
СОДЕРЖАНИЕ

Том 66, номер 6, 2021

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Закономерности формирования плоских полей на радиолокационных комплексах матричного типа с кольцевыми антенными решетками

Е. С. Емельянов 523

Моделирование волноводов в электромагнитном кристалле с сосредоточенными элементами

Е. В. Фролова, С. Е. Банков, В. И. Калинин 533

Нелинейное взаимодействие терагерцовых волн с наноструктурированным графеном в резонансных многослойных плазмонных структурах

А. М. Лерер, Г. С. Макеева, В. В. Черепанов 543

Локализация уравнений распространения электромагнитных волн в периодических средах

С. Е. Банков 552

Плазмонные резонансы в выпукло-вогнутом наноцилиндре из серебра

А. П. Анютин 559

Сверхширокополосный возбуждатель моды H_{01} круглого волновода

В. А. Калошин, В. Ч. Фам 565

Условия существования резонансных анизотропных диэлектрических структур

А. Б. Самохин 571

К теории электромагнитного излучения инерционно движущимися проводящими телами

С. О. Гладков 577

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Подавление уровня боковых лепестков в модельной задаче об излучении антенной решетки с заданными парциальными диаграммами

К. И. Конов, К. Н. Климов 581

Широкополосные антенные решетки на основе круглого волновода с модой H_{01}

В. А. Калошин, В. Ч. Фам 594

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Идентификация геометрической формы локальных отражателей космического аппарата широкополосным поляриметром

В. В. Неёлов, С. Е. Шалдаев, А. А. Самородов 602

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Методика и модели для физического моделирования электромагнитных помех на примере анализа помехоустойчивости электронных средств автотранспорта

З. М. Гизатуллин, Р. М. Гизатуллин, М. Г. Нуриев

609

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

Сверхразрешение в системах радиолокации и радиологграфии на основе МІМО антенных решеток с рециркуляцией сигналов

В. И. Калинин, В. В. Чапурский, В. А. Черепенин

614

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.967

**ЗАКОНОМЕРНОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ПЛОСКИХ ПОЛЕЙ
НА РАДИОЛОКАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСАХ МАТРИЧНОГО ТИПА
С КОЛЬЦЕВЫМИ АНТЕННЫМИ РЕШЕТКАМИ**

© 2021 г. Е. С. Емельянов*

*Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
“Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина”,
ул. Старых Большевиков, 54 а, Воронеж, 394064 Российская Федерация*

**E-mail: cap_emela@mail.ru*

Поступила в редакцию 18.08.2020 г.

После доработки 18.09.2020 г.

Принята к публикации 25.11.2020 г.

Получены закономерности формирования плоского поля в зависимости от размера рабочей зоны и количества тестирующих воздействий. Установлено, что для заданных размеров рабочей зоны может быть определено пороговое значение минимально необходимого количества элементов эквидистантных кольцевых антенных решеток, позволяющих формировать в рабочей зоне плоское поле.

DOI: 10.31857/S0033849421050053

В настоящее время одним из наиболее информативных методов измерения радиолокационных характеристик (РЛХ) объектов является матричный метод. При матричном методе измерений объект рассматривается как линейная система, преобразующая воздействие в виде падающей электромагнитной волны (ЭМВ) в отклик в виде рассеянной ЭМВ. Суть матричного метода заключается в определении по экспериментальным данным передаточной функции объекта – математического оператора, описывающего объект как линейную систему. Переходя к терминологии линейной алгебры, можно сказать, что данный математический оператор действует из подпространства, представляющего собой множество полей облучения, в подпространство рассеянных полей. С позиции оценки радиолокационной заметности наибольший интерес представляет реакция объекта на воздействие в виде плоской ЭМВ, позволяющая оценить такую важную в радиолокации характеристику объекта, как эффективная поверхность рассеяния (ЭПР). В то же время формирование тестирующих воздействий в виде плоских ЭМВ сопряжено с определенными практическими трудностями, связанными с обеспечением протяженных измерительных трасс (измерения в дальней зоне) или с использованием коллиматоров, обеспечивающих плоское поле облучения на небольших расстояниях.

Преимущество матричного метода при проведении измерений ЭПР на радиолокационных комплексах состоит в том, что реакция объекта на воздействие в виде плоской ЭМВ может быть рас-

считана на основе линейной комбинации откликов объекта на совокупность “простых”¹ тестирующих воздействий в виде ЭМВ с известными параметрами, чаще всего со сферическим волновым фронтом [1–3]. Такой подход применяется как альтернатива линзовым и зеркальным коллиматорам при формировании плоского поля в условиях полигонов ограниченных размеров [4–7]. Одна из интерпретаций алгоритмов обработки, используемых при матричном методе измерений, заключается в том, что плоское поле облучения в рабочей зоне комплекса формируется “виртуально” (на этапе обработки) и представляет собой суперпозицию “простых” тестирующих воздействий. Основными требованиями к тестирующим воздействиям являются ортогональность и полнота в смысле возможности формирования требуемых плоских полей облучения с заданной погрешностью. В реальных условиях ортогональность тестирующих воздействий может быть обеспечена с определенной погрешностью. При этом в зависимости от требуемой погрешности измерения ЭПР, связанной с точностью “виртуального” формирования плоского поля облучения, может меняться и количество тестирующих воздействий.

Минимизация количества тестирующих воздействий позволит сократить время проведения измерений матричным методом. Однако обоснование количества и вида тестирующих воздействий при решении задачи измерений ЭПР объ-

¹ “Простых” в смысле практической реализации и требуемых аппаратных и материальных средств.

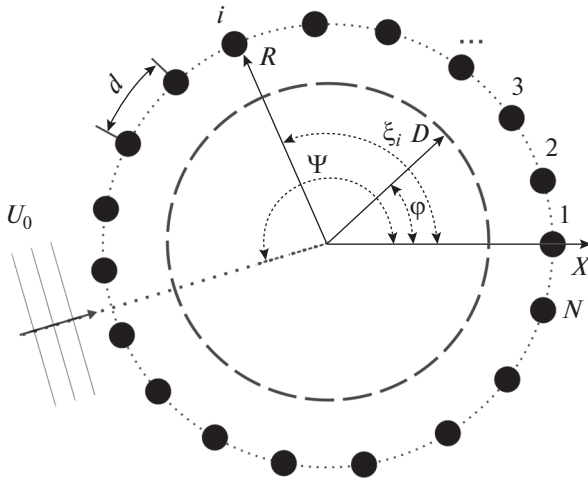


Рис. 1. Модель радиолокационного комплекса матричного типа, 1, 2, 3, ..., i , ..., N – порядковый номер элемента антенной решетки.

ектов матричным методом до настоящего времени не проводилось.

Целью данной работы является исследование закономерностей формирования плоских полей на радиолокационных комплексах матричного типа с кольцевыми антенными решетками (АР) и оценка требуемого количества тестируемых воздействий, необходимых для измерения ЭПР объектов матричным методом.

При измерении ЭПР объектов необходимо формирование плоского поля облучения в рабочей зоне. Поэтому рассмотрим задачу формиро-

вания плоского поля, падающего под фиксированным углом Ψ , на примере двумерной модели радиолокационного измерительного комплекса (РИК) матричного типа. В качестве модели рассмотрим круговую АР (рис. 1) с радиусом R , состоящую из N изотропных антенных элементов, расположенных на расстоянии $d = 0.5\lambda$ друг от друга (λ – рабочая длина волны). Введем цилиндрическую систему координат с началом, совпадающим с центром круговой АР. Каждый изотропный элемент решетки формирует в рабочей зоне РИК тестирующую волну со сферическим волновым фронтом (далее такие волны будем называть сферическими, несмотря на то что рассматриваем двумерную задачу). Зададим набор требуемых полей, “виртуально” формируемых в рабочей зоне РИК. Исходя из рассматриваемой задачи – измерения ЭПР, будем считать, что требуемыми являются поля с плоским волновым фронтом (далее – плоские поля). При этом рассматриваем круговую рабочую зону РИК² при условии $D < R$.

Принцип апостериорного (“виртуального”) формирования требуемого поля облучения при матричном методе измерения заключается в следующем. На поверхности, ограничивающей рабочей объем, рассчитываются комплексные амплитуды полей $v_i(\varphi, D)$, $i = 1, \dots, N$, формируемых элементами АР. Затем задаются комплексные амплитуды требуемого плоского поля облучения $U_0(\varphi, D | \Psi)$, падающего на объект с направления Ψ . Далее производится расчет весовых коэффициентов $\hat{\alpha}_{i0}(D, \Psi)$ на основе минимизации функционала вида [2, 3, 6, 8]

$$\alpha_{i0}(D, \Psi) = \arg \min_{\alpha} \left\{ \left| \sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_{i0}(D, \Psi) v_i(\varphi, D) - U_0(\varphi, D | \Psi) \right|^2 < \varepsilon \right\}, \quad (1)$$

где D – радиус рабочей зоны, Ψ – направление падения требуемого поля облучения; φ – угловая координата границы рабочей зоны; N – количество элементов АР; U_0 – требуемое плоское поле облучения; v_i – поле облучения, формируемое элементом АР с номером i ; ε – требуемая точность формирования поля, α_{i0} – искомые минимальные значения весовых коэффициентов.

Введем в рассмотрение векторы $\mathbf{V}_0 = (v_1, v_2, v_i, \dots, v_N)^T$ и диагональную матрицу \mathbf{A} с диагональными элементами α_{i0} , где $(\cdot)^T$ обозначает операцию транспонирования. Значения апостериорно формируемого (“виртуального”) поля

$u_0(\varphi, D)$ облучения³ на поверхности, ограничивающей рабочей объем РИК, можно записать в виде:

$$u_0 = \sum_{i=1}^N \alpha_i(D, \Psi) v_i(\varphi, D). \quad (2)$$

На основе выражения (2) запишем матричное уравнение для расчета комплексных амплитуд u_i полей, формируемых элементами АР:

$$\mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} u_1 \\ \dots \\ u_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \alpha_N \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} v_1 \\ \dots \\ v_N \end{pmatrix} = \mathbf{A}^* \mathbf{V}_0. \quad (3)$$

² Круговая рабочая зона обеспечивает наилучшее согласование с формой объекта при изменении ракурса зондирования.

³ Уточним, что для оценки ЭПР объекта необходимо дополнительно провести виртуальное формирование плоского “поля приема” [2]. Эта процедура аналогична алгоритму формирования поля облучения, поэтому в работе не рассматривается.

Матрица \mathbf{A} описывает линейный оператор преобразования вектора \mathbf{V}_0 , который характеризует тестирующие поля, формируемые элементами антенной системы в рабочей зоне РИК, в вектор \mathbf{U}_0 . Зададим пространство полей \mathbf{S} , формируемых РИК. Данное пространство ограничено тестирующими полями, формируемыми отдельными элементами антенной системы и одним плоским полем, падающим под углом Ψ .

Матрица \mathbf{A} описывает оператор простой структуры, так как является диагональной [9]. Оператор характеризуется собственными векторами $\mathbf{V}_1 = (v_1, 0, \dots, 0)^T$; $\mathbf{V}_2 = (0, v_2, 0, \dots, 0)^T$; ...; $\mathbf{V}_N = (0, \dots, 0, v_N)^T$ и соответствующими им собственными значениями α_i . Совокупность векторов \mathbf{V}_N образует базис в пространстве \mathbf{S} , т.е. описывает набор тестирующих воздействий, позволяющих сформировать “виртуальное” плоское поле в рабочей зоне. Векторы \mathbf{V}_N образуют подпространство \mathbf{S}_0 . Вектор $\mathbf{U}_1 = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ образует подпространство требуемых плоских полей \mathbf{S}_U . В данном случае подпространство \mathbf{S}_U состоит только из одного элемента – плоского поля, падающего под углом Ψ .

Действие оператора простой структуры всегда сводится к “растяжению” координат вектора в базисе, состоящем из собственных векторов [4], что в рассматриваемой задаче эквивалентно изменению амплитуды и фазы поля, излучаемого элементом антенной системы:

$$\mathbf{A} * \mathbf{V}_i = \alpha_i \mathbf{V}_i.$$

Модуль собственных значений α_i характеризует весовой вклад каждого из базисных векторов. Если вклад собственного вектора в формируемое поле мал в сравнении с вкладом других векторов (критерий малости необходимо установить дополнительно), то данный базисный вектор можно исключить, тем самым уменьшив количество тестирующих воздействий, и устранить избыточность первичных результатов измерений.

Таким образом, если преобразование из подпространства тестирующих полей в подпространство формируемых полей описывается оператором простой структуры и известны собственные векторы и собственные числа этого оператора, то модуль собственного значения характеризует вклад каждого тестирующего воздействия в апостериорно формируемое поле облучения. При заданных требованиях к погрешности формирования поля облучения возможно ограничить количество тестирующих воздействий путем исключения собственных векторов, которым соответствуют собственные числа, удовлетворяющие неравенству $\alpha_i < \gamma$ (γ – пороговое значение, рассчитываемое для конкретной задачи и набора тестирующих воздействий).

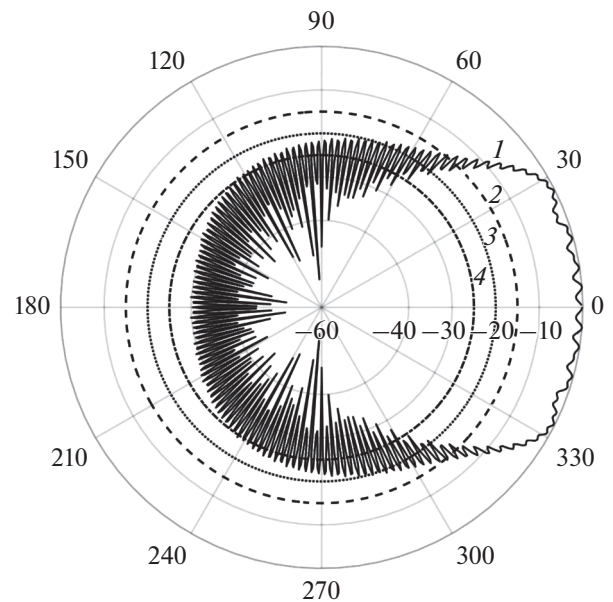


Рис. 2. Результаты численного расчета коэффициентов α_i в зависимости от их углового положения: 1 – рассчитанные значения модуля коэффициентов α_i при формировании “виртуального” плоского поля падающего под углом $\Psi = 0$, $N = 720$, $R = 20\lambda$, $D = 10\lambda$; пороговые значения $\gamma = -15$ дБ (2), -20 дБ (3) и -25 дБ (4).

На рис. 2 представлены зависимости модулей коэффициентов α_i от углового положения антенного элемента при формировании “виртуального” плоского поля, падающего под углом $\Psi = 0$. Расчет проведен при следующих параметрах модели РИК: количество элементов эквидистантной антенной системы $N = 720$, радиус антенной системы $R = 20\lambda$, радиус рабочей зоны РИК $D = 10\lambda$. Из закономерности распределения модуля собственных чисел видно, что основной вклад в формируемое поле вносят элементы антенной системы, находящиеся в 60-градусном секторе относительно направления падения “виртуального” плоского поля. Геометрическая проекция этой части антенной системы по направлению падения формируемой плоской волны перекрывает заданную рабочую зону РИК.

На рис. 3 представлены качественные картины поля, формируемого в рабочей зоне, для случаев полного ($N = 720$) и ограниченного количества тестирующих воздействий.

Анализ представленных на рис. 3 результатов показывает, что ограничение количества тестирующих полей в соответствии с их вкладом при апостериорном формировании плоского поля облучения приводит к увеличению погрешности формирования “виртуального” плоского поля в рабочей зоне

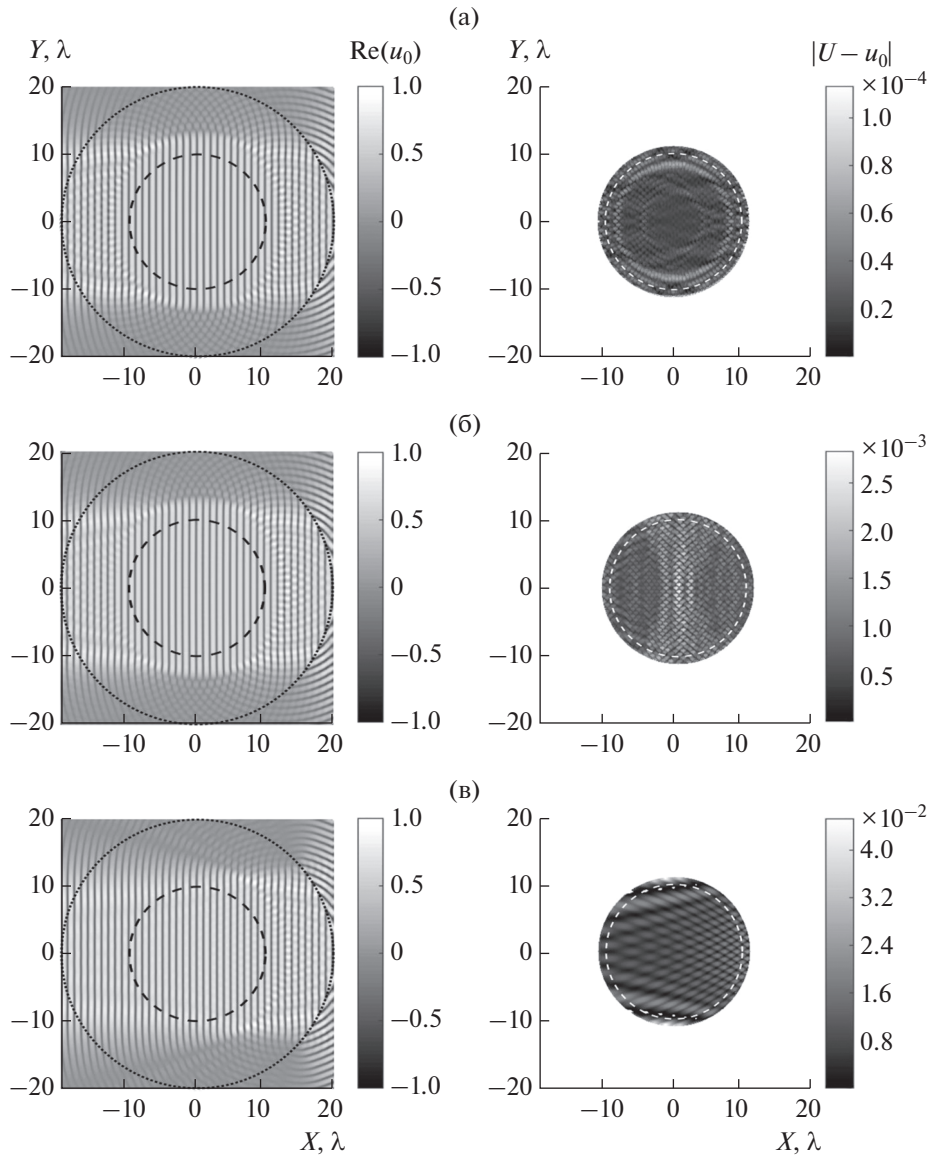


Рис. 3. Качественные картины полей (левая колонка), формируемых в рабочей зоне, для случаев полного количества тестирующих воздействий (а) и ограниченного с порогом $\gamma = -25$ дБ (б) и -10 дБ (в) и соответствующие погрешности формируемых полей (правая колонка).

РИК. В то же время погрешность формирования плоского поля не превышает единиц процентов.

Следует отметить, что отклонение обусловлено не только ограничением количества элементов линейной комбинации тестирующих полей в выражении (2). Коэффициенты α_i рассчитывались для случая полной совокупности тестирующих воздействий, и в случае введенных ограничений они не являются оптимальными по критерию наименьшего среднеквадратического отклонения.

Рассмотрим общий случай – измерение круговой диаграммы ЭПР. В этом случае требуется формирование совокупности плоских полей, падающих под различными углами Ψ_m , ($m = 1, \dots, M$),

M – количество угловых отсветов (для упрощения будем считать, что $M = N$). Введем шаг и диапазон изменения углов $\Psi_{\min} \dots \Psi_{\max}$. Обозначим $\Psi_1 = \Psi_{\min}$, $\Psi_M = \Psi_{\max}$, $\Psi_m = \Psi_1 + m\Delta\Psi$, а вектора весовых коэффициентов перепишем в виде $\mathbf{A}_m = \mathbf{A}(\Psi_m) = (\alpha_{1m}, \alpha_{2m}, \dots, \alpha_{Nm})^T$. Значения апостериорно формируемого (“виртуального”) поля $u_m(\varphi, D, \Psi_m)$ облучения на поверхности, ограничивающей рабочий объем РИК, можно записать как

$$u_m(\varphi, D, \Psi_m) = \sum_{i=1}^N \alpha_{im}(D, \Psi_m) * v_i(\varphi, D).$$

На основе выражения для полей u_m запишем матричное уравнение для расчета комплекс-

ных амплитуд u_{nm} полей, формируемых элементами АР:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} u_{11} & \dots & u_{N1} \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{1M} & \dots & u_{NM} \end{pmatrix} = \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{N1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{1M} & \dots & \alpha_{NM} \end{pmatrix}^* \begin{pmatrix} v_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & v_N \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Строки матрицы \mathbf{U} образуют подпространство векторов $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_m)^T$, каждый из которых характеризует “виртуально” формируемое плоское поле в рабочей зоне, падающее под заданным углом. Матрица \mathbf{A} в (4) описывает линейный оператор преобразования из подпространства тестирующих полей (сферических волн) в подпространство формируемых полей (плоских волн). В отличие от оператора \mathbf{A} , описываемого выражением (3), в выражении (4) матрица \mathbf{A} не диагональная, а значит, не соответствует оператору простой структуры [4]. Следовательно, базисные векторы $\mathbf{V}_1 = (v_1, 0, \dots, 0)^T$; $\mathbf{V}_2 = (0, v_2, 0, \dots, 0)^T$; ...; $\mathbf{V}_N = (0, \dots, 0, v_N)^T$ не являются собственными векторами этого оператора.

Если провести декомпозицию задачи и рассматривать “виртуальное” плоское поле в рабочей зоне отдельно для каждого угла падения, то будут справедливы ранее сделанные выводы о возможности порогового ограничения количества тестирующих воздействий. В то же время ограничить общее количество тестирующих воздействий при попытке решения задачи “в лоб” затруднительно, что наглядно видно из рис. 1. Действительно, при изменении угла падения плоского поля соответствующим образом будут изменяться и собственные значения векторов, характеризующих тестирующие воздействия, т.е. собственные значения векторов в выражении (2) отличаются для различных углов облучения рабочей зоны. В итоге для обеспечения облучения объекта плоскими полями в заданном секторе углов потребуется использование всех тестирующих воздействий. Ограничения для одного выбранного направления будут не соответствовать пороговым значениям для других направлений.

Рассмотрим другое решение данной задачи. Известно, что каждому линейному оператору в заданном пространстве соответствует множество его матриц, определяемое возможностью выбора различных базисов. В нашем случае базис – это совокупность тестирующих полей. Под пространством \mathbf{S} , в котором определен этот базис, будем понимать совокупность полей, которые могут быть “виртуально” получены в виде суперпозиции тестирующих полей. При этом, как и раньше, введем два подпространства: подпространство

тестирующих полей \mathbf{S}_0 и подпространство требуемых “виртуально” формируемых плоских полей \mathbf{S}_U , падающих под различными углами Ψ_m .

Попробуем найти такие тестирующие поля, которые образуют базис в пространстве полей \mathbf{S} . Причем будем искать такой базис, в котором оператор \mathbf{A} , описывающий преобразование из \mathbf{S}_0 в \mathbf{S}_U , является оператором простой структуры и имеет диагональный вид.

Для решения данной задачи необходимо найти собственные векторы оператора \mathbf{A} . Алгоритмы численного решения данной задачи хорошо описаны [10]. Для рассматриваемой модели РИК и заданных размеров рабочей зоны с использованием численного расчета получены собственные векторы $(\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_N)$ оператора \mathbf{A} . Каждый из этих векторов определяет распределение поля в рабочей зоне РИК. На рис. 4 представлены качественные картины этих полей.

Анализ полученных результатов показал, что собственные векторы оператора преобразования сферических волн (тестирующих полей) в совокупность плоских полей представляют собой собственные моды цилиндрического волновода (резонатора), что соответствует модели рассматриваемого РИК матричного типа. Фактически рассматриваемая модель РИК представляет собой сечение цилиндрического волновода (резонатора). Моды цилиндрического волновода рассчитываются на основе решения уравнений мембраны, которое в цилиндрической системе координат имеет вид [11]

$$\begin{aligned} \Psi_{\sin} &= \dot{A} J_m(kr) \sin(m\theta), \\ \Psi_{\cos} &= \dot{A} J_m(kr) \cos(m\theta) \end{aligned} \quad (5)$$

где, J_m – функция Бесселя первого рода порядка m , r – радиус вектор, θ – полярный угол, k – волновое число. Данное уравнение имеет два независимых решения, одно из которых характеризуется синусоидальной, а другое косинусоидальной зависимостью от полярного угла, т.е. для каждого порядка m существует два типа волн. Рассчитанные согласно выражениям, приведенным в [11], поля различных мод (для E типа волн) и поля, соответствующие собственным векторам оператора \mathbf{A} представлены на рис. 4.

Физическая интерпретация данных результатов в рамках решения задачи измерения радиолокационных характеристик объектов может быть следующей. В рабочей зоне РИК формируются мультифокусные поля, происходит мультифокусировка антенной системы РИК. Причем формируемые поля можно упорядочить таким образом, что фокусировка полей происходит на различных радиусах начиная от центра рабочей зоны (см. рис. 4а) к краю (см. рис. 4г). Кроме того, собственные векторы также определяют два типа полей с ко-

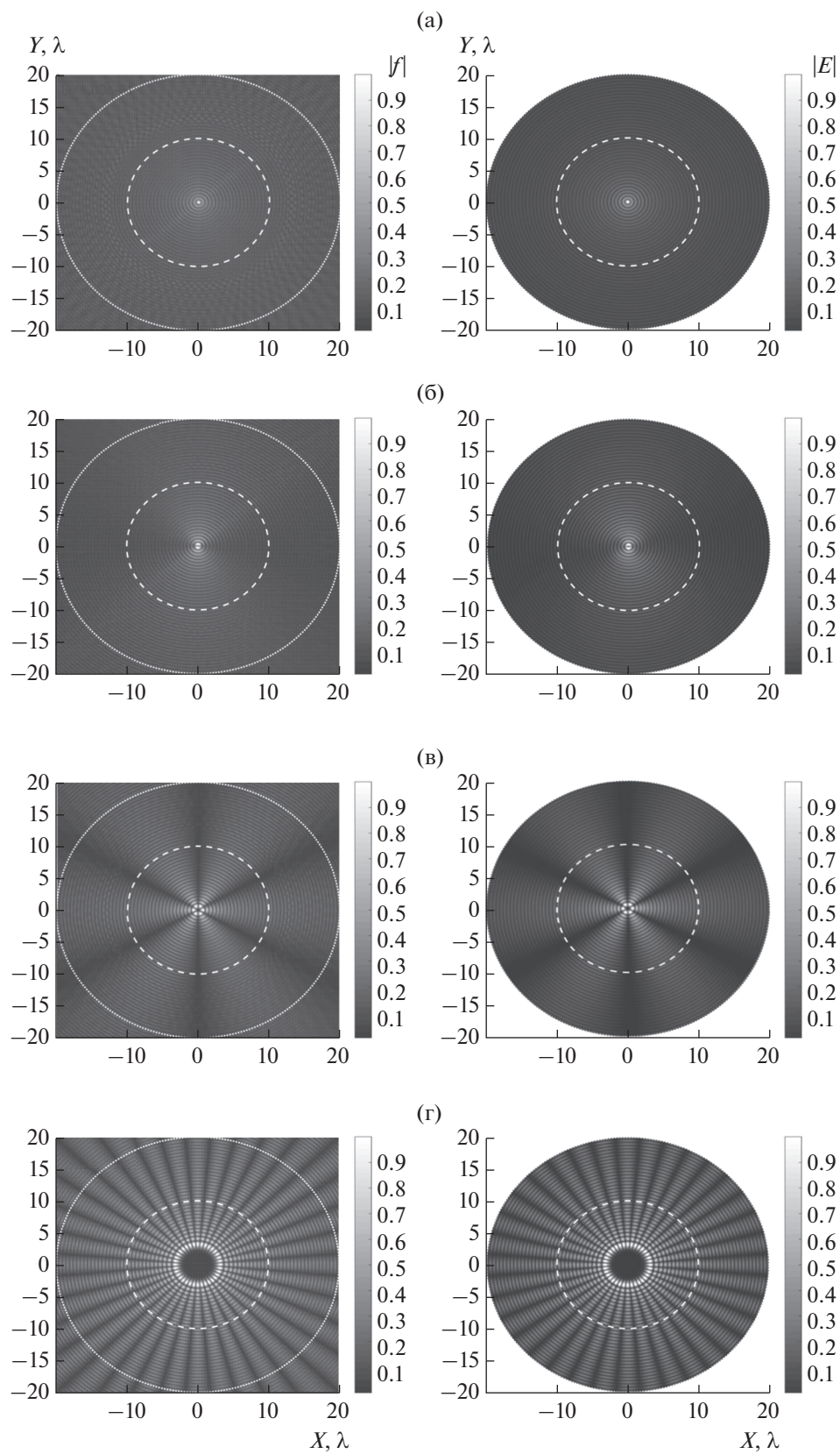


Рис. 4. Поля, формируемые собственными векторами (левая колонка), и соответствующие им моды цилиндрического резонатора (правая колонка), (а) первая мода, (б) вторая мода, (в) третья мода, (г) тридцать шестая мода.

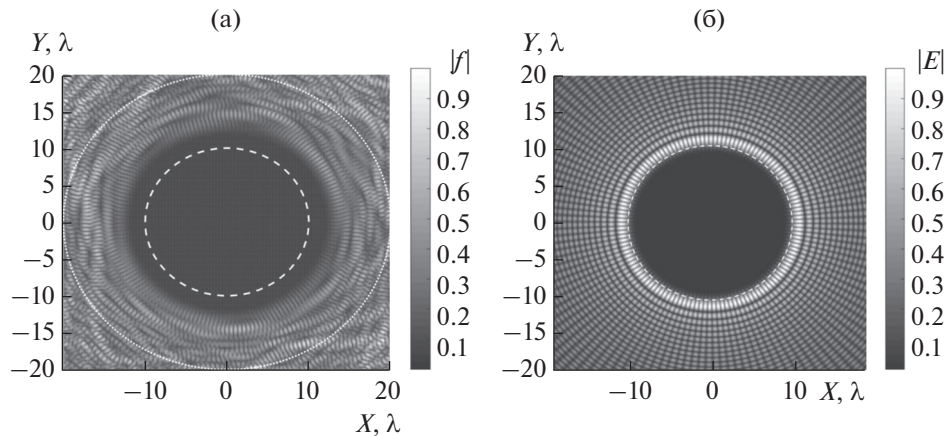


Рис. 5. Качественная картина поля для случая, когда радиус мультифокусировки превышает радиус требуемой рабочей зоны, (а) картина поля соответствующая собственному вектору, (б) картина поля соответствующая моде цилиндрического резонатора.

синусоидальной и синусоидальной зависимостью от полярного угла. Каждому мультифокусному полю соответствует мода поля цилиндрического резонатора. Индекс моды связан с радиусом, на котором расположены фокусы поля:

$$r = m\lambda/2\pi. \quad (6)$$

Так, для $m = 0$ фокусировка происходит в центре антенной системы (поле имеет один фокус), для $m = 18$ происходит мультифокусировка (количество фокусов 36) на окружности с радиусом $r = 2.86\lambda$, для $m = 68$ (количество фокусов 136) – $r = 10.825\lambda$.

Поля, соответствующие собственным функциям, для которых фокусы формируются вне рабочей зоны РИК, обладают отличительным свойством, заключающемся в “отсутствии”⁴ поля в рабочей зоне. Качественная картина таких полей представлена на рис. 5.

Таким образом, пространственная структура мультифокусных полей соответствует структуре полей собственных мод резонаторов, геометрия которых совпадает с формой антенной системы измерительного комплекса. При этом порядок моды характеризует пространственное положение мультифокусов каждого из полей. Для случая цилиндрической АР пространственное положение фокусов характеризуется радиусом, на котором происходит мультифокусировка. Ряд полей имеет пространственную структуру, при которой поле в рабочей зоне “отсутствует” – амплитуда поля в рабочей зоне минимальна.

Фактически мы перешли от тестирующих воздействий в виде сферических полей к тестирующим воздействиям двух типов в виде полей – собствен-

ных мод цилиндрического резонатора и полей, амплитуда которых стремится к нулю в рабочей зоне.

Мультифокусная структура этих полей-мод позволяет предъявить физически обоснованные требования к минимально необходимому количеству тестирующих воздействий для измерения ЭПР объекта при заданных размерах рабочей зоны РИК. Эти требования заключаются в том, что необходимо обеспечить мультифокусное сканирование рабочей зоны, т.е. создать такие поля, которые “заполнят” максимумами пространство рабочей зоны.

Например учитывая, что радиус рабочей зоны равен $D = 10\lambda$, а для $m = 68$ радиус мультифокусировки равен $r \approx 10.825\lambda$, с учетом уравнения⁵ (5) приходим к выводу, что для измерения ЭПР объекта необходимо 132 тестирующих воздействия. Сопоставим полученные цифры с результатами численного расчета собственных векторов оператора \mathbf{A} .

Каждому собственному вектору соответствует собственное число. Модуль собственного числа характеризует величину вклада собственного вектора (тестирующего воздействия) в формируемое “виртуальное” плоское поле. На рис. 6 представлены зависимости модуля собственных значений собственных векторов оператора \mathbf{A} для различных размеров рабочей зоны РИК при разных размерах антенной системы.

Из графиков рис. 6 видно, что собственные значения можно разделить на две группы – “значимые” и “близкие к нулю”, – отделенные друг от друга пороговым изменением модуля. Для размера антенных систем $R = 30\lambda, 40\lambda, 60\lambda$ получены прак-

⁴ Под “отсутствием поля” понимается существенное уменьшение амплитуды.

⁵ Необходимо формировать поля для косинусоидально и синусоидально составляющих, т.е. в два раза больше чем m .

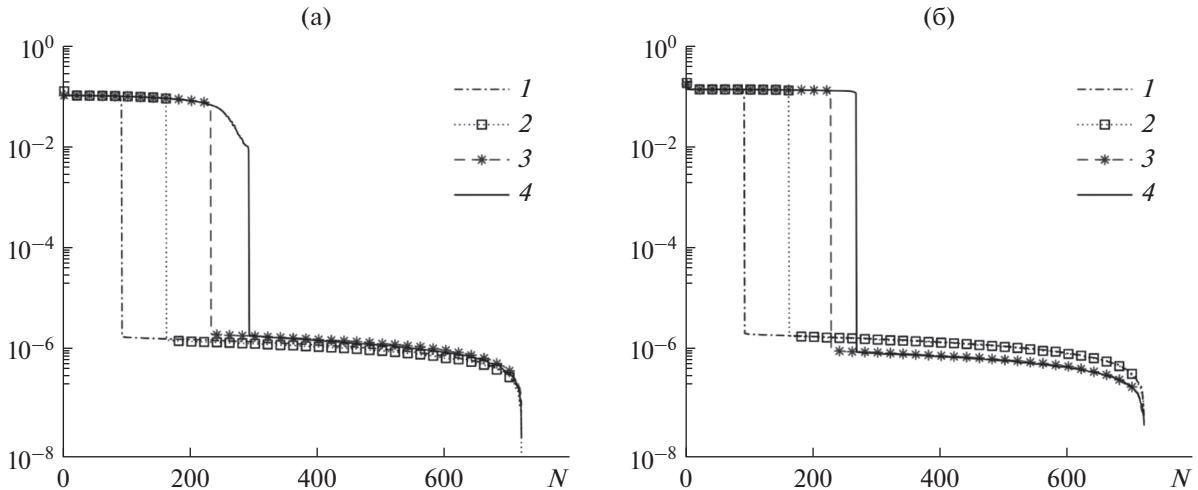


Рис. 6. Зависимости модуля собственных значений собственных векторов оператора A от порядкового номера собственного вектора для антенной решетки с радиусом $R = 20\lambda$ (а) и $R = 30\lambda, 40\lambda, 60\lambda$ (б) при размере рабочей зоны $D = 5\lambda$ (1), 10λ (2), 15λ (3) и 18λ (4).

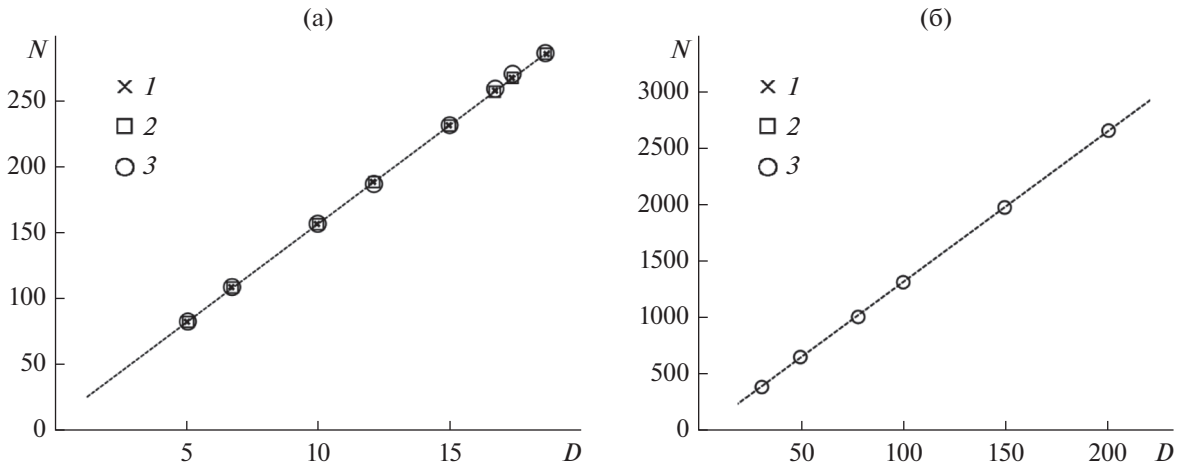


Рис. 7. Количество тестирующих воздействий N , определенных по пороговым значениям собственных чисел, для формирования плоского поля в рабочей зоне $D < 20\lambda$ (а) для различных размеров антенной решетки: $R = 20\lambda$ (1), 40λ (2), 300λ (3) (а), и для $20\lambda < D < 200\lambda$ (б).

тически одинаковые зависимости и, что важно, — одинаковое пороговое значение.

При сопоставлении собственных значений и собственных векторов установлено, что полям, радиус мультифокусировки которых превышает радиус рабочей зоны, соответствуют собственные значения “близкие к нулю”. А полям, радиус мультифокусировки которых меньше радиуса рабочей зоны, соответствуют “значимые” собственные значения. Таким образом, пороговое значение, разделяющее “значимые” и “близкие к нулю” собственные значения, позволяет разделить и поля, формируемые на РИК на два соответствующих типа. При этом пороговое значение определяет количество тестирующих воздействий, необходимых для формирования плоских полей, и, соответ-

ственно, измерений ЭПР объекта при заданных размерах рабочей зоны.

На рис. 7 представлены зависимости количества тестирующих воздействий, определенных в соответствии с пороговым значением, от размера рабочей зоны для различных радиусов эквидистантной круговой АР. Полученные зависимости могут быть аппроксимированы линейно. Кроме того, для различных размеров антенных систем пороговые значения совпадают.

Из зависимостей, представленных на рис. 7, установлено, что при размере рабочей зоны $D = 10\lambda$ и размерах антенной системы $R = 20\lambda$ номер собственного вектора соответствующего пороговому собственному значению составляет 161. В то же время оценка требуемого количества те-

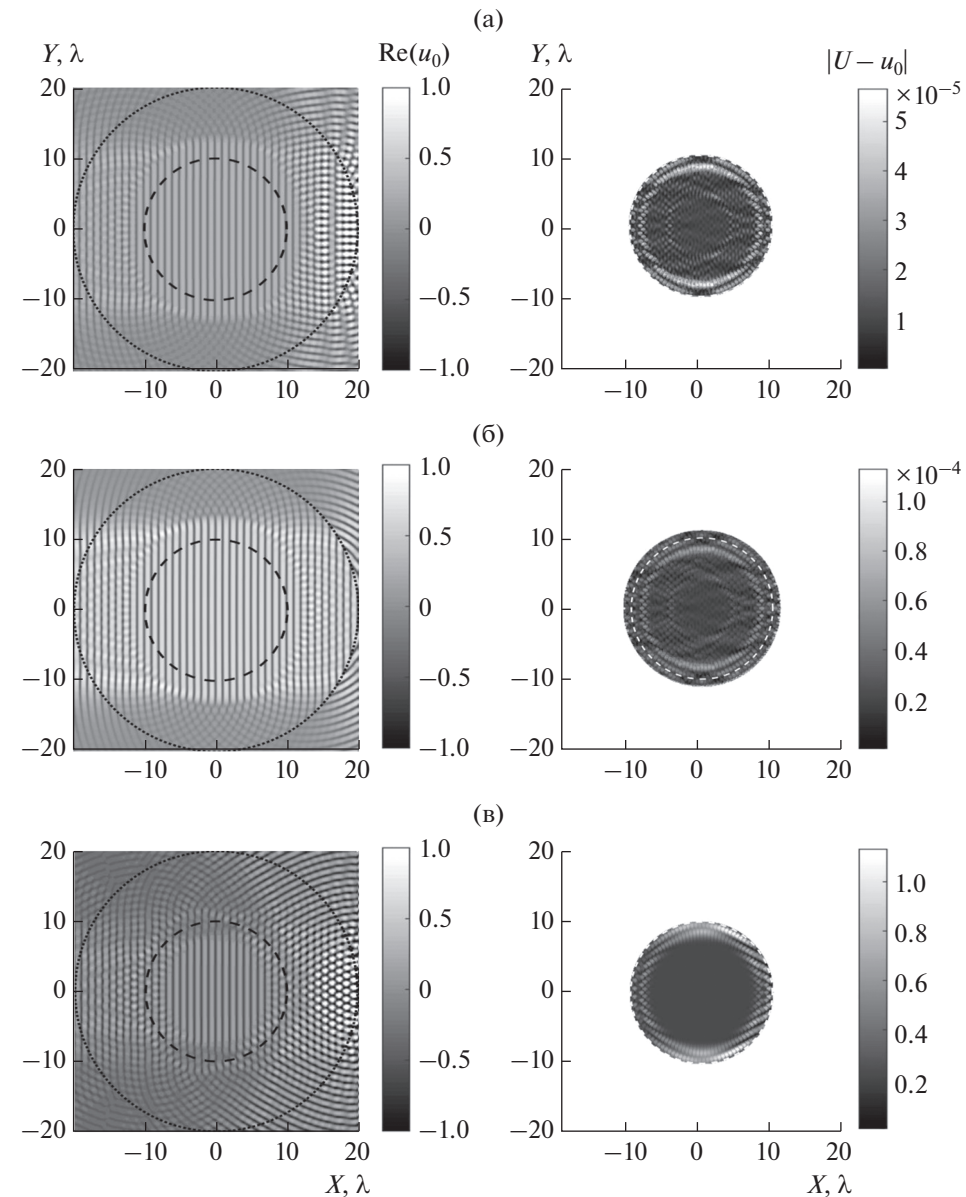


Рис. 8. Качественные картины поля (левая колонка), формируемого в рабочей зоне, для случаев ограниченного количества тестирующих воздействий (180 (а), 144 (б), 120 (в), всего воздействий 720) в виде сферических волн, и соответствующие погрешности формируемых полей (правая колонка).

стирующих воздействий, проведенная ранее, для тех же параметров антенной системы показала значение 136. Исходя из аппроксимированных зависимостей (см. рис. 7) 136 тестирующих воздействий обеспечивают формирование плоского поля в рабочей зоне с размером $D = 8\lambda$. При заданных размерах рабочей зоны в действительности плоское поле формируется в большей рабочей области, что наглядно видно на рис. 3. Данная особенность связана с закономерностями радиального распределения интенсивности поля при мультифокусировке, которое описывается функцией Бесселя. Кроме того, закономерности спада

интенсивности в направлении к центру антенной системы определяют и резкие пороговые значения, полученные при численном решении.

Собственные векторы оператора преобразования из подпространства тестирующих “сферических” полей в подпространство требуемых плоских полей образуют базис, в котором оператор является оператором простой структуры. Этот базис представляет собой набор мультифокусных тестирующих полей. Собственные значения являются весовыми коэффициентами, характеризующими вклад в результат формирования совокупности требуемых плоских полей, каждого из мультифокусных

тестирующих воздействий. Задание порога модуля собственных значений фактически определяет критерий линейной независимости собственных векторов и позволяет ограничить количество базисных векторов, описывающих преобразование с заданной точностью.

Полученный результат позволяет сделать еще несколько важных выводов. Известно, что в N -мерном пространстве любая линейно независимая система из N векторов образует базис, а любая система из $N + 1$ -вектора линейно зависима [9]. Поэтому уменьшение размерности пространства в новом базисе в виде мультифокусных полей позволяет говорить о том, что возможно уменьшить количество линейно независимых тестирующих воздействий и в любом другом базисе, в том числе и при использовании в качестве тестовых воздействий сферических волн (см. (3)). Как отмечалось выше, при ограничении количества тестирующих воздействий коэффициенты формирования плоского поля, найденные ранее для полной совокупности тестирующих полей, не оптимальны. При каждом ограничении количества тестирующих воздействий необходимо проводить уточнение коэффициентов формирования плоского поля.

Для подтверждения возможности ограничения количества тестирующих воздействий в виде сферических волн проведено численное моделирование, результаты которого приведены на рис. 8. При ограничении количества тестирующих воздействий проводилось уточнение коэффициентов, что позволило снизить погрешность формируемого плоского поля.

Анализ полученных результатов подтверждает получение выше закономерности реализуемых размеров рабочей зоны и количества тестирующих воздействий. Так на рис. 8а представлены результаты формирования поля для антенной системы с радиусом $R = 20\lambda$ в рабочей зоне размером $D = 10\lambda$ при количестве тестирующих воздействий 180, что превышает требуемый порог, который составляет 138. На рис. 8б представлены результаты формирования поля при ограничении количества тестирующих воздействий до 144, что превышает расчетные значения. При этом наблюдается увеличение погрешности формирования поля в рабочей зоне РИК. Для случая, когда количество тестирующих воздействий уменьшено до 120, что ниже порога (рис. 8в), в контуре размеров рабочей зоны погрешности формирования поля неприемлемы, однако в уменьшенном контуре плоское поле формируется с меньшей погрешностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, при матричном методе изменений преобразование тестирующих полей в тре-

буемые плоские поля описывается линейным оператором, действующим в пространстве состоящим из тестирующих и требуемых полей. Размерность данного пространства, в зависимости от требуемой точности формирования плоских полей и размера рабочей зоны, может быть ограничена. Тем самым может быть ограничено и количество базисных векторов в этом пространстве, а значит, и количество тестирующих воздействий, требуемых для формирования плоских полей в рабочей зоне.

Для радиолокационных комплексов матричного типа с кольцевыми эквидистантными антенными решетками собственными векторами линейного оператора преобразования тестирующих полей в требуемые плоские поля являются собственные моды цилиндрических резонаторов. Поля, соответствующие собственным модам, имеют мультифокусную структуру. Максимумы интенсивности этих полей расположены по окружности, радиус которой однозначно определяется порядком моды. Такая пространственная закономерность позволяет оценить пороговый номер моды, радиус мультифокусировки которой превышает размеры рабочей зоны. Данный пороговый номер определяет требуемое количество тестирующих воздействий, необходимое для формирования совокупности плоских полей в ограниченных размерах рабочей зоны. При этом минимально необходимое количество тестирующих воздействий не зависит от размера антенной системы, а определяется размерами рабочей зоны РИК.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Емельянов Е.С., Емельянов С.В., Агеев Д.М. // Радиотехника. 2014. № 9. С. 84.
2. Кирьянов О.Е., Мартынов Н.А., Понькин В.А. // Антенны. 2005. № 7. С. 37.
3. Емельянов Е.С., Понькин В.А. // Радиотехника. 2008. № 6. С. 98.
4. Bennett J.C., Schoessow E.P. // Proc. IEE. 1978. V. 125. № 3. P. 179.
5. Kazuhiro Komiya, Ryo Yamaguchi, Keizo Cho // Int. Symp. on Antennas and Propagation (ISAP 2009), 20–23 Oct., Bangkok, 2009. P. 1139.
6. Wang H., Miao J., Jiang J., Wang R. // Progress in Electromagnetics Research. 2012. V. 22. P. 245.
7. Poulton G.T. // IEEE APS Digest. 1989. V. 1. P. 90.
8. Hill D.A. // IEEE Trans. 1985. V. EMC-27. № 4. P. 201.
9. Воеводин В.В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.
10. Икрамов Х.Д. Численное решение матричных уравнений. М.: Наука, 1984.
11. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. М.: Высш. школа, 1990.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВОДОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ КРИСТАЛЛЕ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

© 2021 г. Е. В. Фролова^а, С. Е. Банков^{а, *}, В. И. Калинин^а

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 18.06.2020 г.

После доработки 18.06.2020 г.

Принята к публикации 23.07.2020 г.

Исследованы собственные волны волноводных EBG-каналов в электромагнитном кристалле в виде двумерно-периодической решетки из металлических цилиндров с зазорами, в которые включены сосредоточенные элементы (СЭ). Решетка из цилиндров с СЭ расположена между экранами плоского волновода, анализируется возможность управления характеристиками распространения основной моды путем изменения емкости СЭ в цилиндрах внутри волноводного канала. Задача о собственных волнах периодического волновода решена путем численного моделирования с использованием граничных условий периодичности. Для двухрядного и трехрядного EBG-волноводов проведен параметрический анализ центральной частоты и полосы одномодового режима. Показано, что основным фактором, ограничивающим полосу рабочих частот волновода, является высшая по ширине нечетная мода.

DOI: 10.31857/S0033849421060097

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работах [1, 2] была сформулирована концепция построения реконфигурируемых устройств (РУ) СВЧ-диапазона на основе двумерных электромагнитных кристаллов (ЭМК). Основная ее идея состоит в использовании ЭМК, элементы которого имеют параметры, зависящие от внешних воздействий. Отметим, что в СВЧ-диапазоне наибольшее распространение получили двумерные ЭМК на основе плоского волновода (ПВ).

В настоящее время создание СВЧ РУ с управляемой структурой является актуальной темой научных исследований и практических разработок. Это связано с тем, что применение РУ значительно расширяет функциональные возможности радиоэлектронной аппаратуры, поскольку РУ в зависимости от вида и интенсивности управляющих воздействий могут иметь разную структуру и, следовательно, выполнять разные функции. В этом состоит их важное отличие от хорошо известных в технике СВЧ-устройств с управляемыми параметрами, которые могут иметь разные количественные значения некоторых характеристик, но не могут изменять выполняемую функцию. Существует большое число работ, описывающих разные способы электронного управления характеристиками СВЧ-устройств, в основном антенн и фильтров, а

также свойствами поверхностей с высоким импедансом. Некоторые из них представлены в [3–8].

Данная статья является продолжением исследования в направлении создания РУ на основе ЭМК с сосредоточенными элементами (СЭ), проведенного в работе [9]. Ее целью является исследование характеристик волноводных каналов, образованных в ЭМК с СЭ. В этом случае “дефектом” периодической структуры, образующим волноводный канал в кристалле, служит не удаление одного или нескольких рядов кристалла как в [10], а отличие импеданса СЭ внутри канала от импеданса СЭ в окружающих элементах, образующих его стенки.

В работе рассмотрен случай, когда СЭ представляет собой параллельный резонансный контур, состоящий из индуктивности и емкости. Предполагается, что емкость зависит от управляющего фактора, т.е. от подаваемого на нее напряжения. Параметры исходного ЭМК (внешний ЭМК), в котором формируется волновод, выбираются таким образом, чтобы в интересующем нас диапазоне частот он находился бы в полосе запирающей и в нем отсутствовали распространяющиеся типы волн. Волновод формируется путем изменения емкости СЭ в бесконечном ряде элементов внешнего ЭМК. Емкость в волноводном канале выбирается таким образом, чтобы однородный ЭМК с такой емкостью находился в полосе прозрачности. Назовем его внутренним ЭМК. Выбор пара-

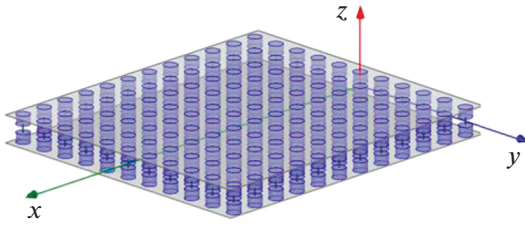


Рис. 1. ЭМК с СЭ в зазорах внутри цилиндров.

метров СЭ во внутренней и внешней областях волновода, по крайней мере на начальном этапе исследования, производится исходя из результатов исследования однородного ЭМК [9].

Волноводы в ЭМК различаются по числу рядов кристалла, образующих волноводный канал: одно-, двух- и трехрядные волноводы. В работе основное внимание уделено трехрядным и двухрядным волноводам с СЭ. Как и в [10], исследование включает изучение дисперсионных характеристик собственных волн волноводов в полосе прозрачности, а также полосы рабочих частот и центральной частоты рабочего диапазона.

2. СТРУКТУРА ЭМК С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Общий вид ЭМК приведен на рис. 1. Исследуемая структура представляет собой двумерную решетку из металлических цилиндров с зазорами, в которые включены СЭ. Решетка размещается внутри ПВ высотой b . Приняты следующие обозначения: величина зазора h , период решетки P , диаметр цилиндра D . Вид элемента решетки представлен на рис. 2.

Модель СЭ при использовании системы HFSS (<https://ansys.com>) имеет вид бесконечно тонкого прямоугольника (см. рис. 2, б), на поверхности которого заданы граничные условия RLC -типа, определяющие импеданс этой поверхности. Величина импеданса определяется параметрами конту-

ра, описывающего электрические характеристики СЭ. В данной работе потери в контуре и других элементах структуры не учитываем. При такой идеализации на частоте резонанса величина импеданса контура становится бесконечно большой. Вне резонанса импеданс СЭ стремится к нулю, и элемент ЭМК переходит в режим, близкий к режиму короткого замыкания (КЗ). В этом режиме цилиндры полностью включены в ПВ, образуя КЗ между его экранами. Параметры ЭМК выбираются таким образом, чтобы в режиме КЗ кристалл находился в полосе запирающей, в которой в нем отсутствуют распространяющиеся волны. В режиме высокого импеданса СЭ, близкого к режиму холостого хода (ХХ), цилиндры слабо влияют на волновые характеристики ПВ, что эквивалентно их отсутствию в решетке.

3. ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ ЭМК И СЭ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ВОЛНОВОДНЫХ КАНАЛОВ

Рассмотрим дисперсионные характеристики однородного ЭМК в разных режимах в диапазоне частот 7...13 ГГц с целью выбора параметров внешнего и внутреннего ЭМК, образующих регулярный волновод. Как уже отмечалось выше, внешний ЭМК должен находиться в полосе запирающей, а внутренний в полосе прозрачности.

Проектирование волновода в ЭМК с СЭ является многопараметрической задачей. Приведем параметры, описывающие исследуемую структуру: b, ϵ – параметры ПВ; P, D – параметры решетки цилиндров; C_p, C_s, L_s, h, w , – параметры СЭ.

Предполагаем, что СЭ во внешнем и внутреннем ЭМК имеют одинаковые индуктивности L_s и разные емкости C_p, C_s . В данном исследовании они являются ключевыми параметрами, выбором которых реализуются, соответственно, режимы ХХ и КЗ в ЭМК с СЭ.

Выбор параметров ПВ. Исследование однородного ЭМК с СЭ и его дисперсионных характери-

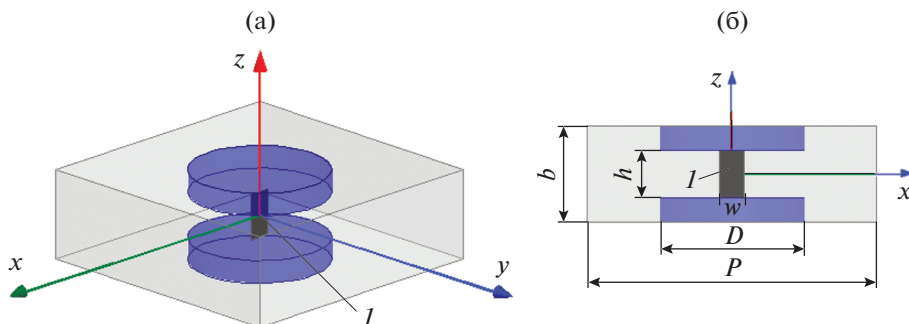


Рис. 2. Элемент решетки: а – общий вид, б – поперечное сечение, I – модель СЭ в виде тонкого прямоугольника с граничными условиями RLC .

стик, представленное в работе [9], показало, что относительная полоса прозрачности ЭМК из металлических цилиндров с СЭ в ПВ возрастает с уменьшением высоты ПВ и при заполнении его диэлектриком.

Основываясь на этих результатах, в данной работе будем исследовать ЭМК в ПВ с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2.2$ и высотой $b = 1.6$, ориентируясь на параметры стандартных диэлектрических подложек для печатных плат. Здесь и далее все размеры приводятся в миллиметрах.

Выбор параметров решетки ЭМК. В работе [10] при исследовании частотной дисперсии волноводов, сформированных в ЭМК с воздушным заполнением путем удаления одного, двух и трех рядов сплошных цилиндров, были выбраны значения периода решетки $P = 12, 8, 6$. В данной работе, ориентируясь на тот же диапазон частот, с учетом заполнения ПВ диэлектриком с $\epsilon = 2.2$ выберем периоды решетки для формирования одно-, двух- и трехрядных волноводов соответственно $P = 8, 6, 4$. Ограничимся значениями относительного диаметра цилиндров $D/P = 0.5$ и 0.8 .

Выбор параметров СЭ. В модели СЭ (см. рис. 2) примем его высоту $h=1$ и ширину $w = 0.5$. Высота СЭ равна размеру зазора в цилиндре. Примем минимальные значения емкости C и индуктивности L в модели СЭ $C = 0.1$ пФ и $L = 0.1$ нГ.

Частотная зависимость импеданса СЭ определяется выражением для импеданса параллельного LC-контура: $Z(\omega) = j\omega L / (1 - \omega^2 LC)$, где $\omega = 2\pi f$. Примеры этой зависимости для значения $L = 0.2$ нГ и при значениях $C = 0.2, 0.8, 1.2, 1.6$ пФ показаны на рис. 3.

В отсутствие потерь в контуре импеданс СЭ чисто мнимый ($Z' = jZ$), на рис. 3 показана его величина Z с учетом знака: индуктивный, ниже резонансной частоты, и емкостной – выше нее. Следует отметить, что значения импеданса на рис. 3 относятся к уединенному СЭ. В [9] было показано, что паразитная емкость в рассматриваемой структуре СЭ, включенного в зазор цилиндра внутри ПВ, также дает вклад в общий импеданс цилиндра, нагруженного СЭ.

Рассмотрим характеристики полос прозрачности кристалла с приведенными выше параметрами при изменении емкости СЭ в интервале $0.1 \dots 7$ пФ. В результате расчетов дисперсионных характеристик однородного ЭМК в режиме собственных волн были получены представленные на рис. 4–6 зависимости нижней и верхней критических частот полосы прозрачности ЭМК от емкости СЭ для периодов решетки $P = 4, 6$ и 8 соответственно, $D/P = 0.5$ во всех этих случаях. Для оценки влияния на частотные характеристики индуктивности СЭ были выполнены расчеты для двух значе-

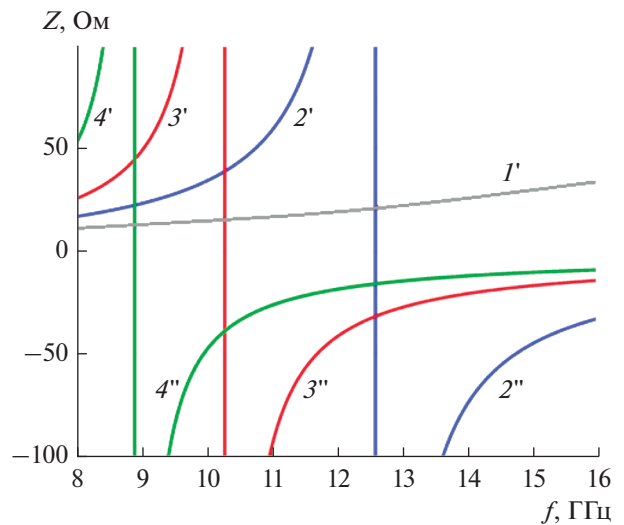


Рис. 3. Зависимости импеданса СЭ от частоты при $C = 0.2$ (1'), 0.8 (2'), 1.2 (3') и 1.6 пФ (4'), отмечены ветви ниже (1''–4'') и выше резонансных частот (2''–4'').

ний $L = 0.2$ нГ (см. рис. 1а–3а) и $L = 0.1$ нГ (см. рис. 1б–3б).

Предполагая, что в полосах прозрачности ЭМК должны размещаться полосы рабочих частот волноводов ($P = 8$ – однорядных, $P = 6$ – двухрядных, $P = 4$ – трехрядных), для определения их характеристик проведем анализ представленных на рис. 4–6 зависимостей. В результате этого анализа мы должны определить значение емкости C_p , исходя из следующих условий. Обозначим нижнюю частоту зоны прозрачности внешнего ЭМК как $f_{s \min}$, максимальную – $f_{s \max}$. Индекс s указывает на емкость C_s в эквивалентной схеме СЭ в цилиндрах внешнего ЭМК. Аналогично, обозначим нижнюю частоту зоны прозрачности внутреннего ЭМК через $f_{p \min}$, максимальную – $f_{p \max}$. Индекс p указывает на емкость C_p в эквивалентной схеме СЭ в цилиндрах внутреннего ЭМК. Потребуем, чтобы полоса прозрачности внутреннего ЭМК лежала в полосе запираания внешнего ЭМК. В этом случае при отсутствии других ограничивающих факторов полоса рабочих частот волновода лежит в пределах $f_{p \min} < f < f_{p \max}$. Нас интересует выбор параметров, обеспечивающий максимальную относительную полосу рабочих частот волновода, т.е. отношения $f_{p \max} / f_{p \min}$. Очевидно, это достигается при условии, что верхняя частота волновода ограничивается сверху минимальной частотой полосы прозрачности внешнего ЭМК, т.е. $f_{p \max} = f_{s \min}$. При этом условии зона прозрачности волновода примыкает к зоне прозрачности его стенок. На рис. 4–6 этому режиму соответствуют горизонтальные линии, идущие от $f_{s \min}$, которые для разных периодов определены для принятого минимального значения $C_s = 0.1$ пФ.

