

СОДЕРЖАНИЕ

Том 66, номер 1, 2021

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Управление интерферограммой в мета-интерферометре с метаструктурой из линейных проводов в качестве отражателя резонатора Фабри–Перо

Г. А. Крафтмахер, В. С. Бутылкин, Ю. Н. Казанцев, В. П. Мальцев, И. П. Никитин 3

Асимптотические представления решения задачи о структуре волнового поля при падении плоской волны на полупрозрачный неоднородный плазменный слой (модельная задача)

Е. А. Палкин, А. А. Петрович 18

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

Персональная дозиметрия микроволнового электромагнитного излучения. Долговременные эксперименты с устройством “Мера”

А. С. Дмитриев, В. В. Ицков, А. И. Рыжов 27

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Оптимальные и квазиоптимальные алгоритмы приема и обработки ВОС-сигналов в перспективных глобальных навигационных спутниковых системах

М. С. Ярлыков 39

Алгоритмы формирования и приема OFDM-сигналов на основе манипуляции с минимальным сдвигом частоты

Л. Е. Назаров, А. С. Зудилин, В. И. Каевицер, И. В. Смольянинов 62

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

Нелинейные упругие волны в магнитоупорядоченных кристаллах при ориентационных фазовых переходах

А. Ф. Кабыченков, Ф. В. Лисовский 69

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

Активация нанокompозитных липосомальных капсул в проводящей водной среде ультракоротким электрическим воздействием

Ю. В. Гуляев, В. А. Черепенин, И. В. Таранов, В. А. Вдовин, Г. Б. Хомутов 82

Устройство приема сигнала люминесценции для онкофлуориметрии ближнего инфракрасного спектрального диапазона

И. П. Шилов, Г. Л. Даниелян, С. В. Марчек, Л. Ю. Кочмарев 91

Правила для авторов по подготовке материалов

97

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 537.874;621.396

**УПРАВЛЕНИЕ ИНТЕРФЕРОГРАММОЙ В МЕТА-ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ
С МЕТАСТРУКТУРОЙ ИЗ ЛИНЕЙНЫХ ПРОВОДОВ В КАЧЕСТВЕ
ОТРАЖАТЕЛЯ РЕЗОНАТОРА ФАБРИ–ПЕРО**

© 2021 г. Г. А. Крафтмахер^а, *, В. С. Бутылкин^а, Ю. Н. Казанцев^а,
В. П. Мальцев^а, И. П. Никитин^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: gkraft@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 14.06.2020 г.

После доработки 14.06.2020 г.

Принята к публикации 27.06.2020 г.

Предложен и апробирован в диапазоне 3...6 ГГц путь для селективного управления многополосной фильтрацией микроволн, основанный на применении метаструктуры в качестве одного из отражателей резонатора Фабри–Перо, содержащегося в модифицированном h -плоскостном волноводном тройниковом интерферометре. Метаструктура содержит решетку линейных резонансных проводников в комбинации с ортогонально и асимметрично расположенной медной полоской с разрывом, нагруженным элементом управления (варактор или фиксированная емкость). Обнаружена возможность селективного управления частотой и глубиной интерференционной полосы запрета в трехполосном резонаторе Фабри–Перо и модифицированном семиполосном тройниковом интерферометре. Показано, что перестройка полос резонатора и интерферометра связана с влиянием резонанса в метаструктуре и происходит при приближении частоты резонанса в метаструктуре к соответствующей интерференционной полосе.

DOI: 10.31857/S0033849421010058

ВВЕДЕНИЕ

Управляемые многополосные фильтры электромагнитных волн постоянно востребованы в многоканальных телекоммуникационных системах, поэтому интерес к новым разработкам не уменьшается со временем [1]. Базой таких фильтров служит каскад разнодиапазонных резонаторов в комбинации с линией передачи. В качестве резонаторов предлагаются метаатомы, метаповерхности на основе проводящих кольцевых элементов, совместимых с элементами перестройки, многослойные структуры. Для управления и перестройки используются методы, апробированные в однополосных фильтрах. Они основаны на электромеханических, магнитных с использованием ферритов, электрических эффектах с использованием ферроэлектрических конденсаторов и полупроводниковых варакторов. Предлагаются невзаимные резонансные метаструктуры, содержащие феррит и проводящие элементы с варакторами, как основа невзаимных фильтров с совместным использованием магнитных и электрических методов управления [2, 3].

Активно исследуются резонаторы Фабри–Перо в качестве элементов антенн. Для их перестройки, как правило, меняют оптическую длину между зеркалами, используя подвижное зеркало, связанное с пьезокерамическим приводом, либо заполняют между зеркалами средой и меняют ее диэлектрическую проницаемость с помощью внешнего воздействия. Рассматриваются резонаторы Фабри–Перо с использованием метаматериала или метаповерхности [4, 5]. Для достижения необходимых параметров предлагаются резонаторы Фабри–Перо, в которых в качестве отражателей используются брэгговские решетки [6] или частотно-селективные и метаповерхности [7]. Возможность управления в микроволновых резонаторах Фабри–Перо до сих пор практически не исследована.

В настоящее время развиваются многополосные фильтры, в которых используют каскад разнодиапазонных резонаторов и осуществляют скачкообразное переключение с одной конструкции на другую и затем плавную перестройку в рамках каждой конструкции [8, 9].

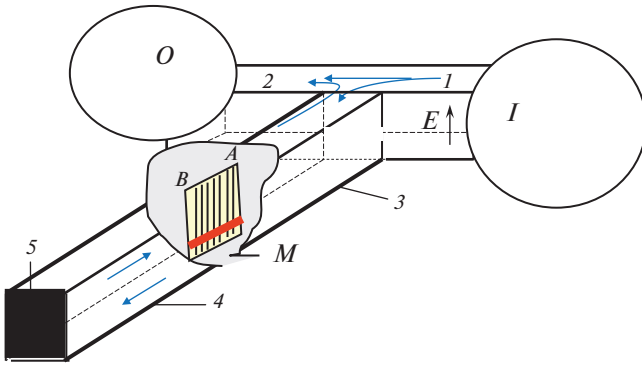


Рис. 1. Схема метаинтерферометра: I и O – вход и выход, 1 и 2 – входное и выходное плечи, M – метаструктура с границами A и B , 3 и 4 – полые отрезки короткозамкнутого h -плеча (до передней границы A и между задней границей B и короткозамыкателем 5).

Однако, как отмечается в [10], существуют определенные трудности управления в случае многополосной (трехполосной и более) фильтрации.

Наряду с успешно развиваемой управляемой оптической интерферометрией предлагаются микроволновые интерферометры в качестве управляемых многополосных фильтров [11, 12]. В [11] исследуется интерферометр Маха–Цендера на электромагнитно-спиновых волнах, содержащий феррит-сегнетоэлектрическую структуру. В [12–14] предложен модифицированный волноводный тройниковый интерферометр (мета-интерферометр) с метаструктурой (феррит/нагруженные варактором резонансные проводящие элементы) в качестве разделителя пучка и показана возможность магнитного и электрического управления многополосной интерферограммой на микроволнах.

Данная работа посвящена развитию управляемой микроволновой многополосной фильтрации в волноводном тройниковом мета-интерферометре, который содержит резонатор Фабри–Перо с метаструктурой из линейных проводов в качестве одного из отражателей. Метаструктура представляет собой сэндвич, содержащий частопериодическую решетку параллельных медных проводов, внедренных в диэлектрическую пленку, и ортогонально асимметрично расположенную медную полосу с разрывом. Свойства аналогичной метаструктуры из линейных проводов исследовались в [15–17]. Применение ее в комбинации с ферритовой пластиной качестве разделителя пучка в метаинтерферометре было предложено в [12]. Возможность применения метаструктур в качестве отражателей резонатора Фабри–Перо рассматривалась в [18].

В данной работе впервые экспериментально обнаружена возможность управления многочастотным спектром резонатора Фабри–Перо не

только изменением его геометрической или оптической длины, что традиционно, но и с помощью внешнего воздействия на резонансные свойства метаструктуры. Для управления используем разные способы: подачей электрического напряжения на варактор в разрыве полосы, вариацией стационарной емкости в разрыве либо изменением длины полосы.

Исследуется степень влияния резонатора на интерферограмму в интерферометре. Показано, что предлагаемый интерферометр, содержащий селективно управляемый резонатор Фабри–Перо, обладает широкими возможностями формирования разнообразных многополосных фильтров и селективного электрического управления.

1. ИНТЕРФЕРОМЕТР

Интерферометр (рис. 1) выполнен на базе h -плоскостного волноводного тройника с управляемой метаструктурой из линейных проводов. Метаструктура M с границами A и B помещается вдоль направления распространения волны в замкнутое h -плечо на определенном расстоянии от короткозамыкателя 5, образуя конфигурацию управляемого резонатора Фабри–Перо отражательного типа. В отсутствие метаструктуры тройник трансформируется в интерферометр и обладает свойствами многополосного фильтра. Увеличивая длину плеча, можно увеличить число интерференционных полос.

Метаструктура (рис. 2а, 2б) представляет собой частопериодическую решетку параллельных медных проводов в комбинации с ортогонально асимметрично расположенной медной полоской с разрывом, нагруженным варактором. Решетка изготовлена из фабричного материала на основе внедренных в диэлектрическую пленку медных проводов (рис. 2в). Полоска расположена на подложке, изолированно от решетки. Длина решетки $L = 20$ мм, длина провода $l = 16$ мм и ширина 0.1 мм, расстояние между проводами 0.2 мм, длина медной полоски 25 и ширина 1.5 мм.

Микроволновые свойства метаструктуры в волноводе связаны с тремя резонансными эффектами [15]. Один из них (I) – это дипольный резонанс в проводах решетки (при длине провода $\lambda/2$), возбуждаемый микроволновым электрическим полем E . Другой резонансный эффект (II) связан с возбуждением индукционных антипараллельных токов в пространственных U образных LC-контурах с емкостными связями, образованных парой соседних проводов решетки и соответствующей секцией медной полоски, возбуждаемых микроволновым магнитным полем, направленным перпендикулярно плоскости решетки. При этом вдоль медной полоски распространяется суммар-

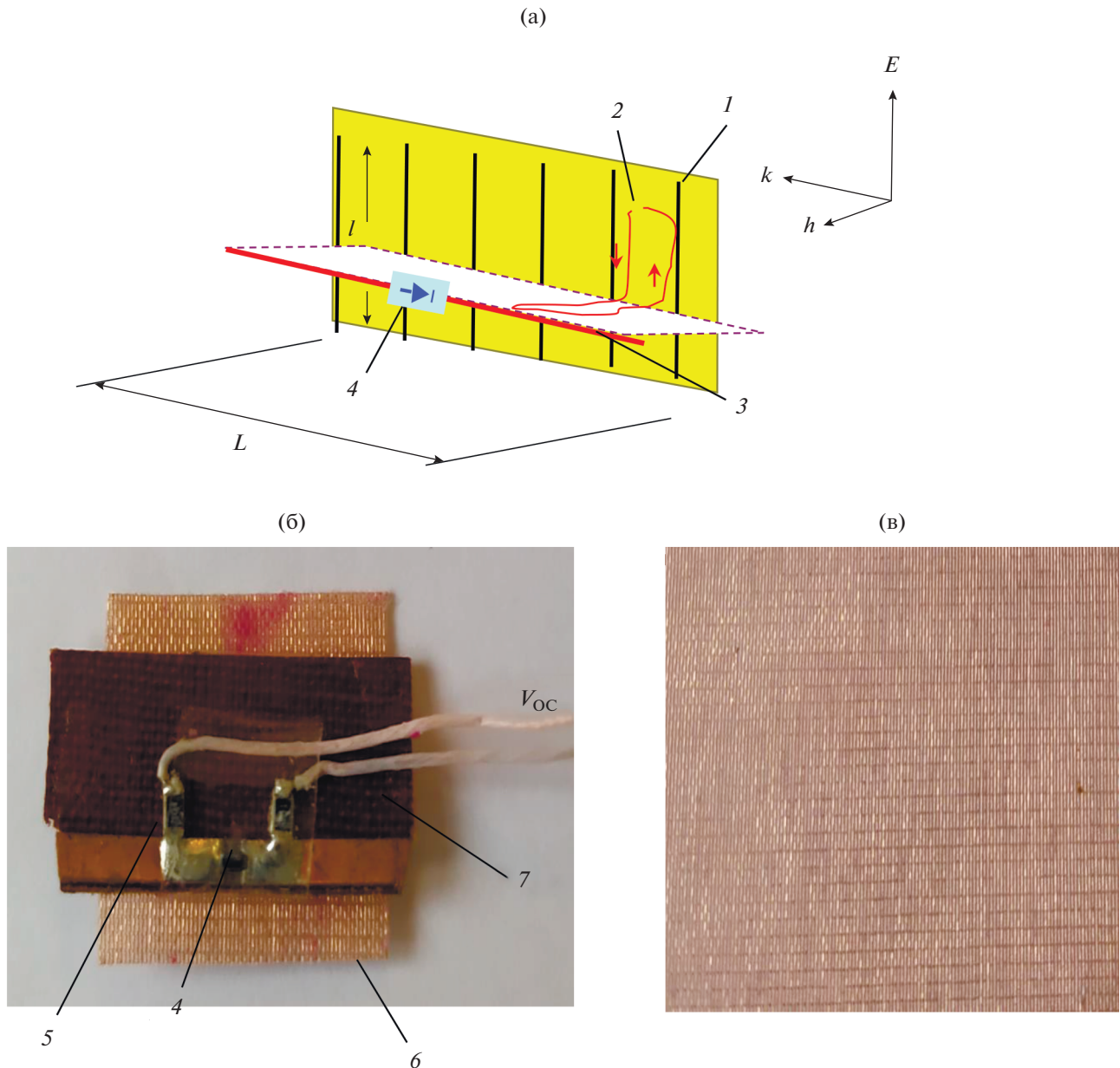


Рис. 2. Схема метаструктуры (а) и фото метаструктуры с варактором (б): 1 – провод в решетке, 2 – LC-контур, 3 – продольная полоска, 4 – варактор, 5 – резистор R_L , 6 – решетка, 7 – подложка; а также фото материала для изготовления решетки (в).

ный резонансный ток за счет вкладов одинаково направленных токов от каждого из контуров, который и определяет третий резонансный отклик (III) в частотно-амплитудной зависимости T . Разные типы резонансов можно возбуждать отдельно в заданных диапазонах длин волн, выбирая необходимые размеры проводов и полоски. Резонанс III в полоске можно смещать, подавая напряжение обратного смещения V_{OC} на варактор, внедренный в разрыв. К выходам варактора подключены резисторы $R_L = 100$ кОм, чтобы уменьшить влияние

наведенных постоянных токов и, соответственно, паразитных резонансных эффектов. Размеры структуры выбраны так, чтобы в диапазоне панорамного измерителя КСВН 3...6 ГГц возбуждался управляемый резонанс III в медной полоске, а резонансы I и II – за пределами этого диапазона, на более высоких частотах и не увеличивали бы потери в интерферометре. Резонанс III легко идентифицируется изменением длины полоски.

Для описания метаинтерферометра по аналогии с [12] введем S-матрицу с элементами $S_{mn} =$

= $s_{mn} \exp(i\varphi_{mn})$. Индексы m и n относятся к соответствующим волноводным отрезкам (см. рис. 1).

Амплитудный коэффициент передачи сигнала со входа I на выход O

$$S_{OI} = \{s_{21} + s_{23}r^{(FP)} \times \\ \times s_{31} \exp(-2ik_3L_3)\} / \left[1 - r^{(FP)}s_{33} \exp(-2ik_3L_3)\right] \times (1) \\ \times \exp(-i(k_1L_1 + k_2L_2))$$

складывается из амплитудного коэффициента прямого прохождения излучения из входного плеча I в выходное плечо 2 и амплитудного коэффициента передачи сигнала, ответвившегося из входного плеча в плечо 3 и затем после него тоже поступившего в выходное плечо. Эта часть сигнала испытывает множество переотражений между областью соединения плеч интерферометра и резонатором Фабри–Перо, включающим метаструктуру от границы A , полый отрезок волновода 4 и короткозамыкатель 5 . Коэффициент отражения по амплитуде от резонатора Фабри–Перо приведен в [19] при выводе формул Эйри и в наших обозначениях имеет вид

$$r^{(FP)} = r_{33}^{(M)} + t_{43}^{(M)}r_5t_{34}^{(M)} \times \\ \times \exp(-2ik_4L_4) / \left[1 - r_{44}^{(M)}r_5 \exp(-2ik_4L_4)\right]. \quad (2)$$

В формулах (1) и (2) введены следующие обозначения: индексы 1 и 2 относятся к входному и выходному плечам интерферометра, 3 и 4 – к полым отрезкам закороченного плеча; k_m – константа распространения для m -го участка мета-интерферометра, L_m – путь, пройденный в нем излучением (в частности, L_4 – длина полого отрезка волновода в резонаторе Фабри–Перо, k_4 – константа распространения для этого участка), $r_5 = |r_5| \exp(i\varphi_5)$ – коэффициент отражения по амплитуде от короткозамыкателя. Величины $r_{mn}^{(M)} = |r_{mn}^{(M)}| \exp(i\varphi_{mn}^r)$ и $t_{mn}^{(M)} = |t_{mn}^{(M)}| \exp(i\varphi_{mn}^t)$ – амплитудные коэффициенты отражения и пропускания метаструктуры, расположенной между волноводными отрезками с индексами m и n , а именно: $r_{33}^{(M)}$ – коэффициент отражения от метаструктуры сигнала, поступившего со стороны волновода 3 , $r_{44}^{(M)}$ – коэффициент отражения от метаструктуры сигнала, подошедшего из полости резонатора (со стороны короткозамыкателя), $t_{34}^{(M)}$ и $t_{43}^{(M)}$ – коэффициенты пропускания метаструктуры для сигналов, пришедших со сторон короткозамыкателя и волновода 3 соответственно.

Рассмотрим, как пример, в качестве метаструктуры отрезок волновода, заполненного метаматериалом. С учетом переотражений амплитудные коэффициенты отражения и пропускания

метаструктуры можно выразить через коэффициенты отражения $r_{mn}^{(A,B)}$ и прохождения $t_{mn}^{(A,B)}$ сигнала на границах A и B , длину метаструктуры L_M и постоянную k_M распространения сигнала в заполненном метаматериалом волноводе:

$$r_{33}^{(M)} = r_{33}^{(A)} + t_{M3}^{(A)}r_{MM}^{(B)}t_{3M}^{(A)} \times \\ \times \exp(-2ik_ML_M) / \left[1 - r_{MM}^{(A)}r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_ML_M)\right], \quad (3a)$$

$$r_{44}^{(M)} = r_{44}^{(B)} + t_{M4}^{(B)}r_{MM}^{(A)}t_{4M}^{(B)} \times \\ \times \exp(-2ik_ML_M) / \left[1 - r_{MM}^{(B)}r_{MM}^{(A)} \exp(-2ik_ML_M)\right], \quad (3b)$$

$$t_{43}^{(M)} = t_{M3}^{(A)}t_{4M}^{(B)} \times \\ \times \exp(-ik_ML_M) / \left[1 - r_{MM}^{(A)}r_{MM}^{(B)} \exp(-2ik_ML_M)\right], \quad (3в)$$

$$t_{34}^{(M)} = t_{M4}^{(B)}t_{3M}^{(A)} \times \\ \times \exp(-ik_ML_M) / \left[1 - r_{MM}^{(B)}r_{MM}^{(A)} \exp(-2ik_ML_M)\right]. \quad (3г)$$

Волны в заполненных метаматериалом волноводах, прямоугольных и планарных, рассматривались, например, в [20–23]. Из формул (1)–(3) видно, что изменения внешними воздействиями элементов S -матрицы, константы распространения k_M и коэффициентов $r_{mn}^{(A,B)}$ и $t_{mn}^{(A,B)}$, определяющих $r_{mn}^{(M)}$ и $t_{mn}^{(M)}$, а через них – $r^{(FP)}$, влияют на частотную зависимость коэффициента передачи излучения по мощности $T(\omega) = |S_{OI}|^2$, что в опытах проявляется как управление интерферограммой. Очевидно также, что результирующий спектр существенно богаче спектров тройникового интерферометра и резонатора Фабри–Перо по отдельности.

С метаструктурой интерферометр приобретает новые функциональные возможности, связанные с резонансными свойствами метаструктуры и соответственно резонатора Фабри–Перо, а также с суперпозицией прошедших, отраженных и переотраженных волн. При этом наблюдается нарушение периодичности интерференционных полос, изменение вида, ширины, глубины, частоты в зависимости от свойств метаструктуры (ширины, интенсивности и частоты резонанса).

2. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Были реализованы метаструктуры, позволяющие использовать разные способы управления резонансными свойствами – варакторами, применением стационарных емкостей или вариационной размерности (см. рис. 2 и 3). Отметим, что в зависимости от типа варактора может изменяться необходимая длина медной полоски для возбуждения резонанса в заданном диапазоне, а также материал и

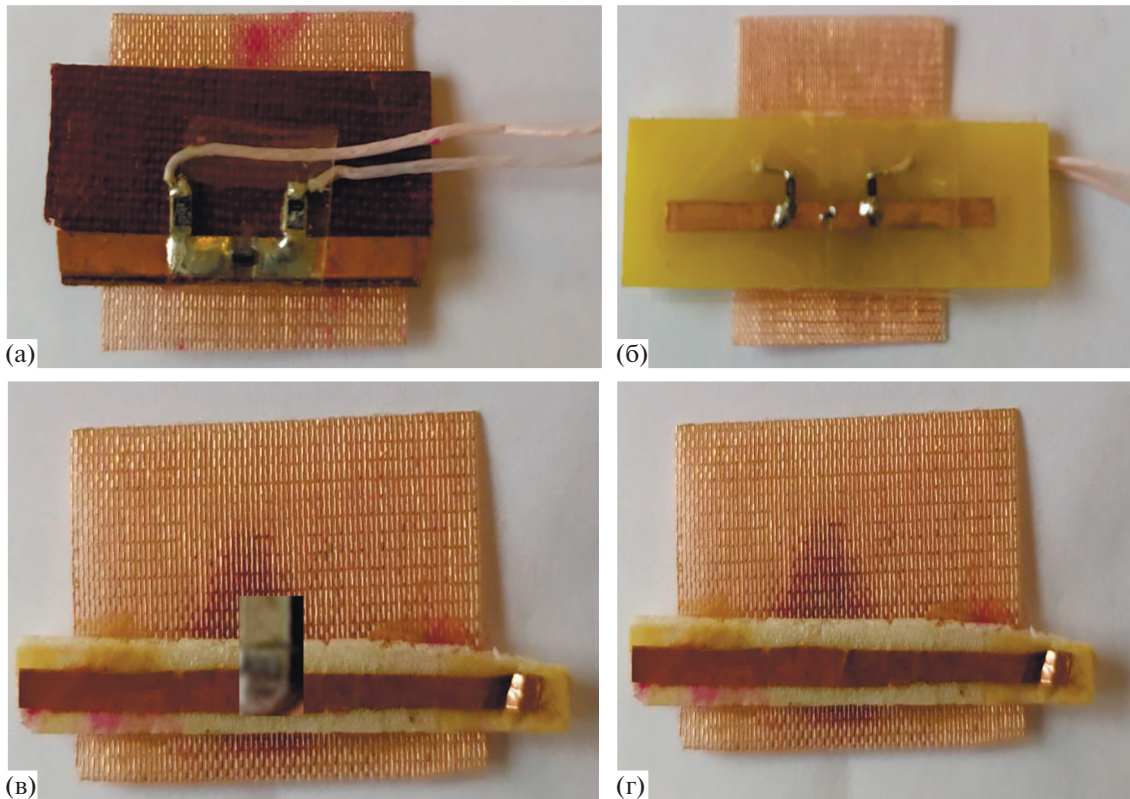


Рис. 3. Фото исследованных метаструктур с медной полоской, нагруженной варактором BB857 (а) и MA46H120 (б); нагруженной фиксированной емкостью (в); длиной l_n (г).

толщина подложки для обеспечения механической прочности метаструктуры.

Исследовали динамику управляемого резонанса III в медной полоске и свойства интерферометра, используя измеритель коэффициентов стоячей волны по напряжению P2-58 (3...5.5 ГГц). Измеряли динамику частотной зависимости коэффициентов прохождения T на выходе O интерферометра при внешнем воздействии V_{OC} на варакторе. Проводили сравнительный анализ с поведением резонанса III, измеряя коэффициенты прохождения T и отражения $R = |s_{11}|^2$ в прямоугольном волноводе 48×24 мм. Анализировали связь с динамикой R от резонатора Фабри–Перо.

Частоту интерференционной полосы определяли, измеряя частоту минимального прохождения $T_{мин}$, глубину – величиной $T_{мин}$.

2.1. Управление варакторами

Варактор BB857. Приведем результаты исследований с метаструктурой (см. рис. 3а и рис. 4а), содержащей на 0.5-миллиметровой подложке из гетинакса нагруженную варактором BB857 медную полоску 25×1.5 мм, расстояние от короткозамыкателя $s = 110$ мм.

Динамика управляемого резонанса III с метаструктурой в прямоугольном волноводе 48×24 мм представлена на рис. 4б. Видим, что при изменении V_{OC} от 0 до 29 В, когда емкость варактора меняется в пределах 6.5...0.55 пФ, резонанс III в медной полоске плавно смещается от 3.68 до 4.44 ГГц, т.е. на 0.76 ГГц.

На рис. 4в представлены измеренные частотные зависимости прохождения T на выходе 2 интерферометра без метаструктуры и с метаструктурой (рис. 4г) при разных величинах V_{OC} . С метаструктурой в отсутствие напряжения обратного смещения ($V_{OC} = 0$ В) интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость T от частоты с полосами запрета F_1^{OB} (частота $f_1^{OB} = 3.37$ ГГц, глубина $T_{мин}^{OB} = -4.6$ дБ), F_2^{OB} (3.54 ГГц, -9.5 дБ), F_3^{OB} (3.87 ГГц, -6 дБ), F_4^{OB} (3.97 ГГц, -10 дБ), F_5^{OB} (4.33 ГГц, -11 дБ), F_6^{OB} (4.58 ГГц, -16.5 дБ), F_7^{OB} (5.01 ГГц, -12 дБ). С метаструктурой пропадает периодичность и в интерферограмме появляется дополнительная полоса запрета. С подачей напряжения V_{OC} происходит селективное электрическое управление полос F_4 и F_5 ; смещение частоты при небольшом изменении глубины ($T_{мин}$).

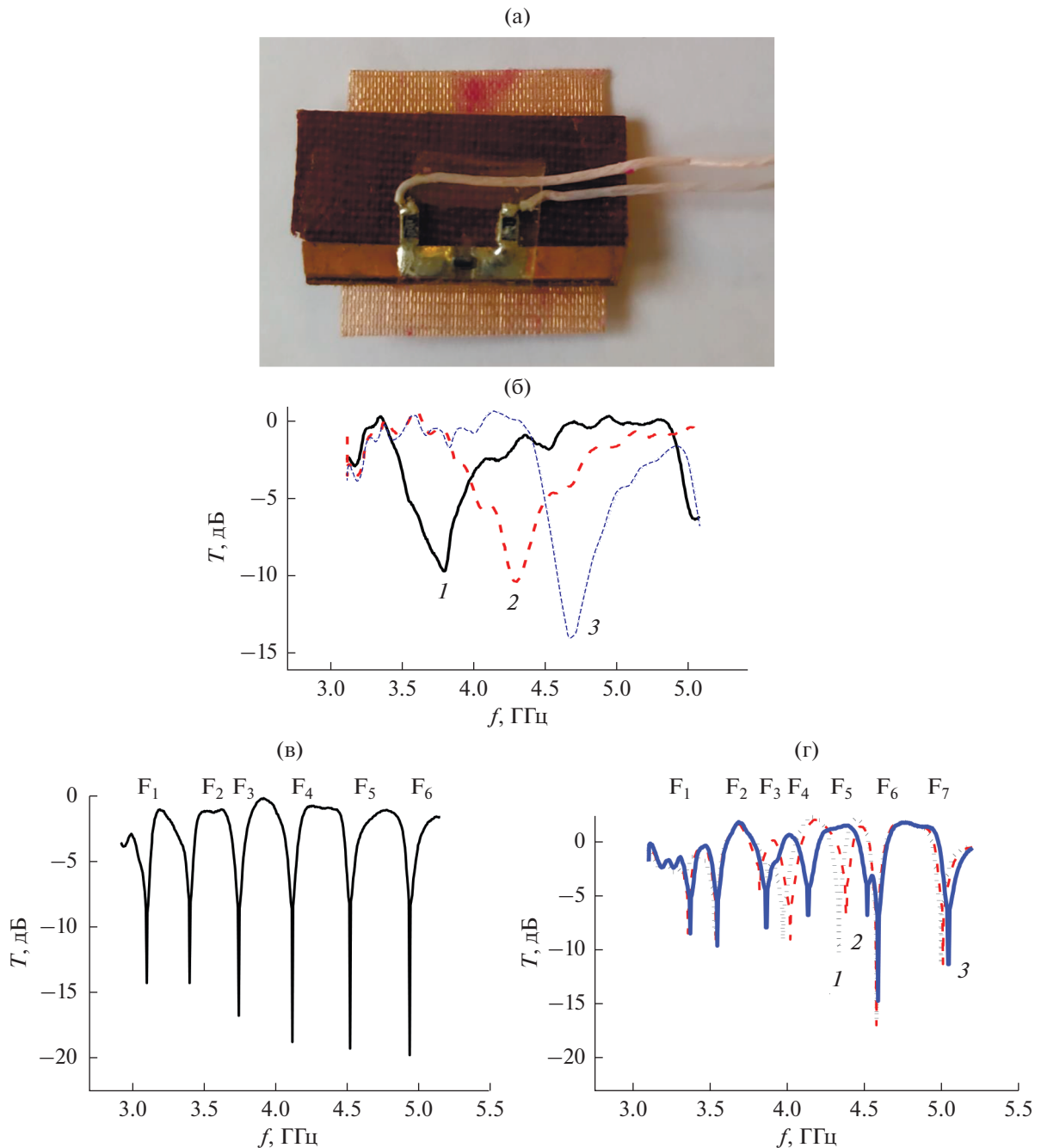


Рис. 4. Фото метаструктуры с медной полоской, нагруженной варактором ВВ857 (а), и измеренные частотные зависимости прохождения T в волноводе (б) при $V_{OC} = 0$ (1), 10 (2), 29 В (3); в интерферометре без метаструктуры (в); в интерферометре (г) при $V_{OC} = 0$ (1), 10 (2), 29 В (3), расстояние до короткозамыкателя $s = 110$ мм.

При $V_{OC} = 29$ В полоса F_4^{29B} смещается на 0.16 ГГц ($f_4^{29B} = 4.13$ ГГц, глубина $T_{4\text{мин}}^{29B} = -8$ дБ), полоса F_5^{29B} смещается на 0.19 ГГц ($f_5^{29B} = 4.52$ ГГц, $T_{5\text{мин}}^{29B} = -8$ дБ). Полосы F_1^{29B} (3.37 ГГц, -9.5 дБ), F_2^{29B} (3.54 ГГц, -10.5 дБ), F_3^{29B} (3.86 ГГц, -9 дБ),

F_6^{29B} (4.58 ГГц, -15 дБ), F_7^{29B} (5.04 ГГц, -12 дБ) практически сохраняют свое положение. При этом на месте полос запрета F_4^{0B} и F_5^{0B} наблюдаются полосы прозрачности. Диапазон перестройки интерференционных полос (около 0.2 ГГц) существенно уже, чем перестройка резонанса Ш (0.8 ГГц). Можно предположить, что перестройка

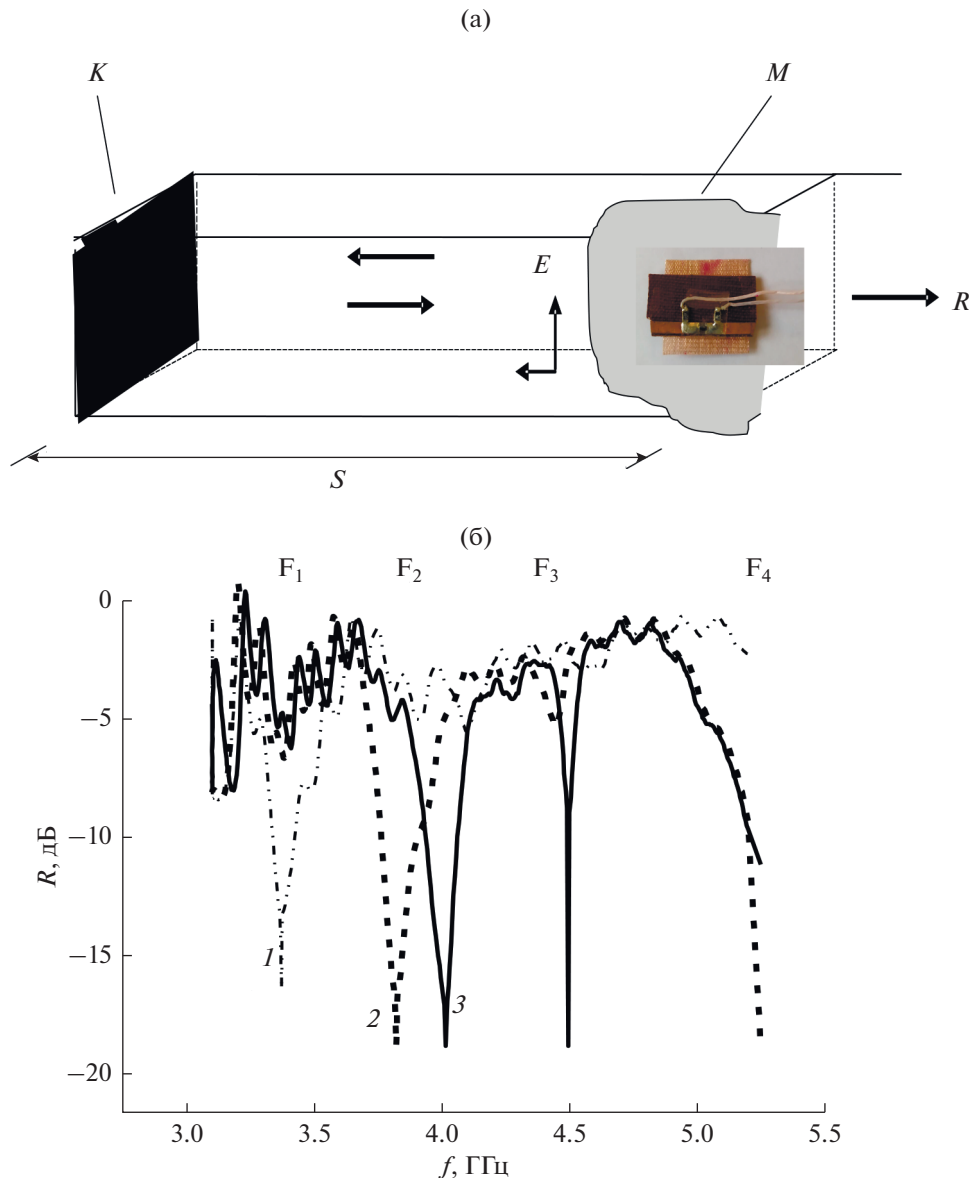


Рис. 5. Схема резонатора Фабри–Перо с медной полоской, нагруженной варактором ВВ857 (а), и измеренные частотные зависимости отражения R (б) при $V_{OC} = 0$ (1), 10 (2), 20 В (3).

полос в основном связана с перестройкой резонатора Фабри–Перо, частота которого определяется не только его геометрическими размерами, но и резонансными свойствами метаструктуры. Для выяснения проведем прямые измерения управляемых характеристик резонатора (рис. 5а, 5б), что представляет и самостоятельный интерес.

Резонатор (см. рис. 5а) представляет собой отрезок волновода, подсоединенный к основному волноводному тракту панорамного измерителя КСВН. На одном конце установлен короткозамыкатель, а на другом конце вдоль оси волновода на расстоянии $s = 110$ мм расположена метаструктура.

Измеряем коэффициенты отражения R в зависимости от частоты при разных V_{OC} на варакторе.

Частотная зависимость R (рис. 5б) представляет собой многополосный электрически управляемый резонансный спектр с полосами F_{1p}, F_{2p}, F_{3p} , (полоса F_{4p} наблюдается частично). При $V_{OC} = 0$ наблюдается полоса F_{1p} (частота $f_{1p}^{0B} = 3.37$ ГГц, глубина $R_{1p}^{0B} = -17$ дБ), полосы F_{2p}, F_{3p} и F_{4p} имеют небольшую глубину и слабо проявляются.

При увеличении напряжения до $V_{OC} = 10$ В глубина R_{1p} минимума полосы F_{1p} значительно уменьшается без изменения частоты ($R_{1p}^{10B} = -5$ дБ, $f_{1p}^{10B} =$

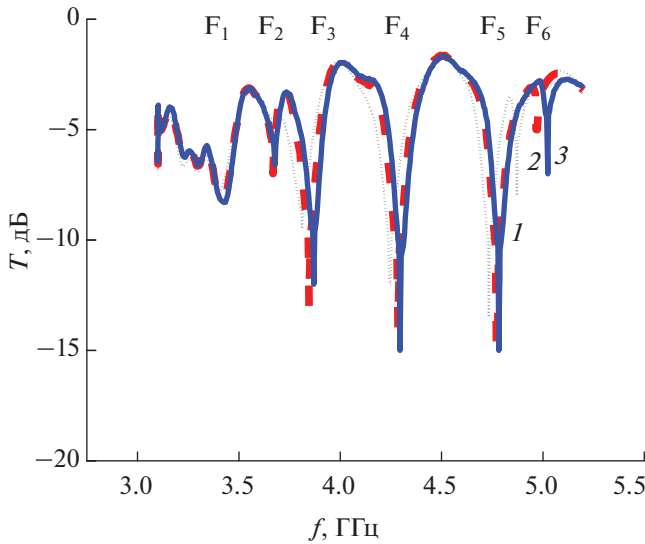


Рис. 6. Измеренные частотные зависимости прохождения T в интерферометре с медной полоской, нагруженной варактором ВВ857, при $V_{OC} = 0$ (1), 10 (2), 20 В (3), расстояние до короткозамыкателя $s = 90$ мм.

$= 3.37$ ГГц), полоса F_{2p} углубляется ($R_{2p\min}^{10B} = -19.5$ дБ, $f_{2p}^{10B} = 3.82$ ГГц), полоса F_{3p} отчетливо проявляется ($R_{3p\min}^{10B} = -5.5$ дБ, $f_{3p}^{10B} = 4.44$ ГГц).

При $V_{OC} = 29$ В полоса F_{1p} остается без изменения, полоса F_{2p} смещается на 0.19 ГГц без изменения глубины ($f_{2p}^{29B} = 4.01$ ГГц, $R_{2p\min}^{29B} = -19.5$ дБ) полоса F_{3p} углубляется, практически не смещаясь ($R_{3p\min}^{29B} = -19.5$ дБ, $f_{3p}^{29B} = 4.49$ ГГц).

Видим, что в зависимости от величины V_{OC} меняются как резонансные свойства метаструктуры (см. рис. 4б), так и характеристики резонатора в соответствующем диапазоне частот.

Эффект проявляется, когда частота резонанса III метаструктуры приближается к частоте резонансной полосы резонатора. Наибольшему влиянию подвергается полоса F_{2p} по мере продвижения резонанса III, охватывающего весь заданный диапазон. В этом случае изменяется глубина и частота полосы F_{2p} . При этом перестраиваемый диапазон и частота полосы F_{2p} резонатора соответствуют диапазону перестройки и частотам управляемых полос интерферометра F_4 и F_5 (см. рис. 4г). Метаструктура из линейных проводников, как один из отражателей резонатора, легко реализуется и практически не вносит диэлектрические потери в интерферограмму, поскольку резонансы I и II (в решетке и LC-контурах) вынесены за пределы исследуемого диапазона частот. Управляемый же (и одновременно управляющий) резонанс III в

продольной полоске возбуждается магнитным микроволновым полем h , и в полоске не наводятся токи полем E .

На рис. 6 представлена динамика интерферограммы интерферометра с метаструктурой при $s = 90$ мм. Интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость T от частоты с полосами запрета F_1 (3.41 ГГц, -7.9 дБ), F_2 (3.67 ГГц, -4.6 дБ), F_3 (3.81 ГГц, -9.5 дБ), F_4 (4.24 ГГц, -12 дБ), F_5 (4.73 ГГц, -13.5 дБ), F_6 (4.87 ГГц, -8 дБ). В отличие от $s = 110$ мм при изменении V_{OC} от 0 до 20 В смещается полоса F_6 на 0.15 ГГц к частоте 5.023 ГГц, полосы F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 сдвигаются незначительно, приблизительно на 0.05 ГГц: F_1^{20B} (3.41 ГГц, -8.2 дБ), F_2^{20B} (3.67 ГГц, -6.6 дБ), F_3^{20B} (3.87 ГГц, -12 дБ), F_4^{20B} (4.29 ГГц, -15 дБ), F_5^{20B} (4.78 ГГц, -15 дБ), F_6^{20B} (5.023 ГГц, -7 дБ). Поскольку при изменении расстояния s меняется длина резонатора Фабри–Перо и, соответственно, его частотный спектр, то меняются также условия и возможности селективной перестройки резонансных кривых, что проявляется на интерферограмме интерферометра.

Варактор МА46Н120. Исследуем свойства интерферометра с метаструктурой, нагруженной варактором МА46Н120, емкость которого меняется в пределах 1.15...0.1 пФ при изменении V_{OC} от 0 до 20 В. Полоска 30×1.5 мм расположена на 1-миллиметровой подложке из текстолита (см. рис. 3б и рис. 7а). Длина медной полоски с данным варактором выбрана равной 30 мм для наблюдения резонанса III в заданном диапазоне длин волн (3...5 ГГц). Результаты исследований приведены на рис. 7б, 7в. Динамика управляемого резонанса III с метаструктурой в прямоугольном волноводе продемонстрирована на частотных зависимостях прохождения T и отражения R , изменяющихся при внешнем воздействии V_{OC} (рис. 7б). Легко видеть, что резонанс III, который проявляется как резонансный минимум коэффициента прохождения T_{\min} , которому соответствует максимум коэффициента отражения R_{\max} , плавно смещается на 0.9 ГГц, от 3.3 ГГц ($T_{\min}^{0B} = -6$ дБ, и $R_{\max}^{0B} = -5$ дБ) до 4.2 ГГц ($T_{\min}^{20B} = -23$ дБ, и $R_{\max}^{20B} = -0.5$ дБ). Отметим, что наряду с широким максимумом отражения наблюдается узкий резонансный минимум $R_{\min} = -22$ дБ на более низких частотах, что характерно при магнитном возбуждении резонанса. При этом изменения резонансных свойств наблюдаются уже при малых значениях V_{OC} (2, 5 В), что связано с отличительными характеристиками варактора МА46Н120.

Исследуем состояние интерферограммы ($s = 110$ мм), измеряя частотную зависимость T на выходе интерферометра при разных величинах напряжения V_{OC} (рис. 7в). В отсутствие V_{OC} интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость T от частоты с узкими полосами запрета $F_1 F_2 F_3 F_4 F_5$ и широкими полосами прозрачности: F_1^{OB} (частота $f_1^{OB} = 3.26$ ГГц, глубина $T_{мин}^{OB} = -9.5$ дБ), F_2^{OB} (3.47 ГГц, -9.5 дБ), F_3^{OB} (3.82 ГГц, -12 дБ), F_4^{OB} (4.02 ГГц, -3.7 дБ), F_5^{OB} (4.16 ГГц, -8.2 дБ), F_6^{OB} (4.6 ГГц, -14 дБ) и F_7^{OB} (5 ГГц, -16 дБ).

Подача напряжения $V_{OC} = 10, 20$ В приводит к селективной перестройке интерферограммы в частотной области 4...4.5 ГГц, соответствующей области возбуждения резонанса в полоске. При $V_{OC} = 10$ В интерферограмма представляет интерференционную зависимость T от частоты с полосами запрета F_1^{10B} (частота $f_1^{10B} = 3.23$ ГГц, глубина $T_{мин}^{10B} = -12$ дБ), F_2^{10B} (3.47 ГГц, -10.5 дБ), F_3^{10B} (3.81 ГГц, -9 дБ), F_4^{10B} (4.06 ГГц, -11.5 дБ), F_5^{10B} (4.36 ГГц, -8 дБ), F_6^{10B} (4.6 ГГц, -11 дБ) и F_7^{10B} (5 ГГц, -15 дБ). Видим, что полоса запрета F_5^{10B} смещается относительно F_5^{OB} на 0.2 ГГц. При этом меняется $T_{мин}$ полосы F_4^{10B} и на месте полосы F_5^{OB} наблюдается полоса прозрачности (-0.5 дБ). Увеличение $V_{OC} = 20$ В незначительно меняет состояние полос F_4^{20B} (4.05 ГГц, -14 дБ) и F_5^{20B} (4.42 ГГц, -11 дБ).

Видим, что применение варактора МА46Н120 приводит к возможности перестройки при меньших значениях V_{OC} , качественно не изменив динамику селективной перестройки интерферограммы, когда со смещением определенных полос запрета на их первоначальном месте наблюдается полоса прозрачности. Потери, наблюдаемые в интерферометре, связаны в основном с потерями в варакторе при низких напряжениях.

2.2. Управление интерферограммой стационарными емкостями

Было изучено, как меняются функциональные свойства интерферометра, когда в разрыв медной полоски впаивалась вместо варактора стационарная емкость с необходимым номиналом, обеспечивающим возбуждение резонанса в заданном диапазоне. Подобрал соответствующую емкость и изменяя ее величину, можно смещать резонанс в полоске, так же как и в случае с варактором при изменении напряжения. Необходимые исследо-

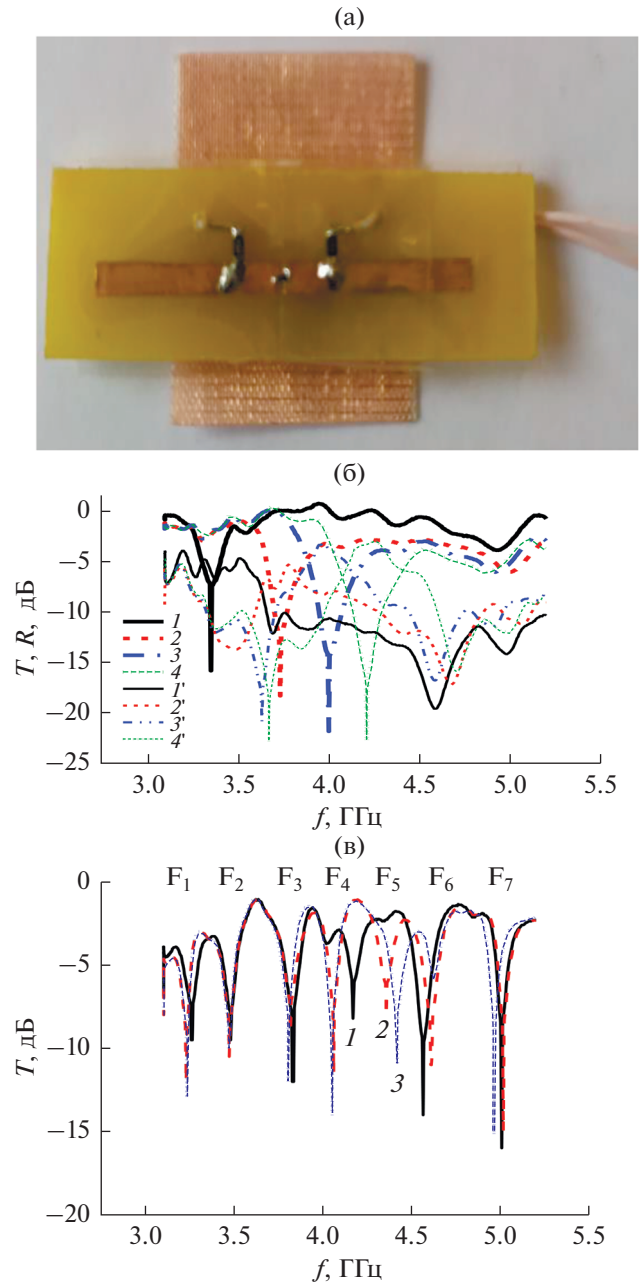


Рис. 7. Фото метаструктуры с медной полоской, нагруженной варактором МА46Н120 (а), и измеренные частотные зависимости прохождения T (1–4) и отражения R (1'–4') в волноводе (б) при $V_{OC} = 2$ (1, 1'), 5 (2, 2'), 10 (3, 3') и 20 В (4, 4'); а также T в интерферометре (в) при $V_{OC} = 0$ (1), 10 (2), 20 В (3).

вания были проведены с тремя метаструктурами, нагруженными разными емкостями C ($C_1 = 1$ пФ, $C_2 = 0.5$ пФ, $C_3 = 0.2$ пФ). Каждая структура выполнена на основе 16×20 мм решетки параллельных проводов в комбинации с расположенной на 0.5-миллиметровой подложке из гетинакса медной полоской 25×1.5 мм с разрывом, нагружен-

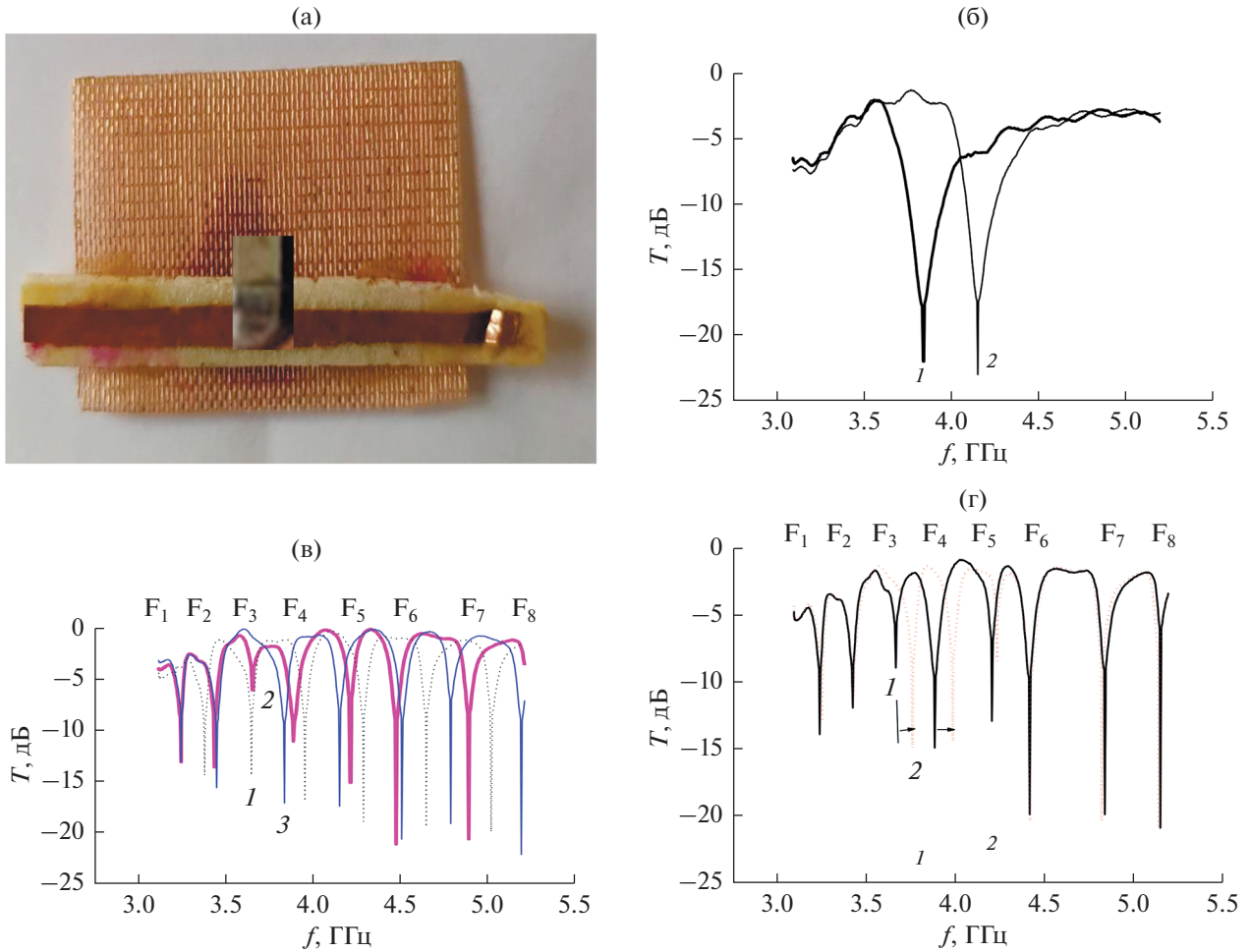


Рис. 8. Фото метасруктуры с медной полоской, нагруженной фиксированной емкостью C (а), и измеренные частотные зависимости прохождения T в волноводе (б) при $C = 1$ (1), 0.5 пФ (2); T в интерферометре (в) в отсутствие метасруктуры (1) при $C = 1$ (2) и 0.2 пФ (3); T в интерферометре (г) при $C = 1$ (1) и 0.5 пФ (2).

ным емкостью C . Фото метасруктуры с емкостью $C_1 = 1$ пФ представлены на рис. 3в и 8а.

Результаты исследований приведены на рис. 8 и 9. Они получены измерениями по изложенной выше схеме: динамика резонанса III (прямоугольный волновод с метасруктурой), состояние интерферограммы (интерферометр с метасруктурой), свойства резонатора (резонатор Фабри–Перо с метасруктурой в качестве одного из отражателей).

Динамика управляемого резонанса III с метасруктурой в прямоугольном волноводе продемонстрирована на частотных зависимостях прохождения T , изменяющихся при изменении емкости (рис. 8б). Легко видеть, что резонанс III, который проявляется как резонансный минимум коэффициента прохождения T_{\min} , наблюдается на разных частотах с разными метасруктурами в зависимости от величины C . При уменьшении C ре-

зонанс смещается к высоким частотам, как и в случае с варактором.

Исследовали состояние интерферограммы ($s = 110$ мм), измеряя частотную зависимость T на выходе интерферометра при разных величинах C , используя разные метасруктуры (рис. 8в, 8г). В отсутствие метасруктуры (кривая 1 рис. 8в) интерферограмма представляет собой интерференционную зависимость T от частоты с узкими полосами запрета $F_1 F_2 F_3 F_4 F_5 F_6$ и широкими полосами прозрачности: F_1 (частота $f_1 = 3.36$ ГГц, глубина $T_{\min} = -14.3$ дБ), F_2 (3.63 ГГц, -14.3 дБ), F_3 (3.94 ГГц, -16.8 дБ), F_4 (4.27 ГГц, -18.8 дБ), F_5 (4.64 ГГц, -19.3 дБ), F_6 (5.0 ГГц, -19.8 дБ). С метасруктурой наблюдается перестройка и особенности в интерферограмме в частотной области, соответствующей области возбуждения резонанса в полоске.

Таблица 1

Полоса запрета	$C_1 = 1 \text{ пФ}$		$C_2 = 0.5 \text{ пФ}$		$C_3 = 0.2 \text{ пФ}$	
	$f_1^{1\text{пФ}}$, ГГц	$T_{1\text{мин}}^{1\text{пФ}}$, дБ	$f_1^{0.5\text{пФ}}$, ГГц	$T_{1\text{мин}}^{0.5\text{пФ}}$, дБ	$f_1^{0.2\text{пФ}}$, ГГц	$T_{1\text{мин}}^{0.2\text{пФ}}$, дБ
F_1	3.23	-13	3.25	-13	3.23	-13
F_2	3.42	-13.5	3.43	-12	3.43	-15.5
F_3	3.64	-6	3.76	-15	3.82	-17
F_4	3.87	-11	4.0	-14.5	4.14	-17.3
F_5	4.2	-15	4.2	-8.5	4.95	-20.5
F_6	4.46	-21	4.42	-20.5	4.78	-19
F_7	4.88	-20.5	4.83	-20.5	5.1	-22
F_8	—	—	5.15	-21	—	—

Так, для $C_1 = 1 \text{ пФ}$ (рис. 8в), $C_2 = 0.5 \text{ пФ}$ (рис. 8г) и $C_3 = 0.2 \text{ пФ}$ (рис. 8в) интерферограмма представляет интерференционную зависимость T от частоты с полосами запрета, представленными в табл. 1.

Сравнивая с интерферограммой пустого интерферометра, отметим появление дополнительных полос запрета и особенностей в интерферограмме в области $F_3^{1\text{пФ}}$ и $F_5^{0.5\text{пФ}}$, определяемых малыми значениями $T_{3\text{мин}}^{1\text{пФ}}$ и $T_{5\text{мин}}^{0.5\text{пФ}}$ в частотной области, соответствующей частотам резонанса III (см. рис. 8б). Для емкости $C_3 = 0.2 \text{ пФ}$, когда резонанс III удаляется практически за пределы диапазона, число интерференционных полос уменьшается и соответствует пустому интерферометру. Видим также, что изменение емкости от 1 до 0.5 пФ приводит к селективной перестройке частот полос F_3 и F_4 при сохранении положения других полос запрета (рис. 8г).

