Том 48, номер 7, 2022

### ТОКАМАКИ

Анализ физических и инженерных возможностей реализации лиагностики "рефлектометрия" на установке Т-15МЛ						
Д. А. Шелухин, Г. Ф. Субботин, В. А. Вершков, И. А. Владимиров	579					
СТЕЛЛАРАТОРЫ						
Изменение статистических характеристик турбулентных флуктуаций плотности плазмы при транспортном переходе в стеллараторе Л-2М						
Г. М. Батанов, В. Д. Борзосеков, А. К. Горшенин, К. А. Сарксян, В. Д. Степахин, Н. К. Харчев						
КОСМИЧЕСКАЯ ПЛАЗМА						
Кинетическое описание свистовой волны, распространяющейся в плазме вдоль магнитного поля						
Н. С. Артеха, Д. Р. Шкляр	613					
ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА						
Броуновское движение пылевой молекулы						
А. М. Игнатов	628					
Нижнегибридные волны при взаимодействии метеорных хвостов с ионосферой Земли						
Т. И. Морозова, С. И. Попель	635					
НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ ПЛАЗМА						
Электрическое поле в положительном стримере в длинных воздушных промежутках						
Э. М. Базелян, Н. Л. Александров	639					
Нагрев газа в условиях пульсирующего поперечно-продольного разряда в дозвуковых и сверхзвуковых воздушных потоках						
В. М. Шибков, К. Н. Корнев, А. А. Логунов, Ю. К. Нестеренко	648					
Концентрация и температура электронов в плазме поперечно-продольного разряда в высокоскоростных потоках воздуха						
В. М. Шибков, К. Н. Корнев, А. А. Логунов, Ю. К. Нестеренко						
Обнаружение тонкой структуры волн ионизации положительных стримеров						
В. А. Панарин, В. С. Скакун, Е. Х. Бакшт, Э. А. Соснин, В. С. Кузнецов, Д. А. Сорокин	664					

671

Памяти Батанова Германа Михайловича (28.06.1932–22.11.2021)

УДК 533.9.082.74

# АНАЛИЗ ФИЗИЧЕСКИХ И ИНЖЕНЕРНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ РЕАЛИЗАЦИИ ДИАГНОСТИКИ "РЕФЛЕКТОМЕТРИЯ" НА УСТАНОВКЕ Т-15МД

© 2022 г. Д. А. Шелухин<sup>а, \*</sup>, Г. Ф. Субботин<sup>а</sup>, В. А. Вершков<sup>а</sup>, И. А. Владимиров<sup>а</sup>

<sup>а</sup> НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия \*e-mail: shelukhin\_da@nrcki.ru Поступила в редакцию 31.03.2022 г.

Поступила в редакцию 51.05.2022 г. После доработки 04.05.2022 г. Принята к публикации 10.05.2022 г.

Рефлектометрия в настоящий момент рассматривается как одна из перспективных диагностик для измерения параметров плазмы в термоядерных установках. Диагностика имеет хорошую совместимость с высокими потоками нейтронов, устойчива к механическим и тепловым нагрузкам во время плазменного режима, имеет малую чувствительность к пыли. Рефлектометрия широко применяется на существующих установках для измерения профиля электронной плотности и параметров флуктуаций плотности. В данной работе проводится анализ возможностей диагностики на введенной в строй установке T-15MД с точки зрения физической возможности проведения измерений, требуемых параметров рефлектометров, технической реализуемости с учетом современного развития микроволновой техники и опыта работы аналогичных диагностик в России и за рубежом. При создании диагностики предлагается широко использовать наработки, сделанные в ходе создания диагностики "Рефлектометрия ИТЭР со стороны сильного магнитного поля". Использованные подходы могут быть применены при создании рефлектометров на других плазменных установках.

*Ключевые слова:* токамак, рефлектометрия **DOI:** 10.31857/S0367292122100225

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Опыт исследования транспортных процессов в высокотемпературной плазме токамаков показывает, что недиффузионный перенос и турбулентность играют большую роль в переносе частиц и энергии в разряде [1]. Для исследования турбулентных процессов в плазме применяются различные диагностики: зонды Ленгмюра [2], активная рекомбинационная спектроскопия [3], зондирование плазмы пучком тяжелых ионов [4] и др. Одним из методов, широко применяющихся при исследовании мелкомасштабных флуктуаций в плазме, является корреляционная рефлектометрия [5].

Помимо непосредственного измерения параметров флуктуаций в настоящее время рефлектометрия широко используется для измерения профиля электронной плотности в лабораторных термоядерных установках, в том числе ASDEX-Upg [6], JET [7], DIII-D [8], TORE-SUPRA [9] и других. В Российской Федерации в рамках работ по созданию диагностики "Рефлектометрия со стороны сильного магнитного поля" для установки ИТЭР были успешно проведены измерения профиля электронной плотности на установке Т- 10 [10]. Наибольшее распространение при этом получила методика, основанная на быстром изменении частоты зондирующего излучения с регистрацией разности частот излучаемого и отраженного сигналов — Frequency Modulated Continuous Wave (FMCW, непрерывная волна с частотной модуляцией) [11]. Еще одним интересным применением рефлектометра является работа в так называемом рефрактометрическом режиме, когда в плазме отсутствует область непрозрачности и диагностика может дать информацию об интегральных характеристиках плазмы вдоль луча наблюдения [12].

Данная работа посвящена анализу возможностей для реализации рефлектометрии на установке Т-15МД. После краткого введения, в разд. 2 изложены основные принципы рефлектометрии и проведен анализ возможности реализации диагностики на Т-15МД в различных сценариях разряда. Раздел 3 посвящен анализу инженерных особенностей диагностики, размещению элементов на установке Т-15МД и оптимизации конструкции диагностической системы. В разд. 4 представлена предлагаемая схема рефлектометра, а также приведены оценки требуемых параметров оборудования и возможные примеры его реализации. В заключении кратко перечислены основные положения работы.

#### 2. АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ НА Т-15МД С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕФЛЕКТОМЕТРИИ

Рефлектометрия – активная диагностика, основанная на отражении зондирующего излуче-

ния малой мощности от слоя плазмы с параметрами, определяемыми частотой зондирующего излучения, электронной плотностью плазмы и величиной внешнего магнитного поля [13], а также, с учетом релятивистской поправки, и электронной температурой [14]. В общем виде показатель преломления для электромагнитной волны, распространяющейся в плазме с магнитным полем, определяется уравнением Апплтона [15]

$$\varepsilon = 1 - \frac{X^2(1 - X^2)}{1 - X^2 - \frac{1}{2}Y^2 \sin^2 \theta \pm \left[ \left( \frac{1}{2}Y^2 \sin^2 \theta \right)^2 + (1 - X^2)^2 Y^2 \cos^2 \theta \right]^2}$$
$$X = \frac{\omega_{pe}}{\omega}, \quad Y = \frac{\omega_{ce}}{\omega}$$

где  $\omega_{pe} = \sqrt{n_e e^2/m_e \varepsilon_0}$  — плазменная частота,  $\omega_{ce} = eB/m_e c$  — электронная циклотронная частота,  $\omega = 2\pi F$  — частота зондирующего излучения и  $\theta$  — угол между магнитным полем и направлением распространения волны. Здесь и далее  $n_e$  — концентрация электронов,  $m_e$  — масса электрона, e заряд электрона, c — скорость света в вакууме и B— величина внешнего магнитного поля. В случае распространения электромагнитных волн в направлении перпендикулярном магнитному полю,  $\theta = \pi/2$  уравнение упрощается и имеет два решения для обыкновенной ("О-") и необыкновенной ("X-") мод зондирующего излучения соответственно:

$$\varepsilon^{O} = 1 - X^{2}$$
 (O – мода)  
 $\varepsilon^{X} = \frac{(1 - X^{2})^{2} - Y^{2}}{1 - X^{2} - Y^{2}}$  (X – мода) (1)

В области плазмы, где показатель преломления становится равен нулю, происходит отражение зондирующего сигнала с заданной частотой, называемой также частотой отсечки  $F_{cutoff}$ , определяемой соотношениями

$$F_{cutoff} = \begin{cases} \omega_{p}/2\pi & (O - \text{мода}) \\ \frac{1}{2\pi} \left( \sqrt{\omega_{p}^{2} + (\omega_{c}/2)^{2}} - (\omega_{c}/2) \right) \\ (X - \text{мода, ниж. отс.}) \\ \frac{1}{2\pi} \left( \sqrt{\omega_{p}^{2} + (\omega_{c}/2)^{2}} + (\omega_{c}/2) \right) \\ (X - \text{мода, верх. отс.}) \end{cases}$$
(2)

При анализе работы рефлектометра для измерения профиля плотности практическое значение имеет также время распространения зондирующего сигнала от антенны до области отражения и назад  $\tau_{TFD}$  (т.н. Time Flight Delay – TFD):

$$\tau_{TFD} = 2 \int_{R_A}^{R_{cutoff}} dl/v_g, \qquad (3)$$

где  $R_A$  соответствует положению антенн диагностики,  $R_{cutoff}$  — области отражения, а  $v_g$  — групповая скорость зондирующего излучения в плазме. Пользуясь определением групповой скорости [13], можно выразить ее через диэлектрическую проницаемость среды:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{\partial (2\pi F)}{\partial (2\pi/\lambda)} = \frac{\partial F}{\partial (F\sqrt{\epsilon(F)}/c)} =$$
  
=  $c \frac{\partial F}{\partial (F\sqrt{\epsilon(F)})} = \frac{c}{G(F)}.$  (4)

Раскрывая производную и используя выражения (1) для диэлектрической проницаемости, получаем следующее соотношение для функции, описывающей замедление необыкновенной волны в среде

$$C(F) = \frac{\partial (F\sqrt{\varepsilon(F)})}{\partial F} = \sqrt{\varepsilon(F)} + \frac{F}{2\sqrt{\varepsilon(F)}} \frac{\partial \varepsilon(F)}{\partial F}$$

$$\frac{F}{2} \frac{\partial \varepsilon(F)}{\partial F} = X^2 \frac{(1-X^2)^2 + X^2 Y^2}{(1-X^2 - Y^2)^2}.$$
(5)

Можно показать, что в пределе B = 0 формулы (4) и (5) приводят к известной формуле для групповой скорости обыкновенной волны  $v_g = \varepsilon^{1/2} c$ . Отметим также, что для практических применений формулу (3) удобнее переписать в виде

$$\tau_{TFD} = 2 \int_{R_A}^{R_{cutoff}} \frac{dl}{v_g} = \frac{2}{c} \int_{R_A}^{R_{cutoff}} G(F) dl$$
(6)

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

#### 2.1. Анализ доступности внутренних областей плазменного шнура для рефлектометрии в различных режимах работы установки

Первичный анализ при оценке работоспособности рефлектометрии на установке начинается с анализа характерных частот отсечки для разных типов волн. Следует также учесть и существование в плазме областей непрозрачности, связанных с наличием основной и высших гармоник циклотронного резонанса. Если резонанс располагается между антенной и областью отражения, это делает прохождение волны на данной частоте невозможным.

В качестве базовых профилей основных параметров плазмы были выбраны профили для основного индуктивного сценария работы Т-15МД [16] (рис. 1). Помимо основного сценария, для установки Т-15МД также планируется работа в квазистационарном режиме с уменьшенными значениями магнитного поля (1.0 Т и 1.5 Т) [17]. При анализе этих режимов локальные значения электронной плотности и магнитного поля снижались пропорционально снижению тороидального поля на оси камеры для сохранения значения фактора запаса устойчивости и отношения средней плотности электронов к плотности Гринвальда. Значения характерных частот плазмы рассчитывались с использованием соотношений (2). При анализе возможностей рефлектометрии целесообразно придерживаться порядка, определяемого особенностями интерпретации измерений и техническими сложностями при реализации конкретной схемы измерений.

Самой простой схемой традиционно считается схема с использованием для измерений зондирования на обыкновенной волне. К достоинствам этой схемы относится удобный диапазон частот (как правило от 18 до 60 ГГц в существующих установках) и простота интерпретации данных, так как в уравнения для частоты отсечки и диэлектрической проницаемости не входит магнитное поле.

Зондирование с использованием верхней отсечки необыкновенной волны широко применяется при измерении профиля электронной плотности. Это связано с тем, что нулевая электронная плотность соответствует конечной частоте рефлектометра (согласно (2)), что позволяет проводить измерения в области за сепаратрисой. К недостаткам этого метода относятся более высокие частоты генераторов СВЧ-излучения и большая чувствительность к мелкомасштабным возмущениям электронной плотности.

Зондирование с использованием нижней отсечки необыкновенной волны для проведения измерений в центральной части плазменного шнура требует доступа со стороны сильного магнитного поля. Затрудненный доступ к экватори-



**Рис. 1.** Профили основных параметров разряда на установке T-15MД в режиме с тороидальным полем 2.0 Т. а) — локальная электронная плотность; б) — полное магнитное поле.

альной плоскости на внутренней стенке вакуумной камеры накладывает существенные ограничения на конструкцию волноводного тракта и антенной системы. Поэтому, несмотря на преимущества в виде низких частот генераторов и слабого влияния турбулентности, использование такой конфигурации носит единичный характер.

#### 2.2. Режим с тороидальным полем 2.0 Т

Профили характерных частот для режима с тороидальным полем на оси 2.0 Т приведены на рис. 2. Прежде всего, следует отметить, что при максимальных значениях электронной плотности на токамаке Т-15МД отсутствует окно прозрачности между верхней и нижней отсечкой необыкновенной волны. Это делает невозможным работу рефлектометра в рефрактометрическом режиме (рефрактометра) на установке Т-15МД при зондировании плазмы на необыкновенной волне. Реализация рефрактометра на обыкновенной волне возможна, однако требует использования частот выше фундаментальной частоты циклотронного резонанса (110 ГГц). Кроме того, изза малого аспектного отношения, волна в этом случае проходит через второй циклотронный резонанс. Хотя оценки показывают, что ослабление обыкновенной волны невелико в режимах с малыми электронными температурами, можно ожидать увеличения потери с ростом температуры.

Рефлектометр с использованием обыкновенной волны излучения требует использование генераторов с частотами до 70 ГГц. При этом при зондировании со стороны слабого магнитного поля в области плеча барьера ( $R \sim 2.15$  м) существует область поглощения на фундаментальной гармонике циклотронного резонанса. Размеры



Рис. 2. Профили характерных частот для режима установки T-15 МД с тороидальным полем на оси 2.0 Т. Заштрихованные области показывают зоны, в которых проведение измерений невозможно. I – отсечка обыкновенной волны, 2 – нижняя отсечка необыкновенной волны, 3 – верхняя отсечка необыкновенной волны, 4 – фундаментальная частота электронного циклотронного резонанса, 5 – вторая гармоника электронного циклотронного резонанса, 6 – верхний гибридный резонанс.

этой области составляют несколько сантиметров, что не представляет большой проблемы при исследовании параметров турбулентности. При измерении профиля электронной плотности с помощью рефлектометрии используется итерационный алгоритм определения положения до области отсечки [10]. Наличие областей, в которых невозможно провести измерения, затрудняет или делает невозможным восстановления профиля. В данном случае гарантированно можно проводить измерения на периферии плазменного шнура до области поглощения. Во внутренних частях шнура измерения возможны, однако точность восстановления профиля будет сильно зависеть от успешности аппроксимации зависимости частоты биений от зондирующей частоты в области непрозрачности.

Использование сочетания необыкновенной волны и зондирования со стороны сильного магнитного поля позволяет проводить измерения профиля электронной плотности вплоть до центральной части шнура. Измерение параметров флуктуаций электронной плотности возможно, однако эксперименты на установке Т-10 показали, что поведение турбулентности на стороне сильного магнитного поля слабо изменяется при изменении условий в плазме токамака [18]. К сожалению, на настоящий момент нет независимого подтверждения данного факта, а единственная работа по изучению параметров турбулентности со стороны сильного поля с помощью рефлектометров ограничивалась областью вблизи последней замкнутой магнитной поверхности [19]. Максимальная частота СВЧ-источника при использовании данной схемы измерений не должна превышать 50 ГГц.

Использование верхней отсечки необыкновенной волны оправдано только для проведения измерений профиля электронной плотности. К сожалению, использование данной конфигурации для проведения измерений в центральной части шнура невозможно из-за сильного поглощения на второй гармонике шиклотронного резонанса. Однако, для отдельных задач, таких как: измерения профиля электронной плотности на периферии шнура и в области барьера – применение такой конфигурации может быть оправдано. Характерные частоты генераторов должны составлять от 35 до 85 ГГц. Следует особо отметить, использование сочетания нижней отсечки необыкновенной волны и зондирования со стороны слабого магнитного поля для измерения параметров в центральной части плазменного шнура невозможно из-за перекрытия с верхней отсечкой.

#### 2.3. Режим с тороидальным полем 1.5 Т

Профили характерных частот для режима с тороидальным полем на оси 1.5 Т приведены на рис. 3. Использование для измерений обыкновенной волны зондирующего излучения требует частот СВЧ-генераторов рефлектометра до 60 ГГц. В данном режиме центральная часть шнура недоступна ни для наблюдения со стороны низкого магнитного поля (поглощение на второй гармонике циклотронного резонанса), ни со стороны высокого магнитного поля (поглощение на фундаментальной гармонике циклотронного резонанса). Кроме этого, при зондировании со стороны слабого магнитного поля в области плеча барьера ( $R \sim 2.15$  м) существует область поглощения на фунламентальной гармонике шиклотронного резонанса. Размеры этой области достаточно малы, и, по-видимому, не будут представлять большой проблемы. В целом, схему с использованием зондирования на обыкновенной волне видимо можно будет использовать для измерения профиля электронной плотности и параметров турбулентности в области от половины малого радиуса до периферии плазменного шнура.

Использование сочетания необыкновенной волны и зондирования со стороны сильного магнитного поля позволяет проводить измерения профиля электронной плотности вплоть до центральной части шнура. Максимальная частота СВЧ-источника при этом не превышает 45 ГГц.

Использование верхней отсечки необыкновенной волны оправдано только для проведения измерений профиля электронной плотности. В области плеча барьера (*R* ~ 2.15 м) существует об-



Рис. 3. Профили характерных частот для режима установки T-15 МД с тороидальным полем на оси 1.5 Т. Заштрихованные области показывают зоны, в которых проведение измерений невозможно. 1 - отсечка обыкновенной волны, 2 - нижняя отсечка необыкновенной волны, 3 - верхняя отсечка необыкновенной волны, 4 - фундаментальная частота электронного циклотронного резонанса, 5 - вторая гармоника электронного циклотронного резонанса, 6 - верхний гибридный резонанс.

ласть поглощения на второй гармонике циклотронного резонанса. Размеры этой области составляют несколько сантиметров, и могут существенно затруднить измерения в центральной части шнура и снизить точность восстановления профиля электронной плотности. Характерные частоты генераторов, требуемые для проведения измерений, составляют от 25 до 85 ГГц.

#### 2.4. Режим с тороидальным полем 1.0 Т

Профили характерных частот для режима с тороидальным полем на оси 1.0 Т приведены на рис. 4. Данный режим является наиболее проблематичным с точки зрения использования обыкновенной волны, особенно при зондировании плазмы со стороны слабого магнитного поля.

В рассмотренных ранее режимах с полем 1.5 Т и 2.0 Т, в плазме существует единственная область поглощения для обыкновенной волны. Путем вариации параметров разряда (изменением плотность плазмы либо магнитного поля) можно вывести частоту зондирующего излучения из зоны поглощения при сохранении требуемого режима и области наблюдения. При измерении профиля электронной плотности единственная область поглощения располагается в зоне сильного градиента, где можно аппроксимировать данные и затем восстановить полную форму профиля.



Рис. 4. Профили характерных частот для режима установки T-15 МД с тороидальным полем на оси 1.0 Т. Заштрихованные области показывают зоны, в которых проведение измерений невозможно. 1 -отсечка обыкновенной волны, 2 - нижняя отсечка необыкновенной волны, 3 - верхняя отсечка необыкновенной волны, 4 - фундаментальная частота электронного циклотронного резонанса, 5 - вторая гармоника электронного циклотронного резонанса, 6 - верхний гибридный резонанс.

В режиме с полем 1.0 Т для обыкновенной волны существуют три зоны поглощения и есть большая вероятность что хотя бы одна из этих зон будет находиться в области плазменного шнура, где профиль электронной плотности имеет особенность (например, плечо периферийного барьера). Это существенно затрудняет аппроксимацию данных области, перерытой циклотронным резонансом, и дальнейшее восстановление профиля электронной плотности. При измерении флуктуаций также велика вероятность, что интересная для исследования область плазменного шнура будет перекрыта одним из циклотронных резонансов. Наличие нескольких зон поглощения снижает возможность получения доступа к интересующей области внутри плазменного шнура путем вариации параметров разряда по аналогии с режимами 1.5 Т и 2.0 Т.

Со стороны сильного магнитного поля недоступной оказывается вся центральная часть шнура. Таким образом, в режимах с тороидальным полем 1.0 Т использование обыкновенной волны для проведения измерений будет сильно затруднено. Максимальная частота СВЧ-генератора для данной конфигурации составляет около 50 ГГц.

Использование сочетания необыкновенной волны и зондирования со стороны сильного магнитного поля позволяет проводить измерения профиля электронной плотности от периферии до половины малого радиуса. Центральная часть

Режим	Схема наблюдений		Область	Частота	Примечания
Тежим	отсечка	антенны	наблюдения	luciolu	
1.0 T	XU	LFS	1.5—2.3 м	18—65 ГГц	Окно поглощения ~1–2 см
1.5 T	XL	HFS	0.8—1.5 м	<45 ГГц	
2.0 T	XL	HFS	0.8—1.5 м	<50 ГГц	

Таблица 1. Оптимальные конфигурации для проведения измерений профиля электронной плотности для режимов с различным тороидальным полем на установке токамак Т15-МД

шнура недоступна из-за поглощения зондирующего излучения на фундаментальной гармонике циклотронного резонанса. Максимальная частота СВЧ-источника не превышает 40 ГГц.

Зондирование с использованием верхней отсечки необыкновенной волны возможно для проведения измерений профиля электронной плотности во всем объеме плазменного шнура. В области плеча барьера ( $R \sim 2.15$  м) существует область поглощения на второй гармонике циклотронного резонанса, однако размеры этой области составляют 1–2 сантиметра, и, по-видимому, могут быть преодолены при обработке данных. Характерные частоты генераторов, требуемые для проведения измерений, составляют от 18 до 65 ГГц.

#### 2.5. Выбор оптимальных схем измерений

Конфигурации рабочих схем рефлектометра для различных режимов работы токамака приведены в табл. 1. XL и XU указывают на использование для измерений нижней и верхней отсечки необыкновенной волны, HFS и LFS – использование зондирования со стороны сильного и слабого магнитного поля соответственно.

Проведенный анализ показывает, что с точки зрения доступности оптимальным является использование для измерения профиля электронной плотности верхней отсечки необыкновенной волны и доступа со стороны слабого магнитного поля в режимах с низким магнитным полем (1.0 T) и нижней отсечки необыкновенной волны и зондирования со стороны высокого магнитного поля в режимах 1.5 T и 2.0 T.

Следует отметить, что при использовании зондирования со стороны сильного магнитного поля существенным ограничением является размер используемого в передающей линии волновода. Интеграция волноводной линии и антенной системы возможна при использовании медных волноводов с внутренним сечением 23 × 10 мм и толщиной стенки 1 мм [20]. Размер волновода ограничивает диапазон используемых частот снизу частотой 6.5 ГГц для необыкновенной волны, использующей волноводную моду TE<sub>10</sub>, и 15.0 ГГц для обыкновенной волны, использующей волноводную моду TE<sub>01</sub>. Анализ профилей частот отсечки показывает, что при этом минимальная частота отсечки будет находиться в области барьера, что затрудняет восстановление профиля и снижает точность измерений. Хотя на установке T-10 ранее была продемонстрирована возможность использования для восстановления профиля электронной плотности данных других диагностик, такой подход является нежелательным.

Со стороны слабого магнитного поля ограничения на размер волноводных трактов отсутствуют и могут использоваться волноводы с внутренним сечением 23 × 10 мм с оптимальным вводом излучения в плазму. Это дает значение минимальной рабочей частоты 6.5 ГГц. Таким образом, представляется целесообразным использование на установке Т-15МД следующего набора СВЧ-рефлектометров, приведенного в табл. 2 (названия СВЧ-диапазонов указаны по европейской номенклатуре).

Видно, что наиболее востребованными при проведении измерений являются СВЧ-источники в диапазонах частот K, Ka и U. Создание рефлектометров на данные диапазоны частот позволяет гибко менять схему измерений при изменении тороидального значения магнитного поля. Рефлектометры в диапазонах частот Х и Ки могут быть получены путем использования задающих СВЧ-генераторов без оконечных умножителей, коаксиальных миксеров и коаксиально-волноводных переходов для согласования с передающей линией [10]. В настоящий момент генераторы и умножители на данные диапазоны частот освоены на установке Т-10. Расширение рабочего диапазона рефлектометра в диапазоны частот V или Е потребуется после устойчивого достижения на установке Т-15МД режимов с высокой плотностью электронов.

#### 3. РАЗМЕЩЕНИЕ И КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ОБОРУДОВАНИЯ ДИАГНОСТИКИ НА УСТАНОВКЕ Т-15МД

Диагностика "Рефлектометрия" на установке Т-15МД включает в себя управляющее и регистрирующее оборудование, системы генерации зондирующего излучения, системы сложе-

Пианароц	Частота		Схема наблюдений		Изистоний
диапазон	мин.	макс.	отсечка	антенна	измерении
Х	8.2	12.5	XL	HFS	Профиль плотности, <i>B</i> >1.2 Т
			О	LFS	Параметры флуктуаций
Ku	11.9	18.0	XL	HFS	Профиль плотности, <i>B</i> >1.2 Т
			О	LFS	Параметры флуктуаций
K	17.6	26.7	XL	HFS	Профиль плотности, <i>B</i> >1.2 Т
			XU	LFS	Профиль плотности, <i>В</i> <1.2 Т
			О	LFS	Параметры флуктуаций
Ka	26.3	40.0	XL	HFS	Профиль плотности, <i>B</i> >1.2 Т
			XU	LFS	Профиль плотности, <i>В</i> <1.2 Т
			О	LFS	Параметры флуктуаций
U	40.0	60.0	XU	LFS	Профиль плотности, <i>B</i> <1.2 Т
			О	LFS	Параметры флуктуаций
V	50.0	75.0	О	LFS	Параметры флуктуаций
Е	60.0	90.0	0	LFS	Параметры флуктуаций

Таблица 2. Диапазоны рефлектометров для установки Т-15 МД

ния/разложения сигналов разных частотных диапазонов и передающую линию. На установке Т-15МД существует возможность организовать гибкую систему рефлектометрии, позволяющую проводить как измерения профиля электронной плотности со стороны высокого магнитного поля, так и корреляционные измерения для исследования свойств флуктуаций. В разрабатываемой системе могут измеряться как полоидальные и радиальные корреляции, так и близкие и дальние тороидальные корреляции вдоль магнитного поля. Для системы рефлектометрии зарезервированы места в патрубках сечений 2, 12 и 14 (детали конструкции установки Т-15МД, включая нумерацию сечений и конструкцию портов можно найти в [16]). В сечениях 2 и 14 можно расположить по 2 комплекса антенн – со стороны сильного и слабого магнитного поля. Схема расположения диагностических патрубков рефлектометрии на установке Т-15МД представлена на рис. 5. На стороне слабого магнитного поля предполагается установка наварных патрубков на основной фланец порта установки. Общий вид патрубка токамака представлен на рис. 6. Патрубок позволяет производить обслуживание и модернизацию отдельных блоков антенн без снятия общей заглушки порта. При этом небольшие размеры патрубка обеспечивают возможность размещения нескольких блоков антенн в одном сечении или установку оборудования других диагностик сохраняя удобный доступ к заглушке порта.

ального сечения токамака. Вход волноводной линии обеспечивается через верхний горизонтальный патрубок токамака. Основную сложность в создании передающей линии и антенн в данном случае представляют ограничения, накладываемые конструкцией камеры токамака. Волноводная линия и антенны должны находиться между защитными плитками первой стенки и вакуумной камерой. При этом волноводная траектория должна проходить вдоль верхней поверхности вакуумной камеры и после поворота на 90 градусов продолжаться вдоль центральной поверхности камеры. Так же антенный блок ограничен с одной стороны расстоянием между конструкционными ребрами вакуумной камеры, с другой стороны расстоянием между камерой и первой стенкой токамака. Крепление передающей линии предполагается выполнить с использованием специальных опор в верхней части токамака и с помощью общего фланца антенного блока на стороне сильного магнитного поля в экваториальной области токамака (рис. 7 и 8). Антенный блок будет включать в себя три антенны: одну излучающую и две приемных. Предполагается использовать два варианта антенной системы для проведения измерений со стороны сильного магнитного поля. Первая система оптимизирована для проведения измерений профиля электронной плотности (рис. 8a), центры апертур рупоров для данной системы расположены в одной тороидальной плос-

На стороне сильного магнитного поля плани-

руется разместить антенну в плоскости экватори-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022



**Рис. 5.** Расположение диагностических патрубков рефлектометрии на установке Т-15МД. Цифрами в кругах обозначены диагностические сечения установки. Места расположения диагностики "Рефлектометрия" на установке условно обозначены как "Reflect".

кости. Вторая система оптимизирована для измерения параметров флуктуаций и отличается от первой смещением крайних рупоров относительно центрального в вертикальном (полоидальном) направлении (рис. *86*). Остановимся подробнее на отдельных элементах диагностики.

#### 3.1. Антенный комплекс рефлектометрии на установке Т-15МД

Для размещения антенн диагностики на стороне слабого магнитного поля на установке Т-15 МД предполагается использование группы наварных фланцев, на которых закреплены антенные блоки (рис. 9). Антенны представляют собой пирамидальные рупора длиной 140 мм с апертурой 46 × 21 мм. Широкая сторона рупора ориентирована вертикально. Такой рупор оптимален для проведения измерений с обыкновенной поляризацией зондирующей волны в плазме. Для проведения корреляционных измерений комплекс антенн включает в себя пять антенн, расположенных в шахматном порядка, что дает возможность проведения полоидальных и радиальных корреляционных измерений. В настоящий момент конструкция всех антенн одинакова и рассчитана на использование вакуумных окон и сверхразмерных прямоугольных волноводов типоразмера 23 × 10 мм. После уточнения параметров плазменных разрядов в установке Т-15МД (и, в особенности, базового значения тороидального магнитного поля) размер волноводов и конструкция антенн могут быть дополнительно оптимизированы.

СВЧ-параметры рупорной антенны рассчитывались с использованием полноволнового кода ТАМІС RtX Analyzer [21]. Измерения параметров плазмы со стороны слабого магнитного поля планируется проводить в диапазоне частот зондирующего излучения от 8 до 90 ГГц. Для данного диапазона частот и поляризации, соответствующей обыкновенной волне в плазме, были рассчитаны диаграммы направленности и основные параметры антенны (коэффициент усиления антенны, ширина основного лепестка, отклонение максимума диаграммы направленности от нормали к апертуре антенны, уровень бокового лепестка). Расчеты проводились для частот от 10 до 90 ГГц с шагом 5 ГГц.

Пример диаграммы направленности на частоте 40 ГГц в полярных координатах (тороидальное и полоидальное сечения) приведен на рис. 10. Видно, что антенна хорошо формирует основной лепесток диаграммы направленности, а величина боковых лепестков мала.



**Рис. 6.** Пример размещения патрубка диагностики "Рефлектометрия" со стороны слабого поля на заглушке порта токамака.

Расчетные параметры антенн как функция зондирующей частоты приведены на рис. 11. Ширина диаграммы направленности в основном определяется дифракционной расходимостью зондирующего пучка и не может быть уменьшена при заданных ограничениях на размеры антенной системы. Уровень бокового лепестка диаграммы направленности антенны не превышает —12 дБ.

Существенной проблемой при конструировании антенны рефлектометра для измерения профиля электронной плотности со стороны сильного магнитного поля является ограниченный размер области, в которой может быть расположена антенна. Основными ограничивающими факторами являются:

• необходимость размещения трех антенн (одна излучающая и 2 приемные) для использования антенной системы при измерении параметров флуктуаций плотности;

 наличие ребра жесткости на вакуумной камере в месте расположения средней волноводной линии; • наличие пластин для крепления графитовых облицовочных плиток, ограничивающих область расположения фланцев диагностики;

• необходимость расположения антенны в тени графитовых облицовочных плиток для защиты от нагрева со стороны плазмы из-за близкого расположения сепаратрисы;

• малое расстояние в вертикальном направлении для размещения антенны.

В качестве антенны со стороны сильного магнитного поля предполагается использовать пирамидальные рупора с отражателем на конце. При оптимизации параметров каждого из элементов антенны учитывалась предполагаемая технология изготовления (селективная лазерная плавка). Антенная система рассчитана на работу с волноводными линиями передачи на основе сверхразмерных прямоугольных волноводов с внутренним сечением 23 × 10 мм. Полный размер антенны (три рупора) в тороидальном направлении составляет 164 мм, в вертикальном направлении 140 мм и в радиальном направлении 29 мм. Минимальная толшина стенки антенны составляет 2 мм. При разработке учитывалась возможная неточность размещения элементов антенной системы внутри вакуумной камеры ±1 мм.

Каждый элемент антенной системы представляет собой комбинированный рупор. состоящий из оптимизированного волноводного перехода и интегрированного отражающего зеркала. Форма волноводного перехода оптимизирована для уменьшения потерь СВЧ-мощности с использованием соотношений, приведенных в работе [22]. Отражающее зеркало параболической формы рассчитано на работу с плоским фазовым фронтом на выходе из волноводного перехода и имеет фокус в центре вакуумной камеры. Расчетное распределение напряженности электрического поля в среднем сечении рупора приведено на рис. 12. Расчет выполнен для волноводной моды TE<sub>10</sub>, соответствующей необыкновенной волне зондирующего излучения в плазме, на частоте 36.5 ГГц.

Видно, что оптимизированный переход формирует на выходе волну с плоским фазовым фронтом, которая отражается от зеркала под углом 90 градусов. Видимые искажения волнового фронта связаны с существенным влиянием волновых свойств при распространении волны в антенне с размерами, сопоставимыми с длиной волны. В данном случае длина волны составляла около 8 мм при максимальном поперечном размере перехода 25 мм.

Проведение измерений профиля электронной плотности со стороны сильного магнитного поля планируется в диапазоне частот зондирующего излучения от 8 до 60 ГГц. Для данного диапазона частот и поляризации, соответствующей необыкновенной волне в плазме, были рассчитаны диа-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022



**Рис.** 7. Общий вид волноводной линии и антенн диагностики "Рефлектометрия" в камере токамака Т-15МД. *1* – антенная система со стороны слабого магнитного поля, *2* – антенная система со стороны сильного магнитного поля, *3* – прямые волноводные секции линии передачи излучения на сторону сильного магнитного поля, *4* – поворот в волноводной линии передачи излучения на сторону сильного поля.

граммы направленности и основные параметры антенны (коэффициент усиления антенны, ширина основного лепестка, отклонение максимума диаграммы от нормали к апертуре антенны, уровень бокового лепестка). Расчеты проводились для частот от 10 до 60 ГГц с шагом 5 ГГц.

Пример диаграммы направленности на частоте 40 ГГц в полярных координатах (тороидальное и полоидальное сечение) приведен на рис. 13. Видно, что антенна хорошо формирует основной лепесток диаграммы. Кроме этого, в диаграмме присутствует боковой лепесток, связанный с ограниченными размерами антенны.

Расчетные параметры антенн как функция зондирующей частоты приведены на рис. 14. Расчеты показали, что антенна формирует основной лепесток с хорошей направленностью (отклонение от нормали к апертуре антенны не превышает 3 градусов). Ширина диаграммы направленности в основном определяется дифракционной расходимостью зондирующего пучка и не может быть уменьшена при заданных ограничениях на размеры антенной системы. Уровень бокового лепестка на низких частотах составляет не более –10 дБ. Для высоких частот уровень бокового лепестка увеличивается, при уменьшении ширины основного лепестка антенны. Таким образом полный размер области отражения существенно не изменяется.

#### 3.2. Оптимизация волноводной траектории рефлектометра со стороны сильного магнитного поля

Для проведения измерений полного профиля электронной плотности (от центра шнура до периферии) требуется одновременная работа 3-4 рефлектометров в стандартных частотных диапазонах с совместным использованием одного приемно-передающего тракта и антенной системы. В частности, для измерения профиля электронной плотности со стороны сильного магнитного поля с использованием необыкновенной волны требуется частотный диапазон зондирующего излучения от 8 до 60 ГГц. Нижняя частота зондирующего излучения определяет выбор передающей линии - сверхразмерного прямоугольного волновода с внутренним сечением 23 × 10 мм. Передающая линия диагностики должна работать в сверхширокополосном режиме, когда в волноводе может распространяться несколько мод и отклонения от прямой траектории волновода приводят к конверсии из основной рабочей моды TE<sub>10</sub> в высшие волноводные моды [23]. Еще одной проблемой при создании передающей линии является необходимость размещения ее в узкой области между стенкой вакуумной камеры и внутрикамерными элементами токамака, такими как первая стенка и верхний дивертор, что суще-



**Рис. 8.** Размещение блока антенн рефлектометра со стороны сильного магнитного поля на в стенке вакуумной камеры Т-15МД. а) – антенна системы для измерения профиля плотности, б) – антенна для измерения параметров флуктуаций.

ственно снижает возможности для выбора траектории волновода.

Потери СВЧ-мощности на конверсию мод можно в существенной степени компенсировать использованием плавных поворотов специальной формы. В частности, в работе [24] было показано, что повороты с кривизной, меняющейся как гиперболический секант, обладают минимальными потерями по сравнению с другими формами поворота. Поскольку форма поворота содержит свободный параметр, возможна дополнительная оптимизация его формы с учетом



Рис. 9. Антенная система рефлектометрии со стороны слабого магнитного поля.

окружающей геометрии установки и конечной рабочей полосы частот.

Для решения данной задачи использовался численный код расчета конверсии мод на основе метода поперечных сечений [23]. На каждом шаге код проводит проверку на возможность размещения волновода в существующем окружении токамака [25]. Поскольку предполагается, что в T-15MД будут проводиться измерения интенсивности излучения на второй гармонике электронного циклотронного резонанса, с целью унификации волноводных трактов различных диагностик диапазон частот оптимизации был расширен до 200 ГГц как для волны  $TE_{10}$  (соответствует необыкновенной волне в плазме), так и для волны  $TE_{01}$  (соответствует обыкновенной волне в плазме).

На рис. 15 показаны потери СВЧ-мощности на конверсию мод для волноводных мод  $TE_{10}$  и  $TE_{01}$ . Для моды  $TE_{10}$  потери рассчитывались с частоты 18 ГГц, так как для меньших частот в волноводе данного типоразмера велики омические потери. Видно, что для оптимизированной траектории потери на конверсию мод не превышают 0.03 дБ, что существенно меньше омических потерь на длине волновода.

Поскольку планируется использование в диагностике волноводных трактов значительной длины (полная длина до 20 метров, включая внутрикамерную и атмосферную часть), была проведена оценка омических потерь СВЧ-мощности в тракте. При использовании медного волновода с внутренним сечением  $23 \times 10$  мм погонные потери СВЧ-мощности не превышают 0.1 дБ/метр для волн ТЕ<sub>10</sub> и 0.2 дБ/метр для волны ТЕ<sub>01</sub> в используемом диагностикой частотном диапазоне. Таким образом полные потери СВЧ-мощности в



**Рис. 10.** Диаграмма направленности антенны рефлектометра со стороны слабого магнитного поля на частоте 40 ГГц в тороидальной плоскости (а) и полоидальной плоскости (б). Ноль соответствует нормали к апертуре антенны. Расчеты выполнены для волноводной моды TE<sub>10</sub>, соответствующей обыкновенной волне зондирующего излучения.



**Рис. 11.** Основные параметры антенной системы рефлектометра со стороны слабого магнитного поля. I — параметры антенны в тороидальном сечении, II — параметры антенны в полоидальном сечении. а) — коэффициент направленности антенны; б) — ширина основного лепестка (по уровню — ЗдБ); в) — уровень бокового лепестка. Расчеты выполнены для волноводной моды TE<sub>10</sub>, соответствующей обыкновенной волне зондирующего излучения.

волноводном тракте не превышают 4–5 дБ. Для сравнения, полные потери СВЧ-мощности в трактах рефлектометра на установке Т-10 состав-

ляли 5–7 дБ (до 10 метров волновода сечением 7.2 × 3.4 мм). Геометрические размеры антенн и плазмы на установках Т-10 и Т-15МД близки, по-



**Рис. 12.** Распределение напряженности электрического поля в средней плоскости антенны на частоте 36.5 ГГц. Расчеты выполнены для волноводной моды TE<sub>10</sub>, соответствующей необыкновенной волне зондирующего излучения.



**Рис. 13.** Диаграмма направленности антенны рефлектометра со стороны сильного магнитного поля на частоте 40 ГГц в полоидальной плоскости (а) и тороидальной плоскости (б). Ноль соответствует нормали к апертуре антенны. Расчеты выполнены для волноводной моды TE<sub>10</sub>, соответствующей необыкновенной волне зондирующего излучения.

этому можно ожидать близкие значения связи антенн на обеих установках (около -20-30 дБ). Для рефлектометров планируется использовать одинаковое приемно-передающее оборудование с мощностью СВЧ-источников в диапазоне 15-25 дБм. Поэтому можно ожидать, что соотношение сигнал-шум для рефлектометров на установке Т-15МД будет близко к наблюдавшемуся для рефлектометров на установке Т-10. Принимая полную мощность потерь СВЧ-излучения в тракте и СВЧ-элементах на уровне 10 дБ, связь антенн -30 дБ и мощность СВЧ-источников равной 20 дБм, можно оценить мощность СВЧ-сигнала на приемном миксере. Эта мощность составляет около -20 дБм, что соответствует среднеквадратичной амплитуде сигнала с миксера около 22 мВ (на нагрузку 50 Ом).

Уровень шумов приемного миксера определяется его шумовой температурой и потерями на преобразование. Для современных миксеров (например серия СВЧ-миксеров SpacekLabs M-1 или Millitech Inc. MXP) шумовая температура составляет 4–5 K, а потери на преобразования около 6–7 дБ. С учетом требуемой эффективной полосы

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

сигнала 200 МГц (см. раздел 4) уровень теплового шума миксера будет составлять около -80 дБм. Таким образом, ожидаемое соотношение сигналшум рефлектометров для измерения профиля электронной плотности составит около 60 дБ. Считается, что проведение измерений профиля плотности можно уверенно проводить при соотношении сигнал-шум 30 дБ и выше, что дает для рефлектометра Т-15МД запас по мощности сигнала около 30 дБ.

