

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 68, номер 5, 2022

---

---

## КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

- Особенности распространения волн Лэмба в клине из АБС-пластика с параболическим профилем  
*А. А. Агафонов, А. И. Коробов, М. Ю. Изосимова, А. И. Кокшайский, Н. И. Одина* 467
- 

## НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА

- Нелинейные локализованные продольные волны в метаматериале, задаваемом как цепочка “масса-в-массе”  
*В. И. Ерофеев, Д. А. Колесов, А. О. Мальханов* 475
- 

## ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

- Акусто-резонансная спектроскопия пьезоэлектрических кристаллов при неоднородном разогреве  
*Г. А. Алоян, Н. В. Коваленко, И. В. Грищенко, А. В. Коняшкин, О. А. Рябушкин* 479
- Внутренние тепловые эффекты в аксиальном акустооптическом дефлекторе на базе парателлурита  
*С. Н. Антонов, Ю. Г. Резвов* 488
- Влияние аммиака на резонансные свойства структуры “пьезоэлектрический резонатор с поперечным электрическим полем—пленка хитозана”  
*Б. Д. Зайцев, А. А. Теплых, А. П. Семёнов, И. А. Бородин* 496
- Активная высокочастотная акустическая термометрия мерзлых водонасыщенных сред  
*В. И. Юсупов, И. П. Семилетов, Д. В. Черных, А. С. Саломатин* 501
- 

## АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

- Взаимодействие мод на сосредоточенной неоднородности в мелководном акустическом волноводе в широкой полосе частот  
*А. А. Луньков, М. А. Шерменева* 510
- Применение векторно-скалярного приемника для анализа направленных свойств поля  
*С. Г. Михайлов* 520
- 

## АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

- Сравнение теории с результатами измерений шума фильтрации флюида в пористой среде  
*А. В. Лебедев* 530
- Связь состояния сдвиговой трещины в гранулированном материале и акустоэмиссионных и деформационных данных  
*К. Г. Морозова, А. А. Остапчук* 543
- 

## АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ. ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ

- Оценки раздражающего действия шума  
*Л. К. Римская-Корсакова, П. А. Пятаков, С. А. Шуляпов* 550
-

**АКУСТИКА ЖИВЫХ СИСТЕМ.  
БИОМЕДИЦИНСКАЯ АКУСТИКА**

Одномерная обратная задача пассивной акустической термометрии с использованием уравнения теплопроводности: компьютерное и физическое моделирование

*А. А. Аносов*

562

---

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ**

О методе акустоэлектрического преобразования на основе электрокинетических явлений

*Б. П. Шарфарец, С. П. Дмитриев, В. Е. Курочкин, В. А. Сергеев*

571

---

**ИНФОРМАЦИЯ**

Памяти Андрея Викторовича Гапонова-Грехова (07.06.1926–02.06.2022)

579

---

---

## КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.23

### ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН ЛЭМБА В КЛИНЕ ИЗ АБС-ПЛАСТИКА С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ ПРОФИЛЕМ

© 2022 г. А. А. Агафонов<sup>а</sup>, А. И. Коробов<sup>а</sup> \*, М. Ю. Изосимова<sup>а</sup>,  
А. И. Кокшайский<sup>а</sup>, Н. И. Одина<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики,  
Ленинские горы, ГСП-1, Москва, 119991 Россия

\*e-mail: aikor42@mail.ru

Поступила в редакцию 25.05.2022 г.

После доработки 02.06.2022 г.

Принята к публикации 07.06.2022 г.

Приведены результаты экспериментальных исследований распространения упругих изгибных волн в элементе метаматериала, представляющем собой клин, толщина которого меняется по параболическому закону. Образец изготовлен методом 3D-печати из полимера АБС. Описана экспериментальная установка для генерации и регистрации упругих изгибных волн в изготовленном образце клина. Регистрация и визуализация упругих волн в клине осуществлялась лазерным сканирующим виброметром. Экспериментально исследованы особенности распространения изгибных волн в изготовленном образце клина параллельно и перпендикулярно ребру клина. Анализируются результаты эксперимента. Проведенные исследования показали, что изготовленный в работе клин является волноводом, концентрирующим энергию акустической волны, что является важным при разработке акустических метаматериалов и поглощающих устройств, работающих по принципу “акустической черной дыры”.

**Ключевые слова:** параболический клин, волна Лэмба, лазерная виброметрия, акустическая черная дыра

**DOI:** 10.31857/S0320791922050021

#### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в связи с интересными особенностями распространения звука внимание исследователей привлекают элементы метаматериалов различной формы [1]. В работах [2–6] были предсказаны и исследованы структуры, называемые “акустическими черными дырами” (АЧД), которые представляют интерес для задач структурной акустики и звукопоглощения. Основным свойством таких объектов является то, что вдоль некоторого направления (в зависимости от геометрии структуры) скорость упругих волн уменьшается до нуля, что должно приводить к бесконечному времени распространения волны на конечном участке в пространстве. Это приводит к отсутствию отраженной волны при распространении падающей волны вдоль этого направления. В АЧД такое уменьшение скорости волны связано с уменьшением локальной жесткости, которое обычно достигается с помощью модификации геометрии: уменьшения толщины пластины по степенному закону [2], специального закона изменения поперечного сечения стержня вдоль его оси [3, 4], уменьшения размеров составных эле-

ментов стержней и цилиндров [5–7] и др. В статьях [8, 9] представлен обстоятельный обзор работ по этому направлению.

Рассматриваемый в настоящей работе пример такой структуры – клин, толщина которого медленно меняется по параболическому закону (рис. 1) [2, 10–12]. В идеальном случае при возбуждении в нем акустического импульса не должно быть отраженной волны.

В основополагающей работе [2] впервые проведен анализ распространения изгибной волны в тонкой пластине, толщина которой плавно уменьшается до нуля на конечном интервале. Было показано, что локальный волновой вектор  $k$  изгибной волны зависит от толщины пластины  $h(x)$ , а амплитуда  $A$  определяется законом сохранения потока энергии, переносимого волной:

$$k = \left( \frac{12\rho\omega^2(1-\nu^2)}{Eh^2(x)} \right)^{1/4},$$

$$A = A_0 \left( \frac{h_0}{h(x)} \right)^{3/4},$$

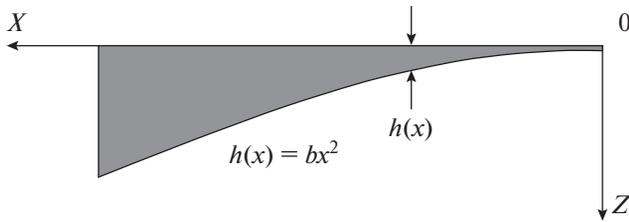


Рис. 1. Профиль параболического клина.

где  $x$  — координата вдоль направления распространения волны,  $\rho$  — плотность материала пластины,  $E$  — модуль Юнга материала пластины,  $\nu$  — коэффициент Пуассона,  $\omega$  — частота волны.

Фазовая скорость изгибной волны в пластине зависит от ее толщины по корневому закону:

$$c_{\Phi} = \frac{\omega}{k} = \left( \frac{E}{12\rho(1-\nu^2)} \right)^{1/4} \sqrt{\omega h(x)}.$$

Для клиньев со степенным профилем:  $h(x) = bx^m$  в случае  $m > 0$  фазовая скорость на конечном интервале уменьшается и равна нулю на вершине клина. В [2] показано, что при  $m \geq 2$  в идеальном случае время распространения волны к ребру бесконечно и поэтому волна никогда не отразится обратно.

В случае  $m = 2$ ,  $h(x) = bx^2$  волновой вектор изгибной волны определяется выражением:

$$k = \left( \frac{12\rho(1-\nu^2)}{Eb^2} \right)^{1/4} \frac{\sqrt{\omega}}{x}.$$

Локальная фазовая скорость волны в этом случае следующим образом зависит от  $x$ :

$$c_{\Phi} = \left( \frac{E}{12\rho(1-\nu^2)} \right)^{1/4} \sqrt{b\omega} x. \quad (1)$$

Амплитуда волны в таком клине зависит от пройденного ею расстояния  $x$  и определяется выражением:

$$A = A_0 \left( \frac{x_0}{x} \right)^{3/4}, \quad (2)$$

где  $x_0$  — координата, при которой амплитуда равна  $A_0$ .

Таким образом, в пластине с параболическим профилем фазовая скорость клиновой волны при ее приближении к вершине клина уменьшается и линейно стремится к нулю, при этом амплитуда волн нарастает до бесконечности.

В работе [2] указано на то, что при наличии поглощения интегральный декремент затухания стремится к бесконечности, и даже небольшое поглощение в материале приведет к полному затуханию волны в такой структуре. Отмечаются

трудности изготовления такой структуры, а именно кромки пластины. Изготовить кромку параболического профиля нулевой толщины невозможно, на практике пластина обрывается на некоторой конечной толщине  $h_0$ . Однако если добавить на острие клина поглощающий слой, то, в соответствии с расчетами работы [11], оказывается, что амплитуду отраженной волны можно уменьшить до 2%. Увеличение амплитуды волны у острия такого клина может приводить к появлению нелинейных эффектов, которые могут, в свою очередь, способствовать затуханию волны за счет нелинейного поглощения [8].

Следует отметить, что приведенные выше формулы для амплитуды (2) и фазовой скорости (1) изгибной волны в пластине переменной толщины получены для случая тонкой пластины с медленно меняющимся профилем.

Условие медленности изменения пластины записывается как:

$$\frac{1}{k} \frac{dk}{dx} \ll k, \quad (3)$$

а условие для тонкой пластины записывается следующим образом:

$$\frac{k_i h}{2} \ll 1, \quad (4)$$

где  $k_i$  — волновой вектор сдвиговой волны. На практике условия (3) и (4) выполняются не для всего диапазона частот.

Точные решения были получены только для уравнения поперечных колебаний стержня [3, 4], поперечное сечение которого медленно меняется по специальному закону (толщина уменьшается по параболическому закону, а ширина по степенному закону). При этом поперечные размеры стержня должны быть много меньше локальной длины изгибной волны.

Для определения скорости изгибной волны Лэмба в пластине произвольной толщины удобно использовать характеристическое уравнение, соответствующее антисимметричным модам волн Лэмба [13]:

$$\frac{\operatorname{tg} \sqrt{1-\zeta^2} \bar{d}}{\operatorname{tg} \sqrt{\xi^2 - \zeta^2} \bar{d}} = - \frac{(2\xi^2 - 1)^2}{4\xi^2 \sqrt{1-\zeta^2} \sqrt{\xi^2 - \zeta^2}}, \quad (5)$$

где

$$\bar{d} = \frac{k_i h}{2}, \quad \zeta^2 = \left( \frac{c_l}{c} \right)^2, \quad \xi^2 = \left( \frac{c_l}{c_l} \right)^2,$$

$c$ ,  $c_l$  и  $c_l$  — скорости антисимметричных мод волн Лэмба, сдвиговой и продольной волн, соответственно.

В качестве материала для изготовления экспериментального образца был выбран АБС-пластик

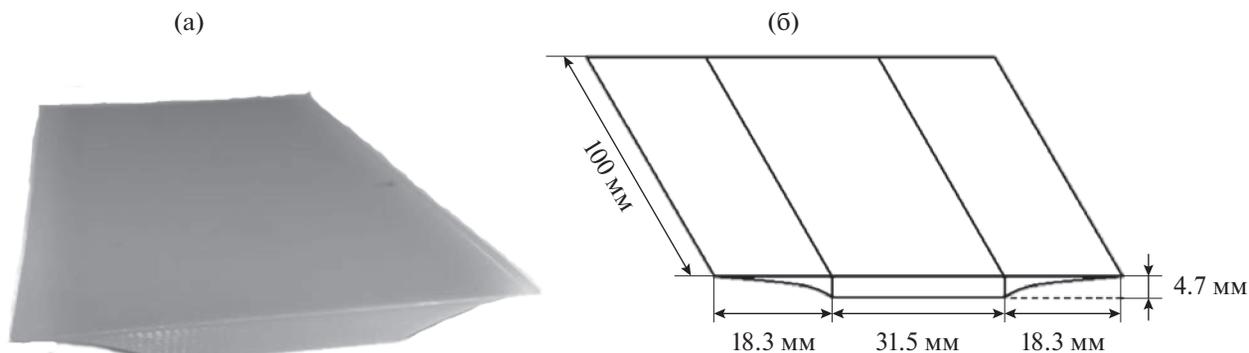


Рис. 2. (а) – Фото образца; (б) – размеры образца.