Результаты измерений коэффициентов отражения R от резонатора Фабри–Перо в случае $C_1 = 1 \text{ пФ}$ и $C_2 = 0.5 \text{ пФ}$ приведены на рис. 9. Из рис. 9б видно, что частотная зависимость R представляет собой резонансный спектр с полосами $F_{1\text{р}}$, $F_{2\text{р}}$.

При этом в зависимости от C резонансные эффекты эффективно проявляются на разных частотах. Так, при $C_1 = 1 \text{ пФ}$ наблюдается полоса $F_{1\text{р}}^{1\text{пФ}}$ (частота $f_{1\text{р}}^{1\text{пФ}} = 3.58 \text{ ГГц}$, глубина $R_{1\text{рмин}}^{1\text{пФ}} = -20 \text{ дБ}$), полоса $F_{2\text{р}}^{1\text{пФ}}$ имеет небольшую глубину и слабо проявляется. С уменьшением величины C ($C_2 = 0.5 \text{ пФ}$) глубина $R_{1\text{рмин}}^{0.5\text{пФ}}$ полосы $F_{1\text{р}}^{1\text{пФ}}$ значительно уменьшается без изменения частоты ($R_{1\text{рмин}}^{0.5\text{пФ}} = -2 \text{ дБ}$, $f_{1\text{р}}^{0.5\text{пФ}} = 3.58 \text{ ГГц}$), полоса же $F_{2\text{р}}^{0.5\text{пФ}}$ углубляется и наблюдается на более высоких частотах, ($R_{2\text{рмин}}^{0.5\text{пФ}} = -18.5 \text{ дБ}$, $f_{2\text{р}}^{0.5\text{пФ}} = 4.57 \text{ ГГц}$). Видим, что в зависимости от величины C резонансные эффекты метаструктуры как в волноводе (рис. 8б), так и в резонаторе наблюдаются на разных частотах. При этом частоты полос $F_{1\text{р}}^{1\text{пФ}}$ и $F_{2\text{р}}^{10.5\text{пФ}}$ резонатора соответствует частотам резонанса III в волноводе ($f_{\text{волн}}^{1\text{пФ}} = 3.84 \text{ ГГц}$, $f_{\text{волн}}^{0.5\text{пФ}} = 4.16 \text{ ГГц}$).

Таким образом, наблюдаем влияние резонанса в метаструктуре, который перестраивается с изменением стационарной емкости, на интерфе-

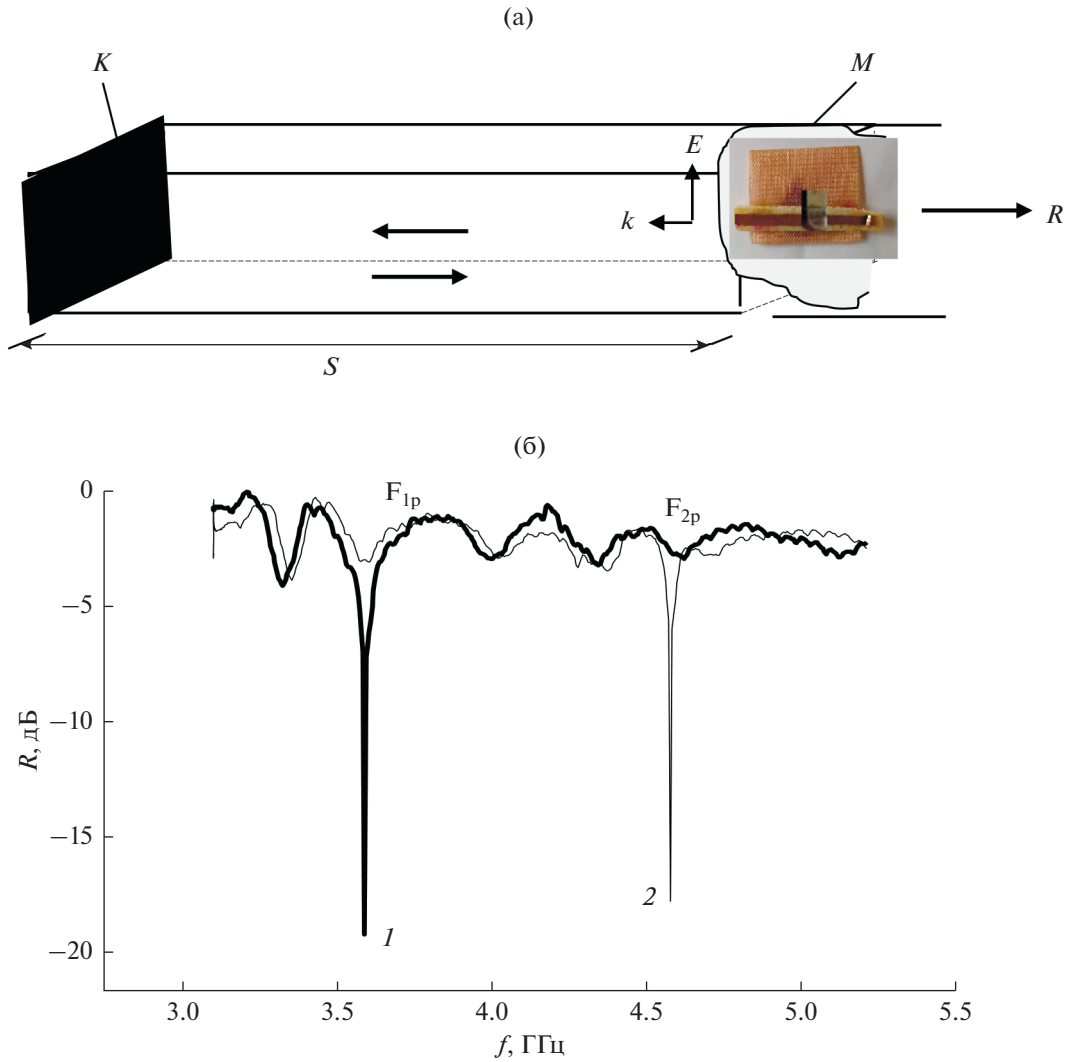


Рис. 9. Схема резонатора Фабри–Перо с медной полоской, нагруженной фиксированной емкостью (а), и измеренные частотные зависимости отражения R (б) при $C = 1$ (1) и 0.5 пФ (2).

ренционный спектр резонатора Фабри–Перо и интерферограмму при сближении их частот.

2.3. Изменение длины полоски для перестройки интерферограммы

Рассмотрим еще одну возможность перестройки резонанса III. Для этого воспользуемся несколькими метаструктурами, отличающимися разными длинами полоски. Приведем результаты исследований по изложенной выше схеме (в прямоугольном волноводе и интерферометре). Фото одной из метаструктур представлено на рис. 3г и 10а, где медная полоска шириной 1.5 мм расположена на 1 -миллиметровой подложке из пенопласта ортогонально и асимметрично проводам решетки

20×16 мм. Длина полоски l_p меняется: $l_p = 25, 23, 20$ мм.

На рис. 10б продемонстрирована динамика резонанса III в прямоугольном волноводе на частотных зависимостях прохождения T . Легко видеть, что резонанс III, который проявляется как резонансный минимум коэффициента прохождения T_{\min} , наблюдается на разных частотах с разными метаструктурами в зависимости от l_p . С уменьшением l_p резонанс смещается к высоким частотам, как и следует ожидать. Из рис. 10б видно, что для $l_p = 25$ мм резонанс наблюдается на 4.4 ГГц ($T_{\min} = -28$ дБ) и смещается на 0.6 ГГц для $l_p = 20$ мм. Коэффициент отражения R характеризуется максимумом R_{\max} на частоте T_{\min} и резонансным минимумом R_{\min} , который проявляется ниже частоты

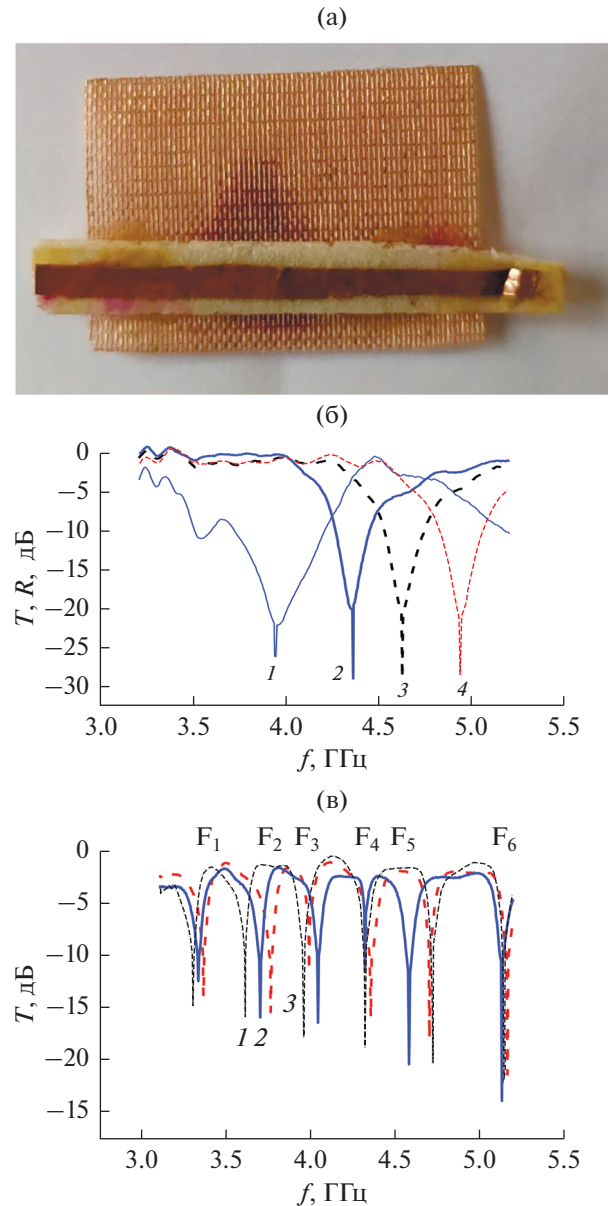


Рис. 10. Фото метаструктуры с медной полоской длиной l_p (а) и измеренные частотные зависимости прохождения T и отражения R при разных l_p : б) R в волноводе, $l_p = 25$ (1), и T при $l_p = 25$ (2), 23 (3) и 20 мм (4); в) T в интерферометре в отсутствие метаструктуры (1) и при $l_p = 23$ (2), 20 мм (3).

R_{\max} , что характерно при магнитном возбуждении резонанса. В случае $l_p = 25$ мм R_{\min} (–25 дБ) наблюдается на 3.9 ГГц, тогда как R_{\max} на частоте 4.5 ГГц.

Частотные зависимости T в интерферометре при $l_p = 23$ и 20 мм представлены на рис. 10в. В отличие от метаструктур с варактором наблюдаем незначительное изменение потерь по сравнению с пустым интерферометром (без метаструктуры). Интерферограмма представляет интерференци-

онную зависимость T от частоты с полосами запрета:

F_{1/l_p}^{23} (3.3 ГГц, –11.5 дБ), F_{2/l_p}^{23} (3.7 ГГц, –15 дБ), F_{3/l_p}^{23} (4 ГГц, –15 дБ), F_{4/l_p}^{23} (4.3 ГГц, –10.5 дБ), F_{5/l_p}^{23} (4.6 ГГц, –19.5 дБ), и F_{6/l_p}^{23} (5.1 ГГц, –23 дБ). Для $l_p = 20$ мм состояние интерферограммы характеризуется частотной зависимостью T с полосами запрета:

F_{1/l_p}^{20} (3.4 ГГц, –13 дБ), F_{2/l_p}^{20} (3.75 ГГц, –14.5 дБ), F_{3/l_p}^{20} (3.95 ГГц, –10.5 дБ), F_{4/l_p}^{20} (4.3 ГГц, –15 дБ), F_{5/l_p}^{20}

(4.7 ГГц, -17 дБ) и $F_{6/n}^{20}$ (5.16 ГГц, -21 дБ). Видим, что полоса $F_{5/n}^{20}$ сместилась на 0.1 ГГц относительно $F_{5/n}^{23}$, от 4.6 до 4.7 ГГц с небольшим изменением глубины. На этих же частотах перестраивается резонанс III в метаструктуре при соответствующем изменении I_n , как следует из волноводных изменений (см. рис. 10б).

Таким образом, каким бы способом ни перестраивался резонанс III в метаструктуре (изменением величины V_{OC} при использовании варакторов, изменением стационарных емкостей C или длины полоски), его перестройка приводит к селективному воздействию на полосу запрета.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показали возможность создания селективно управляемых многополосных микроволновых фильтров на основе модифицированного h -плоскостного волноводного тройникового интерферометра с метаструктурой. Метаструктура содержит частопериодическую решетку параллельных медных проводов, внедренных в диэлектрическую пленку, и ортогонально асимметрично расположенную медную полосу с разрывом при использовании разных способов управления резонансными свойствами (варакторами, применением стационарных емкостей или вариацией размеров). Метаструктуру помещаем вдоль направления распространения волны в закороченное h -плечо на расстоянии s от короткозамыкателя, образуя конфигурацию резонатора Фабри–Перо.

Предложено новое применение метаструктуры в качестве отражателя резонатора Фабри–Перо для управления.

Показано, что перестройка полос резонатора и интерферометра связана с влиянием резонанса в метаструктуре и происходит при приближении частоты резонанса в метаструктуре к соответствующей интерференционной полосе. Показана возможность селективного управления частотой полосы в трехполосном резонаторе Фабри–Перо и модифицированном семиполосном тройниковом интерферометре.

При экспериментальных исследованиях частотных зависимостей коэффициентов прохождения в семиполосном интерферометре обнаружено, что с изменением напряжения на варакторе в пределах 0...29 В две интерференционные полосы запрета могут смещаться на 0.2 ГГц, при этом на месте исходных полос запрета наблюдаются полосы прозрачности. Обнаружено соответствие между частотами и перестраиваемым диапазоном

интерференционных полос в интерферометре и резонаторе Фабри–Перо.

Селективное воздействие резонанса в метаструктуре на интерферограмму демонстрируется и подтверждается при использовании управления резонансными свойствами метаструктуры разными способами: с помощью варакторов, вариацией стационарных емкостей или изменением длины полоски.

Показано, что простейшая метаструктура, выполненная только из линейных проводов резонансного размера, может быть использована для управления многополосной фильтрацией. Поскольку эффект в основном связан с резонансными свойствами метаструктуры, то может представлять интерес исследование и других метаструктур, как выбранных из большого их разнообразия, так и оригинальных.

Полученные результаты полезны при разработке электрически селективно управляемых многополосных фильтров для многофункциональных и многоканальных применений в системах связи.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания ИРЭ РАН по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cameron R., Kudsia C., Mansour R.* // Microwave Filters for Communication Systems: Fundamentals, Design, and Applications. N.Y.: John Wiley & Sons, 2018.
2. *Butylkin V., Kazantsev Y., Kraftmakher G., Mal'tsev V.* // Appl. Phys. A. 2017. V. 123. № 1. P. 57.
3. *Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н.* // Письма в ЖТФ. 2015. Т. 41. № 15. С. 16.
4. *Банков С.Е., Дупленкова М.Д., Фролова Е.В.* // Журн. радиоэлектроники. 2013. № 7. <http://jre.cplire.ru/jre.jul13/9/text.pdf>
5. *Antonenko J.V., Gribovsky A.V., Kuzmichev I.K.* // Telecommunications and Radio Engineering 2018. V. 77. № 12. P. 1029.
6. *Krupka J., Cwikla A., Mrozowski M. et al.* // IEEE Trans. 2005. V. UFFC-52. № 9. P. 1443.
7. *Liu Z.G., Zhang W.X., Fu D.L. et al.* // Microwave Optical Technol. Lett. 2008. V. 50. № 6. P. 1623.
8. *Kumar M.S., Choukiker Y.K.* // IET Microwaves, Antennas & Propagation. 2018. V. 12. № 15. P. 2364.
9. *Al-Yasir Y.I.A., Parchin, N.O., Abd-Alhameed R.A. et al.* // Electronics. 2019. V. 8. № 1. P. 114.
10. *Fok M.P., Ge J.* // Photonics. 2017. V. 4. № 4. P. 45.
11. *Устинова И.А., Никитин А.А., Кондрашов А.В. и др.* // Письма в ЖТФ. 2016. Т. 42. № 17. С. 20.

12. Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н., Мальцев В.П. // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 109. № 4. С. 224.
13. Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н., Мальцев В.П. // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1070.
14. Kraftmakher G.A., Butylkin V.S., Kazantsev Yu.N., Mal'tsev V.P. // J. Phys.: Conf. Ser. 2020. V. 1461. № 1. P. 012074.
15. Kraftmakher G., Butylkin V. // Advanced Electromagnetics. 2012. V. 1. № 2. P. 16.
16. Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 7. С. 38.
17. Kraftmakher G., Butylkin V., Kazantsev Y., Maltsev V. // Electron. Lett. 2017. V. 53. № 18. P. 1264.
18. Kraftmakher G.A., Butylkin V.S., Kazantsev Yu.N. et al. // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 6. <http://jre.cplire.ru/jre/jun20/text.pdf>.
19. Stone J.M. // Radiation and Optics: An Introduction to the Classical Theory. N.Y.: McGraw-Hill, 1963.
20. Бутылкин В.С., Крафтмахер Г.А. // РЭ. 2008. Т. 53. № 1. С. 5.
21. Бутылкин В.С., Крафтмахер Г.А., Мальцев В.П. // РЭ. 2009. Т. 54. № 10. С. 1184.
22. Шевченко В.В. // РЭ. 2010. Т. 55. № 9. С. 1052.
23. Аненков В.В., Шевченко В.В. // РЭ. 2011. Т. 56. № 10. С. 1194.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 517.54:517.385:530.145

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О СТРУКТУРЕ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ ПРИ ПАДЕНИИ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ПОЛУПРОЗРАЧНЫЙ НЕОДНОРОДНЫЙ ПЛАЗМЕННЫЙ СЛОЙ (МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА)

© 2021 г. Е. А. Палкин^{а, *}, А. А. Петрович^б

^аРоссийский новый университет,
ул. Радио, 22, Москва, 105005 Российская Федерация

^бМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141701 Российская Федерация

*E-mail: palkin@rosnou.ru

Поступила в редакцию 09.07.2020 г.

После доработки 09.07.2020 г.

Принята к публикации 27.07.2020 г.

Рассмотрены различные асимптотические представления точного решения задачи о наклонном падении плоской волны на плазменный слой конечной толщины с параболическим профилем электронной плотности. Большим параметром асимптотик является отношение толщины слоя к длине волны. Проанализированы три случая: отражающего в геометрооптическом (ГО) приближении слоя, прозрачного в ГО-приближении слоя и критического слоя. Показано, что в значимой окрестности критического значения параметров слоя (для заданных характеристик падающей волны) существенным является эффект полупрозрачности, для адекватного учета которого и предложены корректные асимптотики. Представлены результаты численного моделирования структуры волнового поля в условиях значимого эффекта полупрозрачности и проведено их сравнение с ГО-решением.

DOI: 10.31857/S0033849421010071

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Волновые эффекты, связанные с формированием в полупрозрачных неоднородных плазменных слоях отраженных и прошедших через слой волн, наиболее просто исследовать в рамках модельной задачи о падении плоской волны на плоскостроистую неоднородную плазму с параболическим профилем распределения электронной плотности. Поэтому рассмотрим параметрическую модель неоднородного по координате x плазменного слоя, квадрат показателя преломления которого задан формулой

$$n^2(x) = 1 - \beta^2(a^2 - x^2) \quad x \in [-a, +a]. \quad (1)$$

Вне слоя будем считать, что $n^2(x) = 1$. В соотношении (1) $2a$ толщина слоя, β – “плотность” слоя, положительная величина равная отношению плазменной частоты в максимуме электронной плотности слоя к частоте падающего монохроматического излучения, деленная на полутолщину слоя.

Такая модель позволяет провести анализ формирования структуры волнового поля в области значимых параметров, соответствующих значимому эффекту полупрозрачности.

Реальные ионосферные плазменные слои имеют более сложную структуру, однако в области максимума электронной плотности, где эффект полупрозрачности наиболее существенен, данная модель является достаточной для оценки величины эффекта.

Модель параболического плазменного слоя неоднократно использовалась при исследовании основных эффектов при отражении электромагнитных волн от ионосферной плазмы (см., например, [1] и цитируемую там литературу). Кроме того, данная модель используется в квазиклассическом подходе к описанию эффектов подбарьерного туннелирования и надбарьерного отражения в квантовомеханических задачах (см., например, [2]). Однако в большинстве случаев рассмотрение носит качественный или оценочный характер в предположении почти полностью отражающего или почти прозрачного слоя.

В данной работе мы рассмотрим существенно значимые волновые эффекты, имеющие место именно в переходной области параметров, когда эффекты отражения и прохождения через слой соизмеримы. Такой плазменный слой мы далее будем называть полупрозрачным. Заметим, что

именно при условии полупрозрачности нижнего ионосферного слоя происходит дифракционное возбуждение межслоевых волноводных ионосферных каналов. Исследование количественных соотношений для формирующихся отраженной слоем и прошедшей через слой волн имеет большое значение для корректного учета возникающих явлений. Основным математическим методом для решения данной задачи служит построение равномерных и неравномерных асимптотических представлений точного решения. Параметром асимптотических разложений (большим параметром) является отношение толщины слоя к длине волны в свободном пространстве.

2. АСИМПТОТИКИ ТОЧНОГО РЕШЕНИЯ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим падение плоской монохроматической волны, направленной под углом θ , снизу на неоднородный слой плазмы (1) (рис. 1). Учитывая однородность задачи по оси y , представим решение соответствующего уравнения (уравнения Гельмгольца) в виде

$$\psi(x, y) = \psi_x(x) \exp(iky \sin \theta), \quad (2)$$

где функция $\psi_x(x)$ является решением уравнения внутри слоя –

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi_x(x) + k^2(\cos^2 \theta - \beta^2(a^2 - x^2)) \psi_x(x) = 0; \quad (3)$$

$$x \in [-a, +a],$$

а вне слоя –

$$\frac{d^2}{dx^2} \psi_x(x) + k^2 \cos^2 \theta \psi_x(x) = 0; \quad x \notin [-a, +a];$$

$$ka \gg 1.$$

В качестве нормировочного условия рассматриваем падение плоской волны единичной амплитуды из области $x \leq -a$

$$\psi(x, y) = \exp\{ik[(x+a) \cos \theta + y \sin \theta]\} \quad (4)$$

и отсутствие волны, падающей на слой сверху, из области $x \geq a$.

Общее решение задачи (3) для комплексной амплитуды $\psi_x(x)$ представляется через функции параболического цилиндра (функции Вебера–Эрмита [3], обозначенные далее как $D_{\nu, k}^{\pm}(X)$) в виде суперпозиции двух линейно независимых функций [4, 5]:

$$\psi_x(x) = \exp\left(\frac{i}{2} kx^2 \beta\right) \times$$

$$\times \{C_+ D_{\nu, k}^+(X(x)) + C_- D_{\nu, k}^-(X(x))\}. \quad (5)$$

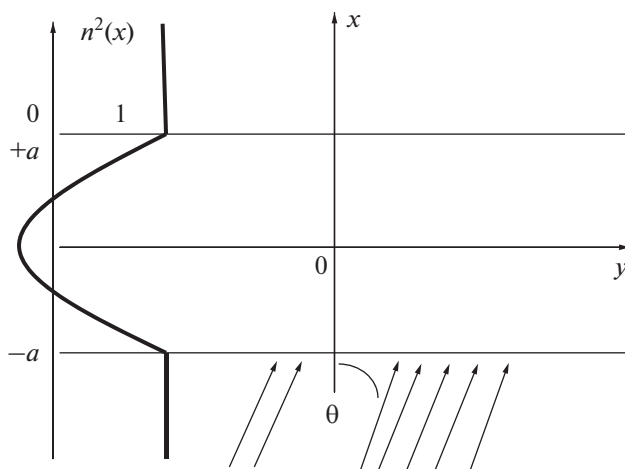


Рис. 1. Геометрия эталонной задачи.

Здесь и далее используются следующие обозначения [5]:

$$X = 2x\beta^{1/2}, \quad \nu = \left(\frac{\beta^2 a^2 - \cos^2 \theta}{2\beta}\right), \quad (6)$$

$$\Gamma = -k\pi\nu, \quad \text{и при } \nu > 0, \quad x_0 = \frac{\sqrt{2\nu}}{\beta^{1/2}},$$

$$D_{\nu, k}^{\pm}(X) = \int_{\gamma^{\pm}} \exp\{ik(t^2 + tX + \nu \ln t)\} t^{-1/2} dt. \quad (7)$$

В соотношении (7) контур γ^{\pm} определен так, что интеграл сходится при любых (конечных) комплекснозначных X и ν : начинается в третьем квадранте комплексной плоскости переменной t и уходит на бесконечность в первом квадранте, огибая сверху (контур γ^+), или снизу (контур γ^-) точку “0” (рис. 2). Для выделения регулярной ветви логарифмической функции и функции квадратного корня в плоскости переменной t введен разрез от точки “0”, не затрагивающий контур γ^{\pm} , а именно: вдоль отрицательной полуоси $\{\text{Im } t \leq 0, \text{Re } t = 0\}$ для контура γ^+ ; или вдоль положительной полуоси $\{\text{Im } t \geq 0, \text{Re } t = 0\}$ для контура γ^- . Выбор контура γ^{\pm} (контур γ^+ , или контур γ^-) определяет особенности интеграла (6), значимые для построения асимптотических разложений решения (5) [6].

Анализ решения (5) начнем с определения коэффициентов C_+ и C_- . Для этого в областях $-a + \varepsilon > x \geq -a$ и $+a - \varepsilon < x \leq +a$ (здесь $\varepsilon > 0$ – параметр, задающий некоторую окрестность границ слоя) рассмотрим асимптотики функций $D_{\nu, k}^{\pm}(X)$, главный член которых представляет решение (5) в виде квазиплоских волн, идущих к не-

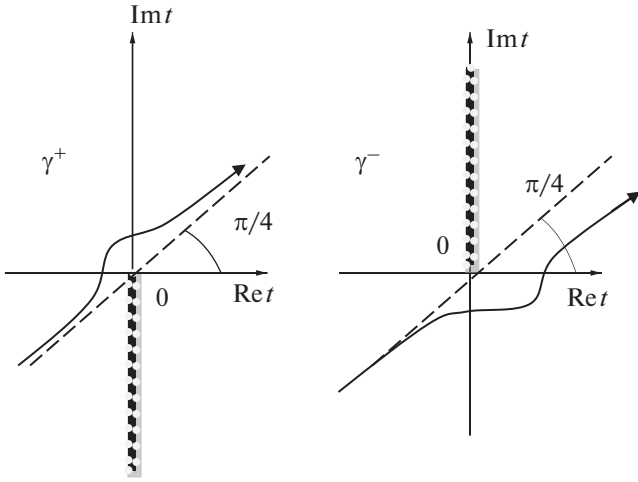


Рис. 2. Контурсы интегрирования γ^\pm для определения функций $D_{k,v}^\pm(X)$.

однородному слою или от него. При этом структура асимптотических разложений существенно зависит от значения параметра v . Для $v > 0$ имеет место решение, соответствующее “отражающему” (в ГО-приближении) слою, для $v < 0$ – “прозрачному” (в ГО-приближении) слою, а для $v = 0$ – “полупрозрачному” слою, разделяющему падающую волну на две, отраженную и прошедшую, с равными амплитудами.

Следуя работам [4, 5] и используя результаты работы [6], получим следующую последовательность математических соотношений.

1. Для “отражающего” слоя ($v > 0$) имеет место асимптотическое разложение типа Вентцеля–Крамерса–Бриллюэна (ВКБ) (или ГО-асимптотика):

а) в области $-a \leq x < -x_0 < 0$,

$$D_{v,k}^+(X(x)) \cong k^{-1/2} [\exp(i\Theta_1)l_1 + \exp(i\Theta_2)l_2], \quad (8)$$

где

$$\Theta_{1,2} = k \left\{ \frac{\beta}{2} \left(-x^2 \mp |x| \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} \right) + v \left[\ln \left(\frac{\beta^{1/2}}{2} \left(|x| \pm \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} \right) \right) - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (9)$$

$$l_{1,2} = \frac{\sqrt{\pi}}{\beta^{1/4} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta} \right)^{1/4}} \exp\left(\pm i \frac{\pi}{4}\right), \quad (10)$$

а значит, при $x = -a$

$$\Theta_{1,2} = k \left\{ \frac{a}{2} (-\beta a \mp \cos \theta) + v \left[\ln \left(\frac{1}{2\beta^{1/2}} (\beta a \pm \cos \theta) \right) - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (11)$$

$$l_{1,2} = \frac{\sqrt{\pi}\beta^{1/4}}{\sqrt{\cos \theta}} \exp\left(\pm i \frac{\pi}{4}\right). \quad (12)$$

В формулах (9)–(12) верхний знак комбинаций \pm, \mp соответствует индексу “1”, нижний – индексу “2”, а сами индексы означают: “1” – ВКБ-компонента асимптотики функции $D_{v,k}^+(X(x))$, связанной с падающей на слой волной, а “2” – ВКБ-компонента отраженной слоем волны.

Для амплитудных множителей $l_{1,2}$ (формулы (10) и (12)) здесь и далее приводятся только главные члены асимптотического ряда по $(ka)^{-1}$.

б) В области $+a \geq x > x_0 > 0$

$$D_{v,k}^+(X(x)) \cong k^{-1/2} \exp(i\Theta_1 + \Gamma)l_1, \quad (13)$$

где

$$\Theta_1 = k \left\{ \frac{\beta}{2} \left(-x^2 - x \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} \right) + v \left[\ln \left(\frac{\beta^{1/2}}{2} \left(x + \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} \right) \right) - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (14)$$

$$l_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{\beta^{1/4} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta} \right)^{1/4}} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right), \quad (15)$$

а значит, при $x = +a$

$$\Theta_1 = k \left\{ \frac{a}{2} (-\beta a - \cos \theta) + v \left[\ln \left(\frac{1}{2\beta^{1/2}} (\beta a + \cos \theta) \right) - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$l_1 = \frac{\sqrt{\pi}\beta^{1/4}}{\sqrt{\cos \theta}} \exp\left(-i \frac{\pi}{4}\right). \quad (17)$$

При этом ВКБ-асимптотика (13) относится к компоненте волны, падающей на слой сверху.

Используя теперь функциональное соотношение, следующее из определения (7):

$$D_{v,k}^-(X) = D_{v,k}^+(-X) \exp\left(i \frac{\pi}{2} - \Gamma\right), \quad (18)$$

из которого вытекают аналогичные соотношения и для асимптотических разложений функций $D_{v,k}^\pm(X)$, и выделяя согласно (8) и (13) в асимптотике представления (5) члены, соответствующие

волнам, бегущим к слою и от слоя, получим из граничных условий (4) искомую нормировку:

$$C_+ \cong k^{1/2} \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\sqrt{\pi} \beta^{1/4}} \frac{1}{(1 + \exp(2\Gamma))} \exp\left(i\Phi_0 - i\frac{\pi}{4}\right), \quad (19)$$

$$\Phi_0 = k \left\{ \frac{a \cos \theta}{2} - v \left[\ln \left(\frac{a\beta + \cos \theta}{2\beta^{1/2}} \right) - \frac{1}{2} \right] \right\}, \quad (20)$$

$$C_- = C_+ \exp(2\Gamma). \quad (21)$$

В частности, для отраженной (отр) слоем и прошедшей (прош) слоем волн, представленных в форме ВКБ-асимптотики (квазиплоские волны)

$$\psi(x, y) = A(x) \exp(i\Phi(x) + ik y \sin \theta), \quad (22)$$

в рассматриваемых областях неоднородного слоя получаем

$$\Phi_{\text{отр}}(x) = k \left\{ \frac{a \cos \theta}{2} + \frac{|x|\beta}{2} \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} + v \ln \left[\frac{|x| - \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}}}{a + \frac{\cos \theta}{\beta}} \right] \right\}, \quad (23)$$

$$A_{\text{отр}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\beta^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta}\right)^{1/4}} \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right)}{(1 + \exp(2\Gamma))} \quad (24)$$

и

$$\Phi_{\text{прош}}(x) = k \left\{ \frac{a \cos \theta}{2} + \frac{x\beta}{2} \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} + v \ln \left[\frac{x - \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}}}{a + \frac{\cos \theta}{\beta}} \right] \right\}, \quad (25)$$

$$A_{\text{прош}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\beta^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta}\right)^{1/4}} \frac{\exp(\Gamma)}{(1 + \exp(2\Gamma))}. \quad (26)$$

Из (23)–(26) при $x = -a$ и $x = +a$ следуют формулы для комплексных коэффициентов отражения и прохождения для условия $v > 0$ (см. также [5]):

$$R_{v>0} = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{2}\right)}{(1 + \exp(2\Gamma))} \times \exp \left\{ ik \left[a \cos \theta + v \ln \left(\frac{a\beta - \cos \theta}{a\beta + \cos \theta} \right) \right] \right\}, \quad (27)$$

$$T_{v>0} = \frac{\exp(\Gamma)}{(1 + \exp(2\Gamma))} \times \exp \left\{ ik \left[a \cos \theta + v \ln \left(\frac{a\beta - \cos \theta}{a\beta + \cos \theta} \right) \right] \right\}. \quad (28)$$

Отметим также, что падающая (пад) на слой волна, заданная в ВКБ форме (22) в области $-a \leq x < -x_0 < 0$, имеет следующие представления для фазовой и амплитудной функций:

$$\Phi_{\text{пад}}(x) = k \left\{ \frac{a \cos \theta}{2} - \frac{|x|\beta}{2} \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} + v \ln \left[\frac{|x| + \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}}}{a + \frac{\cos \theta}{\beta}} \right] \right\}, \quad (29)$$

$$A_{\text{пад}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\beta^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta}\right)^{1/4}}. \quad (30)$$

2. Для модели “прозрачного” слоя ($v < 0$) последовательность соответствующих математических соотношений такова:

а) в области $-a \leq x < 0$

$$D_{v,k}^+(X(x)) \cong k^{-1/2} [\exp(i\Theta_1)l_1 + \exp(i\Theta_2 + \Gamma)l_2], \quad (31)$$

где величины l_1 и l_2 представлены формулой (10), величина Θ_1 – формулой (9), а величина Θ_2 отличается от соответствующего выражения в (9) только изменением знака в выражении под логарифмом:

$$\Theta_2 = k \left\{ \frac{\beta}{2} \left(-x^2 - |x| \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} \right) + v \ln \left[\frac{\beta^{1/2} \left(\sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} - |x| \right)}{2} \right] - \frac{1}{2} \right\}. \quad (32)$$

Как и в случае “отражающего” слоя, индекс “1” – отвечает ВКБ-компоненте асимптотики (31) функции $D_{v,k}^+(X(x))$, связанной с падающей на слой волной, а “2” – ВКБ-компоненте отраженной “прозрачным” слоем волны. Особенности ВКБ асимптотических представлений в данном случае имеют место в окрестности точки $x = 0$, т.е. в области максимума слоя, который представляет “границу раздела” областей применимости различных асимптотик ВКБ типа для функции $D_{v,k}^+(X(x))$. Для “отражающего” слоя, как это видно из формул (9), (10), (14), (15), (23)–(26), (29), (30) такой границей служит критический уровень $x = \pm x_0$.

б) В области $+a \geq x > 0$ справедлива асимптотика (13) с учетом того факта, что теперь $\Gamma > 0$.

Для величин l_1 и Θ_1 справедливы формулы (14) и (15). При этом, как и в предыдущем случае, ВКБ-асимптотика (13) относится к компоненте волны, падающей на слой сверху.

Формулы (19)–(21) определяют регулярные по v выражения для коэффициентов C_+ и C_- решения (5), поэтому они могут использоваться и для $v < 0$, и для $v = 0$. В частности, нетрудно показать, что используя функциональное соотношение (18) и выделяя на уровне $x = -a$ компоненты асимптотических представлений решения (5), отвечающие падающей снизу на слой волне единичной амплитуды, а на уровне $x = +a$ компоненты падающей сверху на слой волне (нулевой амплитуды), вновь получаем нормировку (19)–(21).

В отличие от коэффициентов C_+ и C_- , ВКБ-асимптотики точного решения (5) не являются равномерными по v . Поэтому продолжить формулы (23)–(28) для асимптотики вида (22) из области $v > 0$ в область $v < 0$ нельзя. В этой области значений параметра v , используя разложения (31) и (13) для функций $D_{v,k}^\pm(X(x))$, получим:

а) для $-a \leq x < 0$

$$\Phi_{\text{отр}}(x) = k \left\{ \frac{a \cos \theta}{2} + \frac{|x|\beta}{2} \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} + v \ln \left[\frac{\sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} - |x|}{a + \frac{\cos \theta}{\beta}} \right] \right\}, \quad (33)$$

$$A_{\text{отр}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\beta^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta}\right)^{1/4}} \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{2} + \Gamma\right)}{(1 + \exp(2\Gamma))}, \quad (34)$$

б) для $0 < x \leq +a$ также $\Phi_{\text{прош}}(x)$ задается формулой (25), а

$$A_{\text{прош}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\beta^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta}\right)^{1/4}} \frac{\exp(2\Gamma)}{(1 + \exp(2\Gamma))}. \quad (35)$$

Для падающей на слой волны вида (22) в области $-a \leq x < 0$ остаются справедливыми формулы (29), (30).

Из выражений (25), (33)–(35), определенных при $x = -a$ и $x = +a$ следуют формулы для ком-

плексных коэффициентов отражения и прохождения для случая $v < 0$ (см. также [5]):

$$R_{v<0} = \frac{\exp\left(-i\frac{\pi}{2} + \Gamma\right)}{(1 + \exp(2\Gamma))} \times \exp\left\{ ik \left[a \cos \theta + v \ln \left(\frac{\cos \theta - a\beta}{\cos \theta + a\beta} \right) \right] \right\}, \quad (36)$$

$$T_{v<0} = \frac{1}{(1 + \exp(-2\Gamma))} \times \exp\left\{ ik \left[a \cos \theta + v \ln \left(\frac{\cos \theta - a\beta}{\cos \theta + a\beta} \right) \right] \right\}. \quad (37)$$

3. Равномерное по v обобщение формул (22)–(28) и (33)–(37) строится на основе асимптотики точного решения с применением в асимптотическом разложении функций $D_{v,k}^\pm(X(x))$ интегральной функции Бемера–Френеля (или гамма-функции комплексного аргумента) [4, 6].

Такое асимптотическое представление позволяет связать (асимптотически) указанные формулы в области $v \sim 0$, поскольку данная асимптотика справедлива как для положительных, так и для отрицательных значений v , включая и значение $v = 0$. Следуя [6], используем следующее асимптотическое разложение функции $D_{v,k}^+(X(x))$:

а) в области $-a \leq x < 0$,

$$D_{v,k}^+(X(x)) \cong \exp(i\Theta_1) l_1 + \exp(i\Theta_2) B^-(\lambda(v)) l_2, \quad (38)$$

где Θ_1 и l_1 все также определяются формулами (9) и (10) и соответствующее слагаемое в (38) отвечает квазиплоской волне, падающей снизу на неоднородный слой, а второе слагаемое, содержащее интеграл Бемера–Френеля [3]

$$B^-(X) = \int_{\gamma^-} \exp\{i(-t + X \ln t)\} t^{-1/2} dt \quad (39)$$

(контур γ^- для знака “-” проходит, огибая точку “0” сверху, по нижней части комплексной плоскости переменной t с разрезом от точки “0” вдоль отрицательной части мнимой оси), представляет отраженную слою волну. При этом

$$\Theta_2 = k \left\{ \frac{\beta}{2} \left(-x^2 + |x| \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} \right) + v \ln \left[\frac{\beta^{1/2} \left(|x| - \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} \right)}{2kv} \right] + \frac{1}{2} \right\} \quad (40)$$

и $\lambda = kv$,

$$l_2 = \frac{1}{\sqrt{2}\beta^{1/4} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta}\right)^{1/4}}. \quad (41)$$

Как и в предыдущих асимптотических разложениях, формулами (40) и (41) представлены главные члены асимптотики (38).

б) В области $+a \geq x > 0$ остается справедливой формула (13) с параметрами, определенными в (14) и (15).

Снова используя в (5) соотношение (18), а также найденные ранее константы C_+ и C_- (см. (19), (21)), для различных волновых компонент общего решения получим следующие формулы:

$$\Psi_{\text{отр/прош}}(x, y) = A_{\text{отр/прош}}(x) \times \exp(i\Phi_{\text{отр/прош}}(x)) B^-(kv) \exp(iky \sin \theta), \quad (42)$$

в области $-a \leq x < 0$

$$\Phi_{\text{отр}}(x) = k \left\{ \frac{a \cos \theta}{2} + \frac{|x|\beta}{2} \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} + v \ln \left[\frac{|x| - \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}}}{kv \left(a + \frac{\cos \theta}{\beta} \right)} + 1 \right] \right\}, \quad (43)$$

$$A_{\text{отр}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\sqrt{2\pi\beta}^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta} \right)^{1/4} (1 + \exp(2\Gamma))} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right), \quad (44)$$

и в области $+a \geq x > 0$

$$\Phi_{\text{прош}}(x) = k \left\{ \frac{a \cos \theta}{2} + \frac{x\beta}{2} \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}} + v \ln \left[\frac{x - \sqrt{x^2 - \frac{2v}{\beta}}}{kv \left(a + \frac{\cos \theta}{\beta} \right)} + 1 \right] \right\}, \quad (45)$$

$$A_{\text{прош}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\sqrt{2\pi\beta}^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta} \right)^{1/4} (1 + \exp(2\Gamma))} \exp\left(+i\frac{\pi}{4} + \Gamma\right). \quad (46)$$

Естественно, что для падающей на слой волны вида (22) в области $-a \leq x < 0$ остаются справедливыми формулы (29) и (30). Если вместо функции Бемера–Френеля использовать гамма-функ-

цию $\hat{\Gamma}$ комплексного аргумента, для которой справедливо соотношение

$$B^-(kv) = \hat{\Gamma}\left(\frac{1}{2} + ikv\right) \times \exp\left(-i\frac{\pi}{4} - \frac{\Gamma}{2}\right) (1 + \exp(2\Gamma)), \quad (47)$$

то формула (42) примет вид

$$\Psi_{\text{отр/прош}}(x, y) = \tilde{A}_{\text{отр/прош}}(x) \times \exp(i\Phi_{\text{отр/прош}}(x)) \hat{\Gamma}\left(\frac{1}{2} + ikv\right) \exp(iky \sin \theta), \quad (48)$$

где, соответственно, в области $-a \leq x < 0$

$$\tilde{A}_{\text{отр}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\sqrt{2\pi\beta}^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta} \right)^{1/4}} \exp\left(-i\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\Gamma\right) \quad (49)$$

и в области $+a \geq x > 0$

$$\tilde{A}_{\text{прош}} \cong \frac{\sqrt{\cos \theta}}{\sqrt{2\pi\beta}^{1/2} \left(x^2 - \frac{2v}{\beta} \right)^{1/4}} \exp\left(\frac{1}{2}\Gamma\right). \quad (50)$$

Из (42)–(50) при $x = -a$ и $x = +a$ следуют формулы для комплексных коэффициентов отражения и прохождения для условия $v \sim 0$:

$$R_{v \sim 0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(1 + \exp(2\Gamma))} B^-(kv) \times \exp\left\{i\Phi_{\text{отр/прош}}(-a) - i\frac{\pi}{4}\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \hat{\Gamma}\left(\frac{1}{2} + ikv\right) \exp\left\{i\Phi_{\text{отр/прош}}(-a) - i\frac{\pi}{2} - \frac{\Gamma}{2}\right\}, \quad (51)$$

$$T_{v \sim 0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{(1 + \exp(2\Gamma))} B^-(kv) \times \exp\left\{i\Phi_{\text{отр/прош}}(+a) + i\frac{\pi}{4} + \Gamma\right\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \hat{\Gamma}\left(\frac{1}{2} + ikv\right) \exp\left\{i\Phi_{\text{отр/прош}}(+a) + \frac{\Gamma}{2}\right\}, \quad (52)$$

где

$$\Phi_{\text{отр/прош}}(\pm a) = k \left\{ a \cos \theta + v \ln \left[\frac{2\beta}{k(a\beta + \cos \theta)^2} + 1 \right] \right\}. \quad (53)$$

Формулы (51), (52), без учета экспоненциального множителя единичной амплитуды с фазовой функцией (53), соответствуют результатам, полученным в [7, 8].

При $v = 0$ из (51) и (52) получим

$$R_{v=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left\{ika \cos \theta - i\frac{\pi}{2}\right\}, \quad (54)$$

$$T_{v=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\{ika \cos \theta\}. \quad (55)$$

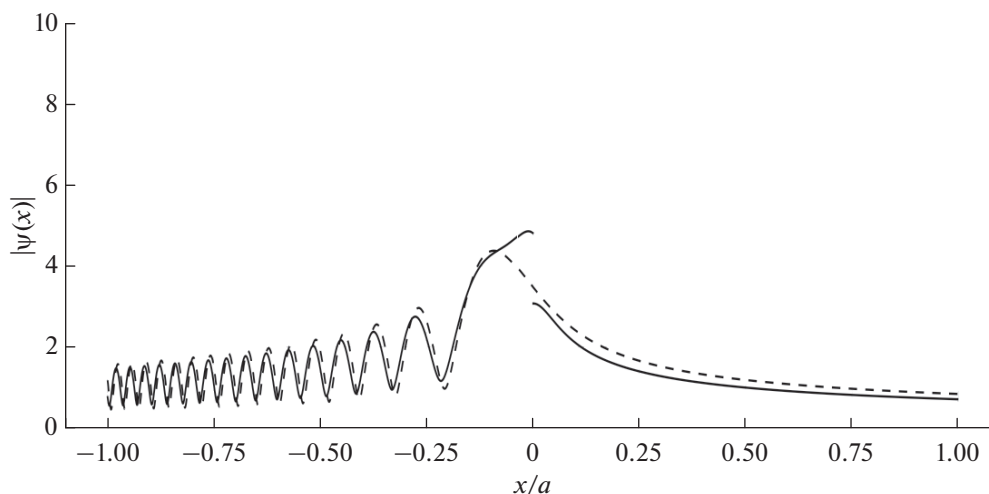


Рис. 3. Структура волнового поля при отражении от “прозрачного” слоя ($ka = 100$ и $\theta = 4^\circ$).

3. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ АСИМПТОТИК РЕШЕНИЯ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотренные выше асимптотические представления решения задачи о падении плоской волны на параболический плазменный слой являются следствиями разложений точного решения (5). Вместе с тем, данная модель многократно исследовалась геометрическими методами (соответственно методами ВКБ). Естественен вопрос: насколько полученные выражения совпадают с формулами ГО? Прямой расчет лучевых траекторий, амплитудных и фазовых характеристик квазиплоских волн, вычисленных на основе лучевых построений, и сравнение различных видов асимптотических разложений с точным решением позволяют сделать следующие выводы.

1. В главном члене асимптотических представлений в области применимости формул ГО фазовые функции, определенные через асимптотические разложения точного решения (формулы (23), (25) и (29)), совпадают с результатами прямого расчета эйконала квазиплоских волн.

2. Амплитудные множители, полученные методом ГО, будут совпадать с амплитудными членами (24), (26), (30), (34) и (35) в форме (22), если учесть факторы, выделенные в указанных формулах как дополнительные множители (коэффициенты отражения и прохождения соответствующих волн), в том числе и для “прозрачного” слоя. В последнем случае в качестве уровня отражения лучевых траекторий следует брать уровень $x = 0$, вводить для этого эффективного отражения дополнительный фазовый сдвиг $-\pi/2$, а само отражение рассчитывать, как зеркальное.

3. Формирование волны просачивания через “отражающий” слой можно трактовать как формирование лучевой конгруэнции и соответствующего поля с уровня, симметрично расположенного относительно уровня отражения волны, падающей снизу, т.е. при $x = x_0$. При этом фаза, рассчитанная вдоль падающего луча, переносится на луч волны просачивания без каких-либо дополнительных изменений.

4. Формулы ГО (в областях их применимости) можно использовать для расчета полей и в случае критических значений параметра $\nu \sim 0$. Для этого необходимо использовать равномерные по ν асимптотические представления для амплитудных множителей отраженной волны и волны просачивания (формулы (42), (48), (51), (52)).

На основе анализа различных асимптотических представлений решения модельной задачи и результатов расчета волнового поля внутри параболического неоднородного слоя с использованием этих асимптотик, представленных на рис. 3–5 соответственно для “прозрачного”, критического и “отражающего” слоя, можно утверждать, что наличие волны просачивания для “отражающего” слоя и волны частичного отражения для “прозрачного” слоя существенно меняет общепринятое в рамках ГО представление о характере волнового поля в задаче отражения волны от слоя конечной толщины. Так, отраженная “прозрачным” (в рамках ГО) слоем волна интерферирует с падающей на слой волной, формируя характерные осцилляции в области, где с позиции ГО имеется только поле падающей волны (см. рис. 3). В области каустической тени (за каустикой отраженных ГО лучей) для случая “отражающего” слоя, волна просачивания имеет не экспоненциальное ослабление, а

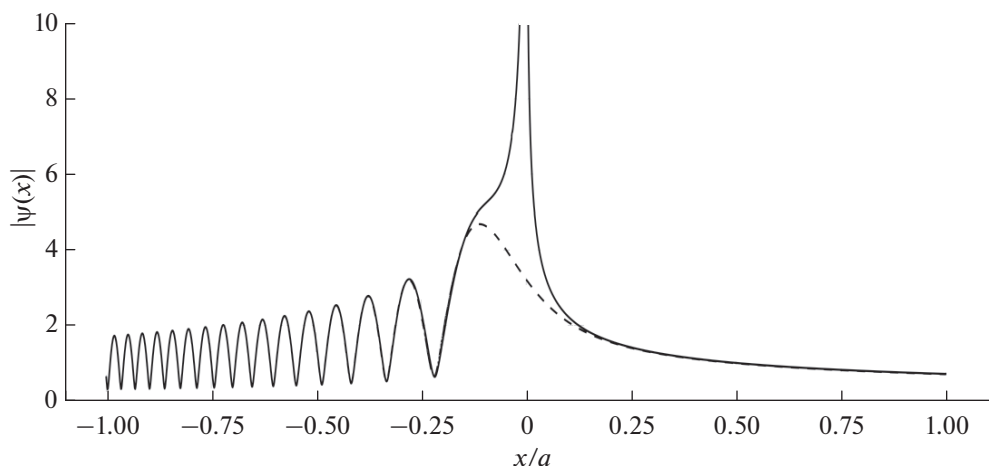


Рис. 4. Структура волнового поля при критическом отражении ($ka = 100$ и $\theta = 5^\circ$).

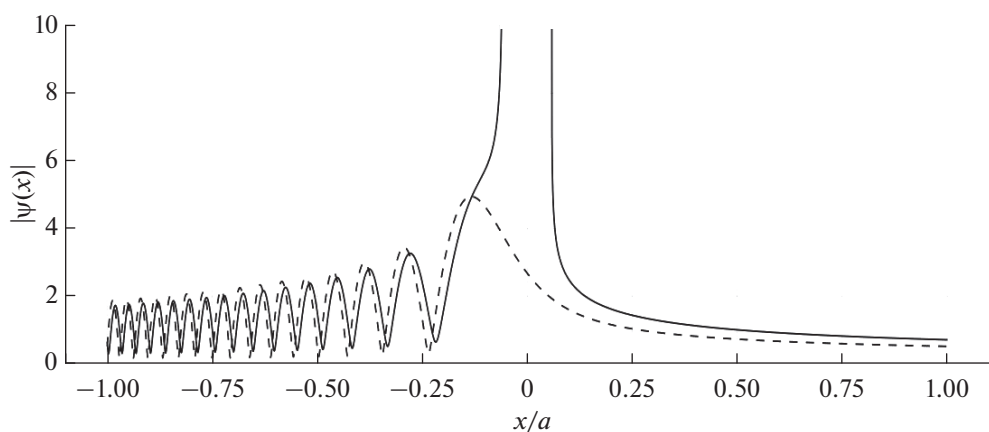


Рис. 5. Структура волнового поля при отражении от “отражающего” слоя ($ka = 100$ и $\theta = 6^\circ$).

ослабление чисто геометрооптического характера, связанное с расходимостью лучей, отвечающих волне просачивания (см. рис. 5). То есть в области, близкой к условиям критического отражения, “дифракционное затекание” волнового поля в область каустической тени существенно больше, чем это предсказывает ГО-приближение и его обобщение – волновая теория катастроф [9]. Оценка области углов падения волны на слой, где существенны указанные эффекты, дана в [8].

Отметим также, что при моделировании структуры поля в условиях, близких к критическому отражению, были применены как рассмотренные в работе неравномерные асимптотики для расчета амплитудных множителей квазиплоских волн (сплошные линии с разрывами на рис. 3–5), так и точное решение (5) непосредственно в области отражения, где эти приближения не работают (штриховые линии на рис. 3–5).

Как видно из приведенных графиков, даже при $ka = 100$ структура волнового поля хорошо воспроизводится асимптотическими формулами вплоть до критической области максимума слоя (порядка $X \sim \pm 0.25$ или $x \sim \pm 0.1\beta^{-1/2}$). Имеющее место смещение интерференционных максимумов и минимумов на рис. 3 и 5 для “прозрачного” и “отражающего” слоя соответственно, указывает на наличие систематических погрешностей в оценке фазовых соотношений для падающей и отраженной компонент волнового поля при использовании неравномерных по v асимптотических формул для коэффициентов отражения и прохождения (просачивания). Последнее может влиять на качество результатов моделирования фазовых и поляризационных характеристик волн, при прохождении и отражении их в неоднородных плазменных слоях. При использовании

равномерных асимптотических формул (51)–(53) (при построении рис. 4) такой эффект не наблюдается.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа подготовлена при поддержке Российского научного фонда (соглашение № 20-12-00299).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кравцов Ю.А., Орлов Ю.И.* Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980.
2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
3. *Oldham K.B., Myland J.C., Spanier J.* An Atlas of Functions. Springer, 2008.
4. *Палкин Е.А., Петрович А.А.* // Матер. VII Всерос. Армандовских чтений. Всерос. науч. конф. “Современные проблемы дистанционного зондирования, дифракции и распространения радиоволн”. Муром, 27–29 июня 2017. Муром: Изд-во Муромского института ВлГУ, 2017. С. 55.
5. *Палкин Е.А., Петрович А.А.* // Матер. II Всерос. науч. конф. “Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции”, Муром, 26–28 июня 2018 г. Муром: Изд-во Муром. ин-та ВлГУ, 2018. С. 54.
6. *Палкин Е.А., Петрович А.А.* // Вестн. Рос. нового ун-та. Сер. “Сложные системы: модели, анализ и управление”. 2018. Вып. 1. С. 18.
7. *Палкин Е.А., Петрович А.А.* // Матер. Всерос. науч. открытой конф. “Современные проблемы дистанционного зондирования, радиолокации, распространения и дифракции волн”, Муром, 28–30 мая 2019 г., Муром: Изд-во Муром. ин-та ВлГУ, 2019. С. 38.
8. *Палкин Е.А., Петрович А.А.* // Матер. XXVI Всерос. открытой науч. конф. “Распространение радиоволн” (РРВ-26). Казань, 1–6 июля 2019 г., Казань: Изд-во КазГУ, 2019. Т. 2. С. 430.
9. *Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А., Растягаев Д.В.* // РЭ. 2006. Т. 51. № 10. С. 1155.

**ПЕРСОНАЛЬНАЯ ДОЗИМЕТРИЯ
МИКРОВОЛНОВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ.
ДОЛГОВРЕМЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ С УСТРОЙСТВОМ “МЕРА”**

© 2021 г. А. С. Дмитриев^а, В. В. Ицков^а, А. И. Рыжов^{а, *}

^аИнститут радиотехники и электроники им. А.В. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: mef.box@gmail.com

Поступила в редакцию 29.05.2020 г.

После доработки 29.05.2020 г.

Принята к публикации 15.06.2020 г.

Представлены результаты измерений динамики уровня электромагнитного микроволнового излучения, полученные с помощью персональных дозиметров “Мера”, разработанных в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Измерения проводились в разных условиях: в России и зарубежных странах, в мегаполисах и курортных зонах, круглосуточно, в городском транспорте и самолетах. Совокупность полученных данных на основе прямых долговременных измерений позволяет судить о реальной электромагнитной микроволновой нагрузке, оказываемой современными средствами мобильной связи на среду, окружающую человека.

DOI: 10.31857/S0033849421010010

ВВЕДЕНИЕ

Рост интенсивности электромагнитного микроволнового излучения антропогенного происхождения в окружающем пространстве за последнее время привел к тому, что большая часть населения планеты вынуждена постоянно находиться в загрязненной этими излучениями среде — “электромагнитном смоге”.

При определенных уровнях плотности мощности микроволновое излучение может оказывать негативное влияние на людей и биологическую среду в целом. Анализ ситуации показывает, что в отличие от ряда других типов загрязнения, электромагнитное загрязнение имеет крайне неравномерную пространственную и временную структуру. Это означает, в частности, что его одномоментное измерение в каком-то месте и в какое-то время может быть малоинформативным с точки зрения оценки влияния на биологическую среду. Для адекватного понимания уровня воздействия нужны достаточно долговременные измерения, которые должны проводиться (и их результаты должны фиксироваться) применительно либо к определенному месту, либо к конкретному биологическому объекту (например, человеку) или даже его определенной части.

