

СОДЕРЖАНИЕ

Том 84, номер 3, 2021

ЯДРА

Эксперимент

Ориентационные характеристики ядра $^{14}\text{C}(3^-; 6.73 \text{ МэВ})$ в реакции $^{13}\text{C}(d, p\gamma)^{14}\text{C}$

*Л. И. Галанина, Н. С. Зеленская, В. М. Лебедев, Н. В. Орлова, А. В. Спасский,
И. С. Тюрин, А. Г. Алибаева*

186

Исследование средневзвешенных сечений для реакций на ^{93}Nb на тормозном пучке ЛУЭ-75

*А. Э. Аветисян, Р. В. Аветисян, А. Г. Барсегян, Ю. А. Гарибян, А. В. Гюрджинян,
Р. К. Даллакян, И. А. Керобян, А. А. Мкртчян*

194

Теория

Применение $2\alpha + n$ трехтельной кластерной модели ядра ^9Be в реакции $^9\text{Be}(^3\text{He}, ^3\text{He})^9\text{Be}$

Б. А. Уразбеков, А. С. Деникин, Н. Итако, Д. Джансейтов

200

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

Эксперимент

Поиск GUT-монополя в глубоководном байкальском детекторе

О. Н. Гапоненко

208

TOTEM: о параметре ρ при 13 ТэВ

В. В. Ежела, В. А. Петров, Н. П. Ткаченко

219

Теория

О возможности разделения когерентного и некогерентного рассеяния (анти)нейтрино на ядрах

В. А. Бедняков, Д. В. Наумов, И. В. Титкова

235

Характеристики осцилляций активных нейтрино и двойного бета-распада с учетом вкладов стерильных нейтрино

В. В. Хрущев, С. В. Фомичев, С. В. Семенов

250

Волновые функции и S -фактор составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс

Ю. Д. Черниченко

262

ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЯДРА $^{14}\text{C}(3^-; 6.73 \text{ МэВ})$ В РЕАКЦИИ $^{13}\text{C}(d, p\gamma)^{14}\text{C}$

© 2021 г. Л. И. Галанина^{1)*}, Н. С. Зеленская¹⁾, В. М. Лебедев¹⁾,
Н. В. Орлова¹⁾, А. В. Спасский¹⁾, И. С. Тюрин²⁾, А. Г. Алибаева³⁾

Поступила в редакцию 11.12.2020 г.; после доработки 11.12.2020 г.; принята к публикации 11.12.2020 г.

При энергии дейтронов 15.3 МэВ на циклотроне НИИЯФ МГУ измерены дифференциальные сечения и функции угловой p - γ -корреляции для реакций $^{13}\text{C}(d, p_3\gamma_{6.73})^{14}\text{C}$ и $^{13}\text{C}(d, p_1\gamma_{6.09})^{14}\text{C}$. Для ядра $^{14}\text{C}(3^-, 6.73 \text{ МэВ})$ восстановлены все четные компоненты спин-тензоров матрицы плотности и впервые определены его различные ориентационные характеристики. Экспериментальные результаты сопоставлены с расчетами в предположении механизма срыва нейтрона и в модели составного ядра.

DOI: 10.31857/S0044002721030107

1. ВВЕДЕНИЕ

Детальное описание на микроскопическом уровне структуры нейтронно-избыточного ядра ^{14}C остается актуальной задачей исследователей все последние годы [1–6]. В различных ядерных реакциях изучается смешивание оболочечных конфигураций, определяются параметры деформации ядра и его кластеризация в различных состояниях. Одной из таких реакций является реакция $^{13}\text{C}(d, p)^{14}\text{C}^*$, механизм которой исследуется в настоящей работе.

Изучению механизма реакции $^{13}\text{C}(d, p)^{14}\text{C}^*$ посвящено значительное количество как экспериментальных, так и теоретических работ [7]. Исследования проведены в широкой энергетической области от нескольких сотен кэВ до 56 МэВ. Угловые распределения (УР) протонов при энергиях дейтронов $E_d = 13$ –18 МэВ ранее измерялись в работах [8–10] и в нашей работе [11]. Угловые p - γ -корреляции в реакции $^{13}\text{C}(d, p_3\gamma_{6.73})^{14}\text{C}$ исследовались только в [12] при энергии $E_d = 3.7 \text{ МэВ}$. Корреляционные измерения проведены в плоскости реакции при одном значении $\theta_p = 35^\circ$. Используя механизм срыва нейтрона в плосковолновом приближении, авторы определили спин и четность изучаемого состояния конечного ядра. Характерно, что при анализе

экспериментальных результатов в этой реакции такой механизм успешно привлекался различными авторами уже при энергии дейтронов несколько сотен кэВ [13], что связано, по-видимому, с малой энергией связи дейтрона и с относительно большим значением Q реакции.

В настоящей работе представлены результаты измерения дифференциальных сечений и функций угловой p - γ -корреляции (ФУК) в реакции $^{13}\text{C}(d, p\gamma)^{14}\text{C}$ при переходе ядра ^{14}C из возбужденных состояний 1^- и 3^- в основное 0^+ -состояние с испусканием γ -квантов $E1$ - и $E3$ -мультипольности соответственно. Из угловых корреляций восстановлены все четные компоненты спин-тензоров матрицы плотности ядра $^{14}\text{C}(1^-, 3^-)$. Для выстроенного ядра $^{14}\text{C}(3^-)$ определены без дополнительных измерений различные ориентационные характеристики: заселенности магнитных подсостояний; тензоры ориентации мультипольных моментов и тензорная поляризация различных рангов.

Экспериментальные дифференциальные сечения и ориентационные характеристики сопоставлены с теоретическими, рассчитанными в предположении механизмов срыва нейтрона (код FRESKO [14]) и составного ядра (код TALYS [15]).

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент выполнен на циклотроне У-120 НИИЯФ МГУ с дейтронами, ускоренными до энергии 15.3 МэВ. Энергетический разброс пучка составлял около 160 кэВ. В качестве мишени использовалась самоподдерживающаяся углеродная пленка толщиной 0.55 мг см^{-2} с обогащенным (до 80%) изотопом ^{13}C .

¹⁾Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия.

²⁾Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия.

³⁾Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан.

*E-mail: galan_lidiya@mail.ru

Дифференциальные сечения и функции угловых p - γ -корреляций для $^{13}\text{C}(d, p_3\gamma_{6.73})^{14}\text{C}$ измерены для углов θ_p вылета протонов, равных $20^\circ, 30^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ и 140° (лаб.), а для $^{13}\text{C}(d, p_1\gamma_{6.09})^{14}\text{C}$ — $\theta_p = 30^\circ$ (лаб.). Протоны — продукты реакций — регистрировались тремя кремниевыми полупроводниковыми детекторами типа ДКД с толщиной чувствительной области около 1800 мкм, расположенными внутри камеры рассеяния на расстоянии 75 мм от мишени на поворотном столике. Детекторы имели угловое разрешение 2.5° . Для измерения двойных дифференциальных сечений вне плоскости реакции изменялся угол наклона φ_γ этого столика относительно горизонтальной плоскости.

γ -Кванты регистрировались в интервале θ_γ от 20 до 150° при 5–9 значениях угла θ_γ в каждой плоскости φ_γ четырьмя сцинтилляционными детекторами БДЭГ-23 с кристаллами $\text{NaI}(\text{Tl})$ длиной и диаметром 63 мм, расположенными с фиксированным угловым интервалом $\Delta\theta_\gamma = 32.5^\circ$ на поворотной горизонтальной кольцевой платформе вне камеры рассеяния. Поворот платформы на этот угловой интервал позволял проводить повторные измерения при трех углах θ_γ и одновременно контролировать относительную эффективность γ -детекторов. Их угловое разрешение составляло 13° и поправки на него учитывались при обработке экспериментальных данных.

ФУК были измерены в четырех плоскостях φ_γ : в плоскости реакции ($\varphi_\gamma = 180^\circ$), в плоскости, перпендикулярной плоскости реакции ($\varphi_\gamma = 270^\circ$), и еще в двух плоскостях, составляющих с плоскостью реакции углы $\varphi_\gamma = 210^\circ$ и 240° . Отсчет угла φ_γ проводился от 180° , так как детекторы заряженных частиц и γ -квантов располагались с противоположных сторон камеры рассеяния. Более детальное описание экспериментальной установки и измерительно-вычислительного комплекса дано в [16].

Восстановление спин-тензоров $\rho_{k\kappa}(\theta_p)$ четного ранга k матрицы плотности конечного ядра из ФУК (двойных дифференциальных сечений $W(\theta_p; \theta_\gamma, \varphi_\gamma)$) состоит [17] в решении системы линейных уравнений относительно компонент спин-тензоров $A_{k\kappa}(\theta_p)$:

$$W(\theta_p; \theta_\gamma, \varphi_\gamma) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{k\kappa} \frac{1 + (-1)^k}{\sqrt{2k+1}} \times \quad (1)$$

$$\times A_{k\kappa}(\theta_p) Y_{k\kappa}^*(\theta_\gamma, \varphi_\gamma),$$

где тензоры $A_{k\kappa}(\theta_p)$ в случае несмешанных электромагнитных переходов мультипольности L связаны со спин-тензорами матрицы плотности $\rho_{k\kappa}(\theta_p)$ соотношениями:

$$A_{k\kappa}(\theta_p) = \sqrt{2L+1} (-1)^{L+1} \times \quad (2)$$

$$\times \langle L 1 L - 1 | k 0 \rangle \rho_{k\kappa}(\theta_p).$$

Компоненты $A_{k\kappa}(\theta_p)$ в использованной системе координат (СК) действительны и $A_{k\kappa}(\theta_p) = (-1)^\kappa A_{k-\kappa}(\theta_p)$, при этом $A_{00}(\theta_p) = \rho_{00}(\theta_p) \equiv d\sigma/d\Omega(\theta_p)$. Значения ранга k тензоров $A_{k\kappa}(\theta_p)$ определяются величиной спина состояния J и мультипольностью γ -перехода L , а значения его проекции κ меняются от $-k$ до k . В (1) $Y_{k\kappa}^*(\theta_\gamma, \varphi_\gamma)$ — сопряженные сферические функции углов θ_γ и φ_γ вылета γ -кванта в сферической СК с осью Z , направленной вдоль импульса падающих частиц и плоскостью (X, Z) , совпадающей с плоскостью реакции (“экспериментальной” СК).

Максимальный ранг k спин-тензоров матрицы плотности для состояния со спином $J = 3^-$ равен 6, а число независимых компонент спин-тензоров четного ранга $A_{k\kappa}(\theta_p)$ составляет 16 [17]. Соответственно число независимых измерений ФУК не должно быть меньшим, причем эти измерения должны быть выполнены не менее чем в четырех плоскостях относительно плоскости реакции [17]. Поэтому измерение ФУК выполнено для четырех значений φ_γ и пяти–девяти значений θ_γ .

Измерения для переходов на уровни 1^- и 3^- проводились одновременно, однако в первом случае мультипольность $L = 1$ и $k_{\max} = 2$, что соответствует четырем независимым компонентам $A_{k\kappa}(\theta_p)$.

Найденные на основе экспериментальных ФУК компоненты спин-тензоров $\rho_{k\kappa}(\theta_p)$ позволяют определить различные ориентационные характеристики выстроенного ядра $^{14}\text{C}(3^-)$.

Это относится, во-первых, к диагональным элементам матрицы плотности — заселенностям подсостояний уровня 3^- ядра ^{14}C , что эквивалентно определению ориентации его спина J . Заселенности $P_{\pm M}(J, \theta_p)$ определяются отношением диагональных элементов матрицы плотности к $\rho_{00}(\theta_p)$ в СК, ось Z которой совпадает с направлением спина ядра и перпендикулярна плоскости реакции. Переход в эту СК из “экспериментальной” осуществляется с помощью функции поворота $D_{\kappa 0}^k(\pi/2, \pi/2, \pi/2)$:

$$P_{\pm M}(J, \theta_p) = \frac{1}{\sqrt{(2J+1)}} \frac{1}{\rho_{00}(\theta_p)} \times \quad (3)$$

$$\times \sum_{k\kappa} (-1)^{J-M} \langle J M J - M | k 0 \rangle \times$$

$$\times \rho_{k\kappa}(J, \theta_p) D_{\kappa 0}^k(\pi/2, \pi/2, \pi/2).$$

Во-вторых, восстановленные $\rho_{k\kappa}(\theta_p)$ дают также возможность получить тензоры ориентации $t_{k\kappa}(\theta_p)$ мультипольных моментов четного ранга k ,

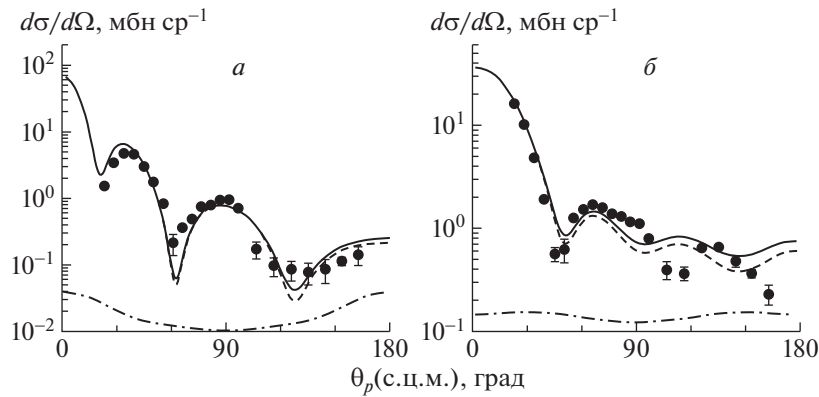


Рис. 1. Угловые распределения протонов из реакции $^{13}\text{C}(d, p)^{14}\text{C}$ с образованием конечного ядра в состояниях 1^- (а) и 3^- (б). Точки — экспериментальные сечения. Расчетные кривые (их обозначения повторены на рис. 2, 4–6): штриховая — вклад механизма срыва нейтрона (расчет по FRESKO), штрихпунктирная — вклад механизма составного ядра (расчет по TALYS), сплошная кривая — суммарный вклад обоих механизмов.

определяемые в СК, ось Z которой совпадает с осью симметрии ядра и направлена по импульсу ядра-отдачи:

$$t_{k\kappa}(\theta_p) = \frac{1}{\sqrt{(2k+1)(2J_B+1)}} \frac{\rho_{k\kappa}(\theta_p)}{\rho_{00}(\theta_p)}. \quad (4)$$

Переход в эту СК из “экспериментальной” осуществляется с помощью функции $D_{\kappa 0}^k(\pi, \theta_p - \pi, \pi)$.

В-третьих, на базе матрицы плотности можно восстановить важную физическую характеристику выстроенного ядра — его тензорную поляризацию $T_{k\kappa}(\theta_p)$ [18, 19]. Компоненты тензорной поляризации характеризуют несимметричность ориентации его спина относительно оси, перпендикулярной к плоскости реакции. Величины $T_{k\kappa}(\theta_p)$ ранга k определены в СК с осью Z , перпендикулярной плоскости реакции, и осью X , направленной по падающему пучку. Переход в эту СК из “экспериментальной” осуществляется тремя поворотами на углы Эйлера $\alpha = \pi/2$, $\beta = \pi/2$, $\gamma = \pi$. В результате тензорная поляризация ранга k с четными значениями проекций κ определяется через спин-тензоры $\rho_{k\kappa}(\theta_p)$ выражением [20]

$$T_{k\kappa}(\theta_p) = \sum_{\pm\kappa'} N \frac{\rho_{k\kappa'}(\theta_p)}{\rho_{00}(\theta_p)} D_{\kappa'\kappa}^k(\pi/2, \pi/2, \pi), \quad (5)$$

где нормировочная постоянная N зависит только от спина J конечного ядра. Отметим, что в большинстве прямых поляризационных экспериментов определяются только компоненты $T_{k\kappa}(\theta_p)$ с нулевой проекцией κ на ось квантования.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Угловые зависимости дифференциальных сечений реакций $^{13}\text{C}(d, p_1)^{14}\text{C}(1^-, 6.09 \text{ МэВ})$ и

$^{13}\text{C}(d, p_3)^{14}\text{C}(3^-, 6.73 \text{ МэВ})$, измеренные в области углов вылета протонов $\theta_p = 21\text{--}161^\circ$ (лаб.), приведены на рис. 1. Они имеют форму, характерную для прямого механизма реакции — осцилляции сечения со спадом при росте угла вылета протонов. Такая форма сохраняется и при других энергиях налетающих дейтронов (см., например, [12, 21]).

На рис. 2 показана часть измеренных ФУК $W(\theta_p; \theta_\gamma, \varphi_\gamma)$ в реакции $^{13}\text{C}(d, p_3 \gamma_{6.73})^{14}\text{C}$. Их 16-параметрическая подгонка (1) методом наименьших квадратов обозначена на этом рисунке коротким штрихом. Средняя величина χ^2 составила 30 при числе степеней свободы 35, а среднее значение уровня достоверности — 0.7. Статистическая погрешность двойных дифференциальных сечений в среднем не превысила 23%. Значительные погрешности при больших углах вылета протона связаны с сильным падением дифференциального сечения. Форма полученных ФУК в целом демонстрирует анизотропию и осцилляции, причем ФУК для $\varphi_\gamma = 270^\circ$ практически симметрична относительно $\theta_\gamma = 90^\circ$.

ФУК в реакции $^{13}\text{C}(d, p_1 \gamma_{6.09})^{14}\text{C}$ во всех плоскостях оказалась близкой к изотропной (рис. 3). При подгонке по (1) отношение $A_{00}(\theta_p)$ к компонентам $A_{k\kappa}(\theta_p)$ с $k = 2$ составило ~ 100 . Аналогичную изотропную корреляцию (в пределах статистических ошибок) наблюдали для этой реакции в [12] при $E_d = 3.7 \text{ МэВ}$ ($\theta_p = 20^\circ$). Такая изотропность указывает на определяющую роль механизма срыва нейтрона с нулевым переданным орбитальным моментом. Сходная ситуация отмечалась и в [21] при $E_d = 6 \text{ МэВ}$ ($\theta_p = 22^\circ$ и 65°).

На рис. 4 приведены угловые зависимости заселенностей подуровней $P_{\pm M}(J, \theta_p)$ ядра $^{14}\text{C}(3^-$,

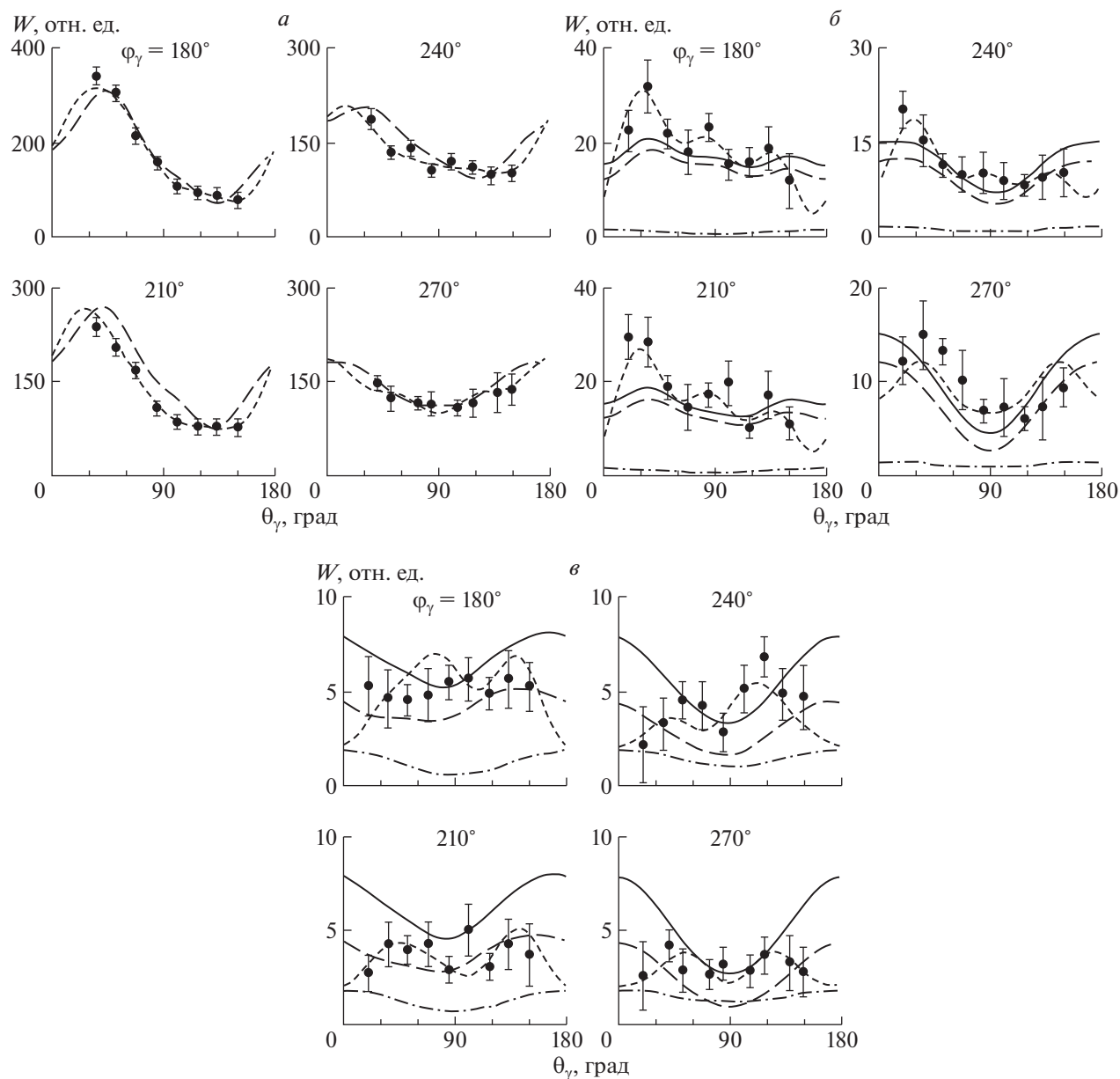


Рис. 2. Экспериментальные и расчетные функции угловой корреляции в реакции $^{13}\text{C}(d, p\gamma_{6.73})^{14}\text{C}$ для различных углов θ_p ($a - 20^\circ$, $b - 60^\circ$, $c - 140^\circ$) в четырех плоскостях φ_γ регистрации γ -квантов. Короткий штрих — 16-параметрическая подгонка по (1).

6.73 МэВ) для различных проекций спина M . Эти зависимости неизотропны и заметно осциллируют.

Угловые зависимости некоторых компонент восстановленных тензоров ориентации мультипольных моментов $t_{k\kappa}(\theta_p)$ $^{14}\text{C}(3^-; 6.73 \text{ МэВ})$ приведены на рис. 5. Отметим, что $t_{k\kappa}(\theta_p)$ знакопеременны, причем компоненты $t_{2\kappa}(\theta_p)$ ориентации квадрупольного момента в основном отрицательны.

Тензоры и квадрупольной, и гексадекапольной поляризации также имеют нерегулярные знакопеременные осцилляции в зависимости от θ_p (рис. 6),

при этом компонента $T_{20}(\theta_p)$ имеет только отрицательные значения.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные в настоящей работе экспериментальные характеристики проанализированы в предположении механизма срыва нейтрона в рамках метода связанных каналов (МСК) (код FRESKO) и модели составного ядра (СЯ) в ее статистическом пределе (код TALYS).

В расчетах по МСК для ядра ^{14}C учтены связи каналов $0^+ \leftrightarrow 1^- (E1)$ и $0^+ \leftrightarrow 3^- (E3)$. Необходи-

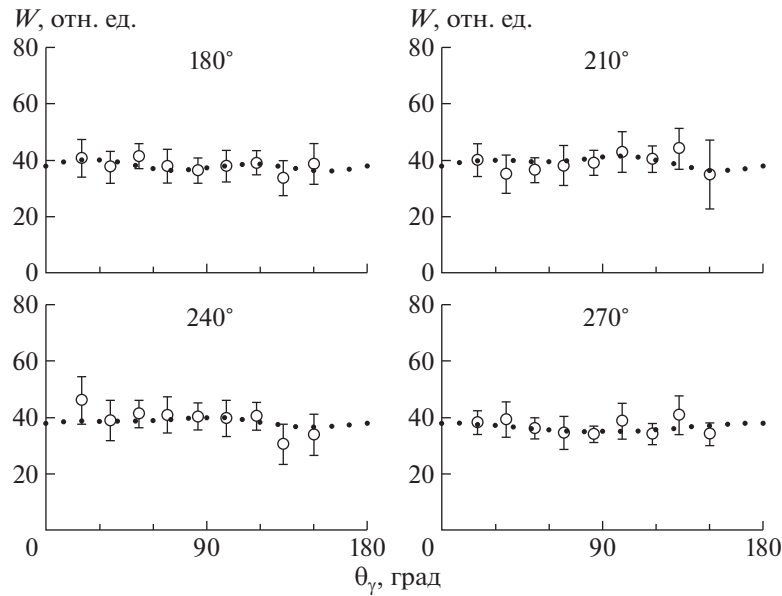


Рис. 3. Функции угловой корреляции в реакции $^{13}\text{C}(d, p \gamma_{6.09})^{14}\text{C}$ для угла $\theta_p = 30^\circ$ в четырех плоскостях φ_γ регистрации γ -квантов. Кружки — эксперимент, точечные кривые — 4-параметрическая подгонка по (1).

мые для расчетов спектроскопические амплитуды (СА) нейтронов для ядра ^{14}C рассчитаны нами

ранее в оболочечной модели для смешанных конфигураций $p^{-1}(2s - 1d)$ и приведены в [11].

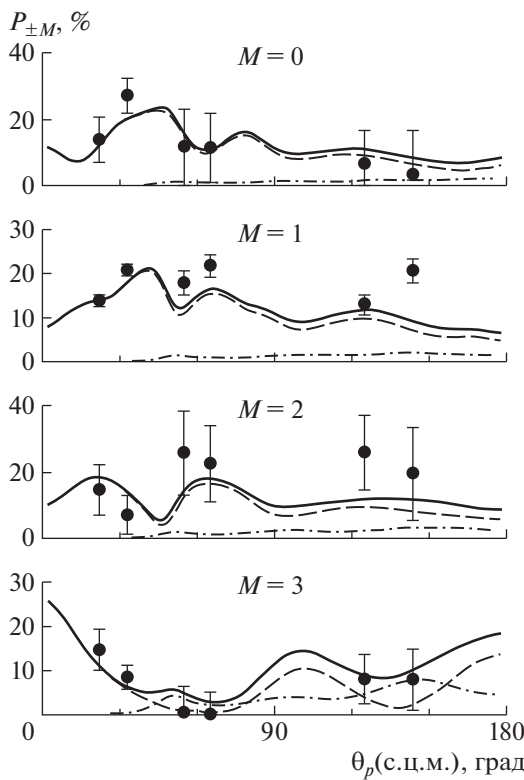


Рис. 4. Сопоставление экспериментальных (точки) и расчетных угловых зависимостей заселенностей $P_{\pm M}(\theta_p)$ магнитных подсостояний ядра $^{14}\text{C}(3^-, 6.73 \text{ МэВ})$ для четырех проекций M спина этого ядра.

Входными параметрами расчетов, помимо СА, являются параметры оптических потенциалов (ОП) для входного и выходного каналов реакции. Наилучшее описание экспериментальных зависимостей получено с использованием во входном канале незначительно скорректированного глобального дейтронного потенциала [22]. В протонном канале в расчетах использован глобальный ОП [23]. Поскольку энергия возбуждения состояния 3^- ядра ^{14}C достаточно велика, она принималась во внимание при расчете параметров этого ОП. Конкретные значения параметров ОП, использованные в расчетах по МСК, приведены в табл. 1.

Роль механизма СЯ была оценена с помощью программного пакета TALYS. Модель СЯ реализована в коде TALYS последовательно в нескольких вариантах и может быть использована для оценки вклада этого механизма и расчета углового распределения частиц по формуле Блата—Биденхарна в приближении некоррелированных фаз. Для расчета компонент спин-тензоров матрицы плотности ядра в код были внесены необходимые дополнения. Дифференциальные сечения $d\sigma/d\Omega(\theta_p) = A_{00}(\theta_p)$ незначительно отличаются от угловых распределений протонов в приближении некоррелированных фаз на малых и больших углах.

При расчете вклада СЯ параметры ОП во входном канале соответствовали таблице. Учитывались все энергетически открытые каналы распада составного ядра с вылетом p, n, d, t и α . В конкурирующих каналах в расчетах использован глобаль-

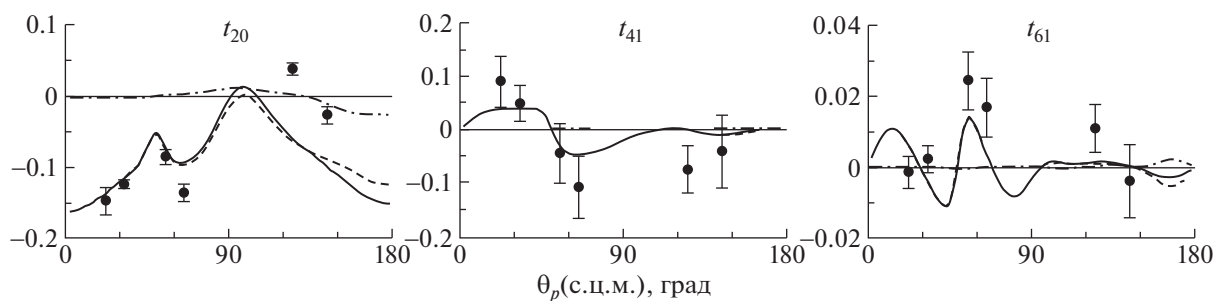


Рис. 5. Угловые зависимости компонент $t_{k\kappa}(\theta_p)$ тензоров ориентации мультипольных моментов (отн. ед.).

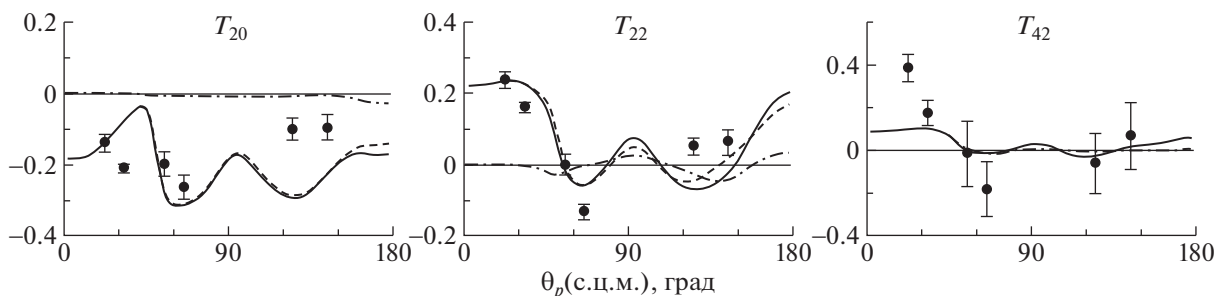


Рис. 6. Угловые зависимости компонент $T_{k\kappa}(\theta_p)$ квадрупольной и гексадекапольной поляризации ядра $^{14}\text{C}(3^-)$ (отн. ед.).

Таблица 1. Параметры оптических потенциалов в форме Вудса–Саксона, использованные в расчете

Канал	V , МэВ	r_V , Фм	a_V , Фм	W , МэВ	r_W , Фм	a_W , Фм	WD^* , МэВ	r_{WD} , Фм	a_{WD} , Фм	V_{so} , МэВ	r_{so} , Фм	a_{so} , Фм	r_C , Фм
$d + ^{13}\text{C}$	80.15	1.17	0.81	—	—	—	16.41	1.56	0.57	3.70	1.23	0.81	1.70
$p + ^{14}\text{C}(0^+)$	51.85	1.17	0.75	1.82	1.17	0.75	8.4	1.32	0.61	6.25	1.01	0.75	1.4
$p + ^{14}\text{C}(1^-)$	53.93	1.17	0.75	0.39	1.17	0.75	10.0	1.32	0.61	6.25	1.01	0.75	1.4
$p + ^{14}\text{C}(3^-)$	54.15	1.17	0.75	0.24	1.17	0.75	10.2	1.32	0.61	6.25	1.01	0.75	1.4

* Поверхностный потенциал в виде производной от формы Вудса–Саксона.

ный ОП. Для плотности уровней в непрерывном спектре использовалась модель Ферми-газа. Параметры определялись на основе базы данных по параметрам ядерной структуры и ядерного взаимодействия RIPL-3 [24], на которую опирается код TALYS.

Сравнение экспериментальных и расчетных УР протонов в реакции $^{13}\text{C}(d, p)^{14}\text{C}$ для нижних возбужденных 1^- - и 3^- -состояний ^{14}C показано на рис. 1. Как видно из рисунка, механизм срыва нейтрона вносит основной вклад в УР протонов для обоих возбужденных состояний ядра ^{14}C . При $\theta_p > 115^\circ$ для состояния 3^- наблюдается некоторое расхождение экспериментальных и расчетных сечений, которое не удалось устранить выбором параметров ОП. В то же время возбуждение со-

стояния 1^- оказалось малочувствительным к вариации этих параметров, что связано, по-видимому, с единственным нулевым значением переданного орбитального момента.

Расчетные и экспериментальные ФУК реакции $^{13}\text{C}(d, p\gamma_{6.73})^{14}\text{C}$ (рис. 2) удовлетворительно согласуются при всех θ_p , кроме $\theta_p = 140^\circ$.

Экспериментальные заселенности $P_{\pm M}(\theta_p)$ ядра $^{14}\text{C}(3^-)$ для различных проекций M достаточно хорошо согласуются с рассчитанными для всех значений проекций (рис. 4) и определяются, в основном, механизмом срыва нейтрона, хотя при больших углах вылета протонов замечен вклад механизма СЯ, сравнимого с вкладом механизма срыва.

Согласие экспериментальных и расчетных компонент тензоров ориентации мультипольных мо-

ментов $t_{k\kappa}(\theta_p)$ (рис. 5) и тензорной поляризации $T_{k\kappa}(\theta_p)$ (рис. 6) ядра $^{14}\text{C}(3^-)$ можно оценивать скорее как качественное. Отметим, что согласие компонент ранга $k = 2$ несколько лучше, чем тензоров более высоких рангов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использованная методика исследования реакции $^{13}\text{C}(d, p\gamma)^{14}\text{C}$ позволила впервые полностью восстановить все четные по рангу k компоненты спин-тензоров матрицы плотности конечного ядра ^{14}C в состоянии 3^- (6.73 МэВ). На их базе без проведения дополнительных экспериментов впервые получены ориентационные характеристики этого ядра, что существенно расширяет подлежащий теоретическому анализу объем экспериментальной информации.

Измеренные при $E_d = 15.3$ МэВ угловые $p\text{-}\gamma$ -корреляции в реакции $^{13}\text{C}(d, p\gamma)^{14}\text{C}$ с образованием нижних возбужденных 1^- - и 3^- -состояний конечного ядра ^{14}C сопоставлены с расчетными для механизма срыва нейтрона в МСК и в статистическом пределе модели СЯ. Параметры, определяющие потенциалы взаимодействия во входном и выходном каналах реакции и связь различных каналов в МСК, выбирались на основе глобальных ОП и экспериментальных вероятностей электромагнитных переходов $B(E_\lambda; J \rightarrow J')$ между уровнями.

Близкие к изотропным ФУК в реакции $^{13}\text{C}(d, p\gamma_{6.09})^{14}\text{C}(1^-)$, так же как и хорошее описание угловой зависимости дифференциального сечения, свидетельствуют об определяющей роли в этой реакции механизма срыва нейтрона с нулевым переданным орбитальным моментом.

Использованный модельный подход позволил получить в удовлетворительном согласии с экспериментом как дифференциальные сечения реакции $^{13}\text{C}(d, p_3)^{14}\text{C}$ в передней полусфере углов вылета протонов, так и большую часть ориентационных характеристик ядра $^{14}\text{C}(3^-)$. Наличие расхождений эксперимента и расчета на больших углах вылета протонов для отдельных компонент корреляционных характеристик свидетельствует о влиянии механизмов реакции более сложных, чем использованные.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J. Li, Y. L. Ye, Z. H. Li, C. J. Lin, Q. T. Li, Y. C. Ge, J. L. Lou, Z. Y. Tian, W. Jiang, Z. H. Yang, J. Feng, P. J. Li, J. Chen, Q. Liu, H. L. Zang, B. Yang, *et al.*, Phys. Rev. C **95**, 021303(R) (2017).
2. T. Baba and M. Kimura, Phys. Rev. C **94**, 044303 (2016).
3. S. Bedoor, A. H. Wuosmaa, M. Albers, M. Alcorta, Sergio Almaraz-Calderon, B. B. Back, P. F. Bertone, C. M. Deibel, C. R. Hoffman, J. C. Lighthall, S. T. Marley, D. G. Mcneel, R. C. Pardo, K. E. Rehm, J. P. Schiffer, and D. V. Shetty, Phys. Rev. C **93**, 044323 (2016).
4. Y. Yoshida and Y. Kanada-En'yo, Prog. Theor. Exp. Phys. **2016**, 123D04 (2016).
5. H. T. Fortune, Phys. Rev. C **94**, 024345 (2016).
6. W. von Oertzen, H. G. Bohlen, M. Milin, Tz. Kokalova, S. Thummerer, A. Tumino, R. Kalpakchieva, T. N. Massey, Y. Eisermann, G. Graw, T. Faestermann, R. Hertenberger, and H.-F. Wirth, Eur. Phys. J. A **21**, 193 (2004).
7. <https://www.nndc.bnl.gov/nsr/>
8. K. Datta, G. P. A. Berg, and P. A. Quin, Nucl. Phys. A **312**, 1 (1978).
9. J. N. McGruer, E. K. Warburton, and R. S. Bender, Phys. Rev. **100**, 235 (1955).
10. R. J. Peterson, H. C. Bhang, Jr., J. Hamill, and T. G. Masterson, Nucl. Phys. A **425**, 469 (1984).
11. Л. И. Галанина, Н. С. Зеленская, В. М. Лебедев, Н. В. Орлова, А. В. Спасский, ЯФ **81**, 174 (2018) [Phys. At. Nucl. **81**, 176 (2018)].
12. J. M. Lacambra, D. R. Tilley, N. R. Roberson, and R. M. Williamson, Nucl. Phys. **68**, 273 (1965).
13. A. A. Naqvi, M. M. Nagadi, S. Kidwai, and K.-ur-Rehman, Phys. Rev. C **65**, 054615 (2002); M. M. Nagadi, A. A. Naqvi, S. Kidwai, M. A. Al-Ohali, and F. Z. Khiari, Aust. J. Phys. **51**, 913 (1998); D. Graeme and Putt, Nucl. Phys. A **161**, 547 (1971).
14. I. J. Thompson, Comp. Phys. Rep. **7**, 167 (1988); <http://www.fresko.org.uk/>
15. A. J. Koning, S. Hilaire, and M. C. Duijvestijn, AIP Conf. Proc. **769**, 1154 (2005); https://tendl.web.psi.ch/tendl_2019/talys.html
16. Н. С. Зеленская, В. М. Лебедев, А. В. Спасский, Научное издание технологий **4** (1), 19 (2003).
17. Н. С. Зеленская, И. Б. Теплов, *Характеристики возбужденных состояний ядер и угловые корреляции в ядерных реакциях* (Энергоатомиздат, Москва, 1995).
18. Л. И. Галанина, Н. С. Зеленская, В. М. Лебедев, Н. В. Орлова, А. В. Спасский, Известия РАН, Сер. физ. **76**, 478 (2012) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **76**, 422 (2012)].
19. Л. И. Галанина, Н. С. Зеленская, В. М. Лебедев, Н. В. Орлова, А. В. Спасский, ЯФ **75**, 1406 (2012) [Phys. At. Nucl. **75**, 1331 (2012)].
20. Л. И. Галанина, Н. С. Зеленская, ЯФ **63**, 1881 (2000) [Phys. At. Nucl. **63**, 1792 (2000)].
21. J. C. Lisle, J. O. Newton, W. R. Phillips, and F. H. Read, Nucl. Phys. **47**, 56 (1963).
22. Y. Han, Y. Shi, and Q. Shen, Phys. Rev. C **74**, 044615 (2006).
23. F. D. Becchetti, Jr. and G. W. Greenlees, Phys. Rev. **182**, 1190 (1969).
24. <https://www-nds.iaea.org/RIPL-3/>

**ORIENTATION CHARACTERISTICS OF $^{14}\text{C}(3^-; 6.73 \text{ MeV})$ NUCLEUS
IN $^{13}\text{C}(d, p\gamma)^{14}\text{C}$ REACTION**

**L. I. Galanina¹⁾, N. S. Zelenskaya¹⁾, V. M. Lebedev¹⁾, N. V. Orlova¹⁾, A. V. Spassky¹⁾,
I. S. Tiurin²⁾, A. G. Alibaeva³⁾**

*¹⁾Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University (SINP MSU),
Moscow, Russia*

²⁾Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Russia

³⁾L. N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Republic of Kazakhstan

The angular $p\text{-}\gamma$ -correlation functions for the reactions $^{13}\text{C}(d, p_3\gamma_{6.73})^{14}\text{C}$ and $^{13}\text{C}(d, p_1\gamma_{6.09})^{14}\text{C}$ were measured at the cyclotron of SINP MSU at 15.3 MeV deuteron energy. For nucleus $^{14}\text{C}(3^-, 6.73 \text{ MeV})$ all even components of the spin tensors of the density matrices were restored and its various orientation characteristics were restored for the first time. The experimental results are compared with calculated ones under the assumption of a neutron stripping mechanism and compound nucleus model.

ИССЛЕДОВАНИЕ СРЕДНЕВЗВЕШЕННЫХ СЕЧЕНИЙ ДЛЯ РЕАКЦИЙ НА ^{93}Nb НА ТОРМОЗНОМ ПУЧКЕ ЛУЭ-75

© 2021 г. А. Э. Аветисян¹⁾, Р. В. Аветисян^{1)*}, А. Г. Барсебян¹⁾, Ю. А. Гарибян¹⁾,
А. В. Гурджинян¹⁾, Р. К. Даллакян¹⁾, И. А. Керобян¹⁾, А. А. Мкртчян¹⁾

Поступила в редакцию 14.07.2020 г.; после доработки 30.07.2020 г.; принята к публикации 30.07.2020 г.

Исследования сечения гамма-нейтронных реакций на ядре Nb выполнены на тормозном пучке линейного ускорителя электронов ЛУЭ-75 Научной национальной лаборатории им. А. Алиханяна (Ереванский физический институт) при энергии электронов 30 и 40 МэВ. Измерения сечений реакций $^{nat}\text{Nb}(\gamma, xn)^{90g,91m,92m}\text{Nb}$ проводились активационным методом с последующим спектрометрическим анализом с использованием сверхчистого германиевого детектора (HPGe). Значения сечений для различных энергий фотонного пучка определялись посредством ядерных кодов TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2. Энергетическое распределение фотонных спектров было получено при помощи пакета GEANT4. Полученные экспериментальные и теоретические результаты сравнены с имеющимися данными других авторов. Хорошее согласие наблюдается как между теоретическими и экспериментальными результатами, так и с данными других авторов. Данные относительно сечения реакции $^{nat}\text{Nb}(\gamma, 2n)^{91m}\text{Nb}$ получены впервые.

DOI: 10.31857/S0044002721020033

1. ВВЕДЕНИЕ

Реакции, вызванные фотонами, являются одним из источников информации относительно структуры ядра и механизма протекания реакции. Интерес к ниобию обусловлен тем, что этот элемент находит широкое применение в различных отраслях промышленности, а именно в машиностроении, приборостроении, в атомной энергетике и т.д. Такое свойство ниобия, как малое сечение радиационного захвата тепловых нейтронов (1.5×10^{-24} см²), объясняет его применение в конструктивных элементах атомных реакторов.

Имеющиеся в литературе данные относительно взаимодействия ниобия с фотонным пучком относятся в основном к моноэнергетическим фотонам. С этой точки зрения представляют интерес как экспериментальные, так и теоретические данные по взаимодействию тормозных фотонов с ядрами ниобия.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА

Эксперимент был выполнен на тормозном пучке линейного ускорителя электронов ЛУЭ-75 Национальной научной лаборатории им. А. Алиханяна (Ереванского физического института) при

двух значениях энергий пучка электронов — 30 и 40 МэВ. Длительность импульса составляет 0.7 мс. Подробное описание и технические характеристики ЛУЭ-75 и пучка электронов опубликованы ранее [1]. В качестве конвертора для получения тормозного фотонного пучка был использован тантал. Оптимальная толщина танталового конвертора была вычислена при помощи программного пакета GEANT4 [2], исходя из требования максимальной выхода числа фотонов, и составляла 2 мм [3]. За танталовым конвертором было установлено мишенное устройство, в котором последовательно были расположены пластины из натуральной меди (^{65}Cu — 30.83%, ^{63}Cu — 69.17%) в качестве монитора фотонного пучка и самой мишени из натурального ниобия (^{93}Nb — 100%). Физические параметры мишеней из меди и ниобия, а также энергия, ток пучка и длительности облучения приведены в табл. 1.

В табл. 2 приведены пороги реакций, периоды полураспадов радиоактивных изотопов, типы распадов, энергии γ -линий и их интенсивности для ядер-продуктов реакции, а также ядра-монитора. Характеристические данные относительно распадов для ядер-продуктов реакции взяты из таблицы NuDat 2.8 [4].

Были исследованы все конечные продукты реакций $^{nat}\text{Nb}(\gamma, xn)$, у которых пороги ниже максимальной энергии тормозного пучка. В качестве монитора рассматривается канал реакции

¹⁾Национальная научная лаборатория им. А. Алиханяна (Ереванский физический институт), Армения.

*E-mail: rave@mail.yerphi.am

Таблица 1. Параметры мишеней ^{nat}Nb и ^{nat}Cu

Нуклид	Энергия пучка, МэВ	Ток пучка, мкА	Длительность облучения, ч	Размер мишени, см	Толщина мишени, мкм	Масса мишени, г
^{nat}Nb	30	0.3	2	2.5 × 2.3	150	0.65
	40	1.1	1	2.5 × 2.5	150	0.72
^{nat}Cu	30	0.3	2	2.5 × 2.5	40	0.23
	40	1.1	1	2.5 × 2.5	40	0.23

Таблица 2. Характеристики нуклидов — продуктов реакции

Реакция	Порог реакции, МэВ	Ядро-продукт	Период полураспада ($T_{1/2}$)	Тип распада	E_γ , кэВ	I_γ , %
$^{65}\text{Cu}(\gamma, n)$	10	^{64}Cu	12.7 ч	β^+ (61%) β^- (39%)	511	35.2
$^{93}\text{Nb}(\gamma, 3n)$	28.76	^{90g}Nb	14.6 ч	β^+ (100%)	1129.22	92.7
					2318.96	82
$^{93}\text{Nb}(\gamma, 3n)$	28.89	^{90m}Nb	18.8 с	IT (100%)	124.67	100
$^{93}\text{Nb}(\gamma, 2n)$	16.71	^{91g}Nb	680 лет	EC (100%)	511	0.34
$^{93}\text{Nb}(\gamma, 2n)$	16.82	^{91m}Nb	60.86 сут	IT (96.6%) EC (3.4%)	1204.67	2
$^{93}\text{Nb}(\gamma, n)$	8.83	^{92g}Nb	3.47×10^7 лет	β^+ (99.95%) β^- (0.05%)	561.1	100
					934.5	74
$^{93}\text{Nb}(\gamma, n)$	8.96	^{92m}Nb	10.15 сут	β^+ (100%)	912.6	1.78
					934.44	99.15

$^{65}\text{Cu}(\gamma, n)^{64}\text{Cu}$, так как выбранный для мониторинга пучка фотонов изотоп ^{64}Cu образуется только на ^{65}Cu .

Были проведены два сеанса облучения при энергиях 30 и 40 МэВ длительностями соответственно 2 и 1 ч. После облучения мишени на 1 ч оставались в экспериментальном зале, после чего были перенесены в помещение для проведения измерений. Спектрометрические измерения проводились на сверхчистом германиевом детекторе HPGe фирмы ORTEC. Для калибровки детектора в качестве источников были использованы ^{155}Eu , ^{57}Co и ^{22}Na , которые давали следующие гамма-линии: 86.5 (^{155}Eu), 105.3 (^{155}Eu), 122.06 (^{57}Co), 136.47 (^{57}Co), 511 (^{22}Na) и 1274.6 кэВ (^{22}Na). Эффективность детектора была определена при различных расстояниях между детектором и источниками в интервале 0–50 см. Обработка измеренных спектров производилась программой MAESTRO [5].

3. АНАЛИЗ ДАННЫХ

Наведенная активность ΔN для каждой из рассматриваемых реакций измерялась как площадь под фотопиком с вычетом комптоновского фона. На рис. 1 представлен спектр гамма-квантов для изотопов ^{92}Nb и ^{90}Nb при тормозном спектре от энергии электронов 40 МэВ, полученный после обработки программой MAESTRO.

Средневзвешенное поперечное $\langle\sigma\rangle$ сечение связано с измеренной наведенной активностью соотношением

$$\sigma = \frac{\Delta N \lambda}{\varepsilon \eta k N_\gamma N_{\text{ядер}} (1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda t_2} (1 - e^{-\lambda t_3})}, \quad (1)$$

где λ — постоянная распада, ε — эффективность детектора, η — интенсивность гамма-линии, κ — коэффициент поглощения, N_γ — поток гамма-квантов, $N_{\text{ядер}}$ — число ядер мишени, t_1 , t_2 , t_3 — длительность облучения, время от конца облучения

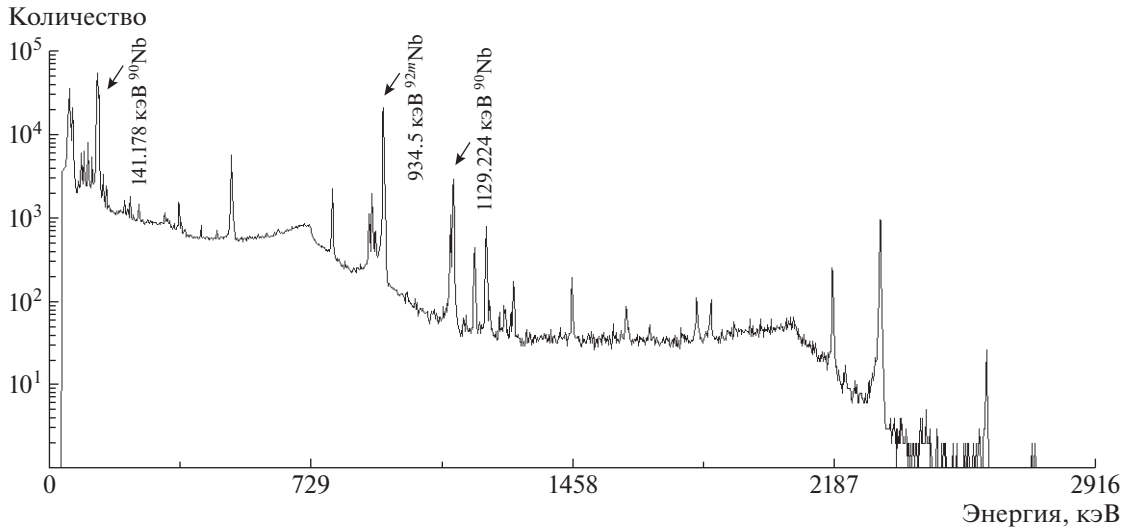


Рис. 1. Характеристичный спектр гамма-квантов от ⁹²Nb и ⁹⁰Nb после облучения ⁹³Nb тормозными фотонами с максимальной энергией 40 МэВ.

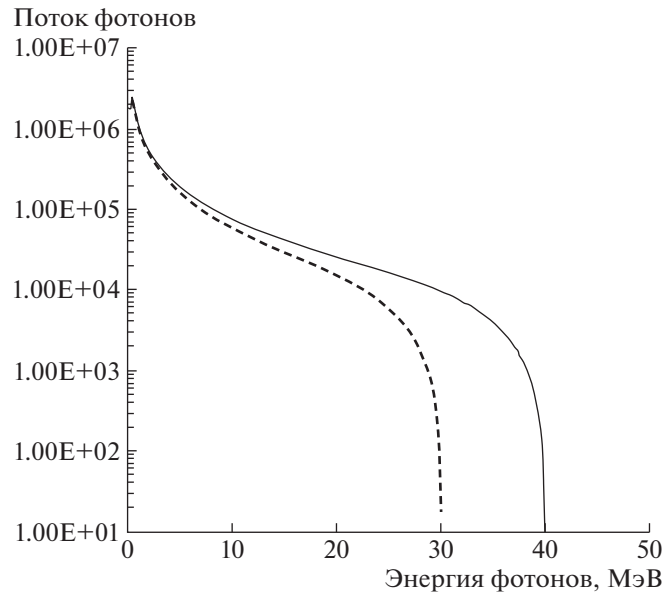


Рис. 2. Энергетические спектры тормозных фотонов, вычисленные кодом GEANT4, для конечных энергий пучка 30 МэВ (штриховая кривая) и 40 МэВ (сплошная).

до начала измерения и длительность измерения соответственно [3]. Экспериментальный поток гамма-квантов определялся из следующего соотношения:

$$N_{\gamma} = \frac{\Delta N \lambda}{\langle \sigma \rangle \varepsilon \eta k N_{\text{ядер}} (1 - e^{-\lambda t_1}) e^{-\lambda t_2} (1 - e^{-\lambda t_3})}, \quad (2)$$

где обозначения те же, что и в формуле (1). В этом случае величины относятся к мониторинг реакции ⁶⁵Cu(γ, n)⁶⁴Cu.

