximenko, V. S. Puchkov, S. E. Pyatovsky et al. (Collaboration), arXiv:1805.00971 [hep-ex]; DOI: 10.48550/arXiv.1805.00971.
31. L. T. Baradzei, A. S. Borisov, K. V. Cherdyntseva et al. (Collaboration), Nucl. Phys. B **370**(2), 365 (1992); DOI: 10.1016/0550-3213(92)90291-I.
32. R. A. Mukhamedshin, V. S. Puchkov, S. E. Pyatovsky et al. (Collaboration), Astropart. Phys. **102**, 32 (2018); DOI: 10.1016/j.astropartphys.2018.05.005.
33. J. D. Bjorken and L. D. McLerran, Phys. Rev. D **20**, 2353 (1979).
34. E. Witten, Phys. Rev. D **30**, 272 (1984).
35. G. Zweig, CERN Reports N8182/TH **401**, 24 (1964).
36. M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).
37. В. А. Рябов, В. А. Царев, А. М. Цховребов, УФН **178**(11), 1 (2008).
38. F. Weber, Prog. Part. Nucl. Phys. **54**, 193 (2005).
39. A. A. Petrukhin, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **692**, 228 (2012).
40. J. Albrecht, L. Cazon, H. Dembinski et al. (Collaboration), Astrophys. Space Sci. **367**, 27 (2022); DOI: 10.1007/s10509-022-04054-5.
41. J. V. Jelly and W. J. Whitehouse, Proc. Phys. Soc. A **66**, 454 (1953).
42. В. Б. Атрашкевич, О. В. Веденеев, Г. В. Куликов и др. (Collaboration), Вопросы атомной науки и техники (ВАНТ), сер. тех. физ. эксп. **3**(29), 47 (1986).
43. V. B. Atrashkevich, O. V. Vedeneev, G. K. Garipov et al. (Collaboration), Izvestiya Akademii nauk SSSR, Seriya Fizicheskaya **58**(12), 98 (1994).
44. Г. К. Гарипов, А. А. Силаев, Ядерная физика **83**(3), 235 (2020).
45. Г. К. Гарипов, Изв. РАН, сер. физ. **85**(8), 1173 (2021).
46. В. И. Яковлев, М. И. Вильданова, Н. Г. Вильданов, Письма в ЖЭТФ **85**(1–2), 111 (2007); eLIBRARY ID: 9513308.
47. R. U. Beisembaev, Y. N. Vavilov, and M. I. Vil'danova, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **75**, 354 (2011); DOI: 10.3103/S1062873811030117.
48. D. Beznosko, R. Beisembaev, and K. Baigarin, EPJ Web of Conferences **145**, 14001 (2017); DOI: 10.1051/epjconf/201714514001.
49. R. U. Beisembaev, E. A. Beisembaeva, O. D. Dalkarov et al. (Collaboration), Phys. Atom. Nuclei **82**, 330 (2019); DOI: 10.1134/S1063778819040057.
50. P. Kankiewicz, M. Rybczynski, Z. Wlodarczyk et al. (Collaboration), Astrophys. J. **839**, 31 (2017); DOI: 10.3847/1538-4357/aa67ee.
51. T. Saito, Y. Hatano, Y. Fukada, and H. Oda, Phys. Rev. Lett. **65**(17), 2094 (1990).
52. M. Ichimura, E. Kamioka, M. Kitazaw et al. (Collaboration), Il Nuovo Cimento A **106**(6), 843 (1993).
53. P. B. Price, E. K. Shirk, W. Z. Osborne, and L. S. Pinsky, Phys. Rev. D **18**(5), 1382 (1978).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 13 – 19 © 2022 г. 10 июля

Новые ограничения на константу связи аксиона с электроном для солнечных аксионов

Ю. М. Гаврилюк[+], *А. Н. Гангапшев*[+], *А. В. Дербин*[*1)], *И. С. Драчнев*[*], *В. В. Казалов*[+], *В. В. Кузьминов*[+], *М. С. Микулич*[*], *В. Н. Муратова*[*], *Д. А. Текуева*[+], *Е. В. Унжаков*[*], *С. П. Якименко*[+]

[+]*Институт ядерных исследований РАН, 117312 Москва, Россия*

[*]*Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова, Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 188300 Гатчина, Россия*

Поступила в редакцию 25 мая 2022 г.
После переработки 25 мая 2022 г.
Принята к публикации 27 мая 2022 г.

Выполнен поиск резонансного возбуждения первого ядерного уровня ядра ^{83}Kr с энергией 9.4 кэВ солнечными аксионами, потоки которых зависят от константы связи аксиона с электроном g_{Ae}. Для регистрации γ- и рентгеновских квантов, конверсионных и Оже электронов, возникающих при разрядке ядерного уровня, использовался газовый пропорциональный счетчик, расположенный в низкофоновой установке в подземной лаборатории БНО ИЯИ РАН. В результате получено новое ограничение на константы связи аксиона с электроном и нуклонами $|g_{Ae}(g^3_{AN} - g^0_{AN})| \leq 1.50 \times 10^{-17}$ (90 % у.д.), которое соответствует новым ограничениям на массу аксиона $m_A \leq 320$ эВ и $m_A \leq 4.6$ эВ в моделях KSVZ- и DFSZ-аксиона соответственно.

DOI: 10.31857/S123456782213002X, EDN: iwdopo

1. Введение. Легкие псевдоскалярные частицы, аксионы, появились в теории как результат решения CP-проблемы сильных взаимодействий [1–3]. Несмотря на отрицательные результаты интенсивных экспериментальных поисков, аксионы продолжают оставаться хорошо обоснованными кандидатами на роль частиц темной материи [4]. Привлекательные астрофизические указания на существование аксионов связаны с аномальной прозрачностью Вселенной для высокоэнергетических γ-квантов [5] и с излишне быстрым охлаждением некоторых звездных систем по сравнению с теоретическими моделями [6].

Взаимодействие аксионов с веществом задается величиной f_A, при которой происходит нарушение симметрии Печчеи–Квин [1] и определяется эффективными константами связи аксиона с фотонами $g_{A\gamma}$, электронами g_{Ae} и нуклонами g_{AN}. Масса аксиона m_A выражается через f_A и свойства π^0-мезона: $m_A f_A \approx m_\pi f_\pi$. В численном виде m_A и f_A связаны соотношением [7, 8]:

$$m_A = 5.69(5)\left(\frac{10^6\ \text{ГэВ}}{f_A}\right)\ \text{эВ}. \qquad (1)$$

В оригинальной PQWW-модели "стандартного" аксиона [1–3] предполагалось, что нарушение PQ-симметрии происходит на электрослабом масштабе $f_A = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \simeq 250$ ГэВ. В двух классах новых моделей KSVZ [9, 10] и DFSZ [11, 12] "невидимого" аксиона, значение f_A может быть сколь угодно большим, вплоть до планковской массы $m_p \sim 10^{19}$ ГэВ, тем самым уменьшая ожидаемую массу аксиона и подавляя взаимодействия аксиона с веществом.

Звезды должны быть мощными источниками аксионов. Интенсивные потоки аксионов могут образовываться на Солнце в целом ряде процессов, вероятность которых зависит от констант связи аксиона $g_{A\gamma}$, g_{Ae} и g_{AN}. Константа $g_{A\gamma}$ определяет вероятность конверсии фотонов в аксионы в электромагнитном поле солнечной плазмы (аксионы Примакова). Излучение аксионов в ядерных магнитных переходах, которые возбуждаются вследствие высокой температуры в центре Солнца или появляются в ядерных реакциях pp-цепочки и CNO-цикла, зависит от g_{AN}. Константа связи g_{Ae} определяет потоки аксионов, которые возникают в результате тормозного излучения $e + Z \to Z + e + A$ и комптоновского процесса $\gamma + e \to e + A$, а также в процессах разрядки и рекомбинации в атомах $I^* \to I + A$, $e + I \to I^* + A$. Спектры и потоки аксионов, которые возникают в вышеприведенных процессах, были вычислены в ряде работ [13–17] и показаны на рис. 1.

В этой статье мы представляем новые результаты для константы связи аксионов с электронами g_{Ae}, ко-

[1)]e-mail: derbin_av@pnpi.nrcki.ru

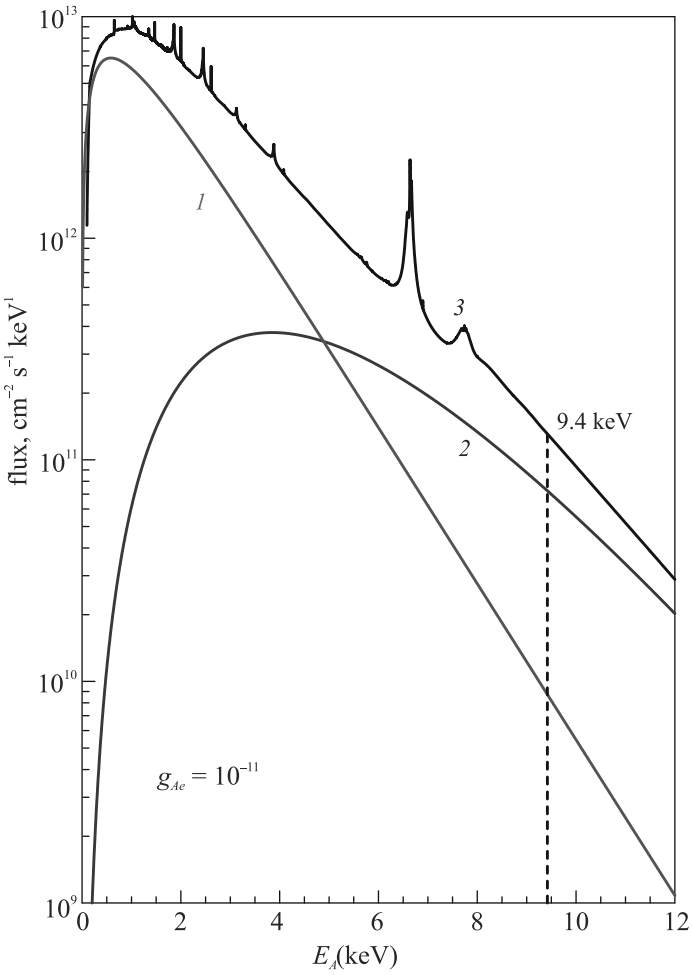

Рис. 1. (Цветной онлайн) Энергетический спектр солнечных аксионов, возникающих при тормозном излучении (*1*), комптоновских процессах (*2*) и суммарный, с учетом атомных процессов (*3*). Спектры вычислены для значения $g_{Ae} = 10^{-11}$

торые получены на полном наборе данных эксперимента по поиску реакции резонансного поглощения солнечных аксионов ядрами ^{83}Kr, в котором используется газовый пропорциональный счетчик большого объема, заполненный криптоном [18, 19]. Сечение реакции резонансного возбуждения ядерного уровня зависит от константы g_{AN}, в результате скорость поглощения аксионов в эксперименте будет зависеть от произведения констант g_{Ae} и g_{AN}.

В DFSZ-модели безразмерная константа связи g_{Ae} определяется массой аксиона и свободным параметром $\cos^2\beta$:

$$g_{Ae} = (1/3)\cos^2\beta\; m_e/f_A, \qquad (2)$$

где m_e – масса электрона и β – произвольный угол. Для максимального значения $\cos^2\beta = 1$ с учетом соотношения (1) имеем $g_{Ae} = 2.99 \times 10^{-11} m_A$, где m_A выражено в единицах эВ.

В KSVZ-модели аксион не имеет прямого взаимодействия с электроном, его эффективная константа взаимодействия, вычисленная для однопетлевой поправки, оказывается равной [20, 21]:

$$g_{Ae} = \frac{3\alpha^2 m_e}{4\pi^2 f_a}\left(\frac{E}{N}\ln\frac{f_A}{m_e} - \frac{2}{3}\frac{4+z+w}{1+z+w}\ln\frac{\Lambda}{m_e}\right), \qquad (3)$$

где $\alpha \approx 1/137$ – постоянная тонкой структуры, $z = m_u/m_d = 0.56$ и $w = m_u/m_s = 0.029$, – отношения масс u-, d- и s-кварков, E/N – модельно зависимый параметр порядка единицы. Величина $E/N = 8/3$ в модели DFSZ-аксиона и $E/N = 0$ в первоначальной модели KSVZ-аксиона, $\Lambda \approx 1$ ГэВ – порог обрезания шкалы в КХД. Взаимодействие адронного аксиона с электроном подавлено, по крайней мере, в $\sim \alpha^{-2}$ раз.

Как видим из соотношений (2) и (3), константа связи g_{Ae} пропорциональна m_A, коэффициент пропорциональности определяется неизвестными параметрами: $\cos^2\beta$ для DFSZ-аксиона и E/N для KSVZ-аксиона. Константы связи аксиона с веществом $g_{A\gamma}$, g_{Ae} и g_{AN} определяют не только вероятность возникновения аксионов в различных процессах, но и обуславливают сечения реакций для их детектирования.

Наиболее известны эксперименты по поиску солнечных аксионов, возникающих в результате конверсии тепловых фотонов в поле солнечной плазмы. Основываясь на взаимодействии аксиона с фотоном $g_{A\gamma}$, аксионы пытаются обнаружить с помощью обратной конверсии в лабораторном магнитном поле [22, 23] или в поле кристалла [24, 25]. Ожидаемая скорость счёта фотонов в данных экспериментах пропорциональна $g^4_{A\gamma}$. В нашей работе для обнаружения солнечных аксионов, появляющихся в реакциях с участием электрона, использовалась реакция резонансного поглощения аксиона атомными ядрами ^{83}Kr. Ожидаемая скорость счета зависит от произведения безразмерных констант $g^2_{Ae} \times g^2_{AN}$.

В предыдущих работах с пропорциональным счетчиком, заполненным криптоном, мы пытались обнаружить монохроматические солнечные аксионы, испускаемые при разрядке первого ядерного уровня ^{83}Kr, который возбуждается за счет высокой температуры Солнца [18], и аксионы Примакова, которые резонансно возбуждают ядро ^{83}Kr [19].

Обзоры теоретических и экспериментальных работ по аксионной тематике приводятся в периодическом издании Review of Particle Physics [8].

2. Резонансное возбуждение первого ядерного уровня ^{83}Kr солнечными аксионами. Энергетический спектр аксионов, образующихся в

результате процессов, обусловленных константой g_{Ae} и который использовался в дальнейших вычислениях, показан на рис. 1. Спектр рассчитан для значения $g_{Ae} = 10^{-11}$ [17]. Средняя энергия аксионов составляет 1.6 кэВ и их поток практически исчезает при энергиях выше 15 кэВ. Значение потока аксионов при энергии 9.4 кэВ, соответствующей энергии первого возбужденного уровня ядра ^{83}Kr, составляет 1.32×10^{11} см$^{-2}$ с$^{-1}$ кэВ$^{-1}$ [17], что в 60 раз меньше максимального значения потока, которое достигается при энергии 0.7 кэВ.

Первый ядерный уровень ^{83}Kr с энергией 9.405 кэВ имеет спин и четность $7/2^+$. Переход на основное состояние ядра $9/2^+$ соответствует переходу магнитного типа M1 (небольшая примесь E2-перехода составляет $\delta = 0.0129$), в котором, наряду с γ-квантом, может излучаться или поглощаться псевдоскалярная частица, аксион. Для экспериментов, проводимых по схеме мишень-детектор, когда конверсионные и Ожэ-электроны поглощаются мишенью, важным является коэффициент электронной конверсии. Для изучаемого перехода он составляет $e/\gamma = 17.1$ [26].

Отношение вероятностей аксионного и электромагнитного переходов (ω_A/ω_γ) в длинноволновом приближении было вычислено в работах [27, 28]:

$$\frac{\omega_A}{\omega_\gamma} = \frac{1}{2\pi\alpha(1+\delta^2)}\left[\frac{g^0_{AN}\beta^* + g^3_{AN}}{(\mu_0 - 0.5)\beta^* + \mu_3 - \eta}\right]^2 \left(\frac{p_A}{p_\gamma}\right)^3, \tag{4}$$

где p_γ и p_A – импульсы фотона и аксиона, δ – отношение вероятностей E2 и M1 переходов, $\mu_0 \approx 0.88$ и $\mu_3 \approx 4.71$ – изоскалярный и изовекторный ядерные магнитные моменты, β^* и η – параметры, которые определяются конкретными ядерными матричными элементами. Для ядра $^{83}_{36}$Kr с нечетным числом нуклонов и неспаренным нейтроном параметры β^* и η, в одночастичном приближении, оцениваются как $\beta^* = -1$ и $\eta = 0.5$ [29].

Константа связи аксиона с нуклонами g_{AN} состоит из изоскалярной g^0_{AN} и изовекторной g^3_{AN} частей. В модели KSVZ-аксиона константы g^0_{AN} и g^3_{AN} могут быть выражены через массу аксиона следующим образом [19]:

$$\begin{aligned} g^0_{AN} &= -4.03 \times 10^{-8}(m_A/1\ \text{эВ}), \\ g^3_{AN} &= -2.75 \times 10^{-8}(m_A/1\ \text{эВ}). \end{aligned} \tag{5}$$

При вычислениях (5) использовались конкретные значения аксиально-векторных констант связи барионов $F = 0.462$ и $D = 0.808$ и поляризационной структурной функции протона $S = 0.5$ [19]. Мы использовали общепринятые значения отношений $z = 0.56$ и $w = 0.029$ масс u-, d- и s-кварков, (вместо более современных $z = 0.47$ и $w = 0.023$ [8]) для корректного сравнения с результатами предыдущих работ.

Отметим, что проблемой методики поиска резонансного поглощения аксионов в M1-переходе ядра ^{83}Kr является отрицательное значение параметра β^* в выражении (4), которое, совместно с существующим широким интервалом возможных значений S и z, приводит к большой неопределенности отношения ω_A/ω_γ (4). Влияние неопределенностей параметров S и z на конечный результат, связанное с множителем $(g^0_{AN} - g^3_{AN})^2$ в формуле (4), обсуждается в работах [18, 19, 30], где в частности показано, что при соотношении $S \simeq 1.2 - 1.7z$ значение $(g^0_{AN} - g^3_{AN})^2$ может уменьшиться более чем на порядок величины, по сравнению с вычислениями при $S = 0.5$ и $z = 0.56$.

Значения g^0_{AN} и g^3_{AN} в модели DFSZ-аксиона зависят от дополнительного неизвестного параметра $\cos^2\beta$, но имеют тот же порядок величины [20, 31]. При значении $\cos^2\beta = 1$ величина $|g^0_{AN} - g^3_{AN}|$, от которой зависит вероятность излучения аксиона ω_A/ω_γ (4), в 2.05 раза больше, чем данное значение для KSVZ-аксиона.

Сечение резонансного поглощения аксионов $\sigma(E_A)$ с энергией E_A дается выражением, аналогичным выражению для сечения резонансного поглощения γ-квантов с поправкой на отношение ω_A/ω_γ. Полное сечение поглощения аксионов может быть получено путем интегрирования $\sigma(E_A)$ по спектру солнечных аксионов ($d\Phi_A/dE_A$) [30]. В результате, скорость поглощения солнечных аксионов R_A ядром ^{83}Kr составит:

$$R_A = \pi\sigma_{0\gamma}\Gamma(d\Phi_A/dE_A)(\omega_A/\omega_\gamma), \tag{6}$$

где $\sigma_{0\gamma} = 1.22 \times 10^{-18}$ см^2 – максимальное сечение поглощения γ-квантов и $\Gamma = 2.95 \times 10^{-12}$ кэВ – ширина первого возбужденного уровня ^{83}Kr.

Поток рассматриваемых аксионов пропорционален g^2_{Ae}, отношение ω_A/ω_γ зависит от величины $(g^3_{AN} - g^0_{AN})^2$. В результате скорость поглощения аксионов R_A ядром ^{83}Kr, выраженная в единицах атом$^{-1}$ с$^{-1}$, в модельно независимом виде, т.е. зависящем только от значений констант связи, будет выглядеть как:

$$R_A = 2.15 \times 10^4 g^2_{Ae}(g^3_{AN} - g^0_{AN})^2(p_A/p_\gamma)^3. \tag{7}$$

Используя отношения, связывающие константы g^0_{AN} и g^3_{AN} с массой аксиона m_A в KSVZ-модели (5), скорость поглощения можно представить как функ-

цию от g_{Ae} и m_A, последняя выражена в единицах эВ:

$$R_A = 3.53 \times 10^{-12} g_{Ae}^2 m_A^2 (p_A/p_\gamma)^3. \quad (8)$$

Общее число зарегистрированных аксионов будет зависеть от числа ядер ^{83}Kr в мишени, времени измерений и эффективности детектора, а вероятность наблюдения пика с энергией 9.4 кэВ будет определяться уровнем фона экспериментальной установки.

3. Экспериментальная установка. Экспериментальная установка подробно описана в наших работах [18, 19]. Здесь мы остановимся на основных характеристиках. Низкофоновая установка с газовым пропорциональным счетчиком расположена в подземной низкофоновой лаборатории БНО ИЯИ РАН на глубине 4900 м.в.э., где поток мюонов составляет (2.6 ± 0.09) м$^{-2}$ сутки$^{-1}$, что в 5×10^6 раз меньше, чем на поверхности [32].

Газовый счетчик изготовлен из меди в форме цилиндра и имеет полный объем 10.8 л. По оси цилиндра натянута вольфрамовая нить, покрытая золотом, которая играет роль анода. Исключение влияния торцевых эффектов на сбор зарядов выполнено путем увеличения диаметра анода, что ограничивает рабочий объем камеры величиной 8.8 л. Счетчик заполнен криптоном при давлении 1.8 бар. Обогащение криптона изотопом ^{83}Kr составляет 99.9 %. Масса ^{83}Kr в рабочем объеме счетчика равняется 58 г. Пассивная защита счетчика состоит из последовательных слоев меди, свинца и полиэтилена. Для измерения амплитуды импульса, длительности переднего фронта и вторичного импульса фотоэмисссии используется оцифровщик с частотой 12.5 МГц. Процедура анализа формы импульса описана в работах [33, 34]. Эффективность регистрации γ- и рентгеновских квантов и Ожэ- и конверсионных электронов, возникающих при разрядке ядерного уровня 9.4 кэВ, определялась методом Монте-Карло с использованием пакета Geant4. Эффективность регистрации пика с энергией 9.4 кэВ составила $\epsilon = 0.825$ [19].

4. Полученные результаты. Энергетический спектр сигналов пропорционального газового счетчика, измеренный за 776.6 суток живого времени, показан на рис. 2. Поскольку корпус счетчика изготовлен из меди, наиболее интенсивный пик в спектре вызван рентгеновскими K-линиями меди ($K_{\alpha 1} =$ 8.048 кэВ, $K_{\alpha 2} =$ 8.028 кэВ и $K_\beta =$ 8.905 кэВ).

Второй пик с энергией $\simeq$ 13.5 кэВ есть сумма нескольких пиков с близкими энергиями. Долгоживущий изотоп ^{81}Kr ($\tau = 3.3 \times 10^5$ лет) образуется из стабильных изотопов криптона ^{82}Kr и ^{80}Kr под действием нейтронов и распадается через электронный

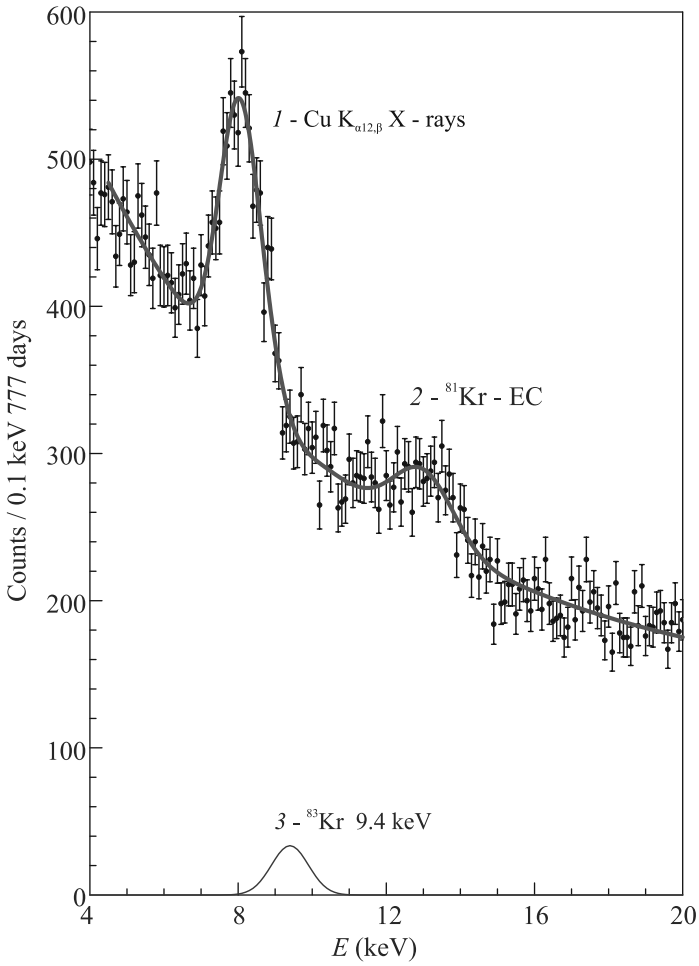

Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр пропорционального счетчика, измеренный за 776.6 суток и результаты подгонки теоретической формой. *1* – пик рентгеновского излучения Cu; *2* – пик, связанный с распадом ^{81}Kr и рентгеновским излучением Kr и Br; *3* – "аксионный" пик с энергией 9.4 кэВ и числом событий, равным $3S_{\rm lim}$

захват на основное состояние ^{81}Br в 99.7 % случаев. Поглощение характеристического рентгеновского излучения и Ожэ-электронов брома в чувствительном объеме детектора формирует пик с энергией 13.47 кэВ, соответствующей энергии связи электрона на K-оболочке атома Br. Вылетающие из нечувствительной области газовой камеры рентгеновские кванты криптона ($K_{\alpha 12} =$ 12.65 кэВ) и брома ($K_{\alpha 12} =$ = 11.92 кэВ) дают дополнительный вклад в уширенный пик с энергией $\simeq$ 13.5 кэВ.

Измеренный спектр в интервале (4–20) кэВ подгонялся функцией для непрерывного фона и 4-мя гауссовыми пиками. Функция, описывающая непрерывный фон, имела постоянную составляющую и экспоненциальную зависимости фона от энергии E:

$$S_{bkg}(E) = a + b\exp(-cE) + \sum_{1}^{4} S_i G(E, E_i, \sigma_i), \quad (9)$$

где a, b и c – варьируемые параметры. Три гауссовых функции описывали известные пики рентгеновского излучения меди с энергиями 8.04 кэВ ($K_{\alpha 1,2}$ Cu), 8.905 кэВ (K_β Cu) и широкий пик с энергией 13.5 кэВ. Четвертый гауссиан описывал аксионный пик с энергией 9.405 кэВ, его положение и дисперсия были привязаны к параметрам пика E_1, $K_{\alpha 1,2}$ Cu.

Результаты подгонки в интервале (4.0–20.0) кэВ, соответствующие $\chi^2 = 156.3/147$, $P = 0.28$, показаны сплошной линией на рис. 2. "Аксионный" пик с энергией 9.4 кэВ статистически не проявился. Для установления верхнего предела на число отсчетов в пике использовался стандартный метод нахождения профиля $\chi^2(S_4)$ и функции вероятности $P(\chi^2(S_4))$. Определенный верхний предел на число событий в пике составляет $S_{\rm lim} = 140$ для 90 % уровня достоверности.

Определенный верхний предел на число событий в пике с энергией 9.4 кэВ позволяет ограничить константы взаимодействия аксиона g_{Ae} и $(g^3_{AN} - g^0_{AN})$ и массу аксиона m_A в соответствии с выражениями (7) и (8). Ожидаемое число зарегистрированных аксионов составит:

$$S_A = R_A\ N_{83\rm Kr}\ T\ \epsilon \le S_{\rm lim}, \quad (10)$$

где $N_{83\rm Kr} = 5.24 \times 10^{23}$ – число ядер ^{83}Kr в мишени, $T = 6.71 \times 10^7$ – время измерений в секундах и $\epsilon = 0.825$ – эффективность регистрации.

В соответствии с выражениями (7) и (10), при условии $(p_A/p_\gamma)^3 \cong 1$, что справедливо для масс аксиона $m_A < 2$ кэВ, получаем ограничение:

$$|g_{Ae}(g^3_{AN} - g^0_{AN})| \le 1.50 \times 10^{-17}, \quad (11)$$

для 90 % у.д. Ограничение (11) является модельно-независимым ограничением на константы связи аксиона или любой другой псевдоскалярной ALP с электроном и нуклонами.

Используя соотношения (8) и (11), можно установить следующее ограничение на произведение константы g_{Ae} и массы m_A для KSVZ-аксионов:

$$|g_{Ae} \times m_A| \le 1.17 \times 10^{-9}\ \text{эВ}. \quad (12)$$

Для DFSZ-аксиона при $\cos^2\beta = 1$ ограничение (12) оказывается почти в два раза более строгое $|g_{Ae} \times \times m_A| \le 5.72 \times 10^{-10}$ эВ. Ограничение (12) на область допустимых значений величины $|g_{Ae} \times m_A|$ позволяет сравнить полученный результат с результатами других экспериментов по поиску солнечных аксионов,

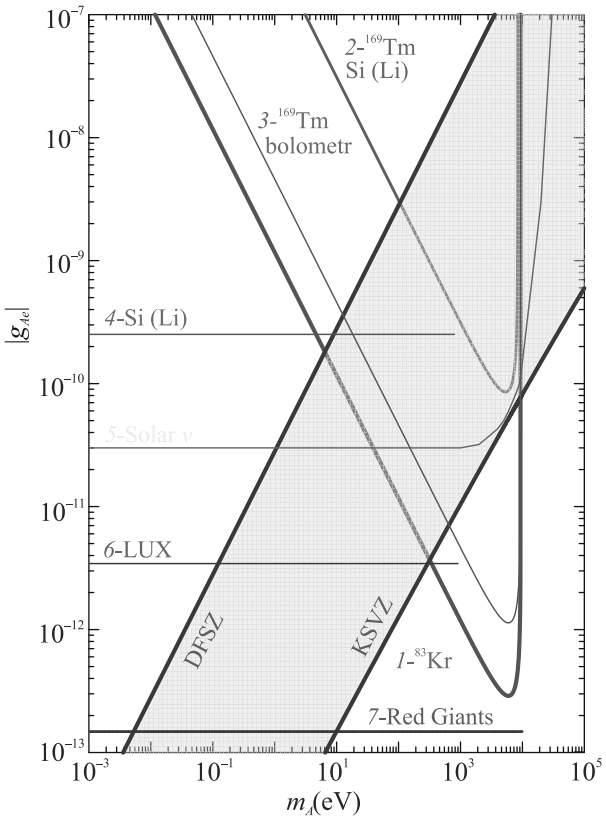

Рис. 3. (Цветной онлайн) Верхние пределы на константу g_{Ae}, полученные в настоящей работе (кривая *1*) в сравнении с результатами экспериментов по резонансному поглощению аксионов ядром ^{169}Tm (*2*, *3*) [16, 35], по поиску аксиоэлектрического эффекта (*4*) – Si(Li) [36] и (*6*) – LUX [37], ограничениями из нейтринной светимости Солнца (*5*) [14] и астрофизическими ограничениями (7) [39]. Области исключенных значений расположены выше соответствующих линий

в частности, с результатами поиска аксиоэлектрического эффекта в атомах [36, 37] (рис. 3).

Ограничение (12) исключает новую область величин g_{Ae} при относительно больших значениях масс аксиона m_A. Полученный верхний предел (12) почти в 4 раза более строгий, чем результат эксперимента по поиску резонансного возбуждения первого ядерного уровня ^{169}Tm [16, 35]. Следует отметить, что поскольку M1 переход с энергией 8.4 кэВ в ядре ^{169}Tm является, в основном, протонным переходом ($\beta \simeq 1$), отношение ω_A/ω_γ лишено неопределенности.

На рисунке 3 показана полоса возможных значений g_{Ae} и m_A в KSVZ- и в DFSZ-моделях аксиона. Используя выражения (2) и (3) для константы связи аксиона с электроном из (12), можно получить верхние пределы на массу аксиона в двух указанных моделях. Ограничение (12) на произведение g_{Ae}

и m_A исключает значения масс аксиона более 320 эВ в модели KSVZ аксиона ($E/N = 8/3$). Для DFSZ-аксиона, при $\cos^2\beta = 1$ и зависимости (2), ограничение на массу аксиона более сильное – $m_a \leq 4.6$ эВ.

Установленные нами верхние пределы на константу связи солнечных аксионов с электронами для масс $m_A \geq 0.3$ кэВ являются наиболее строгими среди лабораторных ограничений и близки к астрофизическим ограничениям. Интересно, что анализ светимости белых карликов дает указания на ненулевое значение $|g_{Ae}|$, которое должно лежать в интервале $(0.7 - 2.2) \times 10^{-13}$ [8, 38], хотя извлеченный отсюда верхний предел уступает результатам, полученным для ветви красных гигантов в ряде шаровых скоплений – $|g_{Ae}| \leq 1.3 \times 10^{-13}$ [39] (рис. 3).

5. Заключение. Проведен поиск резонансного поглощения 9.4 кэВ солнечных аксионов ядрами ^{83}Kr, приводящего к возбуждению первого ядерного уровня ^{83}Kr. Для регистрации γ- и рентгеновских квантов, конверсионных и Оже-электронов использовался большой газовый пропорциональный счетчик, заполненный изотопом ^{83}Kr. Низкофоновая установка располагалась в подземной лаборатории БНО ИЯИ РАН. В результате получено новое ограничение на константы связи аксиона с электроном и нуклонами $|g_{Ae}(g^3_{AN} - g^0_{AN})| \leq 1.50 \times 10^{-17}$ (90 % у.д.). В моделях KSVZ- и DFSZ-аксиона ($\cos^2\beta = 1$), полученный верхний предел соответствует ограничениям на константу связи аксиона с электроном и массу аксиона $|g_{Ae} \times m_A| \leq 1.17 \times 10^{-9}$ эВ и $|g_{Ae} \times m_A| \leq$ $\leq 5.72 \times 10^{-10}$ эВ и массу аксиона $m_A \leq 320$ эВ и $m_A \leq 4.6$ эВ соответственно.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект # 22-22-00017.

1. R. D. Peccei and H. R. Quinn, Phys. Rev. Lett. **38**, 1440 (1977).
2. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **40**, 223 (1978).
3. F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **40**, 279 (1978).
4. https://axion-wimp2021.desy.de.
5. С. В. Троицкий, Письма ЖЭТФ **105** 47 (2017); arXiv:1612.01864.
6. M. Giannotti, I. Irastorza, J. Redondo, and F. Ringwald, JCAP **1605**(05), 057 (2016); arXiv:1512.08108.
7. M. Gorghetto and G. Villadoro, JHEP **03**, 033 (2019); arXiv:1812.01008.
8. P. A. Zyla, R. M. Barnett, J. Beringer et al. (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. **083C01**, 90 (2020).
9. J. E. Kim, Phys. Rev. Lett. **43**, 103 (1979).
10. M. Shifman, A. Vainshtein, and V. Zakharov, Nucl. Phys. B **166**, 493 (1980).
11. M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, Phys. Lett. B **104**, 199 (1981).
12. A. Zhitnitskii, Sov. J. Nucl. Phys. **31**, 2 (1980).
13. L. M. Krauss, J. E. Moody, and F. Wilczek, Phys. Lett. B **144**, 391 (1984).
14. P. Gondolo and G. G. Raffelt, Phys. Rev. D **79**, 107301 (2009).
15. D. Kekez, A. Ljubičić, Z. Krečak, and M. Krčmar, Phys. Lett. B **671**, 345 (2009).
16. A. V. Derbin, A. S. Kayunov, V. V. Muratova, D. A. Semenov, and E. V. Unzhakov, Phys. Rev. D **83**, 023505 (2011).
17. J. Redondo, JCAP **12**, 008 (2013).
18. Ю. М. Гаврилюк, А. Н. Гангапшев, А. В. Дербин, И. С. Драчнев, В. В. Казалов, В. В. Кузминов, В. Н. Муратова, С. И. Панасенко, С. С. Раткевич, Д. А. Семенов, Д. А. Текуева, Е. В. Унжаков, С. П. Якименко, Письма ЖЭТФ **101**, 739 (2015).
19. Ю. М. Гаврилюк, А. Н. Гангапшев, А. В. Дербин, И. С. Драчнев, В. В. Казалов, В. В. Кузминов, В. Н. Муратова, С. И. Панасенко, С. С. Раткевич, Д. А. Текуева, Е. В. Унжаков, С. П. Якименко, Письма ЖЭТФ **107**, 617 (2018).
20. M. Srednicki, Nucl. Phys. B **260**, 689 (1985).
21. S. Chang and K. Choi, Phys. Lett. B **316**, 51 (1993).
22. P. Sikivie, Phys. Rev. Lett. **51**, 1415 (1983).
23. V. Anastassopoulos, S. Aune, K. Barth et al. (CAST coll.), Nature Phys. **13** 584 (2017); arXiv:1705.02290v2.
24. F. T. Avignone, D. Abriola, R. L. Brodzinski et al. (Collaboration), Nucl. Phys. Proc. Supll. **72**, 176 (1999).
25. E. Armengaud, Q. Arnaud, C. Augier et al. (EDELWEISS Collab.), JCAP **1311**, 067 (2013).
26. S. C. Wu, Nuclear, Data Sheets **92**, 893 (2001).
27. T. W. Donnelly, S. J. Freedman, R. S. Lytel, R. D. Peccei, and M. Schwartz, Phys. Rev. D **18**, 1607 (1978).
28. F. T. Avignone, C. Baktash, W. C. Barker, F. P. Calaprice, R. W. Dunford, W. C. Haxton, D. Kahana, R. T. Kouzes, H. S. Miley, and D. M. Moltz, Phys. Rev. D **37**, 618 (1988).
29. W. C. Haxton and K. Y. Lee, Phys. Rev. Lett. **66**, 2557 (1991).
30. A. V. Derbin, S. V. Bakhlanov, A. I. Egorov, I. A. Mitropol'sky, V. N. Muratova, D. A. Semenov, and E. V. Unzhakov, Phys. Lett. B **678**, 181 (2009).
31. D. B. Kaplan, Nucl. Phys. B **260**, 215 (1985).
32. Yu. M. Gavriljuk, A. M. Gangapshev, A. M. Gezhaev, V. V. Kazalov, V. V. Kuzminov, S. I. Panasenko, S. S. Ratkevich, A. A. Smolnikov, and S. P. Yakimenko, Nucl. Ins. Meth. A **729**, 576 (2013).

33. Yu. M. Gavrilyuk, A. M. Gangapshev, V. V. Kazalov, V. V. Kuz'minov, S. I. Panasenko, S. S. Ratkevich, and S. P. Yakimenko, Instr. Exper. Techn. **53**, 57 (2010).
34. Yu. M. Gavrilyuk, A. M. Gangapshev, V. V. Kazalov, V. V. Kuzminov, S. I. Panasenko, and S. S. Ratkevich, Phys. Rev. C **87**, 035501(2013).
35. A. H. Abdelhameed, S. V. Bakhlanov, P. Bauer et al. (Collaboration), Eur. Phys. J. C **80**, 376 (2020).
36. A. V. Derbin, I. S. Drachnev, A. S. Kayunov, and V. N. Muratova, JETP Lett. **95**, 339 (2012).
37. D. S. Akerib, S. Alsum, C. Aquino et al. (LUX coll.), Phys. Rev. Lett. **118**, 261301 (2017).
38. M. M. Miller Bertolami, B. E. Melendez, L. G. Althausb, and J. Isern, JCAP **1410**(10), 069 (2014).
39. F. Capozzi and G. Raffelt, Phys. Rev. D **102**, 083007 (2020).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 20 – 24 © 2022 г. 10 июля

Связанные внутримодовые солитонные пучки в тонкой лево-ориентированной пленке на право-ориентированной керровской подложке

Р. Литвинов[+1)], *Н. Мелихова*[*]

[+]*Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634050 Томск, Россия*

[*]*Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 634050 Томск, Россия*

Поступила в редакцию 12 мая 2022 г.
После переработки 12 мая 2022 г.
Принята к публикации 17 мая 2022 г.

Рассмотрено распространение четырех когерентно связанных стационарных пространственных солитонов в тонкой лево-ориентированной пленке на керровской подложке, образованных волноводными TE-модами одного типа с положительной и отрицательной групповыми скоростями. Выполнен анализ возможных комбинаций светлых и темных солитонов на частоте вблизи нуля групповой скорости. Показано, что пара встречных светлых и пара встречных темных пространственных солитонов могут одновременно распространяться как в случае положительного керровского коэффициента подложки, так и в случае отрицательного. Определены закономерности формирования светло-темных солитонных пар, обусловленные когерентной связью.

DOI: 10.31857/S1234567822130031, EDN: iwmmzc

В нелинейных оптических волокнах и планарных волноводах возможно распространение импульсов и пучков, имеющих различные солитонные огибающие [1–19]. В нелинейных волноводах на основе правоориентированных материалов временные и пространственные солитоны образованы направляемыми модами, у которых направление (положительной) групповой скорости совпадает с направлением фазовой скорости. Возможность формирования светлых и темных пространственных солитонов пучками направляемых мод планарного волновода с эффектом Керра зависит от знака нелинейного оптического коэффициента n_2 [1–6, 15–19]. В случае фокусирующей (дефокусирующей) нелинейности, $n_2 > 0$ ($n_2 < 0$) [20], в право-ориентированном волноводе на одной частоте могут распространяться только светлые (темные) пространственные солитоны, как одиночные, так и связанные [3, 4, 6, 15–19].

В планарных волноведущих структурах на основе лево-ориентированных метаматериалов [21–26] могут распространяться не только моды с положительными групповыми скоростями, но и моды, направление (отрицательной) групповой скорости которых противоположно направлению фазовой. Поэтому в лево-ориентированных волноводах на одной частоте вдоль одного направления могут распространяться четыре моды одного типа: пара встречных мод с положительными групповыми скоростями и пара встречных мод с отрицательными.

Анализ модуляционной неустойчивости быстрых направляемых мод планарного волновода на основе тонкой лево-ориентированной пленки на право-ориентированной керровской подложке [27] предсказывает распространение в нем независимо от знака коэффициента Керра подложки n_{2s} и светлых, и темных пространственных солитонов, образованных модами либо с положительной групповой скоростью, либо с отрицательной. Ниже рассмотрено распространение в таком волноводе четырех когерентно связанных стационарных светлых и темных пространственных солитонов.

В тонкой лево-ориентированной пленке на керровской подложке (см. рис. 1) четыре одномерных монохроматических световых пучка волноводных мод одного типа могут одновременно распространяться на одной частоте ω вблизи нуля групповой скорости [23–25, 27]. Если такие пучки образованы TE-модами (например, TE_2-модами), то y-компоненту вектора электрической напряженности общего светового поля можно представить в следующем виде:

$$E_y = \sqrt{I_{in}}[\Psi_+(x)C_+^f(y,z)\exp(-i\beta_+ z) + \\ + \Psi_+(x)C_+^b(y,z)\exp(i\beta_+ z) +$$

1)e-mail: litvinov_rv@mail.ru

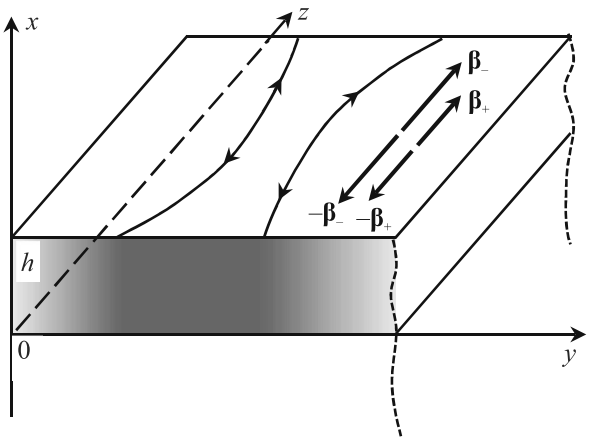

Рис. 1. Планарный волновод на основе лево-ориентированной пленки: покровная среда ($x > h$) – $\varepsilon_c \geq 1$, $\mu_c = 1$; пленка ($0 \leq x \leq h$) – $\varepsilon_f < 0$, $\mu_f < 0$; подложка ($x < 0$) – $\varepsilon_s = \varepsilon_{0s} + n_{2s}|E|^2$, $\varepsilon_{0s} \geq 1$, $\mu_s = 1$

$$+ \Psi_-(x) C_-^f(y,z) \exp(-i\beta_- z) +$$

$$+ \Psi_-(x) C_-^b(y,z) \exp(i\beta_- z)] \exp(i\omega t) + \text{к.с.} \qquad (1)$$

где I_{in} – максимальная интенсивность светового поля; $\Psi_\pm(x)$ – безразмерные функции, описывающие пространственное распределение поля моды в направлении нормали к пленке для мод с положительной "+" и отрицательной "−" групповой скоростью [25, 27]; $\beta_\pm$ – постоянные распространения мод; $C_{+,-}^{f,b}(y,z)$ – безразмерные огибающие; верхние индексы "f" и "b" указывают на вперед и назад распространяющиеся моды соответственно. Можно показать, что стационарные решения связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) для рассматриваемого случая [27] в форме:

$$C_{+,-}^f = \frac{\Upsilon_{+,-}^f(\eta)}{\sqrt{2}} \exp\left[\mp i \left(\frac{b_{+,-}^f}{2}\zeta + \varphi_{+,-}^f\right)\right], \qquad (2)$$

$$C_{+,-}^b = \frac{\Upsilon_{+,-}^f(\eta)}{\sqrt{2}} \exp\left[\pm i \left(\frac{b_{+,-}^f}{2}\zeta + \varphi_{+,-}^b\right)\right], \qquad (3)$$

существуют при следующих условиях, согласующих фазы огибающих,

$$b_+^f - b_+^b + b_-^f - b_-^b = 0, \qquad (4)$$

$$\sin(\varphi_+^f - \varphi_+^b + \varphi_-^f - \varphi_-^b) = \sin\Delta\varphi = 0. \qquad (5)$$

где $\Delta\varphi$ может быть интерпретирована, как сумма начальных разностей фаз в парах встречных солитонов. Переход к нормированным координатам задается соотношениями $\eta = (\beta_+|\gamma|/2)^{1/2} y$ и $\zeta = |\gamma| z/2$, где γ – постоянная связи. При этом, исходные НУШ редуцируются к динамической системе в форме:

$$\frac{d^2\Upsilon_+^f}{d\eta^2} - 2b_+^f\Upsilon_+^f +$$

$$+ \sigma\left\{\left[(\Upsilon_+^f)^2 + 2(\Upsilon_+^b)^2 + 2g(\Upsilon_-^f)^2 + 2g(\Upsilon_-^b)^2\right]\Upsilon_+^f +\right.$$

$$\left. + (-1)^s 2g\Upsilon_+^b\Upsilon_-^f\Upsilon_-^b\right\} = 0, \qquad (6)$$

$$\frac{d^2\Upsilon_+^b}{d\eta^2} - 2b_+^b\Upsilon_+^b +$$

$$+ \sigma\left\{\left[2(\Upsilon_+^f)^2 + (\Upsilon_+^b)^2 + 2g(\Upsilon_-^f)^2 + 2g(\Upsilon_-^b)^2\right]\Upsilon_+^b +\right.$$

$$\left. + (-1)^s 2g\Upsilon_+^f\Upsilon_-^f\Upsilon_-^b\right\} = 0, \qquad (7)$$

$$\delta\frac{d^2\Upsilon_-^f}{d\eta^2} + 2b_-^f\Upsilon_-^f -$$

$$- \sigma\left\{\left[2g(\Upsilon_+^f)^2 + 2g(\Upsilon_+^b)^2 + g_1(\Upsilon_-^f)^2 + 2g_1(\Upsilon_-^b)^2\right]\Upsilon_-^f +\right.$$

$$\left. + (-1)^s 2g\Upsilon_+^f\Upsilon_+^b\Upsilon_-^b\right\} = 0, \qquad (8)$$

$$\delta\frac{d^2\Upsilon_-^b}{d\eta^2} + 2b_-^b\Upsilon_-^b -$$

$$- \sigma\left\{\left[2g(\Upsilon_+^f)^2 + 2g(\Upsilon_+^b)^2 + 2g_1(\Upsilon_-^f)^2 + g_1(\Upsilon_-^b)^2\right]\Upsilon_-^f +\right.$$

$$\left. + (-1)^s 2g\Upsilon_+^f\Upsilon_+^b\Upsilon_-^f\right\} = 0, \qquad (9)$$

где σ есть знак коэффициента n_{2s}; коэффициенты g и g_1 описывают влияние относительного различия пространственных распределений полей мод на формирование нелинейного отклика подложки ($0 < g < 1$, $0 < g_1 < 1$, $g_1 < g$) [25, 27]; $s = 0$ при $\Delta\varphi = 2n\pi$ и $s = 1$ при $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ (n – целое); $\delta = \beta_+/\beta_-$.

Стационарным фундаментальным светлым или темным пространственным солитонам [1–19] отвечают решения системы уравнений (6)–(9) вида $\Upsilon_{+,-}^{f,b} = A_{+,-}^{f,b}\text{sch}(a\eta)$ или $\Upsilon_{+,-}^{f,b} = A_{+,-}^{f,b}\tanh(a\eta)$. Однако в правоориентированных средах с нелинейным откликом керровского типа само- и кросс-модуляция накладывают ограничения на возможные комбинации пространственных солитонов с некогерентной связью между ними [3, 4, 6, 15–19]. В рассматриваемом случае к этим ограничениям добавляются ограничения, накладываемые процессами пространственно-параметрического смешения [25, 27], которые описываются последними слагаемыми в уравнениях (6)–(9). Обусловленная таким смешением когерентная

связь некоторой моды с другими модами отличается от когерентной связи между поляризационными составляющими известных векторных солитонов [4, 6, 28–31], тем, что она обусловлена составляющими возмущений диэлектрической проницаемости подложки, в формировании которых исходная мода непосредственного участия не принимает.

Следуя работе [6] и используя прямую подстановку различных комбинаций, составленных из выражений вида $A^{f,b}_{+,-}\mathrm{sch}(a\eta)$ и $A^{f,b}_{+,-}\tanh(a\eta)$ в уравнения (6)–(9), можно показать, что вещественные решения этих уравнений, отвечающие четырем связанным солитонам, среди которых присутствуют темные и светлые солитоны, образованные модами только с положительной групповой скоростью, или темные и светлые солитоны, образованные модами только с отрицательной групповой скоростью, не существуют. Однако, такие решения, отвечающие комбинациям пар светлых солитонов с положительными (отрицательными) групповыми скоростями связанных с парами темных солитонов с отрицательными (положительными) скоростями, могут быть получены.

При положительном коэффициенте Керра подложки ($n_{2s} > 0, \sigma = 1$), существуют две такие комбинации. Первая (вторая) состоит из двух встречных светлых (темных) и двух встречных темных (светлых) солитонов образованных модами с положительной и отрицательной групповой скоростью, соответственно. Первая комбинация становится возможной для суммарной разности начальных фаз солитонных огибающих, равной $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ ($s = 1$), и для нулевых начальных фаз светлых солитонов может быть получена в виде:

$$C^{f,b}_{+} = \sqrt{\frac{3g_1 + 2\delta g}{9g_1 - 4g^2}}a\mathrm{sch}(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left(\mp i\frac{4g^2 + 12\delta g + 9g_1}{9g_1 - 4g^2}\frac{a^2}{2}\zeta\right) \approx$$

$$\approx a\mathrm{sch}(a\eta)\exp\left(\mp i\frac{5}{2}a^2\zeta\right), \qquad (10)$$

$$C^{f,b}_{-} = \sqrt{\frac{3\delta + 2g}{9g_1 - 4g^2}}a\tanh(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left[\pm i\left(g_1\frac{3\delta + 2g}{9g_1 - 4g^2}3a^2\zeta \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right] \approx$$

$$\approx a\tanh(a\eta)\exp\left[\pm i\left(3a^2\zeta \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right], \qquad (11)$$

где верхний и нижний знаки в показателях экспонент отвечают солитонам, распространяющимся вперед "f" и назад "b", соответственно, а приблизительный знак равенства отвечает случаю частоты взаимодействия вблизи нуля групповой скорости, когда справедливы соотношения $g_1 \approx g \approx \delta \approx 1$ [25, 27]. Вторая комбинация при $n_{2s} > 0$ ($\sigma = 1$) и становится возможной для разности фаз, равной $\Delta\varphi = 2n\pi$ ($s = 0$), и для нулевых начальных фаз темных солитонов может быть получена в виде:

$$C^{f,b}_{+} = \sqrt{\frac{g_1 + 2\delta g}{4g^2 - g_1}}\frac{a}{\sqrt{3}}\tanh(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left[\mp i\left(\frac{g_1 + 2\delta g}{4g^2 - g_1}a^2\zeta \mp n\pi\right)\right] \approx$$

$$\approx \frac{a}{\sqrt{3}}\tanh(a\eta)\exp[\mp i(a^2\zeta \mp n\pi)], \qquad (12)$$

$$C^{f,b}_{-} = \sqrt{\frac{\delta + 2g}{4g^2 - g_1}}\frac{a}{\sqrt{3}}\,\mathrm{sch}(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left(\pm i\frac{4\delta g^2 + 4g_1 g + \delta g_1}{4g^2 - g_1}\frac{a^2}{2}\zeta\right) \approx$$

$$\approx \frac{a}{\sqrt{3}}\,\mathrm{sch}(a\eta)\exp\left(\pm i\frac{3}{2}a^2\zeta\right). \qquad (13)$$

При отрицательном коэффициенте Керра подложки ($n_{2s} < 0, \sigma = -1$) также существуют две комбинации пары светлых и пары темных солитонов, которые могут распространяться в рассматриваемом случае. Первая комбинация состоит из двух встречных светлых и двух встречных темных солитонов образованных модами с положительной и отрицательной групповой скоростью, соответственно, но при условии $\Delta\varphi = 2n\pi$ ($s = 0$). Так для нулевых начальных фаз светлых солитонов она может быть получена в виде:

$$C^{f,b}_{+} = \sqrt{\frac{g_1 + 2\delta g}{4g^2 - g_1}}\frac{a}{\sqrt{3}}\,\mathrm{sch}(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left(\pm i\frac{4g^2 + 4\delta g + g_1}{4g^2 - g_1}\frac{a^2}{2}\zeta\right) \approx$$

$$\approx \frac{a}{\sqrt{3}}\,\mathrm{sch}(a\eta)\exp\left(\pm i\frac{3}{2}a^2\zeta\right), \qquad (14)$$

$$C^{f,b}_{-} = \sqrt{\frac{\delta + 2g}{4g^2 - g_1}}\frac{a}{\sqrt{3}}\tanh(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left[\mp i\left(g_1\frac{\delta + 2g}{4g^2 - g_1}a^2\zeta \mp n\pi\right)\right] \approx$$

$$\approx \frac{a}{\sqrt{3}} \tanh(a\eta) \exp[\mp i(a^2\zeta \mp n\pi)]. \qquad (15)$$

Вторая комбинация состоит из пары встречных темных и пары встречных светлых солитонов образованных модами с положительной и отрицательной групповой скоростью, соответственно, но при условии $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$ $(s = 1)$. Так, для нулевых начальных фаз темных солитонов она может быть получена в виде:

$$C_+^{f,b} = \sqrt{\frac{3g_1 + 2\delta g}{9g_1 - 4g^2}} a \tanh(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left[\pm i\left(\frac{3g_1 + 2\delta g}{9g_1 - 4g^2} 3a^2\zeta \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right] \approx$$

$$\approx a \tanh(a\eta) \exp\left[\pm i\left(3a^2\zeta \pm (2n+1)\frac{\pi}{2}\right)\right], \qquad (16)$$

$$C_-^{f,b} = \sqrt{\frac{3\delta + 2g}{9g_1 - 4g^2}}\, a \operatorname{sch}(a\eta) \times$$

$$\times \exp\left(\mp i \frac{4\delta g^2 + 12g_1 g + 9\delta g_1}{9g_1 - 4g^2} \frac{a^2}{2}\zeta\right) \approx$$

$$\approx a \operatorname{sch}(a\eta) \exp\left(\mp i \frac{5}{2} a^2 \zeta\right). \qquad (17)$$

Отметим, что в волноводах со специально легированной стеклянной подложкой и высоким нелинейным оптическим коэффициентом порядка $n_{2s} \sim \sim 10^{-19}$ м^2/Вт [15, 17] постоянная нелинейной связи между модами может при интенсивности света порядка $I_{\text{in}} \sim 10^{15}$ Вт/м^2 достигать нескольких десятков обратных сантиметров, $\gamma \sim 10^{-2}$ см$^{-1}$ [25, 27]. Постоянные распространения направляемых TE_2-мод вблизи частоты ноля групповой скорости в волноводах с линейными параметрами из работ [23–25, 32] имеют порядок $\beta_+ \sim \beta_- \sim 10^7$ м$^{-1}$. Тогда при $a \sim 1$ реальная ширина солитона по уровню 3 дБ составит несколько десятков микрометров, что характерно для пространственных солитонов в нелинейных правоориентированных средах [1, 3, 4, 6, 15–19].

Таким образом, в тонкой лево-ориентированной пленке на право-ориентированной керровской подложке волноводные моды одного типа на частоте вблизи ноля групповой скорости могут формировать две пары встречных внутримодовых солитонных пучков, когерентно связанных между собой. Одна из этих пар образована модами с положительной групповой скоростью, а другая пара образована модами с отрицательной групповой скоростью. Пары светлых и темных пространственных солитонов с положительными и отрицательными групповыми скоростями, соответственно, могут быть сформированы в случае положительного (отрицательного) керровского коэффициента подложки, если кратность числу π суммы разностей фаз в различных парах встречных солитонов является нецелым (целым) числом. Наоборот, пары темных и светлых солитонов с положительными и отрицательными групповыми скоростями, соответственно, могут быть сформированы в случае положительного (отрицательного) керровского коэффициента подложки, если такая кратность является целым (нецелым) числом. Другие связанные комбинации внутримодовых солитонных пучков в рассмотренном случае распространяться не могут.

Работа выполнена при частичной поддержке Программы повышения конкурентоспособности ТПУ.

1. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, М. (1988).
2. A. Hasegawa, *Optical Solitons in Fibers*, SpringerVerlag, Berlin (1989).
3. N. N. Rosanov, in *Progress in Optics*, Elsevier Science B. V. (1996), v. 35, p. 1.
4. N. N. Akhmediev and A. Ankiewicz, *Nonlinear pulses and beams*, Chapman & Hall London, Weinheim, N.Y., Tokyo, Melbourne, Madras (1997).
5. G. P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, Boston, San Diego, N.Y., London, Sydney, Tokyo, Toronto (2001).
6. Yu. S. Kivshar and G. P. Agraval, *Optical Solitons. From Fibers to Photonic Crystals*, Academic Press, Rochester, N.Y. (2003).
7. M. Lapine, I. Shadrivov, and Yu. Kivshar, Rev. Mod. Phys. **86**, 1093 (2014).
8. В. Е. Захаров, А. Б. Шабат, ЖЭТФ **64**, 1627 (1973).
9. A. Hasegawa and F. Tappert, Appl. Phys. Lett. **23**, 142 (1973).
10. L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon, Phys. Rev. Lett. **45**, 1095 (1980).
11. P. Emplit, J. P. Hamaide, F. Reynaud, C. Froehly, and A. Barthelemy, Opt. Commun. **62**, 374 (1987).
12. D. Krokel, N. J. Halas, G. Giuliani, and D. Grischkowsky, Phys. Rev. Lett. **60**, 29 (1988).
13. N. A. Zharova, I. V. Shadrivov, A. Zharov, and Yu. S. Kivshar, Opt. Express **13**, 1291 (2005).
14. A. D. Boardman, R. C. Mitchell-Thomas, N. J. King, and Y. G. Rapoport, Opt. Commun. **283**, 1585 (2010).
15. G. I. Stegeman and C. T. Seaton, J. Appl. Phys. **58**, R57 (1985).

16. A. Boardman and P. Egan, IEEE J. Quantum Electron. **22**, 319 (1986).
17. G. I. Stegeman, E. M. Wright, N. Finlayson, R. Zanoni, and C. T. Seaton, J. Light. Technol. **6**, 953 (1988).
18. M. Fontaine, J. Appl. Phys. **69**, 2826 (1991).
19. L. Friedrich, G. I. Stegeman, P. Millar, C. J. Hamilton, and J. S. Aitchison, Opt. Lett. **23**, 1438 (1998).
20. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, Институт прикладной физики РАН, Н. Новгород (1997).
21. A. V. Novitsky and L. M. Barkovsky, J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **7**, S51 (2005).
22. L. F. Shen and Z. H. Wang, J. Opt. Soc. Am. A **26**, 754 (2009).
23. Д. А. Конкин, А. А. Шибельгут, Р. В. Литвинов, Изв. Самарского научного центра РАН **17**, 83 (2015).
24. D. A. Konkin, R. V. Litvinov, E. S. Parfenova, R. A. A. Rakhim, and O. V. Stukach, Quantum Electronics **46**, 1040 (2016).
25. A. S. Buller, S. V. Leonov, N. R. Litvinova, and R. V. Litvinov, JETP **157**, 387 (2020).
26. A. Lai, C. Caloz, and T. Itoh, IEEE Micrwave magazine **5**, 34 (2004).
27. A. S. Buller, Yu. V. Zelenetskaya, R. V. Litvinov, and N. R. Melikhova, Quantum Electronics **51**, 1030 (2021).
28. C. Martijn de Sterke and J. E. Sipe, Opt. Lett. **16**, 202 (1991).
29. J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, and A. J. Ankiewicz, Opt. Soc. Am. B **12**, 1100 (1995).
30. J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, and A. Ankiewicz, Phys. Rev. E **51**, 3547 (1995).
31. D. C. Hutchings, J. S. Aitchison, and J. M. Arnold, J. Opt. Soc. Am. B **14**, 869 (1997).
32. M. R. Litvinov, A. S. Spiridonova, R. V. Litvinov, and D. A. Konkin, Tech. Phys. Lett. **47**, 459 (2021).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 25 – 32 © 2022 г. 10 июля

Локализованные диссипативные униполярные объекты в условиях вынужденного комбинационного рассеяния

С. В. Сазонов[1)]

Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия

МГУ им. М. В. Ломоносова, 191991 Москва, Россия

Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет), 125993 Москва, Россия

Поступила в редакцию 16 мая 2022 г.
После переработки 18 мая 2022 г.
Принята к публикации 18 мая 2022 г.

Исследована возможность формирования униполярных диссипативных солитоноподобных импульсов в усиливающей среде комбинационно-активных молекул. Показано, что такие объекты могут формироваться благодаря взаимной компенсации рамановского усиления и необратимых потерь из-за быстрой фазовой релаксации в системе электронно-оптических переходов. Нелинейный характер рамановского усиления приводит к тому, что солитоноподобный объект может формироваться при превышении его временной длительности и энергии соответствующих пороговых значений, которые определяются параметрами среды.

DOI: 10.31857/S1234567822130043, EDN: iwonsv

1. Введение. В настоящее время диссипативные оптические солитоны привлекают к себе пристальное внимание со стороны исследователей, занимающихся изучением нелинейных процессов [1–10]. Здесь представляют интерес как фундаментальные, так и прикладные аспекты. Взаимная компенсация притока энергии в нелинейную среду и необратимых потерь данной энергии в определенных случаях способна привести к формированию диссипативных солитонов. Приток энергии может быть обеспечен различными способами. Например, это можно сделать с помощью непрерывно действующего внешнего источника. С другой стороны, можно использовать импульсный источник, способный перевести нелинейную среду в возбужденное неравновесное состояние. В этом случае образовавшийся запас энергии может в дальнейшем обеспечить ее приток для формирования структур типа диссипативных солитонов. Если длительность τ_p диссипативного солитона и время наблюдения Δt за процессом превышают характерные времена релаксации дипольного момента T_2 и населенностей стационарных состояний T_1, то среда после формирования и прохождения солитона переходит из неравновесного в термодинамически равновесное состояние.

В твердых телах обычно выполняется условие $T_2 \ll T_1$. Причем отношение T_2/T_1 может лежать в широком интервале значений от 10^{-2} до 10^{-5} [11]. В этой связи представляет интерес ситуация, когда выполняется условие

$$T_2 < \tau_p \ll \Delta t \ll T_1. \tag{1}$$

При условии (1) входящий в среду импульс может индуцированным образом перевести исходно неравновесную среду в другое неравновесное метастабильное состояние. Данный процесс сопровождается формированием локализованных солитоноподобных объектов [9, 12, 13]. В [14, 15] такие объекты названы некогерентными солитонами, а в работах [12, 13] – солитоноподобными структурами и солитоноподобными объектами в неравновесных диссипативных средах. В силу условия (1) данные локализованные объекты являются короткоживущими. Время их жизни всегда меньше времени T_1. Поэтому для наблюдения таких объектов желательно выбирать среды и квантовые переходы с большими значениями T_1. Время релаксации T_1 при низких температурах обратно пропорционально третьей степени частоты ω_{tr} перехода: $T_1 \sim \omega_{tr}^{-3}$. Поэтому здесь желательно использовать квантовые переходы с малыми частотами ω_{tr}. Этому свойству удовлетворяют, например, электронно-колебательные (рамановские) переходы, соответствующие нормальным колебательным модам молекул. Значения параметра T_1 на этих переходах достигают довольно больших значений. Например, в жидком азоте время релаксации населен-

[1)]e-mail: sazonov.sergey@gmail.com

ностей рамановских подуровней составляет 56 с [16]. Данное гигантское значение T_1 способно с хорошим запасом удовлетворить неравенствам (1). Здесь важно также, что рамановские переходы запрещены в электро-дипольном приближении и являются принципиально двухфотонными.

В условиях, когда спектр оптического импульса перекрывает запрещенный электронно-колебательный переход с частотой ω_v, возникает эффект вынужденного комбинационного саморассеяния (ВКС) [17, 18]. При этом несущая частота импульса непрерывно, пропорционально пройденной дистанции, смещается в красную область. В работах [19, 20] показано, что на достаточно больших дистанциях такой механизм способен породить однопериодный и даже униполярный сигнал.

Нелинейная оптика униполярных сигналов в 1970-х гг. представляла исключительно теоретический интерес [21, 22]. На рубеже 1980-х и 1990-х гг., а также в начале 21-го столетия многим теоретическим работам данного направления (см., например, [23–31]) дали толчок экспериментальные достижения по генерации импульсов длительностью порядка одного периода колебаний [32–34].

В настоящее время нелинейная оптика униполярных импульсов испытывает достаточно бурное развитие [35–45]. В том числе исследуются солитонные режимы распространения. Рассматриваются как консервативные, так и диссипативные солитоны.

Процессы ВКС, способствующие формированию униполярных сигналов, могут сопровождаться необратимыми потерями энергии импульса на других, например, электронно-оптических, квантовых переходах. Это может привести к формированию локализованных солитоноподобных униполярных объектов при начальных неравновесных заселенностях колебательных подуровней молекул в условиях доминирования процессов вынужденного комбинационного рассеяния. Исследованию данного вопроса и посвящена настоящая работа.

2. Основные уравнения. Пусть униполярный импульс длительности τ_p распространяется параллельно оси z в изотропном диэлектрике, содержащем комбинационно-активные молекулы. В этом случае для электрического поля E импульса справедливо волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(P_e + P_R). \qquad (2)$$

Здесь c – скорость света в вакууме, P_e и P_R – поляризационные отклики электронно-оптической и рамановской природы соответственно.

Для $\tau_p \sim 10^{-13}$ с с хорошим запасом выполняется неравенство

$$\delta_1 = (\omega_0 \tau_p)^{-1} \ll 1, \qquad (3)$$

где $\omega_0 \sim 10^{15}\,\text{с}^{-1}$ – характерная частота электронно-оптических переходов.

Тогда при выполнении левой части неравенства (1) поляризационный отклик электронно-оптических переходов можно считать линейным по напряженности электрического поля импульса и [13]

$$P_e = \chi E - \eta \frac{\partial E}{\partial t}. \qquad (4)$$

Здесь χ – безынерционная часть электрической восприимчивости среды, η – инерционная часть восприимчивости, обусловленная фазовой релаксацией электронно-оптических переходов.

Справедливы оценочные выражения [12, 13] $\chi \sim 2d^2 n/\hbar\omega_0$, $\eta \sim 8d^2 n/(\hbar T_2 \omega_0^3) \sim \chi/(T_0 \omega_0^2)$ d – характерное значение дипольных моментов разрешенных переходов, n – концентрация молекул, формирующих линейную восприимчивость χ, $\hbar$ – постоянная Планка.

При описанных условиях населенности квантовых уровней, формирующих электронно-оптические переходы, практически не изменяются и соответствуют термодинамическому равновесию электронно-оптической подсистемы.

Выражение для рамановского поляризационного отклика запишем в стандартном виде [46]

$$P_R = n_R \alpha' q E, \qquad (5)$$

где $\alpha' = (\partial\alpha/\partial q)_{q=0}$, α – электрическая поляризуемость комбинационно-активной молекулы, q – смещение атомов в молекуле относительно положения равновесия, n_R – концентрация данных молекул.

В свою очередь для динамических параметров рамановского перехода частоты ω_v используем хорошо известные уравнения [46]

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \omega_v^2 q = -\frac{\alpha'}{2M} E^2 w, \quad \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\alpha'}{\hbar\omega_v} E^2 \frac{\partial q}{\partial t}, \qquad (6)$$

где w – разность населенностей возбужденного и основного рамановских подуровней (при заселенности возбужденного подуровня $w = +1$, если заселен основной подуровень, то $w = -1$), M – приведенная масса молекулы.

Заметим, что основной рамановский подуровень совпадает с основным электронным уровнем в молекуле.

В (6) мы пренебрегли релаксационными слагаемыми, так как длительность импульса считается значительно меньшей времен релаксации T_{1R} и T_{2R} для рамановского перехода.

Так как $\omega_v \sim 10^{12}\,\mathrm{c}^{-1}$, то для принятых выше характерных значений τ_p имеем неравенство

$$\delta_2 = (\omega_v \tau_p)^2 \ll 1. \tag{7}$$

Спектральная ширина униполярного импульса $\delta\omega \sim 1/\tau_p$. Поэтому неравенство (7) следует рассматривать как отмеченное выше условие перекрытия рамановского перехода спектром сигнала. Как результат, имеем наиболее благоприятные условия для реализации процесса ВКС.

Неравенство (7) позволяет нам пренебречь вторым слагаемым в левой части первого уравнения (6). В этом случае решение системы (5) имеет вид [19, 20]

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\mathrm{sgn}(\alpha') w_{-\infty} \sqrt{\frac{\hbar\omega_v}{2M}} \sin\theta, \quad w = w_{-\infty}\cos\theta, \tag{8}$$

где

$$\theta = \kappa \int\limits_{-\infty}^{t} E^2 dt', \tag{9}$$

$w_{-\infty}$ – начальная (при $t = -\infty$) разность населенностей рамановских подуровней, $\kappa = \frac{|\alpha'|}{\sqrt{2M\hbar\omega_v}}$.