Поскольку в случае измерений применительно к биологическому объекту речь идет о локальных по пространству измерениях, вблизи окрестности объекта, то в отношении такого объекта

уместно использовать термин “персональное пространство” или, так как речь идет об одном из факторов, связанных с экологией, “персональное экологическое пространство”. В этом “персональном экологическом пространстве” и осуществляется электромагнитная микроволновая дозиметрия.

Такие измерения позволяют получить картину интенсивностей электромагнитного загрязнения во времени (и в измерениях, проводимых с биологическими объектами, в какой-то степени по пространству, поскольку в записях фиксируется их время, по которому может быть восстановлено и местоположение измерений), а также суммарную микроволновую электромагнитную энергию, принятую на единицу площади.

Решение этой задачи требует создания специальных измерительных устройств — дозиметров микроволнового электромагнитного излучения.

Такое устройство — персональный дозиметр “Мера”¹ было создано в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН [1]. Следует отметить, что принцип работы дозиметра “Мера” основан на статистическом накоплении падающей на единицу площади мощности реальных сигналов средств мобильной связи со сложной модуляцией. Получаемые данные дают оценку принимаемой прибором мощности в реальной электромагнитной обстановке,

¹ <https://riafan.ru/1213477-rossiiskie-uchenye-sozdali-pervyi-personalny-dozimetr-izlucheni-ot-smartfonov>.

но не могут сравниваться напрямую с результатами измерений, выполняемыми по методикам, регламентируемым документами СанПиН [2]. Последние должны выполняться в лабораторных условиях для специальных режимов работы передающей аппаратуры, при помощи сертифицированного и поверенного оборудования и выполнении условий по взаимному расположению передатчика и приемной аппаратуры. В современном виде они обеспечивают качественные и достаточно точные “статические” измерения уровня излучения, выполняя тем самым важную роль при сертификации передающей аппаратуры, но не предназначены для долговременных измерений реальной электромагнитной обстановки и не могут быть использованы в мобильных условиях.

Цель данной работы – провести с помощью дозиметра “Мера” долговременные, в течение 12 мес., измерения уровня микроволнового электромагнитного излучения в различных условиях городской среды и в разных регионах как нашей страны, так и за рубежом.

1. ДОЗИМЕТР “МЕРА”

Созданное устройство представляет собой интеллектуальный датчик, управление которого осуществляется встроенным микроконтроллером. Основой дозиметра является гиперширокополосный приемник (ГШП) с рабочей полосой частот от 800 до 8000 МГц (отношение верхней рабочей частоты к нижней 10 : 1), динамическим диапазоном 55 дБ и чувствительностью около 3 нВт. Диапазон частот работы приемника таким образом перекрывает практически весь используемый и перспективный (относящийся к 5G до 6 ГГц) частотный диапазон работы современных систем мобильной связи, кроме малоиспользуемого в настоящее время диапазона частот ниже 800 МГц. Приемник периодически (один раз в 1 с) измеряет мощность поступающего на антенну электромагнитного микроволнового сигнала и записывает ее в память. Эти данные могут быть непосредственно выведены на экран подключаемого к дозиметру компьютера (ноутбука, планшета, смартфона), и тогда имеется возможность в режиме реального времени наблюдать динамику изменения мощности принимаемого сигнала. После накопления в течение 1 мин отсчетов суммарная энергия записывается в постоянную энергонезависимую память, и такие данные могут записываться в течение длительного времени. Максимальное время записи составляет более 6 мес. Эти данные или любые их фрагменты также могут выводиться в виде графиков на монитор.

Стандартный вывод данных на экран производится в двух режимах:

– вывод текущих данных, когда на графике отображаются данные об электромагнитной обстановке в виде принимаемой каждую секунду мощности, при этом имеется возможность отслеживать значения интегральной принятой энергии с начала сеанса;

– вывод массива данных с интервалом 1 мин, полученных за весь период наблюдений с момента включения дозиметра (работа с устройством в режиме истории). Кроме того, в цифровом виде выводятся данные о полной принятой на единицу площади энергии за время накопления.

Связь с компьютером, планшетом или смартфоном осуществляется через USB-интерфейс. Через него же производится зарядка аккумулятора от внешнего вычислительного устройства или от сети 220 В.

Устройство имеет светодиодный индикатор. Если уровень заряда выше критического, то индикатор периодически мигает зеленым цветом, если уровень заряда снизился и стал ниже критического, – то красным цветом. При этом устройство продолжает работать до полного исчерпания заряда, после чего индикатор гаснет.

Размеры устройства 85 × 50 × 5 мм, масса – менее 30 г (рис. 1). Конструкция устройства и его технические характеристики описаны в [1].

Каждый экземпляр устройства имеет уникальный номер. Реализована возможность задания и считывания индивидуального номера каждого устройства, что позволяет обрабатывать данные нескольких дозиметров на одном устройстве считывания (ПК, планшет, телефон), а также удаленно хранить персональную статистику по многим устройствам, например в облаке.

На устройстве предусмотрена синхронизация календаря и текущего времени со считывающим устройством при подключении по интерфейсу USB для привязки полученной дозы излучения к абсолютному времени.

Время автономной работы устройства от аккумулятора составляет не менее 50 дней.

2. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ВНЕШНЕГО КОМПЬЮТЕРНОГО УСТРОЙСТВА

Для взаимодействия с дозиметром на компьютере используется программа Radiodoze, которая имеет несколько режимов работы. Перед запуском программы дозиметр через micro-USB-кабель подключают к компьютеру. Запуск программы управления дозиметром осуществляют с помощью файла “Radiodoze.exe”, после чего на экране появляется основное окно программы (рис. 2).

При запуске работы устройства в режиме реального времени кнопкой “Старт” верхний и нижний графики начинают заполняться данными



Рис. 1. Внешний вид устройства и его упаковки.

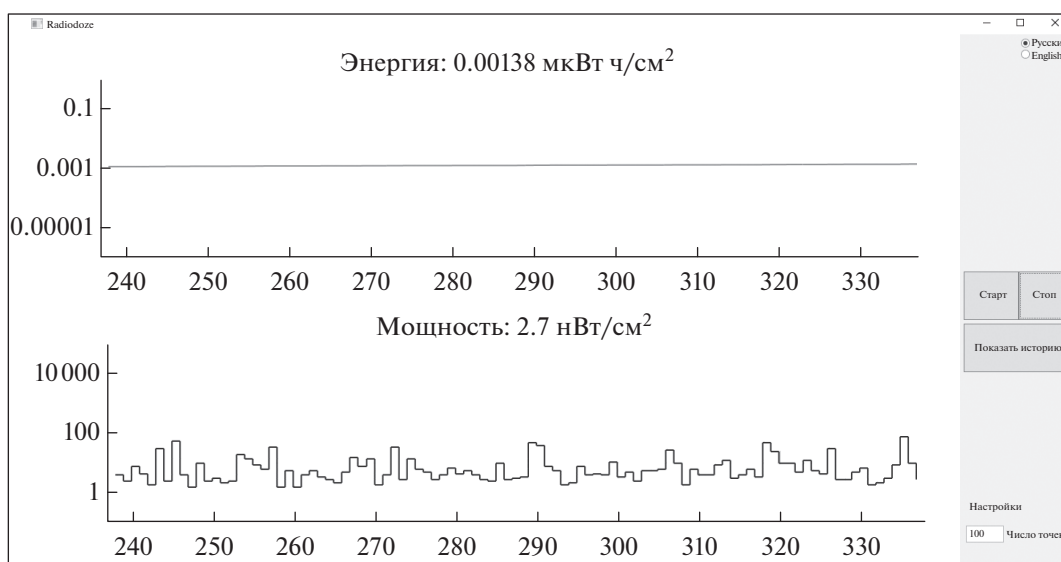


Рис. 2. Скриншот окна программы при отображении работы устройства в реальном времени. По горизонтальной оси отложены секунды.

ми, и появляется картина, аналогичная рис. 2. Остановка работы программы осуществляется кнопкой “Стоп”.

Количество точек на графике по умолчанию равно 10, но это значение можно менять в ходе работы программы кнопкой “Число точек” в правом нижнем углу экрана.

Для работы с дозиметром в режиме истории необходимо нажать на кнопку “Просмотр истории”, после чего появляется новое окно (рис. 3).

В окошках справа от графика можно выбирать даты начала и конца интересующего периода времени. При первом открытии окна истории эти даты определяются автоматически, и они соответствуют дате запуска дозиметра и настоящему времени. После выбора дат нужно нажать на кнопку “Показать” для обновления информации. Под этой кнопкой отображается суммарная энергия, принятая дозиметром за выбранный временной интервал.



Рис. 3. Окно программы при выводе записанной истории: интегральная принятая энергия (верхний график); текущая принимаемая мощность (нижний график).

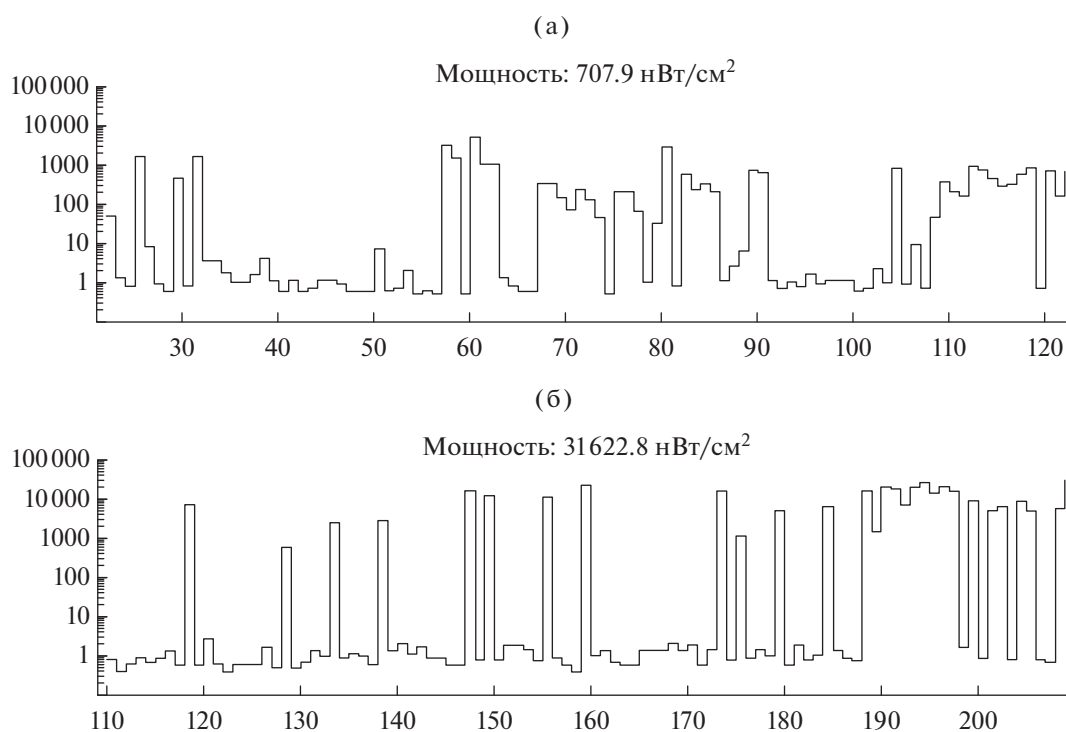


Рис. 4. Скриншот окна программы при работе в режиме реального времени. По горизонтальной оси отложены секунды. Смартфон функционирует в режиме точки доступа Wi-Fi при расстоянии до дозиметра 10 (а) и 1 см (б).

3. ИЗМЕРЕНИЯ

Калибровка устройств с использованием стандартной измерительной аппаратуры, разработка методик измерений и оценка уровня микроволновых полей средств мобильной связи в некоторых типичных условиях была проведена ранее [1].

В данной работе были проведены длительные непрерывные (от нескольких месяцев до года) измерения уровня электромагнитного микроволнового излучения с использованием десяти устройств “Мера” и анализ его динамики в пространстве и во времени. В основном устройства использовались в персональном режиме, т.е. пользователь постоянно

держал устройство при себе: либо в кармане пиджака или рубашки, либо в сумке, либо в обложке смартфона.

Наибольший объем измерений приходился на три устройства из применяемых в экспериментах. Рассмотрим основные полученные результаты.

Устройство 1. Измерения производились с апреля 2019 г. по апрель 2020 г. Первый этап исследований продолжался около двух месяцев с 04.04.2019 по 29.05.2020. На этом этапе определяли максимальную длительность работы устройства без подзарядки. По результатам измерений она составила более 50 сут.

Условия измерений были следующими. Устройство в дневное время находилось в нагрудном кармане пиджака (рубашки) пользователя, либо в носимой им сумке. При нахождении пользователя на работе устройство могло какое-то время находиться на рабочем месте пользователя. Утром и вечером пользователь при нахождении в г. Москва добирался из дома до работы общественным транспортом (метро). В нерабочее время устройство находилось в домашних условиях.

Данные этих измерений представлены на рис. 3, и их можно четко разделить по нескольким временным периодам.

Первая группа данных, с начала наблюдений по начало мая, соответствует наблюдениям в городских условиях г. Москвы. Пользователь каждый рабочий день перемещался из дома на работу и обратно. Для этого периода характерна соответствующая цикличность изменения принимаемой электромагнитной энергии. Максимальная амплитуда колебаний принимаемой энергии соответствует времени нахождения в транспорте и на работе. Участки без колебаний – среднему фоновому значению при нахождении пользователя в домашних условиях.

Вторая группа данных – с начала мая по 12 мая – соответствует пребыванию пользователя на конференции в Международном центре теоретической физики (в окрестности г. Триест, Италия). Это, по существу, пригородная зона среднего по размерам европейского города. Уровень излучения в этой группе данных примерно на порядок ниже, чем в первой серии, но при этом сохраняется суточная цикличность. Поскольку пользователь практически не покидал территорию Международного центра в этот период, такую цикличность можно связать только с внутрисуточным изменением трафика мобильных средств связи в регионе. В целом эта интенсивность значительно ниже, чем в мегаполисе (г. Москва).

После короткой группы данных, полученных в Москве 13–17 мая, структура которой в целом соответствует первой московской группе данных, следует группа данных, зарегистрированных в Подмосковье (с 17 по 26 мая). Здесь обстановка

похожа на “домашнюю” в Москве, что позволяет сделать вывод о незначительном, в среднем, уровне электромагнитного излучения и отсутствии суточных колебаний. Кстати, это свидетельствует также о том, что и причина снижения зафиксированного уровня излучений в домашних условиях, которая наблюдается в нерабочее время в г. Москва, связана с общим снижением мобильного трафика в нерабочее (ночное) время.

Этап исследований с 22.06.2019 по 07.12.2019. продолжался более пяти месяцев. За это время несколько раз производилась подзарядка аккумулятора, но запись велась непрерывно, что свидетельствует о том, что объема памяти у устройства хватает не менее чем на 150 сут (рис. 5).

Для измерений, проведенных в этот период характерны суточные колебания интенсивности, отмечавшиеся при наблюдениях в мае–апреле. Кроме того, с 20.08 2019 до конца периода наблюдений просматриваются недельные циклы в структуре наблюдаемой интенсивности, четко связанные с началом и концом рабочей недели.

Участок данных с 24.07.2019. по 16.08.2019 – измерения в Крыму в п. Кацивели. Общая интенсивность измеренного излучения здесь намного ниже, чем в Москве, и примерно соответствует результатам по измерениям интенсивности излучения в окрестности Триеста, о которых шла речь выше.

Следующая серия измерений с 05.12.2019 по 05.03.2019 г. (рис. 6). Здесь наиболее интересным является временной участок 05.12.19 по 07.02.20, поскольку использовался дозиметр, помещенный в обложку смартфона. Таким образом, при любом активном поведении смартфона, будь то телефонный разговор с непосредственным размещением телефона у уха, либо обмен фото- и видеоинформацией, дозиметр находился на расстоянии не более 1 см от излучающего устройства. Пользователь достаточно аккуратно работал со смартфоном: в среднем не более 1 ч в сутки в режиме телефонного разговора и столько же в режиме монитора при обмене информацией. Визуально картина для одинаковых характерных участков (городские условия, рабочие месяцы) картины при ношении дозиметра в кармане (сумке) и в обложке смартфона различаются слабо (ср. рис. 3 и 6). Однако количественно фиксируемая энергия излучения во втором случае примерно в 1.5 раза больше. В первом случае около 30 мкВт ч/см² за месяц, во втором – около 45 мкВт ч/см² за месяц. В пересчете на сутки поток энергии на единицу площади, фиксируемый дозиметром, составляет примерно 1.0 и 1.5 мкВт ч/см².

Относительно небольшая разница в результатах измерения при ношении дозиметра в кармане (сумке) и обложке смартфона позволяет заключить, что вклады в общий объем принимаемой

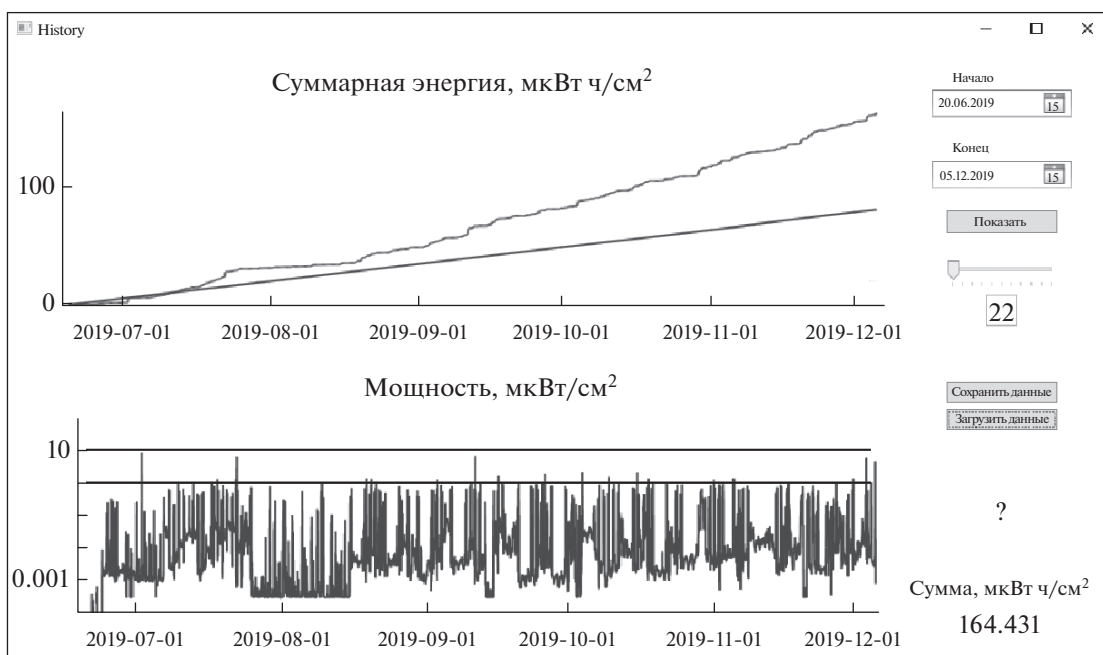


Рис. 5. Измерения устройством 1 с 22.06.2019 по 07.12.2019.

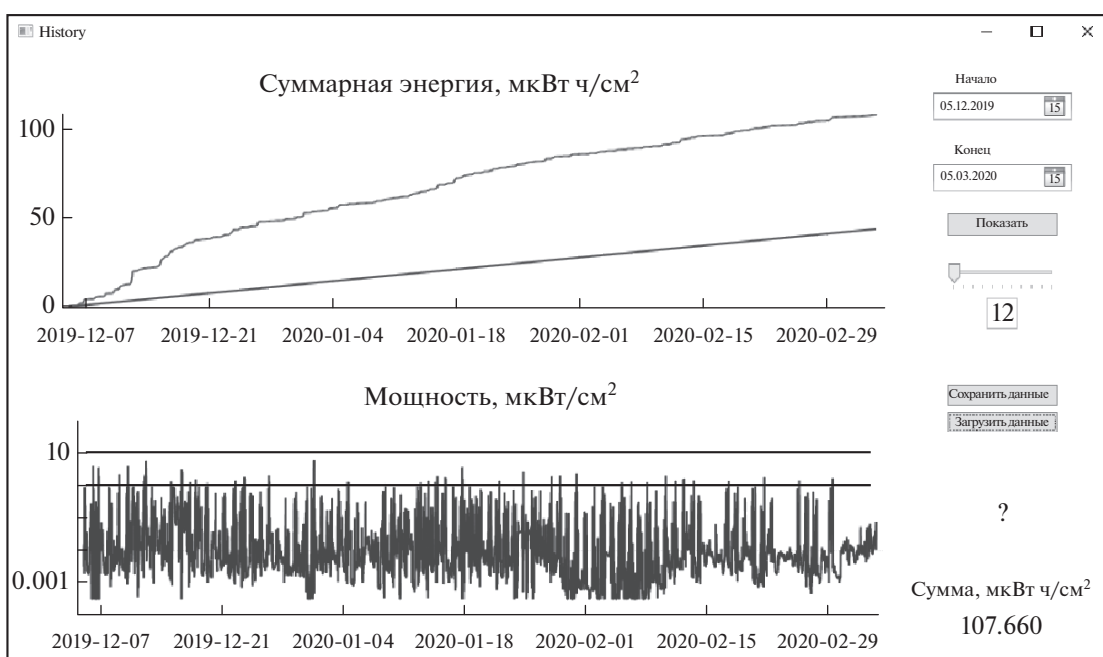


Рис. 6. Измерения устройством 1 с 05.12.2019 по 05.03.2020.

энергии от общего электромагнитного фона и работы смартфона пользователя соотносятся примерно как 2 : 1. Учитывая, что пользователь активно работал со смартфоном в среднем не более 1 ч в день, логично предположить, что при увеличении среднего времени использования смартфона до 4 (8) часов соотношение между фоном и ра-

бочим режимом по принимаемой энергии будет составлять 2 : 4 (2 : 8), а общие принимаемые объемы соответственно 4 и 8 мкВт ч/см².

Отсюда можно сделать следующий вывод.

Энергетическая нагрузка в виде падающего электромагнитного излучения в значительной степени определяется общим уровнем электро-

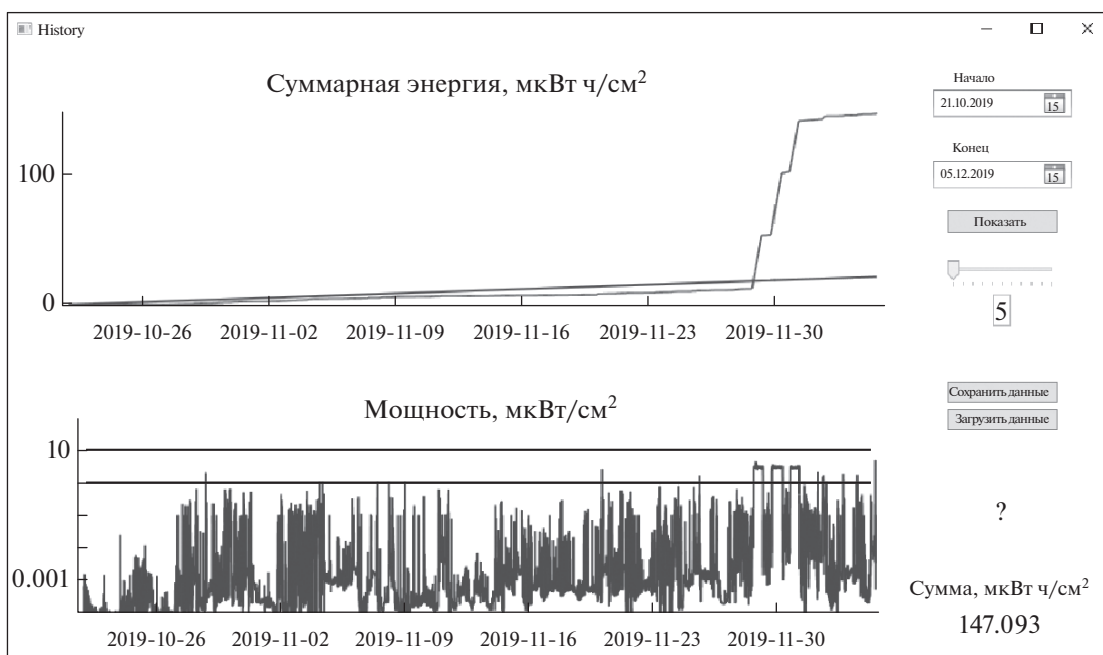


Рис. 7. Измерения устройством 2 за все время наблюдений.

магнитного поля, создаваемого всеми активными “участниками” работы мобильных и Wi-Fi-сетей. Здесь под “участниками” понимаются как сотовые станции и Wi-Fi-роутеры, так и пользователи этих систем с их мобильными устройствами.

Далее рассмотрим результаты измерений, проведенных с устройствами 2 и 3. Работа с этими дозиметрами проходила в двух разных режимах: в городских условиях, когда дозиметр находился в непосредственной близости от испытуемого, и в условиях проведения специальных измерений, когда искусственно создавались интересующие условия проведения измерений. В первой группе специальных измерений (они проводились с устройством 2) был исследован уровень излучения телефона при его работе в режиме Wi-Fi, а во второй группе специальных измерений (проводились с устройством 3) телефон работал в режиме LTE и 2G.

Устройство 2. Этот дозиметр использовался в период с 21.10.2019 по 05.12.2019. Суммарно устройством была зарегистрирована принятая энергия в объеме 147.1 мкВт ч/см² (сюда включена в том числе энергия, накопленная в ходе специальных измерений, без них значение составляет 20.1 мкВт ч/см²).

На рис. 7 приведены графики принятой суммарной энергии и текущей принимаемой мощности, полученные за все время измерений. На графике накопленной суммарной энергии хорошо виден значительный вклад специальных измерений, проводившихся в конце ноября.

По характеру данных здесь можно выделить три основные зоны.

Первая зона соответствует временному промежутку с 21.10.2019 по 26.11.2019. Дозиметр в это время находился преимущественно в рюкзаке рядом с телефоном. В это время испытуемый большую часть времени находился на работе, дома или в поездках в городском транспорте. Суммарно за это время дозиметром было накоплено 11.4 мкВт ч/см² энергии. Большую часть времени принимаемая мощность не превышала значения 0.1 мкВт/см². Отдельные интервалы времени с превышением уровня 1 мкВт/см² соответствуют передвижению в метро и активной передаче данных с телефона. Стоит отметить, что на графике имеется область с измененной временной структурой излучения. Она относится к временному интервалу с 23.11.2019 по 24.11.2019 (здесь дозиметр был расположен непосредственно на стационарном радиотелефоне Termit 2).

Вторая временная зона, с 27.11.2019 по 01.12.2019, соответствует поездке в г. Санкт-Петербург, где дозиметр по-прежнему располагался в рюкзаке рядом с телефоном.

В ходе поездки были также проведены специальные измерения, когда дозиметр располагался рядом с Wi-Fi-роутером. На рис. 8 можно наблюдать три горизонтальные “полки”, которые как раз соответствуют расположению дозиметра непосредственно на Wi-Fi-роутере в квартире. Во время этих экспериментов сигнал, принимаемый дозиметром “Мера”, колеблется на уровне около

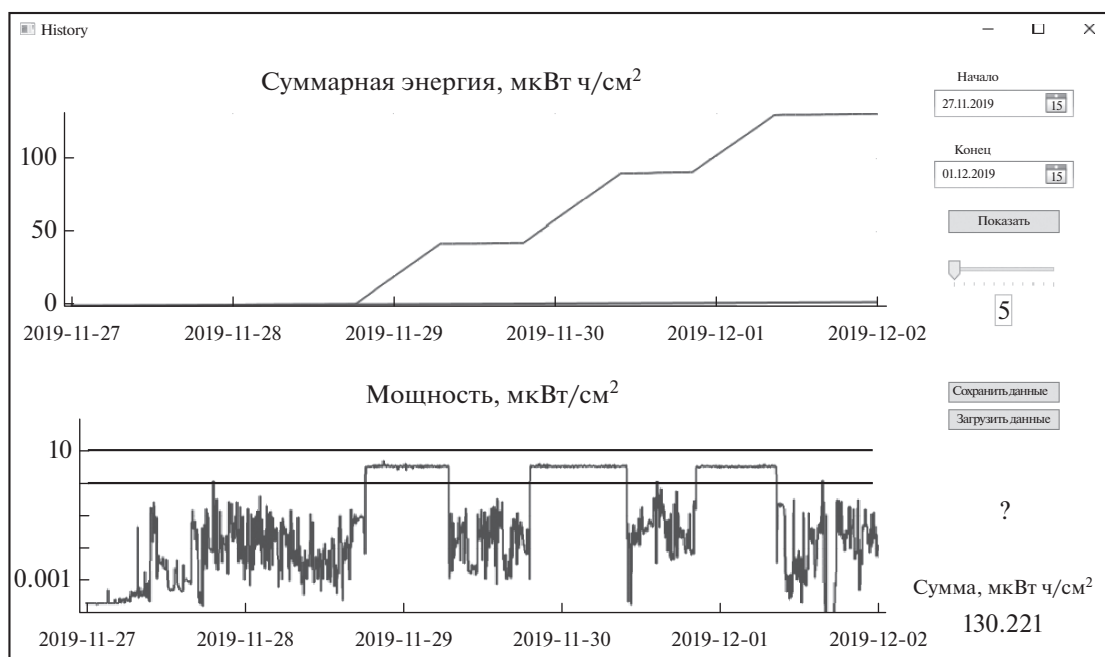


Рис. 8. Данные, полученные с устройства 2 за период с 27.11.2019 по 01.12.2019.

4...5 мкВт/см². Сводные результаты по этим экспериментам приведены в табл. 1. Всего в ходе этих испытаний было накоплено 127 мкВт ч/см² энергии.

Из табл. 1 следует, что при нахождении дозиметра на поверхности роутера поток принимаемой энергии в час составляет в среднем около 3.2 мкВт ч/см².

Наконец, последняя, третья временная зона соответствует возвращению в Москву и нахождению в обычном городском режиме с 02.12.2019 по 05.12.2019. Дозиметр находился внутри рюкзака рядом с телефоном, а характер графика соответствует первой временной зоне. Суммарно за это время дозиметром было накоплено 5.6 мкВт ч/см² энергии.

В табл. 2 приведены сводные данные полученных в измерениях с устройством 2 (без учета специальных измерений).

Таким образом, при работе в городской среде значение принимаемого потока энергии излучения устройством 2 варьировалось от измерения к

измерению в пределах 0.2...1.4 мкВт ч/см² в сутки, и среднее значение принимаемой за сутки энергии по всем измерениям составило 0.43 мкВт ч/см².

Устройство 3. Измерения с помощью устройства проводили в период с 05.12.2019 по 17.03.2020. При этом суммарно устройством была зарегистрирована принятая энергия в количестве 436.6 мкВт ч/см² (без учета специальных измерений – 94.1 мкВт ч/см²).

На рис. 9 приведены общие графики принятой суммарной энергии (в мкВт ч/см²) и мощности (мкВт/см²), полученные за все время эксплуатации дозиметра. На графике принятой суммарной энергии можно видеть, что наибольший вклад в накопленное излучение дали специальные измерения, проводившиеся в конце декабря 2019 г. и в конце января 2020 г.

По характеру данных на рис. 9 можно выделить четыре основные зоны.

Первая зона соответствует временному промежутку с 05.12.2019 по 30.12.2019, пользователь находился либо на работе, либо в общественном транс-

Таблица 1. Специальные измерения с устройством 2

Начало измерений	Окончание измерений	Интервал, сут	Накоплено, мкВт ч/см ²	Среднее за час, мкВт ч/см ²
28.11.2019 18:15	29.11.2019 6:55	0.53	41	3.2
29.11.2019 19:18	30.11.2019 9:51	0.61	47	3.2
30.11.2019 20:00	01.12.2019 8:35	0.50	39	3.25

Таблица 2. Итоговые результаты измерений с устройством 2

Начало измерений	Окончание измерений	Накоплено, мкВт ч/см ²	Число дней	Среднее в сутки, мкВт ч/см ²	Среднее в месяц, мкВт ч/см ²
21.10.2019	26.11.2019	11.4	37	0.31	9.3
27.11.2019	01.12.2019	3.2	5	0.64	19.2
02.12.2019	05.12.2019	5.6	4	1.4	42
ИТОГО					
21.10.2019	05.12.2019	20	46	0.43	12.9

порте, дозиметр носил в кармане рубашки, иногда оставлял его на работе. На этом же отрезке времени был произведен ряд специальных измерений. Суммарно за это время дозиметром было накоплено 51.2 мкВт ч/см² энергии, включая 41.6 мкВт ч/см² при специальных измерениях. Можно отметить, что большую часть времени в стандартном режиме работы принимаемая мощность не превышала значения 1 мкВт/см².

Специальные измерения, проведенные на этом интервале времени, были посвящены получению информации об уровне электромагнитного излучения, создаваемом сотовым телефоном при осуществлении связи в режимах LTE и 2G. Интервалы времени, на которых производились эти измерения, характеризовались быстрым нарастанием накопленной принятой энергии, и хорошо видны в виде скачков накопленной энергии на рис. 10. В ходе испытаний телефон находился в режиме звонка в течение часа, дозиметр располагался непосредственно на телефоне. Этим измерениям соответствуют также пики на рис. 10, пре-

вышающие значения 10 мкВт/см². Подробные количественные характеристики приведены в табл. 3.

Данные, полученные в первой временной зоне измерений в стандартном режиме, примерно соответствуют данным, полученным в стандартных режимах измерений с устройствами 1 и 2. Наибольший интерес в первой временной зоне измерений представляют данные специальных измерений. Они показывают (см. табл. 3), что при определенных условиях средняя плотность потока мощности вблизи смартфона может значительно превышать показания, полученные при работе в обычных городских условиях.

Вторая зона соответствует временному промежутку с 31.12.2019 по 8.01.2020 (новогодние праздники). Дозиметр в это время находился в домашних условиях в удалении от каких-либо источников микроволнового излучения. В праздничное время суммарно дозиметром было накоплено 2.0 мкВт ч/см² энергии. Можно отметить,

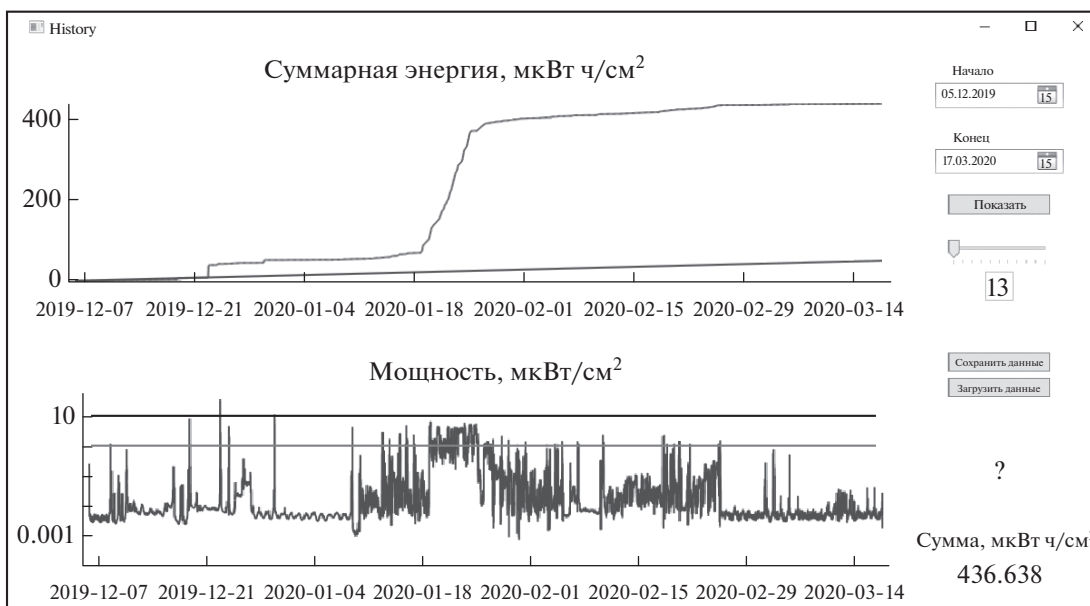


Рис. 9. Данные, полученные с устройства 3 за все время наблюдений.

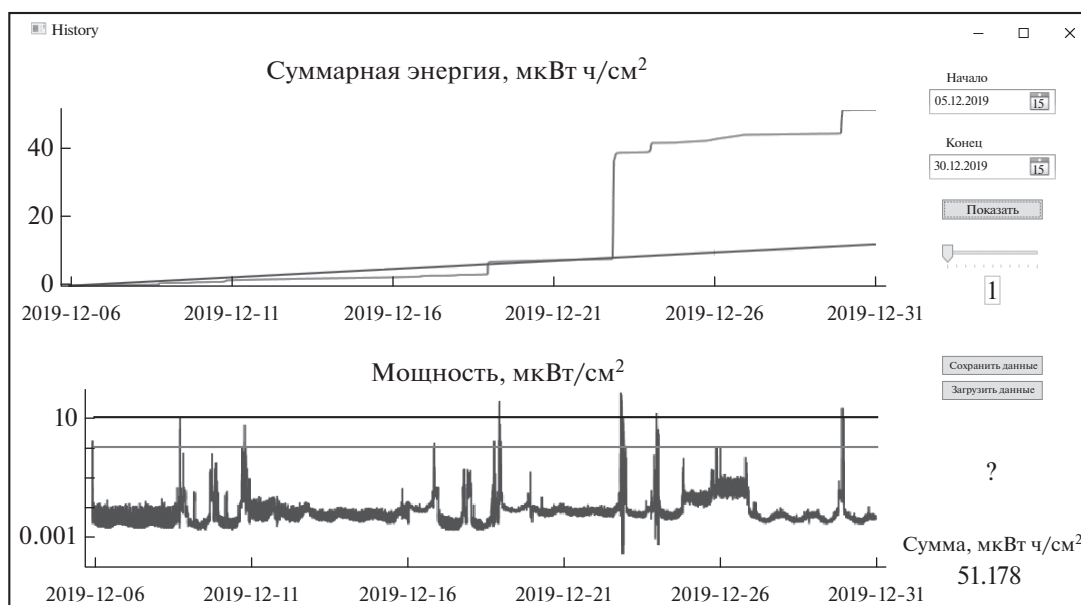


Рис. 10. Данные, полученные с устройства 3 за период с 05.12.2019 по 30.12.2019.

что в целом большую часть времени принимаемая мощность не превышала значения 0.1 мкВт/см^2 .

Третья зона соответствует временному промежутку с 09.01.2020 по 25.02.2020. Дозиметр в это время находился, как и ранее, в домашних условиях, однако теперь проводились длительные измерения с Wi-Fi-роутером, где устройство располагалось на расстоянии 10...20 см от роутера. Кроме того, были проведены измерения, в процессе которых дозиметр располагался непосредственно на роутере. Суммарно за это время дозиметром было накоплено $379.8 \text{ мкВт ч/см}^2$ энергии (300 мкВт ч/см^2 за время специальных измерений). Следует отметить, что в целом большую часть времени принимаемая мощность была выше значений 0.1 мкВт/см^2 , часто превышая значения 1 мкВт/см^2 . Во время специальных измерений с 18.01.2020 по 25.01.2020 (дозиметр располагался на роутере) значения принимаемой дозиметром мощности находились на уровне 10 мкВт/см^2 .

Наконец, рассмотрим четвертую зону временного интервала, с 26.02.2020 по 17.03.2020. Дозиметр в это время был подключен к персональному ком-

пьютеру и находился в режиме подзарядки на рабочем месте пользователя в одном из помещений ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН. Суммарно за это время дозиметром было накоплено 3.6 мкВт ч/см^2 энергии. В целом результаты продемонстрировали низкие значения принимаемой мощности электромагнитного излучения на рабочем месте (средняя накопленная энергия за сутки составляет около 0.2 мкВт ч/см^2). Значения принимаемой мощности электромагнитного излучения большую часть времени находятся ниже уровня 0.1 мкВт/см^2 . Имеются отдельные пики, которые были зарегистрированы во время близкого расположения мобильного телефона к дозиметру. Они обусловлены телефонными разговорами и передачей данных через Wi-Fi/LTE/3G. Также наблюдается более ярко выраженная шумовая подложка (относительно предыдущих временных областей измерений), которая вызвана подключением дозиметра к внешнему источнику питания.

В табл. 4 приведены результаты измерений за период с 26.02.2020 по 17.03.2020 (без учета специальных измерений).

Таблица 3. Специальные измерения с устройством 3

Начало измерений	Режим работы	Окончание измерений	Интервал, сут	Накоплено, мкВт ч/см ²	Среднее за час, мкВт ч/см ²
18.12.2019 21:58	LTE	18.12.2019 22:58	0.042	3.5	3.5
22.12.2019 20:00	2G	22.12.2019 21:00	0.042	28.8	28.8
23.12.2019 23:41	2G	24.12.2019 1:01	0.056	2.53	1.89
29.12.2019 22:00	2G	29.12.2019 23:00	0.042	6.69	6.69

Таблица 4. Итоговые результаты измерений с устройством 3

Начало измерений	Окончание измерений	Накоплено, мкВт ч/см ²	Количество дней	Среднее в день, мкВт ч/см ²	Среднее в месяц, мкВт ч/см ²
05.12.2019	30.12.2019	9.7	26	0.4	1.2
31.12.2019	08.01.2020	2	9	0.2	6.7
09.01.2020	25.02.2020	79.8	48	1.67	49.9
26.02.2020	17.03.2020	3.6	21	0.2	5.1
ИТОГО					
05.12.2019	17.03.2020	95.1	104	0.91	27.4

Таким образом, при работе в городской среде значение принимаемого потока энергии излучения устройством 3 варьировалось в пределах 0.2...1.67 мкВт ч/см² в сутки, и среднее значение по всем измерениям составило 0.91 мкВт ч/см².

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты измерений, проведенных с помощью трех дозиметров “Мера” в течение длительного времени в “персональных экологических пространствах пользователей”. Измерения проводились в разных условиях: в России и зарубежных странах, в мегаполисах и курортных зонах, круглосуточно, в городском транспорте и самолетах. Совокупность полученных данных на основе прямых долговременных измерений дает предварительную экспериментальную оценку о реальной электромагнитной микроволновой нагрузке, оказываемой современными средствами мобильной связи на среду, окружающую человека.

Опасения, связанные с потенциальной (или реальной) опасностью воздействия электромагнитного микроволнового излучения средств мобильной связи на здоровье человека, широко распространены, как в научной среде, так и в обществе [3–5]. Особенно остро этот вопрос встает сейчас, когда мир стоит на пороге широкого внедрения и использования мобильных средств пятого поколения и спутниковых низкоорбитальных средств связи с большим числом аппаратов, использующих новые диапазоны частот и, в силу своей многократно возрастающей пропускной способности, неизбежно повышающих микроволновую электромагнитную нагрузку на окружающую среду. О допустимых пределах этого возрастания размышляют не только экологи, медики и обычные граждане, которым придется жить в среде с повышенным уровнем “электромагнитного смога”, но и специалисты, непосредственно занимающиеся вопросами рационального использования электромагнитного спектра и продвижением мобильных систем связи новых поко-

лений и, зачастую, мнения первых [3–5] и вторых [6, 7], не совпадают.

Одна из целей данной работы – показать, что сейчас уже существуют методы и доступные индивидуальные технические устройства объективного персонального контроля уровня электромагнитной нагрузки, получаемой нашими гражданами со стороны мобильных средств связи, которыми они могут пользоваться в целях оценки своей безопасности. Кроме того, наличие таких средств дает возможность перевести дискуссию о реальном уровне электромагнитного смога и его влиянии на окружающую среду (включая человека и животных) в конструктивное русло количественных измерений и основанных на них выводах.

Вместе с тем нужно отчетливо понимать, что устройство “Мера” не является средством, предназначенным для точного измерения уровня излучения, например, в целях определения соблюдения санитарных норм на рабочих местах. Для этого существует профессиональная аппаратура и разработаны специальные методики измерений.

Возможно, устройства типа “Мера” со временем смогут выполнять такую роль при соответствующем согласовании принципов и методов измерений с соответствующими рекомендациями нормативных документов. Такая потенциальная возможность имеется, поскольку “Мера” – устройство XXI века, с возможностями, которые были недоступны на измерительной аппаратуре предыдущих поколений, и допускающими гибкую адаптацию программного обеспечения для реализации требуемых методик измерений. Конечно, в этом случае нужна и соответствующая сертификация.

Пока же прибор нужно рассматривать как компактное и доступное для широкого круга пользователей средство качественной оценки уровня электромагнитной обстановки в “персональном экологическом пространстве” и его динамики на интервалах времени от нескольких минут до нескольких месяцев.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность О.Г. Баринову за участие в проведении измерений с дозиметром “Мера”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев А.С., Ицков В.И., Рыжов А.И., Уваров А.В.* // Физические основы приборостроения. 2020. Т. 9. № 1. С. 85.
2. Электромагнитное излучение радиочастотного диапазона (ЭМИ РЧ). Санитарные правила и нормы. СанПиН 2.2.4/2.1.8.055-96. М.: Госкомсанэпиднадзор, 2002.
3. *Зубарев Ю.Б.* Мобильный телефон и здоровье. М.: Библио Глобус, 2018.
4. *Григорьев Ю.Г., Григорьев О.В.* Сотовая связь и здоровье (электромагнитная обстановка. Радиобиологические и гигиенические проблемы. Прогноз опасности). М.: Экономика, 2016.
5. *Григорьев О.А., Зубарев Ю.Б.* // Вестник связи. 2019. № 9. С. 46.
6. *Гурьянов И., Поскакун В., Хоменко В. и др.* // Стандарт. 2019. № 7–8. С. 60.
7. *Аверин И.М.* // Крылья родины. 2019. <http://www.kr-media.ru/news/samoletostroenie/elektromagnitnaya-gigiena-dvustoronnee-dvizhenie-proizvoditelya-i-polzovatelya/>.

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**

УДК 621.391.2

ОПТИМАЛЬНЫЕ И КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ВОС-СИГНАЛОВ В ПЕРСПЕКТИВНЫХ ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ

© 2021 г. М. С. Ярлыков*

Редакция журнала “Радиотехника и электроника”,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 26.05.2020 г.

После доработки 26.05.2020 г.

Принята к публикации 15.06.2020 г.

На базе марковской теории оценивания случайных процессов методом поэтапного решения уравнения Стратоновича решена задача синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов, предназначенных для применения в глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС), таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай). Задача оптимальной нелинейной фильтрации решена применительно к векторному дискретно-непрерывному марковскому случайному процессу для случая, когда его непрерывная часть представляет собой векторный диффузионный марковский процесс, а дискретная часть характеризуется простой цепью Маркова на несколько положений. Принято, что полезные ВОС-сигналы наблюдаются на фоне аддитивного белого гауссовского шума. Представлены основные аналитические соотношения оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов, а также соответствующая структурная схема квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов ГНСС. Результаты работы также применимы в случаях шумоподобных сигналов современных ГНСС, у которых ВОС-сигналы пока не используются.

DOI: 10.31857/S0033849421010101

ВВЕДЕНИЕ

Меандровые шумоподобные сигналы (ШПС), называемые в англоязычной литературе ВОС-сигналами (binary offset carrier modulated signals), и их разновидности весьма привлекательны для применения в глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС), таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай) [1–4].

Первыми ВОС-сигналами, примененными на практике, были сигналы М-кода в системе GPS. В 2005 г. навигационный космический аппарат (НКА) Block-IIIR-14M (SVN-49) ГНСС GPS впервые начал передавать из космического пространства на Землю ВОС-сигналы М-кода с меандровой модуляцией типа ВОС(10, 5) [5–7].

К настоящему времени ВОС-сигналы и их разновидности (AltВОС-сигналы и СВOC-сигналы) (composite ВОС-сигналы) все более широко применяются в ГНСС GPS и ГНСС Galileo [4, 8–10]. В связи с этим важны исследования по созданию оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов в ГНСС.

При формировании алгоритмов приема и обработки ВОС-сигналов в ГНСС исходят из того, что принимаемый навигационной аппаратурой пользователей (НАП) полезный радиосигнал от j -го НКА ($j = \overline{1, J}$) является нелинейной функцией от векторного дискретно-непрерывного процесса (ДНП) [1–4]. Векторный ДНП $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$ (здесь и далее T – символ транспонирования) имеет непрерывную часть, образующую векторный диффузионный марковский случайный процесс $X(t)$ (или его выборку), и дискретную часть в виде дискретного параметра $\Theta_j(t)$, который содержит навигационную служебную информацию (СИ) от j -го НКА, $j = \overline{1, J}$ и представляет собой простую цепь Маркова на M положений. В принимаемом от j -го НКА ВОС-сигнале параметр $\Theta_j(t)$ является манипулируемой фазой. В дальнейшем там, где это не вызывает сомнения, в обозначении дискретного параметра $\Theta_j(t)$ и в соответствующих выкладках индекс j во избежание громоздкости не приводим.

Компоненты марковского случайного процесса $X(t)$, как правило, представляют собой запаздывание радиосигнала (содержащее информацию о пространственном положении НАП и ее динамике), его фазу, доплеровский сдвиг частоты и т.д.

Навигационные ВОС-сигналы в зависимости от относительного фазирования псевдослучайной последовательности (ПСП) дальномерного кода и меандрированного поднесущего колебания (МПК) разделяют на синусные ВОС-сигналы (\sin ВОС) и косинусные ВОС-сигналы (\cos ВОС) [4]. В работе ограничиваемся рассмотрением только \sin ВОС-сигналов, поэтому далее для краткости, как обычно, приставку “sin” опускаем.

Для определенности рассуждений далее всюду при конкретизации положений полагаем, что НАП установлена на высокочастотном подвижном объекте, в частности летательном аппарате (ЛА), таком как самолет, вертолет, беспилотный ЛА и т.д. Определение местоположения пользователя в НАП ГНСС основывается на псевдодальномерном беззапросном методе, при котором требуется одновременная видимость минимум четырех НКА [11, 12].

Для вычисления на основе измеренных псевдодальностей прямоугольных координат пользователя (в системе ПЗ-90 или WGS-84) в НАП необходимо, кроме того, иметь полученные с помощью СИ сведения об эфемериде, альманахе, поправках к бортовой шкале времени (ШВ) и т.д. для каждого НКА [11, 12].

Ставить и корректно решать задачи синтеза оптимальных (или близких к ним – квазиоптимальных) алгоритмов приема и обработки, векторных ДНП, как известно, дает возможность марковская теория оценивания (МТО) случайных процессов, созданная на базе математического аппарата условных марковских процессов [13–17].

Для конструктивного решения методами МТО задачи синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки радиосигналов (в частности, с целью возможности применения метода поэтапного решения уравнения Стратоновича) используется тот факт, что у навигационных ШПС (в том числе и ВОС-сигналов) время корреляции компонент вектора непрерывных параметров $X(t)$ много больше длительности такта цепи Маркова дискретных параметров $\Theta_j(t)$ ($j = \overline{1, J}$) [4, 15]. По этой причине в пределах каждого тактового интервала принимаемого радиосигнала случайный процесс $X(t)$ аппроксимируем соответствующим квазислучайным процессом [4, 15].

Решение задач синтеза алгоритмов приема и обработки векторных ДНП методами МТО, как известно, опирается на разложение совместной апостериорной плотности вероятности (АПВ) дискрет-

но-непрерывного вектора состояния (ВС) по одному из двух вариантов [14–17].

Первый вариант разложения совместной АПВ основан на представлении ее в виде произведения безусловной апостериорной вероятности (АВ) состояния дискретного процесса (ДП) $\Theta_j(t)$ и условной АПВ непрерывного процесса (НП) $X(t)$. При втором варианте разложения совместной АПВ рассматривается условная АВ состояния ДП $\Theta_j(t)$, тогда как вектор НП $X(t)$ характеризуется безусловной АПВ.

Синтезированные алгоритмы приема и обработки, которые основаны на первом варианте разложения совместной АПВ, носят название алгоритмов с переприсвоением значений параметров условных АПВ вектора НП $X(t)$, а те алгоритмы, в которых используется второе представление совместной АПВ, – алгоритмов с обратными связями по ДП $\Theta_j(t)$ ($j = \overline{1, J}$) [14–16].

Оба варианта разложения АПВ дискретно-непрерывного ВС в соответствии с теоремой Байеса эквивалентны. В то же время квазиоптимальные алгоритмы и соответствующие структурные схемы устройств для обработки радиосигналов, синтезированные указанными методами, естественно, отличаются заметными особенностями.

Отметим, что алгоритмы с обратной связью по ДП требуют, чтобы время корреляции компонент вектора НП $X(t)$ было много больше длительности такта цепи Маркова, характеризующей ДП $\Theta_j(t)$ ($j = \overline{1, J}$). Тогда как алгоритмы с переприсвоением свободны от ограничения, накладываемого на скорость изменения компонент вектора НП $X(t)$. В то же время следует заметить, что в общем случае (при зависимых значениях ДП $\Theta_j(t)$ на соседних тактах) алгоритмы с переприсвоением отличаются несколько большей громоздкостью (многоканальностью) структурной схемы приема и обработки радиосигналов [14–17].

Поскольку у навигационных ШПС (в том числе и ВОС-сигналов) время корреляции компонент вектора НП $X(t)$ много больше длительности такта цепи Маркова ДП $\Theta_j(t)$, то далее в работе, решая задачу синтеза, используем при разложении совместной АПВ дискретно-непрерывного ВС $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$ алгоритм с обратной связью по ДП $\Theta_j(t)$.

Цель работы – получить аналитические соотношения для оптимальных и квазиоптимальных оценок дискретно-непрерывного ВС $[X^T(t), \Theta_j(t)]^T$ и ковариационной матрицы квазиоптимальных ошибок оценивания вектора НП $X(t)$, а также на этой основе разработать соответствующую структурную схему квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов перспективных ГНСС.

В иллюстрирующих примерах опираемся на sinBOC-сигналы с меандровой модуляцией типа BOC(1,1) на несущей частоте $f_H = 1575.42$ МГц при базовой (опорной) частоте $f_{OP} = 1.023$ МГц, которые характерны для E1OS сигналов ГНСС Galileo и для L1C сигналов ГНСС GPS применительно к спутникам нового поколения GPS III [4, 7, 8, 12]. Напомним, что первый спутник в серии GPS-III (GPS III SV01) был запущен 23 декабря 2018 г.

В данной работе везде каждый вектор понимается в виде вектора-столбца, а производная от скалярной функции по вектору-столбцу всюду понимается как вектор-строка.

1. ПРИНИМАЕМЫЙ ВОС-СИГНАЛ

Излучаемый бортовым передатчиком от j -го НКА ($j = \overline{1, J}$) из состава спутниковой группировки ВОС-сигнал $s_{ji}(t)$ характеризуется выражением [1, 4]

$$s_{ji}(t - t_0) = A_{ji}d_j(t - t_0) \times \cos[\omega_{jH}(t - t_0) + \Theta_j(t_k - t_0)\pi + \varphi_{ji}(t)], \quad (1)$$

где $A_{ji} = \sqrt{2P_{jcp}}$ – амплитуда ВОС-сигнала от j -го НКА на выходе передатчика; P_{jcp} – средняя мощность ВОС-сигнала на выходе передатчика; $d_j(t)$ – модулирующая функция (МФ) ВОС-сигнала $s_{ji}(t)$, отражающая специфику навигационных ШПС и собственно ВОС-сигналов; $\Theta_j(t_k)$ – информационный ДП, предназначенный для передачи СИ от j -го НКА; $\omega_{jH} = 2\pi f_{jH}$ – круговая несущая частота радиосигнала; f_{jH} – несущая частота ВОС-сигнала; $\varphi_{ji}(t)$ – фаза радиосигнала; t_0 – начало отсчета.

Информационный ДП $\Theta_j(t_k)$ в (1) характеризует двоичную фазовую манипуляцию (ФМ) (BPSK – binary phase-shift keying) излучаемых радиосигналов $s_{ji}(t)$. При двоичной ФМ в сигнале $s_{ji}(t)$ используются два значения фазы несущего колебания, 0° и 180° . В таком случае ДП $\Theta_j(t_k) = \{\vartheta_{ji}\}$ ($i = \overline{1, 2}$) принимает значения $\vartheta_{j1} = 0$ или $\vartheta_{j2} = 1$. Смена значений ДП $\Theta_j(t_k)$ может происходить в моменты $t_k = t_0 + k\tau_{СИ}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), где $\tau_{СИ}$ – длительность информационной посылки СИ от j -го НКА.

ДП $\Theta_j(t_k)$ содержит сведения об эфемеридах, альманахе, поправках к бортовой ШВ и т.д. для j -го НКА ($j = \overline{1, J}$) группировки ГНСС [11, 12].

Далее при рассмотрении сигналов $s_{ji}(t)$ от j -го НКА, в формулах типа (1), индекс “ j ” там, где это не вызывает сомнения, и для уменьшения громоздкости не приводим.

В случае ВОС-сигналов $s_{ji}(t)$ (1) МФ $d(t)$ является результатом перемножения двух двоичных последовательностей: собственно ПСП дальномерного кода и МПК (специфика ВОС-сигналов) [2, 4].

Таким образом, МФ ВОС-сигнала $d(t)$ записывается в виде [2, 3, 5, 6]

$$d(t - t_0) = g(t - t_0)r(t - t_0), \quad (2)$$

где $g(t)$ – ПСП дальномерного кода, характеризующая специфику навигационных ШПС, и $r(t)$ – МПК, отражающее специфику ВОС-сигналов $s_{ji}(t)$.

