



Российская Академия Наук

Отделение математических наук

**А.Л. Афонников, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов,
В.С. Никитин, Я.В. Ханхасаева**

**Численное моделирование
вылета пеллета
из затупленного тела**

Москва 2017

УДК 519.6
ББК 22.17
Ч66

Афендииков А.Л., Луцкий А.Е., Меньшов И.С., Никитин В.С., Ханхасаева Я.В. (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) Численное моделирование вылета пеллета из затупленного тела – М., РАН, 2017.

Аннотация: *Исследованы особенности сверхзвукового течения при вылете пеллета со скоростью из канала в сферически затупленном цилиндре. Расчет обтекания движущихся тел выполнен с использованием метода свободной границы (вариант подхода «immersed boundary method») и многоуровневых декартовых сеток с локальной адаптацией на основе вейвлетного анализа. Выделено несколько характерных стадий течения и продемонстрировано снижение сопротивления цилиндра до 70% от изначального.*

Ключевые слова: *вычислительная газовая динамика, метод свободной границы, декартовые сетки, адаптация сеток, обтекание движущихся тел.*

Yana Vladislavovna Khankhasaeva, Andrei Leonidovich Afendikov, Alexander Evgenjevich Lutsky, Igor Stanislavovich Menshov, Viacheslav Nikitin Numerical simulation on adaptive meshes of the flow past a blunted body with a pellet injection // – Moscow, Russian Academy of Sciences, 2017

Abstract: *The features of the flow past a spherically blunted cylinder at pellet injection with supersonic speed were investigated. Numerical simulation of moving bodies was made using free boundary method (variation on immersed boundary method) and multilevel Cartesian grids with local adaptation based on wavelet analysis. Several specific stages of the flow were determined and decrease in cylinder drag up to the level of 70% of the initial drag was demonstrated.*

Key words: *computational fluid dynamics, free boundary method, Cartesian grids, mesh refinement, gas flow past moving bodies.*

ISBN 978-5-906906-59-5

© Российская академия наук, 2017
© А.Л. Афендииков, А.Е. Луцкий,
И.С. Меньшов, В.С. Никитин,
Я.В. Ханхасаева, 2017

Введение

Изначально пеллеты и системы их разгона использовались в ядерной физике и энергетике. Пеллеты представляют собой твердые тела миллиметровых размеров из замороженных изотопов водорода и используются для доставки топлива в зону термоядерных реакций для диагностики горячей плазмы, для управления режимами работы реактора и т.д.

Однако, существуют интересные применения выстреливания малых тел (пеллетов) и в аэродинамике. Так, если систему разгона (например, рельсотрон) установить в летательный аппарат и выстреливать пеллеты навстречу потоку, то можно добиться значительного снижения сопротивления ЛА [1,2]. Данный эффект связан с формированием за пеллетом узкого следа, характеризующегося пониженными значениями полного давления и чисел Маха, что существенно влияет на структуру течения.

При сверхзвуковых скоростях за дном тела образуется сложное спутное течение. Вплотную за дном тела расположен так называемый «ближний след», сужающийся по потоку до своего «горла». На некотором расстоянии за горлом (в зависимости от формы тела и скорости обтекания) образуется дальний след. Отмеченные особенности спутного течения оказывают существенное влияние на структуру потока между двумя последовательно расположенными телами и, следовательно, на характер обтекания и аэродинамические характеристики.

Для неподвижных тел и тел, движущихся с малой относительно друг друга скоростью, задача обтекания относительно хорошо изучена и ей посвящен ряд работ как численного, так и экспериментального характера. Так в [2] описаны физические эксперименты по выстреливанию пеллета из затупленного цилиндра. В [1,7] проводилось численное моделирование влияния впереди стоящего неподвижного тела на обтекание заднего. В работах [6–8] было проведено численное моделирование разделения двух соосно расположенных друг за другом тел, но в них разделение происходило с относительно малой скоростью (примерно $0.1M$).