Средневзвешенное сечение определяется из со-

отношения

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\sum \sigma \varphi}{\sum \varphi}, \quad (3)$$

где σ — сечение реакции, а φ — поток фотонов [6]. Величины φ для каждой энергии E_γ определяются из энергетического распределения тормозных фотонов, смоделированного посредством кода GEANT4 [2] с учетом размеров и формы коллиматора пучка, а также конвертора. Для сравнения степени достоверности описания процессов реакции различными теоретическими моделями величины σ для тех же значений энергий E_γ вычислялись

Таблица 3. Значения средневзвешенных сечений, вычисленные по кодам TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2, и соответствующие им числа фотонов при конечных энергиях 30 и 40 МэВ

Изотоп	Энергия, МэВ	Сечение $\langle\sigma\rangle$, мбн		Число фотонов, фотон/ч	
		TALYS 1.95	EMPIRE 3.2	TALYS 1.95	EMPIRE 3.2
^{64}Cu	30	33.77	31.38	6.04×10^{15}	6.5×10^{15}
	40	28.67	26.8	3.61×10^{16}	3.86×10^{16}

дважды с использованием кодов TALYS 1.95 [7] и EMPIRE 3.2 [8].

Значения средневзвешенных сечений $\langle\sigma\rangle$, вычисленных по формуле (2) для мониторинговой реакции $^{65}\text{Cu}(\gamma, n)^{64}\text{Cu}$ при использовании кодов TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2 и полученные на их основе по формуле (2) числа фотонов приведены в табл. 3.

Ввиду того, что пороги исследуемых реакций отличаются от порога мониторинговой реакции $^{65}\text{Cu}(\gamma, n)^{64}\text{Cu}$ (см. табл. 2), были введены коэффициенты коррекции величин потоков фотонов. Коэффициенты коррекции фотонов определялись соотношением (4):

$$C_x = \frac{\int_{E_{\text{порог}}^{\text{Nb}}}^{E_e} \Phi(E) dE}{\int_{E_{\text{порог}}^{\text{Cu}}}^{E_e} \Phi(E) dE}, \quad (4)$$

где числитель — интеграл фотонов от порога образования исследуемой реакции до конечной энергии электронного пучка, знаменатель — то же самое для мониторинговой реакции [9]. Использованные спектры фотонов, являющиеся результатом вычислений посредством кода GEANT4, приведены на рис. 2.

В табл. 4 для всех исследуемых реакций приведены значения коэффициентов коррекции гамма-квантов для энергий электронного пучка 30 и 40 МэВ.

Экспериментальные средневзвешенные сечения для реакций $^{93}\text{Nb}(\gamma, xn)$ определялись по формуле (1) с использованием параметров ядер-продуктов

Таблица 4. Коэффициенты коррекции гамма-квантов

Энергия, МэВ	Изотоп	Пороговая энергия, МэВ	Коэффициент гамма-квантов, C_x
40	^{90g}Nb	28.7	0.08
40	^{91m}Nb	16.8	0.46
30	^{91m}Nb	16.8	0.31
40	^{92m}Nb	8.9	1.12
30	^{92m}Nb	8.9	1.16

реакции и числа фотонов, вычисленных по формуле (2), основанной на сечениях по кодам TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2, с учетом коэффициентов коррекции числа фотонов, приведенных в табл. 4. Таким образом, для каждой из конечных энергий фотонного пучка 30 и 40 МэВ были получены два значения экспериментальных средневзвешенных сечений для реакций $^{93}\text{Nb}(\gamma, xn)$, основанных на вычислениях по кодам TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2.

Для сравнения результатов по формуле (3) отдельно вычислены теоретические средневзвешенные сечения для ядер-продуктов по кодам TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2. При этих вычислениях числа фотонов определялись на основе вычислений по коду GEANT4. Полученные экспериментальные и теоретические сечения совместно с данными других авторов [6, 10] обобщены в табл. 5. Из табл. 5 видно, что для реакции $^{93}\text{Nb}(\gamma, n)^{92m}\text{Nb}$, когда имеет место эмиссия одного нейтрона, наблюдается хорошее согласие как между экспериментальными данными на основе расчета числа фотонов, выполненных посредством теоретических вычислений кодами TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2, так и с чисто теоретическими расчетами посредством тех же кодов. Следует отметить также, что для всех реакций значения средневзвешенных сечений, вычисленных по коду EMPIRE 3.2, ниже, чем результаты по коду TALYS 1.95.

Для реакций с большим количеством вылетевших нейтронов $^{93}\text{Nb}(\gamma, 3n)^{90}\text{Nb}$, $^{93}\text{Nb}(\gamma, 2n)^{91m}\text{Nb}$ экспериментальные данные на базе кодов TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2 согласуются между собой, однако они сильно расходятся с теоретическими вычислениями на базе тех же кодов. В случае изотопа ^{90m}Nb ввиду малого времени жизни (см. табл. 2) измеряется полное сечение ^{90}Nb , так как ^{90m}Nb посредством ИТ переходит в ^{90g}Nb .

Из табл. 5 видно, что наши результаты для изотопа ^{90}Nb хорошо согласуются с данными работы [6]. Для ^{92m}Nb данные работ [6, 10] и наши результаты выявляют тенденцию роста сечения с увеличением конечной энергии тормозного спектра до энергии 30 МэВ. С дальнейшим увеличением

Таблица 5. Сравнение экспериментальных и теоретических значений средневзвешенных сечений с данными работ [6, 10]

Изотоп	Энергия, МэВ	Литература	Средневзвешенные сечения, мбн				
			Экспериментальные результаты			Теоретические вычисления	
				TALYS 1.95	EMPIRE 3.2	TALYS 1.95	EMPIRE 3.2
^{90}Nb	40	Настоящая работа		2.88 ± 0.033	2.62 ± 0.031	2.25	1.56
	45	[6]	3.011 ± 0.35				
^{91m}Nb	30	Настоящая работа		8.34 ± 0.61	7.75 ± 0.56	6.45	5.54
	40	Настоящая работа		6.33 ± 0.69	5.91 ± 0.68	5.16	4.57
^{92m}Nb	12	[6]	8.73 ± 0.196				
	14	[6]	14.61 ± 1.31				
	16	[6]	20.371 ± 1.65				
	30	Настоящая работа		36.79 ± 0.38	34.19 ± 0.35	31.06	26.2
	32	[10]	29.9 ± 1.9				
	40	Настоящая работа		26.81 ± 0.14	25.06 ± 0.14	27.1	22.8
	45	[6]	23.939 ± 1.89				

энергии фотонов открываются новые каналы реакции, что приводит к уменьшению средневзвешенных сечений. Для изотопа ^{91m}Nb сравнения с другими работами не проведены, так как экспериментальные данные получены впервые.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено измерение средневзвешенных сечений реакций $^{93}\text{Nb}(\gamma, xn)$ ($x = 1-3$) на тормозном пучке линейного ускорителя электронов ЛУЭ-75 Национальной научной лаборатории им. А.Алиханяна (Ереванский физический институт) с использованием активационного метода. Измерения были выполнены при двух значениях конечных энергий электронов 30 и 40 МэВ. Спектрометрический анализ облученных мишеней проводился на сверхчистом германиевом детекторе HPGe с последующей обработкой с помощью программы MAESTRO. Для всех исследуемых реакций проведены также сравнения с теоретическими вычислениями, выполненными посредством кодов TALYS 1.95 и EMPIRE 3.2. Результаты, полученные для реакций $^{93}\text{Nb}(\gamma, n)^{92m}\text{Nb}$ и $^{93}\text{Nb}(\gamma, 3n)^{90}\text{Nb}$, сравнены с имеющимися экспериментальными данными. Наблюдается хорошее согласие с данными других авторов. Экспериментальные данные для реакции $^{93}\text{Nb}(\gamma, 2n)^{91}\text{Nb}$ получены впервые.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Комитета по науке МОНКС РА в рамках научного проекта № SCS 18T-1C297.

Авторы выражают благодарность руководству и всему коллективу ускорительного отдела Национальной научной лаборатории им. А.Алиханяна за обеспечение стабильным пучком в течение всего эксперимента.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. Sirunyan, A. Hakobyan, G. Ayvazyan, A. Babayan, H. Vardanyan, G. Zohrabyan, K. Davtyan, H. Torosyan, and A. Papayan, *J. Contemp. Phys.* **53**, 271 (2018).
2. GEANT4: A Simulation Toolkit, March 5th, 2019; <https://geant4.web.cern.ch/>
3. А. С. Данагулян, Г. О. Оганесян, Т. М. Бахшиян, Р. О. Авакян, А. Э. Аветисян, И. А. Керобян, Р. К. Даллакян, *ЯФ* **78**, 483 (2015) [*Phys. At. Nucl.* **78**, 447 (2015)].
4. National Nuclear Data Center (NNDC); <https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>
5. MAESTRO®-32 MCA Emulator for Microsoft® Windows® 2000 Professional and XP® Professional, Software User's Manual, ORTEC Part No. 777800.
6. H. Naik, G. N. Kim, R. Schwengner, K. Kim, M. Zaman, M. Tatari, M. Sahid, S. C. Yang, R. John, R. Massarczyk, A. Junghans, S. G. Shin, Y. Key, A. Wagner, M. W. Lee, A. Goswami, and M.-H. Cho, *Nucl. Phys A* **916**, 168 (2013).

7. A. Koning, S. Hilaire, and S. Goriely, TALYS 1.9 Nuclear Reaction Program (2017).
8. M. Herman, R. Capote, M. Sin, A. Trkov, *et al.*, EMPIRE-3.2 Rivoli Modular System for Nuclear Reaction Calculations and Nuclear Data Evaluation (2013).
9. H. Naik, G. Kim, K. Kim, M. Zaman, A. Goswami, M. Woo Lee, S.-C. Yang, Y.-O. Lee, S.-G. Shin, and M.-H. Cho, Nucl. Phys. A **948**, 28 (2016).
10. A. K. Md. L. Rahman, K. Kato, H. Arima, N. Shigyo, K. Ishibashi, S. Hori, and K. Nakajima, J. Nucl. Sci. Technol. **47**, 618 (2010).

INVESTIGATION OF FLUX-WEIGHTED AVERAGE CROSS SECTIONS FOR REACTIONS ON ^{93}Nb WITH BREMSSTRAHLUNG OF LUE-75

A. E. Avetisyan, R. V. Avetisyan, A. G. Barseghyan, R. K. Dallakyan, Yu. A. Gharibyan, A. V. Gyurjinyan, I. A. Kerobyan, H. A. Mkrtchyan

A. Alikhanyan National Science Laboratory, Yerevan, Republic of Armenia

Studies of the cross section of gamma–neutron reactions on the ^{nat}Nb nucleus were carried out on the bremsstrahlung of the linear electron accelerator LUE-75 which is located at the A. Alikhanyan National Science Laboratory (Yerevan Physics Institute). The experiment was done at 30 MeV and 40 MeV bremsstrahlung end-point energies. The cross sections for $^{nat}\text{Nb}(\gamma, xn)^{90g,91m,92m}\text{Nb}$ reactions were measured by the activation method with the spectrometric analysis using the High Purity Germanium detector (HPGe). The values of cross sections for different energies of photon beam were determined using the TALYS 1.95 and EMPIRE 3.2 nuclear codes. The energy distribution of photon spectra was performed using the GEANT4 package. The obtained experimental and theoretical results are compared with the available experimental data of other authors. Good agreement between theoretical and experimental data was observed. The data on the reaction cross section for $^{nat}\text{Nb}(\gamma, 2n)^{91m}\text{Nb}$ were obtained for the first time.

ПРИМЕНЕНИЕ $2\alpha + n$ ТРЕХТЕЛЬНОЙ КЛАСТЕРНОЙ МОДЕЛИ ЯДРА ${}^9\text{Be}$ В РЕАКЦИИ ${}^9\text{Be}({}^3\text{He}, {}^3\text{He}){}^9\text{Be}$

© 2021 г. Б. А. Уразбеков^{1),2),3),4)*}, А. С. Деникин^{1),2)}, Н. Итако^{3),4)}, Д. Джансейтов^{2),5)}

Поступила в редакцию 04.06.2020 г.; после доработки 30.06.2020 г.; принята к публикации 06.07.2020 г.

На основе трехтельной кластерной модели $2\alpha + n$ ядра ${}^9\text{Be}$ исследованы процессы упругого рассеяния в реакции ${}^3\text{He} + {}^9\text{Be}$. Трехчастичная волновая функция ${}^9\text{Be}$, полученная вариационным методом на основе гауссова базиса, использована для получения аналитического представления плотности распределения ядерной материи. Потенциал взаимодействия для системы ${}^3\text{He} + {}^9\text{Be}$, вычисленный в рамках метода двойной свертки, использован для анализа экспериментальных данных дифференциального сечения упругого рассеяния ${}^9\text{Be}({}^3\text{He}, {}^3\text{He}){}^9\text{Be}$ при энергиях столкновения от 30 до 60 МэВ.

DOI: 10.31857/S0044002721030144

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование слабосвязанных экзотических ядер, проявляющих кластерные свойства, является одной из актуальных задач современной ядерной физики. Построение и анализ теоретических моделей легких ядер, обладающих кластерной структурой, наиболее эффективны в случае возможности сравнения выполненных расчетов с доступными экспериментальными данными. Ядро ${}^9\text{Be}$ оказывается в этой связи уникальным примером, являясь, с одной стороны, стабильным ядром, удобным для выполнения экспериментальных исследований (см., например, [1–3]), с другой стороны, ядром, проявляющим ярко выраженные кластерные свойства как в основном, так и в низколежащих возбужденных состояниях.

В столкновениях ядра ${}^9\text{Be}$ с простейшими снарядами, такими как p , t , ${}^3\text{He}$, удается исследовать уникальные каналы реакции. В частности, описание дифференциального сечения реакции ${}^9\text{Be}(d, \alpha){}^7\text{Li}$, изученной экспериментально в работе [4], в рамках метода сильной связи каналов показало,

что в области больших углов рассеяния в сечение вносит значительный вклад канал срыва тяжело-го кластера ${}^5\text{He}$, а на передних углах рассеяния доминирует последовательная передача нейтрона и протона, конкурирующая с прямым захватом d .

Настоящее исследование посвящено описанию упругого рассеяния при взаимодействии ${}^3\text{He} + {}^9\text{Be}$ в рамках ранее предложенной теоретической модели [4–6], успешно примененной для изучения структуры ядра ${}^9\text{Be}$ и ее влиянию на динамику ядро-ядерных столкновений с ядрами d и ${}^4\text{He}$.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Оптический потенциал

Дифференциальные сечения упругого рассеяния ${}^3\text{He}$ на ядрах ${}^9\text{Be}$ были рассчитаны в рамках оптической модели (ОМ). При этом оптический потенциал (ОП) взаимодействия имеет следующий вид:

$$U(R) = -N_{\text{DF}}V^{\text{DF}}(R) - iW^V(R) + V^{\text{SO}}(R)(\mathbf{1} \cdot \boldsymbol{\sigma}) + V^{\text{C}}(R), \quad (1)$$

где W^V , V^{SO} , V^{C} и V^{DF} — мнимая часть ОП, спин-орбитальный, кулоновский потенциалы и потенциал двойного фолдинга соответственно. Мнимая часть оптического потенциала имеет стандартную форму в виде потенциала Вудса–Саксона:

$$W^V(R) = W_0 f^{Rwaw}(R), \quad (2)$$

¹⁾Государственный университет “Дубна”, Дубна, Россия.

²⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

³⁾Dipartimento di Matematica e Fisica, Università degli Studi della Campania “Luigi Vanvitelli”, Caserta, Italia.

⁴⁾Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Complesso Univeristario di Monte S. Angelo, Napoli, Italia.

⁵⁾Институт ядерной физики, Алматы, Казахстан.

*E-mail: bakytzhan.urazbekov@gmail.com

$$f^{R_w a_w}(R) = \left(1 + \exp\left(\frac{R - R_w}{a_w}\right)\right)^{-1}.$$

Спин-орбитальный потенциал выражается в виде потенциала Томаса:

$$\begin{aligned} V^{SO}(R) &= \\ &= V_0^{SO} \left(\frac{\hbar}{m_{\pi}c}\right)^2 \frac{1}{R} \frac{d}{dR} (f^{R_{SO} a_{SO}}(R)). \end{aligned} \quad (3)$$

Кулоновский потенциал взят в виде взаимодействия точечно заряженной частицы с однородно заряженной сферой:

$$V^C(R) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_C} \left(3 - \frac{R^2}{R_C^2}\right), & R \leq R_C, \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R}, & R > R_C. \end{cases} \quad (4)$$

Потенциал ядерного взаимодействия $V^{DF}(R)$ в выражении (1) рассчитан методом двойного фолдинг-потенциала, усредняя эффективный нуклон-нуклонный потенциал V_{NN} , выбранный в форме DDM3Y-Paris [7], по объемам сталкивающихся ядер:

$$\begin{aligned} V^{DF}(R) &= \\ &= \iint \rho_1(\mathbf{r}_1) \rho_2(\mathbf{r}_2) V_{NN}(\mathbf{R} - \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь \mathbf{R} — радиус-вектор относительного расстояния между центрами масс сталкивающихся ядер, \mathbf{r}_i — радиус-вектор в собственной системе ядра i , $\rho_i(r)$ — функция плотности распределения ядерного вещества ядра i .

2.2. Плотность распределения ядерного вещества ядра ${}^3\text{He}$

Для описания распределения плотности ядерного вещества простейших ядер-снарядов, таких, как t , ${}^3\text{He}$, α , была использована функция Гаусса

$$\rho(r) = N \exp(-ar^2), \quad (6)$$

параметры которой определены из условия воспроизведения величины среднеквадратичного радиуса распределения ядерного вещества

$$a = \frac{3}{2\langle r_m^2 \rangle}, N = A \left(\frac{a}{\pi}\right)^{3/2}. \quad (7)$$

Здесь A — масса ядра снаряда. Для ядер ${}^3\text{He}$ величина $\langle r_m^2 \rangle^{1/2} = 1.703$ фм [8].

2.3. Плотность распределения ядерного вещества ядра ${}^9\text{Be}$

О сложной структуре ядра ${}^9\text{Be}$ свидетельствует наличие в его спектре первого возбужденного состояния $J^\pi = \frac{1}{2}^+$, $E^* = 1.68$ МэВ с положительной пространственной четностью, противоречащей предсказаниям оболочечной модели, и большая величина квадрупольного момента $Q = +52.9$ мбн [9]. Основываясь на выводах, сделанных ранее в работах [1, 10, 11], при расчете функции распределения плотности ядерного вещества мы будем исходить из предположения о кластерной структуре ядра ${}^9\text{Be} = 2\alpha + n$.

Расчет трехтельной волновой функции выполнен в рамках вариационного метода решения интегральных уравнений Хилла–Уилера, полученных на основе трехмерного уравнения Шредингера для трехчастичной ядерной системы, подробно изложенного в работе [12]. В данном подходе полная волновая функция с полным спином J и спиновой проекцией M_J представляется в виде

$$\Psi_{JM_J} = \sum_l C_l^{(i)} \phi_l^\gamma(i, jk). \quad (8)$$

Здесь для простоты дальнейшего изложения опущены пространственные координаты Якоби \mathbf{x}_i и \mathbf{y}_i , символы i, j, k соответствуют индексам кластера (см. рис. 1), а комбинация индексов (i, jk) соответствует определенному выбору координат Якоби \mathbf{x}_i и \mathbf{y}_i рассматриваемой трехтельной системы, где \mathbf{x}_i — вектор относительного расстояния между парой частиц j и k , а \mathbf{y}_i — вектор относительного расстояния между центром масс пары j и k и частицей i . Коэффициенты $C_l^{(i)}$ в выражении (8) являются параметрами разложения волновой функции и находятся в результате решения вариационной задачи. Численные значения коэффициентов были рассчитаны нами ранее и для основного состояния ядра ${}^9\text{Be}$ приведены в работе [13].

Явный вид базисных функций $\phi_l^\gamma(i, jk)$ выбран в форме прямого произведения пространственной и спиновой волновых функций:

$$\phi_l^\gamma(i, jk) = [\Phi_l^\gamma(i, jk) \otimes \chi_S]_{JM_J}. \quad (9)$$

Здесь индекс γ включает в себя квантовые числа $L\lambda l$. Пространственная часть $\Phi_l^\gamma(i, jk)$ волновой функции (9) построена с помощью многомерной функции Гаусса:

$$\begin{aligned} \Phi_l^\gamma(i, jk) &= x_i^\lambda y_i^l \exp\left(-\alpha_l^{(i)} x_i^2 - \beta_l^{(i)} y_i^2\right) \times \\ &\times [Y_\lambda(\hat{x}_i) \otimes Y_l(\hat{y}_i)]_{LM_L}, \end{aligned} \quad (10)$$

где L и M_L — полный орбитальный момент системы и его проекция, λ, l — орбитальные моменты,

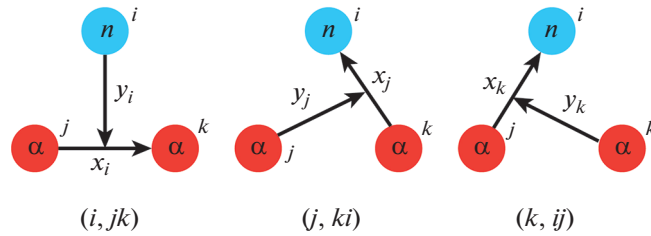


Рис. 1. Различные наборы относительных координат Якоби для трехтельной кластерной модели $2\alpha + n$.

сопряженные координатам \mathbf{x}_i и \mathbf{y}_i соответственно, $\alpha_l^{(i)}, \beta_l^{(i)}$ — параметры волновой функции, значения которых приведены в работе [13].

Выбранная форма базисных функций удобна тем, что ее можно легко преобразовать для использования с альтернативным набором координат Якоби. В частности, преобразование пространственной части волновой функции из набора (i, jk) в набор (j, ki) можно выразить в следующей форме:

$$\Phi_l^\gamma(i, jk) = \sum_{\tilde{\gamma}} A_{\tilde{\gamma}\gamma}^{j\leftarrow i} \Phi_l^{\tilde{\gamma}}(j, ki), \quad (11)$$

где суммирование производится по квантовым числам набора $\tilde{\gamma}$ с учетом условия $\tilde{\lambda} + \tilde{l} = \lambda + l$. Коэффициенты пересвязки $A_{\tilde{\gamma}\gamma}^{j\leftarrow i}$ определены следующим образом [14]:

$$\begin{aligned} A_{\tilde{\gamma}\gamma}^{j\leftarrow i} = & (-1)^{\lambda+l} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 l_1 l_2} \left(\Omega_{11}^{j\leftarrow i} \right)^{\lambda_1} \times \quad (12) \\ & \times \left(\Omega_{12}^{j\leftarrow i} \right)^{\lambda_2} \left(\Omega_{21}^{j\leftarrow i} \right)^{l_1} \left(\Omega_{22}^{j\leftarrow i} \right)^{l_2} \times \\ & \times \sqrt{\frac{[\lambda]![l]![\lambda][l][\lambda_1][l_1][\lambda_2][l_2][\tilde{\lambda}][\tilde{l}]}{[\lambda_1]![l_1]![\lambda_2]![l_2]!}}{\binom{\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda}{0 \ 0 \ 0}}} \times \\ & \times \binom{l_1 \ l_2 \ l}{0 \ 0 \ 0} \binom{\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda}{l_1 \ l_2 \ l} \binom{\tilde{\lambda} \ \tilde{l} \ L}{\tilde{\lambda} \ \tilde{l} \ L}, \end{aligned}$$

где $[x] = 2x + 1$, матрицы размерностью 2×3 и 3×3 есть $3j$ и $9j$ коэффициенты Вигнера соответственно, а элементы матрицы $\Omega_{nm}^{j\leftarrow i}$ определены следующим образом:

$$\begin{aligned} \Omega_{nm}^{j\leftarrow i} = & \frac{1}{\sqrt{(m_j + m_k)(m_i + m_k)}} \times \\ & \times \begin{pmatrix} -\sqrt{m_i m_j} & -\sqrt{m_k M} \\ \sqrt{m_k M} & \sqrt{m_i m_j} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Здесь величина $M = m_i + m_j + m_k$.

Представим плотность распределения вещества ядра ${}^9\text{Be}$ в рамках трехтельной модели как сумму плотностей распределения двух альфа-кластеров и нейтрона

$$\rho_{{}^9\text{Be}}(r) = \rho_i(r) + \rho_j(r) + \rho_k(r), \quad (13)$$

где каждое слагаемое, отражающее вклад в плотность ядра отдельного кластера, имеет вид

$$\begin{aligned} \rho_i(r) = & \iint |\Psi_{JM_J}(i, jk)|^2 \times \quad (14) \\ & \times \delta\left(\mathbf{r} - \frac{m_j + m_k}{m_i + m_j + m_k} \mathbf{y}_i\right) d\mathbf{x}_i d\mathbf{y}_i. \end{aligned}$$

Вычисление интеграла (14) значительно облегчается подходящим выбором системы координат, например, при выборе $\mathbf{r} \parallel O_z$ интегрирование по угловым переменным упрощается за счет использования свойств сферических гармоник. При этом выражение (11) позволяет представить полную волновую функцию для любого набора координат Якоби.

В рамках выбранной модели предполагаем, что валентный нейтрон не имеет внутренней структуры и его вклад в плотность распределения вещества ${}^9\text{Be}$ определяется исключительно соответствующей компонентой трехтельной волновой функции Ψ_{JM_J} . Для корректного расчета вклада α -кластеров в плотность распределения вещества ядра ${}^9\text{Be}$ необходимо дополнительно учесть их внутреннюю плотность распределения $\rho_\alpha^{(in)}(r) = \rho_0 \exp(-\gamma_0 r^2)$ [15]. Таким образом, соответствующие матричные элементы для плотности распределения вещества j -го α -кластера следует переписать в виде

$$\begin{aligned} \rho_j^{(\alpha)}(r) = & \iint |\Psi_{JM_J}(j, ki)|^2 \times \quad (15) \\ & \times \rho_\alpha^{(in)}(\mathbf{r} - \mathbf{z}) \times \\ & \times \delta\left(\mathbf{z} - \frac{m_k + m_i}{m_k + m_i + m_j} \mathbf{y}_j\right) d\mathbf{z} d\mathbf{x}_j d\mathbf{y}_j. \end{aligned}$$

Аналогичное выражение можно записать и для вклада k -го α -кластера.

Используем известное выражение для разложения плоской волны по парциальным волнам

$$\begin{aligned} \exp(-\gamma_0 \mathbf{r} \cdot \mathbf{y}) &= \\ &= 4\pi \sum_{kq} i^k j_k(\gamma_0 r y) Y_{kq}^*(\hat{r}) Y_{kq}(\hat{y}), \end{aligned} \quad (16)$$

где $j_k(x)$ — сферическая функция Бесселя первого рода, и соотношение (см., например, [14], с. 270)

$$\begin{aligned} \int y^{2l+k+2} \exp(-\beta y^2) j_k(\alpha y) dy &= \\ &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(2l)!!}{\beta^{l+k+3/2}} \exp\left(\frac{\alpha^2}{\beta}\right) L_l^{k+1/2}\left(-\frac{\alpha^2}{\beta}\right), \end{aligned} \quad (17)$$

где $L_l^{k+1/2}(x)$ — присоединенные полиномы Лаггера. Соотношения (16) и (17) позволяют переписать функцию плотности распределения ядерного вещества для валентного нейтрона и α -кластера в выражениях (14) и (15) в аналитическом виде, удобном для проведения вычислений,

$$\rho_i^{(n)}(r) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda l} \left(\mu^{(i)} r\right)^{2l+2} \Gamma\left(\frac{3}{2} + \lambda\right) \times \quad (18)$$

$$\times \sum_{u'} C_l^{(i)} C_{u'}^{(i)} \frac{\exp\left(-\beta_{u'}^{(i)} \left(\mu^{(i)} r\right)^2\right)}{\left(\alpha_{u'}^{(i)}\right)^{3/2+\lambda}},$$

$$\rho_j^{(\alpha)}(r) = 4\pi^{3/2} \rho_0 \sum_{\lambda l u'} C_l^{(i)} C_{u'}^{(i)} \times \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &\times \frac{(2l)!! \Gamma\left(\frac{3}{2} + \lambda\right)}{\left(\alpha_{u'}^{(j)}\right)^{3/2+\lambda} \left(\frac{1}{2}\beta_{u'}^{(j)} + \frac{1}{2}\gamma_0 \left(\mu^{(j)}\right)^2\right)^{3/2+l}} \times \\ &\times L_l^{1/2}\left(-P_{u'}^{(j)}\right) \exp\left(\left(-\gamma_0 + P_{u'}^{(j)}\right) r^2\right), \end{aligned}$$

$$P_{u'}^{(j)} = \frac{(2\gamma_0 \mu^{(j)})^2}{\beta_{u'}^{(j)} + \gamma_0 \left(\mu^{(j)}\right)^2},$$

$$\alpha_{u'}^{(j)} = \alpha_l^{(j)} + \alpha_{u'}^{(j)}, \quad \beta_{u'}^{(j)} = \beta_l^{(j)} + \beta_{u'}^{(j)},$$

где $\mu^{(i)} = \frac{m_i + m_j + m_k}{m_j + m_k}$, а $\Gamma(x)$ — гамма-функция.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

На рис. 2 показаны функции плотности распределения ядерного вещества для валентного нейтрона и α -кластера ядра ${}^9\text{Be}$, полученные с помощью аналитических формул (18) и (19). Варьируемые параметры волновой функции, представленные в работе [5], были дополнительно уточнены для обеспечения соответствия собственного значения гамильтониана для основного состояния трехтельной системы $2\alpha + n$ и известной экспериментальной

величины энергии связи системы ${}^9\text{Be} = 2\alpha + n$. Полученное теоретическое значение энергии основного состояния равно -1.58 МэВ, а экспериментально установленное значение -1.57 МэВ [16]. Рассчитанная плотность распределения ядерного вещества в ядре ${}^9\text{Be}$, представленная на рис. 2, демонстрирует характерное поведение в периферической области, где основной вклад в плотность вещества вносит валентный нуклон. Максимум в центральной области формируется за счет вклада α -кластеров.

Рассчитанная плотность распределения вещества ядра ${}^9\text{Be}$ позволяет вычислить значение среднеквадратического материального радиуса

$$\langle r_m^2 \rangle = \frac{\int_0^\infty \rho(r) r^4 dr}{\int_0^\infty \rho(r) r^2 dr}.$$

Полученный результат $\langle r_m^2 \rangle^{1/2} = 2.62$ фм хорошо согласуется со значением 2.61 фм, рассчитанным в рамках метода антисимметризованной молекулярной динамики [17], а также в согласии с данными 2.53 ± 0.072 фм, полученными на основе анализа измеренных полных сечений реакции [18].

На рис. 3 представлены результаты расчета фолдинг-потенциала (5) взаимодействия ${}^3\text{He}$ с кластерами ядра ${}^9\text{Be}$. Отметим, что в периферической области, начиная с расстояния 7 фм, основной вклад в ядро-ядерное взаимодействие вновь обеспечивает валентный нейтрон ядра ${}^9\text{Be}$.

Расчеты дифференциальных сечений упругого рассеяния ${}^3\text{He}$ на ядрах ${}^9\text{Be}$ при энергиях $30, 40, 47, 51$ и 60 МэВ выполнены с помощью компьютерного кода SFRESCO [19]. Подбор параметров мнимой части ОП и коэффициента N_{DF} проведен методом поиска минимума среднеквадратичного отклонения экспериментальных данных и теоретических расчетов для сечений упругого рассеяния. Сравнение теоретических результатов с экспериментальными данными [20–22] представлено на рис. 4. Теоретические расчеты демонстрируют хорошее согласие с имеющимися экспериментальными данными. Найденные параметры оптического потенциала представлены в табл. 1.

Необходимо добавить, что представленная в настоящей работе теоретическая модель, учитывающая $2\alpha + n$ кластерную структуру ядра ${}^9\text{Be}$ при взаимодействии с ${}^3\text{He}$, имеет преимущество в описании экспериментальных данных перед теоретическим подходом, представленным в работе [20]. Авторами работы [20] также рассчитаны дифференциальные сечения реакции ${}^9\text{Be}({}^3\text{He}, {}^3\text{He}){}^9\text{Be}$, а плотность распределения вещества ядра ${}^9\text{Be}$

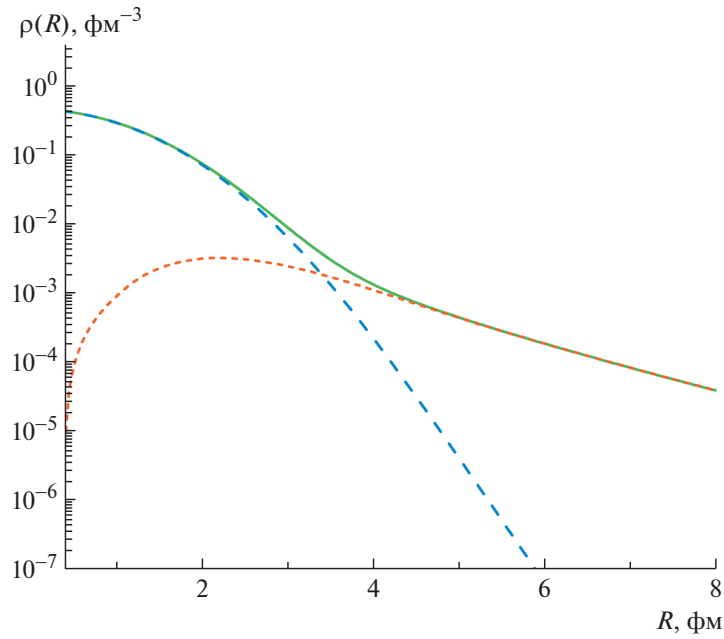


Рис. 2. Плотность распределения ядерного вещества ядра ${}^9\text{Be}$. Кривые: штриховая — вклад α -кластеров, с короткими штрихами — вклад валентного нейтрона, сплошная — суммарная функция плотности распределения вещества.

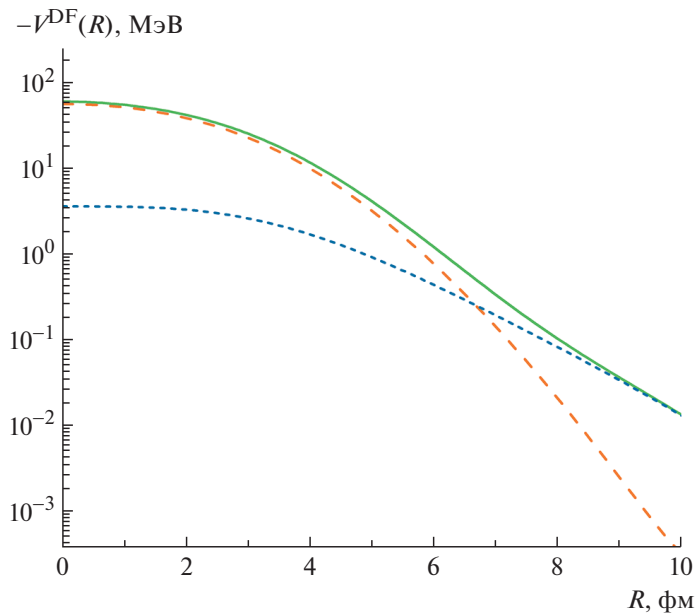


Рис. 3. Фолдинг-потенциал взаимодействия ядер ${}^3\text{He} + {}^9\text{Be}$, рассчитанный на основе трехтельной кластерной модели $2\alpha + n$ ядра ${}^9\text{Be}$. Кривые: штриховая — компонента взаимодействия ядер ${}^3\text{He}$ с α -кластерами в ядре ${}^9\text{Be}$, с короткими штрихами — взаимодействие ядра ${}^3\text{He}$ с валентным нейтроном в ${}^9\text{Be}$, сплошная — их сумма.

предложена в качестве параметризованной функции Гаусса. Среднеквадратичные отклонения χ^2 , полученные на основе двух разных теоретических подходов, представлены в табл. 1. Сравнение по-

казывает преимущество в пользу применения кластерной модели $2\alpha + n$ в ядре ${}^9\text{Be}$, в особенности при энергиях 47, 51 и 60 МэВ.

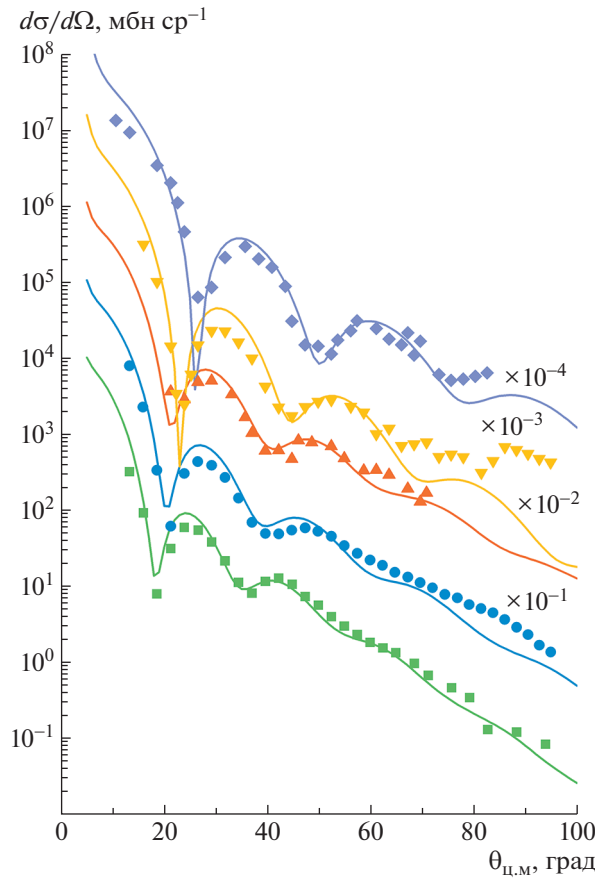


Рис. 4. Дифференциальные сечения упругого рассеяния ${}^3\text{He}$ на ядрах ${}^9\text{Be}$ в сравнении с экспериментальными данными [20–22] при энергиях налетающей частицы 30 МэВ (◆), 40 МэВ (▼), 47 МэВ (▲), 51 МэВ (●), 60 МэВ (■).

Таблица 1. Параметры оптического потенциала, использованные для расчета упругого рассеяния ${}^3\text{He}$ на ядрах ${}^9\text{Be}$

$E({}^3\text{He}), \text{МэВ}$	N^{DF}	$W_0, \text{МэВ}$	$r_w^{(1)}, \text{фм}$	$a_w, \text{фм}$	$r_C^{(1)}, \text{фм}$	$V_{SO}, \text{МэВ}$	$r_{SO}^{(1)}, \text{фм}$	χ^2/N	$\chi^2/N [20]$
30	1.62	32.73	0.910	0.887	0.809	2.50	0.738	5.7	9.0
40	1.59	34.75	0.910	0.887	0.809	2.50	0.738	9.8	14.3
47	1.86	36.39	0.955	0.743	0.809	2.50	0.738	2.4	10.0
51	1.79	36.47	0.914	0.830	0.809	2.50	0.738	5.4	28.0
60	1.92	30.30	0.979	0.887	0.809	2.50	0.738	4.4	68.0

¹⁾ Радиус взаимодействия R_i связан с приведенным радиусом $r_i = R_i(A_p^{1/3} + A_t^{1/3})^{-1}$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С целью изучения особенностей взаимодействия легких атомных ядер в области низких энергий столкновения в рамках метода двойного фолдинга выполнены расчеты оптического потенциала взаимодействия ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^9\text{Be}$ в области энер-

гий 10–20 МэВ/нуклон. Для выполнения фолдинг процедуры проведены теоретические расчеты и получены аналитические выражения для вычисления плотности распределения вещества для ядра мишени ${}^9\text{Be}$ в рамках трехтельной модели $2\alpha + n$. Полученные аналитические соотношения ис-

пользованы для вычисления фолдинг-потенциала взаимодействия ядер ^3He и ^9Be . Анализ доступных экспериментальных данных по упругому рассеянию для указанной реакции выполнен с использованием найденного фолдинг-потенциала в качестве вещественной части оптического потенциала. Параметры мнимой части оптического потенциала были подобраны на основе процедуры минимизации среднеквадратичного отклонения экспериментальных данных и теоретических расчетов для сечений упругого рассеяния. Рассчитанные дифференциальные сечения упругого рассеяния ^3He на ядрах ^9Be при лабораторных энергиях 30, 40, 47, 51 и 60 МэВ демонстрируют хорошее согласие с экспериментальными данными. Полученные оптические потенциалы будут в дальнейшем использованы для анализа данных по неупругому рассеянию и каналов передач для исследуемой реакции в рамках метода искаженных волн и метода сильной связи каналов.

Аналитические выражения, полученные для плотности распределения вещества трехтельной ядерной системы $2\alpha + n$, планируется обобщить и применить для расчетов плотности и фолдинг-потенциалов взаимодействия других атомных ядер с характерной трехкластерной структурой, например, ^6He , $^6,^{11}\text{Li}$ и др.

Автор (Уразбеков Б.) выражает благодарность В.И. Кукулину за предоставленный вычислительный код для расчета волновой функции трехтельных систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. T. A. D. Brown, P. Papka, B. R. Fulton, D. L. Watson, S. P. Fox, D. Groombridge, M. Freer, N. M. Clarke, N. I. Ashwood, N. Curtis, V. Ziman, P. McEwan, S. Ahmed, W. N. Catford, D. Mahboub, C. N. Timis, *et al.*, *Phys. Rev. C* **76**, 054605 (2007).
2. N. Keeley, A. Pakou, V. Soukeras, F. Cappuzzello, L. Acosta, C. Agodi, A. Boiano, S. Calabrese, D. Carbone, M. Cavallaro, N. Deshmukh, A. Foti, A. Hacisalihoglu, M. La Commara, I. Martel, M. Mazzocco, *et al.*, *Phys. Rev. C* **99**, 014615 (2019).
3. U. Umbelino, K. C. C. Pires, R. Lichtenthäler, V. Scarduelli, G. A. Scotton, A. Lépine-Szily, V. Guimarães, J. Lubian, B. Paes, J. L. Ferreira, M. A. G. Alvarez, J. M. B. Shorto, S. Appannababu, M. Assunção, R. P. Condori, and V. Morcelle, *Phys. Rev. C* **99**, 064617 (2019).
4. B. A. Urazbekov, A. S. Denikin, S. M. Lukyanov, N. Itaco, D. M. Janseitov, K. Mendibayev, V. Burjan, V. Kroha, J. Mrazek, W. H. Trzaska, M. N. Harakeh, D. Etasse, I. Stefan, D. Verney, T. Issatayev, Yu. E. Penionzhkevich, *et al.*, *J. Phys. G* **46**, 105110 (2019).
5. Б. А. Уразбеков, А. С. Деникин, С. К. Сахиев, Н. Т. Буртебаев, Изв. РАН. Сер. физ. **80**, 276 (2016) [*Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **80**, 247 (2016)].
6. Б. А. Уразбеков, А. С. Деникин, С. К. Сахиев, С. М. Лукьянов, Изв. РАН. Сер. физ. **81**, 764 (2017) [*Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **81**, 690 (2017)].
7. N. Anantaraman, H. Toki, and G. Bertsch, *Nucl. Phys. A* **398**, 269 (1983).
8. V. N. Pomerantsev, V. I. Kukulkin, V. T. Voronchev, and A. Faessler, *ЯФ* **68**, 1511 (2005) [*Phys. At. Nucl.* **68**, 1453 (2005)].
9. D. Sundholm and J. Olsen, *Chem. Phys. Lett.* **177**, 91 (1991).
10. W. von Oertzen, *Z. Phys. A* **354**, 37 (1996).
11. W. von Oertzen, Martin Freer, and Yoshiko Kanada-En'yo, *Phys. Rep.* **432**, 43 (2006).
12. V. I. Kukulkin, V. M. Krasnopol'sky, V. T. Voronchev, and P. B. Sazonov, *Nucl. Phys. A* **417**, 128 (1984).
13. V. T. Voronchev, V. I. Kukulkin, V. N. Pomerantsev, K. D. Razikov, and G. Ryzhikh, *ЯФ* **57**, 1964 (1994) [*Phys. At. Nucl.* **57**, 1890 (1994)].
14. Y. Suzuki, M. Suzuki, and K. Varga, *Stochastic Variational Approach to Quantum-Mechanical Few-Body Problems, vol. 54* (Springer Science & Business Media, 1998).
15. G. R. Satchler and W. G. Love, *Phys. Rep.* **55**, 183 (1979).
16. A. V. Karpov, A. S. Denikin, M. A. Naumenko, A. P. Alekseev, V. A. Rachkov, V. V. Samarin, V. V. Saiko, and V. I. Zagrebaev, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **859**, 112 (2017).
17. M. Hirai, S. Kumano, K. Saito, and T. Watanabe, *Phys. Rev. C* **83**, 035202 (2011).
18. E. Liatard, J. F. Bruandet, F. Glasser, S. Kox, Tsan Ung Chan, G. J. Costa, C. Heitz, Y. El Masri, F. Hanappe, R. Bimbot, D. Guillemaud-Mueller, and A. C. Mueller, *EPL (Europhysics Letters)* **13**, 401 (1990).
19. I. J. Thompson, *Comput. Phys. Rep.* **7**, 167 (1988).
20. D. M. Janseitov, S. M. Lukyanov, K. Mendibayev, Yu. E. Penionzhkevich, N. K. Skobelev, Yu. G. Sobolev, K. A. Kuterbekov, D. S. Valiolda, T. K. Zholdybayev, W. H. Trzaska, S. V. Khlebnikov, G. P. Tyurin, B. A. Urazbekov, M. N. Harakeh, V. Burjan, V. Kroha, *et al.*, *Int. J. Mod. Phys. E* **27**, 1850089 (2018).
21. M. Baktybayev, N. Burtebayev, A. Duysebayev, B. Duysebayev, G. Zhurynbayeva, S. Sakuta, and R. Peterson, in *Proceedings of 1st Eurasia Conference on Nuclear Science and its Applications, Izmir, 2000*, Ed. by TAEK (Izmir, Turkiye Atom Enerjisi Kurumu, 2000), p. 822.
22. A. T. Rudchik, E. I. Koshchy, A. Budzanowski, R. Siudak, A. Szczurek, I. Skwirczynska, Yu. G. Mashkarov, L. Glowacka, J. Turkiewicz, I. I. Zalyubovsky, V. A. Ziman, N. T. Burtebayev, A. D. Duysebayev, V. V. Adodin, *et al.*, *Nucl. Phys. A* **609**, 147 (1996).

APPLICATION OF THE $2\alpha + n$ THREE-BODY CLUSTER MODEL OF ${}^9\text{Be}$ TO THE ${}^9\text{Be}({}^3\text{He}, {}^3\text{He}){}^9\text{Be}$ NUCLEAR REACTION**B. Urazbekov^{1),2),3),4)}, A. Denikin^{1),2)}, N. Itaco^{3),4)}, D. Jitsev^{2),5)}***¹⁾ Dubna State University, Dubna, Russia**²⁾ Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia**³⁾ Dipartimento di Matematica e Fisica, Università degli Studi della Campania "Luigi Vanvitelli", Caserta, Italia**⁴⁾ Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Complesso Universitario di Monte S. Angelo, Napoli, Italia**⁵⁾ Institute of Nuclear Physics, Almaty, Kazakhstan*

Based on the $2\alpha + n$ three-body cluster model the elastic scattering of ${}^3\text{He}$ on ${}^9\text{Be}$ nuclei is investigated. An analytical expression of the function of nuclear matter density is deduced using the three-body wave function of ${}^9\text{Be}$ obtained by means of the stochastic variation method with the Gaussian basis. An interaction potential for the ${}^3\text{He} + {}^9\text{Be}$ system is calculated in the framework of the double-folding model using the analytical function of nuclear matter density. The potential is used to review the experimental data for elastic scattering of the ${}^9\text{Be}({}^3\text{He}, {}^3\text{He}){}^9\text{Be}$ nuclear reaction at energies ranging from 30 to 60 MeV.

ПОИСК GUT-МОНОПОЛЯ В ГЛУБОКОВОДНОМ БАЙКАЛЬСКОМ ДЕТЕКТОРЕ

© 2021 г. О. Н. Гапоненко^{1)*}

Поступила в редакцию 25.08.2020 г.; после доработки 14.09.2020 г.; принята к публикации 14.09.2020 г.

В работе описана методика поиска GUT-монополя (Grand Unification Theory monopole) в Байкальском нейтринном детекторе НТ200. Подробно обсуждаются алгоритмы выделения событий и подавления фона. Приводятся ограничения на поток медленных монополей. Полученные ограничения сравниваются с теоретическими ограничениями и результатами других экспериментов.

DOI: 10.31857/S0044002721020082

1. ВВЕДЕНИЕ

Поиск сверхтяжелых магнитных монополей с помощью глубоководных стационарных черенковских детекторов проводился на оз. Байкал с 1984 г. С помощью установки ГИРЛЯНДА и различных ее модификаций, проработавших в рамках байкальского эксперимента в течение 1984–1989 гг., были получены ограничения на поток сверхтяжелых магнитных монополей, см. [1]. В качестве светочувствительного элемента в установках ГИРЛЯНДА-84, -86, -86М применялись ФЭУ-49Б с диаметром фотокатода 15 см. Схемы глубоководных установок ГИРЛЯНДА показаны на рис. 1.

Начиная с апреля 1993 г. на оз. Байкал производился поэтапный ввод в эксплуатацию нейтринного детектора НТ200. Основная задача этого глубоководного детектора большого объема состояла в регистрации нейтрино высоких энергий. Детектор был также приспособлен для поиска медленно движущихся ярких объектов, таких, например, как GUT-монополи. В апреле 1993 г. была запущена в эксплуатацию первая очередь этого глубоководного детектора — нейтринного детектора НТ36. Данные, собранные за один год работы на этом черенковском детекторе, позволили получить ограничения на поток медленных магнитных монополей, сопоставимые с результатами многолетней работы всех предыдущих байкальских детекторов, см. [1, 2]. В последующие годы на оз. Байкал работали черенковские детекторы НТ72, НТ96 и НТ144. В 1998 г. был осуществлен ввод в строй установки НТ200 со 192 фотоприемниками QUASAR с диаметром фотокатода 37 см [2].

Глубоководный черенковский детектор НТ200 состоит из восьми вертикальных стрингов, семь

из которых расположены в вершинах правильного семиугольника с плечом 21.5 м, и один стринг размещен в центре, рис. 2. Стринги расположены на глубине 1.1 км на расстоянии 3.6 км от берега. Сигнал от детектора передается в береговой центр по нескольким подводным линиям связи. Для снижения фона оптические модули объединены в пары, специальная электроника формирует сигнал, если только произошло срабатывание обоих оптических приемников пары в течение 15 нс (так называемый локальный триггер). Такая пара оптических модулей составляет оптический канал. Информация о временах и числе локальных триггеров используется затем для формирования сигнала срабатывания мастерной системы детектора в режиме “монополь” (мастерный сигнал). Каждый стринг в НТ200 несет по 12 оптических каналов. Расстояние между самым верхним и самым нижним оптическими каналами стринга составляет 68 м. Каналы вдоль стринга ориентированы вниз за исключением второго сверху и второго снизу каналов, которые направлены вверх, см. рис. 2. Верхняя и нижняя половины стринга образуют полустринги. Для выработки мюонного триггера необходимо срабатывание $\geq n$ локальных триггеров во временном окне 500 нс (как правило, n выбирается равным 3–4). Для формирования монополярного триггера от медленного монополя необходимо срабатывание $\geq m$ (m обычно выбирается равным 3) локальных триггеров от любого полустринга в течение определенного временного интервала ΔT (обычно $\Delta T = 500$ мкс). В отличие от мюонных событий, в НТ200 для монополярного сигнала не предусмотрена передача информации об амплитудах события, электроника регистрирует лишь времена и число локальных триггеров.

В настоящей работе мы опишем алгоритм и результаты поиска GUT-монополя для детектора

¹⁾Институт ядерных исследований РАН, Москва, Россия.

*E-mail: olgapon@mail.ru

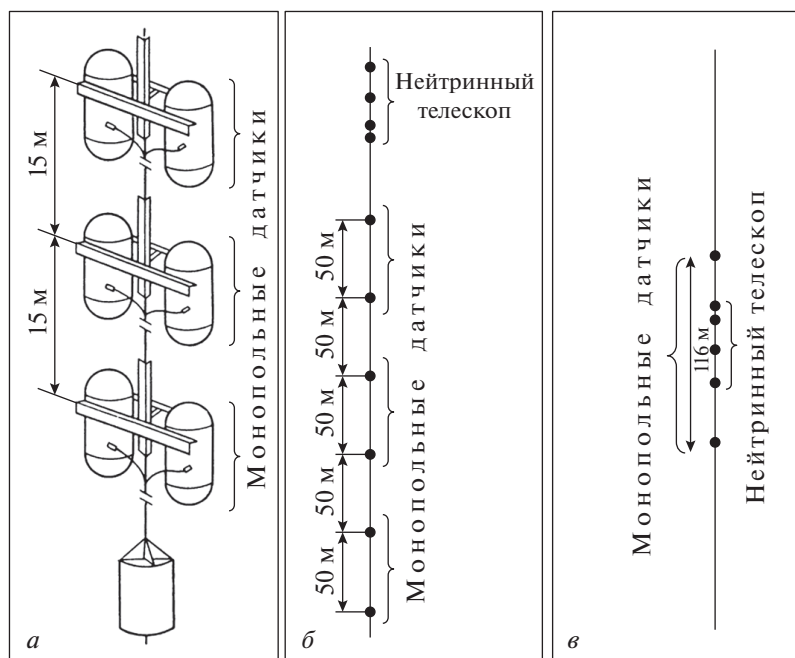


Рис. 1. Схемы глубоководных установок ГИРЛЯНДА (а — ГИРЛЯНДА-84, б — ГИРЛЯНДА-86, в — ГИРЛЯНДА-86М).