#### 3.3. Размещение оборудования в зале установки Т-15МД

Как следует из табл. 2 для проведения полноценных измерений требуется совместное использование волноводных и антенных систем несколькими рефлектометрами. Для решения задачи объединения и разделения частотных диапазонов предполагается использовать специальные устройства — системы сложения или каплеры (англ. couplers). В рамках работ по созданию диагностики для установки ИТЭР был разработан и изготовлен макет такого устройства для 5 диапазонов частот от 12 до 90 ГГц [26]. Габаритные



**Рис. 14.** Основные параметры антенной системы рефлектометра со стороны сильного магнитного поля. I – параметры антенны в полоидальном сечении, II – параметры антенны в тороидальном сечении. а) – коэффициент направленности антенны, б) – ширина основного лепестка (по уровню – 3дБ), в) отклонение основного лепестка от нормали к апертуре антенны, г) уровень бокового лепестка. Расчеты выполнены для волноводной моды TE<sub>10</sub>, соответствующей необыкновенной волне зондирующего излучения.

размеры системы составляют 2500 × 2000 × 200 мм. Такую систему можно разместить на антресоли 1 уровня в области 1 порта, что позволит сделать короткую волноводную линию до входа в уста-



**Рис. 15.** Потери на конверсию мод для оптимизированного волноводного поворота СВЧ-диагностик токамака Т-15МД, размещенных на стороне сильного магнитного поля. а) – волноводная мода  $TE_{10}$ , б) – волноводная мода  $TE_{01}$ .

новку и обеспечить измерения со стороны сильного магнитного поля во 2 диагностическом порту. Для обеспечения измерений со стороны сильного магнитного поля в 12 порту на антресоли 1 уровня пространство оказывается ограничено инжекторами системы нагрева пучками нейтральных частиц (Neutral Beam Injection, NBI). Альтернативой является размещение системы на 1 этаже зала токамака, требующее интеграции оборудования рефлектометрии с оборудованием, обеспечивающим работу нагревных пучков.

Приемное и управляющее оборудование будет устанавливаться в электрические шкафы размером 800 × 800 × 2300 мм. В шкафах будут смонтированы коммуникационные модули диагностики, управляющие системы, определяющие режимы работы диагностики, модули питания, АЦП и квадратурные детекторы. Размещенное в шкафах оборудование будет связываться с компьютерами операторов диагностики по сети Ethernet. Управление рефлектометрией предполагается осуществлять из общей удаленной пультовой установки Т-15МД. Предполагаемая схема размещения оборудования на установке представлена на рис. 16.



**Рис. 16.** Размещение элементов диагностики "Рефлектометрия" в зале установки Т-15МД. Рефлектометр со стороны сильного магнитного поля для измерения профиля электронной плотности (сечение 2): *1* – волноводная линия передачи излучения, *2* – шкаф с активным оборудованием, *3* – система сложения СВЧ-излучения. Рефлектометры со стороны слабого магнитного поля для измерения параметров флуктуаций плазмы (сечения 2, 12 и 14): *4* – шкаф с активным оборудованием; *5* – коаксиальная линия передачи излучения. Рефлектометр со стороны слабого магнитного магнитного магнитного магнитного поля для измерения параметров флуктуаций плазмы (сечения 2, 12 и 14): *4* – шкаф с активным оборудованием; *5* – коаксиальная линия передачи излучения. Рефлектометр со стороны сильного магнитного поля для измерения параметров флуктуаций плазмы (сечение 14): *6* – коаксиальная линия передачи излучения; *7* – шкаф с активным оборудованием.

#### 4. АКТИВНОЕ ДИАГНОСТИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ

В настоящий момент можно выделить три основных типа используемых СВЧ-источников и две схемы формирования опорного сигнала гетеродина в рефлектометрах. В качестве источников СВЧ-излучения используются полупроводниковые СВЧ-генераторы, управляемые напряжением (ГУН, в англоязычной литературе Voltage Controlled Oscillator – VCO) [6–10], синтезаторы частоты [27] либо осцилляторы на основе иттрийалюминиевых гранатов (ИАГ) [28]. Для формирования гетеродинного сигнала используются либо цепи обратных связей с фазовой подстройкой частоты [6, 20], либо миксеры с подавлением несущей и боковой полосы – (МПНБ, Single Side Band Mixer – SSBM) [29].

С учетом опыта, полученного при создании рефлектометрии ИТЭР со стороны сильного магнитного поля, предлагается использовать на установке Т-15МД схемотехнику, аналогичную предлагаемой для ИТЭР (рис. 17). В рамках этих работ созданы и успешно испытаны на установке Т-10 рефлектометры для измерения профиля электронной плотности и мелкомасштабных флуктуаций [10].

Рефлектометр будет иметь модульную конструкцию, что даст возможность унификации отдельных частей и позволит гибко размещать оборудование в зале установки Т-15МД. Основные

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

модули включают управляющий генератор *1*, задающий частоту СВЧ-источника, активные СВЧ-излучатель *2* и приемник *3*, а также линию для калибровки частоты задающего СВЧ-генератора *4* и систему сбора данных *5*. Все компоненты соединены между собой коаксиальными кабелями для обеспечения гибкости при размещении на установке.

Управляющий генератор 1 служит для генерации СВЧ-сигнала в области частот от 8 до 20 ГГц. Блок управления 6 служит для связи генератора 1 с пультом удаленного управления на рабочей станции оператора диагностики 29 через стандартные сети обмена данных установки 27. Оператор задает временную зависимость изменения частоты генератора с помощью программирования быстрого 16-разрядного цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) 7. Полученное управляющее напряжение усиливается до необходимых значений малошумящим усилителем постоянного напряжения 8 до напряжения в диапазоне 0-20 В и подается на управляющий вход СВЧ ГУН 9. В качестве источников СВЧ-излучения предлагается использовать широкополосные ГУН в диапазоне частот F 8-20 ГГц. Далее часть сигнала с ГУН направляется на миксер с подавлением несущей и боковой полосы 12. На вход промежуточной частоты (intermediate frequency – IF) подается сигнал с высокочастотного (ВЧ) генератора для формирования измерительного СВЧ-сигнала,



Рис. 17. Предлагаемая СВЧ-схема рефлектометра установки Т-15МД.

смещенного на частоту промежуточного сигнала  $f_{\rm IF}$ . На выходе МПНБ формируется сигнал с частотой  $F + f_{\rm IF}$ .

Полученный сигнал поступает в СВЧ-излучатель (transmitting-TX-box), состоящий из волноводного изолятора 15, активного умножителя частоты 16 и волноводного изолятора 17. На выходе умножителя с коэффициентом умножения К получается сигнал с частотой  $K \cdot (F + f_{IF})$ . Полученный сигнал излучается в плазму и приобретает дополнительную вариацию частоты, связанную с задержкой при распространении до отражающего слоя и обратно и/или флуктуациями плазмы  $f_{plasma}$ . Отраженный сигнал с частотой  $K \cdot (F + f_{IF}) + f_{IF}$  $+ f_{plasma}$  поступает на вход СВЧ-приемника 3 (геceiving-RX-box) через волноводный изолятор на измерительный (RF) вход волноводного миксера 18. На опорный (LO) вход миксера подается сигнал ГУН, прошедший линию задержки 14 (для компенсации длины измерительного тракта), волноводный изолятор 15 и активный умножитель частоты 16. Частота сигнала на опорном входе миксера составляет  $K \cdot F$ .

На выходе миксера выделяется высокочастотный (ВЧ) сигнал с частотой  $K \cdot (F + f_{IF}) + f_{plasma} - K \cdot F = K \cdot f_{IF} + f_{plasma}$ . Полученный сигнал проходит через полосовой фильтр 19 для выделения колебаний в нужной полосе частот и усиливается

ВЧ-усилителем 20. Далее отфильтрованный и усиленный сигнал поступает на измерительный (RF) вход квадратурного (In-Phase / Quadrature – IO) детектора 13. На опорный (LO) канал IO детектора поступает сигнал с ВЧ-генератора 11 с частотой  $K \cdot f_{IF}$ . Блок управления 6, ЦАП 7 и генераторы 10 и 11 синхронизуются с частотой внешнего устройства, а именно – прецизионного таймера времени в составе системы сбора данных 5 с помощью цепей фазовой подстройки частоты. Это позволяет добиться снижения фазовых шумов в системе. Таким образом, квадратурный детектор выделяет сигнал из плазмы как  $K \cdot f_{\rm IF}$  +  $+ f_{plasma} - K \cdot f_{IF} = f_{plasma}$ . Фазированная (I) и квадратурная (Q) компоненты сигнала поступают на аналогово-шифрового преобразователя ВХОЛ (АЦП) 26 в составе системы сбора данных 5.

Помимо нескольких АЦП 26, в состав сбора данных 5 входит также модуль синхронизации 25, осуществляющий маршрутизацию сигналов внешнего старта разряда 28, вывод опорной частоты для внешних систем и генерацию импульсов свипирования частоты, и контроллер шасси 24, осуществляющий управление компонентами системы сбора данных и передачу данных через сеть обмена данных установки 28 на сервер хранения данных 30. Оператор управляет работой систем и обрабатывает данные с помощью рабочей станции 29, расположенной вдали от установки.



Рис. 18. Циклограмма работы рефлектометра в режиме измерения профиля электронной плотности.

Одной из проблем при использовании ГУН типа VCO является существенная вариация крутизны характеристики dF/dU (производной выходной частоты F от управляющего напряжения  $U = U_{tune}$ ) в зависимости от частоты ГУН *F*. Вариация dF/dU для VCO может достигать шести раз по частотному диапазону. Поскольку для измерения профиля электронной плотности требуется линейное измерение частоты во времени, то перед проведением измерений необходимо точное измерение характеристики dF/dU как функции  $U_{\text{tune}}$ и программирование вариации во времени  $U_{\text{tune}}$ , которая обеспечивает линейную вариацию частоты. Для этих целей в состав рефлектометра включена линия калибровки 5. Часть сигнала ГУН направляется на линию калибровки, где, после коаксиального СВЧ-усилителя 22 разделяется на опорный и измерительный канал. Сигнал опорного канала через коаксиальный изолятор 15 поступает на вход LO коаксиального миксера 23. Сигнал измерительного канала проходит через СВЧ-переключатель 21 и линию задержки 14, после чего через коаксиальный изолятор 15 поступает на вход RF коаксиального миксера 23. Полученный сигнал биений регистрируется АЦП в составе системы сбора. Методика восстановления

характеристики dF/dU(U) по сигналу частоты биений описана в [10].

Типичная циклограмма работы диагностики в режиме измерения профиля электронной плотности плазмы показана на рис. 18. Модуль синхронизации 25 вырабатывает стартовые импульсы для АЦП 26 и системы управления рефлектометром 1 со скважностью 10 мкс. По приходу команды старта ЦАП 7 вырабатывает управляющее напряжение, обеспечивающее линейное измерение частоты ГУН во времени в течение 5 мксек. Принятый сигнал проходит кондиционирование через СВЧ-миксер 18 и квадратурный детектор 13 и поступает на вход АЦП 26. АЦП 26 работает в оконном режиме с условным запуском, то есть начинает сбор по приходу сигнала старта сканирования частоты после сигнала начала рабочего импульса. Такая реализация позволяет собирать данные только на активной фазе измерений (при линейном изменении частоты), что существенно экономит ресурсы локальной памяти АЦП.

Выбор АЦП для измерения профиля электронной плотности плазмы определяется ожида-



**Рис. 19.** Величины задержек для различных сценариев использования рефлектометров. 1 – тороидальное поле  $B_T = 1.0$  Т; 2 – тороидальное поле  $B_T = 1.5$  Т; 3 – тороидальное поле  $B_T = 2.0$  Т. а) – рефлектометр на обыкновенной волне, зондирование со стороны слабого магнитного поля; б) – рефлектометр на верхней отсечке необыкновенной волны, зондирование со стороны слабого магнитного поля; в – рефлектометр на нижней отсечке необыкновенной волны, зондирование со стороны слабого магнитного поля; в – рефлектометр на нижней отсечке необыкновенной волны, зондирование со стороны слабого магнитного поля.



**Рис. 20.** Макеты СВЧ-компонентов диагностики. а) – макет задающего СВЧ-генератора; б) – макет модулей излучения (слева) и приема (справа, верхняя крышка снята).

емым диапазоном частоты биений сигнала рефлектометра *f<sub>bea</sub>:* 

$$f_{beat} = dF/dt \cdot \tau_{\text{TFD}},$$

где dF/dt — скорость свипирования частоты рефлектометра,  $\tau_{TFD}$  — время распространения сигнала до отсечки и обратно. Формально  $\tau_{TFD}$  должна также включать время распространения сигнала по линиям передачи до антенны и обратно, однако эта задержка может быть скомпенсирована применением коаксиальной линии задержки 14 в опорном плече рефлектометра. Характерные времена задержки для различных сценариев разряда приведены на рис. 19.

Максимальные частоты биений  $f_{beat}$  при использовании стандартных частотных диапазонов составляют:

 120 МГц при использовании зондирования со стороны слабого магнитного поля на обыкновенной волне;

• 200 МГц при использовании зондирования со стороны слабого магнитного поля на необыкновенной волне и верхней отсечки;  60 МГц при использовании зондирования со стороны слабого магнитного поля на необыкновенной волне и нижней отсечки.

Таким образом, полоса пропускания АЦП должна составлять не менее 200 МГц, частота сбора данных — не менее 400 МВыборок/с. Полученные частоты биений также накладывают ограничения на промежуточную частоту гетеродиного рефлектометра  $f_{IF}$ , поскольку она должна существенно превышать частоту биений  $f_{beat}$ . Удобно использовать частоту биений 1 ГГц, поскольку прототипы соответствующего оборудования уже были разработаны в рамках работ по созданию рефлектометра для установки ИТЭР и опробованы в плазменном эксперименте на установке T-10 (рис. 20) [10].

В качестве системы сбора данных возможно применение АЦП National Instruments (NI) PXIе-5153 (для сканирующей системы) и NI PXIе-5153 (для исследования параметров турбулентностей). Система PXIe-5153 имеет полосу регистрации 500 МГц и потоковую скорость до 2 ГВыборок/с. Он позволяет записывать до 60000 сканов длинной 5 мкс. Для исследований турбулентностей предлагается использовать PXIe-5153 с полосой 10 МГц и потоковой скоростью 10 МВыборок/с.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведен анализ физических и инженерных возможностей для реализации диагностики рефлектометрия на установке Т15МД. Анализ показал, что оптимальным вариантом при реализации рефлектометрии для измерения профиля плотности является использование зондирования со стороны сильного магнитного поля и отражения от нижней отсечки необыкновенной волны в диапазоне частот от 8 до 60 ГГц. Для измерения параметров флуктуаций может использоваться рефлектометрия со стороны слабого магнитного поля с отражением от отсечки обыкновенной волны в диапазоне частот от 12 до 60 ГГц.

Для измерения флуктуаций плазмы с помощью рефлектометрии планируется использовать унифицированные антенные сборки, состоящие из пяти пирамидальных рупоров (один излучающий – четыре приемных), размещенные в нескольких сечениях установки Т-15МД. Для антенн со стороны сильного магнитного поля будут использованы рупорные антенны с интегрированным отражателем. Расчеты показывают, что такие антенны имеют хорошую направленность, а уровень бокового лепестка в основной рабочей области частот не превышает –10 дБ. Форма поворота во внутрикамерной части волноводного тракта была оптимизирована для снижения потерь на конверсию мод. В качестве приемно-передающего оборудования предлагается использовать опробованные ранее на Т-10 СВЧ-генераторы на основе ГУН с активными умножителями частоты. Выполненная оценка характерных частот биений при работе рефлектометра в режиме FMCW показывает, что частоты не будут превышать 200 МГц. Это позволяет использовать оборудование, разработанное для рефлектометров установки ИТЭР с промежуточной частотой 1 ГГц и АЦП, использовавшиеся для рефлектометров Т-10. Работа выполнена в рамках федерального проекта "Разработка технологий управляемого термоядерного синтеза и инновационных плазменных технологий" (приказ НИЦ "Курчатовский институт" от 31 декабря 2020 года № 2996).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Арцимович Л.А., Сагдеев Р.З.* Физика плазмы для физиков. М.: Атомиздат, 2079.
- Zweben S.J., Taylor R.J. // Nucl. Fusion. 2018. V. 22. № 2. P. 203.
- 3. *Paul S.F., Fonk R.J.* // Rev. Sci. Instr. 2009. V. 61. № 11. P. 3496.
- Melnikov A.V., Krupnik L.I., Eliseev L.G., Barcala J.M., Bravo A., Chmyga A.A., Deshko G.N., Drabinskij M.A., Hidalgo C., Khabanov P.O. // Nucl. Fusion. 2017. V. 57. 072104.
- 5. *Costley A.E., Cripwell P., Pretince R., Sips A.C.C.* // Rev. Sci. Instrum. 1990. V. 61. № 10. P. 2924.
- Silva A., Manso M.E., Cupido L., Albrecht M., Serra F., Varela P., Santos J., Vergamota S., Eusébio F., Fernandes J., Grossmann T., Kallenbach A., Kurzan B., Loureiro C., Meneses L., Nunes I., Silva F., Suttrop W., and the ASDEX Upgrade Team // Rev. Sci. Instrum. 1996. V. 67. № 12. P. 4138
- 7. Zeng L., Wang G., Doyle E.J., Rhodes T.L., Peebles W.A., Peng Q. // Nucl. Fusion. 2006. V. 46. S677–S684
- 8. *Meneses L., Cupido L., Sirinelli A., Manso M.E.* and JET EFDA contributors //Rev. Sci. Instrum. 2008. V. 79. № 10. 10F108.
- 9. *Clairet F, Bottereau, C. Chareau J.M., Sabot R.* // Rev. Sci. Instrum. 2003.V. 7. № 3. P. 1481.
- Shelukhin D.A., Vershkov V.A., Subbotin G.F., Sarychev D.V., Petrov A.A., Petrov V.G., Sokolov M.M., Igonkina G.B. // Rev. Sci. Instrum. 2018. V. 8. 094708 https://doi.org/10.1063/1.5039151
- Simonet F. // Review of Scientific Instruments. 1985.
   V. 56. P. 664 .
- Petrov A.A., Petrov V.G. // Rev. Sci. Instrum. 2003. V. 74. P. 1465.
- Heald M.A., Wharton C.B. Plasma diagnostics with microwaves. John Wiley & Sons Inc, New York-London-Sydney, 1998
- 14. Mazzucato E. // Phys. Fluids. 1992. B. P. 3460.
- Appleton E.V.J. // Inst. Electr. Engrs (London). 1932. V. 71. 642
- 16. Azizov E.A., Belyakov V.A., Filatov O.G., Velikhov E.P. and T-15MD Team // 24rd IAEA Fusion Energy Conf.

(FEC 2010). Daejon, Korea Rep., 11-16 October 2010, **FTP/P6-01** 

- 17. Леонов В.М. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2016. Т. 39. Вып. 3. С. 73.
- 18. Kislov D.A. // Nucl. Fusion. 2007. V. 47. S590
- 19. Nikolaeva V., Guimarais L., Manz P., Carralero D., Manso M.E., Stroth U., Silva C., Conway G.D., Seliunin E., Vicente J., Brida D., Aguiam D., Santos J., Silva A. and ASDEX Upgrade team and MST team// Plasma Physics and Controlled Fusion. 2018. V. 60. № 5.

https://doi.org/10.1088/1361-6587/aab4c5

- 20. ГОСТ 22000-75\* Трубы волноводные медные и латунные прямоугольные. Технические условия
- 21. Климов К., Годин А., Перфильев В.М. LAMBERT Academic Publ., 2012
- 22. Mett R.R., Sidabras J.W., Anderson J.R., Hyde J.S. // Review of Scientific Instruments. 2011. V. 82. 074704. https://doi.org/10.1063/1.3607432

- 23. Katsenelenbaum B.Z., Mercader Del Rio L., Pereyaslavets M., Sorolla Ayza M., Thumm M. Electromagnetic Waves Series, 1998
- 24. Doane J.L. // Microwave Theory and Techniques. 1984. V. 32. № 10. P. 1362.
- 25. Novokshenov A., Nemov A., Shelukhin D., Lukyanov V., Gorbunov A., Vershkov V. // Fusion Engineering and Design. 2021. V. 168. 112506. https://doi.org/10.1016/j.fusengdes.2122.112506
- 26. Belousov V.I., Vershkov V.A., Denisov G.G., Khozin M.A., Shelukhin D.A. // Technical Physics Letters. 2017. V. 43. № 11. P. 1037.
- 27. Tokuzawa T., Ejiri A., and K // Review of Scientific Instruments. 2010. V. 81. 10D906 https://doi.org/10.1063/1.3478747
- 28. Soldatov S., Krämer-Flecken A., Zorenko O. // Review of Scientific Instruments. 2011. V. 82. 033513. https://doi.org/10.1063/1.3567779
- 29. Sabot R., Bottereau C., Chareau J.-M., Clairet F., Paume M. // Rev. Sci. Instrum. 2004. V. 75. № 8. P. 2756.

\_\_\_\_\_ СТЕЛЛАРАТОРЫ \_\_\_\_\_

УДК 533.9,533.93

# ИЗМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ПЛОТНОСТИ ПЛАЗМЫ ПРИ ТРАНСПОРТНОМ ПЕРЕХОДЕ В СТЕЛЛАРАТОРЕ Л-2М

© 2022 г. Г. М. Батанов<sup>*a*</sup>, В. Д. Борзосеков<sup>*a*, *b*, \*, А. К. Горшенин<sup>*c*</sup>, К. А. Сарксян<sup>*a*</sup>, В. Д. Степахин<sup>*a*</sup>, Н. К. Харчев<sup>*a*</sup></sup>

<sup>а</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия <sup>b</sup> Российский университет дружбы народов, Москва, Россия <sup>c</sup> Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН, Москва, Россия \*e-mail: borzosekov@fpl.gpi.ru Поступила в редакцию 15.03.2022 г. После доработки 20.04.2022 г. Принята к публикации 05.05.2022 г.

Увеличение энергетического времени жизни плазмы не менее чем 30% при транспортном переходе на стеллараторе Л-2М при удельной мощности электронно-циклотронного (ЭЦ) нагрева 3.2 MBr м<sup>-3</sup> (плотность плазмы  $2 \times 10^{19}$  м<sup>-3</sup>, температура электронов 0.6 кэВ) сопровождается падением уровня коротковолновых турбулентных флуктуаций плотности в 2 раза. Турбулентное состояние флуктуаций плотности в 2 раза. Турбулентное состояние флуктуаций плотности в 2 раза. Турбулентное состояние флуктуаций плотности в таком разряде до наступления квазистационарной стадии удержания характеризуется большим отклонением коэффициента эксцесса приращений флуктуаций от нуля, чем в разряде без транспортного перехода. Это указывает на более сильное отклонение функции распределения вероятности приращения флуктуаций плотности от нормального закона в разряде с транспортным переходом. В разряде с транспортным переходом на основе анализа приращений коротковолновых флуктуаций с помощью специального метода выделения компонент связности в стохастических процессах установлено качественное отличие поведения структурных компонент, формирующих плазменную турбулентность, от разряда без перехода. Кроме того, для разрядов с транспортным переходом продемонстрировано изменение формы аппроксимирующей конечной смеси нормальных распределений и параметров составляющих ее плотностей.

*Ключевые слова:* стелларатор, электронно-циклотронный резонансный нагрев, гиротрон, высокотемпературная плазма, флуктуации плотности, рассеяние, статистический анализ, метод скользящего разделения смесей, ЕМ-алгоритм

**DOI:** 10.31857/S0367292122100092

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема аномального переноса из-за развития микротурбулентности в высокотемпературной плазме является одной из ключевых проблем физики плазмы в тороидальных магнитных ловушках. Изучение зависимости параметров турбулентности от режима удержания плазмы проводится на большинстве установок. В результате исследований показано, что уровень флуктуаций широкополосной плазменной турбулентности зависит от режима удержания плазмы. За последние годы исследования по этому направлению стали проводиться с использованием математических методов обработки данных, основанных на определении статистических характеристик флуктуаций широкополосной плазменной турбулентности. Получен ряд важных результатов при изучении статистических характеристик турбулентных флуктуаций в пристеночной плазме в режиме стационарной турбулентности (см. обзор [1]).

Процессы аномального переноса по имеющимся на сегодняшний день представлениям должны быть связаны со структурой плазменных флуктуаций и их статистическими характеристиками [1, 2]. Поэтому структурные элементы турбулентных флуктуаций и их взаимосвязь с процессами переноса естественно изучать в переходных процессах, в процессах эволюции флуктуаций, сопоставлять изменение характеристик флуктуаций с изменением различных характеристик процессов переноса таких, например, как энергетическое время жизни плазмы. В этом плане транспортные переходы в тороидальных ловушках представляют весьма удобный объект для изучения. Так, данные о флуктуациях плотности при изменении режимов удержания плазмы получали в [3–8], а при резком изменении вида или мощности дополнительного нагрева, например, в [9, 10]. Развиваются и методы статистической обработки экспериментальных данных. Получить новые статистические характеристики параметров плазмы позволяют разработанные за последние десятилетия методы статистического анализа нестационарных турбулентных процессов [11–14].

Транспортный переход с увеличением энергии плазменного шнура до 15% наблюдается на стеллараторе Л-2М в процессе нецентрального электронно-циклотронного (ЭЦ) нагрева при удельной мощности нагрева 3.2 МВт м<sup>-3</sup> и средней плотности плазмы 1.8-2.0 × 10<sup>13</sup> см<sup>-3</sup> [15]. Этот переход возникает далеко не в каждом разряде стелларатора с таким режимом ЭШ-нагрева с задержкой 4-6 мс относительно начала ЭЦ-нагрева и сопровождается почти одновременным резким понижением уровня коротковолновых флуктуаций плотности плазмы. Какие процессы в плазме вызывают такой переход до сих пор не установлено. Изменение статистических характеристик турбулентных флуктуаций плотности плазмы наблюдалось в стеллараторе Л-2М в процессе включения дополнительного импульса ЭЦ-нагрева [14] и в режимах ЭЦ-нагрева серией импульсов микроволнового излучения [16-18]. В первом случае было установлено, что дополнительный импульс нагрева инициирует распыление покрытия стенки вакуумной камеры стелларатора, и возникающий поток плазмы вызывает искажение функции распределения вероятности приращений турбулентных флуктуаций плотности. Это искажение выражается в превышении уровня плотности прирашений флуктуаций над нормальным (гауссовским) распределением в области больших амплитуд приращений. Отличие распределений флуктуаций потока тепла в ряде работ (см. обзор [2] и ссылки там) связывают с редкими событиями большой амплитуды (т.н. "тяжелый хвост"), которые могут давать существенное увеличение переноса тепла за счет турбулентности. Поскольку в нашей работе анализируются флуктуации плотности, то отличие их распределений от нормального закона связывается с образованием когерентных структур в плазме [19].

Непосредственный анализ экспериментальных данных затрудняется классической для временных рядов проблемой — наличием трендов в данных. Кроме того, теоретическое обоснование используемых в данной статье математических моделей на основе смешанных распределений [11] ориентировано на конечномерные распределения приращений случайных процессов. По этим причинам, а также следуя успешно проведенному ранее анализу экспериментальных данных [14], в качестве объекта статистических исследований в данной статье рассматриваются именно приращения наблюдаемых значений.

Отклонение плотностей от нормального распределения в наших экспериментах оперативно регистрируется по превышению величины коэффициента эксцесса (то есть четвертого момента, из которого принято вычитать значение 3, характеризующего остроту пика распределения) приращений флуктуаций, нулевого уровня [14]. В указанной статье при анализе использовалась величина, полученная для функции распределения аппроксимирующей смеси конечных нормальных законов (см. формулу (1) ниже) по оцененным параметрам этого распределения, однако хорошо зарекомендовал себя и более простой подход на основе классического выборочного аналога данной величины.

Эволюция коэффициента эксцесса была установлена и в режиме импульсного ЭЦ-нагрева плазмы серией импульсов микроволнового излучения [18]. В этом случае каждой группе всплесков энергии турбулентных флуктуаций плотности предшествовал всплеск коэффициента эксцесса приращений флуктуаций до величины 4—6. В настоящей работе рассмотрим временной ход коэффициента эксцесса приращений коротковолновых флуктуаций плотности в разряде с транспортным переходом при ЭЦ-нагреве плазмы в стеллараторе Л-2М и сравним его с коэффициентом эксцесса для разряда без транспортного перехода. Этому посвящен раздел 2 данной статьи.

Важную роль играет и изменение структуры распределения в процессе эксперимента. С помощью специального метода выделения компонент связности в стохастических процессах в разд. 3 будет продемонстрировано, что транспортный переход оказывает существенное влияние на число, структуру и оценки параметров распределений формирующих плазменную турбулентность процессов. Этот подход к изучению процессов в физике плазмы является новым и позволяет преодолевать известную проблему сложности определения числа компонент в конечных смешанных моделях [14] и избегать влияние данного параметра на результаты анализа. Раздел 4 содержит краткое обсуждение полученных результатов.

### 2. УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И АНАЛИЗ ВЫБОРОЧНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ЭКСЦЕССА

В представляемых экспериментах создание и нецентральный ЭЦ-нагрев бестоковой водородной плазмы в стеллараторе Л-2М [20] осуществлялся с помощью двух гиротронов [21] на второй

гармонике гирочастоты электронов в двух сечениях тороидальной вакуумной камеры. Сечения смещены в тороидальном направлении относительно друг друга на 1/2 периода винтового поля (≈45 см). Мощность каждого гиротрона составляла ≈400 кВт. Область гирорезонанса была смещена на ≈4 см от оси камеры к внутренней стенке (R = 96 см) при среднем радиусе плазмы a == 11.5 см. Для уменьшения распыления покрытия [22] стенок камеры был использован секторный лимитер, край которого касался граничной магнитной поверхности. Как видно из рис. 1, средняя плотность плазмы, измеряемая интерферометром (с длиной волны СВЧ-излучения 2 мм), по вертикальной хорде плазменного шнура, оставалась практически постоянной в течение всего разряда и составляла  $1.8-2.0 \times 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. Стоит отметить, что несмотря на постоянство величины средней плотности плазмы профиль плотности может изменяться. При высокой удельной мощности ЭЦ-нагрева и отсутствии других видов нагрева плазмы может проявляться эффект "перекачки" плотности (density pump-out) из центра на край плазменного шнура [23–26]. Изменение профиля плотности во времени от начала импульса ЭЦ-нагрева обсуждается в [16]. Оно проявляется в формировании и постепенном углублении провала плотности в центре плазменного шнура до некоторой величины. Временной ход температуры электронов в центральной области плазменного шнура, приводимый на рис. 1 и рис. 2, регистрировался одним из каналов многоканальной диагностики электронно-циклотронного излучения (ЭЦИ) [27, 28]. Относительная калибровка каналов диагностики ЭЦИ осуществлялась в омическом режиме создания и нагрева плазмы в стеллараторе Л2-М при изменении величины магнитного поля на оси плазменного шнура. Для получения значения температуры в эВ показания канала ЭЦИ, принимающего излучение из центра плазмы, нормируются к значению температуры, определяемому с помощью спектрометра мягкого рентгеновского излучения [29, 30], коллимированного по центральной хорде в фиксированный временной интервал. Отрицательный потенциал лимитера относительно стенок вакуумной камеры составил (-40)-(-20) В.

Транспортный переход регистрируется по широкому всплеску на сигнале катушек, измеряющих диамагнетизм плазменного шнура [31, 32] через 4.5–6.5 мс после начала ЭЦ-нагрева (54.5–56.5 мс на рис. 1). Тогда как на рис. 2 представлены временные эволюции тех же сигналов для разряда в стеллараторе Л-2М с таким же режимом ЭЦ-нагрева, но в отсутствии транспортного перехода.

Измерения коротковолновых турбулентных флуктуаций плотности вдоль центральной хорды выполнялись методом коллективного (обратно-

го) рассеяния излучения гиротронов [33, 34], осуществлявших ЭЦ-нагрев плазмы. Флуктуации плотности регистрировались с помощью гомодинной методики по биениям результатов смешения отраженного и опорного излучения. Волновое число регистрируемых флуктуаций плотности  $k \approx 30$  см<sup>-1</sup>, волновой вектор ориентирован радиально. Сигналы коллективного рассеяния регистрировались в обоих сечениях стелларатора, где вводилось микроволновое излучение гиротронов. Интенсивность флуктуаций плотности, усредненная по временному окну 0.1 мс (частота оцифровки сигнала 5 МГц), временной ход приращений флуктуаций плотности и выборочные коэффициенты эксцесса приращений флуктуаций для обоих сечений приведены на рис. 3 и рис. 4. Необходимо отметить, что в отдельных сигналах рассеяния присутствует отсечка из-за превышения диапазона (как вниз, так и вверх) регистрации АЦП (но насыщения детекторов при этом не происходит). Во временных интервалах, когда слишком много точек из выборки находятся на уровне отсечки, это должно сказаться на приращениях флуктуаций и коэффициенте эксцесса. В других случаях влияние на результаты анализа минимально, поскольку число точек на уровне отсечки существенно меньше общего числа точек в любой выборке.

На стеллараторе Л-2М функционируют и другие диагностики, измеряющие флуктуации плотности плазмы: малоугловое СВЧ-рассеяние [35], рассеяние на углы близкие к  $\pi/2$  в верхнюю и нижнюю полуплоскость тора [18], доплеровская рефлектометрия [36], зондовые измерения. Однако, в настоящей статье будут анализироваться только результаты хордовых измерений коротковолновых флуктуаций плотности, полученные методом обратного рассеяния, а результаты вышеуказанных диагностик будут проанализированы в последующих работах.

Из сопоставления данных рис. 1 и рис. 3 для разряда с транспортным переходом видна практически одновременность резкого падения интенсивности коротковолновых флуктуаций плотности плазмы в первом (S1) сечении ЭЦ-нагрева и возникновения транспортного перехода, связываемого с началом роста диамагнитного сигнала на 55-й мс. Интенсивность коротковолновых флуктуаций во втором сечении ЭЦ-нагрева (S2) не проявляет такого "синхронизма" с транспортным переходом. Однако с выходом удержания на квазистационарную стадию (мошность потерь энергии сравнивается с мощностью нагрева и не изменяется), начиная с 57.5 мс, интенсивность флуктуаций во втором сечении ЭЦ-нагрева в среднем оказывается ниже, чем на предшествующей стадии с динамическим изменением состояния плазмы. Коэффициент эксцесса приращений флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-на-



**Рис. 1.** Временной ход макропараметров плазмы для разряда 19287 с транспортным переходом. Сверху вниз: 1 – напряжение лимитера  $U_{lim}$ ; 2 – энергосодержание плазмы W (левая ось, черная кривая) и диамагнитный сигнал dW/dt (правая ось, красная кривая); 3 – мощность ЭЦ-нагрева  $P_{ecr1}$  и  $P_{ecr2}$  в двух соседних полоидальных сечениях; 4 – средняя электронная плотность плазмы  $n_e$  по центральной хорде; 5 – температура электронов  $T_{e\,74}$  в центре плазменного шнура (левая ось, черная кривая) и интенсивность линии иона бора ВІІ (правая ось, красная кривая); 6 – величина магнитного поля  $B_0$  на оси установки (левая ось, черная кривая) и мощность  $P_{rad}$  радиационных потерь (правая ось, красная кривая).

грева значительно отличается от 0 с существованием отдельных крупных вспышек вплоть до 56-й мс, когда он начинает быть стабильно не выше 0.5 (кроме одной вспышки на 59-й мс). Временной ход коэффициента эксцесса приращений флуктуаций плотности во втором сечении ЭЦ похож на временной ход для первого сечения тем, что наибольшие отклонения коэффициента эксцесса от 0 происходят на нестационарной стадии разряда до 56-й мс, хотя по величине это отклонение не столь велико (не более 1).

Использование для ЭЦ-нагрева двух гиротронов, излучение которых вводится в камеру стелларатора в двух соседних сечениях тора (базовые



**Рис. 2.** Временной ход макропараметров плазмы для разряда 19299 без транспортного перехода. Сверху вниз сигналы те же, что и на рис. 1.

сечения стелларатора Л-2М), позволяет наблюдать неоднородные турбулентные флуктуации плотности плазмы вдоль тора со смещением на 1/2 периода винтового поля. Таким образом, область гирорезонанса, оставаясь на одной магнитной поверхности, оказывается на разных силовых линиях магнитного поля (напомним, что в этом случае ЭЦ-нагрев нецентральный и смещен к внутренней стороне тора на 4 см). Области плазмы, из которых принимается рассеянное на флуктуациях плотности излучение, также нельзя считать содержащими одни и те же силовые линии (за исключением узкой области вблизи оси плазменного шнура). Поэтому неудивительно, что расчет когерентности между коротковолновыми флуктуациями плотности плазмы в двух сечениях ЭЦ-нагрева (рис. 5) при усреднении по интервалу 500 мкс даёт отсутствие регулярной связи для данных точек наблюдения, ведь характерные значения корреляционной длины флуктуаций в современных установках составляют единицы миллиметров. При этом существуют

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022



**Рис. 3.** Временной ход интенсивности коротковолновых флуктуаций плотности (верхний график), приращений сигнала (средний график), коэффициента эксцесса приращений флуктуаций (нижний график) для разряда 19287 с транспортным переходом для двух сечений плазменного шнура (S1, S2) при ЭЦ-нагреве.



**Рис. 4.** Временной ход интенсивности коротковолновых флуктуаций плотности (верхний график), приращений сигнала (средний график), коэффициента эксцесса приращений флуктуаций (нижний график) для разряда 19299 без транспортного перехода для двух сечений (S1, S2) плазменного шнура при ЭЦ-нагреве.

отдельные выбросы высокой когерентности вспышечного характера.

Представляет интерес обсудить изменение энергетического времени жизни плазмы после

транспортного перехода для разряда, представленного на рис. 1. Поскольку средняя плотность плазмы в течение всего разряда остается почти неизменной, а мощность ЭЦ-нагрева падает в те-



**Рис. 5.** Когерентность коротковолновых флуктуаций плотности в двух соседних сечениях (S1, S2) плазменного шнура при ЭЦ-нагреве.

чение разряда на ~20%, то оказывается, что энергетическое время, определенное как отношение энергии плазмы к мощности ЭЦ-нагрева, после транспортного перехода возрастает к концу разряда не менее чем в 1.3 раза. Уменьшение же интенсивности коротковолновых флуктуаций более сильное (не менее чем в 2 раза) в обоих сечениях тороидальной плазмы, в которых вводится излучение гиротрона для ЭЦ-нагрева. Было бы необычно, наблюдать одинаковое относительное изменение энергетического времени жизни и интенсивности турбулентных флуктуаций плотности тем более, что мы анализируем только коротковолновые флуктуации плотности, а не весь k-спектр.

Переход в другой режим удержания обычно сопровождается изменением профилей плотности, температуры, радиального электрического поля. По этим профилям можно оценить инкременты неустойчивых дрейфовых мод (электронной температурно-градиентной, ионной температурно-градиентной, на запертых электронах) и сделать вывод об усилении или ослаблении турбулентности при переходе из одного режима в другой. В представляемом нами разряде с транспортным переходом полные профили плотности и температуры плазмы не были получены. Мы можем хотя бы оттолкнуться от знания стандартных профилей плотности и температуры (например. в [16]) и их поведения в течение ЭЦ-нагрева плазмы на Л-2М. Для характерных профилей плазмы при ЭЦ-нагреве в стеллараторе Л-2М в работах [37, 38] были рассчитаны инкременты электронной и ионной температурно-градиентных мод. Оказалось, что обе моды неустойчивы на краю плазменного шнура, а их инкременты не сильно зависят от величины провала плотности в

центре плазмы (при неизменном профиле температуры). А именно формирование и увеличение этого провала при ЭЦ-нагреве наблюдается в эксперименте в течение 4-6 мс от начала разряда при почти неизменном профиле температуры. Но в любом случае в течение этих 4-6 мс плазма не стационарна, тогда как большинство исследований турбулентности проводится для установившегося стационарного состояния. Однако, вышеуказанные рассуждения о профилях плотности касаются только "обычных" разрядов без транспортного перехода. Пример такого разряда с представлением временного хода измеряемых параметров плазмы приведен на рис. 2. Этот разряд был осуществлен в той же экспериментальной кампании, в тот же день и в том же режиме ЭЦ-нагрева, что и разряд с транспортным переходом, представленном на рис. 1. Поэтому уместно выполнить сравнение характеристик турбулентности в разряде с переходом (рис. 3) и без перехода (рис. 4).

В разряде без транспортного перехода интенсивность коротковолновых флуктуаций плотности плазмы в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1) после начальной стадии быстрого роста и установления средней плотности к 51.5-й мс сильно не изменяется в течение дальнейшего временного хода разряда (рис. 4). Временной ход интенсивности флуктуаций во втором сечении ЭЦ-нагрева (S2) отличается несколько большим значением в интервале 52-54 мс (на нестационарной стадии разряда), чем на последующей стадии разряда. Коэффициент эксцесса приращений коротковолновых флуктуаций плотности в обоих сечениях имеет только одну вспышку в интервале 52-53 мс, значение которой на уровне 1. Всплеск коэффициента эксцесса приращений флуктуаций во втором сечении (рис. 4) S2 в интервале 53–54 мс является недостоверным, поскольку вблизи момента 53.7 мс наблюдается продолжительная отсечка сигнала.

В разряде без транспортного перехода (рис. 2) есть падение средней плотности плазмы, начинающееся на 53-й мс и заканчивающееся на 56-й мс в момент перехода к стационарной стадии удержания плазмы. Такое падение средней плотности при центральном ЭЦ-нагреве обычно указывает на "перекачку" плотности из центра на край (density pump-out). В разряде с транспортным переходом подобного падения средней плотности плазмы не прослеживается, что указывает на отсутствие "перекачки" плотности или наличие встречного потока плотности в центр плазменного шнура, нивелирующего поток из центра на край. Хотя временной ход радиационных потерь плазмы (рис. 1 и рис. 2) для обоих разрядов одинаковый (радиационные потери нарастают к концу разряда), но в разряде с транспортным переходом величина радиационных потерь к концу разряда в 2.5 раза выше, чем в разряде без транспортного перехода. При этом временной ход и величины интенсивности линии иона бора BII близки для обоих разрядов. Резкий всплеск интенсивности линии иона бора мог бы означать распыление борсодержащего покрытия стенки вакуумной камеры с последующим притоком примеси бора в плазму (стенки вакуумной камеры стеллартора Л-2М перед экспериментом повергаются предварительной боронизации [22]). Такое распыление покрытия стенки и сопровождающая это реакция турбулентности наблюдалась в [14]. Однако, после завершения начального роста плотности плазмы резкого всплеска интенсивности линии BII не происходит ни в одном из приведенных в настоящей статье разряде.

#### 3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Процесс накопления данных зачастую протекает в условиях неопределенности, обусловленной неоднородностью или нестационарностью изучаемых закономерностей. Это ведет к необходимости изучения вероятностно-статистических характеристик данных с использованием смешанных вероятностных моделей наблюдаемых процессов [11].