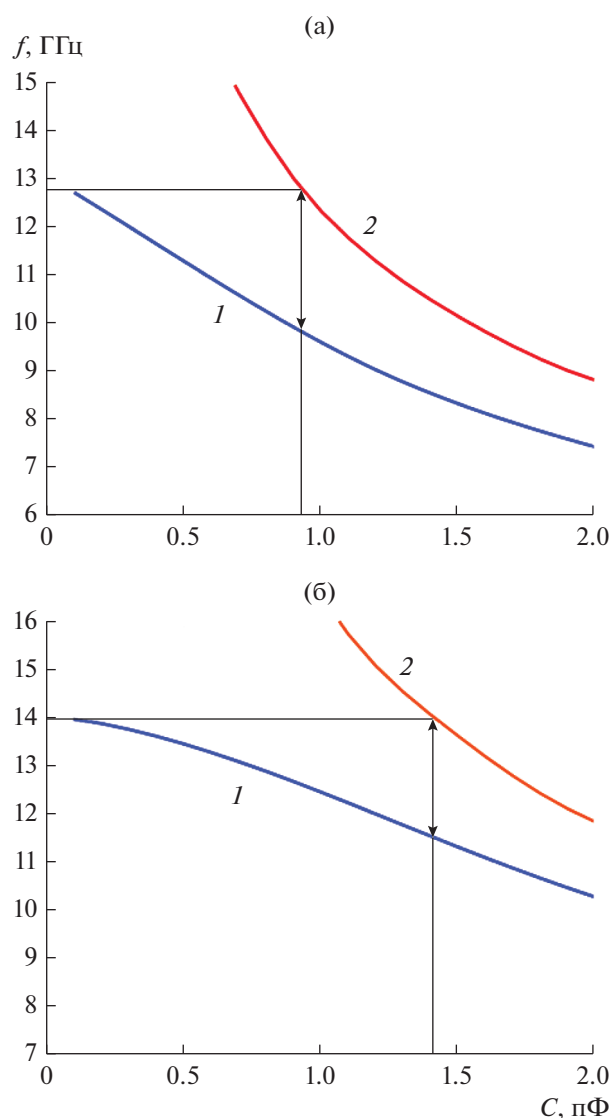


Рис. 4. Зависимости нижних (1) и верхних (2) граничных частот полосы прозрачности ЭМК с периодом $P = 4$ от емкости СЭ при $L = 0.2$ (а) и 0.1 нГ (б).

Точки пересечения этих линий с кривыми 2, которые определяют верхнюю частоту зоны прозрачности ЭМК, как раз и определяют верхнюю частоту полосы прозрачности волноводного канала $f_{p \max}$. Соответствующие значения емкости определяют величины C_p в каждом случае. Соответствующее этой величине C_p значение нижней критической частоты (кривые 1 на рис. 4–6) определяют величину $f_{p \min}$. Показанные двойными стрелками на рис. 4–6 частотные интервалы определяют максимальную полосу зоны прозрачности волновода в каждом случае. Отметим еще раз, что эти результаты получены при $b = 1.6$, $\epsilon = 2.2$, $D/P = 0.5$, $C_s = 0.1$ пФ, $L_s = 0.2$ нГ. Как видно на рис. 4–6, при этих параметрах максимальным значениям рабочих частот

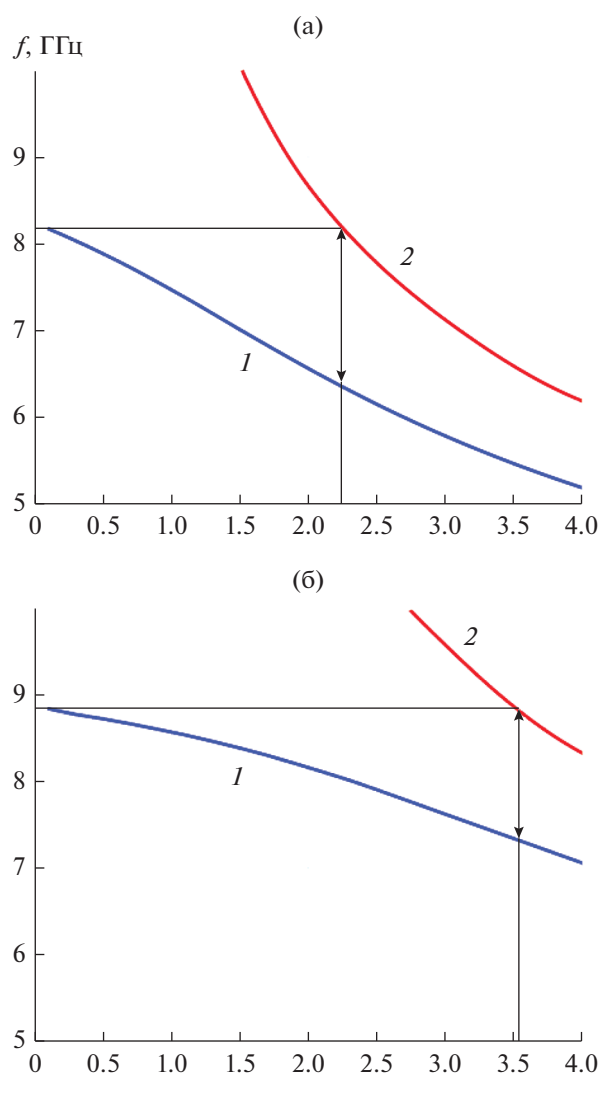


Рис. 5. Зависимости нижних (1) и верхних (2) граничных частот полосы прозрачности ЭМК с периодом $P = 6$ от емкости СЭ при $L = 0.2$ (а) и 0.1 нГ (б).

волновода с периодами $P = 4, 6, 8$ соответствуют частоты $f_{p \max} = 12.75, 8.18, 5.95$ ГГц, $f_{p \min} = 9.81, 6.35, 4.68$ ГГц и емкости $C_p = 0.94, 2.25, 4.23$ пФ. Соответствующие относительные полосы рабочих частот волноводов $f_{p \max}/f_{p \min} = 1.3$ (трехрядные волновод), 1.28 (двухрядный), 1.27 (однорядный).

С уменьшением индуктивности СЭ ($L_s = 0.1$ нГ) границы полос прозрачности ЭМК смещаются в сторону более высоких частот, значения относительной полосы уменьшаются до величины 1.2.

Из полученных результатов следует, в частности, что полоса прозрачности однорядного волновода в ЭМК с периодом $P = 8$ (4.68...5.95 ГГц) лежит за пределами выбранного для исследования диапазона частот 7...13 ГГц, в то же время полосы прозрачности ЭМК с периодами $P = 4, 6$ со-

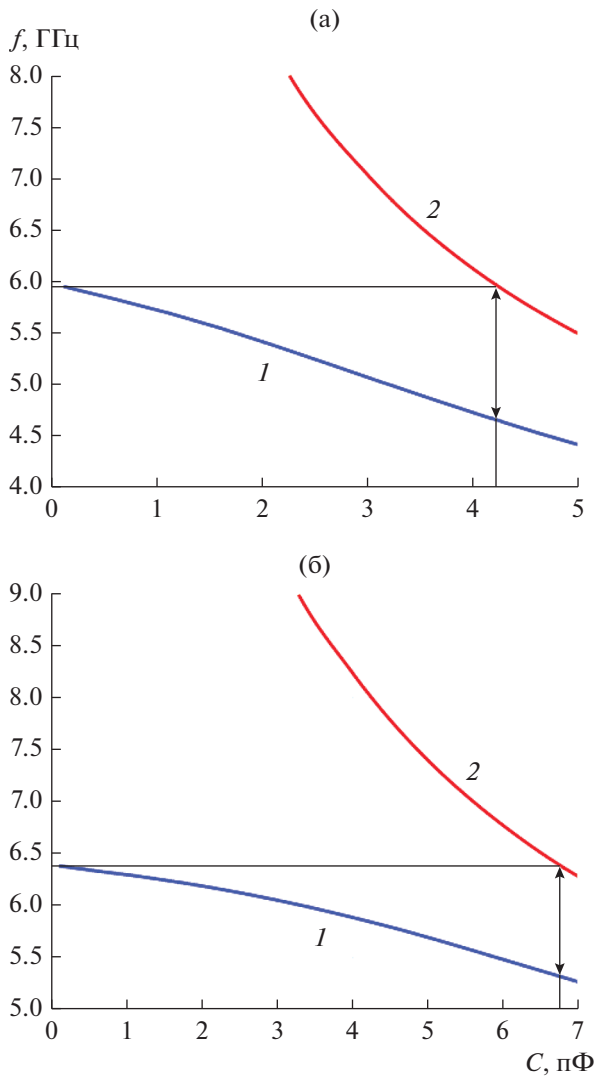


Рис. 6. Зависимости нижних (1) и верхних (2) граничных частот полосы прозрачности ЭМК с периодом $P = 8$ от емкости СЭ при $L = 0.2$ (а) и 0.1 нГ (б).

ответствуют данному диапазону. Следовательно, для дальнейшего исследования выберем трехрядный волноводный канал в решетке с периодом $P = 4$ и двухрядный канал в решетке с периодом $P = 6$.

4. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРЕХРЯДНОГО ВОЛНОВОДНОГО КАНАЛА

На рис. 7 представлен трехрядный волноводный канал в ЭМК с СЭ (а – вид решетки ЭМК в плоскости xOy , б – поперечное сечение волновода плоскостью zOy). Колебательные контуры в волноводном канале (1) характеризуются емкостью C_p , в стенках (2) – емкостью C_s . Индуктивности всех элементов ЭМК одинаковы и равны L_s .

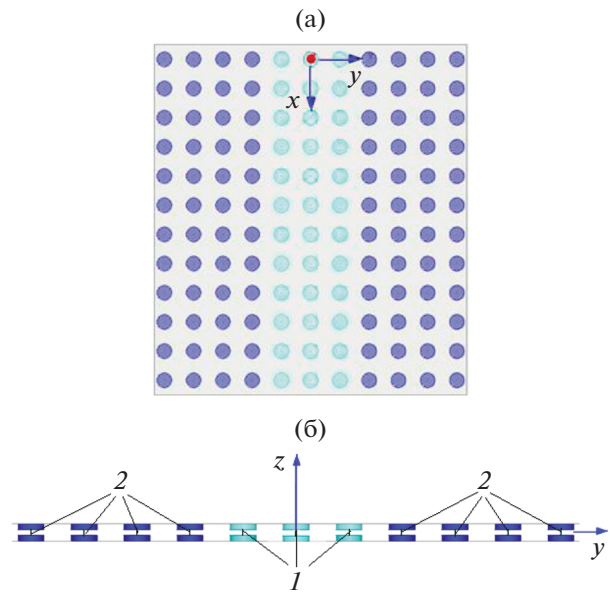


Рис. 7. Трехрядный волновод в двумерно-периодической решетке цилиндров с сосредоточенными элементами в зазорах, кривая 1 – СЭ с емкостью колебательного контура C_p , кривая 2 – СЭ с емкостью C_s .

Дисперсионные характеристики волновода, изображенного на рис. 7, как и однородного ЭМК, рассчитывали в режиме собственных волн “eigenmode”. В качестве модели для расчетов была выбрана ячейка, состоящая из одного ряда элементов, расположенного вдоль оси Oy и содержащего 11 цилиндров с зазорами. Три элемента в центре ряда содержат емкости СЭ C_p . Стенки волноводного канала состоят из четырех элементов с емкостями СЭ C_s . Модель ячейки ограничена по ширине металлическими стенками. Направление распространения волны в волноводном канале – вдоль оси Ox . При расчетах были использованы параметры ЭМК, выбор которых обоснован выше: $P = 4$, $D/P = 0.5$, $b = 1.6$, $\epsilon = 2.2$, $h = 1$, $w = 0.5$, а также $C_s = 0.2$ пФ и $L_s = 0.2$ нГ. Обратим внимание, что здесь значение параметра C_s отличается от принятого в предыдущем разделе ($C_s = 0.1$ пФ). Однако, как показывают расчеты, это отличие в минимальном значении емкости СЭ для внешнего ЭМК не приводит к заметному отличию в характеристиках волновода.

Исследовались два типа волноводных мод – основная мода и высшая (нечетная) по ширине. На рис. 8, 9 приведены примеры распределения (здесь и далее в линейном масштабе) амплитуды напряженности электрического поля в сечении ячейки (основной моды 1 и высшей моды 2) для значений емкости соответственно $C_p = 0.8$ и 1.2 пФ. Первой и второй модам при $C_p = 0.8$ пФ (см. рис. 8) соответствуют частоты 11.338 ГГц и 12.385 ГГц, найденные при сдвиге фазы на длине периода

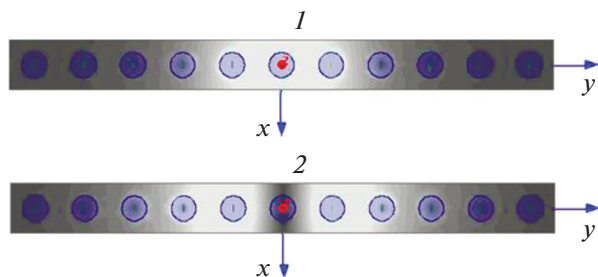


Рис. 8. Распределение амплитуды напряженности электрического поля основной моды на частоте 11.338 ГГц (1) и высшей моды на частоте 12.385 ГГц (2) при $C_p = 0.8$ пФ.

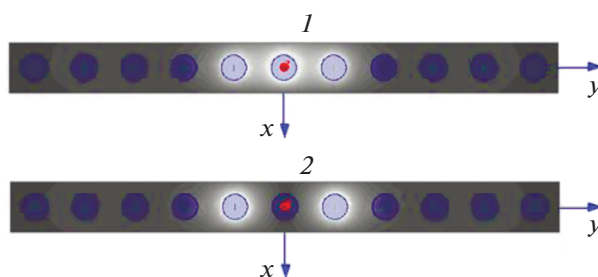


Рис. 9. Распределение амплитуды напряженности электрического поля основной моды на частоте 11.084 ГГц (1) и высшей моды на частоте 11.273 ГГц (2) при $C_p = 1.2$ пФ.

$\Delta\varphi = 40^\circ$. При $C_p = 1.2$ пФ (см. рис. 9) частота первой моды составляет 11.084 ГГц, высшей моды – 11.273 ГГц при сдвиге фазы $\Delta\varphi = 120^\circ$.

Здесь следует отметить, что один и тот же сдвиг фазы на длине периода для обеих основной и высшей мод имеет место на близких частотах. Это свидетельствует о близости их постоянных распространения. Далее были проведены расчеты частот для всех значений сдвига фазы в интервале $\Delta\varphi = 0 \dots 180^\circ$. Полученные в результате этих расчетов дисперсионные характеристики волновода при $C_p = 1.2$ пФ представлены на рис. 10, на рис. 10а – в виде частотных зависимостей нормированной постоянной распространения волны $\beta P/\pi$, на рис. 10б – коэффициент замедления волны $U = \beta/k$, где k – волновое число свободного пространства. Кривые 1, 2 соответствуют основной и высшей по ширине типам волн, 3 – дисперсионная характеристика в зоне прозрачности образующего стенки волновода ЭМК с емкостями СЭ $C_s = 0.2$ пФ. Обе нижняя и верхняя критические частоты основной моды волновода расположены ниже нижней критической частоты внешнего ЭМК. Таким образом, полоса прозрачности волновода полностью лежит в зоне запирания внешнего ЭМК. В этом случае полоса рабочих частот волновода

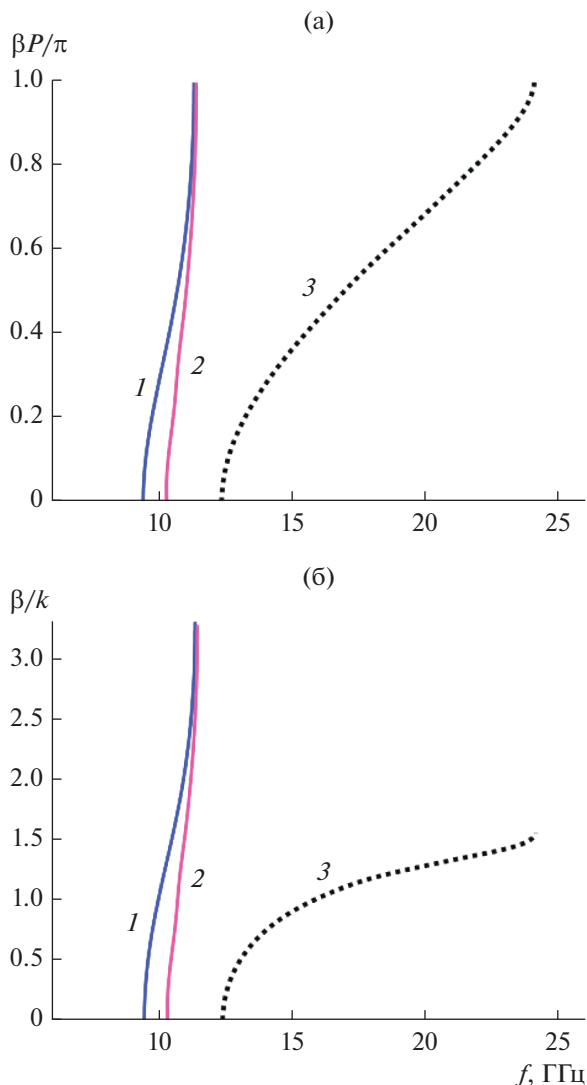


Рис. 10. Дисперсионные характеристики основной (1) и высшей по ширине (2) волн трехрядного волновода ($P = 4$, $D/P = 0.5$) с $C_p = 1.2$ пФ; а также дисперсионная характеристика однородной ЭМК в стенках с $C_s = 0.2$ пФ (3): а – нормированная постоянная распространения, б – коэффициент замедления.

ограничивается сверху критической частотой высшей моды. Так как критические частоты основной и высшей мод близки, то полоса сравнительно узкая.

Зависимости критических частот основной (1, 2) и высшей (3) волноводных мод от емкости C_p в интервале 0.6...1.6 пФ, полученные при $D/P = 0.5$, представлены на рис. 11. Для сопоставления на этом же рисунке показана нижняя граница полосы прозрачности внешнего ЭМК (4). Как видно из рисунка, при малых значениях емкости ($C_p < 0.68$ пФ) верхняя граница полосы рабочих частот волновода определяется критической частотой внешнего ЭМК. С увеличением емкости полоса частот

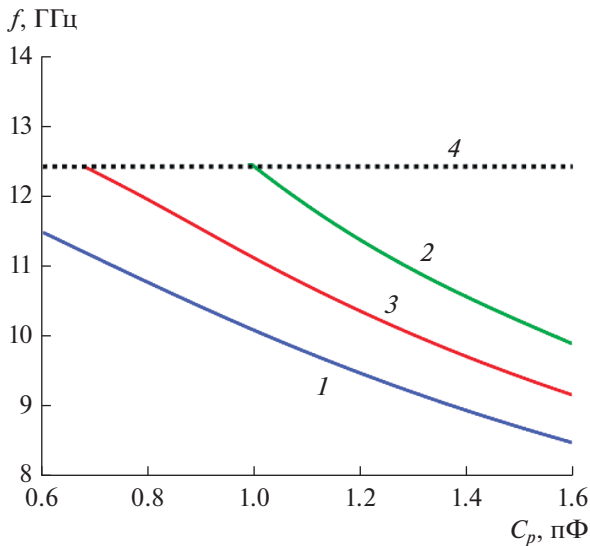


Рис. 11. Зависимости критических частот волноводных мод трехрядного волновода ($P = 4$) от емкости СЭ в волноводном канале, кривые 1, 2 – нижняя и верхняя критические частоты основной моды соответственно, 3 – нижняя критическая частота высшей моды, 4 – критическая частота однородного кристалла с емкостями СЭ $C_s = 0.2$ пФ; $D/P = 0.5$.

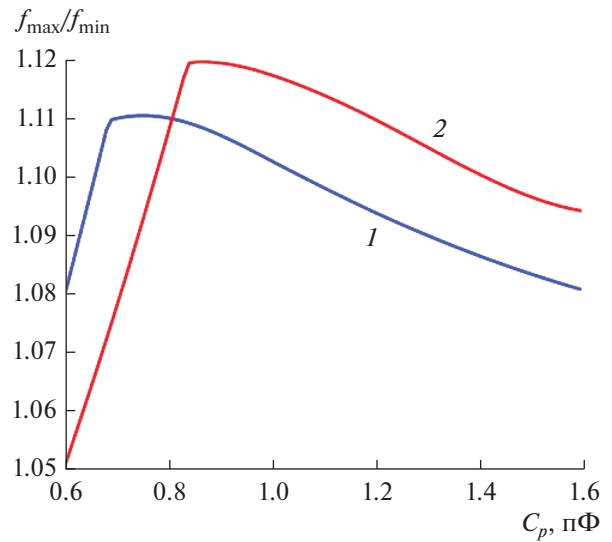


Рис. 12. Зависимости относительной полосы рабочих частот трехрядного волноводного канала ($P = 4$) от емкости СЭ: $D/P = 0.5$ (1), 0.8 (2).

ограничивается критической частотой высшей по ширине волноводной моды.

Определим максимальную f_{\max} и минимальную f_{\min} частоты диапазона рабочих частот: f_{\min} ограничивает диапазон снизу и соответствует критической частоте основного типа волны, а f_{\max} ограничивает диапазон сверху, а ее значение равно минимальной из трех частот – верхней критической частоты основной моды, нижней критической частоты высшей моды и нижней границы полосы прозрачности ЭМК, образующего стенки волновода.

Зависимости относительной рабочей полосы частот (f_{\max}/f_{\min}) и центральной частоты волновода $f_0 = (f_{\max} + f_{\min})/2$ от емкости C_p изображены соответственно на рис. 12, 13 для $D/P = 0.5$ и 0.8. Как видно из рис. 12, на рассматриваемом интервале изменения емкости СЭ существуют максимумы значения относительной полосы частот. С увеличением относительного диаметра цилиндров максимум относительной полосы возрастает и при значении емкости $C_p = 0.87$ пФ для $D/P = 0.8$ достигает величины 1.12, центральная частота диапазона при этом равна 10.85 ГГц.

5. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВУХРЯДНОГО ВОЛНОВОДА

При моделировании двухрядного волновода выбрана ячейка, состоящая из одного ряда элементов, расположенного вдоль оси 0у и содержа-

щего 10 цилиндров с зазорами. Два элемента в центре ряда содержат емкости СЭ C_p . Стенки волноводного канала состоят из четырех элементов с емкостями СЭ C_s . Модель ячейки также ограничена по ширине металлическими стенками. При расчетах были использованы следующие параметры структуры: $P = 6$, $D/P = 0.5$, $b = 1.6$, $\epsilon = 2.2$, $h = 1$, $w = 0.5$, $C_s = 0.2$ пФ и $L_s = 0.2$ нГ. На рис. 14, 15 приведены примеры распределения амплитуды напряженности электрического поля (основной 1 и высшей моды 2) в сечении ячейки для зна-

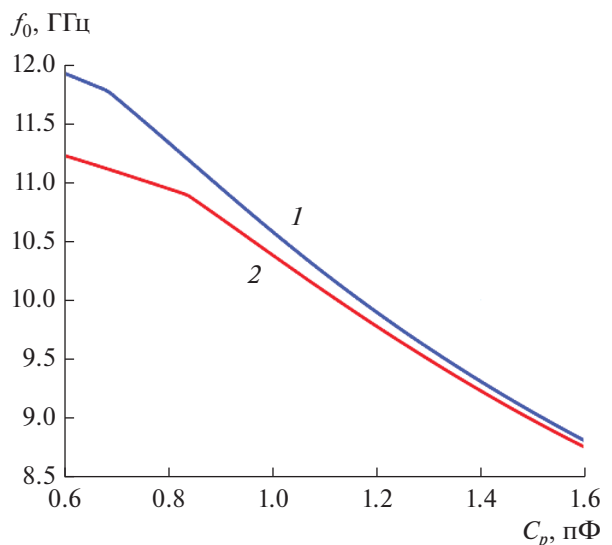


Рис. 13. Зависимости центральной частоты рабочего диапазона трехрядного волноводного канала ($P = 4$) от емкости СЭ: $D/P = 0.5$ (1), 0.8 (2).

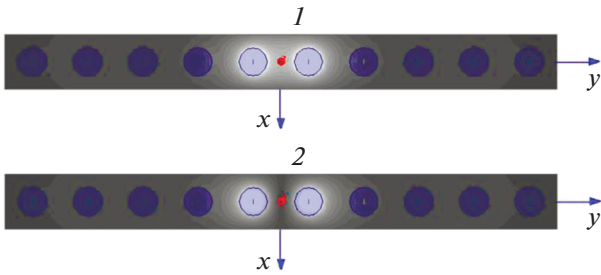


Рис. 14. Распределение амплитуды напряженности электрического поля основной моды (1) на частоте 8.51 ГГц и высшей моды (2) на частоте 8.71 ГГц при $C_p = 2$ пФ.

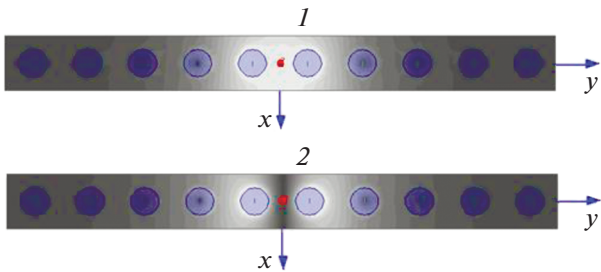


Рис. 15. Распределение амплитуды напряженности электрического поля основной моды (1) на частоте 6.87 ГГц и высшей моды (2) на частоте 7.54 ГГц при $C_p = 2.5$ пФ.

чений емкости соответственно $C_p = 2$ и 2.5 пФ. Первой и второй модам при $C_p = 2$ пФ (см. рис. 13) соответствуют частоты 8.51 и 8.71 ГГц, найденные при сдвиге фазы на длине периода $\Delta\phi = 120^\circ$. При $C_p = 2.5$ пФ (см. рис. 14) частота первой моды составляет 6.87 ГГц, высшей моды – 7.10 ГГц при сдвиге фазы $\Delta\phi = 40^\circ$.

Дисперсионные характеристики волновода при значении $C_p = 2.5$ пФ представлены на рис. 16а, 16б: соответственно частотные зависимости нормированной постоянной распространения волны $\beta P/\pi$ и коэффициент замедления волны $U = \beta/k$. Из рисунка видно, что для выбранного значения емкости $C_p = 2.5$ пФ полосы прозрачности обеих волноводных мод лежат вне полосы прозрачности ЭМК, образующего стенки волновода ($C_s = 0.2$ пФ). Следует отметить, что полоса рабочих частот данного двухрядного волновода, как и рассмотренного выше трехрядного, ограничивается сверху критической частотой высшей моды.

На рис. 17 представлены зависимости критических частот основной (1, 2) и высшей (3) волноводных мод от емкости C_p в интервале 1.0...2.5 пФ, полученные при $D/P = 0.5$, а также показана граница полосы прозрачности ЭМК, образующего стенки волновода (4). Как видно из рис. 17, при

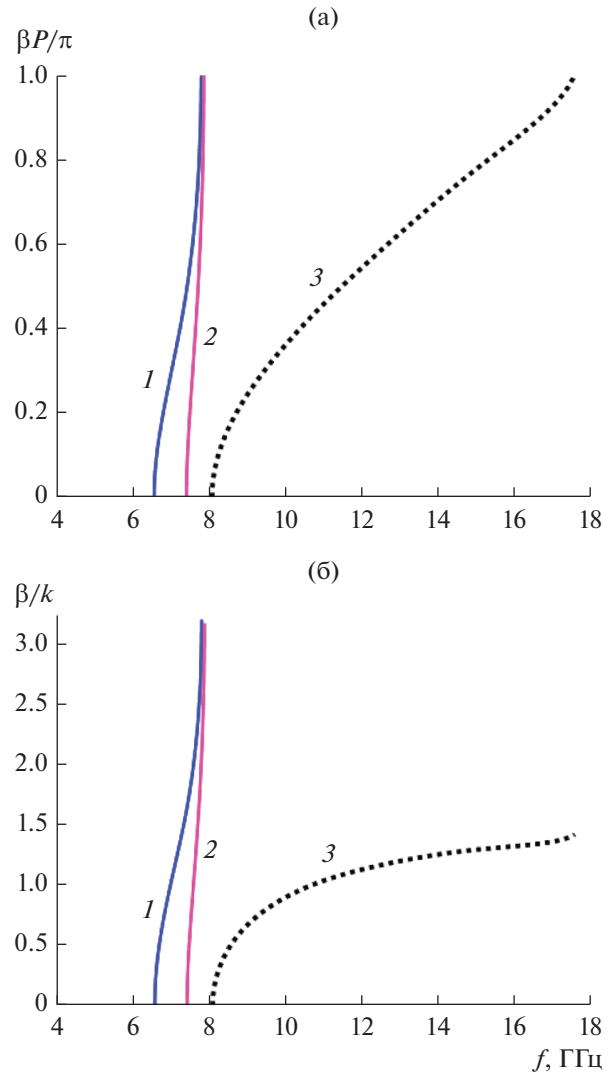


Рис. 16. Дисперсионные характеристики основной (1) и высшей по ширине (2) волн двухрядного волновода ($P = 6$, $D/P = 0.5$) с $C_p = 2.5$ пФ; а также дисперсионная характеристика однородной ЭМК в стенках с $C_s = 0.2$ пФ (3): а – нормированная постоянная распространения, б – коэффициент замедления.

значениях емкости $C_p < 2$ пФ верхняя граница полосы рабочих частот волновода определяется критической частотой внешнего ЭМК, образующего стенки волновода, при $C_p > 2$ пФ полоса частот ограничивается критической частотой высшей по ширине волноводной моды.

Зависимости относительной рабочей полосы частот и центральной частоты волновода от емкости C_p получены на основе анализа кривых рис. 17 и представлены соответственно на рис. 18, 19 для $D/P = 0.5$ и 0.8 . Как видно из рис. 18, для $D/P = 0.8$ максимум относительной полосы может достигать величины 1.158 при значении емкости $C_p = 2.3$ пФ,

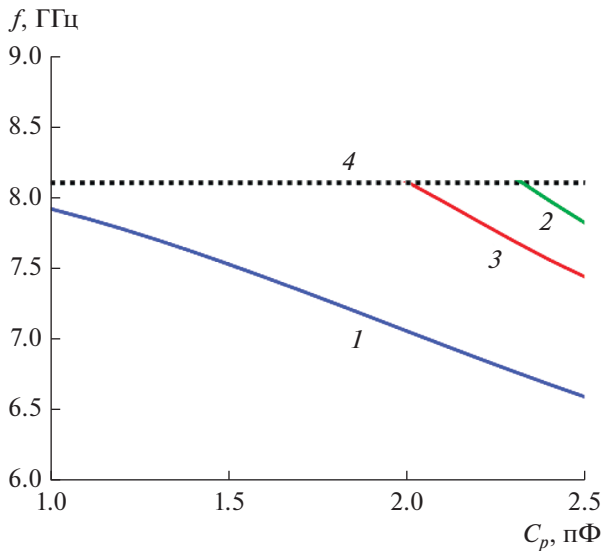


Рис. 17. Зависимость критических частот волноводных мод двухрядного волновода ($P=6$) от емкости СЭ в волноводном канале, кривые 1, 2 – нижняя и верхняя критические частоты основной моды соответственно, 3 – нижняя критическая частота высшей моды, 4 – критическая частота однородного кристалла с емкостями СЭ $C_s = 0.2$ пФ; $D/P = 0.5$.

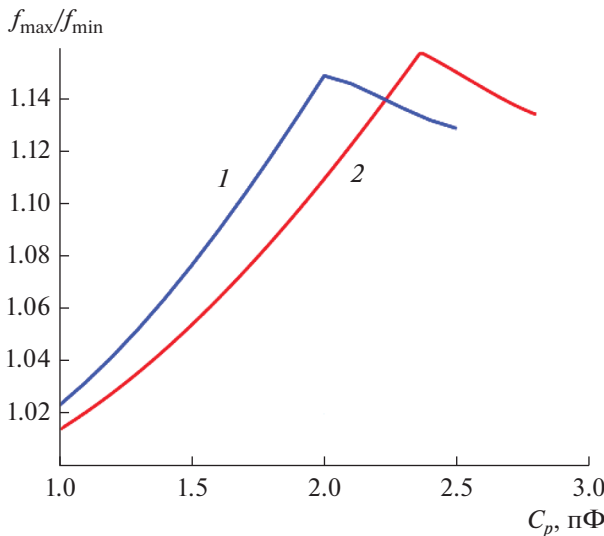


Рис. 18. Зависимости относительной полосы рабочих частот двухрядного волноводного канала ($P = 6$) от емкости СЭ: $D/P = 0.5$ (1), 0.8 (2).

центральная частота диапазона (см. рис. 19) при этом равна 7.08 ГГц.

В заключение интересно отметить, как соотносится резонансная частота СЭ в волноводном канале $f_{LC} = 1/2\pi\sqrt{LC}$, определяемая емкостью C_p и индуктивностью $L_s = 0.2$ нГ, с центральной

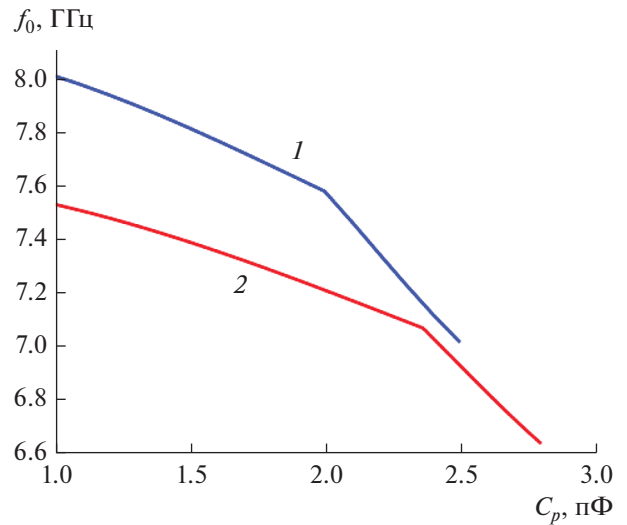


Рис. 19. Зависимости центральной частоты рабочего диапазона двухрядного волноводного канала ($P = 6$) от емкости СЭ: $D/P = 0.5$ (1), 0.8 (2).

частотой рабочего диапазона волновода f_0 . Выше, в разд. 3 при обсуждении рис. 4–6 мы определили значения емкости C_p , при которых достигается максимальная полоса прозрачности волновода. В случае трехрядного волновода $C_p = 0.94$ пФ и соответствующая резонансная частота $f_{LC} = 11.607$ ГГц. Для двухрядного волновода $C_p = 2.25$ пФ и $f_{LC} = 7.502$ ГГц. Из рис. 13, 19 следует, что для значения $C_p = 0.94$ пФ центральная частота для трехрядного волновода составляет $f_0 \approx 10.7$ ГГц (кривая 1 на рис. 13), для двухрядного волновода для $C_p = 2.25$ пФ центральная частота $f_0 \approx 7.3$ ГГц (кривая 1 на рис. 19). Видим, что в обоих случаях значения центральной частоты волновода меньше соответствующей резонансной частоты f_{LC} СЭ в волноводном канале. Это объясняется тем, что полоса прозрачности волновода в обоих случаях оказывается меньше максимальной предсказанной, показанной на рис. 4–6 двойными стрелками, из-за возникновения высшей по ширине нечетной моды волновода, которая не учитывалась при анализе зависимостей на рис. 4–6. В силу этого фактора, который приводит к смещению верхней рабочей частоты волновода вниз, центральная частота рабочего диапазона также смещается вниз относительно резонансной частоты СЭ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования дисперсионных характеристик установлено, что значения относительной полосы рабочих частот трехрядного и двухрядного волноводов при заданных параметрах ЭМК и СЭ могут достигать соответственно величин 1.12, 1.16. Эти значения

ниже ожидаемых значений 1.28, 1.30, полученных на основе анализа относительных полос прозрачности однородного кристалла. Расчеты показали, что основной причиной уменьшения полосы рабочих частот волновода является возникновение высшей по ширине моды волноводного канала, которая не учитывалась при анализе дисперсионных характеристик однородного кристалла.

В дальнейших исследованиях было бы интересно попытаться построить численно-аналитическую модель волновода, в котором волна направляется за счет разности значений импеданса внутренней и внешней областей, в частности за счет разности значений емкости в LC -контурах СЭ в этих областях. Такая модель, вероятно, смогла бы предсказывать критическую частоту ближайшей высшей волны, определяющей полосу одномодового режима волновода в ЭМК с СЭ, и ее зависимость от параметров структуры.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банков С.Е. // РЭ. 2011. Т. 56. № 2. С. 133.
2. Банков С.Е. // РЭ. 2009. Т. 54. № 6. С. 671.
3. Koderer T., Caloz C. // IEEE MTT-S Intern. Microwave Symp. Digest (MTT). Seattle, WA, USA. 2–7 June 2013. P. 1.
4. Sievenpiper D.F., Schaffner J.H., Jae S.H. et al. // IEEE Trans. 2003. V. AP-51. № 10. P. 2713.
5. Karim M.F., Guo Y.-X., Chen Z.N., Ong L.C. // IEEE MTT-S Intern. Microwave Symp. Digest. 15–20 June 2008. Atlanta, GA, USA. P. 1031.
6. Medeiros C., Costa J.R., Fernandes C.A. // IEEE Antennas and Propagation Society Intern. Symp. 5–11 July 2008. San Diego, CA, USA. P. 1.
7. Loh T.-H., Tian Z., Patel P. // IEEE MTT-S Intern. Microwave Workshop Series on Advanced Materials and Processes for RF and THz Applications (IMWS-AMP). 1–3 July 2015. Suzhou, China. P. 1.
8. Mias C., Yap J.H. // IEEE Trans. 2007. V. AP-55. № 7. P. 1955.
9. Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2021. Т. 66. № 2. С. 122.
10. Банков С.Е., Калиничев В.И., Фролова Е.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 9. С. 852.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.334:537.874.6

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕРАГЕРЦОВЫХ ВОЛН
С НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫМ ГРАФЕНОМ
В РЕЗОНАНСНЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЛАЗМОННЫХ СТРУКТУРАХ

© 2021 г. А. М. Лерер^{а, *}, Г. С. Макеева^б, В. В. Черепанов^а

^аЮжный федеральный университет,
ул. Зорге, 5, Ростов-на-Дону, 344090 Российская Федерация

^бПензенский государственный университет,
ул. Красная, 40, Пенза, 440026 Российская Федерация

*E-mail: lerer@sfedu.ru

Поступила в редакцию 12.07.2020 г.

После доработки 25.07.2020 г.

Принята к публикации 23.11.2020 г.

Разработан численно-аналитический метод для математического моделирования нелинейных эффектов в многослойных плазмонных структурах (ПС) на основе наноструктурированного графена. Проведено численное моделирование в терагерцовом диапазоне частот нелинейного эффекта генерации третьей гармоники в многослойных ПС на основе двумерно-периодических решеток прямоугольных графеновых микролент, расположенных на слоях диэлектрика. Показано, что эффективность нелинейного взаимодействия (генерации третьей гармоники) в многослойных графеновых ПС возрастает на несколько порядков на резонансных частотах основной моды (и более высоких мод) поверхностных плазмон-поляритонов и может быть увеличена по сравнению с однослойными ПС при увеличении числа слоев и плотности упаковки решеток графеновых микролент, а также при использовании многослойных подложек (диэлектрических зеркал). При уменьшении значения химического потенциала частота плазмонного резонанса уменьшается, при этом амплитуда генерируемой третьей гармоники значительно возрастает.

DOI: 10.31857/S0033849421060188

ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие высоколегированный графен стал основной платформой для плазмоники и ее приложений благодаря своим уникальным оптоэлектронным свойствам. В терагерцовом (ТГц) диапазоне графен поддерживает плазмонные колебания – поверхностные плазмон-поляритоны (ППП), которые позволяют значительно увеличить сильно локализованное поле и вызывают относительно долгоживущие, активно перестраиваемые плазмонные ТГц- и ИК-резонансы [1, 2]. Плазмоны в графене могут быть использованы как средство усиления взаимодействия излучения с веществом в ТГц- и ИК-диапазонах в перестраиваемом режиме, особенно путем интеграции графеновых резонансных структур с дополнительными элементами нанофотоники [2].

Графеновая плазмоника находит множество применений в фотонных ТГц-устройствах [3]. Двумерные (2D) технологии на основе плазмонов в графене позволяют разработать сверхбыстродействующие, компактные и недорогие активные фотонные элементы, потому что в отличие от

плазмонов в других материалах плазмоны в графене можно перестраивать путем изменения химического потенциала (уровня Ферми) и уровня легирования. Такое управление используется, например, в квантовых каскадных ТГц-лазерах для обратимого изменения их излучения [4].

Комбинированное взаимодействие (синергия) экстремального увеличения сильно локализованного плазмонного поля и большой внутренней оптической нелинейности графена в настоящее время мотивируют интенсивные исследования в области нелинейной графеновой плазмоники [1, 5–7].

Графен представляет собой идеальный материал, особенно для создания нелинейных плазмонных структур (ПС) в ТГц- и ИК-диапазонах. Это связано с тем, что он обладает исключительно сильной нелинейностью третьего порядка [8] в сравнении с широко используемыми диэлектриками и металлами [9], а также сильным плазмонным откликом и гораздо меньшими потерями в ИК- и ТГц-диапазонах [10]. Кроме того, графен имеет однослойную (толщиной в один атом)

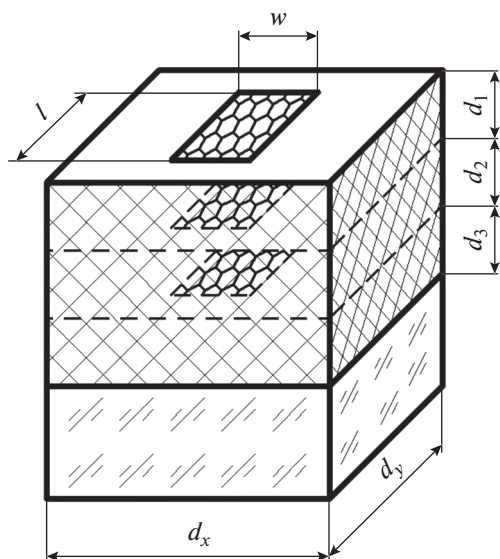


Рис. 1. Элементарная ячейка многослойной двумерно-периодической решетки графеновых микролинз.

2D-структуру, которая уменьшает объем взаимодействия излучения с веществом до чрезвычайно субволновой области, что впоследствии ослабляет требования к фазовому согласованию различных оптических нелинейных параметрических эффектов. Как линейная, так и нелинейная проводимости графена хорошо управляются с помощью электрического поля или химического легирования. При проектировании графеновых ПС перестройка создает дополнительную степень свободы, обеспечивая управление параметрами без изменения размеров и структуры [10].

Первое экспериментальное исследование нелинейного отклика графеновых плазмонных резонансов и их динамики, релаксации энергии представлено в [11]. При использовании метода ТГц-измерения и накачки лазером на свободных электронах, настроенного на плазмонную частоту 9.4 ТГц, обнаружено сильное насыщение поглощения плазмона в графеновых лентах с размерами меньше длины волны. Установлено, что наблюдаемая нелинейность на два порядка выше, чем у монослоя графена без плазмонного резонанса [11].

Экспериментально обнаружен и теоретически объясняется нелинейный эффект эффективного преобразования частоты ИК-излучения в решетках графеновых нанолент [12], который возникает из-за возбуждения графеновых плазмонов. Нелинейные эффекты как второго, так и третьего порядка наблюдались в экспериментах с пересчитанным коэффициентом нелинейности третьего порядка, достигающим значений 4.5×10^{-6} esu. Отмечается, что обнаруженный эффект может быть

использован в различных приложениях, включая нелинейные модуляторы света, оптические мультиплексоры, оптические цифровые и сенсорные устройства, датчики [12].

Новые механизмы генерации ТГц-излучения электрически возбуждаемыми графеновыми плазмонами исследуются для разработки компактных узкополосных ТГц-источников [2].

Высокое пространственное ограничение и большая частотная перестройка являются двумя ключевыми преимуществами графеновой плазмоники. Тем не менее, диапазон перестройки частоты плазмонных устройств, в которых используется однослойный графен, в итоге ограничен диапазоном перестройки плотности носителей. Как показывает эксперимент [3], диапазон перестройки частоты графеновых плазмонных устройств (резонаторов с управляемым затвором) может быть значительно расширен за счет использования многослойных (двух или трех слоев графена) структур, что является результатом распределения носителей в нескольких слоях и приводит к более высокому общему уровню оптической проводимости.

Цель данной работы – теоретическое исследование нелинейного взаимодействия электромагнитной волны с многослойными ПС на основе двумерно-периодических решеток графеновых нанолент в нижней части ТГц-диапазона.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Двумерно-периодическая решетка (рис. 1) образована прямоугольными графеновыми, металлическими и диэлектрическими полосками (пленками). Число полосок в трехмерной элементарной ячейке M – произвольное. Полоски могут лежать как на поверхности, так и в глубине многослойного диэлектрика, у которого произвольное число слоев N . Диэлектрик с номером N – полубесконечная подложка. Диэлектрические слои с потерями, в том числе из плазмонных материалов (Au, Ag, Cu, AZO и др. в оптическом диапазоне). Потери описываются мнимой частью показателя преломления. В разработанных программах создана база данных для частотной зависимости комплексного показателя преломления для более десяти плазмонных материалов. Ось z перпендикулярна границам раздела сред.

Полагаем, что из воздуха нормально к ПС падает плоская, линейно-поляризованная электромагнитная волна с частотой ω . В результате взаимодействия внешнего поля и графена в полосках возникает поверхностный ток \vec{j} . При нелинейном характере взаимодействия, зависящем от амплитуды падающей волны \vec{E} , в выражении для \vec{j} появляются дополнительные слагаемые, ответ-

ственные за генерацию гармонических составляющих [8]

$$\begin{aligned} \vec{j} &= [\vec{n}, \vec{H}^+ - \vec{H}^-] = \\ &= \sigma^{(1)} \vec{E} + \sigma^{(2)} \vec{E} \vec{E} + \sigma^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\vec{n}, \vec{H}^+, \vec{H}^-$ – нормаль к полоске, напряженность магнитного поля сверху и снизу полоски.

Кроме того, в разработанной программе может быть два вида полосок: а) тонкие диэлектрические; б) металлические с толщиной меньшей толщины скин слоя. Для них также могут быть записаны приближенные граничные условия вида (1) без нелинейных членов.

Поскольку графен имеет центрально симметричную структуру и у поля падающей волны отсутствует нормальная электрическая составляющая, в разложении (1) четные слагаемые можно не учитывать вследствие малости [13]. Максимальный уровень будет иметь гармоническая составляющая третьего порядка. В этом случае поверхностная проводимость полосок вычисляется по формуле

$$\sigma = \sigma^{(1)} + \sigma^{(3)} |\vec{E}(x, y, t)|^2, \quad (2)$$

где $\sigma^{(1)}$ – линейная часть проводимости [14], $\sigma^{(3)}$ – нелинейная проводимость третьего порядка.

В частотной области существования плазмонных резонансов (низкочастотная часть ТГц-диапазона) нелинейная проводимость третьего порядка определяется только внутризонными переходами, поскольку энергии фотонов недостаточно для осуществления межзонных переходов. Это позволяет нелинейную проводимость $\sigma^{(3)}$ выразить как на основе квазиклассической кинетической теории с распределением Больцмана для носителей [15], так и с помощью квантовой теории вне области резонансных межзонных переходов ($\hbar\omega \ll 2\mu_c$) [16, 17]. Полагая, что движение носителей заряда является бесстолкновительным, из работы [15] ряд авторов получили [10, 18, 19] следующую формулу:

$$\sigma^{(3)} = \frac{3}{32} \sigma_0, \quad \sigma_0 = -i \frac{e^4 v_F^2}{\omega^3 \hbar^2 \mu_c}, \quad (3)$$

где e – заряд электрона, μ_c – химический потенциал (уровень Ферми), $v_F = 10^6$ м/с – скорость Ферми, ω – частота падающей волны, \hbar – приведенная постоянная Планка.

Однако существуют и другие выражения для нелинейной проводимости, полученные из [14]: $\sigma^{(3)} = 3/32\pi \times \sigma_0$ [20], в $\sigma^{(3)} = 3/8\pi \times \sigma_0$ [21], $\sigma^{(3)} = 1/8\pi \times \sigma_0$ [16, 17, 22]. Использование выражения (3) при комнатной температуре $T = 300$ К ограничено значениями химического потенциала: $\mu_c \gg k_B T$, где k_B – постоянная Больцмана, т.е. $\mu_c \gg 0.026$ эВ. Анализ приведенных выше формул дает лишь

разницу в коэффициентах, при этом зависимости от частоты и химического потенциала одинаковые. Выбор коэффициента в $\sigma^{(3)}$ (3) не принципиален, так как влияет лишь на уровень третьей гармоники.

Полагаем, что полоски тонкие. На них выполняются два граничных условия – непрерывность тангенциальных компонент напряженности электрического поля \vec{E}_τ и (1).

Для решения задачи нелинейной дифракции используем метод возмущения. Вначале решаем линейную задачу с указанными выше граничными условиями. Это решение назовем $\vec{E}_l(x, y, t)$. Находим нелинейный ток:

$$\begin{aligned} \vec{j}_{nl} &= \sigma^{(3)} |\vec{E}(x, y, t)|^2 \vec{E}(x, y, t) \approx \\ &\approx \sigma^{(3)} |\vec{E}_l(x, y, t)|^2 \vec{E}_l(x, y, t). \end{aligned}$$

Зная \vec{j}_{nl} и тензорную функцию Грина линейной задачи (см. разд. 2), находим поля на основной гармонике (самовоздействие) и на третьей гармонике.

2. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ О ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА МНОГОСЛОЙНОЙ ДВУМЕРНО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ГРАФЕНОВОЙ СТРУКТУРЕ

А. Вводим внешнее электромагнитное поле $\vec{E}^{\text{внеш}}$ – поле в многослойной структуре без графеновых и металлических полосок при падении плоской электромагнитной волны. Нахождение $\vec{E}^{\text{внеш}}$ достаточно простая задача и ее решение здесь не приводится.

Б. Для нахождения поля, рассеянного одной полоской, вводим электрический P^E и магнитный P^M векторы Герца, имеющие только одну z -ю компоненту, перпендикулярную поверхности диэлектрических слоев. Для двумерно-периодических планарных структур с периодами d_x и d_y получаем

$$P_m^{M,E}(x, y, z) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \tilde{P}_{m,pq}^{M,E}(z) \exp[i\chi_{pq}(x, y)], \quad (4)$$

где $\chi_{pq}(x, y) = \alpha_p x + \beta_q y$, $\alpha_p = 2p\pi/d_x + k_x$, $\beta_q = 2q\pi/d_y + k_y$ и k_x, k_y – проекции волнового векто-

ра падающей волны. Функции $\tilde{P}_{m,pq}^{M,E}(z)$ представим в виде

$$\begin{aligned}\tilde{P}_{m,pq}^M(z) &= A_{m,pq}^M M_{m,pq}(z) = \\ &= A_{m,pq}^M \begin{cases} M_{m,pq}^+(z)/M_{m,pq}^+(z_m), & z \geq z_m; \\ M_{m,pq}^-(z)/M_{m,pq}^-(z_m), & z \leq z_m; \end{cases} \\ \tilde{P}_{m,pq}^E(z) &= A_{m,pq}^E E_{m,pq}(z) = \\ &= A_{m,pq}^E \begin{cases} E_{m,pq}^+(z)/\hat{E}_{m,pq}^+(z_m), & z \geq z_m; \\ E_{m,pq}^-(z)/\hat{E}_{m,pq}^-(z_m), & z \leq z_m; \end{cases}\end{aligned}$$

где $A_{m,pq}^M, A_{m,pq}^E$ – неизвестные функции, ϵ_m, μ_m – диэлектрическая и магнитная проницаемости диэлектрического слоя с номером m ,

$$\hat{E}_{m,pq}^+ = \frac{1}{\epsilon_{m-1}} \frac{dE_{m,pq}^+}{dz}, \quad \hat{E}_{m,pq}^- = \frac{1}{\epsilon_m} \frac{dE_{m,pq}^-}{dz},$$

функции $M_{m,pq}^\pm(z), E_{m,pq}^\pm(z)$ – решения обыкновенных дифференциальных уравнений, которые получаем после подстановки (4) в волновое уравнение для каждого диэлектрического слоя. Они удовлетворяют граничным условиям на границе всех слоев, кроме m -го.

При таком выборе $\tilde{P}_{m,pq}^{M,E}(z)$ выполняется условия непрерывности $H_{x,y}$ на границах слоев кроме слоя $z = z_m$ и $E_{x,y}$ для всех границ. Для расчета $M_{m,pq}^\pm(z), E_{m,pq}^\pm(z)$ получена защищенная от переполнения разрядной сетки рекуррентная схема; алгоритм их вывода описан в [23].

В. Следующий этап можно назвать этапом нахождения тензорной функции Грина. Неизвестные коэффициенты в векторах Герца выражаем через компоненты плотности тока на полосках (плотность тока пока неизвестна):

$$\begin{aligned}A_{m,pq}^E &= \frac{1}{\rho_{pq}^E \Phi_{m,pq}} (\alpha_p \tilde{J}_{x,m,pq} + \beta_q \tilde{J}_{y,m,pq}), \\ A_{m,pq}^M &= \frac{i}{\rho_{pq}^M \Phi_{m,pq}} (\beta_q \tilde{J}_{x,m,pq} - \alpha_p \tilde{J}_{y,m,pq}),\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\rho_{pq}^2 &= \alpha_p^2 + \beta_q^2, \\ \Phi_{m,pq}^M &= \hat{M}_{m,pq}^+ / M_{m,pq}^+ - \hat{M}_{m,pq}^- / M_{m,pq}^-, \\ \hat{M}_{m,pq}^+ &= \frac{1}{\mu_{m-1}} \frac{dM_{m,pq}^+}{dz}, \quad \hat{M}_{m,pq}^- = \frac{1}{\mu_m} \frac{dM_{m,pq}^-}{dz}, \\ \Phi_{m,pq}^E &= k \bar{\Phi}_{m,pq}^E / Z_0, \\ \bar{\Phi}_{m,pq}^E &= E_{m,pq}^+ / \hat{E}_{m,pq}^+ - E_{m,pq}^- / \hat{E}_{m,pq}^-.\end{aligned}$$

Г. Находим компоненты $E_{x,y}$ поля, рассеянного полоской, лежащей на поверхности слоя с координатой z_m :

$$\begin{aligned}E_{x,m}(x, y, z) &= \frac{Z_0}{k} \times \\ &\times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} [f_{m,pq}^{(11)}(z) \tilde{J}_{x,m,pq} + f_{m,pq}^{(12)}(z) \tilde{J}_{y,m,pq}] \times \\ &\times \exp[i\chi_{pq}(x, y)], \\ E_{y,m}(x, y, z) &= \frac{Z_0}{k} \times \\ &\times \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} [f_{m,pq}^{(21)}(z) \tilde{J}_{x,m,pq} + f_{m,pq}^{(22)}(z) \tilde{J}_{y,m,pq}] \times \\ &\times \exp[i\chi_{pq}(x, y)],\end{aligned}$$

где $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$,

$$\begin{aligned}f_{m,pq}^{(11)} &= \frac{i}{\rho_{pq}^2} \left(\frac{\alpha_p^2}{\bar{\Phi}_e} \hat{E}_{m,pq}(z) - \frac{k^2 \beta_q^2}{\Phi_m} M_{m,pq}(z) \right), \\ f_{m,pq}^{(22)} &= \frac{i}{\rho_{pq}^2} \left(\frac{\beta_q^2}{\bar{\Phi}_e} \hat{E}_{m,pq}(z) - \frac{k^2 \alpha_p^2}{\Phi_m} M_{m,pq}(z) \right), \\ f_{m,pq}^{(12)} &= f_{m,pq}^{(21)} = \frac{i \alpha_p \beta_q}{\rho_{pq}^2} \left(\frac{1}{\bar{\Phi}_e} \hat{E}_{m,pq}(z) + \frac{k^2}{\Phi_m} M_{m,pq}(z) \right).\end{aligned}$$

В этих формулах

$$\bar{\Phi}_e = \bar{\Phi}_{m,pq}^E, \quad \Phi_m = \Phi_{m,pq}^M.$$

Д. Полное дифрагированное поле – это внешнее $\bar{E}^{\text{внеш}}$ плюс сумма полей, рассеянных каждой полоской. Удовлетворяем граничным условиям на каждой полоске. В результате получим систему векторных парных сумматорных уравнений относительно плотности токов на полосках. Размерность системы равна числу полосок.

Е. Полученные уравнения решаем методом Галеркина [24]. Токи на m -й полоске запишем в виде

$$\begin{aligned}j_{x,m}(x, y) &= \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} X_{m,rs} C_r^{3/2} \left(2 \frac{x - x_m}{l_{x,m}} \right) \times \\ &\times \left[1 - \left(2 \frac{x - x_m}{l_{x,m}} \right)^2 \right] P_s \left(2 \frac{y - y_m}{l_{y,m}} \right), \\ j_{y,m}(x, y) &= \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{m,rs} P_r \left(2 \frac{x - x_m}{l_{x,m}} \right) C_s^{3/2} \left(2 \frac{y - y_m}{l_{y,m}} \right) \times \\ &\times \left[1 - \left(2 \frac{y - y_m}{l_{y,m}} \right)^2 \right],\end{aligned}$$

где x_m, y_m – координаты центра m -й полоски, $2l_{x,m}, 2l_{y,m}$ – размеры полоски, $X_{m,rs}, Y_{m,rs}$ – неиз-

вестные коэффициенты, $P_r, C_r^{3/2}$ – полиномы Лежандра и Гегенбауэра. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов $X_{m,rs}, Y_{m,rs}$. В матричных элементах СЛАУ все интегралы находятся аналитически.

Для идеально проводящих полосок используется базис, учитывающий условие на ребре:

$$j_{x,m}(x,y) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} X_{m,rs} U_r \left(2 \frac{x-x_m}{l_{x,m}} \right) \times \left[1 - \left(2 \frac{x-x_m}{l_{x,m}} \right)^2 \right]^{-1/2} T_s \left(2 \frac{y-y_m}{l_{y,m}} \right) \times \left[1 - \left(2 \frac{y-y_m}{l_{y,m}} \right)^2 \right]^{-1/2},$$

$$j_{y,m}(x,y) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} Y_{m,rs} T_r \left(2 \frac{x-x_m}{l_{x,m}} \right) \times \left[1 - \left(2 \frac{x-x_m}{l_{x,m}} \right)^2 \right]^{-1/2} U_s \left(2 \frac{y-y_m}{l_{y,m}} \right) \times \left[1 - \left(2 \frac{y-y_m}{l_{y,m}} \right)^2 \right]^{1/2},$$

где T_r, U_r – полиномы Чебышева.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В случае линейного режима используется только линейная поверхностная проводимость $\sigma^{(1)}$ (внутризонная проводимость) графена в (1). Результаты расчета частотных зависимостей коэффициентов отражения R , пропускания T и поглощения P падающей TEM -волны в многослойной ПС из графеновых микролент (в линейном режиме) приведены на рис. 2.

Элементарная ячейка исследуемой многослойной плазмонной структуры представлена на рис. 1а. Она состоит из трех расположенных друг под другом прямоугольных графеновых микролент (ширина w , длина l), разделенных согласующими слоями из диэлектрика SiO_2 с показателем преломления $n = 1.45$, толщинами $d_1 = d_2$ и d_3 на полубесконечной подложке Al_2O_3 ($n = 1.77$). Параметры графена: $T = 300$ К, $\tau = 1$ пс, $\mu_c = 0.3$ эВ. Элементарные ячейки располагаются с периодами $d_x = d_y = 30$ мкм по осям x, y .

Графеновые микроленты поддерживают ТГц-резонансы ППП с длиной волны меньше, чем длина электромагнитной волны в вакууме, и ограничением электрического поля на поверхно-

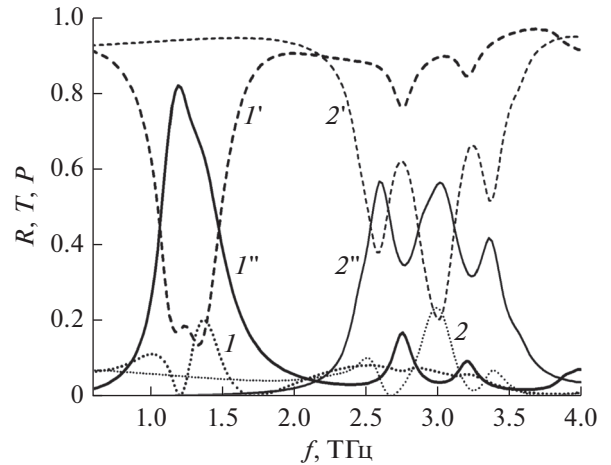


Рис. 2. Частотные зависимости (в линейном режиме) коэффициентов отражения R (1, 2), прохождения T ($1'$, $2'$) и поглощения P ($1''$, $2''$) падающей плоской волны многослойной решеткой графеновых микролент (см. рис. 1): $w \times l = 7 \times 20$ мкм², при s -поляризации $d_1 = d_2 = 17$ мкм, $d_3 = 8$ мкм (кривые 1, $1'$ и $1''$), и p -поляризации $d_1 = d_2 = 7$ мкм, $d_3 = 4$ мкм (кривые 2, $2'$ и $2''$).

сти графена [10]. Поля падающей TEM -волны локально ограничены вдоль поверхности графена (в большей степени, чем внутри разделительных диэлектрических слоев) и резко возрастают на резонансной частоте из-за возбуждения стоячих ППП-волн вдоль микролент графена.