Отметим, что при медленном разделении последовательно расположенных тел вращения в зависимости от расстояния между телами может наблюдаться два режима обтекания [3–5]. В начальной стадии разделения, когда расстояние между телами меньше критического, внешний поток обтекает образовавшееся

пространство между телами с замкнутым течением, как «жесткое» продолжение переднего тела. При увеличении расстояния до критического замкнутое отрывное течение между телами разрушается. Происходит перестройка течения, за передним телом образуется донное течение, а перед задним телом образуется головной скачок уплотнения. Образуется второй режим обтекания. В результате анализа различных факторов, в [3,5] показано, что критическое расстояние между телами, при котором происходит перестройка течения, зависит от относительных размеров и формы тел, числа Маха. Кроме того, критическое расстояние зависит от того, происходит сближение тел или удаление.

Отметим, что в приложениях интерес представляют течения с существенно большими величинами скоростей. Однако в случае быстрого движения пеллета картина течения усложняется качественно и представляет существенные вычислительные трудности. В настоящей работе проведено численное моделирование обтекания сферически затупленного цилиндра с вылетающим из него со скоростью $M = 4$ пеллетом.

Нестационарное течение в этой задаче является весьма сложным. В этом процессе можно выделить несколько характерных стадий. Когда пеллет находится в зоне между головной ударной волной и затупленным цилиндром в дозвуковой области, то его влияние на сопротивление незначительно. Далее происходит взаимодействие пеллета с головной ударной волной и формирование области возвратного течения. В течение некоторого времени оба тела с областью возвратного течения между ними обтекаются сверхзвуковым потоком практически как одно целое, после чего зона рециркуляции распадается на две, за пеллетом и перед цилиндром. С этого момента сопротивление цилиндра возрастает, до наступления момента, когда сложная система скачков и зона рециркуляции не вытесняют зону повышенного давления с передней части цилиндра, после чего сопротивление падает до 70% от изначального. В дальнейшем между пеллетом и цилиндром возникает сложная структура течения с многочисленными вихрями и лямбда-конфигурациями скачков уплотнения.

Для такого рода течений высокую эффективность продемонстрировал вариант метода свободной границы (см. [9,10]), используемый в настоящей работе. В нем используется декартовая сетка, покрывающая как область течения, так и область, занятую твердым телом, а для учета граничного условия на поверхности тела вводят-

ся компенсационные потоки массы, импульса и энергии. Одно из главных преимуществ этого подхода – простота построения сетки, которая не зависит от сложности геометрии исследуемого тела.

В силу динамического характера задачи адаптировать сетку приходится к движущимся особенностям. Для этого использовались многоуровневые декартовы сетки с локальной адаптацией, проводимой на основе вейвлетного анализа. Для локальной оценки гладкости сеточного решения применяется критерий на основе вейвлетных разложений на локальных шаблонах, что позволяет более четко выделять расположение разрывов и других сингулярностей течения, что в свою очередь помогает пониманию физики процесса.

Постановка задачи

Постановка задачи представляет собой комбинацию постановок из [1] и [2]. Обтекаемое тело (тело 2) представляет собой цилиндр диаметра 70 мм, со сферической головной частью. Длина цилиндра – 100 мм. По оси симметрии цилиндра проходит канал диаметром 3 мм, через который выстреливается пеллет (тело 1). Скорость набегающего потока $M = 3$.

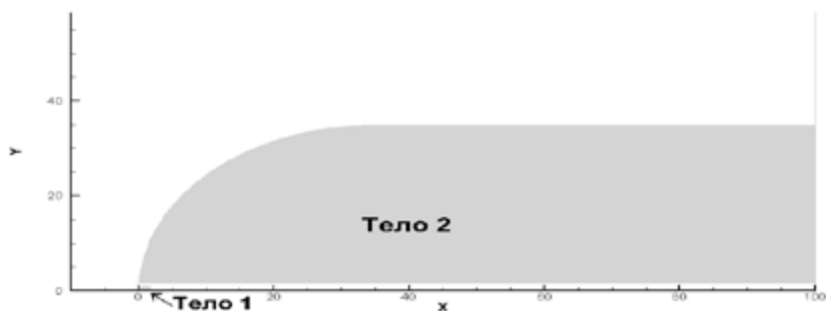


Рис. 1. Постановка задачи.