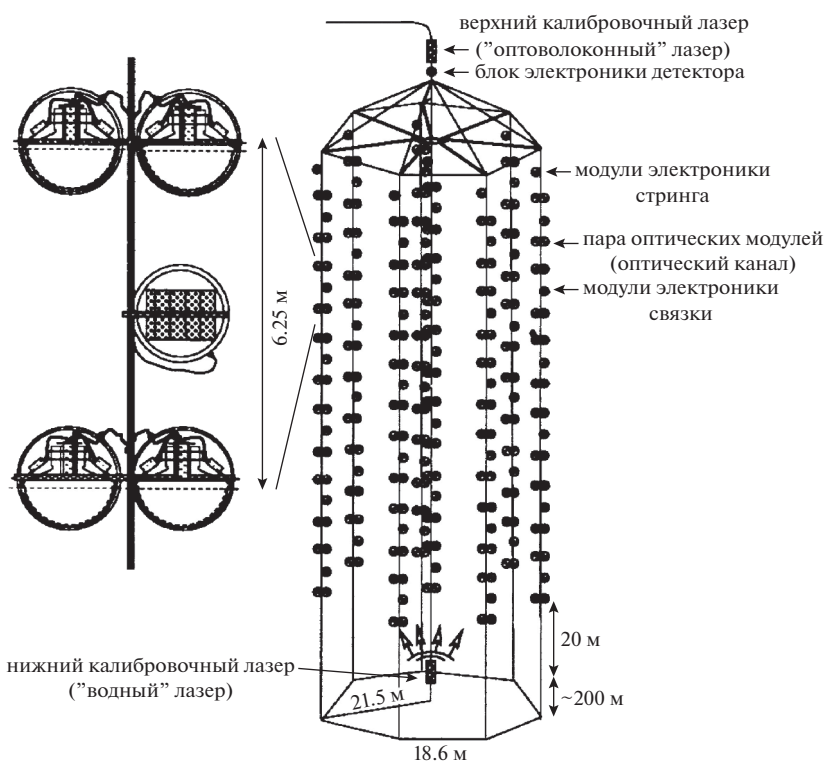


Рис. 2. Глубоководный черенковский детектор NT200.

NT200. Высокая прозрачность водной среды оз. Байкал в районе размещения детектора, сильно анизотропное и направленное вперед рассеяние света, высокая чувствительность фотоприемников и большой объем детектора открывают уникальные возможности для применений в этой области.

2. ПРОХОЖДЕНИЕ GUT-МОНОПОЛЯ ЧЕРЕЗ РАБОЧЕЕ ВЕЩЕСТВО ДЕТЕКТОРА

В 1931 г. Дираком была предложена теория магнитного заряда [3]. Позднее 't Hooft [4] и Поляков [5] показали, что магнитные заряды должны существовать для широкого класса моделей

со спонтанно нарушенной симметрией. Монополи также предсказываются различными вариантами теории Великого объединения (GUT-монополи). Их магнитный заряд кратен дираковскому $g = ne\alpha/2$ (здесь e — заряд электрона, α — постоянная тонкой структуры, $n = 1, 2, \dots$), а значения масс могут лежать в широком диапазоне $M \cong 10^8 - 10^{21}$ ГэВ/ c^2 , см., например, [6].

В 1981 г. в работе Рубакова [7] был сделан вывод, что в присутствии GUT-монополя возможны процессы с несохранением барионного числа. Аналогичное заключение сделал в 1982 г. в своей работе Callan [8]. Согласно результатам этих работ, сечение реакции катализа монополем барионного распада можно представить в следующем виде:

$$\sigma = \sigma_0/\beta, \quad (1)$$

где $\beta = v_{\text{mon}}/c$ — относительная скорость монополя, а σ_0 принимается равным по порядку величины сечениям сильных взаимодействий — $\sigma_0 \cong 10^{-28}$ см². Учет электромагнитного взаимодействия монополя с ядром ведет к появлению в формуле (1) дополнительного множителя $G(\beta)$, см. [9, 10]:

$$G(\beta) = \begin{cases} 2.4 \times 10^7 \beta^{3.1} & \text{для нуклонов ядра } {}^{16}\text{O}, \\ 0.17\beta^{-1} & \text{для свободных протонов.} \end{cases} \quad (2)$$

Следует также отметить, что существуют варианты теории Великого объединения, в которых отсутствует или значительно ослаблен эффект катализа барионного распада.

С помощью соотношений (1) и (2) нетрудно получить среднюю длину пробега GUT-монополя в среде между двумя актами барионного распада. На рис. 3 показана зависимость от скорости β для средней длины пробега λ_{cat} и среднего времени τ_{cat} между двумя актами катализа для монополя, движущегося в воде. Вплоть до скоростей $\beta = 6 \times 10^{-3}$ для воды преобладают распады ядер водорода, и лишь при больших скоростях становится существенным вклад от распада нуклонов, входящих в состав ядра ${}^{16}\text{O}$. Энергия $m_p c^2$, выделяющаяся при барионном распаде, катализированном монополем, распределяется между продуктами распада протона. Часть энергии распада уносится нейтральными частицами, а часть расходуется на рождение заряженных частиц, которые, двигаясь в воде, становятся источниками черенковского излучения. Как было показано в работе [1], в среднем в каждом акте распада протона образуются $N_{\text{phot}} = 3 \times 10^4 - 1.1 \times 10^5$ черенковских фотонов с длиной волны $300 < \lambda < 600$ нм. Это черенковское излучение может быть зарегистрировано

оптическими модулями детектора и, таким образом, будет являться указанием на наличие сигнала от прохождения в рабочем веществе детектора GUT-монополя.

Как известно, на прохождение света в среде оказывают влияние процессы поглощения и рассеяния. В первом случае кванты светового излучения поглощаются веществом среды, что ведет к ослаблению излучения, во втором случае кванты излучения отклоняются от первоначального направления. Интенсивность первого процесса принято характеризовать длиной поглощения λ_{abs} (длина, на которой интенсивность пучка ослабевает в e раз), для второго процесса наряду со средней длиной рассеяния λ_{scat} применяют для описания угловых характеристик индикатрису рассеяния $\chi(\theta)$. Полезную информацию об угловых характеристиках рассеяния можно также получить по среднему косинусу $\langle \cos(\theta) \rangle$. Многолетние измерения оптических параметров водной среды в месте расположения Байкальского нейтринного телескопа, см., например, [2, 11–16], показывают, что длина поглощения мало меняется в течение года, и для разных лет в качестве характерного значения для λ_{abs} в интервале длин волн 470–500 нм (т.е. в максимуме прозрачности) можно принять 21 м. Длина и индикатриса рассеяния, напротив, могут сильно меняться в зависимости от месяца и года, однако эффективная длина рассеяния, определяемая как

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\lambda_{\text{scat}}}{1 - \langle \cos(\theta) \rangle}, \quad (3)$$

мало меняется с течением времени (по-видимому, уменьшение длины рассеяния λ_{scat} для естественных водоемов связано с протеканием процессов с сильно анизотропным вперед рассеянием, когда $\langle \cos(\theta) \rangle$ приближается к единице, и, наоборот — для более изотропного рассеяния характерны большие λ_{scat}). В работах [12, 16] для λ_{eff} были получены значения 450–640 м. Рассеяние света приводит к задержке во временах прихода фотонов по сравнению со случаем, когда рассеяние отсутствует. Проведенные автором исследования показывают, что максимальные задержки во временах прихода света от детектируемых частиц, вызванные рассеянием света в водной среде детектора, не превосходят для НТ200 10 нс. Эти задержки могут играть важную роль для регистрации быстро движущихся частиц, таких как релятивистские мюоны, однако для регистрации медленного монополя (случай, которым мы ограничимся в дальнейшем) такие задержки не приводят к сколько-нибудь существенным погрешностям. Так, например, за это время расстояние, проходимое частицей, движущейся со скоростью $\beta \leq 10^{-2}$, не превосходит 3 см.

Кроме характеристик среды, в которой происходит распространение сигнала, необходимо также

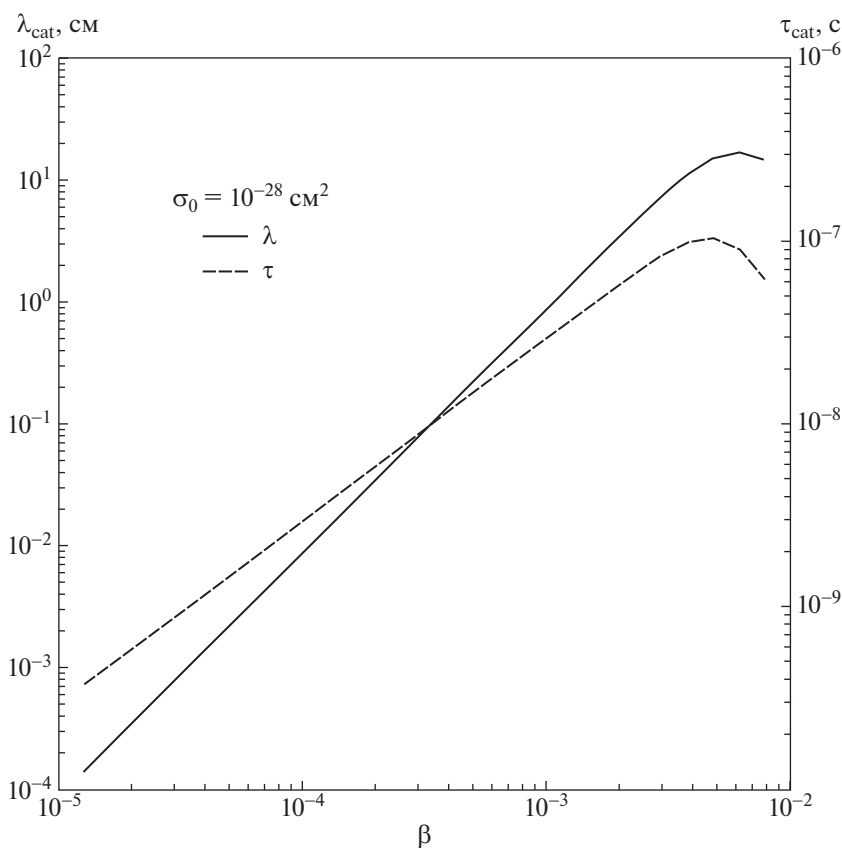


Рис. 3. Зависимость от скорости β средней длины и среднего времени между двумя актами барионного распада для монополя, движущегося в воде.

учитывать характеристики фотоприемников — их амплитудные, временные, и угловые характеристики, а также эффективность регистрации. Выполненные автором исследования показывают, что эффективность регистрации сигнала оптическим модулем сложным образом зависит от состояния оптического канала детектора. Так, например, эффективность регистрации оптических каналов имеет тенденцию уменьшаться с течением года и восстанавливаться до исходных значений после подъема-опускания телескопа в период монтажных работ. По-видимому, такое поведение связано с загрязнением оптических поверхностей детектора осадками, формирующимися биологической средой оз. Байкал. Эффективность регистрации также уменьшается при увеличении загрузки каналов — этот эффект отчетливо проявляется в летне-осенний период, когда сезонно повышается световой фон озера в результате усиления биолюминесцентных процессов.

Для определения эффективности регистрации оптического канала нами была разработана специальная процедура точного выделения сигнала от специального светового лазерного источника по отношению к фоновым событиям. Используя периодичность вспышек лазера, большую стати-

стику и информацию о срабатывании всех каналов телескопа, автором был разработан алгоритм определения эффективности регистрации отдельного канала с погрешностью, не превосходящей 1%. Согласно результатам этих исследований типичное значение эффективности регистрации для умеренных амплитуд сигнала составляет $E_{ff} = 0.95-0.98$. В дальнейших расчетах мы всюду используем нижнюю границу для значений эффективности $E_{ff} = 0.95$ с тем, чтобы не завышать величину эффективности для случаев сильно загруженного канала.

На рис. 4 и 5 в качестве примера приведена эффективная площадь оптического канала для регистрации магнитного заряда по монополюному триггеру с $\Delta T = 500$ мкс и числом локальных триггеров от данного канала ≥ 14 (подробнее о выборе триггерных условий для регистрации сигнала “монополюль” см. следующий раздел). Показанные на рисунках расчеты были выполнены методом компьютерного моделирования. Для фиксированной ориентации оптического канала выбиралось определенное направление движения монополя, далее плоскость условно разбивалась на достаточно малые области так, что через каждую область проходила только одна траектория (угол

монополя α на рис. 4 и 5 отсчитывается от вертикали при движении монополя сверху вниз, при этом оптический канал ориентирован по направлению вниз). Методом статистических испытаний (метод Монте-Карло) определялось, вызывает ли магнитный заряд, движущийся по такой траектории, выработку заданного триггера. Затем испытания многократно повторялись для набора достаточной статистики. Вклад от каждой области учитывался с весом, пропорциональным числу положительных исходов испытаний. Затем испытания повторялись для других направлений монополя, а также для различных скоростей β и сечений σ_0 . По эффективности регистрации канала, его амплитудным и угловым характеристикам рассчитывалась вероятность срабатывания фотоприемника для каждой точки на траектории движения монополя. При этом учитывались такие возможности: 1) оба фотоприемника пары срабатывают сразу и формируется локальный триггер; 2) один фотоприемник сработал ранее во временном интервале локального триггера, другой фотоприемник сработал от данного события; 3) к данному моменту срабатываний фотоприемников во временном окне локального триггера не было и локальный триггер не был инициирован; 4) локальный триггер был запущен фоновым событием. В тех случаях, когда происходило выработку локального триггера, оптический канал выключался на время $\tau = 15 \times 10^{-6}$ с, что соответствует мертвому времени монопольной системы телескопа. Затем определялась следующая точка барионного распада на траектории монополя и расчет проводился до тех пор, пока монополь не перемещался на достаточно большое расстояние от оптического канала. Для частоты срабатываний локального триггера от фоновых событий нами была выбрана величина $\nu = 1500$ Гц, соответствующая наибольшему возможному темпу счета от локальных триггеров: ≤ 500 Гц в обычных условиях и < 1500 Гц в периоды усиления биоломинесцентных процессов. Отметим, что результаты расчетов очень слабо зависят от точного значения этой величины. Действительно, для временного интервала монопольного триггера при таких частотах можно ожидать за время $\Delta T = 500$ мкс примерно одно фоновое событие, все влияние которого на расчет сведется к уменьшению полезного интервала ΔT на величину мертвого времени от этого фонового события. Подробно алгоритм подавления фоновых событий при поиске монопольного сигнала будет описан в следующем разделе.

3. АЛГОРИТМ ВЫДЕЛЕНИЯ МОНОПОЛЬНЫХ СОБЫТИЙ В ДЕТЕКТОРЕ

Как было показано в предыдущем разделе, во временное окно ΔT монопольного триггера попа-

дает в среднем одно фоновое событие. Для выделения полезного сигнала на фоне остальных срабатываний фотоприемников можно воспользоваться следующим обстоятельством. Из рис. 3 видно, что пробег монополя в воде до следующего акта барионного распада не превосходит нескольких сантиметров (пробег обратно пропорционален сечению σ_0 , поэтому для других σ_0 это утверждение может оказаться справедливым лишь в определенном диапазоне скоростей β). Учитывая данное обстоятельство, следует ожидать, что прохождение магнитного заряда через рабочий объем детектора будет выглядеть как последовательность многократных всплесков на фоне редких случайных срабатываний оптических приемников от посторонних источников сигнала. Число срабатываний отдельного оптического канала за время ΔT с момента срабатывания монопольного триггера будет ограничено величиной мертвого времени τ монопольной системы. Поэтому сигнатурой сигнала “монополь” может служить большое число N_{loc} локальных триггеров от какого-либо канала в интервале мастерного времени ΔT , $N_{\text{loc}} \sim \Delta T/\tau \approx 30$. К сожалению, воплощению в жизнь этой программы препятствует тот факт, что разрядность счетчиков для подсчета числа локальных триггеров от монополя в мастерной системе телескопа НТ200 равна 4, и максимальное число событий по локальному триггеру, которое может быть сохранено электроникой в мастерном интервале времени ΔT , составляет только $2^4 - 1 = 15$. Кроме того, следует учитывать возможность тех или иных неисправностей в работе отдельного канала, и поэтому с помощью одного только оптического канала нельзя строить надежный поиск столь редкого события, как появление магнитного заряда в рабочем объеме детектора. В то же время привлечение для подавления фона большого числа оптических модулей может привести к снижению эффективной площади детектора при поиске полезного сигнала. Так, например, в результате деградации оптических каналов со временем, из-за неисправностей в работе электроники или иных причин, часто возникает ситуация, когда отдельные каналы и группы каналов приходится оперативно отключать до следующих ремонтных работ, проводимых раз в год со льда оз. Байкал. Иногда в результате таких отключений работающие каналы детектора перемежаются областями с полностью отключенными каналами. Поэтому стратегия подавления фона должна основываться на выборе определенного оптимума, когда, с одной стороны, такая стратегия не была бы слишком требовательной к одновременному срабатыванию большого числа оптических каналов, и, с другой стороны, полностью исключала бы фоновые события. На рис. 6 показано число фоновых событий как функция жесткости различных критериев по-

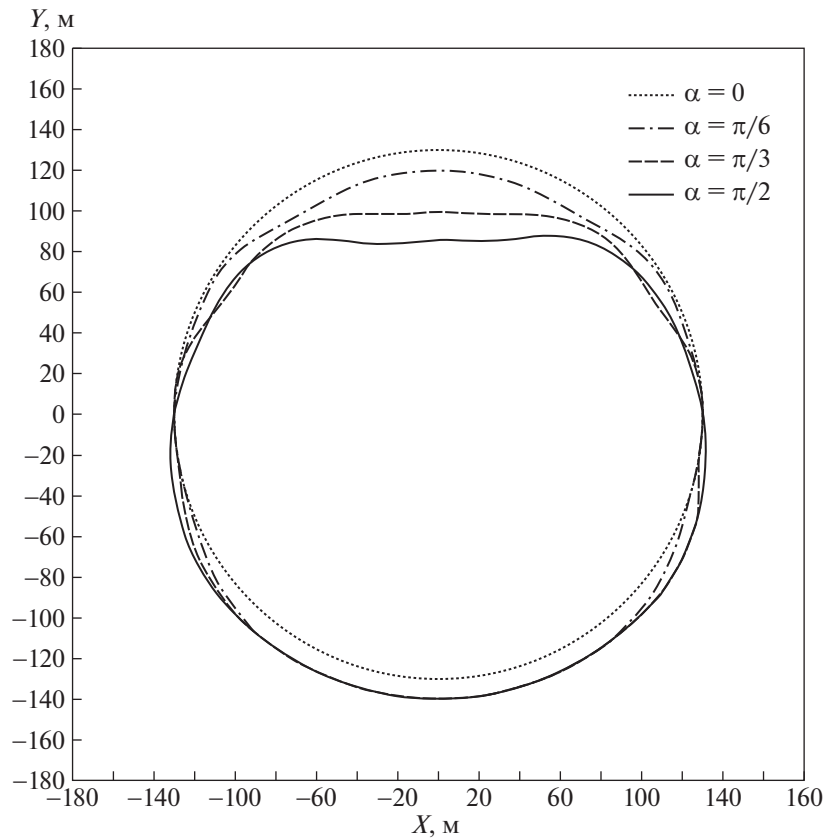


Рис. 4. Эффективная площадь оптического канала в детекторе HT200 для регистрации GUT-монополя с $\sigma_0 = 10^{-26} \text{ см}^2$ и $\beta = 10^{-5}$.

давления фона. В качестве меры жесткости таких критериев по оси абсцисс выбрано число локальных триггеров в мастерном сигнале для срабатывания не менее соответственно двух, трех и четырех каналов при дополнительном условии, что интервал времени между выработкой сигнала мастерной системы телескопа по сигналу “монополю” для этих каналов не превосходит времени прохождения самого медленного в нашем анализе монополя через объем установки (мы выбрали $\beta_{\min} = 10^{-5}$ для минимальной скорости монополя и $L \sim 100$ м для характерных размеров детектора).

Как видно из рисунка, для выбранного объема данных (примерно 100 ч работы установки) срабатывание не менее четырех каналов дает подавление фона при $N_{\text{thresh}} \geq 5$, для трех и более каналов N_{thresh} должно быть не менее 6, и для двух и более каналов — $N_{\text{thresh}} \geq 8$. При обработке данных большого объема следует выбирать N_{thresh} еще больше, чтобы избежать случайных попаданий фоновых событий. В дальнейшем в качестве критерия мы выбираем срабатывание не менее двух каналов с $N_{\text{thresh}} \geq 14$. Расчеты показывают, что эта стратегия является оптимальной и не приводит к ощутимому проигрышу в эффективной площади регистрации по сравнению с критериями с другими

N_{thresh} и большим числом каналов. Это объясняется тем, что, как отмечалось в начале данного раздела, в отличие от случайных фоновых эффектов, сигнал от прохождения монополя обладает определенной сигнатурой, состоящей в возможности многократных срабатываний оптических каналов за время прохождения магнитного заряда через объем детектора. В то же время выбранный нами критерий не требует одновременного срабатывания большого числа различных каналов.

Подсчитаем вероятность того, что фоновое событие не будет отбраковано выбранным критерием. Как было показано в работе [1], темп счета для оптических модулей детектора HT200 описывается пуассоновским распределением. Вероятность P_1 того, что оптический канал даст в течение мастерного времени $\Delta T = 500$ мкс не менее 14 срабатываний по локальному триггеру от фоновых событий, характеризуемых максимальной частотой $\nu = 1500$ Гц (см. разд. 2), равна

$$P_1 = \sum_{n=14}^{\infty} \frac{(\nu \Delta T)^n}{n!} \exp(-\nu \Delta T) = 1 \times 10^{-13}. \quad (4)$$

Вероятность P_2 того, что затем в течение времени $T = L/(\beta_{\min} c) = 0.0333$ с другой канал также даст

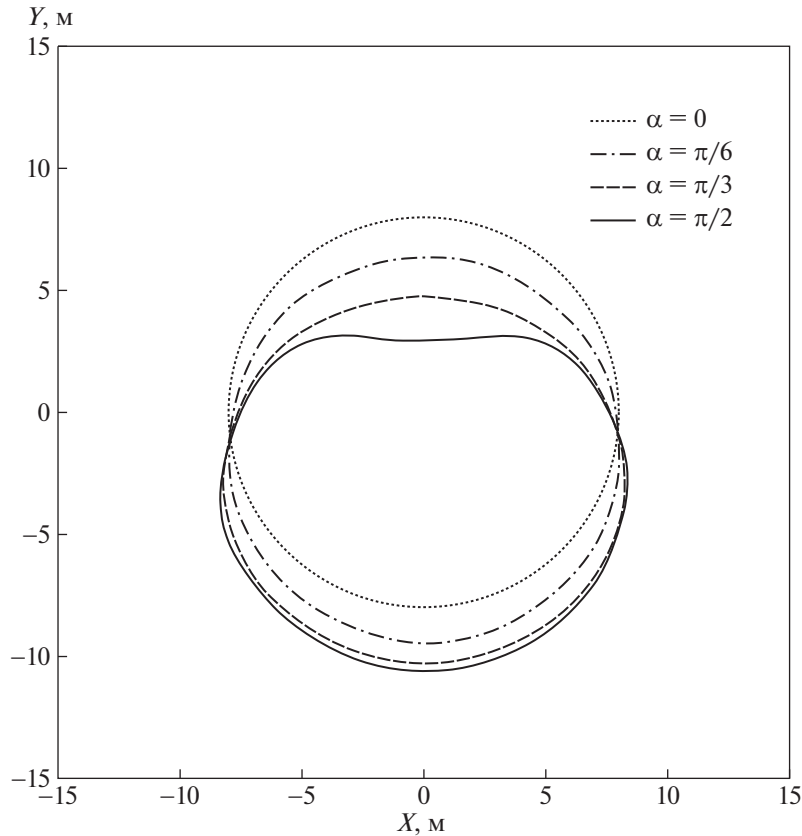


Рис. 5. Эффективная площадь оптического канала в детекторе HT200 для регистрации GUT-монополя с $\sigma_0 = 10^{-32} \text{ см}^2$ и $\beta = 10^{-5}$.

сигнал срабатывания мастерной системы детектора в режиме “монополь”, можно найти следующим образом. За время T второй канал может выработать $1, 2, \dots, T/\Delta T$ -мастерных триггеров. Тогда искомая вероятность будет обратной к вероятности не выдать за это время ни одного мастерного триггера:

$$P_2 = 1 - (1 - P_1)^N \approx NP_1, \quad (5)$$

где $N \cong T/\Delta T \approx 67$. Так как каналы равноправны, необходимо учесть, что сначала может также сработать второй канал, окончательно вероятность для срабатывания двух каналов от фонового события с учетом этого замечания может быть записана следующим образом:

$$\begin{aligned} P_{1:2} &= P_1(NP_1) + P_1(NP_1) - P_1P_1 = \\ &= P_1P_1(2N - 1) = 1.33 \times 10^{-24}. \end{aligned} \quad (6)$$

Для всего детектора полная вероятность P будет обратной по отношению к вероятности несрабатывания ни одной пары каналов

$$\begin{aligned} P &= 1 - (1 - P_{1:2})^{(N_{\text{chnl}}(N_{\text{chnl}}-1)/2)} \approx \\ &\approx P_{1:2} \frac{N_{\text{chnl}}(N_{\text{chnl}} - 1)}{2}, \end{aligned} \quad (7)$$

здесь N_{chnl} — число оптических каналов в телескопе HT200, $N_{\text{chnl}} = 96$. Подставляя в формулу (7) численные значения из соотношений (4)–(6), найдем окончательно $P = 6 \times 10^{-21}$. Если интерпретировать вероятность как отношение числа удачных исходов к полному числу испытаний $P = k/n$, то при данной вероятности одно пропущенное фоновое событие будет приходиться на полное число $n = 1/P$ испытаний. Учитывая, что каждое такое испытание занимает время T , нетрудно видеть, что для заданного критерия фоновые события могут составить конкуренцию полезному сигналу только за время $\sim T/P = 5.5 \times 10^{18} \text{ с} \approx 2 \times 10^{11} \text{ лет}$.

4. ЭФФЕКТИВНАЯ ПЛОЩАДЬ РЕГИСТРАЦИИ И ОГРАНИЧЕНИЯ НА ПОТОК GUT-МОНОПОЛЕЙ В ДЕТЕКТОРЕ HT200

Эффективную площадь телескопа для регистрации магнитного заряда можно рассчитать так же, как это было сделано для одного оптического канала в разд. 2. Однако непосредственная реализация на практике такого расчета сопряжена со значительными вычислительными трудностями. Как видно из рис. 3 и 4, расстояние, на котором

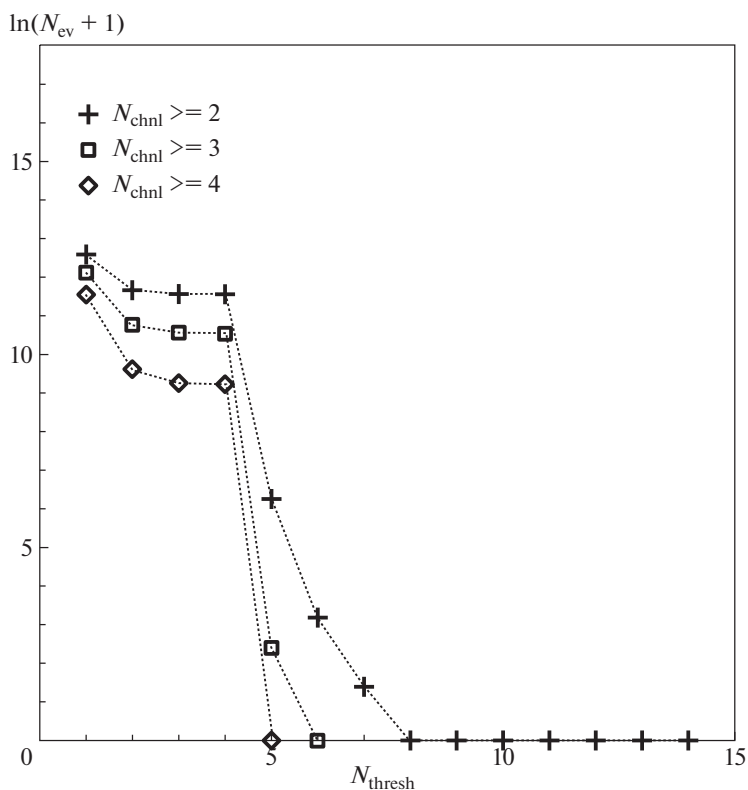


Рис. 6. Число фоновых событий как функция жесткости различных критериев подавления фона.

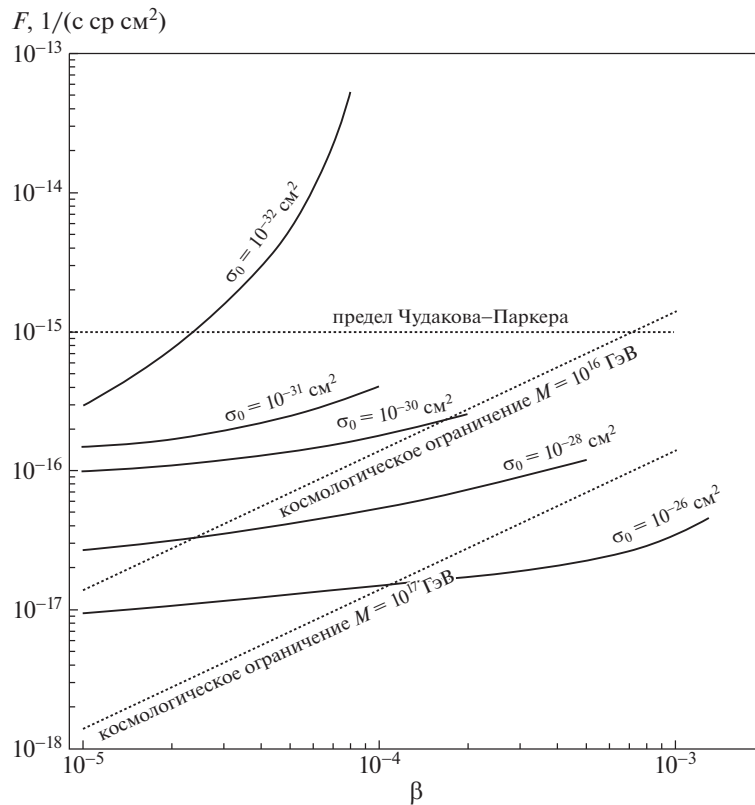


Рис. 7. Ограничения на поток GUT-монополей. Кривые: сплошные — результат настоящей работы для 90% доверительного уровня, штриховые — теоретические ограничения.

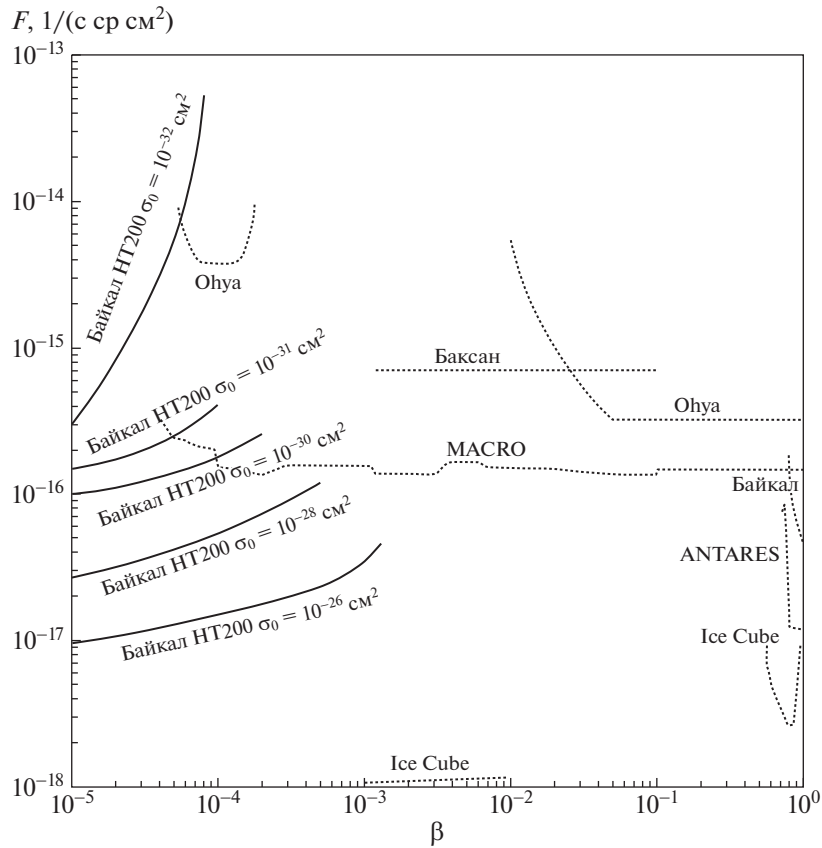


Рис. 8. Экспериментальные ограничения на поток магнитных монополей для 90% доверительного уровня.

GUT-монополю будет виден телескопом, достигает 140 м, а длина пробега монополя между актами катализа барионного распада может составлять 10^{-4} см. Поэтому, например, при расчете методом Монте-Карло вклада в эффективную площадь только одной такой траектории необходимо учесть $\sim (140 + 68 + 140)/10^{-6} = 3.5 \times 10^8$ актов взаимодействия монополя с нуклонами воды и затем многократно повторить расчет для набора необходимой статистики. Далее, такой же расчет нужно выполнить для других возможных траекторий, скоростей и сечений. Кроме того, нужно учесть, что конфигурация телескопа может меняться от одного сеанса накопления данных к другому и поэтому все расчеты нужно проводить заново для каждой конфигурации детектора. Практика показывает, что затраты на такой расчет даже для самых быстрых современных компьютеров значительно превосходят время накопления данных в телескопе, поэтому для расчета эффективной площади детектора мы используем более простой приближенный метод. Точный расчет показывает, что погрешность такого метода не превосходит нескольких процентов. Основная идея этого метода состоит в замене оптических каналов телескопа областями, размеры которых соответствуют средним эффективным

площадям регистрации этих каналов, см. рис. 4 и 5. Для заданного направления монополя эффективная площадь установки может быть получена как проекция на нормальную плоскость средних площадей регистрации отдельных каналов. При этом заданному критерию отбора (срабатывание заданное число раз по крайней мере двух каналов за время прохода монополя через объем детектора) удовлетворят только области, состоящие из парных пересечений различных проекций. Сумма таких пересечений и даст эффективную площадь регистрации детектора в заданном направлении. Так как заранее нельзя ожидать какого-либо преимущественного направления для прихода магнитных зарядов в объем детектора, необходимо также провести усреднение по различным направлениям. Зная эффективную площадь установки, нетрудно получить ограничения на поток монополей.

На рис. 7 в качестве примера показаны ограничения на поток магнитных монополей, полученные из анализа примерно двухгодичного объема данных телескопа HT200. Для сравнения на рисунке также приведены астрофизические ограничения на интенсивность потока магнитных зарядов: предел Чудакова–Паркера, получаемый из условия сохранения наблюдаемой напряженности галактиче-

ских магнитных полей; и космологическое ограничение, к которому приводит очевидное требование, что плотность магнитных зарядов не может превосходить критической плотности вещества во Вселенной, $4\pi F_{\text{mon}} M_{\text{mon}} / (c\beta) < \rho_0 = 10^{-29} \text{ г/см}^3$.

Из рисунка видно, что полученные за два года работы установки НТ200 данные дают для ряда сечений σ_0 и скоростей β гораздо более жесткие ограничения, чем указанные теоретические пределы. Мы ожидаем, что, после того как все накопленные к настоящему моменту данные детектора НТ200 и байкальских детекторов предыдущих поколений будут обработаны, приведенные на рисунке экспериментальные ограничения на поток монополей будут улучшены примерно в 10 раз.

На рис. 8 приведено сравнение результатов настоящей работы с ограничениями на поток монополей, найденными в других экспериментах, см. [17–24]. Как видно из рисунка, результаты, полученные в рамках проведенного нами в настоящей работе анализа, дают для многих областей ограничения, в несколько раз превосходящие аналогичные ограничения других экспериментов.

5. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы описали алгоритм поиска медленного GUT-монополя в Байкальском нейтринном детекторе НТ200. Из объема данных, накопленных примерно за два года работы детектора, нами были получены ограничения на поток монополей, которые для многих значений скоростей β и сечений σ_0 заметно превосходят аналогичные ограничения из других экспериментов. Мы также ожидаем, что после того, как будет завершена обработка всех имеющихся к настоящему моменту данных, мы сможем улучшить пределы на поток GUT-монополей примерно в 10 раз.

Дальнейшим расширением телескопа НТ200 является крупномасштабный детектор GVD [25, 26]. К сожалению, в настоящий момент сооружаемый детектор не укомплектован электроникой для поиска медленного GUT-монополя. Как видно из рис. 4, расстояние, на котором медленный GUT-монополю с $\sigma_0 = 10^{-26} \text{ см}^2$ виден оптическими каналами, превосходит 100 м. Поэтому применение нового детектора с такими масштабами расстояний позволило бы существенно увеличить эффективную площадь для поиска магнитного заряда в этом диапазоне сечений, в то время как детектор НТ200 с его более компактной геометрией предоставляет уникальные возможности для поиска GUT-монополя в области меньших сечений σ_0 . Мы также надеемся, что в будущем новая электроника для поиска GUT-монополя будет обладать гораздо меньшим мертвым временем, что позволит нам продвинуться в область больших β . Последнее

замечание важно в связи с тем, что, как видно из рис. 3, при $\beta \sim 6 \times 10^{-3}$ пробег монополя между актами катализа барионного распада начинает убывать благодаря взаимодействию магнитного заряда с ядрами кислорода.

Считаю своим приятным долгом выразить благодарность моим коллегам: Г.В. Домогацкому, К. Шпирингу, Л.А. Кузмичеву, Ж.-А. Джилкибаеву, Р. Вишневу, Е.А. Осиповой, В.В. Айнутдинову за их интерес к работе и полезные обсуждения ее результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Л. Б. Безруков, И. А. Белолептиков, Э. В. Бугаев, Н. М. Буднев, М. Д. Гальперин, Ж.-А. М. Джилкибаев, Г. В. Домогацкий, А. А. Дорошенко, В. Л. Зурбанов, В. Б. Кабиков, А. М. Клабуков, С. И. Климушин, Л. А. Кузьмичев, М. И. Немченко, А. И. Панфилов, Ю. В. Парфенов и др., ЯФ **52**, 86 (1990) [Sov. J. Nucl. Phys. **52**, 54 (1990)].
2. I. A. Belolaptikov, L. B. Bezrukov, V. A. Borisovets, N. M. Budnev, E. V. Bugaev, A. G. Chensky, I. A. Danilchenko, J.-A. M. Djilkibaev, V. I. Dobrynin, G. V. Domogatsky, L. A. Donskykh, A. A. Doroshenko, G. N. Dudkin, V. Yu. Egorov, S. V. Fialkovsky, A. A. Garus, *et al.*, *Astropart. Phys.* **7**, 263 (1997).
3. P. A. M. Dirak, *Proc. Roy. Soc. London A* **133**, 60 (1931).
4. G. 't Hooft, *Nucl. Phys. B* **79**, 276 (1974).
5. А. М. Поляков, Письма в ЖЭТФ **20**, 430 (1974).
6. V. A. Rubakov, *Rep. Prog. Phys.* **51**, 189 (1988).
7. В. А. Рубаков, Письма в ЖЭТФ **33**, 658 (1981).
8. C. G. Callan, *Phys. Rev. D* **26**, 2058 (1982).
9. V. A. Rubakov and M. S. Serebrjakov, *Nucl. Phys. B* **218**, 240 (1983).
10. J. Arafune and M. Fukugita, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1901 (1983).
11. Л. Б. Безруков, Н. М. Буднев, М. Д. Гальперин, Ж.-А. М. Джилкибаев, *Океанология* **30**, 1022 (1990).
12. Б. А. Таращанский, О. Н. Гапоненко, В. И. Добрынин, *Оптика атмосферы и океана* **7**, 1508 (1994).
13. Б. А. Таращанский, Р. Р. Миргазов, К. А. Почейкин, *Оптика атмосферы и океана* **8**, 771 (1995).
14. О. Н. Гапоненко, Р. Р. Миргазов, Б. А. Таращанский, *Оптика атмосферы и океана* **9**, 1069 (1996).
15. V. Balkanov, I. Belolaptikov, L. Bezrukov, A. Chensky, N. Budnev, I. Danilchenko, Z.-A. Dzhlkibaev, G. Domogatsky, A. Doroshenko, S. Fialkovsky, O. Gaponenko, A. Garus, T. Gress, A. Karle, A. Klabukov, A. Klimov, *et al.*, *Appl. Opt.* **38**, 6818 (1999).
16. О. Н. Гапоненко, *Оптика и спектроскопия* **128**, 627 (2020).
17. E. N. Alexeyev *et al.* (Baksan Collab.), in *Proceedings of the 21st ICRC, Adelaida, 1990*, Vol. 10, p. 83.

18. S. Orito, H. Ichinose, S. Nakamura, K. Kuwahara, T. Doke, K. Ogura, H. Tawara, M. Imori, K. Yamamoto, H. Yamakawa, T. Suzuki, K. Anraku, M. Nozaki, M. Sasaki, and T. Yoshida, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1951 (1991).
19. The MARCO Collab. (M. Ambrosio *et al.*), *Eur. Phys. J. C* **25**, 511 (2002).
20. M. Cozzi, *Phys. At. Nucl.* **70**, 118 (2007).
21. V. Aynutdinov *et al.* (BAIKAL Collab.), *Astrophys. J.* **29**, 366 (2008).
22. S. Adrián-Martínez *et al.* (ANTARES Collab.), *Astropart. Phys.* **35**, 634 (2012).
23. IceCube Collab. (M. G. Aartsen *et al.*), *Eur. Phys. J. C* **76**, 133 (2016).
24. IceCube Collab. (M. G. Aartsen *et al.*), *Eur. Phys. J. C* **79**, 124 (2019).
25. A. V. Avrorin, A. D. Avrorin, V. M. Aynutdinov, R. Bannasch, Z. Bardáčová, L. A. Belolaptikov, V. B. Brudanin, N. M. Budnev, A. R. Gafarov, K. V. Golubkov, N. S. Gorshkov, T. I. Gres', R. Dvornický, G. V. Domogatsky, A. A. Doroshenko, J. A. M. Dzhilkibaev, *et al.*, *Instrum. Exp. Tech.* **63**, 551 (2020).
26. А. В. Аврорин, А. Д. Аврорин, В. М. Айнутдинов, Р. Баннаш, И. А. Белолаптиков, В. Б. Бруданин, Н. М. Буднев, А. Р. Гафаров, К. В. Голубков, Т. И. Гресь, Ж.-А. М. Джилкибаев, Г. В. Домогатский, А. А. Дорошенко, А. Н. Дьячок, Р. Дворницкий, А. В. Загородников и др., *Изв. РАН. Сер. физ.* **83**, 1016 (2019) [*Bull. Russ. Akad. Sci. Phys.* **83**, 921 (2019)].

GUT-MONOPOLE SEARCH WITH THE HELP OF NEUTRINO DETECTOR

O. N. Gaponenko¹⁾

¹⁾*Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

The search of the magnetic charge predicted in the Grand Unification Theory (GUT-monopole), with the help of the Baikal neutrino detector NT200 is described. The method of registration of such unusual particle in neutrino detectors with the comparison with theoretical predictions and the results of other experiments are discussed in some details.

ТОТЕМ: О ПАРАМЕТРЕ ρ ПРИ 13 ТэВ

© 2021 г. В. В. Ежела^{1)*}, В. А. Петров¹⁾, Н. П. Ткаченко¹⁾

Поступила в редакцию 20.07.2020 г.; после доработки 20.07.2020 г.; принята к публикации 20.07.2020 г.

В работе предпринят анализ результатов по упругому рассеянию протонов, полученных коллаборацией ТОТЕМ при энергии Большого адронного коллайдера 13 ТэВ. Показано, что статистическая значимость этих результатов в ряде отношений проблематична. На конкретных примерах продемонстрирована модельная зависимость извлекаемого из экспериментальных данных параметра ρ .

DOI: 10.31857/S0044002721020070

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] были представлены экспериментальные данные группы ТОТЕМ по дифференциальным $d\sigma/dt(s, t)$ и полным $\sigma_{\text{tot}}(s)$ сечениям, а также ρ -параметра $\rho(s) = \text{Re} T(s, 0) / \text{Im} T(s, 0)$ в pp -рассеянии при максимальной энергии на ЛНС $\sqrt{s} = 13$ ТэВ. На основании этих данных получено, согласно [1], рекордно точное (не хуже 10%) значение ρ -параметра.

При этом неожиданно малое (по сравнению с предсказаниями большинства моделей) значение самого параметра ($\rho = 0.1$ и даже менее) истолковано — на основе сравнения с одной из моделей — как открытие “максимального оддерона” в виде “3-глюонного связанного состояния” или как замедления роста полных сечений в области энергий ЛНС. Результаты [1], адресующие к важнейшим концептуальным проблемам теории сильных взаимодействий при высоких энергиях, вызвали, естественно, значительный интерес и ряд дискуссий, сопровождающиеся уже несколькими десятками публикаций.

В этой связи мы полагаем, что тщательный критический анализ полученных в [1] результатов и сделанных на их основе физических выводов, принятый в предлагаемой работе, вполне уместен и как минимум бесполезен, в особенности накануне предстоящих измерений при энергии ЛНС 14 ТэВ.

¹⁾НИЦ “Курчатовский институт” — ИФВЭ, группа КОМПАС, Протвино, Россия.

*E-mail: ezhela@ihep.ru

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

При знакомстве с экспериментальными данными по дифференциальным сечениям pp -рассеяния $d\sigma/dt$ при 13 ТэВ, полученными коллаборацией ТОТЕМ (экспериментальные данные приведены в табл. 3 в работе [1]) сразу же обращает на себя внимание тот факт, что во многих случаях систематические ошибки в определении величины $d\sigma/dt$ на порядок и более превышают статистические ошибки. Особенно ярко этот факт проявляется при малых значениях $|t|$, что продемонстрировано на рис. 1.

Примерно половина экспериментальных данных указана с источниками возникновения ошибок, но в остальных данных есть только статистические и систематические ошибки в целом. Поэтому построить корреляционную матрицу между результатами измерений невозможно. Не остается ничего другого, как полагать полную ошибку измерений равной $\sqrt{\text{stat}^2 + \text{syst}^2}$.

Коллаборацией ТОТЕМ получены значения величины $d\sigma/dt$ вплоть до очень малых $|t|$ ($-t \geq 0.000879$ ГэВ²), что позволяет провести оценку значения параметра $\rho(s) = \text{Re} T(s, t = 0) / \text{Im} T(s, t = 0)$, фитируя экспериментальные данные только при очень малых значениях переданного импульса.

Для проведения дальнейших количественных оценок необходимо уточнить, что понимается под малыми значениями переданного импульса $|t|$. Конкретно, были использованы все экспериментальные значения при $|t| \leq |t_0|$ с отбрасыванием всех экспериментальных значений с $|t| > |t_0|$. По

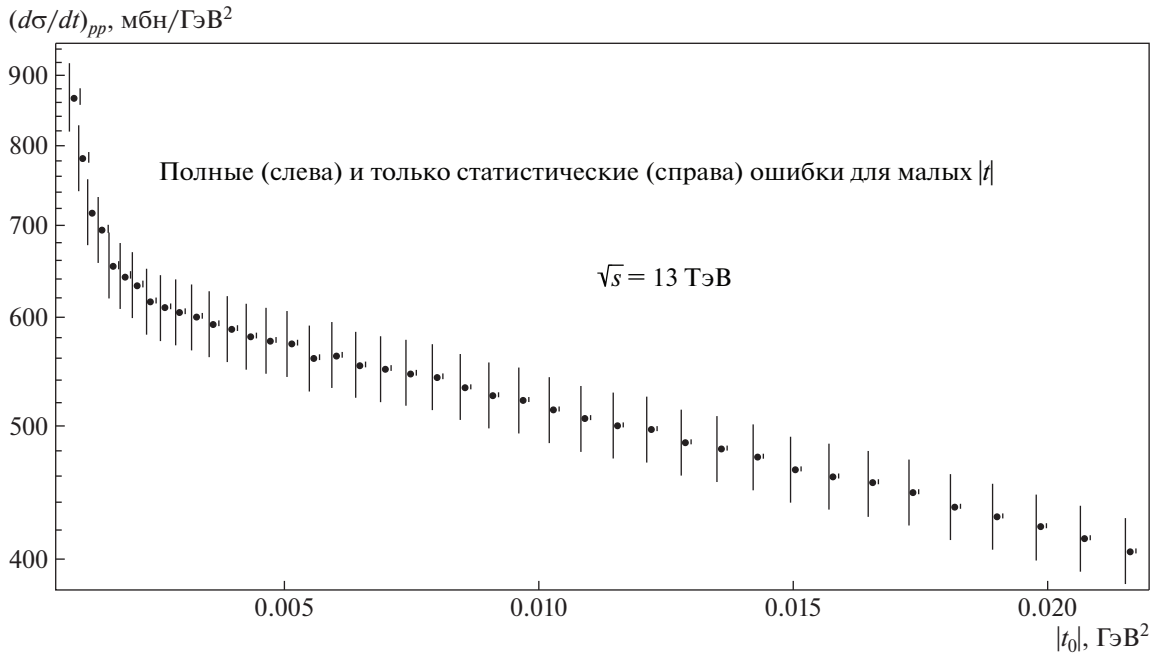


Рис. 1. Соотношение систематических и статистических ошибок величины $d\sigma/dt$ в эксперименте TOTEM при малых передачах импульса (двойной логарифмический масштаб).

выбранному таким образом набору экспериментальных данных была осуществлена подгонка с использованием модели для амплитуды сильного взаимодействия, приведенной в [1] (“модель TOTEM”), и последовательным мониторингом зависимости от величины $|t_0|$.

В следующем разделе приведены получающиеся при этом значения ρ -параметра.

ПОЛНАЯ АМПЛИТУДА РАССЕЯНИЯ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

В общем виде дифференциальное сечение выражается через амплитуду рассеяния $T_{N+C}^{\pm}(s, t)$, зависящую от энергии в СЦМ \sqrt{s} и переданного импульса t :

$$\frac{d\sigma_{\pm}}{dt}(s, t) = \frac{g |T_{N+C}^{\pm}(s, t)|^2}{16\pi s (s - 4m_p^2)}.$$

Здесь знак “+” относится к pp -рассеянию, а знак “-” соответствует $\bar{p}p$ -рассеянию. Индекс “ $N + C$ ” означает учет ядерной (Nuclear) и кулоновской (Coulomb) составляющих в амплитуде рассеяния. $g = (\hbar c)^2 = 0.389379$ [ГэВ² мбн] — пересчетный множитель в системе $c = 1$ (амплитуда полагается безразмерной).

Амплитуда рассеяния выражается через сумму ядерной амплитуды рассеяния $T_N^{\pm}(s, t)$, чисто

кулоновской составляющей (с учетом формфактора²⁾ протона $F^2(t)$ и двух дополнительных членов $L_1^{\pm}(s, t)$ и $L_2^{\pm}(s, t)$, полученных³⁾ в [2]:

$$T_{N+C}^{\pm}(s, t) = T_N^{\pm}(s, t) \pm \frac{8\pi\alpha s F^2(t)}{t} \pm \pm L_1^{\pm}(s, t) \mp L_2^{\pm}(s, t). \quad (1)$$

Два последних слагаемых отражают кулон-ядерную интерференцию на уровне амплитуды и выражаются формулами:

$$L_1^{\pm}(s, t) = \pm \frac{i\alpha}{\pi} \int_{-\infty}^0 [T_N^{\pm}(s, t) - T_N^{\pm}(s, t')]^* I(t, t') dt', \quad (2)$$

$$L_2^{\pm}(s, t) = \mp i\alpha T_N^{\mp}(s, t) \times \times \int_{-\infty}^0 \ln\left(\frac{t'}{t}\right) \frac{d}{dt'} F^2(t') dt', \quad (3)$$

где

²⁾Формфактор протона мы использовали в дипольном виде $F(t) = (1 - t/\Lambda^2)^{-2}$, где $\Lambda^2 = 0.71$ ГэВ².

³⁾Здесь во всех формулах знаки либо верхние, либо нижние одновременно.

$$I(t, t') = \int_{(\sqrt{-t}-\sqrt{-t'})^2}^{(\sqrt{-t}+\sqrt{-t'})^2} \frac{F^2(x) dx}{x \sqrt{(\sqrt{-t} + \sqrt{-t'})^2 - x} \sqrt{x - (\sqrt{-t} - \sqrt{-t'})^2}}. \quad (4)$$

Соотношениями (1)–(4) определяются все формулы для фита экспериментальных данных.

Отметим, что приведенные соотношения имеют общий характер и не предполагают каких-либо модельных выражений для амплитуды $T_N^\pm(s, t)$, которую — уже в ходе обработки данных — можно выбирать различными способами.

Полное сечение $\sigma_\pm(s)$ и величина $\rho_\pm(s, t) = \arctg(\arg T_N^\pm(s, t))$ выражаются через амплитуду рассеяния стандартным образом:

$$\sigma_\pm(s) = \frac{g \operatorname{Im} [T_N^\pm(s, 0)]}{\sqrt{s(s - 4m_p^2)}};$$

$$\rho_\pm(s, t) = \frac{\operatorname{Re} [T_N^\pm(s, 0)]}{\operatorname{Im} [T_N^\pm(s, 0)]}.$$

Необходимо указать, что в выражении (1), как показано в работе [3], слагаемое $L_2^\pm(s, t)$ является излишним. Однако поскольку группой ТОТЕМ по-прежнему используется выражение, содержащее этот (ошибочный) член, мы приводим варианты подгонки как с одним слагаемым $L_1^\pm(s, t)$, так и с добавлением $L_2^\pm(s, t)$. Последнее необходимо для того, чтобы проследить источник численного значения для ρ , получаемый в [1]. Интересно, что если вообще не учитывать интерференцию на уровне амплитуды (что формально, конечно, неверно), то результат подгонки — во всяком случае для тех “ядерных” амплитуд, которые использованы в дальнейшем — близок к “варианту 1” (только $L_1^\pm(s, t)$). В частности, это говорит о том, что с “ядерной” амплитудой по “модели ТОТЕМА” (см. след. раздел) интерференционный член численно невелик в области малых передач и при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, что, несомненно, влияет на численную оценку параметра ρ . Подробней об этом в следующем разделе⁴⁾.

⁴⁾В общем случае для фитирования экспериментальных данных по полному набору экспериментальных значений t ($|t| \in [\cong 0.00088 - \cong 5] \text{ ГэВ}^2$) мы используем проверенную модель, описанную в [4–7].

