

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 85, номер 5, 2022

---

---

## ЯДРА

### Эксперимент

Новые оцененные сечения фотонейтронных реакций на ядре  $^{60}\text{Ni}$

*В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин*

316

### Теория

Характеристики пигми- и гигантских резонансов в микроскопической модели учета сложных конфигураций: формализм

*С. П. Камерджиев, М. И. Шитов*

330

## ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

### Эксперимент

Поиск процессов перезарядки нуклонов в фрагментации ионов углерода при энергии 300 МэВ/нуклон

*А. А. Куликовская, Б. М. Абрамов, Ю. А. Бородин, С. А. Булычёв, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина*

339

### Теория

Влияние встряски на скорость безнейтринного двойного электронного захвата в  $^{164}\text{Er}$

*Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская*

347

Квазиклассическое условие квантования уровней энергий релятивистской двухфермионной связанной системы

*Ю. Д. Черниченко*

353

Эффекты электромагнитных радиационных поправок в процессе рождения лептонных пар при фотон-фотонном слиянии на LHC

*В. А. Зыкунов*

366

---

---

# НОВЫЕ ОЦЕНЕННЫЕ СЕЧЕНИЯ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРЕ $^{60}\text{Ni}$

© 2022 г. В. В. Варламов<sup>1)\*</sup>, А. И. Давыдов<sup>2)</sup>, В. Н. Орлин<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 05.04.2022 г.; после доработки 05.04.2022 г.; принята к публикации 07.04.2022 г.

С помощью объективных физических критериев исследована достоверность сечений парциальных фотонейтронных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$ , полученных в экспериментах на пучках как тормозного  $\gamma$ -излучения, так и квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов. Установлено, что в то время, как данные, полученные с помощью тормозного  $\gamma$ -излучения, физическим критериям не удовлетворяют и определенно не являются достоверными, к достоверности данных, полученных с квазимоноэнергетическими фотонами, имеются серьезные претензии. Сечения парциальных реакций на ядре  $^{60}\text{Ni}$ , удовлетворяющие физическим критериям, оценены с помощью экспериментально-теоретического метода, в котором совместно использованы экспериментальные данные только по сечению выхода нейтронов и результаты расчетов сечений парциальных реакций в рамках комбинированной модели фотоядерных реакций (КМФЯР), не зависящие от проблем экспериментального определения множественности нейтронов. Установлено, что расхождения оцененных и экспериментальных сечений реакций обусловлены присутствием в экспериментальных данных систематических погрешностей использованного в эксперименте метода определения множественности нейтронов по их измеряемым энергиям. Обнаружено, что соотношения оцененных и экспериментальных данных в соседних ядрах  $^{60}\text{Ni}$  и  $^{58}\text{Ni}$  существенно различаются, что обусловлено особенностями процессов их фоторасщепления, прежде всего, значительными различиями энергетических порогов и абсолютных величин сечений реакций  $(\gamma, 1n1p)$  и  $(\gamma, 2n)$ .

DOI: 10.31857/S0044002722050105

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Сечения парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  в области энергий Гигантского Дипольного Резонанса (ГДР) на ядрах  $^{58,60}\text{Ni}$  получены в экспериментах, выполненных на пучках как тормозного  $\gamma$ -излучения [1–4], так и квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов, образующихся при аннигиляции на лету релятивистских позитронов [5]. Методы получения сечений таких реакций в экспериментах этих двух типов принципиально различались. В экспериментах с тормозным  $\gamma$ -излучением, спектр фотонов которого  $W(E^M, E)$  является сплошным, в результате решения обратной задачи определения (развертки) сечения реакции  $\sigma(E)$  из ее измеренного выхода  $Y(E)$ :

$$Y(E^M) = \frac{N(E^M)}{\varepsilon D(E^M)} = \quad (1)$$

$$= \alpha \int_{E_{\text{пор}}}^{E^M} W(E^M, E) \sigma(E) dE,$$

где  $\sigma(E)$  — величина сечения реакции с энергетическим порогом  $E_{\text{пор}}$  при энергии фотонов  $E$ ;  $W(E^M, E)$  — спектр фотонов тормозного  $\gamma$ -излучения с верхней границей  $E^M$ ;  $N(E^M)$  — число событий реакции;  $D(E^M)$  — доза  $\gamma$ -излучения;  $\varepsilon$  — эффективность детектора;  $\alpha$  — нормировочная константа, непосредственно возможно определение лишь сечения выхода нейтронов

$$\sigma(\gamma, xn) = \sigma(\gamma, 1n) + 2\sigma(\gamma, 2n) + \quad (2) \\ + 3\sigma(\gamma, 3n) + \dots$$

Это обусловлено тем обстоятельством, что такие эксперименты проводятся в основном на пучках бетатронов, и выход реакции измеряется в момент действия импульса тормозного  $\gamma$ -излучения: при превышении верхней границей спектра фотонов тормозного  $\gamma$ -излучения энергетических порогов  $B1n$  и  $B2n$  ( $B3n$  и др.) парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  и др. регистрируются нейтроны, образующиеся во всех энергетически возможных реакциях. Для определения сечений парциальных

<sup>1)</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, Москва, Россия.

<sup>2)</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия.

\*E-mail: Varlamov@depni.sinp.msu.ru

реакций используются специальные методы, наибольшее распространение среди которых получил метод внесения в экспериментальное сечение выхода  $\sigma(\gamma, xn)$  поправок, рассчитываемых по статистической теории [6]. С помощью таких поправок в области энергий до порога  $B3n$  реакции  $(\gamma, 3n)$  возможно определение сечения реакции  $(\gamma, 2n)$ , которое, в свою очередь, позволяет определить и сечение реакции  $(\gamma, 1n)$ :

$$\sigma(\gamma, 1n) = \sigma(\gamma, xn) - 2\sigma(\gamma, 2n) \quad (3)$$

и сечение полной фотонейтронной реакции

$$\begin{aligned} \sigma(\gamma, sn) &= \sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 2n) = \\ &= \sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 2n) = \sigma(\gamma, sn) - \sigma(\gamma, 2n). \end{aligned} \quad (4)$$

В альтернативных экспериментах прямого измерения сечений фотонейтронных реакций использовались квазимоноэнергетические фотоны, образующиеся при аннигиляции на лету релятивистских позитронов [7, 8]. Вылетающие вперед аннигиляционные фотоны имеют энергию, практически равную энергии позитронов. Такие квазимоноэнергетические фотоны сопровождаются фотонами тормозного  $\gamma$ -излучения от позитронов, спектр которых, как и спектр тормозного  $\gamma$ -излучения от электронов, является сплошным, что требует исключения вкладов таких фотонов в сечение реакции. С этой целью эксперименты такого типа проводятся в три этапа:

1. измерение выхода реакции  $Y_{e^+}(E^M)$  на пучке позитронов;
2. измерение выхода реакции  $Y_{e^-}(E^M)$  на пучке электронов;
3. получение (в предположении о том, что спектры фотонов тормозного  $\gamma$ -излучения позитронов и электронов идентичны) разности

$$Y(E^M) = Y_{e^+}(E^M) - Y_{e^-}(E^M), \quad (5)$$

которая и интерпретируется как сечение взаимодействия квазимоноэнергетических фотонов с исследуемым ядром:  $Y(E^M) \approx \sigma(E)$ .

Измерения проводятся между импульсами линейного ускорителя при использовании метода разделения фотонейтронов по множественности, определяемой по энергии нейтронов, непосредственно определяют сечения парциальных реакций, которые затем используются для определения сечения выхода нейтронов (1) и сечения полной фотонейтронной реакции (4).

Большинство определенных в экспериментах обоого типа сечений как парциальных, так и полных фотонейтронных реакций были опубликованы

в различных Атласах [9, 10] и включены в международную электронную базу данных по ядерным реакциям [11], содержащую числовую информацию практически по всем исследованным сечениям реакций. Создание этой базы данных позволило провести системный сравнительный анализ результатов разных экспериментов для большого количества ядер. Было установлено, что сечения реакций, полученные в экспериментах описанных двух основных типов, существенно различаются и по форме, и по абсолютной величине [12, 13]. Было показано, что расхождения по форме между сечениями реакций, полученными с помощью тормозного  $\gamma$ -излучения и квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов, обусловлены существенно разными достигаемыми эффективными энергетическими разрешениями, а расхождения по абсолютной величине в основном обусловлены различиями методов нормировки экспериментальных данных [14].

Вместе с тем было обнаружено, что между результатами экспериментов с квазимоноэнергетическими аннигиляционными фотонами, абсолютное большинство которых было получено в двух лабораториях — в Ливерморе (США) и Сакле (Франция) — имеются существенные расхождения [15–18]. Для 19 ядер ( $^{51}\text{V}$ ,  $^{75}\text{As}$ ,  $^{89}\text{Y}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{115}\text{In}$ ,  $^{116-118,120,124}\text{Sn}$ ,  $^{127}\text{I}$ ,  $^{133}\text{Cs}$ ,  $^{159}\text{Tb}$ ,  $^{165}\text{Ho}$ ,  $^{181}\text{Ta}$ ,  $^{197}\text{Au}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{238}\text{U}$ ), для которых сечения полных и парциальных реакций были определены в обеих лабораториях, было установлено [15–18], что между сечениями парциальных реакций, полученными в этих лабораториях, наблюдаются расхождения до 100% величины, причем сечения реакции  $(\gamma, 1n)$  имеют заметно большие величины в Сакле, а реакции  $(\gamma, 2n)$  — в Ливерморе. Средние значения отношений интегральных сечений для парциальных реакций равны соответственно  $\langle \sigma_{\text{С}}^{\text{ИИТ}}(\gamma, 1n) / \sigma_{\text{Л}}^{\text{ИИТ}}(\gamma, 1n) \rangle = 1.08$  и  $\langle \sigma_{\text{С}}^{\text{ИИТ}}(\gamma, 2n) / \sigma_{\text{Л}}^{\text{ИИТ}}(\gamma, 2n) \rangle = 0.83$ . Это означает, что наблюдаемые расхождения определенно являются систематическими. При этом расхождения между сечениями выхода нейтронов (2), включающими в себя нейтроны из всех энергетических возможных парциальных реакций, оказываются относительно небольшими ( $\sim 10\%$ ). Из этого следует, что основными причинами обсуждаемых расхождений между сечениями парциальных реакций являются систематические погрешности использованных методов определения множественности нейтронов в тех областях энергий налетающих фотонов, в которых различные парциальные реакции конкурируют. В исследованиях, выполненных для большого количества ядер от  $^{51}\text{V}$  до  $^{209}\text{Bi}$ , было установлено [19–40], что во многих случаях сечения парциальных реакций, определенные с

помощью метода разделения фотонейтронов по множественности, не соответствуют объективным физическим критериям достоверности [19, 20]. Было показано, что основной причиной обсуждаемых расхождений является неоднозначность идентификации в этом методе множественности нейтронов по измеряемой экспериментально их энергии. Вследствие близости энергетических спектров нейтронов, принадлежащих разным парциальным реакциям [34], часть нейтронов из  $1n$ -реакции недостоверно (ошибочно) приписывается  $2n$ -реакции и наоборот.

Как отмечалось выше, сечения парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  в области энергий ГДР на ядрах  $^{58,60}\text{Ni}$  были получены в экспериментах, выполненных на пучках как тормозного  $\gamma$ -излучения [1–4], так и квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов [5]. В подробном сравнительном исследовании [5] данных этих экспериментов с результатами разных теоретических расчетов [41–44] было установлено, что все эти расчеты дают полуколичественное описание тех или иных особенностей величины и формы экспериментальных сечений реакций в области энергий налетающих фотонов до  $\sim 20$  МэВ. При больших энергиях фотонов согласие экспериментальных и теоретических сечений существенно хуже, а при энергиях, превышающих  $\sim 25$  МэВ, все расчеты [41–44] особенностей экспериментальных сечений не воспроизводят.

Именно в области энергий фотонов, превышающих  $\sim 20$  МэВ, конкурируют между собой сечения парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на изотопах никеля, поскольку  $B2n(^{58}\text{Ni}) = 22.5$  МэВ и  $B2n(^{60}\text{Ni}) = 20.4$  МэВ. Достоверность экспериментальных данных по сечениям полных и парциальных реакций на ядрах  $^{58,60}\text{Ni}$  вызывает большой интерес, поскольку:

- сечения выхода нейтронов (2), полученные в нескольких экспериментах, выполненных на пучках тормозного  $\gamma$ -излучения и на пучке квазимоноэнергетических фотонов, существенно расходятся;

- сечения парциальных реакций, полученные в экспериментах обоого типа, также существенно расходятся;

- эксперименты на пучке квазимоноэнергетических фотонов были выполнены только в Ливермор-е, и, следовательно, возможность сравнения их результатов с результатами аналогичных экспериментов, выполненных в Сакле, отсутствует;

- данные, полученные для соседних изотопов Ni, существенно различаются (сечения фотонейтронных реакций в случае изотопа  $^{60}\text{Ni}$  в несколько раз превышают соответствующие сечения реакций в случае изотопа  $^{58}\text{Ni}$ , тогда как между сечениями фотопротонных реакций, определенных в других

экспериментах, наблюдаются обратные соотношения);

- экспериментальные сечения разных реакций существенно расходятся с результатами различных теоретических расчетов.

Детальное исследование достоверности экспериментальных данных с использованием объективных физических критериев достоверности данных и экспериментально-теоретического метода оценки [19, 20] было выполнено для ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45]. Установлены основные причины наблюдающихся расхождений результатов разных экспериментов. В случае результатов, полученных с помощью тормозного  $\gamma$ -излучения [1–4], — это определенные погрешности описанной выше процедуры внесения поправок в сечение выхода нейтронов, рассчитываемых по статистической теории. В случае результатов, полученных с помощью квазимоноэнергетических фотонов [5], — это отсутствие учета существенного вклада реакции  $(\gamma, 1n1p)$ , энергетический порог которой  $B1n1p = 19.6$  МэВ на 2.9 МэВ ниже порога  $B2n = 22.5$  МэВ реакции  $(\gamma, 2n)$ , а величина сечения  $\sigma(\gamma, 1n1p)$  приблизительно в 20 раз превышает сечение  $\sigma(\gamma, 2n)$ . В двухнуклонной реакции  $(\gamma, 1n1p)$  энергия возбуждения исследуемого ядра делится между нейтроном и протоном приблизительно так же, как и в другой двухнуклонной реакции  $(\gamma, 2n)$ , а, следовательно, энергии нейтронов, образующихся в таких реакциях, могут быть весьма близки. Однако в первой из этих реакций множественность нейтронов равна 1, а во второй — 2, что вносит существенные погрешности в процедуру разделения нейтронов между такими реакциями. Было показано [45], что в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  значительное количество нейтронов малых энергий, образующихся в реакции  $(\gamma, 1n1p)$ , было интерпретировано [5] как нейтроны из реакции  $(\gamma, 2n)$ , а, следовательно, сечение  $\sigma(\gamma, 1n)$ , фактически представляющее собой сумму  $\sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 1n1p)$ , было недостоверно (ошибочно) занижено, а сечение  $\sigma(\gamma, 2n)$  столь же недостоверно завышено. Кроме того, в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45] были установлены и некоторые другие причины обсуждаемых расхождений, имеющие не физический, а технический характер.

Настоящая работа посвящена детальному анализу достоверности результатов разных экспериментов, выполненных для ядра  $^{60}\text{Ni}$ , оценке новых достоверных сечений полных и парциальных реакций для этого ядра и сравнению их особенностей с особенностями данных для ядра  $^{58}\text{Ni}$ .

**Таблица 1.** Экспериментальные и теоретические интегральные сечения  $\sigma^{\text{инт}}$  (в МэВ мбн) и центры тяжести  $E^{\text{ц.т}}$  (в МэВ) сечения выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$  для ядра  $^{60}\text{Ni}$

	$E^{\text{инт}} = B2n = 20.4 \text{ МэВ}$		$E^{\text{инт}} = 30.0 \text{ МэВ}$	
	$\sigma^{\text{инт}}$	$E^{\text{ц.т}}$	$\sigma^{\text{инт}}$	$E^{\text{ц.т}}$
[1]	380.25 (1.72)	16.80 (0.33)	494.36 (2.64)	18.05 (0.45)
[2]	426.24 (4.83)	17.11 (0.84)	630.88 (6.92)	18.66 (0.91)
[4]	352.36 (1.35)	17.27 (0.28)	806.41 (2.80)	21.63 (0.36)
[5]	388.62 (1.96)	17.06 (0.35)	705.83 (2.99)	20.46 (0.38)
[46, 47]	420.33 (7.23)	17.15 (1.25)	663.34 (7.70)	19.87 (0.89)
[46, 47] корр.	392.33 (6.69)	17.09 (1.24)	613.32 (7.12)	19.78 (0.88)

## 2. СЕЧЕНИЯ ПОЛНЫХ И ПАРЦИАЛЬНЫХ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ НА ЯДРЕ $^{60}\text{Ni}$

### 2.1. Сечения выхода нейтронов

На рис. 1 проводится сравнение сечений выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$  для ядра  $^{60}\text{Ni}$ , определенных в разных экспериментах, с результатами расчета такого сечения в рамках КМФЯР [46, 47]. Предравновесная экситонная модель основана на использовании плотностей уровней ядра, рассчитанных в модели Ферми-газа, и учитывает влияние на процессы формирования и распада ГДР ядра эффектов, обусловленных его деформацией и изоспиновым расщеплением ГДР. КМФЯР использовалась в исследованиях достоверности экспериментальных сечений парциальных фотонейтронных реакций на большом числе ядер [19–40]. Значения интегральных сечений и энергетических центров тяжести обсуждаемых сечений выхода нейтронов, рассчитанные в области энергий фотонов как до порога  $B2n = 20.4 \text{ МэВ}$  реакции  $(\gamma, 2n)$ , так и до энергии 30 МэВ, приведены в табл. 1. Из данных рис. 1 и табл. 1 хорошо видно, что сечения выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$ , полученные во всех обсуждаемых экспериментах, выполненных с помощью как тормозного  $\gamma$ -излучения [1–4], так и квази-моноэнергетических фотонов [5], заметно отличаются от теоретического сечения, рассчитанного в КМФЯР, во всей исследованной области энергий налетающих фотонов. В области энергий фотонов до  $B2n = 20.4 \text{ МэВ}$  эти расхождения относительно невелики, однако при больших энергиях они становятся существенными. Следует отметить, что в области энергий до  $B2n = 20.4 \text{ МэВ}$  наилучшее согласие с теоретическим сечением наблюдается для сечения, полученного с квазимоноэнергетическими фотонами [5], хотя при больших энергиях это экспериментальное сечение несколько превышает теоретическое сечение. При этом в области энергий

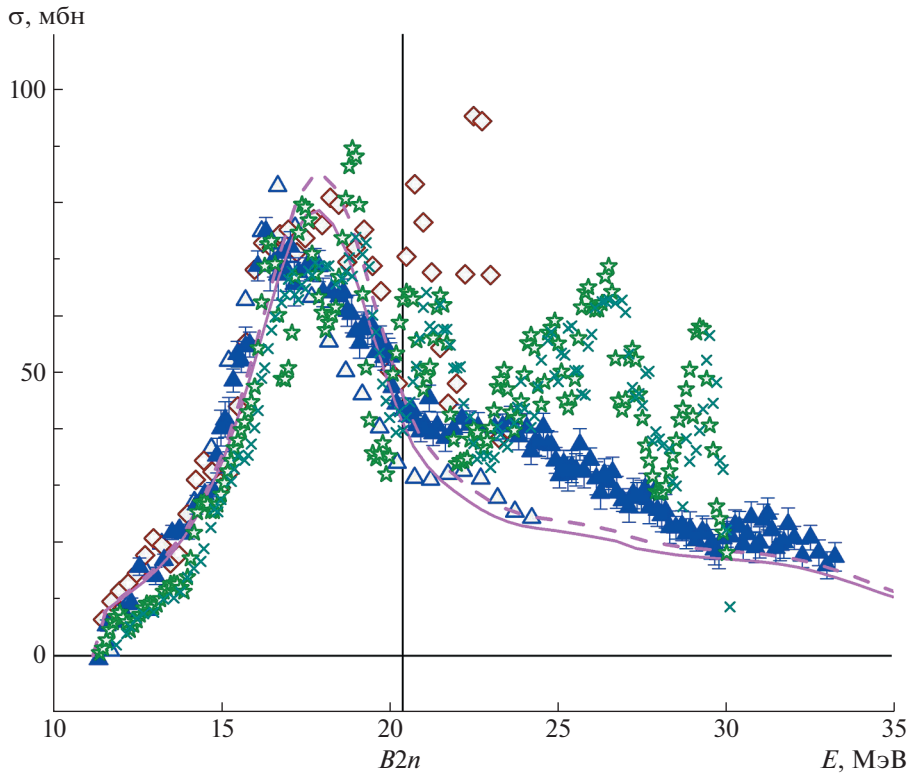
фотонов от 20.4 до 30.0 МэВ сечения, полученные в экспериментах с тормозным  $\gamma$ -излучением [1–4], существенно превышают теоретическое сечение. Как это было сделано в предыдущем исследовании для ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45], для дальнейших обсуждений следует отметить, что результаты [3, 4] получены в аналогичных экспериментах, несколько различающихся по достигнутому энергетическому разрешению, а сечения парциальных реакций в дополнение к сечению выхода нейтронов получены лишь в эксперименте [4].

Обращает на себя внимание то обстоятельство, что в области энергий фотонов  $\sim 22.0\text{--}30.0 \text{ МэВ}$  значительное превышение сечения, полученного с помощью тормозного  $\gamma$ -излучения [4], над теоретическим сечением [46, 47] ( $2.05 / (454.05 = 806.41 - 352.36) / [220.99 = 613.32 - 392.33]$ ) оказывается, как и в случае с данными для ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45], сконцентрированным в области энергий фотонов  $\sim 25\text{--}30 \text{ МэВ}$  с максимумом при энергии  $\sim 28 \text{ МэВ}$ . Это, как и в случае с ядром  $^{58}\text{Ni}$ , позволяет предположить присутствие постороннего элемента, более легкого по сравнению с никелем, и при использовании выражения для описания зависимости энергии максимума ГДР от атомного номера элемента  $A$

$$E^{\text{ГДР-макс}} = 75A^{-1/3} \text{ МэВ} \quad (6)$$

оценить атомный номер постороннего элемента как  $A = 17$ , что соответствует такому элементу, как кислород. Это означает, что аналогично случаю для ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45], возможно, реальной мишенью в эксперименте [4] был не чистый изотоп никеля  $^{60}\text{Ni}$ , а его оксид, что косвенно подтверждается наличием максимумов с амплитудой  $\sim 10\text{--}15 \text{ мбн}$  в области энергий фотонов  $\sim 22\text{--}30 \text{ МэВ}$  в сечении реакции выхода нейтронов для ядра  $^{16}\text{O}$  [48, 49].

В случае ядра  $^{60}\text{Ni}$ , как и в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45], наблюдаются существенные расхождения между



**Рис. 1.** Сравнение экспериментальных ([1] — пустые треугольники, [2] — ромбы, [3] — кресты, [4] — звезды, [5] — заполненные треугольники) и теоретических ([46, 47] — кривые (штриховая — до, сплошная — после корректировки (см. далее)) сечений выхода нейтронов  $\sigma(\gamma, xn)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$ .

результатами разных экспериментов [1–5], проявляющиеся в области энергий налетающих фотонов, в которой между собой конкурируют парциальные реакции  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$ , которые делают актуальным вопрос о достоверности экспериментальных данных. Этот вопрос относительно данных для ядра  $^{60}\text{Ni}$  рассматривается с помощью объективных физических критериев достоверности данных о сечениях парциальных реакций, предложенных ранее [19, 20].

## 2.2. Достоверность сечений парциальных реакций на ядре $^{60}\text{Ni}$

В исследованиях достоверности сечений парциальных фотонейтронных реакций для большого числа ядер от  $^{51}\text{V}$  до  $^{209}\text{Bi}$  [19–40] в качестве объективных физических критериев достоверности данных [19, 20] были использованы отношения сечений парциальных реакций к сечению выхода нейтронов

$$F_i = \sigma(\gamma, in) / \sigma(\gamma, xn) = \quad (7)$$

$$= \sigma(\gamma, in) / [\sigma(\gamma, 1n) + 2\sigma(\gamma, 2n) + 3\sigma(\gamma, 3n) + \dots].$$

Согласно этому определению положительные значения таких отношений  $F_i$  не должны превышать пределов 1.00, 0.50, 0.33, ... соответственно для  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Превышения отношениями  $F_i^{\text{эксп}}$  указанных верхних пределов означают [19–40], что в экспериментальных сечениях реакций присутствуют систематические погрешности, вследствие чего эти сечения не являются достоверными.

Для оценки сечений парциальных реакций, удовлетворяющих физическим критериям достоверности  $\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, in)$ , был использован экспериментально-теоретический метод [19, 20], в котором используется лишь экспериментальное сечение выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ , практически не зависящее от проблем экспериментального разделения фотонейтронов по множественности, поскольку включает в себя все образующиеся в разных реакциях нейтроны. Вклады сечений парциальных реакций в это сечение определяются с помощью отношений  $F_i$  (7), рассчитанных в рамках КМФЯР [46, 47], которые также от обсуждаемых проблем не зависят:

$$\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, in) = F_i^{\text{теор}} \sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn) = \quad (8)$$

$$= [\sigma^{\text{теор}}(\gamma, in) / \sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)] \sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn).$$

На основании сравнения [22, 27, 31] данных, оцененных с помощью экспериментально-теоретиче-

ского метода, и экспериментальных данных для ядер  $^{181}\text{Ta}$ ,  $^{197}\text{Au}$  и  $^{209}\text{Bi}$ , полученных на пучках тормозного  $\gamma$ -излучения активационным методом, который является альтернативным методу разделения фотонейтронов по множественности, поскольку в нем разделение парциальных реакций осуществляется по характеристикам не образующихся нейтронов, а конечных ядер реакций, было установлено, что для достоверных экспериментальных данных отношения  $F_i^{\text{эксп}}$  не должны заметно отличаться от  $F_i^{\text{теор}}$ , рассчитанных в КМФЯР [46, 47].

Отношения  $F_i$ , полученные как для экспериментальных, так и теоретических сечений реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$ , приведены на рис. 2. Хорошо видно, что результаты, полученные в экспериментах, выполненных с тормозным  $\gamma$ -излучением [1, 2, 4], определенно не являются достоверными, поскольку для обоих сечений отношения  $F_{1,2}^{\text{эксп}}$  существенно (в разы) отличаются от отношений  $F_{1,2}^{\text{теор}}$ . При этом  $F_1^{\text{эксп}}$  [1]  $>$   $F_1^{\text{теор}}$ , тогда как  $F_2^{\text{эксп}}$  [1]  $<$   $F_2^{\text{теор}}$  и, напротив,  $F_1^{\text{эксп}}$  [4]  $<$   $F_1^{\text{теор}}$ , тогда как  $F_2^{\text{эксп}}$  [4]  $>$   $F_2^{\text{теор}}$ .

Расхождения между отношениями  $F_{1,2}^{\text{эксп}}$  [5] и  $F_{1,2}^{\text{теор}}$  оказываются существенно меньшими, хотя из данных, приведенных на рис. 2, следует, что  $F_1^{\text{эксп}}$  [5] заметно завышены, а  $F_2^{\text{эксп}}$  [5] занижены по сравнению с соответствующими  $F_{1,2}^{\text{теор}}$ . Это определенно свидетельствует о недостоверном перемещении некоторого количества нейтронов из реакции  $(\gamma, 2n)$  в реакцию  $(\gamma, 1n)$ .

### 3. НОВЫЕ ДОСТОВЕРНЫЕ СЕЧЕНИЯ РЕАКЦИЙ НА ЯДРЕ $^{60}\text{Ni}$ , ОЦЕНЕННЫЕ С ПОМОЩЬЮ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА

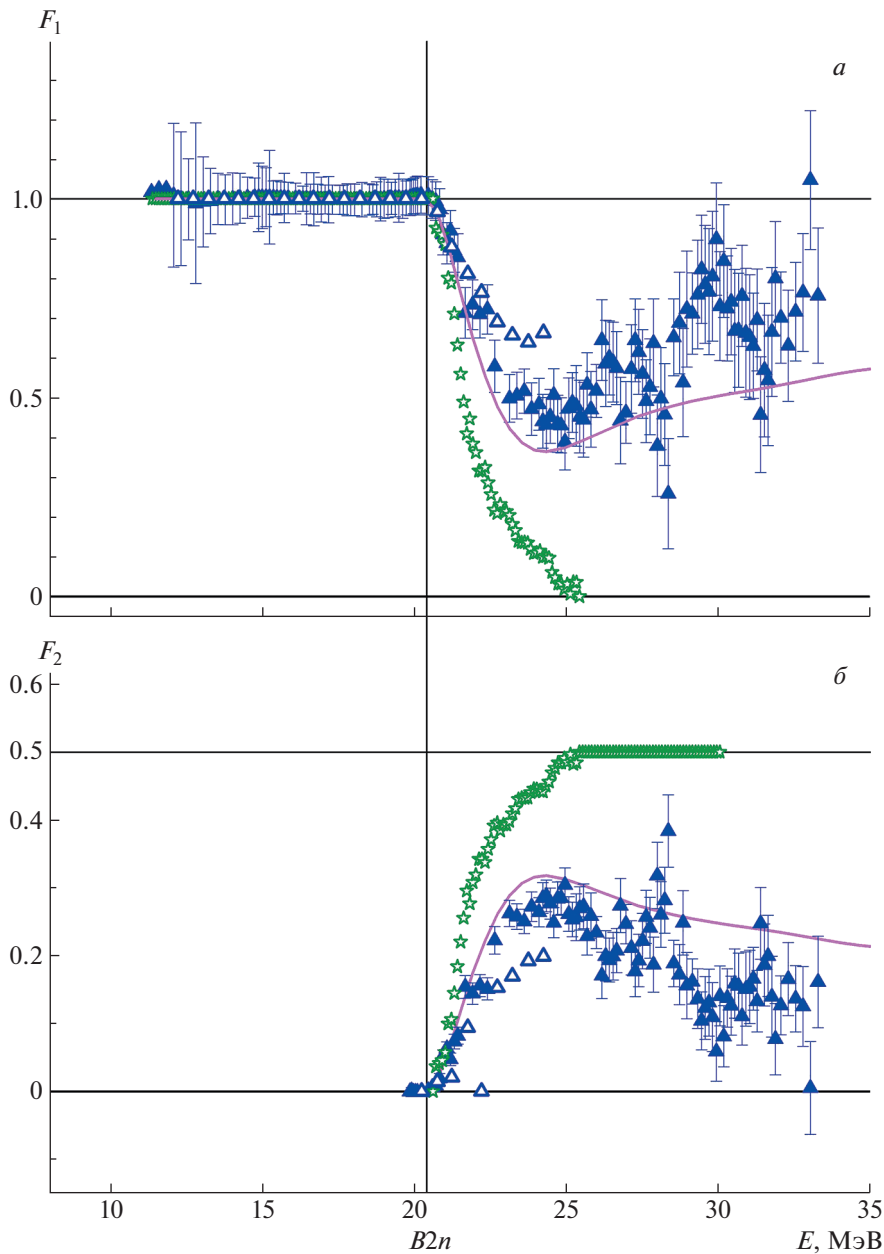
Сечения парциальных реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$ , удовлетворяющие физическим критериям достоверности (7), были оценены описанным выше экспериментально-теоретическим методом (8), в котором использовались результаты расчета отношений  $F_{1,2}^{\text{теор}}$  в рамках КМФЯР [46, 47], немного скорректированные для достижения наилучшего согласия экспериментального  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  и теоретического  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)$  сечений выхода нейтронов. На основании данных для интегральных сечений и энергетических центров тяжести, приведенных в табл. 1,  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)$  было умножено на коэффициент 0.92 (388.62/420.33) и смещено к меньшим энергиям фотонов на 0.090 МэВ (17.15–17.06 МэВ).

Оцененные сечения реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$  и полученное с их помощью оцененное сечение полной фотонейтронной реакции

(4) в сравнении с экспериментальными сечениями [4, 5] представлены на рис. 3. Хорошо видны огромные расхождения между оцененными сечениями реакций и данными эксперимента с тормозным  $\gamma$ -излучением [4], которые свидетельствуют о том, что в соответствии с данными для отношений  $F_{1,2}$  результаты этого эксперимента не являются достоверными. Соответствующие интегральные сечения представлены в табл. 2. Из них следует, что в области энергий фотонов до 30.0 МэВ интегральное экспериментальное сечение  $\sigma^{\text{инт-эксп}}(\gamma, xn)$  [4] заметно (на  $\sim 14\% = 806.41/704.89$ ) превышает интегральное оцененное сечение  $\sigma^{\text{инт-оцен}}(\gamma, xn)$ . В то же время в этой области энергий  $\sigma^{\text{инт-эксп}}(\gamma, 1n)$  [4] оказывается приблизительно на  $\sim 28\%$  (437.03/551.85) меньше, чем  $\sigma^{\text{инт-оцен}}(\gamma, 1n)$ , а сечение  $\sigma^{\text{инт-эксп}}(\gamma, 2n)$  [4], напротив, на 241% (184.67/76.52) превышает  $\sigma^{\text{инт-оцен}}(\gamma, 2n)$ . Столь огромное расхождение подтверждает сделанный ранее вывод о том, что причиной являются не какие-то физические причины, обусловленные особенностями фоторасщепления ядра  $^{60}\text{Ni}$ , а причины иной природы, технические, вероятно, связанные с загрязнением мишени.

Весьма важно отметить то обстоятельство, что сечение  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 1n)$  [4], как и в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45], опубликовано в области энергий фотонов лишь до  $E = 25.3$  МэВ, в то время как остальные из определенных сечений  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ ,  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, sn)$  и  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 2n)$  — до энергии 30.0 МэВ. Причина такого положения дел полностью аналогична той, которая была установлена ранее и для ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45], и понятна из данных, приведенных на рис. 3в. Сечение  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 1n)$  [37] резко уменьшается до нулевого значения при энергии  $E = 25.3$  МэВ, что заставляет предполагать, что при больших энергиях в этом сечении должны были бы появиться физически запрещенные отрицательные значения, обусловленные тем, что многие нейтроны из этой реакции были недостоверно (ошибочно) приписаны реакции  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 2n)$  [4]. Это предположение подтверждается тем, что именно в этой области энергий фотонов наблюдается экстремально большое недостоверное превышение сечения  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 2n)$  [4] над сечением  $\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, 2n)$ .

Вместе с тем из данных, приведенных в табл. 2, очевидно, что в соответствии с отношениями  $F_{1,2}$  оцененное сечение реакции  $(\gamma, 1n)$  оказывается заметно меньшим по сравнению с экспериментальным сечением, полученным в эксперименте [5] (551.85 и 583.97 МэВ мбн), тогда как оцененное сечение реакции  $(\gamma, 2n)$  оказывается, напротив, заметно большим по сравнению с экспериментальным сечением [5] (76.25 и 62.74 МэВ мбн). На рис. 4 представлены соответствующие разности



**Рис. 2.** Отношения  $F_1$  (а) и  $F_2$  (б), полученные для ядра  $^{60}\text{Ni}$  с использованием экспериментальных данных ([1] — пустые треугольники, [4] — звезды, [5] — треугольники), в сравнении с результатами расчетов в КМФЯР ([46, 47] — кривые).

между экспериментальными и оцененными сечениями реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$

$$\Delta\sigma(\gamma, 1n) = \sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 1n) - \sigma^{\text{оцен}}(\gamma, 1n) \quad (9)$$

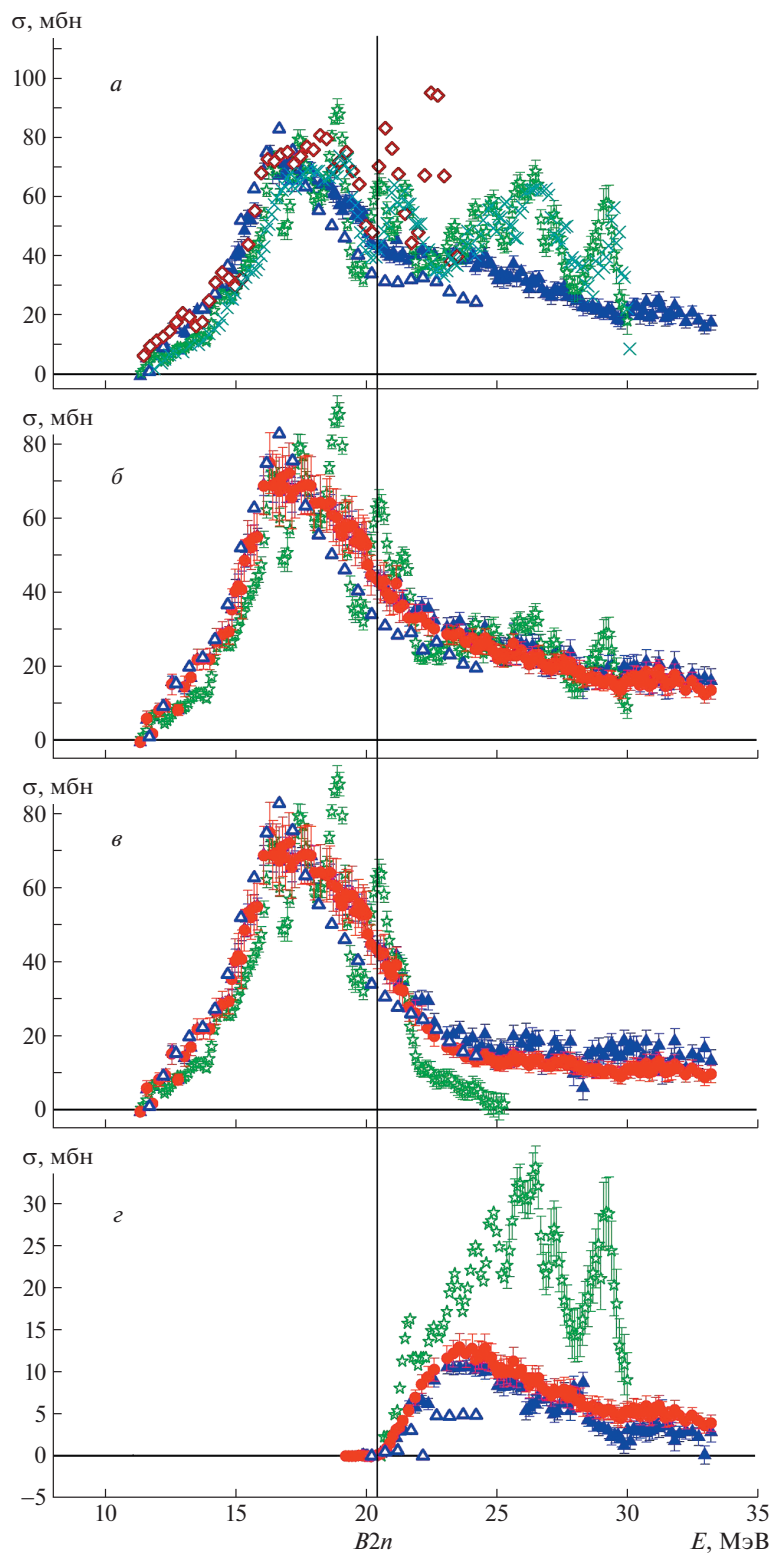
и

$$\Delta\sigma(\gamma, 2n) = \sigma^{\text{эксп}}(\gamma, 2n) - \sigma^{\text{оцен}}(\gamma, 2n), \quad (10)$$

которые также полностью подтверждают выводы, сделанные на основании данных для отношений  $F_{1,2}$ , о том, что при проведении эксперимента [5] заметное количество нейтронов было недостоверно перемещено из реакции  $(\gamma, 2n)$  в реакцию  $(\gamma, 1n)$ .

Как и в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  [45], вследствие использования метода прямой регистрации нейтронов в эксперименте [5] на ядре  $^{60}\text{Ni}$  сечение реакции  $\sigma(\gamma, 1n)$  фактически представляет собой сумму сечений  $\sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 1n1p)$ , что делает необходимым в области энергий ГДР рассматривать конкуренцию всех трех реакций —  $(\gamma, 1n)$ ,  $(\gamma, 2n)$  и  $(\gamma, 1n1p)$ . Ранее при исследовании относительно легких ядер ( $^{51}\text{V}$  [40],  $^{59}\text{Co}$  [25],  $^{75}\text{As}$  [35] и  $^{58}\text{Ni}$  [45]) было установлено, что двухнуклонная реакция  $(\gamma, 1n1p)$  является главным источником существенных систематических погрешностей процеду-





**Рис. 3.** Сравнение оцененных (кружки) и экспериментальных ([2] — ромбы, [3] — кресты, [4] — звезды, [5] — треугольники) сечений реакций на ядре  $^{60}\text{Ni}$ : *a* —  $\sigma(\gamma, xn)$ , *b* —  $\sigma(\gamma, sn)$ , *v* —  $\sigma(\gamma, 1n)$ , *z* —  $\sigma(\gamma, 2n)$ .