При этом смещение q, в силу условия (7), оказывается пренебрежимо малым, т.е. с хорошей точностью можно считать $q = 0$ [19]. Тогда из (5) и (8) находим

$$\frac{\partial P_R}{\partial t} \approx n_R \alpha' \frac{\partial q}{\partial t} E = -w_{-\infty} n_R |\alpha'| \sqrt{\frac{\hbar\omega_v}{2M}} E \sin\theta. \tag{10}$$

Подставляя (4) и (10) в (2), придем к уравнению

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{n_0^2}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} =$$

$$= -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\eta \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + w_{-\infty} n_R |\alpha'| \sqrt{\frac{\hbar\omega_v}{2M}} \sin\theta\right), \tag{11}$$

где $n_0 = \sqrt{1 + 4\pi\chi}$ – безынерционная часть показателя преломления среды.

Правая часть уравнения (11) содержит два слагаемых, пропорциональных малым параметрам δ_1 и δ_2. В этих условиях применимо приближение однонаправленного распространения (ОР) импульса вдоль оси z со скоростью, близкой к значению c/n_0 [22, 24, 25, 27, 30]. Применяя данное приближение к (11), получим

$$\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{n_0}{c}\frac{\partial E}{\partial t} = \mu E \sin\theta + D\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \tag{12}$$

где

$$D = \frac{2\pi}{cn_0}\eta, \quad \mu = \frac{2\pi}{cn_0} w_{-\infty} n_R |\alpha'| \sqrt{\frac{\hbar\omega_v}{2M}}. \tag{13}$$

Последнее, диффузионное, слагаемое в правой части уравнения (12) описывает необратимые потери, вызванные фазовой релаксацией на электронно-оптических переходах. Первое слагаемое характеризует нелинейный нелокальный источник, обусловленный процессами ВКС в условиях инверсной начальной населенности ($w_{-\infty} > 0$) рамановских квантовых подуровней. Из-за этого слагаемого уравнение (12) не удовлетворяет общему правилу сохранения электрической площади: $S_E \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} E dt = \mathrm{const}$ [47]. Заметим, однако, что в силу приближений (7) и ОР, данное нелинейно-дисперсионное слагаемое является относительно малым. Таким образом, нарушение правила $S_E = \mathrm{const}$ является следствием принятых приближений. Поэтому здесь не возникает физического противоречия.

Умножая (12) на E, после использования (9) и интегрирования по t будем иметь

$$\frac{\partial\theta}{\partial z} + \frac{n_0}{c}\frac{\partial\theta}{\partial t} =$$

$$= 4\mu\sin^2\frac{\theta}{2} + D\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} - 2D\int\limits_{-\infty}^{t}\left(\frac{\partial}{\partial t'}\sqrt{\frac{\partial\theta}{\partial t'}}\right)^2 dt'. \tag{14}$$

Нелинейные интегро-дифференциальные уравнения (12) и (14) описывают распространение импульса в среде комбинационно-активных молекул в условиях необратимых потерь на электронно-оптических квантовых переходах.

3. Солитоноподобное решение и его анализ. Уравнение (14), как и уравнение (12), вряд ли обладает точным нетривиальным аналитическим решением. Поэтому ниже перейдем к поиску приближенного солитоноподобного решения. Для этого квадрат синуса в правой части (14) желательно аппроксимировать подходящим для этой цели полиномом. Как увидим ниже, здесь нельзя ограничиться рассмотрением малых значений θ, разложив квадрат синуса в ряд Тейлора. Опять-таки из дальнейшего будет видно, что интерес представляет область значений $0 \le \theta \le 4\pi/3$. В этой области квадрат синуса можно аппроксимировать полиномом вида $\sin^2(\theta/2) \approx \approx F(\theta) = p\theta^2 - g\theta^3$, где p и g – подлежащие определению постоянные. Данные постоянные определим из двух условий: 1) максимум полинома соответствует точке $\theta_m = \pi$; 2) в точке максимума значение полинома равно единице. В результате получаем $p = 3/\pi^2$ и $g = 2/\pi^3$. Таким образом, в обозначенной области значений переменной θ аппроксимация имеет вид

$$\sin^2\frac{\theta}{2} \approx F(\theta) = \frac{3}{\pi^2}\theta^2 - \frac{2}{\pi^3}\theta^3. \tag{15}$$

Из рисунка 1 видно, что в обозначенном интервале значений θ аппроксимация (15) является в достаточной степени удовлетворительной.

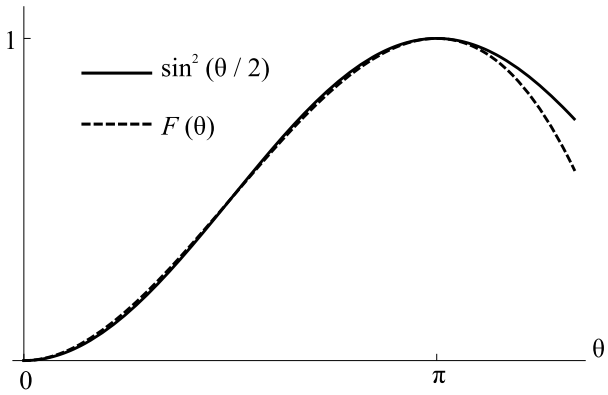

Рис. 1. Кривые зависимостей $\sin^2(\theta/2)$ (сплошная линия) и $F(\theta)$, определенной выражением (15) (пунктирная линия) на интервале $0 \le \theta \le 4\pi/3$

После подстановки (15) в (14) придем к уравнению

$$\frac{\partial\theta}{\partial z}+\frac{n_0}{c}\frac{\partial\theta}{\partial t}=a\theta^2-b\theta^3+D\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}-2D\int\limits_{-\infty}^{t}\left(\frac{\partial}{\partial t'}\sqrt{\frac{\partial\theta}{\partial t'}}\right)^2 dt', \tag{16}$$

где $a = 12\mu/\pi^2$, $b = 8\mu/\pi^3$.

В отсутствие последнего, интегрального, слагаемого уравнение (16) принадлежит к классу уравнений типа "реакция–диффузия". Однако данное слагаемое играет принципиально важную роль, и мы не можем им пренебречь.

Используя здесь способ, рассмотренный в [9], найдем стационарное решение уравнения (16) в виде бегущего импульса:

$$\theta = \frac{A_\infty}{2}(1+\tanh\xi), \tag{17}$$

где $\xi = \frac{t-z/v}{\tau_p}$,

$$A_\infty = \frac{4\pi}{3}, \tag{18}$$

$$\tau_p = \sqrt{\frac{3\pi D}{8\mu}}, \tag{19}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{n_0}{c} - \sqrt{\frac{8\mu D}{3\pi}}. \tag{20}$$

При записи (17)–(20) использованы представленные выше выражения для a и b.

Из (17), (18) и (9) находим выражение для электрического поля униполярного солитоноподобного импульса

$$E = \pm\sqrt{\frac{2\pi}{3\kappa\tau_p}}\mathrm{sech}\xi. \tag{21}$$

Очевидно, постоянные параметры τ_p и v имеют соответственно смысл временной длительности импульса и скорости его распространения.

Из (21) для интенсивности $I = cE^2/(4\pi n_0)$ сигнала будем иметь

$$I = I_m \mathrm{sech}^2\xi, \tag{22}$$

где

$$I_m = \frac{c}{6n_0\kappa\tau_p}. \tag{23}$$

Используя (8), (17) и (18), получим выражения для поступательной скорости V атомов в молекулах и разности населенностей рамановских подуровней

$$V = \frac{\partial q}{\partial t} = -\mathrm{sgn}(\alpha')V_m \sin\left[\frac{2\pi}{3}(1+\tanh\xi)\right], \tag{24}$$

$$w = w_{-\infty}\cos\left[\frac{2\pi}{3}(1+\tanh\xi)\right], \tag{25}$$

где $V_m = w_{-\infty}\sqrt{\hbar\omega_v/2M}$.

На рисунке 2 представлены профили интенсивности (22) поля униполярного импульса, а также сопровождающих его распространение поступательной скорости атомов (24) и разности населенностей (25) рамановских подуровней.

Сразу после прохождения импульса в профиле скорости возникает горизонтальное плато, которое легко объясняется на основе первого уравнения системы (6). Действительно, из-за условия (7) в левой части данного уравнения мы пренебрегли слагаемым $\omega_v^2 q$ (возвращающей силой). Тогда после прохождения импульса уравнение (6) принимает вид $\partial^2 q/\partial t^2 = 0$. Отсюда и приходим к обозначенному плато $V = \mathrm{const}$. Понятно, что время жизни плато можно оценить как ω_v^{-1}. Начиная с времен $\sim\omega_v^{-1}$ после прохождения импульса в первом уравнении (6), существенной становится роль слагаемого $\omega_v^2 q$, которое вызовет свободные колебания, соответствующие оптическим молекулярным модам.

В отсутствие необратимых потерь (в случае консервативных солитонов) после прохождения импульса разность населенностей w возвращается к исходному значению $w_{-\infty}$ [25, 30]. Как видно из рис. 2, влияние необратимой фазовой релаксации в системе электронно-оптических переходов сводится к тому,

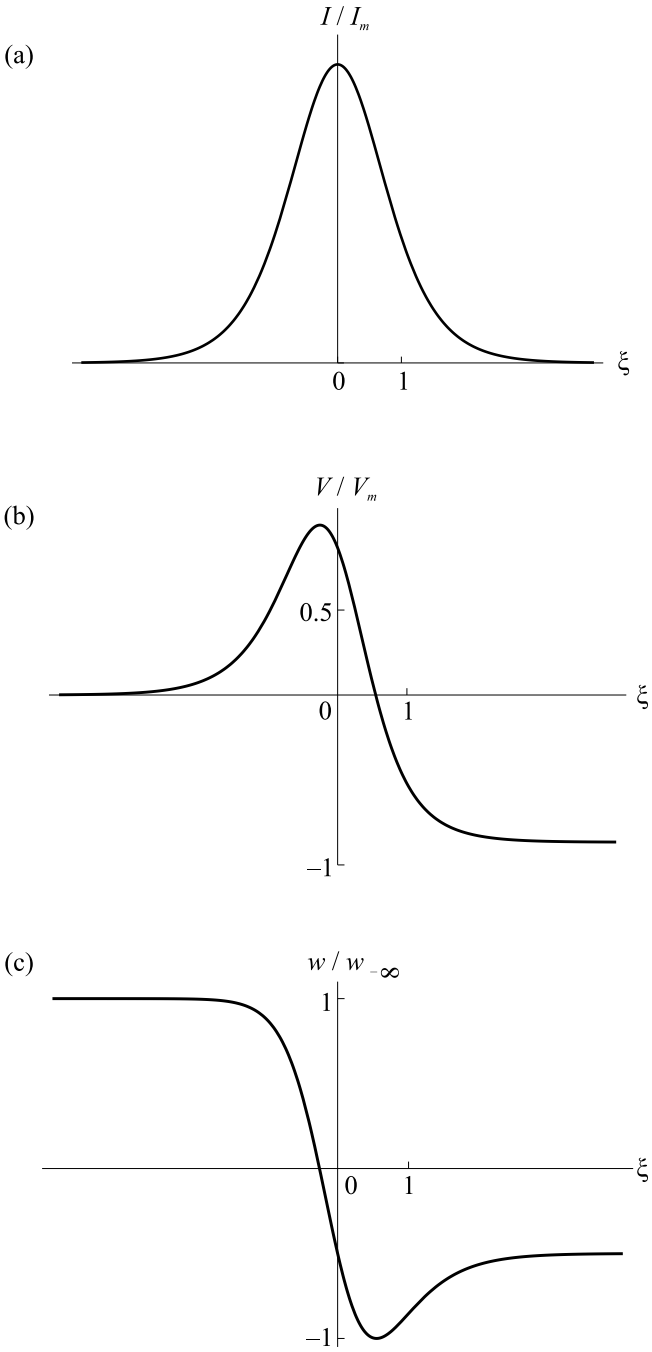

Рис. 2. Профили интенсивности солитоноподобного импульса (a), поступательной скорости атомов в молекулах (b) и разности населенностей рамановских подуровней (c)

что разность населенностей w уже не возвращается к исходному значению. В центральной части импульса молекулы, населяющие возбужденный рамановский подуровень, переходят в основное состояние. Сразу после прохождения импульса в среднем только примерно четвертая часть молекул возвращается в возбужденное колебательное состояние. В результате средняя разность населенностей приобретает значение $w_{+\infty} = -0.5w_{-\infty}$, соответствующее другому, метастабильному, состоянию молекул со временем жизни $\sim T_{1R}$. Таким образом, импульс, переводя большую часть неравновесных комбинационно-активных молекул на основной рамановский подуровень, отбирает у единицы объема среды энергию $0.5\hbar\omega_v n_R(w_{-\infty} - w_{+\infty}) = 0.75\hbar\omega_v n_R w_{-\infty}$. Приток данной энергии компенсируется потерями из-за необратимой фазовой релаксации в равновесной системе электронно-оптических переходов.

Заметим, что энергия импульса, пропорциональная величине

$$A \equiv \theta_{t=+\infty} = \kappa \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E^2 dt, \tag{26}$$

удовлетворяет уравнению (см. (14) при $t \to +\infty$)

$$\frac{dA}{dz} = 4\mu \sin^2 \frac{A}{2} - 2D \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\frac{\partial \theta}{\partial t}} \right)^2 dt. \tag{27}$$

Первое слагаемое в правой части (27) соответствует притоку энергии в импульс, а второе – оттоку. В результате баланса этих двух процессов и возникает описанный выше солитоноподобный объект.

Для дальнейшего анализа воспользуемся аппроксимацией (15) и приближенным предположением об автомодельности. Последнее выражается в том, что выражение для θ имеет вид (17) при заменах $A_\infty \to \to A(z)$, $\xi \to \zeta = \frac{t-f(z)}{\tau_0}$, где $f(z)$ – некоторая функция, τ_0 – длительность импульса, вообще говоря, отличная от τ_p (см. (19)). Суммируя сказанное, вместо (27) будем иметь

$$\frac{dA}{dz} = \frac{8\mu}{\pi^3} Q(A), \tag{28}$$

где

$$Q(A) = -\frac{9\pi^2 \tau_c^2}{16\tau_0^2} A + \frac{3\pi}{2} A^2 - A^3, \tag{29}$$

$$\tau_c = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\pi D}{3\mu}}. \tag{30}$$

На рисунке 3 представлены зависимости $Q(A)$ при $\tau_0 > \tau_c$ и $\tau_0 < \tau_c$. В первом случае точка $A = A_2$ является аттрактором при условии, что на входе в среду $A > A_1$. Здесь

$$A_{1,2} = \frac{3\pi}{4} \left(1 \mp \sqrt{1 - \frac{\tau_c^2}{\tau_0^2}} \right). \tag{31}$$

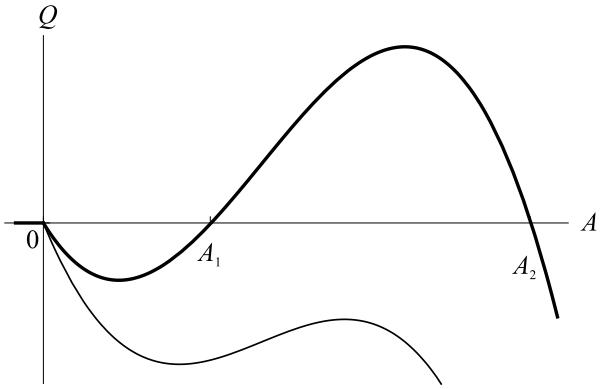

Рис. 3. Графики кубического полинома $Q(A)$ при $\tau_0 > \tau_c$ (жирная линия) и при $\tau_0 < \tau_c$ (бледная линия)

При $A < A_1$ аттрактором является точка $A = 0$.

Во втором случае ($\tau_0 < \tau_c$) единственным аттрактором является точка $A = 0$. Таким образом, для формирования найденного выше диссипативного униполярного солитоноподобного объекта необходимо выполнение двух пороговых условий:

$$\tau_0 > \tau_c, \quad A > A_1. \tag{32}$$

Оба условия согласуются с выражениями (19) и (18) соответственно, так как $\tau_p > \tau_c$ и $A_\infty > A_1$.

Полагая теперь $\tau_0 = \tau_p$, получим из (31) и (19) $A_1 = \pi/6$, $A_2 = A_\infty = 4\pi/3$. Таким образом, в этом случае при $A > A_1$ аттрактором является точка A_∞, определенная выражением (18). Это обстоятельство является важным аргументом в пользу устойчивости рассмотренного униполярного диссипативного объекта.

Таким образом, на входе в комбинационно-активную среду должен быть сформирован униполярный импульс, удовлетворяющий условиям (32). Тогда в среде он сможет преобразоваться в импульс, определяемый выражениями (21), (19) и (20). В настоящее время известно множество методов генерации электромагнитных униполярных сигналов (см., например, обзоры [45, 48]). В нашем случае при длительности импульса $\tau_p \sim 10^{-13}$ с значительная часть его спектра принадлежит терагерцовому диапазону. Таким образом, здесь следует говорить о терагерцовом униполярном импульсе. Такой импульс может быть создан, например, в результате разбиения генерируемого двухполярного терагерцового сигнала на два униполярных импульса противоположных полярностей [49]. Один из таких импульсов при удовлетворении условиям (32) может быть использован в качестве затравки на входе в комбинационно-активную среду.

Приведем некоторые численные оценки. Взяв типичные значения параметров для сред с быстрой фазовой релаксацией [50] $T_2 \sim 10^{-13}$ с, $\omega_0 \sim 10^{15}\,\text{с}^{-1}$, $\chi \sim 0.1$, будем иметь $\eta \sim \chi/(T_2\omega_0^2) \sim 10^{-18}$ с. Тогда $D = 2\pi\eta/cn_0 \sim 10^{-27}\,\text{с}^2/\text{см}$. Полагая, кроме того, $|\alpha'| \sim 10^{-15}\,\text{см}^2$, $\omega_v \sim 10^{12}\,\text{с}^{-1}$, $n_R \sim 10^{21}\,\text{см}^{-3}$, $M \sim 10^{-22}$ г [20], найдем $\mu = (2\pi/c)n_R|\alpha'|\sqrt{\hbar\omega_v/M} \sim 0.1\,\text{см}^{-1}$. В результате для длительности солитоноподобного диссипативного объекта имеем $\tau_p \sim \sqrt{D/\mu} \sim 10^{-13}$ с, как и предполагалось выше. Здесь следует иметь в виду, что параметр τ_p должен в несколько раз превосходить время релаксации T_2 (см. (1)). Заметим также, что такое значение длительности импульса, как и предполагалось, оказывается значительно меньшим времени $T_{2R} \sim 10^{-8}$ с [46] фазовой релаксации на рамановском переходе.

При отмеченных значениях τ_p характерный размер импульса в направлении распространения $l_\parallel \sim c\tau_p \sim 10^{-3}$ см. Для относительного отличия скорости импульса от c/n_0 справедлива оценка (см. (20)) $|c/n_0 v - 1| \sim (c/n_0)\sqrt{\mu D} \sim 10^{-4}$. Таким образом, скорость v солитоноподобного импульса практически не отличается от линейной скорости c/n_0. При принятых выше параметрах имеем $\kappa = |\alpha'|/\sqrt{2M\hbar\omega_v} \sim 10^4\,\text{см}^3/(\text{эрг}\cdot\text{с})$. Тогда из (23) для пикового значения интенсивности находим $I_m \sim 10^{12}\,\text{Вт/см}^2$. Такие достаточно высокие значения интенсивности вполне достижимы в условиях реального эксперимента. Взяв для апертуры импульса значение $d_p \sim 1$ мм, получим для его мощности $N \sim I_m d_p^2 \sim 10^{10}$ Вт. Тогда энергия импульса $W \sim N\tau_p \sim 1$ мДж.

При использованных выше параметрах выполняется неравенство $l_\parallel \gg d_p$. В принятых условиях для дифракционной длины имеем оценку $l_d \sim d_p^2/l_\parallel \sim 10$ см. Именно на таких дистанциях распространения можно использовать принятое здесь одномерное приближение. Тогда для времени наблюдения за исследуемым процессом получаем $\Delta t \sim l_d/c \sim 10^{-9}$ с. Данная оценка, а также приведенные выше оценки для τ_p и T_2 хорошо согласуются с принятым в настоящей работе условием (1).

4. Заключение. Итак, на основе проведенного исследования выявлена принципиальная возможность формирования диссипативных униполярных солитоноподобных объектов в условиях инверсной начальной заселенности рамановских подуровней. Важно, что при принятых временах наблюдения необратимые потери в системе рамановских подуровней оказываются пренебрежимо малы. Такие потери, обусловленные фазовой релаксацией, существенны на других квантовых переходах, например, электронно-оптических, с равновесной населен-

ностью квантовых состояний. Взаимная компенсация данных потерь и энергии, поступающей из неравновесной рамановской подсистемы, приводит к возможности формирования солитоноподобных импульсов.

Нелинейный характер рамановского усиления приводит к пороговым условиям (32) формирования солитоноподобного диссипативного объекта.

О сделанном выше выводе, касающемся устойчивости солитоноподобных объектов, можно говорить лишь условно, так как неустойчива сама среда, в которой такие объекты формируются. С другой стороны, тот факт, что предполагаемое время наблюдения за процессом распространения импульсов значительно короче времен необратимой релаксации в системе рамановских подуровней, позволяет сделать вывод об относительной устойчивости исходного, а также конечного метастабильного состояния, в которое переходит среда после прохождения импульса.

Как и следовало ожидать, такие параметры рассмотренного здесь диссипативного объекта, как амплитуда, длительность и скорость однозначно определяются характеристиками среды. В то же время эти параметры не зависят от характеристик импульса на входе в среду. Данное утверждение является общим для диссипативных солитонов и подкрепляется тем, что необратимые потери приводят к тому, что импульс как бы "забывает" о своих параметрах на входе в среду. Ситуация здесь схожа с предельным циклом в теории автоколебаний.

При поиске приближенного решения уравнения (14) мы воспользовались аппроксимацией (15), которая с хорошей точностью выполняется в интервале $0 < \theta < 4\pi/3$. При этом $A_\infty = 4\pi/3$. В результате за рамками рассмотрения, скорее всего, остались другие решения, для которых значения θ выходят за данный интервал. Видимо, амплитуды, длительности и скорости таких импульсов будут иметь другой набор значений. В любом случае для солитоноподобного импульса с определенным значением параметра A_∞ данный набор должен быть фиксированным. Это согласуется с утверждением о том, что параметры диссипативных солитонов, в отличие от консервативных, принимают дискретные наборы значений [1]. Соответствующие исследования применительно к решениям уравнения (14) (см. также (12)) мы планируем провести отдельно.

1. Н. Н. Розанов, *Диссипативные оптические и родственные солитоны*, Физматлит, М. (2021).
2. Н. А. Веретенов, Н. Н. Розанов, С. В. Федоров, УФН **192**, 143 (2022) [N. A. Veretenov, N. N. Rosanov, and S. V. Fedorov, Phys.-Uspekhi **65**, 131 (2022)].
3. N. A. Veretenov, N. N. Rosanov, and S. V. Fedorov, Phys. Rev. Lett. **117**, 183901 (2016).
4. С. В. Федоров, Н. Н. Розанов, Н. А. Веретенов, Письма в ЖЭТФ **107**, 342 (2018) [S. V. Fedorov, N. N. Rosanov, and N. A. Veretenov, JETP Lett. **107**, 327 (2018)].
5. D. A. Dolinina, A. S. Shalin, and A. V. Yulin, Письма в ЖЭТФ **111**, 303 (2020) [D. A. Dolinina, A. S. Shalin, and A. V. Yulin, JETP Lett. **111**, 268 (2020)].
6. D. A. Dolinina, A. S. Shalin, and A. V. Yulin, Письма в ЖЭТФ **112**, 79 (2020) [D. A. Dolinina, A. S. Shalin, and A. V. Yulin, JETP Lett. **112**, 71 (2020)].
7. M. M. Pieczarka, D. Poletti, C. Schneider, S. Höfling, E. A. Ostrovskaya, G. Sek, and M. Syperek, APL Photonics **5**, 086103 (2020).
8. V. E. Lobanov, N. M. Kondratiev, and I. A. Bilenko, Opt. Lett. **46**, 2380 (2021).
9. S. V. Sazonov, Phys. Rev. A **103**, 053512 (2021).
10. V. E. Lobanov, A. A. Kalinovich, O. V. Borovkova, and B. A. Malomed, Phys. Rev. A **105**, 013519 (2022).
11. П. Г. Крюков, В. С. Летохов, УФН **99**, 169 (1969) [P. G. Kryukov and V. S. Letokhov, Sov. Phys. Usp. **12**, 641 (1970)].
12. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **114**, 160 (2021) [S. V. Sazonov, JETP Lett. **114**, 132 (2021)].
13. S. V. Sazonov, Laser Physics Lett. **18**, 105401 (2021).
14. А. А. Афанасьев, Р. А. Власов, А. Г. Черствый, ЖЭТФ **117**, 476 (2000) [A. A. Afanas'ev, R. A. Vlasov, and A. G. Cherstvyi, JETP **90**, 428 (2000)].
15. A. A. Afanas'ev, R. A. Vlasov, O. K. Khasanov, T. V. Smirnova, and O. M. Fedotova, JOSA B **19** 911 (2002).
16. S. R. J. Brueck and R. M. Osgood, Chem. Phys. Lett. **39**, 568 (1976).
17. Е. М. Дианов, А. Я. Карасик, П. В. Мамышев, А. М. Прохоров, В. Н. Серкин, М. Ф. Стельмах, А. А. Фомичев, Письма в ЖЭТФ **41**, 242 (1985) [E. M. Dianov, A. Ya. Karasik, P. V. Mamyshev, A. M. Prokhorov, V. N. Serkin, M. F. Stelmakh, and A. A. Fomichev, Sov. Phys. JETP Lett. **41**, 294 (1985)].
18. F. M. Mitschke and L. F. Mollenauer, Opt. Lett. **11**, 659 (1986).
19. Э. М. Беленов, П. Г. Крюков, А. В. Назаркин, И. П. Прокопович, ЖЭТФ **105**, 28 (1994) [E. M. Belenov, P. G. Kryukov, A. V. Nazarkin, and I. P. Prokopovich, JETP **78**, 5 (1994)].
20. Э. М. Беленов, В. А. Исаков, А. П. Канавин, И. В. Сметанин, Письма в ЖЭТФ **60**, 762 (1994) [E. M. Belenov, V. A. Isakov, A. P. Kanavin, and I. V. Smetanin, JETP Lett. **60**, 770 (1994)].
21. R. K. Bullough and F. Ahmad, Phys. Rev. Lett. **27**, 330 (1971).
22. J. C. Eilbeck, J. D. Gibbon, P. J. Caudrey, and R. K. Bullough, J. Phys. A **6**, 1337 (1973).

23. Э. М. Беленов, П. Г. Крюков, А. В. Назаркин, А. Н. Ораевский, А. В. Усков, Письма в ЖЭТФ **47**, 442 (1988) [E. M. Belenov, P. G. Kryukov, A. V. Nazarkin, A. N. Oraevskii, and A. V. Uskov, Sov. Phys. JETP Lett. **47**, 523 (1988)].
24. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, Письма в ЖЭТФ **51**, 252 (1990) [E. M. Belenov and A. V. Nazarkin, Sov. Phys. JETP Lett. **51**, 288 (1990)].
25. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, В. А. Ущаповский, ЖЭТФ **100**, 762 (1991) [E. M. Belenov, A. V. Nazarkin, and V. A. Ushapovskii, Sov. Phys. JETP **73**, 422 (1991)].
26. A. Kujawski, Z. Phys. B: Condens. Matter **85**, 129 (1991).
27. А. И. Маймистов, С. О. Елютин, Оптика и спектроскопия **70**, 101 (1991) [A. I. Maimistov and S. O. Elyutin, Optics and Spectroscopy (USSR) **70**, 57 (1991)].
28. А. И. Маймистов, Оптика и спектроскопия **78**, 483 (1995) [A. I. Maimistov, Opt. Spectrosc. **78**, 435 (1995)].
29. A. E. Kaplan and P. L. Shkolnikov, Phys. Rev. Lett. **75**, 2316 (1995).
30. С. В. Сазонов, ЖЭТФ **119**, 419 (2001) [S. V. Sazonov, JETP **92**, 361 (2001)].
31. С. В. Сазонов, Н. В. Устинов, Письма в ЖЭТФ **83**, 573 (2006) [S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, JETP Lett. **83**, 483 (2006)].
32. Д. А. Багдасарян, А. О. Макарян, П. С. Погосян, Письма в ЖЭТФ **37**, 498 (1983) [D. A. Bagdasaryan, A. O. Makaryan, and P. S. Pogosyan, Sov. Phys. JETP Lett. **37**, 594 (1983)].
33. D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis, and D. A. Kleinman, Phys. Rev. Lett. **53**, 1555 (1984).
34. K. Tamura and M. Nakazawa, Opt. Lett. **21**, 68 (1996).
35. С. В. Сазонов, ЖЭТФ **146**, 483 (2014) [S. V. Sazonov, JETP **119**, 423 (2014)].
36. С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **102**, 951 (2015) [S. V. Sazonov, JETP Lett. **102**, 834 (2015)].
37. S. V. Sazonov, Opt. Commun. **380**, 480 (2016).
38. А. И. Маймистов, Квантовая электроника **30**, 287 (2000) [A. I. Maimistov, Quantum Electron. **30**, 287 (2000)].
39. H. Leblond and D. Mihalache, Phys. Rep. **523**, 61 (2013).
40. S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, Phys. Rev. A **98**, 063803 (2018).
41. S. V. Sazonov and N. V. Ustinov, Phys. Rev. A **100**, 053807 (2019).
42. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. А. Шимко, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **110**, 9 (2019) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. A. Shimko, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, JETP Lett. **110**, 15 (2019)].
43. Р. М. Архипов, Письма в ЖЭТФ **113**, 636 (2021) [R. M. Arkhipov, JETP Lett. **113**, 611 (2021)].
44. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, М. О. Жукова, А. Н. Цыпкин, Н. Н. Розанов, Письма в ЖЭТФ **113**, 237 (2021) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. O. Zhukova, A. N. Tcypkin, and N. N. Rosanov, JETP Lett. **113**, 242 (2021)].
45. R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, and N. Rosanov, Laser Physics Lett. **19**, 043001 (2022).
46. Н. И. Коротеев, И. Л. Шумай, *Физика мощного лазерного излучения*, Наука, М. (1991).
47. Н. Н. Розанов, Оптика и спектроскопия **107**, 761 (2009) [N. N. Rosanov, Optics and Spectroscopy **107**, 721 (2009)].
48. Н. Н. Розанов, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, Н. А. Веретенов, А. В. Пахомов, С. В. Федоров, Оптика и спектроскопия **127**, 82 (2019) [N. N. Rosanov, M. V. Arkhipov, R. M. Arkhipov, N. A. Veretenov, and A. V. Pakhomov, Optics and Spectroscopy **127**, 77 (2019)].
49. А. Н. Бугай, С. В. Сазонов, Письма в ЖЭТФ **87**, 470 (2008) [A. N. Bugai and S. V. Sazonov, JETP Lett. **87**, 403 (2008)].
50. G. M. Safiullin, V. G. Nikiforov, V. S. Lobkov, V. V. Samartsev, and A. V. Leontiev, Laser Physics Lett. **6,** 746 (2009).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 33 – 40 © 2022 г. 10 июля

Томография оптической однокубитной квантовой памяти

Б. И. Бантыш[+*], *К. Г. Катамадзе*[+*1)], *Ю. И. Богданов*[+], *К. И. Герасимов*[×], *М. М. Миннегалиев*[×], *Р. В. Урманчеев*[×], *С. А. Моисеев*[×]

[+]*Физико-технологический институт им. К. А. Валиева РАН, 117218 Москва, Россия*

[*]*Центр квантовых технологий, физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия*

[×]*Казанский квантовый центр Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева – КАИ, 420111 Казань, Россия*

Поступила в редакцию 15 апреля 2022 г.
После переработки 30 апреля 2022 г.
Принята к публикации 15 мая 2022 г.

Оптическая квантовая память является одним из базовых элементов квантово-информационных систем, однако существующие методы ее характеризации не всегда позволяют в полной мере оценить возможности ее практического применения в таких системах. В настоящей работе мы провели томографию квантовой памяти как *квантового процесса в логическом базисе* и продемонстрировали, что реализованная нами схема квантовой памяти для поляризационных фотонных кубитов с высокой точностью соответствует единичному преобразованию и перспективна для использования в задачах квантовой связи и квантовых вычислений.

DOI: 10.31857/S1234567822130055, EDN: iwugln

1. Введение. Разработка эффективной оптической квантовой памяти (КП) играет важнейшую роль в развитии квантовых информационных технологий. При этом сохранение поляризационных кубитов в оптической КП является одной из базовых задач, актуальных для оптических квантовых коммуникаций и квантовых вычислений [1, 2]. Использование кристаллов с редкоземельными (РЗ) ионами дает широкие возможности для реализации оптической КП в силу длительного времени жизни оптической и спиновой когерентностей квантовых переходов [3, 4]. Такие кристаллы, как правило, обладают анизотропией поглощения для светового излучения, имеющего различную поляризацию [5], что затрудняет реализацию сохранения в них квантовых состояний поляризационных кубитов. Известны, по крайней мере, два способа реализации такой КП. В первом из них ортогональные ("H" и "V") поляризационные компоненты излучения записываются в различные пространственные моды одного и того же кристалла, а затем объединяются в одну пространственную моду восстановленного сигнала [6]. В альтернативном ему методе для сохранения поляризационных состояний сигнала используются два кристалла [7, 8]. При этом одна из компонент поляризации сигнала поворачивается на 90 % и записывается в свой кристалл, обладающий теми же параметрами оптической КП. Реализованные эксперименты [6–8] показали достаточно высокую точность сохранения поляризационных кубитов, однако экспериментальные сложности использования различных пространственных мод, или нескольких кристаллов делает необходимым поиск более простых путей реализации оптической КП для поляризационных кубитов.

В настоящей работе мы реализовали оптическую КП для поляризационных кубитов в одной пространственной моде кристалла $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$ ($c = 0.1$ ат. %), который обладает различной эффективностью восстановления для ортогональных компонент поляризации фотонного кубита. Для характеризации изучаемой КП мы развиваем метод квантовой томографии, основанный на использовании *квантового процесса в логическом базисе* [9, 10]. Квантовая томография позволяет с высокой точностью восстанавливать параметры выполняемых устройствами квантовых преобразований, а затем проводить корректировку работы этих устройств и выбора их параметров для обеспечения необходимой точности выполнения ими квантовых операций. Ниже мы провели квантовую томографию сохранения поляризационных кубитов в оптической КП, основанной на эффекте фотонного эха [11, 12] на оптическом переходе ионов туллия в кристалле $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$ ($c = 0.1$ ат. %) с неоднородным уширением, имеющим вид атомной частотной (АЧ) гребенки [13].

1)e-mail: kgk@quantum.msu.ru

Процедура томографии проводилась на основе критериев полноты адекватности и точности с использованием корневого подхода к параметризации хи-матрицы, позволяющего варьировать ранг квантового процесса [9, 10, 14, 15]. Кроме того, для того чтобы разделить погрешность квантового процесса и погрешность приготовления и измерения квантовых состояний, в начале была проведена томография единичного преобразования, результаты которой учитывались при восстановлении процесса оптической КП. В результате было показано, что полученная матрица квантового процесса с точностью до 96 % совпадает с идеальным единичным преобразованием.

Для того, чтобы определить источник ошибок, была построена модель квантового процесса в однокубитном базисе, учитывающая разную квантовую эффективность для разных поляризационных мод, а также фоновую засветку. Было показано, что разработанная модель адекватно описывает полученные результаты и ее применение показывает возможности высокой точности восстановления квантового состояния поляризационного кубита в предлагаемой схеме оптической КП.

2. Оптическая квантовая память и подходы к оценке ее качества. Одним из важных приложений оптической квантовой памяти является реализация эффективных однофотонных источников по требованию на основе условных источников с оповещением [2] (рис. 1). Однофотонные источники с

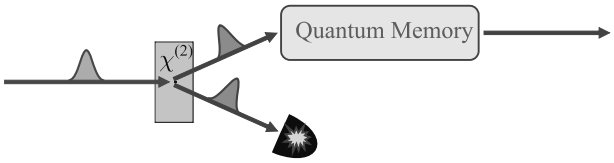

Рис. 1. (Цветной онлайн) Применение оптической квантовой памяти для создания однофотонного источника по требованию

оповещением основаны на процессах, в которых под действием импульса лазерного излучения (накачки) в ходе нелинейно-оптического процесса (спонтанное параметрическое рассеяние или спонтанное четырехволновое смешение) с некоторой вероятностью в двух коррелированных оптических модах рождается пара фотонов. Тогда при регистрации фотона в одном из каналов можно с высокой вероятностью утверждать о наличии второго фотона в сопряженном канале. На сегодняшний день такая условная вероятность срабатывания однофотонных источников с оповещением существенно выше (до 97 % [16]) по сравнению с источниками по требованию (60 % [17]). В рассматриваемой технологии наличие КП позволит сохранить фотон в момент срабатывания детектора и затем излучить его в другой заданный момент времени. Таким образом, с использованием квантовой памяти может быть решена проблема эффективной синхронизации однофотонных источников по требованию.

В задачах квантовой связи критическую роль играют потери в оптическом канале, которые приводят к ошибкам. Решить эту проблему смогут квантовые повторители [18]. Они представляют цепочку из последовательно соединенных источников перепутанных пар фотонов и детекторов, производящих измерение в базисе Белловских состояний (рис. 2). Тогда при условии срабатывания всех детекторов фотоны на противоположных концах цепочки окажутся в перепутанном состоянии и могут быть использованы, например, для распределения ключа по протоколу Эккерта. Однако проблемой на пути к реализации такой цепочки также является тот факт, что источники перепутанных пар фотонов, как правило, работают в спонтанном режиме, т.е. срабатывают лишь с некоторой очень малой вероятностью. Для синхронизации этих источников также можно использовать КП. При этом, в данном приложении необходимо, чтобы эта память не просто сохраняла фотон, но и сохраняла его поляризационное или фазовое состояние, которым кодируется квантовая информация.

Одной из самых перспективных физических платформ для реализации квантовых вычислений является фотонная платформа. Ее несомненным преимуществом является возможность полностью избежать декогеренции. Но ее недостатком является отсутствие взаимодействия между фотонами. Тем не менее, на этой платформе уже было продемонстрировано квантовое превосходство [19], а для реализации практически важных квантовых алгоритмов перспективной является архитектура однонаправленных квантовых вычислений. В рамках этого подхода на первом этапе создается высокоразмерное перепутанное (кластерное) состояние, а весь последующий алгоритм сводится к последовательному измерению и унитарному преобразованию отдельных кубитов. Причем тип каждого унитарного преобразования зависит от результатов измерений над всеми предыдущими кубитами. Как правило, перепутанные состояния в оптике (даже низкоразмерные) получаются вероятностным образом, поэтому при создании кластерных состояний необходимо синхронизовать множество источников низкоразмерных перепутанных состояний. А затем при реализации вычислений необходимо синхро-

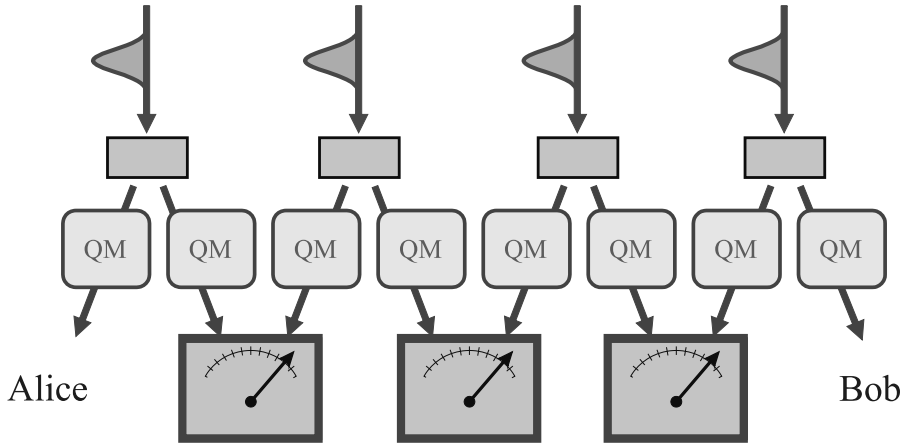

Рис. 2. (Цветной онлайн) Использование квантовой памяти в квантовых повторителях

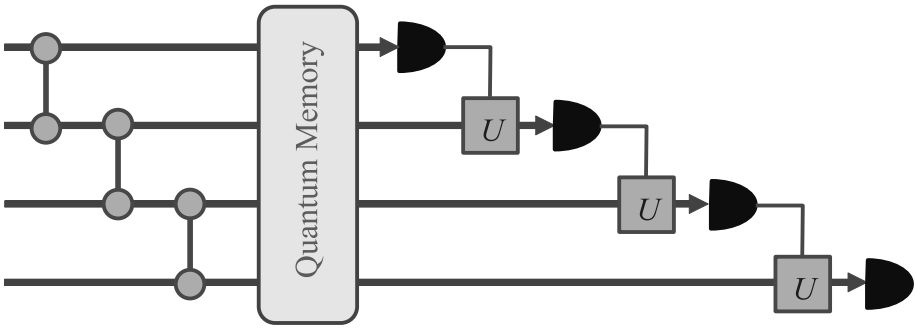

Рис. 3. (Цветной онлайн) Использование квантовой памяти для однонаправленной архитектуры квантовых вычислений

низовать процессы измерения и преобразования отдельных кубитов. Для всех этих процедур также необходима КП, причем в данном случае она должна обладать не только возможностью запоминать отдельные кубиты, но и запоминать целые кластерные состояния с возможностью адресно последовательно извлекать один кубит за другим (рис. 3).

Таким образом, для понимания возможностей применения оптической КП в задачах квантовой информации необходимо исследовать ее свойства как однокубитного или многокубитного квантового процесса. Как правило, однако, ограничиваются лишь определением низкоуровневых технических характеристик, таких как время жизни/запоминания, эффективность, наличие шумов. В работах [20, 21] проводилась томография КП как одномодового квантового процесса в бесконечном базисе квадратурных или фоковских состояний света. Такой подход позволяет выявить неидеальности при реализации КП, но его обобщение даже на двухмодовый случай, соответствующий однокубитной КП, критически увеличивает размерность задачи и делает ее трудно решаемой, как с точки зрения количества измерений, так и по вычислительной сложности. При этом с практической точки зрения нет необходимости рассматривать бесконечномерные многомодовые фоковские пространства, а достаточно ограничиться рассмотрением подпространства, отвечающего логическим значениям кубитов. Тогда задача существенно упрощается и позволяет в перспективе переходить к характеризации многокубитной КП.

3. Экспериментальная реализация протокола квантовой памяти на атомно-частотных гребенках. В качестве экспериментального образца мы использовали оптическую КП на фотонном эхе в кристалле $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$ с концентрацией примесных ионов 0.1 ат. %, где создавалась атомная частотная (АЧ) гребенка на оптическом переходе $^3H_6(1)$–$^3H_4(1)$ с длиной волны 793.37 нм. Кристалл находился при температуре 3.4 К и в слабом внешнем магнитном поле ($\mathbf{B}\|[001]$). АЧ гребенка состояла из 11 пиков с периодом между пиками $\Delta = 2.5$ МГц. Процесс инициализации был аналогичный методам, описанным в работах [13, 22, 23]. Сохраняемые оптические импульсы имели гауссову временную форму с длительностью $\delta t_s = 150$ нс (полная ширина

на половине высоты). Недостатком такого протокола является заранее заданное время сохранения – $t_{\text{echo}} = \tau = 400$ нс, а преимуществом – отсутствие оптических шумов, так как после инициализации (или создания) АЧ гребенки и перед запуском сохраняемого импульса существует интервал времени, который значительно больше, чем время жизни оптического возбужденного состояния, и спонтанное излучение с возбужденного состояния незначительно. Вместе с тем известно, что используя эффект Штарка (Зеемана) для РЗ ионов во внешних импульсных электрических (магнитных) полях, можно вызывать контролируемую дефазировку и рефазировку возбуждаемой оптической и спиновой когерентности [24, 25]. Таким образом, можно кратно увеличивать время излучения сигнала фотонного эха $t_{\text{echo}} = n\tau$ $(n = 1, 2, ...)$ и реализовать считывание входного сигнала по требованию [26, 27].

Для кодирования информации использовались поляризационные степени свободы. Логическому состоянию $|0\rangle$ соответствовало состояние одного фотона в моде с горизонтальной поляризацией, а состоянию $|1\rangle$ – в вертикально поляризованной моде. Недостатком такой кодировки для реализации оптической квантовой памяти являлась разная квантовая эффективность. Так, для горизонтальной поляризации эффективность составляла $\eta_H = 13.8\,\%$, а для вертикальной – $\eta_V = 7\,\%$.

Экспериментальная установка по томографии оптической КП представлена на рис. 4. Входные состояния приготавливаются с помощью ослабленных с помощью аттенюатора (Att) лазерных импульсов, поляризация которых фиксировалась поляроидом (P), а затем преобразовывалась полуволновой (HWP1) и четвертьволновой (QWP1) фазовыми пластинками. Таким образом, в КП можно было записывать произвольное поляризационное состояние света. Извлеченные из памяти оптические импульсы отражались зеркалом (M), проходили через полуволновую (HWP2) и четвертьволновую (QWP2) фазовые пластинки, а затем разделялись поляризационным светоделителем PBS на два канала, в каждом из которых устанавливались детекторы D1 и D2. Измерения проводились как в многофотонном, так и в квазиоднофотонном режиме. В многофотонном режиме коэффициент ослабления аттенюатора подбирался таким образом, что среднее число фотонов в импульсе было много больше единицы, и для регистрации таких импульсов использовались линейные фотодетекторы. В квазиоднофотонном режиме импульсы ослаблялись до среднего числа фотонов $\mu = 0.88$ и в качестве детекторов использовались кремниевые лавинные фотодиоды, работающие в режиме счета фотонов. Пример счетной гистограммы эха на основе АЧГ при записи и восстановлении состояния $|1\rangle$ в момент времени 0.4 мкс представлен на рис. 5.

4. Реконструкция процесса квантовой памяти. В общем случае однокубитный квантовый процесс может быть определен с помощью хи-матрицы, которая обеспечивает следующее преобразование матрицы плотности:

$$\rho_{\text{out}} = \sum_{\alpha,\beta} \chi_{\alpha\beta} A_\alpha \rho_{in} A_\beta^\dagger, \quad \alpha, \beta = I, X, Y, Z, \qquad (1)$$

где

$$A_I = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}}, \quad A_X = \frac{\sigma_x}{\sqrt{2}}, \quad A_Y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{2}}, \quad A_Z = \frac{\sigma_z}{\sqrt{2}}$$

есть нормированный базис матриц Паули. Сама же хи-матрица с элементами $\chi_{\alpha\beta}$ размерности 4×4 имеет след, равный 2, и может быть представлена в виде $\chi = ee^\dagger$, где e – матрица размерности $4 \times r$, $r \in [1, 4]$ – ранг квантовой операции. Варьируя ранг, можно получить максимальную точность восстановления параметров процесса, и при этом обеспечить адекватность модели экспериментальным данным.

Для полной томографии квантового процесса нужно подать на вход некоторый набор состояний и произвести над выходными состояниями набор взаимно дополнительных измерений. В настоящей работе был выбран "протокол куба". Использовалось шесть входных состояний: $|b_j\rangle = \{|+\rangle, |-\rangle, |+i\rangle, |-i\rangle, |0\rangle, |1\rangle\}$, а на выходе измерялись проекторы $P_i = |b_i\rangle\langle b_i|$, соответствующие наблюдаемым X, Y и Z. Указанные состояния и наблюдаемые обозначены на сфере Блоха во вставке на рис. 4.

На первом этапе производилась калибровка измерительной схемы в отсутствии КП в многофотонном режиме, т.е., по сути, проводилась томография единичного преобразования. Было обнаружено, что зеркало (M), присутствующее в измерительной схеме, вносит дополнительную разность фаз между горизонтально и вертикально поляризованным излучением, что приводит к дополнительному унитарному преобразованию поляризационных кубитов с матрицей $U_M = \begin{pmatrix} 0.36 + 0.93i & -0.08 - 0.03i \\ 0.08 - 0.03i & 0.36 - 093i \end{pmatrix}$, которая примерно соответствует повороту кубита на сфере Блоха вокруг оси Z [28] на угол $-137°$. С учетом этого наблюдения протокол измерений был скорректирован, и результаты измерений интерпретировались как измерения проекторов $P'_j = U_M^\dagger P_j U_M$.

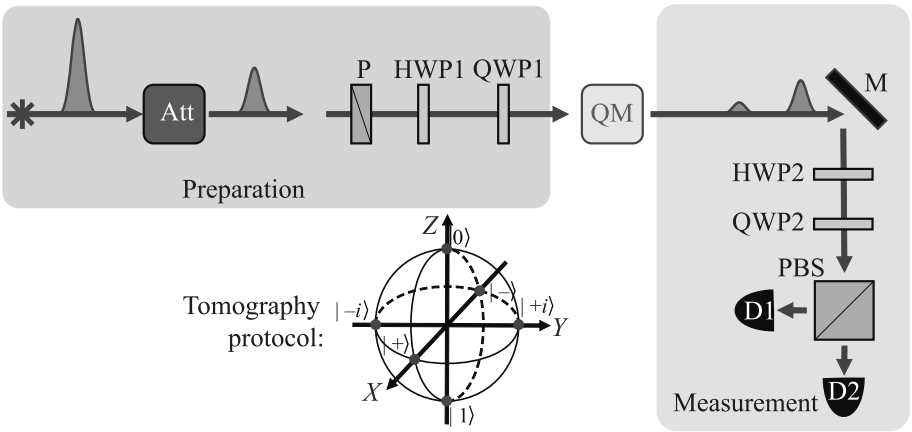

Рис. 4. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки по томографии однокубитной квантовой памяти и протокол томографии квантового процесса

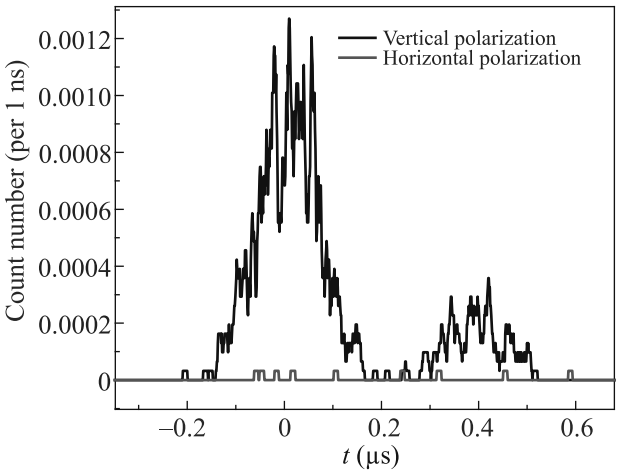

Рис. 5. (Цветной онлайн) Пример счетной гистограммы эха на основе АЧГ при записи и восстановлении состояния $|1\rangle$, в момент времени 0.4 мкс

На втором этапе томография происходила в квазиоднофотонном режиме. Для восстановления параметров процесса КП использовалась модель ранга 1, при этом, поскольку такой памяти свойственны несимметричные эффективности по отношению к компонентам вертикальной и горизонтальной поляризации, рассматривалась модель не сохраняющего след процесса. При измерении в квазиоднофотонном режиме существенную роль играют темновые шумы детекторов. Стандартный подход заключается в простом вычитании таких шумов из статистических данных. Более корректный подход требует модификации самой модели измерений. Эта модификация соответствует коррекции операторов измерения: $P_j'' = \frac{P_j'+\gamma I}{2\gamma+1}$, где γ – коэффициент засветки. Для выбора оптимального значения γ было минимизировано значение величины хи-квадрат $\chi^2 = \sum_{j=1}^{m}(O_j - E_j)^2/E_j$, где O_j есть зарегистрированные числа отсчетов, а E_j – их ожидаемые значения. На рисунке 6 показана зависимость этой величины от рассматриваемого параметра засветки. Минимум данной функции обеспечивается значением $\gamma = 0.052$. Это значение соответствует расчетному значению $\gamma = \frac{2d}{\langle\eta\rangle\mu} = 0.050$, где $d = \tau R = 0.0023$ – вероятность темнового срабатывания детектора за время считывания импульса. Таким образом, используемый протокол КП на основе АЧГ действительно не вносит дополнительных оптических шумов. Именно это значение и будет использовано ниже для построения адекватной модели квантового процесса.

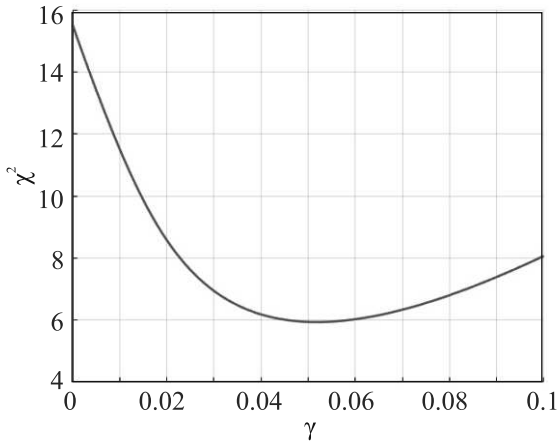

Рис. 6. (Цветной онлайн) Зависимость величины χ^2 от значения параметра засветки γ в модели измерений

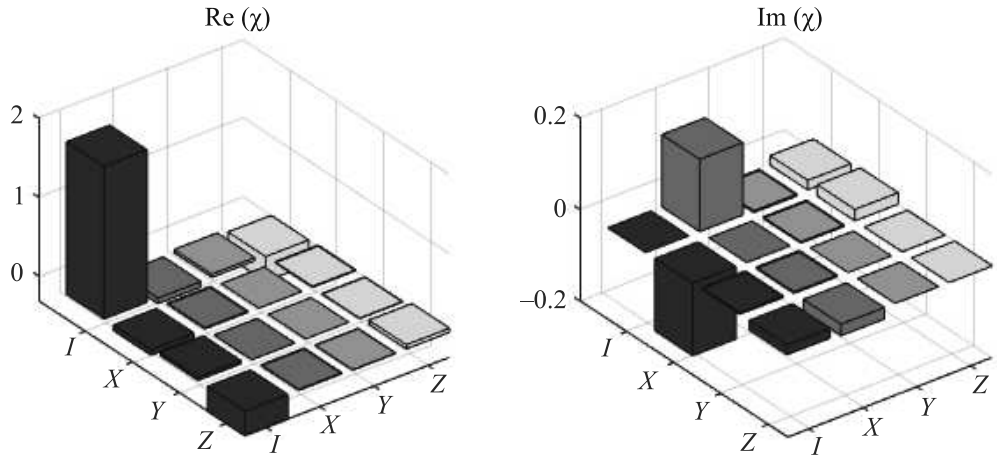

Рис. 7. (Цветной онлайн) Хи-матрица реконструированного процесса квантовой памяти в представлении Паули. Для идеального единичного преобразования все элементы хи-матрицы равны нулю, кроме $\chi_{\mathrm{II}} = 2$ (в этом случае (1) обеспечивает единичное преобразование)

В результате реконструкции процесса ранга 1 была получена следующая неунитарная матрица:

$$J = \begin{pmatrix} 0.8234 - 0.0091i & -0.0564 - 0.0824i \\ -0.0149 - 0.0783i & 1.1426 + 0.0127i \end{pmatrix}, \quad (2)$$

которую можно интерпретировать как матрицу Джонса процесса, выполняемого квантовой памятью. Заметим, что полученная матрица определена с точностью до общих потерь всей измерительной схемы. Ее нормировка $\mathrm{Tr}(J^{\dagger}J) = 2$ совпадает с нормировкой произвольной унитарной матрицы, в том числе единичной. Это позволяет анализировать способность КП к сохранению логических состояний поляризационного кубита. Хи-матрица преобразования (2) изображена на рис. 7.

Полезно также рассмотреть матрицу переноса Паули (*Pauli transfer matrix*) данного процесса:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -0.0636 & -0.0209 & -0.3156 \\ -0.0770 & 0.9480 & -0.0177 & 0.0539 \\ 0.0288 & 0.0240 & 0.9334 & -0.1580 \\ -0.3120 & -0.0277 & 0.1576 & 0.9837 \end{pmatrix}.$$

Данная матрица эквивалентна матрице Мюллера поляризационного преобразования. Первая строка данной матрицы описывает степень сохранения следа процесса. Для сохраняющего след процесса первая строка есть (1 0 0 0). Первый столбец матрицы R характеризует степень унитальности процесса. Для унитальных процессов первый столбец равен $(1\,0\,0\,0)^T$. Для идеального тождественного процесса матрица R является единичной.

Точность полученного преобразования по отношению к тождественному процессу составила 96.63 %. На рисунке 8 показаны теоретические интенсивности в сравнении с экспериментальными отсчетами. Коэффициент корреляции Пирсона между этими двумя наборами составил 0.9806. Близкое соответствие между экспериментальными данными и построенной теоретической моделью, наглядно представленное на рис. 7, подтверждается также критерием хи-квадрат.

Если рассмотреть более сложную модель, имеющую ранг 2, то реконструированная хи-матрица будет иметь собственные значения 1.9733 и 0.0267. Операторы Крауса имеют вид

$$E_1 = \begin{pmatrix} -0.8201 & 0.0572 + 0.0819i \\ 0.0157 + 0.0769i & -1.1331 - 0.0248i \end{pmatrix},$$

$$E_2 = \begin{pmatrix} -0.1117 & -0.0363 - 0.0209i \\ -0.0813 - 0.0039i & 0.0759 + 0.0087i \end{pmatrix}.$$

Заметим, что вклад второй компоненты составляет всего около 1.3 %.

5. Выводы. На основе обзора областей применения оптической квантовой памяти и подходов к ее характеризации было выявлено, что существующие методы характеризации оптической квантовой памяти не позволяют в полной мере оценить возможность ее применения в задачах квантовой информатики. Для наиболее адекватной оценки необходимо рассматривать квантовую память как квантовый процесс в логическом базисе квантовых битов. В рамках данного подхода был проведен эксперимент по томографии оптической квантовой па-

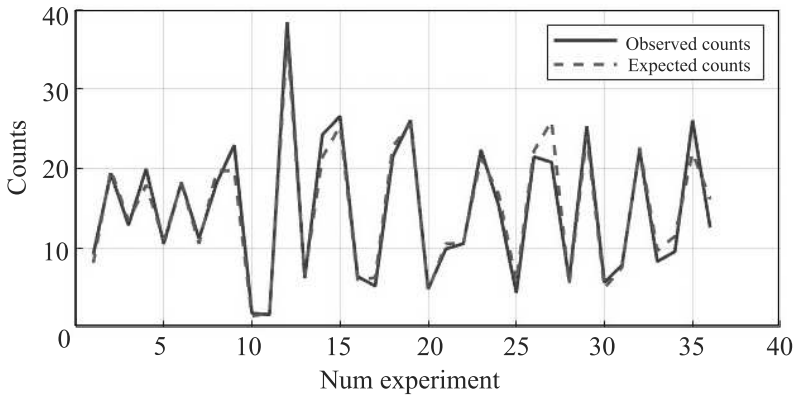

Рис. 8. (Цветной онлайн) Теоретические (на основе реконструированного процесса ранга 1) и экспериментальные значения числа фотоотсчетов в каждом из 36 измерений протокола томографии квантового процесса

мяти на основе эффекта фотонного эха в кристалле $Tm^{3+}:Y_3Al_5O_{12}$. При этом для кодирования кубитов использовались поляризационные степени фотонов с различной эффективностью восстановления для ортогональных компонент поляризации фотонного кубита. На первом этапе была проведена калибровка экспериментальной установки, соответствующая томографии единичного преобразования в многофотонном режиме, и было выявлено, что в измерительной схеме присутствует дополнительное унитарное преобразование, которое было учтено в последующих экспериментах. На втором этапе производилась томография однокубитной квантовой памяти в квазиоднофотонном режиме. При этом для построения адекватной модели измерений производился учет темновых шумов однофотонных детекторов. В результате было показано, что для описания однокубитной квантовой памяти можно использовать процесс ранга 1. Такая модель адекватно описывает экспериментальные данные с коэффициентом корреляции 0.9806. При этом матрица полученного процесса соответствует единичному преобразованию с точностью 96.63 %, что говорит о возможности применения реализованной оптической квантовой памяти в задачах квантовой информатики. Таким образом, была разработана и успешно апробирована в эксперименте процедура томографии квантовой памяти как однокубитного квантового процесса. Было показано, что соотношение амплитуд и разность фаз квазиоднофотонных состояний не претерпевает существенных изменений. В дальнейшем разработанный метод может быть обобщен на многокубитный случай, что позволит, в частности, исследовать точность сохранения перепутанности квантовых состояний. Отметим, что повышение эффективности квантовой памяти наряду с точностью восстановления сигнального импульса может быть достигнуто путем помещения рабочего вещества в резонатор с оптимальными параметрами [25]. Использование системы из нескольких взаимодействующих резонаторов также возможно [29, 30], что открывает новые возможности в реализации квантовой памяти и в расширении ее рабочего спектрального диапазона.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант # 19-72-10069). Результаты, представленные в разделе “Экспериментальная реализация протокола квантовой памяти на атомно-частотных гребенках”, были получены при финансовой поддержке Минобрнауки России, Рег. номер НИОКТР 121020400113-1.

1. N. Sangouard, C. Simon, H. de Riedmatten, and N. Gisin, Rev. Mod. Phys. **83**, 33 (2011).
2. K. Heshami, D. G. England, P. C. Humphreys, P. J. Bustard, V. M. Acosta, J. Nunn, and B. J. Sussman, J. Mod. Opt. **63**, 2005 (2016).
3. P. Goldner, A. Ferrier, and O. Guillot-Noël, *Rare Earth-Doped Crystals for Quantum Information Processing*, Handbook on the Physics and Chemistry of Rare Earths, Elsevier B. V., Amsterdam (2015).
4. M. Zhong, M. P. Hedges, R. L. Ahlefeldt, J. G. Bartholomew, S. E. Beavan, S. M. Wittig, J. J. Longdell, and M. J. Sellars, Nature **517**, 177 (2015).
5. S. R. Hastings-Simon, M. Afzelius, J. Minář, M. U. Staudt, B. Lauritzen, H. De Riedmatten, N. Gisin, A. Amari, A. Walther, S. Kröll, E. Cavalli, and M. Bettinelli, Phys. Rev. B – Condens. Matter Mater. Phys. **77**, 125111 (2008).
6. M. Gündoğan, P. M. Ledingham, A. Almasi, M. Cristiani, and H. de Riedmatten, Phys. Rev. Lett. **108**, 190504 (2012).

7. C. Clausen, F. Bussiéres, M. Afzelius, and N. Gisin, Phys. Rev. Lett. **108**, 190503 (2012).
8. Z.-Q. Zhou, W.-B. Lin, M. Yang, C.-F. Li, and G.-C. Guo, Phys. Rev. Lett. **108**, 190505 (2012).
9. Y. I. Bogdanov, A. A. Kalinkin, S. P. Kulik, E. V. Moreva, and V. A. Shershulin, New J. Phys. **15**, 035012 (2013).
10. Ю. И. Богданов, Б. И. Бантыш, А. А. Калинкин, С. П. Кулик, Е. В. Морева, and В. А. Шершулин, ЖЭТФ **145**, 963 (2014).
11. S. A. Moiseev and B. S. Ham, Phys. Rev. A **70**, 063809 (2004).
12. W. Tittel, M. Afzelius, T. Chaneliére, R. L. Cone, S. Kröll, S. A. Moiseev, and M. Sellars, Laser Photonics Rev. **4**, 244 (2009).
13. T. Chaneliere, J. Ruggiero, M. Bonarota, M. Afzelius, and J.-L. Le Gouët, New J. Phys. **12**, 023025 (2010).
14. Y. I. Bogdanov, G. Brida, I. D. Bukeev, M. Genovese, K. S. Kravtsov, S. P. Kulik, E. V. Moreva, A. A. Soloviev, and A. P. Shurupov, Phys. Rev. A **84**, 042108 (2011).
15. Б. И. Бантыш, А. Ю. Чернявский, and Ю. И. Богданов, Письма в ЖЭТФ **111**, 615 (2020).
16. P. Ben Dixon, D. Rosenberg, V. Stelmakh, M. E. Grein, R. S. Bennink, E. A. Dauler, A. J. Kerman, R. J. Molnar, and F. N. C. Wong, Phys. Rev. A **90**, 043804 (2014).
17. H. Wang, Y. M. He, T. H. Chung et al. (Collaboration), Nat. Photonics **13**, 770 (2019).
18. H. J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **81**, 5932 (1998).
19. H.-S. Zhong, H. Wang, Y.-H. Deng et al. (Collaboration), Science **370**, 1460 (2020).
20. M. Hosseini, G. Campbell, B. M. Sparkes, P. K. Lam, and B. C. Buchler, Nat. Phys. **7**, 794 (2011).
21. M. Lobino, C. Kupchak, E. Figueroa, and A. I. Lvovsky, Phys. Rev. Lett. **102**, 1 (2009).
22. M. Bonarota, J. Ruggiero, J. L. L. Gouët, and T. Chaneliére, Phys. Rev. A At. Mol. Opt. Phys. **81**, 1 (2010).
23. M. Bonarota, J. L. Le Gouët, S. A. Moiseev, and T. Chaneliere, J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys. **45**, 124002 (2012).
24. K. I. Gerasimov, S. A. Moiseev, and R. B. Zaripov, Appl. Magn. Reson. **48**, 795 (2017).
25. M. M. Minnegaliev, K. I. Gerasimov, R. V. Urmancheev, A. M. Zheltikov, and S. A. Moiseev, Phys. Rev. B **103**, 174110 (2021).
26. S. P. Horvath, M. K. Alqedra, A. Kinos, A. Walther, J. M. Dahlström, S. Kröll, and L. Rippe, Phys. Rev. Res. **3**, 023099 (2021).
27. I. Craiciu, M. Lei, J. Rochman, J. G. Bartholomew, and A. Faraon, Optica **8**, 114 (2021).
28. М. Нильсен, И. Чанг, *Квантовые вычисления и квантовая информация*, пер с англ., Мир, М. (2006).
29. С. А. Моисеев, Н. С. Перминов, Письма в ЖЭТФ **111**, 602 (2020).
30. С. А. Моисеев, Н. С. Перминов, А. М. Желтиков, Письма в ЖЭТФ **115**, 353 (2022).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 41 – 45 © 2022 г. 10 июля

О сильном влиянии нерезонансных трехволновых взаимодействий на насыщение низкопороговой параметрической распадной неустойчивости

Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов[1)]

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 26 апреля 2022 г.
После переработки 11 мая 2022 г.
Принята к публикации 13 мая 2022 г.

Показано, что нерезонансное трехволновое взаимодействие между запертыми в плазме дочерними волнами, сопровождающееся возбуждением сильнозатухающих вынужденных колебаний, оказывает значительное влияние на нелинейную эволюцию низкопороговой параметрической распадной неустойчивости, приводя к ее насыщению в результате каскада последовательных низкопороговых распадов. В результате может существенно снижаться аномальное поглощение СВЧ волны накачки при электронном циклотронном нагреве плазмы в тороидальных установках с магнитным удержанием.

DOI: 10.31857/S1234567822130067, EDN: iwwtee

1. Введение. В преддверие физического пуска токамака ITER, который, как ожидается, продемонстрирует возможность осуществления управляемого термоядерного горения, фокус исследований в области термоядерного синтеза смещается в сторону детального анализа методов, необходимых для успешного управления разрядом. В частности, проводятся подробные исследования поведения мощных пучков СВЧ волн, которые используются при электронном циклотронном резонансном нагреве (ЭЦРН) плазмы для локальной модификации профиля тока с целью стабилизации неоклассической тиринг-неустойчивости. К настоящему времени в экспериментах по ЭЦРН накоплено большое количество данных, указывающих на нелинейный характер поведения СВЧ волн. А именно, в ЭЦРН экспериментах наблюдались аномальное рассеяние назад пучков накачки [1], явное уширение профиля энерговыделения СВЧ мощности [2, 3], а также сопутствующее присутствию СВЧ волн ускорение ионов [4] и излучение плазмы на субгармониках частоты внешнего генератора (гиротрона) [5]. Обнаруженные аномальные явления оказалось возможным интерпретировать как результат развития низкопороговой параметрической распадной неустойчивости (ПРН) волны накачки в области плазмы с немонотонным профилем плотности [6–8]. В результате этого распада резонансно возбуждаются две дочерние волны, волновые вектора и частоты которых удовлетворяют в области нелинейного взаимодействия распадным условиям. В общем случае, одна из дочерних волн – это локализованная в локальном максимуме плотности верхняя гибридная (ВГ) волна, для которой конвективный вынос энергии вдоль направления неоднородности полностью подавлен и сохраняются только слабые дифракционные потери в плоскости локализации нагревного пучка [7, 8]. Адекватность этого сценария низкопорогового распада подтверждена в численных расчетах [9] и недавних ЭЦРН экспериментах на ведущих тороидальных установках для удержания плазмы ASDEX-Upgrade [10] и Wendelstein 7-X [11], где обнаружена ПРН пучка СВЧ волн при его прохождении через область плазмы с немонотонным профилем плотности, возникшим в силу различных причин. В работах [12–16] было изучено насыщение этой низкопороговой ПРН за счет каскада последовательных низкопороговых распадов первичной ВГ волны, приводящего к появлению вторичных локализованных ВГ волн и ионных бернштейновских (ИБ) волн. Было показано, что в случае нечетного числа ступеней каскада вторичных распадов неустойчивость насыщается на сравнительно невысоком уровне, что приводит к умеренному аномальному поглощению мощности накачки на уровне, меньшем 25 %. Предложенный сценарий насыщения первичной ПРН позволил, в частности, воспроизвести частотные спектры аномального рассеяния СВЧ волн на разных установках [12, 17], а также интерпретировать частотные полосы рассеянного сигнала, сдвинутые в красную и синюю область

[1)]e-mail: a.popov@mail.ioffe.ru

[10, 17]. Кроме того, оказалось возможным предсказать и спектр излучения плазмы на субгармониках гиротрона [18], обнаруженный позднее в экспериментах [5]. Тем не менее, парадоксальным образом в случае четного числа ступеней каскада вторичных распадов этот механизм не приводит к насыщению неустойчивости [14–16]. При этом, насыщение неустойчивости может достигаться из-за значительного истощения волны накачки при очень высоком уровне возбужденных плазменных волн и коэффициенте аномального поглощения порядка 80–90 %. Кроме того, наибольшую амплитуду в режиме насыщения имеют первичная ВГ волна и дочерние ВГ волны, относящиеся к четным шагам каскада ее распадов [15, 16]. Количество шагов вторичных распадов определяется конкретными экспериментальными условиями: шириной и высотой локального максимума плотности, который неоднократно наблюдался во вращающихся и статических магнитных островах, на периферии плазменного шнура при развитии ELM колебаний, в центре плазменного шнура, а также степенью пространственной неоднородности магнитного поля в установке [5, 17, 20].