Пеллет (тело 1) представляет собой цилиндр с диаметром 2 мм и длиной 2 мм, и перед началом движения располагается рядом с передней точкой тела 2.

Он вылетает из канала тела 2 со скоростью $M = 4$ (относительно тела). Все тела представлены с помощью метода свободной границы. В настоящей работе используется модель уравнений Эйлера, описывающих движение идеальной сжимаемой жидкости, для решения которых применяется метод конечного объема

с потоками, вычисленными по Годунову. Задача решалась в осесимметричной постановке. Используемый численный алгоритм прошел тщательное тестирование, см. [7,8].

Градуированные деревья и иерархии декартовых сеток

В методе декартовых сеток, используемом в настоящей работе, предполагается, что задача в начальный момент времени рассматривается на фиксированной сетке нулевого уровня состоящей из d – мерных кубов, в которых строятся подразделения зависящие от времени.

Поэтому без ограничения общности задача об адаптации может быть рассмотрена в единичном кубе $\Omega \subset R^d$. На нем считается заданной последовательность двоичных разбиений $\{V_{j,k}\}$, где индекс $1 \leq j \leq L$ отвечает уровню разбиения, а мультииндекс k – расположению ячейки на этом уровне, т.е.

$$\{V_{j,k}\} = (2^{-j} k_1, 2^{-j} (k_1 + 1)) \times \dots \times (2^{-j} k_d, 2^{-j} (k_d + 1)),$$

где d – размерность пространства, а

$$k_l \in I_j, \quad I_j = \{0, 1, \dots, 2^j - 1\}.$$

Определим множество целочисленных векторов $J = \{0, 1\}^d$. Тогда замыкание каждой ячейки $V_{j,k}$, $j < L$ может быть представлено в виде

$$\bar{V}_{j,k} = \bigcup_{m \in M_{j,k}} \bar{V}_{j+1,m}, \quad (1)$$

где $M_{j,k}$ – множество индексов, определяющих разбиение ячейки $\bar{V}_{j,k}$ на ячейки принадлежащие уровню $(j+1)$

$$M_{j,k} = \{2k + l; l \in J\}.$$

Назовем $M_{j,k}$ – уточняющим набором индексов, а разложение (1) – уточняющим разбиением ячейки $V_{j,k}$.

Тем самым каждая ячейка $V_{j+1,k}$, принадлежащая уровню $j+1$ входит в уточняющее разбиение некоторой ячейки $V_{j,l}$ уровня J . Ячейка $V_{j+1,k}$ при этом называется потомком ячейки $V_{j,l}$, $V_{j,l}$ в свою очередь называется предком $V_{j+1,k}$.

Определение: Назовем градуированным декартовым деревом такое разбиение

$$\bar{\Omega} = \bigcup_{(j,k) \in L^n} \bar{V}_{j,k}, \quad L^n \in \{(j,k), \quad j = 0, \dots, L; k \in I_j^d\},$$

что

1. $V_{j,k} \cap V_{i,l} \neq \emptyset \Leftrightarrow (j,k) = (i,l)$,
2. Если $(j,k) \neq (i,l)$ и $\dim(\bar{V}_{j,k} \cap \bar{V}_{i,l}) = d - 1$, то $|i - j| \leq 1$,
3. Если $(j,k) \in L^n$ и $(j,k) \in M_{j-1,k}$, то $M_{j-1,k} \subset L^n$.

Другими словами, каждая ячейка из иерархической структуры входит в дерево только вместе со всеми элементами уточняющего разбиения соответствующей ячейки предшествующего уровня.

Такого рода объекты появлялись в работах по гармоническому анализу начиная с классических работ Харди-Литтлвуда.

В расчетах каждая ячейка индекса (j,k) имеет флаг, показывающий, является ли данная ячейка расчетной и конечной (т.е. такой, которая участвует в работе упомянутого выше солвера) или подразбитой на ячейки следующего уровня. Для подразбитой ячейки присутствуют указатели на потомков данной ячейки. Для конечной ячейки эти указатели пустые, но зато есть указатель на массив, описывающий реальную физическую ячейку. В нем содержатся координаты ячейки и вектор газодинамических параметров внутри нее. В случае, если ячейка подразбита этот указатель – нулевой.