Ключевым вопросом построения подобных математических моделей является аналитическое обоснование вида смешивающего распределения в них (чаще всего — на основе предельных теорем теории вероятностей), а также развитие методов оценивания его параметров, являющихся случайными величинами.

Указанные принципы используются в качестве основы для так называемого метода скользящего разделения смесей (СРС) [11], который успешно применялся как для различных информационных систем (см., например, [39]), так и для анализа процессов в турбулентной плазме [40]. Его суть заключается в разбиении исходного ряда наблюдений (выборки) на окна – подвыборки меньшего размера, возможно, пересекающиеся. В рамках каждого окна процесс может рассматриваться практически стационарным, что позволяет корректно использовать статистические методы анализа. На каждом окне к данным или их приращениям подгоняется конечная сдвиг-масштабная смесь нормальных законов вила

$$\sum_{j=1}^{k} p_j \Phi\left(\frac{x-a_j}{\sigma_j}\right),\tag{1}$$

где  $p_j$  — веса соответствующего слагаемого-компоненты (неотрицательные и в сумме дающие единицу),  $a_j$  — коэффициенты сноса (математические ожидания),  $\sigma_j$  — коэффициент диффузии (среднеквадратические отклонения) *j*-й компонента смеси, то есть *j*-го слагаемого, а k — число таких слагаемых. Оценки этих параметров, которые обычно неизвестны (в том числе, и величина k), могут быть найдены с использованием различных вычислительных процедур, в частности, эффективных реализаций ЕМ-алгоритма [41].

Ранее получаемые с помощью СРС-алгоритма моменты смешанных распределений, эволюционирующие во времени, были успешно использованы для статистического анализа свойств микротурбулентности в переходном процессе при электронном циклотронном резонансном нагреве плазмы в стеллараторе Л-2М [14]. В данной работе предлагается дальнейшее развитие этого подхода на основе нового метода определения связности СРС-компонент [42].

Его суть заключается в следующем. На первом проходе скользящего окна СРС-алгоритма строится матрица связности параметров ( $a_j$ ,  $\sigma_j$ ) между соседними шагами. Учитываются возможные ситуации увеличения и уменьшения числа компонент в смеси (1), так как между соседними шагами возможно изменение параметра k. Кроме того, на основании метрической близости в пространстве  $l_p$  [43] (например, p = 1 или 2) по формуле вида

$$\sqrt[p]{\left|a_{j}^{(n)}-a_{j}^{(n+1)}\right|^{p}+\left|\sigma_{j}^{(n)}-\sigma_{j}^{(n+1)}\right|^{p}}$$
(2)

оценивается, является ли параметрическая пара  $(a_j, \sigma_j)$  на n + 1-шаге продолжением пары  $(a_i, \sigma_i)$  на n-м шаге, и изменение величины параметров может быть объяснено, в частности, особенностями используемых вычислительных процедур.



**Рис. 6.** Разложение распределения приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 3) на конечные смеси гауссовых распределений для четырех моментов времени для разряда 19287 с транспортным переходом. Эмпирическое распределение данных представлено гистограммой.

Возможна ситуация, когда при сохранении неизменным общего числа компонент k оценки параметров  $(a_j, \sigma_j)$  изменяются настолько существенно, что необходимо формировать или выделять новую компоненту в процессе обработки, а не связывать ее с какими-либо значениями на предыдущем шаге.

Затем в двухмерном пространстве (a,  $\sigma$ ) используется метод кластеризации, например, k-ближайших соседей, с полученным в рамках описанной процедуры числом локальных компонент-кластеров. Отметим, что параметры весов *p<sub>i</sub>* не учитываются, так как вклад компоненты в смесь может изменяться, а математическое ожидание и дисперсия варьируются не слишком сильно, - и тогда считается, что это та же самая компонента. Данная процедура приводит к выделению структурных компонент в стохастическом процессе. При этом важно отметить, что число выделенных в процессе анализа структурных СРС-компонент и число слагаемых в сумме (1) при аппроксимации на каждом шаге в общем случае не совпадают.

Такой подход позволяет уменьшить зависимость от неизвестного параметра k (см. (1)). Действительно, предыдущие исследования в данной области были ориентированы на соотнесение

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

компонент аппроксимирующей смеси с физическими процессами или их комбинациями в эксперименте. Выбор небольшого числа компонент (2-3) зачастую приводит к качественной статистической аппроксимации в данных, но может описывать лишь общий характер процессов. Использование большего числа компонент (5-6) лучше соответствует физической сути изучаемых явлений, однако с точки зрения вычислительных процедур приводит к искусственному разделению компонент смеси на дополнительные составляющие, при этом значительно возрастает и время, необходимое алгоритму для достижения заданной точности. В рамках предлагаемого подхода можно использовать для каждого окна (фактически однородной выборки) достаточно адекватную и не слишком вычислительно сложную модель, а структура процессов, включая их появление и исчезновение, определяется на основе апостериорного анализа взаимосвязей в наборах параметров для каждого из положений скользяшего окна.

Результат применения СРС-метода статистического анализа сигнала диагностики обратного рассеяния приведен на рис. 6–9. На рис. 6 и 7 представлен вид плотности смешанного распределения (1) для четырех моментов времени – 54,



**Рис.** 7. Разложение распределения приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 4) на конечные смеси гауссовых распределений для четырех моментов времени для разряда 19299 без транспортного перехода. Эмпирическое распределение данных представлено гистограммой.

55, 56 и 57 мс разряда – для приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 3) для разряда 19287, в том числе и после транспортного перехода (около 55 мс), и в первом сечении ЭЦ-нагрева (S1 на рис. 4) для разряда 19299 без транспортного перехода. В обоих случаях аппроксимирующая данные, изображенные в виде гистограмм, при этом плотность имеет распределение, существенно отличающееся от нормального (гауссовского), и представляет собой взвешенную сумму двух или трех (в зависимости от временной отсечки и рассматриваемого разряда) нормальных плотностей с различным вкладом (весом) в итоговое распределение.

Можно отметить небольшой пик в области "левого хвоста" на левом верхнем графике рис. 6 или бимодальный характер данных на том же рисунке на левом нижнем графике. Все эти случаи успешно учитываются с помощью моделей типа конечных нормальных смесей (1). Приведенные на графиках плотности также наглядно демонстрируют важность анализа коэффициентов асимметрии и эксцесса, поскольку реально наблюдаемые распределения имеют существенные скосы и характеризуются значительной островершинностью. Несмотря на различия в форме аппроксимирующей плотности и в структуре составляющих ее компонент, очевидно, что по данным графикам определение момента транспортного перехода не представляется возможным. Поэтому воспользуемся описанным в начале раздела методом. Результаты выделения СРС-компонент представлены на рис. 8 и 9 для разрядов 19287 и 19299, соответственно.

По горизонтальной оси на этих рисунках отложены моменты времени от начала разряда, в которых демонстрируются значения математических ожиданий компонент  $a_j$  из (1) для каждого положения скользящего окна. Для отображения веса ( $p_j$  из (1)) в соответствующий момент времени на двухмерном графике использована цветовая шкала (приведена справа от графиков), изменяющаяся от глубокого синего до красного цвета. Таким образом, на плоскости изображается одновременно тройка значений ( $a_j$ ,  $p_j$ , t), где параметр t однозначно соотносится с положением скользящего окна.

По результатам проведенного анализа в процессе эксперимента в обоих случаях были выявлены пять основных структурных компонент, причем соответствующие им математические ожидания (см. (1)) представлены на графиках



**Рис. 8.** Временная эволюция динамической компоненты элементов конечной смеси гауссовых распределений для приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева плазмы (S1 на рис. 3) для разряда 19287 с транспортным переходом.



**Рис. 9.** Временная эволюция динамической компоненты элементов конечной смеси гауссовых распределений для приращений коротковолновых флуктуаций плотности в первом сечении ЭЦ-нагрева плазмы (S1 на рис. 4) для разряда 19299 без транспортного перехода.

слева, а справа приведены величины стандартных отклонений. Основной вклад в формирование плотности исходного сигнала до транспортного перехода в разряде 19287 вносит третья структурная компонента связности с наибольшим весом (красная кривая на третьем сверху графике рис. 8). Компоненты 1-2 и 4-5 также присутствуют, но их весовой вклад находится в синей зоне и

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

не превышает величины 0.2, за исключением небольшой области в районе 52-й мс разряда, когда первая компонента также обладает весом около 0.9, а третья компонента почти отсутствует. Отметим, что приведенная нумерация компонент условна и соответствует их визуализации. После транспортного перехода ситуация изменяется, и основной становится первая компонента, в то время как третья после 55-й мс разряда практически не наблюдается. Предположительно, ее можно ассоциировать с процессом утечки энергии, вклад которого в общий энергобаланс уменьшается после транспортного перехода.

Для разряда 19299 без транспортного перехода подобные изменения не наблюдаются: во временном интервале с 52 по 58 мс основной вклад приходится на компоненту с номером два (см. рис. 9), которая является практически непрерывной. При этом остальные четыре компоненты также не претерпевают существенных изменений, не исчезают и не появляются в какие-то моменты. Таким образом, сравнение результатов статистического анализа разрядов, полученных в двух существенно различных режимах, позволяет убедиться в перспективности использования предложенного в статье метода.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был проведен статистический анализ коротковолновых флуктуаций плотности плазмы в разряде с транспортным переходом при нецентральном ЭЦ-нагреве плазмы в стеллараторе Л-2М. ЭЦ-нагрев осуществлялся двумя гиротронами в соседних базовых полоидальных сечениях стелларатора. На нестационарной стадии разряда, до достижения уровня скорости энергетических потерь плазмы равного величине вкладываемой мощности ЭЦ-нагрева, коэффициент эксцесса приращений турбулентных флуктуаций превышает нулевое значение характерное для нормального закона распределения. Превышение происходит в виде крупных вспышек достигающих величины 2 для приращений коротковолновых флуктуаций в первом сечении нагрева плазменного шнура и 1 во втором сечении. На квазистационарной стадии разряда величина коэффициента эксцесса приращений не превышает 0.5. Отличие между коротковолновыми флуктуациями плотности плазмы в двух сечениях нагрева также заметно во временном ходе интенсивности флуктуаций: в первом сечении интенсивность резко падает в два раза в момент начала транспортного перехода, а во втором сечении падение происходит постепенно к концу разряда, но также в два раза. Причина отличий поведения в времени интенсивностей флуктуаций и величин коэффициентов эксцесса коротковолновых флуктуаций плазмы в соседних сечениях плазменного шнура при ЭЦ-нагреве пока не ясна. Можно было бы предположить возникновение процессов, связанных с распадными неустойчивостями [44–50], или изменение рефракции греющего СВЧ-излучения [51]. Однако, совершенно неясно, почему эти предполагаемые процессы должны наблюдаться только в одном из двух сечений.

По макропараметрам плазмы разряд с транспортным переходом отличается от разряда в таком же режиме удержания, но без транспортного перехода, в 2.5 раза большей величиной радиационных потерь в конце импульса ЭЦ-нагрева. При этом массивной импульсной инжекции примеси бора (бор входит в состав покрытия стенки вакуумной камеры стелларатора) в обоих разрядах не наблюдается. Несколько отличается ход средней плотности: в разряде с транспортным переходом нет прямых указаний на эффект перекачки плотности из центра шнура на край, в отличие от разряда без перехода, где средняя плотность уменьшается через 1.5 мс после начала ЭЦ-нагрева.

На нестационарной стадии разряда с транспортным переходом амплитуда вспышек коэффициента эксцесса как минимум в два раза выше. На стационарной стадии разряда поведение коэффициента эксцесса для разрядов с транспортным переходом и без перехода одинаково.

Применение метода выделения структурных компонент в стохастических процессах на основе процедуры скользящего разделения смесей для обработки экспериментальных данных показывает возможность детектирования изменения процессов, сопровождающих эволюцию плазмы в течение разряда в условиях ЭЦ-нагрева. Дальнейшие направления исследований связаны с расширением применения данного метода для большего числа экспериментальных режимов и получаемых в них разрядов. Кроме того, значимый интерес представляет возможность сопоставления физических процессов или параметров функционирования плазмы в стеллараторе Л-2М с выделяемыми СРС-методом структурными компонентами.

Благодарности. Статистический анализ ансамблей экспериментальных данных выполнен А.К. Горшениным с использованием инфраструктуры Центра коллективного пользования "Высокопроизводительные вычисления и большие данные" (ЦКП "Информатика") ФИЦ ИУ РАН (г. Москва).

Авторы выражают благодарность научному коллективу стелларатора Л-2М в лице Вафина И.Ю., Мещерякова А.И., Гришиной И.А., Василькова Д.Г., Гребенщикова С.Е., Хольнова Ю.В. за предоставленные данные измерений средней плотности плазмы, электронной температуры, энергосодержания плазменного шнура и напряжения лимитера.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Будаев В.П., Савин С.П., Зелёный Л.М. // УФН. 2011. Т. 181. С. 905.
- Hahm T.S. and Diamond P.H. // Journal of the Korean Physical Society. 2018. V. 73. P. 747. https://doi.org/10.3938/jkps.73.747
- Happel T., Estrada T., Blanco E., Hidalgo C., Conway G.D., Stroth U. and TJ-II Team // Physics of Plasmas. 2011. V. 18. 102302. https://doi.org/10.1063/1.3646315
- 4. van Milligen B.Ph., Carreras B.A., Voldiner I., Losada U., Hidalgo C., and TJ-II Team // Physics of Plasmas. 2021. V. 28. 092302. https://doi.org/10.1063/5.0057791
- Fujisawa A., Iguchi H., Minami T., Yoshimura Y., Sanuki H., Itoh K., Lee S., Tanaka K., Yokoyama M., Kojima M., Itoh S.-I., Okamura S., Akiyama R., Ida K., Isobe M., Morita S., Nishimura S., Osakabe M., Shimizu A., Takahashi C., Toi K., Hamada Y., Matsuoka K., and Fujiwara M. // Phys. Rev. Letts. 1999. V. 82. P. 2669.

https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.2669

- Shelukhin D.A., Vershkov V.A., Razumova K.A. // Plasma Phys. Rep. 2005. V. 31. P. 985. https://doi.org/10.1134/1.2147644
- Lashkul S.I., Shatalin S.V., Altukhov A.B., Vekshina E.O., Dyachenko V.V., Esipov L.A., Kantor M.Yu., Kuprienko D.V., Popov A.Yu., Stepanov A.Yu., Sharpeonok A.P. // Plasma Phys. Rep. 2006. V. 32. P. 353. https://doi.org/10.1134/S1063780X06050011
- Shatalin S.V., Pavlov A.V., Popov A.Yu., Lashkul S.I., Esipov L.A. // Plasma Phys. Rep. 2007. V. 33. P. 169. https://doi.org/10.1134/S1063780X07030014
- Rhodes T.L., Peebles W.A., DeBoo J.C., Prater R., Kinsey J.E., Staebler G.M., Candy J., Austin M.E., Bravenec R.V., Burrell K.H., deGrassie J.S., Doyle E.J., Gohil P., Greenfield C.M., Groebner R.J., Lohr J., Makowski M.A., Nguyen X.V., Petty C.C., Solomon W.M., St John H.E., Van Zeeland M.A., Wang G. and Zeng L. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2007. V. 49. P. B183. https://doi.org/10.1088/0741-3335/49/12B/S17
- Rhodes T.L., Peebles W.A., Van Zeeland M.A., deGrassie J.S., Bravenec R.V., Burrell K.H., DeBoo J.C., Lohr J., Petty C.C., Nguyen X.V., Doyle E.J., Greenfield C.M., Zeng L., and Wang G. // Phys. Plasmas. 2007. V. 14. 056117. https://doi.org/10.1063/1.2714019
- 11. Королев В.Ю. Вероятностно-статистические мето-
- ды декомпозиции волатильности хаотических процессов. М.: Изд-во Московского ун-та, 2011.
- Skvortsova N.N., Akulina D.K., Batanov G.M., Kharchev N.K., Kolik L.V., Kovrizhnykh L.M., Letunov A.A., Logvinenko V.P., Malakhov D.V., Petrov A.E., Pshenichnikov A.A., Sarksyan K.A. and Voronov G.S. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2010. V. 52. 055008. https://doi.org/10.1088/0741-3335/52/5/055008
- Nicolau J.H., García L., Carreras B.A., and van Milligen B.Ph. // Physics of Plasmas. 2018. V. 25. 102304. https://doi.org/10.1063/1.5041495
- 14. Batanov G.M., Borzosekov V.D., Gorshenin A.K., Kharchev N.K., Korolev V.Yu., Sarksyan K.A. // Plasma

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

Phys. Control. Fusion. 2019. V. 61. 075006. https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab1117

- Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Васильков Д.Г., Вафин И.Ю., Гребенщиков С.Е., Кончеков Е.М., Летунов А.А., Мещеряков А.И., Сарксян К.А., Терещенко М.А., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В. // Прикладная физика. 2015. № 6. С. 61.
- Васильков Д.Г., Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Вафин И.Ю., Гребенщиков С.Е., Гришина И.А., Иванов В.А., Летунов А.А., Логвиненко В.П., Мещеряков А.И., Петрова М.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2020. Т. 43. В. 3. С. 79.

https://doi.org/10.21517/0202-3822-2020-43-3-79-89

- Batanov G.M., Borzosekov V.D., Kharchev N.K., Letunov A.A., Malakhov D.V., Sarksyan K.A., Vasilkov D.G. // 46th EPS Conference on Plasma Physics, 8–12 July, 2019, Milan, Italy, proceedings, P2.1095. http://ocs.ciemat.es/EPS2019PAP/pdf/P2.1095.pdf.
- Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Колик Л.В., Кончеков Е.М., Малахов Д.В., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К., Харчевский А.А. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 867. https://doi.org/10.31857/S0367292120100029
- Modern probability and statistics. Stochastic models of structural plasma turbulence V.Yu. Korolev and N.N. Skvortsova VSP, Leiden, Boston, 2006, 400 pages. ISBN 9067644498, 9789067644495
- Akulina D.K., Andryukhina E.D., Berezhetskii M.S., Grebenshchikov S.E., Voronov G.S., Sbitnikova I.S., Fedyanin O.I., Kholnov Yu.V., and Shpigel I.S. // Sov. J. Plasma Phys. 1978. V. 4. P. 596. (Акулина Д.К., Андрюхина Э.Д., Бережецкий М.С., Гребенщиков С.Е., Воронов Г.С., Сбитникова И.С., Федянин О.И., Хольнов Ю.В., Шпигель И.С. // Физика плазмы. 1978. Т. 4. С. 1022.)
- Ваtanov G.M., Belousov V.I., Bondar' Yu.F., Borzosekov V.D., Vasil'kov D.G., Grebenshchikov S.E., Ivannikov I.A., Kolik L.V., Konchekov E.M., Malakhov D.V., Matveev N.V., Meshcheryakov A.I., Petrov A.E., Sarksyan K.A., Skvortsova N.N., Stepakhin V.D., Kharchev N.K., Khol'nov Yu.V., and Tai E.M. // Plasma Physics Reports. 2013. V. 39. P. 1088. DOI: 10.1134/S1063780X1307012X (Батанов Г.М., Белоусов В.И., Бондарь Ю.Ф., Борзосеков В.Д., Васильков Д.Г., Гребенщиков С.Е., Иванников И.А., Колик Л.В., Кончеков Е.М., Малахов Д.В., Матвеев Н.В., Мещеряков А.И., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В., Тай Е.М. // Прикладная физика. 2012. № 6. С. 79.)
- Мещеряков А.И., Акулина Д.К., Батанов Г.М., Бережецкий М.С., Воронов Г.С., Гладков Г.А., Гребенщиков С.Е., Гринчук В.А., Гришина И.А., Колик Л.В., Ларионова Н.Ф., Летунов А.А., Логвиненко В.П., Петров А.Е., Пшеничников А.А., Рябенко Г.А., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Федянин О.И., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В., Шарапов В.М. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 496.
- 23. Itoh K., Itoh S.I., Fukuyama A. // Journal of the Physical Society of Japan. 1989. V. 58. P. 482.
- 24. Stroth U., Geist T., Koponen J.P.T., Hartfuß H.-J., Zeiler P., and ECRH and W7-AS team // Physical Review Let-

ters. 1999. V. 82. P. 928. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.928

Erckmann V., Gasparino U. // Electron cyclotron resonance heating and current drive in toroidal fusion plasmas // Plasma Physics and Controlled Fusion. 1994. V. 36. P. 1869.

https://doi.org/10.1088/0741-3335/36/12/001

- Andreev V.F., Borschegovskij A.A., Chistyakov V.V., Dnestrovskij Yu.N., Gorbunov E.P., Kasyanova N.V., Lysenko S.E., Melnikov A.V., Myalton T.B., Roy I.N., Sergeev D.S., Zenin V.N. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2016. V. 58. 055008. https://doi.org/10.1088/0741-3335/58/5/055008
- 27. Akulina D.K., Gladkov G.A., Nechaev Y.I., Fedyanin O.I. // Plasma Phys. Reps. 1997. V. 23. P. 28.
- 28. Сахаров А.С., Акулина Д.К., Гладков Г.А., Терещенко М.А. // Физика плазмы. 2006. Т. 32. С. 794.
- 29. Вафин И.Ю. Исследование параметров плазмы по излучению в мягкой рентгеновской области при мощном электронном циклотронном нагреве на стеллараторе Л-2М // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Москва, 2013.
- Grebenshchikov S.E., Kornev B.I., Larionova N.F., Novikova A.V. // Plasma Physics and Plasma Electronics, Nova Science Publishers. 1989. P. 45.
- 31. *Андрюхина Э.Д., Федянин О.И. //* Физика плазмы. 1977. Т. 3. С. 792.
- 32. Гребенщиков С.Е., Харчев Н.К., Васильков Д.Г. // Прикладная физика. 2019. № 2. С. 5.
- Батанов Г.М., Борзенков В.Д., Конченков Е.М., Малахов Д.В., Сарксян К.А., Степахин В.Д., Харчев Н.К. // Инженерная физика. 2013. № 10. С. 56.
- Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Коврижных Л.М., Колик Л.В., Кончеков Е.М., Малахов Д.В., Петров А.Е., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Степахин В.Д., Харчев Н.К. // Физика плазмы. 2013. Т. 39. С. 511. (Batanov G.M., Borzosekov V.D., Kovrizhnykh L.M., Kolik L.V., Konchekov E.M., Malakhov D.V., Petrov A.E., Sarksyan K.A., Skvortsova N.N., Stepakhin V.D., and Kharchev N.K. // Plasma Phys. Reports. V. 39. P. 444. DOI: https://doi.org/10.1134/S1063780X13060019)

https://doi.org/10.7868/S0367292113060012

35. Батанов Г.М., Борзосеков В.Д., Колик Л.В., Малахов Д.В., Петров А.Е., Пшеничников А.А., Сарксян К.А., Скворцова Н.Н., Харчев Н.К. // ВАНТ. Сер. Термоядерный синтез. 2011. № 2. С. 70.

- Пшеничников А.А., Колик Л.В., Малых Н.И., Петров А.Е., Терещенко М.А., Харчев Н.К., Хольнов Ю.В. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. С. 604.
- Malakhov D., Skvortsova N., Gorshenin A., Korolev V., Chirkov A., Tedtoev B. // XXXII Int. Seminar on Stability Problems for Stochastic Models, Trondheim, Norway. 16–21 June. 2014. Book of abstracts. P. 68.
- Skvortsova N.N., Chirkov A.Yu., Kharchevsky A.A., Malakhov D.V., Gorshenin A.K., Korolev V.Yu. // Journal of physics conference series. 2016. V. 666. 012007. https://doi.org/10.1088/1742-6596/666/1/012007
- Gorshenin A., Korolev V. // 27<sup>th</sup> European Conference on Modelling and Simulation, May 27–30, 2013, Alesund, Norway. Proceedings. Dudweiler, Germany: Digitaldruck Pirrot GmbHP. P. 569.
- 40. *Batanov G.M., Gorshenin A.K., Korolev V.Yu., Malakhov D.V., Skvortsova N.N.* // Mathematical Models and Computer Simulations. 2012. V. 4. № 1. P. 10.
- 41. *Gorshenin A.K.* // AIP Conference Proceedings. 2015. V. 1648. 250008.
- 42. Горшенин А.К., Королев В.Ю., Щербинина А.А. // Информатика и ее применения. 2020. Т. 14. В. 3. С. 3. (Gorshenin A.K., Korolev V.Yu., Shcherbinina A.A. // Informatika i ее Primeneniya. 2020. V. 14. I. 3. Р. 3)
- 43. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗ-МАТЛИТ, 2004. 572 с.
- 44. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю. //* Письма ЖЭТФ. 2010. Т. 91. С. 724.
- Nielsen S.K., Salewski M., Westerhof E., Bongers W., Korsholm S.B., Leipold F., Oosterbeek J.W., Moseev D., Stejner M., TEXTOR Team // Plasma Phys. Control. Fusion. 2013. V. 55. P. 115003.
- 46. *Гусаков Е.З., Попов А.Ю.* // Письма ЖЭТФ. 2011. Т. 94. С. 301.
- Gusakov E.Z., Popov A.Yu. // Plasma Phys. Control. Fusion. 2020. V. 62. P. 025028. https://doi.org/10.1088/1361-6587/ab5ba8
- 48. Gusakov E.Z., Popov A.Yu. // Phys. Plasmas. 2020. V. 27. P. 082502. https://doi.org/10.1063/5.0011949
- 49. *Gusakov E.Z., Popov A.Yu.* // Plasma Phys. Control. Fusion. 2021. V. 63. 125017. https://doi.org/10.1088/1361-6587/ac301c
- 50. Gusakov E.Z., Popov A.Yu. // Phys. Plasmas. 2016. V. 23. 082503. https://doi.org/10.1063/1.4959849
- 51. Сахаров А.С. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 291.
# \_\_\_\_\_ КОСМИЧЕСКАЯ \_\_\_\_\_ ПЛАЗМА

УДК 533.951

# КИНЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СВИСТОВОЙ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В ПЛАЗМЕ ВДОЛЬ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

© 2022 г. Н. С. Артеха<sup>*a*, *b*, \*, Д. Р. Шкляр<sup>*a*, \*\*</sup></sup>

<sup>а</sup> Институт космических исследований РАН, Москва, Россия <sup>b</sup> Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", Москва, Россия \*e-mail: natalya.arteha@mail.ru \*\*e-mail: david@iki.rssi.ru Поступила в редакцию 12.01.2022 г. После доработки 14.05.2022 г.

Принята к публикации 14.05.2022 г.

Резонансное взаимодействие волн и частиц – одно из важнейших явлений, определяющих спектры волн и линамику энергичных частии космической плазмы. Это взаимолействие наиболее полно исследовано для случая, когда плазму можно с хорошей точностью разделить на две компоненты: холодную компоненту, определяющую дисперсионные свойства волн и не участвующую в резонансном взаимодействии, и энергичную компоненту, плотность которой мала по сравнению с плотностью холодной компоненты, так что она не влияет на дисперсию волн. Напротив, энергичные частины участвуют в резонансном взаимолействии с волной, определяя ее кинетическое бесстолкновительное затухание (или усиление в случае неустойчивой плазмы). Для вычисления декремента или инкремента волны функцию распределения энергичных частиц, как правило, полагают заданной аналитически, а также считают, что декремент или инкремент существенно меньше частоты. В настоящей работе развит подход к исследованию линейного резонансного взаимодействия свистовых волн, распространяющихся вдоль внешнего магнитного поля, с энергичными электронами, который позволяет снять указанные выше ограничения и для волны с заданным волновым вектором найти действительную и мнимую часть частоты при произвольном соотношении между ними. При этом функция распределения электронов, которая не разделяется на холодную и энергичную компоненты, может быть задана численно, например, на основе спутниковых измерений дифференциальных потоков частиц. Развитый подход проиллюстрирован на примерах измерений потоков электронов на спутниках Van Allen Probe-А и MMS.

*Ключевые слова:* дифференциальные потоки электронов, свистовые волны, дисперсионное уравнение в горячей плазме, резонансное взаимодействие волн и частиц, спутниковые измерения потоков частиц и спектров волн

**DOI:** 10.31857/S0367292121100413

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Последовательное изучение резонансного взаимодействия волн и частиц в плазме началось с классической работы Ландау [1], в которой было открыто затухание ленгмюровской волны в плазме с максвелловским распределением электронов по скоростям, обусловленное их резонансным взаимодействием с волной. Подход, использованный Ландау, основан на линеаризации кинетического уравнения с самосогласованным полем, при котором в членах, пропорциональных полю волны, функция распределения заменяется на ее невозмущенное значение. Этот подход первоначально был предложен Власовым [2], так что кинетическое уравнение с самосогласованным полем называют уравнением Больцмана-Власова.

Подход. предложенный Ландау для анализа затухания ленгмюровских волн, был затем обобщен на волновые моды в магнитоактивной плазме, в частности, на свистовые волны [3]. Кроме того, важнейшим результатом исследования резонансного взаимодействия волн и частиц в плазме стало установление факта, что в случае неравновесного распределения заряженных частиц плазмы по скоростям это взаимодействие может приводить к усилению волн. С этого началось изучение линейных кинетических неустойчивостей в плазме, исследованию которых посвящено большое число оригинальных работ. Ссылки на многие из них могут быть найдены в двухтомной монографии Михайловского [4], посвященной исследованию плазменных неустойчивостей в однородной и неоднородной плазме, которая сама по себе является важным вкладом в теорию плазменных неустойчивостей.

Линеаризация кинетического уравнения, указанная выше, эквивалентна использованию невозмушенных траекторий в качестве характеристик кинетического уравнения. Такой подход имеет, очевидно, ограниченную область применимости и справедлив только на временах, меньших нелинейного времени  $\tau$  [5], на котором возмущение траекторий резонансных частиц под действием поля волны становится существенным. Для ленгмюровской волны нелинейное время  $\tau = (m/eE_0k)^{1/2}$ , где *m* и -e — масса и заряд электрона,  $E_0$  – амплитуда ленгмюровской волны и *k* – ее волновой вектор. Для свистовой волны, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля, нелинейное время, наряду с параметрами волны, зависит также от поперечной скорости частицы v<sub>1</sub>, определяясь выражением  $(m\omega/eEk^2v_{\perp})^{1/2}$ , где теперь E – амплитуда электрического поля свистовой волны, и ω – ее частота [6]. При выполнении условия  $\gamma \tau \gg 1$ , где  $\gamma -$ декремент волны, последняя успевает затухнуть за время  $\lesssim \tau$ , так что неравенство  $\gamma \tau \gg 1$  определяет область применимости линейной теории резонансного взаимодействия частиц с монохроматической волной в однородной плазме. В противоположном случае үт ≪1, детально исследовавшемся, начиная с работы [5] (см. монографию [7], где также имеются многочисленные ссылки на другие оригинальные работы в этом направлении), изменение амплитуды волны в течение нелинейного времени мало, так что при решении уравнений движения частиц амплитуду волны можно считать постоянной. Это соответствует другому способу линеаризации кинетического уравнения, при котором поле в нелинейном члене кинетического уравнения считается заданным. При таком подходе изменение амплитуды волны возникает в следующем приближении по малому параметру  $\gamma \tau \ll 1$  и находится из закона сохранения энергии в системе волна-резонансные частицы. Как показано в [5], в случае монохроматической волны и при выполнении условия ут «1 декремент волны выходит на ноль и, соответственно, ее амплитуда – на постоянное значение на временах. превышающих несколько нелинейных периодов τ. Это обусловлено фазовым перемешиванием частиц в резонансной области фазового пространства и эргодизацией их функции распределения [5].

Метод решения комплексного дисперсионного уравнения и определения декремента, развитый в работе [1], применим только при условии, что декремент волны много меньше ее частоты. Решение комплексного дисперсионного уравнения, которое следует из линеаризованной системы Больцмана–Власова–Максвелла, в случае, когда неравенство  $\gamma \ll \omega$  не выполнено, исследовалось в ряде работ (см., например, [8]) в предположении, что невозмущенное распределение частиц описывается достаточно простой аналитической функцией, в частности, максвелловской или би-максвелловской. Для более сложных аналитических функций были предложены численные методы решения дисперсионного уравнения (см., например, [9]).

В случае, когда инкремент волны много меньше ее частоты, а зависимость частоты от волнового вектора известна, инкремент волны может быть получен из закона сохранения энергии в системе волна-резонансные частицы, с тем же результатом, который следует из решения комплексного дисперсионного уравнения [10]. При этом вычисление инкремента сводится к интегрированию по поперечной скорости некоторого выражения, зависящего от производных функции распределения, взятых при резонансной продольной скорости. Другим используемым методом для получения инкремента при условии  $\gamma \ll \omega$  является вычисление анизотропии функции распределения, через которую инкремент выражается известной формулой из работы [11]. Такой метод использовался, например, в работе [12], в то время, как упомянутый перед этим метод применялся в работах [13, 14].

Задача, рассматриваемая в настоящей работе, связана с измерениями волн и частиц на спутниках, в частности, Van Allen Probs [15] и MMS [16]. При анализе этих данных возникает необходимость вычисления инкремента волн в случае, когда функция распределения энергичных частиц определяется их дифференциальными потоками и имеет только численное представление. Подчеркнем, что неаналитическое задание функции распределения и нарушение условия  $\gamma \ll \omega$  – это два различных и независимых момента, которые могут присутствовать в задаче о вычислении инкремента волны. (Далее в этой работе мы будем говорить о свистовых волнах.) Например, в случае наблюдения волн во внутренней магнитосфере на спутниках Van Allen Probes условие  $\gamma \ll \omega$ . как правило, выполняется, в то время как в случае волн в хвосте магнитосферы, наблюдаемых на спутниках MMS, это условие может нарушаться.

Следует отметить, что численным методам решения дисперсионного уравнения для волн в плазме по-прежнему уделяется большое внимание. Помимо упомянутых выше работ укажем также две недавние работы, посвященные развитию математических и численных подходов для решения дисперсионного уравнения в "горячей" магнитоактивной плазме [17, 18]. Если в работе [17] для решения дисперсионного уравнения при численном задании функции распределения используется интерполяция кубическими сплайнами, то в работе [18] используется новый метод гибридного аналитического продолжения. Аналитическое продолжение функции, определяющей дисперсионное уравнение, является центральным моментом и в нашей работе. Используемый нами метод аналитического продолжения основан на принципе непрерывности.

Настояшая работа исследует частный случай задачи, рассмотренной в [18], а именно, в ней развивается метод решения дисперсионного уравнения для свистовых волн, распространяющихся вдоль внешнего однородного магнитного поля, без предположения о малости инкремента, а функция распределения задается численно на основе измеряемых дифференциальных потоков частиц. Мы показываем, что в этом важном для приложений частном случае задачу удается свести к одномерной в пространстве скоростей, так что дисперсионное уравнение по форме совпадает с уравнением, полученным в работе [1], с важным отличием в том, что функция распределения задана численно. Естественно, что при невыполнении условия  $\gamma \ll \omega$  требуется другой метод решения самого дисперсионного уравнения. Для того, чтобы сделать переход к одномерной задаче более наглядным, мы выводим дисперсионное уравнение из первых принципов, вместо того, чтобы упрощать достаточно громоздкие общие формулы для дисперсионного уравнения для волн в магнитоактивной плазме.

#### 2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Будем считать, что внешнее магнитное поле  $\mathbf{B}_0$  направлено вдоль оси *z* декартовой системы координат. Тогда электромагнитное поле свистовой волны, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля, зависит от одной координаты *z*. Такая волна, как известно [19], является чисто поперечной и имеет круговую поляризацию.

Запишем действительное электрическое и магнитное поле волны в виде

$$\mathscr{E} = \operatorname{Re}\{\widetilde{\mathbf{E}}(z,t)\} \equiv \operatorname{Re}\{\mathbf{E}(t)e^{ikz}\},$$
  
$$\mathscr{B} = \operatorname{Re}\{\widetilde{\mathbf{B}}(z,t)\} \equiv \operatorname{Re}\{\mathbf{B}(t)e^{ikz}\},$$
(1)

где k — продольная компонента волнового вектора  $\mathbf{k} = (0, 0, k)$ . Из закона индукции Фарадея тогда имеем

$$\operatorname{Re}\left\{\operatorname{rot}\left[\mathbf{E}(t)e^{ikz}\right] + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}(t)}{\partial t}e^{ikz} = 0\right\}.$$
 (2)

В случае, когда зависимость всех величин от координаты z дается множителем  $e^{ikz}$ , знак действительной части в уравнении (2) можно снять и получить следующие соотношения между ком-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

плексными компонентами электрического и магнитного поля волны:

$$ikc\widetilde{E}_{y}(z,t) = \frac{\partial \widetilde{B}_{x}(z,t)}{\partial t},$$

$$ikc\widetilde{E}_{x}(z,t) = -\frac{\partial \widetilde{B}_{y}(z,t)}{\partial t}.$$
(3)

Точно такие же соотношения, очевидно, имеют место и между компонентами  $\mathbf{E}(t)$  и  $\partial \mathbf{B}(t)/\partial t$ . Обратим внимание, что без конкретизации зависимости поля от времени мы не получаем соотношения между **E** и **B**, а только между **E** и  $\partial \mathbf{B}/\partial t$ .

Несмотря на то, что мы не считаем известной зависимость частоты от волнового вектора, мы будем считать, что соотношения между компонентами поля соответствуют волне с правой круговой поляризацией, а именно, что

$$E_y = iE_x, \quad B_y = iB_x. \tag{4}$$

Соотношения (3) и (4) позволяют выразить все компоненты электромагнитного поля волны через одну компоненту магнитного поля и ее производную, например, через  $B_x$  и  $\partial B_x/\partial t$ .

Для вывода уравнения для поля волны будем исходить из уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathfrak{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathscr{C}}{\partial t}.$$
 (5)

С учетом (1) это уравнение можно записать в виде системы двух уравнений

$$-\frac{\partial \operatorname{Re}\{\widetilde{B}_{y}\}}{\partial z} = \frac{4\pi}{c}j_{x} + \frac{1}{c}\frac{\partial \operatorname{Re}\{\widetilde{E}_{x}\}}{\partial t},$$

$$\frac{\partial \operatorname{Re}\{\widetilde{B}_{x}\}}{\partial z} = \frac{4\pi}{c}j_{y} + \frac{1}{c}\frac{\partial \operatorname{Re}\{\widetilde{E}_{y}\}}{\partial t}.$$
(6)

Умножим теперь первое уравнение на *i* и сложим со вторым. Выражая все компоненты поля через  $\tilde{B}_x$  и  $\partial \tilde{B}_x/\partial t$  и учитывая, что для любой комплексной величины *Z* имеет место равенство  $\operatorname{Re}(-iZ) = \operatorname{Im}(Z)$ , получим одно уравнение для комплексной величины  $\tilde{B}_x$ 

$$\widetilde{B}_x = \frac{4\pi}{kc}(j_x - ij_y) - \frac{1}{k^2c^2}\frac{\partial^2 \widetilde{B}_x}{\partial t^2},$$
(7)

где учтено, что согласно (1)  $\partial \widetilde{B}_x / \partial z = ik \widetilde{B}_x$ .

Перейдем теперь к уравнению для функции распределения электронов, которая определяет плотность тока электронов, входящую в (7). Ограничимся линейным приближением по полю волны и представим функцию распределения электронов  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  в виде

$$f = f_0(\mathbf{v}) + \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \ll f_0(\mathbf{v}).$$

Поскольку поле волны зависит от одной координаты *z*, то же верно и для возмущения функции

распределения, так что линеаризованное кинетическое уравнение имеет вид

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + v_z \frac{\partial \delta f}{\partial z} - \frac{e}{mc} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}_0] \frac{\partial \delta f}{\partial \mathbf{v}} = \\ = \frac{e}{m} \Big( \mathscr{C} + \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathscr{B}] \Big) \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}}. \tag{8}$$

В дальнейшем будем полагать, что невозмущенная функция распределения  $f_0$  зависит только от продольной скорости  $v_{\parallel}$  и модуля перпендикулярной скорости  $v_{\perp}$ .