“МОДЕЛЬ ТОТЕМ” И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДААННЫЕ ПРИ МАЛЫХ t

При малых значениях передач по-прежнему справедлива формула (1) с тем уточнением, что выражение для ядерной амплитуды при $|t| \rightarrow 0$ допускает существенное упрощение, и мы приняли выражение для $T_N^\pm(s, t) \equiv T_N(s, t)$ в виде⁵⁾, которым пользовалась коллаборация ТОТЕМ (“модель ТОТЕМ”) для обработки экспериментальных данных при малых $|t|$, а именно:

$$T_N(s, t) = 4\sqrt{\pi}s \frac{\rho + i}{\sqrt{1 + \rho^2}} \sqrt{g \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{t=0}} \times \exp \left[\frac{b_1 |t| + b_2 t^2 + b_3 |t|^3}{2} \right], \quad (5)$$

где параметры ρ , $\left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{t=0}$, b_1 , b_2 , b_3 определяются из фита экспериментальных данных⁶⁾.

В работе [1] представлены экспериментальные данные $d\sigma/dt$, в том числе и для малых значений переданного импульса (вплоть до $|t| < 10^{-3} \text{ ГэВ}^2$). На этой основе определяются параметры, такие как ρ , при фитировании экспериментальных данных при как можно меньших значениях $|t|$.

Фактически экспериментальные данные ТОТЕМ представлены в двух вариантах (табл. 3 в работе ТОТЕМ [1]):

1. Дифференциальные сечения с систематической и экспериментальной ошибкой (5 и 6 колонки в табл. 3 в [1]). При этом видно, что систематические ошибки в большинстве случаев значительно превышают статистические ошибки — иногда более чем на порядок.

⁵⁾Далее знак “ \pm ” мы опускаем в силу того, что далее идет обсуждение только pp -столкновений (при 13 ТэВ), т.е. берем в выражении (1) только верхние знаки.

⁶⁾Далее везде $b_1 \equiv b$.

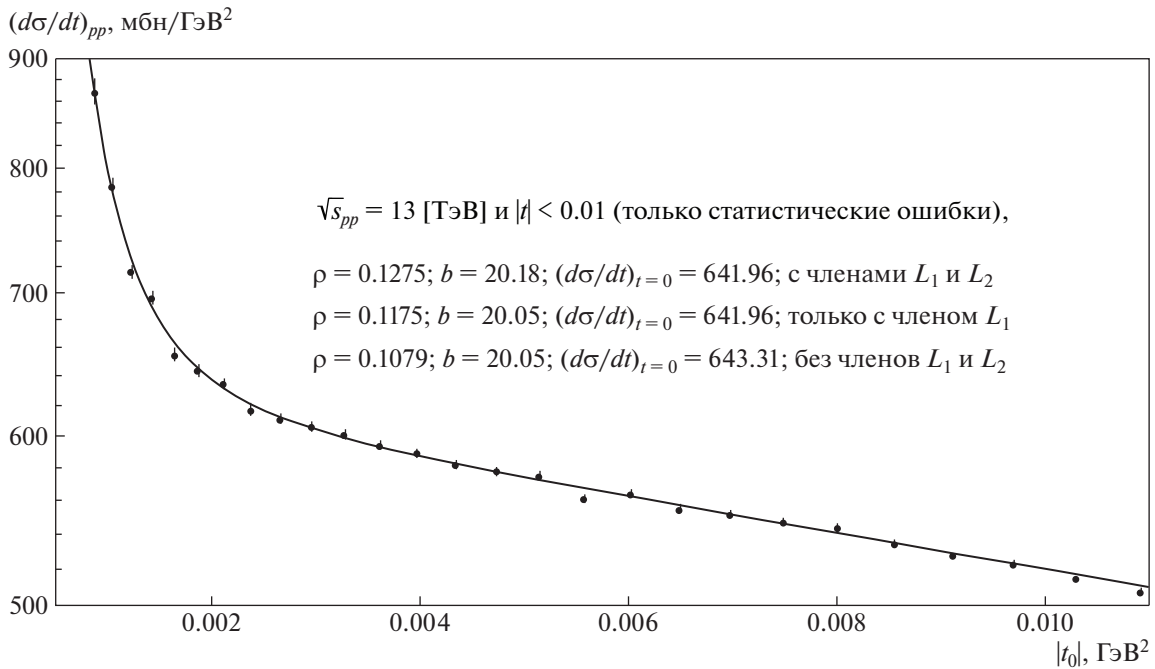


Рис. 2. $\sqrt{s} = 13$ ТэВ, $|t| < 0.01$ ГэВ². Экспериментальные данные $d\sigma/dt$ в pp -рассеянии (табл. 3 экспериментальных данных в [1]) и значения параметров для трех вариантов фита. Все кривые графически неразличимы. На графике приведены только статистические ошибки (систематические — смотри рис. 1).

2. Дифференциальные сечения с весовым набором источников ошибок этих значений (7–11 колонки в табл. 3 в [1]). В этом случае тоже нетрудно заметить, что весовые коэффициенты в первой колонке резко превосходят коэффициенты в остальных колонках.

В силу описанных свойств экспериментальных данных мы проанализировали экспериментальные данные в следующих четырех вариантах:

1. $d\sigma/dt$ с а) систематической и б) совместно со случайной и систематической экспериментальными ошибками,
2. $d\sigma/dt$ с весовым набором источников ошибок: а) с учетом нормализации (7–11 колонки) и б) без учета нормализации (8–11 колонки).

Однако прежде чем представить результаты этих четырех вариантов, необходимо предварительно рассмотреть величины численных вкладов кулоновских составляющих $L_1(s, t)$ и $L_2(s, t)$ в основной формуле (1).

ОЦЕНКА КУЛОНОВСКОГО ВКЛАДА ПРИ МАЛЫХ t В “МОДЕЛИ ТОТЕМ”

Начнем с исследования той роли, которую играют члены $L_1(s, t)$ и $L_2(s, t)$ в выражении⁷⁾ (1) для полной амплитуды при малых t .

Как уже указывалось выше, при этом будут опущены все данные при $|t|$ выше некоторого значения t_0 , а оставшиеся экспериментальные точки фитуруются со стороны малых значений $|t|$ при различных значениях t_0 . Вопрос об ошибках параметров фита пока оставлен до специального рассмотрения. Подгонка проводилась в следующих трех вариантах для полной амплитуды:

1. $T_{N+C}(s, t) = T_N(s, t) + \frac{8\pi g\alpha s F^2(t)}{t} + L_1(s, t)$. В соответствии с отмеченным выше именно в таком виде необходимо брать полную амплитуду рассеяния, где $L_1(s, t)$ учитывает кулон-ядерную интерференцию в низшем порядке по α .
2. $T_{N+C}(s, t) = T_N(s, t) + \frac{8\pi g\alpha s F^2(t)}{t} + L_1(s, t) - L_2(s, t)$. Здесь мы сознательно удерживаем излишний член $L_2(s, t)$ с тем,

⁷⁾Знаки берем только верхние, так как рассматриваются только pp -столкновения (при $\sqrt{s} = 13$ ТэВ).

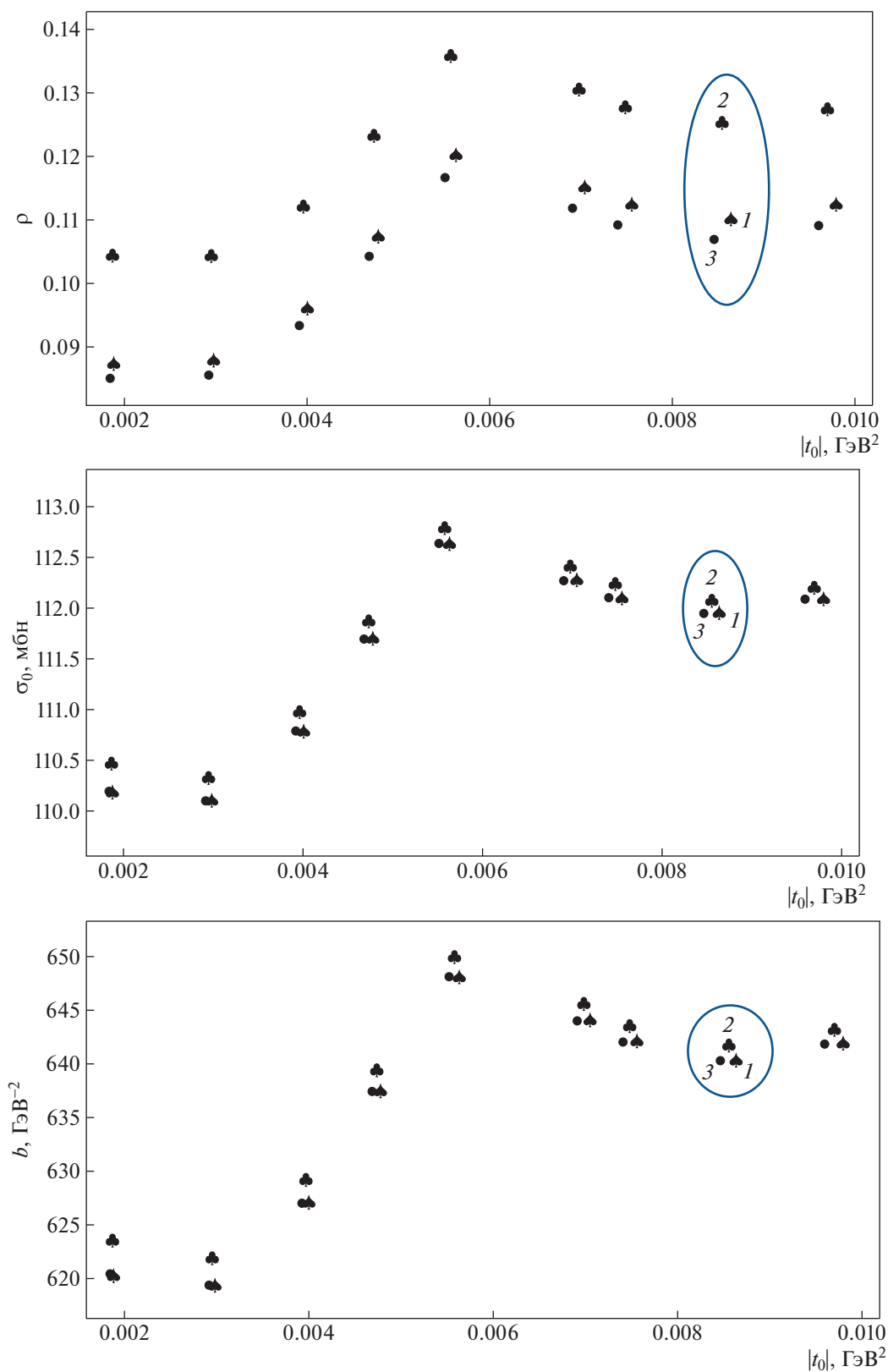


Рис. 3. Значения параметров фита в зависимости от отсечения всех точек $t > t_0$ для трех вариантов фита (точки сгруппированы для каждого значения t_0 и слегка разнесены, чтобы не налагаться друг на друга). Поведение для всех трех вариантов одинаковое. Первый (правильный на наш взгляд вариант 1 (\blacktriangle)) при добавлении слагаемого с L_2 (вариант 2) увеличивает свое значение (\clubsuit), а при отбрасывании и L_1 и L_2 переходит в вариант 3, который практически совпадает с вариантом 1.

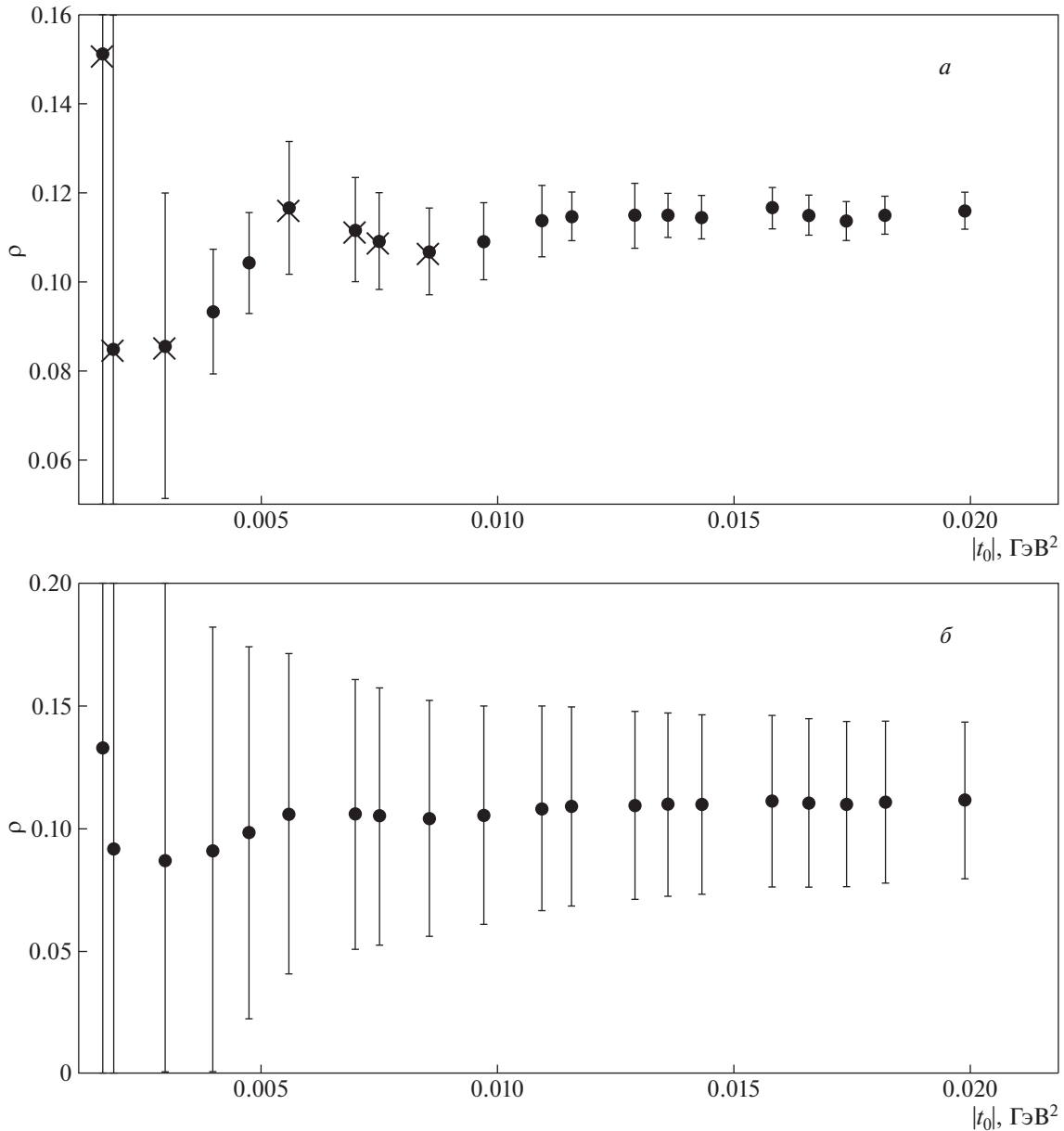


Рис. 4. *a* — Значения ρ -параметра и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом только статистических ошибок. Зачеркнуты результаты, для которых $\chi^2/\text{NdF} > 1$. *б* — Значения ρ -параметра и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом полных ошибок. Однако во всех этих результатах $\chi^2/\text{NdF} \ll 1$, и к этим результатам надо относиться как к оценочным.

чтобы проследить его влияние на значение ρ , полученное в [1].

$$3. T_{N+C}(s, t) = T_N(s, t) + \frac{8\pi g\alpha s F^2(t)}{t}.$$

Этот (формально неполный) вариант использован для оценки численной значимости члена $L_1(s, t)$ в варианте 1.

В качестве примера приведем сначала графический результат фитинга, которые соответствуют этим

трем вариантам (рис. 2). Параметры фитирования близки между собой⁸⁾, а поведение кривых визуально неразлично для этих трех вариантов.

Значения параметров ведут себя одинаково для этих трех случаев (в зависимости от величины обрезания t_0), и они представлены на рис. 3. Из рисунка видно, что если от основного варианта 1 (на графиках он обозначен цифрой 1) перейти к

⁸⁾Однако их нельзя считать определенными, пока не будут вычислены их ошибки — об этом ниже.

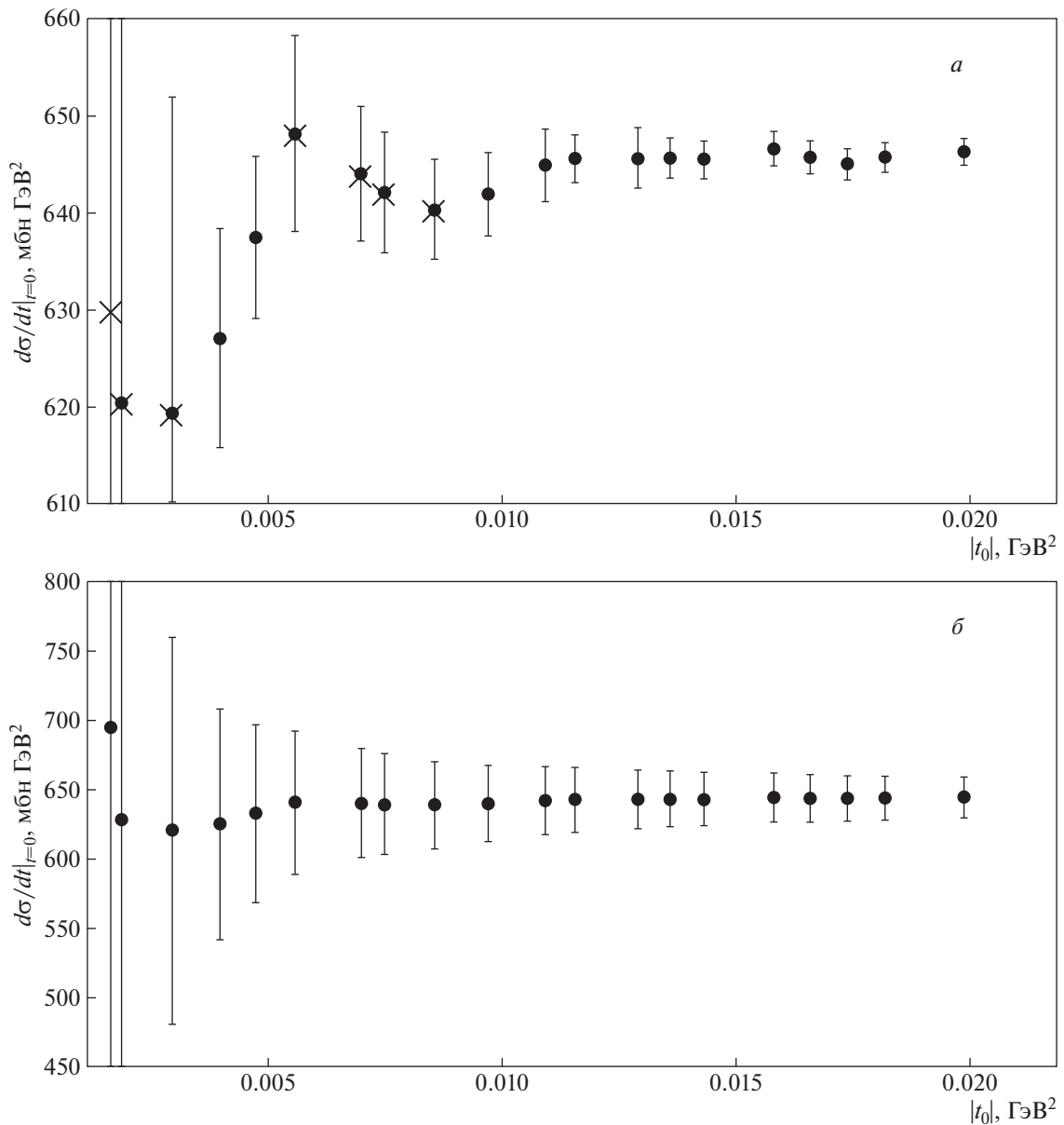


Рис. 5. *а* — Значения параметра $(d\sigma/dt)_{(t=0)}$ и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом только статистических ошибок. Зачеркнуты результаты, для которых $\chi^2/\text{NdF} > 1$. *б* — Значения параметра $(\frac{d\sigma}{dt})_{t=0}$ и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом полных ошибок. Однако во всех этих результатах $\chi^2/\text{NdF} \ll 1$, и к этим результатам надо относиться как к оценочным.

варианту с членом $L_2(s, t)$ (вариант 2, на графиках он обозначен цифрой 2), то значения параметров существенно увеличиваются. В варианте 3, т.е. без использования слагаемых $L_1(s, t)$ и $L_2(s, t)$, значения параметров практически возвращаются к исходному варианту 1.

Этот результат существенно упрощает процедуру оценок ошибок в значениях параметров, так как позволяет проводить оценки в простейшем варианте амплитуды рассеяния, учитывающей только чисто ядерную амплитуду и чисто кулоновскую

поправку (которую мы использовали с учетом дипольного формфактора), т.е. вариант 3.

РЕЗУЛЬТАТЫ С УЧЕТОМ ТОЛЬКО СТАТИСТИЧЕСКИХ И ПОЛНЫХ ОШИБОК ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В силу большой величины систематических ошибок для наборов экспериментальных данных с малым числом точек (как видно из графика на рис. 1) величина χ^2/NdF будет близка к нулю уже при трех параметрах фитирования (только с b_1),

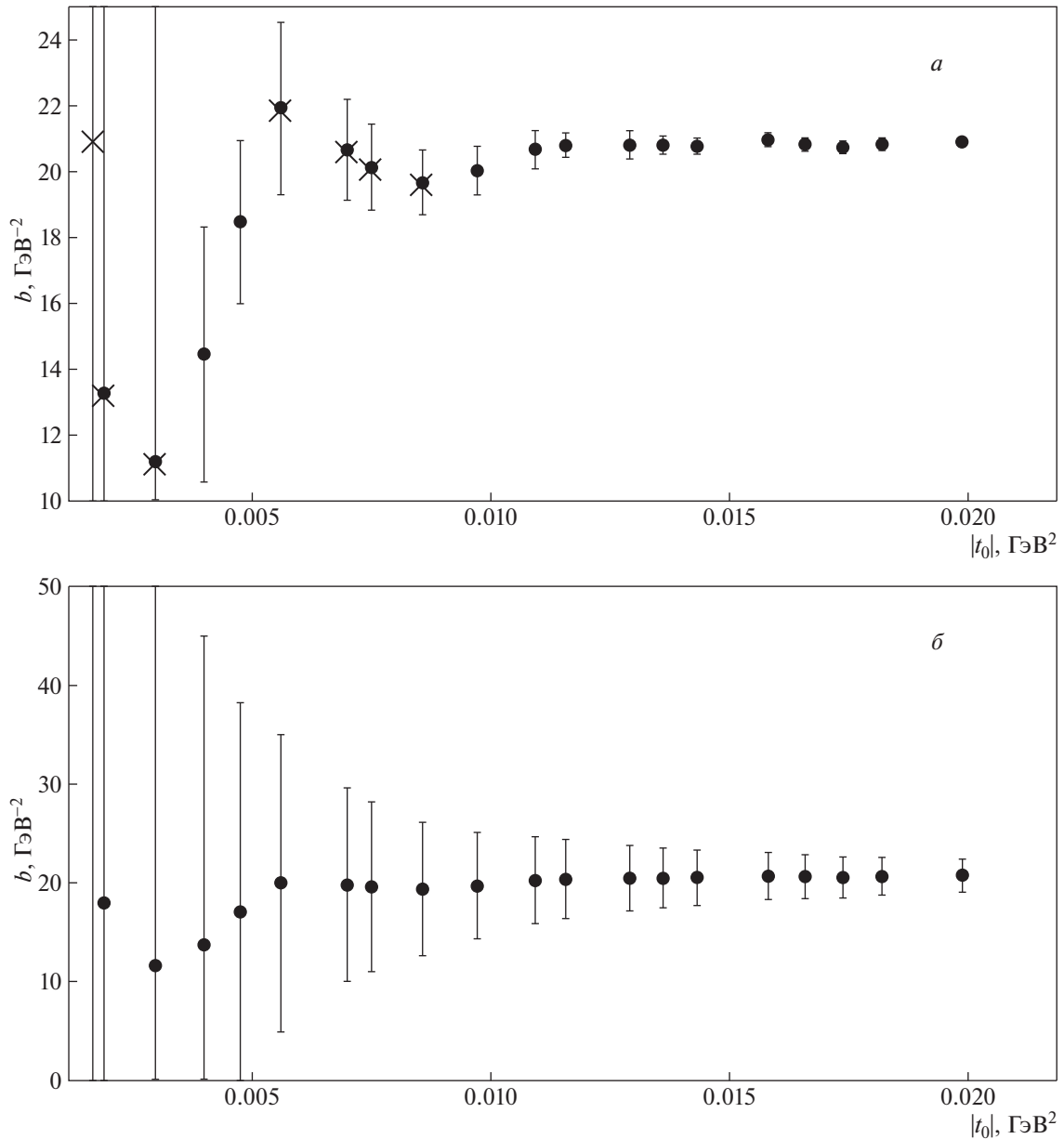


Рис. 6. *a* — Значения параметра b и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом только статистических ошибок. Зачеркнуты результаты, для которых $\chi^2/\text{NdF} > 1$. *б* — Значения параметра b и его ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом полных ошибок. Однако во всех этих результатах $\chi^2/\text{NdF} \ll 1$, и к этим результатам надо относиться как к оценочным.

что сводит на нет результат фита. Кроме того, при уменьшении числа экспериментальных данных большее число параметров фита не позволяет подойти к малым значениям t как можно ближе. Три параметра b_i (см. формулу (5)) являются избыточными, и более правильно использовать только один параметр b_1 (отметим, что в публикации TOTEM [1] такая минимизация параметров b_i также применялась *при учете только статистических ошибок* и для $t_0 = 0.07 \text{ ГэВ}^2$).

Таким образом, из всего вышесказанного воз-

никает вопрос: каким образом можно было получить экспериментальное значение ρ -параметра с точностью примерно 10%, как утверждает в публикации [1]?

Как уже отмечалось выше, нами были исследованы два варианта — только со статистическими ошибками и с полными ошибками экспериментальных данных.

Поведение параметра ρ при уменьшении величины обрезания t_0 показано на рис. 4а, 4б. Из него видно, что приблизиться к нулевому значению $|t|$ не

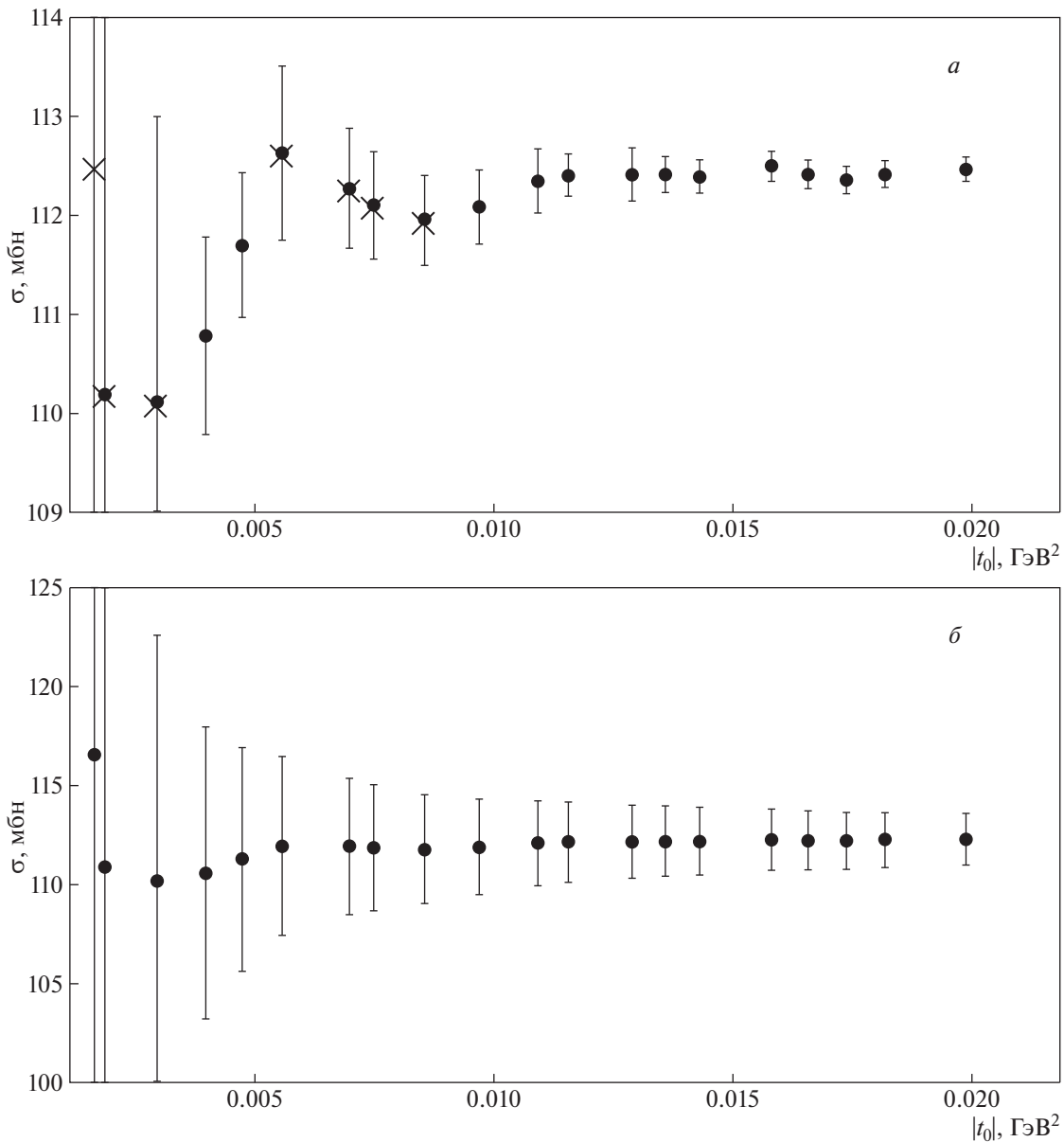


Рис. 7. *a* — Значения величины σ_{tot} и ее ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом только статистических ошибок. Зачеркнуты результаты, для которых $\chi^2/NdF > 1$. *б* — Значения величины σ_{tot} и ее ошибки в зависимости от величины отсечения экспериментальных данных $|t_0|$ с учетом полных ошибок. Однако во всех этих результатах $\chi^2/NdF \ll 1$, и к этим результатам надо относиться как к оценочным.

удается ближе, чем до $|t| \approx 0.004 \text{ ГэВ}^2$. В этом случае действительно получается, что $\rho \approx 0.09$. Однако полная ошибка этой величины равна практически 100%. Ошибка же $\mathcal{O}(10\%)$ (как это видно из результатов, приводимых в [1]: $\rho = 0.09 \pm 0.01$ и $\rho = 0.10 \pm 0.01$) не получается даже, если учитывать только статистические ошибки: она никак не менее 20%.

Аналогичные утверждения справедливы и для остальных фитируемых параметров: $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}$, *b*.

Их поведение представлено для справки на рис. 5, 6.

Имея значения этих параметров, можно сделать оценку величины σ_{tot} :

$$\sigma_{\text{tot}} \equiv \sigma = 4(\hbar c)^2 \sqrt{\pi} \sqrt{\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0}}.$$

Поведение полного сечения и его ошибок в зависимости от величины обрезания t_0 приводит к следующим значениям полных сечений:

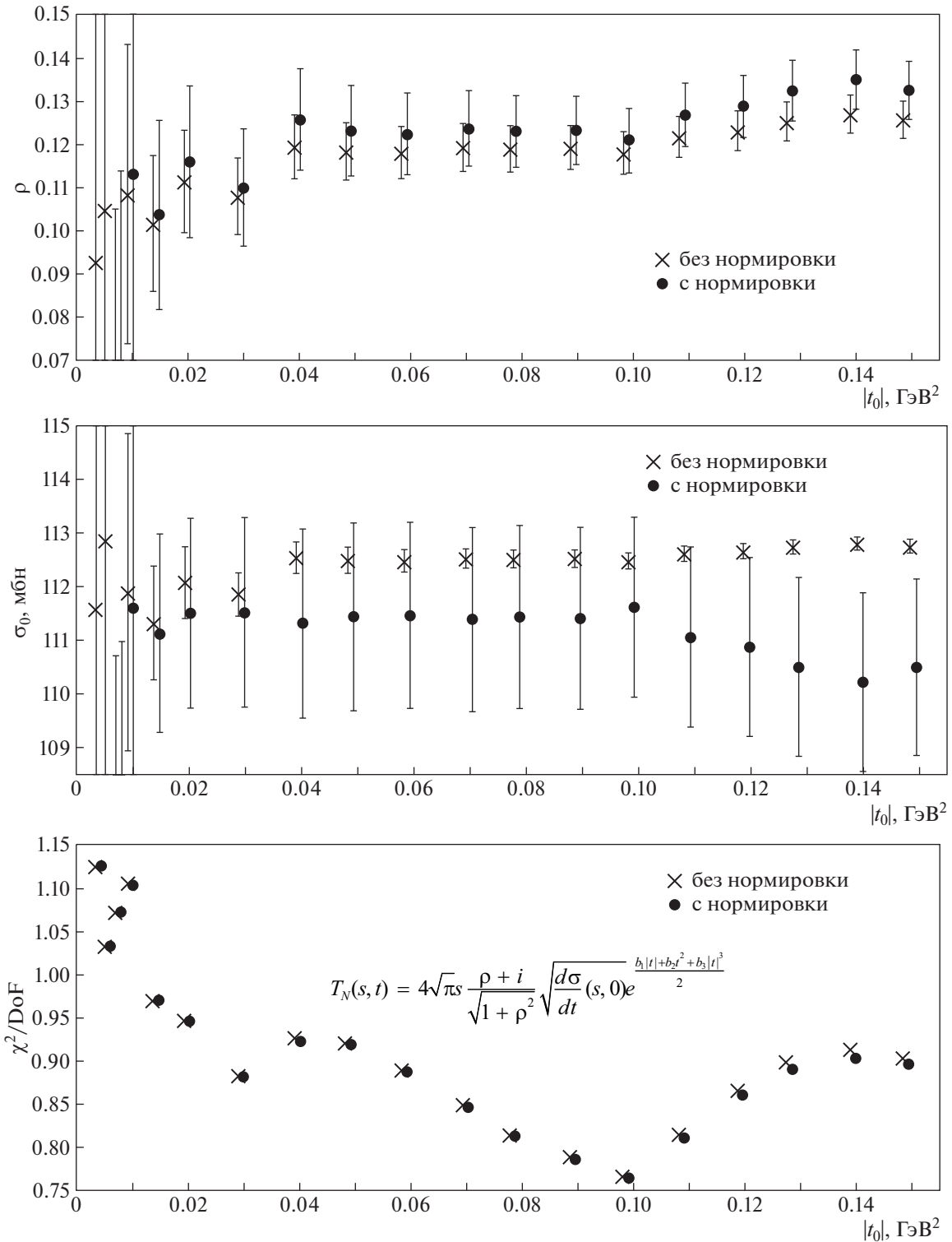


Рис. 8. Результаты фитирования с $T_N = T_N^{\text{ТОТЕМ}}$ с учетом трех параметров в экспоненте.

$\sigma_{\text{tot}} \cong 110.0 \pm 8.0$ [мбн] (с учетом полных ошибок)
и $\sigma_{\text{tot}} \cong 110.8 \pm 1.0$ [мбн] (только статистические
ошибки) (рис. 7а, 7б).

**ПАРАМЕТРЫ ПРИ УЧЕТЕ КОРРЕЛЯЦИЙ
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ**

При фитировании с использованием источников ошибок появляется возможность использовать все пять параметров в формуле (5).

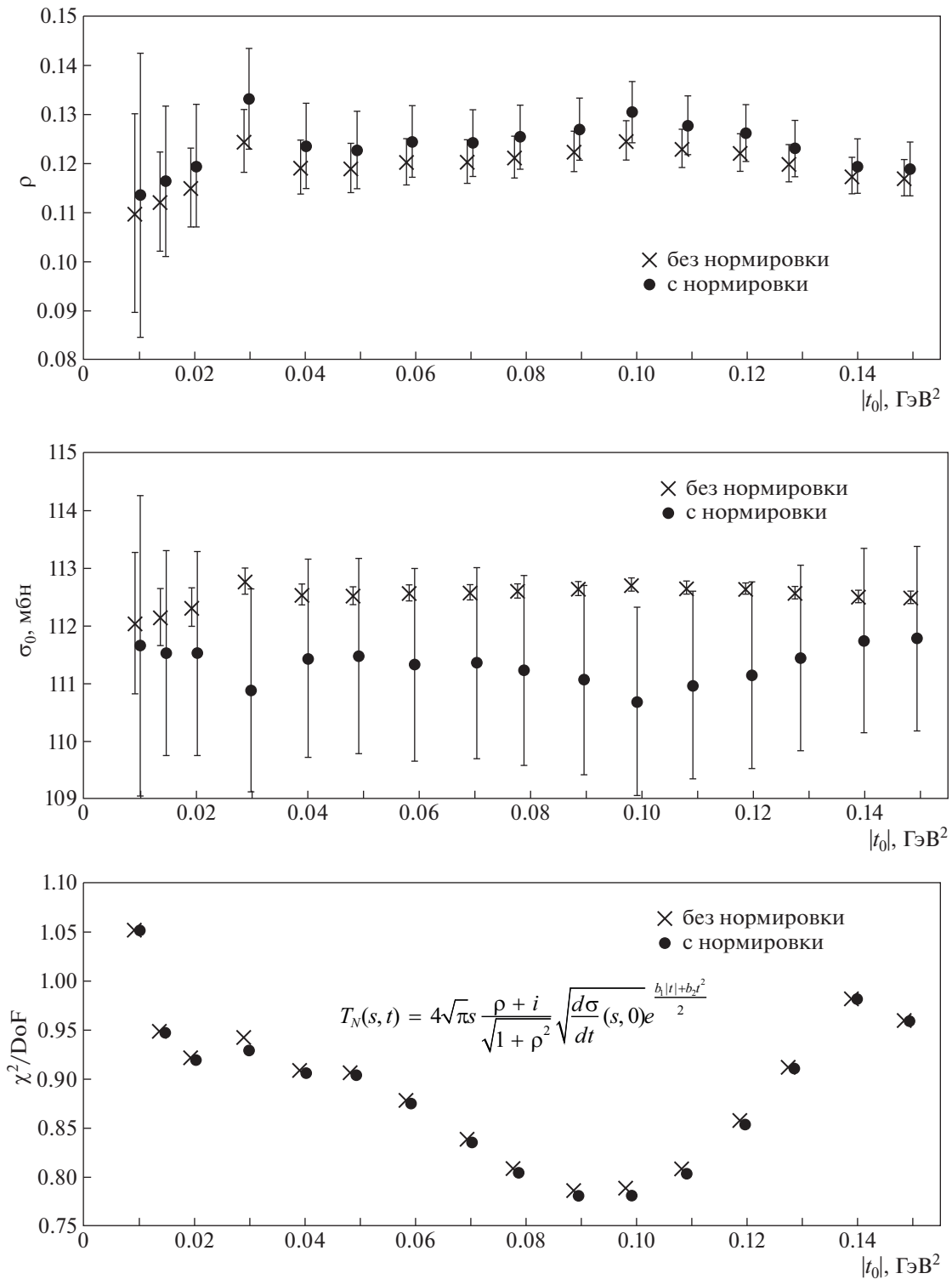


Рис. 9. Результаты фитирования с учетом двух параметров в экспоненте.

На рис. 8–10 показаны результаты при фите с одним, двумя и тремя параметрами в показателе экспоненты. Точками обозначены результаты с учетом всех источников ошибок, а крестиками — со всеми источниками ошибок за исключением

нормировки (за исключением первой колонки в источнике ошибок). В этих двух случаях результаты уже не различаются так кардинально, как в предыдущем пункте, хотя доверять, конечно, нужно результатам с учетом всех источников ошибок.

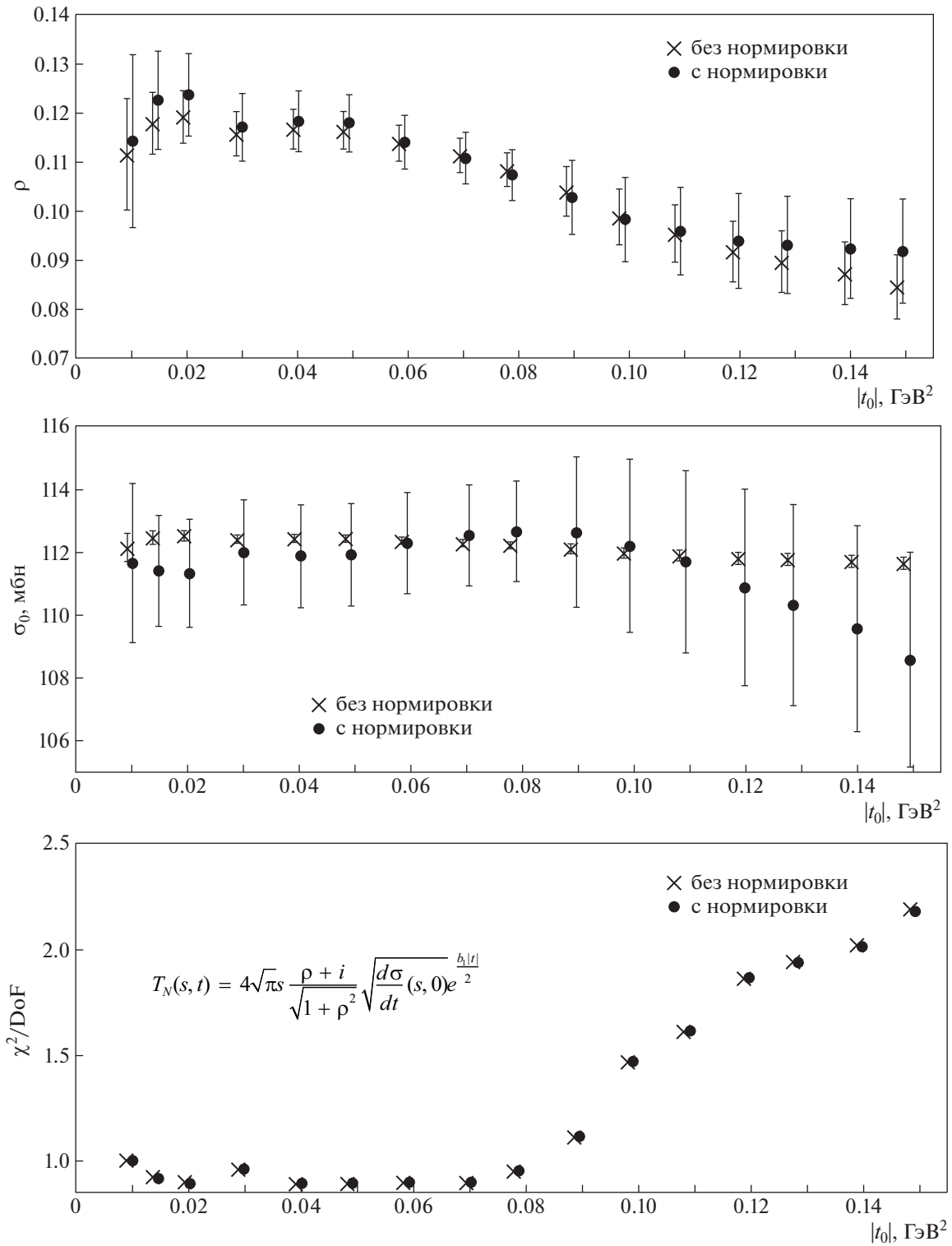


Рис. 10. Результаты фитирования с учетом одного параметра в экспоненте.

Приведены также графики χ^2/NdF для того, чтобы понимать, какие результаты надо отбросить.

Окончательные результаты описания с источниками ошибок сведены в табл. 1, 2 (см. ниже).

КРАТКИЕ ВЫВОДЫ ПО “МОДЕЛИ ТОТЕМ”

Хотя мы и приводим значения результатов фитирования без учета нормировки, мы вовсе не считаем такой способ действий полностью корректным — ибо, если есть источник ошибок, то его надо

Таблица 1. Значения параметров со всеми источниками ошибок

N_b	ρ	$d\sigma/dt_{t=0},$ мбн/ГэВ ²	$b_1, \text{ГэВ}^{-2}$	$b_2, \text{ГэВ}^{-4}$	$b_3, \text{ГэВ}^{-6}$	$\frac{\chi^2}{\text{NdF}}$
1	0.123(10)	634.1 ± 20.1	$-21.0(3)$	—	—	0.99
	100	-70.1	-81.4			$t_0 = 0.015$
	100		37.7			
	$\sigma_{\text{tot}} = 111.4 \pm 1.8$		100			
2	0.117(15)	635.55 ± 20.24	-20.07 ± 1.73	-43.34 ± 82.08		0.98
	100	-54.6	-84.0	75.7		$t_0 = 0.015$
	100		18.2	-11.6		
	$\sigma_{\text{tot}} = 111.53 \pm 1.78$		100	-98.4		
3	0.104(22)	631.1 ± 21.0	-15.48 ± 5.91	-547.3 ± 627.9	18008.499 ± 22265.478	0.97
	100	-17.200	-85.010	77.201	-70.874	$t_0 = 0.015$
	100		-22.278	26.923	-28.635	
	$\sigma_{\text{tot}} = 111.1 \pm 1.9$		100	-98.586	95.678	
			100	-99.150		
				100		

учитывать (а для чего тогда экспериментаторы их приводят?).

Из приведенных таблиц значений параметров и графиков этих параметров следует вывод о том, что использование в показателе экспоненты (5) более одного слагаемого ($b_1 |t| + b_2 t^2 + b_3 |t|^3$) представляется избыточным — вполне достаточно одного слагаемого ($b_1 |t| \equiv b |t|$), чтобы получить то же самое значение χ^2/NdF . К тому же при их использовании имеет место сильная корреляция между ними.

Наименьшее значение для ρ получается для варианта с тремя параметрами в показателе экспоненты: $\rho = 0.104 \pm 0.022$. Однако мы полагаем, что в силу избыточного количества параметров b_i нет веских оснований для принятия такого результата. Таким образом, наше основное утверждение следующее:

На основании результатов этой работы надо сделать вывод о том, что наиболее корректный результат получается с использованием всех источников ошибок и только с линейным членом ($-b |t|$) в показателе экспоненты, а именно:

$$\rho(13 \text{ ТэВ}) = 0.123 \pm 0.010$$

$$\text{и } \sigma_{\text{tot}}(13 \text{ ТэВ}) = 111.4 \pm 1.8 \text{ [мбн]}.$$

В заключение мы приведем параметры описания данных и таблицы их корреляций, которые вытекают по “модели ТОТЕМ” (соотношение (5))⁹⁾.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ТОТЕМ [1] С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИ ISR

В работе [8] приведены классические результаты анализа ρ -параметра и полного сечения σ_{tot} на ускорителе ISR. Однако в этой работе для извлечения ρ -параметра была использована модель, отличная от модели ТОТЕМ для описания $d\sigma/d|t|$:

$$d\sigma/d|t|^{(\pm)} = \frac{4\pi g \alpha^2 G^4(|t|)}{|t|^2} \mp \frac{\sigma_{\text{tot}} \alpha [\rho \pm \alpha \phi(|t|) G^2(t)] e^{-b|t|/2}}{|t|} + \frac{(1 + \rho^2) \sigma_{\text{tot}}^2 e^{-b|t|}}{16\pi g},$$

знаки либо верхние (для pp), либо нижние (для $\bar{p}p$). α — постоянная тонкой структуры, $g = (\hbar c)^2$

⁹⁾В таблицах корреляций числа округленные, и поэтому собственные значения не всегда будут положительными. Точные значения положительно определенной матрицы авторы готовы предоставить.

Таблица 2. Значения параметров со всеми источниками ошибок за исключением нормировки

N_b	ρ	$d\sigma/dt_{t=0}$, мбн/ГэВ ²	b_1 , ГэВ ⁻²	b_2 , ГэВ ⁻⁴	b_3 , ГэВ ⁻⁶	$\frac{\chi^2}{\text{NdF}}$
1	0.118(6)	646.37 ± 2.45	-20.9(3)	—	—	0.99 $t_0 = 0.015$
	100	-84.02	-79.68			
		100	-91.67			
		$\sigma_{\text{tot}} = 112.48 \pm 0.21$	100			
2	0.1123(101)	642.68 ± 5.68	-19.79 ± 1.53	54.22 ± 75.43	—	0.99 $t_0 = 0.015$
	100	93.2	-85.8	78.3		
		100	-95.8	90.3		
		$\sigma_{\text{tot}} = 112.16 \pm 0.50$	100	-98.4		
3	0.1017(158)	633.316 ± 12.055	-15.21 ± 5.48	-570.940 ± 597.075	18723.28 ± 21451.17	0.97 $t_0 = 0.015$
	100	95.703	-89.038	82.416	-76.661	
		100	-97.454	93.103	-88.484	
		$\sigma_{\text{tot}} = 111.335 \pm 1.060$	100	-98.714	95.993	
			100		-99.194	
					100	

(в системе $c = 1$). Учет кулон-ядерной интерференции сделан с помощью формулы Бете, причем формфактор $G(|t|)$ и “кулоновская фаза” $\phi(|t|)$ берутся в виде:

$$G(|t|) = \left(1 + \frac{|t|}{\Lambda^2}\right)^{-2}, \quad \phi(|t|) = \ln\left(\frac{0.08}{|t|}\right) - \gamma,$$

где $\Lambda^2 = 0.71$ ГэВ², а $\gamma \cong 0.5772157$ — постоянная Эйлера.

Параметрами для фитирования экспериментальных данных $d\sigma/d|t|$ являются величины σ_{tot} , ρ и b .

Мы применили эту модель к экспериментальным данным ТОТЕМ при 13 ТэВ, несколько модифицировав ее математическую форму и используя выражение для σ_{tot} , используемое в “модели ТОТЕМ”:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sqrt{16\pi g (d\sigma/dt)_{t=0}}.$$

Формула для фитирования экспериментальных данных $d\sigma/d|t|$ принимает вид

$$d\sigma/d|t|^{(\pm)} = \frac{4\pi g \alpha^2 G^4(|t|)}{|t|^2} \mp \frac{\sqrt{16\pi g (d\sigma/dt)_{t=0}} [\rho \pm \alpha \phi(|t|) G^2(t)] e^{-b|t|/2}}{|t|} +$$

$$+ (1 + \rho^2) \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_{t=0} e^{-b|t|},$$

имея три параметра, определяемые из фита экспериментальных данных: $(d\sigma/dt)_{t=0}$, ρ и b .

На рис. 11 показаны результаты обработки экспериментальных данных по процедуре, которую мы использовали в “модели ТОТЕМ”. Видно, что значение χ^2/NdF устойчиво находится в небольшой окрестности единицы (и остается меньше этого значения) вплоть до отсеечения экспериментальных точек, у которых $t > t_0 \cong 0.012$ ГэВ². На основе этого мы делаем вывод о значениях параметров:

$$\rho = 0.0958 \pm 0.0113$$

$$\text{и } \sigma_{\text{tot}} = 110.3 \pm 1.9 \text{ [мбн];}$$

$$(d\sigma/dt)_{t=0} = 632.6 \pm 20.9 \text{ [мбн/ГэВ}^2\text{];}$$

$$b = 20.89 \pm 0.47 \text{ [ГэВ}^{-2}\text{].}$$

Эти результаты очень близки к значениям, заявленным коллаборацией ТОТЕМ [1].

Отметим, что мы проверили и ряд экспериментальных данных, полученных на энергиях ISR и при более низких энергиях — на экспериментальных данных серпуховского ускорителя У-70 [9]. Результаты получаются очень близкими к авторским значениям этих работ.

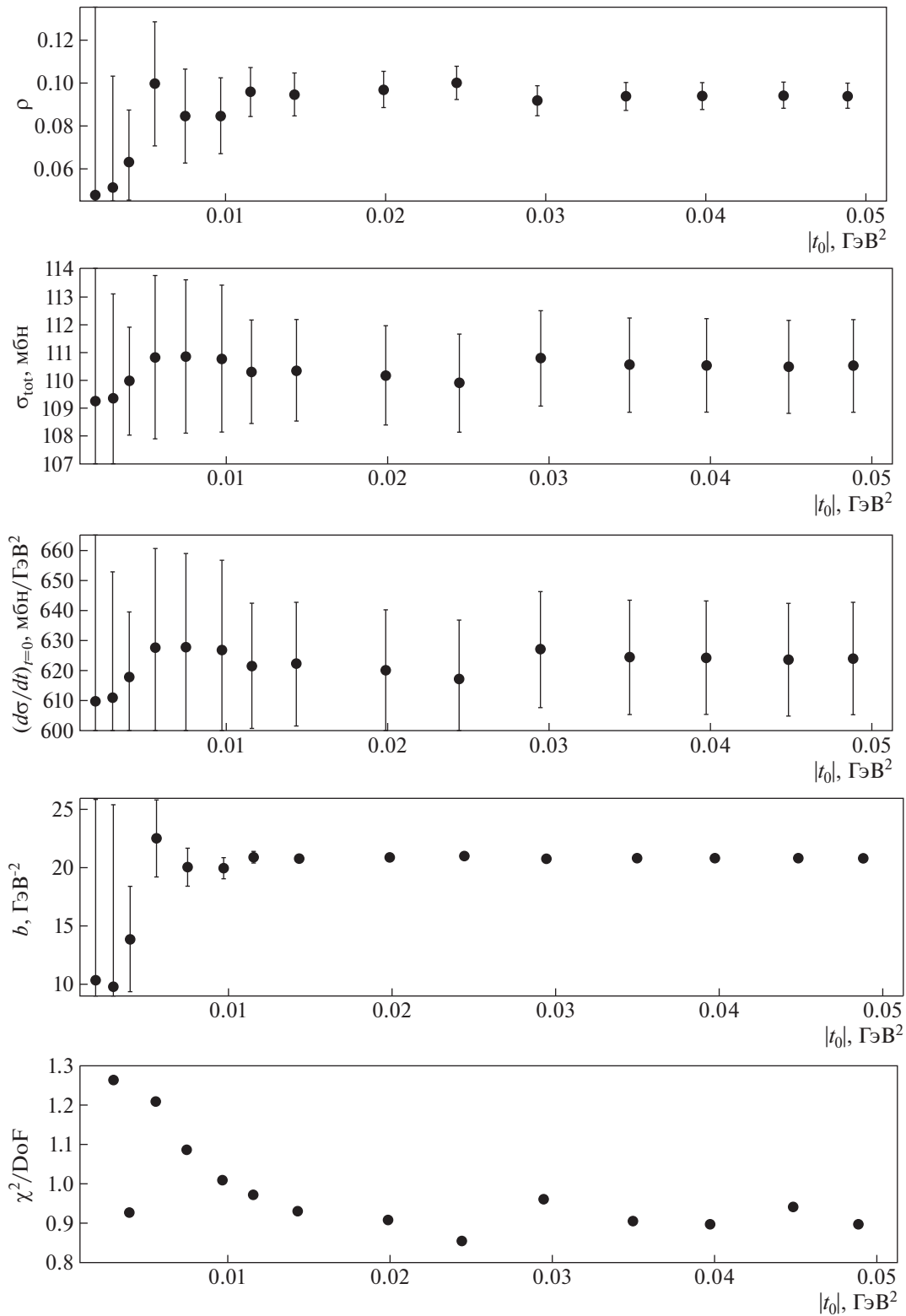


Рис. 11. Результаты фита 13 ТэВ данных по модели ISR.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные результаты обработки экспериментальных данных различными способами указывают лишь на то, в общем-то, известное обстоя-

тельство, что извлечение параметра ρ из экспериментальных данных по дифференциальным сечениям является существенным образом модельно зависимым.