Для автоматического локального измельчения и укрупнения сетки в соответствии с локальными свойствами течения используется сеточный анализатор на основе вычислений коэффициентов разложений по вейвлетному базису, построенному по В-сплайнам.

В алгоритме расчета обход d -мерного массива (матрицы) деревьев, описанных выше, происходит в циклах по всем элементам базовой сетки. В случае, когда текущая ячейка является конечной, целевая функция применяется к ней, в противном случае процедура повторяется рекурсивно для всех потомков данной ячейки.

Для поиска соседей данной ячейки используется свойство 3 градуированного дерева; ячейка j -го уровня с индексом (k_1, k_2) обязательно имеет своим родителем ячейку $j - 1$ уровня с индексами $([k_1 / 2], [k_2 / 2])$, где скобки обозначают взятие целой части. Так, например, при наличии всего двух уровней, соседей текущей ячейки по каждой из осей можно получить простым перебором на основе половинного деления и умножения индексов.

При работе с многоуровневыми расчетными сетками возникает потребность в индикаторах, сигнализирующих о необходимости

сти перестроения сетки. Один из возможных вариантов построения таких индикаторов дан в работах [11–13]. В настоящей работе использован более эффективный анализатор на неравномерной сетке, принципы построения и свойства которого будут даны в отдельной публикации.

Результаты расчетов

Вначале рассмотрим обтекание двух тел перед началом движения (рис. 2).

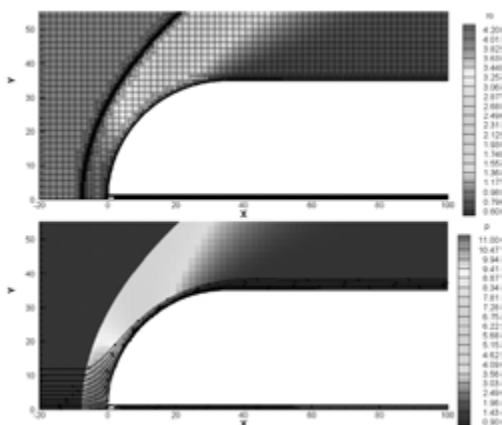


Рис. 2. Распределение плотности и структура сетки (сверху) и распределение давления с линиями тока (снизу) перед началом движения.

Адаптация к решению ведется по анализу поля плотности. Как видно на рис. 2, вейвлет-анализ хорошо фиксирует разрывы (полоса мелких ячеек на фронте ударной волны). Невозмущенный поток адаптации не требует, поэтому снаружи головной ударной волны ячейки базового уровня. Для наилучшей аппроксимации геометрии на границе тел ячейки максимального уровня.

Внешний поток затекает в канал и образует систему отраженных скачков (рис. 3).

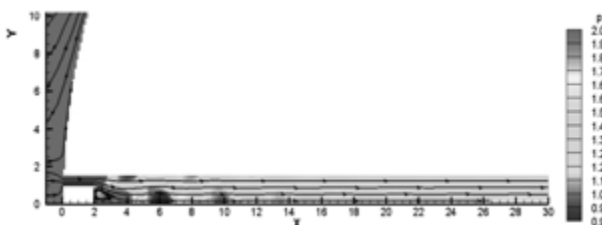


Рис. 3. Распределение давления с линиями тока в канале.

Теперь рассмотрим течение с движущимся телом 1. Тело 1 разгоняется таким образом, чтобы при пересечении им фронта головной ударной волны оно имело скорость $M = 4$. На рис. 4 представлены мгновенные картины течения на различных стадиях выдвигания.