(акрилонитрил бутадиен стирол), используемый в 3D-печати. Этот материал обладает рядом преимуществ при изготовлении деталей в автомобильной промышленности, сувенирной продукции, музыкальных инструментов, различного инвентаря, элементов мебели и др., такими как ударопрочность, жесткость, износостойкость, простота механической обработки [14, 15]. Поэтому при проектировании всевозможных деталей в указанных выше областях можно использовать ребро клина специальной формы для уменьшения вибрации всей детали.

Для проведения экспериментов был рассчитан и изготовлен методом технологии 3D-печати из полимера АБС экспериментальный образец. Образец представляет собой пластину постоянной толщины, на двух противоположных сторонах которой были изготовлены клинья, толщины которых уменьшались по параболическому закону при приближении к ребру клина. В одном из этих клиньев проводились эксперименты, второй клин был изготовлен для того, чтобы уменьшить отражения волн от пластины при возбуждении клиновых волн в экспериментальном клине.

Общий вид и характерные размеры образца приведены на рис. 2. Толщина пластины равна 4.7 мм, ширина пластины – 31.5 мм, а ее длина – 100 мм. Длина клиньев и их ширина равнялись соответственно 100 и 18.3 мм, толщина ребер клиньев – 140 мкм.

В полимере АБС, из которого был изготовлен экспериментальный образец, ультразвуковым импульсным методом были измерены скорости объемных акустических волн: сдвиговых  $c_t = 895 \pm 20$  м/с и продольных  $c_l = 1690 \pm 25$  м/с. Плотность полимера, используемого в работе,  $940$  кг/м<sup>3</sup>. Рассчитанные по этим параметрам модуль Юнга и коэффициент Пуассона были равны соответственно  $E = (1.96 \pm 0.30) \times 10^9$  Па,  $\nu = 0.30 \pm 0.04$ .

В диапазоне частот  $f = 7\text{--}95$  кГц для пластины исследуемого в работе образца из АБС-пластика был выполнен расчет фазовых скоростей изгиб-

ных волн Лэмба по формуле (1) и путем численного решения характеристического уравнения (5), так как не во всем исследуемом диапазоне частот исследуемая пластина может считаться тонкой. Результаты расчетов приведены на рис. 3.

Как видно из графиков, значения фазовой скорости волн Лэмба для нашего образца, полученные по формуле (1), применимы только в небольшом диапазоне используемых частот в силу того, что условие приближения тонкой пластины (4) не выполняется для высоких частот. Поэтому, в дальнейшем, при теоретических расчетах используются значения, полученные численно из характеристического уравнения (5).

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Для проведения экспериментальных исследований распространения изгибных волн в образце – клине с параболическим профилем – была разра-

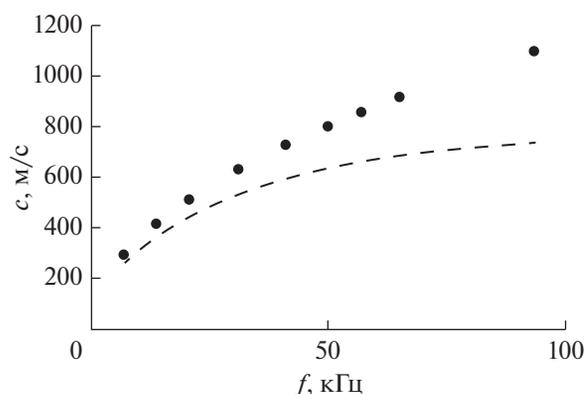


Рис. 3. Зависимость скорости волны Лэмба в однородной пластине образца от частоты: пунктиром показаны результаты расчетов на основании характеристического уравнения (5), а точками – расчетные значения скорости по формуле (1).

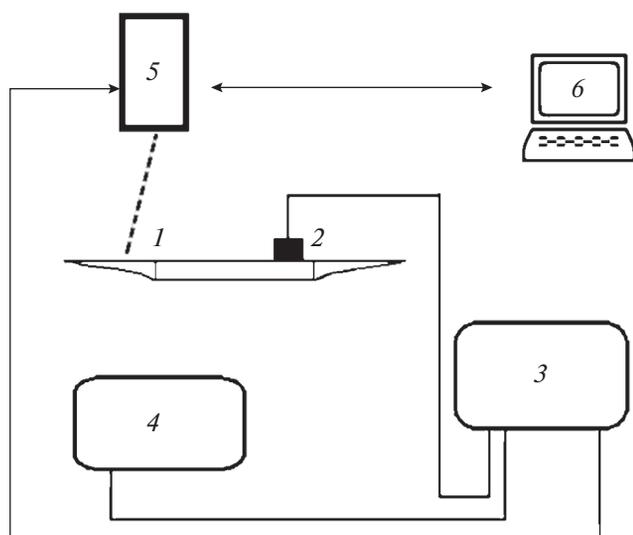


Рис. 4. Схема экспериментальной установки.

ботана экспериментальная установка, схема которой изображена на рис. 4.

Возбуждение изгибных волн в образце (1) осуществлялось керамическим пьезоэлектрическим преобразователем (2). Генерация электрических сигналов в пьезопреобразователе (2) осуществлялась ультразвуковым генератором Rigol DG 2041A (3). Форма и амплитуда сигналов, поступающих на пьезопреобразователь, контролировались в режиме реального времени цифровым осциллографом DS09104A (Agilent) (4). Визуализация и измерение параметров упругой клиновидной волны в образце осуществлялись с помощью лазерного виброметра PSV-300 (Polytec) (5), управ-

ление которым осуществлялось персональным компьютером (6).

Пьезоэлектрический преобразователь (2) с размерами  $1 \times 1 \times 8.5$  см с помощью струбины мог крепиться к образцу в двух положениях (рис. 5): параллельно ребру клина (рис. 5а), и перпендикулярно ребру клина (рис. 5б). Акустический контакт между пьезопреобразователем и образцом осуществлялся с помощью специально изготовленной склейки на основе глицерина и сахара [16]. Размеры пьезопреобразователя давали возможность при его установке согласно рис. 5б одновременно возбуждать плоские упругие волны в образце, направленные параллельно ребрам клиньев как в пластине, так и в прилегающих к ней клиньях. Экспериментальная установка позволяла возбуждать и исследовать распространение клиновидных упругих волн в изготовленном образце в выбранном для исследования диапазоне частот  $f = 1-90$  кГц в режиме бегущих волн, импульсов и стоячих волн.

На боковые стороны клина, параллельные направлению распространения клиновидной волны, для поглощения возможных отражений наносилась пластилин.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

В интервале частот  $f = 20-90$  кГц были измерены длины волн и построена дисперсионная кривая для нулевой изгибной моды в пластине образца, толщина которой постоянна (рис. 6). Результаты экспериментов и численных расчетов находятся в хорошем согласии.

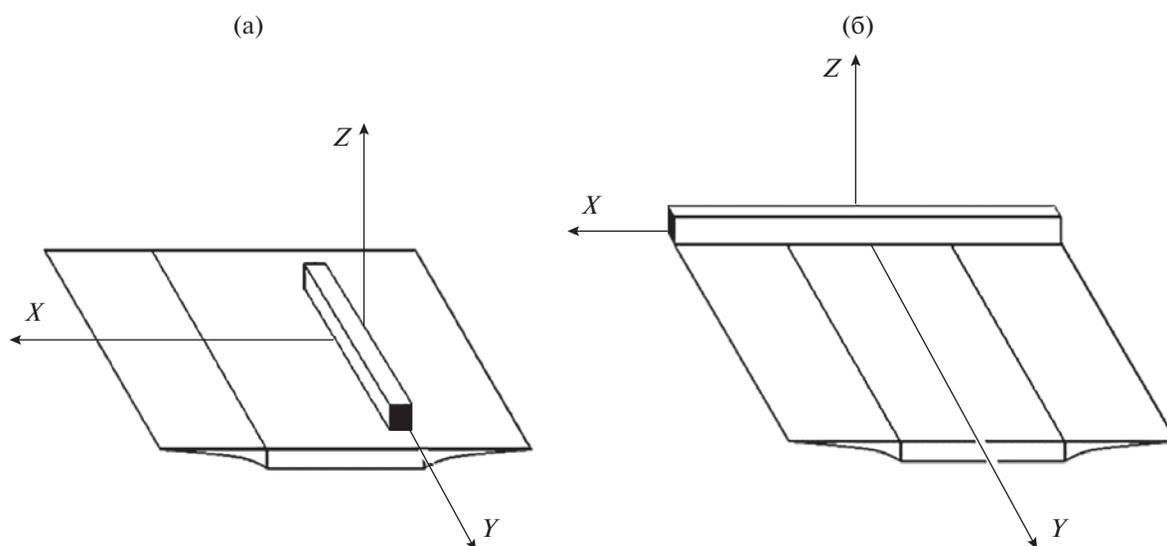
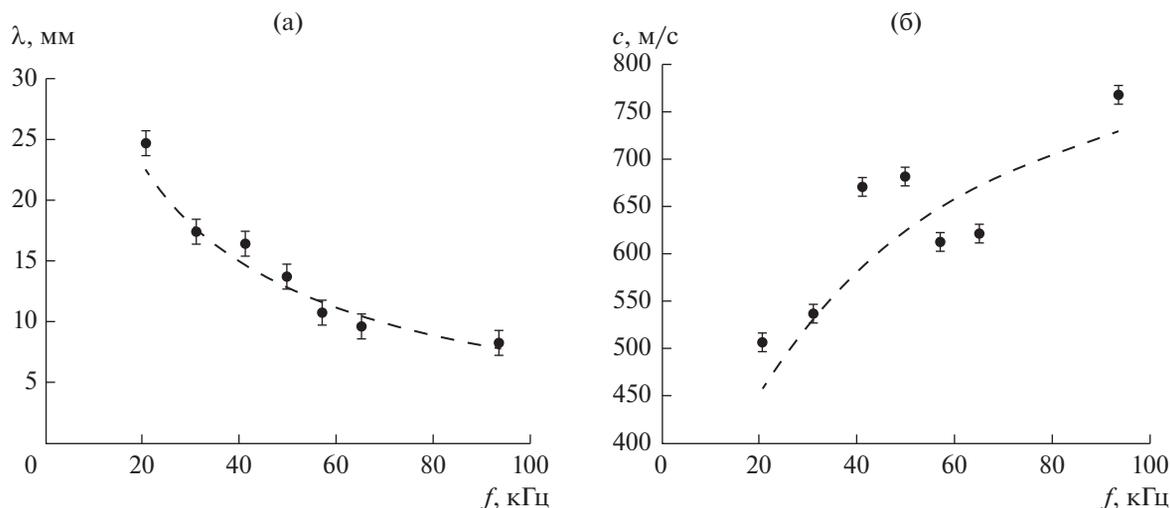
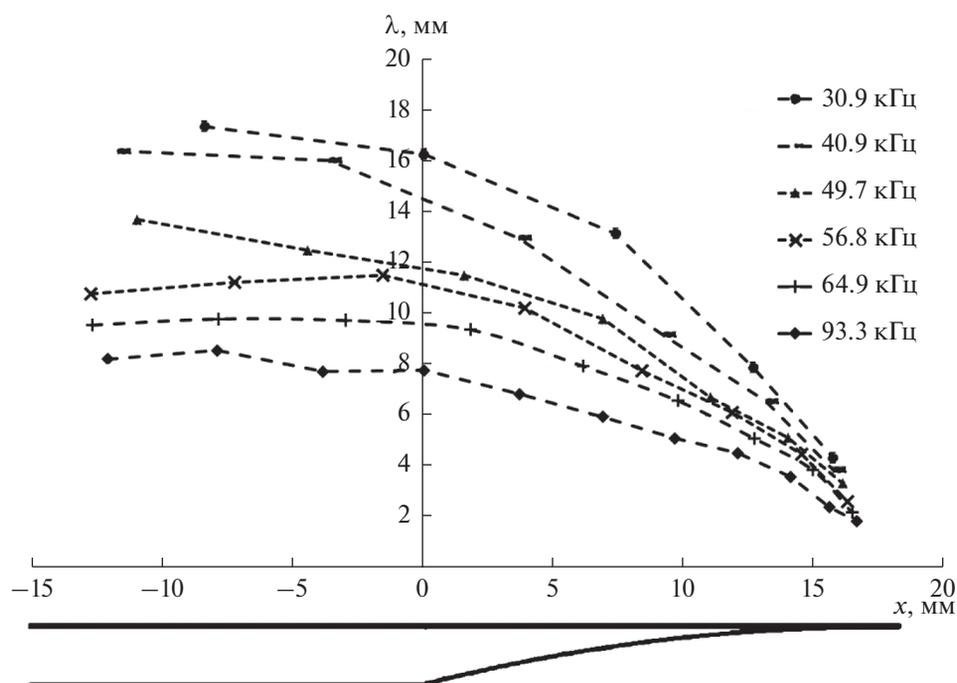


Рис. 5. Схема установки преобразователя на образце: (а) – преобразователь установлен параллельно ребру клина, (б) – преобразователь установлен перпендикулярно ребру клина.



