## РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

# ПИСЬМА

## В

# ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

## том 111

Выпуск 7 10 апреля 2020

Журнал издается под руководством Отделения физических наук РАН

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией И.В.Подыниглазова

Адрес редакции	119334 Москва, ул. Косыгина 2
тел./факс	(499)-137-75-89
e-mail	letters@kapitza.ras.ru
Web-страница	http://www.jetpletters.ac.ru

Интернет-версия английского издания http://www.springerlink.com/content/1090-6487

<sup>©</sup> Российская академия наук, 2020

<sup>©</sup> Редколлегия журнала "Письма в ЖЭТФ" (составитель), 2020

# Спектры протонов и ядер гелия и их сравнение по данным эксперимента НУКЛОН

Д. Е. Карманов, И. М. Ковалев, И. А. Кудряшов, А. А. Курганов, А. Д. Панов, Д. М. Подорожный, А. Н. Турундаевский<sup>1)</sup>, О. А. Васильев

Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В.Скобельцына, МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 декабря 2019 г. После переработки 13 марта 2020 г. Принята к публикации 13 марта 2020 г.

Целью космического эксперимента НУКЛОН было измерение спектров космических лучей высокой энергии. Для решения важных астрофизических задач необходимы прямые измерения энергетических спектров протонов и ядер космических лучей, позволяющие разделить частицы по заряду. Спутник был запущен 26 декабря 2014 г. и функционировал три года. Представлены измеренные спектры протонов и ядер гелия в диапазоне 2–500 ТэВ на частицу. Полученные результаты анализируются и сравниваются с данными других экспериментов для более низких энергий. Отношение потоков протонов и ядер гелия близко к постоянному в широкой области магнитных жесткостей (3–100 TB). Таким образом, вид отношения спектров здесь существенно отличается от аналогичной зависимости в области меньших магнитных жесткостей, измеренной в других экспериментах. Одно из возможных объяснений этого эффекта основано на использовании модели с одним близким источником.

DOI: 10.31857/S0370274X20070012

Измерения спектров космических лучей необходимы для понимания процессов их ускорения и распространения.

Прямых измерений спектра космических лучей в области "колена" пока нет. Для предшествующей области 1–100 ТэВ основная информация была получена с помощью баллонных (ATIC [1–3], CREAM [4–6], TRACER [7]) и спутниковых (PAMELA [8], AMS02 [9, 10], ПРОТОН [11], для меньших энергий, СОКОЛ [12, 13]) экспериментов. В настоящее время производятся эксперименты CALET [14, 15] (на борту МКС) и DAMPE [16, 17]. Продолжается эксперимент ISS-CREAM [18]. Однако требуются дополнительные прямые измерения в области энергий до 1000 ТэВ. Для таких экспериментов при высоких энергиях необходим большой геометрический фактор.

Эксперимент НУКЛОН проводился на борту спутника РЕСУРС-П в течение трех лет. Главной целью эксперимента было измерение зарядового состава и энергетических спектров космических лучей при энергиях выше 1 ТэВ.

Уже много лет разрабатывается теория, основанная на идее, что основным механизмом ускорения космических лучей является ускорение на ударных

волнах вблизи сверхновых [19–21]. Описания основных вариантов таких моделей, в том числе и с доускорением, приведены в работах [22–26]. Простые модели предсказывают гладкие степенные спектры с близкими значениями показателей для различных ядер в широком диапазоне энергий. Но возникает вопрос о том, достаточно ли такого подхода для описания всех экспериментальных данных, насколько модели чувствительны к возможным особенностям спектров. Существуют варианты теории происхождения и ускорения космических лучей, предсказывающие или описывающие отклонения спектра от чисто степенного вида. К их числу можно отнести вариант модели с доускорением [27], модель ускорения в горячем супербаббле [28], модель двух разных типов источников [29] и различные варианты моделей с одним или несколькими близкими локальными источниками космических лучей [30–33].

Выбор модели существенно зависит от того, одинаковы ли спектры разных компонент или различаются между собой. Разница спектров может быть вызвана существованием разных источников, отличающихся по химическому составу. При этом эта разница должна проявляться именно в области изломов, поскольку наличие излома в спектре одного источника не означает наличия аналогичного излома в спектре другого источника. Следовательно, изучение разли-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: ant@eas.sinp.msu.ru

чий спектров разных компонент нужно для детализации моделей ускорения и распространения космических лучей.

Например, различия энергетических спектров протонов и ядер гелия наблюдались в экспериментах CAPRICE98 [34], BESS-TeV [35]. Эти различия более заметны в экспериментах ATIC [1–3], CREAM [4–6, 37], AMS02 [9, 10]. Особо следует отметить эксперимент ATIC, где разница спектров проявляется в диапазоне 100–1000 ГэВ на частицу [3].

Прямые измерения энергетических спектров протонов и ядер космических лучей крайне важны для решения фундаментальных астрофизических проблем, включая проблему происхождения космических лучей. В отличие от измерений с использованием широких атмосферных ливней такие измерения дают модельно-независимую информацию о зарядовом составе космических лучей, позволяющую исследовать разные компоненты отдельно и, как указывалось выше, делать выбор между различными моделями ускорения и распространения.

В экспериментальной установке заряд частицы измеряется с помощью многослойного кремниевого падового детектора. Для измерения энергии применяются две независимые методики: ионизационный калориметр и новая методика KLEM (Kinematic Lightweight Energy Meter), основанная на энергетической зависимости пространственного распределения вторичных частиц, рожденных в первом неупругом взаимодействии [38–41]. Конструкция прибора НУКЛОН детально описана в [42, 43].

Общий геометрический фактор прибора составляет 0.24 м<sup>2</sup> ср для методики КLEM и 0.06 м<sup>2</sup> ср для ионизационного калориметра. Суммарная толщина установки, включая толщину мишени и системы измерения энергии КLEM, составляет 15.2 радиационных единицы или 0.78 ядерного пробега протона. Толщина углеродной мишени составляет 0.23 ядерного пробега протона. Установка НУКЛОН экспонировалась на околоземной орбите в течение трех лет.

Первые измеренные энергетические спектры различных компонент космических лучей дали возможность изучать энергетический диапазон 1–100 ТэВ и получить первые точки в прямых измерениях при энергиях выше 100 ТэВ [44, 45].

Спектры по магнитной жесткости строились и анализировались для четырех компонент: протоны, ядра гелия, объединенный поток тяжелых ядер с зарядами  $Z = 6 \div 27$ , а также суммарный спектр всех частиц. Во всех случаях энергия измерялась двумя методами: с помощью ионизационного калориметра и методикой KLEM.

Статистическая обеспеченность различных компонент существенно отличается. Однако проведенный анализ полученных данных показал, что спектры разных компонент могут быть описаны как функция магнитной жесткости с изломом около 10 TB [46]. При этом отдельные спектры различных ядер представлены в [47, 48].

Статистическая значимость "колена" анализируется в [46]. Возможно, для объяснения этого эффекта потребуется усовершенствовать детальные модели ускорения космических лучей.

Спектры всех частиц по энергии и магнитной жесткости представлены на рис. 1, 2. При построении учитывалась деконволюция спектров [47, 48]. Спек-



Рис. 1. (Цветной онлайн) Суммарный энергетический спектр всех частиц по данным эксперимента НУКЛОН в сравнении с данными других экспериментов (ATIC [3], SOKOL [13], ARGO [51], TAIGA [49], НАWC [50], ПРОТОН [11])

тры всех частиц по энергии сравниваются не только с данными экспериментов на спутниках и баллонах, но и с данными наземных измерений (TAIGA [49], HAWC [50], ARGO [51]). Впервые получено значительное перекрытие результатов прямого космического эксперимента и данных, полученных с помощью широких атмосферных ливней. Энергетические спектры всех частиц, полученные разными методами, хорошо согласуются между собой, что в будущем позволит провести их анализ для построения астрофизических моделей.

Новое "колено" при 10 ТВ и его интерпретация представляют собой интересную проблему. На основе ранних экспериментальных данных В. Зацепин и Н. Сокольская в статье [29] предположили, что излом в спектрах протонов и ядер гелия должен иметь уни-



Рис. 2. (Цветной онлайн) Спектр всех частиц по магнитной жесткости по данным эксперимента НУКЛОН (в сравнении с данными эксперимента SOKOL [13])

версальный характер и наблюдаться также в спектрах всех ядер при примерно одинаковой магнитной жесткости.

Была выдвинута гипотеза, что этот излом связан с определенным типом источников космических лучей, который может ускорять частицы до примерно 10 ТВ. С использованием этого предположения была разработана феноменологическая трехкомпонентная модель спектров космических лучей [29].

Как указывалось выше, существуют различные астрофизические модели, предсказывающие наличие изломов в спектрах космических лучей [27, 28, 30-33]. При этом причины изломов в разных моделях различны. Если причина в особенностях механизма ускорения, то она должна действовать на все ядра одинаково при одинаковой магнитной жесткости. Это значит, что и химический состав в области такого излома не должен меняться. Если причиной излома является переход от одного типа источников к другому, с иным химическим составом, тогда и химический состав космических лучей также должен меняться в области излома. Поэтому изучение зависимости химического состава космических лучей от магнитной жесткости помогает сделать выбор между моделями.

Изучение состава космических лучей в экспериментах СОКОЛ и НУКЛОН [13, 47, 48] не выявило статистически значимой зависимости среднего логарифма массового числа от магнитной жесткости. При постоянной магнитной жесткости протоны и ядра гелия дают основной вклад в поток космических лучей [52]. Их спектры по жесткости представлены на рис. 3, 4 с учетом деконволюции [47, 48]. При де-



Рис. 3. (Цветной онлайн) Спектр протонов по магнитной жесткости. Помимо данных эксперимента НУКЛОН, приведены точки экспериментов AMS02 [10], ATIC [3], SOKOL [13], CREAM [6]



Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектр ядер гелия по магнитной жесткости. Помимо данных эксперимента НУКЛОН, приведены точки экспериментов AMS02 [9], ATIC [3], SOKOL [13], CREAM [6]

конволюции учитывалась ненулевая вероятность попадания частиц в последние бины. Поэтому на рис. 3 добавлены две точки по сравнению с [48] (в предыдущем варианте деконволюции спектра протонов рассматривались только бины с достаточно высокой статистикой, превышающей 10 событий).

Энергетические спектры протонов и ядер гелия исследовались во многих экспериментах (ATIC, COKOЛ, AMS02, CREAM и др.). Оказалось, что спектр протонов более мягкий, по сравнению со спектром гелия.

В эксперименте РАМЕLА [8] было показано выполаживание спектров протонов (при  $R=232^{+35}_{-30}$  ГВ)

и ядер гелия (при  $R = 243^{+27}_{-31}$  ГВ). При этом спектр ядер гелия более жесткий. В эксперименте AMS02 спектры космических лучей с хорошей статистикой по магнитной жесткости были получены до 1.8 ТВ для протонов [10] и до 3 ТВ для ядер гелия [9]. Параметризация проводилась как для самих спектров, так и для их отношения. Здесь также видно, что оба спектра становятся более жесткими при магнитных жесткостях выше 200–350 ГВ. Наклон зависимости отношения спектров уменьшается с 0.15 при 10 ГВ до 0.077 для области выше 45 ГВ [9].

Данные эксперимента НУКЛОН получены для области магнитных жесткостей выше 2 TB, что выходит за верхний предел рабочего диапазона эксперимента AMS02. Анализ результатов показал универсальный характер формы спектра по магнитной жесткости для разных компонент. Зависимость отношения потоков протонов и ядер гелия от магнитной жесткости представлена на рис. 5. Для жесткостей



Рис. 5. (Цветной онлайн) Отношение спектров протонов и ядер гелия как функция магнитной жесткости. Помимо данных эксперимента НУКЛОН, приведены точки экспериментов AMS02 [9], ATIC [3], CREAM [6]

меньше 2 ТВ показаны точки из данных эксперимента AMS02 [9, 10, 53]. Сопоставление данных различных экспериментов показывает, что доля протонов в диапазоне 0.1–1 ТВ падает с ростом жесткости, но при больших жесткостях (выше нескольких ТВ) выходит на почти постоянный уровень.

Следует отметить, что погрешность в измерении заряда в эксперименте НУКЛОН определялась характеристиками многослойных кремниевых падовых детекторов и считывающей электроники и практически не зависела от энергии частиц. Благодаря мелкому секционированию детекторов вклад обратного тока подавлялся, что подтвердило математическое моделирование. Перекачка между протонами и ядрами гелия оценивается на уровне 0.6–0.7 %. Поэтому при восстановлении спектров обильных компонент мы пренебрегали такой перекачкой.

Была сделана оценка наклона зависимости отношения потоков протонов и ядер гелия от магнитной жесткости. В случае применения алгоритма деконволюции [48] производилось Монте-Карло моделирование распределения восстановленной жесткости, что позволило получить значение показателя наклона и оценить его погрешность. Показатель наклона оценивается как  $0.063 \pm 0.010(\text{stat.}) \pm 0.031(\text{syst.})$  для методики KLEM и  $0.095 \pm 0.163$  для ионизационного калориметра в области выше 4 TB.

Алгоритм деконволюции [48] учитывает различную эффективность регистрации для разных компонент, определяемую с помощью математического моделирования.

Зарядовый состав космических лучей в области излома существенно отличается от состава в области магнитных жесткостей ~ 100 ГВ, измеренного в эксперименте AMS02 [9, 10, 53]. Отношение потоков протонов и ядер гелия равно  $2.98\pm0.03(\text{stat.})\pm0.09(\text{syst.})$  $(R \sim 5 \text{ TB}), 2.68\pm0.07(\text{stat.})\pm0.20(\text{syst.})$   $(R \sim 20 \text{ TB}),$ тогда как при ~ 100 ГВ это отношение составляет  $4.46\pm0.20$  [9].

Таким образом, отношение потоков протонов и ядер гелия близко к постоянному в области нового излома, наблюдаемого при жесткости ~ 10 TB (2.5– 100 TB). Не исключено, что есть небольшое снижение этого отношения, но оно не выходит за границы статистической погрешности измерений. Зарядовый состав космических лучей в этой области существенно отличается от измеренного при низких значениях магнитной жесткости в эксперименте AMS02. Возможно, объяснить эти свойства космических лучей реально с помощью модели единственного близкого источника.

Для описания свойств космических лучей в исследуемой области надо найти причины четырех основных эффектов. Во-первых, по данным предшествущих экспериментов (РАМЕLA, AMS02 и др.) при магнитной жесткости 250 ГВ спектры различных компонент становятся более пологими. Во-вторых, в области жесткостей 250–2000 ГВ спектр ядер гелия более жесткий, чем спектр ядер гелия. В-третьих, по данным эксперимента НУКЛОН в спектрах различных компонент наблюдается излом при 10 ТВ. Вчетвертых, в области, непосредственно предшествующей этому излому и после него (2.5–100 ТВ), отсутствуют существенные различия спектров протонов и гелия. Общее объяснение для всех этих эффектов можно получить в предположении, что спектры в области излома формируются единственным близким источником, дающим основной вклад. При этом отношение протонов и ядер гелия в космических лучах определяется отношением водорода и гелия в данном источнике. Это отношение должно быть ниже, чем в источнике (или источниках), формирующем спектры при низких магнитных жесткостях. Это может иметь место для молодых источников, так как их спектры пологие, что делает возможной ситуацию, когда вклад источника при низких энергиях мал, а при энергиях, близких к пределу ускорения в источнике, доминирует в наблюдаемом потоке космических лучей [54, 55].

Излом жесткостных спектров при 10 TB также объясняется пределом ускорения в близком источнике. Единая форма спектров по магнитной жесткости для разных компонент и постоянное отношение потоков протонов и ядер гелия в указанной области определяются химическим составом этого источника. Заметим, что альтернативная модель с доускорением [27] предсказывает излом только при жесткостях выше 100 TB.

Выполаживание спектров, наблюдаемое в экспериментах РАМЕLA [8] и AMS02 [9, 10] при 200– 350 ГВ, возможно, отражает переход от богатого водородом низкоэнергичного источника к высокоэнергичному источнику с низким содержанием водорода.

Таким образом, анализ результатов эксперимента НУКЛОН показывает, что излом спектров и постоянство химического состава в его области можно объяснить с помощью гипотезы об единственном близком источнике космических лучей. Эта же гипотеза объясняет и свойства спектров в предшествующей области жесткостей, измеренных в предыдущих экспериментах. В дальнейшем планируется провести отдельное дополнительное исследование по совместному анализу данных и эксперимента НУКЛОН, и других экспериментов с целью разработки детальной модели происхождения и ускорения космических лучей, учитывающей особенности спектров разных компонент.

Авторы благодарят за поддержку Российское космическое агентство (Роскосмос) и Российскую академию наук (РАН). Представленное исследование было поддержано Суперкомпьютерным центром МГУ им. М. В. Ломоносова [56].

 H. S. Ahn, E. S. Seo, J. Adams et al. (ATIC Collaboration), Adv. Space Res. 37, 1950 (2006).

- A. D. Panov, J. H. Adams, Jr, H. S. Ahn et al. (ATIC Collaboration), Adv. Space Res. 37, 1944 (2006).
- A. D. Panov, J. H. Adams, Jr, H. S. Ahn (ATIC Collaboration), Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 71, 494 (2007).
- Y.S. Yoon, H.S. Ahn, P.S. Allison et al. (CREAM Collaboration), Astrophys. J. **728**, 122 (2011).
- H.S. Ahn, P. Allison, M. G. Bagliesi et al. (CREAM Collaboration), Astrophys. J. 707, 593 (2009).
- Y.S. Yoon, T. Anderson, A. Barrau et al. (CREAM Collaboration), Astrophys. J. 839, 5 (2017).
- A. Obermeier, M. Ave, P. Boyle, Ch. Hoppner, J. Horandel, and D. Muller, Astrophys. J. 742, 14 (2011).
- O. Adriani, G.C. Barbarino, G.A. Bazilevskaya et al. (PAMELA Collaboration), Science **332**, 69 (2011).
- M. Aguilar, D. Aisa, B. Alpat et al. (AMS Collaboration), Phys. Rev. Lett. 115, 211101 (2015).
- M. Aguilar, D. Aisa, B. Alpat et al. (AMS Collaboration), Phys. Rev. Lett. **114**, 171103 (2015).
- N. Grigorov, V. Nesterov, and I. Savenko, in Space Research XII, Akademie, Berlin (1972), v. 2, p. 1617.
- I. P. Ivanenko, V. Ya. Shestoperov, L. O. Chikova, I. M. Fateeva, L. A. Khein, D. M. Podorozhnyi, I. D. Rapoport, G. A. Samsonov, V. A. Sobinyakov, A. N. Turundaevskii, and I. V. Yashin, in *Proc. 23 Inter. Cosmic Ray Conf.*, ed. by R. B. Hicks, D. A. Leahy, and D. Venkatesan, Calgary, Canada (1993), v. 2, p. 17.
- A. Turundaevskiy and D. Podorozhnyi, Adv. Space Res. 60, 1578 (2017).
- O. Adriani, Y. Akaike, K. Asano et al. (CALET Collaboration), Phys. Rev. Lett. **122**, 181102 (2019).
- P. Brogi, P. Marrocchesi, P. Maestro, and N. Mori, in Proc. 34 Inter. Cosmic Ray Conf., Hague, Netherlands, 2016, PoS ICRC2015 (2016), p. 595.
- Q. An, R. Asfandiyarov, P. Azzarello et al. (DAMPE Collaboration), Sci. Adv. 5, eaax3793 (2019).
- X. Wu, G. Ambrosi, R. Asfandiyarov et al. (DAMPE Collaboration), in *Proc. 34 Inter. Cosmic Ray Conf.*, Hague, Netherlands, 2016, PoS ICRC2015 (2016), p. 1192.
- S. C. Kang, Y. Amare, T. Anderson et al. (CREAM Collaboration), Adv. Space Res. 64, 2564 (2019).
- 19. Г.Ф. Крымский, Докл. АН СССР 234, 1306 (1977).
- V. L. Ginzburg and S. I. Syrovatskii, The Origin of Cosmic Rays, Pergamon Press, Oxford (1964).
- V. L. Ginzburg and V. S. Ptuskin, Physics-Uspekhi 18, 931, (1975).
- R. D. Blandford and J. P. Ostriker, Astrophys. J. 237 793 (1980).
- 23. R. Blandford and D. Eichler, Phys. Rep. 154, 1 (1987).
- 24. W. I. Axford, in Proc. 17 Inter. Cosmic Ray Conf., Paris, France (1981), v. 1, p. 155.

- T.K. Gaisser, Cosmic Rays and Particle Physics, Cambridge University Press, N.Y. (1990).
- 26. V.S. Ptuskin, Physics-Uspekhi 50, 534 (2007).
- S. Thoudam and J. R. Horandel, J. Phys. Conf. Ser. 632, 012026 (2015).
- Y. Ohira and K. Ioka, Astrophys. J. Lett. **729**, L13 (2011).
- V.I. Zatsepin and N.V. Sokolskaya, Astron. Astrophys. 458, 1 (2006).
- Y. Keum and P. Salati, Pramana Journal of Physics 86, 369 (2016).
- 31. N. Tomassetti, Astrophys. J. Lett. 815, L1 (2015).
- S. Thoudam and J. R. Horandel, Mon. Not. R. Astron. Soc. 421, 1209 (2012).
- S. Thoudam and J. R. Horandel, Mon. Not. R. Astron. Soc. 435, 2532 (2013).
- M. Boezio, V. Bonvicini, P. Schiavon et al. (CAPRICE Collaboration), Astropart. Phys. 19, 583 (2003).
- S. Haino, T. Sanuki, K. Abe et al. (BESS Collaboration), Phys. Lett. B 594, 35 (2004).
- 36. T. Sanuki, Nucl. Phys. B Suppl. 145, 132 (2005).
- 37. E.S. Seo, Astropart Phys. **39–40**, 76 (2012).
- N.A. Korotkova, D.M. Podorozhnyi, E.B. Postnikov, T.M. Roganova, L.G. Sveshnikova, and A.N. Turundaevsky, Physics of Atomic Nuclei 65, 852 (2002).
- J. Adams, G. Bashindzhagyan, P. Bashindzhagyan et al. (Collaboration), Adv. Space Res. 27, 829 (2001).
- J. Adams, G. Bashindzhagyan, A. Chilingaryan et al., AIP Conf. Proc. 504, 175 (2000).
- E. B. Postnikov, G. L. Bashindzhagyan, N. A. Korotkova, D. M. Podorozhny, T. N. Roganova, L. G. Sveshnikova, and A. N. Turundaevsky, Izv. Akad. Nauk, Ser. Fiz. 66, 1634 (2002).
- E. Atkin, V. Bulatov, V. Dorokhov et al. (NUCLEON Collaboration), Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 770, 189 (2015).

- E. Atkin, V. Bulatov, V. Dorokhov et al. (NUCLEON Collaboration), EPJ Web of Conferences 105, 01002-p1 (2015).
- E. Atkin, V. Bulatov, V. Dorokhov et al. (NUCLEON Collaboration), Astropart. Phys. 90, 64 (2017).
- E. Atkin, V. Bulatov, V. Dorokhov et al. (NUCLEON Collaboration), J. Cosmol. Astropart. Phys. 2017, 20 (2017).
- E. Atkin, V. Bulatov, V. Dorokhov et al. (NUCLEON Collaboration), JETP Lett. 108, 5 (2018).
- E. V. Atkin, V. L. Bulatov, O. A. Vasiliev et al. (NUCLEON Collaboration), Astron. Rep. 63, 66 (2019).
- V. Grebenyuk, D. Karmanov, I. Kovalev, I. Kudryashov, A. Kurganov, A. Panov, D. Podorozhny, A. Tkachenko, L. Tkachev, A. Turundaevskiy, O. Vasiliev, and A. Voronin, Adv. Space Res. 64, 2546 (2019).
- V. V. Prosin, I. I. Astapov, P. A. Bezyazeekov et al. (Tunka Collaboration), Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 83, 1016 (2019).
- R. Alfaro, C. Alvarez, J.D. Alvarez et al. (HAWC Collaboration), Phys. Rev. D 96, 122001 (2017).
- 51. I. De Mitri, EPJ Web of Conferences 99, 08003 (2015).
- E. Atkin, V. Bulatov, V. Dorokhov et al. (NUCLEON Collaboration), Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 83, 977 (2019).
- M. Aguilar, L. Ali Cavasonza, B. Alpat et al. (AMS Collaboration), Phys. Rev. Lett. **119** 251101 (2017).
- V. Ptuskin, V. Zirakashvili, and E.-S. Seo, Astrophys. J. **718** 31 (2010).
- V. Ptuskin and V. Zirakashvili, Astron. Astrophys. 403, 1 (2003).
- V. Sadovnichy, A. Tikhonravov, Vl. Voevodin, and V. Opanasenko, in *Contemporary High Performance Computing: From Petascale toward Exascale*, CRC Press, Boca Raton, USA (2013), p. 283.

## On dimension of tetrads in effective gravity

 $G. E. Volovik^{1)}$ 

Low Temperature Laboratory, Aalto University, School of Science and Technology, P.O. Box 15100, FI-00076 AALTO, Finland

Landau Institute for Theoretical Physics, 142432 Chernogolovka, Russia

Submitted 29 February 2020 Resubmitted 10 March 2020 Accepted 11 March 2020

#### DOI: 10.31857/S0370274X20070024

There are several scenarios of emergent gravity. Gravity may emerge in the vicinity of the topologically stable Weyl point [1–5]; the analog of curved spacetime emerges in hydrodynamics with the so-called acoustic metric for the propagating sound waves [6]; etc. Here we consider two very different scenarios, which however have unusual common property: the tetrad fields in these theories have dimension of inverse length. As a result all the physical quantities which obey diffeomorphism invariance are dimensionless. This was first noticed by Diakonov [7] and Vladimirov and Diakonov (VD) [8, 9] in the scenario, where tetrad fields emerge as bilinear combinations of the fermionic fields. Tetrads with dimension of inverse length emerge also in the model of the superplastic vacuum [10, 11].

In the theory by VD [7–9] the tetrads are composite fields, which emerge as the bilinear combinations of the fermionic fields:

$$e^{A}_{\mu} = i \left\langle \psi^{\dagger} \gamma^{A} \nabla_{\mu} \psi + \nabla_{\mu} \psi^{\dagger} \gamma^{A} \psi \right\rangle.$$
 (1)

This construction is similar to what happens in the spintriplet *p*-wave superfluids in the <sup>3</sup>He-B phase [12]. In the VD scenario two separate Lorentz groups of coordinate and spin rotations are spontaneously broken to the combined Lorentz symmetry group,  $L_L \times L_S \rightarrow L$ . In the same manner in <sup>3</sup>He-B the symmetries under three-dimensional rotations in orbital and spin spaces are broken to the symmetry group of combined rotations,  $SO(3)_L \times SO(3)_S \rightarrow SO(3)_J$ .

Formation of tetrads breaks both the symmetries under discrete coordinate transformations  $P_L = (\mathbf{r} \to -\mathbf{r})$ and  $T_L = (t \to -t)$ , and the discrete symmetries in spin space,  $P_S$  and  $T_S$ . The symmetry breaking scheme  $P_L \times P_S \to P$  and  $T_L \times T_S \to T$  leaves the combined parity P and the combined time reversal symmetry T.

The VD symmetry breaking mechanism can be important for the consideration of the Big Bang scenario, in which the gravitational tetrads change sign across the singularity,  $e^A_\mu(\tau, \mathbf{x}) = -e^A_\mu(-\tau, \mathbf{x})$  [13, 14]. The singularity can be avoided by formation of the bubble with

a vanishing determinant of the metric [15, 16], which would correspond of the vacuum state with unbroken symmetry, i.e., with zero tetrad field,  $e_{\mu}^{A} = 0$ . On the other hand, the Big Bang can be considered as a symmetry breaking phase transition  $L_{L} \times L_{S} \to L$ , at which the symmetry between the spacetime with e > 0 and antispacetime with e < 0 is spontaneously broken, where e is the tetrad determinant. Correspondingly, in superfluid <sup>3</sup>He the formation of the *p*-wave order parameter spontaneously breaks the symmetry under coordinate transformation  $\mathbf{r} \to -\mathbf{r}$ . The VD scenario has also the connection to the chiral <sup>3</sup>He-A phase: in both systems the topologically protected Weyl fermions emerge, which move in the effective tetrad field [5].

According to Eq. (1), the frame field  $e^A_\mu$  transforms as a derivative and thus has the dimension of inverse length,  $[e^A_\mu] = 1/[l]$  (it is assumed that  $\psi$  is scalar under diffeomorphisms) [7, 8]. For Weyl or massless Dirac fermions one has the conventional action:

$$S = \int d^4x |e| e^{A\mu} \left( \psi^{\dagger} \gamma^A \nabla_{\mu} \psi + \text{H.c.} \right).$$
 (2)

The action (2) expressed in terms of the VD tetrads is dimensionless, since  $[e] = [l]^{-4}$ ,  $[e^{A\mu}] = [l]$  and  $[\psi] = 1$ .

The elasticity tetrads describe elasticity theory [10, 11, 17, 18]. In conventional crystals they are gradients of the three U(1) phase fields  $X^A$ , A = 1, 2, 3,

$$e_{\mu}^{\ A}(x) = \partial_{\mu} X^{A}(x). \tag{3}$$

The surfaces of constant phases,  $X^A(x) = 2\pi n^A$ , describe the system of the deformed crystallographic planes. Being the derivatives, elasticity tetrads have also canonical dimensions of inverse length. This allows us to extend the application of the topological anomalies. The Chern–Simons term describing the 3 + 1 quantum Hall effect becomes dimensionless. As a result, the prefactor of term is given by the integer momentum-space topological invariants in the same manner as in the case of 2+1 dimension.

The elasticity tetrads can be used as the gravitational tetrads for the construction of gravity in the model of the 3+1 vacuum as a plastic (malleable) fermionic crystalline medium with A = 0, 1, 2, 3 [19, 20].

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: grigori.volovik@aalto.fi

In plastic vacuum all physical quantities become dimensionless [11]. Such vacuum can be arbitrarily deformed, and thus the equilibrium microscopic length scale (such as Planck scale) is absent. All distances are measured in terms of the integer positions of nodes of plastic crystal, and the Newton constant, the scalar curvature R, the cosmological constant  $\Lambda$ , and particle masses M become dimensionless [11].

The same is for VD gravity, where "all world scalars are dimensionless, be it the scalar curvature R, the interval ds, the fermion field  $\psi$ , or any diffeomorphisminvariant action term" [8]. Example is the mass term:

$$S = \int d^4x |e| M \psi^{\dagger} \psi, \qquad (4)$$

 $[e] = [l]^{-4}, [\psi] = 1$  and [M] = 1. For bosonic scalar field

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left( g^{\mu\nu} \nabla_\mu \Phi \nabla_\nu \Phi + M^2 \Phi^2 \right), \quad (5)$$

one has  $[g^{\mu\nu}] = [l]^2$ ,  $[\sqrt{-g}] = [l]^{-4}$ ,  $[\Phi] = 1$  and [M] = 1. In both scenarios of emergent gravity, the dimen-

sionless physics is supported by the invariance under diffeomorphisms. In the VD theory this invariance is assumed as fundamental. In the superplastic vacuum, it is invariance under deformations of the 4D crystal. All this suggests that the dimensionless physics can be the natural consequence of the diffeomorphism invariance, and thus can be the property of the gravity, which we have in our quantum vacuum.

Note the difference with the conventional expression of the physical parameters in terms of the Planck units, where the Newton constant G = 1, and all the physical quantities also become dimensionless. In this approach the masses of particles are expressed in terms of the Planck energy, which is assumed to be the fundamental constant. However, in principle the Planck energy or the Newton constant may depend on the trans-Planckian physics, and thus can (and should) be space and coordinate dependent. This occurs in the modified gravity theories, such as the scalar-tensor and f(R) theories (see, e.g., [21]), and in the so-called *q*-theory [22]. While in the VD approach the "fundamental constants" do not exist, and only dimensionless ratios and the topological quantum numbers make sense. Then, instead of the fundamental constants, the most stable physical quantities should be used.

The dimensionless physics emerging in the frame of the VD dimensionful tetrads leads to new topological terms in action. Some of the dimensionless parameters appear to be the integer valued quantum numbers, which describe topology of quantum vacuum. Example is the 3+1 dimensional quantum Hall effect in topological insulators [11]. When the Chern–Simons action is written in terms of the elasticity tetrads with  $[e^A_\mu] = 1/[l]$ , its prefactor becomes dimensionless and universal, being expressed in terms of integer-valued momentum-space invariant. The relativistic example is the chiral anomaly in terms of torsion fields [23, 24]. For the torsion and curvature in terms of the conventional tetrads, the gravitational Nieh–Yan anomaly equation for the non-conservation of the axial current

for the non-conservation of the axial current  $\partial_{\mu} j_5^{\mu} = \lambda^2 \left( \mathcal{T}^A \wedge \mathcal{T}_A - e^A \wedge e^B \wedge R_{AB} \right),$  (6) contains the nonuniversal prefactor – the ultraviolet cutoff parameter  $\lambda$  with dimension  $[\lambda] = 1/[l]$ , which may depend on the spacetime coordinates, explicitly violating the topology. In terms of VD tetrads, the prefactor  $\lambda$ becomes dimensionless,  $[\lambda] = 1$ , which properly reflects the topology of the quantum vacuum.

This work has been supported by the European Research Council (ERC) under the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme (Grant Agreement # 694248).

Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364020070024

- H. B. Nielsen, Dual Strings. Section 6. Catastrophe Theory Programme, in Fundamentals of Quark Models, ed. by I. M. Barbour and A. T. Davies, Scottish Univ. Summer School in Phys. (1976), p. 528.
- G. E. Volovik, Pis'ma v ZhETF 44, 388 (1986) [JETP Lett. 44, 498 (1986)].
- C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Origin of Symmetry, World Scientific, Singapore (1991).
- 4. P. Hořava, Phys. Rev. Lett. 95, 016405 (2005).
- 5. G.E. Volovik, *The Universe in a Helium Droplet*, Clarendon Press, Oxford (2003).
- 6. W.G. Unruh, Phys. Rev. Lett. 46, 1351 (1981).
- 7. D. Diakonov, arXiv:1109.0091.
- A. A. Vladimirov and D. Diakonov, Phys. Rev. D 86, 104019 (2012).
- A. A. Vladimirov and D. Diakonov, Physics of Particles and Nuclei 45, 800 (2014).
- 10. J. Nissinen and G. E. Volovik, JETP 127, 948 (2018).
- J. Nissinen and G. E. Volovik, PRResearch 1, 023007 (2019).
- 12. G. E. Volovik, Physica B 162, 222 (1990).
- L. Boyle, K. Finn, and N. Turok, Phys. Rev. Lett. 121, 251301 (2018).
- 14. L. Boyle, K. Finn, and N. Turok, arXiv:1803.08930.
- 15. F. R. Klinkhamer, Phys. Rev. D 100, 023536 (2019).
- 16. F.R. Klinkhamer and E. Ling, arXiv:1909.05816.
- I. E. Dzyaloshinskii and G. E. Volovick, Ann. Phys. 125, 67 (1980).
- 18. A.F. Andreev and M.Yu. Kagan, JETP 59, 318 (1984).
- F. R. Klinkhamer and G. E. Volovik, JETP Lett. 109, 362 (2019).
- 20. M.A. Zubkov, arXiv:1909.08412 [gr-qc].
- 21. A. A. Starobinsky, Phys. Lett. B 91, 99 (1980).
- F. R. Klinkhamer and G. E. Volovik, Phys. Rev. D 78, 063528 (2008).
- 23. H. T. Nieh and M. L. Yan, J. Math. Phys. 23, 373 (1982).
- 24. H.T. Nieh and M.L. Yan, Ann. Phys. 138, 237 (1982).

## Детектирование излучения в терагерцовом, среднем и ближнем инфракрасном диапазонах многослойной гетероструктурой металл–диэлектрик

А. Е. Щеголев<sup>+\*</sup>, А. М. Попов<sup>+\*×</sup>, А. В. Богацкая<sup>\*×°</sup>, П. М. Никифорова<sup>+</sup>, М. В. Терешонок<sup>\*</sup>, H. B. Кленов<sup>+\*×1</sup>

+ Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

\*Московский технический университет связи и информатики, 111024 Москва, Россия

 $^{\times} \Phi$ изический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 11999<br/>1 Москва, Россия

<sup>°</sup>Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына МГУ, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 27 февраля 2020 г. После переработки 27 февраля 2020 г. Принята к публикации 28 февраля 2020 г.

Аналогия между туннелированием квантовых частиц через цепочку потенциальных барьеров и распространением электромагнитных волн через метасреду позволила найти новые методы создания селективных детекторов излучения в терагерцовом, среднем и ближнем инфракрасном диапазонах. Результаты расчетов показали, что резонансная гетероструктура металл-диэлектрик с одним и двумя металлическими слоями позволяет в узкой полосе частот довести долю поглощаемого излучения до величин, близких к 100%. Использование большого числа металлических слоев открывает возможность для детектирования ультракоротких (в том числе пикосекундных) импульсов поля с широким спектром.

DOI: 10.31857/S0370274X20070036

Введение. Терагерцовый (ТГц) диапазон электромагнитного излучения (частоты в диапазоне 0.1...30 ТГц) может быть использован для создания систем широкополосной связи, обнаружения следовых концентраций наркотических и взрывчатых веществ, неинвазивной диагностики заболеваний, ближнеполевой спектроскопии, исследования поверхности материалов методами электронного парамагнитного резонанса. Перспективным представляется и создание высокопроизводительных (свыше  $100 \, \Gamma 6/c$ ) беспроводных каналов для обеспечения связи в роботизированных производственных системах со сложно движущимися элементами и внешними комплексами обработки данных и Дополнительным управления. преимуществом использования ТГц канала при организации связи между, например, спутниками в космическом является возможность пространстве защитить передаваемые данные от несанкционированного доступа за счет использования частот, совпадающих с линиями поглощения атмосферы. Но развитие перечисленных применений сдерживает критически высокая стоимость основной элементной базы для

При переходе к ближнему инфракрасному (ИК) диапазону, вызывающему интерес, например, в связи с развитием оптических, в том числе и "квантовозащищенных" коммуникаций, хорошей альтернативой полупроводниковым детекторам (в том числе однофотонным) являются однофотонные детекторы на основе сверхпроводников за счет малой энергетической щели в спектре возбуждений таких материалов. Весьма распространенным типом детекторов при работе на длинах волн более 1600 нм являются сверхпроводниковые болометры (Transition Edge Sensor, TES). В качестве высокочувствительного "датчика" излучения здесь используется электронный коллектив, близкий к переходу в нормальное состояние. TES-детекторы и им подобные устройства обладают высокой эффективностью детектирования фотонов, способны различать энергии поглощаемых фотонов (либо их количество, если длина волны фиксирована), имеют малый темновой счет и допускают возможность интеграции в состав криогенных блоков считывания и цифровой обработки сигнала

<sup>1)</sup>e-mail: nvklenov@gmail.com

детектирования излучения ТГц диапазона. Нужны новые физические и технические решения для создания относительно недорогих, массовых источников и детекторов терагерцового диапазона.

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

[1-3]. Но для таких устройств характерно очень низкое быстродействие: максимальная скорость счета фотонов не превышает сотен килогерц при микросекундных временных флуктуациях момента появления отклика. Сверхпроводниковый однофотонный детектор (Superconducting Nanowire Single Photon Detector, SNSPD: полоска сверхпроводящего материала, через которую пропускают ток, немного меньший тока распаривания) демонстрирует эффективности детектирования в интервале длин волн от одного до полутора мкм на уровне лучших InGaAs детекторов. При этом такая система превосходит конкурентов по быстродействию, временному разрешению и уровню темнового счета [4,5]. Резистивные болометрические детекторы фиксируют вариации электрического удельного сопротивления при поглощении излучения. Исследуется и применяется целый ряд болометрических устройств, где в качестве чувствительных элементов используют тонкие слои оксида ванадия, поликристаллического или аморфного кремния, платины, металлического титана или графена [6–10].

С физической точки зрения проблема детектирования излучения в терагерцовом и ближнем ИК диапазонах связана с тем, что хорошо зарекомендовавшие себя оптические приемники так или иначе используют переходы между состояниями атомных или молекулярных систем, причем разности энергий в этом случае велики на фоне энергий (мэВ) интересующих нас квантов [11]. Выходом стало использование взаимодействия электромагнитного излучения с электронными коллективами в микроболометрах, диодах Шоттки, трехмерных плазмонных гетероструктурах GaAs/AlGaAs. В подобных устройствах нужно обеспечить передачу энергии от электромагнитной волны электронному коллективу с тем, чтобы затем так или иначе зафиксировать, например, увеличение характеризующей этот коллектив температуры T. Во всех этих случаях для повышения эффективности детектирования необходимо обеспечить проникновение волны в проводящую область и ее поглощение там. Кроме того, обычно специфика энергетического спектра электронного коллектива создает проблемы с частотной селективностью детекторов излучения на основе таких принципов.

В данной работе мы рассмотрим общий физический подход к увеличению чувствительности и селективности целого ряда детекторов ТГц и ближнего ИК диапазонов. Мы отталкиваемся от понятия резонансного туннелирования, наблюдаемого, например, в квантово-размерных гетеростуктурах [12–14]. Суть рассматриваемой концепции состоит в том, что добавление резонатора после непрозрачного для падающей волны проводящего слоя (плазмы, металла, сверхпроводника) дает возможность существенно (в несколько раз и более) увеличить напряженность поля как за упомянутым слоем, так и внутри него [15–17]. Проведенный в работе анализ явления резонансного оптического туннелирования позволяет на сегодняшний день определять оптимальные для решения упомянутых задач параметры структур даже в относительно сложных топологиях, близких к перспективным экспериментальным реализациям. Переходя к использованию нескольких "последовательных" диэлектрических резонаторов, разделенных проводящими слоями, мы формируем фотонный кристалл и превращаем, аналогично случаю перехода от одной потенциальной ямы к одномерному кристаллу, одну резонансную частоту в полосу поглощения.

Рассмотрим монохроматическое волновое поле с частотой  $\omega$ , распространяющееся в направлении оси z в пространственно неоднородной среде с восприимчивостью  $\chi_{\omega}(z)$ . Тогда пространственная структура поля E(z) определяется из уравнения Гельмгольца:

$$\frac{d^2 E(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\omega}(z) E(z) = 0, \qquad (1)$$

где  $\varepsilon_{\omega} = 1 + 4\pi\chi_{\omega}$  – диэлектрическая проницаемость. Электрическое поле направлено в направлении, перпендикулярном оси *z*.

Уравнение (1) аналогично известному из квантовой механики стационарному уравнению Шредингера, оно же – задача на собственные значения,  $\zeta$ , и собственные функции,  $\psi(z)$ , для оператора Гамильтона в системе с потенциальной энергией V(z):

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(\zeta - V(z))\psi = 0.$$
 (2)

Прямое сравнение уравнений (1) и (2) показывает, что потенциальная энергия в квантовой механике V(z) аналогична диэлектрической проницаемости в электромагнитной теории  $(2m/\hbar^2)V(z) \rightarrow$  $\rightarrow (1 - \varepsilon_{\omega}) \cdot (\omega/c)^2$ . Диэлектрик, среда с восприимчивостью  $\chi_{\omega} > 0$ , соответствует случаю потенциальной ямы V(z) < 0. Слой металла, для которого  $\chi_{\omega} < 0$ , можно считать потенциальным барьером, V(z) > 0.

Изложенные здесь соображения хорошо известны как составная часть оптико-механической аналогии. В частности, проникновение "квантового объекта" через потенциальный барьер, высота которого превышает его кинетическую энергию, аналогично интересующему нас распространению электромагнитной волны через область с отрицательным значением диэлектрической проницаемости. В частности, плазма является примером среды с отрицательной диэлектрической проницаемостью, если концентрация электронов превышает критическое значение  $n^* = m\omega^2/4\pi e^2$ ,  $\omega$  – частота распространяющегося излучения. Действительно, для бесстолкновительной плазмы диэлектрическая проницаемость есть

$$\varepsilon_{\omega} = 1 - \omega_p^2 / \omega^2, \qquad (3)$$

где  $\omega_p^2 = 4\pi e^2 n_e/m$  – квадрат плазменной частоты и  $n_e$  – электронная плотность. Учет рассеяния электронов в плазме приводит к комплексному значению диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{\omega} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} + i \frac{\omega_p^2 \nu}{(\omega^2 + \nu^2)\omega}.$$
 (4)

Здесь  $\nu$  – частота столкновений электронов с рассеивающими центрами. Известно, что мнимая часть диэлектрической проницаемости ответственна за поглощение электромагнитной волны в среде. Аналогично, введение мнимой добавки в потенциал V(z)дает возможность описать поглощение (рождение) частиц в квантовой теории.

Численное моделирование показало, что наличие диэлектрического слоя, играющего роль электромагнитного резонатора, за металлическим слоем детектора, поглощающего излучение, способно существенно увеличить эффективность фотодетектирования в области частот, близких к собственной частоте колебаний в резонаторе. Действительно, эффективное заполнение диэлектрического слоя при наличии резонанса сопровождается также эффективным проникновением поля в проводящий плазменный слой со сверхкритической концентрацией электронов, что и ведет к увеличению поглощения в нем электромагнитной энергии.

Структура с одним слоем проводника на диэлектрической подложке, параметры которой позволяют ей выступать в роли резонатора, может быть использована для эффективного детектирования электромагнитного излучения в ТГц и ближнем ИК диапазонах частот. Однако работать такой подход будет лишь для частот, лежащих в пределах спектральной ширины моды, обусловленной скоростью затухания. Можно увеличить спектральный интервал, в котором эффективно поглощается электромагнитное излучение, заменив проводящий слой и находящийся под ним слой диэлектрика периодической структурой, состоящей из последовательности диэлектрических и проводящих слоев (см. рис. 1). Здесь будет формироваться зонная



445

Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение структуры, состоящей из последовательности слоев металл (I)–диэлектрик (II). Стрелочками показано направление движения падающей и отраженной волн. С точки зрения квантовой механики слои диэлектрика представляют собой потенциальные ямы, разделенные слоями металла – потенциальными барьерами. Структура потенциального рельефа,  $-\chi_{\omega}(z)$ , представлена в верхней части рисунка

структура полевых мод (фотонный кристалл), подобно тому, как формируются разрешенные энергетические зоны для периодического потенциала, известные из квантовой теории. Для рассматриваемого детектора положение "разрешенных" зон будет определяться шириной диэлектрического слоя и значением его диэлектрической проницаемости, а их ширина – величиной связи между соседними диэлектрическими слоями, т.е. вероятностью "туннелирования" поля через разделяющий ямы потенциальный барьер (слой металлизации). Как результат, можно ожидать, что эффективное поглощение излучения такой слоистой структурой будет происходить в полосах, шириной и положением которых можно управлять, подбирая параметры структуры.

В качестве примера рассмотрим структуру, состоящую из последовательности N (N = 1...50) слоев кремния ( $\varepsilon_a \approx 10$ ) толщиной a = 2 мкм, разделенных слоями металла толщиной d = 0.015 мкм. Мы полагали, что  $\omega_p = 10^{16} \,\mathrm{c}^{-1}$  и  $\nu = 5 \cdot 10^{13} \,\mathrm{c}^{-1}$ . Типичные распределения электрического поля внутри структуры, соответствующие нормальному падению электромагнитной волны в условиях резонанса, приведены на рис. 2 для разного числа металлических слоев.

При анализе исследуемой структуры как детектора электромагнитного излучения с заданными спектральными свойствами нам важна зависимость доли поглощаемой в ней мощности от частоты падающего



Рис. 2. (Цветной онлайн) Пространственное распределение абсолютного значения напряженности электрического поля при падении на болометрический детектор для разного числа слоев (N=1;~2 и 5). Параметры структуры:  $\varepsilon_a = 10,~a = 2$  мкм, d = 0.015 мкм.  $E_0$  – амплитуда напряженности поля падающей волны,  $f = \omega/2\pi$ 

излучения. Эта зависимость рассчитывалась по формуле

$$Q(\omega) = \frac{1}{2} \int \sigma_{\omega} E^2(z) dz, \qquad (5)$$

E(x) – распределение амплитуды электрического поля волны в структуре,  $\sigma_{\omega}$  – проводимость. Вводя эффективность поглощения, как отношение величины энерговыделения (5) к падающему потоку энергии  $I = cE_a^2/8\pi$  и определяя из (4) проводимость плазмы как

$$\sigma_{\omega} = \frac{\omega_p^2}{4\pi} \frac{\nu}{\omega^2 + \nu^2},\tag{6}$$

найдем

$$\eta(\omega) = Q(\omega)/I = \frac{\omega_p^2 \nu}{\omega^2 + \nu^2} \frac{\int E^2(z) dz}{cE_a^2}, \qquad (7)$$

причем интеграл берется только по совокупности проводящих слоев. Результаты расчетов эффективности поглощения сигнала в зависимости от его частоты  $\eta(\omega)$  приведены на рис. З для различного количества проводящих и диэлектрических слоев в структуре. Положение спектральных зон поглощения соответствует области частот, при которых электромагнитное поле эффективно заполняет структуру.



Рис. 3. (Цветной онлайн) Доля поглощаемой в металлическом слое электромагнитной энергии, падающей на структуру в зависимости от частоты излучения для разного количества используемых металлических слоев N. Параметры структуры приведены на рис. 2

Ширина зон поглощения определяется связью между "потенциальными" ямами и не зависит от числа слоев. Однако увеличение числа слоев приводит к росту плотности мод в зоне, что сглаживает частотную зависимость  $\eta(\omega)$ . Отметим, однако, что во внешнем проводящем слое поглощение наблюдается для произвольного значения частоты излучения, поэтому для увеличения контрастности функции  $\eta(\omega)$  целесообразно "снимать" детектируемый сигнал со всех слоев, кроме внешнего. Проведенный анализ показывает, что в этом случае эффективность поглощения резко падает именно в области нерезонансных частот, в то время как в пределах ширины зон фотонного кристалла изменение эффективности детектирования снижается незначительно.

Наши расчеты показывают, что в рассматриваемых нами структурах даже при детектировании широкополосного излучения легко обеспечить поглощение до  $\sim 50\%$  энергии импульса в ТГц и ближнем ИК диапазонах. Поскольку для структур, рассматриваемых в наших расчетах, ширина зон поглощения составляет  $\Delta f \sim 10 \,\mathrm{T}\Gamma$ ц, можно утверждать, что структура пригодна для детектирования сигналов длительностью  $\sim 1/\Delta f \sim 10^{-13} \,\mathrm{c}$ , т.е. импульсов ТГц – ИК диапазонов частот предельно короткой длительности, вплоть до нескольких периодов колебаний электрического поля волны. С другой стороны, проведенные расчеты позволяют оценить время затухания электрического поля в структуре, обусловленное его поглощением в проводящих слоях  $au_d(\omega) = W(\omega)/Q(\omega)$ , где  $W = \int \varepsilon_a E^2(z) dz/8\pi$  – энергия, запасенная в слоях диэлектрика, а Q определяется выражением (5). Для выбранных при расчетах параметров на частотах, соответствующих зонам поглощения, среднее значение электрического поля в слоях металлизации оказывается на один-два порядка меньше, чем в слоях диэлектрика. Как результат, для времени затухания получаем  $\tau_d \leq 10^{-12}$  с. Следовательно, рассматриваемый объект позволяет детектировать импульсы, следующие с пикосекундным временным интервалом.

Заключение. В работе представлен достаточно простой и общий подход, позволяющий усовершенствовать детектирование сигнала в ТГц, среднем и ближнем ИК диапазонах за счет использования резонансных гетероструктур металл-диэлектрик. Устройства, использующие описанный в статье эффект, должны выгодно отличаться от плазмонных детекторов на основе многослойного графена простотой изготовления, а также возможностью "настройки" на стадии проектирования на одну из множества описанных во введении актуальных практических задач. Действительно, ширина и положение эффективной полосы поглощения определяется такими варьируемыми на стадии изготовления параметрами, как толщина слоев металла и диэлектрика соответственно. При этом для детектирования слабых сигналов с узким спектром (одно или двух-тоновых) подходят гетероструктуры с одним или двумя слоями металла. Для работы с очень короткими, пикосекундными, импульсами поля лучше подойдут гетероструктуры с пятьюдесятью и более слоями металла.

Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ (МК-1932.2020.2; МД-186.2020.8). А.Щеголев выражает признательность за поддержку Фонду развития теоретической физики и математики "БАЗИС".

 A.E. Lita, A.J. Miller, and S.W. Nam, Opt. Express 16, 3032 (2008).

- I.I. Soloviev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, A.L. Pankratov, and L.S. Kuzmin, Appl. Phys. Lett. 105, 202602 (2014).
- I. I. Soloviev, N. V. Klenov, A. L. Pankratov, L. S. Revin, E. Il'ichev, and L. S. Kuzmin, Phys. Rev. B 92, 014516 (2015).
- G. Gol'tsman, O. Okunev, G. Chulkova, A. Lipatov, A. Semenov, K. Smirnov, B. Voronov, A. Dzardanov, C. Williams, and R. Sobolewski, Appl. Phys. Lett. 79, 705 (2001).
- W. H. P. Pernice, C. Schuck, O. Minaeva, M. Li, G. N. Goltsman, A. V. Sergienko, and H. X. Tang, Nat. Commun. 3, 1325 (2012).
- 6. K.C. Liddiard, Infrared Phys. 24, 57 (1984).
- N. Calandri, Q.-Yu. Zhao, D. Zhu, A. Dane, and K. K. Berggren, Appl. Phys. Lett. **109**, 152601 (2016).
- U. Sassi, R. Parret, S. Nanot, M. Bruna, S. Borini, D. De Fazio, Z. Zhao, E. Lidorikis, F. H. L. Koppens, A. C. Ferrari, and A. Colli, Nat. Commun. 8, 14311 (2017).
- D. Svintsov, Zh. Devizorova, T. Otsuji, and V. Ryzhii, Phys. Rev. B 94, 115301 (2016).
- D. A. Bandurin, D. Svintsov, I. Gayduchenko, S. G. Xu, A. Principi, M. Moskotin, I. Tretyakov, D.Yagodkin, S. Zhukov, T. Taniguchi, K. Watanabe, I. V. Grigorieva, M. Polini, G. Goltsman, A. K. Geim, and G. Fedorov, Nat. Commun. 9, 5392 (2018).
- A. Fukasawa, J. Haba, A. Kageyama, H. Nakazawa, and M. Suyama, IEEE Trans. Nucl. Sci. 55, 758 (2008).
- J. E. Hasbun, J. Phys.: Condens. Matter 15, R143 (2003).
- O. Kidun, N. Fominykh, and J. Berakdar, Phys. Rev. A 71, 022703 (2005).
- 14. A.V. Shvartsburg, Phys. Usp. 50, 37 (2007).
- A. V. Bogatskaya, N. V. Klenov, M. V. Tereshonok, S. S. Adjemov, and A. M. Popov, J. Phys. D 51, 185602 (2018).
- A.V. Bogatskaya, N.V. Klenov, A.M. Popov, and M.V. Tereshonok, Tech. Phys. Lett. 44, 667 (2018).
- A. V. Bogatskaya, E. A. Volkova, N. V. Klenov, M. V. Tereshonok, and A. M. Popov, IEEE Trans. Antennas Propag. 68 (2020); doi: 10.1109/TAP.2020.2972649.

# Влияние рассогласования толщин слоев на фокусировку рентгеновских лучей многослойными Лауэ линзами

### В. И. Пунегов<sup>1)</sup>

Физико-математический институт Федерального исследовательского центра "Коми научный центр" Уральского отделения РАН, 167982 Сыктывкар, Россия

> Поступила в редакцию 5 марта 2020 г. После переработки 5 марта 2020 г. Принята к публикации 11 марта 2020 г.

Численным моделированием исследовано влияние рассогласования толщин слоев многослойных Лауэ линз (МЛЛ) на фокусировку рентгеновских лучей. Вычислены пространственные распределения интенсивностей рентгеновских полей в объеме линзы в зависимости от градиентов рассогласования периода МЛЛ. Показано, что с увеличением рассогласования толщин слоев МЛЛ размер фокусного расстояния и фокусного пятна уменьшается. Вычисленные размеры фокусного пятна существенно отличаются от значений, приведенных в других работах. Выявлена физическая природа фокусировки МЛЛ, которая определяется брэгговской дифракцией и не связана с конфигурацией зонной пластины Френеля.

DOI: 10.31857/S0370274X20070048

Введение. В настоящее время существуют разные подходы к фокусировке рентгеновского излучения для конкретных физико-химических приложений, включая капиллярную оптику [1], фокусировку кристаллами [2], составными преломляющими линзами [3], зонными пластинами Френеля [4,5] и многослойными Лауэ линзами [6,7].

Многослойные Лауэ линзы (МЛЛ) относятся к новому классу элементов рентгеновской оптики и, согласно [8], имеют большие перспективы для фокусировки жесткого рентгеновского излучения. Преимущественно магнетронное напыление используется для изготовления МЛЛ в соответствии с конфигурацией зон Френеля. Несмотря на свое сходство с зонными пластинами Френеля, МЛЛ должны демонстрировать отличающиеся фокусирующие свойства. Однако до сих пор бытует мнение, что фокусировка жесткого рентгеновского излучения многослойными Лауэ линзами непосредственно связана со структурой зонных пластин Френеля [6–13]. Так ли это на самом деле? Есть ли перспективы фокусировки МЛЛ до размеров фокусного пятна в несколько нанометров, что продекларировано в статьях [6–13]? Результаты, приведенные в данной работе, в какой-то степени содержат ответы на эти вопросы.

Лауэ дифракция в многослойных структурах. Динамическая Лауэ дифракция рентгеновских лучей в периодических средах имеет ряд особенностей по сравнению с дифракцией в геометрии Брэгга [14]. Одной из основных особенностей является маятниковый эффект (*Pendellösung*), когда интенсивность рентгеновского пучка проходящей волны перекачивается в дифракционный пучок и далее с увеличением глубины, наоборот, интенсивность дифрагированной волны передается в направление проходящего пучка. Длина периода таких маятниковых биений в симметричной геометрии Лауэ равна  $l_{\rm ext} = \lambda |\cos \theta_B|/(C|\chi_1|)$ , где  $\lambda$  – длина волны рентгеновского излучения,  $\theta_B$  – угол Брэгга, C – поляризационный фактор,  $\chi_1$  – Фурье-компонента рентгеновской поляризуемости в направлении дифракции.

Расчеты рентгеновской фокусировки МЛЛ выполнялись с использованием теории связанных волн [6,7], уравнений Такаги–Топена в приближении динамического взаимодействия отдельных дифракционных порядков [9] и метода распространения пучков в среде [10, 11]. К сожалению, авторами ни одного из этих методов не показано распределение интенсивностей в объеме МЛЛ, а вывод о том, что апертурой фокусировки является вся боковая сторона Лауэ линзы, из которой выходит дифракционный пучок, является предположением [6–13].

Для строгого вычисления распределения интенсивностей в объеме МЛЛ воспользуемся уравнениями Такаги–Топена [15, 16] в косоугольной системе координат (рис. 1):

 $<sup>^{1)}</sup>$ e-mail: vpunegov@dm.komisc.ru



Рис. 1. (Цветной онлайн) Схематическое изображение рентгеновской дифракции от многослойной структуры с рассогласованием периода слоев.  $E_0^{(in)}$  – амплитуда рентгеновской волны, падающей на МЛЛ,  $E_1(z')$  – амплитуда дифрагированной волны, D – детектор

$$\begin{pmatrix}
\frac{\partial E_0(\eta; s_0, s_1)}{\partial s_0} = \\
= ia_0 E_0(\eta; s_0, s_1) + ia_1 \phi(s_0, s_1) E_1(\eta; s_0, s_1), \\
\frac{\partial E_1(\eta; s_0, s_1)}{\partial s_1} = \\
= i(a_0 + \eta) E_1(\eta; s_0, s_1) + ia_1 \phi^*(s_0, s_1) E_0(\eta; s_0, s_1)$$
(1)

где  $E_{0,1}(\eta; s_0, s_1)$  – амплитуды проходящей  $E_0$  и дифракционной  $E_1$  рентгеновской волны,  $a_0 = \pi \chi_0/\lambda$ ,  $a_1 = C\pi\chi_1/\lambda$ ,  $\eta = 2\pi\sin(2\theta_B)\omega/\lambda$  – угловой параметр,  $\omega$  – отклонение рентгеновского пучка от угла Брэгга  $\theta_B$ ,  $\phi(s_0, s_1) = \exp\left(i\frac{2\pi}{d}u(s_0, s_1)\right)$ , d – средний период МЛЛ,  $u(s_0, s_1)$  – смещения, вызванные рассогласованием периода МЛЛ. Фурье коэффициенты рентгеновской поляризуемости для структуры с двухслойным периодом в направлении прохождения  $\chi_0$  и дифракции  $\chi_1$  запишутся как

$$\chi_0 = \frac{\chi_t d_t + \chi_b d_b}{d}, \quad \chi_1 = \frac{\chi_t - \chi_b}{\pi} \sin\left(\pi \frac{d_t}{d}\right)$$

Здесь  $\chi_{t,b}$  и  $d_{t,b}$  – Фурье коэффициенты поляризуемостей и толщины верхнего (t) и нижнего (b) слоев периода структуры. Рентгеновские поляризуемости химических элементов вычисляются с использованием табличных значений оптических констант:  $\chi_j = 2 \cdot (\delta_j + i\beta_j), \ \delta_j = r_0 \frac{N_j \cdot \lambda^2}{2\pi} (Z_j + \Delta f'_j), \ \beta_j =$  $= -r_0 \frac{N_j \cdot \lambda^2}{2\pi} (\Delta f''_j), \ j = t, b$  указывает на соответствующий слой в периоде многослойной структуры,  $r_0 = e^2/(mc^2)$  – классический радиус электрона, e, m – заряд и масса электрона,  $N_j$  – атомная плот-

**2** Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

ность, Z – число электронов в атоме,  $\Delta f'_j$ ,  $\Delta f''_j$  – дисперсионные поправки к атомной амплитуде.

Заменой амплитуд

$$\begin{cases} E_0(\eta; s_0, s_1) = \widetilde{E}_0(\eta; s_0, s_1) \exp(ia_0[s_0 + s_1]), \\ E_h(\eta; s_0, s_1) = \widetilde{E}_h(\eta; s_0, s_1) \exp(ia_0[s_0 + s_1]\phi^*(s_0, s_1)) \end{cases}$$

система уравнений дифракции (1) может быть записана как

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{E}_{0}(\eta; s_{0}, s_{1})}{\partial s_{0}} = ia_{1}\tilde{E}_{1}(\eta; s_{0}, s_{1}), \\ \frac{\partial \tilde{E}_{1}(\eta; s_{0}, s_{1})}{\partial s_{1}} = \\ = i[\eta + \Phi(s_{0}, s_{1})]\tilde{E}_{1}(\eta; s_{0}, s_{1}) + ia_{1}\tilde{E}_{0}(\eta; s_{0}, s_{1}), \end{cases}$$
(2)

где  $\Phi(s_0, s_1) = \frac{2\pi}{d^2} [\Delta d_x(s_0, s_1) + \Delta d_z(s_0, s_1) \tan \theta_B] \times$ ×  $\cos \theta_B$ ,  $\Delta d_{x,z}(s_0, s_1)$  – рассогласования периода МЛЛ в направлении x и z соответственно.

Конфигурация многослойных Лауэ линз. Изготовление МЛЛ посредством осаждения тонких пленок в конфигурации линейной структуры зонных пластин Френеля впервые предложено в 2004 г. [6]. Первый эксперимент по исследованию МЛЛ WSi<sub>2</sub>/Si на синхротронном источнике с энергией 19.5 кэВ выполнен двумя годами позже [7], при этом для одного из образцов измерен размер фокусного пятна 30 нм с эффективностью 44 %. Кроме того, сказано о расчетах с применением теории связанных волн, показывающих формирование фокусного пятна размером менее 5 нм. До сих пор сохраняется мнение, что эффективной апертурой Лауэ линзы является вся ее боковая поверхность в направлении дифракции [6-13]. Между тем прямых расчетов распределения интенсивностей рентгеновского излучения в объеме Лауэ линзы до сих пор не проводилось. Такие расчеты, в отличие от традиционной динамической теории, должны выполняться в рамках пространственно ограниченных рентгеновских пучков [2, 17–21].

Структура МЛЛ [6–13] соответствует конструкции из периодически чередующихся слоев тяжелого и легкого материала согласно закону зонной пластины Френеля [4]

$$r_n^2 = n\lambda f + n^2 \lambda^2 / 4, \tag{3}$$

где *n* – номер слоя, *f* – фокусное расстояние зонной пластины, *λ* – длина волны падающего рентгеновского излучения. Ширина *n*-й зоны определяется как

$$\Delta r_n = (\lambda f/r_n)\sqrt{1 + r_n^2/f^2}.$$
(4)

Следовательно, МЛЛ является многослойной структурой с переменным периодом

$$d_m = 2\Delta r_m = d + \Delta d_m,\tag{5}$$

где d – средний период МЛЛ,  $\Delta d_m$  – рассогласование периода с номером m (m = 2n) относительно среднего периода. Для того чтобы оценить роль конфигурации зонной пластины Френеля в фокусировке жесткого излучения многослойной Лауэ линзой, рассмотрим рентгеновскую дифракцию в четырех апериодических (периодических) системах с разными вариациями толщины слоев. Основной моделью будет служить "классическая Лауэ линза" (#1), архитектура которой отвечает закону зонной пластины Френеля (3). Вторая структура относится к латерально ограниченному рентгеновскому зеркалу с постоянным периодом d (#2), т.е. для всех слоев  $\Delta d_m = 0$ . Следующая система является апериодической многослойной структурой #3 с рассогласованиями периодов по закону (5), однако эти рассогласования уменьшены в пять раз. Наконец, последняя структура #4, наоборот, имеет рассогласования периодов МЛЛ #1, увеличенные в полтора раза. Изменения рассогласований периодов вышеперечисленных многослойных систем по их толщине показаны на рис. 2.



Рис. 2. (Цветной онлайн) Рассогласования периодов по толщине МЛЛ. Цифровая индексация кривых соответствует нумерации многослойных структур (см. текст)

Дифракция и фокусировка рентгеновских лучей многослойными структурами. Численное моделирование. Расчеты распределения интенсивностей рентгеновских лучей в объеме многослойных структур (МС) выполнены с использованием уравнений (2). Применялся численный алгоритм "полушаговой производной" [2,21]. Кроме этого, рентгеновские поля вычислялись с использованием двумерных уравнений Такаги–Топена в декартовой системе координат с применением метода Рунге– Кутта [22], а также на основе двумерных рекуррентных соотношений [17,18]. Все эти методы приводили к одному и тому же результату, что в конечном итоге являлось гарантией правильности полученных расчетов.

Лауэ дифракция рентгеновских лучей вычислялась в многослойных структурах, состоящих из чередующихся слоев вольфрама (W) и карбида кремния (SiC) [11, 12]. В расчетах использованы оптические константы вольфрама  $\chi_{\rm W} = (-1.596 + i0.125) \cdot 10^{-3}$  и карбида кремния  $\chi_{\rm SiC} = (-0.334 + i0.00092) \cdot 10^{-3} [23].$ Общее число слоев MC равно N = 5822, число слоев, засвеченных рентгеновским пучком, составляло 5500 (N<sub>z</sub> = 2750 - число периодов) [11]. Для рентгеновского излучения с длиной волны 0.062 нм, что соответствует энергии 20 кэВ, согласно закону зонной пластины  $\Phi$  ренеля (5), фокусное расстояние соответствует значению f = 1.25 мм. Размер первой зоны  $\Delta r_1 = 13.9$  нм, последней зоны  $\Delta r_{Nz} = 1.8$  нм. При ширине падающего на МС рентгеновского пучка  $L_z = 16.7$  мкм, минимальный засвеченный период Лауэ линзы равен 3.65 нм, максимальный – 17 нм. Средний период МС составляет  $d = L_z/N_z = 6$  нм, что соответствует углу Брэгга 5.2 мрад. Ширина МС имеет значение  $L_x = 7.7$  мкм (рис. 1), которое равняется половине периода маятниковых осцилляций. Такой выбор ширины многослойной структуры связан с условием возникновения максимальной интенсивности выходящего дифракционного пучка из правой грани МС (рис. 1). Перекачка интенсивности проходящего рентгеновского пучка в направление дифракционной волны показана на рис. 3.



Рис. 3. (Цветной онлайн) Распределение интенсивностей проходящей (1) и дифракционной (2) рентгеновской волны в объеме многослойной структуры

Результаты численного моделирования распределения интенсивностей рентгеновских полей в объеме MC показаны на рис. 4. На этом и других рисунках распределение интенсивностей приведено в линейном масштабе, отношение между соседними линиями равно 0.1. Красный цвет относится к максимальному значению интенсивности, фиолетовый – минимальному ее значению. В случае отсутствия рассогласований периода в многослойной структуре



Рис. 4. (Цветной онлайн) Карты распределения интенсивностей проходящих (a), (c), (e), (g) и дифракционных (b), (d), (f), (h) рентгеновских пучков в объеме многослойных структур # 1-4. (a), (b) – # 2; (c), (d) – # 3; (e), (f) – # 1; (g), (h) – # 4

интенсивность проходящей волны монотонно уменьшается по всей ширине рентгеновского пучка изза маятникового эффекта (рис. 4a), а интенсивность дифрагированной волны возрастает (рис. 4b). Даже при незначительных рассогласованиях периода MC (рис. 2, кривая 3) структура рентгеновских полей меняется (рис. 4с, d). На начальном этапе наблюдается классический маятниковый эффект Лауэ дифракции, далее дифракционная интенсивность концентрируется в виде размытого пятна у правой

451



Рис. 5. (Цветной онлайн) Распределение выходящих рентгеновских интенсивностей из многослойных структур в дифракционном (a) и проходящем (b) направлениях. Номера кривых соответствуют нумерации многослойных систем # 1–4

грани MC (рис. 4d). В проходящем направлении, наоборот, в этом месте интенсивность рентгеновских лучей зеркально уменьшается (рис. 4c). Дальнейшее увеличение рассогласований периода приводит к уменьшению размеров дифракционного пучка (рис. 4e-h).