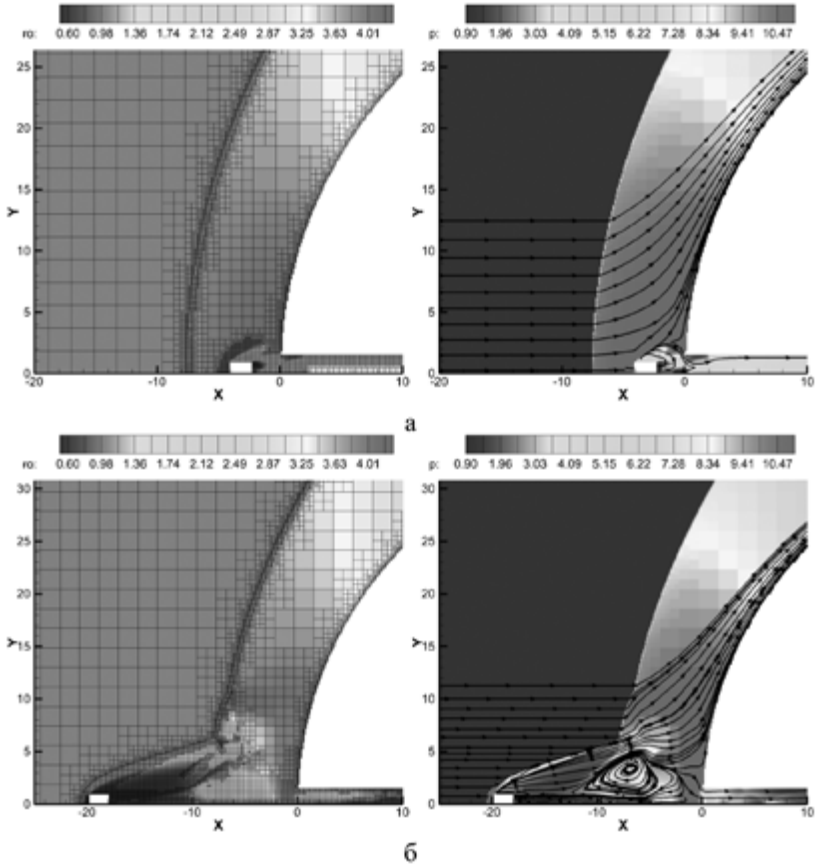


Рис. 4. Распределение плотности и структура сетки (слева) и распределение давления с линиями тока (справа) в различные моменты движения.

В целом характер течения схож с описанным в [8], где переднее тело двигалось с меньшей скоростью, но присутствуют и различия.

На рис. 4а тело 1 находится в дозвуковом потоке за фронтом головной ударной волны от затупленного цилиндра. Между телом 1 и 2 образуется область возвратного течения с дозвуковыми скоростями. Поток обтекает тело 1 и 2 как единое целое. Поскольку тело 1 движется со сверхзвуковой скоростью, вокруг него начинает устанавливаться течение, свойственное сверхзвуковому обтеканию тупого цилиндра, т.е. появляются головная ударная волна, веера разрежения, начинает устанавливаться донное течение. Сетка вокруг тела 1 измельчается. На данный момент сопротивление тела 2 изменяется мало (рис. 5).

Далее тело 1 пересекает фронт головной ударной волны и искривляет его (рис. 4б). Возникают лямбда-конфигурации скачков уплотнения, которые хорошо выделяются сеточной адаптацией. Искривление фронта головной ударной волны ведет к перестроению сетки. Между моментами времени, запечатленными на рис. 4а и б, область возвратного течения растет в размерах, до тех пор, пока не заполняет все пространство между телом 1 и 2. В момент $t = 6$ на рис. 4б, общая область рециркуляции между телами распадается на две, за телом 1 устанавливается его собственное донное течение и вихрь. Сопротивление тела 2 начинает расти (см. рис. 5).

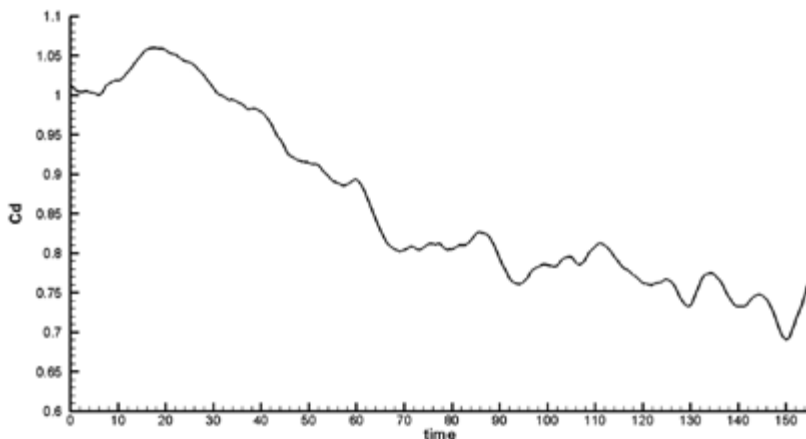


Рис. 5. График коэффициента сопротивления тела 2 во время движения тела 1.