В настоящем письме мы покажем, что нерезонансное трехволновое взаимодействие между дочерними ВГ волнами с наибольшей амплитудой, которое ведет, казалось бы, к слабому эффекту, а именно, к возбуждению сильнозатухающих вынужденных колебаний, может оказывать сильное влияние на процесс насыщения неустойчивости, определяя уровень аномального поглощения мощности накачки при четном числе вторичных распадов. При этом насыщение ПРН происходит на существенно меньшем уровне, чем при учете только истощения волны накачки.

2. Влияние нерезонансных биений ВГ волн на каскадное насыщение низкопороговой параметрической распадной неустойчивости. Нерезонансное взаимодействие двух ВГ волн с близкими частотами приводит к возбуждению низкочастотных вынужденных колебаний на разностной частоте. В рамках ВКБ (Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна) приближения потенциалы ВГ волн, запертых в окрестности локального максимума плотности плазмы, могут быть записаны в виде [16]

$$\varphi_m(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{4T_e}{\omega_m D_{m\omega}}}\frac{a_m(y,z)}{w}\phi_m(x)\exp(-i\omega_m t) + \text{c.c.},$$

где

$$\phi_m(x) = \sum_{j=\pm}\frac{1}{L_m^j(x)^{1/2}}\exp\left(i\int_{x_{ml}}^{x} q_{mx}^j(\xi)d\xi - i\frac{\pi}{4}\cdot j\right)$$

– собственные функции, описывающие локализацию волны в окрестности локального максимума плотности вдоль направления неоднородности x; z и y – координаты вдоль магнитной силовой линии и перпендикулярно к ней на магнитной поверхности; $a_m(y,z)$ – безразмерное распределение потенциала на магнитной поверхности; T_e и w – температура и поперечный размер пучка накачки, распространяющегося вдоль x в области распада; $q_{mx}^{\pm} = q_x^{\pm}(\omega_m)$ – решение дисперсионного уравнения ВГ волны $D_{UH}(\mathbf{q}) = 0$ при $q_{y,z} = 0$ [16]; $L_m^{\pm}(x) = |D_{mq}^{\pm}(x)|\int_{x_{mr}}^{x} dx'(|D_{mq}^{+}(x')|^{-1} + |D_{mq}^{-}(x')|^{-1})$; $D_{mq}^{\pm} = \partial D_{UH}/\partial q_x|_{q_{mx}^{\pm}}$; $D_{m\omega} = \langle \partial D_{UH}/\partial\omega|_{\omega_m, q_{mx}^{\pm}}\rangle$; $\langle\ldots\rangle$ – усреднение по области локализации моды; собственная частота ω_m является решением уравнения $\int_{x_{ml}}^{x_{mr}}(q_x^{+}(\omega_m,x) - q_x^{-}(\omega_m,x))dx = \pi(2m+1)$, $x_{ml,mr}$ – точки поворота волны. Потенциал вынужденных гармонических колебаний $\varphi(\Omega,\mathbf{r})$ на частоте $\Omega = \omega_m - \omega_r$ является решением уравнения Пуассона, где источником выступает нелинейная плотность заряда [16]. В рамках ВКБ приближения решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi(\Omega,\mathbf{r}) = \frac{T_e}{w^2 B}\frac{\kappa(x)}{2}a_m(y,z)a_r(y,z)^*\exp(-i\Omega t) + \text{c.c}, \tag{1}$$

где

$$\kappa(x) = \frac{4}{|\omega_{ce}|\omega_{pe}^2}\sqrt{\frac{\omega_m\omega_r}{D_{m\omega}D_{r\omega}}}\times$$
$$\times\sum_{j,k=\pm}\frac{q_{mx}^j(x)q_{rx}^k(x)(q_{mx}^j(x) - q_{rx}^k(x))^2}{D(\Omega, q_{mx}^j(x) - q_{rx}^k(x))}\times$$
$$\times\frac{\exp\left(i\int_{x_{ml}}^{x}(q_{mx}^j(\xi) - q_{rx}^k(\xi))d\xi\right)}{\sqrt{L_m^j(x)L_r^k(x)}}\quad [16];$$

ω_{ce} и ω_{pe} – ЭЦ и электронная плазменная частоты. Поскольку частота Ω значительно превосходит ионную циклотронную, ионный вклад в дисперсионное уравнение для колебаний конечной амплитуды становится “незамагниченным” (режим стохастического поглощения [19]). В этом случае, мы можем записать соответствующую этим колебаниям дисперсионную функцию в виде $D(\Omega, q_I) = q_I^2(1 + \omega_{pe}^2/\omega_{ce}^2) + 2\omega_{pi}^2/v_{ti}^2(1 + Z(\Omega/q_I v_{ti}))$, где $\mathrm{Re}D$ – невязка линейного дисперсионного уравнения для колебаний на частоте Ω с волновым вектором $q_I = q_{mx}^j - q_{rx}^k$; $\mathrm{Im}D$ – описывает стохастическое затухание вынужденных колебаний; $Z(\lambda)$ – плазменная дисперсионная функция; ω_{pi} и v_{ti} – ионная плазменная частота и тепловая скорость. Действительная часть функции $\kappa(x)$ (она пропорциональна $\sim \mathrm{Re}D/|D|^2$) приводит к нелинейному смещению частоты взаимодействующих ВГ волн, а

мнимая часть ($\sim \mathrm{Im}D/|D|^2$) обеспечивает "перекачку" мощности от ВГ волны с большей частотой и меньшим собственным числом (ω_m и m) к ВГ волне с меньшей частотой $\omega_r < \omega_m$ и большим собственным числом $r > m$. Далее, учтем эффект возбуждения вынужденных низкочастотных колебаний при описании ПРН гауссовского пучка волн накачки, имеющего поперечный диаметр w и распространяющегося вдоль x. Рассмотрим случай, когда в результате первичной неустойчивости необыкновенной волны накачки возбуждаются запертая в плазме ВГ волна и свободно распространяющаяся необыкновенная волна. Поскольку при четном количестве вторичных распадов для заданных параметров ЭЦРН экспериментов их конкретное число не приводит сильному изменению уровня аномального поглощения [15], для иллюстрации модели мы сосредоточимся на условиях, когда число вторичных распадов наименьшее из четных, и проанализируем насыщение этой неустойчивости в результате двухшагового распадного процесса. Пусть в результате вторичных неустойчивостей возбуждаются локализованные вторичные ВГ волны и свободные вторичные ИБ волны, покидающие область взаимодействия вдоль направления неоднородности x. Тогда для распределения поперек направления неоднородности x амплитуд локализованных ВГ волн (моды $m < n < r$, рождающиеся одна за другой) можно получить систему уравнений, подробный вывод которой приведен в [16]

$$\begin{cases} \frac{\partial a_m}{\partial t} - i\Lambda_{my}\frac{\partial^2 a_m}{\partial y^2} - i\Lambda_{mz}\frac{\partial^2 a_m}{\partial z^2} = \\ = \gamma_p a_m \exp\left(-\frac{y^2}{w^2} - \frac{z^2}{w^2}\right) - \gamma_s |a_n|^2 a_m - v|a_r|^2 a_m, \\ \frac{\partial a_n}{\partial t} + i\Lambda_{ny}\frac{\partial^2 a_n}{\partial y^2} + i\Lambda_{nz}\frac{\partial^2 a_n}{\partial z^2} = \gamma_s |a_m|^2 a_n - \gamma_t |a_r|^2 a_n, \\ \frac{\partial a_r}{\partial t} - i\Lambda_{ry}\frac{\partial^2 a_r}{\partial y^2} - i\Lambda_{rz}\frac{\partial^2 a_r}{\partial z^2} = \gamma_t |a_n|^2 a_r + v|a_m|^2 a_r, \end{cases} \quad (2)$$

где $\Lambda_{m,n,ry}$ и $\Lambda_{m,n,rz}$ – коэффициенты дифракции, усредненные по областям локализации собственных мод; $\gamma_{p,s,t}$ – коэффициенты усиления дочерних ВГ волн за счет первичной, вторичной и третичной неустойчивостей. Коэффициент нелинейной связи между дочерними ВГ волнами v, приводящий к нелинейной перекачке мощности от первичной к третичной ВГ волне (v'), а также нелинейному изменению фазы этих волн (v''), получается с помощью подстановки выражения (1) в нелинейные уравнения для амплитуд ВГ волн (см. [16]) и имеет вид

$$v = v' + iv'' = i\frac{T_e}{w^2 B^2}\frac{c^2\omega_m\omega_r}{\omega_{ce}^2\omega_{pe}^4}\frac{\sqrt{\omega_m\omega_r}}{D_{m\omega}D_{r\omega}} \times$$

$$\times \sum_{j,k=\pm} \int_{x_{ml}}^{x_{mr}} \frac{q_{mx}^j(x)^2 q_{rx}^k(x)^2 (q_{mx}^j(x) - q_{rx}^k(x))^4}{D(\Omega, q_{mx}^j(x) - q_{rx}^k(x)) L_m^j(x) L_r^k(x)} dx, \quad (3)$$

где B – локальное значение магнитного поля. Как показал анализ и подтвердили численные расчеты, при четном числе вторичных распадов без учета обсуждаемого эффекта первичная и третичные ВГ волны имеют наибольшую амплитуду [16]. По этой причине мы учли слабый эффект возбуждения вынужденных колебаний только под действием биений этих дочерних волн. Отметим также, что в системе уравнений (2) не учтен эффект истощение волны накачки.

Далее, решим систему уравнений (2) численно, предполагая тепловой начальный уровень всех ВГ волн и накладывая периодические граничные условия на границах бокса. Размер бокса выбирается таким, чтобы для наиболее низко-пороговых мод расчет требовал промежутка времени, который много меньше времени возвращения ВГ волны обратно в область распада при циркуляции в этом боксе. Таким образом, полученное решение будет промежуточной асимптотикой, которая, однако, будет правильно описывать экспериментальные наблюдения и механизм насыщения неустойчивости. Мы проиллюстрируем обсуждаемый эффект, используя при численном решении параметры, типичные для экспериментов по ЭЦР нагреву (пучок необыкновенных волн $f_0 = 140$ ГГц в экваториальной плоскости установки) на токамаке TEXTOR ($R_0 = 175$ см, $a = 46$ см – большой и малый радиус установки). Целью этих экспериментов было изучение возможности контроля неоклассической тиринг-моды ($T_e = 600$ эВ, $T_i = 400$ эВ и $B = 2$ Т в области магнитного острова) [1]. Профиль плотности в магнитном острове ($m = 2/n = 1$) был немонотонным, с локальным максимумом в О-точке этой магнитной структуры [20]. В процессе полоидального вращения ширина и максимум возмущения плотности в экваториальной плоскости менялись. В частности, был возможен распад волны накачки и каскадное возбуждение локализованных ВГ волн, которые описываются системой (2). Коэффициенты этой системы уравнений предполагались постоянными. Результаты численного решения системы (2) при мощности и диаметре пучка накачки $P_0 = 1$ МВт, $w = 1$ см, а именно, эволюция энергии первичных (сплошная линия), вторичных (пунктирная линия) и третичных (штрих-пунктирная линия) ВГ волн в области распада $\varepsilon_j = (\pi w^2)^{-1} \int dydz |a_j(z)|^2 \exp(-(y^2+z^2)/w^2)$, $j = m, n, r$ показаны на рис. 1 и 2. На рисунке 1 показан результат расчета без учета эффекта биений ($v = 0$). Видно, что система не имеет стационарного

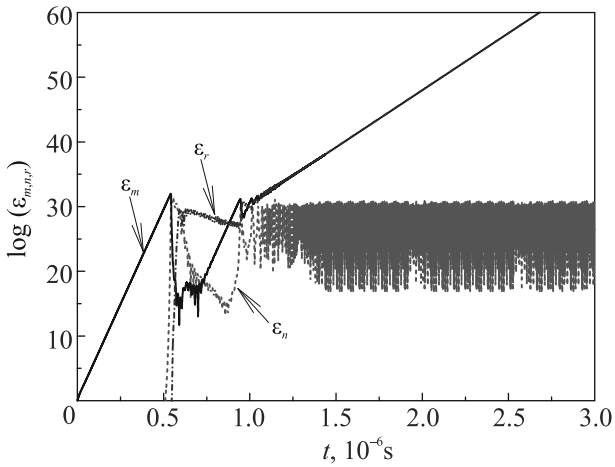

Рис. 1. (Цветной онлайн) Эволюция энергии первичных (сплошная линия), вторичных (пунктирная линия) и третичных (штрих пунктирная линия) ВГ волн в области распада при $v = 0$ в полулогарифмическом масштабе, полученная в результате численного решения системы уравнений (2). Мощность и диаметр пучка накачки – $P_0 = 1$ МВТ, $w = 1$ см

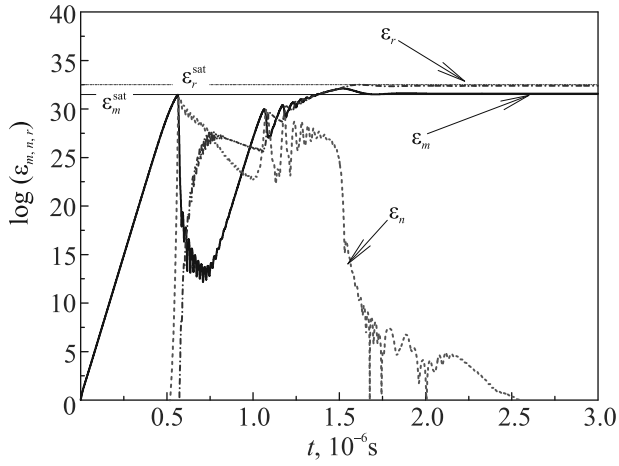

Рис. 2. (Цветной онлайн) Те же зависимости, что и на рис. 1, полученные при решении системы уравнений (2) с теми же параметрами, но при учете эффекта биений. Тонкие горизонтальные линии – оценки уровней насыщения (4) и (5)

решения, что находится в согласии с выводами работ [14–16]. Амплитуды дочерних волн неограниченно растут, а, значит, насыщения первичной неустойчивости не происходит. При этом доминируют ВГ волны, возбуждаемые в первичном распаде и на последнем шаге каскада последовательных распадов, а рост вторичной ВГ волны прекращается. Результаты, приведенные на рис. 2, получены с учетом эффекта биений между первичными и третичными ВГ волнами ($v \neq 0$) и обратного влияния на них вынужденных низкочастотных колебаний. Видно, что система после сложного переходного процесса эволюционирует к стационарному состоянию, в котором вторичная ВГ волна в конце концов подавляется.

Проанализируем аналитически возможность существования обнаруженного стационарного решения, а значит и насыщения неустойчивости, при учете обсуждаемого в работе эффекта биений $v \neq 0$. Предположим, что стационарный режим волнового взаимодействия, описываемого системой уравнений (2), существует. В этом случае мы можем оценить уровни насыщения ВГ волн в пределах пучка из соображений баланса различных слагаемых в уравнениях, входящих в (2), и, соответственно, процессов ими описываемых. В частности, если потери энергии ВГ волн на второй ступени каскада превосходят их параметрическую накачку $\gamma_s \varepsilon_m < \gamma_t \varepsilon_r$, то вторичные ВГ волны на стационарной стадии взаимодействия будут полностью подавлены. Для существования стационарного решения (2) будет необходим баланс параметрической накачки ВГ волн на третьей ступени каскада и их дифракционных потерь $\tau_r = \min(w^2/\Lambda_{ry}, w^2/\Lambda_{rz})$, что позволяет найти оценку для уровня насыщения первичных ВГ волн

$$\varepsilon_m^{\mathrm{sat}} = 1/(v'\tau_r). \tag{4}$$

В этом случае уровень насыщения ВГ волн на третьей ступени каскада будет определяться балансом параметрической накачки первичных ВГ волн и их потерь за счет нерезонансного взаимодействия

$$\varepsilon_r^{\mathrm{sat}} = \gamma_p/v'. \tag{5}$$

Стационарные уровни первичной и третичной волн, т.е. их уровни насыщения (5), показаны тонкими горизонтальными линиями на рис. 2. Они находятся в разумном согласии с результатами численного решения системы нелинейных уравнений в частных производных. Это позволяет с доверием относиться к результатам численного решения. Отметим, что уровень возбуждения вторичных волн $\varepsilon_n^{\mathrm{sat}} = 1$, что в размерных единицах соответствует тепловому уровню. Это эквивалентно "выпадению" второго уравнения в системе (2) и малости по сравнению с остальными членами в правых частях первого и третьего уравнений членов, которые пропорциональны $|a_n|^2$. Таким образом, эффективно система (2) сводится к случаю каскада вторичных распадов с нечетным числом шагов, при котором стационарное решение и насыщение неустойчивости существует [14–16]. В этом случае, расчет аномальных потерь мощности волны накачки дает значительную величину 40 %, ко-

торая, тем не менее, меньше, чем уровень 80 %, найденный в [15] при учете истощения волны накачки, как единственного механизма насыщения неустойчивости. Заметим, что определенный уровень эффективности аномальных потерь представляется достаточным для объяснения уширения области выделения энергии при ЭЦР нагреве плазмы, наблюдаемого в ряде экспериментов [2, 3].

3. Выводы. В работе показано, что сравнительно слабый эффект нерезонансного взаимодействия между различными дочерними ВГ волнами с наибольшей амплитудой, сопровождающийся возбуждением сильнозатухающих вынужденных коротковолновых колебаний в промежуточном частотном диапазоне, может оказывать существенное влияние на нелинейную динамику и уровень насыщения первичной низкопороговой параметрической неустойчивости по каскадному механизму. Обнаружено, что биения между различными дочерними ВГ волнами приводят к насыщению первичной неустойчивости даже при четном числе шагов в каскаде распадов при вторичной неустойчивости. Полученные результаты свидетельствуют о важности учета не только резонансных, но и нерезонансных взаимодействий дочерних волн при анализе перехода ПРН СВЧ волн в режим насыщения и при расчете эффективности их аномального поглощения.

Аналитическое рассмотрение неустойчивости и ее насыщения выполнены при поддержке гранта Российского научного фонда 22-12-00010, численное моделирование – в рамках государственного контракта ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН 0040-2019-0023, а код для моделирования насыщения неустойчивости был разработан в рамках государственного контракта ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН 0034-2021-0003.

1. E. Westerhof, S. K. Nielsen, J. W. Oosterbeek, M. Salewski, M. R. De Baar, W. A. Bongers, A. Bürger, B. A. Hennen, S. B. Korsholm, F. Leipold, D. Moseev, M. Stejner, and D. J. Thoe, Phys. Rev. Lett. **103**, 125001 (2009).
2. Yu. N. Dnestrovskij, A. V. Danilov, A. Yu. Dnestrovskij, S. E. Lysenko, A. V. Melnikov, A. R. Nemets, M. R. Nurgaliev, G. F. Subbotin, N. A. Solovev, D. Yu. Sychugov, and S. V. Cherkasov, Plasma Phys. Control. Fusion **63**, 055012 (2021).
3. А. И. Мещеряков, И. Ю. Вафина, И. А. Гришина, Физика плазмы **47**, 22 (2021).
4. S. Coda, Nucl. Fusion **55**, 104004 (2015).
5. S. K. Hansen, S. K. Nielsen, J. Stober, J. Rasmussen, M. Stejner, M. Hoelzl, T. Jensen, and the ASDEX Upgrade team, Nucl. Fusion **60**, 106008 (2020).
6. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, Plasma Phys. Control. Fusion **57**, 025022 (2015).
7. A. Yu. Popov and E. Z. Gusakov, Europhys. Lett. **116**, 45002 (2016).
8. А. Ю. Попов, Е. З. Гусаков, Письма ЖЭТФ **105**, 64 (2017).
9. M. G. Senstius, S. K. Nielsen, and R. G. L. Vann, Plasma Phys. Control. Fusion **63**, 065018 (2021).
10. S. K. Hansen, A. S. Jacobsen, M. Willensdorfer, S. K. Nielsen, J. Stober, K. Höfler, M. Maraschek, R. Fischer, M. Dunne, and the EUROfusion MST1 team, Plasma Phys. Control. Fusion **63**, 095002 (2021).
11. A. Tancetti, S. K. Nielsen, J. Rasmussen, D. Moseev, E. Z. Gusakov, A. Yu. Popov, T. Stange, S. Marsen, M. Zanini, C. Killer, M. Vecsei, H. P. Laqua, and W7-X Team, *47th EPS Conference on Plasma Physics 21–25 June 2021*, Sitges, Spain, **45A**, P4. 1048 (2021).
12. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, Phys. Plasmas **23**, 082503 (2016).
13. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, Nucl. Fusion **59**, 104003 (2019).
14. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, Письма в ЖЭТФ **109**, 723 (2019).
15. E. Z. Gusakov and A. Yu. Popov, Plasma Phys. Control. Fusion **62**, 025028 (2020).
16. Е. З. Гусаков, А. Ю. Попов, УФН **190**, 396 (2020).
17. A. Tancetti, S. K. Nielsen, J. Rasmussen et al. (Collaboration), the W7-X Team, Nucl. Fusion **62** 074003 (2022).
18. E. Z. Gusakov, A. Yu. Popov, and P. V. Tretinnikov, Nucl. Fusion **59**, 106040 (2019).
19. C. F. F. Karney and A. Bers, Phys. Rev. Lett. **39**, 550 (1977).
20. M. Yu. Kantor, A. J. H. Donne, R. Jaspers, H. J. van der Meiden, and TEXTOR Team, Plasma Phys. Control. Fusion **51**, 055002 (2009).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 46 – 53 © 2022 г. 10 июля

Особенности турбулентности, возбуждаемой импульсной высокочастотной накачкой в замагниченной плазме

И. Ю. Зудин[1)], *М. Е. Гущин, А. В. Стриковский, С. В. Коробков, И. А. Петрова, А. Н. Катков, В. В. Кочедыков*

Институт прикладной физики РАН, 603950 Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию 31 марта 2022 г.
После переработки 22 мая 2022 г.
Принята к публикации 24 мая 2022 г.

На крупномасштабном стенде “Крот” обнаружена и исследована турбулентность замагниченной плазмы, развивающаяся при ее модификации мощным высокочастотным импульсом, подводимым к рамочной антенне. Турбулентность проявляется в возбуждении пульсаций электронной концентрации и магнитного поля, эффектах глубокой самомодуляции волны накачки и модуляции пробных волн, проходящих через модифицированную область плазмы. Пространственно-временные характеристики турбулентности определены с использованием методики коррелированных измерений концентрации плазмы парой миниатюрных зондов с СВЧ-резонаторами и магнитным зондом. Установлено, что турбулентность возбуждается только в области прозрачности плотной замагниченной плазмы для электромагнитного излучения: турбулентные возмущения концентрации и магнитного поля существуют при накачке с частотами, меньшими электронной циклотронной частоты, и отсутствуют при частотах накачки, превышающих электронную циклотронную частоту.

DOI: 10.31857/S1234567822130079, EDN: ixdbwp

Турбулентные явления, развивающиеся в плазме в интенсивных высокочастотных (ВЧ) полях, исследуются уже более 60 лет в связи с необходимостью решения задач нагрева плазмы в установках УТС и объяснения особенностей распространения мощных радиоволн в околоземном космическом пространстве [1]. В частности, большой интерес представляют эффекты генерации искусственной ионосферной турбулентности (ИИТ) излучением наземных и спутниковых радиопередатчиков [2–5]. ИИТ проявляется в возбуждении разномасштабных возмущений параметров плазмы и генерации интенсивных электромагнитных шумов. Механизмы генерации ИИТ и ее свойства до конца не ясны, как в силу изменчивости внешних параметров и разнообразия начальных условий, так и по причине ограниченности экспериментальных данных, получаемых либо дистанционно (например, методами радиопросвечивания [6] и рассеяния радиоволн [7]), либо в редких спутниковых [8] или ракетных [9] измерениях.

Эффективным подходом к изучению явлений в космической плазме считается их моделирование на лабораторных установках, основанное на преобразованиях подобия [10]. Главными достоинствами лабораторного моделирования ИИТ являются, во-первых, возможность многократного воспроизведения эффектов с целенаправленным варьированием условий их протекания при контролируемых внешних условиях, во-вторых – доступность прямых (*in-situ*) измерений параметров турбулентности непосредственно в области ее генерации с использованием широкого арсенала лабораторных средств диагностики. Примеры лабораторного моделирования турбулентности замагниченной плазмы в интенсивных ВЧ полях можно найти в работах [11–13]. В работе [14] была описана турбулентность, возбуждаемая ВЧ импульсом в лабораторной плазме, которая напоминает наблюдаемую в активных ионосферных экспериментах. В настоящей статье представлены результаты детальных экспериментальных исследований свойств обнаруженной турбулентности.

Эксперименты выполнялись на крупномасштабном плазменном стенде “Крот” (рис. 1). Замагниченная плазма создавалась импульсным индукционным ВЧ разрядом (5 МГц, $\tau = 1$ мс) в аргоне при давлении $p = 3 \cdot 10^{-4}$ Торр, и распадалась с характерным временем порядка нескольких миллисекунд. Индукция внешнего магнитного поля составляла $B_0 = 45 \div 180$ Гс. Длина плазменного столба 4 м, диаметр 1 м. Максимальная концентрация плазмы в момент разряда $N_e \simeq 10^{12}$ см$^{-3}$, невозмущенные значения температуры электронов и ионов соответственно $T_e = 0.5 \div 2$ эВ, $T_i \leq 0.5$ эВ. Стенд “Крот” работал в импульсно-периодическом режиме, разряд зажигал-

[1)]e-mail: zudiniy@ipfran.ru

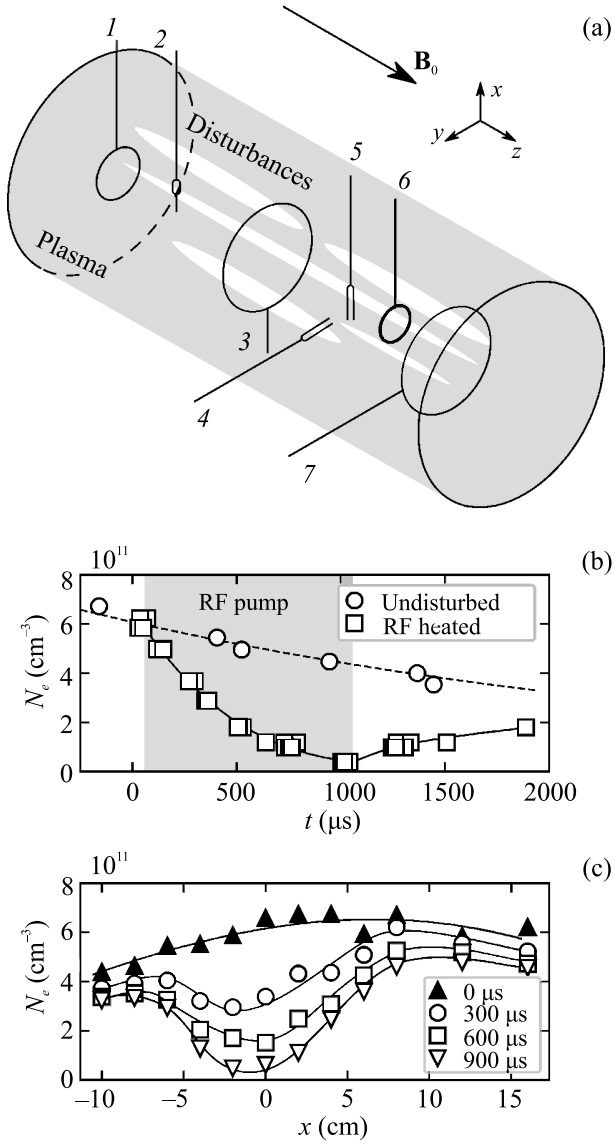

Рис. 1. (a) – Схема экспериментальной установки; цифрами обозначены: *1* – приемная рамочная антенна (0–200 МГц); *2* – зонд Ленгмюра; *3* – антенна накачки (158 МГц, 25–300 Вт); *4*, *5* – зонды с СВЧ резонаторами; *6* – магнитный зонд; *7* – антенна, излучающая пробную волну. (b) – Зависимость концентрации плазмы от времени в режиме невозмущенного распада и при включении импульса ВЧ накачки на оси плазменного столба $(x, y = 0)$ на расстоянии $z = 7$ см от антенны накачки; (c) – поперечные профили концентрации плазмы в различные моменты времени относительно начала импульса накачки в том же сечении. Индукция внешнего магнитного поля $B_0 = 135$ Гс, мощность накачки $P = 50$ Вт

ся один раз в 20 с. Эксперименты проводились в распадающейся плазме, после выключения ВЧ генераторов, когда ее концентрация уменьшалась до значений $N_e = (3-6)\cdot 10^{11}$ см$^{-3}$. Электронная плазменная частота в эксперименте в невозмущенных условиях составляла $f_{pe} \sim 6$ ГГц, электронная циклотронная частота $f_{ce} = 0.13 \div 0.5$ ГГц; их отношение $f_{pe}/f_{ce} \simeq 10 \div 40$ качественно соответствовало условиям в области максимума F-слоя среднеширотной ионосферы ($f_{pe}/f_{ce} \simeq 2 \div 8$). Частота кулоновских столкновений электронов $\nu_{ei} \simeq 3\cdot 10^6$ с$^{-1}$ превосходила частоту их столкновений с нейтральными атомами $\nu_{en} \simeq 6\cdot 10^5$ с$^{-1}$. Длина свободного пробега сильно замагниченных ($\nu_{ei}/2\pi f_{ce} \le 4\cdot 10^{-3}$) электронов при типичных условиях составляла $\lambda_{ei} \simeq 35$ см и значительно превышала их гирорадиус, $\rho_e = 0.3 \div 1$ мм. Ионы в эксперименте можно считать слабо замагниченными: длина их свободного пробега, $\lambda_{in} \simeq 10$ см, составляла величину порядка ионного гирорадиуса, $\rho_i = 5 \div 15$ см.

Импульс ВЧ накачки длительностью $\tau_{\rm pump} = 1$ мс с частотой $f_{\rm pump} = 158$ МГц подавался на круговую рамочную антенну диаметром $D = 70$ мм, плоскость которой была ориентирована перпендикулярно магнитному полю. Центр антенны принят в настоящей работе за начало декартовой системы координат, ось z которой направлена вдоль внешнего магнитного поля, ось y – горизонтально, а ось x – вертикально (см. рис. 1a). В качестве источника ВЧ накачки использовался усилитель мощности с несколькими транзисторными каскадами и оконечным ламповым каскадом. Тракт антенны накачки включал каскад фильтров, подавлявших внеполосовые спектральные составляющие, согласующий шлейф и ферритовый вентиль, защищавший выходные цепи усилителя от отраженной волны. Уровень ВЧ мощности, подводимой к антенне (с учетом потерь на всех элементах тракта), мог контролируемо изменяться в диапазоне $P = 25 \div 300$ Вт. В зависимости от величины B_0, сигнал накачки соответствовал либо свистовому диапазону частот ($f_{\rm pump} < f_{ce} \ll f_{pe}$), либо полосе непрозрачности плазмы для электромагнитного излучения ($f_{ce} < f_{\rm pump} \ll f_{pe}$). В эксперименте был реализован слабо столкновительный режим взаимодействия ВЧ поля с плазмой: $\nu_{ei}/2\pi f_{\rm pump} \le 3\cdot 10^{-2}$.

Измерения концентрации плазмы, включая фоновые значения и обусловленные турбулентностью нестационарные возмущения, осуществлялись парой зондов с СВЧ-резонаторами [15] с резонансными частотами $f_0 = 8.304$ и 7.595 ГГц, перемещавшихся по двум координатам (x, y) в сечениях $z = 3$ см и $z = 7$ см (см. рис. 1a). Процедура обработки зондовых сигналов, предложенная в [16], позволяет восстановить ход изменения концентрации вместе с ее возмущениями за один "выстрел" эксперименталь-

ной установки для известных параметров СВЧ зонда. Применение зондов с СВЧ резонаторами позволяет, во-первых, исходя из принципа их работы, изолировать возмущения концентрации плазмы от возмущений других параметров, в первую очередь – электронной температуры T_e и внешнего магнитного поля B_0, во-вторых – уверенно регистрировать вариации $\delta N_e(t)$ с относительным уровнем порядка и менее 1 % от среднего значения. Пара СВЧ зондов, обеспечивающая корреляционный анализ возмущений концентрации в различных точках пространства, использовалась впервые.

Для регистрации низкочастотных флуктуаций магнитного поля применялся шестивитковый магнитный зонд диаметром 20 мм в электростатическом экране, который был покрыт слоем диэлектрика для предупреждения возможных нелинейных эффектов на слое пространственного заряда у его поверхности [17]. Пробные волны с частотой $f_{\text{test}} \simeq 49$ МГц, в условиях эксперимента всегда соответствовавшей свистовому диапазону ($f_{\text{test}} < f_{ce}$), излучались и принимались одновитковыми рамочными антеннами диаметрами 20, 30 и 70 мм, устанавливавшимися как с одной стороны от антенны накачки, так и по разные стороны от нее. Уровень мощности, подводимой к антенне для излучения пробной волны, не превышал 20 мВт. Температура электронов измерялась одиночным зондом Ленгмюра.

Эксперименты показали, что воздействие импульса накачки приводит к нагреву электронов и, в результате термодиффузионного перераспределения плазмы, к образованию неоднородности – вытянутого вдоль магнитного поля дакта пониженной электронной концентрации [14]. Динамика перераспределения плазмы при воздействии импульса накачки мощностью 50 Вт показана на рис. 1b, c. Слегка несимметричное распределение концентрации N_e по поперечной координате относительно оси $x = 0$ обусловлено конфигурацией плазмосоздающей системы и не оказывает существенного влияния на получаемые результаты. При используемых уровнях мощности концентрация плазмы в прогреваемой магнитной силовой трубке за время воздействия ВЧ импульса понижается более чем на порядок относительно фонового значения. Именно в дакте развивается турбулентность, являющаяся предметом настоящей работы. Эта турбулентность проявляется в низкочастотных пульсациях электронной концентрации и магнитного поля в разогретой области плазмы, самомодуляции импульса накачки и модуляции пробных волн, проходящих через модифицированную область.

Динамику развития дакта электронной концентрации и турбулентности в нем хорошо иллюстрируют формы огибающей сигнала накачки, принимаемого в плазме (рис. 2). Плавное нарастание амплитуды ВЧ поля, занимающее 100 ÷ 150 мкс от начала импульса, соответствует прогреву плазмы и установлению волноводного режима распространения волны накачки в начинающем формироваться дакте (см. рис. 1c). Спустя некоторое время, зависящее от уровня ВЧ мощности, возникает самомодуляция накачки, которая обусловлена турбулизацией плазмы в дакте. Турбулентные возмущения развиваются в достаточно хорошо прогретой ($T_e > 3$ эВ) плазме с концентрацией электронов $N_e < 10^{11}$ см$^{-3}$. Чем выше мощность накачки, тем быстрее вытесняется плазма из прогретой силовой трубки и, соответственно, тем раньше развивается турбулентность. Модуляция амплитуды достаточно глубокая (до 100 %), нерегулярная во времени, и не воспроизводится от одного “выстрела” установки к другому, что согласуется с представлениями о возмущениях плазмы как о турбулентности.

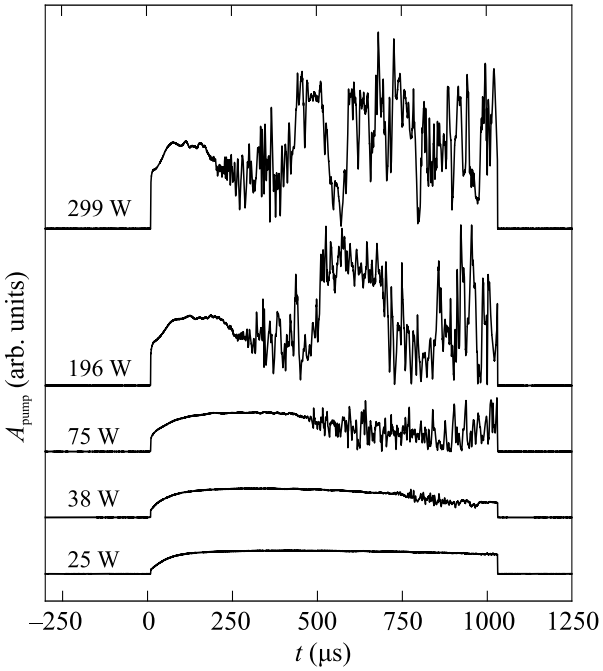

Рис. 2. Осциллограммы огибающей сигнала накачки, принимаемого в плазме на расстоянии $z = 10$ см от антенны, при различных уровнях мощности накачки. Параметры плазмы – те же, что для рис. 1b, c

На рисунке 3 типичный сигнал с СВЧ зонда приводится вместе с огибающими ВЧ накачки и пробной волны, проходящей через турбулентную область плазмы, вблизи заднего фронта импульса накачки.

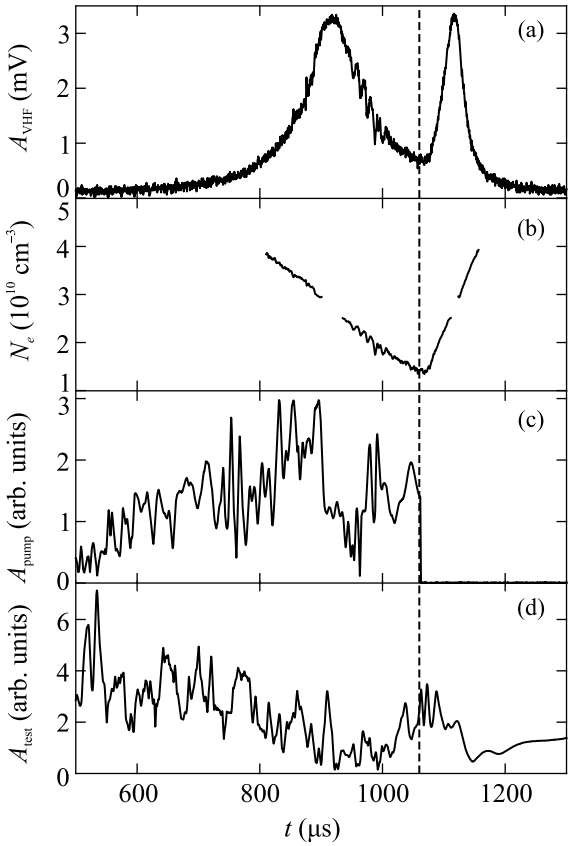

Рис. 3. Обусловленная турбулентностью модуляция ВЧ и СВЧ сигналов вблизи заднего фронта импульса накачки (показан пунктирной линией): (a) – огибающая отклика СВЧ зонда с резонансной частотой $f_0 = 7.595$ ГГц на расстоянии $z = 7$ см от плоскости антенны накачки, возбуждаемого на частоте $f = 7.8$ ГГц; (b) – динамика концентрации, восстановленная по огибающей отклика СВЧ зонда; (c) – осциллограмма огибающей сигнала накачки; (d) – осциллограмма огибающей пробной волны. Прием сигналов на частотах накачки и пробной волны осуществляется рамочной антенной в точке $z = -16$ см, источник пробной волны – рамочная антенна – установлена в точке $z = 48$ см; $B_0 = 90$ Гс, $P = 50$ Вт

Напомним принцип измерения нестационарных возмущений концентрации плазмы резонаторным СВЧ зондом. Согласно [15], если резонаторный СВЧ зонд возбуждается непрерывным сигналом на частоте f, превышающей резонансную частоту зонда в отсутствие плазмы f_0, то медленные изменения концентрации плазмы, обусловленные ее распадом либо диффузионным перераспределением в результате нагрева, приводят к отклику зонда в форме резонансной кривой $A_{\rm VHF}(t)$, максимумы которой соответствуют моментам наступления резонанса $f^2 = f_0^2 + f_{pe}^2(t)$. На рисунке 3a сигнал с СВЧ зонда имеет два резонансных пика. Первый пик приходится на стадию монотонного уменьшения концентрации плазмы в дакте за счет ее нагрева, второй соответствует монотонному нарастанию концентрации плазмы в процессе релаксации дакта (рис. 3b). Если на фоне "медленных" изменений концентрации присутствуют "быстрые" нестационарные флуктуации, как, например, при развитии турбулентности, то резонансная кривая оказывается модулированной во времени. На рисунке 3a модуляция зондового сигнала, вызванная турбулентностью, отчетливо видна на первом резонансном пике, во время импульса накачки, и отсутствует на втором пике, после окончания накачки.

Обусловленные турбулентностью пульсации с теми же характерными периодами порядка 1 мкс и более наблюдаются и в огибающих ВЧ сигналах, причем сигнал накачки и пробная волна модулируются сходным образом. После окончания импульса накачки модуляция пробной волны пропадает за время порядка 50 мкс (рис. 3d). Для сравнения, характерные времена остывания электронов в модифицированной области плазмы и релаксации крупномасштабного возмущения концентрации электронов (дакта) составляют 500 мкс и 1 мс соответственно, т.е. существенно больше.

Специально проводимая калибровка позволяет связать мгновенные значения амплитуды сигналов с СВЧ зондов с абсолютными значениями концентрации электронов в те же моменты времени на склонах резонансной кривой, т.е. на стадиях нарастания и спада отклика зонда [16]. Примеры волновых форм турбулентных возмущений концентрации, восстановленных в конкретных реализациях при синхронных измерениях СВЧ зондами в двух точках пространства, представлены на рис. 4a. В тех случаях, когда СВЧ зонды, разнесенные по продольной координате, находятся на одной магнитной силовой линии, регистрируемые ими возмущения концентрации хорошо коррелируют, особенно – в медленных вариациях с периодами более 10 мкс. Поперек магнитного поля масштаб корреляции турбулентных возмущений концентрации составляет $\Delta x \sim \Delta y \sim 1$ см. Относительный уровень пульсаций электронной концентрации не превышает нескольких процентов. Поперечное распределение среднеквадратичных значений амплитуды турбулентных возмущений концентрации электронов представлено на рис. 5a. Флуктуации, имеющие при заданной мощности накачки среднеквадратичную амплитуду $\delta N_e \sim 6 \cdot 10^8$ см$^{-3}$, достаточно равномерно распределены по "дну" дакта, с некоторым увеличением уровня напротив провода антенны накачки ($y = 3.5$ см); к краю дакта ($y \simeq 5$ см) амплитуда возмущений уменьшается.

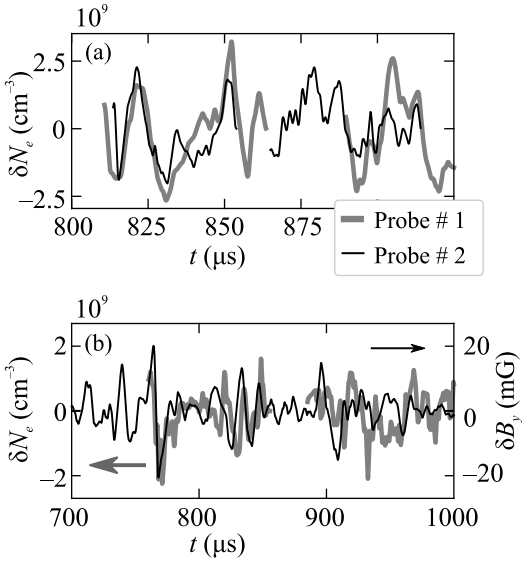

Рис. 4. (a) – временной ход возмущений концентрации полученных парой СВЧ зондов, установленных на одной магнитной силовой линии; расстояние между зондами $\Delta z = 4$ см, расстояние от антенны накачки до ближайшего к ней зонда – $\Delta z = 3$ см; $B_0 = 135$ Гс, $P = 50$ Вт; (b) – временной ход возмущений концентрации плазмы и магнитного поля, восстановленных по синхронным измерениям: магнитный зонд и СВЧ зонд установлены на близких силовых линиях с разнесением по поперечной координате $\Delta x \simeq 1$ см; магнитный зонд установлен на расстоянии $\Delta z = 29$ см от антенны накачки, СВЧ зонд на расстоянии $\Delta z = 7$ см от антенны; $B_0 = 135$ Гс, $P = 150$ Вт

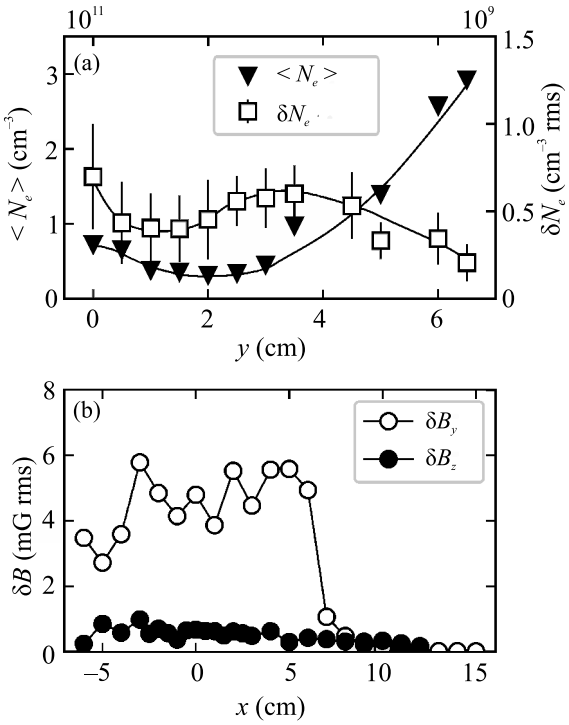

Рис. 5. (a) – Поперечные профили усредненного значения и амплитуды турбулентных возмущений концентрации спустя 800 мкс после начала импульса накачки в сечении $z = 3$ см; $B_0 = 135$ Гс, $P = 50$ Вт. (b) – Поперечные профили турбулентных возмущений магнитного поля (B_z и B_y компоненты) в сечении $z = 29$ см относительно плоскости антенны накачки; $B_0 = 135$ Гс, $P = 150$ Вт

На рисунке 4b приведены волновые формы низкочастотных возмущений магнитного поля. Турбулентные вариации магнитного поля также распределены по сечению дакта достаточно однородно, и, вместе с возмущениями электронной концентрации, ослабевают к краю дакта ($x \simeq 7$ см, рис. 5b). Интересно, что амплитуда поперечных магнитных полей δB_y, соответствующих продольным токам в плазме δj_z, на порядок превышает уровень флуктуаций продольного (аксиального) магнитного поля δB_z, обусловленных поперечными токами и вариациями давления плазмы.

Необходимо отметить и корреляцию волновых форм поперечной составляющей возмущений магнитного поля (δB_y), связанной с продольными электрическими токами, и турбулентных возмущений концентрации. Близость волновых форм $\delta N_e(t)$ и $\delta B_y(t)$, вплоть до совпадения "пик в пик", наблюдается для вариаций с характерными периодами $\delta t \geq$ ≥ 10 мкс при установке магнитного и СВЧ зондов на близких силовых линиях с поперечным разнесением $\Delta x, \Delta y \leq 1$ см. Таким образом, возмущения плотности и возбуждаемые продольные электрические токи тесно связаны друг с другом.

Все диагностики дают сходные данные по преобладающим периодам турбулентных возмущений плазмы. Спектр турбулентности сплошной, сверху он ограничен частотой $F_{\max} \simeq 800$ кГц. Для типичных параметров эксперимента полоса частот, в которой развивается турбулентность, лежит ниже частоты нижнегибридного резонанса f_{LH} и ионной плазменной частоты f_{pi}: $F_{\max} < f_{LH} \sim 1$ МГц $\ll f_{pi} \sim$ ~ 10 МГц.

Еще одним важным свойством турбулентности является то, что она развивается только при условии прозрачности замагниченной плазмы для излучения на частоте f_{pump}. Напомним, что замагниченная плазма с концентрацией электронов N_e, соответствующей выполнению условия $f_{pe} \gg f_{ce}$, прозрачна для электромагнитных волн с частотами $f < f_{ce}$; для волн с частотами $f_{ce} < f \ll f_{pe}$ плазма непрозрачна. При заданной частоте f_{pump} реализовать оба

режима взаимодействия ВЧ поля с плазмой можно, осуществляя сканирование по величине магнитного поля B_0. Результаты измерений параметров плазменной турбулентности в зависимости от циклотронной частоты электронов f_{ce} при заданной частоте f_{pump} приводятся на рис. 6. В полосе непрозрачности вся

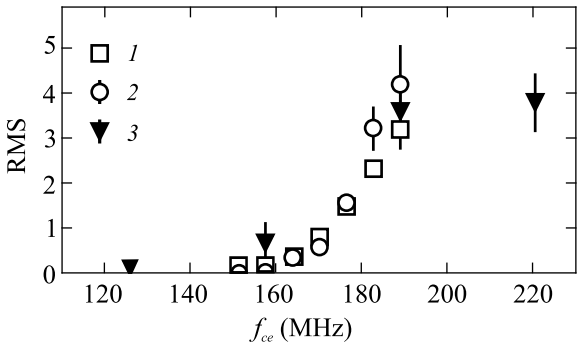

Рис. 6. Зависимость среднеквадратичных значений амплитуды турбулентных возмущений концентрации и магнитного поля, а также средней амплитуды регистрируемого в плазме сигнала накачки от циклотронной частоты спустя 800 мкс после начала импульса накачки. Измерения концентрации, возмущений магнитного поля и амплитуды накачки выполнены, соответственно, на расстояниях $z = 7$ см, 29 см и 22 см от плоскости антенны накачки; $P = 150$ Вт. Маркерами обозначены среднеквадратичные величины: *1* – $2 \cdot \delta B$ (мГс); *2* – $< A^2_{\text{pump}} >$ (отн. ед.); *3* – δN_e (10^8 см$^{-3}$)

энергия ВЧ импульса, подводимого к антенне, сосредоточена в ее ближней зоне. При этом происходит нагрев электронов плазмы в опирающейся на антенну магнитной силовой трубке; формируется дакт пониженной концентрации плазмы; наблюдается и эффект волноводного захвата в дакт пробной свистовой волны, для которой плазма остается прозрачной. Однако, несмотря на то, что электроны в достаточной степени разогреты и профиль концентрации плазмы модифицирован за счет термодиффузии приблизительно так же, как и при воздействии накачки в полосе прозрачности, турбулентность не развивается.

Обсудим полученные результаты. Турбулентность возникает только в поле ВЧ накачки в форме распространяющейся свистовой волны. Релаксация турбулентности при выключении накачки происходит быстро, на временах, существенно меньших времени релаксации электронной температуры и крупномасштабного возмущения плазмы – дакта с пониженной концентрацией. В динамике, перед появлением самомодуляции, наблюдается уменьшение амплитуды сигнала ВЧ накачки по всему сечению дакта, что можно интерпретировать как включение дополнительного механизма потерь ВЧ энергии на раскачку турбулентности. Все вышеперечисленное позволяет предположить, что источником турбулентности являются не возмущение параметров плазмы в целом, появление градиентов концентрации либо потоков заряженных частиц, но непосредственно ВЧ волновое поле. Конкретный механизм генерации турбулентности будет определен в дальнейших исследованиях.

На данном этапе некоторые выводы относительно структуры турбулентности могут быть получены из сопоставления результатов зондовых измерений флуктуаций концентрации и возмущений магнитного поля. Как было указано выше, неоднородности концентрации вытянуты вдоль магнитного поля и имеют поперечные масштабы порядка 1 см; разумно предположить, что такой же характерный масштаб модуляции в поперечном к магнитному полю направлении имеют и продольные токи. Воспользовавшись законом Ампера, из магнитных измерений можно оценить плотность продольных токов и, соответственно, дрейфовую скорость электронов, формирующих ток. Оценка выглядит как $\delta j_z = eN_e v_z \sim \sim c\delta B_y/4\pi\delta x$, где e – заряд электрона, v_z – продольная скорость электронов, c – скорость света в вакууме. Для типичных параметров возмущений плазмы в дакте ($N_e = 3 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, $T_e = 3$ эВ, $\delta B_y \sim 5$ мГс, $\Delta x \sim 1$ см) дрейфовая скорость электронов, образующих ток, $v_z \sim 10^6$ см/с. Эта скорость в несколько раз больше скорости ионного звука ($V_s = 2.7 \cdot \cdot 10^5$ см$^{-3}$), но значительно меньше тепловой скорости электронов $V_{Te} = 10^8$ см/с.

Известно, что развитие и релаксация узких, сильно вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностей замагниченной плазмы могут происходить в режиме так называемого "униполярного" переноса с возбуждением вихревых электрических токов [16]. Например, для областей с повышенной концентрацией плазмы вынос замагниченных электронов происходит вдоль внешнего магнитного поля, слабо замагниченные ионы уходят поперек магнитного поля, а замыкание образующейся токовой цепи происходит по окружающей (или фоновой) плазме. За счет геометрического фактора (площадь поперечного сечения отдельной неоднородности существенно меньше, чем площадь ее боковой поверхности) плотность продольных токов при униполярном режиме развития и релаксации неоднородностей может значительно превышать плотность токов поперек магнитного поля, что согласуется с результатами измерений (см. рис. 5b). Кроме того, параметры плазмы, характерные поперечные масштабы неоднородностей

и оцениваемая величина продольной скорости электронов в данной работе близки к результатам, полученным ранее в экспериментах, в которых униполярный режим перераспределения плазмы наблюдался в явном виде [16]. Если предположить, что характерный продольный масштаб неоднородностей составляет $\delta z \sim 20$ см, а поперечный $\delta x \sim \delta y \sim 1$ см, то электроны покидают области с повышенной концентрацией вдоль магнитного поля за время порядка 20 мкс. Считая, согласно [16], что слабо замагниченные ионы покидают области повышенной концентрации плазмы поперек магнитного поля со скоростью, в несколько раз меньшей скорости ионного звука, мы можем получить оценку времени ухода ионов в 10−20 мкс, которая близка к времени ухода электронов вдоль поля. Оцениваемое таким образом время жизни неоднородностей концентрации плазмы по порядку величины согласуется с временем релаксации неоднородностей после окончания импульса накачки (50 мкс), полученным из анализа огибающей пробной волны (см. рис. 3d).

Турбулентность, подобная описанной в данной работе, может развиваться в ионосферных активных экспериментах, проводимых с пучками мощных радиоволн и с бортовыми радиопередатчиками космических аппаратов (КА). Отметим, что хотя турбулентные возмущения концентрации замагниченной плазмы при типичных параметрах эксперимента насыщаются на уровне, не превышающем 3 % от фона по среднеквадратичному значению, самомодуляция волны накачки за счет развития турбулентности оказывается очень глубокой, до 100 %. Таким образом, эффекты турбулентности могут существенно снижать качество сигнала, излучаемого с помощью передатчиков, устанавливаемых на КА. Возможные эффекты турбулентности необходимо учитывать при планировании активных космических экспериментов, например, по воздействию на магнитосферную плазму с использованием свистовых волн, излучаемых с борта ионосферного КА [18], включая введение ограничений на длительность радиоимпульсов и их мощность.

Эксперименты проведены с использованием уникальной научной установки “Комплекс крупномасштабных геофизических стендов ИПФ РАН” (УНУ ККГС). Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект # 21-12-00385.

1. Б. Б. Кадомцев, О. П. Погуце, в сб.: *Вопросы теории плазмы*, ред. М. А. Леонтович, Атомиздат, М. (1967), вып. 5.
2. А. В. Гуревич, УФН **177**, 1145 (2007) [A. V. Gurevich, Phys.-Uspekhi **50**, 1091 (2007)].
3. В. Л. Фролов, Н. В. Бахметьева, В. В. Беликович, Г. Г. Вертоградов, В. Г. Вертоградов, Г. П. Комраков, Д. С. Котик, Н. А. Митяков, С. В. Поляков, В. О. Рапопорт, Е. Н. Сергеев, Е. Д. Терещенко, А. В. Толмачева, В. П. Урядов, Б. З. Худукон, УФН **177**, 330 (2007) [V. L. Frolov, N. V. Bakhmet'eva, V. V. Belikovich, G. G. Vertogradov, V. G. Vertogradov, G. P. Komrakov, D. S. Kotik, N. A. Mityakov, S. V. Polyakov, V. O. Rapoport, E. N. Sergeev, E. D. Tereshchenko, A. V. Tolmacheva, V. P. Uryadov, and B. Z. Khudukon, Phys.-Uspekhi **50**, 315 (2007)].
4. С. М. Грач, Е. Н. Сергеев, Е. В. Мишин, А. В. Шиндин, УФН **186**, 1189 (2016) [S. M. Grach, A. V. Shindin, E. N. Sergeev, and E. V. Mishin, Physics-Uspekhi **59**, 1091 (2016)].
5. A. V. Streltsov, J.-J. Berthelier, A. A. Chernyshov, V. L. Frolov, F. Honary, M. J. Kosch, R. P. McCoy, E. V. Mishin, and M. T. Rietveld, Space Sci. Rev. **214**, 118 (2018).
6. A. Mahmoudian, W. A. Scales., S. Taylor, Y. Morton, P. A. Bernhardt, S. J. Briczinski, and S. Ghader, Radio Science **53**, 775 (2018).
7. Н. Ф. Благовещенская, Т. Д. Борисова, В. А. Корниенко, В. Л. Фролов, М. Т. Ритвельд, А. Бреке, Известия вузов. Радиофизика **50**, 678 (2007) [N. F. Blagoveshchenskaya, T. D. Borisova, V. A. Kornienko, V. L. Frolov, M. T. Rietveld, and A. Brekke, Radiophys. Quantum Electron. **30**, 619 (2007)].
8. S. A. Pulinets and V. V. Selegei, Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics **48**, 149 (1986).
9. M. C. Kelley, T. L. Arce, J. Salowey, M. Sulzer, W. T. Armstrong, M. Carter, and L. Duncan, J. Geophys. Res. (Space Phys.) **100**, 17367 (1995).
10. Х. Альвен, К.-Г. Фельтхаммар, *Космическая электродинамика*, Мир, М. (1967) [H. Alfvén and C.-G. Fälthammar, *Cosmical electrodynamics*, Clarendon press, Oxford (1963)].
11. R. L. Stenzel and W. Gekelman, Phys. Fluids **20**, 108 (1977).
12. М. П. Брижинев, В. В. Буланин, Б. Г. Еремин, А. В. Костров, А. В. Петров, С. Г. Ревин, Письма в ЖЭТФ **40**, 332 (1984) [M. P. Brizhinev, V. V. Bulanin, B. G. Eremin, A. V. Kostrov, A. V. Petrov, and S. G. Revin, JETP Lett. **40**, 1129 (1984)].
13. А. В. Костров, А. В. Стриковский, А. В. Шашурин, Физика плазмы **27**, 149 (2001) [A. V. Kostrov, A. V. Strikovskiy, and A. V. Shashurin, Plasma Physics Reports **27**, 137 (2001)].
14. В. Л. Фролов, В. О. Рапопорт, Е. А. Шорохова, Н. А. Айдакина, М. Е. Гущин, И. Ю. Зудин, С. В. Коробков, А. В. Костров, М. Парро, Ж.-Л. Рош, Письма

в ЖЭТФ **101**, 342 (2015) [V. L. Frolov, V. O. Rapoport, E. A. Shorokhova, N. A. Aidakina, M. E. Gushchin, I. Yu. Zudin, S. V. Korobkov, A. V. Kostrov, M. Parrot, and J.-L. Rauch, JETP Lett. **101**, 313 (2015)].

15. R. L. Stenzel, Rev. Sci. Instrum. **47**, 603 (1976).
16. N. Aidakina, M. Gushchin, I. Zudin, S. Korobkov, and A. Strikovskiy, Phys. Plasmas **25**, 122104 (2018).
17. Н. А. Айдакина, М. Е. Гущин, И. Ю. Зудин, С. В. Коробков, А. В. Костров, А. В. Стриковский, Письма в ЖЭТФ **93**, 555 (2011) [N. A. Aidakina, M. E. Gushchin, I. Yu. Zudin, S. V. Korobkov, A. V. Kostrov, and A. V. Strikovskii, JETP Lett. **93**, 498 (2011)].
18. U. S. Inan, T. F. Bell, J. Bortnik, and J. M. Albert, J. Geophys. Res. (Space Phys.) **108**, 1186 (2003).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 1, с. 54 – 59 © 2022 г. 10 июля

Анизотропия магнитных свойств в монокристаллах гибридных перовскитов $CH_3NH_3PbI_3$

И. В. Жевстовских[+1)], *Т. Б. Чарикова*[+], *А. С. Клепикова*[+], *М. Р. Попов*[+], *Е. А. Степанова*[*], *О. И. Семенова*[×]

[+]*Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения РАН, 620137 Екатеринбург, Россия*

[*]*Уральский федеральный университет им. Б. Н. Ельцина, 620002 Екатеринбург, Россия*

[×]*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 28 апрель 2022 г.
После переработки 23 мая 2022 г.
Принята к публикации 23 мая 2022 г.

Гибридные металл-органические перовскиты $CH_3NH_3PbI_3$ являются перспективными материалами для фотовольтаики и оптоэлектроники, а обнаруженное в них недавно магнитное и электрическое упорядочение свидетельствует о потенциальном применении в спинтронике. В работе представлены температурные (в интервале 5–300 K) и полевые (до $H = 50$ кЭ) зависимости намагниченности монокристаллов $CH_3NH_3PbI_3$ при разных направлениях магнитного поля. Обнаружена сильная анизотропия магнитных свойств. При перпендикулярном к кристаллографической плоскости (001) направлении поля детектируется диамагнитное поведение намагниченности. При ориентации поля в плоскости (001) выявлен переход от ферромагнитного состояния к парамагнитному при температуре около 115 K. В низкотемпературной области обнаружены особенности магнитной восприимчивости, указывающие на наличие антиферромагнитных корреляций. Кроме того, в гибридном перовските $CH_3NH_3PbI_3$ установлена взаимосвязь магнитных свойств со структурным фазовым переходом из тетрагональной в орторомбическую фазу. Значение эффективного магнитного момента в тетрагональной фазе составило $0.76\mu_B$, а в орторомбической $0.39\mu_B$.

DOI: 10.31857/S1234567822130080, EDN: ixfgek

Интенсивные исследования в последнее десятилетие свойств гибридных (металл-органических) соединений со структурой перовскита обусловлены прежде всего обнаруженным в них беспрецедентным ростом коэффициента преобразования энергии выше 24 %, что делает их подходящими для использования в солнечных элементах [1, 2]. А такие оптоэлектронные свойства, как низкая энергия связи экситона, большая диффузионная длина носителей заряда, сильное оптическое поглощение, оптимальное значение величины запрещенной щели, легко варьируемое заменой галогена, представляются перспективными для создания на их основе лазеров, фотодетекторов, диодов и других оптоэлектронных устройств [3–9]. Наиболее известным и хорошо изученным соединением среди гибридных перовскитов является трийодидоплюмбат метиламмония $CH_3NH_3PbI_3$ ($MAPbI_3$), в состав которого входит органический катион $(CH_3NH_3)^+$ или $(MA)^+$ и неорганический анион $(PbI_3)^-$. В этом перовските детектируется два структурных фазовых перехода: от кубической $Pm\bar{3}m$ к тетрагональной $I4/mcm$ фазе при температуре около 330 K, и из тетрагональной в орторомбическую фазу $Pnma$ при температуре около 160 K [10–13]. Структурные фазовые переходы в $MAPbI_3$ происходят подобно фазовым переходам в неорганических перовскитах, например, таких, как $SrTiO_3$, и проявляются во вращении и искажении октаэдров PbI_6. Однако из-за низкой (C_{3v}) симметрии органических катионов $(MA)^+$ появляется дополнительный беспорядок, связанный с полным разупорядочением катиона в кубической фазе. В тетрагональной фазе происходит частичное упорядочение катионов вдоль четырех возможных <100> направлений, и только в орторомбической структуре катионы $(MA)^+$ полностью упорядочены и выстраиваются вдоль осей <110> искаженной примитивной ячейки. Многие неорганические перовскиты являются мультиферроиками, т.е. материалами, в которых возникает как магнитное, так и электрическое упорядочение. Вращательное движение органических катионов приводит, возможно, к полярной природе гибридных перовскитов и возникновению сегнетоэлектричества [14], что вместе с недавно обнаруженным

[1)]e-mail: zhevstovskikh@imp.uran.ru

в $MAPbI_3$ ферромагнитным упорядочением [15] может свидетельствовать о потенциальном применении гибридных перовскитов в устройствах спинтроники. В этом направлении активно исследуются в последние годы металл-органические перовскиты и монослои галогенидов, содержащие в решетке переходные элементы [16–20]. Однако, природа возникающего магнитного упорядочения в гибридных перовскитах, не содержащих переходные элементы, не имеет на данный момент однозначной интерпретации. В работе [15] авторы связывают ферромагнетизм в перовските $MAPbI_3$, обнаруженный из магнитных и с помощью ядерного магнитного резонанса исследований, с наличием дефектов – вакансий йода и свинца, приводящих к несимметричной поляризованной по спину плотности состояний, обусловливающей отличный от нуля магнитный момент в системе. Эти дефекты, следуя расчетам [15], приводят к отличному от нуля магнитному моменту либо в орторомбической фазе, либо в кубической, в то время как экспериментально ферромагнетизм наблюдался во всех фазах. Такое расхождение, по-видимому, связано с тем, что измерения в работе [15] были выполнены на поликристаллических образцах $CH_3NH_3PbI_3$, в которых возможно сосуществование двух фаз или наличие структурных дефектов на границах кристаллитов.

В данной работе мы исследовали магнитные свойства высококачественных монокристаллов трийодидоплюмбата метиламмония ($MAPbI_3$) в магнитных полях до $H = 50$ кЭ, в интервале температур $T = (5{-}300)$ K и при различных направлениях магнитного поля относительно кристаллографической плоскости (001). Мы обнаружили ферромагнетизм с температурой Кюри–Вейса вблизи комнатной температуры и анизотропию магнитных свойств. Аномальное поведение намагниченности вблизи температуры фазового перехода из тетрагональной в орторомбическую фазу указывает на сильную взаимосвязь магнитных свойств со структурным упорядочением в гибридном перовските $CH_3NH_3PbI_3$.

Монокристаллы трийодидоплюмбата метиламмония $CH_3NH_3PbI_3$ были выращены в Институте физики полупроводников им. А. В. Ржанова СО РАН с помощью метода, представленного в работах [21, 22]. Рост объемных монокристаллов осуществлялся из насыщенного раствора предварительно синтезированного порошка $CH_3NH_3PbI_3$. Насыщенный раствор получали растворением 38 г порошка в 100 мл стабилизированного 57 % раствора йодистоводородной кислоты HI (с 2 мл H_3PO_2 в качестве восстановителя) при 65 °C при активном перемешивании в течение 24 ч с последующей фильтрацией. В процессе роста температура раствора контролируемо снижалась с 65 до 21 °C с шагом 0.1 °C за 40 мин. Процесс роста происходил в течение 12 дней, полученные крупные кристаллы промывали диэтиловым эфиром и отжигали в обычной атмосфере при 60 °C для улучшения качества поверхности кристалла. В результате роста были получены объемные монокристаллы с линейными размерами до 10 мм. Состав и структура синтезированных высококачественных монокристаллов подтверждены данными рентгеноструктурного анализа и фотоэлектронной спектроскопии [22].

Исследования температурных и полевых зависимостей намагниченности выполнены с использованием Quantum Design MPMS SQUID магнитометра в интервале температур $T = 5{-}300$ K в магнитных полях до $H = 50$ кЭ. Измерения проводились при двух ориентациях магнитного поля: вдоль и перпендикулярно кристаллографической плоскости (001). Температурные зависимости намагниченности получены при разных значениях внешнего магнитного поля при нагреве после предварительного охлаждения в нулевом поле. Образцы, используемые в эксперименте, имели массу примерно 5–12 мг с характерными размерами $\sim (2 \times 3 \times 4)$ мм^3.

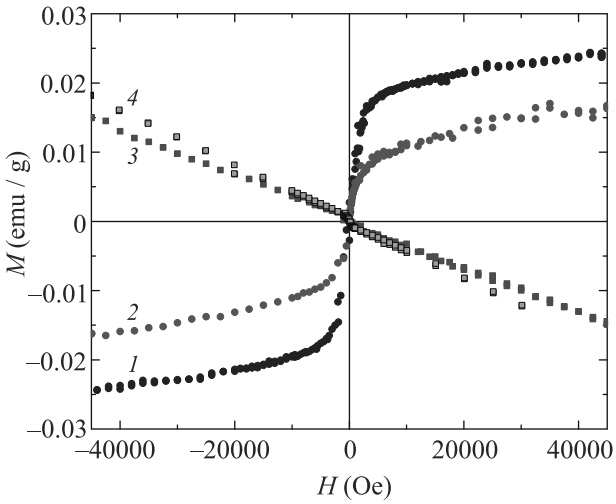

Рис. 1. (Цветной онлайн) Намагниченность в монокристалле $CH_3NH_3PbI_3$ как функция магнитного поля. Кривые *1* и *2* получены при параллельной ориентации магнитного поля относительно плоскости (001): *1* – при $T = 5$ K, *2* – при $T = 300$ K. Кривые *3* и *4* получены при направлении магнитного поля перпендикулярно плоскости (001): *4* – при T=5 K, *3* – при $T = 300$ K

На рисунке 1 представлены зависимости намагниченности M от приложенного магнитного поля H с ориентацией поля вдоль и перпенди-

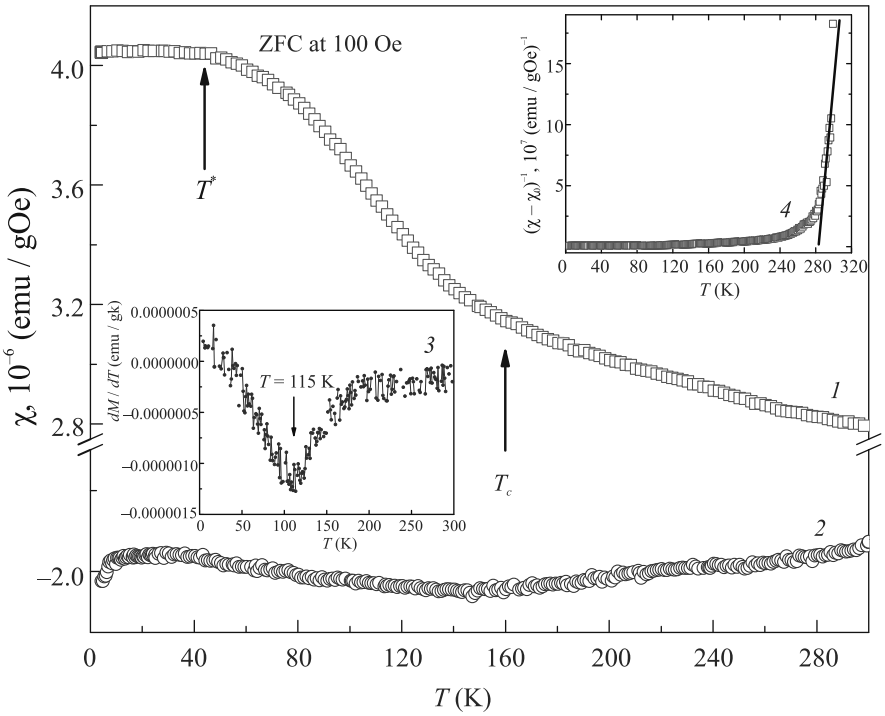

Рис. 2. (Цветной онлайн) Температурные зависимости восприимчивости в монокристалле $CH_3NH_3PbI_3$, измеренные в поле $H = 100$ Э: *1* – ориентация поля вдоль плоскости (001); *2* – перпендикулярно плоскости (001). Кривая *3* (вставка внизу) – производная намагниченности по температуре dM/dT; *4* (вставка вверху) – обратная восприимчивость $(\chi - \chi_0)^{-1}$ с линейной подгонкой по закону Кюри–Вейса (сплошная линия). Кривые *3* и *4* относятся к ориентации магнитного поля, направленного вдоль плоскости (001)

кулярно кристаллографической плоскости (001) при температурах $T = 5$ и 300 K. Видно, что во внешнем магнитном поле, направленном вдоль плоскости (001), намагниченность монокристалла $CH_3NH_3PbI_3$ имеет ферромагнитный характер со слабым парамагнитным вкладом, что согласуется с данными работы [15]. При $T = 5$ K намагниченность насыщения составляет примерно $0.025\,\text{Гс}\cdot\text{см}^3/\text{г}$ (или $15.5\,\text{Гс}\cdot\text{см}^3/\text{моль}$), с ростом температуры до 300 K величина намагниченности уменьшается до $0.015\,\text{Гс}\cdot\text{см}^3/\text{г}$ (или $9.3\,\text{Гс}\cdot\text{см}^3/\text{моль}$). Эти значения оказались выше полученных в [15] на поликристаллических образцах $CH_3NH_3PbI_3$. При перпендикулярной ориентации поля мы обнаружили диамагнитное поведение намагниченности, что указывает на проявление сильной анизотропии магнитных свойств в монокристаллах $MAPbI_3$. Температурные зависимости магнитной восприимчивости $\chi(T)$ также характеризуются наличием анизотропии как по величине, так и по виду $\chi(T)$ в зависимости от ориентации внешнего магнитного поля (рис. 2 и 3).