Максимумы коэффициента поглощения P на рис. 2 соответствуют резонансам, определяемым плазмонными модами в графеновых микролентах конечной длины и зависят от поляризации падающей волны. Для s -поляризации первая резонансная частота определяется основной модой ППП (резонанс электрического тока вдоль широкой стороны микролент). Для p -поляризации это резонанс тока вдоль узкой стороны лент, и резонансная частота выше, чем для s -поляризации (см. рис. 2). Наблюдается несколько (три) резонансных частот ближайших высших мод ППП (см. рис. 2).

Во втором случае нелинейного режима общая проводимость включает линейную и нелинейную проводимость третьего порядка $\sigma^{(3)}$ (3) с коэффициентом $3/32$. Результаты численного моделирования нелинейного взаимодействия ТГц-волн с многослойной ПС из графеновых микролент, а именно эффекта генерации третьей гармоники – зависимости нормированной мощности волны третьей гармоники, излучаемой в прямом (прохождение T_3) и обратном (отражение R_3) направлении, от частоты падающей TEM -волны с s - и p -поляризацией, представлены на рис. 3. Значения T_3, R_3 рассчитаны нормированием к плотности мощности падающей волны (равной 1 мВт/мм²).

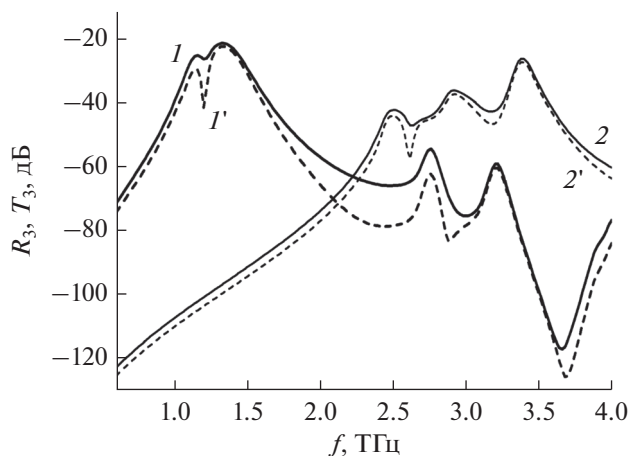


Рис. 3. Эффект генерации третьей гармоники многослойной решеткой графеновых микролент (параметры см. рис.2): зависимости нормированной мощности волны третьей гармоники, излучаемой в прямом направлении (прохождение T_3 , (1, 2)) и обратном направлении (отражение R_3 , (1', 2')), от частоты падающей волны с s - (1, 1') и p -поляризацией (2, 2').

Как видно из графиков на рис. 3, эффективность генерации третьей гармоники может быть увеличена на несколько порядков, когда частота падающей волны близка к резонансной частоте основной моды (и более высоких мод) ППП в многослойной ПС из графеновых микролент. Локализация экстремального поля при ППП-резонансе значительно увеличивает взаимодействие ТГц-волн и графена и приводит к сильному нелинейному отклику.

В дополнение к типичным плазмонным эффектам, таким как увеличение и ограничение по-

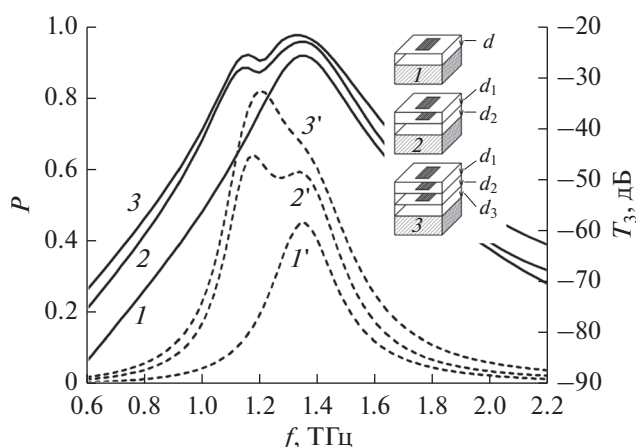


Рис. 4. Спектр нелинейного прохождения T_3 (1, 2, 3) и линейный спектр поглощения P (1', 2', 3') s -поляризованной волны решетками (приведенными на вставке) с различным числом N слоев графеновых микролент: однослойной, $d = 38$ мкм (кривые 1, 1'), двухслойной, $d_1 = 30$ мкм, $d_2 = 14$ мкм (кривые 2, 2') и трехслойной, $d_1 = d_2 = 17$ мкм, $d_3 = 8$ мкм (кривые 3, 3').

ля, локальное поле может быть еще ограничено в многослойных ПС. Эффекты стоячих волн, вызванные отражением от разделительных диэлектрических слоев, подложек, решеток графеновых микролент, вызывают дальнейшее увеличение электрического поля и более острые резонансы ППП-мод на входной частоте, что приводит к значительному усилению нелинейного ТГц-отклика. И наоборот, в нерезонансных условиях эффективность нелинейного взаимодействия ТГц-волн с ПС из графеновых микролент подавляется на многие порядки.

На рис. 4 представлены результаты численного моделирования эффекта генерации третьей гармоники в ПС с различным числом слоев графеновых микролент N . Там же приведены кривые для коэффициента поглощения P , падающей ТЕМ-волны с s -поляризацией.

Как следует из результатов, представленных на рис. 4, при увеличении числа слоев решетки эффективность генерации третьей гармоники многослойными графеновыми ПС может быть увеличена на порядок по сравнению с однослойными ПС.

Изменение нелинейного спектра прохождения (третьей гармоники) и для сравнения частотная зависимость коэффициента поглощения P падающей волны (первой гармоники) многослойными ПС с различной периодичностью (плотностью упаковки) решетки графеновых микролент показано на рис. 5.

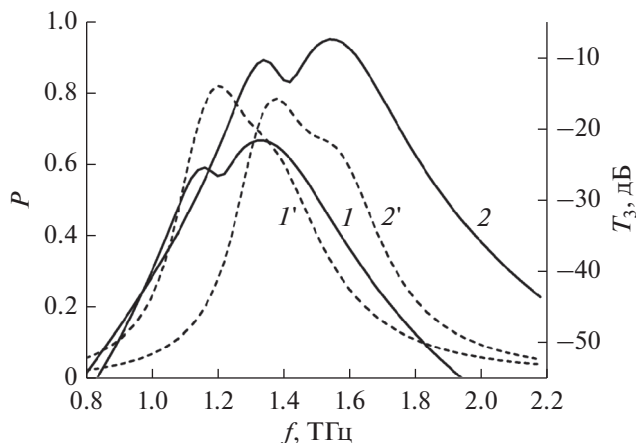


Рис. 5. Эффективность генерации третьей гармоники решетками графеновых микролент с различной периодичностью (плотностью упаковки) (см. рис. 1): спектр нелинейного прохождения T_3 (1, 2) и линейный спектр поглощения P (1', 2') s -поляризованной волны. Кривые 1, 1' — $d_x = d_y = 30$ мкм, $w \times l = 7 \times 20$ мкм², $d_1 = d_2 = 17$ мкм, $d_3 = 8$ мкм; кривые 2, 2' — $d_x = d_y = 20$ мкм, $w \times l = 4 \times 14$ мкм², $d_1 = d_2 = 15$ мкм, $d_3 = 8$ мкм.

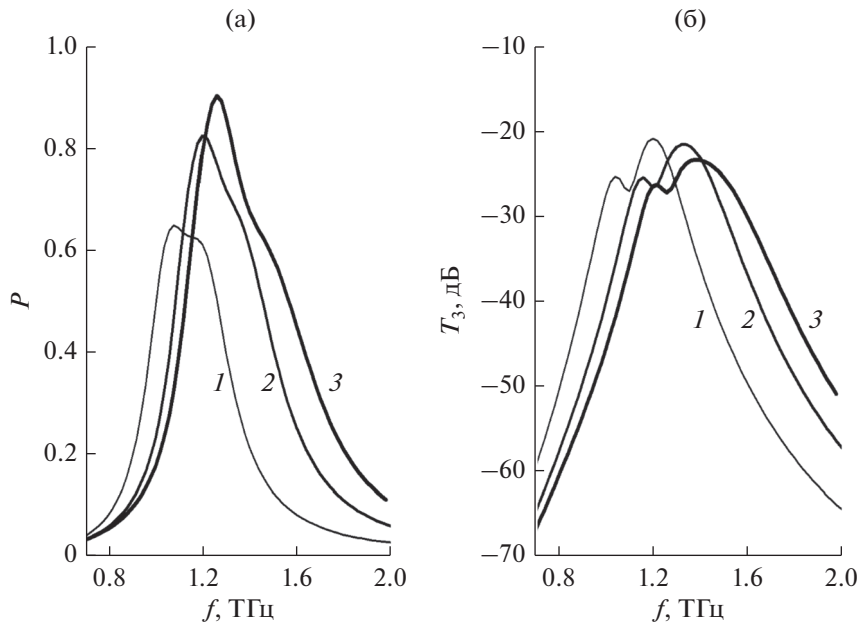


Рис. 6. Резонансные частоты и эффективность генерации третьей гармоники решеткой графеновых микролент (параметры те же, что на рис. 2) при различных значениях ширины графеновых микролент: $w = 4$ (1), 7 (2) и 10 мкм (3); а – линейный спектр поглощения P , б – спектр нелинейного прохождения T_3 s -поляризованной волны.

При увеличении ширины графеновых микролент резонансная частота увеличивается в сторону более высоких ТГц-частот (рис. 6). У металлических вибраторов микрополосковых резонаторов, решеток из металлических лент зависимость от ширины противоположная – чем шире, тем больше укорачивающая емкость, тем больше эффективная длина, тем меньше частота. У графеновых решеток появляется дополнительный фактор – в диапазоне частот 0.1...15 ТГц очень сильная дисперсия проводимости графена. При уменьшении резонансной частоты увеличивается нелинейная часть проводимости. При уменьшении периодичности решетки для решеток с высокой плотностью упаковки резонансные частоты перемещаются в сторону более высоких ТГц-частот, и максимумы интенсивности третьей гармоники, излучаемой в прямом направлении (прохождение T_3), увеличиваются.

Таким образом, увеличивая число слоев (см. рис. 4) и плотность упаковки решеток графеновых микролент (см. рис. 5), можно контролировать изменение резонансных частот и эффективность нелинейного взаимодействия ТГц-волн с графеновыми ПС.

На рис. 7 приведен спектр нелинейного прохождения (третья гармоника) волны с s -поляризацией через многослойную графеновую ПС при разных значениях химического потенциала. При уменьшении значения химического потенциала μ_c (0.3...0.4 эВ) частота плазмонного резонанса

уменьшается, но амплитуда генерируемой третьей гармоники значительно возрастает (рис. 7).

Таким образом, поверхностная проводимость графена, а следовательно, и эффективность нелинейного взаимодействия (генерации третьей гармоники) ТГц-волн с графеновыми ПС могут управляться либо химическим легированием, либо электростатическим полем затвора. Показана перестройка резонансной частоты таких реконфигурируемых ТГц-умножителей частоты путем изменения химического потенциала графена без изменения их геометрии и размеров.

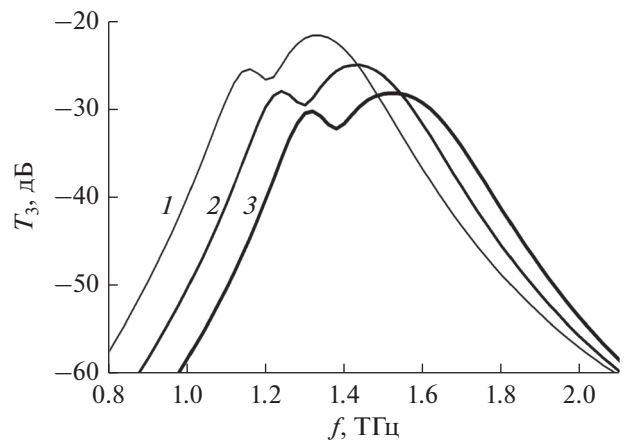


Рис. 7. Управляемость генерации третьей гармоники в многослойной решетке графеновых микролент (параметры те же, что на рис. 2) при изменении значения химического потенциала: $\mu_c = 0.3$ (1), 0.35 (2) и 0.4 эВ (3).

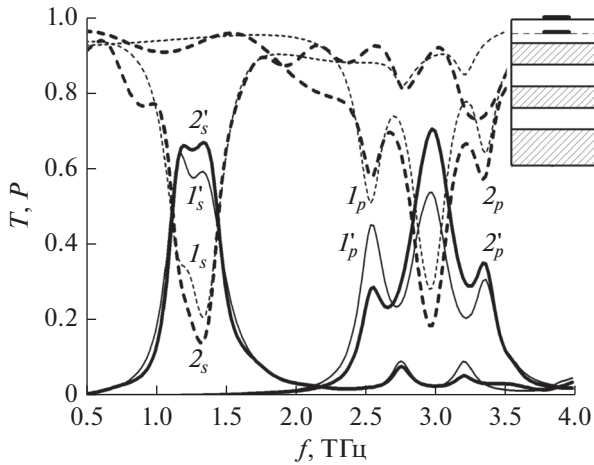


Рис. 8. Спектры линейного прохождения $T(I_{s,p}, 2_{s,p})$ и поглощения $P(I'_{s,p}, 2'_{s,p})$ s - и p -поляризованной волны для многослойных ПС из графеновых микролент: кривые $I_{s,p}, I'_{s,p}$ – ПС без ДЗ (см. 2 на вставке рис. 4), кривые $2_{s,p}, 2'_{s,p}$ – ПС с ДЗ из трех пар чередующихся слоев диэлектриков (на вставке).

Использование многослойных подложек (диэлектрических зеркал (ДЗ)) позволяет контролировать характеристики графеновых ПС. Например, квазипериодическая подложка может подавлять волны первой гармоники, не уменьшая излучаемую мощность третьей гармоники в пря-

мом направлении. Чтобы усилить этот эффект, мы оптимизировали толщину d_1, d_2, d_3 диэлектрических слоев.

Еще одна возможность повышения эффективности нелинейного взаимодействия (уровня генерации третьей гармоники) – использовать многослойную подложку (ДЗ), состоящую из трех пар чередующихся слоев диэлектриков с различными показателями преломления ($n_1 = 1.45$ и $n_2 = 1.77$) толщиной $h = \lambda_{рез}/4n$, где $\lambda_{рез}$ – длина волны, соответствующая одной из резонансных частот для пиков поглощения s - (пик 1.18 ТГц) и p -поляризованной волны (выбран пик 2.92 ТГц) (см. рис. 2). При этом уменьшается линейный коэффициент прохождения T , возрастает коэффициент поглощения P (рис. 8) и увеличивается нормированная мощность $T_{3norm} = T_3/T$ (рис. 9). Параметры ДЗ для обоих рисунков: для s -поляризации $d(n_1) = 44$ мкм, $d(n_2) = 36$ мкм; для p -поляризации $d(n_1) = 18$ мкм, $d(n_2) = 15$ мкм.

Генерируемая мощность третьей гармоники T_{3norm} возрастает при увеличении числа слоев ДЗ и мощности падающей волны (рис. 10).

Таким образом, выбор параметров ТГц-умножителей частоты на основе многослойных ПС из микролент графена, в том числе геометрических размеров лент, плотности упаковки решеток, слоистости, толщины диэлектрических слоев и их диэлектрической проницаемости, определяет нелинейный режим работы умножителей.

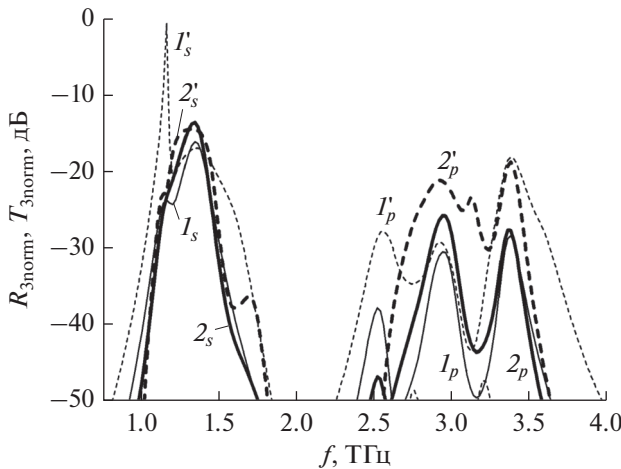


Рис. 9. Эффективность генерации третьей гармоники ПС из графеновых микролент на ДЗ: спектры нелинейного прохождения $T_3(I_{s,p}, 2_{s,p})$ и отражения $R_3(I'_{s,p}, 2'_{s,p})$ s - (s -индекс) и p -поляризованной (p -индекс) TEM -волны; кривые $I_{s,p}, I'_{s,p}$ – ПС без ДЗ (см. 2 на вставке рис. 4), кривые $2_{s,p}, 2'_{s,p}$ – ПС с ДЗ (см. вставку к рис. 8).

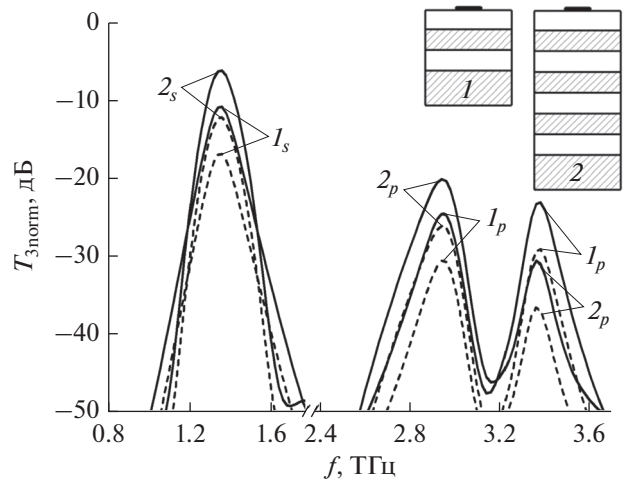


Рис. 10. Спектры нелинейного прохождения $T_3 s$ - ($I_s, 2_s$) и p -поляризованной ($I_p, 2_p$) TEM -волны для ПС из графеновых микролент ($w \times l = 7 \times 20$ мкм²) на ДЗ разных конфигураций: 1 (I_s, I_p) и 2 ($2_s, 2_p$) (сплошные) при двух плотностях мощности падающей волны: 1 (штриховые) и 2 мВт/мм² (сплошные), для s -поляризации $d(n_1) = 38$ мкм, $d(n_2) = 31$ мкм; для p -поляризации $d(n_1) = 18$ мкм, $d(n_2) = 15$ мкм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью разработанного вычислительного метода проведен анализ эффективности механизма нелинейного взаимодействия, который приводит к увеличению генерации третьей гармоники на порядки в резонансных многослойных графеновых ПС. Показано, что, используя зависимость частоты резонанса локализованных ППП от геометрической конфигурации, можно спроектировать спектральный отклик графеновых ПС. Как результат этот резонансный механизм приводит к увеличению ближнего ТГц-поля и эффективности генерации третьей гармоники. Перестраиваемость графена можно использовать для спектрального сдвига расположения ППП резонансов в большом интервале частот и таким образом значительно упростить проектирование новых конфигураций активных ТГц-устройств на основе нелинейных взаимодействий. Оптимизация взаимодействия ТГц-волн с наноструктурированным графеном путем создания многослойных ПС и метаматериалов, метаповерхностей позволяет дополнительно увеличить нелинейный ТГц-отклик графена, что приводит к еще большей эффективности нелинейного преобразования частоты и, следовательно, к созданию нелинейных устройств на основе графена для сверхбыстрой обработки и манипулирования ТГц-сигналов.

Предложенные многослойные нелинейные графеновые ПС обеспечивают способ реализации эффективных плазмонных умножителей и генераторов ТГц-частоты, устройств четырехволнового смешения для нелинейной ТГц-спектроскопии и неинвазивных ТГц-процессоров. Показано, что управляемая химическим потенциалом (внешним электрическим полем) генерация третьей гармоники может быть достигнута в сверхширокой полосе частот. Это прокладывает путь для реконфигурируемых широкополосных нелинейных ТГц-устройств будущего, таких как перестраиваемые преобразователи частоты, смесители, модуляторы для применений в оптической связи и оптической обработке сигналов.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственное задание в сфере научной деятельности, научный проект № 0852-2020-0032), (БАЗ0110/20-3-07ИФ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cox J.D., García De Abajo F.J. // *Accounts of Chemical Research*. 2019. V. 52. № 9. P. 2536.
2. Li Y., Tantiwanichapan K., Swan A.K., Paiella R. // *Nanophotonics*. 2020. V. 9. № 7. P. 1901.
3. Li G., Semenenko V., Perebeinos V. // *ACS Photonics*. 2019. V. 6. № 12. P. 3180.
4. Chakraborty S., Marshall O.P., Folland T.G. et al. // *Science*. 2016. V. 351. № 6270. P. 246.
5. Zhou R., Ullah K., Yang S. et al. // *Nanophotonics*. 2020. V. 9. № 7. P. 1695.
6. Panoiu N.C., Sha W.E.I., Lei D.Y., Li G.C. // *J. Opt.* 2018. V. 20. № 8. P. 083001.
7. Hafez H.A., Turchinovich D., Bonn M. et al. // *Adv. Opt. Materials*. 2019. V. 7. № 19. P. 1900771.
8. Weismann M., Panoiu N.C. // *Phys. Rev. B*. 2016. V. 94. № 3. P. 035435.
9. Boyd R.W. *Nonlinear Optics*. San Diego: Acad. Press, 2008.
10. Jin B., Argyropoulos C. // *Proc. Int. Conf. on Plasmonics: Design, Materials Fabrication, Characterization, and Applications*, San Diego, 19–23 Aug. 2018. San Diego: SPIE, 2018. P. 107221R.
11. Jadidi M.M., Murphy T.E., Mittendorff M. et al. // *Nano Lett.* 2016. V. 16. № 4. P. 2734.
12. Kundys D., Marshall O.P., Rodriguez F. et al. // *Nano Lett.* 2018. V. 18. № 1. P. 282.
13. Glazov M.M., Ganichev S.D. // *Phys. Rep.* 2014. V. 535. № 3. P. 101.
14. Hanson G.W. // *J. Appl. Phys.* 2008. V. 103. № 6. P. 064302.
15. Mikhailov S.A. // *EPL*. 2007. V. 79. № 2. P. 27002.
16. Cheng J.L., Vermeulen N., Sipe J.E. // *Phys. Rev. B*. 2015. V. 91. № 23. P. 235320.
17. Mikhailov S.A. // *Phys. Rev. B*. 2016. V. 93. № 8. P. 085403.
18. Ghayoor R., Keshavarz A. // *Int. J. Opt. Photonics*. 2019. V. 13. № 1. P. 35.
19. Pitilakis A., Chatzidimitriou D., Kriezis E.E. // *Opt. Quant. Electron.* 2016. V. 48. № 4. P. 243.
20. Gorbach A.V. // *Phys. Rev. A*. 2013. V. 87. № 1. P. 013830.
21. Smirnova D.A., Shadrivov I.V., Kivshar Y.S., Smirnov A.I. // *Laser&Photonics Rev.* 2014. V. 8. № 2. P. 291.
22. Shareef S., Ang Y.S., Zhang C. // *J. Opt. Soc. Am. B: Opt. Phys.* 2012. V. 29. № 3. P. 274.
23. Лерер А.М. // *РЭ*. 2012. Т. 57. № 11. С. 1160.
24. Лерер А.М., Иванова И.Н. // *РЭ*. 2016. Т. 61. № 5. С. 435.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

ЛОКАЛИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЕРИОДИЧЕСКИХ СРЕДАХ

© 2021 г. С. Е. Банков*

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация*

*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 29.06.2020 г.

После доработки 29.06.2020 г.

Принята к публикации 15.08.2020 г.

Рассмотрены однородные и неоднородные уравнения распространения электромагнитных волн в двумерной периодической среде, полученные в рамках метода обобщенной матрицы рассеяния. Показано, что в исходной форме эти уравнения имеют слабую локализацию, требующую учета взаимодействия частиц периодической среды удаленных на большие расстояния. Установлено, что основной проблемой при построении алгоритма численного решения уравнений распространения является определение дискретного преобразования Фурье матрицы связей, которое сводится к суммированию двойных медленно сходящихся рядов. Предложено локализирующее преобразование уравнений распространения. Показано, что локализованные уравнения распространения учитывают только взаимодействие частиц, расположенных в ограниченной области пространства. Рассмотрены алгоритмы вычисления параметров локализирующего преобразования и дискретного преобразования Фурье матрицы связей. Показано, что применение локализирующего преобразования существенно улучшает сходимость рядов для матрицы связей. Приведено сравнение результатов, полученных с помощью предложенного метода и известного метода вычисления двойного дискретного преобразования Фурье.

DOI: 10.31857/S0033849421060036

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В последнее время в теории периодических сред и структур, таких как фотонные и электромагнитные кристаллы, метаматериалы, фазированные антенные решетки и т.д., активно применяются методы решения граничных задач электродинамики, которые можно объединить под общим названием – метод обобщенной матрицы рассеяния (ОМР) [1]. В рамках этого метода элемент периодической структуры, который в случае периодической среды является искусственной частицей, а в случае антенной решетки элементарным излучателем, описывается при помощи оператора рассеяния, имеющего смысл, близкий к ОМР, известной в теории СВЧ многополюсников [2]. Существенным отличием метода ОМР (МОМР) от теории многополюсников является то, что поле вокруг элемента периодической структуры представляется в виде рядов по пространственным гармоникам. Пространственные гармоники являются собственными волнами свободного пространства. Они разделяются на возбуждающие и рассеянные волны. Оператор рассеяния представляет собой матрицу, связывающую амплитуды волн указанных типов.

В рамках МОМР полагают, что оператор рассеяния полностью описывает электродинамические

свойства элемента периодической структуры. Отметим, что известны пространственные гармоники разных видов. В двумерных средах целесообразно использовать представление поля в цилиндрической системе координат и соответствующие цилиндрические волны/гармоники [3]. В трехмерных средах и антенных решетках используются сферические координаты и сферические гармоники [4].

Как отмечено выше, оператор рассеяния описывает изолированную частицу периодической среды. Для полного представления поля внутри периодической среды, являющейся совокупностью частиц, необходимо учесть взаимодействие их полей. В рамках МОМР эта задача решается путем разложения волн, рассеянных некоторой частицей периодической среды по возбуждающим волнам других частиц. Процедура разложения порождает матрицу связей, которая зависит от взаимного положения частиц в среде. Она связывает амплитуды возбуждающих и рассеянных разными частицами волн.

Наличие двух соотношений для волн разных типов позволяет исключить из них, например, амплитуды возбуждающих волн и получить одну систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно векторов амплитуд волн рассеянных частицами периодической среды. Указанная СЛАУ

в отсутствие источников является однородной системой, описывающей распространение собственных волн в периодической среде. Она получила название уравнения распространения.

В работах [3, 5] вводится неоднородное уравнение распространения, учитывающее присутствие в среде сторонних источников, которые называют также компенсирующими источниками [3]. Решение неоднородного уравнения распространения позволяет определить функцию Грина периодической среды. Она является ключевым для анализа неоднородных периодических сред объектом. С ее помощью удастся построить эффективные алгоритмы численного решения таких задач [6], имеющих большое практическое значение. К неоднородным периодическим структурам относятся волноводные схемы, которые формируются путем введения в фотонный или электромагнитный кристалл специальных дефектов, образующих волноведущие каналы и другие функциональные элементы, способные решать задачи пространственной и временной обработки и формирования полей и сигналов [7–9]. Схемы данного вида нашли применение как в фотонике, так и в СВЧ-диапазоне.

В исходной форме уравнение распространения неудобно для решения. Основная проблема состоит в том, что элементы матрицы связей медленно убывают при увеличении расстояния между частицами r . Такое их поведение следует из зависимости поля пространственной гармоники от указанного расстояния. Например, анализируя цилиндрические волны, которые описываются функциями Ганкеля [10], нетрудно увидеть, что элементы матрицы связей убывают при больших расстояниях весьма медленно, как $r^{-1/2}$.

В силу причин, отмеченных выше, непосредственное решение уравнения распространения не используется. В ряде работ [1, 5, 6] был рассмотрен подход, основанный на применении двойного дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Собственно ДПФ проблему медленной сходимости не снимает, так как в рамках данного метода возникает необходимость вычисления ДПФ матрицы связей, которое также представляется медленно сходящимся двойным рядом. Однако ДПФ открывает возможность для использования интегральных представлений пространственных гармоник. Их применение позволяет преобразовать двойные ряды в однократные и улучшить их сходимость. Следует отметить, что интегральные представления имеют весьма сложный вид, а улучшение сходимости рядов связано с учетом поведения пространственных гармоник в начале координат, где они имеют особенности высоких порядков. Указанные факторы как существенно усложняют аналитические преобразования, так и снижают эффективность численных алгоритмов, построенных на их основе.

В данной работе предложен новый метод решения задачи, который не требует использования интегральных представлений пространственных гармоник. Он основан на процедуре локализации уравнений распространения, которая, как будет показано ниже, позволяет улучшить сходимость исходных рядов по пространственным гармоникам таким образом, что для их суммирования достаточно учесть лишь весьма ограниченное число членов ряда. Применение локализирующего преобразования, таким образом, позволяет создавать эффективные численные алгоритмы решения как однородных, так и неоднородных уравнений распространения. В данной работе мы ограничимся анализом уравнений распространения в двумерных периодических средах.

2. УРАВНЕНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ

Рассмотрим уравнение распространения электромагнитных волн в однородной периодической среде, полученное в работе [5]:

$$\mathbf{A}_{sv} = \mathbf{L} \sum_{\mu}^{(\mathbf{v})} \mathbf{K}_{v,\mu} \mathbf{A}_{s\mu}. \quad (1)$$

Поясним смысл, входящих в уравнение (1) символов. Векторы \mathbf{A}_{sv} — это векторы амплитуд или амплитудные векторы рассеянных пространственных гармоник. Рассматривается двумерная периодическая среда. Положение ее частиц внутри среды описывается двумя индексами v_x, v_y . Они задают положение частицы на плоскости XOY . Координаты ее центра соответственно равны $v_x P_x, v_y P_y$, где $P_{x,y}$ — периоды среды по осям $0x$ и $0y$. Для упрощения записи вместо двух скалярных индексов мы будем использовать один векторный индекс $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$, как в уравнении (1).

Суммирование в соотношении (1) ведется по всем частицам, т.е. в бесконечных пределах. Верхний символ (\mathbf{v}) означает, что частица с индексом \mathbf{v} из суммирования исключена. В двумерной среде в качестве пространственных гармоник используются цилиндрические функции

$$\begin{aligned} H_N^{(2)}(kr_v) \exp(-iN\phi_v), \\ J_N(kr_v) \exp(-iN\phi_v), \end{aligned} \quad (2)$$

где $H_N^{(2)}$ — функция Ганкеля второго рода порядка N , а J_N — функция Бесселя того же порядка, k — волновое число свободного пространства. Функции Ганкеля описывают рассеянные волны, а функции Бесселя возбуждающие волны. Функции, входящие в выражения (2), записаны в полярной системе координат r_v, ϕ_v с центром, совпадающим с центром \mathbf{v} -й частицы периодической среды.

Матрицы $\mathbf{K}_{v,\mu}$ — это упомянутые выше матрицы связей. Каждая из них связывает амплитуды

волн, возбуждающих частицу с номером \mathbf{v} с амплитудами волн, рассеянных μ -й частицей:

$$\mathbf{A}_{i\mathbf{v}} = \mathbf{K}_{\mathbf{v},\mu} \mathbf{A}_{s\mu}, \quad (3)$$

здесь $\mathbf{A}_{i\mathbf{v}}$ – вектор амплитуд падающих на \mathbf{v} -ю частицу волн.

Размерность матрицы связей совпадает с размерностью амплитудных векторов. Запишем выражения для ее элементов:

$$\left(\mathbf{K}_{\mathbf{v},\mu}\right)_{N,M} = (-1)^{M-N} H_{M-N}^{(2)}(kr_{\mathbf{v},\mu}) \times \exp(-i(M-N)\varphi_{\mathbf{v},\mu}), \quad (4)$$

где $r_{\mathbf{v},\mu}$ – расстояние между \mathbf{v} -й и μ -й частицами, $\varphi_{\mathbf{v},\mu}$ – угол, под которым видна μ -я частица в системе координат \mathbf{v} -й частицы.

При наличии сторонних источников $\mathbf{V}_{\mathbf{v}}$ уравнение распространения (1) становится неоднородным:

$$\mathbf{A}_{s\mathbf{v}} = \mathbf{L} \sum_{\mu}^{(\mathbf{v})} \mathbf{K}_{\mathbf{v},\mu} \mathbf{A}_{s\mu} + \mathbf{V}_{\mathbf{v}}. \quad (5)$$

Матрица \mathbf{L} – это оператор рассеяния, о котором мы говорили выше. Он связывает амплитудные векторы:

$$\mathbf{A}_{s\mathbf{v}} = \mathbf{L} \mathbf{A}_{i\mathbf{v}}. \quad (6)$$

В однородной среде все частицы одинаковые с одинаковыми операторами рассеяния. Поэтому в его обозначении отсутствует индекс \mathbf{v} .

Из выражения (4) видно, что элементы матрицы связей действительно весьма медленно убывают при увеличении расстояния между частицами $r_{\mathbf{v},\mu}$. Для такого вывода достаточно воспользоваться асимптотическими выражениями для функций Ганкеля [10]:

$$H_{M-N}^{(2)}(kr_{\mathbf{v},\mu}) \rightarrow \exp(-ikr_{\mathbf{v},\mu}) / \sqrt{r_{\mathbf{v},\mu}}. \quad (7)$$

Отметим также важное свойство матрицы связей как функции индексов \mathbf{v}, μ . Она зависит только от их разности: $\mathbf{v} - \mu$. Данное обстоятельство позволяет эффективно использовать для решения уравнений (1), (5) ДПФ. Его применение к данным уравнениям приводит к появлению матрицы $\mathbf{Q}(\mathbf{k})$, являющейся ДПФ матрицы связей:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{k}) = \sum_{\mathbf{v}} \mathbf{K}_{\mathbf{v}} \exp(i\mathbf{r}_{\mathbf{v}}\mathbf{k}), \quad (8)$$

где \mathbf{k} – векторный спектральный параметр: $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$, $\mathbf{r}_{\mathbf{v}}$ – радиус-вектор, соединяющий начало координат с центром \mathbf{v} -й частицы. Произведение $\mathbf{r}_{\mathbf{v}}\mathbf{k}$ следует понимать как скалярное произведение:

$$\mathbf{r}_{\mathbf{v}}\mathbf{k} = v_x P_x k_x + v_y P_y k_y. \quad (9)$$

Из соотношения (4) видно, что элементы матрицы связей при $\mathbf{v} = 0$ не определены. Однако, как

следует из формулы (1), элемент с нулевым индексом исключен из суммирования. Он также должен быть исключен из формулы (8). Для того чтобы распространить суммирование на все частицы периодической среды, мы определяем матрицу \mathbf{K}_0 как нулевую матрицу.

Как видно из выражения (8), вычисление матрицы $\mathbf{Q}(\mathbf{k})$ связано с суммированием двойного медленно сходящегося ряда. Его медленная сходимость является следствием слабой локализации уравнения распространения (1), которое описывает взаимодействие частиц в периодической среде. При этом оказывается, что даже сильно удаленные частицы существенно влияют друг на друга.

3. ЛОКАЛИЗУЮЩЕЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ

Идея локализирующего преобразования уравнения распространения может быть понята из анализа явных выражений для элементов матрицы $\mathbf{Q}(\mathbf{k})$. Они были получены при помощи интегральных представлений для функций Ганкеля в работах [5, 11]. Рассмотрим выражение для элемента $\mathbf{Q}(\mathbf{k})_{0,0}$:

$$\mathbf{Q}(\mathbf{k})_{0,0} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} {}^{(0,0)} H_0^{(2)}(kr_{n,m}) \times \exp(iP(nk_x + mk_y)), \quad (10)$$

здесь $r_{n,m} = P\sqrt{n^2 + m^2}$, $P_x = P_y = P$.

Оно имеет следующий вид:

$$\mathbf{Q}(k_x, k_y)_{0,0} = \left(\frac{2i}{\pi} \ln \frac{k}{\xi} - 1 \right) + \frac{2i}{P} \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\gamma_n} \left(\frac{\text{sh } \gamma_n P}{\text{ch } \gamma_n P - \cos k_y P} - 1 \right) + \left(\frac{1}{\gamma_n} - \frac{1}{\mu_n} \right) \right], \quad (11)$$

$$\gamma_n = \sqrt{\alpha_n^2 - k^2}, \quad \alpha_n = 2\pi n/P + k_x,$$

$$\mu_n = \sqrt{\alpha_n^2 + \xi^2}.$$

Постоянная ξ выбирается из условия $\exp(-\xi P) \ll 1$.

Отметим следующие особенности функции $\mathbf{Q}(k_x, k_y)_{0,0}$. Она является периодической по обоим аргументам с периодом $2\pi/P$. В пределах главного периода при $|k_{x,y}| < 2\pi/P$ она имеет простые полюса, положение которых задается решением следующего уравнения:

$$\text{ch } \gamma_0 P - \cos k_y P = 0. \quad (12)$$

Нетрудно убедиться, что на плоскости k_x, k_y решение уравнения (12) порождает окружность радиусом k с центром в начале координат. Таким образом, функция $\mathbf{Q}(k_x, k_y)_{0,0}$ стремится к бесконечности на указанной окружности. Однако в силу периодичности она также ведет себя и на всех окружностях, центры которых периодически

смещены из начала координат на величину, кратную $2\pi/P$, как показано на рис. 1.

Можно утверждать, что наличие особенностей у анализируемой функции является главной причиной слабой локализации уравнения распространения. Верно также и обратное утверждение, что наличие особенностей в ДПФ является следствием существенной нелокальности уравнения распространения. Действительно, в силу периодичности функции $Q(\kappa_x, \kappa_y)_{0,0}$ ее можно разложить в ряд Фурье. При этом элементы матрицы связей будут коэффициентами Фурье данного разложения. Поскольку ДПФ имеет резкую зависимость от своих аргументов, содержащую разрывы второго рода, то для их описания гладкими функциями экспоненциального вида необходимо взять очень большое число членов разложения, что эквивалентно медленному убыванию матрицы связей при увеличении расстояния между частицами.

Таким образом, мы можем сформулировать основное требование к локализирующему преобразованию: оно должно быть таким, чтобы его применение устраняло особенности ДПФ.

Рассмотрим следующее преобразование уравнения (1):

$$\sum_{\chi} S_{v-\chi} A_{s\chi} = L \sum_{\chi} S_{v-\chi} \sum_{\mu}^{(x)} K_{\chi-\mu} A_{s\mu}, \quad (13)$$

где $S_{v-\chi}$ – скалярные величины, являющиеся параметрами локализирующего преобразования. Применим к уравнению (13) ДПФ. С учетом теоремы свертки получаем

$$s(\mathbf{\kappa})\mathbf{a}(\mathbf{\kappa}) = L_s(\mathbf{\kappa})Q(\mathbf{\kappa})\mathbf{a}(\mathbf{\kappa}), \quad (14)$$

где

$$\mathbf{a}(\mathbf{\kappa}) = \sum_{\mathbf{v}} A_{s\mathbf{v}} \exp(i\mathbf{r}_{\mathbf{v}}\mathbf{\kappa}), \quad s(\mathbf{\kappa}) = \sum_{\mathbf{v}} S_{\mathbf{v}} \exp(i\mathbf{r}_{\mathbf{v}}\mathbf{\kappa}).$$

Будем искать неизвестные коэффициенты $S_{\mathbf{v}}$ из условия

$$s(\mathbf{\kappa}) = 0, \quad |\mathbf{\kappa}|^2 = k^2. \quad (15)$$

Отметим, что в силу своего определения (14) скалярная функция $s(\mathbf{\kappa})$ является периодической функцией и, следовательно, удовлетворяя условию (15), мы автоматически обеспечиваем равенство нулю на всех окружностях на плоскости κ_x, κ_y .

Важно отметить, что при выполнении равенства (15) элементы матрицы

$$\mathbf{t}(\mathbf{\kappa}) = s(\mathbf{\kappa})Q(\mathbf{\kappa}) \quad (16)$$

не имеют особенностей типа полюсов. Они являются непрерывными функциями своих аргументов. Поэтому коэффициенты Фурье обратной ДПФ данной матрицы должны убывать намного быстрее, чем в случае матрицы $Q(\mathbf{\kappa})$, что эквивалентно утверждению о том, что модифицированная матрица связей

$$T_{v-\mu} = \sum_{\chi} S_{v-\chi} K_{\chi-\mu} \quad (17)$$

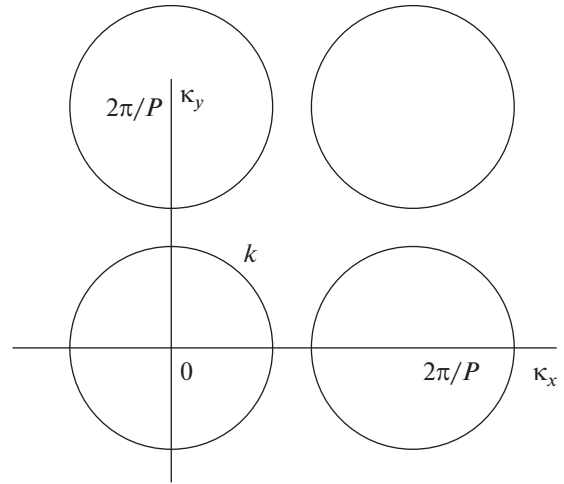


Рис. 1. Линии расположения нулей локализирующей функции на плоскости κ_x, κ_y .

имеет существенно большую степень локализации по сравнению с исходной матрицей связей.

Далее нам необходимо найти коэффициенты $S_{\mathbf{v}}$, обеспечивающие выполнение условия (15). Возможно, данная задача имеет аналитическое решение. Нам не удалось его найти. Мы можем предложить только численный алгоритм определения искомого параметра локализирующего преобразования.

Запишем функцию $s(\mathbf{\kappa})$ в развернутом виде:

$$s(\kappa_x, \kappa_y) = \sum_{n=-N_m}^{N_m} \sum_{m=-N_m}^{N_m} S_{n,m} \exp(iP(n\kappa_x + m\kappa_y)). \quad (18)$$

Выражение (18) записано для частного случая одинаковых по обеим осям периодов, который будем рассматривать далее. Отметим, что переход к более общему случаю может быть выполнен без труда. В формуле (18) через N_m выражен параметр, определяющий размер зоны локализации. Он был выбран в ходе численных экспериментов из условия заданной точности выполнения условия (15).

Окружность, на которой выполняется равенство (15), задается уравнением

$$\kappa_x^2 + \kappa_y^2 = k^2. \quad (19)$$

В полярных координатах ρ, α параметры κ_x, κ_y на указанной окружности задаются уравнениями

$$\kappa_x = k \cos \alpha, \quad \kappa_y = k \sin \alpha. \quad (20)$$

С учетом соотношений (20) формула (18) приобретает вид

$$s(\kappa_x, \kappa_y) = \sum_{n=-N_m}^{N_m} \sum_{m=-N_m}^{N_m} S_{n,m} \exp(ik\rho_{n,m} \cos(\alpha - \varphi_{n,m})), \quad (21)$$

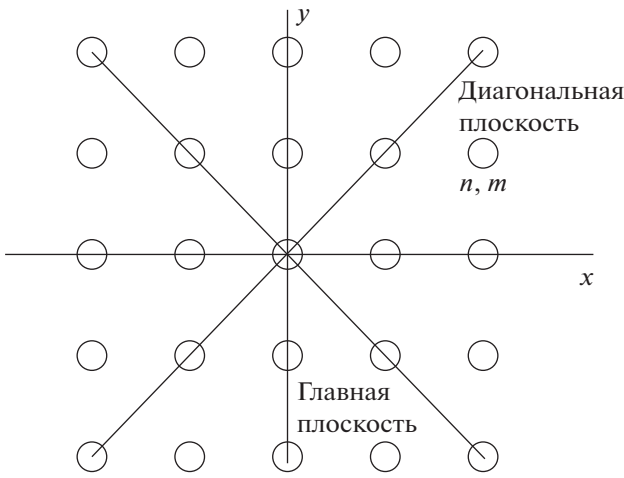


Рис. 2. Плоскости симметрии решетки.

где

$$\rho_{n,m} = P\sqrt{n^2 + m^2},$$

$$\varphi_{n,m} = \arctg(m/n).$$

Поскольку функция $s(\kappa_x, \kappa_y)$ определяется с точностью до произвольного множителя, примем коэффициент $S_{0,0}$ равным единице. Тогда для оставшихся коэффициентов имеем условие

$$\sum_{n=-N_m}^{N_m} \sum_{m=-N_m}^{N_m} {}^{(0,0)}S_{n,m} \exp(ik\rho_{n,m} \cos(\alpha - \varphi_{n,m})) = -1. \quad (22)$$

Представим экспоненту, входящую в (22), в виде разложения в ряд Фурье [12]:

$$\begin{aligned} \exp(ik\rho_{n,m} \cos(\alpha - \varphi_{n,m})) &= \\ &= \sum_{q=-\infty}^{\infty} i^q J_q(k\rho_{n,m}) \exp(-iq(\alpha - \varphi_{n,m})). \end{aligned} \quad (23)$$

Потребуем исходя из условия (22), чтобы все коэффициенты разложения, кроме нулевого, равнялись нулю. Нулевой коэффициент будет равен -1 . В результате получаем следующую СЛАУ:

$$\sum_{n=-N_m}^{N_m} \sum_{m=-N_m}^{N_m} {}^{(0,0)}S_{n,m} i^q J_q(k\rho_{n,m}) \exp(iq\varphi_{n,m}) = -\delta_{q,0}, \quad (24)$$

$$q = 0, 1, \dots$$

Здесь $\delta_{q,0}$ – символ Кронекера. Размерность СЛАУ (24) определяется параметром N_m . Она равна $(2N_m + 1)^2 - 1$. Нетрудно увидеть, что точное решение поставленной задачи требует выполнения условий (24) для бесконечного числа гармоник. Численное решение возможно только для конечной СЛАУ.

Рассмотрим результаты численного определения параметров локализирующего преобразования. Первое, что необходимо отметить, – это выполне-

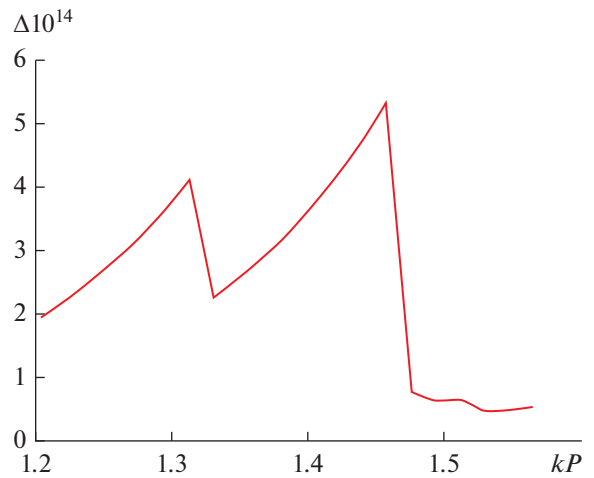


Рис. 3. Зависимость погрешности локализирующего преобразования от параметра kP .

ние ряда соотношений между коэффициентами $S_{n,m}$, которые обусловлены пространственной симметрией структуры. Обратим внимание, что квадратная сетка обладает несколькими плоскостями симметрии (рис. 2). Две из них, совпадающие с координатными плоскостями, назовем главными. Еще две плоскости, ориентированные к главным под углом 45° , назовем диагональными плоскостями.

Симметрия относительно главных плоскостей приводит к следующим соотношениям:

$$S_{-n,m} = S_{n,m}, \quad S_{n,-m} = S_{n,m}. \quad (25)$$

Симметрия относительно диагональных плоскостей добавляет еще одно независимое соотношение:

$$S_{m,n} = S_{n,m}. \quad (26)$$

Условия (25) и (26) позволяют существенно уменьшить размерность СЛАУ (24). Например, при $N_m = 2$ размерность СЛАУ (24) равна 24×24 , а учет связей (25), (26) сокращает ее до 5×5 .

Для оценки точности численного решения введем параметр Δ :

$$\Delta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |s(\alpha)| d\alpha. \quad (27)$$

Он равен усредненному значению модуля функции $s(\kappa_x, \kappa_y)$ на окружности (19), а в идеальном случае – равен нулю. На рис. 3 показана зависимость параметра Δ от электрического периода решетки kP . Она получена при $N_m = 2$. Отметим очень высокую точность решения СЛАУ (24). При этом следует также отметить, что зона взаимодействия частиц периодической среды весьма невелика, при $N_m = 2$ она включает частицы, удаленные от выделенной частицы не более чем на два периода.

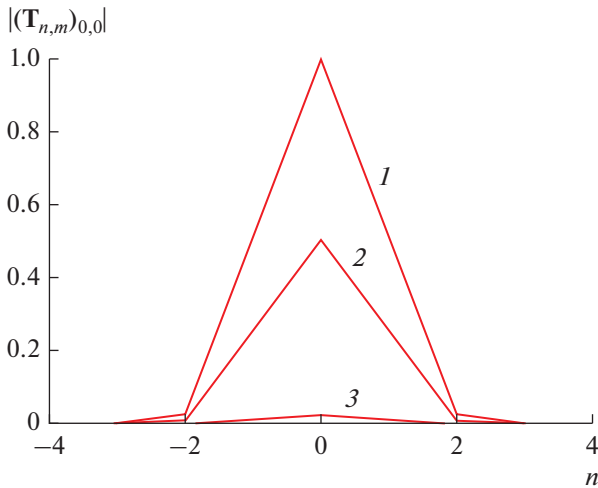


Рис. 4. Зависимость модуля нормированного параметра $(T_{n,m})_{0,0}$ от индекса n , при $m = 0$ (1), 1 (2) и 2 (3).

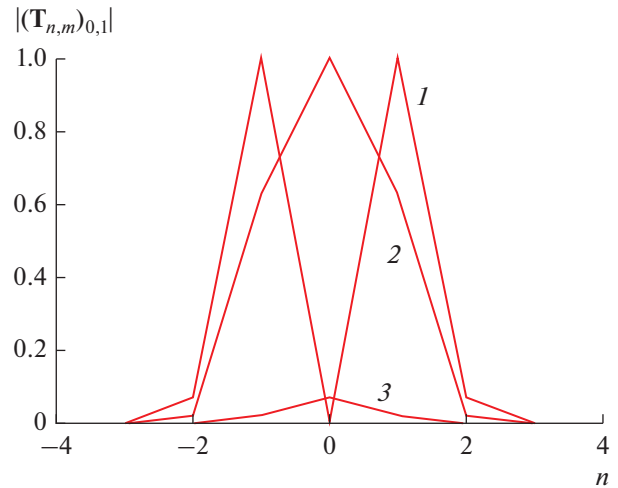


Рис. 5. Зависимость модуля нормированного параметра $(T_{n,m})_{0,1}$ от индекса n , при $m = 0$ (1), 1 (2) и 2 (3).

4. МОДИФИЦИРОВАННАЯ МАТРИЦА СВЯЗЕЙ

Рассмотрим задачу определения модифицированной матрицы связей. Ее ДПФ $t(\mathbf{k})$ описывается выражением (16). Для определения самой модифицированной матрицы связей T_v воспользуемся обратным ДПФ:

$$T_v = \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 \int_{\mathbf{k}} t(\mathbf{k}) \exp(-i\mathbf{r}_v \mathbf{k}) d\mathbf{k}. \quad (28)$$

Входящие в формулу (16) величины можем представить в виде рядов Фурье:

$$\begin{aligned} s(\mathbf{k}) &= \sum_{\mu} S_{\mu} \exp(i\mathbf{r}_{\mu} \mathbf{k}), \\ Q(\mathbf{k}) &= \sum_{\chi} K_{\chi} \exp(i\mathbf{r}_{\chi} \mathbf{k}). \end{aligned} \quad (29)$$

Подставим выражения (29) в формулу (28) и учтем ортогональность экспоненциальных функций:

$$T_v = \sum_{\mu} S_{\mu} K_{v-\mu}. \quad (30)$$

Суммирование в соотношении (30) ведется по области определения локализирующего преобразования (13), которая задается параметром N_m . Отметим, что она имеет ограниченные размеры. Модифицированная матрица связей достаточно быстро убывает с ростом индекса v . Однако область ее локализации необязательно должна совпадать с областью локализации преобразования (13). Выражение (30) дает простой алгоритм вычисления модифицированной матрицы связей. Отметим, что ее ДПФ про-

стым образом связано с ДПФ исходной матрицы связей:

$$Q(\mathbf{k}) = \frac{t(\mathbf{k})}{s(\mathbf{k})}. \quad (31)$$

Рассмотрим численный пример. На рис. 4 показана зависимость модуля нормированного элемента матрицы T_v с нулевыми индексами $N = M = 0$ от индекса n , задающего положение частицы на оси Ox . Кривые 1–3 получены для значений индекса $m = 0, 1, 2$ соответственно. Период решетки $P = 12$ мм, а частота $f = 13$ ГГц. Нормировка проводилась на значение рассчитываемого параметра при $n = m = 0$.

На рис. 5 представлена зависимость модуля нормированного элемента матрицы T_v с индексами $N = 0, M = 1$ от параметра n . Кривые 1–3 получены при $m = 0, 1, 2$ соответственно. Период решетки и частота остались прежними. Нормировка проводилась на значение элемента матрицы при $n = 1, m = 0$.

Из рис. 4, 5 видна высокая степень локализации модифицированной матрицы связей. Ее элементы становятся пренебрежимо малыми уже на расстоянии между частицами среды, равном трем периодам.

Для оценки точности предложенного алгоритма было проведено сравнение его результатов с результатами, полученными при помощи интегральных представлений цилиндрических функций. Обоиими методами были найдены ДПФ мо-

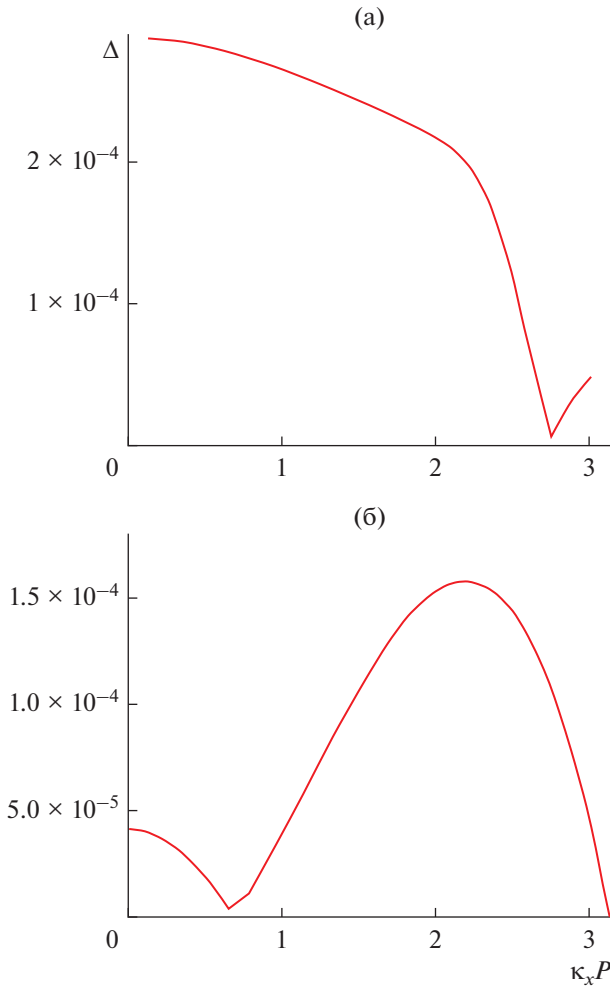


Рис. 6. Зависимость относительной погрешности вычисления ДПФ элементов модифицированной матрицы связей для $N = M = 0$ (а) и $N = 0, M = 1$ (б) от параметра $\kappa_x P$.

дифицированных матриц связей. Далее определяли относительную разность Δ :

$$\Delta(\mathbf{\kappa}) = \left| \left(\frac{\mathbf{t}(\mathbf{\kappa}) - \mathbf{t}_0(\mathbf{\kappa})}{\mathbf{t}_0(\mathbf{\kappa})} \right)_{N,M} \right|, \quad (32)$$

где $\mathbf{t}(\mathbf{\kappa})$ и $\mathbf{t}_0(\mathbf{\kappa})$ – модифицированная матрица связей, найденные методами локализирующего преобразования и интегральных представлений.

На рис. 6а, 6б показана зависимость параметра Δ как функции переменной $\kappa_x P$, которая изменяется в пределах от нуля до π . Кривые на рис. 6а и рис. 6б рассчитаны для $N = M = 0$ и $N = 0, M = 1$ соответственно при $P = 12$ мм, $f = 13$ ГГц и $\kappa_y P = 0$. Если принять результаты по методу интегральных представлений в качестве эталонных, то можно сделать вывод, что относительная погрешность метода локализирующего преобразова-

ния не превышает 3×10^{-4} . При этом нельзя не отметить, что использование метода интегральных представлений в качестве эталона возможно с большой долей условности, так как он сам не является абсолютно точным и для него характерны погрешности, связанные с суммированием бесконечных рядов и выбором параметра ξ . Тем не менее хорошее совпадение результатов, полученных двумя независимыми методами, принято считать подтверждением их корректности и высокой точности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный метод вычисления ДПФ матрицы связей, а следовательно, и метод решения однородного и неоднородного уравнений распространения позволяет существенно упростить вычислительный процесс и повысить его эффективность. Немаловажным фактором является также возможность исключить сложные и часто неоднозначные аналитические преобразования, характерные для метода интегральных представлений. Отметим, что весьма высокая точность решения задачи построения локализирующего преобразования позволяет предположить существование строгого решения в аналитической форме. Его поиск представляется весьма перспективным направлением научных исследований.

ФИНИНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Банков С.Е. // РЭ. 2020. Т. 65. № 1. С. 31.
2. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1988.
3. Банков С.Е. // РЭ. 2005. Т. 50. № 9. С. 23.
4. Кузикова Н.И. // Антенны. 2004. Вып. 1. С. 79.
5. Банков С.Е. // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1049.
6. Банков С.Е. // РЭ. 2020. Т. 65. № 2. С. 118.
7. Joannopoulos J.D., Meade R.D., Winn J.N. Photonic Crystals: Molding the Flow of Light. Princeton. Univ. Press, 1995.
8. Yablonovitch E. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. № 20. P. 2059.
9. Sakoda K. Optical Properties of Photonic Crystals. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
10. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1964.
11. Банков С.Е. Электромагнитные кристаллы. М.: Физматлит, 2010.
12. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ПЛАЗМОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ВЫПУКЛО-ВОГНУТОМ НАНОЦИЛИНДРЕ ИЗ СЕРЕБРА

© 2021 г. А. П. Аниютин*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

*E-mail: anioutine@mail.ru

Поступила в редакцию 03.01.2020 г.

После доработки 03.01.2020 г.

Принята к публикации 15.02.2020 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны TM -типа на цилиндрической наноструктуре из серебра, контур поперечного сечения которой представляет собой выпукло-вогнутую кривую (овал Кассини). В световом диапазоне длин волн $300 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$ строгим численным методом рассчитаны спектры поперечника рассеяния и диаграммы рассеяния. Исследовано влияние потерь среды, геометрических размеров структуры и угла падения плоской волны на поперечник рассеяния и диаграмму рассеяния. Показано, что в области квазистатистики $kD < 1$ ($k = 2\pi/\lambda$, D – максимальный размер структуры, λ – длина волны) наличие вогнутости контура рассеивателя приводит к образованию дополнительных (по сравнению со случаем выпуклого контура) максимумов поперечника рассеяния. Обнаружено уменьшение значения минимума поперечника рассеяния на три-четыре порядка.

DOI: 10.31857/S0033849421060024

ВВЕДЕНИЕ

Как известно, дифракция электромагнитных волн на наноструктурах из благородных металлов (серебра, золота) в световом диапазоне длин волн $300 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$ сопровождается как образованием поверхностных волн (плазмон-поляритонов), так и существованием их резонансов. При этом интерес к исследованию свойств плазмон-поляритонов связан главным образом с высокой локализацией электромагнитного поля вблизи поверхности наноструктур, которая позволяет использовать их в субволновом и ближнепольном зондировании. В [1] отмечалось, что нанопровода из серебра и золота широко применяются в качестве сенсоров. Отметим, что плазмонные резонансы в цилиндрических наноструктурах (нитех) с постоянной или переменной кривизной, но постоянным знаком кривизны исследовались в целом ряде работ. Так, было показано, что цилиндры с круглым сечением реализуют резонансы плазмонов в ультрафиолетовой части спектра [1]. Используя нанотрубки, можно сместить частоты плазмонных резонансов в видимую область светового диапазона [2, 3]. В работе [4] исследованы плазмонные резонансы в кварцевой нанонити, покрытой слоем золота переменной толщины. При этом предполагалось, что границами оболочки являются круговые цилиндры со смещен-

ными центрами. Различные геометрии оболочек из серебра и кварца, образованные круговыми, эллиптическими цилиндрами или прямоугольными пластинами, рассматривались в работах [5–10].

Цель данной работы – исследовать особенности плазмонных резонансов в 2D-наноструктурах из серебра в случае, когда контур поперечного сечения структуры имеет не только переменную кривизну, но и изменение знака кривизны.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской электромагнитной линейно-поляризованной волны на двумерной цилиндрической диэлектрической структуре, контур поперечного сечения которого представляет собой овал Кассини. Как известно, такой контур обладает не только переменной кривизной, но и изменением знака кривизны. Плоская волна распространяется в направлении единичного вектора $(\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0)$ и характеризуется в цилиндрической системе координат r, φ следующими компонентами электромагнитного поля:

$$\begin{aligned} H_z^0 &= \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)], \\ E_\varphi^0 &= \eta \cos(\varphi - \varphi_0) \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)], \\ E_r^0 &= \eta \sin(\varphi - \varphi_0) \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)]. \end{aligned} \quad (1)$$

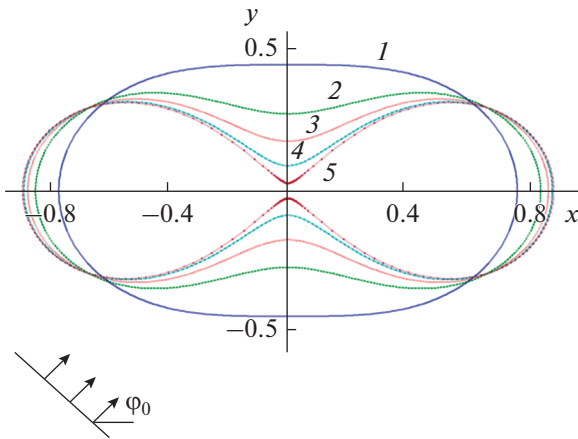


Рис. 1. Геометрия задачи и контуры поперечного сечения рассеивателя: $\lambda = 400$ нм, $kb = 0.2\pi$, $a = 0.7b$ (1), $0.9b$ (2), $0.96b$ (3), $0.99b$ (4), $0.999b$ (5).