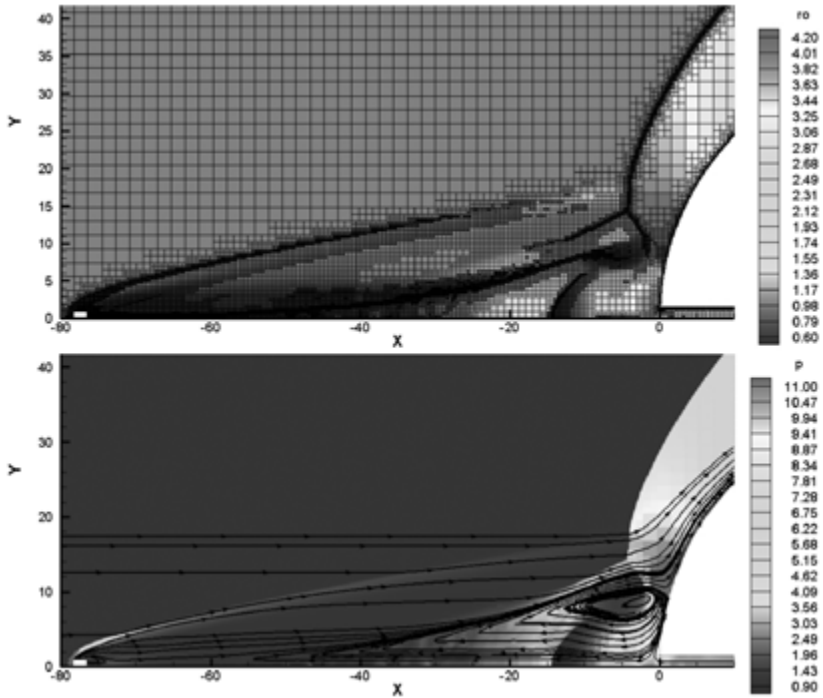


Рис. 6. Распределение плотности и структура сетки (сверху) и распределение давления с линиями тока (снизу) в момент времени $t = 18$.

На рис. 6 приведено течение на момент времени с наибольшим сопротивлением тела 2, после которого оно начинает падать (рис. 5). Зона рециркуляции перед телом 2 продолжает расти. След за телом 1 изменяет структуру течения перед телом 2, возникает сложная система скачков уплотнения, которая сдвигает зону повышенного давления на передней части тела 1 вниз по потоку вдоль поверхности тела 1. В области между телами появляются волны давления, свойственные течению в каверне, со структурой которого течение, полученное в данной работе, имеет много общего. Они порождают колебания газа в выемке, близкие к гармоническим и, видимо, ответственны за осцилляции в графике сопротивления на рис. 5. Процессы такого типа зафиксированы, например, в [14].