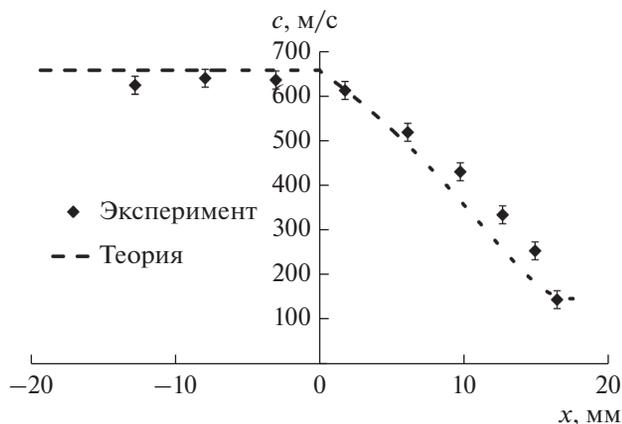
**Рис. 6.** Зависимость длины волны и фазовой скорости волны Лэмба в однородной пластине образца от частоты. Пунктиром показаны результаты расчетов с использованием характеристического уравнения (5), а точками — экспериментальные результаты.



**Рис. 7.** Зависимость длины волны Лэмба от расстояния от границы между пластиной и параболическим клином в диапазоне частот  $f=20\text{--}100$  кГц на разных участках образца (в клине и в пластине). Под графиком помещен профиль параболического клина, точно соответствующий координатам  $x$  графика.

В диапазоне частот  $f=20.5\text{--}93.3$  кГц были измерены длины волны Лэмба, распространяющейся перпендикулярно ребру клина на разных участках образца: в пластине и клине (рис. 7). Под графиком помещен профиль параболического клина, точно соответствующий координатам  $x$  графика. Ноль в образце на оси  $Ox$  находится на границе пластина/параболический клин.

Как видно из рис. 7, для всех частот наблюдается тенденция уменьшения длины волны в клине и ее стремление к нулю при приближении волны к ребру клина. Это вызвано уменьшением толщины клина в направлении к ребру клина и, как следствие, уменьшением скорости волны Лэмба, что находится в согласии с выражением (1). Скорости не обращаются в ноль на ребре клина в силу



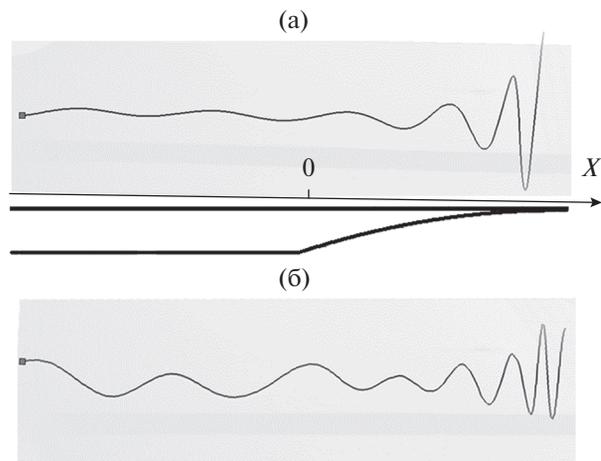
**Рис. 8.** Скорость волны Лэмба в пластине и клине образца в зависимости от расстояния от границы между пластиной и параболическим клином на частоте  $f = 64.9$  кГц.

того, что невозможно физически реализовать уменьшение толщины клина до нуля по параболическому закону. При толщине клина в основании 4.7 мм и у ребра клина 0.14 мм, их отношение составляет примерно 34. Согласно (1) скорость волны пропорциональна корню из толщины. Поэтому скорости у основания и ребра в эксперименте отличаются только в 5.8 раз. Чтобы скорость снизилась хотя бы в 100 раз, толщина клина на ребре должна составить доли микрона. В нашем случае ограничение определяется методом изготовления клина: толщина наносимого слоя пластика составляет 140 мкм.

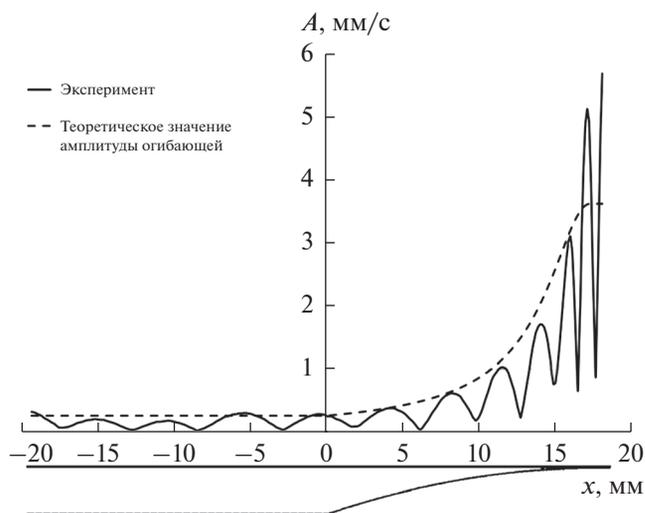
На рис. 8 приведены результаты эксперимента и численного расчета скорости волны Лэмба в образце, распространяющейся в пластине и боковом клине перпендикулярно его ребру в зависимости от расстояния до ребра клина на частоте  $f = 64.9$  кГц. Расчет проводился с использованием характеристического уравнения (5). Экспериментально скорость изгибных волн измерялась импульсным ультразвуковым методом. Качественно эти зависимости совпадают.

Экспериментально исследовано распределение колебательной скорости в изгибной волне перпендикулярно к ребру клина (рис. 9). Было установлено, что при приближении изгибной волны Лэмба к ребру параболического клина наблюдается рост амплитуды колебательной скорости в волне и уменьшение скорости распространения изгибной волны. На это указывает уменьшение расстояния между максимумами изгибной волны при приближении к ребру клина. Изменения вызваны уменьшением толщины клина в направлении распространения волны и находятся в согласии с (1).

На рис. 10, демонстрирующем зависимость амплитуды колебательной скорости волны Лэмба



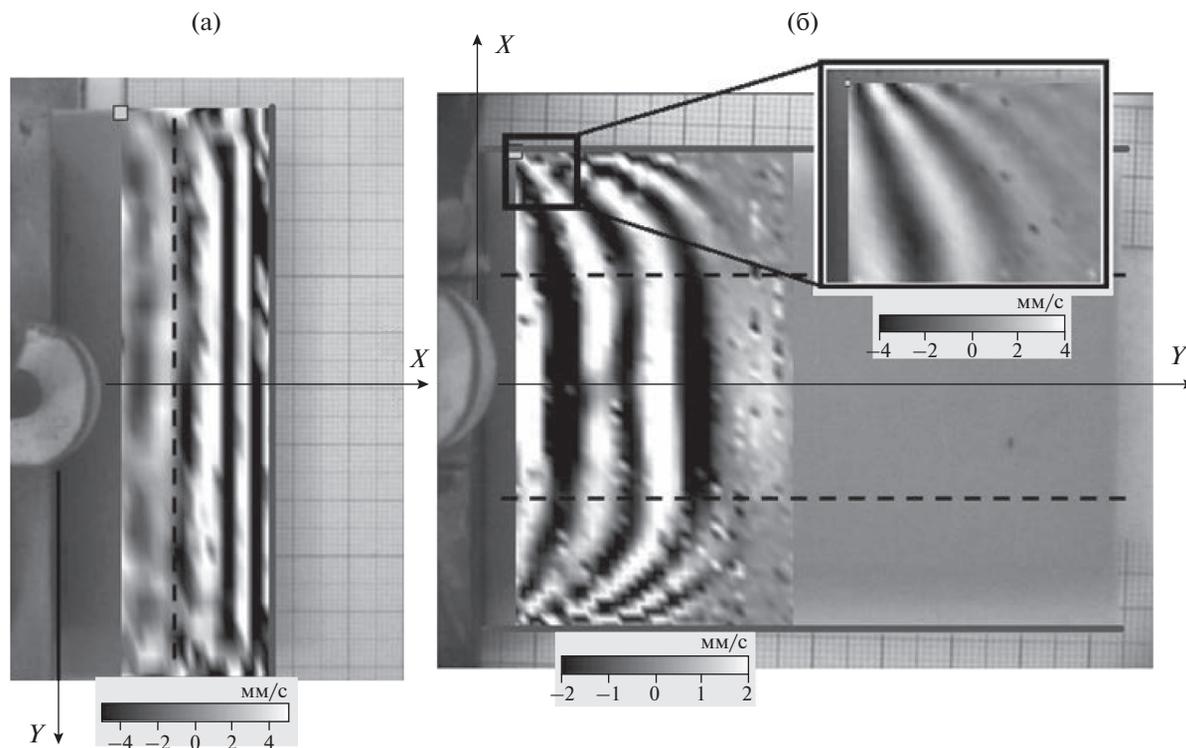
**Рис. 9.** Распределение колебательной скорости в стоячей волне Лэмба вдоль оси  $OX$  на частотах (а)  $f = 64.9$  кГц и (б) 134 кГц (визуализация с виброметра). Под рисунком (а) схематически изображен профиль параболического клина.



**Рис. 10.** Зависимость амплитуды колебательной скорости стоячей волны Лэмба на частоте  $f = 64.9$  кГц в образце от расстояния от ребра клина. Сплошной линией показаны результаты эксперимента, пунктирной линией – результат расчета огибающей амплитуды по формуле (2). Под графиком помещен профиль параболического клина, точно соответствующий координатам  $x$  графика.

на частоте  $f = 64.9$  кГц в образце от расстояния вдоль направления распространения волны перпендикулярно ребру клина, также наблюдается уменьшение длины волны и увеличение ее амплитуды при приближении к ребру клина, что находится в согласии с теоретическими результатами, полученными в [2].

Лазерный виброметр позволил визуализировать распространение изгибных клиновидных волн в



**Рис. 11.** Визуализация распространения волны Лэмба в образце клина в направлении: (а) – перпендикулярно к ребру клина на частоте 60 кГц; (б) – вдоль ребра клина на частоте 64.9 кГц. Ребра клиньев показаны толстой серой линией, а граница “пластина–параболический клин” – черной штриховой линией.

образце и измерять их амплитуду при различных вариантах расположения пьезопреобразователей на образце (рис. 5). На рис. 11 приведены примеры такой визуализации на частоте  $f = 60$  кГц (преобразователь параллелен ребру клина) и частоте  $f = 64.9$  кГц (преобразователь установлен перпендикулярно ребру клина).

При конфигурации, показанной на рис. 5а, от преобразователя в направлении к ребру параболического клина возбуждалась изгибная волна Лэмба с плоским фронтом (рис. 11а). При этом волна распространялась в двух частях образца: первоначально в пластине, в которой ее толщина и скорость волны постоянны, а затем в клине, толщина которого, а следовательно, скорость волны и длина волны по мере приближения к ребру клина согласно (1) уменьшались в направлении распространения волны.