Зависимость от времени выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где $\omega = kc$ – круговая частота, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства, c – скорость света в вакууме, λ – длина волны, $\eta = 120\pi$ Ом – волновое сопротивление вакуума.

Контур поперечного сечения $r_s(\varphi)$ структуры в цилиндрической системе координат r, φ описывается формулой

$$r_s(\varphi) = a \left(\sqrt{\cos 2\varphi + \sqrt{\cos^2 2\varphi + b^4/a^4 - 1}} \right), \quad (2)$$

$$a^2 < b^2.$$

Отметим, что, изменяя отношение параметров b/a (при фиксированном b), можно изменять степень “вогнутости” контура (2) рассеивающей структуры. На рис. 1 изображены контуры поперечного сечения структуры при $\lambda = 400$ нм и для различных значений параметров $kb = 0.2\pi$, $a = 0.7b$, $0.9b$, $0.96b$, $0.99b$, $0.999b$. Считается, что среда структуры представляет собой серебро. При этом частотная зависимость относительной диэлектрической проницаемости $\epsilon_c(\lambda) = \epsilon' - i\epsilon'' \equiv \text{Re}(\epsilon_c) - i\text{Im}(\epsilon_c)$ серебра рассчитывалась на основе интерполяции экспериментальных данных работы [11] кубическими сплайнами.

Пространственное распределение диэлектрической проницаемости для структур, изображенных на рис. 1, имеет вид

$$\epsilon(r, \varphi) = \begin{cases} \epsilon_c, & r < r_s(\varphi), \\ 1, & r > r_s(\varphi). \end{cases} \quad (3)$$

Исследование сформулированной задачи дифракции удобнее проводить, используя z -компоненту $U(r, \varphi) = H_z(r, \varphi)$ магнитного поля, так как краевая задача для функции $U(r, \varphi)$ является скаляр-

ной. Полное поле $U(r, \varphi)$, т.е. суперпозиция падающего и рассеянного полей, в кусочно-постоянной среде (3) удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + k^2 \epsilon(r, \varphi) \right] U(r, \varphi) = 0. \quad (4)$$

Компоненты электрического поля могут быть выражены через функцию $U(r, \varphi)$

$$E_\varphi(r, \varphi) = -\frac{\eta}{ik\epsilon(r, \varphi)} \frac{\partial U(r, \varphi)}{\partial r},$$

$$E_r(r, \varphi) = \frac{\eta}{ik\epsilon(r, \varphi)} \frac{\partial U(r, \varphi)}{\partial \varphi}. \quad (5)$$

На границах структуры должны быть непрерывны величины U и $\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial N}$, где $\frac{\partial U}{\partial N}$ – производная по направлению нормали к границе раздела сред.

Как уже отмечалось, полное поле $U(r, \varphi)$ вне структуры состоит из падающего (U^0) и рассеянного (U^s) полей

$$U(r, \varphi) = U^0(r, \varphi) + U^s(r, \varphi). \quad (6)$$

Падающее поле задано функцией

$$U^0 = \exp[-ikr \cos(\varphi - \varphi_0)]. \quad (7)$$

Рассеянное поле $U^s(r, \varphi)$ в цилиндрической системе координат (r, φ) , где $x = r \cos \varphi$ и $y = r \sin \varphi$, в дальней зоне ($kr \rightarrow \infty$) должно удовлетворять условию излучения

$$U^s = \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(-ikr + i\frac{\pi}{4}\right), \quad (8)$$

где $\Phi(\varphi)$ – диаграмма рассеяния.

Полное сечение рассеяния σ_s определяется формулой

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi. \quad (9)$$

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение сформулированной задачи проводили модифицированным методом дискретных источников [12, 13]. При этом точность решения задачи контролировали путем вычисления невязки δ граничных условий в линейной норме в точках, расположенных в середине между точками, где граничные условия выполняются точно (в таких точках граничные условия выполняются наихудшим образом [12]). Во всех приведенных ниже расчетах максимальная невязка граничных условий не превышает величину $\delta < 10^{-3}$.

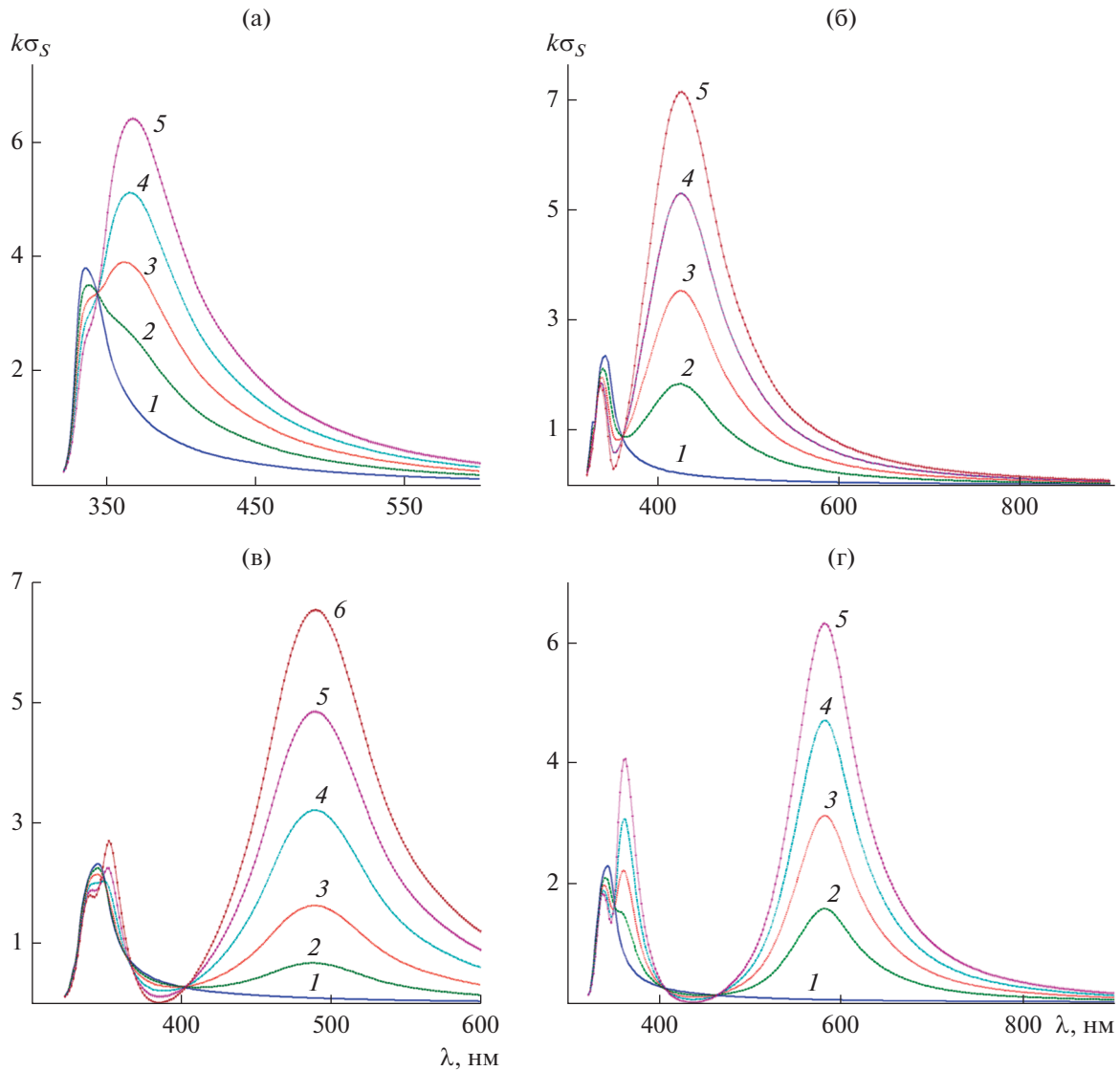


Рис. 2. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны для овала Кассини при $b = 40$ нм и $a = 0.7b$ (а), $0.96b$ (б), $0.99b$ (в), $0.999b$ (г) и различных углах падения плоской волны: $\varphi_0 = 0$ (1), $\pi/6$ (2), $\pi/4$ (3), $\pi/3$ (4), $\pi/2$ (5).

На рис. 2а представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_s$ при параметрах овала Кассини $a = 0.7b$, $b = 40$ нм (см. кривую 1 на рис. 1) и различных углах падения плоской волны: $\varphi_0 = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2$. Из результатов, изображенных на рис. 2а, следует, что рассеивающая наноструктура, контур которой не содержит точек изменения знака кривизны и является чисто выпуклым, имеет только один максимум поперечника рассеяния $k\sigma_s$. При этом положение максимума поперечника рассеяния $k\sigma_s$ слабо зависит от угла падения φ_0 плоской волны и располагается в диапазоне значений длин волн $335 \text{ нм} < \lambda < 370 \text{ нм}$.

Рисунки 2б–2г иллюстрируют аналогичные результаты для параметров овала Кассини $a = 0.96b$, $b = 40$ нм, $a = 0.99b$, $b = 40$ нм и $a = 0.999b$, $b = 40$ нм (см. кривые 2–5 на рис. 1) соответственно. При таких значениях параметров a, b контур поперечного сечения структуры имеет точки изменения знака кривизны и имеет разную степень “вогнутости”. Из результатов, представленных на рис. 2б–2г следует, что наличие “вогнутости” контура рассеивателя приводит к существованию двух максимумов поперечника рассеяния $k\sigma_s$. Увеличение степени “вогнутости” контура рассеивателя сказывается как на значениях амплитуд максимумов поперечника рассеивания $k\sigma_s$, так и

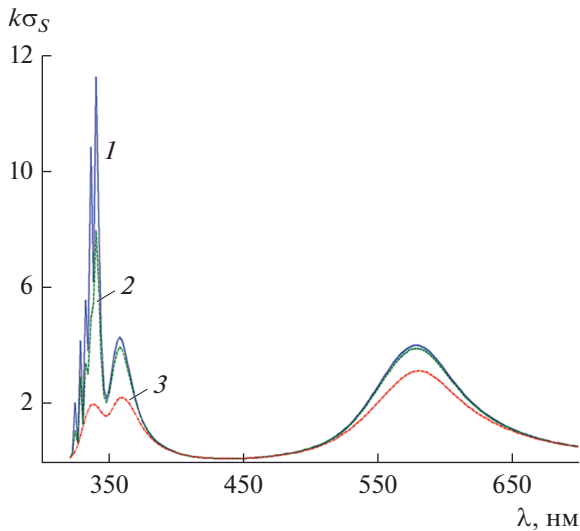


Рис. 3. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны при $a = 0.999b$, $b = 40$ нм, $\varphi_0 = \pi/4$ и различных потерях серебра: $\text{Im}(\epsilon_c)$ (1), $0.1\text{Im}(\epsilon_c)$ (2) и $0.001 \text{Im}(\epsilon_c)$ (3).

на их смещении относительно друг друга (увеличении их взаимного расположения). Далее будет показано, что правый максимум поперечника рассеяния $k\sigma_S$ на рис. 2а связан с существованием дипольного резонанса плазмонов. Левый максимум поперечника рассеяния $k\sigma_S$ — наличием квадрупольного резонанса плазмонов. Отметим, что увеличение угла падения φ_0 приводит к расщеплению максимума поперечника рассеяния $k\sigma_S$, связанного с квадрупольным резонансом. Это свидетельствует о том, что имеет место вырождение квадрупольного резонанса плазмонов. Кроме того, отметим существование нескольких точек пересечения всех кривых поперечника рассеяния $k\sigma_S$.

Для понимания происхождения этих максимумов $k\sigma_S$ на рис. 3 приведены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ при $a = 0.999b$, $b = 40$ нм, $\varphi_0 = \pi/4$ и различных значениях мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра, которые определяют потери среды. Из этого рисунка, а также расчетов структуры ближнего поля структуры, представленных ниже на рис. 4–6, следует, что при малых значениях потерь среды ($\text{Im}(\epsilon) \leq \text{Im}(\epsilon_c)$) можно наблюдать как дипольный резонанс, так и расщепленный мультипольный (квадрупольный) резонанс. Кроме того, из рис. 3 видно, что для реальных значений потерь серебра $\text{Im}(\epsilon_c)$ у такой структуры первый (правый) максимум поперечника рассеяния $k\sigma_S$ соответствует дипольному резонансу, а второй (левый) максимум — резуль-

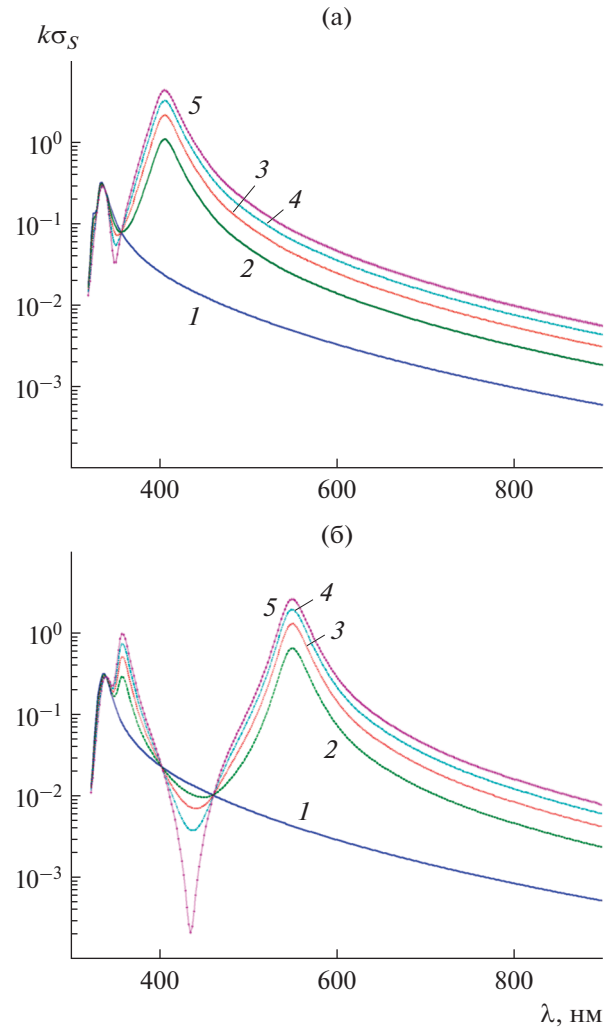


Рис. 4. Зависимость нормированного поперечника рассеяния от длины волны для овала Кассини при $b = 20$ нм и $a = 0.96b$ (а), $0.999b$ (б) и различных углах падения плоской волны: $\varphi_0 = 0$ (1), $\pi/6$ (2), $\pi/4$ (3), $\pi/3$ (4), $\pi/2$ (5).

тат слияния расщепленных мультипольных резонансов.

На рис. 4а, 4б представлены результаты расчета нормированного поперечника рассеяния $k\sigma_S$ для двух структур с параметрами $a = 0.96b$, $b = 20$ нм, $a = 0.999b$, $b = 20$ нм. Отметим, что размеры таких структур в два раза меньше, чем у структур, рассмотренных выше. При этом углы падения плоской волны φ_0 полагались равными: $\varphi_0 = 0$, $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$ соответственно. Из рис. 4а, 4б следует, что и для структур с такими размерами основные тенденции в поведении поперечника рассеяния $k\sigma_S$, отмеченные выше, сохраняются. Однако из кривых, приведенных на этих рисунках, видно, что наличие достаточно сильной “вогнутости” может приводить к уменьшению мини-

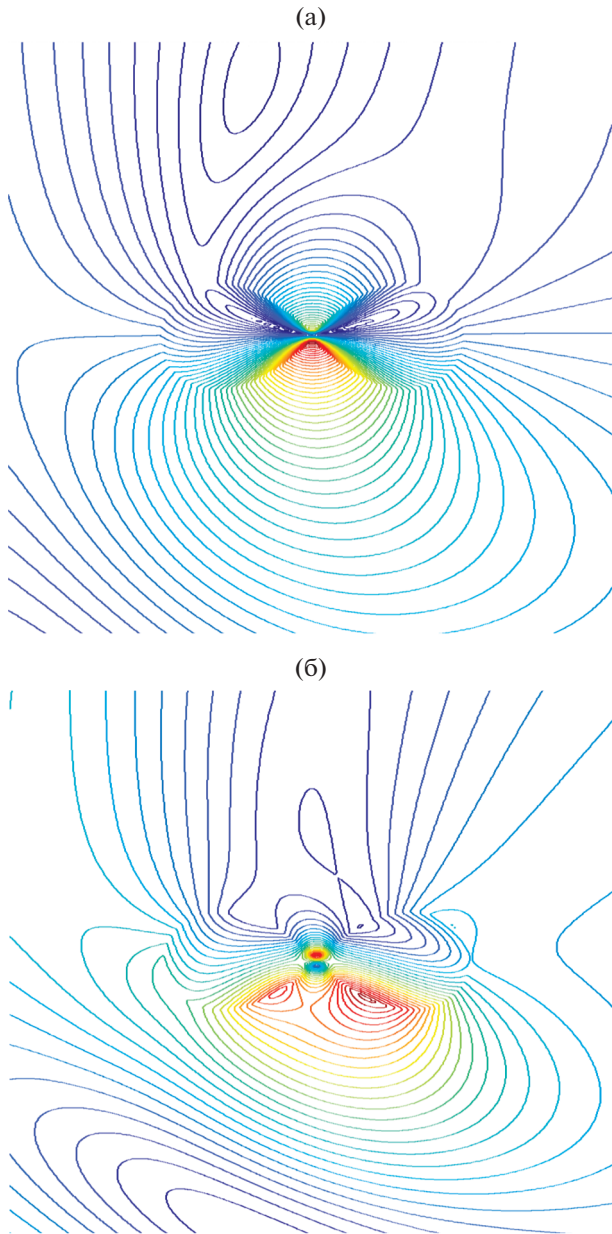


Рис. 5. Пространственное распределение линий равных амплитуд модуля компоненты H_z поля структуры с параметрами $a = 0.999b$, $b = 20$ нм, угле падения $\varphi_0 = \pi/4$, при длине волны $\lambda = 581$ (а) и 360.43 нм (б).

мама поперечника рассеяния $k\sigma_s$ приблизительно на четыре порядка.

На рис. 5а, 5б, 6 представлены результаты расчета пространственного распределения линий равного уровня для структуры с параметрами $a = 0.999b$, $b = 40$ нм, $\varphi_0 = \pi/4$ и трех длин волн $\lambda = 340$ нм, 360.43 нм, 581 нм соответственно. Отметим, что указанным длинам волн отвечают максимумы поперечника рассеяния $k\sigma_s$ (см. кривую 3 на рис. 2г). Данные, приведенные на рис. 5а,

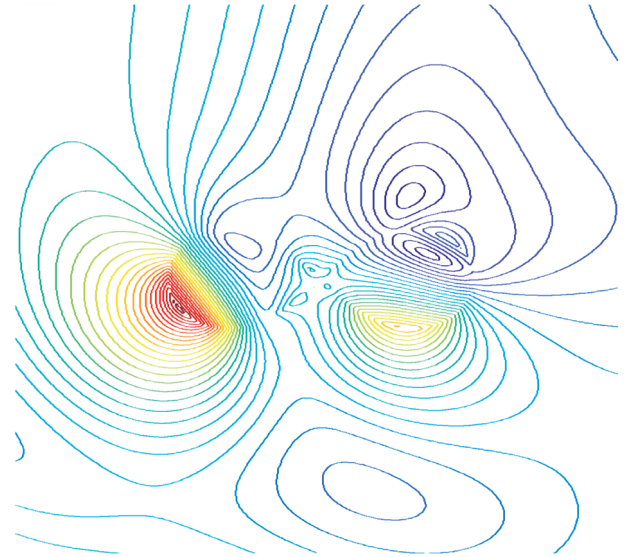


Рис. 6. Пространственное распределение линий равных амплитуд модуля компоненты H_z поля структуры с параметрами $a = 0.999b$, $b = 40$ нм, угле падения $\varphi_0 = \pi/4$, при длине волны $\lambda = 340$ нм.

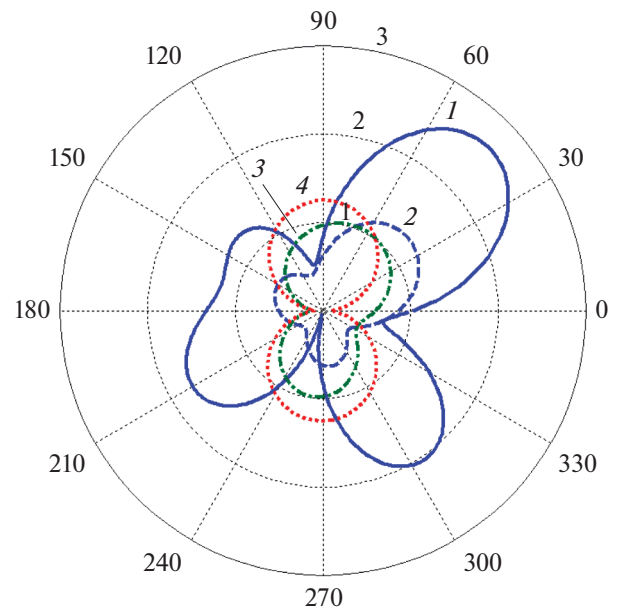


Рис. 7. Диаграмма рассеяния для структуры с параметрами $a = 0.999b$, $b = 40$ нм, угле падения $\varphi_0 = \pi/4$ и следующих различных параметрах: кривая 1 – $\text{Im}(\epsilon) = 0$, $\lambda = 340$ нм, кривая 2 – $\text{Im}(\epsilon)$, $\lambda = 340$ нм, кривая 3 – $\text{Im}(\epsilon)$, $\lambda = 360.43$ нм, кривая 4 – $\text{Im}(\epsilon)$, $\lambda = 581$ нм.

5б, 6 подтверждают наличие у структуры как дипольных, так и квадрупольных резонансов плазмонов, а также эффект их вырождения.

Наконец, обсудим результаты расчета диаграммы рассеяния. На рис. 7 представлены результаты расчетов диаграмм рассеяния для структуры с пара-

метрами $a = 0.999b$, $b = 40$ нм, при угле падения плоской волны $\varphi_0 = \pi/4$ и трех длинах волн — 340, 360.43 и 581 нм. На рисунке представлены следующие случаи: $\lambda = 340$ нм в отсутствие (кривая 1) и в присутствии потерь серебра $\text{Im}(\epsilon) = 0$ (кривая 2); $\lambda = 360.43$ нм в присутствии потерь серебра (кривая 3); $\lambda = 581$ нм в присутствии потерь серебра (кривая 4). Из рисунка видно, что потери сказываются более сильно на мультипольном резонансе, чем на дипольном.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена дифракция плоской волны на цилиндрической 2D-структуре, представляющей наноструктуру из серебра, контур которой имеет выпукло-вогнутую границу. Строгими численными методами рассчитаны спектральные и пространственные характеристики рассеянного поля. Показано, что для такой структуры характерно существование нескольких резонансов поперечника рассеяния, связанных с существованием дипольных и квадрупольных резонансов плазмон. Показано, что изменение угла падения плоской волны на такую структуру приводит к вырождению квадрупольных резонансов. Продемонстрировано влияние геометрических размеров структуры. Обнаружено уменьшение значений минимума поперечника рассеяния до величин порядка 10^{-4} при реальных потерях серебра.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Velichko E.A., Nosich A.I.* // Opt. Lett. 2013. V. 38. № 23. P. 4978.
3. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 9. С. 896.
4. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 8. С. 757.
5. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 35.
6. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60. № 7. С. 600.
7. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
8. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 5. С. 402.
9. *Анютин А.П., Коршунов И.П.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1099.
10. *Анютин А.П.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 2. С. 128.
11. *Johnson P.B., Christy R.W.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
12. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
13. *Anyutin A.P., Stasevich V.I.* // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.37

СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫЙ ВОЗБУДИТЕЛЬ МОДЫ H_{01} КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА

© 2021 г. В. А. Калошин^{а, *}, В. Ч. Фам^{б, *}^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125007 Российская Федерация^бМосковский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

*E-mail: phamchung@phystech.edu

Поступила в редакцию 03.04.2020 г.

После доработки 03.04.2020 г.

Принята к публикации 27.05.2020 г.

Предложен и исследован новый вариант построения возбуждателя моды H_{01} круглого металлического волновода в виде плавного перехода от одномодового прямоугольного металлического волновода к круглому многомодовому. Электродинамическое моделирование и оптимизация параметров перехода проведены с использованием методов конечных элементов и конечных разностей во временной области. Показано, что предложенный возбуждатель при относительно небольшой собственной длине обеспечивает малые потери на отражение и преобразование в другие моды круглого волновода в более широкой полосе частот, чем известные возбуждатели.

DOI: 10.31857/S0033849421060140

ВВЕДЕНИЕ

Мода H_{01} круглого многомодового металлического волновода имеет очень малые тепловые потери при распространении, что делает привлекательным ее использование в длинных трактах. Ограниченное применение круглых волноводов с H_{01} модой в первую очередь связано со сложностью реализации возбуждателей, излучателей и элементов тракта этой моды.

Возбудители моды H_{01} можно разделить на две группы. К первой из них относятся сосредоточенные возбуждатели (в виде стыков волноводов с различной формой сечения) [1, 2]. К числу их недостатков относятся сравнительно большие потери на преобразование в другие моды круглого волновода и узкая полоса рабочих частот.

Ко второй группе относятся возбуждатели моды H_{01} круглого металлического волновода в виде плавного перехода от одномодового прямоугольного металлического волновода к многомодовому круглому. Основные идеи построения таких возбуждателей были описаны в середине XX в.

В возбуждателе в виде двух полукруглых волноводов, между которыми располагается возбуждающий одномодовый прямоугольный волновод с отверстиями связи, потери в диапазоне 46...52 ГГц составляют 0.9...1.5 дБ при коэффициенте стоячей волны (КСВ), равном 1.05 [3, 4].

Возбудитель, содержащий два плавных волноводных перехода: от прямоугольного сечения — в сектор (с углом раствора 30°) и далее от секторного сечения — к круглому, как показали расчеты [5, 6], может обеспечить потери 0.15...0.2 дБ при длине $L \approx 50...100 \lambda$ (λ — длина волны в свободном пространстве). Большая длина возбуждателя объясняется тем, что на участке нерегулярного секторного волновода с большими углами разворота эффективно возбуждаются высшие моды, в частности мода H_{11} , имеющая в секторе $150^\circ...180^\circ$ фазовую скорость, близкую к фазовой скорости моды H_{01} . В работе [7] предложен модифицированный возбуждатель такого типа, который состоит из пяти секторных участков с углами (град): 30, 120, 180, 270, 360. Длина третьего участка ($120^\circ...180^\circ$) выбирается из условия минимального возбуждения моды H_{11} . Однако даже в этом случае необходимая длина $L > 25\lambda$.

В работе [8] описан возбуждатель, который состоит из трех участков. На первом участке — переходе от одномодового прямоугольного волновода к ортогональному двухмодовому — через Т-образные промежуточные сечения происходит преобразование моды H_{10} в моду H_{20} . На втором участке прямоугольный волновод с модой H_{20} плавно деформируется в крестообразный волновод, а на третьем — крестообразный волновод переходит в круглый. Данный возбуждатель не нашел широко-

го применения из-за сложной конструкции. В дальнейшем возбудитель такого вида исследовался в диапазоне частот 75...95 ГГц. Потери в экспериментальном образце возбудителя при длине порядка 60λ составили 1.2 дБ, уровень паразитной моды H_{11} менее –10 дБ [9]. В работе [10] была предложена конструкция подобного возбудителя с более простой формой канала. В частности, винтообразные поверхности крестообразного волновода были заменены плоскими. Потери в преобразователе составили менее 0.5 дБ в относительной полосе частот 5%.

В работах [11, 12] описан возбудитель моды H_{01} круглого волновода, который также состоит из трех частей. Первая представляет собой волноводный переход от прямоугольного сечения к секторному с углом сектора 60° . Во второй части сектор плавно расширяется до 360° , а третья представляет собой фильтр, который пропускает только моду H_{01} . Недостатком этого возбудителя являются большая длина и узкая полоса рабочих частот.

В работе [13] представлен возбудитель в виде плавного перехода прямоугольного волновода в Т-образный волновод с постепенно расширяющейся нижней частью, который переходит в ортогональный прямоугольный двухмодовый волновод с H_{20} модой (первая часть возбудителя Марье [8]). Далее две половины этого волновода разворачиваются в круглый. Недостатком устройства является значительная длина (более 20λ) и узкая полоса рабочих частот. Потери в работе не приведены.

В работе [14] представлена еще одна из возможных конструкций перехода от прямоугольного волновода с волной H_{10} , основанная на принципе плавной деформации формы поперечного сечения волновода и структуры поля. Волноводный Е-тройник и две скрутки на углы 90° в противоположных направлениях образуют систему двух прямоугольных волноводов, соединенных узкими стенками, в которых возбуждены моды H_{10} с равными амплитудами и противоположными фазами. Затем прямоугольные сечения волновода плавно переходят в секторные с общим ребром. По мере увеличения угла секторных волноводов образуется круглый волновод с продольной металлической перегородкой. Обрыв этой перегородки не меняет структуру электромагнитного поля, и поэтому на выходе перехода имеем моду H_{01} в круглом волноводе. Для обеспечения требуемой чистоты возбуждения моды H_{01} этот возбудитель также должен иметь длину $L \gg \lambda$.

В работе [15] представлены результаты анализа и оптимизации возбудителя Марье [8] с использованием численных методов. Потери возбудителя длиной $L = 196.8$ мм в диапазоне 33...50 ГГц не превысили 0.2 дБ.

В работе [16] с использованием численных методов оптимизирована конструкция возбудителя H_{01} , содержащего переход от прямоугольного волновода в секторный и, затем, секторный в круглый, принцип построения которого описан в [5, 6]. Потери преобразователя длиной 171 мм в диапазоне частот 34...36 ГГц не превысили 0.15 дБ. Отметим, что в работе [17] описана аналитическая методика расчета коэффициентов возбуждения паразитных мод в секторном переходе от моды H_{10} прямоугольного волновода к моде H_{01} круглого волновода.

В работе [18] представлены результаты моделирования и измерений макета возбудителя Марье, изготовленного с использованием 3D-печати и спроектированного в соответствии с процедурой, описанной в работе [15]. Экспериментально подтвержденные потери возбудителя длиной 109 мм в диапазоне 67.5...87.6 ГГц – не более 1.5 дБ.

В работе [19] представлена еще одна конструкция, хотя и имеющая большие габариты, но относящаяся скорее к первой группе возбудителей H_{01} (см. выше). Круглый волновод возбуждается четырьмя прямоугольными волноводами через отверстия в стенке. Волноводы возбуждаются с одного входа с использованием трех делителей мощности. Из результатов моделирования следует, что потери возбудителя в полосе частот 5.8 ГГц и центральной частотой 34 ГГц не превышают 1 дБ.

Похожая конструкция возбудителя H_{01} описана в работе [20]. В полосе частот шириной 2 ГГц с центральной частотой 12 ГГц коэффициент отражения не превышает уровень –30 дБ, а коэффициент возбуждения высших мод не превышает уровень –50 дБ.

Недостатками описанных выше возбудителей в виде плавного перехода от волновода прямоугольного сечения в круглый волновод являются сложная конструкция, большие габариты и, как правило, достаточно большие потери.

Цель данной работы – расширение полосы частот, уменьшение длины и потерь на преобразование возбудителя моды H_{01} круглого металлического волновода.

1. КОНСТРУКЦИЯ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ВОЗБУДИТЕЛЯ

Рассмотрим возбудитель, который состоит из трех частей (рис. 1а). Первая часть возбудителя (рис. 1б) представляет собой плавный переход одномодового прямоугольного волновода с входным сечением 7.2×3.4 мм², верхняя половина которого постепенно сужается по двум координатам, а нижняя – плавно переходит в два волновода треугольного и далее – секториального сечения, радиус

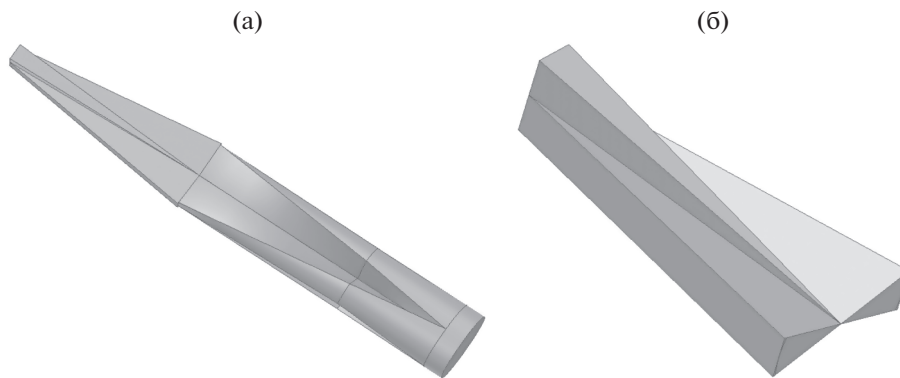


Рис. 1. Конструкция возбuditеля: общий вид (а) и первая часть (б).

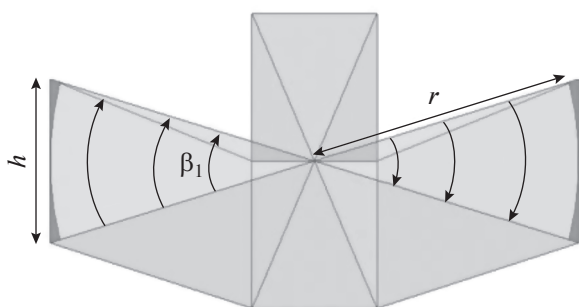


Рис. 2. Структура электрического поля на выходе первой части возбuditеля.

которого 7.2 мм, а угол раствора β_1 . На входе прямоугольного волновода возбуждается мода H_{10} , на выходе первой части формируется мода H_{01} секторного волновода (рис. 2).

Были рассчитаны с использованием метода конечных элементов зависимости от частоты коэффициента отражения на входе первой части возбuditеля длиной 42 мм для различных значений размера h , соответствующих различным углам раствора β_1 (рис. 3).

Из рис. 3 видно, что максимальную ширину полосы по уровню отражения -20 дБ (27...47 ГГц) обеспечивает выбор значения $h = 4$ мм, соответствующее значение угла $\beta_1 = 31.5^\circ$. Длина перехода выбрана из условия обеспечения уровня коэффициента отражения моды $H_{01} < -20$ дБ в полосе частот 27...47 ГГц.

Также были рассчитаны коэффициенты возбуждения паразитных волн (рис. 4). Черными кружками на кривых здесь и далее отмечены соответствующие критические частоты.

Конструкция второй части возбuditеля (рис. 5а) состоит из четырех нерегулярных по уг-

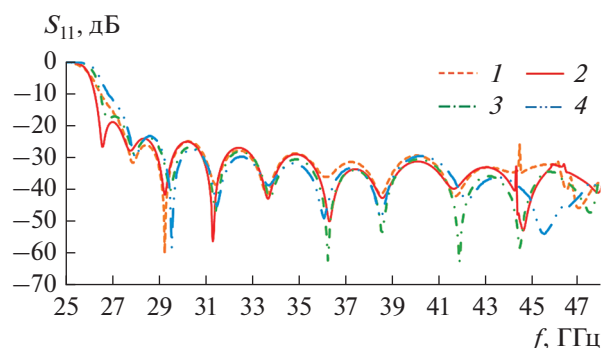


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения от частоты при $h = 3$ (1), 4 (2), 5 (3) и 6 мм (4).

лам поворота и разворота секторных волноводов (винтовых переходов) с начальным значением угла раствора $\beta_1/2$ и конечным $\beta_2 = 45^\circ$ того же радиуса r (рис. 5б). Выход второй части возбuditеля представляет собой крест из четырех 45-градусных секторных волноводов с синфазно возбужденными модами H_{01} (рис. 6).

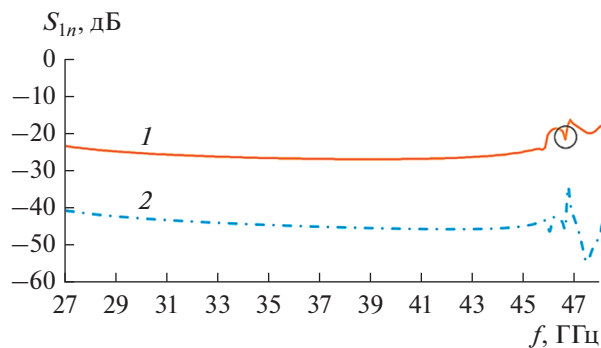


Рис. 4. Зависимость коэффициентов возбуждения (КВ) мод H_{02} (кривая 1) и H_{11} (кривая 2) первой части возбuditеля от частоты, кружком отмечена соответствующая критическая частота.

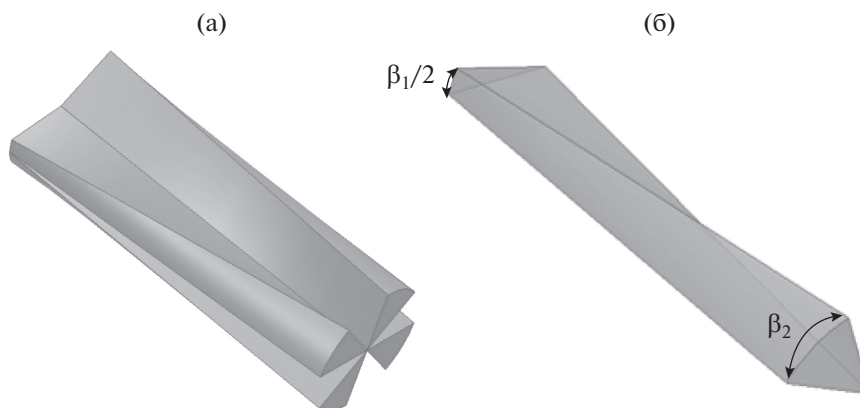


Рис. 5. Конструкция второй части возбуждителя: общий вид (а) и нерегулярный секторный волновод (б).

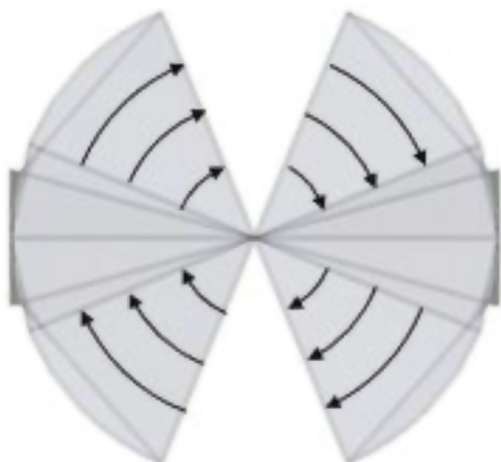


Рис. 6. Структура электрического поля на выходе второй части возбуждителя.

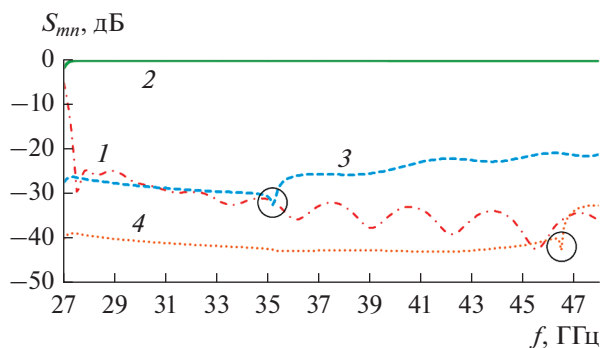


Рис. 7. Зависимость коэффициентов отражения (кривая 1) и возбуждения мод H_{01} (2), H_{11} (3) и H_{02} (4) второй части возбуждителя от частоты, кружочками отмечены соответствующие критические частоты.

Также методом конечных элементов были рассчитаны и представлены частотная зависимость коэффициента отражения (кривая 1) на входе нерегулярного секторного волновода длиной 36 мм и коэффициенты возбуждения мод H_{01} , H_{11} и H_{02} на его выходе (кривые 2–4 соответственно).

Длина перехода выбрана из условия обеспечения уровня коэффициентов отражения моды H_{01} и возбуждения паразитных мод менее -20 дБ в диапазоне частот 27.5...47 ГГц.

Конструкция третьей части возбуждителя содержит четыре симметричных секторных разворота (рис. 8а) от угла $\beta_2 = 45^\circ$ до угла $\beta_3 = 90^\circ$ с постоянной угловой скоростью, которые в конце образуют круглый волновод (рис. 8б).

Рассчитанные частотные зависимости коэффициентов отражения на входе и возбуждения моды H_{01} на выходе третьей части возбуждителя длиной 24 мм представлены на рис. 9 (кривые 1 и 2 соответственно). Там же показаны коэффициенты возбуждения паразитных мод на выходе возбуждителя (кривые 3, 4) (в каждом из секторных волноводов). Длина перехода выбрана из тех же условий, что и для второй части возбуждителя.

Далее с использованием электродинамического моделирования был проведен анализ возбуждителя длиной 102 мм, состоящего из трех оптимизированных выше частей, выполненных из латуни.

На рис. 10 приведены частотные зависимости коэффициента отражения на входе возбуждителя, рассчитанные с использованием методов конечных элементов и конечных разностей во временной области. Как видно из рисунка, в полосе частот 27.3...46.95 ГГц (относительная полоса частот 53%) коэффициент отражения не превышает уровень -15 дБ.

На рис. 11 в тех же обозначениях приведены частотные зависимости коэффициента возбуждения (передачи) моды H_{01} , также рассчитанные двумя

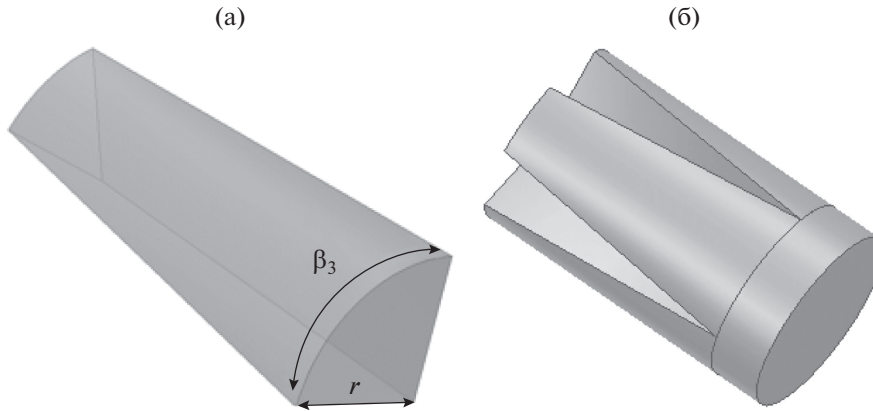


Рис. 8. Третья часть возбуждителя: один из четырех симметричных секторных разворотов (а) и круглый волновод (б).

методами. Видно, что в указанной выше полосе частот потери моды H_{01} менее 0.15 дБ.

На рис. 12 приведены частотные зависимости коэффициентов возбуждения паразитных мод на выходе возбуждителя, рассчитанные методом ко-

нечных элементов. Из рисунка видно, что уровень возбуждения паразитных волн не превышает -20 дБ.

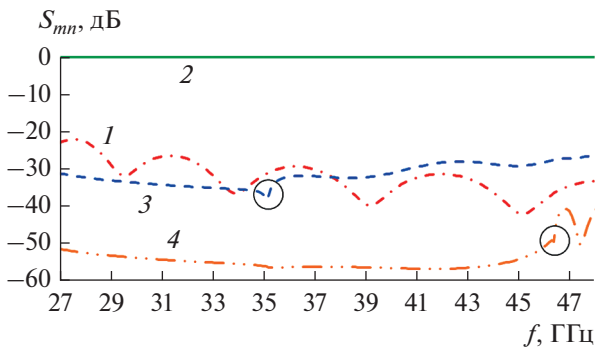


Рис. 9. Зависимости коэффициентов отражения на входе S_{11} (кривая 1) и возбуждения моды H_{01} на выходе (кривая 2), а также коэффициентов возбуждения паразитных мод H_{11} (3) и H_{02} (4) на выходе возбуждителя.

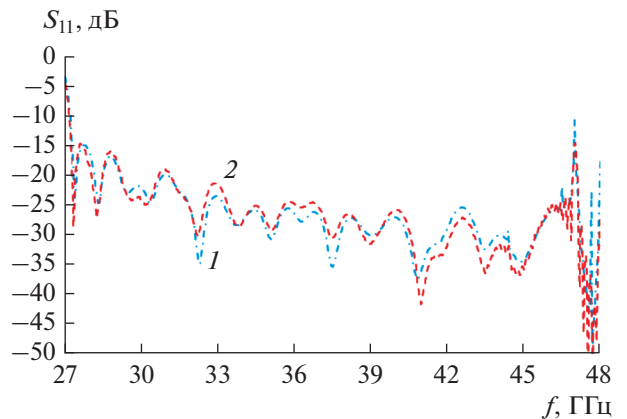


Рис. 10. Зависимости коэффициента отражения S_{11} на входе возбуждителя от частоты, рассчитанные с использованием методов конечных элементов (кривая 1) и конечных разностей во временной области (кривая 2).

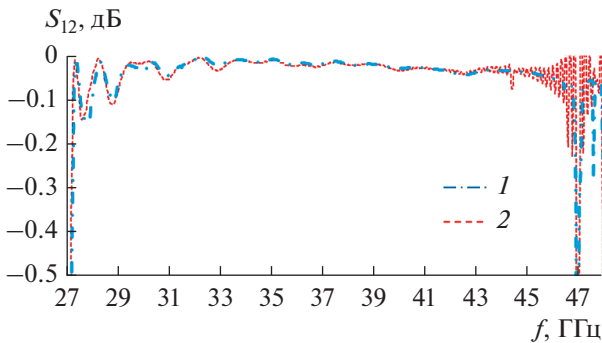


Рис. 11. Зависимости коэффициента возбуждения моды H_{01} от частоты, рассчитанные с использованием методов конечных элементов (кривая 1) и конечных разностей во временной области (кривая 2).

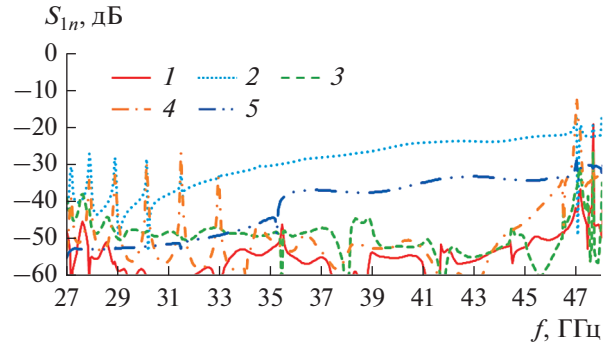


Рис. 12. Зависимости коэффициентов возбуждения паразитных мод на выходе возбуждителя от частоты, рассчитанные с использованием метода конечных элементов: H_{11} (1), H_{21} (2), E_{11} (3), E_{21} (4), H_{41} (5).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Предложенная и исследованная конструкция возбудителя моды H_{01} при относительно небольшой собственной длине (менее 10 длин волн на нижней частоте диапазона) обеспечивает сверхширокополосный режим работы при потерях менее 0.15 дБ, уровне коэффициента отражения ниже –15 дБ, а коэффициента возбуждения паразитных волн – ниже –20 дБ.

2. Достоверность полученных характеристик возбудителя обеспечена проведением численного эксперимента с использованием двух апробированных методов электродинамического моделирования (конечных элементов и конечных разностей во временной области).

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Летавин Д.А., Мительман Ю.Е.* // Матер. 24-й Международ. Крым. конф. СВЧ техника и телекоммун. технol. Севастополь: Вебер, 2014. Т. 2. С. 561.
2. *Малов Э.Э., Мительман Ю.Е.* // Матер. 24-й Международ. Крым. конф. СВЧ техника и телекоммун. технol. Севастополь: Вебер, 2014. Т. 2. С. 576.
3. *Oguchi B., Ymaguchi K.* // Proceedings of the IEE. 1959. V. 106. № 13S. P. 132.
4. *Shimada S.* Mode Transducers in the 50 Gc/s Region. Report of the Research Committee on Millimeter Waves in Japan. Japan: Corona, 1963. P. 62.
5. *Southworth G.C.* // Bell System Technical J. 1950. V. 29. № 3. P. 295.
6. *Исаенко Ю.М.* // РЭ. 1959. Т. 4. № 8. С. 1398.
7. *Enderby C.E.* Rectangular to circular waveguide transition. US Pat. № 3349346. Publ. 24 Oct. 1967.
8. *Marie P.* // L'onde électrique. 1957. № 2. P. 471.
9. *Gerdine M.A.* // Microwave J. 1970. V. 13. № 2. P. 73.
10. *Персиков М.В.* // РЭ. 1961. Т. 6. № 3. С. 446.
11. *Коган Н.Л., Машковцев Б.М., Цибизов К.Н.* Сложные волноводные системы. Л.: Судпромгиз, 1963. С. 328.
12. *Wolfert P.H.* // IEEE Trans. 1963. V. MTT-11. № 5. P. 430.
13. *Лебедев И.В.* Техника и приборы СВЧ. М.: Высш. школа, 1970. С. 98.
14. *Сазонов Д.М.* Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1988. С. 61.
15. *Saad S.S., Davies J.B., Davies O.J.* // IEE J. Microwaves, Optics and Acoustics. 1977. V. 1. № 2. P. 58.
16. *Qian-Zhong Xue, Shi-Chang Zhang, Pu-Kun Liu* // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 2005. V. 26. № 10. P. 1407.
17. *Исаенко Ю.М.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 1. С. 32.
18. *Del Mastro M., Del Pino M.A., Spirito M.* // 92 ARFTG Microwave Measurement Conf. 2019. USA. P. 1.
19. *Ching-Fang Yu, Tsun-Hsu Chang* // IEEE Trans. 2005. V. MTT-53. № 12. P. 3794.
20. *Montejo-Garai J.R., Saracho-Pantoja I.O., Ruiz-Cruz J.A., Rebollar J.M.* // Asia-Pacific Microwave Conf. (APMC). Dec. 2016. New Delhi. P. 1.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 517.958

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУР

© 2021 г. А. Б. Самохин*

МИРЭА – Российский технологический университет,
просп. Вернадского, 78, Москва, 119454 Российская Федерация

*E-mail: absamokhin@yandex.ru

Поступила в редакцию 17.10.2020 г.

После доработки 27.10.2020 г.

Принята к публикации 05.11.2020 г.

Доказано, что при определенных условиях в ограниченной диэлектрической среде без потерь существуют ненулевые решения однородной задачи. Если среда анизотропная, то в области неоднородности может находиться электромагнитная энергия и при этом нет излучения в окружающее пространство.

DOI: 10.31857/S0033849421060218

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы единственности решения задач взаимодействия электромагнитного поля с неоднородной диэлектрической средой, находящейся в трехмерной ограниченной области Q , окруженной свободным пространством, имеют принципиальное значение в электродинамике. Если среда в Q имеет потери, то решение задачи единственно, т.е. при отсутствии внешнего источника поля решение во всем пространстве, в том числе в области Q , может быть только нулевым. При отсутствии потерь в среде, особенно при наличии анизотропии, возникают значительные трудности при доказательстве единственности. В работах [1–3] было доказано, что для сред без потерь и с гладкими параметрами среды во всем пространстве решение задач единственно, если выполняется условие

$$\sum_{n,m=1}^3 \epsilon_{nm}(x) \alpha_n \alpha_m \neq 0, \quad x \in Q, \quad \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1, \quad (1)$$

где ϵ_{nm} – компоненты тензора ора диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}$ в декартовой системе координат. Для изотропной среды условие (1) принимает вид $\epsilon(x) \neq 0, \quad x \in Q$.

Цель данной работы – представить доказательство, что в среде без потерь, в которой нарушается условие (1), существуют ненулевые решения в Q для однородной задачи. Если среда анизотропная, то в области Q может находиться электромагнитная энергия и при этом нет излучения в окружающее пространство.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующий класс задач. В трехмерной ограниченной области Q среда характе-

ризуется эрмитовой кусочно-дифференцируемой тензор функцией диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}(x)$, а вне области диэлектрическая проницаемость изотропна и равна ϵ_0 и везде $\mu = \mu_0$, $\text{Im } \epsilon_0 = 0$, $\text{Im } \mu_0 = 0$, $\text{Re } \epsilon_0 > 0$, $\text{Re } \mu_0 > 0$. (Тензор $\hat{\alpha}$ является эрмитовым, если $\hat{\alpha} = \hat{\alpha}^*$, где $\hat{\alpha}^*$ – сопряженный тензор, т.е. транспонированный тензор с комплексно сопряженными элементами). Нашей целью является изучение решений однородных уравнений Максвелла

$$\text{rot } \vec{H} = -i\omega \epsilon \vec{E}, \quad \text{rot } \vec{E} = i\omega \mu_0 \vec{H}, \quad (2)$$

удовлетворяющих условию излучения на бесконечности

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} - ik_0 r u \right) = 0, \quad r := |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \quad (3)$$

где $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, u – любая из декартовых компонент полей \vec{E} или \vec{H} . Кроме того, на поверхностях разрыва параметров среды тангенциальные компоненты полей должны быть непрерывны.

Поставленная задача может быть сведена к однородному объемному сингулярному интегральному уравнению относительно электрического поля [1]

$$\begin{aligned} & \vec{E}(x) + \frac{1}{3} (\hat{\epsilon}_r(x) - \hat{I}) \vec{E}(x) - p.v. \times \\ & \times \int_{\Omega} ((\hat{\epsilon}_r(y) - \hat{I}) \vec{E}(y), \text{grad}) \text{grad } G(R) dy - \\ & - k_0^2 \int_{\Omega} (\hat{\epsilon}_r(y) - \hat{I}) \vec{E}(y) G(R) dy = 0, \\ & x \in \Omega, \quad \hat{\epsilon}_r = \hat{\epsilon} / \epsilon_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где G – функция Грина для уравнения Гельмгольца

$$G(R) = \exp(ik_0 R)/(4\pi R), \quad (5)$$

$R = |x - y|$, $x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3)$, $\Omega \supseteq Q$. Из (4) ясно, что электромагнитное поле в Q не зависит от значения полей в области $\Omega \setminus \bar{Q}$.

2. УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ СТРУКТУР

С помощью леммы Реллиха, используя условие на бесконечности (3), в [4] доказывается, что в области $\mathbf{R}^3 \setminus \bar{Q}$ электромагнитное поле, удовлетворяющее (2), (3), равно нулю. Тогда из теоремы Пойнтинга, учитывая эрмитовость тензор-функции $\hat{\epsilon}(x)$, следует интегральное равенство

$$\int_Q \bar{E}^* \hat{\epsilon} E dQ = \mu_0 \int_Q |\bar{H}|^2 dQ. \quad (6)$$

Для изучения решений однородных уравнений будем применять принцип продолжения решения по непрерывности, который справедлив для эллиптических дифференциальных уравнений [5]. Несложно видеть, что уравнения Максвелла не являются эллиптическими. Однако если тензор-функция $\hat{\epsilon}(x)$ трижды дифференцируема в какой-либо области, то в этой области уравнения Максвелла (2) могут быть сведены в декартовой системе координат к следующей системе дифференциальных уравнений [2, 6]:

$$\begin{aligned} \epsilon_{lm} \frac{\partial^2 E_k}{\partial x_l \partial x_m} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \epsilon_{lm}}{\partial x_l} E_m \right) + \frac{\partial \epsilon_{lm}}{\partial x_k} \frac{\partial E_m}{\partial x_l} + \\ + i\omega \mu_0 \epsilon_{lm} L_{kmn} \frac{\partial}{\partial x_l} (H_n) = 0, \quad k = 1, 2, 3, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 H_k}{\partial x_l \partial x_l} - i\omega L_{kln} \frac{\partial}{\partial x_l} (\epsilon_{np} E_p) = 0, \quad k = 1, 2, 3.$$

В (7) используется правило суммирования по повторяющимся индексам, а L_{kmn} – символ Леви–Чивита. Система уравнений (7) будет эллиптической, если выполняется условие (1) [2, 6].

Для исследования решений интегрального уравнения (4) будем использовать гильбертово пространство интегрируемых с квадратом вектор-функций $\bar{L}_2(\Omega)$ со скалярным произведением, определяемым формулой

$$(\bar{U}, \bar{V}) = \int_{\Omega} \bar{U}(x) \bar{V}^*(x) dx. \quad (8)$$

Дадим несколько определений, которые используются в дальнейшем изложении.

Определение 1. Пусть A – линейный ограниченный оператор, действующий в гильбертовом пространстве H . Тогда оператор A^* , который также

определен в H , называется сопряженным к A , если равенство $(Af, g) = (f, A^*g)$ выполняется для всех $f, g \in H$.

Решения однородного уравнения $Au = 0$ будем называть нулями оператора A . Обозначим размерность подпространства нулей через $n(A)$. Тогда $n(A^*)$ – размерность подпространства нулей сопряженного оператора A^* . Разность $\text{Ind} A = n(A) - n(A^*)$ называется индексом A .

Определение 2. Линейный ограниченный оператор A , действующий в гильбертовом пространстве H , называется нетеровым оператором, если значения $n(A)$ и $n(A^*)$ конечны.

Имеет место следующее утверждение [1–3].

Теорема 1. Пусть тензор-функция $\hat{\epsilon}(x)$ является всюду в \mathbf{R}^3 непрерывной по Гёльдеру функцией координат, а вне ограниченной области Ω диэлектрическая проницаемость постоянна и равна ϵ_0 . Тогда, для того чтобы оператор уравнения (4) был нетеровым в гильбертовом пространстве $\bar{L}_2(\Omega)$, необходимо и достаточно выполнения в Ω условия (1).

Отметим, что условие эллиптичности дифференциальных уравнений (7) и условие нетеровости интегрального оператора уравнения (4) совпадают, однако для дифференциальных уравнений требуется большая гладкость параметров среды.

Обозначим через A оператор уравнения (4), где $\Omega = Q$. Тогда

$$\begin{aligned} (A\bar{W})(x) &= \left(\hat{I} + \frac{1}{3} \hat{\eta}(x) \right) \bar{W}(x) - \\ &- \int_Q \hat{G}_0(x, y) (\hat{\eta}(y) \bar{W}(y)) dy - \\ &- p.v. \int_Q \hat{G}_1(x, y) (\hat{\eta}(y) \bar{W}(y)) dy, \quad x \in Q, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\hat{\eta}(x) = (\hat{\epsilon}_r(x) - \hat{I})$ – тензор-функция, а $\hat{G}_0(x, y)$ и $\hat{G}_1(x, y)$ – матричные функции, очевидным образом определяемые из (4), (5).

Рассмотрим оператор в пространстве $\bar{L}_2(Q)$ вида

$$(\hat{A}\bar{W})(x) = \int_Q \hat{G}(x, y) \bar{W}(y) dy, \quad (10)$$

где $\hat{G}(x, y)$ – тензор-функция. Из (8) следует, что сопряженный оператор определяется формулой

$$(\hat{A}^* \bar{W})(x) = \int_Q \hat{G}^*(y, x) \bar{W}(y) dy,$$

где \hat{G}^* – сопряженный к \hat{G} тензор. Тогда оператор, сопряженный к оператору (9) в пространстве $\bar{L}_2(Q)$, будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} (A^* \bar{W})(x) &= \left(\hat{I} + \frac{1}{3} \hat{\eta}^*(x) \right) \bar{W}(x) - \\ &- \hat{\eta}^*(x) \int_Q \hat{G}_0^*(y, x) \bar{W}(y) dy - \\ &- \hat{\eta}^*(x) p.v. \int_Q \hat{G}_1^*(y, x) \bar{W}(y) dy, \quad x \in Q. \end{aligned} \quad (11)$$

Из (4), (5) следует, что $\hat{G}_n(x, y) = \hat{G}_n(y, x)$, $\hat{G}_n = \hat{G}_n^t$, $n = 0, 1$. Учитывая эти свойства тензоров, возьмем комплексное сопряжение от выражения (11):

$$\begin{aligned} (A^* \bar{W})^*(x) &= \left(\hat{I} + \frac{1}{3} \hat{\eta}'(x) \right) \bar{W}^*(x) - \\ &- \hat{\eta}'(x) \int_Q \hat{G}_0(x, y) \bar{W}^*(y) dy - \\ &- \hat{\eta}'(x) p.v. \int_Q \hat{G}_1(x, y) \bar{W}^*(y) dy, \quad x \in Q. \end{aligned} \quad (12)$$

В (12) символы t и $*$ обозначают соответственно транспонированный тензор и комплексно сопряженный вектор.

Имеет место следующее вспомогательное утверждение [7].

Лемма 1. Пусть тензор-функция $\hat{\eta}(x) = (\hat{\epsilon}_r(x) - \hat{I})$ может не иметь обратную функцию в Q только на множестве точек меры ноль, например на границе Q . Тогда размерности подпространств нулей оператора $A(\hat{\epsilon}^t)$ и оператора $A^*(\hat{\epsilon})$, действующих в $\bar{L}_2(Q)$, связаны равенством $n(A^*(\hat{\epsilon})) = n(A(\hat{\epsilon}^t))$, где A и A^* определяются выражениями (9) и (11).

Доказательство.

Пусть $\bar{W} \in \bar{L}_2(Q)$ – нуль оператора (11), т.е. $A^* \bar{W} = 0$. Обозначим

$$\begin{aligned} \bar{V}(x) &= -\frac{1}{3} \bar{W}^*(x) + \int_Q \hat{G}_0(x, y) \bar{W}^*(y) dy + \\ &+ p.v. \int_Q \hat{G}_1(x, y) \bar{W}^*(y) dy. \end{aligned}$$

Тогда, поскольку $A^* \bar{W} = 0$, из (12) получим $\bar{W}^* = \hat{\eta}' \bar{V}$. Теперь из (9), (12) имеем

$$\hat{\eta}' A(\hat{\epsilon}^t) \bar{V} = (A^* \bar{W})^* = 0, \quad (13)$$

где $A(\hat{\epsilon}^t)$ – оператор уравнения (9) с тензором диэлектрической проницаемости, равным $\hat{\epsilon}^t$. Из (13) следует, что любой нуль оператора $A^*(\hat{\epsilon})$ определяет нуль оператора $A(\hat{\epsilon}^t)$. Обратное из (13) не следует. Значит, размерности подпространств нулей этих операторов связаны неравенством

$n(A^*(\hat{\epsilon})) \leq n(A(\hat{\epsilon}^t))$. Теперь пусть \bar{W} – нуль оператора (9) с диэлектрической проницаемостью $\hat{\epsilon}^t$, т.е. $A(\hat{\epsilon}^t) \bar{W} = 0$. Обозначим $\bar{V}^* = \hat{\eta}' \bar{W}$. Тогда из (9), (12) имеем $(A^* \bar{V})^* = \hat{\eta}' A(\hat{\epsilon}^t) \bar{W} = 0$, откуда следует, что $n(A(\hat{\epsilon}^t)) \leq n(A^*(\hat{\epsilon}))$. Значит, $n(A(\hat{\epsilon}^t)) = n(A^*(\hat{\epsilon}))$, т.е. размерности подпространств нулей операторов $A^*(\hat{\epsilon})$ и $A(\hat{\epsilon}^t)$ равны. Лемма доказана.