Численное моделирование вылета pellets из затупленного тела

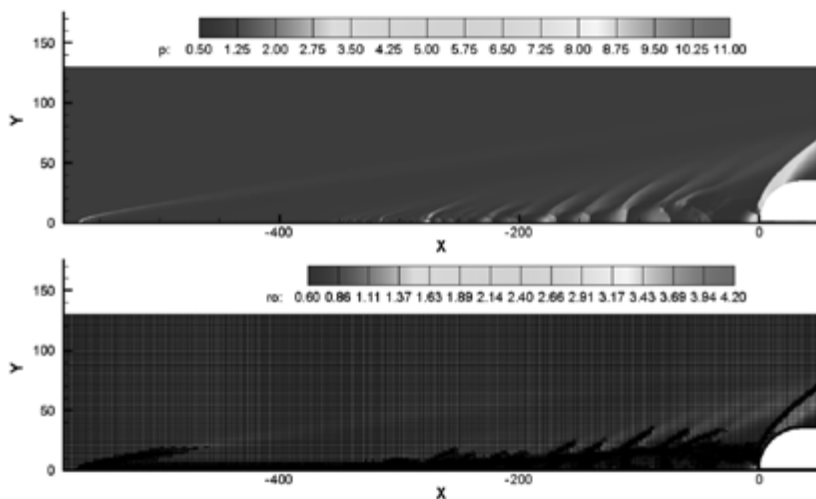


Рис. 7. Распределение давления (сверху) и структура сетки (снизу) в момент времени $t = 120$.

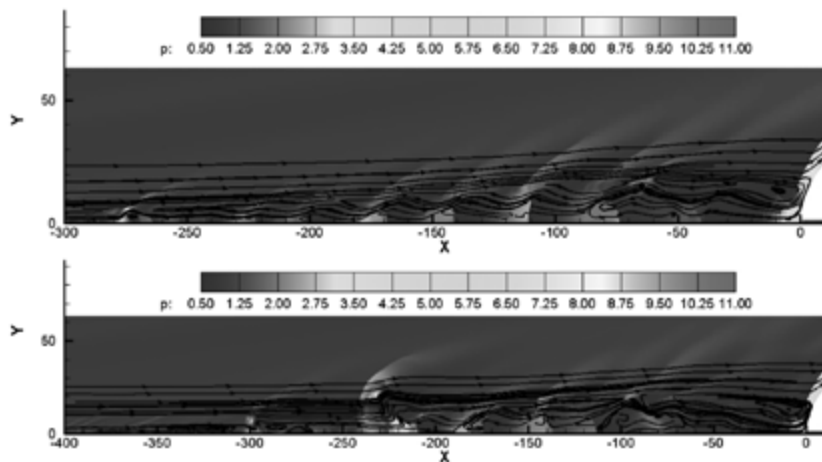


Рис. 8. Распределение давления и линии тока в момент времени $t = 120$ (наверху) и 155 (внизу).

В дальнейшем зона повышенного давления на передней поверхности тела 2 исчезает, сопротивление тела 2 падает до уровня 70% изначального сопротивления тела 2 при неподвижном теле

1 (рис. 5). Структура течения между телами становится крайне нестабильной (рис. 7 и 8). В следе после тела 1 осциллирующие волны давления объединяются в многочисленные лямбда-конфигурации (рис. 7), которые при взаимодействии друг с другом образуют скачки уплотнения, движущиеся к телу 2. Зона рециркуляции распадается на многочисленные мелкие вихри.

Заключение

В настоящей работе, благодаря использованию метода свободной границы в сочетании с локальной вейвлетной адаптацией сетки, удалось исследовать эволюцию течения при вылете пеллета со сверхзвуковой скоростью из канала сферически затупленного цилиндра.

В процессе расчета нестационарного течения происходит адаптация сетки к движущемуся телу и образующимся разрывам. Адаптация сетки позволяет существенно уточнить и ускорить расчет. Для получения аналогичной точности на неадаптивной сетке, состоящей из одинаковых ячеек достаточно малого размера, потребовалось бы на порядок больше времени.

В силу сложности задачи и ее большого практического интереса интересно проведение дальнейших более детальных расчетов. В первую очередь необходимо исследовать динамические эффекты и, в частности, пульсации давления.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект 14-11-00872.