При возбуждении упругой волны в образце преобразователем, расположенным на образце согласно конфигурации на рис. 5б, плоская волна одновременно излучается в три части образца (рис. 2): в тонкую пластину постоянной толщины и в два боковых клина, расположенных на двух противоположных сторонах пластины. Толщины этих клиньев, как уже отмечалось ранее, уменьшаются по параболическому закону при приближении к ребру клина. Возбужденные в обе сторо-

ны от преобразователя волны первоначально с плоскими фронтами в процессе распространения начинают менять свой профиль. Это объясняется следующим. Скорость фронта упругой волны в боковых клиньях зависит от расстояния от ребра клина: толщина клина уменьшается при приближении к ребру клина и, как следствие, уменьшается скорость фронта волны. Это приводит к изменению направления распространения упругой волны в область клина с меньшей скоростью клиновой волны Лэмба (рис. 11б).

Аналогичное изменение направлений волновых фронтов волны наблюдалось ранее для случая так называемых двумерных акустических черных дыр (2D АЧД) [12], которые представляли собой углубления в пластинах, радиальная зависимость толщины в которых являлась степенной. Траектории лучей, распространяющихся в такой структуре, отклоняются в сторону области, которой соответствует меньшая скорость распространения волн – к центру 2D АЧД [12].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1) Методом 3D печати из полимера АБС был рассчитан и изготовлен элемент метаматериала в виде клина с профилем, меняющимся по параболическому закону.

2) Разработаны экспериментальные методика и установка для исследования распространения упругих изгибных волн в изготовленном образце.

3) Выполнены расчеты фазовых скоростей нулевой моды изгибных волн Лэмба на характерных участках в изготовленном образце: пластине и клине.

4) Визуализировано распространение волн в образце параболического клина для двух случаев: а) волновой вектор возбуждаемой волны Лэмба перпендикулярен ребру клина, б) волновой вектор возбуждаемой волны Лэмба параллелен ребру клина.

5) Зафиксировано уменьшение длины и увеличение амплитуды изгибной волны при ее приближении к ребру.

6) Результаты выполненных экспериментов и теоретических расчетов находятся в удовлетворительном согласии.

В исследуемом образце параболического клина, несмотря на невыполнение условий медленного изменения профиля для низких частот и условия тонкости пластины для высоких частот, наблюдается уменьшение скорости примерно до тех же значений, которые предсказывает теория для тонкой пластины с медленно меняющимся профилем. Это может способствовать расширению рабочего диапазона образца акустической черной дыры как элемента звукопоглощающего метаматериала, при уменьшении размеров образца и, следовательно, материала, требующегося для его производства, и при увеличении компактности звукопоглощающих элементов, что очень важно для применения таких элементов в самолетостроении и автомобильной промышленности. На высоких частотах для образца нарушается условие тонкости пластины, но при этом он также выполняет свою функцию концентрирующего волновода.

Проведенные в диапазоне частот 20–90 кГц эксперименты показали, что разработанный в работе образец клина является волноводом, концентрирующим энергию акустической волны, что является важным в разработке акустических метаматериалов и поглощающих устройств, работающих по принципу “акустической черной дыры”.

Исследования выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00098).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бобровницкий Ю.И., Томила Т.М. Поглощение звука и метаматериалы (обзор). *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 5. С. 517–525.
2. Миронов М.А. Распространение изгибной волны в пластине, толщина которой плавно уменьшается до нуля на конечном интервале // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34. № 3. С. 546–547.
3. Миронов М.А. Точные решения уравнения поперечных колебаний стержня со специальным законом изменения поперечного сечения вдоль его оси // IX Всесоюзная акустическая конференция, 1991. Секция Л. С. 23–26.
4. Миронов М.А. Точные решения уравнения поперечных колебаний стержня со специальным законом изменения поперечного сечения // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 1. С. 3–8.
5. Миронов М.А., Писляков В.В. Одномерные волны в замедляющих структурах со скоростью распространения, стремящейся к нулю // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48. № 3. С. 400–405.
6. Azbaid E., Krylov V., O'Boy D.J. Investigation of the Acoustic Black Hole termination for sound waves propagating in cylindrical waveguides // *Proc. Inter-Noise-2015. San Francisco, CA, USA, 9–12 August 2015.*
7. Миронов М.А. Разрезной стержень как вибрационная черная дыра // *Акуст. журн.* 2019. Т. 63. С. 736–739.
8. Pelat A., Gautier F., Conlon S.C., Semperlotti F. The acoustic black hole: A review of theory and applications // *J. Sound Vib.* 2020. V. 476. P. 115316.
9. Zhao C., Prasad M.G. Acoustic Black Holes in structural design for vibration and noise control // *Acoustics.* 2019. V. 1. P. 220–251.
10. Bayod J.J. Experimental study of vibration damping in a modified elastic wedge of power-law profile // *J. Vib. Acoust.* 2011. V. 133. P. 061003.
11. Krylov V.V., Tilman F.J.B.S. Acoustic “black holes” for flexural waves as effective vibration dampers // *J. Sound Vib.* 2004. V. 274. P. 605–619.
12. Krylov V.V. Acoustic Black Holes: recent developments in the theory and applications // *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelectr., Freq. Control* // 2014. V. 61. № 8. P. 1296–1306.
13. Викторов И.А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966. 170 с.
14. Тигнибидин А.В., Такаюк С.В. Использование аддитивных технологий при прототипировании. Контроль геометрических характеристик детали из пластика ABS для определения исходных размеров для печати // *ОмГТУ.* 2018. № 2. С. 57–65
15. Яковлев А.В., Филиппов В.Н. Некоторые возможности применения полиолефинов, стирола и полиамидов в автомобилестроении // *ТППС.* 2012. № 19. С. 32–35.
16. Мильков М.Г., Кокшайский А.И., Скачков И.В., Ширгина Н.В. Экспериментальное исследование акустической склейки акустооптическим способом // *Тр. 17-й Всеросс. школы-семинара “Волны-2020”.* Секция 7. Акустоэлектроника и акустооптика. М.: Физ. фак. МГУ, 2020. С. 14–16.

УДК 534.222

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ЛОКАЛИЗОВАННЫЕ ПРОДОЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В МЕТАМАТЕРИАЛЕ, ЗАДАВАЕМОМ КАК ЦЕПОЧКА “МАССА-В-МАССЕ”

© 2022 г. В. И. Ерофеев<sup>а</sup>, \*, Д. А. Колесов<sup>а</sup>, А. О. Мальханов<sup>а</sup><sup>а</sup>Институт проблем машиностроения РАН – филиал ФГБНУ “Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук”, ул. Белинского 85, Нижний Новгород, 603024 Россия

\*e-mail: erof.vi@yandex.ru

Поступила в редакцию 09.03.2022 г.

После доработки 09.03.2022 г.

Принята к публикации 30.03.2022 г.

Рассматривается математическая модель акустического (механического) метаматериала, представляющая собой цепочку осцилляторов, состоящую из нелинейно-упругих элементов и масс, каждая из которых содержит внутренний нелинейный осциллятор. Показано, что в длинноволновом приближении полученная система уравнений может быть сведена к нелинейному эволюционному уравнению Бенджамина–Бона–Махони, в рамках которого исследовано взаимодействие трех модулированных квазигармонических волн (волновых пакетов) при выполнении условий фазового синхронизма. Исследовано также формирование связанных трехчастотных солитонов огибающих, т.е. волновых пакетов, сохраняющих свои амплитудно-фазовые профили при распространении в метаматериале благодаря компенсирующему действию нелинейных эффектов. Отмечено, что кроме решений, описывающих квазигармонические процессы, полученное эволюционное уравнение имеет точное аналитическое решение в виде уединенной стационарной волны (солитона). Выявлены различия свойств этого солитона и классического солитона Кортевега–де Вриза.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, нелинейные волны, акустический метаматериал, цепочка “масса-в-массе”, одномерная система

DOI: 10.31857/S0320791922040049

### ВВЕДЕНИЕ

Акустические (или механические) метаматериалы, являясь, по сути дела, не материалами, а ячеистыми периодическими конструкциями, в длинноволновом диапазоне ведут себя подобно непрерывным материалам. Изучение особенностей дисперсии, диссипации и проявления нелинейности акустических волн в метаматериалах представляет интерес. Этот интерес обусловлен как фундаментальной значимостью, так и перспективами практических приложений метаматериалов [1–4], среди которых все чаще называют возможность создания на их основе суперпоглотителей звука [5–8].

Руководствуясь математической аналогией между акустическими и электромагнитными волнами, многие исследователи пытались построить континуальные модели механических метаматериалов. Однако большого успеха на этом пути добиться не удалось, поскольку механические аналоги реально существующих материалов с отрицательной диэлектрической проницаемостью представляют собой деформируемые твердые тела, обладающие отрицательной

массой, плотностью или отрицательным модулем упругости [9–13]. А таких материалов в природе не существует. Избежать этого недостатка удалось на пути структурного моделирования метаматериалов.

В работе [14] рассматривалась одномерная цепочка, содержащая одинаковые массы  $m_1$ , связанные упругими элементами (пружинами), обладающими одинаковой жесткостью  $k_1$ , при этом каждая масса внутри себя содержала еще одну массу  $m_2$  и еще один упругий элемент – пружину с жесткостью  $k_2$  (рис. 1). Такая модель, названная цепочкой “масса-в-массе”, не дает упомянутых абсурдных результатов.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И НЕЛИНЕЙНОЕ ЭВОЛЮЦИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Обобщим модель [14] путем учета квадратичной нелинейности внешнего и внутреннего упругих элементов.

Потенциальная энергия элементарной ячейки цепочки “масса-в-массе” запишется в виде:

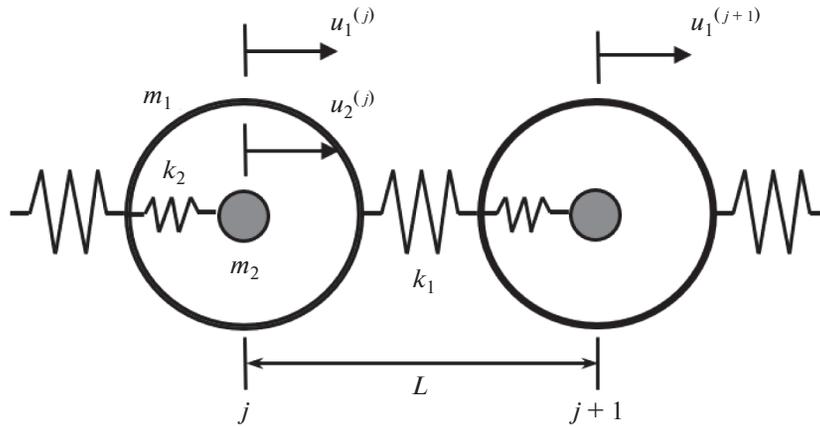


Рис. 1. Механическая модель акустического метаматериала.

$$W^{(j)} = \frac{1}{2} \left[ k_1 (u_1^{(j+1)} - u_1^{(j)})^2 + k_2 (u_2^{(j)} - u_1^{(j)})^2 + h_1 (u_1^{(j+1)} - u_1^{(j)})^3 + h_2 (u_2^{(j)} - u_1^{(j)})^3 \right], \quad (1)$$

где  $h_{1,2}$  – коэффициенты, характеризующие нелинейные добавки к жесткостям пружин; а ее кинетическая энергия – в виде:

$$T^{(j)} = \frac{1}{2} \left[ m_1 (\dot{u}_1^{(j)})^2 + m_2 (\dot{u}_2^{(j)})^2 \right]. \quad (2)$$

Позволим  $u_1(x)$  и  $u_2(x)$  быть непрерывными функциями, которые дают смещения всех  $m_1$  и  $m_2$ , соответственно. Используя разложение перемещений в ряд Тэйлора и ограничиваясь при этом двумя слагаемыми, получим

$$u_1^{(j+1)} = u_1(x + L) = u_1(x) + \frac{\partial u_1}{\partial x} L = u_1^{(j)} + \frac{\partial u_1}{\partial x} L. \quad (3)$$

Техника разложения перемещений в (3) эффективно применялась И.А. Куниным [15] при преобразовании многомассовых дискретных систем в квазиконтинуум.

