# СОДЕРЖАНИЕ

## Том 496, 2021

ФИЗИКА	
Переотражения упругого предвестника ударной волны в твердом теле	
Г. И. Канель, А. С. Савиных, Г. В. Гаркушин, С. В. Разоренов	5
Диффузионное горение микроструи водорода в спутной струе воздуха	
В. В. Козлов, Г. Р. Грек, М. В. Литвиненко, Ю. А. Литвиненко, А. С. Тамбовцев, А. Г. Шмаков	9
Диффузионное горение при взаимодействии сверхзвуковой круглой микроструи воздуха с коаксиальной (спутной) струей водорода	
В. В. Козлов, М. В. Литвиненко, Ю. А. Литвиненко, А. С. Тамбовцев, А. Г. Шмаков	14
Аналитическая модель магнитопаузы в многокомпонентной бесстолкновительной плазме с каппа-распределением частиц по энергиям	
Вл. В. Кочаровский, В. В. Кочаровский, А. А. Нечаев	19
Самоиндуцированные процессы вязко-невязкого взаимодействия в ламинарном пограничном слое над пористой поверхностью	
И. И. Липатов	24
Синтез мультислойных алмазных пленок в СВЧ-плазме в режимах с периодической инжекцией азота	
А. К. Мартьянов, В. С. Седов, Е. В. Заведеев, С. С. Савин, В. Г. Ральченко, В. И. Конов	27
Аномальное прохождение волн через тонкий канал, соединяющий два акустических волновода	
С. А. Назаров, Л. Шенель	31
$\beta$ сплав Ti $-20$ Nb $-10$ Ta $-5$ Zr со структурированной на микро- и наномасштабе поверхностью	
М. А. Севостьянов, А. С. Баикин, М. А. Каплан, А. Г. Колмаков, С. В. Гудков, М. Б. Ребезов, С. В. Гарнов	37
Экспериментальная проверка квантового нивелира на мобильных квантовых часах	
В. Ф. Фатеев, Е. А. Рыбаков	41
Задержка формирования каверны в интрузивном режиме слияния свободно падающей капли с принимающей жидкостью	
Ю. Д. Чашечкин, А. Ю. Ильиных	45
МЕХАНИКА	
Применение подхода Кельвина для качественной оценки возможности фазовых переходов в сплавах с памятью формы	
Б. Д. Аннин, Н. И. Остросаблин, Р. И. Угрюмов	51
Положения динамического равновесия изогнутого трубопровода с вибрирующими опорами	
М. А. Ильгамов, М. М. Шакирьянов	55

математическая модель конверсии гидрата С $\mathbf{n}_4$ в гидрат С $\mathbf{o}_2$ при оольших скоростях инжо углекислого газа в пласт	скции
Г. Г. Цыпкин	60
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ	
Применение вертикальных приемных антенн для звукоподводной связи в неоднородном волноводе с ледовым покровом	
М. В. Волков, А. А. Луньков, М. М. Макаров, В. Г. Петников, А. В. Шатравин	65

Правила для авторов

69

## **CONTENTS**

## Volume 496, 2021

PHYSICS	
Re-Reflections of an Elastic Precursor of Shock Wave in Solids	
G. I. Kanel, A. S. Savinykh, G. V. Garkushin, and S. V. Razorenov	5
Micro Jet Diffusion Combustion in the Coaxial Air Jet	
V. V. Kozlov, G. R. Grek, M. V. Litvinenko, Yu. A. Litvinenko, A. S. Tambovzev, and A. G. Shmakov	9
Diffusion Combustion at Interaction of Supersonic Round Microjet of Air with Coaxial (Satellite) a Jet of Hydrogen	
V. V. Kozlov, M. V. Litvinenko, Yu. A. Litvinenko, A. S. Tambovzev, and A. G. Shmakov	14
Analytical Model of a Magnetopause in a Multicomponent Collisionless Plasma with a Kappa Energy Distribution of Particles	
Vl. V. Kocharovsky, V. V. Kocharovsky, and A. A. Nechaev	19
Self-Induced Viscous-Inviscid Interaction Processes in the Laminar Boundary Layer over Porous Wall  I. I. Lipatov	24
Synthesis of Multilayered Diamond Films in Microwave Plasma with Periodic Nitrogen Injections	
A. K. Martyanov, V. S. Sedov, E. V. Zavedeev, S. S. Savin, V. G. Ralchenko, and V. I. Konov	27
Abnormal Transmission of Waves Through a Thin Canal Connecting Two Acoustic Waveguides	
S. A. Nazarov and L. Chesnel	31
$\beta$ Ti-20Nb-10Ta-5Zr Alloy with a Surface Structured on a Micro- and Nanoscale	
M. A. Sevostyanov, A. S. Baikin, M. A. Kaplan, A. G. Kolmakov, S. V. Gudkov, M. B. Rebezov, and S. V. Garnov	37
Experimental Verification of the Quantum Level Using Transportable Atomic Clock	
V. F. Fateev and E. A. Rybakov	41
Delay of Cavity Formation in the Intrusive Mode of a Freely Falling Drop Coalescence with a Target Liquid	
Yu. D. Chashechkin and A. Yu. Ilinykh	45
MECHANICS	
Application of the Kelvin Approach for a Qualitative Estimation of the Possibility of Phase Transitions in Shape Memory Alloys	
B. D. Annin, N. I. Ostrosablin, and R. I. Ugryumov	51
Dynamic Equilibrium Positions of Bended Pipeline with Vibrating Supports	
M. A. Ilgamov and M. M. Shakirvanov	55

Mathematical Model of the Conversion of CH <sub>4</sub> Hydrate to CO <sub>2</sub> Hydrate at High Rates of Carbon Dioxide Injection into the Reservoir	
G. G. Tsypkin	60
TECHNICAL SCIENCES	

Application of Vertical Receiving Arrays for Underwater Acoustic Communication in an Inhomogeneous Waveguide with an Ice Cover	
M. V. Volkov, A. A. Lunkov, M. M. Makarov, and A. V. Shatravin	65

For Authors

69

#### ———— ФИЗИКА —

УДК 533.6.011.72; 539.389.1

## ПЕРЕОТРАЖЕНИЯ УПРУГОГО ПРЕДВЕСТНИКА УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

© 2021 г. Член-корреспондент РАН Г. И. Канель<sup>1,2,\*</sup>, А. С. Савиных<sup>1,2,\*\*</sup>, Г. В. Гаркушин<sup>1,2</sup>, С. В. Разоренов<sup>1,2</sup>

Поступило 22.12.2020 г. После доработки 24.12.2020 г. Принято к публикации 25.12.2020 г.

На примере экспериментальных данных по отражению упругопластической волны ударного сжатия от поверхности пластины из стали или алюминиевого сплава обсуждаются условия и закономерности формирование переотраженной упругой волны. Обнаружено, что возможность ее образования, а также ее амплитуда и затухание связаны с релаксационными свойствами материала в состоянии перед пластической ударной волной.

*Ключевые слова:* высокоскоростная деформация, ударные волны, динамический предел текучести, высокие температуры

**DOI:** 10.31857/S2686740021010065

Исследования эволюции упругопластических волн ударного сжатия различных материалов ведутся с целью получения информации о зависимости напряжения пластического течения от скорости деформации в диапазоне от  $\sim 10^3$  до  $10^7$  с<sup>-1</sup> [1, 2]. В экспериментах ударом пластины или иным способом в образце исследуемого материала генерируется плоская волна сжатия, структура и эволюция которой регистрируются путем измерения профиля напряжения сжатия  $\sigma_{\rm r}(t)$  или массовой скорости u(t) как функций времени t. В наиболее простой и наиболее часто используемой постановке проводится измерение профиля скорости свободной поверхности образца  $u_{ft}(t)$  в процессе выхода на нее волны сжатия. Исследования такого рода актуальны для построения и проверки определяющих соотношений и моделей деформации в экстремальных условиях, о чем свидетельствует их частое цитирование.

На рис. 1 показаны результаты серии подобных опытов с образцами стали различной толщины. Эксперименты проведены с использованием лазерного доплеровского интерферометрического измерителя скорости VISAR [3] для регистра-

ции формируемых ударом волновых профилей. Детальное описание экспериментов будет представлено в отдельной статье, посвященной динамическим прочностным характеристикам стали. На профилях скорости свободной поверхности фиксируется последовательно выход на поверхность упругого предвестника волны сжатия (первая "ступенька") и следующей за ним пластической ударной волны. Скорость распространения упругого предвестника практически равна продольной скорости звука  $c_l = \sqrt{(K+4G/3)/\rho}$ , а скорость пластической ударной волны определяется объемной сжимаемостью материала и, соответственно, близка к объемной скорости звука  $c_b = \sqrt{K/\rho}$  [2, 4]. Амплитуда упругого предвестника определяется динамическим пределом упругости материала HEL (Hugoniot elastic limit):

$$\sigma_{\rm HEL} = 0.5 u_{\rm HEL} \rho_0 c_l, \tag{1}$$

где  $u_{\rm HEL}$  — скачок скорости свободной поверхности в предвестнике. На части представленных волновых профилях видны также дополнительные ступеньки RR, которые появились после отражения упругого предвестника от свободной поверхности и взаимодействия образовавшейся отраженной упругой волны разгрузки с пластической ударной волной [2]. Такое переотражение наблюдается не всегда и, в частности, не регистрируется на приведенных профилях скорости свободной поверхности образцов стали толщиной менее 2 мм.

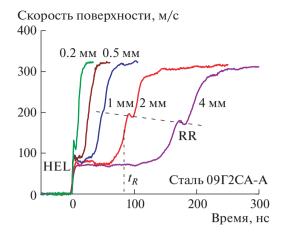
На рис. 2 сопоставлены волновые профили, измеренные для образцов стали толщиной 4 мм

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Объединенный институт высоких температур Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Институт проблем химической физики Российской академии наук, Черноголовка, Московская обл., Россия

<sup>\*</sup>E-mail: kanel@ficp.ac.ru

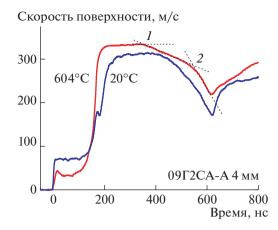
<sup>\*\*</sup>E-mail: savas@ficp.ac.ru



**Рис. 1.** Профили скорости свободной поверхности образцов стали  $09\Gamma 2CA$ -A различной толщины, измеренные при ударе медной пластиной со скоростью  $340\pm10$  м/с. Показаны номинальные значения толщины образца. RR — результат переотражения упругой волны. HEL — динамический предел упругости,  $t_R$  — момент выхода переотраженной упругой волны на поверхность.

при нормальной и повышенной температурах. Несмотря на четкое выделение упругого предвестника ударной волны в стали при повышенной температуре переотражение упругой волны в этом случае не регистрируется. Эти обстоятельства (появление или отсутствие переотражения упругой волны в зависимости от температуры и геометрических или временных характеристик процесса) позволяют ожидать, что более детальный анализ явления должен обеспечить получение дополнительной информации о поведение материалов в этих условиях, необходимой для построения определяющих соотношений и моделей [5, 6] высокоскоростной деформации.

Для идеального упругопластического материала с постоянным пределом текучести детальный анализ отражений упругого предвестника можно найти в [2]. После выхода упругого предвестника на свободную поверхность появляется отраженная волна, которая является упругой волной разрежения. В отраженной волне, распространяющейся в обратном направлении навстречу пластической ударной волне, напряжение сжатия возвращается к нулю. В результате, после встречи отраженной волны разгрузки с падающей пластической ударной волной напряжение сжатия перед последней оказывается равным нулю, и становится вновь возможным и необходимым выделение упругого предвестника – "переотраженной" упругой волны. В случае идеального упругопластического тела скорость поверхности в точке RR должна быть практически равна удвоенной скорости поверхности за фронтом предвестника, а параметры упругого предвестника и переотра-



**Рис. 2.** Результаты опытов с образцами стали  $09\Gamma 2CA$ -A толщиной 4 мм при комнатной температуре и  $604^{\circ}C$ .

женной упругой волны должны сохраняться неизменными по мере их распространения. Заметим также, что при постоянном пределе текучести неупругая деформация имеет место только в пластической ударной волне и не происходит за фронтом упругого предвестника.

В экспериментах подобное переотражение упругого предвестника наблюдается часто, но отнюдь не всегда, а его характер отличается тем, что параметры в переотраженной волне, как правило, выше ожидаемых для неизменного предела текучести и могут изменяться по мере распространения волнового комплекса, как это видно, в частности, на рис. 1. Более внимательное сопоставление волновых профилей на рис. 1 четко демонстрирует затухание упругого предвестника по мере его распространения на расстоянии до 1 мм. Затухание происходит вследствие релаксации напряжений при развитии пластической деформации за фронтом предвестника [1, 2, 7]. При этом, как показывает анализ подобных экспериментов с различными металлами и сплавами [1, 8], зависимости скорости пластической деформации от напряжения оказываются значительно более сильными, чем линейные, что дает основание для утверждения об интенсивном размножении подвижных дислокаций на самых ранних стадиях процесса в упругом предвестнике. Прекращение затухания предвестника на расстояниях, в данном случае более 1 мм, означает прекращение пластической деформации и, соответственно, прекращение размножения дислокаций за его фронтом. Таким образом, переотражение на больших расстояниях и его отсутствие на малых расстояниях находятся в корреляции с плотностью подвижных дислокаций перед пластической ударной волной. Малая плотность дислокаций означает, что состояние материала перед пластической ударной волной близко к исходному и процесс его сжатия должен быть подобен процессу упругопластического ударного сжатия исходного материала. Увеличенная плотность подвижных дислокаций, по-видимому, переводит материал в вязкоупругое состояние с пониженным пределом текучести. При высокой температуре затухание предвестника имеет место в более широком диапазоне толщин образцов, поэтому переотражение в высокотемпературном опыте на рис. 2 не фиксируется.

Ситуация с формированием затухающей переотраженной упругой волны анализировалась и получила подтверждение при исследовании ударного и безударного сжатия ванадия [9]. Ожидаемая амплитуда переотраженного предвестника должна соответствовать расстоянию его распространения  $h^* = c_l t_R/2$ , где  $t_R$  — момент выхода на поверхность переотраженной упругой волны, как показано на рис. 1; время отсчитывается от выхода на поверхность упругого предвестника. Для образца толщиной 4 мм  $h^* = 0.47$  мм, а для двухмиллиметрового образца  $h^* = 0.24$  мм. В соответствии с данными по затуханию предвестника амплитуда переотраженной волны должна на 30% в первом случае или на 60% во втором превышать HEL, что в общем соответствует представленным волновым профилям.

В экспериментах не наблюдается четкого выделения упругого предвестника конечной амплитуды при разгрузке. Вместо этого формируется так называемая квазиупругая волна разгрузки, в которой скорость распространения возмущения плавно уменьшается от продольной скорости звука  $c_l$  до скорости звука  $c_b$ , соответствующей объемной сжимаемости материала. В работах [10, 11] предложен и реализован упрощенный способ оценки напряжения пластического течения при разгрузке, который основан на приближении простой волны и включает аппроксимацию квазиупругой части волны прямой линией 1-2, как показано на рис. 2, предположение о постоянстве коэффициента Пуассона и линейное соотношение между скоростью звука в лагранжевых координатах и массовой скоростью. Разность в величинах сдвиговых напряжений, соответствующих значениям массовой скорости на фронте квазиупругой волны разгрузки  $u_{p1}$  (точка 1 на рис. 2) и в ее конце  $u_{p2}$  (точка 2) в приближении простой волны описывается соотношением [12]

$$\tau(u_{p1}) - \tau(u_{p2}) =$$

$$= \frac{3}{4} \rho_0 \int_{u_{p2}}^{u_{p1}} [a^2(u_p) - a_b^2(u_p)] \frac{du_p}{a(u_p)}.$$
(2)

Здесь  $\rho_0$  — плотность вещества в исходном состоянии при нулевом давлении, скорость распространения возмущений в квазиупругой волне a берется в координатах Лагранжа (т.е. отнесена к начальной плотности материала  $\rho_0$ ),  $a_b$  — объемная скорость звука. Остальные детали расчета

можно найти в [8, 9]. Так как при разгрузке из ударно-сжатого состояния сдвиговое напряжение переходит через нуль и выходит на напряжение пластического течения с обратным знаком, соотношение (2) фактически определяет предел текучести ударно-сжатого материала. Применение этого анализа к профилю скорости свободной поверхности образца стали толщиной 4 мм при температуре 604°C дало значение предела текучести при разгрузке из ударно-сжатого состояния  $\sigma_{\rm T} = 164 \, {\rm M}\Pi {\rm a}$ , тогда как в упругом предвестнике  $\sigma_{\rm T} = 390~{\rm M}\Pi a$  в точке минимума. Таким образом, налицо значительное падение предела текучести после высокоскоростной деформации в ударной волне. Возможно этот эффект и является причиной того, что переотраженная упругая волна в высокотемпературных опытах и в экспериментах с тонкими образцами при комнатной температуре не фиксируется.

На рис. 3 показаны профили скорости свободной поверхности при ступенчатом ударном сжатии образцов алюминиевого сплава Д16Т толщиной номинально 5 мм в состоянии поставки и в отожженном состоянии. Организация опытов подобна описанной в работе [13]. Эти эксперименты интересны тем, что в опыте с неотожженным прокатанным материалом мы видим переотражение упругой волны от второй пластической волны сжатия, т.е. заведомо после некоторой пластической деформации. Проведенные ранее измерения показали отсутствие затухания упругого предвестника в неотожженном сплаве на расстояниях больше ста микрон. Нарастание параметров за фронтом упругого предвестника в неотожженном сплаве есть результат деформационного упрочнения. Другой особенностью ступенчатого сжатия является наличие слабого упругого предвестника Е2 перед второй ударной волной в обоих материалах, что является проявлением упруго-вязких свойств ударно-сжатого сплава.

Вязкоупругое поведение материалов за ударной волной говорит о наличии некоторого количества подвижных дислокаций, обеспечивающих релаксацию напряжений, и в отожженном, и в исходном материале. Тем не менее, переотражение упругой волны регистрируется только в неотожженном сплаве. Иными словами, существует некоторый критерий, определяющий возможность переотражения упругой волны по плотности дислокаций или времени релаксации напряжений.

Таким образом, показано, что формирование переотраженной упругой волны при отражении упругопластической волны ударного сжатия от поверхности тела, ее амплитуда и затухание связаны с релаксационными свойствами материала в состоянии перед пластической ударной волной. Даже качественный анализ подобных переотра-

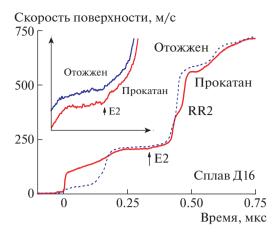


Рис. 3. Профили скорости свободной поверхности при ступенчатом ударном сжатии образцов алюминиевого сплава Д16Т толщиной 5 мм в состоянии поставки (сплошная линия) и в отожженном состоянии (штриховая линия). RR2 — переотражение от второй пластической ударной волны. E2 — упругий предвестник второй волны сжатия. Вставка показывает область фронта предвестника второй волны в увеличенном масштабе.

жений может быть информативен с точки зрения оценки состояния материала перед пластической ударной волной.

#### ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена по темам Государственного задания, номера государственной регистрации АААА-А19-119071190040-5 и АААА-А19-119030590034-7. Ударно-волновые эксперименты проведены на оборудовании Московского регионального взрывного ЦКП РАН.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канель Г.И., Зарецкий Е.Б., Разоренов С.В. и др. Необычные пластичность и прочность металлов при

- ультракоротких длительностях нагрузки // УФН. 2017. Т. 187. № 5. С. 525—545.
- 2. *Канель Г.И*. Ударные волны в физике твердого тела. М.: Физматлит, 2018. 208 с.
- 3. Barker L.M., Hollenbach R.E. Laser interferometer for measuring high velocities of any reflecting surface // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. № 11. P. 4669–4675.
- 4. *Зельдович Я.Б.*, *Райзер Ю.П*. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
- Meyers M.A., Benson D.J., Vohringer O., et al. Constitutive description of dynamic deformation: physically-based mechanisms // Mater. Sci. Eng. A. 2002. V. 322. P. 194–216.
- 6. *Popova T.V., Mayer A.E., Khishchenko K.V.* Evolution of shock compression pulses in polymethylmethacrylate and aluminum // J. Appl. Phys. 2018. V. 123. 235902.
- 7. Duvall G.E. Propagation of plane shock waves in a stress-relaxing medium / In: Stress Waves in Anelastic Solids / Ed. H. Kolsky, W. Prager. B.: Springer-Verlag, 1964. P. 20.
- 8. *Kanel G.I.* Rate and temperature effects on the flow stress and tensile strength of metals // AIP Conf. Proc. 2012, V. 1426, P. 939–944.
- 9. Kanel G.I., Razorenov S.V., Garkushin G.V., et al. Stress relaxation in vanadium under shock and shockless dynamic compression // J. Appl. Phys. 2015. V. 118. № 4. 045901.
- 10. *Канель Г.И.*, *Савиных А.С.* Оценка напряжения пластического течения твердых тел при разгрузке из ударно-сжатого состояния // ДАН. Физика, технические науки. 2020. Т. 490. № 1. С. 29—32.
- 11. *Kanel G.I.*, *Savinykh A.S.*, *Garkushin G.V.*, *et al.* Effects of temperature on the flow stress of aluminum in shock waves and rarefaction waves // J. Appl. Phys. 2020. V. 127. 035901.
- 12. *Brown J.L., Alexander C.S., Asay J.R., et al.* Extracting strength from high pressure ramp-release experiments // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. 223518.
- Kanel G.I., Savinykh A.S., Garkushin G.V., et al. Stepwise shock compression of aluminum at room and elevated temperatures // J. Appl. Phys. 2019. V. 126. 075901.

### RE-REFLECTIONS OF AN ELASTIC PRECURSOR OF SHOCK WAVE IN SOLIDS

Corresponding Member of the RAS G. I. Kanel<sup>a,b</sup>, A. S. Savinykh<sup>a,b</sup>, G. V. Garkushin<sup>a,b</sup>, and S. V. Razorenov<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Joint Institute for High Temperatures of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
 <sup>b</sup> Institute of Problems of Chemical Physics of the Russian Academy of Sciences,
 Chernogolovka, Moscow region, Russian Federation

Using experimental data on the reflection of an elastic-plastic shock wave from the free surface of a steel or aluminum alloy plate, the conditions and regularities of the formation of a re-reflected elastic wave are discussed. It is shown that the possibility of its formation, as well as its amplitude and attenuation, are related to the relaxation properties of the material in the state in front of the plastic shock wave.

Keywords: high strain rates, shock waves, dynamic yield stress, high temperatures

#### ———— ФИЗИКА —

УЛК 544.452.42

## ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ МИКРОСТРУИ ВОДОРОДА В СПУТНОЙ СТРУЕ ВОЗДУХА

© 2021 г. В. В. Козлов<sup>1,2,\*</sup>, Г. Р. Грек<sup>1</sup>, М. В. Литвиненко<sup>1,2</sup>, Ю. А. Литвиненко<sup>1</sup>, А. С. Тамбовцев<sup>1,2</sup>, А. Г. Шмаков<sup>2,3</sup>

Представлено академиком РАН С.В. Алексеенко 22.07.2020 г. Поступило 31.07.2020 г. После доработки 18.09.2020 г. Принято к публикации 19.09.2020 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований горения круглой микроструи водорода в спутной дозвуковой коаксиальной струе воздуха. Показано, что сценарий горения при дозвуковом истечении струи водорода связан с наличием "области перетяжки пламени" и нагрева сопла, но начальная сферическая форма область пламени трансформируется в цилиндрическую. Установлено, что горение круглой микроструи водорода в спутной коаксиальной струе воздуха на сверхзвуковой скорости истечения сопровождается наличием сверхзвуковых ячеек.

*Ключевые слова:* круглая микроструя водорода, спутная коаксиальная струя воздуха, "область перетяжки пламени", до- и сверхзвуковое горение

**DOI:** 10.31857/S2686740020060127

В работе [1] впервые представлены четыре сценария диффузионного горения круглых микроструй водорода, включая "сверхзвуковое горение" (горение при сверхзвуковом истечении струи водорода) при наличии сверхзвуковых ячеек как по воздуху, так и по водороду. В работе [2] показано, что стабилизация пламени при дозвуковой скорости истечения круглой микроструи водорода связана с нагревом сопла и наличием области перетяжки пламени, приводящего к явлению "запирания" сопла, а стабилизация пламени при сверхзвуковой скорости истечения микроструи водорода — с наличием сверхзвуковых ячеек. Обнаружен гистерезис процесса диффузионного горения круглых микроструй водорода в зависимости от места поджигания микроструи (вблизи или вдали от среза сопла) и от изменения скорости истечения (роста или уменьшения).

Аналогичные сценарии горения были обнаружены и при диффузионном горении плоской

Одной из характеристик "сверхзвукового горения" струйного течения является наличие сверхзвуковых ячеек в струе и пламени, но в ситуации отрыва пламени от среза сопла. Это детально продемонстрировано в работе [5] при поджигании круглой микроструи водорода вдали от среза сопла. В данной ситуации можно было наблюдать наличие сверхзвуковых ячеек и в струе, и в оторвавшемся от среза сопла пламени. Результаты исследований горения круглых струй водорода при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях их истечения детально представлены в работах [6—8].

С другой стороны, важно изучить влияние различных газообразных добавок в микрострую водорода на режимы ее горения. В работе [9] представлены результаты экспериментальных исследований диффузионного горения смесей водорода с метаном (предварительно перемешанных), а также с гелием или азотом в круглой микроструе. Показано, что механизм и характеристики развития микроструи и пламени при диффузионном горении смеси водорода с одним из газов — метаном, гелием или азотом, связаны с образованием

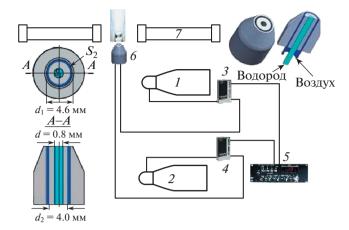
микроструи водорода [3, 4]. Следует заметить, что запирание сопла происходило при достижении скорости истечения микроструи водорода, близкой к скорости звука в воздухе ( $U_0 \approx 330 \,\mathrm{m/c}$ ). Стабилизация горения как круглой, так и плоской микроструи обеспечивалась в данной ситуации наличием "области перетяжки пламени" и существованием в ней горения.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Институт химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: kozlov@itam.nsc.ru



**Рис. 1.** Схема эксперимента: I – водород, 2 – воздух, 3, 4 – регуляторы расхода газа, 5 – измеритель расхода газа, 6 – микросопло, 7 – теневой аппарат Теплера.

"области перетяжки пламени", как и в ситуации диффузионного горения микроструи чистого водорода. Обнаружено повышение устойчивости горения микроструи смеси водорода с метаном по сравнению с неустойчивым горением микроструи чистого метана, что говорит о возможности за счет добавок водорода расширить диапазон условий (скоростей потока газов) устойчивого горения метана и других углеводородов. Установлено, что при диффузионном горении смеси водорода с метаном или гелием либо азотом в круглой микроструе для стабилизации горения с ростом скорости истечения микроструи необходимо увеличивать долю водорода (или уменьшать долю примеси) в смеси газов.

В работе [10] рассмотрены особенности горения микроструи смеси водорода с кислородом (предварительно перемешанных). Показано, что добавление кислорода приводит к снижению диапазона скоростей устойчивого горения микроструи по сравнению с аналогичным параметром при диффузионном горении чистого водорода. Установлено, что с ростом скорости истечения микроструи прекращение ее горения связано с уменьшением доли кислорода в смеси. Обнаружено, что сферическая форма "области перетяжки пламени" трансформируется в узкую и вытянутую область ламинарного пламени цилиндрической формы, а уменьшение поперечного сечения "области перетяжки пламени" зависит от роста скорости истечения микроструи.

Цель настоящей работы состоит в экспериментальных исследованиях особенностей горения круглой микроструи водорода при наличии дозвуковой спутной струи воздуха, истекающей из коаксиальной щели, и изучение взаимодействия двух микроструй как на дозвуковой, так и на сверхзвуковой скорости истечения водорода.

Особое внимание будет уделено сравнению сценария данного процесса со сценариями горения микроструй водорода, исследованных нами ранее

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ И ПРОЦЕДУРА ИССЛЕДОВАНИЯ

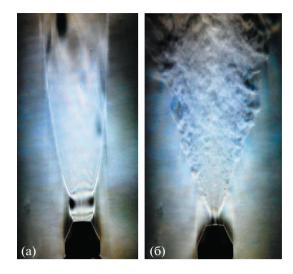
На рис. 1 представлена схема эксперимента. В сопловое устройство (б) через блок управления электромагнитными клапанами регулятора массового расхода газа (MKS Instruments) (3, 4) подавались водород из баллона (1) (100 атм.) с редуктором через центральное круглое отверстие горелки и сжатый воздух (2) через коаксиальную щель горелки. Установка величины объемного расхода газов осуществлялась блоком управления, а показания расхода газов регистрировались электронным табло расходомеров (5). Процедура проведения исследований состояла в видеосъемке непосредственно процесса диффузионного горения микроструи чистого водорода в отсутствие и при наличии спутной струи воздуха, а также в видеосъемке теневой картины данного процесса (7) (теневой метод Теплера на базе ИАБ-451) с помощью цифровой видеокамеры Olympus SZ-17 с разрешением 12 МП.

Горение круглой микроструи чистого водорода и при наличии спутной струи воздуха исследовалось при различных скоростях истечения как микроструи водорода, так и спутной струи воздуха. Объемный расход газов O (см $^3$ /с) устанавливался с помощью прецизионных регуляторов массового расхода с точностью  $\pm 0.7\%$ . Скорость истечения микроструи определялась по формуле  $U_0 (\text{м/c}) = Q (\text{см}^3/\text{c})/S (\text{см}^2)$ , где S - площадь поперечного сечения круглого отверстия для водорода и коаксиальной щели для спутной струи воздуха на выходе из горелки. Следует заметить, что определение скорости истечения газа на сверхзвуковой скорости из микросопла таким способом не совсем корректно, поскольку не учитывается целый ряд параметров, в том числе сжимаемость газа. В данной ситуации был использован метод определения скорости истечения микроструи по разности давления ( $\Delta P$ , к $\Gamma$ с/м<sup>2</sup>) на входе  $(P_{
m peдуктор})$  и выходе  $(P_{
m aтмосфера})$  водорода из микросопла  $(\Delta P = P_{
m peдуктор} - P_{
m aтмосфера})$ . При этом  $U_0$  (м/с) =  $=\sqrt{2\Delta P/\rho}$ , где  $\rho$  (к $\Gamma/M^3$ ) — плотность водорода.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Сценарий горения круглой микроструи водорода в спутной струе воздуха на дозвуковой скорости их истечения

На рис. 2 показаны теневые картины процесса горения круглой микроструи водорода в спутной коаксиальной струе воздуха в зависимости от объ-



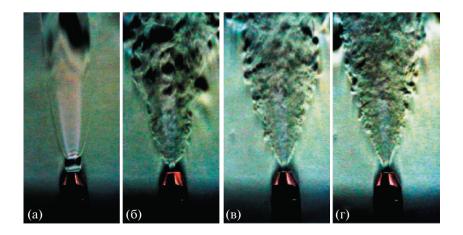
**Рис. 2.** Теневые картины горения круглой микроструи водорода в отсутствии спутной (коаксиальной) струи воздуха (а) и при ее наличии (б) в зависимости от объемного расхода газов (Q, см<sup>3</sup>/с) или скорости их истечения ( $U_0$ , м/с) (Q;  $U_0$  соответственно): (а) водород (102, 204), воздух (0, 0), (б) водород (102, 204), воздух (200, 50).

емного расхода газа (Q, см³/с) или скорости истечения ( $U_0$ , м/с) водорода и спутной струи. В отсутствие спутной струи (рис. 2а, 3а) можно наблюдать наличие "области перетяжки пламени" при диффузионном горении микроструи водорода, что изучено и детально описано в наших предыдущих исследованиях [1–5]. При наличии спутной струи воздуха (рис. 26, 36—г) и различном объемном расходе (Q) или скорости ( $U_0$ ) ее истечения, но сохранении объемного расхода (Q = 102 см³/с) или скорости ( $U_0 = 204$  м/с) истечения микроструи водорода, "область перетяжки пламени" сохранении" сохранении спутка структи пламени" сохранении структи пламени" сохранении структи структи пламени" сохранении структи структи пламени" сохранении структи структи пламени" сохранении структи структи структи структи пламени" сохранении структи струк

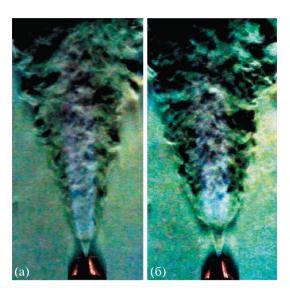
няется, но претерпевает определенные изменения. Сферическая форма "области перетяжки пламени" трансформируется в цилиндрическую форму (рис. 26, 36—г), однако сама динамика уменьшения ее пространственного размера с ростом скорости истечения микроструи водорода сохраняется [1, 2], но уже в условиях роста скорости истечения спутной струи, а не самой микроструи водорода. С ростом скорости истечения спутной струи (рис. 36-г), можно также наблюдать процесс интенсификации турбулентного горения области пламени вниз по потоку от "области перетяжки пламени". В то же время скорость истечения самой микроструи водорода оставалась неизменной.

Таким образом, экспериментальные исследования горения круглой микроструи водорода в спутной коаксиальной струе воздуха на дозвуковой скорости их истечения показали, что сценарии диффузионного горения микроструй водорода, исследованные нами ранее [1, 2], сохраняются и в данной ситуации. Однако с определенными нюансами не принципиального характера, такими как деформация формы области перетяжки пламени (трансформация формы из сферической в цилиндрическую), интенсификация турбулентного горения с ростом скорости истечения спутной струи и т.д.

Другой важный аспект диффузионного горения смеси микроструи водорода с окружающей ее спутной струей воздуха состоит в том, что в процессе смешения микроструй и горения их смеси спутная струя воздуха является своеобразным экраном, способствующим сохранению горения струи водорода вплоть до сверхзвуковой скорости ее истечения. Данный факт дает основания предполагать возможность горения смеси в агрессивной среде. Например, при наличии паров воды



**Рис. 3.** Теневые картины горения круглой микроструи водорода в спутной коаксиальной струе воздуха в зависимости от его объемного расхода (Q, см<sup>3</sup>/с) или скорости истечения ( $U_0$ , м/с): водород (Q; U = 102; 204), спутная струя (Q;  $U_0$  = 0, 70, 140, 200; 0, 17.5, 35, 50) соответственно.



**Рис. 4.** Теневые картины горения круглой микроструи водорода, истекающей из круглого в отсутствии спутной (коаксиальной) струи воздуха (а), а также в случае истечения водорода из центрального круглого, а воздуха (Q;  $U = 200 \text{ cm}^3/\text{c}$ ; 50 m/c) из коаксиального отверстий горелки одновременно (б) при постоянном расходе и скорости истечения водорода (Q;  $U = 170 \text{ cm}^3/\text{c}$ ; 340 m/c).

или среды различных агрессивных газов. В данном случае под агрессивной средой и агрессивными газами подразумевается их отрицательное влияние на поддержание процесса горения, т.е. ингибирующее воздействие.