Таким образом, вопреки бытующему мнению [6– 13], апертурой выходящего дифракционного излучения из Лауэ линзы является не вся правая грань MC, как это имеет место для зонных пластин Френеля, а только незначительная ее часть в виде узкого дифрагированного пятна (рис. 4f, h). Распределение выходящих из правой грани MC интенсивностей в дифракционном и проходящем направлениях показано на рис. 5.

Выходящий из правой грани MC дифракционный рентгеновский пучок с амплитудой  $E_1(z')$  распространяется (фокусируется) вне многослойной структуры по закону Френеля–Кирхгоффа [2, 24]

$$E_1(x_d, z_d) = \cos \theta_B \int dz' P(x_d, z_d - \cos \theta_{Bs} z') E_1(z'),$$
(6)

где  $E_1(x_d, z_d)$  – амплитуда дифрагированной рентгеновской волны в плоскости детектора (рис. 1),  $P(x, z) = (i\lambda x)^{-1/2} \exp(i\pi z^2/(\lambda x))$  – пропагатор волнового поля [24].

Рисунок 6 демонстрирует фокусировку рентгеновских лучей многослойными структурами (#1 и #4) в зависимости от положения детектора  $x_d$ . В случае "классической" МЛЛ #1 (см. также кривые 1 на рис. 2 и 5) фокусное расстояние равно 30 мм, тогда как по закону зонной пластины Френеля оно должно быть 1.25 мм. Размер фокусного пятна на половине полной интенсивности составляет 780 нм, что никак не согласуется с величиной 5 нм [11]. Для структуры #4 с большим рассогласованием периода слоев (кривые 4 на рис. 2 и 5) фокусное расстояние равно 29 мм, размер фокуса – 730 нм.

Заключение. Расчеты, выполненные с использованием строгих уравнений динамической теории дифракции, показывают, что дифракционная фокусировка многослойными структурами крайне отличается от фокусировки зонными пластинами Френеля. Трактовка о том, что многослойные Лауэ линзы с клинообразными слоями (wedged multilayer Laue lens) являются более эффективными [11, 13], является довольно спорной. Клинообразные слои создают неоднородность не только по толщине, но и по ширине многослойной структуры, тем самым ведут к нарушению маятникового эффекта в МЛЛ.

Можно ли назвать уменьшение размеров выходящего из Лауэ линзы дифракционного пучка фокусировкой? Попробуем ответить на этот вопрос. Явление дифракции будет иметь место, если выполняется закон Брэгга

$$2(d \pm \Delta d)\sin(\theta_B \mp \Delta \theta) = \lambda.$$

Даже когда угловое отклонение  $\Delta \theta = 0$ , будет наблюдаться рентгеновская дифракция в узкой области MC с периодом  $d \pm \Delta d$ , пока фазовые изменения рентгеновских волн не выведут пучок из условия дифракции. Ширина этой области зависит от величины рассогласования периода  $\Delta d$ . Чем больше градиент изменения рассогласований, тем уже дифракционная область в MC. С изменением углового отклонения  $\Delta \theta$ , эта область, получившая название "фазовых слоев", может сужаться или расширяться, а также перемещаться по толщине многослойной структуры [25, 26]. Таким образом, апертура выходящего рентгеновского пучка из Лауэ линзы в направлении дифракции уменьшается с увеличением рассогласования периода  $\Delta d$ . Только незначительная часть интен-



Рис. 6. (Цветной онлайн) Фокусировка дифракционного пучка многослойными структурами #1 и #4. Рисунки, соответствующие системе #1, расположены слева. (a), (b) – карты распределения сфокусированных интенсивностей; (c), (d) – распределения дифракционной интенсивности вне многослойной структуры; (e), (f) – размеры фокусного пятна (1) и выходящего рентгеновского пучка из многослойной структуры (2)

сивности падающего пучка попадает в дифракционное направление (рис. 4f, h, рис. 5a), основная часть не испытывает дифракцию и, поглощаясь в среде, выходит из MC (рис. 4e, g, 5b). Следовательно, назвать данное явление фокусировкой весьма сложно, это скорее пространственное ограничение дифракционного пучка из-за рассогласований периода MC.

В ряде работ продекларированы размеры фокусного пятна от Лауэ линзы 4.7 нм [9], 5 нм [6, 11], 30 нм [7], 36 нм [13]. Это означает, что для среднего периода MC, например, 6 нм, размер дифракционной области должен быть порядка одного или нескольких периодов. Для одного периода рентгеновская брэгговская дифракция в принципе невозможна, для нескольких

ифракционной области яние может уменьшиться до или нескольких периос результатом для зонной пл ко размер фокусного пятна иожна, для нескольких там сильно отличается от 4.7

ской дифракции. В напих вычислениях пирина дифракционной области порядка 3 мкм (кривые 1 и 4 на рис. 5а), что соответствует 500 периодам, поэтому размер сфокусированного пятна выходящего дифракционного пучка находится в пределах от 700 нм до 1000 нм. Фокусное пятно можно уменьшить изменением углового положения МС относительно падающего рентгеновского пучка. Так, например, уменьшая угол падения пучка на 4 мрад, фокусное расстояние может уменьшиться до 1.5 мм, что соизмеримо с результатом для зонной пластины Френеля. Однако размер фокусного пятна 132 нм по нашим расчетам сильно отличается от 4.7 нм [9] и даже от 36 нм

периодов не может выполняться условие динамиче-

[7]. Результаты моделирования рентгеновской Лауэ дифракции в MC не показывают возникновения отдельных дифракционных порядков, как на это указано в [9].

Таким образом, в работе впервые показано распределение интенсивностей рентгеновских лучей в условиях Лауэ дифракции в объеме MC с рассогласованиями периодов слоев. Показано, что размер эффективной апертуры дифрагированного пучка, выходящего из Лауэ линзы, зависит от рассогласований периода слоев MC и не связан с конфигурацией зонной пластины Френеля.

- 1. D. H. Bilderback, X-Ray Spectrom. 32, 195 (2003).
- Ya. I. Nesterets and S. W. Wilkins, J. Appl. Crystallogr. 41, 237 (2008).
- A. Snigirev, V. Kohn, I. Snigireva, and B. Lengeler, Nature 384, 49 (1996).
- 4. J. Kirz, J. Opt. Soc. Am. 64, 301 (1974).
- В.В. Аристов, С.В. Гапонов, В.М. Генкин, Ю.А. Горбатов, А.И.Ерко, В.В. Мартынов, Л.А. Матвеев, Н.Н. Салащенко, А.А. Фраерман, Письма в ЖЭТФ 44, 207 (1986) [V.V. Aristov, S.V. Gaponov, V.M. Genkin, Yu.A. Gorbatov, A.I. Erko, V.V. Martynov, L.A. Matveev, N.N. Salashchenko, and A.A. Fraerman, JETP Lett. 44, 265 (1986)].
- J. Maser, G.B. Stephenson, S. Vogt, Y. Wenbing, A. Macrander, H.C. Kang, L. Chian, and R. Conley, Proc. SPIE 5539, 185 (2004).
- H.C. Kang, J. Maser, G.B. Stephenson, C. Liu, R. Conley, A.T. Macrander, and S. Vogt, Phys. Rev. Lett. 96, 12740 (2006).
- H. Yan, R. Conley, N. Bouet, and Y.S. Chu, J. Phys. D: Appl. Phys. 47, 263001 (2014).
- H.F. Yan, J. Maser, A. Macrander, Q. Shen, S. Vogt, G.B. Stephenson, and H.C. Kang, Phys. Rev. B 76, 115438 (2007).
- 10. M. Prasciolu, A.F.G. Leontowich, J. Krzywinski,

A. Andrejczuk, H.N. Chapman, and S. Bajt, Optical Mater Express 5, 748 (2015).

- A. Andrejczuk, J. Krzywinski, and S. Bajt, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B 364, 60 (2015).
- A.J. Morgan, M. Prasciolu, A. Andrejczuk, J. Krzywinski, A. Meents, D. Pennicard, H. Graafsma, A. Barty, R.J. Bean, M. Barthelmess, D. Oberthuer, O. Yefanov, A. Aquila, H.N. Chapman, and S. Bajt, Sci. Rep. 5, 9892 (2015).
- K. T. Murray, A. F. Pedersen, I. Mohacsi, C. Detlefs, A. J. Morgan, M. Prasciolu, C. Yildirim, H. Simons, A. C. Jakobsen, H. N. Chapman, H. F. Poulsen, and S. Bajt, Opt. Express 27, 7120 (2019).
- A. Authier, Dynamical Theory of X-Ray Diffraction, Oxford University Press, N.Y. (2001).
- 15. S. Takagi, Acta Crystallogr. 15, 1311 (1962).
- D. Taupin, Bull. Soc. Franc. Mineral. Crist. 87, 469 (1964).
- V.I. Punegov, S.I. Kolosov, and K.M. Pavlov, Acta Crystallogr. A 70, 64 (2014).
- V. I. Punegov, S. I. Kolosov, and K. M. Pavlov, J. Appl. Crystallogr. 49, 1190 (2016).
- V.I. Punegov, K.M. Pavlov, A.V. Karpov, and N.N. Faleev, J. Appl. Crystallogr. 50, 1256 (2017).
- 20. В.И. Пунегов, ЖЭТФ **154**, 248 (2018) [V.I. Punegov, JETP **127**, 210 (2018)].
- 21. Y. Epelboin, Mater. Sci. Eng. 73, 1 (1985).
- С. И. Колосов, В.И. Пунегов, Кристаллография 50, 401 (2005) [S.I. Kolosov and V.I. Punegov, Crystallography Reports 50, 375 (2005)].
- S. Stepanov and R. Forrest, J. Appl. Crystallogr. 41, 958 (2008); https://x-server.gmca.aps.anl.gov/.
- V. G. Kohn, I. Snigireva, and A. Snigirev, Phys. Status Solidi B 222, 407 (2000).
- A. V. Kolpakov and V. I. Punegov, Solid State Commun. 54, 573 (1985).
- А.В. Колпаков, В.И. Пунегов, Вестн. Московск. ун-та. сер. 3. Физика. Астрономия 27, 85 (1986) [A. V. Kolpakov and V. I. Punegov, Moscow University Physics Bulletin 41, 115 (1986)].

## Дискретные вихри в системах связанных нелинейных осцилляторов: численные результаты для электрической модели

В. П. Рубан<sup>1)</sup>

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 3 марта 2020 г. После переработки 5 марта 2020 г. Принята к публикации 5 марта 2020 г.

Теоретически исследуются вихревые когерентные структуры на массивах нелинейных осцилляторов, объединенных слабыми связями в топологически нетривиальные дискретные двумерные многообразия. В качестве возможной физической реализации таких объектов рассмотрена электрическая схема из нелинейных колебательных контуров, связанных относительно малыми емкостями. Численные эксперименты показали, что монохроматическое по времени внешнее воздействие, приложенное к нескольким осцилляторам, в широкой области параметров приводит к формированию в системе долгоживущих и нетривиально взаимодействующих вихрей на квазистационарном фоне. Динамика вихрей оказывается различной в зависимости от способа "сшивки" связями противоположных сторон прямоугольного массива, чем определяется топология получающегося многообразия (тор, бутылка Клейна, проективная плоскость, лист Мебиуса, кольцо или диск).

DOI: 10.31857/S0370274X2007005X

Введение. Как известно, нелинейные комплексные волновые поля способны образовывать квантованные вихри в двух и трех пространственных измерениях [1-7]. Типичный тому пример – вихри в захваченных Бозе-конденсатах холодных атомов (которые описываются конденсатной волновой функцией  $\Psi(\mathbf{r}, t)$  в рамках уравнения Гросса–Питаевского). Нетривиальные динамические свойства этих объектов привлекли к себе большое внимание исследователей (см., в частности, [8–19]). Вихревые структуры существуют не только в сплошных средах, но и в дискретных системах (вихри и вихревые солитоны на решетках; см. [20-29] и ссылки там). Как физически, так и математически, реализация динамических систем на решетках может быть различной. Например, в массивах связанных нелинейных осцилляторов возможность существования вихрей обусловлена наличием на каждом узле канонического комплексного параметра порядка  $a_n =$  $=\sqrt{S_n}\exp(i\Theta_n)=A_n(t)\exp(-i\omega_0 t),$  где  $S_n$  и  $\Theta_n$  – переменные действие-угол для отдельно взятого осциллятора, а  $\omega_0$  – частота колебаний в пределе малых амплитуд. Фаза  $\Theta$  при обходе по замкнутому контуру вдоль связей может небольшими изменениями набирать приращение, кратное  $2\pi$ , образуя тем самым дискретный вихрь. Но чтобы такой объект имел отчетливо выраженную локализованную сердцевину и был долгоживущим на модуляционно устойчивом ненулевом фоне "плотности" *S*, влияние нелинейности должно быть дефокусирующим. Сердцевина вихря (провал плотности) может быть при этом шириной всего около одного шага решетки и даже в некотором смысле меньше, но влияние его фазы простирается на всю систему. Этим обычные вихри отличаются от локализованных вихревых солитонов, имеющих место при фокусирующей нелинейности. Взаимодействие дискретных вихрей между собой и с узлами решетки приводит к сложной динамике, которая и является темой данной работы.

Одной из относительно простых и универсальных математических моделей, допускающих вихревые решения, является слабодиссипативное дискретное нелинейное уравнение Шредингера с накачкой,

.

$$i(A_n + \gamma \omega_0 A_n) = g|A_n|^2 A_n + \frac{1}{2} \sum_{n'} c_{n,n'}(A_n - A_{n'}) + f_n(t),$$
(1)

где  $\gamma$  – малый коэффициент линейного затухания, g – нелинейный коэффициент,  $c_{n,n'}$  – (действительная) матрица связей,  $f_n(t)$  – комплексная огибающая внешнего квазимонохроматического воздействия (вблизи резонансной частоты). В частности, различные метаматериалы описываются такого рода уравнением (см., например, [30] и ссылки там). Здесь собраны эффекты нелинейности, дисперсии, диссипации, а также резонансной накачки. Реально воз-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: ruban@itp.ac.ru

можные осцилляторы удовлетворяют такому универсальному уравнению лишь приблизительно, и только в слабонелинейном режиме. Поэтому, если говорить о перспективах создания искусственных материалов, способных демонстрировать дискретные вихри, то ограничиваться уравнением (1) нельзя, и представляет интерес исследование сильно нелинейных, физически реализуемых систем.

Надо сказать, что практически удобным вариантом воплощения связанных нелинейных осцилляторов оказались электрические схемы с обратно смещенными по напряжению варакторными диодами (переменными емкостями, зависящими от приложенного напряжения) [31–45]. В частности, с их помощью были проделаны эксперименты, моделирующие динамику солитонов на интегрируемой цепочке Тоды [31–34]. Помимо диодов, в настоящее время разработаны также нелинейные конденсаторы на основе специальных диэлектрических пленок [46, 47].

В зависимости от конструкции схемы нелинейность может быть как фокусирующей на больших масштабах, так и дефокусирующей. До настоящего времени изучались, в основном, фокусирующие варианты, где имеет место модуляционная неустойчивость длинных волн. Объектами таких исследований были дискретные солитоны, бризеры и вихревые солитоны [20, 22, 42, 43]. Эти сильно локализованные структуры образуются на модуляционно неустойчивых сетках даже небольшого размера (менее, чем  $10 \times 10$ ) и занимают всего несколько ячеек [43]. В отличие от них, для полноценного наблюдения вихрей на модуляционно устойчивых массивах связанных осцилляторов требуется большое число элементов, порядка 30 × 30 и более, поскольку пространственное распределение фаз вихрей, как правило, делокализовано. Создание столь больших конструкций требует серьезных затрат. Видимо, поэтому вихри на сетках пока не наблюдались экспериментально. Не привлек до сих пор широкого внимания и тот интересный факт, что системы электрических осцилляторов допускают возможность конструирования связей таким образом, чтобы получались топологически нетривиальные дискретные многообразия, например, лист Мебиуса, бутылка Клейна, проективная плоскость и др. Поскольку вихри – объекты дальнодействующие, топология многообразия должна оказывать на них сильное влияние. Насколько известно автору, вопрос о динамике дискретных вихрей на сложных многообразиях до сих пор не исследовался (в отличие от дискретных солитонов на квазиодномерном листе Мебиуса [48]). Цель данной работы – до некоторой степени заполнить этот пробел, пока что только путем численного моделирования достаточно реалистичной электрической модели. Как мы увидим далее, уже первые результаты оказались нетривиальными и интересными. Собственно, само наблюдение в численном эксперименте долгоживущих вихрей на дискретной слабодиссипативной электрической схеме под внешним периодическим воздействием в режиме нелинейного резонанаса осуществлено здесь впервые.

Описание модели. Для теоретического рассмотрения предлагается электрическая схема, составленная из нелинейных колебательных контуров с относительно слабыми емкостными связями между ними, как показано на рис. 1. Связь между этой схе-



Рис. 1. Схема связанных нелинейных электрических осцилляторов. Показан только фрагмент полной сети (две ячейки и связь между ними)

мой и уравнением (1) обсуждалась в недавней работе автора [45]. Состояние системы описывается напряжениями  $V_n(t)$ , а также токами  $I_n(t)$  через катушки индуктивности L по направлению к соответствующему конденсатору. Предполагается использование тороидальных катушек, чтобы исключить взаимную индукцию. Нелинейными элементами здесь являются емкости  $C(V_n)$ . Для простоты в данной работе используется функциональная зависимость емкости от напряжения в виде

$$C(V_n) = C_0(1 + V_n^2/V_*^2), \qquad (2)$$

с некоторым параметром  $V_*$  (порядка нескольких вольт). Такая симметричная зависимость характерна для конденсаторов с диэлектрическими пленками [46, 47]. Подача напряжения смещения  $V_b$  делает возможным использование также варакторных диодов, которые (в параллельном соединении с обычным конденсатором) приближенно описываюся фитирующей формулой (см., например, [49])

$$C(V_n) = C_0 \Big[ \mu + (1 - \mu) / (1 + V_n / V_*)^{\nu} \Big], \qquad (3)$$

где  $0 < \mu < 1$  учитывает параллельно подключенный простой конденсатор, а подгоночный параметр диода  $\nu$  зависит от технологии изготовления и обычно лежит в диапазоне  $0.3 \leq \nu \leq 6.0$  (кстати сказать, для реализации цепочки Тоды необходимо брать  $\nu = 1$ ). В любом случае, запасенная электростатическая энергия на конденсаторе (дополнительная по сравнению с состоянием  $V_n = 0$ ) определяется формулой

$$W(V_n) = \int_0^{V_n} C(u)u du, \qquad (4)$$

тогда как дополнительный электрический заряд есть

$$q_n = q(V_n) = \int_0^{V_n} C(u) du.$$
(5)

Все емкости  $C_{n,n'}$  на связях предполагаются линейными и малыми по сравнению с  $C_0$ . Вообще говоря, связи не обязаны быть одинаковыми, что дает дополнительную свободу в конструировании массивов с пространственно неоднородными свойствами. Можно создавать как локально периодические решетки, так и квазикристаллические, а также (псевдо)случайные.

В той мере, в какой соединительные провода имеют пренебрежимо малые сопротивления, индуктивности и емкости, фактическое расположение элементов схемы в пространстве не существенно. Очевидно, что благодаря гибкости и небольшому поперечному сечению проводов потенциально реализуемы сети с практически любой топологией.

Чтобы электрическая модель была реалистичной, в нее следует включить диссипативные элементы – малое активное сопротивление катушки  $R_L \ll \sqrt{L/C_0}$ , а также большие сопротивления утечки конденсаторов  $R_C \gg \sqrt{L/C_0}$  и  $R_{n,n'} \gg \sqrt{L/C_0}$ . Для простоты, здесь не учитывается возможная нелинейная зависимость  $R_C$  от приложенного к конденсатору напряжения. Кроме того, для компенсации потерь энергии системы, к некоторым из осцилляторов (к относительно небольшому их числу) подведено переменное по времени напряжение  $\mathcal{E}_n(t)$  (генератор включен последовательно с катушкой; на рис. 1 не показано).

В общем случае, из-за конечности  $R_C$  стационарное значение напряжения на конденсаторе слегка отличается от  $V_b$ , но этим отличием можно пренебречь по чрезвычайно малому параметру  $R_L/R_C$ . Система уравнений движения тогда имеет вид

$$C(V_n)\dot{V}_n + \sum_{n'} \left[ C_{n,n'}(\dot{V}_n - \dot{V}_{n'}) + (V_n - V_{n'})/R_{n,n'} \right] + V_n/R_C = I_n,$$
(6)

$$L\dot{I}_n + V_n + R_L I_n = \mathcal{E}_n(t). \tag{7}$$

Чтобы в численном алгоритме разрешить эту систему относительно временных производных  $\dot{V}_n$ , можно использовать итерации, соответствующие схеме Эйлера для релаксации к положению равновесия. Сходимость итераций при этом обеспечивается симметрией и положительной определенностью матрицы  $\{ [C(V_n) + \sum_m C_{n,m}] \delta_{n,n'} - C_{n,n'} \}$ , присутствующей в уравнении (6). Результат итераций можно затем подставлять в процедуру Рунге-Кутта четвертого порядка для продвижения по времени, что фактически и делалось. При вычислениях использовались обезразмеренные переменные, соответствующие значениям  $L = 1, C_0 = 1, V_* = 1$ . Частота малых колебаний при этом  $\omega_0 = 1,$  а их период  $T_0 = 2\pi$ . Заметим еще, что в отсутствие связей и диссипации каждый осциллятор обладал бы законом сохранения энергии  $\varepsilon_n = LI_n^2/2 + W(V_n).$ 

Принципиально важным для нас является требование, чтобы нелинейный сдвиг частоты  $\delta \omega_{\rm nl} = g |A|^2$ отдельно взятого колебательного контура был отрицательным, поскольку, как показано в работе [45], доминирующие элементы матрицы  $c_{n,n'}$  соответствующего уравнения (1) оказываются отрицательными несмотря на положительную определенность энергии связей в нашей модели. Особенно легко в этом убедиться на примере квадратной бесконечной решетки, вычислив закон дисперсии для линеаризованной системы и убедившись в отрицательности квадратичной поправки к частоте на малых волновых числах. При совпадении знаков нелинейного коэффициента и дисперсионной поправки действие нелинейности будет дефокусирующим в квазинепрерывном пределе, что необходимо для формировния устойчивого фона, на котором существуют вихри. С функцией (2) это условие выполняется автоматически (поскольку в этом случае g = -3/4), а с функцией (3) – в области параметров

$$g = \nu(1-\mu)[-3+\nu(1-4\mu)]/24 < 0.$$
(8)

Мы будем предполагать, что диссипация в катушке преобладает над диссипацией утечек, так что добротность отдельного осциллятора

$$Q^{-1} = \gamma = \left( R_L \sqrt{C_0/L} + R_C^{-1} \sqrt{L/C_0} \right) / 2 \qquad (9)$$

определяется, в основном, первым слагаемым. Численные эксперименты показали, что для наблюдения вихрей требуется высокая добротность  $Q \gtrsim 10^3$ . Это требование выглядит вполне реалистичным. Например, для катушки с индуктивностью  $L = 1.0 \cdot 10^{-4}$  Гн и сопротивлением  $R_L = 1$  Ом (такая катушка из медной проволоки длиной 10 м и сечением 0.2 мм<sup>2</sup> имеет размеры в несколько сантиметров), при значениях  $C_0 = 1.0 \cdot 10^{-10} \, \Phi$  и  $R_C > 10^7 \, \text{Ом}$ , мы получаем  $\omega_0 = 1.0 \cdot 10^7 \, \text{рад/с}$  (что соответствует частоте около  $1.6 \, \text{МГц}$ ) и достаточно большую добротность  $Q > 10^3$ . При низких температурах сопротивление меди падает, и добротность повышается еще более.

Численные эксперименты. В компьютерных вычислениях элемент двумерного массива  $N_1 \times N_2$ нумеровался мультииндексом  $n = n_2 + N_2 n_1$ , причем  $0 \le n_1 \le N_1 - 1, 0 \le n_2 \le N_2 - 1.$  Отличными от нуля могли быть только связи между ближайшими соседями, либо между элементами на противоположных сторонах прямоугольника. Если обе противоположные стороны сшивались связями в прямом порядке  $[(0, n_2) \leftrightarrow (N_1 - 1, n_2), (n_1, 0) \leftrightarrow (n_1, N_2 - 1)],$ то получался тор. Если одно направление сшивалось в прямом порядке, а второе – в обратном  $[(n_1, 0) \leftrightarrow$  $\leftrightarrow (N_1 - 1 - n_1, N_2 - 1)]$ , то получалась бутылка Клейна (на таком неориентируемом многообразии переход вихря через край по "перевернутому" направлению приводит к его появлению вблизи противоположной стороны прямоугольника в симметричной относительно центра точке, но уже с другим знаком). Если оба направления сшить в обратном порядке, то получается проективная плоскость. Кроме того, если по первому направлению противоположные стороны не сшивать вовсе, а по второму сшить в обратном порядке, то получается лист Мебиуса. Моделировались также вихри на диске.

В представленных ниже численных экспериментах  $N_1 = N_2 = 60$ , причем для удобства узлы расположены на квадратной решетке с произвольно выбранным шагом h = 0.06, для того, чтобы общий размер системы оказался порядка единицы. Внешний сигнал  $\mathcal{E}_n(t)$  брался монохроматическим с частотой  $(1 - \Delta)$ , чтобы ввести систему в состояние нелинейного резонанса, когда амплитуда колебаний определяется, главным образом, частотой воздействия в соответствии с оценкой  $qS \approx -\Delta$  и в меньшей степени – амплитудой воздействия. Для диска и листа Мебиуса воздействие было приложено к узлам, расположенным вдоль естественной границы. Из тора, бутылки Клейна и проективной плоскости вырезался диск, и сигнал подавался на узлы вблизи образовавшейся границы. Чтобы вихрям было энергетически выгодно сформироваться, начальные фазы сигнала зависели от n, равномерно увеличиваясь при обходе вдоль границы до величины  $2\pi M$ , где M – целое число (брались значения M порядка 10). В случае диска и тора число M определяло количество вихрей в образовавшемся кластере (при достаточной амплитуде воздействия). Во всех других случаях простого соответствия между M и числом вихрей не было: они зарождались и исчезали, причем как парами вихрьантивихрь, так и поодиночке при столкновениях с круговой границей.

Из-за большого числа параметров, задействованных в численных экспериментах, полученных результатов пока что еще недостаточно, чтобы дать исчерпывающее описание всевозможных динамических режимов. Поэтому здесь приведены только некоторые примеры. Но и они ясно свидетельствуют о нетривиальных свойствах вихрей на электрических массивах. Брались следующие значения безразмерных параметров:  $R_L = 0.001, 1/R_C = 0.0001,$  $C_{n,n'} = 0.1, 1/(R_{n,n'}C_{n,n'}) = 0.0001.$  Амплитуда внешнего сигнала  $\mathcal{E}_n$  была 0.06, а отстройка его частоты  $\Delta = 0.14$ . Параметр M = 7. В начальном состоянии все осцилляторы имели  $I_n(0) = 0$  и одинаковые значения  $V_n(0) \sim 1$ . После начального переходного периода, с продолжительностью около  $1000T_0$ , устанавливался более-менее однородный фон плотности, на котором двигались зародившиеся к тому времени вихри. Дальнейшая их эволюция была существенно различной в зависимости от топологии многообразия, как показано на рис. 2-6, где приведены кар-



Рис. 2. (Цветной онлайн) Вращающийся кластер из семи вихрей на диске: (а) – распределение на решетке удвоенной энергии осцилляторов; (b) – распределение фазы

тинки для распределений на решетке энергий осцилляторов  $\varepsilon_n$ , а также величин  $\Phi_n = \operatorname{arctg}_2(I_n, V_n)$ , которые в качественном отношении подобны каноническим фазам  $\Theta_n$ . В частности, на диске сформировался вихревой кластер, как это видно из рис. 2. Вихри в нем медленно вращались, меняя при этом



Рис. 3. (Цветной онлайн) Вращающийся кластер из семи вихрей на "торе" с дырой: (a) – удвоенная энергия; (b) – фаза



Рис. 4. (Цветной онлайн) Последний оставшийся вихрь на "бутылке Клейна" с дырой: (a) – удвоенная энергия; (b) – фаза

свое взаимное расположение. Аналогичный спокойный режим вращения кластера достигался и в случае тора, показанном на рис. 3. Иначе протекала динамика на бутылке Клейна и на проективной плоскости, где компактные кластеры не образовывались, а количество вихрей с течением времени постепенно сокращалось (см. рис. 4 и 5; там стоит обратить внимание на разницу в граничных условиях, которая обусловлена прямым либо обратным спиванием противоположных сторон и становится очевидной из сравнения распределений "фазы" Ф). На бутылке Клейна



Рис. 5. (Цветной онлайн) Три вихря на "проективной плоскости" с дырой двигаются вдоль границы квадрата: (a) – удвоенная энергия; (b) – фаза. В конце концов останется только один

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020



Рис. 6. (Цветной онлайн) Вихри на листе Мебиуса двигаются параллельно границе: (a) – удвоенная энергия; (b) – фаза

последний оставшийся вихрь "застрял" вблизи края дыры, а на проективной плоскости последний вихрь двигался вдоль границы квадрата по часовой стрелке. Вихри на листе Мебиуса двигались параллельно границе, изредка аннигилируя парами при столкновениях. В данном случае на временах до  $5000T_0$  все еще оставались три вихря, показанные на рис. 6.

Были проведены вычисления и с другими наборами параметров, в частности – при увеличенных либо уменьшенных активных сопротивлениях, с отличающимися частотами и амплитудами накачки, а также с неоднородными профилями связей (различные значения  $C_{n,n'}$  в различных частях многообразия). Вообще говоря, динамика вихрей иногда сильно отличалась от описанной выше. К тому же, в ряде случаев, помимо вихрей, наблюдались темные солитоны. Здесь, однако, нет возможности обсуждать все детали. Важен сам факт, что долгоживущие вихри не являются чем-то исключительным и требующим особых настроек системы, а имеют место в широкой области параметров.

Заключение. Таким образом, в данной работе представлен новый пример динамической системы, описывающей нелинейные модуляционно устойчивые волны в слабодиссипативной двумерной электрической схеме. Численно подтвержден сценарий, согласно которому под воздействием сосредоточенной на краю резонансной накачки в таких системах формируется приблизительно однородный фон плотности, на котором зарождаются и длительно существуют дискретные вихри. Впервые численно продемонстрированы такие вихри на топологически сложных многообразиях. Задачей на будущее остается вывод (в пространственно непрерывном пределе) уравнений движения непосредственно для координат "точечных" вихрей при наличии диссипации и накачки. Такие уравнения, по всей видимости, окажутся более сложными, чем для рассмотренного в работах [29, 45] случая свободной релаксации.

Проведенное исследование было мотивировано, в частности, интересом к разработке искусственных материалов (в том числе трехмерных), способных поддерживать квантованные вихри макроскопических размеров, причем при комнатных температурах и без привлечения постоянной Планка. Понятно, что такой материал, содержащий многие миллионы узлов, не может собираться из радиотехнических деталей. Его элементы должны быть более простыми и дешевыми. Но автор все же выражает надежду, что общая идея данной работы окажется практически полезной для дальнейших исследований в этом направлении.

- L. M. Pismen, Vortices in Nonlinear Fields, Clarendon, Oxford (1999).
- C. J. Pethick and H. Smith, Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases, Cambridge University Press, Cambridge (2002).
- L.P. Pitaevskii and S. Stringari, *Bose-Einstein Condensation*, Oxford University Press, Oxford (2003).
- P. G. Kevrekidis, D. J. Frantzeskakis, and R. Carretero-González, The Defocusing Nonlinear Schrödinger Equation: From Dark Solitons and Vortices to Vortex Rings, SIAM, Philadelphia (2015).
- B.Y. Rubinstein and L.M. Pismen, Physica D 78, 1 (1994).
- A.A. Svidzinsky and A.L. Fetter, Phys. Rev. A 62, 063617 (2000).
- 7. A.L. Fetter, Rev. Mod. Phys. 81, 647 (2009).
- 8. V. P. Ruban, Phys. Rev. E 64, 036305 (2001).
- J. Garcia-Ripoll and V. Perez-Garcia, Phys. Rev. A 64, 053611 (2001).
- 10. J.R. Anglin, Phys. Rev. A 65, 063611 (2002).
- P. Rosenbusch, V. Bretin, and J. Dalibard, Phys. Rev. Lett. 89, 200403 (2002).
- A. Aftalion and I. Danaila, Phys. Rev. A 68, 023603 (2003).
- T.-L. Horng, S.-C. Gou, and T.-C. Lin, Phys. Rev. A 74, 041603(R) (2006).
- В. А. Миронов, Л. А. Смирнов, Письма в ЖЭТФ 95, 627 (2012).
- S. Serafini, M. Barbiero, M. Debortoli, S. Donadello, F. Larcher, F. Dalfovo, G. Lamporesi, and G. Ferrari, Phys. Rev. Lett. **115**, 170402 (2015).
- S. Serafini, L. Galantucci, E. Iseni, T. Bienaime, R. N. Bisset, C. F. Barenghi, F. Dalfovo, G. Lamporesi, and G. Ferrari, Phys. Rev. X 7, 021031 (2017).
- C. Ticknor, W. Wang, and P.G. Kevrekidis, Phys. Rev. A 98, 033609 (2018).
- 18. В. П. Рубан, Письма в ЖЭТФ **108**, 638 (2018).
- C. Ticknor, V.P. Ruban, and P.G. Kevrekidis, Phys. Rev. A 99, 063604 (2019).
- B.A. Malomed and P.G. Kevrekidis, Phys. Rev. E 64, 026601 (2001).

- P.G. Kevrekidis, B.A. Malomed, and Yu.B. Gaididei, Phys. Rev. E 66, 016609 (2002).
- P. G. Kevrekidis, B. A. Malomed, D. J. Frantzeskakis, and R. Carretero-Gonzalez, Phys. Rev. Lett. 93, 080403 (2004).
- 23. P. G. Kevrekidis, B. A. Malomed, Zh. Chen, and D. J. Frantzeskakis, Phys. Rev. E 70, 056612 (2004).
- D. E. Pelinovsky, P. G. Kevrekidis, and D. J. Frantzeskakis, Physica D 212, 20 (2005).
- F. Lederer, G.I. Stegeman, D.N. Christodoulides, G. Assanto, M. Segev, and Ya. Silberberg, Phys. Rep. 463, 1 (2008).
- J. Cuevas, G. James, P. G. Kevrekidis, and K. J. H. Law, Physica D 238, 1422 (2009).
- Ya. V. Kartashov, B. A. Malomed, and L. Torner, Rev. Mod. Phys. 83, 247 (2011).
- M. Lapine, I.V. Shadrivov, and Yu.S. Kivshar, Rev. Mod. Phys. 86, 1093 (2014).
- 29. V. P. Ruban, Phys. Rev. E 100, 012205 (2019).
- Н. Н. Розанов, Н. В. Высотина, А. Н. Шацев, И. В. Шадривов, Ю. С. Кившарь, Письма в ЖЭТФ 93, 826 (2011).
- R. Hirota and K. Suzuki, J. Phys. Soc. Jpn. 28, 1366 (1970).
- 32. R. Hirota and K. Suzuki, Proc. IEEE 61, 1483 (1973).
- A. C. Hicks, A. K. Common, and M. I. Sobhy, Physica D 95, 167 (1996).
- A. C. Singer and A. V. Oppenheim, Int. J. Bifurcation Chaos 9, 571 (1999).
- D. Cai, N. Gronbech-Jensen, A.R. Bishop, A.T. Findikoglu, and D. Reagor, Physica D 123, 291 (1998).
- T. Kofane, B. Michaux, and M. Remoissenet, J. Phys. C: Solid State Phys. 21, 1395 (1988).
- P. Marquie, J. M. Bilbault, and M. Remoissenet, Phys. Rev. E 49, 828 (1994).
- P. Marquie, J. M. Bilbault, and M. Remoissenet, Phys. Rev. E 51, 6127 (1995).
- V. A. Makarov, E. del Rio, W. Ebeling, and M. G. Velarde, Phys. Rev. E 64, 036601 (2001).
- D. Yemele, P. Marquie, and J. M. Bilbault, Phys. Rev. E 68, 016605 (2003).
- L. Q. English, F. Palmero, A. J. Sievers, P. G. Kevrekidis, and D. H. Barnak, Phys. Rev. E 81, 046605 (2010).
- F. Palmero, L. Q. English, J. Cuevas, R. Carretero-Gonzalez, and P. G. Kevrekidis, Phys. Rev. E 84, 026605 (2011).
- L. Q. English, F. Palmero, J. F. Stormes, J. Cuevas, R. Carretero-Gonzalez, and P. G. Kevrekidis, Phys. Rev. E 88, 022912 (2013).
- F. Palmero, L. Q. English, X.-L. Chen, W. Li, J. Cuevas-Maraver, and P. G. Kevrekidis, Phys. Rev. E 99, 032206 (2019).
- 45. V. P. Ruban, arXiv:1910.07827.

- 46. C. J. G. Meyers, C. R. Freeze, S. Stemmer, and R. A. York, Appl. Phys. Lett. **109**, 112902 (2016).
- 47. Y. Shen, P.G. Kevrekidis, G.P. Veldes, D.J. Frantzeskakis, D. DiMarzio, X. Lan, and V. Radisic, Phys. Rev. E 95, 032223 (2017).
- 48. F. J. Munoz, S. K. Turitsyn, Yu. S. Kivshar, and M. I. Molina, Phys. Rev. A 95, 033833 (2017).
- А. П. Слобожанюк, П. В. Капитанова, И. В. Шадривов, П. А. Белов, Ю. С. Кившарь, Письма в ЖЭТФ 95, 693 (2012).

### Amplitude of waves in the Kelvin-wave cascade

 $V. B. Eltsov^{+1}$ ,  $V. S. L'vov^*$ 

<sup>+</sup>Department of Applied Physics, Aalto University, POB 15100, FI-00076 AALTO, Finland

\*Department of Chemical Physics, Weizmann Institute of Science, 76100 Rehovot, Israel

Submitted 5 March 2020 Resubmitted 5 March 2020 Accepted 5 March 2020

DOI: 10.31857/S0370274X20070061

In quantum turbulence, velocity fluctuations and vortex reconnections drive oscillating motion of quantized vortices – Kelvin waves [1]. Kelvin waves interact non-linearly and support a cascade of energy towards smaller length scales and larger wave numbers [2]. The theory of the Kelvin-wave cascade was the subject of controversy, until finally the L'vov–Nazarenko model [3, 4] got supported by numerical simulations [5, 6]. Recently, progress in experimental techniques [7–9] enables controllable excitation of waves on nearly straight vortices and potential observation of the Kelvin-wave cascade. In this work we provide relation of the energy flux carried by the cascade to the amplitude of the excited Kelvin waves, which is important for analysis of such experiments.

We assume that the Kelvin-wave cascade on a vortex of length L (cm) carries the energy flux  $\tilde{\epsilon}$  (erg/s) and starts from the wave number  $k_{\min}$  (cm<sup>-1</sup>). Our goal is to find the amplitude  $A_k$  (cm) of the Kelvin wave with the wave number k (cm<sup>-1</sup>). We start by noting that in the local induction approximation the energy of a vortex line  $E_v$  is given by the product of its length L and the vortex tension  $\nu_s$ 

$$E_{\rm v} = \nu_{\rm s} L, \quad \nu_{\rm s} = \rho_{\rm s} \frac{\kappa^2 \Lambda}{4\pi}, \quad \Lambda = \ln\left(\frac{\ell}{a_0}\right).$$
 (1)

Here  $\rho_s$  is the superfluid density,  $\kappa$  is the circulation quantum,  $a_0$  is the vortex core radius and  $\ell$  is the mean intervortex spacing or the size of the enclosing volume, in the case of a single vortex. For a spiral Kelvin wave of the radius  $A_k$  and wavelength  $\lambda_k = 2\pi/k$ , the increase of the length compared to that of the straight vortex is

$$L_k = \left(\sqrt{\lambda_k^2 + (2\pi A_k)^2} - \lambda_k\right) \frac{L}{\lambda_k} \approx L \frac{2\pi^2 A_k^2}{\lambda_k^2}, \quad (2)$$

where we assumed that  $A_k \ll \lambda_k$ . Thus the total energy due to Kelvin waves is

$$E_{\rm kw} = \sum_{k=\pm k_{\rm min}}^{\pm \infty} \nu_{\rm s} L_k = L \sum_{k=k_{\rm min}}^{\infty} \nu_{\rm s} A_k^2 k^2 =$$
$$= L \frac{\nu_{\rm s}}{k_{\rm min}} \int_{k_{\rm min}}^{\infty} A_k^2 k^2 \, dk. \tag{3}$$

Comparing this result to the expression of the energy via the Kelvin-wave frequency  $\omega_k$  and the combined occupation number  $N_k$  for modes with  $\pm k$  [4]

$$E_{\rm kw} = \rho_{\rm s} L \int_{k_{\rm min}}^{\infty} E_k \, dk, \quad E_k = \omega_k N_k, \quad \omega_k = \frac{\kappa \Lambda}{4\pi} k^2, \tag{4}$$

we find

$$A_k^2 = \frac{k_{\min}}{\kappa} N_k. \tag{5}$$

The L'vov–Nazarenko spectrum is [4]

$$E_k = C_{\rm LN} \frac{\kappa \Lambda \epsilon^{1/3}}{\Psi^{2/3} k^{5/3}}, \qquad C_{\rm LN} \approx 0.304, \qquad (6a)$$

$$\Psi = \frac{8\pi}{\Lambda\kappa^2} \int_{k_{\min}}^{\infty} E_k dk.$$
 (6b)

Here  $\epsilon$  is the energy flux per unit length and per unit mass. It is related to the flux  $\tilde{\epsilon}$  as

$$\epsilon = \frac{\tilde{\epsilon}}{L\rho_{\rm s}}, \qquad [\epsilon] = \frac{{\rm cm}^4}{{\rm s}^3}.$$
 (7)

Solving Eq. (6) for  $\Psi$  we get

$$\Psi = \frac{(12\pi C_{\rm LN})^{3/5} \epsilon^{1/5}}{\kappa^{3/5} k_{\rm min}^{2/5}}$$
(8)

and from Eq. (5) finally

$$A_k^2 = 2 \left(\frac{2\pi^3 C_{\rm LN}^3}{9}\right)^{1/5} \frac{k_{\rm min}^{19/15} \epsilon^{1/5}}{\kappa^{3/5} k^{11/3}} \approx \\ \approx 1.4 \frac{k_{\rm min}^{19/15}}{\kappa^{3/5} k^{11/3}} \left(\frac{\tilde{\epsilon}}{L\rho_{\rm s}}\right)^{1/5}.$$
(9)

Note that  $A_k \propto \tilde{\epsilon}^{1/10}$ . Thus determination of the amplitude from the energy flux should be relatively reliable,

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: vladimir.eltsov@aalto.fi

while the reverse procedure is bound to be very uncertain.

The total increase of the vortex line length due to Kelvin waves can be found from the energy as  $L_{\rm kw} = E_{\rm kw}/\nu_{\rm s}$ , where  $E_{\rm kw}$  is given by Eqs. (4), (6a) and (8):

$$L_{\rm kw} = \frac{E_{\rm kw}}{\nu_{\rm s}} = L \, \frac{2^{1/5} (3\pi C_{\rm LN})^{3/5} \epsilon^{1/5}}{\kappa^{3/5} k_{\rm min}^{2/5}}.$$
 (10)

Thus for the relative increase we get a simple formula

$$\frac{L_{\rm kw}}{L} = \frac{E_{\rm kw}}{E_{\rm v}} = \frac{\Psi}{2}.$$
 (11)

In cases, where instead of a single vortex, one considers a vortex array with the total length L occupying volume V with the density  $\mathcal{L} = L/V = \ell^{-2}$ , it might be more convenient to operate with the standard 3-dimensional energy flux  $\varepsilon = \epsilon \mathcal{L}$  per unit mass and unit volume,  $[\varepsilon] = \text{cm}^2 \text{ s}^{-3}$ . Then for the increase  $\mathcal{L}_{\text{kw}}$  of the vortex-line density due to Kelvin waves, we find using Eqs. (8) and (11)

$$\frac{\mathcal{L}_{\rm kw}}{\mathcal{L}} = \frac{\Psi}{2} = \left[\frac{2(3\pi C_{\rm LN})^3\varepsilon}{b^2 \mathcal{L}^2 \kappa^3}\right]^{1/5} \approx 2.2 \left(\frac{\varepsilon}{b^2 \mathcal{L}^2 \kappa^3}\right)^{1/5},\tag{12}$$

where we introduced

$$b = k_{\min}\ell \sim 1. \tag{13}$$

We note that the numerical value of the prefactor in Eqs. (9) and (12) should be taken with caution. In the calculations we assume that the total energy of Kelvin waves can be found by the integral (4) limited from below by  $k_{\min}$  with the scale-invariant spectrum (6). In reality this spectrum was derived for  $k \gg k_{\min}$  while the main contribution to  $E_{\rm kw}$  is coming from the region  $k \simeq k_{\min}$ . Behavior of the Kelvin-wave spectrum in this long-wavelengths region may be different and, in general, is not universal.

In some applications, the tilt  $\theta$  of a vortex carrying Kelvin waves with respect to the direction of the straight vortex is of interest. The averaged tilt angle can be connected to the length increase

$$L_{\rm kw} = \int_{0}^{L} \sqrt{1 + \tan^2 \theta(z)} \, \mathrm{d}z - L \simeq \frac{1}{2} \langle \tan^2 \theta(z) \rangle L. \tag{14}$$

Together with Eq. (11) this results in

$$\langle \tan^2 \theta(z) \rangle \simeq 2 \, \frac{L_{\rm kw}}{L} = \Psi,$$
 (15)

where  $\Psi$  is given by Eq. (8).

To conclude, we have found the dependence of the amplitude of the Kelvin waves, of the length increase of the vortex, and of the average vortex tilt on the energy flux carried by the Kelvin-wave cascade. The results are applicable in the regime of weak turbulence of Kelvin waves, which is uniform along the vortex. We stress that the amplitude of the Kelvin waves, generated when a vortex is mechanically agitated, does not necessary coincide with the amplitude of the motion of the agitator. Solving the problem of excitation of Kelvin waves in a realistic experimental geometry remains a task for future research.

The work has been supported by the European Research Council (ERC) under the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme (Grant Agreement # 694248).

Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364020070012

- 1. W. F. Vinen, Philos. Trans. R. Soc. A 366, 2925 (2008).
- E. Kozik and B. Svistunov, Phys. Rev. Lett. 92, 035301 (2004).
- V. S. L'vov and S. Nazarenko, Pis'ma v ZhETF 91, 464 (2010) [JETP Lett. 91, 428 (2010)].
- L. Boué, R. Dasgupta, J. Laurie, V.S. L'vov, S.V. Nazarenko, and I. Procaccia, Phys. Rev. B 84, 064516 (2011).
- 5. G. Krstulovic, Phys. Rev. E 86, 055301 (2012).
- A. W. Baggaley and J. Laurie, Phys. Rev. B 89, 014504 (2014).
- A. M. Guénault, A. Guthrie, R. P. Haley, S. Kafanov, Yu. A. Pashkin, G. R. Pickett, M. Poole, R. Schanen, V. Tsepelin, D. E. Zmeev, E. Collin, O. Maillet, and R. Gazizulin, Phys. Rev. B 100, 020506(R) (2019).
- C. S. Barquist, W. G. Jiang, P. Zheng, Y. Lee, and H. B. Chan, J. Low Temp. Phys. **196**, 177 (2019).
- T. Kamppinen and V.B. Eltsov, J. Low Temp. Phys. 196, 283 (2019).

## Диагностика локального временного профиля ультразвукового пучка в воде с помощью спектроскопии комбинационного рассеяния

С. М. Першин<sup>1)</sup>, А. П. Брысев<sup>1)</sup>, М. Я. Гришин, В. Н. Леднев, А. Ф. Бункин, Р. В. Клопотов

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 26 февраля 2020 г. После переработки 13 марта 2020 г. Принята к публикации 13 марта 2020 г.

Впервые с помощью импульсной лазерной спектроскопии комбинационного рассеяния света реализована диагностика локального профиля акустического давления с пиковым перепадом 50 МПа на частоте 2.0 МГц в фокусе ультразвукового пучка, распространяющегося в воде. Пучок лазера (527 нм, 10 нс) фокусировали в перетяжку ультразвукового пучка под углом 90°. Рассеянные назад фотоны регистрировали в стробируемом спектроанализаторе. Обнаружено, что спектры комбинационного рассеяния света в моменты, соответствующие максимуму и минимуму акустического давления, заметно отличаются. Используя эту особенность для поточечной репродукции профиля акустического давления, задержку между импульсами ультразвука и лазера последовательно увеличивали с шагом 50 нс. Показано, что возникающие при этом изменения в положении центра полосы валентных колебаний О-Н молекул воды в спектре комбинационного рассеяния света в пределах погрешности измерений воспроизводят профиль акустического давления, непосредственно измеренный PVDF-гидрофоном в точке лазерного зондирования. Полученные результаты могут служить основой нового метода дистанционной диагностики временного профиля акустического давления и мониторинга локальных динамических процессов сжатия-растяжения в воде вплоть до критических значений, соответствующих кавитационному разрыву, когда использование гидрофона может привести к его разрушению.

DOI: 10.31857/S0370274X20070073

Введение. В экспериментальных исследованиях нелинейных процессов при распространении интенсивных ультразвуковых пучков в жидкостях широко используются методы, основанные на непосредственном измерении характеристик акустического поля, например, с помощью широкополосных мембранных или игольчатых гидрофонов с пьезоактивным PVDF-элементом. В то же время существует достаточно много случаев, когда прямые методы измерений параметров акустического поля в силу тех или иных ограничений оказываются неприменимыми. В таких ситуациях применяются непрямые, например, оптические методы, позволяющие реализовать визуализацию ультразвуковых полей и фронтов [1, 2]. В работе [3] теоретически исследована возможность установления однозначной связи между значением амплитуды локального акустического давления в жидкости и параметрами лазерного излучения, рассеянного на микрочастицах, находящихся в данной области. В работе [4] было показано, что, используя анализ спектра дифракции Рамана-Ната и последующее решение обратной задачи, можно реконструировать временной профиль акустического давления в ультразвуковой волне. Однако для профиля, искаженного за счет генерации высших гармоник и дифракционных эффектов при распространении в жидкости интенсивного ультразвукового пучка (т.е. для так называемого "нелинейного" профиля), решение обратной задачи не всегда имеет однозначный результат.

Особый интерес здесь представляет физика изменения свойств воды под статическим [5,6], а также импульсным давлением (~4 МПа) в фокусе ультразвукового пучка [7] умеренной интенсивности. Было установлено, что вариация давления, проявляется в несимметричной деформации огибающей ОН полосы комбинационного рассеяния (КР) из-за перестройки структуры водородо-связанных комплексов [8] в воде. Оставалось неясным, будет ли деформация огибающей ОН полосы молекул воды однозначно обратимой и линейной при вариации давления до нескольких десятков мегапаскалей в фокусе УЗ пучка высокой интенсивности.

В настоящей работе впервые представлены экспериментальные результаты по лидарной [9] дистанционной диагностике "нелинейного" временного про-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: pershin@kapella.gpi.ru, brysev@ya.ru



Рис. 1. (Цветной онлайн) Схема экспериментальной установки. Границы ультразвукового пучка условно показаны желтыми пунктирными линиями. Лазерный пучок условно показан сплошной зеленой линией. *Т* – длительность одного цикла работы установки,  $\tau$  – длительность ультразвукового импульса, PC – персональный компьютер, ICCD (intensified CCD) – ПЗС камера с усилителем яркости

филя интенсивного УЗ пучка в воде, обеспечивающего перепад акустического давления до 50 МПа. При этом в качестве измеряемого параметра используется величина сдвига гравитационного центра огибающей полосы валентных ОН колебаний молекул воды в спектре КР. Ранее мы статистически обосновали [10], что сдвиг центра ОН полосы КР является наиболее чувствительным параметром измерения деформации ОН полосы воды по сравнению с другими методами анализа, например, деконволюции гауссовскими кривыми составных компонент [5]. Было показано [11], что физический смысл сдвига центра ОН полосы КР в воде сопоставим с энтропией или параметром порядка. В акустическом пучке умеренной интенсивности ( $\sim 4 \,\mathrm{M\Pi a}$ ) [7] сдвиг в сторону низкочастотного крыла был обусловлен увеличением вклада низкочастотных ОН-колебаний крупноразмерных кластеров в огибающую ОН полосы КР. Отметим здесь отличительную особенность ОН полосы воды, которая отсутствует в спектрах КР других жидкостей: плечо на низкочастотном крыле отражает вклад крупноразмерных водородо-связанных комплексов [8, 10]. Так, в отличие от давления [7], повышение температуры воды разрушает эти комплексы, уменьшает их вклад в огибающую и увеличивает сдвиг цен-

**3** Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7–8 2020

тра ОН полосы в сторону высокочастотного крыла [9–11].

Экспериментальная установка и методика измерений. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1. Эксперименты проводились в водном бассейне сечением  $145 \times 120$  мм и высотой 225 мм, имеющем прозрачные окна в боковых стенках для ввода-вывода лазерного излучения (на рис. 1 показана фотография бассейна, вид сверху). Сфокусированный ультразвуковой пучок излучался пьезоэлементом, имеющим форму сферического сегмента диаметром 28 мм. Его возбуждение осуществлялось радиоимпульсами с несущей частотой  $F = 2.0 \,\mathrm{MGm}$ , периодом следования  $T = 170 \,\mathrm{mc}$  и длительностью  $\tau = 35\,\mathrm{мкc},$  синтезируемыми в генераторе Tektronix AFG 3102. Для излучения интенсивного ультразвукового пучка эти радиоимпульсы последовательно усиливали с помощью трех усилителей мощности, при этом в качестве оконечного усилителя использовали модель OM3500HF производства компании OM-POWER, имеющую выходную мощность до 3.5 кВт (на рис. 1 показан только оконечный усилитель). Параметры ультразвукового поля при указанных значениях возбуждения были предварительно измерены с помощью широкополосного (до 30 МГц) звукопрозрачного мембранного PVDF-гидрофона (GEC Marconi) с диаметром пьезоактивной зоны 0.5 мм, закрепленного на цифровой позиционирующей системе Welmex BiSlide.

Результаты этих измерений показали, что фокальная перетяжка ультразвукового пучка расположена в области 57-70 мм от излучателя, ее диаметр (по уровню 0.7) составляет 2.0 мм. Временной профиль акустического давления, показанный в центре рис. 1, зарегистрирован на оси сфокусированного ультразвукового пучка в области фокальной перетяжки в точке, отстоящей от излучателя на расстоянии 61 мм, в которой перепад акустического давления  $P_{p-p}$  максимален. Видно, что данный профиль претерпел сильную трансформацию своей начальной синусоидальной формы, обусловленную совместным действием нелинейных и дифракционных эффектов при распространении в воде интенсивного ультразвукового пучка. В частности, хорошо выражен ударный фронт, на котором акустическое давление за достаточно короткий (не превышающий 30 нс) промежуток времени меняется от фазы разрежения с минимумом давления, равным -10 МПа, до фазы сжатия с максимумом давления, равным +40 МПа. Таким образом, суммарный перепад акустического давления составляет  $P_{p-p} = 50 \text{ MII}a.$ 

Корректность диагностики локального временного профиля ультразвуковой волны в геометрии с взаимно-перпендикулярными лазерным и ультразвуковым пучками предполагает выполнение следующих двух условий. Во-первых, для хорошего разрешения по времени необходимо, чтобы длительность зондирующего лазерного импульса  $\tau_{\text{las}}$  была много меньше периода ультразвуковой волны T = 500 нс. В данном случае это условие выполняется с большим запасом, так как  $\tau_{las} = 10$  нс. Во-вторых, для пространственного разрешения необходимо, чтобы диаметр зондирующего лазерного пучка был много меньше длины ультразвуковой волны, равной 747 мкм. Это условие выполнялось с помощью фокусирующей линзы (рис. 1) с фокусным расстоянием 60 мм, которая обеспечивала каустику лазерного пучка с диаметром перетяжки, равным 80 мкм в фокальной зоне ультразвукового пучка. Отметим, что в этой области ультразвуковой пучок имеет плоский волновой фронт.

Для оптического зондирования сфокусированного ультразвукового пучка в воде использовали компактный лидар КР света, разработанный в НЦВИ ИОФ РАН [9]. Лидар собран на импульсном твердотельном лазере с диодной накачкой (Laser Compact DTL-319QT,  $\lambda = 527$  нм, длительность импульса 10 нс, энергия в импульсе 200 мкДж, период повторения импульсов 170 мс задается генератором AFG 3102) и дифракционного спектрометра (SpectraPhysics MS127i, спектральный диапазон 500–750 нм, спектральное разрешение 0.1 нм), оборудованного охлаждаемой до температуры -10 °C ПЗС-камерой со стробируемым усилителем яркости (Andor iStar, минимальная длительность строба 5 нс, минимальный шаг изменения длительности строба 0.25 нс).

Распространение высокоинтенсивного ультразвукового пучка в воде сопровождается модуляцией ее показателя преломления в соответствии с пространственно-временным профилем давления vльтразвукового поля, которое в данном случае характеризуется большими градиентами в области ударных фронтов. Лазерный пучок, диаметр которого много меньше длины ультразвуковой волны, падая под углом 90° на фокальную зону акустического пучка с большими градиентами показателя преломления, испытывает эффекты рефракции и рассеяния. Рассеянное назад излучение собиралось линзой и направлялось на входную щель спектрометра. Начальный момент излучения лазерного импульса, который задавали во втором канале генератора AFG3102, был равен времени задержки  $(T(0)_{delay} = 41 + 9 \text{ мкс})$ , необходимой для того, чтобы ультразвуковой импульс достиг своей фокальной зоны и обеспечил установившийся режим модуляции давления. Далее задержку между импульсами ультразвука и лазера относительно ее начального значения последовательно увеличивали с шагом 50 нс. Для каждого значения времени задержки осуществляли регистрацию пяти спектров, каждый из которых получался накоплением по 50 лазерным импульсам, что в дальнейшем использовали при вычислении погрешности оптических измерений. Обработка и анализ зарегистрированных полос валентных О-Н колебаний молекул воды состояли в аппроксимации их гауссовым профилем (см. рис. 2, линия) с последующим вычислением центра ОН полосы в соответствии с процедурой, подробно описанной в [10]. Далее рассчитывали разброс значений в каждой точке измерений и строили зависимость положения центра ОН полосы КР молекул воды от величины задержки между ультразвуковым и лазерным импульсами.

Полученную зависимость графически сопоставляли с локальным временным профилем ультразвукового пучка, непосредственно измеренным PVDFгидрофоном в точке лазерного зондирования.



Рис. 2. Полоса ОН валентных колебаний молекул воды в спектре комбинационного рассеяния света (точки) и ее аппроксимация гауссовой кривой (линия)

Следует отметить, что в этой серии экспериментов увеличение числа точек в оптических данных было ограничено сравнительно небольшим промежутком времени, в течение которого температуру воды можно было считать неизменной. При его превышении становился существенным дрейф фазы частотного наполнения ультразвукового импульса в точке измерений, вызванный изменением температуры воды, что нарушало корректность используемой методики измерений.

Результаты и их обсуждение. Для демонстрации результатов дистанционного лазерного зондирования локального профиля ультразвукового пучка был выбран временной промежуток, несколько превышающий один период профиля (см. график на рис. 1). На рисунке 3 представлены результаты измерений положения центра ОН полосы КР молекул воды (круги) в зависимости от величины задержки T<sub>delay</sub>, на которые для большей наглядности сопоставления полученных результатов наложена часть временного профиля ультразвукового пучка, представленная на рис. 1 и непосредственно зарегистрированная PVDF-гидрофоном в точке лазерного зондирования. На рисунке 3 также показано положение центра ОН полосы КР воды в отсутствие ультразвука (квадраты). Рисунок 3 демонстрирует, что в пределах погрешности измерений временная последовательность вызванных ультразвуком смещений центра ОН полосы КР молекул воды, воспроизводит временной профиль: фронт и спад, полученный в той же точке с помощью PVDF-гидрофона. Результаты, представленные на рис. 3, дают оценку перестройки структурных комплексов воды по сдвигу центра ОН полосы КР в воде с порогом обнаружения перепада давления ~ 20 МПа. Полученная зависимость



Рис. 3. (Цветной онлайн) Результаты лазерного зондирования (шкала справа): красные кружки – центр ОНполосы КР в зависимости от задержки между импульсами лазера и ультразвука, зеленые квадраты – центр ОН полосы КР в отсутствии ультразвука. По левой шкале: черная сплошная линия – волновой профиль, непосредственно зарегистрированный в фокусе ультразвукового пучка PVDF-гидрофоном в точке лазерного зондирования

делает возможной диагностику временного профиля более высокого значения акустического давления в фокусе пучка при отсутствии гидрофона. Из рисунка 3 следует, что для уменьшения разброса значений центра надо увеличить число измерений в серии, частоту следования импульсов лазера и уменьшить шаг задержки импульсом накачки (акустическим импульсом) и зондирования (импульс лазера), что будет учтено в последующих работах расширенного формата. При этом задержка (50 нс) между этими импульсами позволяет сделать оценку сверху о длительности фронта сжатия – менее 50 нс.

Существенно заметить, что перестройка структуры комплексов в воде (деформации огибающей ОН полосы молекул воды) остается однозначно обратимой и линейной, как на фронте сжатия импульса (~30 нс), так и в фазе растяжения (~500 нс). Обнаруженная способность воды восстанавливать упругие свойства при периодической динамической нагрузке давлением в локальном объеме дает основание для использования предложенного подхода для измерения временных профилей при более высоких значениях акустического давления вплоть до критических величин, соответствующих кавитационному разрыву в воде, когда существует реальная опасность повреждения гидрофона перепадом давления на дарном фронте. Заметим, что значения вариации давления ~50 МПа превышают те, что используются для гипертермической ультразвуковой деструкции раковых опухолей [12] и уже одного порядка с теми, что имеют место в современных промышленных литотриптерах, с помощью которых успешно дробят камни в организме человека [13].

Заключение. Впервые с помощью спектроскопии КР света выполнена репродукция временного профиля акустического давления в фокусе высокоинтенсивного сфокусированного ультразвукового пучка в воде с перепадом давления  $\sim 50 \,\mathrm{MHa}$  на ударном фронте. Параметром, позволившим воспроизвести временной профиль давления ультразвуковой волны в данной схеме, является смещение гравитационного центра ОН-полосы КР молекул воды, обусловленное увеличением вклада низкочастотного крыла в деформацию огибающей полосы, вызванную ультразвуком. Полученные результаты могут служить основой нового метода дистанционной диагностики временного профиля акустического давления и мониторинга локальных динамических процессов сжатия-растяжения в воде при высоких (более 20 МПа) значениях вплоть до критического состояния - кавитационного разрыва, когда использование гидрофона может привести к его разрушению. Отдельный или самостоятельный интерес здесь остается к вариациям свойств воды от упругой деформации к нелинейной зависимости при приближении к критической точке разрыва сплошности, а также в окрестности точки особой температуры воды [14].

Авторы выражают благодарность Л. М. Крутянскому за полезные консультации и обсуждения. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Российского научного фонда # 19-19-00712, а также при поддержке Международной Ассоциированной Лаборатории критических и сверхкритических явлений в функциональной электронике, акустике и флюидике (LIA LICS).

- А.П. Брысев, Л.М. Крутянский, В.Л. Преображенский, УФН 168(8), 877 (1998).
- В. А. Шутилов, Акустический журнал 5(2), 231 (1959).
- И. Л. Расковская, Письма в ЖЭТФ 106(2), 119 (2017).
- A. P. Brysev, F. V. Bunkin, M. F. Hamilton, L. M. Krutyanskii, K. B. Cunningham, V. L. Preobrazhenskii, Yu. V. Pyl'nov, A. D. Stakhovskii, and S. J. Younghouse, Acoust. Phys. 44(6), 641 (1998).
- T. Kawamoto, S. Ochiai, and H. Kagi, J. Chem. Phys. 120(13), 5867 (2004).
- A.F. Bunkin, V.K. Klinkov, V. Lukianchenko, and S.M. Pershin, Phys. of Wave Phenomena 12(4), 180 (2004).
- A. P. Brysev, A. F. Bunkin, R. V. Klopotov, L. M. Krutyansky, A. A. Nurmatov, and S. M. Pershin, Optics and Spectroscopy 93(2), 282 (2002).
- Н. Д. Соколов, Водородная связь, под ред. Н. Д. Соколова, Наука, М. (1981), с. 63.
- A.F. Bunkin, V.K. Klinkov, V.N. Lednev, D.L. Lushnikov, A.V. Marchenko, E.G. Morozov, S.M. Pershin, and R.N. Yulmetov, Appl. Opt. 51(22), 5477 (2012).
- V. N. Lednev, M. Ya. Grishin, S. M. Pershin, and A. F. Bunkin, Opt. Lett. 41(20), 4625 (2016).
- S. M. Pershin and A. F. Bunkin, Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics/Supplement Physics of Vibrations 7(4), 217 (1999).
- D. R. Mittelstein, J. Ye, E. F. Schibber, A. Roychoudhury, L. T. Martinez, M. H. Fekrazad, M. Ortiz, P. P. Lee, M. G. Shapiro, and M. Gharib, Appl. Phys. Lett. **116**, 013701 (2020); doi: 10.1063/1.5128627.
- A. D. Maxwell, B. W. Cunitz, W. Kreider, O. A. Sapozhnikov, R. S. Hsi, J. D. Harper, M. R. Bailey, and M. D. Sorensen, J. Urol. **193**, 338 (2015); doi.org/10.1016/j.juro.2014.08.009.
- S. M. Pershin, L. M. Krutyansky, and V. A. Luk'yanchenko, JETP Lett. 94(2), 121 (2011); doi: 10.1134/S0021364011140116.
# Исследование гофрированных нанотрубок нового типа, вырезанных из бислойного графена с углом Муара $\Theta = 27.8^{\circ}$

В. А. Демин<sup>+1)</sup>, А. А. Артюх<sup>+</sup>, В. А. Сороко<sup>\*×</sup>, Л. А. Чернозатонский<sup>+</sup>

+ Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля РАН, 119334 Москва, Россия

\*Институт ядерных проблем Белорусского государственного университета, 220030 Минск, Белоруссия

<sup>×</sup> Центр квантовой спинтроники физического факультета Норвежского университета науки и технологии, NO-7491, Трондхейм, Норвегия

> Поступила в редакцию 5 марта 2020 г. После переработки 5 марта 2020 г. Принята к публикации 5 марта 2020 г.

Работа посвящена моделированию новых квазиодномерных полых наноструктур, подобных сплющенным нанотрубкам. Они могут быть получены путем соединения краев нанолент, вырезанных из бислойного графена с углом Муара  $\Theta = 27.8^{\circ}$ . Полученные нанотрубки нехиральны и содержащат цепочки топологических дефектов на замкнутых краях. Приведено детальное описание их структуры, а также показана энергетическая стабильность. С помощью первопринципных методов были определены электронные свойства, а также их изменение при деформациях. Все исследованные нанотрубки являются металлами, за исключением структуры с шириной 14 Å, которая имеет запрещенную зону  $E_g = 0.2$  эВ. Показано, что электронные и упругие свойства таких нанотрубок существенно отличаются от свойств образующих их нанолент и одностенных углеродных нанотрубок.

DOI: 10.31857/S0370274X20070085

Введение. Углеродные наноматериалы, такие как нанотрубки (УНТ) и графеновые структуры, представляют огромный интерес для практических приложений в связи с их уникальными свойствами. Одним из перспективных направлений является их применение в электронике. Известно, что УНТ обладают широким спектром электронных свойств - от металлических до полупроводниковых с шириной запрещенной зоны до 2 эВ. Структура нанотрубки описывается индексами n и m, разность которых определяет ее электронные свойства. Если разность индек- $\cos n - m$  кратна трем, то УНТ являются металлами, а при других значениях *n*- и *m*-полупроводниками. Углеродные нанотрубки впервые были идентифицированы в 1991 г. [1]. С того времени методы получения значительно усовершенствовались, однако одной из важнейших проблем для практического применения УНТ остается сложность синтеза УНТ определенной геометрии и, следовательно, с определенными свойствами.