Плотности потенциальной и кинетической энергий для эквивалентного континуума, полученные из (5) и (6), запишутся в виде:

$$W = \frac{1}{2L} \left[ k_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} L \right)^2 + k_2 (u_2 - u_1)^2 + h_1 \left( \frac{\partial u_1}{\partial x} L \right)^3 + h_2 (u_2 - u_1)^3 \right], \quad (4)$$

$$T = \frac{1}{2L} \left[ m_1 (\dot{u}_1)^2 + m_2 (\dot{u}_2)^2 \right]. \quad (5)$$

Сформируем из (4) и (5) лагранжиан  $\mathcal{L} = T - W = \mathcal{L}(\dot{u}_1, \dot{u}_2, u_{1x}, u_1, u_2)$  и воспользуемся уравнениями аналитической механики

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{u}_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_{1x}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_1} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{u}_2} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_2} = 0 \end{cases}$$

для получения системы уравнений в перемещениях. В результате получим:

$$\begin{aligned} \frac{m_1}{L} \ddot{u}_1 - k_1 L \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - 3h_1 L^3 \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} - \\ - \frac{k_2}{L} (u_2 - u_1) - \frac{3h_2}{2L} (u_2 - u_1)^2 = 0, \quad (6) \\ \frac{m_2}{L} \ddot{u}_2 - \frac{k_2}{L} (u_2 - u_1) - \frac{3h_2}{2L} (u_2 - u_1)^2 = 0. \end{aligned}$$

Перейдем в (6) в движущуюся систему координат  $\xi = x - ct$ ,  $\tau = \epsilon t$ , где  $c$  – скорость волны, заранее не известная,  $\epsilon$  – малый параметр, характеризующий отношение максимальной амплитуды перемещения к длине волны. Выбор переменных объясняется тем, что возмущение, распространяясь со скоростью  $c$  вдоль оси  $x$ , медленно эволюционирует во времени из-за нелинейности и дисперсии.

Представим перемещения в виде разложений в ряды по степеням малого параметра

$$\begin{aligned} u_1(\xi, \tau) &= u_1^{(0)}(\xi, \tau) + \epsilon u_1^{(1)}(\xi, \tau) + \dots, \\ u_2(\xi, \tau) &= u_2^{(0)}(\xi, \tau) + \epsilon u_2^{(1)}(\xi, \tau) + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя разложения (7) в (6), приходим к системе уравнений разного порядка малости по степеням  $\epsilon$ . Нулевое приближение по малому параметру позволяет вычислить значение скорости  $c = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} L$  и определяет связь между перемещениями

$$u_1^{(0)} = u_2^{(0)} - \frac{m_2 k_1 L^2}{m_1 k_2} \frac{\partial^2 u_2^{(0)}}{\partial \xi^2}. \quad (8)$$

Первое приближение приводит к эволюционному уравнению

$$\begin{aligned} & -2\sqrt{m_1 k_1 \varepsilon} \frac{\partial U}{\partial \tau} - \frac{m_2 k_1 L}{m_1} \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{2m_2 k_1 L \sqrt{k_1}}{k_2 \sqrt{m_1}} \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^2 \partial \tau} - \\ & - 3h_1 L^3 U \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{3h_1 L^5 m_2 k_1}{m_1 k_2} \frac{\partial U}{\partial \xi} \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \\ & + \frac{3h_1 L^5 m_2 k_1}{m_1 k_2} U \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} - 3h_1 L^3 \left( \frac{m_2 k_1 L^2}{m_1 k_2} \right)^2 \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} \frac{\partial^3 U}{\partial \xi^3} - \\ & - \frac{3h_2}{2L} \left( \frac{m_2 k_1 L^2}{m_1 k_2} \right)^2 \left( \frac{\partial U}{\partial \xi} \right)^2 = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $U = \frac{\partial^2 u_2^{(0)}}{\partial \xi^2}$ .

Пусть  $\xi/\xi_0 = X$ ,  $\tau/\tau_0 = T$ , а пространственный и временной масштабы выбраны так, чтобы выполнялось равенство

$$\frac{\xi_0}{\tau_0} = \frac{3h_1 L^3}{2\sqrt{m_1 k_1 \varepsilon}}.$$

В новых переменных уравнение (9) переписывается в виде

$$\begin{aligned} & \frac{\partial U}{\partial T} + d_1 \frac{\partial U}{\partial X} - d_2 \frac{\partial^3 U}{\partial X^2 \partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \\ & + g_1 \frac{\partial U}{\partial X} \left( U \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right) + g_2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \frac{\partial^3 U}{\partial X^3} + g_3 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{m_2 k_1}{3m_1 h_1 L^2}, \quad d_2 = \frac{m_2 k_1}{\varepsilon 10^2 m_1 k_2 L}, \quad g_1 = -\frac{10^{-2} m_2 k_1}{m_1 k_2}, \\ g_2 &= \frac{10^{-4} (m_2 k_1)^2}{(m_1 k_2)^2}, \quad g_3 = \frac{h_2 (m_2 k_1)^2}{20 h_1 L^3 (m_1 k_2)^2}. \end{aligned}$$

Для длинноволновых процессов ( $\xi_0 \sim 10L$ ),  $g_1, g_2, g_3 \ll 1$  и (10) переходит в известное в нелинейной волновой динамике уравнение Бенджамина–Бона–Махони:

$$\frac{\partial U}{\partial T} + d_1 \frac{\partial U}{\partial X} - d_2 \frac{\partial^3 U}{\partial X^2 \partial T} + U \frac{\partial U}{\partial X} = 0. \quad (11)$$

### КВАЗИГАРМОНИЧЕСКИЕ МОДУЛИРОВАННЫЕ ВОЛНЫ

Пусть в цепочке, описываемой уравнением (11), распространяются три волновых пакета (модулированные квазигармонические волны):

$$U(X, T) = \sum_{n=1}^N A_n(\varepsilon X, \varepsilon T) e^{i(\omega_n T - q_n X + \phi_n^{(0)})} + \text{к.с.} + \varepsilon Q_n, \quad (12)$$

где  $A_n$  – комплексные амплитуды, медленно изменяющиеся во времени и в пространстве;  $\phi_n^{(0)}$  – начальные сдвиги фаз;  $Q_n$  – малые добавки.

Несущие частоты пакетов связаны соотношением

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \quad (13)$$

а волновые числа – соотношением

$$q_3 = q_1 + q_2. \quad (14)$$

Подставляя (12) в уравнение динамики (11) и проводя процедуру усреднения по быстрым переменным [16], приходим к системе

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial X} + \frac{1}{v_{gr1}} \frac{\partial A_1}{\partial T} &= -i\Gamma_1 A_3 A_2^*, \\ \frac{\partial A_2}{\partial X} + \frac{1}{v_{gr2}} \frac{\partial A_2}{\partial T} &= -i\Gamma_2 A_3 A_1^*, \\ \frac{\partial A_3}{\partial X} + \frac{1}{v_{gr3}} \frac{\partial A_3}{\partial T} &= -i\Gamma_3 A_1 A_2, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$v_{grj} = \frac{d_1 - 2q_j \omega_j d_2}{1 + q_j^2 \omega_j d_2}$$

– групповые скорости;

$$\Gamma_j = -\frac{q_j}{\varepsilon(d_1 - 2q_j \omega_j d_2)}.$$

При отсутствии нелинейного взаимодействия ( $\Gamma_j = 0$ ) правые части системы (15) исчезают и каждый волновой пакет распространяется со своей групповой скоростью.

В [17] показано, что в квадратично-нелинейной среде могут сформироваться трехчастотные, параметрически связанные солитоны огибающих. Такие солитоны распространяются с некоторой общей групповой скоростью  $v_{grc}$ .

Профили солитонов определяются из системы уравнений

$$\begin{aligned} v_{c1} \frac{dB_{1c}}{d\theta_c} &= -\Gamma_1 B_{3c} B_{2c}, \quad v_{c2} \frac{dB_{2c}}{d\theta_c} = -\Gamma_2 B_{3c} B_{1c}, \\ v_{c3} \frac{dB_{3c}}{d\theta_c} &= \Gamma_3 B_{1c} B_{2c}, \end{aligned} \quad (16)$$

которая получается из системы (15) при нахождении ее квазистационарных решений. Здесь

$B_{nc}(\theta_c)$  — действительные амплитуды волновых пакетов;  $\theta_c = T - X/v_{\text{grc}}$ ;  $v_{cj} = \frac{1}{v_{grj}} - \frac{1}{v_{\text{grc}}}$ .

Одним из решений системы уравнений (16) является набор из трех квазистационарных профилей амплитуд квазигармонических волн:

$$\begin{aligned} B_{1c} &= E_{01} \operatorname{sech}(\theta_c/T_c), & B_{2c} &= E_{02} \operatorname{sech}(\theta_c/T_c), \\ B_{3c} &= E_{03} \operatorname{th}(\theta_c/T_c). \end{aligned} \quad (17)$$

Амплитуды огибающих  $E_{0n}$ , их длительность  $T_c$  и групповая скорость связаны соотношениями

$$v_{nc} E_{0n}^2 = \Gamma_n T_c E_{01} E_{02} E_{03} \quad (n = 1, 2, 3). \quad (18)$$

### НЕСИНУСОИДАЛЬНАЯ ЛОКАЛИЗОВАННАЯ ВОЛНА

Кроме решений, описывающих квазигармонические процессы, уравнение (11) имеет точное аналитическое решение в виде уединенной стационарной волны (солитона) [18]:

$$U = 3(V - d_1) \operatorname{sech}^2 \left[ \frac{\sqrt{V - d_1}}{2Vd_2} (X - VT) \right], \quad (19)$$

где  $d_2 > 0$ ,  $V > d_1$ .

Из (19) следует, что для рассматриваемого метаматериала амплитуда солитона определяется соотношением

$$A = 3 \left( V - \frac{m_2 k_1}{3m_1 h_1 L^2} \right), \quad (20)$$

а его ширина соотношением

$$\Delta = \frac{2Vm_2 k_1}{\epsilon 10^2 m_1 k_2 L \sqrt{V - \frac{m_2 k_1}{3m_1 h_1 L^2}}}. \quad (21)$$

Амплитуда солитона линейно растет с ростом скорости. Для системы с “мягкой” нелинейностью ( $h_1 < 0$ ) нарастает стремительнее, чем для систем с “жесткой” нелинейностью ( $h_1 > 0$ ). С ростом скорости увеличивается и ширина солитона, что говорит о принципиальном различии свойств солитона (19) и классического солитона Кортевега–де Вриза.

Заметим, что дальнейшие обобщения рассматриваемой модели могут быть получены путем учета соударений внешней и внутренней масс цепочки. Подобные задачи рассматривались в работах [19].

Работа выполнялась при поддержке Российского научного фонда (грант № 21-19-00813).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буров В.А., Волошинов В.Г., Дмитриев К.В., Поликарпова Н.В. Акустические волны в метаматериалах, кристаллах и структурах с аномальным преломлением // Успехи физ. наук. 2011. Т. 181. № 11. С. 1205–1211.
2. Norris A.N., Haberman M.R. Introduction to the Special issue on acoustic metamaterials // J. Acoust. Soc. Am. 2012. V. 132. № 4(2). P. 2783–2945.
3. Acoustic metamaterials and phononic crystals / Ed. Deymier P.A. Berlin: Springer-Verlag, 2013. 378 p.
4. Acoustic metamaterials: negative refraction, imaging, lensing and cloaking / Eds. Craster R.V., Guenneau S. Dordrecht: Springer, 2013. 323 p.
5. Бобровницкий Ю.И. Эффективные параметры и энергия акустических метаматериалов и сред // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 2. С. 137–144.
6. Бобровницкий Ю.И. Модели и общие волновые свойства двумерных акустических метаматериалов и сред // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 283–294.
7. Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М., Лактионова М.М. Дискретная модель акустических метаматериалов с потерями // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 3–9.
8. Федотовский В.С. Поперечные волны в дисперсном метаматериале со сферическими включениями // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 311–316.
9. Li J., Chan C.T. Double-negative acoustic metamaterial // Phys. Rev. 2004. E 70. 055602.
10. Fang N., Xi D., Xu J., Ambati M., Srituravanich W., Sun C., Zhang X. Ultrasonic metamaterials with negative modulus // Nat. Mater. 2006. V. 5. P. 452–456.
11. Ding Y., Liu Z., Qiu C., Shi J. Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 093904.
12. Cheng Y., Xu J.Y., Liu X.J. One-dimensional structured ultrasonic metamaterials with simultaneously negative dynamic density and modulus // Phys. Rev. B. 2008. V. 77. P. 045134.
13. Chan C.T., Li J., Fung K.H. On extending the concept of double negativity to acoustic waves // J. Zhejiang Univ. SCIENCE A. 2006. V. 7(1). P. 24–28.
14. Huang H.H., Sun C.T., Huang G.L. On the negative effective mass density in acoustic metamaterials // Int. J. Eng. Sci. 2009. V. 47. P. 610–617.
15. Kunin I.A. Elastic Media with Microstructure I & II. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1982–1983.
16. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1984. 432 с.
17. Сухоруков А.П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. М.: Наука, Физматлит, 1988. 232 с.
18. Селезов И.Т., Корсунский С.В. Нестационарные и нелинейные волны в электропроводящих средах. Киев: Наукова думка, 1991. 200 с.
19. Крупенин В.Л. Об описании сильно нелинейных вибропроводящих и виброгенерирующих сред // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2016. № 4. С. 9–19.