Сценарий горения круглой микроструи водорода в спутной струе на сверхзвуковой скорости

Рисунок 4а демонстрирует горение круглой микроструи водорода в отсутствии спутной (коаксиальной) струи воздуха. В то же время рис. 46 показывает сверхзвуковое горение круглой микроструи водорода (Q;  $U = 170 \, \mathrm{cm}^3/\mathrm{c}$ ;  $340 \, \mathrm{m/c}$ ) при наличии спутной струи воздуха (Q;  $U = 200 \, \mathrm{cm}^3/\mathrm{c}$ ;  $50 \, \mathrm{m/c}$ ). Можно наблюдать отрыв пламени от среза микросопла и интенсивное турбулентное горение сверхзвуковой микроструи водорода. Следует отметить увеличение расстояния отрыва пламени от среза сопла в ситуации наличия спутной струи воздуха.

Таким образом, экспериментальные исследования горения круглой микроструи водорода в спутной коаксиальной струе воздуха на сверхзвуковой скорости истечения водорода показали, что сценарии диффузионного горения микроструй водорода, исследованные нами ранее [1, 2], сохраняются и в данной ситуации.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Установлено, что как при дозвуковом, так и при сверхзвуковом истечении круглой микроструи водорода в спутной дозвуковой коаксиальной струе воздуха, сценарии горения совпадают со сценарием диффузионного горения микроструи чистого водорода. Показано, что сценарий горения при дозвуковом истечении струи водорода связан с наличием "области перетяжки пламени" и нагрева сопла, и данный факт коррелирует с аналогичными сценариями диффузионного горения микроструи водорода на дозвуковой скорости, исследованными нами ранее. Обнаружено. что сферическая форма "области перетяжки пламени" трансформируется в цилиндрическую форму, образующуюся в границах спутной коаксиальной струи воздуха. В этом случае возникает область горения, защищенная от окружающей среды, позволяющая при раздельном подводе водорода и окислителя сжигать водород в агрессивной (с точки зрения поддержания процесса горения) среде. Установлено, что горение круглой микроструи водорода в спутной коаксиальной струе воздуха на сверхзвуковой скорости истечения сопровождается наличием сверхзвуковых ячеек. Горение круглой микроструи водорода при сверхзвуковом истечении в спутной коаксиальной струе воздуха связано с отрывом пламени от среза сопла.

#### ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа поддержана грантом Российского научного фонда (проект 16—19—10330) и частично (обеспечение водородом) в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013—2020 годы (проект AAAA-A17-117030610128-8).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Литвиненко Ю.А., Грек Г.Р., Козлов В.В., Литвиненко М.В., Шмаков А.Г. Диффузионное горение круглой микроструи водорода при до- и сверхзвуковой скорости истечения // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2020. Т. 494. С. 25—30.
- Shmakov A.G., Grek G.R., Kozlov V.V., Litvinenko Yu.A.
   Influence of initial and boundary conditions at the nozzle exit upon diffusion combustion of a hydrogen microjet // Intern. J. Hydrogen Energy. 2017. V. 42. Issue 24. P. 15913–15924.
- 3. Литвиненко Ю.А., Грек Г.Р., Козлов В.В., Коробейничев О.П., Шмаков А.Г. Структура присоединенного диффузионного пламени микроструи водорода, истекающей из щелевого сопла // Вестник НГУ. Физика. 2015. Т. 10. № 2. С. 52–66.
- 4. Kozlov V.V., Grek G.R., Korobeinichev O.P., Litvinenko Yu.A., Shmakov A.G. Features of diffusion combustion of hydrogen in the round and plane high-speed microjets // (Part II). International Journal of Hydrogen Energy. 2016. V. 41. Iss. 44. P. 20240–20249.

- Kozlov V.V., Grek G.R., Kozlov G.V., Litvinenko Yu.A., Shmakov A.G. Experimental study on diffusion combustion of high-speed hydrogen round microjets // Intern. J. Hydrogen Energy. 2019. V. 44. Iss. 1. P. 457– 468.
- 6. *Kalghatgi G.T.* Lift-off heights and visible lengths of vertical turbulent jet diffusion flames in still air // Combust. Sci. Technol. 1984. V. 41. Iss. 1/2. P. 14–29.
- 7. *Гельфанд Б.Е., Попов О.Е., Чайванов Б.Б.* Водород, параметры горения и взрыва. М.: Физматлит, 2008. 290 с.
- 8. Аннушкин Ю.М., Свердлов Е.Д. Исследование устойчивости диффузионных затопленных пламен

- при дозвуковом и нерасчетном сверхзвуковом истечениях газообразных топлив // Физика горения и взрыва. 1978. № 5. С. 53—63.
- 9. Шмаков А.Г., Грек Г.Р., Козлов В.В., Литвиненко Ю.А., Коробейничев О.П. Диффузионное горение круглой микроструи смесей водорода с метаном, гелием и азотом // Вестник НГУ. Физика. 2016. Т. 11. № 2. С. 56–76.
- 10. Шмаков А.Г., Вихорев В.В., Грек Г.Р., Козлов В.В., Козлов Г.В., Литвиненко Ю.А. Горение круглой микроструи смеси водорода с кислородом, истекающей из прямолинейного микросопла // Сиб. физ. журн. 2018. Т. 13. № 1. С. 54—67.

#### MICRO JET DIFFUSION COMBUSTION IN THE COAXIAL AIR JET

V. V. Kozlov<sup>a,b</sup>, G. R. Grek<sup>a</sup>, M. V. Litvinenko <sup>a,b</sup>, Yu. A. Litvinenko<sup>a</sup>, A. S. Tambovzev<sup>a,b</sup>, and A. G. Shmakov<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>b</sup> Novosibirsk National Research State University, Novosibirsk, Russian Federation
<sup>c</sup> Voevodsky Institute of Chemical Kinetics and Combustion, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,

Novosibirsk, Russian Federation
Presented by Academician of the RAS S.V. Alekseenko

This paper presents the results of experimental studies of the combustion of a circular microjet of hydrogen in a satellite subsonic coaxial air jet. Gorenje scenario with subsonic hydrogen jet outflow is shown to be associated with the presence of a "bottleneck flame region" and nozzle heating, but the initial spherical shape of the flame region is transformed into a cylindrical one. It is established that the combustion of a circular microjet of hydrogen in a co-axial air jet at supersonic flow velocity is accompanied by the presence of supersonic cells.

Keywords: hydrogen round micro jet, coaxial air jet, "bottleneck flame region", sub- and supersonic combustion

#### —— ФИЗИКА —

УЛК 532.525.2

# ДИФФУЗИОННОЕ ГОРЕНИЕ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СВЕРХЗВУКОВОЙ КРУГЛОЙ МИКРОСТРУИ ВОЗДУХА С КОАКСИАЛЬНОЙ (СПУТНОЙ) СТРУЕЙ ВОДОРОДА

© 2021 г. В. В. Козлов<sup>1,2,\*</sup>, М. В. Литвиненко<sup>1,2</sup>, Ю. А. Литвиненко<sup>1</sup>, А. С. Тамбовцев<sup>1</sup>, А. Г. Шмаков <sup>2,3</sup>

Представлено академиком РАН С.В. Алексеенко 27.11.2020 г. Поступило 04.12.2020 г. После доработки 04.12.2020 г. Принято к публикации 18.12.2020 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований особенностей диффузионного горения при взаимодействии круглой сверхзвуковой микроструи воздуха в центре и коаксиальной (спутной) струи водорода. Такое горение сопровождается целым рядом новых явлений: образованием конусообразной формы пламени близи среза сопла, запиранием области горения в этом конусе, наличием мелкомасштабных сверхзвуковых ячеек в результирующем потоке, образованием ламинарных участков и их турбулизации.

*Ключевые слова*: круглая микроструя воздуха, спутная коаксиальная струя водорода, область «перетяжки» пламени, сверхзвуковые ячейки

**DOI:** 10.31857/S2686740021010089

По результатам работ [1-5] для водорода, истекающего из круглых сопел с диаметрами d = $= 250 \div 500$  мкм, в зависимости от скорости истечения  $U_0$  характерны следующие сценарии горения: 1) большая протяженность ламинарной струи ( $U_0 \le 150 \text{ м/c}$ ); 2) разделение пламени на две зоны "перетяжкой" пламени, образование сферической зоны с ламинарным характером горения и турбулизацией пламени далее вверх по потоку ( $U_0 \sim 150 \text{ м/c}$ ); 3) реализация приподнятого турбулентного пламени при сохранении горения в ламинарной зоне; 4) сохранение горения в ламинарной области пламени и турбулентное течение водорода далее по потоку без горения ( $U_0 \sim$ ~ 331 м/с); 5) прекращение горения микроструи  $(U_0 > 331 \text{ m/c}).$ 

Сферическая область пламени с ламинарным характером течения и горения в ней, охватываю-

Одной из характеристик сверхзвукового струйного течения является наличие сверхзвуковых ячеек, которые также сохраняются в результирующем потоке при горении, но в ситуации пламени поднятого от среза сопла. Это детально продемонстрировано в работах [6–8]. Результаты экспериментальных и численных исследований горения круглых струй водорода при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях их истечения детально представлены в работах [9—11].

В работах [12, 13] было уделено внимание вопросам горения предварительно подготовленных смесей водорода с кислородом, метаном, азотом и гелием. Диапазон скоростей, в которых существовало горение без срыва пламени, был меньше, чем в случае чистого водорода. Тем не менее, за счет добавок водорода возможно расширить диапазон устойчивого горения метана и других углеводородов. При этом исследования горения микроструи смеси водорода с различными газами проведены в условиях их смешения до введения смеси в сопловой аппарат. Исследованию коаксиальных струй и особенно их взаимодействию посвящено значительно меньше работ, особенно экспериментальных. В теоретической работе [14]

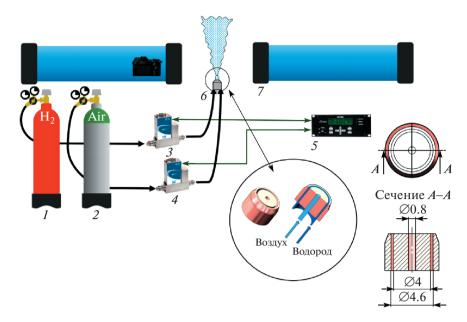
щая верхнюю часть сопла, способствует стабилизации процесса горения в микроструе водорода, однако также способствует возникновению эффекта "запирания" сопла, и скорость истечения не превышает дозвуковых величин.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Институт химической кинетики и горения им. В.В. Воеводского Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: kozlov@itam.nsc.ru



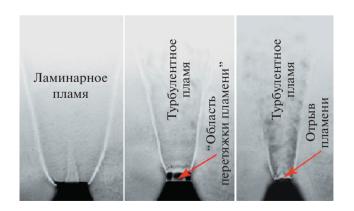
**Рис. 1.** Схема эксперимента: I — водород, 2 — воздух, 3, 4 — регуляторы расхода газа, 5 — блок управления расходомеров, 6 — сопловой аппарат, 7 — теневой аппарат Теплера.

показано развитие коаксиальной струи на до- и сверхзвуковой скорости и численно смоделировано наличие сверхзвуковых ячеек при сверхзвуковом истечении коаксиальной струи.

Цель настоящей работы состоит в экспериментальных исследованиях особенностей развития и взаимодействия круглой микроструи воздуха, истекающей со сверхзвуковой скоростью, и коаксиальной (спутной) струи водорода при ее горении.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ И ПРОЦЕДУРА ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 1 представлена схема эксперимента. Сопловой аппарат (6) подсоединен к двум анало-



**Рис. 2.** Теневые картины развития горящей коаксиальной струи водорода (при отсутствии центральной струи воздуха).

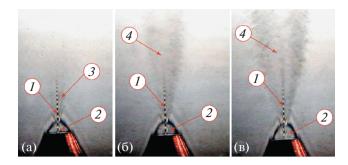
гичным линиям подачи газов. Из баллонов газы (водород (1) или воздух (2)) поступают в клапаны регуляторов объемного расхода типа 1179В фирмы MKS Instruments (3), (4), которые обеспечивают точность измерения расхода в пределах 0.7%, с помощью 2-канального блока управления расходомеров PR 4000B-F (MKS Instruments) регулируется расход газов, подаваемых в сопловой аппарат. Теневая картина получена с помощью ИАБ-451 (7), изображение теневой картины записывается на цифровую видеокамеру. Параметры отверстий соплового аппарата:  $S_1 = 0.5 \text{ мм}^2$ площадь поперечного сечения выходного отверстия для воздуха ( $\emptyset = 0.8 \text{ мм}$ ),  $S_2 = 4 \text{ мм}^2 - пло$ щадь коаксиальной щели соплового аппарата, из которой подается водород ( $\emptyset = 4.0-4.6$  мм).

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Сценарий при диффузионном горения струи водорода, истекающей из кольцевого сопла в затопленное воздушное пространство

Результаты экспериментов горения спутной (коаксиальной) струи водорода с ростом скорости ее истечения вплоть до сверхзвуковой скорости показаны на рис. 2.

При низкой скорости истечения струи можно наблюдать наличие ламинарного пламени, граница которого расширяется под заметным углом. С ростом скорости струи появляется область "перетяжки пламени" — когда в узкой области происходит турбулизация течения в пламени, так же, как и при горении струи водорода, истекающей



**Рис. 3.** Теневые картины взаимодействия горящей коаксиальной струи водорода и круглой микроструи воздуха при ее сверхзвуковом истечении: 1 — сверхзвуковые ячейки на круглой микроструе воздуха, 2 — область "запертого" пламени водорода, 3 — выход водорода из области 2, но в отсутствии его горения, 4 — локальное воспламенение, неустойчивое горение.

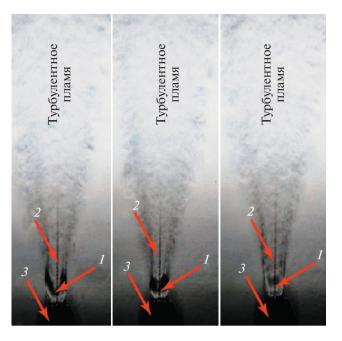
из круглого сопла, однако в данной ситуации мы не наблюдаем шарообразной формы, а возникшая область представляет полый цилиндр, присоединенный к соплу, с внешним диаметром, большим диаметра коаксиального сопла. Характер течения газового потока в области этого цилиндра ламинарный. При дальнейшем увеличении скорости истечения исчезает ламинарная часть пламени в цилиндре, наблюдается отрыв турбулентного пламени от среза сопла.

Рассмотрим сценарии диффузионного горения, когда в центре сопла будет истекать сверхзвуковая струя воздуха.

Сценарии горения струи водорода, истекающей из кольцевого сопла, при наличии в центре микроструи воздуха, истекающей со сверхзвуковой скоростью

Процесс развития области перетяжки пламени, ее специфической формы и трансформация с ростом скорости истечения коаксиальной струи при наличии сверхзвуковой струи воздуха показан на рис. 3, 4. Центральная микроструя воздуха истекает с постоянной сверхзвуковой скоростью, о чем свидетельствуют мелкомасштабные сверхзвуковые ячейки, которые также наблюдаются и в результирующем течении при наличии спутной струи водорода (при горении и без него).

При малой скорости истечения водорода из коаксиального сопла и поджигании вблизи сопла вместо полого ламинарного цилиндра, присоединенного к соплу, возникает конусообразная структура, границы которой хорошо видны на картинах визуализации (черные линии), внутри которой происходит горение, а дальше выходящая за границы вершины конуса смесь газов не воспламеняется, и это происходит в широком диапазоне скорости истечения водорода, т.е. происходит "запирание" пламени в этой конусообразной области (см. рис. 3а).



**Рис. 4.** Теневые картины взаимодействия горящей коаксиальной струи водорода и круглой микроструи воздуха при их до- и сверхзвуковом истечении из выходного сопла: 1 — ламинарный участок пламени, 2 — сверхзвуковые ячейки на круглой микроструе, 3 — сопло горелки.

На рис. 36, 3в показан момент воспламенения газовой смеси в верхней части струи, который сопровождается генерацией интенсивного акустического шума. На снимках видно появление в этом случае новых ударных волн (градиентов плотности газа) по всему конусу.

Дальнейшее развитие сценария горения спутной струи водорода при увеличении скорости истечения показано на рис. 4. Развивается ламинарный участок пламени, который приобретает некую сферическую форму, охватывающую сверхзвуковую часть воздушной струи, а затем при дальнейшем увеличении скорости истечения водорода его границы размываются, и он исчезает, мы наблюдаем только турбулентный участок пламени.

В целом, условно можно выделить следующие этапы горения спутной струи водорода при наличии в центре сверхзвуковой струи воздуха, в зависимости от скорости истечения водорода.

1. На начальном этапе, при малой скорости истечения водорода и поджигании вблизи сопла, горение пламени «запирается» в конусообразной области, присоединенной к соплу. Мы наблюдаем горение вблизи среза сопла, ограниченное областью конусообразной формы, при этом сверхзвуковая струя воздуха "прорезает" вершину этого конуса и через этот "прорыв" выбрасывается смесь воздуха и водорода, но в которой отсутствует горение.

2021

- 2. При увеличении скорости истечения водорода происходит распространение пламени вниз по потоку и начинают образовываться локальные участки горения, появляется акустический шум, конусовидная область трансформируется в полусферу.
- 3. Устанавливается и развивается устойчивое турбулентное горение, сопровождающееся генерацией интенсивного акустического шума, а вблизи среза сопла возникают ламинарные участки, окружающие сверхзвуковую струю воздуха.
- 4. В дальнейшем турбулентная зона пламени смещается ближе к срезу сопла, ламинарный участок пламени размывается и исчезает.

При уменьшении скорости истечения водорода последовательно происходит обратимый переход от этапа 4 к этапу 1, все сценарии горения сохраняются.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обнаружено, что при диффузионном горении одиночной струи водорода, истекающей при дозвуковой скорости из кольцевого микросопла в затопленное пространство, также характерен сценарий горения с наличием области "перетяжки" пламени, как для круглых и плоских микроструй [1–5]. Однако область перетяжки пламени претерпевает значительные геометрические деформации из-за специфики пламени коаксиальной струи.

В присутствии в центре сверхзвуковой микроструи воздуха горение коаксиальной струи водорода значительно меняется. Обнаружены следующие сценарии, последовательно реализующиеся при увеличении скорости истечения водорода:

- 1) "запирание" горения водорода в области конусовидной формы, выброс смеси водород/воздух вниз по течению в отсутствии горения (что можно применять для предварительного перемешивания газовых смесей);
- 2) образование полусферической области пламени вблизи среза сопла, локальное нестабильное горение турбулентного потока;
- 3) ламинарное пламя сферической формы вблизи среза сопла, установившееся турбулентное горение вниз по потоку;
- 4) развитое турбулентное пламя, начинающееся от среза сопла.

Также в данном случае мы не наблюдали уменьшения сферической зоны пламени при увеличении скорости истечения водорода, как это было в [1-5].

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № 075-15-2020-806.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Шмаков А.Г., Грек Г.Р., Козлов В.В., Коробейничев О.П., Литвиненко Ю.А. Различные режимы диффузионного горения круглой струи водорода в воздухе // Вестник НГУ. Физика. 2015. Т. 10. № 2. С. 27—41.
- 2. Литвиненко Ю.А., Грек Г.Р., Козлов В.В., Коробейничев О.П., Шмаков А.Г. Структура присоединенного диффузионного пламени микроструи водорода, истекающей из щелевого сопла // Вестник НГУ. Физика. 2015. Т. 10. № 2. С. 52–66.
- 3. *Грек Г.Р., Катасонов М.М., Козлов Г.В., Литвиненко М.В.* Диффузионное горение водорода (круглое скошенное сопло) // Вестник НГУ. Физика. 2015. Т. 10. № 2. С. 42—51.
- 4. Kozlov V.V., Grek G.R., Korobeinichev O.P., Litvinenko Yu.A., Shmakov A.G. Combustion of a high-velocity hydrogen microjet effluxing in air // Doklady Physics. 2016. V. 61. Iss. 9. P. 457–462.
- 5. Шмаков А.Г., Грек Г.Р., Козлов В.В., Козлов Г.В., Литвиненко Ю.А. Экспериментальное исследование диффузионного горения высокоскоростной круглой микроструи водорода. Часть 1. Присоединенное пламя, дозвуковое течение // Сибирский физический журнал. 2017. Т. 12. № 2. С. 28—45.
- Kozlov V.V., Grek G.R., Kozlov G.V., Litvinenko Yu.A., Shmakov A.G. Experimental study on diffusion combustion of high-speed hydrogen round microjets // Intern. J. of Hydrogen Energy. 2019. V. 44. Iss. 1. P. 457— 468
- Kozlov V.V., Grek G.R., Korobeinichev O.P., Litvinenko Yu.A., Shmakov A.G. Features of diffusion combustion of hydrogen in the round and plane high-speed microjets (Part II) // Intern. J. of Hydrogen Energy. 2016. V. 41. Iss. 44. P. 20240–20249.
- 8. Козлов В.В., Грек Г.Р., Козлов Г.В., Литвиненко Ю.А., Шмаков А.Г. Экспериментальное исследование диффузионного горения круглой микроструи водорода при ее зажигании вдали от среза сопла // Сибирский физический журнал. 2017. Т. 12. № 3. С. 62—73.
- 9. *Kalghatgi G.T.* Lift-off heights and visible lengths of vertical turbulent jet diffusion flames in still air // Combust. Sci. Technol. 1984. V. 41. Iss. 1-2. P. 14–29.
- 10. Аннушкин Ю.М., Свердлов Е.Д. Исследование устойчивости диффузионных затопленных пламен при дозвуковом и нерасчетном сверхзвуковом истечениях газообразных топлив // Физика горения и взрыва. 1978. № 5. С. 53—63.
- 11. Shentsov V., Sakatsume R., Makarov D., Takeno K., Molkov V. Lift-off and blow-out of under-expanded jets: experiments versus simulations / In: 8th International Seminar on Fire and Explosion. Hefei, China, 2016
- 12. Шмаков А.Г., Грек Г.Р., Козлов В.В., Литвиненко Ю.А., Коробейничев О.П. Диффузионное горение круглой микроструи смесей водорода с метаном, гелием и

- азотом // Вестник НГУ. Физика. 2016. Т. 11. № 2. C. 56-76.
- 13. Шмаков А.Г., Вихорев В.В., Грек Г.Р., Козлов В.В., Козлов Г.В., Литвиненко Ю.А. Горение круглой микроструи смеси водорода с кислородом, истека-
- ющей из прямолинейного микросопла // Сибирский физический журнал. 2018. Т. 13. № 1. С. 54–67.
- 14. Guariglia D., Schram C. Numerical Simulations of a Subsonic/Supersonic Coaxial Jet for an Efficient Design of Experimental Setup // Proc. the 2014 COMSOL. Conference in Cambridge.

## DIFFUSION COMBUSTION AT INTERACTION OF SUPERSONIC ROUND MICROJET OF AIR WITH COAXIAL (SATELLITE) A JET OF HYDROGEN

V. V. Kozlov<sup>a,b</sup>, M. V. Litvinenko<sup>a,b</sup>, Yu. A. Litvinenko<sup>a</sup>, A. S. Tambovzev<sup>a,b</sup>, and A. G. Shmakov<sup>b,c</sup>

<sup>a</sup> Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>b</sup> Novosibirsk National Research State University, Novosibirsk, Russian Federation <sup>c</sup> Voevodsky Institute of Chemical Kinetics and Combustion, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS S.V. Alekseenko

This paper presents the results of experimental studies of the features of diffusion combustion in the interaction of a round supersonic micro-iet of air in the center and a coaxial (satellite) iet of hydrogen. Combustion such is accompanied by a number of new phenomena: the formation of a cone-shaped flame near the nozzle cut-off, the locking of the combustion region in this cone, the presence of small-scale supersonic cells in the resulting flow, the formation of laminar sections and their turbulization.

Keywords: air round micro jet, coaxial hydrogen jet, "bottleneck flame region", small-scale shock cells

#### ———— ФИЗИКА ——

УДК 523.62-337, 523.62-726

# АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТОПАУЗЫ В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ С КАППА-РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЧАСТИЦ ПО ЭНЕРГИЯМ

© 2021 г. Член-корреспондент РАН Вл. В. Кочаровский<sup>1,\*</sup>, В. В. Кочаровский<sup>1,2</sup>, А. А. Нечаев<sup>1</sup>

Поступило 24.11.2020 г. После доработки 24.11.2020 г. Принято к публикации 30.11.2020 г.

Предложена аналитическая модель распределенного токового слоя с варьируемым профилем, разделяющего две области анизотропной бесстолкновительной плазмы с различными величинами магнитного поля и различными эффективными температурами каппа-распределений электронов и ионов по энергиям. Модель допускает также наличие нескольких компонент ионов с различными эффективными температурами и присутствие разнесенных в пространстве локализованных встречных токов каждой из этих компонент. Продемонстрировано изменение характеристик токового слоя при переходе от максвелловского к каппа-распределению, которое учитывает наличие степенного спектра энергичных частиц, типичного для неравновесной магнитоактивной плазмы. Развитая теория впервые позволяет проводить аналитическое моделирование подобных токовых конфигураций как в лабораторной, так и в космической плазме, например, в магнитопаузах планет, корональных арках или звездном ветре с магнитными облаками.

*Ключевые слова:* токовый слой, магнитопауза, бесстолкновительная плазма, солнечный ветер, анизотропия, каппа-распределение, гирорадиус

**DOI:** 10.31857/S2686740021010077

В течение более полувека в физике плазмы остается открытым вопрос о структуре магнитопаузы — стационарного переходного слоя между двумя областями по-разному замагниченной плазмы, который с необходимостью содержит ток, текущий вдоль плоскости раздела этих областей. В лабораторной и особенно космической плазме, являющейся слабо столкновительной, толщина слоя много меньше длины свободного пробега и достигает гирорадиуса токонесущих частиц, а расчет профиля тока невозможен в магнитодинамическом приближении и требует согласованного учета кинетики частиц различных компонент плазмы. Сказанное подтверждают спутниковые наблюдения магнитопауз планет, гелиопаузы и магнитопауз, расположенных на границах магнитных облаков в солнечном ветре; см., например, [1-9].

До последнего времени анализ общей картины наблюдаемых явлений отсутствовал, поскольку

зированными численными или приближенными аналитическими методами (ссылки на них можно найти в [7, 9, 10]). Трудности представляют как выявленные непростые профили плотности тока, например, немонотонные и обладающие двумятремя горбами или несколькими разными масштабами, так и измеряемые существенно анизотропные и немаксвелловские функции распределения электронов и ионов, которые могут иметь сравнимое энергосодержание. Попытки точного аналитического описания токовых слоев также приводят к весьма частным моделям, приведенным, например, в обзоре [10] или в работах [11, 12], включая модель авторов [13], которая, как и большинство других моделей, предполагает максвелловское распределение частиц по энергиям.

производился преимущественно узко специали-

Бесстолкновительная плазма с высокой плотностью энергии неравновесна и демонстрирует существенные отклонения от максвелловского распределения частиц, обычно связанные со степенными хвостами их энергетического спектра. Подобные спектры хорошо представляются каппараспределением [6, 14, 15] и часто наблюдаются в космической плазме, например, в солнечном ветре. Поэтому требуется теория переходных токовых слоев с каппа-распределением частиц в маг-

Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт прикладной физики

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station, USA

<sup>\*</sup>E-mail: kochar@appl.sci-nnov.ru

нитопаузах планет или других намагниченных объектов, обдуваемых солнечным (звездным) ветром.

Мы предлагаем новую модель, допускающую каппа-распределения и позволяющую аналитически рассчитать все параметры стационарного слоя, включая неоднородную анизотропию частиц различных компонент плазмы, неоднородность их плотности тока и соответствующего магнитного поля, профили плотности и эффективной температуры частиц и т.п. Ограниченный объем сообщения исключает возможность представить модель в общем виде, и ниже сформулирован упрощенный вариант, включающий основные элементы и демонстрирующий типичные свойства слоев.

В рамках одномерного описания магнитопаузы без потока частиц через нее и без учета турбулентности будем считать, что физические величины зависят от координаты x и у векторного потенциала A(x) есть одна ненулевая проекция  $A_{z}(x)$ , т.е. токи текут вдоль оси z, а магнитное поле параллельно оси у. В рассматриваемых электронейтральных слоях, в отсутствии электрического поля и столкновений, при движении частиц сохраняются их инварианты — величина полного импульса,  $m_{\alpha}v$ , и проекция обобщенного импульса на ось z,  $P_z=m_{\alpha}v_z+e_{\alpha}A_z/c$ , где  $e_{\alpha}$  и  $m_{\alpha}$  — электрический заряд и масса частицы компоненты (сорта)  $\alpha$ , c — скорость света в вакууме. Поэтому, как известно [10], функции распределения электронов и ионов,  $f_{\alpha}(v, P_z/m_{\alpha})$  при  $\alpha = e, i$  соответственно, зависящие только от этих инвариантов, являются точными решениями стационарного кинетического уравнения Власова.

В простом варианте возьмем эти функции в виде, включающем ступенчатое обрезание на "магнитном" барьере и пространственное смещение отдельных фракций s с противотоками для каждой компоненты  $\alpha$  посредством введения постоянных  $A_{\alpha s}$ :

$$f_{e}(x, v, v_{z}) = \sum_{s=1,2} N_{es} F_{es}(v) \times$$

$$\times H \left( (-1)^{s} \left[ v_{z} - \frac{e}{m_{e}c} \tilde{A}_{\alpha s}(x) \right] \right) + n_{e0}(x) F_{e0}(v),$$

$$f_{i}(x, v, v_{z}) = \sum_{s=1,2} N_{is} F_{is}(v) \times$$

$$\times H \left( (-1)^{s+1} \left[ v_{z} + \frac{e}{m_{i}c} \tilde{A}_{\alpha s}(x) \right] \right) + n_{i0}(x) F_{i0}(v).$$

$$(2)$$

Здесь  $\tilde{A}_{\alpha s}(x) = A_z(x) - A_{\alpha s}; \ N_{\alpha s} = {\rm const} - {\rm концентрации}$  токонесущих фракций частиц (s=1,2) вдали от магнитопаузы, при  $A_z \to \pm \infty;$  их энергетические распределения там характеризуют функции  $F_{\alpha s}(v)$ , нормированные на 1; ионы считаем одно-

зарядными; e — элементарный заряд;  $H(\xi)$  — функция Хевисайда, равная 1 при  $\xi > 0$  и равная 0 при  $\xi < 0$ . Последние, бестоковые фракции  $n_{\alpha 0}(x)$  в выражениях (1), (2) присутствуют только внутри магнитопаузы и призваны обеспечить электронейтральность слоев согласно соотношению для локальных концентраций частиц

$$n_i + n_{i0} - n_e - n_{e0} = 0, (3)$$

причем ниже для простоты их распределения  $F_{\alpha 0}(v)$  предполагаются холодными.

Согласованное магнитное поле  $B_y = -\frac{dA_z}{dx}$  определяется входящим в выражения (1), (2) вектор-потенциалом, который задается суммарной плотностью тока,  $\mathbf{j}(x) = \sum_{\alpha} e_{\alpha} \int \mathbf{v} f_{\alpha}(x, \mathbf{v}) d^3 \mathbf{v}$ , посредством закона Ампера, имеющего вид уравнения Грэда—Шафранова [10],

$$\frac{d^2A_z}{dx^2} = -4\pi \frac{d}{dA_z} P_{xx}(A_z),\tag{4}$$

где  $P_{xx}$  — газокинетическое давление:

$$P_{xx}(A_z) = \sum_{\alpha=e} \int m_{\alpha} v_x^2 f_{\alpha} d^3 \mathbf{v} + \text{const.}$$
 (5)

Всякое решение уравнения (4) отвечает самосогласованному токовому слою, обеспечивающему баланс давлений магнитного поля и частиц  $B_y^2 + 8\pi P_{xx} = 8\pi P_0 \equiv \text{const.}$  Само уравнение (4) имеет вид уравнения движения материальной точки в потенциале, что позволяет классифицировать типы токовых конфигураций [10] подобно тому, как это делается в механике. Выберем постоянную  $P_0$  всюду больше кинетического давления частиц  $P_{xx}(A_z)$  (5), так чтобы при переходе через токовый слой направление магнитного поля не менялось (полагаем  $B_y < 0$ ), а величина изменялась от одной константы к другой, что и соответствует случаю магнитопаузы.

Зависимость вектор-потенциала от координаты определяется из выражения

$$x(A_z) = \int_{0}^{A_z} \frac{dA'}{-B_v(A')},$$
 (6)

где  $A_z=0$  в условном центре слоя x=0. Поскольку всюду  $B_y<0$ , зависимость  $x(A_z)$  является монотонной и обратимой, позволяя найти в параметрическом виде однозначное решение задачи о равновесной магнитопаузе. Для получения аналитического ответа необходимо только явно вычислить интеграл (5), что ранее делалось для максвелловского распределения частиц (см. [13] и указанную там литературу).

Для каппа-распределения [14] частиц с эффективными температурами  $T_{\rm cs}$  ,

$$F_{\alpha s}(v) = \frac{M_{\kappa}}{\pi^{3/2} v_{\alpha s}^3} \left( 1 + \frac{v^2}{(\kappa - 3/2) v_{\alpha s}^2} \right)^{-\kappa - 1}, \tag{7}$$

где  $\kappa > 3/2$  и введены характерная скорость  $v_{\alpha s} = \left[\frac{2T_{\alpha s}}{m_{\alpha}}\right]^{1/2}$  и числовой фактор

$$M_{\kappa} = \left(\kappa - \frac{3}{2}\right)^{-3/2} \frac{\Gamma(\kappa + 1)}{\Gamma(\kappa - 1/2)},\tag{8}$$

интеграл (5) берется и находятся плотности тока, концентрации частиц и давление:

$$j_{\alpha s,z}(A_z) = \frac{(-1)^{s+1}}{2\pi^{1/2}} e N_{\alpha s} V_{\alpha s} M_{\kappa} \times \frac{(\kappa - 3/2)^2}{\kappa(\kappa - 1)} \left( 1 + \frac{a_{\alpha s}^2}{\kappa - 3/2} \right)^{-\kappa + 1},$$
(9)

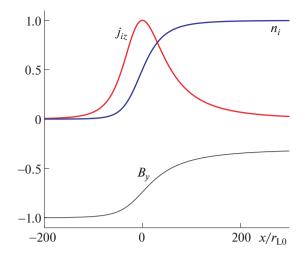
$$n_{\alpha s}(A_{z}) = \frac{N_{\alpha s}}{2} + \frac{(-1)^{s+1}}{\pi^{1/2}} N_{\alpha s} M_{\kappa} \times \frac{\kappa - 3/2}{\kappa} a_{\alpha s} \cdot {}_{2}F_{1}\left(\frac{1}{2}, \kappa; \frac{3}{2}; -\frac{a_{\alpha s}^{2}}{\kappa - 3/2}\right),$$
(10)

$$P_{xx}(A_{z}) = \sum_{\alpha,s} \frac{(-1)^{s+1}}{\pi^{1/2}} N_{\alpha s} T_{\alpha s} M_{\kappa} \frac{(\kappa - 3/2)^{2}}{\kappa(\kappa - 1)} \times \left[ a_{\alpha s} \cdot {}_{2} F_{1} \left( \frac{1}{2}, \kappa; \frac{3}{2}; -\frac{a_{\alpha s}^{2}}{\kappa - 3/2} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{a_{\alpha s}^{3}}{3\kappa - 9/2} \cdot {}_{2} F_{1} \left( \frac{3}{2}, \kappa; \frac{5}{2}; -\frac{a_{\alpha s}^{2}}{\kappa - 3/2} \right) \right] + \text{const.}$$
(11)

Здесь использованы обозначение  $a_{\alpha s}(x) = \frac{[A_z(x) - A_{\alpha s}]e}{cm_{\alpha}v_{\alpha s}}$  и гипергеометрическая функция  ${}_2F_1(\ldots)$ .