Перейдем от переменных  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  к переменным  $v_{\perp}$ ,  $\phi$ ,  $v_{\parallel}$  согласно соотношениям:

$$v_x = v_\perp \cos \varphi, \quad v_y = v_\perp \sin \varphi, \quad v_z = v_\parallel.$$
 (9)

В новых переменных с учетом соотношений (1)– (4) уравнение (8) принимает вид

$$\frac{\partial \delta f}{\partial t} + v_{\parallel} \frac{\partial \delta f}{\partial z} + \omega_{c} \frac{\partial \delta f}{\partial \varphi} = \\
= \frac{e}{mkc} \operatorname{Re} \left\{ \left[ ikv_{\perp}B_{x}(t)\frac{\partial f_{0}}{\partial v_{\parallel}} - \left( \frac{\partial B_{x}}{\partial t} + ikv_{\parallel}B_{x}(t)\right)\frac{\partial f_{0}}{\partial v_{\perp}} \right] e^{ikz+i\varphi} \right\}.$$
(10)

Уравнение (10) имеет структуру

$$\hat{L}(\delta f) = \operatorname{Re}\left\{Z(t, v_{\perp}, v_{\parallel})e^{ikz+i\varphi}\right\},\,$$

где  $\hat{L}$  — линейный дифференциальный оператор с действительными коэффициентами. Поэтому, если мы найдем решение уравнения

$$\hat{L}(\widetilde{\Phi}) = Z(t, v_{\perp}, v_{\parallel})e^{ikz + i\varphi}, \qquad (11)$$

то Re{ $\tilde{\Phi}$ } будет, очевидно, удовлетворять уравнению (10). Поскольку коэффициенты оператора  $\hat{L}$ не зависят ни от *z*, ни от  $\phi$ , то величина  $\tilde{\Phi}$  должна иметь вид

$$\widetilde{\Phi} = \Phi(t, v_{\perp}, v_{\parallel}) e^{ikz + i\varphi}.$$
(12)

Подставляя (12) в (10), проводя дифференцирование в левой части уравнения по z и  $\varphi$  и сокращая затем обе части уравнения на  $\exp(ikz + i\varphi)$ , получим уравнение для (комплексной) величины  $\Phi$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + ikv_{\parallel}\Phi + i\omega_{c}\Phi =$$

$$= \frac{e}{mkc} \left[ ikv_{\perp}B_{x}(t)\frac{\partial f_{0}}{\partial v_{\parallel}} - \left(\frac{dB_{x}}{dt} + ikv_{\parallel}B_{x}(t)\right)\frac{\partial f_{0}}{\partial v_{\perp}} \right].$$
(13)

Линейное возмущение функции распределения, то есть действительная величина  $\delta f$ , выражается через  $\Phi$  соотношением

$$\delta f(t, z, \varphi, v_{\perp}, v_{\parallel}) = \frac{1}{2} \Big[ \Phi(t, v_{\perp}, v_{\parallel}) e^{ikz + i\varphi} + \Phi^*(t, v_{\perp}, v_{\parallel}) e^{-ikz - i\varphi} \Big],$$
(14)

где \* означает комплексное сопряжение. Нетрудно видеть, что комплексный ток  $j_x - ij_y$ , входящий в уравнение (7) для  $\tilde{B}_x(t,z) = B(t)e^{ikz}$ , выражается через функцию  $\Phi$  соотношением

$$j_{x} - ij_{y} = -e\pi e^{ikz} \int_{0}^{\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \Phi(t, v_{\perp}, v_{\parallel}) v_{\perp}^{2}, \qquad (15)$$

так что с учетом (7) и (15) уравнение для (комплексного) поля  $B_x(t)$  принимает вид

$$B_{x} + \frac{1}{k^{2}c^{2}} \frac{d^{2}B_{x}}{dt^{2}} = -\frac{4\pi^{2}e}{kc} \int_{0}^{\infty} dv_{\perp} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \Phi(t, v_{\perp}, v_{\parallel}) v_{\perp}^{2}.$$
 (16)

Введем теперь функцию  $F(t, v_{\parallel})$  согласно соотношению

$$F(t, v_{\parallel}) = \pi \int_{0}^{\infty} v_{\perp}^{2} \Phi(t, v_{\perp}, v_{\parallel}) dv_{\perp}.$$
 (17)

Умножая уравнение (13) на  $\pi v_{\perp}^2$  и интегрируя по  $dv_{\perp}$ , получим уравнение для функции  $F(t,v_{\parallel})$  в виде

$$\frac{\partial F}{\partial t} + ikv_{\parallel}F + i\omega_{c}F = \frac{e}{mkc} \left[ ikB_{x}(t)\frac{\partial g(v_{\parallel})}{\partial v_{\parallel}} + \left(\frac{dB_{x}}{dt} + ikv_{\parallel}B_{x}(t)\right)f_{0\parallel}(v_{\parallel})\right],$$
(18)

где

$$g(v_{\parallel}) = \pi \int_{0}^{\infty} v_{\perp}^{3} f_{0}(v_{\perp}, v_{\parallel}) dv_{\perp},$$

$$f_{0\parallel}(v_{\parallel}) = 2\pi \int_{0}^{\infty} v_{\perp} f_{0}(v_{\perp}, v_{\parallel}) dv_{\perp},$$
(19)

а уравнение (16) для поля  $B_x(t)$  с учетом (17) принимает вид

$$B_{x}(t) + \frac{1}{k^{2}c^{2}} \frac{d^{2}B_{x}(t)}{dt^{2}} = -\frac{4\pi e}{kc} \int_{-\infty}^{\infty} F(t, v_{\parallel}) dv_{\parallel}.$$
 (20)

Уравнения (18), (20) образуют замкнутую систему уравнений для определения электромагнитного поля свистовой волны, распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля в однородной магнитоактивной плазме, и возмущения функции распределения в линейном приближении.

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

Входящее в эту систему поле  $B_x$  зависит только от времени *t*, а функция распределения F — только от *t* и  $v_{\parallel}$ , так что эта система вполне аналогична системе Больцмана—Власова для ленгмюровской волны [2].

Следуя работе [1], будем искать решение этой системы с помощью преобразования Фурье–Лапласа с комплексной частотой  $\omega$ . Для поля  $B_x(t)$ , удовлетворяющего условию  $B_x(t) = 0$  при t < 0 и  $|B_x(t)| < Me^{\alpha t}$  при  $t \ge 0$ , где M и  $\alpha$  – две положительные константы, это преобразование записывается в виде [20]

$$B_{x}(\omega) = \int_{0}^{\infty} B_{x}(t)e^{i\omega t}dt,$$

$$B_{x}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty+i\sigma}^{\infty+i\sigma} B_{x}(\omega)e^{-i\omega t}d\omega, \quad \sigma > \alpha.$$
(21)

Интегрирование во втором выражении (21) производится в комплексной плоскости  $\omega$  по прямой, параллельной действительной оси, лежащей над ней на расстоянии  $\sigma > \alpha$ . Аналогичное преобразование по переменной *t* имеет место и для возмущения функции распределения  $F(t, v_{\parallel})$ . (Поскольку мы обозначаем прямое и обратное преобразование одной и той же буквой, мы везде указываем аргументы соответствующих функций).

Проводя стандартные вычисления, из (18), (20) получим

$$B_{x}(\omega)\left(1-\frac{\omega^{2}}{k^{2}c^{2}}\right)+\frac{4\pi e}{kc}\int_{-\infty}^{\infty}F(\omega,v_{\parallel})dv_{\parallel} =$$

$$=\frac{1}{k^{2}c^{2}}\left[\frac{dB_{x}(t=0)}{dt}-i\omega B_{x}(t=0)\right],$$
(22)

$$F(\omega, v_{\parallel})(kv_{\parallel} - \omega + \omega_{c}) + iF(t = 0, v_{\parallel}) = \frac{e}{mkc} \times \left\{ B_{x}(\omega) \left[ k \frac{dg}{dv_{\parallel}} + (kv_{\parallel} - \omega)f_{0\parallel} \right] + iB_{x}(t = 0)f_{0\parallel} \right\}.$$
(23)

Выражая величину  $F(\omega, v_{\parallel})$  из (23) и подставляя ее в (22), получим замкнутое уравнение для величины  $B_x(\omega)$ 

$$B_{x}(\omega)\left[1 - \frac{\omega^{2}}{k^{2}c^{2}} + \frac{4\pi e^{2}}{mk^{2}c^{2}}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{k\frac{dg}{dv_{\parallel}} + (kv_{\parallel} - \omega)f_{0\parallel}}{kv_{\parallel} - \omega + \omega_{c}}dv_{\parallel}\right] =$$

$$= \frac{1}{k^{2}c^{2}}\left[\frac{dB_{x}(t=0)}{dt} - i\omega B_{x}(t=0)\right] + \frac{4\pi i e}{kc}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(t=0,v_{\parallel}) - \frac{eB_{x}(t=0)}{mkc}f_{0\parallel}}{kv_{\parallel} - \omega + \omega_{c}}dv_{\parallel}.$$
(24)

# 3. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Если величина  $B_x(\omega)$  известна, то зависимость поля от времени определяется вторым соотношением в (21), где интегрирование ведется в верхней полуплоскости  $\omega$  по прямой, параллельной действительной оси. На этой прямой и выше нее Лаплас-образ поля  $B_x(\omega)$  является аналитической функцией  $\omega$ . Однако для практического вычисления этого интеграла контур интегрирования следует замкнуть в нижней полуплоскости  $\omega$ . Как следует из (24), величина  $B_x(\omega)$  равна отношению правой части уравнения (24) и величины

$$D(\omega, k) = 1 - \frac{\omega^2}{k^2 c^2} + \frac{4\pi e^2}{mk^2 c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k dg/dv_{\parallel} + (kv_{\parallel} - \omega)f_{0\parallel}}{kv_{\parallel} - \omega + \omega_c} dv_{\parallel},$$
(25)

равенство нулю которой представляет собой дисперсионное уравнение для комплексной частоты

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

 $\omega$  как функции волнового числа *k* при заданной функции распределения  $f_{0\parallel}$  и определяемой ею функции  $dg/dv_{\parallel}$ . Выражение для величины  $D(\omega;k)$  может быть переписано в виде

$$D(\omega, k) = 1 - \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{k^2 c^2} + \frac{4\pi e^2}{mk^2 c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dg/dv_{\parallel} - (\omega_c/k)f_{0\parallel}}{v_{\parallel} - (\omega - \omega_c)/k} dv_{\parallel},$$
(26)

где мы учли, что интеграл  $\int_{-\infty}^{\infty} f_{0\parallel} dv_{\parallel}$  равен невозмущенной плотности плазмы  $n_0$  и ввели электронную плазменную частоту согласно соотношению  $\omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2/m$ .

Уравнение (26) определяет величину  $D(\omega, k)$  в верхней полуплоскости  $Im(\omega) > \sigma > 0$ , где  $D(\omega, k)$  является аналитической функцией. Однако корень дисперсионного уравнения

$$D(\omega;k) = 0 \tag{27}$$

лежит ниже прямой  $Im(\omega) = \sigma$ , и для его нахождения функцию  $D(\alpha; k)$  необходимо аналитически продолжить в нижнюю полуплоскость (). Прежде, чем перейти к этому вопросу, заметим следующее. Использованный нами подход, который заключается во введении вместо невозмущенной функции распределения  $f_0(v_{\parallel}, v_{\parallel})$ , зависящей от двух переменных  $v_{\perp}, v_{\parallel},$  двух функций  $g(v_{\parallel})$  и  $f_{0\parallel}(v_{\parallel})$  (19), зависящих от одной переменной  $v_{\parallel}$ , сводит отыскание комплексной частоты свистовой волны к решению уравнения  $D(\omega, k) = 0$ , которое аналогично дисперсионному уравнению для ленгмюровских волн, подход к решению которого был развит в работе [1]. Для аналитического продолжения интеграла по  $v_{\parallel}$ , определяющего функцию D( $(\alpha, k)$ , Ландау предложил сместить контур интегрирования по v<sub>||</sub> в комплексную плоскость  $v_{\parallel}$ , считая производную функции распределения, стоящую в числителе под знаком интеграла, аналитической функцией  $V_{\parallel}$ . В нашем случае использование этого метода не очевидно, поскольку функция распределения задана численно и только при действительных значениях скорости. Для аналитического продолжения интеграла в нижнюю полуплоскость мы также будем считать стоящие в числителе под знаком интеграла (26) функции аналитическими, однако для аналитического продолжения интеграла в нижнюю полуплоскость ω мы используем принцип непрерывности [21]. (Отметим, что в случае неустойчивой плазмы, корень дисперсионного уравнения лежит в верхней полуплоскости ω, и для его нахождения аналитического продолжения интеграла не требуется.) Применительно к рассматриваемой нами задаче, принцип непрерывности можно сформулировать следующим образом. Пусть  $\Psi_1(\omega)$  – аналитическая функция  $\omega$ в верхней полуплоскости и непрерывная вплоть до действительной оси, и пусть  $\Psi_2(\omega)$  – аналитическая функция ω в нижней полуплоскости, также непрерывная вплоть до действительной оси. Тогда, если  $\Psi_1(\omega) = \Psi_2(\omega)$  на действительной оси, то функция  $\Psi_2(\omega)$  является аналитическим продолжением функции Ψ<sub>1</sub>(ω) в нижнюю полуплоскость.

Обозначим числитель выражения под интегралом (26) через  $Q(v_{\parallel})$ :

$$Q(v_{\parallel}) = \frac{dg}{dv_{\parallel}} - \frac{\omega_c}{k} f_{0\parallel}.$$
 (28)

Для определенности будем считать k > 0. Очевидно, что интеграл

$$I_{1}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (\omega - \omega_{c})/k}$$
(29)

является аналитической функцией  $\omega$  в верхней полуплоскости. Его значение на действительной оси задается пределом при Im( $\omega$ )  $\rightarrow$  +0, который равен

$$I_{1}(a) = \lim_{b \to +0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (a - \omega_{c})/k - ib/k} =$$

$$= P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (a - \omega_{c})/k} + i\pi Q\left(\frac{a - \omega_{c}}{k}\right),$$
(30)

где мы представили комплексную частоту  $\omega$  в виде  $\omega = a + ib$  и использовали формулу Сохоцкого (см., например, [22].) Символ *P* перед интегралом означает главное значение соответствующего интеграла. Интеграл (29) является аналитической функцией также и в нижней полуплоскости  $\omega$ , однако его предел при Im( $\omega$ )  $\rightarrow -0$  равен

$$\lim_{b \to -0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (a - \omega_c)/k - ib/k} =$$

$$= P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (a - \omega_c)/k} - i\pi Q\left(\frac{a - \omega_c}{k}\right).$$
(31)

Считая  $Q(v_{\parallel})$  аналитической функцией  $v_{\parallel}$ , рассмотрим тогда функцию  $I_2(\omega)$ , заданную в нижней полуплоскости  $\omega$  соотношением

$$I_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (\omega - \omega_c)/k} + 2\pi i Q\left(\frac{\omega - \omega_c}{k}\right). \quad (32)$$

Очевидно, что

$$\lim_{b\to -0} I_2(\omega) = \lim_{b\to +0} I_1(\omega),$$

т.е. на действительной оси  $I_2(\omega) = I_1(\omega)$ . Из принципа непрерывности тогда следует, что функция  $I_2(\omega)$ , определяемая соотношением (32), является аналитическим продолжением функции  $I_1(\omega)$  в нижнюю полуплоскость.

Напишем теперь выражение для интеграла (29) в верхней полуплоскости  $\omega$ , справедливое вплоть до действительной оси и пригодное для численных расчетов, когда функция  $Q(v_{\parallel})$  задана числен-

но. Используя, как и выше, запись комплексной частоты в виде  $\omega = a + ib$ , получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (\omega - \omega_{c})/k} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})(v_{\parallel} - v_{R})dv_{\parallel}}{(v_{\parallel} - v_{R})^{2} + b^{2}/k^{2}} + i\frac{b}{k}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{(v_{\parallel} - v_{R})^{2} + b^{2}/k^{2}},$$
(33)

гле ввелено обозначение

$$v_R = \frac{a - \omega_c}{k}.$$
 (34)

Разобьем теперь интегралы в правой части (33) на три интервала

$$(-\infty,\infty) = ([v_R - A, v_R - \delta v),$$
  
$$[v_R - \delta v, v_R + \delta v], (v_R + \delta v, v_R + A]),$$

считая величину А достаточно большой, так что функция  $Q(v_{\parallel})$  при  $v_{\parallel} < v_R - A$  и  $v_{\parallel} > v_R + A$  обращается в ноль, а величину  $\delta v$  достаточно малой, так что изменением функции  $Q(v_{\parallel})$  на интервале  $[v_R - \delta v, v_R + \delta v]$  можно пренебречь. Тогда значение первого интеграла в правой части (33) по промежутку  $[v_R - \delta v, v_R + \delta v]$  обращается в ноль как интеграл от нечетной функции по симметричному промежутку, а второй интеграл по этому промежутку вычисляется и дает

$$i\frac{b}{k}\int_{v_R-\delta v}^{v_R+\delta v} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{\left(v_{\parallel}-v_R\right)^2+b^2/k^2} = 2iQ(v_R)\operatorname{arctg}\left(\frac{k\delta v}{b}\right).$$
(35)

В результате получим

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (\omega - \omega_c)/k} =$$

$$= \left(\int_{v_R - A}^{v_R - \delta v} + \int_{v_R + \delta v}^{v_R + A} \frac{Q(v_{\parallel})(v_{\parallel} - v_R + ib/k)dv_{\parallel}}{(v_{\parallel} - v_R)^2 + b^2/k^2} + \frac{2iQ(v_R)\operatorname{arctg}\left(\frac{k\delta v}{b}\right)}{b}.$$
(36)

Приведем выражение для величины  $D(\omega; k)$ (26), определяющей дисперсионное уравнение (27), в важном для магнитосферных приложений случае, когда функцию распределения электронов можно представить в виде суммы "холодной" и "горячей" компонент. Будем отмечать величины, относящиеся к этим компонентам, верхними индексами<sup>(c)</sup> и<sup>(h)</sup> соответственно. Запишем

$$f_{0}(v_{\perp}, v_{\parallel}) = f_{0}^{(c)}(v_{\perp}, v_{\parallel}) + f_{0}^{(h)}(v_{\perp}, v_{\parallel}) \equiv \equiv \frac{n^{(c)}}{\pi v_{\perp}} \delta(v_{\perp}) \delta(v_{\parallel}) + f_{0}^{(h)}(v_{\perp}, v_{\parallel}).$$
(37)

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ **№** 7 2022 том 48

Подчеркнем, что плотность горячей компоненты, равная  $\int f_0^{(h)}(v_{\perp}, v_{\parallel}) d^3 \mathbf{v}$ , не предполагается малой по сравнению с  $n^{(c)}$ . При этом величина  $\omega_p^2$ , входящая в (26), пропорциональна сумме  $n^{(c)} + n^{(h)}$ . Из определений (19) следует, что

$$f_{0\parallel}^{(c)}(v_{\parallel}) = n^{(c)}\delta(v_{\parallel}), \quad g^{(c)}(v_{\parallel}) = 0,$$
(38)

так что величина  $Q^{(c)}(v_{\parallel})$  (28), связанная с холодной компонентой распределения, равна

$$Q^{(c)}(v_{\parallel}) = -\frac{\omega_c}{k} n^{(c)} \delta(v_{\parallel}).$$
(39)

Тогда, после учета вклада холодной компоненты в (26), дисперсионное уравнение принимает вид . . .

.

$$1 - \frac{\omega^{2} - \omega_{p}^{2}}{k^{2}c^{2}} + \frac{(\omega_{p}^{(c)})^{2}}{k^{2}c^{2}} \frac{\omega_{c}}{\omega - \omega_{c}} + \frac{4\pi e^{2}}{mk^{2}c^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q^{(h)}dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (\omega - \omega_{c})/k} = 0.$$
(40)

Таким образом, обсуждавшееся выше вычисление интеграла, входящего в дисперсионное уравнение, фактически необходимо лишь для учета горячей компоненты электронов плазмы. В пренебрежении горячей компонентой,  $\omega_p = \omega_p^{(c)}$ , и уравнение (40) дает известное выражение для квадрата показателя преломления свистовых волн. распространяющихся вдоль внешнего магнитного поля

$$N^{2} \equiv \frac{k^{2}c^{2}}{\omega^{2}} = 1 + \frac{\omega_{p}^{2}}{\omega(\omega_{p} - \omega)}.$$
(41)

Выражение (36) для интеграла, входящего в дисперсионное уравнение (26) и (40), справедливо только в верхней полуплоскости. Однако при решении дисперсионного уравнения область, где лежит его корень, заранее не известна. Поэтому необходимо иметь общее выражение для этого интеграла и, следовательно, для дисперсионного уравнения, справедливое во всей комплексной плоскости ω. Используя полученное выше аналитическое продолжение интеграла, входящего в дисперсионное уравнение, а именно, соотношение (32), запишем выражение для этого интеграла в виде, справедливом во всей комплексной плоскости и удобном для его численного вычисления:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (\omega - \omega_{c})/k} = \left(\int_{v_{R}-A}^{v_{R}-\delta v} + \int_{v_{R}+\delta v}^{v_{R}+A}\right) \times \\ \times \frac{Q(v_{\parallel})(v_{\parallel} - v_{R} + ib/k)dv_{\parallel}}{(v_{\parallel} - v_{R})^{2} + b^{2}/k^{2}} + 2iQ(v_{R}) \times \\ \times \operatorname{arctg}\left(\frac{k\delta v}{b}\right) + \pi iQ\left(v_{R} + i\frac{b}{k}\right) \left[1 - \operatorname{sign}\left(\frac{1}{b}\right)\right].$$

$$(42)$$

Нетрудно видеть, что при  $|b| \rightarrow 0$  представление (42) переходит в выражение, которое дается формулой Сохоцкого в предположении  $b \rightarrow +0$  и соответствует правилу обхода полюса Ландау.

Прежде чем перейти к результатам расчета инкремента, сделаем два важных замечания, относящихся к численным расчетам. Интервал интегрирования в правой части (42), вне которого по определению функция  $Q(v_{\parallel})$  обращается в ноль, симметричен относительно  $v_R < 0$ . В то же время, реально задаваемая численно функция  $Q(v_{\parallel})$  обращается в ноль вне меньшего интервала, который является частью интервала  $(v_R - A, v_R + A)$  и симметричен относительно некоторой близкой к нулю точки  $v_0$ . Тем не менее, разные по длине реальные промежутки интегрирования левее  $v_R - \delta v$  и правее  $v_R + \delta v$  должны быть разбиты на маленькие интервалы одинаковой длины, но не на равное число интервалов. Другими словами, численное интегрирование должно обеспечивать точное равенство нулю интеграла

$$\left(\int_{v_R-A_{\mathrm{I}}}^{v_R-\delta v_1}+\int_{v_R+\delta v_1}^{v_R+A_{\mathrm{I}}}\right)\frac{Q(v_R)(v_{\parallel}-v_R)dv_{\parallel}}{(v_{\parallel}-v_R)^2+b^2/k^2}$$

по любому симметричному относительно  $v_R$  интервалу, т.е. при произвольных  $A_1$ ,  $\delta v_1$ , для произвольного значения *b*. Что касается величины  $\delta v$ , то, как указано выше, она должна быть настолько мала, чтобы изменением величины  $Q(v_{\parallel})$  при изменении  $v_{\parallel}$  на  $\delta v$  можно было пренебречь. Так, если функция  $Q(v_{\parallel})$  задана с шагом  $\Delta v$ , то величина  $\delta v$  должна быть в несколько раз меньше. Естественно, что результат вычислений не должен зависеть от величины  $\delta v$ . В наших расчетах мы использовали  $\delta v = \Delta v/2$ .

Изложенный выше метод решения дисперсионного уравнения в области отрицательных значений у использует аналитическое представление функции  $Q(v_{\parallel})$  в нижней полуплоскости. Приведем теперь метод решения дисперсионного уравнения, свободный от данного ограничения и применимый в случае численного задания функции распределения, в частности, на основе измерений дифференциальных потоков частиц. Для этого заметим, что изначально нам необходимо иметь лишь аналитическое представление самого интеграла (42) в комплексной плоскости (0, а не функции  $Q(v_{\parallel})$ , причем интеграл (42) является аналитической функцией ω во всей верхней полуплоскости вплоть до действительной оси, независимо от аналитических свойств функции  $Q(v_{\parallel})$ . Поэтому мы можем вначале найти интеграл (42) на действительной оси, который равен

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - (a + i\varepsilon - \omega_c)/k} =$$

$$= P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(v_{\parallel})dv_{\parallel}}{v_{\parallel} - v_R} + i\pi Q(v_R) \equiv I(a;k),$$
(43)

а затем продолжить этот интеграл в комплексную плоскость, что сводится к замене в выражении лля I(a; k) лействительной величины *a* на комплексную величину ω. Заметим, что сама величина *I*(*a*;*k*) является комплексной функцией действительной переменной а и действительного параметра k. Само же представление интеграла I(a;k) в виде аналитической функции легко может быть получено после его численного вычисления, например, с помошью функции polyfit в программе Matlab. Естественно, что в области положительных у оба способа решения дисперсионного уравнения дают одинаковые результаты. Мы использовали оба способа решения дисперсионного уравнения для вычисления инкрементов на основе спутниковых измерений дифференциальных потоков частиц. Результаты этих вычислений приводятся ниже.

# 4. РАСЧЕТ ИНКРЕМЕНТА СВИСТОВЫХ ВОЛН ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВ VAN ALLEN PROBE-A И MMS

Применим развитый выше подход для вычисления инкремента свистовых волн на основе измерений плотности холодной плазмы и распределения энергичных частиц, выполненных на спутнике Van Allen Probe-А 12 декабря 2017 г. в 11:25:34 UT. В это время спутник находился на L-оболочке L = 3.21 вблизи экватора (магнитная широта составляла -0.28°). Плотность холодной плазмы равнялась 1383 см<sup>-3</sup>. Надежные измерения потоков энергичных электронов были в пяти энергетических каналах 33, 54, 80, 108 и 143 кэВ, на девяти питч-углах 24.5, 40.9, 57.3, 73.6, 90.0, 106.4, 122.7, 139.1 и 155.5 градуса. Эти измерения проводились прибором MagEIS (The Magnetic Electron Ion Spectrometer) [23], который выполнял измерения потоков энергичных частиц с временным разрешением ~10 с. Измеренные потоки позволяют получить функцию распределения энергичных электронов, используя соотношение [13]

$$f_{\rm CFC} = 1.62 \times 10^{-37} \frac{J}{W},\tag{44}$$

где  $f_{\rm C\Gamma C}$  — функция распределения в системе единиц СГС, а поток частиц J и энергия W в правой части соотношения (44) выражены в практиче-



**Рис. 1.** Одномерная функция распределения  $f_{0\parallel}(v_{\parallel})$  и величина  $g(v_{\parallel})$ , определяемые соотношениями (19). Для удобства на рисунке приведены величины  $cf_{0\parallel}(v_{\parallel})$  и  $g(v_{\parallel})/c$ , имеющие одинаковую размерность.

ских единицах  $1/(cm^2 \cdot c \cdot cp \cdot k \Rightarrow B)$  и к  $\Rightarrow B$  соответственно. Переменные, от которых зависит функция распределения, никак не влияют на соотношение (44): функция распределения всегда считается нормированной так, что  $\int f d^3 \mathbf{v} = n$ , где dv — элемент объема в пространстве скоростей, а n - плотность частиц, и все величины выражены в системе СГС. При этом сама функция распределения может быть выражена в любых переменных. В частности, для использования приведенных выше соотношений, нам необходима функция распределения в переменных  $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ , для получения которой в соотношении (44) необходимо выразить энергию и питч-угол, от которых зависит поток *J*, через переменные  $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ . Зная функцию распределения в переменных  $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ , мы можем рассчитать функции  $f_{0\parallel}(v_{\parallel})$  и  $g(v_{\parallel})$  (19), входящие в дисперсионное уравнение. Эти функции для указанных выше момента времени и положения спутника Van Allen Probe-А показаны на рис. 1.

В обсуждаемых данных электронная плотность  $N_e$  измеряется отдельно, независимо от потоков энергичных электронов, и намного превышает плотность энергичных частиц. В этом случае частоту и инкремент волны следует опре-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

делять из соотношения (40), где  $\omega_p$  – плазменная частота с учетом горячей компоненты плазмы, причем, как указано выше,  $\omega_p^2 \simeq (\omega_p^{(c)})^2$ .

Соотношение (40) определяет действительную и мнимую часть частоты как функцию волнового числа k. Однако в рассматриваемом случае, когда дисперсия волн определяется, в основном, холодной плазмой, действительная часть частоты и волновое число являются взаимно однозначными функциями, так что инкремент волны может быть выражен как функция частоты. Эта зависимость, полученная из численного решения уравнения (40), показана на рис. 2 сплошной линией.

В случае, когда дисперсия волны определяется плотной холодной компонентой плазмы, а ее инкремент — энергичными частицами малой плотности, которые не влияют на дисперсионные свойства волн, ее линейный инкремент определяется выражением (см., например, [24])

×

$$\gamma = \frac{4\pi^3 e^2 \omega(\omega_c - \omega)}{mk^2 c^2 \omega_c} \times$$

$$\lesssim \int_0^\infty dv_\perp v_\perp^3 \left( \frac{\partial f_0}{\partial v_\parallel} + \frac{\omega_c}{kv_\perp} \frac{\partial f_0}{\partial v_\perp} \right)_{v_\parallel = (\omega - \omega_c)/k}.$$
(45)



**Рис. 2.** Нормированный инкремент как функция нормированной частоты волны, вычисленный по данным спутника Van Allen Probe-А (сплошная линия). Данные получены 12 декабря 2017 г. в 11:25:34. Нормированный инкремент как функция нормированной частоты волны по тем же данным, но рассчитанный по формуле (45) (штриховая линия).

Выражение (45) предполагает, что показатель преломления волны  $kc/\omega$  является известной величиной, зависящей от частоты волны, а также определенное выражение для плотности энергии волны, также определяемое дисперсионным соотношением. Зависимость инкремента  $\gamma$  от частоты волны  $\omega$ , рассчитанная по формуле (45) с использованием той же самой измеренной функции распределения, что и выше, показана на рис. 2 штриховой линией.

Как мы видим, в случае, когда плотность "холодной" компоненты плазмы существенно превышает плотность горячих частиц, так что дисперсионные свойства плазмы определяются ее плотной холодной компонентой, а инкремент функцией распределения энергичных частиц, которые практически не влияют на дисперсию, оба метода расчета инкремента дают близкие результаты.

Метод решения дисперсионного уравнения, развиваемый в настоящей работе, применим и в том случае, когда сформулированные выше условия не выполнены, и распределение электронов плазмы нельзя разделить на плотную холодную и горячую компоненты. В этом случае при решении дисперсионного уравнения мы должны считать зависимость действительной части частоты от волнового числа неизвестной даже приближенно, и искать зависимость не только инкремента, но и действительной части частоты от волнового числа. Обе эти зависимости определяются одним комплексным уравнением (26). Способ вычисления входящего в это уравнение интеграла детально описан в предыдущем разделе.

Мы приведем результаты решения дисперсионного уравнения (26) на основе данных по потокам частиц, полученным на одном из спутников MMS [16] 19 июня 2017 г., в 03:57:38.625, когда спутник находился в хвосте магнитосферы на расстоянии 17 радиусов Земли. Согласно спутниковым измерениям электронная циклотронная частота  $f_c$  в области наблюдения составляла ~0.515 кГц. Плотность частиц, рассчитанная по измеренной функции распределения горячих электронов, составляла 0.0887 см<sup>-3</sup>, что соответствует плазменной частоте 2.6736 кГи Отметим. что существенное превышение плазменной частоты электронной гирочастоты вовсе не подразумевает возможность использования дисперсионного соотношения для свистов (41), справедливого в холодной плазме.

Измерения содержат надежные данные по дифференциальным потокам частиц в диапазоне энергий от 96 эВ до 21 кэВ, равномерно расположенных на логарифмической шкале (21 канал), в диапазоне питч-углов от 5° до 175° с шагом 10°. Измерения дифференциальных потоков частиц в так называемой "burst" моде, которые мы используем, проводились с временным разрешением ~30 мс. Такой режим измерений включался на короткое время при пересечении спутником плазменных границ и неоднородностей, таких как магнитопауза, диполизационные фронты, быстрые плазменные потоки и др. Что касается данных по плотности и, соответственно, плазменной частоте, то эти данные точно соответствуют приведенным потокам частиц и, по-видимому, не учитывают электроны с энергиями ниже 96 эВ. Поэтому плотность холодных частиц остается неопределенным параметром. Поскольку нашей целью является не вычисление инкремента для конкретного момента времени, а развитие общего метода решения дисперсионного уравнения для случая, когда ранее использовавшиеся методы неприменимы, мы приведем эти решения для нескольких значений плотности холодных частиц. Будем обозначать через  $n_h$  и  $n_c$  плотность горячих частиц, рассчитанную по экспериментально измеряемым потокам, и неизвестную плотность холодных частиц соответственно.

Пересчитав функцию распределения в переменных  $(v_{\parallel}, v_{\perp})$ , можно рассчитать для случая  $n_c = 0$  функции  $f_{0\parallel}(v_{\parallel})$ ,  $g(v_{\parallel})$  (19) и  $Q(v_{\parallel}, k)$  (28), входящие в дисперсионное уравнение. Функции  $f_{0\parallel}(v_{\parallel})$ ,  $g(v_{\parallel})$  и функция  $Q(v_{\parallel}, k)$  для  $kc/\omega_c = 7.7$  и указанных выше момента времени и положения спутника MMS показаны на рис. 3.



**Рис. 3.** Функции  $cf_{0\parallel}(v_{\parallel})$  и  $g(v_{\parallel})/c$ , определяемые соотношениями (19), и величина  $Q(v_{\parallel},k)$  (28) при  $kc/\omega_c = 7.7$  по данным спутника MMS для рассматриваемого момента времени (см. текст).

Результаты вычислений дисперсионных характеристик и декрементов волн для случая  $n_c = 0$ представлены на рис. 4 и 5. На рис. 4 показана зависимость действительной части частоты (левая панель) и декремента волн (правая панель) от волнового числа, которое всегда считается действительным. Мы видим, что одному и тому же значению волнового числа отвечают две различные частоты, что означает появление в этом случае новой волновой моды. Кроме того, на одной и той же непрерывной ветви колебаний, то есть в рамках одной моды, возникает немонотонная зависимость частоты от волнового числа, так что одна и та же частота может отвечать двум различным значениям волнового вектора. Поэтому, при  $n_{c} = 0$  инкремент не может быть выражен как однозначная функция частоты даже в рамках одной волновой моды, хотя и частота и декремент являются при этом однозначными функциями волнового числа, что является признаком волновой моды. Из правой панели ясно видно, что высокочастотная волновая мода является сильно затухающей, также как и более низкочастотная ветвь в области достаточно больших значений волнового числа и заведомо в области, где частота волны понижается с ростом волнового числа. (Отметим, что частоты и декременты, отвечающие первой и второй моде (показанных на рисунке сплошной и штриховой линиями соответственно), и лежащие на непрерывных кривых, однозначно определяются соответствующими интервалами волновых чисел). Мы видим, что дисперсия и затухание волн в горячей плазме существенно отличаются от того, что имеет место в холодной плазме с малой примесью энергичных частиц (см. рис. 6). Это связано с тем, что в горячей плазме, в отличие от холодной, как действительная, так и мнимая часть частоты определяются трансцендентным дисперсионным уравнением вида (27). Появление новых ветвей колебаний в горячей плазме хорошо известно. В частности, в [25] указано, что в горячей плазме "появляется ряд новых ветвей колебаний магнитоактивной плазмы, слабо и сильно затухающих, длинно- и коротковолновых, причем все они отсутствуют в холодной плазме".

На рис. 5 показана зависимость инкремента от частоты для указанного выше момента времени, где ясно видна неоднозначная зависимость γ(ω) в рамках одной волновой моды, связанная с немонотонной зависимостью  $\omega(k)$ . (Заметим, что необходимость монотонной зависимости частоты от волнового вектора в рамках волновой моды не является обязательной и не следует ни из каких общих соображений.) В предыдущие и последующие моменты времени (7 измерений, начиная с 38.505 с по 42.000 с) результаты несколько различаются количественно, но качественная картина сохраняет представленный на рисунках вид. Следовательно, небольшие изменения функции распределения, в том числе связанные с ошибками измерений, не приводят к качественным изменениям результатов.

Известно, что локальные особенности функции распределения могут влиять на устойчивость или неустойчивость плазмы. Неоднозначность же зависимости  $\gamma(\omega)$  не связана с какими-либо особенностями функции распределения горячих частиц, что видно из приведенного рис. 3, а толь-



**Рис. 4.** Нормированные частоты двух ветвей колебаний (левая панель) и соответствующие декременты (правая панель), как функции нормированного волнового вектора по данным спутника MMS. Величины, относящиеся к низкочастотной и высокочастотной ветвям, показаны сплошной и штриховой линиями соответственно.



**Рис. 5.** Декременты двух волновых мод как функции частоты, соответствующие рис. 4. Неоднозначная зависимость  $\gamma(\omega)$  для обеих ветвей связана с немонотонной зависимостью  $\omega(k)$ .

ко с самим фактом отсутствия холодной компоненты плазмы. Это подтверждается тем, что при добавлении в распределение холодных частиц, немонотонная зависимость  $\omega(k)$  исчезает при той же самой функции распределения горячих частиц. Если же холодные частицы отсутствуют, то как действительная, так и мнимая часть величины D из (26), задающей дисперсионное уравнение (27), определяются, в основном, входящим в D интегралом (43). В этом случае привычные представления о неустойчивом диапазоне и особенностях функции распределения, которые определяют этот диапазон, теряют свою силу, поскольку дисперсионное соотношение определяется не функцией распределения на действительной оси  $v_{\parallel}$ , а аналитическим продолжением соответствующего интеграла в комплексную плоскость. В случае же достаточно большого  $n_c$  и малых инкрементов неустойчивый диапазон в точности соответствует тем волновым векторам и соответствующим частотам, для которых резонансная скорость лежит в диапазоне скоростей, где величина Q положительна. Это связано с тем, что в этом случае мнимая часть величины D пропорциональна значению  $Q(v_R)$ .



**Рис. 6.** Нормированная частота волны как функция нормированного волнового числа (левая панель) и нормированный инкремент как функция нормированной частоты (правая панель): для случая  $n_c = 3n_h -$ сплошная линия; для случая  $n_c = 5n_h -$ штриховая линия.

Возникает естественный вопрос о влиянии на результат ошибок измерений. В связи с этим заметим, что входящие в дисперсионное уравнение функции  $f_{0\parallel}$  и g являются взвешенными интегралами по поперечной скорости v<sub>1</sub> от измеряемой функции распределения. Поскольку из измерений мы знаем функцию распределения в переменных энергия (W)-питч-угол ( $\alpha$ ), то интегрирование в (19) по  $v_{\perp}$  фактически соответствует некоторому интегралу по кривой на плоскости  $(W, \alpha)$  и, таким образом, уже включает некоторое усреднение, что видно из графиков функций  $f_{0\parallel}$  и g, приведенных на рис. 3. Следовательно, небольшие неточности измерений существенно сглаживаются и мало влияют на конечный результат. Это же подтверждают результаты расчётов в моменты времени, ближайшие к моменту времени выбранного события. Подчеркнем, что речь идет о моментах времени в интервале десятых долей секунды. Отметим также, что в расчетах мы не используем усреднение потоков во времени.

С ростом  $n_c$  ситуация меняется. Вторая мода исчезает, и действительная часть частоты и волновое число становятся взаимно однозначными функциями, так что инкремент теперь может быть выражен как однозначная функция частоты. Для функции распределения в момент времени, для которого приведены вычисления инкремента, а именно, 19 июня 2017 г., 03:57:38.625, немонотонная зависимость  $\omega(k)$  и связанная с ней неоднозначность зависимости  $\gamma(\omega)$  исчезает при  $n_c/n_h = 0.7$ . Близкие значения относительной плотности холодной плазмы, при которых вторая мода исчезает, а функция  $\omega(k)$  становится монотонно возрастающей функцией и, соответственно,  $\gamma(\omega)$  — однозначной функцией, получаются и для других моментов времени. Результаты расчетов для  $n_c = 3n_h$  и  $n_c = 5n_h$  показаны на рис. 6, соответственно сплошной линией и штриховой линией. Мы видим, что в этом случае появляется неустойчивый диапазон частот, причем с ростом плотности холодной компоненты максимум инкремента смещается в сторону низких частот, а его абсолютная величина несколько понижается. Следует подчеркнуть, что в случае, когда плотность холодной компоненты плазмы на несколько порядков превышает плотность горячей компоненты, что имеет место во внутренней магнитосфере, максимум относительного инкремента (декремента) оказывается на несколько порядков меньше, чем для случая, когда холодная компонента плазмы отсутствует, или ее плотность соизмерима с плотностью горячей компоненты, что характерно для хвоста магнитосферы.

Отметим, что в случае, когда плотность холодной плазмы существенно превышает плотность горячей компоненты, а инкремент волны много меньше ее частоты, зависимость величины инкремента от плотности холодной плазмы  $n_c$  хорошо известна. Для широкого класса функций распределения инкремент пропорционален экспоненте

$$\exp\left(-\frac{v_R^2}{v_{T_{\parallel}}^2}\right) \equiv \exp\left(-\frac{c^2}{v_{T_{\parallel}}^2}\frac{(\omega_c - \omega)^3}{\omega_p^2\omega}\right), \quad \omega_p^2 \propto n_c$$

 $(v_{T_{\parallel}} - продольная тепловая скорость), а предэкспоненциальный множитель пропорционален <math>1/n_c^{3/2}$  (см., например, формулу (3.2.6) из [7]). С ростом плотности холодной плазмы экспонента возрастает, в то время как предэкспоненциальный множитель убывает, так что окончательный результат зависит от конкуренции этих двух факторов. При  $v_R^2 \leq v_{T_{\parallel}}^2$ , что характерно для горячей плазмы, основным фактором является уменьшение предэкспоненциального множителя, что ведет к уменьшению инкремента с ростом плотности холодной плазмы.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Хорошо известно выражение для инкремента волны для случая, когда плазму можно разделить на две компоненты: плотную "холодную" компоненту, определяющую дисперсионные характеристики волны, и горячую компоненту, определяющую инкремент волны, но не оказывающую заметного влияния на ее дисперсию. В этом приближении можно ввести понятие плотности энергии волны, включающей энергию электромагнитного поля и колебательную энергию нерезонансных частиц, и рассматривать взаимодействие волны и резонансных частиц. При этом инкремент волны определяется из закона сохранения энергии во взаимодействующей системе. Такой подход предполагает известным дисперсионное соотношение для волны, выражающее действительную часть частоты через волновой вектор, и выражение для плотности энергии волны, которая пропорциональна квадрату амплитуды волны, а также зависит от ее дисперсии. То, что дисперсионное уравнение считается известным, подразумевает малость инкремента по сравнению с действительной частью частоты.

В настоящей работе представлен метод решения дисперсионного уравнения для свистовых волн, распространяющихся вдоль внешнего магнитного поля, для случая, когда функция распределения задается численно по спутниковым измерениям дифференциальных потоков частиц. Используемый нами подход в идейном смысле близок к подходу, предложенному Ландау для анализа затухания ленгмюровских волн, и в дальнейшем распространенному на другие волновые моды, в том числе в магнитоактивной плазме. Сушественное отличие нашего полхода состоит в том, что он не предполагает малость инкремента (декремента) по сравнению с частотой волны, и допускает численное задание функции распределения. (Следует заметить, что малость инкремента и численное задание функции распределения – это два независимых фактора, которые необязательно возникают вместе при вычислении инкремента волны на основе спутниковых данных по дифференциальным потокам частиц.) С математической точки зрения различие, которое позволяет снять ограничение на малость инкремента, состоит в том, что для аналитического продолжения интеграла по скорости, определяющего дисперсионное уравнение, мы используем не смещение контура интегрирования в комплексную плоскость, а принцип непрерывности. При этом интегрирование по скорости всегда ведется по действительной оси, на которой задана функция распределения и ее моменты. Как было указано во Введении, исследованию этих вопросов в последние годы уделяется большое внимание, и получены многие важные результаты в их решении (см. [17, 18] и имеющиеся там ссылки).

Использование развитого подхода проиллюстрировано в работе на двух примерах вычисления инкремента свистовых волн на основе спутниковых измерений внешнего магнитного поля и параметров плазмы, включая дифференциальные потоки электронов различных энергий и питч-углов. Первый пример относится к измерениям спутника Van Allen Probe-А в экваториальной области внутренней магнитосферы на L = 3.21. В этом случае наш подход дает результаты, аналогичные тем, которые получаются при вычислении инкремента в предположении "холодной" дисперсии и малого инкремента, когда применима формула (45). Второй пример относится к вычислению инкремента на основе измерений одного из спутников MMS в хвосте магнитосферы, на расстоянии порядка 17 Р. Как показывает расчет, в этом случае результат существенно зависит от плотности "холодной" плазмы, которую не удается определить по имеющимся данным. Это было бы серьезным препятствием для достижения цели работы, если бы она состояла в вычислении инкремента в данном конкретном случае. Однако целью работы и ее основным результатом является развитие метода вычисления инкремента волны при произвольном соотношении между плотностями холодной и энергичной компонент плазмы, когда используемый обычно подход неприменим.