## АКУСТО-РЕЗОНАНСНАЯ СПЕКТРОСКОПИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ РАЗОГРЕВЕ

© 2022 г. Г. А. Алоян<sup>а</sup>, \*, Н. В. Коваленко<sup>б</sup>, И. В. Грищенко<sup>б</sup>, \*\*, А. В. Коняшкин<sup>б</sup>, О. А. Рябушкин<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Институтский переулок 9, Московская область, Долгопрудный, 141700 Россия

<sup>б</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского 1, Московская область, Фрязино, 141190 Россия

\*e-mail: aloyan@phystech.edu

\*\*e-mail: ivan.grishchenko@phystech.edu

Поступила в редакцию 09.02.2022 г.

После доработки 04.05.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Представлены экспериментальные результаты исследования эквивалентной температуры кристаллов кварца при наличии контролируемого линейного градиента термодинамической температуры. В условиях неоднородного разогрева эквивалентная температура кристаллов определялась по измерению частот собственных мод акустических резонансов на основании предварительной калибровки резонансных частот при однородном разогреве. Показано, что эквивалентная температура, определяемая таким образом, характеризует усредненную термодинамическую температуру кристалла. Проведено математическое моделирование неоднородного разогрева кристалла, в том числе лазерным излучением.

*Ключевые слова:* пьезоэлектрический резонанс, эквивалентная температура, акустические моды, градиент температуры, кристалл кварца

DOI: 10.31857/S0320791922050033

### ВВЕДЕНИЕ

Температура является одним из ключевых понятий термодинамики. Измерения температуры используются в различных областях физики – от астрономии (изучение реликтового излучения [1]) до атомной физики (лазерный термоядерный синтез [2]). Немалую роль измерение и контроль распределения температуры играет также и в изучении изменения климатических условий [3]. Определение температуры производят на основе измерения различных физических параметров, таких как излучательная способность, электрическое сопротивление, показатель преломления и др. Однако помимо проблем непосредственно измерения зависящих от температуры параметров необходимо правильно анализировать результаты измерений, особенно в условиях неоднородного распределения температуры.

В лазерной физике большое значение имеют измерение и контроль температуры оптических элементов в процессе взаимодействия с мощным лазерным излучением, в частности, при генерации и нелинейно-оптическом преобразовании

лазерного излучения. Для эффективного преобразования нелинейно-оптические кристаллы вырезают в направлении фазового синхронизма. Как правило, выбирают форму прямоугольного параллелепипеда или цилиндра. Для эффективного преобразования лазерное излучение накачки должно обладать рядом принципиальных характеристик, в частности, одномодовость, поляризация, высокая интенсивность, узкая ширина спектра и т.д. Неоднородное изменение температуры кристалла, обусловленное оптическим поглощением, снижает эффективность преобразования, так как нарушается условие согласования фаз взаимодействующих волн [4, 5], и вызывает другие эффекты, например, образование тепловой линзы [6]. Существенно неоднородный градиент температуры в кристалле обусловлен линейным и нелинейным поглощением взаимодействующих волн [7] при нелинейно-оптическом преобразовании частоты лазерного излучения, наличием дефектов [8] и может приводить к необратимому оптическому разрушению [9].

Существует множество различных способов измерения малых коэффициентов оптического поглощения диэлектрических материалов [10]. Стандартизованным методом является лазерная калориметрия [11]. В этом методе коэффициент оптического поглощения определяется на основе поиска соответствия экспериментально измеряемой кинетики температуры образца, взаимодействующего с лазерным излучением, с решением нестационарного уравнения теплопроводности [11]:

$$c_p \rho \frac{\partial T(r, t)}{\partial t} - \nabla(\chi \nabla T(r, t)) = Q(r, t), \quad (1)$$

где для образца либо окружающего воздуха  $c_p$  – удельная теплоемкость,  $\rho$  – плотность,  $\chi$  – коэффициент теплопроводности,  $Q(r, t)$  – объемная плотность мощности источников и потерь тепла в образце.

Подчеркнем, что в уравнении (1) распределение температуры может быть неоднородным. Поэтому, в ряде случаев, необходимо учитывать анизотропию теплопроводности образца. Однако градиентом температуры можно пренебречь, сделав предположение, что теплопроводность исследуемого кристалла бесконечно велика. Для этого используется так называемое уравнение теплового баланса [12]:

$$\frac{\partial T(t)}{\partial t} = \frac{\alpha l P}{mc} + H, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент оптического поглощения,  $l$  – размер образца вдоль направления распространения лазерного излучения,  $P$  – мощность лазерного излучения, сосредоточенного в образце,  $m$  – масса образца,  $H$  – слагаемое, описывающее конвективный теплообмен с окружающим воздухом, который определяется по закону Ньютона–Рихмана. Важно подчеркнуть, что при воздействии мощного лазерного излучения проявляются другие механизмы отвода тепла (например, за счет излучательной способности). Принципиально важно определить, в каких случаях возникает необходимость учитывать те или иные механизмы отвода тепла.

В случае сильного поглощения на поверхности по сравнению с объемом или лазерных пучков с малым диаметром по сравнению с геометрической апертурой образца в нем может возникнуть существенный градиент температуры, и условие однородности уже не будет выполнено. Для измерения температуры, как правило, используются внешние датчики, например, термопары или терморезисторы. При этом, находясь в контакте с исследуемым образцом, термодатчики неизбежно нарушают стационарное распределение температуры и дополнительно нагреваются за счет поглощения рассеянного излучения, что может

приводить к большим ошибкам измеряемых величин [13]. Избежать дополнительного нагрева можно при помощи изоляции датчиков от излучения, но при этом неизбежно ухудшается тепловой контакт с образцом, что вновь приводит к снижению точности измерения температуры.

В настоящей работе для исследования температуры кристаллов был использован метод пьезорезонансной лазерной калориметрии (ПРЛК) [14].

Традиционно пьезоэлектрический эффект находит применение в различных областях науки [15]. Так, на основе пьезоэлектрических материалов создают стандарты частоты (на основе кварцевого резонатора). На их основе разработаны также датчики давления. Помимо перечисленных применений пьезоэлектрический эффект можно использовать при создании эталонной плоской ультразвуковой волны, которая может быть использована для калибровки гидрофонов мегагерцового диапазона частот [16] и возбуждении волн Лэмба [17, 18]. Представляет также интерес исследование разнообразия акустических мод в пьезоэлектрических пластинах [19].

В настоящей работе предлагается использовать температурную зависимость частоты пьезоэлектрического резонанса для измерения и контроля температуры нелинейно-оптических кристаллов. Причем в случае пьезоэлектрических материалов акустические моды могут возбуждаться бесконтактно при приложении внешнего радиочастотного (РЧ) поля [20]. Пьезоэлектрический резонанс возникает, когда частота внешнего электрического поля соответствует частоте собственных акустических колебаний образца. Зависимость частот пьезоэлектрических резонансов от температуры, в первую очередь, обусловлена температурной зависимостью упругих постоянных материала [21].

Предварительно в условиях однородного нагрева образца проводится температурная калибровка резонансных частот. Было показано, что при однородном разогреве в первом приближении резонансные частоты  $Rf_i$  линейно зависят от температуры  $T$ . Таким образом, для резонансных частот могут быть определены пьезорезонансные термические коэффициенты  $K_i^{prt}$ :

$$K_i^{prt} = \frac{dRf_i}{dT}. \quad (3)$$

В случае неоднородного разогрева кристалла лазерным излучением мощности  $P$  изменение частот пьезоэлектрических резонансов можно отождествить с изменением эквивалентной температуры  $\Delta\Theta_{eq}$ :

$$\Delta\Theta_{\text{eq}}(P) = \frac{\Delta Rf_i(P)}{K_i^{\text{prt}}}. \quad (4)$$

Эквивалентная температура, измеряемая по сдвигу резонансных частот при неоднородном нагреве образца, вводится как температура, соответствующая некоторой однородной температуре, при которой пьезоэлектрические резонансы образца имеют точно такие же частоты. В данном методе в качестве датчика температуры используется непосредственно сам исследуемый образец, а пьезоэлектрические резонансы в нем возбуждаются бесконтактно за счет воздействия зондирующего РЧ поля. Также в случае материалов, не обладающих пьезоэлектрическими свойствами, возможно измерять локальную температуру их поверхности при помощи терморезонаторов [22] — пьезоэлектрических кристаллов малых размеров, расположенных на исследуемом образце, находящихся в хорошем тепловом контакте с ним и не поглощающих лазерное излучение. Бесконтактное возбуждение резонансов осуществляется внешним РЧ полем.

Метод ПРЛК также может быть использован для измерений коэффициентов оптического поглощения больших кристаллических буль [23], коэффициентов рассеяния излучения [24] и нелинейного поглощения [25] кристаллов.

Для правильного использования понятия эквивалентной температуры необходимо обоснование, подтверждающее, что она характеризует среднюю термодинамическую температуру исследуемого объекта. Для этого были проведены экспериментальные измерения эквивалентной температуры кристалла кварца в условиях контролируемого градиента температуры, а также математическое моделирование поведения акустических мод образца в условиях однородного разогрева и при неоднородном разогреве, в том числе, и лазерным излучением.

### ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

Предварительные результаты математического моделирования [26] показали, что эквивалентная температура всегда лежит в интервале между минимальной и максимальной термодинамическими температурами кристалла. Однако в случае наличия существенного градиента температуры в образце эта оценка является достаточно грубой. В условиях неоднородного разогрева для правильной интерпретации измеряемой эквивалентной температуры необходимо принимать во внимание всю совокупность происходящих процессов — появление механических напряжений, температурно-индуцированное изменение показателя преломления, изменение пьезоэлектриче-

ских свойств и т.д. Вопрос правильной интерпретации эквивалентной температуры при наличии температурного градиента напрямую определяет точности измеряемых величин коэффициентов оптического поглощения и рассеяния.

Свободные колебания упругого твердого тела можно описать с помощью лагранжиана  $L$  [27], который после некоторых преобразований принимает вид:

$$L = \frac{1}{2}(\rho\omega^2 u_i u_i - c_{ijkl} S_{ij} S_{kl} + \epsilon_{ij} E_i E_j + 2e_{ijk} S_{ij} E_k), \quad (5)$$

где  $\rho$  — плотность,  $u_i$  — пространственное смещение точек среды,  $\omega$  — частота собственных акустических мод образца,  $c_{ijkl}$  — тензор упругих констант,  $S_{ij}$  — тензор деформации,  $\epsilon_{ij}$  — тензор диэлектрической проницаемости,  $E_i$  — напряженность электрического поля,  $e_{ijk}$  — пьезоэлектрический тензор.