Как видно из (2), МФ $d(t)$ образуется путем перемножения взаимно синхронизированных двоичных последовательностей $g(t)$ и $r(t)$, каждая из которых состоит из чередующихся единичных видеоимпульсов соответствующей длительности, меняющих свою полярность по определенным законам согласно кодовым коэффициентам, значения которых на каждом такте равны +1 или –1.

Формула для ПСП дальномерного кода $g(t)$, описывающая один ее период, имеет традиционный вид [4, 11, 12]

$$g(t - t_0) = \sum_{k=0}^{L-1} v_k \text{rect}_{\tau_c}[t - k\tau_c - t_0], \quad (3)$$

где τ_c – длительность элемента (символа) ПСП $g(t)$; L – коэффициент расширения спектра, т.е. число элементов на периоде ПСП $g(t)$;

$$k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1).$$

Видно, что частота следования элементов ПСП $g(t)$ равна $f_c = 1/\tau_c$. Функция $\text{rect}_{\tau_c}[\cdot]$ в (3) представляет собой импульс единичной амплитуды длительностью τ_c :

$$\text{rect}_{\tau_c}[t - k\tau_c] = \begin{cases} 1 & \text{при } k\tau_c \leq t < (k+1)\tau_c; \\ 0 & \text{при } k\tau_c > t \geq (k+1)\tau_c, \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{где } k = 0, 1, 2, \dots, (L - 1).$$

Кодовые коэффициенты v_k , образующие ПСП дальномерного кода $g(t)$ (3), принимают на каждом ее элементе длительностью τ_c значения +1 или –1 согласно закону чередования элементов на ее периоде.

Длительность периода ПСП $g(t)$ (3) равна

$$T_L = L\tau_c. \quad (5)$$

Так, например, дальномерный код стандартной точности в ГНСС типа ГЛОНАСС представляет собой периодическую последовательность

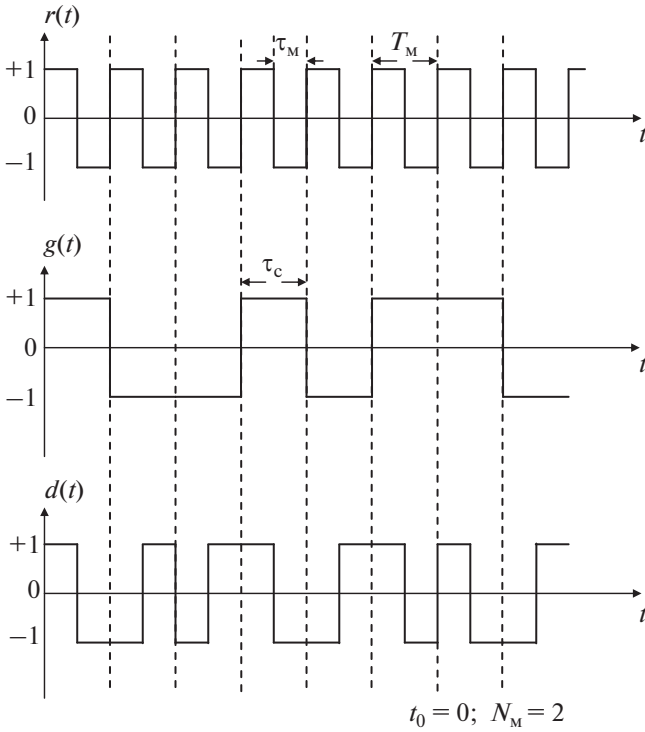


Рис. 1. Формирование модулирующей функции ВОС-сигнала.

максимальной длины (М – последовательность, или последовательность Хаффмена) с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования элементов ПСП $f_c = 511$ кГц; в ГНСС типа GPS дальномерный С/А код является периодической последовательностью Голда с периодом $T_L = 1$ мс и частотой следования элементов ПСП $f_c = 1.023$ МГц [11, 12, 18].

У ГНСС Galileo для E1OS сигналов и ГНСС GPS для L1C сигналов длительность элемента ПСП $g(t)$ $\tau_c \approx 1$ мкс и длительность информационной посылки дискретного параметра $\Theta(t_k)$ $\tau_{СИ} = 20$ мс [4, 12, 18].

У ГНСС ГЛОНАСС длительность элемента ПСП $g(t)$ $\tau_c \approx 2$ мкс и длительность информационной посылки дискретного параметра $\Theta(t_k)$ $\tau_{СИ} = 20$ мс [4, 11, 12].

В формуле (2) МПК $r(t)$ определяется следующим выражением [2, 4]:

$$r(t) = \text{sign}[\sin \omega_M t], \quad (6)$$

где функция “сигнум” z равна

$$\text{sign } z = \begin{cases} 1, & z > 0; \\ 0, & z = 0; \\ -1, & z < 0, \end{cases}$$

$\omega_M = 2\pi f_M$ – круговая частота МПК $r(t)$, $f_M = 1/T_M$ – частота МПК $r(t)$, $T_M = 2\tau_M$ – период МПК, τ_M – длительность импульса МПК (меандрового импульса). Видно, что выполняется соотношение

$$f_M = \frac{1}{2\tau_M}. \quad (7)$$

Для количественной характеристики различных типов ВОС-сигналов используется коэффициент кратности меандровых импульсов N_M , который равен количеству импульсов МПК $r(t)$, укладывающихся на длительности элемента ПСП $g(t)$ [2, 4]:

$$N_M = \frac{\tau_c}{\tau_M} = \frac{2f_M}{f_c} = \frac{2\alpha}{\beta}, \quad (8)$$

где $\alpha = \frac{f_M}{f_{оп}}$ и $\beta = \frac{f_c}{f_{оп}}$ – параметры меандровой модуляции ВОС-сигналов.

На рис. 1 представлены графики ПСП дальномерного кода $g(t)$ (при произвольно заданной в примере реализации), МПК $r(t)$ и МФ $d(t)$ ВОС-сигналов при коэффициенте кратности меандровых импульсов $N_M = 2$, что соответствует, например, типу меандровой модуляции ВОС(1, 1).

Векторное наблюдение $\Xi(t)$ на входе приемника НАП от всех одновременно видимых в данный момент времени НКА спутниковой группировки имеет вид

$$\Xi(t) = [\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_j(t), \dots, \xi_J(t)]^T, \quad (9)$$

$$t \in [t_0, t), \quad j = \overline{1, J},$$

где $\xi_j(t)$ – наблюдение на входе приемника НАП от j -го НКА, j – номер НКА, J – общее число всех одновременно видимых в данный момент времени НКА.

Наблюдение от j -го НКА $\xi_j(t)$ представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала и шума:

$$\xi_j(t) = s_j(t) + n_j(t), \quad t \in [t_0, t), \quad j = \overline{1, J}, \quad (10)$$

где $s_j(t)$ – принимаемый полезный ВОС-сигнал от j -го НКА на входе приемника НАП, соответствующий радиосигналу $s_{и}(t)$ (1); $n_j(t)$ – аддитивная флуктуационная помеха в наблюдении $\xi_j(t)$ от j -го НКА.

Флуктуационная помеха $n_j(t)$, аппроксимируемая стационарным белым гауссовским шумом (БГШ), имеет статистические характеристики:

$$M[n_j(t)] = 0; \quad M[n_j(t)n_j(t + \tau)] = \frac{1}{2} N_{0j} \delta|\tau|, \quad (11)$$

где N_{0j} – интенсивность БГШ, $M[\cdot]$ – символ усреднения по множеству реализаций.

На входе приемника НАП принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ с использованием двоичной ФМ для передачи СИ согласно (1) имеет вид

$$s_j(t) = A_j d_j(t - \tau_{3j}) \cos[(\omega_{Hj} + \Delta\omega_{Dj} + \Delta\omega_j) \times (t - \tau_{3j}) + \Theta_j(t_k - \tau_{3j})\pi + \varphi_j(t)], \quad j = \overline{1, J}, \quad (12)$$

где τ_{3j} – запаздывание принимаемого радиосигнала $s_j(t)$ на трассе от j -го НКА до НАП; $\Theta_j(t_k)$ – ДП, содержащий СИ от j -го НКА; $\Delta\omega_{Dj}$ – доплеровский сдвиг несущей частоты принимаемого радиосигнала $s_j(t)$ на трассе от j -го НКА до НАП; $\Delta\omega_j$ – медленный сдвиг несущей частоты ω_{Hj} , возникающий в канале распространения радиосигнала $s_j(t)$ и в измерительном устройстве приемника. Начало отсчета в (12) принято равным $t_0 = 0$.

Рассматривая принимаемые сигналы от j -го НКА, в ф-лах типа (12) (аналогично ф-ле (1)) там, где это не вызывает сомнения, индекс “ j ” для уменьшения громоздкости опускаем.

Тогда выражение (12) записывается в виде

$$s(t) = Ad(t - \tau_3) \cos[(\omega_H + \Delta\omega_D + \Delta\omega) \times (t - \tau_3) + \Theta(t_k - \tau_3)\pi + \varphi(t)]. \quad (13)$$

В ряде случаев принимаемый от j -го НКА ВОС-сигнал $s(t)$ (13) с использованием двоичной ФМ для передачи СИ от j -го НКА представляется в другой эквивалентной (13) форме записи

$$s(t) = \begin{cases} Ad(t - \tau_3) \cos[(\omega_H + \Delta\omega_D + \Delta\omega_p) \times (t - \tau_3) + \varphi(t)] & \text{при } \vartheta_1 = 0, \\ -Ad(t - \tau_3) \cos[(\omega_H + \Delta\omega_D + \Delta\omega_p) \times (t - \tau_3) + \varphi(t)] & \text{при } \vartheta_2 = 1. \end{cases} \quad (14)$$

В современных ГНСС для передачи СИ применяются полезные сигналы $s(t)$ с двоичной ФМ (13). Наряду с этим в ряде технических приложений навигации и связи (например, в спутниковой системе связи Globalstar) используется также четверичная (квадратурная) ФМ (QPSK – Quadrature Phase Shift Keying), что позволяет более эффективно использовать предоставленную полосу частот. Поэтому ДП $\Theta(t_k)$ для передачи СИ характеризуем в данной работе более общей моделью с использованием многопозиционной ФМ [19].

Тогда в соответствии с (13) на входе приемника НАП принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s(t)$ с использованием многопозиционной ФМ для передачи СИ (без учета каких-либо тех-

нических особенностей) описывается следующим выражением:

$$s(t) = Ad(t - \tau_3) \cos[(\omega_H + \Delta\omega_D + \Delta\omega) \times (t - \tau_3) + \Theta(t_k - \tau_3) \frac{2\pi}{M} + \varphi(t)], \quad (15)$$

где характеризующий многопозиционную ФМ ДП $\Theta(t_k) = \{\vartheta_i\}$ применительно к j -му НКА определяется соотношением:

$$\vartheta_i = i - 1, \quad \Theta(t_k) = \{i - 1\}, \quad i = \overline{1, M}, \quad (16)$$

i – номер состояния ДП $\Theta(t_k)$.

В формулах (15) и (16) $M = 2^n$ – показатель многопозиционности ФМ, n – целое положительное число.

Так, например, при $M = 2$ ($i = \overline{1, 2}$) имеем двоичную ФМ, и сигнал (15) принимает вид (13); при $M = 4$ ($i = \overline{1, 4}$) – квадратурную ФМ.

Запаздывание τ_3 принимаемого радиосигнала $s(t)$ (15) на трассе от j -го НКА до НАП имеет вид [11]

$$\tau_3 = \tau_D + \Delta\tau_1 + \Delta\tau_2 + \Delta\tau_3 + \Delta\tau_n + \Delta\tau_r + \Delta\tau_{\Pi}, \quad (17)$$

где $\tau_D(t)$ – задержка принимаемого радиосигнала $s(t)$, обусловленная дальностью трассы между j -м НКА и НАП; $\Delta\tau_1$ и $\Delta\tau_2$ – сдвиги ШВ j -го НКА и НАП относительно системного времени; $\Delta\tau_3$ – задержка сигнала за счет неточного прогноза эфемерид; $\Delta\tau_n$ и $\Delta\tau_r$ – ионосферная и тропосферная задержки сигнала; $\Delta\tau_{\Pi}$ – случайная задержка сигнала, вызванная уходом частоты передатчика j -го НКА.

Задержка $\tau_D(t)$ принимаемого радиосигнала $s(t)$, обусловленная дальностью трассы между j -м НКА и НАП, характеризуется выражением

$$\tau_D(t) = D(t)/c, \quad (18)$$

где $D(t)$ – дальность трассы между j -м НКА и НАП; c – скорость распространения радиоволн.

Доплеровский сдвиг несущей частоты ω_H принимаемого от j -го НКА радиосигнала $s(t)$ (15) имеет вид [11]

$$\Delta\omega_D(t) = \omega_H \frac{V(t)}{c}, \quad (19)$$

где $V(t) = \frac{dD(t)}{dt}$ – радиальная скорость перемещения НАП относительно j -го НКА.

Случайная фаза $\varphi(t)$ принимаемого от j -го НКА радиосигнала $s(t)$ (15) достаточно полно

описываются следующей системой стохастических дифференциальных уравнений [15, 20]:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi(t)}{dt} &= \Delta\omega(t) - \frac{\omega_H}{c} \frac{dD(t)}{dt} + \sqrt{\frac{N_\varphi}{2}} n_\varphi(t), \quad \varphi(t_0) = \varphi_0, \\ \frac{d\Delta\omega(t)}{dt} &= -\gamma_\omega \Delta\omega(t) + \sqrt{2\gamma_\omega \sigma_\omega^2} n_{\delta\omega}(t), \\ \Delta\omega(t_0) &= \Delta\omega_0, \end{aligned} \quad (20)$$

где $n_\varphi(t)$ и $n_{\delta\omega}(t)$ – взаимонезависимые стандартные БГШ (с нулевыми математическими ожиданиями (МО) и единичными интенсивностями); $\Delta\omega(t)$ – медленный сдвиг несущей частоты ω_H сигнала $s(t)$ из-за нестабильности задающих генераторов j -го НКА и НАП, а также в связи с изменением внешних условий функционирования; σ_ω^2 – дисперсия нестабильности частоты; γ_ω – коэффициент, характеризующий ширину спектра уходов частоты $\Delta\omega(t)$; N_φ – интенсивность собственных фазовых флуктуаций приемника НАП.

Связь между дальностью $D(t)$ и прямоугольными координатами в геодезической системе координат j -го НКА и НАП имеет вид [15]

$$\begin{aligned} D_{\text{изм}}(t) &= D(t) + \delta D = \\ &= \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2} + \delta D, \end{aligned} \quad (21)$$

где x_j, y_j, z_j – прямоугольные координаты j -го НКА; x, y, z – прямоугольные координаты объекта (например, самолета), на котором размещена НАП; $D_{\text{изм}}(t)$ – измеренное значение дальности $D(t)$ (псевдодальность); δD – неизвестная постоянная на время измерения ошибка (например, за счет расхождения ШВ j -го НКА и НАП).

В соответствии с (19) и (21) радиальная псевдоскорость характеризуется следующим выражением:

$$\begin{aligned} V_{\text{изм}}(t) &= \frac{d}{dt} D_{\text{изм}}(t) = \\ &= K_x(V_x - W_{jx}) + K_y(V_y - W_{jy}) + K_z(V_z - W_{jz}), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$V_x(t) = \frac{d}{dt} x(t), \quad V_y(t) = \frac{d}{dt} y(t), \quad V_z(t) = \frac{d}{dt} z(t)$$

– проекции скорости объекта (например, самолета), на котором размещена НАП;

$$\begin{aligned} W_{jx}(t) &= \frac{d}{dt} x_j(t), \quad W_{jy}(t) = \frac{d}{dt} y_j(t), \\ W_{jz}(t) &= \frac{d}{dt} z_j(t) \end{aligned}$$

– проекции скорости j -го НКА;

$$K_x = \frac{x_j - x}{D_{\text{изм}}(t)}, \quad K_y = \frac{y_j - y}{D_{\text{изм}}(t)}, \quad K_z = \frac{z_j - z}{D_{\text{изм}}(t)} \quad (23)$$

– направляющие косинусы.

Обычно значения направляющих косинусов K_x, K_y и K_z (23) на тактовых интервалах времени принимают постоянными.

Значения координат x_j, y_j, z_j каждого j -го НКА и их производные W_{jx}, W_{jy}, W_{jz} в НАП являются известными в результате обработки СИ, и они при решении задач синтеза относятся к вектору управления $\mathbf{U}_{\text{упр}}(t)$.

Таким образом, принимаемый от j -го НКА ($j = \overline{1, J}$) полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (15) согласно (18)–(23) (без учета каких-либо технических особенностей) является функцией ДП $\Theta_j(t_k)$ и вектора непрерывных параметров радиосигнала (ПРС) $\mathbf{Y}_j(t)$,

$$s_j(t) = s[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{Y}_j(t)], \quad (24)$$

где

$$\mathbf{Y}_j(t) = \left[D_{\text{изм}}(t) \frac{d}{dt} D_{\text{изм}}(t) \varphi_j(t) \Delta\omega_j(t) \right]^T, \quad (25)$$

$$j = \overline{1, J},$$

– j -й вектор ПРС, т.е. тех параметров, от которых принимаемый от j -го НКА сигнал $s_j(t)$ непосредственно зависит.

Из рассмотрения (25) видно, что совокупность векторов ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, содержит необходимую информацию о положении и динамике движения объекта (например, самолета), на котором установлена НАП, а также об условиях распространения радиоволн и стабильности несущей частоты.

Векторы ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$ (и в конечном итоге зависящий от них вектор НП $\mathbf{X}(t)$) подлежат оцениванию при решении задачи синтеза.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

При постановке задачи синтеза алгоритмов приема и обработки информации методами МТО следует в пространстве состояний выбрать и обосновать вектор наблюдения (ВН) и вектор состояния (ВС), а также описать динамику этих векторов, разработав соответствующие математические модели (ММ). При этом необходимо задать критерий оптимальности в соответствии с физическим смыслом и целью решаемой задачи синтеза [13–15, 17].

В решаемой задаче синтеза ВН $\Xi(t)$ (9) представляет собой совокупность J принимаемых приемником НАП (для определенности установленном, например, на самолете) ВОС-сигналов, искаженных помехами, от всех одновременно видимых НКА группировки ГНСС.

В соответствии с (9)–(11) ВН $\Xi(t)$ может быть представлен в следующем виде:

$$\Xi(t) = \mathbf{S}(t) + \mathbf{G}_{\Xi}(t)\mathbf{N}(t), \quad t \in [t_0, t), \quad (26)$$

где

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_j(t), \dots, s_J(t)]^T$$

– вектор принимаемых полезных ВОС-сигналов от всей совокупности J одновременно видимых в данный момент НКА;

$$\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_j(t), \dots, n_J(t)]^T$$

– вектор аддитивных независимых стандартных БГШ с известными характеристиками в соответствии с (11); $j = \overline{1, J}$.

Входящая в формулу (26) невырожденная матрица $\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t)$ интенсивностей помех $\mathbf{N}(t)$ имеет вид

$$\mathbf{B}_{\Xi\Xi}(t) = \mathbf{G}_{\Xi}(t)\mathbf{G}_{\Xi}^T(t). \quad (27)$$

Полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$, принимаемый от j -го НКА, определяется выражением (15).

При выборе и обосновании ВС исходим из того, что решается главная задача навигации: определение пространственных координат объекта (самолета), на котором установлена НАП, и их производных (компоненты скорости полета и ускорения). Сопутствующими компонентами ВС при этом являются параметры, характеризую-

ющие флуктуации фазы принимаемого сигнала, нестабильность частоты задающего генератора и т.п. [20].

Применительно к решаемой задаче синтеза ВС представляет собой ДНП

$$[\mathbf{X}^T(y), \Theta_j(t_k)]^T,$$

где $\Theta_j(t_k)$ – ДП, характеризующий предназначенную для передачи СИ от j -го НКА ($j = \overline{1, J}$) многопозиционную ФМ (15) ВОС-сигнала $s_j(t)$ (12); $\mathbf{X}(t)$ – вектор НП, содержащий информацию о положении в пространстве и динамике движения объекта (например, самолета), на котором установлена НАП, а также сведения об условиях распространения радиоволн и стабильности несущей частоты.

Далее рассмотрим вектор НП $\mathbf{X}(t)$ и его взаимосвязь с векторами ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$ (25), где $j = \overline{1, J}$.

Для характеристики вектора НП $\mathbf{X}(t)$ используем ММ динамики объектов навигации на основе прямоугольной гринвичской системы координат (СК), описывающую положение объекта (например, самолета), на котором установлена НАП, в пространстве и его движение применительно к небольшим отрезкам времени. При этом вектор НП $\mathbf{X}(t)$ может быть представлен в следующем виде [20, 21]:

$$\mathbf{X}(t) = [\mathbf{X}_c^T(t), \mathbf{V}^T(t), \mathbf{A}^T(t), \mathbf{\Phi}^T(t), \mathbf{\Delta\Omega}^T(t), \mathbf{\Delta D}^T(t)]^T, \quad (28)$$

где $\mathbf{X}_c(t) = [x, y, z]^T$ – вектор прямоугольных координат объекта (например, самолета), на котором размещена НАП;

$$\mathbf{V}(t) = [V_x, V_y, V_z]^T \quad \text{и} \quad \mathbf{A}(t) = [A_x, A_y, A_z]^T$$

– векторы земной скорости и ускорения объекта (например, самолета) на оси прямоугольной гринвичской СК;

$$\mathbf{\Phi}(t) = [\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots, \varphi_j(t), \dots, \varphi_J(t)]^T$$

– вектор случайных фаз принимаемых полезных ВОС-сигналов $s_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, от всей совокупности одновременно видимых в данный момент НКА;

$$\mathbf{\Delta\Omega}(t) = [\Delta\omega_1(t), \Delta\omega_2(t), \dots, \Delta\omega_j(t), \dots, \Delta\omega_J(t)]^T$$

– вектор медленных уходов несущих частот принимаемых полезных ВОС-сигналов $s_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, от всей совокупности одновременно видимых в данный момент НКА;

$$\mathbf{\Delta D}(t) = [\delta d_1(t), \delta d_2(t), \dots, \delta d_j(t), \dots, \delta d_J(t)]^T$$

– вектор сдвигов ШВ НАП относительно ШВ каждого видимого НКА, выраженный в единицах дальности.

Отметим, что при решении задач синтеза алгоритмов приема и обработки сигналов в комплексных системах навигации (например, в случае наблюдений сигналов не только ГНСС, но и сигналов доплеровского измерителя скорости или инерциальной навигационной системы) используется несколько более сложная ММ динамики объектов навигации. В таком случае земную скорость объекта $\mathbf{V}(t)$ в (28) представляют в виде

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}_0 + \mathbf{\Delta V}(t),$$

где \mathbf{V}_0 – средняя земная скорость объекта, $\mathbf{\Delta V}(t)$ – флуктуационная составляющая земной скорости объекта, и обе компоненты земной скорости оцениваются отдельно [21].

Динамика компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$ (28) применительно к высокодинамичным объектам (например, самолетам) достаточно полно описывается системой стохастических дифференциальных уравнений следующего вида [20, 21]:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \mathbf{X}_c(t) &= \mathbf{V}(t), & \mathbf{X}_c(t_0) &= \mathbf{X}_{c0}; \\
\frac{d}{dt} \mathbf{V}(t) &= \mathbf{A}(t), & \mathbf{V}(t_0) &= \mathbf{V}_0; \\
\frac{d}{dt} \mathbf{A}(t) &= -[\alpha + \beta]\mathbf{A}(t) - \alpha\beta\mathbf{V}(t) + \sqrt{2(\alpha + \beta)\sigma_A^2}\mathbf{N}_A(t), & \mathbf{A}(t_0) &= \mathbf{A}_0; \\
\frac{d}{dt} \Phi(t) &= \Delta\Omega(t) - \frac{\omega_H}{c} \frac{d}{dt} \mathbf{D}(t) + \mathbf{N}_\Phi(t), & \Phi(t_0) &= \Phi_0; \\
\frac{d}{dt} \Delta\Omega(t) &= -\Gamma_\omega \Delta\Omega(t) + \mathbf{N}_{\Delta\Omega}(t), & \Delta\Omega(t_0) &= \Delta\Omega_0; \\
\frac{d}{dt} \Delta\mathbf{D} &= 0, & \Delta\mathbf{D}(t_0) &= \Delta\mathbf{D}_0;
\end{aligned} \tag{29}$$

где σ_A^2 – дисперсия флуктуаций ускорения; $\mathbf{N}_A(t)$ – вектор формирующих стандартных БГШ; α и β – размерные коэффициенты, определяющие спектр флуктуаций ускорения;

$$\begin{aligned}
\mathbf{N}_\Phi(t) &= [n_{\Phi 1}(t), \dots, n_{\Phi i}(t), \dots, n_{\Phi J}(t)]^T \text{ и} \\
\mathbf{N}_{\Delta\Omega}(t) &= [n_{\Delta\Omega 1}(t), \dots, n_{\Delta\Omega i}(t), \dots, n_{\Delta\Omega J}(t)]^T
\end{aligned}$$

– векторы независимых формирующих БГШ соответствующих интенсивностей;

$$\mathbf{D}(t) = [D_1(t), D_2(t), \dots, \dots, D_J(t)]^T$$

– вектор дальностей применительно ко всей совокупности одновременно видимых в данный момент НКА; $D_j(t)$ – дальность между j -м НКА и НАП; Γ_ω – диагональная матрица, у которой на главной диагонали находятся элементы γ_{ω_j} ($j = \overline{1, J}$).

Из рассмотрения (28) и (29) следует, что вектор НП $\mathbf{X}(t)$ представляет собой многокомпонентный диффузионный гауссовский марковский процесс, который в общем виде может быть описан линейным векторно-матричным стохастическим дифференциальным уравнением

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \mathbf{X}(t) &= \mathbf{A}_X(t)\mathbf{X}(t) + \mathbf{C}_X(t)\mathbf{U}_{\text{упр}}(t) + \mathbf{G}_X(t)\mathbf{N}_X(t), \tag{30} \\
\mathbf{X}(t_0) &= \mathbf{X}_0,
\end{aligned}$$

где $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ – вектор-столбец НП размером $(n \times 1)$; n – число компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$; $\mathbf{A}_X(t)$ – матрица состояния размером $(n \times n)$; $\mathbf{U}_{\text{упр}}(t)$ – детерминированный вектор управления; $\mathbf{C}_X(t)$ – матрица управления; $\mathbf{N}_X(t)$ – вектор стандартных БГШ; $\mathbf{G}_X(t)$ – матрица интенсивностей шумов; $\mathbf{B}_{XX}(t) = \mathbf{G}_X(t)\mathbf{G}_X^T(t)$ – матрица коэффициентов диффузии вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Взаимосвязь вектора НП $\mathbf{X}(t)$ (29) и векторов ПРС $\mathbf{Y}_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$, определяется (24) и согласно (20), (21) и (22) может быть представлена в виде

$$\mathbf{Y}_j(t) = \mathbf{L}_j \{\mathbf{X}(t)\} = [l_{j1} \ l_{j2} \ l_{j3} \ l_{j4}]^T, \tag{31}$$

где $\mathbf{L}_j \{\mathbf{X}(t)\}$ – нелинейная векторная функция, компоненты которой равны:

$$\begin{aligned}
l_{j1} &= D_{j\text{изм}}(t) = \\
&= \sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2 + (z_j - z)^2} + \delta D, \\
l_{j2} &= \frac{d}{dt} D_{j\text{изм}} = K_x(V_x - W_{jx}) + \\
&+ K_y(V_y - W_{jy}) + K_z(V_z - W_{jz}), \\
l_{j3} &= \varphi_j(t), \quad l_{j4} = \Delta\omega_j(t).
\end{aligned}$$

Таким образом, из рассмотрения (16), (28), (29) и (31) видно, что принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (24) является функцией ДП $\Theta_j(t_k)$ и вектора НП $\mathbf{X}(t)$:

$$s_j(t) = s[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{X}(t)]. \tag{32}$$

Принимаемый сигнал $s_j(t)$ содержит информацию, определяющую пространственное положение и движение объекта (например, самолета), на котором установлена НАП, а также СИ (сведения об эфемериде, альманахе, поправках к бортовой ШВ и т.д.) от j -го НКА. Дискретный процесс $\Theta_j(t_k)$ согласно (16) применительно к j -му НКА записывается в виде $\Theta_j(t_k) = \{\vartheta_{ij}\}_j = \{i - 1\}_j$. Он описывается простой цепью Маркова на M положений и принимает одно из значений $\vartheta_i = i - 1$, где $i = \overline{1, M}$. Далее для простоты индекс j в обозначениях применительно к ДП $\Theta_j(t_k)$ опущен.

Возможные моменты перехода ДП $\Theta(t_k)$ из одного состояния в другое являются дискретными и определяются выражением

$$t_k = t_0 + kT, \text{ где } T = \text{const}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Для ГНСС типов GPS, Galileo и ГЛОНАСС длительность такта $T = t_{k+1} - t_k$ ДП $\Theta(t_k)$ равна дли-

тельности информационной посылки СИ: $T = \tau_{СИ} = 20 \text{ мс}$ [11, 12].

В общем случае у принимаемого сигнала $s(t)$ (15) моменты времени t_k перехода ДП $\Theta(t_k)$ из одного состояния в другое являются случайными, поскольку они зависят от случайного запаздывания принимаемого сигнала $\tau_3(t)$ (17).

На всех тактовых полуинтервалах времени $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, ДП $\Theta(t_k)$ остается постоянным, и он может быть описан соответствующим априорным уравнением вида

$$\frac{d\Theta(t)}{dt} = 0, \text{ где } t \in [t_k, t_{k+1}), k = 0, 1, 2, \dots \quad (33)$$

Применительно к ДП $\Theta(t_k)$ матрица одношаговых вероятностей перехода и вектор вероятностей начального состояния соответственно имеют вид [15, 17]:

$$\begin{aligned} \pi(t_k) &= [\pi_{il}(t_k)], \text{ где} \\ \pi_{il}(t_k) &= P\{\Theta(t_k + 0) = \vartheta_l | \Theta(t_k - 0) = \vartheta_i\}, \quad (34) \\ & i, l = \overline{1, M}; \end{aligned}$$

$$P_{\vartheta}(t_0) = \{P_{\vartheta i}(t_0)\}, \text{ где } i = \overline{1, M}.$$

Вероятности состояний ДП $\Theta(t_k)$ $P_{\vartheta i}(t_k + 0) \triangleq P(t_k + 0, \Theta(t_k + 0) = \vartheta_i)$ в начале k -го такта $[t_k, t_{k+1})$ определяются формулой

$$P_{\vartheta i}(t_k + 0) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{\vartheta m}(t_k - 0), \quad i = \overline{1, M}, \quad (35)$$

где $P_{\vartheta m}(t_k - 0)$ – вероятность состояния ДП $\Theta(t_k)$ в конце $(k - 1)$ -го такта $[t_{k-1}, t_k)$.

В задачах по синтезу оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов приема и обработки ДНП с использованием методов МТО применяется поэтапное решение уравнения Стратоновича [15, 22]. Возможность решения уравнения Стратоновича для АПВ оцениваемых ДНП поэтапно обусловлена спецификой непрерывных (28) и дискретных (33) компонент ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, где $j = \overline{1, J}$.

При использовании метода поэтапного решения уравнения Стратоновича удастся обоснованно упростить ММ оцениваемого ВС и тем самым повысить конструктивность решения задачи синтеза. Суть такого упрощения ММ заключается в возможности описания динамики непрерывных компонент ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ на характерных полуинтервалах времени (применительно к ГНСС на длительности полуинтервала для передачи СИ $\tau_{СИ} = 20 \text{ мс}$) квазислучайными процессами [15, 21].

В таких случаях используется двухэтапная обработка ВН $\Xi(t)$ (26). На первом этапе применительно к каждому k -му такту $[t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, обрабатывается только вектор НП $\mathbf{X}(t)$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, поскольку ДП $\Theta_j(t)$ при этом остается постоянным. В таком случае для первого этапа обработки удается найти точное решение уравнения Стратоновича как решение нелинейной задачи оценки параметров в силу аппроксимации ММ вектора НП $\mathbf{X}(t)$ (29) векторным квазислучайным процессом.

На втором этапе обработка осуществляется в дискретном времени в точках $t_k + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), т.е. в точках возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$. При этом оценки компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$, полученные на первом этапе обработки, используются в качестве начальных значений для второго этапа обработки ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, где $j = \overline{1, J}$.

В дискретные моменты времени t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) вектор НП $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$, характеризуемый соотношениями (28) и (29), описывается эквивалентным применительно к (30) линейным векторно-матричным стохастическим разностным уравнением

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_k &= \Phi_{XX}(t_k, t_{k-1})\mathbf{X}_{k-1} + \\ &+ \Psi_{XU}(t_k, t_{k-1})U_{\text{упрк}} + \Gamma_X(t_k, t_{k-1})\mathbf{N}_{Xk}, \quad (36) \end{aligned}$$

где Φ_{XX} , Ψ_{XU} и Γ_X – известные матрицы, $\mathbf{N}_{Xk} = \mathbf{N}_X(t_k)$ – вектор формирующих стандартных дискретных БГШ, $U_{\text{упрк}}$ – дискретный вектор управления.

Полагаем, что длительность тактового интервала (информационной посылки СИ) $T = t_{k+1} - t_k$ ДП $\Theta(t_k)$ ($T = \tau_{СИ} = 20 \text{ мс}$) достаточно мала, чтобы в (32) вектор НП $\mathbf{X}(t)$ на каждом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, можно было с требуемой для оценивания степенью точности аппроксимировать векторным квазислучайным процессом [15, 21, 22]:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(t) &= \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k), \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ \mathbf{X}_0 &= \mathbf{X}(t_0), \quad (37) \end{aligned}$$

где $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(t_k)$; $\mathbf{X}_k = \mathbf{f}(t_k, \mathbf{X}_k)$ – начальное значение на k -м такте, $\mathbf{f}(\cdot)$ – детерминированная векторная функция.

Входящая в линейное векторно-матричное стохастическое разностное уравнение (36) функция $\mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)$ имеет вид [15, 21, 22]

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k) = \Phi_{XX}(t, t_k)\mathbf{X}_k, \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (38)$$

где $\Phi_{XX}(t, t_k)$ – переходная матрица состояния, характеризуемая (36).

В соответствии с (37) принимаемый от j -го НКА полезный ВОС-сигнал $s_j(t)$ (32) в пределах одного тактового полуинтервала принимает вид

$$s_j(t) = s[t, \Theta_j(t_k), \mathbf{f}(t_k, \mathbf{X}_k)], \quad t \in [t_k, t_{k+1}), \quad (39)$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, j = \overline{1, J}.$$

Решение задачи синтеза применительно к j -му НКА состоит в том, чтобы на k -м такте, где $k = 0, 1, 2, \dots$, имея наблюдения (26) и располагая априорными сведениями (16), (28), (29) и (30) об оцениваемом ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$, получить оптимальную оценку $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$ выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и оптимальные оценки $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ ДП $\Theta_j(t)$, где $j = \overline{1, J}$.

Оптимальная оценка $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$ выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$ должна удовлетворять критерию минимума апостериорного риска при квадратичной функции потерь.

Как известно [14, 15], оптимальной оценкой $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$, удовлетворяющей этому критерию, является апостериорное математическое ожидание (МО) $M_{ps}[\mathbf{X}_{k+1}]$ выборки вектора НП $\mathbf{X}(t)$:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k+1} = M_{ps}[\mathbf{X}_{k+1}] = \int_{\mathbf{X}_{k+1}} \mathbf{X}_{k+1} p_{ps}(t, \mathbf{X}_{k+1}) d\mathbf{X}_{k+1}, \quad (40)$$

где $\hat{\mathbf{X}}(t)$ – оптимальная оценка НП $\mathbf{X}(t)$;

$$p_{ps}(t, \mathbf{X}_{k+1}) \triangleq p(t, \mathbf{X}_{k+1} | \Xi^{t_{k+1}})$$

– АПВ выборки \mathbf{X}_{k+1} ;

$$\Xi^{t_{k+1}} = \{\Xi(\tau) : \tau \in [t_0, t_{k+1}]\}$$

– реализация ВН $\Xi(t)$ на отрезке $[t_0, t_{k+1}]$. Отметим, что в случае, когда АПВ является унимодальной и гауссовской, то оптимальная оценка $\hat{\mathbf{X}}(t)$ согласно критерию (40) и согласно критерию максимума АПВ совпадают [14, 15], чем и воспользуемся в дальнейшем.

Оптимальная оценка $\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0)$ ДП $\Theta_j(t)$, $j = \overline{1, J}$, применительно к j -му НКА должна удовлетворять критерию минимума апостериорного риска при простой функции потерь, что эквивалентно критерию максимума АВ ДП $\Theta_j(t)$ [14, 15]:

$$\hat{\Theta}_j(t_{k+1} - 0) = \vartheta_i: \max_{\vartheta_i \leq \vartheta_i \leq \vartheta_M} \{P_{ips}(t_{k+1} - 0)\}, \quad (41)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ – АВ состояния ДП $\Theta_j(t)$ в момент времени $t = t_{k+1} - 0$.

3. АПОСТЕРИОРНЫЕ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ И АПОСТЕРИОРНЫЕ СМЕШАННЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$

При решении задач синтеза методами МТО основной характеристикой для получения оптимальных оценок $\hat{\Theta}_{jk}$ и $\hat{\mathbf{X}}_k$ применительно к j -му НКА является АПВ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$:

$$p_{ps}(t_k, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \triangleq p(t_k, \Theta_k, \mathbf{X}_k | \Xi^{t_k}),$$

где $\Xi^{t_k} = \{\Xi(\tau) : \tau \in [t_0, t_k]\}$ – реализация ВН $\Xi(t)$ на отрезке $[t_0, t_k]$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) [13–15]. Далее для простоты индекс j в выкладках применительно к ДП $\Theta_j(t_k)$ опущен.

В случаях оптимального оценивания ДНП характеристикой, эквивалентной АПВ, на каждом k -м тактовом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$ является совокупность апостериорных смешанных распределений (АСР) $w_{ips}(t, \mathbf{X}_k)$ [15, 16]:

$$w_{ips}(t, \mathbf{X}_k) \triangleq w(t, \Theta_k = \vartheta_i, \mathbf{X}_k | \Xi^{t_k}),$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $i = \overline{1, M}$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

В точках возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, соотношения для АСР имеют вид [15]

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) w_{mps}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_{k+1}), \quad (42)$$

где $i = \overline{1, M}$; $\pi_{mi}(t_{k+1})$ – одношаговые вероятности перехода (34).

Формула связи между АПВ $p_{ps}(t_k, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ и соответствующими АСР $w_{ips}(t_k, \mathbf{X}_k)$ определяется следующим соотношением [15, 21]:

$$p_{ps}(t_k, \Theta_k, \mathbf{X}_k) = \sum_{i=1}^M w_{ips}(t_k, \mathbf{X}_k) \delta(\Theta_k - \vartheta_i), \quad (43)$$

где $\delta(\Theta_k - \vartheta_i)$ – дельта-функция Дирака.

При формировании алгоритмов потактовой обработки в два этапа требуется получить аналитические соотношения, связывающие АПВ (или соответствующие АСР) оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ в соседние дискретные моменты времени $t_k + 0$ и $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$). При этом АПВ (или АСР), полученная на первом этапе обработки, рассматривается как начальная для вычисления АПВ (или АСР) на втором этапе. Повторяя такую процедуру вычислений последовательно для каждого такта, получим искомую эволюцию АПВ (или АСР) ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ во времени.

3.1. Алгоритмы на первом этапе обработки

Первый этап обработки характерен тем, что на каждом k -м тактовом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$ согласно (33) и (37) выполняется соотношение $\Theta_k = \vartheta_i = \text{const}$ и производится аппроксимация вектора $\mathbf{X}(t)$ квазислучайным процессом

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k) \quad (44)$$

при $t \in [t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$

Применительно к k -му такту АПВ ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ на первом этапе обработки имеет вид

$$p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \triangleq p_1(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k | \Xi^{t_{k+1}-0}), \quad (45)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$; индекс "1" означает первый этап обработки.

В соответствии с (44) и (45) на k -м такте уравнение Стратоновича для АПВ $p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ при симметризованной форме записи стохастических интегралов имеет вид [13–15]

$$\frac{\partial p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)}{\partial t} = [F(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) - M_{ps}\{F(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)\}]p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k), \quad (46)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

В уравнении Стратоновича (46) производная по времени от логарифма функционала правдоподобия (ЛФП) $F(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ и ее апостериорное среднее согласно (26), (30), (32), (37)–(39) применительно к совокупности J принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ (26) от всех одновременно видимых НКА определяются соотношениями [13–15, 21]

$$\begin{aligned} F(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) &= F[t, \Theta_k, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)] = \\ &= \mathbf{S}^T(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \mathbf{B}_{\Xi\Xi}^{-1} \left[\Xi(t) - \frac{1}{2} \mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \right], \\ &M_{ps}\{F(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)\} = \\ &= \iint_{\Theta_k \mathbf{X}_k} \{F(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)\} p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\Theta_k d\mathbf{X}_k, \end{aligned} \quad (47)$$

где $\Theta_k = [\Theta_{1k}, \Theta_{2k}, \dots, \Theta_{jk}, \dots, \Theta_{Jk}]^T$ – вектор ДП применительно ко всей совокупности J одновременно видимых НКА.

Уравнение Стратоновича (46) для АПВ $p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ на k -м такте имеет аналитическое решение [15]:

$$\begin{aligned} p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k) &= \\ &= C_1 p_{ps}(t_k, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^t F(\tau, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (48)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= \left[\iint_{\Theta_k \mathbf{X}_k} p_{ps}(t_k, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \times \right. \\ &\left. \times \exp \left\{ \int_{t_k}^t F(\tau, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\tau \right\} d\Theta_k d\mathbf{X}_k \right]^{-1} \end{aligned}$$

– нормировочный коэффициент; $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Видно, что согласно (48) искомая АПВ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ применительно к j -му НКА в конце первого этапа обработки на k -м такте $[t_k, t_{k+1})$, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, равна

$$\begin{aligned} p_{psl}(t_{k+1} - 0, \Theta_k, \mathbf{X}_k) &= \\ &= C_1 p_{ps}(t_k, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F(\tau, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (49)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$

На основании уравнения Стратоновича для АПВ $p_{psl}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ (46) в соответствии с формулой связи между АПВ и АСР (43) находим, что уравнение Стратоновича для соответствующего АСР $w_{i,psl}(t, \mathbf{X}_k)$ на первом этапе потактовой обработки имеет вид

$$\frac{\partial w_{i,psl}(t, \mathbf{X}_k)}{\partial t} = [F_i(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Theta X}(t)] w_{i,psl}(t, \mathbf{X}_k), \quad (50)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$.

В уравнении Стратоновича для АСР $w_{i,psl}(t, \mathbf{X}_k)$ (50) производная по времени от частичного (i -го) ЛФП (т.е. ЛФП, соответствующего значению компонент вектора ДП $\Theta_k = \{\vartheta_i\}$) $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ и ее апостериорное среднее в соответствии с (37), (43) и (47) применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ (9) и (26) от всех одновременно видимых J НКА равны [13–15, 21]:

$$\begin{aligned} F_i(t, \mathbf{X}_k) &\triangleq F[t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{f}(t, \mathbf{X}_k)] = \\ &= \mathbf{S}^T(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k) \times \\ &\times \mathbf{B}_{\Xi\Xi}^{-1} \left[\Xi(t) - \frac{1}{2} \mathbf{S}(t, \Theta_k = \{\vartheta_i\}, \mathbf{X}_k) \right], \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} F_{\Theta X}(t) &\triangleq M_{ps, \Theta_k, \Theta_k} \{F_i(t, \mathbf{X}_k)\} = \\ &= \int \sum_{\mathbf{X}_k}^M F_i(t, \mathbf{X}_k) w_{i,psl}(t, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \end{aligned} \quad (52)$$

где $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, J}$.

Уравнение (50) справедливо там, где $d\Theta(t)/dt = 0$ (33), т.е. для $t \in [t_k, t_{k+1})$, где $k = 0, 1, 2, \dots$

Соотношение для i -го АСР $w_{i\,ps}(t, \mathbf{X}_k)$ в точках разрыва между соседними тактами, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) возможной смены состояний ДП $\Theta_j(t)$ определяется (42).

Отметим, что в (42) не учитываются (как малые) разрывы 1-го рода выборки \mathbf{X}_k , обусловленные аппроксимацией НП $\mathbf{X}(t)$ на каждом такте квазислучайным процессом (37).

Решение уравнения Стратоновича для i -го АСР (50) на первом этапе обработки имеет вид

$$w_{i\,ps1}(t, \mathbf{X}_k) = C_2 w_{i\,ps}(t_k, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad (53)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$;

$$C_2 = \left[\int_{\mathbf{X}_k} \sum_{i=1}^M w_{i\,ps}(t_k, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^t F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\} d\mathbf{X}_k \right]^{-1}$$

– нормировочный коэффициент.

Начальным значением для (53) является АСР $w_{i\,ps}(t_k, \mathbf{X}_k)$, полученное в конце второго этапа обработки на предыдущем такте (т.е. на $(k - 1)$ -м такте).

Таким образом, согласно (53) АСР выборки ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, равно

$$w_{i\,ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) = C_2 w_{i\,ps}(t_k, \mathbf{X}_k) \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad (54)$$

где $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$.

3.2. Алгоритмы на втором этапе обработки

На втором этапе потактовой обработки вычисления производятся в дискретном времени в точках перехода от одного такта к другому, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), когда происходит возможная смена состояния ДП $\Theta_j(t_{k+1})$. Задача вычислений при этом состоит в том, чтобы на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, получить соотношения, характеризующие совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ и соответствующее АСР $w_{i\,ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ выборки ВС $[\mathbf{X}_k^T(t), \Theta_{jk}]^T$.

Для вывода искомым соотношений на втором этапе обработки введем в рассмотрение вспомогательную совместную АПВ

$$p_2 \triangleq p(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}, \Theta_k, \mathbf{X}_k | \Xi^{t_{k+1}+0})$$

применительно к значениям компонент ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ в два соседних момента времени, t_k и t_{k+1} [21].

Согласно теореме умножения вспомогательная АПВ p_2 с учетом (45) может быть представлена в виде

$$p_2 = p(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_k | \Xi^{t_{k+1}+0}, \Theta_k, \mathbf{X}_k) \times p(t_{k+1} - 0, \Theta_k, \mathbf{X}_k | \Xi^{t_{k+1}+0}) = v_{\Theta} v_{\mathbf{X}} p_{p1}(t_{k+1} - 0, \Theta_k, \mathbf{X}_k), \quad (55)$$

где

$$v_{\Theta} = v(\Theta_{k+1} | \Theta_k) \triangleq p(t_{k+1} + 0, \Theta_{k+1} | t_{k+1} - 0, \Theta_k), \quad (56)$$

$$v_{\mathbf{X}} = v(\mathbf{X}_{k+1} | \mathbf{X}_k) \triangleq p(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1} | t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$$

– плотности вероятностей переходов (ПВП) соответствующих случайных процессов $\Theta_j(t)$ и $\mathbf{X}(t)$. При получении (55) учтено, что процессы $\Theta_j(t)$ и $\mathbf{X}(t)$ априори независимы.

Проинтегрировав обе части равенства (55) по всем областям существования параметров Θ_k и \mathbf{X}_k , получим

$$p_{ps}(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\Theta_k} \int_{\mathbf{X}_k} v_{\Theta} v_{\mathbf{X}} p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \Theta_k, \mathbf{X}_k) d\Theta_k d\mathbf{X}_k, \quad (57)$$

где $p_{ps}(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) \triangleq p(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1} | \Xi^{t_{k+1}+0})$.

Соотношение (57) представляет собой рекуррентное уравнение Стратоновича для совместной АПВ $p_{ps}(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$. Оно позволяет при заданном начальном распределении последовательно для $k = 0, 1, 2, \dots$ вычислять совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1}, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$ на втором этапе обработки k -го такта, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$.

Входящие в (57) ПВП v_{Θ} и $v_{\mathbf{X}}$ определяются моделями компонент ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ (34) и (36), а совместная АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ вычисляется согласно (49) в момент времени $t = t_{k+1} - 0$ при обработке принимаемых ВОС-сигналов на первом этапе.

Для ДП $\Theta_j(t)$ связь между ПВП $v(\Theta_{k+1} | \Theta_k)$ и соответствующими вероятностями перехода (34) устанавливается соотношением [15, 21]:

$$v(\Theta_{k+1}|\Theta_k) = \begin{cases} v_1(\Theta_{k+1}|\Theta_k = \vartheta_1) = \sum_{j=1}^M \pi_{1j}(t_{k+1})\delta(\Theta_{k+1} - \vartheta_j) & \text{при } \Theta_k = \vartheta_1, \\ v_2(\Theta_{k+1}|\Theta_k = \vartheta_2) = \sum_{j=1}^M \pi_{2j}(t_{k+1})\delta(\Theta_{k+1} - \vartheta_j) & \text{при } \Theta_k = \vartheta_2, \\ \vdots \\ v_i(\Theta_{k+1}|\Theta_k = \vartheta_i) = \sum_{j=1}^M \pi_{ij}(t_{k+1})\delta(\Theta_{k+1} - \vartheta_j) & \text{при } \Theta_k = \vartheta_i, \\ \vdots \\ v_M(\Theta_{k+1}|\Theta_k = \vartheta_M) = \sum_{j=1}^M \pi_{Mj}(t_{k+1})\delta(\Theta_{k+1} - \vartheta_j) & \text{при } \Theta_k = \vartheta_M, \end{cases} \quad (58)$$

где $i = \overline{1, M}$.

Получим основное соотношение для вычисления АСР выборки ВС $[\mathbf{X}_k^T, \Theta_{jk}]^T$ в конце второго этапа обработки сигналов на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$.

Выражение (57), характеризующее совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$, с учетом формулы связи между АПВ и АСР (43) для момента времени $t_{k+1} + 0$ принимает вид

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} \times \left[\int_{\Theta_k} v_{\Theta} \sum_{m=1}^M w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) \delta(\Theta_k - \vartheta_m) d\Theta_k \right] d\mathbf{X}_k. \quad (59)$$

Согласно (58) формула связи между ПВП $v_{\Theta} = v(\Theta_{k+1}|\Theta_k)$ и вероятностями перехода (34) при $\Theta_k = \vartheta_m$ характеризуется следующим выражением:

$$v_{\Theta m} = v(\Theta_{k+1}|\Theta_k = \vartheta_m) = \sum_{j=1}^M \pi_{mj}(t_{k+1})\delta(\Theta_{k+1} - \vartheta_j). \quad (60)$$

Внеся в (59) ПВП v_{Θ} под знак суммы и учитывая (60), находим

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} \left\{ \int_{\Theta_k} \sum_{m=1}^M \left[\sum_{i=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1})\delta(\Theta_{k+1} - \vartheta_i) \right] \times w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) \delta(\Theta_k - \vartheta_m) d\Theta_k \right\} d\mathbf{X}_k. \quad (61)$$

Согласно (42) в точках возможной смены состояния ДП $\Theta_j(t)$, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$, для АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k)$ выполняется соотношение

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) w_{mps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k). \quad (62)$$

С учетом (62) после преобразований формула (61), определяющая совместную АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1})$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ в конце второго этапа обработки k -го такта, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, окончательно принимает вид

$$p_{ps}(t_{k+1} + 0, \Theta_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} \sum_{i=1}^M w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) \delta(\Theta_{k+1} - \vartheta_i) d\mathbf{X}_k. \quad (63)$$

Далее, выразив левую часть (63) по формуле связи между АПВ и АСР (43) и проинтегрировав обе части этого равенства по всей области существования ДП Θ_{k+1} , находим

$$\sum_{i=1}^M w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \sum_{i=1}^M \left[\int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k \right].$$

Полученное равенство выполняется для любого члена суммы.

Тогда имеем, что окончательное соотношение, определяющее АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ выборки ВС $[\mathbf{X}_{k+1}^T, \Theta_{j(k+1)}]^T$ применительно к j -му НКА в конце второго этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, определяется следующим соотношением:

$$w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \quad (64)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}$.

Входящее в (64) АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_k)$ характеризуется согласно (62).

Формула (64) позволяет при известном начальном распределении последовательно при $k = 0, 1, 2, \dots$ вычислить АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ выборки ВС $[\mathbf{X}_{k+1}^T, \Theta_{j(k+1)}]^T$ в конце второго этапа обработки на k -м такте, т.е. в дискретный момент времени $t_{k+1} + 0$, и, следовательно, на этой основе получить оптимальные оценки $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$ (40) и $\hat{\Theta}_{j(k+1)}$ (41).

4. ОПТИМАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНОГО ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ ПО ДИСКРЕТНОМУ ПРОЦЕССУ

Как отмечено во введении, с учетом специфики навигационных ШПС (в том числе и ВОС-сигналов), заключающейся в том, что время корреляции компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$ много больше длительности тактового интервала ДП $\Theta_j(t)$, при решении задачи синтеза применительно к оцениваемому дискретно-непрерывному ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_{jk}]^T$, характеризуемому (16) и (28)–(30), используем метод обратных связей по ДП $\Theta_j(t)$ [14–17].

Тогда совместная АПВ $p_{ps}(t, \Theta, \mathbf{X}) \triangleq p(t, \Theta, \mathbf{X} | \Xi')$ оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_{jk}]^T$ согласно методу обратных связей по ДП $\Theta_j(t)$ по теореме умножения представляется в следующем виде [15, 21]:

$$p_{ps}(t, \Theta, \mathbf{X}) = p_{ps}(t, \mathbf{X}) p_{ps}(t, \Theta | \mathbf{X}), \quad (65)$$

где $p_{ps}(t, \mathbf{X}) \triangleq p(t, \mathbf{X} | \Xi')$ – АПВ вектора НП $\mathbf{X}(t)$; $p_{ps}(t, \Theta | \mathbf{X}) \triangleq p(t, \Theta | \mathbf{X}, \Xi')$ – условная по \mathbf{X} АПВ ДП $\Theta_j(t)$.

Выразим условную АПВ $p_{ps}(t, \Theta | \mathbf{X})$ ДП $\Theta_j(t)$ через условные апостериорные вероятности (АВ) $P_{ips}(t | \mathbf{X})$:

$$p_{ps}(t, \Theta | \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t | \mathbf{X}) \delta(\Theta - \vartheta_i), \quad (66)$$

где $P_{ips}(t | \mathbf{X}) \triangleq P(t, \Theta = \vartheta_i | \mathbf{X}, \Xi')$ – условная по \mathbf{X} АВ состояния ДП при $\Theta = \vartheta_i$.

С учетом (66) совместная АПВ $p_{ps}(t, \Theta, \mathbf{X})$ (65) оцениваемого ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_{jk}]^T$ определяется следующим соотношением:

$$p_{ps}(t, \Theta, \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t | \mathbf{X}) p_{ps}(t, \mathbf{X}) \delta(\Theta - \vartheta_i). \quad (67)$$

На основании (67) с учетом формулы связи (43) между совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta, \mathbf{X})$ и АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X})$ при $\Theta(t) = \vartheta_i$ для всех $t \in [t_k, t_{k+1})$ разложе-

ние АСР применительно к методу обратных связей по ДП $\Theta_j(t)$ имеет вид [15, 21]

$$w_{ips}(t, \mathbf{X}) = p_{ps}(t, \mathbf{X}) P_{ips}(t | \mathbf{X}), \quad (68)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}$.

Для формирования оптимальных оценок $\hat{\Theta}_{jk}$ и $\hat{\mathbf{X}}_k$ необходимо знать АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X})$ и условные АВ $P_{ips}(t | \mathbf{X})$, где $i = \overline{1, M}$, на каждом такте на первом и втором этапах обработки принимаемых ВОС-сигналов.

4.1. Алгоритмы на первом этапе обработки

Получим алгоритм для вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$ на первом этапе обработки.

На основании уравнения Стратоновича для АСР $w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k)$ (50) на первом этапе потактовой обработки найдем соответствующее уравнение Стратоновича для АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k)$.

Подставив формулу (68), характеризующую разложение АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X})$ применительно к методу обратных связей по ДП $\Theta_j(t)$, в выражение (50), находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t | \mathbf{X}_k)] &= \\ &= [F_i(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Theta X}(t)] p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t | \mathbf{X}_k), \end{aligned} \quad (69)$$

где функции $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ и $F_{\Theta X}(t)$ определяются согласно (51) и (52) соответственно.

Просуммировав обе части равенства (69) по всем значениям i с учетом условия нормировки $\sum_{i=1}^M P_{ips}(t | \mathbf{X}_k) = 1$, имеем, что уравнение Стратоновича для АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k)$ выборки оцениваемого вектора НП \mathbf{X}_k на первом этапе обработки для k -го такта имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) = [F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Theta X}(t)] p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k), \quad (70)$$

где функции $F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k)$ и $F_{\Theta X}(t)$ с учетом (51), (52) и (68) вычисляются по формулам:

$$F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k) \triangleq \sum_{i=1}^M F_i(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t | \mathbf{X}_k), \quad (71)$$

$$\begin{aligned} F_{\Theta X}(t) &\triangleq \int_{\mathbf{X}_k} \sum_{i=1}^M F_i(t, \mathbf{X}_k) w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k = \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} \sum_{i=1}^M F_i(t, \mathbf{X}_k) p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t | \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k = \\ &= \int_{\mathbf{X}_k} F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k) p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k = M_{\mathbf{X}_k} \{F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k)\}. \end{aligned} \quad (72)$$

Как известно, при синтезе оптимальных алгоритмов приема и обработки сигналов на основе метода обратных связей по ДП используется один из двух способов вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$ [15, 21].