Укажем некоторые свойства магнитопауз в данной модели с обрезанными каппа-распределениями. Прежде всего отметим, что в центральной части токового слоя анизотропия самосогласованного распределения частиц по скоростям оказывается довольно сильной, с характерным отношением эффективных ортогональных полуосей порядка двойки. Профили типичных токовых слоев получаются асимметричными уже в простейшем случае двух компонент плазмы в отсутствие противотоковых фракций и даже в случае одной доминирующей компоненты, например, протонов в условиях пренебрежимо малого энергосодержания электронов. Последнее показано на рис. 1, где справа на бесконечности протоны имеют каппа-распределение по импульсам (7) с индексом  $\kappa = 3$ .



**Рис. 1.** Асимметричный токовый слой с единственной анизотропной фракцией протонов при  $N_iT_i\gg N_eT_e$  (когда ток электронов пренебрежимо мал), обладающей каппа-распределением (2), (7) с  $\kappa=3$ . Параметры  $P_0=0.6N_iT_i$ ,  $T_i=2T_e$ ,  $A_i=0$ ; величины магнитного поля, плотности тока и концентрации протонов нормированы на их максимальные значения; координата x нормирована на ларморовский радиус электрона, который взят при значении магнитного поля в центре слоя и для используемых параметров примерно на два порядка меньше аналогичного гирорадиуса протона.

Вычисляя толщины слоев, сформированных частицами различных компонент,

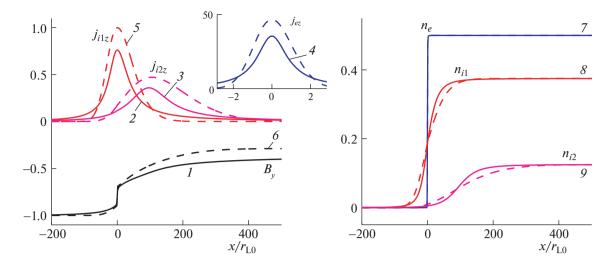
$$\ell_{\alpha s}(x) \equiv \left| j_{\alpha sz} \right| \cdot \left| \frac{dj_{\alpha sz}}{dx} \right|^{-1} = \frac{r_{\alpha s0}}{2} \frac{\left(8\pi P_0\right)^{1/2}}{\left| a_{\alpha s} B_v(x) \right|},\tag{12}$$

легко убедиться, что масштаб магнитопаузы составляет порядка гирорадиуса токообразующих частиц

ее энергонесущей фракции, 
$$r_{\alpha s0} = \left(\frac{T_{\alpha s} m_{\alpha}}{4\pi P_{0}}\right)^{1/2} c/e$$
.

Так, в магнитопаузе Земли это обычно гирорадиус протонов, а в токовых слоях на границах магнитных облаков в солнечном ветре это может быть и гирорадиус электронов.

Если в магнитопаузе имеется более одной компоненты токонесущих частиц со сравнимым энергосодержанием и тем более с противотоками, то профили магнитного поля и плотности тока могут быть сложными, многомасштабными и немонотонными (с переосцилляциями), а толщина магнитопаузы может значительно превышать максимальный из характерных гирорадиусов токонесущих частиц. Рисунок 2 демонстрирует сказанное на примере трехмасштабной структуры магнитопаузы с электронной и двумя ионными фракциями, ток одной из которых смещен в пространстве, и все три сравнимы по энергосо-



**Рис. 2.** Трехмасштабный токовый слой без противотоков с двумя анизотропными фракциями протонов и фракцией электронов с  $N_e=N_{i1}+N_{i2}$ ,  $T_{i1}=1.5T_{e1}$  и  $\kappa=1.9$ . Величина  $P_0=0.7(N_{i1}T_{i1}+N_{i2}T_{i2}+N_eT_e)$ . Смещение  $A_{i2}e/c=m_{i2}v_{i2}$  ( $A_{i1,e1}=0$ ). Слева профили магнитного поля (I), плотности тока протонов 1-й и 2-й фракций (2,3). На врезке показана плотность тока электронов (4). Пунктирные кривые отвечают слою с максвелловскими функциями  $F_{0s}(p)$ . Плотности токов всех фракций и магнитное поле нормированы на максимальные значения пунктирных кривых 5 и 6 соответственно. Справа нормированные на  $\sum N_{0s}$  профили концентрации анизотропных фракций — одной электронной (7) и двух протонных (8 и 9).

держанию. Как видно, имеются значительные отличия профилей тока этих трех фракций для каппараспределения и максвелловского распределения при одних и тех же концентрациях и эффективных температурах.

Другие расчеты токов и магнитного поля, проведенные на основе развитой аналитической модели для разных комбинаций компонент плазмы, в частности, типичных для магнитопауз планет, также показывают, что случаи рассматриваемого каппа-распределения и исследовавшегося ранее максвелловского распределения [13] для аналогичных параметров фракций отвечают заметно различающимся структурам, что важно для интерпретации наблюдений. Получающиеся профили варьируются в широких пределах при учете противотоков различных компонент, которые уменьшают скачок магнитного поля в магнитопаузе и увеличивают ее толщину.

Таким образом, уже в простом варианте предложенной модели со ступенчатым обрезанием изотропной функции распределения частиц по импульсам (каппа-распределения в настоящей работе) имеются широкие возможности комбинирования вкладов различных компонент плазмы в результирующие профили распределенного тока магнитопаузы, согласованно учитывающие различные энергосодержания, эффективные температуры и степени анизотропии этих компонент, так или иначе заданные или ограниченные наблюдениями. Обобщения данного варианта аналитической

модели магнитопаузы на более общий случай с различным сглаженным обрезанием тех или иных изотропных функций распределения частиц многокомпонентной плазмы, в том числе релятивистской, с зависящим от энергии частиц пространственным сдвигом области сосредоточения противотоков различных компонент плазмы и с широм силовых линий магнитного поля, существенным для реализации бессиловых конфигураций магнитопаузы, будут сделаны в отдельных работах.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа проводилась при поддержке гранта РНФ, проект № 16-12-10528.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Burlaga L.F., Ness N.F., Berdichevsky D.B., Park J., Jian L.K., Szabo A., Stone E.C., Richardson J.D. Magnetic field and particle measurements made by Voyager 2 at and near the heliopause // Nature Astronomy. 2019. V. 3. № 11. P. 1007—1012. https://doi.org/10.1038/s41550-019-0920-v
- 2. Baumjohann W., Blanc M., Fedorov A., Glassmeier K.-H. Current Systems in Planetary Magnetospheres and Ionospheres // Space Science Reviews. 2010. V. 152. № 1-4. P. 99–134. https://doi.org/10.1007/s11214-010-9629-z
- 3. *Heikkila W.J.* Earth's Magnetosphere: Formed by the Low-Latitude Boundary Layer. Elsevier, 2011. P. 536. https://doi.org/10.1016/c2009-0-05888-7

- 4. *Malova K.V., Zelenyi L.M., Mingalev O.V., Mingalev I.V., Popov V.Y., Artemyev A.V., Petrukovich A.A.* Current Sheet in a non-Maxwellian collisionless plasma: Self-consistent theory, simulation, and comparison with spacecraft observations // Plasma Physics Reports. 2010. V. 36. № 10. P. 841–858. https://doi.org/10.1134/s1063780x10100028
- 5. *Izmodenov V.V.*, *Alexashov D.B*. Three-dimensional kinetic MHD model of the global heliosphere with the heliopause surface fitting // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2015. V. 220. № 2. P. 32. https://doi.org/10.1088/0067-0049/220/2/32
- Dudík J., Dzifcáková E., Meyer-Vernet N., Zanna G.D., Young P.R., Giunta A., Sylwester B., Sylwester J., Oka M., Mason H.E., Vocks C., Matteini L., Krucker S., Williams D.R., Mackovjak Š. Nonequilibrium Processes in the Solar Corona, Transition Region, Flares, and Solar Wind (Invited Review) // Solar Physics. 2017. V. 292. № 8. https://doi.org/10.1007/s11207-017-1125-0
- 7. Zelenyi L.M., Malova H.V., Grigorenko E.E., Popov V.Y., Dubinin E.M. Universal Scaling of Thin Current Sheets // Geophysical Research Letters. 2020. V. 47. № 14. https://doi.org/10.1029/2020gl088422
- 8. Tang B.-B., Li W.Y., Graham D.B., Rager A.C., Wang C., Khotyaintsev Y.V., Lavraud B., Hasegawa H., Zhang Y.-C., Dai L., Giles B.L., Dorelli J.C., Russell C.T., Lindqvist P.-A., Ergun R.E., Burch J.L. Crescent-Shaped Electron Distributions at the Nonreconnecting Magnetopause: Magnetospheric Multiscale Observations // Geophysical Research Letters. 2019. V. 46. № 6. P. 3024—3032. https://doi.org/10.1029/2019gl082231
- 9. Zelenyi L.M., Malova H.V., Artemyev A.V., Popov V.Y., Petrukovich A.A. Thin current sheets in collisionless

- plasma: Equilibrium structure, plasma instabilities, and particle acceleration // Plasma Physics Reports. 2011. V. 37. № 2. P. 118–160. https://doi.org/10.1134/s1063780x1102005x
- 10. *Kocharovsky V.V., Kocharovsky V.V., Martyanov V.Y., Tarasov S.V.* Analytical theory of self-consistent current structures in a collisionless plasma // Physics-Uspekhi. 2016. V. 59. № 12. P. 1165—1210. https://doi.org/10.3367/ufne.2016.08.037893
- 11. Neukirch T., Wilson F., Allanson O. Collisionless current sheet equilibria // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2018. V. 60. № 1. P. 014008. https://doi.org/10.1088/1361-6587/aa8485
- 12. Neukirch T., Vasko I. Y., Artemyev A.V., Allanson O. Kinetic Models of Tangential Discontinuities in the Solar Wind // The Astrophysical Journal. 2020. V. 891. № 1. P. 86. https://doi.org/10.3847/1538-4357/ab7234
- 13. *Kocharovsky V.V., Kocharovsky V.V., Martyanov V.Y., Nechaev A.A.* An analytical model for the current structure of the magnetosheath boundary in a collisionless plasma // Astronomy Letters. 2019. V. 45. № 8. P. 551–564. https://doi.org/10.1134/S1063773719080048
- Livadiotis G. Kappa Distributions: Theory and Applications in Plasmas. Elsevier, 2017. 738 p. ISBN 978-0-12-804638-8.
- 15. *Yoon P.H.* Kinetic instabilities in the solar wind driven by temperature anisotropies // Reviews of Modern Plasma Physics. 2017. V. 1. № 1. P. 4. https://doi.org/10.1007/s41614-017-0006-1

# ANALYTICAL MODEL OF A MAGNETOPAUSE IN A MULTICOMPONENT COLLISIONLESS PLASMA WITH A KAPPA ENERGY DISTRIBUTION OF PARTICLES

Corresponding Member of the RAS VI. V. Kocharovsky<sup>a</sup>, V. V. Kocharovsky<sup>a,b</sup>, and A. A. Nechaev<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, Nizhny Novgorod, Russian Federation

<sup>b</sup>Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station, USA

We propose an analytical model for a distributed current sheet with a variable profile that separates two regions of anisotropic collisionless plasma with different magnetic fields and different effective temperatures of the Kappa energy distributions of electrons and ions. The model also admits the presence of several ion components with different effective temperatures and spatially separated localized countercurrents of each of these components. We demonstrate the change in the characteristics of the current sheet when going from a Maxwellian to a kappa distribution, which takes into account the presence of a power-law spectrum of energetic particles typical of a nonequilibrium magnetoactive plasma. The developed theory allows for the first time to carry out analytical modeling of such current configurations both in laboratory and cosmic plasmas, e.g., in planetary magnetopauses, coronal loops, and stellar wind with magnetic clouds.

Keywords: current sheet, magnetopause, collisionless plasma, solar wind, anisotropy, kappa distribution, gyroradius

#### **———** ФИЗИКА ——

УЛК 532.526

## САМОИНДУЦИРОВАННЫЕ ПРОЦЕССЫ ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НАД ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2021 г. Член-корреспондент РАН И. И. Липатов<sup>1,2,\*</sup>

Поступило 13.10.2020 г. После доработки 13.12.2020 г. Принято к публикации 15.12.2020 г.

Исследовано локальное течение в пограничном слое в окрестности пористого элемента поверхности. На основе асимптотического анализа сформулированы математические модели процессов взаимодействия и определены параметры подобия. Представлены численные и аналитические результаты, описывающие взаимодействие ламинарных течений около пористых поверхностей с внешним потоком в условиях, когда давление под пористой поверхностью превосходит возмущенное давление в течении над поверхностью. Исследованы режимы падения давления под влиянием донного перепада давлений.

*Ключевые слова*: пограничный слой, асимптотический анализ, вязко-невязкое взаимодействие, пористая поверхность

**DOI:** 10.31857/S2686740021010090

При обтекании пористых поверхностей может реализоваться вдув газа, в условиях, если давление под пористой поверхностью превосходит давление над поверхностью.

Во многих случаях можно предположить, что распределенный массообмен подчиняется закону Дарси или реализуется линейная зависимость между распределением вертикальной скорости на поверхности и распределением перепада давления.

Соответствующая модель, описывающая такое течение, включает в себя уравнения пограничного слоя с дополнительным условием, определяющим распределение давления. Оказалось, что для случая нестационарного самоиндуцированного отрыва или для описания процессов длинноволновой неустойчивости необходимо рассматривать модифицированный закон Дарси, учитывающий запаздывание по времени. В данной работе вопросы развития неустойчивости не рассматриваются и анализ ограничен применением обычного закона Дарси.

Существенно, что граничное условие на стенке, описывающее связь между вертикальной скоростью и перепадом давления, является линейной и не меняет однородность линейной задачи. Граничное условие этого вида позволяет пересмотреть ранее полученные результаты [1–4], описывающие самоиндуцированные процессы взаимодействия течения в пограничном слое с внешним сверхзвуковым потоком.

Используя полученные в [1] результаты, можно записать задачу следующим образом:

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial^{2} u}{\partial y^{2}},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad p = -\frac{\partial A}{\partial x},$$

$$u = 0, \quad v = -\beta p \quad \text{при} \quad y = 0;$$

$$u = y + A(x) \quad \text{при} \quad y \to \infty;$$

$$u = y \quad \text{при} \quad x \to -\infty,$$

$$(1)$$

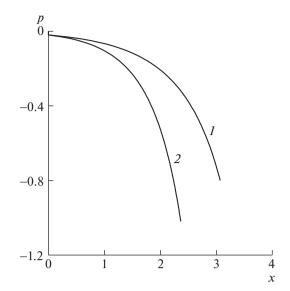
где для безразмерных параметров, соответствующих декартовым координатам, отсчитываемым вдоль поверхности и по нормали к ней, для компонентов вектора скорости, давления, толщины вытеснения и коэффициента пористости приняты следующие обозначения:  $x, y, u, v, p, A, \beta$ .

Эта задача отличается от задачи, описывающей возмущенное течение около непроницаемой стенки вследствие появления условия для вертикальной скорости на стенке [1, 2].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Жуковский, Московская обл., Россия

 $<sup>*</sup>E\text{-}mail: igor\_lipatov@mail.ru$ 



**Рис. 1.** Зависимость индуцированного возмущения давления p от продольной координаты x при различных значениях коэффициента пористости ( $1 - \beta = 0.25, 2 - \beta = 0.75$ ).

Для малых возмущений решение представимо в виде  $u = y + u_1$ ,  $p = p_1$ . Такое решение приводит к следующему виду уравнений в первом приближении:

$$y\frac{\partial u_1}{\partial x} + v_1 + \frac{\partial p_1}{\partial x} = \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2},$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} = 0.$$
(2)

Решение задачи представимо в виде  $(u_1, v_1, p_1, A) = e^{\alpha x}(U, V, P, B)$ :

$$y\alpha U + V + \alpha P = U'',$$
  

$$\alpha U + V' = 0, \quad U(\infty) = B.$$
(3)

После ряда преобразований можно получить уравнение Эйри,

$$y = \alpha^{-1/3}Y$$
,  $U' = F$ ,  $YF = F''$ , (4)

имеющему следующее решение F = CAi(Y):

$$U(\infty) = \int_{0}^{\infty} F dY = C\alpha^{-1/3} \int_{0}^{\infty} Ai(Y) dY = \frac{C}{3\alpha^{1/3}},$$
 (5)  

$$P = -\alpha B = -\frac{C\alpha^{2/3}}{3},$$
 
$$(\alpha - \beta)P = \alpha^{2/3} U_{w}^{"} = C\alpha^{1/3} Ai'(0),$$
 
$$-\frac{C\alpha^{2/3}}{3} (\alpha - \beta) = C\alpha^{1/3} Ai'(0).$$

Вводя новые переменные  $\alpha^{1/3}(\alpha - \beta) = -3Ai'(0)$ ,  $\alpha = \delta^3 \beta$ , окончательно приходим к соотношению, связывающему инкремент роста возмущений и параметр проницаемости стенки:

$$\delta(\delta^3 - 1) = -\frac{3Ai'(0)}{\beta^{4/3}}.$$

Можно рассмотреть два предельных случая. Первый соответствует малому коэффициенту пористости  $\beta \ll 1$ 

$$\delta \approx \left[ -\frac{3Ai'(0)}{\beta^{4/3}} \right]^{1/4} \approx \frac{1}{\beta^{1/3}} \left[ -3Ai'(0) \right]^{1/4}. \tag{6}$$

Тогда поскольку  $\alpha = \delta^3 \beta$ , можно получить

$$\alpha \approx \left[ -3Ai'0\right]^{3/4}.\tag{7}$$

Аналогичный результат получен для непроницаемой стенки [1, 2].

В другом предельном случае при больших значениях коэффициента пористости  $\beta \to \infty$ 

$$\delta \approx 1, \quad \alpha \approx \beta, \quad \beta \gg 1.$$
 (8)

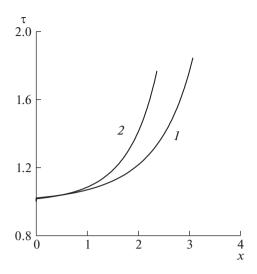
Тогда большие величины инкремента роста  $\alpha$  соответствуют малым величинам протяженности области возмущенного течения.

Задача допускает существование двух ветвей решения, соответствующих самоиндуцированным течениям сжатия и разрежения. Первый из режимов был изучен в работе [5], где были получены решения вплоть до точки нулевого трения. Этот режим характеризовался возникновением отсоса в области взаимодействия.

В настоящей работе изучены режимы взаимодействия, связанные с разрежением. Такого рода течения могут реализовываться, если, например, в донной области задан отрицательный перепад давления или на пограничный слой падает волна разрежения. В этом случае при наличии пористого участка поверхности реализуется вдув газа.

В общем случае задача (1) должна быть решена численно. Численный метод описан в [3, 4]. В результате расчетов получены распределения индуцированного градиента давления и поверхностного трения как функции индуцированного возмущения давления. Отметим, что и распределение толщины вытеснения A(x) неизвестно заранее и определяется в результате решения. Представленные на рис. 1, 2 результаты соответствуют двум значениям коэффициента пористости  $\beta = 0.25$ , 0.75.

Следует отметить, что исследуемый режим взаимодействия течения в пограничном слое с внешним сверхзвуковым потоком характеризуется существенным влиянием, по крайней мере, двух факторов. Один связан с влиянием донного



**Рис. 2.** Зависимость поверхностного трения  $\tau = \frac{\partial u}{\partial y}$  от продольной координаты x при различных значениях коэффициента пористости ( $1 - \beta = 0.25, 2 - \beta = 0.75$ ).

перепада давлений и разгоном течения в результате передачи возмущений в пограничном слое вверх по потоку от донного среза. Второй связан с наличием пористого участка поверхности, вдув через который приводит к росту толщины вытеснения и ослабляет эффект разгона. При этом увеличение отрицательного значения перепада давления приводит к росту скорости поверхностного вдува. Для неразгонного течения это рано или поздно привело бы к появлению отсоединения пограничного слоя [6] или отрыва пограничного слоя, инициируемого вдувом. Но в данном случае в условиях разгона процесс оказывается более сложным, и отрыв пограничного слоя не происходит. Хотя в общем случае можно предполо-

жить, что разгонное течение будет плавно переходить в течение сжатия с появлением или обычного отрыва, или отсоединения пограничного слоя.

При разгоне газа вблизи донного среза в течении возникает особенность. Анализ особого решения предполагает изменение структуры возмущенного течения. Этот анализ может быть проведен на основе модификации результатов [7], полученных при описании процессов отсоединения течения в ламинарном пограничном слое.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа частично поддержана Российским научным фондом (соглашение 20—11—20006 от 27.05.2020 г.).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Нейланд В.Я.* К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ. 1969. № 4. С. 53—57.
- 2. Stewartson K., Williams P.G. // Self-induced separation. Proc. Roy. Soc. A. 1969. V. 312. № 1509. P. 181–206.
- 3. *Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н.* Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.: Наука, 2004. 536 с.
- 4. Neyland V.Ya., Bogolepov V.V., Dudin G.N., Lipatov I.I. Asymptotic Theory of Supersonic Viscous gas Flows. Elsevier Ltd, 2008. 536 p.
- Данилов Д.С., Толкачев Г.Ю., Липатов И.И. Самоиндуцированный отрыв ламинарного пограничного слоя и процессы вязко-невязкого взаимодействия в течении около пористой поверхности // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. № 19. С. 68–75.
- Липатов И.И. Отсоединение ламинарного пограничного слоя при вдуве в сверхзвуковой поток // Изв. АН СССР. МЖГ. 1987. № 6. С. 16–20.
- Lipatov I.I. Some models of viscous-inviscid interaction // Phil.Trans. of the Royal Soc. Ser. A. 2005.
   V. 363. P. 1830.

# SELF-INDUCED VISCOUS-INVISCID INTERACTION PROCESSES IN THE LAMINAR BOUNDARY LAYER OVER POROUS WALL

#### Corresponding Member of the RAS I. I. Lipatov<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup>Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Moscow Oblast, Russian Federation <sup>b</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, Dolgoprudny, Moscow Oblast, Russian Federation

The local flow in the boundary layer in the vicinity of porous wall is investigated. On the asymptotical analysis basis mathematical models are formulated and similarity parameters are determined. Presented are numerical and analytical results describing laminar flows near porous wall interaction with external flow for the case when pressure under wall exceeds disturbed pressure over the wall. Pressure drop regimes are investigated.

Keywords: boundary layer, asymptotic analysis, viscous-inviscid interaction, porous wall

#### ——— ФИЗИКА —

УДК 679.826, 621.793.162

## СИНТЕЗ МУЛЬТИСЛОЙНЫХ АЛМАЗНЫХ ПЛЕНОК В СВЧ-ПЛАЗМЕ В РЕЖИМАХ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ИНЖЕКЦИЕЙ АЗОТА

© 2021 г. А. К. Мартьянов<sup>1,\*</sup>, В. С. Седов<sup>1</sup>, Е. В. Заведеев<sup>1</sup>, С. С. Савин<sup>2</sup>, В. Г. Ральченко<sup>1</sup>, академик РАН В. И. Конов<sup>1</sup>

Поступило 21.12.2020 г. После доработки 21.12.2020 г. Принято к публикации 28.12.2020 г.

Использование поликристаллического алмаза в оптике (прозрачные окна) и электронике (теплоотводы) обычно предполагает полировку синтезированной пластины. Однако при механической полировке возникает ряд проблем ввиду того, что алмаз является материалом с рекордной твердостью. В данной работе описан новый подход к формированию алмазных пленок со сниженной шероховатостью путем периодического ограниченного по времени добавления (инжекции) азота в стандартную газовую смесь метан—водород ( $\mathrm{CH_4-H_2}$ ). Азот стимулирует вторичное зародышеобразование на уже сформированных хорошо ограненных зернах алмаза микрометрового размера, что препятствует их дальнейшему разрастанию. Переход от непрерывной подачи  $\mathrm{N_2}$  к его кратковременным инжекциям позволяет предотвратить образование сплошного слоя нанокристаллического алмаза и дает возможность выращивать высококачественные микрокристаллические слои алмаза между этапами инжекции азота.

*Ключевые слова:* алмаз, поликристаллические пленки, синтез, СВЧ-плазма, химическое осаждение из газовой фазы, инжекции азота

**DOI:** 10.31857/S2686740021010132

Теплопроводность алмаза при комнатной температуре достигает 2400 Вт/м·К, что является рекордом среди объемных твердых тел и делает алмаз привлекательным материалом для изготовления разного рода теплоотводов [1]. Твердость алмаза 100 ГПа также является самой высокой и обеспечивает промышленный спрос на алмаз в качестве материала для режущего инструмента, абразива и износостойких покрытий [2]. С оптической точки зрения чистый алмаз с идеальной кристаллической решеткой обладал бы пренебрежимо малым оптическим поглощением в диапазоне длин волн от ультрафиолета (~225 нм) и до среднего инфракрасного диапазона (2.5 мкм – коротковолновый край области двух- и трехфононного поглощения) [3]. Привнесение в решетку алмаза дефектов и примесей приводит к образованию новых энергетических переходов, оказывающих влияние на спектры поглощения и люминесценции материала [4].

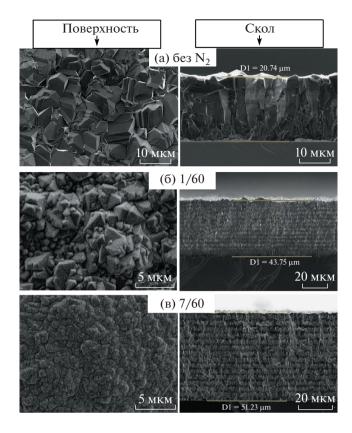
В подавляющем большинстве случаев практическое применение поли- и монокристаллического алмаза в оптике (прозрачные окна с высоким коэффициентом преломления) и электронике (теплоотводы) подразумевает одно-/двухстороннюю шлифовку/полировку синтезированной пластины. Как уже упоминалось, алмаз является самым твердым из доступных материалов, что крайне за-

В виду сложности получения крупных (более 15 мм) и высококачественных монокристаллических алмазов, для решения практических задач прибегают к изготовлению поликристаллических алмазных пластин большого диаметра (до 4 дюймов) методом химического осаждения из газовой фазы (англ. chemical vapor deposition, CVD), причем по оптическим характеристикам и теплопроводности поликристаллический алмаз высокого качества лишь незначительно (на 10-20%) уступает монокристаллам [5, 6]. Причиной ухудшения характеристик является наличие границ зерен, а также образование графитовой  $sp^2$ -фазы в межзеренном пространстве. Другой возникающей сложностью является увеличение шероховатости пленки с ростом ее толщины, что является прямым следствием разрастания алмазных зерен (кристаллитов) с увеличением времени роста (см. рис. 1а).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> МИРЭА — Российский технологический университет, Москва, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: martyanov@nsc.gpi.ru



**Рис. 1.** Изображения РЭМ поверхности пленок и их сколов для образцов, полученных в различных режимах инжекции азота.

трудняет разработку эффективных методов его шлифовки/полировки [7]. Так, основным методом полировки алмаза по-прежнему является его механическая обработка [8]. Разработанные методы по плазмохимической полировке алмаза, как правило, имеют низкую скорость удаления материала и эффективны лишь для "финальной" полировки монокристаллов малого размера [9]. Практическое применение термомеханического способа шлифовки, основанного на химической реакции алмаза с горячим железом [10], также имеет ряд ограничений по эффективности и равномерности шлифовки поликристаллических пластин большого диаметра, из-за чего данный метод пока не получил широкого распространения.

В свою очередь, необходимость механической обработки поликристаллической пластины создает целый ряд затруднений, к которым можно отнести:

- (i) значительные ограничения по самой возможности полировки пластины в зависимости от ее толщины, диаметра и структуры синтезированного материала,
  - (ii) высокий риск повреждения образца,

(iii) необходимость удаления значительного количества материала, которое часто составляет 20—40% от толицины синтезированной пластины.

Задачей данной работы являлось изучение механизмов синтеза поликристаллического алмаза, позволяющих синтезировать пленки и пластины со сниженной шероховатостью без значительного ухудшения теплопроводности синтезируемого материала, а также анализ структуры и свойств полученного материала методами растровой электронной микроскопии (РЭМ) и интерферометрии белого света.

#### ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

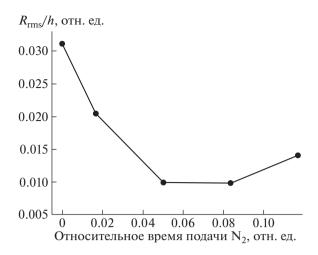
Поликристаллические алмазные олно- и мультислойные пленки были получены методом плазмохимического осаждения из газовой фазы в CBЧ-реакторе ARDIS-100 (2.45  $\Gamma\Gamma$ ц). В качестве исходных подложек были использованы пластины монокристаллического кремния с ориентацией (100) размером  $10 \times 10 \times 0.35 \,\mathrm{mm}^3$ . Для стимулирования зародышеобразования алмаза на данные подложки из водной суспензии были нанесены наночастицы детонационного алмаза (средний размер 5 нм, плотность нанесения  $10^8$  см<sup>-2</sup>), после чего подложки помещались в СВЧ-реактор для осуществления плазмохимического синтеза поликристаллических пленок. Условия синтеза для всех образцов: газовая смесь 4%-го метана в водороде, суммарный поток газа 500 стандартных куб. см/мин (англ. sccm), давление в камере 75 Торр, СВЧ-мощность 4.5 кВт, температура подложки 850°С. В режиме инжекции азота потоки менялись с  $H_2/CH_4 = 480/20$  sccm на  $H_2/CH_4/N_2 =$ = 460/20/20 sccm.

Первый образец был синтезирован в стандартном режиме без добавления азота. Данный образец служил эталоном для сравнения с полученными в дальнейшем мультислойными образцами. Далее была синтезирована серия из четырех образцов с единственным изменяемым параметром — относительным временем подачи азота X=1/60, 1/20, 1/12 и 7/60. Каждый из образцов, синтезированных в режиме инжекции азота, проходил через 15 циклов синтеза.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОЛУЧЕННЫХ ПЛЕНОК

Структура поверхности образцов изучалась методами растровой электронной микроскопии (РЭМ, система TESCAN MIRA3) и интерферометрии белого света (ZygoNewView 5000). Снимки поверхности пленок и их сколов приведены на рис. 1.

На снимках прослеживается явное снижение среднего размера кристаллитов алмазной пленки



**Рис. 2.** Отношение шероховатости  $R_{\rm rms}$  синтезированной алмазной пленки к ее толщине h в зависимости от относительной продолжительности периодических инжекций  $N_2$ .

даже при малых добавках азота. На сколах всех пленок, синтезированных в режиме периодической инжекции азота, прослеживается многослойное строение пленки. Также примечательно значительное увеличение толщины пленок (с 21 до 51 мкм, т.е. в 2.4 раза), а значит, и скорости синтеза алмаза в режимах периодической инжекции азота, что согласуется с известным эффектом от непрерывной добавки малых примесей азота на увеличение скорости роста алмаза [11].

Шероховатость пленок была изучена методом интерферометрии белого света и приведена на рис. 2.

При этом, чтобы избежать влияния увеличения общей скорости синтеза в режиме инжекции азота, за изучаемый параметр бралось отношение средней квадратичной шероховатости пленки  $R_{\rm rms}$  (англ. root mean square roughness) к ее общей толщине h. Обнаружена тенденция к снижению шероховатости пленки при малых добавках азота, после чего шероховатость начинает возрастать за счет образования крупных (более 10 мкм) дефектов пленки, спонтанное образование которых типично для синтеза нанокристаллических пленок [12]. Сделан вывод, что оптимальным диапазоном относительного времени подачи азота к общему времени синтеза для синтеза гладких мультислойных алмазных пленок является 1/20 — 1/12 (при использованных в работе потоках  $H_2/CH_4/N_2 =$ =460/20/20 sccm). Таким образом, использование режимов инжекции азота позволяет снизить относительную шероховатость поликристаллической алмазной пленки более чем в 3 раза.

#### выводы

Синтезированы одно- и мультислойные алмазные пленки толщиной от 21 до 51 мкм. Обнаружено значительное (более чем в 2 раза) увеличение скорости синтеза алмаза в режимах периодической инжекции азота. Использование режимов инжекции азота позволяет снизить относительную шероховатость синтезируемой поликристаллической алмазной пленки более чем в 3 раза.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации (МК-3497.2019.2).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Inyushkin A.V., Taldenkov A.N., Ralchenko V.G., et al.* Thermal conductivity of high purity synthetic single crystal diamonds // Physical Review B. 2018. V. 97. № 14. P. 144305.
- 2. Ashkihazi E.E., Sedov V.S., Sovyk D.N., et al. Plateholder design for deposition of uniform diamond coatings on WC-Co substrates by microwave plasma CVD for efficient turning application // Diamond and Related Materials. 2017. V. 75. P. 169–175.
- 3. *Collins A.T.* The colour of diamond and how it may be changed // J. Gemm. 2001. V. 27. № 6.
- 4. Ralchenko V.G., Sedov V.S., Martyanov A.K., et al. Monoisotopic Ensembles of Silicon-Vacancy Color Centers with Narrow-Line Luminescence in Homoepitaxial Diamond Layers Grown in H<sub>2</sub>−CH<sub>4</sub>− [x]SiH<sub>4</sub> Gas Mixtures (x = 28, 29, 30) // ACS Photonics. 2019. V. 6. № 1. P. 66–72.
- 5. Popovich A.F., Ralchenko V.G., Balla V.K., et al. Growth of 4" diameter polycrystalline diamond wafers with high thermal conductivity by 915 MHz microwave plasma chemical vapor deposition // Plasma Science and Technology. 2017. V. 19. № 3. P. 035503.
- 6. Мартьянов А.К., Хомич А.А., Седов В.С. и др. Спектроскопия комбинационного рассеяния света для исследования структуры композитных пленок SiC-алмаз, синтезируемых в СВЧ плазме. Квантовые материалы и технологии на нанометровой шкале. Изд-во ИОФ РАН, 2020. С. 47—48.
- 7. Roy S., Balla V.K., Mallik A.K., et al. Polishing of Black and White CVD Grown Polycrystalline Diamond Coatings // Journal of Coating Science and Technology. 2018. V. 5. № 2. P. 50–58.
- 8. Doronin M.A., Polyakov S.N., Kravchuk K.S., et al. Limits of single crystal diamond surface mechanical polishing // Diamond and Related Materials. 2018. V. 87. P. 149–155.
- 9. *Yamamura K., Emori K., Sun R., et al.* Damage-free highly efficient polishing of single-crystal diamond wafer by plasma-assisted polishing // CIRP Annals. 2018. V. 67. № 1. P. 353–356.
- 10. Kubota A., Nagae S., Motoyama S., et al. Two-step polishing technique for single crystal diamond (100) sub-

- strate utilizing a chemical reaction with iron plate // Diamond and Related Materials. 2015. V. 60. P. 75–80.
- 11. Chayahara A., Mokuno Y., Horino Y., et al. The effect of nitrogen addition during high-rate homoepitaxial growth of diamond by microwave plasma CVD // Diamond and related materials, 2004, V. 13, № 11–12. P. 1954-1958.
- 12. Podgursky V., Bogatov A., Yashin M., et al. A comparative study of the growth dynamics and tribological properties of nanocrystalline diamond films deposited on the (110) single crystal diamond and Si(100) substrates // Diamond and Related Materials. 2019. V. 92. P. 159–167.