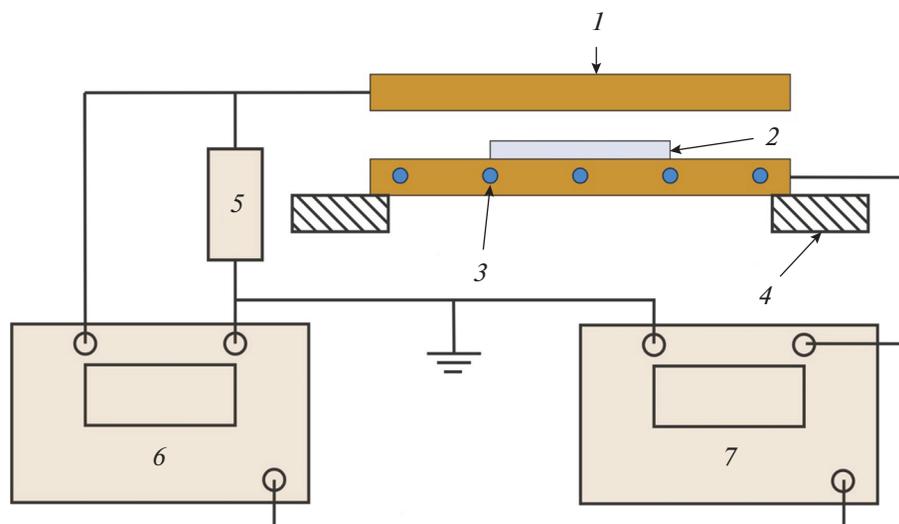
В лагранжиане (5) слагаемое  $c_{ijkl} S_{ij} S_{kl}$  описывает обобщенный закон Гука,  $\rho\omega^2 u_i u_i$  — кинетическую энергию колебательных степеней свободы,  $\epsilon_{ij} E_i E_j$  и  $e_{ijk} S_{ij} E_k$  описывают обратный и прямой пьезоэлектрический эффект соответственно. Это уравнение можно записать в матричном виде, а вариационный подход совместно с использованием метода Рэлея—Ритца может быть использован для решения задачи на собственные значения и определения частот собственных акустических мод образца  $\omega_i$ . Необходимо отметить, что все физические величины, входящие в этот лагранжиан, зависят от температуры. Наибольший вклад в изменение частот собственных мод образца вносят температурные зависимости упругих постоянных  $c_{ijkl}$ . Для определения частот собственных акустических мод образца в условиях градиента температуры необходимо согласованно решать уравнение для нахождения  $\omega_i$  и уравнение теплопроводности (1).

Математическая формулировка задачи: необходимо задать параметры образца и их температурные зависимости для нахождения акустических мод образца при создании линейного градиента температуры, а также при неоднородном разогреве лазерным излучением.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Блок-схема экспериментальной установки для исследования эквивалентной температуры пьезоэлектрических кристаллов в условиях управляемого градиента температуры приведена на рис. 1.

Кристалл  $\alpha$ -кварца (далее — кварц) в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами  $3 \times 3 \times 40$  мм (вырезан вдоль кристаллографических осей, размер вдоль оси  $c$  — 40 мм) был поме-



**Рис. 1.** Упрощенная блок-схема экспериментальной установки для измерения эквивалентной температуры пьезоэлектрических кристаллов в условиях управляемого градиента температуры: 1 – медные электроды, 2 – исследуемый кристалл кварца, 3 – терморезистор, 4 – элемент Пельтье, 5 – нагрузочный резистор, 6 – синхронный детектор, 7 – радиочастотный генератор.

шен между двумя медными электродами, образующими конденсатор. Ширина пластин составляла 10 мм, длина 130 мм, расстояние между ними 10 мм. Результаты математического моделирования показали, что электрическое поле в конденсаторе с кристаллом достаточно однородно. Собственные моды образца возбуждались приложением переменного напряжения к конденсатору от РЧ генератора. Отклик образца определялся по измеренному синхронным детектором падению напряжения на нагрузочном резисторе, соединенном последовательно с конденсатором. Амплитуда и разность фаз сигнала с синхронного детектора считывались в автоматическом режиме при помощи разработанного программного обеспечения. Значение частоты рассматриваемого пьезоэлектрического резонанса определялось по минимуму фазы напряжения на нагрузочном резисторе. Два элемента Пельтье с металлическим покрытием были припаяны к нижнему электроду с противоположных сторон для создания контролируемого температурного градиента. Величина градиента контролировалась при помощи терморезисторов, находящихся в тепловом контакте с нижним электродом. Один из терморезисторов находился посередине образца, два вблизи торцов, еще два над элементами Пельтье. Исследуемый образец находился в хорошем тепловом контакте с нижним электродом.

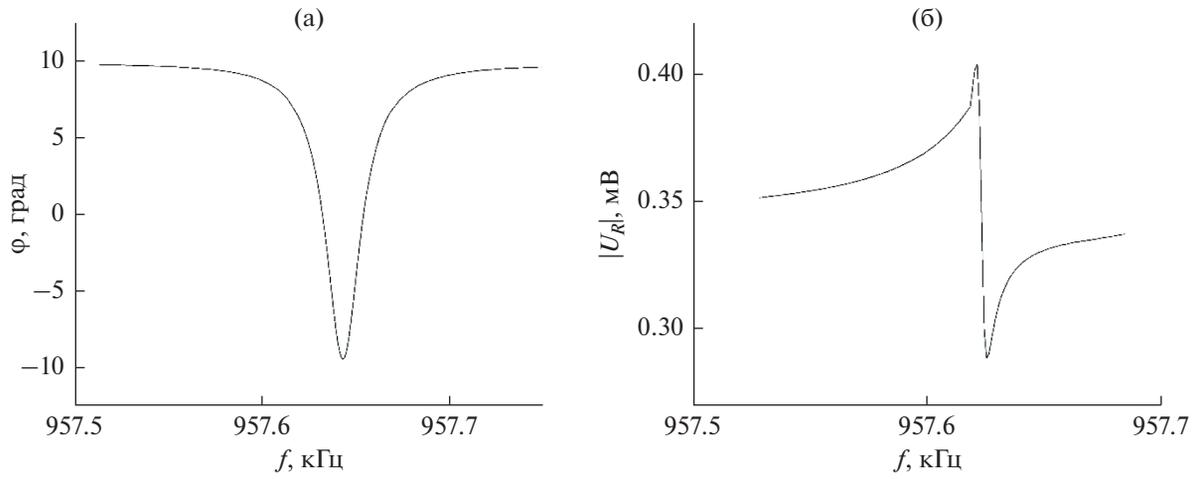
Ранее было отмечено, что для корректного измерения кинетики температуры образцов при лазерном разогреве необходимо использовать электроды малых размеров для бесконтактного воз-

буждения резонансов с целью уменьшения влияния рассеянного излучения. Так как в настоящей работе не производился разогрев кристалла лазерным излучением, для обеспечения хорошего теплового контакта образец помещался в центре медной пластины, являющейся одной из обкладок конденсатора. В данной конфигурации возможно возбуждение только некоторых мод образца.

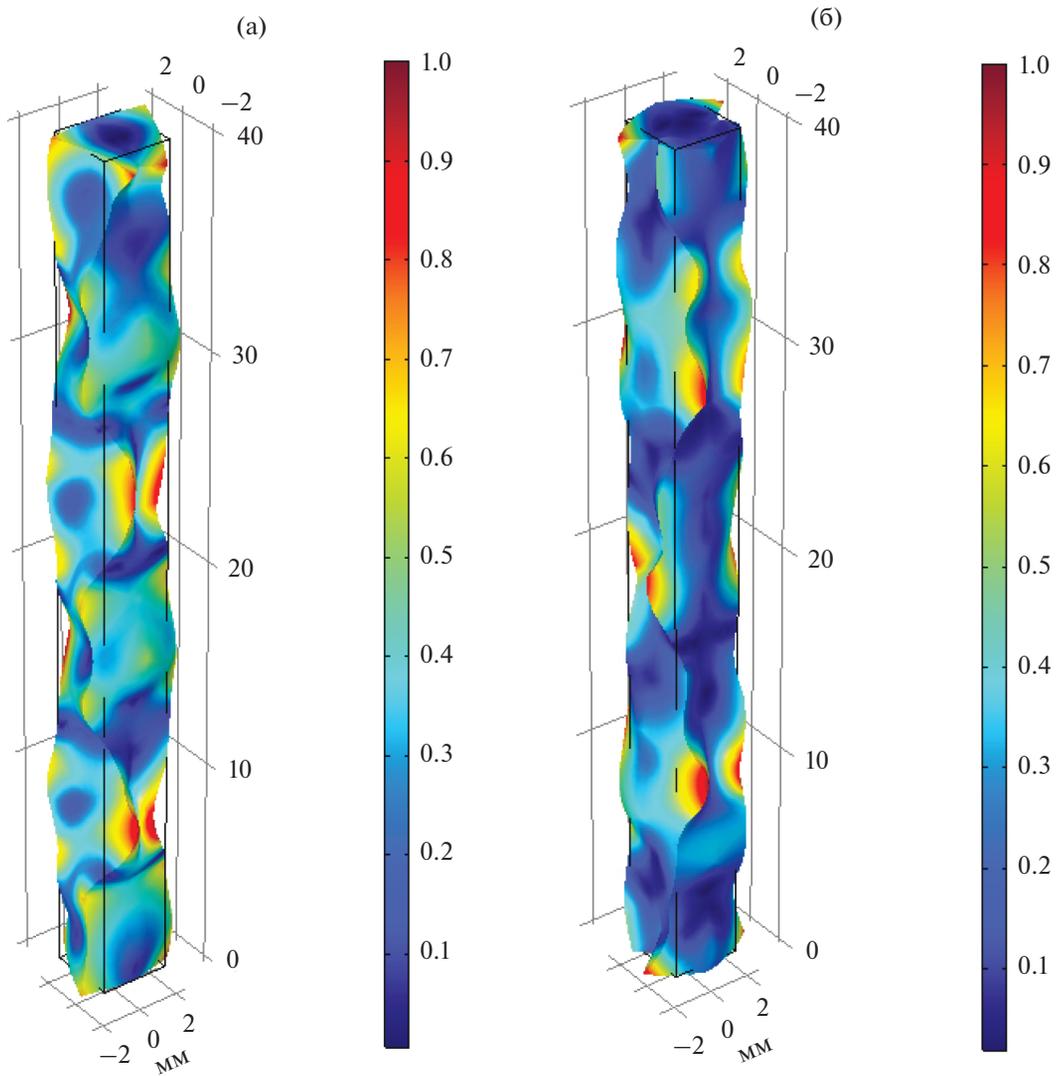
## РЕЗУЛЬТАТЫ

Для проведения измерений были выбраны 5 пьезоэлектрических резонансов на частотах (при температуре 293 К):  $Rf_1 = 149.547$  кГц,  $Rf_2 = 517.329$  кГц,  $Rf_3 = 755.123$  кГц,  $Rf_4 = 957.643$  кГц и  $Rf_5 = 1283.683$  кГц. На рис. 2 приведены характерные зависимости фазы  $\varphi$  и амплитуды  $|U_R|$  напряжения на нагрузочном резисторе вблизи пьезоэлектрического резонанса  $Rf_4$ .

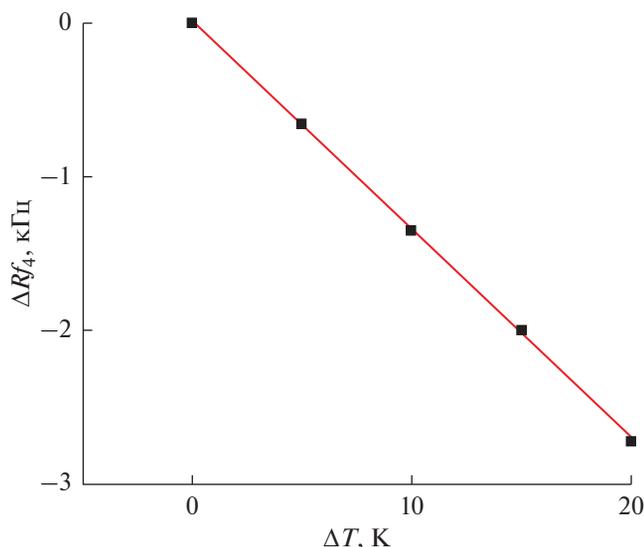
Для нахождения частот собственных колебаний образца использовался метод Рэлея–Ритца [27]. При математическом моделировании акустических мод кристалла кварца размерами  $3 \times 3 \times 40$  мм были получены моды на близких частотах 149.745, 516.182, 754.752, 954.459 и 1280.348 кГц. Для моделирования использовались физические параметры кварца, представленные в работе [28]. Отличие от экспериментально наблюдаемых мод связано с противоречивыми данными, представленными в мировой литературе (значения упругих постоянных отличаются не только абсолютными значениями, но и, в некоторых случаях, знаками) [29, 30]. На рис. 3 представлены результаты модели-



**Рис. 2.** Характерные зависимости (а) – фазы  $\varphi$  и (б) – амплитуды  $|U_R|$  напряжения на нагрузочном резисторе вблизи пьезоэлектрического резонанса с частотой  $Rf_4$  (при температуре 293 К).