Остановимся более подробно на возможном использовании полученных результатов при объяснении спутниковых наблюдений. Повышенная волновая активность и высокие интенсивности волн как правило наблюдаются во время геомагнитных возмущений и соответствуют нестационарному переходному процессу, для описания начальной стадии которого можно использовать линейное приближение. Естественно, что знание линейного инкремента не дает возможности вычислить амплитуды наблюдаемых волн, которые существенно зависят от начального возмущения, пространственного профиля инкремента и дру-

гих факторов. Что же тогда дает знание частотной зависимости линейного инкремента, и как можно проверить правильность его вычисления? Ответ на этот вопрос следует из практики анализа экспериментальных данных по наблюдениям волн и частиц, например, на спутниках. Если известна зависимость линейного инкремента от частоты, то естественно ожидать, что и спектральная интенсивность наблюдаемых волн будет иметь максимум на той же частоте, что и инкремент, и вообще, следовать за частотной зависимостью инкремента, или, более точно, интегрального коэффициента усиления, поскольку неустойчивость свистовых волн в магнитосфере, как правило, имеет конвективный характер. В случае же, когда волны наблюдаются вблизи области их генерации, естественно сравнить наблюдаемый спектр с локальным инкрементом, определяемым локальной функцией распределения энергичных частиц, которая в свою очередь однозначно связана с дифференциальными потоками частиц, также измеряемыми на спутниках. Соответствие между наблюдаемыми спектрами волн, измеренными потоками частиц и рассчитанными инкрементами волн может служить надежным подтверждением правильности их расчета.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 22-22-00135.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ландау Л.Д. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 574.
- 2. Власов А.А. // ЖЭТФ. 1938. Т. 8. С. 291.
- 3. Сагдеев Р.З., Шафранов В.Д. // ЖЭТФ. 1961. Т. 39. С. 181.
- 4. *Михайловский А.Б.* Теория плазменных неустойчивостей. В 2 тт. М.: Атомиздат, 1970–1971.
- 5. O'Neil T.M. // Phys. Fluids. 1965. V. 8. P. 2255.
- 6. Nunn D. // Planet. Space Sci. 1971. V. 19. P. 1141.
- Трахтенгерц В.Ю., Райкрофт М.Дж. Свистовые и альфвеновские циклотронные мазеры в космосе. М.: Физматлит, 2011.
- Karpman V.I., Istomin J.N., Shklyar D.R. // Phys. Scripta. 1975. V. 11. P. 278.
- 9. Xie H.-Sh. // Phys. Plasmas. 2013. V. 20. P. 092125. Doi: .
- https://doi.org/10.1063/1.4822332
- Shklyar D., Matsumoto H. // Surv. Geophys. 2009.
   V. 30 (2). P. 55. https://doi.org/10.1007/s10712-009-9061-7
- 11. Kennel C.F., Petschek H.E. // J. Geophys. Res. 1966. V. 71 (1). P. 1.

- 12. Любчич А.А., Демехов А.Г., Титова Е.Е., Яхнин А.Г. // Геомагнетизм и аэрономия. 2017. Т. 57 (1). С. 45.
- Шкляр Д.Р., Титова Е.Е., Маннинен Ю., Романцова Т.В. // Геомагнетизм и аэрономия. 2020. Т. 60 (1). С. 49. https://doi.org/10.31857/S0016794020010137
- Grigorenko E.E., Malykhin A.Y., Shklyar D.R., Fadanelli S., Lavraud B., Panov E.V., Avanov L., Giles B., Le Contel O. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2020. V. 125 (9). P. e2020JA028268. https://doi.org/10.1029/2020JA028268
- Kletzing C.A., Kurth W.S., Acuna M., MacDowall R.J., Torbert R.B., Averkamp T., Bodet D., Bounds S.R., Chutter M., Connerney J., Crawford D., Dolan J.S., Dvorsky R., Hospodarsky G.B., Howard J., Jordanova V., Johnson R.A., Kirchner D.L., Mokrzycki B., Needell G., Odom J., Mark D., Pfaff Jr.R., Phillips J.R., Piker C.W., Remington S.L., Rowland D., Santolik O., Schnurr R., Sheppard D., Smith C.W., Thorne R.M., Tyler J. // Space Sci. Rev. 2013. V. 179. P. 127. https://doi.org/10.1007/s11214-013-9993-6
- Burch J.L., Moore T.E., Torbert R.B., Giles B.L. // Space Sci. Rev. 2016. V. 199. P. 5. https://doi.org/10.1007/s11214-015-0164-9
- Astfalk P., Jenko F. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2017. V. 122 (1). P. 89. https://doi.org/10.1002/2016JA023522
- Verscharen D., Klein K.G., Chandran B.D.G., Stevens M.L., Salem C.S., Bale S.D. // J. Geophys. Res.: Space Phys. 2017. V. 122 (1). P. 89. https://doi.org/10.1002/2016JA023522
- 19. Гинзбург В.Л., Рухадзе А.А. Волны в магнитоактивной плазме. М.: Наука, 1975.
- Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований: Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. М.: Наука, 1969.
- 21. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М.: Физматлит, 2010.
- 22. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1988.
- Blake J.B., Carranza P.A., Claudepierre S.G., Clemmons J.H., Crain W.R., Dotan Y., Fennell J.F., Fuentes F.H., Galvan R.M., George J.S., Henderson M.G., Lalic M., Lin A.Y., Looper M.D., Mabry D.J., Mazur J.E., McCarthy B., Nguyen C.Q., O'Brien T.P., Perez M.A., Redding M.T., Roeder J.L., Salvaggio D.J., Sorensen G.A., Spence H.E., Yi S., Zakrzewski M.P. // Space Sci. Rev. 2013. V. 179. P. 383. https://doi.org/10.1007/s11214-013-9991-8
- Шкляр Д.Р. Плазменная гелиогеофизика / Под ред. Л.М. Зеленого и И.С. Веселовского. М.: Физматлит, 2008. Т. 2. С. 391.
- 25. Электродинамика плазмы / Под ред. Ахиезера А.И. и др. М.: Наука, 1974.

# ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

УДК 533.9

# БРОУНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ПЫЛЕВОЙ МОЛЕКУЛЫ

© 2022 г. А. М. Игнатов\*

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, Москва, Россия \*e-mail: aign@fpl.gpi.ru Поступила в редакцию 10.04.2022 г. После доработки 20.04.2022 г. Принята к публикации 28.04.2022 г.

Теоретически исследуется динамика связанного комплекса, состоящего из двух частиц, под действием внешних случайных сил. Предполагается, что межчастичные силы являются невзаимными. Показано, что в общем случае среднеквадратичные флуктуации скорости различных частиц отличаются друг от друга и от температуры термостата. Проведены численные расчеты динамики броуновских частиц в плазме с больцмановскими электронами и направленным потоком ионов.

*Ключевые слова:* пылевая плазма, броуновское движение **DOI:** 10.31857/S0367292122700147

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Пылевая плазма представляет собой многокомпонентную среду, состоящую из электронов, ионов и аэрозольных частиц, называемых пылинками. Многочисленные аспекты физики пылевой плазмы обсуждаются в монографиях [1–5]. В наземных условиях часто используется плазма ВЧ-разряда, при этом заряженные пылинки собираются в нижней части разрядной камеры и оказываются захваченными в потенциальную яму, возникающую благодаря действию электрической силы отталкивания от нижнего электрода и силы тяжести.

Наличие направленного потока ионов в приэлектродной части разряда приводит к сильной анизотропии потенциала электрического поля, создаваемого отдельным точечным зарядом. Скорость ионного потока сравнима со скоростью ионного звука и, поэтому, вниз по течению от заряда формируется осциллирующий след ионнозвуковых волн. Благодаря этому часто образуются структуры в виде цепочки пылинок, расположенных одна над другой. При этом существенно, что межчастичные силы в подобном комплексе оказываются невзаимными, то есть для них нарушается третий закон Ньютона. В частности, довольно давно изучаются пылевые молекулы, представляющие собой связанный комплекс из двух пылинок [6].

Теория связанных пылевых комплексов с использованием различных модельных потенциалов взаимодействия развивалась многими авторами (например, [7–10]). В частности, в работе [11] была разработана теория колебаний и устойчивости пылевой молекулы для случая невзаимных межчастичных сил с произвольным потенциалом взаимодействия.

В настоящей работе исследуется динамика пылевой молекулы по действием внешних случайных сил. Предполагается, что в вертикальном направлении (ось *z*) частицы удерживаются параболическим потенциальным полем с характерной частотой колебаний  $\Omega_0$ . Частицы имеют одинаковые постоянные заряды *Q* и расположены в плазме, состоящей из больцмановских электронов с температурой  $T_e$  и направленного вдоль оси *z* потока ионов (скорость –*u*) с температурой  $T_i \ll T_e$ .

Используются безразмерные переменные с масштабом длины  $\lambda = u/\omega_{pi}$ , где  $\omega_{pi}$  – ионная плазменная частота. Межчастичные силы нормированы на  $Q^2/\lambda^2$ , а масштаб времени для частиц с массой  $M_0$  равен  $M_0^{1/2}\lambda^{3/2}/|Q|$ . Трехмерные векторы обозначаются жирным шрифтом, а греческие индексы  $\alpha, \beta = x, y$  используются для обозначения горизонтальных координат. При описании броуновского движения мы придерживаемся терминологии и обозначений [12].

Статья организована следующим образом. В разделе 2 для произвольного потенциала взаимодействия выписаны общие формулы, относящиеся к динамике пылевой молекулы, и вычислены одновременные корреляторы скоростей частиц. В разделе 3 описан используемый для расчетов потенциал взаимодействия, громоздкие детали численных расчетов потенциала вынесены в Приложение. В разделе 4 обсуждаются условия существования пылевой молекулы и приведены результаты численных расчетов корреляционных функций.

# 2. СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА ПЫЛЕВОЙ МОЛЕКУЛЫ

В используемых безразмерных переменных массы обеих частиц равны единице. Общие уравнения движения для координат **г**<sub>1,2</sub> записываются в виде

$$\dot{\mathbf{v}}_1 = -\Omega_0^2 \mathbf{e}_z z_1 - \nabla U(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \gamma \mathbf{v}_1 + \mathbf{f}_1(t),$$

$$\dot{\mathbf{v}}_2 = -\Omega_0^2 \mathbf{e}_z z_2 - \nabla U(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) - \gamma \mathbf{v}_2 + \mathbf{f}_2(t),$$
(1)

где точка над символом обозначает производную по времени,  $\mathbf{v}_i = \dot{\mathbf{r}}_i$ ,  $\mathbf{e}_z$  – единичный вектор вдоль оси *z*, а  $\gamma$  обозначает коэффициент трения об окружающий газ. В уравнениях (1) потенциал считается изотропной в плоскости *xy* функцией  $U(\mathbf{r}) = U(\rho, z)$ , где  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Невзаимность межчастичных сил проявляется в том, что  $U(\rho, -z) \neq U(\rho, z)$ .

Корреляторы случайных сил  $\mathbf{f}_{1,2}$  независимы

$$\langle f_{i,j}(t) f_{i',j'}(t') \rangle = 2D_0 \delta_{i,i'} \delta_{j,j'} \delta(t-t'), i,i' = 1,2, \quad j,j' = x, y, z,$$
 (2)

и имеют одинаковые интенсивности  $D_0 = \gamma T_0$ , где  $T_0$  – температура термостата.

Пусть в отсутствие внешних сил равновесные координаты равны  $\mathbf{r}_i^0$ . Без потери общности можно считать, что  $x_i^0 = y_i^0 = 0$ , а вертикальные координаты равны  $z_{1,2}^0 = H \pm h/2$ , где h > 0, т. е. частица 1 расположена над частицей 2. Расстояние между частицами h и равновесная высота левитации H определяются из уравнений [11]

$$h\Omega_0^2 + V_{,z}(0,h) = 0, \quad H\Omega_0^2 + V_{,z}(0,h) = 0,$$
 (3)

где введены четные и нечетные по координате z части потенциала взаимодействия  $v(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}) + U(-\mathbf{r})$  и  $V(\mathbf{r}) = (U(\mathbf{r}) - U(-\mathbf{r}))/2$ . Индекс с запятой используется для обозначения производной по соответствующей координате.

Перейдем от исходных координат к смещениям относительно положений равновесия  $\mathbf{r}_i \rightarrow \mathbf{r}_i^0 + \mathbf{r}_i$ и, полагая, что величины  $\mathbf{r}_i$ и  $\mathbf{f}_i$ имеют один порядок малости, линеаризуем уравнения (1). Смещения удобно представить в виде

$$z_{1,2}(t) = z(t) \left( \frac{\Omega_v^2}{\omega_v^2} \pm \frac{1}{2} \right) + Z(t),$$

$$r_{\alpha 1,2}(t) = r_\alpha(t) \left( \frac{\Omega_h^2}{\omega_h^2} \pm \frac{1}{2} \right) + R_\alpha(t),$$
(4)

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

где введены обозначения

$$\begin{aligned}
\omega_{h}^{2} &= v_{,\rho\rho}(0,h), \quad \omega_{v}^{2} &= v_{,zz}(0,h), \\
\Omega_{h}^{2} &= V_{,\rho\rho}(0,h), \quad \Omega_{v}^{2} &= V_{,zz}(0,h).
\end{aligned}$$
(5)

Заметим, что в отсутствии эффектов невзаимности  $V(\mathbf{r}) = 0$  и  $\Omega_h = \Omega_v = 0$ .

После замены переменных (4) линеаризованные уравнения движения сводятся к набору уравнений для независимых гармонических осцилляторов

$$\dot{v}_{z}(t) = -(\omega_{v}^{2} + \Omega_{0}^{2})z(t) - \gamma v_{z}(t) + f_{z}(t),$$

$$\dot{V}_{z}(t) = -\Omega_{0}^{2}Z(t) - \gamma V_{z}(t) + F_{z}(t),$$

$$\dot{v}_{\alpha}(t) = -\omega_{h}^{2}r_{\alpha}(t) - \gamma v_{\alpha}(t) + f_{\alpha}(t),$$

$$\dot{V}_{\alpha}(t) = -\gamma V_{\alpha}(t) + F_{\alpha}(t),$$
(6)

где  $v = \dot{\mathbf{r}}, V = \dot{\mathbf{R}}.$ 

В общем случае величины, определяемые соотношениями (5), могут быть как положительными, так и отрицательными. Однако из уравнений (6) видно, что для существования и устойчивости пылевой молекулы помимо соотношений (3) необходимо выполнение двух неравенств

$$\omega_v^2 + \Omega_0^2 > 0, \quad \omega_h^2 > 0, \quad (7)$$

тогда как знаки величин  $\Omega_v^2$  и  $\Omega_h^2$  на устойчивость не влияют. В дальнейшем предполагается, что неравенства (7) выполнены.

Случайные силы, действующие на осцилляторы, равны

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}_{1}(t) - \mathbf{f}_{2}(t),$$

$$F_{z}(t) = \frac{1}{2}(f_{1,z}(t) + f_{2,z}(t)) + \frac{\Omega_{v}^{2}}{\omega_{v}^{2}}(f_{2,z}(t) - f_{1,z}(t)), \quad (8)$$

$$F_{\alpha}(t) = \frac{1}{2}(f_{1,\alpha}(t) + f_{2,\alpha}(t)) + \frac{\Omega_{h}^{2}}{\omega_{h}^{2}}(f_{2,\alpha}(t) - f_{1,\alpha}(t)).$$

При помощи соотношений (2) легко вычислить корреляторы сил (8)

$$\langle f_i(t)f_{i'}(t')\rangle = 4D_0\delta_{i,i'}\delta(t-t'), \quad i,i' = x, y, z, \langle F_z(t)F_z(t')\rangle = D_0\left(1+4\frac{\Omega_v^4}{\omega_v^4}\right)\delta(t-t'),$$
(9)  
 
$$\langle F_\alpha(t)F_\beta(t')\rangle = D_0\left(1+4\frac{\Omega_h^4}{\omega_h^4}\right)\delta_{\alpha,\beta}\delta(t-t').$$

Уравнения (6) описывают броуновское движение независимых осцилляторов, для каждого из которых функция распределения по координатам и скоростям известна [12]. Существенно, однако, то, что в соответствии с (9) интенсивности источников случайных сил для осцилляторов различаются. Поскольку осцилляторы независимы, полную функцию распределения для пылевой молекулы можно записать в виде произведения

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{R}, \mathbf{V}) = C \exp\left(-\frac{r^2 \omega_h^2 + v^2}{4T_0}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{V_\perp^2 \omega_h^4}{T_0 \left(\omega_h^4 + 4\Omega_h^4\right)} - \frac{\omega_v^4 \left(V_z^2 + \Omega_0^2 Z^2\right)}{T_0 \left(\omega_v^4 + 4\Omega_v^4\right)}\right),$$
(10)

где  $V_{\perp} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$  и *С* – нормировочный множитель. При выводе (10) учтены явные выражения для корреляторов сил (9).

При помощи замены переменных (4) функцию распределения (10) можно выразить через исходные координаты и скорости, что позволяет вычислить среднеквадратичные флуктуации величин, относящихся к различным частицам. Наибольший интерес представляют флуктуации скоростей

$$\langle v_{z1,2}^2 \rangle = T_0 \frac{\omega_v^4 + 4\Omega_v^4 \pm 2\omega_v^2 \Omega_v^2}{\omega_v^4},$$

$$\langle v_{\alpha 1,2}^2 \rangle = T_0 \frac{\omega_h^4 + 4\Omega_h^4 \pm 2\omega_h^2 \Omega_h^2}{\omega_h^4}, \quad \alpha = x, y.$$
(11)

Наряду со средними (11) отличными от нуля оказываются смешанные корреляторы скоростей

$$\langle v_{1z}v_{2z}\rangle = 4T_0 \frac{\Omega_{\nu}^4}{\omega_{\nu}^4}, \quad \langle v_{1\alpha}v_{2\alpha}\rangle = 4T_0 \frac{\Omega_h^4}{\omega_h^4}.$$
(12)

В дальнейшем величины (11) условно называются горизонтальными и вертикальными температурами отдельных частиц<sup>1</sup>. Влияние эффектов невзаимности заключается в отличии всех температур от температуры  $T_0$ . В отсутствие невзаимных сил  $\Omega_h = \Omega_v = 0$ , тепловое равновесие восстанавливается  $\langle v_{li}^2 \rangle = \langle v_{2i}^2 \rangle = T_0$ , а корреляторы (12) обращаются в нуль.

#### 3. ПОТЕНЦИАЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Для численных расчетов используется потенциал точечного заряда в потоке плазмы. В используемых безразмерных переменных потенциал можно записать в виде интеграла

$$U(\rho, z) = \frac{4\pi}{(2\pi)^2} \int_0^{\infty} dk \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \frac{k J_0(k\rho) e^{ik_z z}}{(k^2 + k_z^2) \varepsilon(k_z, k, k_z)}, \quad (13)$$

где диэлектрическая проницаемость плазмы равна

$$\epsilon(\omega, k, k_z) = 1 + \frac{M^2}{k^2 + k_z^2} - \frac{1}{\omega(\omega + i0) - \tau^2 \left(k^2 + k_z^2\right)},$$
(14)

 $\tau = v_{Ti}/u \ll 1$  и величина  $M = (n_e/n_i)u\sqrt{m_i/T_e}$  пропорциональна числу Маха ионного потока.

Нули знаменателя в подынтегральном выражении (13) равны  $k_z = \pm iq_1(k), k_z = \pm q_2(k) - i0$ , где величины  $q_{1,2}(k) > 0$ . Явные выражения для  $q_{1,2}(k)$ выписаны в приложении (19), здесь отметим лишь, что при больших значениях  $k \to \infty$ 

$$q_1(k) = k + O(1/k), \quad q_2(k) = \tau k + O(1/k).$$
 (15)

Результат интегрирования по  $k_z$  в (13) записывается в виде

$$U(\rho, z) = S(\rho, z) + \theta(-z)W(\rho, z), \qquad (16)$$

где

$$S(\rho, z) = \int_{0}^{\infty} dk s(k) e^{-q_1(k)|z|} J_0(k\rho), \qquad (17)$$

$$W(\rho, z) = \int_{0}^{\infty} dk w(k) \sin(q_2(k)z) J_0(k\rho).$$
(18)

Явные выражения для функций s(k) и w(k) выписаны в Приложении (20), (21).

Четная функция координат (17) представляет собой анизотропный экранированный кулоновский потенциал и при  $\rho \rightarrow 0, z \rightarrow 0$  ведет себя как  $S(\rho, z) \sim 1/\sqrt{\rho^2 + z^2}$ . Поскольку при больших волновых числах  $q_1(k) \approx k$  (15), интеграл (17) хорошо сходится и легко рассчитывается стандартными методами.

Функция (18) описывает след ионно-звуковых волн, формирующийся ниже по течению от точечного заряда. Интеграл (18) от быстро осциллирующей функции сходится довольно плохо, и для вычисления его производных (5) приходится прибегать к различным ухищрениям, описываемым в Приложении.

Если пренебречь тепловым разбросом ионов  $(\tau = 0)$ , то при  $k \to \infty$  функция  $w(k) \sim 1/k$  и  $q_2 \to 1$ . По этой причине интеграл (18) при  $\rho \to 0$  имеет логарифмическую особенность  $W(\rho, z) \sim \sim \ln \rho$ . При  $\tau \neq 0$  асимптотика  $q_2$  имеет вид (15), что сглаживает сингулярность. При этом характерный масштаб изменения  $W(\rho, z)$  при малых  $\rho$  и часто́ты  $\omega_h$ ,  $\Omega_h$  (5) определяются величиной  $\tau$ . В исходных физических переменных это означает,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> В выбранной системе единиц размерность температуры равна квадрату скорости.





**Рис. 1.** График функции *v*(0, *z*). Сплошная кривая – *M* = 0.5, штриховая – *M* = 1.5; *τ* = 0.1.

что при  $\rho \approx 0$  и z < 0 характерный масштаб потенциала точечной частицы в радиальном направлении определяется ионным дебаевским радиусом. Заметим, что при исследовании динамики систем частиц, расположенных на одной высоте [14], сингулярностей не возникает и нет необходимости в учете теплового разброса ионов.

# 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Все расчеты проводились для достаточно малого теплового разброса ионов  $\tau = 0.1$  для двух значений числа Маха M = 0.5 и M = 1.5.

#### 4.1. Равновесные конфигурации

Рассмотрим сначала равновесные конфигурации молекулы в отсутствие внешних сил и трения. Введенные в разделе 2 потенциальные функции выражаются при z > 0 через (17), (18) как  $v(\rho, z) = 2S(\rho, z) + W(\rho, -z)$  и  $V(\rho, z) = -W(\rho, -z)/2$ .

Примеры функций v(0, z) и V(0, z) показаны на рис. 1, 2. При  $z \to 0$  доминирующим является вклад кулоновского потенциала (17) и  $v(0, z) \sim 1/z$ , тогда как  $V(0, z) \to 0$ .

Обе функции и их производные являются осциллирующими функциями *z*. Поэтому решение первого уравнения равновесия (3), определяющего равновесное расстояние между пылинками, существует в интервале  $0 < h < h_{max}$ , где  $h_{max} -$ минимальный корень  $v_{,z}(0,z) = 0$ , и  $\Omega_0 > 0$ . Кроме того, существуют решения и для других интервалов изменения *h* таких, что  $v_{,z}(0,h) < 0$ , однако для этих решений параметр  $\Omega_0$  лежит в некоторых ограниченных областях. В дальнейшем обсуждается наиболее интересное основное состояние молекулы с минимальным расстоянием между частицами.



**Рис. 2.** График функции V(0, z). Сплошная кривая — M = 0.5, штриховая — M = 1.5;  $\tau = 0.1$ .

Решение системы уравнений равновесия (3) позволяет построить зависимость равновесных координат пылинок  $z_{1,2}$  от частоты  $\Omega_0$ . Два примера показаны на рис. 3. При больших значениях  $\Omega_0$  координаты частиц стремятся к нулю  $(h \sim \Omega_0^{-2/3}, H \sim \Omega_0^{-2})$ , тогда как при малых  $\Omega_0$  расстояние между частицами стремится к фиксированному значению  $h_{\text{max}}$  (для обоих рассмотренных случаев  $h_{\text{max}} \approx 1.3$ ), а координаты центра масс неограниченно возрастают. В этом заключается проявление коллективной силы ионного увлечения, обсуждавшейся в [13]. Заметим, что хотя внешне кривые на рис. 3, соответствующие разным числам Маха, почти не отличаются, вследствие выбранной нормировки безразмерных переменных пространственные масштабы сплошных и пунктирных кривых различаются в три раза.



**Рис. 3.** Зависимость равновесных координат частиц от  $\Omega_0$ . Сплошные линии – M = 0.5, штриховые – M = 1.5;  $\tau = 0.1$ .



**Рис. 4.** Зависимость вертикальных температур от  $\Omega_0$ . Номера кривых соответствуют номерам частиц. Сплошные линии – M = 0.5, штриховые – M = 1.5;  $\tau = 0.1$ .

## 4.2. Корреляторы скоростей

Для устойчивости молекулы необходимо выполнение условий (7). В случае обсуждаемого здесь основного состояния молекулы в исследованной области параметров первое неравенство (7) выполняется всегда, однако оно может нарушаться для решений (3) с бо́льшими значениями *h*.

Как уже отмечалось, при малых межчастичных расстояниях доминирующим является экранированный потенциал (17), для которого  $S_{,\rho\rho}(0,h) < 0$ . Поэтому существует межчастичное расстояние  $h_{\min}$  для которого  $\omega_h = 0$ , и при  $h < h_{\min}$  вертикальное расположение частиц становится неустойчивым. Для рассматриваемых здесь примеров  $h_{\min} \approx 0.14$ , а частота внешнего удерживающего потенциала довольно велика –  $\Omega_0 \approx 27$ .

На рис. 4 показаны среднеквадратичные флуктуации вертикальных компонент скоростей частиц (11) как функции  $\Omega_0$  для дозвукового (M = 0.5) и сверхзвукового (M = 1.5) потоков плазмы. Из рисунка видно, что характерная вертикальная температура верхней частицы всегда меньше температуры окружающего газа  $T_0$ , а нижней частицы — больше. При увеличении параметра  $\Omega_0$  уменьшается межчастичное расстояние, эффекты невзаимности перестают играть заметную роль, и вертикальные температуры обеих частиц стремятся к  $T_0$ .

Горизонтальные температуры частиц (рис. 5) всегда превышают  $T_0$ . При увеличении параметра  $\Omega_0$  частота горизонтальных колебаний  $\omega_h$  обращается в нуль, а горизонтальные температуры неограниченно возрастают. Подобное поведение



**Рис. 5.** Зависимость горизонтальных температур от  $\Omega_0$ . Номера кривых соответствуют номерам частиц. Сплошные линии – M = 0.5, штриховые – M = 1.5;  $\tau = 0.1$ .

корреляционных функций характерно для любых систем вблизи точки фазового перехода и, в частности, для плазменного кристалла [15].

# 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучалось броуновское движение двух пылевых частиц, левитирующих в приэлектродном слое плазмы. Наличие потока ионов в окружающей среде описывается путем введения невзаимных сил между частицами. Показано, что среднеквадратичные флуктуации скорости в горизонтальном и вертикальном направлениях заметно отличаются и не равны температуре термостата. Таким образом, действие плазмы приводит к тому, что пылевая молекула ведет себя подобно холодильнику или тепловому насосу.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ

Явные выражения для корней знаменателя в подынтегральном выражении (13) имеют вид

$$q_{1,2}^{2} = \frac{\sqrt{D} \pm [k^{2}(1-2\tau^{2}) - M^{2}\tau + M^{2} - 1]}{2(1-\tau^{2})},$$
 (19)

где

$$D = k^{4} + 2k^{2}(1 + M^{2}(1 - \tau^{2})) + (1 - M^{2}(1 - \tau^{2}))^{2}.$$

Функции, входящие в интегралы (17), (18), записываются как

$$s(k) = \frac{kq_1^2(1-\tau^2) + k^3\tau^2}{(1-\tau^2)q_1(q_1^2+q_2^2)},$$
(20)

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

$$w(k) = \frac{2k\left(-k^{2}\tau^{2} + q_{2}^{2}(1-\tau^{2})\right)}{(1-\tau^{2})q_{2}\left(q_{1}^{2} + q_{2}^{2}\right)}.$$
 (21)

При больших значениях волнового вектора  $k \to \infty$  эти функции ведут себя как

$$s(k) \to 1, \quad w(k) \to \frac{2}{k^2 \tau}$$
 (22)

Интеграл (17) и его производные хорошо сходятся и вычисляются непосредственно. Интеграл (18) тоже сходится, однако при непосредственном вычислении вторых производных возникают расходящиеся интегралы. Избежать появления расходимостей можно следующим способом.

Во-первых, произведем замену переменных  $k \rightarrow q_2$ , после чего разобьем интеграл (18) на две части  $W(\rho, z) = W_1(\rho, z) + W_2(\rho, z)$ , где

$$W_1(\rho, z) = \int_{q_{\min}}^{q_0} dq_2(dk/dq_2)w(k)\sin(q_2z)J_0(k\rho), \quad (23)$$

$$W_2(\rho, z) = \int_{q_0}^{\infty} dq_2(dk/dq_2)w(k)\sin(q_2z)J_0(k\rho).$$
 (24)

Здесь  $q_{\min} = q_2|_{k=0}$ , а величина  $q_0$ , от которой результат не зависит, выбирается достаточно большой  $q_0 > q_{\min}$ . Интеграл (23) берется по конечному отрезку и его можно дифференцировать по *z* и р.

Производные (24) по *z* при  $\rho = 0$  можно вычислить следующим образом. Из подынтегрального выражения в (24) при  $\rho = 0$  вычтем и прибавим его асимптотику при  $q_2 \rightarrow \infty$ , равную  $2\sin(q_2 z)/q_2^2$ . Интеграл от асимптотической части вычисляется в явном виде, и выражение (24) переписывается как

$$W_{2}(0,z) = \int_{q_{0}}^{\infty} dq_{2} \Big[ (dk/dq_{2})w(k) - 2/q_{2}^{2} \Big] \sin(q_{2}z) + \frac{2\sin(q_{0}z)}{q_{0}} - 2z\mathrm{Ci}(q_{0}|z|),$$
(25)

где  $C_i(z) = -\int_z^{\infty} dt \cos(t)/t$  — интегральный косинус. Дифференцирование (25) приводит к сходящемуся интегралу.

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

Вторые производные (24) по р вычисляются несколько сложнее. Разобьем интеграл (24) на две части  $W_2(\rho, z) = W_{21}(\rho, z) + W_{22}(\rho, z)$ , где

$$W_{21}(\rho, z) =$$

$$= \int_{q_0}^{\infty} dq_2 \left[ (dk/dq_2)w(k)J_0(k\rho)\sin(q_2 z) - \phi(q_2, \rho) \right], \quad (26)$$

$$W_{22}(\rho, z) = \int_{q_0}^{\infty} dq_2 \phi(q_2, \rho) \quad (27)$$

$$\phi(q_2, \rho) = 2\left(\frac{1}{q_2^2} + \frac{1 - 2M^2 \tau^2}{q_2^4}\right) \times \\ \times J_0\left(\frac{\rho\sqrt{1 - \tau^2}q_2}{\tau}\right) \sin(q_2 z)$$
(28)

— асимптотика подынтегрального выражения (24) при  $q_2 \rightarrow \infty$ . Дифференцирование выражения (26) по  $\rho$  при  $\rho = 0$  приводит к сходящемуся интегралу.

Для вычисления производной второго члена (27) поступим следующим образом. Представим функцию Бесселя в виде  $J_0(z) = (1/\pi) \times \int_0^{\pi} dt \cos(z \sin t)$ , после чего интеграл по  $q_2$  вычисляется. Получившееся выражение регулярно при  $|z| > \rho/\tau$ , его можно дважды продифференцировать по  $\rho$  и положить  $\rho = 0$ . После этого интеграл по t вычисляется в явном виде

$$W_{22,\rho\rho}(0,z) =$$

$$= \frac{1-\tau^{2}}{\tau^{2}} (1-2M^{2}\tau^{2}) \left[ z_{Ci}(q_{0}|z|) - \frac{\sin(q_{0}z)}{q_{0}} \right] - (29)$$

$$- \frac{(1-\tau^{2})\cos(q_{0}z)}{\tau^{2}z}.$$

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Комплексная и пылевая плазма / Ред. Фортов В.Е., Морфилл Г.Е. М.: Физматлит, 2012.
- 2. *Tsytovich V.N., Morfill G.E., Vladimirov S.V., Thomas H.M.* Elementary Physics of Complex Plasmas. Lect. Notes Phys. 731. Belin, Heidelberg: Springer, 2008.
- 3. *Vladimirov S.V., Ostrikov K., Samarian A.A.* Physics and Applications of Complex Plasmas. Imperial College Press, 2005.
- 4. *Sodha M.S.* Kinetics of Complex Plasmas. Springer India, 2014.

- Introduction to Complex Plasmas / Eds. Bonitz M., Horing N., Ludwig P. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2010.
- Meltzer A., Schweigert V.A., Piel A. Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 3194.
- 7. Kompaneets R., Vladimirov S.V., Ivlev A.V., Tsytovich V., Morfill G. Phys. Plasmas. 2006. V. 13. P.072104.
- Ваулина О.С., Лисина И.И., Косс К.Г. Физика плазмы. 2013. Т. 39. С. 455.
- 9. Лисина И.И., Ваулина О.С. Физика плазмы. 2014. Т. 40. С. 815.
- 10. Ваулина О.С. Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 368.
- 11. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 910.
- 12. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая физика. М.: Наука, 1982.
- 13. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 2019. Т. 45. С. 825.
- 14. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 358.
- 15. Игнатов А.М. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. С. 519.

# \_\_\_\_\_ ПЫЛЕВАЯ ПЛАЗМА

УДК 523.6;533.951

# НИЖНЕГИБРИДНЫЕ ВОЛНЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МЕТЕОРНЫХ ХВОСТОВ С ИОНОСФЕРОЙ ЗЕМЛИ

© 2022 г. Т. И. Морозова<sup>*a*, \*</sup>, С. И. Попель<sup>*a*, \*\*</sup>

<sup>а</sup> Институт космических исследований РАН, Москва, Россия \*e-mail: timoroz@yandex.ru \*\*e-mail: popel@iki.rssi.ru Поступила в редакцию 05.05.2022 г. После доработки 10.05.2022 г. Принята к публикации 17.05.2022 г.

Исследована возможность генерации нижнегибридных волн в метеороидных хвостах при их взаимодействии с ионосферой Земли. Нижнегибридные волны возбуждаются в результате развития неустойчивости бунемановского типа вследствие движения плазмы хвоста метеороида относительно магнитного поля Земли. Обсуждаются магнито-модуляционные процессы, обусловленные существованием в плазме нижнегибридных волн, в результате развития которых происходит генерация квазистационарных возмущений магнитного поля. Показано, что эти возмущения по порядку величины совпадают с наблюдаемыми магнитными полями, возникающими во время пролетов метеороидов.

*Ключевые слова:* ионосфера Земли, хвосты метеороидов, нижнегибридные волны, магнитные поля, модуляционное взаимодействие

DOI: 10.31857/S0367292122600406

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Пролеты метеорных тел, как природные явления, не зависящие от человека и труднопрогнозируемые, необходимо детально изучать, понимать вызванные ими процессы и последствия, которые они несут для природы и человека. Физические явления и эффекты, возникающие в результате пролетов метеорных тел, могут оказывать влияние на работу радиолокационных систем, радиотелескопов, приборов геолокации и эксперименты с использованием пролетных ракет, что важно при учете работы вышеперечисленных систем и устранения сбоев.

Метеоры — это свечение паров метеороида (метеорного тела). Бывают одиночные метеороиды (преимущественно осколки астероидов) и метеорные потоки (падающие звезды), связанные с прохождением Земли по орбите кометы. Во время метеорных потоков можно наблюдать до нескольких метеоров в час. При входе в атмосферу Земли в результате соударения атомов ионосферы и метеорного тела образуется метеорный след, в котором присутствуют пары метеорного вещества, раздробленные фрагменты метеорного тела, молекулы, ионизованные атомы атмосферных газов и метеорного вещества.

При объяснении метеорных явлений часто следует применять методы физики плазмы. Так,

например, механизм генерации низкочастотных радиошумов во время метеорных потоков Персеиды, Леониды, Геминиды, Ориониды связан с развитием модуляционного взаимодействия в пылевой плазме ионосферы Земли [1, 2]. Также модуляционное взаимодействие важно для объяснения возникновения звуковых волн от метеорных потоков [3–5].

Важным аспектом физики метеорных явлений, которые, возможно, также связаны с развитием модуляционного взаимодействия в плазме [6], является генерация магнитных полей, возникающих во время пролетов метеороидов. Величина таких магнитных полей составляет вплоть до  $\sim 10^{-4}$  Гс [7–9]. До настоящего времени нет единого мнения о главном механизме магнитного эффекта, вызываемого в атмосфере Земли космическими телами, что связано, прежде всего, с небольшим количеством данных наблюдений.

Хорошо известно, что развитие модуляционного взаимодействия высокочастотных волн, приводящего к генерации низкочастотных поперечных электрических полей, сопровождается довольно интенсивной генерацией квазистационарных магнитных полей [6]. Важную роль часто играет модуляционное взаимодействие нижнегибридных (НГ) волн, описывающее случайное блуждание силовых линий магнитного поля, возбуждаемого в процессе нагрева плазмы интенсивным ВЧ-полем и налагающее ограничения на использование ВЧ-полей (особенно в области частот, близких к НГ-резонансу) для нагрева плазмы [10]. Схожие явления влияют на генерацию токов увлечения НГ-волнами в термоядерных установках [11]. НГ-волны играют существенную роль в различных природных плазменных системах таких, как магнитосфера Земли [12, 13], экзосфера Луны [14] и т.д.

Целью настоящей работы является выявление возможности генерации НГ-волн при взаимодействии метеорных хвостов с ионосферой Земли, а также определение квазистационарных магнитных полей, образующихся в результате развития модуляционного взаимодействия НГ-волн, и их сравнение с магнитными полями, возникающими во время пролетов метеороидов. В разделе 2 приводится описание механизма генерации НГволн при движении в ионосфере плазмы метеорного хвоста относительно магнитного поля Земли. Раздел 3 посвящен рассмотрению магнитомодуляционных процессов с участием НГ-волн и связанной с ними генерации квазистационарных магнитных полей. В разделе 4 сформулированы краткие выводы работы.

## 2. ВОЗБУЖДЕНИЕ НГ-ВОЛН

Непосредственно за метеорным телом тянется так называемый хвост метеороида (wake) [15]. Природа свечения хвоста та же, что и самого метеора – светят возбужденные атомы и ионы метеорного вещества и атмосферных газов. Хвост метеороида может также включать в себя пылевые частицы, образуемые в результате дробления главного метеорного тела или его отколовшихся частей. Метеорная ионизация наиболее интенсивна на высотах 80–120 км, т.е. при взаимодействии хвоста метеороида с ионосферой Земли.

Скорость плазмы хвоста метеороида **u** относительно плазмы ионосферы может достигать значений порядка скорости главного метеорного тела, которая весьма велика (см. рис. 1), [16]. Важным параметром для метеорных следов является концентрация электронов и ионов на сантиметр пути [15, 17]. Характерные значения линейных концентраций  $n_e = 10^{12} - 10^{16}$  см<sup>-1</sup> (в зависимости от массы и яркости метеорного тела от  $5^m$  до  $-5^m$ ),  $n_i = 10^{12} - 10^{13}$  см<sup>-1</sup>. По линейной концентрации можно оценить полную концентрацию на телесный угол метеорного следа, в формулу которой также входит коэффициент диффузии (см. [15], с. 297). Типичные значения так найденных концентраций  $n_{eM} = 10^9 - 10^{13}$  см<sup>-3</sup>,  $n_{iM} = 10^8 - 10^{12}$  см<sup>-3</sup>. Температуры электронов и ионов составляют



**Рис. 1.** Функция распределения по скоростям метеороидов *и* в окрестности Земли по данным [16].

 $T_{eM} = T_{iM} = 2$  эВ. Диапазон характерных размеров пылевых частиц *а* в метеорном следе в основном составляет от 80 нм до 1 мкм [18], диапазон концентраций пылевых частиц  $n_d$  лежит в диапазоне от 10<sup>6</sup> до 10<sup>8</sup> см<sup>-3</sup>. Типичные параметры плазмы ионосферы, например, на высоте 90 км следующие: концентрации электронов и ионов  $n_{eI} \sim n_{iI} \sim 3 \times 10^4$  см<sup>-3</sup>, температуры электронов и ионов  $T_{eI} \approx T_{iI} \approx 140$  К.

Таким образом, при взаимодействии метеорного хвоста с ионосферой концентрации ионосферных электронов и ионов оказываются существенно меньшими, чем концентрации электронов и ионов в метеорном хвосте. Оказывается, что при этом основным при движении плазмы метеорного хвоста относительно ионосферы является взаимодействие его электронов и ионов с магнитным полем Земли. Движение электронов и ионов метеорного хвоста относительно магнитного поля Земли  $\mathbf{B}_0$  ( $|\mathbf{B}_0| \sim 0.5$  Гс) приводит к развитию неустойчивости бунемановского типа [19]. Действительно, используя выражения для магнитоактивной холодной плазмы (см., например, уравнение (56.12) из [20]), эффект Доплера для движущихся относительно магнитного поля Земли электронов и ионов (аналогично тому, как этот эффект учитывается для случая гидродинамической пучковой неустойчивости - см., например, [21]), замагниченность электронов и незамагниченность ионов, получаем с учетом наиболее существенных слагаемых при  $\cos \Theta \ll 1$ следующее линейное дисперсионное уравнение в системе отсчета, связанной с Землей

$$1 + \frac{\omega_{peM}^2}{\omega_{Be}^2} - \frac{\omega_{peM}^2 \cos^2 \Theta}{\left(\omega - k_{\parallel} u_{\parallel}\right)^2} - \frac{\omega_{piM}^2}{\left(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}\right)^2} = 0, \qquad (1)$$

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

где || — индекс, характеризующий компоненту вектора, параллельную внешнему магнитному полю **B**<sub>0</sub>,  $\cos \Theta = k_{\parallel}/|\mathbf{k}|$ ,  $\omega_{pe(i)M}$  — электронная (ионная) плазменная частота в хвосте метеороида,  $\omega_{Be} = e|\mathbf{B}_0|/m_ec$  — гирочастота электронов, -e заряд электрона,  $m_e$  — его масса, c — скорость света.