ры определения множественности детектируемых нейтронов по их энергии. В такой реакции энергия возбуждения исследуемого ядра делится между нейтроном и протоном приблизительно так же, как

и в другой двухнуклонной реакции  $(\gamma, 2n)$ . Это означает, что энергии нейтронов из таких реакций могут быть весьма близки. При этом в реакции  $(\gamma, 1n1p)$  множественность нейтронов равна 1, а

**Таблица 2.** Интегральные сечения  $\sigma^{\text{инт}}$  (в МэВ мбн), рассчитанные для областей энергий фотонов до  $B2n = 20.4$  и  $30.0$  МэВ по оцененным и экспериментальным [1, 2, 4, 5] данным для ядра  $^{60}\text{Ni}$

Реакция	$(\gamma, xn)$	$(\gamma, sn)$	$(\gamma, 1n)$	$(\gamma, 2n)$
$E^{\text{инт}} = B2n = 20.4 \text{ МэВ}$				
[1]	380.25 (1.72)	380.16 (2.96)	380.16 (1.73)	0.01 (2.42)
[2]	426.24 (4.83)			
[4]	352.36 (1.35)	352.36 (1.35)	352.36 (1.35)	
[5]	388.62 (1.96)	388.8 (1.96)	388.81 (1.96)	-0.01 (0.05)
Оценка	387.68 (4.98)	387.69 (4.98)	387.69 (4.98)	
$E^{\text{инт}} = 30.0 \text{ МэВ}$				
[1]*	494.36 (2.64)	479.45 (3.53)	469.06 (1.74)	10.5 (3.08)
[2]**	630.88 (6.92)			
[4]***	806.41 (2.80)	621.74 (2.36)	437.03 (1.81)	184.67 (1.51)
[5]	705.83 (2.99)	646.71 (3.22)	583.97 (3.12)	62.74 (0.79)
Оценка	704.89 (5.77)	628.37 (5.64)	551.85 (5.51)	76.52 (1.21)

\* Экспериментальные сечения реакций [1], рассчитанные до энергии  $E^{\text{инт}} = 24.3$  МэВ.

\*\* Экспериментальные сечения реакций [2], рассчитанные до энергии  $E^{\text{инт}} = 23.5$  МэВ.

\*\*\* Экспериментальные сечения реакций [4], рассчитанные до энергии  $E^{\text{инт}} = 25.3$  МэВ.

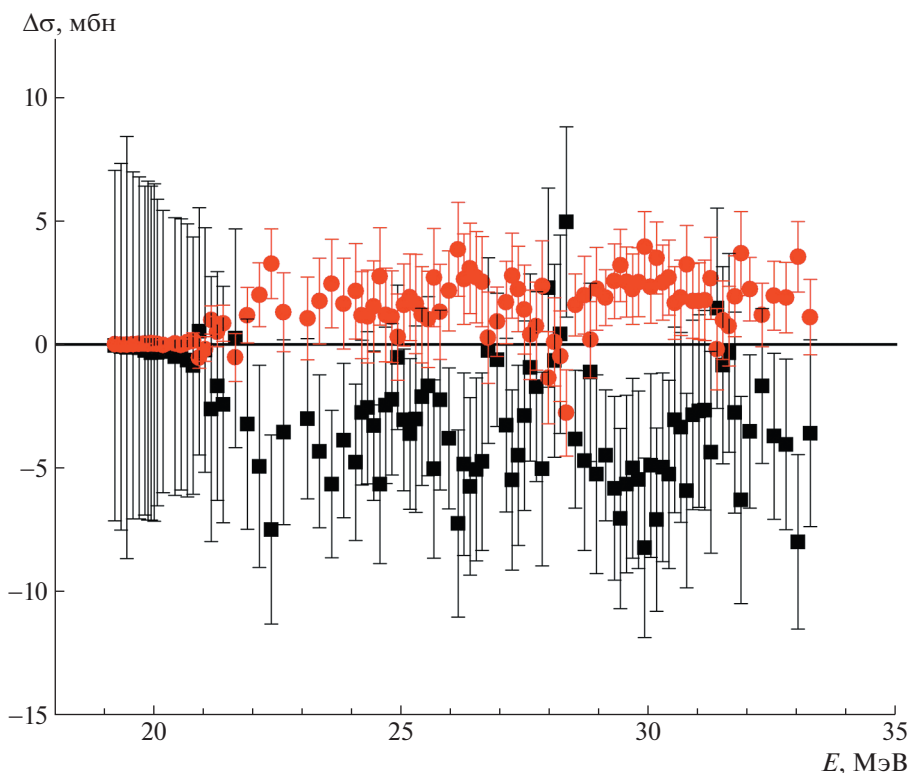
в реакции  $(\gamma, 2n) - 2$ , что вносит существенные погрешности в процедуру разделения нейтронов между такими реакциями: некоторые нейтроны малых энергий из реакции  $(\gamma, 1n1p)$  интерпретируются как нейтроны из реакции  $(\gamma, 2n)$  и наоборот. Это обусловлено тем, что в эксперименте [5] на основании данных об энергиях детектируемых нейтронов записывались события трех типов: 1) все случаи, когда нейтроны идентифицировались как “единственные”; 2) все случаи, когда появлялось два или более нейтронов, которые идентифицировались как “двойные”; 3) все случаи, когда появлялись три и более нейтронов, которые идентифицировались как “тройные”. При близости энергий нейтронов из разных реакций статистический анализ данных по записываемым нейтронным событиям был затруднен, и в результате и сечение  $\sigma(\gamma, 1n)$ , в действительности сумма сечений  $\sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 1n1p)$ , и сечение  $\sigma(\gamma, 2n)$  определялись с существенными систематическими погрешностями.

#### 4. СООТНОШЕНИЯ ОЦЕНЕННЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ РЕАКЦИЙ НА ЯДРАХ $^{58,60}\text{Ni}$ И ОСОБЕННОСТИ ИХ ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЯ

Обнаруженное в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  недостоверное перемещение нейтронов из реакции  $(\gamma, 2n)$  в реакцию  $(\gamma, 1n)$ , фактически — сумму реакций

$\sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 1n1p)$ , относительно невелико. Из данных рис. 4 следует, что уменьшение сечения одной из реакций и соответствующее увеличение сечения другой имеют величины  $\sim 5$  мбн. Такие погрешности типичны для измерений на пучках квазиодноэнергетических фотонов, в которых для разделения сечений реакций различной множественности используется измерение их энергии, и установлены для большого количества исследованных ранее ядер [19–40].

Как было показано [45], в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  ситуация оказывается неблагоприятной для данной процедуры определения множественности детектируемых нейтронов, так как в этом случае практически все приписываемые в эксперименте [5] на самом деле принадлежат реакции  $(\gamma, 1n1p)$ . Значительные различия в конкуренции между реакциями  $(\gamma, 1n)$ ,  $(\gamma, 2n)$  и  $(\gamma, 1n1p)$  на ядрах  $^{58,60}\text{Ni}$  могут быть объяснены существенными различиями процессов фоторасщепления обоих изотопов. Эти различия могут быть проиллюстрированы данными, приведенными на рис. 5, на котором для обоих изотопов проводится сравнение сечений выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  с результатами расчетов сечений различных реакций, выполненных в КМФЯР [46, 47]. Прежде всего, обращает на себя внимание кардинальное расхождение данных о сечениях реакций  $(\gamma, 1n1p)$  и  $(\gamma, 2n)$ . В случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  сечения этих реакций весьма близки, тогда как в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  величина сечения



**Рис. 4.** Сравнение разностей между экспериментальными и оцененными сечениями реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$ :  $(\Delta\sigma(\gamma, 1n)$  (9) — кружки;  $\Delta\sigma(\gamma, 2n)$  (10) — квадраты).

реакции  $(\gamma, 2n)$  по сравнению с величиной сечения реакции  $(\gamma, 1n1p)$  пренебрежимо мала. В табл. 3 приведены данные об энергетических порогах и абсолютных величинах сечений (рассчитанные в рамках КМФЯР) разных фотонейтронных реакций на обоих изотопах в области ГДР вместе с данными и для фотопротонных реакций, которые также играют важную роль в процессах их фоторасщепления. Данные табл. 3 свидетельствуют о том, что в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  сечение реакции  $(\gamma, 1n1p)$  превышает сечение реакции  $(\gamma, 2n)$  приблизительно в 20 раз.

В целом обращают на себя внимание следующие различия характеристик фотоядерных реакций на ядрах  $^{58,60}\text{Ni}$ :

- при близости энергетических порогов  $B1n1p$  в обоих ядрах близки и абсолютные величины сечений реакции  $(\gamma, 1n1p)$ , имеющих максимумы при энергии фотонов 31.0 МэВ с амплитудами 6.3 мбн в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  и 7.7 мбн в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$ ;

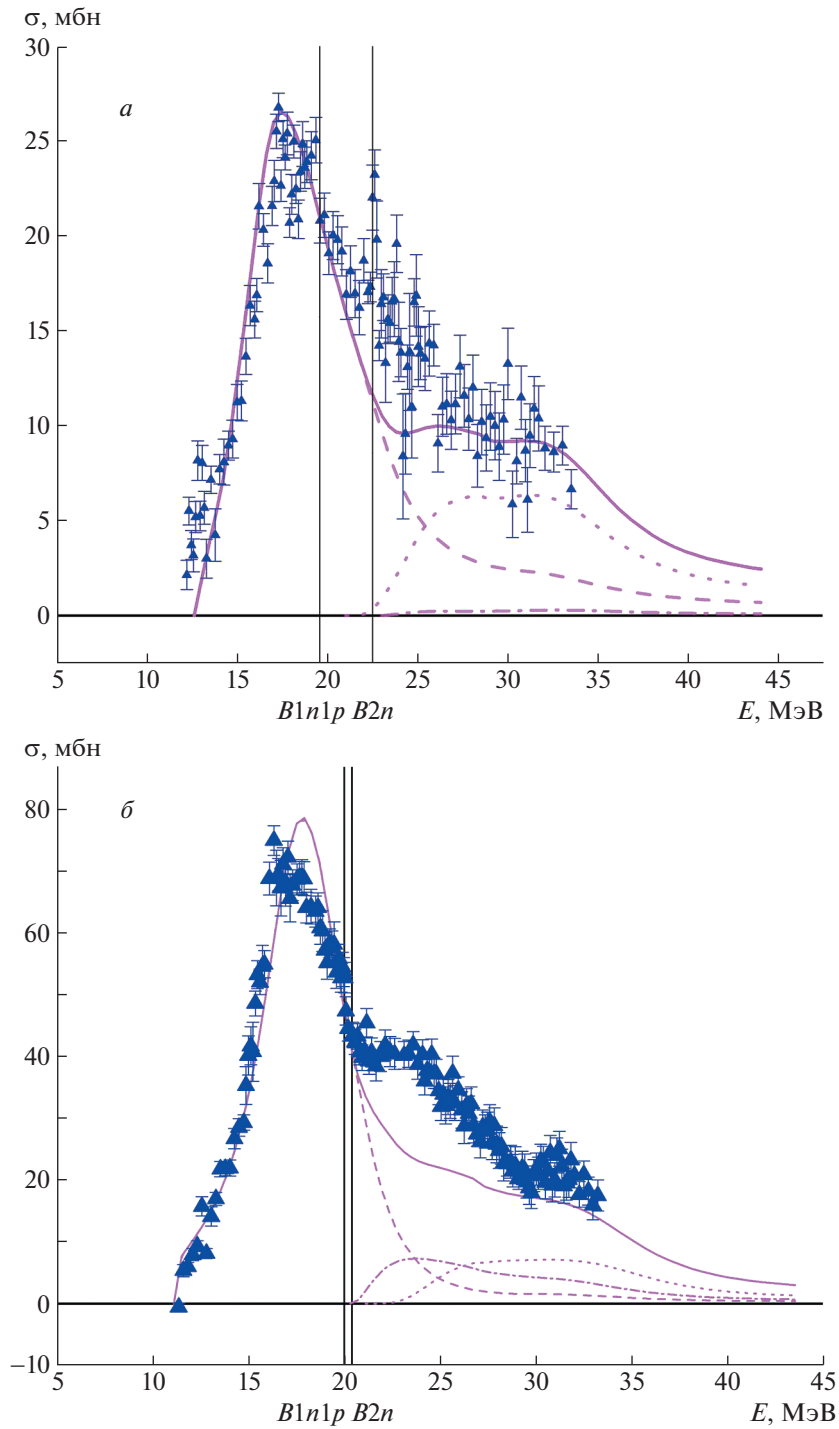
- при близости энергетических порогов  $B1n1p$  и  $B2n$  в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  близки и абсолютные величины сечений реакции  $(\gamma, 1n1p)$  и  $(\gamma, 2n)$ , правда, их максимумы расположены при несколько различных энергиях фотонов — соответственно при энергии фотонов 31.0 МэВ с амплитудой 7.7 мбн и при энергии 24.4 МэВ с амплитудой 7.8 мбн;

- энергетические пороги  $B1n1p$  и  $B2n$  близки в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  (20.0 и 20.4 МэВ соответственно), тогда как в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$   $B1n1p = 19.6$  МэВ, что на 2.9 МэВ ниже по сравнению с  $B2n = 22.5$  МэВ;

- при столь большом превышении энергетического порога  $B2n$  над порогом  $B1n1p$  в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  сечение реакции  $(\gamma, 2n)$  оказывается практически полностью (в  $\sim 20$  раз, 0.3 мбн по сравнению с 6.3 мбн) подавленным по сравнению с сечением реакции  $(\gamma, 1n1p)$ ;

- в ядре  $^{58}\text{Ni}$  по сравнению с ядром  $^{60}\text{Ni}$  наряду с существенным занижением роли “чисто” нейтронных каналов (амплитуды сечений реакции  $(\gamma, 1n)$  имеют величины 26.5 мбн и 85.0 мбн, а реакции  $(\gamma, 2n)$  — 0.3 мбн и 7.8 мбн соответственно) наблюдается существенное завышение роли “чисто” протонных каналов (в случае  $(\gamma, 1p)$  — 81.6 по сравнению с 51.8 мбн и в случае  $(\gamma, 2p)$  — 13.7 по сравнению с 2.2 мбн).

Отмеченные своеобразные характеристики процессов фоторасщепления ядра  $^{58}\text{Ni}$  по сравнению с фоторасщеплением ядра  $^{60}\text{Ni}$  нуждаются в специальном исследовании. Однако предварительно и весьма кратко они могут быть объяснены влиянием эффектов протонно-нейтронной симметрии на



**Рис. 5.** Сравнение экспериментальных сечений выхода нейтронов  $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$  для ядер  $^{58,60}\text{Ni}$  с теоретическими сечениями реакций, рассчитанными в КМФЯР. Кривые: сплошная —  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, xn)$ , штриховая —  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, 1n)$ , точечная —  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, 1n1p)$ , штрихпунктирная —  $\sigma^{\text{теор}}(\gamma, 2n)$ . Треугольники — экспериментальные данные [5].

массу ядра. Из хорошо известной массовой формулы Вейцеккера [50] следует, что бета-стабильное ядро с  $A = 58$  должно иметь  $Z = 26$ , а не 28, тогда как для ядра с  $A = 60$  равновесное число протонов равно  $Z = 27$ . Из этого следует, что ядро

$^{58}\text{Ni}$  по сравнению с ядром  $^{60}\text{Ni}$  в определенном смысле является “протонно-избыточным” — содержит “избыточное” число протонов [50–52]. Именно это может быть причиной существенной наблюдаемой для изотопов никеля значительной разницы энергетических порогов реакций  $(\gamma, 1n)$  и

**Таблица 3.** Энергетические пороги ( $B$ ), положения максимумов ( $E^{\text{макс}}$ ) и абсолютные величины ( $\sigma^{\text{макс}}$ ) [46, 47] сечений основных фотонейтронных и фотопротонных реакций в области энергий ГДР ядер  $^{58,60}\text{Ni}$

Реакция	$^{58}\text{Ni}$			$^{60}\text{Ni}$		
	$B$ , МэВ	$E^{\text{макс}}$ , МэВ	$\sigma^{\text{макс}}$ , мбн	$B$ , МэВ	$E^{\text{макс}}$ , МэВ	$\sigma^{\text{макс}}$ , мбн
$(\gamma, 1n)$	12.2	17.0	26.5	11.4	18.0	85.0
$(\gamma, 1n1p)$	19.6	31.0	6.3	20.0	31.	7.7
$(\gamma, 2n)$	22.5	32.2	0.3	20.4	24.4	7.8
$(\gamma, 1p)$	8.2	18.6	81.6	9.5	20.8	51.8
$(\gamma, 2p)$	14.2	23.0	13.7	16.9	24.4	2.2

$(\gamma, 1p)$  и реакций  $(\gamma, 2n)$  и  $(\gamma, 1n1p)$ , которые составляют соответственно  $B1n-B1p = 4.0$  и  $B2n-B1n1p = 2.9$  МэВ в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  и  $B1n-B1p = 1.9$  и  $B2n-B1n1p = 0.4$  МэВ в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  (табл. 3). Это приводит к тому, что в  $^{58}\text{Ni}$ , пока не испущен нейтрон, несмотря на действие кулоновского барьера, преобладают протонные каналы распада. В частности, как отмечалось, из данных рис. 5 видно, что расчетное сечение реакции  $(\gamma, 2n)$  пренебрежимо мало по сравнению с сечением реакции  $(\gamma, 1n1p)$ .

Расчет одночастичных протонных и нейтронных уровней для обоих ядер в потенциале Вудса–Саксона, базирующемся на экспериментальных данных, использованных при построении оптического потенциала [53], дает для последних заполненных протонных и нейтронных орбиталей (уровней Ферми) значения энергий:  $E_F(p) = -10.59$  МэВ и  $E_F(n) = -12.64$  МэВ для  $^{58}\text{Ni}$  и  $E_F(p) = -11.91$  МэВ и  $E_F(n) = -11.88$  МэВ для  $^{60}\text{Ni}$ , что хорошо согласуется с выводами, следующими из полуэмпирической формулы масс Вейцзеккера. Это означает, что в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  протонные каналы распада ГДР преобладают над нейтронными каналами. Расчеты, выполненные с использованием потенциала Вудса–Саксона, свидетельствуют о том, что последние заполненные нейтронные уровни в таком потенциале в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  имеют большие энергии, чем заполненные протонные уровни, что приводит к большей вероятности распада состояний ГДР именно по нейтронным каналам. В то же время в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  последние заполненные протонные уровни имеют энергии, заметно превышающие энергии нейтронных уровней, что приводит к тому, что в этом ядре протонные каналы распада ГДР преобладают над нейтронными каналами.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью объективных физических критериев [19, 20] — отношений  $F_{1,2}(7)$  сечений парциальных

фотонейтронных реакций к сечению выхода нейтронов — проанализирована достоверность экспериментальных данных по сечениям реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$ , полученных в экспериментах, выполненных с помощью тормозного  $\gamma$ -излучения [1–4] и квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов [5]. Установлено, что сечения парциальных реакций, полученные с помощью тормозного  $\gamma$ -излучения, определенно являются недостоверными, поскольку соответствующие отношения  $F_{1,2}^{\text{эксп}}$  значительно (в несколько раз) отличаются от  $F_{1,2}^{\text{теор}}$ , рассчитанных в рамках КМФЯР. В то же время обнаружено, что отношения  $F_{1,2}^{\text{эксп}}$ , полученные по данным эксперимента с квазимоноэнергетическими фотонами [5], также заметно и систематически отличаются от  $F_{1,2}^{\text{теор}}$  ( $F_1^{\text{эксп}} > F_1^{\text{теор}}$ , но  $F_2^{\text{эксп}} < F_2^{\text{теор}}$ ). Следовательно, сечения реакций, полученные в эксперименте с квазимоноэнергетическими фотонами [5], также не удовлетворяют физическим критериям достоверности и не должны быть рекомендованы для использования в исследованиях и приложениях.

С помощью экспериментально-теоретического метода оценки [19, 20] при использовании экспериментального сечения выхода нейтронов [5] и результатов расчетов в рамках КМФЯР [46, 47] получены новые сечения реакций  $(\gamma, 1n)$  и  $(\gamma, 2n)$  для ядра  $^{60}\text{Ni}$ , удовлетворяющие физическим критериям, которые могут быть использованы в исследованиях и приложениях.

Выполнено сравнение соотношений экспериментальных и оцененных сечений реакции  $(\gamma, 1n)$ , по существу представляющей собой сумму реакций  $(\gamma, 1n) + (\gamma, 1n1p)$ , и  $(\gamma, 2n)$  на ядре  $^{60}\text{Ni}$  с аналогичными данными, полученными ранее [45] для ядра  $^{58}\text{Ni}$ . Установлено, что эти соотношения в соседних изотопах кардинально различаются. Основное различие заключается в том, что, как показывают расчеты в рамках КМФЯР, величины сечений двухнуклонных реакций, таких как  $(\gamma, 1n1p)$  и

$(\gamma, 2n)$  в случае ядра  $^{60}\text{Ni}$  близки, тогда как в случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  сечение реакции  $(\gamma, 2n)$  пренебрежимо мало по сравнению с сечением реакции  $(\gamma, 1n1p)$ . В случае ядра  $^{58}\text{Ni}$  это приводит к тому, что экспериментальное сечение реакции  $(\gamma, 2n)$  [5] практически полностью является сечением реакции  $(\gamma, 1n1p)$ . Наблюдаемое различие фотонуклонных реакций на ядрах  $^{58,60}\text{Ni}$  может быть объяснено влиянием эффектов протонно-нейтронной симметрии на массу ядра, поскольку ядро  $^{58}\text{Ni}$ , по сравнению с  $^{60}\text{Ni}$ , является протонно-избыточным.

Исследования выполнены в Отделе электромагнитных процессов и взаимодействий атомных ядер Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. K. Min and T. A. White, Phys. Rev. Lett. **21**, 1200 (1968).
2. D. G. Owen, E. G. Muirhead, and B. M. Spicer, Nucl. Phys. A **140**, 523 (1970).
3. Б. И. Горячев, Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, И. М. Пискарев, В. Г. Шевченко, О. П. Шевченко, Письма в ЖЭТФ **8**, 76 (1968) [JETP Lett. **8**, 46 (1968)].
4. Б. И. Горячев, Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, И. М. Пискарев, В. Г. Шевченко, О. П. Шевченко, ЯФ **11**, 252 (1970) [Sov. J. Nucl. Phys. **11**, 141 (1970)].
5. S. C. Fultz, R. A. Alvarez, B. L. Berman, and P. Meyer, Phys. Rev. C **10**, 608 (1974).
6. J. M. Blatt and V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (John Wiley & Sons, New York, 1952).
7. C. Tzara, Compt. Rend. Acad. Sci. **245**, 56 (1957).
8. J. Miller, C. Schuhl, and C. Tzara, Nucl. Phys. **32**, 236 (1962).
9. S. S. Dietrich and B. L. Berman, At. Data Nucl. Data Tables **38**, 199 (1988).
10. A. V. Varlamov, V. V. Varlamov, D. S. Rudenko, and M. E. Stepanov, INDC(NDS)-394, IAEA NDS (Vienna, Austria, 1999).
11. Международная электронная база данных по ядерным реакциям: Секция ядерных данных МАГАТЭ, <http://www-nds.iaea.org/exfor>; Национальный центр ядерных данных США, <http://www.nndc.bnl.gov/exfor/exfor00.htm>; Центр данных фотоядерных экспериментов (ЦДФЭ) НИИЯФ МГУ, <http://cdfc.sinp.msu.ru/index.ru.html>
12. V. V. Varlamov, N. G. Efimkin, B. S. Ishkhanov, and V. V. Sapunenko, INDC(СР)-393, IAEA NDS (Vienna, Austria, 1994).
13. V. V. Varlamov and B. S. Ishkhanov, INDC(СР)-433, IAEA NDS (Vienna, Austria, 2002).
14. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, М. Е. Степанов, Д. С. Руденко, Изв. РАН. Сер. физ. **67**, 1570 (2003) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **67**, 1733 (2003)].
15. E. Wolynec, A. R. V. Martinez, P. Gouffon, Y. Miyaou, V. A. Serrão, and M. N. Martins, Phys. Rev. C **29**, 1137 (1984).
16. E. Wolynec and M. N. Martins, Rev. Brasil. Fis. **17**, 56 (1987).
17. B. L. Berman, R. E. Pywell, S. S. Dietrich, M. N. Thompson, K. G. McNeill, and J. W. Jury, Phys. Rev. C **36**, 1286 (1987).
18. В. В. Варламов, Н. Н. Песков, Д. С. Руденко, М. Е. Степанов, ВАНИТ. Сер.: Ядерные константы **1–2**, 48 (2003).
19. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, В. А. Четверткова, Изв. РАН. Сер. физ. **74**, 875 (2010) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **74**, 833 (2010)].
20. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, С. Ю. Трошиев, Изв. РАН. Сер. физ. **74**, 884 (2010) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **74**, 842 (2010)].
21. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **75**, 1414 (2012) [Phys. At. Nucl. **75**, 1339 (2012)].
22. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ **76**, 1484 (2013) [Phys. At. Nucl. **76**, 1403 (2013)].
23. В. В. Варламов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, Изв. РАН. Сер. физ. **77**, 433 (2013) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **77**, 388 (2013)].
24. V. V. Varlamov, B. S. Ishkhanov, V. N. Orlin, and K. A. Stopani, Eur. Phys. J. A **50**, 114 (2014).
25. В. В. Варламов, М. А. Макаров, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ **78**, 678 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 634 (2015)].
26. В. В. Варламов, М. А. Макаров, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ **78**, 797 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 746 (2015)].
27. S. S. Belyshev, D. M. Filipescu, I. Gheorghe, B. S. Ishkhanov, V. V. Khankin, A. S. Kurilik, A. A. Kuznetsov, V. N. Orlin, N. N. Peskov, K. A. Stopani, O. Tesileanu, and V. V. Varlamov, Eur. Phys. J. A **51**, 67 (2015).
28. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, М. А. Макаров, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, Изв. РАН. Сер. физ. **80**, 351 (2016) [Bull. Rus. Acad. Sci.: Phys. **80**, 317 (2016)].
29. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ **79**, 315 (2016) [Phys. At. Nucl. **79**, 501 (2016)].
30. V. Varlamov, B. Ishkhanov, and V. Orlin, Phys. Rev. C **95**, 054607 (2017).
31. V. Varlamov, B. Ishkhanov, and V. Orlin, Phys. Rev. C **96**, 044606 (2017).
32. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, and B. S. Ishkhanov, Eur. Phys. J. A **53**, 180 (2017).
33. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **80**, 632 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 1106 (2017)].
34. В. В. Варламов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, Изв. РАН. Сер. физ. **81**, 744 (2017) [Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. **81**, 670 (2017)].
35. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, B. S. Ishkhanov, and V. N. Orlin, Eur. Phys. J. A **54**, 74 (2018).

36. V. Varlamov, A. Davydov, V. Kaidarova, and V. Orlin, *Phys. Rev. C* **99**, 024608 (2019).
37. С. С. Бельшев, В. В. Варламов, С. А. Гунин, А. И. Давыдов, Б. С. Ишханов, И. А. Пшеничников, В. Н. Орлин, *ЯФ* **83**, 2 (2020) [*Phys. At. Nucl.* **83**, 1 (2020)].
38. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, and V. N. Orlin, *Amer. J. Phys. Appl.* **8**, 64 (2020).
39. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, *ЯФ* **84**, 278 (2021) [*Phys. At. Nucl.* **84**, 389 (2021)].
40. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, and V. N. Orlin, *Eur. Phys. J. A* **57**, 287 (2021).
41. Y. Tanaka, *Prog. Theor. Phys.* **46**, 787 (1971).
42. C. Ngo-Trong and D. J. Rowe, *Phys. Lett. B* **36**, 553 (1971).
43. Ф. А. Живописцев, К. В. Шитикова, *ЯФ* **16**, 42 (1972) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **16**, 21 (1973)].
44. J. B. Seaborn, D. Drechsel, H. Arenhovel, and W. Greiner, *Phys. Lett.* **23**, 576 (1966).
45. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, В. Н. Орлин, *ЯФ* **85**, 237 (2022) [*Phys. At. Nucl.* **85**, 316 (2022)].
46. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, *ЭЧАЯ* **38**, 460 (2007) [*Phys. Part. Nucl.* **38**, 232 (2007)].
47. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, *ЯФ* **71**, 517 (2008) [*Phys. At. Nucl.* **71**, 493 (2008)].
48. A. Veyssière, H. Beil, R. Bergère, P. Carlos, A. Leprêtre, and A. De Miniac, *Nucl. Phys. A* **227**, 513 (1974).
49. J. T. Caldwell, R. L. Bramblett, B. L. Berman, R. R. Harvey, and S. C. Fultz, *Phys. Rev. Lett.* **15**, 976 (1965).
50. C. F. v. Weizsäcker, *Z. Phys.* **96**, 431 (1935).
51. P. Moller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, *At. Data Nucl. Data Tables* **59**, 185 (1995).
52. P. Möller, A. J. Sierk, T. Ichikawa, and H. Sagawa, *At. Data Nucl. Data Tables* **109–110**, 1 (2016).
53. A. J. Koning and J. P. Delaroche, *Nucl. Phys. A* **713**, 231 (2003).

## NEW EVALUATED DATA ON PHOTONUCLEAR REACTIONS' CROSS SECTIONS FOR $^{60}\text{Ni}$

V. V. Varlamov<sup>1)</sup>, A. I. Davydov<sup>2)</sup>, V. N. Orlin<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> *Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics of Lomonosov Moscow State University, Russia*

<sup>2)</sup> *Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia*

The reliability of cross sections of  $(\gamma, 1n)$  and  $(\gamma, 2n)$  reactions on  $^{60}\text{Ni}$  obtained using beams of both bremsstrahlung and quasimonoenergetic annihilation photons was investigated using objective physical criteria. It was found that data obtained by bremsstrahlung do not satisfy the physical criteria and definitely are not reliable. At the same time there are serious doubts in the reliability of data obtained with quasimonoenergetic photons. Cross sections of partial reactions on  $^{60}\text{Ni}$  satisfying physical criteria were evaluated using experimental–theoretical method in which experimental data for only neutron yield cross section was used together with the results of theoretical calculations in the framework of the Combined PhotoNuclear Reactions Model (CPNRM) also do not depend on the problems of experimental determination of neutron multiplicity. It was found that the reasons of disagreements between evaluated and experimental cross sections are the systematical uncertainties of the method of determination of neutron multiplicities using the measured neutron energies. It was found that the competition of evaluated and experimental data in the neighboring nuclei  $^{60}\text{Ni}$  and  $^{58}\text{Ni}$  shows significant discrepancy because of specific features of the photodisintegration processes, primarily of significant differences between the energy thresholds and cross-section absolute values of the reactions  $(\gamma, 1n1p)$  and  $(\gamma, 2n)$ .

# ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИГМИ- И ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ В МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УЧЕТА СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ: ФОРМАЛИЗМ

© 2022 г. С. П. Камерджиев<sup>1)\*</sup>, М. И. Шитов<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 10.04.2022 г.; после доработки 10.04.2022 г.; принята к публикации 18.04.2022 г.

В рамках развитой микроскопической модели учета сложных конфигураций [1] получены формулы для описания характеристик пигми- и гигантских мультипольных резонансов (ПДР и ГМР). Для этого сформулировано уравнение для матрицы плотности и получено выражение для поляризационного оператора. Полученные результаты позволяют рассчитать энергии и вероятности возбуждений уровней ПДР и ГМР, включая их тонкую структуру. Сравнение нашего подхода с известной двухфононной моделью, основанной на замене частично-дырочной пары на фонон, показало заметное различие этих двух подходов.

DOI: 10.31857/S0044002722050051

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение пигми- и гигантских резонансов (ПДР, ГМР) продолжает оставаться одним из центральных направлений развития физики низких энергий [2–6]. См., например, специальный выпуск [7] из 30 статей “Гигантские, пигми, спаривательные резонансы и связанные направления”. Центральное место занимает изучение роли связи с фонами в этих явлениях [8–11]. В теоретических работах главным является использование самосогласованных подходов, которые имеют большую предсказательную силу, что особенно важно для астрофизики и для ядерных данных.

Как известно, в процессе возбуждения ядра внешним полем могут возбуждаться не только однофононные, но и двухфононные состояния, см., например, [2, 12]. Кроме того, включение двухфононных состояний важно для объяснения характеристик ПДР и ГМР. Эти вопросы решались в рамках как квазичастично-фононной модели (КФМ) [9, 11–13], так и в приближении временного блокирования (ПВБ) [14]. Однако, несмотря на довольно быстрое и успешное развитие, остается пространство для дальнейшей работы.

По нашему мнению, перспективным подходом является использование метода функций Грина (ФГ) и дальнейшее развитие Теории Конечных Ферми-Систем (ТКФС) [15]. В ранних

работах [16–18] уравнение для вершины — основного понятия ТКФС, определяющего поляризуемость ядра — было обобщено на случай учета квазичастично-фононного взаимодействия, и были выполнены соответствующие расчеты  $M1$ -резонансов в магических ядрах, которые с помощью включения эффекта фононов объяснили актуальную в то время проблему “исчезновения  $M1$ -резонанса”.

В близких по физике дела работах [14, 19, 20] в рамках метода ФГ был использован рецепт исключения полюсов второго порядка — метод хронологического разделения диаграмм (МХРД) или, пользуясь более современной терминологией, ПВБ. Это позволило позднее выполнить расчеты характеристик резонансов вплоть до расчетов тонкой структуры ПДР [21] и  $M1$ -резонанса [22]. Дальнейшее развитие этого подхода пошло по пути учета более сложных, чем  $1p1h \otimes \rho\nu$ оп, конфигураций, в рамках так называемой двухфононной модели [23–25]. В этой модели был использован аппарат функций отклика (т.е., в отличие от вершины, величины, описываемой четырьмя индексами), основанный на уравнении Бете–Солпитера. При этом, кроме рецепта МХРД, использовалось другое приближение — так называемая процедура факторизации функции отклика, которая позволила сильно упростить уравнение и выполнить соответствующие расчеты для низколежащих двухфононных возбуждений в изотопах олова [25].

Метод вариаций, предложенный для ТКФС в работе [26], успешно развивался и использовался для последовательного описания характеристик

<sup>1)</sup>Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

\*E-mail: kamerdzhiev\_sp@nrcki.ru



основного и нескольких коллективных низколежащих состояний в рамках самосогласованной ТКФС [8, 27]. Эти результаты можно считать вторым этапом развития ТКФС. В недавних работах [1, 28] последовательный метод вариаций, использованный в [8], был перенесен на область энергий ПДР и ГМР. Это сразу же привело к появлению новых и не изученных в этой области эффектов, именно, динамического эффекта тэдпола, многочисленных сложных корреляций в основном состоянии, эффектов изменения эффективного взаимодействия  $\delta F$  в поле фононов. В этих работах не использовалась процедура факторизации [25], что привело к заметному усложнению всех формул.

В статье [1] была развита микроскопическая модель для учета сложных конфигураций в области энергий ПДР и ГМР. Исходным было основное понятие ТКФС — вершина, описывающая поляризуемость ядра под действием внешнего поля. Впервые были получены: 1) Точные выражения для первой и второй вариаций вершины  $\delta^{(1)}V \equiv \delta V$  и  $\delta^{(2)}V$ , 2) Перспективные уравнения для новой вершины, включающие полную амплитуду взаимодействия  $\Gamma$ , которая удовлетворяет уравнению метода хаотических фаз (МХФ), сформулированному на языке ФГ, 3) Впервые в рамках задачи обобщения ТКФС — двухфононные конфигурации (в дополнение к сложным конфигурациям  $1p1h \otimes \text{phonon}$ ).

В [1] было получено только новое уравнение для новой вершины  $\tilde{V}$ , которое содержало указанные сложные конфигурации двух видов. Однако конкретные формулы для описания наблюдаемых характеристик резонансов не рассматривались. В частности, необходимо получить уравнение для матрицы плотности, которая нужна для получения поляризационного оператора и соответствующего дисперсионного уравнения. Аналогичная процедура была реализована в стандартной ТКФС [15], т.е. в рамках МХФ, сформулированного на языке ФГ. Необходимо также получить формулы с учетом регулярной части амплитуды  $\Gamma^r$ , о которой было вскользь упомянуто в [1]. Все это является основной целью настоящей работы, именно, получить уравнение для матрицы плотности и выражение для поляризационного оператора, выполнить указанное обобщение. Кроме того, полезно сравнить нашу двухфононную часть с упомянутой выше двухфононной моделью [25].

В настоящей статье рассматриваются только  $1p1h \otimes \text{phonon}$ - и двухфононные конфигурации в магических ядрах. Как обычно, мы используем факт существования малого  $g^2$ -параметра. Очень часто формулы записываются символически, большая их часть представляется в виде диаграмм

Фейнмана, так что окончательные формулы можно легко получить.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УЧЕТА СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ [1]

Здесь мы кратко опишем, уточним и немного переформулируем основные результаты статьи [1]. Главной особенностью этой модели является использование только главной фононной  $g^2$ -поправки к уравнению для вершины  $V$  в ТКФС [15]:

$$V = e_q V^0 + FGGV. \quad (1)$$

Эта поправка имеет вид

$$\Delta V = \delta^{(2)}VD, \quad (2)$$

где  $\delta^{(2)}V$  — вариация второго порядка в поле фонона от вершины  $V$  (1),  $D$  — ФГ фонона.

Наша модель достаточно подробно изложена в [1]. Подход основан на получении точного выражения для  $\delta^{(2)}V$ . Это выражение получается варьированием уравнения (1) в поле фонона, при этом в задачу входит также первая вариация вершины  $\delta^{(1)}V \equiv \delta V$ . Полученные в [1] точные выражения для  $\delta V$  и  $\delta^{(2)}V$  имеют вид

$$\begin{aligned} \delta^{(1)}V &= d\Gamma GGV + \Gamma \delta GGV, \quad (3) \\ \delta^{(2)}V &= \Gamma \delta^{(2)}(GG)V + \\ &+ 2d\Gamma \delta GGV + 2d\Gamma GGG\delta^{(1)}V + 2\Gamma \delta GGG\delta^{(1)}V + \\ &+ d^{(2)}\Gamma GGV. \end{aligned}$$

Они содержат уже полную амплитуду частично-дырочного взаимодействия  $\Gamma$ , которая удовлетворяет уравнению [15]

$$\Gamma = F + FGG\Gamma, \quad (4)$$

величину

$$d\Gamma = \delta^{(1)}F + FGGd\Gamma, \quad (5)$$

и мы ввели новую величину

$$d^{(2)}\Gamma = \delta^{(2)}F + FGGd^{(2)}\Gamma. \quad (6)$$

В отличие от нашей первой статьи [28], где использовались только свободные члены уравнений для  $\delta^{(2)}V$  и  $\delta V$ , здесь для этих величин получены точные выражения.

Поскольку в  $\delta^{(2)}V$ , согласно (3) и (2), входит величина  $\delta^{(2)}(GG)$ , легко получить для  $\delta^{(2)}(GG)D$ , как для одного из слагаемых в (2) при варьировании уравнения для вершины (1):

$$\delta^{(2)}(GG)D = 2GgGDgGG + \quad (7)$$

Рис. 1. Выражение (7) в диаграммном представлении.

$$+ GgGDGgG + 2G(g_{11}D)GG,$$

где амплитуда рождения фонона  $g$  удовлетворяет уравнению

$$g = FAg, \quad (8)$$

и  $g_{11}$  — амплитуда рождения двух одинаковых фононов, см. [1]. Соотношение (7) показано на рис. 1. Здесь и в дальнейшем цифра 2 перед слагаемым или графиком означает, что имеется два однотипных слагаемых, которые для краткости не выписываются.

Из (7) и рис. 1 сразу видно, что появляется новое по сравнению с предыдущим более простым подходом [16–19] слагаемое с тэдполом, которое дает новый *динамический* эффект тэдпола. Подчеркнем, что мы остаемся в рамках последовательного подхода стандартной ТКФС, именно, амплитуда  $\Gamma$  удовлетворяет уравнению (4), и амплитуда рождения фонона  $g$  удовлетворяет уравнению (8).

Далее в [1] для вывода уравнения для новой вершины  $\tilde{V}$  используется только поправка (2). Новое уравнение для вершины  $\tilde{V}$  имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & e_q V^0 + FA\tilde{V} + \quad (9) \\ & + 2FGgDGgGG\tilde{V} + FGgGDGgG\tilde{V} + \\ & + 2FGg_{\bar{1}\bar{1}}DGG\tilde{V} + \\ & + 4FGGgGTGDgGG\tilde{V} + \\ & + 2FGgGGDd\Gamma GG\tilde{V} + 2\delta FDGgGG\tilde{V} + \\ & + 2\delta FDGG\Gamma GgGG\tilde{V} + \\ & + \delta FDGGd\Gamma GG\tilde{V} + \delta^{(2)}FGG\tilde{V}. \end{aligned}$$

Это уравнение содержит 10 интегральных слагаемых вместо 12 в уравнении (23) в [1]. Оно показано в графическом виде на рис. 2.