## SYNTHESIS OF MULTILAYERED DIAMOND FILMS IN MICROWAVE PLASMA WITH PERIODIC NITROGEN INJECTIONS

A. K. Martyanov<sup>a</sup>, V. S. Sedov<sup>a</sup>, E. V. Zavedeev<sup>a</sup>, S. S. Savin<sup>b</sup>, V. G. Ralchenko<sup>a</sup>, and Academician of the RAS V. I. Konova

<sup>a</sup> Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation <sup>b</sup> MIREA – Russian Technological University, Moscow, Russian Federation

The preparation of polycrystalline diamond wafers for optical (transparent windows) and electronic (heat sinks) applications usually includes polishing of the as-grown material. However, a number of problems arise during mechanical polishing due to the fact that diamond is a material with a record-high hardness. In this work, a new approach to the formation of polycrystalline diamond layers with a reduced roughness is proposed by using periodically time-limited additions (injections) of nitrogen gas into a standard methane-hydrogen gas mixture (CH<sub>4</sub>-H<sub>2</sub>). Nitrogen stimulates secondary nucleation on already formed well-faceted micrometer-sized diamond grains, which prevents their further growth. The transition from a continuous supply of N<sub>2</sub> to its short-term injections prevents the formation of continuous layers of nanocrystalline diamond and makes it possible to grow high-quality microcrystalline diamond layers between periods of nitrogen injec-

Keywords: diamond, polycrystalline films, synthesis, microwave plasma, chemical vapor deposition

#### —— ФИЗИКА —

УДК 517.958;531.33;517.956.8

## АНОМАЛЬНОЕ ПРОХОЖДЕНИЕ ВОЛН ЧЕРЕЗ ТОНКИЙ КАНАЛ, СОЕДИНЯЮЩИЙ ДВА АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДА

© 2021 г. С. А. Назаров<sup>1,\*</sup>, Л. Шенель<sup>2,\*\*</sup>

Представлено академиком РАН Н.Ф. Морозовым 20.08.2020 г. Поступило 21.09.2020 г. После доработки 09.10.2020 г. Принято к публикации 10.10.2020 г.

Найден критерий почти полного прохождения поршневой моды из одного трехмерного цилиндрического волновода в другой полубесконечный волновод через тонкий соединительный канал. Изложена асимптотическая процедура точной настройки параметра канала, нарушение которой приводит к почти полному или существенному отражению волны. В том случае, когда детали волновода — прямые цилиндры, критерий принимает особенно простой вид.

*Ключевые слова:* акустический волновод, почти полное прохождение волн, тонкий канал, асимптотика коэффициентов рассеяния

**DOI:** 10.31857/S2686740021010107

1. Мотивировка. Классическая задача о распространении акустических волн в полубесконечном цилиндре с прямым торцом и жесткими стенками решается при помощи метода Фурье, а простейшая форма волновода обеспечивает "идеальное" отражение приходящей из бесконечности волны: коэффициент отражения R равен единице. Возмущение конца полуцилиндра – образование резонатора Гельмгольца – обычно не может изменить дифракционную картину кардинально, так как коэффициент отражения  $R = e^{i\psi}$ не покидает единичную окружность на комплексной плоскости в силу закона сохранения энергии, однако при определенных, заведомо не всех, формах резонатора на изолированных частотах происходит захват волны. Иными словами, задача Неймана для оператора Гельмгольца приобретает решение, затухающее на бесконечности, а значит, и собственную частоту, причем окружающий ее узкий частотный диапазон характеризуется "странным" поведением коэффициентов рассеяния, которое ассоциируется с разнообразными аномалиями рассеяния – аномалии Вуда [1] и Вайнштейна [2], резонансы Фано [3] и пр. (см. обзорную статью [4]).

Поиск собственных частот, вкрапленных в непрерывный спектр и потому обладающих природной неустойчивостью, - занятие трудоемкое и требующее применения продвинутых методов, например, асимптотических. В настоящем сообщении изучается похожий вопрос, однако не связанный непосредственно со спектром: рассматриваются два полубесконечных цилиндра, соединенные тонкой перемычкой (рис. 1). На первый взгляд кажется, что ввиду предсказуемо плохой проводимости узкого акустического канала дифракционная картина мало отличается от описанной в предыдущем абзаце, за тем исключением, что модуль |R| коэффициента отражения становится чуть меньше единицы из-за незначительного, но все-таки ненулевого коэффициента прохождения Т. В самом деле, почти полное отражение волны – ситуация общего положения, но далее будет показано, что на частотах, близких к собственной частоте к\* одномерной модели тонкого канала, может происходить обратное явление почти полное прохождение волны (инвертированная аномалия Вайнштейна по терминологии [4]): большая часть энергии, приносимой волной с бесконечности в одной трубе, проникает через тонкую перемычку в другую трубу и уносится на бесконечность в ней, а амплитуда отраженной волны пропорциональна малому относительному диаметру узкого канала (ср. далее формулу (7)). Вместе с тем на самой частоте к, указанная аномалия отсутствует, и для ее образования требуется "точная на-

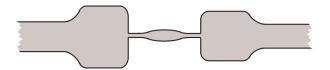
стройка" формы резонирующего канала.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> École Polytechnique, Université Paris-Saclay, Paris, France

<sup>\*</sup>E-mail: srgnazarov@yahoo.co.uk

<sup>\*\*</sup>E-mail: lucas.chesnel@inria.fr



**Рис. 1.** Двумерное изображение акустического волновода, состоящего из широких рукавов и узкого соединительного канала.

Для упрощения изложения задача дифракции решается в наиболее простой постановке, хотя предложенный подход допускает разнообразные обобщения, представляющие интерес в инженерной практике и годящиеся для создания волновых фильтров и демпферов. Так, соединение двух полубесконечных цилиндрических волноводов тонкими искривленными трубками в количестве N штук может обеспечить значительное прохождение волн из низкочастотного диапазона спектра только на заданном наперед наборе частот  $\{\kappa_1, \ldots, \kappa_N\}$ . Еще одно важное обстоятельство: локализованные деформации трубок позволяют варьировать избранные частоты, т.е. изменять настройку фильтра.

Аномальное прохождение волн было описано, например, в статьях [5, 6] в случае падения плоской волны на толстую стенку с периодически расположенными узкими щелями и в [7] для одномерной модели неоднородного волновода с зауженным участком. Изученная далее задача о прохождении поршневой моды вдоль акустического волновода на рис. 1 разнится с изученными ранее во многих аспектах. Во-первых, рассмотрен пространственный волновод, для которого строение абсолютного большинства промежуточных и финальных формул отличается от плоского случая. Во-вторых, допускается существенно общая форма сечений волновода, не позволяющая применять использованные в предшествующих работах приемы сведения дифференциальной задачи к интегральным уравнениям или решения нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. В-третьих, сечения широких двух рукавов волновода не обязаны быть одинаковыми, и тем самым получен критерий (6) возникновения обсуждаемой аномалии. Наконец, изменена и суть вопроса: вместо проверки, что "почти полное прохождение реализуется на какой-то частоте", установлено, что параметры соединительного канала можно подобрать так, чтобы искомый эффект наблюдался на заданной наперед частоте. Наконец, разработанная процедура точной настройки формы канала – то новшество, которое отличает данное сообщение от всех предшествующих публикаций.

Результат получен при помощи асимптотических методов: на канале применяется процедура

понижения размерности, а в зонах соединения — анализ сингулярно возмущенных задач (см. книги [8, 9] соответственно). Новый подход позволяет исследовать сочленения разнообразных (акустических, квантовых, упругих и т.д.) волноводов с различными предельными размерностями, причем не только для основных мод (поршневых в рассматриваемой ситуации). Незначительные ограничения на геометрию акустического волновода  $\Pi^{\epsilon}$  с жесткой стенкой  $\partial \Pi^{\epsilon}$  вводятся далее для упрощения изложения, и только в разд. 6 рукава волновода и канал становятся прямыми цилиндрами для полной конкретизации асимптотических формул.

2 .  $\Pi$  о с т а н о в к а з а д а ч и . Волновод состоит из двух рукавов-труб  $\Omega_{\pm}^{\epsilon}$  и соединяющего их тонкого ( $\epsilon \ll 1$ ) канала  $\Theta^{\epsilon}$  переменного сечения (рис. 1), которые заданы формулами

$$\Omega_{\pm}^{\varepsilon} = \{x = (y, z) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}: (y, \pm z - L_{\pm}^{\varepsilon}) \in \Omega_{\pm}\}, \quad (1)$$

$$\Omega_{+}(\ell) := \{ x \in \Omega_{+} : \pm z > \ell \} = \omega_{+} \times (\ell, +\infty), \ \ell > 0, \ (2)$$

$$\Theta^{\varepsilon} = \{ x : z \in [-L_{-}^{\varepsilon}, L_{+}^{\varepsilon}], \ \varepsilon^{-1} H(z)^{-1} y \in \theta \},$$

$$\theta_{+} = \{ y = (y_{1}, y_{2}) : H_{+}^{-1} y \in \theta \},$$
(3)

$$L_{+}^{\varepsilon} = L_{+}^{0} + \varepsilon L_{+}' + \varepsilon^{2} L_{+}'', \quad L := L_{-}^{0} = L_{+}^{0} > 0.$$
 (4)

Здесь  $\varepsilon > 0$  — малый параметр,  $\omega_{\pm}$  и  $\theta$  — области на плоскости, ограниченные простыми замкнутыми гладкими контурами и содержащие начало декартовых координат  $y \in \mathbb{R}^2$ . Гладкая профильная функция H положительна на сегменте  $[-L - \ell_0, L + \ell_0]$  и

$$H(z) = H_{\pm}$$
 при  $|z \mp L| < \ell_0$  с некоторым  $\ell_0 > 0$ . (5)

Наконец, поверхности  $\partial \Omega_{\pm}$  содержат начало  $\mathbb O$  декартовой системы координат  $x=(x_1,x_2,x_3)$  и совпадают с частями плоскости  $\{x: z=x_3=0\}$  в окрестности точки  $\mathbb O$ . Все специфические черты волновода отражены на рис. 1.

Гармонические во времени свободные колебания акустического поля с частотой  $\kappa > 0$  описываются решениями задачи Неймана

$$-\Delta_{x}u^{\varepsilon}(x) = \kappa^{2}u^{\varepsilon}(x), \quad x \in \Pi^{\varepsilon},$$

$$\partial_{u}u^{\varepsilon}(x) = 0, \quad x \in \partial \Pi^{\varepsilon},$$
(6)

где  $u^{\varepsilon}$  — давление,  $\Delta_x$  — оператор Лапласа и  $\partial_n$  — производная вдоль внешней нормали n. Непрерывный спектр задачи (6) занимает полуось  $\mathbb{R}_+ = [0, +\infty)$ , а частота  $\kappa$  берется из первого интервала  $(0, \kappa_{\uparrow})$  постоянной кратности, т.е.  $\kappa_{\uparrow} = \min \kappa_{\pm}$  и  $\kappa_{\pm}^2$  — первые положительные собственные числа задачи Неймана для оператора Лапласа

 $\Delta_y$  на сечениях  $\omega_{\pm}$ . Таким образом, в цилиндрических частях (2) волновода (1) распространяются только поршневые моды  $w^{\pm}(x) = e^{\pm i \kappa z}$ .

Приходящая с бесконечности в рукаве  $\Omega_{-}^{\varepsilon}$  волна  $cw^{+}$  рассеивается в "резонаторе"  $\{x \in \Pi^{\varepsilon}: z \in (-L_{-}^{\varepsilon}, L_{+}^{\varepsilon})\}$ , возвращаясь в рукав  $\Omega_{-}^{\varepsilon}$  с коэффициентом отражения  $R^{\varepsilon}$  и проникая в рукав  $\Omega_{+}^{\varepsilon}$  с коэффициентом прохождения  $T^{\varepsilon}$ . Основная цель сообщения — показать, что подбор параметров канала (3), в частности, длин (4) может обеспечить соотношения

$$R^{\varepsilon} = O(\varepsilon), \quad |T^{\varepsilon}| = 1 + O(\varepsilon)$$
 (7)

для коэффициентов рассеяния в дифракционном решении

$$u^{\varepsilon}(x) = \chi_{-}(z) (2\kappa |\omega_{-}|)^{-1/2} (e^{+i\kappa(z+L^{\varepsilon})} + R^{\varepsilon} e^{-i\kappa(z+L^{\varepsilon})}) + (8)$$
$$+ \chi_{+}(z) (2\kappa |\omega_{+}|)^{-1/2} T^{\varepsilon} e^{+i\kappa(z-L^{\varepsilon})} + \tilde{u}^{\varepsilon}(x)$$

задачи (6). Здесь остаток  $\tilde{u}^{\varepsilon}$  экспоненциально затухает на бесконечности, а  $\chi_{\pm}$  — гладкая срезающая функция, служащая для локализации волн в рукаве  $\Omega_{+}^{\varepsilon}$ ,

$$\chi_{\pm}(z) = 0$$
  $\pi pu$   $\pm z < L + \ell$ ,  $(9)$ 

Подчеркнем, что закон сохранения энергии гарантирует равенство  $|R^{\varepsilon}|^2 + |T^{\varepsilon}|^2 = 1$ , а нормирующий множитель  $(2\kappa|\omega_{\pm}|)^{-1/2}$  в поршневых модах содержит площадь  $|\omega_{\pm}|$  сечения  $\omega_{\pm}$ 

3. Специальные решения предельных задач. Задача в изолированном рукаве

$$-\Delta_x u_{\pm}(x) = \kappa^2 u_{\pm}(x), \quad x \in \Omega_{\pm},$$
$$\partial_n u_{+}(x) = 0, \quad x \in \partial \Omega_{+},$$

имеет два используемых далее решения: поле

$$\zeta_{\pm}(x) = \chi(z) (2\kappa |\omega_{\pm}|)^{-1/2} (e^{-i\kappa z} + S_{\pm}e^{+i\kappa z}) + \tilde{\zeta}_{\pm}(x), (10)$$

включающее приходящую и уходящую волны, и обобщенную функцию Грина

$$G_{\pm}(x) = \chi_0(x)((2\pi|x|)^{-1} + G_{\pm}^0) + + \chi(z)(2\kappa|\omega_{\pm}|)^{-1/2} K_{\pm}e^{+i\kappa z} + \tilde{G}_{\pm}(x).$$
 (11)

При этом остатки  $\tilde{\zeta}_{\pm}(x)$  и  $\tilde{G}_{\pm}(x)$  исчезают на бесконечности с экспоненциальной скоростью и справедливо равенство  $\tilde{G}_{\pm}(\mathbb{O})=0$ , а  $S_{\pm}$  и  $K_{\pm}$ ,  $G_{\pm}^{0}$  – комплексные числа, зависящие от формы рукава  $\Omega_{\pm}$  и частоты к, причем выполнены соотношения

$$|S_{\pm}| = 1, \quad \zeta(\mathbb{O}) = iS_{\pm}\overline{K}_{\pm}.$$
 (12)

Наконец,  $\chi_0$  — гладкая срезающая функция с малым носителем, равная единице в окрестности точки  $\mathbb{O}$ , а функция  $\chi$  определена формулой (9) при L=0.

Одномерная модель тонкого канала (3) выглядит следующим образом (см., например, книги [8; 9, гл. 15]):

$$-|\theta| \partial_z H(z) \partial_z v(z) = \kappa^2 |\theta| H(z) v(z), \quad z \in (-L, L), (13)$$

$$v(\pm L) = 0. \tag{14}$$

Пусть параметры  $L = L_{\pm}^0$  и H в формулах (3)—(5) подобраны так, что

$$(0, \kappa_{\dagger}^2) \ni \kappa^2 \tag{15}$$

есть собственное число задачи (13), (14) и  $\mathbf{v} \in C^{\infty}[-L, L]$  — соответствующая собственная функция. Ясно, что

$$A_{+} := |\theta_{+}| \partial_{z} \mathbf{v}(\pm L) \neq 0. \tag{16}$$

Уравнение (13) с неоднородными краевыми условиями

$$v(\pm L) = g_{+} \tag{17}$$

имеет решение в том и только в том случае, если

$$g_{+}A_{+} - g_{-}A_{-} = 0. (18)$$

Последняя из нужных предельных задач возникает в результате растяжения координат

$$x \mapsto \xi^{\varepsilon \pm} = (\varepsilon^{-1} y, \varepsilon^{-1} (L_{\pm}^{\varepsilon} \mp z))$$
 (19)

и формального перехода к  $\varepsilon=0$ , которые переделывают область  $\Pi^{\varepsilon}$  в объединение  $\Xi_{\pm}$  полупространства  $\mathbb{R}^3_-=\{\xi\colon \xi_3<0\}$  (освободили обозначения от верхних индексов  $^{\varepsilon\pm}$ ) и полуцилиндра  $Q_{\pm}=\theta_{\pm}\times[0,+\infty)$ , а задачу (6) — в задачу Неймана для уравнения Лапласа

$$-\Delta_{\xi}W(\xi) = 0, \quad \xi \in \Xi_{\pm},$$
  
$$\partial_{\nu(\xi)}W(\xi) = 0 \text{ B } \mathbb{R}^{3}_{-}, \quad \xi \in \partial\Xi_{\pm}.$$
 (20)

Любое ограниченное решение задачи (20) — линейная комбинация  $c_0 + c_1 W_{\pm}(\xi)$  (см., например, обзор [10, §5]), в которой  $W_{\pm}$  — гармоническая в области  $\Xi_{\pm}$  функция с нулевыми данными Неймана на поверхности  $\partial \Xi_{\pm}$ , полностью определенная своим поведением на бесконечности:

$$W_{\pm}(\xi) = \begin{cases} (2\pi|\xi|)^{-1} + O(|\xi|^{-1}), & \xi \in \mathbb{R}^{3}_{-}, & |\xi| \to \infty, \\ |\theta_{\pm}|^{-1}(\xi_{3} + M_{\pm}) + O(e^{-k_{\pm}\xi_{3}}), & \xi \in Q_{\pm}, & \xi_{3} \to +\infty. \end{cases}$$
(21)

При этом  $M_{\pm} > 0$  — постоянная, зависящая только от формы сечения  $\theta_{\pm}$ .

4. Асимптотика коэффициентов рассеяния. Поскольку по предположению  $\kappa^2$  — собственное число задачи (13), (14), асимптотический анзацдля решения (8) задачи (6) на канале  $\Theta^{\epsilon}$  выглядит так:

$$u^{\varepsilon}(x) = \varepsilon^{-2} v^{0}(z) + \varepsilon^{-1} v'(z) + \\ + \varepsilon^{0}(v''(z) + {}^{\circ}V(\varepsilon^{-1}v, z)) + \dots$$
 (22)

Здесь  $v^0 = a^0 \mathbf{v} - \text{собственная функция, } a^0$  и  $v', v'' - \text{число и функции, подлежащие определению, а многоточие заменяет младшие асимптотические члены, не существенные для предпринимаемого анализа. Кроме того, функция <math>\mathcal V$ , имеющая нулевое среднее по сечению, возникает как результат применения процедуры понижения размерности [8, 9, гл. 15] к задаче (6), суженной на тонкий канал (3), но  $\mathcal V=0$  в случае прямого (H=const) канала и  $\mathcal V(\epsilon^{-1}y,z)=0$  при  $|z\mp L|<\ell_0$  благодаря ограничению (5).

Вблизи зон присоединения канала  $\Theta^{\varepsilon}$  к рукавам  $\Omega^{\varepsilon}_{+}$  в силу краевых условий (14) имеем

$$u^{\varepsilon}(x) = \varepsilon^{-1}(\mp a^{0}\xi_{3}^{\pm}\partial_{z}\mathbf{v}(\pm L) + v'(\pm L)) + \dots$$
 (23)

При этом  $\xi_3^{\pm} = \varepsilon^{-1}(L \mp z)$  — растянутая координата, отличающаяся от  $\xi_3^{\epsilon\pm} = \xi_3^{\pm} + L' + \varepsilon L$ " (ср. формулы (9) и (19)). Следовательно, главный член внутреннего разложения

$$u^{\varepsilon}(x) = \varepsilon^{-1} V_{\pm}^{0}(\xi^{\pm}) + \varepsilon^{0} V_{\pm}'(\xi^{\pm}) + \dots$$

принимает вид

$$V_{\pm}^{0}(\xi^{\pm}) = = \mp a^{0} |\theta_{\pm}| \partial_{z} \mathbf{v}(\pm L) W_{\pm}(\xi_{1}, \xi_{2}, \xi_{3} \pm L' \pm \varepsilon L'') + C_{\pm}^{0}.$$
(24)

Вместе с тем внешние разложения в рукавах  $\Omega_+^{\varepsilon}$ 

$$u^{\varepsilon}(x) = u_{+}^{0}(y, L_{+}^{\varepsilon} \mp z) + \dots$$
 (25)

остаются ограниченными при  $\varepsilon \to +0$ , т.е. ввиду затухания функции (21) в полупространстве приходится положить  $C_\pm^0=0$  в формуле (24). Следовательно, вблизи точек  $\mathbb{O}_\pm^\varepsilon=(0,0,\pm L_\pm^\varepsilon)$  выполнены разложения

$$\varepsilon^{-1}V_{\pm}^{0}(\xi^{\varepsilon\pm}) =$$

$$= \begin{cases} \mp a^{0}A_{\pm}(2\pi|x - \mathbb{O}_{\pm}^{\varepsilon}|)^{-1} + \mathbb{O}(\varepsilon|x - \mathbb{O}_{\pm}^{\varepsilon}|^{-2}), & \pm z < L_{\pm}^{\varepsilon}, \\ \mp \varepsilon^{-1}a^{0}\partial_{z}\mathbf{v}(\pm L)(\xi_{3}^{\pm} + M_{\pm} + L_{\pm}' + \varepsilon L_{\pm}'') + O(1), \\ \pm z > L_{\pm}^{\varepsilon}. \end{cases}$$
(26)

Наложим ограничения

$$L_{+} = -M_{+} \tag{27}$$

на вторые члены представлений (4) и в результате сравнения второй строки (26) с формулой (23) получим, что  $v'(\pm L) = 0$ , а значит, можно взять v' = 0 в анзаце (22) на тонком канале.

Внутри рукавов  $\Omega_{\pm}^{\epsilon}$  сращивание внутреннего разложения из первой строки (26) с внешним разложением (25) при учете проистекающих от (8) условий излучения

$$u_{-}^{0}(x) = (2\kappa |\omega_{-}|)^{-1/2} (e^{-i\kappa z} + R^{0}e^{+i\kappa z}) + ...,$$
  
$$u_{+}^{0}(x) = (2\kappa |\omega_{+}|)^{-1/2} T^{0}e^{+i\kappa z} + ...$$

показывает, что

$$u_{-}^{0}(x) = \zeta_{-}(x) + a^{0}A_{-}G_{-}(x),$$

$$u_{-}^{0}(x) = -a^{0}A_{-}G_{-}(x)$$
(28)

И

$$R^{0} = S_{-} + a^{0} A_{-} K_{-}, \quad T^{0} = -a^{0} A_{+} K_{+}. \tag{29}$$

Согласно формулам (28) и (10), (11) находим:

$$u_{\pm}^{0}(x) = \mp a^{0} A_{\pm} (2\pi |x|)^{-1} + u_{\pm}^{\bullet} + O(|x|),$$
  

$$u_{-}^{\bullet} = \zeta_{-}(O) + a^{0} A_{-} G_{-}^{0}, \quad u_{+}^{\bullet} = -a^{0} A_{+} G_{+}^{0}.$$
 (30)

Следовательно, присоединив к (30) множители при  $1 = \varepsilon^0$  из формулы (22) и второй строки формулы (26), применим процедуру сращивания на указанном уровне и обнаружим связи

$$v''(-L) = g_{-} := \zeta_{-}(\mathbb{O}) + a^{0}A_{-}G_{-}^{0} + a^{0}\partial_{z}\mathbf{v}(-L)L_{-}^{"},$$

$$v''(+L) = g_{+} := -a^{0}A_{+}G_{+}^{0} - a^{0}\partial_{z}\mathbf{v}(+L)L_{+}^{"}.$$
(31)

Слагаемое  $\mathcal{V}$  из анзаца (22) не сказывается ни на уравнении (13), ни на краевых условиях (31) для функции v", а значит, условие (18) ее существования принимает вид

$$A_{-}\zeta_{-}(\mathbb{O}) = -a^{0} \sum_{\pm} A_{\pm} (A_{\pm} G_{\pm}^{0} + \partial_{z} \mathbf{v}(\pm L) L_{\pm}'').$$
 (32)

Осталось как-то зафиксировать величину  $L_{\pm}$ , найти коэффициент  $a^0$  из соотношения (32) и, подставив его в формулы (29), вычислить главные члены асимптотики коэффициентов рассеяния

$$R^{\varepsilon} = R^{0} + O(\varepsilon), \quad T^{\varepsilon} = T^{0} + O(\varepsilon). \tag{33}$$

5. Обеспечение почти полного прохождения. Для выполнения требований (7) нужно обратить в нуль выражение  $R^0$  из (29), т.е. соблюсти равенство

$$S_{-} = -a^{0} A_{-} K_{-}. (34)$$

Подставив соотношения (34), (12) в равенство (32) и зафиксировав величины

$$L''_{+} = -|\theta_{+}| \operatorname{Re} G_{+}^{0}, \tag{35}$$

получаем необходимое (и достаточное согласно приведенным асимптотическим конструкциям) условие почти полного прохождения поршневой моды

$$A_{-}^{2} |K_{-}|^{2} = \sum_{\pm} A_{\pm}^{2} \operatorname{Im} G_{\pm}^{0}.$$
 (36)

Числа  $K_{\pm}$ ,  $G_{\pm}^{0} \in \mathbb{C}$  определены по заданным рукавам (1), но величины (4) и (16), относящиеся к соединительному каналу (3), по условию находятся в нашем распоряжении, и потому можно добиться выполнения условия (36) путем вариации профильной функции H — длина  $L_{-}^{\varepsilon} + L_{+}^{\varepsilon}$  канала  $\Theta^{\varepsilon}$  выбирается согласно формулам (15), (27) и (33).

6. Волновод, составленный из прямых цилиндров. Пусть  $\Omega_{\pm} = \omega_{\pm} \times \mathbb{R}_{+}$  и  $\Theta^{\epsilon} = \theta \times [-L^{\epsilon}, L^{\epsilon}]$ . Решая предельные задачи из разд. 3, находим:

$$\zeta_{\pm}(\mathbb{O}) = \sqrt{2} \left( \kappa |\omega_{\pm}| \right)^{-1/2}, \quad S_{\pm} = 1, 
K_{\pm} = \sqrt{2}i \left( \kappa |\omega_{\pm}| \right)^{-1/2}, \quad \text{Im } G_{\pm}^{0} = -\left( \kappa |\omega_{\pm}| \right)^{-1} 
\mathbf{v}(z) = \cos(\kappa z), \quad L = (2\kappa)^{-1} \pi m, \quad m \in \{1, 2, 3, ...\}, 
A_{\pm} = \kappa |\theta|, \quad A_{\pm} = (-1)^{m} \kappa |\theta|.$$
(37)

Условие (36) почти полного прохождения поршневой моды принимает вид

$$2\frac{\kappa \left|\theta\right|^{2}}{\left|\omega_{-}\right|} = \sum_{\pm} \frac{\kappa \left|\theta\right|^{2}}{\left|\omega_{\pm}\right|}$$

и выполняется исключительно при совпадении площадей сечений рукавов  $\Omega_{+}$ .

7. Комментарии. 1. *Геометрия*. Основную роль, разумеется, играет расстояние  $L_+^{\varepsilon} + L_-^{\varepsilon}$  между рукавами, а его разбиение (4) введено лишь для удобства: если, например,  $L_-' = 0$  и  $L_+' = -M_+ - M_-$  (ср. формулы (27)), то вывод сохраняется, но второй член v' анзаца (22) перестает быть нулевым.

Границы областей  $\Omega_{\pm}$  и  $\theta$  могут быть липшицевыми, в частности, кусочно-гладкими. При этом вместо дифференциальной постановки задачи нужно использовать интегральное тождество — обобщенную постановку задачи. Допускаются кусочно-гладкие профильные функции H, в частности, выбор параметров L,  $L_*$  и  $H_{\pm} > 0$  в случае кусочно-постоянного профиля

$$H(z) = H_{-}$$
 при  $z \in [-L, L_{*}),$   
 $H(z) = H_{+}$  при  $z \in (L_{*}, L]$ 

позволяет добиться почти полного прохождения волны в ситуации  $\Omega_+ = \omega_+ \times \mathbb{R}_+, |\omega_-| \neq |\omega_+|$  из разд. 6.

Предположение об уплощении поверхностей  $\partial\Omega_\pm$  в окрестности начала координат  $\mathbb C$  тривиализует процедуру сращивания, но результат остается прежним и для изогнутых границ, а для конических точек  $\mathbb C\in\partial\Omega_\pm$  предложенный подход требует несущественных изменений (см. монографию [9, гл. 5]). Искривление оси канала  $\Theta^\epsilon$  также не сказывается на предельном уравнении (13) (ср. публикации [11] и [9, гл. 15, 16]).

- 2. Полное прохождение. Проведенный асимптотичсекий анализ в принципе позволяет достичь даже полного прохождения ( $R^{\varepsilon}=0$ ) поршневой моды, так как выбор величин  $L_{\pm}^{"}$  позволяет компенсировать возмущение мнимых частей выражений в (32), а вариация профиля H и как следствие величин  $A_{\pm}$  возмущение вещественных частей. Вместе с тем необходимая процедура настройки усложняется значительно (см. статьи [11–13] для родственных задач) и вопрос оставлен открытым.
- 3. Отражение. Если  $\kappa^2$  не является собственным числом задачи (13), (14), то внешние разложения (25) и (22) включают функции  $u_-^0 = \zeta_-$ ,  $u_+^0 = 0$  и решение  $v^0$  задачи (13), (17) с правыми частями  $g_- = \zeta_-(\mathbb{O})$ ,  $g_+ = 0$ . Таким образом,  $R^0 = S_-$  и  $T^0 = 0$  в представлениях (33) коэффициентов рассеяния, т.е. реализуется почти полное отражение поршневой моды.

Если нарушить "настройку" (35) длины канала  $\Theta^{\epsilon}$ , то также возникает существенное отражение волны. Например, для составного цилиндрического волновода из разд. 6 при дополнительном ограничении  $|\omega| = |\omega_+| = |\omega_-|$  положим

$$L''_{+} = |\theta| (\operatorname{Re} G_{+}^{0} - (\kappa |\omega|)^{-1} t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Согласно соотношениям (29), (32) и (37) главные члены представлений (33) коэффициентов рассеяния принимают вид

$$R^{0}(t) = 1 - \frac{1+it}{1+t^{2}}, \quad T^{0}(t) = (-1)^{1+m} \frac{1+it}{1+t^{2}}.$$

Модуль  $|T^0(t)| = (1+t^2)^{-1}$  коэффициента прохождения монотонно убывает при возрастании малого отклонения  $2\varepsilon^2 t \left(\kappa |\omega|\right)^{-1} |\theta|$  от "правильно выбранной" длины канала. Пути  $\mathbb{R} \ni t \mapsto R^0(t)$ ,  $T^0(t) \in \mathbb{C}$ 

суть окружности с радиусом  $\frac{1}{2}$  и центрами в точках  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{(-1)^{1+m}}{2}$  на вещественной оси.

#### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа С.А. Назарова выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 17—11—01003).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Wood R. On the remarkable case of uneven distribution of light in a difraction grating spectrum // Proc. Phys. Soc. London, 1902. V. 18. P. 269–275.
- 2. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Советское радио, 1966. 431 с.
- Fano U. Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts // Physical Review. 1961. V. 124.
   № 6. P. 1866–1878.
- 4. *Назаров С.А.* Аномалии рассеяния акустических волн вблизи точек отсечки непрерывного спектра (обзор) // Акустический журнал. 2020. Т. 66. № 5. С. 489—508.
- Kriegsmann G.A. Complete transmission through a two-dimensional difffraction grating // SIAM J. Appl. Math. 2004. V. 65. № 1. P. 24–42.

- 6. *Lin J., Zhang H.* Scattering by a periodic array of subwavelength slits I: Field enhancement in the diffraction regime // Multiscale Model. Sim. 2018. V. 16. № 2. P. 922–953.
- 7. *Руденко О.В., Шварцбург А.Б.* О нелинейных и линейных волновых явлениях в узких трубках // Акустический журнал. 2019. Т. 65. № 3. С. 305—310.
- 8. *Назаров С.А.* Асимптотическая теория тонких пластин и стержней. Понижение размерности и интегральные оценки. Новосибирск: Научная книга, 2002. 408 с.
- 9. Mazja W.G., Nasarow S.A., Plamenewski B.A. Asymptotische Theorie elliptischer Randwertaufgaben in singulär gestörten Gebieten. 1. B.: Akademie-Verlag, 1991. 432 s.
- 10. *Назаров С.А.* Полиномиальное свойство самосопряженных эллиптических краевых задач и алгебраическое описание их атрибутов // Успехи матем. наук. 1999. Т. 54. № 5. С. 77—142.
- 11. *Chesnel L., Nazarov S.A., Taskinen J.* Surface waves in a channel with thin tunnels at the bottom: non-reflecting underwater topography // Asymptotic Analysis. 2020. V. 118. № 1, 2. P. 81–122.
- Bonnet-Ben Dhia A.-S., Chesnel L., Nazarov S.A. Perfect transmission invisibility for waveguides with sound hard walls // J. Math. Pures Appl. 2018. V. 111. P. 79–105.
- 13. Chesnel L., Nazarov S.A., Pagneux V. Invisibility and perfect reflectivity in waveguides with finite length branches // SIAM J. Appl. Math. 2018. V. 78. № 4. P. 2176–2199.

# ABNORMAL TRANSMISSION OF WAVES THROUGH A THIN CANAL CONNECTING TWO ACOUSTIC WAVEGUIDES

#### S. A. Nazarov<sup>a</sup> and L. Chesnel<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Saint-Petersburg University, Saint-Petersburg, Russian Federation
 <sup>b</sup> Centre de mathématiques appliquées École Polytechnique, Université Paris-Saclay, Paris, France
 Presented by Academician of the RAS N.F. Morozov

A criterion of almost complete transmission of the piston mode from one cylindrical spacial waveguide to other semi-infinite waveguide through a thin connecting canal. A procedure of fine-tuning of canal's parameters is described while denying of this tuning leads to almost complete or significant reflection. In the case of cylindrical fragments of the waveguide the criterion takes the simplest form.

*Keywords:* acoustic waveguide, piston mode, almost complete transmission, thin canal, asymptotics of scattering coefficients

### ——— ФИЗИКА —

УЛК 539.3:535.417:620.22

# **β СПЛАВ Ті–20Nb–10Та–5Zr СО СТРУКТУРИРОВАННОЙ НА МИКРО- И НАНОМАСШТАБЕ ПОВЕРХНОСТЬЮ**

© 2021 г. М. А. Севостьянов<sup>1</sup>, А. С. Баикин<sup>1</sup>, М. А. Каплан<sup>1</sup>, А. Г. Колмаков<sup>1</sup>, С. В. Гудков<sup>2</sup>, М. Б. Ребезов<sup>2,3,\*</sup>, член-корреспондент РАН С. В. Гарнов<sup>2,\*\*</sup>

Поступило 30.11.2020 г. После доработки 30.11.2020 г. Принято к публикации 28.12.2020 г.

Показано, что сплав является гомогенным (Ti-65%, Nb-20%, Ta-10%, Zr-5%). Только в близком к поверхности слое толщиной порядка 100 нм наблюдается изменение элементного состава. Поверхность сплава обеднена по содержанию титана ( $\sim$ 20%) и обогащена по содержанию тантала ( $\sim$ 20%). Также на поверхности присутствует большое количество оксидов ( $\sim$ 50%). Сплав является однофазным с кристаллической решеткой типа  $\beta$ -Ti (кубическая сингония, пространственная группа Im3m). Сплав имеет предел текучести около 550 МПа, предел прочности около 700 МПа. Модуль Юнга порядка 50 ГПа. Относительное удлинение сплава около 1.4%. На микромасштабе на поверхности проволоки и пластин из сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr обнаружены складки и продольные гребнеобразные структуры высотой до 0.5 мкм. При анализе нанотопологии установлено, что даже между гребнеобразными структурами или на их вершинах присутствуют неровности высотой вплоть до 100-150 нм.