Дисперсионное соотношение (1) имеет неустойчивые решения. Неустойчивость представляет собой раскачку продольных электростатических колебаний плазмы со скоростью нарастания порядка частоты НГ-резонанса. Действительно, поскольку  $k_{\parallel} \ll k$  и  $u_{\parallel} \leq u$ , имеем  $|k_{\parallel}u_{\parallel}| \ll |\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}|$ . В этом случае при поиске решений дисперсионного уравнения удается переписать его в виде

.

$$1 + \frac{\omega_{peM}^2}{\omega_{Re}^2} - \frac{\omega_{peM}^2 \cos^2 \Theta}{\omega^2} - \frac{\omega_{piM}^2}{\left(\omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{u}\right)^2} = 0, \qquad (2)$$

типичном для неустойчивости бунемановского типа. Пусть  $\cos \Theta \gg \sqrt{m_e/m_i}$ , где  $m_i$  — масса иона. Тогда четвертое слагаемое в левой части (2) вносит существенный вклад лишь при значениях  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}$ , достаточно близких к  $\omega$ . Максимальное значение инкремента неустойчивости определяется с помощью метода, описанного в [21], согласно которому

$$\omega = \frac{\omega_{peM} \cos \Theta}{\sqrt{1 + \omega_{peM}^2 / \omega_{Be}^2}} + \delta \omega \approx \omega_{LH} (\cos \Theta) + \delta \omega,$$
(3)  
$$\delta \omega \ll \omega_{LH} (\cos \Theta),$$
$$\omega = \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} + \delta \omega, \quad \delta \omega \ll |\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}|.$$
(4)

Здесь  $\omega_{LH}(\cos \Theta) = \sqrt{\omega_{piM}^2 + \omega_{peM}^2 \cos^2 \Theta} / \sqrt{1 + \omega_{peM}^2 / \omega_{Be}^2} - частота HГ-волн в хвосте метео-$ 

роида, распространяющихся под углом  $\Theta$  по отношению к магнитному полю Земли. Соотношение (4) вместе с условием  $|k_{\parallel}u_{\parallel}| \ll |\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}|$  оправдывает переход от (1) к (2) при поиске решений дисперсионного уравнения.

Таким образом, полагая что

$$\omega_{\rm LH}(\cos\Theta) \approx \mathbf{k} \cdot \mathbf{u},\tag{5}$$

получаем кубическое уравнение

$$\frac{2\delta\omega\sqrt{1+\omega_{peM}^2/\omega_{Be}^2}}{\omega_{peM}\cos\Theta} - \frac{\omega_{piM}^2}{\left(\delta\omega\right)^2\left(1+\omega_{peM}^2/\omega_{Be}^2\right)} = 0, \quad (6)$$

неустойчивое решение которого характеризуется инкрементом

$$\gamma_{\max}^{\text{Hydro}} = \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} \frac{\omega_{piM}}{\sqrt{1 + \omega_{peM}^2 / \omega_{Be}^2}} \left( \frac{\omega_{peM}^2 \cos^2 \Theta}{\omega_{piM}^2} \right)^{1/6}.$$
 (7)

Закон дисперсии (3) свойственен для НГ-волн, распространяющихся под углами  $\Theta$  по отноше-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

нию к магнитному полю Земли такими, что  $\cos \Theta \gg \sqrt{m_e/m_i}$ . Ввиду присутствия показателя степени 1/6 в последнем множителе правой части (7), можно считать, что для типичных параметров плазмы в хвосте метеороида при пролете последнего через ионосферу Земли раскачка указанных колебаний осуществляется со скоростью нарастания порядка частоты НГ резонанса  $\omega_{\text{LH0}} \equiv \omega_{piM}/\sqrt{1+\omega_{peM}^2/\omega_{Be}^2}$ .

Время присутствия плазмы хвоста метеороида в ионосфере Земли составляет  $t_M > 0.1$  с. Тогда как характерное время развития НГ неустойчивости

$$\tau = \left(\gamma_{\max}^{\text{Hydro}}\right)^{-1} \tag{8}$$

для типичных параметров плазмы хвостов метеороидов порядка  $10^{-5}-10^{-4}$  с. Таким образом, время существования плазмы хвоста метеороида в ионосфере достаточно для генерации НГ волн за счет описанной выше неустойчивости. Более того, поскольку  $t_M \gg \tau$  можно ожидать эффективного развития нелинейных процессов.

# 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

По аналогии с гидродинамической неустойчивостью, приводящей к возбуждению ионно-звуковых волн [22], случай, когда в результате развития неустойчивости бунемановского типа происходит возбуждение НГ-волн, следует рассматривать с позиций сильной турбулентности. Важным нелинейным процессом при этом является модуляционное взаимодействие [6]. Развитие модуляционного взаимодействия может сопровождаться процессом, связанным с нарастанием спонтанных магнитных полей. Случайно возникшее в плазме магнитное поле  $\delta B$ , в первую очередь, локально изменяет фазу волн, присутствующих в плазме. Такие волны с неоднородным распределением фазы, интерферируя друг с другом, создают средний вихревой ток, который усиливает флуктуации магнитного поля δВ. Это, в свою очередь, увеличивает неоднородность фаз колебаний и т.д. Возбуждение магнитных полей сопровождается модуляцией фаз колебаний [23, 24].

Для НГ-волн уравнение, описывающее магнито-модуляционное возбуждение магнитного поля, имеет вид [10, 11]

$$\Delta \delta \mathbf{B} = \frac{1}{|\mathbf{B}_0|} \frac{\omega_{peM}^2}{\omega_0^2} \nabla \times \nabla \times (\mathbf{E}_{\perp} (\mathbf{b} \cdot \mathbf{E}^*) + \mathbf{E}_{\perp}^* (\mathbf{b} \cdot \mathbf{E})), \quad (9)$$

где  $\Delta$  – оператор Лапласа; **b** = **B**<sub>0</sub>/|**B**<sub>0</sub>| – единичный вектор вдоль направления невозмущенного

магнитного поля  $\mathbf{B}_0$ ;  $\mathbf{E}$  — комплексная амплитуда НГ-поля, звездочка обозначает комплексно сопряженную величину,  $\omega_0$  — характерная частота в спектре НГ волн,  $\perp$  — индекс, характеризующий компоненту вектора, перпендикулярную магнитному полю  $\mathbf{B}_0$ . Уравнение (9) справедливо для случая  $\omega_{LH0} \leq \omega_{Re}$ .

Амплитуда квазистационарных возмущений магнитного поля  $\delta B$ , возбуждаемых НГ-волнами, оценивается из уравнения (9) следующим образом:

$$|\delta \mathbf{B}| \sim \frac{\omega_{peM}^2}{\omega_0^2} \frac{|\mathbf{E}|^2}{|\mathbf{B}_0|} \cos \Theta_0, \tag{10}$$

где  $\Theta_0$  — характерный угол между направлением распространения НГ-волны и направлением магнитного поля **B**<sub>0</sub>. Учитывая следующее соотношение между плотностью энергии  $W^{LH}$  НГ-волн и  $|\mathbf{E}|^2$ :  $W^{LH} = |\mathbf{E}|^2 (1 + \omega_{peM}^2 / \omega_{Be}^2) / 2\pi$  (см., например, [25]), окончательно получаем

$$\begin{aligned} |\delta \mathbf{B}| &\sim 2\pi \frac{\omega_{peM}^2 / \omega_0^2}{1 + \omega_{peM}^2 / \omega_{Be}^2} \frac{W^{LH}}{|\mathbf{B}_0|} \cos \Theta_0 \approx \\ &\approx \frac{2\pi}{\cos \Theta_0} \frac{W^{LH}}{n_{eM} T_{eM}} \frac{n_{eM} T_{eM}}{|\mathbf{B}_0|}. \end{aligned}$$
(11)

Здесь учтено, что для рассматриваемой ситуации  $\omega_{Be} \ll \omega_{peM}$ . При соз  $\Theta_0 = 0.1$ ,  $n_{eM} \sim 10^9 \,\mathrm{cm^{-3}}$ ,  $T_{eM} = 2$  эВ,  $W^{LH}/n_{eM}T_{eM} = 10^{-4}$  получаем:  $|\delta \mathbf{B}| \sim 3 \times 10^{-5}$  Гс, что соответствует наблюдаемым значениям магнитных полей, возникающих во время пролетов метеороидов.

### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, показано, что при взаимодействии метеороидных хвостов с ионосферой Земли могут возбуждаться НГ-волны в результате развития неустойчивости бунемановского типа, вызванной относительным движением плазмы хвоста метеороида и магнитного поля Земли. В данной системе складываются условия для развития магнито-модуляционной неустойчивости НГ-волн, в результате которой происходит генерация квазистационарных возмущений магнитного поля. Величины этих возмушений соответствуют данным по магнитным полям, полученным при наблюдениях в атмосфере Земли во время пролетов метеороидов. В статье рассматривается ситуация, когда длина НГ-волны много меньше ширины следа. В данном случае приведенный метод для описания НГ-волн и магнито-модуляционного взаимодействия применим.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Копнин С.И., Попель С.И., Ю М. // Физика плазмы. 2007. Т. 33. С. 323.
- Kopnin S.I., Popel S.I., Yu M.Y. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. P. 063705.
- 3. *Морозова Т.И., Попель С.И. //* Физика плазмы. 2020. Т. 46. С. 993.
- 4. *Morozova T.I., Kopnin S.I., Popel S.I., Borisov N.D.* // Phys. Plasmas. 2021. V. 28. P. 033703.
- 5. *Морозова Т.И., Попель С.И. //* Геомагнетизм и аэрономия. 2021. Т. 61. С. 794.
- Vladimirov S.V., Tsytovich V.N., Popel S.I., Khakimov F.Kh. Modulational Interactions in Plasmas. Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers (1995).
- 7. Калашников А.Г. // ДАН СССР. 1949. Т. 66. С. 373.
- 8. *Калашников А.Г.* // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1952. Вып. 6. С. 7.
- 9. *Черногор Л.Ф.* // Геомагнетизм и аэрономия. 2020. Т. 60. С. 375.
- Tsytovich V.N., Bel'kov S.A. // Comments Plasma Phys. Cont. Fusion. 1980. V. 5. P. 219.
- 11. Popel S.I., Elsässer K. // Comments Plasma Phys. Cont. Fusion. 1994. V. 16. P. 79.
- Anderson R.R., Eastman T.E., Harvey C.C., Hoppe M.M., Tsurutani B.T., Etcheto. J. // J. Geophys. Res. 1982. V. 87. P. 2087.
- André M., Behlke R., Wahlund J.-E., Vaivads A., Eriksson A.-I., Tjulin A., Carozzi T.D., Cully C., Gustafsson G., Sundkvist D., Khotyaintsev Y., Cornilleau-Wehrlin N., Rezeau L., Maksimovic M., Lucek E., Balogh A., Dunlop M., Lindqvist P.-A., Mozer F., Pedersen A., Fazakerley A. // Ann. Geophys. 2001. V. 19. P. 1471.
- 14. Popel S.I., Kassem A.I., Izvekova Yu.N., Zelenyi L.M. // Phys. Lett. A. 2020. V. 384. P. 126627.
- 15. *Бронштэн В.А.* Физика метеорных явлений. М.: Наука, 1981.
- Drolshagen G., Dikarev V., Landgraf M., Krag H., Kuiper W. // Earth, Moon and Planet. 2008. V. 102. P. 191–197.
- 17. Фурман А.М. // Астрон. журн. 1960. V. 37. С. 746.
- Gabrielli P., Barbante C., Plane J.M.C., Varga A., Hong S., Cozzi G., Gaspari V., Planchon F.A.M., Cairns W., Ferrari C., Crutzen P., Cescon P., Boutron C.F. // Nature. 2004. V. 432. P. 1011.
- 19. Buneman O. // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 603.
- Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика (Сер.: "Теоретическая физика", том Х). М.: Наука, 1979. С. 283.
- 21. *Tsytovich V.N.* Lectures on Non-linear Plasma Kinetics. Berlin: Springer-Verlag, 1995. P. 223.
- Галеев А.А., Сагдеев Р.З. // Вопросы теории плазмы. Вып. 7 / Ред. М.А. Леонтович. М.: Атомиздат, 1973. С. 3.
- 23. Бельков С.А., Цытович В.Н. Препринт ФИАН. № 72, 1978.
- 24. Бельков С.А., Цытович В.Н. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. С. 1293.
- 25. Popel S.I., Tsytovich V.N. // Contrib. Plasma Phys. 1992. V. 32. P. 77.

УДК 537.523

# ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ СТРИМЕРЕ В ДЛИННЫХ ВОЗДУШНЫХ ПРОМЕЖУТКАХ

© 2022 г. Э. М. Базелян<sup>*a*</sup>, Н. Л. Александров<sup>*b*, \*</sup>

<sup>а</sup> Энергетический институт им. Г.М. Кржижановского, Москва, Россия <sup>b</sup> Московский физико-технический институт, Москва, Россия

> \*e-mail: nick\_aleksandrov@mail.ru Поступила в редакцию 13.04.2022 г. После доработки 24.04.2022 г. Принята к публикации 28.04.2022 г.

В рамках 1.5D-модели с учетом ионизационного расширения канала выполнено численное моделирование положительного стримера в длинных (до 3 м) воздушных промежутках при нормальных условиях. Показано, что среднее электрическое поле в канале и поле, необходимое для замыкания разрядного промежутка, не являются универсальными величинами и сильно зависят от режима разгона стримера после его возникновения. В частности, в воздухе атмосферного давления эти поля могут меняться в диапазоне 3.4–11.2 кВ/см в зависимости от изменения внешнего электрического поля в пространстве и времени в начальной фазе развития стримера.

*Ключевые слова:* стример, лидер, искровой разряд, электрическое поле, компьютерное моделирование, кинетическая схема, скорость развития, радиус анода, параметры импульса напряжения **DOI:** 10.31857/S0367292122100304

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Стримеры представляют собой нестационарные плазменные образования, которые являются предшественниками искрового разряда и структурными элементами лидерного разряда, в том числе при развитии молнии. На конце стримерных каналов за счет объемного заряда электрическое поле усиливается до величин, превышающих пробойное поле [1–5]. В результате в головке стримера происходит интенсивная ионизация, что приводит к распространению стримера вперед. Стримерный разряд играет важную роль в задачах газовой изоляции и молниезащиты [6, 7], а также находит применение в различных приложениях плазмы, включая медицину [8, 9] и стимулированное плазмой горение [10–12].

В ряде ситуаций важен вопрос о том, замыкают ли стримеры разрядный воздушный промежуток или нет. Замыкание стримером промежутка между двумя электродами может привести к его электрическому пробою [6, 13, 14]. При развитии лидерного разряда достижение его стримерной зоной противоположного электрода приводит к сильному изменению скорости развития лидера. Поэтому оценка условий, при которых стримеры замыкают разрядный промежуток, представляет практический интерес. Для этого обычно вводится понятие среднего электрического поля, необходимого для замыкания стримером промежутка.

Оно определяется как минимальное напряжение  $U_{\min}$ , при котором наблюдается замыкание, деленное на длину промежутка *S*,  $E_{av} = U_{\min}/S$ . Величину этого поля можно использовать и для грубой оценки предельной длины стримера, когда он не достигает противоположного электрода (см., например, [15]).

Значения Е<sub>ау</sub> измерялись как для промежутков с однородным электрическим полем (плоские электроды), так и для неоднородных полей между электродами. Длина воздушных промежутков варьировалась от 0.5 до 70 см. При нормальных атмосферных условиях в измерениях с положительными стримерами были получены значения 4.1-5.4 кВ/см [6, 16-23], при средней величине близкой к 5 кВ/см. Поле E<sub>av</sub> увеличивалось на 40% с ростом влажности воздуха [17] и уменьшалось до 1 кВ/см при уменьшении давления газа и неизменной комнатной температуре или при нагреве воздуха до 1000 К и неизменном атмосферном давлении [6, 17, 24]. Численное моделирование стримерного разряда в воздухе для промежутков разной длины (от 1 до 20 см) в целом воспроизводит величину поля  $E_{av}$ , как в нормальных условиях [25-29], так и в зависимости от давления, температуры и влажности газа [30, 31].

Из измерений [6, 16–23] можно сделать вывод о том, что электрическое поле, необходимое для перекрытия стримером разрядного промежутка,

является своеобразной константой, которая при неизменном состоянии газовой среды не зависит ни от длины, ни от временных параметров импульса напряжения, приложенного к промежутку. Дополнительным аргументом для этого служат измерения напряженности электрического поля в стримерной зоне положительного лидера, согласно которым это поле при нормальных атмосферных условиях близко к 5 кВ/см в воздушных промежутках длиной до десятков метров [7, 32, 33]. Однако следует иметь в виду, что по своей структуре стримерная зона лидера принципиально отличается от одиночного стримера, который формируется в промежутках сантиметровой длины и моделируется в компьютерных расчетах. Оптическими регистрациями показано, что стримерная зона организована многочисленными стримерами, стартующими из головки канала лидера. По прямым измерениям при токе положительного лидера порядка 1 А частота старта стримеров близка к  $10^{10}$  с<sup>-1</sup>, а скорость их роста составляет 10<sup>7</sup> см/с [6]. При такой скорости в атмосферном воздухе проводящим оказывается только короткий отрезок стримера длиной порядка 1 см, давно потерявший гальваническую связь с анодом за время пролета, превышающее 1 мкс в промежутке длиной 1 м и более. В каждом 1 см<sup>3</sup> стримерной зоны находится примерно один такой проводящий участок стримера. Нет оснований отождествлять подобную структуру с одиночным катодонаправленным стримером.

Для промежутков с однородным полем вводится понятие электрического поля, при котором стримеры распространяются с постоянной скоростью и неизменными другими характеристиками [5, 34-37]. Поле, определенное таким образом, близко по своей величине Еау (5 кВ/см при нормальных условиях в воздухе). Здесь следует иметь в виду, что в промежутке с действительно однородным полем стример может существовать лишь в том случае, когда это поле не ниже порога ионизации. При любой другой ситуации обязательно требуется его локальное усиление, например, установкой на плоском аноде стержня длиной *l* и радиусом  $r_0$ , у которого  $l \ge r_0$ . В таких условиях стартовавший стример обязательно должен иметь участок разгона в области усиленного поля, где он набирает некоторую предельную скорость. Дальнейший путь стримера предопределяется уже напряженностью неискаженного постоянного электрического поля по длине разрядного промежутка. В сильном поле ускорение стримера может продолжаться, в слабом он будет двигаться с торможением, а при некотором промежуточном значении поля - с постоянной скоростью. В случае неравномерного поля, например, в промежутке сфера-плоскость, за участком

разгона обязательно следует участок торможения в монотонно снижающемся внешнем поле.

Численным моделированием в рамках 1.5D-модели (модель с постоянным радиусом канала) на примере стримеров длиной до 20 см в промежутке сфера-плоскость было показано [38], что характер разгона стримера зависит от структуры электрического поля у анода и временных параметров фронта импульса напряжения. Было предположено, что в результате этого обстоятельства напряжение на разрядном промежутке не позволяет определить однозначно предельную длину стримера. Она должна меняться в зависимости от условий его разгона. В случае подтверждения этого факта представление о фиксированном среднем электрическом поле в одиночном стримере теряет смысл.

В определенных пределах влияние условий разгона на последующее продвижение стримера можно проследить по результатам экспериментов в промежутке длиной 15 см с однородным полем [21], где условия разгона менялись за счет изменения положения инициирующего стержневого электрода и напряжения на нем. Увеличение амплитуды этого напряжения от 2 до 4.5 кВ приводило к снижению поля  $E_{av}$  в пределах 10%.

При моделировании стримерного разряда в коротких (4 см) промежутках было показано, что быстрые стримеры могут распространяться в более слабых электрических полях, чем медленные стримеры. На основе этого был сделан вывод о том, что поле, соответствующее стабильному развитию стримера, не является универсальной величиной и может зависеть от таких величин, как скорость его движения [39].

Цель данной работы состоит в исследовании факторов, от которых может зависеть среднее электрическое поле  $E_{\rm ch}$  в канале для длинных (от десятков сантиметров до нескольких метров) стримеров, а также поле  $E_{\rm av}$ , при котором они перекрывают разрядный промежуток. Такие условия важны для практических приложений (пробой длинных воздушных промежутков и развитие разряда молнии) и существенно отличаются от случая коротких промежутков, поскольку в канале длинного стримера происходит распад плазмы, что сказывается на потенциале стримерной головки, скорости ионизации в этой области и на остальных характеристиках стримерного разряда.

### 2. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ

Результаты получены численным моделированием одиночного положительного стримера в длинных воздушных промежутках при помощи 1.5D расчетной модели с ионизационным расширением канала [25, 26]. Радиус головки стримера в такой модели фиксирован, однако учитывалось радиальное ионизационное расширение канала за головкой. При этом все параметры плазмы в каждом сечении канала усреднялись по радиусу, а напряженность электрического поля отождествлялась с ее значением на оси. Благодаря подобным упрощениям удается моделировать положительный стример длиной порядка нескольких метров.

В численном моделировании воспроизводился промежуток сфера—плоскость со сферическим анодом различного радиуса. В случае анода большого радиуса, когда электрическое поле на его поверхности не обеспечивало условий возбуждения разряда, на поверхности сферы предполагалась затравка в виде плазменного стержня радиусом 0.1 см и длиной до 2 см с начальной плотностью электронов на уровне 10<sup>14</sup> см<sup>-3</sup>.

В отдельных вариантах расчетов в качестве анода использовалась сфера радиусом 0.25 см, на которую подавался прямоугольный импульс напряжения величиной до 20 кВ, а на промежуток от внешнего независимого источника накладывалось постоянное электрическое поле. В этих условиях длина стримера без внешнего поля не превышала 3 см. Дальнейшее развитие стримера обеспечивалось электрическим полем, наложенным на разрядный промежуток.

При описании столкновительных процессов в головке и канале стримера использовалась кинетическая схема, подробно описанная в [40, 41]. Эта схема включает процессы с электронами и ионами  $N_2^+$ ,  $O_2^+$ ,  $N_4^+$ ,  $O_4^+$ ,  $O_2^+N_2$  и  $O_2^-$ . При этом учитывались ионизация молекул электронным ударом, диссоциативная рекомбинация электронов с положительными ионами, трехтельное прилипание электронов к молекулам  $O_2$ , парная и тройная рекомбинация между положительными и отрицательными ионами. Константы скорости этих процессов брались теми же, что и в [40, 41] за исключением коэффициентов рекомбинации электро-

нов с ионами  $N_4^+$  и  $O_4^+$ , а также коэффициента прилипания электронов к  $O_2$ . Для этих коэффициентов использовались данные из [42] и [43] соответственно. В рамках модели не учитывался процесс создания затравочных электронов перед головкой стримера за счет фотоионизации молекул кислорода излучением из головки стримера. Вместо этого, как принято в 1.5D-моделировании, задавалась концентрация затравочных электронов, которая поддерживалась постоянной в процессе развития стримера. В большинстве расчетов она принималась равной  $10^6$  см<sup>-3</sup>. Специальные расчеты показали, что ее вариация в пределах двух порядков величины слабо влияла на результаты моделирования стримера.

Компьютерное моделирование прекращалось, когда скорость роста стримера падала примерно

на 2 порядка величины от своего максимального значения и равнялась 10<sup>7</sup> см/с. (Именно при такой минимальной скорости еще наблюдались стримерные каналы в экспериментах при нормальной плотности воздуха [4].) При этом плотность электронов в стримерной плазме снижалась примерно до 10<sup>11</sup> см<sup>-3</sup>, фактически превращая стримерный канал в непроводящее состояние.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

### 3.1. Влияние скорости роста напряжения на фронте импульса

Моделировался одиночный стример в промежутке сфера-плоскость при нормальных атмосферных условиях. Радиус сферы в этой серии расчетов полагался равным 1 см, начальный радиус стримера — 1 мм. Перед возникновением стримера плазма в промежутке отсутствовала. Напряжение на промежутке нарастало по релаксационному закону

$$U(t) = U_0(1 - e^{-t/T}).$$

В численных экспериментах амплитуда импульса менялась от 100 до 250 кВ при постоянной времени фронта *T*, варьируемой от 0 до 100 нс. Длина разрядного промежутка равнялась 100 см.

Статистическое запаздывание при моделировании не учитывалось. Предполагалось, что разряд от анода всегда стартовал без запаздывания при достижении порогового электрического поля. Предельные значения длины стримера, извлеченные из результатов расчета, представлены на рис. 1. Моделирование показало, что увеличение постоянной времени фронта импульса напряжения от 0 до 100 нс сократило предельную длину стримера как минимум вдвое. При этом среднее электрическое поле  $E_{ch}$  в канале стримера, вычисленное в момент его остановки, выросло от 3.6 до 8.1 кВ/см при амплитуде импульса 100 кВ и от 3.4 до 9.7 кВ/см при амплитуде импульса 250 кВ. Столь существенное изменение предельной длины стримера следует рассматривать как прямой результат изменения условий его разгона на начальном участке у анода за счет вариации крутизны фронта импульса напряжения. Расчетные данные на рис. 2 в качестве примера воспроизводят процесс разгона стримера при амплитуде импульса напряжения 250 кВ. Для прямоугольного импульса напряжения время разгона не превышает 0.5 нс, а максимальная скорость стримера приближается к 10<sup>10</sup> см/с. При постоянной времени 20 нс она уже на порядок меньше, а при 100 нс не превышает  $3 \times 10^8$  см/с. Естественно, что при слабо меняющемся темпе распада плазмы в уже созданном стримере время его жизни, равно как и



**Рис. 1.** Зависимость длины одиночного положительного стримера от постоянной времени релаксационного импульса напряжения различной амплитуды. Анод – сфера радиусом 1 см.

предельная длина будут находиться в прямой зависимости от максимальной скорости, приобретенной на участке разгона.

В качественном отношении сказанное справедливо и для максимальной напряженности электрического поля у головки стримера. Так для прямоугольного импульса напряжения в 250 кВ она была близка к 300 кВ/см и не превышала 75 кВ/см, когда постоянная времени фронта импульса выросла до 100 нс (рис. 3).

Ионизационное расширение стримера мало зависит от постоянной времени, определяющей длительность фронта импульса напряжения. В этом убеждают расчетные данные, представленные на рис. 4. Переход от прямоугольного импульса к релаксационному с постоянной времени T = 100 мкс изменил радиус стримера всего на 10%. При практически равных значениях этого параметра, близкого к 0.5 см, среднее электрическое поле в стримерном канале E<sub>ch</sub> отличается очень существенно, возрастая к моменту остановки приблизительно от 3.5 кВ/см для прямоугольного импульса до 10 кВ/см при постоянной времени фронта 100 нс. Столь существенное изменение среднего поля не дает оснований для оценки предельной длины стримера по какомуто фиксированному значению этого параметра.

Следует заметить, что влияние скорости роста приложенного напряжения на свойства стримерного разряда исследовалось ранее как экспериментально [44—47], так и с помощью численного моделирования [48]. Было показано, что характеристики стримера могут существенно меняться при вариации этой скорости. Однако при этом не рассматривалось электрическое поле в канале



**Рис. 2.** Динамика изменения скорости стримера при различной постоянной времени релаксационного импульса напряжения. Анод – сфера радиусом 1 см, амплитуда импульса – 250 кВ.

стримера, и длины промежутков были значительно меньше изучаемых в данной работе.

# 3.2. Влияние радиуса анода

При фиксированных параметрах импульса напряжения на разрядном промежутке последствия разгона положительного стримера меняются в достаточно широких пределах в зависимости от радиуса анода. В этом убеждают расчетные данные на рис. 5. Они получены для релаксационного импульса амплитудой 200 кВ с постоянной



Рис. 3. Динамика изменения электрического поля в головке положительного стримера при различной постоянной времени релаксационного импульса напряжения. Анод – сфера радиусом 1 см, амплитуда импульса – 250 кВ.



**Рис. 4.** Распределение радиуса канала и электрического поля по длине стримера в момент его остановки при различной длительности фронта импульса напряжения.

времени фронта 1 нс в случае промежутка сфераплоскость длиной 200 см. Можно видеть, что при увеличении радиуса анода от 1 до 5 см длина стримера сократилась почти в 2 раза, от 44 до 23 см. Причиной эффекта, как и при влиянии фронта импульса, является изменение скорости разгона стримера у анода. Расчетные данные на рис. 6 показывают, что по мере увеличения радиуса анода от 1 до 5 см максимальная скорость стримера снизилась на порядок величины. При этом предельное поле головки стримера упало вдвое, от 180 до 90 кВ/см.

Изменение радиуса анода повлекло за собой и изменение среднего электрического поля в стримере. В условиях выполненного численного моделирования его расчетное значение непосредственно перед остановкой, равное 4.6 кВ/см при радиусе анода 1 см, выросло почти вдвое (до 8.5 кВ/см) для анода радиусом 5 см. Распределение электрического поля по длине стримера для рассматриваемой ситуации показано на рис. 7. В количественном отношении влияние радиуса анода на поле в стримере проявляется примерно в той же степени, что и крутизна фронта импульса напряжения, что лишний раз исключает предположение о возможности стабилизации этого параметра на каком-то фиксированном значении для неизменного состава газа в разрядном промежутке.

# 3.3. Оценка электрического поля для стабильного формирования стримера

Возможность стабилизации скорости стримера в однородном внешнем электрическом поле показана в ряде работ [5, 34–37]. Результаты чис-

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022



**Рис. 5.** Динамика роста положительного стримера от сферических анодов различного радиуса;  $U_0 = 200 \text{ kB}$ , T = 1 hc.

ленного моделирования в настоящей работе, представленные на рис. 8, получены при инициировании стримера от сферического анода радиусом 0.25 см. Начальный радиус стримера принят равным 0.025 см, а инициирующее напряжение было прямоугольным импульсом амплитудой 20 кВ. При столь низком напряжении в отсутствие внешнего электрического поля на разрядном промежутке, как уже отмечалось, стример проходил до остановки всего 3 см.

Если электрическое поле, поданное на разрядный промежуток от постороннего источника, было недостаточным для стабилизации скорости, то после короткого участка разгона стример двигал-



**Рис. 6.** Динамика скорости стримера, стартовавшего от сферического анода различного радиуса;  $U_0 = 200 \text{ kB}$ , T = 1 hc.



**Рис. 7.** Распределение электрического поля по каналу стримера в момент его остановки.

ся с интенсивным торможением и в конце концов останавливался. Так, в поле 5 кВ/см остановка произошла на расстоянии всего 12 см от анода. По мере роста внешнего электрического поля торможение стримера замедлялось, а предельная длина его канала увеличивалась. Однако стабилизация скорости обеспечивалась в поле не ниже 9 кВ/см. Оно почти вдвое больше той величины, что фигурирует в результатах моделирования стримеров длиной порядка сантиметра [5, 34–37].

Стабилизация скорости требовала постоянного значения поля у головки стримера, для чего потеря напряжения на уже сформированном канале должна была компенсироваться внешним электрическим полем по длине стримера, что и наблюдалось в компьютерном расчете (рис. 9).

Нужно отметить, что различные условия разгона стримера у анода не проходили бесследно и при оценке величины стабилизирующего электрического поля. Расчетные данные на рис. 10 отличаются от приведенных выше только увеличением радиуса анода и поданного напряжения  $(R_{0c} = 1 \text{ см}, U_0 = 50 \text{ кB})$ . Тем не менее поле, стабилизирующее скорость стримера, снизилось здесь до 7.5 кВ/см. Полученный результат обязывает относиться с осторожностью к анализу результатов численной оценки этого параметра при помощи иных расчетных моделей, где электрическое поле у поверхности анода локально усиливается установкой дополнительных электродов. В наибольшей степени это относится к моделированию стримеров сантиметровой длины. Там последствия разгона должны проявляться наиболее сильно.

Нужно отметить, что стабилизация скорости стримера никак не сопровождается стабилизацией плотности электронов в его канале. По мере



**Рис. 8.** Изменение скорости стримера с его длинной для различных значений внешнего электрического поля.

увеличения времени жизни конкретного участка стримера плотность электронов снижается тем быстрее, чем слабее внешнее электрическое поле в разрядном промежутке (рис. 11). Потеря плотности электронов в стримерной плазме замедляется только вблизи анода, где электрическое поле в канале удерживается на уровне 10 кВ/см (штриховые кривые на рис. 11).

# 3.4. Аноды большого радиуса при ультравысоком напряжении

В промежутках с анодами большого радиуса поданное напряжение может быть недостаточ-



**Рис. 9.** Распределение электрического поля по каналу стримера, распространяющегося с постоянной скоростью во внешнем электрическом поле.



**Рис. 10.** Динамика изменения скорости стримера, стартовавшего от анода радиусом 0.5 см в постоянном внешнем электрическом поле *E*<sub>0</sub>. Анод радиусом 1 см, прямоугольный импульс – 50 кВ.

ным для возбуждения стримера. В подобной ситуации используют дополнительную систему электродов, локально усиливающую электрическое поле у поверхности анода. Следует иметь в виду, что такая система способна изменить условия разгона стримера, а вместе с ними и его параметры (как минимум в пределах десятков процентов). Это достаточно весомое обстоятельство, когда сопоставляются результаты компьютерного моделирования различных исполнителей. Во всех других отношениях компьютерное моделирование одиночного стримера от анодов большого радиуса подчиняется тем же качественным особенностям, что и в рассмотренных выше случаях.

Результаты, представленные в этом разделе, получены при численном моделировании стримера в промежутке длиной 300 см. Такое расстояние вполне типично для стримерной зоны лидера при грозовых и коммутационных перенапряжениях на воздушных линиях электропередачи. Радиус анода в численных экспериментах менялся от 12 до 30 см. Расчеты выполнены для прямоугольного импульса напряжения 1.5 МВ. При таком напряжении среднее поле в разрядном промежутке было равно 5 кВ/см, что по существующим оценкам достаточно для перекрытия промежутка стримерной зоной лидера при нормальных атмосферных условиях. Вопрос о предельной длине одиночного стримера в тех же условиях оставался открытым.

Результаты, представленные на рис. 12, показывают, что обратная зависимость максимальной длины стримера от радиуса анода сохранилась и в рассмотренных условиях. Так при радиусе анода 12 см стример преодолел до остановки почти

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022



**Рис. 11.** Распределение плотности электронов и электрического поля по каналу стримера в условиях расчета, аналогичных указанным на рис. 10.

200 см, тогда как при радиусе 30 см было пройдено только 140 см. Когда же постоянная времени фронта импульса напряжения была увеличена до 100 нс, стример прекратил свое развитие при длине 109 см (см. рис. 13). Тем самым численные эксперименты в длинных промежутках в полной мере подтвердили определяющую роль условий разгона стримера в сильном электрическом поле у анода в отношении его предельной длины и средней напряженности в канале  $E_{av}$ . Как следует из рис. 12, ее значение, равное 6.9 кВ/см для анода радиусом 12 см при прямоугольном импульсе напряжения, выросло до 9.2 кВ/см, когда радиус был увеличен до 30 см. В случае же воздействия релаксационного импульса с постоянной време-



**Рис. 12.** Максимальная длина стримера и среднее электрическое поле в его канале в зависимости от радиуса анода при прямоугольном импульсе напряжения 1.5 MB.



**Рис. 13.** Распределение электрического поля в момент остановки по каналам стримеров, стартовавших от анода радиусом 30 см при напряжении 1.5 MB с различной постоянной времени фронта.

ни фронта 100 нс последнее значение поднялось в еще большей степени, достигнув 11.2 кВ/см. Диапазон вариации расчетных значений, превышающий 4 кВ/см при неизменных атмосферных условиях, не дает оснований для характеристики одиночного стримера каким-либо фиксированным значением среднего электрического поля в его канале. Даже при неизменном составе атмосферы в разрядном промежутке этот параметр будет изменяться в зависимости от структуры и скорости роста электрического поля у поверхности анода.

Обращает на себя внимание и то обстоятельство, что в численном моделировании, выполненном в данной работе, электрическое поле по всему каналу длинного стримера в несколько раз превышает поле в стримерной зоне лидера (~5 кВ/см при нормальных условиях в воздухе). Для отождествления этих параметров по всей видимости нет оснований.

Представленные результаты получены в рамках 1.5D-моделирования, которое позволило рассматривать стримеры длиной в несколько метров. Один из главных недостатков такого подхода состоит в предположении о постоянстве радиуса головки, который является здесь входным параметром. В реальности радиус и форма головки могут меняться в процессе развития стримера. В частности, при его остановке в случае положительной полярности может происходить резкое уменьшение радиуса головки и, как следствие, локальное увеличение электрического поля в этой области [49]. Использованное выше 1.5D-моделирование не позволяет воспроизвести данные эффекты. Однако можно ожидать, что полученные в данной работе закономерности должны остаться

справедливыми на качественном уровне и при 2D-моделировании с последовательным учетом фотоионизации, приводящей к рождению затравочных электронов перед головкой стримера.

### 4. ВЫВОДЫ

Выполненное в работе численное моделирование и анализ полученных результатов позволяют сделать следующие выводы.

1. Измерения электрического поля в стримерной зоне положительного лидера, заполненной многочисленными стримерами на разных стадиях их развития, не могут использоваться для оценки поля в канале протяженного одиночного катодонаправленного стримера.

2. При неизменном составе атмосферы разрядного промежутка параметры длинного стримера существенно меняются в зависимости от условий его разгона на начальном участке у анода.

3. Максимальная скорость разгона стримера определяется амплитудой и скоростью роста напряжения на разрядном промежутке.

4. При фиксированной амплитуде напряжения и отсутствии статистического запаздывания разряда изменение постоянной времени фронта импульса от 0 до 100 нс влечет за собой снижение максимальной скорости роста стримера в пределах порядка величины. Качественно в той же мере проявляется снижение максимальной скорости разгона стримера при увеличении радиуса анода.

5. Изменение скорости разгона стримера на начальном этапе его развития у анода меняет предельную длину стримера, сформированного до его полной остановки. В условиях данной работы изменение длины стримера достигало двукратного, вследствие чего вызывает сомнение возможность оценки этого параметра по неизменному среднему значению электрического поля в стримерном канале.

6. Из результатов выполненного численного моделирования следует, что среднее электрическое поле в канале одиночного длинного стримера в зависимости от условий его разгона при нормальном состоянии атмосферы воздушного промежутка меняется в пределах 3.4—11.2 кВ/см и потому не может рассматриваться в качестве неизменного параметра.

7. При нормальных атмосферных условиях в воздухе для стабилизации скорости длинного одиночного стримера электрическое поле в разрядном промежутке должно быть не меньше 7— 9 кВ/см. Следует иметь в виду, что этот результат численного моделирования может меняться не только в зависимости от используемых в расчете констант скорости реакций рождения и гибели электронов, но и в зависимости от способа локального усиления электрического поля у анода.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Леб Л. Основные процессы электрических разрядов в газах. Л.: Гостехиздат, 1950.
- 2. *Ретер Г.* Электронные лавины и пробой в газах. М.: Мир, 1968.
- 3. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992.
- Базелян Э.М., Райзер Ю.П. Искровой разряд. Долгопрудный: Изд-во МФТИ, 1997.
- Nijdam S., Teunissen J., Ebert U. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. V. 29. P. 103001.
- Базелян Э.М., Райзер Ю.П. Искровой разряд. Долгопрудный: Изд-во МФТИ, 1997.
- 7. Базелян Э.М., Райзер Ю.П. Физика молнии и молниезащиты. М.: Физматлит, 2001.
- 8. *Fridman A*. Plasma chemistry. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- Kong M.G., Kroesen G., Morfill G., Nosenko T., Shimizu T., van Dijk J., Zimmermann J.L. // New J. Phys. 2009. V. 11. P. 115012.
- Starikovskiy A., Aleksandrov N. // Progr. Energy Comb. Sci. 2013. V. 39. P. 61.
- 11. Starikovskaia S.M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2014. V. 47. P. 353001.
- Ju Y., Sun W. // Progr. Energy Combust. Sci. 2015. V. 48. P. 21.
- 13. Королев Ю.Д., Месяц Г.А. Физика импульсного пробоя. М.: Физматлит, 1991.
- Александров Н.Л., Базелян Э.М., Дятко Н.А., Кочетов И.В. // Физика плазмы. 1998. Т. 24. С. 587.
- Opaits D.F., Shneider M.N., Howard P.J., Miles R.B., Milikh G.M. // Geophys. Res. Lett. 2010. V. 37. P. L14801.
- 16. Andersson N.E. // Ark. Fys. 1958. V. 13. P. 441.
- Phelps C.T., Griffiths R.F. // J. Appl. Phys. 1976. V. 47. P. 2929.
- Acker F.E., Penney G.W. // J. Appl. Phys. 1969. V. 40. P. 2397.
- Allen N.L., Dring D. // Proc. R. Soc. A. 1984. V. 396. P. 285.
- Allen N.L., Boutlendj M. // IEE Proc. A. 1991. V. 138. P. 37.
- Allen N.L., Ghaffar A. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1995. V. 28. P. 331.
- Veldhuizen van E.M., Rutgers W.R. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2002. V. 35. P. 2169.
- Seeger M., Votteler T., Ekeberg J., Pancheshnyi S., Sánchez L. // IEEE Trans. Dielectr. Electr. Insul. 2018. V. 25. P. 2147.

- 24. Александров Д.С., Базелян Е.М., Бекжанов Б.И. // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1984. № 2. С. 120.
- Aleksandrov N.L., Bazelyan E.M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1996. V. 29. P. 740.
- Александров Н.Л., Базелян Э.М. // Физика плазмы. 1996. Т. 22. С. 458.
- Babaeva N., Naidis G. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1996.
   V. 29. P. 2423.
- Babaeva N., Naidis G. // Phys. Lett. A. 1996. V. 215. P. 187.
- Starikovskiy A. Yu., Aleksandrov N.L. // Plasma Sources Sci. Technol. 2020. V. 29. P. 075004.
- Aleksandrov N.L., Bazelyan E.M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 1996. V. 29. P. 2873.
- Александров Н.Л., Базелян Э.М., Новицкий Д.А. // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24. С. 86.
- З2. Горин Б.Н., Шкилев А.В. // Электричество. 1976.
   № 6. С. 31.
- 33. Les Renardieres Group // Electra. 1977. V. 53. P. 31.
- Babaeva N., Naidis G. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1997. V. 25. P. 375.
- Serdyuk Yu.V., Larsson A., Gubanski S.M., Akyuz M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2001. V. 34. P. 614.
- 36. *Qin J., Pasko V.P.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2014. V. 47. P. 435202.
- Francisco H., Teunissent J., Bagheri B., Ebert U. // Plasma Sources Sci. Technol. 2021. V. 30. P. 115007.
- Базелян А.Э., Базелян Э.М. // Теплофизика высоких температур. 1993. Т. 31. С. 867.
- 39. Li X., Guo B., Sun A., Ebert U., Teunissen J. // arXiv preprint arXiv:2201.11257, 2022 arxiv.org
- 40. Pancheshnyi S.V., Starikovskii A.Yu. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2003. V. 36. P. 2683.
- 41. Pancheshnyi S., Nudnova M., Starikovskii A. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 016407.
- 42. Florescu-Mitchell A.I., Mitchell J.B.A. // Phys. Rep. 2006. V. 430. P. 277.
- 43. Kossyi I.A., Kostinsky A.Yu., Matveyev A.A., Silakov V.P. // Plasma Sources Sci. Technol. 1992. V. 1. P. 207.
- 44. Winands G.J.J., Liu Z., Pemen A.J.M., van Heesch E.J.M., Yan K., van Veldhuizen E.M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2006. V. 39. P. 3010.
- 45. Winands G.J.J., Liu Z., Pemen A.J.M., van Heesch E.J.M., Yan K. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2008. V. 41. P. 234001.
- Yagi I., Okada S., Matsumoto T., Wang D., Namihira T., Takaki K. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2011. V. 39. P. 2232.
- Clevis T.T.J., Nijdam S., Ebert U. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2013. V. 46. P. 045202.
- 48. *Babaeva N., Naidis G. //* IEEE Trans. Plasma Sci. 2016. V. 44. P. 899.
- 49. Starikovskiy A.Yu., Aleksandrov N.L., Shneider M.N. // J. Appl. Phys. 2021. V. 129. P. 063301.