Теперь докажем основной результат работы.

Теорема 2. Пусть в ограниченной области Q среда характеризуется эрмитовой тензор-функцией диэлектрической проницаемости $\hat{\epsilon}(x)$, а вне Q диэлектрическая проницаемость равна ϵ_0 . Кроме того, тензор-функция $(\hat{\epsilon}(x) - \epsilon_0 \hat{I})$ может не иметь обратную функцию в Q только на множестве точек меры ноль, например на границе Q . Тогда существуют ненулевые решения однородного уравнения (4) в $\bar{L}_2(Q)$, если выполняется одно из следующих условий.

А. В каждой точке области Q нарушается условие (1); компоненты тензора – вещественные величины и являются непрерывными по Гёльдеру функциями в Q ;

Б. Существует подобласть $Q_0 \subset Q$, в каждой точке которой нарушается условие (1), а в области $Q \setminus Q_0$ условие (1) выполняется; $\hat{\epsilon}(x)$ – трижды дифференцируемая функция в \mathbf{R}^3 .

Если среда в Q анизотропная, тензор $\hat{\epsilon}$ имеет обратный тензор в каждой точке области нарушения условия (1), то в области Q может накапливаться энергия электромагнитного поля.

Доказательство. Будем использовать некоторые рассуждения, приведенные в работе [7] при доказательстве теорем существования и единственности решения задач рассеяния. Рассмотрим сначала условие А теоремы 2. Определим область B в виде шара с центром в точке $x_0 \in Q$ и радиусом $2d$, где d – диаметр области Q (диаметр области – максимальное расстояние между точками границы). Очевидно, что $Q \subset B$. Зададим в области B непрерывную по Гёльдеру эрмитову тензор-функцию $\hat{\epsilon}^0(x)$, причем $(\hat{\epsilon}^0)^t = \hat{\epsilon}^0$, а компоненты тензора вещественные величины. Далее, в области Q функция $\hat{\epsilon}^0(x)$ совпадает с функцией $\hat{\epsilon}(x)$, т.е. $\hat{\epsilon}^0(x) = \hat{\epsilon}(x)$, $x \in Q$. Определим функцию-срезку со свойствами:

$\zeta(t; a, b) \in C^\infty(\mathbf{R}^1)$, $0 \leq \zeta(t; a, b) \leq 1$, $\zeta(t; a, b) = 1$ при $t \leq a$,

$\zeta(t; a, b) = 0$ при $t \geq b$,

$\zeta(t; a, b) > 0$ при $a < t < b$ ($0 < a < b$).

Рассмотрим вспомогательную задачу, которая описывается однородным интегральным уравнением (4) в области $\Omega = B$ с диэлектрической проницаемостью $\hat{\epsilon}^c(x)$, определяемой формулой

$$\hat{\epsilon}^c(x) := (\hat{\epsilon}^0(x) - \epsilon_0 \hat{I}) \zeta(|x - x_0|; d, 2d) + \epsilon_0 \hat{I} + i\sigma(x) \hat{I}. \quad (14)$$

В (14) $\sigma(x)$ – вещественная непрерывная по Гёльдеру функция, которая определяется следующим образом:

$$\sigma(x) \geq 0; \sigma(x) = 0 \text{ при } x \in Q,$$

$$\sigma(x) > 0 \text{ при } x \in B \setminus Q;$$

$$\sigma(x) = 0, x \in \mathbf{R}^3 \setminus B.$$

Диэлектрическая проницаемость $\hat{\epsilon}^c(x)$ является всюду в \mathbf{R}^3 непрерывной по Гёльдеру функцией. Поскольку условие (1) не выполняется в Q , то из теоремы 1 следует, что оператор A уравнения (4) с указанной диэлектрической проницаемостью не является нетеровым в пространстве $\bar{L}_2(B)$. Докажем, что размерность подпространства нулей оператора бесконечна. Предположим, что это не так, т.е. значение $n(A)$ конечно. Тогда, учитывая, что $(\hat{\epsilon}^c)^t = \hat{\epsilon}^c$, из леммы 1 следует – значение $n(A^*)$ тоже конечно и, значит, оператор A является нетеровым. Таким образом, приходим к противоречию, и поэтому значение $n(A)$ бесконечно.

Теперь рассмотрим структуру нулей оператора уравнения (4), определенного в области B . В области $B \setminus \bar{Q}$ среда, определяемая (14), имеет потери, и поэтому в этой области электромагнитное поле равно нулю. Тогда, сравнивая уравнение (4), определенное в области B с диэлектрической проницаемостью (14), и уравнение (4) в области Q , находим, что множества нулей операторов этих уравнений совпадают в Q . Значит, существует бесконечное число ненулевых решений однородного уравнения (4) в $\bar{L}_2(Q)$.

Покажем, что для анизотропной среды энергия электромагнитного поля, определяемая ненулевыми решениями в Q , также ненулевая. Энергия электромагнитного поля в Q определяется выражением

$$E = \frac{1}{2} \left(\int_Q \bar{E}^* \hat{\epsilon} \bar{E} dQ + \mu_0 \int_Q |\bar{H}|^2 dQ \right). \quad (15)$$

Из (6), (15) получим

$$E = \mu_0 \int_Q |\bar{H}|^2 dQ. \quad (16)$$

Значит, электромагнитная энергия в Q будет нулевой, если магнитное поле равно нулю. Предпо-

ложим, что магнитное поле равно нулю в Q . Тогда из первого уравнения (2) имеем $\hat{\epsilon} \bar{E} = 0$, и поскольку тензор-функция $\hat{\epsilon}(x)$ имеет обратную функцию в Q , электрическое поле также равно нулю. Значит, энергия электромагнитного поля, определяемая ненулевыми решениями уравнения (4) в $\bar{L}_2(Q)$, также ненулевая.

Теперь пусть выполняется условие Б теоремы 2. Рассмотрим вспомогательную задачу, которая описывается уравнением (4) в области $\Omega = B$ с диэлектрической проницаемостью $\hat{\epsilon}(x)$. Из условия теоремы следует, что в области $B \setminus Q$ диэлектрическая проницаемость постоянна и равна ϵ_0 . Но поскольку тензор-функция $\hat{\epsilon}(x)$ – эрмитова, то электромагнитное поле равно нулю в области $B \setminus Q$. Тогда получаем, что множества нулей операторов уравнения (4) в области B и уравнения (4) в Q совпадают в области Q .

Пусть в уравнении (4) диэлектрическая проницаемость равна $\hat{\epsilon}^t(x)$. Тогда электромагнитное поле для этой задачи также равно нулю в области $B \setminus Q$. Покажем, что

$$n(A(\hat{\epsilon})) = n(A(\hat{\epsilon}^t)), \quad (17)$$

где A – оператор уравнения (4) в области B .

Электромагнитное поле в Q , определяемое уравнением (4), удовлетворяет уравнениям Максвелла и нулевым граничным условиям на ∂Q . Из уравнений (2) следует, что элементы множества нулей оператора $A(\hat{\epsilon})$ описываются решениями уравнения

$$\text{rot rot } \bar{E} - \omega^2 \mu_0 \hat{\epsilon} \bar{E} = 0, \quad (18)$$

удовлетворяющими граничным условиям – тангенциальные компоненты \bar{E} и $\text{rot } \bar{E}$ на ∂Q равны нулю. Аналогично, элементы множества нулей оператора $A(\hat{\epsilon}^t)$ описываются решениями уравнения

$$\text{rot rot } \bar{E}_1 - \omega^2 \mu_0 \hat{\epsilon}^t \bar{E}_1 = 0, \quad (19)$$

удовлетворяющими граничным условиям – тангенциальные компоненты \bar{E}_1 и $\text{rot } \bar{E}_1$ на ∂Q равны нулю.

Пусть \bar{E} – нуль оператора $A(\hat{\epsilon})$. Возьмем комплексное сопряжение (18). Тогда, поскольку тензор $\hat{\epsilon}$ эрмитов, из (18), (19) получим, что $\bar{E}_1 = \bar{E}^*$ является нулем оператора $A(\hat{\epsilon}^t)$, и поэтому $n(A(\hat{\epsilon})) \leq n(A(\hat{\epsilon}^t))$. Аналогично, применяя комплексное сопряжение к (19), получим $n(A(\hat{\epsilon}^t)) \leq n(A(\hat{\epsilon}))$. Значит, справедливо равенство (17). Поскольку множества нулей операторов уравнений (4) в B и

в Q совпадают в области Q , получим равенство (17) для оператора уравнения (4) в Q .

Диэлектрическая проницаемость $\hat{\epsilon}(x)$ является всюду в \mathbf{R}^3 дифференцируемой функцией. Поэтому, поскольку условие (1) не выполняется в области $Q_0 \subset Q$, из теоремы 1 получим, что оператор уравнения (4) не является нетеровым в пространстве $\bar{L}_2(Q)$. Из (17) и леммы 1 следует, что $n(A) = n(A^*)$ для оператора уравнения (4) в области Q . Значит, аналогично изложенному выше получаем, что значение $n(A)$ бесконечно.

Теперь рассмотрим структуру нулей оператора уравнения (4) в области B . Согласно условию Б, эрмитова тензор-функция $\hat{\epsilon}(x)$ в области $B \setminus Q_0$ удовлетворяет условию (1) и является трижды дифференцируемой. Тогда, используя уравнения (7) и применяя принцип продолжения решения по непрерывности [5] из области $B \setminus \bar{Q}$ в область $Q \setminus Q_0$, получим, что электромагнитное поле равно нулю в $B \setminus Q_0$. Множества нулей оператора уравнения (4) в B и оператора уравнения (4) в Q совпадают. Значит, существует бесконечное число ненулевых решений однородного уравнения (4) из $\bar{L}_2(Q)$, которые локализованы в области Q_0 .

Для анизотропной среды получим, аналогично изложенному выше, что энергия электромагнитного поля в Q_0 , определяемая ненулевыми решениями уравнения (4), ненулевая. Теорема доказана.

В изотропной среде при выполнении условий теоремы 2 энергия электромагнитного поля не может накапливаться. В этом случае нарушение условия (1) принимает вид $\epsilon(x) = 0$. Тогда в области Q_1 , где нарушается условие (1), из (6) имеем, что в этой области магнитное поле равно нулю. Значит, согласно (16) энергия также равна нулю. Далее из второго уравнения (2) следует, что $\vec{E} = \text{grad}\phi$, где ϕ – любая дифференцируемая функция, удовлетворяющая условию $\text{grad}\phi = 0$ на ∂Q_1 . Очевидно, что существует бесконечное число таких ненулевых решений.

Пусть диэлектрическая проницаемость всюду в \mathbf{R}^3 постоянна и равна ϵ_0 , а в области Q задана тензор-функция магнитной проницаемости $\hat{\mu}(x)$. Тогда справедливы рассмотренные уравнения с заменой $\vec{E} \rightarrow \vec{H}$, $\vec{H} \rightarrow -\vec{E}$ и диэлектрической проницаемости на магнитную проницаемость и обратно. Очевидно, что в этом случае справедливы все полученные утверждения с указанными выше заменами.

3. ПРИМЕРЫ РЕЗОНАНСНЫХ СТРУКТУР

Теорема 2 дает ответ на вопрос о существовании открытых резонансных анизотропных диэлектрических структур.

Приведем пример простой анизотропной среды, для которой выполняется условие А теоремы 2. В области Q среда характеризуется постоянным тензором диэлектрической проницаемости, который в декартовой системе координат имеет вид $\epsilon_{nm} = \epsilon_n \delta_{nm}$, где $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ – вещественные величины, $\epsilon_1, \epsilon_2 > 0$, $\epsilon_1, \epsilon_2 \neq \epsilon_0$, а $\epsilon_3 < 0$. Очевидно, что выполняются все условия теоремы, поэтому в Q может накапливаться электромагнитная энергия. Отметим, что форма области Q может быть практически любой. Можно привести много других примеров, удовлетворяющих условиям теоремы. Однако следует отметить, что подобные анизотропные диэлектрические структуры могут быть получены, по-видимому, только искусственным способом.

Теперь приведем пример анизотропной среды, удовлетворяющей условию Б теоремы 2. Рассмотрим анизотропную плазменную среду без потерь. В области Q среда характеризуется функциями плотности электронов $N(x)$ и внешнего магнитного поля $\vec{H}_0(x)$, которые являются трижды дифференцируемыми в \mathbf{R}^3 , причем $\vec{H}_0(x), N(x) = 0$ при $x \in \mathbf{R}^3 \setminus Q$. Для описания тензора диэлектрической проницаемости в точке $x \in Q$ введем локальную декартовую систему координат так, чтобы вектор $\vec{H}_0(x)$ был направлен вдоль оси x_3 . Тогда компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости среды в локальной системе координат в точке $x \in Q$ будут иметь вид [8]

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} = \epsilon_{22} &= 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 - \omega_H^2)}, \quad \epsilon_{33} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \\ \epsilon_{12} = -\epsilon_{21} &= -i \frac{\omega_p^2 \omega_H}{\omega(\omega^2 - \omega_H^2)}, \\ \epsilon_{13} = \epsilon_{31} = \epsilon_{32} = \epsilon_{23} &= 0, \\ \omega_p^2 &= \frac{4\pi e^2 N}{m}, \quad \omega_H = \frac{e H_0}{m c}, \end{aligned} \quad (20)$$

где e и m – заряд и масса электрона соответственно; c – скорость света; $N = N(x)$, $H_0 = |\vec{H}_0(x)|$.

Из (20) следует

$$\begin{aligned} \sum_{n,m=1}^3 \epsilon_{nm} \alpha_n \alpha_m &= \left(1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 - \omega_H^2)} \right) \times \\ &\times (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) + \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \alpha_3^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Из (21), учитывая, что $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 = 1 - \alpha_3^2$, получим, что условие (1) будет нарушено, если

$$\alpha_3^2 = \frac{\omega^2}{\omega_p^2 \omega_H^2} (\omega_p^2 + \omega_H^2 - \omega^2), \quad |\alpha_3| \leq 1, \quad \text{Im } \alpha_3 = 0. \quad (22)$$

Требование $\text{Im } \alpha_3 = 0$ приводит к тому, что $\omega^2 \leq \omega_p^2 + \omega_H^2$. Далее из (22) следует, что условие $|\alpha_3|^2 \leq 1$ приводит к тому, что должно выполняться неравенство $(\omega^2 - \omega_p^2)(\omega^2 - \omega_H^2) \geq 0$. Получим, что условие (1) не будет выполняться, если справедливо одно из следующих условий:

$$\omega \leq \min\{\omega_p, \omega_H\}, \quad (23)$$

$$\omega \geq \max\{\omega_p, \omega_H\}, \quad \omega^2 \leq \omega_p^2 + \omega_H^2. \quad (24)$$

Отметим, что в приведенные условия не входят параметры локальной системы координат.

Рассмотрим условие (24). Пусть в каждой точке области $Q_0 \subset Q$ выполняется условие $\omega(x)_p^2 + \omega(x)_H^2 = \omega^2$, а в области $Q \setminus Q_0$ справедливо неравенство $\omega^2 > \omega(x)_p^2 + \omega(x)_H^2$. Тогда в каждой точке области Q_0 условие (1) нарушается, а в области $Q \setminus Q_0$ оно выполняется. Далее из (20) следует, что тензор-функция $\hat{\epsilon}(x)$ имеет обратную функцию в каждой точке области Q_0 . Кроме того, из (20) следует, что тензор $(\hat{\epsilon}_r - \hat{I})$ имеет обратный в каждой точке области Q , за исключением границы ∂Q . Значит, выполняются все условия теоремы 2, и в области Q_0 может накапливаться энергия электромагнитного поля. Используя условия (23), (24), можно построить примеры других сред, удовлетворяющих условиям теоремы 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, доказано, что в среде без потерь, в которой нарушается условие (1) в области неоднородности Q , могут существовать ненулевые решения однородной задачи. Если среда анизотропная, то в области Q может находиться электромагнитная энергия и при этом нет излучения в окружающее пространство. Полученные результаты открывают принципиальную возможность создания аккумуляторов электромагнитной энергии. Кроме того, приведенный пример плазменной среды во внешнем магнитном поле показывает, что природа шаровой молнии связана, возможно, с рассмотренными резонансными структурами.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-11-20087).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самохин А.Б. Интегральные уравнения и итерационные методы в электромагнитном рассеянии. М.: Радио и связь, 1998.
2. Самохин А.Б. // Дифф. уравнения. 2001. Т. 37. № 10. С. 1357.
3. Самохин А.Б. // Дифф. уравнения. 2014. Т. 50. № 9. С. 1215.
4. Ильинский А.С., Кравцов В.В., Свешиников А.Г. Математические модели в электродинамике. М.: Высш. школа, 1991.
5. Хёрмандер Л. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными. Т. 3. Псевдодифференциальные операторы. М.: Мир, 1987.
6. Potthast R. // J. Integral Equations Appl. 1999. V. 11. № 2. P. 197.
7. Самохин А.Б., Смирнов Ю.Г. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2021. Т. 61. № 1. С. 85.
8. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.872.2

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОМАГНИННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИНЕРЦИОННО ДВИЖУЩИМИСЯ ПРОВОДЯЩИМИ ТЕЛАМИ

© 2021 г. С. О. Гладков*

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет – МАИ),
Волоколамское шоссе, 4, Москва, 125993 Российская Федерация*

*E-mail: Sglad51@mail.ru

Поступила в редакцию 06.09.2020 г.

После доработки 15.10.2020 г.

Принята к публикации 20.10.2020 г.

Показано, что в условиях инерционного движения проводящих тел вокруг них возникают электромагнитные поля. На примере неравномерно движущегося металлического шара вычислена интенсивность и мощность электромагнитного излучения, возникающая в моменты торможения и разгона. Доказано, что к подобному эффекту приводит также движение проводящих тел по криволинейной траектории, благодаря возникновению центробежной силы, действующей на электроны проводимости.

DOI: 10.31857/S0033849421060115

В данной статье продолжена тематика исследований, намеченная в работах [1–3]. Отметим, что этот вопрос далеко не нов, и восходит еще к началу XX в., когда С.Л. Мандельштам и Н.Д. Папалекси (1912–1914 гг.) попытались обнаружить электронно-инерционный эффект у металлов. Опыт заключался в следующем. Если движущийся металлический образец быстро остановить, то в момент его остановки электроны проводимости будут продолжать движение по инерции. Это движение, в свою очередь, должно проявить себя, как всплеск электрического тока. Вполне аналогично подобное явление будет наблюдаться и в момент начала движения. Авторам удалось экспериментально зафиксировать этот всплеск. Аналогичный эффект наблюдался и в опытах Р. Толмена и Т. Стюарта (1923, 1926 гг.). Катушку из металлической проволоки приводили в движение, а затем резко останавливали, в результате чего в цепи фиксировался всплеск электрического тока. Правильная физическая интерпретация этого интересного явления была дана в работе [4]. Кроме того, следует также отметить и публикации [5–9]. В монографиях [10, 11] этот эффект ввиду его важности описан в отдельных параграфах.

В данной статье рассмотрим инерционно движущиеся проводящие тела. Поскольку форма движущихся тел не слишком важна, то сугубо ради конкретности в качестве объекта изучения выберем металлический шар радиусом R_0 , движущийся в пространстве с переменной скоростью $\vec{u} = \vec{u}(t)$ вдоль некоторой произвольной траектории $\vec{r}_0(t)$. Ясно, что $\dot{\vec{r}}_0 = \vec{u}$.

С учетом отмеченных выше публикаций, а также согласно [11, §64] при ускоренном движении проводника в отсутствие внешних полей в нем появляется дополнительная плотность тока, и чтобы ее вычислить, можно воспользоваться методом квазиклассического кинетического уравнения, как это описано, например, в монографиях [12, 13]. Основная идея этого описания заключается в том, что при движении проводника газ свободных электронов увлекается этим движением и их функция распределения Ферми становится квазиравновесной вида

$$f = \left(\exp\left(\frac{\varepsilon - \vec{p}\vec{u}}{T}\right) + 1 \right)^{-1},$$

где $\varepsilon = p^2/2m$ – кинетическая энергия электрона, а \vec{p} – его импульс.

Пользуясь общим определением для плотности тока

$$\vec{j} = \frac{2e}{m(2\pi\hbar)^3} \int \vec{p} f d^3 p,$$

легко показать, что отличная от нуля поправка в линейном по \vec{u} приближении с учетом отмеченного в [11] дополнительного слагаемого $\tau\dot{\vec{u}}$, где τ – время релаксации электронов, приводит к следующему аддитивному выражению

$$\vec{j} = en(\vec{u} + \tau\dot{\vec{u}}), \quad (1)$$

где e – заряд электрона, n – их концентрация, а τ – время релаксации. Подчеркнем, что первое слагаемое в (1) обязано чисто поступательному

движению проводника и в общем случае по криволинейной траектории.

Как видно из формулы (1), при резких ускорениях и торможениях этот ток приведет к возникновению существенного перераспределения электромагнитных полей вне проводника, что обусловлено также и большой концентрацией электронов. Далее будет строго доказано аналитически, генерируемые неравномерно движущимся проводником электромагнитные поля приведут и к электромагнитному излучению (ЭМИ), интенсивность и мощность которого можно легко вычислить.

Следует отметить, что простейший опыт показывает: если над стрелкой компаса очень быстро махнуть металлической проволокой, как радиусом, предварительно закрыв компас стеклом, чтобы не задеть, то магнитная стрелка отклоняется.

Для решения поставленной задачи запишем для напряженностей электрического поля \vec{e} и магнитного \vec{h} , порождаемых инерционным током (1), следующую систему уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{h} = 0, \\ \operatorname{div} \vec{e} = 0, \\ \operatorname{rot} \vec{h} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{e}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}, \\ \operatorname{rot} \vec{e} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{h}}{\partial t}, \end{cases} \quad (2)$$

где c – скорость света в вакууме. Из первого уравнения системы (2) следует решение

$$\vec{h} = \operatorname{rot} \vec{a}, \quad (3)$$

где \vec{a} – векторный потенциал, а из последнего –

$$\vec{e} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad (4)$$

где φ – потенциал электрического поля.

В результате с учетом (1) получаем два уравнения Даламбера соответственно однородного и неоднородного типов:

$$\Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

$$\Delta \vec{a} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} en(\vec{u} + \tau \dot{\vec{u}}). \quad (6)$$

Уравнение (5) удовлетворяется решением $\varphi = \varphi_0 \exp(i\vec{k}\vec{r} - i\omega t)$, где частота $\omega = ck$, \vec{k} – волновой вектор, а φ_0 – амплитуда. Поскольку речь идет о длинноволновых колебаниях, имеем право считать, что $|\vec{k}\vec{r}| \ll 1$, а потому

$$\varphi \approx \varphi_0 \exp(-i\omega t) \quad (7)$$

и, значит, $\nabla \varphi = 0$.

Чтобы решить уравнение (6), воспользуемся методом разложения функций в интеграл Фурье, и представим их в виде

$$\vec{u}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{u}_\omega \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (8)$$

$$\vec{a}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{a}_\omega(\vec{r}) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (9)$$

где $\vec{u}_\omega, \vec{a}_\omega$ – соответствующие Фурье-образы оригиналов.

Подставив разложения (8) и (9) в уравнение (6), найдем

$$\Delta \vec{a}_\omega + k^2 \vec{a}_\omega = -\frac{4\pi}{c} en(1 - i\omega\tau) \vec{u}_\omega. \quad (10)$$

Уравнение (10) представляет собой уравнение Гельмгольца, функция Грина которого есть (см., например, [1])

$$G(R) = -\frac{\cos kR}{4\pi R}, \quad (11)$$

где $R = |\vec{r} - \vec{r}_0(t) - \vec{r}'|$, здесь \vec{r} – точка наблюдения, $\vec{r}_0(t)$ – траектория движения, а \vec{r}' – произвольная точка множества $\vec{r} \in V$. Согласно (11) уравнение (10) будет иметь решение

$$\vec{a}_\omega(\vec{r}) = -\frac{en(1 - i\omega\tau)}{c} \int_V \frac{\vec{u}_\omega \cos kR}{R} dV'. \quad (12)$$

Переходя в решении (12) в соответствии с (8) и (9) к оригиналам, приходим к следующей естественной цепочке преобразований:

$$\begin{aligned} \vec{a}(\vec{r}, t) &= -\frac{en}{2\pi c} \int_V \int_{-\infty}^{\infty} (1 - i\omega\tau) \times \\ &\times \exp(-i\omega t) \frac{\vec{u}_\omega \cos kR}{R} dV' d\omega = \\ &= -\frac{en}{2\pi c} \int_V \frac{dV'}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (1 - i\omega\tau) \vec{u}(t') \times \\ &\times \exp(i\omega(t - t')) \cos kR dt' d\omega = \\ &= \frac{en}{4\pi c} \int_V \frac{dV'}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{u}(t') dt' \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} (1 - i\omega\tau) \exp(i\omega(t - t')) \times \\ &\times (\exp(ikR) + \exp(-ikR)) d\omega \end{aligned}$$

Поскольку частота $\omega = ck$ (см. выше), то внутренний интеграл здесь элементарно представляется

через сумму двух дельта-функций. Тогда для первого слагаемого получаем

$$\bar{a}(\vec{r}, t) = -\frac{en}{2c} \int_V \frac{dV'}{R} \times \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}(t') \left[\delta\left(t' - t + \frac{R}{c}\right) + \delta\left(t' - t - \frac{R}{c}\right) \right] dt'. \quad (13)$$

Второй интеграл также просто представляется через дельта-функцию, но с учетом дифференцирования по времени. В итоге после тривиального интегрирования будем иметь

$$\bar{a}(\vec{r}, t) = -\frac{en}{2c} \int_V \frac{\bar{u}(\xi) + \tau \dot{\bar{u}}(\xi) + \bar{u}(\eta) + \tau \dot{\bar{u}}(\eta)}{R} dV', \quad (14)$$

где аргументы есть $\xi = t - \frac{R}{c}, \eta = t + \frac{R}{c}$.

Поскольку $t \sim R/c$, то сумма двух функций в числителе превращается в удвоенное значение, т.е. в $2(\bar{u}(t) + \tau \dot{\bar{u}}(t))$, и после выполнения несложного интегрирования по координатам в сферической системе координат легко находим искомое решение, описывающее распределение векторного потенциала

$$\bar{a}(\vec{r}, t) = -\frac{enV}{c|\vec{r} - \vec{r}_0(t)|} (\bar{u} + \tau \dot{\bar{u}}). \quad (15)$$

Напомним, что расстояние $r = |\vec{r}|$ отсчитывается от центра сферы.

Полученная зависимость (15) отвечает на вопрос о распределении векторного потенциала по координатам и времени, обусловленного инерционным движением электронов вместе с неравномерно движущейся проводящей сферой.

Следовательно, в соответствии с решениями (3), (4) и (7) находим, что напряженность электрического поля, обусловленная поступательным движением проводника, определяется как

$$\bar{e}(\vec{r}, t) = -\frac{enV}{c^2} \times \left[\frac{\dot{\bar{u}} + \tau \ddot{\bar{u}}}{|\vec{r} - \vec{r}_0(t)|} + \frac{(\bar{u} + \tau \dot{\bar{u}})((\vec{r} - \vec{r}_0(t)) \cdot \bar{u})}{|\vec{r} - \vec{r}_0(t)|^3} \right], \quad (16)$$

а магнитная, как

$$\bar{h}(\vec{r}, t) = \frac{enV}{c|\vec{r} - \vec{r}_0(t)|^3} [(\bar{u} + \tau \dot{\bar{u}}) \times (\vec{r} - \vec{r}_0(t))]. \quad (17)$$

Таким образом, интенсивность излучения мы можем легко оценить по формуле

$$I = \frac{c}{8\pi} (\bar{e}^2 + \bar{h}^2) = \frac{(enV)^2}{2\pi c \tilde{R}^2} \left(\frac{(\dot{\bar{u}} + \tau \ddot{\bar{u}})^2}{c^2} + \frac{2(\dot{\bar{u}} + \tau \ddot{\bar{u}})(\bar{u} + \tau \dot{\bar{u}})(\bar{u} \cdot \bar{n})}{c^2 \tilde{R}} + \frac{(\bar{u} + \tau \dot{\bar{u}})^2 (\bar{n} \cdot \bar{u})^2}{c^2 \tilde{R}^2} + \frac{[(\bar{u} + \tau \dot{\bar{u}}) \times \bar{n}]^2}{\tilde{R}^2} \right). \quad (18)$$

где единичный вектор $\bar{n} = \tilde{\vec{R}}/\tilde{R}$, $\tilde{\vec{R}} = \vec{r} - \vec{r}_0(t)$.

Что касается мощности излучения шара W , то в соответствии с ее определением [4] имеем для нее $W = \int \tilde{R}^2 IdO$, где элемент телесного угла $dO = \sin \alpha d\alpha d\beta$.

В результате простого интегрирования формулы (18) по угловым переменным, первое слагаемое дает нам 4π , а вторым, третьим и четвертым слагаемыми можно пренебречь, поскольку при $\tilde{R} \rightarrow \infty$ они исчезают и не дают интересующего нас вклада в мощность излучения.

В результате получаем

$$W = \frac{2(enV)^2}{c^3} (\dot{\bar{u}} + \tau \ddot{\bar{u}})^2. \quad (19)$$

Чтобы учесть криволинейность траектории движения шара, следует вспомнить, что скорость $\bar{u} = u\bar{\tau}$, где $\bar{\tau}$ – единичный вектор касательной к этой траектории (не путать единичный вектор $\bar{\tau}$ со временем релаксации τ). Поэтому $\dot{\bar{u}} = \dot{u}\bar{\tau} + \frac{u^2}{\rho} \bar{n}_0$, где ρ – радиус кривизны траектории в данной точке, а \bar{n}_0 – единичный вектор нормали. И, значит, вторая производная даст

$$\ddot{\bar{u}} = \ddot{u}\bar{\tau} + \dot{u}\dot{\bar{\tau}} + \frac{2u\dot{u}}{\rho} \bar{n}_0 + \frac{u^2}{\rho} \dot{\bar{n}}_0 = \left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2} \right) \bar{\tau} + \frac{3u\dot{u}}{\rho} \bar{n}_0. \quad (20)$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \dot{\bar{u}} + \tau \ddot{\bar{u}} &= \dot{u}\bar{\tau} + \frac{u^2}{\rho} \bar{n}_0 + \tau \left[\left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2} \right) \bar{\tau} + \frac{3u\dot{u}}{\rho} \bar{n}_0 \right] = \\ &= \left[\dot{u} + \tau \left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2} \right) \right] \bar{\tau} + \frac{u}{\rho} (u + 3\tau \dot{u}) \bar{n}_0. \end{aligned} \quad (21)$$

Тогда в силу ортогональности векторов $\bar{\tau}$ и \bar{n}_0 вместо (19) получим

$$W = \frac{2(enV)^2}{c^3} \left\{ \left[\dot{u} + \tau \left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2} \right) \right]^2 + \frac{u^2}{\rho^2} (u + 3\tau \dot{u})^2 \right\}. \quad (22)$$

Формулы (18)–(22) отвечают на поставленный в статье вопрос об интенсивности и мощности излучения проводящего шара в условиях его неравномерного движения.

Чтобы численно оценить W , воспользуемся следующими значениями параметров. Пусть, например, радиус шара $R_0 = 10$ см, тогда его объем будет порядка 4×10^3 см³.

Полагая, что по порядку величины заряд электрона равен $e \sim 10^{-10}$ СГС, их концентрация $n \sim 10^{22}$ см⁻³, скорость света $c \sim 10^{10}$ см/с, с помощью (22) находим

$$W = \frac{2(enV)^2}{c^3} \left\{ \left[\dot{u} + \tau \left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2} \right) \right]^2 + \frac{u^2}{\rho^2} (u + 3\tau\dot{u})^2 \right\} \sim \frac{(10^{-10}10^{22}10^3)^2}{10^{30}} \times \left\{ \left[\dot{u} + \tau \left(\ddot{u} - \frac{u^4}{\rho^2} \right) \right]^2 + \frac{u^2}{\rho^2} (u + 3\tau\dot{u})^2 \right\}. \quad (23)$$

В случае прямолинейного движения в условиях разгона или торможения, выбрав ускорение, равным, например, ускорению силы тяжести, т.е. $\dot{u} \sim g \sim 10^3$ см/с², из (23) получим, что мощность излучения при свободном падении составит примерно 10^6 эрг/с или 10^{-1} Вт.

Таким образом, показано, что при инерционном движении любые проводящие тела должны излучать электромагнитные волны; дана оценка интенсивности и мощности этого излучения, и приведены ее численные оценки.

Отметим также, что подобный эффект излучения должен наблюдаться и для непроводящих материалов, однако в этом случае он будет довольно незначительным ввиду сравнительно малой концентрации свободных электронов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гладков С.О. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 7. С. 138.
2. Гладков С.О., Богданова С.Б. // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 632.
3. Гладков С.О., Богданова С.Б. // Изв. вузов. Физика 2018. Т. 61. № 1. С. 94.
4. Гинзбург В.Л. Памяти А.А. Андропова. М.: Изд-во АН СССР. 1955. С. 622.
5. Brown S., Barnett S. // Phys. Rev. 1952. V. 87. № 4. P. 601.
6. Rostoker N. // Phys. Rev. 1952. V. 88. P. 952.
7. Shockley W. // Phys. Rev. 1952. V. 88. № 4. P. 953.
8. Цидильковский И.М. // Успехи физ. наук. 1975. Т. 115. С. 321.
9. Кадушкин В.И. // ФТП. 1997. Т. 31. Вып. 4. С. 468.
10. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1976.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, Т. 8.
12. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971.
13. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. Т. 10.

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ

УДК 621.396

ПОДАВЛЕНИЕ УРОВНЯ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ
В МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ОБ ИЗЛУЧЕНИИ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ
С ЗАДАННЫМИ ПАРЦИАЛЬНЫМИ ДИАГРАММАМИ

© 2021 г. К. И. Конов^{a, b, *}, К. Н. Климов^{a, **}

^aНациональный исследовательский университет “Московский авиационный институт”,
Волоколамское шос., 4, Москва, 125993 Российская Федерация

^bНациональный исследовательский университет “Высшая школа экономики”,
ул. Мясницкая, 20, Москва, 101000 Российская Федерация

*E-mail: konov.k.i@gmail.com

**E-mail: const0@mail.ru

Поступила в редакцию 18.08.2020 г.

После доработки 08.10.2020 г.

Принята к публикации 15.10.2020 г.

Представлен способ снижения уровня боковых лепестков (УБЛ) множителя комбинирования (МК) линейной эквидистантной фазированной антенной решетки (ЛЭФАР) в заданном направлении в модельной задаче с заданными парциальными диаграммами. Получены аналитические зависимости амплитудного распределения (АР) и фазового распределения (ФР) сигнала на входах излучателей ЛЭФАР от углов, в направлении на которые формируются минимумы МК ЛЭФАР. Рассмотрен пример подавления УБЛ. Исследована зависимость УБЛ МК ЛЭФАР от разрядности усилителей мощности и фазовращателей в каналах ЛЭФАР. Показано, что с учетом разрядности усилителей мощности и фазовращателей в заданном направлении при 16-ти разрядной дискретизации достигается УБЛ МК ЛЭФАР –100 дБ, при 32-разрядной дискретизации достигается УБЛ МК ЛЭФАР –200 дБ.

DOI: 10.31857/S0033849421060164

ВВЕДЕНИЕ

Общий вариационный подход к задачам синтеза излучающих систем был разработан в работах А.Н. Тихонова, В.И. Дмитриева, А.Г. Свешникова, А.С. Ильинского [1–4], Л.Д. Бахраха, С.Д. Кременецкого [5, 6]. Общий подход к корректным математическим постановкам задач синтеза излучающих систем рассмотрен в работе [7]. Метод математического моделирования антенных решеток, основанный на исследовании интегральных уравнений и применимый к широкому кругу излучателей, рассмотрен в работе [8].

Существует большой класс частных задач по снижению уровня боковых лепестков (УБЛ) диаграммы направленности (ДН) линейной эквидистантной фазированной антенной решетки (ЛЭФАР) [9, 10], основанный на подходе, который был предложен С.А. Щелкуновым [11]. Снижение УБЛ ДН ЛЭФАР осуществляется путем формирования требуемого амплитудно-фазового распределения (АФР) сигналов на входах излучателей ЛЭФАР, при этом происходит управление следующими характеристиками сигналов на входах излучателей ЛЭФАР [12–14]: 1) амплитудами, 2) фазами, 3) и амплитудами, и фазами.

Требуемое АФР сигналов на входах излучателей ЛЭФАР может быть найдено с помощью аналитических (метод Щелкунова [11, 13], метод Фурье преобразования [13, 15], метод парциальных диаграмм Вудворда–Лоусона [16, 17]) и численных методов и алгоритмов (метод наименьших квадратов [18, 19], генетические алгоритмы [20–22], методы роя частиц [23], метод оптимизации Тагучи [24–26], алгоритм опыления цветков [27]).

Аналитические методы поиска амплитудного распределения (АР) сигналов на входах излучателей ЛЭФАР рассмотрены в работах [13, 28, 29], фазового распределения (ФР) – в работе [30], амплитудно-фазового в работах [15, 17].

Численные методы поиска АР сигналов на входах излучателей ЛЭФАР рассмотрены в работах [23, 27, 29, 31, 32], ФР в работах [33–35], амплитудно-фазового в работах [9, 10, 18, 28–30, 36–41].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве излучающей системы рассмотрим располагающуюся вдоль оси x и работающую на частоте f ЛЭФАР, апертура которой состоит из

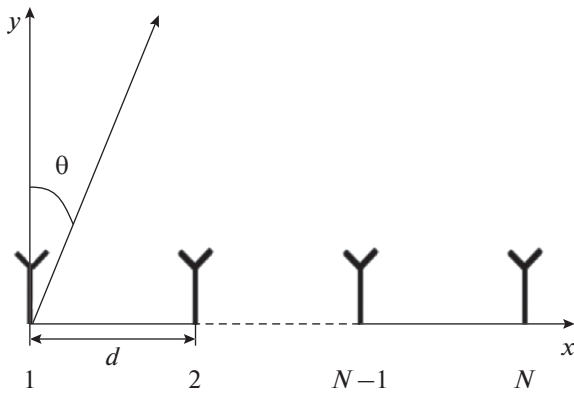


Рис. 1. Топология линейной эквидистантной фазированной антенной решетки.

N идентичных и одинаково направленных излучателей, с совпадающими функциями распределения тока [14] (рис. 1).

Излучатели расположены на расстоянии d , выбранном из критерия отсутствия побочных главных максимумов в области видимых углов [14, 42]. Угол θ задается как угол между нормалью к ЛЭФАР и направлением наблюдения (см. рис. 1).

Рассмотрим ДН такой ЛЭФАР. Согласно теореме перемножения полное электромагнитное поле излучения пропорционально произведению нормированной ДН одиночного излучателя ЛЭФАР на скалярный множитель комбинирования (МК) ЛЭФАР, причем МК полностью учитывает как расположение элементов в пространстве, так и распределение комплексных амплитуд токов на входах излучателей системы [13, 14]:

$$F(\theta) = F'(\theta) f_{\Sigma}(\theta), \quad (1)$$

где $F'(\theta)$ – нормированная ДН одного излучателя ЛЭФАР, $f_{\Sigma}(\theta)$ – МК ЛЭФАР.

Поскольку нормированная ДН одного излучателя ЛЭФАР $F'(\theta, \varphi)$ определяется типом излучателя и не зависит от амплитуд и фаз сигналов на входах излучателей, а также количества излучателей N в ЛЭФАР и расстояния между излучателями d , мы не рассматриваем зависимость ДН ЛЭФАР $F(\theta)$ от множителя $F'(\theta)$ в выражении (1). Рассмотрим способ снижения УБЛ МК ЛЭФАР.

Предлагаемый способ снижения УБЛ МК основан на методе парциальных диаграмм Вудворда–Лоусона [16], где под парциальной диаграммой понимается ДН, соответствующая парциальной функции распределения возбуждения элементов решетки [14]. Отличием способа является:

1) использование в качестве базисных функций не функций, выбранных Вудвордом и Лоусоном, задаваемых выражением [16]:

$$f_i(\Psi) = \frac{\sin \Psi_i}{\Psi_i}, \quad (2)$$

где Ψ – обобщенный угол [12], а функций следующего вида [13, 14]:

$$f_i(\Psi) = \frac{\sin \Psi_i}{\sin \frac{\Psi_i}{N}}; \quad (3)$$

2) применение трех парциальных ДН: $i = 1, 2, 3$;

3) ориентация главных лепестков парциальных ДН не в направлении формирования нуля, а в направлениях первых нулей первой парциальной ДН.

Такой подход позволяет получить аналитические выражения в явном виде для АФР сигналов на входах излучателей ЛЭФАР для заданного направления снижения УБЛ МК ЛЭФАР, однако при этом существенно используется геометрия выбранной антенной решетки, поэтому он не может быть распространен на решение задачи синтеза дискретных антенн в общем случае.

2. СНИЖЕНИЕ УБЛ МК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ПАРЦИАЛЬНЫХ ДН

Рассмотрим выражения (2) и (3). Отличие состоит в том, что выражение (2) справедливо для непрерывного излучателя [14], а (3) – для дискретного излучателя из N элементов [11]. Учтем в выражении (3) для дискретной ЛЭФАР фазовый сдвиг между соседними излучателями $\Delta\Phi_i$ [43, 44] и запишем выражения для парциальных ДН в следующем виде:

$$f_i(\theta) = \frac{\sin(\Psi(\theta, \Delta\Phi_i))}{\sin \frac{\Psi(\theta, \Delta\Phi_i)}{N}}. \quad (4)$$

Обобщенный угол $\Psi(\theta, \Delta\Phi_i)$ задается следующим выражением [12–14, 16]:

$$\Psi(\theta, \Delta\Phi_i) = \frac{N}{2}(k d \sin \theta - \Delta\Phi_i), \quad (5)$$

где k – волновое число [12, 14].

Рассмотрим МК ЛЭФАР $f_{\Sigma}(\theta)$, являющийся суммой трех парциальных ДН ЛЭФАР вида (4), отличающихся только сдвигом фаз между соседними излучателями $\Delta\Phi_i$:

1) $f_1(\theta)$ – первая парциальная ДН с единичной амплитудой и направлением главного лепестка, совпадающим с направлением нормали к ЛЭФАР,

при этом разность фаз между соседними излучателями $\Delta\Phi_1$ составляет 0° ;

2) $f_2(\theta)$ – вторая парциальная ДН, амплитуда которой равняется χ , направление главного лепестка составляет угол β с направлением нормали к ЛЭФАР, а разность фаз между соседними излучателями составляет $\Delta\Phi_2$, причем угол β соответствует первому нулю первой парциальной ДН;

3) $f_3(\theta)$ – третья парциальная ДН, амплитуда которой равна $(X - \chi)$, причем направление главного лепестка составляет угол $-\beta$ с направлением нормали к ЛЭФАР, при этом разность фаз между соседними излучателями составляет $\Delta\Phi_3$.

Введем следующее условие:

$$X = 1, \quad (6)$$

тогда сумма амплитудных коэффициентов χ и $(X - \chi)$ равна амплитуде первой парциальной ДН ЛЭФАР $f_1(\theta)$.

Определим $\Delta\Phi_2$ и $\Delta\Phi_3$ из условия сдвига главных лепестков парциальных ДН $f_2(\theta)$ и $f_3(\theta)$ на первые нули первой парциальной ДН $f_1(\theta)$, соответствующие углам β и $-\beta$. Для этого рассмотрим выражение (5) из которого следует, что

$$\Delta\Phi_2 = kd \sin(\beta), \quad (7)$$

$$\Delta\Phi_3 = -kd \sin(\beta). \quad (8)$$

Учитывая соотношения (4), (5), (7) и (8) получаем следующие выражения для $\Delta\Phi_2$ и $\Delta\Phi_3$:

$$\Delta\Phi_2 = 2\pi/N, \quad (9)$$

$$\Delta\Phi_3 = -2\pi/N. \quad (10)$$

При таком выборе парциальных ДН ЛЭФАР их нули совпадают, за исключением углов β и $-\beta$.

Для нормировки парциальных ДН $f_i(\theta)$ используется следующее выражение [12–14]:

$$\bar{f}_i(\theta) = 20 \lg \frac{|f_i(\theta)|}{\left| f_i \left(\arcsin \left(\frac{\Delta\Phi_i}{kd} \right) \right) \right|}. \quad (11)$$

На рис. 2 представлены зависимости нормированных парциальных ДН $\bar{f}_i(\theta)$ (в дБ) от угла θ при $N = 40$ и расстоянии между излучателями, равном половине длине волны в свободном пространстве. Из рис. 2 видно, что при углах θ , больших или равных по модулю углу 2β ($|\theta| \geq 2\beta$), нулевые значения нормированных парциальных ДН $\bar{f}_i(\theta)$ совпадают. Выбор именно таких парциальных ДН позволяет сохранить положения нулей МК ЛЭФАР таким же, как и у парциальных ДН $f_i(\theta)$, за исключением двух ближайших к главному лепестку.

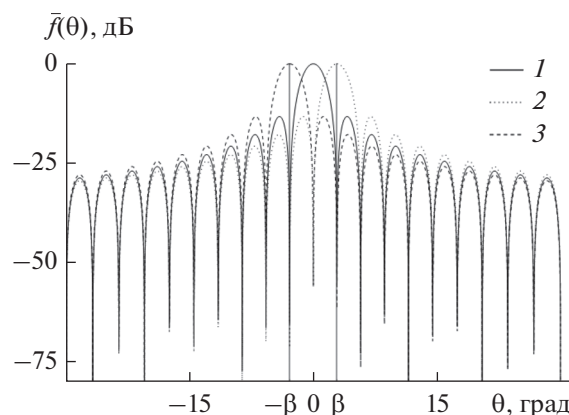


Рис. 2. Зависимости нормированных парциальных ДН от угла θ : \bar{f}_1 (кривая 1), \bar{f}_2 (кривая 2), \bar{f}_3 (кривая 3).

Рассмотрим МК ЛЭФАР, задаваемый тремя парциальными ДН $f_1(\theta)$, $f_2(\theta)$ и $f_3(\theta)$ [46]:

$$f_\Sigma(\theta, \chi, X) = f_1(\theta) + \chi f_2(\theta) + (X - \chi) f_3(\theta). \quad (12)$$

Нормированный МК ЛЭФАР $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, X)$ (12) запишем в следующем виде [12–14]:

$$\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, X) = 20 \lg \frac{|f_\Sigma(\theta, \chi, X)|}{|f_\Sigma(0, \chi, X)|}. \quad (13)$$

Минимизация УБЛ МК $f_\Sigma(\theta, \chi, X)$ для данного случая заключается в подборе амплитудного коэффициента χ второй парциальной ДН $f_2(\theta)$ для обращения в нуль МК ЛЭФАР $f_\Sigma(\theta, \chi, X)$ в заданном направлении, при амплитуде третьей парциальной ДН $f_3(\theta)$, равной, с учетом (6), $(1 - \chi)$.

Рассмотрим несколько примеров нормированного МК ЛЭФАР $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, X)$, при условии (6) и заданных значениях коэффициента χ .

3. ПРИМЕРЫ НОРМИРОВАННОГО МК ЛЭФАР ПРИ ЗАДАННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ КОЭФФИЦИЕНТА χ

В качестве примера рассмотрим случай, для которого значение амплитудного коэффициента второй парциальной ДН χ составляет значение:

$$\chi = 0.5, \quad (14)$$

тогда амплитуда первой парциальной ДН $f_1(\theta)$ с учетом условия (6) будет в два раза превышать амплитуды парциальных ДН $f_2(\theta)$ и $f_3(\theta)$.

Полученные зависимости нормированной парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta)$, и МК ЛЭФАР $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.5, 1)$ от угла θ при $N = 40$ представлены на рис. 3. Из расчета следует, что УБЛ нормированного МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.5, 1)$ снизился с -13.25 до -31.46 дБ по срав-

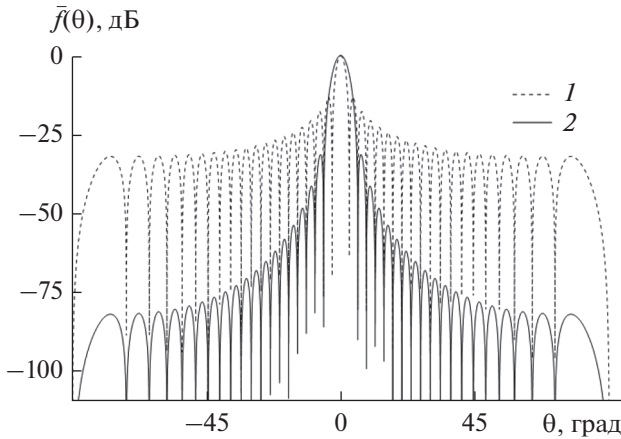


Рис. 3. Зависимости нормированных первой парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta)$ (кривая 1) и МК от угла θ : $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.5, 1)$ (кривая 2).

нению с УБЛ нормированной ДН $\bar{f}_1(\theta)$. При этом ширина МК по уровню половинной мощности увеличилась на 62.53% по сравнению с ДН $\bar{f}_1(\theta)$, т.е. с 1.27 до 2.06 град.

Рассмотрим, как меняется форма нормированного МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, X)$ по сравнению с парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta)$ при изменении амплитудного коэффициента χ . На рис. 4 приведены результаты расчета парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta)$, рассчитанной согласно выражению (11), и нормированных МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, X)$, рассчитанных согласно (12) и (13), со значениями амплитудного коэффициента χ равными 0.55,

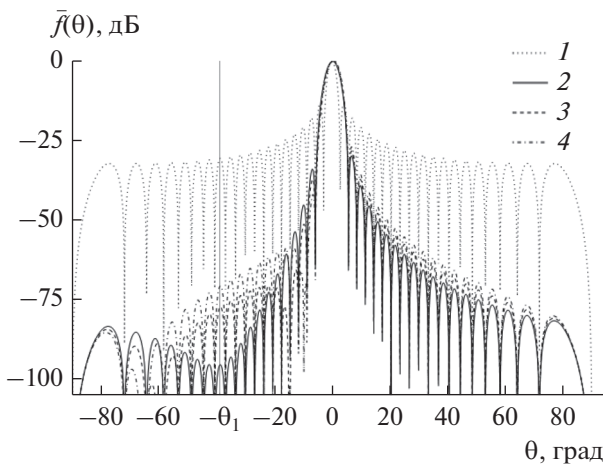


Рис. 4. Зависимости нормированных первой парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta)$ (кривая 1) и МК (кривые 2–4) от угла θ : $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.55, 1)$ (кривая 2), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.60, 1)$ (кривая 3), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.65, 1)$ (кривая 4).

0.6, 0.65. Из рис. 4 следует, что при изменении амплитуды второго парциального МК χ форма нормированного МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, X)$ меняется по сравнению с ДН $\bar{f}_1(\theta)$. В качестве примера рассмотрим максимум 11-го бокового лепестка ДН $\bar{f}_1(\theta)$, расположенного слева от направления главного лепестка ДН $\bar{f}_1(\theta)$, что соответствует значению угла $-\theta_1 = -38.66^\circ$. Значение нормированной ДН $\bar{f}_1(-\theta_1) = -30.44$ дБ, $\bar{f}_\Sigma(-\theta_1, 0.55, 1) = -95.1$ дБ, $\bar{f}_\Sigma(-\theta_1, 0.6, 1) = -76.98$ дБ, $\bar{f}_\Sigma(-\theta_1, 0.65, 1) = -70.43$ дБ.

Для снижения УБЛ МК в области углов θ от 0 до 90° используем коэффициенты χ , равные 0.35, 0.40, 0.45 (рис. 5). На рис. 5 представлены результаты расчета ДН $\bar{f}_1(\theta)$ согласно (11) и МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, 1)$ согласно (12) и (13), при значениях амплитудного коэффициента χ , равных 0.35, 0.4 и 0.45. В области углов $\theta = 0 \dots 90^\circ$ наблюдается существенное снижение УБЛ по сравнению с парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta)$. Рассмотрим максимум 11-го бокового лепестка ДН $\bar{f}_1(\theta)$, расположенного справа от направления главного лепестка ДН $\bar{f}_1(\theta)$, что соответствует значению угла $\theta_2 = 38.66^\circ$. Значение нормированной парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta_2) = -30.44$, $\bar{f}_\Sigma(\theta_2, 0.35, 1) = -70.43$ дБ, $\bar{f}_\Sigma(\theta_2, 0.4, 1) = -76.98$ дБ, $\bar{f}_\Sigma(\theta_2, 0.45, 1) = -95.1$ дБ.

На рис. 6 приведены зависимости АР и ФР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР для МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, 1)$. На рис. 6а и 6в представлены АР и ФР на входах излучателей ЛЭФАР для МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, 1)$

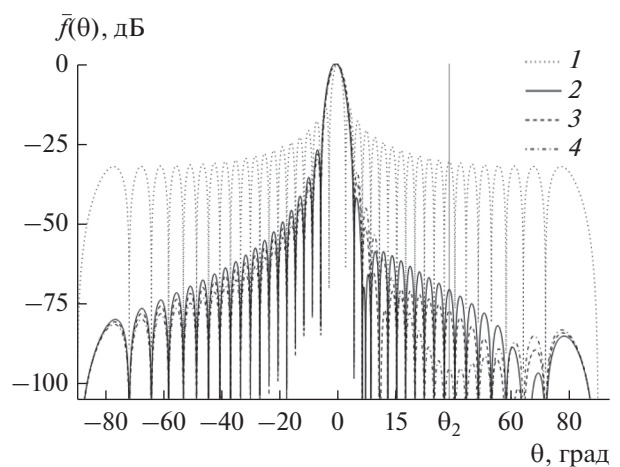


Рис. 5. Зависимости нормированных ДН $\bar{f}_1(\theta)$ (кривая 1) и МК от угла θ : $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.35, 1)$ (кривая 2), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.40, 1)$ (кривая 3), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.45, 1)$ (кривая 4).

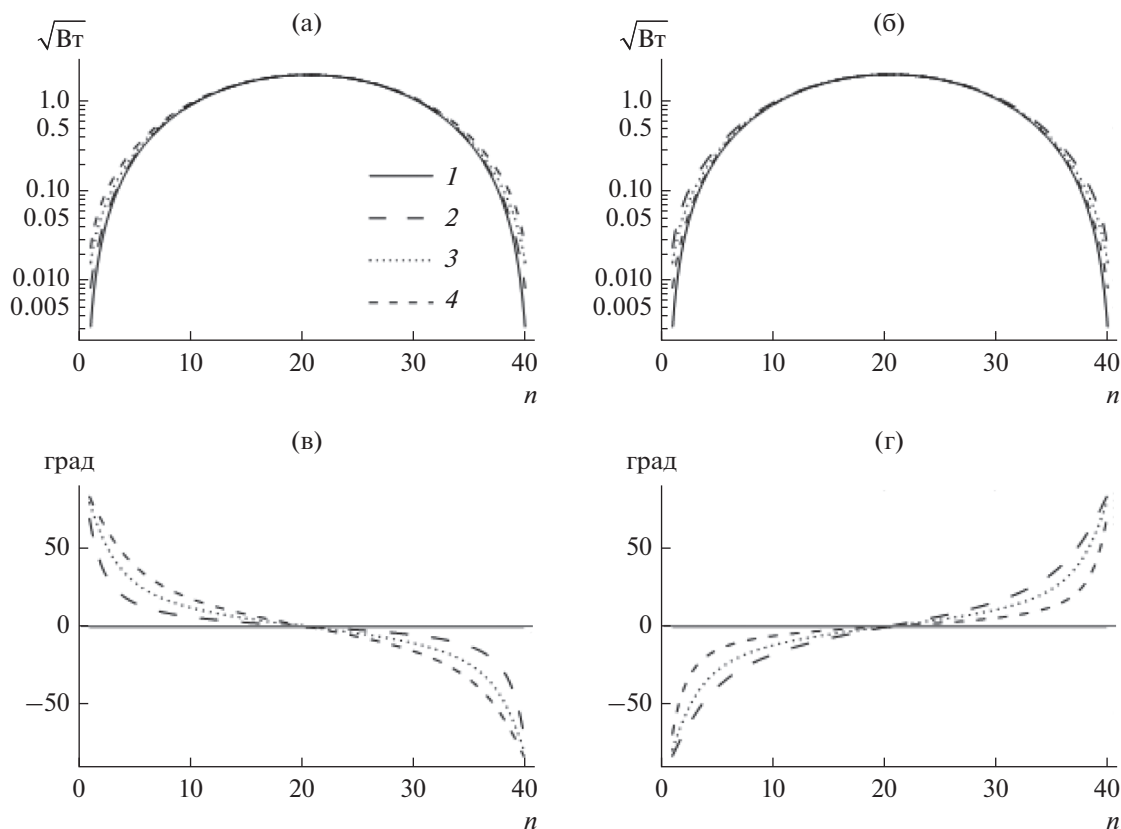


Рис. 6. Амплитуды (а, б) и фазы (в, г) сигналов на входах излучателей ЛЭФАР для различных МК: а, в – $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.5, 1)$ (кривая 1), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.55, 1)$ (кривая 2), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.60, 1)$ (кривая 3), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.65, 1)$ (кривая 4); б, г – $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.5, 1)$ (кривая 1), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.35, 1)$ (кривая 2), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.40, 1)$ (кривая 3), $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.45, 1)$ (кривая 4).

при значениях амплитудного коэффициента χ , равных 0.5, 0.55, 0.6 и 0.65. На рис. 6б и 6г представлены АР и ФР на входах излучателей ЛЭФАР для МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, 1)$ при значениях амплитудного коэффициента χ , равных 0.35, 0.4 и 0.45, 0.5.

Как видно из рис. 6а и 6б амплитуда сигнала симметрична относительно центральных излучателей и представляет собой четную функцию. Из рис. 6в и 6г следует, что фаза сигнала на каждом излучателе симметрична относительно центральных излучателей и представляет собой нечетную функцию.

Отметим, что АР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР для снижения уровня МК в заданном направлении θ_{\min} совпадает с АР для снижения уровня МК ЛЭФАР в направлении $-\theta_{\min}$, а ФР для снижения уровня МК в заданном направлении θ_{\min} совпадает с ФР для снижения уровня МК ЛЭФАР в направлении $-\theta_{\min}$, умноженном на (-1) . Фазовое распределение для снижения УБЛ МК в области углов $\theta = 0 \dots 90^\circ$ аналогично ФР МК в области углов $\theta = 0 \dots -90^\circ$, умноженно на -1 .

Полученные результаты показывают, что изменение амплитудного коэффициента второй парциальной ДН χ с учетом условия (6) позволяет снижать УБЛ МК как при $\theta > 0^\circ$, выбирая значение коэффициента χ в пределах от 0.5 до 1, так и при $\theta < 0^\circ$, выбирая значение коэффициента χ в пределах от 0 до 0.5, что дает возможность управлять УБЛ МК ЛЭФАР в заданной области углов.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПАРЦИАЛЬНЫХ МК ИЗ УСЛОВИЯ МИНИМИЗАЦИИ УБЛ В ЗАДАННОМ НАПРАВЛЕНИИ

Рассмотрим возможность минимизации УБЛ в заданном направлении θ_{\min} . Для этого необходимо определить значение амплитудного коэффициента χ , при котором значение МК ЛЭФАР $f_\Sigma(\theta_{\min}, \chi, X)$, задаваемого выражением (12), равно нулю для выбранного направления θ_{\min} при выполнении условия (6).

Для получения минимума МК ЛЭФАР $f_\Sigma(\theta, \chi, X)$ в заданном направлении θ_{\min} необходи-

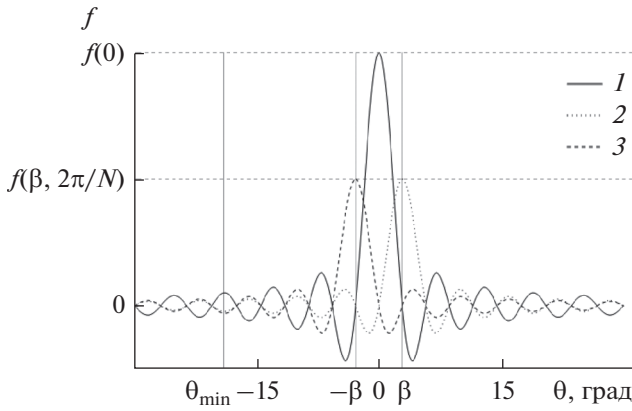


Рис. 7. Зависимости парциальных ДН от угла θ : ДН $f_1(\theta)$ (кривая 1), ДН $f_2(\theta)$ (кривая 2), ДН $f_3(\theta)$ (кривая 3).

мо подобрать такой амплитудный коэффициент χ , который позволит получить нуль при суммировании парциальных ДН $\bar{f}_i(\theta)$ согласно выражению (12) при выполнении условия (6).

На рис. 7 представлены зависимости парциальных ДН $f_i(\theta)$ от угла θ . На оси абсцисс отмечено направление θ_{\min} в направлении, на которое необходимо сформировать минимальное значение МК ЛЭФАР. Необходимо отметить, что при углах $|\theta| \geq 2\beta$ нулевые значения парциальных ДН совпадают по координате θ , при этом амплитудные значения ДН $f_2(\theta)$ и $f_3(\theta)$ находятся в противофазе с амплитудными значениями ДН $f_1(\theta)$.