В принципе, можно иметь две (и более) различные модели “ядерной” амплитуды $T_N(s, t)$, приводящие к сравнимому качеству описания данных. В простых терминах это подобно тому, что, зная лишь модуль комплексного числа, невозможно указать на значение его аргумента.

Поэтому представляется, что заключения о точном и *объективном* (модельно независимом) значении параметра ρ и, как следствие, о далеко идущих концептуальных физических следствиях на базе имеющегося экспериментального материала являются недостаточно обоснованными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G. Antchev *et al.* (TOTEM Collab), Eur. Phys. J. C **79**, 785 (2019).
2. R. Cahn, Z. Phys. C **15**, 253 (1982); V. Kandrát and M. V. Lokajíček, Z. Phys. C **63**, 619 (1994).
3. V. A. Petrov, Eur. Phys. J. C **78**, 221 (2018); Eur. Phys. J. C **78**, 414 (Erratum) (2018).
4. R. F. Avila, P. Gauron, and B. Nicolescu, Eur. Phys. J. C **49**, 581 (2007).
5. E. Martynov, Phys. Rev. D **76**, 074030 (2007).
6. E. Martynov and B. Nicolescu, Eur. Phys. J. C **56**, 57 (2008).
7. V. I. Belousov, V. V. Ezhela, and N. P. Tkachenko, Preprint 2018-19, IHEP (Protvino, 2018).
8. N. Amos *et al.*, Nucl. Phys. B **262**, 689 (1985).
9. G. G. Beznogikh *et al.*, Nucl. Phys. B **54**, 78 (1973).

TOTEM: ON PARAMETER ρ AT 13 TeV

V. V. Ezhela¹⁾, V. A. Petrov¹⁾, N. P. Tkachenko¹⁾

¹⁾NRC “Kurchatov Institute” — IHEP, Group COMPAS, Protvino, Russia

An analysis of the results on proton–proton elastic scattering obtained by the TOTEM collaboration at the energy of the Large Hadron Collider of 13 TeV is undertaken. It is shown that the statistical significance of these results in a number of respects is problematic. Specific examples demonstrate the model dependence on the parameter ρ extracted from experimental data.

О ВОЗМОЖНОСТИ РАЗДЕЛЕНИЯ КОГЕРЕНТНОГО И НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ (АНТИ)НЕЙТРИНО НА ЯДРАХ

© 2021 г. В. А. Бедняков¹⁾, Д. В. Наумов¹⁾, И. В. Титкова^{1)*}

Поступила в редакцию 29.10.2020 г.; после доработки 29.10.2020 г.; принята к публикации 06.11.2020 г.

Обнаружение когерентного рассеяния нейтрино на ядрах в эксперименте COHERENT открыло источник новой информации для фундаментальных исследований в области нейтринной и ядерной физики, а также в направлении поиска физики за рамками Стандартной модели. Благодаря значительным переданным импульсам, характерной чертой кинематической области этого эксперимента является то, что в ней эффект когерентности реализуется не в “чистом виде”, а “смешивается” с заметным некогерентным вкладом. С одной стороны, это приводит к дополнительным систематическим неопределенностям в изучении “нейтринной составляющей” самого эффекта когерентности. С другой — позволяет исследовать динамический переход между когерентным и некогерентным режимами рассеяния и потенциально их разделить экспериментально. Согласованное измерение когерентного и некогерентного сечения рассеяния (анти)нейтрино на ядре в одном и том же эксперименте, на наш взгляд, представляется уникальной возможностью, реализация которой, безусловно, будет источником новых данных для физики нейтрино, ядра и новой физики. В настоящей работе показано, что такая возможность имеется не только для экспериментов по исследованию когерентного рассеяния нейтрино и антинейтрино на различных ядрах с помощью ускорителей, где энергия нейтрино достигает сотни МэВ, но и в реакторных экспериментах, где энергии антинейтрино не превышают 10 МэВ. В основе этой оценки лежит подход, количественно контролирующийся “плавный переход” сечения (анти)нейтрино ядерного рассеяния от когерентного (или упругого) режима к некогерентному (неупругому). В первом случае ядро сохраняется в первоначальном квантовом состоянии, во втором — квантовое состояние ядра-мишени изменяется. Наблюдение определенного числа фотонов с достаточно большой энергией, снимающих возбуждение ядра после неупругого взаимодействия с ним (анти)нейтрино, предлагается использовать в качестве сигнала от такого неупругого процесса. В работе получена верхняя оценка для числа таких фотонов.

DOI: 10.31857/S0044002721030065

1. ВСТУПЛЕНИЕ

Впервые когерентное рассеяние нейтрино на ядре обсуждалось в работах Д. Фридмана [1, 2] на основе общего правила квантовой механики о сложении амплитуд вероятности неразличимых процессов, приводящих к одному и тому же конечному состоянию. Результатом применения этого квантово-механического правила в случае взаимодействия нейтрино (небольших энергий) с ядром, состоящим из значительного числа нуклонов, стало весьма заметное (на уровне нескольких порядков) усиление вероятности такого взаимодействия по сравнению с аналогичной вероятностью в случае рассеяния нейтрино на одном отдельно взятом нуклоне. Именно это явление Д. Фридман назвал когерентным рассеянием нейтрино на ядрах. Почти сразу стало ясно, что нейтрино могут когерентно рассеиваться не только на нуклонах внутри ядер

[1–3], но и на целых атомах, включая орбитальные электроны [4–6]. Все это довольно быстро сделало когерентное рассеяние нейтрино важным потенциальным источником новой информации о ядре и нейтрино, а также о физике, лежащей за рамками современной Стандартной модели. Ключевой проблемой, однако, было то, что для обеспечения эффекта когерентности слабое взаимодействие должно идти по каналу нейтральных токов. В результате единственной экспериментальной наблюдаемой оказывается крайне низкая энергия отдачи ядра, которая очень долгое время была вне достижимости самых чувствительных нейтринных детекторов.

С практической точки зрения, согласно [2], наличие или отсутствие когерентности зависело от произведения qR , где q — модуль 3-импульса, переданный нейтрино ядру, характерный размер которого определяется радиусом R . Если безразмерная величина $qR \simeq 1$ (или $qR \geq 1$), то все A штук независимых рассеивающих центров (нуклонов) расположены слишком далеко друг от друга, и

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

*E-mail: titkova@jinr.ru

относительные фазовые факторы у них различны. В результате имеет место значительное взаимное сокращение вкладов различных нуклонов, и полное сечение оказывается пропорционально лишь числу самих рассеивающих центров. С другой стороны, когда $qR \ll 1$ (т.е. q много меньше обратного размера мишени), фазовые множители не важны (так как они практически равны друг другу), и вклады всех независимых рассеивающих центров складываются когерентно. В результате полное сечение оказывается усиленным множителем A^2 . Итак, по Фридману [2] квантово-механическим условием когерентности является неравенство

$$qR \ll 1. \quad (1)$$

Условие когерентности весьма хорошо выполнялось для значительного числа доступных источников нейтрино и антинейтрино, таких как реакторные антинейтрино, солнечные нейтрино, (анти)нейтрино от взрывов сверхновых звезд, а также нейтрино от ускорителей [7]. Тем не менее, при энергии нейтрино порядка 40 МэВ, как уже упоминалось выше, единственная наблюдаемая величина — энергия отдачи ядер — находится в кэВ-ной области, очень мала и не доступна прямой регистрации. Но в 2017 г. эксперимент COHERENT (SNS, Ок-Риджская национальная лаборатория, США) “обошел эту проблему со стороны” путем использования потока (анти)нейтрино бóльших энергий [8].

Однако оказалось, что полученные в эксперименте COHERENT данные, послужившие основой утверждения о регистрации упругого когерентного рассеяния нейтрино на ядре ($CE\nu NS$), не удовлетворяют условию (1) (см., например, [9, 10]), поэтому их нельзя однозначно отнести к разряду чисто $CE\nu NS$. В этих данных присутствует заметный вклад от неупругих (анти)нейтрино-ядерных взаимодействий, которые никак нельзя было отличить от $CE\nu NS$, поскольку в эксперименте регистрировалась только энергия отдачи ядра [9, 10]. Можно утверждать, что в эксперименте были зарегистрированы события взаимодействия нейтрино в канале слабых нейтральных токов с ядром в области МэВ-ных энергий, что само по себе очень важное достижение. Потенциал эксперимента COHERENT можно целенаправленно использовать для практического изучения динамического перехода между упругим и неупругим нейтрино-ядерными процессами в кинематической области данного эксперимента. При этом представляется возможным экспериментальная регистрация (оценки сечения) когерентного неупругого [9, 10] нейтрино-ядерного взаимодействия ($CI\nu NS$, сокращение предложено Ю. Ефременко), например, путем измерения потока гамма-квантов от снятия возбуждения ядер,

вызванного этим взаимодействием. Этому исследованию посвящена настоящая работа.

2. СЕЧЕНИЕ РАССЕЙЯНИЯ (АНТИ)НЕЙТРИНО НА ЯДРЕ

Для описания процесса взаимодействия нейтрино и антинейтрино с энергиями в области не более сотен МэВ, как правило, можно использовать эффективный лагранжиан взаимодействия Стандартной модели в 4-фермионном приближении:

$$\mathcal{L}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\nu(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_\nu(x) \times \quad (2)$$

$$\times \sum_{f=n,p} \bar{\psi}_f(x) \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \psi_f(x).$$

При этом левые и правые нуклонные киральные константы связи выражаются через векторные и аксиально-векторные константы в виде

$$g_L^{p/n} = \frac{1}{2} (g_V^{p/n} + g_A^{p/n}), \quad (3)$$

$$g_R^{p/n} = \frac{1}{2} (g_V^{p/n} - g_A^{p/n}).$$

Формула для полного сечения процесса рассеяния нейтрино и антинейтрино на ядерной мишени [9, 10] представляет собой сумму когерентного и некогерентного слагаемых:

$$\frac{d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A} = \frac{d\sigma_{\text{inc}}^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A} + \frac{d\sigma_{\text{coh}}^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A}, \quad (4)$$

где G_F — постоянная Ферми, T_A — кинетическая энергия отдачи ядра с массой m_A . Здесь и далее левые и верхние индексы указывают на нейтрино, а правые и нижние, соответственно, на антинейтрино. Когерентное и некогерентное слагаемые из (4) таковы:

$$\frac{d\sigma_{\text{inc}}^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A} = \frac{4G_F^2 m_A}{\pi} \sum_{f=p,n} (1 - |F_f(q^2)|^2) \times \quad (5)$$

$$\times \left[\mathbf{A}_{\mp}^f (g_{R/L}^f)^2 \frac{s(1-y)^2 - m^2(1-y)}{s - m^2} + \right.$$

$$\left. + \mathbf{A}_{\pm}^f \left\{ \left(g_{L/R}^f - g_{R/L}^f \frac{ym^2}{s - m^2} \right)^2 + \right. \right.$$

$$\left. + \left(g_{R/L}^f \right)^2 \frac{ym^2 [s(1-y) - m^2]}{(s - m^2)^2} \right\} \left. \right],$$

$$\frac{d\sigma_{\text{coh}}^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A} = \frac{4G_F^2 m_A}{\pi} \left(1 - \frac{T_A}{T_A^{\text{max}}} \right) \times \quad (6)$$

$$\times \left| \sum_{f=p,n} F_f(q^2) \left\{ \mathbf{A}_{\pm}^f \left[g_{L/R}^f + g_{R/L}^f \frac{my}{\sqrt{s+m}} \right] + \mathbf{A}_{\mp}^f \left[1 - \frac{\sqrt{sy}}{\sqrt{s+m}} \right] \right\} \right|^2.$$

Здесь A_{\pm}^p и A_{\pm}^n — число протонов и нейтронов, имеющих проекцию спина на направление начального нейтрино, равную $\pm 1/2$. Если ввести $A^f = A_+^f + A_-^f$ и $\Delta A^f = A_+^f - A_-^f$, то эти слагаемые, соответственно, равны:

$$\frac{d\sigma_{\text{inc}}^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A} = \frac{4G_F^2 m_A}{\pi} \sum_{f=p,n} \left(1 - |F_f(q^2)|^2 \right) \times \quad (7)$$

$$\times \left\{ \mathbf{A}^f \left[\left(g_{L/R}^f \right)^2 + \left(g_{R/L}^f \right)^2 (1-y)^2 - g_L^f g_R^f \frac{2m^2 y}{s-m^2} \right] + (\pm \Delta \mathbf{A}^f) \times \left[g_{L/R}^f - g_{R/L}^f (1-y) \right] \times \left[g_{L/R}^f + g_{R/L}^f \left(1 - y \frac{s+m^2}{s-m^2} \right) \right] \right\},$$

$$\frac{d\sigma_{\text{coh}}^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A} = \frac{4G_F^2 m_A}{\pi} \left(1 - \frac{T_A}{T_A^{\text{max}}} \right) \times \left(G_V^{\nu/\bar{\nu}}(q^2) + G_A^{\nu/\bar{\nu}}(q^2) \right)^2, \quad (8)$$

где

$$G_V^{\nu/\bar{\nu}}(q^2) = \sum_{f=p,n} F_f(q^2) g_V^f \times \left\{ \mathbf{A}^f \left(1 - \frac{y\tau}{2} \right) + \frac{y}{2} (\pm \Delta \mathbf{A}^f) \right\},$$

$$G_A^{\nu/\bar{\nu}}(q^2) = \sum_{f=p,n} F_f(q^2) (\pm g_A^f) \times \left\{ \mathbf{A}^f \frac{y\tau}{2} + \left(1 - \frac{y}{2} \right) (\pm \Delta \mathbf{A}^f) \right\},$$

а кинематические переменные даются выражениями

$$q^2 = (k - k')^2, \quad y = \frac{(p, q)}{(p, k)} \simeq \frac{s - m^2}{s} \frac{T_A}{T_A^{\text{max}}},$$

$$E_{\nu} = \frac{s - m^2}{2\sqrt{s}}, \quad \tau = \frac{\sqrt{s} - m}{\sqrt{s} + m}.$$

Здесь $s = (p + k)^2$ — полный квадрат энергии нейтрино и нуклона, где k — 4-импульс начального лептона, а p — эффективный 4-импульс рассеивающего нуклона, являющийся решением уравнения на сохранение энергии-импульса ядра [9, 10].

Выражение для сечений когерентного и некогерентного рассеяния можно заметно упростить, опустив члены, пропорциональные (малому значению переменной) $y \approx 3\% E_{\nu}/(30 \text{ МэВ})$ и пропорциональные $\Delta A_f \Delta A_{f'}$. Последнее вполне справедливо для бесспиновых ядер или для тяжелых ядер с $\Delta A \ll A$. В результате для когерентного и некогерентного сечения получаются достаточно простые формулы

$$\frac{d\sigma_{\text{coh}}}{dT_A} = \frac{G_F^2 m_A}{\pi} \left(1 - \frac{T_A}{T_A^{\text{max}}} \right) \times \quad (9)$$

$$\times \sum_{f=p,n} A_f^2 |F_f|^2 \left(g_V^f \right)^2,$$

$$\frac{d\sigma_{\text{inc}}}{dT_A} = \frac{2G_F^2 m_A}{\pi} \sum_{f=p,n} A_f \left(1 - |F_f|^2 \right) \times \left(\left(g_L^f \right)^2 + \left(g_R^f \right)^2 \right),$$

из которых видно, что сечения рассеяния нейтрино и антинейтрино на ядре практически неразличимы.

Кроме этого, можно также опустить слагаемые, пропорциональные g_V^p , поскольку $g_V^p \ll 1$ в Стандартной модели, что приводит к хорошо известному результату для сечения когерентного рассеяния нейтрино на ядре [1, 7, 11–20], пропорциональному квадрату числа нейтронов в ядре:

$$\frac{d\sigma_{\text{coh}}}{dT_A} \approx \frac{G_F^2 m_A}{\pi} \left(1 - \frac{T_A}{T_A^{\text{max}}} \right) |F_n|^2 (g_V^n)^2 N^2. \quad (10)$$

Формулы (4)–(8) демонстрируют “плавный” переход [9, 10] сечения (анти)нейтрино ядерного рассеяния от когерентного режима (8) к некогерентному (7). Действительно, упругие (когерентные в стандартной терминологии) взаимодействия, которые сохраняют ядро в первоначальном квантовом состоянии, приводят к квадратичному в терминах числа нуклонов усилению ($\propto A_f^2$) наблюдаемого сечения и одновременно к зависимости этого сечения от квадрата нормированных на единицу ядерных протонного и нейтронного формфакторов $|F_{n/p}(\mathbf{q})|^2$.

С другой стороны, сечение неупругих (или некогерентных в стандартной терминологии) процессов, когда квантовое состояние ядра-мишени изменяется, обладает линейной зависимостью от числа нуклонов ($\propto A$) и одновременно пропорционально выражению $\left(1 - |F_{n/p}(\mathbf{q})|^2 \right)$. При этом оба слагаемых (7) и (8) полного сечения (4) зависят от одних и тех же ядерных формфакторов $F_{n/p}(\mathbf{q})$.

Если $\mathbf{q} \rightarrow 0$, то формфакторы $F_{n/p}(\mathbf{q}) \rightarrow 1$, и вклад некогерентного слагаемого (7) в полное сечение обращается в нуль, в то время как когерентное

слагаемое (8) полностью определяет наблюдаемое сечение (4). В противоположном случае больших значений переданного 3-импульса \mathbf{q} , формфакторы $F_{n/p}(\mathbf{q}) \rightarrow 0$, и когерентное сечение (8) не дает вклада, тогда как некогерентное сечение (7) полностью определяет величину наблюдаемого полного сечения (4). Очевидно, что в промежуточной области значений переданного ядру 3-импульса \mathbf{q} когерентный и некогерентный вклады в полное сечение должны рассматриваться одновременно.

С практической точки зрения удобно иметь дело с сечением исследуемого процесса, проинтегрированным по допустимому интервалу кинетической энергии отдачи ядра,

$$\sigma(E_{\nu/\bar{\nu}}, T_A^{\min}) = \int_{T_A^{\min}}^{T_A^{\max}} \frac{d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A} dT_A. \quad (11)$$

Это интегральное сечение в значительной степени зависит от порога T_A^{\min} регистрации кинетической энергии ядра отдачи (минимально доступной регистрации энергии отдачи) каждого отдельно взятого детектора.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Объявление коллаборации COHERENT о наблюдении $CE\nu NS$ послужило толчком для других коллабораций. Так, в работе [21] авторы предложили использовать European Spallation Source (ESS, Лунд, Швеция) для регистрации этого процесса. Авторы указывают на преимущества ESS и предлагают использовать для исследований более широкий набор ядер, по сравнению с исследованиями, проводившимися на SNS. Далее на примере ядер-мишеней, используемых и предлагаемых для низкопороговых измерений, в частности для детектирования и исследования когерентного нейтринно-ядерного рассеяния в эксперименте COHERENT и на ESS, обсудим полученные выше теоретические результаты и численно оценим относительную важность вкладов когерентных и некогерентных процессов в полное сечение рассеяния (анти)нейтрино на этих ядрах.

В качестве первой тестовой установки рассмотрим германиевый детектор, обычно используемый для регистрации потоков электронных антинейтрино от ядерных реакторов. Будем считать, что его рабочим веществом являются только изотопы натурального германия ^{74}Ge . Ожидаемый порог регистрации энергии электронов для германиевых болометрических детекторов составляет 200 эВ [22], что, согласно оценке коэффициента преобразования энергии (квенчинга) [23], отвечает примерно 1 кэВ для кинетической энергии отдачи ядер

^{74}Ge . Конкретным примером использования такого типа детектора служит эксперимент νGEN , проводимый коллаборацией ОИЯИ–ИТЭФ на Калининской атомной станции [24]. В расчетах взяты пороги по энергии отдачи ядра 0, 1, 3 и 5 кэВ. Дифференциальные сечения для этого детектора вычисляются при энергии (анти)нейтрино 50 МэВ, полные сечения — для интервала возможных энергий (анти)нейтринного пучка (1–50) МэВ. В качестве оценки энергии нижнего уровня возбуждения ядра ^{74}Ge взята величина $\Delta\varepsilon = 900$ кэВ.

Вторая тестовая установка — это сцинтилляционный CsI-детектор (калориметр), использованный коллаборацией COHERENT для регистрации нейтрино от Ок-Риджского источника нейтронов SNS [8]. Оценка полных сечений дана в интервале (1–150) МэВ. Предполагается, что энергия возбуждения ядра ^{133}Cs составляет примерно $\Delta\varepsilon = 100$ кэВ, а ядра ^{127}I — примерно $\Delta\varepsilon = 60$ кэВ. Порог по энергии отдачи ядер ^{133}Cs и ^{127}I равен, как и в эксперименте COHERENT, 5 кэВ, энергия пучка нейтрино составляет 30 и 50 МэВ.

Третья тестовая установка — двухфазный эмиссионный детектор RED-100 на жидком ксеноне с порогом регистрации энергии отдачи, равным 4 кэВ для ядер ^{132}Xe [25]. Энергия возбуждения ядра составляет примерно $\Delta\varepsilon = 670$ кэВ, полные сечения для этой установки соответственно получены в интервале (1–150) МэВ при двух энергиях (анти)нейтринного пучка — 30 и 50 МэВ.

Еще одна установка — это жидкоаргоновый детектор с беспрецедентно низким порогом регистрации энергии отдачи, равным 0.6 кэВ для ядер аргона ^{40}Ar , достигнутый в эксперименте DarkSide [26]. Дифференциальные и полные сечения для этой установки соответственно получены для энергии возбуждения и в интервале (1–120) МэВ. Энергия возбуждения ядра составляет примерно $\Delta\varepsilon = 2$ МэВ, энергия пучка нейтрино — 30 и 50 МэВ.

Остальные расчеты выполнены соответственно для ядер, предлагаемых для регистрации когерентного рассеяния нейтрино на ESS [21]: ^{28}Si , ^{19}F , ^{12}C , ^{16}O . Энергия пучка нейтрино в расчете была равна 30 и 50 МэВ, дифференциальные и полные сечения были получены для энергий возбуждения и в интервале (1–150) МэВ. Энергии возбуждения ядер составляли примерно 1780 кэВ для ^{28}Si , 110 кэВ для ^{19}F , 4439 кэВ для ^{12}C и 6048 кэВ для ^{16}O . Пороги по энергии отдачи ядра были взяты равными 3.2; 3.3; 3.3; 10 МэВ соответственно.

Для получения численных результатов были использованы два (для протонов и нейтронов) ядерных формфактора $F_{n/p}(\mathbf{q})$ и данные об уровнях энергии возбуждения рассматриваемых ядер-мишеней. Были рассмотрены наиболее популярные

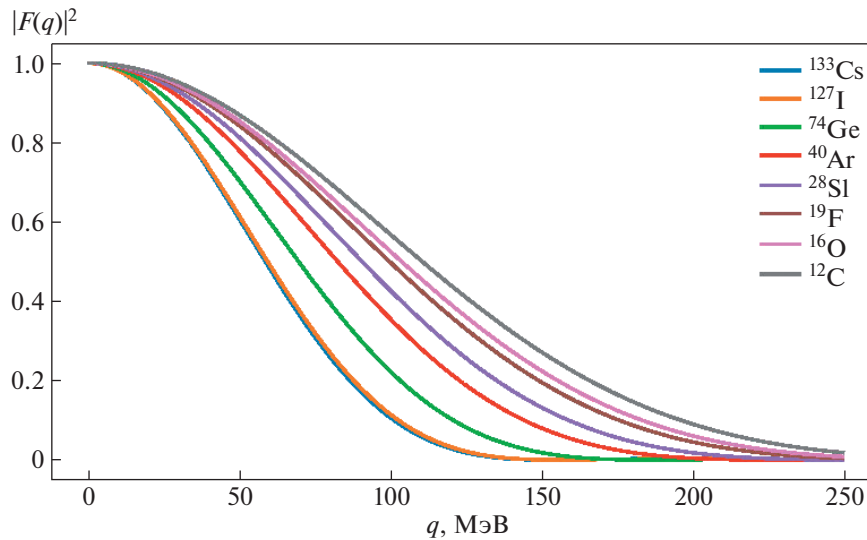


Рис. 1. Ядерный формфактор Хельма как функция абсолютного значения переданного импульса $|\mathbf{q}|$.

параметризации ядерных формфакторов на базе симметризованного распределения Ферми [27] и ядерный формфактор Хельма (Helm) [28]. На рис. 1 для выбранных ядер показано поведение формфактора Хельма как функций переданного ядру 3-импульса $|\mathbf{q}|$. Этот рисунок явным образом демонстрирует, что при $\mathbf{q} \rightarrow 0$ формфактор $F_{n/p}(\mathbf{q}) \rightarrow 1$, в результате вклад некогерентного сечения исчезает, и полностью доминирует когерентное слагаемое. С другой стороны, для больших значений \mathbf{q} исчезает когерентное слагаемое, и полностью доминирует сечение некогерентного рассеяния.

На рис. 2, 3 и 4, 5 показаны дифференциальные и полные интегральные (в смысле определения (11)) сечения когерентного и некогерентного рассеяния нейтрино и антинейтрино на ядрах, выбранных выше тестовых установок.

Относительно баланса когерентного и некогерентного сечений имеется ряд общих свойств для нейтринного и антинейтринного пучков. Если энергия отдачи ядра стремится к нулю, то когерентное сечение доминирует и полностью определяет полное сечение νA - и $\bar{\nu} A$ -рассеяния (4), поскольку некогерентный вклад полностью отсутствует. Для отдельно взятого ядра величина дифференциального когерентного сечения в этом пределе (с точностью до незначительных поправок, согласно (8)) не зависит от энергии (анти)нейтрино.

Если энергия отдачи ядра стремится к своему кинематическому пределу, то когерентное сечение довольно быстро спадает и полностью обращается в нуль, однако некогерентное сечение с ростом T_A постоянно растет. Отметим, что из-за возможности израсходовать приобретенную ядром энергию на возбуждение, максимально достижимая кинетическая энергия ядра T_A в некогерентных процессах

оказывается систематически меньше, чем максимально достижимая в когерентном случае энергия отдачи T_A^{\max} . Поэтому на рис. 2, 3 штриховые (“некогерентные”) кривые обрываются с ростом T_A всегда несколько раньше сплошных (“когерентных”).

При малых значениях энергии $E_{\nu/\bar{\nu}}$ когерентное сечение всегда существенно превышает некогерентное для любых значений кинетической энергии отдачи ядра T_A . При больших $E_{\nu/\bar{\nu}}$ уже могут появляться значения энергии отдачи T_A , выше которых некогерентное сечение начинает превышать когерентное, что видно из рис. 3 для тяжелых ядер, энергии (анти)нейтринного пучка 50 МэВ и для $E_{\nu/\bar{\nu}} \geq 30-35$ МэВ. При малых энергиях пучка $E_{\nu/\bar{\nu}}$ интегральное когерентное сечение (рис. 4, 5) превышает некогерентное сечение на несколько порядков величины, поскольку множители $1 - |F_{n/p}(\mathbf{q})|^2$ сильно подавляют некогерентный вклад при малых значениях переданного 3-импульса \mathbf{q} . Однако с ростом энергии (анти)нейтрино это соотношение подавляющей доминантности когерентного вклада изменяется, и при некоторых значениях $E_{\nu/\bar{\nu}}$ интегральное некогерентное сечение становится весьма существенным.

Наличие реального экспериментального порога регистрации $T_A^{\min} > 0$ заметным образом уменьшает значения интегрированных сечений, причем несколько слабее в случае некогерентного рассеяния. Ненулевой порог (вертикальные линии на рис. 2, 3) фактически не учитывает значительную часть дифференциального сечения, причем в той области, где это сечение имеет максимальный вклад для когерентного рассеяния.

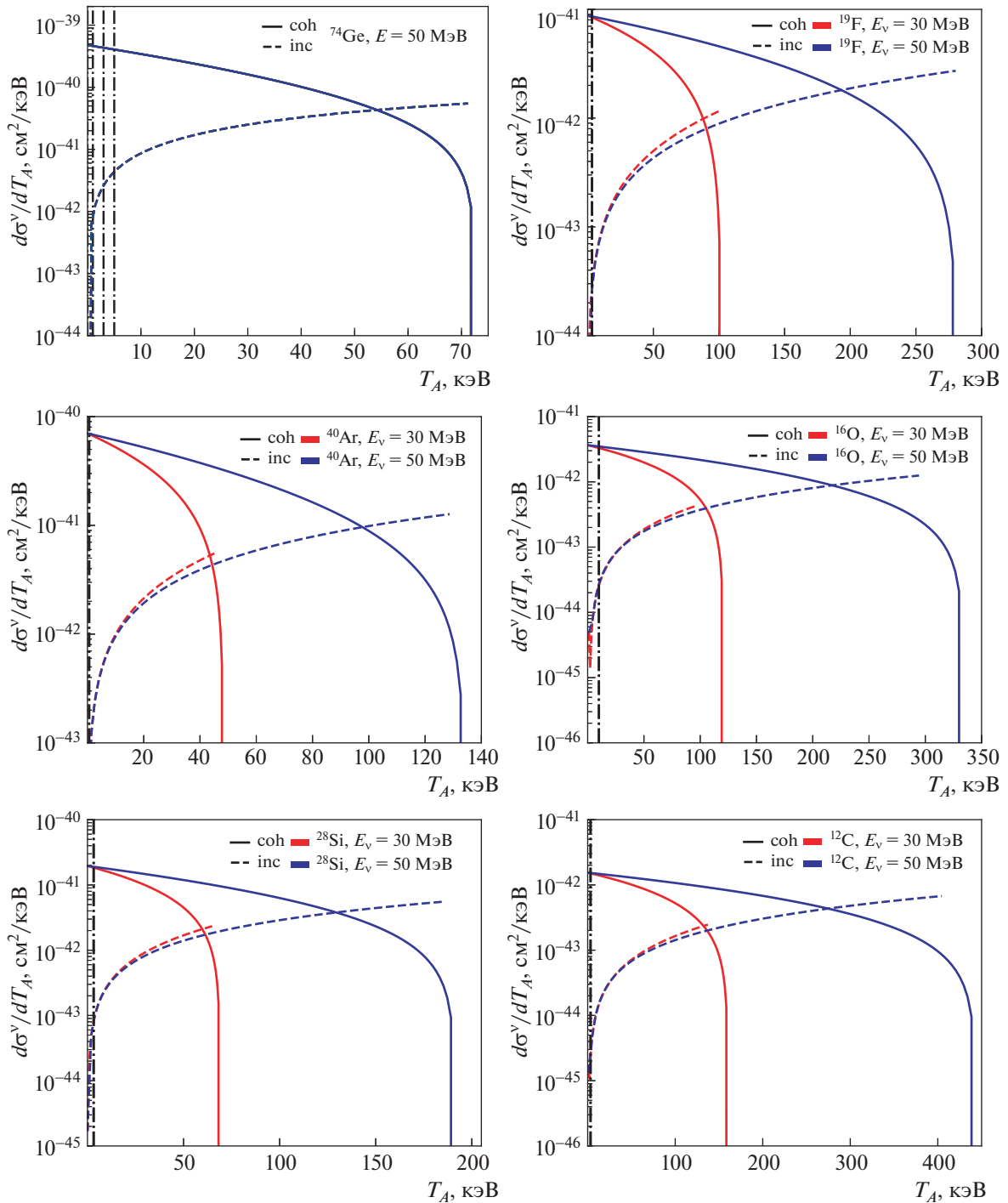


Рис. 2. Дифференциальные сечения $\frac{d\sigma^\nu}{dT_A}$ как функции энергии отдачи ядра T_A показаны для когерентного (сплошные кривые) и некогерентного (штриховые) ν -ядерного рассеяния для мишеней из ^{74}Ge , ^{40}Ar , ^{28}Si (левый столбец) и для мишеней из ^{19}F , ^{16}O , ^{12}C (правый столбец). Вертикальные линии соответствуют экспериментальным энергетическим порогам для каждой из мишеней.

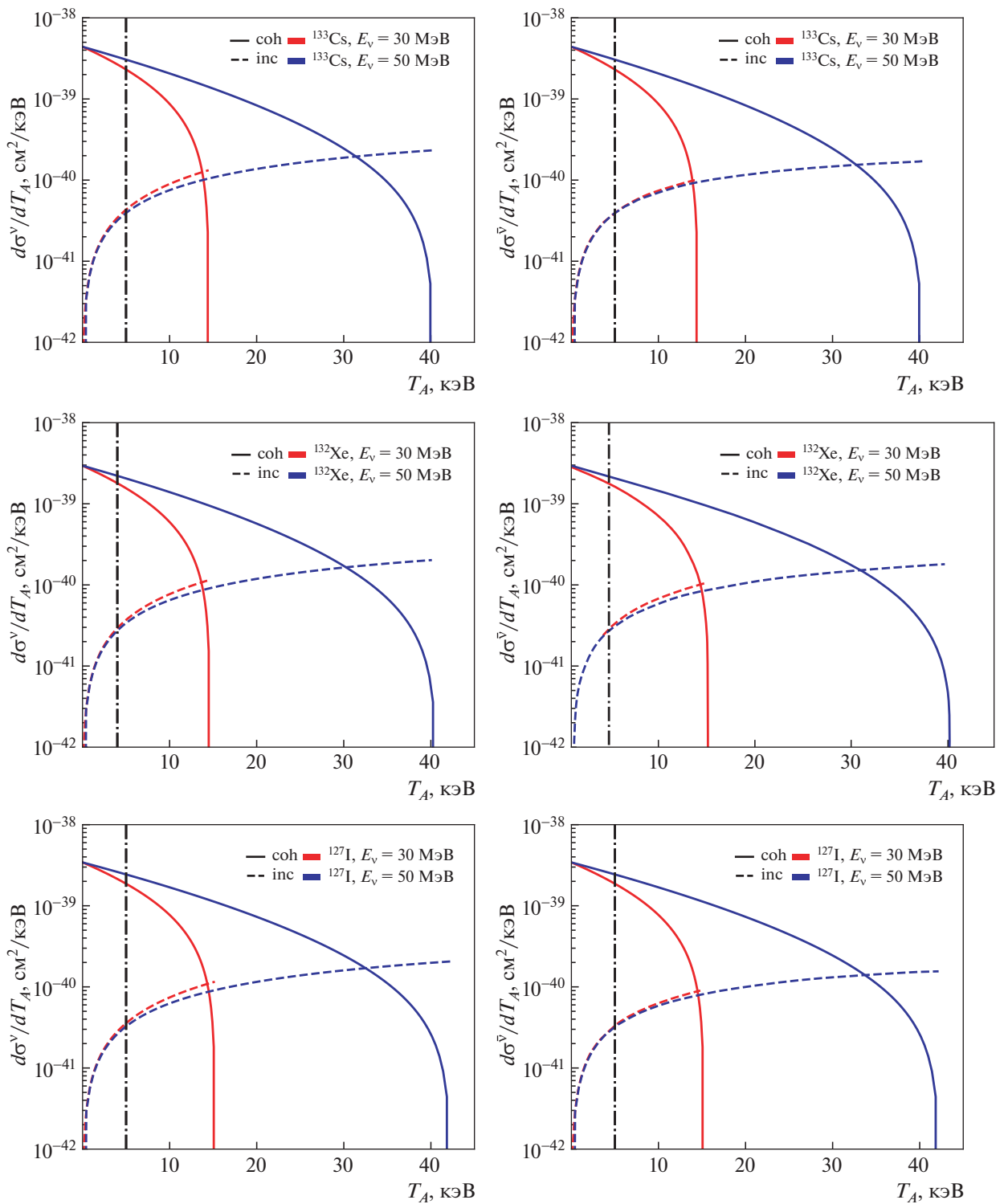


Рис. 3. Дифференциальные сечения $\frac{d\sigma^{\nu/\bar{\nu}}}{dT_A}$ как функции энергии отдачи ядра T_A показаны для когерентного (сплошные кривые) и некогерентного (штриховые) ν -ядерного (левый столбец) и $\bar{\nu}$ -ядерного (правый столбец) рассеяний для мишеней из ^{133}Cs , ^{132}Xe , ^{127}I при энергии начальных (анти)нейтрино 30 и 50 МэВ. Вертикальные линии соответствуют экспериментальным энергетическим порогам для каждой из мишеней.

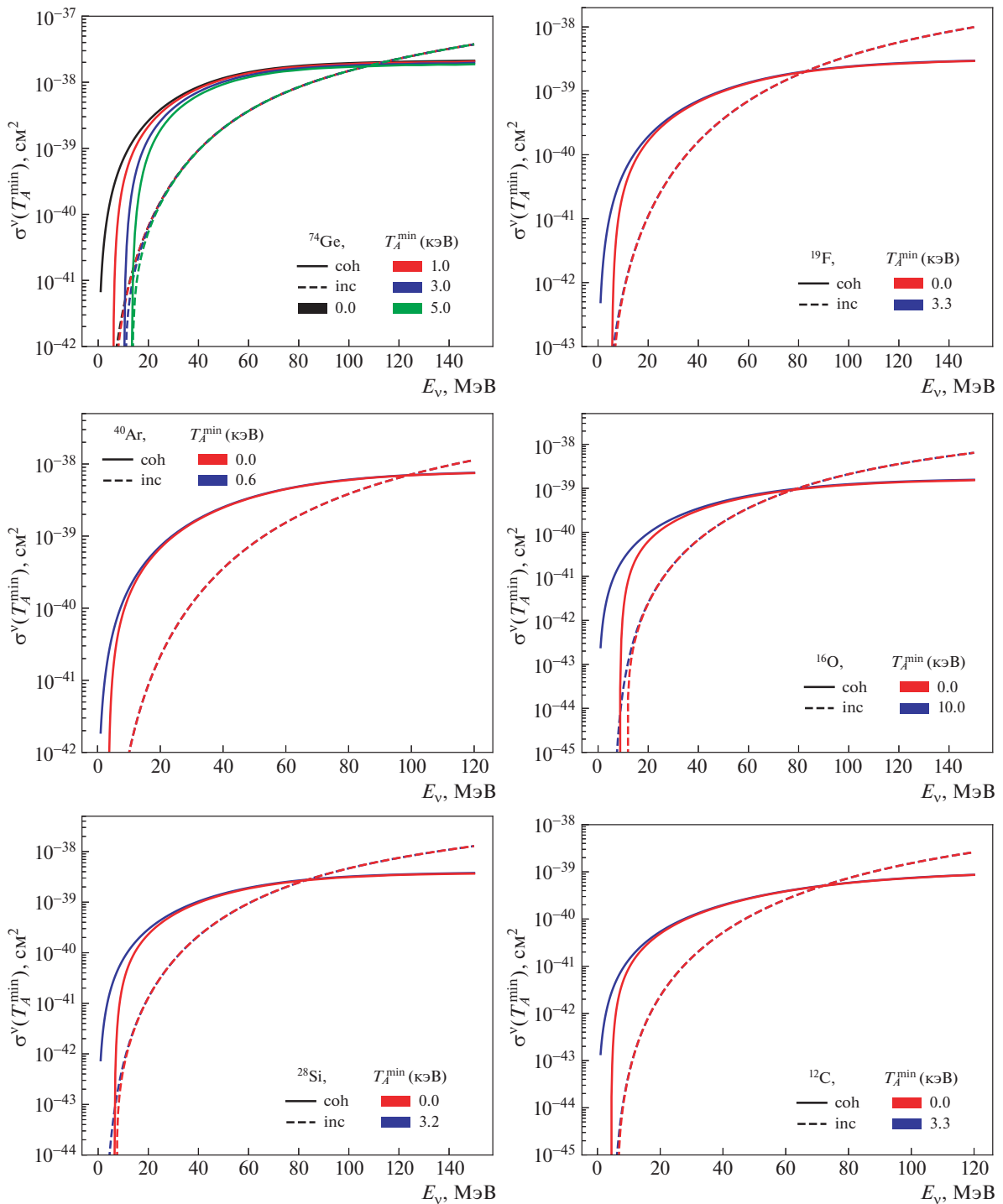


Рис. 4. Интегральные сечения σ^ν как функции энергии налетающего нейтрино для когерентного (сплошная кривая) и некогерентного (штриховая) ν -ядерного рассеяния для мишеней из ядер ^{74}Ge , ^{40}Ar , ^{28}Si (левый столбец) и для мишеней из ядер ^{19}F , ^{16}O , ^{12}C (правый столбец). Сечения вычислены как для идеализированных экспериментальных установок с нулевым энергетическим порогом (синий цвет), так и для реальных установок с наилучшими для них энергетическими порогами (красный). Для ^{74}Ge красные, синие и зеленые кривые соответствуют энергетическим порогам в 1, 3 и 5 кэВ соответственно, черная кривая — нулевому энергетическому порогу.

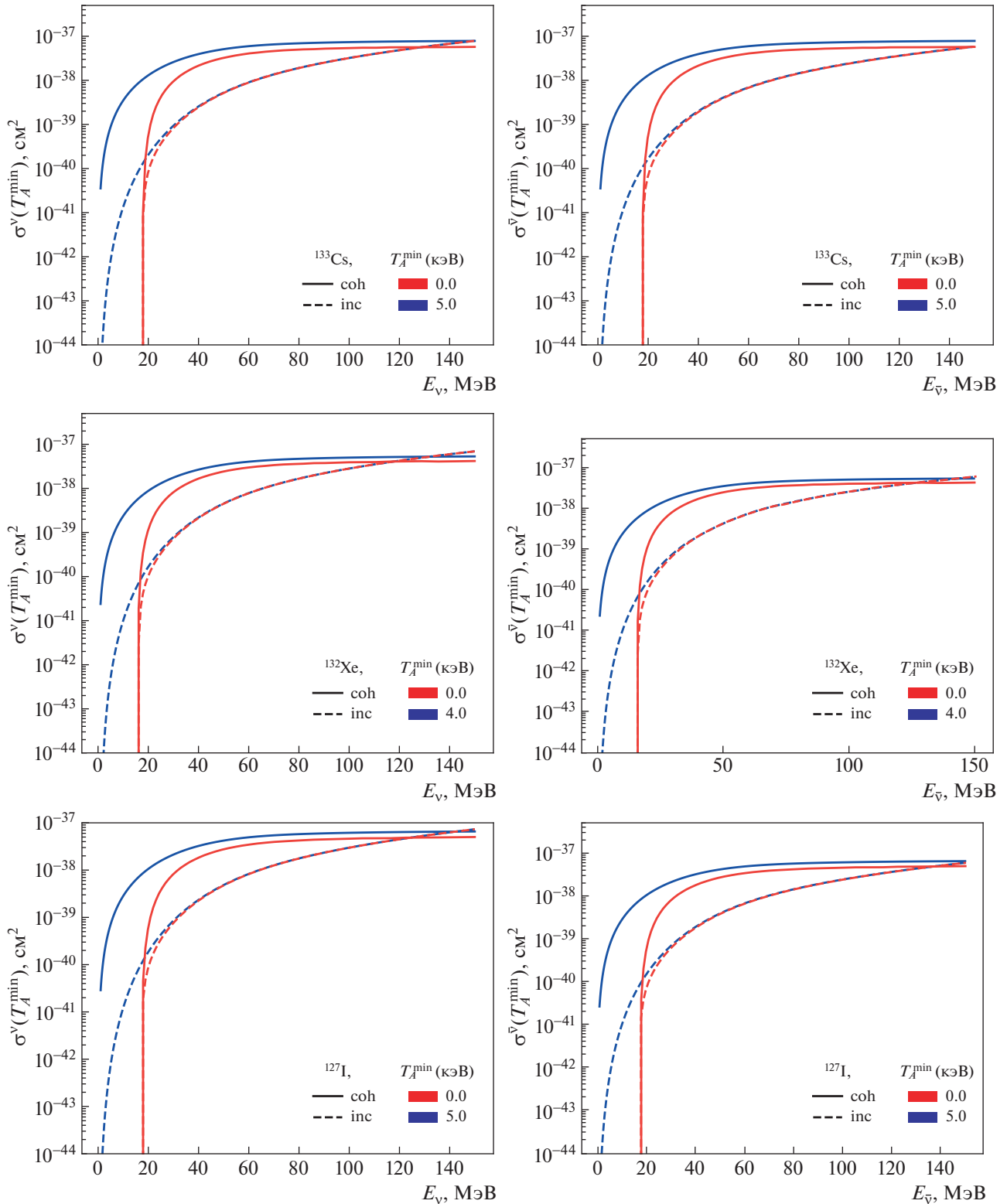


Рис. 5. Интегральные сечения $\sigma^{\nu/\bar{\nu}}$ как функции энергии налетающего (анти)нейтрино для когерентного (сплошная кривая) и некогерентного (штриховая) ν -ядерного (слева) и $\bar{\nu}$ -ядерного (справа) рассеяний для мишеней из ядер ^{133}Cs , ^{132}Xe , ^{127}I . Сечения вычислены как для идеализированных экспериментальных установок с нулевым энергетическим порогом (синий цвет), так и для реальных установок с наилучшими для них энергетическими порогами (красный).

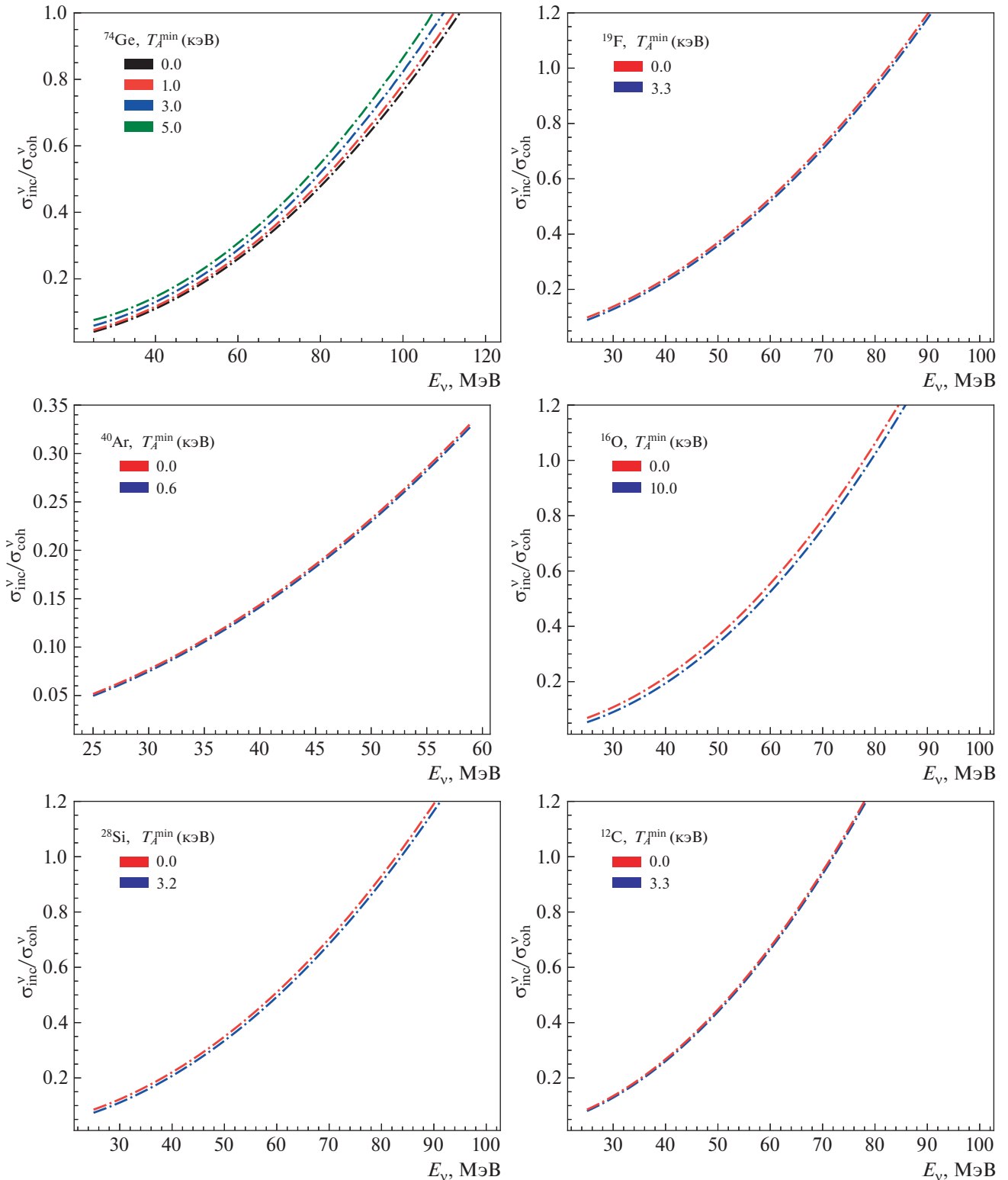


Рис. 6. Отношение $\sigma_{\text{inc}} / \sigma_{\text{coh}}$ некогерентного сечения к когерентному на ядрах ^{74}Ge , ^{40}Ar , ^{28}Si (левый столбец) и ^{19}F , ^{16}O , ^{12}C (правый столбец) как функция энергии E_{ν} для нейтрино-ядерного рассеяния. Кривые соответствуют $T_A^{\text{min}} = 0$ (синий цвет) и реальным порогам регистрации нейтрино, указанных в тексте (красный). Для ^{74}Ge красные, синие и зеленые кривые соответствуют порогам в 1, 3 и 5 кэВ соответственно, черная кривая — нулевому энергетическому порогу.

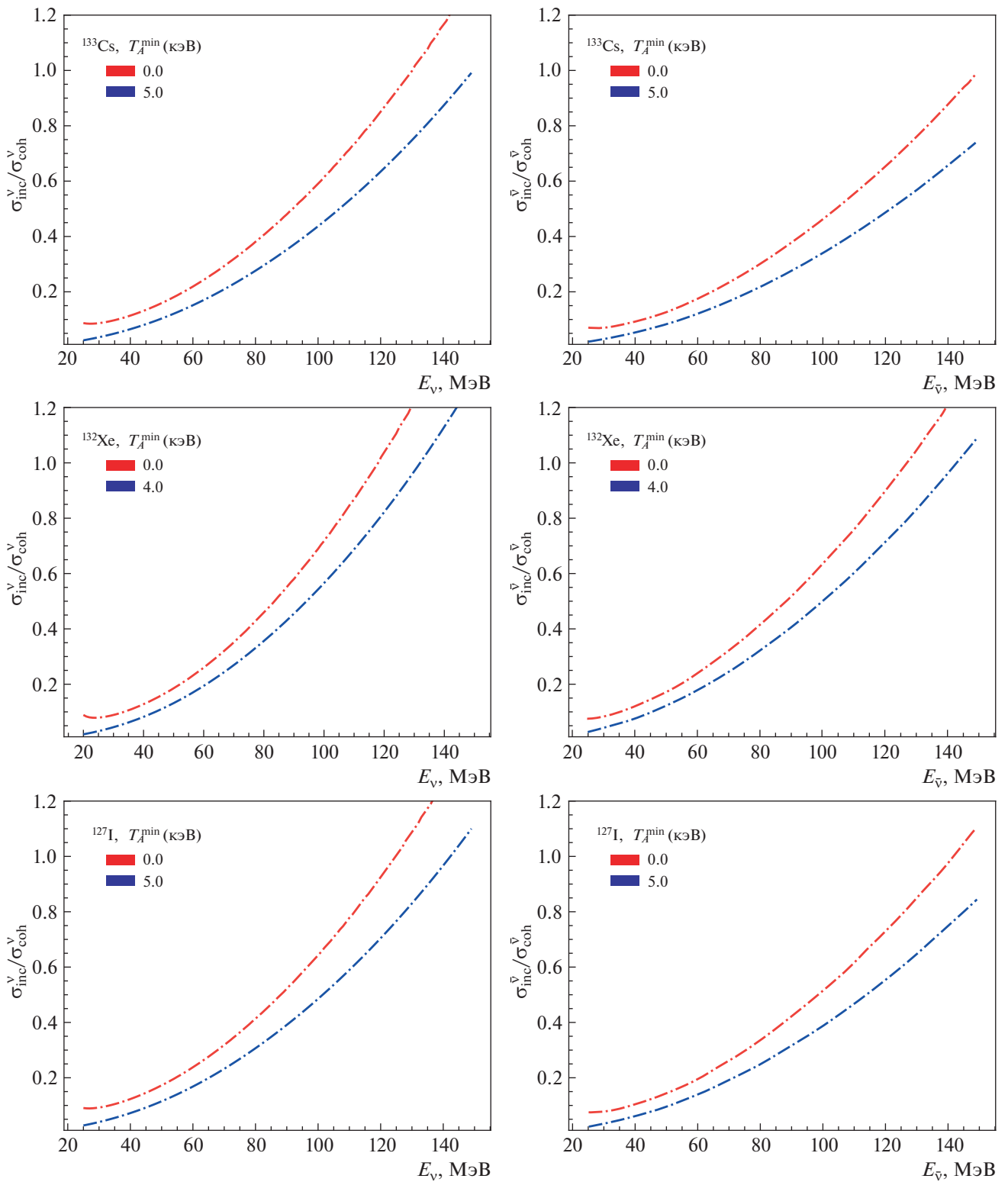


Рис. 7. Отношение $\sigma_{\text{inc}}/\sigma_{\text{coh}}$ некогерентного сечения к когерентному на ядрах ^{133}Cs , ^{132}Xe , ^{127}I как функция энергии $E_{\nu/\bar{\nu}}$ для нейтрино-ядерного рассеяния (слева) и антинейтрино-ядерного рассеяния (справа). Кривые соответствуют $T_A^{\text{min}} = 0$ (синий цвет) и реальным порогам регистрации (анти)нейтрино (красный).