\_\_\_\_\_ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ \_\_\_\_ ПЛАЗМА

УДК 533.9

# НАГРЕВ ГАЗА В УСЛОВИЯХ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ПОПЕРЕЧНО-ПРОДОЛЬНОГО РАЗРЯДА В ДОЗВУКОВЫХ И СВЕРХЗВУКОВЫХ ВОЗДУШНЫХ ПОТОКАХ

© 2022 г. В. М. Шибков<sup>а,</sup> \*, К. Н. Корнев<sup>а</sup>, А. А. Логунов<sup>а</sup>, Ю. К. Нестеренко<sup>а</sup>

<sup>а</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

\**e-mail: shibkov@physics.msu.ru* Поступила в редакцию 28.03.2022 г. После доработки 01.05.2022 г. Принята к публикации 11.05.2022 г.

Приведены результаты экспериментальных исследований нестационарного пульсирующего поперечно-продольного разряда, создаваемого в высокоскоростных потоках воздуха и пропан-воздушной смеси. Показано, что в условиях изучаемого разряда вблизи электродов газ сильно нагревается до температур 6000—9000 К, при этом температура газа растет с увеличением разрядного тока и скорости воздушного потока. Проведены тестовые эксперименты, результаты которых показывают, что в условиях электродного поперечно-продольного разряда реализуется квазистационарное несамостоятельное горение сверхзвукового потока пропан-воздушной смеси.

*Ключевые слова:* пульсирующий поперечно-продольный разряд, высокоскоростные воздушные потоки, методы диагностики, нагрев газа

DOI: 10.31857/S0367292122100183

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Для многих практических приложений неравновесной плазмы температура газа является основным параметром, определяющим эффективность применения различных плазменных технологий. Например, при высоких скоростях полета летательного аппарата с прямоточным двигателем сжигание топлива в камере сгорания осуществляется в условиях нагретого до высоких температур потока воздуха [1-4]. К одной из таких технологий можно отнести сверхзвуковую плазменную аэродинамику, в которой газоразрядная плазма используется для управления характеристиками воздушного потока вблизи поверхности летательного аппарата, для снижения поверхностного трения, задержки ламинарнотурбулентного перехода, управления отрывом потока. Актуальным является также применение газового разряда с целью объемного воспламенения высокоскоростных потоков топлива и уменьшения периода индукции. Основополагающими работами в области плазменной аэродинамики являются исследования свойств поперечных электрических разрядов постоянного тока в сверхзвуковых потоках воздуха [5, 6]. Влияние высокой скорости течения на свойства продольного разряда анализировалось в [7], где рассмотрены вопросы, связанные с возможностью существования продольного разряда в случае, когда

дрейфовая скорость положительных ионов, направленная от анода к катоду, становится соизмеримой со скоростью потока, распространяющегося в противоположном направлении. В работе [8] исследованы режимы горения разряда в потоке газа при конфигурации электродов, типичной для классического коаксиального дугового плазмотрона. В плазмотрон подавался завихренный поток воздуха с расходом от 0.1 до 1 г/с, что соответствует скорости потока на выходе из сопла от 4 до 40 м/с. В [9–11] показано, что высокоскоростной поток газа начинает существенным образом влиять на свойства разряда и разряд становится нестационарным.

Интенсивные исследования возможности применения плазменных технологий в современной авиации связаны с тем, что эти технологии перспективны для решения двух чрезвычайно важных прикладных задач сверхзвуковой и гиперзвуковой аэродинамики: а именно, управления аэродинамическими характеристиками летательных аппаратов и плазменно-стимулированного горения. Теоретическое обоснование возможности влияния на аэродинамику сверхзвуковых летательных аппаратов с помощью локальных зон энерговыделения и внешнего горения было дано в работе Г.Г. Черного [12]. Для организации таких зон предлагались различные способы создания плазмы, в том числе и электри-
ческие разряды. Еще более перспективным представляется применение газоразрядной плазмы для воспламенения и стабилизации горения воздушно-топливной смеси в камерах сгорания гиперзвуковых прямоточных воздушно-реактивных и детонационных двигателей. При столь высоких скоростях полета только применение плазменных источников способно обеспечить объемное и быстрое воспламенение топливновоздушной смеси. Одним из эффективных способов создания плазменных областей в сверхзвуковом потоке является электрический разряд.

В [13] приводится описание развития плазменной аэродинамики в нашей стране и за рубежом в 90-х годах прошлого века. В обзоре [14] рассмотрены работы, в которых представлены экспериментальные и теоретические исследования по плазменно-стимулированному воспламенению и стабилизации горения в высокоскоростных потоках. Особое внимание уделяется анализу влияния на воспламенение таких параметров газоразрядной плазмы как приведенное электрическое поле, концентрация электронов, вкладываемая в разряд электрическая мощность. В работах [14— 17] изучалась возможность применения для воспламенения углеводородного топлива высоковольтного наносекундного разряда, развивающегося в виде высокоскоростной волны ионизации и создающего сильно возбужденную плазму в разрядном промежутке. Данный тип разряда обладает большой скоростью распространения и обеспечивает объемное воспламенение неподвижных горючих смесей. В [14-16] проведено систематическое исследование сдвига воспламенения и инициирования горения при одновременном воздействии на газ ударной волны и импульсного неравновесного разряда. Оценивается относительный вклад термического и неравновесного возбуждения газа. В [16] исследуется возможность использования наносекундного разряда, создаваемого в импульсно-периодическом режиме с частотой повторения импульсов до 50 кГц, для воспламенения дозвуковых воздушно-углеводородных потоков. Экспериментально показано, что с увеличением скорости дозвукового потока эффективность горения резко падает, а при скорости больше 70 м/с воспламенения не происходит. Применение застойной зоны, куда вводится дополнительное количество горючего, повышает эффективность горения, однако пламя из каверны стационарно не выходит в основной поток, а процесс горения в канале происходит отдельными вспышками. В [18] рассмотрено влияние факельного разряда постоянного и переменного тока на процесс горения сверхзвуковых потоков воздушно-углеводородных смесей. Конструкция плазменных генераторов позволяла в условиях факельного разряда нагревать газ до 5000 К. Рассмотрена возможность использования

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

данной конструкции в качестве воспламенителя для прямоточного двигателя. Проблемы, связанные с использованием газового разряда для перемешивания топлива с высокоскоростным потоком воздуха рассмотрены в [19]. Продемонстрирован эффект воспламенения не перемешанного топлива при низкой температуре газа с помощью неоднородного многоэлектродного разряда. Воспламенение пропан-воздушной смеси в условиях подкритического несамостоятельного СВЧ-разряда, возбуждаемого с помощью различного типа инициаторов, исследовано в [20-22]. Плазменная технология позволяет в масштабах реального времени целенаправленно воздействовать на высокоскоростные топливовоздушные потоки, управлять процессом сжигания многокомпонентных химически активных смесей в дозвуковых и сверхзвуковых воздушных потоках и стабилизировать горение топлива в прямоточных воздушно-реактивных двигателях.

В настояшее время для повышения эффективности прямоточного двигателя со сверхзвуковой скоростью потока в камере сгорания активно разрабатываются новые способы, позволяющие увеличить скорость горения и обеспечить полное сгорание топлива внутри двигателя без применения различных застойных зон в виде каверн, уступов, пилонов, плохообтекаемых механических стабилизаторов. Альтернативой механическим стабилизаторам является применение различного типа электрических разрядов [13-22]. Для поддержания стабильного горения воздушно-углеводородных смесей в нашей лаборатории широко используется квазистационарный пульсирующий поперечно-продольный разряд [23-30]. Для применения поперечно-продольного разряда в качестве стабилизатора горения топлива необходимо знать его характеристики и параметры низкотемпературной плазмы. В настоящей работе проведено экспериментальное изучение нагрева газа в плазме, создаваемой в дозвуковых и сверхзвуковых воздушных потоках с помощью пульсирующего поперечно-продольного электродного разряда. Экспериментально получены зависимости температуры газа от величины разрядного тока и скорости потока.

### 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка состоит из вакуумной барокамеры объемом три кубических метра, двух камер высокого давления для хранения пропана и сжатого воздуха, системы для создания сверхзвукового потока, прямоугольного расширяющегося аэродинамического канала, высоковольтного источника питания, системы синхронизации и диагностической аппаратуры. Расширяющийся аэродинамический канал использовался с целью предотвращения его тепло-



**Рис. 1.** Схематическое изображение блока питания, электродной системы и плазменной петли пульсирующего поперечно-продольного разряда: *1* – электродный узел (анод вверху, катод внизу), *2* – плазменная петля, *3* – источник питания постоянного тока, *4* – балластное сопротивление, *5* – сопротивление для измерения разрядного тока; *I* – продольная длина электродов, *L* – полная длина плазменного канала. Стрелка показывает направление распространения воздушного потока.

вого запирания при горении углеводородного топлива [31]. Подробное описание установки приведено в [23-26]. Основой экспериментального стенда является откачиваемая металлическая цилиндрическая барокамера длиной 3 м, внутренний диаметр которой равен 1 м. Вакуумная система позволяет откачивать воздух в барокамере до давления 0.01 Торр. Система хранения воздуха высокого давления состоит из газгольдера объемом 0.6 м<sup>3</sup> с компрессором, поднимающим давление воздуха до величины  $p_0 = 1-6$  атм, клапана высокого давления, запорного клапана и электромагнитного клапана с временем срабатывания  $t \sim 10$  мс (длительность переднего фронта). Воздух высокого давления с помощью гибкого воздуховода поступает на вход профилированного сопла Лаваля, к выходу которого жестко присоединен расширяющийся аэродинамический канал прямоугольного сечения. Сверхзвуковой поток создается в аэродинамическом канале, установленном внутри барокамеры. При этом отношение выходного сечения  $S_2 = 38 \text{ см}^2 \text{ к входно-}$ му  $S_1 = 3 \text{ см}^2$  сечению канала  $S_2/S_1 = 12.7$ . Продольная длина канала 50 см. Поперечно-продольный разряд формировался между двумя хорошо обтекаемыми воздушным потоком электродами. сечение которых представляло собой тонкий вытянутый ромб со сглаженными вершинами (максимальная толщина электродов не превышала 1 мм, а ширина – 5 мм). Электроды монтировались внутри расширяющегося аэродинамического канала симметрично относительно его продольной оси с точной регулировкой расстояния между ними. Минимальное расстояние *d* между электродами (смотри рис. 1) изменялось от 0.1 мм до 1 мм и определялось с помощью набора эталонных пластин с шагом 0.1 мм. Длина электродов одинакова и равна l = 65 мм. Максимальное расстояние D между анодом и катодом равно 20 мм.

Используемый электродный узел позволял легко реализовать пульсирующий разряд постоянного тока без его дополнительной инициации в широком диапазоне давления p = 10-760 Торр воздуха в барокамере, скорости потока v = 50-600 м/с, температуры холодного воздуха в потоке *T* = 168–250 К [2, 23–26]. Основные эксперименты проводились при открытой барокамере при атмосферном давлении воздуха. Для создания разряда использовался стационарный источник питания, позволяющий изменять выходное напряжение от 1 до 4.5 кВ, и обеспечивающий в течение 2 с существование поперечно-продольного пульсирующего разряда при токе от 2 до 20 А и длительности импульса до 2 с. Массовый расход воздуха dm/dt = 60-120 г/с, пропана -2-6 г/с.

Схематическое изображение блока питания. электродной системы и плазменной петли пульпоперечно-продольного разряда сирующего представлено на рис. 1, где L – полная длина плазменного канала, *l* – продольная длина электродов, стрелка показывает направление распространения воздушного или пропан-воздушного потоков. Электрическая схема состоит из последовательно включенных стационарного источника питания (3) с выходным напряжением  $U_0 =$ = 4.5 kB и внутренним сопротивлением r == 100 Ом, балластного сопротивления, величина которого могла ступенчато переключаться в пять фиксированных позиций  $R_4 = 145-675$  Ом, безындукционного сопротивления  $R_5 = 0.32$  Ом для измерения величины разрядного тока. Падение напряжения на разряде измерялось с помощью безындукционного делителя напряжения с коэффициентом деления k = 8760. Для синхронизации работы электромеханических затворов и разряда используется специальная схема, позволяющая изменять в широких пределах от 0 до 2 с с фиксированными временными задержками по отношению друг к другу временную задержку между открытием клапана в воздуховоде и включением разряда. Система синхронизации позволяет вводить воздух в аэродинамический канал и создавать исследуемый разряд. В экспериментах, как правило, сверхзвуковой воздушный поток существует в течение  $\tau_0 = 2-3$  с. В течение  $\tau_1 = 1-2$  с создавался разряд с временной задержкой  $\Delta t_1 = 0.4$  с по отношению к пуску воздуха.

### 3. МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В экспериментах использовался диагностический комплекс, состоящий из цифровых спектрографов, осциллографов, фотокамер и видеосистемы, персональных компьютеров. Основные параметры пульсирующего разряда определялись с помощью автоматизированной системы сбора и обработки информации. Параметры потока определялись по измеренным значениям статического  $p_1$  и полного  $p_0$  давлений соответственно, в аэродинамическом канале и ресивере, содержащем сжатый до высокого давления воздух. По измеренному отношению  $p_1/p_0$ , используя хорошо известные формулы газовой динамики [2], рассчитывались величины скорости потока, температуры газа и концентрации молекул воздуха в холодном высокоскоростном потоке.

Процесс развития плазменной петли фиксировался с использованием цифровой видеокамеры "ВидеоСпринт" с электронно-оптическим затвором. Съемка проводилась при частоте повторения кадров от 5000 до 32000 Гц со временем экспозиции одного кадра от 2 до 100 мкс. Спектр излучения газоразрядной плазмы фиксировался с помощью цифрового двухканального спектрометра AvaSpec-2048-2-DT с полушириной аппаратной функции 0.06 нм для первого канала и 0.35 нм для второго. Усреднение проводилось за время экспозиции  $\tau = 2$  мс.

В спектре излучения плазмы нестационарного пульсирующего разряда в высокоскоростном потоке воздуха при атмосферном давлении в барокамере присутствуют интенсивные полосы циана и молекулярного иона азота, спектральные линии атомарного водорода, кислорода, азота и меди, а также наблюдается интенсивный континуум. Для измерения параметров плазмы необходимо было провести коррекцию зарегистрированного спектра с учетом коэффициента спектральной чувствительности спектрографа [32-34]. Калибровка абсолютной чувствительности спектрографа выполнялась с использованием специальной вольфрамовой лампы накаливания, интенсивность излучения которой определяется температурой вольфрамовой ленты, зависящей от величины тока, проходящего через лампу. При определении коэффициента спектральной чувствительности спектрографа учитывался тот факт, что при фиксированной температуре вольфрама его серость (отличие интенсивности излучения вольфрама от излучения абсолютно черного тела) меняется при изменении длины волны излучения [34].

Температура газа в плазменном канале пульсирующего разряда определялась спектральным методом по полосам циана [35–37] и молекулярного иона азота. Для этого рассчитывались модельные распределения по вращательным уров-

ням молекулярных полос CN и N<sub>2</sub><sup>+</sup> при различных температурах газа с учетом аппаратной функции спектрального прибора и различных эффектов, приводящих к уширению спектральных линий в плазме изучаемого разряда. Далее проводилось сравнение экспериментально полученного спектра с данными математического моделирования. Температура газа считалась равной температуре, при которой получалось наилучшее совпадение рассчитанных данных с экспериментальными результатами. При расчете для компьютерного моделирования исследуемого спектра использовалась программа, разработанная в нашей лаборатории на базе MATLAB, а также для верификации полученных данных применялась программа SpecAir 2.2. Точность определения температуры газа применяемым методом не хуже 5–10%.

На рис. 2 представлено сравнение экспериментально измеренного спектра излучения канальной плазмы поперечно-продольного разряда (штриховая синяя кривая) и модельного спектра (сплошная красная кривая), рассчитанного при температуре 8000 К. Эксперимент проводился при открытой барокамере при давлении неподвижного воздуха 750 Торр. Спектр зафиксирован вниз по потоку на расстоянии z = 10 мм от электродов при скорости потока 240 м/с, разрядном токе 5.5 А, минимальном расстоянии между электродами d = 0.7 мм. В области спектра от 360 до 430 нм в условиях высокоскоростного воздушного потока регистрируются только интенсивные полосы циана и молекулярного иона азота. Полосы второй положительной системы азота при этом слабо выражены и не подходят для измерения температуры газа. Из рис. 2 следует, что модельный спектр хорошо совпадает с измеренным спектром, а температура газа в канальной плазме нестационарного поперечно-продольного разряда равна 8000 К.

Для апробации спектрального метода измерения температуры газа по неразрешенной вращательной структуре молекулярных полос отдельные эксперименты проводились также при создании поперечно-продольного разряда в сверхзвуковом потоке воздуха с числом Маха потока M = 2 при давлении неподвижного газа в барокамере 90 Торр. В сверхзвуковом потоке при M = 2 давление воздуха порядка 98 Торр. В этих условиях в спектре излучения канальной плазмы



**Рис. 2.** Спектр излучения плазмы поперечно-продольного разряда в области длин волн 360-430 нм. Штриховая кривая – эксперимент, сплошная кривая – моделирование при температуре T = 8000 К.

поперечно-продольного разряда одновременно наблюдаются полосы второй положительной системы азота, молекулярные полосы циана и полосы первой отрицательной системы молекулярного иона азота.

На рис. 3 приведено сравнение экспериментально измеренного спектра излучения плазмы канального пульсирующего поперечно-продольного разряда с рассчитанным спектром. Видно, что колебательно-вращательные спектры различных компонент подчиняются единой зависимости F(T). Даже при давлении 90 Торр исследуемый продольно-поперечный разряд в сверхзвуковом воздушном потоке представляет собой близкую к равновесной систему. На рис. 3 обращает на себя внимание тот факт, что электронноколебательно-вращательный спектр для всех компонент (молекулярный азот, молекулярный ион азота и циан) может быть в первом приближении описан единой температурой, по порядку величины равной  $T_g = T_v = 7500$  К.

Подобный результат был также зарегистрирован при исследовании свободно-локализованного СВЧ-разряда в неподвижном воздухе при изменении давления газа от 1 до 750 Торр. С увеличением давления от 1 до 100 Торр в плазме СВЧ-разряда суммарная интенсивность свечения второй положительной системы азота монотонно возрастает, при 200 Торр она достигает максимального при данных условиях значения, а при дальнейшем росте давления интенсивность свечения полос второй положительной системы азота резко уменьшается почти до нуля. В отличие от второй положительной системы с ростом давления интенсивность свечения полос первой отрицательной системы молекулярного иона азота в плазме CBЧ-разряда с ростом давления монотонно возрастает и достигает максимального значения при атмосферном давлении. Интенсивность свечения первой отрицательной системы молекулярного иона азота отражает ход зависимости концентрации электронов, которая монотонно увеличивается с ростом давления воздуха.

### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 4 представлена зависимость температуры газа от скорости воздушного потока при разрядном токе i = 9.8 А и различных минимальных расстояниях d между анодом и катодом. Видно, что при фиксированном разрядном токе температура газа нарастает при увеличении скорости потока при всех исследованных значениях минимального расстояния между анодом и катодом. При этом для любой фиксированной скорости потока с ростом d нагрев газа увеличивается.

В работах [29, 30] показано, что при увеличении межэлектродного минимального расстояния *d* резко возрастает падение напряжения на разряде, уменьшается длина канала и, соответственно, растет напряженность электрического поля.

В работе [30] экспериментально получена зависимость средней напряженности продольного электрического поля от скорости воздушного потока при различных значениях разрядного тока и минимального расстояния между анодом и катодом *d*. Полученные результаты представлены на рис. 5. Можно видеть, что увеличение скорости потока приводит к росту напряженности поля при всех значениях тока и межэлектродного рас-



**Рис. 3.** Сравнение экспериментально зарегистрированного спектра (кривая *1*) с рассчитанным при температуре T = 7500 K спектром (кривая *2*).

стояния. Однако при любой фиксированной скорости потока увеличение разрядного тока ведет к уменьшению величины продольного электрического поля, тогда как рост минимального межэлектродного расстояния приводит к возрастанию электрического поля [30].

На рис. 6 приведена зависимость температуры газа в канальной плазме пульсирующего поперечно-продольного разряда от скорости воздушного потока. Измерения проводились на расстоянии z = 20 мм от электродов и значении разрядного

**Рис. 4.** Зависимость температуры газа от скорости потока на расстоянии z = 3 мм от анода при i = 9.8 A, d, мм: I - 0.35; 2 - 0.5; 3 - 0.7.

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

тока i = 12.5 A (прямая 1), и на расстоянии z =

= 10 мм и токе i = 14.5 А (прямая 2). Из представ-

ленных на рис. 5 данных следует, что увеличение

скорости воздушного потока приводит к росту

температуры газа, причем скорость нарастания

температуры одинакова в обоих случаях. При этом при всех значениях скорости потока рост

**Рис. 5.** Зависимость средней по длине канала напряженности продольного электрического поля в плазменной петле от скорости потока воздуха при разрядном токе 5.5 А (сплошные кривые) и i = 15.5 А (штриховые кривые) и различных значениях расстояния между анодом и катодом d, мм: 1(I') - 0.2; 2(2') - 0.4; 3(3') - 0.6; 4(4') - 0.8 [30].

300

*v*, м/с

400

500

200

0



**Рис. 6.** Зависимость температуры газа от скорости потока в плазменном канале при z = 20 мм и i = 12.5 А (прямая *I*) при z = 10 мм и i = 14.5 А (прямая *2*).

Зависимость температуры газа в канальной плазме пульсирующего поперечно-продольного разряда от расстояния *z* от электродов представлена на рис. 7. Разряд создавался в высокоскоростных потоках воздуха со скоростями 275 м/с – *I* и 475 м/с – *2* при разрядном токе *i* = 12.5 A – *I* и 15.5 A – *2*. Видно, что вблизи электродов на расстоянии z = 0-40 мм температура газа остается приблизительно постоянной, тогда как с увеличение расстояния  $T_g$  монотонно уменьшается. При этом с ростом разрядного тока и скорости потока температура газа увеличивается при всех значениях расстояния z > 0 мм от электродов.

Зависимость температуры газа от разрядного тока при скорости воздушного потока 240 м/с – 1 и 420 м/с – 2 представлена на рис. 8. Измерения проводились на расстоянии z = 25 мм от анода при минимальном расстоянии между электродами d = 0.7 мм. Видно, что рост разрядного тока ведет к увеличению нагрева газа как при скорости воздушного потока 240 м/с, так и 420 м/с. При этом темп нарастания температуры газа при различных токах одинаков. Видно также, что с увеличением скорости воздушного потока температура газа увеличивается, что соответствует увеличению концентрации электронов в плазме пульсирующего разряда.

Полученные результаты легко объясняются тем фактом, что с ростом *d* падение напряжения *U* на разрядном промежутке резко, в 4 раза, возрастает, при этом длина плазменного канала *L* незначительно в 1.5–2 раза растет, что ведет к увеличению электрического поля E = U/L в плазме и росту нагрева газа. Увеличение скорости потока слабо влияет на падение напряжения на разрядном канале, но ведет к уменьшению его длины и, соответственно, к увеличению напряженности электрического поля. С ростом разрядного тока



**Рис.** 7. Зависимость температуры газа  $T_g$  в плазменном канале от продольной координаты *z* при *v* = 275 м/с и *i* = 12.5 A (кривая *I*) и *v* = 475 м/с и *i* = 15.5 A (кривая *2*).

увеличивается концентрация электронов. Что ведет при упругом механизме нагрева газа к росту температуры воздуха в канале.

Высокая температура газа в канальной плазме пульсирующего разряда позволила нам осуществить быстрое воспламенение углеводородного топлива и квазистационарное горение пропана в условиях высокоскоростного воздушного потока. Аэродинамический канал помещен в открытую барокамеру, давление окружающего воздуха равно 760 Торр. Длительность процесса горения 2 с, массовые расходы воздуха 105 г/с и пропана 4.9 г/с соответственно. Средняя мощность нестационарного пульсирующего разряда порядка 8 кВт.



**Рис. 8.** Зависимость температуры газа от разрядного тока при скорости воздушного потока 240 м/с (прямая *I*) и 420 м/с (прямая *2*) на расстоянии z = 25 мм от анода при минимальном расстоянии между электродами d = 0.7 мм.



**Рис. 9.** Фотография плазменно-стимулированного горения пропан-воздушного топлива в расширяющемся аэродинамическом канале длиной L = 50 см. Время экспозиции кадра  $t_{exp} = 16$  мс из полного времени пуска 2 с.

В качестве примера на рис. 9 приведена фотография плазменно-стимулированного сверхзвукового горения пропан-воздушной смеси в гладком расширяющемся аэродинамическом канале. Время экспозиции кадра  $t_{exp} = 16$  мс. Частота повторения плазменных петель порядка 1000 Гц, т.е. за время экспозиции последовательно реализуются 16 циклов поперечно-продольного разряда. Каждая плазменная петля приводит к воспламенению пропана вблизи электродного узла. Скорость потока на входе в канал 480 м/с, чему соответствует число Маха потока М<sub>1</sub> = 1.8. За время 1 мс, чему соответствует период следования плазменных петель поперечно-продольного разряда, пламя распространяется вниз по потоку на расстояние порядка 50 см, т.е. равному продольному размеру аэродинамического канала. За время существования плазменной петли пульсирующего разряда стабильно наблюдается несамостоятельное горение пропана. При выключении продольно-поперечного пульсирующего разряда самостоятельное горение пропана не фиксируется.

Из рис. 9 видно, что в процессе сверхзвукового сгорания пропана на выходе из аэродинамического канала образуется короткий факел голубого цвета, т.е. при горении не образуется сажа, поэтому в спектрах, снятых в различных областях вдоль аэродинамического канала и на выходе из него, полностью отсутствуют полосы Свана молекулярного углерода. Плазменно-стимулированное воспламенение происходит в зоне электродного узла, при этом температура пламени линейно нарастает по длине аэродинамического канала по мере догорания топлива [26]. Величина повышения давления в процессе реализации сверхзвукового горения пропан-воздушной смеси внутри закрытой барокамеры, увеличение температуры воздуха, а также значение возникающей при горении пропана в сверхзвуковом воздушном потоке тяги (подробнее о методах исследования и о полученных результатах смотри [26]) указывают на то, что в условиях несамостоятельного плазменно-стимулированного горения достигается высокая степень сгорания топлива внутри канала, моделирующего камеру сгорания сверхзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально показано, что в условиях применения поперечно-продольного пульсирующего разряда реализуется быстрое объемное воспламенение и квазистационарное несамостоятельное горение пропана в условиях сверхзвукового воздушного потока. Полученные в данной работе результаты по нагреву воздуха в канальной плазме позволяют сделать предварительный вывод, что в условиях пульсирующего электродного разряда основным параметром, обеспечивающим квазистационарное несамостоятельное горение углеводородного топлива, является высокая газовая температура.

Константин Корнев является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС" и благодарит его за финансовую поддержку.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Черный Г.Г.* Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматлит, 1959. 220 с.
- 2. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. Издание 4-е. М.: Наука, 1976. 597 с.
- Теория и расчет воздушно-реактивных двигателей. Учебник для вузов / Под редакцией Шляхтенко С.М. Издание 2-е. М.: Машиностроение, 1987. 568 с.
- 4. Бартльме Ф. Газодинамика горения. М.: Энергоиздат, 1981. 280 с.
- 5. Алферов В.И., Бушмин А.С. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. С. 1775.
- 6. Алферов В.И., Бушмин А.С., Калачев Б.В. // ЖЭТФ. 1966. Т. 51. С. 1281.
- 7. Пащенко Н.Т., Райзер Ю.П. // Физика плазмы. 1982. Т. 8. С. 1086.
- Королев Ю.Д., Франц О.Б., Ландль Н.В., Гейман В.Г., Ененко А.А., Постников Б.В., Ломанович К.А. // Теплофизика высоких температур. 2010. № 1 (дополнительный). С. 35.
- Korolev Y.D., Matveev I.B. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2006. V. 34. P. 2507.
- Korolev Y.D., Frants O.B., Landl N.V., Geyman V.G., Matveev I.B. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2007. V. 35. P. 1651.
- Korolev Y.D., Frants O.B., Landl N.V., Geyman V.G., Matveev I.B. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2009. V. 37. P. 586.

- Chernyi G.G. // 3 Weakly Ionized Gases Workshop, 1– 5 November 1999, Norfolk, VA, USA, AIAA-99-4819.
- 13. *Fomin V.M., Tretyakov P.K., Taran J.-P.* // Aerospace Science and Technology. 2004. V. 8. P. 411.
- Starikovskaya S.M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2006.
  V. 39. P. R265.
- Starikovskii A.Y., Anikin N.B., Kosarev I.N., Mintoussov E.I., Nudnova M.M., Rakitin A.E., Roupassov D.V., Starikovskaia S.M., Zhukov V.P. // J. Propulsion and Power. 2008. V. 24. P. 1182.
- 16. Adamovich I.V., Lempert W.R., Rich J.W., Utkin Y.G. // J. Propulsion and Power. 2008. V. 24. P. 1198.
- 17. Александров Н.Л., Киндышева С.В., Кукаев Е.Н., Стариковская С.М., Стариковский А.Ю. // Физика плазмы. 2009. Т. 35. С. 941.
- Jacobsen L.S., Carter C.D., Baurle R.A., Jackson T., Williams S., Barnett J., Tam C.-J., Bivolaru D. // J. Propulsion and Power. 2008. V. 24. P. 641.
- Leonov S., Yarantsev D., Carter C. // J. Propulsion and Power. 2009. V. 25. P. 289.
- Artem'ev K.B., Kazantsev S.Yu, Kononov N.G., Kossyi I.A., Malykh N.I., Popov N.A., Tarasova N.M., Filimonova E.A., Firsov K.N. // J. Phys. D – Applied Phys. 2013. V. 46. P. 055201-11.
- Shibkov V.M., Aleksandrov A.F., Chernikov V.A., Ershov A.P., Shibkova L.V. // J. Propulsion and Power. 2009. V. 25. P. 123.
- 22. Esakov I., Grachev L., Khodataev K., Van Wie D. // AIAA Papers. 2004. V. 2004. P. 840.
- 23. Копыл П.В., Сурконт О.С., Шибков В.М., Шибкова Л.В. // Физика плазмы. 2012. Т. 38. С. 551.
- 24. Шибков В.М., Шибкова Л.В., Логунов А.А. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 314.

- Шибков В.М., Шибкова Л.В., Логунов А.А. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 661.
- Шибков В.М., Шибкова Л.В., Копыл П.В., Логунов А.А. // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. С. 183.
- Шибков В.М., Шибкова Л.В., Логунов А.А. // Вестн. Московского университета. Сер. 3: Физика. Астрономия. 2018. № 5. С. 43.
- Шибков В.М., Шибкова Л.В., Логунов А.А. // Вестн. Московского университета. Сер. 3: Физика. Астрономия. 2017. № 3. С. 75.
- 29. Шибкова Л.В., Шибков В.М., Логунов А.А., Долбня Д.С., Корнев К.Н. // Теплофизика высоких температур. 2020. Т. 58. С. 836.
- Логунов А.А., Корнев К.Н., Шибкова Л.В., Шибков В.М. // Теплофизика высоких температур. 2021. Т. 59. С. 22.
- Шибков В.М. // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. С. 353.
- Зарин А.С., Кузовников А.А., Шибков В.М. Свободно локализованный СВЧ-разряд в воздухе. М.: Нефть и газ. 1996. 204 с.
- Шибкова Л.В., Шибков В.М. Разряд в смесях инертных газов. М.: Физматлит, 2005. 200 с.
- 34. *Малышев В.И.* Введение в экспериментальную спектроскопию. М.: Наука, 1979. 480 с.
- Оптическая пирометрия плазмы. Сб. статей / Ред. Н.Н. Соболев. М.: Иностр. лит-ра, 1969. 428 с.
- Maecker H., Peters T. // Zeitschriftfür Physik. 1954. V. 139. P. 448.
- Spier J.L., Smit-Miessen M.M. // Physica. 1942. V. 9. P. 422.

\_\_\_\_\_ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНАЯ \_\_\_\_ ПЛАЗМА

УДК 533.9

# КОНЦЕНТРАЦИЯ И ТЕМПЕРАТУРА ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕ ПОПЕРЕЧНО-ПРОДОЛЬНОГО РАЗРЯДА В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПОТОКАХ ВОЗДУХА

© 2022 г. В. М. Шибков<sup>а, \*</sup>, К. Н. Корнев<sup>а</sup>, А. А. Логунов<sup>а</sup>, Ю. К. Нестеренко<sup>а</sup>

<sup>а</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

\**e-mail: shibkov@physics.msu.ru* Поступила в редакцию 28.03.2022 г. После доработки 01.05.2022 г. Принята к публикации 11.05.2022 г.

Приведены результаты экспериментальных исследований параметров плазмы пульсирующего поперечно-продольного разряда, создаваемого в высокоскоростных потоках воздуха. Экспериментально показано, что в условиях изучаемого разряда концентрация электронов в канальной плазме пульсирующего разряда увеличивается от ~ $10^{16}$  до 4 ×  $10^{16}$  см<sup>-3</sup> с ростом разрядного тока от 4 до 16 A и нарастает при увеличении скорости потока при постоянном значении разрядного тока. Показано также, что температура электронов в плазме пульсирующего разряда порядка 1 эB, а канальная плазма является сильно ионизованной средой, степень ионизации которой увеличивается от 1 до 30% при переходе от дозвуковых к сверхзвуковым воздушным потокам.

*Ключевые слова:* поперечно-продольный разряд, концентрация и температура электронов, степень ионизации плазмы, дозвуковые и сверхзвуковые потоки, методы диагностики **DOI:** 10.31857/S0367292122100201

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для повышения эффективности прямоточных воздушно-реактивных двигателей со сверхзвуковой скоростью потока в камере сгорания используются различные застойные зоны в виде пилонов и плохообтекаемых механических стабилизаторов [1, 2]. Однако в последнее время активно разрабатываются новые способы, позволяющие увеличить скорость горения и обеспечить полное сгорание топлива внутри двигателя без применения механических стабилизаторов. Альтернативным механическим стабилизаторам является применение различного типа электрических разрядов [3–12]. В [3] приводится описание развития плазменной аэродинамики в нашей стране и за рубежом в 90-х годах прошлого века. В обзоре [4] рассмотрены работы, в которых представлены экспериментальные и теоретические исследования по плазменно-стимулированному воспламенению и стабилизации горения в высокоскоростных потоках. В [5] исследуются импульсно-периодические наносекундные высоковольтные разряды с целью их применения в плазменной аэродинамике. Изучению наносекундного разряда, создаваемого в импульсно-периодическом режиме, как средству для быстрого воспламенения дозвуковых воздушно-углеводородных потоков посвящена работа [6]. В [7] рассмотрено влияние факельного разряда на процесс горения сверхзвуковых потоков воздушно-углеводородных смесей. Основные свойства и параметры свободно локализованных и поверхностных СВЧ-разрядов и возможность их применения в сверхзвуковой плазменной аэродинамике рассмотрены в [8]. Воспламенение пропан-воздушной смеси в условиях подкритического несамостоятельного СВЧ-разряда исследовано в [9]. В [13] рассмотрено воспламенение метан-кислородной смеси с помощью коаксиального СВЧ-плазмотрона. Для поддержания стабильного горения воздушно-углеводородных смесей в нашей лаборатории широко используется квазистационарный пульсирующий поперечно-продольный разряд [10-12, 14, 15].

Плазменная технология позволяет в масштабах реального времени целенаправленно воздействовать на высокоскоростные топливовоздушные потоки, управлять процессом сжигания многокомпонентных химически активных смесей в дозвуковых и сверхзвуковых воздушных потоках и стабилизировать горение топлива в прямоточных воздушно-реактивных двигателях. Для применения пульсирующего поперечно-продольного разряда в качестве стабилизатора горения топлива необходимо знать основные параметры канальной плазмы, а именно, концентрацию и температуру электронов. В настоящей работе проведено экспериментальное изучение свойств электронной компоненты в канальной плазме, создаваемой в дозвуковых и сверхзвуковых воздушных потоках с помощью квазистационарного электродного разряда. Исследование электронной компоненты плазмы поперечно-продольного электродного разряда, создаваемого в высокоскоростных потоках воздуха, необходимо для оптимизации его создания с целью быстрого плазменно-стимулированного воспламенения и увеличения полноты сгорания углеводородного топлива. Экспериментально получены зависимости концентрации и температуры электронов от величины разрядного тока и скорости потока.

### 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка состоит из вакуумной цилиндрической барокамеры объемом три кубических метра, двух камер высокого давления для хранения пропана и сжатого воздуха, прямоугольного расширяющегося аэродинамического канала, высоковольтного источника питания, системы синхронизации и диагностической аппаратуры. Подробно основные характеристики функционирования установки приведены в [10-12, 14-16]. Расширяющийся аэродинамический канал использовался с целью предотвращения его теплового запирания при горении углеводородного топлива [15]. Система хранения воздуха высокого давления состоит из газгольдера объемом 0.6 м<sup>3</sup> с компрессором, поднимающим давление воздуха до величины  $p_0 = 1 - 1$ 6 атм и электромагнитного клапана с временем срабатывания t ~ 10 мс. Воздух высокого давления с помощью гибкого воздуховода поступает на вход профилированного сопла Лаваля, к выходу которого жестко присоединен расширяющийся аэродинамический канал прямоугольного сечения. При этом отношение выходного сечения  $S_2 = 38 \text{ см}^2$  к входному  $S_1 = 3 \text{ см}^2$  сечению канала  $S_2/S_1 = 12.7$ . Продольная длина канала — 50 см. Поперечно-продольный разряд, создается в высокоскоростных потоках воздуха между двумя электродами, смонтированными внутри расширяющегося канала симметрично относительно его продольной оси. Минимальное расстояние между катодом и анодом d = 0.1 - 1.0 мм. Длина электродов одинакова и равна l = 65 мм. Максимальное расстояние между анодом и катодом равно 20 мм. Схематическое изображение расширяющегося аэродинамического канала, электродной системы, плазменной петли пульсирующего поперечно-продольного разряда и системы регистрации спектра представлено на рис. 1. Один конец световода (6), фокусирующая линза (7) и поворотное зеркало (8) были жестко связаны в единый блок и могли перемещаться в пространстве.



**Рис. 1.** Схематическое изображение расширяющегося аэродинамического канала – 1, стрелкой показано направление потока. Электродный узел: анод – 2, катод – 3 заземлен, плазменная петля – 4, двухканальный спектрометр – 5, световод – 6, фокусирующая линза – 7, поворотное зеркало – 8.

Электрическая схема состоит из последовательно включенных стационарного источника питания с выходным напряжением  $U_0 = 4.5 \text{ кB}$  и внутренним сопротивлением 100 Ом, обеспечивающим в течение 2 с существование поперечнопродольного пульсирующего разряда при токе от 2 до 20 А, балластного сопротивления, величина которого могла ступенчато переключаться в пять фиксированных позиций  $R_4 = 145-675$  Ом, безындукционного сопротивления  $R_5 = 0.32$  Ом для измерения величины разрядного тока. Падение напряжения на разряде измерялось с помощью безындукционного делителя напряжения с коэффициентом деления k = 8760. Используемый электродный узел позволял реализовать пульсирующий разряд квазипостоянного тока без его дополнительной инициации в широком диапазоне давления p = 10-760 Торр воздуха в барокамере, скорости потока v = 50-600 м/с, температуры холодного воздуха в потоке T = 168 - 250 K. Массовый расход воздуха 60-120 г/с. В экспериментах сверхзвуковой воздушный поток существовал в течение 2-3 с. В течение 1-2 с создавался разряд с временной задержкой 0.4 с по отношению к переднему фронту импульса пуска воздуха.

### 3. МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ

В экспериментах использовался диагностический комплекс, состоящий из цифровых спектрометров, осциллографов, фотокамер, видеосистемы, персональных компьютеров. Параметры потока определялись по измеренным значениям статического  $p_1$  и полного  $p_0$  давлений, соответственно, в аэродинамическом канале и ресивере, содержащем сжатый до высокого давления воздух. По измеренному отношению  $p_1/p_0$ , используя хорошо известные формулы газовой динамики [1], рассчитывались величины скорости потока, температуры газа и концентрации молекул воздуха в холодном высокоскоростном потоке.

Процесс развития плазменной петли фиксировался с использованием цифровой видеокамеры "ВидеоСпринт" с электронно-оптическим затвором. Спектр излучения газоразрядной плазмы фиксируется с помощью цифрового двухканального спектрометр AvaSpec-2048-2-DT с полушириной аппаратной функции 0.06 нм для первого канала и 0.35 нм для второго. Усреднение проводилось за время экспозиции  $\tau = 2$  мс.

В спектре излучения плазмы нестационарного пульсирующего разряда в высокоскоростном потоке воздуха при атмосферном давлении в барокамере присутствуют интенсивные полосы циана и молекулярного иона азота, спектральные линии атомарного водорода, кислорода, азота и меди, а также наблюдается интенсивный континуум. Для измерения параметров плазмы необходимо было провести коррекцию зарегистрированного спектра с учетом коэффициента спектральной чувствительности спектрометра [17-19]. При определении коэффициента спектральной чувствительности спектрометра учитывался тот факт, что при фиксированной температуре вольфрама отличие его интенсивности от излучения абсолютно черного тела меняется при изменении длины волны излучения [19]. Температура газа в плазменном канале пульсирующего разряда определялась спектральным методом по полосам циана [20] и молекулярного иона азота. Для этого рассчитывались модельные распределения по вращательным уровням молекулярных полос CN и

N<sub>2</sub><sup>+</sup> при различных температурах газа с учетом аппаратной функции спектрального прибора. Далее проводилось сравнение экспериментально полученного спектра с данными математического моделирования. Температура газа считалась равной температуре, при которой получалось наилучшее совпадение рассчитанных данных с экспериментальными результатами.