В 2013 г. экспериментально были получены нанотрубки из бислойного графена в АА упаковке [2]. Используя просвечивающий электронный микроскоп, была вырезана двуслойная нанолента заданной ширины, края которой при дальнейшем взаимодействии с электронами замыкались, образуя одностенную УНТ. Таким образом были получены нанотрубки диаметром около 1 нм, соединяющие два массива бислойного графена. Бислойный графен может иметь различные типы упаковки слоев: АА, АВ, а также иметь различные углы кристаллографической ориентации – угол Муара Θ. Наиболее стабильной является АВ упаковка, однако уже возможно получать бислои с углом Муара с точностью до 0.1°, но мало отличающиеся по ее энергетической стабильности [3]. При повороте слоев биграфена на угол  $\Theta$ образуется сверхрешетка, период трансляции которой зависит от угла [4]. Соразмерная сверхрешетка с  $\Theta = 27.8^{\circ}$  (рис. 1а), которая имеет относительно маленькую суперячейку (количество атомов N = 52, период l = 8.9 Å), наблюдалась экспериментально на поверхности SiC [5]. В настоящее время к муаровым бислоям приковано огромное внимание в связи с тем, что при  $\Theta = 1.1^{\circ}$  была обнаружена сверхпроводимость при температуре 1.7 К [6]. Помимо изменения угла  $\Theta$  возможны различные модификации бислоя, изменяющие свойства, такие как физические геометрические (механические деформации) и структурные (создание отверстий [7–11]).

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: victordemin88@gmail.com

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020



Рис. 1. (Цветной онлайн) (a) – Бислойный графен с углом Муара  $\Theta = 27.8^{\circ}$  с суперячейкой из 52 атомов углерода. (b) – Наносетка из *Y*-соединений, содержащая одномерную структуру 1FCNT (выделена красным). (c) – 2FCNT



Рис. 2. (Цветной онлайн) (a) – Модель структуры nFCNT. (b) – Развернутая нанолента, межслоевые связи которой образуют по два пяти- и семиугольных дефекта (7557). Зелеными линиями показана расчетная ячейка. (c) – Зависимость энергии структуры в расчете на атом от ее ширины, энергия бислойного графена с углом Θ = 27.8° взята за нуль

В данной работе мы рассматриваем структуру и свойства нехиральных нанотрубок нового типа, которые основаны на нанолентах, получаемых из бислойного графена с углом Муара  $\Theta = 27.8^{\circ}$ .

Метод расчета. Расчеты проводились с помощью программного пакета SIESTA [12], реализующего метод теории функционала электронной плотности DFT (*Density Functional Theory*) в приближении локальной плотности LDA (*Local*  Density Approximation). Для оптимизации геометрии структур зона Бриллюена разбивалась по методу Монкхорст–Пака [13] с плотностью k-точек 0.08 Å<sup>-1</sup>. Расстояние между периодическими образами квазиодномерных структур составляло не менее 20 Å для исключения взаимодействия между ними. Оптимизация геометрии структур проводилась до минимизации силы, действующей на каждый атом, до  $10^{-4}$  зB/Å.

470



Рис. 3. (Цветной онлайн) Структура 1FCNT состоит из двух нанолент с шириной w = 4 (a), зависимость запрещенной зоны однослойных нанолент от ширины w (b), красными треугольниками показаны точки, соответствующие нанолентам, из которых состоят nFCNT; электронные зонные структуры монослойной наноленты с w = 7 (c), двуслойной наноленты (d) и нанотрубки 3FCNT (e)

Результаты и обсуждение. Ранее нами были рассмотрены наносетки на основе такого бислоя с углом Муара  $\Theta = 27.8^{\circ}$  [14]. Бислой имеет характерные круглые области, в которых атомы разных слоев находятся практически друг над другом, таким образом, если край биграфена будет проходить по границе области, то возможно соединение слоев, аналогично краям типа "зиг-заг" [15]. Вырезая периодически расположенные круглые отверстия и далее соединяя краевые атомы разных слоев, получаем массив элементов Y-соединений (рис. 1b). Такая наносетка может быть представлена как совокупность пересекающихся квазиодномерных структур с гофрированными краями, подобных сжатым нанотрубкам (наименьшая из возможных выделена красным на рис. 1b). Таким образом, возможно вырезание таких гофрированных нанотрубок разной ширины, которые содержат n возможных структур, к примеру, на рис. 1b показана нанотрубка с n = 1, а на рис. 1c нанотрубка с n = 2. Обозначим такую нанотрубку nFCNT (FCNT - flattened carbon nanotube - сплющенная углеродная нанотрубка). При четных значениях *n* края нанотрубки не симметричны.

Рассмотрим подробнее наименьшую из структур – трубку 1FCNT (рис. 2а). Она представляет одномерную цепочку из круглых областей, каждая из 48 атомов (выделены красным на рис. 2), соединенных между собой перешейками из четырех атомов. Расчетная ячейка такой структуры содержит N = 52 атомов углерода и имеет параметр трансляции l = 8.8 Å. nFCNT нанотрубка состоит из двух асимметричных нанолент с краями типа "шеврон", которые при соединении образуют по два пяти- и семиугольных дефекта (рис. 2b). Увеличение ширины на единицу n добавляет 52 атома к расчетной ячейке. Полученные нанотрубки подобны цепочкам ковалентно-связанных фуллеренов C<sub>60</sub> или C<sub>58</sub>, образующих одномерную структуру [16].

Методом DFT была произведена оптимизация структуры набора nFCNT для n от 1 до 5. Нанотрубки с  $n \ge 2$  содержат плоский участок, аналогично сплюснутым УНТ с диаметром более 50 Å [17]. Расчет энергий показал, что кривая E/N(n) лежит выше значения энергии для бислойного графена с углом  $\Theta = 27.8^{\circ}$  и стремится к нему с увеличением n (рис. 2с). Поведение зависимости связано с тем,



Рис. 4. (Цветной онлайн) Зонная структура нанотрубки 4FCNT при сжатии 5% (а), без деформаций (b) и при растяжении 5% (c) и зависимость разницы  $\Delta E$  между ближайшими к уровню Ферми энергетическими уровнями валентной зоны и зоной проводимости в  $\Gamma$  точке зоны Бриллюэна от деформаций (d)

что отношение количества атомов плоской части нанотрубки к количеству атомов, образующих пяти- и семиугольные дефекты, увеличивается вместе с n. Однако, несмотря на дефектность, энергия структур nFCNT ниже, чем у нанотрубок аналогичного периметра: к примеру, энергия CNT(3,3) на 0.03 эB/атом выше, чем энергия 1FCNT.

Нанотрубка nFCNT состоит из связанных нанолент типа "шеврон" (рис. За). Подобные наноленты синтезируются путем самосборки молекул на полложке [18]. Они являются полупроводниками при ширине, равной 7.5 Å с  $E_q = 0.3$  эВ [19]. Рассмотренные в этой работе наноленты содержат в расчетной ячейке на 2 атома углерода меньше. Ширина таких нанолент характеризуется параметром w, как показано на рис. За. Результат расчета зонной структуры методом сильной связи серии нанолент с w от 4 до 12 показан на рис. 3b. При минимальной ширине 7.5 Å также являются полупроводниками с  $E_q = 0.59$  эВ. Увеличение ширины приводит к быстрому уменьшению значения запрещенной зоны с незначительными осцилляциями и при значениях  $w \ge 11$  величина  $E_a$ составляет менее 0.01 эВ. При наложении таких лент друг на друга характер зонной структуры изменяется – открывается щель  $E_q \sim 0.1$  эВ (рис. 3d) для всех рассмотренных бислойных лент.

DFT-LDA расчет показал, что соединение краев бислойной наноленты приводит к исчезновению запрещенной зоны в nFCNT структурах. Пример эволюции зонной структуры – монослойная нанолента  $\rightarrow$  бислойная нанолента  $\rightarrow$  nFCNT структура – показан на рис. 3с–е. Таким образом, наличие типа проводимости не зависит от ширины рассмотренных нанолент, в отличие от обычных УНТ. Однако в структуре 2FCNT запрещенная зона равна  $E_g = 0.2$  эВ. Мы связываем это с тем, что такая структура уже содержит плоский участок, сравнимый по размерам с полупроводниковыми нанолентами с  $w \leq 7$ , в отличие от 1FCNT, которая не имеет плоских участков вообще, и от nFCNT ( $n \geq 3$ ), у которых плоский участок не входит в область полупроводниковых нанолент.

Для расчета модулей Юнга У были проведены расчеты с изменением вектора трансляции от -5 до +5% относительно значения энергетически выгодного состояния. Модуль рассчитывался по стандартной формуле, используя данные об изменении полной энергии системы в зависимости от деформации [20]. Наличие пяти- и семиугольных дефектов в структурах на краях приводит к тому, что такие нанотрубки менее упруги, чем УНТ с тем же периметром. Наименьшее значение Y = 0.6 TПа соответствует структуре 1FCNT, что составляет 60% от модулей Юнга, соответствующих по периметру CNT(4,4) и CNT(7,0). Далее модуль Y растет для nFCNT с увеличением индекса n и стремится к значению  $Y_{\text{graph}}$ графена. Деформации сжатия/растяжения влияют на зонную структуру nFCNT нанотрубок. На рисун-



Рис. 5. (Цветной онлайн) (a) – Проводящий канал 3FCNT, соединяющий два массива биграфена с  $\Theta = 27.8^{\circ}$ . (b) – 2FCNT, соединяющая два разориентированных монослоя графена

ке 4 приведены зонные структуры трубки 4FCNT при деформациях -5 и +5% в сравнении с зонной структурой недеформированной нанотрубки. При сжатии в 3% ветви зонной структуры вблизи уровня Ферми расходятся, образуя запрещенную зону  $E_q = 0.13$  эВ. Дальнейшее сжатие до 5% увеличивает ее до  $E_a = 0.18$  эВ. Растяжение также открывает запрещенную зону величиной менее 0.1 эВ. На рисунке 4d изображена зависимость от деформаций разницы  $\Delta E$  между ближайшими к уровню Ферми энергетическими уровнями валентной зоны и зоной проводимости в Г точке зоны Бриллюэна. Видно, что деформации  $\varepsilon \leq 3\%$  гофрированных нанотрубок с индексами  $n \geq 3$  существенно не влияют на величину  $\Delta E$  – ее изменения лежат в интервале менее 0.01 эВ. Деформации  $\varepsilon = 5 \%$  приводят к сближению уровней в  $\Gamma$  точке до 0.05 эВ. Аналогично поведение  $\Delta E$  для нанотрубки 2FCNT, однако величина  $\Delta E$  изменяется сильнее и достигает 0.1 эВ при  $\varepsilon = \pm 5$  %.  $\Delta E$  монотонно убывает от  $\varepsilon = -5 \%$  до  $\varepsilon = 5 \%$  для 1FCNT на 0.2 эВ. Устойчивое поведение ветвей спектра при  $n \geq 3$  связано с уменьшением влияния дефектных краев на зонную структуру гофрированных нанотрубок nFCNT.

Мы полагаем, что такие структуры могут быть полезны для наноэлектроники в качестве проводящих каналов между двумя массивами бислойного графена (рис. 5а). В зависимости от ширины этого канала изменяются проводящие свойства, аналогично наносвитку из работы [21], где лазером прожигался канал в монослое графена до достижения заданного сопротивления. Также такие нанотрубки можно использовать в качестве переходной области между двумя разориентированными монослоями графена (рис. 5b).

Заключение. Таким образом, в работе был рассмотрен новый класс гофрированных нанотрубок nFCNT, которые могут быть получены из бислойного графена с углом Муара  $\Theta = 27.8^{\circ}$ . Подробно описана их структура, показана энергетическая стабильность, рассчитаны модули Юнга, которые по причине наличия дефектов оказались ниже относительно модулей соответствующих по размеру УНТ типов "кресло" и "зиг-заг". Показано, что при формировании такой нанотрубки путем соединения краев бислойной наноленты происходит существенное изменение ее электронной зонной структуры.

Работа выполнена в рамках проекта Российского фонда фундаментальных исследований #18-32-01009 и частично поддержана Research Council of Norway Center of Excellence funding scheme (project #262633, "QuSpin") с использованием ресурсов суперкомпьютерного комплекса МГУ им. М. В. Ломоносова [22] и межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

- 1. S. Iijima, Nature **354**, 56 (1991).
- G. Algara-Siller, A. Santana, R. Onions, M. Suyetin, J. Biskupek, E. Bichoutskaia, and U. Kaiser, Carbon 65, 80 (2013).
- K. Kim, M. Yankowitz, B. Fallahazad, S. Kang, H. C. P. Movva, S. Huang, S. Larentis, C. M. Corbet, T. Taniguchi, K. Watanabe, S. K. Banerjee, B. J. LeRoy, and E. Tutuc, Nano Lett. 16, 5968 (2016).
- J. M. Campanera, G. Savini, I. Suarez-Martinez, and M. I. Heggie, Phys. Rev. B 75, 235449 (2007).
- J. Hass, F. Varchon, J. E. Millan-Otoya, M. Sprinkle, N. Sharma, W. A. de Heer, C. Berger, P. N. First, L. Magaud, and E. H. Conrad, Phys. Rev. Lett. 100, 125504 (2008).
- Y. Cao, V. Fatemi, S. Fang, K. Watanabe, T. Taniguchi, E. Kaxiras, and P. Jarillo-Herrero, Nature 556, 43 (2018).
- Y. Zhang, T.-T. Tang, C. Girit, Z. Hao, M. C. Martin, A. Zettl, M.F. Crommie, Y.R. Shen, and F. Wang, Nature 459, 820 (2009).

- L. A. Chernozatonskii, V. A. Demin, and A. A. Artyukh, JETP Lett. 99, 309 (2014).
- D. G. Kvashnin, P. Vancsó, L. Yu. Antipina, G. I. Mark, L. P. Biró, P. B. Sorokin, and L. A. Chernozatonskii, Nano Res. 8, 1250 (2015).
- L.A. Chernozatonskii, V.A. Demin, and Ph. Lambin, Phys. Chem. Chem. Phys. 18, 27432 (2016).
- R. Petersen and T.G. Pedersen, J. Phys.: Condens. Matter 27, 225502 (2015).
- J. M. Soler, E. Artacho, J. D. Gale, A. Garcia, J. Junquera, P. Ordejón, and D. Sánchez-Portal, J. Phys.: Condens. Matter 14, 2745 (2002).
- H. J. Monkhorst and J. D. Pack, Phys. Rev. B 13, 5188 (1976).
- L. A. Chernozatonskii and V. A. Demin, JETP Lett. 107, 315 (2018).
- D. Zhan, L. Liu, Y. N. Xu, Z. H. Ni, J. X. Yan, C. Zhao, and Z. X. Shen, Sci. Rep. 1, 00012 (2011).
- E. G. Gal'pern, I. V. Stankevich, A. L. Chistyakov, and L. A. Chernozatonskii, Fullerene Science and Technology 6, 499 (1998).
- 17. M. He, J. Dong, K. Zhang, F. Ding, H. Jiang, A. Loiseau,

J. Lehtonen, and E. I. Kauppinen, ACS Nano 8, 9657 (2014).

- F. Schulz, P.H. Jacobse, F.F. Canova, J. van der Lit, D.Z. Gao, A. van den Hoogenband, P. Han, R.J.M. Klein Gebbink, M.-E. Moret, P.M. Joensuu, I. Swart, and P. Liljeroth, J. Phys. Chem. C **121**, 2896 (2017).
- V. A. Saroka, H. Abdelsalam, V. A. Demin, D. Grassano, S. A. Kuten, A. L. Pushkarchuk, and O. Pulci, Semiconductors 52, 1890 (2018).
- A. A. Artyukh and L. A. Chernozatonskii, JETP Lett. 109, 472 (2019).
- I. Silvestre, A. W. Barnard, S. P. Roberts, P. L. McEuen, and R. G. Lacerda, Appl. Phys. Lett. **106**, 153105 (2015).
- 22. Вл. В. Воеводин, С. А. Жуматий, С.И. Соболев, А.С. Антонов, П.А. Брызгалов, Д.А. Никитенко, К.С. Стефанов, Вад. В. Воеводин, Открытые системы 7, 36 (2012) [Vl. V. Voevodin, S.A. Zhumatiy, S.I. Sobolev, A.S. Antonov, P.A. Bryzgalov, D.A. Nikitenko, K.S. Stefanov, and Vad. V. Voevodin, Open Systems J. 7, 36 (2012)]; https://www.osp.ru/os/2012/07/13017641/.

### Верхнее критическое поле двузонного сверхпроводника $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2^{(1)}$

Е.И. Мальцев, В.А. Власенко<sup>2)</sup>, О.А. Соболевский, А.В. Садаков, Б.И. Массалимов, К. С. Перваков

Центр высокотемпературной сверхпроводимости и квантовых материалов им. В. Л. Гинзбурга, Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия

> Поступила в редакцию 5 марта 2020 г. После переработки 5 марта 2020 г. Принята к публикации 5 марта 2020 г.

Впервые экспериментально измерено верхнее критическое поле монокристалла железосодержащего сверхпроводника SrFe<sub>2-x</sub>Ni<sub>x</sub>As<sub>2</sub> в продольном и поперечном магнитном поле до 16 T, направленном в базисной плоскости *ab* и по нормали к ней, вдоль оси *c*. Значения  $H_{c2}(0)$  составили 18 и 25 T для H||c и H||ab, соответственно. Анизотропия верхнего критического поля  $\gamma(T) = H_{c2}^{ab}/H_{c2}^c$  монотонно снижается с уменьшением температуры до 1.4 при низких температурах. Температурная зависимость  $H_{c2}$  не описывается полностью моделью Вертхаммера, Хелфанда и Хохенберга с учетом влияния орбитальных и спин парамагнитных эффектов, однако эффективная двузонная модель хорошо воспроизводит измеренную температурную зависимость. На основании этого сделан вывод о двузонной природе данного сверхпроводника, причем одна из зон практически изотропна. Согласно двузонному модельному приближению сделан вывод о том, что вблизи  $T_c$  доминирует вклад от анизотропной зоны, а с понижением температуры основной вклад вносит изотропная зона с меньшим коэффициентом диффузии.

DOI: 10.31857/S0370274X20070097

Железосодержащие сверхпроводники были открыты в 2008 г. [1]; к настоящему времени известно более 100 соединений этого класса сверхпроводников, которые разделяют на несколько различных семейств [2,3]. Общим для этих материалов является наличие в элементарной ячейке слоев в форме тетраэдров, где атомы железа окружены четырьмя атомами Se или As. Разнообразие физических свойств, в том числе ряда уникальных, характерных только для железосодержащих сверхпроводников, делает их до сих пор предметом интенсивных исследований. Примерами уникальных свойств являются многократное возрастание критической температуры в соединении класса 11 (FeSe) при высоком давлении, химическом или электрохимическом легировании [4, 5], нематическое состояние в системах 11 и 122, порождающее анизотропию сверхпроводящих свойств в плоскости ab [6], и вероятная трансформация симметрии параметра порядка от типа  $s\pm$  к d-типу в системе 122 [7,8]. Причиной такого богатого набора интереснейших свойств, вне сомнений, является сложная многозонная электронная структура с несколькими вложенными электронными и дыроч-

ными карманами с достаточно сильным межзонным взаимодействием, которые при определенном воздействии на материал могут появляться или исчезать на уровне Ферми. Соединения класса 122 (AFe<sub>2</sub>As<sub>2</sub>, где А – щелочной или щелочноземельный элемент) привлекают также внимание возможностью индуцирования сверхпроводимости при помощи химического допирования (электронами [9], дырками [10] и изовалентным легированием [11]). Дырочное и изовалентное легирование в системе 122 позволяет достичь критической температуры до 36-38 К [12], электронное – до 25 К [13]. Соединения на основе стронция  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$  и  $SrFe_{2-x}Pd_xAs_2$  выделяются из этого ряда невысокими значениями критической температуры  $T_c < 10 \,\mathrm{K}$  [14, 15] и второго критического поля, по сравнению с другими представителями этого класса сверхпроводников [16].

Известно, что в родительском соединении SrFe<sub>2</sub>As<sub>2</sub> наблюдается структурный переход при температуре 200 К, который подавляется с увеличением степени легирования никелем. При x = 0.15 температура магнитоструктурного перехода уменьшается до 40 К, а при x = 0.16 переход исчезает. Сверхпроводимость наблюдается до температур порядка 9.5 К в интервале легирований от x = 0.1 до x = 0.22 [17]. Соединения SrFe<sub>2-x</sub>Ni<sub>x</sub>As<sub>2</sub>, принадлежащие семейству 122, на текущий момент

 $<sup>^{1)}\</sup>mathrm{Cm.}$ дополнительные материалы к данной статье на сайте нашего журнала www.jetpletters.ac.ru.

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>e-mail: vlasenkovlad@gmail.com

малоизучены. Благодаря их невысоким значениям  $T_c$  и  $T_{c2}$  возможно экспериментально измерить зависимость  $H_{c2}(T)$  в широком интервале температур и сделать выводы о характере сверхпроводимости в этих соединениях.

Нами проведены измерения зависимости сопротивления от температуры и магнитного поля R(T, H) монокристалла  $\mathrm{SrFe}_{2-x}\mathrm{Ni}_x\mathrm{As}_2$  и показано влияние двузонной структуры поверхности Ферми и соответствующей двухкомпонентности сверхпроводящего конденсата на температурную зависимость верхнего критического поля. Для уменьшения  $T_c$  нами были синтезированы и выращены монокристаллы с уровнем легирования меньше оптимального.

Монокристаллы SrFe<sub>2-x</sub>Ni<sub>x</sub>As<sub>2</sub> были синтезированы при помощи раствор-расплавного метода с использованием в качестве флюса раствор-расплава Fe<sub>1-x</sub>Ni<sub>x</sub>As. Синтезированный заранее прекурсор Fe<sub>1.87</sub>Ni<sub>0.13</sub>As<sub>2</sub> и металлический Sr высокой чистоты общей массой около 4 г смешивали в пропорции 1:2, помещали в корундовый тигель, размещенный в Nb-контейнере с аргоновой атмосферой при остаточном давлении аргона около 0.3 атм. Контейнер герметизировали сваркой и помещали в трубчатую печь с аргоновой атмосферой; рост кристаллов был проведен аналогично описанному в работе [18]. Выращенные монокристаллы  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$  имели форму пластин с гладкой блестящей поверхностью с поперечными размерами до 3-4 мм и толщиной примерно 0.1-0.2 мм. Кристаллы оказались нечувствительны к кислороду и влаге и на протяжении нескольких недель оставались на воздухе без каких-либо признаков деградации.

Синтезированные монокристаллы были охарактеризованы на сканирующем электронном микроскопе JEOL JSM 7001FA методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии (EDX – *Energydispersive X-ray spectroscopy*), при помощи которой был определен уровень легирования выращенных кристаллов. В результате усреднения нескольких измерений EDX было установлено, что концентрация Ni вблизи поверхности образцов соответствует легированию  $x = 0.12 \pm 0.003$ . В дальнейшем этот образец будет обозначен в соответствии с измеренной концентрацией Ni как SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>.

На рисунке 1 представлена зависимость AC магнитной восприимчивости от температуры для монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>, измеренная на установке Physical Property Measurement System (PPMS-9). Критерием определения критической температуры  $T_c \approx 9$  K выбрано начало сверхпроводящего перехода на действительной части ( $\chi'$ ) AC



Рис. 1. (Цветной онлайн) Температурная зависимость AC магнитной восприимчивости монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>, измеренная в переменном магнитном поле амплитудой  $H_{ac} = 5$  Э. На вставке: микрофотография выращенного монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub> с размерами  $1.5 \times 1.5$  мм

магнитной восприимчивости. Полученное значение критической температуры сравнимо со значениями, полученными ранее в работах [14, 17]. Сверхпроводящий переход в восприимчивости довольно резкий, что говорит о хорошем качестве исследуемого монокристалла и равномерном распределении легирующего элемента по объему образца. На вставке на рис. 1 представлена микрофотография выращенного слоистого монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub>.

Результаты магнитотранспортных измерений монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub> в магнитных полях до 16 T с помощью установки CFMS-16 представлены на рис. 2.

В нулевом магнитном поле сверхпроводящий переход в транспортных измерениях также довольно резкий и его ширина  $\Delta T_c \sim 0.5 \,\mathrm{K}$ . В магнитном поле 15 T сверхпроводящий переход уширяется до  $\Delta T_c \sim 1 \,\mathrm{K}$ , причем для  $H \| c$  критическая температура подавляется быстрее, чем для  $H \| ab$  при том же приложенном магнитном поле. Зависимость анизотропии  $H_{c2}(T)$  представлена на вставке рис. 3, где видно, что  $\gamma$  монотонно спадает и стремится к 1.4 при понижении температуры.

В модели Вертхаммера, Хелфанда и Хохенберга (WHH – Werthamer–Helfand–Hohenberg) [19] для сверхпроводников II рода с учетом возможного парамагнетизма Паули и спин-орбитального рассеяния предполагается универсальная зависимость  $H_{c2}(T)$ . В "грязном" пределе, когда длина свободного пробега носителей l меньше или порядка длины когерентно-



Рис. 2. (Цветной онлайн) Температурная зависимость сопротивления, измеренная при двух различных ориентациях полей:  $H \parallel c$  и  $H \parallel ab$ . Штриховые линии иллюстрируют критерий определения  $H_{c2}(T)$ . Значения поля: 0, 0.5, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16 T на верхней панели и 0, 1, 3, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 16 T на нижней панели

сти  $\xi_0,$ формула для аппроксимаци<br/>и $H_{c2}$ принимает вид:

$$\ln\left(\frac{1}{t}\right) + \psi\left(\frac{1}{2}\right) =$$
$$= \left(1 + \frac{i\lambda_{so}}{4\gamma}\right)\psi\left(\frac{1}{2} + \frac{h + \frac{\lambda_{so}}{2} + i\gamma}{2t}\right) + \text{c.c.}, \quad (1)$$

где с.с. означает комплексно сопряженную часть уравнения,  $\gamma = \sqrt{(\alpha h)^2 - \lambda_{\rm so}^2/4}$ ,  $\psi$  – дигамма функция,  $\alpha = 3/2mv_F^2 \tau$  – параметр Маки [20],  $\lambda_{\rm so} = 1/3T \tau_2$  – константа спин-орбитального взаимодействия,  $h = -4H_{c2}/\pi^2 (dH/dt)_{t\to 1}$ . Параметр Маки

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020



Рис. 3. (Цветной онлайн) Температурная зависимость  $H_{c2}$  монокристалла SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub> полученная из магнитотранспортных измерений в ориентациях поля  $H \| ab$  и  $H \| c$ . (a) – Штрихпунктирными линиями показана аппроксимация экспериментальных данных моделью WHH (см. (1)) с параметрами  $\alpha = 0$  и  $\lambda_{so} =$ = 0. (b) – Аппроксимация экспериментальных данных двузонной моделью (см. Дополнительные материалы). Вставка: анизотропия верхнего критического поля  $\gamma = H_{c2}^{ab}/H_{c2}^c$ , звездочкой обозначена оценка значения  $\gamma(0) = H_{c2}^{ab}(0)/H_{c2}^c(0)$ , полученная из аппроксимации двузонной моделью

и константа спин-орбитального взаимодействия используются при аппроксимации данных в качестве свободных параметров.

В случае  $\alpha = 0$  основным механизмом разрушения сверхпроводимости является орбитальный, что характерно для обычных сверхпроводников. В случае значений  $\alpha \geq 1$  сверхпроводимость в магнитном поле подавляется вследствие того, что энергия спиновой поляризации превышает энергию конденсации пары. Для однозонного сверхпроводника в "грязном" пределе орбитальное ограничение на верхнее критическое поле в нулевой температуре задается выражением вида:  $H_{c2}(0) = -0.693(dH_{c2}/dT)T_c$ , а предел Паули:  $H_p(0) = 1.84 \text{ T/K} \times T_c$ .

Аппроксимация экспериментальных данных согласно модели WHH представлена на рис. За. Учитывая  $-dH_{c2}^{ab}/dT_c = 3.91 \,\mathrm{T/K}$  и  $-dH_{c2}^c/dT_c = 2.1 \,\mathrm{T/K}$  получена оценка верхних критических полей  $H_{c2}^c(0) \approx 13 \,\mathrm{Tr}$ ,  $H_{c2}^{ab}(0) \approx 23 \,\mathrm{T}$  и  $H_p(0) \approx 16.2 \,\mathrm{T}$ . Оценка величины  $H_{c2}$  из экстраполяции по однозонной модели WHH ниже экспериментально полученных значений, особенно для  $H_{c2}^c$ . Очевидно, что однозонная модель WHH не может корректно описать данные  $H_{c2}^c(T)$ , что указывает на многозонный тип сверхпроводимости.

Двузонная модель в "грязном" пределе с учетом орбитального взаимодействия, предполагая малое межзонное взаимодействие [21], хорошо описывает экспериментальные данные во всем интервале температур (см. Дополнительный материал).

Наилучшая аппроксимация экспериментальных данных  $H_{c2}(T)$ , предполагая  $\lambda_{12} = \lambda_{21}$ , представлена на рис. 3b. Всего для аппроксимации используется пять свободных параметров  $\lambda_{11}$ ,  $\lambda_{22}$ ,  $\lambda_{12} = \lambda_{21}$ ,  $D_1$  и  $\eta$ . В результате были получены следующие параметры: при  $H \| c D_1^c = 2.06$  и  $\eta^c = 0.1$ , и при  $H \| ab \ D_1^{ab} = 0.17$ ,  $\eta^{ab} = 1.23$ . Найденные значения  $\eta$  схожи со значениями, полученными ранее для BaFe<sub>2-x</sub>Ni<sub>x</sub>As<sub>2</sub> [22], (Li<sub>1-x</sub>Fe<sub>x</sub>)OHFe<sub>1-y</sub>Se [23].

Из экстраполяции данных  $H_{c2}(T)$  с помощью двузонной модели получены оценки верхнего критического поля  $H_{c2}^{c}(0) \approx 18 \,\mathrm{T}$  и  $H_{c2}^{ab}(0) \approx 25 \,\mathrm{T}$ . По значениям  $H_{c2}(0)$  можно оценить длину когерентности, воспользовавшись формулами  $\xi^{ab}=\sqrt{\phi_0/2\pi H_{c2}^c}$  и  $\xi^{c} = \phi_{0}/2\pi\xi^{ab}H^{ab}_{c2}$ . Для длины когерентности получена оценка 4.2 и 3.2 нм для  $\xi^{ab}$  и  $\xi^c$ , соответственно. Значения длины когерентности для обоих направлений значительно больше параметров кристаллической структуры, что указывает на трехмерный характер сверхпроводимости. Следует отметить, что уравнение двузонной модели в пределе  $\eta = 1$  упрощается до однозонной формулы Де Жена-Маки [24], поэтому, учитывая малое различие коэффициентов диффузии D при  $H \parallel ab$ , однозонная модель WHH довольно хорошо описывает поведение кривой  $H_{c2}(T)$ .

Известно, что значения матрицы  $\lambda_{jk}$  слабо влияют на форму кривой аппроксимации [25], поэтому желательно использовать значения  $\lambda_{jk}$ , определенные экспериментально или рассчитанные из первых принципов. Пока значения параметров связи были измерены лишь для небольшого числа железосодержащих сверхпроводников, таких как

Sm<sub>1-x</sub>Th<sub>x</sub>OFeAs [26] и NdFeAsO<sub>0.6</sub>H<sub>0.36</sub> [27], и неизвестны для большинства других сверхпроводников, включая исследуемый здесь SrFe<sub>2-x</sub>Ni<sub>x</sub>As<sub>2</sub>. Кроме того, вследствие симметричности двузонной модели относительно знаков  $\lambda_{12}$ ,  $\lambda_{21}$  невозможно различить случаи  $\lambda_{12}, \lambda_{21} > 0$  (характерно для *s*-волнового спаривания) и  $\lambda_{12}$ ,  $\lambda_{21} < 0$  (характерно для  $s\pm$  спаривания) [28]. Очевидно, что определенные в процессе аппроксимации абсолютные значения компонентов матрицы  $\lambda_{jk}$  имеют значительную погрешность, однако возможно проанализировать произведение диагональных элементов. Соразмерность произведений диагональных элементов  $(\lambda_{11}\lambda_{22} \approx \lambda_{12}\lambda_{21}),$ полученная в нашем случае, можно интерпретировать как сопоставимый вклад внутризонных и межзонных механизмов спаривания электронов, т.е. зоны в сверхпроводнике SrFe<sub>1.88</sub>Ni<sub>0.12</sub>As<sub>2</sub> существенно взаимодействуют между собой. Возможность такого поведения предсказывалась для железосодержащих сверхпроводников [16] и экспериментально выявлена для нескольких соединений [26, 27].

Согласно модели Гуревича [21] поведение зависимости  $H_{c2}(T)$  при температуре вблизи  $T_c$  определяется зоной с наибольшим значением коэффициента диффузии, а вблизи T = 0 K - с меньшим. Полученные значения коэффициентов диффузии D предполагают наличие на Ферми поверхности двух зон с разной анизотропией, причем одна из зон практически изотропна. Анизотропная зона обладает большим коэффициентом диффузии и вносит основной вклад в поведение  $H_{c2}(T)$  вблизи  $T_c$ . А при низких температурах доминирует изотропная зона с меньшим коэффициентом диффузии, и она же определяет  $H_{c2}(0)$ . Схожее поведение наблюдалось в соединении  $\mathrm{Sr}_{1-x}\mathrm{Eu}_x(\mathrm{Fe}_{0.89}\mathrm{Co}_{0.11})_2\mathrm{As}_2$  [22] и NbSe2 [29].

Заключение. В данной работе впервые экспериментально оценено верхнее критическое поле монокристалла железосодержащего сверхпроводника  $SrFe_{2-x}Ni_xAs_2$  в магнитном поле до 16 T, приложенном вдоль оси с и в плоскости ab. Полученные путем экстраполяции значения  $H_{c2}(0)$  составили 18 и 25 Т для  $H \| c$  и  $H \| ab$ , соответственно. Температурная зависимость  $H_{c2}(T)$  не описывается полностью однозонной моделью Вертхаммера-Хелфанда-Хохенберга. Показано, что эффективная двузонная модель хорошо воспроизводит измеренную температурную зависимость. На основании этого сделан вывод о двузонной природе данного сверхпроводника, причем одна из зон практически изотропна. Значения коэффициентов диффузии D и констант связи  $\lambda$ , полученные путем аппроксимации измеренных данных  $H_{c2}(T)$  двузонной моделью, указывают на то, что вблизи  $T_c$  доминирует вклад анизотропной зоны, а с понижением температуры основной вклад вносит изотропная зона с меньшим коэффициентом диффузии.

Исследования выполнены в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ #0023-2019-0005. Измерения были проведены на оборудовании ЦКП ФИАН.

- Y. Kamihara, T. Watanabe, M. Hirano, and H. Hosono, J. Am. Chem. Soc. **130**, 3296 (2008).
- H. Hosono, A. Yamamoto, H. Hiramatsu, and Y. Ma, Mater. Today 21(3), 278 (2018).
- K. V. Frolov, I. S. Lyubutin, D. A. Chareev, and M. Abdel-Hafiez, JETP Lett. 110, 562 (2019).
- J. P. Sun, G. Z. Ye, P. Shahi, J.-Q. Yan, K. Matsuura, H. Kontani, G. M. Zhang, Q. Zhou, B. C. Sales, T. Shibauchi, Y. Uwatoko, D. J. Singh, and J.-G. Cheng, Phys. Rev. Lett. **118**, 147004 (2017).
- B. Lei, J. H. Cui, Z. J. Xiang, C. Shang, N.Z. Wang, G. J. Ye, X.G. Luo, T. Wu, Z. Sun, and X. H. Chen, Phys. Rev. Lett. **116**, 077002 (2016).
- H.-H. Kuo and I.R. Fisher, Phys. Rev. Lett. 112, 227001 (2014).
- J.-P. Reid, A. Juneau-Fecteau, R.T. Gordon et al. (Collabotation), Supercond. Sci. Technol. 25(8), 084013 (2012).
- T.E. Kuzmicheva, A.V. Muratov, S.A. Kuzmichev, A.V. Sadakov, Yu.A. Aleshchenko, V.A. Vlasenko, V.P. Martovitsky, K.S. Pervakov, Yu.F. Eltsev, and V.M. Pudalov, Phys.-Uspekhi 60, 419 (2017).
- V.A. Vlasenko, O.A. Sobolevskiy, A.V. Sadakov, K.S. Pervakov, S.Yu. Gavrilkin, A.V. Dik, and Yu.F. Eltsev, JETP Lett. **107**, 119 (2018).
- H. Q. Luo, P. Cheng, Z.S. Wang, H. Yang, Y. Jia, L. Fang, C. Ren, L. Shan, and H. H. Wen, Physica C 469, 477 (2009).
- L. Y. Vinnikov, I. S. Veshchunov, M. S. Sidel'nikov, V. S. Stolyarov, S. V. Egorov, O. V. Skryabina, W. Jiao, G. Cao, and T. Tamegai, JETP Lett. **109**, 521 (2019).
- M. Rotter, M. Tegel, and D. Johrendt, Phys. Rev. Lett. 101, 107006 (2008).

- B. Shen, P. Cheng, Z. Wang, L. Fang, C. Ren, L. Shan, and H.-H. Wen, Phys. Rev. B 81, 014503 (2010).
- E. Arushanov, S. Levcenko, G. Fuchs, B. Holzapfel, S.-L. Drechsler, and L. Schultz, Physica C 471, 237 (2011).
- F. Han, X. Zhu, P. Cheng, G. Mu, Y. Jia, L. Fang, Y. Wang, H. Luo, B. Zeng, B. Shen, L. Shan, C. Ren, and H.-H. Wen, Phys. Rev. B 80, 024506 (2009).
- 16. A. Gurevich, Rep. Prog. Phys. 74, 124501 (2011)
- N. P. Butch, S. R. Saha, X. H. Zhang, K. Kirshenbaum, R. L. Greene, and J. Paglione, Phys. Rev. B 81, 024518 (2010).
- Yu. F. Eltsev, K. S. Pervakov, V. A. Vlasenko, S. Yu. Gavrilkin, E. P. Khlybov, and V. M. Pudalov, Phys.-Uspekhi 57, 827 (2014).
- N. R. Werthamer, E. Helfand, and P. C. Hohemberg, Phys. Rev. 147, 295 (1966).
- G. Fuchs, S.-L. Drechsler, N. Kozlova et al. (Collaboration), New J. Phys. 11(7), 075007 (2009).
- 21. A. Gurevich, Phys. Rev. B 67, 184515 (2003).
- Z. Wang, T. Xie, E. Kampert, T. Förster, X. Lu, R. Zhang, D. Gong, S. Li, T. Herrmannsdörfer, J. Wosnitza, and H. Luo, Phys. Rev. B 92, 174509 (2015).
- Z. Wang, J. Yuan, J. Wosnitza, H. Zhou, Y. Huang, K. Jin, F. Zhou, X. Dong, and Z. Zhao, J. Phys.: Condens. Matter 29, 025701 (2017).
- 24. R. Hu, E. D. Mun, M. M. Altarawneh, C. H. Mielke, V. S. Zapf, S. L. Bud'ko, and P. C. Canfield, Phys. Rev. B 85, 064511 (2012).
- F. Hunte, J. Jaroszynski, A. Gurevich, D.C. Larbalestier, R. Jin, A.S. Sefat, M.A. McGuire, B.C. Sales, D.K. Christen, and D. Mandrus, Nature 453, 903 (2008).
- T. E. Kuzmicheva, S. A. Kuzmichev, K. S. Pervakov, V. M. Pudalov, and N. D. Zhigadlo, Phys. Rev. B 95, 094507 (2017).
- T. E. Kuzmicheva, S. A. Kuzmichev, and N. D. Zhigadlo, Phys. Rev. B **100**, 144504 (2019).
- S. Ghannadzadeh, J. D. Wright, F. R. Foronda, S. J. Blundell, S. J. Clarke, and P. A. Goddard, Phys. Rev. B 89, 054502 (2014).
- M. Zehetmayer and H.W. Weber, Phys. Rev. B 82, 014524 (2010).

### РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

# ПИСЬМА

### B

## ЖУРНАЛ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

### том 111

Выпуск 8 25 апреля 2020

Журнал издается под руководством Отделения физических наук РАН

Главный редактор В. М. Пудалов

Заместители главного редактора Г. Е. Воловик, В. П. Пастухов

Зав. редакцией И.В.Подыниглазова

Адрес редакции	119334 Москва, ул. Косыгина 2
тел./факс	(499)-137-75-89
e-mail	letters@kapitza.ras.ru
Web-страница	http://www.jetpletters.ac.ru

Интернет-версия английского издания http://www.springerlink.com/content/1090-6487

<sup>©</sup> Российская академия наук, 2020

<sup>©</sup> Редколлегия журнала "Письма в ЖЭТФ" (составитель), 2020

### States of <sup>12</sup>N with enhanced radii

A. S. Demyanova<sup>a</sup>, <sup>1)</sup> A. N. Danilov<sup>a</sup>, A. A. Ogloblin<sup>a</sup>, V. I. Starastsin<sup>a</sup>, S. V. Dmitriev<sup>a</sup>, W. H. Trzaska<sup>b</sup>,

S. A. Goncharov<sup>c</sup>, T. L. Belyaeva<sup>d</sup>, V. A. Maslov<sup>e</sup>, Yu. G. Sobolev<sup>e</sup>, Yu. E. Penionzhkevich<sup>e</sup>, S. V. Khlebnikov<sup>f</sup>,

G. P. Tyurin<sup>f</sup>, N. Burtebaev<sup>g</sup>, D. Janseitov<sup>e,g</sup>, Yu. B. Gurov<sup>h</sup>, J. Louko<sup>b</sup>, V. M. Sergeev<sup>a,c</sup>

<sup>a</sup>National Research Centre Kurchatov Institute, 123182 Moscow, Russia

<sup>b</sup>Department of Physics, University of Jyväskylä, FI-40014 Jyväskylä, Finland

<sup>c</sup>Lomonosov Moscow State University, 119991 Moscow, Russia

 $^d$ Universidad Autónoma del Estado de México, 50000 Toluca, México

 $^eF$ lerov Laboratory for Nuclear Research, Joint Institute for Nuclear Research, 141980 Dubna, Russia

 $^f$ V. G. Khlopin Radium Institute, 1940 21 St. Petersburg, Russia

<sup>g</sup>Institute of Nuclear Physics, National Nuclear Center of Republic of Kazakhstan, 050032 Almaty, Republic of Kazakhstan

<sup>h</sup>National Research Nuclear University MEPhI (Moscow Engineering Physics Institute), 115409 Moscow, Russia

Submitted 18 March 2020 Resubmitted 18 March 2020 Accepted 24 March 2020

#### DOI: 10.31857/S1234567820080017

Recently the evidence of the excited states of light nuclei with enlarged radii, located close to and above the particle emission threshold, was convincingly demonstrated (see, e.g., [1] and references therein). The existence of neutron halos in the short-lived excited states of some stable and radioactive nuclei was revealed, in particular, by the asymptotic normalization coefficient (ANC) analysis of the neutron-transfer reactions [2, 3].

The ANC analysis of the  ${}^{11}B(d,p){}^{12}B$  reaction at  $E_{lab} = 21.5$  MeV was carried out in our group [4]. Radii of the valence neutron for the first five excited states of  ${}^{12}B$  were determined. Calculations showed that the rms radii of the last neutron in the second  $2^{-}(1.67 \text{ MeV})$  and the third  $1^{-}(2.62 \text{ MeV})$  excited states of  ${}^{12}B$  far exceed those for the ground state (g.s.) and the first  $2^{+}(0.95 \text{ MeV})$  excited state. Moreover, a probability of the last neutron to be outside the range of the interaction radius, so-called D<sub>1</sub> coefficient, was obtained to be 53 and 62 %, respectively. It should be noted that a formal criterion of a halo state is that D<sub>1</sub> should be more than 50 % and it is fulfilled in both cases.

Accordingly to charge independence of nuclear forces, mirror nuclei are isobars that have proton and neutron numbers interchanged. Some states of mirror nuclei with the same quantum numbers (isospin, spin/parity), isobaric analogue states (IAS), can form the isospin or isotopic multiplets (doublets, triplets, etc.) and then approximately have the same structure and radii.

Natural question arises: what we can expect in the IAS of  $^{12}B$  in the mirror  $^{12}N$  nucleus? The IAS that

Now we study excited states of <sup>12</sup>N, namely the  $2^{+}(0.96 \text{ MeV}), 2^{-}(1.19 \text{ MeV}), \text{ and } 1^{-}(1.80 \text{ MeV}) \text{ states}$ of <sup>12</sup>N. We propose to use the Modified Diffraction Model (MDM) method [5–7] and apply it to analyze the  $(^{3}\text{He,t})$  reaction data. Obtained radii for  $^{12}\text{N}$  in the 2<sup>-</sup> and  $1^{-}$  states will be compared with those received for the excited states of  ${}^{12}B$  [4]. The problem is that existing data are not completed enough to make definite conclusion about the radii of the  $2^-$  and  $1^-$  states in  ${}^{12}N$ . The existing in the literature data are presented only at three energies: 36 [8], 49.8 [9], and 81 MeV [10]. The data at 36 MeV contain only the angular distributions for the g.s. and the 0.96-MeV states. The data at 49.8 MeV contain the angular distributions for the g.s., 0.96-MeV, and 1.20-MeV states. The data at 81 MeV contain all interested for us states, but they present only one indinstinct oscillation in the angular distributions. The angular distribution for the 0.96-MeV state obtained at 81 MeV [10] is not comparable with others, if it would

presumable have halos are determined in a more complicated manner: replacing the neutron in the halo state with a proton does not necessarily lead to the appearance of a similar proton structure. The fact is that the appearance of a halo is determined by the proximity of the valence nucleon to the emission threshold, and it can be very different for a neutron and a proton. One notable example is the IAS of mirror <sup>13</sup>C and <sup>13</sup>N nuclei. <sup>13</sup>C in the  $1/2^+$ , 3.09-MeV state has a neutron halo [2, 3] that satisfies all halo criterions. The  $1/2^+$ , 2.37-MeV IAS in <sup>13</sup>N does not lie in the discrete spectrum, but in the continuum spectrum, and therefore the proton wave function differs from the neutron one. An increase of the <sup>13</sup>N radius in this state is also observed [5].

 $<sup>^{1)}{\</sup>rm e\text{-}mail:}$ a.s.demyanova@bk.ru

be drawn as a function of linear transferred momentum. This fact stimulate us to carried out a new experiment on the  ${}^{12}C({}^{3}\text{He},t){}^{12}N$  reaction at  $E({}^{3}\text{He}) = 40$  MeV.

The measurements were conducted at the University of Jyväskylä (Finland) using the K130 cyclotron [11] to produce a <sup>3</sup>He beam at  $E(^{3}\text{He}) = 40$  MeV. The 150 cm diameter Large Scattering Chamber was equipped with four  $\Delta E - E$  detector telescopes, each containing two independent  $\Delta E$  detectors and one common E detector. So each device allowed carrying out measurements at two angles. The measurements in c.m. angular range 10° were conducted in one exposure. The differential cross sections of the  $^{12}\text{C}(^{3}\text{He},t)^{12}\text{N}$  reaction were measured in the c.m. angular range of 8°–69°. Self-supported  $^{12}\text{C}$  foils of 0.23 and 0.5 mg/cm<sup>2</sup> thicknesses were used as targets. The beam intensity was about 20 particle nA.

Triton angular distributions for the g.s. and three first excited states of <sup>12</sup>N: 0.96-MeV  $2^+$ , 1.19-MeV  $2^-$ , and 1.80-MeV  $1^-$  were measured. The resulting differential cross sections for the <sup>12</sup>C(<sup>3</sup>He,t)<sup>12</sup>N reaction with DWBA calculations are presented in Fig. 1.



Fig. 1. Triton angular distributions from the  $^{12}\mathrm{C}(^{3}\mathrm{He},\mathrm{t})^{12}\mathrm{N}$  reaction at  $\mathrm{E}(^{3}\mathrm{He})=40~\mathrm{MeV}$  populated the  $1^{+}(\mathrm{g.s}),~2^{+}(0.96~\mathrm{MeV}),~2^{-}(1.19~\mathrm{MeV}),$  and  $1^{-}(1.80~\mathrm{MeV})$  states of  $^{12}\mathrm{N}.$  The curves correspond to the DWBA calculations

Let us discuss the results of the MDM analysis of the existing and our new data on the  ${}^{12}C({}^{3}He,t){}^{12}N$  reaction at 40 MeV.

We try to make estimations of rms radius of the g.s of  $^{12}$ N and got value: 2.8  $\pm$  0.4 fm, which is consistent with the estimates resulting from our DWBA analysis – 2.9 fm.

Also the rms radii for the 1.19 MeV and 1.80 MeV states were determined using MDM. The 1.19 MeV state is excited by transfer of two angular momentums L = 0and L = 2 and complicates analysis a bit. An average value was found to be  $2.8 \pm 0.3$  fm. The rms radius for the 1.80 MeV state is  $3.0\pm0.1$  fm. These values are larger than rms radius of the g.s. of  $^{12}N 2.47\pm0.07$  fm [12].

The diffraction and rms radii of  ${}^{12}$ C in the IAS were determined by the MDM from the inelastic  ${}^{3}$ He +  ${}^{12}$ C scattering [9]. Within the error bars, the rms radii of  ${}^{12}$ C in the 15.11-MeV 1<sup>+</sup> and the 16.57-MeV 2<sup>-</sup> states agree with the rms radii of their IAS in  ${}^{12}$ N. The preliminary ANC analysis in which excited states of  ${}^{12}$ C are considered as a weakly bounded (effective positive energy of a valence proton,  $\varepsilon \approx 0.01$  MeV), gives approximately the same radii. Moreover, D<sub>1</sub> coefficient for the 2<sup>-</sup> state is more than 50 %, which indicate that the 16.57-MeV 2<sup>-</sup> state of  ${}^{12}$ C can be considered as a proton halo-like state. Complete results of the ANC analysis will be published later.

Finally, we revealed that <sup>12</sup>B, <sup>12</sup>N, and <sup>12</sup>C in the IAS with T = 1, and spin-parities 2<sup>-</sup> and 1<sup>-</sup> have increased radii and exhibit properties of neutron and proton halo states.

Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364020080020

- A. A. Ogloblin, A. N. Danilov, A. S. Demyanova, S. A. Goncharov, T. L. Belyaeva, and W. Trzaska, in *Nuclear Particle Correlations and Cluster Physics*, World Scientific, Singapore (2017), p. 311.
- Z. H. Liu, C. J. Lin, H. Q. Zhang, Z. C. Li, J. S. Zhang, Y. W. Wu, F. Yang, M. Ruan, J. C. Liu, S. Y. Li, and Z. H. Peng, Phys. Rev. C 64, 034312 (2001).
- T. L. Belyaeva, R. Perez-Torres, A. A. Ogloblin, A.S. Demyanova, S. N. Ershov, and S. A. Goncharov, Phys. Rev. C 90, 064610 (2014).
- T. L. Belyaeva, S. A. Goncharov, A. S. Demyanova, A. A. Ogloblin, A. N. Danilov, V. A. Maslov, Yu. G. Sobolev, W. Trzaska, S. V. Khlebnikov, G. P. Tyurin, N. Burtebaev, D. Janseitov, and E. Mukhamejanov, Phys. Rev. C 98, 034602 (2018).
- A.S. Demyanova, A.A. Ogloblin, A.N. Danilov, T.L. Belyaeva, S.A. Goncharov, and W. Trzaska, JETP Lett. **104**, 526 (2016).
- A. S. Demyanova, A. A. Ogloblin, S. A. Goncharov, A. N. Danilov, T. L. Belyaeva, and W. Trzaska, Phys. Atom. Nucl. 80, 831 (2017).
- A.N. Danilov, T.L. Belyaeva, A.S. Demyanova, S.A. Goncharov, and A.A. Ogloblin, Phys. Rev. C 80, 054603 (2009).
- K.P. Artemov, Y.A. Glukhov, V.Z. Goldberg, V.V. Davydov, I.P. Petrov, and V.P. Rudakov, Yad. Fiz. **11**, 43 (1970).
- 9. G. Ball and J. Cerny, Phys. Rev. 177, 1466 (1969).
- W. A. Sterrenburg, M. N. Harakeh, S. Y. van Der Werf, and A. van Der Woude, Nucl. Phys. A 405, 109 (1983).
- W. H. Trzaska, P. Heikkinen, A. N. Danilov, A. S. Demyanova, S. V. Khlebnikov, T. Yu. Malamut, V. A. Maslov, A. A. Ogloblin, and Yu. G. Sobolev, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A 903, 241 (2018).
- A. Ozawa, T. Suzuki, and I. Tanihata, Nucl. Phys. A 693, 32 (2001).

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

### Generalized unimodular gravity in Friedmann and Kantowski–Sachs universes

A. Yu. Kamenshchik<sup>+\*1</sup>), A. Tronconi<sup>+</sup>, G. Venturi<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Dipartimento di Fisica e Astronomia, Università di Bologna and Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, via Irnerio 46, 40126 Bologna, Italy

\*L.D. Landau Institute for Theoretical Physics, Russian Academy of Sciences, 117940 Moscow, Russia

Submitted 19 March 2020 Resubmitted 23 March 2020 Accepted 23 March 2020

#### DOI: 10.31857/S1234567820080029

One of the oldest modified theories of gravity is unimodular gravity, dating back to the paper by Einstein [1]. The recent rebirth of this idea is connected with papers [2, 3]. The main point of unimodular gravity consists of the fact that when one requires that the determinant of the metric is fixed, the cosmological constant arises as an integration constant in the Einstein equations. The unimodular gravity theories can essentially be generalized by using the Arnowitt—Deser–Misner (ADM) [4] approach to gravity.

Such a generalization was suggested recently in paper [5]. If one treats the lapse function N not as Lagrange multiplier, giving one of the constraints of the theory, but as a given function of the determinant of the spatial metric  $\gamma$ , then in the equations of motion an effective matter arises with the equation of state parameter w given by  $w = 2 \frac{d \ln N(\gamma)}{d \ln \gamma}$ .

Thus, on treating one of the Lagrange multipliers of the General Relativity, i.e., the lapse function N not as a Lagrange multiplier, but as a given function of other variables, we freeze one of the symmetries of the system and as a result the effective matter content of the theory becomes richer. This phenomenon is quite well-known and was pioneered by Dirac in paper [6] dedicated to electrodynamics.

In spite of its simplicity the model of generalized unimodular gravity [5] imposes some interesting problems and opens some attractive prospects due to its unexpected flexibility. In paper [7] the Hamiltonian formalism for this model, treated as a rather complicated example of a constrained dynamical system [8], was considered in detail. Especially interesting in this context is the question of the determination of the number and the character of the physical degrees of freedom, arising here. The paper [9] was devoted to the inflationary model based on generalized unimodular gravity and the behaviour of linear perturbations in this model was studied.

However, the model [5] opens some interesting opportunities already at the level of a simple minisuperspace models with finite number of degrees of freedom. We shall discuss here some of them. For a flat Friedmann model with the metric  $ds^2 = -N^2(t)dt^2 + a^2(t)dl^2$ ,  $\gamma =$  $= a^6$  and the equation of state is simply  $w = \frac{1}{3} \frac{d \ln N(a)}{d \ln a}$ . One can derive this equation directly from the Friedmann model. The Lagrangian for the flat Friedmann universe without matter can be written as  $L = \frac{\dot{a}^2 a}{N}$ . If we now treat the lapse function as a function of the scale factor a, the variation with respect to a gives the following Euler–Lagrange equation:  $2\frac{\ddot{a}a}{N} + \dot{a}^2 \frac{d(a/N)}{da} = 0$ , where the "dot" signifies the differentiation with respect to the time parameter t. This equation has the first integral  $\frac{\dot{a}^2 a}{N} = C$ , where C is a constant. Dividing this equation by  $Na^3$ , we obtain

$$\frac{\dot{a}^2}{N^2 a^2} = \frac{1}{a^2} \left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = \frac{C}{N a^3},\tag{1}$$

where  $\tau$  is the cosmic or synchronous time  $d\tau = N dt$ . This equation can be interpreted as the first Friedmann equation for a flat universe filled with matter having the energy density  $\varepsilon = \frac{C}{Na^3}$ . On remembering the energy conservation law

$$\frac{d\varepsilon}{da} = -3\frac{\varepsilon + p}{a},\tag{2}$$

we can immediately find the pressure

$$p = -\frac{1}{3}a\frac{d\varepsilon}{da} - \varepsilon = \frac{C}{3N^2a^2}\frac{dN}{da} = \frac{1}{3}\frac{d\ln N}{d\ln a}\varepsilon,$$

which confirms the relation presented above.

It is known that the observed cosmic acceleration of the universe requires the presence of a so called dark

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: kamenshchik@bo.infn.it

energy with negative pressure. Some observations indicate that the corresponding equation of state parameter is less than -1: w < -1. Such a kind of dark energy is called "phantom dark energy". The evolution in the presence of such energy implies the future encounter with a cosmological singularity called "Big Rip" [10, 11]. Its scale factor and its time derivative tend to infinity.

However, one can imagine a less dramatic scenario for the development of the universe, wherein the phantom or super-acceleration stage is a temporary one. In this case the universe should pass through the phantom divide line which means that the sign of the expression w + 1 changes. We wish to show that, at least at the level of the Friedmann model, the generalized unimodular gravity can easily describe the phantom divide line crossing.

Indeed, it is enough to choose the lapse function as follows:

$$N = \frac{D}{a^5} + Fa. \tag{3}$$

On remaining in the field of minisuperspace models with a finite number of degrees of freedom, we can already suggest a further simple generalization of unimodular gravity. In particular the lapse function can depend not on the determinant of the spatial metric, but on some other combination of components of the spatial part of the metric. Let us consider, for example, a hyperbolic Kantowski–Sachs universe [12] with the metric

$$ds^{2} = N^{2}(t)dt^{2} - b^{2}(t)dr^{2} - a^{2}(t)(d\chi^{2} + \sinh^{2}\chi d\phi^{2}).$$
(4)

If we fix the time parameter by choosing the lapse function as N = a, we can find the metric of the Kantowski– Sachs universe in an explicit form. One of the possible solutions is  $a(t) = a_0 \cosh^2 \frac{t}{2}$ ;  $b = b_0 \tanh \frac{t}{2}$ . It is interesting to note that there is a duality between the Kantowski–Sachs cosmological solutions and the static spherically symmetric solutions. This duality was found in paper [13] and further investigated in [14]. If we exchange the variables t and r and then make the substitution  $\chi \to i\theta$ , we obtain the following metric [13]:

$$ds^{2} = b_{0}^{2} \tanh^{2} \frac{r}{2} dt^{2} - a_{0}^{2} \cosh^{4} \frac{r}{2} (dr^{2} + d\theta^{2} + \sin^{2} \theta d\phi^{2}).$$
(5)

On introducing a new variable  $R \equiv a_0 \cosh^2 \frac{r}{2}$ , we can rewrite the metric obtained in the standard Schwarzschild form. Let us now suppose that, at the beginning, we had fixed N = a. In this case the lapse function is not a function of the determinant of the spatial metric, thus we are considering a further generalization of unimodular gravity. We obtain a new first integral of the equations of motion:  $\frac{\dot{a}^2b}{N} + \frac{2\dot{a}ba}{N} - Nb = A$ . The expression for a is now the same as before, while the

scale factor b is  $b = b_0 \tanh \frac{t}{2} - \frac{A}{a_0}$ . On using the duality relations, we obtain the following Schwarzschild-type metric:

$$ds^{2} = \left[b_{0}^{2}\left(1 - \frac{a_{0}}{R}\right) - 2\frac{Ab_{0}}{a_{0}}\sqrt{1 - \frac{a_{0}}{R}} + \frac{A^{2}}{a_{0}^{2}}\right]dt^{2} - \frac{dR^{2}}{1 - \frac{a_{0}}{R}} - R^{2}(d\theta^{2} + \sin^{2}\theta d\phi^{2}).$$
(6)

We see that while the spatial part of the metric has not changed, the coefficient  $g_{00}$  for  $dt^2$  has changed essentially. If the constant A was positive then the metric coefficient vanishes at

$$R_0 = \frac{a_0}{1 - \frac{A^2}{a_0^2 b_0^2}} > a_0,$$

provided  $A^2 < a_0^2 b_0^2$ . We should then think of how to describe the continuation of the metric into the region where  $R < R_0$  and then to  $R < a_0$ . If A is negative (the energy density of the effective matter is negative) the expression for b cannot become equal to zero, but we still stumble upon the problem of its behaviour for  $R < a_0$ .

Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364020080032

- A. Einstein, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) 1919, 349 (1919).
- 2. W.G. Unruh, Phys. Rev. D 40, 1048 (1989).
- M. Henneaux and C. Teitelboim, Phys. Lett. B 222, 195 (1989).
- R. L. Arnowitt, S. Deser, and C. W. Misner, in *Grav*itation: An Introduction to Current Research, ed. by L. Witten, Willey, N.Y. (1962), p. 227.
- A. O. Barvinsky and A. Yu. Kamenshchik, Phys. Lett. B 774, 59 (2017).
- 6. P. A. M. Dirac, Proc. R. Soc. London A 209, 291 (1951).
- A. O. Barvinsky, N. Kolganov, A. Kurov, and D. Nesterov, Phys. Rev. D 100(2), 023542 (2019).
- M. Henneaux and C. Teitelboim, *Quantization of Gauge Systems*, Princeton University Press, Princeton, NJ (1992).
- A.O. Barvinsky and N. Kolganov, Phys. Rev. D 100(12), 123510 (2019).
- 10. A.A. Starobinsky, Grav. Cosmol. 6, 157 (2000).
- R. R. Caldwell, M. Kamionkowski, and N. N. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **91**, 071301 (2003).
- R. Kantowski and R. K. Sachs, J. Math. Phys. 7, 443 (1966).
- M. Gaudin, V. Gorini, A. Kamenshchik, and U. Moschella, Int. J. Mod. Phys. D 15, 1387 (2006).
- A. Y. Kamenshchik, E. O. Pozdeeva, A. A. Starobinsky, A. Tronconi, T. Vardanyan, G. Venturi, and S. Y. Vernov, Phys. Rev. D 98(12), 124028 (2018).

### Многоэлектронные эффекты в Co3s рентгеновских фотоэлектронных спектрах диамагнитного ScCoO<sub>3</sub> и парамагнитного BiCoO<sub>3</sub> кобальтитов

В. Г. Яржемский<sup>+1)</sup>, Ю. А. Тетерин<sup>\*</sup>, И. А. Пресняков<sup>×</sup>, К. И. Маслаков<sup>×</sup>, А. Ю. Тетерин<sup>\*</sup>, К. Е. Иванов<sup>\*</sup>

+Институт общей и неорганической химии РАН сим. Н.С.Курнакова, 119991 Москва, Россия

\*НИЦ "Курчатовский институт", 123182 Москва, Россия

<sup>×</sup> Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119992 Москва, Россия

Поступила в редакцию 4 марта 2020 г. После переработки 27 марта 2020 г. Принята к публикации 29 марта 2020 г.

Разработана новая методика количественного описания влияния динамического эффекта на структуру рентгеновских фотоэлектронных спектров 3*s*-электронов 3*d*-элементов, основанная на решении уравнении Дайсона в базисе атомных волновых функций. Методика апробирована на примере кобальтитов BiCoO<sub>3</sub> и ScCoO<sub>3</sub>, содержащих катионы Co<sup>3+</sup> в высокоспиновом (S = 2) и низкоспиновом (S = 0) состояниях, соответственно. Результаты расчетов количественно согласуются со структурой наблюдавшихся спектров 3*s*-электронов. Для диамагнитного катиона Co<sup>3+</sup> впервые экспериментально и теоретически показано существенное влияние динамического эффекта на энергию нерасщепленной 3*s* линии ScCoO<sub>3</sub> и рассчитано ее энергетическое положение. Для парамагнитного катиона Co<sup>3+</sup> полученные результаты обобщены на случай переходных 3*d*-металлов с произвольным числом неспаренных электронов. Показано также, что если 3*d*-оболочка заполнена наполовину и более, то динамический эффект влияет только на энергетическое положение низкоспиновой компоненты, что приводит к уменьшению расщепления, примерно, в 3 раза (в случае BiCoO<sub>3</sub> с 13.4 до 4.7 эВ).

DOI: 10.31857/S1234567820080030

Введение. В рентгеновских фотоэлектронных спектрах 3*s*-электронов 3*d* переходных элементов и их соединений вместо одиночной линии может наблюдаться сложная структура. Эта структура, связана с мультиплетным расщеплением, если присутствуют неспаренные 3*d*-электроны, и с многоэлектронными процессами (динамическим эффектом и *shake up* возбуждениями), сопровождающими фотоэмиссию 3*s*-электрона [1–7]. Величина мультиплетного расщепления для 3*s*-электронов коррелирует с числом неспаренных 3*d*-электронов, в то время как в диамагнитных соединениях такое расщепление отсутствует [6].

Динамический эффект обусловлен образованием дополнительного конечного состояния с двумя дырками и одной частицей  $3s^23p^{-2}3d^{N+1}$  ( $3p^{-2}$ обозначение двух "дырок") при фотоэмиссии 3sэлектрона и напрямую не связан с присутствием неспаренных 3d-электронов. Этот эффект существенно влияет на структуру спектра, если энергии двух взаимодействующих конфигураций близки.

Теоретические расчеты в рамках метода взаимодействия конфигураций показали, что величина расщепления 3s-линии определяется не только обменным интегралом, но и в существенной степени многоэлектронными эффектами, которые в парамагнитных соединениях уменьшает величину расщепления в 2–3 раза [8–10]. Однако в этих работах не рассматривалось влияние динамического эффекта на структуру спектров 3s-электронов в диамагнитных соединениях. Поскольку, несмотря на отсутствие неспаренных электронов, для таких соединений выполняется условие  $E_b(3s) \approx 2E_b(3p) - E_b(3d)$ , то следует также ожидать влияния динамического эффекта на положение и интенсивность линии 3*s*-электронов. Для количественной интерпретации структуры таких спектров необходимы результаты теории, учитывающей как мультиплетное расщепление, так и динамический эффект. Поскольку взаимодействующие электроны имеют одинаковые главные квантовые числа, внутриатомные взаимодействия превосходят взаимодействия с окружением и эти эффекты могут быть рассчитаны в атомном приближении

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: vgyar@igic.ras.ru

[9, 11]. Отметим, что интерес к рентгеновским фотоэлектронным исследованиям состояний 3*d*-элементов обусловлен тем, что эти элементы входят в состав перспективных магнитных материалов [5, 12–14].

Цель настоящей работы состоит в обобщении многоэлектронной теории фотоионизации [15–17] на случай взаимодействия конфигураций в конечном состоянии и создании методики расчетов 3s-фотоэлектронных спектров 3d-элементов, а также в апробации развитой методики на примере двух кобальтитов BiCoO<sub>3</sub> и ScCoO<sub>3</sub>, содержащих катионы Co<sup>3+</sup> в высокоспиновом (S = 2) и низкоспиновом (S = 0) состояниях.

Ренгеновские фотоэлектронные спектры  $BiCoO_3$ и  $ScCoO_3$ , измеренные на спектрометре Kratos Axis Ultra DLD с монохроматическим рентгеновским излучением  $AlK\alpha$  (1486.6 эВ) [6], приведены на рис. 1.



Рис. 1. Рентгеновские фотоэлектронные спектры в области энергий связи Со3*s*-электронов: (а) – диамагнитного ScCoO<sub>3</sub>; (b) – парамагнитного BiCoO<sub>3</sub>

Энергии связи остовных атомных электронов в соединениях изменяются из-за химического сдви-

га, что затрудняет сравнение абсолютных значений. Однако в рассматриваемом случае экспериментальные значения энергии связи Co2p<sub>3/2</sub>-электронов в ScCoO<sub>3</sub> и BiCoO<sub>3</sub> практически совпадают (они равны 780.0 и 780.2 эВ соответственно). Поэтому Со3s спектры обоих соединений можно рассматривать в единой энергетической шкале. Оба спектра содержат небольшие сателлиты монопольной релаксации с энергиями связи на 10.2 эВ больше основной линий. В спектре BiCoO<sub>3</sub> присутствуют также две линии спин-дублета  $Bi5p_{1/2}$  и  $Bi5p_{3/2}$ , которые находятся вне рассматриваемого интервала энергий и в дальнейшем обсуждаться не будут. В спектре ScCoO<sub>3</sub> наблюдается одна линия при энергии 102.6 эВ, а в спектре BiCoO<sub>3</sub> – две линии при энергиях связи 102.3 и 107.0 эВ. Расщепление 3s-линии на две состаляющих обусловлено обменным взаимодействием между незаполненными 3s- с 3d-оболочками (мультиплетное расщепление) и многоэлектронным эффектом (динамический эффект, связанный с возникновением дополнительного конечного состояния с двумя дырками в 3*p*-оболочке и одним электроном в 3*d*-оболочке иона Со<sup>3+</sup>). Величина обменного расщепления связана с различием коэффициентов при обменном интеграле  $\langle 3s3d|V^2|3d3s\rangle$ высокоспинового и низкоспинового термов конфигурации с двумя незаполненными 3s- и 3d-оболочками. Если спин терма 3dоболочки равен нулю, то расщепление 3*s*-линии отсутствует. Основному терму  $3d^6({}^5D)$  иона Co<sup>3+</sup> можно поставить в соответствие терм ( ${}^5T_{2g}$ :  $t_{2g}^4 e_g^2$ , S=2) в кристаллическом поле симметрии  $O_h$ . Поскольку расщепление Co3s линии в ScCoO<sub>3</sub> отсутствует, то основному состоянию Co<sup>3+</sup> d<sup>6</sup> в кристалле соответствует терм ( ${}^{1}A_{1g}$ :  $t_{2g}^{6}e_{g}^{0}$ , S = 0), который в атомном приближении будем моделировать термом  ${}^{1}S$ .