*Ключевые слова:* сплав титана, нанотопология, оптическая микрофотография, микроструктурный анализ

**DOI:** 10.31857/S2686740021010144

Поиск материалов для медицинских имплантатов продолжается уже более двух столетий [1]. Известные материалы, особенно металлические, к сожалению, не являются индифферентными для организма человека [2]. Исторически, титан одним из первых металлов был использован для изготовления медицинских имплантатов [3]. Это произошло благодаря его низкой плотности, высокой коррозионной стойкости, быстрой пассивации, способности к формированию устойчивых оксидов. В настоящее время титан в существенной мере заменили его сплавы. Одним из первых таких сплавов был нитинол. Нитинол сплав никеля и титана — впервые получен в 1960-х годах в ходе разработки термозащитного покрытия в военно-морской лаборатории [4]. Позднее

Сплав состава Ti-20Nb-10Ta-5Zr (ат. %) получен из йодидного титана, йодидного циркония, технически чистого ниобия и технически чистого тантала. Плавка навесок проводилась в электродуговой вакуумной печи с нерасходуемым вольфрамовым электродом, как это было описано ранее [11]. Пластины и проволоку со структурированными поверхностями получали с помощью модифицированного реверсивного стана ДУО-300

нитинол начал эффективно использоваться в хирургии, кардиологии, стоматологии, радиологии, а также в устройствах различного назначения [5]. Такое разнообразие медицинских применений связано с уникальными свойствами нитинола, а именно, эффектом памяти формы и суперэластичностью. Платой за эти свойства стала высокая токсичность никеля. В настоящее время активно проводятся работы по созданию титановых сплавов с эффектом памяти формы и сверхэластичностью. В таких сплавах никель успешно пытаются заменить на менее токсичные металлы [6–10]. Известно большое количество титановых сплавов, обладающих требуемыми характеристиками. Структура поверхностей влияет на ряд свойств сплавов, особенно связанных с механическими свойствами и биосовместимостью. В данной работе получен и исследован (β) Ti-20Nb-10Ta-5Zr сплав со структурированными поверхностями.

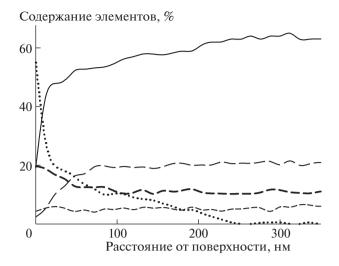
<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт металлургии и материаловедения им. А.А. Байкова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского (Первый казачий университет), Москва, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: rebezov@yandex.ru

<sup>\*\*</sup>E-mail: svgarnov@mail.ru



**Рис. 1.** Послойный элементный анализ сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr.

и специальной полировки [12]. Рентгеновские дифрактограммы получены на приборе ARL X'TRA (излучение CuKα) в геометрии параллельного пучка. Электронно-микроскопические исследования образцов проводились при помощи сканирующего электронного микроскопа JEOL LSM-IT500. Фазовый состав изучали с помощью оже-электронного спектрометра JEOL JAMP-9500 Г. Для калориметрических исследований использовали дифференциальный сканирующий калориметр Netzsch STA-409PC. Для дилатометрических исследований использовали высокотемпературный дилатометр Netzsch DIL 402 C7G. Визуализацию образцов проводили с помощью оптического микроскопа Olympus GX51. Для исследования топологии поверхности на микро- и наноуровне применяли атомно-силовой микроскоп Nanopics 2000 и лазерный интерференционно-модуляционный микроскоп МИМ 321. Исследование механических свойств проводили на универсальной испытательной машине Instron 3382 со скоростью растяжения 1 мм/мин.

В работе исследован элементный состав сплава. Показано, что элементный состав внутри сплава относительно постоянный: Ti-65%, Nb-20%, Ta-10%, Zr-5% (рис. 1). Содержание циркония на поверхности сплава и внутри слитка также относительно постоянно. В то время как поверхность сплава обеднена по содержанию титана ( $\sim$ 20%) и обогащена по содержанию тантала ( $\sim$ 20%). На поверхности присутствует большое количество оксидов ( $\sim$ 50%). Содержание атомов кислорода на расстоянии 20 нм от поверхности уменьшается до 20%, на расстоянии 100 нм — до 10%. На расстоянии 250—300 нм от поверхности содержатся только следовые количества атомов кислорода.

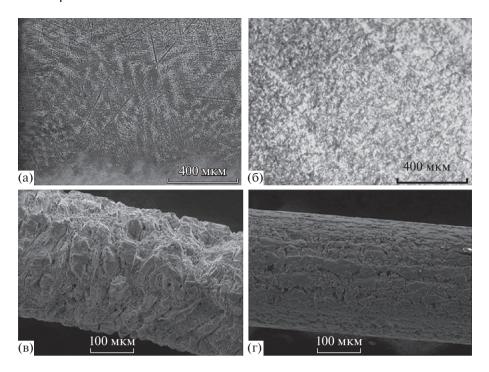
В работе исследован фазовый состав сплава TiNbTaZr. Все исследованные образцы являются однофазными с кристаллической решеткой типа  $\beta$ -Ti (кубическая сингония, пространственная группа Im3m). Параметр кристаллической решетки 3.30982  $\pm$  0.00007 Å. Позиции пиков: 38.6508; 55.6833; 69.6987; 82.5072; 94.9302; 107.5824; 121.1965. Пик с позицией 107.5824 имеет очень малую интенсивность 0.41%. Показано, что все образцы являются поликристаллическими.

Проведены механические испытания сплава. Показано, что предел текучести сплава 550 МПа, предел прочности около 700 МПа. Модуль Юнга около 50 ГПа. Относительное удлинение сплава около 1.4%.

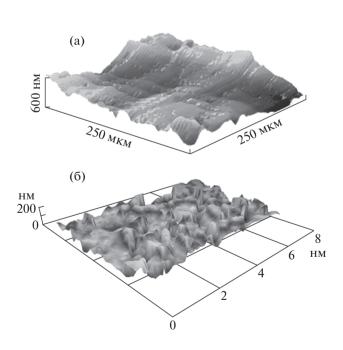
Проведен калориметрический анализ сплава. Исследования образцов проведены при температурах от 400 до 900°С в среде аргона. Нагрев проводился со скоростью 10°С в минуту. Масса образцов по 50 мг. Показано, что при температуре немногим ниже 600°С наблюдается фазовый переход.

Исследована морфология поверхности слитков из сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr. Установлено, что на поверхности слитков присутствуют микрометровые шероховатости (рис. 2а). Полученная из сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr проволока также имеет сложную морфологию поверхности (рис. 2в). После структурирующей полировки как микроструктура слитка (рис. 2б), так и проволока (рис. 2г) содержат меньшее количество шероховатостей. Часть поверхности не имеет явных дефектов. Такие относительно ровные участки поверхности исследованы с помощью атомно-силовой и лазерной модуляционно-интерференционной микроскопии. Показано, что даже на относительно ровных участках присутствуют складки и продольные гребнеобразные структуры (рис. 3а) высотой до 0.5 мкм. При анализе нанотопологии установлено, что даже между гребнеобразными структурами или на их вершинах присутствуют неровности высотой до 100–150 нм (рис. 3б).

Эти данные позволяют утверждать, что полученный нами сплав является гомогенным. Рентгеновское исследование подтверждает получение кристаллической структуры, ответственной за проявление суперэластичностии эффекта памяти формы. При этом, предел прочности сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr оказался порядка 700 МПа, что несколько больше, чем у конкурентов. Например, это на 50 МРа больше, чем у такого сплава, как Ti-33Nb-4Sn [13], и на 100 MPa больше, чем сплава Ti-25Ta [14]. Сплав Ti-20Nb-10Ta-5Zr прекрасно полируется. После полировки поверхность сплава выглядит абсолютно гладкой при микроструктурном анализе, отсутствуют зоны возникновения трещин. При переходе на уровень наноразмеров на поверхности наблюдается выра-



**Рис. 2.** Фотографии поверхности сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr: а — оптическая микрофотография поверхности сплава после получения; б — оптическая микрофотография поверхности сплава после изготовления пластины и полировки; в — фотография поверхности проволоки из сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr после получения (сканирующая электронная микроскопия); г — фотография поверхности проволоки из сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr после полировки (сканирующая электронная микроскопия).



**Рис. 3.** Топология поверхности сплава Ti-20Nb-10Ta-5Zr: а — исследование топологии поверхности с помощью атомно-силового микроскопа; б — исследование топологии поверхности с помощью лазерного модуляционно-интерференционного микроскопа.

женный рельеф, однако трещин или зон их возникновения не наблюдается. В целом, механические и физико-химические свойства позволяют заключить, что сплав Ti-20Nb-10Ta-5Zr может быть использован в биомедицинских целях и ветеринарии.

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта в форме субсидии, ориентированного на проведение крупных научных проектов по приоритетным направлениям научно-технологического развития (соглашение 075-15-2020-774).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Langer R., Tirrell D.A. // Nature. 2004. V. 428. P. 487– 492.
- Matassi F., Botti A., Sirleo L., Carulli C., Innocenti M. // Clin. Cases Miner. Bone. Metab. 2013. V. 10. P. 111– 115.
- 3. Dehghanghadikolaei A., Fotovvati B. // Materials. 2019. V. 12. 1795.
- Buehler W., Wiley R. // Trans. Am. Soc. Met. 1962.
   V. 55. P. 269–276.

- 5. *Ерофеев В.Я., Кабанов М.В.* // ДАН. 2019. Т. 484. № 6. С. 682–685.
- Kuroda P.A.B., Quadros F.F., Sousa K.S.J., Donato T.A.G., Araújo R.O., Grandini C.R. // J. Mater. Sci. Mater. Med. 2020. V. 31. 19.
- 7. Kaur M., Singh K. // Mater. Sci. Eng. 2019. V. 102. 844.
- 8. Konushkin S.V., Sergiyenko K.V., Nasakina E.O., Leontyev V.G., Kuznetsova O.G., Titov D.D. et al. // Mater. Chem. Phys. 2020. V. 255. 123557.
- Sevostyanov M.A., Kolmakov A.G., Sergiyenko K.V., Kaplan M.A., Baikin A.S. // J. Mater. Sci. 2020. V. 55. P. 14516–14529.
- Nasakina E.O., Konushkin S.V., Sudarchikova M.A., Sergienko K.V., Baikin A.S., Tsareva A.M. et al. // Materials. 2020. V. 13. 2187.
- 11. Gudkov S.V., Simakin A.V., Sevostyanov M.A., Konushkin S.V., Losertová M., Ivannikov A.Yu. et al. // Metals. 2020. V. 10. 1584.
- Gudkov S.V., Simakin A.V., Konushkin S.V., Ivannikov A.Yu., Nasakina E.O., Shatova L.A. et al. // J. Mater. Res. Tech. 2020. V. 9. P. 16018–16028.
- 13. Cheng X., Liu S., Chen C., Chen W., Liu M., Li R. et al. // J. Mater. Sci. Mater. Med. 2019. V. 30. 91.
- Zhou Y.L., Niinomi M. // Mater. Sci. Eng. C. 2009.
   V. 29, P. 1061–1065.

# β Ti-20Nb-10Ta-5Zr ALLOY WITH A SURFACE STRUCTURED ON A MICRO- AND NANOSCALE

M. A. Sevostyanov<sup>a</sup>, A. S. Baikin<sup>a</sup>, M. A. Kaplan<sup>a</sup>, A. G. Kolmakov<sup>a</sup>, S. V. Gudkov<sup>b</sup>, M. B. Rebezov<sup>b,c</sup>, and Corresponding Member of RAS S. V. Garnov<sup>b</sup>

The alloy is shown to be homogeneous (Ti-65%, Nb-20%, Ta-10%, Zr-5%). Only in a layer close to the surface with a thickness of about 100 nm is a change in the elemental composition observed. The alloy surface is depleted in titanium content ( $\sim$ 20%) and enriched in tantalum content ( $\sim$ 20%). There is also a large amount of oxides on the surface ( $\sim$ 50%). The alloy is single-phase with a  $\beta$ -Ti type crystal lattice (cubic system, space group Im3m). The alloy has a yield strength of about 550 MPa, and a tensile strength of about 700 MPa. Young's modulus is about 50 GPa. Alloy elongation is about 1.4%. On a microscale, folds and longitudinal comb-like structures up to 0.5  $\mu$ m in height were found on the surface of wires and plates made of Ti-20Nb-10Ta-5Zr alloy. When analyzing nanotopology, it was found that even between ridge-like structures or at their tops there are irregularities up to 100–150 nm in height.

Keywords: titanium alloy, nanotopology, optical micrograph, microstructural analysis

### ——— ФИЗИКА ——

УЛК 006.92

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА КВАНТОВОГО НИВЕЛИРА НА МОБИЛЬНЫХ КВАНТОВЫХ ЧАСАХ

© 2021 г. В. Ф. Фатеев<sup>1</sup>, Е. А. Рыбаков<sup>1,\*</sup>

Представлено академиком РАН В.И. Пустовойтом 07.08.2020 г. Поступило 02.09.2020 г. После доработки 02.09.2020 г. Принято к публикации 07.09.2020 г.

Представлены результаты первой экспериментальной проверки квантового нивелира, основанного на использовании эффекта гравитационного смещения времени и метода релятивистской синхронизации. Разность ортометрических высот измерялась между пунктом в Московской области и Нижним Новгородом на расстоянии около 480 км. Использовались мобильные высокостабильные квантовые часы с относительной нестабильностью  $1 \times 10^{-15}$ , что обеспечило погрешность измерения около 9.1 м.

*Ключевые слова:* квантовые часы, гравитационное смещение времени, гравитационный потенциал, ортометрическая высота

**DOI:** 10.31857/S2686740020060097

Измерение гравитационных смещений времени и частоты между стационарными и мобильными квантовыми часами может выполняться с использованием космического канала синхронизации по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) ГЛОНАСС/GPS/Galileo/Beidou [1-3], а также с помощью волоконно-оптических линий связи (ВОЛС) [4, 5]. В сообщении предлагается проводить измерения разности ортометрических высот с помощью квантового нивелира на мобильных квантовых часах с использованием метода релятивистской синхронизации. Метод основан на компенсации мешающих релятивистских эффектов на маршруте движения мобильных часов с помощью измерений их текущих координат и скорости по сигналам ГНСС [6]. Метод не требует специального канала синхронизации.

### ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим измерительную схему квантового нивелира, содержащего стационарные базовые квантовые часы КЧ-1 в точке 1 на поверхности Земли и мобильные КЧ-М, которые могут перемещаться по некоторому наземному маршруту из точки 1 в точку 2. Задача состоит в измерении раз-

ности гравитационных потенциалов и ортометрических высот точек 1 и 2 с помощью мобильных КЧ. Условимся, что опорные, или базовые КЧ-1 являются хранителем собственной частоты задающего генератора  $f_1$  и шкалы собственного (измеряемого) времени (ШВ-1) т<sub>1</sub>. Мобильные КЧ-М являются хранителем собственной частоты и шкалы собственного бортового времени (ШВ-М), соответственно,  $f_m$ ,  $\tau_m$ . Текущее взаимное положение стационарных и мобильных наземных квантовых часов будем рассматривать из геоцентрической вращающейся земной системы отсчета ITRS. Положение базовых часов в этой системе характеризуется радиус-вектором  $\mathbf{R}_{1}\{x_{1}y_{1}z_{1}\}$ , положение мобильных часов — переменным во времени радиус-вектором  $\mathbf{R}_{m}(\tau_{1})\{x_{m}(\tau_{1})y_{m}(\tau_{1})z_{m}(\tau_{1})\},$  а скорость перемещения мобильных часов относительно Земли — переменным вектором  $\mathbf{V}(\tau_1)\{V_xV_vV_z\}$ .

Измерения в квантовом нивелире выполняются в несколько этапов.

Этап 1 — калибровка нивелира, при которой по известным моделям потенциала ГПЗ определяются ускорения свободного падения (УСП)  $g_1,g_2$  и ортометрическая высота  $H_1^{ort}$  точки 1, измеряется относительная начальная разность частот задающих генераторов КЧ-1 и КЧ-М (начальная расстройка частот)  $\Delta f_0/f_0$ , а также температурный коэффициент частоты КЧ-М  $K_T$ .

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, Менделеево, Московская обл., Россия

<sup>\*</sup>E-mail: rybakov@vniiftri.ru

Этап 2 — перемещение КЧ-М из точки 1 в точку 2 (путь "туда", или  $\uparrow$ ), измерение и компенсация текущего ухода шкалы ШВ-М на трассе  $\Delta \tau_{\uparrow}$ .

Этап 3 — стационарная стоянка КЧ-М в точке 2 с целью накопления искомого гравитационного смещения ШВ-М  $\Delta \tau_{GR}$  на интервале наблюдения  $\tau_{obs2}$ , а также компенсация мешающих эффектов.

Этап 4 — перемещение КЧ-М из точки 2 в точку 1 (путь "обратно", или  $\downarrow$ ), измерение и компенсация текущего ухода шкалы ШВ-М на трассе  $\Delta \tau_{\downarrow}$ , а также измерение накопленного гравитационного эффекта  $\Delta \tau_{GR}$  путем сравнения показаний шкал времени стационарных и "путешествующих" часов, возвратившихся в точку 1.

Расхождение ШВ-1 и ШВ-М при движении "туда" и "обратно"  $(\uparrow, \downarrow)$  определяется следующими формулами [6]:

$$\Delta \tau_{\uparrow,\downarrow} = \tau_{m\uparrow,\downarrow} - \tau_1 = \Delta \tau_{0\uparrow,\downarrow} + \Delta \tau_{T\uparrow,\downarrow} + \Delta \tau_{rel\uparrow,\downarrow}, \qquad (1)$$

где  $\Delta \tau_{0\uparrow\downarrow} = \Delta \tau_{1\uparrow\downarrow} (\Delta f_0/f_0)$  — уход шкалы ШВ-М на интервале движения "туда" и "обратно" за счет начальной расстройки частоты бортового генератора;  $\Delta \tau_{1\uparrow\downarrow}$  — время перемещения КЧ-М на трассе "туда" и "обратно" по ШВ-1;  $\Delta \tau_{T\uparrow\downarrow} = \tau_{0\uparrow\downarrow} K_T \Delta T_{\uparrow\downarrow}$  — температурный уход за счет текущей разности температур  $\Delta T_{\uparrow\downarrow}$  вдоль пути;

$$\Delta \tau_{rel\uparrow\downarrow} = \frac{1}{c^2} \left[ \phi_1 + \frac{1}{2} \Omega_0^2 (x_1^2 + y_1^2) \right] \Delta \tau_{l\uparrow\downarrow} -$$

$$- \frac{1}{c^2} \int_{\Delta \tau_{l\uparrow\downarrow}} \left[ \phi_{m\uparrow\downarrow} + \frac{\Omega_0^2}{2} (x_{m\uparrow\downarrow}^2 + y_{m\uparrow\downarrow}^2) + \frac{1}{2} V_{\uparrow\downarrow}^2 \right] d\tau_{l\uparrow\downarrow} -$$

$$- \frac{2\Omega S_{\nabla\uparrow\downarrow}}{c^2}$$
(2)

есть релятивистское расхождение шкал ШВ-1 и ШВ-М на трассе;  $\Omega_0$  — угловая скорость вращения Земли;  $\phi_1, \phi_m$  — гравитационные потенциалы в точках размещения КЧ-1 и КЧ-М; последний член определяет эффект Саньяка за счет движения часов. Текущие координаты и скорость определяются с помощью навигационной аппаратуры потребителя (НАП) ГНСС. Точность современных НАП обеспечивают погрешность вычисления релятивистских смещений в несколько пикосекунд [6].

На пути "туда" и "обратно", а также по окончании движения часов определяемые формулой (1) смещения компенсируются путем введения в ШВ-М цифровых поправок, равных по величине и противоположных по знаку правой части (1):  $\Delta \tau_{\uparrow\downarrow}^{kor} = -\Delta \tau_{\uparrow\downarrow}.$  При этом, согласно (1), достигается условие непрерывной синхронизации в течение пути и в конце пути:  $\tau_{m\uparrow\downarrow} = \tau_1$ .

Во время стоянки в точке 2 накопленное расхождение шкалы KЧ-М относительно KЧ-1 на интервале наблюдения  $\tau_{abs2}$ , согласно (1), составит

$$(\tau_m - \tau_1)_{obs2} = \frac{\varphi_1 - \varphi_{m2}}{c^2} \tau_{obs2} + \delta \tau_{obs2},$$
 (3)

где

$$\delta \tau_{obs2} = \frac{\Omega_0^2}{2c^2} [(x_1^2 + y_1^2) - (x_{m2}^2 + y_{m2}^2)] \tau_{obs2} + \tau_{obs2} [(\Delta f_0 / f_0) + K_T \Delta T_{obs}]$$

есть паразитное смещение, подлежащее компенсации. Компенсирующая поправка  $\delta \tau_{obs2}^{kor} = -\delta \tau_{obs2}$  рассчитывается по известным параметрам этой формулы.

После компенсации паразитных смещений шкалы времени KЧ-М на всей трассе его движения в результате сравнения шкал времени  $\tau_m$  и  $\tau_1$  находим величину измеряемого гравитационного смещения шкалы "путешествующих" часов:

$$(\tau_m - \tau_1)_{GR}^{meas} = \Delta \tau_{GR}^{meas} = \frac{\varphi_1 - \varphi_{m2}}{c^2} \tau_{obs2},$$
 (4)

откуда находится искомая разность потенциалов  $\phi_1 - \phi_{m2}$ .

Используя известные средние значения ускорений свободного падения  $\overline{g}_1, \overline{g}_2$ , представляя потенциалы в точках 1 и 2 через потенциал геоида  $\phi_G$  в виде  $\phi_i = \phi_G - g_i H_i^{ort}$ , где i=1;2, и вводя значение относительной нестабильности задающего генератора КЧ-М  $\sigma f / f_m$ , из формулы (4) находим искомую ортометрическую высоту точки 2:

$$H_2^{ort} = \frac{\overline{g}_1}{\overline{g}_2} H_1^{ort} + \frac{c^2}{\overline{g}_2} \left( \frac{\Delta \tau_{GR}^{meas}}{\tau_{obs2}} + \frac{\sigma f}{f_m} \right). \tag{5}$$

### ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ПРОВЕРКЕ КВАНТОВОГО НИВЕЛИРА

Проверка основных соотношений квантового нивелира проводилась на его макете, который создан на основе перевозимых квантовых часов водородных новых (ПКЧВ-Н) российского производства с относительной нестабильностью не хуже  $(\sigma f/f_m) = 1 \times 10^{-15}$ . Новые перебазируемые кван-

(об /  $f_m$ ) = 1×10 °°. Новые перебазируемые квантовые часы имеют в три-четыре раза более высокую стабильность, нежели квантовые часы, используемые в предыдущих экспериментах [2, 3]. Релятивистская синхронизация на трассе перемещения часов выполнялась на основе измерений НАП ГНСС Javad Sigma. В качестве базовых часов КЧ-1 в макете использовался первичный эталон единицы времени и частоты национальной шкалы времени РФ ГЭТ 1-2018 [7] с погрешностью  $0.5 \times 10^{-15}$ . В процессе эксперимента тем-

	Составляющие смещения шкалы времени КЧ-М	Этап 2. Движение по трассе Менделеево— Н. Новгород	Этап 3. Стоянка в Н. Новгороде	Этап 4. Движение по трассе Н. Новгород — Менделеево
1	Расхождение шкал, вызванное:	11.826	84.280	9.787
1	начальной расстройкой частоты $\Delta f_0/f_0$ : $\Delta \tau_0 = \tau_1(377.6 \times 10^{-15}), \text{ нс}$	11.020	04.200	7.767
2	температурным уходом частоты, $\Delta \tau_T = \tau_1 K_T \Delta T \text{ , hc}$	0.0027	0.008	-0.0021
3	релятивистскими эффектами на трассе,	$\Delta \tau_{rel} \uparrow = -1.651$	_	$\Delta \tau_{rel} \downarrow = 0.822$
4	$\Delta \tau_{rel\uparrow}; \Delta \tau_{rel\downarrow},$ нс влиянием центробежного потенциала во время стоянки ПКЧ-Н в Н. Новгороде,	_	-1.251	_
5	$\Delta  au_{obs2}^{\Omega}$ , нс накопленным гравитационным смещением шкалы времени КЧ-М в точке 2 $\Delta  au_{GR}^{meas}$ , нс		-1.399	
Время движения/время стоянки τ <sub>1↑↓</sub> , ч		$\tau_{1\uparrow} = 8.7$	$\tau_{obs2} = 62$	$\tau_{1\downarrow} = 7.2$

Таблица 1. Сводная таблица результатов эксперимента

пература контролировалась с помощью метеостанции Combi-Sensor DTF 1MV с погрешностью  $0.3^{\circ}C$  и чувствительностью  $0.01^{\circ}C$ .

Эксперимент проводился в соответствии с этапами, рассмотренными выше, на трассе Менделево (Московская обл.) — Нижний Новгород длиной 480 км. Результаты приведены в табл. 1. Вычисленные мешающие смещения компенсировались с помощью корректирующих цифровых поправок на основе измерений НАП ГНСС.

Из табл. 1 следует, что накопленное в точке стояния 2 и измеренное в точке 1 гравитационное расхождение шкалы времени КЧ-М составило:  $\Delta \tau_{GR}^{meas} = -1.399$  нс.

Ортометрическая высота точки 2 определялась по формуле (5). При ( $\sigma f/f_m$ ) =  $1 \times 10^{-15}$  и значениях УСП  $g_1 \approx g_2 \approx 9.816$  м/с² [8] превышение ортометрической высоты точки 2 относительно точки 1 составило  $H_2^{ort} - H_1^{ort} = -(57.4 \pm 9.1)$  м, что соответствует действительной разности высот этих точек -65 м.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный эксперимент подтвердил справедливость полученных релятивистских соотношений, лежащих в основе квантового нивелира на транспортируемых часах. При этом успешно использован метод релятивистской синхронизации, который основан на компенсации мешающих релятивистских эффектов в квантовых часах на трассе их движения с помощью НАП ГНСС.

Он не требует создания специальных высокоточных каналов синхронизации.

Измеренное превышение ортометрических высот разнесенных точек составило  $-(57.4 \pm 9.1)$  м при действительной разности высот -65 м.

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19—29—11023.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Müller J., Dirkx D., Kopeikin S.M. et al.* High Performance Clocks and Gravity Field Determination // Space Sci Rev. 2018. V. 214. P. 5. https://doi.org/10.1007/s11214-017-0431-z
- 2. Фатеев В.Ф., Сысоев В.П., Рыбаков Е.А. Экспериментальное измерение гравитационного эффекта замедления времени с помощью перевозимых квантовых часов // Измерительная техника. 2016. № 4. С. 41–43.
- 3. *Фатеев В.Ф.*, *Рыбаков Е.А.*, *Смирнов Ф.Р и др*. Об измерении разности гравитационных потенциалов Земли с помощью перевозимых квантовых часов // ДАН. 2017. Т. 472. № 2. С. 206—209.
- 4. *Grotti J., Koller S., Vogt S. et al.* Geodesy and metrology with a transportable optical clock // Nature Physics, V. 14. May 2018. P. 437–441.
- 5. *Takamoto M., Ushijima I., Ohmae N. et al.* Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks // Nature Photonics. 2020. V. 14. P. 411–415.
- 6. Фатеев В.Ф., Рыбаков Е.А., Смирнов Ф.Р. Метод релятивистской синхронизации мобильных кванто-

- вых часов и его экспериментальная проверка // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. № 10. С. 3–11.
- 7. Государственная поверочная схема для средств измерений времени и частоты. Приказ №1621 от 31.07.2018 "Об утверждении государственной поверочной схемы для средств измерений времени и
- частоты (ФГУП "ВНИИФТРИ")" https://www.gost.ru/portal/gost/home/activity/documents/orders#/order/38441
- 8. Pavlis N.K. et al. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008) // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. B04406.

### EXPERIMENTAL VERIFICATION OF THE QUANTUM LEVEL USING TRANSPORTABLE ATOMIC CLOCK

### V. F. Fateev<sup>a</sup> and E. A. Rybakov<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Federal Agency on Technical Regulation and Metrology State Scientific Center of the Russian Federation "Russian Metrological Institute of Technical Physics and Radio Engineering". Mendeleevo, Moscow Region, Russian Federation Presented by Academician of the RAS V.I. Pustovoit

The article presents first experimental studies of "quantum level". The operation principle of this device is based on measuring the effect of time dilation in a gravitational field using a transported quantum clock and method of relativistic synchronization. Orthometric heights difference was measured between two points, one of them was located in the Moscow region, the one of them in Nizhny Novgorod. Distance between two points was about 480 km. Russian transportable atomic clocks with relative instability  $1 \times 10^{-15}$  were used in the experiment. It provided 9.1 m measurement error.

Keyworlds: quantum level, atomic clock, gravitational time shift, gravitational potential difference, orthometric height

### ——— ФИЗИКА ——

УЛК 532.5

# ЗАДЕРЖКА ФОРМИРОВАНИЯ КАВЕРНЫ В ИНТРУЗИВНОМ РЕЖИМЕ СЛИЯНИЯ СВОБОДНО ПАДАЮЩЕЙ КАПЛИ С ПРИНИМАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

© 2021 г. Ю. Д. Чашечкин<sup>1,\*</sup>, А. Ю. Ильиных<sup>1,\*\*</sup>

Представлено академиком РАН В.Ф. Журавлевым 12.10.2020 г. Поступило 13.10.2020 г. После доработки 13.10.2020 г. Принято к публикации 21.10.2020 г.

Методами фото- и видеорегистрации впервые прослежена динамика формирования каверны в интрузивном режиме слияния свободно падающей капли, плавно втекающей в жидкость. Каверна начинает формироваться при погружении донной части капли, когда линия слияния стягивается к центру течения и одновременно с уничтожением поверхности капли восстанавливается поверхность принимающей жидкости. При этом изменяется ориентация тонких течений — лигаментов, образующихся в окрестности линии слияния. В начальной фазе они направлены наружу и распределяют импульс и энергию капли по всей поверхности интрузии. Стягивание линии слияния оставляет передаваемую энергию и импульс капли в пятне контакта. Если кинетическая энергия падающей капли заметно превосходит потенциальную поверхностную энергию, каверна начинает формироваться при первичном контакте и углубляется в течение всего процесса слияния, захватывая вещество капли.

Ключевые слова: капля, погружение, каверна, интрузия, режимы слияния

**DOI:** 10.31857/S268674002101003X

С развитием фото- и видеотехники в картине слияния капли с жидкостью, включающей каверну, венец, брызги, всплеск [1], капиллярные и акустические волны [2], выделены новые компоненты. Многочастотная подсветка в оптическом и рентгеновском диапазонах [3] показала первоначальную многослойность тонкой пелены [4], сливающейся в венец. С вершин шипов на зубцах пелены циклически выбрасываются группы мелких капелек [5]. Контакт капли сопровождается генерацией высокочастотного звукового пакета [2, 6]. С целью уточнения механизмов генерации звука изучаются механизмы формирования осциллирующих единичных [7] и групп пузырьков, образующих кольцевые структуры [8].

Вещество капли захватывается кольцевым вихрем, охватывающим каверну, и частично остается на поверхности жидкости [9, 10]. Падающая капля растекается равномерно или образует полосчатые структуры под действием процессов быстрой конверсии доступной потенциальной

Изучение динамики каверны связано с развитием методов дистанционного зондирования Земли и обусловлено зависимостью рассеянного сигнала от размеров неоднородностей водной поверхности [13]. В данных опытах впервые прослежена динамика запаздывающего процесса формирования каверны в интрузивном режиме слияния.

Капли падали в бассейн размером  $30 \times 30 \times 5$  см или  $10 \times 10 \times 7$  см, заполненный водопроводной водой [14]. Картина течения освещалась прожекторами ReyLab Xenos RH-1000 или светодиодными источниками Optronis MultiLED и регистрировалась видеокамерой Optronis CR 300x2 или фотоаппаратом Canon EOS 350D, которые запускались фотоприемником, регистрирующим пролет капли (методика приведена в [6, 10]).

Параметры процесса — плотности воздуха  $\rho_a$  и воды  $\rho_d$  (далее  $\rho_{a,d}$ ); кинематическая  $\nu_{a,d}$  и динамическая  $\mu_{a,d}$  вязкости сред; полный  $\sigma_d^a$  и нормированный коэффициент поверхностного натяже-

поверхностной энергии [10]. Эксперименты дополняют аналитические [11] и численные [12] исследования капельных течений на основе системы уравнений Навье—Стокса.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: chakin@ipmnet.ru

<sup>\*\*</sup>E-mail: ilynykh@ipmnet.ru

ния  $\gamma = \frac{\sigma_d^a}{\rho_d}$  см³/с²; ускорение свободного падения g , диаметр D, площадь поверхности  $S_d$ , объем V, масса M, скорость U в момент контакта и длительность слияния капли  $\tau_D = \frac{D}{U}$  с; доступная потенциальная поверхностная энергия (ДППЭ)  $E_\sigma = \sigma S_d$ , сосредоточенная в шаровом слое толщиной порядка размера молекулярного кластера  $\delta_\sigma \sim 10^{-6}$  см, и кинетическая энергия  $E_d = \frac{MU^2}{2}$ . Характерное время преобразования поверхностной энергии в другие формы зависит от скорости капли, определяющей длительность слияния приповерхностных слоев  $\tau_\sigma \sim \frac{\delta_\sigma}{U} \ll \tau_D$ .

Капли воды или водного раствора ализариновых чернил диаметром D=0.42 см свободно падали с высоты 0.6 < H < 200.0 см. Скорость при контакте 0.34 < U < 4.3 м/с определялась по видеофильмам. Поверхностная энергия капли составляла  $E_{\sigma}=4$  мкДж, кинетическая лежала в диапазоне  $2.24 < E_k < 360$  мкДж. Параметры опытов: число Рейнольдса  $1450 < \mathrm{Re} = \frac{UD}{v} < 18000$ , Фруда  $2.8 < \mathrm{Fr} = \frac{U^2}{gD} < 450$ , Бонда  $\mathrm{Bo} = \frac{gD^2}{\gamma} = 2.39$ , Онезорге  $\mathrm{Oh} = \frac{v}{\sqrt{\gamma D}} = 0.0018$ , Вебера  $6.7 < \mathrm{We} = \frac{U^2D}{\gamma} < 1100$ .

Динамика и геометрия течения при слиянии капли с принимающей жидкостью зависят от отношения ДППЭ  $E_{\sigma}$  кинетической энергии  $E_k$ . При малых скоростях падения ( $E_k < E_{\sigma}$ ), когда втекающая капля образует интрузию — сплошной объем окрашенной жидкости, формирование каверны начинается с задержкой. При больших скоростях падения капли сразу формируются каверна и венец, равномерно или дискретно окрашенные веществом капли.

Выборки из видеограммы картины течения в интрузивном режиме приведены на рис. 1 (здесь вблизи поверхности жидкости имеется "слепая зона" высотой около 1.5 мм, вызванная капиллярным поднятием у стенки). На короткой траектории капля не стягивается в шар и состоит из центрального цилиндрического участка и двух оголовков — нижнего сферического и плоского верхнего. Скорость капли диаметром D=0.42 см равна U=0.34 м/с, ДППЭ  $E_{\sigma}=4$  мкДж больше кинетической  $E_k=2.24$  мкДж, безразмерные числа равны R=1450, R=2.8, R=2.8, R=2.8, R=3.9, R

рует и покрыта короткими капиллярными волнами длиной  $\lambda_c = 0.46$  и 0.54 мм (t = 0.0 мс, рис. 1).