Первый способ вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$ (более сложный и более точный) основан на использовании разложения АСР $w_{ips}(t, \mathbf{X})$ в виде (68) в уравнении Стратоновича (50). Второй способ вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$ (более простой и несколько менее точный) опирается на использование разложения (68) уже в решении уравнения Стратоновича (54) в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$ [15, 21].

Особенностью (недостатком) первого способа вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$ является то, что в алгоритме на каждом такте необходимо выполнять текущее усреднение по ДП Θ_j , т.е. вычислять функцию $F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k)$, которая определяется соотношением (71).

При втором способе вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$ на каждом такте достаточно знать не ее текущее значение, а только значение в конце первого этапа обработки, т.е. АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$. Вследствие этого на интервале $[t_k, t_{k+1})$ не требуется текущего вычисления функции $F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k)$ (69). Отмеченное достоинство второго способа особенно значимо в случае применения навигационных ШПС (в том числе и ВОС-сигналов), для которых характерно малое отношение сигнал/шум на входе приемника и при обработке необходимо накопление определенного числа элементарных посылок.

По этой причине в работе использован второй способ вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$.

Подставив выражение (68) в формулу (54), представляющую собой решение уравнения Стратоновича для i -го АСР $w_{ips1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, находим

$$p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}_k) = C_2 p_{ps}(t_k, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t_k | \mathbf{X}_k) \times \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad (73)$$

где производная по времени от парциального (i -го) ЛФП $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ определяется согласно (51); $t \in [t_k, t_{k+1})$; $k = 0, 1, 2, \dots$; $i = \overline{1, M}$.

Просуммировав обе части равенства (73) по всем значениям i , с учетом условия нормировки, получим, что при втором способе вычисления

АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ выборки оцениваемого вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, имеет вид

$$p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) = C_2 p_{ps}(t_k, \mathbf{X}_k) \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_k | \mathbf{X}_k) \times \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \quad (74)$$

где нормировочный коэффициент C_2 согласно (53) и (68) определяется выражением

$$C_2 = \left[\int_{\mathbf{X}_k} p_{ps}(t_k, \mathbf{X}_k) \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_k | \mathbf{X}_k) \times \exp \left\{ \int_{t_k}^{t_{k+1}-0} F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right\} d\mathbf{X}_k \right]^{-1};$$

производная по времени от парциального ЛФП $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ характеризуется (51).

Начальным значением для (74) является АПВ $p_{ps}(t_k, \mathbf{X}_k)$, полученная в конце второго этапа обработки на предыдущем такте, т.е. в момент $t_k + 0$.

Как видно из (74), достоинство второго способа вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$ (по сравнению с первым способом [21]) состоит в том, что АПВ $p_{ps}(t_k, \mathbf{X}_k)$ и условные АВ $P_{ips}(t_k | \mathbf{X}_k)$ ДП $\Theta_j(t)$ в данном случае необходимо знать лишь в дискретные моменты времени t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) и нет необходимости выполнять текущее усреднение по ДП Θ , т.е. вычислять функцию $F_{\Theta}(\tau, \mathbf{X}_k)$ (71) при $\tau \in [t_k, t_{k+1})$. Как отмечено выше, этот факт является весьма значимым при применении навигационных ШПС (в том числе и ВОС-сигналов).

Получим основные расчетные соотношения для условных АВ $P_{ips}(t | \mathbf{X})$ (66) ДП $\Theta_j(t)$ на первом этапе обработки сигналов.

Подставив в уравнение Стратоновича для i -го АСР $w_{ips1}(t, \mathbf{X}_k)$ на первом этапе обработки (50) его разложение применительно к методу обратных связей по ДП (68), запишем

$$\frac{\partial P_{ips}(t | \mathbf{X}_k)}{\partial t} p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) + P_{ips}(t | \mathbf{X}_k) \frac{\partial p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k)}{\partial t} = [F_i(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Theta X}(t)] p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t | \mathbf{X}_k), \quad (75)$$

где функции $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ и $F_{\Theta X}(t)$ определяются выражениями (51) и (52), $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$.

С учетом (70) соотношение (75) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ips}(t|\mathbf{X}_k)}{\partial t} p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) + P_{ips}(t|\mathbf{X}_k)[F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k) - \\ - F_{\Theta X}(t)] p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) = \\ = [F_i(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Theta X}(t)] p_{ps1}(t, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t|\mathbf{X}_k). \end{aligned} \quad (76)$$

Выполнив в (76) преобразования, находим, что уравнение для условной АВ $P_{ips}(t|\mathbf{X}_k)$ ДП $\Theta_j(t)$ на первом этапе обработки характеризуется следующим соотношением:

$$\frac{\partial P_{ips}(t|\mathbf{X}_k)}{\partial t} = [F_i(t, \mathbf{X}_k) - F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k)] P_{ips}(t|\mathbf{X}_k), \quad (77)$$

где функции $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ и $F_{\Theta}(t, \mathbf{X}_k)$ определяются согласно (51) и (71) соответственно, $t \in [t_k, t_{k+1})$; $k = 0, 1, 2, \dots$; $i = \overline{1, M}$.

Начальное условие для уравнения (77) формируется на втором этапе обработки ($k - 1$)-го такта, т.е. в момент времени $t_k + 0$, и в соответствии с (35) имеет вид [15, 23]

$$\begin{aligned} P_{ips}(t_k + 0|\mathbf{X}_k) = \\ = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_k) P_{mps}(t_k - 0|\mathbf{X}_k), \quad i = \overline{1, M}. \end{aligned} \quad (78)$$

Решение уравнения (77) для условной АВ $P_{ips}(t|\mathbf{X}_k)$ ДП $\Theta_j(t)$ на первом этапе обработки k -го такта с учетом (37) характеризуется формулой [15, 23]

$$P_{ips}(t|\mathbf{X}_k) = \frac{P_{ips}(t_k + 0|\mathbf{X}_k) \exp \left[\int_{t_k}^t F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right]}{\sum_{l=1}^M P_{lps}(t_k + 0|\mathbf{X}_k) \exp \left[\int_{t_k}^t F_l(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \right]}, \quad (79)$$

где функция $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ определяется согласно (51), $t \in [t_k, t_{k+1})$, $k = 0, 1, 2, \dots$, $i = \overline{1, M}$. Начальное условие $P_{ips}(t_k + 0|\mathbf{X}_k)$ для (79) определяется (78).

При формировании оптимальной оценки ДП $\Theta_j(t)$ на k -м такте все условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0|\mathbf{X}_k)$, где $i = \overline{1, M}$, вычисляются в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$). Поскольку в течение всего полуинтервала $[t_k, t_{k+1})$ ДП $\Theta_j(t)$ не меняет своего значения, то к окончанию полуинтервала точность оценивания условных АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0|\mathbf{X}_k)$ ДП $\Theta_j(t)$ максимальна.

Таким образом, на основе (79) в соответствии с (41) на k -м такте в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

формируются оптимальные оценки ДП $\hat{\Theta}_j(t_k)$, где $j = \overline{1, J}$.

4.2. Алгоритмы на втором этапе обработки

Получим на втором этапе обработки сигналов в дискретном времени в точках перехода от одного такта к другому, т.е. в моменты $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), когда происходит возможная смена состояния ДП $\Theta_j(t_{k+1})$, формулы для АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ выборки вектора НП \mathbf{X}_{k+1} (а также для соответствующих АСР) и для условных АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_{k+1})$ ДП $\Theta_j(t_{k+1})$.

Подставив в выражение для АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ (64) ее разложение применительно к методу обратных связей (68), получим следующее соотношение:

$$\begin{aligned} p_{ps}(t_{k+1}, \mathbf{X}_{k+1}) P_{ips}(t_{k+1}|\mathbf{X}_{k+1}) = \\ = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k. \end{aligned} \quad (80)$$

Отметим, что при получении (80) погрешностью (разрывами 1-го рода) за счет аппроксимации вектора НП $\mathbf{X}(t)$ квазислучайным процессом (37) пренебрегаем, и по этой причине АПВ $p_{ps}(t, \mathbf{X})$ полагаем непрерывной по времени, т.е. $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}) = p_{ps}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X})$ [15, 21].

Просуммировав обе части равенства (80) по всем значениям i , с учетом условия нормировки окончательно получим, что АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ выборки оцениваемого вектора НП \mathbf{X}_{k+1} на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в моменты $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) имеет вид

$$\begin{aligned} p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1}) = \\ = \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k. \end{aligned} \quad (81)$$

Начальное условие $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ для (81) вычисляется в соответствии с выражением (74), полученным в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$.

Таким образом, на основе (81) в соответствии с (40) на каждом такте на втором этапе обработки, т.е. в моменты времени $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), формируется оптимальная оценка выборки вектора НП $\hat{\mathbf{X}}_{k+1}$.

Далее получим условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_{k+1})$, где $i = \overline{1, M}$, на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$. Условные АВ ДП $\Theta_j(t)$ $P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_{k+1})$ служат начальными

условиями при вычислении на основе (79) условных АВ $P_{ips}(t|\mathbf{X}_{k+1})$, где $t \in [t_{k+1}, t_{k+2})$, уже для следующего $(k + 1)$ -го такта.

Согласно (80) условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_{k+1})$ на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, определяются выражением

$$P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_{k+1}) = \frac{1}{p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})} \times \int_{\mathbf{X}_k} v_{\mathbf{X}} p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k, \quad (82)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, i = \overline{1, M}$.

Входящие в (82) условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_k)$ ДП $\Theta_j(t)$ на втором этапе обработки в соответствии с (78) имеют вид

$$P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_k) = \sum_{m=1}^M \pi_{mi}(t_{k+1}) P_{mips}(t_{k+1} - 0|\mathbf{X}_k), \quad (83) \quad i = \overline{1, M}.$$

Полученные согласно (82) и (83) условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0|\mathbf{X}_{k+1})$ ДП $\Theta_j(t)$ на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, представляют собой начальные условия для вычисления на основе (79) условных АВ $P_{ips}(t|\mathbf{X}_{k+1})$, где $t \in [t_{k+1}, t_{k+2})$, уже для $(k + 1)$ -го такта.

Таким образом, задача синтеза оптимальных алгоритмов приема и обработки дискретно-непрерывного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t_k)]^T$ применительно к j -му НКА методами МТО решена.

Далее рассмотрим формирование квазиоптимальных оценок дискретно-непрерывного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t_k)]^T$.

5. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ВОС-СИГНАЛОВ В ПЕРСПЕКТИВНЫХ ГЛОБАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМАХ

Чтобы упростить синтезированные оптимальные алгоритмы приема и обработки ВОС-сигналов, используем метод гауссовской аппроксимации и получим квазиоптимальные оценки выборки дискретно-непрерывного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t_k)]^T$ [13–15, 17].

В соответствии с методом гауссовской аппроксимации при формировании квазиоптимальных оценок выборки дискретно-непрерывного ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t_k)]^T$ применительно к j -му НКА полагаем, что приняты следующие допущения [15]:

– АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ выборки оцениваемого вектора НП \mathbf{X}_k является гауссовской;

– для условных АВ ДП $\Theta_j(t_k)$ при достаточно высокой апостериорной точности оценивания выборки вектора НП \mathbf{X}_k выполняются приближенные равенства:

$$P_{ips}(t_k) \approx P_{ips}(t_k|\mathbf{X}_k) \approx P_{ips}\left(t_k \middle| \mathbf{X}_k^*\right), \quad (84)$$

где $i = \overline{1, M}$, \mathbf{X}_k^* – квазиоптимальная оценка вектора НП \mathbf{X}_k .

5.1. Алгоритмы на первом этапе обработки

Как было отмечено выше, с учетом специфики навигационных ШПС (в частности, ВОС-сигналов) при разработке алгоритмов используем АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$, полученную на основе второго способа ее вычисления (74).

Тогда согласно методу гауссовской аппроксимации полагаем, что АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ (74) выборки оцениваемого вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, является гауссовской и имеет следующий вид:

$$p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) = \mathcal{N}\left\{\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^*, \mathbf{K}_k\right\} = \left[(2\pi)^n \det \mathbf{K}_k\right]^{-\frac{1}{2}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^*\right]^T \mathbf{K}_k^{-1} \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^*\right]\right\}, \quad (85)$$

где \mathcal{N} – символ гауссовского закона распределения; звездочка * означает, что АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ аппроксимирована гауссовской кривой (85);

$$\mathbf{X}_k^* \triangleq \mathbf{X}^*(t_k | t_{k+1} - 0) = M_{ps1}^*[\mathbf{X}_k] \triangleq \int_{\mathbf{X}_k} \mathbf{X}_k p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k \quad (86)$$

– квазиоптимальная оценка выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$;

$$\mathbf{K}_k \triangleq \mathbf{K}(t_k | t_{k+1} - 0) = M_{ps1}^* \left\{ \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^* \right] \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^* \right]^T \right\} = \int_{\mathbf{X}_k} \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^* \right] \left[\mathbf{X}_k - \mathbf{X}_k^* \right]^T \times p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k) d\mathbf{X}_k \quad (87)$$

– матрица апостериорных одномерных центральных моментов второго порядка (матрица ковариаций) квазиоптимальных ошибок оценивания выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$. Видно, что матрица ковариаций квазиоптимальных ошибок \mathbf{K}_k в соответствии с (30) имеет размер $(n \times n)$, где n – число компонент вектора НП $\mathbf{X}(t)$.

Отметим, что принятое обозначение типа $\mathbf{X}^*(t_k | t_{k+1} - 0)$ соответствует тому, что оценка формируется на момент времени t_k по наблюдению $\mathbf{E}(t)$ до момента времени $t = t_{k+1} - 0$.

Далее согласно методу гауссовской аппроксимации в соответствии с критерием максимума АПВ, следуя, по существу, работам [15, 24], получим соотношения, определяющие первый и второй моменты АПВ $p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ (85), характеризуемой (74), в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$.

Квазиоптимальная оценка (по критерию максимума АПВ) выборки вектора НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, определяется следующим соотношением:

$$\mathbf{X}^*(t_k | t_{k+1} - 0) = \mathbf{X}^*(t_k) + \mathbf{K}(t_k | t_{k+1} - 0) \times \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}^*(t_k)) \Phi'_i(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}^*(t_k)), \quad (88)$$

где

$$\Phi'_i(t, \mathbf{X}^*(t_k)) \triangleq \left[\frac{\partial \Phi_i(t, \mathbf{X}^*(t_k))}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)} \right]^T = \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial F_i(\tau, \mathbf{X}^*(t_k))}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)} \right]^T d\tau \quad (89)$$

– первая производная по вектору $\mathbf{X}^*(t_k)$ парциального (i -го) ЛФП $\Phi_i(t, \mathbf{X}^*(t_k))$, представляющая собой вектор-столбец размером $(n \times 1)$;

$$\Phi_i(t, \mathbf{X}_k) = \int_{t_k}^t F_i(\tau, \mathbf{X}_k) d\tau \quad (90)$$

– парциальный ЛФП (т.е. ЛФП, соответствующий значению ДП $\theta_k = \vartheta_i$); $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ – производная по времени парциального ЛФП применительно к совокупности принимаемых ВОС-сигналов $\mathbf{S}(t, \Theta_k, \mathbf{X}_k)$ от всех одновременно видимых НКА, определяемая согласно (51); $k = 0, 1, 2, \dots, i = 1, M$.

Матрица ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}(t_k | t_{k+1} - 0)$ выборки вектора

НП \mathbf{X}_k в конце первого этапа обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, характеризуется следующим выражением:

$$\mathbf{K}(t_k | t_{k+1} - 0) = \left[\mathbf{K}^{-1}(t_k) - \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}_k^*) \times \left\{ \Phi_i''(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k^*) - \left[\Phi_i'(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k^*) - \sum_{g=1}^M P_{gps}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}_k^*) \Phi_g'(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k^*) \right] \times \left[\Phi_i'(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k^*) \right]^T \right\} \right]^{-1}, \quad (91)$$

где

$$\Phi_i''(t, \mathbf{X}^*(t_k)) \triangleq \frac{\partial^2 \Phi_i(t, \mathbf{X}^*(t_k))}{(\partial \mathbf{X}^*(t_k))^2} = \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)} \right]^T \frac{\partial \Phi_i(t, \mathbf{X}^*(t_k))}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)} = \int_{t_k}^t \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)} \right]^T \left[\frac{\partial F_i(\tau, \mathbf{X}^*(t_k))}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)} \right]^T d\tau \quad (92)$$

– вторая производная по вектору $\mathbf{X}^*(t_k)$ парциального (i -го) ЛФП $\Phi_i(t, \mathbf{X}^*(t_k))$, представляющая собой матрицу размером $(n \times n)$.

Отметим, что в формулах (88)–(92) и далее производная от скалярной функции по вектору-столбцу, как обычно, представляет собой вектор-

строку, а выражение $\left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)} \right]^T$ является дифференциальным оператором, воздействующим на функцию, расположенную от него справа.

Преимуществом полученных квазиоптимальных алгоритмов (86)–(92) (т.е. алгоритмов в случае второго способа вычисления АПВ $p_{ps1}(t, \mathbf{X})$) при сравнении, например, с [21] является то, что все операции в НАП над выходными сигналами корреляционных приемников

$$\Phi_i(t, \mathbf{X}^*(t_k)) = \int_{t_k}^t F_i(\tau, \mathbf{X}^*(t_k)) d\tau$$

и дискриминаторов

$$\frac{\partial \Phi_i(t, \mathbf{X}^*(t_k))}{\partial \mathbf{X}^*(t_k)}$$

производятся после завершения накопления на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$. Это позволяет учесть специфику обработки ШПС (в частности ВОС-сигналов). Кроме того, квазиоптимальные алгоритмы (86)–(92) требуют гауссовской аппроксимации АПВ $p_{ps1}(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ вы-

борки вектора НП \mathbf{X}_k только в точках t_k и t_{k+1} , т.е. после выполнения накопления применительно к достаточно большому числу элементов ШПС.

Видно, что для формирования квазиоптимальной оценки выборки вектора НП \mathbf{X}_k согласно (88) и (91) необходимо знать применительно к каждому j -му НКА условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}^*(t_k))$, где $i = \overline{1, M}$. По этой причине представленный алгоритм фильтрации (88) и (91) называют алгоритмом с обратными связями по ДП $\Theta_j(t_k)$.

Далее займемся условными АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}_k^*)$, где $i = \overline{1, M}$, входящими в (88) и (91). Условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}_k^*)$ ДП $\Theta_j(t)$ вычисляются согласно (79), и на этой основе формируется квазиоптимальная оценка ДП $\Theta_{j(k+1)}^*$.

Для формирования квазиоптимальной оценки ДП $\Theta_{j(k+1)}^*$ применительно к полуинтервалу $[t_k, t_{k+1})$ используем приближение первого порядка (84).

Решение о квазиоптимальной оценке ДП $\Theta_{j(k+1)}^*$ на k -м такте, где $t \in [t_k, t_{k+1})$, принимается на основе (41) с учетом (84) в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} - 0$, согласно следующему правилу:

$$\Theta_{j(k+1)}^* = \vartheta_i: \max_{\vartheta_1 \leq \vartheta_i \leq \vartheta_M} \{P_{ips}(t_{k+1} - 0)\}, \quad (93)$$

где $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$ – АВ состояния ДП $\Theta_j(t)$ применительно к j -му НКА в момент времени $t = t_{k+1} - 0$.

5.2. Алгоритмы на втором этапе обработки

На втором этапе обработка информации, полученной на первом этапе k -го такта, производится в дискретном времени в точке перехода от одного такта к следующему, т.е. в момент времени $t = t_{k+1} + 0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$. При этом учитываются два фактора.

Один фактор, характеризуемый формулами (64) для АСР $w_{ips}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ или (81) для АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$, учитывает априорное изменение вектора НП от \mathbf{X}_k до \mathbf{X}_{k+1} на k -м такте согласно (37) и (38) как квазислучайного процесса. Другой фактор в соответствии с формулами (82) и (83) для условных АВ $P_{ips}(t_{k+1} + 0 | \mathbf{X}_{k+1})$ учитывает возможную смену состояния ДП $\Theta_j(t)$ в момент времени $t = t_{k+1} + 0$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

Приведем соотношения для квазиоптимальной оценки выборки вектора НП \mathbf{X}_{k+1}^* и для мат-

рицы ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}(t_{k+1} + 0)$ выборки вектора НП \mathbf{X}_{k+1} на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, где $k = 0, 1, 2, \dots$, при условии, что $p_{ps1}^*(t_{k+1} - 0, \mathbf{X}_k)$ аппроксимирована гауссовской кривой. В этом случае с учетом (56) имеем, что АПВ $p_{ps}(t_{k+1} + 0, \mathbf{X}_{k+1})$ (81) также носит гауссовский характер.

Тогда с учетом того, что вектор НП $\mathbf{X}(t)$ на каждом полуинтервале $[t_k, t_{k+1})$ аппроксимирован векторным квазислучайным процессом (36)–(38), соотношение для квазиоптимальной оценки $\mathbf{X}^*(t_{k+1} + 0)$ на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$, на основании (81) имеет вид [15, 21, 24]:

$$\mathbf{X}^*(t_{k+1} + 0) = \Phi_{XX}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{X}^*(t_k | t_{k+1} - 0), \quad (94)$$

где переходная матрица состояния $\Phi_{XX}(t_{k+1}, t_k)$ имеет размер $(n \times n)$ и определяется согласно (36); квазиоптимальная оценка $\mathbf{X}^*(t_k | t_{k+1} - 0)$ вычисляется в конце первого этапа обработки согласно (88).

Выражение, определяющее матрицу ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания $\mathbf{K}(t_{k+1} + 0)$ выборки вектора НП \mathbf{X}_{k+1} на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$), в соответствии с (81) при учете (36)–(38) записывается в следующем виде [15, 21, 24]:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}(t_{k+1} + 0) &= \\ &= \Phi_{XX}(t_{k+1}, t_k) \mathbf{K}(t_k | t_{k+1} - 0) \Phi_{XX}^T(t_{k+1}, t_k), \end{aligned} \quad (95)$$

где матрица $\mathbf{K}(t_k | t_{k+1} - 0)$ вычисляется в конце первого этапа обработки согласно (91).

Кроме того, на втором этапе обработки на k -м такте с учетом квазиоптимальной оценки \mathbf{X}_{k+1}^* (94) производится формирование начальных значений условных АВ ДП $\Theta_j(t)$ для первого этапа обработки применительно к следующему $((k + 1)$ -му) такту, т.е. согласно (82) и (94) вычисляются значения $P_{ips}(t_{k+1} + 0 | \mathbf{X}_{k+1}^*)$.

6. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА КВАЗИОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ПРИЕМА И ОБРАБОТКИ ВОС-СИГНАЛОВ

Построение структурной схемы квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов, характеризуемых применительно к j -му НКА ($j = \overline{1, J}$) дискретно-непрерывным ВС $[\mathbf{X}^T(t), \Theta_j(t)]^T$ (28) и (33), выполняется на основе соотношений (51), (78), (79), (90) и (93) для фор-

мирования квазиоптимальных оценок ДП $\Theta_j^*(t)$ ($j = \overline{1, J}$), а также (51), (88)–(91) и (94) для формирования квазиоптимальной оценки выборки вектора НП \mathbf{X}_{k+1}^* .

Отметим, что в соответствии с разработанными алгоритмами, как обычно, может быть предложен целый ряд вариантов структурных схем систем приема и обработки с учетом особенностей вида полезных сигналов $\mathbf{S}(t)$ (26), условий функционирования системы, предъявляемых требований, элементной базы, особенностей конструкторских решений и т.д. Тем не менее в составе структурной схемы основные модули (узлы) по своему существу и функциональному назначению являются одними и теми же для различных вариантов ее построения.

Структурная схема квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов, выполненная в соответствии с указанными алгоритмами, представлена на рис. 2.

В составе синтезированной системы можно выделить три основные составные части:

1) устройство обработки НП применительно к принимаемому полезному ВОС-сигналу $s_j(t)$ от j -го НКА (УОНП $_j$);

2) модуль формирования квазиоптимальной оценки ДП $\Theta_j(t)$ применительно к j -му НКА (МФОДП $_j$);

3) модуль формирования квазиоптимальной оценки НП (МФОНП).

На схеме отдельно выделен модуль формирования опорного ВОС-сигнала применительно к j -му НКА (МФОС $_j$). Векторные связи на рис. 2 показаны двойными линиями.

Заметим, что на структурной схеме рис. 2 во избежание излишней громоздкости у составных частей УОНП $_j$ и МФОДП $_j$ показаны связи, относящиеся только к какому-либо одному j -му НКА, а не ко всей совокупности J одновременно видимых НКА.

Видно, что составные части синтезированной системы охвачены соответствующими перекрестными связями, которые характеризуют факт использования при совместной обработке ДП Θ_j и вектора НП $\mathbf{X}(t)$ метода с обратными связями по ДП Θ_j для разложения совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, \mathbf{X})$.

На вход синтезированной системы поступают радиосигналы от всех одновременно видимых НКА, определяемые ВН $\Xi(t)$ в соответствии с (9)–(12) и (26); выходные сигналы системы представляют собой квазиоптимальные оценки $\mathbf{X}^*(t_{k+1} + 0)$ и $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$.

Устройство МФОДП $_j$ (применительно к j -му НКА, где $j = \overline{1, J}$) является M канальным, что соответствует каждому возможному значению ДП $\Theta_j(t_k) = \{\vartheta_i\}_j$, где $i = \overline{1, M}$, $j = \overline{1, J}$.

Основой каждого канала по существу является корреляционный приемник КП $_i$ ($i = \overline{1, M}$), на выходе которого формируется сигнал парциального (i -го) ЛФП $\Phi_i(t, \mathbf{X}_k)$, характеризуемого согласно (51) и (90). Синхронизация работы интеграторов каждого КП $_i$ производится тактовыми импульсами (ТИ) в моменты времени t_k ($k = 0, 1, 2, \dots$). В состав КП $_i$ входит модуль формирования на основе наблюдений $\Xi(t)$ и опорного ВОС-сигнала $S_i(t, \mathbf{X}_k^*)$ производной по времени парциального ЛФП $F_i(t, \mathbf{X}_k)$ согласно алгоритму (51), а также интегратор.

Выходные сигналы КП $_i$ $\Phi_i(t, \mathbf{X}_k)$ (где $i = \overline{1, M}$) поступают на модуль вычисления АВ (МВАВ), функционирующий согласно алгоритмам (79) и (84) при начальных условиях (НУ) (78). МВАВ имеет M входов и две группы выходов. Каждая группа содержит M выходов. Выходные сигналы одной группы условных АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0 | \mathbf{X}_k^*)$, где $i = \overline{1, M}$, поступают на умножители УОНП $_j$, где реализуется алгоритм на основе метода с обратными связями по ДП $\Theta_j(t_k)$. Выходные сигналы другой группы условных АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0)$, где $i = \overline{1, M}$, подаются на модуль принятия решения МПР, функционирующий согласно алгоритму (93). На выходе МПР в конце первого этапа обработки, т.е. в момент времени $t_{k+1} - 0$, на каждом такте $[t_k, t_{k+1})$, ($k = 0, 1, 2, \dots$) формируется квазиоптимальная оценка ДП $\Theta_j^*(t_{k+1} - 0)$, где $j = \overline{1, J}$.

Синтезированное УОНП $_j$ (применительно к j -му НКА, где $j = \overline{1, J}$) в своей основе содержит M каналов. Каждый из каналов по существу является оптимальным многомерным дискриминатором МД $_i$ (где $i = \overline{1, M}$). Мерность каждого дискриминатора МД $_i$ определяется размером вектора НП $\mathbf{X}(t)$ и равна $(n \times 1)$.

Каждый дискриминатор МД $_i$ содержит блоки формирования парциального (i -го) ЛФП $\Phi_i(t, \mathbf{X}_k^*)$, определяемого в соответствии с (51) и (90), и МВ согласно (89) первой производной по вектору \mathbf{X}_k^* парциального (i -го) ЛФП $\Phi_i'(t, \mathbf{X}_k^*)$. Далее согласно (88) каждый сигнал $\Phi_i'(t, \mathbf{X}_k^*)$ подается на соответствующий умножитель. На другие

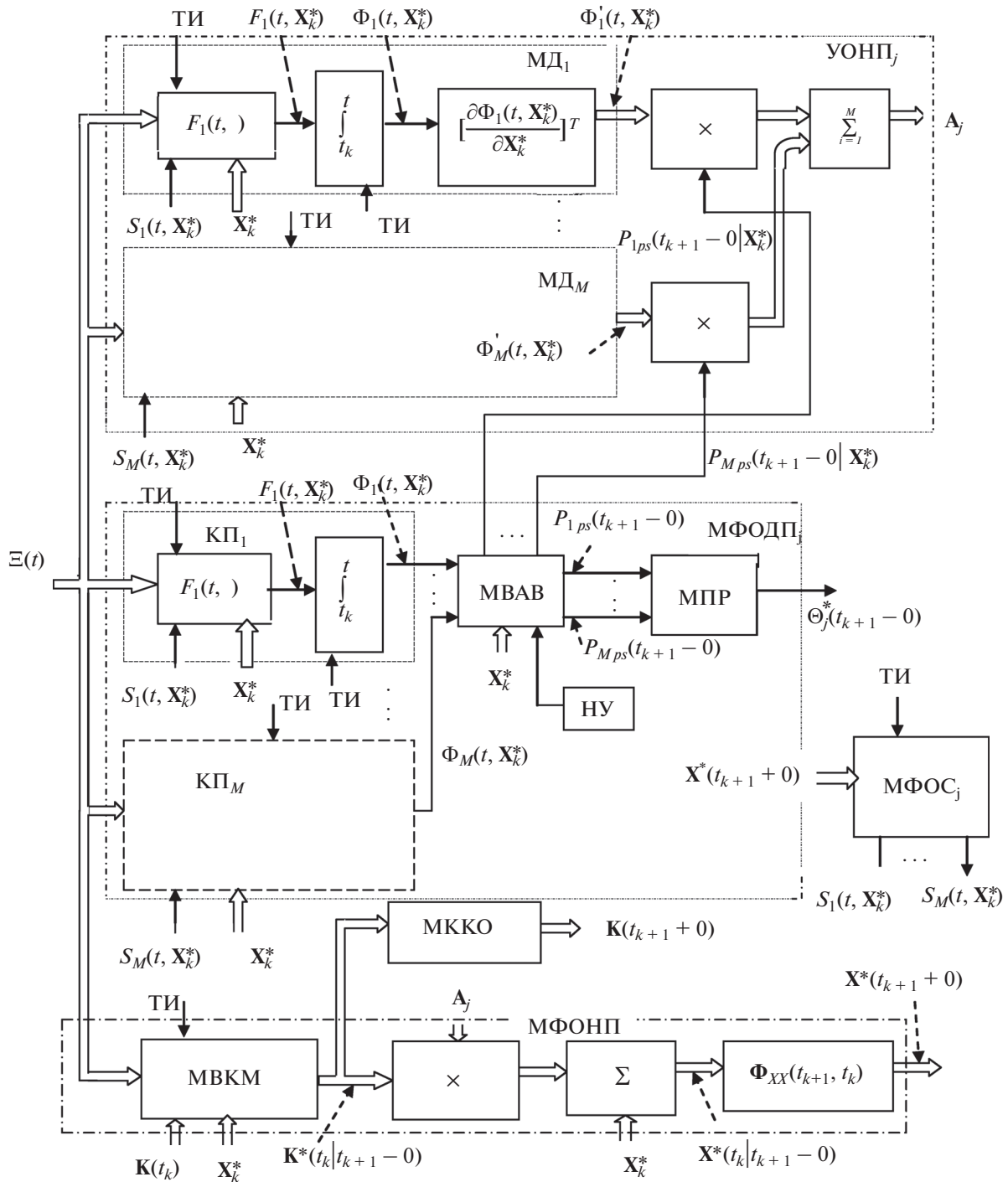


Рис. 2. Структурная схема квазиоптимальной системы приема и обработки ВОС-сигналов.

входы умножителей поступают вычисленные в МФОДП_j условные АВ $P_{ips}(t_{k+1} - 0 | X_k^*)$, которые реализуют в алгоритме обработки обратные связи по ДП Θ_j . Выходные сигналы умножителей, являющиеся парциальными сигналами ошибки,

подаются на сумматор, на выходе которого в соответствии с (88) регистрируется векторный сигнал A_j (рис. 2):

$$A_j = \sum_{i=1}^M P_{ips}(t_{k+1} - 0 | X^*(t_k)) \Phi_i'(t_{k+1} - 0, X^*(t_k)).$$

Векторный сигнал A_j подается на МФОНП для формирования квазиоптимальной оценки $X^*(t_k | t_{k+1} - 0)$.

В состав МФОНП входят модуль вычисления матрицы ковариаций (МВМК) квазиоптимальных ошибок оценивания $K(t_k | t_{k+1} - 0)$, реализующий алгоритмы (91) и (92), и модуль ковариаций квазиоптимальных ошибок (МККО), характеризующийся соотношением (95). Сигнал на выходе МККО определяет матрицу ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания $K(t_{k+1} + 0)$ выборки вектора НП X_{k+1} на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$). Как известно, матрица $K(t_{k+1} + 0)$ в общем случае зависит от векторного наблюдения $\Xi(t)$ (26) и от квазиоптимальной оценки X_k^* , что и отражено на рис. 2.

Кроме того, сигнал с выхода МВМК $K(t_k | t_{k+1} - 0)$ подается на вход умножителя, на другой вход которого от УОНП_j поступает сигнал A_j .

На выходе умножителя регистрируется сигнал коррекции, необходимый для реализации алгоритма (88) при формировании квазиоптимальной оценки $X^*(t_k | t_{k+1} - 0)$. Следуя (88) и суммируя квазиоптимальную оценку предыдущего такта $X^*(t_k)$ с сигналом коррекции, формируем оценку $X^*(t_k | t_{k+1} - 0)$.

В соответствии с (94), учитывая переходную матрицу состояния $\Phi_{XX}(t_{k+1}, t_k)$, на выходе МФОНП получим квазиоптимальную оценку $X^*(t_{k+1} + 0)$ на втором этапе обработки на k -м такте, т.е. в момент времени $t_{k+1} + 0$ ($k = 0, 1, 2, \dots$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассмотрены навигационные ШПС и, в частности, быстро развивающиеся ВОС-сигналы, которые предназначены для применения в современных и перспективных ГНСС, таких как GPS (США), Galileo (Европейский союз), ГЛОНАСС (Россия) и BeiDou (Китай).

Основной научный результат работы состоит в том, что методами МТО путем решения задачи синтеза получены аналитические выражения для квазиоптимальной оценки выборки вектора НП $X^*(t_{k+1} + 0)$ и матрицы ковариаций квазиоптимальных ошибок оценивания $K(t_{k+1} + 0)$ выборки вектора НП X_{k+1} , а также для квазиоптимальных оценок ДП $\Theta_{j(k+1)}^*$, где $j = \overline{1, J}$.

На этой основе разработана соответствующая структурная схема квазиоптимальной системы

приема и обработки ВОС-сигналов перспективных ГНСС.

При решении задачи синтеза особенностями, учитывающими специфику навигационных ШПС (в том числе и ВОС-сигналов), являлись следующие два фактора.

1. В алгоритмах при разложении совместной АПВ $p_{ps}(t, \Theta_j, X)$ дискретно-непрерывного ВС $[X^T(t), \Theta_j]^T$ был применен метод с обратными связями по ДП Θ_j .

2. Для вычисления АПВ $p_{ps1}(t, X)$ было использовано не уравнение Стратоновича для совместной АПВ $p_{ps1}(t, \Theta_{jk}, X_k)$ (или для соответствующего АСР $w_{ip_{ps1}}(t, X_k)$), а его решение. Это особенно значимо в случае применения навигационных ШПС (в частности, ВОС-сигналов), для которых характерно малое отношение сигнал/шум на входе приемника НАП, и при обработке необходимо накопление определенного числа элементарных посылок ПСП дальномерного кода $g(t)$.

Полученные аналитические соотношения, разработанные алгоритмы и представленная структурная схема системы приема и обработки ВОС-сигналов при дальнейшей практической реализации применительно к различным ГНСС подвергаются конкретизации и дальнейшему упрощению в зависимости от категорий пользователей, типов приемников НАП и круга решаемых задач.

Результаты работы также применимы в случаях ШПС современных ГНСС, у которых ВОС-сигналы пока не используются.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Betz J.W. // Proc. National Technical Meeting of the Institute of Navigation (ION – NTM'99), Jan. 1999. P. 639.
2. Betz J.W. // Navigation. J. ION. 2001. V. 48. № 4. P. 227.
3. Hein G.W., Godet J., Issler J.-L. et al. // Proc. Institute of Navigation Global Positioning System Meeting (ION GPS 2002). Portland. 24–27 Sep. 2002. Fairfax: ION, 2002. P. 266.
4. Ярлыков М.С. Меандровые шумоподобные сигналы (ВОС-сигналы) и их разновидности в спутниковых радионавигационных системах. М.: Радиотехника, 2017.
5. Betz J.W. // Proc. ION GPS 2000. Institute of Navigation, September 2000. P. 2140.
6. Lachapelle G., Petovello M. // Inside GNSS, May/June 2006. V. 1. № 4. P. 22.
7. Betz J.W., Blanco M.A., Cahn Ch.R. et al. // Proc. 19th Intern. Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (ION GNSS 2006). September 2006. P. 2080.

8. *Wallner S., Hein G.W., Avila-Rodriguez J.-A.* // Proc. European Space Agency, Navitec 2006, Noordwijk, the Netherlands, Dec. 2006. CD ROM.
9. *Julien O., Macabiau Ch., Issler J.-L., Ries L.* // Inside GNSS. Spring 2007. V. 2. № 3. P. 50.
10. *Gao G.X.* // CD ROM Stanford University PNT Symp. 2010.11.09.
11. *Шебшаевич В.С., Дмитриев П.П., Иванцевич Н.В. и др.* Сетевые спутниковые радионавигационные системы. 2-е изд. М.: Радио и связь, 1993.
12. *Соловьев Ю.А.* Системы спутниковой навигации. М.: Эко-Трендз, 2000.
13. *Стратонович Р.Л.* Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
14. *Ярлыков М.С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. М.: Сов. радио, 1980.
15. *Ярлыков М.С., Миронов М.А.* Марковская теория оценивания случайных процессов. М.: Радио и связь, 1993.
16. *Чердынцев В.А.* Статистическая теория совмещенных радиотехнических систем. Минск: Высшая школа, 1980.
17. *Тихонов В.И., Харисов В.Н.* Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. Учеб. пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991.
18. Global Positioning Systems Directorate. Systems Engineering and Integration. Interface Specification IS – GPS – 200. – Navstar GPS Space Segment/Navigation User Interfaces, IS – GPS –200G, 05 September 2012.
19. *Варакин Л.Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
20. *Ярлыков М.С.* Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
21. *Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М.* // РЭ. 2006. Т. 51. № 8. С. 933.
22. *Ярлыков М.С., Шишкин В.Ю.* // РЭ. 1992. Т. 37. № 2. С. 260.
23. *Ярлыкова С.М.* // РЭ. 2003. Т. 48. № 11. С. 1356.
24. *Ярлыков М.С., Ярлыкова С.М.* // Радиотехника. 2004. № 7. С. 18.

АЛГОРИТМЫ ФОРМИРОВАНИЯ И ПРИЕМА OFDM-СИГНАЛОВ
НА ОСНОВЕ МАНИПУЛЯЦИИ
С МИНИМАЛЬНЫМ СДВИГОМ ЧАСТОТЫ© 2021 г. Л. Е. Назаров^{а, *}, А. С. Зудилин^а, В. И. Каевицер^а, И. В. Смольянинов^а^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: levnaz2018@mail.ru

Поступила в редакцию 18.11.2019 г.

После доработки 11.02.2020 г.

Принята к публикации 17.05.2020 г.

Рассмотрены и исследованы разработанные алгоритмы формирования и приема OFDM-сигналов с использованием манипуляции с минимальным сдвигом частоты (OFDM-MSK-сигналы). OFDM-MSK-сигналы характеризуются низким уровнем мощности внеполосного излучения по сравнению с OFDM-сигналами с использованием фазовой манипуляции. Показано, что разработанные алгоритмы формирования и приема используют решетчатую структуру сигналов с непрерывной фазой с минимальным сдвигом частоты в сочетании с производительным алгоритмом быстрого спектрального преобразования в базе Фурье.

DOI: 10.31857/S003384942101006X

ВВЕДЕНИЕ

С использованием OFDM-сигналов возможна организация передачи информации по каналам с многолучевостью, которая обуславливает наличие мультипликативных помех (частотно-селективные замирания сигналов) и помех межсимвольной интерференции [1–4]. Это свойство OFDM-сигналов явилось определяющим для их использования в ряде современных цифровых систем связи (IEEE 802.11 (WiFi), IEEE 802.16 (WiMax), DVB-SH (цифровое спутниковое телевидение), 3GPP LTE (мобильная связь 4G)) [4, 5], в системах оптической связи [6], в радиолокационных системах [7].

Недостатком OFDM-сигналов является большое значение пик-фактора, что приводит к возникновению интермодуляционных помех на выходе передатчика как нелинейного устройства [8–10], а также подверженность искажающему влиянию сосредоточенных по спектру помех [11].

Другая проблема при использовании OFDM-сигналов обусловлена высоким уровнем внеполосного излучения [1, 3]. Актуальной является задача разработки теории OFDM-сигналов с пониженным внеполосным излучением [12–17].

Известные подходы к решению данной задачи условно можно разделить на три общих класса [18]: конструктивные методы, амплитудные методы, фазовые методы. Один из конструктивных методов

формирования основан на использовании дополнительной совокупности парциальных сигналов [12]. Амплитудные методы снижения мощности внеполосного излучения основаны на формировании огибающих сигналов с использованием весовых функций, отличных от прямоугольной весовой функции [14, 15, 18].

Основу алгоритмов формирования и приема OFDM-сигналов с пониженной мощностью внеполосного излучения, анализируемых в статье, составляет фазовый метод [16, 19, 20].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сигналы OFDM представляют сумму N парциальных гармонических сигналов, определенных на тактовом интервале длительностью T [1–3]

$$\dot{s}(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} \dot{\alpha}_m \exp(j2\pi f_m t). \quad (1)$$

Здесь $f_m = m/T$ – частоты (линейные) парциальных сигналов, определяющие их ортогональность на тактовом интервале. Значения $\dot{\alpha}_m$ задаются информационной последовательностью и используются сигналами “созвездиями” [1]. При формировании и приеме OFDM-сигналов используется аппарат быстрого спектрального преобразования в базе Фурье (БПФ) [21].

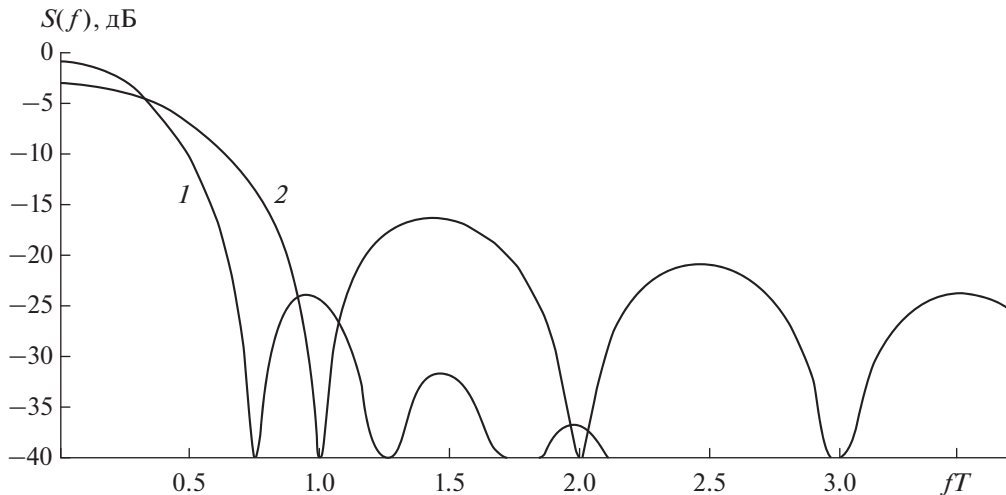


Рис. 1. Кривые спектральных мощностей для MSK-сигналов (1) и фазоманипулированных сигналов (2).

Спектральная плотность мощности OFDM-сигналов определяется суммой спектров парциальных сигналов, вне рабочей частотной полосы спектральная плотность мощности убывает достаточно медленно [3]. Перспективным направлением снижения мощности внеполосного излучения является использование парциальных сигналов в (1) на основе манипуляции с непрерывной фазой с минимальным сдвигом частоты (minimum shift keying, MSK-сигналы), которые не требуют формирующих весовых функций или фильтров [16, 19, 20, 22].

MSK-сигналы характеризуются большей скоростью спадающей спектральной плотности мощности при увеличении частоты f по отношению к фазоманипулированным (ФМ) сигналам, что определяет их широкое использование в приложениях [17, 19, 20, 22].

Спектральная плотность мощности MSK-сигналов с нулевой несущей частотой с единичной амплитудой задается выражением [19, 20]

$$S_{\text{MSK}}(f) = \frac{4T}{\pi^2} \frac{1 + \cos(4\pi fT)}{(16f^2T^2 - 1)^2},$$

где f – линейная частота; T – длительность тактового интервала. На рис. 1 приведен вид $S_{\text{MSK}}(f)$ (кривая 1), по оси абсцисс отложены значения fT . При $fT = 0$ ($f = 0$) имеем $S_{\text{MSK}}(f) = 8T/\pi^2$, первое нулевое значение спектральной плотности мощности достигается при $fT = 0.75$, максимальное значение первого бокового лепестка по отношению к значению главного лепестка равно -23 дБ, асимптотическая зависимость от частоты f имеет вид $S_{\text{MSK}}(f) \approx 1/(fT)^4$.

На рис. 1 также представлена спектральная плотность мощности $S_{\text{ФМ}}(f)$ для фазоманипули-

рованных сигналов с длительностью тактового интервала T и с мощностью, эквивалентной мощности MSK-сигналов (кривая 2). В этом случае используем выражение [1]

$$S_{\text{ФМ}}(f) = \frac{T}{2} \left(\frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} \right)^2.$$

При $f = 0$ имеем $S_{\text{ФМ}}(0) = T/2$, первое нулевое значение $S_{\text{ФМ}}(f) = 0$ достигается при $fT = 1$, максимальное значение бокового лепестка по отношению к значению главного лепестка равно -13 дБ, асимптотическая зависимость от частоты f имеет вид $S_{\text{ФМ}}(f) \approx 1/(fT)^2$, что значительно превышает $S_{\text{MSK}}(f)$ при эквивалентных значениях T .

Следует отметить, что информационная скорость r (бит/с) при использовании MSK-сигналов равна $r = 1/T$, при использовании фазоманипулированных сигналов $r = \log_2 M/T$, где M – объем “созвездия” [1].

Известны два метода формирования MSK-сигналов: с использованием квадратурных сигналов со сдвигом и с использованием решетчатой структуры [19, 20].

Суть решаемой проблемы – разработка производительных алгоритма формирования и алгоритма приема OFDM-MSK-сигналов с использованием решетчатой структуры в сочетании с БПФ.

2. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ MSK-СИГНАЛОВ

На рис. 2 приведен вид решетчатой структуры MSK-сигналов [19]. Решетка содержит два состояния $s_0 = -1$ и $s_1 = 1$, переходы между которыми

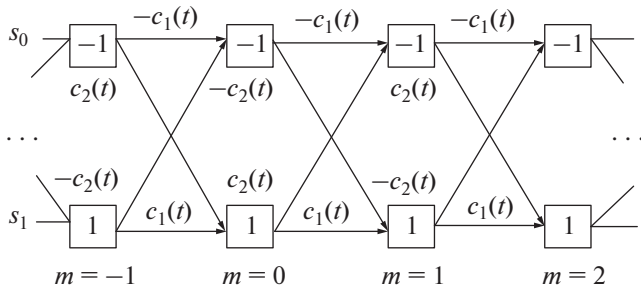


Рис. 2. Вид решетчатой структуры MSK-сигналов.

определяют выбор составляющих сигналов $c_1(t), -c_1(t), c_2(t), -c_2(t)$ длительностью T

$$c_1(t) = A \sin(2\pi(f_0 + \Delta f/2)t), \quad (2)$$

$$c_2(t) = A \sin(2\pi(f_0 - \Delta f/2)t), \quad (3)$$

где A – амплитуда сигналов, f_0 – центральная частота, $\Delta f = 1/2T$. Сигналы $c_1(t), c_2(t)$ ортогональны на интервале длительностью T и ортогональны в усиленном смысле на интервале длительностью $2T$.

Путь по решетчатой структуре и выбор составляющих сигналов задается информационными символами $\vec{d} = (\dots d_{-1}, d_0, d_1, \dots)$, $d_m = \pm 1$: для $d_{m-1} = 1$ выбирается нижнее ребро, для $d_{m-1} = -1$ выбирается верхнее ребро перехода между состояниями.

При наличии в канале аддитивного белого гауссовского шума (АБГШ) $n(t)$ алгоритм приема символа d_m , реализующий правило максимального правдоподобия, заключается в вычислении и сравнении величин X_m, Y_m [19]

$$X_m = \int_{mT}^{mT+2T} r(t)c_1(t)dt, \quad (4)$$

$$Y_m = \int_{mT}^{mT+2T} r(t)c_2(t)dt. \quad (5)$$

Здесь $r(t) = c(t) + n(t)$ – реализация с выхода канала передачи. Для четных значений m при условии $X_m > Y_m$ принимается решение $d_m = 1$, в противном случае $d_m = -1$. Для нечетных значений m при условии $X_m > -Y_m$ принимается решение $d_m = 1$, в противном случае $d_m = -1$.

3. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ OFDM-MSK-СИГНАЛОВ

Пусть на интервале длительностью T параллельно передается блок из k информационных битов $d_i^{(m)}$, $i = 0, 1, \dots, k-1$, $m = 0, 1, \dots$ – номер пере-

даваемого блока. Соответствующий OFDM-MSK-сигнал длительностью T можно сформировать, используя алгоритм БПФ размерностью 2^{n+1} над дискретной функцией $\dot{U}^{(m)}(p)$, $p = 0, 1, 2, \dots, 2^{n+1} - 1$. Размерность БПФ определяется соотношением $2^n < 2k \leq 2^{n+1}$. Ниже приведено описание $\dot{U}^{(m)}(p)$.

В соответствии с (2), (3) определим центральные частоты $f_{0l} = (3 + 4l)/4T$ парциальных сигналов $c_{1l}^{(m)}(t), c_{2l}^{(m)}(t)$. В этом случае парциальные сигналы, соответствующие передаче бита $d_l^{(m)}$ на интервале $mT < t \leq (m+1)T$, имеют вид [16]

$$c_{1l}^{(m)}(t) = A \sin\left(2\pi \frac{2+2l}{2T}(t - mT) + \phi_{1l}^{(m)}\right), \quad (6)$$

$$c_{2l}^{(m)}(t) = A \sin\left(2\pi \frac{1+2l}{2T}(t - mT) + \phi_{2l}^{(m)}\right), \quad (7)$$

где $\phi_{1l}^{(m)}, \phi_{2l}^{(m)}$ – начальные фазы парциальных сигналов.

Относительно начальных фаз $\phi_{1l}^{(m)}, \phi_{2l}^{(m)}$ выполняются условия [19]

$$\begin{aligned} \phi_{1l}^{(m)} &= \phi_{1l}^{(m-1)} + 2\pi m = 0 \pmod{2\pi} \\ \text{и } \phi_{2l}^{(m)} &= \phi_{2l}^{(m-1)} + \pi(1 + 2m) = \pi \pmod{2\pi}, \quad (8) \\ \phi_{1l}^{(0)} &= 0, \quad \phi_{2l}^{(0)} = 0. \end{aligned}$$

Если базисные функции Фурье определены на интервале $2T$, то рассматриваемые сигналы $c_{1l}^{(m)}(t), c_{2l}^{(m)}(t)$ могут быть определены путем задания значений дискретной функции $\dot{U}^{(m)}(p)$:

1) для $p = 2 + 2l$ (задание $c_{1l}^{(m)}(t)$) в соответствии с решетчатой структурой на рис. 2 и фазами $\phi_{1l}^{(m)}$ [16]

$$\dot{U}^{(m)}(p) = \begin{cases} -1, & \text{если } d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)} = 2, \\ 1, & \text{если } d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)} = -2. \end{cases} \quad (9)$$

2) для $p = 1 + 2l$ (задание $c_{2l}^{(m)}(t)$) в соответствии с фазами $\phi_{2l}^{(m)}$ имеем

$$\dot{U}^{(m)}(p) = \begin{cases} -1, & \text{если } (-1)^m (d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)}) = 2, \\ 1, & \text{если } (-1)^m (d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)}) = -2. \end{cases} \quad (10)$$

Значения $d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)}$ и $d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)}$ в (9), (10) не равны одновременно 0. Для $p = 1 + 2l$ при условии $d_l^{(m)} - d_l^{(m-1)} = 0$ задается значение $\dot{U}^{(m)}(p) = 0$, для $p = 2 + 2l$ при условии $d_l^{(m)} + d_l^{(m-1)} = 0$ задается значение $\dot{U}^{(m)}(p) = 0$. Для $p \geq 2^n$ задаются нулевые значения $\dot{U}^{(m)}(p) = 0$.

Первые 2^n комплексных отсчетов (их мнимые части) спектрального преобразования Фурье

размерностью 2^{n+1} дискретной функции $\dot{U}^{(m)}(p)$ определяют значения формируемых OFDM-MSK-сигналов, содержащих 2^n отсчетов на временном интервале $mT < t \leq (m+1)T$.

При применении приведенной процедуры формирования OFDM-MSK-сигналов в цифровом виде с использованием БПФ размерностью 2^{n+1} требуется выполнение $(n+1)2^{n+1}$ комплексных умножений [16]. Оценка выигрыша по отношению к требуемому объему комплексных умножений при реализации прямого метода формирования OFDM-MSK сигналов может быть определена соотношением $\gamma \approx 2^{n-1}/(n+1)$ [21].

При выполнении процедуры формирования OFDM-MSK-сигналов можно модифицировать алгоритм БПФ с целью сокращения требуемого числа арифметических операций вследствие вычисления лишь мнимых компонент первой половины спектрального множества для $(n+1)$ -го рекуррентного соотношения преобразования Фурье над $\dot{U}^{(m)}(p)$. В этом случае оценка имеет вид $\gamma \approx 2^n/(2n+1)$.

4. АЛГОРИТМ ПРИЕМА OFDM-MSK-СИГНАЛОВ

Алгоритм приема OFDM-MSK-сигналов, реализующий критерий максимального правдоподобия, требует вычисления соотношений (4), (5). При реализации этого алгоритма приема можно использовать алгоритм БПФ, при этом длительность базисных функций Фурье равна $2T$. Ниже приведено описание алгоритма приема.

Входную реализацию $r(t)$ представляем в виде составляющих реализаций $r^{(m)}(t)$ длительностью $2T$ ($mT < t \leq mT + 2T$) с пересечением на интервале $mT < t \leq (m+1)T$. Для принятия решения относительно переданного символа $d_l^{(m)}$ осуществляется спектральное преобразование Фурье (с использованием алгоритма БПФ) размерностью 2^{n+1} дискретной функции $\dot{R}(t)$, формируемой на основе реализаций $r^{(m)}(t)$ с использованием правила [16]

$$\operatorname{Re}(\dot{R}(t)) = 0, \quad \operatorname{Im}(\dot{R}(t)) = r^{(m)}(t).$$

Размерности базисов Фурье 2^{n+1} при формировании и приеме OFDM-MSK-сигналов в цифровом виде совпадают.

Для дискретной функции $\dot{R}(t)$ вычисляется множество спектральных составляющих $\dot{C}^{(m)}(p)$, $p = 0, 1, \dots, 2^{n+1} - 1$. Принимается решение $d_l^{(m)} = 1$,

если $\operatorname{Re}(\dot{C}^{(m)}(1+2l)) > \operatorname{Re}(\dot{C}^{(m)}(2+2l))$, в противном случае $d_l^{(m)} = -1$, $l = 0, 1, \dots, k-1$.

Следует отметить, что данное правило приема справедливо для четных и нечетных значений m , это является отличием от приведенной процедуры приема MSK-сигналов на основе вычисления соотношений (4), (5).

5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На рис. 3 приведены усредненные спектральные плотности мощности $S(f)$ (односторонние) для OFDM-сигналов с парциальными сигналами ФМ4 (кривая 1) и для OFDM-MSK-сигналов (кривая 2). OFDM-сигналы с использованием манипуляции ФМ4 содержат 16 (рис. 3а), 32 (рис. 3б) и 64 парциальных сигнала (рис. 3в) с частотным разнесением $1/T$ для выполнения условия их ортогональности в усиленном смысле. Видно, что в этом случае максимальное значение первого бокового лепестка вне частотной полосы по отношению к среднему значению спектральной мощности в рабочей частотной полосе уменьшается с увеличением количества парциальных сигналов и достигает -9.6 , -10.7 и -12.4 дБ для 16-и, 32-х и 64-х парциальных сигналов соответственно. Для таких количеств парциальных сигналов падение спектральной плотности мощности вне полосы достигает -14.6 , -17.7 и -20.5 дБ/октава соответственно.