Учитывая выражение (12), при условии (6) получим аналитическую зависимость, позволяющую

определять коэффициент χ для произвольного угла θ_{\min} :

$$\chi(\theta_{\min}, \Delta\Phi_1, \Delta\Phi_2) = \frac{f_1(\theta_{\min}) + f_3(\theta_{\min})}{f_3(\theta_{\min}) - f_2(\theta_{\min})}. \quad (15)$$

Подставляя в соотношение (15) выражения для парциальных ДН $f_i(\theta)$, задаваемого выражением (4), и обобщенного угла $\Psi(\theta, \Delta\Phi_i)$, задаваемого выражением (5), а также учитывая выражения для разности фаз (9) (10), получим следующее выражение:

$$\chi(\theta_{\min}, N, k, d) = \frac{\cos\left(\frac{kd}{2} \sin(\theta_{\min}) + \frac{\pi}{2N}\right) \sin\left(\frac{kd}{2} \sin(\theta_{\min}) - \frac{\pi}{N}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2N}\right) \sin(kd \sin(\theta_{\min}))}. \quad (16)$$

Как видно из выражения (16), амплитудный коэффициент второй парциальной ДН зависит не только от угла θ_{\min} , но и от количества излучателей N в ЛЭФАР, волнового числа k и расстояния между излучателями ЛЭФАР d .

Рассмотрим, как меняется форма зависимости коэффициента χ от угла θ_{\min} при различном количестве излучателей в ЛЭФАР в наиболее часто встречающемся случае, когда расстояние между излучателями d составляет половину длины волны, т.е.

$$kd = \pi. \quad (17)$$

Тогда коэффициент χ , задаваемый выражением (16), будет определяться только значениям угла минимизации МК θ_{\min} и количеством излучателей N в ЛЭФАР.

На рис. 8а представлены зависимости амплитудного коэффициента χ от угла θ_{\min} , рассчитанные согласно выражению (16), для количества из-

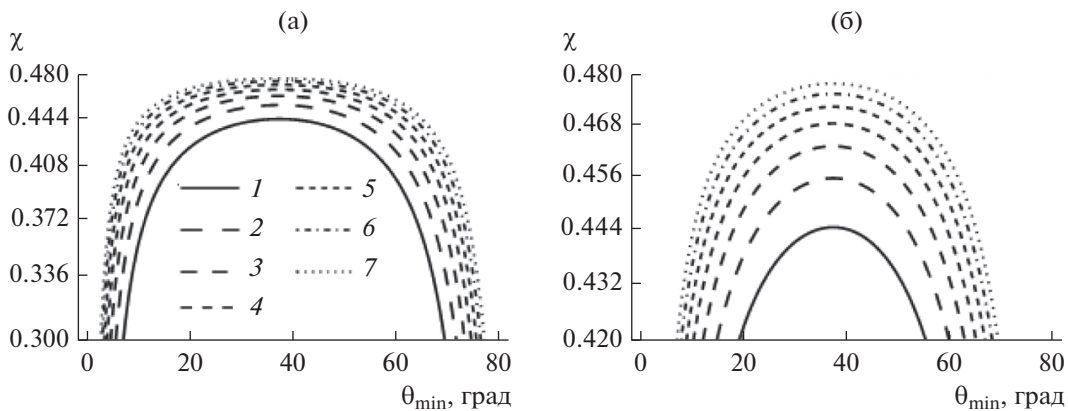


Рис. 8. Зависимость коэффициента χ от угла θ_{\min} в масштабе от 0.3 до 0.48 (а) и от 0.42 до 0.48 (б) для АС с различным числом излучателей: $N = 40$ (1), 50 (2), 60 (3), 70 (4), 80 (5), 90 (6), 100 (7).

лучателей N , равного 40, 50, 60, 70, 80, 90 и 100 при выполнении условия (6).

Из рис. 8а следует, что каждому значению коэффициента χ соответствуют сразу два значения угла θ_{\min} , в направлении, на которые будут сформированы минимальные УБЛ МК. При увеличении числа излучателей ЛЭФАР N происходит расширение формы графика зависимости $\chi(\theta_{\min}, N)$. При уменьшении числа излучателей ЛЭФАР наблюдается сужение формы графика зависимости $\chi(\theta_{\min}, N)$. Это объясняется тем, что при изменении числа излучателей и сохранении заданного расстояния между соседними излучателями d ЛЭФАР происходит изменение ширины главного лепестка МК и смещение первого бокового лепестка МК. Увеличение количества излучателей приводит к уменьшению значения модуля угла β , соответствующего первому нулю первой парциальной ДН $f_1(\theta)$. Уменьшение количества излучателей приводит к увеличению значения модуля угла β .

На рис. 8б представлена зависимость центральной части графика амплитудного коэффициента χ от угла θ_{\min} для различного количества излучателей ЛЭФАР N . В центральной части области определения амплитудного коэффициента $\chi(\theta_{\min}, N)$ его значение достигает максимума, при этом максимальному значению χ соответствует единственный угол θ_{\min} . При подстановке в выражение (6) этот максимум определяет формирование минимума второго порядка МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, 1)$ на заданном направлении θ_{\min} .

В качестве примера найдем значение χ для угла

$$\theta_{\min} = 32^\circ. \tag{18}$$

Подставляя значение θ_{\min} согласно (18) в выражение (16) для нахождения амплитудного коэффициента χ , получаем $\chi = 0.4427$. Как видно из рис. 8б, такому значению амплитудного коэффициента χ соответствуют два значения угла θ . Первое значение согласно условию (18) и второе значение угла θ_{\min} :

$$\theta'_{\min} = 42.89^\circ. \tag{19}$$

Таким образом, в синтезированном МК будет два минимума: при заданном угле θ_{\min} (18) и побочный минимум при угле θ'_{\min} (19).

Нормированные первая парциальная ДН $\bar{f}_1(\theta)$ и МК ЛЭФАР $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.4427, 1)$ представлены на рис. 9. Из рисунка видно, что в заданных согласно (18) и (19) направлениях θ_{\min} сформированы минимальные значения МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.4427, 1)$.

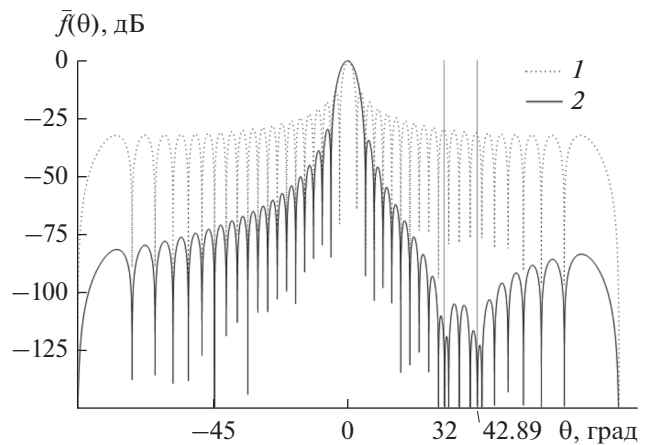


Рис. 9. Нормированные парциальная ДН $\bar{f}_1(\theta)$ (кривая 1) и МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.4427, 1)$ (кривая 2).

По сравнению с первой нормированной парциальной ДН $\bar{f}_1(\theta)$ значение МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, 0.4427, 1)$ снижается не менее чем на 200 дБ в заданном согласно (18) направлении θ_{\min} . Отметим, что в выбранном частном случае положение нуля МК ЛЭФАР $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi, 1)$ определяется только значением одного параметра χ , что позволяет минимизировать вычисления при синтезе АФР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР. Рассмотрим пример синтеза АФР для заданного значения амплитудного коэффициента χ .

5. СИНТЕЗ АФР ДЛЯ ЗАДАННОГО ЗНАЧЕНИЯ АМПЛИТУДНОГО КОЭФФИЦИЕНТА ВТОРОЙ ПАРЦИАЛЬНОЙ ДН χ

Рассмотрим АФР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР каждой из трех парциальных ДН $f_i(\theta)$ в выражении (12) при условии (6).

Первая парциальная ДН $f_1(\theta)$ с максимальной амплитудой главного лепестка, равной единице, характеризуется равномерным АР и синфазным ФР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР:

$$B_{1n} = 1, \tag{20}$$

$$\phi_{1n} = 0, \tag{21}$$

где B_{1n} – амплитуда сигнала на входе n -го излучателя ЛЭФАР, ϕ_{1n} – фаза сигнала на входе n -го излучателя ЛЭФАР, при $n = 1, 2, \dots, N$ (см. рис. 1).

Вторая парциальная ДН $f_2(\theta)$ обладает равномерным АР и линейным ФР сигнала, определяемыми соответственно из выражений

$$B_{2n} = \chi, \tag{22}$$

$$\phi_{2n} = \frac{2\pi}{N} \left(n - \frac{1}{2} \right) - \pi, \tag{23}$$

где B_{2n} – амплитуда сигнала на входе n -го излучателя ЛЭФАР, φ_{2n} – фаза сигнала на входе n -го излучателя ЛЭФАР, при $n = 1, 2, \dots, N$ (см. рис. 1).

Третья парциальная ДН $f_3(\theta)$ обладает равномерным АР и линейным ФР сигнала, определяемыми соответственно из выражений

$$B_{3n} = (1 - \chi), \quad (24)$$

$$\varphi_{3n} = -\frac{2\pi}{N}\left(n - \frac{1}{2}\right) + \pi, \quad (25)$$

где B_{3n} – амплитуда сигнала на входе n -го излучателя ЛЭФАР, φ_{3n} – фаза сигнала на входе n -го излучателя ЛЭФАР, при $n = 1, 2, \dots, N$ (см. рис. 1).

Амплитудно-фазовое распределение для МК $\bar{f}_\Sigma(\alpha, \chi, 1)$, задаваемого суммой трех парциальных ДН в соответствии с выражением (12), в силу линейности системы представляет собой комплексную величину, определяемую суммой АФР трех парциальных ДН $f_i(\theta)$ [12–14]:

$$\dot{A}F_n = B_{1n} \cos(\varphi_{1n}) + B_{2n} \cos(\varphi_{2n}) + B_{3n} \cos(\varphi_{3n}) + i(B_{1n} \sin(\varphi_{1n}) + B_{2n} \sin(\varphi_{2n}) + B_{3n} \sin(\varphi_{3n})). \quad (26)$$

Поскольку АФР МК $f_\Sigma(\theta, \chi, X)$ имеет комплексный характер, АР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР будет определяться выражением [12–14]

$$A_n = \sqrt{(B_{1n} \cos(\varphi_{1n}) + B_{2n} \cos(\varphi_{2n}) + B_{3n} \cos(\varphi_{3n}))^2 + (B_{1n} \sin(\varphi_{1n}) + B_{2n} \sin(\varphi_{2n}) + B_{3n} \sin(\varphi_{3n}))^2}. \quad (27)$$

Фазовое распределение сигнала на входах излучателей ЛЭФАР будет определяться как [1]:

$$F_n = \arctg\left(\frac{B_{1n} \sin(\varphi_{1n}) + B_{2n} \sin(\varphi_{2n}) + B_{3n} \sin(\varphi_{3n})}{B_{1n} \cos(\varphi_{1n}) + B_{2n} \cos(\varphi_{2n}) + B_{3n} \cos(\varphi_{3n})}\right). \quad (28)$$

Используя выражения (27) и (28) для АФР на входах излучателей ЛЭФАР и учитывая полученное соотношение (16) для амплитудного коэффициента χ , получим выражения для амплитудного и фазового распределений сигналов на входах излучателей в явном виде в зависимости от заданного угла, в направлении которого минимизируется УБЛ МК ЛЭФАР.

6. АМПЛИТУДНОЕ И ФАЗОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НА ВХОДАХ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ПРИ ЗАДАННОМ УГЛЕ МИНИМИЗАЦИИ УБЛ МК ЛЭФАР

Амплитудное распределение. Учитывая выражение (16), введем следующие обозначения:

$$A = \frac{kd}{2} \sin(\theta_{\min}), \quad (29)$$

$$s(N, A) = \frac{\left(\sin\left(-\frac{3\pi}{2N}\right) - \cos(2A) \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right)\right)^2}{\cos^2\left(\frac{\pi}{2N}\right) \sin^2(2A)} - 1, \quad (30)$$

причем $s(N, A)$ не зависит от номера излучателя n .

Подставим в соотношение (27) значения АР парциальных ДН согласно выражениям (20), (22) и (24) и значения ФР парциальных ДН согласно выражениям (21), (23) и (25) на входах излучателей для второй и третьей парциальных ДН, учитывая (29) и (30), а также соотношение (16) для амплитудного коэффициента χ , и тогда получим следующее выражение для расчета АР МК ЛЭФАР:

$$A_n = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2N}(2n-1)\right) \times \sqrt{\left(1 - \sin^2\left(\frac{\pi}{2N}(2n-1)\right) s(N, A) + 1\right)}. \quad (31)$$

Как видно из соотношения (31), зависимость амплитуды от номера излучателя определяется значением $\sin\left(\frac{\pi}{2N}(2n-1)\right)$, а значение $s(N, A)$ для заданной ЛЭФАР может быть вычислено заранее для минимизации числа операций при синтезе АФР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР. Таким образом, получено выражение для вычисления АР сигналов на входах излучателей для заданного направления минимизации УБЛ МК ЛЭФАР.

Фазовое распределение. Получим выражение для фазового распределения сигналов в явном виде в зависимости от заданного угла в направлении которого минимизируется УБЛ МК ЛЭФАР.

Учитывая выражение (16), введем следующее обозначение:

$$p(N, A) = 1 - 2 \frac{\cos\left(A + \frac{\pi}{2N}\right) \sin\left(A - \frac{\pi}{N}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2N}\right) \sin(2A)}, \quad (32)$$

причем $p(N, A)$, так же как и $s(N, A)$, определяемая из выражения (30), не зависит от номера излучателя n .

Подставим в соотношение (28) значения АР парциальных ДН согласно выражениям (20), (22) и (24), и значения ФР парциальных ДН согласно выражениям (21), (23) и (25) на входах излучателей для второй и третьей парциальных ДН, учитывая

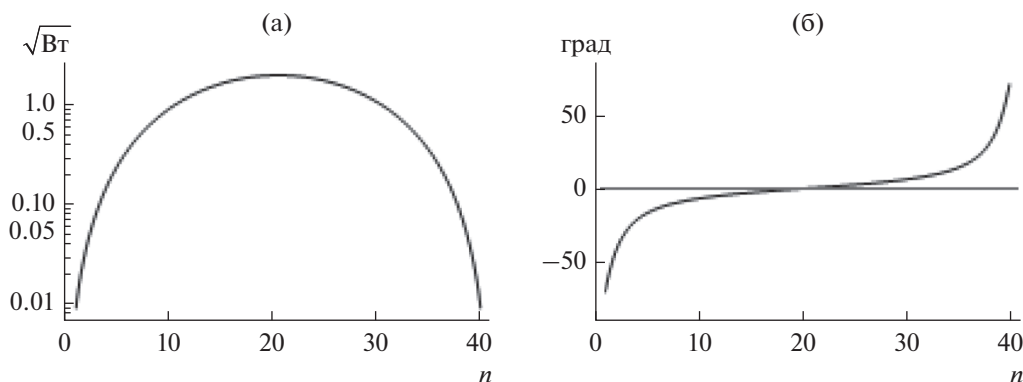


Рис. 10. Амплитудное A_n (а) и фазовое F_n (б) распределения на входах излучателей апертуры АС для МК $\bar{f}_{\Sigma}(\theta, 0.4427, 1)$.

(29) и (32), а также соотношение (16) для амплитудного коэффициента χ , тогда получим следующее выражение для расчета ФР МК ЛЭФАР:

$$F_n = \arctg\left(p(N, A) \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2N}(2n-1)\right)\right), \quad (33)$$

Как видно из соотношения (33), зависимость фазы от номера излучателя определяется значением $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2N}(2n-1)\right)$, а значение $p(N, A)$ для заданной ЛЭФАР может быть вычислено заранее для минимизации числа операций при синтезе АФР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР. Таким образом, получено выражение для вычисления ФР сигналов на входах излучателей для заданного направления минимизации УБЛ МК ЛЭФАР.

Выражения (30)–(33) позволяют строить эффективные вычислительные процедуры для расчета АФР на входах излучателей ЛЭФАР, поскольку сначала рассчитываются значения $s(N, A)$ и $p(N, A)$, которые одинаковы для всех излучателей заданной ЛЭФАР, а затем АФР в соответствии с выражениями (31) и (33).

7. ПРИМЕР ВЫЧИСЛЕНИЯ АФР ДЛЯ ПОДАВЛЕНИЯ УБЛ МК ЛЭФАР В ЗАДАННОМ НАПРАВЛЕНИИ

Рассмотрим пример вычисления АФР для подавления УБЛ МК ЛЭФАР для угла θ_{\min} , заданного согласно (18). Амплитудное и фазовое распределение сигнала на входах излучателей ЛЭФАР, рассчитанные в соответствии с выражениями (31) и (33), приведены на рис. 10.

Как видно из рис. 10а, амплитуда сигнала симметрична относительно центральных излучателей и представляет собой четную функцию, а фаза сигнала на каждом излучателе (см. рис. 10б) также симметрична относительно центральных излучателей, но представляет собой нечетную функцию.

8. АНАЛИЗ АФР ДЛЯ СЛУЧАЯ БОЛЬШОГО ЧИСЛА ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ ЛЭФАР

Важным является случай, когда число излучателей ЛЭФАР N представляет собой достаточно большую величину [13, 45]:

$$N \gg 1, \quad (34)$$

тогда согласно [45] имеем

$$s(N, A) \approx -1. \quad (35)$$

Учитывая формулу приведения для синуса [45], соотношение (31) запишем в следующем виде:

$$A_n = 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2N}(2n-1)\right). \quad (36)$$

Таким образом, получено выражение для АР в случае большого количества излучателей ЛЭФАР N .

Для нахождения ФР в случае большого количества элементов ЛЭФАР также воспользуемся условием (34) и найдем значение выражения (32):

$$p(N, A) \approx 0. \quad (37)$$

Подставляя (37) в соотношение (33), получим следующие значения для ФР:

$$F_n = 0. \quad (38)$$

Выражения (36) и (38) определяют АР и ФР ЛЭФАР при большом числе излучателей ЛЭФАР N .

Представляет также интерес случай, когда выполняются оба условия, (6) и (14), тогда выражение (31) примет вид (36), а выражение (33) примет вид (38), причем независимо от числа излучателей ЛЭФАР N .

9. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ДИСКРЕТИЗАЦИИ АМПЛИТУДЫ И ФАЗЫ СИГНАЛА НА УБЛ МК

В реальных системах невозможно сформировать точные АР и ФР сигнала на входах излучате-

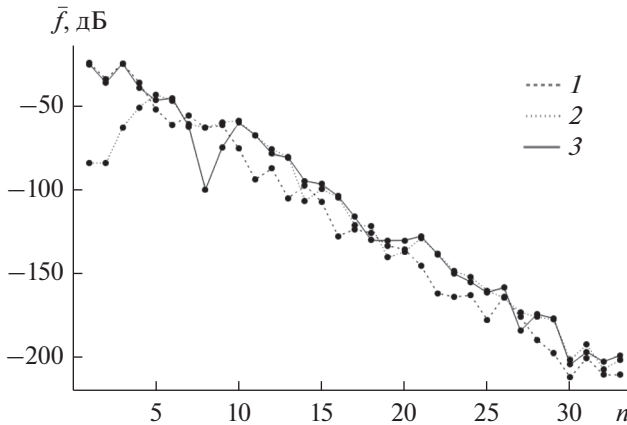


Рис. 11. Зависимость нормированных МК $\bar{f}_A(n_A, \theta_{\min})$ (кривая 1), $\bar{f}_F(n_F, \theta_{\min})$ (кривая 2) и $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta_{\min})$ (кривая 3) от разрядности усилителей мощности n_A фазовращателей n_F при $n_A = n$, $n_F = n$ и заданном $\theta_{\min} = 32^\circ$.

лей ЛЭФАР. Амплитудное распределение обеспечивается за счет различных коэффициентов усиления усилителей мощности (УМ) амплитуды сигнала в каждом канале ЛЭФАР. Фазовое распределение обеспечивается за счет различных фазовых сдвигов в фазовращателях каждого канала ЛЭФАР. Поскольку точность установки коэффициентов усиления и фазовых сдвигов определяется разрядностями УМ и фазовращателей, представляет интерес вопрос, как влияет разрядность УМ и фазовращателей сигнала на уровень МК ЛЭФАР.

МК ЛЭФАР для известного АФР сигнала на входах излучателей определяется из следующего выражения [12, 14]:

$$f_{\Sigma}(\theta) = \sum_{n=1}^N A_n \exp(-i(F_n + (n-1)kdsin(\theta))), \quad (39)$$

где A_n и F_n – соответственно АР и ФР сигнала на входах излучателей ЛЭФАР.

Для оценки изменений в нормированном МК, вызванных разрядностями УМ, введем дискретизацию по амплитуде, зависящую от разрядности УМ. Тогда МК ЛЭФАР при дискретизации только амплитуды сигнала для угла θ можно представить как [12, 14, 46]:

$$f_A(n_A, \theta) = \sum_{n=1}^N \left[\frac{A_n}{2^{1-n_A}} \right] 2^{1-n_A} \times \exp(i(F_n + (n-1)kdsin(\theta))), \quad (40)$$

где n_A – разрядность УМ на входе излучателя ЛЭФАР, которая является целым числом: 1, 2 и т.д. Согласно принятым математическим правилам, квадратные скобки в выражении (40) являются оператором округления к целому [47]. По-

скольку максимальное значение АР сигнала на входах излучателей равно 2, в степень множителя 2^{1-n_A} включена единица (см. выражение (40)). Выражение $\left[\frac{A_n}{2^{1-n_A}} \right] 2^{1-n_A}$ задает дискретизацию АР с учетом разрядности УМ.

Для оценки погрешности, вызванной разрядностью фазовращателей, введем выражение для дискретизации МК ЛЭФАР [34], с учетом того что максимальное значение фазы сигнала на входах излучателей ЛЭФАР равно 2π :

$$f_F(n_F, \theta) = \sum_{n=1}^N A_n \times \exp\left(i\left(\left[\frac{F_n + \pi}{\pi 2^{1-n_F}}\right] \pi 2^{1-n_F} - \pi + (n-1)kdsin(\theta)\right)\right), \quad (41)$$

где n_F – разрядность фазовращателя на выходе излучателя ЛЭФАР, которая является целым числом: 1, 2 и т.д. В выражении (41) к фазе добавляется число π , а после округления к целому и умножения на $\pi \times 2^{1-n_F}$ вычитается число π , поскольку значения ФР F_n лежат в диапазоне от $-\frac{\pi}{2}$ до $\frac{\pi}{2}$ (см. рис. 6б и 10б). Выражение

$$\left[\frac{F_n + \pi}{\pi 2^{1-n_F}} \right] \pi 2^{1-n_F} \pi - \pi$$

задает дискретизацию ФР F_n сигнала на входах излучателей ЛЭФАР с учетом разрядности фазовращателей.

Для оценки погрешности, вызванной одновременно разрядностью УМ и фазовращателей ЛЭФАР, воспользуемся следующим выражением для МК, учитывающим дискретизацию как по амплитуде, так и по фазе:

$$f_{AF}(n_A, n_F, \theta) = \sum_{n=1}^N \left[\frac{A_n}{2^{1-n_A}} \right] 2^{1-n_A} \times \exp\left(i\left(\left[\frac{F_n + \pi}{\pi 2^{1-n_F}}\right] \pi 2^{1-n_F} - \pi + (n-1)kdsin(\theta)\right)\right). \quad (42)$$

По аналогии с (11) и (13) пронормируем МК $f_A(n_A, \theta)$, $f_F(n_F, \theta)$ и $f_{AF}(n_A, n_F, \theta)$. На рис. 11 приведены результаты расчета зависимости нормированных МК $\bar{f}_A(n_A, \theta)$, $\bar{f}_F(n_A, \theta)$ и $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$ от разрядности УМ $n_A = n$ и фазовращателей $n_F = n$ на входах излучателей ЛЭФАР с учетом условия (18). Из рис. 11 следует, что при разрядности фазовращателей $n \leq 4$ значения нормированного МК с учетом дискретизации только фазы $\bar{f}_F(n, \theta_{\min})$ существенно ниже значений МК с учетом дискретизации и амплитуды, и фазы $\bar{f}_{AF}(n, n, \theta_{\min})$. Существуют углы θ_{\min} , в которых УБЛ нормирован-

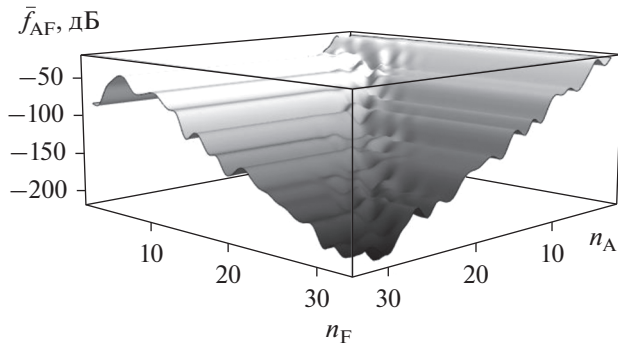


Рис. 12. Зависимость нормированного МК $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta_{\min})$ разрядности усилителей мощности n_A фазовращателей n_F при заданном $\theta_{\min} = 32^\circ$.

ного МК с учетом дискретизации и амплитуды, и фазы $\bar{f}_{AF}(n, n, \theta_{\min})$ ниже УБЛ нормированных МК с учетом дискретизации только амплитуды $\bar{f}_A(n, \theta_{\min})$ и с учетом дискретизации только фазы $\bar{f}_F(n, \theta_{\min})$. Это, по-видимому, может быть объяснено тем, что погрешности, вызванные учетом дискретизации, обусловленной конечной разрядностью УМ и фазовращателей, в таких случаях компенсируют друг друга. Как видно из рис. 11, для разрядностей ФР $n \leq 13$ не целесообразно использовать только ФР для уменьшения УБЛ МК ЛЭФАР, а целесообразно использовать только АР на входах излучателей.

На рис. 12 представлена зависимость нормированного МК с учетом дискретизации и амплитуды, и фазы $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta_{\min})$ ЛЭФАР (в дБ) от разрядности УМ n_A и фазовращателей n_F для рассмотренного выше примера (МК ЛЭФАР – см. рис. 9, АФР – см. рис. 10). Как видно из рис. 12, поверхность, образованная значениями $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta_{\min})$, имеет ступенчатый характер и снижается при увеличении значений n_A и n_F .

На рис. 13 представлена диаграмма уровней для значений нормированного МК ЛЭФАР с учетом дискретизации и амплитуды, и фазы $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$, представленного на рис. 12. На диагонали выражены области, в которых наблюдается как уменьшение УБЛ нормированного МК $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$ ЛЭФАР при увеличении разрядностей n_A и n_F , так и повышение УБЛ нормированного МК $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$ ЛЭФАР при уменьшении разрядностей n_A и n_F . Как видно из представленных результатов, управление фазой для снижения УБЛ МК при разрядности $n_F \leq 12$ не позволяет снизить УБЛ МК $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$ более чем в случае, когда фазовое

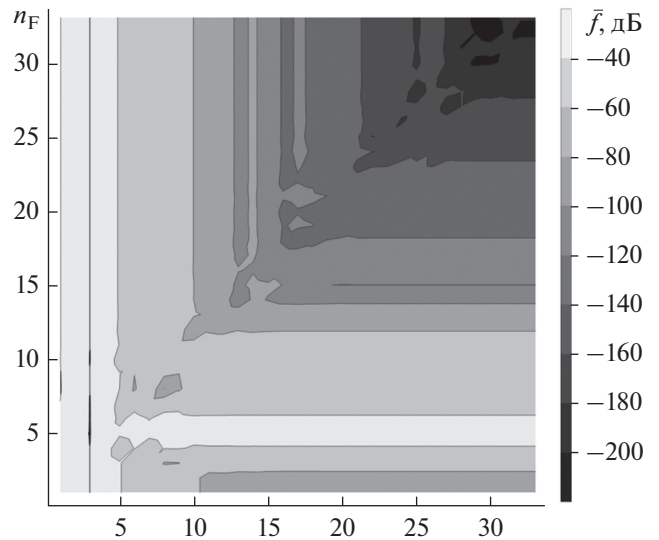


Рис. 13. Диаграмма уровня МК $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta_{\min})$ от разрядности усилителей мощности n_A фазовращателей n_F при заданном $\theta_{\min} = 32^\circ$.

распределение на излучателях ЛЭФАР задано синфазным.

Представляет интерес зависимость МК с учетом дискретизации и амплитуды, и фазы $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$ при заданных разрядностях УМ и фазовращателей n_A и n_F от угла θ . На рис. 14 представлены результаты расчета зависимости нормированного МК $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$ для примера ЛЭФАР при числе

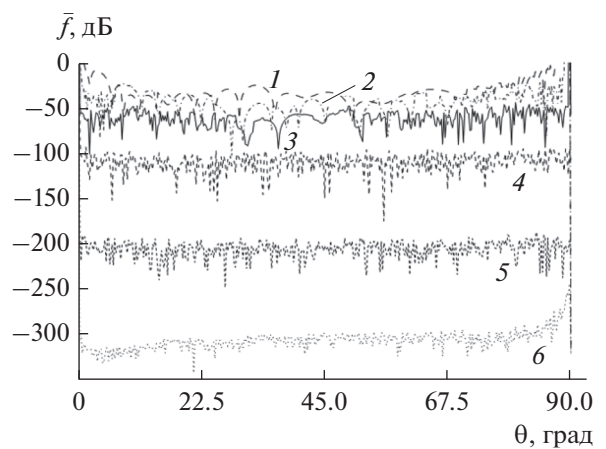


Рис. 14. Зависимость нормированного МК $\bar{f}_{\Sigma}(\theta, \chi(\theta), 1)$ и МК $\bar{f}_{AF}(n_A, n_F, \theta)$ от угла θ при заданных разрядностях усилителей мощности n_A и фазовращателей n_F : МК $\bar{f}_{AF}(2, 2, \theta)$ (кривая 1), МК $\bar{f}_{AF}(4, 4, \theta)$ (кривая 2), МК $\bar{f}_{AF}(8, 8, \theta)$ (кривая 3), МК $\bar{f}_{AF}(16, 16, \theta)$ (кривая 4), МК $\bar{f}_{AF}(32, 32, \theta)$ (кривая 5), МК $\bar{f}_{\Sigma}(\theta, \chi(\theta), 1)$ (кривая 6).

излучателей $N = 40$, от угла θ при разрядности УМ $n_A = n$ и фазовращателей $n_F = n$ для значений разрядности n равных 2 (кривая 1), 4 (кривая 2), 8 (кривая 3), 16 (кривая 4) и 32 (кривая 5). На рис. 14 также представлен нормированный МК $\bar{f}_\Sigma(\theta, \chi(\theta), 1)$ (кривая 6), рассчитанный согласно полученному выражению (16), в котором не учитываются погрешности, вносимые УМ и фазовращателями из-за конечной разрядности. Из рис. 14 видно, что при значении разрядности УМ и фазовращателей n , равной 2, 4 и 8, значения нормированных МК $\bar{f}_{AF}(n, n, \theta_{\min})$ не опускаются ниже -100 дБ. Разность между нормированными МК $\bar{f}_{AF}(32, 32, \theta_{\min})$ и $\bar{f}_{AF}(16, 16, \theta_{\min})$, $\bar{f}_{AF}(16, 16, \theta_{\min})$ и $\bar{f}_\Sigma(\theta_{\min}, \chi(\theta_{\min}), 1)$ составляет -100 дБ.

Оценивая приведенные результаты, можно сделать вывод о выборе необходимой разрядности фазовращателей и усилителей мощности для разрабатываемой ЛЭФАР исходя из требуемого УБЛ нормированного МК. Для достижения минимального УБЛ МК на заданной апертуре, разрядность фазовращателей n_F должна превышать разрядность УМ n_A не менее чем на два разряда $n_F \geq n_A + 2$ при разрядности ФР $n_F \geq 14$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен способ снижения УБЛ МК ЛЭФАР в заданном направлении путем использования трех парциальных ДН, который представляет собой вариацию метода Вудворда–Лоусона, что позволяет отнести его к аналитическим способам управления МК. В качестве базисных функций выбраны функции для дискретного излучателя из N элементов ЛЭФАР, используются три парциальные ДН, главные лепестки которых ориентированы не в направлении минимизации УБЛ МК ЛЭФАР, а в направлениях первых нулей первой парциальной ДН. Выбор именно таких парциальных ДН позволяет сохранить положения нулей МК ЛЭФАР таким же, как и у парциальных ДН $\bar{f}_i(\theta)$, за исключением двух ближайших к главному лепестку.

Найдены коэффициенты парциальных ДН из условия минимизации УБЛ МК в заданном направлении. Приведены примеры МК ЛЭФАР с различными коэффициентами парциальных диаграмм. Получены аналитические зависимости АР и ФР от угла, в направлении на который необходимо сформировать минимум МК ЛЭФАР. Проведена оценка возможности достижения минимального УБЛ МК ЛЭФАР в зависимости от разрядности усилителей мощности и разрядности фазовращателей, обеспечивающих АР и ФР на излучающей апертуре ЛЭФАР (до -200 дБ при разрядности 32).

Получены аналитические зависимости амплитудного коэффициента второй парциальной ДН от угла θ_{\min} , а также АФР от угла θ_{\min} , позволяющие сократить количество операций при адаптивном управлении МК ЛЭФАР.

Необходимо отметить, что в предложенном способе во многом используется геометрия выбранной антенной решетки, поэтому он не может быть распространен на решение задачи синтеза дискретных антенн в общем случае.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов А.Н., Дмитриев В.И. // Вычислительные методы и программирование. М.: Изд-во МГУ, 1969. Вып. 13. С. 209.
2. Тихонов А.Н., Свешников А.Г., Дмитриев В.И., Ильинский А.С. // Вычислительные методы и программирование. М.: Изд-во МГУ, 1973. Вып. 20. С. 3
3. Дмитриев В.И., Чечкин А.В. Методы решения задач синтеза антенн. М.: Изд-во МГУ, 1969.
4. Свешников А.Г., Ильинский А.С. // Докл. АН СССР. 1972. Т. 204. № 5. С. 1077.
5. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д. // Докл. АН СССР. 1968. Т. 178. № 4. С. 825.
6. Бахрах Л.Д., Кременецкий С.Д. Синтез излучающих систем. М.: Сов. радио, 1980.
7. Дмитриев В.И., Березина Н.И. Численные методы решения задач синтеза излучающих систем. М.: Изд-во МГУ, 1986.
8. Ильинский А.С. // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1096.
9. Steyskal H. // IEEE Trans. 1982. V. AP-30. № 2. P. 273.
10. Palacios J., Donno D.D., Widmer J. // IEEE Antennas Wireless Propag. Lett. 2017. V. 16. P. 605.
11. Schelkunoff S.A. // The Bell System Technical J. 1943. V. 22. № 1. P. 80.
12. Сазонов Д.М., Гридин А.Н., Мишустин Б.А. Устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1981.
13. Balanis C.A. Antenna Theory. Analysis and Design. Hoboken: John Wiley & Sons, 2005.
14. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. М.: Энергия, 1975.
15. Steyskal H., Shore R.A., Haupt R.L. // IEEE Trans. 1986. V. AP-34. № 3. P. 404.
16. Woodward P.M., Lawson J.D. // J. Institution of Electrical Engineers. Pt III: Radio and Communication Engineering. 1948. V. 95. P. 363.
17. Кашин В.А., Хмеленко Ю.А., Шурыгина И.С. // РЭ. 2019. Т. 64. № 8. С. 759.
18. Huong N.T., Trang N.Q., Quoc Dinh N. et al. // Proc. Int. Conf. Adv. Technol. Commun. Hanoi. 15–17 Oct. 2014. N.Y.: IEEE, P. 559
19. Guo H., Guo C., Qu Y., Ding J. // Progress in Electromagnetics Research B. 2013. V. 50. P. 331.
20. Haupt R.L., Werner D.H. Genetic Algorithms in Electromagnetics. N.Y.: IEEE Press Wiley-Interscience, 2007.
21. Lee Y.J., Seo J.W., Ha J.K., Park D.C. // Proc.: Asia Pacific Microw Conf. Singapore. 7–10 Dec. 2009. N.Y.: IEEE, 2009. P. 2726.

22. *Veni S.K., Raju G.S.N.* // Adv. in Modelling and Analysis. Ser. B. 2014. V. 57. № 2. P. 57.
23. *Mandal D., Yallaparagada N.T., Ghoshal S.P., Bhat-tacharjee A.K.* // Proc. 2010 Annual IEEE India Conf. Kolkata. 15–17 Dec. N.Y.: IEEE, 2010. P. 213.
24. *Smida A., Ghayoula R., Trabelsi H., Gharsallah A.* // Proc. 11 th Mediterranean Microwave Symp.(MMC). Yasmine Hammamet. 8–11 Dec. 2011. N.Y.: IEEE, 2011. P. 138.
25. *Yigit M.E., Gunel T.* // Proc. 10 Int. Conf. on Electrical and Electronics Engineering. (ICEEE). Ankara. 8–10 Apr. 2017. N.Y.: IEEE, 2017. P. 1017.
26. *Yigit M.E., Gunel T.* // Proc. 18 th Mediterranean Mi-crowave Symp.(MMC). Istanbul. 31 Oct.–2 Nov. 2018. N.Y.: IEEE, 2018. P. 17.
27. *Surendra Kumar Bairwa, Pawan Kumar, Arpit Kumar Baranwal* // Proc. Int. Conf. IEEE Electrical Power and Energy Systems.(ICEPES). Bhopal. 14–16 Dec. 2016. N.Y.: IEEE, 2016. P. 1.
28. *Vu T.B.* // IEEE Trans. 1985. V. AP-33. № 6. P. 669.
29. *Vu T.B.* // IEEE Trans. 1986. V. AP-34. № 2. P. 214.
30. *Baird C.A., Rassweiler G.G.* // IEEE Trans. 1976. V. AP-24. № 5. P. 638.
31. *Mandal D., Tapaswi Y.N.* // Proc. Applied Electromag-netics Conf.(AEMC) Kolkata. 18–22 Dec. 2011. N.Y.: IEEE, 2011. P. 6256799.
32. *Haupt R.L.* // IEEE Antennas Propagat. Mag. 1995. V. 37. P. 7.
33. *Гусевский В.И.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2001. № 3. С. 50.
34. *Гнедак П.В.* Фазовый синтез нулей в диаграммах направленности апертурных антенн на основе ме-тода апертурных ортогональных полиномов: Дис. ... канд. техн. наук. М.: МЭИ, 2009. 125 с.
35. *Haupt S.E., Haupt R.L.* // Proc. IEEE Aerospace Conf. Snowmass. 13 Feb. 1997. N.Y. IEEE, 1997. V. 3. P. 151.
36. *Er M.H.* // IEEE Trans. 1990. V. AP-38. P. 1496.
37. *Jixian H., Shuqing Z.* // Proc. Int. Conf. Computational Electromagnetics and Its Applications (ICCEA'99) Beijing. 4 Dec. 1999. N.Y.: IEEE, 1999. P. 160.
38. *Ram G., Mandal D., Kar R., Ghosal S.P.* // Proc. 2014 Int. Conf. on Control, Instrumentation, Energy and Communication. Calcutta. 31 Jan.–2 Feb. 2014. N.Y.: IEEE, 2014. P. 616.
39. *Andriyчук М.І., Bulatsyk O.O., Voitovich N.N.* // Proc. Int. Conf. on Math. Methods in Electromagn. Theory. Dnipropetrovsk. 26–28 Aug. 2014. N.Y.: IEEE, 2014. P. 36.
40. *Wang H.S.C.* // Dig. IEEE Aerospace Applications Conf. Park City. 7–12 Feb. 1988. N.Y.: IEEE, 1988. P. 316.
41. *Barkat W., Benghalia A.* // Proc. IEEE Int. Conf. on Computational Cybernetics. Gammarth. 19–21 Oct. 2007. N.Y.: IEEE, 2007. P. 209.
42. *Конов К.И., Дризе А.Д., Климов К.Н.* // Инноваци-онные, информационные и коммуникационные технологии. 2019. № 1. С. 469.
43. *Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фази-рованных антенных решеток. М.: Мир, 1974.
44. *Скобелев С.П.* Фазированные антенные решетки с секторными парциальными диаграммами направ-ленности. М: Физматлит, 2010.
45. *Корн Г. Корн Т.* Справочник по математике для на-учных работников и инженеров. М.: Наука, 1974. С. 832.
46. *Конов К.И., Степанов Е.С., Годин А.С.* // Электро-ника и микроэлектроника СВЧ. 2019. Т. 1. № 1. С. 534.
47. *Грэхем Р., Кнут Д., Паташник О.* Конкретная мате-матика. Основание информатики, М.: Мир, 1998.

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ
СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

ШИРОКОПОЛОСНЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЕТКИ
НА ОСНОВЕ КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА С МОДОЙ H_{01} © 2021 г. В. А. Калошин^а, *, В. Ч. Фам^б^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125007 Российская Федерация^бМосковский физико-технический институт (НИУ),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

*E-mail: vak@cplire.ru

Поступила в редакцию 29.06.2020 г.

После доработки 29.06.2020 г.

Принята к публикации 30.08.2020 г.

Предложены и исследованы два варианта построения синфазной антенной решетки с возбуждением модой H_{01} круглого металлического волновода. Полотно первого варианта решетки состоит из 16 элементов в виде открытого конца прямоугольного волновода, а второго варианта — из 24 аналогичных элементов. Электродинамическое моделирование и оптимизация параметров антенных решеток проведены с использованием методов конечных элементов и конечных разностей во временной области. В результате моделирования показано, что оптимизированный и исследованный первый вариант решетки обеспечивает согласование на уровне -15 дБ в полосе частот $25.6..45$ ГГц, а второй — в полосе частот $27..38$ ГГц. Оба варианта решеток обеспечивают величину коэффициента использования поверхности более 0.9 в полосе частот $26..38$ ГГц.

DOI: 10.31857/S0033849421060152

ВВЕДЕНИЕ

С середины XX в. известно, что мода H_{01} круглого волновода имеет уникально низкие тепловые потери в широкой полосе частот [1]. Еще одним достоинством трактов с такой рабочей модой в силу осевой симметрии ее поля и отсутствия продольных токов является простота реализации вращающихся сочленений при высоком уровне пропускаемой мощности. Несмотря на указанные достоинства, тракты с модой H_{01} не нашли широкого практического применения.

Одной из причин ограниченного использования моды H_{01} является отсутствие широкополосных излучателей на базе круглого волновода с этой модой. Проблема создания излучателей на основе круглого волновода со скалярными рабочими модами H_{01} и E_{01} связана с воронкообразной формой диаграммы направленности (ДН) и зависимостью поляризации от азимутального угла при излучении этих мод из открытого конца волновода или рупора. Переход к моде H_{10} прямоугольного волновода с использованием известных преобразователей мод приводит к дополнительным потерям, сужению рабочей полосы частот и уменьшению пропускаемой мощности.

В работе [2] был предложен излучатель моды H_{01} в виде открытого конца круглого волновода со

ступенчатым срезом. Однако непосредственное применение такого излучателя ограничено из-за большой ширины главного лепестка ДН в E -плоскости (около 180°). Для сужения ДН излучателя в этой плоскости в работе [3] использовано цилиндрическое зеркало. Недостатком таких излучателей является частотное сканирование ДН в H -плоскости, что ограничивает их использование в качестве облучателей антенных систем, а непосредственное использование в качестве антенны ограничено из-за небольшого коэффициента усиления.

Другой подход к формированию остронаправленной ДН скалярных мод был предложен в работе [4], он основан на использовании открытого конца круглого волновода и расположенной перед ним анизотропной диэлектрической пластины (преобразователя поляризации) с одноосной анизотропией и осью тензора, образующей семейство конфокальных осей волновода парабол. Анизотропия пластины была экспериментально реализована за счет использования слоистого диэлектрика. Этот подход был использован в работе [5] путем расположения преобразователя поляризации вместе с диэлектрической линзой, а также при построении двухзеркальной антенны со вспомогательным зеркалом с анизотропной проводимостью за счет выполнения на его отражающей поверхности канавок четвертьволновой глубины,

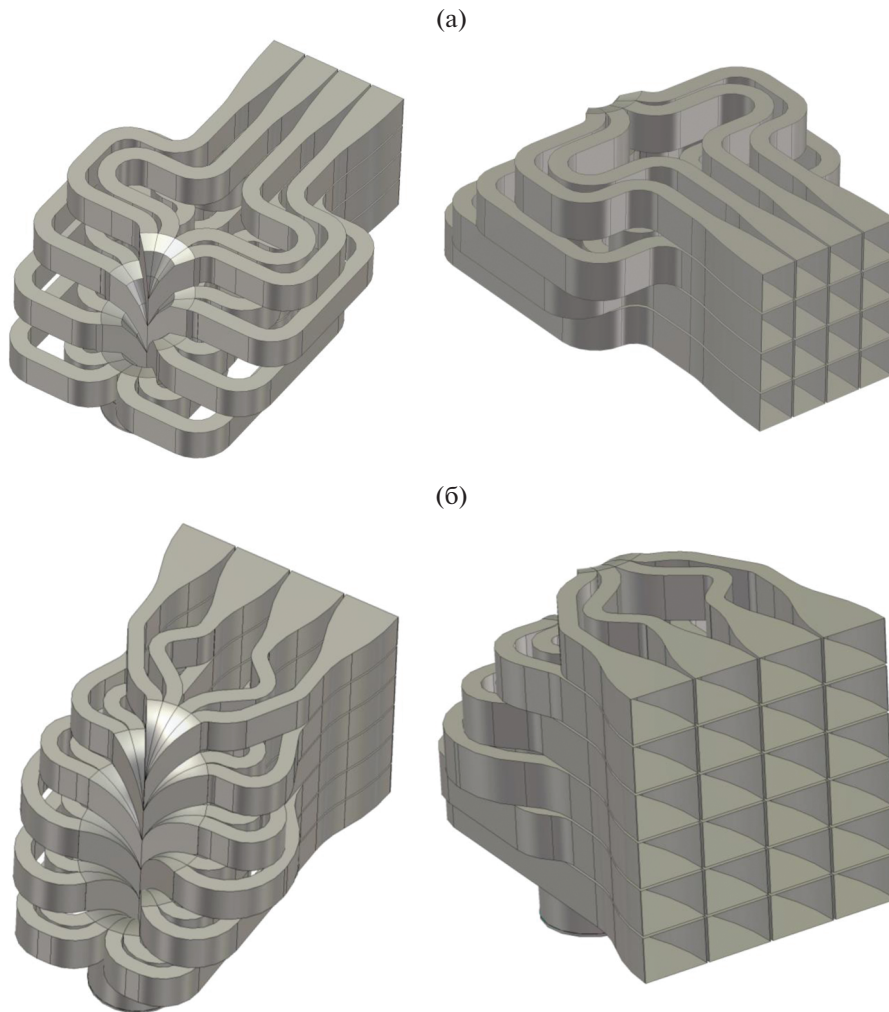


Рис. 1. Конструкции волноводных решеток из 16 элементов (а) и 24 элементов (б).

образующих семейство конфокальных парабол [6]. Следует отметить, что полоса рабочих частот описанных антенн ограничена из-за искажений поляризации формы ДН прошедшего поля при отклонении электрической толщины пластины или глубины канавок от заданных значений.

Цель данной работы – исследовать возможность построения малоразмерной синфазной волноводной антенной решетки, возбуждаемой круглым волноводом с рабочей модой H_{01} и рабочей полосой частот, ограниченной только одномодовым режимом прямоугольных волноводов решетки.

1. КОНСТРУКЦИИ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

Рассмотрим два варианта построения синфазной антенной решетки (АР), которая возбуждается модой H_{01} круглого волновода. Первая АР с квадратной апертурой 30.4×30.4 мм содержит 16-ка-

нальный делитель мощности 1 (ДМ1) с равномерным делением между волноводными выходами сечением 7.2×3.44 мм и 16 рупоров в виде плавных волноводных переходов в E -плоскости на сечение 7.2×7.2 мм (рис. 1а), а вторая – с квадратной апертурой 45.6×45.6 мм содержит 24-канальный ДМ2 с равномерным делением мощности между волноводными выходами сечением 7.2×3.0 мм и 24 рупора в виде плавных волноводных переходов в E -плоскости на сечение 7.2×11 мм (рис. 1б).

Входной круглый волновод с рабочей модой H_{01} разделен металлическими перегородками на одинаковые секторы. Каждый канал ДМ имеет вход в виде сектора круглого волновода, переход от секторного волновода в одномодовый прямоугольный в виде 90-градусного изгиба и несколько изгибов прямоугольного волновода в плоскости, ортогональной оси круглого волновода. Выходы делителя мощности подключены к входам плавных переходов прямоугольного волновода в E -плоскости на многомодовое сечение.

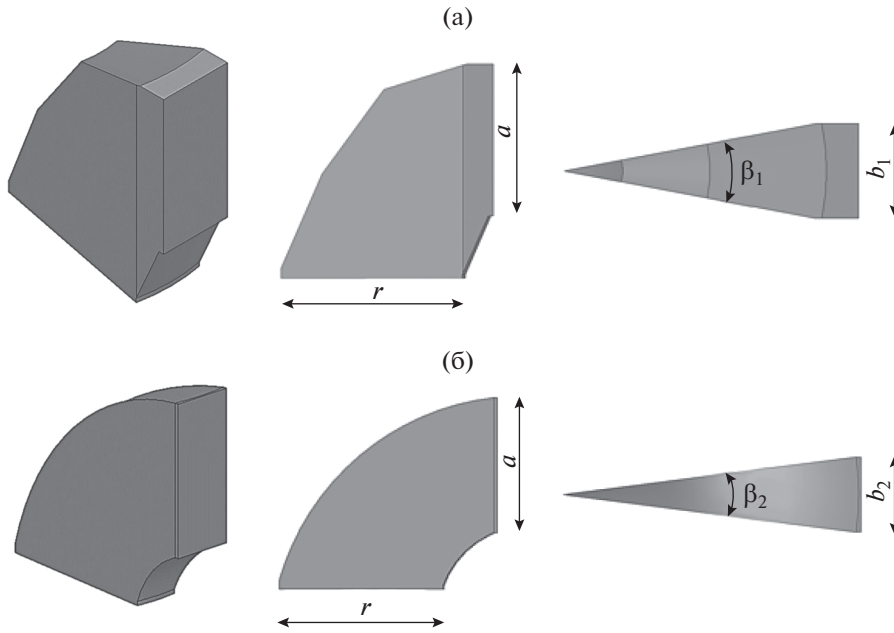


Рис. 2. Секторные переходы в виде изломов (а) и плавных переходов (б).

В первой АР возбуждающий круглый волновод радиусом r разделен на 16 секторов с углом раствора $\beta_1 = 22.5^\circ$, а во второй АР – на 24 сектора с углом раствора $\beta_2 = 15^\circ$. Общий вид и сечения перехода от секторного волновода на прямоугольный волновод в виде нескольких изломов показаны на рис. 2а, а в виде плавного изгиба – на рис. 2б.

Входы и выходы секторных переходов расположены на разных расстояниях от входа круглого волновода (по четыре на каждом этаже). Первая АР состоит из четырех этажей, а вторая АР – из шести этажей.

Для реализации синфазной АР электрические длины всех каналов должны быть одинаковы. Так как каждый канал ДМ содержит участок прямо-

угольного, круглого и секторного волноводов, то для реализации широкой полосы частот радиусы круглого и секторного волноводов должны быть выбраны так, чтобы фазовая скорость распространения моды во всех волноводах была одинакова. Поскольку фазовая скорость в полном волноводе определяется его критической частотой, то для этого достаточно обеспечить равенство критических частот волноводов. Критическая длина волны основной моды прямоугольного волновода равна $2a$ (a – размер широкой стенки волновода), а круглого и секторного волновода с модой H_{01} – $1.64r$ [1]. Приравнявая, находим радиус круглого волновода $a = 0.82r$. Выбирая размер широкой стенки прямоугольного волновода $a = 7.2$ мм, получаем $r = 8.78$ мм. Размеры узкой стенки прямоугольного волновода для первой АР $b_1 = 3.44$ мм, а для второй $b_2 = 3$ мм.

В качестве рупоров решеток используются плавные переходы прямоугольного волновода в E -плоскости длиной 20.3 для АР1 и 24 мм для АР2 соответственно, с образующим криволинейных стенок в виде сопряженных дуг окружностей, предложенные и исследованные в работе [7].

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ АНТЕННЫХ РЕШЕТОК

Прежде всего проведем моделирование и оптимизацию секторных переходов. На рис. 3 показаны результаты моделирования с использованием метода конечных элементов (МКЭ) частотных зависимостей коэффициентов отражения и передачи

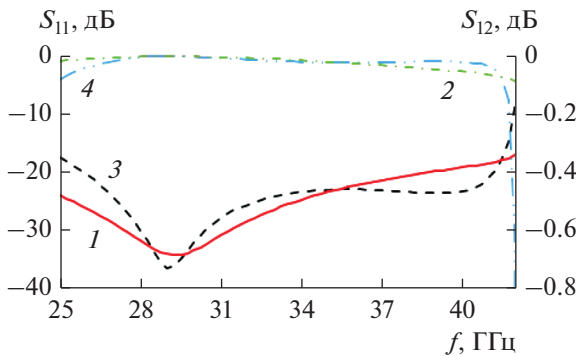


Рис. 3. Зависимости коэффициентов отражения S_{11} (1,3) и передачи S_{12} (2,4) секторных переходов от частоты: секторный переход с изломами (1, 2), плавный секторный переход (3, 4).

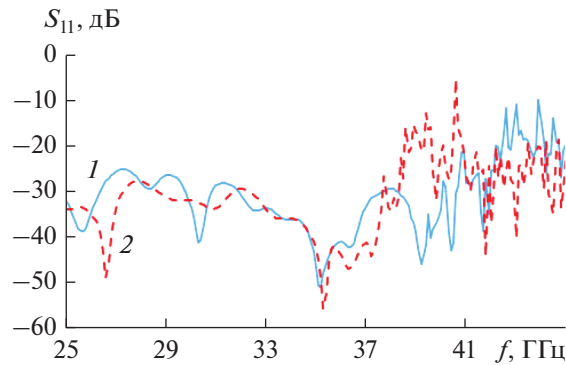


Рис. 4. Зависимости коэффициентов отражения S_{11} делителей мощности от частоты: ДМ1 (1) и ДМ2 (2).

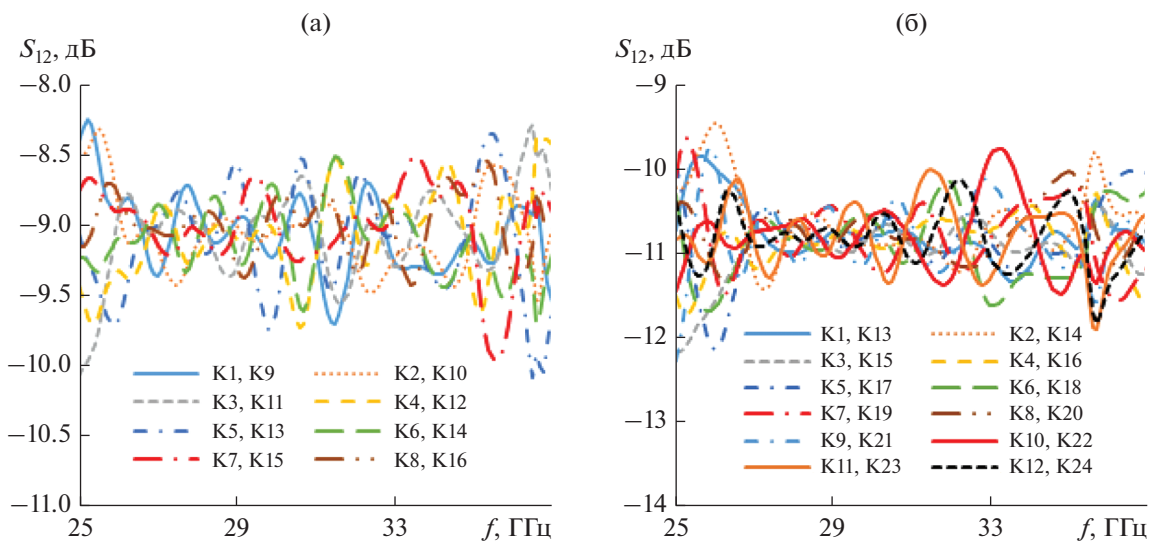


Рис. 5. Частотные зависимости коэффициентов возбуждения каналов ДМ1 (а) и ДМ2 (б).

оптимизированного секторного перехода в виде нескольких изломов для первой АР и в виде плавного изгиба — для второй АР, а на рис. 4 — коэффициентов отражения ДМ1 и ДМ2.

Из рис. 3 видно, что полосы частот, где коэффициент отражения делителей мощности не превышает уровень -20 дБ, примерно равны 15.3 ГГц, но сдвинуты на 3 ГГц. Из рис. 4 видно, что коэффициент отражения не превышает уровень -25 дБ от входа ДМ1 в полосе частот $25...40$ ГГц, а от входа ДМ2 — в полосе частот $25...38$ ГГц.

На рис. 5 представлены зависимости амплитуд мод в выходных каналах делителей мощности от частоты. Видно, что неравномерность распределения мощности не превышает 1 дБ на выходах ДМ1 в полосе частот $25...35$ ГГц, а на выходах ДМ2 — в полосе частот $27...32$ ГГц.

На рис. 6а и 6б представлены зависимости фазы полей в выходных каналах делителей мощности

от частоты. Из рисунков видно, что на частоте $25...37.5$ ГГц разница фаз в каналах не превышает 20° , возрастает с увеличением частоты и на частоте 40 ГГц достигает 30° .

На рис. 7 приведены результаты моделирования частотных зависимостей коэффициента отражения от входа антенных решеток с использованием МКЭ (кривая 1) и метода конечных разностей во временной области (МКРВО) (кривая 2). Из рис. 7 видно, что коэффициент отражения от входа первой АР не превышает уровень -15 дБ в полосе частот $25.6...45$ ГГц (относительная полоса частот 55%), а второй АР — в полосе частот $27...38$ ГГц (относительная полоса частот 33.8%).

На рис. 8 представлены ДН первой АР в E - и H -плоскостях на четырех частотах, рассчитанные с использованием МКЭ и МКРВО, а на рис. 9 — ДН второй АР. Из анализа данных рис. 8 и 9 видно, что ширина ДН первой АР по уровню -10 дБ

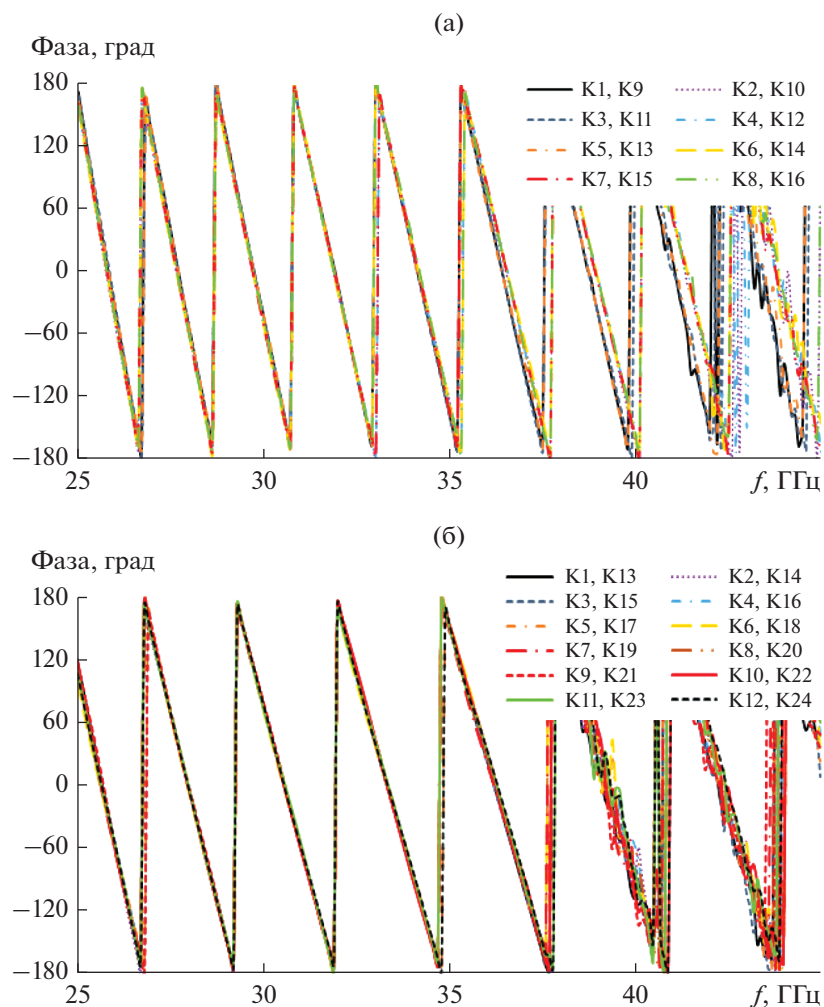


Рис. 6. Зависимость фазы каналов на выходе ДМ1 (а) и ДМ2 (б) от частоты.

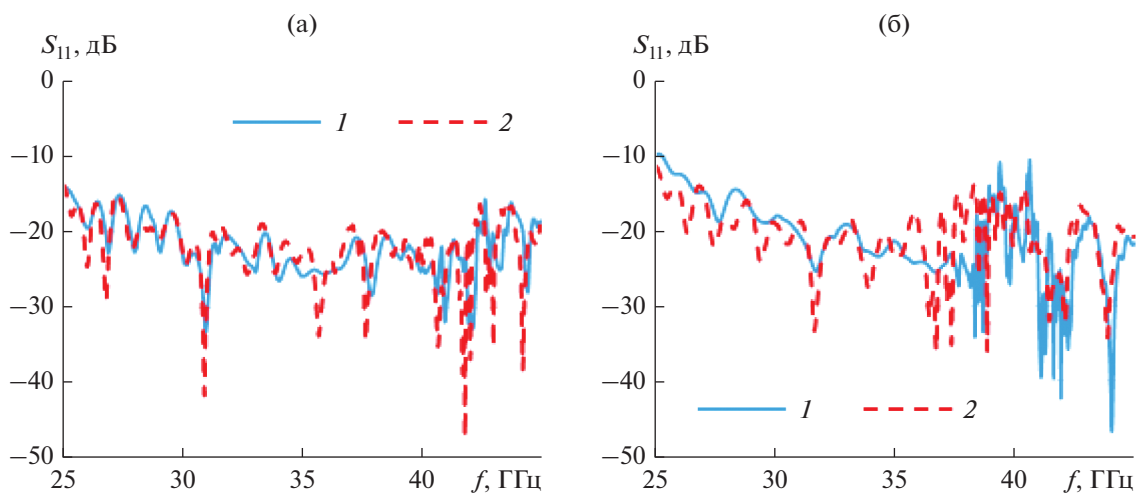


Рис. 7. Зависимости коэффициентов отражения первой АР (а) и второй АР (б) от частоты, рассчитанные с использованием МКЭ (1) и МКРВО (2).