Рисунки 6, 7 иллюстрируют это утверждение количественно. На них показано отношение интегральных сечений $\sigma_{\text{inc}}/\sigma_{\text{coh}}$, вычисленных согласно определению (11). Видно, что, например, для ядра ^{127}I (рис. 7) для γ -рассеяния (левый столбец) при энергии нейтрино 30 (50) МэВ это отношение равно примерно 5 (15)%, когда $T_A^{\text{min}} = 0$, и достигает 10 (25)% в случае реального энергетического порога $T_A^{\text{min}} = 5$ кэВ. В этом случае некогерентный вклад становится равным когерентному, когда энергия падающего нейтрино приблизительно 125 МэВ. Очевидно, что роль некогерентных взаимодействий существенно увеличивается с ростом энергии взаимодействия.

Как уже упоминалось, после взаимодействий с нейтрино или антинейтрино у ядра имеются только две возможности: либо ядро остается в том же квантовом состоянии (упругое рассеяние), либо его внутреннее квантовое состояние меняется (неупругое рассеяние). Однако если экспериментальная установка способна измерять только кинетическую энергию отдачи ядра, то практически невозможно определить, осталось ли ядро после взаимодействия в своем первоначальном состоянии, или произошел переход ядра на возбужденный уровень.

Если переход ядра в возбужденное состояние энергетически возможен, то произошедшее неупругое взаимодействие должно сопровождаться испусканием фотонов, возникающих благодаря снятию возбуждения и возвращению ядра в исходное состояние. Энергия этих фотонов будет определяться конкретной разницей энергетических уровней данного ядра [29]. Так, например, временной масштаб испускания таких γ -квантов для ядра ^{133}Cs лежит в области от пикосекунд до наносекунд, а их энергии находятся в районе нескольких сотен кэВ. Эти фотоны должны производить в сцинтилляционном детекторе-калориметре вполне детектируемый сигнал, который должен быть скоррелирован со временем облучения мишени нейтринным пучком от ускорителя.

Имеется несколько направлений прецизионного изучения $\text{CE}\nu\text{NS}$ и его следствий. Первое основано на том, чтобы отделить “истинно когерентный и истинно упругий” сигнал от некогерентной примеси, основываясь на приведенной выше возможности наблюдения снимающих ядерное возбуждение фотонов, которая впервые упоминалась еще в 1975 г. [29] и недавно, в контексте когерентного рассеяния нейтрино, в работах [9, 10]. Действительно, некогерентные (неупругие) процессы, будучи относительно небольшим фоном к когерентным взаимодействиям (в рассматриваемой кинематической области), тем не менее, если имеется возможность зарегистрировать γ -кванты, испущенные возбужденным в результате взаимодействия ядром, дают в

руки экспериментатора весьма важную информацию. Для каждого конкретного ядра-мишени эти фотоны будут характеризоваться тремя важными параметрами. Во-первых, их энергия, как правило, заметно больше энергии сигнала отдачи ядра и характеризуется разностью уровней возбуждения ядра. Во-вторых, испускание фотонов с энергией, определенной разностью уровней возбуждения ядра, будет сдвинуто по времени относительно первоначального нейтринного пучка на совершенно характерные для данного ядра времена возбуждения данной энергии. И, в-третьих, при одновременном (точнее, скоррелированном) детектировании двух сигналов в виде энергии отдачи ядра и энергии фотонов от снятия возбуждения ядра скорость счета обсуждаемых фотонов представляет собой единственный способ отделения чистого $\text{CE}\nu\text{NS}$ от неупругих процессов и, следовательно, прецизионного исследования на базе $\text{CE}\nu\text{NS}$ ядерной структуры и поиска сигналов новой физики, как это обсуждается в [30–43].

Скорость счета таких γ -квантов определяется соотношением

$$N_{\text{inc}} = \int_{E_{\nu\text{th}}}^{\infty} dE_{\nu} \frac{d\Phi}{dE_{\nu}} \int_{dT_A^{\text{min}}}^{dT_A^{\text{max}}} dT_A \frac{d\sigma_{\text{inc}}}{dT_A} \varepsilon(T_A) N, \quad (12)$$

где $\varepsilon(T_A)$ — эффективность детектора, N — количество атомов.

Было оценено количество таких фотонов в условиях экспериментов COHERENT на SNS, предполагаемого эксперимента на ESS, а также для эксперимента νGEN на Калининской АЭС (см. табл. 1).

Для эксперимента COHERENT на SNS (поток нейтрино — 9.2×10^{21} ν /год с детектором CsI массой 14.5 кг с порогом 5 кэВ, установленного на расстоянии 22 м [8]) оценка (12) показала, что скорость счета подобных “некогерентных” фотонов 7.1×10^{-3} γ /сут. Если подобный детектор установить на ESS (предполагаемый поток нейтрино — 8.5×10^{22} ν /год [24]), то скорость счета будет на порядок выше за счет более высокого потока нейтрино — 6.6×10^{-2} γ /сут. В случае увеличения массы детектора в 2 раза, до 29 кг, скорость счета “некогерентных” фотонов вырастет до 1.3×10^{-1} γ /сут. Для германиевого детектора из эксперимента νGEN с массой 1 кг, порогом 1 кэВ, установленного на расстоянии 10 м от реактора, с потоком антинейтрино 5×10^{13} ν /с приближенная оценка по формуле (12) дает около 1.6×10^{-3} γ -квантов в день. Оценка была получена с учетом реальных данных для эффективности детектора, потока антинейтрино от реактора и состава

Таблица 1. Данные и результаты для расчета количества фотонов, испущенных в результате неупругих процессов ядрами мишени

Эксперимент	Поток нейтрино, $\nu/\text{год}$	Детектор		Количество фотонов ($\gamma/\text{сут}$)
		вещество	масса, кг	
COHERENT (SNS)	9.2×10^{21}	CsI	14.5	7.1×10^{-3}
Предполагаемый эксперимент (ESS)	8.5×10^{22}	CsI	14.5/29	$6.6 \times 10^{-2}/1.3 \times 10^{-1}$
ν GEN (Калининская АЭС)	1.6×10^{21}	Ge	1/6	$1.6 \times 10^{-3}/9.6 \times 10^{-3}$

изотопов детектора. В эксперименте ν GEN планируется использовать четыре детектора суммарной массой 6 кг активного вещества. Ясно, что количество зарегистрированных γ -квантов, соответственно, возрастет до 9.6×10^{-3} событий в сутки.

Если использовать пучки нейтрино и антинейтрино значительно меньших энергий (по сравнению с экспериментом COHERENT), например, от ядерных реакторов или от Солнца, то имеется другой путь для изучения $\text{CE}\nu\text{NS}$. Он изначально рассматривался как единственный и был основан на стремлении создать и использовать детекторы (анти)нейтрино с крайне низкими порогами регистрации энергии отдачи ядер (менее сотни эВ). Сбор данных с их помощью предполагался в тех кинематических областях, где некогерентное (неупругое) взаимодействие практически невозможно кинематически или крайне подавлено, т.е. где формфакторы $|F_{n/p}(\mathbf{q})|^2$ практически неотличимы от единицы. Сегодня работы в этом направлении продолжаются (см. например, [35]). С нашей точки зрения, благодаря крайне низким уже достигнутым энергетическим порогам наиболее перспективными выглядят проект ОИЯИ–ИТЭФ νGeN [22, 24] на Калининской атомной станции, и, вероятно, в ближайшем будущем, эксперимент DarkSide [26] в Гран-Сассо.

Отметим, что расчет сечения процесса некогерентного рассеяния нейтрино на ядре получен без учета конкретной ядерной модели на основе условия полноты волновых функций ядерных состояний. В процессе вывода формул были сделаны также упрощающие допущения. Корреляции от взаимодействия на различных нуклонах были приняты пренебрежимо малыми, а также считалось, что для любой начальной ориентации спина активного нуклона с одинаковой вероятностью допустима любая конечная ориентация спина [9, 10]. Поэтому полученные оценки для некогерентного вклада в сечение процесса рассеяния (анти)нейтрино на ядре дают верхнюю границу, что особенно заметно

для легких ядер (см., например, графики в [13, 44, 45]).

4. ВЫВОДЫ

Упругие и неупругие ν ($\bar{\nu}$)-процессы благодаря их общей природе, обусловленной слабыми нейтральными токами, оказываются экспериментально неразличимыми, когда единственной наблюдаемой величиной является энергия отдачи ядра мишени. Поэтому в экспериментах, нацеленных на изучение когерентного рассеяния нейтрино при достаточно высоких энергиях путем детектирования только энергии отдачи, может иметь место некогерентный фон, который неотличим от основного сигнала, если фотоны от снятия ядерного возбуждения не поддаются регистрации. В частности, для ядра цезия ^{133}Cs и йода ^{127}I энергии нейтрино 30–50 МэВ некогерентное сечение может составлять 10–25% от когерентного. Поэтому, если в эксперименте типа COHERENT не детектируются “некогерентные” γ -кванты от снятия ядерного возбуждения, то в данных $\text{CE}\nu\text{NS}$ содержатся события с неупругой примесью на уровне 10–25%.

С другой стороны, некогерентный вклад может быть измерен (оценен) напрямую путем регистрации фотонов, испущенных возбужденными в результате неупругих процессов ядрами мишени. Эти фотоны должны коррелировать во времени с нейтринным пучком и иметь энергию, как правило, значительно больше кинематической энергии отдачи ядра, что делает их регистрацию достаточно простой, более того, число таких фотонов определяется отношением неупругого сечения к упругому. Одновременное детектирование двух сигналов — энергии отдачи ядра и γ -квантов от снятия ядерного возбуждения — позволяет выделять чистый $\text{CE}\nu\text{NS}$ -вклад и, следовательно, проводить детальное изучение ядерной структуры и вести прецизионный поиск новой физики в такого типа нейтринных процессах.

В настоящей работе продемонстрирована возможность совместного экспериментального изучения упругого и неупругого вкладов в полное нейтрино-ядерное сечение, причем не только для экспериментов на ускорителях, где энергия нейтрино достигает сотни МэВ, но и в реакторных экспериментах, где энергии антинейтрино не превышают 10 МэВ. Получены верхние оценки для числа γ -квантов, характеризующих когерентное неупругое взаимодействие для ряда ядер.

Авторы выражают глубокую благодарность Ю. Ефременко, В. Наумову, Е. Якушеву, А. Лубашевскому и другим коллегам за важные замечания и обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. Z. Freedman, Phys. Rev. D **9**, 1389 (1974).
2. D. Z. Freedman, D. N. Schramm, and D. L. Tubbs, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **27**, 167 (1977).
3. V. B. Kopeliovich and L. L. Frankfurt, JETP Lett. **19**, 145 (1974).
4. Yu. V. Gaponov and V. N. Tikhonov, Yad. Fiz. **26**, 594 (1977).
5. L. M. Sehgal and M. Wanninger, Phys. Lett. B **171**, 107 (1986).
6. M. Cadeddu, F. Dordei, C. Giunti, K. A. Kouzakov, E. Picciau, and A. I. Studenikin, arXiv: 1907.03302.
7. J. Barranco, O. G. Miranda, and T. I. Rashba, JHEP **0512**, 021 (2005), hep-ph/0508299.
8. COHERENT Collab. (D. Akimov *et al.*), arXiv: 1708.01294.
9. V. A. Bednyakov and D. V. Naumov, Phys. Rev. D **98**, 053004 (2018), arXiv: 1806.08768.
10. V. A. Bednyakov and D. V. Naumov, Phys. Part. Nucl. Lett. **16**, 638 (2019), arXiv: 1904.03119.
11. P. F. Smith, Nuovo Cimento A **83**, 263 (1984).
12. D. K. Papoulias and T. S. Kosmas, Adv. High Energy Phys. **2015**, 763648 (2015), arXiv: 1502.02928.
13. P. C. Divari, Adv. High Energy Phys. **2012**, 379460 (2012).
14. A. Drukier and L. Stodolsky, Phys. Rev. D **30**, 2295 (1984).
15. K. Patton, J. Engel, G. C. McLaughlin, and N. Schunck, Phys. Rev. C **86**, 024612 (2012), arXiv: 1207.0693.
16. N. Jachowicz, K. Heyde, and S. Rombouts, Nucl. Phys. A **688**, 593 (2001).
17. P. C. Divari, V. C. Chasioti, and T. S. Kosmas, Phys. Scr. **82**, 065201 (2010).
18. G. McLaughlin, AIP Conf. Proc. **1666**, 160001 (2015).
19. J. D. Vergados, F. T. Avignone, III, and I. Giomataris, Phys. Rev. D **79**, 113001 (2009), arXiv: 0902.1055.
20. J. Papavassiliou, J. Bernabeu, and M. Passera, hep-ph/0512029.
21. D. Bexter *et al.*, arXiv: 1911.00762v1.
22. V. V. Belov *et al.*, in *JINR Program Advisory Committee, 2017* (2018).
23. D. Barker and D. M. Mei, Astropart. Phys. **38**, 1 (2012), arXiv: 1203.4620.
24. V. Belov *et al.*, JINST **10**, P12011 (2015).
25. Д. Ю. Акимов и др., ПТЭ, № 2, 22 (2017).
26. DarkSide Collab. (P. Agnes *et al.*), arXiv: 1802.06994.
27. J. Piekarewicz, A. R. Linero, P. Giuliani, and E. Chicken, Phys. Rev. C **94**, 034316 (2016), arXiv: 1604.07799.
28. R. H. Helm, Phys. Rev. **104**, 1466 (1956).
29. T. W. Donnelly and J. D. Walecka, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **25**, 329 (1975).
30. M. Cadeddu and F. Dordei, Phys. Rev. D **99**, 033010 (2019), arXiv: 1808.10202.
31. C. Boehm, D. G. Cerdeño, P. A. N. Machado, A. O.-D. Campo, and E. Reid, JCAP **1901**, 043 (2019), arXiv: 1809.06385.
32. V. Brdar, W. Rodejohann, and X.-J. Xu, JHEP **1812**, 024 (2018), arXiv: 1810.03626.
33. M. Cadeddu, C. Giunti, K. A. Kouzakov, Y. F. Li, A. I. Studenikin, and Y. Y. Zhang, Phys. Rev. D **98**, 113010 (2018), arXiv: 1810.05606.
34. A. Millar, G. Raffelt, L. Stodolsky, and E. Vitagliano, Phys. Rev. D **98**, 123006 (2018), arXiv: 1810.06584.
35. W. Altmannshofer, M. Tammaro, and M. Zupan, arXiv: 1812.02778.
36. C. Blanco, D. Hooper, and P. Machado, arXiv: 1901.08094.
37. Sierra D. Aristizabal, J. Liao, and D. Marfatia, arXiv: 1902.07398.
38. X.-R. Huang and L.-W. Chen, arXiv: 1902.07625.
39. O. G. Miranda, Garcia G. Sanchez, and O. Sanders, arXiv: 1902.09036.
40. D. K. Papoulias, T. S. Kosmas, R. Sahu, V. K. B. Kota, and M. Hota, arXiv: 1903.03722.
41. J. I. Collar, A. R. L. Kavner, and C. M. Lewis, arXiv: 1907.04828.
42. D. K. Papoulias, arXiv: 1907.11644.
43. A. N. Khan and W. Rodejohann, arXiv: 1907.12444.
44. P. C. Divari *et al.*, J. Phys. G **39**, 095204 (2012).
45. V. Tsakstara, T. S. Kosmas, and J. D. Vergados, Rom. J. Phys. **58**, 1258 (2013).

ON THE POSSIBILITY OF SEPARATING COHERENT AND INCOHERENT (ANTI)NEUTRINO-NUCLEUS SCATTERING

V. A. Bednyakov¹⁾, D. V. Naumov¹⁾, I. V. Titkova¹⁾

¹⁾Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

Observation of coherent neutrino–nucleus scattering in the COHERENT experiment opens a source of new information for basic research in neutrino and nuclear physics and for searches for physics beyond the Standard Model. Due to considerable transfer momenta, a characteristic feature of the kinematic region of this experiment is that the coherence effect in this region is not “pure” but “mixed” with a noticeable incoherent contribution. On the one hand, this leads to additional systematic uncertainties in the study of the “neutrino component” of the coherence effect itself; on the other hand, this allows investigation of the dynamic transition between the coherent and incoherent scattering regimes and potential experimental discrimination between them. Consistent measurement of the coherent and incoherent (anti)neutrino–nucleus scattering cross sections in the same experiment is, to our mind, a unique possibility of getting a source of new data for neutrino physics, nuclear physics, and new physics. In this work it is shown that this is possible not only in accelerator-based experiments on the study of coherent neutrino and antineutrino scattering by various nuclei, where the neutrino energy amounts to hundreds of MeV, but also in reactor experiments, where the antineutrino energy is below 10 MeV. This estimation is based on the approach that quantitatively controls the “smooth transition” of the (anti)neutrino–nucleus scattering cross section from the coherent (elastic) to the incoherent (inelastic) regime. In the former case, the nucleus remains in the initial quantum state, and in the latter case, the quantum state of the target nucleus changes. Observation of a certain number of photons with a rather high energy deexciting the nucleus after inelastic interaction with an (anti)neutrino is proposed to be used as a signal of this inelastic process. The upper estimate of the number of these photons is obtained.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОСЦИЛЛЯЦИЙ АКТИВНЫХ НЕЙТРИНО И ДВОЙНОГО БЕТА-РАСПАДА С УЧЕТОМ ВКЛАДОВ СТЕРИЛЬНЫХ НЕЙТРИНО

© 2021 г. В. В. Хрущев^{1)*}, С. В. Фомичев^{1)**}, С. В. Семенов^{1)***}

Поступила в редакцию 02.07.2020 г.; после доработки 02.07.2020 г.; принята к публикации 16.07.2020 г.

Произведены оценки вкладов легких стерильных нейтрино в характеристики осцилляций активных нейтрино и двойного бета-распада в рамках феноменологической модели с тремя активными и тремя стерильными нейтрино в предположении майорановской природы нейтрино. Получены вероятности сохранения и появления активных нейтрино с учетом вкладов стерильных нейтрино для объяснения всех известных аномалий нейтринных данных на малых расстояниях при одних и тех же пробных модельных параметрах. Представлены модифицированные графические зависимости для вероятности сохранения электронных нейтрино/antineйтрино и появления электронных нейтрино/antineйтрино в пучках мюонных нейтрино/antineйтрино как функции расстояния и других модельных параметров при различных энергиях нейтрино, а также как функции отношения расстояния к энергии нейтрино. Найдено существенное отличие между вероятностными кривыми рассматриваемой нейтринной модели и простыми синусоидальными кривыми нейтринной модели с одним стерильным нейтрино. Получены оценки эффективных масс электронного нейтрино для бета-распада и безнейтринного двойного бета-распада с учетом вкладов стерильных нейтрино. Кроме того, вычислены характеристики двухнейтринного двойного бета-распада селена-82. Эти результаты могут быть использованы для интерпретации и предсказания данных наземных экспериментов по поиску стерильных нейтрино и безнейтринного двойного бета-распада.

DOI: 10.31857/S0044002721020100

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время имеются указания на аномалии нейтринных потоков для некоторых процессов, которые не могут быть объяснены с использованием осцилляционных параметров только для трех активных нейтрино в рамках модифицированной Стандартной модели (МСМ). МСМ (или ν СМ) — это Стандартная модель (СМ) с тремя массивными активными нейтрино, заменяющая СМ с безмассовыми нейтрино. Эти аномалии включают LSND- (или ускорительную) аномалию (УА) [1–4], реакторную аномалию (РА) или реакторную антинейтринную аномалию (РАА) [5–9] и галлиевую (калибровочную) аномалию (ГА) [10–12]. Эти три типа аномалий проявляют себя на малых (SBL) расстояниях (более точно на расстояниях L , таких что численное значение параметра $\Delta m^2 L/E$, где E — энергия нейтрино и Δm^2 — характерная

разность квадратов нейтринных масс, порядка единицы). Для LSND-аномалии [1, 2] наблюдается превышение электронных антинейтрино в пучках мюонных антинейтрино по сравнению с ожидаемым согласно МСМ значением. Похожие результаты наблюдались в экспериментах MiniBooNE для электронных нейтрино и антинейтрино [3, 4]. Дефицит реакторных электронных антинейтрино на малых расстояниях называется РА, тогда как дефицит электронных нейтрино от радиоактивного источника, замеченный при калибровке детекторов в экспериментах SAGE и GALLEX, обычно называют ГА. Другими словами, данные по SBL-аномалиям относятся как к необъяснимому появлению электронных нейтрино или антинейтрино в пучках мюонных нейтрино или антинейтрино, соответственно, и к исчезновению электронных нейтрино или антинейтрино на малых расстояниях. SBL-аномалии можно объяснить существованием одного или двух стерильных нейтрино (SN), которые непосредственно не взаимодействуют с калибровочными бозонами СМ. Характерная шкала масс этих легких SN составляет 1 эВ. Сейчас производятся интенсивные поиски легких SN (эВ-стерильных нейтрино). Ожидается, что в бли-

¹⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

*E-mail: Khruschov_VV@nrcki.ru

**E-mail: Fomichev_SV@nrcki.ru

***E-mail: Semenov_SV@nrcki.ru

жайшие несколько лет можно будет подтвердить или опровергнуть их существование (см., например, [13–17]).

Введение SN выходит за рамки МСМ, поэтому был предложен ряд феноменологических моделей для предсказания эффектов, связанных с ними (см., например, [13, 18–24]). Модели с дополнительными SN обычно обозначаются как $(3 + N)$ -модели, или, более детально, как $(k + 3 + n + m)$ -модели, где k — число новых нейтрино с массами меньшими масс активных нейтрино, n и m — это числа новых нейтрино с массами выше и значительно выше, соответственно, масс активных нейтрино [13, 20, 21, 25–29].

Сейчас неизвестно, является ли нейтрино дираковским или майорановским фермионным типом частицы. Тип нейтрино (или природа) не может быть открыт в нейтринных осцилляционных экспериментах [30]. Практически единственным процессом, в котором можно это сделать, является безнейтринный двойной бета-распад ($0\nu 2\beta$ -распад) [31]. Изучение двойного бета-распада, как с помощью теоретических исследований, так и путем создания новых установок большого масштаба, сейчас быстро развивается. Открытие этого редкого процесса подтвердит майорановскую природу нейтрино и в этом случае сделает возможным уточнить нейтринную массовую матрицу и параметры смешивания.

В настоящее время самым редким процессом, обнаруженным экспериментально, является процесс двухнейтринного двойного бета-распада ($2\nu 2\beta$ -распад) с периодом полураспада $T_{1/2} \sim 10^{19} - 10^{24}$ лет [32]. Изучение $2\nu 2\beta$ -распада позволит получить информацию о ядерной структуре процесса, которая очень существенна для развития и проверки ядерных моделей, применяемых при теоретическом изучении безнейтринных переходов. В то же время двухнейтринный канал является неустранимым фоном для $0\nu 2\beta$ -распада, следовательно, расчеты соответствующих дифференциальных интенсивностей необходимы для определения чувствительности экспериментов по определению границ эффективной майорановской массы нейтрино $m_{\beta\beta}$. Кроме того, необходимо также принять во внимание ограничение на эффективную массу нейтрино m_{β} , которая может быть измерена в эксперименте KATRIN [33] по β -распаду трития.

Смешивание состояний нейтрино [25] описывается с помощью матрицы Понтекорво–Маки–Накагава–Сакаты $U_{PMNS} \equiv U \equiv V \times P$, при этом $\psi_a^L = U_{ai} \psi_i^L$, где $\psi_{a,i}^L$ — это левые киральные поля с ароматом “ a ” или массой “ m_i ”, $a = \{e, \mu, \tau\}$ и $i = \{1, 2, 3\}$. Для трех активных нейтрино матрица V выражается в стандартной параметризации [30]

через углы смешивания θ_{ij} и дираковскую CP -фазу, а именно, фазу $\delta \equiv \delta_{CP}$, связанную с CP -нарушением в лептонном секторе для дираковских или майорановских нейтрино, тогда как $P = \text{diag}\{1, e^{i\alpha}, e^{i\beta}\}$, где $\alpha \equiv \alpha_{CP}$ и $\beta \equiv \beta_{CP}$ — это фазы, связанные с CP -нарушением только для майорановских нейтрино. В осцилляционных экспериментах невозможно измерить α_{CP} и β_{CP} . Однако в осцилляционных экспериментах было обнаружено нарушение законов сохранения лептонных чисел L_e, L_{μ} и L_{τ} .

При помощи анализа экспериментальных данных высокой точности были найдены значения углов смешивания и разностей квадратов масс Δm_{21}^2 и $|\Delta m_{31}^2|$ (где $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$) [30, 34]. CP -фазы α_{CP} и β_{CP} в настоящее время неизвестны, неизвестен также порядок (иерархия) нейтринного массового спектра, а именно: нормальный (НО) или обратный (ИО). Хотя значение δ_{CP} также не определено экспериментально, в ряде работ была произведена ее оценка (см., например, [18, 34, 35]). Для НО-случая массового спектра активных нейтрино (ANs) эта оценка приводит к $\sin \delta_{CP} < 0$ и $\delta_{CP} \approx -\pi/2$. Если принять во внимание ограничения на сумму масс нейтрино из космологических наблюдений [36] и результаты T2K-эксперимента [37], тогда НО-случай спектра масс нейтрино становится предпочтительным. Таким образом, при выполнении дальнейших численных расчетов будем ограничиваться НО-случаем и условием $\delta_{CP} = -\pi/2$.

Основная цель настоящей работы состоит в рассмотрении эффектов эВ-стерильных нейтрино в осцилляционных свойствах активных нейтрино и характеристиках безнейтринного двойного бета-распада в рамках $(0 + 3 + 3 + 0)$ -модели нейтрино, которую будем обозначать как $(3 + 3)$ -модель, предполагая, что нейтрино являются майорановскими частицами. В разд. 2 кратко представлена $(3 + 3)$ -модель с тремя ANs и тремя SNs для оценки эффектов SNs в $0\nu 2\beta$ -распаде и в осцилляционных характеристиках ANs на малых расстояниях. Положения этой модели были изложены в недавней работе [38].

Однако, в отличие от варианта масс стерильных нейтрино, детально рассмотренного в работе [38], где масса только одного стерильного нейтрино m_4 порядка 1 эВ, тогда как другие две массы, m_5 и m_6 , существенно тяжелее ($(3 + 1 + 2)$ -модель), в настоящей работе, поскольку мы рассматриваем майорановские нейтрино, необходимо учитывать имеющиеся ограничения на эффективную массу нейтрино [39] и углы смешивания, приемлемые для описания SBL-аномалий. Следовательно, в

настоящей работе рассматривается альтернативный случай, когда массы всех трех SNs выбираются вблизи 1 эВ (случай легких SNs или (3 + 3)-модель). Это приводит к качественному отличию по отношению к результатам, полученным в работе [38]. В разд. 3 представлены результаты детальных вычислений осцилляционных характеристик ANs на малых расстояниях с учетом эффектов легких SNs. Расчеты выполнены при выбранных пробных значениях модельных параметров, используя полученные ранее результаты [18, 21]. Мы надеемся, что результаты этих расчетов будут полезны для объяснения экспериментальных данных по нейтринным SBL-аномалиям.

В разд. 4 получены оценки эффективных нейтринных масс для бета-распада и безнейтринного двойного бета-распада с учетом вкладов SNs, с использованием значений параметров (3 + 3)-модели. В разд. 5 обращается внимание на основные полученные результаты. В Приложении А представлено вычисление амплитуды $2\nu 2\beta$ -распада для ^{82}Se на основе High-States Dominance (HSD) и Single-State Dominance (SSD) механизмов.

2. НЕКОТОРЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ (3 + 3)-МОДЕЛИ ДЛЯ АКТИВНЫХ И СТЕРИЛЬНЫХ НЕЙТРИНО

Ниже используется (3 + 3)-модель для нахождения эффектов SNs. Эта модель была детализирована в работе [38] и включает три ANs ν_a ($a = e, \mu, \tau$) и три новых нейтрино: стерильное нейтрино ν_s , скрытое нейтрино ν_h и темное нейтрино ν_d . В модели используется 6×6 -матрица смешивания U_{mix} . Для компактности формул вводятся символы h_s и $h_{i'}$ для обозначения дополнительных левых флейворных и массовых полей соответственно. Причем s обозначает набор индексов, которые различают поля ν_s, ν_h и ν_d среди h_s , тогда как i' обозначает набор индексов 4, 5 и 6. Тогда матрица U_{mix} , которая осуществляет связь между флейворными и массовыми нейтринными полями, представляется в виде

$$\begin{pmatrix} \nu_a \\ h_s \end{pmatrix} = U_{\text{mix}} \begin{pmatrix} \nu_i \\ h_{i'} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \varkappa U & \sqrt{1 - \varkappa^2 a} \\ \sqrt{1 - \varkappa^2 b} U & \varkappa c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_i \\ h_{i'} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Здесь $\varkappa = 1 - \epsilon$, где ϵ — малая величина, $U \equiv U_{\text{PMNS}}$, где U_{PMNS} — хорошо известная унитарная 3×3 -матрица смешивания ANs ($U_{\text{PMNS}} U_{\text{PMNS}}^\dagger = I$). Кроме того, a и b — это

произвольные унитарные 3×3 -матрицы, причем $c = -b \times a$. Матрица U_{mix} при этих условиях унитарна. Будем использовать следующие матрицы a и b , которые были предложены в работе [18]:

$$a = \begin{pmatrix} \cos \eta_2 & \sin \eta_2 & 0 \\ -\sin \eta_2 & \cos \eta_2 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\kappa_2} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$b = - \begin{pmatrix} \cos \eta_1 & \sin \eta_1 & 0 \\ -\sin \eta_1 & \cos \eta_1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\kappa_1} \end{pmatrix}.$$

Значения углов смешивания ANs θ_{ij} для матрицы U_{PMNS} берем из условий $\sin^2 \theta_{12} \approx 0.297$, $\sin^2 \theta_{23} \approx 0.425$ и $\sin^2 \theta_{13} \approx 0.0215$ [30]. Для дополнительных параметров смешивания SNs используем следующие предложенные ранее пробные значения: $\kappa_1 = \kappa_2 = -\pi/2$ и $\eta_1 = 5^\circ$, тогда как соответствующие значения для η_2 и $\epsilon < 0.03$ будут конкретизированы в следующем разделе.

Массы нейтрино задаются набором значений $\{m\} = \{m_i, m_{i'}\}$ в единицах эВ: $m_1 \approx 0.0016$, $m_2 \approx 0.0088$, $m_3 \approx 0.0497$ [18, 24]. В работе [38] использовалось значение $m_4 \approx 1$ эВ и значения m_5 и m_6 порядка нескольких кэВ. Такие значения приводят к быстроосциллирующим кривым для вероятностей сохранения и появления электронных нейтрино/антинейтрино, которые приходится усреднять, чтобы произвести сравнение с экспериментальными данными. Заметим, что такая ситуация сохраняется до значений масс m_5 и m_6 порядка 10 эВ. При значениях m_5 и m_6 , заметно меньших 10 эВ, кривые становятся плавно осциллирующими. В настоящей работе используются значения $m_4 = 1.05$ эВ, $m_5 = 0.63$ эВ и $m_6 = 0.27$ эВ. Они согласуются с допустимой областью масс, найденной путем рассмотрения данных, относящихся к SBL-аномалиям [40]. Однако значения m_5 и m_6 значительно меньше аналогичных значений, используемых в работе [38]. Это связано с тем, что ниже будет рассматриваться случай майорановских нейтрино, для которых возможен $0\nu 2\beta$ -распад, т.е. учитываются имеющиеся ограничения на возможные значения эффективной майорановской массы нейтрино $m_{\beta\beta}$ вместе с приемлемыми значениями углов $\theta_{\mu e}$ и θ_{ee} , взятыми из глобальной обработки экспериментальных данных по SBL-аномалиям [15, 16, 40], а также ограничения на эффективную массу нейтрино m_β в β -распаде [33].

Амплитуды вероятности для описания осцилляций нейтринных флейворов находятся путем решения известных уравнений для распространения

нейтрино (см., например, [18, 41]). С помощью этих уравнений были получены аналитические выражения для вероятностей переходов между нейтринными флэйворами в пучках нейтрино/антинейтрино с энергией E в вакууме как функции расстояния L от источника [29]. Если $\tilde{U} \equiv U_{\text{mix}}$ — обобщенная 6×6 -матрица смешивания в форме уравнения (1), и используя обозначения $\Delta_{ki} \equiv \Delta m_{ik}^2 L / (4E)$, то можно вычислить вероятности переходов от ν_α к $\nu_{\alpha'}$ или от $\bar{\nu}_\alpha$ к $\bar{\nu}_{\alpha'}$ по формуле

$$P(\nu_\alpha(\bar{\nu}_\alpha) \rightarrow \nu_{\alpha'}(\bar{\nu}_{\alpha'})) = \quad (3)$$

$$= \delta_{\alpha'\alpha} - 4 \sum_{i>k} \text{Re}(\tilde{U}_{\alpha'i} \tilde{U}_{\alpha i}^* \tilde{U}_{\alpha'k} \tilde{U}_{\alpha k}^*) \sin^2 \Delta_{ki} \pm$$

$$\pm 2 \sum_{i>k} \text{Im}(\tilde{U}_{\alpha'i} \tilde{U}_{\alpha i}^* \tilde{U}_{\alpha'k} \tilde{U}_{\alpha k}^*) \sin 2\Delta_{ki},$$

где верхний знак (+) соответствует нейтринным переходам $\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}$, а нижний знак (−) — антинейтринным переходам $\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha'}$. Заметим, что флэйворные индексы α и α' (также как и индексы суммирования по массовым состояниям i и k) применяются к ANs и SNs.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ ОСЦИЛЛЯЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АКТИВНЫХ НЕЙТРИНО С УЧЕТОМ ИХ СМЕШИВАНИЯ С ЭВ-СТЕРИЛЬНЫМИ НЕЙТРИНО

В этом разделе проводится сравнение между вероятностями выживания и появления нейтрино/антинейтрино, рассчитанными в рамках $(3+3)$ -модели, и аналогичными величинами, рассчитанными в рамках $(3+1)$ -модели на основе имеющихся в настоящее время данных для SBL-аномалий [15, 16, 40] (см. рис. 1, 2 и 3). Прежде всего, это относится к данным об исчезновении мюонных нейтрино и антинейтрино и появлении электронных нейтрино и антинейтрино в процессах $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ и $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$. Типичное отношение расстояния, пройденного нейтрино до обнаружения, к энергии нейтрино составляет либо несколько метров на МэВ, либо 1 м на несколько МэВ. Попытки одновременного описания всех данных в этих процессах приводят к трудностям. В частности, проблемы, связанные с различными значениями превышения выхода ν_e и $\bar{\nu}_e$ в эксперименте MiniBooNE, могут быть частично устранены при условии CP -нарушения [42–44].

Реакторную и галлиевую аномалии можно описать в рамках рассматриваемой модели путем выбора соответствующего значения параметра ϵ (см. уравнение (1)). Для этого достаточно выбрать значение, соответствующее экспериментальным данным, для параметра $\varkappa = 1 - \epsilon$, что, естественно, приводит к дефициту электронных нейтрино

и антинейтрино. Отметим, что статус РА с учетом недавно обнаруженного избытка числа антинейтрино по сравнению с модельными расчетами в области 5 МэВ и подтверждения возможного существования легкого SN с массой около 1 эВ обсуждается, например, в работах [45–47].

На рис. 1 показаны вероятности появления ν_e (а) и $\bar{\nu}_e$ (б) в пучках ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$ соответственно как функция отношения расстояния от источника к энергии нейтрино при значении константы $\epsilon = 0.015$ и параметре $\eta_2 = \pi/3$ для рассматриваемого в настоящей статье спектра масс нейтрино. В этом случае вклад стерильных нейтрино имеет характер плавных колебаний. Кроме того, например, уже со значения $\epsilon = 0.005$ относительные выходы ν_e и $\bar{\nu}_e$ возрастают примерно на два порядка (до $\sim 10^{-4}$) по сравнению с их значениями для $\epsilon = 0$ ($\sim 10^{-6}$). Сравнение с экспериментом осуществляется с помощью простой $(3+1)$ -модели по формуле $P_{3+1}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = P_{3+1}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) = \sin^2(2\theta_{\mu e}) \sin^2(1.27\Delta m_{41}^2 L/E)$, где L — это расстояние до детектора в метрах, E — энергия нейтрино в МэВ и Δm_{41}^2 — разность между квадратами масс нейтрино в эВ².

На рис. 2 аналогичные результаты приведены для $P(\nu_e \rightarrow \nu_e) \equiv P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ для тех же значений параметров модели. Новая существенная особенность нашей модельной кривой (сплошная линия) состоит в сильном отличии от синусоидально изменяющейся кривой, которую можно получить только по стандартной формуле в рамках $(3+1)$ -модели для вероятности $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$, т.е. по формуле $P_{3+1}(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - \sin^2(2\theta_{ee}) \sin^2(1.27\Delta m_{41}^2 L/E)$. Кроме того, периоды изменения для модельных кривых, представленных на рис. 1 и 2, различны, несмотря на один и тот же спектр масс нейтрино. Таким образом, можно говорить об изменяемом эффективном значении массы SN в разных процессах. Этот факт может пролить свет на возможное препятствие в определении точного значения массы SN.

Что касается возможного описания галлиевой аномалии в рамках $(3+3)$ -модели, то вероятность выживания для ν_e как функция расстояния L от источника нейтрино для различных значений энергии нейтрино E показана на рис. 3 для тех же параметров $\epsilon = 0.015$ и $\eta_2 = \pi/3$ матрицы смешивания и для тех же значений масс, которые использовались на рис. 1 и 2. На каждой панели рис. 3 выбирается то значение энергии нейтрино E , которое приобретается электронным нейтрино в процессе с участием искусственных источников, содержащих изотопы ⁵¹Cr, ³⁷Ar и ⁶⁵Zn соответственно. Вклады SN имеют характер плавных осцилляций. Более

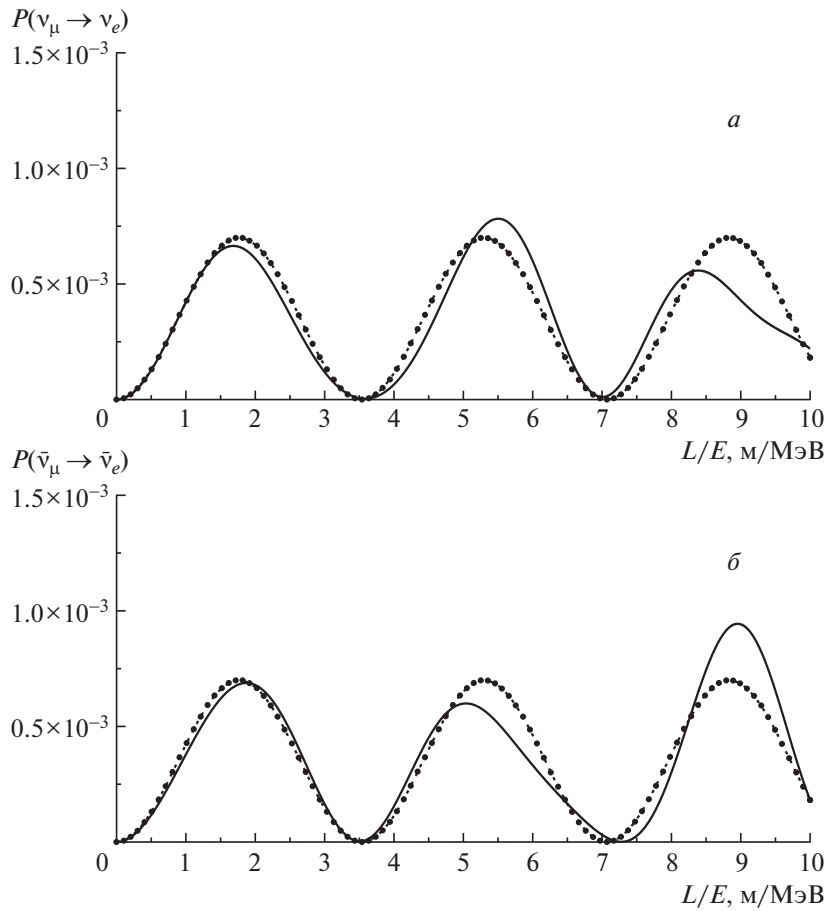


Рис. 1. Вероятность появления ν_e (а) и $\bar{\nu}_e$ (б) в зависимости от отношения расстояния L от источника к энергии нейтрино E в пучках ν_μ и $\bar{\nu}_\mu$ соответственно. Для матрицы $U_{\text{mix}} \epsilon = 0.015$ и $\eta_2 = \pi/3$. Разности квадратов масс $\Delta m_{41}^2 = 1.1 \text{ эВ}^2$ и $\Delta m_{51}^2 = 0.4 \text{ эВ}^2$. Штриховые кривые с круговыми метками, которые одинаковы на обеих панелях и близко аппроксимируют сплошные кривые, показывают значения вероятностей, рассчитанные в приближении двух нейтринных состояний в $(3 + 1)$ -модели для $\sin^2(2\theta_{\mu e}) = 0.0007$ и $\Delta m_{41}^2 = 0.7 \text{ эВ}^2$.

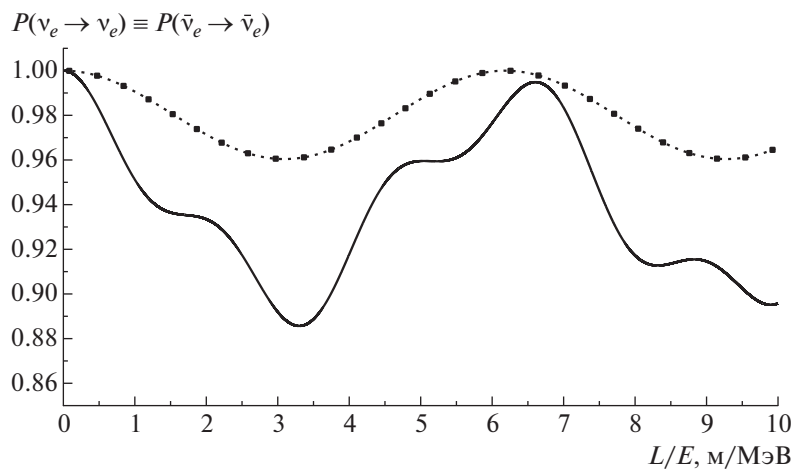


Рис. 2. Вероятности выживания для ν_e ($\bar{\nu}_e$) в зависимости от отношения расстояния L от источника к энергии нейтрино E в пучках ν_e ($\bar{\nu}_e$). Для матрицы $U_{\text{mix}} \epsilon = 0.015$ и $\eta_2 = \pi/3$. Разности квадратов масс $\Delta m_{41}^2 = 1.1 \text{ эВ}^2$ и $\Delta m_{51}^2 = 0.4 \text{ эВ}^2$. Штриховая кривая с квадратными метками показывает значения вероятности, рассчитанные в приближении двух нейтринных состояний в $(3 + 1)$ -модели со значениями параметров $\sin^2(2\theta_{ee}) = 0.0396$ и $\Delta m_{41}^2 = 0.4 \text{ эВ}^2$, которые были получены путем совместной обработки экспериментальных данных по РАА и ГА.

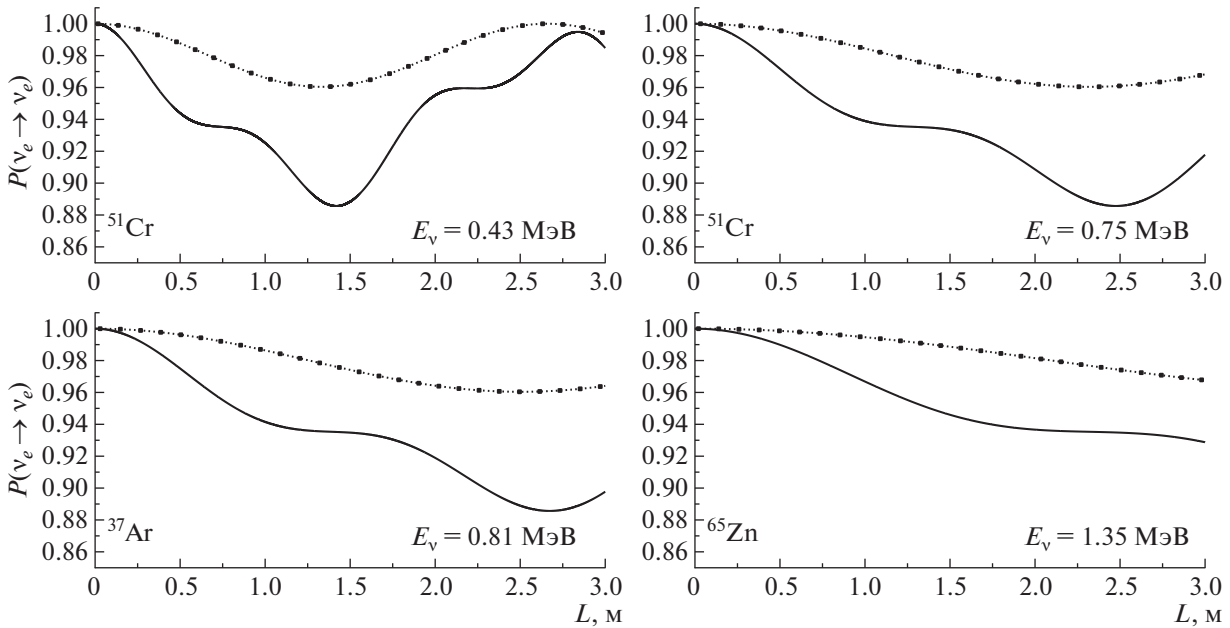


Рис. 3. Вероятность выживания ν_e в зависимости от расстояния L от источника, в качестве которого выступают ядра различных элементов с разными энергиями нейтрино, для случая матрицы смешивания U_{mix} с $\epsilon = 0.015$ и $\eta_2 = \pi/3$. Разности квадратов масс $\Delta m_{41}^2 = 1.1$ эВ² и $\Delta m_{51}^2 = 0.4$ эВ². Штриховые кривые с квадратными метками показывают значения вероятностей, рассчитанные в аппроксимации двух нейтринных состояний $(3 + 1)$ -модели для значений параметров $\sin^2(2\theta_{ee}) = 0.0396$ и $\Delta m_{41}^2 = 0.4$ эВ², взятых из глобальной обработки экспериментальных данных по ГА и PAA [15, 16, 40].

того, эти колебания совпадают по фазе с колебаниями, которые получены по стандартной формуле $(3 + 1)$ -модели для вероятности $P(\nu_e \rightarrow \nu_e)$.

Полученные результаты являются характерными особенностями $(3 + 3)$ -модели нейтрино с учетом SN, рассматриваемой в настоящей статье, и они могут быть использованы для интерпретации как имеющихся, так и будущих экспериментальных данных по поиску SN.

4. ВКЛАДЫ ЭВ-СТЕРИЛЬНЫХ НЕЙТРИНО В ВЕРОЯТНОСТЬ БЕТА-РАСПАДА И БЕЗНЕЙТРИННОГО ДВОЙНОГО БЕТА-РАСПАДА

Если разрешение экспериментальной установки не позволяет различить массы массивных нейтрино, участвующих в бета-распаде, то в этом случае используется взвешенная масса электронного нейтрино, которая называется эффективной массой нейтрино m_β [33]:

$$m_\beta^2 = \sum_i |U_{ei}|^2 m_i^2. \quad (4)$$

В качестве $\{m_i\}$ мы будем использовать набор масс, предложенный в предыдущем разделе, наряду с используемыми там матричными элементами U_{ei} . Значение m_β , рассчитанное таким образом, равно 0.131 эВ. Отметим, что на данный момент это

значение не может быть обнаружено в проводимом эксперименте KATRIN, для которого достижимая нижняя граница эффективной массы электронного нейтрино оценивается в 0.2 эВ (при 90% CL) [48]. Более того, значение m_β составляет около 0.01 эВ при трех ANs и без учета SNs.

Чтобы рассчитать вероятность безнейтринного двойного бета-распада за счет обмена легкими массивными майорановскими нейтрино, необходимо учесть их вклады с учетом майорановских фаз [49]:

$$m_{\beta\beta} = \left| \sum_i U_{ei}^2 m_i \right|. \quad (5)$$

Поскольку значения майорановских фаз до сих пор не известны, мы оцениваем максимальное значение эффективной майорановской массы электронного нейтрино, используя набор $\{m_i\}$, предложенный в предыдущем разделе, вместе с теми же матричными элементами U_{ei} , используемыми там. Тогда значение $m_{\beta\beta}$ равно 0.027 эВ. Это значение составляет примерно половину наименьшего в настоящее время верхнего предела на эффективную майорановскую массу электронного нейтрино, полученную в эксперименте KamLAND-Zen с ¹³⁶Xe (0.061 эВ) [39]. Обратим внимание, что $m_{\beta\beta}$ равно 0.0026 эВ, когда учитывается только вклад ANs.

Для периода полураспада относительно безнейтринного распада формула имеет вид

$$T_{1/2}^{0\nu} = \frac{m_e^2}{G^{0\nu} g_A^4 |M^{0\nu} m_{\beta\beta}|^2}. \quad (6)$$

Здесь $G^{0\nu}$ — фактор фазового пространства, $M^{0\nu}$ — ядерный матричный элемент, а m_e — масса электрона.

Сейчас идет интенсивный поиск $0\nu 2\beta$ -распада, и в процессе реализации находятся планы для ряда крупномасштабных экспериментов, таких как SuperNEMO, LEGEND, EXO, CUPID-0 и т. д. ^{82}Se является одним из перспективных стабильных изотопов для этих исследований, который используется в проектах CUPID-0 и SuperNEMO. Таким образом, представляет большой интерес расчет характеристик двойного бета-распада ^{82}Se . Именно для этого изотопа $2\nu 2\beta$ -распад впервые наблюдался в прямом эксперименте в 1987 г. В эксперименте NEMO-3, где 0.93 кг ^{82}Se было использовано в качестве 2β -источника [50], были измерены полная и дифференциальная интенсивности для двухнейтринного канала и была определена нижняя граница для времени полураспада безнейтринного перехода: $T_{1/2}^{0\nu} > 2.5 \times 10^{23}$ лет. В установке CUPID-0, где фактически 5.53 кг ^{82}Se участвуют при записи данных, был получен следующий результат [51–53]: $T_{1/2}^{0\nu} > 2.4 \times 10^{24}$ лет. Расчет фазового коэффициента [54] и существующие модели ядерной структуры [55] приводят к следующим выводам для ^{82}Se : $G^{0\nu} = 10.16 \times 10^{-15}$ лет $^{-1}$, $|M^{0\nu}|_{\min} = 2.64$, $|M^{0\nu}|_{\max} = 4.64$. Принимая во внимание приведенную выше оценку $m_{\beta\beta}$, мы можем рассчитать значения $T_{1/2}^{0\nu}$ для стабильного изотопа ^{82}Se : $\{T_{1/2}^{0\nu}\}_{\min} = 6.17 \times 10^{26}$ лет, $\{T_{1/2}^{0\nu}\}_{\max} = 1.96 \times 10^{27}$ лет. Таким образом, необходимо значительно увеличить чувствительность эксперимента по поиску безнейтринного двойного бета-распада ^{82}Se . Новая крупномасштабная установка SuperNEMO [56], где планируется использовать до 100 кг ^{82}Se , служит этой цели. Как отмечено выше, для оценки чувствительности планируемого эксперимента необходимо точно определить энергетический спектр электронов, возникающих в двухнейтринном канале, что будет сделано в Приложении А.

5. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В настоящей статье получены оценки вкладов легких SNs как в осцилляции ANs на малых расстояниях, так и в характеристики безнейтринного

двойного бета-распада в рамках феноменологической $(3 + 3)$ -модели нейтрино. Численно исследованы свойства этих характеристик при тестовых значениях параметров модели. Все расчеты выполнены для случая нормальной иерархии спектра масс активных нейтрино с учетом возможного нарушения CP -инвариантности в лептонном секторе и для значения $-\pi/2$ для дираковской CP -фазы в U_{PMNS} матрице. В разд. 3 графические зависимости вероятности появления и исчезновения электронных нейтрино и антинейтрино, относящиеся как к ускорительной, так и к реакторной/галлиевой аномалиям соответственно, представлены как функции отношения расстояния от источника нейтрино к энергии нейтрино. Значительная разница вероятностных кривых нашей $(3 + 3)$ -модели нейтрино от простых синусоидальных кривых $(3 + 1)$ -модели нейтрино, что хорошо видно на рис. 1, 2 и 3, есть один из основных результатов настоящей работы. Такое поведение вероятностей выживания и возникновения электронных нейтрино и антинейтрино может быть причиной трудностей, связанных с достоверным подтверждением нейтринных аномалий на малых расстояниях. Кроме того, рассмотренная $(3 + 3)$ -модель нейтрино дает возможность описать данные всех SBL-аномалий нейтрино с одинаковыми модельными параметрами, то есть с одними и теми же параметрами смешивания и значениями масс, относящихся к эВ-стерильным нейтрино, что не может быть достигнуто в рамках простой $(3 + 1)$ -модели нейтрино. Таким образом, глобальное самосогласованное описание данных для всех SBL-аномалий на основе простой $(3 + 1)$ -модели нейтрино может оказаться невозможным.