Перейдем к рассмотрению многоэлектронных эффектов в атомном приближении. При фотоионизации 3s-уровня 3d-элемента с конфигурацией  $3d^N(^{2S_0+1}L_0)$  вместо одной линии две, соответствующие состояниям возникают  $3s^{-1}(^{2}S)3d^{n}(^{2S_{0}+1}L_{0})(^{2S_{t}+1}L_{0})$  с двумя значениями спина  $S_t = S_0 + 1/2$  (высокоспиновое состояние) и  $S_t = S_0 - 1/2$  (низкоспиновое состояние). В случае фотоионизации 3s-уровня иона Co<sup>3+</sup>, находящегося в состоянии  $3d^{6}({}^{5}D)$ , теоретическая разность энергий низкоспинового <sup>4</sup>D и высокоспинового  $^{6}D$  состояний (мультиплетное расщепление), рассчитанная с использованием Хартри-Фоковских атомных волновых функций [18] и весовых множителей (угловых частей) [19], составляет 13.38 эВ,

Терм иона Co <sup>3+</sup>	Одноэлектр	онная	С учетом взаи	модействия	Экспериментальные		
	теория	Ŧ	конфигу	раций	данны $e^{a)}$		
	$E_{\text{отн}}$ (эB)	$I_{\text{отн}}$	$E_{\text{отн}}$ (эB)	$I_{\text{отн}}$	$E_{\text{отн}}$ (эB)	$I_{\text{отн}}$	
$3s^1(^2S)3d^6(^5D)^6D$	0.00	6	0.0	6	0.0	6.0	
$3s^1(^2S)3d^6(^5D)^4D$	13.38	4	5.07	3.04	4.7	3.0	
$3p^4(^1D)3d^7(^4P)^4D$	27.09	0	42.85	0.19	-	_	
$3p^4(^1D)3d^7(^4F)^4D$	36.10	0	64.80	0.78	-	—	
$3s^1(^2S)3d^6(^1_0S)^2S$	5.35	10	1.37	8.49	0.3	9.0	
$3p^4({}^1D)3d^7({}^2_1D)^2S$	23.46	0	45.92	1.51	_	-	

Таблица 1. Теоретические энергии и относительные интенсивности конечных состояний, возникающих при фотоионизации 3s оболочки иона Co<sup>3+</sup>

 $^{a)}$ Относительная интенсивность линии 3s-электронов для ScCoO<sub>3</sub> (терм  $3s^1(^2S)3d^6(^1_0S)^2S$ ) равна сумме интенсивностей дублета 3s-электронов BiCoO<sub>3</sub>. Интенсивности этих линий определялась по отношению к интенсивностям линий 3p-электронов.



Рис. 2. Диаграммы Фейнмана для рассматриваемых конфигурационных взаимодействий: (a) – взаимодействие конфигураций  $3s^{-1}3d^N$  и  $3p^{-2}3d^{N+1}$ ; (b) – взаимодействие между термами конфигурации  $3p^{-2}3d^{N+1}$ ; (c) – взаимодействие между термами конфигурации  $3p^{-2}3d^{N+1}$ ; (c) – взаимодействие между термами конфигурации  $3p^{-2}3d^{N+1}$ -обменная диаграмма

что существенно превышает экспериментальное расщепление 4.7 эВ (см. рис. 1 и табл. 1.). Кроме того, отношение интенсивностей линий в спектре не соответствует статистическому соотношению 6 : 4. Эти отличия связаны с взаимодействием однодырочных конечных состояний  $3s^{-1}3d^N$ , возникающих при фотоионизации, с термами конфигурации с двумя дырками и одной частицей  $3p^{-2}3d^{N+1}$ . Такое взаимодействие изображается диаграммой Фейнмана (рис. 2a), где волнистая линия обозначает взаимодействие, которое определяется кулоновским интегралом  $\langle 3s3p|V^1|3p3d\rangle$ , стрелки слева направо (справа налево) обозначают частицы (дырки), *v<sub>i</sub>* – полный набор квантовых чисел электронов и дырок,  $L_1$  и  $L'_1$  обозначают термы конфигурации  $3p^{-2}3d^{N+1}$ . Диаграммы рассчитываются для каждого значения полного спина St отдельно, а по термам  $L_2$  двух 3p-дырок в конечном состоянии должно быть проведено суммирование, которое, как будет показано ниже, сводится к одному члену. Рассматриваются также все термы  $L_l$  конфигурации  $3d^{N+1}$ , которые можно получить добавлением одного электрона к основному терму 3d<sup>N</sup>. Кулоновское взаимодействие представленное на диаграммах рис. 2 можно записать в виде:

$$V_{\gamma,\delta}(\nu_1\nu_2\nu_3\nu_4) =$$
$$= \sum_{\lambda,\mu} \alpha^{\lambda}_{\gamma,\delta}(\nu_1\nu_2|R^{\lambda}|\nu_3\nu_4) + \beta^{\mu}_{\gamma,\delta}(\nu_1\nu_3|R^{\mu}|\nu_2\nu_4), \quad (1)$$

где  $\mu_i$  обозначает квантовые числа электрона n и l, а  $\lambda$  и  $\mu$  – мультипольности кулоновского и обменного интегралов,  $\gamma$  и  $\delta$  – обозначают схемы связи моментов в двух состояниях, от которых зависят весовые множители (угловые части)  $\alpha_{\gamma,\delta}^{\lambda}$  и  $\beta_{\gamma,\delta}^{\mu}$ . Поскольку дырки  $\nu_2$  эквивалентны, диаграмма (рис. 2a) не имеет обменной части. Радиальные интегралы в (1) рассчитывались с использованием атомных волновых функций [18]. Для получения коэффициентов  $\alpha_{\gamma,\delta}^{\lambda}$  и  $\beta_{\gamma,\delta}^{\mu}$  следует просуммировать диаграмму по всем магнитным квантовым числам при условии, что все состояния связаны в полный и промежуточный моменты [16, 19]. Графически это представляется моментной диаграммой, изображенной на рис. 3.

Надо учесть также спиновую диаграмму, в которой все одночастичные моменты заменены на 1/2, исключена линия взаимодействия, а полные моменты термов заменены на их полные спины [20].



Рис. 3. Моментная диаграмма для диаграммы Фейнмана (рис. 2а). Вершина с тремя линиями соответствует 3*j*-символу, треугольник – 6*j*-символу, квадрат – генеалогическому коэффициенту. Остальные обозначения такие же, как в [20]

Используя графические методы расчета моментных диаграмм [20], получаем формулу для весового множителя перед кулоновским интегралом  $\langle 3s3p|V^1|3p3d \rangle$ :

$$\alpha^{\lambda} = (-1)^{L_t + L_1 + L_2 + l_1 + l_3} (2\overline{N})^{1/2} [S_2 S_0 L_2 L_0]^{1/2} \times \\ \times \begin{cases} L_2 & l_1 & l_3 \\ \lambda & l_2 & l_2 \end{cases} \begin{cases} L_0 & l_1 & L_1 \\ l_3 & L_2 & L_1 \end{cases} \begin{cases} S_t & 1/2 & S_1 \\ 1/2 & S_3 & S_2 \end{cases} \times \\ \times \begin{pmatrix} l_1 & \lambda & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_3 & \lambda & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} [l_1 l_3]^{1/2} [l_2] \overline{G}_{L_1 S_1}^{L_0 S_0},$$

$$(2)$$

где  $l_1$ ,  $l_2$  и  $l_3$  соответствуют *s*-, *p*- и *d*-электронам, значения полных моментов и спинов пояснены выше.  $\overline{G}_{L_1S_1}^{L_0S_0}$  – генеалогический коэффициент, который рассчитывается для дырочных конфигураций 3*d*-оболочки, а  $\overline{N} = 10 - N$  – число дырок в 3*d*оболочке в начальном состоянии. Выражения в круглых (фигурных) скобках обозначают 3*j*- (6*j*-) символы [19].

Из правила треугольника [20] для первой строки второго 6*j*-символа в формуле (2) следует, что коэффициент  $\alpha^{\lambda}$  отличен от нуля только, если величина полного момента оболочки  $3p^4$  равна двум. Следовательно, из трех возможных термов  ${}^1S$ ,  ${}^1D$  и  ${}^3P$   $3p^4$ -оболочки только терм  ${}^1D$  участвует во взаимодействии конфигураций. Этот вывод позволяет не только упростить расчеты, но и в ряде случаев дает возможность качественно оценить влияние взаимодействия конфигураций на расщепление 3s-линии в рентгеновском фотоэлектронном спектре.

Рассмотрим атомы с оболочкой  $3d^N$ ,  $N \ge 5$  в состоянии основного терма. Из таблиц генеалогических коэффициентов [19] находим, что добавление одного электрона к основному терму  $3d^N(^{2S_0+1}L_0)$  дает в результате один или два терма конфигурации  $3d^{N+1}$  со спином  $S_1 = S_0 - 1/2$ . Как было показано выше, взаимодействие состояния  $3s^{1}3d^N$  с состояниями  $3p^{4}3d^{N+1}$  возможно только если оболочка  $3p^4$  имеет терм  $^1D$ , поэтому, и поскольку при  $N \ge 5$  всегда  $S_1 = S_0 - 1/2$ , взаимодействие высокоспинового состояния  $3s^{-1}3d^N$  с конфигурацией  $3p^{-2}3d^{N+1}$  отсутствует. Поэтому при  $N \ge 5$  взаимодействие конфигураций влияет только на положение низкоспинового состояния. Поскольку низкоспиновый терм лежит выше высокоспинового, а взаимодействие приводит к уменьшению расстояния между высокоспиновым и низкоспиновым термами.

Энергии ионизации с учетом взаимодействия конфигураций находились из решения уравнения Дайсона:

$$E_i = \varepsilon_i + \operatorname{Re}\Sigma(E_i),\tag{3}$$

где  $\operatorname{Re} \Sigma(E_i)$  – собственно-энергетическая часть функции Грина исходной дырки (на диаграмме рис. 1 это состояние  $\nu_1$ ), а  $\varepsilon_i$  ее энергия, рассчитанная методом Хартри-Фока. В рассматриваемом случае (основной терм  ${}^5D$   $3d^6$  оболочки), возможно взаимодействие с двумя термами  ${}^4P$  и  ${}^4F$  конфигурации  $3d^7$ , поэтому в точном расчете необходимо учитывать также взаимодействие между ними. Диаграммы Фейнмана (прямая и обменная) такого взаимодействия приведены на (рис. 2a и b). Соответствующая формула для собственно-энергетической части, для которой решалось уравнение Дайсона (3), имеет вид:

$$\operatorname{Re}\Sigma(E_i) = \sum_{k\neq i} \frac{V_{ik}^2}{E_i - \varepsilon_k} + \sum_{k\neq q} \frac{2V_{ik}V_{iq}V_{kq}}{(E_i - \varepsilon_k)(E_i - \varepsilon_q)}, \quad (4)$$

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020





Рис. 4. Теоретические энергии конечных состояний относительно энергии 3s ионизации высоко спинового состояния иона  $Co^{3+}$  в BiCoO<sub>3</sub>, рассчитанные в приближениях: Хартри–Фока (HF – Hartree–Fock) и с учетом взаимодействия конфигураций (CI – configuration interaction). (a) – Для начального состояния  $Co3d^6(^5D)$  иона  $Co^{3+}$  в BiCoO<sub>3</sub>; (b) – для начального состояния  $Co3d^6(^5D)$  иона  $Co^{3+}$  в BiCoO<sub>3</sub>; (b) – для начального состояния  $Co3d^6(^5D)$  иона  $Co^{3+}$  в BiCoO<sub>3</sub>; (b) – для начального состояния  $Co3d^6(^5D)$  иона  $Co^{3+}$  в BiCoO<sub>3</sub>; (b) – для начального состояния  $Co3d^6(^5D)$  иона  $Co^{3+}$  в BiCoO<sub>3</sub>; (b) – для начального состояния  $Co3d^6(^5D)$  иона  $Co^{3+}$  в BiCoO<sub>3</sub>; (b) – для начального состояния  $Co3d^6(^5D)$  иона  $Co^{3+}$  в ScCoO<sub>3</sub>

где *i* соответствует исходной вакансии  $3s^{-1}3d^N$ , а *k* и q – термам конфигурации  $3p^{-2}3d^{N+1}$ . Спектроскопические факторы рассчитывались по формуле [16, 21]:

$$f_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial \text{Re}\,\Sigma(E_i)}{\partial E_i}},\tag{5}$$

где производные берутся при всех  $E_i$ , являющихся решениями уравнения (3). Поскольку, как было показано выше, многоэлектронные эффекты не меняют интенсивности и положения высокоспиновой компоненты <sup>6</sup>D, ее относительная интенсивность полагалась равной ее статистическому весу 6, а положение принято в качеств нуля отсчета. Для получения относительных интенсивностей спектра спектроскопические факторы структуры, происходящей из низко спинового состояния, умножались на статистический вес 4. Результаты приведены в табл. 1, а схема уровней показана на рис. 4а.

Положения всех уровней, кроме 3*s*, в рентгеновских фотоэлектронных спектрах BiCoO<sub>3</sub> и ScCoO<sub>3</sub>, практически, совпадают [6], поэтому 3*s*-спектры двух кобальтитов можно рассматривать в единой

энергетической шкале. В спектре диамагнитного ScCoO<sub>3</sub> наблюдается одна асимметричная 3s-линия при 102.6 эВ, сдвинутая на 0.3 эВ в сторону больших энергий связи от энергии высокоспинового состояния BiCoO<sub>3</sub>, наблюдаемого при 102.3 эВ (рис. 1b). В случае отсутствия динамического эффекта в ScCoO<sub>3</sub> эта линия наблюдалась бы в центре тяжести мультиплета (без учета взаимодействия конфигураций), т.е. при энергии связи на 5.35 эВ больше, чем энергия связи высокоспинового состояния BiCoO<sub>3</sub>. Таким образом, в диамагнитном ScCoO<sub>3</sub> динамический эффект также существенно влияет на энергию 3sлинии. Для оценки такого сдвига рассчитано влияние динамического эффекта на энергию 3s-ионизации состояния Со  $3d^6\binom{1}{0}S$ ). Здесь и далее левый нижний индекс обозначает дополнительное кантовое число старшинства [19]. Добавление 3*d*-электрона к терму может дать только один терм  $3d^7(^2_1D)$  [19] и в формуле (4) для собственно-энергетической части остается только член второго порядка. Отметим, что существует также терм  $3d^{6}({}^{1}_{4}S)$ , добавление одного 3d-электрона к которому дает терм  $3d^7({}^2_3D)$ . Однако, поскольку в этих двух случаях совпадают

как все угловые моменты в формуле (2), так и генеалогические коэффициенты [19], то результаты для начального состояния  $3d^6 \binom{1}{4}S$  практически совпадают с результатами для начального состояния  $3d^6 \binom{1}{0}S$ , приведенными в табл. 1. Как видно из данных табл. 1, 3s уровень диамагнитного ScCoO<sub>3</sub> вследствие динамического эффекта сдвигается в сторону меньших энергий связи и находится всего на 1.37 эВ выше высокоспинового уровня в BiScO<sub>3</sub>, что качественно согласуется с экспериментом.

Обсуждение результатов и выводы. На основе многоэлектронной теории разработана новая методика расчета влияния динамического эффекта на структуру 3s-фотоэлектронных спектров 3dэлементов, основанная на решении уравнении Дайсона в базисе атомных Хартри–Фоковских функций. При этом рассмотрены основные диаграммы теории возмущений, описывающие процессы, сопровождающие фотоэмиссию 3*s*-электронов. Отметим, что в используемом в атомном приближении не учитывалось расщепление терма 3д-оболочки в кристаллическом поле. Однако, поскольку эффект определяется внутренними оболочками, влияние кристаллического поля невелико. Согласно экспериментальным данным [13] в 3*s*-спектрах иона Fe наблюдается лишь небольшая разница низкоспиновых компонет, соответствующих октаэдрическому и тетраэдрическому окружениям. Развитая методика расчета апробирована на примере двух кобальтитов BiCoO<sub>3</sub> и ScCoO<sub>3</sub>, содержащих катионы  $Co^{3+}$  в высокоспиновом (S = 2) и низкоспиновом (S = 0) состояниях соответственно. Количественно оценено влияние динамического эффекта на структуру Co3s-фотоэлектронных спектров этих кобальтитов в единой энергетической шкале. Результаты расчетов количественно согласуются с экспериментом. Впервые экспериментально и теоретически показано существенное влияние динамического эффекта на энергию нерасщепленной 3sлинии диамагнитного ScCoO<sub>3</sub> и рассчитано ее энергетическое положение. Для парамагнитных состояний доказано, что если 3*d*-оболочка заполнена более чем наполовину, то за счет многоэлектронных эффектов сдвигается только низкоспиновая компонента дублета, что приводит к уменьшению расстояния между компонентами дублета. Переходы между высокоспиновым и низкоспиновыми состояниям ионов 3д-элементов происходят под влиянием небольших изменений структурных факторов. В частности, в FeBO3 такой переход связан с внешним давлением [22]. Введение Sr в GdCoO<sub>3</sub> приводит к локальным искажениям кристаллической решетки без заметного изменения электронного состояния иона Со, что, однако. сопровождается увеличением магнитного момента и появлением ферромагнитного порядка [23]. Переходы между низкоспиновым и высокоспиновым состояниями наблюдаются также в твердых растворах  $La_{1-x}Gd_xCoO_3$  [24]. Поскольку расщепление ренгеноэлектронной 3*s*-линии связано со спиновым состоянием, полученные теоретические результаты могут быть использованы совместно с экспериментом для идентификации таких изменений магнитного состояния.

- C.S. Fadley and D.A. Shirley, Phys. Rev. A 2, 1109 (1970).
- S. P. Kowalczyk, L. Ley, R. A. Pollak, F. R. McFeely, and D. A. Shirley, Phys. Rev. B 7, 4009 (1973).
- B. Hermsmeier, C. S. Fadley, M. O. Krause, J. Jimenez-Mier, P. Gerard, and S. T. Manson, Phys. Rev. Lett. 61, 2592 (1988).
- Ю.А. Тетерин, А.В. Соболев, И.А. Пресняков, К.И. Маслаков, А.Ю. Тетерин, И.В. Морозов, И.О. Чернявский, К.Е. Иванов, А.В. Шевельков, ЖЭТФ 151, 293 (2017).
- I.N. Shabanova and N.S. Terebova, Surf. Interface Anal. 42, 846 (2010).
- Ю. А. Тетерин, А. В. Соболев, А. А. Белик, Я. С. Глазкова, К. И. Маслаков, В. Г. Яржемский, А. Ю. Тетерин, К. Е. Иванов, И. А. Пресняков, ЖЭТФ 155, 1061 (2019).
- G.-H. Gweon, J.-G. Park, and S.-J. Oh, Phys. Rev. 48, 7825 (1993).
- P.S. Bagus, A.J. Freeman, and F. Sasakig, Phys. Rev. Lett. **30**, 850 (1973).
- E.-K. Viinikka and Y. Ohrn, Phys. Rev. B 11, 4168 (1975).
- В. Л. Сухоруков, С. А. Явна, В. Ф. Демехин, Б. М. Лагутин, Координационная химия 11, 510 (1985).
- 11. I. Pollini, Philos Mag. 85, 2641 (2005).
- A.X. Gray, J. Minar, S. Ueda, P.R. Stone, Y. Yamashita, J. Fujii, J. Braun, L. Plucinski, C. M. Schneider, G. Panaccione, H. Ebert, O. D. Dubon, K. Kobayashi, and C. S. Fadley, Nature Mater. **11**, 957 (2012).
- Y. Y. Chin, H.-J. Lin, Y.-F. Liao, W. C. Wang, P. Wang, D. Wu, A. Singh, H.-Y. Huang, Y.-Y. Chu, D. J. Huang, K.-D. Tsuei, C. T. Chen, A. Tanaka, and A. Chainani, Phys. Rev. B 99, 184407 (2019).
- A. Keqi, M. Gehlmann, G. Conti et al. (Collaboration), Phys. Rev. B 97, 155149 (2018).
- М. Я. Амусья, Л. В. Чернышева, В. Г. Яржемский, Письма в ЖЭТФ 97, 807 (2013).
- M. Ya. Amusia, L. V. Chernysheva, and V.G. Yarzhemsky, *Handbook of Theoretical Atomic Physics*, Springer, Berlin, Heidelberg (2012).

- V. G. Yarzhemsky and M. Ya. Amusia, Phys. Rev. A 93, 063406 (2016).
- М. Я. Амусья, С. К. Семенов, Л. В. Чернышева, *АТОМ-М* алгоритмы и программы исследований атомных и молекулярных процессов, Наука, С.Пб. (2016).
- 19. И.И. Собельман, *Введение в теорию атомных спектров*, Наука, М. (1977).
- 20. I. Lindgren and J. Morrison, *Atomic many-body theory*, Springer, Berlin (1982).
- 21. В. М. Галицкий, А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **34**, 130 (1958).

- Ю.С. Орлов, С.В. Николаева, С.Г. Овчинников, ЖЭТФ 156, 1165 (2019).
- М. С. Платунов, В. А. Дудников, Ю. С. Орлов, Н. В. Казак, Л. А. Соловьев, Я. В. Зубавичус, А. А. Велигжанин, П. В. Дороватовский, С. Н. Верещагин, К. А. Шайхутдинов, Письма в ЖЭТФ 103, 214 (2016).
- В. А. Дудников, Ю. С. Орлов, Н. В. Казак, М. С. Платунов, С. Г. Овчинников, Письма в ЖЭТФ 104, 604 (2016).

### Эффективная групповая скорость и форма пучков-близнецов

П.А. Прудковский<sup>1)</sup>

Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

Поступила в редакцию 20 октября 2019 г. После переработки 1 апреля 2020 г. Принята к публикации 1 апреля 2020 г.

Теоретически исследованы форма и скорости распространения импульсов пучков-близнецов в процессе их генерации при параметрическом рассеянии света – в случае, когда задержки, вызванные дисперсией групповых скоростей, превышают длину импульса накачки. Показано, что эффективная групповая скорость импульса рассеянного излучения определяется средним арифметическим групповых скоростей на частоте рассеянного излучения и на частоте накачки. Для больших коэффициентов параметрического усиления численно найдены элементы матрицы рассеяния, показано, что перемешивание спектральных компонент рассеянного излучения может приводить к существенному сужению импульсов пучков-близнецов. Наконец, для случая генерации широкополосных пучков-близнецов последовательно в двух кристаллах с апериодической доменной структурой показано, что видность трехчастотной интерференции уменьшается по мере отставания импульса накачки от импульсов рассеянного излучения.

DOI: 10.31857/S123456782008011X

Хорошо известно, что при спонтанном параметрическом рассеянии света происходит рождение пар фотонов, описывающихся единым квантовым состоянием – так называемых бифотонов. Рост интенсивности накачки приводит к переходу в вынужденный режим рассеяния, при котором рассеянный свет состоит из большого числа бифотонных пар. Подобное состояние неклассического света принято называть пучками-близнецами [1].

Неклассические свойства пучков-близнецов исследовались, начиная с конца прошлого века. Так как в двух пучках рассеянного излучения одинаковое число фотонов, то можно зарегистрировать подавление флуктуаций разности их интенсивностей ниже уровня дробового шума [2-6]. Позже были исследованы более нетривиальные свойства пучков-близнецов: корреляции между числами фотонов в двух пучках, полученные при помощи статистики фотоотчетов [7-10], квадратурное сжатие [11], возможность наблюдения неклассических корреляций в различных оптических схемах [12–14]. Было показано, что пучкиблизнецы можно использовать для прецизионных измерений [15–18] и приготовления макроскопического пучка света с подавленными флуктуациями интенсивности [19].

Вынужденный режим параметрического рассеяния требует достаточно большой интенсивности накачки. Поэтому обычно для генерации пучковблизнецов используется импульсная накачка. Если длина когерентности накачки составляет единицы пикосекунд, то важную роль начинает играть согласование групповых скоростей накачки и пучков-близнецов [20, 21]. Учет расплывания импульсов пучков-близнецов или отставания импульса накачки от них из-за дисперсии групповых скоростей крайне важен при использовании оптических схем с несколькими нелинейными кристаллами [22–25], а также при генерации широкополосных пучков-близнецов в кристаллах с апериодической доменной структурой [25–28]. В данной работе теоретически исследовано, как от параметров импульса накачки и дисперсионных свойств кристалла зависит скорость распространения пучков-близнецов в процессе их генерации в нелинейном кристалле с периодической или апериодической доменной структурой и их форма на выходе из него.

Рассмотрим процесс генерации бифотонного излучения при коллинеарном параметрическом взаимодействии в нелинейном кристалле под действием накачки с центральной частотой  $\omega_p = 2\omega_0$ . В случае линейного распространения импульсы излучения на частотах  $\omega_0 \pm \Omega$ , вошедшие в кристалл вместе с импульсом накачки, на выходе были бы смещены относительно импульса накачки в соответствии с дисперсией групповых скоростей. Для примера на рис. 1 показано время прохождения импульсов с разными частотами через кристалл ниобата лития (легированного 5% оксида магния) толщиной L = 5 мм. Одна-

 $<sup>^{1)}{\</sup>rm e\text{-mail: vysogota@gmail.com}}$ 



Рис. 1. (Цветной онлайн) Время линейного прохождения импульсов с различными частотами  $\omega_0 \pm \Omega$  через кристалл ниобата лития толщиной L = 5 мм. Частота  $\omega_0$  соответствует длине волны  $\lambda_0 = 1064$  нм. Для частоты  $\Omega_0 = 0.36\omega_0$  импульс на частоте сигнального излучения  $\omega_0 + \Omega$  обгоняет импульс накачки на 3.0 пс, а на сопряженной холостой частоте  $\omega_0 - \Omega$  – на 4.4 пс

ко процесс нелинейного взаимодействия вносит дополнительное изменение фазы распространяющихся через кристалл волн и тем самым меняет их эффективную групповую скорость.

Для начала рассмотрим решение в случае непрерывной накачки. Положительно-частотную часть рассеянного поля запишем в виде

$$E^{(+)}(t,z) = e^{-i\omega_0 t} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \hat{a}(\Omega,z) e^{i\{k(\omega_0+\Omega)z - \Omega t\}} d\Omega, \quad (1)$$

где  $\hat{a}(\Omega, z)$  – оператор уничтожения фотонов на частоте  $\omega_0 + \Omega$ , причем компоненты с  $\Omega > 0$  относятся к сигнальной, а с  $\Omega < 0$  – к холостой части рассеянного излучения. Эволюция операторов поля в кристалле описывается уравнениями

$$\frac{\partial \hat{a}(\Omega, z)}{\partial z} = i\gamma \hat{a}^{+}(-\Omega, z)e^{i\Delta(\Omega)z - iKz}, \qquad (2)$$

где коэффициент  $\gamma$  пропорционален амплитуде поля накачки и величине квадратичной восприимчивости, расстройка фазового синхронизма  $\Delta(\Omega) = k_p - k(\omega_0 + \Omega) - k(\omega_0 - \Omega)$ , а K – вектор обратной решетки доменной структуры, наведенной в кристалле и обеспечивающей замыкание квазисинхронизма  $\Delta(\Omega_0) = K$  на некоей частоте  $\Omega_0$ . Несложно получить решение уравнения (2) в виде

$$\hat{a}(\Omega, z) = A(\Omega, z)\hat{a}(\Omega, z) + B(\Omega, z)\hat{a}^+(-\Omega, 0), \quad (3)$$

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

где коэффициенты преобразования Боголюбова имеют вид:

$$\begin{cases} A(\Omega, z) = e^{iq(\Omega)z} \left\{ \cos\left(z\sqrt{q^2(\Omega) - |\gamma|^2}\right) - -iq(\Omega)z\operatorname{sinc}\left(z\sqrt{q^2(\Omega) - |\gamma|^2}\right) \right\}, & (4) \\ B(\Omega, z) = i\gamma z e^{iq(\Omega)z} \operatorname{sinc}\left(z\sqrt{q^2(\Omega) - |\gamma|^2}\right). \end{cases}$$

Здесь  $q(\Omega) = \{\Delta(\Omega) - K\}/2$ . Если и сигнальное, и холостое поле на входе в кристалл находятся в вакуумном состоянии, то интенсивность поля на выходе определяется только коэффициентом  $B(\Omega, z)$ , и для ее расчета достаточно только части выражения для  $E^{(+)}(t, z)$ :

$$E^{(+)}(t,z) \to i\gamma z \int_{-\omega_0}^{\omega_0} e^{i\left\{\frac{k(\omega_0+\Omega)-k(\omega_0-\Omega)+k_p-K}{2}z-(\omega_0+\Omega)t\right\}} \times \\ \times \operatorname{sinc}\left\{z\sqrt{q^2(\Omega)-|\gamma|^2}\right\} \hat{a}^+(-\Omega,0)d\Omega.$$
(5)

Выражение имеет форму волнового пакета, однако роль эффективного волнового вектора поля играет комбинация волновых векторов на разных частотах. Казалось бы, отсюда следует, что эффективные групповые скорости сопряженных сигнальной и холостой мод должны быть равны:

$$V_g^{(\text{eff})}(\omega_0 \pm \Omega) = \left\{ \frac{\partial}{\partial \Omega} \left( \frac{k(\omega_0 + \Omega) - k(\omega_0 - \Omega)}{2} \right) \right\}^{-1} = \frac{2}{V_g^{-1}(\omega_0 + \Omega) + V_g^{-1}(\omega_0 - \Omega)}.$$
 (6)

Это, однако, умозрительный вывод, имеющий в основном методическое значение – в случае непрерывной накачки средняя интенсивность рассеянного излучения, рассчитанная с помощью выражения (5), также будет постоянна.

Теперь учтем импульсный характер накачки  $E_p(t) = E_0 f(t) e^{-i\omega_p t} \equiv E_0 e^{-i\omega_p t} \int f(\nu) e^{-i\nu t} d\nu$ . Ненулевая ширина спектра накачки усложняет уравнения, определяющие эволюцию операторов рассеянного поля в кристалле:

$$\frac{\partial \hat{a}(\Omega, z)}{\partial z} = i\gamma \int f(\nu) \hat{a}^{+}(\nu - \Omega, z) e^{i\Delta(\Omega, \nu)z - iKz} d\nu.$$
(7)

Расстройка синхронизма теперь учитывает как частоту рассеянного поля, так и частоту накачки:  $\Delta(\Omega, \nu) = k(\omega_p + \nu) - k(\omega_0 + \Omega) - k(\omega_0 + \nu - \Omega)$ . В этом случае каждая спектральная компонента сигнального излучения связана с целой полосой компонент в спектре холостого излучения, и наоборот. Связь между операторами рассеянного излучения на



Рис. 2. (Цветной онлайн) Форма импульсов сигнального и холостого излучения с центральной частотой  $\omega_0 \pm \Omega$ ( $\Omega_0/\omega_0 = 0.36$ ) на выходе из кристалла ниобата лития для случаев – предельно малого  $\gamma L \ll 1$  (a) и большого  $\gamma L \approx 25$  (b) коэффициентов параметрического усиления. Для сравнения импульсы нормированы так, чтоб высота импульсов сигнального излучения в обоих случаях была одинакова. Мелким пунктиром показана форма импульса накачки f(t) с  $\tau = 5$  пс

выходе из кристалла и операторами на входе теперь определяется матрицей рассеяния [29]:

$$\hat{a}(\Omega, z) = \int \left\{ A(\Omega, \nu, z) \hat{a}(\nu + \Omega, 0) + B(\Omega, \nu, z) \hat{a}^{\dagger}(\nu - \Omega, 0) \right\} d\nu.$$
(8)

Найти аналитическое решение системы уравнений (7) уже не представляется возможным. Однако несложно записать приближенное решение при малых величинах коэффициента усиления  $\gamma L \ll 1$  [21], описывающее спонтанное параметрическое рассеяние:

$$\hat{a}(\Omega, z) \approx \hat{a}(\Omega, 0) - \gamma z \times$$
$$\times \int f(\nu) \operatorname{sinc} \{q(\Omega, \nu)z\} \hat{a}^{+}(\nu - \Omega, 0) e^{iq(\Omega, \nu)z} d\nu, \quad (9)$$

где снова  $q(\Omega, \nu) = \{\Delta(\Omega, \nu) - K\}/2$ . Теперь можно записать выражение для средней интенсивности сигнального излучения

$$I_{S}(t,z) = \langle \operatorname{vac} | E_{S}^{(-)}(t,z) E_{S}^{(+)}(t,z) | \operatorname{vac} \rangle =$$
$$= \int_{0}^{\omega_{0}} d\Omega \iint d\nu d\nu' B^{*}(\Omega + \nu, \nu' + \nu, z) \times$$
$$\times e^{i\{k(\Omega + \nu) - k(\Omega)\}z - i\nu t} = \gamma^{2} z^{2} \int_{0}^{\omega_{0}} d\Omega \times$$

$$\left[\iint d\nu' d\nu e^{i\{k(\omega_0+\Omega+\nu)-k(\omega_0+\Omega)+k(\omega_p+\nu'+\nu)-k(\omega_p+\nu')\}\frac{z}{2}-i\nu t} \times f^*(\nu')f(\nu'+\nu)\operatorname{sinc}\{q(\Omega,\nu')z\}\operatorname{sinc}\{q(\Omega+\nu,\nu'+\nu)z\}\right],$$
(10)

и аналогичное выражение – для интенсивности холостого излучения. Пределы интегрирования по частоте  $\nu$  определяются шириной спектра накачки, т.е. скоростью спадания функции  $f(\nu)$ . В дальнейшем мы будем считать, что она имеет гауссову форму  $f(\nu) = \exp(-\tau^2 \nu^2/2)$ , где  $\tau$  – длина импульса накачки. При любых разумных величинах au можно считать, что  $|\nu| = \tau^{-1} \ll \omega_0$ . Форма импульса рассеянного излучения определяется спектром накачки  $f(\nu)$ и функциями sinc{ $q(\Omega, \nu)z$ }, играющими роль формфактора процесса рассеяния. Раскладывая фазовый множитель в ряд по степеням  $\nu$ , несложно увидеть, что эффективная групповая скорость рассеянного излучения на частоте  $\omega_0 + \Omega$  зависит от групповой скорости как на этой частоте, так и на частоте накачки:

$$V_g^{\text{(eff)}}(\omega_0 + \Omega) =$$

$$= \left\{ \frac{\partial}{\partial \nu} \left( \frac{k(\omega_0 + \Omega + \nu) + k(\omega_p + \nu)}{2} \right) \right\}^{-1} =$$

$$= \frac{2}{V_g^{-1}(\omega_0 + \Omega) + V_g^{-1}(\omega_p)}.$$
(11)

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

Отсюда следует, что импульсы рассеянного излучения на выходе из нелинейного кристалла обгоняют импульс накачки на интервалы времени, которые в два раза меньше, чем в случае их линейного распространения (см. рис. 1).

Решение при произвольных значениях коэффициента параметрического усиления может быть получено численно. Подставляя преобразования (8) в уравнения (7), получаем:

$$\begin{cases} \frac{\partial A(\Omega,\nu,z)}{\partial z} = \\ = i\gamma \int f(\nu') B^*(\nu' - \Omega, \nu + \nu', z) e^{2iq(\Omega,\nu')z} d\nu', \\ \frac{\partial B^*(-\Omega,\nu,z)}{\partial z} = \\ = -i\gamma \int f^*(\nu') A(\nu' + \Omega, \nu - \nu', z) \times \\ \times e^{-2iq(-\Omega,\nu')z} d\nu'. \end{cases}$$
(12)

Эта система уравнений интегрировалась численно сразу для всех спектральных компонент рассеянного излучения. Подставляя полученные таким образом элементы матрицы рассеяния  $B(\Omega, \nu, z)$  в выражение для средней интенсивности рассеянного излучения (10), можно найти форму импульсов пучковблизнецов, возникающих при прохождения импульса накачки через нелинейный кристалл при различных коэффициентах усиления. На рисунке 2 показана форма импульсов сигнального и холостого излучения на выходе из кристалла ниобата лития в случае, когда импульс накачки имеет длину  $\tau = 5$  пс, а квазисинхронизм замыкается на частоте  $\Omega_0/\omega_0 = 0.36$ .

В случае предельно малого коэффициента усиления  $\gamma L \ll 1$  (рис. 2а) форма импульсов соответствует аналитическому решению (10). Время, на которое импульсы сигнального и холостого излучения в этом случае обгоняют импульс накачки, действительно в два раза меньше, чем при линейном распространении на рис. 1. При большом коэффициенте параметрического усиления  $\gamma L \approx 25$  (рис. 2b) оба импульса становятся заметно уже. Это связано с тем, что чем больше коэффициент усиления, тем больше спектральных компонент рассеянного излучения перемешаны матрицей рассеяния (8): коэффициенты  $A(\Omega, \nu, z)$  и  $B(\Omega, \nu, z)$  как функции  $\nu$  оказываются существенно шире спектра накачки  $f(\nu)$ . Кроме того, максимумы импульсов в этом случае практически совпадают.

Как было отмечено выше, форма импульсов рассеянного излучения определяется спектром накачки  $f(\nu)$  и функцией, играющей роль форм-фактора процесса рассеяния в кристалле. Определяющее значение имеет более узкая из них. В случае  $\tau = 5$  пс спектр накачки еще достаточно узок, поэтому форма импульсов на рис. 2а похожа на форму импульса накачки. Однако чем короче импульс накачки, тем сильнее форма импульсов пучков-близнецов будет зависеть от размера кристалла и его дисперсионных свойств.

На рисунке 3 показана форма импульсов рассеянного излучения, возникших под действием импульса



Рис. 3. (Цветной онлайн) Форма импульсов сигнального и холостого излучения на выходе из кристалла ниобата лития, возникших под действием импульса накачки длиной  $\tau = 2$  пс

накачки длиной  $\tau = 0.2$  пс. Почти прямоугольную форму импульсов в этом случае можно объяснить тем, что узкий импульс накачки, проходя через кристалл, с равной вероятностью рождает бифотонную пару в каждой точке кристалла. Излучение, родившееся в начале кристалла, обгоняет накачку в соответствии с линейной дисперсией групповых скоростей. Излучение, родившееся в самом конце кристалла, выходит из него вместе с импульсом накачки. При этом, как и следует из (11), "центр тяжести" импульсов находится посередине – т.е. совпадает с положением максимумов импульсов в случае длинного импульса накачки. Следует отметить, что в данном случае форма импульсов практически не зависит от коэффициента параметрического преобразования.

Безусловно, измерение формы и взаимного расположения выходящих из кристалла импульсов на пикосекундной шкале времен с экспериментальной точки зрения представляет собой сложную проблему. Однако взаимное смещение импульсов излучения существенно влияет на процессы их нелинейного взаимодействия. Как уже говорилось выше, особенно это проявляется в схемах с несколькими нелинейны-



Рис. 4. (Цветной онлайн) (a) – Форма импульсов широкополосных пучков-близнецов, возникших при параметрическом рассеянии последовательно в двух кристаллах ниобата лития с апериодической доменной структурой с законом изменения вектора обратной решетки (13) под действием импульса накачки длиной  $\tau = 2 \text{ пс. (b)}$  – Спектр импульса сигнального излучения как функция длины волны  $\lambda = 2\pi c/(\omega_0 + \Omega)$  после прохождения одного (пунктир) и двух (сплошная линия) кристаллов

ми кристаллами. В работе [25] экспериментально исследовалась интерференционная картина в спектре широкополосных пучков-близнецов, возникших при параметрическом рассеянии в двух последовательно расположенных нелинейных кристаллах ниобата лития с апериодической доменной структурой.

Широкий спектр рассеянного излучения в этом случае достигается за счет медленного изменения обратного вектора решетки доменной структуры K(z). Поэтому в разных областях кристалла квазисинхронизм замыкается на разных частотах. В случае двух кристаллов интерференция между излучением на одной и той же частоте, родившимся в разных кристаллах, зависит от набега фаз сразу трех волн – на этой частоте, на сопряженной ей, и на частоте накачки. Однако если за время распространения от одного кристалла к другому импульс накачки отстанет от излучения, родившегося в первом кристалле – интерференция пропадет.

В работе [25] использовались кристаллы с квадратично-гиперболическим законом изменения обратного вектора решетки, предложенным ранее в работе [26]:

$$K(z) = \beta - \frac{\alpha}{4(1+z/L)^2}.$$
 (13)

Если расстройку синхронизма в кристалле можно аппроксимировать квадратичной зависимостью  $\Delta(\Omega) \approx \beta - \alpha (\Omega/\omega_0)^2$ , то закон изменения обратного вектора решетки (13) обеспечивает генерацию пучков-близнецов со спектром частот в диапазоне  $0.25 < \Omega/\omega_0 < 0.5$ , и при этом приводит к квадратичной зависимости фазы коэффициента  $B(\Omega, z)$  от частоты, что удобно для ее компенсации в экспериментальных условиях.

Кристаллы в работе [25] были ориентированы поразному: если в первом кристалле период доменов уменьшался от начала к концу, то во втором кристалле он, наоборот, увеличивался. Благодаря этому расстояние между областями кристаллов с малым периодом было достаточно небольшим, чтобы накачка не успевала отстать от рассеянного излучения. Поэтому видность трехчастотной интерференции для спектральных компонент рассеянного излучения, рождавшихся в этих областях кристалла, не уменьшалась.

Форму импульсов, возникших при прохождении импульса накачки через два нелинейных кристалла с доменной структурой (13), а также их спектр можно получить путем численного интегрирования уравнений (12), в которых выражение  $2q(\Omega, \nu)z$  заменено на  $\Delta(\Omega, \nu)z - \int_{0}^{z} K(z')dz'$ . На рисунке 4а показана полученная таким образом форма импульсов широкополосных пучков-близнецов на выходе из второго кристалла в случае, когда длина импульса накачки составляет  $\tau = 2$  пс, а коэффициент параметрического усиления  $\gamma L \approx 25$ . Видно, что форма импульса заметно отличается от гауссовой формы импульса накачки (особенно это проявляется для импульса холостого излучения). При этом разным частям импульсов соответствуют различные частоты, родившиеся в разных областях кристаллов. В середине импульсов находятся спектральные компоненты, родившиеся в областях с малым периодом доменной структуры, тогда как на их крыльях - спектральные компоненты, родившиеся в областях с большим периодом.

На рисунке 4b показан спектр импульса сигнального излучения  $S(\Omega) = \int |B(\Omega,\nu)|^2 d\nu$  как функция длины волны  $\lambda = 2\pi c/(\omega_0 + \Omega)$ на выходе из первого и из второго кристаллов. Хорошо видно, что после второго кристалла в длинноволновой области спектра наблюдается картина трехчастотной интерференции, однако при смещении в коротковолновую область ее видность спадает до нуля - по мере того, как расстояние между областями кристалла, в которых рождается эта часть спектра, растет, и увеличивается отставание накачки от импульсов рассеянного излучения. К сожалению, в работе [25] интерференция была зафиксирована только в небольшой области спектра, и изменение видности интерференционной картины с изменением длины волны в эксперименте пока что не наблюдалось.

Таким образом, для формирования волновых пакетов пучков-близнецов при параметрическом рассеянии под действием импульсной накачки существенную роль играют два фактора: перемешивание различных спектральных компонент в рассеянном излучении (8) и дополнительный нелинейный фазовый набег для каждой спектральной компоненты. В результате форма импульсов пучков-близнецов определяется как спектром импульса накачки, так и формфактором процесса рассеяния (10), причем определяющей является более узкая из этих функций, а их эффективные групповые скорости при распространении через нелинейный кристалл заметно отличаются от линейных групповых скоростей на соответствующих частотах.

В случае спонтанного параметрического рассеяния в однородном кристалле бифотонные пары с равной вероятностью рождаются в любой точке кристалла, поэтому в среднем они проходят половину длины кристалла. В результате их эффективная групповая скорость определяется средним арифметическим обратных групповых скоростей на частоте рассеянного излучения и на частоте накачки (11).

В случае вынужденного режима параметрического рассеяния родившееся ранее излучение участвует в процессе рассеяния, что приводит к дополнительному перемешиванию спектральных компонент в рассеянном излучении. Это перемешивание определяется свойствами матрицы рассеяния (8), которая может быть найдена численно. В результате импульсы пучков-близнецов становятся заметно уже импульса накачки, а различие их эффективных групповых скоростей уменьшается (рис. 2b).

Относительные скорости распространения импульсов накачки и рассеянного излучения имеют большое значение для процессов их нелинейного взаимодействия. Так, при генерации широкополосных пучков-близнецов в схеме с двумя кристаллами с апериодической доменной структурой трехчастотная интерференция наблюдается только до тех пор, пока импульс накачки не отстанет от импульсов рассеянного излучения. Поэтому видность интерференционной картины в схеме типа нелинейного интерферометра Маха–Цандера, использованной в работе [25], должна уменьшаться в соответствии с зависимостью, показанной на рис. 4.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований # 20-02-00621 А.

- A. Allevi and M. Bondani, Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics 66, 49 (2017).
- A. Heidmann, R.J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre, and G. Camy, Phys. Rev. Lett. 59, 2555 (1987).
- T. Debuisschert, S. Reynaud, A. Heidmann, E. Giacobino, and C. Fabre, Quantum Optics: Journal of the European Optical Society Part B 1, 3 (1989).
- O. Jedrkiewicz, Y.-K. Jiang, E. Brambilla, A. Gatti, M. Bache, L. A. Lugiato, P. Di Trapani, Phys. Rev. Lett. 93, 243601 (2004).
- M. Bondani, A. Allevi, G. Zambra, M. G. A. Paris, and A. Andreoni, Phys. Rev. A 76, 013833 (2007).
- I. N. Agafonov, M. V. Chekhova, and G. Leuchs, Phys. Rev. A 82, 011801(R) (2010).
- O. Haderka, J. Perina, Jr., M. Hamar, and J. Perina, Phys. Rev. A **71**, 033815 (2005).
- E. Waks, B. C. Sanders, E. Diamanti, and Y. Yamamoto, Phys. Rev. A 73, 033814 (2006).
- J. Perina, J. Krepelka, J. Perina Jr., M. Bondani, A. Allevi, and A. Andreoni, Phys. Rev. A 76, 043806 (2007).
- W. Mauerer, M. Avenhaus, W. Helwig, and C. Silberhorn, Phys. Rev. A 80, 053815 (2009).
- A. S. Villar, L. S. Cruz, K. N. Cassemiro, M. Martinelli, and P. Nussenzveig, Phys. Rev. Lett. 95, 243603 (2005).
- T. Iskhakov, M. V. Chekhova, and G. Leuchs, Phys. Rev. Lett. **102**, 183602 (2009).
- A. Gatti, E. Brambilla, L. Caspani, O. Jedrkiewicz, and L. A. Lugiato, Phys. Rev. Lett. **102**, 223601 (2009).
- K. Yu. Spasibko, F. Toppel, T. Sh. Iskhakov, M. Stobinska, M. V. Chekhova, and G. Leuchs, New J. Phys. 16, 013025 (2014).

- G. Brida, M. Genovese, and I. Ruo Berchera, Nature Photon. 4, 227 (2010).
- M. Bondani, A. Allevi, and A. Andreoni, Eur. Phys. J. Spec. Top. 203, 151 (2012).
- E. D. Lopaeva, I. Ruo Berchera, I. P. Degiovanni, S. Olivares, G. Brida, and M. Genovese, Phys. Rev. Lett. 110, 153603 (2013).
- A. Meda, I. Ruo-Berchera, I. P. Degiovanni, G. Brida, M. L. Rastello, and M. Genovese, Appl. Phys. Lett. 105, 101113 (2014).
- T. Sh. Iskhakov, V. C. Usenko, R. Filip, M. V. Chekhova, and G. Leuchs, Phys. Rev. A 93, 043849 (2016).
- A. M. Perez, K. Yu. Spasibko, P. R. Sharapova, O. V. Tikhonova, G. Leuchs, and M. V. Chekhova, Nature Commun. 6, 7707 (2015).
- A. Gatti, T. Corti, and E. Brambilla, Phys. Rev. A 92, 053809 (2015).
- 22. S. Lemieux, M. Manceau, P.R. Sharapova,

O.V. Tikhonova, R.W. Boyd, G. Leuchs, andM.V. Chekhova, Phys. Rev. Lett. **117**, 183601 (2016).

- M. V. Chekhova and Z. Y. Ou, Advances in Optics and Photonics 8, 104 (2016).
- Y. Shaked, Y. Michael, R.Z. Vered, L. Bello, M. Rosenbluh, and A. Pe'er, Nature Commun. 9, 609 (2018).
- D. B. Horoshko, M. I. Kolobov, F. Gumpert, I. Shand, F. Konig, and M. V. Chekhova, J. Mod. Optics 67, 41 (2020).
- D. B. Horoshko and M. I. Kolobov, Phys. Rev. A 95, 033837 (2017).
- M. V. Chekhova, S. Germanskiy, D. B. Horoshko, G. Kh. Kitaeva, M. I. Kolobov, G. Leuchs, C. R. Phillips, and P. A. Prudkovskii, Opt. Lett. 43, 375 (2018).
- 28. П. А. Прудковский, Письма в ЖЭТФ **107**, 776 (2018).
- 29. Д.Н. Клышко, Фотоны и нелинейная оптика, Наука, М. (1980).

#### Новые эффекты эволюции спектра волн в лотке

В. Г. Полников<sup>+1)</sup>, Ф. Цяо<sup>\*2)</sup>, Х. Ма<sup>\*2)</sup>, Ш. Чанг<sup>\*2)</sup>

+Институт физики атмосферы им. А. М. Обухова РАН, 117019 Москва, Россия

\* First Institute of Oceanography of Ministry of the Natural Resources, 266061 Qingdao, China

Поступила в редакцию 28 января 2020 г. После переработки 10 марта 2020 г. Принята к публикации 17 марта 2020 г.

Представлены эмпирические спектры механических и ветровых волн, измеренных в лотке с размерами  $32 \times 1 \times 2 \,\mathrm{m}^3$ . Установлено, что в случае механических волн с крутизной, превышающей 0.2, на разгонах X более 20 м частотные спектры волн S(f) приобретают автомодельную форму, имеющую степенной закон спадания с частотой "-4.2". Спектры волн с меньшими значениями крутизны по мере увеличения их пробега лишь проявляют тенденцию изменения наклона хвоста спектра к упомянутому виду. В случае ветровых волн установлено, что даже при малых разгонах ( $X \ge 8 \,\mathrm{m}$ ) формируется спектр S(f) с законом спадания "-4". При этом интенсивность хвоста спектра с падает с ростом разгона X, а ее зависимость от скорости трения  $u_*$  более сильная, чем линейная зависимость S(f) от  $u_*$  в спектре Тобы. Кроме того, показано, что форма спектра S(f) ветровых волн в лотке не является автомодельной. Интерпретация установленных эффектов обсуждается.

DOI: 10.31857/S1234567820080042

1. Введение. Изучение особенностей поведения волн на воде, включая их статистику, а также наведенные ими течения и турбулентность, представляют собой самостоятельный раздел гидромеханики [1-3], в котором заметную долю занимают исследования спектральных характеристик волнения. Хорошо известно [3, 4], что именно форма спектра ключевой физической переменной играет решающую роль в понимании механизмов изучаемого явления. С целью такого понимания необходимо детальное эмпирическое описание формы спектра ключевой переменной и, по-возможности, воспроизведение такой формы аналитически или путем численного моделирования. В части волн на воде эти вопросы касаются, например, моделей колмогоровских спектров высот нелинейных волн [3, 5–7] или моделей механизмов формирования спектров высот ветровых волн [8–13].

В этом отношении большое физическое значение имеют результаты Тобы [11] об автомодельности частотных спектров S(f) гравитационных ветровых волн в лабораторных лотках и о форме хвоста их спектра вида

$$S(f, u_*) = C_T g u_* f^{-4}.$$
 (1)

Здесь:  $C_T$  – безразмерный коэффициент Тобы, g – ускорение силы тяжести,  $u_*$  – скорость трения, f –

частота. Результаты Тобы получили широкое признание [1, 2, 6, 9–11]. Многие известные физики занимались интерпретацией отличий формы (1) от спектра Филлипса  $S(f) = C_{Ph}g^2f^{-5}$  ( $C_{Ph}$  – безразмерная константа Филлипса) и изучением механизмов формирования спектров ветровых волн [5–12]. Сегодня форма спектра  $S(f) \propto f^{-4}$  трактуется как спектр Колмогорова [5, 9, 10]. Эта форма следует также из численного решения кинетического уравнения (KУ) [6, 7], в общем случае имеющего вид [6]

$$\frac{\partial S(f,\theta;X)}{\partial t} + \mathbf{C}_{gr} \nabla_x S(f,\theta;X) = I_{NL}(S), \quad (2)$$

в котором:  $S(f, \theta; X)$  – частотно-угловой спектр волн, зависящий от разгона X,  $\mathbf{C}_{gr}$  – вектор групповой скорости волн,  $\nabla_x$  – оператор градиента по пространственным переменным  $\mathbf{X} = (x, y)$ , а  $I_{NL}(S)$  – хорошо известный четырехволновой кинетический интеграл, отвечающий за нелинейный механизм эволюции волн [1, 5, 6].

Проверка результатов Тобы многократно выполнялась как в натурных, так и лабораторных условиях [2]. В последнем варианте, как правило, использовались лотки с поперечными размерами менее метра и продольными размерами порядка 15-20 м. Однако эксперименты, выполненные нами в лотке с размерами  $32 \times 1 \times 2$  м<sup>3</sup>, показали наличие существенных отклонений от упомянутых результатов Тобы. Их краткое описание составляет предмет данной работы.

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: polnikov@mail.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>F. Qiao, H. Ma, S. Jiang.



Рис. 1. Эскиз лотка и расположения оборудования. WG – волновые датчики, PT – трубки Пито, ADV – набор акустических доплеровских велосиметров, IP – набор инструментов для вбрасывания в лоток поплавков или красителей. Внутренняя ширина лотка 1 м

2. Описание оборудования, измерений и методов обработки данных. Измерения выполнялись в ветро-волновом лотке Первого института океанографии, расположенного в Циндао, Китай. Размеры лотка и расположение оборудования приведены на рис. 1.

Для волновых измерений использовались емкостные волновые датчики (the capacity wave-gauge – WG). Трубки Пито (The Pitot tubes – PT) и три акустических доплеровских велосиметра (Acoustic Doppler Velocimeters – ADV) применялись для измерения профилей ветра и скорости течений соответственно. Места расположения датчиков WG1-WG4 далее обозначаются как точки измерений P1-P4.

Ветровые волны генерировались ветром W, создаваемым вентилятором. Задавалось пять значений ветра W: 4, 6, 8, 10 и 12 м/с.

Помимо ветровых волн, изучались два вида механических волн: регулярные (квазимонохроматические) волны и стохастические волны с широкой спектральной полосой, типа спектров Пирсона– Московица (the Pierson–Moscowiz (PM) spectra) или JONSWAP [1] с тремя частотами волнопродуктора  $f_{p0}$  и с пятью значениями значительной высоты волн  $H_s$  для каждой частоты.

Все волновые записи имели длительность 10 мин с частотой дискретизации 50 Гц. Такая же продолжительность была использована для измерений ветра с помощью РТ, которые усреднялись по времени с интервалом в одну минуту. Обработка данных по волнам и ветру проводилась в оболочке МАТLAB. Для оценки частотных спектров S(f) использовались методы авто-регрессии (the auto-regression (AR) methods) и Уэлча (Welch) [14]. 95% доверительные интервалы в билогарифмических координатах составляют [+10%, -12%] и [+15%, -20%] для методов АР и Уэлча соответственно, что соответствует стандартным отклонениям для спектральных интенсивностей примерно 3 и 5%.

#### 3. Результаты для механических волн.

3.1. Регулярные волны. Основные параметры для регулярных волн приведены в табл. 1, где a = $= (2\int S(f)df)^{1/2}$  – средняя амплитуда волны,  $f_p$  – частота пика спектра,  $k_p = (2\pi f_p)^2/g$  – волновое число пика,  $\sigma = ak_p$  – средняя крутизна волн. Из таблицы 1 видно, что крутизна  $\sigma$  регулярных волн изменяется в широких пределах, заметно уменьшаясь с пробегом волны, если начальные значения  $\sigma$  больше 0.2. При таких значениях  $\sigma$  происходит видимое обрушение волн; его процентная доля показана в левой колонке табл. 1 (в скобках). При значениях  $\sigma \leq 0.1$ обрушения не наблюдаются, и крутизна волн с разгоном меняется незначительно.

В первой точке измерений, P1 = 8 м, все спектры имеют вид острого пика, локализованного вблизи частоты генерации волнопродуктора  $f_{p0}$ , с резко падающей интенсивностью с ростом частоты. Ввиду тривиальности, эти спектры не приводятся. Для конечной точки измерений, P4 = 20.5 м, частотные спектры S(f) для волн с параметрами волнопродуктора  $H_s = 3-10$  см и  $f_{p0} = 1.5$  Гц показаны на рис. 2а. Видно, что спектры волн с параметрами  $H_s = 7$  и 10 см в конечной точке измерений уже имеют закон спадания  $S(f) \propto f^{-4.2\pm0.1}$  в широкой полосе частот  $2f_p < f \leq 5f_p$ , называемой далее хвостом спектра. При этом важно, что для волн с  $H_s = 10$  см (когда крутизна  $\sigma > 0.3$ ), такая форма имеет место даже в точке P3 = 15.5 м; но для волн с начальными значе-

Высота	Точка измерения											
волн	8 м				12 м				20.5 м			
волно-	a,	$f_p,$	$k_p,$	$\sigma,$	a,	$f_p,$	$k_p,$	$\sigma$	a,	$f_p,$	$k_p,$	σ
продуктора	СМ	Γц	p/M	б/р	СМ	Γц	$\mathbf{p}/\mathbf{M}$	б/р	СМ	Γц	p/M	б/р
$H_s$ , см	Частота волнопродуктора $f_{p0} = 1.5  \Gamma$ ц											
3	1.41	1.49	8.9	0.126	1.36	1.49	8.9	0.12	1.15	1.49	8.9	0.10
5 (5%)	2.31	1.49	8.9	0.21	2.13	1.49	8.9	0.19	1.93	1.48	8.8	0.17
7 (30%)	2.95	1.48	8.9	0.26	2.76	1.48	8.9	0.25	2.45	1.43	8.2	0.20
10 (50%)	3.46	1.48	8.9	0.31	3.20	1.48	8.8	0.28	2.44	1.36	7.4	0.18
	Частота волнопродуктора $f_{p0} = 1.0  \Gamma$ ц											
3	1.09	1.0	4.0	0.044	1.03	1.0	4.0	0.04	0.98	1.0	4.0	0.04
5	1.85	1.0	4.0	0.074	1.74	1.0	4.0	0.07	1.66	1.0	4.0	0.07
7	2.60	1.0	4.0	0.105	2.45	1.0	4.0	0.10	2.37	1.0	4.0	0.009
10(5%)	3.63	1.0	4.0	0.15	3.48	1.0	4.0	0.14	3.39	1.0	4.0	0.14
15~(10~%)	5.21	1.0	4.0	0.21	5.03	1.0	4.0	0.20	4.94	0.99	4.0	0.20
	Частота волнопродуктора $f_{p0}=0.7\Gamma$ ц											
15	3.70	0.7	1.97	0.073	3.70	0.7	1.97	0.07	2.63	0.7	1.97	0.07
20	4.80	0.7	1.97	0.095	5.03	0.7	1.97	0.10	4.80	0.7	1.97	0.09

Таблица 1. Основные параметры механических регулярных волн



Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) Спектры регулярных волн в точке P4 = 20.5 м для значительных высот  $H_s = 3, 5, 7$  и 10 см (линии снизу вверх) с начальной частотой волнопродуктора  $f_{p0} = 1.5$  Гц; значок справа указывает 95% доверительные интервалы; (b) – "эмпирическая" кривая – линия совпадающих нормированных спектров в точке P4 для волн с  $H_s = 7$  и 10 см при  $f_{p0} = 1.5$  Гц; "численная" кривая – линия совпадающих нормированных спектров в точке P4 для волн с  $H_s = 7$  и 10 см при  $f_{p0} = 1.5$  Гц; "численная" кривая – линия совпадающих нормированных численных спектров, полученных путем решения КУ (4) для разгонов 15 и 20 м при начальных значениях параметров волн  $H_s = 7$  см и  $f_p = 1.5$  Гц. В обеих частях рисунка жирные черные линии с цифрами показывают закон убывания интенсивности хвостов спектров волн с  $H_s = 7$  и 10 см (ошибка  $\approx 2-3$ %)

ниями  $H_s \leq 5$  см (когда  $\sigma \leq 0.21$ ), даже в точке P4 спектры еще не успевают достичь указанной формы (две нижние кривые рис. 2a).

Нормирование спектров S(f) из рис. 2а, для вариантов с величиной  $H_s$  равной 7 и 10 см, на их значения в пике  $S(f_p)$ , а частот f – на  $f_p$ , приво-

дит к их полному совпадению (нижняя кривая на рис. 2b). Это означает, что спектры, имеющие хвост  $S(f) \propto f^{-4.2\pm0.1}$ , являются автомодельными; далее они обозначаются как  $S_{sf}(f)$ .

Для вол<br/>н с такими же значениями  $H_s,$ но с частотам<br/>и $f_{p0} \leq 1.0\,\Gamma$ ц, имеющих начальную крутизну

 $\sigma < 0.2$  (см. табл. 1), форма $S_{sf}(f)$ в точке P4 = 20.5м установиться не успевает.

3.2. Нерегулярные волны. Параметры для нерегулярных волн очень похожи на те, что показаны в табл. 1; по этой причине они здесь не представлены. Основными отличиями являются очень малые значения начальной крутизны  $\sigma$ ; даже для спектров PM с  $H_s = 10$  см величина  $\sigma$  порядка 0.05–0.07, что технически обусловлено занижением реальных значений  $f_p$  по сравнению с задаваемой частотой волнопродуктора  $f_{p0}$ . Малость крутизны таких волн приводит к незначительной эволюции формы спектра на размерах лотка.

Для спектров вида JONSWAP удавалось генерировать волны с параметрами  $H_s = 15 \text{ см}$  и  $f_{p0} =$ = 1.0 Гц, имеющими значение крутизны  $\sigma \approx 0.11$ . Форма таких спектров уже существенно меняется по мере распространения волны, стремясь с ростом пробега к автомодельной форме  $S_{sf}(f)$ . Так, если в точке P1 степенной параметр n в форме  $S(f) \propto f^{-n}$ для спектра JONSWAP был  $n \approx -6.5$ , то в конечной точке P4 он приобретает значение  $n \approx -4.5$ . Этот результат означает, что на более длинных пробегах спектр достаточно крутых нерегулярных волн будет эволюционировать до автомодельной формы  $S_{sf}(f)$ и иметь параметр наклона порядка  $n \approx -4$ , как и в случае регулярных волн с большими начальными  $\sigma$ .

4. Результаты для ветровых волн. Основные параметры ветровых волн приведены в табл. 2. Из нее следует, что интегральные законы роста волн, связывающие безразмерные энергию волн  $E = a^2/2$ и частоту пика спектра  $\omega_p = 2\pi f_p$  с безразмерным разгоном X, имеют вид, типичный для ветровых волн [11, 15]

$$Eg^2/W^4 = 5.5 \cdot 10^{-7} (Xg/W^2)^{1.05 \pm 0.1};$$
  

$$\omega_p W/g = 18.2 (Xg/W^2)^{-0.35 \pm 0.3}.$$
(3)

Соотношения (3) с ошибкой менее 5% количественно соответствуют известному закону "3/2" Тобы [11], связывающему значительную высоту волн  $H_s$  с доминантным периодом  $T_p$ , вида  $H_s = 1.3 \times 10^{-2} (gW)^{1/2} T_p^{3/2}$ , если использовать соотношения:  $H_s \cong 3a$  и  $T_p = 1/f_p$ . Такое соответствие между найденными и известными зависимостями a(X, W) и  $f_p(X, W)$  свидетельствует о достоверности наших измерений.

Вместе с тем результаты, касающиеся эволюции спектра, значительно отличаются от таковых из работы [11]. Об этом свидетельствует ансамбль спектров для пяти значений ветра в конечной точке измерений P4 (рис. 3a). Видно, что в диапазоне частот  $2f_p < f \le 5f_p$ , для любых величин ветра W спектры ветровых волн имеют одинаковый закон спадания:  $S(f) \propto f^{-4.0\pm0.05}$ , установленный еще в работе [11]. Однако для различных величин W в области хвоста изменения интенсивности спектра составляют порядка 10 единиц, в то время как значение W изменяется всего втрое. Кроме того видно, что наклоны "-4", показанные прямыми линиями на рис. За, не охватывают области пика спектров, в отличие от упрощенной модели Тобы, предполагающей наклон спектра "-4" вплоть до  $f_p$  [11].

Еще более явно факт отсутствия автомодельности формы спектра ветровых волн в области хвоста  $(f > 2f_p)$  демонстрируют нормированные спектры, приведенные на рис. 3b (для простоты картины показаны только три спектра). Согласно модели Тобы [11], слияние кривых должно быть во всем диапазоне частот, в то время как на рис. 3b интенсивности хвостов нормированных спектров изменяются почти пропорционально величине W. Отсутствие автомодельности лотковых спектров ветровых волн – первое существенное отличие наших результатов для спектров от таковых в [11].

Второе существенное отличие проявляется при умножении спектров на фактор  $f^4$ , показанное на рис. 4a, b. В области  $f > 2f_p$  наблюдается существенное различие уровней величины  $I \equiv S(f) \cdot f^4$  для различных значений ветра. Здесь мы используем спектры, рассчитанные по методу Уэлча, как более предпочтительные для описания интенсивности спектров [14]. Как видно, в точке P1 (рис. 4а) изменение уровней величины I составляет почти 6 единиц при изменении скорости трения  $u_*$  всего в 3.5 раза. А в точке P4 (рис. 4b) такие вариации составляют 10 единиц для I и около 4 единиц для u<sub>\*</sub>. Следовательно, хвост спектра зависит от скорости трения и<sub>\*</sub> более сильно, чем по линейному закону Тобы (1). Кроме того, сопоставление двух нижних линий на рис. 4a, b, показывает, что интенсивность хвоста спектра зависит и от разгона X, уменьшаясь с его увеличением.

В итоге, для ветровых волн установлено два новых эффекта эволюции: 1) форма спектра ветровых волн не автомодельна; 2) интенсивность хвоста спектра зависит от скорости трения сильнее, чем по линейному закону Тобы (1), и спадает с разгоном X.

#### 5. Анализ результатов и обсуждение.

5.1. Механические волны. Установление формы хвоста спектра вида  $S(f) \propto f^{-n}$  при  $n \approx 4.17$  для механических волн в лотке впервые было показано в работе [16], но без демонстрации факта их автомодельности. Автомодельная форма спектров волн  $S_{sf}(f)$  (рис. 2b) для механических волн в лотке эм-
Ветер	Точка измерения											
венти-	8 м				12 м				20.5 м			
лятора	a,	$f_p$ ,	$k_p$ ,	$\sigma$ ,	a,	$f_p$ ,	$k_p$ ,	σ	a,	$f_p$ ,	$k_p$ ,	σ
W, м/с	СМ	Гц	р/м	б/р	СМ	Γц	р/м	б/р	СМ	Γц	р/м	б/р
4	0.29	4.84	94.2	0.27	0.53	3.58	51.5	0.27	0.75	2.56	26.3	0.20
6	0.50	3.82	58.7	0.29	0.77	2.89	33.6	0.26	1.06	2.17	18.9	0.20
8	0.74	3.36	45.4	0.34	1.01	2.64	28.0	0.28	1.53	2.0	16.1	0.25
10	1.01	2.85	32.6	0.33	1.33	2.32	21.6	0.29	2.09	1.78	12.7	0.26
12	1.24	2.74	30.2	0.37	1.65	2.06	17.0	0.28	2.54	1.67	11.2	0.28

Таблица 2. Основные параметры ветровых волн



Рис. 3. (Цветной онлайн) Ансамбль спектров ветровых волн в точке P4 = 20.5 м: (a) – обычные спектры для пяти значений ветра W = 4, 6, 8, 10 и 12 м/c; (b) – нормированные спектры (для значений W = 4, 8 и 12 м/c). Соответствующие значения ветра W отражены вблизи линий спектров. Прямые линии на рис. (a) показывают существенное изменение наклона спектра в области пика. Цифры "-4.0" показывают закон убывания интенсивности хвостов спектров

пирически установлена впервые. В своих основных чертах она напоминает известные результаты численных решений четырехволнового КУ (2), описывающего эволюцию нелинейных поверхностных гравитационных волн (например, [6,7]). Это дает основания полагать, что наблюдаемый эффект установления автомодельного спектра представляет собой типичную эволюцию свободных (без внешнего воздействия) нелинейных поверхностных гравитационных волн. Чтобы проверить эту идею, следует численно решить КУ (2), которое для описания одномерной пространственной эволюции установившихся волн принимает вид ("fetch-limited" version)

$$(g/2\omega)\partial S(f,\theta;x)/\partial x = I_{NL}(S).$$
 (4)

Выполненное нами численное решение КУ (4) показало, что при задании начальной крутизны волн

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

больше 0.2 и очень узкого углового распределения спектра  $\Psi(\theta)$  (при X = 0 в расчетах принято  $\Psi(\theta) = \cos^{20} \theta$ ), численные спектры приобретают автомодельную форму  $S_{sf}(f)$  на разгонах X порядка 20 м и более. Из рисунка 2b видно, что численные и эмпирические спектры  $S_{sf}(f)$  по форме очень похожи (форма заострения пика аналогична, а наклоны хвоста спектра совпадают), хотя частотная ширина спектрального пика для численного спектра почти в два раза больше эмпирической.