В слабом магнитном поле ($H = 100$ Э) при ориентации поля, направленного вдоль плоскости (001) в перовските $CH_3NH_3PbI_3$, зависимость $\chi(T)$ показывает ферромагнитное поведение с величиной насыщения при температуре 5 K приблизительно $\sim 4\cdot 10^{-6}\,\text{Гс}\cdot\text{см}^3/(\text{г}\cdot\text{Э})$ (рис. 2). Температура перехода от ферромагнитного к парамагнитному состоянию может быть определена из производной по температуре намагниченности dM/dT (рис. 2, вставка внизу). Видно, что вблизи температуры 115 K наблюдается широкий минимум dM/dT. При температуре $T_c = 160$ K в монокристалле $CH_3NH_3PbI_3$ происходит структурный фазовый переход из орторомбической в тетрагональную фазу, который вносит дополнительный структурный беспорядок, влияющий на магнитные свойства кристалла. Беспорядок в системе, вероятно, приводит и к сильному отличию температуры перехода из ферро- в парамагнитное состояние ($T = 115$ K) от температуры Кюри–Вейса ($\Theta = 280$ K), полученной из линейной подгонки обратной восприимчивости $\chi^{-1}(T)$ с параметрами: диамагнитный вклад в восприимчивость от носителей заряда равен $\chi_0 = (2.8\pm0.1)\cdot10^{-6}\,\text{Гс}\cdot\text{см}^{-3}/(\text{г}\cdot\text{Э})$, константа Кюри $C = (1.6\pm0.5)\cdot10^{-7}\,\text{Гс}\cdot\text{см}^{-3}/(\text{г}\cdot\text{Э})$, температура Кюри–Вейса $\Theta = (280\pm3)$ K (рис. 2, вставка вверху). Положительное значение температуры Кюри–

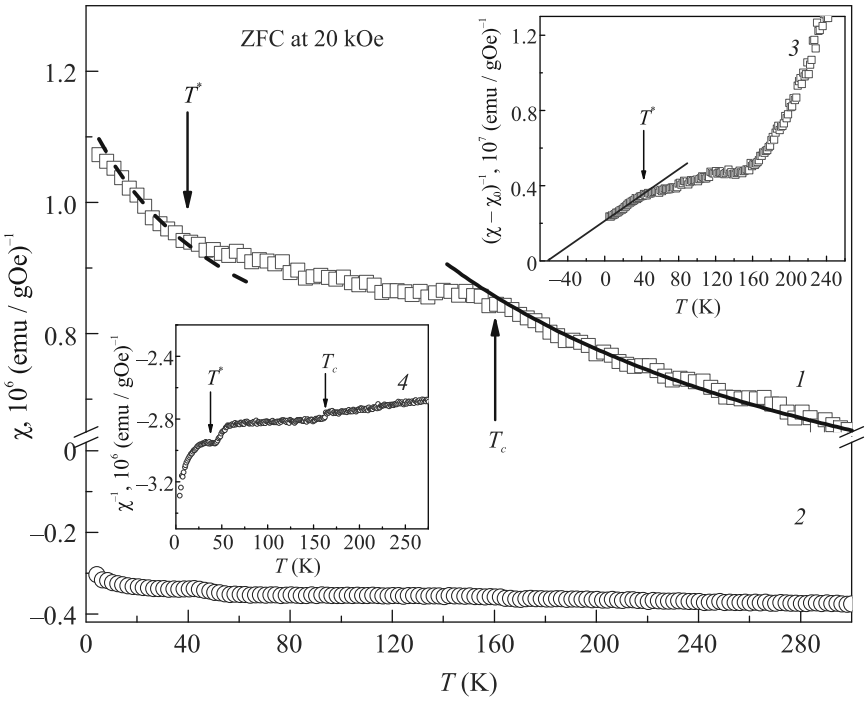

Рис. 3. (Цветной онлайн) Температурные зависимости восприимчивости в монокристалле $CH_3NH_3PbI_3$ в магнитном поле $H = 20$ кЭ при различной ориентации поля относительно кристаллографической плоскости (001): параллельной (*1*) и перпендикулярной (*2*). На вставках приведена обратная восприимчивость для ориентации поля в плоскости (001) (*3*) и перпендикулярно плоскости (001) (*4*). Штриховая и сплошная линии на кривой *1* – подгонка с помощью уравнения $\chi(T) = \chi_0 + C/(T - \theta)$

Вейса свидетельствует о преимущественно ферромагнитном упорядочении в монокристаллах $MAPbI_3$ при параллельной ориентации магнитного поля относительно плоскости (001).

В магнитном поле $H = 20$ кЭ при параллельной ориентации магнитного поля относительно плоскости (001) температурная зависимость $\chi(T)$ имеет вид, характерный для парапроцесса, с изменениями наклона кривой при температуре структурного фазового перехода $T_c = 160$ K и температуре $T^* = 40$ K (рис. 3). Линейная подгонка температурной зависимости обратной восприимчивости $(\chi - \chi_0)^{-1}$ в области высоких температур ($T > 240$ K) показала хорошее совпадение с законом Кюри–Вейса при следующих значениях параметров: $\Theta = 280 \pm 3$ K, $\chi_0 = (6.5 \pm 0.1) \cdot 10^{-7}$ Гс·см$^{-3}$/(г·Э) и $C = (0.9 \pm 0.5) \cdot 10^{-7}$ Гс·см$^{-3}$/(г·Э), близких к полученным в поле $H = 100$ Э. Отличие состоит в низкотемпературном ($T < 40$ K) ходе кривой $(\chi - \chi_0)^{-1}$, указывающей на наличие антиферромагнитных корреляций в монокристалле $CH_3NH_3PbI_3$ с отрицательной температурой Кюри–Вейса (рис. 3, кривая *3*).

Ферромагнетизм, наблюдаемый в монокристаллах $CH_3NH_3PbI_3$ до комнатных температур при ориентации поля вдоль плоскости (001), свидетельствует о том, что его природа может быть связана с наличием дефектов, плотность которых растет с ростом температуры. Природа ферромагнетизма в гибридном перовските $CH_3NH_3PbI_3$ обсуждалась в работах [15, 23], в которых на основе *ab-initio* расчетов было показано, что наличие таких дефектов, как вакансии йода и вакансии свинца в решетке перовскита могут приводить к возникновению ферромагнетизма в орторомбической или кубической фазе, соответственно. Источником намагниченности при этом является наличие атома свинца в окрестности вакансии йода или атома йода в окрестности вакансии свинца. Авторы рассчитали эффективный магнитный момент в перовските $CH_3NH_3PbI_3$ с такими вакансиями, он оказался равен примерно $0.7\mu_B$ [23]. Близкое к этому значение эффективного магнитного момента, а именно, $\mu_{\text{eff}} = 0.76\mu_B$, мы получили из подгонки экспериментальной зависимости магнитной восприимчивости в тетрагональной фазе (рис. 3, сплошная линия на кривой *1*), однако, для орторомбической фазы мы получили значение $\mu_{\text{eff}} = 0.39\mu_B$ (рис. 3, штриховая линия на кривой *1*), почти в два раза ниже расчетного. Причиной этого, возможно, является обнаруженное в гибридном перовските $MAPbI_3$ антиферромагнитное упорядочение, уменьшающее маг-

нитный момент. Наиболее вероятными дефектами, приводящими к ферромагнитному упорядочению в кристаллах, исследованных в работе, являются вакансии свинца V_{Pb}^{2-} и междоузельный йод I_i^-. Эти дефекты мы детектировали на тех же монокристаллах $CH_3NH_3PbI_3$ в спектрах фотолюминесцении в орторомбической фазе [24]. При этом вакансии свинца вместе с междоузельным катионом MA_i^+ приводят к донорно-акцепторной рекомбинации, а междоузельный йод I_i^- является источником автолокализованных состояний экситонов.

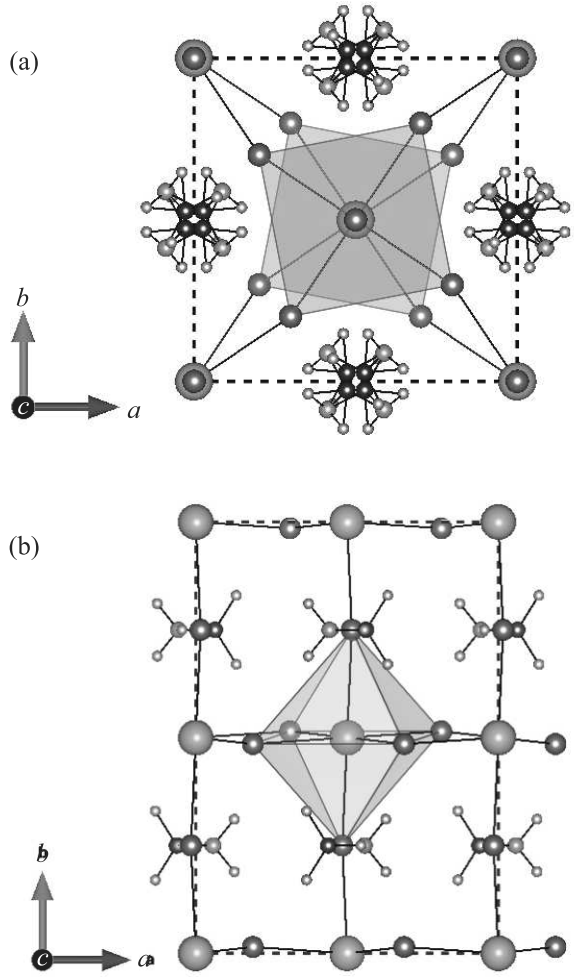

Рис. 4. (Цветной отнлайн) Структура перовскита $CH_3NH_3PbI_3$ в плоскости (ab) в двух структурных фазах: (a) – тетрагональная; (b) – орторомбическая. Голубые шары – атомы Pb, красные – атомы I, зеленые – атомы C, черные – атомы N, желтые – атомы H. В тетрагональной фазе показаны 4 возможных ориентаций катиона $(CH_3NH_3)^+$

Обнаруженное в монокристалле $CH_3NH_3PbI_3$ аномальное поведение магнитной восприимчивости вблизи температуры структурного фазового перехода ($T_c = 160$ K) свидетельствует о корреляции происходящих при фазовом переходе структурных изменений с магнитным состоянием системы. При переходе из тетрагональной в орторомбическую фазу происходит вращение октаэдров PbI_6 с изменением углов Pb-I-Pb, а также имеет место окончательное упорядочение $(CH_3NH_3)^+$ катионов с выстраиванием связи C-N вдоль оси <110> в искаженной примитивной ячейке [11] (рис. 4). Происходящие при структурных фазовых превращениях наклоны октаэдров с выстраиванием органических катионов вдоль определенных кристаллографических направлений могут приводить к изменению g-тензора в разных фазах и, следовательно, изменять объемную намагниченность. Подобные эффекты наблюдались, например, в слоистом металл-органическом соединении $(C_2H_5NH_3)2CuCl_4$ [17]. Изменение углов Pb-I-Pb при структурном переходе также должно влиять на магнитные свойства перовскита $CH_3NH_3PbI_3$, так как магнетизм связан с дефектами, являющимися структурными единицами, образующими эти углы. Структурная перестройка при фазовом переходе влияет и на диамагнитное поведение намагниченности, которое имеет место при перпендикулярной ориентации магнитного поля относительно плоскости (001) (рис. 2 и 3). Проявление сильной магнитной анизотропии при изменении ориентации магнитного поля относительно плоскости (001), возможно, связано с неоднородным распределением вакансионных дефектов, в большей мере присутствующих на поверхности образца, чем в объеме, вследствие деградации перовскита $CH_3NH_3PbI_3$ под влиянием влаги и света. Поэтому при ориентации магнитного поля параллельно плоскости (001) мы обнаружили ферромагнитное поведение намагниченности, в то время как при ориентации магнитного поля перпендикулярно к плоскости (001) вклад в намагниченность в основном определяется объемом образца с меньшим количеством дефектов данного типа, что и приводит к диамагнитному поведению, характерному для бездефектного кристалла $CH_3NH_3PbI_3$ [15].

Таким образом, можно сделать следующее заключение. Исследование магнитных свойств монокристаллов гибридных перовскитов $CH_3NH_3PbI_3$ выявило существование ферромагнетизма при параллельной ориентации магнитного поля относительно кристаллографической плоскости (001). Температура перехода из ферромагнитного в парамагнит-

ное состояние оказалась равна 115 K, что намного ниже температуры Кюри–Вейса, равной 280 K, определенной из линейной подгонки обратной восприимчивости, это свидетельствует о значительном структурном беспорядке в системе. При перпендикулярной ориентации поля относительно плоскости (001) наблюдалось диамагнитное поведение, указывающее на проявление сильной магнитной анизотропии. Вблизи структурного фазового перехода из тетрагональной в орторомбическую фазу в монокристаллах $CH_3NH_3PbI_3$ обнаружены особенности на температурных зависимостях магнитной восприимчивости для разных направлений поля, что свидетельствует о корреляции магнитных свойств гибридных перовскитов со структурой. Значение эффективного магнитного момента для продольной ориентации магнитного поля относительно плоскости (001) оказалось различным в разных структурных фазах и составило $0.76\mu_B$ в тетрагональной фазе и $0.39\mu_B$ в орторомбической. Возможной причиной обнаруженного ферромагнетизма в перовските $CH_3NH_3PbI_3$ является наличие вакансий свинца.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, грант # 075-15-2020-797 (13.1902.21.0024).

1. K. Wanga, D. Yanga, C. Wua, M. Sanghadasab, and Sh. Priya, Prog. Mater. Sci. **106**, 100580 (2019).
2. Z. Chen, B. Turedi, A. Y. Alsalloum, C. Yang, X. Zheng, I. Gereige, A. AlSaggaf, O. F. Mohammed, and O. M. Bark, ACS Energy Lett. **4**, 1258 (2019).
3. S. D. Stranks and H. J. Snaith, Nat. Nanotechnol. **10**, 391 (2015).
4. J. S. Manser, J. A. Christians, and P. V. Kamat, Chem. Rev. **116**, 12956 (2016).
5. A. Miyata, A. Mitioglu, P. Plochocka, O. Portugall, J. T.-W. Wang, S. D. Stranks, H. J. Snaith, and R. J. Nicholas, Nat. Phys. **11**, 582 (2015).
6. Q. Dong, Y. Fang, Y. Shao, P. Mulligan, J. Qiu, L. Cao, and J. Huang, Science **347**, 967 (2015).
7. D. W. deQuilettes, K. Frohna, D. Emin, T. Kirchartz, V. Bulovic, D. S. Ginger, and S. D. Stranks, Chem. Rev. **119**, 11007 (2019).
8. К. С. Секербаев, Г. К. Мусабек, Н. С. Покрышкин, В. Г. Якунин, Е. Т. Таурбаев, Е. Шабдан, Ж. Н. Утегулов, В. С. Чирвоный, В. Ю. Тимошенко, Письма в ЖЭТФ **114**, 515 (2021).
9. A. V. Andrianov, A. N. Aleshin, and L. B. Matyushkin, JETP Lett. **109**, 28 (2019).
10. A. Poglitsch and D. Weber, J. Chem. Phys. **87**, 6373 (1987).
11. M. T. Weller, O. J. Weber, P. F. Henry, A. M. Di Pumpo, and T. C. Hansen, Chem. Commun. **51**, 4180 (2015).
12. P. S. Whitfield, N. Herron, W. E. Guise, K. Page, Y. Q. Cheng, I. Milas, and M. K. Crawford, Sci. Rep. **6**, 35685 (2016).
13. I. V. Zhevstovskikh, N. S. Averkiev, M. S. Sarychev, O. I. Semenova, V. A. Golyashov, and O. E. Tereshchenko, J. Phys.: Condens. Matter **33**, 045403 (2021).
14. A. Stroppa, C. Quarti, F. De Angelis, and S. Picozzi, J. Chem. Phys. Lett. **6**, 2223 (2015).
15. B. Bandyopadhyay, H. Luitel, S. Sil, J. Dhar, M. Chakrabarti, P. Nath, P. P. Ray, and D. Sanyal, Phys. Rev. B **101**, 094417 (2020).
16. B. Náfrádi, P. Szirmai, M. Spina, H. Lee, O. V. Yazyev, A. Arakcheeva, D. Chernyshov, M. Gibert, L. Forró, E. Horváth, Nat. Commun. **7**, 13406 (2016).
17. P. Šenjug, J. Dragović, M. Kalanj, F. Torić, M. Rubčić, and D. Pajić, J. Magn. Magn. Mater. **479** 144 (2019).
18. F. Lou, T. Gu, J. Ji, J. Feng, H. Xiang, and A. Stroppa, npj Comput. Mater. **6** 114 (2020).
19. S. Moshat, H. Luitel, and D. Sanyal, J. Magn. Magn. Mater. **519**, 167463 (2021).
20. M. Luo and Y. H. Shen, JETP Lett. **112**, 58 (2020).
21. Е. С. Юданова, Т. А. Дуда, О. Е. Терещенко, О. И. Семенова, Журнал структурной химии **58**, 1617 (2017).
22. V. E. Anikeeva, O. I. Semenova, and O. E. Tereshchenko, J. Phys.: Conf. Ser. **1124**, 041008 (2018).
23. S. Sil, H. Luitel, J. Dhar, M. Chakrabarti, P. P. Ray, B. Bandyopadhyay, and D. Sanyal, Phys. Lett. A **384**, 126278 (2020).
24. I. V. Zhevstovskikh, N. S. Averkiev, M. S. Sarychev, O. I. Semenova, and O. E. Tereshchenko, J. Phys. D: Appl. Phys. **55**, 095105 (2022).

Pis'ma v ZhETF, vol. 116, iss. 1, pp. 60 – 61 © 2022 July 10

Riemann–Cartan gravity with dynamical signature

S. Bondarenko, M. A. Zubkov[1)]

Physics Department, Ariel University, 40700 Ariel, Israel

Submitted 18 March 2022
Resubmitted 9 May 2022
Accepted 19 May 2022

DOI: 10.31857/S1234567822130092, EDN: ixkptw

Model of Riemann–Cartan gravity with varying signature of metric is considered. The basic dynamical variables of the formalism are vierbein, spin connection, and an internal metric in the tangent space. The corresponding action contains new terms, which depend on these fields. In general case the signature of the metric is determined dynamically. The Minkowski signature is preferred dynamically because the configurations with the other signatures are dynamically suppressed. We also discuss briefly the motion of particles in the background of the modified black hole configuration, in which inside the horizon the signature is that of Euclidean space-time.

Our first basic variable is vierbein e^a_μ, which is matrix 4×4. Metric is composed of vierbein as follows $g_{\mu\nu} = O_{ab}\, e^a_\mu\, e^b_\nu$, the real symmetric matrix O is our second dynamical variable, which plays the role of metric on tangent space. The case of space-time with Minkowski signature corresponds to the choice $O = \mathrm{diag}(1,-1,-1,-1)$ while the case of Euclidean signature is $O = \mathrm{diag}(1,1,1,1)$. The choices $O = \mathrm{diag}(-1,1,1,1)$ and $O = \mathrm{diag}(-1,-1,-1,-1)$ also represent Minkowski and Euclidean signatures correspondingly. The cases $O = \mathrm{diag}(-1,-1,1,1)$ and $O = \mathrm{diag}(1,1,-1,-1)$ represent the signature, which is typically not considered in the framework of conventional quantum field theory. $O(4)$ transformations Ω of vierbein $e^a_\mu \to \Omega^a_b e^b_\mu$ together with rescaling $e^a_\mu \to \Lambda^a_b e^b_\mu$ (where $\Lambda = \mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4)$ with positive λ_i) are able to reduce the general form of matrix O to the six above mentioned canonical forms.

We introduce connection $\omega^a_{\mu b}$ that belongs to algebra of $SL(4,R)$. As well as in conventional case we define the inverse vierbein matrices through $E^\mu_a e^a_\nu = \delta^\mu_\nu$, $E^\mu_a e^b_\mu = \delta^b_a$ while metric with upper indices is defined through $g^{\mu\nu} g_{\nu\rho} = E^\mu_a E^\nu_b \mathcal{O}^{ab} e^c_\nu e^d_\rho O_{cd} = \delta^\mu_\rho$ with $\mathcal{O}$ matrix such that $\mathcal{O}^{ab} O_{bc} = \delta^a_c$. One can construct the following action quadratic in the derivatives of O: $S_O = \int d^4x e\sqrt{O} E^\mu_c E^\nu_f \left(D_\mu O\right)_{ab} \left(D_\nu O\right)_{de} \alpha^{abc;def}$ with $e = \det e = \frac{1}{4!}\, e^a_\mu e^b_\nu e^c_\rho e^d_\sigma \epsilon_{abcd} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$, $\sqrt{O} = \sqrt{\det O}$. Tensor α is to be composed of O. We may represent the above term in the action also through the tetrad components of the derivatives of O: $E^\mu_c D_\mu O_{ab} = O_{ab;c}$. Modified Einstein–Cartan action reads $S_\omega = -m_P^2 \int d^4x e\sqrt{O} \mathcal{R}^a_{\mu\nu b} E^\mu_a E^\nu_d \mathcal{O}^{bd}$. Here $\mathcal{R}$ is curvature of gauge field ω. Besides, we may consider terms quadratic in curvature. In order to classify these terms we introduce first the tetrad components of curvature: $\mathcal{R}_{abcd} = E^\mu_c E^\nu_d O_{ad} \mathcal{R}^d_{\mu\nu b}$. The general form of the action quadratic in curvature has the form: $S_R = \int d^4x e\sqrt{O} \mathcal{R}_{a_1b_1c_1d_1} \mathcal{R}_{a_2b_2c_2d_2} \gamma^{a_1b_1c_1d_1a_2b_2c_2d_2}$, tensor γ is composed of matrices $\mathcal{O}$. Another terms in the action may be composed of the covariant derivative of vielbein $e^a_{\mu;\nu} = D_\nu e^a_\mu$. We define the tetrad components of the derivatives of vierbein as $e_{ab;c} = O_{ad} E^\mu_b E^\nu_c D_\mu e^d_\nu$. There may be several independent terms quadratic in this derivative. Those ones have the form $S_e = \int d^4x e\sqrt{O} e_{a_1b_1;c_1} e_{a_2b_2;c_2} \zeta^{a_1b_1c_1a_2b_2c_2}$. The most general form of tensor ζ is given in our paper. There is also the mixed term $S_{Oe} = \int d^4x\, e\sqrt{O}\, e_{a_1b_1;c_1} O_{a_2b_2;c_2} \eta^{a_1b_1c_1a_2b_2c_2}$ with parameters $\eta^{a_1b_1c_1a_2b_2c_2}$. Finally, one may add the trivial cosmological constant term: $S_\lambda = -\lambda \int d^4x e\sqrt{O}$.

Partition function may be written as

$$Z = \int DeDOD\omega e^{-S_O - S_\omega - S_R - S_e - S_{Oe} - S_\lambda}.$$

One can always choose the coefficients in the action $(\alpha_i, \zeta_\sigma, \gamma_\sigma, \eta_\sigma, \lambda)$ in such a way that the action is bounded from below for the case of real positive $\sqrt{\det O}$. Moreover, we require that Euclidean action is positively defined. This allows to define the self-consistent quantum theory. In this theory the fluctuations of fields appear to be exponentially suppressed for real positive $\sqrt{\det O}$. At the same time negative $\det O$ results in the appearance of imaginary unity in the exponent. The corresponding configurations are not exponentially suppressed and dominate over the configurations with

[1)]e-mail: mikhailzu@ariel.ac.il.

positive $\det O$. This is the way how the signature $(1, -1, -1, -1)$ (or $(-1, 1, 1, 1)$) is distinguished dynamically.

As an illustration of our general construction we considered roughly the modification of the black hole solution, in which outside of the horizon it looks like an ordinary Schwarzshield solution (considered in Gullstrand–Painleve reference frame). Inside of the horizon the expression for the vielbein remains the same as in the ordinary Painleve–Gullstrand black hole, but the matrix O_{ab} changes signature to that of Euclidean space-time. We do not have an intention to consider the given configuration as a real classical solution, buth rather look at it as a toy model of the black hole-like configuration with the signature change. On the background of this configuration the motion of a massive particle is considered briefly. It is worth mentioning that such a configuration may appear at a certain stage of the gravitational collapse, when the singularity appears in the classical solution of Einstein equations close to center of the BH. Then the quantum dynamics comes into play, and the signature change might occur inside the horizon.

This is an excerpt of the article "Riemann–Cartan gravity with dynamical signature". Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022601002

Pis'ma v ZhETF, vol. 116, iss. 1, pp. 62 – 63 © 2022 July 10

On series and integral representations of some NRQCD master integrals

M. A. Bezuglov[+*×1)], *A. V. Kotikov*[+], *A. I. Onishchenko*[+×°]

[+]*Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia*

[*]*Moscow Institute of Physics and Technology (State University), 141701 Dolgoprudny, Russia*

[×]*Budker Institute of Nuclear Physics, 630090 Novosibirsk, Russia*

[°]*Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Moscow State University, 119991 Moscow, Russia*

Submitted 13 May 2022
Resubmitted 23 May 2022
Accepted 24 May 2022

DOI: 10.31857/S1234567822130109, EDN: ixlbai

At present we have a lot of techniques for calculating multiloop Feynman diagrams, see [1–3] for recent reviews. A particular useful method is the solution of some system of differential equations [4–10]. In many cases the results for Feynman diagrams can be written in terms of multiple polylogarithms (MPLs) [11–13], which is well studied class of functions at the moment. In this particular case the corresponding system of differential equations can be reduced to the so-called ϵ-form [9, 10, 14]. When it is not possible we are required to introduce both new more general classes of functions and new solution techniques.

In the present short note, we use an example a set of two-loop master integrals arising in the process of matching of QCD to NRQCD. We are considering master integrals for a family of Feynman integrals studied previously in [15, 16]. The latter is defined as

$$J^{mM}_{b_1 b_2 b_3 a_1 a_2} = \int \frac{d^d k d^d l}{\pi^2} \frac{1}{D_1^{b_1} D_2^{b_2} D_3^{b_3} D_4^{a_1} D_5^{a_2}}, \quad (1)$$

where the propagators are $D_1 = (k+q_1)^2 - m^2$, $D_2 = (k-q_2)^2 - m^2$, $D_3 = k^2 - m^2$, $D_4 = (l + \frac{q_1 - q_2}{2})^2 - M^2$, $D_5 = (l-k)^2 - M^2$ and the kinematics is given by $q_1^2 = q_2^2 = 0$ and $q_1 \cdot q_2 = 2m^2$. A graphical representation of this family of integrals can be found in Fig. 1, where we defined $p = \frac{1}{2}(q_1 + q_1)$. Using integration by parts (IBP) relations [17, 18] all integrals in this family can be reduced to the set of 9 master integrals. The latter can be chosen as

$$(J_1, \ldots, J_9)^\top = \Big\{ J^{mM}_{00011}, J^{mM}_{00101}, J^{mM}_{00111}, J^{mM}_{00211}, J^{mM}_{00121}, J^{mM}_{01011}, J^{mM}_{02011}, J^{mM}_{01111}, J^{mM}_{11101} \Big\}^\top.$$

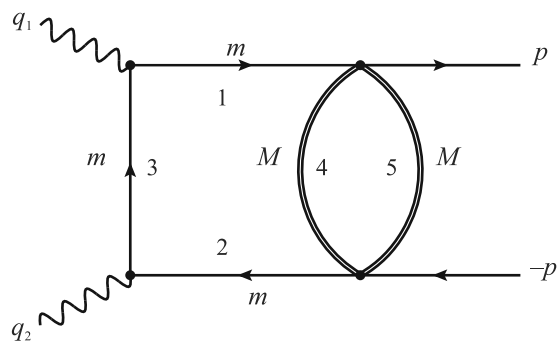

Fig. 1. Graphical representation for the family of integrals in Eq. (1)

In the first part of the work we following [27] consider analytical Frobenius[2)] solutions of our master integrals for general values of space-time dimension. It turns out, that if we look for solutions of the system of differential equations in the form of Frobenius power series in the square of mass ratio m^2/M^2, then the recurrence relations for the series coefficients can be reduced to first-order difference equations. The solution of the latter does not cause any difficulties. The final result can then be rewritten in terms of generalized hypergeometric functions ${}_3F_2$, ${}_4F_3$ and ${}_5F_4$. Next, we discuss the use of Feynman parameter trick to reduce the problem of evaluation of two-loop master integrals to effective one-loop problem. The latter can then be solved with the use of differential equations method with respect to mentioned Feynman parameter [15, 16, 25, 26]. Note, that similar Feynman parameter trick was used before in [28–31] under the name of effective mass approach [4, 6, 32]. In the last part we show how the exact Frobenius results in terms of hypergeometric ${}_pF_q$- functions

1)e-mail: bezuglov.ma@phystech.edu

2)For previous applications of Frobenius method in the context of Feynman diagrams see for example [16, 19–24].

can be transformed into corresponding integral representations exact in space-time dimension.

The obtained results agree with those obtained previously when either exact results exists or up to available expansion order in ϵ. The presented techniques for obtaining Frobenius power series and integral representations are both simple and powerful enough with a great potential for their extension to other problems.

This work was supported by Russian Science Foundation, grant #20-12-00205. The authors also would like to thank Heisenberg–Landau program.

This is an excerpt of the article "On series and integral representations of some NRQCD master integrals". Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364022601026

1. S. Weinzierl, Report number: MITP/22-001, 1 (2022); arXiv:2201.03593.
2. S. Abreu, R. Britto, and C. Duhr, arXiv:2203.13014.
3. A. V. Kotikov, arXiv:2102.07424.
4. A. V. Kotikov, Phys. Lett. B **254**, 158 (1991).
5. A. V. Kotikov, Mod. Phys. Lett. A **6**, 677 (1991).
6. A. V. Kotikov, Phys. Lett. B **259**, 314 (1991).
7. A. V. Kotikov, Phys. Lett. B **267**, 123 (1991).
8. E. Remiddi, Nuovo Cim. A **110**, 1435 (1997); arXiv:hep-th/9711188.
9. J. M. Henn, Phys. Rev. Lett. **110**, 251601 (2013); arXiv:1304.1806.
10. R. N. Lee, JHEP **04**, 108 (2015); arXiv:1411.0911.
11. A. B. Goncharov, Math. Res. Lett. **5**, 497 (1998); arXiv:1105.2076.
12. E. Remiddi and J. A. M. Vermaseren, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 725 (2000); arXiv:hep-ph/9905237.
13. A. B. Goncharov, arXiv:math/0103059.
14. R. N. Lee and A. A. Pomeransky, arXiv:1707.07856.
15. B. A. Kniehl, A. V. Kotikov, A. Onishchenko, and O. Veretin, Nucl. Phys. B **738**, 306 (2006); arXiv:hep-ph/0510235.
16. B. A. Kniehl, A. V. Kotikov, A. I. Onishchenko, and O. L. Veretin, Nucl. Phys. B **948**, 114780 (2019); arXiv:1907.04638.
17. F. V. Tkachov, Phys. Lett. B **100**, 65 (1981).
18. K. G. Chetyrkin and F. V. Tkachov, Nucl. Phys. B **192**, 159 (1981).
19. R. Mueller and D. G. Öztürk, JHEP **08**, 055 (2016); arXiv:1512.08570.
20. K. Melnikov, L. Tancredi, and C. Wever, JHEP **11**, 104 (2016); arXiv:1610.03747.
21. B. A. Kniehl, A. F. Pikelner, and O. L. Veretin, JHEP **08**, 024 (2017); arXiv:1705.05136.
22. R. N. Lee, A. V. Smirnov and V. A. Smirnov, JHEP **03**, 008 (2018); arXiv:1709.07525.
23. R. N. Lee, A. V. Smirnov, and V. A. Smirnov, JHEP **07**, 102 (2018); arXiv:1805.00227.
24. K. Bönisch, C. Duhr, F. Fischbach, A. Klemm, and C. Nega, arXiv:2108.05310.
25. M. Hidding and F. Moriello, JHEP **01**, 169 (2019); arXiv:1712.04441.
26. M. A. Bezuglov, A. I. Onishchenko, and O. L. Veretin, Nucl. Phys. B **963**, 115302 (2021); arXiv:2011.13337.
27. M. A. Bezuglov and A. I. Onishchenko, JHEP **04**, 045 (2022); arXiv:2112.05096.
28. J. Fleischer, A. V. Kotikov, and O. L. Veretin, Phys. Lett. B **417**, 163 (1998); arXiv:hep-ph/9707492.
29. J. Fleischer, A. V. Kotikov, and O. L. Veretin, Nucl. Phys. B **547**, 343 (1999); arXiv:hep-ph/9808242.
30. J. Fleischer, M. Y. Kalmykov, and A. V. Kotikov, Phys. Lett. B **462**, 169 (1999); arXiv:hep-ph/9905249.
31. B. A. Kniehl and A. V. Kotikov, Phys. Lett. B **638**, 531 (2006); arXiv:hep-ph/0508238.
32. B. A. Kniehl and A. V. Kotikov, Phys. Lett. B **712**, 233 (2012); arXiv:1202.2242.

Р О С С И Й С К А Я А К А Д Е М И Я Н А У К

П И С Ь М А
В
ЖУРНАЛ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

том 116

Выпуск 2

25 июля 2022

Журнал издается под руководством
Отделения физических наук РАН

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора
Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией *И. В. Подыниглазова*

Адрес редакции	119334 Москва, ул. Косыгина 2
тел./факс	(499)-137-75-89
e-mail	letters@kapitza.ras.ru
Web-страница	http://www.jetpletters.ac.ru

Интернет-версия английского издания
http://www.springerlink.com/content/1090-6487

© Российская академия наук, 2022

© Редколлегия журнала “Письма в ЖЭТФ” (составитель), 2022

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 67 – 73 © 2022 г. 25 июля

О предельной длине усиления флуоресценции при лазерной накачке случайно-неоднородных сред

Д. А. Зимняков[+*1)], *С. С. Волчков*[+], *Л. А. Кочкуров*[+], *А. Ф. Дорогов*[+]

[+]*Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина, 410054 Саратов, Россия*

[*]*Институт проблем точной механики и управления РАН, 410028 Саратов, Россия*

Поступила в редакцию 13 мая 2022 г.
После переработки 25 мая 2022 г.
Принята к публикации 27 мая 2022 г.

Представлены результаты исследований эффекта насыщения спектрального качества флуоресцентного отклика случайно-неоднородных сред при внешней лазерной накачке с интенсивностями выше порога стохастической лазерной генерации в среде. Установлено, что насыщение спектрального качества флуоресценции обусловлено убыванием длины усиления флуоресценции в среде до предельного значения, определяемого средним размером ассоциируемых с лазерными спеклами локальных эмиттеров флуоресценции и фактором радиационного обмена между эмиттерами.

DOI: 10.31857/S1234567822140014, EDN: ixpebm

В 1967 году В. С. Летохов рассмотрел эффект генерации излучения в случайно-неоднородных средах с отрицательным резонансным поглощением [1]. Продолжительное время эта работа оставалась невостребованной, однако 1990-х гг. начался бум в исследованиях безрезонаторных лазерных систем на основе случайно-неоднородных сред [2–18]. Наблюдаемое в подобных средах сужение спектра флуоресценции имеет в зависимости от интенсивности внешней накачки I_p пороговый характер и интерпретируется как переход от режима спонтанной флуоресценции к стохастической лазерной генерации (*random lasing*, в дальнейшем СЛГ). Помимо порогового характера зависимости полуширины спектра флуоресценции от I_p, характерной особенностью СЛГ является практическое отсутствие влияния I_p на полуширину спектра эмиссии в запороговом режиме. Кроме того, предельные значения фактора спектрального качества флуоресценции $Q_{sp} = \Delta\lambda_{f,\max}/\Delta\lambda_{f,\min}$ для различных систем на основе комбинаций рассеивающих сред с флуорофорами имеют достаточно близкие значения в интервале от ≈ 5 до ≈ 10 [2, 4, 14, 15, 18] ($\Delta\lambda_{f,\max}, \Delta\lambda_{f,\min}$ – полуширины спектров в спонтанном режиме и при значениях I_p, существенно превышающих порог СЛГ, условно определяемый при $Q_{sp} = 2$). Механизм насыщения Q_{sp} и близости насыщенных значений Q_{sp} для различных систем неочевиден, несмотря на значительное число работ, посвященных различным аспектам СЛГ.

Обычно при описании распространения лазерного света и флуоресцентного излучения в случайно-неоднородных средах применяется диффузионное приближение [7, 8, 13], не позволяющее учесть эффект стохастической интерференции парциальных составляющих светового поля накачки. Как правило, в экспериментах по возбуждению СЛГ длина когерентности накачки существенно превышает характерный масштаб распространения излучения в среде. В результате имеет место спекл-модуляция поля накачки, оказывающая влияние на пространственное распределение локальных значений плотности энергии лазерного излучения и флуоресцентного отклика в накачиваемом объеме. В [18] рассмотрено влияние спекл-модуляции накачки, приводящей к возникновению в среде во время действия импульса накачки стохастического ансамбля локальных эмиттеров, ассоциируемых с лазерными спеклами. В сильно рассеивающих средах, характеризуемых диффузионным режимом распространения лазерного излучения, средний размер лазерных спеклов $\langle d\rangle \leq \lambda_p$, где λ_p – длина волны накачки. Критерий $\langle d\rangle \leq \lambda_p$ согласуется с проведенной в [18] оценкой характерного размера локальных эмиттеров на основе сопоставления типичных значений фактора Парселла [19] и параметра $\bar{\lambda}_f/\Delta\lambda_{f,\min}$ для флуоресцирующих случайно-неоднородных сред при высоких уровнях I_p. В [18] показано, что к числу ключевых факторов, определяющих флуоресцентный отклик среды в зависимости от I_p, является усредненное по

1)e-mail: zimnykov@mail.ru

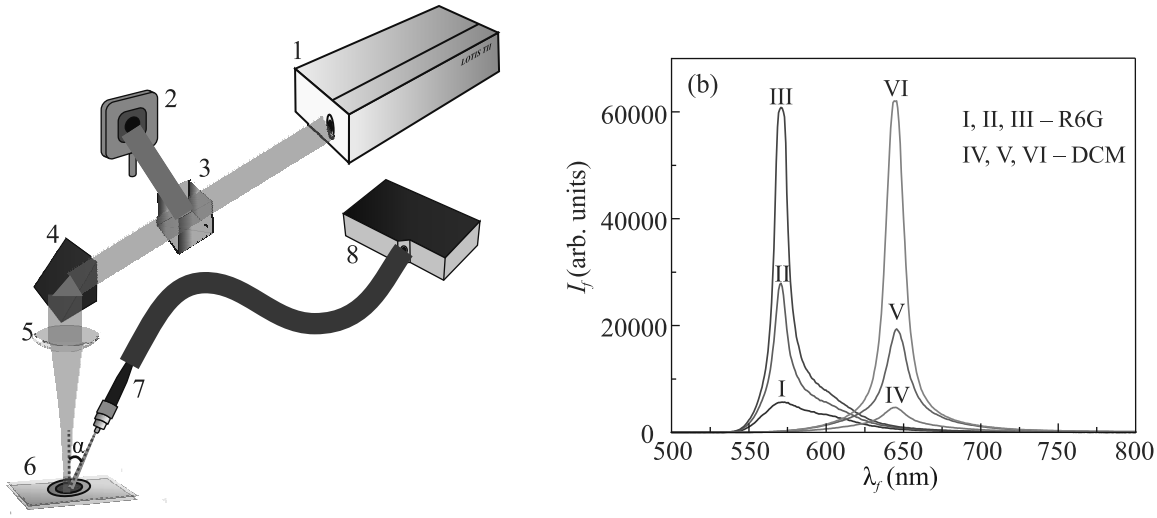

Рис. 1a. (Цветной онлайн) (a) – Схема экспериментальной установки: *1* – лазер; *2* – измеритель энергии лазерного излучения; *3* – светоделитель; *4* – поворотная призма; *5* – собирающая линза (фокусное расстояние $F = 150$ мм); *6* – контейнер с образцом; *7* – волоконно-оптический патчкорд ($\alpha \approx 20°$); *8* – спектрометр. (b) – Спектры флуоресценции исследуемых слоев TiO_2, насыщенных раствором R6G (I, II, III) и DCM (IV, V, VI) при возбуждении на 532 нм; I – $I_p = 1.0{\cdot}10^6$ Вт/см^2; II – $I_p = 2.6{\cdot}10^7$ Вт/см^2; III – $I_p = 3.9{\cdot}10^7$ Вт/см^2; IV – $I_p = 2.2{\cdot}10^7$ Вт/см^2; V – $I_p = 1.0{\cdot}10^8$ Вт/см^2; VI – $I_p = 1.8 \cdot 10^8$ Вт/см^2

ансамблю сечение радиационных потерь локальных эмиттеров.

Целью работы явилась интерпретация общего для систем "рассеивающая среда-флуорофор" эффекта насыщения фактора спектрального качества на основе моделирования предельных состояний ансамблей локальных эмиттеров флуоресценции при больших I_p и сопоставления результатов моделирования с экспериментальными данными.

Экспериментальные исследования влияния I_p на Q_{sp} проводились по традиционной схеме исследования СЛГ (рис. 1a; см., например, [2, 15, 18]). Накачка образцов осуществлялась сфокусированным лазерным пучком (лазер Lotis TII LS-2145 (1), $\lambda_p = 532$ нм, длительность импульса $\tau_i = 10$ нс, частота повторения импульсов 10 Гц, энергия импульсов E_p – от 0.02 до 20 мДж). Контроль энергии импульсов накачки осуществлялся с помощью светоделителя (3) и измерителя энергии лазерного излучения Gentec Maestro (2). Перед началом измерений была проведена предварительная калибровка с целью установления соответствия между показаниями измерителя (2) и значениями энергии импульсов в зоне воздействия. Флуоресцентный отклик регистрировался с помощью волоконно-оптического патчкорда ((7), Ocean Optics P200-5-UV-VIS), входной торец которого располагался на расстоянии ≈ 50 мм от зоны воздействия. Выходной торец патчкорда был подключен к спектрометру Ocean Optics QE65000 (8). Регистрация спектров флуоресценции была синхронизирована с накачкой, производимой пакетами из 5 лазерных импульсов (с целью исключения фотодеградации образцов, имеющей место при длительных воздействиях), и осуществлялась с временем накопления спектрометра, равным 500 мс.

В качестве образцов использовались слои плотноупакованных полидисперсных наночастиц анатаза (продукт #637254 от Sigma Aldrich Inc., средний диаметр не более 25 нм), насыщенные растворами лазерных красителей (родамин 6Ж (R6G) и 4-дицианометилен-2-метил-6-[4-(ди-метиламино)-стирил]-4H-пиран (DCM)) в этаноле. Толщина слоев составляла $\approx (0.94 \pm 0.04)$ мм; объемная доля частиц в слоях, определенная с помощью массволюмометрических измерений, составляла $\approx (0.22 \pm \pm 0.02)$. Слои находились в цилиндрических контейнерах с внутренним диаметром 20 мм и высотой 1.5 мм, расположенных на стеклянных подложках. Перед началом экспериментов были проведены измерения транспортных длин l^* [20] распространения излучения в слоях для длин волн $\lambda_p = 532$ нм (накачка), $\bar{\lambda}_{f,R6G} \approx 597$ нм и $\bar{\lambda}_{f,DCM} \approx 675$ нм (средние длины волн флуоресценции), а также длин поглощения $l_a = (\mu_a)^{-1}$ излучения накачки растворами красителей. Значения $l^*_{532} \approx (2.50 \pm 0.20)$ мкм, $l^*_{597} \approx (2.85 \pm 0.20)$ мкм и $l^*_{675} \approx (3.20 \pm 0.25)$ мкм были определены на основе измерений коэффициентов диффузного пропускания слоев по методике,

описанной в [18]. Значения длины поглощения l_a на 532 нм определялись путем измерений коллимированного пропускания растворов красителей с различной молярной концентрацией в кюветах различной толщины. Исходя из полученных данных, были выбраны молярные концентрации, обеспечивающие близкие значения l_a для исследуемых образцов. Соответственно, они составили $c_{R6G} \approx 3.4 \cdot 10^{-3}$ M и $c_{DCM} \approx 6.1 \cdot 10^{-2}$ M, что обеспечивало значения $l_{a,DCM} \approx (45.0 \pm 4.0)$ мкм и $l_{a,R6G} \approx (53.0 \pm 5.0)$ мкм для $\lambda_p = 532$ нм.

Исходя из более высокого порога СЛГ для DCM-насыщенных образцов, они располагались вблизи плоскости перетяжки сфокусированного пучка; при этом диаметр зоны воздействия, предварительно оцененный путем поперечного сканирования зоны воздействия без образца ножом Фуко с одновременным измерением энергии прошедшего излучения, составил $d_p \approx 100$ мкм. R6G-насыщенные образцы, характеризуемые значительно меньшим порогом, располагались в сходящемся пучке вне зоны перетяжки; при этом $d_p \approx 1000$ мкм. Интенсивность накачки определялась на основе измерений энергии лазерных импульсов как $I_p \approx 4E_p/\pi d_p^2 \tau_i$. В ходе экспериментов после каждого цикла воздействия из 5 импульсов образцы сдвигались в поперечном направлении на величину, превышающую d_p (с целью дополнительной минимизации влияния фотодеградации). На рисунке 1b выборочно представлены спектры флуоресценции образцов при различных уровнях накачки; интенсивность флуоресценции выражена в показаниях спектрометра. Соответствующий накачке пик на 532 нм исключен.

На рисунке 2 представлены восстановленные из спектров флуоресценции зависимости Q_{sp} от I_p для исследуемых образцов, используемые для сопоставления с данными моделирования. Маркеры соответствуют значениям Q_{sp}, усредненным по группам из 5 спектров, каждый из которых получен при фиксированной E_p при различных положениях образцов в поперечной плоскости.

В [18] предложена кинетическая модель формирования усредненного по спектру флуоресцентного отклика $\langle I_f(t)\rangle_\lambda$ для ассоциируемого с лазерным спеклом локального эмиттера в накачиваемой случайно-неоднородной среде:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\sigma_a}{h\nu_p} I_p(t)\{1-f\} - \frac{\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda}{\langle h\nu_f\rangle_\lambda}\langle I_f(t)\rangle_\lambda f + \\ + \frac{\langle\sigma_{sa}\rangle_\lambda}{\langle h\nu_f\rangle_\lambda}\langle I_f(t)\rangle_\lambda\{1-f\} - \delta f, \qquad (1)$$

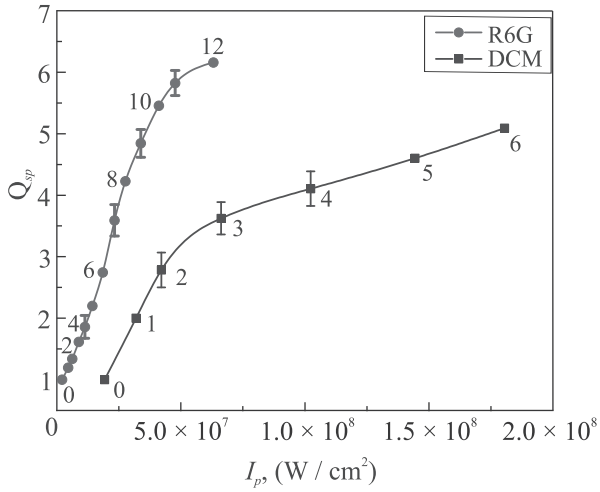

Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимости фактора спектрального качества флуоресценции от интенсивности накачки для исследуемых образцов. Красная кривая – R6G-насыщенный слой; синяя кривая – DCM-насыщенный слой. Выборочно показанные доверительные интервалы соответствуют уровню значимости 0.9

$$\frac{d\langle I_f(t)\rangle_\lambda}{dt} = \left\{ \frac{\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda}{\langle h\nu_f\rangle_\lambda}\langle I_f(t)\rangle_\lambda f + \delta f - \right. \\ - \frac{\langle\sigma_{sa}\rangle_\lambda}{\langle h\nu_f\rangle_\lambda}\langle I_f(t)\rangle_\lambda\{1-f\} - \\ \left. - \frac{\sigma_{rad}}{\langle h\nu_f\rangle_\lambda}\langle I_f(t)\rangle_\lambda \right\} n_0 \langle h\nu_f\rangle_\lambda \upsilon, \qquad (2)$$

где σ_a – сечение поглощения молекулы флуорофора, $h\nu_p$ – энергия кванта накачки, f – населенность возбужденного состояния молекул флуорофора, $\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda$, $\langle h\nu_f\rangle_\lambda$, $\langle\sigma_{sa}\rangle_\lambda$ – усредненные по спектру сечение индуцированного излучения молекул флуорофора, энергия кванта и сечение самопоглощения флуоресценции, δ – скорость спонтанной релаксации возбужденного состояния молекул флуорофора, $\sigma_{\rm rad}$ – сечение радиационных потерь локального эмиттера, n_0 – концентрация молекул флуорофора в среде, υ – скорость света в среде. Рассмотренная в [18] феноменологическая модель радиационных потерь для единичного локального эмиттера сферической формы основана на следующих предположениях: в произвольно выбранный момент времени находящиеся в объеме эмиттера кванты флуоресценции распределены в объеме эмиттера диаметром $\langle d\rangle$ с объемной плотностью $\tilde{N}_f$; плотность квантов вне эмиттера равна 0; направления распространения квантов в эмиттере равномерно распределены в телесном угле 4π; распространение квантов на расстояниях, существенно меньших l^*, является баллистическим. Скорость изменения $\tilde{N}_f$ вследствие излуче-

ния части квантов из эмиттера определяется отношением потока квантов через границу эмиттера к его объему $V_{\rm em}$: $(d\tilde{N}_f/dt)_{\rm rad} = -3\tilde{N}_f v/2\langle d\rangle$. Рассматривая вклад $(d\tilde{N}_f/dt)_{\rm rad}$ в кинетику изменения $\langle I_f\rangle_\lambda$, можно получить следующее выражение для сечения радиационных потерь единичного локального эмиттера без учета притока квантов из других эмиттеров (оценка сечения радиационных потерь сверху) [18]: $\sigma_{rad}^{\max} = 3/2n_0\langle d\rangle$. Приток квантов из других эмиттеров приводит к существенному уменьшению σ_{rad} в сравнении с $\sigma_{\rm rad}^{\max}$, что может быть учтено введением фактора радиационного обмена $0 < K \ll 1$ [21]: $\langle\sigma_{\rm rad}\rangle = K/n_0\langle d\rangle$.

Качественный анализ представленных в литературе спектров поглощения и флуоресценции различных лазерных красителей (в том числе R6G и DCM) позволяет предположить, что вклад самопоглощения ($\langle\sigma_{sa}\rangle_\lambda$) в кинетику формирования флуоресцентного отклика мал по сравнению с процессами возбуждения центров флуоресценции (σ_a), спонтанного (δ) и вынужденного ($\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda$) излучения. Оценка модельных параметров для исследуемых образцов производилась на основе результатов измерений l_a и литературных данных о кинетике затухания спонтанной флуоресценции для R6G и DCM [22, 23]; значения $\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda$ вычислялись по полученным спектрам флуоресценции с использованием подхода, описанного в [18]. В результате получены следующие значения: $\sigma_{a,DCM} \approx (6.0 \pm 0.5)\cdot 10^{-18}\,\text{см}^2$, $\sigma_{a,R6G} \approx (9.1 \pm 0.6)\cdot 10^{-17}\,\text{см}^2$, $\langle\sigma_{st}\rangle_{\lambda,R6G} \approx (2.8 \pm 0.3)\times 10^{-16}\,\text{см}^2$, $\langle\sigma_{st}\rangle_{\lambda,DCM} \approx (1.1\pm0.1)\cdot10^{-15}\,\text{см}^2$, $\delta_{R6G} \approx (2.6\pm0.2)\cdot10^8\,\text{с}$, $\delta_{DCM} \approx (1.0\pm0.1)\cdot10^9\,\text{с}$. Отметим значительно меньшую эффективность накачки возбужденного состояния и существенно большие скорости спонтанной и индуцированной излучательной рекомбинации для молекул DCM в сравнении с молекулами R6G.

Численное моделирование флуоресцентного отклика R6G- и DCM-насыщенных слоев при накачке прямоугольными импульсами лазерного излучения с длительностью 10 нс показывает, что при $I_p \geq 1\times 10^6\,\text{Вт/см}^2$ характерные времена выхода флуоресцентного отклика в стационарное состояние ($df/dt = 0$, $d\langle I_f(t)\rangle_\lambda/dt = 0$) существенно меньше длительности импульса накачки. Соответственно, система (1), (2) при пренебрежимо малом самопоглощении флуоресценции сводится к системе двух уравнений:

$$\langle I_f\rangle_\lambda = \frac{\delta f\langle h\nu_f\rangle_\lambda}{\langle\sigma_{\rm rad}\rangle - \langle\sigma_{st}\rangle_\lambda f}\,,$$
$$\langle I_f\rangle_\lambda = \left(\frac{\sigma_a}{h\nu_p}I_p\{1-f\} - \delta f\right)\frac{\langle h\nu_f\rangle_\lambda}{\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda f}\,. \qquad (3)$$

Анализ системы (3) показывает, что с ростом амплитуды импульса накачки I_p населенность f стремится к предельному значению $f_{\rm ext} = \langle\sigma_{\rm rad}\rangle/\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda$. Исходя из значительно большей величины $\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda$ в случае DCM, следует ожидать существенно меньшее предельное значение $f_{\rm ext}$ для DCM-насыщенного слоя в сравнении с R6G-насыщенным слоем.

Приводящий к сужению спектра эффект усиления флуоресценции может быть рассмотрен на основе анализа вероятностей реализации последовательностей актов индуцированного излучения квантов флуоресценции при их распространении в накачиваемой среде. Обсуждаемая модель усиления флуоресценции иллюстрируется рис. 3. Исходя из предполо-

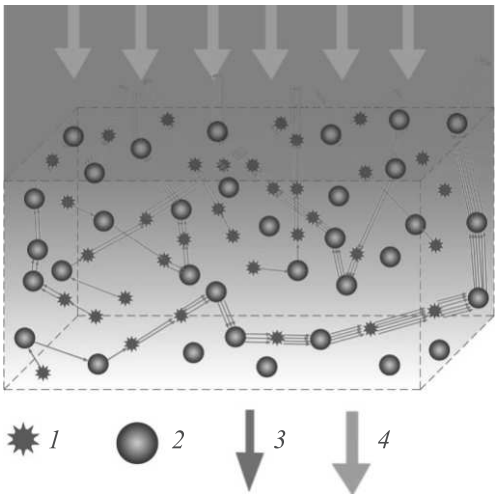

Рис. 3. (Цветной онлайн) Отображение рассматриваемой вероятностной модели усиления флуоресценции в накачиваемой случайно-неоднородной среде; *1* – возбужденные молекулы флуорофора; *2* – рассеиватели (наночастицы анатаза); *3* – флуоресценция; *4* – накачка

жения о статистической независимости актов индуцированного излучения при распространении пакета квантов, плотность условной вероятности регистрации пакета из $n+1$ квантов, соответствующих длине волны λ_f может быть представлена как:

$$\tilde{p}_{n+1}(\lambda_f) = p_{sp}(\lambda_f)p_{st}^n(\lambda_f), \qquad (4)$$

где $p_{sp}(\lambda_f)$ и $p_{st}(\lambda_f)$ – плотности безусловных вероятностей спонтанного и индуцированного излучения квантов. Для пакета квантов, распространившегося в среде на расстояние s, число актов индуцированного излучения может быть оценено как $n \approx s/l_{st}$, где $l_{st} \approx (\sigma_{st}n_0 f)^{-1}$ – характерная длина усиления флуоресценции. Плотность безусловной вероятности обнаружения пакета $n+1$ квантов для длины волны λ_f среди аналогичных пакетов, соответствующих

другим длинам волн, может быть получена из условия нормировки:

$$p_{n+1}(\lambda_f) = \frac{\tilde{p}_{n+1}(\lambda_f)}{\int\limits_0^\infty \tilde{p}_{n+1}(\lambda_f)d\lambda_f}. \quad (5)$$

Плотности вероятности единичных актов $p_{sp}(\lambda_f)$ и $p_{st}(\lambda_f)$ могут быть выражены через спектральную плотность спонтанной флуоресценции $S_{sp}(\lambda_f) = S(\lambda_f, I_p \to 0)$:

$$p_{sp}(\lambda_f) = \frac{(S_{sp}(\lambda_f)/(hc/\lambda_f))}{\int\limits_0^\infty (S_{sp}(\lambda_f)/(hc/\lambda_f))d\lambda_f} = \frac{\lambda_f S_{sp}(\lambda_f)}{\int\limits_0^\infty \lambda_f S_{sp}(\lambda_f)d\lambda_f},$$

$$p_{sp}(\lambda_f) \approx \Psi p_{st}(\lambda_f). \quad (6)$$

Здесь введен коэффициент пропорциональности Ψ между значениями плотности вероятности актов спонтанной и индуцированной эмиссии; в результате нормировки (5) этот коэффициент исключается из рассмотрения. Таким образом,

$$p_{n+1}(\lambda) = \frac{\left\{\lambda S_{sp}(\lambda) \Big/ \int\limits_0^\infty \lambda S_{sp}(\lambda)d\lambda\right\}^{n+1}}{\int\limits_0^\infty \left\{\lambda' S_{sp}(\lambda') \Big/ \int\limits_0^\infty \lambda S_{sp}(\lambda)d\lambda\right\}^{n+1} d\lambda'} = \frac{\{\lambda S_{sp}(\lambda)\}^{n+1}}{\int\limits_0^\infty \{\lambda' S_{sp}(\lambda')\}^{n+1} d\lambda'}. \quad (7)$$

Вклад пакетов, состоящих из $n+1$ квантов, в нормированную спектральную плотность флуоресцентного отклика на длине волны λ_f может быть представлен как

$$\tilde{S}_{n+1}(\lambda) = \frac{S_{n+1}(\lambda)}{\int\limits_0^\infty S_{n+1}(\lambda)d\lambda} = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \cdot p_{n+1}(\lambda) = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \cdot \frac{\{\lambda S_{sp}(\lambda)\}^{n+1}}{\int\limits_0^\infty \{\lambda' S_{sp}(\lambda')\}^{n+1} d\lambda'}. \quad (8)$$

Нормированная спектральная плотность флуоресцентного отклика может быть представлена как:

$$\tilde{S}(\lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \tilde{S}_{n+1}(\lambda) p_s(n+1), \qquad \sum_{n=0}^{\infty} p_s(n) = 1. \quad (9)$$

Здесь $p_s(n)$ – вероятность обнаружения пакетов из n квантов в регистрируемом отклике. Переходя от дискретного описания статистики парциальных составляющих флуоресцентного поля в среде к непрерывному (см., например, [24]) и вводя в рассмотрение функцию плотности вероятности путей парциальных составляющих флуоресцентного отклика $\rho(s)$, преобразуем (9) к следующей форме:

$$\tilde{S}(\lambda) = \int\limits_0^\infty \tilde{S}_{s/l_{st}+1}(\lambda)\rho(s)ds; \qquad \int\limits_0^\infty \rho(s)ds = 1, \quad (10)$$

где индекс $s/l_{st} + 1 \leftrightarrow n + 1$ принимает нецелые значения.

С использованием (8) и (10) было проведено моделирование влияния l^* и l_{st} на Q_{sp} для исследуемых образцов. Перенос излучения накачки и флуоресценции в слоях моделировался с использованием метода Монте-Карло; применялся алгоритм моделирования, аналогичный описанному в [24]. На первом этапе воспроизводились пространственные распределения плотности потока энергии накачки и концентрации возбужденных молекул флуорофоров в слоях в стационарном режиме. Характер рассеяния в слоях полагался изотропным. При моделировании учитывалась геометрия накачки слоев; в качестве параметров моделируемых систем использовались $l_{a,DCM}$, $l_{a,R6G}$ для $\lambda_p = 532$ нм, а значения транспортной длины l^* являлись варьируемым параметром. Полное число генерируемых элементарных источников флуоресценции (возбужденных молекул) принималось равным 10^7.

На втором этапе для полученных распределений элементарных источников флуоресценции моделировались случайные блуждания квантов флуоресценции в слоях и генерировались выборочные функции плотности вероятности $\rho(s)$ для различных l^*. Для полученных функций $\rho(s)$ в соответствии с (8), (10) для различных значений l_{st} рассчитывались нормированные спектры флуоресценции $\tilde{S}(\lambda)$ и значения Q_{sp}.

На рисунке 4 приведены цветовые карты модельных Q_{sp}-состояний флуоресцирующих слоев в координатах (l^*, l_{st}), на которых также представлены линии эволюции исследуемых образцов при возрастании I_p, восстановленные по эмпирическим зависимостям рис. 2. При отображении линий значения l^* полагались не зависящими от I_p, поскольку $l^* \ll l_{a,DCM}, l_{a,R6G}$, а возрастание I_p должно приводить к росту l_a. Пунктирные линии соответствуют $Q_{sp} = 2$ (порогу СЛГ).

Ключевым результатом является близость предельных значений l_{st} для DCM-и R6G-насыщенных слоев, соответствующих сгущениям отображающих точек на линиях эволюции. Несмотря на существенные различия эмиссионных свойств флуорофоров и ожидаемых предельных значений $f_{\text{ext}} = \langle\sigma_{\text{rad}}\rangle/\langle\sigma_{st}\rangle_\lambda$, близость предельных величин

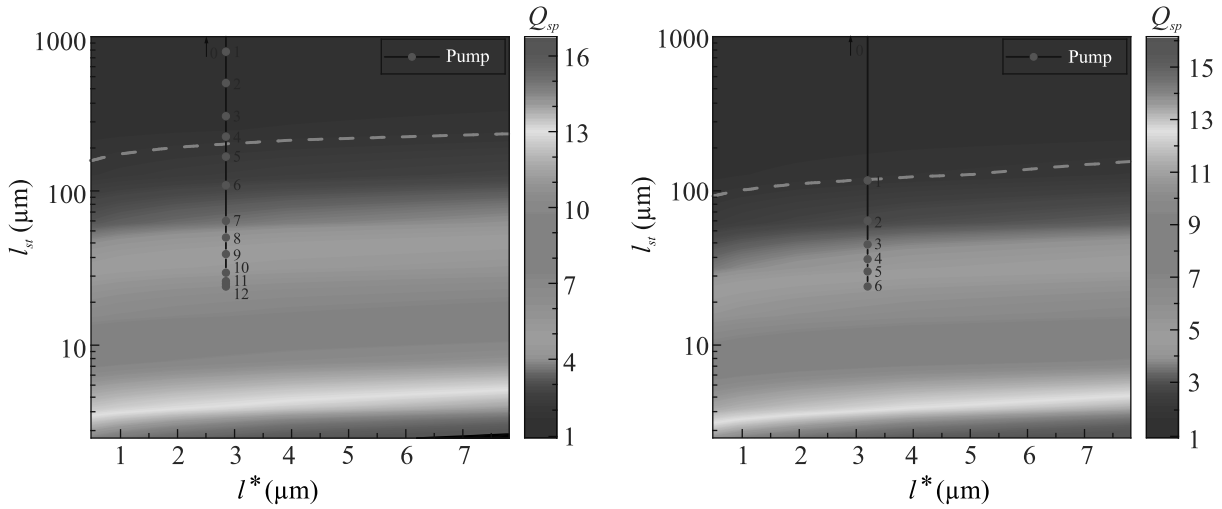

Рис. 4. (Цветной онлайн) Карты моделируемых Q_{sp}-состояний накачиваемых случайно-неоднородных слоев и эволюционные линии, соответствующие исследованным образцам при различных уровнях накачки (нумерация отображающих точек на эволюционных линиях соответствует рис. 2). (a) – R6G-насыщенный слой; (b) – DCM-насыщенный слой

$l_{st,DCM} \approx l_{st,R6G} \approx 24$ мкм обусловлена тем, что по мере приближения к предельному состоянию систем с ростом I_p длина усиления $l_{st} \to \langle d \rangle / K$ становится зависимой только от характерного размера ассоциируемых со спеклами локальных эмиттеров и фактора радиационного обмена между ними (т.е. от структурных свойств спекл-поля, модулирующего излучение накачки). Отметим, что значение $\langle d \rangle$ может быть оценено как средний размер спеклов в сильно рассеивающей среде: $\langle d \rangle \propto \lambda_p / n_r \Omega$, где Ω – ширина углового спектра плотности потока излучения [25], n_r – эффективный показатель преломления среды. Учитывая близкий к изотропному характер углового спектра плотности потока излучения для исследуемых образцов и принимая во внимание, что n_r для исследуемых слоев составляет приблизительно $1.5 \div 1.6$ [18], получим приближенную оценку $\langle d \rangle$ для $\lambda_p = 532$ нм как $\approx (0.07 \div 0.10)$ мкм. Фактор радиационного обмена K может быть приближенно оценен как $0.002 \div 0.004$ [21]. Таким образом, подобные весьма приближенные оценки предельной длины усиления находятся в интервале от ≈ 17 мкм до ≈ 50 мкм и удовлетворительно согласуются с результатами проведенного анализа.

Таким образом, в работе рассмотрены ранее не исследованные особенности перехода в предельное состояние спектрального качества флуоресцентного отклика случайно-неоднородных сред при росте уровня лазерной накачки. Путем сопоставления экспериментальных данных и результатов моделирования установлено, что переход обусловлен достижением насыщенного состояния по населенности возбужденного состояния молекул флуорофора в среде. Это приводит к уменьшению характерной длины усиления флуоресценции в среде до предельного значения, не зависящего от свойств флуорофора, а определяемого средним размером локальных эмиттеров, ассоциируемых со спеклами поля накачки, и фактором радиационного обмена между эмиттерами.

Данная работа поддержана грантом Российского научного фонда # 22-29-00612.

1. В. С. Летохов, ЖЭТФ **53**(4), 1442 (1967) [V. S. Letokhov, Sov. Phys. JETP **26**(4), 835 (1968)].
2. N. M. Lawandy, R. M. Balachandran, A. S. L. Gomes, and E. Sauvain, Nature **368**(6470), 436 (1994).
3. D. S. Wiersma and A. Lagendijk, Phys. Rev. E **54**(4), 4256 (1996).
4. K. Totsuka, G. van Soest, T. Ito, A. Lagendijk, and M. Tomita, J. Appl. Phys. **87**(11), 7623 (2000).
5. G. van Soest, M. Tomita, and A. Lagendijk, Opt. Lett. **24**(5), 306 (1999).
6. H. Cao, J. Y. Xu, D. Z. Zhang, S.-H. Chan, S. T. Ho, E. W. Seelig, S. Liu, and R. P. H. Chang, Phys. Rev. Lett. **84**(24), 5584 (2000).
7. G. van Soest, F. J. Poelwijk, R. Sprik, and A. Lagendijk, Phys. Rev. Lett. **86**(8), 1522 (2001).
8. G. van Soest and A. Lagendijk, Phys. Rev. E **65**(4), 047601 (2002).
9. X. H. Wu, A. Yamilov, H. Noh, H. Cao, E. W. Seelig, and R. P. H. Chang, J. Opt. Soc. Am. B **21**(1), 159 (2004).
10. M. A. Noginov, J. Novak, D. Grigsby, G. Zhu, and M. Bahoura, Opt. Express **13**(22), 8829 (2005).
11. K. L. van der Molen, A. P. Mosk, and A. Lagendijk, Opt. Commun. **278**(1), 110 (2007).

12. D. S. Wiersma, Nat. Phys. **4**(5), 359 (2008).
13. S. García-Revilla, J. Fernández, M. A. Illarramendi, B. García-Ramiro, R. Balda, H. Cui, M. Zayat, and D. Levy, Opt. Express **16**(16), 12251 (2008).
14. R. G. S. El-Dardiry, A. P. Mosk, and A. Lagendijk, Opt. Lett. **35**(18), 3063 (2010).
15. R. G. S. El-Dardiry and A. Lagendijk, Appl. Phys. Lett. **98**(16), 161106 (2011).
16. F. Luan, B. Gua, A. S. L. Gomes, K. T. Yong, S. Wen, and P. N. Prasad, Nano Today **10**(2), 168 (2015).
17. G. Weng, J. Tian, S. Chen, J. Xue, J. Yan, X. Hu, S. Chen, Z. Zhu, and J. Chua, Nanoscale **11**(22), 10636 (2019).
18. D. A. Zimnyakov, S. S. Volchkov, L. A. Kochkurov, V. I. Kochubey, A. G. Melnikov, and G. V. Melnikov, Opt. Express **29**(2), 2309 (2021).
19. E. M. Purcell, Phys. Rev. **69**(11–12), 681 (1946).
20. A. Ishimaru, *Wave propagation and scattering in random media*, Academic press, N.Y. (1978).
21. D. A. Zimnyakov, S. S. Volchkov, L. A. Kochkurov, A. F. Dorogov, A. S. Tokarev, A. A. Nikiforov, and N. S. Markova, Izvestiya of Sarat. Univ. Physics **21**(2), 145 (2021).
22. A. Penzkofer and Y. Lu, Chem. Phys. **103**(2–3), 399 (1986).
23. M. Meyer, J. C. Mialocq, and M. Rougee, Chem. Phys. Lett. **150**(5), 484 (1988).
24. D. A. Zimnyakov, S. A. Yuvchenko, M. V. Pavlova, and M. V. Alonova, Opt. Express, **25**(13), 13953 (2017).
25. А. П. Иванов, И. Л. Кацев, Квантовая электроника **35**(7), 670 (2005) [A. P. Ivanov and I. L. Katsev, Quantum Electron. **35**(7), 670 (2005)].