При погружении головной части круговая линия контакта сливающихся жидкостей, на которой происходит освобождение ДППЭ и образование тонких приповерхностных течений — лигаментов, движется наружу [10]. Лигаменты распределяют энергию и импульс слившейся части капли по поверхности втекающей жидкости, которая образует интрузию с выпуклыми нижней и верхней границами, в центре которой располагается остаток капли, принимающий коническую форму ( $t = 6.4 \, \text{мc}$ , рис. 1). От линии контакта в обе стороны бегут кольцевые капиллярные волны.

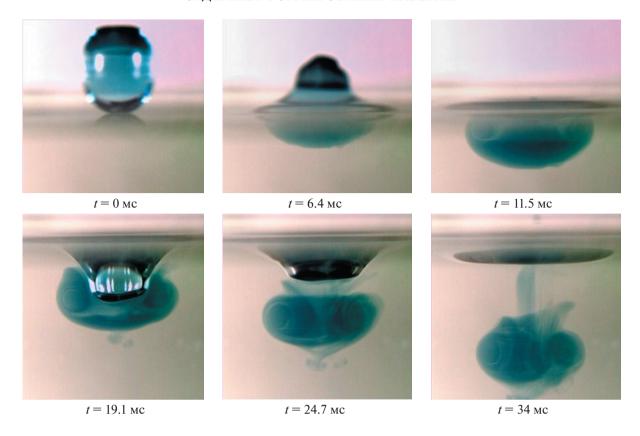
При погружении донной части капли линия слияния стягивается к центру течения, площадь пятна контакта убывает, и одновременно с аннигиляцией поверхности капли формируется новая свободная поверхность. Теперь лигаменты переносят часть переходящей энергии и импульса капли в пятно контакта. При этом скорость роста ширины каверны резко уменьшается с  $v_r = 2.13$  м/с при t = 6.0 мс до  $v_r = 0.44$  м/с при t = 6.2 мс.

Часть интрузии отрывается от свободной поверхности и сворачивается в кольцевой вихрь с диаметрами ядра  $d_i=1.93~\mathrm{mm}$  и оболочки  $D_i=6.63~\mathrm{mm}$ , часть остается в приповерхностном слое ( $t=11.5~\mathrm{mm}$ ), при этом поверхность жидкости плавно прогибается, и в ее центре формируется каверна с коническим основанием и цилиндрической центральной частью (не видна в данной проекции). Размеры каверны быстро увеличиваются, и при  $t=19.1~\mathrm{mm}$  се глубина равна  $h_c=3.1~\mathrm{mm}$ , диаметры центральной цилиндрической части  $d_c=3.24~\mathrm{mm}$ , основания на свободной поверхности  $d_s=6.57~\mathrm{mm}$ .

Растущая каверна "проталкивает" центральную часть вихря, тороидальное ядро которого отстает на высоту  $h_i=1.73\,$  мм от нижней кромки интрузии, с вершины которой выбрасывается мелкое вихревое колечко  $d_1=0.58\,$  мм и новый тороидальный вихорек диаметром  $d_v=0.8\,$  мм на ножке  $d_b=0.64\,$  мм и высотой  $h_b=0.1\,$  мм.

Под действием сил плавучести каверна схлопывается (t = 24.7 мс, рис. 1) и отрывается от равномерно погружающейся интрузии, восстанавливающей тороидальную форму. Размеры вихорьков под интрузией медленно растут.

После схлопывания каверны в жидкости остается тороидальный вихрь с оголовком диаметром  $D_i=5.7\,$  мм, от которого отслаивается окрашенная пелена, связанный ножкой диаметром  $d=2\,$  мм с приповерхностной линзой диаметром  $D_s=9.4\,$  мм при  $t=34\,$  мс, окрашенной жидкостью капли. Далее приповерхностная часть интрузии продолжает расширяться и истончаться, вихрь, замедляясь, погружается в жидкость.



**Рис. 1.** Формирование интрузии, каверны и вихорьков при медленном слиянии с водой капли раствора чернил (концентрация 1:1000), ширина кадра -1 см.

Эволюция картины течения на свободной поверхности (наблюдение под углом 65° к горизонту) при слиянии капли разбавленного раствора чернил (концентрация 1 : 2500) с водой показана на рис. 2 (D=0.42 см, U=0.34 м/с,  $E_{\sigma}=4$  мкДж,  $E_k=2.24$  мкДж, Re = 1450, Fr = 2.8, Bo = 2.39, Oh = 0.0018, We = 6.7). Тени и каустики прорисовывают впадину кольцевой капиллярной волны у вершины капли.

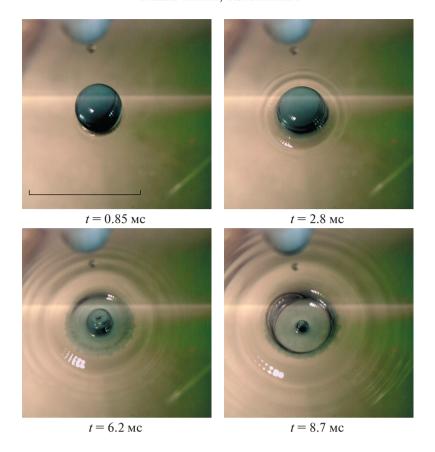
В области слияния капли, на расстоянии  $\Delta r = 1.17$  от кольцевой капиллярной волны, располагается край интрузии диаметром  $d_i = 4.6$  мм с неоднородным распределением вещества (t = 0.85 мс, рис. 2). В верхней части рисунка около среза сопла виден падающий вторичный сателлит — остаток перемычки — диаметром  $d_s = 0.88$  мм.

Со временем растет число капиллярных волн на остатке капли и в принимающей жидкости длиной  $\lambda_c=3.3,\ 3.4,\ 3.7,\ 3.9$  и 6.4 мм (t=2.8 мс, рис. 2). Растекающаяся жидкость располагается в круге диаметром  $d_i=5.0$  мм внутри кольца волн. Здесь свободная поверхность гладкая и выпуклая, каверна отсутствует. Нижняя часть капли расширяется, следуя течению в интрузии.

Каверна диаметром  $d_c=5.47$  мм появляется, когда часть капли погрузилась, и диаметр остатка капли равен d=2.3 мм (t=6.2 мс, рис. 2). Стенки каверны визуализируют темные окружности и каустика в направлении на 13 часов. Окрашенная жидкость вокруг каверны лежит в кольце диаметром  $d_i=6.25$  мм и шириной  $\Delta r_i=0.98$  мм, на внешнем контуре которого с шагом  $\Delta l_{\phi}=0.4\pm0.1$  мм видны радиальные петлистые структуры толщиной  $\Delta r_p\sim 1$  мм, выступающие за границу окрашенной области на  $\Delta r_e=0.2$  мм.

В центре углубляющейся каверны остается выступ ( $d_d=1.2$  мм, t=8.7 мс, рис. 2). Остаток каверны и группу кольцевых волн длиной  $\lambda_c=4.6$ , 6.7, 7.34, 7.8, 8.7, 12 мм разделяет гладкое кольцо шириной  $\Delta r_r=3.26$  мм. Диаметр области окрашенной жидкости здесь уменьшается при коллапсе каверны, как и на рис. 1, t=34 мс.

При больших скоростях падения на начальном этапе вещество капли оказывается сосредоточенным на стенках каверны (рис. 3, D=0.42 см, U=4.3 м/с, Re = 18 000, Fr = 450, Bo = 2.39, Oh = 0.0018, We = 1100,  $E_k=358.6$  мкДж,  $E_\sigma=4$  мкДж, t=0.5 мс). Со временем растут размеры каверны, венца и пелены с заостренными зубцами (t=2 мс,



**Рис. 2.** Капля водного раствора ализариновых чернил (концентрация 1 : 2500) погружается в чистую воду, длина метки 1 см.

рис. 3). К вершинам зубцов примыкают шипы, с заостренных окончаний которых вылетают брызги. Вещество капли образует линейчатые структуры на поверхности каверны и венца [10].

Постепенно вещество капли на стенках каверны начинает вторгаться в окружающую среду чуть быстрее, чем движется стенка каверны, и ее контур приобретает неровную форму с выступающими участками ( $t=11\,$  мс, рис. 3). Пелена над венцом начинает смыкаться, однако окончания шипов все еще ориентированы наружу. Толщина венца, купола и размеры капель увеличиваются, и неравномерность окраски дна каверны становится более выраженной ( $t=26\,$  мс, рис. 3). Длина капиллярных волн на поверхности купола убывает от  $0.8\,$  до  $0.75\,$  мм к вершине купола.

Из сравнения рис. 1, 3 и данных измерений на рис. 4 следует, что картина течения зависит от отношения ДППЭ  $E_{\sigma}$  и кинетической энергии капли  $E_k$ . Для медленно падающей капли, когда  $E_{\sigma} > E_k$ , на начальном участке до метки II (a при t < 5.32 мс), когда одновременно уничтожаются поверхности обеих жидкостей, капля быстро растекается, ее ширина аппроксимируется функци-

ей  $w_i = 0.2t^2 + 5.3$  (кривая *1*, участок *a*, заштрихован интервал скрытого положения каверны).

Скорость роста ширины интрузии уменьшается после погружения фронтальной части капли с 2.13 до 0.44 м/с при t=6.2 мс (метка III). Формирование новой поверхности принимающей жидкости вызывает замедление роста ширины интрузии (кривая t=1.7), которая достигает максимума при t=1.7), которая достигает максимума при t=1.70 мс (метка IV, окончание слияния капли). Глубина интрузии на всем интервале наблюдения t=1.71 мс (кривая t=1.72, рис. 4) линейно растет t=1.73 мс (кривая t=1.73, рис. 4) линейно растет t=1.74, гостра интерва t=1.75, котора интерва t=1.75, котора интерва t=1.76, котора интерва t=1.77, котора интерва t=1.77, котора интерва t=1.77, котора интерва t=1.78, котора интерва t=1.79, интейно растет t=1.79, интейно растет

Ширина формирующейся каверны  $w_c = 0.008t^3 - 0.468t^2 + 9t - 53.5$  (участок c кривой d) и ее глубина d0 растут практически синхронно. Глубина каверны достигает максимума при d1 хаверна начинает быстро расширяться (d0, глубина — медленно спадать (d0, d1) на участке d1, высота интрузии начинает превышать ее ширину.

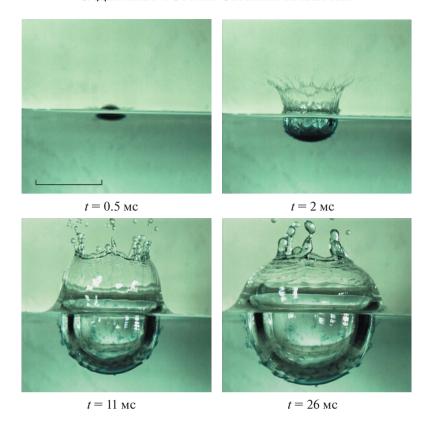
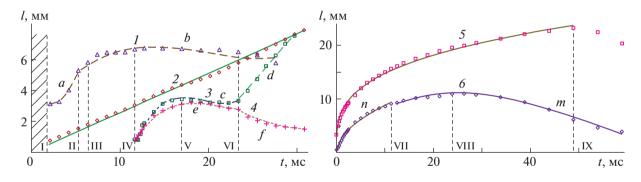


Рис. 3. Слияние капли водного раствора ализариновых чернил (концентрация 1 : 200) с водой, длина метки 1 см.



**Рис. 4.** Геометрия течения: кривые 1, 2 — диаметр и глубина погружения интрузии, 3, 4 — диаметр цилиндрической части и глубина каверны в интрузивном режиме, 5, 6 — диаметр и глубина каверны в режиме растекания капли.

При слиянии быстро падающей капли ( $\tau_D = 0.98$  мс) фаза роста горизонтального размера каверны (кривая 5) описывается степенной функцией  $w_c = 7.4t^{0.3}$  вплоть до t = 49 мс (метка IX). Затем ширина каверны начинает медленно убывать. Глубина каверны на начальном этапе растет монотонно  $h_c = 2.8t^{0.5}$  (участок n кривой 6) до t = 11.4 мс (метка VII), достигает максимума при t = 24 мс (метка VIII) и далее монотонно спадает  $h_c = 0.00013t^3 - 0.021t^2 + 0.81t + 2$  (участок m кривой 6).

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Опыты проведены на стендах УИУ "ГФК ИПМех РАН". Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 19-19-00598).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Worthington A. The splash of the drop. N.Y.: E. & J.B. Young & Co, 1895.
- Prosperetti A., Oguz H.N. // Annu. Rev. Fluid Mech. 1993. V. 25. P. 577–602.
- 3. Fezzaa K., Wang Y.J. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100 (10). 104501.

- 4. Zhang L.V., Toole J., Fezzaa K., Deegan R.D. // J. Fluid Mech. 2012. V. 690. P. 5–15.
- Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2020. Т. 494. С. 42–46.
- 6. *Чашечкин Ю.Д.*, *Прохоров В.Е.* // Акустический журнал. 2020. Т. 66. № 4. С. 377—390.
- Hendrix M.H., Bouwhuis W., van der Meer D., Lohse D., Snoeijer J.H. // J. Fluid Mech. 2016. V. 789. P. 708– 725
- 8. Thoraval M.-J., Takehara K., Etoh T.G., Thoroddsen S.T. // J. Fluid Mech. 2013. V. 724. P. 234–258.
- 9. Rein M. // J. Fluid Mech. 1996. V. 306. P. 145–165.

- 10. *Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю.* // Доклады РАН. 2018. Т. 481. № 2. С. 145—150.
- Korobkin A.A., Pukhnachev V.V. // Annu. Rev. Fluid Mech. 1988. V. 20. P. 159–185.
- 12. Berberović E., van Hinsberg N.P., Jakirlić S., Roisman I.V., Tropea C. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. 036306.
- Райзер В.Ю., Черный И.В. Микроволновая диагностика поверхностного слоя океана. СПб.: Гидрометеоиздат, 1994. 231 с.
- 14. УИУ "ГФК ИПМех PAH": http://www.ipmnet.ru/uniqequip/gfk/#equip

# DELAY OF CAVITY FORMATION IN THE INTRUSIVE MODE OF A FREELY FALLING DROP COALESCENCE WITH A TARGET LIQUID

### Yu. D. Chashechkin<sup>a</sup> and A. Yu. Ilinykh<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
Presented by Academician of the RAS V.F. Zhuravlev

The dynamics of a cavity formed in the intrusive mode of coalescence of a freely falling drop flowing smoothly into the liquid have been for the first time traced by the methods of photo and video registration. The cavity begins to form when the downstream part of the drop is submerging, of the fluid coalescence line contracts to the center of the flow, and simultaneously with the annihilation of the drop surface, the surface of the target liquid is restored. In this case, the orientation of thin trickles — ligaments, formed in the vicinity of the contact line, changes. In the initial phase, when the upstream part of the drop coalesce they are directed outward and distribute the transmitted momentum and energy of the drop over the entire surface of the intrusion. The retraction of the coalescence line leaves the transmitted energy and momentum of the drop in the contact patch. If the kinetic energy of the falling drop noticeably exceeds the potential surface energy, the cavity begins to form at the initial contact of fluids and deepens during the entire coalescence process, capturing the drop matter.

Keywords: drop, coalescence, cavity, intrusion, modes of coalescence

### **\_\_\_\_\_** МЕХАНИКА **\_\_\_**

УЛК 539.3: 517.958

# ПРИМЕНЕНИЕ ПОДХОДА КЕЛЬВИНА ДЛЯ КАЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ ВОЗМОЖНОСТИ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В СПЛАВАХ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

© 2021 г. Академик РАН Б. Д. Аннин<sup>1,2,\*</sup>, Н. И. Остросаблин<sup>1,\*\*</sup>, Р. И. Угрюмов<sup>1,2,\*\*\*</sup>

Поступило 21.12.2020 г. После доработки 21.12.2020 г. Принято к публикации 24.12.2020 г.

Предложено использовать понятие собственных модулей и собственных состояний из линейной теории упругости для оценки возможности фазовых переходов (мартенситные превращения) в сплавах с эффектом памяти формы. Для сплавов с кубической и гексагональной решетками приведены их собственные модули и собственные состояния. Удельная энергия деформации для кубической и гексагональной фазы записывается в виде суммы шести независимых слагаемых. Предлагается сравнивать удельные энергии деформации в кубической и гексагональной фазах. Если в гексагональной фазе энергия деформации больше, чем в кубической, то сплав может стремиться вернуться в исходное состояние с меньшей энергией. Возможно также использовать для сравнения энергий в разных фазах формулы ближайших по евклидовой энергетической норме тензоров к кубическому и гексагональному тензорам. Приведены примеры для некоторых конкретных значений констант упругости.

*Ключевые слова:* собственные модули и состояния, сплавы с эффектом памяти формы, постоянные упругости, кубическая и гексагональная решетки, удельная энергия деформации

**DOI:** 10.31857/S2686740021010028

Эффектом памяти формы называют наблюдаемое для некоторых материалов явление полного или частичного восстановления первоначальных размера и формы образца при нагревании до определенной температуры. Материалы, в которых проявляется эффект памяти формы, называются материалами с памятью формы. Материалы с памятью формы известны с середины прошлого века, однако уже нашли широкое применение в разных областях техники и медицины [1, 2].

Фазовые превращения свойственны материалам, кристаллическая решетка которых имеет два состояния, одно из которых устойчиво при низких температурах, а другое — при более высоких. Если материал обладает таким свойством, его высокотемпературную фазу называют аустенитом, низкотемпературную — мартенситом, а переход между ними — мартенситным превращением. В процессе мартенситного превращения образуется новая кристаллическая структура, энергия которой отлична от энергии первоначальной структуры. Эта

энергия зависит от температуры, и если энергия конечной структуры превышает энергию начальной, возникает обратное превращение. Таким образом, в большинстве случаев мартенситное превращение является обратимым.

В данной работе предлагается, не углубляясь в металловедческие вопросы, в первом приближении применить собственные модули и состояния линейной теории упругости и сравнивать удельные энергии деформации в разных фазах. В работе [3] говорится, что, например, у кобальта мартенситное превращение состоит в переходе гранецентрированной кубической решетки в гексагональную плотноупакованную. Это превращение полностью обратимо, но разные фазы должны иметь разную энергию. Причем у кобальта плотность в разных фазах почти одинаковая. Для титана и сплавов титан—никель также кубическая решетка переходит в гексагональную, или ромбоэдрическую, или орторомбическую.

Собственные модули и состояния, восходящие к идеям Кельвина, но надолго забытые, в последние десятилетия постепенно находят применение в теориях упругости, пластичности, наследственной упругости [4—6].

В линейной теории упругости свойства упругости материалов определяются взаимно обратными матрицами A модулей упругости и  $a=A^{-1}$  коэффициентов податливости. В общем случае матрицы A и  $a=A^{-1}$  упругих по Грину материалов

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук, Новосибирск, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Новосибирский национальный исследовательский государственный университет, Новосибирск, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: annin@hydro.nsc.ru

<sup>\*\*</sup>E-mail: o.n.i@ngs.ru

<sup>\*\*\*</sup>E-mail: riugryumov@mail.ru

содержат 21 независимый элемент  $A_{ij} = A_{ji}$ ,  $a_{ij} = a_{ji}$ , i, j = 1, ..., 6. Обобщенный закон Гука

$$\sigma_i = A_{ij}\varepsilon_j, \quad \varepsilon_i = a_{ij}\sigma_j, \quad i, j = 1,...,6,$$
 (1)

связывает напряжения  $\sigma_i$  и деформации  $\varepsilon_j$ . В (1) и далее по повторяющимся индексам проводится суммирование. В декартовой прямоугольной системе координат  $x_i$ , i=1,2,3, напряжениям  $\sigma_i$  и деформациям  $\varepsilon_i$  соответствуют симметричные тензо-

ры второго ранга 
$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$
 и  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} = \frac{\partial_i u_j + \partial_j u_i}{2}$ . Здесь

 $u_1,\ u_2,\ u_3$  — компоненты вектора смещения;  $\partial_i$  — производные по координате  $x_i$ . Матрицам  $A_{ij},\ a_{ij}$  соответствуют тензоры четвертого ранга  $A_{ijkl}=A_{jikl}=A_{klij}$  модулей упругости и  $a_{ijkl}=a_{jikl}=a_{klij}$  коэффициентов податливости.

Симметричные невырожденные матрицы A = A', a = a' в (1) представляются в виде [4]

$$A = T\Lambda T', \quad a = A^{-1} = T\Lambda^{-1}T', \tag{2}$$

где  $T=[t_{ip}]$ — ортогональная матрица, т.е. T'T=E (E — единичная матрица, штрих означает транспонирование матрицы), а  $\Lambda=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4,\lambda_5,\lambda_6)$ , ( $\lambda_i>0$ ) — диагональная матрица. Собственные модули ( $\lambda_i,i=1,...,6$ , и собственные состояния  $t_{ip},i,p=1,...,6$ , являются собственными числами и собственными векторами матрицы A в (1) [4]. Столбцы  $t_{ip},p=1,...,6$ , ортогональной матрицы  $T=[t_{ip}]$  образуют ортогональный базис в шестимерном пространстве напряжений  $\sigma_i$  и деформаций  $\varepsilon_i$ , при этом

$$\sigma_i = t_{ip}\tilde{\sigma}_p, \quad \tilde{\sigma}_p = t_{ip}\sigma_i, \quad \varepsilon_j = t_{jq}\tilde{\varepsilon}_q, \quad \tilde{\varepsilon}_q = t_{jq}\varepsilon_j.$$
 (3)

Закон Гука (1) с учетом (2), (3) записывается в матричном виде  $T'\sigma = \Lambda T'\varepsilon$ , или в виде шести независимых инвариантных равенств

$$t_{i1}\sigma_i = \lambda_1 t_{j1}\varepsilon_j, \quad t_{i2}\sigma_i = \lambda_2 t_{j2}\varepsilon_j, \quad t_{i3}\sigma_i = \lambda_3 t_{j3}\varepsilon_j,$$
 (4)

$$t_{i4}\sigma_i = \lambda_4 t_{j4}\varepsilon_j, \quad t_{i5}\sigma_i = \lambda_5 t_{j5}\varepsilon_j, \quad t_{i6}\sigma_i = \lambda_6 t_{j6}\varepsilon_j.$$

Ввиду (4) удельная энергия деформации представляется в виде суммы шести независимых слагаемых

$$2\Phi = \tilde{\sigma}_{p}\tilde{\varepsilon}_{p} = (t_{ip}\sigma_{i})(t_{jp}\varepsilon_{j}) = \lambda_{1}(t_{j1}\varepsilon_{j})^{2} + \lambda_{2}(t_{j2}\varepsilon_{j})^{2} + (5)$$
$$+ \lambda_{3}(t_{i3}\varepsilon_{i})^{2} + \lambda_{4}(t_{i4}\varepsilon_{i})^{2} + \lambda_{5}(t_{i5}\varepsilon_{i})^{2} + \lambda_{6}(t_{i6}\varepsilon_{i})^{2}.$$

Собственные модули  $\lambda_i$ , p = 1, ..., 6, являются экстремальными значениями удельной энергии деформации (5).

Допустим, что сплав с памятью формы имеет кубическую решетку, для которой матрица  $A_{ij}$  в главных осях симметрии содержит три ненулевых постоянных:  $A_{11}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{44}$ . Собственные модули  $\lambda_i$  и собственные состояния  $t_{ip}$  в этом случае равны [4]:

$$\lambda_1 = A_{11} + 2A_{21}, \quad \lambda_2 = \lambda_3 = A_{11} - A_{21},$$

$$\lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = A_{44};$$
(6)

$$t_{ip} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{2}{\sqrt{6}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (7)

Удельная энергия деформации (5) для случая кубической решетки с учетом формул (6), (7) записывается в виде

$$2\Phi = \tilde{\sigma}_{p}\tilde{\epsilon}_{p} = (t_{ip}\sigma_{i})(t_{jp}\epsilon_{j}) = \lambda_{1}(t_{j1}\epsilon_{j})^{2} + \\ + \lambda_{2}[(t_{j2}\epsilon_{j})^{2} + (t_{j3}\epsilon_{j})^{2}] + \\ + \lambda_{4}[(t_{j4}\epsilon_{j})^{2} + (t_{j5}\epsilon_{j})^{2} + (t_{j6}\epsilon_{j})^{2}] = \\ = \lambda_{1}\frac{1}{3}(\epsilon_{1} + \epsilon_{2} + \epsilon_{3})^{2} + \\ + \lambda_{2}\left[\frac{1}{6}(\epsilon_{1} + \epsilon_{2} - 2\epsilon_{3})^{2} + \frac{1}{2}(\epsilon_{1} - \epsilon_{2})^{2}\right] + \\ + \lambda_{4}(\epsilon_{4}^{2} + \epsilon_{5}^{2} + \epsilon_{6}^{2}).$$
(8)

Матрица  $A_{ij}$  для гексагональной решетки с осью симметрии  $x_3$  содержит пять независимых постоянных, при этом собственные модули и состояния следующие [5]:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ A_{11} + A_{21} + A_{33} \pm \sqrt{(A_{11} + A_{21} - A_{33})^2 + 8A_{31}^2} \right], (9)$$

$$\lambda_3 = \lambda_6 = A_{11} - A_{21}, \quad \lambda_4 = \lambda_5 = A_{44};$$

$$t_{ip} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha & -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha & -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin \alpha & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, (10)$$

$$tg2\alpha = \frac{2\sqrt{2}A_{31}}{A_{11} + A_{21} - A_{33}}$$

Удельная энергия деформации (5) для случая (9), (10) равна

$$2\Phi = \tilde{\sigma}_{p}\tilde{\epsilon}_{p} = (t_{ip}\sigma_{i})(t_{jp}\epsilon_{j}) =$$

$$= \lambda_{1}(t_{j1}\epsilon_{j})^{2} + \lambda_{2}(t_{j2}\epsilon_{j})^{2} + \lambda_{3}[(t_{j3}\epsilon_{j})^{2} + (t_{j6}\epsilon_{j})^{2}] +$$

$$+ \lambda_{4}[(t_{j4}\epsilon_{j})^{2} + (t_{j5}\epsilon_{j})^{2}] =$$

$$= \lambda_{1}\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\alpha(\epsilon_{1} + \epsilon_{2}) + \sin\alpha\epsilon_{3}\right]^{2} +$$

$$+ \lambda_{2}\left[-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\alpha(\epsilon_{1} + \epsilon_{2}) + \cos\alpha\epsilon_{3}\right]^{2} +$$

$$+\lambda_3 \left[ \frac{1}{2} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + \varepsilon_6^2 \right] + \lambda_4 (\varepsilon_4^2 + \varepsilon_5^2). \tag{11}$$

Предлагается сравнить удельную энергию (8) фазы с кубической решеткой с удельной энергией (11) фазы с гексагональной решеткой. Как связаны элементы матриц  $A_{ij}$ , если это матрицы модулей упругости одного материала в разных фазах? Возможно, нужно взять матрицу  $C_{ij}$  ближайшего по энергетической (евклидовой) норме гексагонального (трансверсально-изотропного) тензора к кубическому тензору [7]. Или взять матрицу  $C_{ij}$  ближайшего кубического тензора к гексагональному тензору [7].

Удельная энергия (11) в случае ближайшего по энергетической норме гексагонального тензора к кубическому тензору имеет вид

$$\begin{split} 2\Phi &= \lambda_{1} \frac{1}{3} (\epsilon_{1} + \epsilon_{2} + \epsilon_{3})^{2} + \lambda_{2} \frac{1}{6} (\epsilon_{1} + \epsilon_{2} - 2\epsilon_{3})^{2} + \\ &+ \frac{1}{2} (\lambda_{2} + \lambda_{4}) \left[ \frac{1}{2} (\epsilon_{1} - \epsilon_{2})^{2} + \epsilon_{6}^{2} \right] + \lambda_{4} (\epsilon_{4}^{2} + \epsilon_{5}^{2}). \end{split} \tag{12}$$

В (8), (12) модули  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_4$  одинаковые и равны (6). Теперь, вычитая из (12) выражение (8), получим:

$$2(\Phi^{(h)} - \Phi^{(c)}) = \frac{1}{2}(\lambda_2 - \lambda_4) \left[ -\frac{1}{2}(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + \epsilon_6^2 \right] =$$

$$= \frac{1}{2}A \left[ -\frac{1}{2}(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + \epsilon_6^2 \right] =$$

$$= A \left[ -\left(\frac{\epsilon_{11} - \epsilon_{22}}{2}\right)^2 + \epsilon_{21}^2 \right].$$
(13)

Знак разности (13) зависит от знака величины A= =  $\lambda_2-\lambda_4=A_{11}-A_{21}-A_{44}$  и соотношений между

сдвиговыми деформациями  $\frac{\epsilon_{11} - \epsilon_{22}}{2}$  и  $\epsilon_{21}$  в плоскости изотропии. Если выражение (13) больше нуля, то гексагональная фаза имеет большую удельную энергию (12), чем кубическая фаза с удельной энергией (8). Тогда при изменении температуры гексагональная фаза сплава с памятью формы может иметь стремление вернуться в кубическую фазу с меньшей удельной энергией деформации.

Далее рассмотрим некоторые конкретные сплавы и кристаллы. Например, для кубических монокристаллов TiNi постоянные  $A_{ij}$  следующие (в  $10^{11}$  Па) [8]:  $A_{11}=1.645, A_{21}=1.335, A_{44}=0.66,$  при этом собственные модули (6) равны  $\lambda_1=4.315, \lambda_2=\lambda_3=0.31, \lambda_4=\lambda_5=\lambda_6=0.66.$  Величина  $A=\lambda_2-\lambda_4=0.35<0$ , и разность (13) больше нуля, если  $\epsilon_{21}^2-\left(\frac{\epsilon_{11}-\epsilon_{22}}{2}\right)^2<0.$  Последнее неравенство может иметь место при отсутствии сдвиговых деформаций  $\epsilon_{21}$ .

Для гексагональных кристаллов Со постоянные  $A_{ij}$  следующие (в  $10^{11}$  Па) [9]:  $A_{11}=3.071, A_{21}=$ 

= 1.650,  $A_{31}$  = 1.027,  $A_{33}$  = 3.591,  $A_{44}$  = 1.510. Для этих значений собственные модули (9) равны  $\lambda_1$  = 5.603,  $\lambda_2$  = 2.699,  $\lambda_3$  = 1.421,  $\lambda_4$  = 1.510. Собственные состояния определяются по формулам (10), при этом tg2 $\alpha$  = 2.548, sin $\alpha$  = 0.563, cos $\alpha$  = 0.826.

В работе [10] приведены три варианта значений  $A_{ij}$  для кубической фазы Со. Возьмем среднее значение из этих трех вариантов (в  $10^{11}$  Па):  $A_{11} = 2.287$ ,  $A_{21} = 1.68$ ,  $A_{44} = 2.2$ , при этом собственные модули (6) равны  $\lambda_1 = 5.647$ ,  $\lambda_2 = \lambda_3 = 0.607$ ,  $\lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = 2.2$ , а собственные состояния имеют вид (7).

Запишем удельные энергии деформации для гексагональной и кубической фаз Со:

$$2\Phi^{(h)} = 5.603\tilde{\varepsilon}_1^2 + 2.699\tilde{\varepsilon}_2^2 + +1.421(\tilde{\varepsilon}_3^2 + \tilde{\varepsilon}_6^2) + 1.510(\tilde{\varepsilon}_4^2 + \tilde{\varepsilon}_5^2),$$
(14)

$$2\Phi^{(c)} = 5.647\tilde{\epsilon}_1^2 + 0.607(\tilde{\epsilon}_2^2 + \tilde{\epsilon}_3^2) + 2.2(\tilde{\epsilon}_4^2 + \tilde{\epsilon}_5^2 + \tilde{\epsilon}_6^2),$$

где деформации  $\tilde{\epsilon}_p = t_{jp} \epsilon_j$ , p = 1, ..., 6, для каждой фазы определяются с учетом собственных состояний (7) и (10). Соотношения между энергиями  $2\Phi^{(h)}$  и  $2\Phi^{(c)}$  в (14) зависят от соотношений между деформациями  $\tilde{\epsilon}_p^{(h)}$  и  $\tilde{\epsilon}_p^{(c)}$ , причем каждое слагаемое в выражениях (14) независимо от других слагаемых. Но ввиду (7), (10) деформации  $\tilde{\epsilon}_p^{(h)}$  и  $\tilde{\epsilon}_p^{(c)}$  при p = 3, 4, 5, 6 совпадают.

В работе [11] приведены значения  $A_{ij}$  для кубической и гексагональной фаз сплава кобальта— никеля. Постоянные кубической фазы (в  $10^{11}$  Па) равны  $A_{11}=2.387, A_{21}=1.553, A_{44}=2.630$ , а постоянные гексагональной фазы равны  $A_{11}=3.260, A_{21}=1.606, A_{31}=0.954, A_{33}=3.584, A_{44}=1.480.$  Для этих значений находим собственные модули (6):  $\lambda_1=5.493, \ \lambda_2=\lambda_3=0.834, \ \lambda_4=\lambda_5=\lambda_6=2.630, \ и$  собственные состояния (7). Далее находим для гексагональной фазы собственные модули (9):  $\lambda_1=5.719, \lambda_2=2.731, \lambda_3=\lambda_6=1.654, \lambda_4=\lambda_5=1.480.$  Собственные состояния определяются по формулам (10), при этом  $\log \alpha=2.105, \sin \alpha=0.534, \cos \alpha=0.845.$ 

Запишем удельные энергии деформации для гексагональной и кубической фаз CoNi:

$$2\Phi^{(h)} = 5.719\tilde{\epsilon}_{1}^{2} + 2.731\tilde{\epsilon}_{2}^{2} + +1.654(\tilde{\epsilon}_{3}^{2} + \tilde{\epsilon}_{6}^{2}) + 1.480(\tilde{\epsilon}_{4}^{2} + \tilde{\epsilon}_{5}^{2}),$$

$$2\Phi^{(c)} = 5.493\tilde{\epsilon}_{1}^{2} + 0.834(\tilde{\epsilon}_{2}^{2} + \tilde{\epsilon}_{3}^{2}) + +2.630(\tilde{\epsilon}_{4}^{2} + \tilde{\epsilon}_{5}^{2} + \tilde{\epsilon}_{6}^{2}),$$
(15)

где деформации  $\tilde{\epsilon}_p = t_{jp} \epsilon_j$ , p = 1, ..., 6, определяются с учетом собственных состояний (7) и (10). Выражения (14) и (15) аналогичны, и сказанное выше по отношению к (14) можно повторить и для

(15). Так как каждое слагаемое в (14), (15) независимо от других слагаемых, то можно сравнивать не суммарные энергии, а отдельные слагаемые. Например, в (15) имеем  $5.719\tilde{\epsilon}_1^2 > 5.493\tilde{\epsilon}_1^2$  или  $2.731\tilde{\epsilon}_2^2 > 0.834\tilde{\epsilon}_2^2$ , если  $(\tilde{\epsilon}_1^{(h)})^2 = (\tilde{\epsilon}_1^{(c)})^2 = \tilde{\epsilon}_1^2$  или  $(\tilde{\epsilon}_2^{(h)})^2 = (\tilde{\epsilon}_2^{(c)})^2 = \tilde{\epsilon}_2^2$  и отсутствуют остальные деформации  $\tilde{\epsilon}_p$ . В этом случае гексагональная фаза имеет большую удельную энергию и может иметь стремление вернуться в кубическую фазу с меньшей энергией.