Нам представляется, что с физической точки зрения указанная разница в ширине пика не принципиальна, если учесть неизбежное несоответствие между эмпирической и числовой начальной формой спектра  $S(f, \theta)$ , обусловленное численными ограничениями применения КУ [5]. Наблюдаемая близость форм



Рис. 4. (Цветной онлайн) Спектры ветровых волн S(f) (рассчитанные по методу Уэлча), умноженные на коэффициент  $f^4$ : (a) – точка P1; (b) – точка P4. Горизонтальные отрезки прямых означают средние уровни интенсивности величины  $S(f) \cdot f^4$  для трех значений ветров, для которых указаны соответствующие им скорости трения  $u_*$ 

спектров в обоих случаях позволяет заключить, что установленный эмпирический эффект (формирование автомодельной формы спектров для механических волн в лотке) может служить свидетельством естественной эволюции нелинейных поверхностных волн.

Приведенная трактовка указанного эффекта не является окончательной в силу многих причин, касающихся применимости КУ: неидеальность жидкости, отсутствие потенциальности, наличие обрушений. Отдельно важно отметить и квазиоднонаправленность гравитационных механических волн, для которых точные резонансы четверок частот:  $\omega(k_1) +$  $+\omega(k_2) = \omega(k_3) + \omega(k_4)$  и волновых векторов  $\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 =$ =  $\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4$ , присутствующие в кинетическом интеграле  $I_{NL}(S)$ , запрещены [5,17]. Однако, как показано в [18], даже небольшие отклонения от резонансов для четверки частот ( $\omega(k)$  при резонансах четверок волновых векторов k приводят к ненулевым взаимодействиям, что обеспечивает эволюцию спектра волн. Этот эффект был численно подтвержден в работе [17], что и дает возможность изучения вопроса о применимости КУ для однонаправленных волн путем построения уточнений для кинетического интеграла с учетом работ [17, 18].

Формирование автомодельности спектров крутых механических волн с формой хвоста  $S(f) \propto f^{-4.2\pm0.1}$ численно воспроизводится путем решения КУ (4); а ее отсутствие для волн с малой крутизной волн

 $\sigma$  также объясняется в рамках КУ тем, что скорость нелинейной эволюции пропорциональна крутизне волны в четвертой степени [5, 6]. Для волн с малыми  $\sigma$  имеющаяся длина лотка просто слишком мала для обнаружения эффекта (как и в работе [16]). Поэтому указанные выше дискуссионные аргументы свидетельствуют лишь о необходимости дальнейших теоретических, численных и экспериментальных исследований наблюдаемого эффекта, направленных на уточнение предложенной трактовки формирования автомодельного спектра для механических волн в лотках больших размеров.

5.2. Ветровые волны. Выполним вначале анализ зависимости спектров ветровых волн от скорости трения  $u_*$  и разгона X, на основе оценок  $u_*$ , приведенных в табл. 3.

Таблица 3. Параметры ветра в лотке

Ветер	Расположение трубок Пито (РТ)						
вентиля-	9	М	20 м				
тора,	$u_*$	$W_{10}$	$u_*$	$W_{10}$			
м/с	см/с	м/с	см/с	м/с			
4	8.2	4.8	12.5	5.3			
6	11.7	6.6	17.5	7.6			
8	14.4	8.5	27.8	10.3			
10	20.4	10.8	40	13.3			
12	28.2	12.5	53	15.8			

Для параметризации зависимости хвоста спектра волн от параметров системы  $u_*$  и X использу-

ем вначале форму Тобы (1) с безразмерным коэффициентом  $C_T$ , близким к указанному в [11] и изменяющимся в диапазоне  $(1 \div 3) \cdot 10^{-4}$ . Для любого фиксированного С<sub>Т</sub> эта форма дает среднюю ошибку более 200 % для совокупности результатов, представленных на рис. 4a, b. Чтобы компенсировать ошибку, обобщим форму (1) на соотношение:  $S(f, u_*) = F(f_p, u_*)gu_*f^{-4}$ , в котором введен безразмерный множитель  $F(f_p, u_*)$ , не меняющий форму хвоста спектра:  $S(f) \propto f^{-4}$ . Простейшая версия этого множителя вида  $F(f_p, u_*) = C_m \cdot (f_p u_*/g)^m$  с параметром m = 1 приводит к форме

$$S(f, u_*) = C_1(f_p u_*/g)gu_*f^{-4} =$$
  
=  $C_P(u_*^2/Xg)^{1/3}gu_*f^{-4},$  (5)

где использовано второе соотношение из законов роста (3). Соотношение (5) с фиксированным значением коэффициента  $C_P = 4.1 \cdot 10^{-3}$  соответствует результатам, показанным на рис. 4a, b с ошибкой менее 50%, т.е. гораздо лучше, чем соотношение (1). Одновременно, соотношение (5) задает обобщение формы (1) на зависимость хвоста спектра ветровых волн от разгона X, наличие которой широко обсуждалось ранее [15, 19].

Обсудим теперь эффект отсутствия автомодельности спектра ветровых волн, который со всей очевидностью следует из рис. 3b (некоторая степень автомодельности имеет место лишь в области спектрального пика  $0.7f_p < f \le 2f_p$ ). Такая форма спектра с законом спадания вида (5) не может быть получена как решение КУ вида (4). В случае ветровых волн в лотке (без учета боковых границ), это КУ должно быть обобщено до вида

$$(g/2\omega)\partial S(f,\theta)/\partial x = I_{NL}(S) + In(S) - \text{Dis}(S)$$
 (6)

путем добавления в правую часть (4) слагаемых накачки волн ветром In(S) и их диссипации Dis(S), как дополнительных механизмов эволюции ветровых волн [1, 13, 15]. Согласно работе [13], наблюдаемая здесь форма спектра (рис. За), в принципе, может быть численно смоделирована путем подбора специального вида слагаемых In(S) и Dis(S) в правой части (6). Однако в настоящее время мы не располагаем аналитическими представлениями таких слагаемых. Теоретически их получить невозможно [15], а полуэмпирический поиск вида In(S) и Dis(S) требует дополнительных исследований [13, 15].

В качестве теоретических моделей, объясняющих устойчивое существование спектра вида  $S(f) \propto f^{-4}$ для волн на воде можно отметить работы [20-22]. Первая из них [20] свидетельствует об усилении роли

Третье. Форма хвоста спектра волн в лотке зависит от скорости трения  $u_*$ более сильно, чем линейно, и спадает с росразгона Х (рис. 4a, b).  $\mathbf{C}$ том нее 50% она параметризуется соотношением  $S(f, u_*, X) = 4.1 \cdot 10^{-3} (u_*^5 g^2 / X)^{1/3} f^{-4}$ , существенно отличающимся от формы Тобы (1).

> Требуются дополнительные экспериментальные подтверждения приведенных результатов и поиск методов их теоретического описания, позволяющих численно воспроизвести установленные эффекты в спектрах ветровых волн в рамках КУ (6).

> Авторы благодарны студентам Ван Xy (Wang Hue) и Ли Чао (Li Chao) за помощь в проведении эксперимента. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант #18-05-00161, и гранта китайского совместного фонда NSFC-Shandong, # U1606405.

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

нелинейности волн в формировании спектра ветровых волн по сравнению со свободными волнами, что и может приводить к спектрам ветровых волн с законами спадания вида  $s(f) \propto f^{-4}$ , как и для свободных волн [6]. Работы [21, 22] построены на идее наличия особенностей во вторых производных от возвышений поверхности воды  $\partial^2 \eta(t) / \partial t^2$ , обеспечивающих спектр этих производных типа "белого шума". В итоге спектр возвышений будет иметь вид  $S(f) \propto f^{-4}$ . Однако перечисленные модели нивелируют роль механизмов накачки и диссипации волн In(S) и Dis(S)в формировании спектра ветровых волн, что не позволяет теоретически выявить зависимости спектра от  $u_*$  и X вида (5). В этом направлении целесообразно совершенствование указанных моделей.

6. Заключение. Установлены следующие новые эффекты эволюции спектра волн.

Первое. При величинах начальной крутизны механических волн, превышающих 0.2, на масштабах пробега волн 15-20 м их спектры в лотке приобретают автомодельную форму, имеющую вид  $s(f) \propto$  $\propto f^{-4.2\pm0.1}$  в области частот  $2f_p < f \leq (4-5)f_p$ . Этот эффект трактуется как проявление естественной эволюции нелинейных поверхностных волн, что качественно подтверждается численным решением КУ вида (4). Более точная интерпретация эффекта требует его экспериментального изучения в лотках с бо́льшими размерами, привлечением измерений двумерных спектров волн и разработки теоретического описания, учитывающего квази-однонаправленность механических волн в лотках.

Второе. Спектры ветровых волн в лотке не являются автомодельными (рис. 3b).

ветровых

ме-

ошибкой

- 1. O.M. Phillips, *The dynamics of the upper ocean*, 2nd ed., Cambridge Univ., UK (1977).
- 2. H. Mitsuasu, Proc. Jpn. Acad., Ser. B 91, 109 (2015).
- S. Nazarenko and S. Lukaschuk, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. 7, 61 (2016).
- А. С. Монин, А. М. Яглом, Статистическая гидромеханика, Наука, М. (1967), ч.2.
- V. E. Zakharov, G. Falkovich, and V. L'vov, Kolmogorov Spectra of Turbulence, Wave Turbulence. Series in nonlinear dynamics, Springer-Verlag, Berlin (1992), v. I.
- S. I. Badulin, A. N. Pushkarev, D. Resio, and V. E. Zakharov, Nonlinear Process. Geophys. 12, 891 (2005).
- V.G. Polnikov and F. Qiao, IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 231, 012043 (2019).
- 8. O. M. Phillips, J. Fluid Mech. 4, 231 (1958).
- 9. O. M. Phillips, J. Fluid Mech. 156, 505 (1985).
- S. A. Kitaigorodskii, J. Phys. Oceanogr. 13(5), 816 (1983).
- 11. Y. Toba, J. Oceanogr. Soc. Jpn. 29, 209 (1973).
- M. Donelan, M. Hamilton, and W. H. Hui, Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A **315**, 509 (1985).

- V. G. Polnikov, Izv. Atmos. and Ocean. Phys. 54(4), 394 (2018).
- S. M. Kay, Modern Spectral Estimation, Theory and Application, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, New Jersey (1988).
- G. I. Komen, L. Cavaleri, M. Donelan, K. Hasselmann, S. Hasselmann, and P. A. E. M. Janssen, *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*, Cambridge University Press, London (1994).
- P. Denissenko, S. Lukaschuk, and S. Nazarenko, Phys. Rev. Lett. 99, 014501 (2007).
- 17. D. Chalikov, Phys. Lett. 376, 2795 (2012).
- M. M. Zaslavskii and V.G. Polnikov, Izv. Atmos. and Ocean. Phys. **34**(5), 609 (1998).
- M. A. Donelan, B. K. Haus, N. Reul, W. J. Plant, M. Stiassnie, H. C. Graber, O. B. Brown, and E. S. Saltzman, Geophys. Res. Lett. **31**, L18306 (2004).
- Е. А. Кузнецов, П. М. Лушников, ЖЭТФ 108(2), 614 (1995).
- 21. Е.А. Кузнецов, Письма в ЖЭТФ 80(2), 92 (2004).
- 22. Г.С. Голицын, Доклады РАН 398(2), 177 (2004).

## Когерентный вихрь в двумерном турбулентном потоке в окрестности вращающегося диска

А.Б.Бузовкин<sup>+</sup>, С.С.Вергелес<sup>\*1)</sup>, И.В.Колоколов<sup>\*</sup>, В.В.Лебедев<sup>\*</sup>

+ Национальный исследовательский университет, Высшая школа экономики, 101000 Москва, Россия

\*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау РАН, 142432 Черноголовка, Россия

Поступила в редакцию 25 марта 2020 г. После переработки 25 марта 2020 г. Принята к публикации 26 марта 2020 г.

Рассматривается структура когерентного вихря, образующегося вокруг твердого вращающегося диска в двумерном турбулентном потоке. Найден профиль средней скорости когерентного вихря для разных скоростей вращения.

DOI: 10.31857/S1234567820080054

Турбулентность – хаотическое состояние, реализуемое в жидкостях при больших числах Рейнольдса Re, смотри, например, [1]. В двумерном случае наблюдается тенденция к образованию все более крупных вихрей, что приводит к формированию так называемого обратного каскада. В однородном случае реализуется хаотическое течение со стационарной статистикой. Однако неоднородность (скажем, наличие стенок) может привести к появлению когерентных структур с хорошо определенным средним потоком. Здесь обсуждается возможность возникновения когерентного вихря вокруг вращающегося диска, погруженного в двумерный турбулентный поток.

В некоторых случаях турбулентность оказывается эффективно двумерной [2, 3]. Уже первые теоретические работы [4-6], посвященные двумерной турбулентности, обнаруживают ее принципиальное отличие от трехмерной. Разница связана с существованием двух квадратичных величин (энергии и энстрофии), сохраняемых двумерным уравнением Эйлера. Это приводит к двум различным каскадам, порождаемым нелинейным взаимодействием: энстрофия переносится от масштаба накачки к меньшим масштабам (прямой каскад), тогда как энергия переносится к более крупным масштабам (обратный каскад). Энстрофия диссипирует из-за вязкости на масштабах, меньших, чем длина накачки, а энергия диссипирует из-за трения о дно на масштабах, превышающих длину накачки.

Статистические свойства флуктуаций скорости в обратном каскаде были исследованы как экспериментально [7], так и численно [8]. Результаты работ на-

ходятся в хорошем согласии с аналитической теорией, разработанной для неограниченной системы [9]. В частности, в обратном каскаде [2] наблюдается нормальный Колмогоровский скейлинг. Нормальный скейлинг в обратном каскаде двумерной турбулентности контрастирует с аномальным скейлингом, наблюдаемым в трехмерной турбулентности [10]. Некоторые теоретические аргументы в пользу нормального скейлинга в обратном каскаде были представлены в работе [11], где эта особенность была связана с ведущей ролью сходящихся лагранжевых траекторий в обратном каскаде.

В неограниченной двумерной системе обратный каскад заканчивается на масштабе  $L_{\alpha}$ , который определяется балансом между потоком энергии  $\epsilon$  (производство энергии на единицу массы) в большие масштабы и потерей на трение  $\alpha V^2$ , где  $\alpha$  – коэффициент трения о дно, а V – характерная скорость на масштабе  $L_{\alpha}$ . Используя Колмогоровскую оценку  $V \sim (\epsilon L_{\alpha})^{1/3}$  для скорости V, получаем из этого баланса  $L_{\alpha} = \epsilon^{1/2} \alpha^{-3/2}$ . Если размер ячейки L меньше, чем  $L_{\alpha}$ , то энергия, переносимая обратным каскадом на масштабы порядка размера ячейки L, начинает там накапливаться. Сценарий реализуется, если масштаб накачки l много меньше размера ячейки L,  $l \ll L$ , в противном случае нет места для обратного каскада, переносящего энергию на масштаб L.

Накопление энергии на масштабе L приводит к появлению интенсивного крупномасштабного движения, включающего большие когерентные вихри. Тенденция к образованию вихрей была отмечена уже в первых работах, посвященных двумерной турбулентности, как экспериментальных [12], так и численных [13–15]. В численной работе [16], где используют-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: ssver@itp.ac.ru

ся периодические граничные условия, было установлено, что благодаря обратному каскаду в квадратной ячейке появляется устойчивая структура, которая представляет собой вихревой диполь. Несколько иная когерентная вихревая структура генерируется в лабораторных экспериментах в квадратной ячейке [17, 18]. С теоретической точки зрения последний случай соответствует нулевым граничным условиям для скорости потока на границах ячейки.

В работе [19] представлены результаты численного моделирования двумерной турбулентности для периодических условий в квадратной ячейке с короткой по времени корреляцией накачки. Профиль средней скорости когерентного вихря оказывается изотропен в некотором диапазоне расстояний от центра вихря. В той же работе был найден интервал расстояний от центра вихря, где реализуется плоский профиль скорости, и были сформулированы некоторые теоретические аргументы в пользу плоского профиля. В работе [20] было показано, что плоский профиль соответствует пассивному (квазилинейному) режиму турбулентных колебаний, а в работе [21] мы рассчитали структурную функцию флуктуаций скорости для этого случая.

Имеется серия работ, посвященных когерентным структурам в двумерных турбулентных потоках в геометрии, отличной от квадратной. В статье [22] в рамках подхода получены аналитические решения для двумерных средних течений, порожденных обратным турбулентным каскадом на сфере и в плоских прямоугольных областях с различными отношениями сторон. В статье [23] численно показано, что для прямоугольного прямоугольника при увеличении соотношения сторон формируется система сосуществующих струй и вихрей. В статье [24] корреляционные функции скорости исследуются как аналитически, так и численно для прямоугольной ячейки. В работе [25] было численно продемонстрировано, что в случае течения, поддерживаемого давлением, появляется струя, скользящая между пристеночными вихрями.

В вышеупомянутых работах использовалась модель коротко коррелированной по времени накачки. В статье [26] показано, что плоский профиль скорости должен наблюдаться в квазилинейном режиме и для статической накачки в квадратной ячейке. Это предсказание проверено в эксперименте [27], где использовалась именно статическая накачка (на основе силы Лоренца). Таким образом, плоский профиль скорости весьма универсален.

В настоящей работе мы обсуждаем возможность формирования когерентного вихря вокруг вращающегося диска, погруженного в двумерный турбулентный поток при больших числах Рейнольдса Re. Такая возможность может быть реализована, если радиус диска  $r_0$  намного меньше длины  $L_{\alpha}$ . Тогда из-за неоднородности может образоваться некоторая интегральная завихренность вокруг диска, приводящая к появлению когерентного вихря. Такая ситуация может быть легко реализована и исследована экспериментально. Наша задача – теоретически исследовать пространственную структуру когерентного вихря вокруг вращающегося диска.

Предполагается, что профиль средней скорости, возникающий вокруг вращающегося диска, является изотропным, т.е. он может характеризоваться исключительно полярной скоростью U в системе отсчета с началом в центре диска. Чтобы установить профиль скорости когерентного вихря, можно использовать уравнения, полученные в работах [19–21]. Этими уравнениями являются баланс углового момента

$$\alpha U = -(\partial_r + 2/r) \langle uv \rangle, \tag{1}$$

и выражение для угловой компоненты тензора напряжения Рейнольдса

$$\langle uv \rangle = \epsilon / \Sigma, \tag{2}$$

полученное в квазилинейном приближении. В уравнениях (1), (2) r – расстояние до центра вихря,  $\epsilon$  – скорость производства энергии на единицу массы (поток энергии),  $\alpha$  – коэффициент трения о дно, uи v – азимутальная и радиальная компоненты флуктуирующей части скорости и

$$\Sigma = \partial_r U - U/r = r \partial_r (U/r), \qquad (3)$$

есть локальный (зависящий от r) коэффициент сдвига среднего течения.

Уравнения (1), (2) описывают стационарный зависящий от r профиль скорости U. Уравнения должны быть дополнены граничным условием на радиусе диска, которое фиксирует скорость течения U, равную скорости диска на его границе. Уравнения (1), (2) верны, если длина накачки l много меньше r и реализуется квазилинейный режим. Последнее условие подразумевает, что скорость сдвига  $\Sigma$  среднего течения должна быть больше, чем характерный градиент скорости флуктуаций на масштабе накачки l, который был бы в случае изотропного обратного каскада в неограниченной ячейке:

$$\Sigma \gg \epsilon^{1/3} l^{-2/3},\tag{4}$$

где мы использовали Колмогоровскую оценку для градиента скорости на длине накачки. Уравнения

(1), (2) справедливы, если  $r^2 \gg \nu/\alpha$ , где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости.

Легко найти плоский профиль скорости  $U = \sqrt{3\epsilon/\alpha}$  как однородное решение уравнений (1), (2). Однако в нашем случае следует рассмотреть профиль с граничным условием  $U = U_0$  на радиусе диска  $r_0$ , где  $U_0$  определяется угловой скоростью диска. При этом условии скорость U становится зависимой от r. Мы рассматриваем обе возможности:  $U_0 > \sqrt{3\epsilon/\alpha}$  и  $U_0 < \sqrt{3\epsilon/\alpha}$ . Некоторое ограничение снизу на  $U_0$  наложено неравенством (4).

Удобно перейти к безразмерным переменным f, z, введенным в соответствии со следующими соотношениями

$$U = \sqrt{\epsilon/\alpha} f, \quad \Sigma = -\sqrt{\epsilon/\alpha} z/r.$$
 (5)

В терминах безразмерных переменных уравнения (1), (2) переписываются как

$$\partial_{\rho}f = f - z, \quad \partial_{\rho}z = -fz^2 + 3z, \tag{6}$$

где  $\rho = \ln(r/r_0), \rho > 0$ . Уравнения (6) должны решаться с граничным условием  $f = f_0 = U_0 \sqrt{\alpha/\epsilon}$  при  $\rho = 0$ .

Очевидно, что существует решение уравнений (6)  $z = 0, f \propto \exp(\rho) \propto r$ , соответствующее твердотельному вращению жидкости. Траектория разделяет области z > 0 и z < 0. Мы анализируем случай z > 0, обратный случай z < 0 сводится к предыдущему, поскольку уравнения (6) инвариантны относительно преобразования  $f, z \to -f, -z$ .

Уравнения (6) являются автономными дифференциальными уравнениями. Поэтому их решения можно представить в виде траекторий на плоскости f, z. Приравнивая нулю правые части уравнений (6), мы находим неустойчивую неподвижную точку f = z = 0 и седловую точку  $f = z = \sqrt{3}$ . Именно эта точка соответствует универсальному плоскому профилю скорости. Фазовый портрет системы (6) изображен на рис. 1. Траектории, идущие в седловую точку  $f = z = \sqrt{3}$  и идущие из нее, разделяют полуплоскость z > 0 на четыре сектора, обозначенные цифрами 1–4 на рис. 1.

Автономность системы уравнений (6) позволяет вывести замкнутое дифференциальное уравнение для f и z, которое имеет вид

$$(f-z)\frac{dz}{df} = -fz^2 + 3z.$$
(7)

Это уравнение можно использовать для установления геометрических характеристик траекторий на фазовом портрете, представленном на рис. 1.

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020



Рис. 1. (Цветной онлайн) Фазовый портрет к системе уравнений (6). Траектории можно найти из уравнения (7). Направление движения вдоль траекторий определяется уравнениями (6)

Траектории, начинающиеся в секторах 1, 2, в конце концов уходят в большие *f*. Их асимптотическое поведение определяется выражением

$$z = \frac{4}{f} - \frac{8}{f^3} + \frac{C}{f^5},\tag{8}$$

где C – некоторая константа. Как следует из уравнений (6), в этом случае  $f \propto r$  с небольшими поправками. Поэтому асимптотическое поведение близко к твердотельному вращению.

Траектории, начинающиеся в секторах 3, 4 (включая область f < 0), в конечном итоге уходят в большие z и отрицательные f с большим абсолютным значением. Асимптотически при больших |f|,

$$z \propto \exp(f^2/2). \tag{9}$$

Подставляя выражение в уравнение (6) для f, мы заключаем, что |f| уходит в бесконечность при конечном r. Таким образом, мы сталкиваемся с сингулярностью.

Оба приведенных выше случая, твердотельное вращение и сингулярность в решении, нас не устраивают, поскольку нас интересуют решения, переходящие в универсальный плоский режим при больших r. Поэтому мы должны рассмотреть траектории, идущие к седловой точке. В этом случае и f, и z стремят-



Рис. 2. (Цветной онлайн) Зависимость z от f для решений, стремящихся к универсальному плоскому профилю скорости  $f = z = \sqrt{3}$  на больших расстояниях r. (a) – график соответствует случаю  $z < \sqrt{3}$ ; (b) – случаю  $z > \sqrt{3}$ 

ся к значению  $\sqrt{3}$ , соответствующему плоскому профилю скорости. Начальная точка траектории определяется начальным условием  $f_0$ . Если  $f_0 < \sqrt{3}$ , то решение определяется траекторией, ведущей в седловую точку снизу, а если  $f_0 > \sqrt{3}$ , то решение определяется траекторией в седловую точку сверху, смотри рис. 1. Траектории можно найти численно путем решения уравнения (7). Результаты представлены на рис. 2, где представлены случаи  $z < \sqrt{3}$  и  $z > \sqrt{3}$ .

В пределе  $f_0 \ll 1$  величина f мала при малых  $\rho = 0$ , величина z также мала здесь. Поэтому мы получаем из уравнения (7) уравнение (f-z)dz/df = 3z,



Рис. 3. (Цветной онлайн) Безразмерная полярная скорость f как функция  $\ln r$ . (a) – График соответствует  $f_0 < \sqrt{3}$ ; (b) – график соответствует  $f_0 > \sqrt{3}$ 

что приводит к заключению, что  $z = c_1 f^3$ . Численное решение позволяет извлечь коэффициент пропорциональности, равный  $c_1 = 0.166$ . Используя закон  $z \sim f^3$  и условие применимости (4), можно найти неравенство

$$U_0 \gg \epsilon^{4/9} \alpha^{-1/3} r_0^{1/3} l^{-2/9}, \tag{10}$$

которое должно выполняться для правильности нашего подхода.

В пределе  $f_0 \gg 1$  величина f велика при малых  $\rho$ , и выполняется условие  $z \gg f$ . Поэтому мы получаем из уравнения (7) dz/df = fz, что приводит к  $z = c_2 \exp(f^2/2)$ . Коэффициент здесь можно извлечь из численного решения, он составляет  $c_2 = 0,672$ . Из решения  $z = c_2 \exp(f^2/2)$  мы видим, что, в самом деле,  $z \gg f$  при  $f \gg 1$ .

Возвращаясь к уравнениям (6), мы можем численно найти зависимости f и z от  $\rho$ . Зависимость f от  $\rho$  показана на рис. З для случаев  $f < \sqrt{3}$  и  $f > \sqrt{3}$ . Положение точки, где  $\rho = 0$   $(r = r_0)$ , зависит от начального значения  $f_0$ . В пределе  $f \ll 1$  величина  $z = c_1 f^3$  пренебрежимо мала, и из уравнений (6) мы находим, что  $f \propto \exp(\rho) \propto r$  и  $z \propto \exp(3\rho) \propto r^3$ .

В пределе  $f \gg 1$  величина  $z = c_2 \exp(f^2/2) \gg f$ , и мы находим из уравнений (6)  $\partial_{\rho} f = -c_2 \exp(f^2/2)$ . Поэтому мы находим, что

$$c_2 \rho = \int_f^{f_0} dx \, \exp(-x^2/2).$$
 (11)

Интеграл здесь можно записать как разницу между значениями функции ошибок. Поскольку интеграл в правой части уравнения (11) сходится при  $f_0 \to \infty$ , мы заключаем, что при большом  $f_0$  существует пограничный слой шириной 1 (порядка  $r_0$  в терминах расстояний), где f переходит в значение порядка единицы.

Таким образом, мы показали, что в двумерной турбулентности вокруг вращающегося диска образуется когерентный вихрь. Мы проанализировали случай, когда на больших расстояниях значение средней полярной скорости U стремится к универсальной постоянной  $\sqrt{3\epsilon/\alpha}$ , найденной в работах [19–21]. На границе диска средняя полярная скорость U<sub>0</sub> может быть больше или меньше, чем  $\sqrt{3\epsilon/\alpha}$ . Однако есть условие применимости (10) нашего подхода. Такая установка может быть реализована экспериментально в ячейке с тонким жидким слоем, где турбулентность возбуждается внешним воздействием.

Работа выполнена при поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ #075-15-2019-1893 (С. С. Вергелес и В. В. Лебедев), гранта фонда развития теоретической физики и математики "БАЗИС" #19-1-2-46-1 (С. С. Вергелес) и Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (в рамках госзадания) (И. В. Колоколов).

- A.S. Monin and A.M. Yaglom, *Statistical Fluid Mechanics*, MIT Press, Cambridge, MA (1971), v.1; Dover publications, Mineola (2007), v.2.
- G. Boffetta and R. E. Ecke, Annu. Rev. Fluid Mech. 44, 427 (2012).

- Focus Issue: Two-Dimensional Turbulence, ed. by G. Boffetta, G. Falkovich, and M. Shats, Physics of Fluids 29(11) (2017).
- 4. R. H. Kraichnan, Phys. Fluids 10, 1417 (1967).
- 5. C. E. Leith, Phys. Fluids 11, 671 (1968).
- 6. G. K. Batchelor, Phys. Fluids 12, 233 (1969).
- 7. P. Tabeling, Phys. Rep. 362, 1 (2002).
- G. Boffetta, A. Celani, and M. Vergassola, Phys. Rev. E 61, R29 (2000).
- R. H. Kraichnan and D. Montgomery, Rep. Prog. Phys. 43, 547 (1980).
- 10. U. Frisch, *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, Cambridge (1995).
- G. Falkovich, J. Phys. A: Math. Theor. 42, 123001 (2009).
- 12. J. Sommeria, J. Fluid Mech. 170, 139 (1986).
- L. M. Smith and V. Yakhot, Phys. Rev. Lett. 71, 352 (1993).
- L. M. Smith and V. Yakhot, J. Fluid Mech. 274, 115 (1994).
- 15. V. Borue, Phys. Rev. Lett. 72, 1475 (1994).
- M. Chertkov, C. Connaughton, I. Kolokolov, and V. Lebedev, Phys. Rev. Lett. 99, 084501 (2007).
- H. Xia, M. Shats, and G. Falkovich, Phys. Fluids 21, 125101 (2009).
- N. Francois, Y. Xia, H. Punzmann, S. Ramsden, and M. Shats, Phys. Rev. X 4, 021021 (2014).
- J. Laurie, G. Boffetta, G. Falkovich, I. Kolokolov, and V. Lebedev, Phys. Rev. Lett. **113**, 254593 (2014).
- I. V. Kolokolov and V.V. Lebedev, Phys. Rev. E 93, 033104 (2016).
- I. V. Kolokolov and V. V. Lebedev, J. Fluid Mech. 809, R2-1 (2016).
- 22. G. Falkovich, Proc. R. Soc. A 472, 20160287 (2016).
- A. Frishman, J. Laurie, and G. Falkovich, Phys. Rev. Fluids 2, 032602 (2017).
- A. Frishman and C. Herbert, Phys. Rev. Lett. 120, 204505 (2018).
- G. Falkovich and N. Vladimirova, Phys. Rev. Letters 121, 164501 (2018).
- I. V. Kolokolov and V.V. Lebedev, Pis'ma v ZhETF 106, 633 (2017) [JETP Lett. 106, 659 (2017)].
- A. V. Orlov, M. Yu. Brazhnikov, and A. A. Levchenko, Pis'ma v ZhETF **107**, 166 (2018) [JETP Lett. **107**, 157 (2018)].

### Сравнение спектров границ зерен, спонтанно сформированных в системах Cu–Ag и Cu–In

А.Б. Страумал<sup>+1)</sup>, К.В.Цой<sup>+</sup>, И.А. Мазилкин<sup>+\*</sup>, А.О. Родин<sup>\*</sup>, Г. Эггелер<sup>×2)</sup>

+ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики твердого тела РАН, 142432 Черноголовка, Россия

\*Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС", 119049 Москва, Россия

×Ruhr-Universitát Bochum, 44801 Bochum, Germany Поступила в редакцию 4 марта 2020 г. После переработки 19 марта 2020 г. Принята к публикации 19 марта 2020 г.

Статья посвящена исследованию спектров границ зерен, встречающихся в поликристаллической системе медь-серебро (положительная энтальпия смешения), и их сравнению с системой медь-индий (отрицательная энтальпия смешения). Спектры границ зерен сформированы спонтанно при повышении температуры, протекании эвтектических и перитектических реакций и последующей релаксации структур в двухфазной области фазовых диаграмм твердое/жидкое. В статье показано, что от энтальпии смешения зависит скорость роста зерен и соотношение разных типов границ зерен в общем спектре.

DOI: 10.31857/S1234567820080066

Границы зерен (ГЗ) – одни из самых исследуемых объектов в современной науке о материалах. Они обладают отличными от объема зерна свойствами: механическими, электрическими, диффузионными, порой даже химическими. При этом в реальных материалах трудно найти две идеально похожие ГЗ. Помимо их собственной структуры и разнообразия ориентировок на границах могут быть или не быть добавочные точечные дефекты [1], адсорбированные атомы или даже тонкие прослойки сегрегированных элементов, что существенно повышает многообразие факторов, влияющих на итоговые свойства границ зерен в материалах. Сравнительно недавно появился новый неразрушающий метод измерения дифракции обратно отраженных электронов (electron backscatter diffraction – EBSD) [2]. Он может давать нам информацию об углах разориентировки ГЗ, т.е. о разориентировке между кристаллическими структурами соседних зерен, о наличии или отсутствии решеток совпадающих углов (РСУ) [3, 4] между двумя соседними зернами и о структуре данных решеток совпадения, т.е. об индексе Σ. С появлением этого метода стало возможным исследовать большие ансамбли ГЗ и связанные с ними свойства после деформации с последующими отжигами [5], после сварки взрывом [6] и в горячем напряженном состоянии [7], а также раз-

нообразные эффекты на ГЗ, такие как смачивание [8–17]. В данной работе было проведено сравнение между спектрами встречающихся ГЗ в образцах для исследования эффекта смачивания ГЗ второй жидкой фазой в системах Си–Ад и Си–In [8]. Существенным различием данных систем, по мнению авторов, является то, что в системе Си–Ад энтальпия смешения положительна [18], а в системе Си–In она отрицательна [19].

Сплав Си – 10 мас. % Ад получали из компонентов высокой чистоты (5N8 Cu и 5N6 Ag) вакуумной индукционной плавкой и разливкой в стержни Ø 10 мм. Из этих слитков были вырезаны диски толщиной 1 мм и запаяны в вакуумированные кварцевые ампулы с остаточным давлением приблизительно  $4 \cdot 10^{-4}$  Па при комнатной температуре. В системе Си–Ад были выбраны температуры отжига 790 и 975 °C. Образцы отжигали в течение 2ч, а затем закаливали в воде. Точность температуры отжига оценена в  $\pm 2$  °C. Комбинация температуры, состава и времени отжига были выбраны на основе работы [20] так, чтобы равновесная доля жидкости в системе была между 0 и 0.15. После закалки образцы запаивали в электропроводящую смолу. Затем механически шлифовали и полировали, используя на последнем этапе полировки SiO<sub>2</sub>-суспензию с зернистостью 0.05 мкм и автоматический вибрационный полировщик. Все ступени металлографической подготовки выполнялись в строгой последовательности и полном

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: a.str@issp.ac.ru

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>G. Eggeler.

соответствии с современными методами подготовки для измерений методом EBSD. В случае нарушения методик подготовки, погрешности металлографии неизбежно выявляются на стадии проведения измерений, так как деформированный при подготовке слой материала рассеивает все узоры диффракции электронов до равномерного свечения на фосфорном экране детектора. Данный факт одновременно подтверждает и то, что металлографическая подготовка никаким образом не может влиять на достоверность итоговых измерений, так как после последнего шага полировки поверхностный наклепанный слой, пропорциональный размеру абразива при полировке, на порядки тоньше, чем реакционная толщина материала [2], дающего измеряемый сигнал.

Полированные образцы исследовали с использованием сканирующего электронного микроскопа LEO 1530 VP (*scanning electron microscope* – SEM), снабженного системой, измеряющей дифракцию обратно отраженных электронов (EBSD) (фирма TSL). Метод EBSD позволяет нам проводить пространственный кристаллографический анализ поверхности поликристаллического образца, показывая кристаллографическую ориентацию каждого зерна [21].

Для каждого образца было выполнено четыре сканирования EBSD с высоким разрешением, каждое из них охватывало площадь не менее 1 мм<sup>2</sup>. Параметры EBSD были выбраны так, чтобы разрешить тонкие двойники в структуре. Для уверенности, что на исследуемую структуру не влияли никакие предыдущие термомеханические события и измеряется случайное распределение границ зерен по ориентировкам, была исследована функция распределения ориентации {001} (ODF), полученная по данным EBSD. Результат анализа представляет ориентационный треугольник, на котором нанесены точки ориентировок всех измеренных точек образца. В случае, как сплавов Cu-Ag, так и Cu-In точки равномерно покрывали всю площадь ориентационного треугольника. Это означает, что в образцах не наблюдается никакой текстуры и распределения в исследуемых спектрах границ зерен случайные. После обработки результатов измерения на специализированном программном обеспечении OIM Analysis фирмы TSL были выбраны данные для двух образцов в каждой системе и проанализированы распределения встречающихся в них границ зерен по углу разориентировки и по типу границы зерна. Образцы были выбраны следующим образом. Во-первых, были проанализированы образцы с температурой отжига, наиболее приближенной сверху к температуре солидуса. Во-вторых, было выбрано по одному образцу с существенно более высокой температурой отжига, для исследования того, влияет ли повышение температуры отжига на распределение границ зерен в спектре.

В системе Cu-Ag оба отжига были проведены на образце с концентрацией 10 вес. % Ад, так как при обоих отжигах в образцах примерно одинаковое количество жидкой фазы и даже если граница зерна заполнена этой жидкой фазой, то ориентировка зерен с обеих сторон данной прослойки не меняется. Это позволяет получить точные данные о границе зерен заполненной жидкой фазой. В системе Cu-In однако пришлось использовать данные от двух образцов с разным составом: 4 и 16 вес. % In. В системе Cu-Ag исходная структура представляет собой мелкозернистый эвтектоид из двух фаз. Твердый раствор серебра в меди является матрицей с размером зерен  $\sim 6$  мкм, в которой распределены частицы ( $\sim 1$  мкм) твердого раствора меди в серебре. В системе Cu-In исходная структура состоит наполовину из зерен фазы  $\alpha$  (твердого раствора на основе меди с размером зерен ~ 30 мкм) и наполовину из областей мелкодисперсного эвтектоида из фазы  $\alpha$  и интерметаллида  $\delta$  $(\sim 30 \text{ ат. }\% \text{ In})$ . При нагреве в системе Cu–Ag [22] происходит эвтектическое превращение (779 °C), а в системе Cu-In сначала происходит эвтектоидное превращение (576 °C), когда эвтектоид превращается в интерметаллид  $\beta$  (~20 ат. % In), а затем перитектическое превращение (711 °C), когда фаза  $\beta$  превращается в частицы фазы  $\alpha$  и расплав [23]. В обоих случаях после всех преобразований получается структура с большим количеством границ зерен. Такое состояние, безусловно, далеко от равновесия и невыгодно с энергетической точки зрения, и в каждой из структур будут существовать движущие силы для роста зерен и уменьшения суммарной площади границ зерен.

После экспериментальных отжигов и исследования образцов обоих систем методом EBSD в первую очередь были проанализированы структуры сплавов, наиболее близкие по температуре отжига к температурам эвтектического и перитектического превращения в исследуемых системах, когда в структуре только-только появилась жидкая фаза. В сплаве Cu– Ag при 790 °C средний размер зерен равен 6 мкм, а в сплаве Cu–In при 712 °C он составляет 130 мкм.

На рисунке 1а представлены спектры распределения ГЗ по углам разориентировки в сплавах Сu– Аg и Cu–In при 790 и 712 °C соответственно. Видно, что спектры существенно различаются. В сплаве Cu–Ag наблюдается большее количество малоугловых ГЗ, чем в системе Cu–In, а также два четких



Рис. 1. Сравнение спектров распределения границ зерен по углам разориентировки в системах Cu–Ag и Cu–In при низких (a) и высоких (b) температурах отжига

пика при углах разориентировки в 44 и 59°. В системе Cu–In наблюдаются три пика, существенно более высоких, чем в сплаве Cu–Ag, при разориентировках 45, 52 и 60°.

В спектрах встречающихся ГЗ было проанализировано не только распределение границ по углам разориентировки, но и по типам ГЗ. На рисунке 2а оно представлено для образцов Cu-Ag, отожженных при температурах 790 и 975 °C. Температура второго отжига была выбрана как можно ближе к температуре плавления, для максимизации скорости роста зерен. При этом твердой фазы на основе меди должно быть максимально возможное количество, чтобы можно было с максимальной точностью восстанавливать ориентировки ГЗ в тех местах, где они почти полностью или полностью заменены (смочены) второй фазой. На графике (рис. 2а) распределения спектра ГЗ по типам видно, что максимальную долю в распределении занимают границы общего типа с большими углами разориентировок. При этом при повышении температуры отжига их доля возросла с 58 до 77.4%. Количество малоугловых ГЗ в данном спектре почти не изменилось (уменьшилось всего на 0.5%). Самые существенные изменения заметны в доле специальных границ с РСУ Σ3, которая упала с 25 до 4.4 %. У специальных границ с PCУ с индексами  $\Sigma$  от 5 до 11 концентрации изменяются в среднем на 0.5 %: Σ5 – с 1.8 до 0.9 %; Σ7 – с 0.5 до 1.2%; Σ9 – с 1.4 до 1%; Σ11 – с 0.5 до 1%. Количество специальных ГЗ с индексами РСУ  $\Sigma$  от 13 до 49 растет с 7 до 9%. Данное изменение сложно считать существенным по какому-то отдельному типу границ зерен, так как 2% разницы распределено по 42 разным типам границ зерен, одних из которых стало больше, а других меньше.

На рисунке 2b представлено распределение по типам ГЗ для образнов системы Cu-In. отожженных при 712 и 900 °C. Способ выбора температуры второго образца аналогичен системе Cu-Ag. На диаграмме видно, что, как и в системе Cu–Ag, в сплавах Cu–In много границ общего типа с большими углами разориентировок – 78 % при 712 °C и 76.5 % при 900 °C. Иными словами, доля данных ГЗ почти не меняется с ростом температуры. При этом доля малоугловых ГЗ меняется существенно: с 3 до 7.2%. Доля границ  $\Sigma 3$  падает, как и в системе Cu-Ag: с 10 до 3.75%. Доли специальных ГЗ с РСУ  $\Sigma 5$ ,  $\Sigma 7$ ,  $\Sigma 9$ и Σ13-49 поменялись очень несущественно, в среднем всего на 0.1 %. При этом, в отличие от системы Cu–Ag, в сплавах Cu–In изначально было $\sim\!3\,\%$ границ зерен Σ11 и при повышении температуры их доля упала до 0.8%, что очень близко к концентрации таких ГЗ при повышенной температуре в системе с серебром. На рисунке 1b представлены спектры распределения ГЗ по углам разориентировки в системах Си-Ад и Си-In при 975 и 900 °С соответственно. Хорошо видно, что форма распределения спектров ГЗ при высоких температурах очень похожа, несмотря на существенные различия в структуре данных образцов, в частности размер зерен у  $Cu-Ag \sim 35$  мкм, а у Cu-In ~60 мкм. Заметные различия есть только в концентрации малоугловых границ зерен и пике при 60° в сплаве Сu-In (соответствует границам  $\Sigma 3$ ).



Рис. 2. Сравнение спектров распределения границ зерен по типам в системах Cu-Ag (a) и Cu-In (b) при низких и высоких температурах отжига

Чтобы определить, влияет ли различный знак энтальпии смешения на спектры встречающихся ГЗ в изученных системах, рассмотрим подробно характер изменения структуры сплавов после отжигов и спектры ГЗ в данных образцах. В системе Си–Ад энтальпия смешения положительна [18], т.е. процесс растворения серебра в меди эндотермический. При этом зависимость энтальпии смешения от состава нелинейна, она имеет максимум, когда элементов в сплаве поровну. Если учитывать данный факт и рассмотреть фазовую диаграмму Си-Ад в области перехода сплава через линию эвтектического фазового превращения [22], то можно предположить, что это превращение при повышении температуры в данной системе тоже является эндотермической реакцией. Для структуры сплава Cu-Ag это означает, что при протекании эвтектической реакции система будет поглощать тепло, а, следовательно, будут замедляться процессы, которым тепло необходимо, например диффузия и рост зерен.

Данные предположения подтверждаются результатами, полученными на образце Си-10 вес. % Ад после двухчасового отжига при 790°С. Это всего на 11 °C выше эвтектической температуры. Размер зерен в данном образце не изменился по сравнению с размером зерен исходного материала. Из этого можно сделать вывод, что спектры границ, полученные на данном образце, соответствуют спектрам на исходном образце. К особенностям данных спектров стоит отнести существенно более низкую концентрацию ГЗ общего типа с большими углами разориентировки и сравнительно большое количество двойниковых границ Σ3. Возможно, большую концентрацию границ Σ3 можно объяснить тем, что при протекании кристаллизации во всем объеме при эвтектическом превращении на первичные зерна  $\alpha$  фазы могли накладываться напряжения, которые компенсировались в материале двойникованием. При повышении температуры отжига 975 °C тепловой энергии хватает, чтобы средний размер зерен вырос до 30 мкм. При этом доля ГЗ общего типа с большими углами разориентировки повышается до 77.4%, а доля границ  $\Sigma 3$  падает до 4 %.

В системе Cu-In энтальпия растворения отрицательная [19] и ее минимум достигается при концентрации индия  $\sim 25 \, {\rm at.} \, \%.$ Учитывая особенности фазовых превращений в системе Cu-In [23], при переходе через линию перитектического превращения  $\alpha + \beta = L$  выделение жидкой фазы L должно сопровождаться сильной экзотермической реакцией. Данная реакция будет тем сильнее, чем больше будет перегрев при отжиге образцов. Таким образом, структура сплава будет подвергаться не только нагреву снаружи, но нагреву изнутри, что должно привести к ускорению диффузии и роста зерен. Это предположение хорошо согласуется с экспериментальными наблюдениями на образце Cu–16 вес. % In после двухчасового отжига при 712 °C. Несмотря на то, что температура отжига была существенно ниже, чем в систем Cu-Ag, и что объем превращающегося материла примерно одинаков в обоих случаях [22, 23], рост зерен в данном образце очень сильно ускорился. Размер зерен в получившейся структуре более чем в 4 раза больше исходного размера зерен.

При температуре 900 °С в образце Сu-4 вес. % In также наблюдался существенный рост зерен. При этом, в отличие от предыдущего образца, данный образец не претерпевает эвтектоидного и перитектоидного фазового превращения. Начиная с комнатной температуры, образец находился в однофазном состоянии и только при переходе через линию солидуса в нем начинает выделяться жидкая фаза. Основываясь на фазовой диаграмме, можно ожидать, что перегрев в данном образце при переходе через линию солидуса и нагреве до температуры отжига будет невелик. Однако, даже при отсутствии существенного теплового эффекта от перитектического фазового превращения, отрицательная энтальпия смешения делает тепловой эффект от выделения жидкой фазы достаточно существенным, чтобы ускорить рост зерен в данном образце. За время отжига зерна в данном образце выросли более чем в два раза.

Помимо влияния на скорость роста зерен, заметно и некоторое влияние энтальпии смешения на спектры границ зерен. На рисунке 2b видно, что при высокой температуре отжига спектры ГЗ обеих систем почти идентичны. Однако, в системе Cu-In наблюдается больше малоугловых ГЗ и границ зерен с углом разориентировки 60°, куда существенный вклад вносят границы Σ3. При этом в системе Си–Ад доля этих ГЗ существенно упала, и наибольшую долю занимают границы общего типа с большими углами разориентировки. Возможно, что экзотермический эффект в системе Cu-In достаточно силен, чтобы активировать миграцию малоугловых границ зерен и границ зерен, сосуществующих с границами Σ3. Таким образом, эти границы активно участвовали в процессе роста зерен и заняли существенную долю в итоговом распределении. Напротив, в системе Cu-Ag, тепловой эффект достаточен лишь для того, чтобы активировать движение ГЗ с наименьшей энергией активации, и в процессе роста зерен специальный границы поглощаются при прохождении фронта роста. Для прецизионного определения влияния энтальпии смешения на спектры границ зерен авторами запланирован более точный эксперимент, где будут получены образцы с одинаковым исходным состоянием и распределением границ зерен. Также запланировано и калориметрическое исследование теплового эффекта.

Подытоживая, отметим, что знак энтальпии смешения влияет на скорость роста зерен в исследуемых сплавах. Сильный экзотермический эффект в системе Cu–In с отрицательной энтальпией смешения, помимо ускорения роста зерен, может активировать миграцию части специальных ГЗ, что может увеличивать их долю в итоговых спектрах границ зерен. Слабый, возможно эндотермический, тепловой эффект в системе Cu–Ag препятствует росту зерен при температуре отжига близкой к температуре эвтектического превращения. При более высоких температурах тепловой эффект активирует рост зерен, но в этом процессе участвуют только ГЗ с низкой температурой активации миграции, что приводит к поглощению неподвижных специальных границ и смещению баланса в спектрах ГЗ в сторону границ общего типа с большими углами разориентировки.

Исследование было проведено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант #18-33-00473).

- V. Yu. Lazebnykh and A. S. Mysovsky, JETP Lett. 98, 76 (2013).
- N. Brodusch, H. Demers, and R. Gauvin, Journal of Imaging 4, 88 (2018).
- M. L. Kronberg and F. H. Wilson, Transactions of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers 185, 501 (1949).
- 4. D. Brandon, Acta Metallurgica 14, 1479 (1966).
- G. P. Grabovetskaya, I. P. Mishin, and I. V. Ratochka, Russian Physics Journal 58, 242 (2015).
- V. V. Rybina, N. Yu. Zolotorevskiia, and E. A. Ushanovab, Technical Physics 59, 1819 (2014).
- V.N. Danilenko, V.Yu. Gertsman, and R.Z. Valiev, Philosophical Magazine Letters 71, 39 (1995).
- A. B. Straumal, V. A. Yardley, B. B. Straumal, and A. O. Rodin, J. Mater. Sci. 50, 4762 (2015).
- R. M. German, P. Suri, and S. J. Park, J. Mater. Sci. 44, 1 (2009).
- D. Ross, D. Bonn, and J. Meunier, Nature 400, 737 (1999).
- B. B. Straumal, O. A. Kogtenkova, K. I. Kolesnikova, A. B. Straumal, M. F. Bulatov, and A. N. Nekrasov, JETP Lett. **100**, 535 (2014).
- B. B. Straumal, B. S. Bokshtein, A. B. Straumal, and A. L. Petelin, JETP Lett. 88, 537 (2008).
- B. Straumal, W. Gust, and T. Watanabe, MSF **294**, 411 (1999).
- B. B. Straumal, S. A. Polyakov, and E. J. Mittemeijer, Acta Mater. 54, 167 (2006).
- J. Schölhammer, B. Baretzky, W. Gust, E. Mittemeijer, and B. Straumal, Interface Science 9, 43 (2001).
- B. B. Straumal, S. A. Polyakov, E. Bischoff, W. Gust, and E. J. Mittemeijer, Interface Science 9, 287 (2001).

- B. B. Straumal, P. V. Protsenko, A. B. Straumal, A. O. Rodin, Yu. O. Kucheev, A. M. Gusak, and V. A. Murashov, JETP Lett. 96, 582 (2012).
- K. Fitznera, Q. Guoa, J. Wanga, and O. J. Kleppaa, J. Alloys Compd. **291**, 190 (1999).
- D. Jendrzejczyk-Handzlik, W. Gierlotka, and K. Fitzner, J. Chem. Thermodyn. 41, 250 (2009).
- 20. A.B. Straumal, B.S. Bokstein, A.L. Petelin,

B.B. Straumal, B. Baretzky, A.O. Rodin, and A.N. Nekrasov, J. Mater. Sci. **47**, 8336 (2012).

- B. L. Adams, S. I. Wright, and K. Kunze, MTA 24, 819 (1993).
- 22. P.R. Subramanian and J.H. Perepezko, JPE 14, 62 (1993).
- Z. Bahari, E. Dichi, B. Legendre, and J. Dugué, Thermochimica Acta 401, 131 (2003).

### Различия в равновесной и критической степени покрытия при фазовом переходе в слое углерода на металле при образовании графена

Е.В.Рутьков<sup>1)</sup>, Е.Ю. Афанасьева, Н.Р.Галль

Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе РАН, 194021 С.-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 6 марта 2020 г. После переработки 18 марта 2020 г. Принята к публикации 19 марта 2020 г.

Изучены равновесные процессы в системе родий–графеновые островки. Показано принципиальное отличие критической степени покрытия  $\vartheta_{\rm cr}$  углерода в фазе хемосорбированного "газа" на поверхности и равновесной степени покрытия  $\vartheta_{\rm eq}$ . При достижении  $\vartheta_{\rm cr}$  происходит фазовый переход, и зарождаются островки графена, а при  $\vartheta_{\rm eq}$  островки графена разной относительной площади находятся в равновесии с хемосорбированным углеродным "газом", при этом  $\vartheta_{\rm eq} > \vartheta_{\rm cr}$ . Этот эффект имеет место для металлов, растворяющих в объеме углерод. Он объясняется доминирующей ролью периметра островков, через который и происходит обмен атомами между островками и углеродным "газом".

DOI: 10.31857/S1234567820080078

После обнаружения уникальных электронных свойств графена [1, 2], он стал широко исследоваться различными научными группами. Графен на металлах сразу привлек научный интерес, так как на них он легко образуется методом CVD [3–5]. Однако во многих случаях, незнание механизмов фазового перехода и упрощение технологии выращивания графена приводят к получению некачественных слоев и противоречивым результатам [6, 7].

В напих недавних работах [8–10] дано довольно подробное описание основных процессов, протекающих при росте и разрушении графена на металле, растворяющем углерод в объеме. Показано, что равновесие носит трехфазный характер, включающий две объемные (графен и углерод, в виде твердого раствора) и одну поверхностную фазу (углерод, хемосорбированный на поверхности). Дополнительной "хитростью" фазового перехода является то, что хемосорбированные атомы С находятся в равновесии не с углеродом внутри графенового островка, а только с атомами С на его периметре.

Задачей данной работы является выявление физических причин, объясняющих значительный температурный интервал ( $\Delta T \approx 100 \,\mathrm{K}$ ) существования островков графена разной относительной площади в условиях равновесия при неизменной концентрации растворенных в объеме металла атомов углерода. Эксперименты проводились в сверхвысоковакуумном оже-спектрометре, имеющем специальный модуль для применения методов термоэлектронной эмиссии и поверхностной ионизации (ТЭПИ) [8–10]. В качестве подложки использовали текстурированные родиевые ленты с выходом на поверхность грани (111) с размерами  $0.02 \times 1 \times 40$  мм и с работой выхода  $e\varphi = 5.0$  эВ; выход грани составлял 99.5 %.

Очистка лент от примесей проводилась путем последовательного отжига в кислороде и в сверхвысоком вакууме при  $T = 1500 - 1800 \,\mathrm{K}$ . Относительную площадь островков графена определяли разработанным нами способом при зондировании поверхности потоком молекул CsCl [8]. С поверхности островков графена молекулы десорбируются в виде CsCl, а на участках поверхности, свободных от островков, происходит 100 % диссоциация молекул, при этом цезий десорбируется только в виде ионов Cs<sup>+</sup> – случай легкой ионизации. Измеряемый ток I<sup>+</sup> позволяет определить относительную площадь островков  $s_0 = 1 - (I^+/I_0^+)$ , где  $I_0^+$  – ток ионов цезия в отсутствие островков [11]. Для калибровки оже-сигнала углерода с родия рядом помещали иридиевую ленту с одним слоем графена с концентрацией атомов углерода  $N_{\rm Cm} = 3.86 \cdot 10^{15} \, {\rm cm}^{-2}$ . Эта концентрация соответствует степени покрытия  $\vartheta_{\rm Cm} = 1$ .

На рисунке 1 представлены равновесные кривые зависимости относительной площади графеновых островков  $s_0$  от температуры науглероженного родиевого образца. Параметром кривых являет-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: rutkov@ms.ioffe.ru

ся разная температура науглероживания родия: кривая 1 соответствует  $T_c = 1200$  K, а кривая  $2 - T_c = 1340$  K – в обоих случаях науглероживание заканчивалось образованием сплошного монослоя графена [8,9]. Однако условия образования сплошного слоя и начала фазового перехода различаются: для кривой 2 требуется существенно большее количество углерода в системе. Метод диссоциации молекул CsCl, крайне чувствительный к дефектности слоя, показывает наличие дефектов в монослое графена на уровне  $\sim 0.1\%$  от общей площади графена – видимо, это края слившихся островков.

Предельная растворимость  $n_{\rm C}$  углерода в родии нами определена ранее именно по моменту зарождения на поверхности новой фазы – островков графена [8]. При этом для кривой 1  $T_{\rm ph.tr} = 1320 \,\mathrm{K}$  и  $n_{\rm C}$  (ат. %) =  $5.1 \cdot 10^{-2}$ , а для кривой 2  $T_{\rm ph.tr} = 1420 \,\mathrm{K}$ и  $n_{\rm C}$  (ат. %) =  $9.1 \cdot 10^{-2}$ , где  $T_{\rm ph.tr}$  – температура, при которой происходит фазовый переход (рис. 1).



Рис. 1. (Цветной онлайн) Зависимость равновесной площади  $s_0$  графеновых островков на родии от температуры для разных температур науглероживания  $T_c$  (K): 1 - 1200, 2 - 1340. На вставке – упрощенная схема процессов на родии (3) с островками графена (4); 5 – хемосорбированные атомы углерода; 6 – атомы углерода в объеме металла

Каждая точка на графиках рис. 1 стационарна: если после завершения процесса науглероживания повышать температуру, то сплошной слой графена  $(s_0 = 100\%)$  разрушается в течение нескольких секунд и на поверхности остаются островки графена с меньшей относительной площадью, которая не изменяется во времени. Дальнейшее повышение температуры приводит к дальнейшему уменьшению площади островков (рис. 1). Таким образом, площадь островков для каждой T = const не изменяется во времени. Как показано нами ранее, эта стационарность соответствует равновесию, при этом поток атомов углерода с краев островков  $\nu_1$  равен потоку  $\nu_2$  атомов углерода из фазы хемосорбированного "газа" на края графеновых островков – обмен частицами идет только по периметру островков [12]. Кроме того, при равновесии поток растворения  $\nu_3$  углерода в объем образца равен потоку выделения углерода  $\nu_4$  из объема на поверхность (см. вставку на рис. 1).

С повышением температуры науглероживания Т., происходит увеличение концентрации углерода в объеме ленты, и равновесная кривая образования графена смещается в область более высоких температур (рис. 1). На первый взгляд, ход равновесных кривых не вызывает удивления и легко объясняется равенством потоков  $\nu_1 = \nu_2$  и  $\nu_3 = \nu_4$ . Рассмотрим процесс более детально на примере кривой 2 на рис. 1. При T<sub>ph.tr</sub> = 1420 К происходит фазовый переход первого рода типа конденсации [8,9], на поверхности достигается критическая степень покрытия  $\vartheta_{cr}$  в фазе хемосорбированного "газа" и зарождаются островки графена. Об этом, например, свидетельствует резкий, на несколько порядков, рост тока термоэлектронной эмиссии, так как работа выхода островков графена  $e\varphi = 4.3$  эВ, а родия с хемосорбированным "газом"  $e\varphi = 5.0$  эВ [8].

В нашей работе [12] определена температурная зависимость  $\vartheta_{\rm cr} = f(T)$  для родия. На рис. 2 (кривая 1) для удобства эта зависимость представлена



Рис. 2. Зависимость критического покрытия  $N_{\rm cr}$  (1) и равновесного покрытия  $N_{\rm eq}$  (2) для  $T_c = 1340$  К в системе родий–графен от температуры образца

в координатах абсолютной концентрации  $N_{\rm cr}$  хемосорбированного углерода, где  $\vartheta=1$  соответствует

 $N_{\rm Cm} = 3.86 \cdot 10^{15} \,{\rm cm}^{-2}$ . Как и ожидалось, с понижением температуры критическое покрытие  $N_{\rm cr}$  уменьшается, что полностью соответствует данным рис. 1. Определена разность энергий активации растворения атомов углерода с поверхности в объем родия и энергии активации выделения  $\Delta E = 0.7$  эВ. Эти данные позволяют вычислить температурную зависимость равновесного покрытия  $N_{\rm eq}$  углерода на поверхности в фазе хемосорбированного "газа". Действительно, при равновесии  $\nu_3 = \nu_4$  и  $N_{\rm eq}/N_1 =$  $D/C \exp(\Delta E/kT)$ , где  $N_1$  – концентрация диффундирующих атомов углерода в примыкающей к поверхности плоскости междоузлий, D и C – соответствующие предэкспоненциальные множители, причем  $D \approx C$ .

Полное количество углерода в объеме ленты  $N_b \gg N_{\rm eq}$ , и можно считать, что температурное изменение поверхностного покрытия  $N_{\rm eq}$ , находящегося на уровне  $\sim 10^{14} \, {\rm ar} \cdot {\rm cm}^{-2}$ , никак не влияет на  $N_b$ , т.е.  $N_b = {\rm const.}$  В свою очередь, из-за высоких скоростей диффузии углерода в родии и сохранения свойств тугоплавкого металла неизменными вплоть до самого ближнего к поверхности слоя  $N_1$  и  $N_b$  не зависят от изменения температуры. При фазовом переходе в адсорбционном слое углерода  $N_{\rm cr} = N_{\rm eq}$ .

На рисунке 2 (кривая 2) представлена расчетная зависимость равновесного покрытия углеродом  $N_{\rm eq}$ от температуры для случая  $T_{\rm ph.tr} = 1420$  К. Отметим, что в области  $T > T_{\rm ph.tr}$  расчет и эксперимент отлично согласуются [12], при  $T < T_{\rm ph.tr}$  после образования островков графена нет экспериментальной возможности измерить концентрацию углерода только в хемосорбированной фазе, например, методом электронной спектроскопии. Видно, что с понижением температуры  $N_{\rm eq}$  растет, в то время как  $N_{\rm cr}$ понижается. Точка пересечения этих кривых, 1420 К на рис. 2, соответствует началу фазового перехода, т.е. образованию первых островков графена.

В области температур, где  $N_{\rm eq} > N_{\rm cr}$ , казалось бы, нет причин для ограничения роста островков графена по площади для каждой  $T = {\rm const}$ , т.к. уход атомов углерода из фазы хемосорбированного "газа" в островки графена тут же восполнится выходом углерода из объема на поверхность, т.е объем ленты выступает как "бездонный" резервуар. Казалось бы, это должно приводить к непрерывному росту островков и слоев графена, пока объем не истощится, и фазовый переход должен происходить при одной строго определенной T, соответствующей его началу. Однако этого не происходит: в реальности же при каждой T из температурной области равновесных процессов  $(T < T_{\rm ph.tr})$  на поверхности имеется четко определенная концентрация графена (см. рис. 1). Рассмотрим физические причины, которые приводят к такой ситуации.

В более простом случае, например, для иридия, не растворяющего в своем объеме углерод, после фазового перехода на поверхности образуются островки графена, находящиеся в равновесии с хемосорбированным углеродным "газом". Понижение температуры приводит к росту островков по площади за счет уменьшения концентрации  $N_{\rm cr}$  углерода в фазе хемосорбированного "газа". В этом случае  $N_{\rm cr} = N_{\rm eq}$ [8].

На наш взгляд, фактором, определяющим наблюдаемый характер фазового перехода, является то, что обмен углеродом между графеновым островком и хемосорбированной фазой идет только через периметр островка [13], и именно суммарный периметр L островков находится в равновесии с хемосорбированой фазой углерода. С ростом площади островков растет и их общий периметр, а значит и величина потока  $\nu_1$  атомов углерода с краев этих островков (см. вставку на рис. 1). При достижении некоторого значения L требуется понизить температуру, чтобы увеличить  $N_{\rm eq}$ , а значит и величину  $\nu_2$ . При этом снова достигается равновесие  $\nu_1 = \nu_2$  уже при большем значение площади островков.

По сути, отношение  $N_{\rm eq}/N_{\rm cr}$  напрямую связано с относительным изменением общего периметра островков  $L/L_0$ , где  $L_0$  – периметр островков в самом начале фазового перехода.

Даже при  $s_0 = 100 \%$  пленка графена "помнит" свое островковое происхождение – края слившихся островков являются теми дефектами, через которые происходит интеркалирование графена чужеродными атомами и молекулами [14, 15].

Кроме того, важным обстоятельством в рассмотренных выше экспериментах является тот факт, что при понижении температуры  $T < T_{\rm ph.tr}$  концентрация углерода на поверхности в фазе хемосорбированного "газа"  $N_{\rm eq} > N_{\rm cr}$ , что может способствовать непрерывному зарождению новых островков графена – в этом случае растет концентрация островков и, соответственно, их общий периметр L. Косвенным подтверждением этому является тот факт, что для графена на родии остаточная диссоциация молекул CsCl, происходящая на краях (периметре) слившихся островков, в десятки раз выше, чем для слоя графена на иридии [8–10]. Иначе говоря, на родии число островков графена получается менее качественным.

Таким образом показано, что для металлов, растворяющих в объеме углерод, надо четко разделять

ооронг перенодетт

критическую степень покрытия  $\vartheta_{\rm cr}$ , при которой происходит фазовый переход в углеродном слое и зарождаются островки графена, и равновесную степень покрытия  $\vartheta_{\rm eq} > \vartheta_{\rm cr}$ , связанную с равновесием графеновых островков с разной относительной площадью и, соответственно, с разным общим периметром островков при изменении температуры образца.

Для металлов, не растворяющих в своем объеме углерод (иридий), при фазовом переходе (при  $T < T_{\rm ph.tr}$ ) после достижения критической степени покрытия  $\vartheta_{\rm cr}$ , дальнейшее понижение температуры приводит к росту островков графена по площади только за счет уменьшения критической степени покрытия  $\vartheta_{\rm cr} = f(T)$ , что подтверждается экспериментально [8], т.е. в этом случае при каждой постоянной температуре T = const выполняется условие  $\vartheta_{\rm eq} = \vartheta_{\rm cr}$ .

- 1. К.С. Новоселов, УФН **81**, 1299 (2011).
- 2. А.К. Гейм, УФН **81**, 1284 (2011).
- А.М. Шикин, В.К. Адамчук, К.Х. Радер, ФТТ 51, 2251 (2009).
- M. Losurdo, M. M. Giangregorio, and G. Bruno, Phys. Chem. Chem. Phys. 13, 20836 (2011).

(2015).
E. Grånäs, J. Knudsen, U.A. Schröder, T. Gerber, C. Busse, M. A. Arman, K. Schulte, J. N. Andersen, and T. Michely, ASC Nano 6, 9951 (2012).

5. X. Chen, L. Zhang, and S. Chen, Synth. Met. 210, 95

- R. Larciprete, S. Ulstrup, P. Lacovig, M. Dalmiglio, M. Bianchi, F. Mazzola, L. Hornekær, F. Orlando, A. Baraldi, P. Hofmann, and S. Lizzit, ASC Nano 6, 9551 (2012).
- E. V. Rut'kov and N. R. Gall, *Physics and Applications of Graphene Experiments*, ed. by S. Mikhailov, In Tech, Rijeka, Croatia (2011).
- N. R. Gall, E. V. Rut'kov, and A. Ya. Tontegode, Int. J. Mod. Phys. 11, 1865 (1997).
- 10. A. Ya. Tontegode, Prog. Surf. Sci. 38, 201 (1991).
- 11. Э. Я. Зандберг, Н. И. Ионов, *Поверхностная ионизация*, Наука, М. (1969).
- Е.В. Рутьков, Е.Ю. Афанасьева, Н.Р. Галль, ФТП 54, 552 (2020).
- Е. В. Рутьков, Н. Р. Галль, Письма в ЖЭТФ 110, 683 (2019).
- Н. Р. Галль, Е. В. Рутьков, А. Я. Тонтегоде, Ю. Н. Царев, Письма в ЖЭТФ 71, 671 (2000).
- Н. Р. Галль, Е. В. Рутьков, Письма в ЖЭТФ 88, 308 (2008).

# Tuning of electronic and vibrational properties of transition metal selenides $TSe_2$ (T = Os, Ru) and their metallization under high pressure

P. G. Naumov<sup>+\*</sup>, A. O. Baskakov<sup>\*1</sup>, S. S. Starchikov<sup>\*</sup>, I. S. Lyubutin<sup>\*</sup>, Yu. L. Ogarkova<sup>\*</sup>, M. V. Lyubutina<sup>\*</sup>, O. I. Barkalov<sup>×</sup>, S. A. Medvedev<sup>+</sup>

<sup>+</sup>Max Planck Institute for Chemical Physics of Solids, 01187 Dresden, Germany

\*Shubnikov Institute of Crystallography of Federal Scientific Research Centre "Crystallography and Photonics" of Russian Academy of Sciences, 119333 Moscow, Russia

 $\times$ Institute of Solid State Physics, Russian Academy of Sciences, 142432 Chernogolovka, Russia

Submitted 27 March 2020 Resubmitted 27 March 2020 Accepted 29 March 2020

#### DOI: 10.31857/S123456782008008X

In recent decades, considerable interest has been focused on the structural, electronic, optical, and chemical properties of transition metal dichalcogenides (TMDs)  $TX_2$  (T is a transition metal cation and X is a chalcogen anion) [1–6]. The weak van der Waals bonding [1] between the two-dimensional TMDs atomic layers allows the formation of various low-dimensional structures that can compete with graphene in important technical applications, including nanoelectronics, photonics and energy storage [7, 8]. In this case, TMDs exhibit a significant variety of electronic properties [1].  $OsSe_2$  is a diamagnetic semi-metal with a pyrite-type structure [9, 10]. RuSe<sub>2</sub> is a diamagnetic semiconductor with an indirect band gap at ambient pressure [11, 12]. In recent studies of superconductivity in TMD with a pyrite-type structure, the relationship between superconductivity and structural instability, which involves the destabilization of anionic dimers, has often been discussed. In PdSe<sub>2</sub>, such destabilization is caused by the application of external pressure [13], and in IrSe<sub>2</sub> by Rh doping [14]. This kind of structural instability leads to a decrease in the frequency of the stretching  $A_q$  Se-Se mode due to an increase in the length of the Se-Se bond, as demonstrated by Raman spectroscopy.