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 74 – 79 © 2022 г. 25 июля

Определение скорости нагрева и температуры ионных цепочек в линейной ловушке Пауля по дефазировке осцилляций Раби

Н. В. Семенин[+*1)], *А. С. Борисенко*[+*], *И. В. Заливако*[+], *И. А. Семериков*[+], *М. Д. Аксенов*[+], *К. Ю. Хабарова*[*+×], *Н. Н. Колачевский*[+×]

[+]*Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), 141701 Долгопрудный, Россия*

[×]*Российский Квантовый Центр, 121205 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 мая 2022 г.
После переработки 4 июня 2022 г.
Принята к публикации 4 июня 2022 г.

При оптимизации параметров лазерного охлаждения и исследования скорости нагрева в ионных ловушках возникает задача измерения температуры ионных цепочек, для которых выполняется режим Лэмба–Дике. В данной работе предложен метод измерения температуры ионных цепочек, основанный на исследовании динамики осцилляций Раби на узком электронном переходе в отдельном ионе цепочки. Выведена аналитическая зависимость населенности верхнего состояния от времени возбуждения с учетом теплового распределения фононов в колебательных модах цепочки с произвольным числом ионов. Метод экспериментально апробирован на массиве из пяти ионов $^{171}\mathrm{Yb}^+$ на квадрупольном переходе 435 нм, а также на одиночном ионе. Была измерена скорость нагрева осевой моды колебаний, составившая для нашей ловушки $8 \cdot 10^3$ фононов/с.

DOI: 10.31857/S1234567822140026, EDN: ixsnyv

1. Введение. Ультрахолодные ионы в ловушках на протяжении многих лет остаются объектом активных исследований в области квантовых вычислений. Они обладают рядом фундаментальных преимуществ перед альтернативными платформами, таких как большое время когерентности [1], сильное кулоновское взаимодействие, позволяющее эффективно перепутывать состояния кубитов [2], а также высокая степень изоляции системы от внешних возмущений. Помимо этого, интерес к ионной платформе дополнительно стимулируется прогрессом в создании ловушек с низкими скоростями нагрева [3], высоким оптическим доступом [4], а также в создании ловушек с возможностью изменения конфигурации цепочки [5].

Одной из важнейших задач для реализации квантовых вычислений на ионах является контроль температуры ионов. Для обеспечения высокой достоверности квантовых операций (в особенности перепутывающих) необходимо, как правило, охладить цепочку как можно ближе к основному колебательному состоянию [6, 7]. Несмотря на прогресс в разработке алгоритмов, менее требовательных к температуре цепочки [8, 9], степень ее влияния на достоверность операций остается существенной.

Используемые на данный момент методы измерения температуры и/или скорости нагрева иона включают в себя измерение сигнала флуоресценции иона при его доплеровском охлаждении [10, 11], спектроскопии боковых колебательных частот [12], а также методы, основанные на когерентных эффектах, например, на индуцированной прозрачности [13]. Вместе они покрывают достаточно большой диапазон поддающихся измерению температур. Однако, первый из них применим только для очень больших значений среднего колебательного числа (10^4–10^5), тогда как второй, наоборот, дает достаточно точные результаты только при малых температурах – как правило, он используется после глубокого охлаждения, когда среднее колебательное число не превышает нескольких единиц. Третий метод удовлетворительно работает в промежуточном диапазоне, но требует более сложной техники, а именно, наличия как минимум двух взаимно когерентных источников оптического излучения с разными частотами.

В данной работе предлагается метод измерения температуры цепочки, основанный на дефазировке резонансных осцилляций Раби на несущей часто-

1)e-mail: semeninnv@gmail.com

те узкого оптического перехода в ионе. Этот метод менее требователен к экспериментальной установке, так как для его осуществления не требуется лазерных источников в дополнение к тем, что используются для управления оптическим кубитом. Получена аналитическая формула, описывающая зависимость населенности верхнего состояния иона от времени и обобщающая теорию, изложенную в [14], на случай произвольного числа ионов. Затем была продемонстрирована ее применимость в эксперименте для оценки скорости нагрева одиночного иона в ловушке и для определения температуры массива из 5 ионов.

2. Дефазировка осцилляций Раби. Рассмотрим одномерное движение цепочки из N ионов вдоль какой-либо оси ловушки. Всего имеется N нормальных мод колебаний цепочки, характеризующихся N значениями секулярных частот ω_k, $1 \leqslant k \leqslant N$. Каждая из этих мод представляет собой независимый осциллятор с частотой ω_k, так что квантовое состояние отдельного иона представится вектором

$$|\psi\rangle = |\mathrm{el}\rangle|n_1, n_2, \ldots, n_N\rangle = |\mathrm{el}\rangle|\{n_k\}\rangle, \tag{1}$$

где $|\mathrm{el}\rangle \in \{|0\rangle, |1\rangle\}$ – электронное состояние иона, n_k – количество фононов в k-й колебательной моде. При приложении к иону в цепочке излучения, направленного вдоль рассматриваемой оси и резонансного с электронным переходом $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, между состояниями с одинаковыми наборами $\{n_k\}$ будут происходить осцилляции Раби с угловой частотой

$$\Omega_{\{n_k\}} = \\ = \Omega_0 \left| \left\langle \{n_k\} \left| \exp\left(i \sum_{k=1}^{N} \eta_k (\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger) \right) \right| \{n_k\} \right\rangle \right|, \tag{2}$$

где Ω_0 – частота Раби для покоящегося иона, $\hat{a}_k$ и $\hat{a}_k^\dagger$ – лестничные операторы для фононов k-й моды, η_k – параметр Лэмба–Дике для данного иона в k-й моде. Используя коммутативность лестничных операторов для разных мод, данное выражение можно переписать в более удобном виде:

$$\Omega_{\{n_k\}} = \Omega_0 \left| \prod_{k=1}^{N} \langle n_k | e^{i\eta_k(\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger)} | n_k \rangle \right|, \tag{3}$$

в котором каждый член произведения является частным случаем фактора Дебая–Уоллера [15].

$$\left| \langle n_k | e^{i\eta_k(\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger)} | n_k \rangle \right| = e^{-\eta_k^2/2} \left| L_{n_k}(\eta_k^2) \right|, \tag{4}$$

где $L_n(x)$ – n-й полином Лагерра. Обычно для ионов, охлажденных до доплеровского предела, выполняется режим Лэмба–Дике, при котором $\sqrt{\overline{n}_k}\,\eta_k \ll 1$, поэтому в полиноме Лагерра в выражении (4) можно учитывать только наименьшую степень η_k:

$$\left| \langle n_k | e^{i\eta_k(\hat{a}_k + \hat{a}_k^\dagger)} | n_k \rangle \right| \approx e^{-\eta_k^2/2}(1 - n_k\eta_k^2) \approx \\ \approx 1 - (n_k + 1/2)\eta_k^2. \tag{5}$$

Тогда можно для частоты Раби записать

$$\Omega_{\{n_k\}} \approx \Omega_0 \prod_{k=1}^{N} \left(1 - (n_k + 1/2)\eta_k^2\right) \approx \\ \approx \Omega_0 \left(1 - \sum_{k=1}^{N} (n_k + 1/2)\eta_k^2\right) \tag{6}$$

с точностью до членов порядка η_k^2.

Если населенность состояния $|0\rangle|\{n_k\}\rangle$ перед воздействием излучения равна $p_{\{n_k\}}$, то населенность состояния $|1\rangle|\{n_k\}\rangle$ будет меняться со временем следующим образом:

$$P_{\{n_k\}}(t) = \frac{p_{\{n_k\}}}{2} \left(1 - \cos(\Omega_{\{n_k\}} t)\right). \tag{7}$$

Общая населенность уровня $|1\rangle$ будет суммой (7) по всем возможным наборам $\{n_k\}$:

$$P(t) = \frac{1}{2} \sum_{\{n_k\}} p_{\{n_k\}} \left(1 - \cos(\Omega_{\{n_k\}} t)\right). \tag{8}$$

Если бы частота Раби не зависела от номеров колебательных уровней n_k, то все осцилляции в сумме выше были бы сфазированы, в результате чего зависимость $P(t)$ представляла бы собой чистую синусоиду с постоянной амплитудой и частотой. Однако, как видно из (6), имеется слабая зависимость от $\{n_k\}$. В этом случае колебания с разными $\{n_k\}$ через некоторое время перестанут быть в фазе (аналогично эффекту расплывания волнового пакета), и видность осцилляций уменьшится (рис. 1).

Глубины типичных ионных ловушек намного выше величины средней тепловой энергии ионов даже без охлаждения, поэтому сумму по $\{n_k\}$ можно рассматривать в виде бесконечного ряда:

$$P(t) = \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{n_N=0}^{\infty} p_{\{n_k\}} \left(1 - \cos(\Omega_{\{n_k\}} t)\right). \tag{9}$$

Если

$$\sum_{n_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{n_N=0}^{\infty} p_{\{n_k\}} = a, \tag{10}$$

т.е. населенность уровня $|0\rangle$ в начальный момент рав-

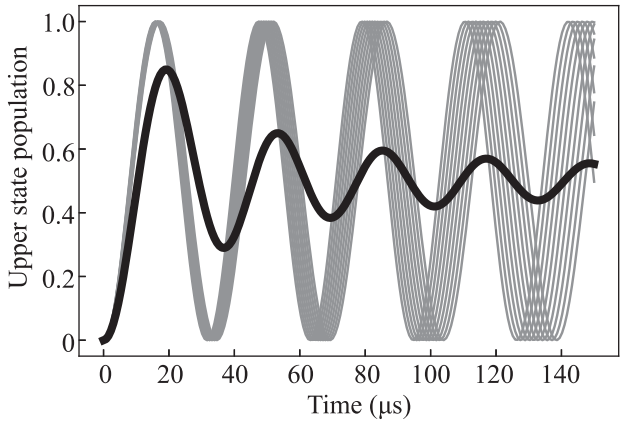

Рис. 1. Иллюстрация дефазировки осцилляций Раби. Серым цветом обозначены колебания населенности для первых 10 мод, черным — взвешенная сумма по всем модам

на a, то, принимая тепловое распределение со средними для каждой моды $\overline{n}_k$, получим для $p_{\{n_k\}}$

$$p_{\{n_k\}} = a\,\frac{\exp\left(-\sum\limits_{k=1}^{N}\alpha_k n_k\right)}{\prod\limits_{k=1}^{N}(\overline{n}_k+1)}, \tag{11}$$

где $e^{-\alpha_k} = \overline{n}_k/(\overline{n}_k+1)$. Подставляя вместе с (6) в (9) и используя экспоненциальную запись косинуса, получаем

$$P(t) = \frac{a}{2} - \frac{a}{4\prod\limits_{k=1}^{N}(\overline{n}_k+1)} \times \\ \times \sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\left[e^{i\Omega_0 t}\exp\left(-\sum_{k=1}^{N}(\alpha_k n_k + \right.\right. \\ \left.\left. + i\Omega_0\eta_k^2 t n_k + i\Omega_0\eta_k^2 t/2)\right) + \text{c.c.}\right]. \tag{12}$$

Слагаемое типа

$$\sum_{n_1=0}^{\infty}\cdots\sum_{n_N=0}^{\infty}\exp\left(-\sum_{k=1}^{N}(\alpha_k n_k + \right. \\ \left. + i\Omega_0\eta_k^2 t(n_k+1/2))\right) \tag{13}$$

можно записать в виде произведения сумм по отдельным n_k как

$$\prod_{k=1}^{N}\left[e^{-i\Omega_0\eta_k^2 t/2}\sum_{n_k=0}^{\infty}\exp(-(\alpha_k + i\Omega_0\eta_k^2 t)n_k)\right]. \tag{14}$$

Каждая из этих сумм является суммой геометрической прогрессии:

$$\sum_{n_k=0}^{\infty}\exp(-(\alpha_k + i\Omega_0\eta_k^2 t)n_k) = \frac{1}{1-e^{-\alpha_k - i\Omega_0\eta_k^2 t}} = \\ = \frac{1-e^{-\alpha_k + i\Omega_0\eta_k^2 t}}{1-2e^{-\alpha_k}\cos(\Omega_0\eta_k^2 t) + e^{-2\alpha_k}}. \tag{15}$$

Для характеризации всей цепочки удобно ввести параметры $r_k = \omega_k/\omega_1$, где ω_1 – частота колебаний моды центра масс (моды, в которой вся ионная цепочка движется как единое целое). Изложенное выше рассмотрение справедливо для любых значений $\{\overline{n}_k\}$ при условии нахождения цепочки в режиме Лэмба–Дике. Однако на практике наиболее интересен случай, соответствующий состоянию после доплеровского охлаждения цепочки, а именно, когда температуры всех мод оказываются равны. В этом случае средние колебательные числа всех мод могут быть выражены через среднее число фононов в моде центра масс $\overline{n}$, так что $\overline{n}_k = \overline{n}/r_k$. При этом функция $P(t)$ с учетом определения α_k примет вид

$$P(t) = \frac{a}{2}\times \\ \left[1 - \frac{\mathrm{Re}\left[e^{i\Omega_0 t}\prod\limits_{k=1}^{N}e^{-i\Omega_0\eta_k^2 t/2}\left(1-\frac{(\overline{n}/r_k)e^{i\Omega_0\eta_k^2 t}}{\overline{n}/r_k+1}\right)\right]}{\prod\limits_{k=1}^{N}\left((\overline{n}/r_k+1) - 2(\overline{n}/r_k)\cos(\Omega_0\eta_k^2 t) + \frac{(\overline{n}/r_k)^2}{(\overline{n}/r_k)+1}\right)}\right] \tag{16}$$

и будет зависеть от трех параметров: $\overline{n}, a, \Omega_0$; коэффициенты η_k, r_k определяются геометрией ловушки [16] и частотой колебаний ионов и могут быть измерены с высокой точностью независимо. Заметим, что в общем случае возбуждения колебаний цепочки по всем трем осям формула (16) по-прежнему верна, с той лишь разницей, что в произведения по модам вместо параметров $\eta_k, \overline{n}, r_k$ должны входить параметры типа $\eta_{ik}, \overline{n}_i, r_{ik}$, где $i = x, y, z$ – индекс оси, а коэффициенты Лэмба–Дике зависят от направления пучка.

3. Схема измерений. Для исследования дефазировки осцилляций Раби был использован ион иттербия $^{171}\mathrm{Yb}^+$, схема уровней которого приведена на рис. 2. Переход $^2S_{1/2} \to {}^2P_{1/2}$ служит для охлаждения иона и подготовки состояния. С этой целью основной лазерный пучок с длиной волны 369 нм при помощи электрооптических модуляторов делится на 3 частотные компоненты, две из которых отвечают за охлаждение, а одна – за накачку иона в основное состояние $^2S_{1/2}(F=0)$. Вспомогательный пучок на длине волны 935 нм осуществляет перекачку из состояния $^2D_{3/2}$. Осцилляции Раби производятся на

квадрупольном переходе $^2S_{1/2}(F=0) \to {}^2D_{3/2}(F=2)$ с длиной волны 435 нм. Выбор данного перехода обусловлен его малой шириной (3 Гц), так что время жизни верхнего состояния намного больше характерного времени дефазировки.

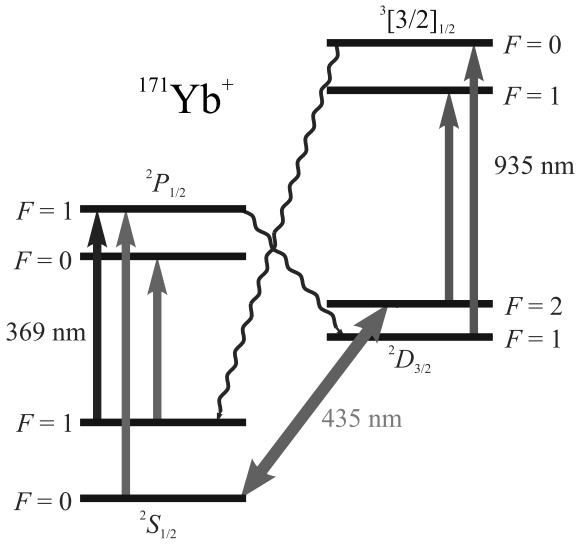

Рис. 2. (Цветной онлайн) Схема уровней иона $^{171}Yb^+$. Светло-синие стрелки показывают переходы, используемые для охлаждения, темно-синие – за накачку в основное состояние, красные – за перекачку

Эксперимент по измерению параметров дефазировки осцилляций проводится в несколько этапов. Сначала ионная цепочка охлаждается до температуры, близкой к доплеровскому пределу. Затем производится накачка ионов в основное состояние. Далее все лазерные источники выключаются, и система подвергается взаимодействию с окружением в течение некоторого варьируемого времени задержки. После этого на некоторый выделенный ион подается резонансный лазерный импульс на длине волны 435 нм, возбуждая квадрупольный переход; длительность этого импульса также варьируется. Наконец, электронное состояние данного иона детектируется методом квантовых скачков [17].

При фиксированном времени задержки исследуется зависимость населенности верхнего состояния квадрупольного перехода от времени возбуждения. Полученная кривая аппроксимируется функцией (16), и из параметров аппроксимации находится величина $\overline{n}(\tau)$, где τ – время задержки. Данный эксперимент повторяется для нескольких значений τ, и полученная зависимость аппроксимируется линейной функцией для определения темпов нагрева (в фононах в секунду).

Чтобы определить температуру ионной цепочки, достаточно провести описанный выше эксперимент при нулевой задержке, тогда температура цепочки может быть вычислена по формуле

$$T = \frac{\hbar\omega_1}{k_B \ln(1 + 1/\overline{n}(0))}, \tag{17}$$

где ω_1 – частота моды центра масс (см. предыдущий раздел), k_B – постоянная Больцмана.

4. Результаты эксперимента. Для определения скорости нагрева в ловушку был пойман одиночный ион иттербия, так что произведения по модам в формуле (16) содержат всего 1 множитель. Поскольку воздействие на ион осуществлялось вдоль оси ловушки, релевантная частота колебаний равна аксиальной частоте, и параметры ловушки вычисляются по формулам

$$\eta_1 = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{h}{2m\nu}}, \quad r_1 = 1, \tag{18}$$

где $\lambda = 435$ нм, m – масса иона, ν – частота аксиальной моды в герцах. Результаты измерений с одиночным ионом представлены на рис. 3. Параметры аппроксимации формулой (16) сведены в табл. 1. Из

Таблица 1. Результаты аппроксимации по измерениям дефазировки осцилляций Раби для одиночного иона

τ, мс	$\overline{n}$	Ω_0, мс$^{-1}$	a
0	53.4	200.9	0.93
2	63.9	196.2	0.91
5	95.3	199.2	0.91
7	132.0	197.4	0.91
10	118.7	194.3	0.88

этой таблицы видно, что значение Ω_0 остается примерно постоянным с изменением времени задержки, что находится в согласии с принятой моделью. Кроме того, коэффициент a во всех случаях близок к единице. Его отличие от единицы можно объяснить совместным влиянием неточности подготовки состояния и неточности считывания; погрешность считывания во время калибровки установки достигала величин порядка 10–12 %.

Аппроксимируя функцию $\overline{n}(\tau)$ линейной зависимостью (рис. 3f), находим скорость нагрева иона как коэффициент наклона прямой:

$$\dot{\overline{n}} = (8 \pm 2) \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}. \tag{19}$$

При выводе (16) неявно использовалось предположение о малом изменении $\overline{n}$ за время измерений. Как видно из получившегося значения $\dot{\overline{n}}$, за 150 мкс увеличение количества фононов составляет не более 1–2, что пренебрежимо мало по сравнению со всеми $\overline{n}$ в эксперименте, в том числе при нулевой задержке.

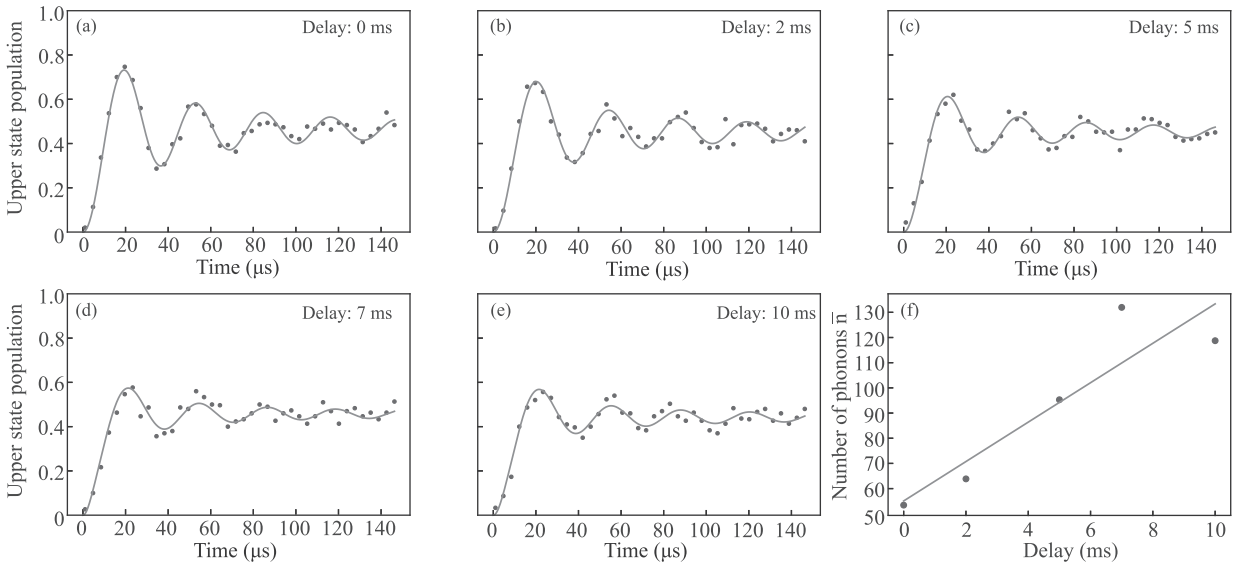

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a)–(e) – Зависимость населенности верхнего состояния иона от времени возбуждения при задержках 0, 2, 5, 7 и 10 мс соответственно; (f) – зависимость среднего колебательного числа одиночного иона от времени задержки

Определение температуры ионной цепочки производилось для массива из 5 ионов. Для измерений был выбран первый ион в цепочке, так что параметры ловушки имели значения

$$\eta_k = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{h}{2m\nu}}\,\{0.447, -0.486, 0.346, -0.173, 0.054\}, \tag{20}$$

$$r_k = \{1, 1.73, 2.41, 3.05, 3.67\}. \tag{21}$$

Результаты измерений для цепочки из 5 ионов показаны на рис. 4. Эффективное среднее колебательное число, полученное путем аппроксимации, оказалось равным

$$\overline{n}(0) = 75 \pm 3. \tag{22}$$

Соответственно, температура цепочки, вычисленная по формуле (17), равна

$$T = 1.69 \pm 0.08 \text{ мК}. \tag{23}$$

Доплеровский предел для перехода $^2S_{1/2} \to {}^2P_{1/2}$ равен

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} = 0.5 \text{ мК}. \tag{24}$$

Полученная температура цепочки близка к этому пределу, а отличие от него может быть связано с увеличенной по сравнению с одиночным ионом скоростью нагрева, в частности, аномального (нагрева из-за флуктуаций потенциала на электродах и из-за близкого расположения ионной цепочки относительно их поверхности).

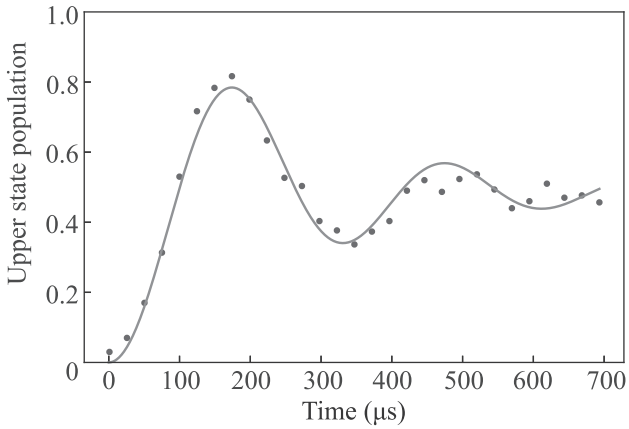

Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость населенности верхнего состояния иона в цепочке от времени возбуждения

5. Заключение. В данной работе была получена аналитически и проверена экспериментально зависимость населенности возбужденного состояния иона в цепочке от времени его возбуждения резонансным излучением с учетом теплового распределения по колебательным степеням свободы. Результаты проверки теории позволяют говорить о применимости принятой модели в пределах точности измерений.

Предложенный метод (дефазировка осцилляций Раби), таким образом, дает возможность определить как температуру ионной цепочки, так и скорость его

нагрева в ловушке. Основными преимуществами этого метода являются его общность относительно количества ионов в цепочке, а также то, что он, в отличие от методов, упомянутых в введении, вполне применим для значений $\overline{n}$ от 50 до 100 и дает адекватные результаты даже при скоростях нагрева порядка 10^4 фононов в секунду, что существенно расширяет диапазон поддающихся измерению параметров цепочек и ловушек.

Работы по анализу экспериментальных данных были выполнены А. С. Борисенко при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта # 20-32-90020. Все прочие исследования, включая разработку теоретической модели, были осуществлены остальными соавторами при финансовой поддержке Лидирующего исследовательского центра "Квантовые вычисления" (соглашение о предоставлении гранта # 014/20).

1. P. Wang, C. Y. Luan, M. Qiao, M. Um, J. Zhang, Y. Wang, X. Yuan, M. Gu, J. Zhang, and K. Kim, Nat. Commun. **12**, 1 (2021).
2. J. P. Gaebler, T. R. Tan, Y. Lin, Y. Wan, R. Bowler, A. C. Keith, S. Glancy, K. Coakley, E. Knill, D. Leibfried, and D. J. Wineland, Phys. Rev. Lett. **117**, 1 (2016).
3. P. C. Holz, K. Lakhmanskiy, D. Rathje, P. Schindler, Y. Colombe, and R. Blatt, Phys. Rev. B **104**, 64513 (2021).
4. M. G. Blain, R. Haltli, P. Maunz, C. D. Nordquist, M. Revelle, and D. Stick, Quantum Science and Technology **6**, 34011 (2021).
5. J. M. Pino, J. M. Dreiling, C. Figgatt, J. P. Gaebler, S. A. Moses, M. S. Allman, C. H. Baldwin, M. Foss-Feig, D. Hayes, K. Mayer, C. Ryan-Anderson, and B. Neyenhuis, Nature **592**, 209 (2021).
6. B. B. Zelener, S. A. Saakyan, V. A. Sautenkov, A. M. Akulshin, E. A. Manykin, B. V. Zelener, V. E. Fortov, JETP Lett. **98**, 670 (2014).
7. L. A. Akopyan, I. V. Zalivako, K. E. Lakhmanskiy, K. Y. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, JETP Lett. **112**, 585 (2020).
8. T. Manovitz, A. Rotem, R. Shaniv, I. Cohen, Y. Shapira, N. Akerman, A. Retzker, and R. Ozeri, Phys. Rev. Lett. **119**, 220505 (2017).
9. C. H. Valahu, A. M. Lawrence, S. Weidt, and W. K. Hensinger, New J. Phys. **23**, 113012 (2021).
10. J. H. Wesenberg, R. J. Epstein, D. Leibfried, R. B. Blakestad, J. Britton, J. P. Home, W. M. Itano, J. D. Jost, E. Knill, C. Langer, R. Ozeri, S. Seidelin, and D. J. Wineland, Physical Review A – Atomic, Molecular, and Optical Physics **76**, 1 (2007).
11. R. J. Epstein, S. Seidelin, D. Leibfried et al. (Collaboration), Phys. Rev. A **76**, 33411 (2007).
12. C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. R. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland, and P. Gould, Phys. Rev. Lett. **75**, 4011 (1995).
13. J. Roßnagel, K. N. Tolazzi, F. Schmidt-Kaler, and K. Singer, New J. Phys. **17**, 45004 (2015).
14. S. Blatt, J. W. Thomsen, G. K. Campbell, A. D. Ludlow, M. D. Swallows, M. J. Martin, M. M. Boyd, and J. Ye, Phys. Rev. A **80**, 52703 (2009).
15. D. J. Wineland and W. M. Itano, Phys. Rev. A **20**, 1521 (1979).
16. D. F. V. James, Appl. Phys. B **66**, 181 (1998).
17. N. V. Semenin, A. S. Borisenko, I. V. Zalivako, I. A. Semerikov, K. Y. Khabarova, and N. N. Kolachevsky, JETP Lett. **114**, 486 (2021).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 80 – 87 © 2022 г. 25 июля

Нелокальный теплоперенос в мишени ЛТС для схемы прямого облучения

С. И. Глазырин[+×1)], *В. А. Лыков*[*], *С. А. Карпов*[+], *Н. Г. Карлыханов*[*], *Д. А. Грязных*[*], *В. Ю. Быченков*[×+]

[+] *Федеральное государственное унитарное предприятие*
"Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова", 127030 Москва, Россия

[*] *Федеральное государственное унитарное предприятие*
"Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. академика Е. И. Забабахина", 456770 Снежинск, Россия

[×] *Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 25 мая 2022 г.
После переработки 25 мая 2022 г.
Принята к публикации 9 июня 2022 г.

В условиях, характерных для лазерного термоядерного синтеза с использованием прямого облучения в области плазменной короны, где происходит лазерное поглощение, возникают большие градиенты электронной температуры, приводящие к нелокальности теплопереноса. Это определяет эффективность лазерного поглощения, перераспределение тепловых потоков в мишени и предпрогрев плазмы перед фронтом тепловой волны, что сказывается на адиабатичности сжатия. Так как условия загорания мишени требуют определенного режима сжатия, эффект нелокальности необходимо учитывать при расчете динамики мишеней. Расчеты, проведенные с нелокальными моделями переноса демонстрируют снижение эффективности сжатия мишеней прямого облучения и деградацию параметров плазмы в момент зажигания по сравнению с результатами расчетов с локальными моделями – классического теплопереноса Спитцера–Харма или моделью с ограничением теплового потока.

DOI: 10.31857/S1234567822140038, EDN: ixznkt

В настоящее время широко обсуждается схема прямого лазерного облучения мишени для достижения инерциального термоядерного синтеза (в данной работе рассматривается лазерный термоядерный синтез, ЛТС) [1]. Получение условий зажигания возможно только при определенной динамике сжатия мишеней. Одним из условий является поддержание низкой адиабаты сжатия, чему может существенным образом препятствовать нежелательный предпрогрев возникающими в горячей лазерной короне нетепловыми электронами. Такой предпрогрев в основном обсуждается для горячих электронов, генерируемых в результате параметрических неустойчивостей, инициируемых распространяющимся в плазменной короне лазерным излучением [2]. Вместе с тем, нежелательный предпрогрев центральной части мишени может также происходить при высоких температурах и их градиентов вследствие нелокального характера теплового потока, $\mathbf{q}_e$, обуславливающего кинетический слабостолкновительный перенос малой части наиболее энергетичных электронов из области поглощения вглубь мишени. Такие электроны имеют скорость в несколько раз больше тепловой, т.е. существенно меньшую скорости быстрых параметрически генерируемых электронов, отвечающей энергии $\sim$ 30–100 кэВ. На установках мегаджоульного уровня при разогреве короны до температур порядка 5 кэВ, энергия проникающих горячих электронов также может достигать десятков кэВ. Однако, в отличие от параметрических неустойчивостей, имеющих пороговый характер и специально подавляемых для осуществления ЛТС, нелокальность теплового потока проявляется практически всегда в условиях, характерных для ЛТС, и усиливается при увеличении температуры короны лазерной мишени, что неоднократно обсуждалось в литературе и было продемонстрировано в ряде экспериментов [3–5]. Помимо предпрогрева перераспределение тепловых потоков, возникающее вследствие нелокальности, может приводить к модификации эффективности поглощения в лазерной короне и влиянию на процесс формирования ударных волн, от чего напрямую зависит динамика сжатия мишени.

[1)] e-mail: glazyrin@itep.ru

В схеме прямого сжатия мишени, имеющее место локализованное вложение лазерной энергии вблизи критической плотности приводит к возникновению резких градиентов температур, особенно на начальной стадии облучения мишени, что является причиной нарушения классического закона Фурье (для плазмы – Спитцера–Харма [6]), согласно которому тепловой поток пропорционален градиенту температуры, $\mathbf{q}_{\rm SH} = -\kappa_{\rm SH}\nabla T_e$, что справедливо только для достаточно плавных градиентов температуры, $L_T \approx (d\ln T_e/dx)^{-1}$, когда

$$\lambda_{ei}(T) < 0.06 Z^{-1/2} L_T, \tag{1}$$

см. [7], где λ_{ei} – длина свободного пробега электронов, а Z – степень ионизации плазмы. Использование классической модели Спитцера–Харма вне рамок ее применимости зачастую приводит к нефизически большим тепловым потокам, превышающим максимально возможный кнудсоновский тепловой поток, отвечающий бесстолкновительному переносу электронов $q_{\max} \sim n_e v_{Te} T_e$, где n_e – плотность электронов, а v_{Te} – их тепловая скорость. Предложенные ранние модели ограничения теплопереноса использовали его ограничение в виде предельного потока, $q_{\rm lim} \sim f n_e v_{Te} T_e$, не допуская даже переход к кнудсоновскому пределу, с использованием простой и по-прежнему локальной модели с феноменологическим коэффициентом ограничения, f, именно: $1/q_e = 1/q_{SH} + 1/q_{\rm lim} \equiv 1/q_e^f$. Значение коэффициента ограничения обычно выбирается в диапазоне $f \approx 0.03 - 0.20$ в соответствии с эмпирическими данными [8]. Такая простая модель не всегда успешно описывает реальный теплоперенос, так как коэффициент ограничения оказывается не универсальным, а как минимум является функционалом пространственно-временного распределения температуры. Соответственно, использование такой упрощенной модели ставит под сомнение возможность описания тепловых потоков при больших энерговложениях.

Наиболее точный метод вычисления нелокального теплового потока, основанный на решении уравнения Фоккера–Планка для электронов, является слишком ресурсозатратным и не позволяет проводить полномасштабное моделирование на гидродинамических временах. В этой связи был разработан целый ряд нелокальных моделей переноса [9–16], активно внедряемых в гидродинамические коды с целью описания как потока в области максимального градиента, так и предпрогрева плазмы в едином подходе. Часть из них основана на нелокальной свертке классического теплового потока $q_{\rm SH}$ с ядром G, выбор которого опирается на ту или иную кинетическую аргументацию и пока неоднозначен. Например, для одномерной геометрии обычно используется свертка [17, 18, 7]

$$q_{\rm nl}(x) = \int G(x,x') q_{\rm SH}(x') dx' \,. \tag{2}$$

Здесь нелокальное ядро может быть представлено в безразмерном виде через функцию Ψ:

$$G(x,x') = \frac{\Psi(\eta(x,x'))}{2a\lambda'_{ei}}, \quad \eta = \frac{|x-x'|}{a\lambda'_{ei}}, \tag{3}$$

где η – безразмерная разностная координата, а штрих у λ'_{ei} означает, что пробег вычисляется в точке x', a – параметр модели, определяющий характерный пространственный масштаб нелокальности. Поскольку ЛТС плазма неоднородна, то выражение для η в (3) меняется на

$$\eta(x,x') = \frac{1}{n_e(x') a \lambda_{ei}(x')} \left| \int\limits_x^{x'} n_e(x'') dx'' \right|, \tag{4}$$

которое учитывает зависимость электронного пробега от профиля плотности вдоль траектории.

В аналитической модели (обозначена как “BB”) нелокальное ядро было получено в работе [7] в рамках линейной нелокальной теории на основе точного решения линеаризованного уравнения Фоккера–Планка для малых возмущений в виде

$$\Psi_{\rm BB}(\eta) = \frac{2}{\pi} \int \frac{dp\, \cos(\eta p)}{1 + p^{0.9}} \,, \tag{5}$$

с константой a в (3), равной $a_{\rm BB} = 10\sqrt{Z}(Z+5)/(Z+12)$ [7]. Степень при p в знаменателе представляет собой результат аппроксимации полученного численного результата для ядра в фурье-пространстве для градиентных масштабов вплоть до длины свободного пробега электронов. Эта степень определяет асимптотику (5) при $p \to \infty$, которая отвечает предельному тепловому потоку, практически совпадающему с кинетическим кнудсоновским потоком $q_{\max}$. Последний, строго говоря, соответствует степени p^{-1} в знаменателе, которая близка к $p^{-0.9}$ (расчеты, представленные ниже, показывают пренебрежимо малое расхождение результатов при замене 0.9→1). В другом предельном случае малых p данная модель отвечает классическому потоку, $q_{\rm SH}$.

Для сравнения с (5) будем также использовать наиболее простую эвристическую модель, впервые представленную в [17]:

$$\Psi_{\rm exp} = \exp(-\eta), \tag{6}$$

и симбиоз двух нелокальных моделей, когда при конечных η используется $\Psi_{\rm BB}$ и $\Psi_{\rm exp}$ при $\eta \to \infty$, т.е.

$$\Psi_2(\eta) = \frac{\ln(1 + 1/\eta + \eta)\exp(-\eta)}{1.553}, \qquad (7)$$

где константа выбрана так, чтобы нормировка Ψ при интегрировании по η по полупространству $[0; \infty)$ равнялась 1. Сразу отметим, что для представляющей интерес области параметров интерполяционная модель Ψ_2 не приводит к предпрогреву мишени, так как имеет экспоненциальную, а не физически обоснованную степенную асимптотику, как в BB модели: $\lim\limits_{\eta\to\infty} \Psi_{\rm BB}(\eta) \propto \eta^{-1.9}$, приводящую к хорошо выраженным хвостам предпрогрева в тепловом потоке, соответствующим степенной асимптотике функции распределения электронов по скоростям, в частности, продемонстрированной в [19], и которые формируются электронами, прилетающими из более нагретых областей.

Для непосредственного сравнения вышеприведенных ядер мы использовали одно и то же значение коэффициента a, (3), хотя в работе [17] оно несколько отличалось. Поведение различных ядер от параметра η иллюстрируется на рис. 1. Ядро $\Psi_{\rm BB}$ превышает

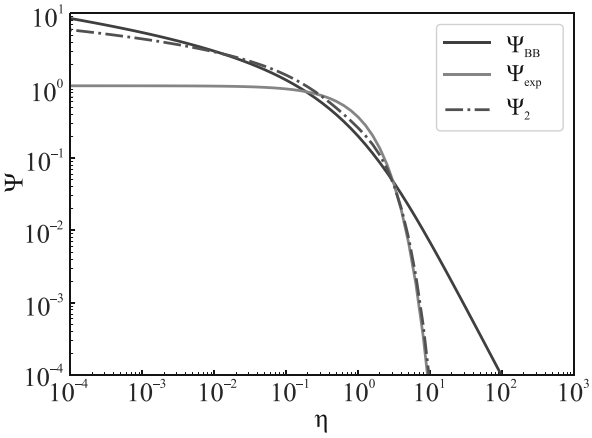

Рис. 1. (Цветной онлайн) Поведение ядер различных моделей

остальные ядра в асимптотике $\eta \to \infty$. Из-за условия нормировки $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi d\eta = 1$ ядро Ψ_2 превышает $\Psi_{\rm BB}$ в области $\eta \sim 1$, что сказывается на результатах при большом перепаде температур (см. ниже).

Представленные нелокальные модели теплопереноса реализованы в наших радиационно-гидродинамических кодах: ЭРА [20] и FRONT [21], разработанных для расчетов ЛТС мишеней. Для верификации численных кодов с использованием указанных моделей нелокального переноса, мы воспользовались результатами расчетов распространения тепловой волны, полученными с помощью кинетического моделирования в одномерной фоккер-планковской модели, основанной на численном решении уравнения:

$$\frac{\partial f_e}{\partial t} + v\mu\frac{\partial f_e}{\partial x} - \frac{eE_x}{m_e}\left\{\frac{1}{v^2}\frac{\partial}{\partial v}\left(v^2\mu f_e\right) + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{v}\frac{\partial}{\partial \mu}\left(\left(1-\mu^2\right) f_e\right)\right\} = I[f_e], \qquad (8)$$

где $f_e(t, x, v, \mu)$ – функция распределения электронов в пространстве координат (x) и скоростей, $\mathbf{v}$ (v – модуль скорости, μ – косинус угла $(\hat{\mathbf{v}\mathbf{x}})$, E_x – самосогласованное электрическое поле, $I[f_e]$ – интеграл столкновений (используются интегралы электрон-электронных и электрон-ионных столкновений в форме Ландау). Алгоритм численного решения кинетического уравнения для электронов (8), в основе которого лежит метод расщепления по физическим процессам (перенос и столкновения), удобно разделить на два шага. Первый состоит в нахождении решения правой части кинетического уравнения с нелинейным интегралом столкновений $I[f_e]$ с помощью полностью консервативной неявной разностной схемы [22]. Второй – в нахождении решения разностного уравнения для f_e с применением простой явной противопотоковой схемы. Расчет самосогласованного электрического поля E_x выполнялся на основе асимптотически корректной схемы [23], адаптированной для двумерной геометрии в пространстве скоростей. При этом значения электрического поля в начальный момент времени удовлетворяли решению уравнению Пуассона, а на каждом шаге по времени сеточные значения плотности плазмы и электрического тока удовлетворяли уравнению непрерывности. Указанная схема позволяет вычислять с высокой точностью самосогласованное электрическое поле даже на пространственных масштабах, существенно превышающих радиус Дебая.

В качестве показательного примера для сравнения нелокальных моделей переноса рассмотрим эволюцию начального ступенчатого распределения температуры с перепадом конечной толщины

$$T(x) = \begin{cases} T_1, & x < x_1 \\ T_1 + \dfrac{T_0 - T_1}{x_2 - x_1}(x - x_1), & x_1 \le x < x_2. \\ T_0, & x_2 \le x \end{cases} \qquad (9)$$

Здесь параметры однородной плазмы с плотностью электронов $n_0 = 10^{21}$ см$^{-3}$ и $Z = 1$ в расчетной области $[0; L]$, где $L = 2400\lambda_0$, выбраны как: $T_1 \gg T_0 = 0.6$ кэВ, $x_1 = 492\lambda_0$, $x_2 = 500\lambda_0$, где $\lambda_0 = 5.2$ мкм –

электронный пробег для T_0 и n_0. В расчетах использовались два значения начального перепада температур: 1) $T_1/T_0 = 5$, 2) $T_1/T_0 = 20$. В обоих случаях разлет плазмы на начальном этапе является кинетическим, так как длина пробега электронов намного превышает пороговое значение градиентной длины для нелокальности теплопереноса (1).

Кинетический расчет проводился на равномерной сетке, с разбиением расчетной области на $N_x = 12000$ ячеек по пространственной координате, $N_v = 600$ ячеек по модулю скорости и $N_\mu = 20$ ячеек по косинусу угла. Характерное время электрон-ионных столкновений в задаче $\tau_{ei} \approx 0.5$ пс, шаг по времени был выбран постоянным и равнялся $5 \times 10^{-3}\tau_{ei}$, а полное время расчета составило $400\tau_{ei} = 200$ пс. Начальная функция распределения в каждой пространственной ячейке принималась максвелловской, отвечающей начальному профилю электронной температуры и равномерному распределению плотности электронов и ионов. На границах задавалось постоянное максвелловское распределение с температурами T_1 и T_0 на левой и правой границах соответственно. Такая же температура являлась граничной для гидродинамических расчетов. Во всех модельных расчетах (кинетических и гидродинамических) ионы оставались неподвижными, создавая нейтрализующий фон для электронной подсистемы, а кулоновский логарифм был задан постоянным и равным 10.

Чтобы проследить особенности формирования теплового потока во всей области кинетического решения, оценим вклад различных групп электронов (со скоростями в интервале $v_1 < v < v_2$) в тепловой поток

$$q_v(v_1, v_2) = \frac{1}{2}\int\limits_{v_1}^{v_2} dv v^5 \int\limits_{-1}^{1} d\mu \mu f_e(v, \mu), \qquad (10)$$

причем величина $q_{\text{tot}} = q_v(0, \infty)$ является полным тепловым потоком в данной точке пространства. Результаты расчета (отношения $q_v(v_1, v_2)$ к q_{tot}) на момент времени 50 пс представлены на рис. 2. Хорошо видно, что тепловой поток в разных точках пространства определяется электронами с разными скоростями. Так в области основного перепада температуры (400–600 λ_{ei}) тепловой поток определяется электронами с энергией $< 4v_T$. Чем дальше от основного фронта тепловой волны, тем больший вклад в поток дают высокоэнергетичные частицы. В области 1500–2000 λ_{ei} доминируют электроны с $v > 5v_T$. Подобная дифференциация по вкладам частиц разных энергий в тепловой поток вдоль профиля тепловой

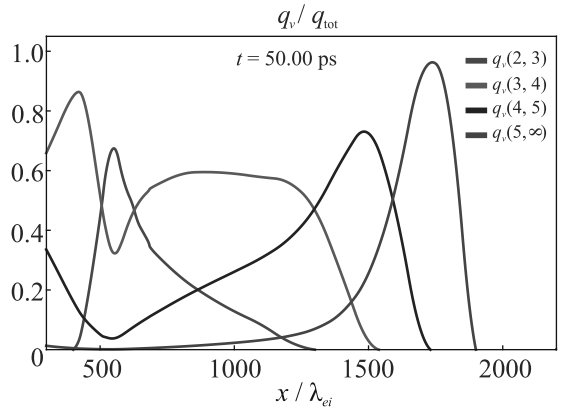

Рис. 2. (Цветной онлайн) Вклад различных групп электронов в зависимости от их скорости в тепловой поток, отнесенный к величине полного потока q_{tot} на момент $t = 50$ пс

волны (из-за сильной зависимости длины свободного пробега электронов от их энергии $\lambda \propto E^2$) свидетельствует о нестационарности электронной функции распределения и приводит к отличию в результатах кинетического и гидродинамического моделирования. Эти различия уменьшаются по мере сглаживания температурного градиента и формирования квазистационарного распределения частиц по скоростям, которое уже практически устанавливается для меньшего перепада температур на временах порядка окончания кинетических расчетов (200 пс). В этот момент времени максимальная величина λ_{ei}/L_T в области основного перепада температуры составляет 0.03 для $T_1/T_0 = 5$, 0.2 для $T_1/T_0 = 20$ (см. рис. 3, 4).

В первом случае (рис. 3) реализуется гидродинамический режим, отвечающий локальному тепловому потоку, о чем свидетельствует хорошее совпадение профилей температуры и теплового потока (в области наибольшего градиента температуры, $x \lesssim 700\lambda_{ei}$) практически для всех рассмотренных моделей. Здесь стоит отметить только различие в профиле температуры и величине потока вблизи фронта тепловой волны. Локальная модель предсказывает четкую границу теплового фронта, которая является сильно размытой для всех нелокальных моделей и кинетического расчета. При этом, нелокальная BB-модель дает наибольший предпрогрев, который уменьшается при использовании экспоненциального хвоста в ядре (что оказывается ближе к кинетическому расчету). Ограничение теплового потока приводит к изменению скорости фронта тепловой волны.

Использование большего начального перепада температур приводит к более существенной разнице между используемыми моделями и кинетическим

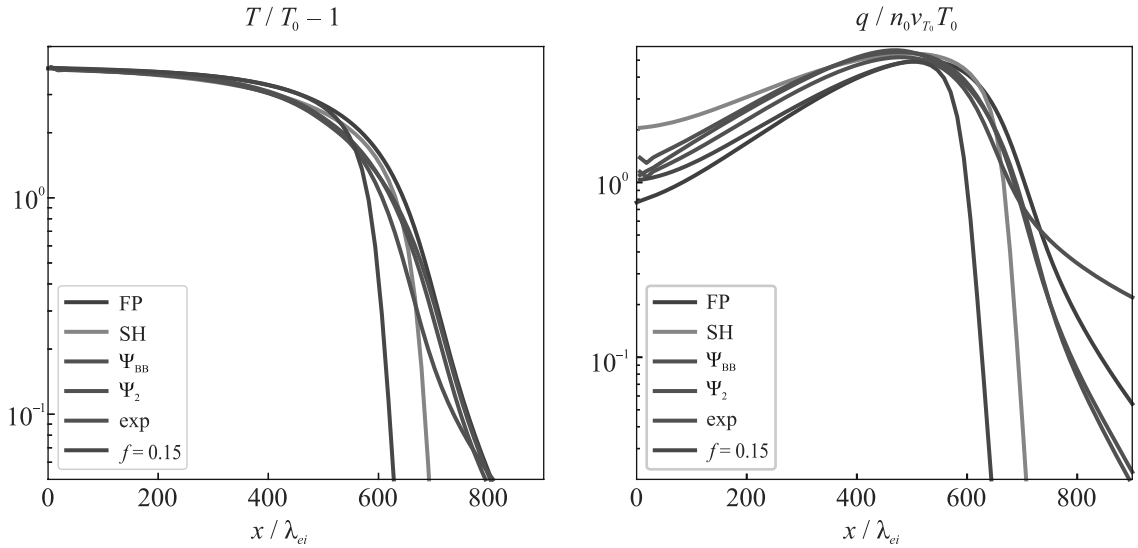

Рис. 3. (Цветной онлайн) Нормированные профили температуры T/T_0, превышения температуры над фоном $T/T_0 - 1$, нормированного теплового потока $q/n_0 v_{T0} T_0$ для задачи с $T_1/T_0 = 5$. "FP" – расчет по кинетическому уравнению Фоккера–Планка, "SH" – модель Спитцера–Харма, модели с Ψ_{BB}, Ψ_2 подписаны соответствующим образом, "$f = 0.15$" – модель с коэффициентом ограничения $f = 0.15$. Момент времени $t = 200$ пс

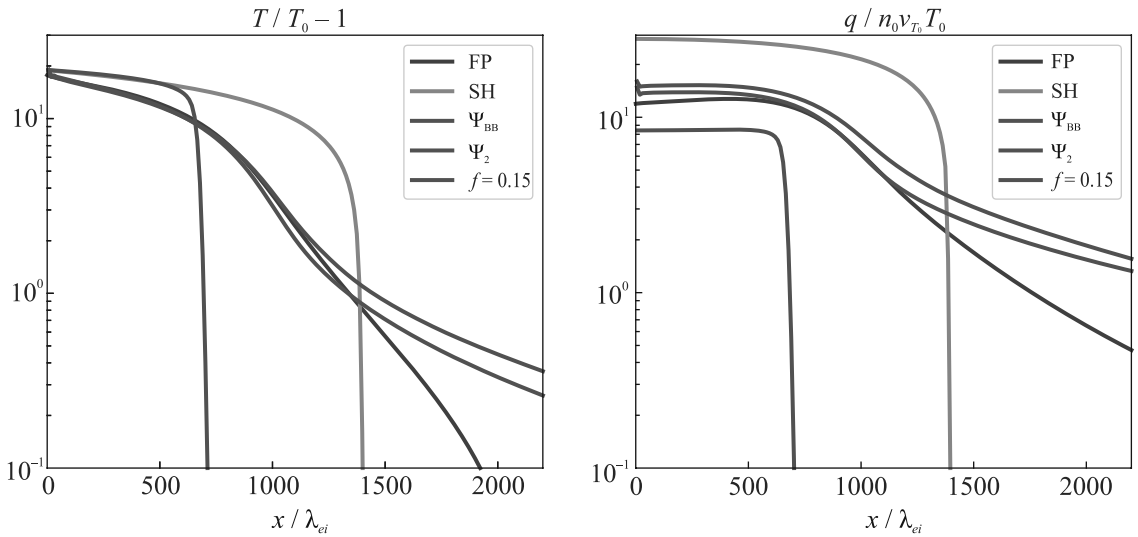

Рис. 4. (Цветной онлайн) Результат кинетического расчета с $T_1/T_0 = 20$. Обозначения те же, что на рис. 3. Момент времени $t = 200$ пс

моделированием, особенно в области предпрогрева перед фронтом тепловой волны (см. рис. 4), хотя в области основного перепада температуры ($x \lesssim 1200\lambda_{ei}$) все нелокальные модели не дают заметного отличия от кинетического расчета. В этом случае модель с феноменологической экспоненциальной асимптотикой приводит даже к большей величине теплового потока (и, соответственно, большей величине предпрогрева), чем нелокальная BB-модель. Отметим, что чисто экспоненциальная модель в этом режиме приводит к неустойчивому решению (см., например, [18]). Таким образом, тестовые расчеты по распространению тепловой волны с большим перепадом температуры показали некоторое расхождение существующих моделей даже в случае упрощенной постановки задачи о нелокальном теплопереносе. По-видимому, это связано с приближением квазистационарности переноса, используемого в этих моделях. Насколько существенны эти расхождения для динамики мишеней, исследуется в расчетах ниже.

Ожидаемо, что режим очень больших перепадов температур относится к случаю большой интенсивности лазерного облучения, например, для популярного в настоящее время сценария зажигания ударными волнами [24]. Вместе с тем, параметры плазмы, рассматриваемые в первом случае, больше близки к схеме прямого облучения, планируемой на российской установке мегаджоульного уровня [25].

Чтобы оценить влияние нелокальности теплового потока на эффективность сжатия мишени прямого облучения, мы взяли за основу геометрию, состав мишени и профили лазерного импульса как в работе [25]. Сферическая мишень состоит из 3 слоев: внутренняя область заполнена DT газом, далее идут слой DT льда и слой, состоящий из пластикового CH аблятора. При этом рассмотренное сжатие мишени в одномерном приближении позволяет исключить дополнительные многомерные факторы, влияющие на ее динамику, такие как неоднородность облучения, гидродинамические неустойчивости и т.д. Мишень описывается гидродинамической моделью двухтемпературной плазмы с электронной и ионной теплопроводностями, радиационным переносом и лазерным энерговыделением с учетом обратнотормозного механизма поглощения. Уравнение состояния и пробеги рассчитываются с использованием модели RESEOS [26] (в коде ЭРА), либо используется модель идеальной плазмы с полной постоянной ионизацией (в коде FRONT). Последнее является довольно сильным приближением, но допустимо, так как мишень состоит из веществ с относительно малым зарядом, поэтому при высоких температурах плазмы, которые формируются после облучения, ионизационное состояние близко к максимальному.

Расчеты показывают различие в динамике и структуре плотной оболочки для различных моделей (см. рис. 5), отличающихся поведением нелокального ядра. Чем сильнее нелокальность (более выражены хвосты в функции G: SH $\to \Psi_2 \to \Psi_{\mathrm{BB}}$), тем выше температура в плотной оболочке и ниже величина пика плотности. То же самое относится и к низкоплотной плазме, которая окружена этой оболочкой. При этом ее предпрогрев, помимо нелокальности, определяется и радиационным переносом, который оказывает значительное влияние.

Результаты расчетов мишени суммарно представлены в табл. 1 для всех трех рассматриваемых вариантов моделей теплопереноса (в таблице представлены расчеты по коду ЭРА, результаты по коду FRONT качественно совпадают). Наибольшее влияние на сжатие оказывает модель теплопереноса со степенным ядром Ψ_{BB}, в расчетах по которой значительно просаживается максимальная плотность и параметр ρR на момент максимального сжатия. Это связано с заметным размытием плотной оболочки из-за ее повышенной температуры, что является следствием более эффективного переноса тепла из области лазерного поглощения вглубь мишени. Последнее также подтверждается более высокой температурой в газовой полости. Модель Ψ_2 предсказывает не столь сильное падение параметров горячей области. При этом доля поглощенной лазерной энергии для всех моделей близка. Итоговым параметром, который показывает эффективность работы мишени является "запас по зажиганию" (подробнее см. [27, 28]). Расчет, проведенный при учете локальной модели с ограничением теплового потока, в соответствии с работой [25], приводит к выводу о работоспособности мишени (ее загоранию), который также сохраняется и в нелокальной модели с экспоненциальным хвостом, Ψ_2 (порог по зажиганию снижается незначительно). Расчет с использованием нелокальной BB-модели приводит к значительному снижению параметра запаса по зажиганию $W_Q < 1$ (недостаточно для уверенного загорания мишени), что является следствием предпрогрева оболочки и центральной части мишени. Представленные расчеты демонстрируют различную степень влияния для рассмотренных моделей нелокальности и указывают на необходимость количественного кинетического учета нелокального эффекта в расчетах термоядерного зажигания мишеней.

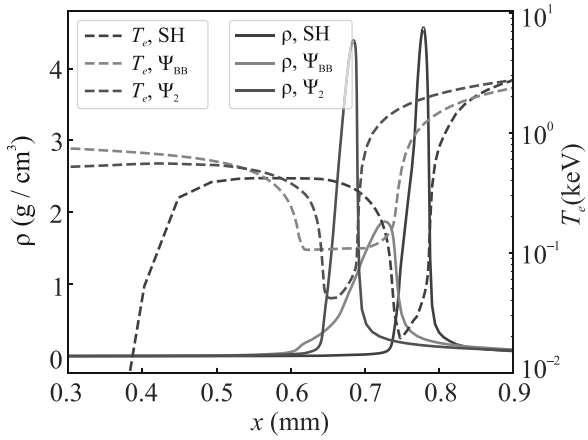

Рис. 5. (Цветной онлайн) Профили плотности и температуры электронов на момент времени $t = 8$ нс для трех моделей теплопереноса: локальной модели с ограничением $f = 0.15$ (SH) и двух нелокальных моделей с ядрами Ψ_{BB} и Ψ_2. Расчет по коду ЭРА

В целом, проведенное исследование демонстрирует, что эффект нелокальности представляет ре-

Таблица 1. Таблица результатов расчетов мишени по коду ЭРА, где K_a – доля поглощенной лазерной энергии, T_{ec} – электронная температура в критической плотности на момент $t = 8$ нс, $\rho_{\max}$, $T_{i,\max}$ – максимальная плотность и температура ионов в горячей области мишени, $(\rho R)_{\max}$ – поверхностная плотность на момент максимального сжатия, W_Q – запас по зажиганию

Модель теплопереноса	K_a	T_{ec}	$\rho_{\max}$, г/см^3	$(\rho R)_{\max}$, г/см^2	$T_{i,\max}$, кэВ	W_Q
SH, $f = 0.15$	78	6.3	65	1.34	11	2.6
Ψ_{BB}	80	6.1	16	0.46	11	0.82
Ψ_2	81	5.9	57	1.07	13	2.4

альную опасность для мишеней прямого облучения, в которых корона имеет более высокую температуру (по сравнению с непрямой схемой): так как при этом пробег электронов увеличивается, а характерные пространственные масштабы в мишени практически сохраняются. В схеме зажигания ударной волной при больших лазерных интенсивностях эффект должен быть сильнее. Он возникает даже в условиях, при которых параметрические неустойчивости, которые рассматриваются сейчас как основные источники горячих электронов, могут не развиваться. В представленных расчетах влияние нелокального переноса оказывается достаточным, чтобы изменить параметры в горячей области мишени в момент ее максимального сжатия и повлиять на процесс зажигания. Это происходит за счет изменения теплового потока в окрестности плотной оболочки, что приводит к модификации ее структуры и динамики, а также предпрогрева внутренней части газовой полости. Следует также отметить, что нелокальные модели с ядром оперируют только с моментами функции распределения частиц, что не отражает в полной мере кинетику переноса. Кроме этого, используется предположение о квазистационарности переноса, не учитывающее динамику распространения электронов. В полной мере эффект нелокальности может быть учтен с помощью полномасштабного кинетического моделирования, что в настоящее время недоступно для исследуемых мишеней. Вместе с тем, следует развивать гибридный подход на основе последовательно подключаемых на коротких временах и в отдельных пространственных областях фоккер-планковских расчетов в глобальное гидродинамическое моделирование. Данная работа дает пример того, как для этого можно в дальнейшем развивать и верифицировать упрощенные нелокальные модели.

Авторы благодарны А. В. Брантову за плодотворные дискуссии.

1. R. S. Craxton, K. S. Anderson, T. R. Boehly et al. (Collaboration), Phys. Plasmas **22**, 110501 (2015).
2. M. J. Rosenberg, A. A. Solodov, J. F. Myatt et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **120**, 055001 (2018).
3. G. Gregori, S. H. Glenzer, J. Knight, C. Niemann, D. Price, D. H. Froula, M. J. Edwards, R. P. Town, A. Brantov, W. Rozmus, and V. Yu. Bychenkov, Phys. Rev. Lett. **92**, 205006 (2004).
4. F. Pérez, J. D. Colvin, M. J. May, S. Charnvanichborikarn, S. O. Kucheyev, T. E. Felter, and K. B. Fournier, Phys. Plasmas **22**, 113112 (2015).
5. R. J. Henchen, M. Sherlock, W. Rozmus, J. Katz, D. Cao, J. P. Palastro, and D. H. Froula, Phys. Rev. Lett. **121**, 125001 (2018).
6. L. Spitzer and R. Härm, Phys. Rev. **89**, 977 (1953).
7. A. V. Brantov and V. Y. Bychenkov, Plasma Physics Reports **39**, 698 (2013).
8. M. D. Rosen, H. A. Scott, D. E. Hinkel, E. A. Williams, D. A. Callahan, R. P. J. Town, L. Divol, P. A. Michel, W. L. Kruer, L. J. Suter, R. A. London, J. A. Harte, and G. B. Zimmerman, High Energy Density Physics **7**, 180 (2011).
9. J. R. Albritton, Phys. Rev. Lett. **50**, 2078 (1983).
10. J. R. Albritton, E. A. Williams, I. B. Bernstein, and K. P. Swartz, Phys. Rev. Lett. **57**, 1887 (1986).
11. S. I. Krasheninnikov, Phys. Fluids B **5**, 74 (1993).
12. F. Minotti and C. F. Fontan, Phys. Fluids B **2**, 1725 (1990).
13. N. N. Ljepojevic and P. MacNeice, Phys. Rev. A **40**, 981 (1989).
14. G. P. Schurtz, P. D. Nicolaï, and M. Busquet, Phys. Plasmas **7**, 4238 (2000).
15. O. V. Batishchev, V. Y. Bychenkov, F. Detering, W. Rozmus, R. Sydora, C. E. Capjack, and V. N. Novikov, Phys. Plasmas **9**, 2302 (2002).
16. M. Holec, J. Nikl, and S. Weber, Phys. Plasmas **25**, 032704 (2018).
17. J. F. Luciani, P. Mora, and J. Virmont, Phys. Rev. Lett. **51**, 1664 (1983).
18. E. M. Epperlein and R. W. Short, Phys. Fluids B **3**, 3092 (1991).
19. V. Y. Bychenkov, W. Rozmus, and R. Teshima, Phys. Plasmas **9**, 2872 (2002).
20. Н. М. Барышева, А. И. Зуев, Н. Г. Карлыханов, В. А. Лыков, В. Е. Черняков, Журнал вычислительной математики и математической физики **22**, 401 (1982).

21. S. I. Glazyrin, A. V. Brantov, M. A. Rakitina, and V. Y. Bychenkov, High Energy Density Physics **36**, 100824 (2020).
22. I. F. Potapenko, A. V. Bobylev, and E. Mossberg, Transp. Theory Stat. Phys. **37**, 113 (2008).
23. S. Guisset, S. Brull, B. Dubroca, E. d'Humières, S. Karpov, and I. Potapenko, Communications in Computational Physics **19**, 301 (2016).
24. S. Atzeni, X. Ribeyre, G. Schurtz, A. Schmitt, B.Canaud, R. Betti, and L. Perkins, Nuclear Fusion **54**, 054008 (2014).
25. С. А. Бельков, С. В. Бондаренко, Г. А. Вергунова, С. Г. Гаранин, С. Ю. Гуськов, Н. Н. Демченко, И. Я. Доскоч, П. А. Кучугов, Н. В. Змитриенко, В. Б. Розанов, Р. В. Степанов, Р. А. Яхин, ЖЭТФ **148**, 784 (2015).
26. A. A. Ovechkin, P. A. Loboda, V. G. Novikov, A. S. Grushin, and A. D. Solomyannaya, High Energy Density Physics **13**, 20 (2014).
27. Ю. С. Вахрамеев, В. Н. Мохов, Н. А. Попов, Атомная энергия **49**, 121 (1980).
28. Е. Н. Аврорин, Л. П. Феоктистов, Л. И. Шибаршов, Физика плазмы **6**(5), 965 (1980).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 88 – 95 © 2022 г. 25 июля

Формирование и классификация скачков и уединенных ударных волн в изэнтропических течениях политропных сплошных сред

К. В. Карельский[+], *А. С. Петросян*[+*1)]

[+]*Институт космических исследований РАН, 117997 Москва, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт, 141701 Долгопрудный, Россия*

Поступила в редакцию 11 апреля 2022 г.
После переработки 9 июня 2022 г.
Принята к публикации 9 июня 2022 г.

В работе исследованы условия возникновения произвольного скачка в изэнтропическом течении политропной среды. Показано, что скачок газодинамических параметров возникает в результате эволюции автомодельного течения. Введено понятие самофокусирующихся волн Римана. Показано, что произвольный скачок формируется только такими волнами и найдены условия его генерации. Показано, что существует критическое значение скорости, ниже которой скачок не может быть сформирован изэнтропически. Найдено второе критическое значение скорости, при превышении которого скачок формируется только при наличии зоны вакуума. Показано, что существует только два класса уединенных ударных волн: ударные волны, формирующиеся в среде, содержащей зону вакуума, и формирующиеся в непрерывной среде. Показано, что не всякое падение волны Римана приводит к появления ударной волны. Полученные результаты носят общефизический характер, поскольку основаны только на общих свойствах квазилинейных гиперболических систем уравнений.

DOI: 10.31857/S123456782214004X, EDN: iyekxb

1. Введение. Проблема возникновения скачков в газовой динамике является одной из ключевых, как для понимания естественных природных процессов, так и в их математическом моделировании. Понятие произвольного разрыва широко используется в газовой динамике и является ключевым, например, в постановке фундаментальной задачи Римана о распаде разрыва [1, 2]. Особый интерес представляют уединенные ударные фронты, как физические реализации устойчивых скачков в сплошной среде. Теория ударных волн в одномерной газовой динамике существенно опирается на понятие поршня, при движении которого возникает ударный фронт [3–8], на соотношения Ранкина–Гюгонио на ударном фронте и на известное выражение для скорости распространения разрыва. Основные известные результаты получены для распространения и взаимодействия уединенных ударных фронтов с другими возмущениями, оставляя открытым вопрос их возникновения. Такая качественная теория является определяющей в газовой динамике и успешно применяется при решении различных прикладных задач. Тем не менее физическое явление ударной волны широко применяется в многочисленных задачах астрофизики и гелиофизики, определяя свойства течений в таких природных явлениях. В таких случаях часто невозможно определить механизм возникновения ударных фронтов, что ограничивает возможности их изучения. В работе мы предлагаем новые формулировки проблемы возникновения ударных волн и получаем нетривиальную классификацию таких волн. Наше исследование основано на анализе частных автомодельных решений уравнений газовой динамики политропного газа и решении задачи о распаде произвольного разрыва (задачи Римана). Для этого мы формулируем общую задачу возникновения произвольного разрыва в одномерной газовой динамике. Полученные результаты о скачках существенно модифицируют решение задачи Римана о распаде произвольного разрыва, которое, помимо фундаментального интереса в газовой динамике, используется в численных конечно-объемных методах [9]. В работе [10] показано, что использование обобщения решений задачи о распаде произвольного разрыва в таких методах существенно улучшает результаты моделирования.

Под уединенным ударным фронтом мы понимаем частный случай устойчивого скачка физических характеристик течения сплошной среды. Будем рассматривать эволюционирующий уединенный ударный фронт совместно с контактным разрывом. Контактный разрыв и ударный фронт являются неотъемлемыми частями ударной волны, как физическо-

1)e-mail: apetrosy@iki.rssi.ru

го явления. Именно такое представление позволяет идентифицировать наблюдаемый физический процесс ударной волной. Важным следствием такого рассмотрения ударной волны является наличие единственной точки ее зарождения, принадлежащей одновременно ударному фронту и контактному разрыву, т.е. точки их пересечения. Наличие такой точки пересечения в совокупности с постоянством течения на бесконечности, как условия уединенности ударной волны, обеспечивает автомодельность характеристик течения вблизи нее. Таким образом, анализ автомодельных решений вблизи данной точки позволяет исследовать трансформацию изэнтропических течений в уединенную ударную волну и предложить классификацию ударных волн, основанную на их собственных физических свойствах.

В работе: 1) найдены все возможные виды возмущений в изэнтропических процессах, формирующих скачки; 2) найдены условия реализации каждого из полученных возмущений; 3) показано, что любая уединенная ударная волна может быть сформирована найденными возмущениями; 4) найден критерий разбиения ударных волн на два класса, обусловленный исключительно их собственными физическими свойствами, реологией среды и интенсивностью; 5) предъявлена падающая волна Римана, не нарушающая изентропичность течения.

2. Уединенная ударная волна как частный случай скачка. Качественное рассмотрение. В данном параграфе рассмотрим все элементарные автомодельные возмущения, сходящиеся в заданную точку, и изучим все возможные конфигурации их комбинаций в изентропических процессах. Мы перечислим все автомодельные решения, сходящиеся со временем в одну точку и тем самым формирующие заданный скачок.

Уединенная ударная волна будет частным случаем произвольного ненулевого скачка плотности гомоэнтропической сплошной среды $S = S_0$:

$$(\hat{u}_a, \hat{\rho}_a), (\hat{u}_b, \hat{\rho}_b), \tag{1}$$

где $\hat{u}_a, \hat{u}_b$ – скорости, а $\hat{\rho}_a, \hat{\rho}_b$ – плотности сплошной среды на скачке, причем $\hat{\rho}_a \neq \hat{\rho}_b$. Направим систему координат так, чтобы область пространства, содержащая среду меньшей плотности, находилась справа и выберем начало системы координат $O(0,0)$, чтобы среда в этой области покоилась (рис. 1). Введем новые обозначения с индексом 1 и 0, индекс 1 соответствует значению параметров слева от скачка, 0 – справа:

$$(\hat{u}_1, \hat{\rho}_1), (\hat{u}_0, \hat{\rho}_0), \tag{2}$$

где $\hat{\rho}_1 > \hat{\rho}_0$ и $\hat{u}_0 = 0$.