Как всегда, в его аналитической форме мы пишем цифру 4 в третьей линии уравнения (9) вместо цифр 2 для каждого из двух слагаемых в его графическом представлении. В отличие от уравнения (23), рис. 5 в [1], здесь для краткости не используется выражение для  $d\Gamma = \delta F + GGG\delta F$  [1] через полную амплитуду ( $\delta(1)F \equiv \delta F$ ). Поэтому наше уравнение (9) для  $\tilde{V}$  содержит на два интегральных члена меньше, чем уравнение (23), рис. 5 в [1].

Слагаемые с  $\delta F$ ,  $d\Gamma$ ,  $\delta^{(2)}F$  в четвертой, пятой и шестой строках уравнения (9) и рис. 2 являются совершенно новыми. Они или их аналог не содержатся во всех известных нам подходах. Они содержат амплитуду  $W$  трехквартичного эффективного взаимодействия:  $\delta_s F = WGg_s G$  [8], роль которого, по-видимому, в целом невелика. В дальнейшем мы не выписываем слагаемые с  $\delta F$ ,  $d\Gamma$ ,  $\delta^{(2)}F$ . Если понадобится, их легко дописать.

### 3. ОБОБЩЕНИЕ МОДЕЛИ. ВВЕДЕНИЕ ДВУХФОНОННЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Полученное уравнение (9), рис. 2, содержит полную амплитуду взаимодействия  $\Gamma$ , удовлетворяющую уравнению (4). Это позволяет получить двухфононные конфигурации, если воспользоваться разложением амплитуды по фононам в ТКФС [15]:

$$\Gamma(\omega) = \Gamma^r + \frac{g^s g^{s*}}{\omega - \omega_s}, \quad (10)$$

где  $\Gamma^r$  — регулярная часть амплитуды  $\Gamma$  и не зависит от  $\omega$  (мы опустили индекс  $s$  в  $\Gamma^r$ ).  $\Gamma^r$  удовлетворяет уравнению [15]:

$$\Gamma^r = F + \sum F \frac{dA}{d\omega} g^s g^{s*} + \sum FA_s \Gamma^r \quad (11)$$

(суммирование выполняется по паре одночастичных индексов). Это интегральное уравнение с двумя свободными членами, которое, насколько нам известно, никто не решал. Амплитуда рождения фонона  $g$  удовлетворяет уравнению (8).

Подставляя (10) в уравнение (9), получаем новое уравнение для  $\tilde{V}$ , которое содержит не только сложные  $1p1h \otimes \text{phop}$ - и двухфононные конфигурации, как в [1], но и слагаемые с  $\Gamma^r$  (напомним, что мы не выписываем 5 слагаемых с  $\delta F$ ,  $d\Gamma$  и  $\delta F^{(2)}$  в (9), которых будет 7 с учетом выражения для  $d\Gamma$  через  $\Gamma$ ):

$$\begin{aligned} \tilde{V} = & e_q V^0 + FA\tilde{V} + \quad (12) \\ & + 2FGgDGgGG\tilde{V} + FGgGDGgG\tilde{V} + \\ & + 2FGg_{\bar{1}\bar{1}}DGG\tilde{V} + \\ & + 4FGGgGTGDgGG\tilde{V} + \\ & + 4FGGgGDDGgGG\tilde{V}. \end{aligned}$$

Оно показано на рис. 3.

Как видно из (12), рис. 3, главное отличие нашей обобщенной модели от более простого варианта в [1] состоит в появлении слагаемых с  $\Gamma^r$ . Слагаемые с  $\Gamma$  на линии 3, рис. 3, с учетом (10) можно коротко записать по-другому — в более наглядном и единообразном виде:

$$4F[GG\Gamma^i GG]\tilde{V} = \quad (13)$$

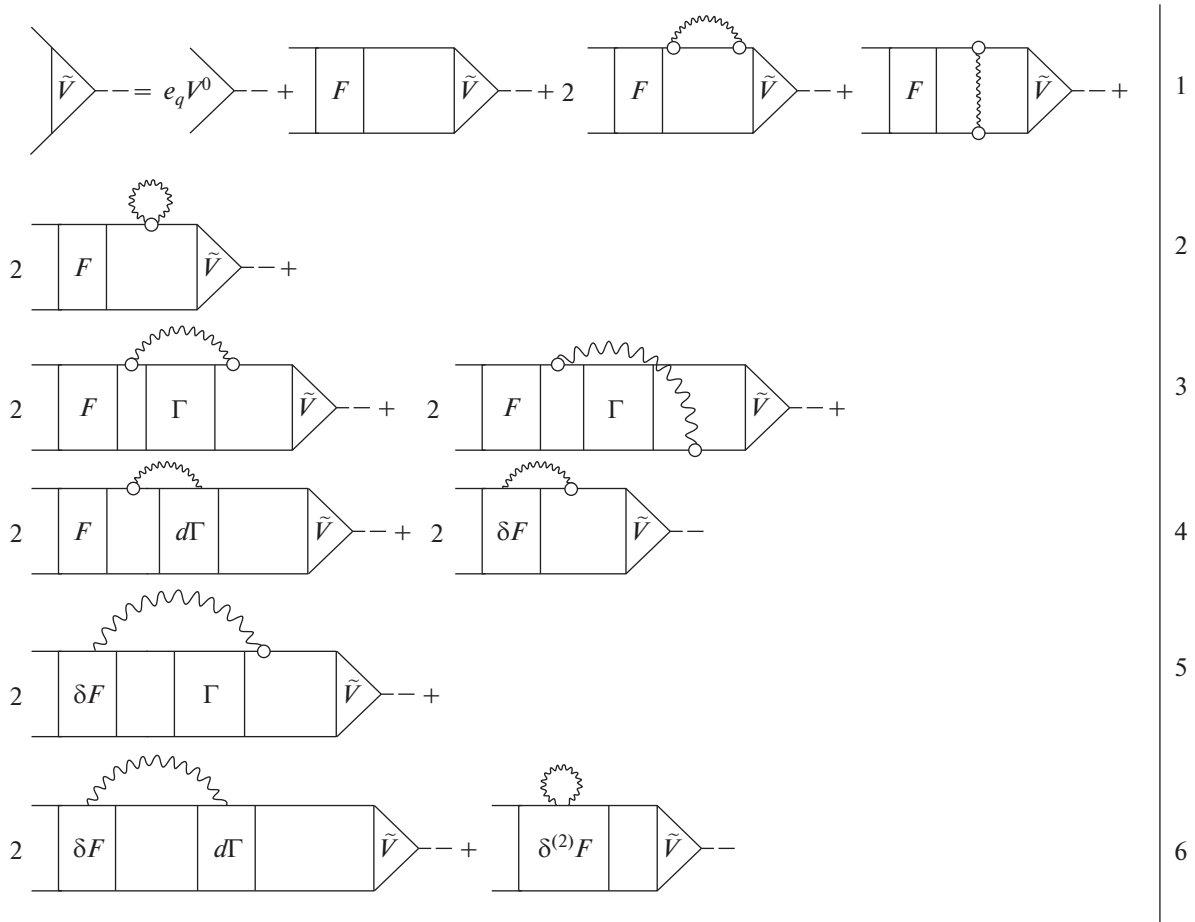


Рис. 2. Уравнение (9) в диаграммном виде.

$$= 4F[GG\Gamma^{ri}GG + GGF_{ind}^{2phon}GG]\tilde{V},$$

где  $\Gamma^i = g\Gamma Dg$  — фонов-обменное взаимодействие, обусловленное обменом фононом в двух  $ph$  и двух ( $pp$  и  $hh$ )-каналах, например, для первого из четырех слагаемых в линии 3 на рис. 2:

$$\begin{aligned} \Gamma_{1234}^i(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) &= \quad (14) \\ &= \sum_{56s} g_{15}g_{63}^*\Gamma_{5264}(\omega)I_{56s}(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) \times \\ &\quad \times \delta(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_4 - \epsilon_3), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{56s}(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) &= \quad (15) \\ &= \int G_5(\epsilon_1 - \omega_1)G_6(\epsilon_3 - \omega_1)D(\omega_1)d\omega_1 = \\ &= -\frac{n_5n_6}{(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} + \omega_s - \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_6} + \omega_s - \nu\gamma)} - \\ &\quad -\frac{(1 - n_5)(1 - n_6)}{(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} - \omega_s + \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_6} - \omega_s + \nu\gamma)} + \\ &\quad +\frac{(1 - n_5)n_6}{(\epsilon_3 - \epsilon_1 + \epsilon_{56} - \nu\gamma)(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} - \omega_s + \nu\gamma)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{n_5(1 - n_6)}{(\epsilon_3 - \epsilon_1 + \epsilon_{56} + \nu\gamma)(\epsilon_1 - \epsilon_{\lambda_5} + \omega_s - \nu\gamma)} + \\ &+ \frac{(1 - n_5)n_6}{(\epsilon_1 - \epsilon_3 + \epsilon_{65} + \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_5} + \omega_s - \nu\gamma)} + \\ &+ \frac{n_5(1 - n_6)}{(\epsilon_1 - \epsilon_3 + \epsilon_{65} - \nu\gamma)(\epsilon_3 - \epsilon_{\lambda_5} - \omega_s + \nu\gamma)}, \end{aligned}$$

где  $\epsilon_{65} = \epsilon_{\lambda_6} - \epsilon_{\lambda_5}$ .

Величина  $\Gamma^{ri}$  по своей структуре совпадает с  $\Gamma^i$  (14), в которой вместо  $\Gamma_{5264}$  стоит взаимодействие  $\Gamma^r$ . Величина  $F_{ind}^{2phon}$  получена и обсуждалась в [1].

Как видно из структуры графиков с  $\Gamma^{ri}$  и  $F_{ind}^{2phon}$  на рис. 3 (см. (14), (13)), эти величины играют роль дополнительного по сравнению с  $F$  взаимодействия, обусловленного обменом фононом в двух  $ph$  и двух ( $pp$  и  $hh$ )-каналах или обменом двумя фононами. Такие силы появляются на следующем этапе взаимодействия частично-дырочной пары с ядром после предыдущего частично-дырочного взаимодействия  $F$  и создают дополнительный механизм, связанный с рождением фононов.

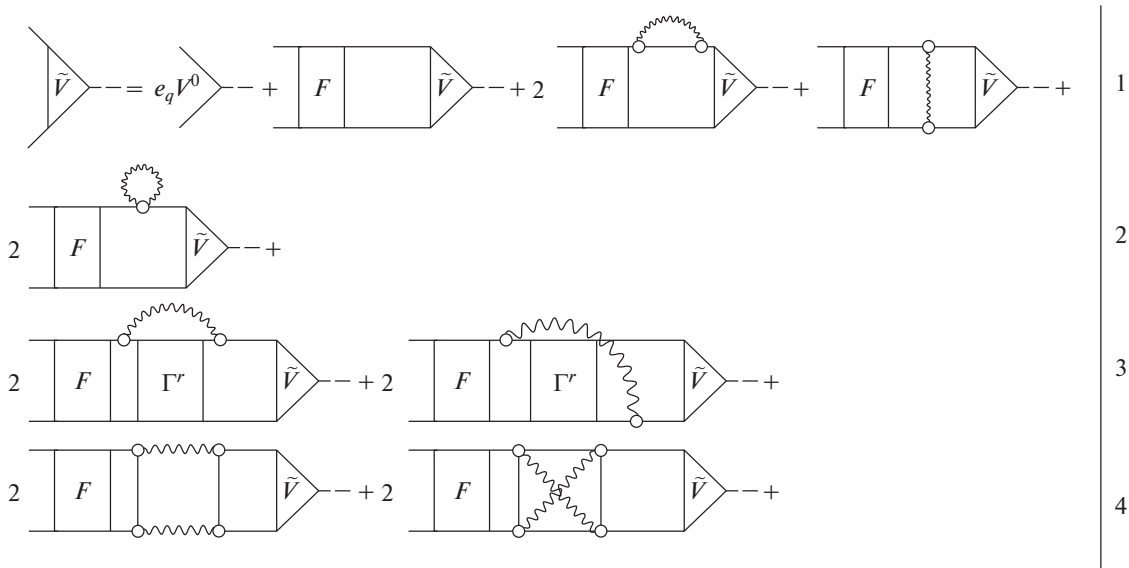


Рис. 3. Уравнение (12) для новой вершины  $\tilde{V}$  в диаграммном виде. См. также подпись к рис. 4.

4. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ОПЕРАТОРА. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПИГМИ- И ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

Используя (13) и, как говорилось, не выписывая слагаемые с  $\delta F$ , уравнение (12) для  $\tilde{V}$  можно кратко записать в виде

$$\tilde{V} = e_q V^0 + F A \tilde{V} + F G G \Gamma^i G G \tilde{V}, \quad (16)$$

или, если ввести обобщенный пропагатор  $\bar{A}$ :

$$\tilde{V} = e_q V^0 + F \bar{A} \tilde{V}, \quad (17)$$

где

$$\bar{A}_{1234} = [A' + A^t + A^i]_{1234}. \quad (18)$$

Здесь  $\bar{A}$  содержит известный пропагатор  $A'$  и три новых пропагатора. Именно,  $A'$  — пропагатор уравнения для  $V'$ , показанного в [1], который состоит из пропагатора  $A$  стандартной ТКФС и двух первых графиков с фононами на рис. 1,  $A^t$  — новый пропагатор в графике с тэдполом, который получен и обсуждался в [28], пропагатор  $A^i = A^{ri} + A^{2\text{phon}}$  имеет вид:

$$A^i_{1234}(\omega) = [A^{ri} + A^{2\text{phon}}]_{1234}(\omega) = \int G_1(\epsilon_1) G_2(\epsilon_1 - \omega) [\Gamma^{ri} + F_{\text{ind}}^{2\text{phon}}]_{1234} \times G_3(\epsilon_3) G_4(\epsilon_3 - \omega) d\epsilon_1 d\epsilon_3. \quad (19)$$

Двухфононное слагаемое  $[F_{\text{ind}}^{2\text{phon}}]_{1234}$  получено и обсуждалось в [1].

Все это позволяет естественно ввести матрицу плотности:

$$\delta\rho_{12} = \bar{A}_{1234} \tilde{V}_{43}. \quad (20)$$

Уравнение для  $\delta\rho_{12}$  можно получить из уравнения (17) для  $\tilde{V}$ :

$$\delta\rho_{12} = \delta\rho_{12}^0 + \bar{A}_{1234} F_{3456} \delta\rho_{56}, \quad (21)$$

где  $\delta\rho_{12}^0 = \bar{A}_{1234} e_q V_{43}^0$ .

Теперь нетрудно получить выражение для поляризационного оператора:

$$\langle V^0 \rangle = \sum V_{21}^0 \delta\rho_{12} = \sum V_{21}^0 \bar{A}_{1234} \tilde{V}_{43} = \sum V_{21}^0 [A' + A^t + A^{ri} + A^{2\text{phon}}]_{1234} \tilde{V}_{43}. \quad (22)$$

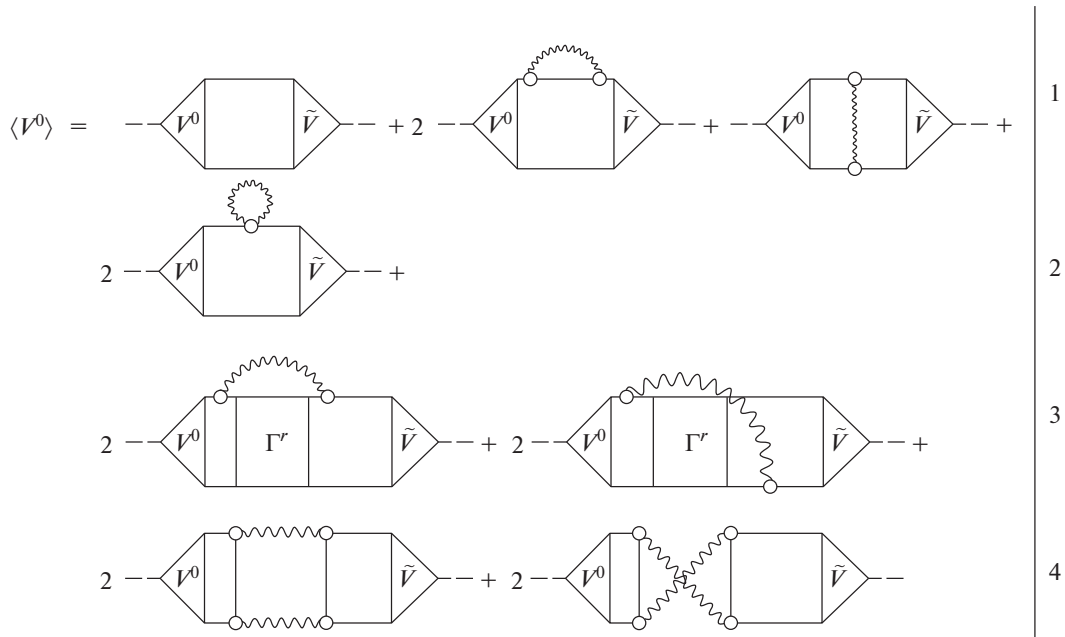
Это выражение показано на рис. 4.

Новая величина  $A^{ri}$  имеет вид, например, для первого из четырех слагаемых с  $\Gamma^{ri}$  на рис. 3:

$$A^{ri}_{1234}(\omega) = \sum_{56s} g_{15}^s g_{63}^{s*} \Gamma_{5264}^{ri} I_{1256s34}(\omega), \quad (23)$$

где

$$I_{1256s34}(\omega) = \int G_1(\epsilon_1) G_2(\epsilon_1 - \omega) \times I_{56s}(\omega, \epsilon_1, \epsilon_3) G_3(\epsilon_3) G_4(\epsilon_3 - \omega) d\epsilon_1 d\epsilon_3. \quad (24)$$



**Рис. 4.** Поляризационный оператор (22). Слагаемые первой строки соответствуют известным случаям с пропагатором  $A$  в ТКФС и первым двум пропагаторам с фононами на рис. 1. Остальные слагаемые — новые и содержат пропагаторы  $A^t$  (тэдпол, вторая строка),  $A^{ri}$  (третья строка) и двухфононный пропагатор  $A^{2\text{phon}}$  (четвертая строка). Слагаемые с  $\delta F$  и  $\delta^2 F$  опущены.

Этот интеграл берется с использованием (15), результат имеет сложный вид (П.1) и приведен в Приложении в первичном и удобном для дальнейшего анализа виде.

Характеристики ПДР и ГМР рассчитываются с помощью силовой функции

$$S(\omega, \Delta) = \frac{dB(EL)}{d\omega} = -\frac{1}{\pi} \text{Im}\langle V^0 \rangle = \quad (25)$$

$$= -\frac{1}{\pi} \text{Im} \sum_{12} e_q V_{12}^0 \rho_{21}(\omega + i\Delta),$$

где матрица плотности  $\rho = \bar{A}\tilde{V}$ ,  $\bar{A}$  — наш обобщенный пропагатор и  $\Delta$  — параметр усреднения, который симулирует экспериментальное разрешение.

Из формулы (25) можно получить вероятности перехода и энергетически взвешенные правила сумм, просуммированные по любому энергетическому интервалу, см. например, [6]. Что касается важной проблемы тонкой структуры, то характеристики тонкой структуры могут быть получены при малых значениях  $\Delta = 10$  или 1 кэВ. В [21] такие расчеты для ПДР в  $^{208}\text{Pb}$  были выполнены в рамках самосогласованного ПВБ с использованием сил Skyrme, и они показали, что невозможно получить разумное согласие с наблюдаемой тонкой структурой ПДР. Можно надеяться, что расчеты в рамках нашего подхода должны улучшить ситуацию.

### 5. ДВУХФОНОННАЯ МОДЕЛЬ В НАШЕМ ПОДХОДЕ. СРАВНЕНИЕ С ДВУХФОНОННЫМ ВАРИАНТОМ [25]

Поскольку в нашей модели появился и реально обозначился двухфононный канал, имеет смысл применить наш подход к изучению двухфононных низколежащих состояний. Например, хорошо известны и наблюдаются  $1^-$ -уровни, образованные из первых  $2^+$ - и  $3^-$ -уровней. Они изучались как в рамках КФМ [12], так и относительно недавно в рамках ПВБ [25], в обоих случаях с использованием КМХФ-фононов. Заметим, что согласно [15], уравнение (11) для  $\Gamma^r$  получено для одного фонона, что и требуется для выделения конкретных двухфононных уровней из нашего уравнения.

В полученных выше результатах сделаем следующие приближения:

1. В (18) опускаем слагаемые с фононными частями от  $A'$  и пропагатор  $A^t$ .
2. Везде опускаем, конечно, новые слагаемые с  $A^{ri}$ .
3. Рассматриваем только слагаемые с пропагаторами  $A$  ТКФС и в (18)  $A^{2\text{phon}}$ , последний содержит необходимые нам два фиксированных фонона  $s_1$  и  $s_2$ .

Тогда наше уравнение (16) для  $\tilde{V}$  преобразуется в новое уравнение для  $\tilde{V}^1$ :

$$\tilde{V}^1 = V^0 + FGG\tilde{V}^1 + 4FGGF^{2\text{phon}}GG\tilde{V}^1. \quad (26)$$

Умножим это уравнение слева на  $(1 + 4F^{2\text{phon}}GG)$  и введем новую вершину  $\bar{V} = \tilde{V}^1 + F^{2\text{phon}}GG\tilde{V}^1$ , уравнение для которой получается из (26):

$$\bar{V} = V^0 + 4F^{2\text{phon}}GGV^0 + \quad (27)$$

$$+ FGG\bar{V} + 4F^{2\text{phon}}GGFGG\bar{V},$$

которое содержит “затравку”  $(V^0 + 4F^{2\text{phon}}GGV^0)$  и двухфононную часть с двумя фононами  $s_1$  и  $s_2$ . Тогда по физическому смыслу это уравнение похоже на основное уравнение (23) двухфононной модели [25] для функции отклика  $R$ . Именно,

– оба уравнения содержат в качестве “затравки” как “нулевую”, так и двухфононную часть. Хотя в случае с [25] “затравка”  $R^e$  более сложная.

– далее физический процесс развивается одинаково, т.е. через рождение частично-дырочной пары за счет эффективного взаимодействия, обозначенного у нас как  $F$ .

Чтобы найти характеристики двухфононного уровня  $[s_1 \otimes s_2]$  для фиксированных фононов  $s_1$  и  $s_2$ , необходимо решать уравнение для соответствующего вычета и находить вероятность перехода в это конкретное двухфононное состояние. Эта процедура в нашем случае остается весьма сложной при реализации.

При этом следует иметь в виду, что двухфононная часть в [25] была получена с использованием формализма функции отклика из (на нашем языке) слагаемого с  $A'$ , т.е. без  $A^t$ , путем использования процедуры факторизации, которая состояла в замене  $1p1h$ -пары на фонон. В результате этой процедуры в задачу [25] входят только двухфононные конфигурации со знаменателями  $[\omega \pm (\omega_s + \omega_{s'})]^{-1}$ . Аналогичная процедура в нашем подхо-

де не используется. Можно думать, что конфигурации  $1p1h \otimes \text{phонон}$  количественно существенны для больших энергий, чем энергии двухфононных конфигураций.

Как видим, чтобы получить физически похожую на двухфононную модель [25] ситуацию, в нашем случае пришлось сделать много приближений. Необходим, конечно, дальнейший анализ полученных результатов.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены формулы для описания характеристик ПДР и ГМР в рамках микроскопической модели учета сложных конфигураций [1]. Найдены уравнение для матрицы плотности и выражение для поляризационного оператора. Это позволяет, используя известное понятие силовой функции [6], рассчитать энергии и вероятности возбуждений в области ПДР и ГМР с любой величиной параметра усреднения, включая значения  $\Delta = 10$  или 1 кэВ, что необходимо для описания уже наблюдаемой тонкой структуры в этой области.

Как указывалось в тексте и в [1], расчеты являются весьма сложными, если не использовать дополнительных приближений типа процедуры факторизации в [25]. Здесь мы надеемся, в частности, на развитие новых математических методов анализа и расчетов функций комплексного переменного и диаграмм, а также на последовательное решение уравнений, таких как уравнения для регулярной части  $\Gamma^r$  и для амплитуды рождения двух фононов. Хотя двухфононный вариант нашей модели выглядит значительным упрощением, ее реализация требует еще больших усилий.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### ИНТЕГРАЛ — ФОРМУЛА (24)

$$I_{1256s34}(\omega) = 1/(\varepsilon_{34} - \omega) \times \quad (П.1)$$

$$\times \left( \frac{n_1(1-n_2)(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} - \omega_s)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})} + \frac{n_1(1-n_2)(1-n_3)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{63} - \omega_s)} + \right.$$

$$+ \frac{n_1(1-n_2)n_3(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} - \omega_s)(\varepsilon_{63} + \omega_s)} + \frac{(1-n_1)n_2n_3n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} + \omega_s)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})} -$$

$$- \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{13} - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{63} + \omega_s)} + \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)n_5n_6}{(\varepsilon_{12} - \omega)(\varepsilon_{15} + \omega_s)(\varepsilon_{63} - \omega_s)} +$$

$$+ \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21} + \omega)(\varepsilon_{23} + \omega - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{25} + \omega - \omega_s)} + \left. \frac{(1-n_1)n_2(1-n_3)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21} + \omega)(\varepsilon_{23} + \omega - \varepsilon_{56})(\varepsilon_{63} - \omega_s)} + \right)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1-n_1)n_2n_3(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{63}+\omega_s)} + \frac{n_1(1-n_2)n_3n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} + \\
& + \frac{n_1(1-n_2)n_3(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{63}+\omega_s)} + \frac{n_1(1-n_2)(1-n_3)n_5n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{63}-\omega_s)} + \\
& + \frac{n_1n_2n_3(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{63}+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)} + \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_3)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{63}-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)(1-n_2)n_3n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{13}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{63}+\omega_s)} - \frac{n_1n_2(1-n_3)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{13}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{23}+\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{63}-\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_3)n_5n_6}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{63}-\omega_s)} - \frac{n_1n_2n_3(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{63}+\omega_s)} - \\
& - \frac{n_1(1-n_2)(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})} - \frac{n_1(1-n_2)(1-n_4)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} - \\
& - \frac{n_1(1-n_2)n_4(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{(1-n_1)n_2n_4n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})} + \\
& + \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)n_5n_6}{(\varepsilon_{12}-\omega)(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)} - \frac{(1-n_1)n_2(1-n_4)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} - \\
& - \frac{(1-n_1)n_2n_4(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{n_1(1-n_2)n_4n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} - \\
& - \frac{n_1n_2n_4(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} - \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_4)n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{21}+\omega)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} + \\
& - \frac{(1-n_1)(1-n_2)n_4n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)} - \frac{n_1n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)} + \\
& + \frac{(1-n_1)(1-n_2)n_4n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} + \frac{n_1n_2(1-n_4)(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_{14}-\omega-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{24}-\varepsilon_{56})(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} + \\
& + \frac{(1-n_1)(1-n_2)(1-n_4)n_5n_6}{(\varepsilon_{15}+\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega+\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega-\omega_s)} + \frac{n_1n_2n_4(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_{15}-\omega_s)(\varepsilon_{25}+\omega-\omega_s)(\varepsilon_{64}-\omega+\omega_s)} \Big)
\end{aligned}$$

Работа поддержана внутренним грантом Национального исследовательского центра “Курчатовский институт” (приказ № 2767 от 28.10.21).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С. П. Камерджиев, М. И. Шитов, ЯФ **84**, 410 (2021) [S. P. Kamerdzhiiev and M. I. Shitov, Phys. At. Nucl. **84**, 649 (2021)].
2. D. Savran, T. Aumann, and A. Zilges, Prog. Part. Nucl. Phys. **70**, 210 (2013).
3. N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colo, Rep. Prog. Phys. **70**, 691 (2007).
4. A. Bracco, E. G. Lanza, and A. Tamii, Prog. Part. Nucl. Phys. **106**, 360 (2019).
5. С. П. Камерджиев, О. И. Ачаковский, С. В. Толконников, М. И. Шитов, ЯФ **82**, 320 (2019) [S. P. Kamerdzhiiev, O. I. Achakovskiy, S. V. Tolokonnikov, and M. I. Shitov, Phys. At. Nucl. **82**, 366 (2019)].
6. S. Kamerdzhiiev, J. Speth, and G. Tertychny, Phys. Rep. **393**, 1 (2004).
7. *Giant-, pygmy-pairing resonances and related topics*, Eds. N. Alamanos, R. A. Broglia, and E. Vigezzi, Eur. Phys. J. A **55** (2019).
8. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).
9. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasi-Particles and Phonons* (Institute of Physics, Bristol and Philadelphia, USA, 1992).
10. E. Litvinova and P. Schuck, Phys. Rev. C **100**, 064320 (2019).
11. N. Ryezayeva, T. Hartmann, Y. Kalmykov, H. Lenske, P. von Neumann-Cosel, V. Yu. Ponomarev, A. Richter, A. Shevchenko, S. Volz, and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. **89**, 272502 (2002).
12. J. Bryssinck, L. Govor, D. Belic, F. Bauwens, O. Beck, P. von Brentano, D. De Frenne, T. Eckert, C. Fransen, K. Govaert, R.-D. Herzberg, E. Jacobs,

- U. Kneissl, H. Maser, A. Nord, N. Pietralla, *et al.*, Phys. Rev. C **59**, 1930 (1999).
13. N. N. Arsenyev, A. P. Severyukhin, V. V. Voronov, and N. Van Giai, Phys. Rev. C **95**, 054312 (2017).
  14. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. C **78**, 014312 (2008).
  15. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1965; Intersci., New York, 1967).
  16. С. П. Камерджиев, ЯФ **38**, 316 (1983) [S. P. Kamerdzhiev, Sov. J. Nucl. Phys. **38**, 188 (1983)].
  17. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Z. Phys. A **334**, 19 (1989).
  18. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Phys. Lett. B **142**, 225 (1984).
  19. В. И. Целяев, ЯФ **50**, 1252 (1989) [V. I. Tselyaev, Sov. J. Nucl. Phys. **50**, 780 (1989)].
  20. S. P. Kamerdzhiev, G. Y. Tertychny, and V. I. Tselyaev, Phys. Part. Nucl. **28**, 134 (1997).
  21. Н. А. Люторович, В. И. Целяев, О. И. Ачаковский, С. П. Камерджиев, Письма в ЖЭТФ **107**, 699 (2018) [N. A. Lyutorovich, V. I. Tselyaev, O. I. Achakovskiy, and S. P. Kamerdzhiev, JETP Lett. **107**, 659 (2018)].
  22. V. Tselyaev, N. Lyutorovich, J. Speth, and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C **102**, 064319 (2020).
  23. V. Tselyaev, Phys. Rev. C **75**, 024306 (2007).
  24. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. Lett. **105**, 022502 (2010).
  25. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. C **88**, 044320 (2013).
  26. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [V. A. Khodel, Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
  27. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [E. E. Saperstein and S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
  28. S. P. Kamerdzhiev and M. I. Shitov, Eur. Phys. J. A **56**, 265 (2020).

## CHARACTERISTICS OF PYGMY AND GIANT RESONANCES IN A MICROSCOPIC MODEL OF ACCOUNTING FOR COMPLEX CONFIGURATIONS: FORMALISM

S. Kamerdzhiev<sup>1)</sup>, M. Shitov<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup>*National Research Center “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia*

Formulas for describing the characteristics of pygmy and giant multipole resonances (GDR and GMR) are obtained within the framework of the developed microscopic model for taking into account complex configurations [1]. An equation for the density matrix is formulated and an expression for the polarization operator is obtained. The results obtained make it possible to calculate the energies and probabilities of excitations of the PDR and GMR levels, including their fine structure. A comparison of our approach with the well-known two-phonon model based on the replacement of a particle–hole pair by a phonon showed a noticeable difference between these two approaches.



## ПОИСК ПРОЦЕССОВ ПЕРЕЗАРЯДКИ НУКЛОНОВ В ФРАГМЕНТАЦИИ ИОНОВ УГЛЕРОДА ПРИ ЭНЕРГИИ 300 МэВ/НУКЛОН

© 2022 г. А. А. Куликовская<sup>1)\*</sup>, Б. М. Абрамов<sup>1)</sup>, Ю. А. Бородин<sup>1)</sup>,  
С. А. Булычѳв<sup>1)</sup>, И. А. Духовской<sup>1)</sup>, А. П. Крутенкова<sup>1)</sup>, В. В. Куликов<sup>1)</sup>,  
М. А. Мартемьянов<sup>1)</sup>, М. А. Мацюк<sup>1)</sup>, Е. Н. Турдакина<sup>1)</sup>

Поступила в редакцию 23.04.2022 г.; после доработки 26.05.2022 г.; принята к публикации 28.05.2022 г.

В статье представлены результаты поиска процессов перезарядки нуклонов при фрагментации ионов углерода. Экспериментальные данные были получены на установке ФРАГМ и многоцелевом ускорительном комплексе ИТЭФ-ТВН при энергии пучка 300 МэВ/нуклон на тонкой бериллиевой мишени. Экспериментальная установка, расположенная под углом  $3.5^\circ$  по отношению к пучку ионов, обладала годоскопической системой, что позволило обеспечить точность измерения импульса в 0.4%. Были измерены дифференциальные сечения выхода изотопов  $^{11}\text{Be}$  и  $^{12}\text{B}$ , образующихся в результате однократной перезарядки нуклонов, в зависимости от их импульса. Экспериментальные данные были сопоставлены с теоретическими предсказаниями двух моделей ион-ионного взаимодействия: бинарного (BC) и внутриядерного (INCL) каскадов. Измерение процессов перезарядки нуклонов в данной области энергий выполнено впервые.

DOI: 10.31857/S0044002722050075

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных направлений в современной ядерной физике является изучение фундаментальных основ механизмов ядро-ядерных взаимодействий, причем существенное внимание уделяется вопросам феноменологически точного описания этих процессов, необходимого в прикладных областях, таких как тяжелоионная терапия, расчеты радиационной защиты и формирования пучков радиоактивных ионов [1]. Одним из слабоизученных явлений на этом направлении предстает процесс фрагментации ядер, идущий с перезарядкой нуклонов, который приводит к увеличению числа протонов либо нейтронов, в фрагменте по сравнению с налетающим ядром. Процессы перезарядки нуклонов несут информацию о роли мезонных степеней свободы в ядерных силах, модификации барионных резонансов в ядерной материи, нейтронном радиусе ядер, механизмах термализации в ядро-ядерных столкновениях. С экспериментальной точки зрения, регистрация перезарядки нуклонов возможна только в обратной кинематике, где такие фрагменты вылетают почти под нулевым углом и имеют импульс на нуклон, близкий к импульсу на нуклон налетающего ядра. При этом для выделения таких

фрагментов на фоне других, образующихся без перезарядки нуклонов с большим сечением, требуется высокое импульсное разрешение, что было возможно осуществить в рамках эксперимента ФРАГМ. При фрагментации ионов углерода  $^{12}\text{C}$ , в результате однократной перезарядки нуклонов, могут образовываться три долгоживущих изотопа:  $^{11}\text{Be}$  (7 нейтронов),  $^{12}\text{B}$  (7 нейтронов) и  $^{12}\text{N}$  (7 протонов). Имеется всего несколько экспериментов, выполненных в диапазоне энергий 1–2 ГэВ/нуклон и только для изобарических переходов. Подобные измерения в области энергий в несколько сот МэВ/нуклон были выполнены впервые. Особенностью нашего эксперимента является то, что измеряются импульсные спектры всех долгоживущих фрагментов, как образующихся с перезарядкой нуклонов, так и без. Сравнение этих спектров позволяет выявить особенности термализации нуклонов в процессах фрагментации с перезарядкой нуклонов. Это особенно важно для образования  $^{11}\text{Be}$ , которое происходит при неизобарической перезарядке нуклонов, которая чувствительна к модификации мезонных взаимодействий в ядерной материи. Также представляет интерес сравнение выходов при фрагментации ионов углерода в изотопы  $^{12}\text{B}$  и  $^{12}\text{N}$ , являющихся зеркальными относительно замены протона на нейтрон в ядре углерода. Выходы этих фрагментов близки, что справедливо

<sup>1)</sup>НИЦ “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

\*E-mail: annku11316@mail.ru

при углах рождения фрагментов, близких к нулевому. Установка ФРАГМ регистрирует ионы под углом, отличным от нулевого, при этом вклад в выходы фрагментов могут давать также возбужденные состояния, распады которых сильно различаются в ядрах  $^{12}\text{B}$  и  $^{12}\text{N}$ . Это может привести к сильному подавлению выхода  $^{12}\text{N}$ . Все вышеупомянутые эффекты будут являться критическими тестами теоретических моделей, что позволит выявить достоинства и недостатки этих моделей и указать пути их совершенствования [2, 3].

Несмотря на то что первые работы по процессам фрагментации, идущие с перезарядкой нуклонов, появились в 80-е годы прошлого века [4], экспериментальных данных к настоящему моменту крайне мало. Это связано с трудностями идентификации этих процессов в области тяжелых ядер и малостью сечения в области легких ядер. Тем не менее экспериментальные данные по ним важны для оценки роли мезонных обменов, нуклон-нуклонных корреляций и модификации барионных резонансов в ядерной среде, изучению спин-изоспиновых ядерных возбуждений, в том числе Гамов-Теллеровских. Кроме того, механизм зарядового обмена между нуклонами является перспективным методом для синтеза ядер, далеких от стабильности, и гиперядер [5]. Создание крупных тяжелоионных научных центров, как GSI в Германии и Riken в Японии, позволило несколько расширить базу данных по зарядообменным процессам. Однако это коснулось только области средних и тяжелых ядер при энергиях около 1 ГэВ/нуклон [6]. В работах GSI на установке FRS было показано, что при фрагментации  $^{112}\text{Sn}$  и  $^{208}\text{Pb}$  под нулевым углом в результате изобарического зарядового обмена наблюдается образование изотопов  $^{112}\text{I}$  и  $^{208}\text{Bi}$  соответственно. Сечение выхода этих изотопов оказалось довольно большим и сравнимым с сечениями реакций фрагментации, идущими без зарядового обмена. В отличие от эксперимента, имеется большое число работ по теоретическим аспектам как однократной, так и двойной перезарядки нуклонов в процессах фрагментации ядер [7].

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ФРАГМ

Эксперимент ФРАГМ, проведенный на базе многоцелевого ускорительного комплекса ИТЭФ-ТВН (Тера-Ваттный Накопитель) в Институте теоретической и экспериментальной физики (НИЦ "Курчатовский институт"), был направлен на исследование механизмов ядро-ядерных взаимодействий [8, 9]. Экспериментальная установка показана на рис. 1 и представляет собой двухступенчатый магнито-оптический канал длиной 42 м,

ориентированный под углом в  $3.5^\circ$  по отношению к пучку ускорителя [10]. Первая ступень установки состояла из дублета квадрупольных линз Q1 и Q2, отклоняющего магнита ВМ1, системы коллиматоров и полевой ахроматизирующей квадрупольной линзы Q3, расположенной в первом фокусе канала на расстоянии 26 м от внутренней мишени ускорителя. Вторая ступень предназначалась для фокусировки пучка в область расположения сцинтилляционных счетчиков (С2 и С3) и включала в себя дублет квадрупольных линз (Q4 и Q5) и поворотный магнит ВМ2. В первом фокусе был установлен годоскоп Н1 и два сцинтилляционных счетчика CF1 и CF2. Годоскоп состоял из двадцати вертикальных и восьми горизонтальных элементов размером  $20 \times 1 \times 1$  см и предназначался как для измерения профиля пучка, так и для уточнения импульса фрагмента с учетом фокусирующих свойств магнито-оптического канала. Сцинтилляционные счетчики в каждом фокусе использовались для амплитудных и времяпролетных измерений. Каждый счетчик просматривался двумя ФЭУ с противоположных сторон для компенсации их геометрических размеров при времяпролетных измерениях. Внутренняя мишень ускорителя была изготовлена из 50-мкм бериллиевой фольги, что позволяло одновременно иметь как высокую светимость за счет многократного прохождения ионов через мишень, так и малые размеры источника для полного использования высокого импульсного разрешения канала. В качестве монитора использовался телескоп из трех сцинтилляционных счетчиков, направленный на мишень, под углом в  $2^\circ$  по отношению к пучку ускорителя. Триггером служило совпадение сигналов со счетчиков первого и второго фокуса. По сигналу триггера необходимая информация считывалась с помощью системы САМАС. Измерение импульсных спектров фрагментов проводилось путем сканирования по жесткости магнито-оптического канала с шагом в 50 МэВ/с.