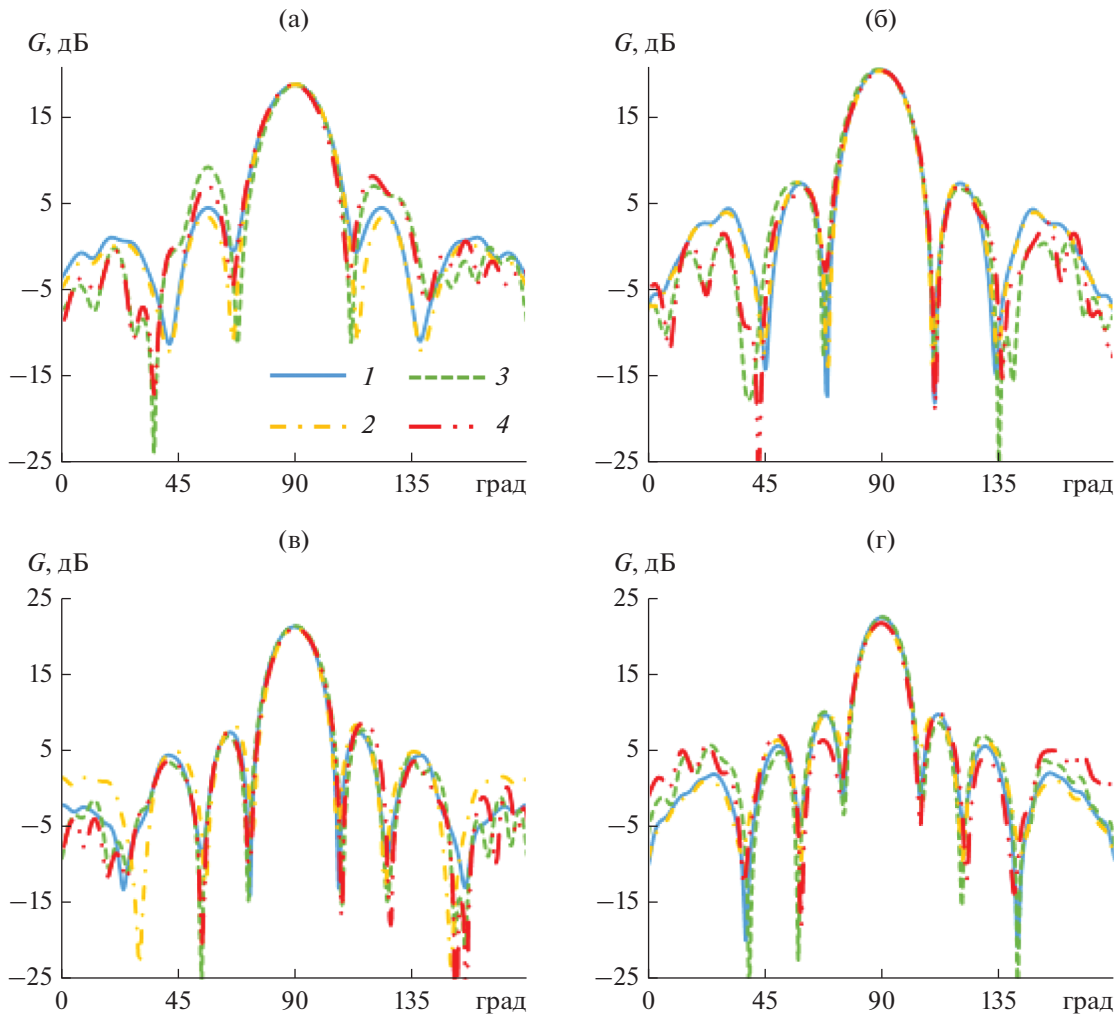


Рис. 8. Диаграммы направленности первой АР в E - (1, 2) и H -плоскостях (3, 4) на частотах $f = 25$ (а), 27 (б), 30 (в) и 37.5 ГГц (г), рассчитанные с использованием МКЭ (1, 3) и МКРВО (2, 4).

на частоте 25 ГГц составляет 34° , а второй АР 22° . При увеличении частоты до 30 ГГц уровень ДН первой АР на углах $\pm 17^\circ$ составляет -18 дБ. Таким образом, в полосе частот 25...30 ГГц первая АР может быть использована не только как самостоятельная антенна, но и в качестве облучающей системы двухзеркальной антенной системы.

На рис. 10а и 10б показаны зависимости коэффициента усиления G и коэффициента использования поверхности (КИП) антенных решеток от частоты. Как видно из рисунков, в полосе частот 25...38 ГГц коэффициент усиления первой АР достигает уровня 22 дБ, а второй АР – 26 дБ, при этом КИП обеих решеток более 0.9.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Оба варианта предложенных и исследованных антенных решеток обеспечивают высокую эффективность в широкой полосе частот, близкой к полосе одномодовости прямоугольного волновода.

2. Антенные решетки могут быть использованы в качестве как широкополосных антенн, так и широкополосных облучателей двухзеркальных антенных систем.

3. Результаты моделирования с использованием МКЭ и МКРВО близки между собой за исключением области частотных резонансов вне границ одномодового режима прямоугольного волновода.

Следует отметить, что тепловые потери при электродинамическом моделировании в работе не учитывались. Однако их оценка в длинноволновой части миллиметрового диапазона показывает, что соответствующий учет приводит к паде-

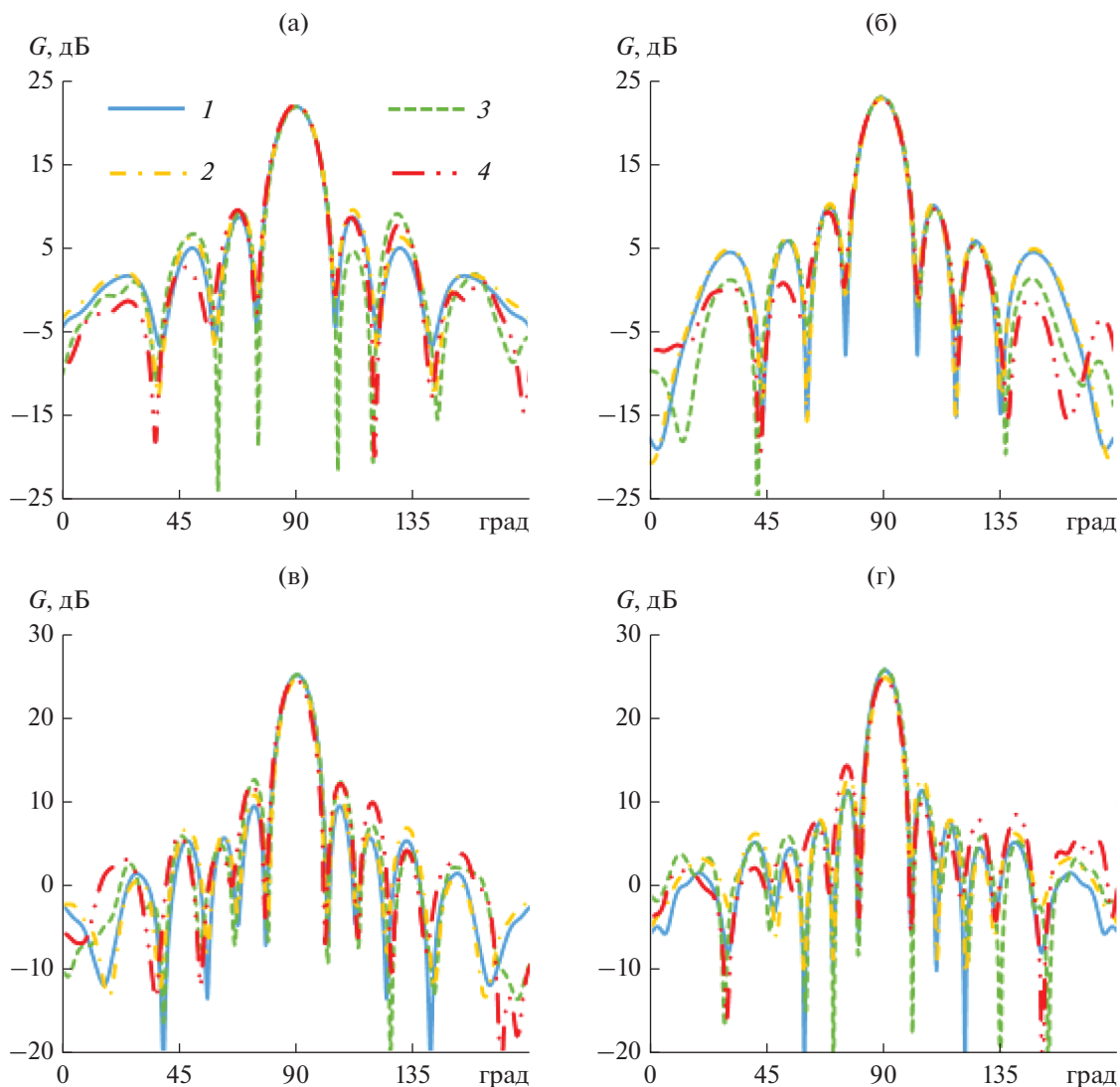


Рис. 9. Диаграммы направленности второй АР в E - ($1, 2$) и H -плоскостях ($3, 4$) на частотах $f = 25$ (а), 27 (б), 33 (в) и 37.5 ГГц (г), рассчитанные с использованием МКЭ ($1, 3$) и МКРВО ($2, 4$).

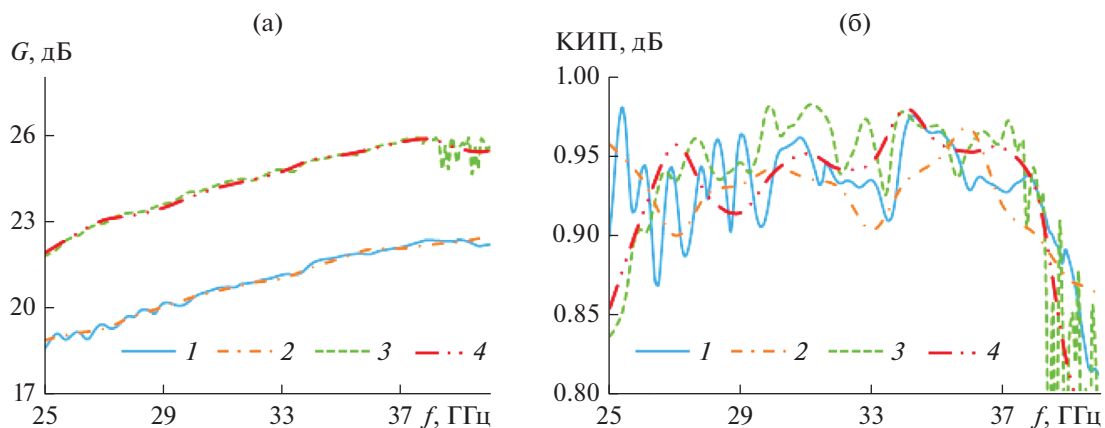


Рис. 10. Зависимости коэффициента усиления (а) и величины КИП (б) первой ($1, 2$) и второй АР ($3, 4$) от частоты, рассчитанные с использованием МКЭ ($1, 3$) и МКРВО ($2, 4$).

нию коэффициента усиления и величины КИП менее чем на 0.1 дБ.

При расположении в волноводных каналах решеток фазовращателей оба варианта решеток могут обеспечить электрическое сканирование луча, при этом период второй решетки в E -плоскости может быть уменьшен при замене плавных волноводных переходов на волноводные делители мощности.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Southworth G.C.* // The Bell System Technical J. 1950. V. 29. № 3. P. 295.
2. *Пангонис Л.И.* Исследование волноводных излучателей с непоперечной апертурой. Дис. ... канд. техн. наук. М.: ИРЭ АН СССР, 1973. 222 с.
3. *Власов С.Н., Орлова И.М.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 1. С. 148.
4. *Ермолаев М.В., Калошин В.А., Соколов С.А.* // Радиотехника. 1988. № 3. С. 81.
5. *Бугаев С.П., Канавец В.И., Климов А.И. и др.* // РЭ. 1993. Т. 38. № 6. С. 1140.
6. *Калошин В.А., Ермолаев С.В., Шишилов А.В.* Антенна // А.с. СССР, № 1376150. Опубл. 23.02.1988. Б.И. № 7.
7. *Калошин В.А., Нгуен К.Т.* // Журн. радиоэлектроники. 2020. № 5. <http://jre.cplire.ru/jre/may20/13/text.pdf>.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391.2

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ
ЛОКАЛЬНЫХ ОТРАЖАТЕЛЕЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
ШИРОКОПОЛОСНЫМ ПОЛЯРИМЕТРОМ

© 2021 г. В. В. Неёлов^{а, *}, С. Е. Шалдаев^а, А. А. Самородов^а

^аВоенно-космическая академия им. А.Ф. Можайского,
Ждановская ул., 13, Санкт-Петербург, 197110 Российская Федерация

*E-mail: lopedevogo@yandex.ru

Поступила в редакцию 14.10.2020 г.

После доработки 12.11.2020 г.

Принята к публикации 05.02.2021 г.

Исследована возможность повышения информативности радиолокационных методов наблюдения космических аппаратов. Предложен способ идентификации геометрической формы локальных отражателей, основанный на совместном применении поляризационных методов и модели рассеяния электромагнитных волн, описываемой геометрической теорией дифракции. Рассмотрены основные особенности реализации предложенного способа, а также приведены результаты его апробации в задаче анализа локальных отражателей низкоорбитального космического аппарата. Показано, что предложенный способ позволяет расширить номенклатуру геометрических типов идентифицируемых отражателей и оценить геометрическую форму соответствующих им конструктивных элементов.

DOI: 10.31857/S003384942106019X

ВВЕДЕНИЕ

Вывод космического аппарата (КА) на орбиту и последующий запуск штатного функционирования всех систем является сложной технической задачей, поскольку в ряде случаев возникают отказы в работе оборудования. Анализ информации, посвященной техническим неисправностям КА, выведенных на орбиту, показывает, что в большинстве случаев они обусловлены механическими неполадками [1], такими как отказ приводов солнечных батарей или гравитационной штанги, при этом оперативное получение телеметрических данных от штатных средств самодиагностики не всегда возможно. В связи с этим актуальной является задача удаленного мониторинга конструктивного состояния КА, выведенных на орбиту. Одним из возможных технических решений такой диагностики является восстановление геометрической формы КА по результатам радиолокационного зондирования, что позволяет установить факт наличия элементов конструкции на штатных местах функционирования, определить их положение и ориентацию. Современные широкополосные радиолокационные станции, функционирующие в режиме инверсного синтеза апертуры, обеспечивают высокодетальное наблюдение облика космических аппаратов (КА) в виде совокупности распределенных по координатам продольной и поперечной дальности локальных отражателей (ЛО), соответствующих проявлению различных механизмов рассеяния радиоволн. Пространственная

локализация указанных отражателей позволяет оценивать их основные параметры – эффективную площадь рассеяния (ЭПР) и относительное пространственное положение, а также геометрическую форму связанных с ними элементов конструкции.

Анализ тематических источников показывает, что для идентификации геометрической формы радиолокационной цели и ее ЛО в настоящее время используются подходы, основанные на анализе частотных [2–10] или поляризационных [11–20] зависимостей элементов поляризационной матрицы (ПМ) цели. Данные подходы имеют различную методическую базу, описывающую явление рассеяния электромагнитных волн, и являются независимыми. В связи с этим типы идентифицируемых ими геометрических примитивов, а также перечни используемых параметров различны. В табл. 1 приведены геометрические примитивы, идентификация которых возможна с использованием указанных подходов.

Поляризационный подход, основанный на декомпозиции матрицы рассеяния Хьюнена, наиболее полно описывает номенклатуру типовых элементов КА и позволяет оценить ориентацию элемента конструкции относительно направления локаций. Анализ табл. 1 показывает, что каждый из подходов обладает неоднозначностью относительно оценки геометрической формы ЛО. Так, например, при использовании модели, основанной на геометрической теории дифракции

Таблица 1. Состав алфавитов при идентификации геометрической формы ЛО при раздельном использовании ГТД и поляризационных методов

Модель ГТД	Геометрические примитивы	Поляризационные методы
условный идентификатор		условный идентификатор
A1	Поверхность двойной кривизны (например, зеркальная антенна)	A2
A1	Передняя прямолинейная кромка (например, ребро солнечной батареи)	C2
A1	Длинный тонкий цилиндр (например, телескопическая штанга)	C2
B1	Пластина	A2
B1	Трехгранный уголкового отражатель	A2
B1	Двухгранный уголкового отражатель	B2
C1	Образующая цилиндра	–
D1	Задняя кромка	C2

(ГТД) для идентификации геометрической формы элементов конструкции КА, зеркальная антенна и ребро солнечной батареи будут отнесены к одному типу – А1. При использовании поляризационного подхода за зеркальную антенну могут быть приняты элементы конструкции, образующие трехгранный уголкового отражатель. Данная неоднозначность ограничивает практическое применение приведенных методов для решения задачи удаленного мониторинга конструктивного состояния КА.

Следует отметить, что в [10] рассмотрена возможность идентификации геометрической формы ЛО с применением модели ГТД и параметров Хьюнена, однако не в составе единого методологического подхода, а раздельно и без уточнения геометрической формы ЛО. Очевидно, что при разработке и внедрении перспективных широкополосных поляризационных радиолокационных станций в целях повышения качества идентификации ЛО в составе КА рационально объединение обоих указанных подходов.

Цель данного исследования – повысить однозначность идентификации геометрической формы ЛО по результатам измерений частотно-ракурсной характеристики объекта локации широкополосным поляриметром. В качестве показателя достижения цели исследования использован размер алфавита идентифицируемых геометрических примитивов. Для достижения поставленной цели необходимо решить задачу объединения двух различных методических подходов: модели ГТД и феноменологической теории Хьюнена.

1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ЛО РАДИОЛОКАЦИОННОЙ ЦЕЛИ ШИРОКОПОЛОСНЫМ ПОЛЯРИМЕТРОМ

Широкополосный поляриметр позволяет оценить зависимость поляризационной матрицы

(ПМ) цели от частоты зондирующего сигнала f и ракурса локации θ :

$$\dot{S}(f, \theta) = \begin{bmatrix} \dot{S}^{вв}(f, \theta) & \dot{S}^{вг}(f, \theta) \\ \dot{S}^{гв}(f, \theta) & \dot{S}^{гг}(f, \theta) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где f – частота зондирующего сигнала, \dot{S}_m – частотная характеристика m -го локального отражателя, вв, гв, вг, гг – обозначение поляризационных каналов.

Каждый элемент матрицы (1) описывается моделью ГТД [2–9], в соответствии с которой он может быть представлен выражением

$$\dot{S}^{pq}(f, \theta) = \sum_{m=1}^M \dot{S}_m^{pq}(f, \theta) = \sum_{m=1}^M A_m^{pq} \left(j \frac{f}{f_s} \right)^{\alpha_m} \times \exp\left(\frac{-j4\pi f}{c} (x_m \cos\theta + y_m \sin\theta) \right) + \dot{u}(f, \theta), \quad (2)$$

где $pq = \{вв, гв, вг, гг\}$ – обозначение поляризационного канала, f_s – нижняя частота зондирующего сигнала, c – скорость света, $\dot{S}_m^{pq}(f)$ – МР m -го ЛО, A_m^{pq} – эффективная длина рассеяния (ЭДР) m -го ЛО, x_m, y_m – координаты m -го ЛО, α_m – дискретный параметр m -го ЛО, характеризующий закон изменения его ЭДР в зависимости от частоты зондирующего сигнала, $\dot{u}(f, \theta)$ – белый шум.

В модели (2) для идентификации геометрической формы ЛО использована оценка параметра α_m , возможные значения которого и соответствующие им геометрические примитивы приведены в табл. 2.

Для оценивания характеристик ЛО в выражении (2) используется модель затухающих экспонент [3]:

$$\dot{S}_y^{pq}(n) = \sum_{m=1}^M \dot{D}_m^{pq} \dot{p}_m^n, \quad \dot{S}_x^{pq}(k) = \sum_{m=1}^M \dot{D}_m^{pq} \dot{p}_m^k, \quad (3)$$

Таблица 2. Значения параметров идентификации геометрической формы ЛО, соответствующих типовым элементам конструкции КА

Параметры Хьюнена для ракурса локации 0°				Модель ГТД	Геометрическая форма ЛО	Условный идентификатор
ψ	τ	ν	γ	α		
$\frac{\pi}{4}$	0	0	$\frac{\pi}{4}$	0	Поверхность двойной кривизны	A3
$\frac{\pi}{4}$	0	0	$\frac{\pi}{4}$	1	Пластина/Трехгранный уголковый отражатель	B3
0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$	1	Двухгранный уголковый отражатель	C3
0	0	0	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{1}{2}$	Образующая цилиндра	D3
0	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{1}{2}$	Длинный тонкий цилиндр	E3
0	0	0	0	$-\frac{1}{2}$	Задняя кромка	F3
0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	Передняя прямолинейная кромка	G3

где x и y – обозначение строк и столбцов частотной характеристики, n – номер отсчета частоты зондирующего сигнала, k – номер ракурса локации.

Оценивание числа ЛО может быть произведено методом минимальной длины описания [2–8]. Количественное оценивание полюсов \dot{p}_m производится с использованием алгоритма Root-MU-

SIC [3], параметра \hat{D}_m^{pq} – методом наименьших квадратов [4].

Полюсы \dot{p}_m модели (3) содержат информацию об относительной дальности и зависимости частотной характеристики ЛО. Оценки параметров $\hat{x}_m, \hat{y}_m, \hat{\alpha}_m$ и \hat{A}_m^{pq} имеют вид

$$\hat{x}_m = c \frac{\arg(\dot{p}_m)}{-4\pi f_0 \Delta\theta}, \quad \hat{y}_m = c \frac{\arg(\dot{p}_m)}{-4\pi \Delta f}, \quad \hat{\alpha}_m = \frac{(N-1) \ln(|\dot{p}_m|)}{\ln(1 + (N-1) \Delta f / f_s)}, \quad (4)$$

$$\hat{A}_m^{pq} = \frac{|\hat{D}_m^{pq}|}{\left| \left(\frac{j}{f_s} \right)^{\hat{\alpha}_m} \exp(\hat{\alpha}_m \ln(f_s)) \exp\left(\frac{-j4\pi f_s (x_m \cos\theta + y_m \sin\theta)}{c} \right) \right|}, \quad (5)$$

где N – количество отсчетов частоты зондирующего сигнала, f_0 – средняя частота зондирующего сигнала, $\Delta\theta$ – шаг изменения ракурса локации.

Оценки параметров (4), (5) во всех поляризационных каналах формируют оценку широкополосной ПМ m -го локального отражателя:

$$\hat{S}_m(f, \theta) = \begin{bmatrix} \hat{A}_m^{ВВ} \left(j \frac{f}{f_s} \right)^{\hat{\alpha}_m} \exp(\varepsilon) & \hat{A}_m^{ВГ} \left(j \frac{f}{f_s} \right)^{\hat{\alpha}_m} \exp(\varepsilon) \\ \hat{A}_m^{ГВ} \left(j \frac{f}{f_s} \right)^{\hat{\alpha}_m} \exp(\varepsilon) & \hat{A}_m^{ГГ} \left(j \frac{f}{f_s} \right)^{\hat{\alpha}_m} \exp(\varepsilon) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\varepsilon = \frac{-j4\pi f}{c} (\hat{x}_m \cos\theta + \hat{y}_m \sin\theta)$$

позволяющую перейти к идентификации его геометрической формы на основе анализа поляриза-

ционной информации. В соответствии с феноменологической теорией Хьюнена, ПМ ЛО характеризуется пятью параметрами: эффективной площадью рассеяния A (характеризует волновые размеры ЛО), углом ориентации ЛО ψ (характеризует ориентацию ЛО относительно ортогонального поляризационного базиса), углом эллиптичности τ (является мерой симметрии ЛО относительно ортогонального поляризационного базиса), углом скольжения ν (характеризует множественность переотражений электромагнитной волны от ЛО), углом поляризации объекта γ (характеризует способность ЛО поляризовать падающую на него электромагнитную волну).

Количественные значения параметров Хьюнена для типовых геометрических примитивов приведены в табл. 2. Анализ данных таблицы показывает, что для идентификации геометрической формы ЛО необходима количественная оценка всех четырех углов – ψ, τ, ν, γ .

Для оценки параметров Хьюнена требуется ПМ, приведенная к диагональному виду. Учитывая физическую сущность описываемых процессов, а именно обратное рассеяние электромагнитных волн, обычное разложение на собственные числа для диагонализации ПМ неприменимо, поэтому используется разложение на псевдособственные числа [11–13] в соответствии с выражением:

$$\hat{S}_m = \mathbf{U}^* \mathbf{\Sigma} \mathbf{U}^H \Leftrightarrow \mathbf{\Sigma} = \mathbf{U}^T \hat{S}_m \mathbf{U}, \quad (7)$$

где $\mathbf{\Sigma}$ – ПМ m -го ЛО, приведенная к диагональному виду, \mathbf{U} – унитарная матрица псевдособственных векторов, $*$ – комплексное сопряжение, H – эрмитово сопряжение. Зависимость ПМ \hat{S}_m и $\mathbf{\Sigma}$ от частоты зондирующего сигнала f и ракурса визирования θ подразумевается здесь и далее, но не приводится.

Тогда применительно к оценке параметров Хьюнена выражение (7) можно переписать в виде

$$\mathbf{\Sigma}(A, \gamma) = \mathbf{U}^T \hat{S}_m \mathbf{U} = \mathbf{U}_v^T \mathbf{U}_\tau^T \mathbf{U}_\psi^T \hat{S}_m \mathbf{U}_v \mathbf{U}_\tau \mathbf{U}_\psi, \quad (8)$$

где $\mathbf{U}_v, \mathbf{U}_\tau$ и \mathbf{U}_ψ – унитарные матрицы специальной унитарной группы $SU(2)$, зависящие от углов v, τ , и ψ .

Поляризационная матрица, приведенная к диагональному виду, в соответствии с [11–14] имеет структуру (ξ – фазовая компонента ПМ):

$$\mathbf{\Sigma} = A \exp(i\xi) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \text{tg}^2 \gamma \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Для диагонализации ПМ \hat{S}_m и вычисления матрицы $\mathbf{\Sigma}$ использована методика, приведенная в [11]. В соответствии с указанной методикой необходимо трансформировать ПМ \hat{S}_m в матрицу Кеннаха \mathbf{K} :

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}^* \left(\hat{S}_m \otimes \hat{S}_m^* \right) \mathbf{A}^{-1}, \quad (10)$$

где \otimes – кронекерово умножение, и матрица \mathbf{A} имеет следующую структуру:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & j & -j & 0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

После приведения к нулевой собственной поляризации по аналогии с (9), матрица Кеннаха \mathbf{K} имеет структуру

$$\mathbf{K}(A, \gamma) = \frac{A^2}{2} \begin{bmatrix} 1 + \text{tg}^4 \gamma & 1 - \text{tg}^4 \gamma & 0 & 0 \\ 1 - \text{tg}^4 \gamma & 1 + \text{tg}^4 \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\text{tg}^2 \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2\text{tg}^2 \gamma \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Так как матрица (12) не является диагональной, для дальнейших вычислений используется матрица \mathbf{K}_3 , полученная удалением первой строки и

первого столбца матрицы \mathbf{K} [11]:

$$\mathbf{K}_3(A, \gamma) = \mathbf{\Lambda}(A, \gamma) = \frac{A^2}{2} \begin{bmatrix} 1 + \text{tg}^4 \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 2\text{tg}^2 \gamma & 0 \\ 0 & 0 & -2\text{tg}^2 \gamma \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Разложение (7) на псевдособственные числа эквивалентно разложению матрицы \mathbf{K}_3 на собственные числа:

$$\mathbf{\Lambda}(A, \gamma) = \mathbf{R}^T \mathbf{K}_3 \mathbf{R} = \mathbf{R}_v(\nu)^T \mathbf{R}_\tau(\tau)^T \mathbf{R}_\psi(\psi)^T \mathbf{K}_3 \mathbf{R}_\psi(\psi) \mathbf{R}_\tau(\tau) \mathbf{R}_v(\nu), \quad (14)$$

где $\mathbf{R}_\psi(\psi), \mathbf{R}_\tau(\tau)$ и $\mathbf{R}_v(\nu)$ – матрицы вращения специальной ортогональной группы $SO(3)$, зависящие от углов ψ, τ, ν .

Обозначим собственные числа как $\lambda_k, k \in \{1, 2, 3\}$ и собственные векторы как $\mathbf{r}_k, k \in \{1, 2, 3\}$ матрицы \mathbf{K}_3 :

$$\lambda_1 = \frac{A^2}{2} (1 + \text{tg}^4 \gamma), \lambda_2 = A^2 \text{tg}^2 \gamma, \lambda_3 = -A^2 \text{tg}^2 \gamma, \quad (15)$$

$$\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2 \mathbf{r}_3]. \quad (16)$$

Из выражения (15) следует, что $\lambda_2 = \lambda_3$ при $\gamma = 0$ и $\lambda_1 = \lambda_2$ при $\gamma = \pi/4$. С учетом принадлежности \mathbf{R} специальной ортогональной группе $SO(3)$ можно выделить два особых случая:

$$\mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2 \quad \text{при } \gamma = 0, \quad (17)$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_3 \quad \text{при } \gamma = \pi/4. \quad (18)$$

На основе выражения (15) можно определить

$$A = \sqrt{\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 - \lambda_2^2}}, \quad (19)$$

$$\hat{\gamma}_m = \arctg \left(\frac{\sqrt{\lambda_2}}{A} \right). \quad (20)$$

Для оценки параметров ψ, τ и ν необходимо декомпозировать матрицу \mathbf{R} . Вектор-столбцы матрицы \mathbf{R} имеют вид

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} \cos(2\psi) \cos(2\tau) \\ \sin(2\psi) \cos(2\tau) \\ \sin(2\tau) \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} \cos(2\psi) \sin(2\tau) \sin(2\nu) - \sin(2\psi) \cos(2\nu) \\ \sin(2\psi) \sin(2\tau) \sin(2\nu) + \cos(2\psi) \cos(2\nu) \\ -\cos(2\tau) \cos(2\nu) \end{bmatrix}, \quad (22)$$

$$\mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} -\cos(2\psi) \sin(2\tau) \cos(2\nu) - \sin(2\psi) \cos(2\nu) \\ -\sin(2\psi) \sin(2\tau) \cos(2\nu) + \cos(2\psi) \sin(2\nu) \\ \cos(2\tau) \cos(2\nu) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

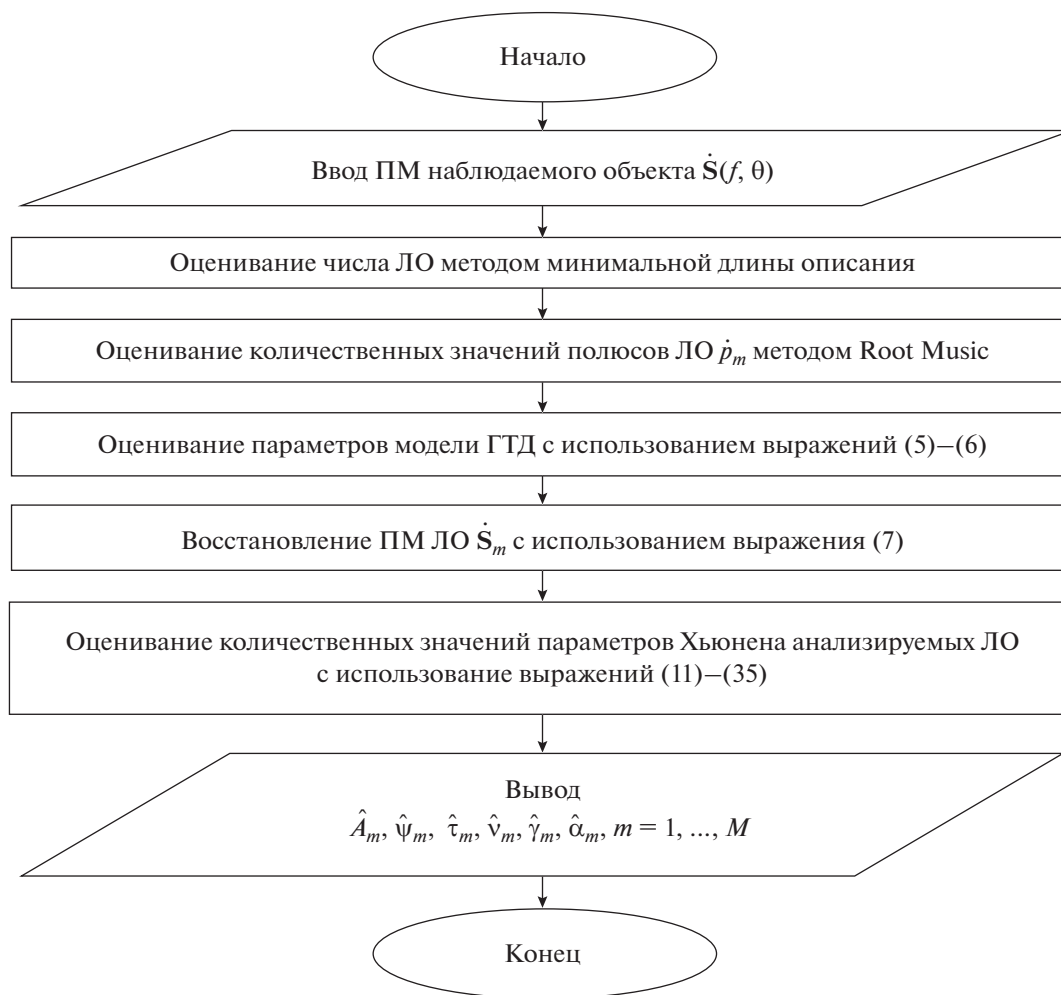


Рис. 1. Блок-схема алгоритма оценивания параметров идентификации геометрической формы ЛО.

Углы ψ , τ , ν вычисляются с использованием выражений:

$$\psi = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{r_{21}}{r_{11}}\right), \quad \tau = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{r_{31}}{\sqrt{r_{11}^2 + r_{21}^2}}\right), \quad (24)$$

$$\nu = -\frac{1}{2} \arctg\left(\frac{r_{32}}{r_{33}}\right),$$

где $r_{mn}, m, n \in \{1, 2, 3\}$ – элементы матрицы \mathbf{R} . При $\tau = \pm\pi/4$ параметры ψ и ν не определяются, поэтому необходимо выделить два особых случая:

$$\psi = 0 \quad \text{и} \quad \nu = \pm \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{r_{12}}{r_{22}}\right) \quad \text{при} \quad \tau = \pm\pi/4. \quad (25)$$

Важно отметить, что в результате разложения на собственные числа матрицы \mathbf{K}_3 в (14) собственные векторы могут быть не идентичны векторам (21)–(23) по причине того, что разложение на собственные числа инвариантно к изменению знака собственных векторов:

$$\mathbf{K}_3(\pm r_k) = \lambda_k(\pm r_k), \quad k \in \{1, 2, 3\}. \quad (26)$$

Следовательно, матрицу собственных векторов, полученную в результате разложения (14), можно записать в виде

$$\hat{\mathbf{R}} = [\hat{\mathbf{r}}_1 \hat{\mathbf{r}}_2 \hat{\mathbf{r}}_3] = [\delta_1 \mathbf{r}_1 \delta_2 \mathbf{r}_2 \delta_3 \mathbf{r}_3], \quad (27)$$

где $\delta_k \in \{-1, 1\}$, $k \in \{1, 2, 3\}$ – произвольный знак собственного вектора. Тогда выражения для вычисления углов ψ , τ , ν будут иметь вид

$$\hat{\Psi}_m = \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{\hat{r}_{21}}{\hat{r}_{11}}\right), \quad \tau = \frac{\delta_1}{2} \arctg\left(\frac{\hat{r}_{31}}{\sqrt{\hat{r}_{11}^2 + \hat{r}_{21}^2}}\right), \quad (28)$$

$$\nu = -\frac{\delta_2 \delta_3}{2} \arctg\left(\frac{\hat{r}_{32}}{\hat{r}_{33}}\right),$$

$$\hat{\Psi}_m = 0 \quad \text{и} \quad \nu = \pm \frac{1}{2} \arctg\left(\frac{\hat{r}_{12}}{\hat{r}_{22}}\right) \quad \text{при} \quad \tau = \pm\pi/4. \quad (29)$$

Таким образом, угол ψ и два особых случая при $\tau = \pm\pi/4$ могут быть определены непосредственно из разложения (14), но углы τ и ν дополнительно зависят от знаков δ_1 и δ_2 .

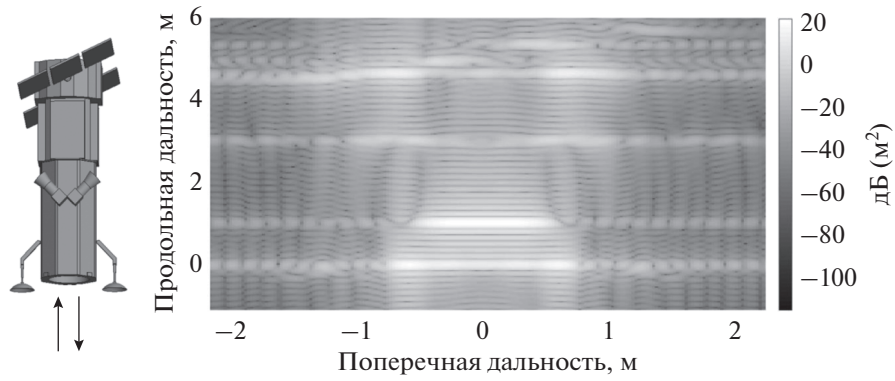


Рис. 2. Модель анализируемого космического аппарата и его радиолокационное изображение (поляризация вертикальная согласованная).

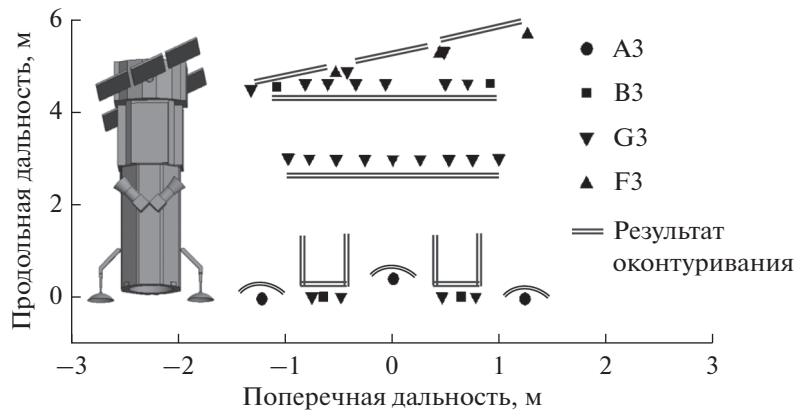


Рис. 3. Результаты идентификации геометрической формы доминирующих ЛО в составе РЛ-облика КА.

Исходя из того, что $\tau \in [-\pi/4, \pi/4]$ и $\nu \in [-\pi/4, \pi/4]$, получаем

$$\text{sign} \hat{r}_{11} = \delta_1 \cos(2\nu) \cos(2\tau) = \delta_1, \quad (30)$$

$$\det \hat{\mathbf{R}} = \det \mathbf{R} \Delta = \det \mathbf{R} \det \Delta = \det \Delta = \delta_1 \delta_2 \delta_3, \quad (31)$$

где Δ – диагональная матрица с δ_k , $k \in \{1, 2, 3\}$ в главной диагонали. Выражение (28) позволяют определить τ и ν как:

$$\hat{\tau}_m = \text{sign} \hat{r}_{11} \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{\hat{r}_{31}}{\sqrt{\hat{r}_{11}^2 + \hat{r}_{21}^2}} \right), \quad (32)$$

$$\hat{\nu}_m = -\det \hat{\mathbf{R}} \text{sign} \hat{r}_{11} \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{\hat{r}_{32}}{\hat{r}_{33}} \right).$$

Описанный подход к оценке параметров геометрической формы ЛО, основанный на совместном использовании модели ГТД и параметров Хьюнена, реализован при помощи алгоритма, упрощенная блок-схема которого приведена на рис. 1.

Алгоритм состоит из ряда последовательно выполняемых расчетных процедур и позволяет оценивать количественные значения параметров

идентификации геометрической формы ЛО по данным измерений частотно-ракурсной характеристики объекта широкополосным поляриметром.

По результатам работы алгоритма формируется вектор параметров ЛО, на основе которого производится идентификация их геометрической формы с использованием опорных данных, приведенных в табл. 2 (представлены количественные значения параметров при ракурсе локации 0°).

При сравнении табл. 1 и 2 видно, что предложенный способ позволил расширить размер алфавита до семи типов идентифицируемых геометрических примитивов.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИДЕНТИФИКАЦИИ ФОРМЫ ЛОКАЛЬНЫХ ОТРАЖАТЕЛЕЙ В СОСТАВЕ РАДИОЛОКАЦИОННОГО ОБЛИКА МОДЕЛИ КА

В качестве объекта анализа был выбран КА обзора земной поверхности WorldView-2. Компонентная схема аппарата включает в свой состав три базовых модуля, а также ряд навесных элементов – антенн, звездных датчиков и панелей солнечных батарей, геометрические размеры которых суще-

ственно превышают длину зондирующего сигнала. Конструктивно модель КА содержит плоские и криволинейные элементы, формирующие ЛО рассмотренных выше типов.

Поле обратного рассеяния КА рассчитано с использованием численных методов электродинамики в полном поляризационном базисе в диапазоне частот 9.5...10.5 ГГц при локации вдоль строительной оси. Внешний вид модели КА и его радиолокационное изображение, полученное методом инверсного синтеза апертуры, представлены на рис. 2.

Результаты идентификации геометрической формы доминирующих ЛО исследуемого КА приведены на рис. 3. Анализ результатов показывает, что предложенный способ позволяет уверенно идентифицировать в составе радиолокационного облика КА доминирующие ЛО, в частности отражатели двойной кривизны (параболические антенны), пластины (панели солнечных батарей, другие плоские элементы конструкции), кромки (ребра элементов конструкции), что затруднительно при раздельном использовании методов идентификации геометрической формы локальных отражателей.

Дальнейший анализ РЛ-облика КА, связанный с оценением геометрических размеров ЛО, может быть выполнен с использованием соотношений, приведенных в [21, 22].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложены способ и алгоритм идентификации геометрической формы ЛО, основанные на совместном использовании параметров Хьюнена и закона изменения ЭДР в зависимости от частоты зондирующего сигнала. Способ ориентирован на обработку полнополяризационных широкополосных данных и позволяет в отличие от известных подходов выполнять идентификацию более широкого перечня ЛО (различные поверхности с кривизной второго порядка, пластина, кромка, двугранный угловый отражатель), являющихся типовыми элементами конструкций сложных техногенных объектов. Выполненные апробация способа и алгоритма на расчетных данных рассеяния модели КА подтвердила его корректность и информативность.

Способ может быть использован не только для удаленного мониторинга конструктивного состояния КА, но и в ряде других прикладных задач радиолокации, связанных с автоматическим распознаванием целей и идентификацией их состояния. Необходимым условием для применения предложенного способа является квазиоптический характер рассеяния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Saleh J., Jean-Francois.* Spacecraft Reliability and Multi-state Failures: a Statistical Approach. N.-Y.: John Wiley & Sons Limited, 2011.
2. *Zou Y., Gao X., Li X., Liu Y.* // Proc. 8th Int. Congress on Image and Signal Processing (CISP). Shenyang, 08–12 Dec. 2015. N.-Y.: IEEE, 2015. P. 1220.
3. *Yan H., Li S., Li H., Yin H.* // Proc. IEEE Int. Conf. on Computational Electromagnetics (ICCEM). Chengdu, 26–28 Mar. 2018. N.-Y.: IEEE, 2018. P. 12.
4. *Xiao-Yu X., Huo Y., Hong-Cheng C.* // Proc. IEEE Int. Conf. on Computational Electromagnetics (ICCEM), Chengdu, 26–28 Mar. 2018. N.-Y.: IEEE, 2018. P. 26.
5. *Капылов Е.Л., Неёлов В.В., Самородов А.А.* // Вопр. радиоэлектроники. 2019. № 1. С. 13.
6. *Zheng S., Zhang X., Zong B., Li J.* // Proc. Photonics & Electromagnetics Research Symp. – Fall (PIERS – Fall). Xiamen, 17–20 Dec. 2019. N.-Y.: IEEE, 2019. P. 2282.
7. *Hu P., Xu S., Zou J., Chen Z.* // Proc. IEEE SENSORS, Glasgow, 29 Oct.–1 Nov. 2017. N.-Y.: IEEE, 2017. P. 18.
8. *Jia S., La D.* // Proc. IEEE Advanced Inform. Technol., Electronic and Automation Control Conf. (IAEAC). Chongqing, 18–20 Dec. 2015. N.-Y.: IEEE, 2015. P. 636.
9. *Qamar H.H., El-Mashade M.B., Farahat A.E., Hussein K.F.* // Proc. 6th Int. Conf. on Advanced Control Circuits and Systems (ACCS) & 5th Intern. Conf. on New Paradigms in Electronics & Inform. Technol. (PEIT). Hurgada, 19–21 Jul. 2019. N.-Y.: IEEE, 2019. P. 167.
10. *Jackson J.A., Moses R.L.* // Proc. of SPIE. 2006. V. 6237. № 8. P. 205.
11. *Dallmann T., Heberling D.* // Electron. Lett. 2009. V. 53. № 13. P. 877.
12. *Li D., Zhang Y.* // IEEE Trans. 2016. V. 54. № 2. P. 723.
13. *Li D., Zhang Y.* // Proc. IEEE Int. Geoscience and Remote Sensing Symp. (IGARSS). Beijing, 10–15 Jul. 2016. N.-Y.: IEEE, 2016. P. 4679.
14. *Li D., Zhang Y.* // Proc. 11th European Conf. on Synthetic Aperture Radar. Hamburg, 6–19 Jun. 2016. N.-Y.: IEEE, 2016. P. 14.
15. *Liu X., Jiao L., Zhang D., Liu F.* // Proc. IEEE Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. Yokohama, 28 Jul.–2 Aug. 2019. N.-Y.: IEEE, 2019. P. 3181.
16. *Bi H., Sun J., Xu Z.* // Proc. Intern. Workshop on Remote Sensing with Intelligent Proc. (RSIP). Shanghai, 18–21 May. 2017. N.-Y.: IEEE, 2017. P. 1.
17. *Zhu F., Zhang Y., Li D.* // IET Radar, Sonar & Navigation. 2018. V. 2. № 2. P. 209.
18. *Li D., Zhang Y.* // Proc. 10th European Conf. on Synthetic Aperture Radar. Berlin, 6–9 Jun. 2014. N.-Y.: IEEE, 2014. P. 68.
19. *Xiang Z., Chen B., Yang M.* // IEEE Antennas and Wireless Propagation Lett. 2017. V. 16. № 2. P. 1313.
20. *Xiang Z., Chen B., Yang M.* // Proc. Intern. Conf. on Radar. Guangzhou, 10–12 Oct. 2016. N.-Y.: IEEE, 2016. P. 126.
21. *Qin X., Hu T., Yu W., Wang P. et al.* // Proc. IEEE Intern. Geoscience and Remote Sensing Symp. Valencia, 22–27 Jul. 2018. N.-Y.: IEEE, 2018. P. 645.
22. *Knott E., Shaeffer J., Tuley M.* Radar Cross Section. 2nd ed. N.-Y.: SciTech Publ., 2004.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.391.823;530.17

МЕТОДИКА И МОДЕЛИ ДЛЯ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ НА ПРИМЕРЕ АНАЛИЗА ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ АВТОТРАНСПОРТА

© 2021 г. З. М. Гизатуллин^{а, *}, Р. М. Гизатуллин^а, М. Г. Нуриев^а

^аКазанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ,
ул. К. Маркса, 10, Казань, 420111 Российская Федерация

*E-mail: Gzm_zinnur@mail.ru

Поступила в редакцию 08.06.2018 г.

После доработки 07.03.2019 г.

Принята к публикации 27.11.2020 г.

Предложены методика и модели для физического моделирования электромагнитных помех на примере анализа помехоустойчивости электронных средств автомобиля при мощном электромагнитном воздействии контактной сети электротранспорта. Разработаны физические модели и экспериментальный стенд для физического моделирования электромагнитных помех в линии связи. Полученные результаты позволяют реализовать практическую методику прогнозирования помехоустойчивости электронных средств автомобиля при воздействии магнитного поля контактной сети электротранспорта на основе физического моделирования.

DOI: 10.31857/S0033849421060103

ВВЕДЕНИЕ

Задача обеспечения помехоустойчивости электронных систем современного автотранспорта, в связи с непрерывным насыщением современными электронными средствами (ЭС), является важнейшей задачей безопасного их использования [1–3]. При эксплуатации, автотранспорт часто подвергается мощным электромагнитным воздействиям, в том числе в связи с наличием множества переходов над контактной сетью электротранспорта (КСЭ). Крупные производители автомобилей придерживаются правила, что в диапазоне частот 1...2000 МГц ЭС, обеспечивающие управление и связанные с защитой участников движения, должны нормально работать при электромагнитных полях напряженностью до 100 В/м. Но, как показывают реальные экспериментальные исследования большого количества современных автомобилей, данное значение колеблется от 20 до 500 В/м. При этом выявляются следующие опасные нарушения функционирования ЭС: самопроизвольное вращение электромеханического усилителя рулевого управления; сбой контроллера автоматической коробки передач; сбой антиблокировочной системы тормозов; сбой контроллера системы управления двигателем и т.д.

Контактная сеть является одним из наиболее распространенных и мощных промышленных мак-

роисточников, встречаемых в городских и пригородных территориях [4–6]. В городской контактной сети используется диапазон напряжения от 600 до 825 В; на железной дороге номинальным уровнем постоянного напряжения принято считать 3.3 кВ, а переменного напряжения – 25 кВ. Можно выделить несколько видов влияния КСЭ на ЭС: электрическое, обусловленное потенциалом контактной сети по отношению к земле; магнитное, обусловленное возникновением постоянных или переменных тяговых токов, токов короткого замыкания и коммутационных процессов. Последние два случая создают наиболее распространенные мощные электромагнитные воздействия, и при этом вызывают наибольшую сложность проведения натурных экспериментальных исследований из-за случайного характера возникновения таких токов.

Анализ помехоустойчивости электронных систем автотранспорта, в том числе автомобильных, при электромагнитных воздействиях неразрывно связан с точным определением электромагнитной обстановки в области их эксплуатации и расчетом электромагнитных помех в линиях связи. На практике, очень часто в формировании электромагнитной обстановки вокруг ЭС непосредственно участвуют макрообъекты. В рассматриваемой задаче это элементы контактной сети электротранспорта, такие как контактные прово-

да; опоры и кузовные элементы автомобиля. Учет этих особенностей приводит к трудностям с изготовлением макетов и имитаторов электромагнитного поля в реальном масштабе.

Целью данной работы является создание методики и моделей для физического моделирования электромагнитных помех в линиях связи на примере прогнозирования помехоустойчивости бортовых ЭС автомобиля при воздействии магнитного поля КСЭ.

1. МЕТОД РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

Задача физического моделирования может быть решена определением критериев подобия при протекании электромагнитных процессов на макрообъектах с различными электромагнитными характеристиками, в предположении, что электромагнитные процессы на оригинале и модели описываются феноменологическими уравнениями Максвелла. Базовые выражения, определяющие критерии подобия при протекании электромагнитных процессов на макрообъектах с различными электромагнитными характеристиками представлены в работах [7, 8].

Основные задачи реализации масштабных физических моделей связаны с необходимостью подбора материалов с определенными свойствами исходя из следующих выражений и условий:

$$\varepsilon' = k_\varepsilon \varepsilon, \quad \mu' = k_\mu \mu, \quad \sigma' = k_\sigma \sigma, \quad k_v = \frac{1}{\sqrt{k_\varepsilon k_\mu}},$$

где $\varepsilon', \varepsilon$ – диэлектрическая проницаемость материалов модели и оригинала; μ', μ – магнитная проницаемость материалов модели и оригинала; σ', σ – проводимость материалов модели и оригинала; k_ε – коэффициент изменения диэлектрической проницаемости; k_μ – коэффициент изменения магнитной проницаемости; k_σ – коэффициент изменения проводимости материалов; k_v – коэффициент масштабирования скорости движения носителей оригинала и модели (на практике, $k_v = 1$). В реальных условиях проведения масштабного эксперимента возникают сложности подбора материалов с определенными, сильно отличающимися от оригинала диэлектрическими и магнитными свойствами. Поэтому обычно придерживаются следующих значений коэффициентов: $k_\varepsilon = 1, k_\mu = 1$. Тогда, согласно условию, $k_l k_\sigma k_\mu = 1$, получаем $k_\sigma = 1/k_l$, где k_l – коэффициент изменения геометрических размеров модели. Поэтому, в идеальном случае масштабирование активного сопротивления осуществляется путем замены материала оригинала другим материалом, проводимость которого отличается в k_σ раз. Но в то же

время в работе [9] указано, что пропорциональное изменение физических размеров модели, при сохранении ее характеристик по электрической и магнитной проницаемости, приводит к пропорциональному изменению величин всех индуктивностей и емкостей. Поэтому считается, что для задач, где активное сопротивление сравнительно мало, именно индуктивности и емкости являются определяющими при формировании электромагнитных процессов.

В научно-технической литературе [10–20] приведены примеры применения данного метода для исследования электромагнитных полей и помех в линиях связи электронных средств, при воздействии источника тока на элементы металлоконструкции здания, разряда молнии на систему молниеотводов или летательные аппараты. Расхождение результатов физического моделирования от реальных процессов для рассмотренных задач составляет не более 30% (нестабильность выходных параметров генератора-имитатора $\pm 10\%$; расхождение между масштабными расчетными и экспериментальными значениями параметров $\pm 5\%$; точность измерительного прибора в данном диапазоне частот $\pm 5\%$; из-за несимметричного подключения генератора-имитатора для случая воздействия разряда молнии $\pm 10\%$).

2. МЕТОДИКИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ НА ОСНОВЕ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для физического моделирования электромагнитных помех в линии связи, в частности применительно к ЭС автомобиля при воздействии электромагнитных полей КСЭ, предлагается следующая методика.

Шаг 1. Определить основные проектные параметры автомобиля: размеры, геометрию и материал кузова, основные конструкционные отверстия, расположение ЭС и линии связи и т.п. В данном примере “приемником” электромагнитных полей КСЭ в составе ЭС автомобиля считаем контур длиной 4 м, образованный двухпроводной линией с нагрузками 50 Ом на обоих концах (рис. 1).

Шаг 2. Определить потенциальные параметры электромагнитных помех КСЭ. Например, рассмотрим импульсное магнитное поле в ближней зоне, образованное из-за токов в КСЭ (рис. 2) [4]. Максимальная напряженность импульсного магнитного поля короткого замыкания КСЭ постоянного тока достигает 2 кА/м.

Шаг 3. Выбрать первичные масштабные коэффициенты физического моделирования (табл. 1). Данные коэффициенты в первую очередь зависят от размеров лаборатории, геометрических размеров стенда имитатора, параметров генератора, размеров объекта исследования и др.

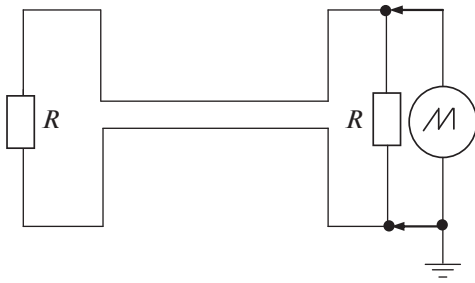


Рис. 1. Схема измерения помех в линии связи автомобиля.

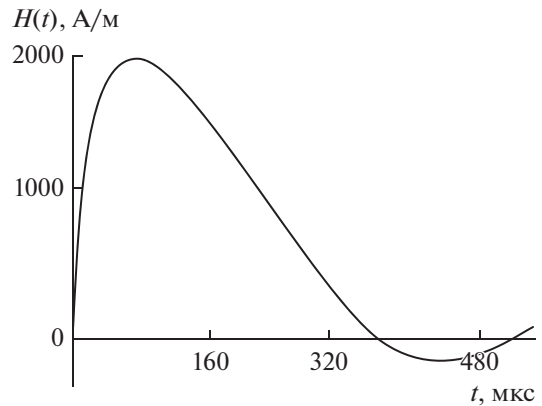


Рис. 2. Импульсная магнитная помеха КСЭ.

Шаг 4. Рассчитать значения масштабных параметров автомобиля и источника электромагнитных помех в соответствии с принятыми масштабными коэффициентами (см. табл. 1).

Шаг 5. Разработать стенд и масштабную модель автомобиля с исследуемым контуром внутри (рис. 3). Для создания магнитного поля используется одновитковая катушка со сторонами 1 м (рабочий объем $0.6 \times 0.6 \times 0.5$ м). Максимальный размер масштабной модели автомобиля не превышает 0.6 м.

Шаг 6. Провести экспериментальные исследования по измерению электромагнитной помехи $U'(t')$ в линии связи масштабной модели автомобиля при воздействии магнитного поля КСЭ (рис. 4а).

Шаг 7. На основе измеренных значений провести физическое моделирование электромагнитных помех $U(t)$ в линии связи реального автомобиля при воздействии магнитного поля КСЭ в соответ-

ствии со следующими математическими моделями (рис. 4б):

$$U'(t') = \mu_0 a' b' \frac{dH'(t')}{dt'} = \mu_0 k_l^2 a b \frac{k_H}{k_t} \frac{dH(t)}{dt},$$

$$U(t) = 20U'(10t'),$$

где a, b – размеры исследуемого контура; k_H – коэффициент изменения амплитуды напряженности магнитного поля; k_t – коэффициент изменения оси времени.

Шаг 8. Для прогнозирования помехоустойчивости ЭС автомобиля необходимо провести сравнение параметров электромагнитных помех в линиях связи с критическими значениями, приводящими к временному нарушению функ-

Таблица 1. Первичные масштабные коэффициенты для физического моделирования

Физическая величина	Масштабные коэффициенты	Пример расчета коэффициентов
Геометрические размеры (l)	$l' = k_l l$	$k_l = 1/10$ (уменьшение в 10 раз)
Свойства материалов:		
–диэлектрическая проницаемость	$\epsilon' = k_\epsilon \epsilon$	$k_\epsilon = 1$
–магнитная проницаемость	$\mu' = k_\mu \mu$	$k_\mu = 1$
–проводимость	$\sigma' = k_\sigma \sigma$	$k_\sigma = \frac{1}{k_l} = 10$
Время (t)	$t' = k_t t$	$k_t = 1/10$
Частота (f)	$f' = k_f f$	$k_f = 10$
Напряженность магнитного поля $H(t)$	$H'(t') = k_H H(t)$	$k_H = 1/2$

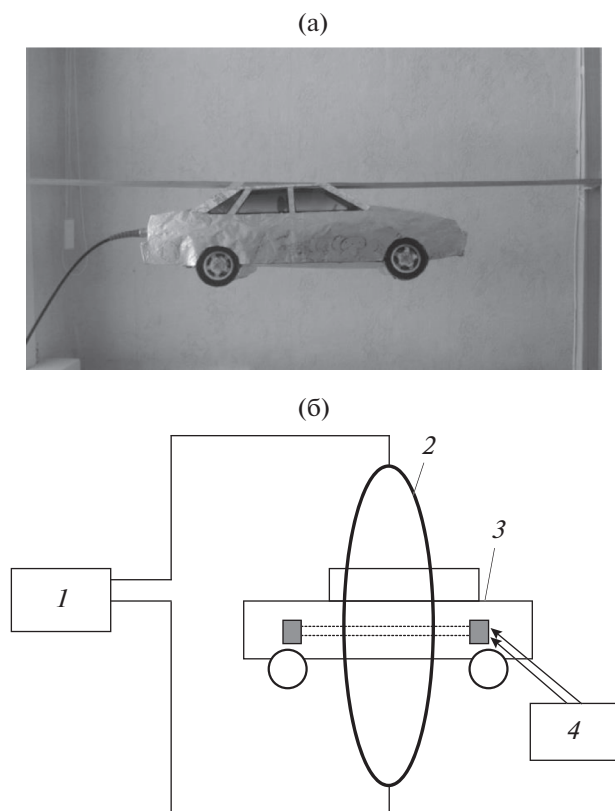


Рис. 3. Фото (а) и схема (б) стенда для физического моделирования: 1 – генератор-имитатор; 2 – катушка; 3 – физическая модель автомобиля; 4 – измерительное оборудование.

ционирования (табл. 2) [21] или повреждению чувствительных элементов [22].

На основе результатов сравнения можно сделать вывод об обеспечении помехоустойчивости ЭС автомобиля к воздействию импульсного магнитного поля КСЭ. При прогнозировании возможных нарушений помехоустойчивости ЭС автомобиля необходимо заранее принимать известные и но-

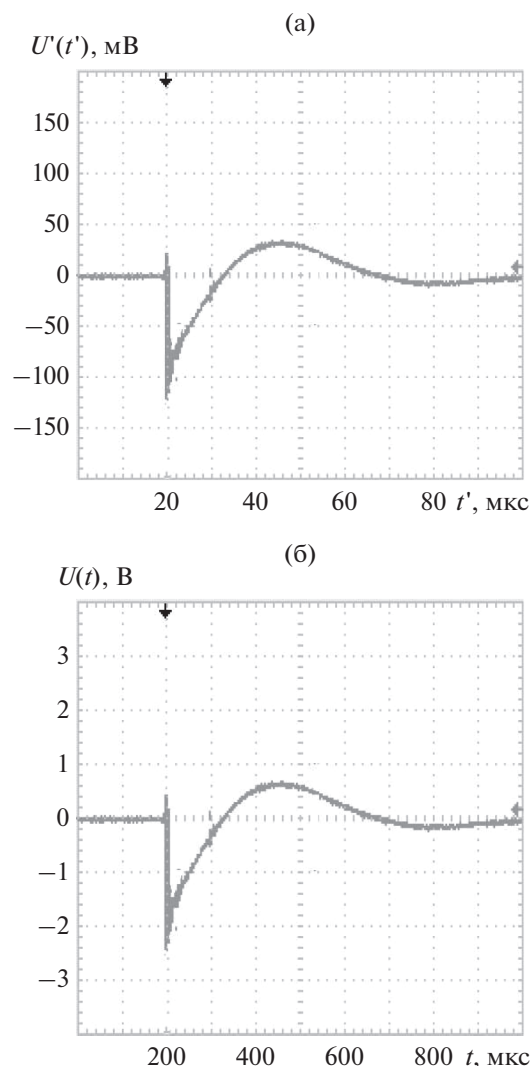


Рис. 4. Электромагнитная помеха в линии связи автомобиля: а – измерение на масштабной модели; б – физическое моделирование.