Полученные результаты позволяют интерпретировать экспериментальные данные об осцилляциях нейтрино и антинейтрино, которые допускают существование LNSD и MiniBooNE аномалий, а также антинейтринной реакторной аномалии вместе с галлиевой аномалией, как эффекты SNs. Наиболее многообещающим тестом для поиска легких SNs является, как отмечалось выше, проверка существования галлиевой аномалии. В любом случае, экспериментальные данные по SBL-аномалиям должны обрабатываться отдельно для каждой аномалии, а также отдельно для нейтринных и антинейтринных данных для ускорительной аномалии.

В разд. 4 получены оценки эффективных масс m_β и $m_{\beta\beta}$ электронного нейтрино с учетом вкладов стерильных нейтрино, которые могут быть проверены в экспериментах по β -распаду и $0\nu 2\beta$ -распаду, в частности, в экспериментах KATRIN, SuperNEMO и CUPID. Кроме того, анализ энергетической структуры $2\nu 2\beta$ -распада ^{82}Se , сделанный в Приложении А, приводит к выводу, что

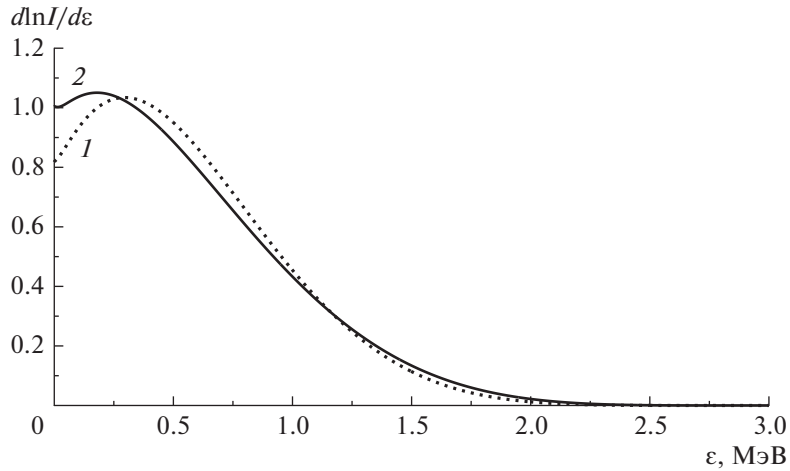


Рис. 4. Распределение по энергии одного электрона в $2\nu 2\beta$ -распаде ^{82}Se для механизмов HSD (штриховая кривая 1) и SSD (сплошная кривая 2).

этот процесс можно рассматривать как виртуальный двухступенчатый переход, который связывает начальное и конечное состояния через первое 1^+ -состояние промежуточного ядра (механизм доминирования одного виртуального состояния — SSD). Для ^{82}Se это состояние есть возбужденное 1^+ -состояние ^{82}Br с $E_x = 75$ кэВ, поскольку квантовое число основного состояния брома-82 — это $J^\pi = 5^-$. В этой статье получены оценки периода полураспада для безнейтринных и двухнейтринных двойных бета-распадов ^{82}Se соответственно в разд. 4 и Приложении А. Измерение времени полураспада $T_{1/2}^{2\nu 2\beta}$ позволяет рассчитать теоретически значение ядерного матричного элемента $M_1^F = \langle 0_f^+ || \hat{\beta}^- || 1_1^+ \rangle$, который еще не был определен экспериментально из реакции перезарядки. В дополнение вычисленное распределение по энергии одного электрона даст возможность установить, как это запланировано в проекте SuperNEMO, какой механизм, SSD или HSD, является эффективным для канала с двумя нейтрино (см. рис. 4). Это важно как для расчета неустранимого фона, так и для оценки чувствительности эксперимента по поиску безнейтринного двойного бета-распада изотопа ^{82}Se .

Приложение А

АМПЛИТУДА ДВУХНЕЙТРИННОГО ДВОЙНОГО БЕТА-РАСПАДА СЕЛЕНА-82

Проведем теоретические расчеты полной и дифференциальной интенсивностей $2\nu 2\beta$ -распада ^{82}Se . Для расчета интенсивности двухнейтринных переходов необходимо провести суммирование по всем возможным 1^+ -состояниям промежуточного

ядра [57, 58]. Для этого необходимо знать значения модулей и фаз матричных элементов $\langle 0_f^+ || \hat{\beta}^- || 1_N^+ \rangle$ и $\langle 1_N^+ || \hat{\beta}^- || 0_i^+ \rangle$, где $\hat{\beta}^- = \sigma\tau^-$, которые содержатся в выражении для $T_{1/2}^{2\nu 2\beta}$:

$$\left[T_{1/2}^{2\nu 2\beta} \left(0_i^+ \rightarrow 0_f^+ \right) \right]^{-1} = \frac{G_\beta^4 g_A^4}{32\pi^7 \ln 2} \times \quad (\text{П.1})$$

$$\times \int_{m_e}^{T+m_e} d\varepsilon_1 \int_{m_e}^{T+2m_e-\varepsilon_1} d\varepsilon_2 \int_0^{T+2m_e-\varepsilon_1-\varepsilon_2} d\omega_1 \times$$

$$\times F(Z_f, \varepsilon_1) F(Z_f, \varepsilon_2) p_1 \varepsilon_1 p_2 \varepsilon_2 \omega_1^2 \omega_2^2 A_{0_f^+}.$$

Выражение для $A_{0_f^+}$ имеет вид

$$4A_{0_f^+} = \left| \sum_N \langle 0_f^+ || \hat{\beta}^- || 1_N^+ \rangle \times \quad (\text{П.2}) \right.$$

$$\times \langle 1_N^+ || \hat{\beta}^- || 0_i^+ \rangle (K_N + L_N) \left. \right|^2 +$$

$$+ \frac{1}{3} \left| \sum_N \langle 0_f^+ || \hat{\beta}^- || 1_N^+ \rangle \times \right.$$

$$\times \langle 1_N^+ || \hat{\beta}^- || 0_i^+ \rangle (K_N - L_N) \left. \right|^2.$$

Здесь p_1, p_2 и $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ соответственно есть импульсы и энергии электронов, ω_1 и $\omega_2 = T + 2m_e - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \omega_1$ — энергии антинейтрино, $T = E_i - E_f - 2m_e = Q_{\beta\beta}$ — полная кинетическая энергия лептонов в конечном состоянии, а $E_i(E_f)$ — масса родительского (дочернего) ядра. При этом $F(Z_f, \varepsilon)$ является кулоновским фактором, учитывающим влияние электростатического поля ядра на испускаемые электроны, в то время как величины

K_N и L_N содержат энергетические знаменатели второго порядка теории возмущений:

$$K_N = \frac{1}{\mu_N + (\varepsilon_1 + \omega_1 - \varepsilon_2 - \omega_2)/2} + \frac{1}{\mu_N - (\varepsilon_1 + \omega_1 - \varepsilon_2 - \omega_2)/2}, \quad (\text{П.3а})$$

$$L_N = \frac{1}{\mu_N + (\varepsilon_1 + \omega_2 - \varepsilon_2 - \omega_1)/2} + \frac{1}{\mu_N - (\varepsilon_1 + \omega_2 - \varepsilon_2 - \omega_1)/2}, \quad (\text{П.3б})$$

где $\mu_N = E_N - (E_i + E_f)/2$ и E_N — энергия N -го 1^+ -состояния промежуточного ядра.

Расчет ядерных матричных элементов $\langle 0_f^+ || \hat{\beta}^- || 1_N^+ \rangle$ и $\langle 1_N^+ || \hat{\beta}^- || 0_i^+ \rangle$ представляет собой очень сложную теоретическую проблему [59]. В то же время можно предположить, что для некоторых изотопов основной вклад в суммы по N в выражении (П.2) есть вклад основного состояния промежуточного ядра в случае, если это состояние имеет квантовое число $J^\pi = 1^+$. Этот механизм двухнейтринного двойного бета-распада отвечает гипотезе о доминировании основного состояния промежуточного ядра (механизм SSD — доминирование одного состояния [60, 61]). Такая ситуация возникает для ^{100}Mo , где $2\nu 2\beta$ -переход с хорошей точностью можно рассматривать как двухступенчатый процесс, который связывает начальное (^{100}Mo) и конечное (^{100}Ru) состояния процесса через основное 1^+ -состояние промежуточного ядра ^{100}Tc . Ядерные матричные элементы $M_1^I = \langle 1_{g.s}^+ || \hat{\beta}^- || 0_i^+ \rangle$ и $M_1^F = \langle 0_f^+ || \hat{\beta}^- || 1_{g.s}^+ \rangle$ можно найти по значениям силы перехода ft для захвата электрона или одиночного процесса бета-распада. Здесь ft — это произведение фазового фактора и времени полураспада соответствующего одиночного β -процесса. Так,

$$M_1^I = \frac{1}{g_A} \sqrt{\frac{3D}{ft_{EC}}}, \quad M_1^F = \frac{1}{g_A} \sqrt{\frac{3D}{ft_{\beta^-}}}, \quad (\text{П.4})$$

где $g_A = 1.27561$, $D = \frac{2\pi^3 \ln 2}{G_\beta^2 m_e^5} = 6288.6$ с, $G_\beta = G_F \cos \theta_C$, $G_F = 1.166378 \times 10^{-5}$ ГэВ $^{-2}$ и $\cos \theta_C = 0.97425$.

Если гипотеза SSD справедлива при условии, что квантовое число основного состояния промежуточного ядра есть $J^\pi = 1^+$, то в этом случае интенсивность двухнейтринного перехода определяется только интенсивностями отдельных бета-процессов, которые характеризуются факторами ft_{β^-} и ft_{EC} , и не зависит от G_β и g_A [62]:

$$T_{1/2}^{(2\nu)}(0^+ \rightarrow 0^+) = \quad (\text{П.5})$$

$$= \frac{16\pi^2 ft_{EC} ft_{\beta^-}}{3 \ln 2 (\lambda_C/c) H(T, 0_f^+)} = 2.997 \times 10^{14} \text{ лет} \times \frac{10^{\log ft_{EC} + \log ft_{\beta^-}}}{H(T, 0_f^+)},$$

где

$$H(T, 0_f^+) = \int_1^{T+1} d\varepsilon_1 \times \quad (\text{П.6})$$

$$\times \int_1^{T+2-\varepsilon_1} d\varepsilon_2 \int_0^{T+2-\varepsilon_1-\varepsilon_2} d\omega_1 F(Z_f, \varepsilon_1) \times$$

$$\times F(Z_f, \varepsilon_2) p_1 \varepsilon_1 p_2 \varepsilon_2 \omega_1^2 \omega_2^2 (K^2 + KL + L^2).$$

Значение $\log ft_{\beta^-}$ хорошо известно из бета-распада ^{100}Tc и равно 4.59, что соответствует $M_1^F = 0.546$. Определение $\log ft_{EC}$ из экспериментов по изучению электронного захвата в ^{100}Tc — сложная экспериментальная задача. В настоящее время наиболее точное значение $\log ft_{EC}$ для захвата электрона в ^{100}Tc было получено в [63], а именно, $\log ft_{EC} = 4.29_{-0.07}^{+0.08}$.

При расчете времени полураспада $2\nu 2\beta$ -перехода часто предполагается, что кинетические энергии испускаемых лептонов примерно равны [57, 58, 64]. Тогда $K \approx L \approx 2/\mu$. Эта ситуация эквивалентна доминированию в выражении для $T_{1/2}^{2\nu 2\beta}$ тех вкладов, которые связаны с промежуточными состояниями ядра с высокими энергиями возбуждения (механизм HSD — доминирование высоковозбужденных состояний). Как было показано в [65], такой подход, когда зависимостью K и L от энергий лептонов пренебрегают, приводит к переоценке теоретического значения $T_{1/2}^{2\nu 2\beta}$. В случае $0^+ \rightarrow 0_{g.s}^+$ перехода в ^{100}Mo эффект составляет около 25%. Учет зависимости K и L от энергии лептонов на основе механизма SSD позволяет получить дифференциальную интенсивность по энергии одного электрона $P(\varepsilon) = d \ln I / d\varepsilon$ для $2\nu 2\beta$ -распада изотопа ^{100}Mo [66, 67], что соответствует данным NEMO-3 [68].

В случае двойного бета-распада ^{82}Se основное состояние промежуточного ядра $^{82}\text{Br}_{g.s}(5^-)$ имеет массу на 423 кэВ меньше массы исходного ядра ^{82}Se . Виртуальный гамов-теллеровский переход возможен через первое возбужденное 1^+ -состояние ядра ^{82}Br с $E_x = 75$ кэВ. Соответственно, $M(^{82}\text{Se}) - M(^{82}\text{Br}^*, 1_1^+) = 348$ кэВ, и есть причина полагать, что механизм SSD будет реализован для $2\nu 2\beta$ -распада ^{82}Se .

Возбужденное состояние брома-82 ($^{82}\text{Br}^*$, 1_1^+) с $E_x = 75$ кэВ было найдено в эксперименте по реакции перезарядки $^{82}\text{Se}(^3\text{He}, t)^{82}\text{Br}$ [69], и это состояние характеризуется большой силой гамов-теллеровского перехода $B(\text{GT}) = 0.338$. Следует отметить, что вышележащие возбужденные 1_1^+ -состояния брома-82 с $E_x < 2$ МэВ соответствуют на порядок меньшим силам перехода. Тогда, основываясь на гипотезе SSD, вклад 1_1^+ -состояния промежуточного ядра ^{82}Br в сумму по N в выражении (П.2) должен быть единственно учтен. Альтернативно, если переход происходит через много высших промежуточных возбужденных состояний, то механизм доминирования высоковозбужденных состояний (HSD) отвечает за $2\nu 2\beta$ -переход в ^{82}Se . Выбор модели является важным физическим вопросом, поскольку он влияет на дифференциальные интенсивности в двухнейтринном канале, а следовательно, на оценки фона. В пользу SSD подхода указывают результаты измерений распределения интенсивности по энергии одного электрона, которые были проведены на установке NEMO-3 [50]. Также исследования, выполненные в эксперименте CUPID-0, показывают, что SSD дает лучшее описание распределения по полной энергии электронов, чем HSD [53]. NEMO-3 и будущие детекторы SuperNEMO, состоящие из трекера и калориметра, имеют возможность восстановления полной топологии $\beta\beta$ -событий. Таким образом, точное статистическое исследование распределения по энергии одного электрона, чувствительное к ядерному механизму, может быть использовано, чтобы различить два теоретических подхода [50].

Ядерный матричный элемент $M_1^I = \langle 1_1^+ || \hat{\beta}^- || 0_i^+ \rangle$ определяется из значения силы гамов-теллеровского перехода $B(\text{GT}) = 0.338$ [69] согласно соотношению $|M(\text{GT})|^2 = B(\text{GT})$, что справедливо для $0^+ \rightarrow 0^+$ $2\nu 2\beta$ -перехода. Таким образом, $M_1^I = 0.581$. Будет возможно определить значение матричного элемента $M_1^F = \langle 0_f^+ || \hat{\beta}^- || 1_1^+ \rangle$ из исследования реакции перезарядки $^{82}\text{Kr}(d, ^2\text{He})^{82}\text{Br}$, которое еще не завершено. Однако можно найти M_1^F с помощью уравнений (П.1) и (П.2) на основе значения $T_{1/2}^{2\nu 2\beta}$, полученного во время эксперимента NEMO-3. В случае SSD механизма $2\nu 2\beta$ -распада ^{82}Se , $T_{1/2}^{2\nu 2\beta} = 9.39 \times 10^{19}$ лет [50]. Соответствующее значение M_1^F составляет 0.23, с $B(\text{GT}^+) = 0.0529$.

На рис. 4 представлены распределения по энергии одного электрона, соответствующие HSD и SSD механизмам. Несомненно интересно будет

сравнить полученные теоретические распределения с результатами измерений, которые будут выполнены в эксперименте SuperNEMO.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. Athanassopoulos *et al.* (LSND Collab.), Phys. Rev. Lett. **77**, 3082 (1996).
2. A. Aguilar *et al.* (LSND Collab.), Phys. Rev. D **64**, 112007 (2001).
3. A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* (MiniBooNE Collab.), Phys. Rev. Lett. **110**, 161801 (2013).
4. A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* (MiniBooNE Collab.), Phys. Rev. Lett. **121**, 221801 (2018).
5. Th. A. Mueller, D. Lhuillier, M. Fallot, A. Letourneau, S. Cormon, M. Fechner, L. Giot, T. Lasserre, J. Martino, G. Mention, A. Porta, and F. Yermia, Phys. Rev. C **83**, 054615 (2011).
6. G. Mention, M. Fechner, Th. Lasserre, Th. A. Mueller, D. Lhuillier, M. Cribier, and A. Letourneau, Phys. Rev. D **83**, 073006 (2011).
7. P. Huber, Phys. Rev. C **84**, 024617 (2011); Phys. Rev. C **85**, 029901 (Erratum) (2012).
8. I. Alekseev, V. Belov, V. Brudanin, M. Danilov, V. Egorov, D. Filosofov, M. Fomina, Z. Hons, S. Kazartsev, A. Kobayakin, A. Kuznetsov, I. Machikhiliyan, D. Medvedev, V. Nesterov, A. Olshevsky, N. Pogorelov, *et al.*, Phys. Lett. B **787**, 56 (2018).
9. А. П. Серебров, В. Г. Ивочкин, Р. М. Самойлов, А. К. Фомин, А. О. Полюшкин, В. Г. Зиновьев, П. В. Неустроев, В. Л. Головцов, А. В. Черный, О. М. Жеребцов, М. Е. Чайковский, В. П. Мартемьянов, В. Г. Тарасенков, В. И. Алешин, А. Л. Петелин, А. Л. Ижутов и др., Письма в ЖЭТФ **109**, 209 (2019) [A. P. Serebrov *et al.*, JETP Lett. **109**, 213 (2019)].
10. J. N. Abdurashitov *et al.* (SAGE Collab.), Phys. Rev. C **80**, 015807 (2009).
11. F. Kaether, W. Hampel, G. Heusser, J. Kiko, and T. Kirsten, Phys. Lett. B **685**, 47 (2010).
12. C. Giunti, M. Laveder, Y. F. Li, and H. W. Long, Phys. Rev. D **88**, 073008 (2013).
13. K. N. Abazajian, M. A. Acero, S. K. Agarwalla, A. A. Aguilar-Arevalo, C. H. Albright, S. Antusch, C. A. Argüelles, A. B. Balantekin, G. Barenboim, V. Barger, P. Bernardini, F. Bezrukov, O. E. Bjaelde, S. A. Bogacz, N. S. Bowden, A. Boyarsky, *et al.*, arXiv: 1204.5379.
14. V. Barinov, B. Cleveland, V. Gavrin, D. Gorbunov, and T. Ibragimova, Phys. Rev. D **97**, 073001 (2018).
15. A. Diaz, C. A. Argüelles, G. H. Collin, J. M. Conrad, and M. H. Shaevitz, arXiv: 1906.00045.
16. S. Böser, C. Buck, C. Giunti, J. Lesgourgues, L. Ludhova, S. Mertens, A. Schukraft, and M. Wurm, Prog. Part. Nucl. Phys. **111**, 103736 (2020).
17. V. I. Lyashuk, JHEP **1906**, 135 (2019).
18. В. В. Хрущев, С. В. Фомичев, О. А. Титов, ЯФ **79**, 483 (2016) [V. V. Khruschov, S. V. Fomichev, and O. A. Titov, Phys. At. Nucl. **79**, 708 (2016)].
19. L. Canetti, M. Drewes, and M. Shaposhnikov, Phys. Rev. Lett. **110**, 061801 (2013).

20. J. M. Conrad, C. M. Ignarra, G. Karagiorgi, M. H. Shaevitz, and J. Spitz, *Adv. High Energy Phys.* **2013**, 163897 (2013).
21. В. В. Хрущев, С. В. Фомичев, ЭЧАЯ **48**, 962 (2017) [V. V. Khrushchov and S. V. Fomichev, *Phys. Part. Nucl.* **48**, 990 (2017)].
22. В. В. Хрущев, А. В. Юдин, Д. К. Надёжин, С. В. Фомичев, *Письма в Астрон. журн.* **41**, 286 (2015) [V. V. Khrushchov, A. V. Yudin, D. K. Nadyozhin, and S. V. Fomichev, *Astron. Lett.* **41**, 260 (2015)].
23. M. L. Warren, G. J. Mathews, M. Meixner, J. Hidaka, and T. Kajino, *Int. J. Mod. Phys. A* **31**, 1650137 (2016).
24. А. В. Юдин, Д. К. Надёжин, В. В. Хрущев, С. В. Фомичев, *Письма в Астрон. журн.* **42**, 881 (2016) [A. V. Yudin, D. K. Nadyozhin, V. V. Khrushchov, and S. V. Fomichev, *Astron. Lett.* **42**, 800 (2016)].
25. С. М. Биленький, Б. М. Понтекорво, УФН **123**, 181 (1977) [S. M. Bilenyky and B. M. Pontekorvo, *Sov. Phys. Usp.* **20**, 776 (1977)].
26. T. Schwetz, M. Törtola, and J. W. F. Valle, *New J. Phys.* **13**, 063004 (2011).
27. J. Kopp, P. A. N. Machado, M. Maltoni, and T. Schwetz, *JHEP* **1305**, 050 (2013).
28. S. Gariazzo, C. Giunti, M. Laveder, and Y. F. Li, *JHEP* **1706**, 135 (2017).
29. S. M. Bilenyky, *Письма в ЭЧАЯ* **12**, 720 (2015) [*Phys. Part. Nucl. Lett.* **12**, 453 (2015)].
30. M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* **98**, 030001 (2018).
31. W. Rodejohann, *Int. J. Mod. Phys. E* **20**, 1833 (2011).
32. A. S. Barabash, *AIP Conf. Proc.* **2165**, 020002 (2019).
33. M. Aker *et al.* (KATRIN Collab.), *Phys. Rev. Lett.* **123**, 221802 (2019).
34. I. Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, M. Maltoni, I. Martinez-Soler, and T. Schwetz, *JHEP* **1701**, 087 (2017).
35. S. T. Petcov, I. Girardi, and A. V. Titov, *Int. J. Mod. Phys. A* **30**, 1530035 (2015).
36. S. Wang, Y.-F. Wang, and D.-M. Xia, *Chin. Phys. C* **42**, 065103 (2018).
37. K. Abe *et al.* (The T2K Collab.), *Phys. Rev. D* **96**, 092006 (2017); *Phys. Rev. D* **98**, 019902 (Erratum) (2018).
38. V. V. Khrushchov and S. V. Fomichev, *Int. J. Mod. Phys. A* **34**, 1950175 (2019).
39. S. T. Petkov, arXiv: 1910.09331.
40. M. Dentler, Á. Hernández-Cabezudo, J. Kopp, P. Machado, M. Maltoni, I. Martinez-Soler, and T. Schwetz, *JHEP* **1808**, 010 (2018).
41. M. Blennow and A. Yu. Smirnov, *Adv. High Energy Phys.* **2013**, 972485 (2013).
42. M. Maltoni and T. Schwetz, *Phys. Rev. D* **76**, 093005 (2007).
43. S. Palomares-Ruiz, S. Pascoli, and T. Schwetz, *JHEP* **0509**, 048 (2005).
44. G. Karagiorgi, A. Aguilar-Arevalo, J. M. Conrad, M. H. Shaevitz, K. Whisnant, M. Sorel, and V. Barger, *Phys. Rev. D* **75**, 013011 (2007); *Phys. Rev. D* **80**, 099902 (Erratum) (2009).
45. M. Dentler, Á. Hernández-Cabezudo, J. Kopp, M. Maltoni, and T. Schwetz, *JHEP* **1711**, 099 (2017).
46. M. Danilov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1390**, 012049 (2019).
47. S. Gariazzo, C. Giunti, M. Laveder, and Y. F. Li, *Phys. Lett. B* **782**, 13 (2018).
48. M. Aker, K. Altenmüller, M. Arenz, W.-J. Baek, J. Barrett, A. Beglarian, J. Behrens, A. Berlev, U. Besserer, K. Blaum, F. Block, S. Bobien, B. Bornschein, L. Bornschein, H. Bouquet, T. Brunst, *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **80**, 264 (2020).
49. M. Agostini *et al.* (GERDA Collab.), *Science* **365**, 1445 (2019).
50. R. Arnold, C. Augier, A. S. Barabash, A. Basharina-Freshville, S. Blondel, S. Blot, M. Bongrand, D. Bourssette, V. Brudanin, J. Busto, A. J. Caffrey, S. Calvez, M. Cascella, C. Cerna, J. P. Cesar, *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **78**, 821 (2018).
51. O. Azzolini *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **120**, 232502 (2018).
52. O. Azzolini *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 032501 (2019).
53. O. Azzolini *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **123**, 262501 (2019).
54. J. Kotila and F. Iachello, *Phys. Rev. C* **85**, 034316 (2012).
55. J. Barea, J. Kotila, and F. Iachello, *Phys. Rev. C* **91**, 034304 (2015).
56. R. Arnold *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **70**, 927 (2010).
57. M. Doi, T. Kotani, and E. Takasugi, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **83**, 1 (1985).
58. J. Suhonen and O. Civitarese, *Phys. Rep.* **300**, 123 (1998).
59. A. Faessler and F. Šimkovic, *J. Phys. G* **24**, 2139 (1998).
60. J. Abad, A. Morales, R. Núñez-Lagos, and A. F. Pacheco, *J. Phys. Colloq.* **45**, C3-147 (1984).
61. O. Civitarese and J. Suhonen, *Phys. Rev. C* **58**, 1535 (1998).
62. S. V. Semenov, F. Šimkovic, and P. Domin, *Part. Nucl. Lett.* **109**, 26 (2001).
63. S. K. L. Sjue, D. Melconian, A. García, I. Ahmad, A. Algora, J. Äystö, V.-V. Elomaa, T. Eronen, J. Hakala, S. Hoedl, A. Kankainen, T. Kessler, I. D. Moore, F. Naab, H. Penttilä, S. Rahaman, *et al.*, *Phys. Rev. C* **78**, 064317 (2008).
64. W. C. Haxton and G. J. Stephenson, Jr., *Prog. Part. Nucl. Phys.* **12**, 409 (1984).
65. S. V. Semenov, F. Šimkovic, V. V. Khrushchev, and P. Domin, *ЯФ* **63**, 1271 (2000) [*Phys. At. Nucl.* **63**, 1196 (2000)].
66. F. Šimkovic, P. Domin, and S. V. Semenov, *J. Phys. G* **27**, 2233 (2001).
67. P. Domin, S. Kovalenko, F. Šimkovic, and S. V. Semenov, *Nucl. Phys. A* **753**, 337 (2005).
68. Yu. A. Shitov (on behalf of NEMO Collab.), *ЯФ* **69**, 2135 (2006) [*Phys. At. Nucl.* **69**, 2090 (2006)].
69. D. Frekers, M. Alanssari, T. Adachi, B. T. Cleveland, M. Dozono, H. Ejiri, S. R. Elliott, H. Fujita, Y. Fujita, M. Fujiwara, K. Hatanaka, M. Holl, D. Ishikawa, H. Matsubara, H. Okamura, P. Puppe, *et al.*, *Phys. Rev. C* **94**, 014614 (2016).

ACTIVE NEUTRINOS' OSCILLATIONS AND DOUBLE-BETA-DECAY CHARACTERISTICS WITH THE STERILE NEUTRINOS CONTRIBUTIONS

V. V. Khrushov¹⁾, S. V. Fomichev¹⁾, S. V. Semenov¹⁾

¹⁾*National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia*

Light sterile neutrinos' contributions for both active neutrinos oscillations and double-beta-decay characteristics are estimated in the framework of the phenomenological model with three active and three sterile neutrinos assuming the Majorana nature of neutrino. Appearance and survival probabilities for active neutrinos with contributions of sterile neutrinos are obtained for explanations of all known anomalies of neutrino data at small distances at the same test values of the model parameters. Modified graphical dependences are presented for both the survival probability of electron neutrinos/antineutrinos and the probability of appearance of electron neutrinos/antineutrinos in muon neutrino/antineutrino beams as functions of distance and other model parameters at different neutrino energies, and also as functions of the ratio of the distance to the neutrino energy. A significant difference was found between the probability curves of the considered neutrino model and the simple sinusoidal curves of the neutrino model with only one sterile neutrino. Effective masses of electron neutrino for the beta decay and the neutrinoless double beta decay are estimated with account of the sterile neutrinos' contributions. Besides, the two-neutrino double-beta-decay characteristics for selenium-82 are calculated. These findings can be used for interpretation and prediction of results of ground-based experiments on search for the sterile neutrinos as well as the neutrinoless double beta decay.

ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ И S -ФАКТОР СОСТАВНОЙ СИСТЕМЫ ДВУХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СПИНОВЫХ КВАРКОВ ПРОИЗВОЛЬНЫХ МАСС

© 2021 г. Ю. Д. Черниченко^{1)*}

Поступила в редакцию 9.06.2020 г.; после доработки 9.07.2020 г.; принята к публикации 9.07.2020 г.

Найдены точные решения релятивистских квазипотенциальных уравнений в конфигурационном представлении для волновой функции s -состояния составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала. Рассмотрены составные системы, спиновая структура которых отвечает случаю псевдоскаляра, псевдовектора и вектора. Определены условия квантования энергетических уровней s -состояния мезонов в псевдоскалярном, псевдовекторном и векторном случаях. Для этих спиновых структур мезонов получены выражения для релятивистского порогового ресуммирующего S -фактора, отвечающего кулоновоподобному хромодинамическому потенциалу, и исследованы его свойства. Установлены новые закономерности в поведении порогового S -фактора. Рассмотрение проведено в рамках релятивистского квазипотенциального подхода, основанного на ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля, путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс.

DOI: 10.31857/S0044002721020057

1. ВВЕДЕНИЕ

Релятивистский квазипотенциальный (РКП) подход Логунова–Тавхелидзе [1], построенный на основе ковариантной одновременной формулировки проблемы двух тел в квантовой теории поля, и ковариантный РКП-подход [2, 3], не связанный с формализмом Бете–Солпитера и ковариантным формализмом Фейнмана–Дайсона, а использующий гамильтонову формулировку квантовой теории поля [4], являются одними из эффективных ковариантных методов описания связанной системы двух релятивистских частиц и они нашли широкое применение для описания свойств атомов, адронов и ядер как связанных состояний (см., например, работы [5–9]). При этом РКП-подход, разработанный в [2, 3], позволяет перейти от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению (\mathbf{r} -представление), введенному в [10] для случая взаимодействия двух релятивистских частиц равных масс. В рамках РКП-подхода [2, 3] точное решение РКП-уравнения в \mathbf{r} -представлении [10] для радиальной волновой функции составной

системы двух релятивистских спиновых кварков равных масс с хромодинамическим потенциалом

$$V(r) = -\frac{\alpha_s}{r}, \quad \alpha_s > 0, \quad (1)$$

было получено в работе [11]²⁾. Найденное в [11] решение для радиальной волновой РКП-функции составной системы в s -состоянии с хромодинамическим потенциалом (1) позволило получить выражение релятивистского порогового ресуммирующего S -фактора составной системы двух спиновых кварков равных масс m [13]³⁾:

$$S_{\text{RQPS}}(\chi) = \frac{X_{\text{RQPS}}(\chi)}{1 - \exp[-X_{\text{RQPS}}(\chi)]} \times \quad (2)$$

$$\times e^{-\pi\tilde{\rho}} |\Gamma(2 + i\tilde{\rho})F(1 + iB, -i\tilde{\rho}; 2; 1 - e^{-2\chi})|^2,$$

где

$$X_{\text{RQPS}}(\chi) = \frac{\pi\tilde{\alpha}_s(a \operatorname{ch}^2 \chi + b)}{2 \operatorname{sh} \chi},$$

χ — быстрота, которая связана с полной энергией частиц в с.ц.и. \sqrt{s} соотношением

$$\sqrt{s} = 2m \operatorname{ch} \chi, \quad (3)$$

¹⁾Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого; Международный центр перспективных исследований, Гомель, Беларусь.

*E-mail: chyud@mail.ru; chern@gstu.by

²⁾Аналогичное решение для случая двух спиновых кварков равных масс было получено в [12] при ином определении волновой функции и квазипотенциала.

³⁾Здесь и всюду мы используем систему единиц, в которой положено: $\hbar = c = 1$.

параметры $\tilde{\rho}$, B и $\tilde{\alpha}_s$ даются выражениями

$$\tilde{\rho} = \frac{\tilde{\alpha}_s a \operatorname{ch} \chi}{4}, \quad B = \frac{\tilde{\alpha}_s (a \operatorname{ch}^2 \chi + b)}{4 \operatorname{sh} \chi}, \quad (4)$$

$$\tilde{\alpha}_s = \alpha_s m,$$

а значения спиновых параметров a, b зависят от выбора матриц \hat{O} и определяются следующими выражениями⁴⁾:

$$a = \begin{cases} 1 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр);} \\ \frac{1}{2} & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор);} \\ -\frac{1}{2} & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu \text{ (псевдовектор);} \end{cases} \quad (5)$$

$$b = \begin{cases} 0 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр);} \\ \frac{1}{4} & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор);} \\ \frac{3}{4} & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu \text{ (псевдовектор).} \end{cases}$$

Выражения релятивистских волновых функций в \mathbf{r} -представлении для составной системы двух бесспиновых частиц равных масс, взаимодействующих также посредством потенциала (1), были найдены ранее в работах [14–18]. В частности, найденное в [18] решение для радиальной волновой РКП-функции составной системы в s -состоянии с хромодинамическим потенциалом (1), позволило авторам этой работы получить выражение для релятивистского порогового ресуммирующего S -фактора составной системы двух бесспиновых частиц равных масс:

$$S(\chi) = \frac{X(\chi)}{1 - \exp[-X(\chi)]}, \quad X(\chi) = \frac{\pi \tilde{\alpha}_s}{\operatorname{sh} \chi}. \quad (6)$$

Развитый в [18] метод основан на РКП-подходе [1] в форме, предложенной в [2, 3], путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению, введенному в [10] для случая взаимодействия двух релятивистских частиц равных масс.

Обобщение релятивистского S -фактора (6) на случай двух бесспиновых частиц произвольных масс m_1, m_2 было выполнено в работах [19–21].

⁴⁾Напомним, что для простоты рассмотрения, как и в работах [11, 12], полагалось, что квазипотенциал имеет биспинорную структуру вида $I \otimes I$, а вершинная функция также имеет заданную спинорную структуру, пропорциональную матрице \hat{O} , не зависящую от импульсных переменных, причем в качестве \hat{O} выбиралась одна из матриц Дирака $\gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$). Такой выбор матрицы \hat{O} позволил авторам работ [11, 12] найти точные решения РКП-уравнений.

Оно имеет такую же форму, как и в (6), и может быть представлено в виде

$$S_{\text{uneq}}(u) = \frac{X_{\text{uneq}}(u)}{1 - \exp[-X_{\text{uneq}}(u)]}, \quad (7)$$

$$X_{\text{uneq}}(u) = \frac{\pi \tilde{\alpha}_s \sqrt{1 - u^2}}{u},$$

где скорость u определяется выражением

$$u = \sqrt{1 - \frac{4m'^2}{s - (m_1 - m_2)^2}}, \quad m' = \sqrt{m_1 m_2}. \quad (8)$$

Напомним о роли, которую играют релятивистские ресуммирующие пороговые факторы при описании квантовых систем в околороговой области, например, кварк-антикварковых систем. Это связано с тем, что при описании кварк-антикварковых систем вблизи их порога рождения ограничиться конечным порядком теории возмущений нельзя даже в том случае, когда КХД-константа связи α_s мала [22, 23]. Причина состоит в том, что реальным параметром пертурбативного ряда из фейнмановских диаграмм в околороговой области является сингулярная величина α_s/v , где $v = \sqrt{1 - 4m^2/s}$ — скорость, а полная энергия взаимодействующих частиц в с.ц.и. \sqrt{s} была определена через быстроту χ в (3). Эта проблема хорошо известна из квантовой электродинамики [24]. Такие пороговые сингулярности вида $(\alpha_s/v)^n$ должны быть просуммированы. Это ресуммирование выполняют пороговые факторы. Поэтому их применение к суммированию пороговых сингулярностей позволит учесть эффекты, обусловленные спинами частиц, составляющих связанную систему. В нерелятивистском случае для кулоновского взаимодействия (1) такое пересуммирование выполняет известный S -фактор Гамова–Зоммерфельда–Сахарова [25–27]

$$S_{\text{nr}} = \frac{X_{\text{nr}}}{1 - \exp(-X_{\text{nr}})}, \quad X_{\text{nr}} = \frac{\pi \alpha_s}{v_{\text{nr}}}, \quad (9)$$

который связан с волновой функцией непрерывного спектра в нуле через $|\psi(0)|^2$. Здесь $2v_{\text{nr}}$ — относительная скорость двух нерелятивистских частиц.

Релятивистская модификация выражения (9) в КХД для описания эффектов вблизи порога рождения пар в процессах $e^+e^- \rightarrow t\bar{t}$ и $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ была выполнена в работах [28, 29] и заключалась в замене $v_{\text{nr}} \rightarrow v$. Точно такой же вид S -фактора, как и в работах [28, 29], был позднее предложен в [30]. В РКП-подходе [2, 3] нерелятивистское выражение (9) для случая двух бесспиновых частиц равных масс впервые было модифицировано в работе [18] и дается выражением (6). Еще одно релятивистское обобщение S -фактора и также для

случая двух бесспиновых частиц равных масс было получено в [31]. Релятивистский S -фактор для случая двух частиц произвольных масс $m_1 \neq m_2$ был предложен в работе [32]. Этот фактор был получен в рамках релятивистской квантовой механики на основе уравнения Шредингера. Однако, как было показано в работе [19], релятивистские пределы S -факторов в [30–32] существенно отличаются от релятивистского предела ($v \rightarrow 1$) S -фактора (6), равного единице.

Также напомним, что в двухчастичном приближении амплитуда Бете–Солпитера $\chi_{BS}(x=0)$ связана с волновыми РКП-функциями в пространстве импульсов и в конфигурационном представлении (см. [18–21, 33, 34]) соотношением

$$\chi_{BS}(x=0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\mathbf{p}} \Psi_q(\mathbf{p}) = \psi_q(\mathbf{r}) \Big|_{r=i\lambda}, \quad (10)$$

а S -фактор в РКП-подходе [2, 3] определяется через волновую РКП-функцию непрерывного спектра $\psi_q(\mathbf{r})$ выражением (подробности см. в [18–21, 33])

$$S_{RQP}(\chi) = \lim_{r \rightarrow i\lambda} |\psi_q(\mathbf{r})|^2. \quad (11)$$

Здесь $d\Omega_{\mathbf{p}} = md\mathbf{p}/E_p$ — релятивистский трехмерный элемент объема в пространстве Лобачевского, которое реализуется на верхней полé массового гиперболюида $E_p^2 - \mathbf{p}^2 = E_q^2 - \mathbf{q}^2 = m^2$, $\lambda = 1/m$ — комптоновская длина волны, а модуль радиуса-вектора \mathbf{r} ($\mathbf{r} = r\mathbf{n}$, $|\mathbf{n}| = 1$) является релятивистским инвариантом.

Подчеркнем, что S -фактор (6) был получен для потенциала (1), зависящего в конфигурационном представлении от модуля инвариантной релятивистской относительной координаты $r = |\mathbf{r}|$ и имеющий форму кулоновского потенциала. В импульсном пространстве потенциал (1) воспроизводит потенциал взаимодействия между кварками, который дается выражением

$$\tilde{V}(\chi_{\Delta}) \sim -\frac{\alpha_s}{\chi_{\Delta} \operatorname{sh} \chi_{\Delta}},$$

где относительная быстрота χ_{Δ} соответствует вектору передачи импульса в пространстве Лобачевского $\mathbf{\Delta} = \mathbf{p}(-)\mathbf{k}$ и связана с квадратом переданного 4-импульса $Q^2 = -(p-k)^2$ соотношением $Q^2 = 2M^2(\operatorname{ch} \chi_{\Delta} - 1)$, $M^2 = (p+k)^2$. Таким образом, мы считаем, что внутри адрона взаимодействие между кварками осуществляется путем обмена безмассовым скалярным глюоном, пропагатору которого в РКП-подходе в \mathbf{r} -представлении отвечает потенциал (1). В импульсном пространстве при больших значениях квадрата переданного 4-импульса Q^2 относительная быстрота $\chi_{\Delta} \approx \ln(Q^2/M^2)$ и, следовательно, потенциал $\tilde{V}(\chi_{\Delta})$

ведет себя как $[(Q/M)^2 \ln(Q/M)^2]^{-1}$, что воспроизводит главное поведение потенциала в КХД, который в лидирующем порядке пропорционален $\bar{\alpha}_s(Q^2)/Q^2$, где $\bar{\alpha}_s(Q^2)$ — инвариантный заряд. Такое КХД-подобное поведение потенциала (1) в РКП-подходе, учитывающее существенную особенность КХД — свойство асимптотической свободы и закон эволюции инвариантного заряда, впервые было отмечено в работе [35]. Применение релятивистского S -фактора (6) для описания ряда характеристик адронных процессов можно найти в [36–39], причем при его применении к задачам КХД требуется замена: $\alpha_s \rightarrow 4\alpha_s/3$.

Настоящая работа является продолжением работ автора [11, 13] и посвящена нахождению точных выражений волновых РКП-функций в \mathbf{r} -представлении для составной системы двух спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоноподобного хромодинамического потенциала (1). Рассмотрены составные системы, спиновая структура которых отвечает случаю псевдоскаляра, псевдовектора и вектора. Также будут определены условия квантования энергетических уровней для этих спиновых структур. Для этих же спиновых структур будут получены новые выражения для релятивистского порогового ресуммирующего S -фактора, отвечающего кулоноподобному хромодинамическому потенциалу, и исследованы его свойства. Рассмотрение проводится в рамках РКП-подхода [2, 3] путем перехода от импульсной формулировки в пространстве Лобачевского к \mathbf{r} -представлению, введенному в [10] для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс m_1, m_2 [40, 41].

2. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВЕРШИННОЙ ФУНКЦИИ

С помощью правил шпурионной диаграммной техники [2, 4, 41] уравнение для вершинной функции составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс m_1, m_2 запишется в виде

$$\begin{aligned} & \Gamma_Q^{\alpha\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q) = \quad (12) \\ & = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\tau_{\mathcal{K}} d^{(4)}k_1 d^{(4)}k_2 \times \\ & \times V^{\alpha\gamma, \delta\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_{\mathcal{K}}) \times \\ & \times S_{\gamma\kappa}^{(+)}(k_1, m_1) \frac{\Gamma_Q^{\kappa\theta}(k_1, k_2; \lambda_Q \tau_{\mathcal{K}})}{\tau_{\mathcal{K}} - i\varepsilon} \times \\ & \times S_{\theta\delta}^{(+)}(k_2, -m_2) \delta^{(4)}(-Q + k_1 + k_2 - \lambda_Q \tau_{\mathcal{K}}), \end{aligned}$$

где $S^{(+)}(k_i, m_i) = \theta(k_{i0})(\hat{k}_i + m_i)\delta(k_i^2 - m_i^2)$ — положительно-частотные части спинорных функций Грина, а $\alpha, \beta, \dots, \theta$ — спинорные индексы;

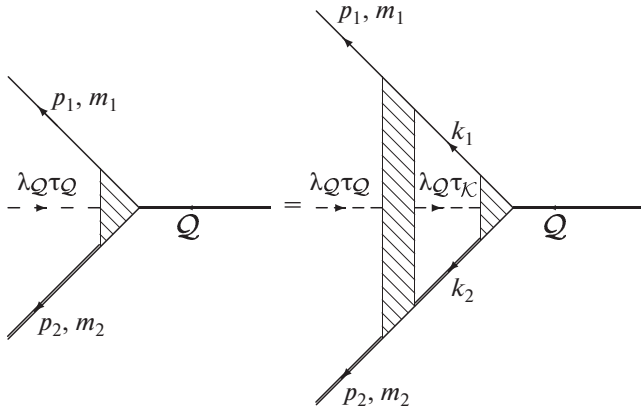


Рис. 1. Графическое уравнение для вершинной функции составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс, соответствующее правилам шпурионной диаграммной техники.

$\hat{k}_i = k_i^\mu \gamma_\mu$, γ_μ — матрицы Дирака ($\mu = 0, 1, 2, 3$), m_i — масса i -й составляющей, которая переносит 4-импульс k_i , $i = 1, 2$ (или p_i, q_i), причем все 4-импульсы принадлежат верхним полам массовых гиперboloидов:

$$k_i^2 = k_{i0}^2 - \mathbf{k}_i^2 = m_i^2, \quad i = 1, 2. \quad (13)$$

Уравнению (12) отвечает его графический аналог на рис. 1. Сплошные линии соответствуют ее составляющим, которые переносят 4-импульсы p_i, k_i , $i = 1, 2$; штриховые линии — квазичастицам-шпурионам, а блок диаграмм, обозначенный на рис. 1 трапецией, а в уравнении (12) через $V^{\alpha\gamma, \delta\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K)$, рассматривается как квазипотенциал, которому соответствует сумма неприводимых в смысле одношпурионных и двухчастичных рассеяний диаграмм. В качестве вектора 4-скорости составной частицы для удобства рассмотрения выбран вектор $\lambda_Q = (\lambda_Q^0; \lambda_Q) = Q/\sqrt{Q^2}$, $Q^2 = (q_1 + q_2)^2 = Q_0^2 - Q^2 = s_q = M_Q^2$.

Для простоты дальнейшего рассмотрения (как и в работах [11, 12]) будем считать, что квазипотенциал в (12) имеет биспинорную структуру вида $I \otimes I$ и решения этого уравнения также имеют определенную спинорную структуру, т.е. квазипотенциал $V^{\alpha\gamma, \delta\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K)$ и вершинную функцию $\Gamma_Q^{\alpha\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q)$ представим в виде

$$\begin{aligned} V^{\alpha\gamma, \delta\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K) &= \\ &= \hat{O}^{\alpha\gamma} (\hat{O}^+)^{\delta\beta} V(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K), \\ \Gamma_Q^{\alpha\beta}(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q) &= \hat{O}^{\alpha\beta} \Gamma_Q(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q), \end{aligned}$$

где матрица \hat{O} не зависит от импульсных переменных, причем шпур $\text{Sp}[\hat{O}^+ \hat{O}] \neq 0$, а в качестве \hat{O}

будем выбирать одну из матриц $\gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu$. Такой выбор матрицы \hat{O} позволит найти точные решения уравнения (12).

В данном подходе скалярная часть вершинной функции $\Gamma_Q(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q)$ представляет собой четырехставку, у которой два внешних импульса коллинеарны в силу выбора вектора 4-скорости составной частицы $\lambda_Q = Q/M_Q$. Значит, как и в бесспиновом случае, для составной системы двух спиновых частиц, которые находятся в состоянии движения с относительным орбитальным моментом J , скалярная часть вершинной функции $\Gamma_Q(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q)$ будет зависеть только от одного скалярного лоренц-инвариантного параметра, в качестве которого выберем Qp_2 и введем следующие обозначения (подробности см. в работе [42]):

$$\Gamma_Q(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q) = \Gamma_{M_Q}(Qp_2),$$

$$V(p_1, p_2; \lambda_Q \tau_Q | k_1, k_2; \lambda_Q \tau_K) = V(Qp_2, Qk_2; M_Q).$$

Тогда, выполнив в (12) интегрирования по k_{i0} ($i = 1, 2$) и учитывая выбор вектора 4-скорости λ_Q , получим уравнение

$$\begin{aligned} \Gamma_{M_Q}(Qp_2) &= \frac{[\text{Sp} \hat{O}^+ \hat{O}]^{-1}}{(2\pi)^3} \times \quad (14) \\ &\times \int d\tau_K \frac{d\mathbf{k}_1}{2\sqrt{m_1^2 + \mathbf{k}_1^2}} \frac{d\mathbf{k}_2}{2\sqrt{m_2^2 + \mathbf{k}_2^2}} \times \\ &\times \frac{V(Qp_2, Qk_2; M_Q)}{\tau_K - i\varepsilon} \text{Sp}[\hat{O}^+(\hat{k}_1 + m_1) \times \\ &\times \hat{O}(\hat{k}_2 - m_2)] \Gamma_{M_Q}(Qk_2) \times \\ &\times \delta^{(4)}(-Q + k_1 + k_2 - \lambda_Q \tau_K). \end{aligned}$$

Теперь в уравнении (14) выполним интегрирования по \mathbf{k}_1, τ_K . Для этого в интегралах по \mathbf{k}_i ($i = 1, 2$), как и в бесспиновом случае (подробности см. в работе [42]), выполним чистое преобразование Лоренца (“буст”) $\Lambda_{\lambda_Q}^{-1}$, соответствующее 4-скорости составной частицы λ_Q , и воспользуемся инвариантностью $\delta^{(4)}$ -функции в (14) относительно чистого преобразования Лоренца. В результате уравнение (14) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \Gamma_{M_Q}(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_Q}) &= -\frac{[\text{Sp} \hat{O}^+ \hat{O}]^{-1}}{(2\pi)^3} \times \quad (15) \\ &\times \int \frac{d\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}}{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^0} V(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_Q}, \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}; M_Q) \times \\ &\times \frac{\Gamma_{M_Q}(\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q})}{4\Delta_{k_1, m_1 \lambda_Q}^0 (M_Q - \sqrt{s_{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}}} + i\varepsilon)} \times \\ &\times \text{Sp}[\hat{O}^+(\hat{\Delta}_{k_1, m_1 \lambda_Q} + m_1) \hat{O}(\hat{\Delta}_{k_2, m_2 \lambda_Q} - m_2)], \end{aligned}$$

где были введены обозначения

$$\Gamma_{M_Q}(Qp_2) = \Gamma_{M_Q}(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_Q}),$$

$$\begin{aligned}
 V(Qp_2, Qk_2; M_Q) &= \\
 &= V(\Delta_{p_2, m_2 \lambda_Q}, \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}; M_Q), \\
 \Delta_{k_1, m_1 \lambda_Q} &= -\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}, \\
 \Delta_{k_1, m_1 \lambda_Q}^0 &= \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2}, \\
 \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^0 &= \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2},
 \end{aligned}$$

причем $\Delta_{k_i, m_i \lambda_Q}$ и $\Delta_{k_i, m_i \lambda_Q}^0$ ($i = 1, 2$) — пространственная и временная компоненты 4-вектора $\Lambda_{\lambda_Q}^{-1} k_i = \Delta_{k_i, m_i \lambda_Q}$ из пространства Лобачевского, моделями которого служат поверхности массовых гиперboloидов (13), а группа Лоренца является его группой движения на гиперboloидах, т.е.

$$\begin{aligned}
 \Lambda_{\lambda_Q}^{-1} k_i &= \Delta_{k_i, m_i \lambda_Q} = k_i(-) m_i \lambda_Q = \quad (16) \\
 &= k_i - \lambda_Q \left(k_{i0} - \frac{k_i \cdot \lambda_Q}{1 + \lambda_Q^0} \right),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\Lambda_{\lambda_Q}^{-1} k_i)^0 &= \Delta_{k_i, m_i \lambda_Q}^0 = k_{i0} \lambda_Q^0 - k_i \cdot \lambda_Q = \\
 &= \sqrt{m_i^2 + \Delta_{k_i, m_i \lambda_Q}^2}, \quad i = 1, 2,
 \end{aligned}$$

и было учтено, что Qp_2 — лоренцевый скаляр ($Qp_2 = \Lambda_{\lambda_Q}^{-1}(Qp_2) = M_Q \Delta_{p_2, m_2 \lambda_Q}^0$), а полная энергия двух свободных релятивистских частиц $\sqrt{s_k} = \sqrt{(k_1 + k_2)^2}$ является инвариантом при преобразованиях Лоренца (16):

$$\begin{aligned}
 \sqrt{s_k} &= \Lambda_{\lambda_Q}^{-1} \sqrt{s_k} = \sqrt{s_{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}}} = \quad (17) \\
 &= \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2} + \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2}.
 \end{aligned}$$

Вычисление шпуров для матриц $\hat{O} = \gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_5 \gamma_\mu$ дает

$$\begin{aligned}
 &Sp[\hat{O}^+(\hat{\Delta}_{k_1, m_1 \lambda_Q} + m_1)\hat{O}(\hat{\Delta}_{k_2, m_2 \lambda_Q} - m_2)] = \quad (18) \\
 &= \begin{cases} -2[s_{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}} - (m_1 - m_2)^2] & \text{при } \hat{O} = \gamma_5; \\ -4[s_{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}} - (m_1 - m_2)^2 + 2m_1 m_2] & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu; \\ 4[s_{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}} - (m_1 - m_2)^2 - 6m_1 m_2] & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu; \end{cases} \quad Sp[\hat{O}^+ \hat{O}] = \begin{cases} 4 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5; \\ 16 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu; \\ 16 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu, \end{cases}
 \end{aligned}$$

которые при $m_1 = m_2 = m$ совпадают с аналогичными выражениями для шпуров в работе [11].

3. УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

Напомним, что рассматриваемый здесь РКП-подход для случая взаимодействия двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс m_1 и m_2 позволяет ввести концепцию эффективной релятивистской частицы [40, 41], которая выступает в качестве двухчастичной связанной системы, имеет массу $m' = \sqrt{m_1 m_2}$, относительный 3-импульс $\Delta_{k', m' \lambda_Q}$ и несет полную энергию двух свободных релятивистских частиц произвольных масс $\sqrt{s_k}$,

пропорциональную энергии $\Delta_{k', m' \lambda_Q}^0$ одной эффективной релятивистской частицы массы m' :

$$\sqrt{s_k} = \sqrt{(k_1 + k_2)^2} = \frac{m'}{\mu} \Delta_{k', m' \lambda_Q}^0, \quad (19)$$

$$\Delta_{k', m' \lambda_Q}^0 = \sqrt{m'^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2},$$

где $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ — обычная приведенная масса двух частиц произвольных масс.