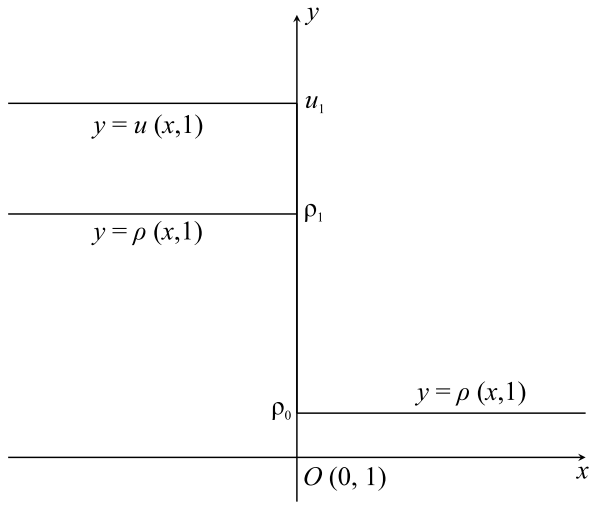

Рис. 1. Произвольный скачок в выбранной системе координат при $t = 1, \hat{u}(x,1) = \hat{u}_1, \hat{\rho}(x,1) = \hat{\rho}_1$ для $x < 0$ и $\hat{u}(x,1) = \hat{u}_0, \hat{\rho}(x,1) = \hat{\rho}_0$ для $x \geq 0$

Частным случаем такого скачка является уединенная ударная волна. Согласно второму началу термодинамики ударный фронт должен набегать на покоящуюся среду, поскольку ударных волн разряжения не может существовать, а плотность среды слева больше, чем справа. Поскольку зарождение ударной волны рассматривается в гомоэнтропической среде, а энтропия на фронте необходимо растет, область за ударным фронтом должна быть отделена от области постоянной энтропии. И, следовательно, за фронтом уединенной ударной волны следует ее неотъемлемая часть – контактный разрыв. Полученная таким образом конфигурация течения является уединенной ударной волной (рис. 2), где $D > 0$ – скорость распространения фронта ударной волны, u_1 – скорость контактного разрыва, а $\rho_1 = \hat{\rho}_1$, $\rho_0 = \hat{\rho}_0$ – плотности сплошной среды. Отметим, что по определению контактного разрыва его скорость совпадает как со скоростью внутри ударной волны, так и скоростью невозмущенного потока, находящегося слева. Таким образом, в выбранной системе координат произвольный скачок плотности становится ударной волной, когда $\hat{u}_1 = u_1$. Поскольку ударный фронт движется в положительном направлении по неподвижной среде, скорость контактного разрыва строго положительна. Определим значение u_1 из решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва [1, 11]. Решение этой задачи содержит пять различных конфигураций, причем для набегающего в положительном направлении более плотного потока только две конфигурации содержат ударные волны: 1) волна разряжения и правая ударная волна, 2) две ударные вол-

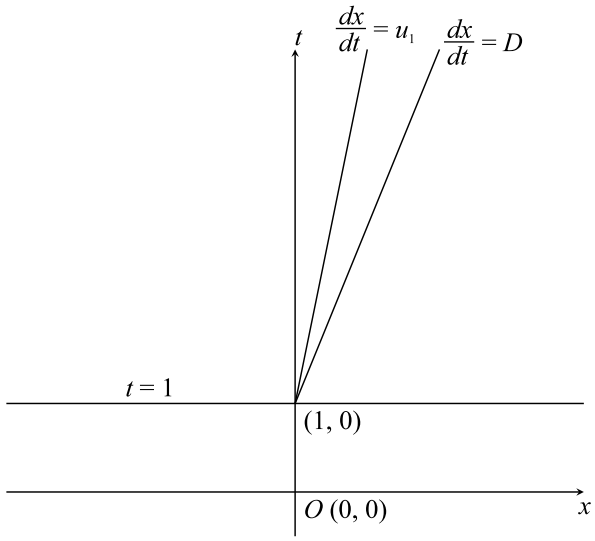

Рис. 2. Уединенная ударная волна, распространяющаяся вправо по покоящемуся газу. $u_1 > 0$ – скорость распространения контактного разрыва, $D > 0$ – скорость распространения фронта ударной волны

ны. При увеличении скорости набегающего потока интенсивность волны разряжения в первой конфигурации падает вплоть до полного вырождения волны разряжения. Полное вырождение волны разряжения можно формально трактовать как возникновение левой ударной волны нулевой интенсивности (дальнейшее увеличение скорости набегающего потока влечет рост интенсивности и переход решения в конфигурацию 2). Именно, граничное значение скорости набегающего потока, разделяющее указанные конфигурации, определяет правую уединенную волну [12]:

$$u_1 = (1-\varkappa)\, c_0 \left(\sqrt{\frac{(\rho_1/\rho_0)^\gamma + \varkappa}{1+\varkappa}} - \sqrt{\frac{1+\varkappa}{(\rho_1/\rho_0)^\gamma + \varkappa}} \right), \tag{3}$$

где $\varkappa = (\gamma-1)\,/\,(\gamma+1)$, γ – показатель адиабаты, c_0 – скорость звука перед фронтом ударной волны.

Приведенные рассуждения сводят задачу о формировании уединенной ударной волны к нахождению возмущения изентропического течения, сходящего в точку и соединяющего две полубесконечные области постоянных гомоэнтропических течений. Поэтому для решения поставленной задачи необходимо использовать течения с характеристиками, сходящимися в точку и примыкающие к постоянным потокам. Характеристики постоянных потоков являются параллельными прямыми линиями, следовательно, искомое возмущение должно обладать так же прямыми характеристиками. Всего три вида течений в политропных средах обладают прямыми характеристиками, а именно: ударные волны, контактные разрывы и волны Римана. Ударные волны и контактные разрывы не могут быть использованы в силу требования гомоэнтропичности и однородности.

3. Скачок газодинамических параметров в сплошной среде, как результат эволюции автомодельных течений. Таким образом, формирование произвольного скачка плотности и уединенной ударной волны в частности определяется возмущением, состоящим исключительно из волн Римана, сходящихся в одну точку. Требование сходимости характеристик ограничивает класс возможных возмущений волнами сжатия. Условие схождения Римановых волн сжатия в одну точку эквивалентно требованию их автомодельности. Назовем автомодельные волны сжатия псевдоцентрированными волнами Римана по аналогии с хорошо известными центрированными волнами Римана, исходящими из одной точки и, следовательно, являющимися волнами разряжения.

Псевдоцентрированные волны Римана могут быть получены из центрированных волн Римана формальной заменой времени t на противоположную величину $-t$. Очевидно, с точностью до этой замены псевдоцентрированные волны наследуют все свойства центрированных волн Римана. Будем различать два вида псевдоцентрированных волн: обращенных вперед, то есть распространяющихся вдоль характеристик $dx/dt = u + c$ и волн, распространяющихся назад, вдоль характеристик $dx/dt = u - c$. Волны, распространяющиеся вперед, сохраняют инвариант Римана $R = u - 2c/(\gamma-1)$ в области распространения, волны, обращенные назад – инвариант Римана $S = u + 2c/(\gamma-1)$. Скорость в псевдоцентрированных волнах линейно убывает независимо от направления распространения, а скорость звука, сохраняя линейную зависимость, растет в волне, обращенной назад, и падает в волне, обращенной вперед. Так же, как и в случае центрированных волн, в одну точку может приходить не более одной псевдоцентрированной волны одного класса. При этом в силу очевидного неравенства $u + c > u - c$ последовательность волн разного класса жестко регламентирована – волна, обращенная назад следует за волной, обращенной вперед.

Таким образом, существуют четыре вида возмущений, приходящих в одну точку и граничащих с постоянными течениями: 1) псевдоцентрированная волна Римана, обращенная вперед, 2) псевдоцентрированная волна Римана, обращенная назад, 3) конфигурация двух псевдоцентрированных волн Римана – обращенной вперед и обращенной назад, и

4) конфигурация двух псевдоцентрированных волн Римана, разделенных областью вакуума. Первые два вида возмущений не могут быть реализованы для формирования уединенной ударной волны. Первый – в силу хорошо известных соотношений между политропой и ударной адиабатой Гюгонио, второй – по причине роста скорости звука, а вместе с ней и, очевидно, плотности внутри волны.

Получим условия, при которых реализуется каждая из последних двух указанных конфигураций, формирующих уединенную ударную волну. В силу того, что уединенная ударная волна является частным случаем произвольного скачка для решения поставленной задачи, сначала определим условия формирования произвольного скачка. Действительно, полученные четыре вида возмущений единственно возможные в изэнтропических процессах, формирующих скачок в политропных средах. Отметим, что нарушение условия изэнтропичности процесса формирования скачка расширяет класс возмущений, приходящих в одну точку и граничащих с постоянными течениями до бесконечного множества, благодаря фронтам ударных волн, обращенных вперед и назад. Количество таких фронтов, сходящихся в одну точку, не ограничено, регламентирована лишь их последовательность: любой фронт левой ударной волны находится правее любого фронта правой ударной волны. Кроме того, наличие ударного фронта делает совместными конфигурации возмущений, содержащие две и более самофокусирующиеся волны одного класса. Таким образом, в общем случае неизэнтропического процесса возмущение состоит из набора ударных фронтов, контактного разрыва и самофокусирующихся волн обоих классов, сходящихся в одной точке.

Возвращаясь к изэнтропическим процессам, важно отметить, что произвольный скачок может быть сформирован также и первыми двумя видами возмущений, соответствующими единичным самофокусирующимся волнам. Однако первые два случая не нуждаются в отдельном рассмотрении, поскольку для формирования произвольного разрыва являются частным случаем третьего возмущения – слияния R и S самофокусирующихся волн. Кроме того, строгое неравенство в соотношении для плотностей на произвольном скачке является избыточным и используется лишь в структуре формирования уединенной ударной волны.

Будем считать точку $O\,(0, t_0)$ точкой возникновения скачка. Обозначим лучи, соответствующие крайним характеристикам самофокусирующихся волн, следующим образом: OA, OB, OC, OD. Данные лучи разбивают нижнюю полуплоскость на пять областей, которые пронумеруем римскими цифрами, слева направо.

Таким образом, получены все возможные конфигурации автомодельных возмущений, формирующих в результате изэнтропического процесса скачок в заданной точке $O\,(0, t_0)$.

4. Генерация скачка двумя самофокусирующимися волнами Римана, разделенными зоной вакуума. В настоящем разделе получим условия реализации конфигурации возмущения, состоящего из двух самофокусирующихся волн и зоны вакуума между ними.

Укажем значения физических величин в каждой полученной области (рис. 3). В области I имеем по-

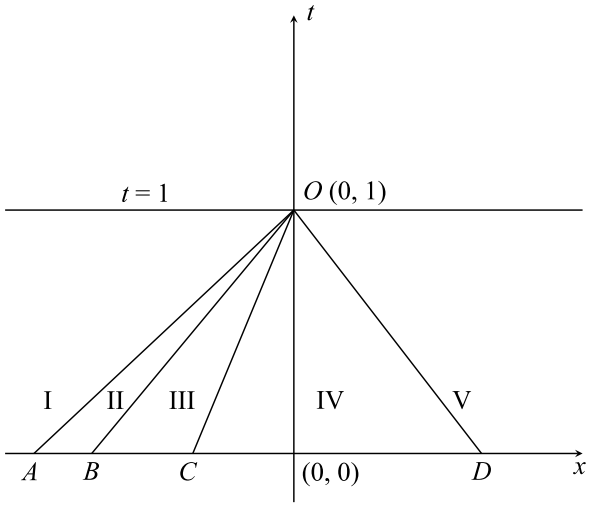

Рис. 3. Кумуляция двух самофокусирующихся волн Римана, разделенных зоной вакуума III, $\rho \equiv 0$

стоянный поток и следующие значения переменных: $u = u_1$, $p = p_1$, $c = c_1$. В области II имеем самофокусирующуюся R волну Римана и, следовательно, выполняются соотношения:

$$R \equiv u - \frac{2}{\gamma - 1}\, c = \text{const}, \tag{4}$$

$$u_{\text{II}} - \frac{2}{\gamma - 1} c_{\text{II}} = u_1 - \frac{2}{\gamma - 1}\, c_1. \tag{5}$$

В области III – вакуум и, следовательно, $p_{\text{III}} \equiv 0$, $c_{\text{III}} \equiv 0$. В области IV имеем самофокусирующуюся S волну Римана и, следовательно, выполняются соотношения:

$$S \equiv u + \frac{2}{\gamma - 1}\, c = \text{const}, \tag{6}$$

$$u_{\text{IV}} + \frac{2}{\gamma - 1}\, c_{\text{IV}} = u_0 + \frac{2}{\gamma - 1}\, c_0 = \frac{2}{\gamma - 1}\, c_0. \tag{7}$$

В области V – постоянный поток: $u = u_0 = 0$, $p = p_0$, $c = c_0$. Уравнения, задающие лучи OA, OB, OC, OD имеют вид:

$$\frac{dx}{dt} = u_1 + c_1, \quad \frac{dx}{dt} = u_1 - \frac{2}{\gamma - 1}\, c_1,$$
$$\frac{dx}{dt} = \frac{2}{\gamma - 1}\, c_1, \quad \frac{dx}{dt} = c_0. \tag{8}$$

Запишем условия совместности данной конфигурации:

$$-\left(u_1 + c_1\right) < -\left(u_1 - \frac{2}{\gamma - 1}\, c_1\right) <$$
$$< -\frac{2}{\gamma - 1}\, c_0 < 0 < c_0. \tag{9}$$

Учитывая, что $c_1 \geq c_0$ и $u_1 > 0$, единственным нетривиальным условием является

$$u_1 - \frac{2}{\gamma - 1}\, c_1 > \frac{2}{\gamma - 1}\, c_0. \tag{10}$$

Откуда $u_1 > \frac{2}{\gamma - 1}\left(c_0 + c_1\right)$, и окончательно

$$u_1 > \frac{2}{\gamma - 1}\, c_1 \left(1 + c'\right), \tag{11}$$

где $c' = c_0/c_1$ – отношение скоростей слабых возмущений на скачке.

Учитывая термодинамические соотношения, обеспеченные условием политропности сплошной среды

$$p' = c'^{\frac{2\gamma}{\gamma - 1}}, \quad c' = p'^{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}}, \tag{12}$$

где $p' = p_1/p_0$ – отношение давлений на скачке, неравенство (11) принимает вид:

$$u_1 > \frac{2}{\gamma - 1} c_1 \left(1 + p'^{\frac{1-\gamma}{2\gamma}}\right). \tag{13}$$

Таким образом, при скоростях, удовлетворяющих найденному неравенству (13) все скачки формируются течением, содержащим зону вакуума.

5. Генерация скачка двумя самофокусирующимися волнами Римана в односвязной области. В данном параграфе найдены условия реализации конфигурации возмущений, состоящих из двух самофокусирующихся волн, разделенных зоной постоянного течения.

Будем полагать, что неравенство (13) не выполняется и, следовательно, значение скорости ограничено сверху соответствующим выражением. Укажем значения физических величин в каждой из пяти полученных областей (рис. 4).

В области I имеем постоянный поток и следующие значения переменных: $u = u_1$, $p = p_1$, $c = c_1$. В

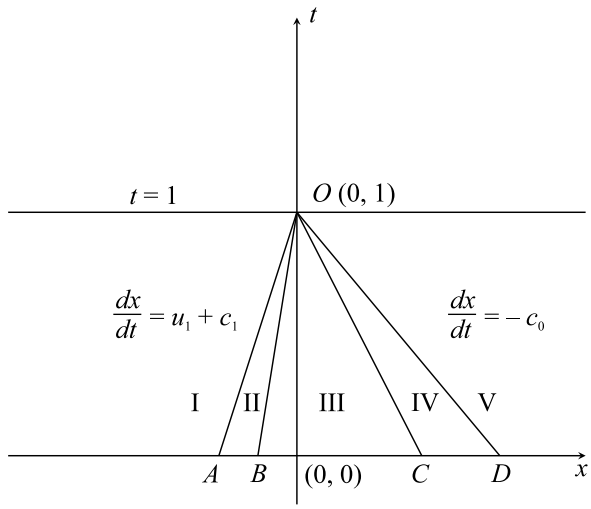

Рис. 4. Кумуляция двух самофокусирующихся волн Римана, разделенных постоянным течением в зоне III, $\rho_3 > 0$, $u_3 > 0$

области II имеем самофокусирующуюся R волну Римана и, следовательно, выполняются соотношения:

$$R \equiv u - \frac{2}{\gamma - 1} c = \text{const}, \tag{14}$$

$$u_{\text{II}} - \frac{2}{\gamma - 1}\, c_{\text{II}} = u_1 - \frac{2}{\gamma - 1}\, c_1. \tag{15}$$

В области III – постоянный поток и, следовательно, $p = p_{\text{III}} \equiv \text{const}$, $c = c_{\text{III}} \equiv \text{const}$, $u = u_{\text{III}} \equiv \text{const}$. В области IV имеем самофокусирующуюся S волну Римана и, следовательно, выполняются соотношения:

$$S \equiv u + \frac{2}{\gamma - 1}\, c = \text{const}, \tag{16}$$

$$u_{\text{IV}} + \frac{2}{\gamma - 1}\, c_{\text{IV}} = u_0 + \frac{2}{\gamma - 1}\, c_0 = \frac{2}{\gamma - 1} c_0. \tag{17}$$

В области V – постоянный поток: $u = u_0 = 0, p = p_0$, $c = c_0$.

Уравнения, задающие лучи OA, OB, OC, OD имеют вид:

$$\frac{dx}{dt} = u_1 + c_1, \quad \frac{dx}{dt} = u_{\text{III}} + c_{\text{III}},$$
$$\frac{dx}{dt} = u_{\text{III}} - c_{\text{III}}, \quad \frac{dx}{dt} = -c_0. \tag{18}$$

Запишем условия совместности данной конфигурации:

$$-\left(u_1 + c_1\right) < -\left(u_{\text{III}} + c_{\text{III}}\right) < 0 < u_{\text{III}} - c_{\text{III}} < c_0. \tag{19}$$

Условия совместности тривиальны в случае единственного набора констант $(u_{\rm III}, c_{\rm III})$, $u_{\rm III} > 0$, $c_{\rm III} < c_0$, удовлетворяющего условиям постоянства соответствующих инвариантов Римана:

$$c_{\rm III} = \frac{1}{2}\left(c_1 + c_0\right) - \frac{\gamma - 1}{4} u_1, \tag{20}$$

$$u_{\rm III} = \frac{1}{\gamma - 1}\left(c_0 - c_1\right) + \frac{1}{2} u_1, \tag{21}$$

$$u_1 > \frac{2}{\gamma - 1} c_1 \left(1 - p'^{\frac{1-\gamma}{2\gamma}}\right). \tag{22}$$

Таким образом, при скоростях, удовлетворяющих условию (22) и не удовлетворяющих условию (13) все ступенчатые разрывы изентропически формируются в результате слияния двух самофокусирующихся волн Римана в односвязной политропной среде.

Приведенные выше выкладки позволяют сформулировать три важных утверждения:

Утверждение 1. Скачок скорости на произвольном разрыве, сформированный в политропной среде изэнтропическим процессом, ограничен снизу и необходимо превышает

$$\Delta u_{cr} \equiv \frac{2}{(\gamma - 1)} c_1 \left[1 - p'^{\frac{(1-\gamma)}{2\gamma}}\right]. \tag{23}$$

Следовательно, ограничено и число Маха $M_1 \equiv u_1/c_1$ набегающего потока:

$$M_1 \geq 2 \frac{1 - p'^{\frac{1-\gamma}{2\gamma}}}{\gamma - 1}. \tag{24}$$

Утверждение 2. Произвольный разрыв, сформированный изэнтропическим процессом и несущий на себе скачок скорости, превышающий

$$\Delta u_{cr} \equiv \frac{2}{\gamma - 1} c_1 \left[1 + p'^{\frac{1-\gamma}{2\gamma}}\right], \tag{25}$$

является следствием нарушения односвязности формирующей его политропной среды.

Утверждение 3. Скачок может быть сформирован неизэнтропическим процессом лишь в сжимающейся политропной среде: $M_1 > 0$.

Утверждение 3 является прямым следствием запрета ударных волн разряжения, что в свою очередь вытекает из требования второго начала термодинамики, постулирующего рост энтропии консервативной термодинамической системы.

Выше изучены условия возникновения скачков плотности ограниченной интенсивности. Поскольку в противном случае скачок, возникая и исчезая в один и тот же момент времени, является вырожденным. Действительно в рамках принятых условий неограниченность скачка плотности означает отсутствие среды в полубесконечной области справа, т.е. равенство нулю плотности справа от скачка. Такой скачок реализуется в рамках автомодельности единственным образом: правой самофокусирующейся волной Римана, распространяющейся в область вакуума. После фокусировки такой волны в точке формирования скачка, только что сформировавшийся скачок мгновенно эволюционирует в центрированную волну разряжения, обращенную влево и граничащую с зоной вакуума. Данный вырожденный скачок представляет самостоятельный интерес, поскольку его существование идет в разрез с общепринятой точкой зрения, что пересечение характеристик одного семейства необходимо ведет к производству энтропии и, следовательно, к нарушению непрерывности течения.

Сформулированные утверждения исчерпывают условия существования автомодельных возмущений, формирующих скачки в политропных средах.

6. Формирование уединенной ударной волны двумя самофокусирующимися волнами Римана в односвязной области. Уединенная ударная волна рассматривается как результат эволюции произвольного скачка и находятся условия, при которых реализуется уединенная ударная волна. Мы используем решение задачи о распаде произвольного разрыва. Решение этой задачи содержит следующие конфигурации: две волны разрежения; две ударные волны, разделенные контактным разрывом; волна разрежения и ударная волна; ударная волна и волна разрежения; а также условия реализации каждой конфигурации. Уединенная ударная волна является границей двух конфигураций: двух ударных волн, разделенных контактным разрывом, и волны разрежения – ударной волны, разделенных контактным разрывом. Пересечение условий реализации этих двух конфигураций дает условие возникновения уединенной ударной волны. Поскольку ударную волну можно отнести к обеим конфигурациям при условии, что левая ударная волна вырождается в постоянный поток в конфигурации двух ударных волн, а волна разрежения вырождается в постоянный поток в конфигурации волны разрежения и ударной волны.

Перейдем далее к изучению конкретного частного случая произвольного скачка – ударной волны. В настоящем разделе получим условия существования автомодельных возмущений, формирующих уединенную ударную волну в результате изэн-

тропического процесса, как в односвязной области, так и в области, содержащей зону вакуума. Полученные условия позволят ввести естественную классификацию уединенных ударных волн по происхождению.

Ограничения на скорость набегающего потока, полученные в леммах 1 и 2, выполняются для любых скачков физических величин. Следовательно, при учете соотношения 3, выделяющего из общего класса скачков непосредственно уединенные ударные волны, эти ограничения обеспечат реализацию заданной конфигурации возмущения.

Перепишем выражение для скорости, определяемое соотношением (3), в виде:

$$u_1 = (1-\varkappa)c_0\left[\sqrt{\frac{p'+\varkappa}{1+\varkappa}} - \sqrt{\frac{1+\varkappa}{p'+\varkappa}}\right]. \qquad (26)$$

И наложим условия (13) и (22):

$$\frac{2}{\gamma-1}c_1\left[1-p'^{\frac{1-\gamma}{2\gamma}}\right] \le u_1 \le \frac{\gamma-1}{2\gamma}\left(c_1+c_0\right). \qquad (27)$$

Тогда, производя цепочку преобразований, получим

$$\sqrt{\frac{k+2}{(k+1)^3}}k^2\left[p'^{\frac{1}{k+2}}-1\right] \le \frac{p'-1}{\sqrt{p'+\varkappa}} \le$$
$$\le \sqrt{\frac{1}{(k+3)^3(k+2)}}k\left(p'^{\frac{1}{k+2}}+1\right). \qquad (28)$$

Первая часть соотношения (28) позволяет сформулировать следующее утверждение.

Утверждение 4. Любая уединенная ударная волна появляется в изентропическом потоке политропной среды в результате кумуляции двух псевдоцентрированных (самофокусирующихся) волн Римана PCR, PCS.

Доказательство следует из выполнения первой части неравенства (28):

$$\sqrt{\frac{k+2}{(k+1)^3}}k^2\left[p'^{\frac{1}{k+2}}-1\right] \le \frac{p'-1}{\sqrt{p'+\varkappa}} \qquad (29)$$

для любых $p' \ge 1$. Действительно, $p'=1$ – очевидный корень уравнения

$$\sqrt{\frac{k+2}{(k+1)^3}}k^2 = \frac{p'-1}{\left[p'^{\frac{1}{k+2}}-1\right]\sqrt{p'+\varkappa}}, \qquad (30)$$

а функция

$$F(p') \equiv \frac{p'-1}{\left[p'^{\frac{1}{k+2}}-1\right]\sqrt{(p'+\varkappa)}} \qquad (31)$$

монотонно возрастает.

Из второй части соотношения (28) следует, что в случае его нарушения односвязность области формирования уединенной ударной волны теряется и имеет место следующее утверждение.

Утверждение 5. Любая уединенная ударная волна, обладающая достаточной интенсивностью $p' \ge p'_{cr}$ появляется в изэнтропическом потоке политропной среды в результате кумуляции двух псевдоцентрированных волн Римана PCR, PCS, разделенных зоной вакуума.

Неравенство

$$\frac{p'-1}{\sqrt{\rho'+\varkappa}} \ge \sqrt{\frac{1}{(k+1)^3(k+2)}}k\left(p'^{\frac{1}{k+2}}+1\right) \qquad (32)$$

выполнено $\forall p' \ge p'_{cr} > 1$, где p'_{cr} – единственный корень уравнения

$$f(p') \equiv \frac{p'-1}{\left(p'^{\frac{1}{k+2}}+1\right)\sqrt{p'+\varkappa}} = \sqrt{\frac{1}{(k+1)^3(k+2)}}k \qquad (33)$$

с монотонно возрастающей функцией $f(p')$, $p' > 1$ в левой части. Показано, что любая уединенная ударная волна может быть сформирована изэнтропическим течением, причем, в рамках автомодельности единственным образом. Полученные выше конфигурации возмущений, реализующие данные течения, и условия их реализации позволяют выделить два класса ударных волн, как физических явлений. Назовем ударные волны, сформированные возмущениями, содержащими зону вакуума, – высокоэнтропийными ударными волнами, поскольку скачок энтропии в них ограничен только снизу. Ударные волны, возникающие вследствие эволюции возмущения, занимающего односвязную область пространства – односвязными ударными волнами. Скачок энтропии в этом классе варьируется, начиная от бесконечно малого, и ограничен сверху. Данная классификация является результатом рассмотрения механизма их возникновения.

Таким образом, в рамках предположения автомодельности течения, существует единственный механизм возникновения уединенной ударной волны, реализуемый процессом кумуляции самофокусирующихся волн Римана. Следовательно, уединенная ударная волна не может возникнуть в результате падения только одной волны Римана. Более того, не всякое падение волны Римана приводит к появлению течения, содержащего ударный фронт. На рисунке 5 приведен пример правой самофокусирующейся волны Римана, эволюционирующей в изентропическое течение, содержащее только левую волну разряжения.

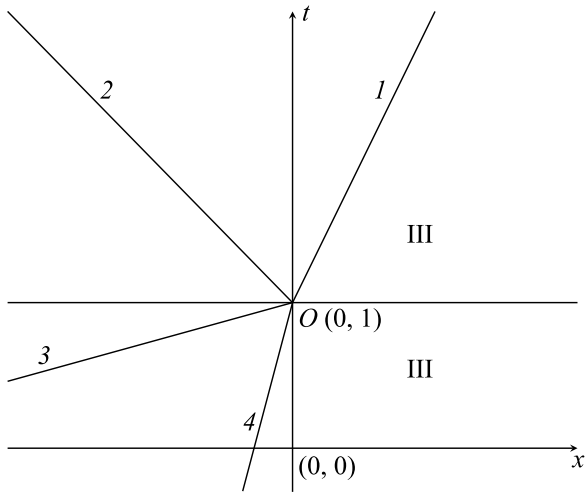

Рис. 5. Эволюция правой самфокусирующейся волны Римана в левую центрированную волну Римана без образования ударного фронта: *1* – $\frac{dx}{dt} = u_1 + \frac{2}{\gamma-1}\,c_1$; *2* – $\frac{dx}{dt} = u_1 - c_1$; *3* – $\frac{dx}{dt} = u_1 + c_1$; *4* – $\frac{dx}{dt} = u_1 - \frac{2}{\gamma-1}c_1$. Зона III – зона вакуума: $\rho_3 = c_3 \equiv 0$, $u_+ = \frac{\gamma-1}{2}u_1 + c_1$, $u_- = \frac{\gamma-1}{2}u_1 - c_1$

7. Заключение. В работе изучены механизмы изэнтропических процессов формирования скачков в политропных средах. Изучены свойства финитных непрерывных автомодельных решений – самофокусирующихся волн Римана. Сформулирована и решена задача о формировании газодинамического скачка в политропной среде. Найдены волновые картины возмущений, формирующих скачки и получены условия их реализации. Предьявлены критические значения скоростей набегающего потока, разделяющие область параметров на интервалы, соответствующие каждой волновой картине. Показано, что существует критическое значение скорости, ниже которой скачок не может быть сформирован изэнтропически. Найдено второе критическое значение скорости, при превышении которого скачок формируется только при наличии зоны вакуума. Показано, что любая уединенная ударная волна возникает в изэнтропическом потоке в результате падения двух самофокусирующихся волн Римана. Найдены условия, при которых область формирования уединенной ударной волны содержит зону вакуума. Предложено разделение ударных волн на два класса, высокоэнтропийный и односвязный, исходя из механизма их возникновения. Все обсуждаемые в работе результаты получены для случая нестационарной одномерной газовой динамики. Однако, следует отметить, что эти результаты обобщаются естественным образом на случай произвольной квазилинейной системы гиперболических уравнений в частных производных, например, для описания двумерных стационарных течений сжимаемого газа и течений, описываемых уравнениями “мелкой воды” [13].

1. B. Riemann, Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen **8**, 43 (1859).
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Физматлит, М. (2015).
3. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер, *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*, Физматлит, М. (2008).
4. С. П. Дьяков, ЖЭТФ **27**, 288 (1954).
5. В. М. Конторович, ЖЭТФ **33**, 1525 (1957).
6. Н. М. Кузнецов, УФН **159**, 493 (1989).
7. А. В. Конюхов, А. П. Лихачев, В. Е. Фортов, С. И. Анисимов, А. М. Опарин, Письма в ЖЭТФ **90**, 28 (2009).
8. Г. Г. Черный, *Газовая динамика*, Наука, М. (1988).
9. R. J. LeVeque, *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*, Cambridge University Press, Cambridge (2002).
10. K. V. Karelsky, A. S. Petrosyan, and A. G. Slavin, Rus. J. Num. Anal. Math. Model **29**, 179 (2014).
11. Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко, *Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике*, Наука, М. (1978).
12. Р. Курант, К. Фридрихс, *Сверхзвуковое течение и ударные волны*, Издательство иностранной литературы, М. (1950).
13. К. В. Карельский, А. С. Петросян, А. В. Черняк, ЖЭТФ **143**, 779 (2013).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 96 – 102 © 2022 г. 25 июля

Идентификация зональных течений и их пространственное распределение в плазме стелларатора TI-II

Г. А. Саранча[+*1)], *Л. Г. Елисеев*[+], *А. В. Мельников*[+*×], *Ф. О. Хабанов*[+], *Н. К. Харчев*[+°]

[+]*Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия*

[*]*Московский физико-технический институт (НИУ), 141701 Долгопрудный, Россия*

[×]*Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, 115409 Москва, Россия*

[°]*Институт общей физики им. А. Н. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 22 апреля 2022 г.
После переработки 9 июня 2022 г.
Принята к публикации 9 июня 2022 г.

Для низкочастотных ($0 < f < 20$ кГц) колебаний электрического потенциала плазмы, измеренных в двух тороидально разнесенных вертикальных сечениях стелларатора TJ-II ($R = 1.5$ м, $a = 0.22$ м, $B = 1$ Тл) с помощью двойной диагностики зондирования пучком тяжелых ионов, наблюдаются дальние корреляции, а также тороидальная и полоидальная симметрия $n = m = 0$. Показано, что дальние корреляции не имеют магнитной компоненты или компоненты плотности. Таким образом, найденные в горячей зоне плазмы TJ-II низкочастотные симметричные структуры электрического потенциала являются зональными течениями. Их количественной характеристикой является квадратичный коэффициент когерентности γ^2 для дальних корреляций потенциала плазмы. В режиме с низкой плотностью $\bar{n}_e = 0.5 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$ и ЭЦР-нагревом впервые построена двумерная карта зональных течений (дальних корреляций) и обнаружена их баллонная структура: доминирование γ^2 на стороне слабого поля установки. Наблюдаемое в этой области снижение уровня электростатической турбулентности ($0 < f < 300$ кГц) согласуется с теоретически предсказанным подавлением широкополосной турбулентности за счет зональных течений.

DOI: 10.31857/S1234567822140051, EDN: iyfqeb

1. Введение. Зональные течения, как универсальное свойство турбулентности, наблюдаются в различных средах: атмосфере Земли и других планет, в лабораторной плазме термоядерных установок [1, 2]. В тороидальных установках – токамаках и стеллараторах зональные течения и геодезические акустические моды (ГАМ) и связанные с ними переменные электрические поля могут играть важную роль в формировании турбулентности и аномального переноса. Исследования радиального электрического поля, его стационарной и переменной компонент, а также их влияние на характеристики аномального переноса проводятся на различных установках: TM-4 [3], T-10 [4], TJ-II [5], TEXTOR [6], MST [7], Heliotron-J [8] и HSX [9], GOLEM [10, 11], COMPASS [12, 13], STOR-M [14] и др., и суммированы в обзорах [15, 16] и монографии [17]. Электрический потенциал горячей области плазмы возможно измерять с помощью диагностики зондирования пучком тяжелых ионов (англ. HIBP – *Heavy Ion Beam Probe*) [18, 19]. На стеллараторе TJ-II (г. Мадрид, Испания) расположен двойной диагностический комплекс HIBP, состоящий из двух диагностик HIBP-I и HIBP-II, разнесенных на 90° в тороидальном направлении [20], он позволяет исследовать дальние корреляции параметров плазмы в их взаимосвязи с удержанием плазмы. Считается, что зональные течения – возникающие в замагниченной плазме полоидально и тороидально симметричные ($n = m = 0$) колебания полоидальной скорости (радиального электрического поля), порождаются мелкомасштабной дрейфовой турбулентностью и являются механизмом ее саморегулирования путем формирования радиальной неоднородности вращения плазмы, приводящего к деформации турбулентных вихрей вплоть до их разрыва на более мелкие [21, 22]. Таким образом, признаком зональных течений могут являться дальние корреляции (англ. LRC – *long-range correlations*) колебаний электрического потенциала, разнесенные тороидально и полоидально на расстояние, заметно превышающее корреляционную длину турбулентности, например, сравнимое с размерами плазмы. Для вы-

1)e-mail: sarancha.ga@phystech.edu

сокочастотной ветви зональных течений – геодезических акустических мод [23] дальние корреляции были обнаружены на токамаке Т-10 [24, 25]. На TJ-II было показано, что дальние корреляции существуют как на периферии [26], так и в горячей зоне плазмы [27, 28], нагреваемой с помощью электронного циклотронного резонанса (ЭЦРН), а также инжекции нейтральных атомов (NBI). Они наблюдаются в форме низкочастотных колебаний электрического потенциала плазмы, но не магнитных колебаний или колебаний плотности, а также имеют симметричную структуру $n = m = 0$. Таким образом, наблюдаемые дальние корреляции колебаний электрического потенциала являются характеристическим признаком зональных течений.

Работа организована следующим образом: в разделе 2 описан стелларатор TJ-II, принцип работы HIBP и схема эксперимента. В разделе 3 приведены результаты исследований пространственного распределения корреляций колебаний электрического потенциала (LRC) и их связи с широкополосной турбулентностью плазмы. Результаты суммированы в разделе 4.

2. Постановка эксперимента. На рисунке 1 представлен общий вид стелларатора TJ-II - четырехпериодного гелиака, с большим радиусом 1.5 м, малым радиусом 0.22 м и магнитным полем на оси 1 Тл. Плазма создается и нагревается с помощью ЭЦРН мощностью до 600 кВт, а также NBI с суммарной мощностью до 2 МВт. Система потоковых координат $(\rho; \theta)$ в вертикальным сечении плазменного шнура (в котором расположен HIBP-I), где ρ – нормализованный малый радиус – метка магнитной поверхности, θ – полярный угол, и двумерный профиль вращательного преобразования $\iota = 1/q$ представлены на рис. 2.

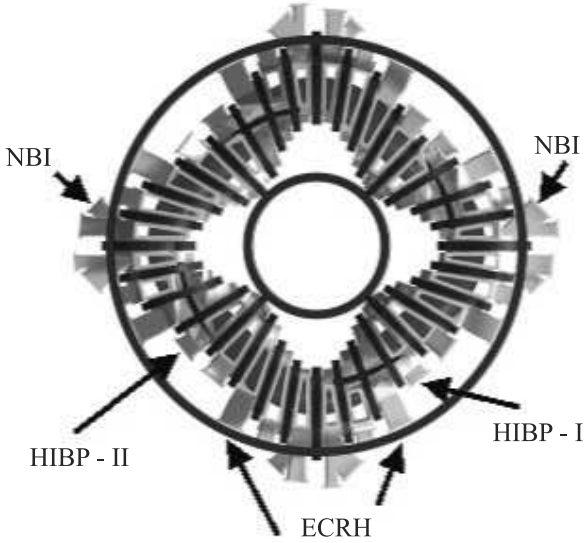

Рис. 1. (Цветной онлайн) Стелларатор TJ-II, вид сверху. Диагностический комплекс HIBP и системы нагрева плазмы

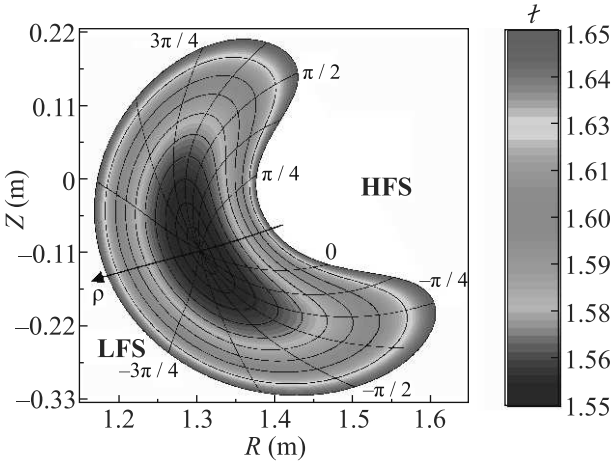

Рис. 2. (Цветной онлайн) Профиль вращательного преобразования ι в потоковых $(\rho; \theta)$ и декартовых координатах $(R; Z)$ в вертикальном сечении TJ-II, где расположен HIBP-I, для стандартной магнитной конфигурации

HIBP – это уникальная диагностика, позволяющая одновременно проводить независимые измерения электрического потенциала φ_{pl} и его флуктуаций, распределение плотности электронов n_e и ее флуктуации, а также флуктуации магнитного потенциала $\tilde{A}$ плазмы с высоким пространственным и временным разрешением (1 см и 1 МГц) в широком пространственном диапазоне (для стелларатора TJ-II: $-1 < \rho < 1$ при $\bar{n}_e \leq 2.5 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$) [29, 30].

Положение точки измерения зависит от энергии пучка E_{beam} и угла влета пучка в плазму, который определяется напряжением на отклоняющих пластинах. В ходе плазменного разряда это напряжение периодически изменялось, таким образом проводилось сканирование от стороны слабого поля (англ. LFS – *low field side*, $\rho = +1$) до стороны сильного поля (англ. HFS – *high field side*, $\rho = -1$) и обратно вдоль криволинейной линии наблюдения – детекторной линии. Детекторная линия перемещалась в вертикальном направлении путем изменения E_{beam} от импульса к импульсу. Таким способом строится двумерная карта измерений в вертикальном сечении TJ-II [31, 32].

На рисунке 3 представлен сценарий плазменного разряда: электрический потенциал плазмы φ_{pl} и

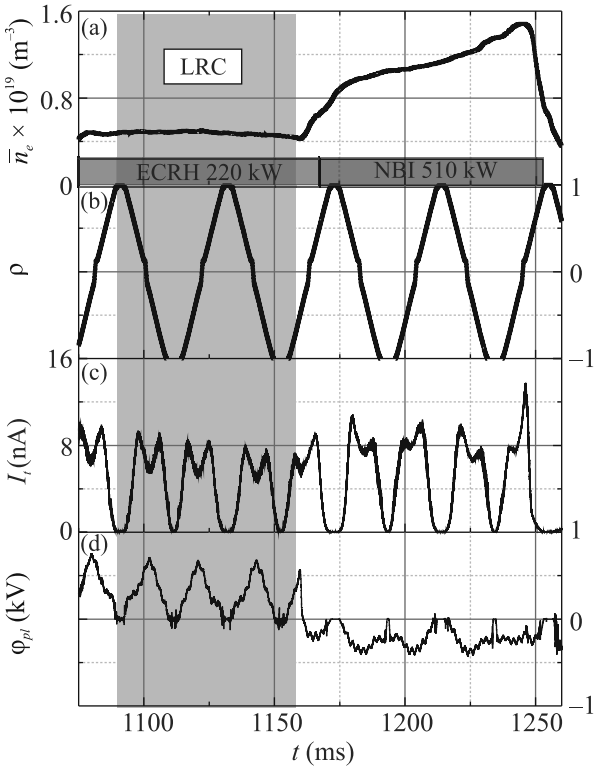

Рис. 3. (Цветной онлайн) Сценарий плазменного разряда для исследования дальних корреляций потенциала плазмы LRC. (a) – Временна́я эволюция среднехордовой плотности плазмы $\bar{n}_e$, измеренной по центральной хорде интерферометра. (b) – Радиальное положение измерительного объема $\rho_{\text{HIBP-I}}$ радиальные профили (c) – тока вторичного пучка HIBP I_t (плотности плазмы) и (d) – электрического потенциала φ_{pl}. Область наблюдения LRC отмечена серым прямоугольником

ток вторичного пучка I_t, измеренные HIBP, положение точки измерения тяжелого пучка ρ_{HIBP}, эволюция среднехордовой электронной плотности $\bar{n}_e$, а также мощность и время работы ЭЦРН и NBI. На рисунке 4 представлен профиль плотности $\bar{n}_e$ в рассматриваемом режиме (1080–1155 мс). В импульсах (# 49858, 49861, 49863, 49864, 49867–49876, 49878) HIBP-I и HIBP-II выполняли синхронное сканирование с LFS на HFS и обратно: $-1 < \rho_{\text{HIBP-I}}(t) = \rho_{\text{HIBP-II}}(t) < 1$. При этом HIBP-II изменял энергию пучка E_{beam} от импульса к импульсу и сдвигал детекторную линию в вертикальном направлении, а HIBP-I выполнял сканирование по одной и той же детекторной линии, проходящей практически через центр плазмы. Таким образом, и на LFS, и на HFS в каждый момент времени t данные HIBP-I и HIBP-II регистрируются на одной и той же магнитной поверхности в двух вертикальных сечениях при различных значениях полоидального угла.

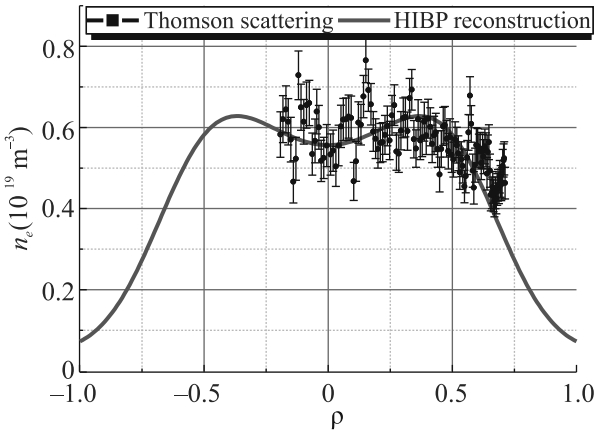

Рис. 4. (Цветной онлайн) Профиль плотности $\bar{n}_e(\rho)$, измеренный с помощью диагностики томсоновского рассеяния (черные точки) и HIBP (красная линия)

3. Экспериментальные результаты.

3.1. Пространственное распределение LRC колебаний электрического потенциала. Для анализа дальних корреляций используются такие спектральные характеристики измеряемых сигналов как спектральная (*Power Spectral Density*) и кросс-спектральная (*Cross-Spectral Density*) плотности мощности колебаний

$$\text{PSD}_{xx}(f,t) = \langle F_x, F_x^* \rangle, \text{CSD}_{xy}(f,t) = \langle F_x, F_y^* \rangle,$$

квадратичный коэффициент когерентности

$$y_{xy}^2 = \frac{\text{CSD}_{xy}^2}{\text{PSD}_{xx} \cdot \text{PSD}_{yy}}$$

и кросс-фаза

$$\Delta\theta = \text{arctg}\frac{\text{Im}\,\text{CSD}_{xy}}{\text{Re}\,\text{CSD}_{xy}}.$$

Исследование дальних корреляций параметров плазмы, измеряемых с помощью HIBP-I и HIBP-II путем построения спектров $\gamma^2(f)$ и CSD(f), показало, что их статистически значимые величины существуют только в диапазоне 0–20 (рис. 5) и только для сигналов электрического потенциала $\tilde{\varphi}_{pl}$, но не плотности $\tilde{n}_e$ или магнитного потенциала $\tilde{A}$.

Таким образом установлено наличие LRC и их частотный диапазон. Временна́я эволюция $\gamma^2(t)$, усредненная по частотному диапазону LRC в течение сканирования от LFS до HFS, была перестроена в пространственное распределение $\gamma^2(\rho)$ с помощью расчетной кривой $\rho(t)$. Схема интерпретации результатов с помощью двумерной карты показана на рис. 6.

На рисунке 7 представлено двумерное распределение кросс-спектра (a) и коэффициента когерентно-

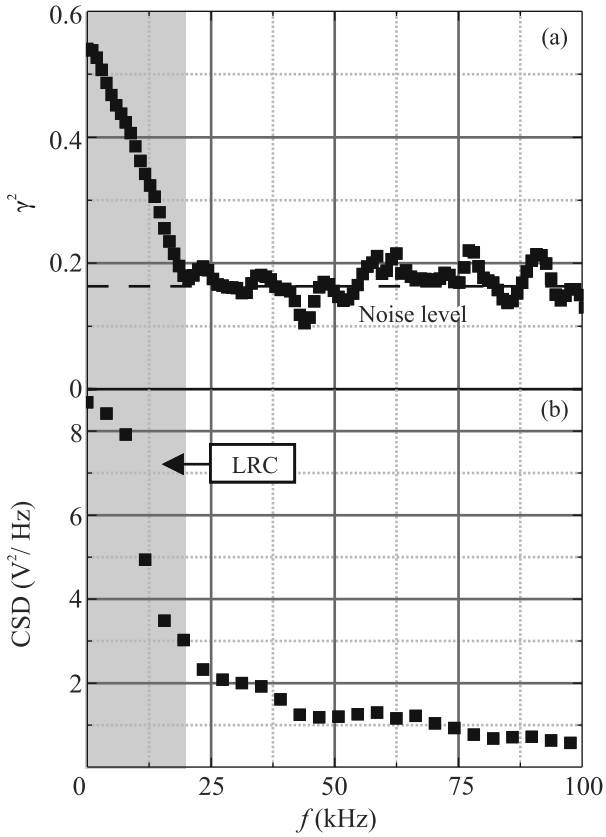

Рис. 5. (Цветной онлайн) (a) – Спектр квадратичного коэффициента когерентности колебаний электрического потенциала $\tilde{\varphi}_{pl}$. (b) – Кросс-спектр плотности мощности колебаний электрического потенциала $\tilde{\varphi}_{pl}$

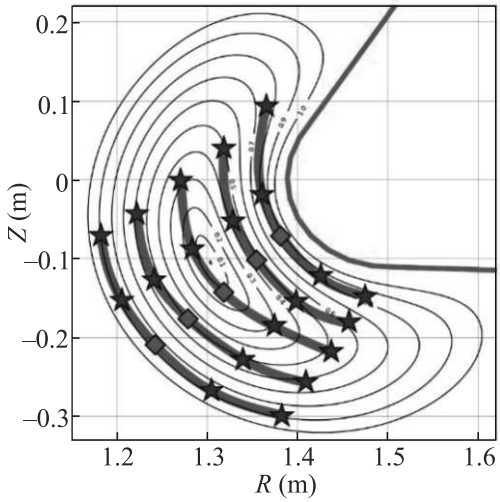

Рис. 6. (Цветной онлайн) Схема эксперимента. Ромбы отвечают детекторной линии HIBP-I, а звезды – детекторным линиям HIBP-II. Измерения, произведенные в один момент времени, соединены серой линией. Коэффициент когерентности γ^2 между сигналами HIBP-I и HIBP-II в данный момент времени будет отмечен на двумерной карте в точке измерения HIBP-II. Все представленные ниже двумерные карты являются интерполяцией экспериментальных данных

сти (b) локальных колебаний электрического потенциала в точках, расположенных в сечениях HIBP-I и HIBP-II на одном и том же нормализованном радиусе всюду, за исключением центральной области плазмы. Шумовой уровень когерентности $\gamma^2_{\text{noise}} = 0.15$ был определен как среднее значение в полосе 0.8–1.0 МГц, где когерентные колебания отсутствуют. Рисунок 7a показывает, что мощность согласованных колебаний электрического потенциала CSD в частотном интервале 0–20 кГц заметно (в 3 раза) больше на стороне сильного поля, в то время как их доля в спектре, выражаемая квадратичным коэффициентом когерентности γ^2 заметно доминирует на LFS, что указывает более высокий уровень зональных течений. Границы области существования LRC на LFS согласуются с магнитными поверхностями: внешняя линия уровня $\gamma^2 = 0.4$ совпадает с поверхностью $\rho = 0.8$, а внутренняя – с поверхностью $\rho = 0.2$.

3.2. Пространственное распределение флуктуаций электрического потенциала и электронной плотности. Двумерное распределение мощности колебаний $\text{PSD}_{\text{HIBP-II}}$, CSD электрического потенциала $\tilde{\varphi}_{pl}$ и относительных колебаний электронной плотности $\tilde{n}_e/n_e$ в частотной полосе 0–300 кГц приведено на рис. 8, 9.

Рисунки 8, 9 показывают наличие антибаллонного эффекта в распределении широкополосных флуктуаций потенциала и плотности плазмы, т.е. структуры, имеющей противоположный характер распределению γ^2 для LRC. Пространственное расположение области более интенсивных зональных течений (высокого γ^2 для LRC) на LFS совпадает с областью снижения интенсивности широкополосной турбулентности, что согласуется с предположением о подавлении широкополосной электростатической турбулентности за счет развития зональных течений. Это наблюдение согласуется с результатами CHS, где было установлено увеличение амплитуды зональных течений (в форме низкочастотных флуктуаций потенциала), сопровождаемое снижением уровня широкополосных колебаний после формирования внутреннего транспортного барьера [33]. Однако, в отличие от высокочастотной разновидности зонального течения – ГАМ, для которой было установлено наличие трехволнового взаимодействия с широкополосной турбулентностью [34, 35], для низкочастотных зональных течений на обоих стеллараторах TJ-

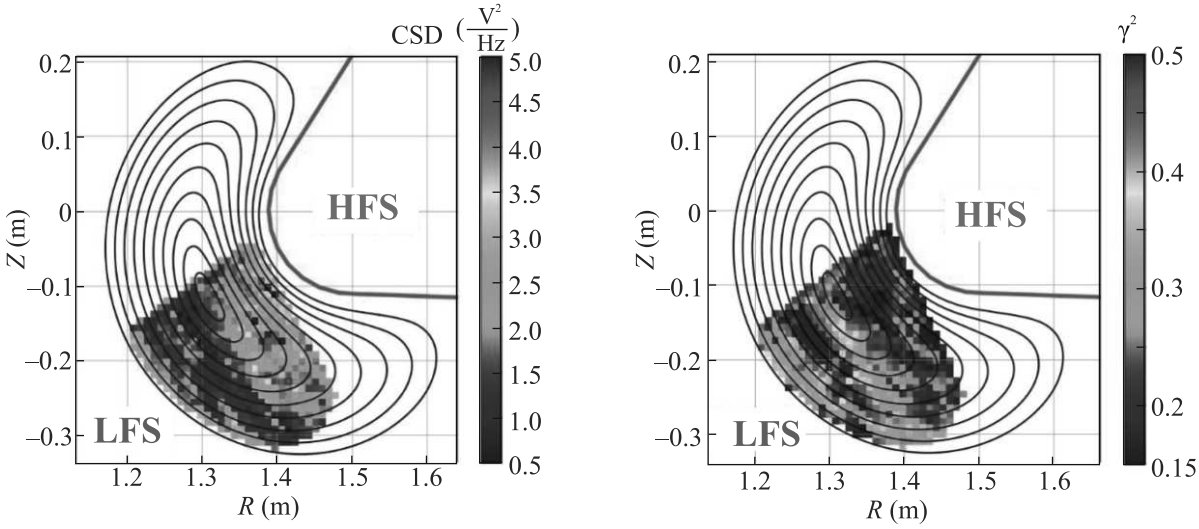

Рис. 7. (Цветной онлайн) (a) – Пространственное распределение кросс-спектральной мощности CSD колебаний потенциала плазмы $\tilde{\varphi}_{pl}$ для LRC в частотной полосе 0–20 кГц. Наблюдается снижение уровня колебаний на стороне слабого поля – антибаллонный эффект. (b) – Пространственное распределение интенсивности зональных течений в виде коэффициента когерентности для LRC электрического потенциала в сечении HIBP-II. Цветом указаны величины статистически значимого коэффициента когерентности ($\gamma^2(\rho;\theta) > \gamma^2_{\text{noise}} = 0.15$). Наблюдается повышение интенсивности зональных течений (уровня γ^2) на LFS – баллонный эффект

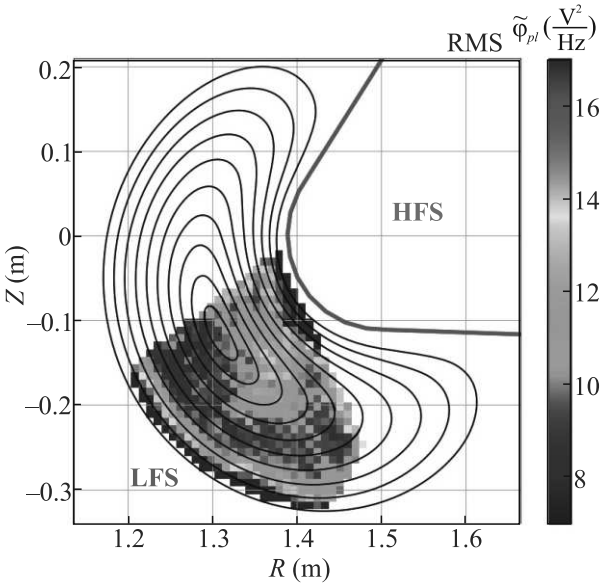

Рис. 8. (Цветной онлайн) Пространственное распределение мощности колебаний $\text{PSD}_{\text{HIBP-II}}$ потенциала плазмы $\tilde{\varphi}_{pl}$ в частотной полосе 0–300 кГц. Наблюдается снижение уровня колебаний на стороне слабого поля – антибаллонный эффект

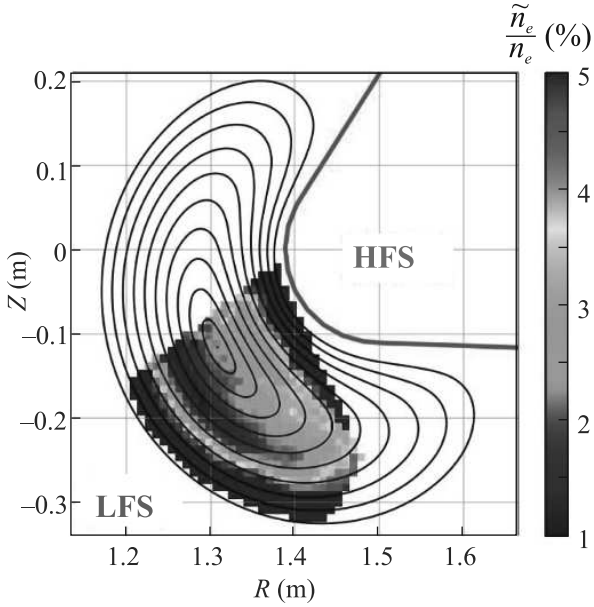

Рис. 9. (Цветной онлайн) Пространственное распределение колебаний электронной плотности $\tilde{n}_e/n_e$ в частотной полосе 0–300 кГц. Наблюдается заметный антибаллонный эффект

II и CHS бикогерентности колебаний электрического потенциала и флуктуаций электронной плотности обнаружено не было, и механизм трехволнового взаимодействия экспериментального подтверждения не получил. Таким образом, механизм взаимодействия низкочастотных зональных течений и широкополосной турбулентности остается открытым вопросом дальнейшего теоретического, а также экспериментального исследования.

3.3. Пространственная симметрия LRC. С помощью техники, описанной в разделе 3.1, построена двумерная карта кросс-фазы $\Delta\theta$ между колебаниями электрического потенциала $\tilde{\varphi}_{pl}$ в сечениях HIBP-I и HIBP-II (рис. 10). При наличии винтовой структуры у LRC, ожидаемая кросс-фаза должна быть $|\Delta\theta(\text{HIBP-I}; \text{HIBP-II})| \geq \pi/4$ уже при минимальных значениях модовых чисел $n, m \geq 1$, в то время как экспериментально измеренная величина не превышает по модулю $\pi/8$ по всему сечению плазменного шнура. Отсюда следует, что обнаруженные LRC имеют тороидально и полоидально симметричную структуру $n = m = 0$, что подтверждает их идентификацию как зональных течений.

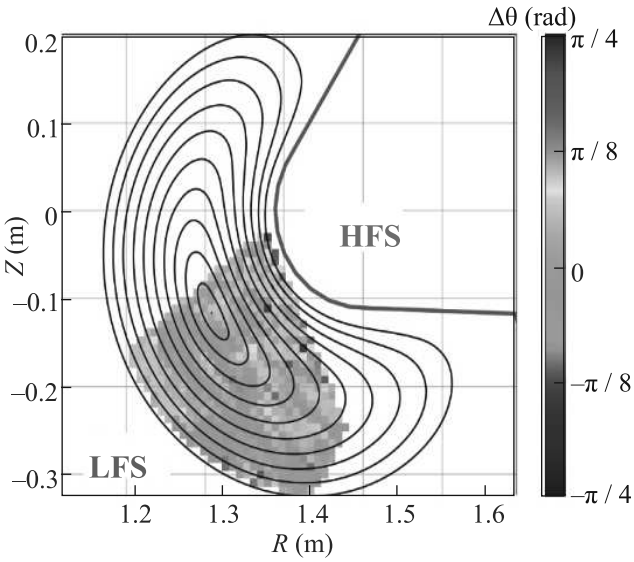

Рис. 10. (Цветной онлайн) Двумерная карта кросс-фазы между колебаниями электрического потенциала $\tilde{\varphi}_{pl}$ в сечениях HIBP-I и HIBP-II

4. Выводы.

• Построена двумерная карта дальних корреляций низкочастотных ($0 < f < 20$ кГц) возмущений электрического потенциала в плазме с низкой плотностью и ЭЦР-нагревом, показана их тороидальная и полоидальная симметрия $n = m = 0$ что позволяет их идентифицировать как зональные течения.

• Показано, что зональные течения имеют асимметричную структуру: распределение мощности когерентных колебаний электрического потенциала (CSD) в спектральной полосе LRC имеет антибаллонный характер, а их доли от полной мощности колебаний (γ^2) или относительной мощности зональных течений – баллонный. В то же время широкополосная ($0 < f < 300$ кГц) электростатическая турбулентность имеет антибаллонную структуру, что указывает на согласие наблюдений с предположением о подавлении широкополосной турбулентности за счет развития зональных течений.

Авторы выражают глубокую признательность коллективу стелларатора TJ-II, CIEMAT, Мадрид, Испания, под руководством Карлоса Идальго, и группе HIBP из ХФТИ, Харьков, Украина, под руководством А. С. Козачка и Л. И. Крупник, за многолетнее трехстороннее сотрудничество в исследованиях на TJ-II, за помощь в проведении экспериментов и плодотворные обсуждения.

Работа А. В. Мельникова поддержана программой повышения конкурентоспособности НИЯУ МИФИ.

1. A. Fujisawa, Nucl. Fusion. **49**, 013001 (2009).
2. A. V. Melnikov, Nat. Phys. **12**, 386 (2016).
3. В. И. Бугаря, А. В. Горшков, С. А. Грашин, И. В. Иванов, В. А. Крупин, Л. И. Крупник, И. С. Недзельский, А. В. Мельников, К. А. Разумова, Ю. А. Соколов, Письма в ЖЭТФ **38**(7), 337 (1983).
4. A. V. Melnikov, L. G. Eliseev, S. V. Perfilov, V. F. Andreev, S. A. Grashin, K. S. Dyabilin, A. N. Chudnovskiy, M. Yu. Isaev, S. E. Lysenko, V. A. Mavrin, M. I. Mikhailov, D. V. Ryzhakov, R. V. Shurygin, V. N. Zenin and the T-10 Team, Nucl. Fusion **53**, 093019 (2013).
5. A. V. Melnikov, L. G. Eliseev, T. Estrada et al. (Collaboration), Nucl. Fusion **53**, 092002 (2013).
6. A. Krämer-Flecken, S. Soldatov, D. Reiser, M. Kantor, and H. R. Koslowski, Plasma Phys. Control. Fusion **51**, 015001 (2009).
7. T. Nishizawa, A. F. Almagri, J. K. Anderson, W. Goodman, M. J. Pueschel, M. D. Nornberg, S. Ohshima, J. S. Sarff, P. W. Terry, and Z. R. Williams, Phys. Rev. Lett. **122**, 105001 (2019).
8. S. Ohshima, H. Okada, L. Zang et al. (Collaboration), Plasma Phys. Control. Fusion **63**, 104002 (2021).
9. R. S. Wilcox, B. Ph. van Milligen, C. Hidalgo, D. T. Anderson, J. N. Talmadge, F. S. B. Anderson, and M. Ramisch, Nucl. Fusion **51**, 083048 (2011).
10. G. Sarancha, V. Svoboda, J. Stockel, and A. V. Melnikov, J. Phys. Conf. Ser. **2055**, 012003 (2021).
11. G. A. Sarancha, A. S. Drozd, I. A. Emekeev, S. A. Ganin, D. Kropackova, I. S. Kudashev, V. V. Kulagin, M. Lauerova, A. V. Melnikov, N. S. Sergeev, O. D. Krokhalev, J. Stockel, and V. Svoboda, ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез **44**(4), 92 (2021).
12. A. V. Melnikov, T. Markovic, L. G. Eliseev et al. (Collaboration), Plasma Phys. Control. Fusion **57**, 065006 (2015).

13. J. Seidl, J. Krbec, M. Hron et al. (Collaboration), Nucl. Fusion **57**, 126048 (2017).
14. D. Basu, M. Nakajima, A. V. Melnikov, D. McColl, A. Rohollahi, S. Elgriw, C. Xiao, and A. Hirose, Nucl. Fusion **58**, 024001 (2018).
15. A. Fujisawa, T. Ido, A. Shimizu et al. (Collaboration), Nucl. Fusion **47**, S718 (2007).
16. А. В. Мельников, В. А. Вершков, С. А. Грашин, М. А. Драбинский, Л. Г. Елисеев, И. А. Земцов, В. А. Крупин, В. П. Лахин, С. Е. Лысенко, А. Р. Немец, М. Р. Нургалиев, Н. К. Харчев, Ф. О. Хабанов, Д. А. Шелухин, Письма в ЖЭТФ **115**(6), 360 (2022).
17. A. V. Melnikov, *Electric Potential in Toroidal Plasmas*, Springer Nature Switzerland AG (2019).
18. F. C. Jobes and R. L. Hickok, Nucl. Fusion **10**, 195 (1970).
19. A. V. Melnikov, L. I. Krupnik, L. G. Eliseev et al. (Collaboration), Nucl. Fusion **57**, 072004 (2017).
20. O. O. Chmyga, E. Ascasibar, J. Barcala et al. (Collaboration), Probl. Atom. Sci. Technol. Ser. Plasma Phys. **1**, 248 (2019).
21. P. H. Diamond, S.-I. Itoh, K. Itoh, and T. S. Hahm, Plasma Phys. Control. Fusion **47**, R35 (2005).
22. H. Biglari, P. H. Diamond, and P. W. Terry, Physics of Fluids B: Plasma Physics **2**, 1 (1990).
23. А. В. Мельников, Л. Г. Елисеев, С. Е. Лысенко, С. В. Перфилов, Р. В. Шурыгин, Л. И. Крупник, А. С. Козачок, А. И. Смоляков, Письма в ЖЭТФ **100**(9), 633 (2014).
24. А. В. Мельников, Л. Г. Елисеев, С. Е. Лысенко, С. В. Перфилов, Д. А. Шелухин, В. А. Вершков, В. Н. Зенин, Л. И. Крупник, А. С. Козачек, Н. К. Харчев, М. В. Уфимцев, ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез **38**(1), 49 (2015).
25. A. V. Melnikov, L. G. Eliseev, S. E. Lysenko, S. V. Perfilov, D. A. Shelukhin, V. A. Vershkov, V. N. Zenin, L. I. Krupnik, and N. K. Kharchev, J. Phys. Conf. Ser. **591**, 012003 (2015).
26. M. A. Pedrosa, C. Silva, C. Hidalgo, B. A. Carreras, R. O. Orozco, and D. Carralero, Phys. Rev. Lett. **100**(21), 215003 (2008).
27. A. V. Melnikov, L. I. Krupnik, E. Ascasibar et al. (Collaboration), Plasma Phys. Control. Fusion. **60**, 084008 (2018).
28. J. A. Alonso, E. Sánchez, I. Calvo, J. L. Velasco, K. J. McCarthy, A. Chmyga, L. G. Eliseev, T. Estrada, R. Kleiber, L. I. Krupnik, A. V. Melnikov, P. Monreal, F. I. Parra, S. Perfilov, and A. I. Zhezhera, Phys. Rev. Lett. **118**, 185002 (2017).
29. A. V. Melnikov, Symmetry **13**(8), 1367 (2021).
30. P. O. Khabanov, L. G. Eliseev, A. V. Melnikov, M. A. Drabinskiy, C. Hidalgo, N. K. Kharchev, A. A. Chmyga, A. S. Kozachek, I. Pastor, J. L. de Pablos, A. Cappa, and V. P. Shevelko, JINST **14**, C09033 (2019).
31. R. Sharma, P. O. Khabanov, A. V. Melnikov et al. (Collaboration), Phys. Plasmas **27**, 062502 (2020).
32. A. V. Melnikov, L. G. Eliseev, J.-M. Barcala et al. (Collaboration), Plasma Phys. Control. Fusion. **64**, 054009 (2022).
33. A. Fujisawa, K. Itoh, H. Iguchi et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. **96**(16), 165002 (2004).
34. A. V. Melnikov, L. G. Eliseev, S. E. Lysenko, M. V. Ufimtsev, and V. N. Zenin, Nucl. Fusion **57**, 115001 (2017).
35. G. A. Riggs, S. H. Nogami, M. E. Koepke, A. V. Melnikov, L. G. Eliseev, S. E. Lysenko, P. O. Khabanov, M. A. Drabinskij, N. K. Kharchev, A. S. Kozachek, and M. V. Ufimtsev, Journal of Plasma Physics **87**(3), 885870301 (2021).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 103 – 107 © 2022 г. 25 июля

Влияние нестехиометрии на магнитные свойства сплавов $CeFe_2 : Mn$

В. М. Зайнуллина[*+1)], *М. А. Коротин*[+1)]

[*]*Институт химии твердого тела Уральского отделения РАН, 620990 Екатеринбург, Россия*

[+]*Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения РАН, 620108 Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 26 мая 2022 г.
После переработки 2 июня 2022 г.
Принята к публикации 2 июня 2022 г.

Неожиданными являются экспериментальные зависимости спонтанного магнитного момента на $3d$-атом от концентрации примеси для легированных сплавов $CeFe_2 : Mn$. Расчетным методом когерентного потенциала изучены концентрационные зависимости спинового магнитного момента $3d$-оболочки эффективного узла Fe, $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$, кубических фаз Лавеса $Ce_{1-\alpha}Fe_{2-\beta-x}Mn_x$. Показано, что уменьшению $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ способствует лишь наличие вакансий в подрешетке Fe (β). Наличие примесных атомов Mn в узлах Fe (x) и вакансий в узлах Ce (α), наоборот, ведет к росту $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$. Предложены составы с определенным набором и соотношением концентраций вакансий и примеси Mn, позволившие впервые описать экспериментальные тенденции аномального изменения $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ в $CeFe_2 : Mn$.

DOI: 10.31857/S1234567822140063, EDN: iyjlat

1. Введение. Особое место среди кубических (C15) фаз Лавеса RFe_2 занимает ферримагнитная фаза $CeFe_2$ с аномально низкими значениями температуры Кюри $T_C = 230$ K, магнитострикции и эффективного магнитного момента $\mu_{\text{eff}} = 2.3\,\mu_{\text{B}}$/f.u. [1–4] в сравнении, например, с соединениями $LuFe_2$ ($T_C = 610$ K, $\mu_{\text{eff}} = 2.93\,\mu_{\text{B}}$/f.u.) и YFe_2 ($T_C = 545$ K, $\mu_{\text{eff}} = 2.90\,\mu_{\text{B}}$/f.u.). Абсолютные величины магнитного момента на атомах Ce $0.15\,\mu_{\text{B}}$, на атомах Fe 1.20–$1.32\,\mu_B$, направления магнитных моментов на атомах Ce и Fe противоположны [1, 2].

Фаза Лавеса $CeFe_2$ кристаллизуется в кубическую структуру типа $MgCu_2$ (пространственная группа $N = 227$, $Fd\text{-}3m$, $Z = 8$, $a = 7.305$ Å [2]), в которой атомы Ce размещаются в позициях $8(a)$ и атомы Fe – в позициях $16(d)$. Атомы Fe образуют каркас из Fe_4 тетраэдров, соединенных между собой вершинами. Атомы Ce заполняют пустые позиции между Fe_4 тетраэдрами. Каждый атом Fe имеет необычное ближайшее окружение из 6 атомов Fe с длиной связи $l(\text{Fe-Fe}) = 2.58$ Å и 6 атомов Ce с длиной связи $l(\text{Ce-Fe}) = 3.028$ Å. Расстояние между ближайшими атомами Ce $l(\text{Ce-Ce}) = 3.163$ Å.