Таблица 2. Параметры основных семейств логических интегральных микросхем

Серия микросхем	Напряжение питания (НП), В	Низкий уровень, В		Высокий уровень, В		Переключение, В	
		мин	макс	мин	макс	мин	макс
ТТЛ	$5 \pm 10\%$		0.8	2.0		1.2	
НВТТЛ	$3.3 \pm 10\%$	-0.3	0.8	2.0	НП-0.3	1.2	3.3
GTL	$1.2 \pm 5\%$		ОН-0.05	ОН-0.05		0.2	
HSTL	1.5 ± 0.1	-0.3	ОН-0.1	ОН-0.05	НП-0.3	0.2	1.5
ЭСЛ	$-5.2 \pm 5\%$	-1.81	-1.62	-1.025	-0.88	0.595	0.93
ПЭСЛ	$5.0 \pm 5\%$	3.19	3.38	3.98	4.12	0.6	0.93
НВПЭСЛ	$3.3 \pm 5\%$	1.49	1.825	2.24	2.42	0.415	0.93
LVDS		0.9	1.1	1.5	1.7	0.4	0.8

Примечание: ТТЛ – транзисторно-транзисторная логика; НВТТЛ – низковольтная транзисторно-транзисторная логика с пониженным напряжением питания; GTL – низковольтная высокоскоростная логика; HSTL – высокоскоростная логика; ЭСЛ – эмиттерно-связанная логика на переключателях тока; ПЭСЛ – позитивная ЭСЛ; НВПЭСЛ – низковольтная позитивная ЭСЛ; LVDS – низковольтная передача дифференциальных сигналов; ОН – опорное напряжение.

вые меры по снижению помех, например, за счет частичного экранирования наиболее чувствительных узлов [23–25], применения плоских витых пар, алгоритмических методов [26, 27] или применения специальных линий для разложения помех [28, 29].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в случаях, когда возникают трудности с анализом электромагнитных помех в линиях связи электронных средств, связанных с необходимостью изготовления макетов и имитаторов электромагнитного поля в реальном масштабе, возможно применение физического моделирования. Предложенная методика физического моделирования, математические и физические модели, экспериментальный стенд и расчетные параметры физических моделей составляют основу для анализа электромагнитных помех в линиях связи, что позволяет, в частности, применить его для прогнозирования помехоустойчивости ЭС автомобиля при воздействии импульсного магнитного поля КСЭ. В перспективе на основе предложенной методики и моделей возможно применение физического моделирования для задач прогнозирования помехоустойчивости ЭС при воздействии других макроисточников, таких как высоковольтные линии электропередачи, разряд молнии, преднамеренные источники и т.п.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (госконтракт 2.1724.2017/4.6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Николаев П.А. // Технологии электромагнитной совместимости. 2014. № 4. С. 72.
2. Николаев П.А., Николаев А.Д. // Технологии электромагнитной совместимости. 2010. № 4. С. 12.
3. Lyasheva S.A., Shleymovich M.P., Shakirzyanov R.M. // Proc. Int. Multi-Conf. on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), Vladivostok. 1–4 Oct 2019. N.Y.: IEEE, 2019. P. 8934298. <https://doi.org/10.1109/FarEastCon.2019.8934298>
4. Кравченко В.И., Болотов Е.А., Летунова Н.И. Радиоэлектронные средства и мощные электромагнитные помехи. М.: Радио и связь, 1987.
5. Балюк Н.В., Кечиев Л.Н., Степанов П.В. Мощный электромагнитный импульс: воздействие на электронные средства и методы защиты. М.: Группа ИДТ, 2007.
6. Нуриев М.Г., Гизатуллин Р.М., Гизатуллин З.М. // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 2. С. 137.
7. Веников В.А. Теория подобия и моделирования. М.: Высш. шк., 1976.
8. Schumacher C.R. // J. Appl. Phys. 1987. V. 62. № 7. P. 2616.
9. Johnson H., Graham M. High Speed Signal Propagation. Advanced Black Magic. New Jersey: Prentice Hall, 2003.
10. Gizatullin Z.M., Nuriev M.G., Shleimovich M.P. // Proc. 2017 Conf. Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics). Omsk. 14–16 Nov. 2017. N.Y. IEEE, 2017. P. 8239453. <https://doi.org/10.1109/Dynamics.2017.8239453>
11. Гизатуллин З.М., Нуриев М.Г., Гизатуллин Р.М. // Электротехника. 2018. № 5. С. 45.
12. Гизатуллин З.М., Нуриев М.Г., Гизатуллин Р.М. // РЭ. 2018. Т. 63. № 1. С. 97.
13. Piantini A., Janiszewski J.M., Borghetti A. et al. // IEEE Trans. 2007. V. PD-22. № 1. P. 710.
14. Ibrahim A.M., Heidler F.H., Zischank W.J. // IEEE Trans. 2006. V. EC-48. № 2. P. 414.
15. Gizatullin Z.M., Gizatullin R.M., Drozdikov V.A. // Proc. 2019 Int. Russian Automation Conf. (RusAutoCon). Sochi. 8–14 Sep. 2019. N.Y.: IEEE, 2019. P. 8867658. <https://doi.org/10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867658>
16. Гизатуллин З.М., Гизатуллин Р.М. // РЭ. 2014. Т. 59. № 5. С. 463.
17. Gizatullin R.M., Gizatullin Z.M., Shkinderov M.S., Khuziyakhmetova E.A. // Proc. 2018 14th Int. Scientific-Technical Conf. on Actual Problems of Electronic Instrument Engineering. Novosibirsk. 2–6 Nov. N.Y.: IEEE, 2018. V. 1. Pt. 3. P. 332. <https://doi.org/10.1109/APEIE.2018.8545943>
18. Сафина Р.М. // Изв. вузов. Математика. 2017. № 8. С. 53.
19. Gizatullin R.M., Suetina T.A. // Int. Multi-Conf. on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon), Vladivostok. 1–4 Oct 2019. N.Y.: IEEE, 2019. P. 8934266. <https://doi.org/10.1109/FarEastCon.2019.8934266>
20. Cooray V. Lightning Electromagnetics. L.: Institution of Engineering and Technology, 2012.
21. Кечиев Л.Н. Проектирование печатных плат для цифровой быстродействующей аппаратуры. М.: Группа ИДТ, 2007.
22. Пирогов Ю.А., Солодов А.В. // Журн. радиоэлектроники. 2013. № 6. <http://jre.cplire.ru/jre/jun13/15/text.pdf>
23. Gizatullin Z.M., Shkinderov Z.M. // Proc. 2019 Int. Russian Automation Conf. (RusAutoCon). Sochi. 8–14 Sep. 2019. N.Y.: IEEE, 2019. P. 8867761. <https://doi.org/10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867761>
24. Аверин С.В., Кириллов В.Ю., Машуков Е.В. и др. // Изв. вузов. Авиационная техника. 2017. № 3. С. 113.
25. Шкinderов М.С., Гизатуллин З.М. // РЭ. 2018. Т. 63. № 11. С. 1181.
26. Kostyukhina, G.V., Lyasheva, S.A., Shleymovich, M.P. // Proc. SPIE. 2018. V.11146. P. 111460L. <https://doi.org/10.1117/12.2523097>
27. Lyasheva, S.A., Shleymovich, M.P. // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1202. P. 012006. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1202/1/012006>
28. Gazizov A.T., Zabolotsky A.M., Gazizov T.R. // IEEE Trans. 2016. V. EC-58. № 4. P. 1136. <https://doi.org/10.1109/TEMC.2016.2548783>
29. Surovtsev R.S., Nosov A.V., Zabolotsky A.M., Gazizov T.R. // IEEE Trans. 2017. V. EC- 59. № 6. P. 1864. <https://doi.org/10.1109/TEMC.2017.2678019>

НОВЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ
СИСТЕМЫ И ЭЛЕМЕНТЫ

УДК 621.391,621.396

СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В СИСТЕМАХ РАДИОЛОКАЦИИ
И РАДИОГОЛОГРАФИИ НА ОСНОВЕ МІМО АНТЕННЫХ РЕШЕТОК
С РЕЦИРКУЛЯЦИЕЙ СИГНАЛОВ

© 2021 г. В. И. Калинин^{а, *}, В. В. Чапурский^{а, b, **}, В. А. Черепенин^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141195 Российская Федерация

^bМГТУ им. Н.Э. Баумана,

ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, 105005 Российская Федерация

*E-mail: val.kalinin@mail.ru

**E-mail: valch2008@yandex.ru

Поступила в редакцию 10.09.2019 г.

После доработки 22.01.2021 г.

Принята к публикации 23.01.2021 г.

Исследованы системы ближней радиолокации и мультистатической радиоголографии на основе многоэлементных МІМО антенных решеток с рециркуляцией ортогональных сигналов в кольцах пространственной обратной связи “передающий элемент АР–цель–приемный элемент АР–передающий элемент АР”. Получена обобщенная функция неопределенности по пространственным координатам для ансамбля когерентных ортогональных зондирующих сигналов с учетом парциальных коэффициентов передачи колец рециркуляции. Характеристики разрешения по дальности, азимуту и углу места в МІМО системах с рециркуляцией сигналов определены на основе анализа двумерных и одномерных сечений ОФН. Для сантиметрового диапазона волн дано сравнение сечений ОФН “азимут–угол места” и “дальность–угол места” при наличии и отсутствии рециркуляции и различной дальности до цели. Результаты свидетельствуют о наличии эффектов сверхразрешения в МІМО системах с пространственной рециркуляцией сигналов и нетривиальной зависимости разрешающей способности от дальности цели.

DOI: 10.31857/S0033849421060139

ВВЕДЕНИЕ

Создание перспективных систем широкополосной радиолокации и радиоголографии может быть основано на применении антенных решеток (АР) с пространственной рециркуляцией сигналов [1–3]. Многоэлементные антенны таких систем принимают отраженные от цели зондирующие сигналы (ЗС) и автоматически ретранслируют их в направлении облучаемого объекта [4, 5]. Обнаружение объекта с помощью рециркуляционных АР происходит без априорного знания его местоположения. При этом возникает известный эффект самофокусировки по координатам цели за счет рециркуляции излучений в пространственном кольце обратной связи, содержащим источник отражений. Отличительным свойством АР с рециркуляцией является управление диаграммой направленности антенн (ДНА) в режиме поиска и сопровождения без использования электронных фазовращателей, что упрощает такие системы [6–9].

Один из методов повышения разрешающей способности в радиовидении был основан на принципе радиокамеры (РК) [10], которая состояла из многоэлементной разреженной антенной системы (АС) с неточно расположенными приемными элементами и одним передающим элементом в X-диапазоне волн. Для РК в [10] была предложена процедура адаптивного диаграммо-формирования (АДФ) и сопряжения фаз. С помощью РК было получено многоточечное 2D-радиоизображение (РИ) летящего самолета с высоким разрешением.

В настоящее время в публикациях по радиолокационным системам (РЛС) и радиоголографии (РГ) много внимания уделяется теории и практике их построения на основе принципов МІМО (Multiple Input Multiple Output), см., например, [11–13]. В МІМО-системах с точно известным положением приемных и передающих элементов при ортогональных когерентных сигналах процедура АДФ и метод сопряжения фаз, заявленные в [10], не требуются. В то же время в [11–13] отсутствуют теория и анализ применения методов рециркуляции в

ММО РЛС и ММО РГ с использованием ансамбля регулярных ортогональных ЗС. Вместе с тем системы ММО с пространственной рециркуляцией шумовых сигналов уже анализировались в [14–16] на основе усредненного обобщенного корреляционного интеграла (ОКИ) обработки рециркулированных шумовых статистически независимых шумовых компонент. Для оперативного анализа разрешающей способности ММО-систем с пространственной рециркуляцией сигналов использовалась усредненная обобщенная функция неопределенности (ОФН) по пространственным координатам [8, 15, 17].

В данной статье проведено исследование и дан сравнительный анализ сечений ОФН по дальности и угловым координатам на примере РЛС малой дальности и систем РГ типа ММО с детерминированными ЗС при отсутствии и наличии пространственной рециркуляции ортогональных компонент ансамбля регулярных ЗС, ортогональность которых обусловлена их разделением по спектру.

1. ОБОБЩЕННАЯ ФУНКЦИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПО ПРОСТРАНСТВЕННЫМ КООРДИНАТАМ В ММО-СИСТЕМАХ РАДИОВИДЕНИЯ

При оценке разрешающей способности систем радиовидения с пространственно-временной обработкой (ПВО), к которым можно отнести ММО РЛС малой дальности и системы мультистатической радиоголографии (МРГ), для оценки совместного разрешения по дальности, азимуту, углу места и радиальной скорости может использоваться многомерная ОФН по пространственным координатам и скорости [13]. В данной статье при теоретическом анализе систем ММО радиовидения с отсутствием и наличием рециркуляции мы ограничимся рассмотрением задачи разрешения *неподвижных* целей в ММО РЛС и системах МРГ, что позволяет использовать ОФН только по пространственным координатам, определяемую в [13] формулой

$$\Psi(\vec{R}; \vec{R}_0) = \frac{|\dot{Q}(\vec{R}; \vec{R}_0)|}{|\dot{Q}(\vec{R}_0; \vec{R}_0)|}. \quad (1)$$

Здесь $|\cdot|$ – символ взятия модуля, $\dot{Q}(\vec{R}; \vec{R}_0)$ – комплексный ОКИ ПВО ансамбля ЗС, отраженных от точечной цели с вектором координат \vec{R} , с опорным векторным сигналом, пришедшим из опорной точки пространства с вектором координат \vec{R}_0 . ОФН (1) нормирована, т.е. $\Psi(\vec{R}; \vec{R}) = 1$, и пропорциональна модулю ОКИ $|\dot{Q}(\vec{R}; \vec{R}_0)|$ системы ПВО.

1.1. Отсутствие рециркуляции

Выражение для комплексного ОКИ в отсутствие рециркуляции приведем для случая, когда антенная система (АС) ММО РЛС или системы МРГ типа ММО, которую можно называть ММО АС, состоит из $N_t + 1$ передающих и $N_r + 1$ приемных элементов с номерами $n = 0, \dots, N_t$ и $k = 0, \dots, N_r$. Передающие элементы излучают ЗС со взаимно ортогональными компонентами, например, с неперекрывающимися спектрами, на средних частотах ω_n с шагом $\Delta\omega$ и общей комплексной огибающей $\dot{A}(t)$ с полной шириной спектра, равной $\Delta\omega$:

$$\dot{s}_n(t) = \dot{A}(t) \exp(j\omega_n t), \quad \omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega. \quad (2)$$

Принятый k -м приемным элементом АС суммарный отраженный сигнал неподвижного отражателя с вектором координат \vec{R} за счет всех компонент ЗС, излучаемых передающими элементами ММО АС, можно записать в виде суммы независимых или ортогональных компонент:

$$\dot{V}_k(t, \vec{R}) = \sum_{n=0}^{N_t} \dot{v}_{n,k}(t, \vec{R}), \quad (3)$$

где

$$\dot{v}_{n,k}(t, \vec{R}) = P(r) \dot{s}_n(t - \tau_{n,k}(\vec{R})), \quad (4)$$

а бистатические задержки $\tau_{n,k}(\vec{R})$ для пары элементов АС (n, k) “передача–прием” определяются по формуле

$$\tau_{n,k}(\vec{R}) = c^{-1} \{ |\vec{R} - \vec{r}_{in}| + |\vec{R} - \vec{r}_{rk}| \}, \quad (5)$$

где c – скорость света, $|\vec{r}|$ – символ модуля вектора \vec{r} , а \vec{r}_{in} и \vec{r}_{rk} – векторы координат n -го передающего и k -го приемного элементов ММО АС. В приближении больших дальностей точечного отражателя, много превосходящих размеры АС, $P(r) = K_t K_r q(r)$ в формуле (4) есть произведение множителей усиления K_t и K_r элементов ММО АС на передачу и на прием, принятых далее одинаковыми для всех пар элементов (n, k) , и множителя ослабления при распространении $q(r)$ для дальности отражателя $r = |\vec{R}|$.

При оценке положения неподвижного точечного объекта с вектором координат \vec{R} для заданных выше условий в [13] получено выражение для ОКИ в спектральной форме в отсутствие рециркуляции в виде

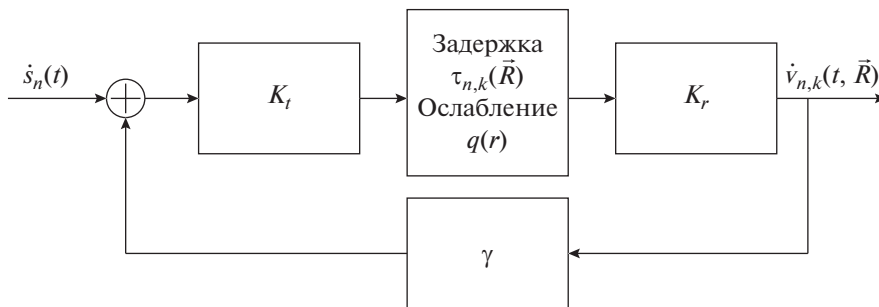


Рис. 1. Структура пространственной рециркуляции ортогональных сигналов для ММО АС в частичном кольце ОС.

$$\dot{Q}(\vec{R}; \vec{R}_0) = \sum_{k=0}^{N_r} \sum_{n=0}^{N_t} \int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} \exp\{j(\omega + \omega_n)[\Delta\tau_{n,k}(\vec{R}, \vec{R}_0)]\} |\dot{G}_A(\omega)|^2 d\omega, \quad (6)$$

где \vec{R}_0 – вектор координат текущей опорной точки, изменяемой при “цифровом” обзоре пространства, $\dot{G}_A(\omega)$ – спектр комплексной огибающей $\dot{A}(t)$, и введены приращения задержек:

$$\Delta\tau_{n,k}(\vec{R}, \vec{R}_0) = \tau_{n,k}(\vec{R}_0) - \tau_{n,k}(\vec{R}). \quad (7)$$

При этом все векторы в (3)–(7) могут рассматриваться в единой декартовой системе координат (x, y, z) , от которой возможен переход к сферической координатной системе.

1.2. Наличие рециркуляции

При наличии рециркуляции каждая из ортогональных компонент (2) ЗС $\dot{s}_n(t)$, $n = 0, 1, \dots, N_t$, излучаемых ММО АС, многократно распространяется в замкнутом пространственном кольце обратной связи (ОС) “ n -й передающий элемент АС с вектором координат \vec{r}_m – отражатель с вектором координат $\vec{R} - k$ -й приемный элемент АС с вектором координат \vec{r}_{rk} – n -й передающий элемент”. Структурная схема частичных колец обратной связи с задержками $\tau_{n,k}(\vec{R})$ и ослаблением $q(r)$ в прямом канале представлена на рис. 1 в виде системы ортогональных по (n, k) гребенчатых фильтров с задержкой в прямом канале и положительной обратной связью с коэффициентом ослабления γ по аналогии со случаем шумовых ЗС в [15, 16].

На вход n -элемента передающей АР согласно рис. 1 поступает аддитивная смесь, состоящая из n -й частичной компоненты ЗС (2) и принимаемых k -м приемным элементом на той же частот-

ной компоненте рециркулированных сигналов с множителями γ_0^m и задержками $m\tau_{n,k}(\vec{R})$ в виде

$$\dot{s}_n(t) + \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_0^m \dot{v}_{n,k}(t - m\tau_{n,k}(\vec{R})). \quad (8)$$

Здесь $\gamma_0 = \gamma P(r)$ является общим коэффициентом передачи замкнутого кольца пространственной обратной связи для гребенчатого фильтра на рис. 1. Сигнал, излучаемый n -м передающим элементом АС, отличается от входного сигнала (8) множителем усиления K_r .

Ввиду предположения об отсутствии перекрытия спектров частичных сигнальных компонент (2) каждая из компонент $\dot{v}_{n,k}(t, \vec{R})$ в составе суммы (3), начиная с начальной компоненты на входе $\dot{s}_n(t)$, имеющей нулевые задержку и ослабление, распространяется в кольце пространственной рециркуляции независимо от других компонент. Переизлучение n -м передающим элементом АР производится только для компонент $\dot{v}_{n,k}(t - m\tau_{n,k}(\vec{R}))$ ($m = 1, 2, \dots$) с бистатическими задержками $m\tau_{n,k}(\vec{R})$. В данной работе не учитывается эффект слабого (при $\gamma_0 < 1$) многократного переизлучения (или рассеяния) отраженных сигналов, которые поступают на вход n -элемента передающей решетки от других k' -элементов ($k' \neq k$) приемной антенны с иными бистатическими задержками $\tau_{n,k'}(\vec{R}) \neq \tau_{n,k}(\vec{R})$. Влияние слабого рассеяния отраженных рециркулированных сигналов за счет других ($k' \neq k$) приемных элементов приведет, возможно, к незначительному изменению ОФН [8, 15], что потребует дополнительного исследования.

В приближении слабого рассеяния ортогональных компонент достаточно ограничиться описанием распространения только частич-

ных компонент ЗС сигналов в кольцах пространственной обратной связи для пар элементов (n, k) . Полагаем также, что принимаемые рециркулированные парциальные сигналы вводятся в тракт передачи с одинаковыми коэффициентами обратной связи $\gamma < 1$, а сами кольца обратной связи для разных пар элементов (n, k) отличаются только разными бистатистическими задержками $\tau_{n,k}(\vec{R})$.

Структурная схема на рис. 1 отвечает известному гребенчатому фильтру – рециркулятору [16, 18]. Частотный коэффициент передачи гребенчатых фильтров, отвечающих пространственным кольцам рециркуляции для парциальных сигналов $\dot{v}_{n,k}(t, \vec{R})$, в соответствии с теорией [18] может быть записан с точностью до несущественного постоянного множителя в числителе в виде

$$\dot{K}_{n,k}(\omega; \vec{R}) = \frac{\exp(j\omega\tau_{n,k}(\vec{R}))}{1 - \gamma_0 \exp(j\omega\tau_{n,k}(\vec{R}))}. \quad (9)$$

Для устойчивости гребенчатых фильтров с характеристикой (9) должно выполняться условие $0 < \gamma_0 < 1$ относительно γ_0 общего коэффициента передачи в кольце задержанной обратной связи [18]. На практике устойчивость гребенчатых фильтров достигается соответствующей автоматической регулировкой усиления на передачу и на прием $K_t K_r$ при заданном ослаблении $q(r)$ от дальности. При этом спектры Фурье $\tilde{v}_{n,k}(j\omega, \vec{R})$ парциальных сигналов $\dot{v}_{n,k}(t, \vec{R})$ на выходе пространственного рециркулятора при отражении от точечного объекта с вектором координат \vec{R} равны

$$\begin{aligned} \tilde{v}_{n,k}(j\omega, \vec{R}) &= \dot{K}_{n,k}(\omega; \vec{R}) \tilde{s}_n(j\omega) = \\ &= \dot{K}_{n,k}(\omega; \vec{R}) \dot{G}_A(\omega - \omega_n), \end{aligned} \quad (10)$$

поскольку $\tilde{s}_n(j\omega) = \dot{G}_A(\omega - \omega_n)$ – спектр Фурье сигнала (2) излучения n -го передающего элемента АР.

С учетом (9) и того, что спектр рециркулированного опорного сигнала для опорной точки пространства \vec{R}_0 равен $\tilde{v}_{n,k}(j\omega, \vec{R}_0)$, ОКИ в спектральной форме при наличии рециркуляции и отсутствии перекрытия спектров компонент (2) по аналогии с формулой (6) может быть получен в виде

$$\begin{aligned} \dot{Q}(\vec{R}, \vec{R}_0) &= \sum_{k=0}^{N_r} \sum_{n=0}^{N_t} \int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} \dot{K}_{n,k}(\omega + \omega_n; \vec{R}) \times \\ &\times \dot{K}_{n,k}^*(\omega + \omega_n; \vec{R}_0) |\dot{G}_A(\omega)|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\Delta\omega$ – шаг частотных компонент (2), символ * означает комплексно сопряженную величину.

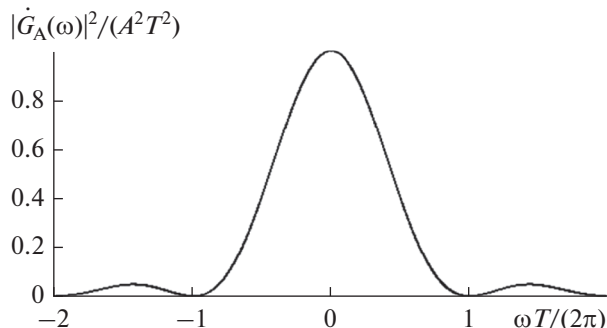


Рис. 2. Квадрат модуля спектра огибающей радиоимпульса.

1.3. Расчетные формулы для ОКИ в МИМО системах с рециркуляцией

В дальнейшем расчеты по формулам (6) и (11) проводились для компонентных ЗС передающих элементов вида (2), которые являются многочастотными прямоугольными радиоимпульсами длительности T и амплитуды A на частотах $\omega_n = \omega_0 + n\Delta\omega$, одновременно излучаемыми всеми передающими элементами. В (6) и (11) квадрат модуля спектра огибающей $|\dot{G}_A(\omega)|^2$ такого радиоимпульса задается выражением [18]

$$|\dot{G}_A(\omega)|^2 = A^2 T^2 \left[\frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} \right]^2, \quad (12)$$

и его зависимость от частоты в безразмерном виде представлена на рис. 2.

В случае одновременно излучаемых передающими элементами МИМО АС одинаковых многочастотных радиоимпульсов ЗС с прямоугольной огибающей ширина спектра $\Delta\Omega$ индивидуально импульса обычно много меньше шага по несущим частотам компонент ЗС в (2), т.е. $\Delta\Omega \ll \Delta\omega$. Из рис. 2 видно, что ширина по нулям главного лепестка квадрата модуля спектра огибающей такого импульса составляет $\Delta\Omega = 4\pi/T$. После подстановки в (11) выражения (12) интегрирование в первом приближении может выполняться по значительно более короткому интервалу частот $(-\Delta\Omega/2, \Delta\Omega/2)$:

$$\begin{aligned} \dot{Q}(\vec{R}, \vec{R}_0) &\approx \sum_{k=0}^{N_r} \sum_{n=0}^{N_t} \int_{-\Delta\Omega/2}^{\Delta\Omega/2} \dot{K}_{n,k}(\omega + \omega_n; \vec{R}) \times \\ &\times \dot{K}_{n,k}^*(\omega + \omega_n; \vec{R}_0) \left| \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega T/2} \right|^2 d\omega. \end{aligned} \quad (13)$$

Выражения для ОКИ (6) и (13), так же как (11), записаны с точностью до несущественных постоянных

ных сомножителей, которые сокращаются при вычислении ОФН по формуле (1).

Записывая векторы цели $\vec{R} = \|x, y, z\|^T$ и варьируемой опорной точки пространства $\vec{R}_0 = \|x_0, y_0, z_0\|^T$ через их декартовы координаты, получаем ОКИ в виде шестимерной функции

$$\dot{Q}(\vec{R}; \vec{R}_0) = \dot{Q}(x, y, z; x_0, y_0, z_0).$$

При фиксированных координатах цели (x, y, z) это позволяет рассчитывать двумерные сечения ОФН по любой паре из трех опорных декартовых координат (x_0, y_0, z_0) . В то же время для РЛС традиционно используют сферические координаты дальность—азимут—угол места (r, β, ε) . Если полагать, что МІМО АС находится в вертикальной плоскости $(x, y, 0)$, ее условный центр совпадает с началом координат, а нормаль к АС совпадает с осью $0z$, то переход от сферических координат к декартовым имеет вид

$$x = r \sin \varepsilon, \quad y = r \cos \varepsilon \sin \beta, \quad z = r \cos \varepsilon \cos \beta. \quad (14)$$

Используя замену (14) для координат цели (x, y, z) и аналогичную замену для (x_0, y_0, z_0) , находим, что преобразованный к сферическим координатам ОКИ \dot{Q}_0 связан с ОКИ в декартовых координатах \dot{Q} формулой

$$\begin{aligned} \dot{Q}_0(r, \beta, \varepsilon; r_0, \beta_0, \varepsilon_0) &= \\ &= \dot{Q}(r \sin \varepsilon, r \cos \varepsilon \sin \beta, r \cos \varepsilon \cos \beta; \\ &r_0 \sin \varepsilon_0, r_0 \cos \varepsilon_0 \sin \beta_0, r_0 \cos \varepsilon_0 \cos \beta_0). \end{aligned} \quad (15)$$

В последующих примерах расчета ОФН (1) в сферических координатах использовали ОКИ вида (15) и ограничивались вычислением характерных двумерных (2D) сечений ОФН “азимут—угол места” и “дальность—угол места” при выбранных радиолокационных координатах цели.

2. АНАЛИЗ ДВУМЕРНЫХ СЕЧЕНИЙ ОФН ДЛЯ МІМО АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Рассмотрим МІМО РЛС малой дальности, работающую в сантиметровом диапазоне длин волн ($\lambda_0 = c/f_0 = 0.1$ м), с конкретными параметрами передающей и приемной АР в составе МІМО АС. Проанализируем результаты двух вариантов РЛС: при отсутствии и наличии рециркуляции, в последнем случае — при вариации коэффициента передачи γ в пространственной петле обратной связи.

2.1. Описание МІМО антенной системы и зондирующих сигналов

Рассмотрим МІМО АС, состоящую из $N_t + 1$ передающих элементов (ПдЭ) и $N_r + 1$ приемных

элементов (ПрЭ). Согласно принципам МІМО радиолокации ПдЭ излучают ортогональные от элемента к элементу сигналы, а ПрЭ принимают отраженные от цели сигналы всех ПдЭ. На выходе каждого приемного канала возможно разделение отраженных ортогональных сигналов, вследствие чего общее число пространственно-временных или пространственно-частотных каналов, подлежащих пространственно-временной обработке, составляет $N_\Sigma = (N_r + 1)(N_t + 1)$. В результате пространственно-временной обработки (ПВО) образуется виртуальная АР [12] из N_Σ приемопередающих элементов, вид которой зависит от взаимного расположения ПрЭ и ПдЭ исходной МІМО АС.

Положения приемопередающих элементов виртуальной АР вычисляются как полусуммы векторов координат передающих и приемных элементов МІМО АС [12]. Решетки, образованные приемными и передающими элементами, могут быть разреженными, и при специальном подборе их положения виртуальная АР может стать эквидистантной и даже плотной. На рис. 3а представлен вид МІМО АС, состоящей из $N_t + 1 = 25$ ПдЭ и $N_r + 1 = 25$ ПрЭ, которая используется в дальнейших расчетах. В данном примере МІМО АС ПдЭ (кружки) и ПрЭ (квадраты) расположены эквидистантно, но шаг их существенно отличается (см. рис. 3а). Характерно, что двумерная виртуальная АР (рис. 3б) содержит $(N_r + 1)(N_t + 1) = 625$ виртуальных приемопередающих элементов, в данном случае является эквидистантной и имеет почти вдвое меньший размер 0.54×0.54 м² чем размер приемной АР, составляющий 0.9×0.9 м². Вся МІМО АР находится в плоскости $(x, y, 0)$ декартовой системы координат (x, y, z) .

Выбранный вариант МІМО АС соответствовал малым физическим размерам АС, характерным, например, для РЛС и систем МРГ малой дальности. Конфигурация передающей и приемной АР такова, что определяет плотную виртуальную АР, состоящую из приемопередающих элементов и свободную от дифракционных лепестков. В этом состоит основной принцип подбора положения элементов и конструирования МІМО АР, позволяющий получить значительную экономию общего числа элементов, в том числе приемных, и расположенных разреженным образом. Для других конкретных задач могут использоваться иные конструкции МІМО АС.

Отметим, что возможен синтез МІМО АС, для которых виртуальные АР будут иметь размеры, близкие к полному физическому размеру заданной МІМО АС. Однако рассмотрение таких АС выходит за рамки данной работы.

В случае многочастотных моноимпульсных ЗС к передающим элементам МІМО АС *одновременно*

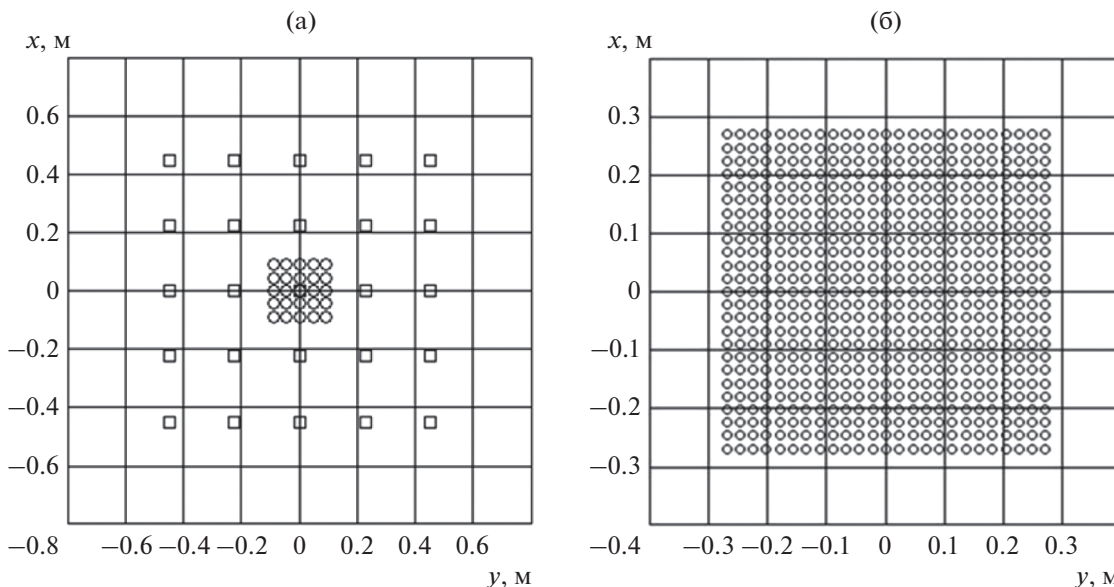


Рис. 3. Пример МИМО АС: а) ПдЭ – кружки, ПрЭ – квадраты; б) виртуальная АР, соответствующая МИМО АС.

подводятся компонентные прямоугольные радиоимпульсы вида (2) на частотах ω_n длительностью T с прямоугольной огибающей вида $A(t) = A \text{rect}(t/T)$. Обычно выбор длительности зондирующих импульсов T в РЛС обусловлен наличием “слепой” зоны на малых дальностях за счет блокирования приема на время излучения T зондирующего импульса. Так, размер слепой зоны по дальности для импульса длительностью $T = 0.5$ мкс составит $\Delta r = cT/2 = 75$ м. При такой длительности импульсов расчеты сечений ОФН следует проводить для дальностей $r > 75$ м.

При анализе двумерных сечений ОФН на ПЭВМ были приняты следующие параметры ЗС:

- частота начальной частотной компоненты $f_0 = 3$ ГГц;
- шаг частотных компонент $\Delta f = 25$ МГц;
- число частотных компонент 25;
- полная ширина полосы излучения $\Delta F = 625$ МГц;
- длительность импульса $T = 0.5$ мкс $\gg \Delta f^{-1} = 0.04$ мкс;
- длина волны $\lambda_0 = 10$ см (на начальной частоте $f_0 = 3$ ГГц).

2.2. Сравнительный анализ сечений ОФН при отсутствии и наличии рециркуляции

Для сравнительной характеристики пространственной разрешающей способности МИМО РЛС при *отсутствии* и *наличии* рециркуляции рассчитаны два вида двумерных сечений ОФН: в плос-

кости азимут–угол места “ $\beta_0 - \varepsilon_0$ ” и в плоскости дальность–угол места “ $r_0 - \varepsilon_0$ ”. Расчеты проводились при одних и тех же параметрах АС и ЗС вида (2), (8) для разных дальностей r до точечного отражателя.

В случае *отсутствия рециркуляции* примеры двумерных сечений ОФН представлены на рис. 4а в плоскости “азимут–угол места” и на рис. 4б в плоскости “дальность–угол места” при конкретной дальности цели $r = 100$ м.

При этом формы данных сечений *при отсутствии рециркуляции* не зависят от изменения расстояния до точечной цели r в дальней зоне наблюдения и от малого удаления цели относительно нормали к центру МИМО АС.

В случае *наличия рециркуляции* с коэффициентом $\gamma_0 = 0.7$ топографические диаграммы двумерных сечений ОФН “азимут–угол места” и “дальность–угол места” при дальности до цели $r = 100$ м представлены соответственно на рис. 5а и 5б, а при дальности до цели $r = 500$ м соответственно на рис. 6а и 6б.

Диаграммы аналогичных двумерных сечений ОФН при увеличенной глубине пространственной обратной связи $\gamma_0 = 0.9$ даны на рис. 7 и рис. 8.

Сопоставление рассчитанных сечений “азимут–угол места” при отсутствии рециркуляции (рис. 4а) и ее наличии (рис. 5а, 6а, 7а, 8а) с учетом различия масштабов по осям координат для угловых переменных свидетельствует о значительном уменьшении угловой ширины главного лепестка ОФН в системах с пространственной рециркуляцией зондирующих сигналов. Кроме того, анализ угловых сечений ОФН при повышении глубины

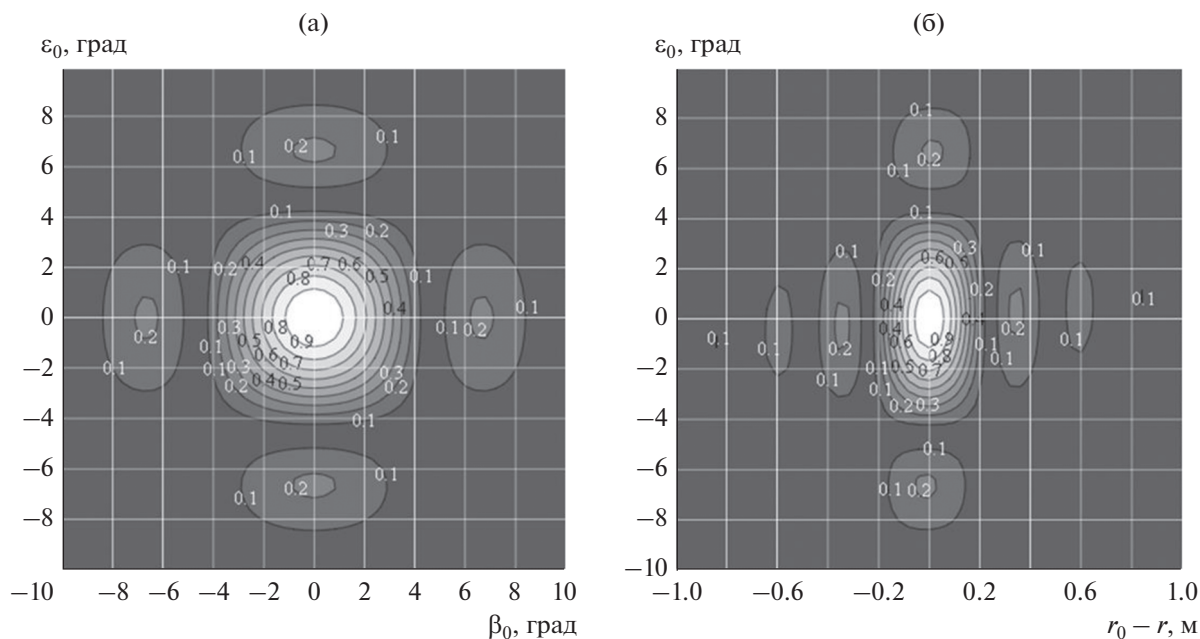


Рис. 4. Двумерные сечения ОФН “азимут–угол места” (а) и “дальность–угол места” (б) в отсутствие рециркуляции.

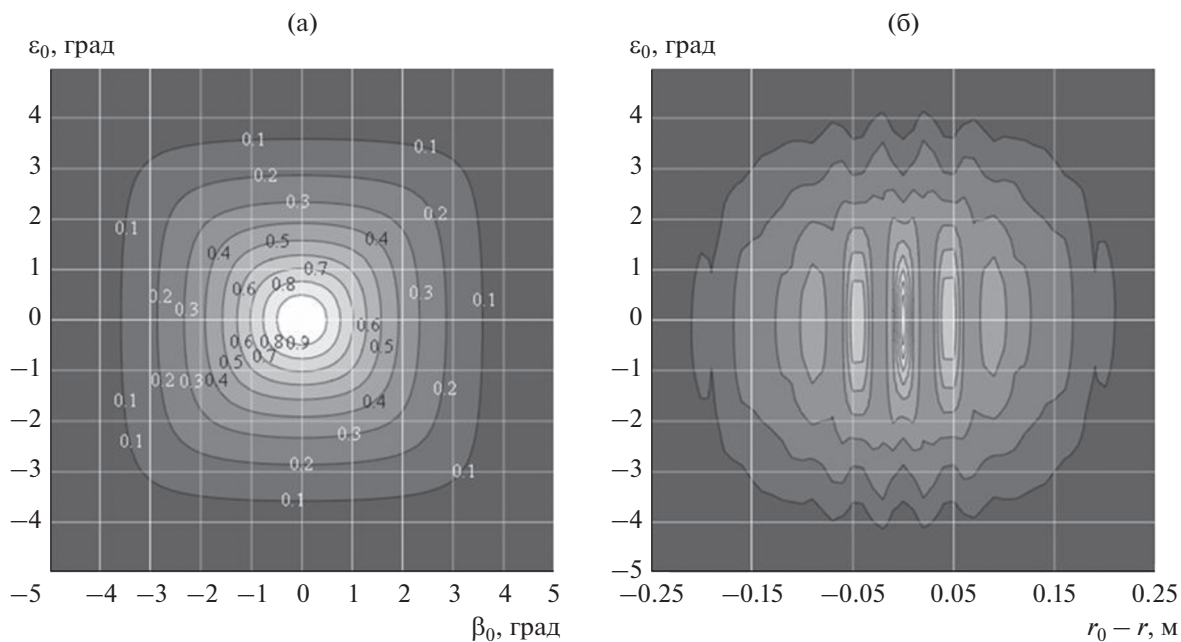


Рис. 5. Двумерные сечения ОФН “азимут–угол места” (а) и “дальность–угол места” (б) в случае рециркуляции при $\gamma_0 = 0.7$ и дальности до цели $r = 100$ м.

обратной связи γ_0 показал, что в системе с рециркуляцией подавляются боковые лепестки ОФН, присущие системам на основе традиционных антенных решеток при отсутствии рециркуляции.

Детальный анализ двумерных сечений ОФН на рис. 5а, 5б для систем ближней радиолокации с пространственной рециркуляцией ортогональных сигналов при глубине обратной связи $\gamma_0 = 0.7$ пока-

зывает значительное уменьшение угловой ширины главного лепестка ОФН с увеличением дальности r до точечной цели от 100 до 500 м. Нетривиальный эффект сокращения ширины главного лепестка ОФН по мере увеличения дальности до цели становится более наглядным из сравнения двумерных сечений ОФН, построенных на рис. 7а и 8а, при высоком коэффициенте $\gamma_0 = 0.9$.

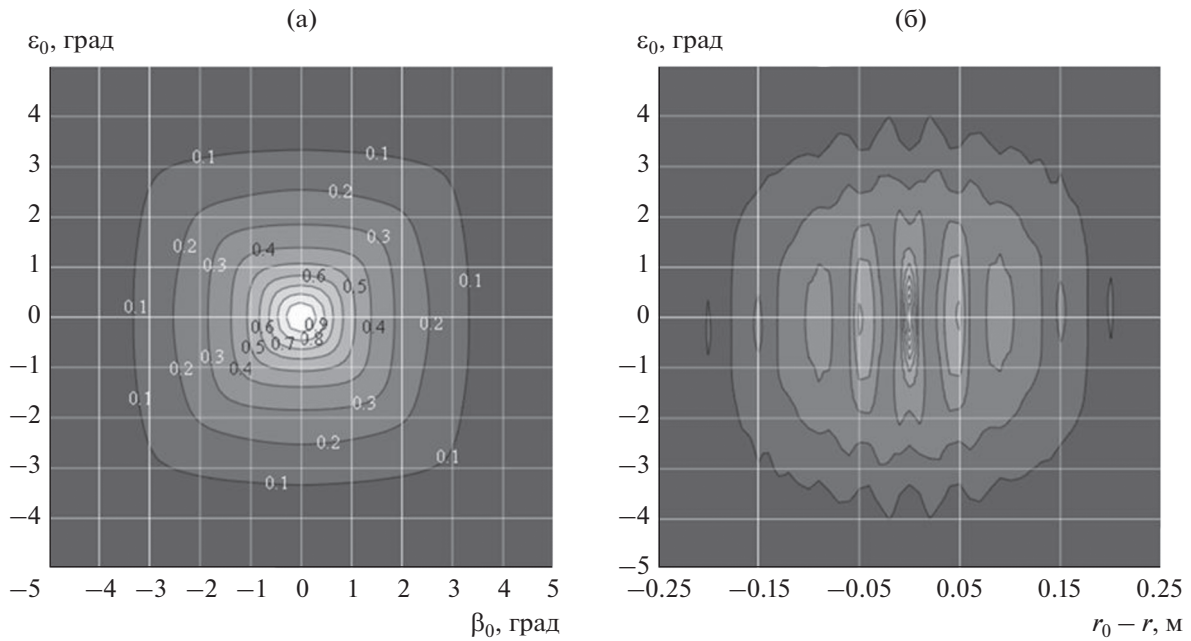


Рис. 6. Двумерные сечения ОФН “азимут–угол места” (а) и “дальность–угол места” (б) в случае рециркуляции при $\gamma_0 = 0.7$ и дальности до цели $r = 500$ м.

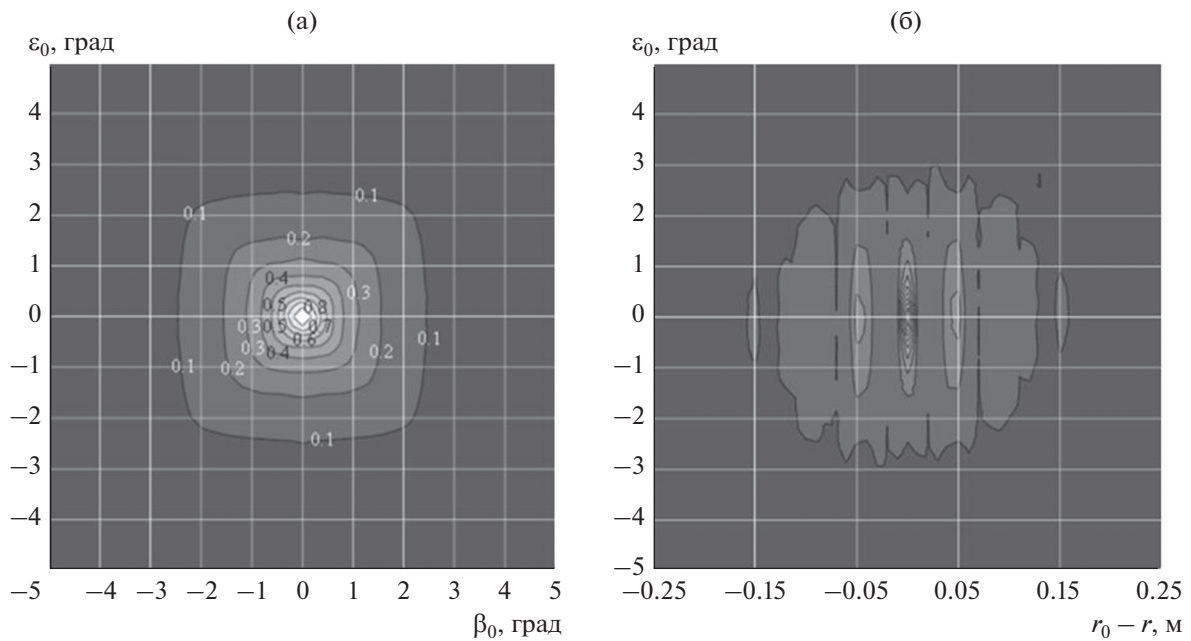


Рис. 7. Двумерные сечения ОФН “азимут–угол места” (а) и “дальность–угол места” (б) в случае рециркуляции при $\gamma_0 = 0.9$ и дальности до цели $r = 100$ м.

Анализ сечений ОФН в плоскости координат “дальность–угол места” при отсутствии (см. рис. 4б) и наличии рециркуляции (рис. 5б, 6б, 7б, 8б) также свидетельствует об уменьшении ширины главного лепестка и боковых выбросов ОФН в системе радиолокации с пространственной рециркуляцией

сигналов. Разрешающая способность дистанционного зондирования, которая определяется шириной главного лепестка и низким уровнем боковых выбросов ОФН, повышается при увеличении глубины обратной связи γ_0 в системе и дальности r до цели.

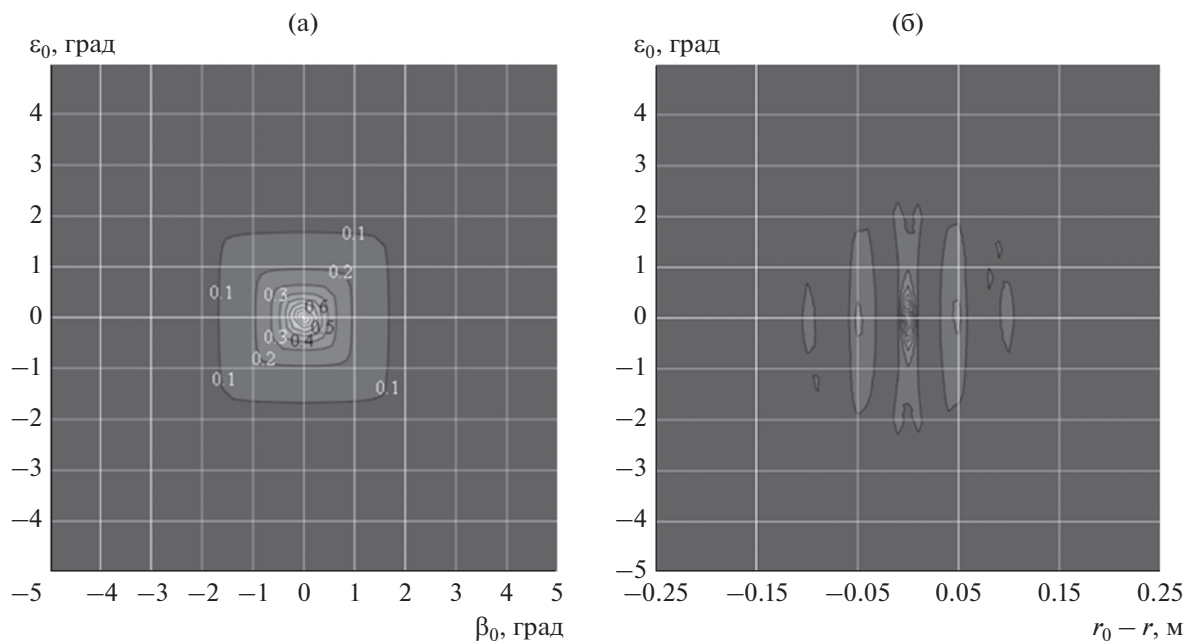


Рис. 8. Двумерные сечения ОФН “азимут–угол места” (а) и “дальность–угол места” (б) в случае рециркуляции при $\gamma_0 = 0.9$ и дальности до цели $r = 500$ м.

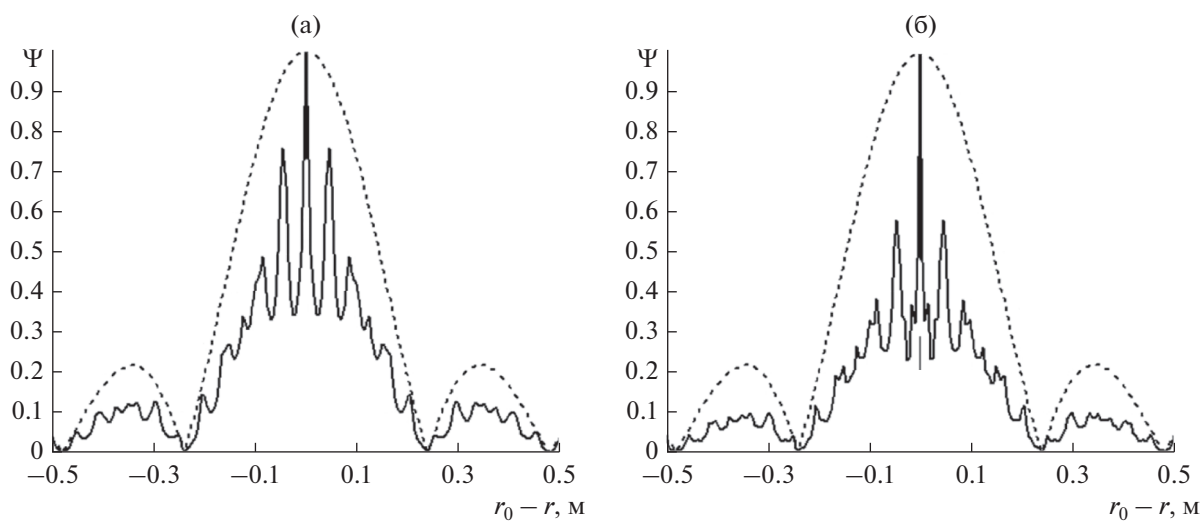


Рис. 9. Одномерные сечения ОФН по дальности при $\gamma_0 = 0.7$ и $r = 100$ (а) и 500 м (б) при наличии рециркуляции (сплошные кривые) и при ее отсутствии (пунктирные).

Исследование дробления главного лепестка ОФН выполнено на основе детального расчета одномерных сечений по дальности, результаты которого в форме центрированных сечений ОФН по дальности при различных значениях коэффициента рециркуляции γ_0 и удаления цели r приведены на рис. 9 и 10 (сплошные кривые), а также в отсутствие рециркуляции (пунктир).

На рис. 9а, 9б при $\gamma_0 = 0.7$ видна зависящая от расстояния до цели $r = 100$ и 500 м структура дробле-

ния главного лепестка ОФН по дальности, вызванного интерференцией рециркулирующих компонент разных частот. При этом главный и боковые интерференционные лепестки имеют ширину по дальности, на несколько порядков меньшую ширину главного лепестка по дальности в отсутствие рециркуляции (пунктир). При увеличении коэффициента обратной связи в петле рециркуляции до значения $\gamma_0 = 0.9$ на рис. 10а, 10б имеет место заметное подавление интерференционных

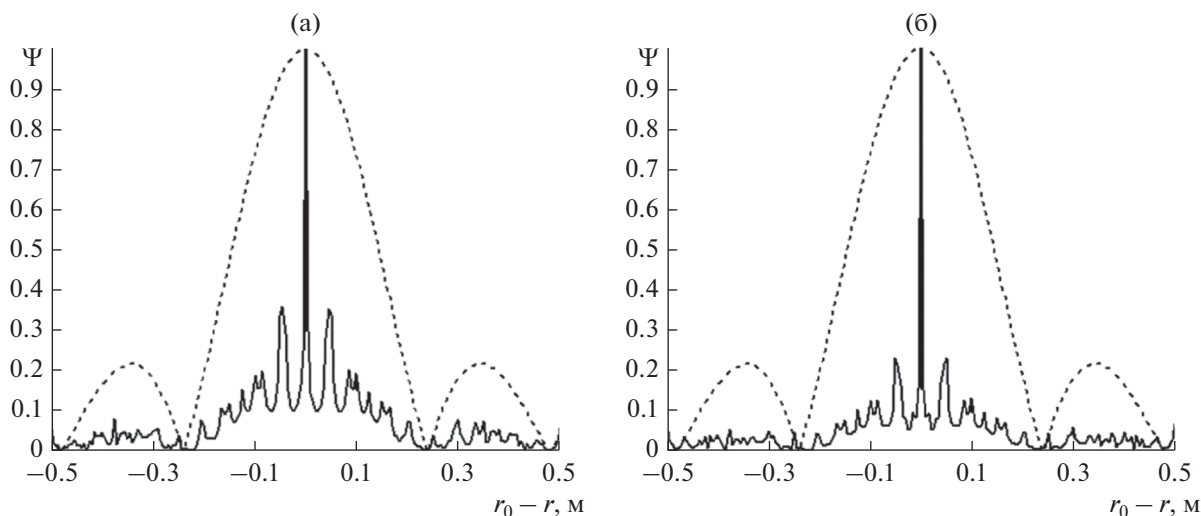


Рис. 10. Одномерные сечения ОФН по дальности при $\gamma_0 = 0.9$ и $r = 100$ (а) и 500 м (б) при наличии рециркуляции (сплошные кривые) и при ее отсутствии (пунктирные).

максимумов. Данное явление подлежит дополнительному исследованию в части возможности построения дальностных портретов со сверхразрешением менее сантиметра для протяженных многоточечных объектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено теоретическое исследование и сопоставление методов радиолокации и радиоголографии на основе ММО антенных систем с отсутствием и наличием рециркуляции парциальных сигналов в петле пространственной обратной связи “передающий элемент—цель—приемный элемент—передающий элемент”. Получены аналитические выражения для обобщенных функций неопределенности в спектральной области, учитывающие частотные коэффициенты передачи парциальных пространственных каналов распространения сигналов при отсутствии и наличии рециркуляции. В результате численного расчета нормированных ОФН в сферических координатах построены двумерные сечения “азимут—угол места” и “дальность—угол места”. На основе оценки ширины главного лепестка и низкого уровня боковых выбросов ОФН при анализе двумерных сечений проведено сравнение разрешающей способности дистанционного зондирования точечной цели в ММО-системе локации при наличии и отсутствии пространственной рециркуляции ортогональных сигналов.

В качестве примера проведен анализ РЛС малой дальности с ММО-антенной в сантиметровом диапазоне волн, которая содержит плотную антенную решетку из 25 передающих элементов и разреженную приемную антенную решетку из

25 элементов. Рассмотрено моноимпульсное излучение передающими элементами ММО антенной решетки парциальных прямоугольных сигналов на фиксированных частотах с общей полосой частот 625 МГц при шаге частотных компонент 25 МГц. Сопоставление ММО РЛС с данными параметрами при отсутствии и наличии рециркуляции показало следующее.

При наличии рециркуляции с увеличением дальности до цели проявляется специфический эффект сужения главных лепестков ОФН как в сечениях “азимут—угол места”, так и в сечениях “дальность—угол места” по сравнению с отсутствием рециркуляции. Так, при коэффициенте обратной связи $\gamma_0 = 0.7$ и увеличении дальности до цели с 100 до 500 м ширина главного лепестка, определяющая разрешение и точность измерения, уменьшилась примерно в два-три раза как по угловым координатам, так и по дальности по сравнению с отсутствием рециркуляции. Эффект проявляется сильнее при увеличении коэффициента обратной связи до значения $\gamma_0 = 0.9$.

При наличии рециркуляции обнаружен эффект интерференционного дробления главного лепестка ОФН в сечении по дальности с подавлением боковых интерференционных лепестков, зависящий от дальности и коэффициента обратной связи γ_0 в петле пространственной рециркуляции. Обнаруженный эффект может быть положен в основу решения практических задач получения дальностных портретов со сверхразрешением, достигающем нескольких сантиметров, для протяженных по дальности объектов, например, посторонних предметов на водной или земной поверхности (взлетной полосе).

ФИНИНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания по программе фундаментальных научных исследований № 0030-2019-0006.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pon C.Y.* // IEEE Trans. 1964. V. AP-12. № 2. P. 176.
2. *Van Atta L.G.* Electromagnetic Reflector. US Pat. 2908002, 1959.
3. Морская радиолокация / Под ред. В.И. Винокурова. Л.: Судостроение, 1986.
4. *Fusco V., Buchanan N.* // IET Microwaves, Antennas & Propagation. 2013. V. 7. № 2. P. 131.
5. *Волжин А.Н., Залогин Н.Н., Калинин В.И. и др.* Способ радиолокации со спектральной обработкой сигналов. А. с. СССР №792183. Опубл. 30.12.1980. Б.И. № 48. С. 23.
6. *Leong K.H., Wang Y., Itoh T.* // IEEE Trans. 2004. V. MTT-52. № 5. P. 1479.
7. *Li Y., Jandhyala V.* // IEEE Trans. 2012. V. AP-60. № 1. P. 206.
<https://doi.org/10.1109/TAP.2011.2167897>
8. *Chapursky V.V., Cherepenin V.A., Kalinin V.I.* // Proc. PIERS. 2009. Moscow. 18–21. Aug 2009. Cambridge (MA): The EM Academy, 2009. Pt. 1. P. 276.
9. *Malyuskin O., Fusco V.* // IEEE Trans. 2016. V. AP-64. № 7. P. 2923.
10. *Стайнберг Б.Д.* // ТИИЭР. 1988. Т. 76. № 12. С. 26.
11. *Fishler E., Haimovich A., Blum R. et al.* // Proc. IEEE. Radar Conf. Philadelphia, PA, USA, 26–29 April 2004, P. 71.
12. *Вовшин Б.М.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 12. С. 1478.
13. *Чапурский В.В.* Избранные задачи теории сверхширокополосных радиолокационных систем. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017.
14. *Gupta S., Brown E.R.* // IEEE Trans. 2007. V. AES-43. № 2. P. 472.
<https://doi.org/10.1109/TAES.2007.4285347>
15. *Калинин В.И., Чапурский В.В.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 10. С. 1266.
16. *Быстров Р.П., Кузмичев В.Е.* // Успехи совр. Радиоэлектроники. 2015. № 8. С. 47.
17. *Чапурский В.В., Калинин В.И., Бугаев А.С., Разевиг В.В.* // ЖТФ. 2019. Т. 89. № 8. С. 1265.
<https://doi.org/10.21883/JTF.2019.08.47901.272-18>
18. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Сов. радио, 1966. Ч. 1.