Таким образом, в данной работе понятие собственных модулей и состояний применено к качественной оценке возможности мартенситных превращений в сплавах с эффектом памяти формы. Рассмотрены случаи сплавов с кубической и гексагональной решетками. Приведены собственные модули, собственные состояния и удельные энергии деформации для этих случаев и примеры для некоторых конкретных значений постоянных упругости.

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных исследований СО РАН (код проекта III.23.3.1) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 19—01—00511 A).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лихачёв В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П.* Эффект памяти формы. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. 216 с.

- 2. Муслов С.А., Шеляков А.В., Андреев В.А. Сплавы с памятью формы: свойства, получение и применение в технике и медицине. М.: Мозартика, 2018. 254 с.
- 3. *Лихачёв В. А.* Эффект памяти формы // Соросовский образоват. журн. 1997. № 3. С. 107—114.
- 4. *Аннин Б.Д.*, *Остросаблин Н.И*. Анизотропия упругих свойств материалов // Прикл. механика и техн. физика. 2008. Т. 49. № 6. С. 131—151.
- Аннин Б.Д. Модели упругопластического деформирования трансверсально-изотропных материалов // Сиб. журн. индустр. математики. 1999. Т. 2. № 2. С. 3—7.
- 6. Аннин Б.Д. Об одном классе определяющих соотношений линейной анизотропной наследственной теории упругости // Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел научное наследие Ю.Н. Работнова. Труды конференции (Москва, 24—26 февраля 2014 г.). М.: Изд-во ИМАШ РАН, 2014. С. 18—22.
- Остросаблин Н.И. Трансверсально-изотропный тензор, ближайший по евклидовой норме к заданному анизотропному тензору модулей упругости // Прикл. механика и техн. физика. 2019. Т. 60. № 1. С. 124—141.
- Муслов С.А., Лотков А.И., Арутнонов С.Д. Экстремумы упругих свойств кубических кристаллов // Изв. вузов. Физика. 2019. Т. 62. № 8. С. 102—111.
- 9. Chadwick P., Seet L.T.C. Wave propagation in a transversely isotropic heat-conducting elastic material // Mathematika. 1970. V. 17. № 2. P. 255–274.
- Gump J., Hua Xia, Chirita M., Sooryakumar R., Tomaz M.A., Harp G.R. Elastic constants of face-centered-cubic cobalt // J. Applied Physics. 1999. V. 86. № 11. P. 6005— 6009.
- Weston W.F., Granato A.V. Cubic and hexagonal singlecrystal elastic constants of a cobalt-nickel alloy // Physical Review. B. 1975. V. 12, № 12. P. 5355–5362.

### APPLICATION OF THE KELVIN APPROACH FOR A QUALITATIVE ESTIMATION OF THE POSSIBILITY OF PHASE TRANSITIONS IN SHAPE MEMORY ALLOYS

Academician of the RAS B. D. Annin<sup>a,b</sup>, N. I. Ostrosablin<sup>a</sup>, and R. I. Ugryumov<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> Lavrentyev Institute of Hydrodynamics, Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>b</sup> Novosibirsk National Research State University, Novosibirsk, Russian Federation

It is proposed to use the concept of eigenmodules and eigenstates from the linear theory of elasticity to estimate the possibility of phase transitions (martensitic transformations) in alloys with the shape memory effect. For alloys with cubic and hexagonal lattices, their proper modules and eigenstates are given. The specific strain energy for the cubic and hexagonal phases is written as the sum of six independent terms. It is proposed to compare the specific strain energies in the cubic and hexagonal phases. If the deformation energy in the hexagonal phase is greater than in the cubic phase, then the alloy may tend to return to its original state with less energy. It is also possible to use the formulas of the tensors closest in euclidean energy norm to the cubic and hexagonal tensors to compare the energies in different phases. Examples are given for some specific values of the elasticity constants.

Keywords: eigenmodules and eigenstates, shape memory alloys, elastic constants, cubic and hexagonal lattices, specific strain energy

### **——** МЕХАНИКА —

УДК 534.1; 539.3

### ПОЛОЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ИЗОГНУТОГО ТРУБОПРОВОДА С ВИБРИРУЮЩИМИ ОПОРАМИ

© 2021 г. Член-корреспондент РАН М. А. Ильгамов<sup>1,2,3,\*</sup>, М. М. Шакирьянов<sup>1,\*\*</sup>

Поступило 22.12.2020 г. После доработки 23.12.2020 г. Принято к публикации 25.12.2020 г.

Определяются области притяжения прогиба к верхнему и нижнему равновесным положениям двухопорного трубопровода при его пространственных колебаниях. Предполагается, что опоры совершают вертикальные высокочастотные колебания с равными амплитудами и фазами. Используются нелинейные уравнения изгиба и углового движения трубопровода вокруг оси, проходящей через опоры. Для решения задачи применяется теория движения маятника Капицы. Установлено, что превалирующее влияние на изгиб внутреннего давления среды в трубопроводе над его весом и превышение момента сил вибрации опор над моментом сил гравитации обусловливают наличие верхнего и нижнего равновесных положений и соответствующих областей притяжения.

Ключевые слова: трубопровод, пространственный изгиб, вибрация опор, равновесные положения

**DOI:** 10.31857/S2686740021010053

1. Поведение механической системы значительно зависит от вибраций основания, на котором она установлена. Ярким примером является динамика маятника с вибрирующей точкой подвеса [1—3]. Его перевернутое положение при определенных условиях является устойчивым. К ним относится, в частности, достаточная интенсивность вибрации точки подвеса.

В настоящей работе исследуются устойчивые изогнутые положения пролета трубопровода между двумя опорами в том случае, когда обе опоры совершают вертикальные колебания равной амплитуды в одной фазе. Насколько известно, напряженно-деформированное состояние трубопровода в указанной постановке не изучалось. Вопросам динамики трубопроводов посвящено большое количество работ, например, [4—10]. Обзор соответствующих исследований приводится в [5].

2. Рассматриваются пространственные колебания двухопорной трубы с заключенной в ней жидкостью относительно горизонтальной оси, проходящей через опоры. Труба, изогнутая собственным весом и действием постоянного внутреннего давления  $p_0$  и в момент времени t=0 отклоненная на угол  $\theta_0$  от вертикальной плоскости, освобождается от связей без начальной угловой скорости. С этого момента времени основание, с которым закреплены опоры, начинает совершать вертикальные вибрационные движения s(t). Предполагается, что опоры допускают свободное вращение трубы вокруг продольной оси. Деформации трубы, связанные с ее выходом из плоскости изгиба, считаются малыми, нет деформации кручения. Поэтому изогнутая ось трубопровода является плоской кривой. Согласно этим допущениям движение трубопровода может рассматриваться как совокупность относительных изгибных перемещений w(x, t) в одной плоскости и ее переносных вращений  $\theta(t)$  вокруг оси х. Малыми считаются также продольные распределенные нагрузки (продольные силы инерции, трение потока). Расстояние между концевыми сечениями трубы на опорах остается неизменным.

Дифференциальные уравнения пространственных колебаний трубопровода по изгибно-вращательной модели приведены в [8]. Используемые в настоящей работе уравнения совместных изгибных

Институт механики Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук, Уфа, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Институт машиноведения им А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Башкирский государственный университет, Уфа, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: ilgamov@anrb.ru

<sup>\*\*</sup>E-mail: shakmar9@mail.ru

и вращательных колебаний трубопровода имеют вил

$$\frac{\partial^{2} w}{\partial t^{2}} = \left(g + \frac{d^{2} s}{dt^{2}}\right) \cos \theta + w \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^{2} - \frac{EJ}{m} \frac{\partial^{4} w}{\partial x^{4}} + \frac{T - p_{0} F_{0}}{m} \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}},$$

$$\left(\frac{J_{p}}{m} + \int_{0}^{L} w^{2} dx\right) \frac{d^{2} \theta}{dt^{2}} + 2 \frac{d\theta}{dt} \int_{0}^{L} w \frac{\partial w}{\partial t} dx =$$

$$= -\left(g + \frac{d^{2} s}{dt^{2}}\right) \sin \theta \int_{0}^{L} w dx, \quad m = \rho_{0} F_{0} + \rho F,$$

$$J = \frac{\pi}{4} [(R + h)^{4} - R^{4}], \quad T = \frac{EF}{2L} \int_{0}^{L} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2} dx,$$

$$F_{0} = \pi R^{2}, \quad F = \pi [(R + h)^{2} - R^{2}], \quad J_{p} = 2\rho LJ.$$

Здесь L, R, h, E,  $\rho$  — длина, внутренний радиус, толщина стенки, модуль Юнга и плотность материала трубы; g,  $\rho_0$  — гравитационное ускорение и плотность несжимаемой жидкости. В соответствии с принятой моделью деформации прогиб w(x, t) отсчитывается по радиусу в цилиндрической системе координат, а угол  $\theta(t)$  — от нижней точки до плоскости изгиба.

Представим угол  $\theta$  и прогиб w в виде сумм

$$\theta = \theta_0 + \theta_1 + \theta_2, \quad w = w_0 + w_1 + w_2,$$
 (2)

где величины с индексами 0, 1, 2 относятся к начальному состоянию (без маятникового качения и движения опор), вращательному движению трубы вокруг оси, проходящей через опоры, и к движению, вызванному вибрацией опор. В соответствии с указанной выше моделью изгиба трубы углы  $\theta_1(t)$ ,  $\theta_2(t)$  отсчитываются только в одной плоскости.

Примем, что  $s=s_0\sin\Omega t$ , где  $s_0$ ,  $\Omega$  — амплитуда и круговая частота колебаний основания. Предполагается, что амплитуда  $s_0$  мала по сравнению с амплитудой прогиба трубопровода, а частота  $\Omega$  значительно выше частоты упругих колебаний. Принимаем также допущение, что все три функции прогиба по длине трубы изменяются одинаково:

$$w_0 = W_0 \sin \beta x, \quad w_1 = W_1(t) \sin \beta x,$$
  

$$w_2 = W_2(t) \sin \beta x, \quad \beta = \frac{\pi}{I}.$$
(3)

Эти выражения удовлетворяют граничным усло-

виям 
$$w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$
 при  $x = 0$ ,  $L$ . Ввиду предполагае-

мой высокой частоты движения опор может возбуждаться по длине трубы не одна, а несколько полуволн составляющей прогиба  $w_2$ . Однако для простоты анализа принимаем (3). Такое допуще-

ние может быть приемлемым для относительно короткой трубы.

Подставив функции (3) с учетом сумм (2) в систему (1) и применив в первом уравнении метод Бубнова—Галёркина, имеем

$$\dot{W} + [\omega^{2} (1 - p) - \dot{\theta}^{2}]W = \frac{4}{\pi} \cos\theta(g - \Omega^{2} s) - \gamma W^{3},$$

$$(k^{2} + W^{2})\ddot{\theta} + 2\dot{\theta}\dot{W}W = \frac{4}{\pi} \sin\theta(\Omega^{2} s - g)W,$$

$$p = \frac{p_{0}}{p_{*}}, \quad k^{2} = \frac{4\rho J}{m}, \quad \omega^{2} = \frac{EJ\beta^{4}}{m}, \quad p_{*} = \frac{\beta^{2}EJ}{F_{0}},$$

$$W = W_{0} + W_{1} + W_{2}, \quad \gamma = \frac{\beta^{4}EF}{4m}.$$

Здесь и далее точка над буквой обозначает производную по времени. Для упрощения дальнейших преобразований  $\theta_0$  принято равным нулю. Также будем пользоваться приближениями  $\cos\theta = \cos\theta_1 - \theta_2 \sin\theta_1$ ,  $\sin\theta = \sin\theta_1 + \theta_2 \cos\theta_1$ . Тогда из (4) получаем

$$\ddot{W}_{1} + \ddot{W}_{2} + [\omega^{2} (1 - p) - \dot{\theta}_{2}^{2}] (W_{0} + W_{1} + W_{2}) =$$

$$= \frac{4}{\pi} (g - \Omega^{2} s_{0} \sin \Omega t) (\cos \theta_{1} - \theta_{2} \sin \theta_{1}) - \gamma W_{0}^{3},$$

$$(k^{2} + W_{0}^{2}) (\ddot{\theta}_{1} + \ddot{\theta}_{2}) + 2 (\dot{\theta}_{1} + \dot{\theta}_{2}) (\dot{W}_{1} + \dot{W}_{2}) \times$$

$$\times (W_{0} + W_{1} + W_{2}) = \frac{4}{\pi} (W_{0} + W_{1} + W_{2}) \times$$

$$\times (\Omega^{2} s_{0} \sin \Omega t - g) (\sin \theta_{1} + \theta_{2} \cos \theta_{1}).$$
(5)

В силу предположения, что в составе амплитуды общего прогиба наибольшей является  $W_0$ , принято  $W^2 \approx W_0^2$ ,  $W^3 \approx W_0^3$ . Это приближение будет оценено далее.

Исходя из первого уравнения системы (5), выпишем уравнения относительно  $W_0$ ,  $W_1$ ,  $W_2$ :

$$W_0^3 - aW_0 - b\cos\theta_1 = 0, \quad \ddot{W}_1 - \omega^2 (p-1)W_1 = 0,$$

$$\ddot{W}_2 - [\omega^2 (p-1) + \dot{\theta}_2^2]W_2 - (W_0 + W_1)\dot{\theta}_2^2 =$$

$$= -\frac{4s_0\Omega^2\cos\theta_1}{\pi}\sin\Omega t,$$

$$a = \frac{4J}{F}(p-1), \quad b = \frac{4g}{\pi\gamma}.$$
(6)

При малых значениях статической составляющей  $W_0$  прогиба трубы кубическим членом в первом уравнении (6) можно пренебречь. Тогда

$$W_0 = \frac{4mg\cos\theta_1}{\pi EJ\beta^4 (1-p)}. (7)$$

При p=1 решение (7) неограниченно возрастает, когда среднее давление  $p_0$  достигает значения

 $p_* = \frac{\beta^2 EJ}{F_0}$ , которое может быть названо критическим [8].

3. Для зримого представления вклада внутреннего давления и силы веса на значение статического прогиба  $W_0$  при p>1, когда членом  $W_0^3$  в первом уравнении (6) следует считаться, рассмотрим его приближенное решение. С этой целью представим  $W_0=W_p+W_g\cos\theta_1$ , где  $W_p$  и  $W_g-$  прогибы, обусловленные внутренним давлением и весом трубы. Исследуем случай преобладающего вклада давления на значение прогиба над вкладом силы веса. В приближенном решении будем пренебрегать  $W_g^2$  по сравнению с  $W_p^2$ . Это справедливо при  $\frac{b^2}{4\sigma^3} \ll 1$ . Подставляя указанную сум-

$$W_p(W_p^2 - a) = 0$$
,  $(3W_p^2 - a)W_g - b = 0$ .

му в (6), получаем уравнения

В первом из них физический смысл имеет корень  $W_n = \sqrt{a}$ . Тогда

$$W_g = \frac{b}{2a}, W_0 = \sqrt{a} + \frac{b}{2a}\cos\theta_1. \tag{8}$$

При g=0 точное решение кубического уравнения (6) совпадает с его приближенным решением (8). На рис. 1 приведена зависимость (8). При принятых данных приближенные значения (8) удовлетворительно описывают картину.

Решение второго уравнения системы (7) при нулевых начальных условиях — тривиальное:  $W_1=0$ . При установившихся вынужденных колебаниях  $\dot{W}_2=\Omega W_2$ ,  $\dot{W}_2=\Omega^2 W_2$ ,  $\dot{\theta}_2=\Omega \theta_2$  и  $\omega^2 \ll \Omega^2$ . Поэтому в третьем уравнении системы (6) вторым и третьим членами можно пренебречь. Приближенным решением этого уравнения является функция  $\pi W_2=4s_0\cos\theta_1\sin\Omega t$ , откуда следует, что  $W_2$  имеет порядок амплитуды колебаний опор. Ввиду этого в дальнейшем принимаем  $W\approx W_0$ . Эта оценка была использована также в (5). С учетом сказанного из второго уравнения системы (5) получаем

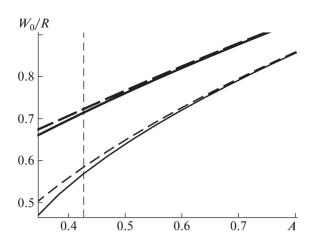
$$\pi(k^{2} + W_{0}^{2})(\ddot{\theta}_{1} + \ddot{\theta}_{2}) + 2\pi W_{0}(\dot{W}_{1} + \dot{W}_{2})(\dot{\theta}_{1} + \dot{\theta}_{2}) - 4W_{0}(\Omega^{2}s - g)(\sin\theta_{1} + \theta_{2}\cos\theta_{1}) = 0.$$

Следуя работам [1-3], разбиваем это уравнение на два:

$$\pi(k^{2} + W_{0}^{2})\ddot{\theta}_{2} + 2\pi W_{0} (\dot{W}_{1} + \dot{W}_{2})\dot{\theta}_{2} - - 4W_{0}(s_{0}\Omega^{2}\sin\theta_{1}\sin\Omega t - g\theta_{2}\cos\theta_{1}) = 0,$$
(9)

$$\pi(k^2 + W_0^2)\ddot{\Theta}_1 + 2\pi W_0 (\dot{W}_1 + \dot{W}_2)\dot{\Theta}_1 - 4W_0(s_0\Omega^2\cos\theta_1\langle\Theta_2\sin\Omega t\rangle - g\sin\theta_1) = 0,$$
(10)

где угловые скобки обозначают операцию усреднения по времени за период  $\frac{2\pi}{\Omega}$ .



**Рис. 1.** Зависимости относительного прогиба  $\frac{W_0}{R}$  от безразмерного параметра  $A=a/R^2$  внутреннего давления. Сплошные линии — результаты численного решения первого уравнения (6) соответственно для нижней ( $\theta_1=0$ ) и верхней ( $\theta_1=\pi$ ) точек притяжения трубы, а штриховые — приближенного аналитического решения (8). Размеры трубы: L=2 м, R=0.02 м, h=0.0005 м, материал — армированный магниевый сплав:  $E=0.64\times 10^5$  МПа,  $\rho=2400$  кг/м³, заполнение — газ метан:  $p_0=1.98$  МПа,  $\rho_0=64.8$  кг/м³. Кольцевые напряжения:  $\sigma_\theta=p_0R/h=79.2$  МПа. Предел прочности материала  $\sigma_\theta=600$  МПа. Значения коэффициен-

тов уравнения (6) для принятых данных:  $\frac{a}{R^2}=0.426$  (вертикальная штриховая линия),  $\frac{b}{p^3}=0.0590$ .

Ввиду большой частоты возбуждения  $\Omega$  из (9) получаем приближенное дифференциальное уравнение и его решение:

$$\ddot{\theta}_{2} = \frac{4W_{0}s_{0}\Omega^{2}\sin\theta_{1}}{\pi(k^{2} + W_{0}^{2})}\sin\Omega t,$$

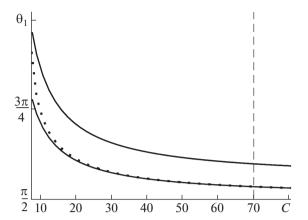
$$\theta_{2} = -\frac{4W_{0}s_{0}\sin\theta_{1}}{\pi(k^{2} + W_{0}^{2})}\sin\Omega t.$$
(11)

Теперь могут быть оценены отброшенные члены при определении  $W_2$  и  $\theta_2$ .

Подставляя (11) в уравнение (10) и желая получить только решение вблизи положений динамического равновесия, положим в нем  $\ddot{\theta}_1=0, \, \dot{\theta}_1=0.$  В результате находим

$$\sin \theta_1 [\pi g(k^2 + W_0^2) + 2W_0(s_0 \Omega)^2 \cos \theta_1] = 0.$$

Из равенства  $\sin \theta_1 = 0$  имеем корни 0 и  $\pi$ , которые представляют собой нижнюю и верхнюю точки притяжения. При  $\sin \theta_1 \neq 0$  равенство нулю выражения в квадратных скобках с учетом значения  $W_0$  (8) дает



**Рис. 2.** Зависимость границы областей притяжения  $(\theta_1, \text{ рад.})$  от параметра  $C = \frac{(s_0 \Omega)^2}{gW_p}$ , характеризующего деформацию трубопровода и интенсивность колебаний опор. Пунктирной линией нанесены результаты вычислений по уравнению (12), а сплошными линиями (нижняя и верхняя) — соответственно по приближенным формулам (13) и (14) при данных  $g = 9.81 \, \text{м/c}^2, s_0 = 6 \times 10^{-4} \, \text{м}$ ,  $\Omega = 5 \times 10^3 \, \text{рад/c}$ ,  $W_p = 1.31 \times 10^{-2} \, \text{м}$  параметр C = 70.0 (вертикальная штриховая линия).

$$\cos \theta_{1} = -\frac{\pi g(W_{p} + W_{g} \cos \theta_{1})}{2(s_{0}\Omega)^{2}} \times \left(1 + \frac{k^{2}}{(W_{p} + W_{g} \cos \theta_{1})^{2}}\right). \tag{12}$$

Этим уравнением определяется то значение угла  $\theta_1$ , выше которого изогнутый вверх трубопровод имеет тенденцию к повороту в направлении к вертикальному положению (к верхней точке  $\theta_1 = \pi$ ). Ниже этого значения  $\theta_1$  изогнутый трубопровод опускается к естественному нижнему положению ( $\theta_1 = 0$ ). Применение (12) оправдано при условии  $W_p > W_g$ , которое было использовано при их определении (8).

При сильной вибрации опор и относительно малой гравитации правая часть (12) существенно меньше единицы и угол  $\theta_1$  будет близок к значению  $\frac{\pi}{2}$ . Приняв в этом случае  $W_p + W_g \cos\theta_1 \approx W_p$  и  $\theta_1 = \frac{\pi}{2} + \epsilon, \, \epsilon^2 \ll \frac{\pi}{2}, \, \cos\!\left(\frac{\pi}{2} + \epsilon\right) = -\sin\!\epsilon \approx -\epsilon, \,$  находим из линейного уравнения относительно величины  $\epsilon$  ее значение. Тогда

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi g W_p}{2(s_0 \Omega)^2} \left( 1 + \frac{k^2}{W_p^2} \right). \tag{13}$$

Такой случай реализуется, в частности, для вертикального трубопровода при сохранении направления вибрации опор перпендикулярно его оси. При этом области притяжения к точкам 0 и  $\pi$ 

являются одинаковыми ( $0 < \theta_1 < \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} < \theta_1 < \pi$ ).

При относительно слабой вибрации граница двух областей стремится к верхней точке ( $\theta_1=\pi$ ) притяжения. Положив  $\theta_1=\pi-\epsilon$  и  $W_p+W_g\cos\theta_1\approx W_p-W_g,\cos(\pi-\epsilon)=-\cos\epsilon\approx -1+\frac{\epsilon^2}{2},$  получаем приближение

$$\theta_1 = \pi - \sqrt{2} \left[ 1 - \frac{\pi g(W_p - W_g)}{(s_0 \Omega)^2} \left( 1 + \frac{k^2}{(W_p - W_g)^2} \right) \right]^{1/2} . (14)$$

Из (14) следует, что при отношении

$$\frac{\left(s_0\Omega\right)^2}{\pi g} \leq \frac{\left(W_p - W_g\right)^2 + k^2}{W_p - W_g}$$

изогнутое вверх положение трубопровода невозможно.

На рис. 2 приведены зависимости по формулам (13) и (14), из которых следует, что в пределах своего применения они удовлетворительно описывают процесс.

4. Явление изгибания вверх пролета трубопровода между вибрирующими опорами может быть объяснено тем же механизмом, что приводит к подобному эффекту в случае маятника Капицы. В данном случае картина осложняется изменением общего прогиба, играющего роль длины маятника, в зависимости от игры сил гравитации и внутреннего давления, угла качения пролета вокруг оси, проходящей через опоры. При вертикальных колебаниях опор рассмотрен случай преобладающего влияния на изгиб внутреннего давления. При высоких частотах и малых амплитудах колебаний опор общий прогиб в принятом приближении может быть определен из нелинейного уравнения статического изгиба. Условие равенства момента распределенных по длине трубопровода сил гравитации и момента сил вибрации опор определяет границу областей выпучивания к нижнему и верхнему положениям. Около этой границы мало влияние на изгиб центробежных и кориолисовых сил. Предельные значения областей притяжения получаются при малой (большой) гравитации и сильной (слабой) вибрации опор. В случае преобладания сил веса над распределенной силой от внутреннего давления имеется только нижнее положение выпучивания. Сильное влияние на поведение системы оказывает значение критического внутреннего давления, при достижении которого труба между опорами испытывает выпучивание (по линейной теории). Необходимым, но недостаточным условием существования двух точек притяжения является превышение внутреннего давления над его критическим значением.

### ИСТОЧНИКИ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания (проекты № 0246-2019-0088, № 0049-2015-0040) и при поддержке РФФИ (грант № 18-01-00150).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Капица П.Л.* // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. Вып. 5. С. 588—597.
- 2. Капица П.Л. // УФН. 1951. Т. 44. Вып. 1. С. 7-20.

- 3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Механика. М.: Физматлит, 2004. Т. 1. 224 с.
- Panda L.N., Kar R.C. // J. of Sound and Vib. 2008.
   V. 309. P. 375–406.
- Li S., Karney B.W., Liu G. // J. of Fluids and Struct. 2015. V. 57. P. 277–297.
- Łuczko J., Czerwiński A. // J. of Fluids and Struct. 2017.
   V. 70. P. 235–260.
- 7. *Yan H., Dai H., Ni Q., Wang L., Wang Y.* // J. of Fluids and Struct. 2018. V. 81. P. 36–57.
- 8. Ганиев Р.Ф., Ильгамов М.А., Хакимов А.Г., Шакирьянов М.М. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 6. С. 3—12.
- 9. *Шакирьянов М.М.* // Изв. РАН. МТТ. 2019. № 6. С. 76–84
- 10. *Lu Z.Q.*, *Zhang K.K.*, *Ding H.*, *Chen L.Q.* // Nonlinear Dyn. 2020. V. 100. № 2. P. 1091–1104.

# DYNAMIC EQUILIBRIUM POSITIONS OF BENDED PIPELINE WITH VIBRATING SUPPORTS

Corresponding Member of the RAS M. A. Ilgamov<sup>a,b,c</sup> and M. M. Shakiryanov<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Center, Russian Academy of Sciences, Ufa, Russian Federation
 <sup>b</sup> Blagonravov Institute of Mechanical Engineering of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
 <sup>c</sup> Bashkir State University, Ufa, Russian Federation

Areas of attraction of the deflection to the upper and lower equilibrium positions of a two-support pipeline during its spatial vibrations are determined. It is assumed that the supports perform vertical high-frequency vibrations with equal amplitudes and phases. Non-linear equations of bending and angular motion of the pipeline around the axis passing through the supports are used. The theory of motion of the Kapitza pendulum is used to solve the problem. It has been established that the prevailing influence on the bending of the internal pressure of the medium in the pipeline over its weight and the excess of the moment of vibration forces of the supports over the moment of gravitational forces determine the presence of upper and lower equilibrium positions and corresponding areas of attraction.

Keywords: pipeline, spatial bending, vibration of supports, equilibrium positions

### **\_\_\_\_\_ МЕХАНИКА \_\_\_**

УЛК 532.546

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНВЕРСИИ ГИДРАТА $CH_4$ В ГИДРАТ $CO_2$ ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ ИНЖЕКЦИИ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА В ПЛАСТ

© 2021 г. Г. Г. Цыпкин<sup>1,\*</sup>

Представлено академиком РАН А.Г. Куликовским 22.09.2020 г. Поступило 29.09.2020 г. После доработки 29.09.2020 г. Принято к публикации 01.10.2020 г.

Предложена математическая модель замещения метана углекислым газом в гидрате при высоких скоростях инжекции углекислого газа в пласт. Зона реакции замещения моделируется фронтом конверсии гидрата метана в гидрат углекислого газа. Проведено сравнение с режимом, учитывающим образование двух поверхностей фазовых переходов — фронта диссоциации гидрата  $CH_4$  и фронта образования гидрата  $CO_2$ . Показано, что высокое давление инжекции подавляет диссоциацию гидрата метана и реакция замещения не реализуется. При значительных объемах гидрата в пласте реализуется только частичное образование гидрата углекислого газа. Построена критическая диаграмма режимов реакции замещения.

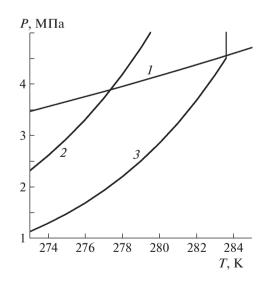
*Ключевые слова:* пористая среда, гидрат, метан, углекислый газ, реакция замещения, фронт конверсии **DOI:** 10.31857/S2686740020060188

1. В работе [1] был предложен метод утилизации углекислого газа и добычи остаточного метана в истощенных месторождениях, содержащих гидрат метана. Предполагалось организовать инжекцию углекислоты в пласт в таком режиме, чтобы молекулы углекислого газа замещали молекулы метана в гидрате. Метод основан на том факте, что энергия, требуемая для диссоциации гидрата метана, выделяется при образовании гидрата углекислоты. Оценки показали, что при расчете на единицу объема, баланс энергии является положительным, температура пласта повышается и процесс замещения метана углекислым газом может быть реализован [2].

Процесс замещения метана углекислым газом в гидрате является двухступенчатым. Вначале гидрат  $\mathrm{CH_4}$  разлагается на свободный метан и воду, а затем вода соединяется с углекислым газом и образует гидрат  $\mathrm{CO_2}$ , поскольку при фиксированном давлении гидрат углекислого газа существует при более высокой температуре, нежели гидрат метана (рис. 1).

Математическая модель разложения гидрата  $CH_4$ , сосуществующего с газообразным метаном,

была представлена в [3], а модель образования гидрата углекислоты при контакте  $CO_2$  с гетерогенной смесью воды и свободного метана в работе [4]. Синтез этих двух математических моделей позволяет провести расчеты преобразования гидрата метана в гидрат углекислого газа при тепло-



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма. 1 — линия фазового равновесия жидкого и газообразного состояния  $CO_2$ . 2 и 3 — кривые диссоциации гидратов  $CH_4$  и  $CO_2$  соответственно. Области существования гидратов расположены выше кривых диссоциации.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: tsypkin@ipmnet.ru

вом воздействии на пласт, когда формируются два фронта — фронт диссоциации гидрата метана и фронт образования углекислого газа [5, 6].

Основные трудности, возникающие при моделировании таких течений, связаны с наличием нескольких фаз и компонент, существованием двух и более неизвестных подвижных границ фазовых превращений, а также с образованием узких областей с большими градиентами температуры. Поэтому большой интерес представляет формулировка упрощенных математических моделей, допускающих детальный анализ исследуемых процессов.

В работе [7] было показано, что при высокой скорости инжекции тепловой поток от закачивающей скважины пренебрежимо мал и не влияет на процесс замещения метана углекислым газом. В этом случае реакция замещения поддерживается только теплом, выделяемым при образовании гидрата СО2. Для таких режимов инжекции характерно близкое расположение двух фронтов, так что расстояние между ними много меньше характерного линейного масштаба задачи. В настоящей работе это обстоятельство используется для упрошения задачи и два близкорасположенных фронта заменяются одной поверхностью, моделирующей узкую зону реакции замещения, в которой происходит разложение гидрата метана и образование гидрата СО<sub>2</sub>. Сформулированы условия на подвижной поверхности реакции замещения. Показано, что повышение давления инжекции приводит к подавлению разложения гидрата метана и прекращению реакции замещения, а при высоком начальном содержании гидрата реализуется только частичное образование гидрата углекис-

2. Узкую область, в которой происходит замещение метана углекислым газом в гидрате, заменим на единый фронт реакции замещения. Тогда, перед фронтом в области 1 пористая среда насыщена гидратом метана и метаном, а за фронтом в области 2 — углекислым газом и его гидратом. Предположим несжимаемость и неподвижность матрицы пористой среды и гидратов. Основные уравнения в обеих областях представляют собой законы сохранения массы и энергии, закон Дарси и уравнения состояния газов:

$$\begin{split} \phi \frac{\partial}{\partial t} (1 - S_h) \rho_i + \mathrm{div} \rho_i \mathbf{v}_i &= 0, \\ (\rho C)_{1,2} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_i C_i \mathbf{v}_i \cdot \mathrm{grad} T &= \lambda_{1,2} \Delta T, \end{split}$$

$$\frac{\partial S_h}{\partial t} = 0, \quad \mathbf{v}_i = -\frac{kf(S_h)}{\mu_i} \operatorname{grad} P,$$

$$P = \rho_i R_i T, \quad i = m, c,$$
(1)

$$\lambda_{1,2} = \phi(1 - S_j)\lambda_{m,c} + \phi S_h \lambda_h + (1 - \phi)\lambda_s, (\rho C)_{1,2} = \phi(1 - S_h)\rho_{m,c}C_{m,c} + \phi S_h \rho_h C_h + (1 - \phi)\rho_s C_s.$$

Здесь  $\phi$  — пористость, k — проницаемость,  $\mu$  — вязкость,  $\rho$  — плотность,  $\mathbf{v}$  — вектор скорости фильтрации, f — относительная фазовая проницаемость, R — газовая постоянная, C — удельная теплоемкость,  $\lambda$  — теплопроводность. Индексы: m, c, s — метан, углекислый газ и скелет пористой среды, 1 и 2 — области гидрата метана и гидрата углекислого газа.

Из фазовой диаграммы следует, что в рассматриваемом диапазоне параметров изменения давления и температуры много меньше абсолютных значений и применимо линейное приближение. Тогда основные уравнения приводятся к виду

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_{1,2} \Delta T, \quad \frac{\partial P}{\partial t} = \kappa_{1,2} \Delta P, 
\kappa_1 = \frac{k P_0}{\phi \mu_m}, \quad \kappa_2 = \frac{k P_{inj}}{\phi \mu_c}.$$
(2)

3. Как было показано в работе [7], с увеличением скорости инжекции расстояние между фронтом разложения гидрата метана и фронтом образования гидрата углекислого газа уменьшается, а градиент температуры в промежуточной области возрастает. Область резкого изменения температуры возникает в высокопроницаемых породах из-за существенной разности между коэффициентами диффузии в уравнениях для давления и температуры  $\kappa_{1,2} \gg a_{1,2}$ . Введение фронта замещения предполагает наличие скачка температуры на фронте. Условия на этой поверхности представляют собой условия баланса масс метана и углекислого газа, а также закон сохранения энергии, учитывающий поглощение тепла при разложении гидрата СН<sub>4</sub> и выделение тепла при образовании гидрата СО<sub>2</sub>:

$$\left[1 - S_h + S_h \frac{\rho_m^{ef}}{\rho_{m^*}}\right] V_n = -\frac{kf(S_h)}{\phi \mu_m} (\operatorname{grad} P)_{n+}, \quad (3)$$

$$\left[1 - S_h + S_h \frac{\rho_c^{ef}}{\rho_{c^*}}\right] V_n = -\frac{kf(S_h)}{\phi \mu_c} \operatorname{grad} P_{n-}, \tag{4}$$

$$[(1 - \phi)\rho_{s}C_{s}(T_{-} - T_{+}) - \phi S_{h}\delta Q - - \phi S_{h}(\rho_{c}^{ef}C_{p}^{c}T_{-} - \rho_{m}^{ef}C_{p}^{m}T_{+})]V_{n} = = \lambda_{1}(\operatorname{grad}T)_{n+} - \lambda_{2}(\operatorname{grad}T)_{n-}.$$
 (5)

Система законов сохранения дополняются уравнением кривой диссоциации гидрата СН<sub>4</sub>

$$P_* = P_f(T_+) \equiv P_a \exp\left(A + \frac{B}{T_+}\right),$$

$$A = 36.09, \quad B = -8995.$$
(6)

Здесь V— скорость фронта,  $\delta Q = q_c - q_m$ — теплота фазового превращения. Индексы: ef— эффективная плотность газа в гидрате, n— нормаль, \*— величины на фронте, плюс и минус— значения на фронте справа и слева.