OFDM-MSK-сигналы содержат 64 (рис. 3а), 128 (рис. 3б) и 256 парциальных сигналов (рис. 3в) с частотным разнесением $1/4T$. При этом в соответствии с (6), (7) амплитуды парциальных сигналов с четными номерами задаются нулевыми, что дает возможность выполнить условие ортогональности парциальных MSK-сигналов на тактовом интервале длительностью T . Из рис. 3 (кривая 2) видно, что структура спектральных плотностей гребенчатая с вариацией амплитуд до ± 3.5 дБ относительно среднего значения. Для этих сигналов максимальное значение первого бокового лепестка по отношению к максимальному значению спектральной плотности в рабочей частоте равно -22.0 дБ, что не менее чем на 9.6 дБ меньше для OFDM-сигналов с использованием ФМ4. Скорость уменьшения спектральной плотности мощности вне полосы практически не зависит от количества парциальных сигналов и составляет около -20 дБ/октава, что сравнимо с соответствующим значением для OFDM-сигналов с использованием ФМ4, которые содержат 64 парциальных сигнала, и меньше на 7.4 дБ/октава для OFDM-сигналов с использованием манипуляции ФМ4, которые содержат 16 парциальных сигналов.

На рис. 4 приведена зависимость вероятности ошибки на бит P_0 от отношения сигнал/помеха

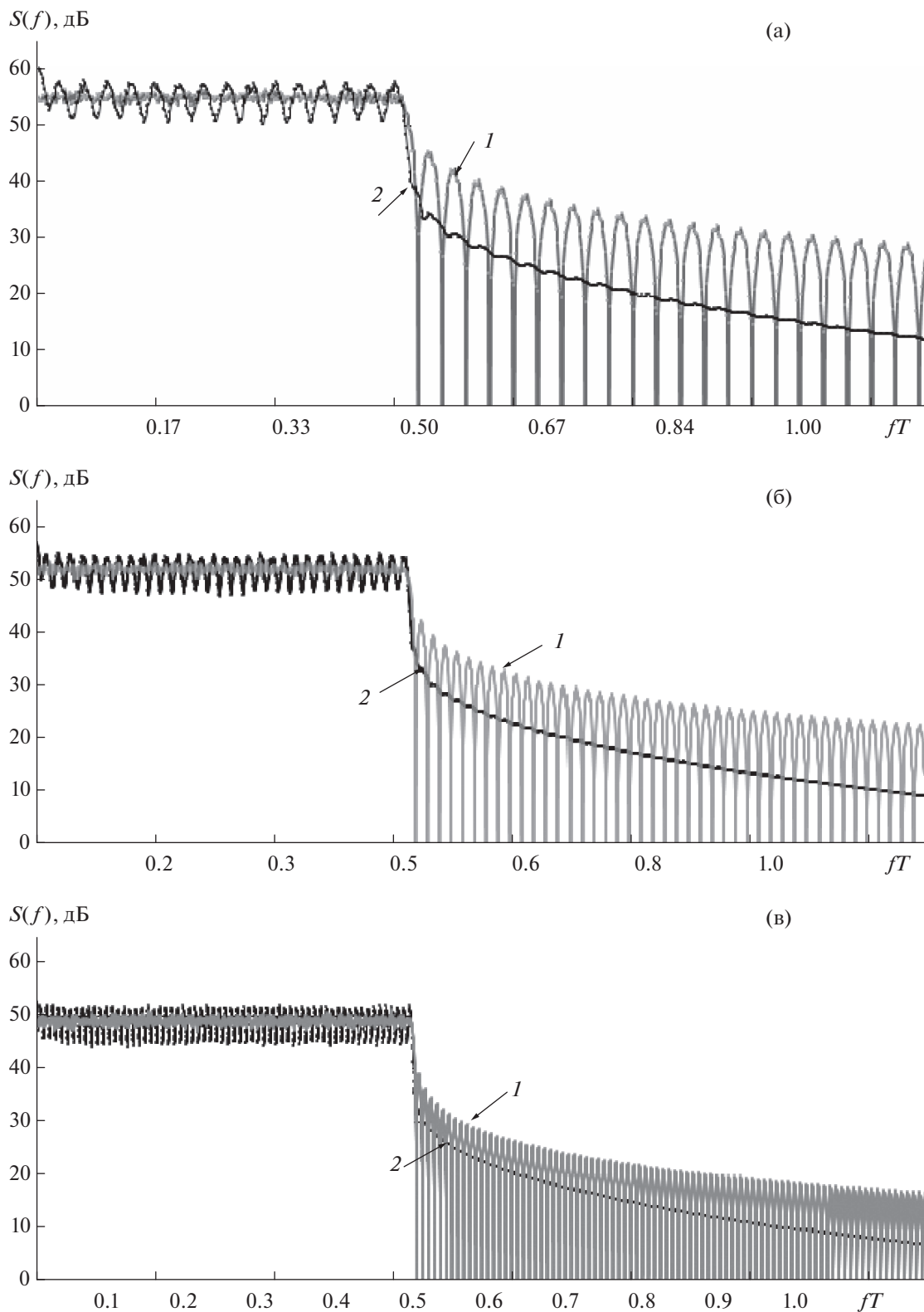


Рис. 3. Спектральные плотности мощности $S(f)$ (односторонние) для OFDM-сигналов с ФМ4 (кривые 1 для 16 (а), 32 (б) и 64 (в) парциальных сигналов) и с MSK-сигналами (кривые 2 для 64 (а), 128 (б) и 256 (в) парциальных сигналов).

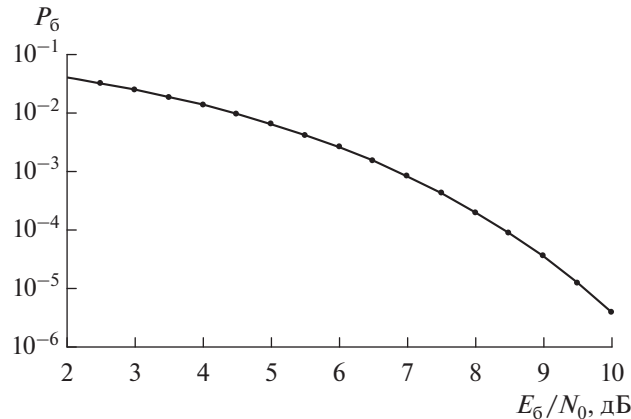


Рис. 4. Вероятности ошибки на бит P_6 в зависимости от отношения сигнал/помеха при приеме OFDM-MSK-сигналов для АБГШ канала.

E_6/N_0 , полученная путем моделирования разработанного алгоритма приема OFDM-MSK-сигналов для АБГШ-канала. Здесь E_6 — энергия на информационный бит, N_0 — спектральная плотность (односторонняя) АБГШ. Моделируемая вероятностная кривая тождественна вероятностной кривой для сигналов с двоичной фазовой манипуляцией, для которых известно соотношение [1, 2]

$$P_6 = \int_{\sqrt{E_6/N_0}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2) dx. \quad (11)$$

Из рис. 4 видно, что при $E_6/N_0 = 10$ дБ вероятность ошибки равна $P_6 = 3 \times 10^{-6}$, что совпадает с теоретическим значением, вычисленным с использованием соотношения (11).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

OFDM-MSK-сигналы на основе манипуляции с непрерывной фазой с минимальным сдвигом частоты характеризуются пониженной внеполосной мощностью излучения по сравнению с OFDM-сигналами с использованием фазовой манипуляции. Приведены разработанные производительные алгоритмы формирования и приема OFDM-MSK сигналов на основе алгоритма БПФ, размерность которого определяется размером передаваемого информационного блока.

Исследования свойств рассматриваемых OFDM-MSK-сигналов, в частности их устойчивость к влиянию класса сосредоточенных помех [10], а также развитие теории MSK-сигналов с увеличением спектральной эффективности, представляют направления перспективных исследований.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков Л.Н., Немировский М.С., Шинаков Ю.С. Системы цифровой радиосвязи. Базовые методы и характеристики. М.: Эко-Трендз, 2005.
2. Вишневецкий В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В. Широкополосные сети передачи. М.: Техносфера, 2005.
3. Liu H., Li G. OFDM-Based Broadband Wireless Networks. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
4. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шлома А.М., Шумов А.П. Технология OFDM. М.: Горячая линия-Телеком, 2016.
5. Schulze H., Luders C. Theory and Application of OFDM and CDMA. Wideband Wireless Communications. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
6. Shieh W., Djordjevic I. OFDM for Optical Communication. Burlington: Academic Press/Elsiever, 2010.
7. Kumari P., Choi J., González-Prelcic N., Heath R.W. // IEEE Trans. 2018. VT-67. № 4. P. 3012.
8. Шинаков Ю.С. // РЭ. 2013. Т. 58. № 10. С. 1053.
9. Шинаков Ю.С. // Радиотехника. 2016. № 2. С. 66.
10. Назаров Л.Е., Зудилин А.С. // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 522.
11. Кравченко В.Ф., Назаров Л.Е., Пустовойт В.И. // РЭ. 2019. Т. 64. № 10. С. 976.
12. Brandes S., Cosovic I., Schnell M. // IEEE Commun. Lett. 2006. V. 10. № 6. P. 420.
13. Mahmoodi S., Saeedi H., Omidi M.J. // 20th Iranian Conf. on Electrical Engineering (ICEE) Tehran. 2012. 15–17 May. N.Y.: IEEE, 2012. P. 1474.
14. Muller-Weinfurter S.H. // IEEE Trans. 2001. V. COM-49. № 3. P. 417.

15. *Tan P., Beaulieu N.C.* // European Trans. Telecommun. 2009. № 20. P. 9.
16. *Назаров Л.Е., Зудилин А.С.* // Журн. радиоэлектроники. 2016. № 8.
<http://jre.cplire.ru/jre/aug16/1/text.pdf>.
17. *Yang R.H.-H., Chern S.-J., Tseng C.-C., Zhan Z.-H.* // Proc. Int. Symp. on Intelligent Signal Processing and Communication Systems. 2005. Dec. 13–16. Hong-Kong. N.Y.: IEEE, 2005. P. 269.
18. *Макаров С.Б., Цикин И.А.* Передача дискретных сообщений по каналам с ограниченной полосой пропускания. М.: Радио и связь, 1988.
19. *Massey J.L.* // The Deep Space Network DSN Progress Report 42–52. Pasadena: Jet Propulsion Laboratory, 1979. P. 26.
20. *Pasupathy S.* // IEEE Commun. Magazine. 1979. V. 17. № 4. P. 14.
21. *Ахмед Н., Пао К.Р.* Ортогональные преобразования при цифровой обработке сигналов. М.: Связь, 1980.
22. *Куликов Г.В., Тамбовский С.С., Савватеев Ю.И., Стариковский А.И.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 2. С. 168.

**РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ**

УДК 537.624;537.632

НЕЛИНЕЙНЫЕ УПРУГИЕ ВОЛНЫ В МАГНИТОУПОРЯДОЧЕННЫХ КРИСТАЛЛАХ ПРИ ОРИЕНТАЦИОННЫХ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ

© 2021 г. А. Ф. Кабыченков^а, Ф. В. Лисовский^а, *^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190, Российская Федерация

*E-mail: lisovsky.f@yandex.ru

Поступила в редакцию 02.04.2020 г.

После доработки 02.04.2020 г.

Принята к публикации 08.07.2020 г.

Построена фазовая диаграмма динамических магнитоупругих состояний легкоплоскостного антиферромагнетика. Определен закон дисперсии собственных нелинейных магнитоупругих волн. Показано, что в точке ориентационного фазового перехода дисперсия связанных спиновых и упругих волн зависит только от их амплитуды и параметров, характеризующих магнитоупругую связь.

DOI: 10.31857/S0033849421010034

ВВЕДЕНИЕ

Между электрической, магнитной и упругой подсистемами материальных сред существуют связи, приводящие к различным физическим эффектам. Одним из проявлений этого в магнитоупорядоченных твердых телах является наличие в спектре элементарных возбуждений связанных магнитоупругих волн (МУВ), при распространении которых существуют как деформации, так и изменения намагниченности. Это имеет место всегда, но наибольший эффект наблюдается вблизи точек фазового синхронизма, где совпадают значения частоты ω и волнового числа k спиновых и упругих волн в отсутствие связи между подсистемами. Известным примером этого может служить гибридизация спиновых и упругих волн в ферро- и ферримагнетиках, теоретический анализ которой впервые был дан в 1956 г. [1] (см. также [2, 3]), а первые эксперименты, подтверждающие теорию, были выполнены авторами работ [4–6].

В антиферромагнетиках (АФМ) влияние магнитоупругого взаимодействия на волновые процессы оказалось более сложным. Было обнаружено аномальное поведение нижней ветви дисперсионных кривых спиновых волн при $k \rightarrow 0$ в АФМ с анизотропией типа “легкая плоскость” [7–9], обусловленное, как это было показано в [10], спонтанными магнитоупругими деформациями среды в основном состоянии. Впоследствии это явление получило название “магнитоупругой щели” [11]. В легкоплоскостных АФМ со слабым ферромагнетизмом в окрестности ориентационного фазового перехода (ОФП) наблюдалась сильная зависимость скорости звука от напряженности магнитного поля в базисной плоскости [12–14]. Сообщалось о влиянии давления и

магнитного поля на распространение “собственных линейных” МУВ в одноосных АФМ [15–17]. Вблизи ОФП такие волны из-за возникновения неустойчивости ориентации векторов намагниченности подрешеток не являются гармоническими и линейными даже при малых амплитудах и приобретают сильную дисперсию (“собственные нелинейные” МУВ: уединенные, кноидальные, спиральные [18–24]). Изучалось и влияние магнитоупругой связи на ударные волны [25] и ангармонизм акустических волн [26, 27].

В окрестности ОФП спонтанное нарушение симметрии приводит и к ряду других неочевидных эффектов. Теоретические расчеты [28, 29], подкрепленные экспериментами [30], показывают, что низкочастотная упругая волна в легкоплоскостном ферромагнетике может переводить его из одного состояния в другое в областях растяжения и сжатия, образуя “бегущую” доменную структуру из разных фаз. Интенсивная упругая волна создает в среде пространственно-временную периодичность, создавая условия для существования устойчивых и неустойчивых параметрических взаимодействий между пространственно-временными гармониками спиновых волн [31, 32]. Нелинейные МУВ разного типа в окрестности ОФП можно считать динамическими состояниями с определенной симметрией, модифицирующейся при изменении типа волны. Изменение таких состояний под действием переменного упругого напряжения сходно с изменением статических состояний под действием статического напряжения, т.е. является фазовым переходом.

Настоящая работа посвящена исследованию фазовой диаграммы динамических магнитоупругих состояний и особенностей поведения уединенных и связанных МУВ вблизи ОФП в легкоплоскостном антиферромагнетике.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Решение проведем в рамках теории классических полей [33, 34], используя лагранжиан упруго напряженного многоподрешеточного магнетика

$$L = T - U, \quad (1)$$

где

$$T = -\sum_n \frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \cos \theta^{(n)} + \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2$$

– кинетический “потенциал” [35], $0 \leq \theta^{(n)} \leq \pi$ и $0 \leq \phi^{(n)} \leq 2\pi$ – полярный и азимутальный углы вектора намагниченности n -й подрешетки

$$\vec{M}^{(n)} = M_0^{(n)} \{ \sin \theta^{(n)} \cos \phi^{(n)}, \sin \theta^{(n)} \sin \phi^{(n)}, \cos \theta^{(n)} \},$$

$M_0^{(n)}$ и $g^{(n)}$ – намагниченность насыщения и гиромангнитный коэффициент n -й подрешетки, ρ – плотность среды, $U = U(M_i^{(n)}, \partial M_i^{(n)} / \partial x_n, u_{ij})$ – потенциальная энергия, $u_{ij} = (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) / 2$ – компоненты тензора деформаций, \vec{u} – вектор упругих смещений. Уравнения Лагранжа имеют вид

$$\frac{\partial L}{\partial q_n} = \frac{\partial}{\partial x^{(v)}} \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial x^{(v)})}, \quad (2)$$

$q_n = \{ \theta^{(n)}, \phi^{(n)}, u_x, u_y, u_z \}$, $x^{(v)} = \{ x^{(0)} = t, x^{(1)} = x, x^{(2)} = y, x^{(3)} = z \}$, четырех-вектор энергии-импульса поля равен $P^{(v)} = \int T^{(v0)}(x^{(a)}, x) d^3 x$, где полевой тензор

$$T^{(v\mu)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial x^{(\mu)})} \frac{\partial q_n}{\partial x^{(v)}} - g^{(v\mu)} L;$$

значение $g^{(v\mu)}$ равно нулю при $v \neq \mu$, +1 при $v = \mu = 0$ и –1 при $v = \mu = 1, 2, 3$.

Из инвариантности $P^{(v)}$ следует уравнение непрерывности

$$\frac{\partial T^{(v\mu)}}{\partial x^{(\mu)}} = \frac{\partial T^{(v0)}}{\partial t} + \frac{\partial T^{(v1)}}{\partial x} + \frac{\partial T^{(v2)}}{\partial y} + \frac{\partial T^{(v3)}}{\partial z}.$$

Плотность энергии поля $T^{(00)}$ и плотность потока энергии $T^{(0\mu)}$ не зависят от гироскопических слабых и равны соответственно

$$T^{(00)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial t)} \frac{\partial q_n}{\partial t} - L \equiv H = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + U;$$

$$T^{(0\mu)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial x^{(\mu)})} \frac{\partial q_n}{\partial t},$$

а плотность $x^{(v)}$ -компоненты импульса поля определяется соотношением

$$T^{(v0)} = \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial t)} \frac{\partial q_n}{\partial x^{(v)}} = -\sum_n \frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \cos \theta^{(n)} \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial x^{(v)}} + \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x^{(v)}}.$$

С учетом диссипации уравнения Лагранжа записываются в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial (\partial q_n / \partial t)} + \frac{\delta L_d}{\delta (\partial q_n / \partial t)} - \frac{\delta L}{\delta q_n} = 0, \quad (3)$$

где диссипативная функция имеет вид

$$L_d = \sum_n \frac{1}{2} \frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} r^{(n)} \left(\left(\frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \right)^2 \sin^2 \theta^{(n)} \right) + \frac{1}{2} \eta_{ijkn} \frac{\partial u_{ij}}{\partial t} \frac{\partial u_{kn}}{\partial t},$$

$r^{(n)}$ – диссипативные коэффициенты намагниченности, η_{ijkn} – компоненты упругого диссипативного тензора,

$$\frac{\delta}{\delta q_n} \equiv \frac{\partial}{\partial q_n} - \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial}{\partial (\partial q_n / \partial x_n)}.$$

Используя (1) и (2), получаем следующие уравнения движения:

$$\frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \left(-\frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \sin \theta^{(n)} + r^{(n)} \frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial U}{\partial (\partial \theta^{(n)} / \partial x_n)} - \frac{\partial U}{\partial \theta^{(n)}},$$

$$\frac{M_0^{(n)}}{g^{(n)}} \sin \theta^{(n)} \left(\frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial t} + r^{(n)} \frac{\partial \phi^{(n)}}{\partial t} \sin \theta^{(n)} \right) = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial U}{\partial (\partial \phi^{(n)} / \partial x_n)} - \frac{\partial U}{\partial \phi^{(n)}}, \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} + \frac{1}{2} (1 + \delta_{mn}) \frac{\partial \sigma_{nm}^{(d)}}{\partial x_m} = -\frac{1}{2} (1 + \delta_{mn}) \frac{\partial \sigma_{nm}}{\partial x_m},$$

где $\sigma_{mn} = -\partial U / \partial u_{mn}$ и $\sigma_{nm}^{(d)} = -\eta_{nmkl} (\partial u_{kl} / \partial t)$ – упругие и вязкие напряжения.

В потенциальной энергии в рассматриваемом случае следует учитывать вклады от магнитной подсистемы U_m , от упругой подсистемы U_u , от взаимодействия между ними U_{mu} и от взаимодействия результирующей намагниченности \vec{M}_s с внешним магнитным полем \vec{H}_0 и размагничивающим полем \vec{H}_d , т.е. $U = U_m + U_u + U_{mu} - \vec{M}_s (\vec{H}_0 + \vec{H}_d / 2)$. Вклад магнитной подсистемы

$$U_m \equiv U_m(M_i^{(n)}, \partial M_j^{(n)} / \partial x_n) = U_{mn} + U_{mh},$$

где

$$U_{mn} = \sum_{n,m=1}^{n,m=N} a_{ij}^{(nm)} \frac{\partial \bar{M}^{(n)}}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{M}^{(m)}}{\partial x_j}$$

– потенциал неоднородного обменного взаимодействия,

$$U_{mh} = \sum_{n,m=1}^{n,m=N} b_{ij}^{(nm)} M_i^{(n)} M_j^{(m)} + \sum_{n,m,p,q=1}^{n,m,p,q=N} b_{ijkl}^{(nmpq)} M_i^{(n)} M_j^{(m)} M_k^{(p)} M_l^{(q)}$$

– однородный потенциал, в котором слагаемые вида скалярного произведения определяют энергию однородного обменного взаимодействия, остальные слагаемые – энергию анизотропии, $a_{ij}^{(nm)}$, $b_{ij}^{(nm)}$, и $b_{ijkl}^{(nmpq)}$ – феноменологические константы, $U_u = (1/2) \lambda_{ijkl} u_{ij} u_{kl}$ – потенциал упругой подсистемы,

$$U_{mu} = \sum_{n,m=1}^{n,m=N} c_{ijkl}^{(nm)} M_i^{(n)} M_j^{(m)} u_{kl}$$

– потенциал магнитоупругого взаимодействия,

$$\bar{M}_s = \sum_{n=1}^{n=N} \bar{M}^{(n)}$$

– результирующая намагниченность, \bar{H}_d – размагничивающее поле, удовлетворяющее уравнениям $\text{div} \bar{H}_d = -4\pi \text{div} \bar{M}_s$ и $\text{rot} \bar{H}_d = 0$. Динамические магнитоупругие состояния определяются уравнениями (2), а однородные и неоднородные статические уравнениями

$$\delta U / \delta \theta^{(n)} = 0; \quad \delta U / \delta \phi^{(n)} = 0; \quad \delta \sigma_{nm} / \delta x_m = 0. \quad (5)$$

Используя систему (4), уравнения движения магнитных векторов подрешеток АФМ можно записать в виде

$$\begin{aligned} & \omega_M^{-1} \left[-\frac{\partial \phi^{(\pm)}}{\partial t} \sin \theta^{(+)} \cos \theta^{(-)} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial \phi^{(\mp)}}{\partial t} \sin \theta^{(-)} \cos \theta^{(+)} + r \frac{\partial \theta^{(\mp)}}{\partial t} \right] = \\ & = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial (\partial \theta^{(\pm)} / \partial x_n)} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \theta^{(\pm)}}, \\ & \omega_M^{-1} \left[\frac{\partial \theta^{(\pm)}}{\partial t} \sin \theta^{(+)} \cos \theta^{(-)} - \frac{\partial \theta^{(\mp)}}{\partial t} \sin \theta^{(-)} \cos \theta^{(+)} + \right. \\ & + r \frac{\partial \phi^{(\mp)}}{\partial t} (\sin^2 \theta^{(+)} \cos^2 \theta^{(-)} + \sin^2 \theta^{(-)} \cos^2 \theta^{(+)}) + \\ & \left. + 2r \frac{\partial \phi^{(\pm)}}{\partial t} \sin \theta^{(+)} \cos \theta^{(-)} \sin \theta^{(-)} \cos \theta^{(+)} \right] = \\ & = \frac{\partial}{\partial x_n} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial (\partial \phi^{(\pm)} / \partial x_n)} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \phi^{(\pm)}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\theta^{(\pm)} = (\theta^{(1)} \pm \theta^{(2)} + \pi) / 2$, $\theta^{(1)} = \theta^{(+)} + \theta^{(-)}$, $\theta^{(2)} = \theta^{(+)} - \theta^{(-)} + \pi$, $\phi^{(\pm)} = (\phi^{(1)} \pm \phi^{(2)} + \pi) / 2$, $\phi^{(1)} = \phi^{(+)} + \phi^{(-)}$, $\phi^{(2)} = \phi^{(+)} - \phi^{(-)} + \pi$, $\omega_M = 2M_0 g$, $M_0 = |\bar{M}^{(1)}| = |\bar{M}^{(2)}|$, $g = g^{(1)} = g^{(2)}$, $r = r^{(1)} = r^{(2)}$, $\underline{u} = U / (2M_0)^2$ – нормированный однородный потенциал. Углы $\theta^{(-)}$ и $\phi^{(-)}$ определяют степень неколлинеарности векторов намагниченности подрешеток.

2. ОСНОВНОЕ СОСТОЯНИЕ

Рассмотрим тетрагональный антиферромагнетик в поле внешних одноосных упругих напряжений, приложенных вдоль ребер элементарной ячейки. Ограничим рассмотрение ситуацией вдали от фазового перехода типа “спин-флоп”, когда $|\bar{m}| \ll |\bar{l}|$, где $\bar{m} = (\bar{M}^{(1)} + \bar{M}^{(2)}) / (2M_0)$ и $\bar{l} = (\bar{M}^{(1)} - \bar{M}^{(2)}) / (2M_0)$ – нормированные векторы ферромагнетизма и антиферромагнетизма соответственно. В таком приближении слагаемые нормированного потенциала $\underline{u} = \underline{u}_m + \underline{u}_{mu} + \underline{u}_u$ могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \underline{u}_m &= a_0 m^2 + a_1 m_z^2 + k_1 l_z^2 + k_2 (l_x^4 + l_y^4 + l_z^4) + \\ &+ k_4 (l_x^2 l_y^2 + (l_x^2 + l_y^2) l_z^2), \\ \underline{u}_{mu} &= b_1 (l_x^2 u_{xx} + l_y^2 u_{yy}) + b_2 l_z^2 (u_{xx} + u_{yy}) + \\ &+ b_3 l_z^2 u_{zz} + b_4 (l_x l_z u_{xz} + l_y l_z u_{yz}) + b_6 l_x l_y u_{xy}, \quad (7) \\ \underline{u}_u &= (1/2) [\lambda_{11} (u_{xx}^2 + u_{yy}^2) + \lambda_{33} u_{zz}^2] + \\ &+ \lambda_{12} u_{xx} u_{yy} + \lambda_{13} (u_{xx} + u_{yy}) u_{zz} + \\ &+ 2\lambda_{44} (u_{xz}^2 + u_{yz}^2) + 2\lambda_{66} u_{xy}^2, \end{aligned}$$

где a_0 и a_1 – обменные константы, k_1, k_2 и k_4 – константы магнитокристаллической анизотропии, b_i – магнитоупругие постоянные, λ_{ik} – коэффициенты упругости.

В ненапряженном АФМ при $a_0, a_1 > 0$ основному статическому состоянию соответствует отсутствие результирующей намагниченности, при большой константе $k_1 > 0$ – имеет место легкоплоскостное состояние и при $k_4 - 2k_2 > 0$ – одно из двух вырожденных коллинеарных плоскостных состояний: $l_y = 0, l_x^2 = 1$ или $l_y^2 = 1, l_x = 0$. Внешние нормированные на $(2M_0)^2$ упругие напряжения $\sigma_{ij}^{(0)}$ создают равновесные деформации $u_{ij}^{(0)}$, кото-

рые, как следует из уравнений $\sigma_{ij}^{(0)} = \partial \underline{u} / \partial u_{ij}$, могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} u_{xx}^{(0)} &= -b_{11}^* (I_x^{(o)})^2 - b_{12}^* (I_y^{(o)})^2 - b_{13}^* (I_z^{(o)})^2 + \\ &+ \lambda_{10} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{20} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}, \\ u_{yy}^{(0)} &= -b_{12}^* (I_x^{(o)})^2 - b_{11}^* (I_y^{(o)})^2 - b_{13}^* (I_z^{(o)})^2 + \\ &+ \lambda_{20} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{10} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}, \\ u_{zz}^{(0)} &= -b_{31}^* (I_x^{(o)})^2 - b_{31}^* (I_y^{(o)})^2 - b_{33}^* (I_z^{(o)})^2 + \\ &+ \lambda_{30} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{40} \sigma_{zz}^{(o)}, \\ u_{xy}^{(0)} &= -b_{66}^* I_y^{(o)} I_x^{(o)}, \quad u_{xz}^{(0)} = -b_{44}^* I_x^{(o)} I_z^{(o)}, \\ u_{yz}^{(0)} &= -b_{44}^* I_y^{(o)} I_z^{(o)}; \quad b_{11}^* = \lambda_{10} b_1, \quad b_{12}^* = \lambda_{20} b_1, \\ b_{13}^* &= (\lambda_{10} + \lambda_{20}) b_2 + \lambda_{30} b_3, \quad b_{31}^* = \lambda_{30} b_1, \\ b_{33}^* &= 2\lambda_{30} b_2 + \lambda_{40} b_3, \\ \lambda_{i0} &= \lambda_i / \lambda_0 \quad (i = 1-4), \quad \lambda_1 = \lambda_{11} \lambda_{33} - \lambda_{13}^2, \\ \lambda_2 &= \lambda_{13}^2 - \lambda_{12} \lambda_{33}, \quad \lambda_3 = (\lambda_{12} - \lambda_{11}) \lambda_{13}, \\ \lambda_4 &= (\lambda_{11}^2 - \lambda_{12}^2), \quad \lambda_0 = (\lambda_{11}^2 - \lambda_{12}^2) \lambda_{33} + \\ &+ 2\lambda_{13}^2 (\lambda_{12} - \lambda_{11}), \quad b_{66}^* = b_6 / (2\lambda_{66}), \\ b_{44}^* &= b_4 / (2\lambda_{44}). \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя выражения для $u_{ij}^{(0)}$ из (8) в (7) находим равновесный потенциал:

$$\begin{aligned} \underline{u}_0 &= a_0 (m^{(0)})^2 + a_1 (m_z^{(0)})^2 + k_1' (I_z^{(0)})^2 + \\ &+ k_2' (I_z^{(0)})^4 + k_2'' \left((I_x^{(0)})^2 + (I_y^{(0)})^2 \right)^2 + \\ &+ k_{24} (I_x^{(0)})^2 (I_y^{(0)})^2 + k_4' \left((I_x^{(0)})^2 + (I_y^{(0)})^2 \right) (I_z^{(0)})^2 + \\ &+ \sigma_{11} (I_x^{(0)})^2 + \sigma_{22} (I_y^{(0)})^2, \end{aligned} \quad (9)$$

где $k_1' = k_1 + \sigma_{33}$, $k_2' = k_2 - 2b_2 b_{13}^* - b_3 b_{33}^*$, $k_2'' = k_2 - b_1 b_{11}^*$, $k_{24} = k_4 - 2k_2 + 2b_1 (b_{11}^* - b_{22}^*) - 2b_6 b_{66}^*$, $k_4' = k_4 - b_2 (b_{11}^* + b_{12}^*) - b_1 b_{31}^* - 2b_4 b_{44}^*$ — перенормированные магнитоупругие константы анизотропии,

$$\sigma_{11} = b_1 (\lambda_{10} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{20} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}),$$

$$\sigma_{22} = b_1 (\lambda_{20} \sigma_{xx}^{(o)} + \lambda_{10} \sigma_{yy}^{(o)} + \lambda_{30} \sigma_{zz}^{(o)}),$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= [b_2 (\lambda_{10} + \lambda_{20}) + b_3 \lambda_{30}] (\sigma_{xx}^{(o)} + \sigma_{yy}^{(o)}) + \\ &+ (2b_2 \lambda_{30} + b_3 \lambda_{40}) \sigma_{zz}^{(o)} \end{aligned}$$

— эффективные напряжения. Магнитоупругая связь перенормирует магнитные константы, а

внешние напряжения приводят к возникновению дополнительного вклада в энергию плоскостной одноосной анизотропии. Если этот вклад достаточно велик и $k_1' > 0$, то основное состояние будет плоскостным, а в отсутствие внешних напряжений при $k_{24} > 0$ — и коллинеарным. Внешние напряжения могут вызывать ОФП по полярным и азимутальным углам.

Используя формулы для компонент \vec{m} и \vec{l} в сферических координатах, находим условия существования равновесных состояний в виде

$$f_{\theta 1}^{(-)} \sin 2\theta_0^{(-)} + (1/2) f_{\theta 2}^{(-)} \cos 2\theta_0^{(-)} \times \sin 2\theta_0^{(+)} \sin 2\phi_0^{(-)} = 0, \quad (10a)$$

$$f_{\phi 1}^{(-)} \sin 2\phi_0^{(-)} + f_{\phi 2}^{(-)} \sin 2\theta_0^{(-)} \sin 2\theta_0^{(+)} \cos 2\phi_0^{(-)} = 0, \quad (10б)$$

$$f_{\theta 1}^{(+)} \sin 2\theta_0^{(+)} + f_{\theta 2}^{(+)} \cos 2\theta_0^{+} \sin 2\theta_0^{(-)} \times \sin 2\phi_0^{+} \sin 2\phi_0^{(-)} = 0, \quad (10в)$$

$$f_{\phi 1}^{(+)} \cos 2\phi_0^{(+)} + f_{\phi 2}^{(+)} \sin 2\phi_0^{(+)} = 0, \quad (10г)$$

где $f_{\theta 1,2}^{(-)}$, $f_{\theta 1,2}^{(+)}$, $f_{\phi 1,2}^{(-)}$, $f_{\phi 1,2}^{(+)}$ — функции, определяющие угловые по полярному углу фазы (явные выражения из-за громоздкости не приводятся).

Анализ уравнений (10a)–(10г) показывает, что в равновесном статическом состоянии АФМ может находиться в одной из перечисленных ниже фаз $S^{(s)}$. В коллинеарной (по векторам $\vec{M}^{(1)}$ и $\vec{M}^{(2)}$) фазе $S_1^{(s)}$, для которой $\theta_0^{(-)} = \phi_0^{(-)} = 0$, уравнения (10a) и (10б) удовлетворяются автоматически, а ориентация вектора антиферромагнетизма определяется выражениями

$$\begin{aligned} \sin 2\theta_0^{(+)} f_0 = 0; \quad (\sin \theta_0^{(+)} \sin 2\phi_0^{(+)} \times \\ \times [k_{24} (\sin \theta_0^{(+)} \cos 2\phi_0^{(+)} + \sigma_{22} - \sigma_{11})] = 0, \end{aligned}$$

где $f_0 = f_0(\theta_0^{(+)}, \phi_0^{(+)})$ — функция полярного и азимутального углов вектора \vec{l} .

Возможна также “осевая” фаза $S_{1.1}^{(s)}$, для которой $\theta_0^{(+)} = 0$, и “плоскостные” фазы $S_{1.2}^{(s)}$, где $\theta_0^{(+)} = \pi/2$, в трех модификациях: двух коллинеарных $S_{1.2.1}^{(s)}$ и $S_{1.2.2}^{(s)}$, где $\phi_0^{(+)} = 0$ и $\phi_0^{(+)} = \pi/2$ соответственно, и угловой по азимутальному углу $S_{1.2.3}^{(s)}$, когда $\cos 2\phi_0^{(+)} = (\sigma_{11} - \sigma_{22}) / k_{24}$.

Угловая фаза по полярному углу $S_{1.3}^{(s)}$ также реализуется в трех модификациях: двух коллинеарных, $S_{1.3.1}^{(s)}$ и $S_{1.3.2}^{(s)}$, где соответственно

$$\phi_0^{(+)} = 0; \quad \cos^2 \theta_0^{(+)} = (\sigma_{11} - k_1') / (2k_{24}),$$

и

$$\begin{aligned} \phi_0^{(+)} &= \pi/2; \\ \cos^2 \theta_0^{(+)} &= (\sigma_{22} - k_1' - k_4' + 2k_2'') / (2k_{24}'), \end{aligned}$$

и угловой по азимуту $S_{1.3.3}^{(s)}$, где

$$\begin{aligned} &\cos 2\phi_0^{(+)} (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \times \\ &\times \left(4k_{24}' + k_{24} \right) / \left[k_{24} \left(2k_1' + 4k_{24}' - \sigma_{11} - \sigma_{22} \right) \right]; \\ \sin^2 \theta_0^{(+)} &= (2k_1' + 4k_{24}' - \sigma_{11} - \sigma_{22}) / (4k_{24}' + k_{24}), \end{aligned}$$

$$\text{а } k_{24}' = k_2' + k_2'' - k_4'.$$

3. СОБСТВЕННЫЕ МАГНИТОУПРУГИЕ ВОЛНЫ ПРИ ОФП

Рассмотрим поведение нелинейных волн вблизи ОФП между плоскостной коллинеарной фазой $S_{12}^{(s)}$ и угловой фазой $S_{123}^{(s)}$ в точке $\sigma_{11} - \sigma_{22} = k_{24}$. При большой осевой константе анизотропии и слабом затухании из первого уравнения системы (6) следует соотношение

$$\omega_M^{-1} \left(\partial \phi^{(+)} / \partial t \right) = -k_1 \sin 2\theta^{(+)}, \quad (11)$$

а второе уравнение в (6) и уравнения упругости для зависящих от переменных (x, y) принимают вид

$$\begin{aligned} k_1^{-1} \omega_M^{-2} \left(\partial^2 \phi^{(+)} / \partial t^2 \right) &= a_{11} \left(\partial^2 \phi^{(+)} / \partial x^2 \right) - \\ &- \left[(1/2) k_4 - k_2 \right] \sin 4\phi^{(+)} + \\ &+ b_1 \left(u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} + \partial u_x / \partial x \right) \sin 2\phi^{(+)} - \\ &- (1/2) b_6 \cos 2\phi^{(+)} \partial u_y / \partial x; \\ \rho \left(\partial^2 u_x / \partial t^2 \right) &= \lambda_{11} \left(\partial^2 u_x / \partial x^2 \right) + \\ &+ (1/2) b_1 \partial \left(\cos 2\phi^{(+)} \right) / \partial x; \\ \rho \left(\partial^2 u_y / \partial t^2 \right) &= \lambda_{66} \left(\partial^2 u_y / \partial x^2 \right) + \\ &+ (1/4) b_6 \partial \left(\sin 2\phi^{(+)} \right) / \partial x. \end{aligned} \quad (12)$$

Из (12) следует, что упругие деформации для бегущих со скоростью v волн вида $\{\phi^{(+)}, u_x, u_y\} \propto f(\xi)$, где $\xi = (x - vt)$, описываются выражениями

$$u_{xx} = b_{1v} \left(\cos 2\phi^{(+)} - 1 \right), \quad u_{yx} = b_{6v} \sin 2\phi^{(+)}, \quad (13)$$

где $b_{1v} = b_1 / 2\rho(v^2 - v_1^2)$, $b_{6v} = b_6 / 4\rho(v^2 - v_{11}^2)$ – динамические магнитоупругие коэффициенты; $v_1^2 = \lambda_{11} / \rho$ и $v_{11}^2 = \lambda_{66} / \rho$ – скорости упругих продольных и поляризованных по y поперечных

волн. Для спиновой квазичастицы можно записать уравнение Ньютона в виде

$$m^* \partial^2 \phi^{(+)} / \partial \xi^2 = -\partial \underline{u}^{\text{эф}} / \partial \phi^{(+)}, \quad (14)$$

где $m^* = a_{11}(v^2/s^2 - 1)$ – эффективная масса, положительная при $v^2 > s^2$ и отрицательная при $v^2 < s^2$, где $s = \omega_M \sqrt{a_{11} k_1}$ – параметр, имеющий размерность скорости, $\underline{u}^{\text{эф}} = \sin^2 \phi^{(+)} (k_{u2} \cos^2 \phi^{(+)} - k_{u1})$ – эффективный потенциал, который учитывает тетрагональную анизотропию с перенормированной динамическим магнитоупругим взаимодействием константой $k_{u2} = k_4 - 2k_2 - b_1 b_{1v} + 1/2 b_6 b_{6v}$, и одноосную анизотропию с обусловленной статическим и динамическим магнитоупругими взаимодействиями константой $k_{u1} = b_1 (u_{xx}^{(0)} - u_{yy}^{(0)} - b_{1v})$. Согласно (14) закон сохранения энергии квазичастицы может быть записан в виде $w + \underline{u}^{\text{эф}} = \underline{e}$, где $w = (1/2) m^* \left(\partial \phi^{(+)} / \partial \xi \right)^2$ – кинетическая энергия, а константа интегрирования \underline{e} имеет смысл полной энергии квазичастицы. В неявном виде решение уравнения (14) можно записать следующим образом:

$$\int \left(\underline{e} - \underline{u}^{\text{эф}} \right)^{-1/2} d\phi^{(+)} = \pm (2/m^*)^{1/2} (\xi - \xi_0). \quad (15)$$

Тип и поведение МУВ зависят от вида функции $\underline{u}^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$, обладающей на интервале $-1 \leq k_{u1}/k_{u2} \leq 1$ экстремумами при $\sin \phi_{m1}^{(+)} = 0$, $\cos \phi_{m2}^{(+)} = 0$ и $\cos 2\phi_{m3}^{(+)} = k_{u1}/k_{u2}$, где значения функции составляют

$$\underline{u}_1^{\text{эф}} \equiv \underline{u}^{\text{эф}}(\phi_{m1}^{(+)}) = 0,$$

$$\underline{u}_2^{\text{эф}} \equiv \underline{u}^{\text{эф}}(\phi_{m2}^{(+)}) = -k_{u1},$$

$$\underline{u}_3^{\text{эф}} \equiv \underline{u}^{\text{эф}}(\phi_{m3}^{(+)}) = (k_{u2} - k_{u1})^2 / 4 k_{u2}.$$

При $k_{u2} > 0$ потенциал имеет абсолютный минимум в точках $\phi_{m1}^{(+)}$ при $k_{u1} < 0$ и в точках $\phi_{m2}^{(+)}$ при $k_{u1} > 0$. Максимумы расположены в точках $\phi_{m2}^{(+)}$ при $k_{u1} < -k_{u2}$, в точках $\phi_{m3}^{(+)}$ при $k_{u2} < k_{u1} < -k_{u2}$, в точках $\phi_{m1}^{(+)}$ при $k_{u1} > k_{u2}$. При $k_{u2} < 0$ минимум $\underline{u}^{\text{эф}}$ имеет место в точках $\phi_{m1}^{(+)}$ в области $k_{u1} < k_{u2}$, в точках $\phi_{m3}^{(+)}$ в интервале $k_{u2} < k_{u1} < -k_{u2}$, в точках $\phi_{m2}^{(+)}$ в области $k_{u1} < -k_{u2}$. Период потенциала равен π , в точке $k_{u1} = 0$ он уменьшается в два раза.

График зависимости $\underline{u}^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$ при $k_{u2} > 0$ приведен на рис. 1. Штриховые линии имеют цифровые обозначения, относящиеся к типу динамических состояний (МУВ), существующих при различных значениях потенциала (см. далее). Аналогичный

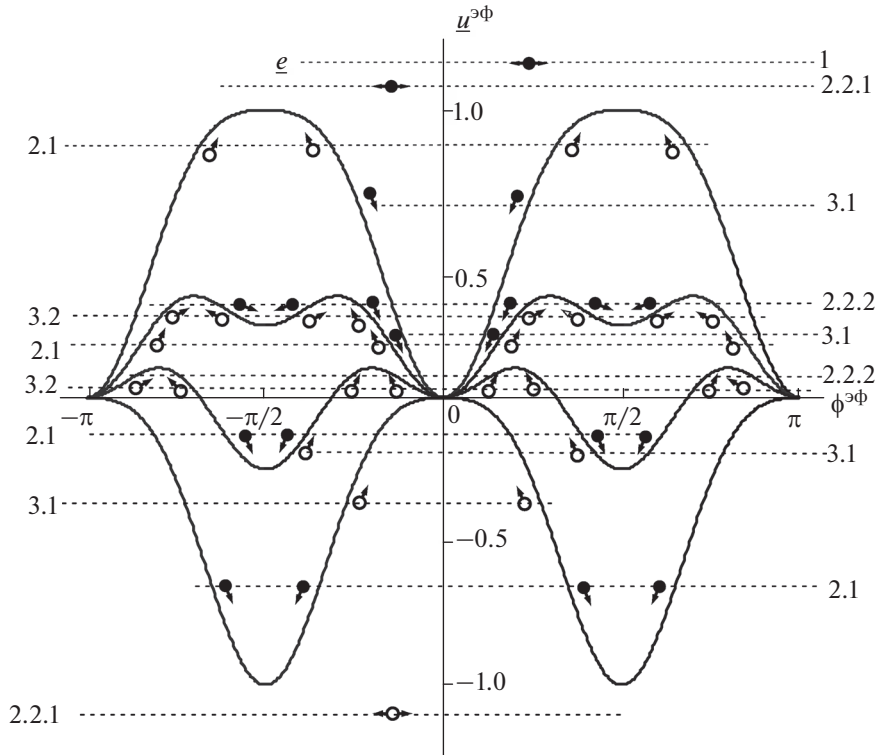


Рис. 1. График зависимости $u^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$: темные и светлые точки обозначают квазичастицы с положительной и отрицательной эффективной массой соответственно, стрелками показано направление движения в потенциале $u^{\text{эф}}$; цифровые обозначения на пунктирных линиях относятся к типу динамических состояний, существующих при различных значениях потенциала.

график для случая $k_{u2} < 0$ получается инверсией графика, показанного на рис. 1, относительно начала координат.

Тип МУВ определяется соотношением между e, k_{u1}, k_{u2} и m^* . Если e выше потенциальных барьеров для $m^* > 0$ и ниже их для $m^* < 0$, то движение квазичастицы будет инфинитным. Вектор \vec{l} вращается в базисной плоскости, т.е. имеют место круговые нелинейные МУВ, т.е. волны поворота антиферромагнитного вектора. Если e лежит между максимумами или минимумами потенциала, то траектория движения будет ограничена потенциальными барьерами, что соответствует периодическим нелинейным МУВ. Если e совпадает с экстремумами $u^{\text{эф}}$, то траектория или лежит на экстремуме (однородное состояние), или переходит с одного экстремума на другой (уединенные нелинейные МУВ). Если асимптотики находятся в равных минимумах потенциала, то волны топологически устойчивы (солитоны).

Вводя обозначение $x = \text{tg } \phi^{(+)}$, представим выражение (15) в виде

$$\int [(x^2 - x_1^2)(x^2 - x_2^2)]^{-1/2} dx = \pm (\xi - \xi_0) \sqrt{\beta}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} x_{1,2}^2 &= -e_1 \pm e_2^{1/2}; \quad e_1 = (2e - k_{u2} + k_{u1})/2(e + k_{u1}) = \\ &= 1 - (k_{u1} + k_{u2})/2(e + k_{u1}); \\ \beta &= 2(e + k_{u1})/m^*; \quad e_0 = e/(e + k_{u1}); \\ e_2 &= e_1^2 - e_0 = -k_{u2}(e - u_3^{\text{эф}})/(e - u_2^{\text{эф}})^2. \end{aligned}$$

Полюса $x_{1,2}^2$, комплексно сопряженные при $e_2 < 0$, становятся вещественными при $e_2 > 0$. Если $e_2 < 0$, то $x_1^2 > 0$ и $x_2^2 < 0$, а $x_1^2 < |x_2^2|$ для $e_2 > 0$, и $x_1^2 > |x_2^2|$ для $e_2 < 0$; если $e_2 > 0$, то при $e_1 < 0$ полюса $x_{1,2}^2$ отрицательны, причем $|x_1^2| < |x_2^2|$, а при $e_1 < 0$ – положительны и $|x_1^2| > |x_2^2|$. Используя данные о полюсах, интеграл в (16) можно рассчитать по таблицам [36], а решения выразить через эллиптические функции Якоби $\text{sn}(\xi, \kappa), \text{cn}(\xi, \kappa), \text{dn}(\xi, \kappa)$, где κ – модуль функции. Полученные решения позволяют определить области существования и типы возможных динамических состояний.

Динамическое состояние 1: $k_{u2}(\underline{e} - \underline{u}_3^{\text{эф}}) > 0; \beta > 0$. В данной области значение азимутального угла вычисляется по формуле

$$\phi^{(+)} = \text{arctg} \left\{ \pm e_0^{1/4} \left[(1 + \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)) \right]^{1/2} \right\} + n\pi, \quad (17)$$

$$(n = 0, \pm 1, \dots),$$

где $\xi_1 = (\xi - \xi_0) / \delta_1$, $\delta_1 = (\beta e_0^{1/2})^{-1/2}$ – характерная длина. Если $|\underline{e}| > k_{u1}$ и $|\underline{e}| \gg (1/2)|k_{u1} - k_{u2}|$, то модуль $\kappa_1^2 = k_{u2}/4e$; при $\kappa_1 \rightarrow 0$ $\text{cn} \rightarrow \cos$, $e_0 \rightarrow 1$, откуда следует, что

$$\phi^{(+)} = (1/2)(\pi \pm \xi_1) + n\pi. \quad (18)$$

В неподвижном координатном сечении вектор \vec{l} вращается с течением времени в плоскости базиса и, аналогично, в фиксированный момент времени вектор \vec{l} вращается при смещении вдоль оси x , т.е. в данном случае мы имеем дело с круговой нелинейной МУВ. При $\underline{e} \rightarrow \underline{u}_3^{\text{эф}}$, $\kappa_1 \rightarrow 1$, $\text{cn} \rightarrow \text{th}/\text{sh}$, и $e_0 \rightarrow (k_{u2} - k_{u1})^2 / (k_{u2} + k_{u1})^2 = \text{tg}^4 \phi_{m3}^{(+)}$, и тогда выражение (16) описывает уединенную нелинейную МУВ, для которой

$$\phi^{(+)} = \text{arccctg} \left[\pm e_0^{-1/4} \text{th}(\xi_1/2) \right] + n\pi. \quad (19)$$

Асимптотические значения $\phi^{(+)}(\pm\infty)$ отстоят от $\pi/2$ на $\text{arccctg} \phi_{m3}^{(+)}$.

Подставляя выражение (17) в (11), находим величину полярного угла $\theta_1^{(+)}$ выхода антиферромагнитного вектора из плоскости базиса, равную

$$\theta_1^{(+)} = (\pi/2) - \theta^{(+)} =$$

$$= \pm \delta_{v1} e_0^{1/4} F_1 \text{dn}(\xi_1, \kappa_1) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)); \quad (20)$$

$$\delta_{v1} = \delta_v / \delta_1, \delta_v = -v / 2\omega_M \kappa_1, \quad F_1 = (1 + a^2)^{-1},$$

$$a^2 = e_0^{1/2} (1 + \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)).$$

Значение полярного угла $\theta^{(+)}$ изменяется периодически от минимума $\theta_m^{(+)} = \delta_{v1} e_{01} \times \left[(1 - \kappa_1^2) / (1 + e_{02}^2 (\kappa_1^{-2} - 1)) \right]$ в точке $\text{cn}(\xi_1, \kappa_1) = e_{02} (1 - \kappa_1^2)$, где $e_{01} = e_0^{1/4} / (1 + e_0^{1/2})$, $e_{02} =$

$(1 - e_0^{1/2}) / (1 + e_0^{1/2})$, до максимума $\theta_M^{(-)} = \delta_{v1} / 2e_0^{1/4}$ в точке $\text{sn}(\xi_1, \kappa_1) = 0$. При $\kappa_1 \rightarrow 1$ значение $\theta_M^{(+)} \rightarrow 0$. При изменении направления вращения вектора \vec{l} меняется и знак угла выхода из плоскости базиса.

Подставляя (14) в (10) и учитывая (17), находим, что

$$u_{xx} = -b_{1v} F_1 a^2, \quad u_{yx} = -b_{6v} F_1 a. \quad (21)$$

Выход вектора \vec{l} из плоскости базиса связан с наличием деформации

$$u_{zx} = b_{4v} \cos \phi^{(+)} \sin \theta_1^{(+)}, \quad (22)$$

где $b_{4v} = b_4 / 4\rho (v^2 - v_{i2}^2)$, $v_{i2}^2 = \lambda_{44} / \rho$, откуда следует, что

$$u_{zx} = b_{4v} \delta_{v1} e_0^{1/4} F_1^{3/2} \text{dn}(\xi_1, \kappa_1) / (1 - \text{cn}(\xi_1, \kappa_1)). \quad (23)$$

Деформация u_{xx} изменяется от 0 до b_{1v} и имеет ненулевое среднее значение, амплитуда знакопеременной деформации равна $u_{yx0} = b_{6v}$; параметр \underline{e} описывается выражением $\underline{e} = u_{zx0}^2 m^* / (b_{4v} \delta_v)^2$, где u_{zx0} – амплитуда u_{zx} . Нелинейные круговые МУВ возбуждаются деформациями, описываемыми выражениями (21) и (23), а область их существования задается неравенствами

$$k_{u2} > 0, \quad \underline{e} > \underline{u}_3^{\text{эф}} > \max(0, \underline{u}_2^{\text{эф}}), \quad m^* > 0, \quad (24)$$

$$k_{u2} < 0, \quad \underline{e} < \underline{u}_3^{\text{эф}} < \min\{0, \underline{u}_2^{\text{эф}}\}, \quad m^* < 0.$$

Динамическое состояние 2: $k_{u2}(\underline{e} - \underline{u}_3^{\text{эф}}) < 0, \beta > 0$. Тип состояния зависит от знака e_0 : $e_0 < 0$ при $0 < \underline{e} < -k_{u1}$ или $-k_{u1} < \underline{e} < 0$; $e_0 > 0$ при $\underline{e} > \max\{0, -k_{u1}\}$ или $\underline{e} < \min\{0, -k_{u1}\}$.

Динамическое состояние 2.1: $e_0 < 0$. Уравнение (16) имеет два решения

$$\phi^{(+)} = \text{arccctg} \left[\pm (x_1^2)^{-1/2} \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \right] + n\pi,$$

$$\phi^{(+)} = \text{arccctg} \left[\pm (x_1^2 - x_2^2 \text{cn}^2(\xi_2, \kappa_2))^{-1/2} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \right] + n\pi, \quad (25)$$

где $\kappa_2^2 = -x_2^2 / (x_1^2 - x_2^2) = (1 + e_1 e_2^{-1/2}) / 2$; $\xi_2 = (\xi - \xi_0) / \delta_2$; $\delta_2 = (2\beta e_2^{1/2})^{1/2}$ – характерная длина, причем $0 \leq \kappa_2^2 \leq 1/2$ для $e_1 < 0$ и $1/2 \leq \kappa_2^2 \leq 1$ для $e_1 > 0$. Значение $\kappa_2^2 \rightarrow 1/2$, когда $e \rightarrow 2(k_{u2} - k_{u1})$. Для $k_{u2} > 0$ модуль $\kappa_2^2 \rightarrow 1/2$, когда $e \rightarrow u_1^{\text{эф}}$. Значение $\kappa_2 \rightarrow 0$ при $e \rightarrow -k_{u1}$ в области $k_{u1} < -k_{u2}$, $k_{u1} > 0$, а также при $e \rightarrow 0$ в интервале $0 < k_{u1} < k_{u2}$ и $\kappa_2^2 \rightarrow 1$ при $e \rightarrow 0$ в области $k_{u1} > k_{u2}$, $k_{u1} < 0$, а также при $e \rightarrow -k_{u1}$ в интервале $-k_{u2} \leq k_{u1} < 0$. Для $k_{u2} < 0$ соответствующие области получаются из рассмотренных путем инверсии. Выражения (25) описывают периодические нелинейные МУВ с колебаниями \bar{l} относительно оси y с амплитудой $\phi_0^{(+)} = \text{arctg}(x_1^2)^{-1/2}$, сдвинутые по фазе на четверть периода эллиптических функций.

При $\kappa_2 \rightarrow 0$ выражения (25) соответствуют гармоническим волнам

$$\phi^{(+)} = \alpha \cos \xi_2, \quad \phi^{(+)} = \alpha \sin \xi_2,$$

где амплитуда $\alpha = [(e + k_{01}) / (k_{u2} - k_{u1} - 2e)]^{1/2} \rightarrow 0$ при $e \rightarrow u_2^{\text{эф}}$.