## 3. ЗАРЯДОВО-ОБМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ В МОДЕЛЯХ ЯДРО-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Одной из целей эксперимента ФРАГМ является тестирование различных моделей ион-ионных взаимодействий, в том числе с точки зрения описания зарядово-обменных реакций. Были исследованы следующие модели: бинарного каскада (BC) [11], внутриядерного каскада (INCL) [12], квантовая молекулярно-динамическая (QMD) [13] и кварк-глюонная струнная (LAQGS M03.03) [14]. Последняя модель является основной частью транспортного кода MCNP6, поддерживаемого и обновляемого LANL, США. В настоящей работе были

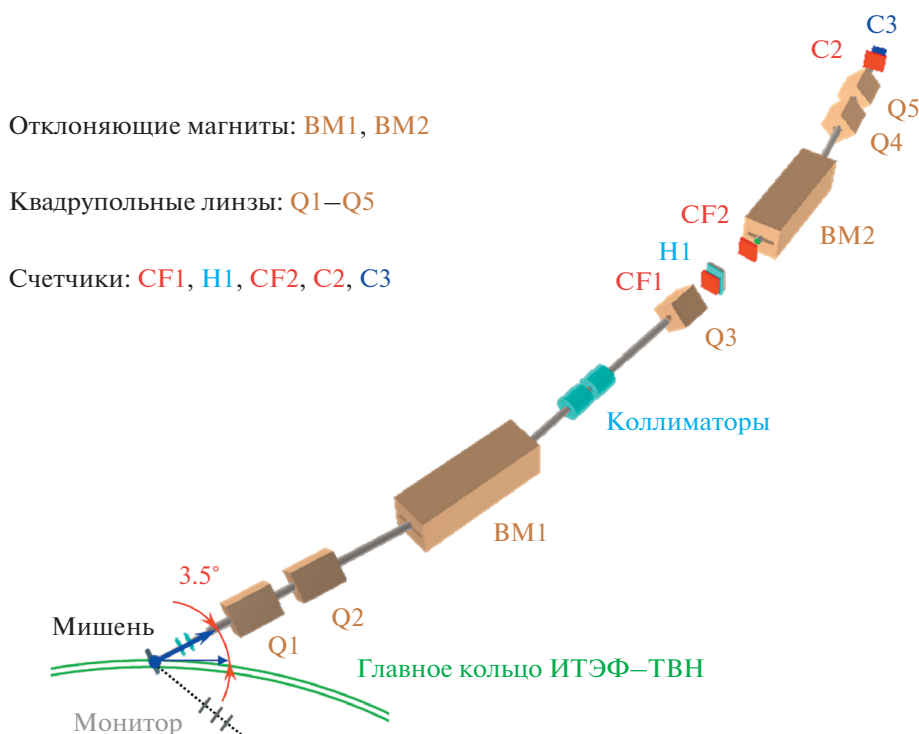


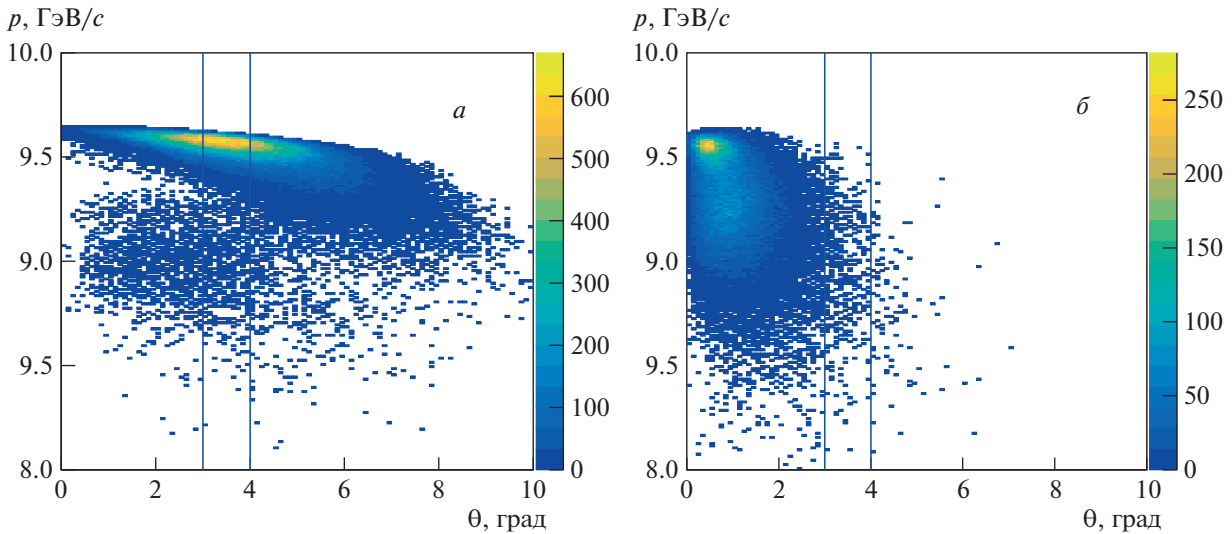
Рис. 1. Схема экспериментальной установки ФРАГМ.

проанализированы импульсные спектры долгоживущих изотопов бериллия ( $^7\text{Be}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{10}\text{Be}$ ), бора ( $^8\text{B}$ ,  $^{10}\text{B}$ ,  $^{11}\text{B}$ ), в том числе фрагменты, возникшие в процессе перезарядки нуклонов ( $^{11}\text{Be}$ ,  $^{12}\text{B}$ ,  $^{12}\text{N}$ ). Все модели дают сопоставимые выходы вышеупомянутых долгоживущих изотопов, однако только две (BC и INCL) претендуют на описание выхода ионов, образовавшихся в зарядово-обменных реакциях. На рис. 2 приведена зависимость импульса ( $p$ ) от угла вылета фрагмента ( $\theta$ ) для  $^{12}\text{B}$ . Видно, что данные корреляционные распределения существенным образом отличаются друг от друга. Модель BC предсказывает наибольший выход  $^{12}\text{B}$  при углах в области углового захвата установки ФРАГМ, в то время как выход для INCL в данной области существенным образом подавлен. Кроме того, формы спектров в рамках модели BC для  $^{12}\text{B}$  и  $^{12}\text{N}$  близки.

#### 4. МЕТОДИКА ОТБОРА ЗАРЯДОВО-ОБМЕННЫХ РЕАКЦИЙ

В данной главе дается описание методики идентификации изотопов бериллия и бора. Измерения были проведены при сканировании по жесткости магнито-оптического канала от 0.9 до 2.8 ГэВ/с с шагом в 50 МэВ/с. Отбор фрагментов производится по корреляционным распределениям времени пролета (TDC) и амплитуды сигнала с зарядово-цифрового преобразователя (QDC) при различных

настройках магнито-оптического канала по жесткости. Временные измерения определены таким образом, что ионы с большей массой имеют меньшую величину в каналах TDC. Представленная методика позволяет хорошо выделять фрагменты, импульсные распределения которых имеют значительные ширины, превышающие шаг измерения в несколько раз. На первом этапе ионы выделяются по амплитуде сигнала с QDC (функция заряда фрагмента). Проекция отобранных данных на ось времени пролета позволяет выделить искомый фрагмент, а число зарегистрированных событий определяется суммой событий в распределении. Относительные выходы фрагментов вычислялись нормировкой числа отобранных ионов на показания монитора с учетом эффективности их регистрации. Для определения эффективности регистрации ионов была использована программа моделирования магнито-оптического канала установки ФРАГМ на базе программного пакета Geant4 (версия 4.10.07) [15]. Код программы включал точное описание геометрических параметров элементов магнито-оптического канала и сцинтилляционных счетчиков, измеренные карты магнитных полей отклоняющих магнитов и квадрупольных линз. Для учета взаимодействия ионов с веществом был использован набор физических процессов QGS\_BIC, где в качестве описания процессов неупругого взаимодействия используется модель бинарного каскада (BC). Магнитные



**Рис. 2.** Зависимость импульса  $^{12}\text{B}$  ( $p$ ) от угла вылета фрагмента ( $\theta$ ) для двух моделей ион-ионного взаимодействия: BC ( $a$ ) и INCL ( $b$ ). Вертикальные линии показывают угловой захват установки ФРАГМ.

поля и градиенты квадрупольных линз задавались в соответствии с настройкой канала на определенную жесткость.

Для получения абсолютных величин дифференциальных сечений  $d^2\sigma/dpd\Omega$  в моделях была проведена нормировка на полное сечение взаимодействия ионов углерода с берилиевой мишенью. Величина сечения была вычислена в модели LAQGSM,  $\sigma_{\text{tot}} = 772.8$  мбн при кинетической энергии 300 МэВ/нуклон, что также хорошо согласуется с энергонезависимым приближением полного сечения в пределах 0.5% [16]. Для получения абсолютных дифференциальных сечений относительные данные наших измерений нормировались на предсказания модели BC в максимуме фрагментационного пика выхода изотопа  $^4\text{He}$ , которые с точностью 20% совпадают с предсказаниями и других вышеупомянутых моделей. Дифференциальные сечения выхода для шести изотопов бора и бериллия приведены на рис. 3, данные приводятся в сравнении с аналогичными спектрами, полученными в рамках моделей BC и INCL. Измеренные сечения перекрывают до пяти порядков величины, причем импульсное распределение каждого фрагмента имеет форму, близкую к гауссовой, где максимум в импульсе на нуклон близок к величине импульса на нуклон налетающего ядра углерода. Данные, полученные в рамках модели BC, хорошо согласуются с экспериментом по среднему значению и ширине распределения. Различие по величине сечения ожидаемо, поскольку предсказания моделей ион-ионных взаимодействий сильно различаются, причем разница возрастает с увеличением массы фрагмента, что также связано с различиями в угловых зависимостях выхода фрагментов в моделях.

В случае зарядово-обменных реакций, идущих с существенно меньшими сечениями, необходимо анализировать профиль пучка фрагментов в фокальной плоскости первого фокуса для каждой настройки магнито-оптического канала. Для поиска  $^{11}\text{Be}$  сканировалась область по жесткости от 2.0 до 2.25 ГэВ/с, в случае  $^{12}\text{B}$  — от 1.75 до 1.95 ГэВ/с. Алгоритм выделения  $^{12}\text{B}$  представлен на рис. 4: показано корреляционное распределение времени пролета от амплитуды сигнала при жесткости в 1.85 ГэВ/с ( $a$ ), распределение по номеру сработавшей ячейки годоскопического счетчика ( $b$ ) и проекция на ось времени ( $v$ ) после выделения сигнала по корреляционной зависимости. Распределение ( $b$ ) получено при отборе по каналам TDC от 425 до 445. Сигнал от  $^{12}\text{B}$  четко прослеживается на распределении по номеру ячейки годоскопа; фоновые события дает  $^{11}\text{B}$ . Видно, что каждая настройка по жесткости дает примерно десять добавочных точек, каждая из которых уточняет импульс фрагмента до 0.4%. В дальнейшем для получения дифференциального сечения как функции импульса фрагмента, ближайшие по импульсу точки из разных настроек канала суммируются. Для суммирования точек  $^{11}\text{Be}$  был выбран шаг по жесткости равный 20 МэВ, для  $^{12}\text{B}$  — 10 МэВ.

## 5. СРАВНЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ И МОДЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

На рис. 5 приведены дифференциальные сечения выходов  $^{11}\text{Be}$  и  $^{12}\text{B}$  в зависимости от импульса фрагмента, экспериментальные результаты

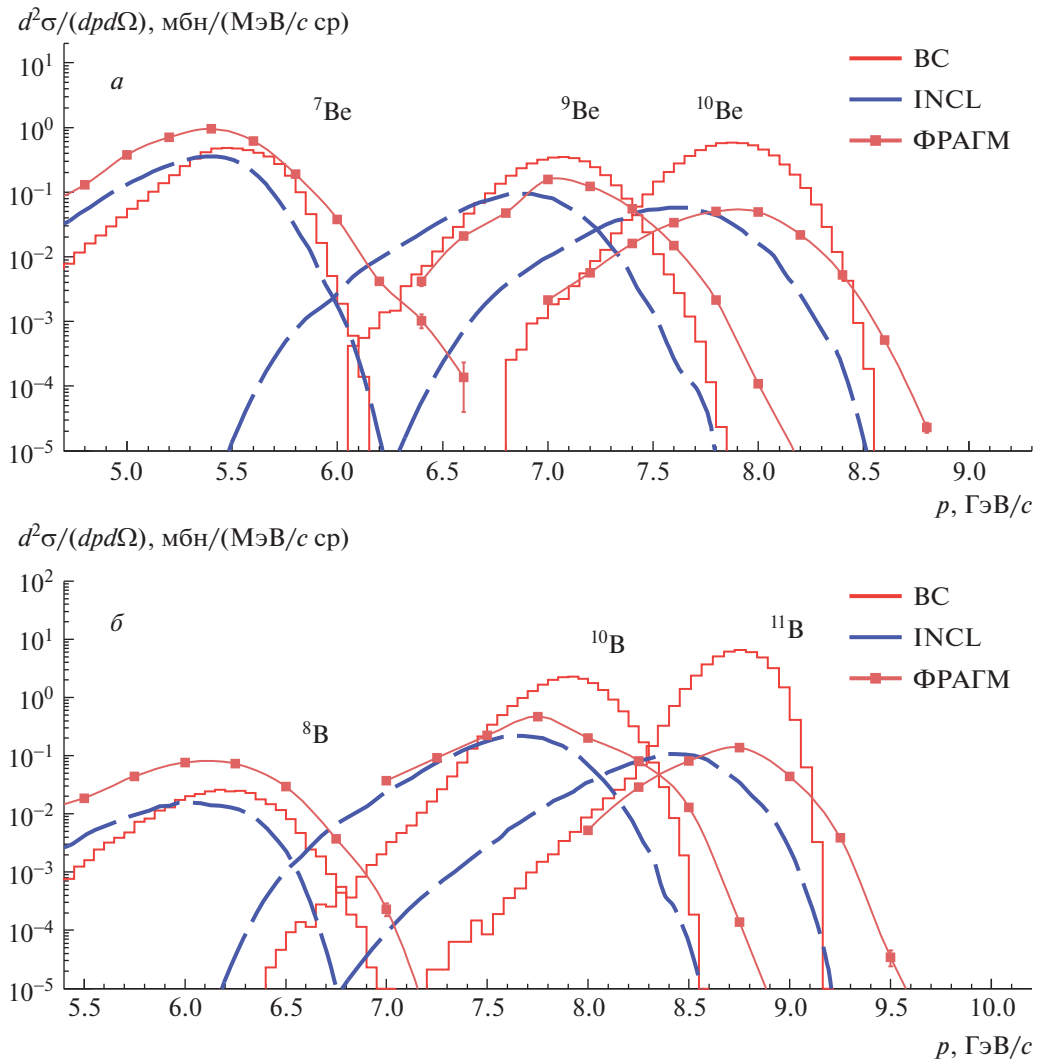


Рис. 3. Дифференциальные сечения выходов ионов бериллия и бора в зависимости от импульса фрагмента.

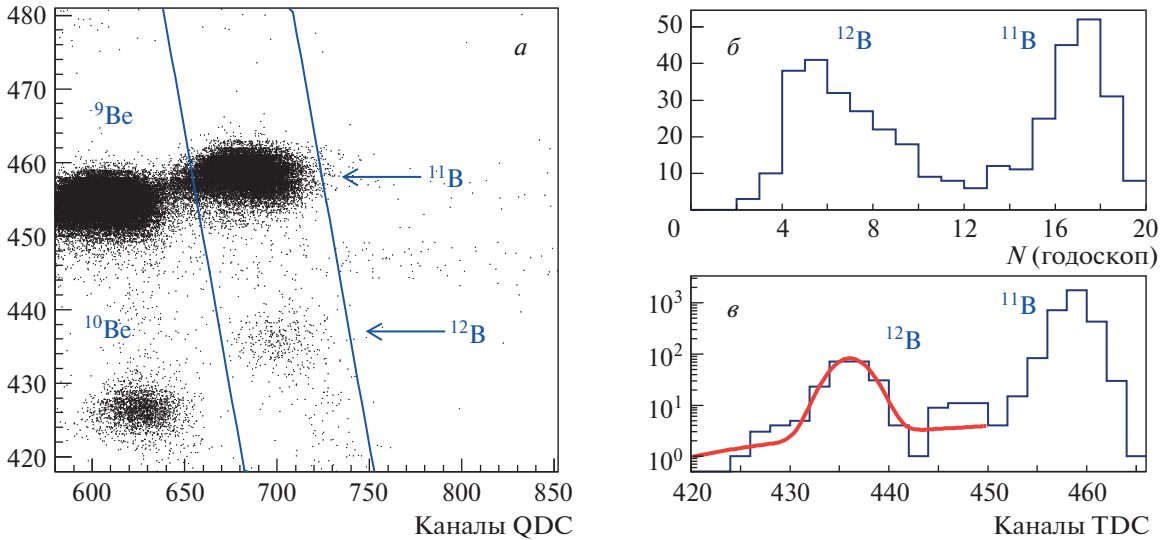
приведены в сравнении с данными, полученными в рамках моделей BC и INCL. Экспериментальная форма спектра близка к модели BC, однако, как уже было отмечено, модельные и экспериментальные существенно расходятся по величине сечения в максимуме. Поиск сигнала от фрагмента  $^{12}\text{N}$  был проведен при настройке канала от 1.25 до 1.45 ГэВ/с. Распределение отобранного сигнала по годоскопическому счетчику не дало четко выраженного пика. В рамках модели BC выходы  $^{12}\text{B}$  и  $^{12}\text{N}$  идентичны. Однако установка ФРАГМ имеет угол регистрации, отличный от нулевого, при этом основной вклад в рождение  $^{12}\text{N}$  будут давать возбужденные состояния, которые все без исключения имеют ширину порядка 100 кэВ и распадаются в мишени ускорителя в основном по каналу  $^{11}\text{C} + p$ , что приводит к существенному подавлению регистрации изотопа  $^{12}\text{N}$ . Для оценки формы им-

пульсных распределений фрагментов бора и бериллия может быть использована статистическая модель, предложенная А. Гольдхабером [17, 18]. Статистическая модель широко используется при описании ядро-ядерных взаимодействий и связывает фрагментацию налетающего иона с внутриядерным движением нуклонов, точнее, с импульсом Ферми. Модель базируется на двух основных предположениях: импульсные распределения в системе покоя налетающего ядра имеют гауссову форму; дисперсии этих распределений определяются так называемым параболическим законом

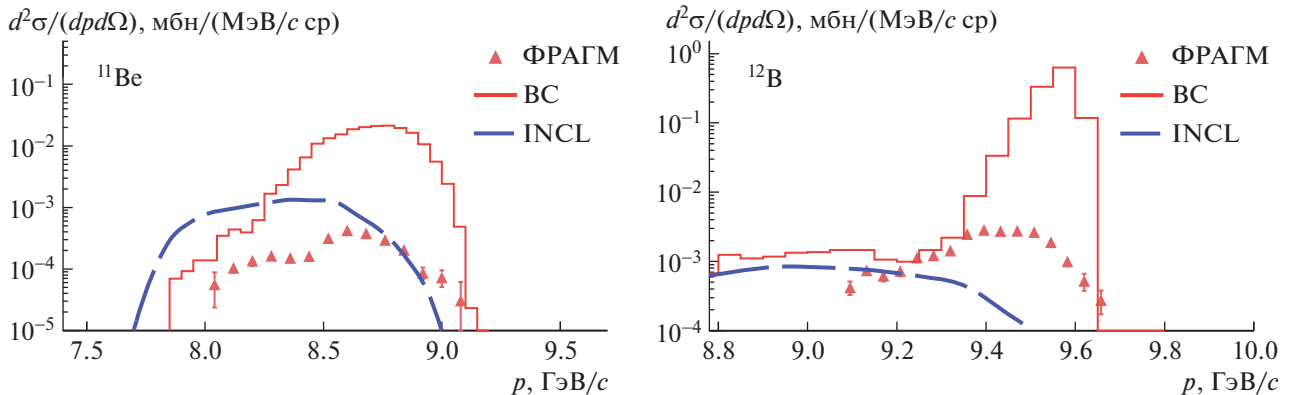
$$\sigma_{||}^2 = \sigma_0 \frac{A_F(A_P - A_F)}{(A_P - 1)}, \quad (1)$$

где  $A_P$  и  $A_F$  — массовые числа налетающего ядра и фрагмента,  $\sigma_0 = P_F^2/5$ ,  $P_F$  — импульс Ферми [19]. В случае ядра углерода  $\sigma_0 = 103$  МэВ [20]. Следует отметить, что для сравнения эксперимен-

Каналы TDC



**Рис. 4.** Алгоритм выделения  ${}^{12}\text{B}$  при жесткости канала в 1.8 ГэВ/с: корреляционное распределение времени пролета (TDC) и амплитуды сигнала (QDC) (*а*); распределения по номеру ячейки годоскопического счетчика (*б*) и по каналам TDC (*в*), полученные по отобраным событиям из выделенной области корреляционного распределения. Наклонные линии на (*а*) соответствуют границам отбора изотопа  ${}^{12}\text{B}$ ; на распределении по каналам TDC сигнал от  ${}^{12}\text{B}$  задан фитирующей функцией, обозначенной красным цветом.



**Рис. 5.** Дважды дифференциальные сечения выходов изотопов  ${}^{11}\text{Be}$  и  ${}^{12}\text{B}$  в зависимости от их импульса.

тальных данных с предсказаниями моделей необходимо ввести две поправки на ширину распределений, вычисленных в системе покоя налетающего ядра. Первая поправка связана с импульсным разрешением установки, которая составляет 1.5% по импульсу в случае измерений без использования годоскопа, и 0.5% для зарядово-обменных реакций, полученных с использованием годоскопа. Следующая поправка связана с приведением экспериментальной ширины к нулевому углу. Данный пересчет проведен в рамках модели WS, поправочный коэффициент различен для разных фрагментов. В табл. 1 для каждого изотопа приведено

измеренное значение ширины  $\sigma$  в системе покоя налетающего ядра углерода, оно же приведенное к нулевому углу  $\sigma_{||}$ , данные эксперимента при 2.1 ГэВ/нуклон  $\sigma_{||}^{\text{эксп.}}$  [20] и теоретическое значение, вычисленное в приближении статистической модели  $\sigma_{||}^{\text{теор.}}$ . Значения  $\sigma_{||}$  находятся в хорошем согласии с ширинами, полученными в рамках статистической модели. Теоретическая ширина для  ${}^{12}\text{B}$  равна нулю, но как наш, так и эксперимент [20] дают, хотя и малые, но согласующиеся конечные величины.

**Таблица 1.** Параметры гауссовской аппроксимации импульсных распределений изотопов бериллия и бора:  $\sigma$  — измеренные в эксперименте ФРАГМ,  $\sigma_{||}$  — приведенные к нулевому углу,  $\sigma_{||}^{\text{эксп}}$  — данные [20],  $\sigma_{||}^{\text{теор}}$  — вычисленные в соответствии с параболическим законом Гольдхабера

Изотоп	$\sigma$ , МэВ/с	$\sigma_{  }$ , МэВ/с	$\sigma_{  }^{\text{эксп}}$ , МэВ/с	$\sigma_{  }^{\text{теор}}$ , МэВ/с
$^7\text{Be}$	$202.7 \pm 1.8$	$167.9 \pm 5.6$	$145 \pm 2$	183.7
$^9\text{Be}$	$178.5 \pm 1.6$	$136.6 \pm 6.6$	$133 \pm 3$	161.4
$^{10}\text{Be}$	$207.5 \pm 0.6$	$131.3 \pm 5.5$	$129 \pm 4$	138.9
$^{11}\text{Be}$	$148.0 \pm 7.9$	$111.4 \pm 13.1$	$155 \pm 40$	103.0
$^8\text{B}$	$213.4 \pm 3.3$	$180.2 \pm 5.8$	$151 \pm 16$	175.7
$^{10}\text{B}$	$206.4 \pm 3.6$	$132.9 \pm 6.1$	$134 \pm 3$	138.9
$^{11}\text{B}$	$162.0 \pm 2.0$	$100.1 \pm 7.4$	$106 \pm 4$	103.0
$^{12}\text{B}$	$91.4 \pm 3.0$	$54.8 \pm 4.4$	$63 \pm 9$	0.0

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках эксперимента ФРАГМ на тяжелоионном ускорительном комплексе ИТЭФ был проведен целенаправленный высоко статистически обеспеченный поиск зарядово-обменных процессов во фрагментации ионов  $^{12}\text{C}$  при энергии 300 МэВ/нуклон. Удалось измерить выходы фрагментов  $^{11}\text{Be}$  и  $^{12}\text{B}$ , образующихся в результате однократной перезарядки нуклонов. Полученные сечения более чем на два порядка меньше сечений выхода других изотопов этих элементов, образующихся без зарядового обмена. Поиск  $^{12}\text{N}$ , изотопа, зеркального к  $^{12}\text{B}$ , не дал положительного результата, что может быть связано с известным эффектом доминирования образования короткоживущих возбужденных состояний  $^{12}\text{N}$ , распадающихся по каналу  $^{11}\text{C} + p$ , в области углов регистрации установки ФРАГМ. Проведенное сравнение полученных данных с предсказаниями нескольких моделей ион-ионных взаимодействий показало, что только некоторые используют механизмы, приводящие к образованию фрагментов с числом протонов или нейтронов большим, чем во фрагментирующем ядре. Среди них можно отметить INCL и BC, но и предсказания этих моделей далеки от хорошего описания экспериментальных данных. Так модель BC неплохо воспроизводит формы импульсных спектров этих фрагментов, но сильно переоценивает сечения их выхода. Полученные результаты расширяют базу данных по слабоизученным процессам фрагментации ядер, идущим с перезарядкой нуклонов, и предоставляют новый материал для тестирования моделей ион-ионных взаимодействий.

Авторы благодарны персоналу ускорительного комплекса ИТЭФ-ТВН и техническому персоналу

эксперимента ФРАГМ за большой вклад в проведение измерений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. De Napoli, C. Agodi, G. Battistoni, A. A. Blacato, G. P. Cirrone, G. Cuttone, F. Giacoppo, M. C. Morone, D. Nicolosi, L. Pandola, V. Patera, G. Raciti, E. Rapisarda, F. Romano, D. Sardina, A. Sarti, A. Sciubba, V. Scuderi, C. Sienti, S. Tropea, *et al.*, *Phys. Med. Biol.* **57**, 7651 (2012).
2. B. M. Abramov, P. N. Alexeev, Yu. A. Borodin, S. A. Bulychjov, I. A. Dukhovskoy, K. K. Gudima, A. I. Khanov, A. P. Krutenkova, V. V. Kulikov, M. A. Martemianov, S. G. Mashnik, M. A. Matsyuk, and E. N. Turdakina, *EPJ Web Conf.* **138**, 03002 (2017).
3. Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовской, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, С. Г. Машник, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, *ЯФ* **78**, 403 (2015) [B. M. Abramov, P. N. Alekseev, Yu. A. Borodin, S. A. Bulychjov, I. A. Dukhovskoi, A. P. Krutenkova, V. V. Kulikov, M. A. Martemianov, M. A. Matsyuk, S. G. Mashnik, E. N. Turdakina, and A. I. Khanov, *Phys. At. Nucl.* **78**, 373 (2015)].
4. M. Roy-Stephan, *Nucl. Phys. A* **482**, 373 (1988).
5. T. R. Saito, H. Ekawa, and M. Nakagawa, *Eur. Phys. J. A* **57**, 159 (2021).
6. J. L. Rodriguez-Sánchez, J. Benlliure, I. Vidaña, H. Lenske, C. Scheidenberger, J. Vargas, H. Alvarez-Pol, J. Atkinson, T. Aumann, Y. Ayyad, S. Beceiro-Novo, K. Boretzky, M. Caamaño, E. Casarejos, D. Cortina-Gil, P. Diaz Fernández, *et al.*, *Phys. Lett. B* **807**, 135565 (2020).
7. H. Lenske, F. Cappuzzello, M. Cavallaro, and M. Colonna, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **109**, 103716 (2019).



8. Н. Н. Алексеев, Д. Г. Кошкарев, Б. Ю. Шарков, Письма в ЖЭТФ **77**, 149 (2003) [N. N. Alexeev, D. G. Koshkarev, and B. Yu. Sharkov, JETP Lett. **77**, 123 (2003)].
9. Н. Н. Алексеев, Г. Н. Акимов, П. Н. Алексеев, В. Н. Балануца, Б. И. Булыкин, Б. А. Волков, С. В. Гапоненко, В. В. Гачурин, Ю. М. Горячев, В. Н. Евтихович, А. С. Журавлев, В. П. Заводов, В. С. Завражных, П. Р. Зенкевич, Н. Е. Иванов, М. М. Кац и др., Письма в ЭЧАЯ **120**, 78 (2004) [N. N. Alekseev, G. N. Akimov, P. N. Alekseev, V. N. Balanutsa, B. I. Bulykin, B. A. Volkov, S. V. Gaponenko, V. V. Gachurin, Yu. M. Goryachev, V. N. Evtikhovich, A. S. Zhuravlev, V. P. Zavadov, V. S. Zavrzhnov, P. R. Zenkevich, N. E. Ivanov, M. M. Kats, *et al.*, Part. Nucl. Lett. **120**, 78 (2004)].
10. Б. М. Абрамов, П. Н. Алексеев, Ю. А. Бородин, С. А. Булычев, И. А. Духовский, А. П. Крутенкова, В. В. Куликов, М. А. Мартемьянов, М. А. Мацюк, Е. Н. Турдакина, А. И. Ханов, Письма в ЖЭТФ **97**, 509 (2013) [B. M. Abramov, P. N. Alekseev, Yu. A. Borodin, S. A. Bulychjov, I. A. Dukhovskoy, A. P. Krutenkova, V. V. Kulikov, M. A. Martemianov, M. A. Matsyuk, E. N. Turdakina, and A. I. Khanov, JETP Lett. **97**, 439 (2013)].
11. G. Folger, V. N. Ivanchenko, and J. P. Wellisch, Eur. Phys. J. A **21**, 407 (2004).
12. D. Mancusi, A. Boudard, J. Cugnon, J.-C. David, P. Kaitaniemi, and S. Leray, Phys. Rev. C **90**, 054602 (2014).
13. T. Pal Singh and S. Gautam, arXiv: 1110.6687v1 [nucl-th].
14. S. G. Mashnik, Eur. Phys. J. Plus **126**, 49 (2011).
15. S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, P. Arce, M. Asai, D. Axen, S. Banerjee, G. Barrand, F. Behner, L. Bellagamba, J. Boudreau, L. Broglia, A. Brunengo, H. Burkhardt, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods A **506**, 250 (2003).
16. L. Sihver, C. H. Tsao, R. Silberberg, T. Kanai, and A. F. Barghouty, Phys. Rev. C **47**, 1225 (1993).
17. A. S. Goldhaber, Phys. Lett. B **53**, 306 (1974).
18. W. A. Friedman, Phys. Rev. C **27**, 569 (1983).
19. B. M. Abramov, P. N. Alekseev, Yu. A. Borodin, S. A. Bulychjov, I. A. Dukhovskoy, A. I. Khanov, A. P. Krutenkova, V. V. Kulikov, M. A. Martemianov, M. A. Matsyuk, and E. N. Turdakina, J. Phys.: Conf. Ser. **798**, 012077 (2017).
20. D. E. Greiner, P. J. Lindstrom, H. H. Heckman, B. Cork, and F. S. Bieser, Phys. Rev. Lett. **35**, 152 (1975).

## SEARCH FOR NUCLEON CHARGE EXCHANGE PROCESSES IN THE CARBON IONS FRAGMENTATION AT AN ENERGY 300 MeV/NUCLEON

**A. A. Kulikovskaya<sup>1)</sup>, B. M. Abramov<sup>1)</sup>, Yu. A. Borodin<sup>1)</sup>, S. A. Bulychjov<sup>1)</sup>,  
I. A. Dukhovskoy<sup>1)</sup>, A. P. Krutenkova<sup>1)</sup>, V. V. Kulikov<sup>1)</sup>, M. A. Martemianov<sup>1)</sup>,  
M. A. Matsyuk<sup>1)</sup>, E. N. Turdakina<sup>1)</sup>**

<sup>1)</sup>*NRC “Kurchatov Institute”, Moscow, Russia*

The article presents the results of a search for nucleon charge exchange processes at the fragmentation of carbon ions. Experimental data were obtained at the FRAGM facility and the ITEP–TWAC multi-purpose accelerator complex at a beam energy of 300 MeV/nucleon on a thin beryllium target. The experimental setup, located at an angle of 3.5° with respect to the ion beam, has a hodoscope system, which made possible to ensure the momentum measurement accuracy of 0.4%. The differential cross sections for the yield of <sup>11</sup>Be and <sup>12</sup>B were measured as functions of the fragment momentum, these ions are formed as a result of a single charge exchange of nucleons. Experimental data were compared with predictions of two models of ion-ion interaction: binary (BC) and intranuclear (INCL) cascades. The measurement of nucleon charge exchange processes at this energy range was performed for the first time.



## ВЛИЯНИЕ ВСТРЯСКИ НА СКОРОСТЬ БЕЗНЕЙТРИННОГО ДВОЙНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ЗАХВАТА В $^{164}\text{Er}$

© 2022 г. Ф. Ф. Карпешин<sup>1)\*</sup>, М. Б. Тржасковская<sup>2)</sup>

Поступила в редакцию 28.03.2022 г.; после доработки 23.05.2022 г.; принята к публикации 25.05.2022 г.

Традиционно двойной безнейтринный электронный захват рассматривают как резонансный процесс. Нами выполнены расчеты вероятности встряски с ионизацией электронной оболочки, имеющей место в случае  $^{164}\text{Er}$ . Ее учет снимает требование резонанса, приводя к увеличению скорости захвата. Вклад нового механизма увеличивает скорость захвата в 5.6 раза по сравнению с традиционным резонансно-флуоресцентным механизмом. Его учет также повышает вероятность захвата электронов из более высоких оболочек, что необходимо учитывать в экспериментальном исследовании. Более того, учет встряски способен потенциально расширить список ядер-кандидатов на проведение экспериментов.

DOI: 10.31857/S0044002722050063

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Обнаружение скрытой материи во Вселенной стимулирует развитие теорий за пределами Стандартной модели. Как правило, они включают нарушение лептонного квантового числа, если не вводятся специальных ограничений. Этим привлекается большой интерес к исследованию двойных бета-процессов, включая  $2e$ -распад ядра и захват им двух орбитальных электронов [1]. В рамках Стандартной модели лептонное квантовое число сохраняется. Это исключает двойной безнейтринный бета-распад или  $e$ -захват. Последние становятся возможны только при наличии у нейтрино массы и при том, что нейтрино являются частицами майорановской природы. Однако обнаружение массы у нейтрино и их осцилляций уже ознаменовало наблюдение процессов за пределами Стандартной модели. Таким образом, поиск безнейтринных двойных процессов должен дать ответ на вопрос о майорановской природе нейтрино. Из двух безнейтринных процессов большей скоростью распада обладает  $2e0\nu$ -распад.  $2e0\nu$ -захват, хотя и уступает  $2e0\nu$ -распаду несколько порядков по вероятности, более удобен с точки зрения детектирования.

Существенный момент состоит в том, что безнейтринный  $2e$ -захват традиционно рассматривался как резонансный, поскольку ни одной частицы

не испускается в результате ядерного превращения [2]. В то же время закон сохранения требует передачи части освобожденной энергии третьему телу. В качестве такового выступает электронная оболочка атома. Закон сохранения энергии восстанавливается, например, вследствие излучения кванта флуоресценции, энергия которого включает в себя избыточную величину  $Q$ . Поэтому энергия этих квантов отличается от обычных квантов флуоресценции, которая имеет место, как правило, в ионизованных атомах с одной-единственной дыркой во внутренней оболочке. Обнаружение таких сателлитов в спектре флуоресценции и может служить индикатором безнейтринного или двухнейтринного двойного электронного захвата [3, 4]. Таким образом, амплитуда безнейтринного захвата перманентно включает в себя, наряду с собственно амплитудой  $2e$ -захвата, радиационную вершину, что удлиняет период процесса на два порядка. Поэтому главный критерий прикован к изучению ядер с малым значением  $Q$ . В работе [5] был отобран список из трех наиболее подходящих кандидатов на экспериментальное исследование:  $^{152}\text{Gd}$ ,  $^{164}\text{Er}$  и  $^{180}\text{W}$ . В настоящей работе мы уточняем вопрос о вероятности процесса  $^{164}\text{Er} \rightarrow ^{164}\text{Dy}$ , основываясь на новом механизме встряски, предложенном в работе [6].

Механизм встряски не требует резонанса, поскольку его вклад медленней убывает с увеличением дефекта резонанса  $\Delta$ , чем обычного резонансно-флуоресцентного механизма. Поэтому он может быть реализован независимо от величины  $\Delta$ . Восстановление закона сохранения энергии происходит вследствие ионизации электронной оболочки. При этом избыток энергии уносится

<sup>1)</sup>ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, Санкт-Петербург, Россия.

<sup>2)</sup>НИЦ “Курчатовский институт” — ПИЯФ, Санкт-Петербург, Россия.

\*E-mail: fkarpeshin@gmail.com

вылетевшим электроном. Оценки эффективности встряски были выполнены в работе [6] на примере распада  $^{152}\text{Gd} \rightarrow ^{152}\text{Sm}$ , обладающего минимальным дефектом резонанса  $\Delta = 0.910$  кэВ среди известных кандидатов. Количественно вклад нового механизма оказался на уровне 23% по сравнению с традиционным механизмом. Ожидается, однако, что вклад встряски увеличивается с ростом дефекта резонанса, так что он может стать доминирующим в случае захвата с большим энерговыделением. В настоящей работе мы рассматриваем как раз такой случай на примере процесса  $^{164}\text{Er} \rightarrow ^{164}\text{Dy}$ , для которого  $\Delta = 6.82$  кэВ. Результаты подтверждают ожидания. Учет встряски сокращает ожидаемый период процесса почти в 6 раз. В следующем разделе мы напомним основные формулы. Результаты расчетов приводятся в разд. 3. Раздел 4 посвящен обсуждению результатов, полученных в настоящей работе.

## 2. СРАВНЕНИЕ ДВУХ МЕХАНИЗМОВ БЕЗНЕЙТРИННОГО $2e$ -ЗАХВАТА: ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ И ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА

При  $2e0\nu$ -захвате атом остается в целом нейтральным. Поэтому энерговыделение определяется разностью масс нейтральных атомов — начального  $M_1$  и дочернего  $M_2$ <sup>3)</sup>:

$$Q = M_1 - M_2. \quad (1)$$

Однако процесс с полным энерговыделением (1) мог бы реализоваться лишь при захвате самого внешнего, валентного электрона. Гораздо более вероятен захват внутренних электронов, плотность которых на ядре выше, соответственно атом остается в возбужденном состоянии с энергией  $E_A^*$  и двумя дырками в раздутой оболочке [4]. Соответственно вместо (1) реализуется эффективное энерговыделение

$$Q_{\text{eff}} = M_1 - M_2 - E_A^* = Q - E_A^*. \quad (2)$$

Процесс энергетически возможен при  $Q > 0$ , но  $Q_{\text{eff}}$  может быть и отрицательным: избыток энергии может как прибавляться, так и вычитаться из энергии кванта-сателлита. Именно  $Q_{\text{eff}}$  выступает в роли дефекта резонанса  $\Delta = |Q_{\text{eff}}|$ .

Формулу для резонансного механизма запишем в однополюсном приближении, воспользовавшись

<sup>3)</sup>Мы используем релятивистскую систему единиц  $\hbar = c = m_e = 1$ ,  $m_e$  — электронная масса, если не указано иначе.

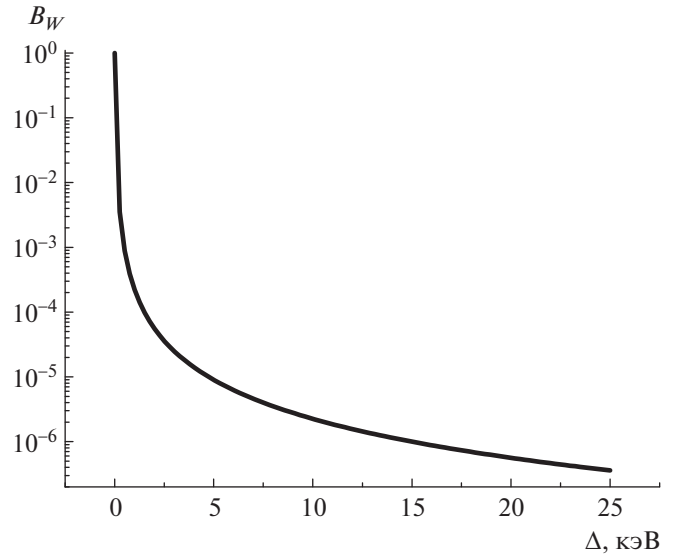


Рис. 1. Типичная зависимость резонансного фактора Брейта–Вигнера (4) (в релятивистских единицах) от дефекта резонанса  $\Delta$ .