However, for the  $PdS_2$  and  $NiSe_2$  dichalcogenides with a pyrite-type structure, it was shown that the destabilization of anionic dimers is not necessary for the occurrence of superconductivity, and such destabilization is not a sufficient condition for the formation of superconductivity [15]. Therefore, in  $PdS_2$ there is no correlation between the softening of the S-S dumbbell bonds and the dependence  $T_c(P)$ . Meanwhile, despite the elongation of Se-Se bonds under pressure in NiSe<sub>2</sub>, the sample remains a normal nonsuperconducting metal. Some correlations can also be expected between the pyrite-type structure of TMDs and the appearance of a superconducting state. In this direction, it is interesting to study and compare the transport properties and phonon modes of osmium diselenide  $OsSe_2$  and ruthenium diselenide  $RuSe_2$  under high-pressure conditions.

In our studies monocrystalline  $OsSe_2$  and  $RuSe_2$ samples were synthesized by the chemical vapor transport method. The stoichiometry of the obtained crystals was proved using energy dispersive X-ray spectroscopy. A screw-clamped diamond anvil cell equipped with 550- $\mu$ m culet diamond anvils was used for the simultaneous Raman spectroscopy and electrical resistivity measurements at high pressure up to 43 GPa.

Raman spectroscopy measurements were performed to study the evolution of the vibrational properties of  $OsSe_2$  and  $RuSe_2$  under high pressure. Weakening of Se-Se chemical bonds in  $OsSe_2$  and  $RuSe_2$  samples under high pressure was not observed, which is confirmed by a constant increase in the frequency of the  $A_g$  mode with pressure in both compounds.

Moreover, our Raman spectroscopy studies did not reveal any indication of structural phase transitions up to pressures of about 40 GPa. Thus, it can be assumed that the pyrite-type structure remains stable up to the highest pressures attained in the experiments.

We also performed electrical transport measurements to detect electronic transitions under applied pressure in  $OsSe_2$  and  $RuSe_2$  samples. It turned out that the resistivity of both samples at room temperature decreases with increasing applied pressure (Fig. 1). The similar effects reported in [13, 15] were associated with a substantial overlapping of the conduction and valence bands.

 $<sup>^{1)}{\</sup>rm e}\mbox{-mail: arseniybaskakov@gmail.com}$ 



Fig. 1. (Color online) Room temperature resistivity and the onset temperature  $T_c$  of the superconducting transition for OsSe<sub>2</sub> (a) and RuSe<sub>2</sub> (b) compounds plotted as a function of pressure

At pressures in the range of 20-40 GPa, the electrical resistance of the sample OsSe<sub>2</sub> drops in the temperature range of 2-6 K, which can be caused by the transition to the superconducting state. The RuSe<sub>2</sub> sample also demonstrates a transition to the superconducting state under application of pressure. A noticeable drop in resistivity at low temperatures is observed at pressures above 15 GPa and extends up to 43 GPa (Fig. 1).

Thus, in contrast to  $Ir_{1-x}Th_xSe_2$  or PdSe<sub>2</sub>, the appearance of superconductivity in OsSe<sub>2</sub> and RuSe<sub>2</sub> is not due to a phase transition or instability of anionic dimmers. For both materials, a superconducting transition is observed at pressures above the transition to the metallic state, which is achieved during the slow evolu-

tion of semimetal into metal under pressure. An increase in the  $T_c$  critical temperature with pressure was found for both samples. OsSe<sub>2</sub> demonstrated the classic domeshape behavior of  $T_c(P)$  dependence, while for RuSe<sub>2</sub>, the  $T_c$  remains constant above 35 GPa. For both materials, no indications of a structural phase transition were found in our spectroscopic studies up to the highest pressures.

The work on preparation of the high-pressure cells, loading of high-pressure cells, Raman and transport measurements at high pressures, analysis and processing of the results of these measurements, and preparation of the manuscript was supported by the Russian Science Foundation (project # 17-72-20200). The sample characterization was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the State assignment FSRC "Crystallography and Photonics" Russian Academy of Sciences.

Full text of the paper is published in JETP Letters journal. DOI: 10.1134/S0021364020080044

- S. Manzeli, D. Ovchinnikov, D. Pasquier, O. V. Yazyev, and A. Kis, Nat. Rev. Mater. 2, 17033 (2017).
- Y.-H. Wang, K.-J. Huang, and X. Wu, Biosens. Bioelectron. 97, 305 (2017).
- M. Chhowalla, H.S. Shin, G. Eda, L.-J. Li, K.P. Loh, and H. Zhang, Nat. Chem. 5, 263 (2013).
- A. O. Baskakov, Y. L. Ogarkova, I. S. Lyubutin, S. S. Starchikov, V. Ksenofontov, S. I. Shylin, D. Kroitor', V. Tsurkan, S. A. Medvedev, and P. G. Naumov, JETP Lett. **109**, 536 (2019).
- R. Z. Vitlina, L. I. Magarill, and A. V. Chaplik, JETP Lett. **110**, 540 (2019).
- M. Luo, Y. H. Shen, and T.L. Yin, JETP Lett. 105, 255 (2017).
- 7. H. Wang, H. Feng, and J. Li, Small 10, 2165 (2014).
- W. Choi, N. Choudhary, G. H. Han, J. Park, D. Akinwande, and Y. H. Lee, Mater. Today 20, 116 (2017).
- W. N. Stassen and R. D. Heyding, Can. J. Chem. 46, 2159 (2006).
- B. Müller and H. D. Lutz, Phys. Chem. Miner. 17, 716 (1991).
- J. S. Sheu, Y. S. Shih, S. S. Lin, and Y. S. Huang, Mater. Res. Bull. 26, 11 (1991).
- K. Wang, A. Wang, A. Tomic, L. Wang, A. M. M. Abeykoon, E. Dooryhee, S. J. L. Billinge, and C. Petrovic, APL Mater. 3, 041513 (2015).
- M. A. ElGhazali, P. G. Naumov, H. Mirhosseini, V. Süß, L. Muchler, W. Schnelle, C. Felser, and S. A. Medvedev, Phys. Rev. B 96, 060509 (2017).
- J. Guo, Y. Qi, S. Matsuishi, and H. Hosono, J. Am. Chem. Soc. 134, 20001 (2012).
- M. A. ElGhazali, P. G. Naumov, Q. Mu, V. Süß, A. O. Baskakov, C. Felser, and S. A. Medvedev, Phys. Rev. B 100, 014507 (2019).

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

## Закономерности в измеренных первых потенциалах ионизации лантанидов и актинидов

 $\Gamma$ . В. Шпатаковская<sup>1)</sup>

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, 125047 Москва, Россия

Поступила в редакцию 17 марта 2020 г. После переработки 1 апреля 2020 г. Принята к публикации 1 апреля 2020 г.

Экспериментальные потенциалы ионизации IP<sub>1</sub> лантанидов и актинидов проанализированы с помощью квазиклассического метода выделения зависимости орбитальных энергий связи от атомного номера Z и квантовых чисел. Для элементов с правильно заполняемыми 4f- и 5f-оболочками, соответственно, выявлены закономерности, позволившие аппроксимировать зависимости IP<sub>1</sub>(Z) с погрешностью порядка 1%, используя три константы для лантанидов и одну – для актинидов. Обнаруженные закономерности для валентных электронов подтверждают существование для орбитальных энергий связи общего закона подобия по атомному номеру, справедливого как для внешних, так и для внутренних оболочек в случае их правильного заполнения.

DOI: 10.31857/S1234567820080121

Введение. Актиниды – атомная группа из 15 элементов с порядковыми номерами Z = 89-103, включающая в себя искусственные трансурановые элементы. Подобно лантанидам, 15 элементам с атомными номерами Z = 57-71, в актинидах могут присутствовать от трех до четырех открытых оболочек. Обе атомные группы характеризуются заполнением f-оболочки: в лантанидах заполняется 4f-, в актинидах – 5f-оболочка.

Фундаментальной характеристикой элемента для химии и атомной физики является его первый потенциал ионизации IP<sub>1</sub>. В настоящее время эта величина измерена для всех рассматриваемых элементов, хотя еще два года назад это было не так, и, например, для прометия использовался результат, полученный через интерполяцию по соседним элементам. Уточненные, последние результаты всех имеющихся измерений для лантанидов и актинидов можно найти в базе данных [1] вместе со ссылками на соответствующие источники. Только недавно был измерен потенциал ионизации единственного радиоактивного лантанида – прометия [2]. Экспериментальные трудности измерения характеристик атомов тяжелых актинидов (Z = 97-103) связаны с тем, что получают их на ускорителях в очень малых количествах, поэтому важным вкладом в представление о структуре внешних электронных оболочек тяжелых актинидов явились результаты измерений [3, 4] первого ионизационного потенциала для <sub>100</sub>Fm, <sub>101</sub>Md, <sub>102</sub>No, <sub>103</sub>Lr

методом поверхностной ионизации. Для лоуренсия, заключающего группу актинидов, измерение [3] было проведено впервые и подтвердило предсказанную теорией [5–7] электронную конфигурацию основного состояния этого элемента. Для нобелия результат был подтвержден гораздо более точным методом лазерной спектроскопии в [8].

В литературе сравниваются закономерности в зависимости  $IP_1(Z)$  для двух групп гомологов, лантанидов и актинидов (см., например, [9, 10]). В частности обсуждаются два линейных участка с разными наклонами в зависимости  $IP_1(Z)$  для лантанидов (рис. 1) и в объяснении делается акцент на различении заполнения первой и второй половин 4fоболочки. Отмечается выпадение из этой зависимости трех элементов 57 La, 58 Ce, 64 Gd, причем для гадолиния оно связывается с нарушением в нем правильного, нормального заполнения 4f-оболочки из-за появления 5d-состояния.

Обращается также внимание на схожесть почти линейного поведения  $IP_1(Z)$  для тяжелых актинидов (Z = 97-102) и лантанидов (Z = 65-71) (сравни рис. 1 и 2). Более запутанная картина имеет место для легких актинидов, где в заполнение 5fоболочки "вклинивается" 6d-орбиталь и зависимость от атомного номера оказывается сильно не монотонной (рис. 2). По этой причине в работе [10] для легких актинидов предложен другой вариант представления  $IP_1(Z)$ -данных теории (в  $_{89}$ Ac,  $_{91}$ Pa,  $_{92}$ U) и эксперимента (в  $_{90}$ Th,  $_{93}$ Np,  $_{94}$ Pu) для легких актинидов. В предположении, что в отличие от тяжелых актини

 $<sup>^{1)}{\</sup>rm e}\mbox{-mail: shpagalya@yandex.ru}$ 



Рис. 1. Первые потенциалы ионизации для лантанидов [1].



Рис. 2. Первые потенциалы ионизации для актинидов [1]

дов в этих легких ионизуется не 7s-, а 6d-состояние, "нормализованные" потенциалы ионизации в [10] образовали монотонную, но уже не линейную зависимость.

Для теоретического исследования потенциалов ионизации атомов и ионов сверхтяжелых элементов используются различные методы, дающие отличающиеся результаты [11]: релятивистский метод Хатри–Фока (RHF – relativistic Hartree-Fock), многоконфигурационный метод Дирака–Фока (MCDF – multiconfiguration Dirac–Fock), метод взаимодейству-

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

ющих конфигураций (CI – configuration interaction) с использованием теории возмущений (CIPT – configuration interaction with perturbation theory). Для их верификации определяющим является непосредственное сравнение с экспериментом. Но в ситуации отсутствия измерений, как это имеет место для трансактинидов ( $Z \ge 104$ ), важная роль отводится сравнению с результатами для более легких аналогов и анализу имеющихся закономерностей в зависимости IP<sub>1</sub> от атомного номера. Поэтому существующее в литературе неоднозначное объяснение поведения IP<sub>1</sub>(Z), в частности, для лантанидов и актинидов послужило мотивацией для данного исследования.

В настоящей работе предлагается иной подход к анализу экспериментальной зависимости от атомного номера первых потенциалов ионизации атомов двух рассматриваемых групп.

Величина IP<sub>1</sub> равна энергии связи валентного электрона. Анализу экспериментальных энергий связи в K и L оболочках в основном состоянии многоэлектронных атомов посвящена работа [12]. В докладе [13] рассмотрены экспериментальные и теоретические [14] энергии связи электронов четырех внутренних оболочек (K, L, M, N) лантанидов. Для анализа в [12] и [13] был использован квазиклассический метод [15], основаный на виде зависимости орбитальных энергий связи от атомного номера в атоме Томаса–Ферми [16].

Проведенный в указанных работах анализ показал, что при правильном заполнении оболочек орбитальные энергии связи (в атомных единицах:  $\hbar = m_e = e = 1$ ) с погрешностью порядка 1% подчиняются закону подобия по атомному номеру следующего вида:

$$E_{n0} = Z^{4/3} \mathbf{e}_n(\sigma), \quad l = 0; \quad \sigma = \pi Z^{-1/3};$$
 (1)

$$E_{nlj} = E_{n0} + Z^{2/3} d_{nlj}(\sigma) \lambda^2, \quad l > 0, \quad \lambda = l + 1/2,$$
(2)

где n и l – главное и орбитальное квантовые числа,  $\lambda = l + 1/2$ ; для l > 0  $j = l \mp 1/2$  – полный электронный момент с учетом релятивистского спинорбитального взаимодействия,  $\lg e_n(\sigma)$  и  $\lg d_{nlj}(\sigma)$  – гладкие функции, интерполируемые простыми полиномами.

Ниже сделана попытка найти подобные закономерности в энергиях связи внешних, валентных электронов в лантанидах и актинидах.

Орбитальные энергии связи внешней оболочки лантанидов и актинидов. В таблице 1 представлены экспериментальные ионизационные потенциалы  $IP_1(Z)$  исследуемых элементов из базы [1] вместе с указанием конфигурации внешних оболочек и ионизуемого состояния. Из таблицы 1 видно, что в одиннадцати лантанидах (Z = 59-63, 65-70) ионизуется 6s-электрон и происходит правильное заполнение 4f-оболочки. Выпадают из общей картины четыре атома ( $_{57}$ La,  $_{58}$ Ce,  $_{64}$ Gd,  $_{71}$ Lu), отличающиеся наличием 5d-состояния.

Более сложна схема заполнения 5f-оболочки в актинидах. Лишь в восьми атомах (Z = 94, 95, 97-102) из пятнадцати заполнение f-оболочки происходит регулярно и во всех этих случаях ионизуется 7sэлектрон. У остальных семи актинидов картина оказывается гораздо более пестрой: в шести случаях вместо 5f- появляется 6d-электрон (в 90 Th даже два), который в атомах Z = 89 - 92, 96 ионизуется, а в лоуренсии появляется и ионизуется 7p-электрон. Это разнообразие довершает нептуний (Z = 93) с 6dэлектроном, но ионизуется в нем 7s-электрон.

Результаты квазиклассического анализа. Поскольку в элементах с регулярным заполнением f-оболочек ионизуется s-состояние, для анализа используется формула (1), и алгоритм сводится к вычислению приведенной энергии:

$$e_n = E_{n0} Z^{-4/3}, (3)$$

как функции величины  $\sigma = \pi Z^{-1/3}$ , где в атомных единицах  $E_{n0} = \mathrm{IP}_1(Z)/27.21$ , n = 6 для лантанидов, n = 7 для актинидов.

Связь вычисленных величин  $\sigma$  и lg e<sub>6</sub> для лантанидов изображена на рис. 3. Соответствующие значения для актинидов, в которых ионизуется 7s электрон, включая нептуний (Z = 93), представлены на рис. 4. Цифры под символами на рис. 3 и 4 обозначают атомный номер элемента.

Квадратичная интерполяция гладкой зависимости на рис. 3 для лантанидов

$$\lg e_{6}(\sigma) = \sum_{k=0}^{2} a_{k}^{(6)} \sigma^{k}$$
(4)

с коэффициентами  $a_0^{(6)} = 1.04061, a_1^{(6)} = -11.386243, a_2^{(6)} = 7.8154326$  позволяет оценить их потенциалы ионизации в электронвольтах по формуле:

$$IP_1(Z) = 27.21 \cdot 10^{\lg e_6(\sigma)} Z^{4/3}.$$
 (5)

Эти оценки, приведенные в табл. 1, аппроксимируют потенциалы ионизации одиннадцати лантанидов с погрешностью менее одного процента.

Представленные на рис. 4 для актинидов Z = 94,95,97-102 значения могут быть в пределах погрешности в четвертой значащей цифре аппроксимированы константой: lg e<sub>7</sub>  $\approx -3.2916$ . В результате для



Рис. 3. Зависимость  $\lg e_6(\sigma)$ , построенная по экспериментальным потенциалам ионизации IP<sub>1</sub> из базы [1] для лантанидов, в которых ионизуется 6s-электрон. Линия – квадратичная аппроксимация (4)



Рис. 4. Значения  $\lg e_7(\sigma)$  по экспериментальным потенциалам ионизации IP<sub>1</sub> из базы [1] для актинидов, в которых ионизуется 7s-электрон. Линия:  $\lg e_7(\sigma) =$ = -3.2916.

этих восьми актинидов первый потенциал ионизации в электронвольтах может быть вычислен по простой формуле

$$IP_1(Z) = 0.0139Z^{4/3} \tag{6}$$

с погрешностью порядка 1%. Сравнение оценок с результатами измерений представлено в табл. 1.

Примечательно, что для s-состояний сложная зависимость от атомного номера в лантанидах вида (5)

Z	$n_1 l_1 n_2 l_2 \dots$	nl	IP <sub>1</sub> (эв) [1]	(5) (эв)	Z	$n_1 l_1 n_2 l_2 \dots$	nl	IP <sub>1</sub> (эв) [1]	(6) (эв)
57	$5d6s^2$	6s	5.5769		89	$6d7s^2$	6d	5.380226	
58	$4f5d6s^2$	6s	5.5386		90	$6d^27s^2$	6d	6.30670	
59	$4f^36s^2$	6s	[5.4702]	5.4645	91	$5f^26d^27s^2$	6d	[5.89]	
60	$4f^{4}6s^{2}$	6s	5.5250	5.5196	92	$5f^36d^27s^2$	6d	6.19505	
61	$4f^56s^2$	6s	5.58187	5.5787	93	$5f^46d^27s^2$	7s	6.26554	
62	$4f^{6}6s^{2}$	6s	5.64371	5.6415	94	$5f^67s^2$	7s	6.02576	5.9409
63	$4f^76s^2$	6s	5.670385	5.7081	95	$5f^77s^2$	7s	5.97381	6.0253
64	$4f^75d6s^2$	5d	6.1498		96	$5f^76d7s^2$	6d	5.99141	
65	$4f^{9}6s^{2}$	6s	5.8638	5.8519	97	$5f^97s^2$	7s	6.19785	6.1950
66	$4f^{10}6s^2$	6s	5.93905	5.9290	98	$5f^{10}7s^2$	7s	6.28166	6.2803
67	$4f^{11}6s^2$	6s	6.0215	6.0095	99	$5f^{11}7s^2$	7s	6.36758	6.3659
68	$4f^{12}6s^2$	6s	6.1077	6.0932	100	$5f^{12}7s^2$	7s	6.50	6.4518
69	$4f^{13}6s^2$	6s	6.18431	6.1801	101	$5f^{13}7s^2$	7s	6.58	6.5380
70	$4f^{14}6s^2$	6s	6.25416	6.2703	102	$5f^{14}7s^2$	7s	6.62621	6.6244
71	$4f^{14}5d7s^2$	5d	5.425871		103	$5f^{14}7s^27p$	$7\mathrm{p}$	4.96	

Таблица 1. Электронная конфигурация внешних оболочек, ионизуемое состояние и первые потенциалы ионизации (эксперимент и аналитическая оценка) атомов лантанидов и актинидов

с увеличением Z вырождается для актинидов в скейлинг (6), характерный для модели Томаса–Ферми. Существование подобной закономерности для сверхтяжелых элементов (Z = 104-118) позволило бы по измерению (или вычислению) s-состояния в одном атоме оценивать соответствующие энергии связи в других членах атомной группы.

Заключение. Показано, что гладкая функция  $\operatorname{IP}_1(Z)$  может быть построена только для лантанидов и актинидов с нормальным заполнением соответствующей f-оболочки и носит существенно нелинейный характер. Таких атомов в лантанидах оказывается одиннадцать, в актинидах восемь: два легких и шесть тяжелых.

Хотя точность аппроксимации потенциалов ионизации не велика (порядка 1%), и в данном случае имеются их измерения для всех атомов обеих групп, важным представляется тот факт, что (в случае правильного заполнения открытых оболочек) для валентных, внешних электронов справедлив тот же закон подобия по атомному номеру (1), что и для энергий связи внутренних оболочек.

Наличие же скейлинга по атомному номеру у сверхтяжелых элементов (Z = 104-118) сделало бы возможным оценки экспериментальных (при наличии) и теоретических энергий связи. Например, теоретические расчеты [11] потенциалов ионизации для элементов Z = 105 - 109 показали, что в основном состоянии этих атомов заполняется и ионизуется 6dоболочка. Гомологами в этом случае являются элементы группы платины, в которых заполняется оболочка 5d. Представляет интерес провести подобный

выше описанному квазиклассический анализ энергий связи для элементов этих двух группы, хотя полное подобие нарушают релятивистские эффекты. В сверхтяжелых элементах они приводят к ионизации 6d-, а не 7s-состояний, поэтому для проведения квазиклассического анализа необходимы значения энергий связи внутренних 6s-состояний хотя бы для двух, лучше трех, из сверхтяжелых элементов Z = 105 - 109.

- 1. A. Kramida, Yu. Ralchenko, J. Reader and NIST ASD Team (2019), NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.7.1), [Online]. Available: https://physics.nist.gov/asd [2020, March 27], National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
- 2. D. Studer, S. Heinitz, R. Heinke, P. Naubereit, R. Dressler, C. Guerrero, U. Köster, D. Schumann, and K. Wendt, Phys. Rev. A 99, 062513 (2019).
- 3. T.K. Sato, M. Asai, A. Borschevsky al. et (Collaboration), Nature **520**, 209 (2015).
- 4. T.K. Sato, M. Asai, A. Borschevsky  $\mathbf{et}$ al. (Collabortion), J. Am. Chem. Soc. 140, 14609 (2018).
- 5. A. Borschevsky, E. Eliav, M. J. Vilkas, Y. Ishikawa, and U. Kaldor, Phys. Rev. A 75, 042514 (2007).
- 6. V. A. Dzuba, M. S. Safronova, and U. I. Safronova, Phys. Rev. A: At. Mol. Opt. Phys. 90, 012504 (2014).
- 7. S.G. Porsev, M.S. Safronova, U.I. Safronova, V.A. Dzuba, and V.V. Flambaum, Phys. Rev. A **98**, 052512 (2018).
- 8. P. Chhetri, D. Ackermann, H. Backe et al. (Collaboration), Phys. Rev. Lett. 120, 263003(2018).

529

- 9. M. Block, Radiochim. Acta 107(9–11), 821 (2019).
- K. Wendt, T. Gottwald, C. Mattolat, and S. Raeder, Hyperfine Interact. 227, 55 (2014).
- B. G. C. Lackenby, V. A. Dzuba, and V. V. Flambaum, Phys. Rev. A 99, 042509 (2019).
- Г. В. Шпатаковская, Письма в ЖЭТФ, 108 781 (2018) [G.V. Shpatakovskaya, JETP Lett. 108 768 (2018)].
- G. V. Shpatakovskaya, XXXV International Conference on Equation of state for Matter, March 1-6, 2020, Elbrus, Kabardino-Balkaria, Russia. Book of abstracts,

 $(2020), \quad p.\,30; \quad http://www.ihed.ras.ru/elbrus20/abstracts/ELBRUS2020 \ book \ of \ abstracts.pdf.$ 

- 14. S. Kotochigova, Z. H. Levine, E. L. Shirley, M. D. Stiles, and Ch. W. Clark, http://www.nist.gov/pml/data/ dftdata/index.cfm.
- Г.В. Шпатаковская, УФН 189 195 (2019)
   [G. V. Shpatakovskaya, Phys. Usp. 62 186 (2019)].
- Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, Квантовая механика, Физматлит, М. (1989) [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory, Pergamon, Oxford (1977)].

### Влияние размерного эффекта на кластерную ионную эмиссию наноструктур кремния

А. Б. Толстогузов<sup>a,b,c1</sup>, М. Н. Дроздов<sup>d</sup>, А. Е. Иешкин<sup>e</sup>, А. А. Татаринцев<sup>e,f</sup>, А. В. Мяконьких<sup>f</sup>, С. Ф. Белых<sup>g</sup>, Н. Г. Коробейщиков<sup>h</sup>, В. О. Пеленович<sup>i</sup>, Д. Фу<sup>c2</sup>

<sup>а</sup> Рязанский государственный радиотехнический университет им. В. Ф. Уткина, 390005 Рязань, Россия

<sup>b</sup>Centre for Physics and Technological Research, Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica, Portugal

 $^cSchool$  of Physics and Technology, Wuhan University, 430072 Wuhan, China

<sup>d</sup>Институт физики микроструктур РАН, 603087 Н. Новгород, Россия

<sup>е</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

<sup>f</sup> Физико-технологический институт им. К. А Валиева РАН, 117218 Москва, Россия

<sup>9</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 125993 Москва, Россия

<sup>h</sup>Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск, Россия

<sup>i</sup>School of Power and Mechanical Engineering, Wuhan University, 430072 Wuhan, China

Поступила в редакцию 11 марта 2020 г. После переработки 19 марта 2020 г. Принята к публикации 19 марта 2020 г.

Проведено изучение размерного эффекта, приводящего к увеличению эмиссии многоатомных кластерных ионов из наноструктур кремния по сравнению с макроскопическим образцом. Впервые для этих целей были использованы периодические структуры с шириной гребней 10 и 50 нм, изготовленные методом электронно-лучевой литографии с последующим плазмохимическим травлением. Показано, что для структур с эффективной шириной гребня, соизмеримой с величиной среднего проективного пробега бомбардирующего иона висмута в кремнии, выход многоатомных кластерных ионов значительно превосходит аналогичный показатель для макроскопических образцов, например, для  ${}^{28}$ Si<sub>10</sub> (280m/z) более, чем в 5 раз. Этот эффект объяснен частичным ограничением каналов диссипации энергии, выделяемой бомбардирующим ионом в объеме структуры, что стимулирует более эффективное развитие каскадов нелинейных столкновений в таком объеме и в итоге активизирует выход многоатомных кластерных ионов.

DOI: 10.31857/S1234567820080091

Введение. Исследования взаимодействия ускоренных ионных пучков с наноразмерными объектами имеет большое теоретическое и практическое значение. Анализ физических процессов, превалирующих в ситуации, когда величина проективного пробега иона становится соизмеримой с геометрическими размерами облучаемого объекта, позволяет внести коррективы в теорию ионного распыления, а изучение закономерностей ионно-лучевой модификации таких объектов открывает путь к созданию гигабольших интегральных микросхем (ГБИС) с количеством элементов в кристалле 10<sup>9</sup> (см., например, [1, 2] и ссылки в этих публикациях).

Несмотря на разнообразие материалов, используемых в современной микро- и наноэлектронике, кремний по-прежнему остается одним из наиболее важных и востребованных, что определяет интерес исследователей к процессам ионно-лучевого распыления и ионной эмиссии различных систем на основе кремния, включая наноразмерные. Однако, основная часть исследований в этой области выполнена с наночастицами золота (см., например, [3]), в том числе методом компьютерного моделирования для наночастиц и тонких пленок золота [4, 5]. Значительный рост коэффициента распыления сферических наночастиц объяснялся эффектом ограничения объема каскада атомных столкновений внутри индивидуальной наночастицы. При этом информация о масс-спектральном составе продуктов распы-

 $7^*$ 

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: a.tolstoguzov@fct.unl.pt

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>D. J. Fu.

(a)



Рис. 1. Тестовые литографические структуры из кремния: (a) – изображение, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа ZEISS, (b) – схематический вид фронтального сечения структуры (для Si10 d = 10 нм,  $d_{\text{eff}} \sim 14.1$  нм, а для Si50 d = 50 нм,  $d_{\text{eff}} \sim 70.7$  нм)

ления наноразмерных систем в известной нам литературе весьма ограничена. Чтобы восполнить этот пробел, ранее нами были проведены измерения отрицательно заряженных кластеров Si, эмитированных при бомбардировке ионами 25 кэВ Ві<sub>3</sub><sup>+</sup> с поверхности трех различных образцов: (i) монокристаллического кремния, (ii) образца, приготовленного из прессованных наночастиц Si со средним диаметром 60 нм, и (iii) кремниевой голографической решетки, состоящей из отдельных колонн высотой 200 нм и диаметром 160 нм [6]. Установлено, что размерный эффект, приводящий к усилению эмиссии кластеров Si<sub>n</sub>  $(n \geq 7)$ , наиболее ярко выражен для образца из наночастиц кремния. В работе [7] был исследован кремний с пористостью 50% и размерами пор 25, 40 и 65 нм. Показано, что для пористых образцов выход многоатомных кластерных ионов превышает выход таких ионов из монокристаллического кремния, причем интенсивность эмиссии возрастает с уменьшением размеров пор. Этот результат был также объяснен эффектом ограничения объема каскада столкновений в объеме наноразмерных частиц, существующих в структуре пористого кремния. В работе [8] была обоснована возможность перехода от режима линейных каскадов к режиму нелинейных каскадов столкновений при уменьшении размеров облучаемых изолированных наночастиц, что должно сопровождаться значительным усилением эмиссии как атомных, так и кластерных ионов. Предложено использовать этот эффект при создании нового поколения сильноточных ионных источников распылительного типа.

В рамках данной работы, которая является продолжением и дальнейшим развитием предыдущих исследований, нами проведено сравнительное изучение кластерной вторично-ионной эмиссии с поверхности необработанного монокристаллического кремния (макроскопического образца) и литографических наноструктур кремния с шириной гребней (ребер) 10 и 50 нм. Такие структуры представляют интерес как реальные технологические объекты с характеристическими размерами, соизмеримыми с величиной среднего проективного пробега бомбардирующего иона в этом объекте, что позволяет оценить вклад размерного эффекта ("finite size effect" [4,9,10]) в процессы ионно-лучевого распыления и вторично-ионной эмиссии кремния.

Образцы и методика исследований. Тестовые литографические структуры были изготовлены в Физико-технологическом институте им. К. А. Валиева РАН методом электронно-лучевой литографии с последующим плазмохимическим травлением. Электронно-лучевая литография проводилась на установке Raith-150 (Raith, Germany) при энергии электронного пучка 30 кэВ с использованием негативного резиста XR-1541 (Dow Corning, USA), позволяющего создавать структуры со сверхвысоким разрешением до 6 нм [11] и обладающего высокой селективностью [12]. Травление исходных кремниевых пластин осуществлялось на установке



Рис. 2. Масс-спектры отрицательных вторичных ионов: (a) – необработанная Si пластина, (b) – тестовая литографическая структура Si10 с шириной гребней 10 нм

PlasmaLab 100 Dual (Охford Instrum. Plasma Tech., UK), оснащенной источником индуктивно-связанной плазмы (2 МГц/3 кВт). Для повышения степени вертикальности стенок гребней использовался процесс анизотропного плазмохимического травления в смеси газов SF<sub>6</sub> и C<sub>4</sub>F<sub>8</sub>. Всего было изготовлено два типа периодических структур с шириной гребней d, равной 10 и 50 нм. В дальнейшем по тексту эти структуры будут обозначаться как Si10 и Si50 соответственно.

Растровое электронное изображение тестовой литографической структуры Si10 представлено на рис. 1а, а на рис. 1b приведен схематический вид фронтального сечения структуры с указанием направлений падения первичного ионного пучка и экстракции (вытягивания) вторичных ионов в масс-спектрометр. Для обоих типов структур высота гребней и ширина зазора (впадины) между ними были одинаковыми и составляли 150 и 100 нм соответственно. Под эффективной шириной гребня  $d_{\rm eff}$  будем подразумевать максимальное расстояние, которое первичный ион может "пройти" внутри гребня. Забегая вперед, отметим, что угол падения зондирующего ионного пучка на поверхность структур во фронтальной плоскости, т.е. перпендикулярно гребням, был равен 45° от нормали.

Измерения тестовых структур и участка необработанной кремниевой пластины (в дальнейшем по тексту Si пластины) проводились методом массспектрометрии вторичных ионов в Центре коллективного пользования "Физика и технология микро- и наноструктур" в Институте физики микроструктур РАН. Установке TOF.SIMS-5 (ION- TOF, Germany)

типа рефлектрон, обладающим масс-спектральным разрешением  $m/\Delta m$  не менее  $5 \cdot 10^3$  на уровне 50%максимальной интенсивности пика, и двумя источниками первичного ионного пучка, которые последовательно использовались для распыления (очистки) и зондирования (анализа) образцов. Оба пучка направлялись на поверхность образов во фронтальной плоскости с углом падения 45° по разные стороны от нормали. Анализ выполнялся в импульсном режиме пучком кластерных ионов Ві<sub>3</sub><sup>+</sup> с энергией 25 кэВ  $(\sim 8.33 \, \text{кэВ}$  на один первичный ион) при длительности импульса 1 нс и величине ионного тока порядка 1 пА. Первоначально поверхность образцов подвергалась очистке ионным распылением в течение 30 с. Для этого использовался пучок ионов Cs<sup>+</sup> с энергией 1 кэВ и током 250 нА, который сканировался по поверхности образцов в растре  $300 \times 300$  мкм<sup>2</sup>, причем процесс ионного распыления проводился последовательно в двух направлениях – перпендикулярно и параллельно гребням структур. Измерения массспектров вторичных ионов осуществлялись только перпендикулярно гребням (во фронтальной плоскости, рис. 1b), чтобы исключить вклад в ионную эмиссию со дна углублений между ребрами, т.е. из макроскопического образца. Зондирующий импульсный ионный пучок с размерами растра 100×100 мкм<sup>2</sup> сканировался в центре области распыления в течение 100 c.

была оснащена времяпролетным масс-анализатором

**Результаты экспериментальных измерений** и их обсуждение. Масс-спектры отрицательных вторичных ионов измерялись в трех различных точках на поверхности каждого образца в диапазоне массовых чисел 0.8-900 m/z. На рисунке 2 приведены результаты TOF-SIMS измерений, сделанных в установившемся режиме для Si пластины (рис. 2a) и структуры Si10 (рис. 2b). Диапазон массовых чисел на рисунках ограничен 350 m/z, так как выше этого значения интенсивности масс-пиков для Si пластины были пренебрежимо малы. Масс-спектры структуры Si50 принципиально не отличались от спектров, полученных для структуры Si10, поэтому в данной статье они не приводятся.

Кроме характеристических пиков изотопов кремния, в масс-спектрах присутствуют пики различных электроотрицательных загрязнений, таких как С<sup>-</sup>. О<sup>-</sup>, Cl<sup>-</sup>, OH<sup>-</sup>, групп ОН<sup>-</sup> и CH<sup>-</sup>, а для тестовых структур также F<sup>-</sup> и S<sup>-</sup>, представляющие собой остатки газов, адсорбированных на поверхности структур при их плазмохимическом травлении. Полностью очистить поверхность тестовых структур от этих загрязнений не представлялось возможным. Наше внимание было сосредоточено на выходе гомогенных кластерных ионов  $\operatorname{Si}_n^-$  (2  $\leq n \leq 10$ ), хотя в области больших масс, особенно для литографических структур, наблюдались различные гетерогенные кластеры, представляющие собой соединения/комбинации кремния с поверхностными загрязнениями, а также с цезием, который был внедрен в приповерхностные слои образцов в процессе их очистки ионной бомбардировкой. Изучение механизмов эмиссии гетерогенных кластерных ионов представляет самостоятельный интерес и в данной работе не проводилось.

На рисунке 3 представлена зависимость интегральной интенсивности пиков вторичных ионов основного изотопа кремния  ${}^{28}\mathrm{Si}_n^-$  от количества атомов в кластере *n*. Погрешность измерений не превышала +5% во всем диапазоне *n*. Отметим, что из-за большой интенсивности атомных ионов <sup>28</sup>Si<sup>-</sup> детектор масс-спектрометра работал с перегрузкой в режиме насыщения. Видно, что с ростом *n* интенсивность пиков кластерных ионов у литографических структур спадает медленнее, чем у Si пластины. Например, для ионов димеров  ${}^{28}\mathrm{Si}_2^-$  (56 m/z) интенсивности пиков, нормированных на интенсивность димера пластины кремния, примерно одинаковы для структур Si10 и Si50 и равны 1; для кластерных ионов  $^{28}{\rm Si}_5^-$  (140 m/z)интенсивности пиков, нормированных на интенсивность соответствующего кластерного иона пластины кремния, возрастают и становятся равными 1.6 (Si10) и 1.1 (Si50); и, наконец, для ионов  $^{28}$ Si<sub>10</sub>- (280 m/z) нормированные значения достигают величин 5.3 (Si10) и 2.6 (Si50). Таким образом, данные, представленные на рис. 3, подтверждают влия-



Рис. 3. Зависимость интенсивности кластерных ионов  ${}^{28}\mathrm{Si}_n^-$  от количества атомов n в кластере для пластины необработанного Si и литографических структур Si10 и Si50

ние размерного эффекта на выход кластерных ионов, аналогично тому, как это было ранее выявлено у образцов прессованных наночастиц [6] и пористого кремния [7], причем с уменьшением эффективной ширины гребня  $d_{\rm eff}$  (рис. 1b) увеличивается выход кластерных ионов, в первую очередь многоатомных. Согласно данным компьютерного моделирования в SRIM-2013 [13], средний проективный пробег ионов висмута с энергией 8.33 кэВ в кремнии составляет 12.1 нм, что весьма близко к значению  $d_{\rm eff} \sim 14.1$  нм для Si10 и меньше, чем  $d_{\rm eff} \sim 70.7$  нм для Si50.

Выход кластерных ионов зависит от парциального коэффициента распыления кластерных ионов и от вероятности их ионизации. В известной нам литературе отсутствуют данные о механизме ионизации кластерных ионов при распылении наноразмерных образцов кластерным ионным пучком (в данной работе, ионами Ві<sub>3</sub><sup>+</sup> с энергией 25 кэВ). В [14] предложена модель формирования/сохранения зарядового состояния, но только для атомных ионов, образованных при распылении металлов кластерными ионами в режиме нелинейных каскадов столкновений. Если предположить, что ионизация кластерных ионов кремния в первом приближении не зависит от размерного эффекта, то разница в их интенсивности для Si пластины (макроскопического образца) и тестовых литографических структур (наноразмерных образцов) может быть объяснена развитием нелинейного каскада столкновений в этих структурах. Для изолированных [3-5] и квази-изолированных нано-

частиц (как в случае прессованного [6] и пористого кремния [7]) каналы диссипации энергии, выделяемой первичным ионом в объеме частицы за счет процессов тепло- и электропроводности, ограничены или полностью отсутствуют. Поэтому плотность энергии в таких частицах будет превосходить аналогичный показатель для макроскопического образца, что и приводит к более эффективной эмиссии кластерных ионов. У тестовой структуры Si10 эффективная ширина гребня и, следовательно, характеристический объем, в котором происходит выделение энергии бомбардирующим ионом висмута, соизмеримы со средним проективным пробегом этого иона в кремнии. Такую структуру можно рассматривать как аналог изолированной наночастицы кремния с тем лишь уточнением, что у наночастицы ограничение по объему каскада есть по всем трем измерениям, а у исследованных литографических структур только по одному. У структуры Si50 геометрические размеры превосходят длину среднего проективного пробега, но и в этом случае обеспечиваются более благоприятные условия для выхода кластерных ионов, чем у пластины кремния. Таким образом, в настоящей работе впервые показано, что эмиссия многоатомных кластерных ионов чувствительна даже к частичному ограничению каналов диссипации энергии в объеме нелинейного каскада столкновений.

Выводы. В данной работе проведено изучение размерного эффекта при вторично-ионной эмиссии кремния, суть которого сводится к увеличению выхода многоатомных кластерных ионов из кремниевых наноструктур по сравнению с макроскопическим образцом. Впервые для этих целей были использованы не наночастицы, а объемные периодические Si-структуры с характеристическими размерами (шириной гребней) 10 и 50 нм. Изготовление таких структур методом электронно-лучевой литографии с последующим плазмохимическим травлением является сложной научной и технологической задачей, заслуживающей отдельной публикации. Показано, что для структуры Si10 с эффективной шириной гребня порядка 14 нм, соизмеримой с величиной среднего проективного пробега бомбардирующего иона висмута в кремнии (около 12 нм), выход многоатомных кластерных ионов значительно превосходит ионный выход макроскопического образца, например, для  ${}^{28}\text{Si}_{10}^-$  (280 m/z) более, чем в 5 раз. Для структуры Si50 с $d_{\rm eff} \sim 70.7\,{\rm нм}$ этот показатель равен 2.6 несмотря на то, что ширина гребня у этой структуры значительно больше проективного пробега бомбардирующего иона. Этот эффект объяснен ограничением каналов диссипации энергии, выделяемой бомбардирующим ионом в объеме структур, что стимулирует развитие каскадов нелинейных столкновений в таком объеме. Необходимо подчеркнуть, что даже частичное ограничение объема каскада у наноструктур (по одному измерению) приводит к более эффективному выходу многоатомных кластерных ионов, чем в случае макроскопического образца.

Работа поддержана проектом Российского фонда фундаментальных исследований # 18-02-00565 в части развития методики масс-спектрометрии вторичных ионов (TOF-SIMS).

- Ion Beam Modification of Solids: Ion-Solid Interaction and Radiation Damage, ed. by W. Wesch and E. Wendler, Springer, Cham (2016), 534 p.
- S. L. Moskowitz, Advanced Materials Innovation: Managing Global Technology in the 21st century, Wiley, Hoboken (2016), 457 p.
- L. Yang, M.P. Seach, H. Anstis, I.S. Gilmore, and J.L.S. Lee, J. Phys. Chem. C 116(16), 311 (2012).
- T. T. Järvi, J. A. Pakarinen, A. Kuronen, and K. Nordlund, Lett. J. Explor. Frontiers Phys. 82, 26002 (2008); doi: 10.1209/0295-5075/82/26002.
- L. Sandoval and H. M. Urbassek, Nanoscale Res. Lett. 10(1), 314 (2015); doi: 10.1186/s11671-015-1009-x.
- A. Tolstogouzov, M. N. Drozdov, S. F. Belykh, G. P. Gololobov, A. E. Ieshkin, P. Mazarov, D. V. Suvorov, D. J. Fu, V. Pelenovich, X. Zeng, and W. Zuo, Rapid Commun. Mass Spectrom. 33(3), 323 (2019).
- А.Е. Иешкин, А.Б. Толстогузов, С.Е. Свяховский, М.Н. Дроздов, В.О. Пеленович, Письма в ЖТФ 45(2), 39 (2019).
- С. Ф. Белых, А.Б. Толстогузов, А.А. Лозован, Поверхность **11**, 28 (2015); doi: 10.7868/S0207352815110074.
- R. Kissel and H. M. Urbassek, Nucl. Instrum. Methods B 180(1–4), 293 (2001).
- V. Pelenovich, X. Zeng, W. Zuo, A. Tolstogouzov, G. Gololobov, D. Suvorov, E. Slivkin, D. Hu, C. Tian, Neena D, D. J. Fu, and B. Yang, Vacuum **172**, 109096 (2020).
- J. K. W. Yang, B. Cord, H. Duan, K.K. Berggren, J. Klingfus, S.-W. Nam, K.-B. Kim, and M.J. Rooks, J. Vac. Sci. Technol. B **27**(6), 2622 (2009).
- A. V. Miakonkikh, N. A. Orlikovskiy, A. E. Rogozhin, A. A. Tatarintsev, and K. V. Rudenko, Russian Microelectronics 47(3), 179 (2018).
- 13. http://www.srim.org/ (05/03/2020).
- С. Ф. Белых, А.Б. Толстогузов, А.А. Лозован, Письма в ЖЭТФ 101(9), 712 (2015).

## Вязкое движение сферических наночастиц, рассеивающих лазерное излучение в режиме Рэлея

 $M. Я. Амусья^{+*1}$ , А. С. Балтенков<sup>×</sup>

+ Институт физики им. Рака, Еврейский университет, 91904 Иерусалим, Израиль

\*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, 194021 С.-Петербург, Россия

 $^{ imes}$ Институт ионно-плазменных и лазерных технологий им. Арифова, 100125 Ташкент, Узбекистан

Поступила в редакцию 6 марта 2020 г. После переработки 19 марта 2020 г. Принята к публикации 19 марта 2020 г.

Анализируется механизм поперечной вязкости света для наносфер, движущихся в лазерном поле. Показано, что в процессе рассеяния света этими частицами помимо силы  $\mathbf{F}_{s}$ , ускоряющей их в направлении распространения излучения, и градиентной силы  $\mathbf{F}_{g}$ , которая обусловлена пространственной неоднородностью потока света, существует сила  $\mathbf{F}_{visc}$ , которая замедляет движение частиц в поперечных направлениях. Это сила вязкости света, которая обусловлена доплеровским сдвигом частоты рассеянного излучения. Получено общее выражение для этой силы, которая действует на частицы, рассеивающие излучение в рэлеевском режиме. Это выражение использовано для оценки влияния этой силы на левитирующие наносферы, а также на медленные электроны, движущиеся в лазерном и магнитном полях. Обсуждаются возможные эксперименты по наблюдению эффектов световой вязкости.

DOI: 10.31857/S1234567820080108

1. Оптическая левитация одиночных нано- или микрочастиц в лазерном луче является предметом исследований для целого ряда статей (см., например, [1-9] и ссылки в них). Левитация изолирует частицы от окружающей среды и обеспечивает возможность точных измерений слабых сил, таких как квантовая сила трения [10] или сила Казимира [11], если такую частицу можно привести во вращение с достаточно высокими угловыми скоростями и расположить вблизи поверхности [12]. Подобная вращательная микро-манипуляция была достигнута с несферическими частицами или с частицами, обладающими двойным лучепреломлением при использовании линейно поляризованного света [13-15]. В частности, в эксперименте [14] была исследована оптическая левитация кремниевых наногантелей в высоком вакууме. В этой работе с помощью циркулярнополяризованного лазерного поля наногантели ускорялись до частоты вращения свыше 1ГГц. Линейная скорость наносфер, образующих гантель, достигала  $v \approx 10^4 \, {\rm cm/c}$ . При таких скоростях движения наносфер перпендикулярно световому потоку (именно это и происходит в экспериментах [16]), вязкость света и соответствующая сила трения света, вызванные эффектом Доплера, могут стать заметными.

Происхождение силы вязкости легко понять, рассмотрев следующий мысленный эксперимент. Представим себе идеальный бильярдный стол, на поверхности которого, без трения и потерь энергии, вечно движется бильярдный шар. Предположим, что поверхность шара изотропно отражает фотоны с частотой  $\omega$ , поток которых падает перпендикулярно на стол. Если шар неподвижен относительно светового потока, частота рассеянного им излучения равна  $\omega$ . Частота излучения  $\omega'$ , рассеянного шаром, движущимся со скоростью **v** относительно биллиардного стола, определяется следующим выражением [17]

$$\omega' \approx \omega \left[ 1 + \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}')}{c} \right]. \tag{1}$$

Здесь **n**' – вектор излучения рассеянного фотона. Согласно (1), частота фотонов, излучаемых вперед (в направлении вектора **v**), больше частоты фотонов, излучаемых в противоположном направлении. Разница между импульсами рассеянного излучения вдоль вектора **v** и против него равна  $\Delta \hbar \omega'/c \approx 2\hbar \omega v/c^2$ . Эта разница вычитается из импульса шара, который замедляет свое движение поперек потока фотонов.

**2.** Аналогичную картину можно наблюдать в экспериментах с левитирующими наносферами, рассеивающими лазерное излучение в режиме Рэлея. Хо-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>e-mail: amusia@vms.huji.ac.il

рошо известно, что существуют две качественно разные оптические силы, которые действуют на частицу в электромагнитном поле [18]. Первая из них называется силой рассеяния **F**<sub>s</sub>. Она пропорциональна сечению рассеяния частицы и луча света. Для нерасходящихся пучков сила направлена вдоль вектора Пойнтинга S и ускоряет частицу в направлении распространения световой волны. Вторая называется градиентной силой  $\mathbf{F}_{\mathrm{g}}$ . Эта сила возникает при наличии пространственного градиента интенсивности светового пучка. Она равна силе Лоренца, действующей на индуцированный дипольный момент частицы, и совпадает с направлением градиента интенсивности. В [18] получены формулы для сил **F**<sub>s</sub> и **F**<sub>g</sub>, действующих на диэлектрическую сферу, находящуюся в лазерном пучке с гауссовым профилем распределения интенсивности света. Левитирующая сфера, движущаяся через этот луч, оказывается также под действием дополнительной силы вязкости излучения **F**<sub>visc</sub>, которая замедляет его движение. Насколько нам известно, влияние этой силы на поведение левитирующей наночастицы до сих пор не рассматривалось<sup>2)</sup>. Ниже мы выводим формулу для этой силы и обсуждаем возможности ее экспериментального наблюдения.

Дифференциальное сечение рэлеевского рассеяния неполяризованного излучения малой сферой в телесный угол  $d\Omega'$  вокруг единичного вектора **n**' имеет вид [21]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 |\alpha(\omega)|^2 [1 + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')^2].$$
(2)

Здесь c – скорость света, **n** – единичный вектор направления падающей волны,  $\omega$  – ее частота,  $\alpha(\omega)$  – динамическая поляризуемость сферы. Радиус сферы предполагается малым по сравнению с длиной волны излучения  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . Полное сечение упругого рассеяния излучения определяется выражением

$$\sigma(\omega) = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 |\alpha(\omega)|^2.$$
(3)

Сила рассеяния или светового давления на сферу хорошо известна и определяется [17] формулой

$$\mathbf{F}_{s} = \sigma(\omega) W \mathbf{n}',\tag{4}$$

где  $W = \langle E^2/4\pi \rangle$  – усредненная по времени плотность энергии электромагнитного излучения, **E** –

электрическое поле световой волны. Предположим, что плотность потока энергии в направлении вверх (вдоль оси Z) такова, что сила светового давления равна весу сферы

$$|\mathbf{F}_{\rm s}| = \sigma(\omega)W = mg,\tag{5}$$

где m – ее масса, а g – ускорение силы тяжести.

Рассмотрим двумерное движение сферы в плоскости XY, а Z пусть будет направлением пучка налетающих фотонов. Как и в случае бильярдного шара (1), частота рассеянных фотонов  $\omega$  в результате упругого рассеяния света преобразуется в частоту  $\omega'$ . В терминах передачи импульса рассеянного излучения процесс рассеяния можно рассматривать как поглощение фотонов, движущихся вдоль вектора n, с последующим излучением новых фотонов в направлении рассеянного излучения n'. Результирующий переданный импульс представляет собой вектор разности между импульсами испущенного и налетающего фотонов соответственно. Проекция импульса фотона, рассеянного сферой, на ее вектор движения v, равна единице. Усредняя эту проекцию импульса фотона по всем направлениям его рассеяния, мы получим с помощью сечения (2) следующее выражение для силы вязкости света, ответственной за замедление поступательного движения сферы, перпендикулярного потоку фотона, в ХУ плоскости

$$\mathbf{F}_{\text{visc}} = -W\mathbf{n}'' \int \frac{d\sigma}{d\Omega'} \left[ 1 + \frac{v}{c} (\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}'') \right] (\mathbf{n}' \cdot \mathbf{n}'') d\Omega' = = -\frac{3}{10} \frac{\mathbf{v}}{c} W \sigma(\omega) = -\frac{3}{10} \frac{\mathbf{v}}{c} |\mathbf{F}_{\text{s}}|.$$
(6)

Заменяя в формуле (6) сечения неполяризованного излучения (2) на сечение поляризованного света [21]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^4 |\alpha(\omega)|^2 [1 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}')^2], \tag{7}$$

получаем следующее выражение для силы световой вязкости, действующей на наносферу, движущуюся в поле поляризованного излучения

$$\mathbf{F}_{\text{visc}} = -\frac{1}{5} \frac{\mathbf{v}}{c} [2 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}'')^2] W \sigma(\omega) =$$
$$= -\frac{1}{5} \frac{\mathbf{v}}{c} [2 - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{n}'')^2] |\mathbf{F}_{\text{s}}|. \tag{8}$$

Значение силы (8) зависит от взаимной ориентации вектора поляризации излучения е и вектора скорости **v**: оно достигает максимального значения, когда е перпендикулярно **v**, и минимально, когда  $\mathbf{e} || \mathbf{v}$ . Величины сил (6) и (8) составляют определенные доли силы (4), и эти доли полностью определяются сечениями дифференциального рассеяния Рэлея (2) и

<sup>&</sup>lt;sup>2)</sup>Заметим, что на качественном уровне эффект вязкости света для атомов в лазерном луче рассматривался впервые в нашей работе [19]. Влияние вязкости света на быстрые электроны впервые обсуждалось в [20].

(7). Движение наносфер под действием этих сил напоминает их движение в вязкой среде под действием силы Стокса.

Оценим значение силы вязкости света (6) для одной левитирующей наносферы. Сила рассеяния (или сила светового давления), создаваемого в установке, описанной в [16] сфокусированным на сфере лазером с мощностью P = 0.5 Вт и длиной волны  $\lambda = 1550$  нм, составляет  $F_{\rm s} = P/c = 1.7 \cdot 10^{-9}$  Н. Линейная скорость сферы из наногантели в эксперименте [16] есть  $v \approx 85$  нм × 1 ГГц =  $8.5 \cdot 10^3$  см/с. Используя это значение скорости, получим значение  $F_{\rm visc} = 1.4 \cdot 10^{-16}$  Н для силы (6). Она превышает силы примерно в зептоньютон, исследованные в работе [22], на пять порядков.

3. В качестве возможного эксперимента по наблюдению сил световой вязкости или трения рассмотрим вращение наногантели, рассеивающей лазерное излучение в режиме Рэлея. Рассмотрим левитирующую гантель не в форме двух слипшихся шариков, как в [16], а в виде кавендишского торсионного баланса с двумя сферами, соединенными рукояткой длиной l (см. димер из наносфер в работе [14]). Мы также предполагаем, что рукоятка нашей гантели представляет собой достаточно тонкий стержень, вязким трением которого в световом потоке можно пренебречь. Пусть длина гантели  $l \gg \lambda$ , так что рассеяние излучения шарами гантели можно рассматривать в режиме Рэлея (Rel). Предположим, что лазерный луч изначально линейно поляризован, и гантель захватывается оптическим пинцетом, так что середина стержня находится в центре лазерного луча. Следовательно, сумма градиентных сил Fg, действующих на шары гантели, равна нулю. Как и в [16], гантель ускоряется циркулярно-поляризованным излучением до угловой скорости  $\dot{\varphi}_0^{(3)}$ . После этого лазерное излучение мгновенно преобразуется в неполяризованное. В результате вращение гантели в плоскости ХҮ замедляется под действием вязкой силы (6). Следующее простое уравнение описывает этот процесс:

$$m\frac{l^2}{2}\ddot{\varphi} = -\frac{3}{10}\frac{2mg}{c}\frac{l^2}{2}\dot{\varphi}.$$
 (9)

Здесь  $ml^2/2$  – момент инерции гантели, 2mg – сила рассеяния (5), которая обеспечивает левитацию гантели в луче света, а  $\ddot{\varphi}$  есть угловое ускорение оси гантели. Решение этого уравнения очевидно:  $\dot{\phi}(t) = = \dot{\phi}_0 \exp(-t/\tau_R)$ . Здесь

$$\tau_{\rm Rel} = 5c/3g \approx 5.1 \cdot 10^7 \,\mathrm{c} \tag{10}$$

есть время релаксации, т.е. период времени, необходимый для уменьшения угловой (или линейной) скорости левитирующей наногантели примерно в 3 раза. Примечательно, что это характерное время в режиме Рэлея не зависит от размера и массы левитирующей гантели, но определяется только сечением рассеяния излучения (6).

Рэлеевский режим рассеяния излучения предполагает, что длина волны электромагнитного излучения намного больше радиуса наносферы a ( $\lambda \gg a$ ). Рассмотрим, как и в случае вышеописанного бильярдного шара, другой предельный случай: когда длина волны  $\lambda$  мала по сравнению с радиусом сфер, образующих наногантель. Будем считать эти сферы идеально проводящими и, следовательно, прекрасно отражающими. Рассеяние ими излучения может быть рассмотрено в приближении геометрической оптики, в рамках которой дифференциальное сечение рассеяния фотонов на сфере [23] есть

$$\frac{d\sigma}{d\Omega'} = \frac{a^2}{4}.$$
(11)

Подставляя это сечение в формулу (6), получаем следующее выражение для силы вязкости, действующей на наносферу в световом потоке W:

$$\mathbf{F}_{\text{visc}} = -W\mathbf{n}''\frac{a^2}{4}\int \left[1 + \frac{v}{c}(\mathbf{n}'\cdot\mathbf{n}'')\right](\mathbf{n}'\cdot\mathbf{n}'')d\Omega' = \\ = -\frac{1}{3}\frac{\mathbf{v}}{c}\pi a^2 W = -\frac{1}{3}\frac{\mathbf{v}}{c}|\mathbf{F}_{\text{s}}|.$$
(12)

Для времени замедления скорости вращения левитирующей наногантели вместо (10) получаем следующий результат:

$$\tau_{\rm Geom} = 3c/2g \approx 4.6 \cdot 10^7 \,\mathrm{c.}$$
 (13)

Приведенные выше значения времени  $\tau_{\rm Rel}$  и  $\tau_{\rm Geom}$ могут быть уменьшены, если увеличить плотность излучения W. Добавим к первому лазерному лучу второй, направленный вертикально вниз вдоль оси Z. Предположим, что мощности лазерного луча 1 (с  $W_1$ ) и лазерного луча 2 (с  $W_2$ ) таковы, что наногантель, как и прежде, левитирует в оптическом резонаторе, создаваемом двумя встречными лазерными лучами (см. рис. 1b в [1]). В этом экспериментальном устройстве силы рассеяния или светового давления  $\mathbf{F}_{s}^{(1)}$  и  $\mathbf{F}_{s}^{(2)}$  вычитаются, а силы вязкости  $\mathbf{F}_{visc}$  суммируются. Это следует из того факта, что силы вязкости определяются только плотностью электромагнитного излучения W, т.е. количеством фотонов на единицу объема, независимо от направления движения фотона. В этом случае в формулах (6) и (12) мы

<sup>&</sup>lt;sup>3)</sup>Точка над символом угловой скорости обозначает дифференцирование по времени.



Рис. 1. Траектория электрона в магнитном и лазерном полях, рассчитанная по формуле (14) для начального радиуса  $R \approx 1.85 \cdot 10^{-5}$  м и времени  $\tau \approx 0.5 \cdot 10^4$  с

должны заменить W на сумму плотностей  $W_1 + W_2$ . Увеличение плотности фотонов, конечно, ограничивается индуцированным лазером нагревом и испарением наносфер.

4. Рассмотрим нанообъект, который рассеивает лазерное излучение в режиме Рэлея, и для которого проблемы нагрева и испарения не существует. Предположим, что оптический резонатор, образованный двумя лазерными лучами, рассмотренными выше, расположен в сильном магнитном поле В, направленном вдоль оси Z. Медленный электрон со скоростью v вводится в эту полость перпендикулярно оси Z, и начинает двигаться по круговой траектории с радиусом R = vm/eB в плоскости XY. Здесь е и т – заряд и масса электрона соответственно. Предположим также, что радиус оптического резонатора  $w_0$  немного больше циклотронного радиуса  $w_0 \geq R$ . При этом условии круговая орбита электрона остается внутри светового пятна. Уравнения движения электрона в световом и магнитном полях определяются по формулам

$$m\dot{v}_x = -ev_y B - \beta v_x,$$

$$m\dot{v}_y = -ev_x B - \beta v_y.$$
(14)

Параметр  $\beta$  в (14) определяется соотношением:

$$\beta = \frac{3}{10} \frac{W\sigma}{c}.$$
 (15)

Здесь  $\sigma$  – том<br/>соновское сечение упругого рассеяния света  $\sigma$  [17]

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2.$$
 (16)

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

Умножив уравнения (14) на  $v_x$  и  $v_y$  соответственно и сложив их, получим уравнение,  $\dot{v} = -(\beta/m)v$ , где  $v^2 = v_x^2 + v_y^2$ . Решение этого уравнения следующее:

$$v(t) = v_0 e^{-\frac{\beta}{m}t}.$$
(17)

Временной параметр в показателе степени (17) определяется выражением

$$\tau = \frac{m}{\beta} = \frac{5}{3} \frac{\pi w_0^2}{\sigma} \frac{mc^2}{P}.$$
(18)

В формуле (18) мы предполагаем, что мощности Р луча 1 и луча 2 одинаковы. Следовательно, величины продольных сил светового давления, направленных друг против друга, равны, а плотность электромагнитного излучения W увеличивается в два раза. Для медленного электрона с энергией  $\varepsilon \approx 30\,\mathrm{sB}$  в магнитном поле B = 1 Тл радиус циклотронной орбиты составляет  $R \approx 1.85 \cdot 10^{-5}$  м. Для оценки подставим  $w_0 = 2 \cdot 10^{-5}$  в уравнение (18). При мощности пучка *P* = 0.5 кВт время эксперимента, необходимое для уменьшения начальной скорости электрона  $v_0 \approx 3.25 \cdot 10^6$  м/с в три раза есть  $\tau \approx 0.5 \cdot 10^4$  с. Спиральный путь электрона в суперпозиции магнитного и вязкого поля света представлен на рис. 1. Магнитные поля B и электронные энергии  $\varepsilon$ , использованные в этом эксперименте, вполне доступны.

5. Приведены формулы, позволяющие рассчитать силу радиационной вязкости и исследовать ее особенности. Сила, вполне ожидаемо, оказалась малой, но, в принципе, влиятельной и отличной от других сил, с помощью которых луч света воздействует на нанообъекты и электроны. Недавно разработанная оптомеханическая экспериментальная техника позволяет наблюдать силу вязкости света. Мы предложили некоторые эффекты, которые могут продемонстрировать наличие этой силы. Полагаем, что экспериментальное обнаружение этих новых физических проявлений вязкости света, а также подтверждение их предсказанных значений представляло бы большой интерес.

А.С. Балтенков выражает благодарность за поддержку Узбекскому фонду, грант ОТ-Ф2-46 и доктору А.В.Зиновьеву за полезные обсуждения.

- 1. A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 24, 156 (1970).
- A. Ashkin, Optical trapping and manipulation of neutral particles using lasers, World Scientific, Singapore (2006).
- M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt, Rev. Mod. Phys. 86, 1391 (2014).

- Z. Cheng, P. M. Chaikin, and T. G. Mason, Phys. Rev. Lett. 89, 108303 (2002).
- K. G. Libbrecht and E. D. Black, Phys. Lett. A **321**, 99 (2004).
- Y. Arita, M. Mazilu, and K. Dholakia, Nat. Communun.; doi: 10.1038/ncomms3374.
- A. Ashkin and J. M. Dziedzic, Appl. Phys. Lett. 19, 283 (1971).
- A. Ashkin and J. M. Dziedzic, Appl. Phys. Lett. 24, 586 (1974).
- A. Ashkin and J. M. Dziedzic, Appl. Phys. Lett. 28, 333 (1976).
- R. Zhao, A. Manjavacas, F.J. Garcia de Abajo, and J.B. Pendry, Phys. Rev. Lett. **109**, 123604 (2012).
- A. Manjavacas, F. J. Rodriguez-Fortuno, F. J. Garcia de Abajo, and A. V. Zayats, Phys. Rev. Lett. **118**, 133605 (2017).
- 12. Z. Xu and T. Li, Phys. Rev. A 96, 033843 (2017).
- Z. Cheng, P. M. Chaikin, and T. G. Mason, Phys. Rev. Lett. 89, 108303 (2002).
- W. Lechner, S. J. M. Habraken, N. Kiesel, M. Aspelmeyer, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. 110, 143604 (2013).

- A.I. Bishop, T.A. Nieminen, N.R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, Phys. Rev. Lett. 92, 198104 (2004).
- J. Ahn, Z. Xu, J. Bang, Y. Deng, T. M. Hoang, Q. Han, R. Ma, and T. Li, Phys. Rev. Lett. **121**, 033603 (2018).
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *The Classical Theory* of *Fields (Volume 2 of A Course of Theoretical Physics)*, Pergamon Press, Oxford (1971).
- Y. Harada and T. Asakura, Opt. Commun. **124** 529 (1996).
- M. Ya. Amusia and A.S. Baltenkov, Tech. Phys. Lett. 14, 877 (1988) (in Russian).
- M. Ya. Amusia, A. S. Baltenkov, Z. Felfli, A. Z. Msezane, and A. B. Voitkiv, Phys. Rev. A 66, 063416 (2002).
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media (Volume 8 of A Course of Theoretical Physics)*, Pergamon Press, Oxford (1960).
- G. Ranjit, M. Cunningham, K. Casey, and A. A. Geraci, Phys. Rev. A 93, 053801 (2016).
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Mechanics (Volume 1 of A Course of Theoretical Physics), Pergamon Press, Oxford (1976).
## Авторский указатель томов 109–110 за 2019 г.