2. Постановка задачи. Замещение $3d$-переходного или редкоземельного (РЗЭ) элемента в RFe_2 атомом $3d$-элемента и дефицит атомов Fe и РЗЭ (вакансии в позиции атомов) изменяет магнитные свойства сплавов в широких пределах. Так, в недавно синтезированных легированных образцах $CeFe_2 : Mn$ обнаружено необычное нелинейное понижение величины спинового магнитного момента $3d$-оболочки эффективного узла Fe, $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$, в пределах области гомогенности $0 \le x \le 0.5$. Известно, что в соединениях RMn_2 с РЗЭ начала лантаноидного ряда величина магнитного момента на атомах Mn достигает значений 2.0–$3.0\,\mu_B$ [4], в то время как в $CeFe_2$ магнитный момент на атомах Fe почти в два раза меньше [1, 2]. Наивные представления о том, что при наличии Mn (конфигурация d^7) с бóльшим числом неспаренных электронов, чем у Fe (конфигурация d^8), магнитный момент легированного сплава $CeFe_2 : Mn$ должен расти, оказываются несостоятельными. Более того, наблюдаемые в эксперименте [2] концентрационные зависимости $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ для двух серий образцов $CeFe_2 : Mn$ имеют нелинейный характер, а для второй серии дополнительно наблюдается резкий провал в значении $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ при $x \sim 0.25$. Одной из возможных причин необычного изменения $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ может быть структурный и/или магнитный переход. Другой – присутствие в легированных Mn сериях образцов дополнительных собственных атомных дефектов структуры – вакансий в подрешетке Fe или Ce.

Первая причина менее вероятна, поскольку экспериментально установлена только кубическая фаза с неупорядоченным распределением атомов Mn в первой серии $CeFe_{2-x}Mn_x$ и во второй серии $CeFe_2Mn_x$ сплавов при $x \le 0.5$ [2]. Для первой серии сплавов замещения наблюдается практически линейная зависимость параметра кубической решетки от концентра-

[1)]veronika@ihim.uran.ru; michael.korotin@imp.uran.ru

Таблица 1. Вычисленные потенциальные параметры ΔV и разность энергий магнитного расщепления E_H (эВ). LSDA расчет

Атомный дефект	$\Delta V(s)$	$\Delta V(p)$	$\Delta V(d)$	$\Delta V(f)$	$E_H(s)$	$E_H(p)$	$E_H(d)$	$E_H(f)$
Вакансия в узле Ce	−22.431	−25.500	31.447	64.069	0.025	0.007	0.086	0.097
Вакансия в узле Fe	−2.888	3.418	51.171		0.534	0.424	1.188	
Примесь Mn в узле Fe	1.528	−0.064	0.588		0.204	0.045	0.210	

ции Mn. Для второй серии сплавов установлено экстремальное понижение параметра решетки для состава $x \sim 0.25$. Авторы [2] интерпретируют данный эффект, предполагая появление вакансий или атомов Mn в подрешетке Ce. Возможный магнитный переход в эксперименте не обнаружен.

Таким образом, вторая причина – присуствие собственных атомарных дефектов – нам представляется более вероятной. Косвенным указанием на это являются имеющиеся в литературе экспериментальные данные о наличии вакансий в подрешетке Tb до $\gamma \leq 0.04$ в кубической фазе Лавеса состава $Tb_{1-\gamma}Ni_2Mn$ [5].

Экспериментально установленные концентрационные зависимости магнитных свойств $CeFe_2:Mn$ нуждаются в теоретической интерпретации. Это можно сделать на основе первопринципных зонных расчетов. Существуют два противоречивых результата расчета магнитных свойств Mn в узле Fe для $CeFe_2:Mn$, оба получены в приближении сверхъячейки в рамках различных зонных подходов. С одной точки зрения [7], магнитный момент на d-оболочке примесного атома Mn уменьшается по сравнению с магнитным моментом Fe, с другой [8] – увеличивается. Расчеты для данных сплавов, содержащих одновременно как примесь Mn, так и вакансии, до настоящего времени отсутствуют.

3. Метод расчета. Наиболее подходящим инструментом для изучения электронных и магнитных свойств нестехиометрических и легированных твердофазных соединений с неупорядоченным распределением примесей замещения в рамках зонных расчетов является метод когерентного потенциала (КП) [9]. Используемая в работе версия метода КП [10] позволяет изучать электронную структуру твердофазных соединений, легированных одной или несколькими примесями и вакансиями одновременно, при любых концентрациях неупорядоченных примесей и вакансий. Пример применения данного метода для решения подобных задач – [11].

Расчетная схема КП предполагает самосогласованное нахождение когерентного потенциала, описывающего эффективную среду, содержащую примеси (вакансии). Исходными данными для расчетов методом КП являются гамильтониан беспримесной системы $H_0(k)$ и потенциальные параметры ΔV для s-, p-, d- и f-состояний, описывающие влияние одиночного "примесного" атома на состояния "собственного" атома, замещаемого примесью. Гамильтониан $H_0(k)$ был получен в tb-lmto-asa расчетах [12] для кубической ячейки $CeFe_2$ с экспериментальными параметрами, взятыми из работы [2]. Величины ΔV (табл. 1) определялись как разность центров s-, p-, d- и f-зон примеси (вакансии) и наиболее удаленного от примеси атома Fe или Ce, вычисленную в 8-кратной сверхъячейке $CeFe_2$. Базисный набор lmto функций включал валентные $6s$-, $6p$-, $5d$-, $4f$-орбитали Ce; $4s$-, $4p$-, $3d$-орбитали Fe и $1s$-орбитали пустых сфер, заполняющих пустоты в кристаллической решетке $CeFe_2$. Радиусы маффин-тин сфер были выбраны 2.5, 2.2 и 0.81–1.33 а.е. для Ce, Fe и пустых сфер разных типов соответственно. В магнитных расчетах для обменно-корреляционного потенциала использовали приближение локальной спиновой плотности (LSDA). В работах [13, 14] показано, что LSDA приближение лучше описывает экспериментальный спектр $CeFe_2$, чем LSDA + U подход, учитывающий корреляции явным образом. Интегрирование по зоне Бриллюэна (ЗБ) в процессе самосогласования выполнялось для 145 k точек в неприводимой части зоны Бриллюэна из 4096 k точек на полную ЗБ. Самосогласование по полной энергии проводилось до значений менее чем 10^{-5} Ry. Вычисленные величины магнитных моментов, $\mu_{\text{calc}}(\text{Fe}3d) = 1.297\,\mu_{\text{B}}$, $\mu_{\text{calc}}(\text{Ce}4f) = -0.258\,\mu_{\text{B}}$ в нелегированном $CeFe_2$ близки к экспериментальным значениям, $\mu_{\text{exp}}(\text{Fe}3d) = 1.32\,\mu_{\text{B}}$ [2] и $1.20\,\mu_{\text{B}}$ [1], $\mu_{\text{exp}}(\text{Ce}4f) = -0.15\,\mu_{\text{B}}$ [1]. Вычисленная в приближении LSDA плотность электронных состояний (положение основных максимумов Fe$3d$- и Ce$4f$-подзон) стехиометрического $CeFe_2$ хорошо описывает экспериментальный спектр [13].

4. Модельные сплавы. Расчеты модельных составов с одним и несколькими типами атомных дефектов одновременно были выполнены для интервала концентраций дефектов от 0.05 до 0.50. Составы с одним типом дефекта содержали вакансии в подрешетке Ce с концентрацией α; вакансии в узлах Fe с концентрацией β; и атомы Mn в подрешетке Fe с концентрацией x. В случае многокомпонентного легирования изучены разные наборы и соотношения кон-

центраций атомов Mn в узле Fe и вакансий в обеих подрешетках $CeFe_2$. Результаты расчетов величины $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ от состава $Ce_{1-\alpha}Fe_{2-\beta-x}Mn_x$ в приближении метода КП приведены на рис. 1–4.

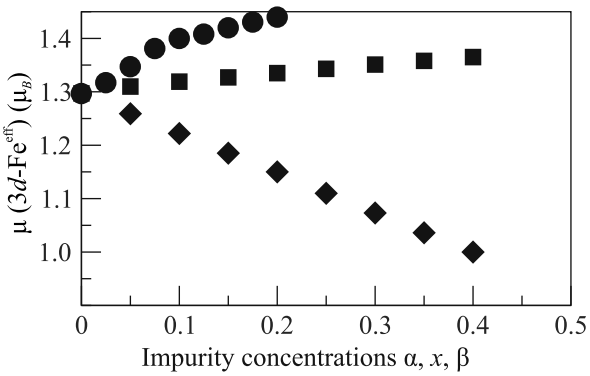

Рис. 1. Концентрационные зависимости вычисленных спиновых моментов 3d-оболочки эффективного узла Fe, $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$, в неупорядоченных фазах с одним типом дефекта: $Ce_{1-\alpha}Fe_2$ (кружки), $CeFe_{2-x}Mn_x$ (квадраты) и $CeFe_{2-\beta}$ (ромбы)

На рисунке 1 показаны вычисленные концентрационные зависимости $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ для модельных составов $Ce_{1-\alpha}Fe_2$, $CeFe_{2-x}Mn_x$ и $CeFe_{2-\beta}$ с одним типом дефекта. С увеличением концентрации вакансий в подрешетке Ce для составов $Ce_{1-\alpha}Fe_2$ наблюдается резкое, на 0.15 μ_{B}, повышение величины $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ в интервале концентраций вакансий в подрешетке Ce $0 \le \alpha \le 0.2$. При легировании $CeFe_2$ по подрешетке Fe атомами Mn обнаружен более плавный, на 0.07 μ_{B}, линейный рост величины $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ от состава фаз $CeFe_{2-x}Mn_x$ $(0 \le x \le 0.4)$. Только в дефицитных по Fe составах $CeFe_{2-\beta}$ наблюдается тенденция понижения величины $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ от концентрации вакансий в узле Fe. Величина $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ понижается более чем на $0.3\,\mu_{\text{B}}$ в ряду фаз от $CeFe_2$ до $CeFe_{1.6}$ и имеет линейный характер.

Практически линейные зависимости вычисленных величин $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ от состава модельных фаз $CeFe_{2-\beta-x}Mn_x$ при одновременном легировании узла Fe как Mn, так и вакансиями, представлены на рис. 2. Для простоты были зафиксированы отношения концентраций вакансий и примесных атомов Mn как $\beta = x/2$ и $\beta = x$. Увеличение концентрации вакансий β в $CeFe_{2-\beta-x}Mn_x$ при $\beta = x$ в сравнении с составами при $\beta = x/2$ приводит к более резкому понижению величин $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$.

Итак, расчет модельных сплавов показывает, что 1) вакансии в узлах Ce и примесь Mn в узлах Fe увеличивают значения $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ с ростом концентрации дефектов, причем влияние вакансии в узлах Ce существенно больше; 2) только вакансии в узле

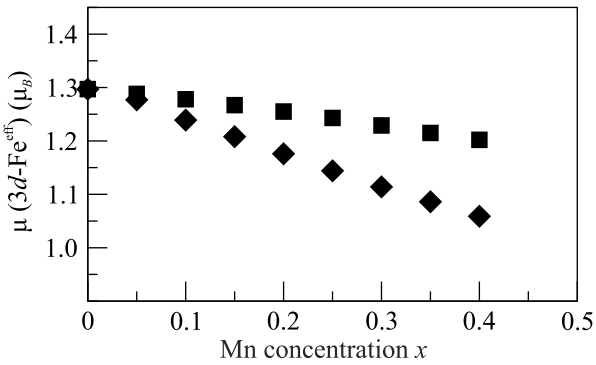

Рис. 2. Вычисленные концентрационные зависимости $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ в неупорядоченных фазах $CeFe_{2-\beta-x}Mn_x$ с двумя типами дефектов одновременно с фиксированным соотношением $\beta = x/2$ (квадраты) и $\beta = x$ (ромбы)

Fe приводят к понижению $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ при увеличении концентрации дефектов; это понижение по абсолютной величине больше, чем повышение при легировании Mn; 3) одновременное наличие вакансий и примесных атомов Mn в узле Fe понижает значение $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$, причем тем больше, чем больше относительное содержание вакансий β по сравнению с x. Все полученные зависимости имеют линейный характер. Однако из результатов расчетов модельных сплавов становится ясным, каким образом возможна интерпретация экспериментальных данных.

5. Реальные сплавы. Экспериментальные концентрационные зависимости $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ нелинейны. Для воспроизведения нелинейной зависимости первой серии экспериментальных образцов были выполнены расчеты составов $CeFe_{2-\beta-x}Mn_x$ при росте отношения β/x с увеличением x. Результаты представлены на рис. 3 в сравнении с экспериментом [2]. Результаты расчета демонстрируют, что экспериментальная тенденция понижения $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ первой серии синтезированных образцов определяется одновременным присутствием вакансий и примесных атомов Mn в подрешетке Fe и ускоренным ростом концентрации вакансий по сравнению с ростом концентрации примеси Mn.

Описание аномального поведения $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ второй экспериментальной серии образцов возможно при учете дополнительных вакансий в подрешетке Ce (рис. 4). Резкий провал в значении $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ при $x = 0.25$ можно связать с максимально высокими значениями соотношений β/x и α/x в присутствии вакансий одновременно в двух подрешетках $Ce_{1-\alpha}Fe_{2-\beta-x}Mn_x$.

Представленные расчеты были выполнены для неизменной постоянной решетки, соответствующей

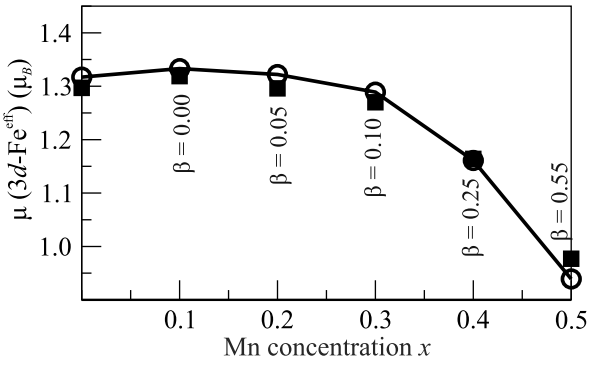

Рис. 3. Вычисленные концентрационные зависимости $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ в неупорядоченных фазах $\text{CeFe}_{2-\beta-x}\text{Mn}_x$ с ростом соотношения β/x (квадраты). Экспериментальные зависимости [2] для первой серии синтезированных образцов показаны открытыми кружками

нелегированному CeFe_2. В эксперименте постоянная решетки для двух серий синтезированных образцов изменяется от $a = 7.305$ Å до $a = 7.326$ Å [2]. Эти изменения, учтенные в тестовом расчете, привели к слабому уменьшению магнитного момента на ионах Fe. При этом установленные для постоянной решетки $a = 7.305$ Å концентрационные тенденции сохраняются, становясь более пологими. Поэтому все выводы настоящего исследования остаются неизменными.

Еще одним из упрощений, принятых в данной работе, было предположение о коллинеарном магнетизме на всем рассмотренном интервале концентраций Mn, что не подразумевало явного учета спин-орбитального взаимодействия. Однако существуют экспериментальные свидетельства [2] о том, что при $x \geq 0.3$ магнитная структура $\text{CeFe}_2:\text{Mn}$ становится неколлинеарной. Возможно, что при $x \geq 0.3$ появляются дополнительные физические механизмы, влияющие на объяснение обсуждаемых зависимостей.

6. Заключение. Методом когерентного потенциала выполнены расчеты магнитных свойств неупорядоченных моно- и комплексно легированных фаз $\text{Ce}_{1-\alpha}\text{Fe}_{2-\beta-x}\text{Mn}_x$ в широкой области гомогенности $0 \leq x \leq 0.5$. Установлены практически линейные концентрационные зависимости $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ монолегированных составов от нестехиометрии в подрешетках Fe и Ce и примеси Mn в подрешетке Fe. Только в составах, дефицитных по атомам Fe, величина $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ уменьшается. Показано, что тенденция нелинейного понижения величины $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ первой серии синтезированных составов $\text{CeFe}_{2-\beta-x}\text{Mn}_x$ связана с одновременным присутствием вакансий и атомов Mn в подрешетке Fe и ростом отношения β/x при увеличении x. Аномально низкое значение $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ при $x = 0.25$ второй серии нестехиометрических составов можно объяснить максимальной концентрацией вакансий одновременно как в узлах Fe, так и в узлах Ce, в фазах состава $\text{Ce}_{1-\alpha}\text{Fe}_{2-\beta-x}\text{Mn}_x$.

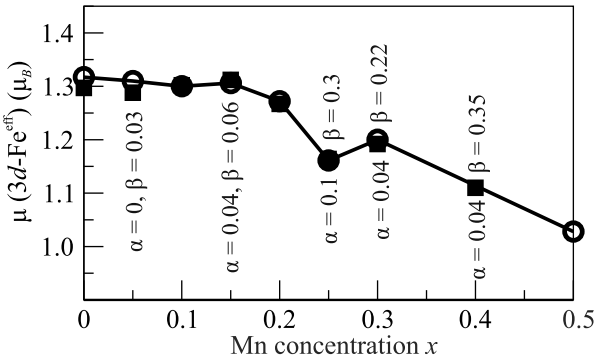

Рис. 4. Вычисленные концентрационные зависимости $\mu(3d\text{-Fe}^{\text{eff}})$ в неупорядоченных фазах $\text{Ce}_{1-\alpha}\text{Fe}_{2-\beta-x}\text{Mn}_x$ при вариациях β/x и α/x (квадраты). Экспериментальные зависимости [2] для второй серии синтезированных образцов показаны открытыми кружками

Авторы благодарят Н. В. Мушникова за полезные обсуждения и критические замечания.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России (тема 0320-2021-0004, # АААА-А19-119031890028-0 и тема “Электрон”, # 122021000039-4).

1. L. Paolasini, B. Ouladdiaf, N. Bernhoeft, J.-P. Sanchez, P. Vulliet, G. H. Lander, and P. Canfield, Phys. Rev. Lett. **90**, 057201 (2003).
2. S. P. Naumov, N. V. Mushnikov, P. B. Terentev, V. S. Gaviko, N. M. Kleinerman, V. R. Galakhov, K. Kuepper, and F. G. Vagizov, J. Alloys Comp. **854**, 156982 (2021).
3. S. P. Naumov, N. V. Mushnikov, P. B. Terentev, V. S. Gaviko, N. M. Kleinerman, and N. V. Nikolaeva, Phys. Metals Metallogr. **120**, 1373 (2019).
4. Г. А. Политова, А. Б. Михайлова, М. А. Ганин, Г. С. Бурханов, Физика и механика материалов **43**, 30 (2020).
5. K. Yoshimura and Y. Y. Nakamura, J. Magn. Magn. Mater. **40**, 55 (1983).
6. J. L. Wang, C. Marquina, M. R. Ibarra, and G. H. Wu, Phys. Rev. B **73**, 094436 (2006).
7. P. K. Khowash, Phys. Rev. B **43**, 6170 (1991).
8. R. Das, G. P. Das, and S. K. Srivastava, J. Phys. D **49**, 165004 (2016).
9. P. Soven, Phys Rev. **156**, 809 (1967).
10. M. A. Korotin, N. A. Skorikov, and A. O. Anokhin, Phys. B **526**, 14 (2017).

11. V. M. Zainullina and M. A. Korotin, Письма в ЖЭТФ **114**, 346 (2021).
12. O. K. Andersen and O. Jepsen, Phys. Rev. Lett. **53**, 2571 (1984).
13. T. Konishi, K. Morikawa, K. Kobayashi, T. Mizokawa, A. Fujimori, K. Mamiya, F. Iga, H. Kawanaka, Y. Nishihara, A. Delin, and O. Eriksson, Phys. Rev. B **62**, 14304 (2000).
14. V. N. Antonov, L. V. Bekenov, and A. N. Yaresko, Adv. Condens. Matter Phys. **2011**, 298928 (2011).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 108 – 115 © 2022 г. 25 июля

Эффект магнитной памяти в планарных микромостиках ферромагнетик/сверхпроводник/ферромагнетик на основе сильно разбавленного сплава PdFe

Л. Н. Карелина[a1)], *Н. С. Шуравин*[a], *А. С. Ионин*[a,b], *С. В. Бакурский*[c], *С. В. Егоров*[a,d], *И. А. Головчанский*[b,e], *В. И. Чичков*[e], *В. В. Больгинов*[a], *В. В. Рязанов*[a,b,e]

[a] *Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

[b] *Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия*

[c] *МГУ им. М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына, 119991 Москва, Россия*

[d] *Российский Квантовый Центр, БЦ "Урал", 143025 Сколково, Москва, Россия*

[e] *Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС", 119049 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 мая 2022 г.
После переработки 2 июня 2022 г.
Принята к публикации 2 июня 2022 г.

Работа посвящена изучению магнитосопротивления планарного микромостика на основе трехслойного FSF сэндвича $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ в окрестности его сверхпроводящего перехода. Ранее нами было показано, что кривая магнитосопротивления таких образцов имеет гистерезисный характер и содержит провалы (отрицательные пики) до низких сопротивлений при коэрцитивных полях. В настоящей работе обнаружено, что указанное низкорезистивное состояние обладает эффектом памяти. Продемонстрировано функционирование такого образца в качестве сверхпроводникового элемента магнитной памяти. Влияние ферромагнитных $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-слоев на температуру сверхпроводящего перехода предлагаемого элемента памяти изучено с помощью измерения зависимости критической температуры бислойных FS структур $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb от толщины слоя $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$.

DOI: 10.31857/S1234567822140075, EDN: iyxlmz

Изучение гибридных слоистых структур ферромагнетик-сверхпроводник (FS) представляет большой интерес с точки зрения разработки элементов памяти для сверхпроводниковой логики (см., например, [1, 2] и цитируемые там публикации). Их необычные свойства связаны со спиновым антагонизмом сверхпроводимости (S) и ферромагнетизма (F), приводящим к целому ряду необычных явлений. В частности, в бислойных FS-структурах может наблюдаться немонотонная [3] или даже возвратная [4, 5] зависимость критической температуры от толщины F-слоя. Аналогичные зависимости наблюдаются в трехслойных FSF-структурах (см., например, [6]), а также при периодическом чередовании большего количества F- и S-слоев [7–11]. При наличии в слоистой FS-структуре нескольких ферромагнитных слоев критическая температура ее сверхпроводящего перехода может отличаться в случае параллельной и антипараллельной ориентаций их намагниченностей [10–14]. Это обеспечивает реализацию "спин-вентильных (*spin-valve*) эффектов" (см. обзор [15]). Использование сильных ферромагнетиков или полуметаллов с большой спиновой поляризацией позволяет получить значительное изменение критической температуры таких образцов за счет спин-триплетных сверхпроводящих корреляций (см. обзор [16]). Максимальное полученное изменение критической температуры за счет спин-вентильного эффекта составило 1.6 K [17, 18].

В работах нашей группы исследуется противоположный предел крайне слабых ферромагнетиков на основе разбавленного сплава $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$. Малая величина обменной энергии в F-слое и планарная магнитная анизотропия позволили реализовать на основе SFS сэндвичей Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb элементы джозефсоновской магнитной памяти [2, 19–21], технологически и частотно совместимые со сверхпроводниковой быстрой одноквантовой логикой (БОК, RSFQ [22]). В работах [2, 23] исследовалась возможность миниатюризации предложен-

[1)] e-mail: lkarelina@issp.ac.ru

ных элементов путем использования джозефсоновских SIsFS контактов прямоугольной формы. Было показано, что предел уменьшения площади джозефсоновского элемента памяти на основе сплава $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ составляет около 2 мкм^2 [2]. Фундаментальные причины возникающих ограничений связаны с использованием для кодирования цифрового состояния зависимости критического тока SFS сэндвича от потока намагниченности через поперечное сечение слоя $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$. Дальнейшая миниатюризация может быть достигнута путем использования планарных FSF-микромостиков, критический ток и сопротивление которых зависят от величины и ориентации намагниченностей F-слоев (см., например, обзор [24]). Ранее нами уже был обнаружен заметный магниторезистивный эффект при изучении магнитосопротивления прямоугольных микромостиков $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ с планарными размерами от 5 до 100 мкм при температурах в пределах сверхпроводящего перехода [1]. Эффект представляет собой гистерезисные провалы магнитосопротивления (отрицательные низкорезистивные пики), наблюдаемые наиболее отчетливо при минимальных размерах микромостиков (5–20 мкм). В настоящей работе мы демонстрируем, что низкорезистивное состояние обладает эффектом памяти, и, следовательно, FSF-микромостики $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ могут быть использованы в качестве сверхпроводящих логических элементов.

Основным объектом исследований является трехслойный планарный FSF-микромостик $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$, размером 6×20 мкм^2, расположенный между сверхпроводящими ниобиевыми контактными площадками (рис. 1a). Технология изготовления таких структур подробно описана в [1]. Толщины верхнего и нижнего F-слоев составляют 45 и 22 нм, соответственно, а толщина сверхпроводящего слоя – 13 нм. Коэрцитивное поле верхнего F-слоя в 2–3 раза больше, чем нижнего [25], что позволяет рассчитывать на реализацию сверхпроводящего спинового вентиля, предложенного в [12, 13]. Измерения проводились в криостате ^{4}He, оборудованном сверхпроводящим соленоидом, системой откачки паров гелия и мембранным маностатом Шарвина для стабилизации давления паров гелия. Точность стабилизации температуры составляла не хуже 0.002 K. Магнитное поле прикладывалось параллельно плоскости слоев FSF сэндвича вдоль направления протекания тока (рис. 1a).

Были измерены серии магниторезистивных кривых для разных температур в диапазоне $2.48\,\mathrm{K} \leq T \leq 2.55\,\mathrm{K}$ в окрестности сверхпроводящего перехода (рис. 2a). В качестве примера на рис. 2b показана полная магниторезистивная кривая при температуре 2.48 K, близкой к нижней границе сверхпроводящего перехода. При больших полях, когда оба F-слоя намагничены до насыщения, сопротивление не зависит от предыстории: черная и красная ветви на рис. 2b, соответствующие противоположным направлениям развертки, практически совпадают при $|H| = 20{-}30$ Э. Рост сопротивления в этом интервале полей качественно соответствует квадратичному закону подавления сверхпроводящего параметра порядка тонкой пленки параллельным магнитным полем согласно теории Гинзбурга–Ландау [26] (см. пунктирную линию на рис. 2b). Изменение магниторезистивной кривой в диапазоне $|H| < 20$ Э согласуется с результатами измерения кривых перемагничивания $M(H)$ отдельных слоев $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ с близкими толщинами (25 и 40 нм) [25]. При изменении H от -10 Э до 0 Э исходно отрицательная намагниченность слоя толщиной 25 нм уменьшается по абсолютной величине вследствие разориентации магнитных моментов кластеров [27]. При таком же изменении поля H кривая магнитосопротивления FSF-мостика (см. черную кривую на рис. 2b) идет ниже квадратичной огибающей, а затем достигает локаль-

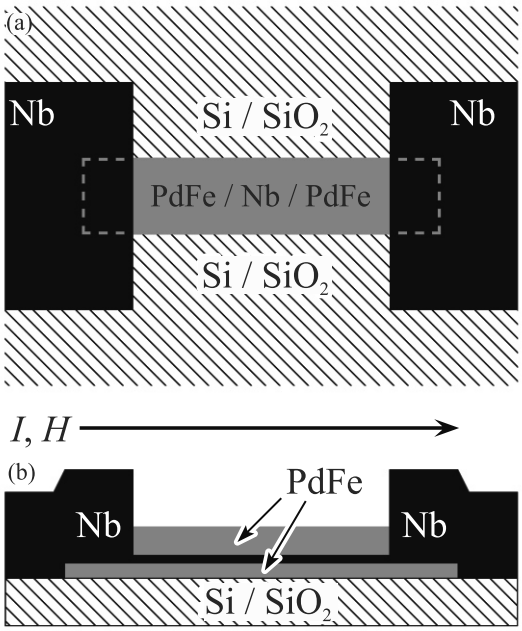

Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Схематическое изображение FSF-микромостика $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$, соединяющего ниобиевые контактные площадки. Стрелка показывает направление магнитного поля и транспортного тока. (b) – Схематическое поперечное сечение того же микромостика

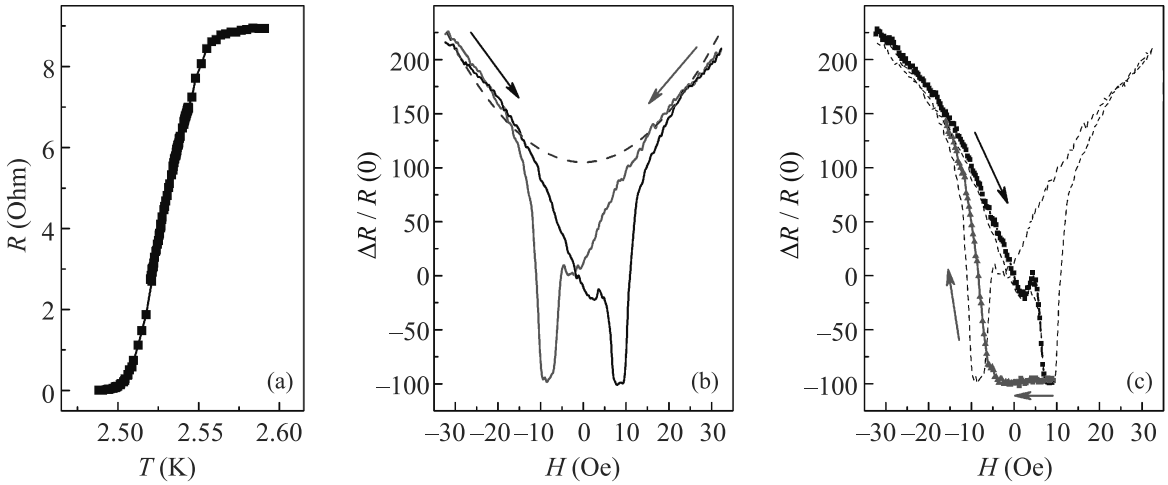

Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Температурная зависимость сопротивления FSF-микромостика $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$-Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ размером 6×20 мкм^2 в окрестности сверхпроводящего перехода. Толщины верхнего и нижнего F-слоев составляют 45 и 22 нм соответственно, а толщина сверхпроводящего слоя – 13 нм. (b) – Кривые магнитосопротивления для того же микромостика при температуре 2.48 K. Стрелками показано направление развертки магнитного поля. Пунктирной кривой схематически показана параболическая огибающая магниторезистивной кривой (см. обсуждение в тексте). (c) – Частная петля магнитосопротивления того же микромостика при той же температуре (см. обсуждение в тексте). Стрелками показано направление развертки магнитного поля. Пунктиром показана полная петля магнитосопротивления, представленная на панели (b). Ток смещения 20 мкА

ного минимума при поле $H = +2.3$ Э, соответствующем коэрцитивному полю тонкого F-слоя согласно [25]. Микромагнитное моделирование [2] показало, что перемагничивание кластерного ферромагнетика происходит через образование завихренного магнитного состояния (см. также [23]). Поэтому небольшое возрастание сопротивления (понижение критической температуры) в диапазоне от $+2.3$ Э до $+4.8$ Э может быть связано с возникновением триплетных сверхпроводящих корреляций [28] из-за появления неколлинеарных магнитных конфигураций относительно намагниченности более магнитожесткого верхнего F-слоя. При дальнейшем увеличении H более магнитомягкий нижний F-слой намагничивается в положительном направлении с возникновением антипараллельного (AP) состояния, так как при этом намагниченность верхнего F-слоя остается отрицательной и слабо изменяется в диапазоне полей $|H| < 7-8$ Э согласно [25]. Поэтому в диапазоне 4.8 Э $< H < 8$ Э наблюдается падение сопротивления, связанное с прямым спин-вентильным эффектом [12]. При увеличении H выше коэрцитивного поля верхнего слоя (около 9 Э согласно [25]) намагниченность последнего также становится положительной и микромостик переходит в параллельное (P) состояние. Поэтому в диапазоне полей $+9$ Э $< H < +25$ Э наблюдается резкий рост сопротивления с постепенным выходом на квадратичную огибающую.

В настоящей статье исследуется вопрос о возможности запоминания низкорезистивного состояния, достигаемого в полях 9 Э (рис. 2b). Ответ представлен на рис. 2c, где приведена частная магниторезистивная кривая исследованного микромостика. Исходное состояние образца соответствовало большому отрицательному магнитному полю (-32 Э), в котором оба слоя были намагничены до насыщения в отрицательном направлении. При движении развертки поля в положительном направлении был достигнут минимум пика отрицательного магнитосопротивления в поле $+9$ Э (черная кривая). В этот момент направление развертки магнитного поля было изменено на противоположное, и величина поля начала постепенно уменьшаться (красная кривая). Можно видеть, что низкорезистивное состояние при этом сохраняется вплоть до -5 Э. При дальнейшем движении в отрицательном направлении магнитосопротивление постепенно возвращается к исходному участку петли (в полях $-15-20$ Э). Такой процесс можно проводить циклично, тем самым переводя образец из высоко- в низкорезистивное состояние и обратно.

Для практических приложений важно, что оба состояния (низко- и высокорезистивное) являются стабильными. Это позволяет использовать FSF-микромостик в качестве элемента сверхпроводниковой памяти. На рисунке 3a можно видеть, что импульса с амплитудой -16 Э будет достаточно для

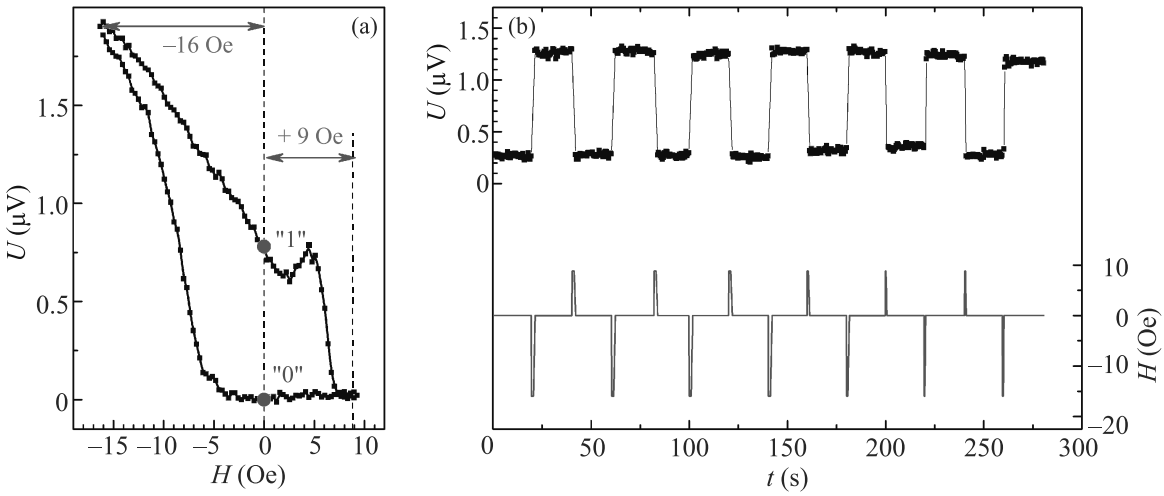

Рис. 3. (Цветной онлайн) (a) – Зависимость напряжения на FSF-микромостике от магнитного поля, полученная при токе смещения 20 мкА и температуре 2.48 K. Стрелками обозначены амплитуды импульсов, использованных для переключения цифровых состояний на рис. 3b. Цифровые состояния “0” и “1” схематически отмечены красными точками. (b) – Временная диаграмма напряжения на FSF-микромостике (верхняя кривая), иллюстрирующая его переключение между двумя цифровыми состояниями под действием последовательности импульсов магнитного поля (нижняя кривая). Температура $T = 2.50$ K. Ток смещения 15 мкА

перевода образца в намагниченное (высокорезистивное) состояние с высоким уровнем напряжения. Это состояние логично назвать цифровым состоянием “1”. Приложение импульса противоположного знака с амплитудой +9 Э должно переводить образец в низкорезистивное состояние “0” с малым напряжением. На рисунке 3b показано, что последовательное приложение таких импульсов приводит к воспроизводимому переключению реализованного элемента памяти между состояниями “0” и “1”. Согласно рис. 3b, стабильность цифровых состояний наблюдается на временах, как минимум, несколько десятков секунд.

Рабочая температура исследуемого элемента памяти соответствует нижней границе сверхпроводящего перехода (рис. 2a), которая определяется воздействием F-слоев из сплава $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ на сверхпроводящий параметр порядка в ниобиевом S-слое. До последнего времени эффект близости в паре $Nb/Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ был изучен явно недостаточно. В единственной экспериментальной работе [29] приведена зависимость критической температуры от толщины ферромагнетика неструктурированных трехслойных образцов Nb-$Pd_{1-x}Fe_x$-Nb для семи различных концентраций железа от 0 до 100 %. Толщина слоя $Pd_{1-x}Fe_x$ для всех составов изменялась в пределах $0 < d_{PdFe} < 10$ нм. Немонотонная зависимость $T_c(d_F)$ наблюдалась для концентраций 13 % и 20 %. Для сплава $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ такой эффект ранее (а также и в настоящей работе) не наблюдался: критическая температура образцов монотонно убывала с ростом толщины F-слоя. Этот результат коррелирует с кластерным механизмом магнетизма в $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$, изложенным в работах [25, 30, 31]. Согласно нему тонкопленочные слои такого сплава могут быть представлены как совокупность магнитных кластеров размером 10 нм с межкластерным расстоянием около 100 нм. Поэтому пленки толщиной меньше $d_0 = 10$ нм являются неферромагнитными. Действительно, аппроксимация зависимости $T_{Curie}(d_{PdFe})$, представленной нами в работе [19], дает пороговое значение толщины 5–10 нм[2)]. Увеличение толщины пленки $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ свыше 10 нм приводит к монотонному росту температуры Кюри, как минимум, до толщины ≈ 200 нм. Именно этот диапазон толщин ($d_{PdFe} > 10$ нм) является практически значимым для использования сплава $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ в качестве слабого ферромагнетика в обсуждаемых устройствах. В настоящей работе мы изучили зависимость $T_c(d_{PdFe})$ для бислойных образцов Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ в широком диапазоне толщин F-слоев вплоть до $d_{PdFe} = 75$ нм, что примерно в 2 раза превышает максимальную толщину F-слоев, которые использовались в исследованных ранее элементах джозефсоновской магнитной памяти [19].

Для изготовления FS-бислоев использовался метод клина (см., например, [32]). При этом толщи-

[2)] Далее пороговая толщина d_0 будет принята равной 10 нм для определенности. Заметим также, что в данной работе немагнитными могут считаться слои $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$, температура Кюри которых меньше рабочей температуры образца.

на сверхпроводящего слоя (см. рис. 4b) была примерно постоянной вдоль длинной подложки (длиной 60 мм), а толщина ферромагнетика на толстом и тонком концах отличалась примерно в 4 раза (см. рис. 4c). Технологические параметры процесса осаждения тонких пленок были аналогичны приведенным в работе [1]. Для исследования широкого диапазона толщин F-слоя (0–75 нм) было изготовлено три FS-клина, покрывающих разные части этого диапазона. Выбранная толщина слоя ниобия $d_S \approx 11$ нм является достаточно большой по сравнению со сверхпроводящей длиной когерентности в ниобии $\xi_S \approx \approx 7$ нм [5]. В настоящей работе увеличенная толщина S-слоя обеспечила достаточно высокую критическую температуру всех образцов, экспериментально измеримую с использованием криостата ^{4}He, вплоть до максимальных толщин слоя $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$. Каждый FS-клин разрезался на экспериментально изучаемые образцы шириной 2 мм. Толщина слоя $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ определялась на основе предварительно изученного профиля (см. рис. 4c). Результаты выполненных экспериментов представлены на рис. 4a. В диапазоне толщин $0 < d_{\mathrm{PdFe}} < 7$ нм наблюдается резкое уменьшение критической температуры T_c бислоя от 7.0 K до 4.2 K. В диапазоне толщин 7 нм $\leq d_{\mathrm{PdFe}} \leq$ 10 нм критическая температура почти постоянна. В интервале от 10 до 75 нм (практически значимый диапазон толщин) критическая температура уменьшается еще на 2 K, в среднем, по линейному закону. Волнообразные колебания экспериментальных точек, скорее всего, связаны с пространственным изменением толщины сверхпроводящего слоя вдоль клина в пределах 0.4 нм (около 3.5 % относительно среднего значения 11.2 нм)[3)], как это показано на рис. 4b.

Неожиданным результатом эксперимента, представленного на рис. 4a, является наблюдение убывающей зависимости $T_c(d_{\mathrm{PdFe}})$ в очень широком диапазоне толщин (вплоть до 75 нм). В ранее выполненных экспериментах (см., например, [3–5, 23]) существенное изменение критической температуры FS-бислоев наблюдалось только при достаточно малых толщинах F-слоя (менее 10 нм), что связано с малой глубиной проникновения куперовских пар в ферромагнетик ξ_{F1} (см. определение в работе [33]). Например, величина ξ_{F1} в слабоферромагнитном сплаве $Cu_{0.47}Ni_{0.53}$ составляет всего 1.3 нм. Отметим, что в нашем случае (см. рис. 4a) в “немагнитном” диапа-

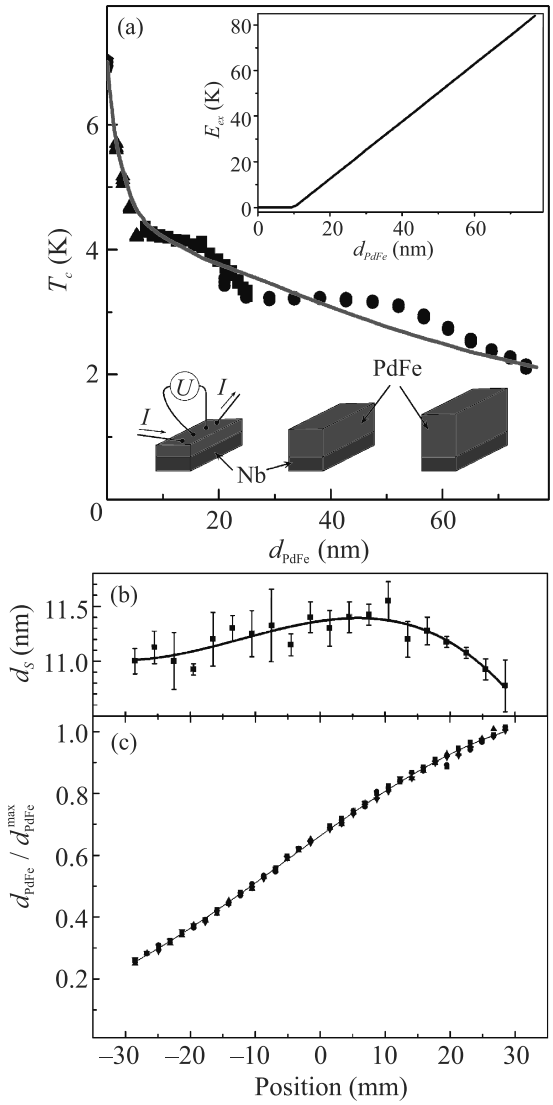

Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Зависимость критической температуры FS бислоев Nb-$Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ от толщины слоя ферромагнетика при толщине сверхпроводника около 11 нм. Точки различной формы соответствуют трем разным FS бислоям, изготовленным с использованием метода клина. Приведены данные для начала, середины и конца сверхпроводящего перехода. Красная линия показывает аппроксимацию экспериментальных данных на основе микроскопической теории (см. обсуждение в тексте). На вставке приведена зависимость обменной энергии (обменного поля) от толщины ферромагнетика, использовавшаяся при расчете, который представлен красной кривой. (b), (c) – Зависимости толщины слоев ниобия и $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ (d_S и d_{PdFe}, соответственно) от положения на подложке. Профиль слоя $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$ (см. панель (c)) нормирован на максимальное значение его толщины в соответствующем FS бислое

[3)] Пространственное распределение толщины осаждения ниобия было измерено при помощи специального образца, изготовленного десятью протяжками. Измерения производились с помощью профилометра Talystep фирмы Taylor Hobson.

зоне толщин $d_{\mathrm{PdFe}} < 10$ нм также наблюдается резкое падение критической температуры с выходом на плато при 7 нм $< d_{\mathrm{PdFe}} <$ 10 нм. Это свидетельствует о малости даже "нормальной" ("температурной") длины когерентности $\xi_{\mathrm{PdFe}} = \sqrt{\hbar D_{\mathrm{PdFe}}/2\pi k T_c}$ для изготовленных нами тонкопленочных слоев $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$. (Здесь D_{PdFe} – коэффициент диффузии электронов в слое $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$, а T_c – критическая температура FS-бислоя.) Дальнейшее уменьшение T_c бислоев в диапазоне 10 нм $< d_{\mathrm{PdFe}} <$ 75 нм, скорее всего, связано с отмеченным ранее [19, 27] усилением ферромагнетизма в слое $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ за счет увеличения межкластерного обменного взаимодействия с ростом d_{PdFe}.

Для проверки этой гипотезы было выполнено численное моделирование на основе решения уравнений микроскопической теории, развитого для гибридных FS структур на основе $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ в работах [21, 34]. Результат расчетов представлен сплошной кривой на рис. 4a. Видно, что удовлетворительное согласие с экспериментом может быть получено уже в предположении линейной зависимости обменной энергии E_{ex} в слое $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ от его толщины при $d_{PdFe} > d_0$:

$$E_{ex}(d_{\mathrm{PdFe}})/k_B = \alpha(d_{\mathrm{PdFe}} - d_0),$$

(см. вставку к рис. 4a. Параметрами аппроксимации являлись прозрачности FS-границы раздела $\gamma \approx 0.35$ и $\gamma_{BFS} \approx 0.2$ (см. определение в [21]); характерная длина $\xi^* = \sqrt{\hbar D_{\mathrm{PdFe}}/2\pi k T_c(0)} = 0.44\xi_S$, длина когерентности в S-слое ξ_S, а также феноменологический параметр $\alpha = 1.26$ К/нм, характеризующий скорость нарастания энергии обменного взаимодействия с толщиной слоя $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$. Здесь $T_c(0) = 7.0$ К – критическая температура отдельного слоя ниобия[4)] толщиной $d_S \approx 11$ нм, а $\xi_S = 6.68$ нм – длина когерентности в ниобиевом S-слое согласно статье [5]. Характерный пространственный масштаб $\xi^* \approx 2.9$ нм соответствует минимальному значению температурной длины когерентности ξ_{PdFe} для слоя $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ в немагнитном диапазоне ($d_{\mathrm{PdFe}} < 10$ нм). При больших толщинах ($d_{\mathrm{PdFe}} > 10$ нм) ξ^* является параметром микроскопической теории и не имеет явного физического смысла[5)], поскольку длина когерентности в ферромагнитном слое определяется эффективной энергией обменного взаимодействия E_{ex} и, возможно, другими распаривающими процессами [33]. Энергия обменного взаимодействия E_{ex} увеличивается вплоть до величины 80 К в температурных единицах (см. вставку к рис. 4a), что качественно соответствует изменению температуры Кюри отдельных слоев $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ согласно работе [19]. Более подробный анализ зависимости $T_c(d_{\mathrm{PdFe}})$ для FS бислоев Nb-$\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$, учитывающий уточненные материальные параметры и неоднородный профиль сверхпроводящей пленки, будет представлен в наших дальнейших публикациях.

Возвращаясь к практическому результату проведенных исследований, можно отметить, что был реализован сверхпроводниковый логический элемент с амплитудой переключения по напряжению U около 1 мкВ (рис. 3b). Такая амплитуда соответствует характеристической джозефсоновской частоте $f_c = U/\Phi_0$ около 0.5 ГГц (Φ_0 – квант магнитного потока). Обратная величина $1/f_c \approx 2$ нс определяет время считывания цифрового состояния [20] в случае использования таких элементов памяти в устройствах быстрой одноквантовой (RSFQ) логики [22]. Полученная характеристическая частота близка к нижнему частотному пределу RSFQ-схем, что позволяет, в принципе, рассчитывать на практическое использование мостиков $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$-Nb-$\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ в цифровой сверхпроводящей электронике. Энергопотребление в резистивном состоянии составляет около 15 пВт, что в 3000 раз меньше, полученного нами ранее в работе [2] и на 2–4 порядка меньше энергопотребления КМОП элементов памяти, обсуждавихся недавно в [35, 36]. Однако быстродействие представленного элемента все еще недостаточно велико для широкого использования во всем частотном диапазоне RSFQ устройств. Поэтому исследования, направленные на увеличение амплитуды переключения напряжения на элементе памяти на основе структур $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$-Nb-$\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ будут продолжены. Предметом будущих исследований являются, прежде всего, механизм образования низкорезистивного состояния, а также возможность использования многослойных FSF структур $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$-Nb-$\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ в качестве джозефсоновского барьера в многослойных контактах сэндвичевого типа [37].

Таким образом, в настоящей работе проведено исследование отрицательного магниторезистивного эффекта в FSF-микромостиках на основе сверхпроводящего ниобия и слабоферромагнитного сплава $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$. Обнаружен эффект хранения низкорезистивного состояния мостика. Продемонстрирована его работа в качестве элемента памяти, переключающегося импульсами внешнего магнитного поля. При изучении бислойных структур Nb-$\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$

[4)] См. точку $d_F = 0$ на рис. 4a.

[5)] Фактически, параметр ξ^* во всем диапазоне толщин характеризует диффузионное движение электронов в слое $\mathrm{Pd_{0.99}Fe_{0.01}}$ в рамках микроскопической теории [21, 34].

выявлена зависимость критической температуры FS-бислоя от толщины ферромагнетика в неожиданно широком интервале толщин. Показано, что данное явление может быть описано при помощи микроскопической теории, учитывающей усиление обменного взаимодействия с ростом толщины слоев $Pd_{0.99}Fe_{0.01}$.

Изготовление образцов и экспериментальные исследования были выполнены при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований # 20-02-00864 и 19-32-90162 соответственно. Разработка технологии изготовления образцов, включая создание фотошаблонов, внедрение метода клина и т.д., производилась при поддержке проекта государственного задания # 0718-2020-0025 Министерства науки и высшего образования Российской Федерации. Численное моделирование проводилось при поддержке гранта # 075-15-2021-1353 Министерства науки и высшего образования Российской Федерации.

Авторы выражают благодарность В. Н. Шилову и Н. С. Степакову за помощь при изготовлении образцов и проведении экспериментов.

1. Л. Н. Карелина, В. В. Больгинов, Ш. А. Эркенов С. В. Егоров, И. А. Головчанский, В. И. Чичков, А. Бен Хамида, В. В. Рязанов, Письма в ЖЭТФ **112**, 743 (2020).
2. L. N. Karelina, R. A. Hovhannisyan, I. A. Golovchanskiy, V. I. Chichkov, A. Ben Hamida, V. S. Stolyarov, L. S. Uspenskaya, Sh. A. Erkenov, V. V. Bolginov, and V. V. Ryazanov, J. Appl. Phys. **130**, 173901 (2021).
3. В. В. Рязанов, В. А. Обознов, А. С. Прокофьев, С. В. Дубонос, Письма в ЖЭТФ **77**, 43 (2003).
4. V. Zdravkov, A. Sidorenko, G. Obermeier, S. Gsell, M. Schreck, C. Müller, S. Horn, R. Tidecks, and L. R. Tagirov, Phys. Rev. Lett. **97**, 057004 (2006).
5. V. I. Zdravkov, J. Kehrle, G. Obermeier et al. (Collaboration), Phys. Rev. B **82**, 054517 (2010).
6. V. I. Zdravkov, J. Kehrle, D. Lenk, G. Obermeier, A. Ullrich, C. Müller, H. A. Krug von Nidda, R. Morari, A. S. Sidorenko, L. R. Tagirov, S. Horn, and R. Tidecks, J. Appl. Phys. **114**, 033903 (2013).
7. J. S. Jiang, D. Davidović, D. H. Reich, and C. L. Chien, Phys. Rev. Lett. **74**, 314 (1995).
8. T. H. Mühge, N. N. Garif'yanov, Yu. V. Goryunov, G. G. Khaliullin, L. R. Tagirov, K. Westerholt, I. A. Garifullin, and H. Zabel, Phys. Rev. Lett. **77**, 1857 (1996).
9. I. A. Garifullin, D. A. Tikhonov, N. N. Garif'yanov, L. Lazar, Yu. V. Goryunov, S. Ya. Khlebnikov, L. R. Tagirov, K. Westerholt, and H. Zabel, Phys. Rev. B **66**, 0205051(R) (2002).
10. J. Y. Gu, C.-Y. You, J. S. Jiang, J. Pearson, Ya. B. Bazaliy, and S. D. Bader, Phys. Rev. Lett. **89**, 267001 (2002).
11. A. I. Buzdin, Rev. Mod. Phys. **77**, 935 (2005).
12. L. R. Tagirov, Phys. Rev. Lett. **83**, 2058 (1999).
13. A. I. Buzdin, A. V. Vedyayev, and N. V. Ryzhanova, Europhys. Lett. **48**, 686 (1999).
14. P. V. Leksin, N. N. Garif'yanov, I. A. Garifullin, J. Schumann, H. Vinzelberg, V. Kataev, O. G. Schmidt, and B. Büchner, Appl. Phys. Lett. **97**, 102505 (2010).
15. V. N. Kushnir, A. S. Sidorenko, L. R. Tagirov, and M. Yu. Kupriyanov, *Functional Nanostructures and Metamaterials for Superconducting Spintronics*, Cham, Springer (2018), section 1, p. 1.
16. L. R. Tagirov, M. Yu. Kupriyanov, V. N. Kushnir, and A. S. Sidorenko, *Functional Nanostructures and Metamaterials for Superconducting Spintronics*, Cham, Springer (2018), section 2, p. 31.
17. A. Singh, S. Voltan, K. Lahabi, and J. Aarts, Phys. Rev. X **5**, 021019 (2015).
18. S. Voltan, A. Singh, and J. Aarts, Phys. Rev. B **94**, 054503 (2016).
19. В. В. Больгинов, В. С. Столяров, Д. С. Собанин, А. Л. Карпович, В. В. Рязанов, Письма в ЖЭТФ **95**, 408 (2012).
20. T. I. Larkin, V. V. Bol'ginov, V. S. Stolyarov, V. V. Ryazanov, I. V. Vernik, S. K. Tolpygo, and O. A. Mukhanov, Appl. Phys. Lett. **100**, 222601 (2012).
21. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, V. V. Bol'ginov, V. V. Ryazanov, I. V. Vernik, O. A. Mukhanov, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Appl. Phys. Lett. **102**, 192603 (2013).
22. K. K. Likharev and V. K. Semenov, IEEE Trans. Appl. Supercond. **1**, 3 (1991).
23. I. A. Golovchanskiy, V. V. Bolginov, V. S. Stolyarov, N. N. Abramov, A. Ben Hamida, O. V. Emelyanova, B. S. Stoyarov, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, and V. V. Ryazanov, Phys. Rev. B **94**, 214514 (2016).
24. I. I. Soloviev, S. V. Bakurskiy, V. I. Ruzhickiy, N. V. Klenov, M. Yu. Kupriyanov, A. A. Golubov, O. V. Skryabina, and V. S. Stolyarov, Phys. Rev. Appl. **16**, 044060 (2021).
25. Л. С. Успенская, И. Н. Хлюстиков, ЖЭТФ **152**, 1029 (2017).
26. В. В. Шмидт, *Введение в физику сверхпроводников*, МЦНМО, М. (2000), гл. 3, пп. 17.
27. Л. С. Успенская, А. Л. Рахманов, Л. А. Доросинский, А. А. Чугунов, В. С. Столяров, О. В. Скрябина, С. В. Егоров, Письма в ЖЭТФ **97**, 176 (2013).
28. F. Bergeret, A. Volkov, and K. Efetov, Rev. Mod. Phys. **77**, 1321 (2005).
29. M. Schöck, C. Sürgers, and H. Von Löhneysen, Eur. Phys. J. B **14**, 1 (2000).

30. L. S. Uspenskaya, A. L. Rakhmanov, L. A. Dorosinskii, S. I. Bozhko, V. S. Stolyarov, and V. V. Bolginov, Materials Research Express **1**, 036104 (2014).
31. I. A. Golovchanskiy, V. V. Bolginov, N. N. Abramov, V. S. Stolyarov, A. Ben Hamida, V. I. Chichkov, D. Roditchev, and V. V. Ryazanov, J. Appl. Phys. **120**, 163902 (2016).
32. A. S. Sidorenko, V. I. Zdravkov, A. A. Prepelitsa, C. Helbig, Y. Luo, S. Gsell, M. Schreck, S. Klimm, S. Horn, L. R. Tagirov, and R. Tidecks, Ann. Phys. **12**, 37 (2003).
33. V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov, A. K. Feofanov, V. V. Ryazanov, and A. I. Buzdin, Phys. Rev. Lett. **96**, 197003 (2006).
34. S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, N. G. Pugach, M. Yu. Kupriyanov, and A. A. Golubov, Appl. Phys. Lett. **113**, 082602 (2018).
35. C. C. Wang and C. P. Kuo, IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1 (2021); DOI: 10.1109/ISCAS51556.2021.9401099.
36. A. K. Mishra, U. Chopra, and D. Vaithiyanathan, IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs **69**, 1592 (2022).
37. N. V. Klenov, Yu. N. Khaydukov, S. V. Bakurskiy, R. Morari, I. Soloviev, V. Boian, Th. Keller, M. Yu. Kupriyanov, A. Sidorenko, and B. Keimer, Beilstein J. Nanotechnol. **10**, 833 (2019).

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 116 – 122 © 2022 г. 25 июля

Максимум в спектре терагерцового фотоотклика квантового точечного контакта

Д. М. Казанцев[+*], *В. Л. Альперович*[+*1)], *В. А. Ткаченко*[+*×], *З. Д. Квон*[+*]

[+]*Институт физики полупроводников им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН, 630090 Новосибирск, Россия*

[*]*Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия*

[×]*Новосибирский государственный технический университет, 630073 Новосибирск, Россия*

Поступила в редакцию 8 июня 2022 г.
После переработки 8 июня 2022 г.
Принята к публикации 12 июня 2022 г.

Эффект исчезновения гигантской терагерцовой фотопроводимости квантового точечного контакта при увеличении энергии фотонов, обнаруженный экспериментально (M. Otteneder et al., Phys. Rev. Appl. **10**, 014015 (2018)) и изученный численным моделированием фотонно-стимулированного транспорта (О. А. Ткаченко и др., Письма в ЖЭТФ **108**, 396 (2018)), объяснен необходимостью выполнения закона сохранения импульса при поглощении фотонов туннелирующими электронами и на основе расчета по теории возмущений.

DOI: 10.31857/S1234567822140087, EDN: izlsqs

Физические явления в наноструктурах, обусловленные влиянием высокочастотных электромагнитных полей на квантовый транспорт электронов, рассматривались в большом числе работ [1–11]. В первую очередь теоретически и экспериментально исследовалось резонансное фотонно-стимулированное туннелирование в сверхпроводящих и полупроводниковых структурах с атомно-резкими потенциальными барьерами [1–6]. Создание квантового точечного контакта (КТК) – латеральной наноструктуры, состоящей из короткого, управляемого затвором сужения в высокоподвижном двумерном электронном газе (ДЭГ) [12–14], открыло путь к изучению фотонно-стимулированного прохождения электронов через плавный потенциальный барьер, однако до недавнего времени эти исследования были только теоретическими [7–9].

В работах [15–17] был впервые обнаружен и исследован эффект гигантской фотопроводимости арсенид-галлиевого КТК при облучении терагерцовым излучением с энергией кванта $\hbar\omega_0 = 2.85$ мэВ, близкой к разности между энергией Ферми и вершиной потенциального барьера $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$ (рис. 1а). Эффект был объяснен фотонно-стимулированным транспортом (ФСТ) электронов, обусловленным поглощением фотонов [15–17]. Однако обнаруженное в [15] исчезновение фотоотклика для большей энергии кванта $\hbar\omega_0 = 6.74$ мэВ, хотя и согласуется с результатами численного решения нестационарного уравнения Шредингера [7, 16], не получило ясного физического объяснения. Другая (отличная от ФСТ) картина формирования гигантского фотоотклика КТК, основанная на эффекте модуляции высоты туннельного барьера электромагнитным полем, была развита в недавней работе [18] для объяснения сильной сверхлинейной зависимости величины фотопроводимости от интенсивности терагерцового излучения в глубоком туннельном режиме. Однако в рамках картины, построенной в [18], вопрос о причине исчезновения фотопроводимости при увеличении частоты излучения также оставался открытым. В данной работе предлагается объяснение эффекта исчезновения фотопроводимости КТК при высоких частотах, основанное на необходимости сохранения квазиимпульса при оптических переходах и обоснованное расчетом спектров ФСТ по теории возмущений.

На качественном уровне объяснение максимума ФСТ при энергии квантов, близкой к разности между вершиной барьера и уровнем Ферми, состоит в следующем. В присутствии электромагнитной волны с частотой ω, закон сохранения энергии позволяет электрону переходить в состояния Флоке с энергиями $E_0 \pm n\cdot\hbar\omega$, где E_0 – начальная энергия, $n = 1, 2, \ldots$ – число поглощенных (+) или испущенных (–) квантов излучения. Для выполнения закона сохранения импульса, поглощение фотонов должно происходить

1)e-mail: alper@isp.nsc.ru

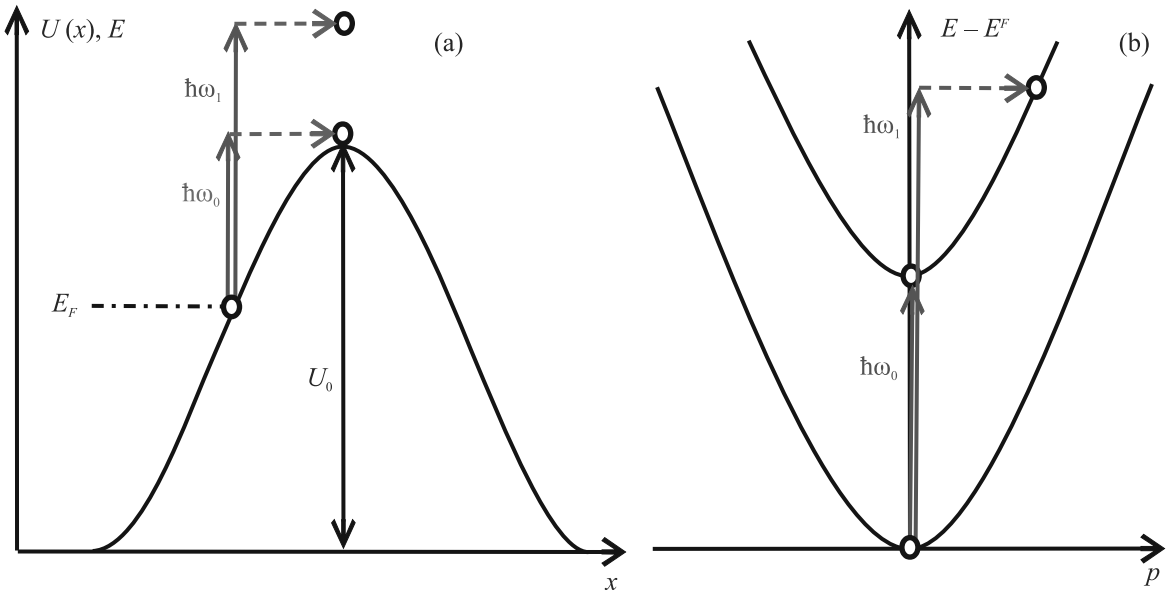

Рис. 1. (Цветной онлайн) Иллюстрация ФСТ через плавный потенциальный барьер на диаграммах энергия-координата (a) и энергия-квазиимпульс (b) при поглощении электронами фотонов с энергией $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$, соответствующей переходу к вершине барьера, и для большей энергии фотонов $\hbar\omega_1 > \hbar\omega_0$. На рисунке 1b нижняя и верхняя параболы соответствуют законам дисперсии электронов вблизи точки остановки и вблизи вершины барьера, соответственно; рассеяние по импульсу показано горизонтальной штриховой стрелкой

с одновременным рассеянием по импульсу: на фононах или примесях в объеме кристалла, либо при взаимодействии с наноструктурами. Для наноструктур с квантовыми уровнями или квазиуровнями, которые существуют и в отсутствие облучения, резонансы ФСТ проявляются, как правило, в виде фотонных реплик резонансов в туннельном транспорте электронов.

В КТК с одиночным плавным барьером, в котором нет резких скачков потенциала, уровней или квазиуровней, в отсутствие излучения нет и резонансов в энергетической зависимости коэффициента прохождения $D(E)$; как следствие, фотонные реплики наблюдаться не могут. Тем не менее, в фотоотклике такого КТК может наблюдаться спектральный резонанс при переходе электронов к вершине барьера. Причина резонанса проиллюстрирована на диаграмме энергия-квазиимпульс (рис. 1b), где показаны законы дисперсии электронов вблизи точки остановки и вблизи вершины барьера, а также оптические переходы с энергиями фотонов $\hbar\omega_0$ и $\hbar\omega_1$. Видно, что для "резонансной" энергии фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$ оптический переход со дна нижней на дно верхней параболы является вертикальным и не требует дополнительного рассеяния по импульсу, поэтому вероятность такого перехода велика. Напротив, при $\hbar\omega_1 > \hbar\omega_0$, переход в состояние с большой кинетической энергией электрона над вершиной барьера требует одновременного рассеяния по импульсу, поэтому вероятность такого перехода мала в силу малости вероятности приобретения большого импульса при прохождении плавного барьера. В результате при $\hbar\omega > \hbar\omega_0$ вероятность ФСТ уменьшается при увеличении $\hbar\omega$ благодаря уменьшению вероятности поглощения фотонов. При $\hbar\omega < \hbar\omega_0$, когда конечная энергия электрона меньше высоты барьера, ФСТ увеличивается при увеличении энергии фотонов из-за увеличения вероятности туннелирования электронов через барьер. В результате величина ФСТ достигает максимума при $\hbar\omega \approx \hbar\omega_0$. Аналогичная картина формирования спектральных максимумов справедлива и для многофотонных переходов с $n > 1$.

Следует отметить, что в предложенной качественной картине формирования спектра ФСТ, "резонансный" оптический переход является прямым (вертикальным) в k-пространстве (рис. 1b), но непрямым в обычном, x-пространстве. Другими словами, в процессе перехода электрон сдвигается из точки остановки к вершине барьера (рис. 1a). На самом деле, стационарные электронные состояния делокализованы как в обычном, так и в импульсном пространстве, поэтому простая картина оптических переходов между состояниями с хорошо определенными законами дисперсии справедлива, по-видимому, только для достаточно плавных потенциальных барьеров, когда неопределенность импульса сравнитель-

но мала. Из соотношения неопределенностей можно оценить квазиимпульс Δp, приобретаемый электроном при прохождении через КТК, и полуширину спектрального максимума $\Delta E \sim (\Delta p)^2/2m^*$, где m^* – эффективная масса электрона. Взяв неопределенность координаты равной полуширине потенциального барьера на уровне Ферми $\Delta x \approx 30$ нм, получаем $\Delta E \approx 0.5$ мэВ, что согласуется по порядку величины с результатами численного расчета [17].

Несмотря на простоту и наглядность предложенного объяснения "резонансного" спектрального максимума, вопрос о том, в какой степени это объяснение применимо к реальной картине формирования спектра фотоотклика КТК, остается открытым. Действительно, с одной стороны, согласно этому объяснению, благодаря приблизительному равенству волновых векторов начального и конечного состояний в пространственных областях вблизи точек остановки, эти области должны давать основной вклад в матричный элемент перехода. С другой стороны, и начальное, и конечное состояния электрона принадлежат непрерывному спектру и являются делокализованными, поэтому значительный вклад в матричный элемент перехода может вносить широкая область вдали от точек остановки. Однако этот вклад ослаблен различием квазиклассических волновых векторов; в частности, на большом расстоянии от потенциального барьера оптические переходы вообще невозможны, поскольку, как известно, свободный электрон не может поглотить фотон.

Для того чтобы выяснить, какая область пространства вносит основной вклад в спектральный максимум фотоотклика КТК и проанализировать вклад различных факторов в формирование этого максимума, мы рассчитали спектр ФСТ как произведение вероятности оптического перехода W на вероятность прохождения электрона D через потенциальный барьер в конечном состоянии. Следует отметить, что идея использования такого произведения для объяснения спектрального максимума фотоотклика КТК была ранее предложена, хотя и не реализована, в работе [7]. Мы рассчитали вероятность оптического перехода из начального состояния с энергией Ферми $E_i = E_F$ в конечное состояние с энергией $E_f = E_F + \hbar\omega$ в рамках теории возмущений первого порядка, с использованием золотого правила Ферми $W = 2\pi/\hbar \cdot |\langle\psi_f|H'|\psi_i\rangle|^2\delta(E_f - E_i - \hbar\omega)$. Волновые функции начального ψ_i и конечного ψ_f состояний были взяты из решения задачи о прохождении электрона через плавный потенциальный барьер Эккарта с характерной шириной d: $U(x) = U_0/\cosh^2(x/d)$ [19]. Волновые функции были нормированы на поток

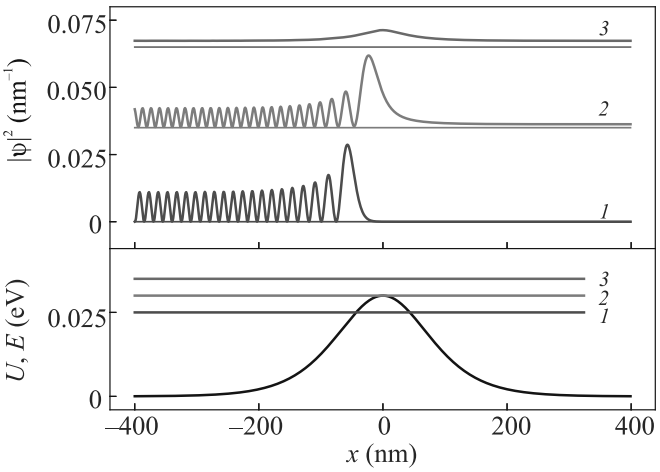

Рис. 2. (Цветной онлайн) Верхняя часть рисунка: квадраты модуля волновых функций $|\psi(x)|^2$ в координатном представлении для энергий налетающих электронов ниже вершины барьера $E = 25$ мэВ (*1*), вровень с вершиной $E = 30$ мэВ (*2*) и выше вершины $E = 35$ мэВ (*3*). Графики $|\psi(x)|^2$ для различных энергий сдвинуты по вертикали для удобства восприятия. Нижняя часть рисунка: потенциальный барьер Эккарта высотой $U_0 = 30$ мэВ и шириной $d = 100$ нм. Горизонтальные линии показывают соответствующие энергии налетающих электронов

электронов 10^{12} с$^{-1}$. В верхней части рис. 2 показаны графики квадрата модуля волновых функций $|\psi(x)|^2$ в координатном представлении для трех различных энергий электронов. В нижней части рисунка, показан потенциальный барьер $U(x)$, а энергии электронов обозначены горизонтальными линиями. Видно, что для низкой энергии налетающего электрона $E = 25$ мэВ (на 5 мэВ ниже вершины барьера), слева от барьера образуется стоячая волна благодаря практически полному отражению. Для энергии электрона, равной высоте барьера $E = 30$ мэВ, коэффициенты отражения и прохождения приблизительно равны 0.5, поэтому справа от барьера имеется заметная амплитуда прошедшей волны, а слева величина $|\psi(x)|^2$ не достигает нуля (составляет около 3 % от максимума). Наконец, для энергии $E = 35$ мэВ (на 5 мэВ выше вершины барьера) наблюдается практически полное прохождение $D \approx 0.99999$, амплитуда осцилляций $|\psi(x)|^2$, связанная с надбарьерным отражением, составляет менее 1 %, а максимум $|\psi(x)|^2$ связан с квазиклассическим торможением, т.е. с уменьшением скорости электрона при движении над вершиной барьера.