традиционной моделью. Формула получается (например, [7]) умножением квадрата амплитуды собственно захвата  $\Gamma_{2e}$ , который играет роль образования входного состояния, на резонансный фактор Брейта–Вигнера

$$\Gamma_{2e}^{(\gamma)} = \Gamma_{2e} B_W, \quad (3)$$

где

$$B_W = \frac{\Gamma/2\pi}{\Delta^2 + (\Gamma/2)^2}. \quad (4)$$

В (4)  $\Gamma$  — ширина раздутого состояния дочернего атома с двумя электронными дырками, равная сумме ширин каждой из дырок.

Типичное значение  $\Gamma \approx 30$  эВ. Для иллюстрации на рис. 1 показан масштаб изменения фактора  $B_W$  в зависимости от дефекта резонанса. Он спадает в 2 раза при  $\Delta = 1.5$  кэВ. Только один кандидат известен с подходящим значением:  $^{152}\text{Gd}$ , у которого  $\Delta = 0.91$  кэВ. В остальных известных случаях  $\Delta$  составляет величину, по крайней мере, от нескольких кэВ до одного–двух десятков кэВ, при этом фактор Брейта–Вигнера спадает до шести порядков величины.

Встряска энергетически возможна только при положительных  $Q_{\text{eff}} > 0$  с оболочек, чей потенциал ионизации в дочернем атоме с двумя вакансиями в электронной оболочке  $I_i$  удовлетворяет условию

$$I_i < Q_{\text{eff}}, \quad (5)$$

а энергия электронов встряски определится их разностью

$$E_{\text{sh}} = Q_{\text{eff}} - I_i. \quad (6)$$

Встряска возникает вследствие изменения внутриатомного электростатического потенциала  $V_z(r)$  в исходном атоме на потенциал в дочернем атоме  $V_{z-2}(r)$ . Поэтому одноэлектронные волновые функции начального и конечного атомов неортогональны, даже с разными квантовыми числами. Для расчета вероятности встряски наиболее важна неортогональность волновых функций:  $\phi_i(r)$  в родительском атоме и  $\psi_f(r)$  электрона встряски с энергией  $E_{sh}$  в дочернем атоме. Обозначим изменение потенциала  $\Delta V(r) \equiv V_z(r) - V_{z-2}(r)$ . Таким образом, волновая функция  $\phi_i(r)$  принадлежит родительскому нейтральному атому в основном состоянии, а  $\psi_f(r)$  вычисляется в поле дочернего атома с тремя вакансиями: двумя на месте захваченных электронов и одной — на месте испущенного электрона встряски. Тогда амплитуда встряски будет [8]

$$F_{sh}(\Delta) = \langle \psi_f | \phi_i \rangle. \quad (7)$$

Полную амплитуду можно представить, аналогично (3), в виде произведения

$$F_{2e}^{(sh)} = F_{2e} F_{sh}(\Delta). \quad (8)$$

Сравнивая (8) с (3), получим относительную поправку к вероятности распада в единицу времени:

$$G = \Gamma_{2e}^{(sh)} / \Gamma_{2e}^{(\gamma)} = \sum_i N_i |\langle \psi_f | \phi_i \rangle|^2 / B_W \equiv \quad (9)$$

$$\equiv \sum_i N_i |F_{sh}(\Delta)|^2 / B_W.$$

В рамках резонансно-флуоресцентного механизма основной вклад возникает от захвата двух  $L_1$ -электронов в атомах  $^{164}\text{Er}$ , в результате чего они превращаются в атомы  $^{164}\text{Dy}$ . Захват более низких электронов энергетически невозможен, а более высоких подавляется как уменьшением их плотности на ядре, так и падением фактора Брейта–Вигнера вследствие увеличения  $Q_{\text{eff}}$ . В нерезонансном механизме встряски уменьшение электронной плотности на ядре, например, при захвате из  $M_1$ -оболочки, наоборот, частично компенсируется увеличением  $Q_{\text{eff}}$ , так как открывается канал встряски электронов с  $L_1$ -оболочки. Это приводит к тому, что вероятность захвата из более высоких оболочек с учетом встряски, как мы увидим, оказывается даже выше, чем вероятность традиционного резонансного механизма. В случае, если происходит  $ik$ -захват с более высоких оболочек  $i, k$ , можно рассчитать фактор ускорения по сравнению с наиболее вероятным резонансным  $L_1L_1$ -захватом по формуле

$$G_{ik} = \frac{\rho_i(0) \rho_k(0)}{\rho_{L_1}^2(0)} \times \quad (10)$$

$$\times \sum_j N_j \left| F_{sh}^{(j)} \left( \left| Q_{\text{eff}}^{(ik)} \right| \right) \right|^2 / B_W.$$

Здесь суммирование по-прежнему проводится по всем оболочкам  $j$ , энергетически разрешенным для встряски, с числами заполнения  $N_j$ .  $F_{sh}^{(j)} \left( \left| Q_{\text{eff}}^{(ik)} \right| \right)$  — по-прежнему интеграл перекрытия волновых функций электрона на оболочке  $j$  и электрона в континууме, но вычисленный при фактическом энерговыделении  $Q_{\text{eff}}^{(ik)}$ , соответствующем  $ik$ -захвату. В случае наиболее вероятного  $L_1L_1$ -захвата самой нижней оболочкой, с которой идет встряска, является  $M$ -оболочка. Если захват одного из электронов происходит с  $M$ -оболочки, то величина  $Q_{\text{eff}}^{(LM)}$  увеличивается на разность потенциалов ионизации  $L$ - и  $M$ -оболочек. Это автоматически открывает канал встряски с  $L$ -оболочки ( $L_1, L_2, L_3$ ), что приводит к скачкообразному увеличению вероятности встряски.

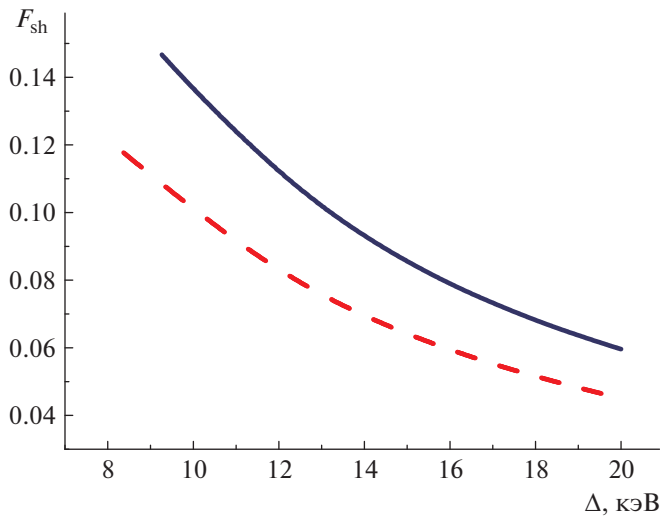
### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Расчеты по формулам (7), (9) выполнены в одноэлектронном приближении с помощью комплекса программ RAINE [9, 10]. Волновые функции электронов и их энергии вычислялись самосогласованным методом Дирака–Фока. С целью лучшего понимания физики процесса были рассчитаны матричные элементы (7) для ряда гипотетических значений  $\Delta$  от 0.05 до 20 кэВ для всех электронов, чьи потенциалы ионизации меньше заданной величины  $\Delta$  и которые, следовательно, вносят вклад в амплитуду нерезонансного механизма нашего процесса. Полные ширины электронных дырочных состояний взяты из работы [11].

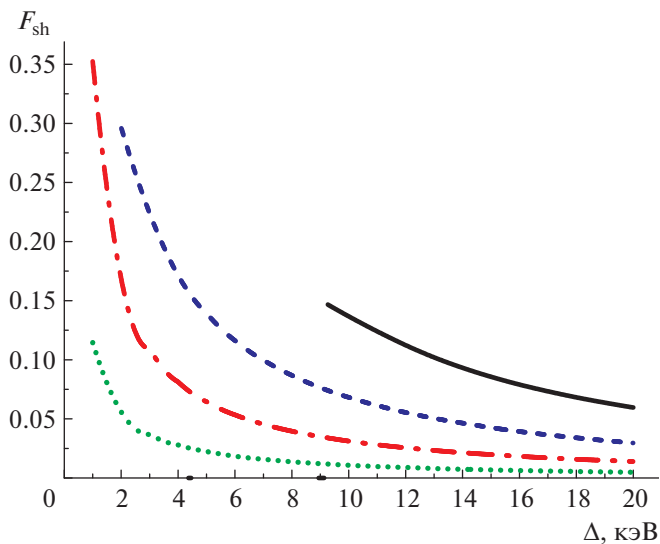
Результаты расчетов представлены на рис. 2–5, а также в табл. 1, 2. Наши волновые функции

**Таблица 1.** Вычисленный вклад различных оболочек в ускорение  $2e0\nu$ -захвата;  $\rho(0)$  — нормированное на  $L_1L_1$ -захват произведение плотностей в центре ядра двух электронов, захватываемых ядром [10]

Оболочка	$\Delta$ , кэВ	$\rho(0)$	$G$
<i>LL</i>	6.82	1	2.81
<i>LM</i>	14	0.218	1.22
<i>MM</i>	21	0.048	0.20
<i>LN</i>	15.6	0.051	0.29
<i>MN</i>	22.6	0.011	0.05
<i>NN</i>	24.3	0.003	0.01
Итого	—	—	4.58



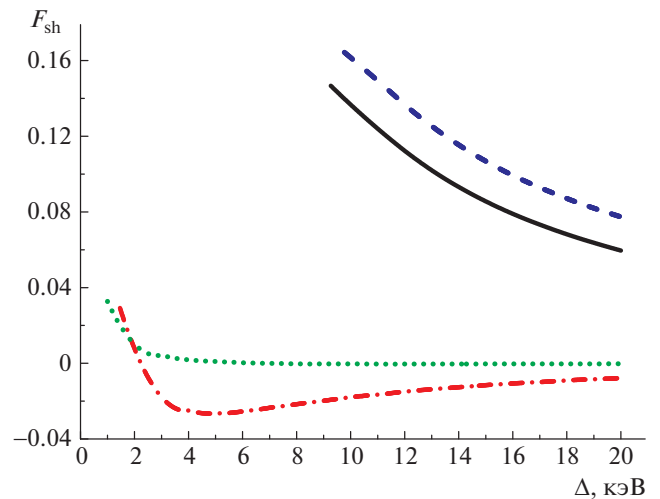
**Рис. 2.** Матричные элементы  $F_{sh}$  для  $2p_{1/2}$ - (сплошная кривая) и  $2p_{3/2}$ - (штриховая) подоболочек атома  $^{164}\text{Dy}$  в зависимости от дефекта резонанса  $\Delta$ .



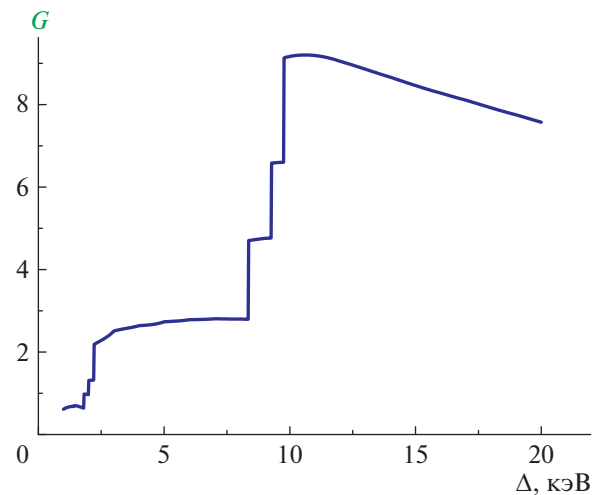
**Рис. 3.** Матричные элементы  $F_{sh}$  для  $np_{1/2}$ -подоболочек атома  $^{164}\text{Dy}$ :  $n = 2$  (сплошная кривая),  $n = 3$  (штриховая),  $n = 4$  (штрихпунктирная) и  $n = 5$  (точечная кривая).

нормированы на единицу для дискретных состояний и по шкале энергий — в континууме. Поэтому квадрат матричного элемента  $F_{sh}(\Delta)$  имеет размерность, обратную энергии. Матричные элементы приведены ниже в релятивистской системе единиц.

Чем ближе оболочка к ядру, тем больший вклад дает она во встряску, если та не запрещена энергетически. Это иллюстрируется на рис. 2, на котором приведены матричные элементы  $F_{sh}$  для  $L_2$ - и  $L_3$ -подоболочек, представляющих компоненты тонкой



**Рис. 4.** Сравнение вкладов оболочек в амплитуду встряски в зависимости от орбитального углового момента. Матричные элементы  $F_{sh}$  для  $2s$ -подоболочки (штриховая кривая),  $2p_{1/2}$ -подоболочки (сплошная),  $3d_{3/2}$ - (штрихпунктирная) и  $4f_{5/2}$ - (точечная) подоболочек атома  $^{164}\text{Dy}$ .



**Рис. 5.** Выигрыш встряски  $G$  (9) по сравнению с резонансно-флуоресцентным механизмом в вероятности двойного безнейтринного  $L_1L_1$ -захвата в  $^{164}\text{Er}$  в зависимости от дефекта резонанса  $\Delta$ .

структуры  $2p$ -орбитали. Кривые имеют различные пороги: 9.264 и 8.358 кэВ соответственно. Оба порога выше эффективного энерговыделения, поэтому в данном случае ни одна кривая не вносит вклада во встряску в наиболее вероятном случае  $L_1L_1$ -захвата. На рис. 3 показаны матричные элементы для  $2p_{1/2}$ – $5p_{1/2}$ -оболочек. Матричные элементы для остальных оболочек проиллюстрированы на рис. 4.

Суммарный фактор ускорения для  $L_1L_1$ -зах-

**Таблица 2.** Периоды полураспада  $^{152}\text{Gd}$ ,  $^{164}\text{Er}$  и  $^{180}\text{W}$  путем двойного безнейтринного  $e$ -захвата, согласно резонансно-флуоресцентному механизму и встряске

Ядра	$^{152}\text{Gd} \rightarrow ^{152}\text{Sm}$	$^{164}\text{Er} \rightarrow ^{164}\text{Dy}$	$^{180}\text{W} \rightarrow ^{180}\text{Hf}$
Канал распада	$KL$	$LL$	$KK$
$\Delta$ , кэВ	0.910	6.82	12.5
Резонансный период, годы	$10^{27}$	$2 \times 10^{30}$	$3 \times 10^{28}$
Нерезонансный период	$8 \times 10^{26}$	$3.6 \times 10^{29}$	$3 \times 10^{27}$

вата, соответствующий механизму встряски от всех электронов, относительно резонансного механизма представлен на рис. 5. Вероятность этого процесса носит резко выраженный ступенчатый характер благодаря тому, что с увеличением  $Q$  подключаются все более глубокие оболочки, причем чем более глубоко лежит оболочка, тем большую величину составляет ее вклад на пороге. Как и ожидалось, основной вклад происходит от электронов  $s$ - и  $p$ -оболочек. Видно, что при малых  $Q$  резонансный механизм доминирует. При фактическом значении  $Q = 6.82$  кэВ вклад нерезонансного механизма в 3 раза превышает традиционное значение.

Приведенные на рис. 2–4 значения можно использовать для оценки вклада встряски в случаях захвата электронов и с других, более высоких оболочек. Используя полную ширину  $L_1$ -дырки в атоме Dy:  $\Gamma = 4.3$  эВ [11], получим по формуле (10) факторы ускорения для захвата с  $L$ -,  $M$ - и  $N$ -оболочек. Они приведены в табл. 1. Из приведенных результатов следует, что учет более высоких оболочек приводит к росту скорости захвата от 2.8 (в случае  $L_1L_1$ -захвата) до 4.6 раза.

Анализ приведенных в табл. 1 результатов подтверждает весомый вклад более высоких оболочек в вероятность захвата по механизму встряски. Он оказывается в 1.8 раза выше, чем вклад резонансно-флуоресцентного механизма. А полный выигрыш составляет 5.6 раза.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Учет процессов встряски в безнейтринном двойном ядерном  $e$ -захвате сдвигает теоретические оценки значительно ближе к экспериментальным возможностям. Его особенность состоит в том, что это нерезонансный механизм. Поэтому можно ожидать, что он окажется более вероятным при распаде в ядрах, характеризующихся значительным энерговыделением. В случае безнейтринного механизма большое энерговыделение означает и большой дефект резонанса, вследствие чего значительно уменьшается вероятность распада по резонансному механизму. Рассмотрение нерезонансного механизма позволяет значительно

уточнить оценку периода распада. Приведенные выше расчеты подтверждают это предположение: учет нового механизма увеличивает оценку вероятности двойного захвата в 5.6 раза по сравнению с традиционным резонансно-флуоресцентным механизмом в случае  $^{164}\text{Er}$ . Учитывая полученную в работе [7] оценку периода полураспада этого ядра относительно  $2e0\nu$ -захвата  $2 \times 10^{30}$  лет в расчете на эффективную массу нейтрино  $m_{\beta\beta} = 1$  эВ, получим уточненную оценку периода полураспада

$$T_{1/2}^{0\nu} \approx 3.6 \times 10^{29} \left| \frac{1 \text{ эВ}}{m_{\beta\beta}} \right|^2 \text{ лет.}$$

В табл. 2 мы сводим ожидаемые результаты для периодов полураспада трех вышеуказанных кандидатов:  $^{152}\text{Gd}$ ,  $^{164}\text{Er}$  и  $^{180}\text{W}$ . Принимая во внимание, что период полураспада другого кандидата на измерение  $0\nu 2e$ -захвата  $^{152}\text{Gd}$  остается на четыре порядка короче [6], можно заключить, что он остается более вероятным кандидатом на постановку эксперимента, чем  $^{164}\text{Er}$ . Оценки, аналогичные приведенным выше, показывают, что в других случаях более тяжелых ядер с эффективным энерговыделением  $\gtrsim 10$  кэВ, в том числе  $^{180}\text{W}$ , выигрыш составляет уже полный порядок величины. Тогда ожидаемое время жизни  $^{180}\text{W}$  относительно  $2e0\nu$ -захвата оказывается всего в 4 раза больше, чем  $^{152}\text{Gd}$ . Это может сделать его более предпочтительным кандидатом, учитывая, что распространенность изотопа  $^{152}\text{Gd}$  в природе составляет всего 0.2%.

2. Учитывая, что учет встряски приводит к активизации роли высших оболочек, можно ожидать, что спектр флуоресценции имеет более богатую структуру, чем два сателлита, возникающие при захвате обоих электронов только с одной или двух определенных оболочек. В случае  $^{164}\text{Er}$  в 20% случаев захват осуществляется с более высоких орбит, чем  $L_1$ . Это приводит к сдвигу энергии основных сателлитов. Более того, возникают сателлиты квантов флуоресценции, отвечающих переходам электронов в состояния  $M$ - и  $N$ -оболочек. Это обстоятельство необходимо учитывать в эксперименте. Можно его использовать для более надежной идентификации процесса.

Подводя итог, можно заключить, что нерезонансный механизм двойного безнейтринного  $e$ -захвата представляет важный пример, в котором интереснейший процесс встряски проявляется удивительно ярко.

Один из авторов (ФФК) хотел бы выразить признательность Ю.Н. Новикову за иницирующие обсуждения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. J. Dolinski, A. W. P. Poon, and W. Rodejohann, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **69**, 219 (2019).
2. Z. Sujkowski and S. Wycech, *Phys. Rev. C* **70**, 052501 (2004).
3. S. S. Ratkevich, A. M. Gangapshv, Yu. M. Gavriluk, F. F. Karpeshin, V. V. Kazalov, V. V. Kuzminov, S. I. Panasenko, M. B. Trzhaskovskaya, and S. P. Yakimenko, *Phys. Rev. C* **96**, 065502 (2017).
4. Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская, В. В. Кузьминов, *Изв. РАН. Сер. физ.* **76**, 986 (2012) [*Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys.* **76**, 884 (2012)].
5. S. A. Eliseev, Yu. N. Novikov, and K. Blaum, *J. Phys. G* **39**, 124003 (2012).
6. Ф. Ф. Карпешин, М. Б. Тржасковская, Л. Ф. Витускин, *ЯФ* **83**, 344 (2020) [*Phys. At. Nucl.* **83**, 608 (2020)].
7. S. Eliseev, C. Roux, K. Blaum, M. Block, C. Droese, F. Herfurth, H.-J. Kluge, M. I. Krivoruchenko, Yu. N. Novikov, E. Minaya Ramirez, L. Schweikhard, V. M. Shabaev, F. Simkovic, I. I. Tupitsyn, K. Zuber, and N. A. Zubova, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 052504 (2011).
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика* (Наука, Москва, 1974).
9. I. M. Band, M. B. Trzhaskovskaya, C. W. Nestor, P. O. Tikkanen, and S. Raman, *At. Data Nucl. Data Tables* **81**, 1 (2002); I. M. Band and M. B. Trzhaskovskaya, *At. Data Nucl. Data Tables* **55**, 43 (1993); **35**, 1 (1986).
10. I. M. Band and V. I. Fomichev, *At. Data Nucl. Data Tables* **23**, 295 (1979).
11. J. L. Campbell and T. Papp, *At. Data Nucl. Data Tables* **77**, 1 (2001).

## EFFECT OF SHAKE-UP ON THE RATE OF A NEUTRINOLESS DOUBLE ELECTRONIC CAPTURE IN $^{164}\text{Er}$

F. F. Karpeshin<sup>1)</sup>, М. Б. Тржасковская<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>*The D. I. Mendeleev All-Russian Institute for Metrology, St. Petersburg, Russia*

<sup>2)</sup>*NRC "Kurchatov Institute" — PNPI, Gatchina, Russia*

Traditionally double neutrinoless electronic capture is considered as a resonance process. We have fulfilled shake-off probability calculations, leading to ionization of the electron shell, in the case of  $^{164}\text{Er}$ . Allowance for the shake-off removes the requirement of resonance leading to an increase of the capture rate. The contribution of the new mechanism increases the capture rate by a factor of 5.6 as compared to the conventional resonance fluorescence mechanism. It also increases the probability of electron capture from higher shells, which must be foreseen in an experimental study. Moreover, effect of the shake-off can potentially expand the list of candidate nuclei for experiments.

## КВАЗИКЛАССИЧЕСКОЕ УСЛОВИЕ КВАНТОВАНИЯ УРОВНЕЙ ЭНЕРГИЙ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДВУХФЕРМИОННОЙ СВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ

© 2022 г. Ю. Д. Черниченко<sup>1), 2)</sup>\*

Поступила в редакцию 25.03.2022 г.; после доработки 25.05.2022 г.; принята к публикации 28.05.2022 г.

Новые квазиклассические условия квантования уровней энергии псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов как составных систем двух релятивистских фермионов произвольных масс, взаимодействующих как посредством несингулярных запирающих потенциалов, так и сингулярных запирающих потенциалов воронкообразного типа с кулоновским (хромодинамическим) взаимодействием, были получены. Рассмотрение проведено в рамках релятивистского квазипотенциального подхода, основанного на ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля, путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс.

DOI: 10.31857/S004400272205004X

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Нерелятивистская модель описания уровней энергии мезонов, основанная на решении нерелятивистского уравнения Шредингера с линейным потенциалом

$$V_{\text{lin}}(r) = \sigma r, \quad \sigma > 0, \quad (1)$$

оказалась непригодной для существенно релятивистских систем. Это связано с тем, что вклад релятивистских поправок для высших радиальных возбуждений становится большим ( $v^2/c^2 \approx 0.4$ ), а для легких векторных  $\rho$ -,  $\omega$ -мезонов он даже сравним с вкладом нерелятивистского гамильтониана, выбираемого в качестве основного [1–3].

В качестве релятивистской модели описания спектра масс мезонов может быть использован одновременный полностью ковариантный двухчастичный трехмерный релятивистский квазипотенциальный (РКП) подход Логунова–Тавхелидзе в квантовой теории поля [4]. В настоящем исследовании используется тот вариант РКП-подхода [5] к задаче о составной системе двух релятивистских спиновых частиц, который основан на гамильтоновой формулировке квантовой теории поля [6, 7]. При этом важно, что трехмерность в нее заложена с самого начала, а все частицы даже в промежуточных состояниях являются физическими,

т.е. лежат на массовых поверхностях. Тем самым двухчастичная задача сводится к одночастичной, описание которой ведется на языке волновой РКП-функции одной релятивистской частицы, удовлетворяющей полностью ковариантному трехмерному РКП-уравнению в импульсном пространстве (см., например, работы [8–12]). Кроме того, РКП-подход для случая взаимодействия двух релятивистских спиновых частиц равных масс  $m_1 = m_2 = m$ , развитый в работах [5–7], позволяет перейти от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению, введенному в [13].

В работе [14] было получено релятивистское квазиклассическое (ВКБ) условие квантования уровней энергии связанной системы, состоящей из двух релятивистских бесспиновых частиц произвольных масс  $m_1$  и  $m_2$ , взаимодействующих посредством сингулярного запирающего потенциала воронкообразного типа с кулоновским взаимодействием

$$V(r) = V_{\text{conf}}(r) - \frac{\alpha_s}{r}, \quad (2)$$

где  $V_{\text{conf}}(r)$  — запирающий потенциал ( $V_{\text{conf}}(0) = 0$ ), а  $\alpha_s$  — кулоновская константа связи. Рассмотрение проведено в рамках РКП-подхода, разработанного в [5] и обобщенного в [15, 16] для случая составных систем двух релятивистских бесспиновых частиц произвольных масс. В принятом в работе [14] приближении ( $\tilde{\alpha}'_s \ll 2\Lambda \text{sh } \chi'$ ) ВКБ-условие квантования уровней энергии составной

<sup>1)</sup>Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель, Беларусь.

<sup>2)</sup>Международный центр перспективных исследований, ГГТУ, Гомель, Беларусь.

\*E-mail: chyud@mail.ru; chern@gstu.by

системы с относительным орбитальным моментом  $\ell \geq 0$  имеет вид

$$\int_0^{r_+} dr \chi(r) = \pi \lambda' \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \lambda' \delta_\ell^{\text{Coul, WKB}}(\chi'), \quad (3)$$

$$n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0.$$

Здесь  $\lambda' = \hbar/m'c$  — комптоновская длина волны эффективной релятивистской частицы массы  $m' = \sqrt{m_1 m_2}$  с относительным 3-импульсом  $\mathbf{q}'$  и энергией  $E_{q'} = c\sqrt{m'^2 c^2 + \mathbf{q}'^2}$ , связанной с полной энергией взаимодействующих частиц в с.ц.и.  $\sqrt{s} = M = c\sqrt{m_1^2 c^2 + \mathbf{q}^2} + c\sqrt{m_2^2 c^2 + \mathbf{q}^2}$  соотношением  $M = (m'/\mu)E_{q'}$ , где  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$  — приведенная масса; функция

$$\chi(r) = \text{arch} X(r) = \ln[X(r) + \sqrt{X^2(r) - 1}]$$

имеет смысл быстроты составной системы, что движется в поле потенциала  $V(r)$ , где функция  $X(r)$  определяется выражением

$$X(r) = \frac{\mu}{m'^2 c^2} (M - V(r)),$$

а величина

$$\delta_\ell^{\text{Coul, WKB}}(\chi') \approx \frac{\tilde{\alpha}'_s}{2 \text{sh } \chi'} \ln \left( \frac{2r_+ \text{sh } \chi'}{\lambda' \sqrt{\Lambda^2 + (\tilde{\alpha}'_s / 2 \text{sh } \chi')^2}} \right), \quad (4)$$

$$\Lambda = \ell + 1/2, \quad \tilde{\alpha}'_s = \frac{2\mu\alpha_s}{\hbar m' c}$$

представляет собой фазу релятивистской кулоновской волновой функции в ВКБ-приближении, вычисленную при  $\tilde{\alpha}'_s \ll 2\Lambda \text{sh } \chi'$  в правой точке поворота  $r_+$ , которая определяется потенциалом  $V_{\text{conf}}(r)$ , т.е. как при  $\ell = 0$  условием  $X(r_+) = 1$ , где  $\chi'$  — быстрота, которая параметризует относительный 3-импульс  $\mathbf{q}'$  и энергию  $E_{q'}$  и  $M$  соотношениями

$$\mathbf{q}' = m' c \text{sh } \chi' \mathbf{n}_{q'}, \quad |\mathbf{n}_{q'}| = 1,$$

$$E_{q'} = m' c^2 \text{ch } \chi', \quad M = \frac{m'^2 c^2}{\mu} \text{ch } \chi'.$$

Заметим, что при  $\alpha_s = 0$  и  $m_1 = m_2 = m$  ВКБ-условие квантования уровней энергии составной системы (3) совпадает с его аналогом, который был получен в работе [17].

Отметим еще работы [18], в которых в рамках РКП-подхода [5] были найдены квазиклассические выражения для ширин лептонных распадов векторных и псевдоскалярных мезонов и квазиклассические условия квантования уровней энергии мезонов.

Настоящая работа является продолжением работ автора [14, 19] и посвящена получению релятивистским аналогом модифицированного ВКБ-метода (см. также работы [17, 18, 20]) релятивистских формул для условий квантования уровней энергии связанной системы с относительным орбитальным моментом  $\ell \geq 0$ , состоящей из двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс  $m_1$  и  $m_2$ . Рассмотрены случаи, когда взаимодействие двух релятивистских фермионов произвольных масс является либо несингулярным, чисто запирающим, либо содержит кулоновское (хромодинамическое) взаимодействие. В разд. 2 в рамках РКП-подхода в квантовой теории поля, сформулированного в релятивистском  $\mathbf{r}$ -представлении для случая взаимодействия двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс [15, 16], получены ВКБ-решения уравнения для радиальной волновой РКП-функции  $\varphi_\ell(r, \chi')$  и определены условия применимости релятивистского ВКБ-приближения. В разд. 3 в релятивистском ВКБ-приближении получены условия квантования уровней энергии псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов как связанных систем двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством несингулярных запирающих потенциалов и потенциалов воронкообразного типа с кулоновским (хромодинамическим) потенциалом. В разд. 4 проведено исследование влияния спиновых параметров псевдоскалярной связанной системы, состоящей из двух релятивистских фермионов произвольных масс, взаимодействующих посредством суммы линейного и кулоновского (хромодинамического) потенциалов, на ее спектр масс. Результаты исследований обсуждаются в Заключение.

## 2. ВКБ-МЕТОД РЕШЕНИЯ РКП-УРАВНЕНИЯ

В основу нашего рассмотрения положено полностью ковариантное РКП-уравнение в  $\mathbf{r}$ -представлении в конечно-разностной форме для радиальной волновой РКП-функции  $\varphi_\ell(r, \chi')$  связанной системы с относительным орбитальным моментом  $\ell \geq 0$ , состоящей из двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс  $m_1, m_2$ , взаимодействующих посредством сферически симметричных квазипотенциалов. Это РКП-уравнение было построено в [21] и имеет вид<sup>3)</sup>

$$\left( \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} - \text{ch } \chi' \right) \varphi_\ell(r, \chi') = -V(r) \hat{A} \left( \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \right) \varphi_\ell(r, \chi'). \quad (5)$$

<sup>3)</sup> Аналогичное уравнение для случая двух спиновых частиц равных масс было получено в [22].



Здесь

$$\hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} = \text{ch} \left( i\lambda' \frac{d}{dr} \right) + \frac{\lambda'^2 \ell(\ell + 1)}{2r(r + i\lambda')} \exp \left( i\lambda' \frac{d}{dr} \right)$$

— радиальная часть оператора свободного гамильтониана

$$\hat{H}_0 = 2m'c^2 \left[ \text{ch} \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{i\lambda'}{r} \text{sh} \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{\lambda'^2}{2r^2} \Delta_{\theta,\varphi} \exp \left( i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) \right],$$

являющегося конечно-разностным оператором, построенным из операторов сдвига  $\exp(\pm i\lambda' \partial/\partial r)$ , в то время как  $\Delta_{\theta,\varphi}$  — его угловая часть,  $\lambda'$  — быстрота, которая параметризует импульс и энергию  $M_Q$ <sup>4</sup>):

$$\Delta_{q',m'\lambda_Q} = m'c \text{sh} \chi' \mathbf{n}_{\Delta_{q',m'\lambda_Q}}, \quad (6)$$

$$|\mathbf{n}_{\Delta_{q',m'\lambda_Q}}| = 1, \quad M_Q = \frac{m'}{\mu} \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0, \\ \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 = m'c^2 \text{ch} \chi',$$

квазипотенциал  $V(r)$  является локальным в смысле геометрии Лобачевского и для простоты считается не зависящим от энергии  $M_Q$ , а оператор  $\hat{A}$  дается выражением

$$\hat{A} \left( \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \right) = \frac{1}{4} \left[ a' \left( \hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \right)^2 + b' \right],$$

где

$$a' = \begin{cases} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр);} \\ \frac{1}{2}g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор);} \\ -\frac{1}{2}g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5\gamma_\mu \text{ (псевдовектор);} \end{cases} \quad (7)$$

$$b' = \begin{cases} 1 - g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр);} \\ \frac{3}{4} - \frac{1}{2}g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор);} \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{2}g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5\gamma_\mu \text{ (псевдовектор).} \end{cases}$$

Фактор  $g'$  в (7) определяется выражением

$$g' = \frac{m'}{2\mu} = \frac{m_1 + m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}}, \quad (8)$$

<sup>4</sup>Напомним, что здесь  $\lambda_Q = (\lambda_Q^0; \lambda_Q) = Q/\sqrt{Q^2} - 4$ -вектор скорости составной частицы с 4-импульсом  $Q = q_1 + q_2$ , причем все 4-импульсы принадлежат верхним полам массовых гиперболоидов  $\Delta_{q',m'\lambda_Q}^2 = \Delta_{q',m'\lambda_Q}^{02} - c^2 \Delta_{q',m'\lambda_Q}^2 = m'^2 c^4$ , где  $\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0, \Delta_{q',m'\lambda_Q}$  — временная и пространственная компоненты 4-вектора  $\Lambda_{\lambda_Q}^{-1} q' = \Delta_{q',m'\lambda_Q}$  из пространства Лобачевского (подробности см. в работе [21]).

причем значения спиновых параметров  $a', b'$  в (7) при  $m_1 = m_2 = m$  совпадают с аналогичными выражениями для них  $a, b$ , которые были получены в [22].

Напомним, что для простоты рассмотрения, как и в работах [21–23], мы считаем, что квазипотенциал имеет биспинорную структуру вида  $\hat{O} \otimes \hat{O}$ , а вершинная функция также имеет заданную спинорную структуру, пропорциональную матрице  $\hat{O}$ , не зависящую от импульсных переменных, а шпур  $\text{Sp}[\hat{O}^+ \hat{O}] \neq 0$ , где в качестве  $\hat{O}$  выбираются матрицы Дирака  $\gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5\gamma_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ). Такой выбор матрицы  $\hat{O}$  позволил авторам работ [21–23] найти точные решения РКП-уравнения (5) с кулоновским потенциалом

$$V_{\text{Coul}} = -\frac{\alpha_s}{r}, \quad (9)$$

возможность применения которого была детально исследована в работах [18]. В этих работах в рамках РКП-подхода [5] квазипотенциал, представляющий собой фейнмановский матричный элемент для случая обмена векторным безмассовым бозоном (глюоном) и содержащий все спиновые эффекты, был подробно исследован в  $\mathbf{r}$ -представлении (см. также работу [24]). Это позволило авторам этих работ в рамках РКП-подхода [5] получить ВКБ-условия квантования уровней энергий и выражения для лептонных ширин распадов векторных и псевдоскалярных мезонов в ВКБ-приближении в предположении, что квазипотенциал является действительным и представляет собой в  $\mathbf{r}$ -представлении комбинацию потенциала запираия и образа скалярной части однобозонного обменного потенциала  $V_c(r) = -\text{cth}(\pi mr)/r$  ( $\hbar = c = 1$ ), пренебрегая функцией  $\text{cth}(\pi mr)$ . Тем самым авторы в [18] ограничились учетом лишь скалярной части образа однобозонного обменного потенциала, пренебрегая функцией  $\text{cth}(\pi mr)$ , которая существенно меняется только на расстояниях порядка  $\lambda = 1/m$  от начала координат, и, следовательно, на больших расстояниях  $r \gg \lambda$  она не влияет на величину уровней энергий. Более того, замена скалярной части образа однобозонного обменного потенциала  $V_c(r) = -\text{cth}(\pi mr)/r$  на кулоновский потенциал (9), в котором  $\alpha_s$  — эффективная константа взаимодействия, уместна, поскольку, как было отмечено в работе [25], потенциалу (9) в РКП-подходе в импульсном пространстве Лобачевского соответствует выражение

$$\tilde{V}_{\text{Coul}}(\chi_\Delta) \sim -\frac{1}{\chi_\Delta \text{sh} \chi_\Delta}.$$

Здесь относительная быстрота  $\chi_\Delta$  параметризует 3-вектор передачи импульса  $\mathbf{\Delta} = m \text{sh} \chi_\Delta \mathbf{n}_\Delta$

( $|\mathbf{n}_\Delta| = 1$ ) в пространстве Лобачевского и связана с квадратом переданного 4-импульса  $t = (k - p)^2 = -Q^2$  соотношением

$$Q^2 = -t = -2m^2 + 2m\sqrt{m^2 + \Delta^2} = 2m^2 (\text{ch } \chi_\Delta - 1). \quad (10)$$

При больших  $Q^2$ , согласно выражению (10),  $\chi_\Delta \approx \ln(Q^2/m^2)$  и, следовательно, потенциал  $\tilde{V}_{\text{Coul}}(\chi_\Delta)$  ведет себя как  $[(Q/m)^2 \ln(Q/m)^2]^{-1}$ , что воспроизводит главное поведение потенциала в КХД, который в лидирующем порядке пропорционален  $\bar{\alpha}_s(Q^2)/Q^2$ , где  $\bar{\alpha}_s(Q^2)$  — инвариантный заряд. Такое КХД-подобное (хромодинамическое) поведение кулоновского потенциала (9) в РКП-подходе впервые было отмечено в работе [25]. Таким образом, мы полагаем, что внутри адрона взаимодействие двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс  $m_1, m_2$  осуществляется в  $\mathbf{r}$ -представлении посредством сингулярного воронкообразного потенциала записания (2), в котором  $V_{\text{con}}(0) = 0$ .

В релятивистском ВКБ-приближении решение уравнения (5) ищется в обычном виде [14, 17, 18, 20, 24]

$$\varphi_\ell(r, \chi') = \exp \left[ \frac{i}{\hbar} g(r) \right], \quad (11)$$

$$g(r) = g_0(r) + \frac{\hbar}{i} g_1(r) + \left( \frac{\hbar}{i} \right)^2 g_2(r) + \dots$$

Для первых двух членов представления (11) находим

$$g_0(r) = m'c \int dr \chi_\pm(r) + \frac{\hbar}{i} \phi, \quad (12)$$

$$g_1(r) = -\frac{1}{4} \times$$

$$\times \ln([\mathcal{X}^2(r) - R^2(r)][1 + a'V(r)X(r)]) + c_\pm,$$

где

$$\chi_\pm(r) = \ln \left[ \mathcal{X}(r) \pm \sqrt{\mathcal{X}^2(r) - R^2(r)} \right], \quad (13)$$

$$\mathcal{X}(r) = \frac{2X(r)}{1 + \sqrt{1 + a'V(r)X(r)}},$$

$$X(r) = \text{ch } \chi' - \frac{b'}{4} V(r),$$

$$R(r) = \sqrt{1 + \frac{\lambda'^2 \Lambda^2}{r^2}}, \quad \Lambda = \ell + 1/2.$$

Учет выражений в (12) для первых двух членов представления (11) позволяет получить ВКБ-решения с левой  $r_L$  и правой  $r_R$  точками поворота в области  $r_L \leq r \leq r_R$ :

$$\varphi_\ell^{L,R}(r, \chi') = \quad (14)$$

$$= \frac{C_{L,R}}{2\sqrt{[\mathcal{X}^2(r) - R^2(r)][1 + a'V(r)X(r)]}} \times \left\{ \exp \left[ i\alpha_+^{L,R}(r) \mp \frac{i\pi}{4} \right] + \exp \left[ i\alpha_-^{L,R}(r) \pm \frac{i\pi}{4} \right] \right\},$$

где

$$\alpha_\pm^{L,R}(r) = \frac{1}{\lambda'} \int_{r_{L,R}}^r dr' \chi_\pm(r'), \quad (15)$$

$C_{L,R}$  — нормировочные константы, а левая  $r_L$  и правая  $r_R$  точки поворота определяются как точки ветвления корня в (15):

$$\mathcal{X}(r_{L,R}) = R(r_{L,R}).$$

Условие применимости релятивистского ВКБ-метода в спиновом случае, основанное на выражениях в (12) для первых двух членов представления (11), дается неравенством

$$\lambda' \left| \frac{\text{ch } \chi_{\text{eff}}(r)}{\chi_+(r) \text{sh } \chi_{\text{eff}}(r)} \frac{d\chi_+(r)}{dr} \right| \ll 1, \quad (16)$$

где

$$\chi_{\text{eff}}(r) = \text{arch } \mathcal{X}_{\text{eff}}(r) = \ln \left( \mathcal{X}_{\text{eff}}(r) + \sqrt{\mathcal{X}_{\text{eff}}^2(r) - 1} \right),$$

$$\mathcal{X}_{\text{eff}}(r) = \text{ch } \chi_{\text{eff}}(r) = \frac{\mathcal{X}(r)}{R(r)}.$$

В случае  $\ell = 0$  условие (16) преобразуется в неравенство

$$\lambda' \left| \frac{\text{ch } \chi_S(r)}{\chi_S(r) \text{sh } \chi_S(r)} \frac{d\chi_S(r)}{dr} \right| \ll 1,$$

где величина

$$\chi_S(r) = \text{arch } \mathcal{X}(r) = \ln \left[ \mathcal{X}(r) + \sqrt{\mathcal{X}^2(r) - 1} \right] \quad (17)$$

имеет смысл быстроты эффективной релятивистской частицы массы  $m'$ , движущейся в поле потенциала  $V(r)$ , в терминах которой измеряется расстояние между двумя точками импульсного пространства Лобачевского.