- Ајаz М. (см. Ali Q.) 109/8/507
- Aleshchenko Y. A. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Aleshkin K. GLSM for Berglund–Hübsch Type Calabi–Yau manifolds. Aleshkin K., Belavin A. -110/11/727
- Ali Q. Distributions of charged particles' transverse momentum and pseudorapidity in *pp* collisions at 0.9 TeV. Ali Q., Ali Y., Haseeb M., Ajaz M. - 109/8/507
- Ali Y. (см. Ali Q.) 109/8/507
- Amata E. (см. Savin S.) 110/5/323
- **Amusia M. Ya.** (см. Shaginyan V. R.) 110/4/266
- Anisimov М. А. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Anisimov V. I. (см. Novoselov D. Y.) 109/6/392
- Arakcheev A. S. (см. Shevyrin A. A.) 109/4/254
- Aronzon B. A. (см. Косhura A. V.) 109/3/174
- Artamonov S. A. (см. Shaginyan V. R.) 110/4/266
- Audouard A. (см. Gasparov V. A.) 110/1/68
- Вакагоv А. К. (см. Shevyrin A. A.) 109/4/254
- **Вао Х. Н.** (см. Тапд Ү. Z.) 110/4/235
- **Baranov M. A.** (см. Baryshnikova K. V.) 110/1/21
- Baryshnikova K. V. Revealing low-radiative modes of nanoresonators with internal raman scattering. Baryshnikova K.V., Frizyuk K., Zograf G., Makarov S., Baranov M.A., Zuev D., Milichko V.A., Mukhin I., Petrov M., Evlyukhin A.B. - 110/1/21
- Bedran Z. V. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Belavin А. (см. Aleshkin К.) 110/11/727
- **Belyanchikov М. А.** (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- **Beysengulov N. R.** (см. Zakharov М. Ү.) -110/10/698
- **Blecki J.** (см. Savin S.) 110/5/323
- **Bobkova I. V.** Reconstruction of the DOS at the end of a S/F bilayer. Bobkova I.V., Bobkov A.M. 109/1/61

**Воркоч А. М.** (см. Воркоча І. V.) - 109/1/61

- Budaev V. (см. Savin S.) 110/5/323
- Burdastyh M. V. Dimension effects in insulating NbTiN disordered films and asymptotic freedom of Cooper pairs. Burdastyh M.V., Postolova S.V., Derbezov I.A., Gaisler A.V., Diamantini M.C., Trugenberger C.A., Vinokur V.M., Mironov A.Yu. -109/12/833
- Burmistrov I. S. Comment on "Noise in the helical edge channel anisotropically coupled to a local spin" (Pis'ma v ZhETF 108, 700 (2018)). Burmistrov I.S., Kurilovich P.D., Kurilovich V.D. - 109/9/639
- Chen Y. Y. (см. Тапд Ү. Z.) 110/4/235
- Chernikova N. Yu. (см. Картагі L. P.) 109/5/291
- Chernyshev B. A. The neutron structure of the ground state of <sup>7</sup>He. Chernyshev B.A., Demyanova A.S., Goncharov S.A., Gurov Yu.B., Lapushkin S.V., Ogloblin A.A., Sandukovsky V.G., Trzaska W.H. -110/2/83
- Choi J. -H. (см. Melik-Gaykazyan E. V.) 109/2/129
- Christodoulou M. A note on reflection positivity in nonlocal gravity. Christodoulou M., Modesto L. -109/5/292
- Croitori D. (см. Кііатоv А. G.) 109/4/256
- Davydov A. B. (см. Косhura A. V.) 109/3/174
- **Demyanova A. S.** (см. Chernyshev B. A.) 110/2/83
- Derbezov I. A. (см. Burdastyh M. V.) 109/12/833
- Deviatov E. V. (см. Копопоv А.) 109/3/176

(см. Shvetsov О. О.) - 109/11/751

- Diamantini M. C. (см. Burdastyh M. V.) -109/12/833
- **Dickmann S.** Light absorption properties related to long-living ensemble of spin excitations in an unpolarized quantum Hall system. Dickmann S. -109/1/63

- **Dmitriev V. V.** Superfluid <sup>3</sup>He in squeezed nematic aerogel. Dmitriev V.V., Kutuzov M.S., Soldatov A.A., Yudin A.N. - 110/11/748
- **Dolinina D. A.** Dynamics of particles trapped by dissipative solitons. Dolinina D.A., Shalin A.S., Yulin A.V. 110/11/755
- **Dressel M.** (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- **Drigo L.** (см. Gasparov V. А.) 110/1/68
- **Dukhnenko A. V.** (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- **Dzaparova I. М.** (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- Dzhappuev D. D. Carpet-2 search for PeV gamma rays associated with IceCube high-energy neutrino events. Dzhappuev D.D., Dzaparova I.M., Gorbacheva E.A., Karpikov I.S., Khadzhiev M.M., Klimenko N.F., Kudzhaev A.U., Kurenya A.N., Lidvansky A.S., Mikhailova O.I., Petkov V.B., Ptitsyna K.V., Romanenko V.S., Rubtsov G.I., Troitsky S.V., Yanin A.F., Zhezher Ya.V. - 109/4/223
- Esin V. D. (см. Shvetsov О. О.) 109/11/751
- Evlyukhin A. B. (см. Baryshnikova K. V.) 110/1/21
- Fedaruk R. (см. Saiko A. P.) 110/7/435
- Fedyanin A. A. (см. Melik-Gaykazyan E. V.) 109/2/129

(см. Romodina M. N.) - 110/11/757

- Filipov V. В. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Frizyuk K. (см. Baryshnikova K. V.) 110/1/21
- Gaisler A. V. (см. Burdastyh M. V.) 109/12/833
- **Gao G.** (см. Тапд Ү. Z.) 110/4/235
- **Gasparov V. A.** Temperature dependence of the critical field of the organic superconductor  $\kappa$ -(BEDT-TTF)<sub>2</sub>Cu[N(CN)<sub>2</sub>]Br . Gasparov V.A., Audouard A., Drigo L., Schlueter J.A. 110/1/68
- Gavrilkin S. Yu. (см. Kochura A. V.) 109/3/174
- Godunov S. I. Dimuon resonance near 28 GeV and muon anomaly. Godunov S.I., Novikov V.A., Vysotsky M.I., Zhemchugov E.V. - 109/6/367
- Goncharov S. A. (см. Chernyshev B. A.) 110/2/83

- Gorbacheva E. A. (см. Dzhappuev D. D.) -109/4/223
- Gorbatsevich A. A. Destructive quantum interference and exceptional points in high-frequency response of two-state system. Gorbatsevich A.A., Shubin N.M. - 110/9/620
- Gorshunov B. P. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Grigorenko L. V. (см. Sharov P. G.) 110/1/7
- **Grishin A. M.** Waveguiding in all-garnet heteroepitaxial magneto-optical photonic crystals. Grishin A.M., Khartsev S.I. - 109/2/82
- Gurov Yu. B. (см. Chernyshev B. A.) 110/2/83
- Назееb М. (см. Ali Q.) 109/8/507
- Huang D. -J. (см. Streltsov S. V.) 109/12/826
- **Iaparov B. I.** (см. Okenov A. O.) 110/3/213
- Ionin A. A. (см. Kudryashov S. I.) 109/3/160
- **Ioselevich P. A.** Optical properties of  $p_x + ip_y$ superconductors with strong impurities. Ioselevich P.A., Ostrovsky P.M. - 110/12/812
- Ismailova A. N. (см. Sharov P. G.) 110/1/7
- **Japaridze G. S.** (см. Shaginyan V. R.) 110/4/266
- **Kaptari L. P.** Longitudinal structure function  $F_L$ at small x extracted from the Berger–Block–Tan parametrization of  $F_2$ . Kaptari L.P., Kotikov A.V., Chernikova N.Yu., Zhang P. - 109/5/291

Karpikov I. S. (см. Dzhappuev D. D.) - 109/4/223

- **Khadzhiev M. M.** (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- Khartsev S. I. (см. Grishin A. М.) 109/2/82
- Khasanov R. (см. Sakhin V.) 109/7/479
- **Khokhlov N. A.** (см. Косhura A. V.) 109/3/174
- Khomskii D. I. (см. Streltsov S. V.) 109/12/826
- **Кhrapai V. S.** (см. Копуzheva S. К.) 109/2/89
- Khusnutdinov N. Casimir effects in 2D Dirac Materials. Khusnutdinov N., Woods L.M. - 110/3/170
- Kiiamov A. (см. Sakhin V.) 109/7/479

- Kiiamov A. G. DFT and Mössbauer spectroscopy study of FeTe<sub>0.5</sub>Se<sub>0.5</sub> single crystal. Kiiamov A.G., Tayurskii D.A., Vagizov F.G., Croitori D., Tsurkan V., Krug von Nidda H.-A., Tagirov L.R. - 109/4/256
- **Kivshar Y. S.** (см. Melik-Gaykazyan E. V.) 109/2/129
- Klimenko N. F. (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- Klinkhamer F. R. Tetrads and q-theory. Klinkhamer F.R., Volovik G.E. 109/6/369
- Kochura A. V. Vapor-phase synthesis and magnetoresistance of  $(Cd_{1-x}Zn_x)_3As_2$  (x = 0.007) single crystals. Kochura A.V., Oveshnikov L.N., Kuzmenko A.P., Davydov A.B., Gavrilkin S.Yu., Zakhvalinskii V.S., Kulbachinskii V.A., Khokhlov N.A., Aronzon B.A. - 109/3/174
- Kolesnikov N. N. (см. Копопоv А.) 109/3/176

(см. Shvetsov О. О.) - 109/11/751

- **Komandin G. A.** (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Komleva E. V. (см. Тетлікоv F. V.) 110/9/595
- Kononov A. Spin wave effects in transport between a ferromagnet and a Weyl semimetal surface. Kononov A., Shvetsov O.O., Timonina A.V., Kolesnikov N.N., Deviatov E.V. - 109/3/176
- Konyzheva S. K. On the accuracy of conductance quantization in spin-Hall insulators. Konyzheva S.K., Tikhonov E.S., Khrapai V.S. - 109/2/89
- Korotin D. M. (см. Novoselov D. Y.) 109/6/392
- **Koshelev K. L.** (см. Melik-Gaykazyan E. V.) 109/2/129
- Котікоv А. V. (см. Картагі L. P.) 109/5/291
- Коzak L. (см. Savin S.) 110/5/323
- **Krug von Nidda H. -А.** (см. Kiiamov A. G.) 109/4/256
- **Kruk S. S.** (см. Melik-Gaykazyan E. V.) 109/2/129
- Kudryashov S. I. In situ supercontinuum nanopatterning of silicon surface by femtosecond laser super-filaments. Kudryashov S.I., Seleznev L.V., Rudenko A.A., Ionin A.A. - 109/3/160
- Kudzhaev A. U. (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

Kukovitsky E. (см. Sakhin V.) - 109/7/479

- Kulbachinskii V. А. (см. Косhura А. V.) 109/3/174
- Кигепуа А. N. (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- Kurilovich P. D. (см. Burmistrov I. S.) 109/9/639
- Kurilovich V. D. (см. Вигтізtrov І. S.) 109/9/639
- **Кигози М.** (см. Shevyrin A. A.) 109/4/254
- Kutuzov M. S. (см. Dmitriev V. V.) 110/11/748
- Kuzmenko A. P. (см. Косhura A. V.) 109/3/174
- Lapushkin S. V. (см. Chernyshev B. A.) 110/2/83
- Lebed A. G. Layered superconductor in a magnetic field: breakdown of the effective masses model. Lebed A.G. 110/3/163

Legen L. (см. Savin S.) - 110/5/323

Lidvansky A. S. (см. Dzhappuev D. D.) - 109/4/223

Li H. (см. Savin S.) - 110/5/323

- Lozovik Yu. E. (см. Mavrin B. N.) 109/9/627
- Lysogorskiy Yu. (см. Zakharov M. Y.) 110/10/698
- Lyubin E. V. (см. Romodina M. N.) 110/11/757
- **Makarov S.** (см. Baryshnikova K. V.) 110/1/21
- Магсиссі F. (см. Savin S.) 110/5/323
- **Markevich S. A.** (см. Saiko A. P.) 110/7/435
- Mavrin B. N. Electron-phonon interaction, phonon and electronic structures of layered electride Ca<sub>2</sub>N. Mavrin B.N., Perminova M.E., Lozovik Yu.E. -109/9/627
- Melik-Gaykazyan E. V. Enhanced second-harmonic generation with structured light in AlGaAs nanoparticles governed by magnetic response. Melik- Gaykazyan E.V., Koshelev K.L., Choi J.-H., Kruk S.S., Park H.-G., Fedyanin A.A., Kivshar Y.S. - 109/2/129

Mikhailova O. I. (см. Dzhappuev D. D.) - 109/4/223

- **Milichko V. A.** (см. Baryshnikova K. V.) 110/1/21
- Mironov A. Yu. (см. Burdastyh M. V.) 109/12/833
- **Modesto L.** (см. Christodoulou M.) 109/5/292

Moskvin A. S. (см. Окепоv А. О.) - 110/3/213

**Msezane A. Z.** (см. Shaginyan V. R.) - 110/4/266

Mukhin I. (см. Baryshnikova К. V.) - 110/1/21

**Muratov A. V.** (см. Zhukova E. S.) - 110/1/70

Nagaev K. E. Reply to comment on "Noise in the helical edge channel anisotropically coupled to a local spin" (Pis'ma v ZhETF 108, 700 (2018)). Nagaev K.E., Remizov S.V., Shapiro D.S. - 109/9/641

Nemecek Z. (см. Savin S.) - 110/5/323

- Nikitov S. A. (см. Osokin S. A.) 110/9/628
- Nissinen J. On thermal Nieh–Yan anomaly in topological Weyl material. Nissinen J., Volovik G.E. - 110/12/797

Novikov V. A. (см. Godunov S. I.) - 109/6/367

Novoselov D. Y. Interplay between Coulomb interaction and hybridization in Ca and anomalous pressure dependence of resistivity. Novoselov D.Y., Korotin D.M., Shorikov A.O., Oganov A.R., Anisimov V.I. - 109/6/392

Nozdrachev M. (см. Savin S.) - 110/5/323

- Nozik A. A. Direct search for keV-sterile neutrino in nuclear decay. Troitsk nu-mass (Mini-review). Nozik A.A., Pantuev V.S. - 110/2/81
- **Oganov A. R.** (см. Novoselov D. Y.) 109/6/392
- **Ogloblin A. A.** (см. Chernyshev B. A.) 110/2/83
- **Okenov A. O.** Internal friction as possible key factor governing the thermosensitivity of TRP channels. Okenov A.O., Iaparov B.I., Moskvin A.S. - 110/3/213
- **Osokin S. A.** Influence of shape effects on the spectrum of spin waves in finite array of ferromagnetic pillars. Osokin S.A., Safin A.R., Nikitov S.A. 110/9/628
- Ostrovsky P. M. (см. Ioselevich P. A.) 110/12/812
- **Oveshnikov L. N.** (см. Косhura A. V.) 109/3/174

Pallocchia G. (см. Savin S.) - 110/5/323

Pantuev V. S. (см. Nozik A. A.) - 110/2/81

- Park H. -G. (см. Melik-Gaykazyan E. V.) 109/2/129
- Pchelkina Z. V. (см. Тетлікоv F. V.) 110/9/595

Perminova M. E. (см. Mavrin B. N.) - 109/9/627

**Petkov V. B.** (см. Dzhappuev D. D.) - 109/4/223

Ретго М. (см. Baryshnikova К. V.) - 110/1/21

- **Pogosov A. G.** (см. Shevyrin A. A.) 109/4/254
- Postolova S. V. (см. Burdastyh M. V.) 109/12/833
- Ptitsyna K. V. (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- Rauch J. L. (см. Savin S.) 110/5/323
- **Remizov S. V.** (см. Nagaev K. E.) 109/9/641
- Romanenko V. S. (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- Romodina M. N. Thermophoresis-assisted microscale magnus effect in optical traps. Romodina M.N., Shchelkunov N.M., Lyubin E.V., Fedyanin A.A. -110/11/757

Rubtsov G. I. (см. Dzhappuev D. D.) - 109/4/223

Rudenko A. A. (см. Kudryashov S. I.) - 109/3/160

- Safin A. R. (см. Osokin S. A.) 110/9/628
- Safrankova J. (см. Savin S.) 110/5/323
- Saiko A. P. Possibility of direct observation of the Bloch– Siegert shift in coherent dynamics of multiphoton Raman transitions. Saiko A.P., Markevich S.A., Fedaruk R. - 110/7/435
- Sakhin V. To the intrinsic magnetism of the Bi<sub>1.08</sub>Sn<sub>0.02</sub>Sb<sub>0.9</sub>Te<sub>2</sub>S topological insulator. Sakhin V., Kukovitsky E., Kiiamov A., Khasanov R., Talanov Yu., Teitel'baum G. - 109/7/479
- Sandukovsky V. G. (см. Chernyshev B. A.) -110/2/83
- Savin S. Collisionless plasma processes at magnetospheric boundaries: Role of strong nonlinear wave interactions. Savin S., Amata E., Zelenyi L., Wang C., Li H., Tang B., Pallocchia G., Safrankova J., Nemecek Z., Sharma A.S., Marcucci F., Kozak L., Rauch J.L., Budaev V., Blecki J., Legen L., Nozdrachev M. - 110/5/323
- Schlueter J. A. (см. Gasparov V. A.) 110/1/68
- Seleznev L. V. (см. Kudryashov S. I.) 109/3/160
- Shaginyan V. R. Fermion condensation, *T*-linear resistivity and Planckian limit. Shaginyan V.R.,

Amusia M.Ya., Msezane A.Z., Stephanovich V.A., Japaridze G.S., Artamonov S.A. - 110/4/266

- Shalin A. S. (см. Dolinina D. A.) 110/11/755
- Shapiro D. S. (см. Nagaev К. Е.) 109/9/641
- Sharma A. S. (см. Savin S.) 110/5/323
- Sharov P. G. Pauli-principle driven correlations in four- neutron nuclear decays. Sharov P.G., Grigorenko L.V., Ismailova A.N., Zhukov M.V. - 110/1/7
- Shchelkunov N. M. (см. Romodina M. N.) -110/11/757
- Shevyrin A. A. On-chip piezoelectric actuation of nanomechanical resonators containing a twodimensional electron gas. Shevyrin A.A., Bakarov A.K., Shklyaev A.A., Arakcheev A.S., Kurosu M., Yamaguchi H., Pogosov A.G. - 109/4/254
- Shitsevalova N. Yu. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Shklyaev A. A. (см. Shevyrin A. A.) 109/4/254
- Shorikov A. O. (см. Novoselov D. Y.) 109/6/392
- Shubin N. M. (см. Gorbatsevich A. A.) 110/9/620
- Shvetsov O. O. (см. Kononov A.) 109/3/176 Non-linear Hall effect in three-dimensional Weyl and Dirac semimetals. Shvetsov O.O., Esin V.D., Timonina A.V., Kolesnikov N.N., Deviatov E.V. -109/11/751
- Sluchanko N. E. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Soldatov A. A. (см. Dmitriev V. V.) 110/11/748
- Solovyev I. V. (см. Streltsov S. V.) 109/12/826
- **Stephanovich V. A.** (см. Shaginyan V. R.) 110/4/266
- Streltsov S. V. Ordering of Fe and Zn ions and magnetic properties of FeZnMo<sub>3</sub>O<sub>8</sub>. Streltsov S.V., Huang D.-J., Solovyev I.V., Khomskii D.I. -109/12/826 (см. Temnikov F. V.) - 110/9/595
- **Tagirov L. R.** (см. Кііатоv А. G.) 109/4/256
- Talanov Yu. (см. Sakhin V.) 109/7/479
- **Тапд В.** (см. Savin S.) 110/5/323

Tang Y. Z. Optimization of magnetic confinement for quasi- snowflake divertor configuration. Tang Y.Z., Bao X.H., Gao G., Chen Y.Y. - 110/4/235

**Тап Q.** (см. Wang H.) - 109/10/677

**Tayurskii D. А.** (см. Kiiamov A. G.) - 109/4/256 (см. Zakharov M. Y.) - 110/10/698

Teitel'baum G. (см. Sakhin V.) - 109/7/479

- Temnikov F. V. Mechanism of ferromagnetic ordering of the Mn chains in CaMnGe<sub>2</sub>O<sub>6</sub> clinopyroxene. Temnikov F.V., Komleva E.V., Pchelkina Z.V., Streltsov S.V. - 110/9/595
- Tikhonov E. S. (см. Копуzheva S. К.) 109/2/89
- **Timonina A. V.** (см. Kononov A.) 109/3/176 (см. Shvetsov O. O.) - 109/11/751
- Troitsky S. V. (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- **Trugenberger C. A.** (см. Burdastyh M. V.) 109/12/833
- Trzaska W. H. (см. Chernyshev B. A.) 110/2/83
- Tsurkan V. (см. Кііатоv А. G.) 109/4/256
- Vagizov F. G. (см. Kiiamov A. G.) 109/4/256
- Vinokur V. M. (см. Burdastyh M. V.) 109/12/833
- Volovik G. E. Negative temperature for negative lapse function. Volovik G.E. 109/1/10
  (см. Klinkhamer F. R.) 109/6/369
  Two roads to antispacetime in distorted B-phase of <sup>3</sup>He. Volovik G.E. 109/8/509
  Comment to the CPT-symmetic Universe: Two possible extensions. Volovik G.E. 109/10/705
  Flat band and Planckian metal. Volovik G.E. 110/5/335
  (см. Nissinen J.) 110/12/797
- Voronov V. V. (см. Zhukova E. S.) 110/1/70
- Vysotsky M. I. (см. Godunov S. I.) 109/6/367
- Wang C. (см. Savin S.) 110/5/323
- Wang H. Comparative study on interatomic force constants and elastic properties of zinc-blende AlN, AlP and AlAs. Wang H., Tan Q., Zeng X. -109/10/677

Woods L. M. (см. Khusnutdinov N.) - 110/3/170

Yamaguchi H. (см. Shevyrin A. A.) - 109/4/254

Yanin A. F. (см. Dzhappuev D. D.) - 109/4/223

- Yudin A. N. (см. Dmitriev V. V.) 110/11/748
- Yulin A. V. (см. Dolinina D. A.) 110/11/755
- Zakharov B. G. Radiative parton energy loss and baryon stopping in AA collisions. Zakharov B.G. 110/6/361
- Zakharov M. Y. Modelling of quasi-1D Wigner solid melting in a parabolic confinement. Zakharov M.Y., Beysengulov N.R., Lysogorskiy Yu., Tayurskii D.A. -110/10/698
- Zakhvalinskii V. S. (см. Косhura A. V.) 109/3/174
- Zarembo K. Chiral estimate of QCD pseudocritical line. Zarembo K. - 110/3/147
- Zelenyi L. (см. Savin S.) 110/5/323
- Zeng X. (см. Wang H.) 109/10/677
- Zhang C. X. Hall conductivity as the topological invariant in phase space in the presence of interactions and non-uniform magnetic field. Zhang C.X., Zubkov M.A. - 110/7/480

Zhang Р. (см. Картагі L. P.) - 109/5/291

- Zhemchugov E. V. (см. Godunov S. I.) 109/6/367
- **Zhezher V. Ya.** (см. Dzhappuev D. D.) 109/4/223
- Zhukova E. S. Boron <sup>10</sup>B–<sup>11</sup>B isotope substitution as a probe of mechanism responsible for the record thermionic emission in LaB<sub>6</sub> with the Jahn–Teller instability. Zhukova E.S., Gorshunov B.P., Dressel M., Komandin G.A., Belyanchikov M.A., Bedran Z.V., Muratov A.V., Aleshchenko Y.A., Anisimov M.A., Shitsevalova N.Yu., Dukhnenko A.V., Filipov V.B., Voronov V.V., Sluchanko N.E. - 110/1/70

**Zhukov M. V.** (см. Sharov P. G.) - 110/1/7

- **Zograf G.** (см. Baryshnikova K. V.) 110/1/21
- Zubkov М. А. (см. Zhang С. Х.) 110/7/480
- Zuev D. (см. Baryshnikova K. V.) 110/1/21
- Абдель-Хафиз М. (см. Фролов К. В.) 110/8/557

Абеди С. (см. Быков А. А.) - 110/10/671

Абрамов Н. Н. (см. Москаленко И. Н.) - 110/8/569

- Абросимов Н. В. (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- Агафонцев Д. С. Статистические свойства поля скорости зарождающейся трехмерной гидродинамической турбулентности. Агафонцев Д.С., Кузнецов Е.А., Майлыбаев А.А. - 110/2/106
- **Агеев Э. И.** (см. Кудряшов С. И.) 109/5/301 (см. Кудряшов С. И.) - 109/7/442
- Агринская Н. В. Динамические спиновые явления в сложных структурах на основе ферромагнитных металлов и полупроводников (Миниобзор). Агринская Н.В., Козуб В.И., Шумилин А.В. - 110/7/482
- Азаревич А. Н. (см. Демишев С. В.) 109/3/152
- Аксенов С. В. (см. Вальков В. В.) 110/2/126
- **Аладышкин А. Ю.** (см. Путилов А. В.) 109/11/789

Албеди С. (см. Быков А. А.) - 109/6/401

- Алексеев А. М. (см. Тюгаев М. Д.) 110/12/772
- Алешин А. Н. (см. Андрианов А. В.) 109/1/30
- **Алешин В. И.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Алешкин В. Я.** (см. Бовкун Л. С.) 109/3/184
- Алхазми М. (см. Ханин Ю. Н.) 109/7/496
- **Альшиц В. И.** (см. Даринская Е. В.) 110/4/255
- Амусья М. Я. Фотоионизация эндоэдралов с учетом поляризации фуллеренов. Амусья М.Я., Чернышева Л.В. - 109/6/355 Особенности Вигнеровских времен задержки медленных электронов потенциальной ямой с появляющимися в ней дискретными уровнями. Амусья М.Я., Балтенков А.С. - 109/8/516 Фотоионизация молекулярных эндоэдралов. Амусья М.Я., Чернышева Л.В., Семенов С.К. -110/2/85
- Ангел Д. В. (см. Рахмонов И. Р.) 109/1/36
- Андреев И. В. (см. Муравьев В. М.) 109/10/685
- Андрейчиков М. А. Об относительных вероятностях распадов  $B^0 \to J/\psi \eta(\eta', \pi^0)$  и  $B_s \to J/\psi \eta(\eta')$ .

Андрейчиков М.А., Высоцкий М.И., Новиков В.А. - 110/10/633

Андрианов А. В. Терагерцовые колебательные моды в пленках перовскитов CH<sub>3</sub>NH<sub>3</sub>PbI<sub>3</sub> и CsPbI<sub>3</sub>. Андрианов А.В., Алешин А.Н., Матюшкин Л.Б. -109/1/30

(см. Захарьин А. О.) - 109/12/821

- **Андрющенко П. Д.** (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- Антропов Н. О. Переход в магнитное неколлинеарное спин-флоп состояние в сверхрешетке Fe/Pd/Gd/Pd. Антропов Н.О., Хайдуков Ю.Н., Кравцов Е.А., Макарова М.В., Проглядо В.В., Устинов В.В. - 109/6/408
- Аплеснин С. С. Влияние подложки на магнитоэлектрический эффект пленок висмутового феррита граната с редкоземельным замещением. Аплеснин С.С., Масюгин А.Н., Ситников М.Н., Ишибаши Т. - 110/3/204
- Аристов Д. Н (см. Тимофеев В. Е.) 109/3/200
- Артюх А. А. Упругие свойства би-графеновых наностуктур с замкнутыми отверстиями. Артюх А.А., Чернозатонский Л.А. - 109/7/481
- Архипенко М. В. Вынужденное низкочастотное рассеяние света в водной суспензии вируса табачной мозаики. Архипенко М.В., Бункин А.Ф., Давыдов М.А., Карпова О.В., Ошурко В.Б., Першин С.М., Стрельцов В.Н., Федоров А.Н. -109/9/598
- Архипов М. В. Синхронизация мод в титансапфировом лазере за счет когерентного поглотителя. Архипов М.В., Архипов Р.М., Шимко А.А., Бабушкин И., Розанов Н.Н. - 109/10/657

(см. Архипов Р. М.) - 110/1/9

- **Архипов Р. М.** (см. Архипов М. В.) 109/10/657 Предельно короткие оптические импульсы и их генерация в резонансных средах (Миниобзор). Архипов Р.М., Архипов М.В., Шимко А.А., Пахомов А.В., Розанов Н.Н. - 110/1/9
- **Арышев А.** (см. Шкитов Д. А.) 109/12/809
- Асадчиков В. Е. (см. Ермаков Ю. А.) 109/5/340
- Астафьев А. А. (см. Шахов А. М.) 109/5/294

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

Фемтосекундный лазерный синтез люминесцентных углеродных точек из толуола. Астафьев А.А., Шахов А.М., Васин А.А., Костина Ю.В., Надточенко В.А. - 110/7/456

- Атанасова П. Х. Периодичность в возникновении интервалов переворота магнитного момента  $\varphi_0$  перехода. Атанасова П.Х., Панайотова С.А., Рахмонов И.Р., Шукринов Ю.М., Земляная Е.В., Башапин М.В. - 110/11/736
- Афанасьев В. В. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Афонин В. В. О точных решениях для жидкости Латинджера с одной примесью. Афонин В.В., Петров В.Ю. - 109/11/797
- Афонин Г. В. (см. Кончаков Р. А.) 109/7/473
- **Ахматханов А. Р.** (см. Савченков Е. Н.) 110/3/165
- Бабич Л. П. Планетарные атмосферы как детекторы грозовых нейтронов. Бабич Л.П. - 109/10/645
- Бабушкин И. (см. Архипов М. В.) 109/10/657
- **Бакаров А. К.** (см. Быков А. А.) 109/6/401 (см. Дмитриев А. А.) - 110/1/62 (см. Быков А. А.) - 110/5/337
- Бакшт Е. Х. Излучение Вавилова–Черенкова в видимой и УФ областях спектра при прохождении электронов с энергией 6 МэВ через кварцевую пластинку. Бакшт Е.Х., Вуколов А.В., Ерофеев М.В., Науменко Г.А., Потылицын А.П., Тарасенко В.Ф., Бураченко А.Г., Шевелев М.В. - 109/9/584 (см. Тарасенко В. Ф.) - 110/1/72
- Балагуров А. М. Эффекты упорядочения в Fe-*x*Al сплавах. Балагуров А.М., Бобриков И.А., Головин И.С. 110/9/584

Балаев Д. А. (см. Князев Ю. В.) - 110/9/614

- Балашов Е. М. (см. Далидчик Ф. И.) 109/10/709
- Балтенков А. С. (см. Амусья М. Я.) 109/8/516
- Балыбин С. Н. Фотоионизация атомных систем в сжатых неклассических полях. Балыбин С.Н., Тихонова О.В. - 109/11/729
- Барабан И. А. (см. Григорьев С. В.) 110/12/799
- Барабанов А. Л. (см. Воробьев А. С.) 110/4/222

Барабанов А. Ф. (см. Валиулин В. Э.) - 109/8/557

Барецки Б. (см. Страумал Б. Б.) - 110/9/622

- Баскаков А. О. Переход полупроводникполуметалл в Rb<sub>0.8</sub>Fe<sub>1.6</sub>S<sub>2</sub>, индуцированный высоким давлением. Баскаков А.О., Огаркова Ю.Л., Любутин И.С., Старчиков С.С., Ксенофонтов В., Шилин С.И., Кроиторь Д., Цуркан В., Медведев С.А., Наумов П.Г. - 109/8/547
- Батыршин Э. С. (см. Делев В. А.) 109/2/84 (см. Делев В. А.) - 110/9/607
- Бацанов С. А. Анализ закономерностей формирования нанокристаллов сульфидов металлов, синтезированных с применением технологии Ленгмюра–Блоджетт. Бацанов С.А., Гутаковский А.К. - 109/11/734
- Башаров А. М. (см. Трубилко А. И.) 109/2/75 Апостериорный вектор состояния излучающей двухуровневой частицы. Башаров А.М. -109/10/699 (см. Трубилко А. И.) - 110/7/505
- Башашин М. В. (см. Атанасова П. Х.) 110/11/736
- **Бегинин Е. Н.** (см. Одинцов С. А.) 110/6/414 (см. Мартышкин А. А.) - 110/8/526
- **Бежанов С. Г.** (см. Кудряшов С. И.) 109/6/387 (см. Кудряшов С. И.) - 110/2/90 (см. Кудряшов С. И.) - 110/4/230
- **Беккерман А. Д.** (см. Белых С. Ф.) 109/8/511
- Белгибаев Т. (см. Рахмонов И. Р.) 109/1/36
- **Белов П. А.** (см. Буслаев П. И.) 109/11/805
- Белых С. Ф. Метод прямого обнаружения и исследования долгоживущих возбужденных состояний одно- и многозарядных ионов переходных и редкоземельных металлов. Белых С.Ф., Толстогузов А.Б., Беккерман А.Д., Богданова Т.В. - 109/8/511

**Беляев К. Г.** (см. Рахлин М. В.) - 109/3/147

- Бердников Я. А. (см. Воронин В. В.) 110/9/579
- Беседин И. С. (см. Москаленко И. Н.) 110/8/569
- Бир А. С. Генерация темных многосолитонных комплексов в магнонном кольцевом резонаторе с управлением дисперсией и конкурирующими

нелинейными спин-волновыми взаимодействиями. Бир А.С., Гришин С.В. - 110/5/348

- Бисти В. Е. Квазидырки в гетеропереходе MgZnO/ZnO как вакансионы. Бисти В.Е. -109/2/105
- Блошкин А. А. (см. Якимов А. И.) 110/6/393
- Бобриков И. А. (см. Балагуров А. М.) 110/9/584
- Бовкун Л. С. Магнитопоглощение в квантовых ямах HgCdTe/CdHgTe в наклонных магнитных полях. Бовкун Л.С., Иконников А.В., Алешкин В.Я., Орлита М., Потемски М., Пио Б.А., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н., Гавриленко В.И. - 109/3/184
- **Богач А. В.** (см. Демишев С. В.) 109/3/152
- **Богданова Т. В.** (см. Белых С. Ф.) 109/8/511
- **Богомяков А. С.** (см. Зиновьева А. Ф.) 109/4/258
- **Божко С. И.** (см. Путилов А. В.) 109/11/789
- Борисова С. Д. (см. Русина Г. Г.) 109/9/621 Магнитные свойства тримеров тяжелых *р*элементов IV–VI групп. Борисова С.Д., Русина Г.Г., Еремеев С.В., Чулков Е.В. - 110/3/190
- Босак А. А. (см. Паршин П. П.) 110/1/30
- **Брагинец Ю. П.** (см. Воронин В. В.) 110/9/579
- Брагута В. В. Изучение свойств холодной кварковой материи с ненулевой изоспиновой плотностью в рамках решеточного моделирования. Брагута В.В., Котов А.Ю., Николаев А.А. - 110/1/3
- **Бражкин В. В.** (см. Громницкая Е. Л.) 110/9/602 (см. Энкович П. В.) 110/10/687
- **Брискина Ч. М.** (см. Тарасов А. П.) 110/11/750
- **Буасье Г.** (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91
- Бугаев А. Л. Кинетика атомной структуры наночастиц палладия в ходе десорбции водорода по данным рентгеновской дифракции. Бугаев А.Л., Гуда А.А., Ломаченко К.А., Солдатов А.В. - 109/9/615
- Бункин А. Ф. (см. Архипенко М. В.) 109/9/598
- Буньков Ю. М. Нерезонансное возбуждение бозе– эйнштейновского конденсата магнонов в MnCO<sub>3</sub>. Буньков Ю.М., Клочков А.В., Сафин Т.Р., Сафиуллин К.Р., Тагиров М.С. - 109/1/43

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

548

Бураченко А. Г. (см. Бакшт Е. Х.) - 109/9/584

- Буслаев П. И. Ответ на комментарий к работе "Плазмоны в волноводных структурах из двух слоев графена" (Письма в ЖЭТФ 97(9), 619 (2013)). Буслаев П.И., Иорш И.В., Шадривов И.В., Белов П.А., Кившарь Ю.С. - 109/11/805
- Буслеев Н. И. (см. Кудряшов С. И.) 110/4/230
- **Буташин А. В.** (см. Муслимов А. Э.) 109/9/629
- **Бутылкин В. С.** (см. Крафтмахер Г. А.) 109/4/224
- Бушуйкин П. А. (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- Быков А. А. Биения квантовых осцилляций сопротивления в двухподзонных электронных системах в наклонных магнитных полях. Быков А.А., Стрыгин И.С., Горан А.В., Марчишин И.В., Номоконов Д.В., Бакаров А.К., Албеди С., Виткалов С.А. -109/6/401

(см. Дмитриев А. А.) - 110/1/62

Модуляция магнето-межподзонных осцилляций в одномерной латеральной сверхрешетке. Быков А.А., Стрыгин И.С., Горан А.В., Номоконов Д.В., Марчишин И.В., Бакаров А.К., Родякина Е.Е., Латышев А.В. - 110/5/337

Индуцированное микроволновым излучением магнето-межподзонное рассеяние в квадратной решетке антиточек. Быков А.А., Стрыгин И.С., Горан А.В., Родякина Е.Е., Номоконов Д.В., Марчишин И.В., Абеди С., Виткалов С.А. -110/10/671

- **Бюхнер Б.** (см. Камашев А. А.) 110/5/325
- Вааг А. (см. Максимов А. А.) 110/12/806
- Вайс Д. (см. Козлов Д. А.) 109/12/835
- **Вайшнене Л. А.** (см. Воробьев А. С.) 110/4/222
- **Валидов А. А.** (см. Камашев А. А.) 110/5/325
- Валиулин В. Э. Термодинамика симметричной спин-орбитальной модели: одномерный и двумерный случаи. Валиулин В.Э., Михеенков А.В., Кугель К.И., Барабанов А.Ф. - 109/8/557
- Вальков В. В. Устойчивость фазы сосуществования киральной сверхпроводимости и неколлинеарного спинового упорядочения с нетривиальной

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

топологией при сильных электронных корреляциях Вальков В.В., Злотников А.О. - 109/11/769

Реализация топологически нетривиальных фаз, каскад квантовых переходов и идентификация майорановских мод в киральных сверхпроводниках и нанопроволоках (Миниобзор). Вальков В.В., Мицкан В.А., Злотников А.О., Шустин М.С., Аксенов С.В. - 110/2/126

- Ваньков А. Б. О спиновой деполяризации холловского ферромагнетика вблизи  $\nu = 1$  в двумерных электронных системах на основе ZnO. Ваньков А.Б., Кайсин Б.Д., Кукушкин И.В. - 110/4/268
- Варнаков С. Н. (см. Максимова О. А.) 110/3/155
- Васильев Е. В. (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- Васильев Р. Б. (см. Смирнов А. М.) 109/6/375 (см. Смирнов А. М.) - 109/7/466
- Васин А. А. (см. Астафьев А. А.) 110/7/456

Васкан И. С. (см. Довженко Д. С.) - 109/1/12

- **Введенский Н. В.** (см. Костин В. А.) 110/7/449
- **Вдовин Е. Е.** (см. Ханин Ю. Н.) 109/7/496
- Веденеев А. С. Эффекты монополярного резистивного переключения в тонких слоях алмазоподобного углерода. Веденеев А.С., Лузанов В.А., Рыльков В.В. - 109/3/170
- Веденеев С. И. Движение джозефсоновских вихрей в слоистом монокристалле  ${\rm Bi}_{2+x}{\rm Sr}_{2-x}{\rm CuO}_{6+\delta}$  в параллельных высоких магнитных полях. Веденеев С.И. 109/1/25
- Вейко В. П. (см. Кудряшов С. И.) 109/5/301 (см. Кудряшов С. И.) - 109/7/442 (см. Кудряшов С. И.) - 110/4/230
- Вернья М. (см. Володин В. А.) 109/6/371
- Верховский С. В. (см. Волкова З. Н.) 109/8/552
- Вещунов И. С. (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- Виглин Н. А. Эффективная инжекция спинов из ферромагнитного металла в полупроводник InSb. Виглин Н.А., Цвелиховская В.М., Кулеш Н.А., Павлов Т.Н. - 110/4/248
- **Вильшанская Е. В.** (см. Зеленер Б. Б.) 110/12/767

- Винников Л. Я. Прямое наблюдение вихревых и мейснеровских доменов в монокристалле ферромагнитного сверхпроводника EuFe<sub>2</sub>(As<sub>0.79</sub>P<sub>0.21</sub>)<sub>2</sub>. Винников Л.Я., Вещунов И.С., Сидельников М.С., Столяров В.С., Егоров С.В., Скрябина О.В., Джао В., Цао Г., Тамегай Т. - 109/8/530
- Виноградов А. Ю. (см. Ясников И. С.) 110/6/421
- **Виткалов С. А.** (см. Быков А. А.) 109/6/401 (см. Быков А. А.) - 110/10/671
- Витлина Р. З. Электронный спектр и оптические свойства квантовых проволок ДХПМ. Витлина Р.З., Магарилл Л.И., Чаплик А.В. 110/8/534
- Витрик О. Б. (см. Кудряшов С. И.) 110/11/759
- **Водолазов Д. Ю.** (см. Пластовец В. Д.) 109/11/761
- **Волкова З. Н.** (см. Гермов А. Ю.) 109/4/245
  - Формирование фазы антиферромагнитного металла в допированном электронами оксиде Sr<sub>0.98</sub>La<sub>0.02</sub>MnO<sub>3</sub> по данным ЯМР <sup>17</sup>О. Волкова З.Н., Верховский С.В., Геращенко А.П., Гермов А.Ю., Михалев К.Н., Якубовский А.Ю., Константинова Е.И., Леонидов И.А. - 109/8/552
- Волков М. К. К вопросу о зависимости ширин распадов  $\tau \to [\rho^0(770), \rho^0(1450)]\pi^-\nu_{\tau}$  от параметров промежуточного *a*<sub>1</sub>-мезона. Волков М.К., Пивоваров А.А. - 109/4/219
  - Распад  $\tau \to \bar{K}^{0*}(892)\pi^-\nu_{\tau}$  с учетом расщепления промежуточного основного аксиально векторного мезона  $K_{1A}$  на два физических состояния  $K_1(1270)$  и  $K_1(1400)$ . Волков М.К., Пивоваров А.А. 110/4/217
  - Учет промежуточных аксиально векторных состояний в электромагнитных распадах  $[\rho(770), \omega(782)] \rightarrow \gamma[\pi, \eta]$  в модели НИЛ. Волков М.К., Пивоваров А.А. 110/6/376
- **Волков М. П.** (см. Ионов А. Н.) 109/3/162
- **Волков Ю. О.** (см. Ермаков Ю. А.) 109/5/340
- Володин В. А. Колебательные и светоизлучающие свойства гетероструктур  $Si/Si_{(1-x)}Sn_x$ . Володин В.А., Тимофеев В.А., Никифоров А.И., Штоффель М., Риннерт Э., Вернья М. 109/6/371
- Волокитин А. И. Эффект электрического поля в передаче тепла между металлами в экстремальном ближнем поле. Волокитин А.И. - 109/11/783

Эффект резонансной эмиссии фотонов в радиационной передаче и генерации тепла. Волокитин А.И. - 110/6/379

- Волотовский Р. А. (см. Макаров А. Г.) -110/10/700
- **Волошин А. Э.** (см. Даринская Е. В.) 110/4/255
- Воробьев А. С. Угловые распределения и анизотропия осколков деления <sup>237</sup>Np нейтронами с энергиями 1–200 МэВ: данные измерений и модельные расчеты. Воробьев А.С., Гагарский А.М., Щербаков О.А., Вайшнене Л.А., Барабанов А.Л. -110/4/222
- Воробьев С. И. µSR-исследование динамики внутренних магнитных корреляций в мультиферроике Tb(Bi)MnO<sub>3</sub> в магнитоупорядоченном и парамагнитном состояниях. Воробьев С.И., Геталов А.Л., Головенчиц Е.И., Комаров Е.Н., Котов С.А., Санина В.А., Щербаков Г.В. - 110/2/118
- Воронин В. В. (см. Пахаруков Ю. В.) 109/9/634 Дифракционное усиление эффекта Штерна-Герлаха для нейтрона в кристалле. Воронин В.В., Семенихин С.Ю., Шапиро Д.Д., Брагинец Ю.П., Федоров В.В., Несвижевский В.В., Джентшел М., Иоффе А., Бердников Я.А. - 110/9/579
- **Вохминцев К.** (см. Линьков П.) 109/2/108
- **Вуколов А. В.** (см. Бакшт Е. Х.) 109/9/584
- **Высотин М. А.** (см. Максимова О. А.) 110/3/155
- Высоцкий М. И. (см. Андрейчиков М. А.) 110/10/633
- Гавриленко В. И. (см. Криштопенко С. С.) -109/2/91 (см. Бовкун Л. С.) - 109/3/184 (см. Козлов Д. В.) - 109/10/679
- **Гавричков В. А.** (см. Замкова Н. Г.) 109/4/265
- **Гагарский А. М.** (см. Воробьев А. С.) 110/4/222
- **Гадиев Р. М.** (см. Лежнев С. К.) 110/7/437
- Гадомский О. Н. Субволновое фокусирование света отраженного от поверхности серебра с периодической структурой. Гадомский О.Н., Мусич Д.О. -110/2/99
- **Газизов А. Р.** (см. Тюгаев М. Д.) 110/12/772

- **Гайнанов Б. Р.** (см. Менушенков А. П.) 109/8/540
- **Гакович Б.** (см. Кудряшов С. И.) 110/2/90
- **Галиев А. Ф.** (см. Лежнев С. К.) 110/7/437
- **Галимзянов Б. Н.** (см. Мокшин А. В.) 110/7/498
- **Галка А. Г.** (см. Малышев М. С.) 110/4/237
- Галкина Е. Г. Предельная скорость и закон дисперсии доменных стенок в ферримагнетиках, близких к точке компенсации спина. Галкина Е.Г., Заспел К.Э., Иванов Б.А., Кулагин Н.Е., Лерман Л.М. -110/7/474
- Галкина О. Регулярные космологические решения с отскоком, энергетические условия и теория Бранса–Дикке. Галкина О., Фабрис Ж.Ц., Фалсиано Ф.Т., Пинто-Нето Н. - 110/8/515

**Галль Н. Р.** (см. Рутьков Е. В.) - 110/10/683

- Галусташвили М. В. Магнитопластический эффект при релаксации напряжения в кристаллах NaCl. Галусташвили М.В., Дриаев Д.Г., Квачадзе В.Г. - 110/12/793
- Галынский М. В. Об измерении формфакторов Сакса в процессах без переворота и с переворотом спина протона. Галынский М.В. - 109/1/3 Обобщенные формфакторы Сакса и возможность их измерения в процессах без переворота и с переворотом спина протона. Галынский М.В., Герасимов Р.Е. - 110/10/645
- Гардымова А. П. (см. Крахалев М. Н.) 109/7/487
- **Гарифуллин И. А.** (см. Камашев А. А.) 110/5/325
- **Гарифьянов Н. Н.** (см. Камашев А. А.) 110/5/325
- **Гатин А. К.** (см. Гришин М. В.) 109/10/707
- **Герасимов А. А.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Герасимов В. В.** (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- **Герасимов Р. Е.** (см. Галынский М. В.) 110/10/645
- **Геращенко А. П.** (см. Гермов А. Ю.) 109/4/245 (см. Волкова З. Н.) - 109/8/552
- **Гермов А. Ю.** Ферромагнитные нанообласти в кубическом манганите Sr<sub>0.98</sub>La<sub>0.02</sub>MnO<sub>3</sub> по данным ЯМР <sup>139</sup>La. Гермов А.Ю., Михалев К.Н., Волкова

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

З.Н., Геращенко А.П., Константинова Е.И., Леонидов И.А. - 109/4/245 (см. Волкова З. Н.) - 109/8/552

- **Геталов А. Л.** (см. Воробьев С. И.) 110/2/118
- Гильманов М. И. (см. Демишев С. В.) 109/3/152 Электронный парамагнитный резонанс в додекаборидах Ho<sub>x</sub>Lu<sub>1-x</sub>B<sub>12</sub>. Гильманов М.И., Демишев С.В., Малкин Б.З., Самарин А.Н., Шицевалова Н.Ю., Филипов В.Б., Случанко Н.Е. - 110/4/241
- Глушков А. В. Массовый состав космических лучей с энергией выше 10<sup>17</sup> эВ по данным мюонных детекторов Якутской установки. Глушков А.В., Сабуров А.В. - 109/9/579
- **Глушков В. В.** (см. Демишев С. В.) 109/3/152
- **Голинская А. Д.** (см. Смирнов А. М.) 109/6/375 (см. Смирнов А. М.) - 109/7/466
- **Головенчиц Е. И.** (см. Воробьев С. И.) 110/2/118
- **Головин И. С.** (см. Балагуров А. М.) 110/9/584
- **Головцов В. Л.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Голышев А. А.** (см. Молодец А. М.) 109/7/460
- **Гонзалез-Посада Ф.** (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91
- **Горан А. В.** (см. Быков А. А.) 109/6/401 (см. Быков А. А.) - 110/5/337 (см. Быков А. А.) - 110/10/671
- **Горбунов А. В.** (см. Журавлев А. С.) 110/4/260
- Горлова И. Г. Эффект поля в линейной и нелинейной проводимости слоистого квазиодномерного полупроводника TiS<sub>3</sub>. Горлова И.Г., Фролов А.В., Орлов А.П., Покровский В.Я., Пай Воей Ву -110/6/400
- Горнаков В. С. (см. Коплак О. В.) 109/11/753
- **Григорьев А.** (см. Москаленко И. Н.) 110/8/569
- Григорьев К. С. Генерация и преобразование световых пучков и импульсов, содержащих сингулярности поляризации, в средах с нелокальностью нелинейно-оптического отклика (Миниобзор). Григорьев К.С., Макаров В.А. - 109/10/666
- **Григорьев М. В.** (см. Ханин Ю. Н.) 109/7/496

- Григорьев С. В. Измерение жесткости спиновых волн в аморфных ферромагнитных микропроводах методом малоуглового рассеяния поляризованных нейтронов. Григорьев С.В., Пшеничный К.А., Барабан И.А., Родионова В.В., Чичай К.А., Хайнеманн А. - 110/12/799
- **Григорьев Ю. В.** (см. Муслимов А. Э.) 109/9/629
- **Гриценко В. А.** (см. Перевалов Т. В.) 109/2/112
- **Гришаков К. С.** (см. Дегтяренко Н. Н.) 109/6/413
- Гришин М. В. Комментарий к работе "Природа равноотстоящих отрицательных дифференциальных сопротивлений в спектрах ультрамалых наночастиц" (Письма в ЖЭТФ 108(7), 504 (2018)). Гришин М.В., Гатин А.К., Дохликова Н.В., Кожушнер М.А., Сарвадий С.Ю., Шуб Б.Р. -109/10/707

**Гришин М. Я.** (см. Першин С. М.) - 109/7/447

- **Гришин С. В.** (см. Бир А. С.) 110/5/348
- **Громницкая Е. Л.** Разупорядочение в пиридине при высоком давлении. Громницкая Е.Л., Данилов И.В., Кондрин М.В., Бражкин В.В. - 110/9/602
- **Громов М. О.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Губанова Ю. А.** (см. Мартышкин А. А.) 110/8/526
- **Губарев С. И.** (см. Муравьев В. М.) 109/10/685
- **Гуда А. А.** (см. Бугаев А. Л.) 109/9/615
- **Гумаров А. И.** (см. Петров А. В.) 110/3/197
- Гусаков Е. З. О возможности сильного аномального поглощения СВЧ волн в экспериментах по электронному циклотронному нагреву плазмы на второй гармонике резонанса. Гусаков Е.З., Попов А.Ю. - 109/11/723
- **Гусев А. И.** (см. Садовников С. И.) 109/9/605
- **Гусева Ю. А.** (см. Рахлин М. В.) 109/3/147
- **Гусихин П. А.** (см. Муравьев В. М.) 109/10/685
- Гуськов С. Ю. Извлечение ударной адиабаты металлов по характеристикам затухания ударной волны в лазерном эксперименте. Гуськов С.Ю., Красюк И.К., Семенов А.Ю., Стучебрюхов И.А., Хищенко К.В. - 109/8/525

- **Гутаковский А. К.** (см. Перевалов Т. В.) -109/2/112 (см. Зиновьева А. Ф.) - 109/4/258 (см. Бацанов С. А.) - 109/11/734
- Давидович М. В. Комментарии к статье "Плазмоны в волноводных структурах из двух слоев графена" (Письма в ЖЭТФ 97(9), 619 (2013)). Давидович М.В. - 109/11/803 Нестационарное резонансное туннелирование в диодной двухбарьерной структуре. Давидович М.В. -110/7/465
- Давыдов М. А. (см. Архипенко М. В.) 109/9/598
- **д'Акапито Ф.** (см. Менушенков А. П.) 109/8/540
- Далидчик Ф. И. Ответ на комментарий к работе "Природа равноотстоящих отрицательных дифференциальных сопротивлений в спектрах ультрамалых наночастиц" (Письма в ЖЭТФ 108(7), 504 (2018)). Далидчик Ф.И., Балашов Е.М., Ковалевский С.А. - 109/10/709
- Данилов И. В. (см. Громницкая Е. Л.) 110/9/602
- **Данилов П. А.** (см. Кудряшов С. И.) 109/6/387 (см. Кудряшов С. И.) - 110/11/759
- Данюк А. В. (см. Ясников И. С.) 110/6/421
- Даринская Е. В. Пороговые эффекты магнитного влияния на микротвердость кристаллов КDР. Даринская Е.В., Колдаева М.В., Альшиц В.И., Волошин А.Э., Притула И.М. - 110/4/255
- Дворецкий С. А. (см. Бовкун Л. С.) 109/3/184 (см. Козлов Д. В.) - 109/10/679 (см. Козлов Д. А.) - 109/12/835 (см. Миньков Г. М.) - 110/4/274
- Двуреченский А. В. (см. Зиновьева А. Ф.) -109/4/258 (см. Якимов А. И.) - 110/6/393
- Девятов И. А. Релаксация когерентных возбужденных состояний сверхпроводника в сверхпроводящий резервуа. Девятов И.А., Семенов А.В. -109/4/249
- Дегтяренко Н. Н. "Трубчатый" гидрид лантана новый класс высокотемпературных сверхпроводящих материалов. Дегтяренко Н.Н., Гришаков К.С., Мазур Е.А. - 109/6/413

Дедкова А. А. (см. Тюгаев М. Д.) - 110/12/772

Делев В. А. Кинк-антикинк взаимодействие в линейном дефекте электроконвективной структуры нематика. Делев В.А., Скалдин О.А., Батыршин Э.С., Назаров В.Н., Екомасов Е.Г. - 109/2/84

Сложная динамика каскада кинк-антикинковых взаимодействий в линейном дефекте электроконвективной структуры нематика. Делев В.А., Назаров В.Н., Скалдин О.А., Батыршин Э.С., Екомасов Е.Г. - 110/9/607

Демишев С. В. Магнитные свойства топологического Кондо изолятора SmB<sub>6</sub>: локализованные магнитные моменты и парамагнетизм Паул. Демишев С.В., Азаревич А.Н., Богач А.В., Гильманов М.И., Филипов В.Б., Шицевалова Н.Ю., Глушков В.В. -109/3/152

(см. Гильманов М. И.) - 110/4/241

Десра В. (см. Криштопенко С. С.) - 109/2/91

- Джао В. (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- Джентшел М. (см. Воронин В. В.) 110/9/579
- Дмитриев А. А. АС и DC проводимость в структуре *n*-GaAs/AlAs с широкой квантовой ямой в режиме целочисленного квантового эффекта Холла. Дмитриев А.А., Дричко И.Л., Смирнов И.Ю., Бакаров А.К., Быков А.А. - 110/1/62
- **Дмитриенко В. Е.** (см. Овчинникова Е. Н.) 110/8/563
- Днепровский В. С. (см. Смирнов А. М.) 109/6/375 (см. Смирнов А. М.) - 109/7/466
- Доброносова А. А. (см. Москаленко И. Н.) -110/8/569
- Довженко Д. С. Спектральные и пространственные характеристики мод электромагнитного поля в перестраиваемой оптической микрорезонаторной ячейке для исследования гибридных состояний "свет–вещество". Довженко Д.С., Васкан И.С., Мочалов К.Е., Ракович Ю.П., Набиев И.Р. - 109/1/12
- Долганов В. К. (см. Долганов П. В.) 110/8/539
- Долганов П. В. Коалесценция островов различной толщины в смектических нанопленках. Долганов П.В., Шуравин Н.С., Кац Е.И., Долганов В.К. -110/8/539

Дорожкин С. И. Температурная зависимость амплитуды минимумов поглощения микроволнового излучения на гармониках циклотронного резонанса. Дорожкин С.И., Капустин А.А., Уманский В., Смет Ю.Х. - 109/3/178 (см. Капустин А. А.) - 110/6/407

- Дохликова **Н. В.** (см. Гришин М. В.) 109/10/707
- **Дриаев Д. Г.** (см. Галусташвили М. В.) 110/12/793
- **Дричко И. Л.** (см. Дмитриев А. А.) 110/1/62
- Дубровский А. А. (см. Князев Ю. В.) 110/9/614
- **Егоров С. В.** (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- **Екомасов Е. Г.** (см. Делев В. А.) 109/2/84 (см. Делев В. А.) - 110/9/607
- **Еремеев С. В.** (см. Борисова С. Д.) 110/3/190
- **Еремин М. В.** К теории электрической поляризации в ферримагнетике FeCr<sub>2</sub>O<sub>4</sub>. Еремин М.В. -109/4/242
- Ермаков Ю. А. Электростатические и структурные эффекты при адсорбции полилизина на поверхности монослоя DMPS. Ермаков Ю.А., Асадчиков В.Е., Волков Ю.О., Нуждин А.Д., Рощин Б.С., Хонкимаки В., Тихонов А.М. -109/5/340
- Ерофеев М. В. (см. Бакшт Е. Х.) 109/9/584
- Есин А. А. (см. Савченков Е. Н.) 110/3/165
- Жариков Е. В. (см. Чукалина Е. П.) 109/6/360
- Жаркова Е. В. (см. Смирнов А. М.) 109/7/466
- **Жеребцов О. М.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Живая Я. А.** (см. Патрин Г. С.) 109/5/325
- Житлухин А. М. (см. Старостин А. Н.) 110/6/387
- Жукавин Р. Х. Времена релаксации и инверсия населенностей возбужденных состояний доноров As в германии. Жукавин Р.Х., Ковалевский К.А., Чопорова Ю.Ю., Цыпленков В.В., Герасимов В.В., Бушуйкин П.А., Князев Б.А., Абросимов Н.В., Павлов С.Г., Хьюберс Г.-В., Шастин В.Н. - 110/10/677
- Жумагулов Я. В. Фазовая диаграмма двухорбитальной модели ВТСП на основе железа: вариаци-

онное кластерное приближение Жумагулов Я.В., Кашурников В.А., Красавин А.В., Лукьянов А.Е., Неверов В.Д. - 109/1/48

Влияние оптического возбуждения на зонную структуру и спектры рентгеновского поглощения ВТСП на основе ВаВіО<sub>3</sub>: расчет из первых принципов. Жумагулов Я.В., Красавин А.В., Лукьянов А.Е., Неверов В.Д., Ярославцев А.А., Менушенков А.П. - 110/1/23

- **Жуо Б.** (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91
- Журавлева Е. Н. Алгоритм построения точных решений плоской нестационарной задачи о движении жидкости со свободной границей. Журавлева Е.Н., Зубарев Н.М., Зубарева О.В., Карабут Е.А. -110/7/443
- Журавлев А. С. Термализация и транспорт в плотных ансамблях триплетных магнитоэкситонов. Журавлев А.С., Кузнецов В.А., Горбунов А.В., Кулик Л.В., Тимофеев В.Б., Кукушкин И.В. - 110/4/260
- Заболотский А. А. Невзаимное распространение солитонов в хиральной сред. Заболотский А.А. -110/5/303
- Заварцев Ю. Д. (см. Завертяев М. В.) 110/10/652
- Завертяев М. В. Излучение молекулярного азота при бомбардировке электронами пиролитического аэрогеля SiO<sub>2</sub> и алюминия. Завертяев М.В., Козлов В.А., Пестовский Н.В., Петров А.А., Родионов А.А., Савинов С.Ю., Цхай С.Н., Заварцев Ю.Д., Загуменный А.И., Кутовой С.А. - 110/10/652
- Загороднев И. В. (см. Родионов Д. А.) 109/2/124
- Загуменный А. И. (см. Завертяев М. В.) -110/10/652
- Задиранов Ю. М. (см. Рахлин М. В.) 109/3/147
- Задорожная Л. А. (см. Тарасов А. П.) 110/11/750
- Зайцев-Зотов С. В. (см. Минакова В. Е.) -110/1/56 (см. Минакова В. Е.) - 110/3/178
- Зайцев М. Е. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Замкова Н. Г. Близость ферромагнитного никеля к парамагнитной неустойчивости. Замкова Н.Г.,

Гавричков В.А., Сандалов И.С., Овчинников С.Г. - 109/4/265

- Заспел К. Э. (см. Галкина Е. Г.) 110/7/474
- Захаров В. Е. (см. Короткевич А. О.) 109/5/312
- Захарьин А. О. Стимулированное терагерцовое излучение в системе экситонов фотовозбужденного кремния. Захарьин А.О., Андрианов А.В., Петров А.Г. - 109/12/821

Звайгзне М. (см. Линьков П.) - 109/2/108

Зеленер Б. Б. Измерение энергий ридберговских переходов в  $n^1S_0$  состояния и порога ионизации атомов <sup>40</sup>Са. Зеленер Б.Б., Саакян С.А., Саутенков В.А., Вильшанская Е.В., Зеленер Б.В., Фортов В.Е. - 110/12/767

Зеленер Б. В. (см. Зеленер Б. Б.) - 110/12/767

Земба П. (см. Страумал Б. Б.) - 110/9/622

Земляная Е. В. (см. Атанасова П. Х.) - 110/11/736

- Зиглер Й. (см. Козлов Д. А.) 109/12/835
- Зиновьева А. Ф. Электронный парамагнитный резонанс в Ge/Si гетероструктурах с квантовыми точками, легированными марганцем. Зиновьева А.Ф., Зиновьев В.А., Степина Н.П., Кацюба А.В., Двуреченский А.В., Гутаковский А.К., Кулик Л.В., Богомяков А.С., Эренбург С.Б., Трубина С.В., Фёльсков М. - 109/4/258

Зиновьев В. А. (см. Зиновьева А. Ф.) - 109/4/258

- Зиновьев В. Г. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Злотников А. О.** (см. Вальков В. В.) 109/11/769 (см. Вальков В. В.) - 110/2/126
- Зонов Р. Г. (см. Михеев Г. М.) 109/11/739
- Зотов А. (см. Черняков Ю.) 109/2/131
- Зубарева О. В. (см. Журавлева Е. Н.) 110/7/443
- Зубарев Н. М. (см. Журавлева Е. Н.) 110/7/443
- Зыбцев С. Г. (см. Никитин М. В.) 109/1/54
- Зырянов В. Я. (см. Крахалев М. Н.) 109/7/487
- **Иванов А. А.** (см. Менушенков А. П.) 109/8/540
- **Иванова А. К.** (см. Кудряшов С. И.) 110/4/230

Иванов Б. А. (см. Галкина Е. Г.) - 110/7/474

**Иванов С. В.** (см. Рахлин М. В.) - 109/3/147 (см. Соловьев В. А.) - 109/6/381 (см. Соловьев В. А.) - 110/5/297

Ивочкин В. Г. (см. Серебров А. П.) - 109/4/209

**Игошев П. А.** (см. Ирхин В. Ю.) - 110/1/34 Топология электронного спектра и гигантские особенности плотности состояний в кубических решетка. Игошев П.А., Ирхин В.Ю. - 110/11/741

**Ижутов А. Л.** (см. Серебров А. П.) - 109/4/209

**Иконников А. В.** (см. Бовкун Л. С.) - 109/3/184

- **Ионин А. А.** (см. Кудряшов С. И.) 109/6/387 (см. Кудряшов С. И.) - 110/2/90 (см. Кудряшов С. И.) - 110/4/230 (см. Секербаев К. С.) - 110/9/591 (см. Кудряшов С. И.) - 110/11/759
- Ионов А. Н. Высокотемпературная сверхпроводимость частиц графита внедренного в полистирол. Ионов А.Н., Волков М.П., Николаева М.Н. -109/3/162

Иорш И. В. (см. Буслаев П. И.) - 109/11/805

Иоффе А. (см. Воронин В. В.) - 110/9/579

- **Ирхин В. Ю.** Магнитные состояния и переход металл–изолятор в сильно коррелированных системах (Миниобзор). Ирхин В.Ю., Игошев П.А. -110/1/34 (см. Игошев П. А.) - 110/11/741
- Ишибаши Т. (см. Аплеснин С. С.) 110/3/204
- **Кабанов Ю. П.** (см. Коплак О. В.) 109/11/753
- Кадыков А. М. (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91 (см. Козлов Д. В.) 109/10/679
- **Казанцев Ю. Н.** (см. Крафтмахер Г. А.) 109/4/224
- **Кайсин Б. Д.** (см. Ваньков А. Б.) 110/4/268
- Каламейцев А. В. Поляронный сдвиг уровней квантовой проволоки в гибридной структуре с бозе-конденсатом. Каламейцев А.В., Махмудиан М.М., Чаплик А.В. - 109/3/191

Взаимодействие электронов и дипольных экситонов в двумерных системах (Миниобзор).