Таким образом, двухчастичная задача сводится к одночастичной, описание которой ведется на языке эффективной релятивистской частицы. Для перехода от двухчастичной задачи к одночастичной в уравнении (15) выполним замену переменных вида (подробности см. в работах [42, 43])

$$\Delta_{k', m' \lambda_Q} = \frac{\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}}{|\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}|} \left[\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2 - \left(\frac{m_1 \sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2} - m_2 \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2}}{m_1 + m_2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (20)$$

а преобразование, обратное (20), дается выражением

$$\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q} = \Delta_{k', m' \lambda_Q} \frac{m'}{2\mu} \sqrt{\frac{4\mu^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2}{m'^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2}}. \quad (21)$$

Тогда для квадрата трехмерного относительного импульса $\Delta_{k', m' \lambda_Q}$ эффективной релятивистской частицы, имеющей массу m' , получаем выражение

$$\Delta_{k', m' \lambda_Q}^2 = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} [s_k - (m_1 + m_2)^2],$$

откуда и следует формула (19), а из выражений (17) и (19) следуют соотношения

$$\sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2} = \frac{m'}{2\mu} f_+^{-1}(\Delta_{k', m' \lambda_Q}), \quad (22)$$

$$\sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2} = \frac{m'}{2\mu} f_-^{-1}(\Delta_{k', m' \lambda_Q}),$$

при $m_1 > m_2$;

$$\sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2} = \frac{m'}{2\mu} f_-^{-1}(\Delta_{k', m' \lambda_Q}),$$

$$\sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2} = \frac{m'}{2\mu} f_+^{-1}(\Delta_{k', m' \lambda_Q}),$$

при $m_1 < m_2$,

где

$$f_{\pm}(\Delta_{k', m' \lambda_Q}) = \frac{\sqrt{m'^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2}}{m'^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2 \pm m' \sqrt{m'^2 - 4\mu^2}}. \quad (23)$$

При этом релятивистский трехмерный элемент объема в пространстве Лобачевского в соответствии с (20)–(23) будет преобразовываться следующим образом:

$$\frac{d\Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}}{\sqrt{m_2^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2} \sqrt{m_1^2 + \Delta_{k_2, m_2 \lambda_Q}^2}} = \frac{m'}{2\mu} \frac{d\Delta_{k', m' \lambda_Q}}{\sqrt{m'^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2}} f(\Delta_{k', m' \lambda_Q}), \quad (24)$$

где

$$f(\Delta_{k', m' \lambda_Q}) = \frac{\sqrt{4\mu^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2}}{m'^2 + \Delta_{k', m' \lambda_Q}^2}. \quad (25)$$

Итак, выполнив в уравнении (15), как и в работах [42, 43], замену переменных вида (20), (21) и учитывая соотношения (18), (19), (24) и (25), приходим к полностью ковариантному РКП-уравнению в пространстве импульсов для волновой

РКП-функции $\Psi_{M_Q}(\Delta_{p', m' \lambda_Q})$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{m'} (\Delta_{q', m' \lambda_Q}^0 - \Delta_{p', m' \lambda_Q}^0) \Psi_{M_Q}(\Delta_{p', m' \lambda_Q}) &= \quad (26) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{k', m' \lambda_Q}} \times \\ &\times \tilde{V}(\Delta_{p', m' \lambda_Q}, \Delta_{k', m' \lambda_Q}; \Delta_{q', m' \lambda_Q}^0) \times \\ &\times \hat{A}\left(\frac{\Delta_{k', m' \lambda_Q}^0}{m'}\right) \Psi_{M_Q}(\Delta_{k', m' \lambda_Q}). \end{aligned}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\Delta_{p', m' \lambda_Q}, \Delta_{k', m' \lambda_Q}; \Delta_{q', m' \lambda_Q}^0) &= \\ &= f(\Delta_{p', m' \lambda_Q}) V(\Delta_{p', m' \lambda_Q}, \Delta_{k', m' \lambda_Q}; \Delta_{q', m' \lambda_Q}^0), \\ \hat{A}\left(\frac{\Delta_{k', m' \lambda_Q}^0}{m'}\right) &= \frac{1}{4} \left[a' \left(\frac{\Delta_{k', m' \lambda_Q}^0}{m'} \right)^2 + b' \right], \quad (27) \end{aligned}$$

где

$$a' = \begin{cases} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр);} \\ \frac{1}{2} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор);} \\ -\frac{1}{2} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu \text{ (псевдовектор);} \end{cases} \quad (28)$$

$$b' = \begin{cases} 1 - g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр);} \\ \frac{3}{4} - \frac{1}{2} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор);} \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{2} g'^2 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu \text{ (псевдовектор),} \end{cases}$$

а фактор g' определяется выражением

$$g' = \frac{m'}{2\mu} = \frac{m_1 + m_2}{2\sqrt{m_1 m_2}} \quad (29)$$

и его смысл будет раскрыт позже, причем значения параметров a' , b' в (28) при $m_1 = m_2 = m$ совпадают с соответствующими выражениями для a , b в (5), которые были получены в [11].

Волновая РКП-функция в пространстве импульсов для случая взаимодействия двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс m_1 , m_2 в уравнении (26) определена, как и в бесспиновом случае [42, 43], выражением

$$\begin{aligned} \Psi_{M_Q}(\Delta_{p', m' \lambda_Q}) &= \\ &= \frac{f(\Delta_{p', m' \lambda_Q}) \Gamma_{M_Q}(\Delta_{p', m' \lambda_Q})}{2^{3/2} \sqrt{m'} (2\Delta_{q', m' \lambda_Q}^0 - 2\Delta_{p', m' \lambda_Q}^0)}, \end{aligned}$$

а $d\Omega_{\Delta_{k',m'\lambda_Q}} = m'd\Delta_{k',m'\lambda_Q}/\Delta_{k',m'\lambda_Q}^0$ — релятивистский трехмерный элемент объема в пространстве Лобачевского, причем теперь все 4-импульсы принадлежат верхней полё массового гиперboloида

$$\Delta_{k',m'\lambda_Q}^{02} - \Delta_{k',m'\lambda_Q}^2 = m'^2,$$

которая погружена в 4-мерное импульсное пространство и служит моделью этого релятивистского неевклидова пространства импульсов, а группа Лоренца на этой поверхности является его группой движений, осуществляющей трансляцию в этом пространстве импульсов. Роль плоских волн, соответствующих этим трансляциям в пространстве Лобачевского, выполняют функции Шапиро [44]

$$\begin{aligned} \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) &= \\ &= \left(\frac{\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0 - \Delta_{p',m'\lambda_Q} \cdot \mathbf{n}}{m'} \right)^{-1-ir/\lambda'}, \end{aligned} \quad (30)$$

где $\lambda' = 1/m'$ — комптоновская длина волны эффективной релятивистской частицы массы m' , а модуль радиуса-вектора \mathbf{r} ($\mathbf{r} = r\mathbf{n}$, $|\mathbf{n}| = 1$) является релятивистским инвариантом. Эти функции соответствуют главной серии унитарных неприводимых представлений группы Лоренца и в нерелятивистском пределе ($|\Delta_{p',m'\lambda_Q}| \ll 1/\lambda'$, $r \gg \lambda'$) $\xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \rightarrow \exp(i\Delta_{p',m'\lambda_Q} \cdot \mathbf{r})$. Кроме того, функции (30) удовлетворяют условиям полноты и ортогональности

$$\begin{aligned} &\frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \times \\ &\times \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}), \\ &\frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{r} \xi(\Delta_{q',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) = \\ &= \frac{\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0}{m'} \delta(\Delta_{p',m'\lambda_Q} - \Delta_{q',m'\lambda_Q}), \end{aligned} \quad (31)$$

и уравнению в терминах конечных разностей

$$\left(\hat{H}_0 - 2\Delta_{p',m'\lambda_Q}^0 \right) \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) = 0. \quad (32)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \hat{H}_0 &= 2m' \left[\text{ch} \left(i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) + \right. \\ &\left. + \frac{i\lambda'}{r} \text{sh} \left(i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{\lambda'^2}{2r^2} \Delta_{\theta,\varphi} \exp \left(i\lambda' \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] \end{aligned} \quad (33)$$

— оператор свободного гамильтониана, являющийся конечно-разностным оператором, построенным из операторов сдвига $\exp(\pm i\lambda'\partial/\partial r)$, в то время как $\Delta_{\theta,\varphi}$ — его угловая часть.

Переход в релятивистское конфигурационное представление осуществляется с помощью преобразований Шапиро

$$\begin{aligned} \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \times \\ &\times \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}), \end{aligned} \quad (34)$$

$$\Psi_{M_Q}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}) = \int d\mathbf{r} \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \psi_{M_Q}(\mathbf{r}).$$

Для случая локального квазипотенциала

$$\begin{aligned} \tilde{V}(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) &\equiv \\ &\equiv \tilde{V} \left((\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-)\Delta_{k',m'\lambda_Q})^2; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 \right) \end{aligned} \quad (35)$$

квадрат вектора передачи импульса в пространстве Лобачевского $\Delta_{p',k'} = \mathbf{p}'(-)\mathbf{k}'$ является лоренцевым инвариантом, что согласно (16) позволяет представить его в виде

$$\begin{aligned} \Delta_{p',k'}^2 &= (\mathbf{p}'(-)\mathbf{k}')^2 = (\Delta_{p',k'}^0)^2 - m'^2 = \\ &= \left(\frac{p'k'}{m'} \right)^2 - m'^2 = \left(\frac{\Lambda_{\lambda_Q}^{-1} p' \Lambda_{\lambda_Q}^{-1} k'}{m'} \right)^2 - m'^2 = \\ &= \left(\frac{\Delta_{p',m'\lambda_Q} \Delta_{k',m'\lambda_Q}}{m'} \right)^2 - m'^2 = \\ &= \left((\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-)\Delta_{k',m'\lambda_Q})^0 \right)^2 - m'^2 = \\ &= (\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-)\Delta_{k',m'\lambda_Q})^2 = \Delta_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}}^2. \end{aligned}$$

Следовательно, квазипотенциал (35) в пространстве Лобачевского зависит от квадрата разности двух ковариантно определенных векторов импульса частиц. С таким квазипотенциалом правая часть уравнения (26) представляет собой свертку в пространстве Лобачевского, что позволяет применить преобразования (34). Тогда применение преобразований (34) к уравнению (26) и использование уравнения (32), условия полноты в (31), а также теоремы сложения для релятивистских плоских волн (30),

$$\begin{aligned} &\int d\omega_n \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}(-)\Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) = \\ &= \int d\omega_n \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \xi^*(\Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (36)$$

и эрмитовости оператора свободного гамильтониана (33), позволяет нам получить конечно-разностную форму релятивистского уравнения Шредингера в конфигурационном представлении для волновой РКП-функции составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс:

$$\frac{1}{2m'} (2\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 - \hat{H}_0) \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) = \quad (37)$$

$$= V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \hat{A} \left(\frac{\hat{H}_0}{2m'} \right) \psi_{M_Q}(\mathbf{r}).$$

Здесь операторы \hat{A} и \hat{H}_0 определены в (27) и (33), а потенциал $V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0)$, являясь локальным в смысле геометрии Лобачевского, дается в терминах тех же релятивистских плоских волн:

$$V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}} \times \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \times \tilde{V}((\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \Delta_{k',m'\lambda_Q})^2; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0).$$

При том же условии локальности квазипотенциала применение преобразований (34) к уравнению (26) и использование теоремы сложения (36) для релятивистских плоских волн (30) приводит к интегральной форме релятивистского уравнения Шредингера в конфигурационном представлении для волновой РКП-функции составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{p',m'\lambda_Q}} \times \quad (38) \\ & \times \frac{(\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 - \Delta_{p',m'\lambda_Q}^0)}{m'} \xi(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \times \\ & \times \int d\mathbf{r}' \xi^*(\Delta_{p',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}') \psi_{M_Q}(\mathbf{r}') = \\ & = V(\mathbf{r}; \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0) \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\Omega_{\Delta_{k',m'\lambda_Q}} \times \\ & \times \hat{A} \left(\frac{\Delta_{k',m'\lambda_Q}^0}{m'} \right) \xi(\Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}) \times \\ & \times \int d\mathbf{r}' \xi^*(\Delta_{k',m'\lambda_Q}, \mathbf{r}') \psi_{M_Q}(\mathbf{r}'). \end{aligned}$$

Считая потенциал сферически симметричным и используя разложение волновой РКП-функции $\psi_{M_Q}(\mathbf{r})$ по функциям Лежандра первого рода $P_\mu^\nu(z)$,

$$\begin{aligned} \psi_{M_Q}(\mathbf{r}) &= \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) i^\ell \frac{\varphi_\ell(r, \chi')}{r} \times \\ & \times P_\ell \left(\frac{\Delta_{q',m'\lambda_Q} \cdot \mathbf{r}}{|\Delta_{q',m'\lambda_Q}| r} \right), \end{aligned}$$

выполняя в (37) и (38) выкладки в полной аналогии с выводом в [19–21, 33] конечно-разностной и интегральной форм уравнения для радиальной волновой РКП-функции с относительным орбитальным моментом ℓ для случая двух бесспиновых кварков произвольных масс, получим конечно-разностную

и интегральную формы релятивистского уравнения Шредингера в конфигурационном представлении для радиальной волновой РКП-функции составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс с относительным орбитальным моментом ℓ в виде⁵⁾

$$\left(\hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} - \text{ch } \chi' \right) \varphi_\ell(\rho, \chi') = \quad (39)$$

$$= -V(\rho, \chi') \hat{A} \left(\hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} \right) \varphi_\ell(\rho, \chi'),$$

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty d\chi (\text{sh } \chi)^{2\ell+2} (\text{ch } \chi' - \text{ch } \chi) \times \quad (40) \\ & \times \left[\left(\frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \left(\frac{\sin \rho \chi}{\text{sh } \chi} \right) \right] \left(\frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \times \\ & \times \frac{1}{\text{sh } \chi} \int_0^\infty d\rho' \frac{\rho' \sin(\rho' \chi)}{(-\rho')^{\ell+1}} \varphi_\ell(\rho', \chi') = \\ & = V(\rho; \chi') \int_0^\infty d\chi (\text{sh } \chi)^{2\ell+2} \hat{A}(\text{ch } \chi) \times \\ & \times \left[\left(\frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \left(\frac{\sin \rho \chi}{\text{sh } \chi} \right) \right] \left(\frac{d}{d \text{ch } \chi} \right)^\ell \times \\ & \times \frac{1}{\text{sh } \chi} \int_0^\infty d\rho' \frac{\rho' \sin(\rho' \chi)}{(-\rho')^{\ell+1}} \varphi_\ell(\rho', \chi'), \end{aligned}$$

где

$$\hat{H}_{0,\ell}^{\text{rad}} = \text{ch} \left(i \frac{d}{d\rho} \right) + \frac{\ell(\ell+1)}{2\rho(\rho+i)} \exp \left(i \frac{d}{d\rho} \right)$$

— радиальная часть оператора свободного гамильтониана (33), а оператор \hat{A} по-прежнему определяется выражением (27), $\rho = r/\chi'$, χ' — быстрота, которая параметризует импульс и энергию:

$$\Delta_{q',m'\lambda_Q} = m' \text{sh } \chi' \mathbf{n}_{\Delta_{q',m'\lambda_Q}}, \quad (41)$$

$$|\mathbf{n}_{\Delta_{q',m'\lambda_Q}}| = 1, \quad M_Q = \frac{m'}{\mu} \Delta_{q',m'\lambda_Q}^0,$$

$$\Delta_{q',m'\lambda_Q}^0 = m' \text{ch } \chi',$$

а функция $(-\rho)^\ell = i^\ell \Gamma(\ell + i\rho) / \Gamma(i\rho)$ называется обобщенной степенью [10], где $\Gamma(z)$ — гамма-функция.

⁵⁾ Аналогичные формы уравнения для случая двух спиновых кварков равных масс были получены в [11].

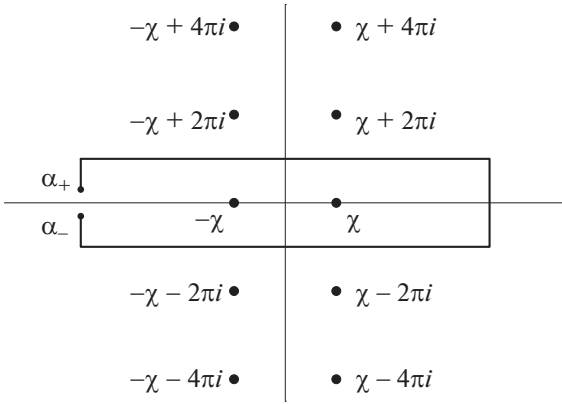


Рис. 2. Контур интегрирования в представлении (43) и сингулярности решения (46) в комплексной ζ -плоскости.

4. КУЛОНОВСКАЯ РАДИАЛЬНАЯ ВОЛНОВАЯ РКП-ФУНКЦИЯ

Радиальная волновая РКП-функция с относительным орбитальным моментом $\ell = 0$ для составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала (1), которая не содержит i -периодических констант, может быть найдена как решение интегрального уравнения (40), которое при относительном орбитальном моменте $\ell = 0$ и с потенциалом (1) принимает вид

$$\int_0^\infty d\chi (\text{ch } \chi' - \text{ch } \chi) \sin \rho \chi \times \int_0^\infty d\rho' \sin(\rho' \chi) \varphi_0(\rho', \chi') = -\frac{\tilde{\alpha}'_s}{\rho} \int_0^\infty d\chi \hat{A}(\text{ch } \chi) \sin \rho \chi \times \int_0^\infty d\rho' \sin(\rho' \chi) \varphi_0(\rho', \chi'), \quad \tilde{\alpha}'_s = \alpha_s m'. \tag{42}$$

Решение уравнения (42) будем искать в виде контурного интеграла

$$\varphi_0(\rho, \chi') = \int_{\alpha_-}^{\alpha_+} d\zeta e^{i\rho\zeta} R_0(\zeta, \chi'), \tag{43}$$

где интегрирование выполняется в комплексной ζ -плоскости вдоль контура с концевыми точками $\alpha_\pm = -R \pm i\varepsilon$, $R \rightarrow +\infty$, $\varepsilon \rightarrow +0$ (см. рис. 2), т.е. подобно тому, как это делалось в работах [11, 18–21, 33].

Подставляя представление (43) в уравнение (42) и выполняя интегрирование с помощью соотно-

шения

$$\frac{1}{i\pi} \int_0^\infty d\rho' \sin(\rho' \chi) e^{i\rho' \zeta} = \frac{1}{i\pi} \frac{\chi}{\chi^2 - \zeta^2}, \quad \text{Im} \zeta > 0,$$

приходим к уравнению

$$\int_{\alpha_-}^{\alpha_+} d\zeta e^{i\rho\zeta} (\text{ch } \chi' - \text{ch } \zeta) R_0(\zeta, \chi') = -\frac{\tilde{\alpha}'_s}{\rho} \int_{\alpha_-}^{\alpha_+} d\zeta e^{i\rho\zeta} \hat{A}(\text{ch } \zeta) R_0(\zeta, \chi'),$$

из которого после интегрирования по частям получаем для функции $R_0(\zeta, \chi')$ уравнение

$$\frac{d}{d\zeta} [(\text{ch } \zeta - \text{ch } \chi') R_0(\zeta, \chi')] = -i\tilde{\alpha}'_s \hat{A}(\text{ch } \zeta) R_0(\zeta, \chi') \tag{44}$$

с граничным условием

$$e^{i\rho\zeta} (\text{ch } \zeta - \text{ch } \chi') R_0(\zeta, \chi') \Big|_{\alpha_-}^{\alpha_+} = 0. \tag{45}$$

Решение уравнения (44) с граничным условием (45) дается выражением

$$R_0(\zeta, \chi') = C_0(\chi') \times \exp \left[-\frac{i\tilde{\alpha}'_s a'}{4} \text{sh } \zeta + (1 - i\tilde{\rho}') \zeta + iB' \chi' \right] \times \frac{1}{(e^\zeta - e^{\chi'})^2} \times \left[\frac{e^\zeta - e^{-\chi'}}{e^\zeta - e^{\chi'}} \right]^{-1+iB'}$$

где $C_0(\chi')$ — произвольная функция от быстроты χ' , которая параметризует импульс и энергию в (41), значения параметров $\tilde{\rho}'$ и B' определяются выражениями

$$\tilde{\rho}' = \frac{\tilde{\alpha}'_s a' \text{ch } \chi'}{4}, \quad B' = \frac{\tilde{\alpha}'_s (a' \text{ch}^2 \chi' + b')}{4 \text{sh } \chi'}, \tag{47}$$

т.е. как и в (4), но в которых $\chi = \chi'$, а входящие в них спиновые параметры a, b и параметр $\tilde{\alpha}_s$ теперь заменяются на их выражения в (28) и (42).

Напомним, что значения $\zeta = \pm \chi' + 2\pi ni$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) являются точками ветвления функции (46) (см. рис. 2). Контур интегрирования в представлении (43) не должен пересекать разрезы, которые проводятся от $-\infty + 2\pi ni$ до $\pm \chi' + 2\pi ni$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. В случае, когда взаимодействие выключено, $\alpha_s \rightarrow 0$, решение $\varphi_0(\rho, \chi')$ должно воспроизводить известную свободную волновую функцию

$$\lim_{\alpha_s \rightarrow 0} \varphi_0(\rho, \chi') \xrightarrow{\rho \rightarrow \infty} \frac{\sin(\rho \chi')}{\text{sh } \chi'}, \tag{48}$$

поэтому выбираем $\alpha_{\pm} = -R \pm i\varepsilon$ при $R \rightarrow +\infty$, $\varepsilon \rightarrow +0$. Вертикальную и горизонтальную части контура интегрирования в правой его части нам удобно выбрать в виде $\text{Re}\zeta = +R$ и $\text{Im}\zeta = \pm\pi$ (см. рис. 2), т.е. как и в работах [11, 18–21, 33].

Наконец, после подстановки решения (46) в представление (43) и последующего ζ -интегрирования в комплексной плоскости вдоль контура с концевыми точками α_{\pm} , т.е. также, как это делалось в работах [11, 18–21, 33], выражение для радиальной волновой РКП-функции $\varphi_0(\rho, \chi')$, не содержащее i -периодических констант, принимает вид

$$\varphi_0(\rho, \chi') = 2C_0(\chi') e^{iB'\chi'} \text{sh} [\pi(\rho - \tilde{\rho}')] \times \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{\exp \left[\frac{i\tilde{\alpha}'_s a'}{4} \text{sh} x + (1 + i(\rho - \tilde{\rho}')) x \right]}{(e^x + e^{\chi'})^2} \times \left[\frac{e^x + e^{-\chi'}}{e^x + e^{\chi'}} \right]^{-1+iB'}. \quad (49)$$

Нормировочный множитель $C_0(\chi')$ является действительным, а решение (49) отличается от решения в бесспиновом случае (см. работы [19–21, 33]) только наличием осциллирующего фактора $\exp[i\tilde{\alpha}'_s a' \text{sh}(x)/4]$ и при $a' = 0, b' = 2/g'$ — переходит в решение для бесспинового случая, где фактор g' определяется выражением (29). Более того, решение (49) по форме совпадает с решением для случая двух спиновых кварков равных масс [11]. Поэтому, как и в работе [11], вклад в интеграл от осциллирующего фактора $\exp[i\tilde{\alpha}'_s a' \text{sh}(x)/4]$ можно положить равным единице. Очевидно, что такая аппроксимация не только не нарушает свойств симметрии решения (49), но и позволяет представить выражение радиальной волновой РКП-функции для s -состояния через гипергеометрическую функцию, т.е. подобно тому, как это делалось в бесспиновом случае [19–21, 33],

$$\varphi_0(\rho, \chi') = C_0(\chi') e^{iB'\chi' - \chi' + i(\rho - \tilde{\rho}')\chi'} (\rho - \tilde{\rho}') \times F \left(1 - iB', 1 - i(\rho - \tilde{\rho}'); 2; 1 - e^{-2\chi'} \right), \quad (50)$$

где действительный нормировочный множитель $2\pi C_0(\chi')$ дается выражением

$$|2\pi C_0(\chi')|^2 = e^{\pi B'} |\Gamma(1 - iB')|^2 \quad (51)$$

и находится из граничного условия (48) и асимптотики

$$\varphi_0(\rho, \chi')|_{\rho \gg 1} \approx \frac{2\pi C_0(\chi') e^{-\pi B'/2}}{\text{sh} \chi' |\Gamma(1 - iB')|} \times$$

$$\times \sin \{ (\rho - \tilde{\rho}')\chi' + B' \ln [2(\rho - \tilde{\rho}') \text{sh} \chi'] + \arg \Gamma(1 - iB') \},$$

где $\Gamma(z)$ — гамма-функция.

Отметим, что при $\chi' = i\kappa$ ($0 < \kappa < \pi/2$) гипергеометрическая функция в решении (50) становится многочленом степени n , что приводит к точному условию квантования энергетических уровней для s -состояния составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала (1),

$$\frac{\tilde{\alpha}'_s (a' \cos^2 \kappa + b')}{4 \sin \kappa} = n, \quad n = 1, 2, \dots \quad (52)$$

Условие квантования энергетических уровней (52) также может быть получено и при решении спектральной задачи для РКП-уравнения (39) с кулоновским потенциалом (1) при $\ell = 0$ (подобно тому, как это делалось в работе [11]). Решение спектральной задачи для парциальной волновой РКП-функции $\varphi_0(\rho, \kappa)$ имеет вид

$$\varphi_0(\rho, \kappa) = -\frac{C_0(\kappa)}{2} \int_{a_-}^{a_+} dt \times \exp \left[-\rho t + \frac{\tilde{\alpha}'_s a'}{4} \sin t + \frac{\tilde{\alpha}'_s a' \cos \kappa}{4} t \right] \times \left[\sin \left(\frac{t + \kappa}{2} \right) \right]^{iB'-1} \left[\sin \left(\frac{t - \kappa}{2} \right) \right]^{-iB'-1}, \quad (53)$$

где быстрота $\chi' = i\kappa$ параметризует энергию $M_Q = (m^2/\mu) \cos \kappa$, $0 < \kappa < \pi/2$, а интегрирование выполняется в комплексной плоскости переменной t вдоль контура Γ с концевыми точками $a_{\pm} = +\infty \pm i\varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow +0$, который лежит в полуплоскости $\text{Re}t \geq -\pi/2$ и содержит внутри себя особые точки $t = \kappa + 2\pi k$ ($k = 0, 1, \dots$) подынтегральной функции в решении (53).

Отметим, что решение спектральной задачи с кулоновским потенциалом (1) на основе интегрального уравнения (40), взятого при относительном орбитальном моменте $\ell = 0$, также приводит к решению (53).

Поскольку в силу условия квантования энергетических уровней (52) точки $t = \kappa + 2\pi k$ ($k = 0, 1, \dots$) являются полюсами $(n + 1)$ -го порядка подынтегральной функции в решении (53), то контурный интеграл может быть легко вычислен с помощью теории вычетов. В частности, для основного уровня ($n = 1$) волновая РКП-функция $\varphi_0(\rho, \kappa)$ имеет вид

$$\varphi_0(\rho, \kappa_1) = \begin{cases} C_0(\kappa_1) \frac{(\rho - \rho'_{\kappa_1})\theta(\rho - \rho'_{\kappa_1}/2)}{1 - \exp[-2\pi(\rho - \rho'_{\kappa_1}/2)]} \exp[-(\rho - \rho'_{\kappa_1})\kappa_1]; \\ C_0(\kappa_1)(\rho - \rho'_{\kappa_1})\theta(-\rho + \rho'_{\kappa_1}/2) \exp[-(\rho - \rho'_{\kappa_1})\kappa_1], \\ \rho'_{\kappa_1} = \tilde{\alpha}'_s a' \cos(\kappa_1)/2, \end{cases} \quad (54)$$

причем $\rho'_{\kappa_1} > 0$ для $\hat{O} = \gamma_5$ и γ_μ , но $\rho'_{\kappa_1} < 0$ для $\hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu$.

Таким образом, волновая РКП-функция основного состояния имеет нуль на конечном расстоянии при положительных значениях параметра a' , когда $\hat{O} = \gamma_5$ или γ_μ , и не имеет нуля при отрицательном значении параметра a' , когда $\hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu$ ⁶. Более того, из выражения (54) следует, что при $a' > 0$ происходит фрагментация кварк-глюонной материи основного состояния связанной системы с энергией $M_Q = (m'^2/\mu) \cos \kappa_1$ на две фракции: одна из фракций распределена внутри сферы (ядро) радиуса $\rho = \rho'_{\kappa_1}/2$, а другая — в сферическом слое (мантия) $\rho'_{\kappa_1}/2 < \rho < \rho'_{\kappa_1}$. При этом значение параметра $\rho'_{\kappa_1} = \tilde{\alpha}'_s a' \cos(\kappa_1)/2$ при $a' > 0$ определяет “размер” основного состояния связанной системы с энергией $M_Q = (m'^2/\mu) \cos \kappa_1$ и является точкой разрыва эффективного потенциала (рис. 3)

$$V_{\text{эф}}(\rho) = -\frac{\tilde{\alpha}'_s a'}{4(\rho - \rho'_{\kappa_1})}$$

с предельной точкой $\rho'_0 = \tilde{\alpha}'_s a'/2$ ($\kappa_1 = 0$), разделяющей область конфаймента (область связанных состояний) и область континуума (область рассеяния).

5. ПОРОГОВЫЙ РЕСУММИРУЮЩИЙ S-ФАКТОР

Принимая во внимание соотношения (10) и (11), пороговый ресуммирующий S -фактор составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, как и в случае спиновых кварков равных масс [13], определим выражением

$$S_{\text{uneq,s}}(\chi') = \lim_{\rho \rightarrow i} \left| e^{-\pi\tilde{\rho}'/2} \Gamma(1 + i\tilde{\rho}') \frac{\varphi_0(\rho, \chi')}{\rho} \right|^2, \quad (55)$$

где дополнительный фактор $\exp(-\pi\tilde{\rho}'/2)\Gamma(1 + i\tilde{\rho}')$ обеспечивает не только правильный релятивистский предел при $\chi' \rightarrow +\infty$, равный 1, но и переход

⁶Аналогичный результат для случая двух спиновых кварков равных масс был получен в [11, 12].

к бесспиновому случаю при $a' = 0$ и $b' = 2/g'$. Таким образом, в рассматриваемом спиновом случае функция

$$\psi_0(\rho, \chi') = e^{-\pi\tilde{\rho}'/2} \Gamma(1 + i\tilde{\rho}') \varphi_0(\rho, \chi')$$

представляет собой физическую волновую функцию s -состояния составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала (1).

Тогда, используя соотношения (50), (51) и (55), получаем следующее выражение для порогового ресуммирующего S -фактора составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс:

$$S_{\text{uneq,s}}(\chi') = \frac{X_{\text{uneq,s}}(\chi')}{1 - \exp[-X_{\text{uneq,s}}(\chi')]} \times e^{-\pi\tilde{\rho}'} \left| \Gamma(2 + i\tilde{\rho}') F(1 + iB', -i\tilde{\rho}'; 2; 1 - e^{-2\chi'}) \right|^2, \quad (56)$$

где

$$X_{\text{uneq,s}}(\chi') = 2\pi B' = \frac{\pi\tilde{\alpha}'_s (a' \text{ch}^2 \chi' + b')}{2 \text{sh} \chi'}. \quad (57)$$

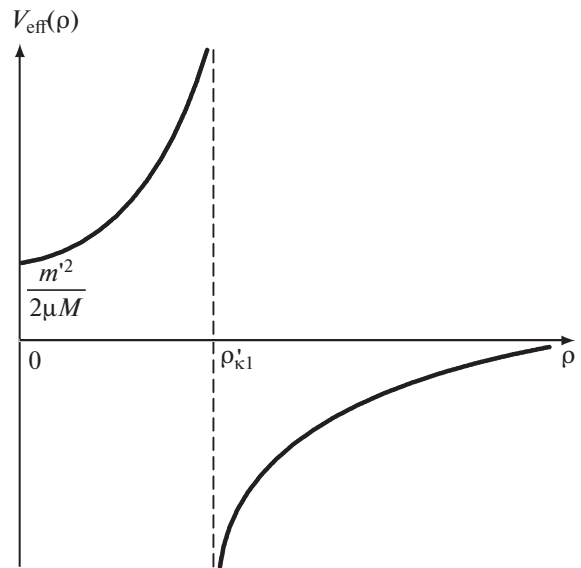


Рис. 3. Поведение эффективного взаимодействия в случае кулоновоподобного потенциала (1) при положительных значениях параметра a' с сингулярностью на конечном расстоянии.

Пороговый S -фактор (56) может быть выражен в терминах скорости u в (8) и относительной скорости u'_{rel} эффективной релятивистской частицы массы m' , выступающей в качестве двухчастичной связанной системы, которая определяется выражением [19–21]

$$u'_{\text{rel}} = \frac{2u}{\sqrt{1-u^2}}. \quad (58)$$

В частности, величина (57) в терминах скорости u и относительной скорости u'_{rel} принимает вид

$$\begin{aligned} X_{\text{uneq,s}}(u) &= \\ &= \frac{\pi\tilde{\alpha}'_s\sqrt{1-u^2}}{2g'u} \left[g'^2(a'+b') + \frac{a'u^2}{1-u^2} \right] = \\ &= \frac{\pi\tilde{\alpha}'_s}{g'u'_{\text{rel}}} \left[g'^2(a'+b') + \frac{a'}{4}u'^2_{\text{rel}} \right]. \end{aligned}$$

Здесь кинематический фактор g' определяется выражением (29) и устанавливает связь между полной энергией $\sqrt{s_k}$ составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс и полной энергией $2\Delta^0_{k',m'\lambda_Q}$ эффективной релятивистской частицы массы m' с импульсом $\Delta_{k',m'\lambda_Q}$ (см. (19)), что отражает асимметрию между этими двумя системами. Кроме того, фактор (29) представляет собой отношение среднего арифметического масс кварков к их среднему геометрическому, а, значит, он описывает асимметрию составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, причем $g' \geq 1 \forall m_1, m_2$, а равенство имеет место (асимметрии нет) только при $m_1 = m_2 = m$. С другой стороны, кинематический фактор g' можно рассматривать и как отношение гиромангнитного отношения орбитального момента составной системы (мезона) с приведенной массой μ и зарядом e , равного $g_L = e/2\mu c$, где c — скорость света, к гиромангнитному отношению для спинового момента эффективной релятивистской частицы массы m' и с таким же зарядом e , равному $g_s = e/m'c$. Также фактор g' , и это важно, устанавливает явную зависимость спиновых параметров a', b' в (28) от масс m_1, m_2 релятивистских спиновых кварков, образующих составную систему, причем при $m_1 = m_2 = m$ фактор $g' = 1$ и, следовательно, в этом случае значения параметров a', b' , как это видно из (5) и (28), определяются только собственными спинами кварков.

Отметим, что пороговый S -фактор (56) имеет явно выраженный релятивистский характер, поскольку как аргумент r (модуль радиуса-вектора \mathbf{r}) в кулоновском потенциале (1), так и релятивистская относительная скорость \mathbf{v} взаимодействующих частиц являются релятивистскими инвариантами [41], а, значит, в силу соотношения $|\mathbf{v}| = 2u/(1+u^2)$, скорость u в (8) и относительная скорость u'_{rel} эффективной релятивистской частицы в (58) также обладают этим свойством [19–21]. При этом роль параметра скорости в S -факторе (56) теперь играет не релятивистская относительная скорость \mathbf{v} взаимодействующих частиц, а скорость (58) эффективной релятивистской частицы, выступающей в качестве двухчастичной системы.

Новый релятивистский пороговый ресуммирующий S -фактор (56) для составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс имеет следующие важные свойства:

1) при $m_1 = m_2 = m$ S -фактор (56) совпадает со спиновым S -фактором (2), который при $a = 0$ и $b = 2$ переходит в бесспиновый S -фактор (6), воспроизводящий в нерелятивистском пределе ($v \rightarrow 0$) известный нерелятивистский результат [19–21];

2) при $m_1 \neq m_2$ и $a' = 0, b' = 2/g'$ S -фактор (56) совпадает с бесспиновым S -фактором (7);

3) в нерелятивистском пределе $\chi' \rightarrow +0$ ($u \rightarrow 0$) его поведение дается выражением

$$\begin{aligned} S_{\text{uneq,s}}(\chi')|_{\chi' \rightarrow +0} &\approx \\ &\approx \frac{\pi\tilde{\alpha}'_s(a'+b')/2 \operatorname{sh} \chi'}{1 - \exp[-\pi\tilde{\alpha}'_s(a'+b')/2 \operatorname{sh} \chi']} \times \\ &\times \frac{\pi\tilde{\alpha}'_s a'/2}{\exp(\pi\tilde{\alpha}'_s a'/2) - 1} \left(1 + \frac{(\tilde{\alpha}'_s a')^2}{16} \right) \\ &\times |\Phi(-i\tilde{\alpha}'_s a'/4; 2; i\tilde{\alpha}'_s(a'+b')/2)|^2, \end{aligned}$$

которое при $m_1 = m_2 = m, a' = a = 0$ и $b' = b = 2$, как было отмечено выше, воспроизводит известный нерелятивистский результат [19–21], где $\Phi(\alpha; \beta; z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция;

4) в релятивистском пределе $\chi' \rightarrow +\infty$ ($u \rightarrow 1$) его поведение имеет асимптотику

$$S_{\text{uneq,s}}(\chi')|_{\chi' \gg 1} \approx \frac{2\pi(B' - \tilde{\rho}')}{1 - \exp[-2\pi(B' - \tilde{\rho}')] } |_{\chi' \gg 1} \approx 1 + \frac{\pi\tilde{\alpha}'_s}{4}(a' + 2b')e^{-\chi'} \xrightarrow{\chi' \rightarrow +\infty} \quad (59)$$

$$\xrightarrow{\chi' \rightarrow +\infty} \begin{cases} 1 + 0 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр) и } 1 \leq g' \leq \sqrt{2}, \\ 1 - 0 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \text{ (псевдоскаляр) и } g' > \sqrt{2}, \\ 1 + 0 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор) и } 1 \leq g' \leq \sqrt{3}, \\ 1 - 0 & \text{при } \hat{O} = \gamma_\mu \text{ (вектор) и } g' > \sqrt{3}; \\ 1 + 0 & \text{при } \hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu \text{ (псевдовектор) и } g' \geq 1, \end{cases}$$

которая отвечает соответствующим значениям спиновых параметров a' и b' в (28), являющихся функциями параметра g' , а, значит, масс кварков;

5) случай, когда одна из частиц покоится, означает, что $m_1 \rightarrow +\infty$, а другая частица имеет массу m_2 и импульс \mathbf{k} , что дает предельное значение для скорости u :

$$u \xrightarrow{m_1 \rightarrow +\infty} \frac{|\mathbf{k}|}{\sqrt{m_2^2 + \mathbf{k}^2} + m_2};$$

6) в ультрарелятивистском пределе, как это было доказано [45, 46], спектр связанных состояний исчезает, когда масса $m' \rightarrow 0$, так как масса частицы является единственным размерным параметром. Эта особенность отражает существенное различие между потенциальными моделями и квантовой теорией поля, где появляется дополнительный размерный параметр. Кроме того, мы можем также заключить, что S -фактор (56), который соответствует непрерывному спектру, будет стремиться к 1 при $m' \rightarrow 0$.

Таким образом, установлена зависимость релятивистского порогового ресуммирующего S -фактора (56) как от скорости u в (8) или относительной скорости u'_{rel} эффективной релятивистской частицы в (58), так и от спиновых параметров a' и b' , а, значит, и от различия масс кварков составной системы (фактор g'). Выполненный анализ поведения S -фактора (56) в нерелятивистском ($u \rightarrow 0$), релятивистском ($u \rightarrow 1$) и в ультрарелятивистском ($m' \rightarrow 0$) пределах показал, что он воспроизводит как известный нерелятивистский предел в бесспиновом случае, когда $m_1 = m_2 = m$, $a' = a = 0$ и $b' = b = 2$, так и ожидаемые релятивистский и ультрарелятивистский пределы для всех трех случаев спиновых структур мезонов: псевдоскаляра, вектора и псевдовектора. Более того, из асимптотики (59) следует, что новый пороговый S -фактор (56) в релятивистском пределе ($u \rightarrow 1$) стремится к единице снизу для псевдоскаляра ($\hat{O} = \gamma_5$) при $g' > \sqrt{2}$, а для вектора ($\hat{O} = \gamma_\mu$) — при $g' > \sqrt{3}$. Это означает, что для этих значений фактора g' (а, следовательно, масс кварков) существуют такие “критические” значения быстроты χ' ,

при которых S -фактор (56), отвечающий случаю псевдоскаляра и вектора, будет обращаться в единицу, приближаясь в пределе при $\chi' \rightarrow +\infty$ к единице снизу. Тем самым, для псевдоскалярного и векторного мезонов мы обнаружили новые закономерности и эффекты, обусловленные их спиновыми параметрами a', b' , зависящими от фактора g' .

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе найдены точные решения задачи рассеяния и спектральной задачи для s -состояния составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала (1). Рассмотрены случаи, когда квазипотенциал имеет биспинорную структуру вида $I \otimes I$, а спинорная структура вершинной функции пропорциональна матрице \hat{O} , не зависящей от импульсных переменных, где в качестве \hat{O} выбирались матрицы Дирака γ_5, γ_μ и $\gamma_5 \gamma_\mu$ ($\mu = 0, 1, 2, 3$). Такой выбор матрицы \hat{O} для рассматриваемых спиновых структур мезонов позволил найти точные решения РКП-уравнения в конфигурационном представлении для волновой функции s -состояния мезонов, как составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, взаимодействующих посредством кулоновоподобного хромодинамического потенциала (1), и определить для них условия квантования энергетических уровней. Для этих спиновых структур мезонов получены выражения для релятивистского порогового ресуммирующего S -фактора, отвечающего кулоновоподобному хромодинамическому потенциалу, и исследованы его свойства. Рассмотрение было выполнено в рамках релятивистского квазипотенциального подхода, основанного на ковариантной гамильтоновой формулировке квантовой теории поля, путем перехода к трехмерному релятивистскому конфигурационному представлению [40, 41] для случая составной системы двух релятивистских спиновых частиц произвольных масс.

Показано, что при положительных значениях параметра a' волновая РКП-функция основного

состояния имеет нуль на конечном расстоянии $\rho = \tilde{\alpha}'_s a' \cos(\kappa_1)/2$, когда $\hat{O} = \gamma_5$ и γ_μ , и не имеет нуля при отрицательном значении параметра a' , когда $\hat{O} = \gamma_5 \gamma_\mu$. Установлено, что при $a' > 0$ происходит фрагментация кварк-глюонной материи основного состояния связанной системы с энергией $M_Q = (m'^2/\mu) \cos \kappa_1$ на две фракции: одна из фракций распределена внутри сферы (ядро) радиуса $\rho = \rho'_{\kappa_1}/2$, а другая — в сферическом слое (мантия) $\rho'_{\kappa_1}/2 < \rho < \rho'_{\kappa_1}$. При этом значение параметра $\rho'_{\kappa_1} = \tilde{\alpha}'_s a' \cos(\kappa_1)/2$ при $a' > 0$ определяет “размер” основного состояния связанной системы с энергией $M_Q = (m'^2/\mu) \cos \kappa_1$ и является точкой разрыва эффективного потенциала с предельной точкой $\rho'_0 = \tilde{\alpha}'_s a'/2$, разделяющей область конфайнмента (область связанных состояний) и область континуума (область рассеяния).

Установлена зависимость нового релятивистского порогового ресуммирующего S -фактора (56) от спиновых параметров a' и b' , содержащих кинематический фактор g' , который указывает на связь между спинами и массами кварков, образующих составную систему. Показано, что фактор g' устанавливает связь между полной энергией эффективной релятивистской частицы массы m' и полной энергией составной системы двух релятивистских спиновых кварков произвольных масс, и он отражает как асимметрию их масс, так и асимметрию их гироманнитных отношений.

Показано, что новый пороговый S -фактор (56) имеет явно выраженный релятивистский характер, причем роль параметра скорости в нем теперь играет не релятивистская относительная скорость \mathbf{v} взаимодействующих частиц, а скорость (58) эффективной релятивистской частицы, выступающей в качестве двухчастичной системы.

Установлена связь нового S -фактора (56) с ранее найденными S -факторами как для случая спиновых кварков равных масс, так и для бесспиновых кварков произвольных и равных масс. Выполнен анализ его поведения в нерелятивистском ($u \rightarrow 0$), релятивистском ($u \rightarrow 1$) и в ультра-релятивистском ($m' \rightarrow 0$) пределах. Показано, что он воспроизводит не только известный нерелятивистский предел в бесспиновом случае, когда $m_1 = m_2 = m$, $a' = a = 0$ и $b' = b = 2$, но и ожидаемые релятивистский и ультра-релятивистский пределы для всех трех случаев спиновых структур мезонов: псевдоскаляра, вектора и псевдовектора.

Детальный анализ поведения нового S -фактора (56) в релятивистском пределе ($u \rightarrow 1$) показал, что он стремится к единице снизу для псевдоскаляра ($\hat{O} = \gamma_5$) при $g' > \sqrt{2}$, а для вектора ($\hat{O} = \gamma_\mu$) — при $g' > \sqrt{3}$. Для этих значений фактора

g' , а, следовательно, масс кварков, существуют “критические” значения быстроты χ' , при которых S -фактор (56), отвечающий случаю псевдоскаляра и вектора, обращается в единицу, приближаясь в пределе при $\chi' \rightarrow +\infty$ к единице снизу. Такая особенность поведения S -фактора (56) для псевдоскалярного и векторного мезонов указывает на новые закономерности и эффекты, обусловленные различием масс кварков (фактор g').

Поскольку новый S -фактор (56) получен нами в рамках полностью ковариантного метода, то можно ожидать, что он более полно учитывает как релятивистский характер кварков составной системы, так и эффекты, обусловленные их спинами и различием их масс.

Автору приятно выразить искреннюю благодарность О.П. Соловцовой за поддержку и интерес к этой работе, полезные обсуждения, стимулирующие дискуссии и ценные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. A. A. Logunov and A. N. Tavkhelidze, *Nuovo Cimento* **29**, 380 (1963).
2. V. G. Kadyshevsky, *Nucl. Phys. B* **6**, 125 (1968).
3. V. G. Kadyshevsky and M. D. Mateev, *Nuovo Cimento A* **55**, 275 (1967).
4. В. Г. Кадышевский, *ЖЭТФ* **46**, 654, 872 (1964) [*Sov. Phys. JETP* **19**, 443, 597 (1964)]; *Докл. АН СССР* **160**, 573 (1965) [*Sov. Phys. Dokl.* **10**, 46 (1965)].
5. Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, *ЯФ* **31**, 1332 (1980) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **31**, 686 (1980)].
6. Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, *ТМФ* **43**, 330 (1980) [*Theor. Math. Phys.* **43**, 494 (1980)].
7. А. Д. Линкевич, В. И. Саврин, Н. Б. Скачков, *ТМФ* **53**, 20 (1982) [*Theor. Math. Phys.* **53**, 955 (1982)].
8. В. А. Матвеев, В. И. Саврин, А. Н. Сисакян, А. Н. Тавхелидзе, *ТМФ* **132**, 267 (2002) [*Theor. Math. Phys.* **132**, 1119 (2002)].
9. D. Ebert, R. N. Faustov, and V. O. Galkin, *Phys. Lett. B* **635**, 93 (2006); *ЭЧАЯ* **41**, 1579 (2010).
10. V. G. Kadyshevsky, R. M. Mir-Kasimov, and N. B. Skachkov, *Nuovo Cimento A* **55**, 233 (1968).
11. Ю. Д. Черниченко, *ЯФ* **80**, 396 (2017) [*Phys. At. Nucl.* **80**, 707 (2017)].
12. N. B. Skachkov and I. L. Solovtsov, Preprint No. E2-81-760, JINR (Dubna, 1981); Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, *ТМФ* **54**, 183 (1983) [*Theor. Math. Phys.* **54**, 116 (1983)].
13. Ю. Д. Черниченко, *ЯФ* **82**, 172 (2019) [*Phys. At. Nucl.* **82**, 158 (2019)].
14. M. Freeman, M. D. Mateev, and R. M. Mir-Kasimov, *Nucl. Phys. B* **12**, 197 (1969).
15. В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, М. Фриман, *ЯФ* **9**, 646 (1969).
16. Н. В. Skachkov and I. L. Solovtsov, Preprint No. E2-11727, JINR (Dubna, 1978); Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, *ЯФ* **30**, 1079 (1979) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **30**, 562 (1979)].

17. N. B. Skachkov and I. L. Solovtsov, Preprint No. E2-11678, JINR (Dubna, 1978); Н. Б. Скачков, И. Л. Соловцов, ТМФ **41**, 205 (1979) [Theor. Math. Phys. **41**, 977 (1979)].
18. K. A. Milton and I. L. Solovtsov, Mod. Phys. Lett. A **16**, 2213 (2001).
19. О. П. Соловцова, Ю. Д. Черниченко, ЯФ **73**, 1658 (2010) [Phys. At. Nucl. **73**, 1612 (2010)]; arXiv:0904.0754v1.
20. О. П. Соловцова, Ю. Д. Черниченко, ТМФ **166**, 225 (2011) [Theor. Math. Phys. **166**, 194 (2011)].
21. Ю. Д. Черниченко, *Релятивистский квазипотенциальный подход в задачах рассеяния* (Изд. центр УО ГГТУ им. П. О. Сухого, Гомель, 2011).
22. T. Appelquist and H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **34**, 43 (1975); Phys. Rev. D **12**, 1404 (1975).
23. E. S. Poggio, H. R. Quinn, and S. Weinberg, Phys. Rev. D **13**, 1958 (1976).
24. J. Schwinger, *Particles, Sources, and Fields* (Addison-Wesley, New York, 1973), Vol. II.
25. G. Gamov, Z. Phys. **51**, 204 (1928).
26. A. Sommerfeld, *Atombau und Spektrallinien* (Vieweg, Braunschweig, 1939), Vol. II.
27. A. D. Sakharov, ЖЭТФ **18**, 631 (1948).
28. В. С. Фадин, В. А. Хозе, ЯФ **48**, 487 (1988); V. S. Fadin, V. A. Khoze, and T. Sjostrand, Z. Phys. C **48**, 613 (1990).
29. V. S. Fadin, V. A. Khoze, A. D. Martin, and A. Charovsky, Phys. Rev. D **52**, 1377 (1995).
30. A. H. Hoang, Phys. Rev. D **56**, 7276 (1997).
31. J.-H. Yoon and C.-Y. Wong, Phys. Rev. C **61**, 044905 (2000); J. Phys. G **31**, 149 (2005).
32. A. B. Arbuzov, Nuovo Cimento A **107**, 1263 (1994).
33. И. Л. Соловцов, Ю. Д. Черниченко, в сб.: *Труды международного семинара по современным вопросам физики элементарных частиц, посвященный памяти И. Л. Соловцова, Дубна, 15–18 янв. 2008*, Препринт Д4-2008-65, ОИЯИ (Дубна, 2008), с. 73.
34. R. Barbieri, P. Christillin, and E. Remiddi, Phys. Rev. A **8**, 2266 (1973).
35. V. I. Savrin and N. B. Skachkov, Lett. Nuovo Cimento **29**, 363 (1980).
36. K. A. Milton, I. L. Solovtsov, and O. P. Solovtsova, Phys. Rev. D **64**, 016005 (2001).
37. I. L. Solovtsov and O. P. Solovtsova, Nonlin. Phenom. Complex Syst. **5**, 51 (2002).
38. K. A. Milton, I. L. Solovtsov, and O. P. Solovtsova, Mod. Phys. Lett. A **21**, 1355 (2006).
39. K. A. Milton, in *Proceedings of the International Seminar Denoted to the Memory of I. L. Solovtsov, Dubna, 15–18 Jan. 2008*, Preprint No. D4-2008-65, JINR (Dubna, 2008), p. 82.
40. В. Г. Кадышевский, М. Д. Матеев, Р. М. Мир-Касимов, ЯФ **11**, 692 (1970) [Sov. J. Nucl. Phys. **11**, 388 (1970)].
41. В. Г. Кадышевский, Р. М. Мир-Касимов, Н. Б. Скачков, ЭЧАЯ **2**, 635 (1972) [Sov. J. Part. Nucl. **2**, 69 (1972)].
42. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **77**, 251 (2014) [Phys. At. Nucl. **77**, 229 (2014)].
43. Ю. Д. Черниченко, ЯФ **78**, 226 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 201 (2015)].
44. И. С. Шапиро, Докл. АН СССР **106**, 647 (1956) [Sov. Phys. Dokl. **1**, 91 (1956)]; ЖЭТФ **43**, 1727 (1962) [Sov. Phys. JETP **16**, 1219 (1963)].
45. W. Lucha and F. F. Schöberl, Phys. Rev. Lett. **64**, 2733 (1990).
46. W. Lucha and F. F. Schöberl, Phys. Lett. B **387**, 573 (1996).

WAVE FUNCTIONS AND S FACTOR FOR A SYSTEM OF TWO RELATIVISTIC SPINOR QUARKS WITH ARBITRARY MASSES

Yu. D. Chernichenko

*P. Sukhoi Gomel State Technical University, Belarus;
International Center for Advanced Studies, Gomel, Belarus*

In the framework of the Hamiltonian formulation of quasipotential approach in quantum field theory by transition to the three-dimensional relativistic configurational representation the exact solutions of the covariant two-particle equations, mass spectrum, and S factor are obtained for a system of two relativistic spin-1/2 quarks with arbitrary masses interacting via a Coulomb-like chromodynamical potential. The cases of the pseudoscalar, vector, and pseudovector are considered. The new regularities has been installed in behavior of threshold resummation S -factor.