### 3. ВКБ-УСЛОВИЕ КВАНТОВАНИЯ УРОВНЕЙ ЭНЕРГИЙ

Условие квантования уровней энергии, как и в бесспиновом случае [14], находим из условия совпадения волновых функций в (14) в точке  $r \in (r_L; r_R)$ . Для этого необходимо положить

$$C_L = C_\ell \exp \left[ -\frac{i}{\lambda'} \int_{r_L}^r dr' \ln R(r') \right],$$

$$C_R = C_\ell (-1)^n \exp \left[ -\frac{i}{\chi'} \int_{r_R}^r dr' \ln R(r') \right],$$

где  $C_\ell$  — произвольная постоянная, что ведет к ВКБ-условию квантования уровней энергий

$$\int_{r_L}^{r_R} dr [\chi_+(r) - \ln R(r)] = \pi \lambda' \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (18)$$

$$n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0.$$

При  $a' = 0, b' = 2/g'm'c^2$  ВКБ-условие квантования уровней энергий (18) совпадает с аналогичным выражением, которое было получено в работе [14] для случая двух бесспиновых частиц произвольных масс, а в случае равных масс  $m_1 = m_2 = m$  ( $g' = 1$ ) выражение (18) переходит в ВКБ-условие квантования уровней энергий, полученное в случае спиновых частиц равных масс в работе [19].

### 3.1. Случай несингулярного конфайнментного потенциала

Для несингулярного чисто запирающего (конфайнментного) потенциала  $V(r) = V_{\text{conf}}(r)$  ( $V_{\text{conf}}(0) = 0$ ) интеграл в (18) преобразуем к более простому виду вынесением зависимости от центробежного члена в  $\chi_+(r)$  за знак интеграла путем разбиения на две части области интегрирования в (18) точкой  $R$ , лежащей в классически допустимой области движения и такой, что значение  $R$  можно считать большим по сравнению с  $r_L$ , т.е. как, например, в бесспиновом случае (подробности см. в [14]). В результате проведенных вычислений приходим к следующему ВКБ-условию квантования уровней энергий в случае несингулярного конфайнментного потенциала

$$\int_0^{r_+} dr \chi_S(r) = \pi \lambda' \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right), \quad (19)$$

$$n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0.$$

Выражение (19) по форме совпадает как с выражениями, полученными в бесспиновом случае в работах [14, 17], так и в случае спиновых частиц равных масс в работе [19]. Однако быстрота  $\chi_S(r)$  теперь дается выражением (17) при  $V(r) = V_{\text{conf}}(r)$ , причем точка поворота  $r_L$  определяется, также как в бесспиновом случае и в случае спиновых частиц равных масс, центробежным членом, т.е.

$$r_L \approx r_- = \frac{\lambda' \Lambda}{\text{sh } \chi'},$$

а точка поворота  $r_R \approx r_+$  — потенциалом  $V_{\text{conf}}(r)$ , т.е., как и в случае  $\ell = 0$ , условием

$$\mathcal{X}(r_+) = 1. \quad (20)$$

### 3.2. Случай конфайнментного потенциала с кулоновским взаимодействием

В случае сингулярного конфайнментного потенциала вида (2), т.е. когда к несингулярному потенциалу запирающего  $V_{\text{conf}}(r)$  добавляется кулоновское (хромодинамическое) взаимодействие (9), необходимо в условии квантования уровней энергий (18) теперь вынести за знак интеграла зависимости от центробежного и кулоновского членов в выражении для  $\chi_+(r)$ . При этом точка поворота  $r_R \approx r_+$  по-прежнему определяется условием (20). Однако точка поворота  $r_L \approx r_-$  теперь определяется в основном суммой центробежного и кулоновского членов и находится из условия

$$2 \left( \text{ch } \chi' + \frac{b' \alpha_s}{4r_-} \right) = \quad (21)$$

$$= \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{a' \alpha_s}{r_-} \left( \text{ch } \chi' + \frac{b' \alpha_s}{4r_-} \right)} \right] \times \sqrt{1 + \frac{\lambda'^2 \Lambda^2}{r_-^2}}.$$

В качестве значения для точки поворота  $r_-$  можно взять приближенное решение уравнения (21)

$$r_- \approx \lambda' \frac{-B' \text{ch } \chi' + \sqrt{\Lambda^2 + B'^2}}{\text{sh } \chi'}, \quad (22)$$

где параметр  $B'$  дается выражением

$$B' = \frac{\alpha'_s (a' \text{ch}^2 \chi' + b')}{4 \text{sh } \chi'}, \quad \alpha'_s = \frac{\alpha_s}{\chi'}. \quad (23)$$

Отметим, что параметр  $B'$  в (23) входит в выражение для кулоновской волновой функции, описывающей  $s$ -состояние ( $\ell = 0$ ) связанной системы, состоящей из двух фермионов произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоновского потенциала (9). При  $\chi' = i\kappa_n$  параметр  $B'$  связан с условием квантования уровней энергий такой системы (подробности см. в работах [21, 22, 26]):

$$\frac{\alpha'_s (a' \cos^2 \kappa_n + b')}{4 \sin \kappa_n} = n,$$

$$n = 1, 2, \dots, \quad 0 < \kappa_n < \pi/2.$$

Разобьем область интегрирования в (18) на две части точкой  $R$ , лежащей в классически допустимой области движения и такой, что значение  $R$  можно считать большим по сравнению с  $r_L$ . Тогда условие квантования уровней энергий (18) запишется в виде

$$\int_{r_L}^{r_R} dr [\chi_+(r) - \ln R(r)] = \tilde{I}_1 + \tilde{I}_2 = \pi \lambda' \left( n + \frac{1}{2} \right), \quad (24)$$

$$n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0,$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{I}_1 &= \int_{r_L}^R dr \ln \left\{ \frac{2(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)}{\sqrt{1 + \lambda'^2 \Lambda^2/r^2} \left[ 1 + \sqrt{1 + a'(V_{\text{conf}}(r) - \alpha_s/r)(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)} \right]} + \right. \\ &+ \left. \sqrt{\left[ \frac{2(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)}{\sqrt{1 + \lambda'^2 \Lambda^2/r^2} \left[ 1 + \sqrt{1 + a'(V_{\text{conf}}(r) - \alpha_s/r)(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)} \right]} \right]^2 - 1} \right\}, \\ \tilde{I}_2 &= \int_R^{r_R} dr \ln \left\{ \frac{2(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)}{\sqrt{1 + \lambda'^2 \Lambda^2/r^2} \left[ 1 + \sqrt{1 + a'(V_{\text{conf}}(r) - \alpha_s/r)(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)} \right]} + \right. \\ &+ \left. \sqrt{\left[ \frac{2(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)}{\sqrt{1 + \lambda'^2 \Lambda^2/r^2} \left[ 1 + \sqrt{1 + a'(V_{\text{conf}}(r) - \alpha_s/r)(X_{\text{conf}}(r) + b'\alpha_s/4r)} \right]} \right]^2 - 1} \right\}, \\ X_{\text{conf}}(r) &= \text{ch } \chi' - \frac{b'}{4} V_{\text{conf}}(r). \end{aligned}$$

В принятых приближениях  $r_- \ll R \ll r_+, \alpha'_s \ll 2\Lambda \text{sh } \chi'$ , где точка поворота  $r_+$  определяется условием (20), а точка поворота  $r_-$  теперь дается выражением (22), для интегралов в  $\tilde{I}_1$  и  $\tilde{I}_2$  получаем следующие результаты:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_1 \approx R\chi' + \lambda' B' \ln \left( \frac{2R \text{sh } \chi'}{\lambda' \sqrt{\Lambda^2 + B'^2}} \right) - \quad (25) \\ - \frac{\pi \lambda' \Lambda}{2} - \lambda' \chi' \tilde{\rho}', \end{aligned}$$

$$\tilde{I}_2 \approx \int_0^{r_+} dr \chi_S(r) - R\chi' + \lambda' B' \ln \left( \frac{r_+}{R} \right), \quad (26)$$

где

$$\tilde{\rho}' = \frac{\alpha'_s a' \text{ch } \chi'}{4}.$$

Наконец, подставляя в (24) выражения (25) и (26), приходим к ВКБ-условию квантования уровней энергии связанной системы двух фермионов произвольных масс в случае взаимодействия (2):

$$\begin{aligned} \int_0^{r_+} dr \chi_S(r) = \pi \lambda' \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \quad (27) \\ - \lambda' \delta_\ell^{\text{Coul, WKB, S}}(\chi'), \\ n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0. \end{aligned}$$

Здесь быстрота  $\chi_S(r)$  по-прежнему дается выражением (17) при  $V(r) = V_{\text{conf}}(r)$ , а величина

$$\delta_\ell^{\text{Coul, WKB, S}}(\chi') = \quad (28)$$

$$= B' \ln \left( \frac{2r_+ \text{sh } \chi'}{\lambda' \sqrt{\Lambda^2 + B'^2}} \right) - \chi' \tilde{\rho}'$$

является фазой релятивистской кулоновской функции в ВКБ-приближении в рассматриваемых спиновых случаях, вычисленной в точке поворота  $r_+$  при  $\alpha'_s \ll 2\Lambda \text{sh } \chi'$ . В случае спиновых частиц равных масс ( $g' = 1$ ) фаза в (28) совпадает с ее выражением, полученным в работах [19, 24]. Более того, при  $a' = 0, b' = 2/g' m' c^2$  как ВКБ-условие квантования (27), так и выражение (28) совпадают с аналогичными выражениями в (3) и (4), которые были получены в бесспиновом случае для произвольных масс в работе [14].

### 3.3. Случай линейного потенциала с кулоновским взаимодействием

В качестве примера применения формулы (27) рассмотрим случай, когда в качестве конфайнментного потенциала  $V(r) = V_{\text{conf}}(r)$  выбирается линейный потенциал (1). Тогда с учетом (13) и (17) интеграл в правой части выражения (27) принимает вид

$$I = \frac{1}{\sigma'} \int_0^{x_+} dx \times \quad (29)$$

$$\times \ln \left[ \frac{2(\text{ch } \chi' - \tilde{b}'x)}{1 + \sqrt{1 + a'x}(\text{ch } \chi' - \tilde{b}'x)} + \right.$$

$$+ \sqrt{\left(\frac{2(\operatorname{ch} \chi' - \tilde{b}'x)}{1 + \sqrt{1 + a'x(\operatorname{ch} \chi' - \tilde{b}'x)}}\right)^2 - 1},$$

где  $\sigma' = \lambda'\sigma$ ,  $\tilde{b}' = b'/4$ ,  $x = \sigma r$ , точка поворота  $x_+ = \sigma r_+$  определяется из условия (20) и для линейного потенциала (1) дается выражением

$$x_+ = \frac{4(\operatorname{ch} \chi' - 1)}{a' + b'}.$$

Выполним в (29) интегрирование по частям, а затем сделаем в полученном выражении замену переменной

$$t = \frac{2(\operatorname{ch} \chi' - \tilde{b}'x)}{1 + \sqrt{1 + a'x(\operatorname{ch} \chi' - \tilde{b}'x)}}.$$

В результате искомый интеграл преобразуется к виду

$$I = \frac{4}{a'\sigma'} \left[ \operatorname{ch} \chi' \int_1^{\operatorname{ch} \chi'} \frac{dt}{(t^2 + b'/a')\sqrt{t^2 - 1}} - \frac{1}{2} \int_0^{\operatorname{sh}^2 \chi'} \frac{d\tau}{[\tau + (a' + b')/a']\sqrt{\tau}} \right]. \quad (30)$$

Вычисление интегралов в (30) для значений спиновых параметров  $a'$ ,  $b'$  в (7) позволяет получить квазиклассические условия квантования уровней энергий псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных составных систем двух спиновых частиц произвольных масс, взаимодействие между которыми осуществляется посредством суммы линейного и кулоновского (хромодинамического) потенциалов. Результат можно представить в следующем виде:

1)  $a' = g'^2$ ,  $b' = 1 - a'$ ,  $-1 < b'/a' \leq 0$  (псевдоскаляр):

$$\begin{aligned} & \frac{4}{a'\sigma'} \left[ \frac{\operatorname{ch} \chi'}{\sqrt{-b'/a'}\sqrt{1 + b'/a'}} \times \right. \\ & \times \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{th} \chi' \sqrt{-b'/a'}}{\sqrt{1 + b'/a'}} \right) - \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{1 + b'/a'}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{sh} \chi'}{\sqrt{1 + b'/a'}} \right) \right] = \\ & = \pi \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \delta_\ell^{\operatorname{Coul}, \operatorname{WKB}, S}(\chi'), \\ & n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0; \end{aligned} \quad (31)$$

2)  $a' = g'^2/2$ ,  $b' = 3/4 - a'$  (вектор):

$$\begin{aligned} & \frac{4}{a'\sigma'} \left[ \frac{\operatorname{ch} \chi'}{\sqrt{b'/a'}\sqrt{1 + b'/a'}} \times \right. \\ & \times \operatorname{arth} \left( \frac{\operatorname{th} \chi' \sqrt{b'/a'}}{\sqrt{1 + b'/a'}} \right) - \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{1 + b'/a'}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{sh} \chi'}{\sqrt{1 + b'/a'}} \right) \right] = \\ & = \pi \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \delta_\ell^{\operatorname{Coul}, \operatorname{WKB}, S}(\chi'), \\ & b'/a' \geq 0 \quad \text{при} \quad 1 \leq g'^2 \leq 3/2, \\ & n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0; \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} & \frac{4}{a'\sigma'} \left[ \frac{\operatorname{ch} \chi'}{\sqrt{-b'/a'}\sqrt{1 + b'/a'}} \times \right. \\ & \times \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{th} \chi' \sqrt{-b'/a'}}{\sqrt{1 + b'/a'}} \right) - \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{1 + b'/a'}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{sh} \chi'}{\sqrt{1 + b'/a'}} \right) \right] = \\ & = \pi \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \delta_\ell^{\operatorname{Coul}, \operatorname{WKB}, S}(\chi'), \\ & -1 < b'/a' < 0 \quad \text{при} \quad g'^2 > 3/2, \\ & n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0; \end{aligned} \quad (33)$$

3)  $a' = -g'^2/2$ ,  $b' = 1/4 - a'$ ,  $b'/a' < -1$  при  $\forall g' \geq 1$  (псевдовектор):

$$\begin{aligned} & \frac{4}{a'\sigma'} \left[ - \frac{\operatorname{ch} \chi'}{\sqrt{-b'/a'}\sqrt{-1 - b'/a'}} \times \right. \\ & \times \operatorname{arth} \left( \frac{\operatorname{th} \chi' \sqrt{-b'/a'}}{\sqrt{-1 - b'/a'}} \right) + \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{-1 - b'/a'}} \operatorname{arth} \left( \frac{\operatorname{sh} \chi'}{\sqrt{-1 - b'/a'}} \right) \right] = \\ & = \pi \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \delta_\ell^{\operatorname{Coul}, \operatorname{WKB}, S}(\chi'), \\ & n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0. \end{aligned} \quad (34)$$

Если воспользоваться соотношениями между обратными тригонометрическими и гиперболическими функциями, то выражения для уровней энергий (31)–(34) можно записать в виде общей формулы

$$\frac{4}{a'\sigma'} \left[ \frac{\operatorname{ch} \chi'}{\sqrt{b'/a'}\sqrt{1 + b'/a'}} \times \right. \quad (35)$$

$$\times \operatorname{arth} \left( \frac{\operatorname{th} \chi' \sqrt{b'/a'}}{\sqrt{1+b'/a'}} \right) - \frac{1}{\sqrt{1+b'/a'}} \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{sh} \chi'}{\sqrt{1+b'/a'}} \right) \Big] = \pi \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \delta_{\ell}^{\operatorname{Coul}, \operatorname{WKB}, S}(\chi'),$$

$$n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0,$$

где

$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \quad -1 < b'/a' \leq 0 \text{ для псевдоскаляра } (a' = g'^2, b' = 1 - a'); \\ 2) \quad b'/a' \geq 0 \text{ при } 1 \leq g'^2 \leq 3/2 \text{ и } -1 < b'/a' < 0 \text{ при } g'^2 > 3/2 \\ \text{для вектора } (a' = g'^2/2, b' = 3/4 - a'); \\ 3) \quad b'/a' < -1 \text{ при } \forall g' \geq 1 \text{ для псевдовектора} \\ (a' = -g'^2/2, b' = 1/4 - a'), \end{array} \right. \quad (36)$$

а фактор  $g'$  в (36) определяется выражением (8).

Квазиклассическое условие квантования уровней энергий составных систем двух релятивистских бесспиновых частиц произвольных масс, взаимодействие между которыми также осуществляется посредством суммы линейного и кулоновского (хромодинамического) потенциалов, дается выражением [14]

$$\frac{1}{\tilde{\sigma}'} (\chi' \operatorname{ch} \chi' - \operatorname{sh} \chi') = \pi \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) - \delta_{\ell}^{\operatorname{Coul}, \operatorname{WKB}}(\chi'), \quad (37)$$

$$\tilde{\sigma}' = \frac{\lambda' \sigma}{2g'm'c^2}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0,$$

где фаза релятивистской бесспиновой кулоновской волновой функции в ВКБ-приближении  $\delta_{\ell}^{\operatorname{Coul}, \operatorname{WKB}}(\chi')$  дана в (4).

Для случая равных масс ( $m_1 = m_2 = m$ ) и чисто линейного потенциала ( $\alpha_s = 0$ ) выражения для уровней энергий (31)–(34) переходят в выражения, полученные в работе [19]:

$$4(\operatorname{sh} \chi - \operatorname{arctg} \operatorname{sh} \chi) = \frac{\pi \sigma \lambda}{2mc^2} \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) \text{ (псевдоскаляр);}$$

$$\frac{16\sqrt{3}}{3} \operatorname{ch} \chi \ln \left( \frac{\sqrt{3} \operatorname{ch} \chi + \operatorname{sh} \chi}{\sqrt{2 \operatorname{ch}^2 \chi + 1}} \right) - \frac{8\sqrt{6}}{3} \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{2}{3}} \operatorname{sh} \chi \right) = \frac{\pi \sigma \lambda}{2mc^2} \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) \text{ (вектор);}$$

$$\frac{16\sqrt{3}}{3} \operatorname{ch} \chi \ln \left( \frac{\sqrt{3} \operatorname{sh} \chi + \operatorname{ch} \chi}{\sqrt{|2 \operatorname{ch}^2 \chi - 3|}} \right) - 4\sqrt{2} \ln \left| \frac{\sqrt{2} \operatorname{sh} \chi + 1}{\sqrt{2} \operatorname{sh} \chi - 1} \right| = \frac{\pi \sigma \lambda}{2mc^2} \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right) \text{ (псевдовектор),}$$

$$n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0.$$

Выражения (38) отличаются от условия квантования уровней энергий в бесспиновом случае для произвольных масс (37) для чисто линейного потенциала (1) ( $\alpha_s = 0$ ) и при  $m_1 = m_2 = m$ :

$$\chi \operatorname{ch} \chi - \operatorname{sh} \chi = \frac{\pi \sigma \lambda}{2mc^2} \left( n + \frac{\ell}{2} + \frac{3}{4} \right), \quad (39)$$

$$n = 0, 1, \dots, \quad \ell \geq 0.$$

Проведенный сравнительный анализ формул (38) с формулой (39) для бесспинового случая показывает, что учет спина приводит к увеличению значений уровней энергии, отвечающих фиксированным значениям  $n$  и  $\ell$ .

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СПИНОВЫХ ПАРАМЕТРОВ ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ СОСТАВНОЙ СИСТЕМЫ НА ЕЕ СПЕКТР МАСС

В этом разделе проведем исследование влияния спиновых параметров  $a' = g'^2$  и  $b' = 1 - a'$  в (7)  $s$ -состояния ( $\ell = 0$ ) псевдоскалярной связанной системы, состоящей из двух релятивистских фермионов (кварков) произвольных масс  $m_1$  и  $m_2$ , взаимодействующих посредством суммы линейного и кулоновского (хромодинамического) потенциалов, на значения ее уровней  $n$  энергий. Для такого исследования были построены графики функций  $n = n(\chi)$ , соответствующие релятивистским

спиновому псевдоскалярному ( $a' = g'^2$  и  $b' = 1 - a'$ ) и бесспиновому случаям и представленные выражениями (35) и (37), взятыми при  $\hbar = c = 1$ , и отвечающие различным значениям параметров взаимодействия кварков мезонов: линейная ( $\sigma$ ) и кулоновская ( $\alpha_s$ ) константы взаимодействия, массы  $m_u, m_d, m_s$  для  $u$ -,  $d$ -,  $s$ -кварков, образующих  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезоны с массами:  $M_{\pi^\pm} = 139.60$  МэВ,  $M_{K^\pm} = 493.71$  МэВ и  $M_{K_0} = 497.60$  МэВ ( $\ell = 0, n = 1$ ) [27]. Значения фактора  $g'$ , который определяется формулой (8) через отношения масс  $m_u, m_d, m_s$  кварков, образующих  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезоны, были выбраны равными:  $g'_{\pi^\pm} = 1.0012$ ,  $g'_{K^\pm} = 1.2679$ ,  $g'_{K_0} = 1.2313$ . Тогда, принимая во внимание формулу (8) и определение массы  $m' = \sqrt{m_1 m_2}$  эффективной релятивистской частицы, значения масс  $m_u, m_d, m_s$  для  $u$ -,  $d$ -,  $s$ -кварков и соответствующие им значения масс  $m'_{\pi^\pm}$ ,  $m'_{K^\pm}$  эффективной релятивистской частицы при  $m'_{K_0} = 134.52$  МэВ, где  $K^0 = K_0$  определяются из системы уравнений

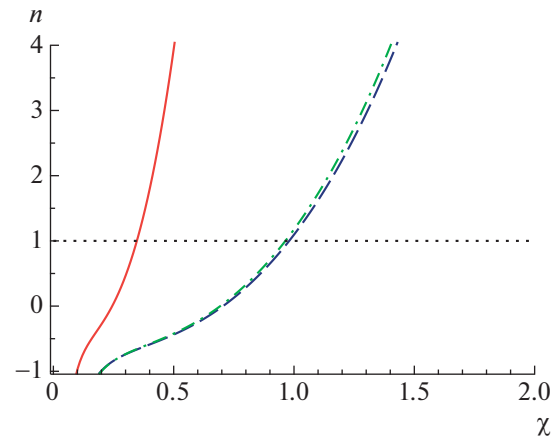
$$\begin{cases} m_u = m'_{\pi^\pm} (g'_{\pi^\pm} - \sqrt{g'^2_{\pi^\pm} - 1}), \\ m_d = m'_{\pi^\pm} (g'_{\pi^\pm} + \sqrt{g'^2_{\pi^\pm} - 1}), \\ m_u = m'_{K^\pm} (g'_{K^\pm} - \sqrt{g'^2_{K^\pm} - 1}), \\ m_s = m'_{K^\pm} (g'_{K^\pm} + \sqrt{g'^2_{K^\pm} - 1}), \\ m_d = m'_{K_0} (g'_{K_0} - \sqrt{g'^2_{K_0} - 1}), \\ m_s = m'_{K_0} (g'_{K_0} + \sqrt{g'^2_{K_0} - 1}). \end{cases}$$

Значения быстрот  $\chi$ , соответствующие выбранным значениям масс и фактора  $g'$  для  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов, находятся согласно формулам (6) и (8) из выражений

$$\begin{aligned} M_{\pi^\pm} &= 2m'_{\pi^\pm} g'_{\pi^\pm} \operatorname{ch} \chi_{\pi^\pm}, \\ M_{K^\pm} &= 2m'_{K^\pm} g'_{K^\pm} \operatorname{ch} \chi_{K^\pm}, \\ M_{K_0} &= 2m'_{K_0} g'_{K_0} \operatorname{ch} \chi_{K_0}. \end{aligned} \quad (40)$$

Используя условие квантования уровней энергий (35) для случая псевдоскаляра ( $a' = g'^2$ ,  $b' = 1 - a'$ ), по выбранным значениям фактора  $g'$  и найденным значениям быстрот  $\chi$  посредством соотношений (40) были вычислены значения линейной и кулоновской констант взаимодействия для основного уровня ( $n = 1$ )  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов в  $s$ -состоянии ( $\ell = 0$ ). Значения найденных величин, включая линейную и кулоновскую константы взаимодействия, приведены в табл. 1.

Подчеркнем, что результаты вычислений учитывают релятивистский характер связанной системы, поскольку условие квантования уровней энер-



—  $\pi^\pm$ -мезон:  $M = 139.60$  МэВ,  $\sigma = 0.0117$ ,  $\alpha_s = 0.3149$   
 - - -  $K^\pm$ -мезон:  $M = 493.71$  МэВ,  $\sigma = 0.2261$ ,  $\alpha_s = 0.3685$   
 - · - ·  $K_0$ -мезон:  $M = 497.60$  МэВ,  $\sigma = 0.2183$ ,  $\alpha_s = 0.3859$   
 ·····  $n = 1$

**Рис. 1.** Поведение функций  $n = n(\chi)$  для  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов, представленных выражением (35), взятым при  $\hbar = c = 1$ ,  $a' = g'^2$ ,  $b' = 1 - g'^2$  (псевдоскаляр) и отвечающим различным значениям параметров взаимодействия кварков, составляющих мезоны.

гий (35) было получено в рамках полностью ковариантного РКП-подхода в квантовой теории поля. При этом остается неоднозначность определения параметров взаимодействия. Для устранения этой неоднозначности необходимо использовать другие физические характеристики для рассматриваемых связанных систем, либо зафиксировать некоторые параметры взаимодействия, например, мы фиксировали значения фактора  $g'$  (см. табл. 1).

На рис. 1 представлены кривые  $n = n(\chi)$ , которым отвечают значения параметров для  $\pi^\pm$ -мезона (сплошная кривая),  $K^\pm$ -мезона (штриховая кривая) и  $K_0$ -мезона (штрихпунктирная кривая) из табл. 1, а точечная линия соответствует случаю  $n = 1$ . Из рис. 1 видно, что поведение функций  $n = n(\chi)$  для  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов существенно зависит от значений параметров взаимодействия кварков, составляющих мезоны: констант взаимодействия ( $\sigma, \alpha_s$ ) и фактора  $g'$ , который определяется формулой (8) через отношения масс  $m_u, m_d, m_s$  кварков, образующих  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезоны.

Для более детального исследования влияния спиновых параметров  $s$ -состояния псевдоскалярной составной системы на значения ее уровней  $n$  энергий были построены графики функций  $n = n(\chi)$  (рис. 2–4), соответствующие релятивистским спиновому псевдоскалярному (штриховые кривые) и бесспиновому (сплошные кривые) случаям и представленные выражениями (35) и (37), взятыми при  $\hbar = c = 1$ , и отвечающие тем же

**Таблица 1.** Значения параметров  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов

Мезоны	$M$ , МэВ	$m_u$ , МэВ	$m_d$ , МэВ	$m_s$ , МэВ	$m'$ , МэВ	$g'$	$\chi$	$\sigma$	$\alpha_s$
$\pi^\pm$	139.60	62.57	69.00		65.71	1.0012	0.3475	0.0117	0.3149
$K^\pm$	493.71	62.57		262.27	128.10	1.2679	0.9800	0.2261	0.3685
$K_0$	497.60		69.00	262.27	134.52	1.2313	0.9643	0.2183	0.3859

значениям параметров взаимодействия кварков для  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов, что и на рис. 1. Точечные линии соответствуют случаю  $n = 1$ .

Из рис. 2 видно, что основному ( $n = 1$ ) уровню энергии  $s$ -состояния  $\pi^\pm$ -мезона с массой  $M_{\pi^\pm} = 139.60$  МэВ в спиновом случае (штриховая кривая) отвечает значение быстроты  $\chi = 0.3475$ , соответствующее выбранным значениям параметров взаимодействия кварков, составляющих  $\pi^\pm$ -мезон, из табл. 1:  $\alpha = \alpha'_s = \tilde{\alpha}'_s = 0.3149$ ,  $\sigma = \sigma' = \tilde{\sigma}' = 0.0117$ ,  $m_u = 62.57$  МэВ,  $m_d = 69.00$  МэВ,  $g'_{\pi^\pm} = 1.0012$ ,  $m'_{\pi^\pm} = 65.71$  МэВ.

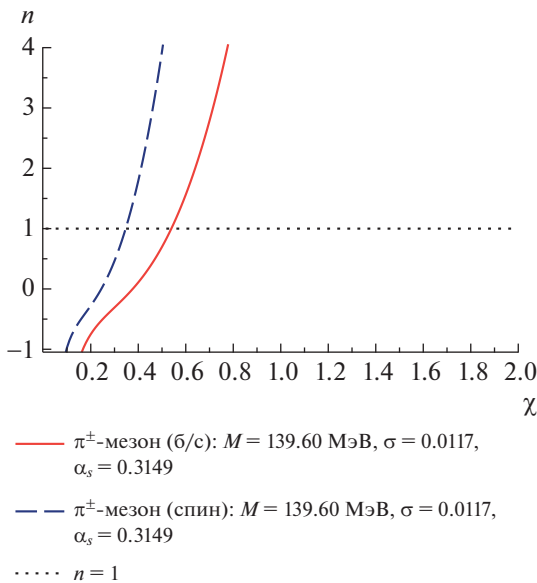
Рисунок 3 показывает, что основному ( $n = 1$ ) уровню энергии  $s$ -состояния  $K^\pm$ -мезона с массой  $M_{K^\pm} = 493.71$  МэВ в спиновом случае (штриховая кривая) отвечает значение быстроты  $\chi = 0.9800$ , соответствующее выбранным значениям параметров взаимодействия кварков, составляющих  $K^\pm$ -мезон, из табл. 1:  $\alpha =$

$\alpha'_s = \tilde{\alpha}'_s = 0.3685$ ,  $\sigma = \sigma' = \tilde{\sigma}' = 0.2261$ ,  $m_u = 62.57$  МэВ,  $m_s = 262.27$  МэВ,  $g'_{K^\pm} = 1.2679$ ,  $m'_{K^\pm} = 128.10$  МэВ.

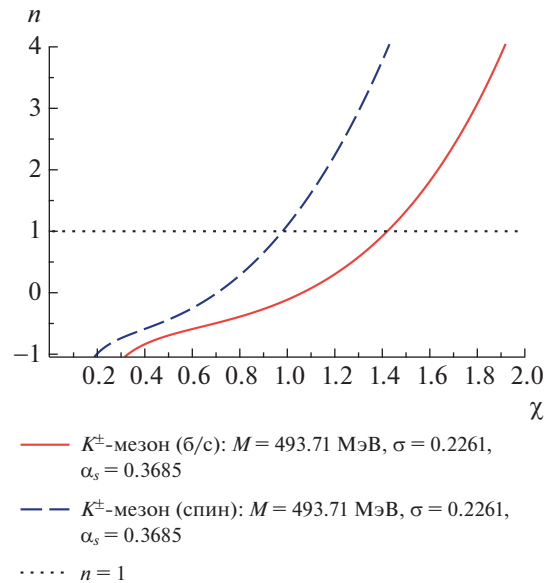
Из рис. 4 следует, что основному ( $n = 1$ ) уровню энергии  $s$ -состояния  $K_0$ -мезона с массой  $M_{K_0} = 497.60$  МэВ в спиновом случае (штриховая кривая) отвечает значение быстроты  $\chi = 0.9643$ , соответствующее выбранным значениям параметров взаимодействия кварков, составляющих  $K_0$ -мезон, из табл. 1:  $\alpha = \alpha'_s = \tilde{\alpha}'_s = 0.3859$ ,  $\sigma = \sigma' = \tilde{\sigma}' = 0.2183$ ,  $m_d = 69.00$  МэВ,  $m_s = 262.27$  МэВ,  $g'_{K_0} = 1.2313$ ,  $m'_{K_0} = 134.52$  МэВ.

Также рис. 2–4 показывают, что значения быстроты  $\chi$ , отвечающие основному ( $n = 1$ ) уровню энергии  $s$ -состояния  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов, существенно больше в бесспиновых случаях (сплошные кривые), чем в спиновых случаях (штриховые кривые).

Из рис. 1, 3 и 4 также видно, что кривые  $n = n(\chi)$  для  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов как в спиновом, так и в бесспиновом случаях различаются незначительно.

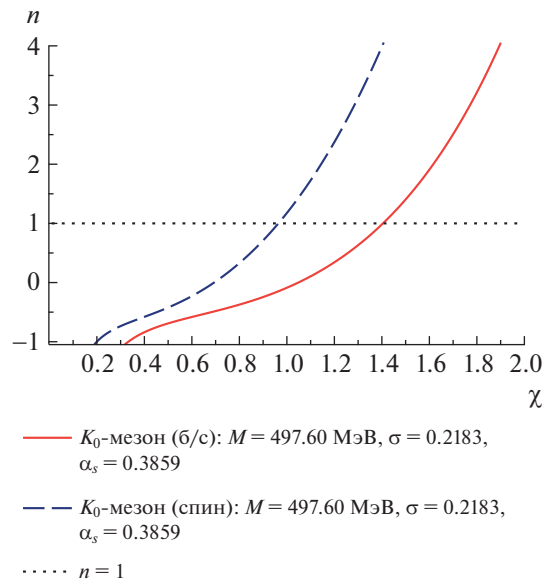


**Рис. 2.** Поведение функций  $n = n(\chi)$  для  $\pi^\pm$ -мезона, соответствующих релятивистским спиновому псевдоскалярному ( $a' = g'^2$ ,  $b' = 1 - g'^2$ ) и бесспиновому случаям и представленных выражениями (35) и (37), взятыми при  $\hbar = c = 1$ , и отвечающих тем же значениям параметров взаимодействия кварков для  $\pi^\pm$ -мезона, что и на рис. 1.



**Рис. 3.** То же, что и на рис. 2, но для  $K^\pm$ -мезона, которому отвечают те же значения параметров взаимодействия кварков, составляющих его, что и на рис. 1.





**Рис. 4.** То же, что и на рис. 2, но для  $K_0$ -мезона, которому отвечают те же значения параметров взаимодействия кварков, составляющих его, что и на рис. 1.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе были получены новые релятивистские квазиклассические выражения для условий квантования уровней энергий псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов как составных систем двух релятивистских фермионов произвольных масс, взаимодействующих как посредством несингулярных запирающих потенциалов, так и сингулярных запирающих потенциалов воронкообразного типа с кулоновским (хромодинамическим) взаимодействием. Рассмотрение проводится на основе развитого математического аппарата РКП-подхода в ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц (фермионов) произвольных масс. Для решения поставленной задачи полностью ковариантное конечно-разностное РКП-уравнение в трехмерном релятивистском  $\mathbf{r}$ -представлении для радиальной волновой функции составной системы, отвечающей псевдоскалярному, векторному и псевдовекторному случаям и состоящей из двух релятивистских фермионов произвольных масс, было решено в ВКБ-приближении. Определены условия применимости релятивистского ВКБ-приближения. Используемый подход непосредственно связан с возможностью представить полную энергию двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс  $m_1, m_2$  в с.ц.и. в виде выражения, пропорционального энергии одной эффективной релятивистской частицы массы  $m'$ .

Показано, что в рамках рассматриваемого полностью ковариантного РКП-подхода в квантовой теории поля новые модифицированные релятивистские ВКБ-условия квантования уровней энергий устанавливают явную зависимость относительного орбитального момента  $\ell$  от энергии резонансов, что определяет релятивистские траектории Редже семейства мезонов как связанной системы двух кварков. Полученные формулы позволяют учитывать как влияние констант кулоновского (хромодинамического) и конфайментного (в частности, линейного) взаимодействий, так и различия масс кварков (фактор  $g'$ ), при вычислении значений уровней энергий и реджевских траекторий связанных систем двух релятивистских фермионов произвольных масс.

Установлено, что для всех трех рассматриваемых спиновых структур мезонов (псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных) модифицированное релятивистское ВКБ-условие квантования уровней энергий, которое отвечает сингулярному потенциалу запираения с кулоновским (хромодинамическим) взаимодействием, включает в себя поправочный член в виде фазы релятивистской кулоновской функции в ВКБ-приближении, взятой в точке поворота  $r_+$ , соответствующей несингулярному запирающему (конфайментному) потенциалу. Показано, что учет спина (фактор  $g'$ ) приводит к увеличению значений уровней энергии, отвечающих фиксированным значениям  $n$  и  $\ell$ .

Проведено исследование влияния спиновых параметров псевдоскалярной составной системы, состоящей из двух релятивистских фермионов про-

извольных масс, взаимодействующих посредством суммы линейного и кулоновского (хромодинамического) потенциалов, на ее спектр масс. Показано, что уровни энергий для  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезонов существенно зависят от значений параметров взаимодействия кварков, составляющих мезоны: констант взаимодействия ( $\sigma, \alpha_s$ ) и фактора  $g'$ , зависящего от значений масс  $m_u, m_d, m_s$  кварков, образующих  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезоны. Найдены значения быстрот  $\chi$ , которые соответствуют выбранным значениям параметров взаимодействия кварков, образующих  $\pi^\pm$ -,  $K^\pm$ - и  $K_0$ -мезоны.

Новые релятивистские ВКБ-условия квантования уровней энергий псевдоскалярных, векторных и псевдовекторных мезонов, состоящих из двух релятивистских фермионов произвольных масс, взаимодействующих как посредством несингулярных запирающих потенциалов, так и сингулярных запирающих потенциалов воронкообразного типа с хромодинамическим взаимодействием, получены в рамках полностью ковариантного метода. Можно ожидать, что они более полно учитывают как релятивистский характер частиц составной системы, так и эффекты, обусловленные как спинами частиц составной системы, так и различием их масс.

Автору приятно выразить искреннюю благодарность О.П. Соловцовой за обсуждение полученных результатов, ценные замечания и техническую поддержку, А.Е. Дорохову, Ю.А. Курочкину, В.В. Андрееву и А.В. Киселеву за обсуждение полученных результатов, их комментарии и стимулирующие дискуссии.