Уравнение энергии включает слагаемое, отвечающее за поток тепла от закачивающей скважины. Это требуется для контроля используемого приближения. Если перенос тепла от закачивающей скважины будет вносить заметный вклад в уравнении энергии, то это значит, что приближение с одним фронтом неприменимо.

4. Рассмотрим процесс замещения в одномерном приближении для полуограниченного резервуара x > 0. Пусть точка x = 0 соответствует скважине, закачивающей углекислый газ при температуре  $T_{inj}$  и давлении  $P_{inj}$ . Тогда начальные и граничные условия имеют вид

$$t = 0$$
:  $T = T_0$ ,  $P = P_0$ ;  $x = 0$ :  $T = T_{ini}$ ,  $P = P_{ini}$ .

Если начальные и граничные значения постоянны, то задача имеет автомодельное решение

$$P = P(\zeta), \quad T = T(\zeta), \quad \zeta = \frac{x}{2\sqrt{a_1 t}}, \quad V(t) = \sqrt{\frac{a_1}{t}} \gamma.$$
 (7)

Автомодельные решения системы (2) имеют вид

$$\gamma < \zeta < \infty$$
:  $T(\zeta) = T_0 + (T_+ - T_0) \frac{\operatorname{erfc}(\zeta)}{\operatorname{erfc}(\gamma)}$ , (8)

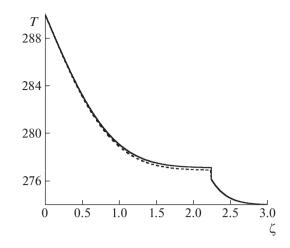
$$P(\zeta) = P_0 + (P_* - P_0) \frac{\operatorname{erfc}(\zeta \sqrt{a_1/\kappa_1})}{\operatorname{erfc}(\gamma \sqrt{a_1/\kappa_1})}; \tag{9}$$

$$0 < \zeta < \gamma; \quad T(\zeta) = T_{inj} + (T_{-} - T_{inj}) \frac{\operatorname{erf}(\zeta \sqrt{a_{1}/a_{2}})}{\operatorname{erf}(\gamma \sqrt{a_{1}/a_{2}})}, (10)$$

$$P(\zeta) = P_{inj} + (P_* - P_{inj}) \frac{\operatorname{erf}(\zeta \sqrt{a_1/\kappa_2})}{\operatorname{erf}(\gamma \sqrt{a_1/\kappa_2})}.$$
 (11)

Подставляя решения (8)—(11) в условия на подвижной границе (3)—(6), получаем систему четырех трансцендентных уравнений в безразмерном виде для определения искомых параметров  $\gamma$ ,  $T_+$ ,  $T_-$ ,  $P_*$ , которая решалась численно при характерных значениях параметров.

На рис. 2 представлено сравнение результатов расчетов с использованием предложенной однофронтовой математической модели и модели, которая включает фронты диссоциации гидрата  $\mathrm{CH_4}$  и образования гидрата  $\mathrm{CO_2}$ , разделенные областью, насыщенной водой и метаном. При высоких скоростях инжекции расчеты свидетельствуют о совпадении результатов с достаточно высокой точностью. При увеличении скорости инжекции использование двухфронтовой модели приводит к результатам, трактовка которых затруднительна, поскольку наличие двух неизвестных подвижных границ существенно усложняет

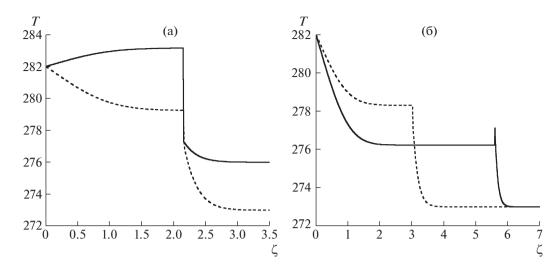


**Рис. 2.** Сравнение результатов расчетов по двухфронтовой (пунктирная линия) и однофронтовой (сплошная линия) моделям.  $\phi = 0.2$ ,  $S_h = 0.4$ ,  $k_0 = 5 \times 10^{-15}$  м<sup>2</sup>,  $P_0 = 2.8$  МПа,  $P_{inj} = 3.4$  МПа,  $T_0 = 274$  K,  $T_{inj} = 290$  K.

задачу. Это дает основание для использования более простой однофронтовой математической модели.

Как показывают расчеты, скорость распространения фронта и значение давления на фронте, главным образом, зависят от начального и граничного давления, а также от проницаемости среды. Температура инжекции не влияет на параметры процесса при больших скоростях закачки, когда автомодельная скорость фронта  $\gamma > 2$  (рис. 3). Значения температуры за и перед фронтом, как показывают численные эксперименты, зависят от массы гидрата в единице объема, начальной температуры, проницаемости и давления инжекции. Тепло, выделяемое при образовании гидрата углекислого газа, расходуется на прогрев пласта и диссоциацию гидрата метана.

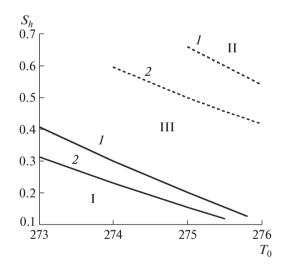
На рис. За представлены распределения температуры при различных значениях начальной температуры. При низкой начальной температуре значительная часть энергии расходуется на прогрев пласта, поэтому температура за фронтом увеличивается незначительно. При более высокой начальной температуре на прогрев пласта затрачивается значительно меньше энергии, поскольку разница между начальной температурой и температурой  $T_{+}$  диссоциации гидрата метана уменьшается. В результате скачок температуры на фронте увеличивается вместе с температурой пласта  $T_{-}$  за фронтом, которая может превышать температуру образования гидрата углекислого газа, вычисленной по значению давления  $P_*$  на фронте. Это противоречие термодинамического характера означает, что происходит только частичное образование



**Рис. 3.** Влияние начальной температуры (а) и гидратонасыщенности (б) на распределения температур за и перед фронтом замещения.  $\phi = 0.25, \ k_0 = 3 \times 10^{-14} \ \text{м}^2, \ P_0 = 3.4 \ \text{МПа}, \ P_{inj} = 3.9 \ \text{МПа}. \ 6 - S_h = 0.5 -$  пунктирная линия,  $S_h = 0.3 -$  сплошная линия.

гидрата  $CO_2$  и данная модель не дает адекватного описания процесса конверсии.

Рис. 3б иллюстрирует зависимость режима конверсии от гидратонасыщенности пласта. При уменьшении гидратонасыщенности скорость



**Рис. 4.** Критическая диаграмма. Кривые *I*, *2* соответствуют  $\phi = 0.25$  и  $\phi = 0.3$ . На сплошных линиях  $T_- = T_+$ , на пунктирных линиях  $T_-$  больше температуры существования гидрата  $\text{CO}_2$ . I - область несуществования реакции замещения из-за дефицита энергии. II - область частичного образования гидрата  $\text{CO}_2$ . III - область существования реакции полного замещения метана углекислым газом в гидрате.  $k = 3 \times 10^{-14} \text{ м}^2$ ,  $T_{inj} = 282 \text{ K}$ ,  $P_0 = 3.4 \text{ M}\Pi \text{a}$ ,  $P_{inj} = 3.9 \text{ M}\Pi \text{a}$ .

фронта увеличивается вместе с проницаемостью, количество выделяемой энергии снижается и температура за фронтом может опуститься ниже температуры диссоциации гидрата метана  $T_- < T_+$ . Возникает противоречие термодинамического характера предложенной математической модели, поскольку предполагалось, что разложение гидрата метана инициируется теплом, выделяющимся при образовании гидрата углекислого газа. Это свидетельствует о недостаточном количестве тепла для реализации реакции замещения. Поэтому, если количество гидрата в единице объема невелико, то процесс замещения может быть осуществлен только при прогреве пласта.

На рис. 4 представлена критическая диаграмма существования различных режимов инжекции.

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации AAA-A20-120011690131-7).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ohgaki K., Takano K., Sangawa H. Methane exploitation by carbon dioxide from gas hydrates-phase equilibria for CO<sub>2</sub>-CH<sub>4</sub> mixed hydrate system // J. Chem. Eng. Jpn. 1996. V. 29. P. 478–483.
- Goel N. In situ methane hydrate dissociation with carbon dioxide sequestration: Current knowledge and issues // J. Petrol. Sci. Eng. 2006. V. 51. P. 169–184.
- 3. *Цыпкин Г.Г.* Математическая модель диссоциации газовых гидратов, сосуществующих с газом в пластах // ДАН. 2001. Т. 381. № 1. С. 56—59.

64 ЦЫПКИН

- 4. *Цыпкин Г.Г.* Образование гидрата углекислого газа при его инжекции в истощенное месторождение углеводородов // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 6. C. 101-108.
- 5. Шагапов В.Ш., Хасанов М.К. Режимы восстановления метана из гахогидрата при инжекции теплого диоксида углерода в пористую среду // Теплофизика высоких температур. 2017. Т. 55. № 5. С. 753-761.
- 6. Хасанов М.К. Математическая модель образования гидрата диоксида углерода при инжекции углекислого газа метаногидратный пласт // Теоретические основы химической технологии. 2017. Т. 51. № 5. C. 499-509.
- 7. Цыпкин Г.Г. Термодинамические условия образования гидрата СО<sub>2</sub> при инжекции углекислоты в пласт, содержащий гидрат метана // Изв. РАН. MЖΓ. 2018. № 5. C. 103-112.

## MATHEMATICAL MODEL OF THE CONVERSION OF CH4 HYDRATE TO CO2 HYDRATE AT HIGH RATES OF CARBON DIOXIDE INJECTION INTO THE RESERVOIR

G. G. Tsypkin<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Presented by Academician of the RAS A.G. Kulikovsky

A mathematical model of methane replacement with carbon dioxide in hydrate at high rates of injection of carbon dioxide into the formation is presented. The replacement reaction zone is modeled by the front of methane hydrate conversion into a hydrate of carbon dioxide. Comparison with the regime taking into account the formation of two surfaces of phase transitions – of the CH<sub>4</sub> hydrate dissociation front and the hydrate formation front CO<sub>2</sub> is given. It is shown that high injection pressure suppresses dissociation of methane hydrate and the reaction is not realized. When significant volumes of hydrate in the reservoir, only partial the formation of carbon dioxide hydrate occurs. The critical diagram of the reaction regimes is provided.

Keywords; porous media, hydrate methane, carbon dioxide, reaction of replacement, front of conversion

### **———** ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ **——**

УЛК 534.87

## ПРИМЕНЕНИЕ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ПРИЕМНЫХ АНТЕНН ДЛЯ ЗВУКОПОДВОДНОЙ СВЯЗИ В НЕОДНОРОДНОМ ВОЛНОВОДЕ С ЛЕДОВЫМ ПОКРОВОМ

© 2021 г. М. В. Волков<sup>1</sup>, А. А. Луньков<sup>1,\*</sup>, М. М. Макаров<sup>2,\*\*</sup>, В. Г. Петников<sup>1,\*\*\*</sup>, А. В. Шатравин<sup>3,\*\*\*\*</sup>

Представлено академиком РАН И.А. Щербаковым 28.10.2020 г. Поступило 29.10.2020 г. После доработки 29.10.2020 г. Принято к публикации 30.10.2020 г.

Представлены результаты экспериментальных исследований звукоподводной связи на частотах 500—1000 Гц с применением вертикальных цепочек гидрофонов (линейных антенн). Эксперименты проведены в прибрежной, покрытой сплошным льдом области озера Байкал. Продемонстрировано, что использование вертикальных антенн в мелководной акватории с ледовым покровом позволяет эффективно подавлять естественные фоновые шумы, когда такие приемные модули перекрывают весь водный слой по глубине. Это дает возможность на порядок снизить уровень ошибок при передаче информации по сравнению с приемом на одиночный гидрофон.

Ключевые слова: звукоподводная связь, ледовый покров, вертикальная приемная антенна

**DOI:** 10.31857/S2686740021010120

В настоящее время активное развитие техники натурного физического эксперимента в мелководных акваториях связано с применением различного вида автономных необитаемых устройств (аппаратов) или даже нескольких таких устройств, работающих в рамках единой сети [1]. Наиболее ярким примером здесь является развитие подобной техники для изучения и практического освоения арктического шельфа, но востребована она и для исследований крупных пресноводных водоемов. Особые требования предъявляются к подводным автономным аппаратам, работающим удаленно, и при наличии сплошного ледового покрова. В этом случае обмен информацией с подобными устройствами и между ними возможен только с помощью звукоподводной связи (ЗПС) [2]. Однако существенные фундаментальные особенности и возможности ЗПС подо льдом нельзя считать

установленными и проверенными в натурных экспериментах даже в том в случае, когда расстояние г между корреспондирующими точками невелико и определяется соотношением  $r \approx H - 40H$ , где H — глубина акватории. Вместе с тем, ввиду ограниченности мошности источников звука на автономных аппаратах, именно для этих расстояний целесообразно использовать ЗПС. Недостаток знаний о ЗПС подо льдом в основном связан с особенностями ледового покрова, для которого характерны многочисленные трещины и шероховатости. Его нельзя рассматривать как цельную твердую пластину с известными акустическими характеристиками. Кроме того, возникновение трещин на льду приводит к генерации импульсных акустических шумов. Все это затрудняет оценку качества ЗПС при численном моделировании, а о натурных экспериментах известно очень немного [3, 4]. В частности, в этих экспериментах применялся точечный приемник звука, тогда как уже известно о преимуществах использования для ЗПС вертикальных линейных антенн [5, 6]. Такие антенны позволяют подавить помеху, обусловленную межсимвольной интерференцией, а также повысить отношение сигнал/шум при акустических шумах, связанных с ветровым волнением [6].

В настоящей работе представлены результаты экспериментальных исследований возможностей звукоподводной связи с использованием верти-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Лимнологический институт Сибирского отделения Российской академии наук, Иркутск, Россия

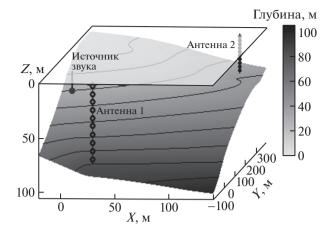
<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Институт океанологии им. П.П. Ширшова Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>\*</sup>E-mail: lunkov@kapella.gpi.ru

<sup>\*\*</sup>E-mail: mmmsoft@hlserver.lin.irk.ru

<sup>\*\*\*</sup>E-mail: petniko@kapella.gpi.ru

<sup>\*\*\*\*</sup>E-mail: ashatravin@ocean.ru



**Рис. 1.** Схема области проведения эксперимента с указанием профиля дна и мест расположения излучателя звука и приемных цепочек гидрофонов.

кальных приемных антенн в акватории с ледовым покровом, а также приведены оценки повышения эффективности ЗПС за счет их применения. Эксперименты были проведены на озере Байкал в марте 2019 г. В это время года на озере присутствует сплошной ледовый покров. Толщина льда в месте проведения экспериментов составляла около 66 см. Температура и скорость звука в воде слабо менялись с глубиной и составляли  $1^{\circ}$ С и 1409 м/c соответственно. Излучатель звука и две вертикальные цепочки гидрофонов были установлены в прибрежной зоне ( $H \le 86 \text{ м}$ ), а уклон дна от берега к центру озера достигал  $45^{\circ}$  (рис. 1).

Источник звука — пьезокерамическая сфера диаметра 80 мм — находился на глубине 18 м при глубине места 55 м. Первая приемная цепочка длиной 72 м, состоящая из J = 9 гидрофонов, бы-

ла расположена в 66 м от излучателя в направлении от берега. Глубина в месте расположения первой цепочки составляла 86 м. Вторая цепочка состояла из J=10 гидрофонов и была установлена на расстоянии 353 м в направлении примерно вдоль берега в месте, где толщина водного слоя составляет 41 м. Глубины расположения гидрофонов показаны в табл. 1. Как показали модельные расчеты [6], именно на близких расстояниях может складываться наиболее неблагоприятная для передачи информации ситуация, связанная с межсимвольной интерференцией.

Для тестирования ЗПС передавался сигнал  $s_0(t)$  с двоичной фазовой манипуляцией. Его зависимость от времени может быть записана в следующем виде:

$$S(t) = \sin(2\pi f_c t + \pi m(t)),$$

где $f_c$  — несущая частота, m(t) — временная зависимость, отвечающая набору нулей и единиц, включающему преамбулу из двух одинаковых М-последовательностей, случайный ряд из N = 2000символов (пробная передаваемая информация  $s_0(n), n$  — номер символа) и постамбулу также в виде М-последовательности. Использовались М-последовательности с разным числом символов от 127 до 1023. Несущая частота  $f_c$  равнялась 735 Гц (отметим, что частотный диапазон от 500 до 1000 Гц является оптимальным для передачи информации на Арктическом шельфе [6]). При выбранной частоте  $f_c$  мощность излучения составляла ≈0.01 Вт. Одному биту информации отвечало 4 или 6 периодов несущей, что соответствует скорости передачи информации 183.75 или 122.5 бит/с. Результаты, полученные на этих двух режимах, усреднялись. Перед излучением, а также после приема сигнал пропускался через фильтр ти-

Таблица 1.

Антенна 1 (длинная)			Антенна 2 (короткая)		
Глубина приема, м	BER	SINR, дБ	Глубина приема, м	BER	SINR, дБ
6.7	0.06	-0.9	1.3	0.26	-6.8
14.2	0.03	2.0	4.8	0.27	-7.9
21.7	0.01	2.0	8.2	0.18	-3.4
28.9	0.05	1.2	11.7	0.34	-11.5
36.3	0.07	-0.0	15.1	0.35	-11.4
43.5	0.04	1.3	18.6	0.34	-10.7
			22.1	0.24	-6.5
58.9	0.04	0.6	25.5	0.21	-5.4
66.5	0.10	-0.2	29.0	0.34	-11.1
74.0	0.09	-0.3	32.4	0.36	-11.8
На выходе антенны	0	8.9	На выходе антенны	0.049	0.3

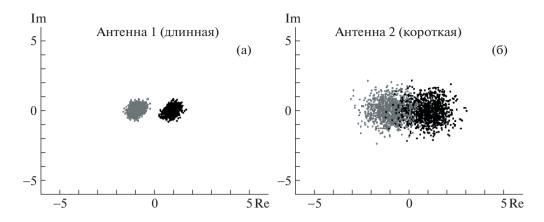


Рис. 2. Мягкие решения на выходе длинной (а) и короткой (б) антенны.

па "корень из приподнятого косинуса", что позволяло избавиться от побочных максимумов в частотной области и сконцентрировать мощность сигнала в заданной полосе частот.

Формировать выходной сигнал приемной антенны можно различными способами. В настоящем исследовании применяется обработка, заключающаяся в когерентном суммировании сигналов с каждого гидрофона с предварительным подбором фазы несущей и выравниванием времени первого прихода (по прямому лучу). Подбор фазы и выравнивание времени выполняется по сигналам преамбулы и постамбулы.

Для количественной оценки качества передачи информации использовался коэффициент битовых ошибок BER и отношение сигнал/(интерференция + шум) SINR. BER равен доле ошибочных бит в посылке. SINR вычислялся следующим образом:

SINR = 
$$-10 \lg \left( \frac{\sum_{n=1}^{N} |s(n) - s_0(n)|^2}{N} \right)$$
. (1)

Здесь s(n) — мягкое решение [7] на выходе демодулятора. Мягкое решение нормируется таким образом, чтобы

$$\max_{k} \left| \sum_{n=0}^{N} s(n-k) \cdot s_0(n) \right| = N,$$

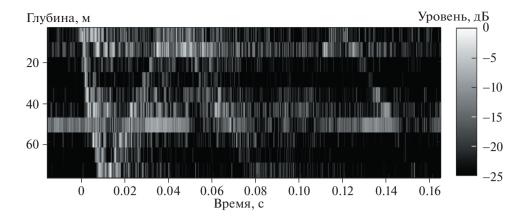
и в общем случае является комплексным. Примеры мягких решений, полученных для сигналов на выходе первой и второй антенны, показаны на рис. 2.

Результаты оценки качества передачи информации при приеме на отдельные гидрофоны и с использованием антенны приведены в табл. 1. Данные получены при когерентном суммировании мягких решений четырех последовательных

информационных сигналов. Это позволило увеличить SINR примерно на  $10 \lg 4 = 6$  дБ. Отсюда следует, что влияние межсимвольной интерференции на уровень битовых ошибок мало по сравнению с воздействием фонового шума и подледный канал распространения звука не менялся в течение нескольких минут. Несмотря на суммирование, отношение SINR оказалось достаточной низким, что объясняется малой мощностью источника звука. Большее значение SINR на элементах длинной антенны обусловлено их более близким расположением к излучателю. Соответственно на этой антенне удалось добиться безошибочной передачи информации (BER = 0).

Несмотря на общее снижение уровня шума в акваториях со сплошным ледовым покровом по сравнению с акваториями, свободными от льда, эпизодические моменты треска льда могут полностью перекрыть несколько бит информации, принимаемой на одиночный гидрофон, без возможности ее восстановления. В данном случае использование антенны позволяет избежать полной потери информации, так как время прихода импульсной помехи от возникающей близи приемной системы трещины будет неодинаковым для различных гидрофонов: помеха сначала приходит на верхний приемник, потом регистрируется на более нижних (рис. 3). Следовательно, на различных гидрофонах будут перекрыты разные информационные биты. (Здесь предполагается, что расстояние от излучателя информационного сигнала до приемной антенны много больше H, так, что время первого прихода полезного сигнала примерно одинаково на каждом гидрофоне.)

В заключение отметим, что применение вертикальных приемных антенн для ЗПС в мелководных волноводах с ледовым покровом оказывается особенно эффективным как вследствие стабильности канала передачи информации, так и ввиду особенностей поля фоновых помех. Использование таких антенн не исключает применения при необ-



**Рис. 3.** Пространственно-временная зависимость импульсной помехи, обусловленной треском льда, на вертикальной антенне 1.

ходимости других известных методов адаптивной эквализации, но существенным образом уменьшает требования к этим методам.

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ (проект 19–02–00127) и государственного задания ИО РАН (тема 0149-2019-0011).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Pelekanakis K. et al.* A simulation study for long-range underwater acoustic networks in the high north // IEEE Journal of Oceanic Engineering. 2019. V. 44. №. 4. P. 850–864. https://doi.org/10.1109/JOE.2019.2931853
- 2. Акуличев В.А., Каменев С.И., Моргунов Ю.Н. Применение сложных акустических сигналов в системах связи и управления подводными объектами // ДАН. 2009. Т. 426. № 6. С. 821–823.

- 3. Freitag L., Koski P., Singh S., Maksym T., Singh H. Acoustic Communications under Shallow Shore-Fast Arctic Ice // IEEE Oceans 2017. Anchorage. P. 1–5.
- Freitag L. et al. Experimental Results in Acoustic Communications under Shore-Fast Greenland Ice // OCEANS 2019-Marseille. IEEE. 2019. P. 1–6.
- 5. Rouseff D. Intersymbol interference in underwater acoustic communications using time-reversal signal processing // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 2. P. 780–787. https://doi.org/10.1121/1.1841692
- 6. Волков М.В., Григорьев В.А., Луньков А.А., Петников В.Г. О возможности применения вертикальных приемных антенн для звукоподводной связи на арктическом шельфе // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 3. С. 332—342. https://doi.org/10.1134/S0320791919030109
- 7. *Скляр Б*. Цифровая связь: Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом Вильямс. 2003. 1100 с.

# APPLICATION OF VERTICAL RECEIVING ARRAYS FOR UNDERWATER ACOUSTIC COMMUNICATION IN AN INHOMOGENEOUS WAVEGUIDE WITH AN ICE COVER

M. V. Volkov<sup>a</sup>, A. A. Lunkov<sup>a</sup>, M. M. Makarov<sup>b</sup>, and A. V. Shatravin<sup>c</sup>

<sup>a</sup> Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
 <sup>b</sup> Limnological Institute, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Irkutsk, Russian Federation
 <sup>c</sup> Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation
 Presented by Academician of the RAS I.A. Scherbakov

The paper presents the results of experimental studies of underwater acoustic communication at frequencies of 500–1000 Hz using vertical chains of hydrophones (linear arrays). The experiments were carried out in the coastal area of Lake Baikal covered with continuous ice. It has been demonstrated that the use of vertical arrays in shallow water areas with ice cover can effectively suppress natural background noise when such receiving modules cover the entire water layer in depth. This makes it possible to reduce by an order of magnitude the level of transmission errors in comparison with reception by a single hydrophone.

Keywords: underwater acoustic communication, ice cover, vertical receiving arrays

Журнал "Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки" публикует краткие сообщения, содержащие результаты приоритетных, оригинальных, ранее неопубликованных исследований в области физики, механики и технических наук. Цель журнала — ознакомление широкого круга специалистов с последними достижениями в различных разделах этих наук. Высокое качество публикаций должно обеспечиваться соблюдением требований к рукописям и всесторонним экспертным рецензированием.

Журнал публикует сообщения, авторами которых являются действительные члены (академики) и члены-корреспонденты Российской академии наук. Журнал публикует также сообщения других авторов, представленные академиками РАН по соответствующей специальности. Представление должно быть получено автором до направления статьи в редакцию.

Журнал издается на русском языке один раз в 2 месяца (6 выпусков в год). Периодичность англоязычной версии "Doklady Physics" — 12 выпусков в год.

Подразделы журнала: Физика; Механика; Технические науки.

В журнале не публикуются работы полемические и узкоспециальные; содержащие решения стандартных задач; статьи обзорные и методические; статьи, излагающие обобщения и предположения; статьи серийные, разделенные на несколько последовательных публикаций; статьи о рядовых исследованиях, не представляющие общего интереса.

Решением редакционной коллегии работа может быть отклонена, если она не удовлетворяет перечисленным выше требованиям. Сообщения, отклоненные редколлегией, повторно не рассматриваются.

### ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала "Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки" просит авторов руководствоваться приводимыми ниже правилами и надеется, что авторы ознакомятся с ними, прежде чем отошлют сообщение в редакцию.

Работы, оформленные без соблюдения этих правил, возвращаются без рассмотрения.

- 1. Публикуемые сообщения должны иметь представление действительного члена Российской Академии наук, если оно требуется (см. образец оформления Представления).
- 2. Авторы должны определить раздел, в который они рекомендуют поместить сообщение, и индекс по Универсальной десятичной классификации (УДК).
- 3. Рукописи статей и сопроводительные материалы загружаются в Редакционно-издательскую систему издательства Pleiades Publishing Ltd по ссылке https://sciencejournals.ru/journal/danfiz/или направляются в редакцию по электронной почте doklady\_physics@mail.ru. Бумажный вариант представлять в редакцию не требуется.
- 4. На отдельной странице нужно указать полное название (на русском и английском языках) учреждения, в котором выполнено исследование; фамилии, имена и отчества всех авторов; почтовый индекс, адрес, номера телефонов и E-mail каждого соавтора. Необходимо также указать автора, с которым редакция будет вести переговоры и переписку.
- 5. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что она принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен срочно вернуть вместе с исходным вариантом, а также с ответом на все замечания.
- 6. Журнал публикует сообщения, занимающие не более 1/2 авторского листа (20 000 знаков). В этот объем входят текст, таблицы, библиография (не более 25 источников). Рекомендуется включать в список литературы актуальные журнальные статьи, опубликованные за последние 2 года, в том числе в журнале «Доклады Академии наук». Рисунки должны быть выполнены четко, в формате, обеспечивающем ясность передачи всех деталей.
  - 7. Электронная версия должна включать:
- название статьи; ФИО каждого автора статьи; аффилиация; аннотация; ключевые слова; текст сообщения; список литературы; рисунки (отдельными файлами в формате jpeg или tif);
- на английском языке: название статьи; ФИО каждого автора статьи; аффилиация; аннотация; ключевые слова.

- 8. Текст сообщения должен быть тщательно отредактирован и подписан всеми авторами. При использовании сокращений необходимо дать их расшифровку; следует ограничиваться общепринятыми сокрашениями и не вволить новых без достаточных на то оснований.
  - 9. Благодарности должны быть перечислены отдельно от источников финансирования.
- 10. Финансирование работы. Укажите информацию о грантах и любой другой финансовой поддержке исследований.
- 11. Обязательное указание конфликта интересов любых отношений или сферы интересов, которые могли бы прямо или косвенно повлиять на вашу работу или сделать ее предвзятой (например, член редколлегии обязан указывать, что он публикуется в журнале, где он член редколлегии).
- 12. Авторы могут приложить свою версию перевода статьи на английский язык или дать необходимые пояснения переводчику.
- 13. В формулах следует избегать громоздких обозначений. Занумерованные формулы обязательно выключаются в красную строку, номер формулы ставится у правого края.
- 14. Ссылки в тексте на цитированную литературу даются в квадратных скобках, например [1]. В списке все работы перечисляются в порядке цитирования. Самоцитирование допускается в объеме не более 30%.

Для книг: фамилия и инициалы автора, полное название книги, место издания, издательство, год издания, том или выпуск и общее количество страниц.

Ссылки на книги, переведенные на русский язык, должны сопровождаться ссылками на оригинальные издания с указанием выходных данных.

Для периодических изданий: фамилия и инициалы автора, название статьи, название журнала, год издания, том, номер, первая и последняя страницы статьи.

Желательно указывать индекс DOI цитируемой статьи.

Ссылки на неопубликованные работы не допускаются.

Рекомендуется приложить список литературы на английском языке, в котором будут правильно указаны название английской версии переводного журнала и выходные данные.

- 15. Редакция обращает внимание авторов на то, что журнал «Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки» является органом общей научной информации и в связи с этим просит авторов излагать материал в ясной и доступной форме. Если материал не может быть изложен в краткой форме или требует большого числа иллюстраций, редакция советует авторам направлять его в какой-либо специализированный журнал. Работы, нарушающие эти условия, редакция возвращает авторам для сокращения.
- 16. Появление краткого сообщения в "Докладах Академии наук" не препятствует впоследствии публикации расширенного варианта в другом периодическом издании, с соблюдением всех этических норм. Одновременная отсылка рукописи в «Доклады» и в другой журнал не допускается.
- 17. В соответствии с новыми международными правилами будет проводиться проверка на предмет соблюдения авторами прав на заимствованные материалы, отсутствие плагиата и повторного опубликования. Проверка с использованием компьютерных программ проводится и зарубежными партнерами Издательства в отношении переводной версии статьи. Если автором нарушены права третьих лиц: не получены разрешения на использование заимствованных материалов, установлены факты плагиата, повторного опубликования и т.п., произведение будет отозвано.
- 18. Рукописи проходят процедуру анонимного внешнего рецензирования ведущими отечественными и зарубежными экспертами и рекомендуются к печати Редколлегией журнала на конкурсной основе.
- 19. Важно соблюдать правила публикационной этики и избегать следующих нарушений: 1) фабрикации и фальсификации данных, т.е. их подделки или изменения; 2) плагиата и самоплагиата копирования без надлежащего цитирования хотя бы одного предложения из чужой или даже собственной ранее опубликованной рукописи, а также рисунков и таблиц; 3) многократной подачи рукописи в несколько журналов одновременно; 4) избыточных публикаций, основанных на одном и том же эксперименте; 5) неподобающего указания авторства, когда в авторский коллектив включены люди, не внесшие вклада в работу, или, наоборот, не включены люди, внесшие значительный вклад.
- 20. На любой материал, который автор заимствует из других работ, необходимо получить разрешение от правообладателя и приложить к рукописи. Правообладателем статей в журналах, как правило, является не автор, а издатель журнала, в котором опубликован материал. Подробнее о получении разрешения см. по ссылке https://www.pleiades.online/ru/authors/permission/

- 21. Все используемые в статье цитаты обязательно приводятся на оригинальном языке и сопровождаются соответствующей ссылкой.
- 22. Для более полного описания исследования к статье могут прилагаться дополнительные материалы (аудио- и видеофайлы, презентации, дополнительные таблицы и рисунки и пр.). Они публикуются только в электронной версии на сайте https://link.springer.com/ (для англоязычных журналов) и https://elibrary.ru (для русскоязычных журналов).

### ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ СООБШЕНИЯ

### **РАЗДЕЛ**

**УДК** 

### НАЗВАНИЕ СТАТЬИ

© 2021 г. В. П. Иванов<sup>1,\*</sup>, Г. В. Сидоров<sup>2,\*\*</sup>

<sup>1</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия

<sup>2</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

\*E-mail: ivanov@niisi.ras.ru

\*\*E-mail: sidorov@msu.su

### Представлено академиком РАН Я.Я. Яковлевым ...

Поступило ... После доработки ... Принято к публикации ...

Аннотация (объем не должен превышать 1000 знаков с учетом пробелов) может быть размещена в свободном доступе в электронных базах поиска и индексирования. Она должна быть информативной, описывать методы и главные результаты исследования и не должна содержать ссылок на другие работы и аббревиатур. Из аннотации должно быть ясно, какие вопросы поставлены для исследования и какие ответы на них получены. Должен быть сформулирован приоритетный научный результат, требующий срочной публикации.

*Ключевые слова*: необходимо указать от 3 до 10 ключевых слов, способствующих индексированию статьи в поисковых системах. Рекомендуется использовать общепринятые термины

Текст статьи....

### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят...

### ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследования выполнены при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 19–11–10000).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Руденко О.В., Гурбатов С.Н., Хедберг К.М.* Нелинейная акустика в задачах и примерах. М.: Физматлит, 2007. 176 с.
- 2. *Антипов Е.А., Левашова Н.Т., Нефедов Н.Н.* Асимптотика движения фронта в задаче реакция—диффузия—адвекция // ЖВМиМФ. 2014. Т. 54. № 10. С. 35—49. https://doi.org/10.31857/S2686740020030098

В таком же порядке метаданные должны быть представлены на английском языке:

### THE TITLE OF ARTICLE

### V. P. Ivanov<sup>a</sup> and G. V. Sidorov<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Moscow Institute of Physics and Technology (National Research University), Dolgoprudny, Moscow Region, Russian Federation

<sup>b</sup>Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

Presented by Academicican of the RAS Ya.Ya. Yakovlev

Summary

Keywords:

ДОКЛАДЫ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. ФИЗИКА, ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ том 496 2021

### REFERENCES

- 1. O. V. Rudenko, S. N. Gurbatov, and C. M. Hedberg, Nonlinear Acoustics through Problems and Examples (Fizmatlit, Moscow, 2007; Trafford, Victoria BC, Ca-nada, 2011).
- 2. E. A. Antipov, N. T. Levashova, and N. N. Nefedov, Comput. Math. Math. Phys. 54 (10), 1536-1549 (2014).

### ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

В кратком сообщении И.И. Иванова и С.С. Сидорова "Название работы" описано новое явление (обнаружен эффект, впервые объяснены свойства, построена новая модель и т.п.). Этот результат является приоритетным.

Приоритетность научного результата, полученного в быстро развивающейся области (физические свойства метаматериалов, регистрация гравитационной волны и т.п.) требует срочной публикации этого сообщения.

Представляю сообщение И.И. Иванова и С.С. Сидорова "Название работы" к публикации в журнале "Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки".

Акалемик РАН Я.Я. Яковлев

Подпись, Число

### СОПРОВОДИТЕЛЬНЫЕ ДОКУМЕНТЫ

Вместе с рукописью в редакцию высылаются отсканированные копии следующих сопроводительных документов:

- Экспертное заключение о возможности опубликования
- Лицензионный договор для русской версии, подписанный всеми авторами (https://sciencejournals.ru/pub/license agreement ru.docx)
- Авторский договор для английской версии (https://www.pleiades.online/ru/authors/agreement/)