Концентрация электронов измерялась по штарковскому уширению спектральных линий бальмеровской серии водорода. Регистрируемое в эксперименте уширение спектральных линий  $H_{\alpha}$  и  $H_{\beta}$  бальмеровской серии водорода изменялось в диапазоне 0.6–2.4 нм. В эксперименте использовался цифровой шестиканальный спектрометр "OceanOptics" с обратной линейной дисперсией 0.063 нм/мм, минимальное время экспозиции  $\tau = 2$  мс. Для измерения степени ионизации воздуха использовалась непосредственная связь концентрации электронов с полушириной  $\Delta\lambda$  спектральной линии [21]. Уширение линии происходит не только из-за эффекта Штарка, но и за счет эффекта Доплера, конечного времени жизни воз-

бужденного атома, эффектов давления и аппаратной функции спектрального прибора, определяемой экспериментально. Из полученных значений полуширины  $\Delta\lambda$  спектральных линий  $H_{\alpha}$  и  $H_{\beta}$  выделялась штарковская компонента в соответствии с теорией контуров и эмпирической зависимостью [22].

В эксперименте температура электронов отождествлялась с температурой распределения заселенностей уровней, измеренных по интенсивностям излучения паров меди. Такая оценка справедлива для сильно ионизованной плазменной среды, которой является при токах порядка 5—20 А канальная плазма поперечно-продольного квазистационарного разряда. Пары меди появлялись в канальном поперечно-продольном разряде за счет абляционного сноса атомов меди из области катодных и анодных пятен, образующихся на электродах при протекании тока в высокоскоростном потоке воздуха.

### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Зависимости концентрации электронов от разрядного тока представлены на рис. 2 при скорости воздушного потока 240 (прямая *I*) и 420 м/с (прямая *2*). Кратчайшее расстояние между электродами d = 0.7 мм. Важно отметить, что при токе  $i \sim 4$  А концентрации электронов при скорости воздушного потока 240 и 420 м/с приблизительно равны. В то же время температура газа отличается приблизительно на 1000 К (см. [23]). Следует заметить, что экспериментально измеренная температура газа тем выше, чем больше кратчайшее расстояние между анодом и катодом [24].

Зависимости температуры газа в холодном потоке (кривая *1*) и в нагретом плазменном канале (кривая *2*) пульсирующего поперечно-продольного разряда от скорости высокоскоростного воздушного потока представлена на рис. 3. Видно, что увеличение скорости потока от 230 до 500 м/с приводит к уменьшению температуры в холодном потоке от 280 до 170 K, в то время как температура в плазменном канале растет от 6500 до 7500 K.

Одновременно, как видно из рис. 4, из-за снижения плотности уменьшается концентрация нейтральных атомов, как в холодном потоке, так и в нагретом плазменном канале, что, как будет показано позднее, ведет к резкому росту приведенного электрического поля и увеличению степени ионизации плазмы. Также видно, что кривая для холодного потока спадает медленнее, чем кривая для нагретого канала. Это связано с тем, что с ростом скорости потока увеличивается температура газа в плазменном канале, создаваемом в свободном пространстве при атмосферном давлении воздуха.



**Рис. 2.** Зависимости концентрации электронов в плазме исследуемого разряда от разрядного тока при скорости воздушного потока 240 м/с (прямая *I*) и 420 м/с (прямая *2*).



**Рис. 4.** Зависимости от скорости высокоскоростного воздушного потока концентраций нейтральных невозбужденных молекул в холодном потоке (кривая *I*) и в нагретом плазменном канале (кривая *2*) пульсирующего поперечно-продольного разряда на расстоянии z = 25 мм при i = 14.5 А.

На рис. 5 представлена зависимость концентрации электронов от скорости потока. Измерения проводились на расстояние от электродов z = 10 мм, при этом кратчайшее расстояние между электродами d = 0.1 мм, а разрядный ток 14.5 А. Видно, в этих условиях при постоянной величине разрядного тока увеличение скорости воздушного потока ведет к росту концентрации электронов почти на порядок величины от  $8 \times 10^{15}$  см<sup>-3</sup> при скорости 250 м/с до  $4 \times 10^{16}$  см<sup>-3</sup> при v = 500 м/с.

Из рис. 6, где приведена зависимость степени ионизации газа от скорости воздушного потока,



**Рис. 3.** Зависимости температуры газа на расстоянии z = 25 мм от анода в холодном потоке (кривая *I*) и в нагретом плазменном канале (кривая *2*) пульсирующего поперечно-продольного разряда при i = 14.5 А от скорости высокоскоростного воздушного потока.



**Рис. 5.** Зависимость концентрации электронов от скорости потока при разрядном токе 14.5 А, расстояние от электродов z = 10 мм, кратчайшее расстояние между электродами d = 0.1 мм.

полученной по экспериментальным данным, представленным на рис. 4 и 5, видно, что при скорости воздушного потока порядка 500 м/с степень ионизации достигает 20–30%, т.е. плазма пульсирующего поперечно-продольного разряда оказывается сильно ионизованной, что способствует быстрому воспламенению топлив. При высокой степени ионизации, и соответственно, при больших концентрациях электронов основным каналом нагрева молекулярного газа является упругий нагрев, тогда как в слабоионизованной плазме на первый план выходят механизмы, связанные с неупругими взаимодействиями (см., например, [25, 26] и работы других авторов). Воздух



**Рис. 6.** Зависимость степени ионизации газа от скорости потока при i = 14.5 A, z = 10 мм, d = 0.1 мм.

в канальной плазме быстро нагревается, при этом высокая температура нейтрального газа является основным условием, обеспечивающим воспламенение и поддержание несамостоятельного плазменно-стимулированного горения углеводородного топлива. Эксперименты проводятся в нестационарном пульсирующем поперечно-продольном электродном разряде, создаваемом в высокоскоростных воздушных потоках. В этих условиях одновременно изменяются во времени и пространстве все основные параметры плазмы. При этом диаметр канала слабо растет с увеличением тока. Уменьшение диаметра канала можно ожидать при больших разрядных токах. Для ограничения роста диаметра за счет стабилизации собственным магнитным полем нужны, согласно [27], токи разряда *i* > 50 А.

Экспериментально получено, что с ростом степени ионизации разряда с увеличением скорости воздушного потока, растет и величина напряженности продольного электрического поля в нагретом плазменном канале, это можно видеть на рис. 7. Отметим, что в отличие от продольного электрического поля, величина приведенного электрического поля имеет нелинейную зависимость и переходит в фазу быстрого роста при скорости потока 400 м/с. Это связано с резким уменьшением концентрации нейтралов в плазменном канале в той же области скоростей, что уже было показано на рис. 4 (кривая 2).

В спектре наблюдаются также спектральные линии атома меди с длинами волн 510.5, 515.3 и 521.8 нм. Пары меди возникают в плазме в результате абляции, т.е. процесса уноса вещества с поверхности электродов, обтекаемых сверхзвуковым воздушным потоком, при протекании через них электрического тока и образования на кончиках электродов сильно нагретых катодных и анод-



**Рис.** 7. Зависимости напряженности продольного электрического поля и приведенного значения электрического поля в нагретом плазменном канале пульсирующего поперечно-продольного разряда от скорости высокоскоростного воздушного потока при i = 14.5 A.

ных пятен, в которых происходит плавление материала электродов [28–34]. По отношению интенсивностей различных пар спектральных линий меди  $I_1/I_2$  и  $I_1/I_3$ , где  $I_1$  интенсивность линии с длиной волны  $\lambda_1 = 510.5$  нм,  $I_2 - \lambda_2 = 515.3$  нм и  $I_3 - \lambda_3 = 521.8$  нм измерялась температура распределения по уровням энергии заселенностей возбужденных атомов меди  $T_{Cu}$ . Температура электронов в плазме пульсирующего разряда оценивалась по относительным интенсивностям этих линий меди. Экспериментально показано, что температура распределения атомов меди лежит в пределах 1.0–1.5 эВ, что близко к температуре электронов, измеренной по тормозному спектру [23].

Для подтверждения экспериментально полученных результатов по измерению температуры электронов в [35] было выполнено математическое моделирование функции распределения электронов по энергиям в неравновесной импульсной плазме. Функция распределения электронов по энергиям вычислялась на основе решения уравнения Больцмана для сферически симметричной компоненты ФРЭЭ. Было показано [35], что при высокой степени ионизации плазмы в условиях квазистационарного поперечно-продольного разряда в потоке воздуха реализуется близкая к максвелловской функция распределения электронов по энергиям с эффективной температурой электронов порядка 1 эВ (см. рис. 8, штриховая линия 2), так как в этих условиях ФРЭЭ формируется в основном за счет электронэлектронных столкновений, частота которых намного превышает частоту обмена энергией при



**Рис. 8.** Функция распределения электронов по энергиям при E/n = 30 Тд и степени ионизации плазмы  $10^{-6}$  (сплошная кривая *1*) and  $10^{-3}$  (штриховая кривая *2*).

столкновении электронов с нейтральной компонентой.

При тех же условиях приведенного электрического поля E/n = 30 Тд, но в слабоионизованной плазме со степенью ионизации  $10^{-6}$ , реализуется неравновесная функция распределения электронов по энергиям, вид которой сильно зависит от степени колебательного возбуждения молекул воздуха (рис. 8, кривая *I*).

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментально показано, что в условиях поперечно-продольного электродного пульсирующего разряда в высокоскоростных воздушных потоках концентрация электронов в канальной плазме увеличивается от ~ $10^{16}$  до 4 ×  $10^{16}$  см<sup>-3</sup> с ростом разрядного тока от 4 до 16 А и нарастает при постоянном значении разрядного тока с увеличением скорости потока от 250 до 500 м/с. Показано также, что температура электронов в плазме пульсирующего разряда порядка 1 эВ, а канальная плазма является сильно ионизованной средой, степень ионизации которой достигает 30% при сверхзвуковых воздушных потоках со скоростью 500 м/с.

Константин Корнев является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС" и благодарит его за финансовую поддержку.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Абрамович Г.Н.* Прикладная газовая динамика. Изд. 4-е. М.: Наука, 1976. 597 с.
- Теория и расчет воздушно-реактивных двигателей. Учебник для вузов / Под ред. Шляхтенко С.М. Изд. 2-е. М.: Машиностроение, 1987. 568 с.

- 3. Fomin V.M., Tretyakov P.K., Taran J.-P. // Aerospace Sci. Technology. 2004. V. 8. P. 411.
- Starikovskaya S.M. // J. Phys. D: Appl. Phys. 2006. V. 39. P. R265.
- Starikovskii A.Y., Anikin N.B., Kosarev I.N., Mintoussov E.I., Nudnova M.M., Rakitin A.E., Roupassov D.V., Starikovskaia S.M., Zhukov V.P. // J. Propulsion and Power. 2008. V. 24. P. 1182.
- Adamovich I.V., Lempert W.R., Rich J.W., Utkin Y.G. // J. Propulsion and Power. 2008. V. 24. P. 1198.
- Jacobsen L.S., Carter C.D., Baurle R.A., Jackson T., Williams S., Barnett J., Tam C.-J., Bivolaru D. // J. Propulsion and Power. 2008. V. 24. P. 641.
- Shibkov V.M., Aleksandrov A.F., Chernikov V.A., Ershov A.P., Shibkova L.V. // J. Propulsion and Power. 2009. V. 25. P. 123.
- 9. Esakov I., Grachev L., Khodataev K., VanWie D. // AIAA Pap. 2004. V. 2004. P. 840.
- 10. Копыл П.В., Сурконт О.С., Шибков В.М., Шибкова Л.В. // Физика плазмы. 2012. Т. 38. С. 551.
- 11. Шибков В.М., Шибкова Л.В., Логунов А.А. // Физика плазмы. 2017. Т. 43. С. 314.
- 12. Шибков В.М., Шибкова Л.В., Логунов А.А. // Физика плазмы. 2018. Т. 44. С. 661.
- Artem'ev K.B., Kazantsev S.Yu, Kononov N.G., Kossyi I.A., Malykh N.I., Popov N.A., Tarasova N.M., Filimonova E.A., Firsov K.N. // J. Phys. D – Applied Phys. 2013. V. 46. P. 055201-11.
- Шибков В.М., Шибкова Л.В., Копыл П.В., Логунов А.А. // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. С. 183.
- 15. Шибков В.М. // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. С. 353.
- Шибков В.М., Корнев К.Н., Логунов А.А., Нестеренко Ю.К. // Физика плазмы. 2022. Т. 48. Послано в печать.
- 17. Зарин А.С., Кузовников А.А., Шибков В.М. Свободно локализованный СВЧ-разряд в воздухе. М.: Нефть и газ. 1996, 204 с.
- Шибкова Л.В., Шибков В.М. Разряд в смесях инертных газов. М.: Физматлит, 2005, 200 с.
- 19. *Малышев В.И.* Введение в экспериментальную спектроскопию. М.: Наука, 1979. 480 с.
- Оптическая пирометрия плазмы. Сб. статей / Под ред. Н.Н. Соболева. М.: Иностранная лит-ра, 1969. 428 с.
- Методы исследования плазмы / Под ред. В. Лохте-Хольтгревена. М.: Мир, 1971.
- 22. Olivero J.J., Longbothum R.L. // J. QuantitativeSpectroscopy and Radiative Transfer. 1977. V. 17. P. 233.
- Шибкова Л.В., Шибков В.М., Логунов А.А., Долбня Д.С., Корнев К.Н. // Теплофизика высоких температур. 2020. Т. 58. С. 836.
- 24. Логунов А.А., Корнев К.Н., Шибкова Л.В., Шибков В.М. // Теплофизика высоких температур. 2021. Т. 59. С. 22.
- 25. Шибков В.М. // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35. С. 693.
- 26. Шибков В.М. // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35. С. 871.

- 27. Финкельнбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма / Под ред. В.А. Фабриканта. М.: Изд-во иностранной лит-ры, 1961. 369 с.
- 28. *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1987.
- 29. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Т. 1. М.: Гостехиздат, 1952. 432 с.
- 30. Жуков М.Ф., Козлов Н.П., Пустогаров А.В., Аныпаков А.С., Хвесюк В.И., Дюжев Г.А., Дандарон Г. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах. Монография. Новосибирск: Наука. 1982. 158 с.
- Любимов Г.Л., Раховский В.И. // УФН. 1978. Т. 125. С. 665.

- 32. Кесаев И.Г. Катодные процессы электрической дуги. М.: Наука, 1968.
- 33. Бейлис И.И. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. С. 1124.
- 34. *Королев Ю.Л., Месяц Г.А.* Автоэмиссионные и взрывные процессы в газовом разряде. Новосибирск: Наука, 1982. 256 с.
- Shibkova L.V., Shibkov V.M., Logunov A.A., Andrienko A.A., Kornev K.N., Dolbnya D.S. // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1394. P. 012002. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1394/1/0120021 (8th Intern. Workshop on Magneto-Plasma Aerodynamics).

УДК 537.525.3;533.9.07

# ОБНАРУЖЕНИЕ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ ВОЛН ИОНИЗАЦИИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ СТРИМЕРОВ

# © 2022 г. В. А. Панарин<sup>а, \*</sup>, В. С. Скакун<sup>а</sup>, Е. Х. Бакшт<sup>а</sup>, Э. А. Соснин<sup>а</sup>, В. С. Кузнецов<sup>а</sup>, Д. А. Сорокин<sup>а</sup>

<sup>*а*</sup> Институт сильноточной электроники Сибирского отделения РАН, Томск, Россия \**e-mail: Robert\_smith\_93@mail.ru* Поступила в редакцию 21.03.2022 г.

После доработки 02.05.2022 г. Принята к публикации 11.05.2022 г.

В условиях свободного и поверхностного стримерного разрядов в воздухе при умеренных давлениях (30–150 Торр) получены новые данные о тонкой структуре волны ионизации. Методом высокоскоростной фотографии показано, что головка стримера состоит из яркой основной волны ионизации и менее яркого свечения предвестника основной волны, расстояние между которыми зависит от условий распространения стримера, форма предвестника волны близка к форме основной волны. Определены отличия в спектральном составе основной волны ионизации и ее предвестника. Найденные факты следует использовать для внесения дополнений в модель катодонаправленного стримера.

*Ключевые слова:* стример, пониженное давление, волна ионизации **DOI:** 10.31857/S0367292122100158

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Пробой длинных разрядных промежутков часто происходит при посредстве движения фронта ионизации в газе (т.н. волновой [1] или стримерный [2] пробой) с типичными скоростями  $10^5$ —  $10^9$  см с<sup>-1</sup> [3]. Свойство ионизационных волн создавать сильное электрическое поле на своих фронтах позволяет им проникать в области с низким полем. При этом визуально фронт волны ионизации наблюдаются как светящееся образование, которое может иметь различную форму.

Специфическая форма волн ионизации была получена в экспериментах с источниками т.н. струй атмосферного плазменных лавления (ПСАД), в которых поток плазмы как правило формируется в разрядном промежутке, и создаваемая плазма принудительно выдавливается в окружающий воздух через узкий капилляр или щель из разрядного промежутка, окруженного диэлектриком, за счет избыточного давления различных газов, подаваемых в область разряда. Возбуждение тлеющим, коронным, барьерным разрядом и в разряде полого катода создает неравновесную плазму со средней температурой газа от 20 до 400°С и плотностью заряженных частиц типичной для слабоионизованных газов (обычно не выше 10<sup>11</sup>-10<sup>12</sup> см) [4-11]. Было показано, что формируемые таким образом плазменные струи,

образуемые кГц-импульсами напряжения, состоят из множества светящихся объектов, которые были названы "плазменными пулями", представляющими собой послесвечение волн ионизации, и которые сегодня трактуются как специфические управляемые стримеры [12-14]. От стримеров, распространяющихся в свободном пространстве форма волн ионизации, образующихся в ПСАД, отличается тем, что их траектории движения не ветвятся, волны движутся вдоль оси разрядной трубки, в направлении выдувания газа. Эта особенность была использована в прикладных целях для точечной доставки формирующихся в плазме, особенно на фронте волны ионизации, химически активных атомарных и молекулярных частиц к различным мишеням (см. ссылки в [15-18]).

Волны ионизации также были зафиксированы в т.н. апокампическом разряде, в котором стример стартует не от высоковольтного электрода, а от изгиба высоковольтного канала импульсного разряда [19, 20]. В отличие от устройств ПСАД апокампический разряд не требует принудительной прокачки газа через разрядную область и позволяет получать плазменный шлейф длиной до нескольких сантиметров даже в воздухе атмосферного давления. Эта и другие его особенности впоследствии позволили сделать ряд фундаментальных заключений об условиях формирования



**Рис. 1.** Блок-схема экспериментальной установки для получения стримеров, стартующих от конденсатора (а) и острийного электрода (в), а также внешний вид стримерного разряда, стартующего от конденсатора (б): *1* – кварцевая колба; *2* – высоковольтный электрод-конденсатор (а), *2*\* – острийный электрод; *3* – заземленный плоский электрод; *4* – "отросток"; *5* – плазменный шлейф; *6* – генератор импульсов напряжения положительной полярности; *7* – задающий генератор; *8* – высокоскоростная камера; *9* – объектив-конденсор.

гигантских транзиентных световых явлений в средней атмосфере Земли [21, 22].

Хотя формирование и динамика стримеров в ПСАД хорошо изучены экспериментально и теоретически, это поле исследований периодически дает новые экспериментальные факты, расширяющие наши представления о стримерных разрядах. В частности, в работе [23] было обнаружено явление спирального распространения волн ионизации по внутренней поверхности диэлектрической трубки в азоте низкого давления (отсюда и название – спиральные стримеры без какого-либо внешнего управляющего магнитного поля. Введение магнитного поля за счет наложения на поверхность трубки проволочного спирального электрода значительно расширило диапазон параметров, при которых появляется сприральный плазменный шлейф [24].

Недавно в работах [25, 26] сообщалось об устройстве, в котором при атмосферном давлении и температуре в потоке гелия формируется плазменная струя диаметром 20 мм, похожая на пламя свечи. Авторы считают, что имеют дело с положительными стримерами, которые случайным образом завихряются по поверхности выходной трубки.

В этой статье мы сообщаем о плазменных шлейфах, формирующихся в воздухе при умеренных давлениях как в свободном пространстве, так и по поверхности кварцевой трубки. Полученные

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022

нами оптические изображения с наносекундным временным разрешением показывают, что головку стримера нельзя рассматривать как единую волну ионизации: перед яркой частью всякой волны почти всегда фиксируется значительно менее интенсивный предвестник основной волны, форма которого зависит от условий формирования плазменного шлейфа (похожее явление уже наблюдалось в работе [27] для случая с барьерным разрядом). Таким образом, цель работы — представить новые факты о развитии положительных стримерных разрядов.

### 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЙ

Опыты проводили на экспериментальной установке, блок-схема которой представлена на рис. 1. Разряд зажигали внутри цилиндрической кварцевой колбы *1* диаметром 6.5 и высотой 60 см (кварц марки GE 214). Колбу заполняли воздухом, давление которого можно было варьировать в диапазоне от 10 до 760 Торр.

Использовались два способа формирования положительных стримеров:

В первом варианте (рис. 1а) в колбу помещали конденсатор K15-4 (470 п $\Phi$ , 40 кВ) (2), один из торцов которого был сошлифован так, чтобы была сформирована четырехгранная пирамида с углом примерно 120°. В верхней части колбы размещался заземленный латунный диск 3 диаметром 5 см. Расстояние h между диском и острием конденсатора 4 можно было дискретно изменять в промежутках между экспериментами. Второй торец конденсатора 2 соединялся с источником питания 6, формирующим импульсы напряжения положительной полярности величиной до 18 кВ, длительностью по основанию 1.5 мкс и частотой от 15 до 60 кГц.

В этих условиях при умеренных давлениях воздуха с острия конденсатора 2 развивается стримерный разряд высотой  $h_a$ , состоящий из двух частей — яркого короткого "отростка" 4 и менее яркого, но протяженного плазменного шлейфа 5. Именно этой части разряда отвечает область распространения волн ионизации. Типичный внешний вид разряда в этой конфигурации показан на рис. 16. Стоит отметить, что аналогичную структуру свечения мы наблюдаем в условиях апокампического разряда [20, 21]. Об отличительных свойствах "отростка" 4 сообщалось в [28].

Во втором варианте (рис. 1в) в колбу вместо конденсатора 2 помещали острийный электрод  $2^*$  с малым радиусом кривизны, направленный на стенку под углом  $30^\circ$  от нормали. В продолжении электрода на внешнюю стенку колбы помещали проволоку  $3^*$  диаметром 0.8 мм, один из концов которой заземляли. При включении источника питания 6 в этой сборке вдоль проволоки  $3^*$  развивается плазменный шлейф 5, а яркий "отросток", как было в первом варианте, не наблюдался. С помощью проволоки  $3^*$  положением стримера можно управлять, что удобно для регистрации его оптических характеристик.

Для регистрации быстропротекающего процесса появления и развития апокампа была использована четырехкадровая ICCD-камера HSFC-PRO (PCO AG) 8, которая позволяла задавать время экспозиции и задержку между кадрами в широком диапазоне (от 3 нс до 1000 с). Изображение на входе камеры формировали с помощью объектива-конденсора 9, позволяющего выделять для наблюдения поле высотой 17 мм и шириной 22 мм. Для синхронизации и управления запуском камеры генератор 6 имел отдельный выход, сигнал с которого подавался на генератор задающих импульсов 7 BNC 565 (Berkeley-NucleonicsCorp.). С его помощью выставлялись задержки запуска срабатывания как камеры 8, так и осциллографа (TDS 3034, Tektronics, Inc.), на котором регистрировали напряжение на электроде 2 в точке "А" и сигнал запуска. Запуск процесса съемки происходил по фронту сигнала запуска от источника питания 6. Это обеспечивало контроль и регулировку времени запуска ICCD-камеры относительно начала импульса напряжения на электродах. Напряжение в точке "А" регистрировали высоковольтным делителем напряжения

АСА-6039 (ЗАО НПП "Эликс"), сигнал с которого подавался на осциллограф. Сигналы каналов ICCD-камеры через оптоволоконный кабель подавались на компьютер (на рисунке не показано).

Эмиссионные спектры излучения от различных участков разряда получали с помощью сборки, включающей в себя коллимирующую линзу с фокусным расстоянием 30 мм, оптоволокно с известным спектром пропускания, и спектрометр высокого разрешения HR2000+ES (OceanOptics) на основе многоканальной ПЗС-линейки Sony ILX511B, с известной спектральной чувствительностью. Спектрометр имел рабочий диапазон 200–1100 нм, спектральную полуширину аппаратной функции ~0.15 нм. Коллимирующую линзу располагали напротив различных участков протяженной плазменной струи, собирая излучение из области диаметром 5 мм.

Для получения полной картины свечения использовалась камера Canon Power Shot SX60 HS в режиме последовательной покадровой записи с выдержкой не менее 0.125 с.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 даны типичные оптические изображения светящегося шлейфа волны ионизации, полученные в различных условиях с временем экспозиции одного кадра 3 нс. Как в этих, так и других условиях (а всего было получено 120 кадров) мы наблюдали аномалию в изображении волн ионизации — всякий раз перед яркой основной волной наблюдался менее яркий предвестник основной волны (факт 1). Далее будем называть их основной волной и предвестником основной волны.

При анализе полученных изображений также выяснилось, что расстояние между центрами основной волны и ее предвестником по мере их распространения почти не меняется (факт 2). Но на конце плазменного шлейфа интенсивность свечения предвестника может стать настолько низкой, что высокоскоростная камера перестает ее фиксировать, даже при увеличении экспозиции одного кадра. Аналогичное снижение интенсивности происходит и при уменьшении давления воздуха примерно ниже 20 Торр.

Форма предвестника близка к форме основной волны (факт 3). Например, на рис. 2а, б предвестник имеет округлую форму, а на рис. 2в полусферическую, что в каждом случае отвечает форме основной волны.

Эти же факты имеют место при переходе от одиночной проволоки, расположенной на внешней поверхности колбы, к проволоке с вилкой, что показано на рис. 3. Здесь, вдоль внутренней поверхности кварцевой колбы, до достижения точки ветвления "Y" имеем форму свечения, ана-



**Рис. 2.** Форма стримеров, стартующих от конденсатора (a, б) и от острийного электрода (b) в различных условиях. Высота кадра 9.8 мм. p = (a)150, (b) 120, (b) 30 Topp; h = 120 (a, б), высота от острия электрода до центра кадра (b) 18 мм; U = (a, 6) 10.26, (b) 2.1 кВ; частота (a, б) 60, (b) 15 кГц.



**Рис. 3.** Форма пристеночного стримера в плазменном шлейфе в случае его разветвления (а–в) и внешний вид разряда (г): 2 – острийный электрод;  $3^*$  – заземленный проволочный электрод, имеющий разветвление в точке "*Y*". Высота кадра (а–в) 1.64 мм и (г) 22 см. *p* = 75 Торр; *U* = 3.2 кВ; частота 15 кГц. Нанесенный масштаб к рисунку (г) не относится.

логичную той, что имели при движении стримера вдоль одиночной проволоки (рис. 3а). В месте ветвления основная волна и ее предвестник сближаются, причем фронт свечения становится широким (рис. 36), а его последующее движение делит его натрое, интенсивность всех волн падает, хотя для центральной волны интенсивность свечения предвестника еще позволяет его зарегистрировать (рис. 3в). С учетом того, что задержка между кадрами а — в составляет 30 нс, можно оценить скорость основной волны ионизации, которая до разделения составляет ~200 км/с, а после

ФИЗИКА ПЛАЗМЫ том 48 № 7 2022



**Рис. 4.** Оптические параметры: (а) справа — спектр излучения плазменного шлейфа стримера, стартующего от конденсатора (p = 120 Topp), слева — спектр пропускания объектива-конденсора; (б) спектр излучения, пропущенного объективом-конденсором.

разделения несколько падает до 100-150 км/с. Эти значения по порядку величины близки к типичным скоростям в этих условиях формирования.

Интересно, что в известной нам научной литературе сдвоенных изображений волн ионизации не наблюдалось, за исключением работы [29], где при синусоидальном, а не импульсном возбуждении двойные волны были получены в гелии в режиме ПСАД. Авторы связали раздвоение свечения с изменением полярности напряжения и охарактеризовали полученные изображения как "стример для положительного периода напряжения и свечение для отрицательного периода". В нашем случае наблюдаемые сдвоенные волны ионизации зафиксированы на фронте положительного импульса напряжения вблизи его максимума, где никакого изменения полярности напряжения не происходит. Отличаются и условия получения стримеров, а также найдены новые факты 2 и 3, показывающие, что предвестник волны ионизации распространяется с основной волной ионизации на протяжении всего пути.

Впервые тонкую структуру волны ионизации мы обнаружили в 2021 г., что отметили в [30], но не были уверены в том, что наблюдаемая аномалия не является ошибкой оптической регистрации. В настоящем исследовании мы видим, что сдвоенные волны ионизации имеют место в самых разных условиях эксперимента.

Необычность полученных нами данных нуждалась в дополнительной валидации. Чтобы проверить, не является ли изображение предвестника основной волны оптическим искажением, мы разместили на задней поверхности колбы 4 (рис. 1а) черную бумагу, исключая отраженный свет. Наблюдаемые волны ионизации по-прежнему оставались сдвоенными. Кроме того, для проверки возможных искажений от объективаконденсора 9 (рис. 1а), был поставлен дополнительный эксперимент, где на ICCD-камеру через указанный объектив снималось изображение квазиточечного источника. Это был отшлифованный торец медной проволоки диаметром 0.6 мм. Торец освещали и отраженный сигнал регистрировали. Изображение торца проволоки не удваивалось, что также свидетельствует о достоверности полученных нами изображений свечения волн ионизации.

Еще одним аргументом в пользу достоверности служит то, что при изменении давления и положения верхнего электрода *3* (рис. 4а) расстояние между основной волной и ее предвестником изменялось, что, в частности, видно при сравнении кадров а и б на рис. 2.

Стоит отметить, что регистрацией волн ионизации мы занимаемся уже несколько лет, но сдвоенная волна была замечена только в 2021 г. Анализ экспериментов, проведенных на рубеже 2020–2021 гг. показал, что с тех пор в схеме опыта изменился только объектив-конденсор. Ранее вместо него использовалась кварцевая линза, и переход на новый объектив привел к тому, что мы обнаружили тонкую структуру волн ионизации. Значит причина может быть объяснена сменой оптики.

В настоящее время механизм формирования предвестника перед основной ионизационной волной и наличие темного пространства между предвестником и основной волной является неизвестным, и авторы планируют в ближайшее время провести численные расчеты с целью выяснения данного механизма, а также дополнительные экспериментальные исследования.

На рис. 4 дан спектр пропускания объективаконденсора, а также спектр излучения плазменного шлейфа стримеров, стартующих от конденсатора, в том числе спектр излучения с учетом пропускания объектива-конденсора (рис. 4б). Видно, что новый объектив, который мы стали применять некоторое время назад:

 – снижает интегральную энергию излучения в 8.5 раза;

– не пропускает излучение NO, существенно снижает интенсивность  $2^+$  полосы молекулярного азота, и пропускает излучение  $1^+$  полосы N<sub>2</sub>, а

# также $1^-$ полосу иона $N_2^+$ .

Следует также иметь в виду, что ПЗС-линейка применяемой нами ICCD-камеры не регистрирует излучение  $\leq 280$  нм. Это объясняет, почему при переходе к новому объективу мы были вынуждены программно увеличивать ее чувствительность в 2–3 раза. Ранее, в опытах с кварцевой линзой, камера регистрировала интенсивную 2<sup>+</sup> полосу N<sub>2</sub> и чувствительность ПЗС-линейки приходилось принудительно снижать, чтобы не получать засвеченные кадры. Естественно, в этих условиях слабое свечение остальных компонент спектра ПЗС-линейка не фиксировала. Теперь, напротив, интенсивности свечения 2<sup>+</sup> полосы N<sub>2</sub>, а также 1<sup>-</sup>

полосы  $N_2^+$  не хватало, и чувствительность повысили. Это и привело к выявлению тонкой структуры свечения волн ионизации.

Из сказанного следует, что свечение предвестника волны в большей степени обусловлено свечением ионных переходов  $N_2^+$ , а свечение основной волны — указанным переходам и  $2^+$  полосы молекулярного азота. Для более точного выделения вкладов указанных полос необходимо впоследствии провести отдельные эксперименты.

На наш взгляд, наблюдаемая тонкая структура свечения не противоречит известной модели катодонаправленного (положительного) стримера [31, 32]. Согласно ей, выдвигается гипотеза о том, что определяющая роль в распространении стримера принадлежит энергичным фотонам, которые излучаются фронтом стримера — из области сильного электрического поля. Они ионизуют среду перед фронтом, а образовавшиеся электроны, двигаясь к нему навстречу, генерируют лавины и усиливают положительный пространственный заряд и электрическое поле перед фронтом развивающегося плазменного канала. Новые и новые поколения лавин приводят к удлинению канала. Для стримеров, распространяющихся вдоль диэлектрических поверхностей (в нашем случае это ситуации на рис. 2в и 3, затравочные электроны могут быть получены также путем фотоэмиссии.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены изображения сдвоенных волн ионизации.

В условиях свободного и поверхностного стримерного разрядов в воздухе при умеренных давлениях (30-150 Торр) получены новые данные о тонкой структуре волны ионизации. Методом высокоскоростной фотографии показано, что головка стримера состоит из яркой основной волны и менее яркого свечения предвестника основной волны, расстояние между которыми зависит от условий распространения стримера, форма предвестника волны близка к форме основной волны. Определены отличия в спектральном составе основной волны и ее предвестника. Предложена гипотеза, объясняющая такую пространственную структуру свечения. Найденные факты следует использовать для внесения дополнений в модель катодонаправленного стримера.

Сообщается о необычной структуре плазменных шлейфов, формирующихся в воздухе при умеренных давлениях, как в свободном пространстве, так и по поверхности кварцевой трубки. Оптические изображения, полученные с наносекундным временным разрешением, показывают, скорости их передвижения являются типичными для катодонаправленных стримеров. Но головку стримера в условиях наших экспериментов нельзя рассматривать как единую волну ионизации: перед яркой частью всякой волны ионизации почти всегда фиксируется значительно менее интенсивный предвестник этой волны, форма которого зависит от условий распространения. Определены отличия в спектральном составе основной волны и ее предвестника. Обнаружение тонкой пространственной структуры головки стримера может оказаться полезным для лучшего понимания механизмов распространения волн ионизации в плазме, по крайней мере, для тех случаев, когда распространение происходит при умеренных давлениях воздуха.

Впоследствии также есть смысл проверить наличие предвестника волны в анодонаправленных стримерах и получить детальные данные о влиянии условий формирования стримера на форму и дистанцию между основной волной ионизации и ее предвестником.

Работа выполнена в рамках государственного задания Института сильноточной электроники Сибирского отделения РАН, проект № FWRM-2021-0014.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Agaev M.N., Sadykh-zade G.M., Efendiev K.I. // High-Temp. 1992. V. 30. № 4. P. 674–677.
- Bazelyan E.M., Raizer Y.P. // Spark Discharge. Boca Raton, FL: CRC Press, 1998. 312 p.
- Lagarkov A.N., Rutkevich I.M. // Ionization Waves in Electric Breakdown of Gases. Springer, New York, 1994. 244 p.
- 4. Winter J., Brandenburg R., Weltmann K.-D. // Plasma Sources Sci. Technol. 2015. V. 24. № 10. P. 064001.
- Sosnin E.A., Stoffels E., Erofeev M.V., Kieft I.E., Kunts S.E. // IEEE Transactions on Plasma Science, 2004. V. 32. № 4. P. 1544–1550.
- 6. Law V.J., O'Neill F.T., Twomey B., Milosavljevi V., Kong M.G., Anghel S.D., Dowling, D.P. // IEEE Transitions on plasma science, 2012. V. 40. № 11. P. 2994–3002.
- Deng X.L., Nikiforov A.Yu., Vanraes P., Leys Ch. // J. Appl. Phys. 2013. V. 113. P. 023305.
- Li X., Bao W., Jia P., Di C. // Journal of applied physics, 2014. V. 116. 023302.
- Zhdanova O.S., Kuznetsov V.S., Panarin V.A., Skakun V.S., Sosnin E.A., Tarasenko V.F. // Plasma Physics Reports, 2018. V. 44. № 1. P. 153–156.
- 10. Pinchuk M., Nikiforov A., Snetov V., Chen Z., Leys Ch., Stepanova O. // Sci. Rep. 2021. V. 11. P. 17286.
- 11. *Jiang Y., Wang Y., Zhang J., Cong Sh., Wang D.* // J. Appl. Phys. 2021. V. 130. P. 233301.
- 12. Sands B.L., Ganguly B.N., Tachibana K. // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 92. P. 151503.
- 13. Lu X., Naidis G.V., Laroussi M., Ostrikov K. // Physics Reports. 2014. V. 540 № 3. P. 123–166.
- Naidis G.V. // Journal of Applied Physics. 2012. V. 112. № 10. P. 103304. https://doi.org/10.1063/1.4766297
- Lu X., Naidis G.V., Laroussi M., Reuter S., Graves D.B., Ostrikov K. // Physics Reports. 2016. V. 630. № 4. P. 1– 85.

- 16. Laroussi M. // Frontiers in Physics. 2020. V. 8. P. 74.
- Lin L., Wang Q. // Plasma Chemistry and Plasma Processing, 2015. V. 35. № 6. P. 925.
- 18. Yamamoto I.Sh., Nakazawa K., Ogino A., Iwata F. // Micromech. Microeng. 2021. V. 32. № 1. P. 015006.
- Skakun V.S., Panarin V.A., Pechenitsyn D.S. Sosnin E.A., Tarasenko V.F. // Russ. Phys. J. 2016. V. 59. № 5. P. 707–711.
- Sosnin E.A., Skakun V.S., Panarin V.A., Pechenitsin D.S., Tarasenko V.F., Baksht E.Kh. // JETP Letters. 2016. V. 103. № 12. P. 761–764.
- Sosnin E.A., Babaeva N.Yu., Kozyrev A.V., Kozhevnikov V.Yu., Naidis G.V., Skakun V.S., Panarin V.A., Tarasenko V.F. Modeling of transient luminous events in Earth's middle atmosphere with apokamp discharge // Phys. Usp. 2021. V. 64. Issue 2. P. 191–210.
- Sosnin E.A., Kuznetsov V.S., Panarin V.A. // Atmospheric and Oceanic Optics, 2021. V. 34. № 6. P. 722– 725.
- 23. Zou D., Cao X., Lu X., Ostrikov K. // Phys. Plasmas, 2015. V. 22. P. 103517.
- 24. Nie L.L., Liu F.W., Zhou X.C., Lu X.P., Xian Y.B. // Phys. Plasmas, 2018. V. 25. P. 053507.
- 25. Kim H.-H., Takeuchi N., Teramoto Y., Ogata A., Abdelaziz A.A. // Int. J. Plasma Environ. Sci. Technol. 2020. V. 14. P. e01004.
- 26. *Abdelaziz A.A., Teramoto Y., Kim H.-H.* // Journal of Physics D: Applied Physics, 2021. V. 55. № 6. P. 065201.
- 27. Kosarev I.N., Khorunzhenko V.I., Mintoussov E.I., Sagulenko P.N., Popov N.A., Starikovskaia S.M. // Plasma Sources Science and Technology. 2012. V. 21. № 4. P. 045012.
- Sosnin E.A., Panarin V.A., Skakun V.S., Tarasenko V.F. // Technical Physics, 2018. V. 63. № 6. P. 924–927.
- 29. *Kim D.B., Jung H., Gweon B., Choe W. //* Physics of Plasmas. 2010. V. 17. P. 073503.
- Kuznetsov V.S., Baksht E.Kh., Panarin V.A., Skakun V.S., Sorokin D.A., Sosnin E.A. // Proc. SPIE (XV International Conference on Pulsed Lasers and Laser Applications), 2021. V. P. 12086. P. 1208613.
- 31. *Raether H.* Electron Avalanches and Breakdown in Gases. Butterworths. London, 1964. 191 p.
- 32. *Raizer Yu.P.* Gas discharge physics. Springer-Verlag, 1991. 460 p.

# ПАМЯТИ БАТАНОВА ГЕРМАНА МИХАЙЛОВИЧА (28.06.1932-22.11.2021)

DOI: 10.31857/S0367292122800010



22 ноября 2021 года скоропостижно скончался видный советский и российский ученый доктор физико-математических наук Батанов Герман Михайлович.

Батанов Г.М. родился в г. Ленинграде 28 июня 1932 г. В годы войны 1941-45 находился в эвакуации вместе с родителями. После окончания школы поступил Ленинградский политехнический институт им. М.И. Калинина, ныне Санкт-Петербургский университет Петра Великого. В 1956г. поступил в аспирантуру, работал инженером, старшим инженером Ленинградского политехнического института. В 1961 г. академиком В.И. Векслером приглашен на работу в Физический институт им. П.Н. Лебедева АН СССР в лабораторию "Ускорителей" в качестве специалиста по взаимодействию СВЧ-волн с электронов с конденсированными средами. С 1961 по 1963 г. младший научный сотрудник лаборатории "Ускорителей", после защиты в 1963 году кандидатской диссертации – старший научный сотрудник, а с 1971 года заведующий сектором ФИАН СССР, в котором работал до образования Института общей физики АН СССР в 1982 г., когда в 1983 году был переведен на должность заведующего лабораторией "РАМУС" (РАдиационные Методы УСкорения заряженных частиц плазмы). Докторскую диссертацию защитил в 1986 г., с 1989 г. – профессор. В качестве руководителя лаборатории "РАМУС" работал до 2011 года. С 2011 г. – главный научный сотрудник Отдела физики плазмы Института общей физики им. А.М. Прохорова РАН (ИОФ РАН).

Батанов Г.М. оказал заметное влияние на развитие физики удержания высокотемпературной плазмы в тороидальных магнитных конфигурациях типа "Стелларатор", физики взаимодействия мощных СВЧ-волн с газами, плазмой, конденсированными средами. В последние годы Батанов Г.М. внес большой вклад в развитие электронно-циклотронного метода нагрева замагниченной плазмы в стеллараторе Л-2М (ИОФ РАН). Г.М. Батанов был инициатором нового направления исследований турбулентных процессов в плазме на основе метода рассеяния СВЧ-волн на плазменных флуктауциях с использованием греющего плазму мощного СВЧ- излучения гиротронов. Он автор более 300 научных работ, опубликованных в ведущих научных журналах. В течение многих лет Батанов Г.М. руково-

## 672

дил важной темой научных исследований оборонного значения сначала в ФИАН, а затем в ИОФ РАН. Научные результаты этих работ создали основу развития ряда направлений нелинейной физики взаимодействия мощного СВЧ-излучения с плазмой, которые нашли применение в промышленности СССР и России. В течение ряда лет Батанов Г.М. был членом диссертационного совета Д24.1.223.02 по защите докторских и кандидатских диссертаций. Среди его учеников 16 кандидатов наук, своими советами и консультациями он способствовал защите нескольких докторских диссертаций. Среди ныне работающих сотрудников Отдела физики плазмы ИОФ РАН 26 человек его ученики.

Мы будем помнить Германа Михайловича Батанова как блестящего ученого, безупречного коллегу и товарища.

Друзья и коллеги