Работа выполнена при поддержке программы международного сотрудничества Республики Беларусь с ОИЯИ и Государственной программы научных исследований на 2021–2025 гг. “Конвергенция-2025”, подпрограмма “Микромир, плазма и Вселенная”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. Barbieri, R. Kögerler, Z. Kunszt, and R. Gatto, Nucl. Phys. B **105**, 125 (1976).
2. R. McClary and N. Byers, Phys. Rev. D **28**, 1692 (1983).
3. E. Etim and L. Schülke, Nuovo Cimento A **77**, 347 (1983).
4. A. A. Logunov and A. N. Tavkhelidze, Nuovo Cimento **29**, 380 (1963).
5. V. G. Kadyshevsky, Nucl. Phys. B **6**, 125 (1968).
6. В. Г. Кадышевский, ЖЭТФ **46**, 654, 872 (1964) [Sov. Phys. JETP **19**, 443, 597 (1964)]; Докл. АН СССР **160**, 573 (1965) [Sov. Phys. Dokl. **10**, 46 (1965)].
7. V. G. Kadyshevsky and M. D. Mateev, Nuovo Cimento A **55**, 275 (1967).
8. Р. Н. Фаустов, ТМФ **3**, 240 (1970) [Theor. Math. Phys. **3**, 478 (1970)].
9. R. N. Faustov, Ann. Phys. (N.Y.) **78**, 176 (1973).
10. N. B. Skachkov and I. L. Solovtsov, Preprint No. E2-11727, JINR (Dubna, 1978); Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, ЯФ **30**, 1079 (1979) [Sov. J. Nucl. Phys. **30**, 562 (1979)].
11. N. B. Skachkov and I. L. Solovtsov, Preprint No. E2-11678, JINR (Dubna, 1978); Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, ТМФ **41**, 205 (1979) [Theor. Math. Phys. **41**, 977 (1979)].
12. А. Д. Линкевич, В. И. Саврин, Н. Б. Скачков, ТМФ **53**, 20 (1982) [Theor. Math. Phys. **53**, 955 (1982)].
13. V. G. Kadyshevsky, R. M. Mir-Kasimov, and N. B. Skachkov, Nuovo Cimento A **55**, 233 (1968).
14. В. В. Кондратюк, Ю. Д. Черниченко, ЯФ **81**, 40 (2018) [Phys. At. Nucl. **81**, 51 (2018)].
15. В. Г. Кадышевский, М. Д. Матеев, Р. М. Мир-Касимов, ЯФ **11**, 692 (1970) [Sov. J. Nucl. Phys. **11**, 388 (1970)].
16. В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, Н. Б. Скачков, ЭЧАЯ **2**, 635 (1972) [Sov. J. Part. Nucl. **2**(3), 69 (1972)].
17. Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, ЯФ **31**, 1332 (1980) [Sov. J. Nucl. Phys. **31**, 686 (1980)].
18. А. В. Сидоров, Н. Б. Скачков, ТМФ **46**, 213 (1981) [Theor. Math. Phys. **46**, 141 (1981)]; Препринт P2-80-45, ОИЯИ (Дубна, 1980); V. I. Savrin, A. V. Sidorov, and N. B. Skachkov, Hadronic J. **4**, 1642 (1981).
19. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **83**, 270 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 488 (2020)].
20. А. Д. Донков, В. Г. Кадышевский, М. Д. Матеев, Р. М. Мир-Касимов, в сб.: Труды IV международного симпозиума по нелокальным теориям поля, Алушта, 20–28 апреля 1976, Д2-9788, ОИЯИ (Дубна, 1976).
21. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **84**, 262 (2021) [Phys. At. Nucl. **84**, 339 (2021)].
22. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **80**, 396 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 707 (2017)].
23. N. B. Skachkov and I. L. Solovtsov, Preprint No. E2-81-760, JINR (Dubna, 1981); Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, ТМФ **54**, 183 (1983) [Theor. Math. Phys. **54**, 116 (1983)].
24. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **85**, 159 (2022) [Phys. At. Nucl. **85**, 205 (2022)].
25. V. I. Savrin and N. B. Skachkov, Lett. Nuovo Cimento **29**, 363 (1980).
26. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **82**, 172 (2019) [Phys. At. Nucl. **82**, 158 (2019)].
27. K. A. Olive *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. C **38**, 090001 (2014).

# SEMICLASSICAL QUANTIZATION CONDITION OF THE ENERGY LEVELS FOR THE RELATIVISTIC SYSTEM OF TWO FERMIONS WITH ARBITRARY MASSES

Yu. D. Chernichenko<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup> *Sukhoi State Technical University of Gomel, Belarus*

<sup>1)</sup> *International Center for Advanced Studies, Gomel, Belarus*

New semiclassical quantization conditions of the energy levels for the relativistic systems of two fermions of arbitrary masses interacting by means of the singular confining Coulomb-like potential are obtained. Quantization conditions of the energy levels for the pseudoscalar, vector, and pseudovector mesons were found. The present analysis was performed within the framework of completely covariant RQP approach in the Hamiltonian formulation of quantum field theory via a transition to the relativistic configuration representation for the case of two relativistic spin particles with arbitrary masses.

# ЭФФЕКТЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ РАДИАЦИОННЫХ ПОПРАВОК В ПРОЦЕССЕ РОЖДЕНИЯ ЛЕПТОННЫХ ПАР ПРИ ФОТОН-ФОТОННОМ СЛИЯНИИ НА LHC

© 2022 г. В. А. Зыкунов<sup>1), 2), 3)</sup>\*

Поступила в редакцию 04.03.2022 г.; после доработки 29.03.2022 г.; принята к публикации 31.03.2022 г.

Изучены однопетлевые электромагнитные радиационные поправки для процесса рождения дилептонов в адронных столкновениях в канале фотон-фотонного слияния, особое внимание уделено жесткому тормозному излучению. Рассматриваемая реакция сопровождает процесс Дрелла–Яна, изучение которого представляет актуальную задачу в экспериментальной программе Большого адронного коллайдера (Large Hadron Collider, LHC). Проведен подробный численный анализ эффектов электромагнитных радиационных поправок к наблюдаемым дифференциальным сечениям в широкой кинематической области, в том числе для эксперимента CMS LHC в режиме Run3/HL, который соответствует сверхвысоким энергиям и инвариантным массам лептонной пары.

DOI: 10.31857/S0044002722050129

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Процесс рождения лептонной пары в адронных столкновениях, который впервые теоретически был описан в работах [1, 2] (С. Дрелл, Д. Ян) и [3] (В. Матвеев, Р. Мурадян, А. Тавхелидзе), а экспериментально исследован в BNL [4], послужил становлению квантовой хромодинамики (КХД) как теории, адекватно описывающей сильные взаимодействия. Кварк-партоновая модель (КПМ), соответственно, стала рабочим инструментом для расчетов в этой области физики высоких энергий. В современной литературе принято различать процесс Дрелла–Яна (рождение дилептона в адронных столкновениях посредством аннигиляции кварк-антикварковой пары через виртуальный фотон или  $Z$ -бозон, в работе будем его обозначать “DY”) и другие подобные процессы рождения дилептона, где также имеются в виду столкновения адронов, но дилептон рождается посредством другой реакции.

Одной из таких возможностей является двухфотонный механизм (two-photon exchange mechanism) образования дилептона, другие его названия: дилептонное рождение, индуцированное фотонами (photon induced [initiated] dilepton production),

рождение дилептона при фотон-фотонном слиянии (dilepton production via  $\gamma\gamma$ -fusion). В настоящей работе этот механизм (процесс) будем обозначать как “ $\gamma\gamma$ ”, одной из целей работы является сравнение экспериментально наблюдаемых величин, описанных посредством DY- и  $\gamma\gamma$ -механизмов. Хотя обсуждаемые процессы экспериментально неразличимы и, вообще говоря, равноправны, часто говорят, что сечение  $\gamma\gamma$ -процесса “добавляется” к сечению процесса Дрелла–Яна, так как “открывается новый канал реакции”. В какой-то мере такой подход к описанию наблюдаемых сечений оправдан, поскольку величина сечения  $\gamma\gamma$ -процесса ожидается значительно меньшей, чем сечения процесса Дрелла–Яна из-за разного масштаба соответствующих партонных распределений (вероятность нахождения фотона в протоне гораздо ниже, чем кварка в протоне). Заметим, что существуют и другие подходы для расчета сечения процесса рождения дилептона, индуцированного  $\gamma\gamma$ -механизмом, например, в работе [5] для построения сечения был использован формализм адронного тензора.

Потенциал новых открытий при изучении процесса рождения дилептона в столкновениях адронов крайне велик. В свое время обсуждаемая постановка эксперимента на протонном коллайдере позволила коллаборациям UA1 и UA2 в CERN обнаружить переносчики слабого взаимодействия:  $W$ -бозоны [6] и  $Z$ -бозоны [7]. Теперь же в идущих полным ходом экспериментах на адронном коллайдере LHC осуществляется тестирование энергетического масштаба выше ТэВ и поиск на нем от-

<sup>1)</sup>Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

<sup>2)</sup>Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь.

<sup>3)</sup>Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации, Гомель, Беларусь.

\*E-mail: zykunov@cern.ch

клонений от Стандартной модели (СМ) — явлений Новой физики (НФ):

- суперсимметричных партнеров известных частиц [8],
- проявлений (супер)струнной теории и симбиоза теории струн и суперсимметрии —  $M$ -теории (теории миров на бранах) [9],
- частиц-кандидатов на Темную материю (dark matter) [10],
- аксионов (частиц, введение которых в теорию объясняет экспериментально подтвержденное отсутствие нарушения  $CP$ -симметрии в КХД) [11],
- ультраслабо взаимодействующих частиц (feebly interacting particles) [12]

и других. Обнаружение следов НФ является одной из главных перспектив развития современной физики. Есть надежда, что поиск явлений НФ увенчается успехом после тщательного исследования наблюдаемых величин процесса Дрелла—Яна при больших инвариантных массах лептонной пары (дилептона)  $l^-l^+$ .

В 2022–2024 гг. на ЛНС будет проходить этап Run3, в котором будет реализована максимальная запланированная энергия протонов  $\sqrt{S} = 14$  ТэВ (в системе их центра масс), собрана статистика до 300 фбн<sup>-1</sup> и промерена область по инвариантной массе пары  $M$  примерно от 4.6 до 5.2 ТэВ. Следующий этап работы ЛНС 2027–2038 гг., на котором планируется собрать статистику в 3000 фбн<sup>-1</sup>, будет называться High-Luminosity (HL) ЛНС, на нем планируется достичь области  $M$  до 6.2 ТэВ.

Если энергии, которые будут достигнуты на Run3/HL ЛНС, соответствуют пределам применимости СМ, то, по всей видимости, НФ проявится в экспериментах на ЛНС не через прямое обнаружение новых частиц и/или новых явлений, а по довольно небольшим отклонениям от предсказаний СМ. Обнаружение новых физических явлений по такому сценарию возможно только в ходе крайне точного (прецизионного) сравнения полученных экспериментальных данных с предсказаниями теории.

Все вышесказанное требует соответствующего улучшения точности теоретического описания исследуемых процессов, протекающих в микромире, и обеспечения экспериментов на Run3/HL ЛНС надежными и прецизионными программами учета не только лидирующего порядка теории возмущений, но и более высоких ее порядков. Традиционно они называются радиационными эффектами

или эффектами радиационных поправок (radiative corrections, RC). К настоящему моменту имеется большое количество разнообразных, взаимодополняющих друг друга программ и компьютерных кодов, посвященных этой проблеме, их обзор сделан, например, в работе [13]. В ней также приведено физическое содержание одной из таких программ — READY (Radiative corrections to Large invariant mass Drell–Yan process), разработанной автором для оценки электрослабых и КХД-поправок для процесса Дрелла—Яна.

В настоящей работе будет описана процедура учета однопетлевых электромагнитных радиационных поправок для процесса рождения дилептонов в адронных столкновениях посредством механизма  $\gamma\gamma$ -слияния. Проведен численный анализ эффектов электромагнитных радиационных поправок к наблюдаемым дифференциальным сечениям во всей кинематической области (с акцентом на условия эксперимента CMS в режиме Run3/HL ЛНС), для чего были расширены возможности программы READY.

## 2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА

Рождение лептонной пары в столкновении адронов  $h_A$  и  $h_B$  описывается формулой

$$h_A + h_B \rightarrow l^- + l^+ + X, \quad (1)$$

где начальные адроны имеют 4-импульсы  $P_A$  (первый) и  $P_B$  (второй); они имеют равные массы  $m_N$ . Будем использовать адронный инвариант  $S = (P_A + P_B)^2$ , в системе центра масс адронов (с.ц.м.а.) полная энергия реакции равна, соответственно,  $E_A + E_B = \sqrt{S}$ . Механизмы процесса (1) изображены на рис. 1:  $a$  — процесс Дрелла—Яна,  $b$  — рождение дилептона путем фотон-фотонного слияния. Далее опишем второй процесс (рис. 1б) в духе работы [13], где подробно изложена методика расчета электрослабых и КХД-поправок для процесса Дрелла—Яна (рис. 1а).

Безрадиационный партонный процесс имеет вид

$$\gamma(p_1) + \gamma(p_2) \rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4), \quad (2)$$

где в скобках указаны обозначения 4-импульсов частиц. Фейнмановские диаграммы, соответствующие процессу (2) в борновском приближении, приведены на рис. 2. Обозначения на диаграмме рис. 2а следующие:  $p_1$  ( $p_2$ ) — 4-импульс первого (второго) фотона;  $p_3$  ( $p_4$ ) — 4-импульс конечного лептона  $l^-$  ( $l^+$ ) с массой  $m$ . Согласно кварк-партонной модели 4-импульсы адрона и партона пропорциональны:

$$p_1 = x_1 P_A, \quad p_2 = x_2 P_B. \quad (3)$$

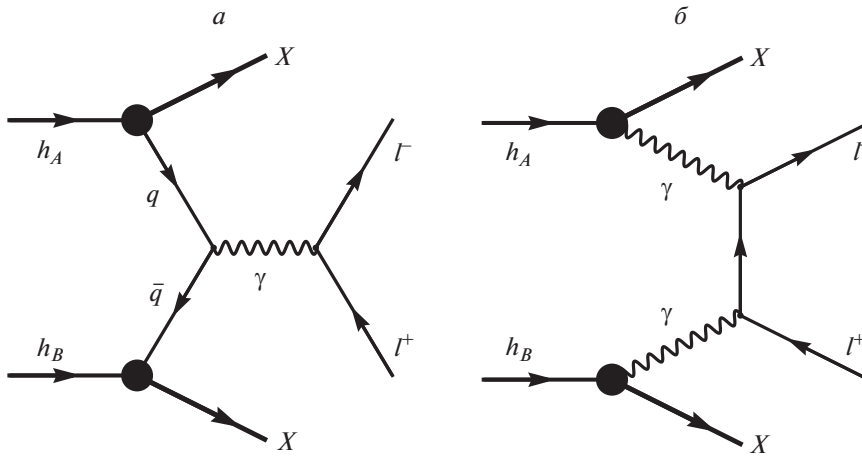


Рис. 1. Процесс рождения дилептона в адронных столкновениях: а — процесс Дрелла–Яна с виртуальным фотоном, б — механизм фотонного слияния. На линиях указаны названия частиц.

Коэффициенты пропорциональности — это так называемые доли импульса, которые забирают партоны (в данном случае — фотоны) от своего (родительского) адрона.

### 3. КОНВОЛЮЦИЯ

Чтобы получить в рамках КПМ сечение процесса (1), нужно просуммировать все возможности образования дилептона из адронов, т.е. учесть все возможные подпроцессы (допустимые законами сохранения заряда, момента и т.д.) и отобрать те конфигурации, которые возможны кинематически. В результате имеем так называемую конволюционную формулу (или просто конволюцию), которая строится на принципах гипотезы факторизации [14] и теоремы о полной вероятности:

$$d\sigma_C^h = f_\gamma^A(x_1)dx_1 f_\gamma^B(x_2)dx_2 d\hat{\sigma}_C^{\gamma\gamma} \Theta, \quad (4)$$

где  $d\sigma_C^h$  — сечение процесса (1),  $d\sigma_C^{\gamma\gamma}$  — сечение процесса (2).

Чтобы из (4) получить наблюдаемое сечение, нужно выделить в фазовом пространстве зависимость от необходимых переменных и проинтегрировать по остальным с учетом фактора  $\Theta$ , который отвечает за определение области фазового объема, допустимой кинематикой реакции. Математически он представляет собой произведение  $\theta$ -функций, каждая из которых будет подробно обсуждаться ниже. Символ “ $\hat{\sigma}$ ” (шляпка) означает применение к партонному сечению кинематики КПМ (3). Индексом  $C$  обозначаются вклады (contributions), соответствующие безрадиационной кинематике: борновский ( $C = 0$ ), виртуальные однопетлевые (virtual,  $C = V$ ) и вклад от мягких тормозных фотонов ( $C = \text{soft}$ ).

Символом  $f_\gamma^h(x)$  обозначаются функции партонных распределений (parton distribution function, PDF), которые имеют следующий (вероятностный) смысл:  $f_\gamma^h(x)dx$  — это вероятность нахождения в адроне  $h$  фотона с долей импульса от  $x$  до  $x + dx$ . Следует заметить, что в функциях партонных распределений имеется также явная зависимость от  $Q^2$  — энергетического масштаба (resolution scale) реакции. Для краткости записи его часто опускают, так что можно эквивалентно записать  $f_\gamma^h(x) \equiv f_\gamma^h(x, Q^2)$ .

### 4. КИНЕМАТИКА

Определим набор переменных Мандельштама для партонного subprocessa (партонные лоренц-инварианты). Для последующего корректного перехода к адронному сечению следует различать все шесть инвариантов, приведем их. Для описания безрадиационного процесса достаточно трех инвариантов:

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2, \\ t &= (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_2 - p_3)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Другие три инварианта

$$\begin{aligned} s_1 &= (p_3 + p_4)^2 = M^2, \\ t_1 &= (p_2 - p_4)^2, \quad u_1 = (p_1 - p_4)^2 \end{aligned} \quad (6)$$

нужны для описания радиационной кинематики, понятно, что для безрадиационного процесса выполняются соотношения:  $s \equiv s_1, t \equiv t_1, u \equiv u_1$ . Первой формулой выражения (6) дается определение инвариантной массы дилептона

$$M = \sqrt{(p_3 + p_4)^2}. \quad (7)$$

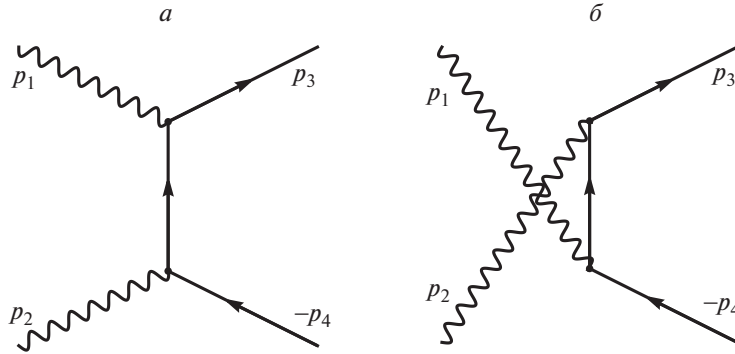


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы процесса  $\gamma\gamma \rightarrow l^-l^+$ .

Адронные инварианты вводятся аналогично:

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (P_A + P_B)^2, & \hat{t} &= (P_A - p_3)^2, \\ \hat{u} &= (P_B - p_3)^2, & \hat{t}_1 &= (P_B - p_4)^2, \\ & & \hat{u}_1 &= (P_A - p_4)^2. \end{aligned}$$

Заметим, что  $\hat{s} \equiv S$ , а вводить  $\hat{s}_1$  не требуется, так как  $\hat{s}_1 \equiv s_1$ .

Во всей работе последовательно используется ультрарелятивистское приближение (УРП), которое, в общем случае, можно описать так: лоренц-инварианты много больше (по абсолютной величине) фермионных масс в квадрате. Массу лептона безусловно следует удерживать в аргументах коллинеарных логарифмов (см. ниже), где она является параметром, регулярноющим коллинеарную сингулярность, и в кинематических соотношениях разд. 6, которые приводят к этой сингулярности.

Согласно КПМ (3) партонные и адронные инварианты в УРП связаны простыми соотношениями:

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \frac{s}{x_1 x_2}, & \hat{t} &= \frac{t}{x_1}, & \hat{u} &= \frac{u}{x_2}, \\ \hat{t}_1 &= \frac{t_1}{x_2}, & \hat{u}_1 &= \frac{u_1}{x_1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Найдем все нужные величины (энергии, углы и т.п.) в с.ц.м.а. с применением УРП. Поступаем так: сначала вычисляем нужную комбинацию инвариантов в системе центра масс партонов (фотонов) (обозначаем ее как “с.ц.м.п.”), затем делаем переход в с.ц.м.а. с помощью соотношений (3), это делается простой заменой партонных инвариантов на адронные. Итак, в с.ц.м.п.:

$$\begin{aligned} t + u &= -2(p_1 + p_2)p_3 = \\ &= -4p_{10}p_{30} = -2\sqrt{s} \cdot p_{30}, \\ t_1 + u_1 &= -2(p_1 + p_2)p_4 = \\ &= -4p_{10}p_{40} = -2\sqrt{s} \cdot p_{40}. \end{aligned} \quad (9)$$

Тогда энергии конечных частиц такие:

$$p_{30} = -\frac{t + u}{2\sqrt{s}}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} p_{40} &= -\frac{t_1 + u_1}{2\sqrt{s}} \quad (\text{в с.ц.м.п.}), \\ p_{30} &= -\frac{\hat{t} + \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \\ p_{40} &= -\frac{\hat{t}_1 + \hat{u}_1}{2\sqrt{\hat{s}}} \quad (\text{в с.ц.м.а.}). \end{aligned} \quad (11)$$

Теперь вычислим нужные углы (обозначения приведены на рис. 3):  $\theta$  — угол вылета лептона, а  $\alpha$  — антилептона, ось  $OZ$  направлена по движению адрона  $A$ . В с.ц.м.п. имеют место соотношения:

$$\begin{aligned} t &= -2p_1 p_3 = -2p_{10} p_{30} (1 - \cos \theta) = \\ &= (t + u)(1 - \cos \theta)/2, \\ u_1 &= -2p_1 p_4 = -2p_{10} p_{40} (1 - \cos \alpha) = \\ &= (t_1 + u_1)(1 - \cos \alpha)/2, \end{aligned}$$

из которых получим углы:

$$\cos \theta = \frac{u - t}{u + t}, \quad (12)$$

$$\cos \alpha = \frac{t_1 - u_1}{t_1 + u_1} \quad (\text{в с.ц.м.п.}),$$

$$\cos \theta = \frac{\hat{u} - \hat{t}}{\hat{u} + \hat{t}}, \quad (13)$$

$$\cos \alpha = \frac{\hat{t}_1 - \hat{u}_1}{\hat{t}_1 + \hat{u}_1} \quad (\text{в с.ц.м.а.}).$$

Теперь нетрудно получить поперечные и продольные компоненты 3-импульсов в с.ц.м.а.:

$$p_{3T} = p_{30} \sin \theta = \sqrt{\hat{t}\hat{u}/\hat{s}}, \quad (14)$$

$$p_{4T} = p_{40} \sin \alpha = \sqrt{\hat{t}_1\hat{u}_1/\hat{s}},$$

$$p_{3z} = p_{30} \cos \theta = \frac{\hat{t} - \hat{u}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \quad (15)$$

$$p_{4z} = p_{40} \cos \alpha = \frac{\hat{u}_1 - \hat{t}_1}{2\sqrt{\hat{s}}}.$$

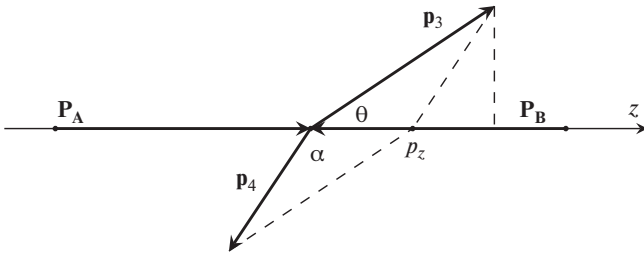


Рис. 3. Конфигурация 3-импульсов дилептонной пары в с.ц.м.а. в условиях безрадиационной кинематики.

существенно упрощается:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(t_1 + u)}{x_2(t + u_1)} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1}{x_2}. \quad (18)$$

Зная  $p_z$ , нетрудно найти  $p_T$  — поперечную составляющую 3-импульса пары (в безрадиационном случае она равна нулю, это хорошо видно на рис. 3):

$$\begin{aligned} p_T^2 &= |\mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_4|^2 - p_z^2 = \\ &= (p_{z0} + p_{40})^2 - M^2 - p_z^2 = \\ &= \frac{(\hat{t} + \hat{u}_1)(\hat{t}_1 + \hat{u})}{\hat{s}} - M^2. \end{aligned} \quad (19)$$

### 5. СЕЧЕНИЕ ПРОЦЕССА С БЕЗРАДИАЦИОННОЙ КИНЕМАТИКОЙ

Для расчета  $d\sigma_0^{\gamma\gamma}$  — сечения процесса (2), изображенного на диаграммах рис. 2 — применяется стандартная техника: записываем амплитуды по правилам Фейнмана из [15], затем квадратуем их и суммируем (усредняем) по поляризациям конечных (начальных) частиц. Используя фазовый объем двухчастичного конечного состояния, выраженный через инвариант  $t$ , представим результат в форме, принятой в работе [13]:

$$d\sigma_0^{\gamma\gamma} = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} [f_0(t, u) + f_0(u, t)] dt, \quad (20)$$

где  $\alpha$  — постоянная тонкой структуры (ее значение берем из [16]), а

$$\begin{aligned} f_0(t, u) &= \frac{1}{t^2} (tu - m^2(3t + u) - m^4) - \\ &- \frac{m^2}{tu} (t + u + 2m^2). \end{aligned}$$

В УРП, полагая  $\frac{m^2}{t} \rightarrow 0$  и  $\frac{m^2}{u} \rightarrow 0$ , получим формулу  $f_0(t, u) = t/u$ , простота этого выражения обусловлена, в частности, тем, что интерференционные вклады пропорциональны  $m^2$ .

Применяя конволюционную формулу, перейдем к адронному сечению. Используем общий вид — трижды дифференциальное сечение (fully differential cross section), для этого осуществим замену переменных  $(x_1, x_2, t) \rightarrow (M, y, \mathcal{C})$ , где  $\mathcal{C} = \cos \theta$  (одновременно запишем новые переменные в с.ц.м.а.). Введем соответствующий якобиан перехода  $J_N$ :

$$dx_1 dx_2 dt = |J_N| \cdot dM dy d\mathcal{C}. \quad (21)$$

Используем уравнения  $x_1 x_2 = s/S$  и  $x_1/x_2 = \exp(2y)$  [первое взято из (8), второе — из (18)]. Решая их в системе, получим известные соотношения, соответствующие безрадиационной

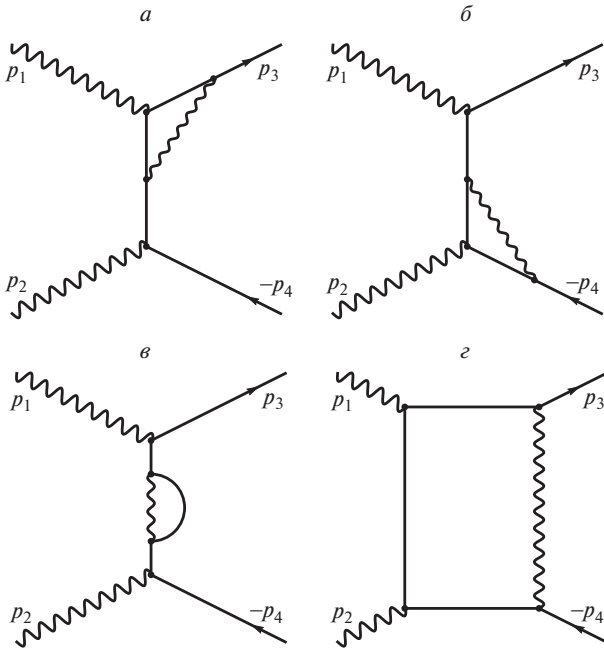


Рис. 4. Половина набора фейнмановских диаграмм процесса  $\gamma\gamma \rightarrow l^-l^+$  с дополнительным виртуальным фотоном: а, б — вершинный вклад, в — вклад собственной энергии лептона, з — вклад бокса. Оставшиеся диаграммы могут быть получены заменой  $p_1 \leftrightarrow p_2$ .

Для вычисления быстроты пары (pair rapidity) в с.ц.м.а. нужны выражения для суммарной энергии  $E = p_{z0} + p_{40}$  и продольной компоненты 3-импульса пары (см. рис. 3):

$$\begin{aligned} p_z &= p_{z0} \cos \theta + p_{40} \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\hat{s}}} (\hat{t} - \hat{u} - \hat{t}_1 + \hat{u}_1). \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом вычисленных выше выражений получим для быстроты пары

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1}. \quad (17)$$

В случае безрадиационного процесса имеем:  $t = t_1$ ,  $u = u_1$ , так что выражение для быстроты пары



кинематике (напомним, что в этом случае  $s = s_1 = M^2$ ):

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 e^{+y}, & x_2 &= x_0 e^{-y}, \\ x_0 &= \frac{M}{\sqrt{S}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Партонные инварианты в с.ц.м.а. выражаются из вышеприведенных уравнений так:

$$\begin{aligned} t &= -\frac{M^2(1-C)e^y}{(1-C)e^y + (1+C)e^{-y}}, \\ u &= -\frac{M^2(1+C)e^{-y}}{(1-C)e^y + (1+C)e^{-y}}. \end{aligned} \quad (23)$$

Вычисляя частные производные и затем определитель, получим якобиан, соответствующий безрадиационной кинематике, в виде

$$\begin{aligned} J_N &= \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial M} & \frac{\partial x_1}{\partial y} & \frac{\partial x_1}{\partial C} \\ \frac{\partial x_2}{\partial M} & \frac{\partial x_2}{\partial y} & \frac{\partial x_2}{\partial C} \\ \frac{\partial t}{\partial M} & \frac{\partial t}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial C} \end{vmatrix} = \\ &= -\frac{4M^3}{S[(1-C)e^y + (1+C)e^{-y}]^2}. \end{aligned} \quad (24)$$

В результате трижды дифференциальное борновское сечение приобретает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma_0^h}{dM dy dC} &= \\ &= 8\pi\alpha^2 f_\gamma^A(x_1) f_\gamma^B(x_2) \frac{t^2 + u^2}{SM^5(1-C^2)} \Theta, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $t, u$  определяются выражениями (23). В центральной (по быстрой) области ( $y = 0$ ) сечение выглядит так:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^3\sigma_0^h}{dM dy dC} \right|_{y=0} &= \\ &= 4\pi\alpha^2 f_\gamma^A(x_0) f_\gamma^B(x_0) \frac{1}{SM} \frac{1+C^2}{1-C^2} \Theta. \end{aligned} \quad (26)$$

Вклад от диаграмм с дополнительным виртуальным фотоном (в обратном процессе  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ) впервые был рассчитан в работах [17, 18]. Авторы [19] его пересчитали, исправили имеющиеся в [17, 18] опечатки и разработали процедуру учета жесткого фотонного излучения (если говорить конкретно, рассматривался процесс  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma$ ). В работе [20] результат для электромагнитного виртуального вклада был воспроизведен, также там был рассчитан вклад электрослабых поправок.

Итак, вклад от дополнительных диаграмм с виртуальным и мягким фотонами полностью факторизуется перед борновским сечением

$$d\sigma_{V+\text{soft}}^{\gamma\gamma} = \delta_{V+\text{soft}} d\sigma_0^{\gamma\gamma}$$

(заметим, что приближенная факторизация сечения мягкого тормозного излучения возможна только при весьма небольших энергиях тормозных фотонов  $\omega$ ) и в наших обозначениях выглядит так:

$$\begin{aligned} \delta_{V+\text{soft}} &= \frac{\alpha}{\pi} \left( \ln \frac{4\omega^2}{s} (L-1) + \frac{\pi^2}{3} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{2} + \frac{tu}{t^2 + u^2} [f(t, u) + f(u, t)] \right), \end{aligned} \quad (27)$$

где коллинеарный (“большой”) логарифм

$$L = \ln \frac{s}{m^2}, \quad (28)$$

логарифм, зависящий от угла рассеяния

$$L_t = \ln \frac{-t}{s}, \quad (29)$$

а

$$f(t, u) = \frac{s^2 + t^2}{2tu} L_t^2 + \frac{3u}{2t} L L_t + L_t. \quad (30)$$

В рассматриваемый вклад ( $C = V + \text{soft}$ ) входят следующие диаграммы: две фотонные вершины рис. 4а, 4б, диаграмма собственной энергии лептона рис. 4в, фотонный бокс рис. 4г, диаграммы с излучением мягкого фотона рис. 5 ( $C = \text{soft}$ ). Как уже говорилось, в мягком вкладе содержится максимальная энергия (в с.ц.м.п.) тормозного фотона  $\omega$ . Этот результат инфракрасно-конечен, т.е. не содержит нефизических параметров типа массы фотона  $\lambda$ . Видно также, что в сумме виртуальной и мягкой частей отсутствуют двойные коллинеарные логарифмы (присутствует, как и следует, только их первая степень).

## 6. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Процессы с излучением тормозного фотона на партонном уровне имеют вид

$$\begin{aligned} \gamma(p_1) + \gamma(p_2) &\rightarrow \\ &\rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4) + \gamma(p), \end{aligned} \quad (31)$$

здесь  $p$  — 4-импульс тормозного фотона. Фейнмановские диаграммы подпроцессов (31) приведены на рис. 5. Диаграммы а, б и в формируют амплитуды  $\mathcal{M}_1, \mathcal{M}_2$  и  $\mathcal{M}_3$  соответственно:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{e}(p) \frac{1}{\hat{p}_3 + \hat{p} - m} \times \\ &\quad \times \hat{e}(p_1) \frac{1}{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 - m} \hat{e}(p_2) u(-p_4), \\ \mathcal{M}_2 &= ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{e}(p_1) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 - m} \times \\ &\quad \times \hat{e}(p) \frac{1}{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 - m} \hat{e}(p_2) u(-p_4), \end{aligned} \quad (32)$$

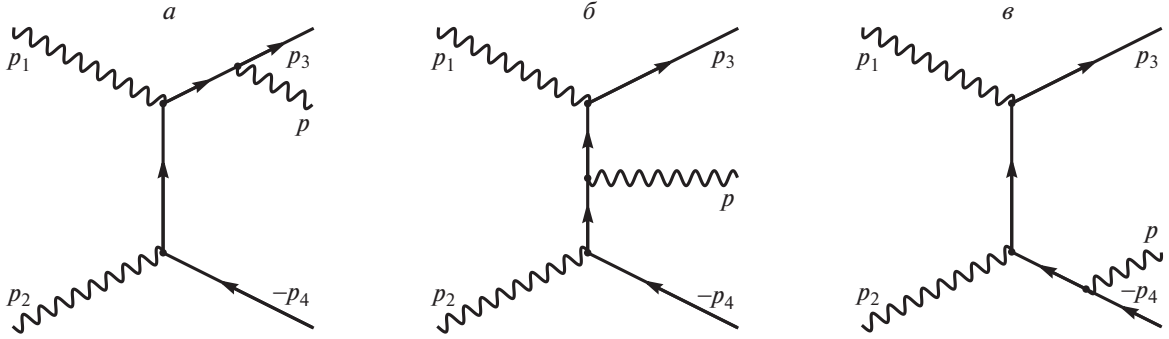


Рис. 5. Половина набора фейнмановских диаграмм процесса  $\gamma\gamma \rightarrow l^-l^+\gamma$ . Оставшиеся диаграммы могут быть получены заменой  $p_1 \leftrightarrow p_2$ .

$$\mathcal{M}_3 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p_1) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 - m} \times \\ \times \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{-\hat{p}_4 - \hat{p} - m} \hat{\epsilon}(p) u(-p_4).$$

Буквой  $\epsilon$  обозначается 4-вектор поляризации фотона. Еще три фейнмановские диаграммы соответствуют заменам обозначений 4-импульсов конечных лептонов, они записываются таким образом:

$$\mathcal{M}_4 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_2 - m} \times \quad (33)$$

$$\times \hat{\epsilon}(p_1) \frac{1}{-\hat{p}_4 - \hat{p} - m} \hat{\epsilon}(p) u(-p_4),$$

$$\mathcal{M}_5 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{\hat{p}_3 - \hat{p}_2 - m} \times$$

$$\times \hat{\epsilon}(p) \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{p}_4 - m} \hat{\epsilon}(p_1) u(-p_4),$$

$$\mathcal{M}_6 = ie^3 \bar{u}(p_3) \hat{\epsilon}(p) \frac{1}{\hat{p}_3 + \hat{p} - m} \times$$

$$\times \hat{\epsilon}(p_2) \frac{1}{\hat{p}_1 - \hat{p}_4 - m} \hat{\epsilon}(p_1) u(-p_4).$$

Складывая амплитуды ( $\mathcal{M}_R = \sum_{j=1}^6 \mathcal{M}_j$ ) и затем квадратуя их, запишем дифференциальное сечение процесса (31) в виде

$$d\sigma_R^{\gamma\gamma} = \frac{1}{2^6 \pi^5 s} \sum_{\text{pol}} \mathcal{M}_R \mathcal{M}_R^+ d\Phi_3, \quad (34)$$

где  $d\Phi_3$  — фазовый объем реакции

$$d\Phi_3 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p) \frac{d^3 \mathbf{p}_3}{2p_{30}} \times \quad (35) \\ \times \frac{d^3 \mathbf{p}_4}{2p_{40}} \frac{d^3 \mathbf{p}}{2p_0}.$$

Используя конволюцию, запишем выражение для сечения процесса рождения дилептона в ад-

ронных столкновениях при фотон-фотонном слиянии с излучением тормозного фотона:

$$d\sigma_R^h = f_\gamma^A(x_1) dx_1 f_\gamma^B(x_2) dx_2 d\hat{\sigma}_R^{\gamma\gamma} \Theta_R, \quad (36)$$

где фактор  $\Theta_R$  отвечает за определение области фазового объема, допускаемой (радиационной) кинематикой реакции.

При расчете вклада тормозного излучения в процессе (1) будем последовательно пользоваться обозначениями и частично результатами, полученными в работе [13]. Так, лоренц-инварианты, описывающие радиационный процесс, имеют вид

$$z_1 = 2p_1 p, \quad v_1 = 2p_2 p, \quad (37) \\ z = 2p_3 p, \quad v = 2p_4 p,$$

а  $s_1, t_1, u_1$  описываются формулами (5). Приведем полезные соотношения, которые их связывают:

$$z_1 + v_1 = z + v = s - s_1, \quad (38)$$

$$s + t + u = 2m^2 + v, \quad s_1 + t_1 + u_1 = 2m^2 - v.$$

Инвариант  $s$  в радиационном случае выразим через энергию тормозного фотона, для этого рассмотрим в с.ц.м.п. связь между партонными инвариантами  $s_1 = s - z_1 - v_1$ , откуда получим соотношение  $M^2 = s - 2\sqrt{s}p_0$ . Решаем его относительно  $\sqrt{s}$ , тогда, отбрасывая нефизический корень, получим

$$\sqrt{s} = p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}. \quad (39)$$

Данная формула показывает, что партонный инвариант  $s$  при данном  $M$  зависит только от энергии фотона и не зависит от полной энергии реакции и  $x_{1,2}$ . Заметим, что, как и прежде, имеет место соотношение  $s = x_1 x_2 S$ . Используя эту формулу и соотношение (17) [оно введено в начале раздела, но легко модифицируется в случае радиационной кинематики, так как  $p_z$  вычисляется в случае радиационной кинематики по той же формуле (16)]:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{t}_1 + \hat{u}}{\hat{t} + \hat{u}_1} = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(z_1 + M^2)}{x_2(v_1 + M^2)},$$

получим

$$x_1 = \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{v_1 + M^2}{z_1 + M^2}} e^y, \quad (40)$$

$$x_2 = \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{S}} \sqrt{\frac{z_1 + M^2}{v_1 + M^2}} e^{-y}.$$

Якобиан, соответствующий радиационной кинематике, имеет вид

$$J_R = \frac{D(x_1, x_2)}{D(M, y)} = \quad (41)$$

$$= -\frac{2M}{S} \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + M^2}}{\sqrt{p_0^2 + M^2}}.$$

Инвариант  $t$  в радиационном случае в с.ц.м.п. вычисляется по формуле

$$t = \frac{1}{2} \left( 2m^2 - s + v + \right. \quad (42)$$

$$\left. + \cos \theta \cdot \sqrt{(s - v)^2 - 4m^2 s} \right).$$

Радиационный инвариант  $u$  выглядит так же, но с другим знаком при  $\cos \theta$ .

Наконец, покажем как преобразовывать фазовый объем  $d\Phi_3$ , чтобы адекватно (в соответствии с возможностями детектора) проинтегрировать сечение или, как говорят, наложить fiducial cuts. Удобно воспользоваться методом, изложенным в работе [21], где используется с.ц.м. начальных частиц. Изобразим в этой системе векторы конечных частиц (см. рис. 6), используя вспомогательный вектор  $\mathbf{p}_5 = -\mathbf{p}$ . Не приводя детали расчета (см., например, [22]), дадим конечный результат в обозначениях настоящей статьи.