При $\kappa_2 \rightarrow 1$ функции $\text{sn} \rightarrow \text{th}$, $\text{cn} \rightarrow \text{th}/\text{sh}$, $x_1^2 \rightarrow 0$, $x_2^2 \rightarrow (k_{u2}/k_{u1}) - 1$ и, следовательно, выражения (21) соответствуют либо постоянной величине, либо уединенной волне с асимптотическими значениями 0 и π , т.е.

$$\phi^{(+)} \rightarrow 0 \text{ и} \quad \phi^{(+)} \rightarrow \text{arccctg} \left\{ \pm [1 - (k_{u2}/k_{u1})]^{-1/2} \text{sh} \xi_2 \right\} + n\pi. \quad (26)$$

Из (11) и (25) следует, что угол выхода вектора \bar{l} из плоскости базиса может принимать следующие значения:

$$\theta_1^{(+)} = \mp \delta_{v2} (x_1^2)^{-1/2} F_{21} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2), \quad (27)$$

$$\theta_1^{(+)} = \mp \delta_{v2} (x_1^2 - x_2^2) F_{22} F_{23} \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2),$$

где

$$F_{21} = [1 + x_1^2 \text{cn}^2(\xi_2, \kappa_2)]^{-1},$$

$$F_{22} = [1 + F_{23} \text{sn}^2(\xi_2, \kappa_2)]^{-1},$$

$$F_{23} = [x_1^2 - x_2^2 \text{cn}^2(\xi_2, \kappa_2)]^{-1}.$$

Подставляя (25), (27) в (13), (22), находим, что соответствующие двум решениям упругие деформации определяются выражениями

$$u_{xx} = -b_{1v} F_{21}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} F_{21} \text{cn}(\xi_2, \kappa_2),$$

$$u_{zx} = \pm b_{4v} \delta_{v2} (x_1^2)^{-1} \times$$

$$\times F_{21}^{3/2} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2), \quad (28)$$

$$u_{xx} = -b_{1v} F_{22}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} F_{22} F_{23}^{1/2} \text{sn}(\xi_2, \kappa_2),$$

$$u_{zx} = \pm b_{4v} \delta_{v2} (x_1^2 - x_2^2)^{-1} F_{22}^{3/2} F_{23}^2 \times$$

$$\times \text{sn}(\xi_2, \kappa_2) \text{cn}(\xi_2, \kappa_2) \text{dn}(\xi_2, \kappa_2).$$

Средние значения u_{xx} – ненулевые, в то время как усредненные за период значения u_{yx} и u_{zx} обращаются в нуль; параметр e выражается через амплитуду волн. Рассматриваемые решения существуют при

$$k_{u2} > 0; \quad -k_{u1} < e < 0, \quad m^* > 0; \quad (29)$$

$$0 < e < -k_{u1}, \quad m^* < 0.$$

Характер движения определяется видом функциональной зависимости $u^{\text{эф}}(\phi^{(+)})$. В окрестности экстремумов имеют место нелинейные волновые возмущения – кноидальные волны. При уменьшении амплитуды нелинейные волны переходят в линейные гармонические волны, а при увеличении – в уединенные волны. Условия (29) соответствуют устойчивым динамическим состояниям. При наличии диссипации колебания являются затухающими и магнитная подсистема асимптотически стремится к основному состоянию. Колебания квазичастиц с обратным знаком эффективной массы будут неустойчивыми, однако если асимптотические значения $\phi^{(+)}(\xi_2)$ соответствуют равным экстремумам, разделенным потенциальным барьером, имеет место топологическая устойчивость (26). При наличии диссипации такие топологические солитоны, которые в статике определяют границу между “вакуумными” состояниями, при движении замедляются без изменения формы.

Динамическое состояние 2.2: $e_0 > 0$. Характер решения зависит от знака e_1 , он положителен при $e > -k_{u1}$, $\frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1})$ или $e < -k_{u1}$, $\frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1})$, и отрицателен при $k_{u1} > -k_{u2}$, $-k_{u1} < e < \frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1})$, или $k_{u1} < -k_{u2}$, $\frac{1}{2}(k_{u2} - k_{u1}) < e < -k_{u1}$.

Динамическое состояние 2.2.1: $\underline{e}_1 > 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (-x_1^2)^{1/2} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) / \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (-x_2^2)^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3) / \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \right] + n\pi, \end{aligned} \quad (30)$$

где $\kappa_3^2 = (x_1^2 - x_2^2) / (-x_2^2) = 2(1 + \underline{e}_1 \underline{e}_2^{-1/2})$, $\delta_3 = (-\beta x_2^2)^{-1/2}$, $\xi_3 = (\xi - \xi_0) / \delta_3$ – характерная длина. Соотношение (30) описывает сдвинутые на $\pi/2$ нелинейные МУВ поворота антиферромагнитного вектора. Для полярных углов справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \theta_1^{(+)} &= \pm \delta_{v3} (-x_1^2)^{1/2} F_{31} \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3), \\ F_{31} &= \operatorname{cn}^2(\xi_3, \kappa_3) + x_1^2 \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3), \\ \theta_1^{(+)} &= \pm \delta_{v3} (-x_2^2)^{1/2} F_{32} \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3), \\ F_{32} &= \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3) + x_2^2 \operatorname{cn}^2(\xi_3, \kappa_3). \end{aligned} \quad (31)$$

Вектор \vec{l} вращается вокруг оси z с колебаниям по $\theta_1^{(+)}$; экстремумам $\theta_1^{(+)}$ соответствуют значения

$$\begin{aligned} \operatorname{sn}(\zeta_3, \kappa_3) &= 0, \quad \operatorname{cn}(\zeta_3, \kappa_3) = 0, \\ \operatorname{dn}^2(\zeta_3, \kappa_3) &= (\kappa_3^2 / (1 + x_1^2)) - 1. \end{aligned}$$

Выражения для упругих деформаций имеют вид

$$\begin{aligned} u_{xx} &= -b_{1v} x_1^2 F_{31} \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{yx} &= -\pm b_{6v} (-x_1^2)^{1/2} F_{31} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{zx} &= \mp b_{4v} \delta_{v3} (-x_1^2)^{1/2} F_{31}^{3/2} \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{xx} &= b_{1v} x_2^2 F_{32} \operatorname{cn}^2(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{yx} &= \pm b_{6v} (-x_2^2)^{1/2} F_{32} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{cn}(\xi_3, \kappa_3), \\ u_{zx} &= \pm b_{4v} \delta_{v3} (-x_2^2)^{1/2} F_{32}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_3, \kappa_3) \operatorname{dn}(\xi_3, \kappa_3). \end{aligned} \quad (32)$$

Область существования рассматриваемых решений ограничена условиями

$$\begin{aligned} k_{u2} > 0: \underline{u}_2^{\text{эф}} < \underline{e} < \underline{u}_3^{\text{эф}}, \quad m^* > 0 \\ \text{или } \underline{e} < \min\{\underline{u}_1^{\text{эф}}, \underline{u}_2^{\text{эф}}\}, \quad m^* < 0; \\ k_{u2} < 0: \underline{e} > \max\{\underline{u}_1^{\text{эф}}, \underline{u}_2^{\text{эф}}\}, \quad m^* > 0 \\ \text{или } \underline{u}_3^{\text{эф}} < \underline{e} < \underline{u}_2^{\text{эф}}, \quad m^* < 0. \end{aligned} \quad (33)$$

Квазичастица движется над барьерами и под барьерами при $m^* > 0$ и $m^* < 0$ соответственно.

Динамическое состояние 2.2.2: $\underline{e}_1 < 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2)^{-1/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2 + x_2^2 \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4))^{-1/2} \right] + n\pi, \end{aligned} \quad (34)$$

где $\kappa_4^2 = x_2^2 / x_1^2 = (\underline{e}_1 \underline{e}_2^{-1/2} + 1) / (\underline{e}_1 \underline{e}_2^{-1/2} - 1)$; $\xi_4 = (\xi - \xi_0) / \delta_4$; $\delta_4 = (\beta x_1^2)^{-1/2}$ – характерная длина. Формулы (34) описывают колебания с амплитудой $\operatorname{arctg}(x_1^2)^{-1/2}$ по азимуту, колебания \vec{l} относительно плоскости базиса задаются соотношениями

$$\begin{aligned} \theta_1^{(+)} &= \pm \delta_{v4} (x_1^2)^{-1/2} F_{41} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ \theta_1^{(+)} &= -\pm \delta_{v4} (x_1^2 + x_2^2) F_{42} F_{43}^{4/3} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \end{aligned} \quad (35)$$

где $F_{41} = [1 + (x_1^2)^{-1} \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}$, $F_{42} = [1 + (x_2^2)^{-1} \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}$, $F_{43} = [x_1^2 + x_2^2 \operatorname{sn}^2(\xi_3, \kappa_3)]^{-1}$.

Колебания типа 2.2.2 сдвинуты по фазе по отношению к колебаниям типа 2.1, а сопровождающие их деформации равны

$$\begin{aligned} u_{xx} &= -b_{1v} F_{41}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} (x_1^2)^{-1/2} F_{41} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= \mp b_{4v} \delta_{v4} (x_1^2)^{-1} F_{41}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \times \\ &\quad \times \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{xx} &= -b_{1v} F_{42}, \quad u_{yx} = \pm b_{6v} F_{42} F_{43}^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= \pm b_{4v} \delta_{v4} (x_1^2 + x_2^2) F_{42}^{3/2} F_{43}^2 \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \times \\ &\quad \times \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4). \end{aligned} \quad (36)$$

Наряду с (34) имеются решения

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_2^2)^{1/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) \right], \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_2^2)^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4) \right] + n\pi. \end{aligned} \quad (37)$$

Выражения (37) описывают колебания относительно основного состояния с амплитудой $\operatorname{arctg}(x_2^2)^{1/2}$. При $\kappa \rightarrow 0$ нелинейные волны (37) переходят в гармонические

$$\phi^{(+)} = (x_2^2)^{1/2} \sin \xi_4, \quad \phi^{(+)} = (x_2^2)^{1/2} \cos \xi_4. \quad (38)$$

Причем $x_2^2 \rightarrow -\underline{e}/2(\underline{e} - 2(k_{u2} - k_{u1})) \rightarrow 0$, когда $\underline{e} \rightarrow 0$. Параметр

$$\underline{e} = \operatorname{tg}^2 \phi_a^{(+)} \left[\operatorname{tg}^2 \phi_a^{(+)} - 2(k_{u2} - k_{u1}) \right] / (1 + \operatorname{tg}^2 \phi_a^{(+)}),$$

где $\phi_a^{(+)}$ – амплитуда колебаний. При $\kappa \rightarrow 1$ или $\underline{e} \rightarrow \underline{u}^{\text{эф}}$ выражения (37) переходят в выражения

$$\begin{aligned} \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm \eta \operatorname{tg} \phi_{m3}^{(+)} \operatorname{th}(\xi_4) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \phi_{m3}^{(+)} + n\pi. \end{aligned} \quad (39)$$

Первое выражение в (39) описывает уединенную МУВ с асимптотическими значениями $\pm\phi_{m3}^{(+)}$. Полярные углы, соответствующие решению (37), равны

$$\begin{aligned}\theta_1^{(+)} &= \pm\delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} F_{44} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ \theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} (\kappa_4^2 - 1) \times \\ &\times F_{45}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}^2(\xi_4, \kappa_4), \\ F_{44} &= [1 + x_2^2 \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}, \\ F_{45} &= [1 + x_2^2 \operatorname{cn}^2(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}^{-2}(\xi_4, \kappa_4)]^{-1}.\end{aligned}\quad (40)$$

Максимальные значения $\theta_1^{(+)}$ достигаются при $\operatorname{sn} = 0$ и $\operatorname{cn} = 0$. Выражения для деформаций имеют вид

$$\begin{aligned}u_{xx} &= -b_{1v} x_2^2 F_{44} \operatorname{sn}^2(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_2^2)^{1/2} F_{44} \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= \mp b_{4v} \delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} F_{44}^{3/2} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{xx} &= -b_{1v} x_2^2 F_{45} \operatorname{cn}^2(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_2^2)^{1/2} F_{45} \operatorname{cn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}(\xi_4, \kappa_4), \\ u_{zx} &= -b_{4v} \delta_{v4} (x_2^2)^{1/2} (\kappa_4^2 - 1) F_{45}^{3/2} \times \\ &\times \operatorname{sn}(\xi_4, \kappa_4) / \operatorname{dn}^2(\xi_4, \kappa_4).\end{aligned}\quad (41)$$

Область существования данных решений описывается выражениями

$$\begin{aligned}k_{u2} > |k_{u1}|, \quad \max\{0, -k_{u1}\} < \underline{e} < \underline{u}_3^{\text{эф}}, \quad m^* > 0; \\ k_{u2} < |k_{u1}|, \quad \underline{u}_3^{\text{эф}} < \underline{e} < \min\{0, -k_{u1}\}, \quad m^* < 0.\end{aligned}\quad (42)$$

Динамическое состояние 3: $k_{u2}(\underline{e} - \underline{u}_3^{\text{эф}}) < 0$, $\beta < 0$. В данном случае результат зависит от знака e_0 .

Динамическое состояние 3.1: $e_0 < 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned}\phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2)^{1/2} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_2^2)^{1/2} \kappa_5 \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5) \right] + n\pi,\end{aligned}\quad (43)$$

где $\xi_5 = (\xi - \xi_0) / \delta_5$, $\delta_5 = [\beta(x_1^2 + x_2^2)]^{-1/2}$, $\kappa_5^2 = x_1^2 / (x_1^2 + x_2^2) = (1 - e_1^{-1} e_2^{1/2}) / 2$.

Колебания (43) сдвинуты по фазе по отношению к (37), значения полярных углов определяются выражениями

$$\begin{aligned}\theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v5} (x_1^2)^{1/2} F_{51} \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5), \\ \theta_1^{(+)} &= \pm\delta_{v5} (x_2^2)^{1/2} F_{52} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}^2(\xi_5, \kappa_5), \\ F_{51} &= [1 + x_1^2 \operatorname{cn}^2(\xi_5, \kappa_5)]^{-1}, \\ F_{52} &= [1 + x_2^2 \kappa_5^2 \operatorname{sn}^2(\xi_5, \kappa_5) \operatorname{dn}^{-2}(\xi_5, \kappa_5)]^{-1}.\end{aligned}\quad (44)$$

Деформации в МУВ описываются соотношениями

$$\begin{aligned}u_{xx} &= -b_{1v} x_1^2 F_{51} \operatorname{cn}^2(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_1^2)^{1/2} F_{51} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{zx} &= b_{4v} \delta_{v5} (x_1^2)^{1/2} F_{51}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{xx} &= -b_{1v} x_2^2 \kappa_5^2 F_{52} \operatorname{sn}^2(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}^2(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_2^2)^{1/2} \kappa_5 F_{52} \operatorname{sn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}(\xi_5, \kappa_5), \\ u_{zx} &= -b_{4v} \delta_{v5} (x_2^2)^{1/2} \kappa_5 F_{52}^{3/2} \operatorname{cn}(\xi_5, \kappa_5) / \operatorname{dn}^2(\xi_5, \kappa_5),\end{aligned}\quad (45)$$

а область существования данных решений – выражениями

$$0 < \underline{e} < -k_{u1}, \quad m^* > 0; \quad -k_{u1} < \underline{e} < 0, \quad m^* < 0.\quad (46)$$

Динамическое состояние 3.2: $e_0 > 0$. Имеется два решения:

$$\begin{aligned}\phi^{(+)} &= \operatorname{arctg} \left[\pm (x_1^2)^{1/2} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6) \right] + n\pi, \\ \phi^{(+)} &= \operatorname{arcctg} \left[\pm (x_2^2)^{-1/2} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6) \right] + n\pi,\end{aligned}\quad (47)$$

где $\xi_6 = (\xi - \xi_0) / \delta_6$, $\delta_6 = (\beta x_1^2)^{-1/2}$, $\kappa_6^2 = (x_1^2 - x_2^2) / x_1^2 = 2 / (1 - e_1^{-1} e_2^{1/2})$, а $e_1 < 0$. Выражения (47) описывают периодическую нелинейную МУВ. При $\kappa_6 \rightarrow 0$ колебания локализуются вблизи $\phi_{m3}^{(+)}$. Выражения для полярных углов имеют вид

$$\begin{aligned}\theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v6} (x_1^2)^{1/2} \kappa_6^2 F_{61} \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6), \\ \theta_1^{(+)} &= \mp\delta_{v6} (x_2^2)^{-1/2} \kappa_6^2 F_{62} \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6),\end{aligned}\quad (48)$$

где $F_{61} = [1 + x_1^2 \operatorname{dn}^2(\xi_6, \kappa_6)]^{-1}$, $F_{62} = [1 + (x_2^2)^{-1} \operatorname{dn}^2(\xi_6, \kappa_6)]^{-1}$, а деформации равны

$$\begin{aligned}u_{xx} &= -b_{1v} x_1^2 F_{61} \operatorname{dn}^2(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{yx} &= b_{6v} (x_1^2)^{1/2} F_{61} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{zx} &= b_{4v} \delta_{v6} (x_1^2)^{1/2} \kappa_6^2 F_{61}^{3/2} \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{xx} &= -b_{1v} F_{62}, \quad u_{yx} = b_{6v} (x_2^2)^{-1/2} F_{62} \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6), \\ u_{zx} &= -b_{4v} \delta_{v6} (x_2^2)^{-1} \kappa_6^2 F_{62}^{3/2} \times \\ &\times \operatorname{sn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{cn}(\xi_6, \kappa_6) \operatorname{dn}(\xi_6, \kappa_6).\end{aligned}\quad (49)$$

Область существования данных решений описывается выражениями

$$\begin{aligned}k_{u2} > |k_{u1}|, \quad \max\{0, -k_{u1}\} < \underline{e} < \underline{u}_3^{\text{эф}}, \quad m^* < 0; \\ k_{u2} < |k_{u1}|, \quad \underline{u}_3^{\text{эф}} < \underline{e} < \min\{0, -k_{u1}\}, \quad m^* > 0.\end{aligned}\quad (50)$$

Квазичастица движется вблизи максимума $u_3^{\text{эф}}$ при $m^* < 0$ и вблизи минимума $u_3^{\text{эф}}$ при $m^* > 0$.

Диаграмма динамических состояний в безразмерных координатах $(\underline{e}^*, k_{u1}^*)$, где $\underline{e}^* = e/k_{u2}$, $k_{u1}^* = k_{u1}/k_{u2}$, для $k_{u2} > 0$ приведена на рис. 2. Аналогичная диаграмма для случая $k_{u2} < 0$ получается инверсией диаграммы, показанной на рис. 2 относительно начала координат.

Каждое из описанных динамических состояний характеризуется определенной симметрией. Так, в периодической нелинейной МУВ величина $\theta_1^{(+)}$ симметрична относительно плоскости базиса и ее среднее за период равно нулю, а в нелинейной МУВ поворота антиферромагнитного вектора это среднее отличается от нуля. За параметр порядка при фазовом переходе между этими волнами можно принять минимальное по модулю значение $\theta_{1m}^{(+)}$, которое для периодической волны равно нулю, а для волны поворота антиферромагнитного вектора пропорционально $(1 - \kappa_1^2)^{1/2}$. Наблюдаемая корневая зависимость параметра порядка $\theta_{1m}^{(+)}$ является типичной для любых фазовых переходов. Производная $\partial\theta_{1m}^{(+)}/\partial e$ при $e \rightarrow u_3^{\text{эф}}$ имеет особенность, аналогичную наблюдаемой у восприимчивости в точке Кюри ферромагнетиков. Следовательно, описанную смену типа волн можно рассматривать как динамический фазовый переход.

4. ДИСПЕРСИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН

Нелинейные МУВ выражаются через эллиптические функции, которые имеют периоды $4K(\kappa)$ для sn, cn и $2K(\kappa)$ для dn, где $K(\kappa)$ – полный эллиптический интеграл 1-го рода. При $\kappa \rightarrow 0$ интеграл $K(\kappa)$ стремится к $\pi/2$, а при $\kappa \rightarrow 1$ возрастает, причем как $K(\kappa) \rightarrow \ln[4/(1 - \kappa^2)]$. Пространственный и временной периоды связаны соотношением $\Lambda = vT = nK\delta$, где $n = 4$ для sn, cn и $n = 2$ для dn; δ – характерный размер. С учетом этого выражение для частоты волн типа 3.1 можно записать в виде

$$\omega = (\pi/K)v[(\kappa_{u2} - \kappa_{u1} - 2\underline{e})/m^*]^{1/2} = (r^*/m^*)^{1/2}, \quad (51)$$

где $r^* = (\pi/K)^2 v^2 (\kappa_{u2} - \kappa_{u1} - 2\underline{e})$ – эффективная жесткость. Поскольку K зависит от модуля κ , а сам модуль зависит от v , выразить закон дисперсии в явном виде невозможно. Поэтому будем рассмат-

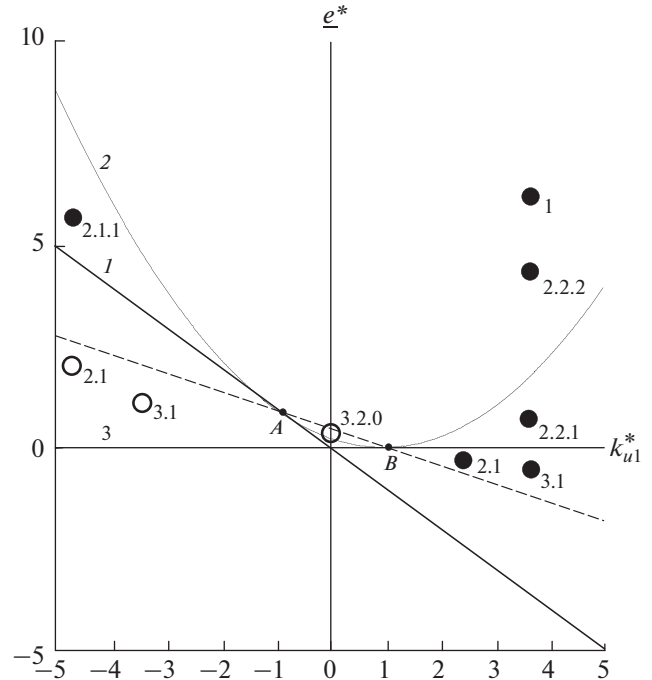


Рис. 2. Диаграмма динамических состояний в безразмерных координатах $(\underline{e}^*, k_{u1}^*)$ для $k_{u2} > 0$: темные и светлые точки обозначают квазичастицы с положительной и отрицательной эффективной массой соответственно, цифровые обозначения указывают тип волн, существующих в данной области диаграммы. Координаты точек A и B равны соответственно $\{-1, +1\}$ и $\{+1, 0\}$.

ривать K как параметр. Тогда для $v = \omega/k$, где $k = 2\pi/\Lambda$ – волновое число, находим, что

$$\omega_{s,t}^2 = (1/2)[(s^2 + v_{t1}^2)k^2 + \Omega_e^2] \pm \left\{ (1/4)[(s^2 - v_{t1}^2)k^2 + \Omega_e^2]^2 + v_{t1}^2 k^2 \Omega_{me}^2 \right\}^{1/2}, \quad (52)$$

где $\Omega_e^2 = (\pi s/K)^2 (k_e/a_{11})$ – энергия активации, $k_e = k_c + k_b - 2\underline{e}$, $k_c = k_{24} - (\sigma_{11} - \sigma_{22})$ – критическая эффективная константа анизотропии (в точке ОФП $k_c = 0$), $k_b = (b_6^2/4\lambda_{66}) + (b_1^2/(\lambda_{12} - \lambda_{11}))$ – магнитоупругая константа анизотропии, $\Omega_{me}^2 = (\pi s/K)^2 (b_6 b_{66}^*/2a_{11})$ – параметр, определяющий магнитоупругое расталкивание ветвей. Константа k_e , определяющая энергию активации и зависящая от амплитуды волны, в точке ОФП зависит только от магнитоупругой константы. Соотношение (52) описывает дисперсию связанных спиновых волн и упругих поперечных волн. При

$e \rightarrow 0$ ($|e| \ll k_c$) модуль $k \rightarrow 0$ и интеграл $K \rightarrow \pi/2$, $\Omega_e^2 \rightarrow 4s^2(k_e^2/a_{11})$, $\Omega_e^2 \rightarrow 4s^2(k_e^2/a_{11})$, $\Omega_{me}^2 \rightarrow 2s^2 b_6 b_{66}^*/a_{11}$, $\operatorname{cn}(\xi, k) \rightarrow \sin \xi$, $\operatorname{sn}(\xi, k) \rightarrow \cos \xi$, $\operatorname{dn}(\xi, k) \rightarrow 1$ и (52) переходит в закон дисперсии линейных волн. В области малых волновых чисел дисперсия квазиспиновых и квазиупругих волн описывается выражениями

$$\begin{aligned} \omega_s^2 &= \Omega_e^2 + \left[s^2 + \left(\Omega_{me}^2 / \Omega_e^2 \right) v_{rl}^2 \right] k^2, \\ \omega_l^2 &= v_{rl}^2 \left[1 - \left(\Omega_{me}^2 / \Omega_e^2 \right) \right] k^2. \end{aligned} \quad (53)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для тетрагонального антиферромагнетика выполнен теоретический анализ поведения нелинейных МУВ в окрестности ОФП между плоскостной коллинеарной фазой и угловой фазой. Установлено, что в рассматриваемом случае могут существовать семь различных динамических состояний, обладающих определенной симметрией. Переходы между этими состояниями могут происходить при изменении параметров внешнего упругого воздействия.

Движение вектора антиферромагнетизма в поле упругой волны можно уподобить движению эффективной спиновой квазичастицы в периодическом кристаллографическом потенциале, модифицированном магнитоупругими статическим и динамическим взаимодействиями. Динамическое состояние 1 при $k \rightarrow 0$ соответствует свободной классической частице, состояние 2.2.1 соответствует квантовой свободной квазичастице, которая движется выше максимумов потенциала, но чувствует его изменения. Локализованная спиновая квазичастица колеблется относительно минимума периодического потенциала для эффективной положительной массы и максимума для эффективной отрицательной массы. Потенциалы с локальными минимумами (см. рис. 1 состояния 2, 3) соответствуют двум энергетическим уровням, поэтому в рассматриваемых случаях могут существовать эффекты, присущие двухуровневым квантовым системам [37], например, излучение спиновых волн за счет упругой накачки. Собственные нелинейные МУВ обладают особенностями по скорости, которые исчезают при учете выхода вектора антиферромагнетизма из плоскости базиса. Аналогичные динамические магнитные фазовые переходы со спонтанным нарушением симметрии могут происходить в полигармоническом световом поле [38].

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет финансирования в рамках государственного задания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Туров Е.А., Ирхин Ю.П. // ФММ. 1956. Т. 3. № 1. С. 15.
2. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. № 7. С. 228.
3. Kittel C. // Phys. Rev. 1958. V. 110. № 4. P. 836.
4. Spencer E.G., Le Craw R. // Phys. Rev. Lett. 1958. V. 1. № 7. P. 241.
5. Matthews H., Le Craw R. // Phys. Rev. Lett. 1962. V. 8. № 10. P. 397.
6. Lüthi B. // Phys. Lett. 1963. V. 3. № 6. P. 285.
7. Rudashevsky E.G., Shalnikova T.A. // 3rd Regional Conf. on Physics and Techniques of Low Temperatures. September 1963. Prague. P. 84.
8. Tasaki A., Iida S. // J. Phys. Soc. Japan. 1963. V. 18. № 8. P. 1148.
9. Боровик-Романов А.С., Рудашевский Е.Г. // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. № 6. С. 2095.
10. Туров Е.А., Шавров В.Г. // ФТТ. 1965. Т. 7. № 3. С. 217.
11. Туров Е.А., Шавров В.Г. // Успехи физ. наук. 1983. Т. 140. № 1. С. 429.
12. Шеглов В.И. // ФТТ. 1972. Т. 14. № 7. С. 2180.
13. Seavay M.H. // Solid State Commun. 1972. V. 10. № 2. P. 219.
14. Максименков П.П., Ожогин В.И. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. № 2. С. 657.
15. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. // ЖЭТФ. 1975. Т. 67. № 2. С. 816.
16. Дикштейн И.Е., Тарасенко В.В., Шавров В.Г. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 4. С. 1107.
17. Мигачев С.А., Богданова Х.Г., Куркин М.И. // ФТТ. 2015. Т. 57. № 1. С. 37.
18. Ozhogin V.I., Lebedev A.Yu. // J. Magn. Magn. Mater. 1980. V. 15–18. P. 617.
19. Турицын С.К., Фалькович Г.Е. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 1. С. 258.
20. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 580.
21. Киселев В.В., Танкеев А.П. // ФММ. 1993. Т. 75. № 1. С. 40.
22. Шамсутдинов М.А., Харисов А.Т., Танкеев А.П. // ФММ. 1998. Т. 85. № 1. С. 43.
23. Харисов А.Т., Шамсутдинов М.А., Танкеев А.П. // ФММ. 1999. Т. 87. № 4. С. 5.
24. Екрекро А. // IJRRAS. 2011. Т. 6. № 4. С. 449.
25. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г., Шевченко А.Л. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 7. С. 2010.
26. Ожогин В.И., Преображенский В.Л. // Успехи физ. наук. 1988. Т. 155. № 4. С. 593.
27. Ожогин В.И., Преображенский В.Л. // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 3. С. 988.

28. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 2. С. 433.
29. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 1. С. 202.
30. Четкин М.В., Лыков В.В. // Письма в ЖЭТФ. 1990. Т. 52. № 4. С. 863.
31. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г., Шевченко А.Л. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 7. С. 193.
32. Кабыченков А.Ф., Шавров В.Г., Шевченко А.Л. // ФТТ. 1990. Т. 32. № 4. С. 1182.
33. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
34. Богуш А.А., Мороз Л.Г. Введение в теорию классических полей. М.: УРСС, 2004.
35. Власов К.Б., Ишмухаметов Б.Х. // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. № 1. С. 201.
36. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Т. 2. Специальные функции. М.: Физматлит, 2003.
37. Клышко Д.Н. Физические основы квантовой электроники. М.: Наука, 1986.
38. Кабыченков А.Ф. // ФТТ. 2006. Т. 48. № 3. С. 485.

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

УДК 53.097

АКТИВАЦИЯ НАНОКОМПЗИТНЫХ ЛИПОСОМАЛЬНЫХ КАПСУЛ В ПРОВОДЯЩЕЙ ВОДНОЙ СРЕДЕ УЛЬТРАКОРОТКИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

© 2021 г. Ю. В. Гуляев^а, В. А. Черепенин^а, И. В. Таранов^{а, *}, В. А. Вдовин^а, Г. Б. Хомутов^{а, б}

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^бМосковский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Ленинские горы 1, стр. 2, Москва, 119992 Российская Федерация

*E-mail: ivt@cplire.ru

Поступила в редакцию 15.08.2020 г.

После доработки 15.08.2020 г.

Принята к публикации 23.08.2020 г.

В системе, моделирующей водные биологические среды, показана возможность активации нанокompозитных липосомальных капсул (НЛК), содержащих на внешней и внутренней поверхностях липосомальной мембраны сферические электропроводящие наночастицы, с помощью внешнего ультракороткого электрического воздействия. Эффект декапсуляции зарегистрирован методами флуориметрии. Показана ключевая роль проводящих наночастиц в повышении чувствительности НЛК к внешнему ультракороткому электрическому воздействию. Построена теоретическая модель нетеплового взаимодействия НЛК с ультракороткими электрическими импульсами, в рамках которой получено выражение для критического значения напряженности электрического поля, определяющего порог возникновения эффекта декапсуляции в проводящей среде. Описанный механизм декапсуляции объясняет избирательный характер ультракороткого импульсного электрического воздействия на НЛК.

DOI: 10.31857/S0033849421010022

ВВЕДЕНИЕ

Решение задачи управляемого гарантированного и в то же время безопасного для биологической среды раскрытия капсулы и выделения во внешнюю водную фазу инкапсулированного вещества является наиболее важной и актуальной частью проблемы адресной управляемой доставки лекарственных веществ в организме, решение которой позволит обеспечить пространственно-временное сопряжение действия лекарственных препаратов в целевой области [1–4]. В качестве носителей лекарственных препаратов активно разрабатываются дендримеры [5–7], полимерные микро- и наночастицы [8–10], гидрогели [11–13], комплексы полимеров и ДНК-полиплексы [14], липидные структуры, такие как липосомы и мицеллы [15–17], и др. Появление нового типа микрoконтeйнеров – полых полиэлектролитных нанокompозитных микрокапсул, которые могут быть также использованы для решения проблемы адресной доставки лекарственных веществ в организме человека, связано с открытием метода послонной полиионной сборки [18, 19]. Прони-

цаемость оболочки таких микрокапсул может изменяться в зависимости от величины рН окружающей среды [20, 21], а также под действием оптического излучения [22], переменного магнитного поля [23] и микроволнового излучения [24–26]. Однако использование этих капсул в медицинских приложениях осложняется трудоемкой многостадийной технологией получения полиэлектролитных нанокompозитных микрокапсул и капсулирования в них лекарственных препаратов. Указанных недостатков лишен другой класс капсул, основанный на биомиметических объектах – липосомах, которые активно используются для решения задачи адресной управляемой доставки лекарственных веществ в организме человека [27, 28].

Разработка методов, основанных на внешних физических воздействиях, является одним из наиболее эффективных подходов к решению указанной задачи адресного контролируемого и безопасного раскрытия капсулы – носителя лекарственных веществ. Показано, что весьма эффективным подходом к решению проблемы избирательности внешнего управляющего воздействия на нано-

композитные липосомальные капсулы (НЛК), содержащие капсулированные молекулы лекарственного препарата во внутреннем водном объеме липосомы, является метод их активации, основанный на воздействии ультракоротких электрических импульсов [29–32]. Более высокую чувствительность липосомальных капсул к ультракороткому электрическому воздействию удается достичь посредством связывания с липосомальными мембранами (ЛМ) электропроводящих наночастиц квазисферической [26, 29, 30] и существенно анизотропной формы [31]. Неорганические наночастицы и нанокластеры в настоящее время активно используются в качестве важнейших функциональных компонентов перспективных разработок и технологий [33]. Металлические нанокластеры явились основой для создания одноэлектронного туннельного транзистора, функционирующего при комнатной температуре [34–37]. Для целей диагностики, терапии и в нанобиомедицинских исследованиях широко используются металлические, полупроводниковые и магнитные наночастицы.

В данной работе разрабатывается эффективный метод управляемого и вместе с тем безопасного для биологического окружения раскрытия НЛК с целью выделения инкапсулированного вещества в заданной области, перспективный для решения задач адресной управляемой доставки лекарственных препаратов в организме человека. С этой целью показано, что в системе, моделирующей биологические водные среды, возможна активации НЛК, содержащих сферические электропроводящие наночастицы на внешней и внутренней поверхности ЛМ, с помощью ультракороткого электрического воздействия. Установлена ключевая роль электропроводящих наночастиц в повышении чувствительности НЛК в внешнему ультракороткому электрическому воздействию. Построена теоретическая модель нетеплового воздействия ультракоротких электрических импульсов на НЛК, в рамках которой получено выражение для критического значения напряженности электрического поля, определяющего порог возникновения эффекта декапсуляции в проводящем водном солевом растворе. Описанный механизм декапсуляции объясняет избирательный характер ультракороткого импульсного воздействия на НЛК.

1. СИНТЕЗ НАНОКОМПОЗИТНЫХ ЛИПОСОМАЛЬНЫХ КАПСУЛ

С целью решения задачи избирательной активации НЛК, используемых для управляемой адресной доставки лекарственных и других биологически активных веществ, были синтезированы наноконкомпозитные липосомы, обладающие повы-

шенной чувствительностью к внешнему электрическому полю. Их основой являются классические однослойные липосомы, синтезированные из амфифильных соединений липида фосфатидилхолина 80% и стеароилспермина 20% с характерным диаметром около 200 нм. На внешней и внутренней поверхности ЛМ локализованы связанные с молекулами стеароилспермина электропроводящие наночастицы магнетита с квазисферической формой и с характерным диаметром ~6 нм. Для получения водной суспензии катионных безлигандных наночастиц магнетита Fe_3O_4 со средним диаметром в пределах 4...6 нм был использован адаптированный классический метод Масарта [37]. НЛК созданы по методике [30], отличной от ранее использованной [29] тем, что предварительно синтезированные коллоидные наночастицы магнетита были изначально введены в исходный буферный раствор фосфатидилхолина 80% и стеароилспермина, который далее подвергался воздействию ультразвука. Используемая методика приводила к связыванию коллоидных наночастиц магнетита с аминогруппами стеароилспермина как на внешней, так и на внутренней поверхности ЛМ, что обеспечило локализацию наночастиц магнетита на обеих поверхностях мембраны. Диаметр синтезированных новых НЛК составлял в среднем 150...200 нм, что соответствует размерам разработанных нами ранее наноконкомпозитных липосом [30], в которых коллоидные неорганические наночастицы были адсорбированы только на наружной поверхности ЛМ.

Для изучения возможностей активации и управляемого вскрытия созданных НЛК в условиях, максимально приближенных к условиям в реальных биологических водных средах, было проведено исследование влияния ультракоротких импульсов электрического поля на НЛК, суспендированные в водных растворах электролитов, в том числе в физиологическом растворе (150 мМ NaCl). Ввиду высокой проводимости таких суспензий для регистрации эффектов декапсуляции и изменения проницаемости ЛМ в качестве капсулируемого вещества использовали краситель карбоксифлуоресцеин и регистрировали изменение параметров его флуоресценции при высвобождении молекул красителя из внутреннего объема НЛК в наружную водную среду. Концентрация капсулированного карбоксифлуоресцеина обеспечивала самотушение флуоресценции его молекул во внутреннем водном липосомальном пространстве.

Характерные электронно-микроскопические изображения полученных НЛК, содержащих наночастицы магнетита на обеих поверхностях ЛМ представлены на рис. 1.

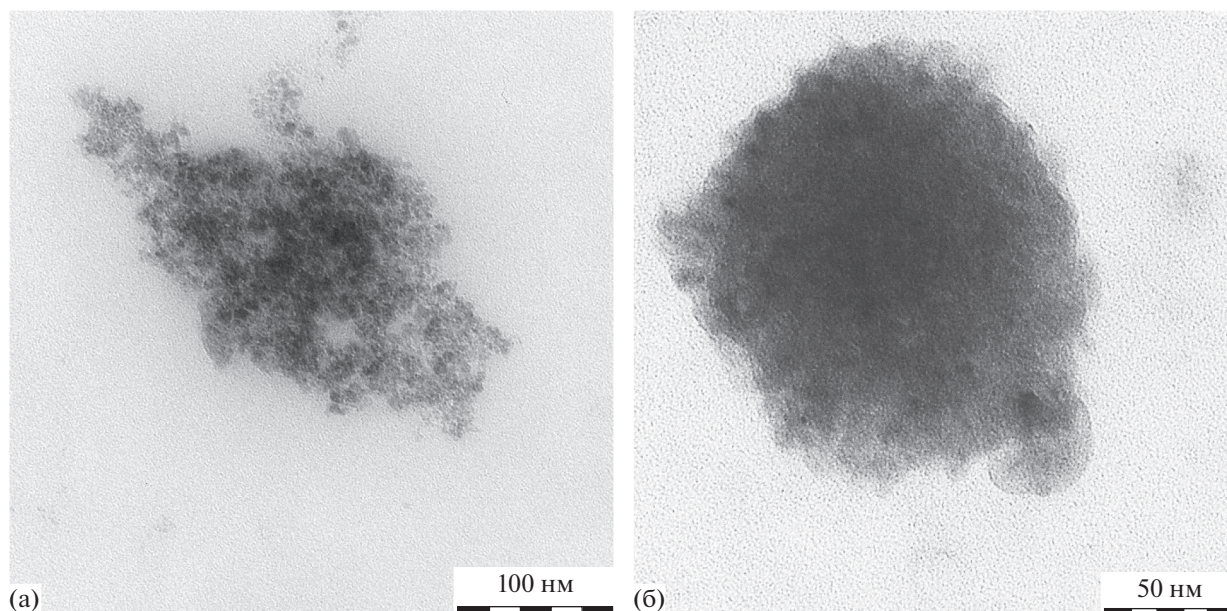


Рис. 1. Изображения НЛК, содержащих наночастицы Fe_3O_4 , локализованные на обеих поверхностях ЛМ: а – капсула не содержит карбоксифлуоресцеин, б – капсула содержит карбоксифлуоресцеин. Изображения получены методом просвечивающей электронной микроскопии.

2. УСТАНОВКА ДЛЯ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ В РЕЖИМЕ ЭЛЕКТРОПОРАЦИИ НА СУСПЕНЗИИ ЛИПОСОМАЛЬНЫХ КАПСУЛ, НАХОДЯЩИХСЯ В ПРОВОДЯЩЕЙ ВОДНОЙ СРЕДЕ

Исследование эффектов ультракороткого импульсного электрического воздействия в режиме электропорации на водные суспензии НЛК было проведено на специально созданном экспериментальном стенде (рис. 2).

Высоковольтный импульс варьруемой амплитуды генерировался источником FID Technology и подавался через коаксиальный кабель на систему электродов. Высоковольтный коаксиальный кабель длиной 3 м обеспечивал устойчивую работу генератора при переотражениях импульсов от нагрузки. Плоскопараллельные электроды с регулируемым зазором, изготовленные из меди с золотым покрытием, помещали в кювету с водной суспензией нанокompозитных везикул. Форма импульса напряжения на электродах контролировалась высоковольтным высокочастотным щупом Актаком АСА-6039 и регистрировалась скоростным осциллографом Infinium MSO 9404 с полосой пропускания 4 ГГц. Система плоскопараллельных электродов, расположенная в кювете с исследуемым образцом, позволяла изменять межэлектродный зазор в диапазоне 1...5 мм, что дополнительно давало возможность регулировки напряженности электрического поля в зоне воздействия. Харак-

терная осциллограмма однополярного электрического импульса на электродах с исследуемым образцом представлена на рис. 3.

Данная установка обеспечивает генерацию однополярных ультракоротких электрических импульсов в водной суспензии нанокompозитных везикул. Формы генерируемых однополярных ультракоротких импульсов измеряли непосредственно во время импульсного воздействия на исследуемые образцы. Длительность импульса на электродах при воздействии на водные суспензии нанокompозитных везикул на полувысоте составляла около 5 нс, длительность фронта 2 нс, пиковое напряжение варьировалось от 1 до 30 кВ, а частота следования импульсов составляла не менее 0.1 Гц.

3. УЛЬТРАКОРОТКОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА НАНОКОМПОЗИТНЫЕ ЛИПОСОМАЛЬНЫЕ КАПСУЛЫ В ПРОВОДЯЩЕЙ ВОДНОЙ СРЕДЕ

Эффекты декапсуляции, обусловленные воздействием ультракоротких электрических импульсов на НЛК, находящиеся в водной проводящей среде и содержащие во внутреннем объеме карбоксифлуоресцеин, были исследованы в рамках следующей схемы эксперимента. Между плоскими электродами с зазорами L , равными 1 и 2 мм, находится проводящая водная суспензия НЛК. На плоские электроды подавали ультракороткие им-

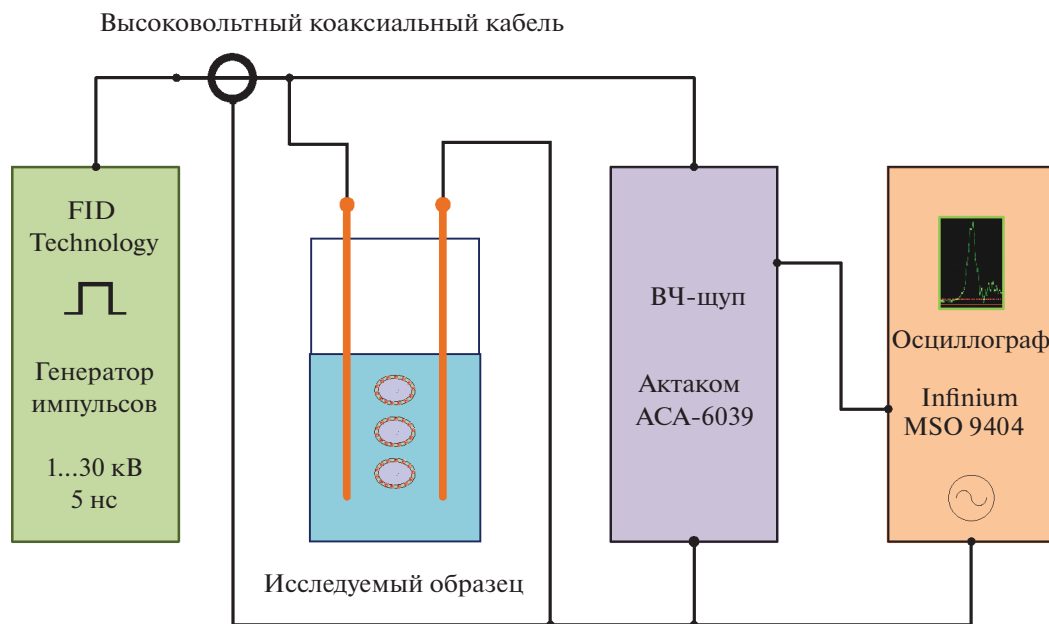


Рис. 2. Схема экспериментального стенда для исследования ультракороткого импульсного электрического воздействия в режиме электропорации на водные суспензии НЛК.

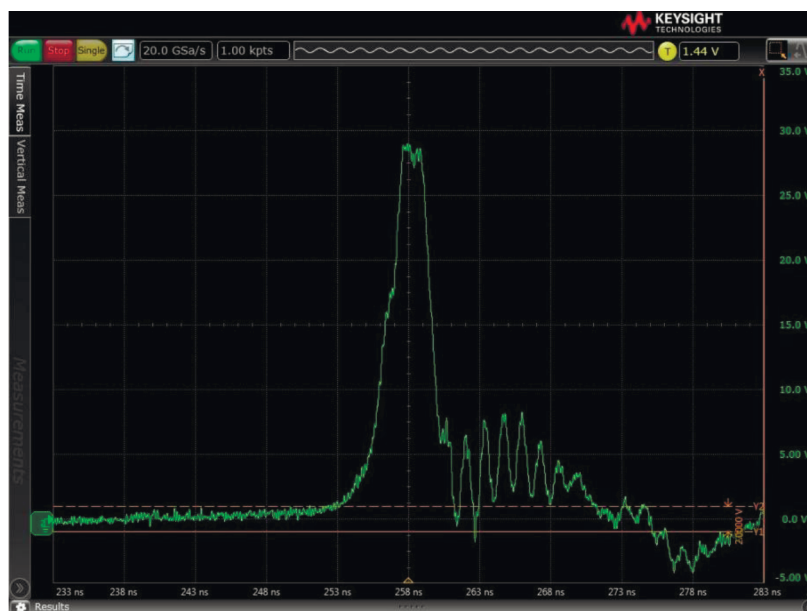


Рис. 3. Характерная осциллограмма электрического импульса на электродах с исследуемым образцом.

пульсы напряжения $U_0 = 1...10$ кВ длительностью на полувывоте $\tau \cong 5$ нс и частотой следования порядка 1 Гц (скважность порядка 10^8). Во время действия электрического импульса в водной среде (вдали от НЛК) возникало электрическое поле с напряженностью $E_b = U_0/L$ (рис. 4).

Выход изначально капсулированного во внутри-липосомальном пространстве красителя карбокси-флуоресцеина в наружную среду регистрировался по изменению интенсивности флуоресценции суспензии НЛК с использованием спектрофлуориметра Hitachi F3000. Полученные экспериментальные данные представлены в табл. 1. Увеличе-

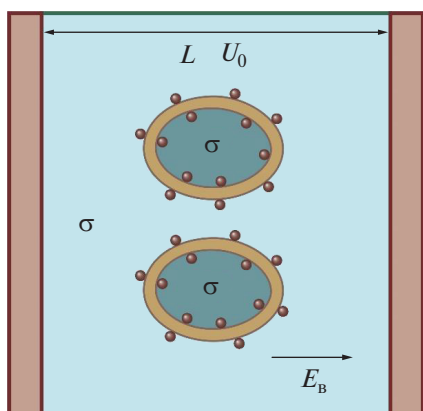


Рис. 4. Схема воздействия ультракоротких электрических импульсов на высокопроводящую водную суспензию НЛК.

ние интенсивности флуоресценции указывает на то, что в результате воздействия ультракоротких электрических импульсов в наружную среду из липосом выходят молекулы карбоксифлуоресцеина, изначально находившиеся во внутрелипосомальном пространстве в высокой концентрации, обеспечивающей эффект концентрационного тушения флуоресценции.

Приведенные данные позволяют сделать вывод, о том что эффект нарушения целостности ЛМ (декапсуляция) значительно выше при воздействии ультракоротких импульсов электрического поля на НЛК, содержащие проводящие наночастицы, чем на мембранные везикулы, не содержащие наночастиц магнетита. Полученные результаты указывают на ключевую роль проводящих наночастиц в повышении чувствительно-

сти НЛК к внешнему ультракороткому электрическому воздействию.

4. МОДЕЛЬ УЛЬТРАКОРОТКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫЕ ЛИПОСОМАЛЬНЫЕ КАПСУЛЫ В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

Для изучения механизма нетеплового воздействия ультракоротких электрических импульсов на НЛК, содержащие на внешней и внутренней поверхностях мембраны проводящие наночастицы и находящиеся в проводящей водной среде, рассмотрим следующую задачу. Для значений параметров рассматриваемой задачи выполняется условие квазистационарности электромагнитного поля $c\tau \gg l$ (c – скорость света) [38]. Длительность электрического импульса τ удовлетворяет условиям $\tau \gg \{\sigma_{\text{внеш}}^{-1}, \sigma_{\text{внут}}^{-1}\}$, где $\sigma_{\text{внеш}}, \sigma_{\text{внут}}$ – удельные проводимости водных солевых растворов вне и внутри капсул. В этом случае внутреннюю и внешнюю области капсулы можно считать проводником, а ЛМ диэлектриком. Оболочка капсулы является диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\epsilon_L = 2.7$. Электрический потенциал $\phi(\vec{r})$ и плотность электрического тока $\vec{j}(\vec{r})$ удовлетворяют уравнению Лапласа, закону Ома в дифференциальной форме и уравнению непрерывности

$$\Delta\phi = 0, \quad \vec{j} = \sigma\vec{E}, \quad \frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}\vec{j} = 0, \quad (1)$$

где σ – удельная проводимость среды, \vec{E} – напряженность электрического поля, ρ – плотность зарядов. Форма НЛК может изменяться, сохраняя

Таблица 1. Изменения интенсивности флуоресценции суспензии НЛК, под действием ультракоротких электрических импульсов длительностью 5 нс (серия из трех импульсов)

Образец	Напряженность, кВ/см	Интенсивность флуоресценции, отн. ед.
Нанокomпозитные липосомы + карбоксифлуоресцин в растворе 0.15 М NaCl	3	59.4
	10	81.8
Липосомы без наночастиц Fe ₃ O ₄ + карбоксифлуоресцин в растворе 0.15 М NaCl	3	14.6
	10	17.8

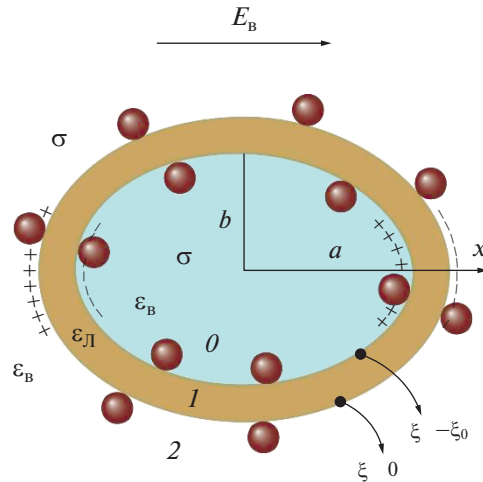


Рис. 5. Поляризация нанокomпозитной липосомы во внешнем электрическом поле; 0 – внутренняя область эллипсоида, 1 – эллипсоидальный слой, 2 – внешняя область эллипсоида.

при этом постоянный объем. Как было показано ранее [29], форма липосомы изменяется от сферической до вытянутого эллипсоида вращения с наибольшей полуосью, параллельной внешнему полю \vec{E}_B . Выберем эллипсоидальную систему координат, центр которой находится в центре липосомы, и наибольшей полуосью, параллельной \vec{E}_B . В этом случае слоистая среда состоит из следующих трех областей (рис. 5).

Область 0 – внутренняя часть вытянутого эллипсоида вращения – является проводящей:

$$-b^2 < \xi < -\xi_0, \quad -a^2 < \zeta < -b^2, \quad 0 < \varphi < 2\pi,$$

где (ξ, ζ, φ) – эллипсоидальные координаты, $a > b = c$ – главные полуоси вытянутого эллипсоида вращения.

Область 1 – диэлектрический эллипсоидальный слой с диэлектрической проницаемостью ϵ_L :

$$-\xi_0 < \xi < 0, \quad -a^2 < \zeta < -b^2, \quad 0 < \varphi < 2\pi.$$

Область 2 – область вне эллипсоида – является проводящей:

$$0 < \xi, \quad a^2 < \zeta < -b^2, \quad 0 < \varphi < 2\pi.$$

Решение задачи (1) для электрического потенциала Φ ищем в следующем виде:

$$\Phi(\xi, \zeta) = \Phi_1(\xi, \zeta) + \Phi_2(\xi, \zeta), \quad (2)$$

где

$$\Phi_1(\xi, \zeta) = \begin{cases} -E_1 x \left(1 - \frac{J(\xi)}{n}\right), & \xi \geq 0, \\ 0, & \xi \leq 0, \end{cases}$$

$$\Phi_2(\xi, \zeta) = \begin{cases} E_2 x \left(1 - \frac{J(\xi)}{n + p(\xi_0)}\right), & \xi \geq -\xi_0, \\ 0, & \xi \leq -\xi_0, \end{cases}$$

$$J(\xi) = \frac{ab^2}{2} \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi'}{(\xi' + a^2)^{3/2} (\xi' + b^2)},$$

$$p(\xi) = \frac{ab^2}{2} \int_{-\xi_0}^0 \frac{d\xi'}{(\xi' + a^2)^{3/2} (\xi' + b^2)},$$

$$n = \frac{ab^2}{(a^2 - b^2)^{3/2}} \left(\ln \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a} - \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} + \ln \frac{a}{b} \right)$$

– коэффициент деполяризации липосомы, $\xi_0 = a^2 - (a - d)^2$ – параметр толщины ЛМ, d –

толщина мембраны, $x = \pm \sqrt{\frac{(\xi + a^2)(\zeta + a^2)}{a^2 - b^2}}$ – декартова координата вдоль большей полуоси эллипсоида. Коэффициенты E_1, E_2 могут быть найдены из граничных условий

1. $\Phi \rightarrow E_B x$ при $\xi \rightarrow \infty$,
2. $\frac{\partial \Phi}{\partial \xi}(\xi = 0) = 0$, (3)

второе из которых является следствием закона Ома в дифференциальной форме и уравнения непрерывности на внешней поверхности ЛМ ($\xi = 0$). Решая (3), находим искомые коэффициенты

$$E_1 = \frac{n(1 + p(\xi_0))}{(1 - n)p(\xi_0)} E_B, \quad E_2 = \frac{n + p(\xi_0)}{(1 - n)p(\xi_0)} E_B, \quad (4)$$

где

$$n = \frac{1-e^2}{e^2} \left(\frac{1}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} - 1 \right),$$

$$p(\xi_0) = \frac{1-e^2}{e^2} \times \left(\frac{1}{2e} \ln \frac{\gamma+e}{\gamma-e} - \frac{1}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} - \frac{1}{\gamma} + 1 \right),$$

$\gamma = \sqrt{1 - \xi_0/a^2}$, $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$ – эксцентриситет.

Напряженность электрического поля внутри мембраны, определяемая как

$$E_M = -\frac{1}{h_\xi(\xi=0)} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi}(\xi=0),$$

где $h_\xi(\xi=0) = 2ab/\sqrt{-\zeta}$ – коэффициент Ламе, с учетом (2) и (4) принимает вид

$$E_M = \frac{b}{a} \frac{x}{\sqrt{-\zeta}} \frac{p(\xi_0)+1}{p(\xi_0)(1-n)} E_B. \quad (5)$$

Отметим, что в случае формы слабо вытянутого эллипсоида ($e \rightarrow 0$) выражение (5) совпадает с хорошо известной формулой [39]

$$E_M = \frac{3R}{2d} E_B \cos \theta,$$

где R – радиус шара с объемом, равным объему липосомы, θ – сферическая координата. Наибольшее значение напряженности внутримембранного поля принимает в полярной области ($\zeta = -b^2$):

$$E_M = \frac{p(\xi_0)+1}{p(\xi_0)} \frac{1}{1-n} E_B. \quad (5)$$

На обеих поверхностях ЛМ находится поверхностный заряд с поверхностной плотностью

$$\Sigma(\zeta) = \frac{b \varepsilon_B}{4\pi a e} \sqrt{\frac{\zeta+a^2}{-\zeta}} \frac{p(\xi_0)+1}{p(\xi_0)(1-n)} E_B. \quad (6)$$

Это приводит к тому, что у сферических проводящих наночастиц, находящихся в полярной области эллипсоида на обеих поверхностях ЛМ, возникают противоположные по знаку заряды:

$$Q = \frac{p(\xi_0)+1}{p(\xi_0)(1-n)} \varepsilon_B r^2 E_B, \quad (7)$$

где r – радиус наночастицы. При достаточно высокой энергии взаимодействия двух наночастиц, расположенных на противоположных поверхностях ЛМ

$$U_E = Q^2/(\varepsilon_L D) \quad (8)$$

(D – расстояние между центрами наночастиц), возможно разрушение ЛМ при условии

$$U_E = U_n, \quad (9)$$

где $U_n = \pi r^2 \alpha$ – доля поверхностной энергии ЛМ, приходящейся на одну наночастицу, α – коэффициент поверхностного натяжения ЛМ. Подставляя выражения (7) и (8) в условие (9), находим выражение для критического значения напряженности электрического поля вблизи липосомы –

$$E_B^{kp} = \frac{\sqrt{\pi \alpha D \varepsilon_L}}{r \varepsilon_B} \times$$

$$\frac{1 - \frac{1-e^2}{e^2} \left(\frac{1}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} - 1 \right)}{1 + \frac{e^2}{1-e^2} \left(\frac{1}{2e} \ln \frac{\gamma+e}{\gamma-e} - \frac{1}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} - \frac{1}{\gamma} + 1 \right)}^{-1}, \quad (10)$$

приводящее к разрушению ЛМ двумя наночастицами, расположенными на противоположных поверхностях ЛМ. В рассматриваемом случае при значениях параметров $S_C = 150 \text{ \AA}^2$, $\varepsilon_L = 2.7$, $\varepsilon_B = 80$, $\alpha = 25 \text{ дин/см}$ ($2.5 \times 10^{-2} \text{ Н/м}$) [40], $R = 100 \text{ нм}$, $r = 3 \text{ нм}$, $d = 3 \text{ нм}$, $D/r = 3$, получаем следующие критические значения напряженности электрического поля (10) и трансмембранного потенциала:

$$E_B^{kp} = 3.4 \text{ кВ/см}, \quad \Delta\phi^{kp} = 51 \text{ мВ}. \quad (11)$$

При этом величина E_B^{kp} (11) оказывается меньше величины напряженности поля, использованной в экспериментах по воздействию ультракоротких электрических импульсов на проводящие водные суспензии НЛК, что хорошо согласуется с результатами проведенного анализа.