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

Каламейцев А.В., Махмудиан М.М., Чаплик А.В. - 109/12/842

- Камашев А. А. Гигантский эффект сверхпроводящего спинового клапана. Камашев А.А., Гарифьянов Н.Н., Валидов А.А., Шуманн И., Катаев В., Бюхнер Б., Фоминов Я.В., Гарифуллин И.А. -110/5/325
- Камерджиев С. П. Ангармонические эффекты 3-го порядка в ядерной квантовой теории многих тел. Камерджиев С.П., Шитов М.И. - 109/1/65
- **Каневский В. М.** (см. Муслимов А. Э.) 109/9/629 (см. Тарасов А. П.) - 110/11/750
- **Капитан В. Ю.** (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- **Капитан Д. Ю.** (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- Капустин А. А. (см. Дорожкин С. И.) 109/3/178 Квантовые эффекты в емкости полевых транзисторов с двойной квантовой ямой. Капустин А.А., Дорожкин С.И., Федоров И.Б., Уманский В., Смет Ю.Х. - 110/6/407
- **Карабут Е. А.** (см. Журавлева Е. Н.) 110/7/443
- **Карпова О. В.** (см. Архипенко М. В.) 109/9/598
- **Катаев В.** (см. Камашев А. А.) 110/5/325
- Кац Е. И. (см. Долганов П. В.) 110/8/539
- **Кацюба А. В.** (см. Зиновьева А. Ф.) 109/4/258
- **Кашурников В. А.** (см. Жумагулов Я. В.) 109/1/48
- **Квачадзе В. Г.** (см. Галусташвили М. В.) 110/12/793
- **Кенжебекова А. И.** (см. Скворцова Н. Н.) 109/7/452

**Кившарь Ю. С.** (см. Буслаев П. И.) - 109/11/805

**Кильмаметов А. Р.** (см. Страумал Б. Б.) - 110/9/622

**Кириллов В. Л.** (см. Князев Ю. В.) - 110/9/614

Кирова Е. М. Моделирование стеклования тонкого слоя расплава алюминия при сверхбыстром охлаждении в изобарических условиях. Кирова Е.М., Норман Г.Э., Писарев В.В. - 110/5/343

- **Киямов А. Г.** (см. Петров А. В.) 110/3/197
- **Клавсюк А. Л.** (см. Сыромятников А. Г.) 110/5/331
- **Климко Г. В.** (см. Рахлин М. В.) 109/3/147
- **Клочков А. В.** (см. Буньков Ю. М.) 109/1/43
- Клумов Б. А. О влиянии конфайнмента на структуру комплексной (пылевой) плазмы. Клумов Б.А. - 110/11/729
- **Клюев А. В.** (см. Рыжкин М. И.) 110/2/112
- Кнап В. (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91
- Князев Б. А. (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- Князев Ю. В. Мессбауэровские исследования магнитного перехода в наночастицах  $\epsilon$ -Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> на синхротронном и радионуклидном источниках. Князев Ю.В., Чумаков А.И., Дубровский А.А., Семенов С.В., Якушкин С.С., Кириллов В.Л., Мартьянов О.Н., Балаев Д.А. - 110/9/614
- **Кобелев Н. П.** (см. Кончаков Р. А.) 109/7/473
- **Кобяков А. В.** (см. Патрин Г. С.) 109/5/325
- **Ковалевский К. А.** (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- Ковалевский С. А. (см. Далидчик Ф. И.) 109/10/709
- Когай В. Я. (см. Михеев Г. М.) 109/11/739
- **Кожушнер М. А.** (см. Гришин М. В.) 109/10/707
- **Козлова М. В.** (см. Смирнов А. М.) 109/7/466
- Козлов В. А. (см. Завертяев М. В.) 110/10/652
- Козлов Д. А. Осцилляции Шубникова-де Гааза в трехмерном топологическом изоляторе на основе напряженной пленки HgTe в наклонном магнитном поле. Козлов Д.А., Зиглер Й., Михайлов Н.Н., Дворецкий С.А., Вайс Д. - 109/12/835
- Козлов Д. В. Особенности фотолюминесценции двойных акцепторов в гетероструктурах HgTe/CdHgTe с квантовыми ямами в терагерцовом диапазоне. Козлов Д.В., Румянцев В.В., Кадыков А.М., Фадеев М.А., Куликов Н.С., Уточкин В.В., Михайлов Н.Н., Дворецкий С.А.,

Гавриленко В.И., Хюберс Х.-В., Теппе Ф., Морозов С.В. - 109/10/679

- **Козловская К. А.** (см. Овчинникова Е. Н.) 110/8/563
- Козуб В. И. (см. Агринская Н. В.) 110/7/482
- Колдаева М. В. (см. Даринская Е. В.) 110/4/255
- **Комаров Е. Н.** (см. Воробьев С. И.) 110/2/118
- Комков О. С. (см. Соловьев В. А.) 109/6/381
- Кондрин М. В. (см. Громницкая Е. Л.) 110/9/602
- Консежо К. (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91
- Константинова Е. И. (см. Гермов А. Ю.) -109/4/245 (см. Волкова З. Н.) - 109/8/552
- Константинов А. М. (см. Шевченко С. И.) 109/12/828
- Кончаков Р. А. Соотношение между сдвиговой и дилатационной упругой энергией межузельных дефектов в металлических кристаллах. Кончаков Р.А., Макаров А.С., Афонин Г.В., Кретова М.А., Кобелев Н.П., Хоник В.А. - 109/7/473
- Коплак О. В. Температурная зависимость обменной анизотропии ферримагнитной пленки GdFeCo, связанной с антиферромагнетиком IrMn. Коплак О.В., Горнаков В.С., Кабанов Ю.П., Куницына Е.И., Шашков И.В. - 109/11/753
- Коренблит С. Э. Предасимптотический анализ задачи рассеяния. Коренблит С.Э., Ловцов С.В., Синицкая А.В. - 110/5/291
- Корнева А. (см. Страумал Б. Б.) 110/9/622
- **Корнилов В. М.** (см. Лежнев С. К.) 110/7/437
- Короткевич А. О. О темпе диссипации океанских волн, вызванной их обрушением. Короткевич А.О., Прокофьев А.О., Захаров В.Е. - 109/5/312
- Костина Ю. В. (см. Астафьев А. А.) 110/7/456
- Костин В. А. Взаимное усиление брюнелевских гармоник. Костин В.А., Введенский Н.В. -110/7/449
- Костров А. В. (см. Малышев М. С.) 110/4/237

**Котов А. Ю.** (см. Брагута В. В.) - 110/1/3

- **Котов С. А.** (см. Воробьев С. И.) 110/2/118
- **Кочурин Е. А.** Волновая турбулентность поверхности жидкости во внешнем тангенциальном электрическом поле. Кочурин Е.А. - 109/5/306
- **Кравцов Е. А.** (см. Антропов Н. О.) 109/6/408
- **Красавин А. В.** (см. Жумагулов Я. В.) 109/1/48 (см. Жумагулов Я. В.) 110/1/23
- Красюк И. К. (см. Гуськов С. Ю.) 109/8/525
- Крафтмахер Г. А. Магнито- и электрическиуправляемая микроволновая интерферограмма в мета-интерферометре. Крафтмахер Г.А., Бутылкин В.С., Казанцев Ю.Н., Мальцев В.П. -109/4/224
- Крахалев М. Н. Тороидальная конфигурация холестерика в каплях с гомеотропным сцеплением. Крахалев М.Н., Рудяк В.Ю., Гардымова А.П., Зырянов В.Я. - 109/7/487
- Кретова М. А. (см. Кончаков Р. А.) 109/7/473
- **Кривенков В. А.** (см. Линьков П.) 109/2/108
- Криштопенко С. С. Терагерцовая спектроскопия "двумерного полуметалла" в трехслойных квантовых ямах InAs/GaSb/InAs. Криштопенко С.С., Руффенах С., Гонзалез-Посада Ф., Консежо К., Десра В., Жуо Б., Кнап В., Фадеев М.А., Кадыков А.М., Румянцев В.В., Морозов С.В., Буасье Г., Турнье Э., Гавриленко В.И., Тепп Ф. - 109/2/91
- **Кроиторь Д.** (см. Баскаков А. О.) 109/8/547
- Крутянский Л. М. Неустойчивость низкочастотной гравитационно-капиллярной волны под действием стационарного ультразвука. Крутянский Л.М., Преображенский В.Л., Перно Ф. -110/10/666
- Ксенофонтов В. (см. Баскаков А. О.) 109/8/547
- Кугель К. И. (см. Валиулин В. Э.) 109/8/557
- Кудрявцев К. Е. (см. Соловьев В. А.) 110/5/297
- Кудряшов С. И. Сверхбыстрая широкополосная нелинейная спектроскопия коллоидного раствора золотых наночастиц. Кудряшов С.И., Самохвалов А.А., Агеев Э.И., Вейко В.П. - 109/5/301

Плазмонно-усиленное двухфотонное поглощение ИК фемтосекундных лазерных импульсов в тонких золотых пленках. Кудряшов С.И., Данилов П.А., Бежанов С.Г., Руденко А.А., Ионин А.А., Урюпин С.А., Уманская С.Ф., Смирнов Н.А. - 109/6/387

Филаментация ультракороткого лазерного импульса в среде с искусственной нелинейностью. Кудряшов С.И., Самохвалов А.А., Агеев Э.И., Вейко В.П. - 109/7/442

Зависимость коэффициента двухфотонного поглощения стали от длительности импульса при абляции фемто- и пикосекундными лазерными импульсами. Кудряшов С.И., Смирнов Н.А., Гакович Б., Милованович Д., Бежанов С.Г., Урюпин С.А., Ионин А.А. - 110/2/90

Сверхбыстрая широкополосная диагностика заполнения *s*-зоны при двух-фотонном фемтосекундном лазерном возбуждении золотой пленки. Кудряшов С.И., Самохвалов А.А., Шелыгина С.Н., Буслеев Н.И., Иванова А.К., Смирнов Н.А., Бежанов С.Г., Урюпин С.А., Ионин А.А., Вейко В.П. - 110/4/230 (см. Секербаев К. С.) - 110/9/591

Оптические и структурные эффекты при многоимпульсной интерференционной фемтосекундной лазерной фабрикации метаповерхностей на тонкой пленке аморфного кремния. Кудряшов С.И., Данилов П.А., Порфирьев А.П., Руденко А.А., Мельник Н.Н., Кучмижак А.А., Витрик О.Б., Ионин А.А. -110/11/759

**Кузнецов А. В.** (см. Менушенков А. П.) - 109/8/540

- **Кузнецов В. А.** (см. Журавлев А. С.) 110/4/260
- **Кузнецов В. И.** Квантовые магниторезистивные (hc/2e)/m периодические осцилляции в сверхпроводящем кольце. Кузнецов В.И., Трофимов О.В. 110/1/47

**Кузнецов В. С.** (см. Тарасенко В. Ф.) - 110/1/72

Кузнецов Е. А. Формирование складок в двумерной гидродинамической турбулентности. Кузнецов Е.А., Серещенко Е.В. - 109/4/231 (см. Агафонцев Д. С.) - 110/2/106

**Кузьмин В. А.** (см. Разумов В. Ф.) - 110/5/307

Кукушкин И. В. (см. Муравьев В. М.) - 109/10/685 (см. Журавлев А. С.) - 110/4/260 (см. Ваньков А. Б.) - 110/4/268 (см. Щепетильников А. В.) - 110/9/597

**Кулагина М. М.** (см. Рахлин М. В.) - 109/3/147

- Кулагин Н. Е. (см. Галкина Е. Г.) 110/7/474
- Кулатов Э. Т. Особенности электронной структуры топологического изолятора Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>, дискретно легированного атомами 3*d*-переходных металлов. Кулатов Э.Т., Меньшов В.Н., Тугушев В.В., Успенский Ю.А. - 109/2/98
- Кулеш Н. А. (см. Виглин Н. А.) 110/4/248
- Кулик Л. В. (см. Зиновьева А. Ф.) 109/4/258 (см. Журавлев А. С.) - 110/4/260
- **Куликов К. В.** (см. Рахмонов И. Р.) 109/1/36 (см. Шукринов Ю. М.) - 110/3/149
- Куликов Н. С. (см. Козлов Д. В.) 109/10/679
- Куницына Е. И. (см. Коплак О. В.) 109/11/753
- Кутовой С. А. (см. Завертяев М. В.) 110/10/652
- **Кучмижак А. А.** (см. Кудряшов С. И.) 110/11/759
- **Лабзовский Л. Н.** (см. Чубуков Д. В.) 110/6/363
- **Лавриков А. С.** (см. Тарасов А. П.) 110/11/750
- **Латышев А. В.** (см. Быков А. А.) 110/5/337
- **Лачинов А. Н.** (см. Лежнев С. К.) 110/7/437
- **Левин А.** (см. Черняков Ю.) 109/2/131
- **Левченко А. А.** (см. Пельменев А. А.) 110/8/545
- **Леднев В. Н.** (см. Першин С. М.) 109/7/447
- Лежнев С. К. Электролюминесценция полимерной пленки, содержащей границу раздела полимер/полимер. Лежнев С.К., Юсупов А.Р., Галиев А.Ф., Корнилов В.М., Гадиев Р.М., Лачинов А.Н. -110/7/437
- **Лезова И. Е.** (см. Рогожин В. Б.) 110/8/521
- **Леонидов И. А.** (см. Гермов А. Ю.) 109/4/245 (см. Волкова З. Н.) - 109/8/552
- **Лерман Л. М.** (см. Галкина Е. Г.) 110/7/474
- **Лимонов М. Ф.** (см. Маслова Е. Э.) 109/5/347
- **Линьков П.** Оптические свойства квантовых точек со структурой "ядро–многослойная оболочка". Линьков П., Самохвалов П., Вохминцев

К., Звайгзне М., Кривенков В.А., Набиев И. -109/2/108

- **Литвинов А. В.** Интегрируемая gl(n|n) теория Тоды и дуальная ей сигма-модель. Литвинов А.В. -110/11/723
- **Ловцов С. В.** (см. Коренблит С. Э.) 110/5/291
- **Ломаченко К. А.** (см. Бугаев А. Л.) 109/9/615
- Луговской А. А. (см. Сердюков В. И.) 109/9/595
- **Лузанов В. А.** (см. Веденеев А. С.) 109/3/170
- **Лукьянов А. Е.** (см. Жумагулов Я. В.) 109/1/48 (см. Жумагулов Я. В.) - 110/1/23
- **Любутин И. С.** (см. Баскаков А. О.) 109/8/547 (см. Фролов К. В.) - 110/8/557
- **Ляпин С. Г.** (см. Энкович П. В.) 110/10/687
- **Лященко С. А.** (см. Максимова О. А.) 110/3/155
- **Мавринский В. В.** (см. Пахаруков Ю. В.) 109/9/634
- Магарилл Л. И. (см. Витлина Р. З.) 110/8/534
- **Мажорин Г. С.** (см. Москаленко И. Н.) 110/8/569
- Мазилкин И. А. (см. Страумал Б. Б.) 110/9/622
- Мазур Е. А. (см. Дегтяренко Н. Н.) 109/6/413
- **Майлыбаев А. А.** (см. Агафонцев Д. С.) 110/2/106
- Майоров С. А. (см. Скворцова Н. Н.) 109/7/452
- Макаров А. Г. К численному расчету фрустраций в модели Изинга. Макаров А.Г., Макарова К.В., Шевченко Ю.А., Андрющенко П.Д., Капитан В.Ю., Солдатов К.С., Пержу А.В., Рыбин А.Е., Капитан Д.Ю., Васильев Е.В., Волотовский Р.А., Чубов Ю.В., Нефедев К.В. - 110/10/700

**Макарова К. В.** (см. Макаров А. Г.) - 110/10/700

- Макарова М. В. (см. Антропов Н. О.) 109/6/408
- Макаров А. С. (см. Кончаков Р. А.) 109/7/473
- Макаров В. А. (см. Григорьев К. С.) 109/10/666
- Макаровский О. (см. Ханин Ю. Н.) 109/7/496

- Максимов А. А. Прямые измерения пикосекундной кинетики нагрева спиновой подсистемы в полумагнитных полупроводниковых наноструктурах. Максимов А.А., Филатов Е.В., Тартаковский И.И., Яковлев Д.Р., Вааг А. - 110/12/806
- Максимова О. А. Экспериментальное и теоретическое исследование слоистых ферромагнитных структур методом спектральной *in situ* магнитоэллипсометрии. Максимова О.А., Лященко С.А., Высотин М.А., Тарасов И.А., Яковлев И.А., Шевцов Д.В., Федоров А.С., Варнаков С.Н., Овчинников С.Г. - 110/3/155
- Малахов Д. В. (см. Скворцова Н. Н.) 109/7/452
- Малкин Б. З. (см. Гильманов М. И.) 110/4/241
- Малышев М. С. Особенности распространения волн в неоднородной плазме в окрестности электронно-циклотронного резонанса. Малышев М.С., Назаров В.В., Костров А.В., Галка А.Г. -110/4/237
- **Мальцев В. П.** (см. Крафтмахер Г. А.) 109/4/224
- Манцевич В. Н. (см. Смирнов А. М.) 109/6/375
- Маркушев В. М. (см. Тарасов А. П.) 110/11/750
- **Мартемьянов В. П.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Мартышкин А. А. Управляемый спин-волновой транспорт в магнонно-кристаллической структуре с одномерным массивом отверстий. Мартышкин А.А., Одинцов С.А., Губанова Ю.А., Бегинин Е.Н., Шешукова С.Е., Никитов С.А., Садовников А.В. -110/8/526
- Мартьянов О. Н. (см. Князев Ю. В.) 110/9/614
- Марченко И. Г. Температурно-аномальная диффузия в периодических наклонных потенциалах. Марченко И.Г., Марченко И.И., Ткаченко В.И. -109/10/694
- **Марченко И. И.** (см. Марченко И. Г.) 109/10/694
- Марчишин И. В. (см. Быков А. А.) 109/6/401

(см. Быков А. А.) - 110/5/337 (см. Быков А. А.) - 110/10/671

Маслова Е. Э. Переход "фотонный кристаллметаматериал с электрическим откликом" в

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

диэлектрических структурах. Маслова Е.Э., Лимонов М.Ф., Рыбин М.В. - 109/5/347

Масюгин А. Н. (см. Аплеснин С. С.) - 110/3/204

- **Матюшкин Л. Б.** (см. Андрианов А. В.) 109/1/30
- Махалов В. Б. Квантовый эффект Телбота для цепочки частично коррелированных конденсатов Бозе–Эйнштейна (Миниобзор). Махалов В.Б., Турлапов А.В. - 109/8/564
- **Махмудиан М. М.** (см. Каламейцев А. В.) 109/3/191

Рассеяние электронов между краевыми и двумерными состояниями двумерного топологического изолятора и проводимость полосы топологического изолятора в металлическом состоянии. Махмудиан М.М., Энтин М.В. - 109/5/337 (см. Каламейцев А. В.) - 109/12/842

- Медведев С. А. (см. Баскаков А. О.) 109/8/547
- **Межов-Деглин Л. П.** (см. Пельменев А. А.) 110/8/545
- Мельник Н. Н. (см. Кудряшов С. И.) 110/11/759
- Менушенков А. П. Локальный беспорядок в пирохлорах  $Ln_2$ Ti<sub>2</sub>O<sub>7</sub> (Ln = Gd, Tb, Dy). Менушенков А.П., Попов В.В., Гайнанов Б.Р., Иванов А.А., Кузнецов А.В., Ярославцев А.А., д'Акапито Ф., Пури А. - 109/8/540

(см. Жумагулов Я. В.) - 110/1/23

- **Меньшов В. Н.** (см. Кулатов Э. Т.) 109/2/98
  - Формирование магнитного порядка в трехмерных топологических изоляторах для реализации квантового аномального эффекта Холла (Миниобзор). Меньшов В.Н., Швец И.А., Чулков Е.В. -110/12/777

Меньщикова Т. В. (см. Петров Е. К.) - 109/2/118

**Милованович Д.** (см. Кудряшов С. И.) - 110/2/90

Минакова В. Е. Новый вид пиннинга волны зарядовой плотности в кристаллах ромбического TaS<sub>3</sub> с дефектами закалки. Минакова В.Е., Никитина А.М., Зайцев-Зотов С.В. - 110/1/56

Солитонная фотопроводимость в пайерлсовском проводнике ромбическом TaS<sub>3</sub>. Минакова В.Е., Талденков А.Н., Зайцев-Зотов С.В. - 110/3/178

- Миньков Г. М. Особенности магнетомежподзонных осцилляций в квантовых ямах HgTe. Миньков Г.М., Рут О.Э., Шерстобитов А.А., Дворецкий С.А., Михайлов Н.Н. - 110/4/274
- **Михайлов Н. Н.** (см. Бовкун Л. С.) 109/3/184
  - (см. Козлов Д. В.) 109/10/679 (см. Козлов Д. А.) - 109/12/835 (см. Миньков Г. М.) - 110/4/274
- **Михалев К. Н.** (см. Гермов А. Ю.) 109/4/245 (см. Волкова З. Н.) - 109/8/552
- Михеев Г. М. Генерация поляризационночувствительного фототока в тонкой нанокомпозитной пленке CuSe/Se. Михеев Г.М., Когай В.Я., Зонов Р.Г., Михеев К.Г., Могилева Т.Н., Свирко Ю.П. - 109/11/739

Михеев К. Г. (см. Михеев Г. М.) - 109/11/739

- **Михеенков А. В.** (см. Валиулин В. Э.) 109/8/557
- Мицкан В. А. (см. Вальков В. В.) 110/2/126
- **Мищенко А.** (см. Ханин Ю. Н.) 109/7/496
- Могилева Т. Н. (см. Михеев Г. М.) 109/11/739
- Мокшин А. В. Скейлинг-описание температурных зависимостей коэффициента поверхностной самодиффузии в кристаллизующихся молекулярных стеклах. Мокшин А.В., Галимзянов Б.Н., Яруллин Д.Т. - 110/7/498

(см. Хуснутдинов Р. М.) - 110/8/551

Молодец А. М. Откольная прочность аморфного углерода (стеклоуглерода) при ударноволновом нагружении в области его аномальной сжимаемости. Молодец А.М., Савиных А.С., Голышев А.А. - 109/7/460

**Монсо П.** (см. Фролов А. В.) - 109/3/196

Морозов С. В. (см. Криштопенко С. С.) - 109/2/91 (см. Ханин Ю. Н.) - 109/7/496 (см. Козлов Д. В.) - 109/10/679 (см. Соловьев В. А.) - 110/5/297

Москалев Д. О. (см. Москаленко И. Н.) - 110/8/569

Москаленко И. Н. Планарная архитектура для исследования кубита-флюксониума Москаленко И.Н., Беседин И.С., Цицилин И.А., Мажорин Г.С., Абрамов Н.Н., Григорьев А., Родионов И.А., Доброносова А.А., Москалев Д.О. - 110/8/569

**Мочалов К. Е.** (см. Довженко Д. С.) - 109/1/12

- Муравьев В. М. Проявление эффектов запаздывания для "темных" плазменных мод в двумерной электронной системе. Муравьев В.М., Андреев И.В., Губарев С.И., Гусихин П.А., Кукушкин И.В. - 109/10/685
- Муратов А. Р. Жидкость твердых сфер: структура и вязкости. Муратов А.Р. - 110/5/354
- Муртазаев А. К. (см. Рамазанов М. К.) 109/9/610
- Мусич Д. О. (см. Гадомский О. Н.) 110/2/99
- Муслимов А. Э. Перестройка сверхгладкой поверхности кристаллов La<sub>3</sub>Ga<sub>5</sub>SiO<sub>14</sub> при термическом воздействии. Муслимов А.Э., Буташин А.В., Григорьев Ю.В., Каневский В.М. - 109/9/629
- Набиев И. (см. Линьков П.) 109/2/108
- Набиев И. Р. (см. Довженко Д. С.) 109/1/12
- Навроски В. (см. Рахмонов И. Р.) 109/1/36
- Надолинский А. М. (см. Хоперский А. Н.) 109/10/662 (см. Хоперский А. Н.) - 110/2/95
- **Надточенко В. А.** (см. Шахов А. М.) 109/5/294 (см. Астафьев А. А.) - 110/7/456
- Назаров В. В. (см. Малышев М. С.) 110/4/237
- **Назаров В. Н.** (см. Делев В. А.) 109/2/84 (см. Делев В. А.) - 110/9/607
- **Науменко Г. А.** (см. Бакшт Е. Х.) 109/9/584 (см. Шкитов Д. А.) - 109/12/809

Наумов П. Г. (см. Баскаков А. О.) - 109/8/547

**Нашаат М.** (см. Шукринов Ю. М.) - 110/3/149

- **Неверов В. Д.** (см. Жумагулов Я. В.) 109/1/48 (см. Жумагулов Я. В.) - 110/1/23
- **Несвижевский В. В.** (см. Воронин В. В.) 110/9/579
- **Неустроев П. В.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209

- Нефедев К. В. (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- **Нефёдов Ю. А.** (см. Щепетильников А. В.) 110/9/597
- **Никитина А. М.** (см. Минакова В. Е.) 110/1/56
- Никитин М. В. Самодетектирование ультразвуковых стоячих волн и аномалия модуля Юнга при одноосном растяжении вискеров квазиодномерного проводника TaS<sub>3</sub>. Никитин М.В., Покровский В.Я., Зыбцев С.Г., Фролов А.В. - 109/1/54
- **Никитин С. И.** (см. Петров А. В.) 110/3/197
- Никитов С. А. (см. Мартышкин А. А.) 110/8/526
- **Никифоров А. И.** (см. Володин В. А.) 109/6/371
- **Николаев А. А.** (см. Брагута В. В.) 110/1/3
- Николаева М. Н. (см. Ионов А. Н.) 109/3/162
- Никонорова Н. А. (см. Рогожин В. Б.) 110/8/521
- **Новиков В. А.** (см. Андрейчиков М. А.) 110/10/633
- Новоселов К. С. (см. Ханин Ю. Н.) 109/7/496
- **Номоконов Д. В.** (см. Быков А. А.) 109/6/401 (см. Быков А. А.) - 110/5/337 (см. Быков А. А.) - 110/10/671
- Норман Г. Э. Особенность в точке перехода от равновесной к метастабильной фазе металлического расплава. Норман Г.Э., Писарев В.В., Флейта Д.Ю. - 109/10/689
  - (см. Кирова Е. М.) 110/5/343
- Нуждин А. Д. (см. Ермаков Ю. А.) 109/5/340
- **Образцова Е. А.** (см. Скворцова Н. Н.) 109/7/452
- Овчинникова Е. Н. Поляризационный анализ для выделения резонансного вклада в разрешенные рентгеновские отражения. Овчинникова Е.Н., Дмитриенко В.Е., Козловская К.А., Рогалев А. -110/8/563
- **Овчинников С. Г.** (см. Замкова Н. Г.) 109/4/265 (см. Максимова О. А.) - 110/3/155
- **Огаркова Ю. Л.** (см. Баскаков А. О.) 109/8/547
- Одинцов С. А. Реконфигурируемый латеральный спин-волновой транспорт в кольцевом магнонном

микроволноводе. Одинцов С.А., Бегинин Е.Н., Шешукова С.Е., Садовников А.В. - 110/6/414 (см. Мартышкин А. А.) - 110/8/526

- Ольшанецкий М. (см. Черняков Ю.) 109/2/131
- Опенов Л. А. Разупорядочение Стоун– Уэльсовского графена при высокой температуре. Опенов Л.А., Подливаев А.И. - 109/11/746
- **Орлита М.** (см. Бовкун Л. С.) 109/3/184
- **Орлов А. П.** (см. Фролов А. В.) 109/3/196 (см. Горлова И. Г.) - 110/6/400
- **Осипов А. А.** Катализ  $\langle \bar{b}b \rangle$  конденсата в модели составного хиггса. Осипов А.А., Халифа М.М. 110/6/368
- Ошурко В. Б. (см. Архипенко М. В.) 109/9/598
- **Павлов С. Г.** (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- **Павлов Т. Н.** (см. Виглин Н. А.) 110/4/248
- **Пай Воей Ву** (см. Горлова И. Г.) 110/6/400
- **Панайотова С. А.** (см. Атанасова П. Х.) 110/11/736
- Панарин В. А. (см. Тарасенко В. Ф.) 110/1/72
- Паршин П. П. Атомная динамика алмаза в условиях "отрицательного" давления. Паршин П.П., Босак А.А., <u>Соменков В.А.</u>, Сырых Г.Ф., Чумаков А.И. - 110/1/30
- Патрин Г. С. Влияние полупроводниковой прослойки на эффект положительного обменного смещения в трехслойной структуре CoNi/Si/FeNi. Патрин Г.С., Турпанов И.А., Юшков В.И., Кобяков А.В., Патрин К.Г., Юркин Г.Ю., Живая Я.А. -109/5/325
- Патрин К. Г. (см. Патрин Г. С.) 109/5/325
- Пахаруков Ю. В. Формирования волновой структуры на поверхности графеновой пленки. Пахаруков Ю.В., Шабиев Ф.К., Мавринский В.В., Сафаргалиев Р.Ф., Воронин В.В. - 109/9/634
- **Пахомов А. В.** (см. Архипов Р. М.) 110/1/9
- Пельменев А. А. Вихри на поверхности нормального гелия He-I, порождаемые термогравитационной конвекцией Рэлея–Бенара в объеме слоя жид-

кости. Пельменев А.А., Левченко А.А., Межов-Деглин Л.П. - 110/8/545

Перевалов Т. В. Строение сегнетоэлектрических пленок Hf<sub>0.9</sub>La<sub>0.1</sub>O<sub>2</sub>, полученных методом атомно-слоевого осаждения. Перевалов Т.В., Гриценко В.А., Гутаковский А.К., Просвирин И.П. -109/2/112

Пержу А. В. (см. Макаров А. Г.) - 110/10/700

- **Перно Ф.** (см. Крутянский Л. М.) 110/10/666
- Першин С. М. Аномальное снижение порога вынужденного комбинационного рассеяния вблизи поверхности жидкого азота. Першин С.М., Гришин М.Я., Леднев В.Н., Чижов П.А. - 109/7/447 (см. Архипенко М. В.) - 109/9/598
- **Пестовский Н. В.** (см. Завертяев М. В.) 110/10/652
- Петелин А. Л. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Петров А. А. (см. Завертяев М. В.) 110/10/652
- Петров А. В. Исследование магнитных и электронных неоднородностей в тонкой пленке состава Pd<sub>0.94</sub>Fe<sub>0.06</sub> методами фемтосекундной оптической и магнитооптической спектроскопии. Петров А.В., Юсупов Р.В., Никитин С.И., Гумаров А.И., Янилкин И.В., Киямов А.Г., Тагиров Л.Р. - 110/3/197
- Петров А. Г. (см. Захарьин А. О.) 109/12/821
- Петров В. Ю. (см. Афонин В. В.) 109/11/797
- Петров Е. К. Гетероструктуры Сг-содержащая ферромагнитная пленка – топологический изолятор, как перспективные материалы для реализации квантового аномального эффекта Холла. Петров Е.К., Силкин И.В., Меньщикова Т.В., Чулков Е.В. - 109/2/118
- Петров Н. И. Акустооптические свойства гетерогенных сред с неоднородным распределением наночастиц. Петров Н.И., Пустовойт В.И. 109/1/19
- **Петросян А. С.** (см. Сиразов Р. А.) 110/5/314
- **Петрушевич Ю. В.** (см. Старостин А. Н.) 110/6/387
- **Пивоваров А. А.** (см. Волков М. К.) 109/4/219 (см. Волков М. К.) - 110/4/217

(см. Волков М. К.) - 110/6/376

**Пинто-Нето Н.** (см. Галкина О.) - 110/8/515

- **Пио Б. А.** (см. Бовкун Л. С.) 109/3/184
- **Писарев В. В.** (см. Норман Г. Э.) 109/10/689 (см. Кирова Е. М.) - 110/5/343
- Пластовец В. Д. Динамика доменных стенок в Фульде-Феррелл сверхпроводнике. Пластовец В.Д., Водолазов Д.Ю. - 109/11/761
- Плесеник А. (см. Рахмонов И. Р.) 109/1/36
- Подливаев А. И. (см. Опенов Л. А.) 109/11/746 Стоун-Уэльсовский графан: структура, свойства и его термическая устойчивость. Подливаев А.И. -110/10/692
- Покровский В. Я. (см. Никитин М. В.) 109/1/54 (см. Горлова И. Г.) - 110/6/400
- Полушина Г. Е. (см. Рогожин В. Б.) 110/8/521
- Полушин С. Г. (см. Рогожин В. Б.) 110/8/521
- Полюшкин А. О. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Попова М. Н.** (см. Чукалина Е. П.) 109/6/360
- Попов А. Ю. (см. Гусаков Е. З.) 109/11/723
- Попов В. В. (см. Менушенков А. П.) 109/8/540
- **Порфирьев А. П.** (см. Кудряшов С. И.) 110/11/759
- Потемски М. (см. Бовкун Л. С.) 109/3/184
- **Потылицын А. П.** (см. Бакшт Е. Х.) 109/9/584 (см. Шкитов Д. А.) - 109/12/809
- **Преображенский В. Л.** (см. Крутянский Л. М.) 110/10/666

**Притула И. М.** (см. Даринская Е. В.) - 110/4/255

- Проглядо В. В. (см. Антропов Н. О.) 109/6/408
- **Прокофьев А. О.** (см. Короткевич А. О.) 109/5/312

**Просвирин И. П.** (см. Перевалов Т. В.) - 109/2/112

**Протогенов А. П.** (см. Туркевич Р. В.) - 109/5/320

- Пунегов В. И. О динамической рентгеновской дифракции в кристаллах, промодулированных акустической волной. Пунегов В.И. - 109/10/651
- Пури А. (см. Менушенков А. П.) 109/8/540
- Пустовойт В. И. (см. Петров Н. И.) 109/1/19
- Путилов А. В. Пространственно-неоднородные квантово-размерные состояния и визуализация скрытых дефектов в пленках Pb(111). Путилов А.В., Уставщиков С.С., Божко С.И., Аладышкин А.Ю. - 109/11/789
- **Пшеничный К. А.** (см. Григорьев С. В.) 110/12/799
- **Разумов В. Ф.** Экспериментальная проверка принципа микроскопической обратимости в кинетике затухания фотолюминесценции. Разумов В.Ф., Товстун С.А., Кузьмин В.А. - 110/5/307
- **Ракович Ю. П.** (см. Довженко Д. С.) 109/1/12
- Рамазанов М. К. Фазовая диаграмма антиферромагнитной модели Гейзенберга на кубической решетке. Рамазанов М.К., Муртазаев А.К. -109/9/610
- Рахлин М. В. Эффективный полупроводниковый источник одиночных фотонов красного спектрального диапазона. Рахлин М.В., Беляев К.Г., Климко Г.В., Седова И.В., Кулагина М.М., Задиранов Ю.М., Трошков С.И., Гусева Ю.А., Терентьев Я.В., Иванов С.В., Торопов А.А. - 109/3/147
- Рахмонов И. Р. Особенности динамики системы связанных джозефсоновских переходов с топологически тривиальными и нетривиальными барьерами: проявление майорановской моды. Рахмонов И.Р., Шукринов Ю.М., Куликов К.В., Белгибаев Т., Плесеник А., Ангел Д.В., Навроски В. - 109/1/36

(см. Шукринов Ю. М.) - 110/3/149 (см. Атанасова П. Х.) - 110/11/736

Решетняк В. В. (см. Филиппов А. В.) - 110/10/658

**Риннерт Э.** (см. Володин В. А.) - 109/6/371

- Рогалев А. (см. Овчинникова Е. Н.) 110/8/563
- Рогожин В. Б. Релаксация индуцированного ориентационного порядка в изотропной фазе нематического полимера. Рогожин В.Б., Полушин С.Г.,

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

Лезова И.Е., Полушина Г.Е., Рюмцев Е.И., Никонорова Н.А. - 110/8/521

Родионов А. А. (см. Завертяев М. В.) - 110/10/652

- Родионова В. В. (см. Григорьев С. В.) 110/12/799
- Родионов Д. А. Поглощение электромагнитных волн плазменными колебаниями в неограниченном двумерном электронном газе в магнитном поле. Родионов Д.А., Загороднев И.В. - 109/2/124
- Родионов И. А. (см. Москаленко И. Н.) 110/8/569
- Родкин Д. М. Асимптотические характеристики кластерных каналов в рамках *ab initio*/ подхода. Родкин Д.М., Чувильский Ю.М. - 109/7/435
- **Родякина Е. Е.** (см. Быков А. А.) 110/5/337 (см. Быков А. А.) - 110/10/671
- **Розанов Н. Н.** (см. Архипов М. В.) 109/10/657 (см. Архипов Р. М.) - 110/1/9
- **Рощин Б. С.** (см. Ермаков Ю. А.) 109/5/340
- Рубан В. П. Оптимальная динамика сферического сквирмера в Эйлеровом описании. Рубан В.П. -109/8/521
- **Руденко А. А.** (см. Кудряшов С. И.) 109/6/387 (см. Кудряшов С. И.) - 110/11/759
- Рудяк В. Ю. (см. Крахалев М. Н.) 109/7/487
- **Румянцев В. В.** (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91 (см. Козлов Д. В.) - 109/10/679
- Русина Г. Г. Структура и динамическая устойчивость многослойной пленки Na на поверхности Cu (001). Русина Г.Г., Борисова С.Д., Чулков Е.В. -109/9/621 (см. Борисова С. Д.) - 110/3/190
- **Рут О. Э.** (см. Миньков Г. М.) 110/4/274
- Рутьков Е. В. Температурный гистерезис при фазовом переходе, соответствующем росту и разрушению графеновых островков на рении. Рутьков Е.В., Галль Н.Р. - 110/10/683

Руффенах С. (см. Криштопенко С. С.) - 109/2/91

**Рыбин А. Е.** (см. Макаров А. Г.) - 110/10/700

- **Рыбин М. В.** (см. Маслова Е. Э.) 109/5/347
- **Рыжкин И. А.** (см. Рыжкин М. И.) 110/2/112
- Рыжкин М. И. Экранирование электрического поля в воде. Рыжкин М.И., Рыжкин И.А., Клюев А.В. - 110/2/112
- **Рыльков В. В.** (см. Веденеев А. С.) 109/3/170
- **Рюмцев Е. И.** (см. Рогожин В. Б.) 110/8/521
- **Рязанов Д. К.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Саакян С. А. (см. Зеленер Б. Б.) 110/12/767
- Сабуров А. В. (см. Глушков А. В.) 109/9/579
- Савинов С. Ю. (см. Завертяев М. В.) 110/10/652
- Савиных А. С. (см. Молодец А. М.) 109/7/460
- Савотченко С. Е. Влияние температуры на перераспределение потока энергии, уносимого поверхностными волнами вдоль границы раздела кристаллов с различными механизмами формирования нелинейного отклика. Савотченко С.Е. - 109/11/778
- Савченков Е. Н. Дифракция света на регулярной доменной структуре с наклонными стенками в MgO:LiNbO<sub>3</sub>. Савченков Е.Н., Шандаров С.М., Смирнов С.В., Есин А.А., Ахматханов А.Р., Шур В.Я. - 110/3/165
- Садовников А. В. (см. Одинцов С. А.) 110/6/414 (см. Мартышкин А. А.) - 110/8/526
- Садовников С. И. Превращение аргентит-акантит в сульфиде серебра как переход беспорядокпорядок. Садовников С.И., Гусев А.И. - 109/9/605
- Садовский М. В. Антиадиабатические фононы, псевдопотенциал и сверхпровокулоновский димость в теории Элиашберга-МакМиллана. Садовский М.В. - 109/3/165
- **Сазонтов С. А.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Саиджонов Б. М. (см. Смирнов А. М.) 109/6/375 (см. Смирнов А. М.) - 109/7/466
- Саитов И. М. Метастабильный проводящий кристаллический водород при высоких давлениях. Саитов И.М. - 110/3/184
- Салахов М. Х. (см. Тюгаев М. Д.) 110/12/772

- Салецкий А. М. (см. Сыромятников А. Г.) -110/5/331
- Салимов Р. К. О подвижных неоднородностях нелинейного уравнения Клейна-Гордона. Салимов P.K. - 109/7/504
- Самарин А. Н. (см. Гильманов М. И.) 110/4/241
- Самойлов Р. М. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Самохвалов А. А. (см. Кудряшов С. И.) -109/5/301(см. Кудряшов С. И.) - 109/7/442 (см. Кудряшов С. И.) - 110/4/230
- **Самохвалов П.** (см. Линьков П.) 109/2/108
- Сандалов И. С. (см. Замкова Н. Г.) 109/4/265
- Санина В. А. (см. Воробьев С. И.) 110/2/118
- Сараева И. Н. (см. Секербаев К. С.) 110/9/591
- Сарвадий С. Ю. (см. Гришин М. В.) 109/10/707
- Саутенков В. А. (см. Зеленер Б. Б.) 110/12/767
- Сафаргалиев Р. Ф. (см. Пахаруков Ю. В.) -109/9/634
- Сафин Т. Р. (см. Буньков Ю. М.) 109/1/43
- Сафиуллин К. Р. (см. Буньков Ю. М.) 109/1/43
- **Свирко Ю. П.** (см. Михеев Г. М.) 109/11/739
- Седова И. В. (см. Рахлин М. В.) 109/3/147
- Секербаев К. С. Ускорение распада экситонов в пленке органометаллического перовскита на поверхности кристаллического кремния. Секербаев К.С., Таурбаев Е.Т., Сараева И.Н., Кудряшов С.И., Ионин А.А., Тимошенко В.Ю. - 110/9/591
- Селезнев М. Н. (см. Ясников И. С.) 110/6/421
- Семенихин С. Ю. (см. Воронин В. В.) 110/9/579
- Семенов А. В. (см. Девятов И. А.) 109/4/249
- Семенов А. Ю. (см. Гуськов С. Ю.) 109/8/525
- Семенов С. В. (см. Князев Ю. В.) 110/9/614
- Семенов С. К. (см. Амусья М. Я.) 110/2/85
- Сергеева Д. Ю. (см. Тищенко А. А.) 110/10/636

- Сердюков В. И. Аномальное уширение линий CF<sub>4</sub>. Наблюдение гидратов тетрафторида углерода?. Сердюков В.И., Синица Л.Н., Луговской А.А. -109/9/595
- Серебров А. П. Первое наблюдение эффекта осцилляций в эксперименте Нейтрино-4 по поиску стерильного нейтрино. Серебров А.П., Ивочкин В.Г., Самойлов Р.М., Фомин А.К., Полюшкин А.О., Зиновьев В.Г., Неустроев П.В., Головцов В.Л., Черный А.В., Жеребцов О.М., Чайковский М.Е., Мартемьянов В.П., Тарасенков В.Г., Алешин В.И., Петелин А.Л., Ижутов А.Л., Тузов А.А., Сазонтов С.А., Громов М.О., Афанасьев В.В., Зайцев М.Е., Герасимов А.А., Рязанов Д.К. - 109/4/209
- Серещенко Е. В. (см. Кузнецов Е. А.) 109/4/231
- **Сидельников М. С.** (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- Сиковский Д. Ф. Нелокальный турбофорез частиц в логарифмическом слое пристенной турбулентности. Сиковский Д.Ф. - 109/4/236
- Силкин И. В. (см. Петров Е. К.) 109/2/118
- Синица Л. Н. (см. Сердюков В. И.) 109/9/595
- Синицкая А. В. (см. Коренблит С. Э.) 110/5/291
- Синченко А. А. (см. Фролов А. В.) 109/3/196
- Сиразов Р. А. Нелинейные преобразования кинетической и магнитной энергий во вращающихся магнитогидродинамических турбулентных течениях. Сиразов Р.А., Петросян А.С. - 110/5/314
- **Ситникова А. А.** (см. Соловьев В. А.) 109/6/381 (см. Соловьев В. А.) - 110/5/297
- Ситников М. Н. (см. Аплеснин С. С.) 110/3/204
- Скакун В. С. (см. Тарасенко В. Ф.) 110/1/72
- Скалдин О. А. (см. Делев В. А.) 109/2/84 (см. Делев В. А.) - 110/9/607
- Скворцова Н. Н. О пылевых структурах и цепных реакциях, возникающих над реголитом при воздействии излучения гиротрона. Скворцова Н.Н., Майоров С.А., Малахов Д.В., Степахин В.Д., Образцова Е.А., Кенжебекова А.И., Шишилов О.Н. -109/7/452

**Скрипников Л. В.** (см. Чубуков Д. В.) - 110/6/363

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

- Скрябина О. В. (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- Случанко Н. Е. (см. Гильманов М. И.) 110/4/241
- **Смет Ю. Х.** (см. Дорожкин С. И.) 109/3/178 (см. Капустин А. А.) - 110/6/407
- Смирнов А. М. Экситонное поглощение с участием фононов в коллоидных нанопластинах CdSe/CdS. Смирнов А.М., Голинская А.Д., Саиджонов Б.М., Васильев Р.Б., Манцевич В.Н., Днепровский В.С. -109/6/375 Насыщение поглощения экситонов в нанопластинках CdSe/CdS при их нестационарном возбуждении. Смирнов А.М., Голинская А.Д., Жаркова Е.В., Козлова М.В., Саиджонов Б.М., Васильев

**Смирнов И. Ю.** (см. Дмитриев А. А.) - 110/1/62

Р.Б., Днепровский В.С. - 109/7/466

- **Смирнов Н. А.** (см. Кудряшов С. И.) 109/6/387 (см. Кудряшов С. И.) - 110/2/90 (см. Кудряшов С. И.) - 110/4/230
- Смирнов С. В. (см. Савченков Е. Н.) 110/3/165
- Соколенко В. И. Тонкие эффекты температурного хода теплопроводности Y-123 в "слабом" псевдощелевом состоянии. Соколенко В.И., Фролов В.А. -109/8/535
- Солдатов А. В. (см. Бугаев А. Л.) 109/9/615
- Солдатов К. С. (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- Соловьев В. А. Влияние сильнонапряженных вставок GaAs и InAs в буферном слое InAlAs на структурные и оптические свойства метаморфных квантово- размерных гетероструктур InAs(Sb)/InGaAs/InAlAs/GaAs. Соловьев В.А., Чернов М.Ю., Комков О.С., Фирсов Д.Д., Ситникова А.А., Иванов С.В. - 109/6/381 Стимулированное излучение на длине волны 2.86 мкм из метаморфных In(Sb,As)/In(Ga,Al)As/GaAs

квантовых ям в условиях оптической накачки. Соловьев В.А., Чернов М.Ю., Морозов С.В., Кудрявцев К.Е., Ситникова А.А., Иванов С.В. - 110/5/297

Соменков В. А. (см. Паршин П. П.) - 110/1/30

Сорокин А. О. (см. Тимофеев В. Е.) - 109/3/200 Переход типа Изинг-ХҮ в трехмерных фрустрированных антиферромагнетиках с коллинеарным спиновым упорядочением. Сорокин А.О. -109/6/423 Соснин Э. А. (см. Тарасенко В. Ф.) - 110/1/72

- Сосорев А. Ю. Метод быстрой оценки энергии деформации решетки в органических полупроводниках. Сосорев А.Ю. - 110/3/171
- Старостин А. Н. Оценки зависимости выхода "термоядерных" нейтронов от начальных плотности и температуры плазмы в быстрых пинчах. Старостин А.Н., Житлухин А.М., Петрушевич Ю.В., Таран М.Д., Филиппов А.В., Фортов В.Е., Черковец В.Е. - 110/6/387

(см. Филиппов А. В.) - 110/10/658

- Старчиков С. С. (см. Баскаков А. О.) 109/8/547
- Стаховский И. Р. Структурная модель взаимосвязи сейсмических скейлингов и обобщенный скейлинговый закон сейсмичности. Стаховский И.Р. -109/12/852
- Степаненко Д. И. Комбинированный резонанс межслоевой проводимости в Q2D проводниках. Степаненко Д.И. - 110/7/493
- Степахин В. Д. (см. Скворцова Н. Н.) 109/7/452
- Степина Н. П. (см. Зиновьева А. Ф.) 109/4/258
- Столяров В. С. (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- Страумал Б. Б. Фазовые превращения в твердых растворах медь– олово при кручении под высоким давлением. Страумал Б.Б., Кильмаметов А.Р., Мазилкин И.А., Корнева А., Земба П., Барецки Б. -110/9/622

**Стрельцов В. Н.** (см. Архипенко М. В.) - 109/9/598

- Стрыгин И. С. (см. Быков А. А.) 109/6/401 (см. Быков А. А.) - 110/5/337 (см. Быков А. А.) - 110/10/671
- **Стучебрюхов И. А.** (см. Гуськов С. Ю.) 109/8/525
- Субботин К. А. (см. Чукалина Е. П.) 109/6/360
- Сухарников В. В. Квантово-оптический модовый затвор для неклассического сжатого света. Сухарников В.В., Тихонова О.В. - 109/9/589
- Сыромятников А. Г. Равновесные и неравновесные состояния одномерных атомных структур. Сыромятников А.Г., Салецкий А.М., Клавсюк А.Л. - 110/5/331

- Сырых Г. Ф. (см. Паршин П. П.) 110/1/30
- **Тагиров Л. Р.** (см. Петров А. В.) 110/3/197

**Тагиров М. С.** (см. Буньков Ю. М.) - 109/1/43

- **Талденков А. Н.** (см. Минакова В. Е.) 110/3/178
- Тамегай Т. (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- **Таран М. Д.** (см. Старостин А. Н.) 110/6/387

**Тарасенков В. Г.** (см. Серебров А. П.) - 109/4/209

- **Тарасенко В. Ф.** (см. Бакшт Е. Х.) 109/9/584 Роль стримеров в формировании коронного разряда при резко неоднородном электрическом поле. Тарасенко В.Ф., Кузнецов В.С., Панарин В.А., Скакун В.С., Соснин Э.А., Бакшт Е.Х. - 110/1/72
- Тарасенко С. В. Эффекты резонансного усиления эванесцентных спиновых волн в обменносвязанных слоистых магнитных структурах с центром и без центра инверсии. Тарасенко С.В., Шавров В.Г. -109/6/393
- Тарасов А. П. Анализ лазерной генерации тетраподов ZnO, полученных методом карботермического синтеза. Тарасов А.П., Брискина Ч.М., Маркушев В.М., Задорожная Л.А., Лавриков А.С., Каневский В.М. - 110/11/750

**Тарасов И. А.** (см. Максимова О. А.) - 110/3/155

- **Тартаковский И. И.** (см. Максимов А. А.) 110/12/806
- Таурбаев Е. Т. (см. Секербаев К. С.) 110/9/591
- **Теппе Ф.** (см. Козлов Д. В.) 109/10/679
- **Тепп Ф.** (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91
- **Терентьев Я. В.** (см. Рахлин М. В.) 109/3/147
- **Терунума Н.** (см. Шкитов Д. А.) 109/12/809
- Тимофеев В. А. (см. Володин В. А.) 109/6/371
- **Тимофеев В. Б.** (см. Журавлев А. С.) 110/4/260
- **Тимофеев В. Е.** Об эффективной теории скирмионного кристалла. Тимофеев В.Е., Сорокин А.О., Аристов Д.Н - 109/3/200
- **Тимошенко В. Ю.** (см. Секербаев К. С.) 110/9/591

**Тихонов А. М.** (см. Ермаков Ю. А.) - 109/5/340

- **Тихонова О. В.** (см. Сухарников В. В.) 109/9/589 (см. Балыбин С. Н.) - 109/11/729
- **Тищенко А. А.** Некогерентный форм-фактор в дифракционном излучении и излучении Смита– Парселла. Тищенко А.А., Сергеева Д.Ю. -110/10/636
- **Ткаченко В. И.** (см. Марченко И. Г.) 109/10/694
- **Ткаченко И. М.** (см. Филиппов А. В.) 110/10/658
- **Товстун С. А.** (см. Разумов В. Ф.) 110/5/307
- **Толстогузов А. Б.** (см. Белых С. Ф.) 109/8/511
- Торопов А. А. (см. Рахлин М. В.) 109/3/147
- **Трофимов О. В.** (см. Кузнецов В. И.) 110/1/47
- **Трошков С. И.** (см. Рахлин М. В.) 109/3/147
- **Трубилко А. И.** Задержка сверхизлучения как отличительный признак невинеровской динамики обобщенной модели Дике. Трубилко А.И., Башаров А.М. - 109/2/75
  - О распаде "изолированного" осциллятора, нелинейно связанного с затухающим осциллятором. Трубилко А.И., Башаров А.М. - 110/7/505
- **Трубина С. В.** (см. Зиновьева А. Ф.) 109/4/258
- **Труханов В. А.** Пространственно-локализованный фотоэффект в амбиполярных органических полевых фототранзисторах. Труханов В.А. -109/12/815
- **Тугушев В. В.** (см. Кулатов Э. Т.) 109/2/98
- **Тузов А. А.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Туркевич Р. В.** Универсальное уширение циклотронного поглощения в дираковских полуметаллах. Туркевич Р.В., Протогенов А.П., Чулков Е.В. -109/5/320
- Турлапов А. В. (см. Махалов В. Б.) 109/8/564
- **Турнье Э.** (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91
- Турпанов И. А. (см. Патрин Г. С.) 109/5/325
- **Тюгаев М. Д.** Вынужденное комбинационное рассеяние света в нанокомпозитах металл–диэлектрик со спектрально вырожденной диэлектрической

Письма в ЖЭТФ том 111 вып. 7-8 2020

проницаемостью. Тюгаев М.Д., Харитонов А.В., Газизов А.Р., Фишман А.И., Салахов М.Х., Дедкова А.А., Алексеев А.М., Шелаев А.В., Харинцев С.С. - 110/12/772

- **Тюренков И. О.** (см. Чукалина Е. П.) 109/6/360
- Уманская С. Ф. (см. Кудряшов С. И.) 109/6/387
- **Уманский В.** (см. Дорожкин С. И.) 109/3/178 (см. Капустин А. А.) - 110/6/407
- **Уракава Дж.** (см. Шкитов Д. А.) 109/12/809
- **Урюпин С. А.** (см. Кудряшов С. И.) 109/6/387 (см. Кудряшов С. И.) - 110/2/90 (см. Кудряшов С. И.) - 110/4/230
- Успенский Ю. А. (см. Кулатов Э. Т.) 109/2/98
- **Уставщиков С. С.** (см. Путилов А. В.) 109/11/789
- **Устинов В. В.** (см. Антропов Н. О.) 109/6/408
- **Уточкин В. В.** (см. Козлов Д. В.) 109/10/679
- Фабрис Ж. Ц. (см. Галкина О.) 110/8/515
- Фадеев М. А. (см. Криштопенко С. С.) 109/2/91 (см. Козлов Д. В.) - 109/10/679
- **Фалсиано Ф. Т.** (см. Галкина О.) 110/8/515
- Федоров А. Н. (см. Архипенко М. В.) 109/9/598
- Федоров А. С. (см. Максимова О. А.) 110/3/155
- **Федоров В. В.** (см. Воронин В. В.) 110/9/579
- Федоров И. Б. (см. Капустин А. А.) 110/6/407
- **Фёльсков М.** (см. Зиновьева А. Ф.) 109/4/258
- Филатов Е. В. (см. Максимов А. А.) 110/12/806
- Филипов В. Б. (см. Демишев С. В.) 109/3/152 (см. Гильманов М. И.) - 110/4/241
- Филиппов А. В. (см. Старостин А. Н.) 110/6/387 Исследование пылевой плазмы на основе интегрального уравнения Орнштейна-Цернике для многокомпонентной жидкости. Филиппов А.В., Решетняк В.В., Старостин А.Н., Ткаченко И.М., Фортов В.Е. - 110/10/658
- Фирсов Д. Д. (см. Соловьев В. А.) 109/6/381

- Фишман А. И. (см. Тюгаев М. Д.) 110/12/772
- **Флейта Д. Ю.** (см. Норман Г. Э.) 109/10/689
- Фомин А. К. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- Фомин И. А. Влияние случайной анизотропии на сдвиг частоты ЯМР в полярной фазе сверхтекучего <sup>3</sup>Не. Фомин И.А. 109/5/331
- Фоминов Я. В. (см. Камашев А. А.) 110/5/325
- Фортов В. Е. (см. Старостин А. Н.) 110/6/387 (см. Филиппов А. В.) - 110/10/658 (см. Зеленер Б. Б.) - 110/12/767
- **Фролов А. В.** (см. Никитин М. В.) 109/1/54
  - Особенности пиннинга волны зарядовой плотности в квазидвумерных соединениях. Фролов А.В., Орлов А.П., Синченко А.А., Монсо П. - 109/3/196 (см. Горлова И. Г.) - 110/6/400
- Фролов В. А. (см. Соколенко В. И.) 109/8/535
- Фролов К. В. Исследование монокристаллов сверхпроводника FeSe<sub>0.91</sub>S<sub>0.09</sub> методом мессбауэровской спектроскопии. Фролов К.В., Любутин И.С., Чареев Д.А., Абдель-Хафиз М. - 110/8/557
- Хайдуков Ю. Н. (см. Антропов Н. О.) 109/6/408
- **Хайнеманн А.** (см. Григорьев С. В.) 110/12/799
- Халифа М. М. (см. Осипов А. А.) 110/6/368
- Ханин Ю. Н. Туннелирование в графен/*h*-*BN*/графен гетероструктурах через нульмерные уровни дефектов *h*-*BN* и их использование в качестве зонда для измерения плотности состояний графена. Ханин Ю.Н., Вдовин Е.Е., Григорьев М.В., Макаровский О., Алхазми М., Морозов С.В., Мищенко А., Новоселов К.С. - 109/7/496
- **Харинцев С. С.** (см. Тюгаев М. Д.) 110/12/772
- **Харитонов А. В.** (см. Тюгаев М. Д.) 110/12/772
- **Харчев С.** (см. Черняков Ю.) 109/2/131
- **Хисамеева А. Р.** (см. Щепетильников А. В.) 110/9/597
- **Хищенко К. В.** (см. Гуськов С. Ю.) 109/8/525
- Хоник В. А. (см. Кончаков Р. А.) 109/7/473
- Хонкимаки В. (см. Ермаков Ю. А.) 109/5/340

Хоперский А. Н. Рентгеновская квадрупольная эмиссия при рассеянии двух фотонов многозарядным атомным ионом. Хоперский А.Н., Надолинский А.М. - 109/10/662

Резонансное Комптоновское рассеяние двух фотонов многозарядным атомным ионом. Хоперский А.Н., Надолинский А.М. - 110/2/95

- Хуснутдинов Р. М. Электрокристаллизация переохлажденной воды, заключенной между графеновыми слоями. Хуснутдинов Р.М., Мокшин А.В. -110/8/551
- **Хьюберс Г. -В.** (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- **Хюберс Х. -В.** (см. Козлов Д. В.) 109/10/679
- **Цао Г.** (см. Винников Л. Я.) 109/8/530
- **Цвелиховская В. М.** (см. Виглин Н. А.) 110/4/248
- Цицилин И. А. (см. Москаленко И. Н.) 110/8/569
- Цуркан В. (см. Баскаков А. О.) 109/8/547
- Цхай С. Н. (см. Завертяев М. В.) 110/10/652
- Цыпленков В. В. (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- **Чайковский М. Е.** (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Чаплик А. В.** (см. Каламейцев А. В.) 109/3/191 (см. Каламейцев А. В.) - 109/12/842 (см. Витлина Р. З.) - 110/8/534
- Чареев Д. А. (см. Фролов К. В.) 110/8/557
- Черковец В. Е. (см. Старостин А. Н.) 110/6/387
- **Чернов М. Ю.** (см. Соловьев В. А.) 109/6/381 (см. Соловьев В. А.) - 110/5/297
- **Чернозатонский Л. А.** (см. Артюх А. А.) 109/7/481
- Черный А. В. (см. Серебров А. П.) 109/4/209
- **Чернышева Л. В.** (см. Амусья М. Я.) 109/6/355 (см. Амусья М. Я.) - 110/2/85
- Черняков Ю. Обобщенные модели Калоджеро и Тоды. Черняков Ю., Харчев С., Левин А., Ольшанецкий М., Зотов А. - 109/2/131

- Чижов П. А. (см. Першин С. М.) 109/7/447
- Чичай К. А. (см. Григорьев С. В.) 110/12/799
- Чопорова Ю. Ю. (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- Чубов Ю. В. (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- Чубуков Д. В. К поиску электрического дипольного момента электрона: *Р*, *Т*-нечетный эффект Фарадея на молекулярном пучке PbF. Чубуков Д.В., Скрипников Л.В., Лабзовский Л.Н. - 110/6/363

**Чувильский Ю. М.** (см. Родкин Д. М.) - 109/7/435

- Чукалина Е. П. Спектроскопическое исследование сверхтонкой структуры уровней примесных ионов Но<sup>3+</sup> в синтетическом форстерите. Чукалина Е.П., Тюренков И.О., Жариков Е.В., Субботин К.А., Попова М.Н. - 109/6/360
- Чулков Е. В. (см. Петров Е. К.) 109/2/118 (см. Туркевич Р. В.) - 109/5/320 (см. Русина Г. Г.) - 109/9/621 (см. Борисова С. Д.) - 110/3/190 (см. Меньшов В. Н.) - 110/12/777
- **Чумаков А. И.** (см. Паршин П. П.) 110/1/30 (см. Князев Ю. В.) - 110/9/614
- Шабиев Ф. К. (см. Пахаруков Ю. В.) 109/9/634
- Шавров В. Г. (см. Тарасенко С. В.) 109/6/393
- Шадривов И. В. (см. Буслаев П. И.) 109/11/805
- Шандаров С. М. (см. Савченков Е. Н.) 110/3/165
- Шапиро Д. Д. (см. Воронин В. В.) 110/9/579
- Шастин В. Н. (см. Жукавин Р. Х.) 110/10/677
- Шахов А. М. Физико-химические механизмы наноструктурирования стекла фемтосекундными лазерными импульсами с использованием селективного травления. Шахов А.М., Астафьев А.А., Надточенко В.А. - 109/5/294

(см. Астафьев А. А.) - 110/7/456

- Шашков И. В. (см. Коплак О. В.) 109/11/753
- Швец И. А. (см. Меньшов В. Н.) 110/12/777
- Шевелев М. В. (см. Бакшт Е. Х.) 109/9/584 (см. Шкитов Д. А.) - 109/12/809

Шевцов Д. В. (см. Максимова О. А.) - 110/3/155

- Шевченко С. И. Сверхтеплопроводность и электрическая активность сверхтекучих систем. Шевченко С.И., Константинов А.М. - 109/12/828
- Шевченко Ю. А. (см. Макаров А. Г.) 110/10/700
- Шелаев А. В. (см. Тюгаев М. Д.) 110/12/772
- Шелыгина С. Н. (см. Кудряшов С. И.) 110/4/230
- Шерстобитов А. А. (см. Миньков Г. М.) -110/4/274
- Шешукова С. Е. (см. Одинцов С. А.) 110/6/414 (см. Мартышкин А. А.) - 110/8/526
- Шилин С. И. (см. Баскаков А. О.) 109/8/547
- Шимко А. А. (см. Архипов М. В.) 109/10/657 (см. Архипов Р. М.) - 110/1/9
- **Шитов М. И.** (см. Камерджиев С. П.) 109/1/65
- Шицевалова Н. Ю. (см. Демишев С. В.) -109/3/152 (см. Гильманов М. И.) - 110/4/241
- Шишилов О. Н. (см. Скворцова Н. Н.) 109/7/452
- Шкитов Д. А. Измерения поляризационных характеристик когерентного дифракционного излучения в субтерагерцовом диапазоне. Шкитов Д.А., Потылицын А.П., Науменко Г.А., Шевелев М.В., Арышев А., Терунума Н., Уракава Дж. - 109/12/809
- Штоффель М. (см. Володин В. А.) 109/6/371
- Шуб Б. Р. (см. Гришин М. В.) 109/10/707
- Шукринов Ю. М. (см. Рахмонов И. Р.) 109/1/36 Ферромагнитный резонанс и динамика магнитного момента в системе "джозефсоновский переходнаномагнит". Шукринов Ю.М., Нашаат М., Рахмонов И.Р., Куликов К.В. - 110/3/149 (см. Атанасова П. Х.) - 110/11/736
- Шуманн И. (см. Камашев А. А.) 110/5/325
- Шумилин А. В. (см. Агринская Н. В.) 110/7/482
- Шуравин Н. С. (см. Долганов П. В.) 110/8/539
- Шур В. Я. (см. Савченков Е. Н.) 110/3/165
- Шустин М. С. (см. Вальков В. В.) 110/2/126

- Щепетильников А. В. Наблюдение электронного парамагнитного резонанса в индуцированном микроволновым излучением фотонапряжении. Щепетильников А.В., Хисамеева А.Р., Нефёдов Ю.А., Кукушкин И.В. - 110/9/597
- Щербаков Г. В. (см. Воробьев С. И.) 110/2/118
- Щербаков О. А. (см. Воробьев А. С.) 110/4/222
- Энкович П. В. Прямое наблюдение квантовых изотопических эффектов в изотопических чистых кристаллах германия методом рамановской спектроскопии. Энкович П.В., Бражкин В.В., Ляпин С.Г. -110/10/687
- Энтин М. В. (см. Махмудиан М. М.) 109/5/337
- Эренбург С. Б. (см. Зиновьева А. Ф.) 109/4/258
- **Юркин Г. Ю.** (см. Патрин Г. С.) 109/5/325
- **Юсупов А. Р.** (см. Лежнев С. К.) 110/7/437
- **Юсупов Р. В.** (см. Петров А. В.) 110/3/197
- **Юшков В. И.** (см. Патрин Г. С.) 109/5/325

- **Якимов А. И.** Плазмонное усиление поля металлическими субволновыми решетками на кремнии в ближнем ИК-диапазоне. Якимов А.И., Блошкин А.А., Двуреченский А.В. - 110/6/393
- **Яковлев Д. Р.** (см. Максимов А. А.) 110/12/806
- **Яковлев И. А.** (см. Максимова О. А.) 110/3/155
- Якубовский А. Ю. (см. Волкова З. Н.) 109/8/552
- Якушкин С. С. (см. Князев Ю. В.) 110/9/614
- **Янилкин И. В.** (см. Петров А. В.) 110/3/197
- **Ярославцев А. А.** (см. Менушенков А. П.) 109/8/540 (см. Жумагулов Я. В.) - 110/1/23
- **Яруллин Д. Т.** (см. Мокшин А. В.) 110/7/498
- **Ясников И. С.** К вопросу о возникновении скейлинга в зависимости скорости сдвиговых процессов в металлическом стекле от времени. Ясников И.С., Селезнев М.Н., Данюк А.В., Виноградов А.Ю. -110/6/421

## Инструкция для авторов

Журнал "Письма в ЖЭТФ" (и его англоязычная версия "JETP Letters") публикует краткие статьи, требующие срочной публикации и представляющие общий интерес для широкого круга читателей-физиков. К категории срочных публикаций относятся первые наблюдения новых физических явлений и теоретические работы, содержащие принципиально новые результаты. Журнал также публикует краткие комментарии к статьям, появившимся ранее в нашем журнале. (Правила написания комментариев см. на сайте http://www.jetpletters.ac.ru/.)

"Письма в ЖЭТФ" является двуязычным журналом, принимая и публикуя статьи на русском и на английском языках. Все статьи на английском языке, принятые к публикации, направляются на лингвистическую экспертизу. Если английский текст признается недостаточно ясным, то редакция оставляет за собой право попросить у авторов для опубликования русскую версию статьи.

В "JETP Letters" все статьи публикуются на английском языке. Перевод русских и редактирование английских статей осуществляется в издательстве МАИК "Наука/Интерпериодика". Русская и англоязычная версии должны быть идентичны, поскольку статья, опубликованная в обеих версиях, является одной публикацией. Хотя английская версия окончательно редактируется на месяц позже русской, в ней не должно быть дополнительных ссылок, рисунков, формул и т. п., и все утверждения должны быть одинаковы.

Размер статьи, как правило, не должен превышать **пяти** страниц русского издания, что примерно соответствует **25 KBytes** в формате LATEX, считая 1 kByte на каждый рисунок. Более точно объем текста можно оценить, оформив текст по образцу, с использованием стилевого файла jetpl.cls.

Статьи в редакцию можно направлять

– по электронной почте letters@kapitza.ras.ru – направлять текст в формате TeX, LaTeX (для статей на русском языке допускается MS Word), рисунки в формате PostScript (..ps), EncapsulatedPostScript (..eps) или PaintBrush (..pcx), каждый рисунок отдельным файлом. Необходимо также приложить pdf файл статьи с встроенными рисунками.

– по почте по адресу: 117334 Москва, ул. Косыгина 2, "Письма в ЖЭТФ" – два экземпляра статьи с рисунками на отдельных страницах (для полутоновых рисунков еще один дополнительный экземпляр). К рукописи нужно приложить электронный адрес (e-mail) и почтовый адрес с индексом, фамилию, полное имя и отчество того автора, с которым предпочтительно вести переписку, а также номера его служебного и домашнего телефонов; для статей на английском языке – дополнительно CD диск с текстом в формате LATEX;

Для статей из России и других стран СНГ должно быть представлено направление от учреждения, которое будет фигурировать в титуле статьи как основное.

Решение о публикации или отклонении статей принимается на заседании редколлегии по представлению члена редколлегии по соответствующему разделу. Основанием для отклонения статьи может быть ее недостаточная актуальность, отсутствие существенного продвижения по сравнению с другими публикациями в этой области, слишком специальная тематика и др. Рецензия на отклоненные статьи, как правило, не сообщается. Авторы могут прислать отклоненную статью на повторное рассмотрение, сопроводив ее разъяснительным письмом. В этом случае статья будет направлена на дополнительное рецензирование.

## Оформление рукописи

## ЗАГЛАВИЕ

Инициалы и фамилии авторов Обязательно — Учреждения, где работают авторы (включая город и почтовый индекс; e-mail одного из авторов) Дата поступления Текст аннотации Далее следует основной текст.

Фамилии иностранных авторов пишутся в русской транскрипции, но в сноске дополнительно указывается оригинальная транскрипция. Названия мест работы за рубежом пишутся по- английски.

Обращаем внимание авторов статей на русском языке на то, что перевод фамилий с русского языка на английский производится по жестким правилам (см. Письма в ЖЭТФ, т. 58, вып. 8, с. 699). Если авторы по каким-то причинам предпочитают иную транскрипцию своей фамилии, об этом следует написать на отдельном листе.

Поскольку аннотации сейчас распространяются и отдельно от статей (базы данных, системы – On-line. и т.п.), текст аннотации должен быть самодостаточным: без ссылок на список литературы, с понятными обозначениями, без аббревиатур. Сокращения словосочетаний должны даваться заглавными буквами (без точек) и поясняться при первом их употреблении. В тексте подстрочные примечания должны иметь сплошную нумерацию по всей статье.

Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи с указанием в тексте статьи ссылки порядковой цифрой, например, [1]. Литература дается в порядке упоминания в статье. Для журнальных статей указываются сначала инициалы, затем фамилии всех авторов, название журнала, номер тома (полужирным шрифтом), первая страница и год в круглых скобках.

Для книг надо указывать инициалы и фамилии всех авторов, полное название книги, издатель, год, том, номер издания, часть, глава, страница (если ссылка на переводное издание, то обязательно в скобках нужно указать данные оригинала).

Цитирование двух или более произведений под одним номером, одного и того же произведения под разными номерами не допускается. В обозначениях и индексах не должно быть русских букв. Например, следует писать  $P_{\text{opt}}$ , а не  $P_{\text{ont}}$ .

В десятичных дробях вместо запятой нужно использовать точку. Векторы должны выделяться в тексте статьи полужирным шрифтом (без стрелки над ними).

Поскольку рисунки переносятся без изменений из "Писем в ЖЭТФ" в "JETP Letters" все надписи на рисунках должны быть только на английском языке. Авторов, использующих при подготовке рисунков компьютерную графику, просим придерживаться следующих рекомендаций: графики делать в рамке; штрихи на осях направлять внутрь; по возможности использовать шрифт Times; высота цифр и строчных букв должна быть в пределах  $(3 \div 4)\%$  от максимального размера (высоты или ширины) рисунков, это относится и к цифрам на осях вставки; единицы измерения на осях графиков приводить в скобках. При подготовке рисунка имейте в виду, что, как правило, ширина рисунка при печати не превышает 82 мм; в исключительных случаях рисунок размещается на всей ширине листа (до 160 мм).

Рисунки публикуются "on-line" в цвете. На авторов возлагается обязанность проверить, что цветные рисунки читаемы в черно-белом печатном варианте.

Образцы оформления статьи и рисунков, а также стилевой файл можно списать с WWW- страницы "Писем в ЖЭТФ" (http://www.jetpletters.ac.ru/).

# Содержание

# Том 111, выпуск 7 Поля, частицы, ядра

Карманов Д.Е., Ковалев И.М., Кудряшов И.А., Курганов А.А., Панов А.Д., Подо-	
рожный Д.М., Турундаевский А.Н., Васильев О.А. Спектры протонов и ядер гелия и их сравнение по данным эксперимента НУКЛОН	435
Астрофизика и космология	
Volovik G.E. On dimension of tetrads in effective gravity	441
Оптика, лазерная физика	
Щеголев А.Е., Попов А.М., Богацкая А.В., Никифорова П.М., Терешонок М.В., Кленов Н.В. Детектирование излучения в терагерцовом, среднем и ближнем инфракрасном диапазонах многослойной гетероструктурой металл–диэлектрик	443
Пунегов В.И. Влияние рассогласования толщин слоев на фокусировку рентгеновских лучей мно- гослойными Лауэ линзами	448
Плазма, гидро- и газодинамика	
Рубан В.П. Дискретные вихри в системах связанных нелинейных осцилляторов: численные результаты для электрической модели	455
Eltsov V.B., L'vov V.S. Amplitude of waves in the Kelvin-wave cascade	462
Першин С.М., Брысев А.П., Гришин М.Я., Леднев В.Н., Бункин А.Ф., Клопотов Р.В. Диагностика локального временного профиля ультразвукового пучка в воде с помощью спектро- скопии комбинационного рассеяния	464
Конденсированное состояние	
<b>Демин В.А., Артюх А.А., Сороко В.А., Чернозатонский Л.А.</b> Исследование гофрированных нанотрубок нового типа, вырезанных из бислойного графена с углом Муара $\Theta = 27.8^{\circ}$	469
Мальцев Е.И., Власенко В.А., Соболевский О.А., Садаков А.В., Массалимов Б.И., Пер- ваков К.С. Верхнее критическое поле двузонного сверхпроводника SrFe <sub>2-x</sub> Ni <sub>x</sub> As <sub>2</sub>	475

# Содержание

# Том 111, выпуск 8

### Поля, частицы, ядра

Demyanova A.S., Danilov A.N., Ogloblin A.A., Starastsin V.I., Dmitriev S.V., Trzaska W. H., Goncharov S.A., Belyaeva T.L., Maslov V.A., Sobolev Yu.G., Penionzhkevich Yu.E., Khlebnikov S.V., Tvurin G.P., Burtebaev N., Jansitov D., Gurov Yu.B., Louko J.,	
Sergeev V.M. States of <sup>12</sup> N with enhanced radii	483
Астрофизика и космология	
Kamenshchik A.Yu., Tronconi A., Venturi G. Generalized unimodular gravity Friedmann and Kantowski–Sachs universes	485
Оптика, лазерная физика	
<b>Яржемский В.Г., Тетерин Ю.А., Пресняков И.А., Маслаков К.И., Тетерин А.Ю., Ива- нов К.Е.</b> Многоэлектронные эффекты в Co3 <i>s</i> рентгеновских фотоэлектронных спектрах диамаг- нитного ScCoO <sub>3</sub> и парамагнитного BiCoO <sub>3</sub> кобальтитов	487
Прудковский П.А. Эффективная групповая скорость и форма пучков-близнецов	494
Плазма, гидро- и газодинамика	
Полников В.Г., Цяо Ф., Ма Х., Чанг Ш. Новые эффекты эволюции спектра волн в лотке	501
Бузовкин А.Б., Вергелес С.С., Колоколов И.В., Лебедев В.В. Когерентный вихрь в дву- мерном турбулентном потоке в окрестности вращающегося диска	509
Конденсированное состояние	
Страумал А.Б., Цой К.В., Мазилкин И.А., Родин А.О., Эггелер Г. Сравнение спектров границ зерен, спонтанно сформированных в системах Cu–Ag и Cu–In	514
Рутьков Е.В., Афанасьева Е.Ю., Галль Н.Р. Различия в равновесной и критической степени покрытия при фазовом переходе в слое углерода на металле при образовании графена	520
Naumov P.G., Baskakov A.O., Starchikov S.S., Lyubutin I.S., Ogarkova Yu.L., Lyubutin M.V., Barkalov O.I., Medvedev S.A. Tuning of electronic and vibrational properties of transition metal selenides $TSe_2$ ( $T = Os$ , Ru) and their metallization under high pressure	524
Шпатаковская Г.В. Закономерности в измеренных первых потенциалах ионизации лантанидов и актинидов	526
Разное	

574

Амусья М.Я., Балтенков А.С. Вязкое движение сферических наночастиц, рассеивающих лазер-	
ное излучение в режиме Рэлея	536
Авторский указатель томов 109–110 за 2019 г.	541
Инструкция для авторов	571