Используя полученные в [21, 22] выражения, преобразуем фазовый объем  $\Phi_3$  к виду

$$d\Phi_3 = \frac{\pi |\mathbf{p}_3|}{4p_0 \mathcal{F}} \sin \theta_3 d\theta_3 p_0 dp_0 \sin \theta_p d\theta_p d\varphi_p. \quad (43)$$

Одно интегрирование (по азимутальному углу  $\varphi_3$ ) в последней записи снято, оно дает  $2\pi$  из-за симметрии относительно поворота системы вокруг оси пучка. Величина  $\mathcal{F}$  имеет вид

$$\mathcal{F} = 1 + \frac{p_{30}(1 - A|\mathbf{p}|/|\mathbf{p}_3|)}{\sqrt{p_{30}^2 - 2A|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3| + |\mathbf{p}|^2}}, \quad (44)$$

где

$$A = \cos(\widehat{\mathbf{p}_5, \mathbf{p}_3}) = \quad (45)$$

$$= \sin \theta_3 \sin \theta_5 \cos \varphi_5 + \cos \theta_3 \cos \theta_5 =$$

$$= -\sin \theta_3 \sin \theta_p \cos \varphi_p - \cos \theta_3 \cos \theta_p.$$

Для энергии конечного лептона получаем

$$p_{30} = \frac{\sqrt{s^3 + 2p_0^2 \sqrt{s} - 3p_0 s} + Ap_0 s_q}{2s - 4p_0 \sqrt{s} + 2p_0^2(1 - A^2)}, \quad (46)$$

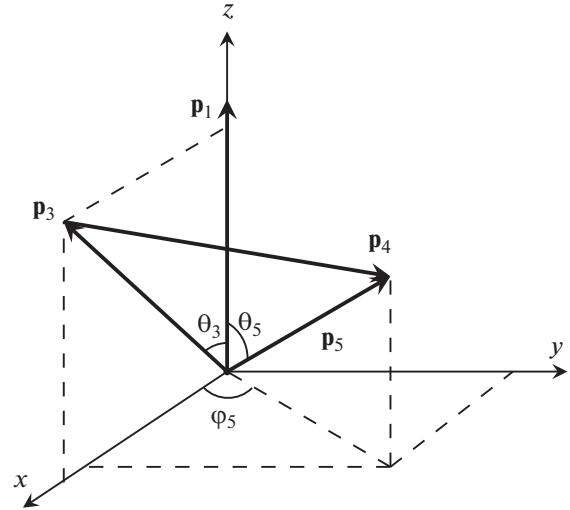


Рис. 6. Конфигурация 3-импульсов при интегрировании по фазовому пространству тормозного фотона в с.ц.м.п.

где

$$s_q = \sqrt{s(\sqrt{s} - 2p_0)^2 + 4m^2[p_0^2(A^2 - 1) + 2p_0\sqrt{s} - s]}.$$

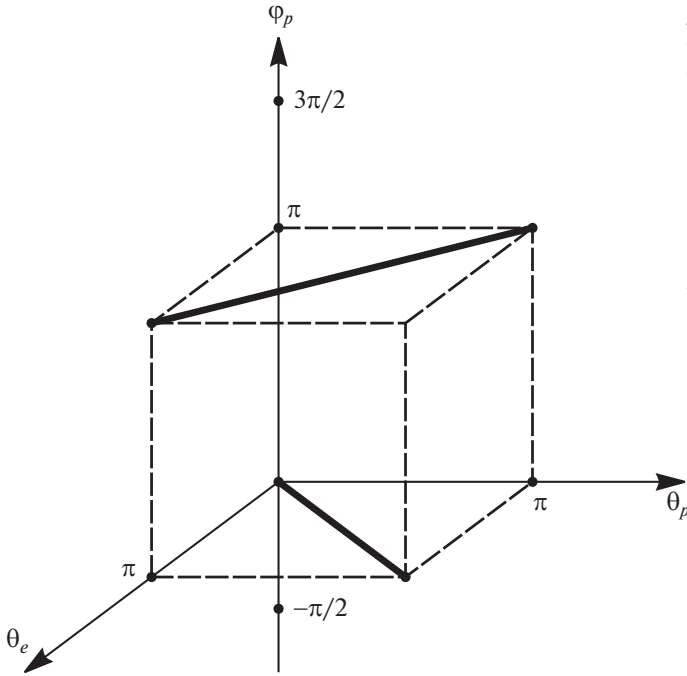
В УРП выражение (46) приобретает простой вид

$$p_{30} = \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{\sqrt{s} - 2p_0}{\sqrt{s} - p_0(1 + A)}.$$

## 7. КОЛЛИНЕАРНАЯ СИНГУЛЯРНОСТЬ

Всего в произведении  $\mathcal{M}_R \mathcal{M}_R^\dagger$  из (34) содержится 36 слагаемых. Разберемся с тем, какого типа коллинеарную сингулярность они содержат. Всего имеется три ее типа:

1. сингулярность в точке  $z \rightarrow 0$  ( $z$ -пик, который обусловлен физической ситуацией, когда тормозной фотон излучается коллинеарно лептону:  $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{p}_3$ ), она содержится в слагаемых, построенных на амплитуде  $\mathcal{M}_1$  или  $\mathcal{M}_6$ ,
2. сингулярность  $v \rightarrow 0$  ( $v$ -пик, обусловленный излучением тормозного фотона коллинеарно антилептону:  $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{p}_4$ ), содержится в слагаемых, построенных на одной из амплитуд:  $\mathcal{M}_3$  или  $\mathcal{M}_4$ ,
3. коллинеарная сингулярность отсутствует в слагаемых, построенных только на амплитудах  $\mathcal{M}_2$  или  $\mathcal{M}_5$ :  $\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_2^\dagger$ ,  $\mathcal{M}_5 \mathcal{M}_5^\dagger$  и  $\mathcal{M}_2 \mathcal{M}_5^\dagger$ .



**Рис. 7.** Область интегрирования по углам конечных частиц в с.ц.м.п. Жирными линиями выделены области коллинеарной сингулярности: верхняя соответствует  $v$ -пику, нижняя  $z$ -пику.

Понятно, что диагональные вклады  $M_1M_1^+$  и  $M_6M_6^+$  соответствуют  $z$ -пику, а вклады  $M_3M_3^+$  и  $M_4M_4^+$  —  $v$ -пику. Интерференционные вклады содержат либо один пик (например,  $M_1M_2^+$ ), либо оба пика (например,  $M_1M_3^+$ ). Кроме этого  $M_iM_j^+ = M_jM_i^+$  (что легко проверить непосредственным расчетом), в результате имеем  $36 - 15 = 21$  нетривиальных вкладов в сечение тормозного излучения, содержащих разные типы коллинеарной сингулярности. Все вычисленные выражения для квадрированных амплитуд, таким образом, привести здесь не представляется уместным из-за их большого количества и громоздкости. Реальный расчет осуществляется с помощью системы компьютерной алгебры FORM [23], результат выражается через скалярные произведения 4-векторов, участвующих в реакции частиц (пример расчета одного из слагаемых [а именно  $M_1M_3^+$ ] приведен в Приложении).

Численное интегрирование осуществляется с помощью программы VEGAS [24]. С фазовым объемом в виде (43) для конечного димюона в условиях Run3/HL LHC для получения точного результата, в принципе, достаточно позаботиться о сгущении точек в области малых  $p_0$ . Однако пиковое поведение сечения жесткого тормозного излучения представляет значительную трудность

для интегрирования в случае меньшей массы лептона (электрон легче мюона примерно в 200 раз), так как происходит резкое сужение пика сечения и увеличение его высоты [13]. Этот факт экстремально повышает внимание к вопросу точности численного интегрирования в случае рождения диэлектрона при сверхвысоких энергиях и инвариантных массах. Итак, чтобы в этой ситуации точно проинтегрировать сечение тормозного излучения, требуются три дополнительных действия.

Во-первых, нужно разбить интерференционные вклады на слагаемые, соответствующие  $z$ - и  $v$ -пикам, для этого применим тождественное преобразование:

$$\frac{1}{zv} = \frac{1}{z+v} \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{v} \right) = \frac{1}{2\sqrt{sp_0}} \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{v} \right).$$

Во-вторых, после такого разбиения нужно рассортировать получившиеся слагаемые на три типа:

- 1) содержащие  $\frac{1}{z}$  и  $\frac{m^2}{z^2}$ ,
  - 2) содержащие  $\frac{1}{v}$  и  $\frac{m^2}{v^2}$ ,
  - 3) не содержащие коллинеарной сингулярности (в прочих комбинациях можно пренебречь членами, содержащими  $m$ ).
- Далее каждый тип следует интегрировать отдельно. В-третьих, необходимо заменить переменные интегрирования на новый набор, обеспечивающий оптимальную работу Монте-Карло-интегратора. Покажем это на примере  $z$ -пика. Как нетрудно установить из рис. 6, ситуация  $z$ -пика соответствует коллинеарному излучению  $\mathbf{p} \uparrow \uparrow \mathbf{p}_3$ , т.е. области  $\theta_p = \theta_3, \varphi_p = 0$  (см. рис. 7). Произведем следующую замену  $\theta_p \rightarrow \theta_z$  (также полезно сдвинуть пределы интегрирования по  $\varphi_p$ , чтобы пики не лежали на краю области, хотя для VEGAS это не является критическим с точки зрения улучшения точности):

$$\int_0^\pi d\theta_3 \int_0^\pi d\theta_p \int_0^{2\pi} d\varphi_p \dots = \int_0^\pi d\theta_3 \int_0^\pi d\theta_z \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} d\varphi_p |J_z| \dots \quad (47)$$

Новая переменная  $\theta_z$  связана со старыми переменными соотношением  $\theta_p = 2\theta_z + \theta_3 - \pi$ , а якобиан перехода имеет вид

$$J_z = 2\theta \left( \frac{\theta_3}{2} + \theta_z - \frac{\pi}{2} \right) \theta \left( -\frac{\theta_3}{2} - \theta_z + \pi \right). \quad (48)$$

Якобиан  $J_z$  выбран так, чтобы обрезать нефизическую область при сохранении “старых” крайних значений области интегрирования (см. рис. 8a). Видно, что новая переменная  $z$ -пика ( $\theta_z$ ) оптимально подходит для численного интегрирования,

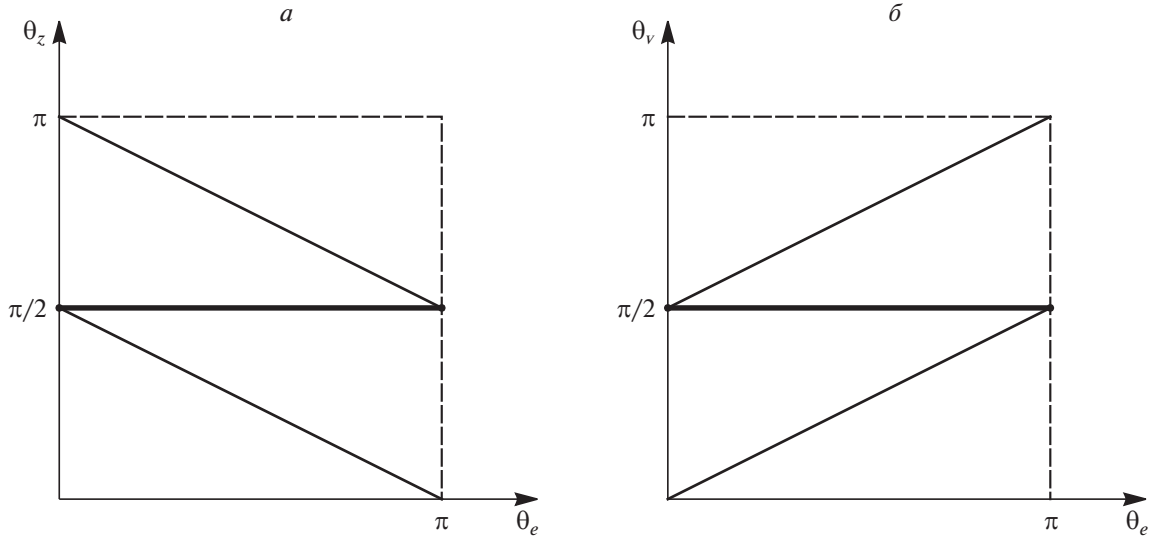


Рис. 8. Область интегрирования по части фазового объема тормозного фотона в новых переменных. Жирными линиями выделены области коллинеарной сингулярности: *a* — *z*-пик, *б* — *ν*-пик.

поскольку не зависит от других переменных и положение ее пика ( $\theta_z = \pi/2$ ) теперь находится в центре области интегрирования (рис. 8а).

Точно так же следует поступить при интегриро-

вании слагаемых с *ν*-пиком (см. рис. 8б), приведем соответствующие формулы. Связь новой переменной  $\theta_\nu$  со старыми такая:  $\theta_p = 2\theta_\nu - \theta_z$ , а якобиан перехода выглядит следующим образом:

$$J_\nu = 2\theta\left(\theta_\nu - \frac{\theta_z}{2}\right)\theta\left(\frac{\theta_z}{2} - \theta_\nu + \frac{\pi}{2}\right). \quad (49)$$

Оставшаяся часть сечения (не содержащая коллинеарной сингулярности) замены переменных не требует.

### 8. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для численных оценок этой работы принимается набор предписаний, соответствующий экспериментальной постановке CMS LHC [25]:

1. исследуемая реакция (1) с начальными неполяризованными протонами суммарной энергии  $\sqrt{S} = 14$  ТэВ (с.ц.м. протонов, Run3/HL LHC) и конечными состояниями  $\mu^-\mu^+$  и  $e^-e^+$ ;
2. электрослабые параметры СМ и лептонные массы, которые соответствуют современным значениям из [16];
3. разделитель мягких и жестких фотонов  $\omega = 0.001$  ГэВ (выбрано значение, при котором выполняются условия факторизации мягкого вклада и надежная численная стабильность результата, см. рис. 9);
4. набор функций фотонных распределений MRST [26] с естественным выбором  $Q^2 = M^2$  (для расчета в области  $M > 3$  ТэВ

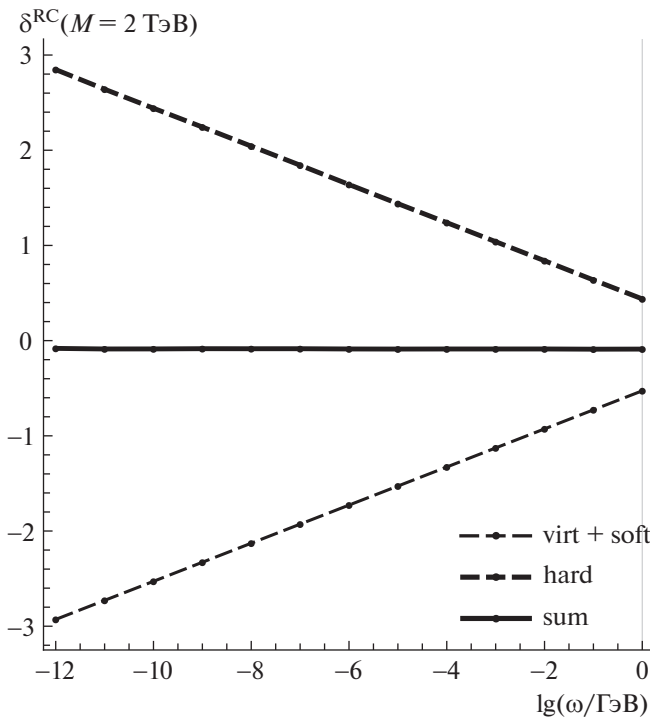


Рис. 9. Относительные электромагнитные поправки  $\delta^{RC}$  к дифференциальному сечению  $\frac{d\sigma}{dM}$  (сумма виртуального и мягкого вклада, жесткий вклад, сумма всех трех вкладов) в зависимости от  $\omega$  в случае рождения димюона при  $M = 2$  ТэВ.

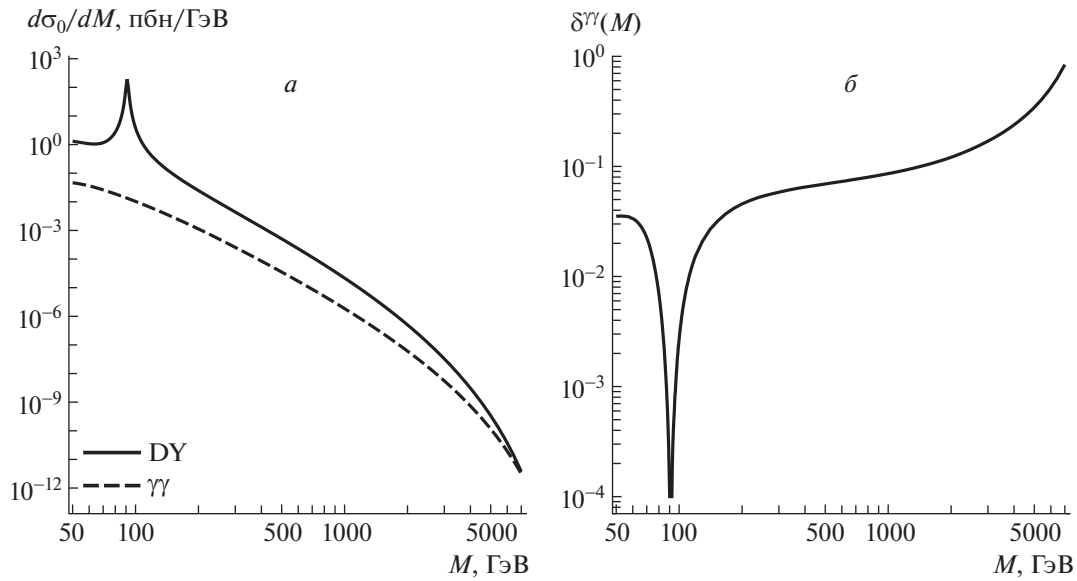


Рис. 10. *а* — Дифференциальные борновские сечения по инвариантной массе  $\frac{d\sigma_0}{dM}$  в зависимости от  $M$  (сплошная кривая — DY-механизм, штриховая —  $\gamma\gamma$ -механизм). *б* — Относительная поправка  $\delta^{\gamma\gamma}(M)$  в зависимости от  $M$ .

использовалось максимальное значение  $Q = 3$  ТэВ);

- набор функций кварковых распределений CT10 [27] и MMHT14 [28] (не было обнаружено существенных различий в численных оценках при использовании этих распределений);
- стандартные экспериментальные ограничения на угол вылета детектируемого лептона  $l^-$ :  $-\zeta^* \leq \cos \theta \leq \zeta^*$  или на его быстроту:  $|y(l)| \leq y(l)^*$ ; связь между этими переменными следующая:

$$y(l) = -\ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}; \quad (50)$$

$$\cos \theta = \frac{1 - e^{-2y(l)}}{1 + e^{-2y(l)}};$$

для экспериментов на детекторе CMS  $\zeta^*$  и  $y(l)^*$  принимают значения:

$$y(l)^* = 2.5, \quad \zeta^* \approx 0.986614; \quad (51)$$

для  $l^+$  используются такие же ограничения;

- используется второе стандартное экспериментальное ограничение детектора CMS:  $p_T(l^\pm) \geq 20$  ГэВ;
- применяется так называемая чистая схема (“bare” setup) требований идентификации лептонов: не принимается во внимание “размазывание” (smearing) и не учитываются условия рекомбинации детектируемого лептона и радиационного фотона.

Фактор  $\Theta$ , который отвечает за определение области фазового объема, допускаемой кинематикой реакции в соответствии с геометрией детектора, представляет собой произведение  $\theta$ -функций, опишем его подробнее:

$$\Theta = \Theta(\zeta^* - \cos \theta) \Theta(\zeta^* + \cos \theta) \times \quad (52)$$

$$\times \Theta(\zeta^* - \cos \alpha) \Theta(\zeta^* + \cos \alpha) \times$$

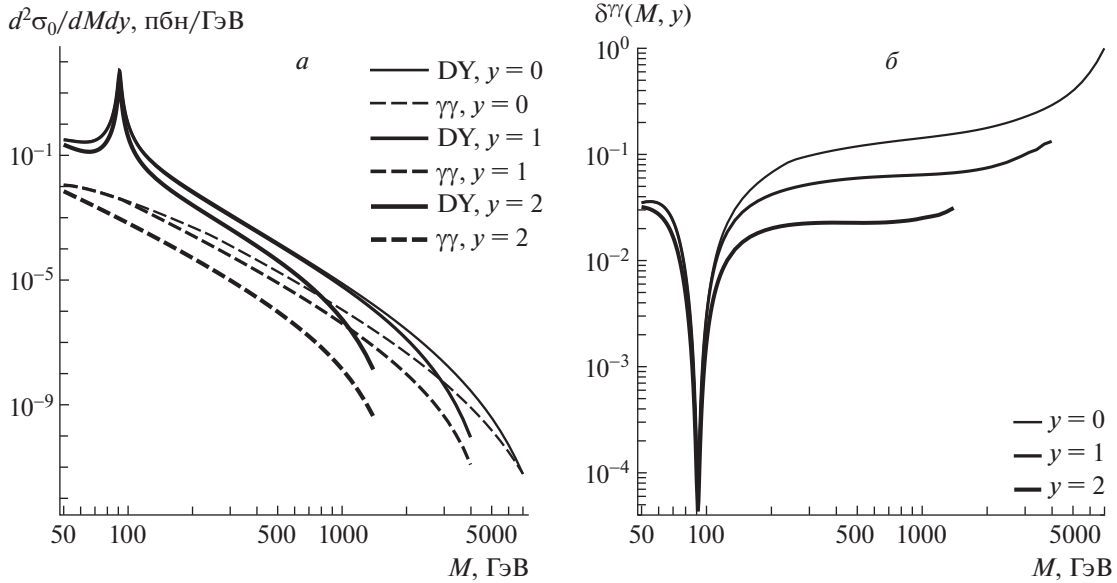
$$\times \Theta(p_T(l^-) - p_T^{\min}) \Theta(p_T(l^+) - p_T^{\min}).$$

Все величины из этого выражения приведены выше, использовать их нужно в зависимости от кинематики (безрадиационная или радиационная).

Будут рассматриваться два варианта сечений:

- дифференциальные сечения по инвариантной массе дилептона  $\frac{d\sigma}{dM}$ , проинтегрированные в заданном интервале по переменной  $y$ :  $|y| < 2.5$ ,
- дважды дифференциальные сечения (по переменным  $M$  и  $y$ )  $\frac{d\sigma}{dM dy}$ ,

По прочим переменным, входящим в сечения, делается интегрирование в пределах, согласующихся с кинематическими условиями CMS LHC, как описано выше. Так как распределение по  $y$  симметрично относительно нуля в случае процесса протон-протонных столкновений, будет показана область только положительных  $y$ . В эксперименте [29] используется факт симметрии этого распределения, а именно — для уменьшения статистической ошибки измеряется распределение по абсолютной величине  $|y|$ .



**Рис. 11.** *а* — Дважды дифференциальные борновские сечения  $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$  в зависимости от  $M$  при различных значениях  $y$  (сплошные кривые — DY-механизм, штриховые —  $\gamma\gamma$ -механизм). *б* — Относительные поправки  $\delta^{\gamma\gamma}(M, y)$  в зависимости от  $M$  при различных значениях  $y$ .

Рисунки 10 и 11 посвящены сравнению двух механизмов рождения лептонной пары в адронных столкновениях: DY-механизма и  $\gamma\gamma$ -механизма. На

рис. 10*а* показаны дифференциальные (по инвариантной массе) борновские сечения  $\frac{d\sigma_0}{dM}$  процесса рождения дилептона  $\mu^-\mu^+$  (или  $e^-e^+$ ) [на борновском уровне в УРП различие между этими состояниями незначительно], обусловленные DY-механизмом (сплошная кривая) и  $\gamma\gamma$ -механизмом (штриховая кривая). На рис. 10*б* изображена относительная поправка  $\delta^{\gamma\gamma}(M)$  в зависимости от  $M$ , которая определяется как отношение обсуждаемых борновских сечений:

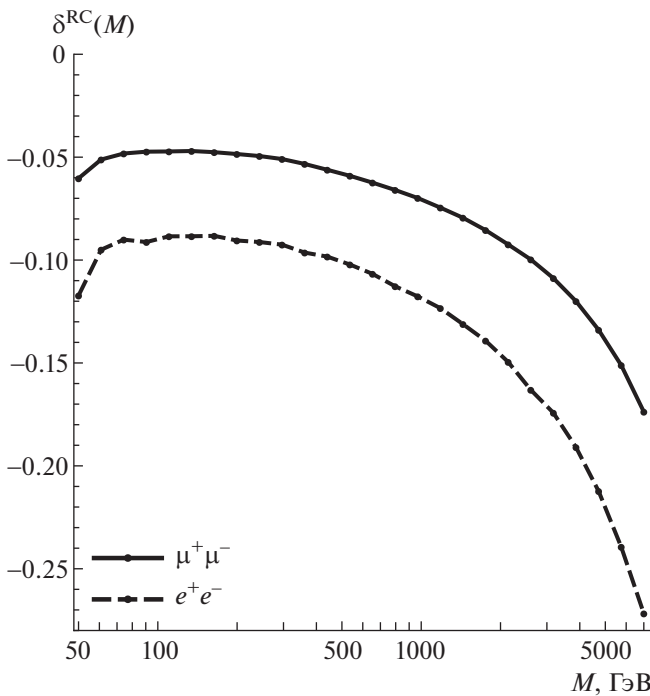
$$\delta^{\gamma\gamma}(M) = \frac{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dM}{d\sigma_0^{\text{DY}}/dM}. \quad (53)$$

По рисунку видно, что вклад в процесс (1) от механизма фотонного слияния незначителен в области  $m_Z$ -резонанса, ниже резонанса он растет с уменьшением  $M$  (составляет  $\sim 3.5\%$  при  $M = 50$  ГэВ), выше резонанса он растет с увеличением  $M$  (достигает  $\sim 84\%$  при  $M = 7$  ТэВ). В области Run3 (HL) LHC относительная поправка достигает  $\sim 30(60)\%$ .

Рисунок 11 иллюстрирует эти же закономерности для дважды дифференциальных борновских сечений  $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$  при различных значениях  $y$  (рис. 11*а*) и относительных поправок  $\delta^{\gamma\gamma}(M, y)$  (рис. 11*б*), которые определяются аналогично (54)

$$\delta^{\gamma\gamma}(M, y) = \frac{d^2\sigma_0^{\gamma\gamma}/dMdy}{d^2\sigma_0^{\text{DY}}/dMdy}. \quad (54)$$

Обсуждаемые закономерности сохраняются в частности потому, что с ростом  $y$  уменьшаются



**Рис. 12.** Полные относительные электромагнитные поправки  $\delta^{\text{RC}}(M)$  к дифференциальному сечению  $\frac{d\sigma}{dM}$  в зависимости от  $M$ : сплошная кривая — рождение димюона, штриховая — рождение диэлектрона.



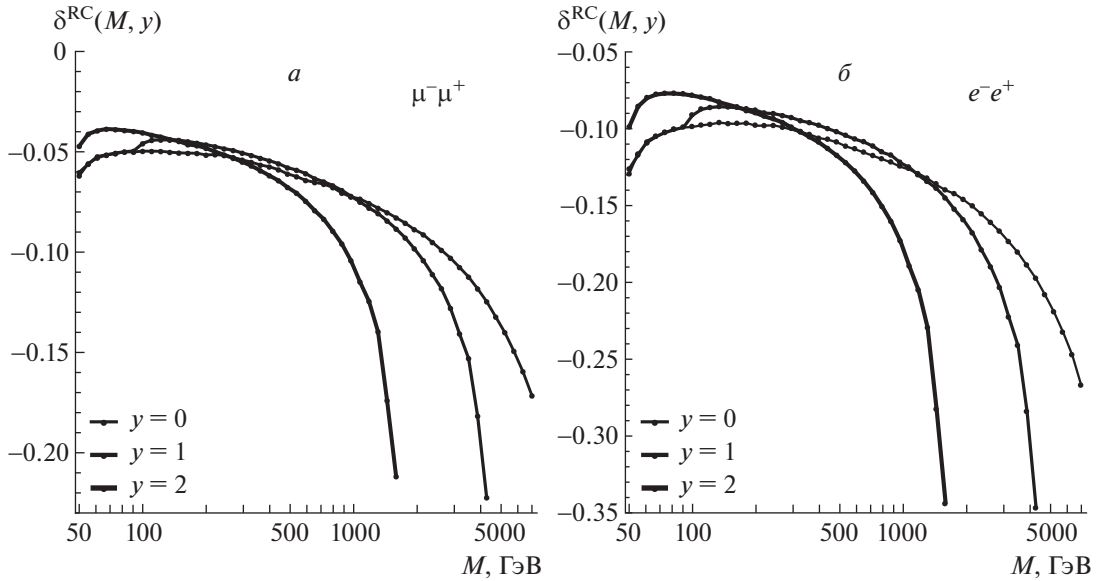


Рис. 13. Полные относительные электромагнитные поправки  $\delta^{\text{RC}}(M, y)$  к дважды дифференциальному сечению  $\frac{d^2\sigma_0}{dMdy}$  в зависимости от  $M$  при различных значениях  $y$ : а — рождение димюона, б — рождение диэлектрона.

максимально достижимые значения инвариантной массы  $M$ , т.е. в условиях Run3/HL LHC участвует в основном центральная по  $y$  область. Заметим также, что сечения резко уменьшаются с ростом как  $M$ , так и  $y$ , этот факт говорит о сложности экспериментального измерения на краю кинематической области. Тем не менее НФ может проявиться именно там, поэтому ее прецизионное изучение представляется крайне необходимым.

Рисунок 9 иллюстрирует отсутствие зависимости результата от нефизического параметра — максимальной энергии мягкого фотона  $\omega$ . На нем отображены относительные электромагнитные поправки  $\delta^{\text{RC}}$  к дифференциальному сечению  $\frac{d\sigma_0^{\gamma\gamma}}{dM}$ ,

$$\delta^{\text{RC}}(M) = \frac{d\sigma_{\text{RC}}^{\gamma\gamma}/dM}{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dM}, \quad (55)$$

в зависимости от  $\omega$  в случае рождения димюона при  $M = 2$  ТэВ. Видно, что сумма виртуального и мягкого вклада, как и следует, логарифмически зависит от  $\omega$ , жесткий вклад также имеет эту зависимость, но с противоположным знаком, следовательно, сумма всех трех вкладов (виртуального, мягкого и жесткого) от  $\omega$  не зависит. Подобные тесты важны для контроля правильности полученного результата и составляют неотъемлемую часть программ, предназначенных для прецизионного учета эффектов радиационных поправок в современных экспериментах по физике высоких энергий. Широкий диапазон  $\omega$ , в котором READY стабильно работает с точки зрения независимости от этого параметра, показывает высокое качество программы.

На рис. 12 приведены полные относительные электромагнитные поправки (55): сплошная кривая соответствует случаю рождения димюона  $\mu^-\mu^+$ , штриховая — диэлектрона  $e^-e^+$ . Оба случая рассчитаны при одинаковом числе итераций (выбираем 15 итераций) и количества случайных точек ( $1.5 \times 10^6$  точек) программы VEGAS. Полученная относительная точность результата интегрирования составляет при затраченном времени  $\sim 1$  мин работы процессора с тактовой частотой 1.2 ГГц на одну кинематическую точку  $\sim 10^{-4}$  в  $\mu^-\mu^+$ -случае и  $\sim 5 \times 10^{-4}$  в  $e^-e^+$ -случае, разница в точности довольно заметна и по зрительному сравнению гладкости линий. Относительные поправки отрицательны во всей исследованной области и весьма значительны по абсолютной величине, на краю области с ростом  $M$  их абсолютное значение быстро растет. Значительная разница масс электрона и мюона обуславливает отличие в эффектах электромагнитной поправки для разных конечных состояний: поправка в случае диэлектрона по сравнению с димюоном более значительно понижает сечение. Так, до  $M = 2$  ТэВ разница между ними находится в интервале до 0.06, с ростом  $M$  эта разница немного увеличивается, так, при  $M = 7$  ТэВ она достигает  $\sim 0.11$ .

На рис. 13 приведены относительные электромагнитные поправки к дважды дифференциальным (по переменным  $M$  и  $y$ ) сечениям  $\frac{d^2\sigma_0^{\gamma\gamma}}{dMdy}$  процесса, обусловленного  $\gamma\gamma$ -слиянием

$$\delta^{\text{RC}}(M, y) = \frac{d\sigma_{\text{RC}}^{\gamma\gamma}/dMdy}{d\sigma_0^{\gamma\gamma}/dMdy}. \quad (56)$$



Рисунок 13а иллюстрирует случай конечного состояния  $\mu^- \mu^+$ , а рис. 13б — случай конечного состояния  $e^- e^+$ . Проявляются все закономерности поведения, выявленные на предыдущем рисунке: относительные поправки также отрицательны, весьма значительны по абсолютной величине, на краю области (с ростом как  $M$ , так и  $y$ ) их абсолютное значение быстро растет, так же имеет место значительная разница в эффектах электромагнитной поправки для разных конечных состояний.

## 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе с точностью до однопетлевых электромагнитных радиационных поправок изучены наблюдаемые дифференциальные сечения процесса рождения дилептонов в адронных столкновениях в канале фотон-фотонного слияния. Сделано сравнение с аналогичными наблюдаемыми процесса Дрелла–Яна. Акцент сделан на области сверхвысоких энергий и инвариантных масс дилептона, соответствующей эксперименту CMS в режиме Run3/HL LHC и влиянии вклада жесткого тормозного излучения. Полученные теоретические эффекты радиационных поправок (безотносительно к величине статистических и систематических [экспериментальных] погрешностей, которые ожидаются быть на уровне теоретических) необходимо будет учитывать в предстоящей экспериментальной программе CMS LHC в режиме Run3/HL.

Представляется актуальным дополнить настоящий расчет вкладом от обменов  $W$ - и  $Z$ -бозонов, т.е. учесть полные электрослабые поправки. Эта нетривиальная задача уже сделана для партонного кросс-сечения в работе [20]. Требуется аналогичный расчет в новой энергетической области и на адронном уровне, эта работа планируется на ближайшее будущее.

### Приложение

#### ДЕТАЛИ РАСЧЕТА СЕЧЕНИЯ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В Приложении рассчитано интерференционное слагаемое  $M_1 M_3^+$  сечения тормозного излучения процесса рождения дилептона путем фотон-фотонного слияния. Начнем с того, что приведем амплитуды  $M_1$  и  $M_3$  к более развернутому (и удобному для перемножения) виду

$$M_1 = ie^3 \cdot e_\alpha(p_1) e_\beta(p_2) e_\mu(p_3) \times \\ \times \bar{u}(p_3) \gamma_\mu \frac{\hat{p}_3 + \hat{p} + m}{2p_3 p} \gamma_\alpha \frac{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 + m}{-2p_2 p_4} \gamma_\beta u(-p_4), \\ M_3 = ie^3 \cdot e_\alpha(p_1) e_\beta(p_2) e_\mu(p_3) \times$$

$$\times \bar{u}(p_3) \gamma_\alpha \frac{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 + m}{-2p_1 p_3} \gamma_\beta \frac{-\hat{p}_4 - \hat{p} + m}{2p_4 p} \gamma_\mu u(-p_4).$$

Находим эрмитово сопряжение  $M_3$ , затем перемножаем  $M_1$  и  $M_3^+$ . Нам необходимо суммировать (усреднить) по поляризациям конечных (начальных) частиц, для этого используем свойство векторов поляризации фотонов:

$$\sum_{\text{pol}} e_\alpha e_\beta^* = -g_{\alpha\beta}.$$

В результате найдем

$$\overline{\sum_{\text{pol}} M_1 M_3^+} = \frac{1}{4} e^6 \times \quad (\text{П.1}) \\ \times \text{Sp} \left[ \gamma_\mu \frac{\hat{p}_3 + \hat{p} + m}{2p_3 p} \gamma_\alpha \frac{\hat{p}_2 - \hat{p}_4 + m}{2p_2 p_4} \gamma_\beta (\hat{p}_4 - m) \times \right. \\ \left. \times \gamma_\mu \frac{-\hat{p}_4 - \hat{p} + m}{2p_4 p} \gamma_\beta \frac{\hat{p}_3 - \hat{p}_1 + m}{2p_1 p_3} \gamma_\alpha (\hat{p}_3 + m) \right].$$

Вычисляя с помощью FORM [23] след произведения гамма-матриц в выражении (П.1) и применяя, где это возможно, УРП, получим:

$$\overline{\sum_{\text{pol}} M_1 M_3^+} = \quad (\text{П.2}) \\ = 2^5 \pi^3 \alpha^3 \frac{1}{zv(m^2 - t)(m^2 - u)} T_{13},$$

где

$$T_{13} = -2stv_1 + stz + 3stv - 2st^2 + \quad (\text{П.3}) \\ + sv_1z + 2sv_1v - sv_1^2 - 2szv - sv^2 - 2s^2t - \\ - s^2v_1 + s^2v - tv_1z + tv_1v + tzv + \\ + tz^2 - v_1v^2 + v_1^2v + zv^2 + z^2v.$$

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция” (подпрограмма “Микромир, плазма и Вселенная”). Автор признателен коллегам по группе RDMS CMS и Ю.М. Быстрицкому за обсуждение.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. D. Drell and T.-M. Yan, Phys. Rev. Lett. **25**, 316, 902 (Erratum) (1970).
2. S. D. Drell and T.-M. Yan, Ann. Phys. **66**, 578 (1971).
3. В. А. Матвеев, Р. М. Мурадян, А. Н. Тавхелидзе, Препринт № P2-4543, ОИЯИ (Дубна, 1969).
4. J. H. Christenson, G. S. Hicks, L. M. Lederman, P. J. Limon, B. G. Pope, and E. Zavattini, Phys. Rev. D **8**, 2016 (1973).
5. N. M. Shumeiko, A. V. Soroko, and P. M. Starovoitov, J. Phys. G **27**, 1735 (2001).

6. UA1 Collab. (G. Arnison *et al.*), Phys. Lett. B **122**, 103 (1983); UA2 Collab. (M. Banner *et al.*), Phys. Lett. B **122**, 476 (1983).
7. UA1 Collab. (G. Arnison *et al.*), Phys. Lett. B **126**, 398 (1983); UA2 Collab. (P. Bagnaia *et al.*), Phys. Lett. B **129**, 130 (1983).
8. J. Wess and B. Zumino, Phys. Lett. B **49**, 52 (1974).
9. E. Witten, Nucl. Phys. B **463**, 383 (1996) [hep-th/9512219].
10. G. Bertone, D. Hooper, and J. Silk, Phys. Rep. **405**, 279 (2005) [hep-ph/0404175].
11. M. Dine, W. Fischler, and M. Srednicki, Phys. Lett. B **104**, 199 (1981).
12. P. Agrawal, M. Bauer, J. Beacham, A. Berlin, A. Boyarsky, S. Cebrian, X. Cid-Vidal, D. d'Enterra, A. De Roeck, M. Drewes, B. Echenard, M. Giannotti, G. F. Giudice, S. Gninenko, S. Gori, E. Goudzovski, *et al.*, Eur. Phys. J. C **81**, 1015 (2021) [arXiv: 2102.12143 [hep-ph]].
13. В. А. Зыкунов, ЯФ **84**, 348 (2021) [Phys. At. Nucl. **84**, 492 (2021)].
14. J. C. Collins, D. E. Soper, and G. F. Sterman, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **5**, 1 (1988) [hep-ph/0409313].
15. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).
16. Particle Data Group (P. A. Zyla *et al.*), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020).
17. I. Harris and I. M. Brown, Phys. Rev. **105**, 1656 (1957).
18. Y.-S. Tsai, Phys. Rev. **137**, B730 (1965).
19. Frits A. Berends and R. Gastmans, Nucl. Phys. B **61**, 414 (1973).
20. M. Böhm and T. Sack, Z. Phys. C **33**, 157 (1986).
21. В. А. Зыкунов, ЯФ **80**, 388 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 699 (2017)].
22. В. А. Зыкунов, *Пертурбативные расчеты в физике высоких энергий* (ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель, 2020).
23. J. Kuipers, T. Ueda, J. A. M. Vermaseren, and J. Vollinga, Comput. Phys. Commun. **184**, 1453 (2013) [arXiv: 1203.6543 [cs.SC]].
24. G. P. Lepage, J. Comput. Phys. **27**, 192 (1978).
25. CMS Collab. (G. L. Bayatian *et al.*), J. Phys. G **34**, 995 (2007).
26. A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **39**, 155 (2005) [hep-ph/0411040].
27. Jun Gao, Marco Guzzi, Joey Huston, Hung-Liang Lai, Zhao Li, Pavel Nadolsky, Jon Pumplin, Daniel Stump, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **89**, 033009 (2014) [arXiv: 1302.6246 [hep-ph]].
28. L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **75**, 204 (2015) [arXiv: 1412.3989 [hep-ph]].
29. CMS Collab. (S. Chatrchyan *et al.*), JHEP **1312**, 030 (2013); CMS-SMP-13-003, CERN-PH-EP-2013-168; arXiv: 1310.7291.

## EFFECTS OF ELECTROMAGNETIC RADIATIVE CORRECTIONS IN LEPTON PAIR PRODUCTION VIA PHOTON–PHOTON FUSION AT LHC

V. A. Zykunov<sup>1),2),3)</sup>

<sup>1)</sup>Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

<sup>2)</sup>Francisk Skorina Gomel State University, Belarus

<sup>3)</sup>Belarusian Trade and Economics University of Consumer Cooperatives, Gomel, Belarus

One-loop electromagnetic radiative corrections to dilepton production in hadron collisions via photon–photon fusion are studied, the most attention is paid to hard bremsstrahlung. Discussed reaction follows the Drell–Yan process, its studying is the actual task of LHC experimental program. Detailed numerical analysis of electromagnetic radiative effects to observable differential cross sections in wide kinematical region including the CMS experiment in Run3/HL regime of LHC corresponding ultra-high energies and dilepton invariant masses is performed.