Гамильтониан H' взаимодействия между электроном и электромагнитным излучением был взят из [20], а коэффициент прохождения электронов в

конечном состоянии $D(E_F + \hbar\omega_0)$ – из [19]. Расчет проводился для интенсивности терагерцового излучения, независящей от $\hbar\omega$ и равной 200 мВт/см^2. Использовалась одномерная плотность состояний $\rho(E) = \sqrt{2m}/\pi\hbar\sqrt{E}$ для кинетической энергии электронов $E = E_F + \hbar\omega$, находящихся вдали от барьера.

На рисунке 3 показаны спектры величины ФСТ $\approx W \times D$, рассчитанные для КТК с шириной

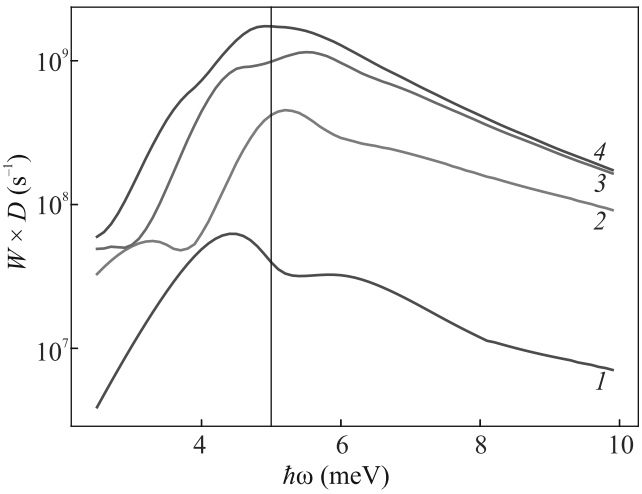

Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектры фотоотклика, рассчитанные для КТК с шириной барьера $d = 100$ нм, высотой $U_0 = 30$ мэВ, энергией Ферми электронов $E_F = 25$ мэВ. Матричный элемент оптического перехода рассчитывался интегрированием по пространственной области $|x| < L$, с различной величиной L по отношению к характерной ширине барьера d: *1* – $L = d$; *2* – $2d$; *3* – $3d$; *4* – $4d$. "Резонансная" энергия фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F = 5$ мэВ показана вертикальной линией

и высотой потенциального барьера $d = 100$ нм и $U_0 = 30$ мэВ, фиксированной энергии $E_F = 25$ мэВ и различных значений L – полуширины области пространства от $-L$ до $+L$ вокруг центра барьера, по которой проводилось интегрирование при вычислении матричного элемента оптического перехода. Спектральная область ограничена энергиями квантов $\hbar\omega > (U_0 - E_F)/2$, поскольку для меньших энергий квантов существенный вклад в ФСТ вносят многофотонные процессы [16, 17], которые не учитывались в данном расчете. Видно, что во всех спектрах основной пик центрирован приблизительно вблизи энергии фотонов $\hbar\omega_0 \approx U_0 - E_F = 5$ мэВ, соответствующей оптическим переходам с уровня Ферми к вершине барьера. При $\hbar\omega < \hbar\omega_0$, рост ФСТ при увеличении энергии фотонов обусловлен увеличением коэффициента прохождения D; при $\hbar\omega > \hbar\omega_0$, D насыщается, а уменьшение ФСТ обусловлено уменьшением вероятности оптических переходов W; в результате, формируется "резонансный" пик при $\hbar\omega \approx \hbar\omega_0$. Эти соображения соответствуют качественному объяснению пика в спектре фотоотклика КТК.

Сравнение спектров для различных величин L показывает, что основной вклад в резонансный пик ФСТ вносит интегрирование по области $L \leq 3d$; в этой области потенциальный барьер модифицирует волновые функции электронов таким образом, что оптические переходы становятся возможными. Видно, что уменьшение ширины области интегрирования до $L = d$ ведет к значительному уменьшению амплитуды пика, в то время как для $L > 3d$, амплитуда и форма пика насыщаются при дальнейшем увеличении L. Следует отметить, что для выбранных параметров барьера и энергии электронов, точка остановки лежит в пределах $L \sim d$. Этот факт ограничивает применимость предложенного выше качественного объяснения, основанного на предположении, что основной вклад в оптические переходы дают области вблизи точек остановки. На самом деле, существенный вклад в матричный элемент дает более широкая область потенциального барьера, включающая его "подножие".

Отметим, что сравнительно слабые дополнительные "плечи" и экстремумы, которые проявляются на фоне основного пика для малых областей интегрирования L, являются "боковыми лепестками", возникающими из-за конечной величины окна интегрирования. Другой артефакт состоял в похожих на шум колебаниях, которые проявлялись в расчетных спектрах ФСТ из-за вариаций фазы подынтегрального выражения матричного элемента на границах области интегрирования при изменении $\hbar\omega$; эти колебания подавлялись усреднением по фазе.

На рисунке 4 показаны спектры ФСТ, рассчитанные при фиксированной высоте потенциального барьера U_0 и различных положениях уровня Ферми E_F. Видно, что для всех значений E_F, спектральное положение основного пика соответствует оптическим переходам с уровня Ферми к вершине потенциального барьера, в соответствии с результатами численных расчетов [17] и с качественным объяснением пика в ФСТ, предложенным в данной работе (рис. 1). С увеличением E_F, пик уширяется и становится менее выраженным. Этот факт согласуется с приведенными выше соображениями, основанными на соотношении неопределенностей. Видно также, что наклон высокоэнергетического крыла пика слабо зависит от положения уровня Ферми.

Для дальнейшего прояснения вопроса о механизме формирования максимума, мы рассчитали спектр

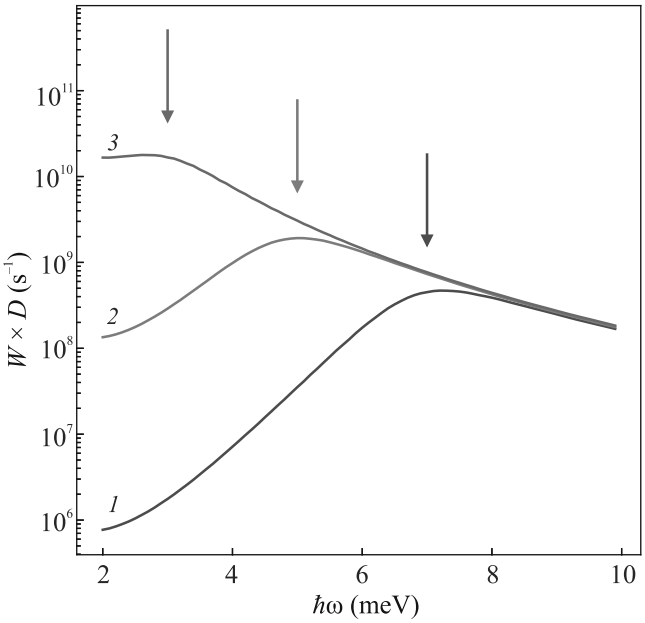

Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры ФСТ, рассчитанные для КТК с шириной потенциального барьера $d = 100$ нм, высотой $U_0 = 30$ мэВ и различных положений уровня Ферми: *1* – $E_F = 23$ мэВ; *2* – 25 мэВ; *3* – 27 мэВ. Для каждого спектра стрелкой показана соответствующая "резонансная" энергия фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$

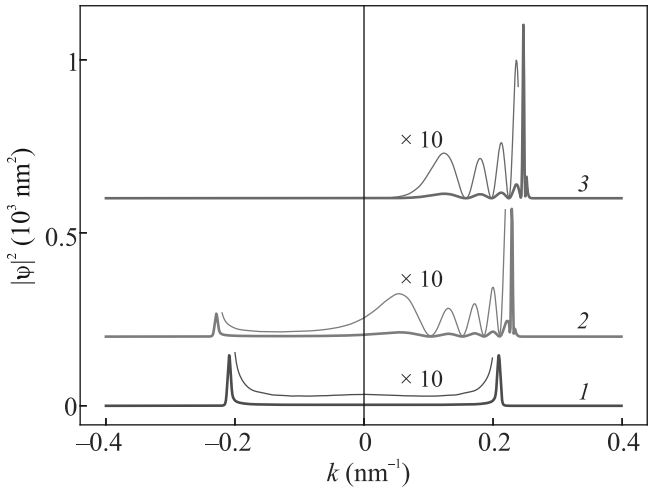

Рис. 5. (Цветной онлайн) Квадраты модуля волновых функции $|\psi(k)|^2$ в импульсном представлении для энергий налетающих электронов ниже $E = 25$ мэВ (*1*), вровень $E = 30$ мэВ (*2*) и выше вершины барьера $E = 35$ мэВ (*3*). Для удобства восприятия, части волновых функций между дельта-образными пиками, соответствующими налетающим и отраженным электронам, увеличены в 10 раз, а графики для различных энергий сдвинуты по вертикали

ФСТ через волновые функции электронов в импульсном представлении. Квадраты модуля этих функций $|\psi(k)|^2$ для различных энергий налетающих электронов показаны на рис. 5. Видно, что для энергии электрона на 5 мэВ ниже высоты барьера, $|\psi(k)|^2$ состоит из двух дельта-образных пиков, соответствующих импульсам налетающего (правый пик) и отраженного (левый пик) электрона, а также слабой симметричной монотонной "подкладки" между пиками, отражающей процесс торможения налетающего и ускорения отраженного электрона на левом склоне потенциального барьера. Для энергии, равной высоте барьера, коэффициент прохождения $D \sim 0.5$; соответственно, левый дельта-пик существенно меньше правого. При этом волновая функция $|\psi(k)|^2$ между дельта-пиками становится асимметричной: доминирует область положительных импульсов, в которой наблюдаются дополнительные, сравнительно широкие пики. Для энергии на 5 мэВ выше высоты барьера, левый дельта-пик не наблюдается, поскольку отраженная волна практически отсутствует, а дополнительные пики сдвигаются в сторону больших положительных импульсов. Положение наиболее выраженного пика, лежащего ближе к $k = 0$, соответствует импульсу электронов, пролетающих в области вблизи вершины барьера. Дополнительные пики при больших импульсах представляют собой, вероятно, "боковые лепестки" ("гиббсовские осцилляции") величины $|\psi(k)|^2$, возникающие в Фурье-образе благодаря локализации волновой функции электрона в области барьера (рис. 2).

Импульсное представление величины $|\psi(k)|^2$ (рис. 5) позволяет дать дополнительное обоснование роли закона сохранения импульса в эффекте исчезновения фотопроводимости при больших энергиях фотонов. Действительно, в исходном состоянии (нижняя кривая на рис. 5) средний импульс равен нулю, а в конечном состоянии выше вершины барьера $E > U_0$ импульс отличен от нуля и соответствует практически полному прохождению электрона. Как следствие, в силу закона сохранения импульса, вероятность оптического перехода между этими состояниями мала и падает с увеличением энергии фотонов.

На рисунке 6 показаны спектры ФСТ, рассчитанные для КТК с шириной и высотой потенциального барьера $d = 100$ нм и $U_0 = 30$ мэВ, для фиксированной энергии $E_F = 25$ мэВ и для различных значений K – полуширины области k-пространства от $-K$ до $+K$, по которой проводилось интегрирование при вычислении матричного элемента оптического перехода. Видно, что аналогично расчету матричного элемента по координатным волновым функ-

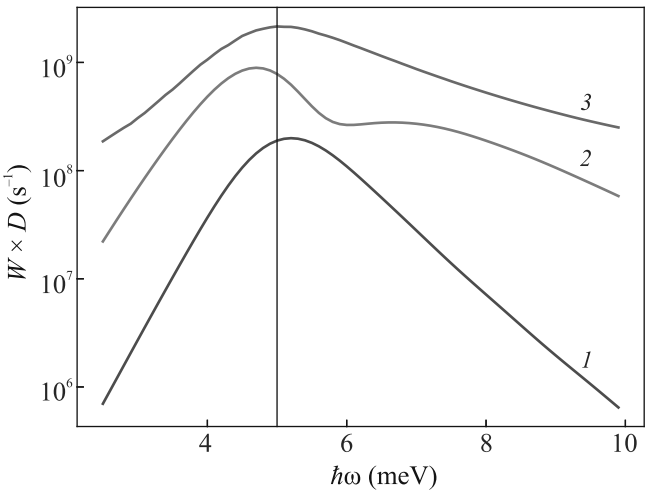

Рис. 6. (Цветной онлайн) Спектры фотоотклика, рассчитанные для КТК с шириной барьера $d = 100$ нм, высотой $U_0 = 30$ мэВ, энергией Ферми электронов $E_F = 25$ мэВ. Матричный элемент оптического перехода рассчитывался интегрированием по областям импульсов $|k| < K$, с различной величиной K (по отношению к волновому вектору электронов до (k_1) и после (k_2) оптического перехода): *1* – $K = 0.25k_1$; *2* – $0.5k_1$; *3* – $1.1k_2$. "Резонансная" энергия фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F = 5$ мэВ показана вертикальной линией

циям (рис. 3), основной пик во всех спектрах центрирован приблизительно вблизи энергии фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F = 5$ мэВ, соответствующей оптическим переходам с уровня Ферми к вершине барьера. Сравнение спектров на рис. 6 для различных величин K показывает, что значительный вклад в резонансный пик ФСТ вносит интегрирование по всей области между дельта-пиками, соответствующими падающей и прошедшей волне, а не только области вблизи точек остановки, где квазиклассический импульс близок к нулю. Это согласуется со сделанным из рис. 3 выводом о том, что значительный вклад в матричный элемент оптического перехода вносит "подножие" барьера, а не только области вблизи точек остановки, как предполагалось в простом качественном объяснении происхождения резонансного пика в спектре ФСТ, проиллюстрированном на рис. 1. Тем не менее, мы полагаем, что это объяснение правильно указывает на главную причину экспериментально наблюдавшегося падения величины ФСТ при превышении энергии фотонов над резонансным значением. Эта причина состоит в падении матричного элемента оптического перехода при большом различии импульсов начального и конечного состояний электрона.

Соображения о сохранении импульса при оптических переходах имеют общий характер и могут быть использованы для объяснения не только спектров ФСТ КТК, но и для качественной интерпретации спектров фотоионизации других физических объектов и, в частности, атома водорода. Сечение фотоионизации атома водорода падает с ростом энергии фотонов во всех известных моделях, включая борновское приближение и модель Зоммерфельда, учитывающую кулоновское взаимодействие электрона с ионом [21]. На это падение полезно посмотреть с точки зрения закона сохранения импульса при оптическом переходе из связанного состояния в непрерывный спектр. Действительно, в связанном состоянии у электрона нет определенного импульса, но есть распределение по импульсам, ширина которого порядка $\hbar/a_B$, где a_B – боровский радиус. Можно сказать, что фотон "выхватывает" электрон из этого распределения и переводит в непрерывный спектр. Пренебрегая малым импульсом фотона, на диаграмме энергия-импульс оптический переход можно считать вертикальным. Вероятность найти электрон с определенным импульсом в связанном состоянии падает при увеличении импульса. Как следствие, с ростом энергии фотонов сечение фотоионизации уменьшается. Характерная ширина хвоста спектра фотоионизации соответствует импульсу ионизованного электрона $k \sim \hbar/a_B$, в согласии с приведенным качественным объяснением. Аналогичные соображения справедливы для объяснения спектра фотоионизации мелких водородоподобных примесных центров в полупроводниках.

Таким образом, соображения о сохранении квазиимпульса при поглощении фотонов дают качественное объяснение немонотонной ("резонансной") зависимости фотоотклика КТК с максимумом вблизи энергии фотонов $\hbar\omega_0 = U_0 - E_F$, наблюдавшейся в эксперименте [15], а также полученной численным расчетом [17]. В рамках предложенной картины оценена ширина спектральных максимумов и качественно объяснена эволюция формы спектров при изменении положения уровня Ферми. Проведенный расчет спектра ФСТ по теории возмущений качественно согласуется с предложенным объяснением, однако накладывает на него количественные ограничения.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Государственное задание для ИФП СО РАН).

1. A. H. Dayem and R. J. Martin, Phys. Rev. Lett. **8**, 246 (1962).
2. P. K. Tien and J. P. Gordon, Phys. Rev. **129**, 647 (1963).
3. M. Büttiker and R. Landauer, Phys. Rev. Lett. **49**, 1739 (1982).

4. D. D. Coon and H. C. Liu, J. Appl. Phys. **58**, 2230 (1985).
5. M. Grifoni and P. Hünggi, Phys. Rep. **304**, 229 (1998).
6. G. Platero and R. Aguado, Phys. Rep. **395**, 1 (2004).
7. J.-Y. Ge and J. Z. H. Zhang, J. Chem. Phys. **105**, 8628 (1996).
8. K. Yakubo, S. Feng, and Q. Hu, Phys. Rev. B **54**, 7987 (1996).
9. O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, D. G. Baksheyev, and H. Nejoh, *Proc. 5th Int. Symp. Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology (ISQM-Tokyo'95), Japan, August 21–24, 1995*, ed. by K. Fujikawa and Y. A. Ono, Elsevier/North Holland, N.Y. (1996), p. 207.
10. S. Morina, O. V. Kibis, A. A. Pervishko, and I. A. Shelykh, Phys. Rev. B **91**, 155312 (2015).
11. V. M. Kovalev, W.-K. Tse, M. V. Fistul, and I. G. Savenko, New J. Phys. **20**, 083007 (2018).
12. B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
13. D. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones, J. Phys. C: Solid State Phys. **21**, L209 (1988).
14. M. Büttiker, Phys. Rev. B. **41**, 7906 (1990).
15. M. Otteneder, Z. D. Kvon, O. A. Tkachenko, V. A. Tkachenko, A. S. Jaroshevich, E. E. Rodyakina, A. V. Latyshev, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. Appl. **10**, 014015 (2018).
16. О. А. Ткаченко, В. А. Ткаченко, Д. Г. Бакшеев, З. Д. Квон, Письма в ЖЭТФ **108**, 422 (2018).
17. В. А. Ткаченко, З. Д. Квон, О. А. Ткаченко, А. С. Ярошевич, Е. Е. Родякина, Д. Г. Бакшеев, А. В. Латышев, Письма в ЖЭТФ **113**, 328 (2021).
18. M. Otteneder, M. Hild, Z. D. Kvon, E. E. Rodyakina, M. M. Glazov, and S. D. Ganichev, Phys. Rev. B **104**, 205304 (2021).
19. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика: нерелятивистская теория*, 3-е изд., Наука, М. (1974), т. 3, с. 105.
20. А. И. Ансельм, *Введение в теорию полупроводников*, Наука, М. (1978), с. 407.
21. В. А. Астапенко, *Взаимодействие излучения с атомами и наночастицами*, Издательский дом "Интеллект", Долгопрудный (2010), 496 с.

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 123 – 127 © 2022 г. 25 июля

Исследование уязвимости систем квантового распределения ключей от атак с лазерным повреждением элементов на основе нейтральных светофильтров

С. В. Алферов[+1)], *К. Е. Бугай*[*×], *И. А. Паргачев*[+]

[+]*АО ИнфоТеКС, 127273 Москва, Россия*

[*]*ООО СФБ Лаб, 127273 Москва, Россия*

[×]*МГТУ им. Н. Э. Баумана, 105005 Москва, Россия*

Поступила в редакцию 23 мая 2022 г.
После переработки 2 июня 2022 г.
Принята к публикации 4 июня 2022 г.

Системы квантового распределения ключей (КРК) являются открытыми для нарушителя в том смысле, что помимо атаки на квантовые состояния, нарушитель может проводить атаку на оборудование. И если в первом случае уязвимости устраняются фундаментальными ограничениями (например, теорема о запрете клонирования) или есть теоретические обоснования к их устранению, то во втором случае уязвимость зависит от практической реализации аппаратуры. Атака с лазерным повреждением оптических компонентов, именуемая в литературе как “Laser Damage Attak” (LDA), может позволить нарушителю уменьшить ослабление оптических элементов и привести к компрометации распределяемых ключей. В данной работе рассмотрен способ защиты от атаки с лазерным повреждением оптических компонентов на основе нейтральных светофильтров. Изложена схема, имитирующая действия злоумышленника во время проведения атаки LDA. Показан подход, позволяющий рассчитывать параметры оптических элементов в результате воздействия атаки. Проанализированы процессы, происходящие в образцах под действием мощного лазерного излучения. На основе экспериментальных данных был сделан вывод об устойчивости и ограничениях нейтральных светофильтров при использовании в системах КРК как средство противодействия от атаки LDA.

DOI: 10.31857/S1234567822140099, EDN: izmicg

1. Введение. Секретность КРК традиционно ассоциируется с фундаментальными законами квантовой механики. Однако зачастую практическая реализация имеет недостатки, которые создают уязвимость. Существует целый ряд работ, в которых описываются подобные уязвимости [1–3]. Часто системы КРК используют оптические импульсы, ослабленные до квазиоднофотонного уровня. Это достигается с помощью оптического аттенюатора, который может быть различных конфигураций. Так, в работе [4] было показано, что некоторые виды аттенюаторов устойчивы к атаке LDA, но с оговоркой на ограниченность длительности и мощности лазерного воздействия. В работе [5] показано, что нейтральный светофильтр с двухсторонним покрытием, выполняющий функцию аттенюатора, уязвим к атаке с лазерным повреждением элементов при мощности выше 34 дБм. Уязвимость систем КРК в результате атаки LDA возникает от того, что под действием мощного лазерного излучения (со стороны ВОЛС) меняются характеристики оптических элементов, а именно, уменьшается их коэффициент ослабления. В результате открываются возможности для атаки с отщеплением фотонов (PNS) или для атаки с активным зондированием электрооптических элементов (THA). В свою очередь увеличение коэффициента ослабления уменьшает скорость выработки квантового ключа, приводит к росту ошибок QBER вплоть до полного прекращения генерации. Таким образом, существует актуальная задача поиска и создания оптических элементов, устойчивых к атакам с лазерным повреждением.

2. Тестирование на устойчивость к LDA. Тестирование оптического аттенюатора осуществлялось согласно схеме, продемонстрированной на рис. 1. Излучение контрольного лазера проходило в прямом направлении через изолятор и вводилось в волоконный светоделитель с коэффициентом деления света 90/10. Мощность контрольного лазера составляла 18 дБм и не менялась на протяжении все-

[1)]e-mail: Sergey.Alferov@infotecs.ru

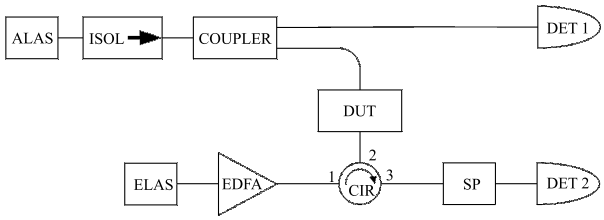

Рис. 1. Экспериментальная схема измерения. ALAS – контрольный лазер; ISOL – изолятор для мощного лазерного излучения; COUPLER – светоделитель 90/10; DET1 – измеритель мощности # 1 для детектирования излучения контрольного лазера; DUT – исследуемый образец; ELAS – атакующий лазер, EDFA – усилитель лазерного излучения; CIR – циркулятор (цифрами обозначены порты); SP – спектральный фильтр; DET2 – измеритель мощности # 2 для детектирования излучения контрольного лазера; прошедшего через образец

го эксперимента для того, чтобы можно было оценивать изменение ослабления исследуемых образцов. В измеритель мощности # 1 отводилось 10 % мощности излучения контрольного лазера, остальные 90 % мощности направлялись к исследуемому образцу. Изолятор предназначался для блокирования излучения, распространяющегося от светоделителя к выходу контрольного лазера. Измеритель мощности # 1 предназначался для контроля поступающей на исследуемый образец мощности от контрольного лазера. Излучение, имитирующее LDA (так называемое "атакующее излучение"), формировалось атакующим лазером и усилителем. Мощность атакующего излучения регулировалась коэффициентом усиления и варьировалась от 25 до 37.4 дБм. Излучение высокой мощности от усилителя вводилось в исследуемый образец через циркулятор, который, помимо маршрутизации, также служил для блокирования излучения, распространяющегося в обратном направлении от исследуемого образца к выходу усилителя.

Излучение контрольного лазера, прошедшее через исследуемый образец, направлялось с помощью циркулятора к измерителю мощности # 2. Кроме излучения контрольного лазера, к измерителю мощности # 2 также распространялось отраженное и рассеянное от элементов схемы излучение лазера, имитирующего атаку. С помощью спектрального фильтра излучение мощного лазера блокировалось, а излучение контрольного лазера проходило к измерителю мощности # 2. Согласно спектральной характеристике пропускания фильтра, подавление атакующего излучения составляло не менее 50 дБ. Длины волн атакующего и контрольного лазера устанавливались равными 1561 и 1547.3 нм. Исследуемый образец состоял из оснастки с двумя коллимирующими линзами с числовой апертурой 0.13 для ввода и вывода излучения из волокна в свободное пространство и обратно. Коллимированный пучок ослаблялся с помощью нейтрального светофильтра. Светофильтр представлял собой стеклянную пластину из стекла, окрашенного в массе (марка стекла СЗС-16). Исследовались светофильтры с оптической плотностью OD = 2.0 и 3.0 с диаметром 12 мм, толщиной 1.25 и 2 мм соответственно.

Ключевая идея использования предложенного аттенюатора заключается в снижении плотности мощности на светофильтре за счет коллиматоров, что, соответственно, повышает стойкость системы КРК к мощному излучению. Вторым важным обстоятельством является то, что у используемых светофильтров спектральная характеристика пропускания является плоской, что обеспечивает защиту в широком спектральном диапазоне [6]. Также к достоинствам исследуемого образца относится возможность быстрой замены и отсутствие дополнительных доработок при установке. К недостаткам можно отнести большие габариты оснастки и достаточно высокую стоимость по сравнению с другими вариантами защиты от атаки LDA.

Последовательность измерений проходила в несколько этапов:

1. Измерение начального ослабления света образцом до воздействия на него излучением высокой мощности.

2. Оценка шумовой составляющей, возникающей вследствие отражения и рассеяния атакующего излучения.

3. Измерение ослабления света образцом во время воздействия на него излучением высокой мощности.

При измерении начального ослабления образца определялась мощность контрольного лазера (полезный сигнал) в отсутствии атакующего излучения. Сбор данных с детекторов (здесь и далее) производился в течении одной минуты с периодом измерения 10 мс, с последующим вычислением среднего значения мощности в единицах дБм на обоих детекторах – P_1 и P_2 соответственно. Далее рассчитывалось ослабление (дБ):

$$A = P_1 + K_c - P_2 - A_s, \qquad (1)$$

где K_c – коэффициент деления мощности между выходами светоделителя в дБ, A_s – потери на пути "выход светоделителя-Дет.2" в отсутствии исследуемого образца (дБ).

Для определения уровня шумовой составляющей, вследствие отражения и рассеяния атакующего из-

лучения, контрольный лазер блокировался и в схему подавалось лазерное излучение мощностью 37.4 дБм. Наибольшая мощность шумовой составляющей для всех образцов светофильтров на детекторе # 2 составляла 79 дБм. Отличие полезного сигнала от шума составляло как минимум 41.4 дБ, поэтому шумовой составляющей в расчетах можно было пренебречь. Таким образом, расчет ослабления для каждого значения мощности атакующего излучения производился аналогичным образом по формуле (1). После оценки шумовой составляющей, излучение контрольного лазера разблокировалось и проводились измерения ослабления светофильтров при разных мощностях атакующего излучения, а именно, от 25 до 37.4 дБм с шагом 1 дБ.

На рисунке 2 представлен график ослабления нейтральных светофильтров # 1, 2 (OD = 2.0, толщина 1.25 мм) в зависимости от мощности атакующего излучения. Значение на оси ординат (здесь и далее) соответствует начальному значению ослабления. Из графика видно, что ослабление светофильтров не постоянно. На рисунке 3 показано изменение ослабления светофильтров # 1, 2 (так называемое "просветление") относительно начального значения. При мощности атакующего излучения от 25 до 27 дБм ослабление относительно начального положительно, т.е. наблюдается уменьшение ослабления (увеличение пропускания) светофильтра. При дальнейшем росте мощности атакующего лазера от 27 до 37.4 дБм наблюдается увеличение ослабления светофильтра относительно начального. На рисунке 4 показан график ослабления светофильтра # 3 (OD = 3.0, толщина 2 мм) в зависимости от мощности атакующего излучения. На рисунке 5 показано изменение ослабления светофильтра относительно начального ослабления. Из графиков видно, что для данного образца наблюдается увеличение ослабления светофильтра во всем диапазоне мощности атакующего излучения.

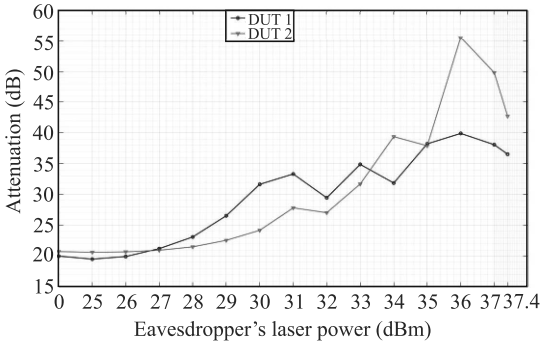

Рис. 2. (Цветной онлайн) Ослабления светофильтров # 1, 2 в зависимости от мощности атакующего излучения

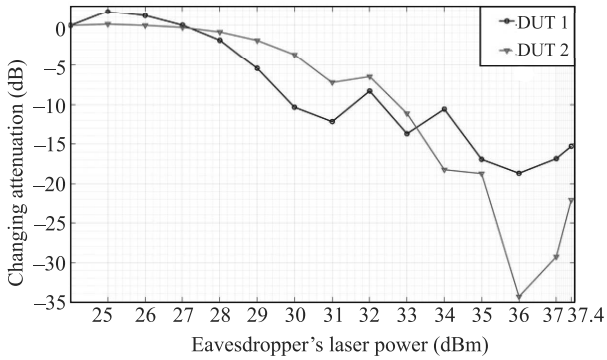

Рис. 3. (Цветной онлайн) Изменение ослабления светофильтров # 1, 2 относительно начального значения

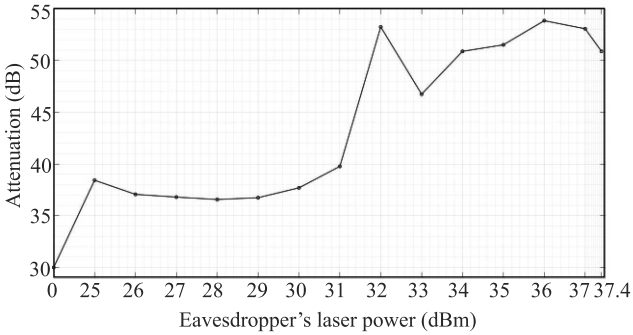

Рис. 4. (Цветной онлайн) Ослабление светофильтра # 3 в зависимости от мощности атакующего излучения

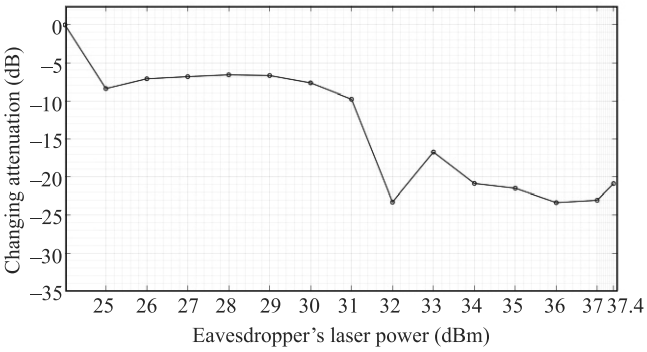

Рис. 5. (Цветной онлайн) Изменение ослабления светофильтра # 3 относительно начального значения

Уменьшение ослабления образцов # 1, 2 можно объяснить следующим образом. Согласно паспортным данным, потери оснастки в отсутствии светофильтра составляют порядка 1.5 дБ. При малых мощностях (25 ÷ 26) дБм еще не происходит резкой деградации светофильтра, однако из-за нагрева

возникает термооптический эффект, приводящий к формированию тепловой линзы [7]. Из-за этого происходит изменение траектории излучения внутри исследуемого образца. В результате такой “разъюстировки” потери в схеме уменьшаются, что интерпретируется как уменьшение ослабления. Другим возможным объяснением может быть то, что при нагреве светофильтра возникает смещение коротковолновой границы и полос поглощения в область более длинных волн, а также размывание полос поглощения [8]. Дальнейшее увеличение ослабления по мере возрастания мощности атакующего излучения, вероятно, связано с деформацией светофильтра, а именно, плавлением, образованием кратера и растрескиванием. Виден кратер круглой формы размером порядка 900 мкм (рис. 6), а также образовавшаяся трещина (рис. 7). На рисунке 8 показан увеличенный фрагмент, где видны неоднородности на границе оплавления кратера.

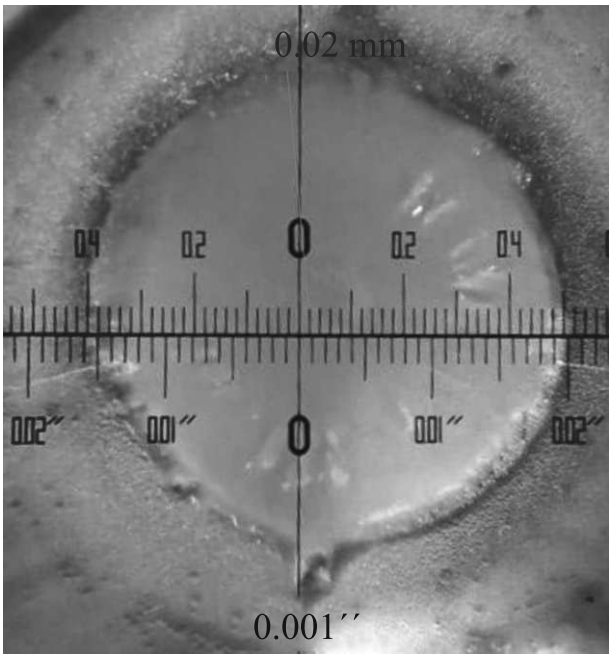

Рис. 6. (Цветной онлайн) Кратер в масштабе

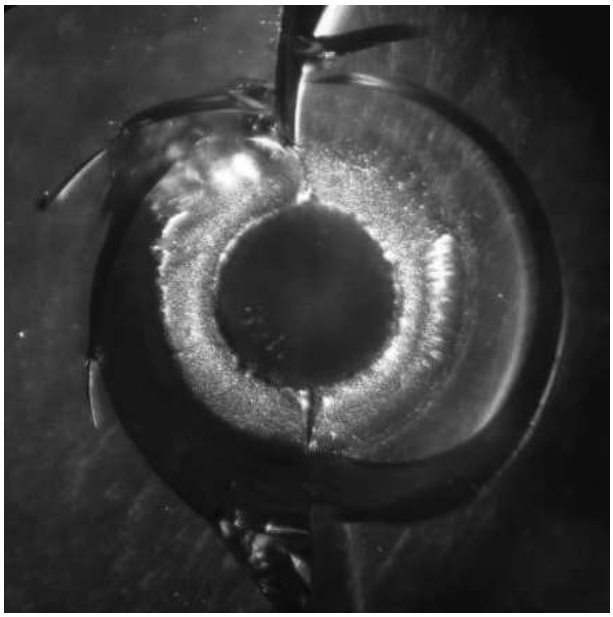

Рис. 7. (Цветной онлайн) Трещина вокруг кратера

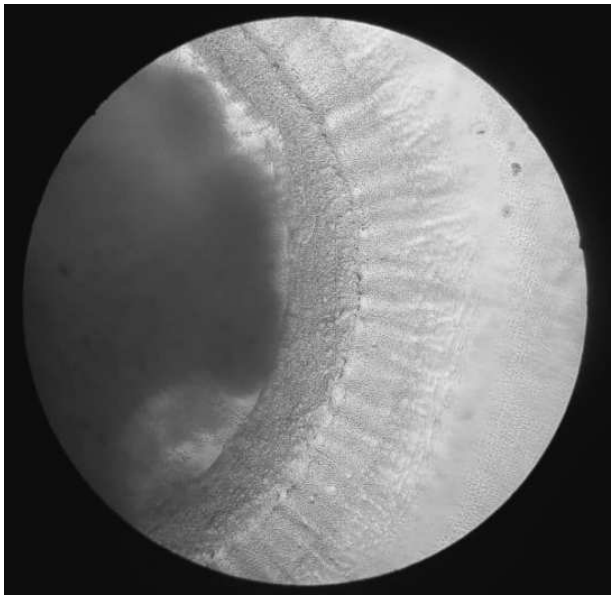

Рис. 8. (Цветной онлайн) Граница кратера

Для понимания процессов, происходящих с образцом во время воздействия атакующего излучения, оценим плотность мощности на его поверхности. Согласно [9] порог повреждения вследствие воздействия лазерного излучения (LIDT) для непрерывного излучения удобнее выражать в линейной плотности мощности (Вт/см), поскольку в таком случае этот порог не зависит от размера освещающего пучка. Для стекла СЗС-16 (зарубежный аналог KG3 Schott) порог повреждения составляет 25 Вт/см для длины волны 1064 нм. Согласно [10] пересчет порога повреждения для другой длины волны выражается через соотношение длин волн, поэтому для интересующей нас длины волны порог разрушения будет равен 36.4 Вт/см.

Оценим минимальную и максимальную плотности мощности, достигнутые в экспериментах. Для этого необходимо разделить мощность излучения на размер поперечного сечения пучка на поверхности светофильтра. С учетом числовой апертуры колли-

маторов 0.13 и расстояния от коллиматора до светофильтра размер пучка составил порядка 1.3 мм, что хорошо согласуется с рис. 6. Подаваемый диапазон мощности, с учетом потерь в волоконном тракте равен $(24.5 \div 36.9)$ дБм, что соответствует $(0.3 \div 4.9)$ Вт. В таком случае линейная плотность мощности составляет $(2.2 \div 37.7)$ Вт/см, что свидетельствует о достижении порога повреждения на верхней границе диапазона. Отметим, что приведенные значения носят качественный характер, поскольку порог пробоя зависит от факторов, которые не учитывались в расчете, например, загрязнение поверхности образца.

Заключение. Проведенные эксперименты показали, что нейтральные светофильтры, окрашенные в массе, уязвимы к атаке с лазерным повреждением элементов (LDA) при мощности в диапазоне $(25 \div 27)$ дБм, поскольку в этом диапазоне наблюдается уменьшение ослабления. При дальнейшем росте мощности атакующего излучения происходит увеличение ослабления светофильтров. Была выявлена необратимая деградация светофильтра под действием мощного лазерного излучения, что на наш взгляд является причиной увеличения ослабления светофильтров. На основе экспериментальных данных было показано, что достигаемая в ходе эксперимента линейная плотность мощности превышает порог разрушения данной марки стекла. Отметим, что описанная атака является простейшей с точки зрения реализации, в том смысле что возможны гораздо более тонкие и малозаметные способы необратимо повредить оптические компоненты аппаратной части КРК.

Дальнейшая работа будет направлена на повышение стойкости светофильтров к мощному излучению. На наш взгляд наиболее оптимальными и действенными являются следующие соображения. Во-первых, следует увеличить теплоотвод с поверхности светофильтров с помощью принудительного или пассивного охлаждения. Второй способ заключается в увеличении пятна воздействия на светофильтр. Этого можно достичь увеличением числовой апертуры коллиматоров, либо увеличением расстояния между входным коллиматором и светофильтром. Третий способ заключается в подборе светофильтров с более высокими параметрами стойкости к лазерному воздействию. И последний фактор, который следует учитывать, это собственные потери оснастки – следует использовать оснастку с минимальными потерями.

1. A. Lamas-Linares, J. Opt. Express. **15**, 9388 (2007).
2. S. Sajeed, Phys. Rev. A **91**, 032326 (2015).
3. F. Xu, New J. Phys. **12**, 113026 (2010).
4. V. Makarov, Phys. Rev. Appl. **13**, 034017 (2020).
5. *POSTER SESSION (# 16)* [В Интернете]. Available: http://qutes.org/wp-content/uploads/2021/11/Poster_session.pdf [Дата обращения: 04 04 2022].
6. *Спектральные характеристики пропускания светофильтров из цветного стекла* [В Интернете]. Available: http://www.elektrosteklo.ru/Elektrosteklo_Color_Glass_Spectral_Transmittance.pdf, [Дата обращения: 04 04 2022].
7. J. Peñano, Ph. Sprangle, A. Ting, R. Fischer, B. Hafizi, and Ph. Serafim, J. Opt. Soc. Am. B **26**, 3 (2009).
8. В. А. Зверев, Е. В. Криповустова, Т. В. Точилина, *Оптические материалы*, Учебное пособие для конструкторов оптических систем и приборов, СПб НИУ ИТМО, СПб. (2013).
9. R. M. Wood, Optics and Laser Tech. **29**, 517 (1998).
10. *Unmounted NIR Absorptive ND Filters* [В Интернете] Available: https://www.thorlabs.com, [Дата обращения: 04 04 2022].

Письма в ЖЭТФ, том 116, вып. 2, с. 128 – 132 © 2022 г. 25 июля

Квантовое распределение ключей с недоверенными, открытыми для подслушивателя детекторами

К. А. Балыгин[+1)], *С. П. Кулик*[+], *С. Н. Молотков*[*]

[+]*Центр квантовых технологий, МГУ им. М. В. Ломоносова, 119899, Москва, Россия*

[*]*Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия*

Поступила в редакцию 7 июня 2022 г.
После переработки 7 июня 2022 г.
Принята к публикации 9 июня 2022 г.

Предлагается простая, но принципиальная модификация протоколов квантового распределения ключей, сводящаяся к тому, что не требуется защищать от подслушивателя результаты работы лавинных детекторов; при этом сохраняются все криптографические свойства протоколов.

DOI: 10.31857/S1234567822140105, EDN: izoxyi

1. Введение. При квантовом распределении ключей (КРК) для гарантии стойкости распределяемых ключей принципиально важно, чтобы подслушиватель не имел доступа к передающей и приемной аппаратуре. На приемной стороне биты ключа получаются из фотоотсчетов однофотонных лавинных детекторов, к которым подслушиватель не должен иметь доступа, что требует определенных мер по защите детекторов от утечки информации при регистрации квантовых состояний.

Подслушиватель может получать информацию о том, какой детектор сработал, даже не имея прямого доступа к детекторам. Существует также обратное переизлучение детекторов в канал связи (*back-flash излучение*), измеряя которое подслушиватель может получать информацию о битах ключа, оставаясь не обнаруженным.

Особенно это относится к системам КРК, использующих сверхпроводящие детекторы. Из-за использования "сухих" криостатов, и их отнюдь не миниатюрных размеров, детекторы находятся за пределами основной приемной аппаратуры, и соединены с ней волокном и электрическими кабелями, поэтому достаточно сложно обеспечить их полную гарантированную изоляцию от внешнего мира.

В этой связи возникает принципиальный вопрос – можно ли создать такую систему КРК и гарантировать криптографическую стойкость ключей, в которой детекторы, вообще, являются открытыми, и более того, даже вынесены за пределы основной аппаратуры, и результаты отсчетов доступны подслушивателю[2)].

Ответ на данный принципиальный вопрос оказывается положительным и дается в данной работе.

Ниже речь пойдет о протоколе BB84 [1] в стандартной конфигурации точка-точка, использующим фазовое кодирование, в волоконных системах. В протоколе используются два базиса – прямой базис + и сопряженный $\times$, и два состояния, отвечающие 0 и 1 в каждом базисе.

На передающей стороне (Алиса) случайно выбирается базис и состояние в нем. Выбор базиса и состояния происходит выбором относительной фазы в двух импульсах состояний. Всего используются 4 значения фазы. В базисе + логическому биту 0^+ отвечает фаза $\varphi_A = 0$, 1^+ фаза $\varphi_A = \pi$, соответственно, в базисе $\times$, биту $0^\times$ отвечает фаза $\varphi_A = \frac{\pi}{2}$, и $1^\times$ фаза $\varphi_A = \frac{3\pi}{2}$.

В стандартной версии протокола на приемной стороне (Боб) выбирает только два значения фазы, отвечающих выбору базиса, $\varphi_B = 0$ – базис +, $\varphi_B = \frac{\pi}{2}$ – базис $\times$.

Алиса и Боб оставляют только те посылки, где базисы совпадали. На приемной стороне состояния из канала связи после прохождения интерферометра Маха–Цандера [2], поступают на детекторы. Вероятность отсчета на детекторах U и D пропорциональна разности фаз: в детекторе $U \propto \cos^2\left(\frac{\varphi_A-\varphi_B}{2}\right)$, в детекторе $D \propto \sin^2\left(\frac{\varphi_A-\varphi_B}{2}\right)$ (рис. 1). При совпадающих базисах, если Алиса посылает 0^+, то из-за конструктив-

1)e-mail: kirill.balygin@gmail.com

2)Во избежание недоразумений, отметим, что ниже речь будет идти не о системах квантовой криптографии типа twin-field (см. ниже), а о стандартной конфигурации системы типа точка-точка.

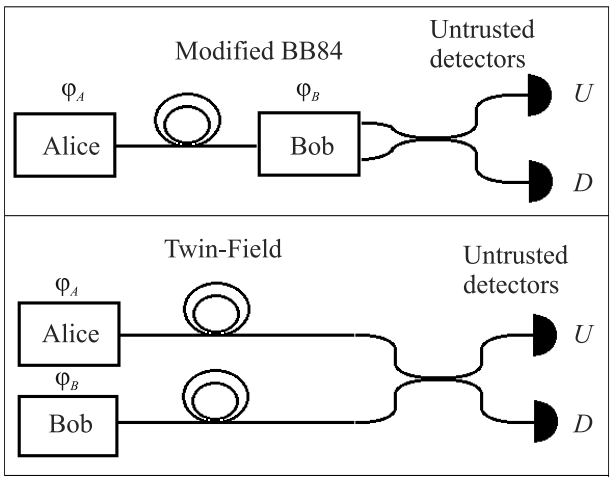

Рис. 1. Схематическое представление схем КРК для модифицированного протокола с недоверенными детекторами (верхняя часть рисунка) и протокола КРК twin-field (нижняя часть рисунка). На обоих рисунках: вероятность отсчета в детекторе U пропорциональна $\cos^2\left(\frac{\varphi_A-\varphi_B}{2}\right)$, соответственно, вероятность отсчета в детекторе D пропорциональна $\sin^2\left(\frac{\varphi_A-\varphi_B}{2}\right)$

ной интерференции на детекторе U и деструктивной на детекторе D, срабатывает только детектор U. Если Алиса посылает 1^+, то срабатывает детектор D, отсчет на детекторе U отсутствует.

Аналогично в базисе $\times$. От состояния $0^\times$ срабатывает детектор D, а от состояния $1^\times$, детектор U.

Поскольку после передачи состояний значения базиса раскрываются (но не состояния в базисе), то, если бы подслушиватель имел доступ к детекторам и знал, какой из детекторов сработал, то подслушиватель знал бы весь передаваемый ключ. По этой причине для систем КРК в стандартном исполнении должна быть обеспечена защита детекторов – подслушиватель не должен иметь ни прямого, ни косвенного доступа к ним.

2. Неформальные причины стойкости модифицированного протокола. Приведем модифицированный протокол с недоверенными детекторами и обсудим неформальные причины стойкости нового протокола.

Идея состоит в том, чтобы использовать на приемной стороне случайный выбор не двух значений фаз, а четырех значений фаз, по две в каждом базисе. Значения фаз и соответствующие им детекторы, где возникает отсчет, приведены ниже.

$$\text{базис} + \begin{cases} \text{бит } 0 \quad \varphi_A = 0 & \begin{cases} \varphi_B = 0 \to U \\ \varphi_B = \pi \to D \end{cases} \\ \text{бит } 1 \quad \varphi_A = \pi & \begin{cases} \varphi_B = 0 \to D \\ \varphi_B = \pi \to U \end{cases} \end{cases}, \quad (1)$$

$$\text{базис} \times \begin{cases} \text{бит } 0 \quad \varphi_A = \frac{\pi}{2} & \begin{cases} \varphi_B = \dfrac{\pi}{2} \to U \\ \varphi_B = \dfrac{3\pi}{2} \to D \end{cases} \\ \text{бит } 1 \quad \varphi_A = \frac{3\pi}{2} & \begin{cases} \varphi_B = \dfrac{3\pi}{2} \to U \\ \varphi_B = \dfrac{\pi}{2} \to D \end{cases} \end{cases}. \quad (2)$$

В каждом базисе, например, в базисе $+$, если Алиса посылает 0 ($\varphi_A = 0$), то в зависимости от случайного выбора фаз Бобом ($\varphi_B = 0$ или $\varphi_B = \pi$), который неизвестен Еве даже после раскрытия базисов, Ева, которая не знает фазы Боба, будет "видеть", как случайно срабатывает один из детекторов U или D для каждого значения бита 0 или 1 (см. формулы (1), (2)). Аналогично для других состояний.

Таким образом, введение Бобом в каждом базисе дополнительной случайности, которая неизвестна Еве, позволяет открыть отсчеты детекторов для подслушивателя, при этом Ева не будет знать передаваемый бит ключа.

Открытость детекторов для подслушивателя можно пояснить на языке теории информации.

В стандартном протоколе Алиса выбирает базис и бит внутри этого базиса, которые неизвестны Еве. Боб выбирает только базис, который Еве также неизвестен. В итоге, до раскрытия базисов Еве неизвестно три бита информации. При раскрытии базисов Алиса и Боб раскрывают по одному биту информации. В итоге, из трех бит остается один бит, который неизвестен Еве. Данный бит является общим секретом Алисы и Боба. При известном базисе данный бит Боб узнает по отсчету детектора.

В модифицированном протоколе, Алиса до раскрытия базисов имеет два бита информации, неизвестных Еве. Боб также имеет два бита информации до раскрытия базисов. После раскрытия базисов Алиса и Боб раскрывают по одному биту информации. Остается два бита, неизвестных Еве. Если Еве разрешить доступ к отсчетам в детекторах, то после отсчета детектора Ева получит еще один бит информации. В итоге остается еще один бит информации, неизвестный Еве, и который будет фигурировать в ключе. Естественно, Боб также знает, в каком детекторе произошел отсчет, но, кроме этого, Боб знает свой выбор фазы, что позволяет ему идентифицировать посланный Алисой бит. Ева не знает выбор фазы Боба, а видит только отсчет детектора в данном базисе. Но при известном базисе и не известной фазе Боба, Ева не может узнать, видя только отсчет детектора, передаваемый бит Алисы.

Интересно сравнить наш протокол с активно развиваемым протоколом twin-field [3, 4][3)], в котором детекторы также являются недоверенными и доступными (открытыми) для подслушивателя.

В схеме twin-field (см. рис. 1) Алиса и Боб в каждом из двух базисов независимо и равновероятно выбирают два значения фаз, например, в базисе $+$ $0 \to \varphi_A = 0$ и $1 \to \varphi_A = \pi$, аналогично для Боба $0 \to \varphi_B = 0$ и $1 \to \varphi_B = \pi$. Поскольку интерференционный сигнал на детекторе U пропорционален $\cos^2\left(\frac{\varphi_A - \varphi_B}{2}\right)$, на детекторе D $\sin^2\left(\frac{\varphi_A - \varphi_B}{2}\right)$, то при одинаковых фазах срабатывает детектор U, а при разных – детектор D. Детекторы открыты для подслушивателя.

Алиса генерирует два бита информации, неизвестных подслушивателю, – один бит для выбора базиса, второй для логического значения 0 или 1 в внутри базиса. Аналогично Боб генерирует два бита информации, неизвестных Еве. После раскрытия базисов – Алиса и Боб раскрывают по одному биту информации. Остается из 4-х бит два бита, неизвестных Еве. После отсчета детектора U или D Ева получает еще один бит информации. Остается один неизвестный Еве бит информации, который является общим секретом Алисы и Боба.

В отличии от Евы, Алиса и Боб, зная отсчет детектора, а также зная, какой бит они посылали, получают общий бит. Например, Алиса посылала 0, и Боб 0. Сработал детектор U. Такое событие имеет место, если они посылали одинаковые биты (каждый из них знает, что было послано), поэтому заранее договорившись, Алиса и Боб будут иметь общий бит 0. Если Алиса посылала 1, а Боб 1, то также сработает детектор U, и они будут считать общим битом 1. Ева "видит" только отсчет детектора U, и не будет знать общего бита, поскольку отсчет в детекторе U мог иметь место как от $A = 0,\ B = 0$, так и от $A = 1,\ B = 1$.

В этом состоит неформальная теоретико-информационная причина получения общего секретного бита Алисой и Бобом.

3. Формальное доказательство стойкости. Основная идея при формализации недоверенных, доступных для Евы детекторов, состоит к сведению нового протокола к эквивалентному протоколу, использующему стандартный протокол BB84 с доставкой Еве дополнительных квантовых состояний, которые говорят ей об отсчете того или иного детектора.

[3)] Идея интерференции состояний из разных источников в КРК была высказана еще в 1997 г. [5], такая система была названа КРК на базе квантового компаратора.

Рассмотрим стандартный протокол BB84. После измерений Боба детекторами, которые недоступны Еве, Боб после получения отсчета – результата 0 или 1, правильного или нет, в каждом базисе, сообщает его Еве, меняя случайно и равновероятно переставляя детекторы U или D. Например, если сработал детектор U, то Боб случайно и равновероятно выбирает детектор D или U и сообщает свой выбор Еве.

Данная процедура эквивалентна модифицированному протоколу, когда Боб случайно в каждом базисе выбирает одно из двух значений фаз, приводящее к случайной перестановке (для Евы) отсчетов в детекторах U или D.

Далее ограничимся однофотонным случаем и одинаковой квантовой эффективностью детекторов, чтобы излишне не загромождать выкладки техническими деталями. Учет неравной квантовой эффективности детекторов может быть сделан методом, представленным в работах [6, 7].

Таким образом, достаточно рассмотреть протокол BB84, дополненный информацией для Евы, связанной со случайной перестановкой детектора, который сработал. Из-за симметрии ситуации по базисам, достаточно рассмотреть ситуацию в одном базисе, например, в базисе $+$. Результаты в другом базисе $\times$ получаются унитарным преобразованием информационных состояний.

Воспользуемся ЭПР-версией протокола (см. детали, например, [6]). Алиса готовит ЭПР состояние, свою подсистему X, Алиса оставляет ее у себя как эталонную, а подсистему Y направляет Бобу. Подсистема Y подвергается атаке Евы в квантовом канале связи. Алиса делает измерения в базисе X, при этом случайно и равновероятно возникает состояние, отвечающее 0 или 1. После измерения подсистема Боба Y из-за структуры ЭПР состояние переходит в состояние, отвечающее 0 или 1. ЭПР состояние имеет стандартный вид

$$|\Phi^+\rangle_{XY} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle_X \otimes |0\rangle_Y + |1\rangle_X \otimes |1\rangle_Y\right). \quad (3)$$

Отметим, что структура ЭПР состояния одинакова как в базисе $+$, так и в базисе $\times$, поэтому индекс базиса опускаем.

Любое преобразование входного квантового состояния в выходное описывается действием супероператора – вполне положительного отображения [8]. Любой супероператор унитарно представим (см. детали в [9]). Последнее означает, что любой супероператор реализуется запутыванием входного состояния с вспомогательным ($|E\rangle_E$) при помощи унитарного оператора U_{BE}, который определяется Евой.

После атаки Евы, описываемой унитарным преобразованием U_{BE}, получаем

$$U_{BE}\left(|\Phi^+\rangle_{XY}\otimes|E\rangle_E\right)= \tag{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle_X\otimes\left\{\sqrt{1-Q}|0\rangle_Y\otimes|\Phi_0\rangle_E+\sqrt{Q}|1\rangle_Y\otimes|\Theta_0\rangle_E\right\}+$$

$$+\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle_X\otimes\left\{\sqrt{1-Q}|1\rangle_Y\otimes|\Phi_1\rangle_E+\sqrt{Q}|0\rangle_Y\otimes|\Theta_1\rangle_E\right\}.$$

Состояния Евы нормированы, поэтому коэффициенты выбраны в виде $1-Q$ и Q для сохранения нормировки. Как будет видно ниже, величина Q имеет смысл вероятности ошибки на приемной стороне.

Алиса и Боб делают измерения в одинаковом базисе. Алиса в базисе $\{|0\rangle_X,|1\rangle_X\}$, Боб соответственно в базисе $\{|0\rangle_Y,|1\rangle_Y\}$. В итоге возникает состояние Алиса–Боб–Ева, которое описывается матрицей плотности, с учетом (3), (4) получаем

$$\rho_{XYE}= \tag{5}$$

$$=\frac{1}{2}|0\rangle_{X\,X}\langle 0|\otimes\{(1-Q)|0\rangle_{Y\,Y}\langle 0|\otimes|\Phi_0\rangle_{E\,E}\langle\Phi_0|+$$

$$+Q|1\rangle_{Y\,Y}\langle 1|\otimes|\Theta_0\rangle_{E\,E}\langle\Theta_0|\}+$$

$$+\frac{1}{2}|1\rangle_{X\,X}\langle 1|\otimes\{(1-Q)|1\rangle_{Y\,Y}\langle 1|\otimes|\Phi_1\rangle_{E\,E}\langle\Phi_1|+$$

$$+Q|0\rangle_{Y\,Y}\langle 0|\otimes|\Theta_1\rangle_{E\,E}\langle\Theta_1|\}.$$

Как было показано ранее (например, [6]), для оптимальной атаки Евы, состояния $\{|\Phi_0\rangle_E,|\Phi_1\rangle_E\}$ и состояния $\{|\Theta_0\rangle_E,|\Theta_1\rangle_E\}$ лежат в ортогональных подпространствах, и ${}_E\langle\Theta_0|\Theta_1\rangle_E={}_E\langle\Phi_0|\Phi_1\rangle_E=1-2Q$. Оптимальность понимается в смысле – максимум информации Евы о передаваемом ключе, при наблюдаемой ошибке Q на приемной стороне.

Интерпретация (5) достаточно простая. С вероятностью $\frac{1}{2}$ Алиса посылает 0 или 1. Боб с вероятностью $1-Q$ получает правильный отсчет, у Евы оказывается состояние $|\Phi_0\rangle_E$. С вероятностью Q Боб получает ошибочный результат, у Евы оказывается состояние $|\Theta_0\rangle_E$. Аналогично для случая, когда Алиса посылала 1.

4. Модификация протокола. Пусть Боб получил отсчет 0 (неважно, правильный или ошибочный), т.е. сработал детектор U. Боб сообщает Еве случайно и равновероятно одно из ортогональных состояний $|U\rangle_D$ и $|D\rangle_D$. Сказанное означает, что Еве доставляется матрица плотности

$$\rho_D=\frac{1}{2}\left(|U\rangle_{D\,D}\langle U|+|D\rangle_{D\,D}\langle D|\right). \tag{6}$$

Таким образом, при регистрации Бобом 0 (верхний детектор) Еве доставляется состояние (6). Измерение состояния (6) дает Еве равновероятно детектор U или D в соответствии с (1), (2).

Аналогичная ситуация будет, если Боб зарегистрировал отсчет 1 в детекторе D (неважно, верный или ошибочный), Ева равновероятно будет "видеть" детектор U или D – "видеть" после измерения (6) состояние U или D.

В итоге матрица плотности ρ_{XYE} заменяется на ρ_{XYED}:

$$\rho_{XYED}= \tag{7}$$

$$=\frac{1}{2}|0\rangle_{X\,X}\langle 0|\otimes\{(1-Q)|0\rangle_{Y\,Y}\langle 0|\otimes|\Phi_0\rangle_{E\,E}\langle\Phi_0|\otimes\rho_D+$$

$$+Q|1\rangle_{Y\,Y}\langle 1|\otimes|\Theta_0\rangle_{E\,E}\langle\Theta_0|\otimes\rho_D\}+$$

$$+\frac{1}{2}|1\rangle_{X\,X}\langle 1|\otimes\{(1-Q)|1\rangle_{Y\,Y}\langle 1|\otimes|\Phi_1\rangle_{E\,E}\langle\Phi_1|\otimes\rho_D+$$

$$+Q|0\rangle_{Y\,Y}\langle 0|\otimes|\Theta_1\rangle_{E\,E}\langle\Theta_1|\otimes\rho_D\}.$$

5. Длина ключа, недоверенные детекторы. Согласно [10] длина секретного ключа в асимптотическом пределе длинных последовательностей имеет вид (учет конечной длины передаваемых последовательностей может быть сделан методом, предложенным в работе [7], чтобы не загромождать изложением техническими деталями, рассматриваем асимптотический случай)

$$\ell\geq H(\rho_{XED}|\rho_{ED})-H(\rho_{XY}|\rho_Y). \tag{8}$$

Формула (8) имеет простую интерпретацию: $H(\rho_{XED}|\rho_{ED})$, нехватка информации Евы в битах о эталонной битовой строке X Алисы, при условии, что Ева имеет в своем распоряжении квантовые системы ED; $H(\rho_{XY}|\rho_Y)$ – нехватка информации Боба о строке Алисы, при условии, что Боб имеет в своем распоряжении битовую строку Y – строку с ошибками. Разность нехваток информаций Евы и Боба о битовой строке Алисы составляет общий секрет Алисы и Боба.

Соответствующие частичные матрицы плотности, фигурирующие в (8), имеют вид

$$\rho_{XED}=\mathrm{Tr}_Y\{\rho_{XYED}\}= \tag{9}$$

$$=\frac{1}{2}|0\rangle_{X\,X}\langle 0|\otimes\{(1-Q)|\Phi_0\rangle_{E\,E}\langle\Phi_0|\otimes\rho_D+$$

$$+Q|\Theta_0\rangle_{E\,E}\langle\Theta_0|\otimes\rho_D\}+$$

$$+\frac{1}{2}|1\rangle_{X\,X}\langle 1|\otimes\{(1-Q)|\Phi_1\rangle_{E\,E}\langle\Phi_1|\otimes\rho_D+$$

$$+Q|\Theta_1\rangle_{E\,E}\langle\Theta_1|\otimes\rho_D\}.$$

$$\rho_{ED}=\mathrm{Tr}_{XY}\{\rho_{XYED}\}= \tag{10}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{(1-Q)|\Phi_0\rangle_{EE}\langle\Phi_0|\otimes\rho_D + Q|\Theta_0\rangle_{EE}\langle\Theta_0|\otimes\rho_D\right\} +$$

$$+\frac{1}{2}\left\{(1-Q)|\Phi_1\rangle_{EE}\langle\Phi_1|\otimes\rho_D + Q|\Theta_1\rangle_{EE}\langle\Theta_1|\otimes\rho_D\right\}.$$

Далее

$$\rho_{XY} = \mathrm{Tr}_{ED}\{\rho_{XYED}\} = \tag{11}$$

$$= \frac{1}{2}|0\rangle_{X\,X}\langle 0|\left\{(1-Q)|0\rangle_{YY}\langle 0| + Q|1\rangle_{YY}\langle 1|\right\} +$$

$$+\frac{1}{2}|1\rangle_{X\,X}\langle 1|\left\{(1-Q)|1\rangle_{YY}\langle 1| + Q|0\rangle_{YY}\langle 0|\right\}.$$

$$\rho_Y = \mathrm{Tr}_{XED}\{\rho_{XYED}\} = \frac{1}{2}\left\{|0\rangle_{YY}\langle 0| + |1\rangle_{YY}\langle 1|\right\}. \tag{12}$$

Вычисляя собственные числа (9)–(12), находим для условных энтропий фон Неймана

$$H(\rho_{XED}|\rho_{ED}) = H(\rho_{XED}) - H(\rho_{ED}) = \tag{13}$$

$$= H(\rho_{XE}\otimes\rho_D) - H(\rho_E\otimes\rho_D) = H(\rho_{XE}) - H(\rho_E) =$$

$$= 1 + h(Q) - 2h(Q) = 1 - h(Q).$$

$$H(\rho_{XY}|\rho_Y) = H(\rho_{XY}) - H(\rho_Y) = h(Q). \tag{14}$$

Окончательно с учетом (13), (14) для длины ключа получаем

$$\ell = 1 - 2h(Q). \tag{15}$$

Таким образом, длина секретного ключа в модифицированном протоколе оказывается такой же, как и в стандартном протоколе BB84 [1, 10]. Критическая ошибка Q_c, при которой длина ключа обращается в нуль равна $Q_c \approx 11\,\%$, $1 = 2h(Q_c)$, т.е. модификация протокола не "портит" криптографические свойства протокола.

6. Заключение. Для систем, где технически сложно обеспечить криптографическую защиту детекторов, найдено радикальное решение, сводящее к модификации протокола таким образом, что позволяет сделать детекторы недоверенными, и даже полностью доступными для наблюдения результатов отсчетов подслушивателем. Причем предлагаемая модификация не требует каких-либо радикальных изменений протокола и самой системы квантового распределения ключей. Приведенная аналогия с протоколом twin-field позволяет на качественном теоретико-информационном уровне объяснить причины секретности ключей при открытых для подслушивателя детекторах.

Кроме того, открытость детекторов позволяет обеспечить естественную защиту от атаки detector mismatch, открытость детекторов делает данную атаку полностью неэффективной.

Отметим в заключение, что данная модификация достигается без существенных изменений аппаратуры системы КРК и не приводит к снижению скорости распределяемых ключей.

Один из авторов (С. П. Кулик) выполнял исследование при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета "Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина".

1. C. H. Bennett and G. Brassard, *Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing*, in *Proc. IEEE Int. Conf. on Comp., Sys. and Signal Process.*, Bangalore, India (1984), p. 175.
2. S. N. Molotkov, Laser Phys. Lett. **16**, 075203 (2019).
3. M. Lucamarini, L. M. Yuan, J. F. Dynes, and A. J. Shields, Nature **557**, 400 (2018).
4. S. N. Molotkov and I. V. Sinilshchikov, Laser Phys. Lett. **16**, 105205 (2019).
5. S. N. Molotkov, Pis'ma v ZhETF **66**, 736 (1997).
6. S. N. Molotkov, Laser Phys. Lett. **18**, 045202 (2021).
7. С. Н. Молотков, ЖЭТФ **160**(3), 327 (2021).
8. K. Kraus, *States, Effects and Operations: Fundamental Notions of Quantum Theory*, Springer Verlag, Berlin (1983).
9. W. F. Stinespring, Proc. Am. Math. Soc. **6**, 211 (1955).
10. R. Renner, *Security of Quantum Key Distribution*, PhD Thesis, ETH Zürich (2005); arXiv:0512258.

Содержание
Том 116, выпуск 1

Поля, частицы, ядра

Шаулов С.Б., Рябов В.А., Щепетов А.Л., Пятовский С.Е., Жуков В.В., Куприянова Е.А., Гудкова Е.Н. Странная кварковая материя и астрофизическая природа аномальных эффектов в космических лучах при энергиях 1–100 ПэВ 3

Гаврилюк Ю.М., Гангапшев А.Н., Дербин А.В., Драчнев И.С., Казалов В.В., Кузьминов В.В., Микулич М.С., Муратова В.Н., Текуева Д.А., Унжаков Е.В., Якименко С.П. Новые ограничения на константу связи аксиона с электроном для солнечных аксионов 13

Оптика, лазерная физика

Литвинов Р., Мелихова Н. Связанные внутримодовые солитонные пучки в тонкой лево-ориентированной пленке на право-ориентированной керровской подложке 20

Сазонов С.В. Локализованные диссипативные униполярные объекты в условиях вынужденного комбинационного рассеяния 25

Бантыш Б.И., Катамадзе К.Г., Богданов Ю.И., Герасимов К.И., Миннегалиев М.М., Урманчеев Р.В., Моисеев С.А. Томография оптической однокубитной квантовой памяти 33

Плазма, гидро- и газодинамика

Гусаков Е.З., Попов А.Ю. О сильном влиянии нерезонансных трехволновых взаимодействий на насыщение низкопороговой параметрической распадной неустойчивости 41

Зудин И.Ю., Гущин М.Е., Стриковский А.В.,Коробков С.В., Петрова И.А.,Катков А.Н., Кочедыков В.В. Особенности турбулентности, возбуждаемой импульсной высокочастотной накачкой в замагниченной плазме 46

Конденсированное состояние

Жевстовских И.В., Чариковас Т.Б., Клепикова А.С., Попов М.Р., Степанова Е.А., Семенова О.И. Анизотропия магнитных свойств в монокристаллах гибридных перовскитов $CH_3NH_3PbI_3$ 54

Методы теоретической физики

Bondarenko S., Zubkov M.A. Riemann–Cartan gravity with dynamical signature 60

Bezuglov M.A., Kotikov A.V., Onishchenko A.I. On series and integral representations of some NRQCD master integrals 62

Содержание
Том 116, выпуск 2

Оптика, лазерная физика

Зимняков Д.А., Волчков С.С., Кочкуров Л.А., Дорогов А.Ф. О предельной длине усиления флуоресценции при лазерной накачке случайно-неоднородных сред 67

Семенин Н.В., Борисенко А.С., Заливако И.В., Семериков И.А., Аксенов М.Д., Хабарова К.Ю., Колачевский Н.Н. Определение скорости нагрева и температуры ионных цепочек в линейной ловушке Пауля по дефазировке осцилляций Раби 74

Плазма, гидро- и газодинамика

Глазырин С.И., Лыков В.А., Карпов С.А., Карлыханов Н.Г., Грязных Д.А., Быченков В.Ю. Нелокальный теплоперенос в мишени ЛТС для схемы прямого облучения 80

Карельский К.В., Петросян А.С. Формирование и классификация скачков и уединенных ударных волн в изэнтропических течениях политропных сплошных сред 88

Саранча Г.А., Елисеев Л.Г., Мельников А.В., Хабанов Ф.О., Харчев Н.К. Идентификация зональных течений и их пространственное распределение в плазме стелларатора TI-II 96

Конденсированное состояние

Зайнуллина В.М., Коротин М.А. Влияние нестехиометрии на магнитные свойства сплавов $CeFe_2:Mn$ 103

Карелина Л.Н., Шуравин Н.С., Бакурский С.В., Егоров С.В., Головчанский И.А., Чичков В.И., Больгинов В.В., Рязанов В.В. Эффект магнитной памяти в планарных микромостиках ферромагнетик/сверхпроводник/ферромагнетик на основе сильно разбавленного сплава PdFe 108

Казанцев Д.М., Альперович В.Л., Ткаченко В.А., Квон З.Д. Максимум в спектре терагерцового фотоотклика квантового точечного контакта 116

Квантовая информатика

Алферов С.В., Бугай К.Е., Паргачев И.А. Исследование уязвимости систем квантового распределения ключей от атак с лазерным повреждением элементов на основе нейтральных светофильтров 123

Балыгин К.А., Кулик С.П., Молотков С.Н. Квантовое распределение ключей с недоверенными, открытыми для подслушивателя детекторами 128