Также следует отметить, что найденная в (11) величина критического значения напряженности электрического поля, обусловленная взаимодействием наночастиц, расположенных на противоположных поверхностях ЛМ, оказывается меньше ранее найденной [29] величины критического значения напряженности поля для случая НЛК, содержащих наночастицы только на внешней липосомальной поверхности. Такое соотношение критических значений напряженности электрического поля свидетельствует о большей чувствительности к внешнему импульсному электрическому воздействию НЛК, содержащих на внешней и внутренней поверхностях мембраны проводящие наночастицы. Избирательность дистанционного воздействия очень важна для применений, связанных с управляемой доставкой лекарств в организме, поскольку она позволяет избежать электропорации и повреждения окружающих клеток, обеспечивая избирательное вскрытие только НЛК.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С целью решения задачи избирательной активации капсул, используемых для адресной управляемой доставки лекарственных и других биологически активных веществ, были синтезированы НЛК, обладающие повышенной чувствительностью в внешнему электрическому полю. Их основой являются однослойные липосомы, содержащие на внешней и внутренней поверхностях ЛМ квазисферические проводящие наночастицы магнетита с характерным диаметром 6 нм. В условиях, моделирующих биологические водные среды, показана возможность активации созданных новых НЛК с помощью внешнего ультракороткого электрического воздействия. Эффект декапсуляции экспериментально зарегистрирован методами флуориметрии. Показана ключевая роль проводящих наночастиц в повышении чувствительности НЛК к внешнему ультракороткому электрическому воздействию. Построена теоретическая модель нетеплового взаимодействия НЛК с ультракороткими электрическими импульсами. В рамках построенной модели описаны механизмы разрушения ЛМ капсул, обусловленные взаимодействием проводящих сферических наночастиц, расположенных на противоположных поверхностях ЛМ, которое возникает в результате ультракороткого электрического воздействия на водные суспензии НЛК. На основе описанных механизмов найдены выражения для критических значений напряженности электрического поля, определяющего порог возникновения декапсуляции НЛК в проводящей водной среде. Значение найденных величин критических полей согласуется с полученными экспериментальными данными. Описанные механизмы декапсуляции объясняют избирательный характер ультракороткого импульсного воздействия на НЛК. Избирательность внешнего управляющего воздействия принципиально необходима для эффективного решения задач управляемой доставки лекарств в организме.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания (номер АААА-А19-119041590070-1) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-29-02080).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Svenson S., Prud'homme R.K.* // Multifunctional Nanoparticles for Drug Delivery Applications: Imaging, Targeting and Delivery Series / Ed. S. Svenson, R. K. Prud'homme. N.Y.: Springer, 2012.

2. *Parveen S., Misra R., Sahoo S.K.* // Nanomedicine-Nanotechnology Biology and Medicine. 2012. V. 8. № 2. P. 147.

3. *Nasongkla N., Bey E., Ren J. et al.* // Nano Lett. 2006. V. 6. № 11. P. 2427.

4. *Wang A.Z., Langer R., Farokhzad O.C.* // Annual Rev. Medicine. 2012. V. 63. P. 185.

5. *Pandey N., Mahara K.* // Pharma Tutor. 2017. V. 5. № 10. P. 48.

6. *Tomalia D., Baker H., Dewald J. et al.* // Polym. J. 1985. V. 17. № 1. P. 117.

7. *Garg T., Singh O., Arora S., Murthy R.* // Intern. J. Pharmaceutical Sci. Rev. Research. 2011. V. 7. № 2. P. 211.

8. *Zhang Z., Tsai P.C., Ramezanli T., Michniak-Kohn B.B.* // Wiley Interdisciplinary Reviews: Nanomedicine and Nanobiotechnology. 2013. V. 5. № 3. P. 205.

9. *Calzoni E., Cesaretti A., Polchi A. et al.* // J. Functional Biomaterials. 2019. V. 10. № 1. P. 1001004.

10. *Soppimath K.S., Aminabhavi T.M., Kulkarni A.R., Rudzinski W.E.* // J. Controlled Release. 2000. V. 70. P. 1.

11. *Narayanawamy R., Torchilin V.P.* // Molecules. 2019. V. 24. № 3. P. 603.

12. *Bennett S.L., Melanson D.A., Torchiana D.F., Wiseman D.M.* // J. Cardiac Surgery. 2003. V. 18. № 6. P. 494.

13. *Van der Linden H.J., Herber S., Olthuis W., Bergveld P.* // Analyst. February. 2003. V. 128. № 4. P. 325.

14. *Sung Y., Kim S.* // Biomaterials Research. 2019. V. 23. № 1. P. 85.

15. *Elizondo E., Moreno E., Cabrera I. et al.* // Prog. Mol. Biol. Transl. Sci. 2011. V. 104. P. 1.

16. *Campbell P.I.* // Cytobios. 1983. V. 37. P. 21.

17. *Lombardo D., Kiselev M.A., Caccamo M.T.* // J. Nanomaterials. 2019. № 12. P. 1.

18. *Donath E., Sukhorukov G.B., Caruso F. et al.* // Angewandte Chemie Int. Edition. 1998. V. 37. № 16. P. 2202.

19. *Sukhorukov G.B., Donath E., Davis S.A. et al.* // Polymers for Advance Technologies. 1998. V. 9. № 10–11. P. 759.

20. *Sukhorukov G.B., Antipov A., Voigt A. et al.* // Macromolecular Rapid Commun. 2001. V. 22. № 1. P. 44.

21. *Khomutov G.B., Kim V.P., Potapenko K. V. et al.* // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 2017. V. 532. P. 150.

22. *Radt B., Smith T.A., Caruso F.* // Advanced Materials. 2004. V. 16. № 23–24. P. 2184.

23. *Lu Z., Prouty M.D., Guo Z. et al.* // Langmuir. 2005. V. 21. № 5. P. 2042.

24. *Горин Д.А., Шукин Д.Г., Михайлов А.И. и др.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. № 2. С. 45.

25. *Gorin D.A., Shchukin D.G., Koksharov Yu.A. et al.* // Progress in Biomedical Optics and Imaging. 2007. V. 6536. P. 653604.

26. Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Вдовин В.А. и др. // РЭ. 2015. Т. 60. № 11. С. 1207.
27. Schwendener R.A. Bio-Applications of Nanoparticles / Ed. W.C.W. Chan. N.Y.: Springer Publ. Inc., 2007. P. 117.
28. Amstad E., Kohlbrecher J., Muller E. et al. // Nano Lett. 2011. V. 11. № 4. P. 1664.
29. Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Вдовин В.А. и др. // РЭ. 2015. Т. 60. № 10. С. 1051.
30. Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Вдовин В.А. и др. // РЭ. 2020. Т. 65. № 2. С. 189.
31. Гуляев Ю.В., Черепенин В.А., Таранов И.В. и др. // РЭ. 2016. Т. 61. № 1. С. 61.
32. Khomutov G B., Kim V P., Koksharov YA. et al. // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. 2017. V. 532. P. 26.
33. Gubin S.P., Gulyaev Yu.V., Khomutov G.B. et al. // Nanotechnology. 2002. V. 13. № 2. P. 185.
34. Кислов В.В., Колесов В.В., Таранов И.В. // РЭ. 2002. Т. 47. № 11. С. 1385.
35. Kislov V.V., Gulyaev Yu.V., Kolesov V.V. et al. // Int. J. Nanoscience. 2004. V. 3. № 1–2. P. 137.
36. Kislov V., Medvedev B., Gulyaev Yu. et al. // Int. J. Nanosci. 2007. V. 6. № 5. P. 373.
37. Кожушнер М.А., Гатин А.К., Гришин М.В. и др. // ФТТ. 2016. Т. 58. № 2. С. 259.
38. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2003.
39. Schwan H. P. // Biological Effects and Dosimetry of Nonionizing Radiation. Ed. M. Grandolfo, S. M. Michaelson, A. Rindi. N.-Y.: Plenum Press, 1983. P. 213.
40. Ким В.П., Ермаков А.М., Глуховской Е.Г. и др. // Рос. нанотехнологии. 2014. Т. 9. № 5–6. С. 47.

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

УДК 666.189.2

УСТРОЙСТВО ПРИЕМА СИГНАЛА ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ ДЛЯ ОНКОФЛУОРИМЕТРИИ БЛИЖНЕГО ИНФРАКРАСНОГО СПЕКТРАЛЬНОГО ДИАПАЗОНА

© 2021 г. И. П. Шилов^а, * Г. Л. Даниелян^б, С. В. Маречек^а, Л. Ю. Кочмарев^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

^бИнститут общей физики им. А.М. Прохорова РАН,
ул. Вавилова, 38, Москва, 119991 Российская Федерация

*E-mail: laserlab@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 27.11.2019 г.

После доработки 12.04.2020 г.

Принята к публикации 16.05.2020 г.

Разработано малогабаритное высокочувствительное устройство для приема малого оптического сигнала люминесценции в ближнем инфракрасном (ИК) спектральном диапазоне (900...1100 нм) для лазерной онкофлуориметрии. Устройство состоит из корпуса с оптическими линзами, интерференционными фильтрами и разработанного высокочувствительного в ближнем ИК-диапазоне блока фотодиодного модуля с предусилителем, схемой защиты и блоком питания. Показано, что применение интерференционных фильтров типа SL 930–1100 позволяет существенно повысить эффективность работы всей конструкции в целом. Использование блока фотодиодного модуля, у которого пик чувствительности находится в окрестности 960 нм, что максимально совпадает с пиком люминесценции иттербиевых комплексов порфиринов, обеспечивает чувствительность приема малого сигнала люминесценции на уровне нескольких фемтоватт.

DOI: 10.31857/S0033849421010095

ВВЕДЕНИЕ

С конца 90-х годов XX в. в онкологии активно используются возможности люминесцентной диагностики (ЛД) рака, по сути являющейся оптической биопсией [1–3]. Эта диагностика основана на возможности детектирования опухолетропных фотосенсибилизаторов (ФС) по их характерной люминесценции, возбуждаемой излучением определенной длины волны. Для проведения спектрально-флуоресцентных измерений в России к настоящему времени разработаны диагностические установки и флуориметры типа “Спектр-Кластер” и ЛЭСА-01 [4]. Однако имеющиеся в распоряжении врачей спектральные устройства созданы в основном для малоперспективного спектрального диапазона 600...700 нм, часто дающего ложно положительные результаты из-за присутствия в биотканях эндогенных порфиринов. Эта аппаратура работает с ФС типа Фотодитазин, Фотофрин, Аласенс, которые создают при проведении флуоресцентной диагностики опухолей токсичные концентрации синглетного кислорода, разрушающие как больные ткани, так и здоровые. Наиболее перспективным для биомедицинских диагностических исследований является ближ-

ний инфракрасный (БИК) спектральный диапазон из-за большей глубины проникновения фотонов через биоткань и минимальной флуоресценции здоровых тканей в этом диапазоне спектра [2]. Флуориметр с его волоконно-оптическим зондом, по сути, является биофотонным локатором, сканирующим поверхность биообъекта. В настоящее время проводятся интенсивные исследования целой парадигмы наноразмерных малотоксичных иттербиевых комплексов порфиринов (ИКП), которые являются весьма перспективными субстанциями для ЛД рака в БИК-области спектра (900...1100 нм). В этом диапазоне с присущим ему так называемым “окном прозрачности” практически отсутствует фоновая люминесценция биотканей, обусловленная наличием в них эндогенных порфиринов. Для данного спектрального диапазона необходима разработка портативного переносного флуориметра, основным элементом которого является устройство приема малого сигнала люминесценции.

Скоординированные исследования специалистов в области оптики, биомедицины, биофотоники и волоконно-оптических устройств позволили разработать малогабаритное, экономически

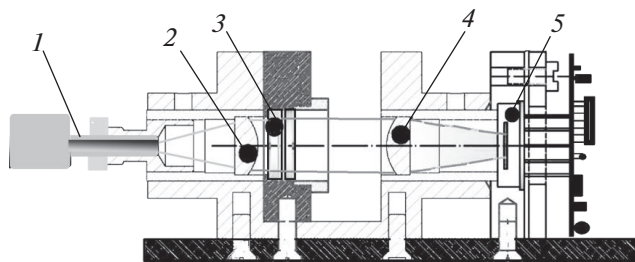


Рис. 1. Схема УПСЛ онкофлуориметра БИК-спектрального диапазона: 1 – оптический коннектор волоконно-оптического зонда (выход сигнала люминесценции), 2, 4 – короткофокусные линзы из чистого кварца, 3 – интерференционные фильтры, 5 – стыковочный блок фотодиодного модуля с предусилителем и со схемой оцифровки сигнала (выход на ПК).

эффективное по себестоимости, высокочувствительное устройство приема сигнала люминесценции (УПСЛ) в БИК-спектральном диапазоне.

1. КОНСТРУКЦИЯ УПСЛ

Конструкция УПСЛ онкофлуориметра для БИК-спектрального диапазона представлена на рис. 1. УПСЛ собран в специальном корпусе, защищенном от электромагнитных помех и от проникновения света. На рис. 2 представлена фотография малогабаритного варианта УПСЛ со снятой крышкой. Функционально онкофлуориметр в целом можно представить в виде четырех основных элементов (рис. 3): блока лазерного возбуждения люминесценции (длина волны 405 нм, мощность

оптического излучения до 50 мВт), волоконно-оптического спектрального зонда рефлексного типа, УПСЛ и компьютера с программой обработки и анализа спектральных характеристик.

Очевидно, что для достижения ряда задач по онкодиагностике в более глубоких мышечных слоях необходимо использование также волоконно-оптических зондов рефлексного типа с применением комбинированных типов оптических волокон, рассчитанных на контроль интенсивности люминесценции с более глубоких слоев биоткани [5]. Разработанный спектральный зонд имеет структуру волоконного жгута с большим количеством волокон, причем для ликвидации паразитного оптического сигнала между волокнами в жгуте типа “кросс-линк” использованы многомодовые кварцевые волокна с металлическим покрытием.

Оптический блок прибора состоит из линз, между которыми смонтированы две ячейки со сменными интерференционными фильтрами (ИФ), диаметром 10...20 мм, толщиной 2...3 мм. Конструкция устройства обеспечивает согласование с числовой апертурой световодов волоконно-оптического зонда (ВОЗ) вплоть до 0.30. Слева через SMA-905-разъем (см. рис. 1) подводятся детектирующие люминесценцию БИК-световоды (содержание в них гидроксил-ионов <1 ppm) многожильного ВОЗ. В правой части устройства размещен блок фотодиодного модуля (ФДМ) с предусилителем и схемой защиты. В блоке ФДМ используется микросхема S8746-01, позволяющая создать ИК-приемник оптимальной чувствительности при заданном быстродействии.

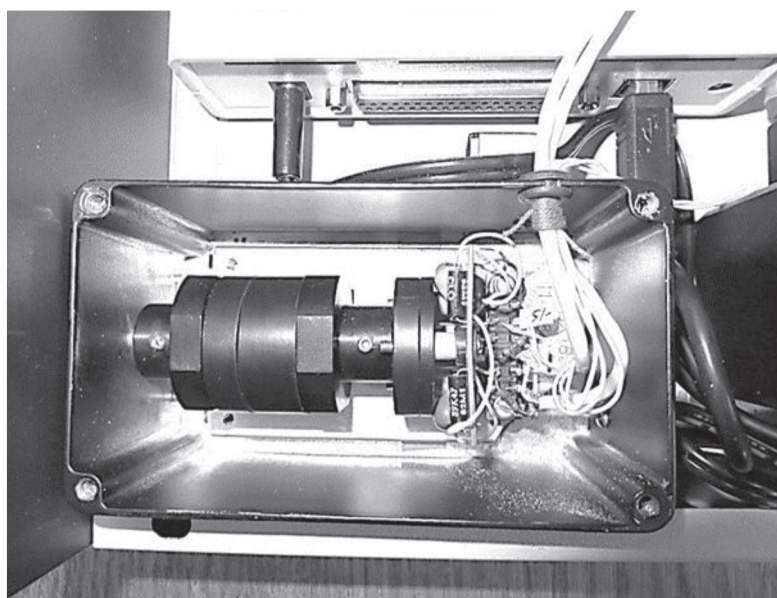


Рис. 2. Фотография УПСЛ (вид сверху).

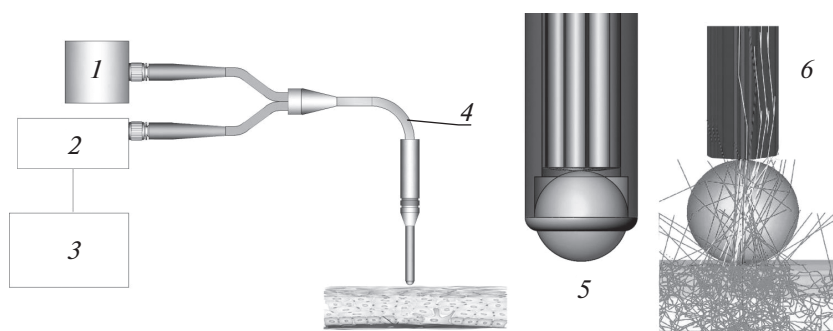


Рис. 3. Блок-схема онкофлуориметра: 1 – блок лазерного возбуждения люминесценции, 2 – основной блок УПСЛ, 3 – ПК со входом оцифрованного сигнала по каналу USB, 4 – одна из разновидностей волоконно-оптического зонда рефлексного типа со сферической сапфировой линзой, прижатой к поверхности кожи, 5 – увеличенное изображение зонда, 6 – оптимизация/моделирование картины распространения лучей света на специальной пятислойной модели рассеяния внутри слоев кожи.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Жесткое размещение в корпусе устройства (см. рис. 1) двух ИФ позволяет существенно повысить надежность и эффективность работы всей конструкции УПСЛ. В качестве ИФ были использованы фильтры типа SL 930-1100. Их спектральные характеристики, выполненные на спектрофотометре “Shimadzu” UV-3600, представлены на рис. 4. Как видно из рис. 4, в оптическом диапазоне 900...1100 нм пропускание может быть вплоть до 80%. При этом степень блокировки возбуждающего излучения составляет не менее $10^{-4}\%$. Короткофокусные линзы ($f \sim 14$ мм) позволяют надежно фокусировать малый сигнал люминесценции на активной площадке ФДМ.

Оптический сигнал люминесценции от объекта исследования (био-ткань) поступает посредством ВОЗ через ИФ на оптический вход блока ФДМ. Уровень оптического сигнала чрезвычайно мал. Фотодиод создает фототок на уровне $10^{-14} \dots 10^{-13}$ А. Это вызывает большие технические трудности для усиления таких малых уровней сигналов. Одну из основных проблем, которую удалось решить, это оптимизация приемно-усилительного тракта по уровню собственных шумов и создание источников питания блока ФДМ с низким уровнем помех. Шумовые явления бывают трех видов: дробовые шумы, или шумы Шоттки; тепловые шумы, называемые также шумами Джонсона, и фликкер-шумы, т.е. шумы вида $1/f$. Эффективное (действующее) значение напряжения теплового шума $V_{ш}$ можно оценить по формуле Найквиста:

$$V_{ш} = \sqrt{4KTR\Delta F},$$

где K – постоянная Больцмана, равная 1.38×10^{-23} Дж/К; T – температура в градусах Кельвина; R – сопротивление источника сигнала в омах; ΔF – полоса пропускания в герцах.

Эффективное (действующее) значение шумового тока $I_{ш}$, возникающего в полупроводниках, называется дробовыми шумами, и вызваны они дискретностью переноса зарядов, которое можно оценить по формуле

$$I_{ш} = \sqrt{2qI\Delta F},$$

где q – заряд электрона, равный 1.6×10^{-19} Кл; I – среднее значение постоянного тока в полупроводнике.

Анализируя эти выражения, можно видеть, что шум растет с увеличением температуры, тока, протекающего через полупроводник, и с увеличением полосы пропускания.

Кроме того, полупроводниковые усилители имеют низкочастотные шумы, называемые фликкер-шумами, или шумами вида $1/f$. Такое название отражает тот факт, что фликкер-шумы обратно пропорциональны частоте, т.е. величина этого вида шума в области нулевой частоты может иметь очень большое значение. Поэтому инфор-

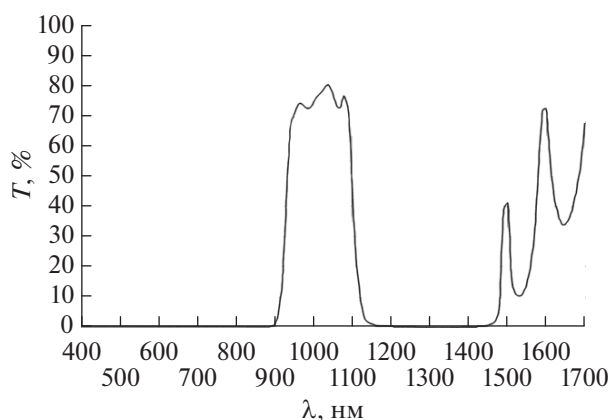


Рис. 4. Спектральные характеристики интерференционных фильтров типа SL 930-1100.

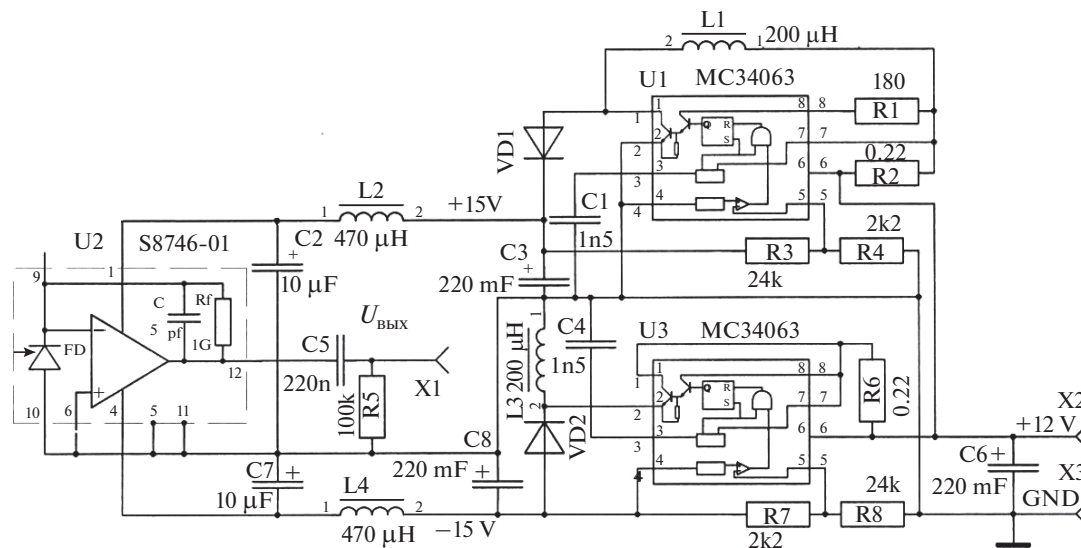


Рис. 5. Схема блока ФДМ с предусилителем, схемой защиты и блоком питания.

мационная часть аналогового сигнала в разработанном устройстве преобразуется (переносится по спектру) в область частот, где фликкер-шум не столь велик. Обычно бывает достаточно перенести спектр сигнала из области частот вблизи нуля в область частот до несколько десятков герц. Для переноса спектра и служит операция модуляции сигнала в месте его генерации. В нашем случае это делается путем модуляции мощности лазера меандром, частота которого порядка 30 Гц. Значительное уменьшение уровня тепловой и дробовой составляющих шума можно достичь путем сужения полосы пропускания фотодиодного блока с предусилителем. Этот эффект обусловлен тем, что для получения информации можно использовать только первую гармонику сигнала. Сам сигнал коррелирован (коэффициент корреляции близок к 1) и имеет узкую полосу, а шумы имеют слабую корреляцию (коэффициент корреляции обратно пропорционален полосе частот, занимаемой шумом), поэтому при уменьшении полосы частот мощность первой гармоники сигнала не уменьшается, а шумовая составляющая уменьшается пропорционально корню из полосы частот. Сигнал с выхода фотодиодного блока с предусилителем поступает на синхронный детектор и интегратор, где осуществляется подавление флуктуаций сигнала и ликвидация помех, асинхронных с частотой модуляции.

Конструктивное оформление данного устройства обеспечивает требуемую защиту от электромагнитных помех разной природы происхождения и минимизацию уровня токов утечек путем использования в качестве изоляционного материала фторопласта.

Схема разработанного блока ФДМ с предусилителем, схемой защиты и блоком питания представлена на рис. 5.

Излучение ИК-диапазона поступает через оптический вход микросхемы U2 (S8746-01) на рабочую поверхность фотодиода FD. В корпусе микросхемы интегрированы фотодиод, малошумящий операционный усилитель с очень малым значением входных токов и элементы отрицательной обратной связи операционного усилителя, состоящие из высокоомного резистора R_1 , номиналом 1 ГОм, и конденсатора C , номиналом 5 пФ, в цепи отрицательной обратной связи. Верхнюю границу полосы пропускания входных сигналов блока ФДМ с предусилителем можно найти по формуле

$$F_B = 1/(2\pi R_1 C).$$

Для обеспечения максимально возможного значения флотационной чувствительности ФДМ были использованы упомянутые выше значения элементов цепи отрицательной обратной связи. При этом верхнее значение частоты полосы усиления ФДМ составило около 30 Гц. В блоке ФДМ было введено ограничение полосы пропускания цепью $R_3 C_5$ для частот менее 10 Гц. Это сделано для ликвидации постоянной составляющей выходного сигнала, что обеспечивает работоспособность блока ФДМ в условиях изменчивости температуры и возможной паразитной засветки сторонними источниками света. Чувствительность блока ФДМ по фототоку можно определить по формуле

$$U_{\text{вых}} = R_1 I_{\text{ф}},$$

где $U_{\text{вых}}$ — напряжение на выходе операционного усилителя; R_1 — резистор цепи отрицательной обратной связи в операционном усилителе; $I_{\text{ф}}$ — ток фотодиода.

Питание блока ФДМ осуществляется напряжением 12 В с использованием двух импульсных преобразователей на выходные напряжения, +15 и –15 В. Преобразователи выполнены на основе микросхемы МС34063, работающих на тактовой частоте 100 кГц. Поэтому в схему введены элементы дополнительной фильтрации питающих напряжений дросселями L_2 , L_4 и танталовыми блокировочными конденсаторами с малым значением внутренних сопротивлений. Тактовая частота преобразователей значительно отличается от частоты модуляции, и поэтому с влиянием импульсных помех такой частоты бороться значительно проще, чем в случае применения источников питания с использованием трансформаторов, работающих на частоте 50 Гц.

Кроме перечисленных выше мероприятий по оптимизации методики приема и регистрации сигналов измерения, осуществлены мероприятия по минимизации шумов и помех, возникающих при непрофессиональной прокладке кабелей и жгутов внутри всего прибора. Для минимизации возможных неблагоприятных воздействий статического электричества и минимизации воздействия блуждающих токов, монтаж жгутов и соединений выполнен в полном соответствии с рекомендациями, изложенными в монографии [7].

Оптические спектральные характеристики ФДМ с предусилителем представлены на рис. 6. Как видно из данного рисунка, пик чувствительности модуля находится в окрестности 960 нм, что максимально совпадает с пиком люминесценции ИКП [6].

Разработанная конструкция УПСЛ имеет следующие характеристики:

Габариты, мм	100 × 50 × 40 (без блока питания)
Тип интерференционных фильтров	SL 930-1100
Тип микросхемы ФДМ с предусилителем	S8746-01
Пороговая чувствительность устройства, фемтоВт	<10
Длина волны максимальной чувствительности, нм	960
Рабочий спектральный диапазон, нм	900...1100
Входное напряжение блока питания ФДМ, В	+12 ± 10%
Выходные напряжения блока питания ФДМ, В	+15 ± 2% и –15 ± 2%
Максимальные значения выходных значений токов блока питания ФДМ, мА	2.0
Амплитуда пульсаций выходных напряжений блока питания ФДМ, мВ	0.1

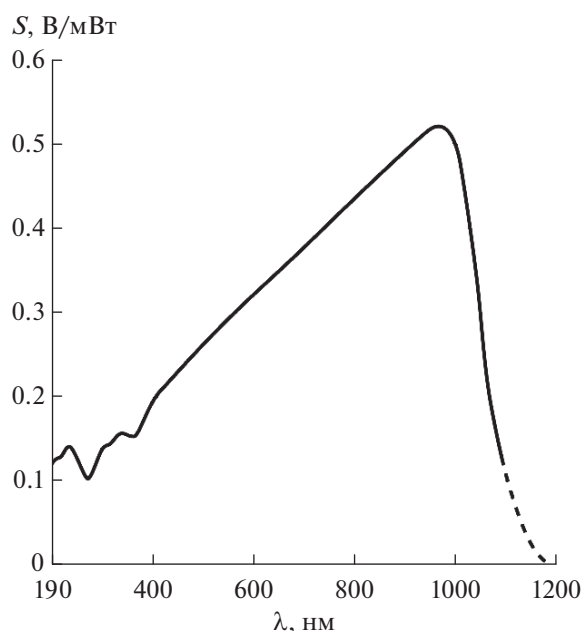


Рис. 6. Спектральные характеристики ФДМ с предусилителем: S — чувствительность ФДМ ($\text{В/Вт} \times 10^{-3}$) при нормальной типовой нагрузке $3 \times 10^3 \text{ Ом}$ и температуре 25°C .

Разработанная конструкция УПСЛ была успешно апробирована в составе БИК-онкофлуориметра в клинике ГНЦ «Лазерная медицина» при проведении процесса люминесцентной диагностики (ЛД) кожных новообразований (кератомы, невусы, базальноклеточный рак кожи и др.), а также слизистых оболочек (вульвогиниты, рак шейки матки и др.). Использовался иттербиевый комплекс 2,4-ди(α -метоксиэтил)дейтеропорфирина IX (Yb-ДМДП) в составе геля, который наносился на кожу и слизистые оболочки.

Люминесцентный контрастный индекс (отношение интенсивностей люминесценции больной ткани к соседней здоровой) составлял от 5 до 50 единиц (в зависимости от патологии). При этом минимальная доза Yb-ДМДП при проведении процесса ЛД составила менее 20 мкг/кг веса био-объекта, что соответствует мировому уровню по чувствительности обнаружения фотосенсибилизатора в биотканях (5...20 мкг/кг).

Совместные исследования, проведенные в РОНЦ им. Н.Н. Блохина, также показали, что степень токсического действия Yb-ДМДП определяется величиной дозы в отношении массы тела. Исследования были проведены на мышах линий ВДФ и BALB/C. Эксперименты выполняли в соответствии с международными правилами, изложенными в «Европейской конвенции по защи-

те позвоночных животных, используемых для экспериментов или в иных научных целях” (СЕД 123). Показано, что доза ~100 мг/кг является не токсичной дозой. Таким образом, реально применяемые дозы субстанции ^{90}Y -ДМДП являются абсолютно не токсичными.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан макетный вариант малогабаритно-высококочувствительного устройства для приема малого оптического сигнала БИК-люминесценции для лазерного онкофлуориметра, работающего в спектральном диапазоне 900...1100 нм.

Проведена успешная апробация устройства в составе БИК-онкофлуориметра в клинике ГНЦ “Лазерная медицина”.

Разработанное устройство может быть рекомендовано к использованию в клинической практике для оснащения им онкофлуориметров ближнего ИК-спектрального диапазона.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 003-2019-0009.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тучин В.В.* Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. М.: Физматлит, 2010. С. 478.
2. *Шилов И.П., Иванов А.В., Румянцева В.Д., Миронов А.Ф.* Биофизические медицинские технологии / Под ред. А.И. Григорьева, Ю.А. Владимирова. М.: Макс Пресс, 2015. Т. 2. С. 110.
3. *Чиссов В.И., Соколов В.В., Булгакова (Жаркова) Н.Н., Филоненко Е.В.* // Рос. биотерапевтич. журн. 2003. Т. 2. № 4. С. 45.
4. *Bulgakova N.N., Kazachkina N.I., Sokolov V.V., Smirnov V.V.* // Laser Physics. 2006. V. 16. № 5. P. 889.
5. *Danielyan G., Shilov I., Zamyatin A.A. et al.* // Proc. SPIE. 2019. V. 11075. P. 1107515.
6. *Stasheuski A.S., Knyukshto V.N., Ivanov A.V. et al.* // J. Appl. Spectroscopy. 2015. V. 81. № 6. P. 938.
7. *Omm Г.* Методы подавления шумов и помех в электронных системах. М.: Мир, 1979. С. 317.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ ПО ПОДГОТОВКЕ МАТЕРИАЛОВ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Редакция журнала “Радиотехника и электроника” принимает к рассмотрению рукописи только оригинальных ранее нигде не опубликованных статей с результатами теоретических и экспериментальных исследований в области радиотехники и электроники, имеющих самостоятельное и прикладное значение. Все принятые к рассмотрению статьи проходят внешнее рецензирование, о результатах которого редакция информирует авторов. Основные направления публикаций в журнале соответствуют следующим тематическим рубрикам:

1. Электродинамика и распространение радиоволн
2. Антенно-фидерные системы
3. Статистическая радиофизика
4. Теория и методы обработки сигналов
5. Динамический хаос в радиофизике и электронике
6. Теория радиотехнических цепей
7. Радиофизические явления в твердом теле и плазме
8. Электроника СВЧ
9. Электронная и ионная эмиссия
10. Применение радиотехники и электроники в биологии и медицине
11. Наноэлектроника
12. Электронная и ионная оптика
13. Физические процессы в электронных приборах
14. Новые радиоэлектронные системы и элементы
15. Критика и библиография
16. Хроника

Публикация в разделах Критика и библиография и Хроника инициируются редколлегией журнала. Редколлегия оставляет за собой право отклонять статьи не соответствующие тематике журнала.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Рукописи статей предоставляются в редакцию в электронном виде почтой на адрес red@cplire.ru. Возможна подача статей через Редакционно-издательскую систему (РИС). В таком случае редакция просит авторов присылать по электронной почте подтверждение отправки статьи в РИС. Также обязательно должны быть присланы в электронном (или бумажном) виде сопроводитель-

ные документы с печатью учреждения – направление от организации, экспертное заключение (для работающих авторов) и договор о передаче авторского права с издательством “ПлеядесПаблшинг” (файл бланка договора размещен на сайте Издательства <http://pleiadesonline.ru/authors/>, там же авторы могут ознакомиться с другими материалами и требованиями издательства).

Рекомендованный объем статьи – до 20 страниц текста с таблицами, рисунков – до 10. Статьи большего формата – обзоры – заказываются редколлегией и их объем согласовывается с редакцией.

В случае получения положительной рецензии автор должен прислать в редакцию *бумажной оригинал* (в одном экземпляре без разметки), идентичный электронному варианту, исправленному в соответствии с рецензией.

Материалы рукописи должны быть расположены в следующем порядке.

1. **Название рубрики** (см. выше) оформляется полужирным прямыми прописными буквами по центру.

1. **Индекс УДК** оформляется курсивом, в левый край, между рубрикой и названием статьи.

2. **Название статьи** оформляется полужирным прямыми прописными буквами по центру.

3. **Информация об авторах** приводится полностью в шапке статьи, без сносок внизу страницы. **Авторы:** инициалы и фамилии оформляются полужирным шрифтом с прописной буквы, прямо, размещаются по центру.

Места работы: оформляются светлым курсивом по центру. Перед наименованием места работы ставится значок сноски *латинскими* буквами (*a*, *b* и т.д.), соответствующими буквам у фамилий авторов. При наличии нескольких мест работы под символом *a* указывается место работы первого автора, под символом *b* – второе место работы первого автора или место работы второго автора, далее по порядку. *Место работы обязательно должно быть указано для каждого автора.* Для неработающих авторов указывается бывшее место работы или адрес редакции журнала. Адрес оформляется в следующем порядке: МЕСТО РАБОТЫ, ГОРОД, СТРАНА. Указание города и страны обязательно. По желанию автора можно указать полный адрес. Полный адрес оформляется в следующем порядке: МЕСТО РАБОТЫ, УЛИЦА, НОМЕР ДОМА, ГОРОД, ИНДЕКС, СТРАНА.

4. **Адрес электронной почты:** оформляется отдельной строкой по центру курсивом. Соответствие электронного адреса фамилии автора оформляется символами *, **, *** и т.д. В каждой статье обязательно должен быть хотя бы один электронный адрес.

5. Аннотация (без слова “аннотация”) должна содержать не более пяти–шести предложений, начинающихся словами: Показано, Получено, Предсказано, Рассмотрено, Исследовано и т.п.

6. Текст статьи (без рисунков и таблиц) в формате MSWord.

7. Список литературы.

8. Подрисуночные подписи.

9. Таблицы.

10. Рисунки.

После названия рубрики, УДК, заглавия статьи, авторов, адресов, заголовков и подзаголовков точка не ставится.

НАБОР ТЕКСТА И ФОРМУЛ

Текст статьи должен быть набран и напечатан через два интервала (аннотация через 1.5), размер шрифта – 14 (для аннотации 12). Просьба использовать для текста шрифт TimesNewRoman, а для символов – Symbol. Просьба не смешивать в одном слове русские и латинские буквы.

Разделы статьи нумеруются цифрами: 1. Название, 2. Название, ..., подразделы цифрами: 1.1 *Название*, 1.2. Название, ... Последующие по уровню подразделы не нумеруются, а выделяются курсивом: *Схема совпадений*. Далее текст.... Не нумеруются Введение и Заключение.

Нумерация формул по всей статье сплошная, без деления на разделы. Допускается разбиение на “подформулы”: (5), (5.1), (5.2). Просьба соблюдать последовательность и не ставить, например, формулу (5.2) после формулы (7). Если в работе име(ю)тся Приложение(я), то нумерация формул во всех приложениях также сплошная: (П.1), (П.2) и т.д. Не допускается присвоение нумерации отдельным частям формулы

$$z(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq \frac{1}{2}, \\ 1, & 1 \leq t \leq \frac{3}{2}, \end{cases} \quad (2)$$

(3)

Ссылки на рисунки в тексте даются в сокращении со строчной буквы: рис. 1, рис. 2 и т.д.. Также и ссылки на таблицы – табл. 1, табл. 2 и т.д. Все таблицы (независимо от их числа) должны иметь название.

Список подрисуночных подписей может быть кратким: Рис. 1. Рис. 2. Рис. N, или полным: Рис. 1. Название: экспликация (пояснение обозначений

на рисунке). Если рисунок один, то текстовая подпись к нему обязательна.

Скалярные величины, обозначенные латинскими буквами, должны набираться курсивом (например, c , T), обозначаемые греческими буквами – прямым шрифтом (например, μ , θ). Для обозначения матриц, векторов–столбцов или векторов–строк необходимо использовать прямой полужирный шрифт; для векторов физических величин – светлый курсив и стрелку сверху.

Не вводите более одного пробела подряд (в том числе, при нумерации формул) – используйте абзацные отступы и табуляцию.

Не заканчивайте строку нажатием клавиши “Enter” – используйте ее только для начала нового абзаца.

Используйте возможности, предоставляемые текстовым редактором, – автоматическое создание сносок, автоматический перенос или автоматический запрет переносов, создание списков, автоматический отступ и т.п.

При создании таблиц, используйте специальные возможности приложения MSWord или MSExcel. Не следует набирать таблицы вручную с помощью большого числа пробелов или знаков табуляции.

ГРАФИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Авторы должны учитывать, что бумажная версия журнала выходит в черно-белом формате, поэтому представляемые цветные иллюстрации должны при черно-белой печати быть хорошо различимы. Соответствующие правила предоставления цветных иллюстраций выложены на сайте Издательства. Все предоставляемые иллюстрации должны быть черно-белыми. Они должны иметь разрешение не ниже 150 dpi. Толщина линии на рисунках не должна быть меньше 0.5 pt. Иллюстрации не должны быть уже 8 см (расположение на одну колонку) или 17 см (расположение на две колонки).

Редакция просит не оставлять на рисунках сетку или серый фон – только в случаях особой необходимости. Надписи на рисунках не должны соприкасаться ни с какими-либо другими частями. На рисунках (графиках) не допускаются буквенные пояснения – они должны быть вынесены в подрисуночные подписи. Кривые нумеруются курсивными цифрами. Если экспериментальные кривые обозначаются треугольниками, квадратами, кружками и т.д., то кривые

описываются в подписи к рисунку либо в тексте. Если кривые идут очень близко и проставить цифры затруднительно, то тогда к рисунку дается вставка, в которой указываются элементы кривых, обозначенные цифрами. Элементы больших схем также нумеруются курсивными цифрами и поясняются в подписи или в тексте. Имеющиеся в математических редакторах обозначения 0.0 на

графиках не допускаются! Нужно использовать просто 0! Если по вертикальной и горизонтальной осям начала отсчета совпадают, то ставится только одна цифра 0. Не допускается предоставление величин 10^N в виде $1E-N$. При широком диапазоне значений недопустимо использовать различные системы записей величин: 10, 100, 10^3 – просьба использовать единообразную систему. Просьба избегать записей целых чисел в виде 1.0, 2.0 и т.д. Для очень больших чисел желательно вводить масштабный множитель и указывать его перед единицей измерения.

Редакция просит авторов обратить внимание, что в журнале принято писать: Ганкель (а не Ханкель!), Доплер (с одним п!), Шоттки (с двумя т).

Рукописные буквы могут быть только большими латинскими. Готические буквы могут быть только большими прямыми. Наименования химических элементов набираются прямым шрифтом. Аналогично – все математические функции и операции: rot, div, grad, Re, Im, lim, sin, tg, arctg, exp, Si, sn, dn, max, min, sup, inf и др. Запись экспоненциальной зависимости допускается только в форме $\exp(\dots)$.

Все индексы, являющиеся сокращениями от русских слов (входной, выходной, падающий, отраженный, минимальный, максимальный и т.д.) должны даваться маленькими русскими буквами (вх, вых, пад, отр и т.д.). Если в тексте введена аббревиатура, то в соответствующем индексе она дается большими буквами: оптическое изображение (ОА) – d_{OA} . Индексы от фамилий иностранных авторов даются прямыми прописными латинскими буквами: E_F – энергия Ферми.

Все размерности единиц в тексте и на рисунках указываются в русской транскрипции (В, эВ, кА, Ом, МВт, дБ, Дж, с, К, отн.ед., град, мин, рад). Ноль (0) размерности не имеет, поэтому она не указывается (за исключением логарифмических величин: 0 дБ). Десятичные дроби набираются только через точку (1.37), а не через запятую (1,37).

Буква “ё” везде заменяется на “е”, кроме фамилий и особых случаев.

Одиночные буквы или символы, одиночные переменные или обозначения, у которых есть только верхний или нижний индекс, единицы измерения в тексте, а также простые математические ($a + b = c$) или химические формулы (H_2SO_4) желательно набирать в текстовом режиме без математического редактора.

Точка в качестве знака умножения не допускается.

Прямым шрифтом должны быть набраны все вертикальные линии (модули, значения производной в точке и т.д.).

Точка не ставится после названий таблиц, размерностей (г – грамм, с – секунда, см – сантиметр).

Промежутки величин в тексте даются не через знак тире (–), а с помощью отточия: 10...24 МГц; 0.14...1.23 см и т.д. Через тире даются ссылки на рисунки (рис. 1–4), формулы ((2)–(5)) и даты (2–6 февраля).

Редакция просит авторов набирать математические формулы при помощи встроенного в редактор Word пакета Уравнение (или Конструктор формул) и не использовать MathType. Выносные математические формулы (оформляемые отдельной строкой) должны набираться в рамке математического редактора. Очень длинные формулы должны разбиваться на строки с использованием двойных, тройных и т.д. рамок. При этом знак, окачивающий формулу одной строки (“+”, “–”, “×”), должен повторяться и в начале новой строки. Не допускается также вставка формул в виде рисунка.

Для формул, набранных в математическом редакторе, должны использоваться общие установки шрифтом, размеров символов и их размещения. Принудительное ручное изменение для отдельных символов или элементов не допускается.

Просьба по возможности избегать “многоэтажных” формул. Дробные показатели степени давать через косую черту: $\frac{1}{2}$

АББРЕВИАТУРЫ, СОКРАЩЕНИЯ, РАЗМЕРНОСТИ

В названии статьи не допускается никаких (даже самых известных) аббревиатур. Если в аннотации введена аббревиатура, то в тексте она должна быть продублирована. В тексте можно использовать без расшифровки некоторые общепринятые аббревиатуры: СВЧ, КПД, ЭДС.

Аббревиатуры, употребляемые как прилагательные, пишутся через дефис (ИК-излучение, СВЧ-техника).

Сокращения и следующее за ним слово отделяются пробелом (760 мм рт. ст.; г. Москва, рис. 1, табл. 2). Без пробелов пишутся аббревиатуры географической широты (с.ш.) и долготы (з.д.). Словосочетание “так как” дается полностью, “то есть” – в сокращении: т.е. Размерности отделяются от числа пробелом (100 кПа, 9.81 м/с, 273 К), кроме градусов, процентов, промилле (90° , 1%, 5‰). Просьба не делать набор размерностей в математическом редакторе!

Для сложных размерностей допускается использование как отрицательных степеней (Дж моль⁻¹ К⁻¹), так и скобок (Дж/(моль К) или Дж(моль К)⁻¹), при этом в тексте, подписях и на рисунках следует выдерживать единообразие записи.

При перечислении, а также в числовых интервалах размерность приводится лишь для последнего числа (18...20 Дж/моль), за исключением угловых градусов, которые никогда не опускаются (кроме 0). Градусы Цельсия даются в виде 5°C, а градусы Кельвина 5 К.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Все ссылки даются на языке оригинала и нумеруются в строгом соответствии с порядком их появления в статье. Просьба не ссылаться на переводные версии русскоязычных статей. Каждый пункт должен содержать ссылку на один источник. Исключение — две статьи одного автора в одном номере журнала.

Для обозначения номеров, как русских, так и иностранных журналов просьба употреблять символ №.

Если ссылка на источник содержит только URL адрес, то такая ссылка должна быть оформлена прямо в тексте статьи в виде гиперссылки.

Ссылки на статьи даются следующим образом: *Фамилия И.О., Фамилия И.О.,...* (если авторов четыре или меньше — то всех, если пять или больше — то только первых трех плюс сокращение *и др. (et al.)*), (название статьи не приводится!), две косые черты // Название журнала. Год. Том. Номер (если есть). Номер только первой страницы.

Просьба использовать следующие сокращения для основных журналов: Успехи физ.наук (мат. наук), Письма в ЖЭТФ, ФТТ, ПТЭ, Письма в ЖТФ, РЭ (Радиотехника и электроника), Квант.электрон. Названия редко упоминаемых журналов даются полностью. Для англоязычных журналов: Phys.Rev. (Lett.), J. Appl.Phys. (Lett.). Ссылки на журнал IEEE Transactions даются в следующем порядке: IEEE Trans. Год. V. (сокращенное название серии МТТ, АР,) — номер тома. Номер выпуска. Номер первой страницы: IEEE Trans. 1998. V. АР-23. № 5. Р. 234. Названия редко упоминаемых журналов даются полностью.

Для электронных журналов кроме стандартной ссылки желательно указывать и адрес прямого доступа в Интернете.

Ссылка на книги дается следующим образом: *Фамилия И.О. Фамилия И.О., Фамилия И.О.* (если авторов четыре или меньше — то всех, если пять или больше — то только первых трех плюс сокращение *и др. (et al.)*) Название книги. Город: Издательство, год. (число страниц не указывается!). При ссылке на определенную главу или страницу в книге после года ставится номер страницы: С. 371. В названии книг на иностранных языках все слова (кроме артиклей и предлогов) даются с большой буквы. Просьба учесть, что названия городов Москва, Ленинград (Санкт-Петербург),

New York, London даются в сокращении (М.: Л.: (СПб.): N.Y.: L.:)

Ссылки на авторские свидетельства и патенты даются следующим образом: *Фамилия И.О., Фамилия И.О. ...* (если авторов четыре или меньше — то всех, если пять или больше — то только первых трех плюс сокращение *и др. (et al.)*). Название, вид (раньше — патент или а.с., ныне — патент на изобретение или патент на полезную модель), № регистрации, Бюллетень изобретений (Б.И.) или Официальный бюллетень “Изобретения и полезные модели”, год, номер, страница (если есть!) на которой опубликована информация о патенте. Ссылка на закрытые авторские свидетельства и патенты не допускается, даже если прошло много лет со дня их выдачи!

Ссылка на труды или тезисы конференций даются следующим образом: *Фамилия И.О.* (Название доклада не печатается) // Сокращенное название вида публикации: Тез. докл. 7-й конф. ... (Proc. Conf. ...), место и дата проведения. Город, где находится Издательство: название Издательства, год издания. Том (если есть). Номер первой страницы! Для конференций, проводимых IEEE, городом издания считается Нью-Йорк (N.Y.: IEEE, 2015. V. 2. P. 173).

Если труды выпущены на компакт-дисках, то можно указать: CD-ROM Proc. Conf. ... Вместо номера первой страницы можно указать номер доклада. Если труды конференции есть в только Интернете — дается адрес прямого доступа к докладу.

Ссылки на диссертации и авторефераты даются следующим образом: *Фамилия И.О.* Название диссертации. (Автореферат) Дисс. ... канд. (д-ра) физ.- мат. наук. Город: организация, год. Полное число страниц. При ссылке на иностранные диссертации, имеющиеся в Интернете, желательно кроме формальных данных указывать адреса прямого доступа.

Для материалов, имеющих только в Интернете, их адреса (URL) даются в тексте статьи и не выносятся в список литературы: «Были использованы данные, имеющиеся в каталоге фирмы Spectral Imaging, Ltd. (<http://www.specim.fi/hyperspectral-cameras/>).

Ссылки на неопубликованные результаты и частные сообщения даются исключительно в виде сносок, а в списке литературы не приводятся и не нумеруются. При цитировании неопубликованных работ и частных сообщений желательно представить разрешение от лица, на чьи данные приводится ссылка.

Ниже приведены примеры ссылок

1. *Домбровский А.Н., Решетняк С.А.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 11. С. 1369.

2. *Hong J.-S., Lancaster M.J.* // IEEE Trans. 1997. V. MTT-45. № 12. P. 2358.

3. *Семенов Б.Ю.* Силовая электроника: от простого к сложному. М.: СОЛОН-Пресс, 2005.

4. Springer Handbook of Speech Recognition / Eds. J. Benesty, M. Sondh, Y. Huang. N.Y.: Springer, 2008.

5. Van de Wiele F. Solid State Imaging/Eds. P.G. Jespers, F. Van De Weile, M.H.White. Leyden: Noordhooft, 1976. P. 41.

6. *Мармалюк А.А., Панин А.А., Сабитов Д.Р. и др.* // Тр. XXIII науч.-техн. конф. по фотоэлектронике и приборам ночного видения. Москва. 28–30 мая 2014. М.: НПО “Орион”, 2014. С. 37.

7. *Deng H., He X., Yao B., Zhou Y.* // Proc. 2008 Int. Conf. Microwave and Millimeter Wave Technol. Nanjin. 08–12 Oct. N.Y.: IEEE, 2008. P. 231.

8. *Седнев М.В., Бурлаков И.Д., Болтарь К.О.* Способ сборки фотоприемного устройства. Патент РФ № 2 308 787. Опубл. офиц. бюл. “Изобретения. Полезные модели” № 29 от 20.10.2007.

9. *Кузьмин Е.П.* Повышение эффективности обработки широкополосных сигналов на фоне внутрисистемных и преднамеренных помех. Дис. ... док. техн. наук. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2017. 333 с.

10. *Hamner C.A., Spencer R.A.* Conformal Array, Luneburg Lens Antenna System. US Pat. №8854257 B2. Publ. 07 Oct. 2014.

БЛАГОДАРНОСТИ

Благодарности выносятся в конце статьи в отдельный раздел. При этом благодарности отдельным лицам даются без упоминания их академических и ученых званий, только инициалы и фамилия.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

В этом разделе указывается источник финансирования работы, например: “Работа выполнена при (частичной) финансовой поддержке ... название фонда, организации... (грант (проект №) ...)” или “Работа выполнена в рамках государственного задания по теме (название или номер)”.

ПРАВИЛА РАБОТЫ С ЭЛЕКТРОННОЙ КОРРЕКТУРОЙ

Основные правила работы авторов с электронной корректурой статей можно найти на указанном выше сайте Издательства: <http://pleiadesonline.ru/authors/>.

По всем вопросам, связанным с подготовкой и предоставлением статей, авторы могут обращаться в редакцию: e-mail: red@cplire.ru, тел. +7 (495) 629-33-80.

ИЗМЕНЕНИЕ СОСТАВА АВТОРСКОГО КОЛЛЕКТИВА

Редакция настоятельно рекомендует авторам обеспечить корректный список фамилий авторов и порядок их следования до направления рукописи в редакцию. Изменения в составе и/или в порядке следования фамилий авторов полностью исключены после принятия рукописи в печать.

Добавление и/или удаление фамилий авторов и/или изменение порядка в списке авторов на стадии доработки рукописи допустимо, но должно быть обосновано и согласовано с рецензентом. В сопроводительном письме на имя Главного редактора к доработанной рукописи необходимо объяснить причину изменений и роль добавленных при выполнении работы. В случае удаления фамилий авторов желательно предоставить их письменное согласие и отсутствие претензий к журналу в случае опубликования статьи. Редакция оставляет за собой право потребовать дополнительные документы для подтверждения изложенных объяснений.

СОБЛЮДЕНИЕ ЭТИЧЕСКИХ СТАНДАРТОВ

Чтобы обеспечить объективность и прозрачность исследований, а также обеспечить соблюдение принятых этических принципов и принципов профессионального поведения, авторы должны включать в статью информацию об источниках финансирования, и информацию об отсутствии потенциальных конфликтах интересов (финансовых или нефинансовых). Если в проведенном исследовании участвовали люди как объекты исследования, то должна включаться информация об их добровольном согласии. Если в проведенном исследовании объектом являлись животные, то должно быть заявление о гуманном отношении к ним.

ЭТИЧЕСКАЯ ОТВЕТСТВЕННОСТЬ АВТОРОВ

Журнал стремится поддерживать высокую репутацию научных исследований. Будучи членом Комитета по этике публикаций (COPE), журнал будет следовать рекомендациям COPE относительно того, как бороться с потенциальными нарушениями этических норм.

Авторы должны воздерживаться от искажения результатов исследований, которые могут нанести ущерб доверия к журналу, поставить под вопрос профессионализм авторов журнала и тем самым дискредитировать научную деятельность в целом.

Направление рукописи в журнал предполагает, что:

– представленная работа не публиковалась ранее;

- она не находится на рассмотрении для публикации в другом издании;
- данная рукопись не была отвергнута в этом журнале;
- публикация была одобрена всеми соавторами;
- публикация была одобрена (явно или неявно) всеми необходимыми инстанциями в организациях, где была выполнена эта работа.

Рукопись не должна быть опубликована ранее (полностью или частично), если только новая работа не расширяет содержание предыдущей работы. В таких случаях необходимо четко указать какие из материалов используются авторами повторно, чтобы это не выглядело как самоплагиат (text recycling).

Одно исследование не должно разбиваться на части, для того, чтобы искусственно увеличивать число рукописей, направленных в печать в один или разные журналы (salami-publishing).

Данные, полученные другими авторами, а также текст или теории, авторами которых являются другие исследователи, не должны быть представлены в рукописи так, как если бы они были собственными данными, текстом или теориями авторов, приславших рукопись (“плагиат”). В случае заим-

ствования, должны быть даны надлежащие ссылки на другие работы, включая материал, который скопирован (почти дословно), обобщен и/или перефразирован. Кавычки используются для дословно скопированного текста. Для материалов, защищенных авторским правом, должно быть получено разрешение на их воспроизведение.

Если нарушение норм этики будет однозначно установлено, то Главный редактор может принять в числе прочего следующие меры:

Если статья находится на рассмотрении, она может быть отклонена и возвращена автору.

Если статья опубликована онлайн, то, в зависимости от характера и серьезности нарушения, то редакция либо публикует дополнение (erratum) к статье, либо, в случае серьезных нарушений, может отозвать статью. В этом случае редакция публикует сообщение об отзыве (retraction note). Отзыв статьи означает, что версия статьи останется на платформе для распространения журнала со знаком “ОТОЗВАНА”, а объяснение причин отзыва дается в примечании.

По усмотрению редакции она может проинформировать о нарушении этических норм организацию, в которой работает автор(ы).