Список литературы

1. *S. Leonov, V. Bityurin, A. Yuriev, S. Pirogov, B. Zhukov.* “Problems in Electric Method of Drag Reduction and Flow/Flight Control”, AIAA-2003-0035, 41th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV, USA, 2003.
2. *A. Erofeev, Tatiana Lapushkina, Serguei Poniaev, Roman Kurakin and Boris Zhukov.* «Flow Around Different Bodies at the Pellet or Plasma Jet Injection», 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 2012.
3. *К.П. Петров.* Аэродинамика тел простейших форм. – М.: Издательство «Факториал», 1998, 432 с., ISBN 5-88688-014-3;
4. *В.С. Хлебников.* Картина сверхзвукового обтекания пары тел и перестройка течения между ними // Механика жидкости и газа, 1994, № 1. Издательство РАН, Москва.
5. *В.С. Хлебников.* Перестройка течения между парой тел, одно из которых расположено в следе другого, при сверхзвуковом обтекании // Ученые записки ЦАГИ, 1976, т. 7, № 3, с. 133–136.
6. *Л.Г. Васенев, Д.А. Внучков, В.И. Звезгинцев, С.В. Лукашевич, А.Н. Шиплюк.* Измерение сопротивления двух последовательно расположенных тел вращения при их разделении в сверхзвуковом потоке // Перспективные технологии самолетостроения в России и в мире: труды IV-й Всероссийской научно-практической конференции молодых специалистов и ученых (Новосибирск, 22–24 мая 2012 г.), СибНИА. Новосибирск, 2012. С. 19–24.
7. *А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов, Я.В. Ханхасаева.* «Влияние неоднородности набегающего потока на сверхзвуковое обтекание затупленного тела», Матем. моделирование, 28:7 (2016), 45–55.
8. *A.L. Afendikov, Ya.V. Khankhasaeva, A.E. Lusky, I.S. Menshov, K.D. Merkulov.* “Computation and visualization of flows past bodies in mutual motion” // Scientific Visualization, 2016, Т.8. № 4. С. 128–138. (URL: <http://sv-journal.org/2016-4/10.php?lang=ru>)
9. *И.С. Меньшов, М.А. Корнев.* Метод свободной границы для численного решения уравнений газовой динамики в областях с изменяющейся геометрией // Матем. моделирование, 2014, т.26, № 5, с. 99–112.
10. *Igor Menshov.* Treating Complex Geometries with Cartesian Grids in Problems for Fluid Dynamics Parallel Computing Technologies // 13th International Conference, PaCT 2015, Petrozavodsk, Russia, August 31-September 4, 2015, Proceedings, LNCS 9251, pp. 528–535, ISBN 978-3-319-21908-0.
11. *Афендииков А.Л., Давыдов А.А., Меньшов И.С., Меркулов К.Д., Пленкин А.В.* Алгоритм многоуровневой адаптации сеток по критериям на основе вейвлет-анализа для задач газовой динамики // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2015, № 97, 22 с.

12. Афендигов А.Л., Луцкий А.Е., Меньшов И.С., Меркулов К.Д., Пленкин А.В., Ханхасаева Я.В. Алгоритм динамической локальной адаптации сеток на основе вейвлет-анализа с использованием метода свободной границы // Препринты ИПМ им.М.В. Келдыша, 2015, № 94, 20 с.

13. Афендигов А.Л., Давыдов А.А., Луцкий А.Е., Меньшов И.С., Меркулов К.Д., Пленкин А.В., Ханхасаева Я.В. Адаптивные вейвлетные алгоритмы для решения задач гидро- и газовой динамики на декартовых сетках. – М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016. – 232 с. ISBN 978-5-98354-030-9

14. Н.Л. Заугольников, М.А. Коваль, А.И. Швец. Пульсации потока газа в кавернах при сверхзвуковом обтекании // Изв. АН СССР, МЖГ, 1990, № 2, с.121–127

Содержание

Введение	3
Постановка задачи	5
Градуированные деревья и иерархии декартовых сеток	6
Результаты расчетов	8
Заключение	13
Список литературы	14

Отделение математических наук

А.Л. Афендииков, А.Е. Луцкий, И.С. Меньшов,
В.С. Никитин, Я.В. Ханхасаева

**Численное моделирование
вылета пеллета
из затупленного тела**

Формат 60 x 84/16
Гарнитура Таймс
Усл. печ. л. 1,05. Усл. изд. л. 0,5
Тираж 20 экз.

Издатель – Российская академия наук

Подготовлено к печати
Управлением научно-издательской деятельности РАН

Отпечатано на оборудовании Управления делами РАН

Издано в авторской редакции

Издается в соответствии с распоряжением
президиума Российской академии наук
от 24 октября 2017 г. №10106-765,
распространяется бесплатно.