**Рис. 3.** Результаты моделирования распределения колебаний точек среды для мод с частотами (а) –  $Rf_3$  и (б) –  $Rf_4$ .



**Рис. 4.** График зависимости изменения резонансной частоты  $Rf_4$  от температуры образца при однородном разогреве. Экспериментальные данные (обозначены квадратами) аппроксимированы прямой.

рования — нормированные распределения амплитуд смещений точек среды для мод с частотами  $Rf_3$  и  $Rf_4$ .

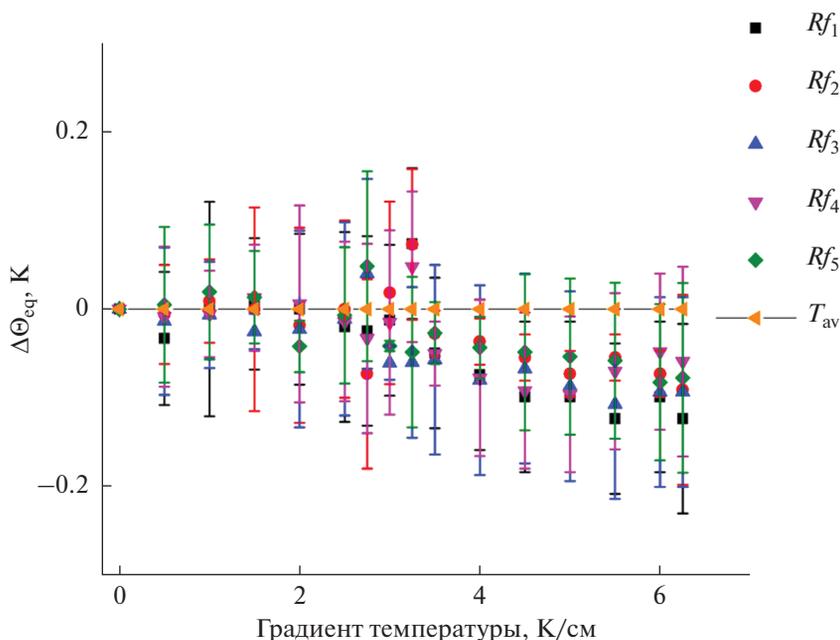
Для представленных пьезоэлектрических резонансов кристалла проводилась температурная калибровка в условиях однородного разогрева.

На рис. 4 представлен график зависимости изменения резонансной частоты от температуры образца при однородном разогреве для моды с частотой  $Rf_4$ . Точками обозначены экспериментальные данные, линией — аппроксимация экспериментальной зависимости.

Отметим, что в статье [31] показано, что отклонение от линейной зависимости частот собственных мод происходит при температуре около  $300^\circ\text{C}$ . В настоящей работе температура кварца не превышала  $50^\circ\text{C}$ .

Далее в кристалле создавался линейный градиент температуры таким образом, чтобы средняя термодинамическая температура кристалла оставалась постоянной (см. рис. 5). При создании линейного градиента температуры в образце значения изменения эквивалентной температуры кристалла определялись по частотам пьезоэлектрических резонансов  $Rf_1$ – $Rf_5$ . Отклонения значений эквивалентной температуры от средней температуры образца при различных градиентах приведены на рис. 5. Среднее значение температуры кристалла составляло  $298 \text{ K}$ .

В результате экспериментов было показано, что эквивалентная температура даже при наличии градиента температуры в образце находится в хорошем соответствии со средней термодинамической температурой образца. Аналогичное соответствие было получено при численном моделировании частот собственных акустических мод в



**Рис. 5.** График зависимости экспериментально измеренного отклонения эквивалентной температуры образца, определенной по различным пьезоэлектрическим резонансам, от средней термодинамической температуры при различных градиентах.

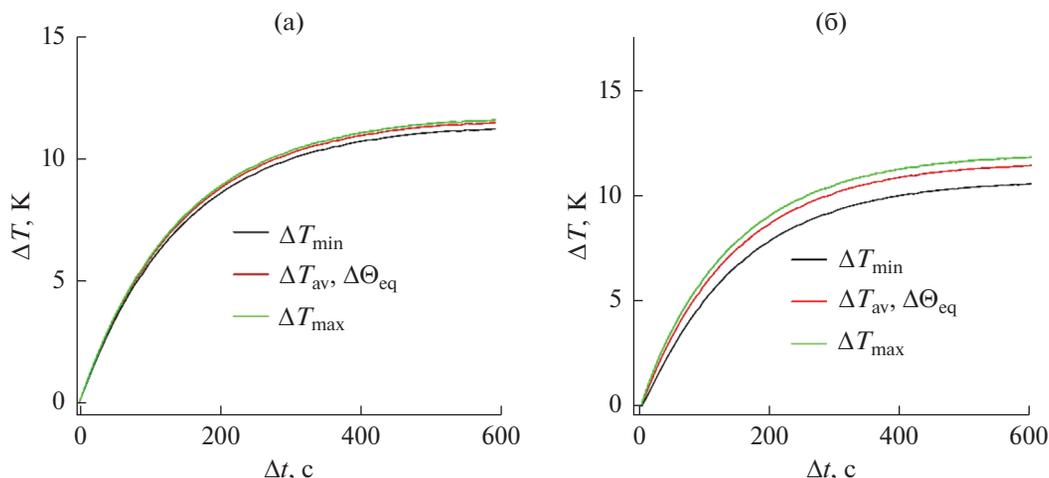


Рис. 6. График зависимостей минимальной, максимальной, средней и эквивалентной температур образца при его разогреве лазерным излучением мощностью 100 Вт при диаметрах луча (а) – 1 и (б) – 0.1 мм.

присутствии градиента температуры. Увеличение отклонения средней температуры от эквивалентной для больших градиентов вызвано ошибкой определения средней температуры образца в таких условиях. В этих случаях требуется прецизионная температурная калибровка резонансных частот образца в условиях однородного разогрева и более точный контроль распределения температуры в образце в условиях теплообмена с окружающим воздухом.

Из зависимости, представленной на рис. 5, можно заключить, что теоретические значения изменения усредненной термодинамической температуры и эквивалентной температуры находятся в хорошем соответствии друг с другом. Следовательно, можно сделать вывод, что экспериментально измеряемые кинетики эквивалентной температуры при разогреве образцов лазерным излучением корректно описывают изменение термодинамической температуры.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Было проведено численное моделирование разогрева лазерным излучением кристалла кварца в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами  $3 \times 3 \times 40$  мм. Изменение термодинамической температуры исследуемого образца определялось на основании решения уравнения (1). При расчетах учитывалась анизотропия параметров материала, в частности, теплопроводности образца. Мощность источника излучения составляла 100 Вт (при этом, из-за многократного отражения излучения от торцов кристалла, такая же величина мощности сосредоточена внутри образца). Профиль пучка являлся гауссовым, луч нор-

мально падал на торец ( $3 \times 3$  мм) кристалла. Коэффициент поглощения составлял  $10^{-3} \text{ см}^{-1}$ . На рис. 6 представлены графики зависимостей изменений минимальной ( $\Delta T_{\min}$ ), максимальной ( $\Delta T_{\max}$ ), средней ( $\Delta T_{\text{av}}$ ) и эквивалентной ( $\Delta \Theta_{\text{eq}}$ ) температур образца при разогреве лазерным излучением с диаметром луча 1 и 0.1 мм. Кинетики, соответствующие средней и эквивалентной температуре, совпадают.

Из графика, представленного на рис. 6, можно заключить, что значения изменения средней термодинамической температуры, как и эквивалентной температуры, находятся между максимальной и минимальной температурами образца, а кинетика изменения эквивалентной температуры, определенной по всем резонансам  $Rf_1 - Rf_5$ , полностью совпадает с кинетикой средней термодинамической температуры. Из этого можно заключить, что метод ПРЛК, предназначенный для прецизионного измерения малых коэффициентов оптического поглощения и рассеяния, позволяет корректно измерять изменение средней температуры облучаемого образца, а следовательно, и сами коэффициенты.

## ВЫВОДЫ

Результаты данной работы экспериментально и теоретически подтверждают, что измеряемым частотам собственных акустических мод образца при наличии в нем градиента температуры можно всегда поставить в соответствие характерные значения частот этих мод, измеренные в условиях однородного распределения температуры в образце. Это доказывает, что при наличии градиента температуры в образце его эквивалентная тем-

пература соответствует средней по объему термодинамической температуре. Следовательно, даже при наличии сильных температурных градиентов в исследуемых образцах понятие эквивалентной температуры может быть использовано для измерения малых коэффициентов оптического поглощения и рассеяния образцов произвольной формы и размеров, а также для измерения температуры поверхности оптических элементов, взаимодействующих с мощным лазерным излучением, при помощи пьезоэлектрических терморезонаторов. Ошибка измеренной эквивалентной температуры образца определяется, главным образом, точностью калибровки частот пьезоэлектрических резонансов в условиях однородного разогрева.

Работа выполнена в рамках темы госзадания.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Danese L., De Zotti G.* The relic radiation spectrum and the thermal history of the Universe // *La Rivista del Nuovo Cimento*. 1977. V. 7. P. 277–362.
2. *Slivinsky V.W., Ahlstrom H.G., Tirsell K.G., Larsen J., Glaros S., Zimmerman G., Shay H.* Measurement of the ion temperature in laser-driven fusion // *Phys. Rev. Lett.* 1975. V. 35. P. 1083
3. *Menne M.J., Williams C.N., Gleason B.E., Rennie J.J., Lawrimore J.H.* The global historical climatology network monthly temperature dataset, version 4 // *J. Climate*. 2018. V. 31. P. 9835–9854.
4. *Louchev O.A., Yu N.E., Kurimura S., Kitamura K.* Nanosecond pulsed laser energy and thermal field evolution during second harmonic generation in periodically poled LiNbO<sub>3</sub> crystals // *J. Appl. Phys.* 2005. V. 98. P. 113103.
5. *Sahm A., Uebernickel M., Paschke K., Erbert G., Tränkle G.* Thermal optimization of second harmonic generation at high pump powers // *Opt. Expr.* 2011. V. 19. P. 23029–23035.
6. *Foster J.D., Osterink L.M.* Thermal effects in a Nd:YAG laser // *J. Appl. Phys.* 1970. V. 41. P. 3656–3663.
7. *Girisun T.S., Dhanuskodi S.* Linear and nonlinear optical properties of tris thiourea zinc sulphate single crystals // *Cryst. Res. Technol: J Exp. Industr. Crystallography*. 2009. V. 44. P. 1297–1302.
8. *Moriya K.* Light scattering from defects in crystals: Scattering by dislocations // *Philosoph. Magaz.* B. 1991. V. 64. P. 425–445.
9. *Маненков А.А., Прохоров А.М.* Лазерное разрушение прозрачных твердых тел // *Успехи физ. наук*. 1986. Т. 148. С. 179–211.
10. *Hordvik A.* Measurement techniques for small absorption coefficients: recent advances // *Appl. Opt.* 1977. V. 16. P. 2827–2833.
11. ISO 11551: Test method for absorptance of optical laser components. 2003.
12. *Willamowski U., Ristau D., Welsch E.* Measuring the absolute absorptance of optical laser components // *Appl. Opt.* 1998. V. 37. P. 8362–8370
13. *Bezancón F., Mangin J., Strimer P., Maglione M.* Accurate determination of the weak optical absorption of piezoelectric crystals used as capacitive massive bolometers // *IEEE J. Quant. Electron.* 2001. V. 37. P. 1396–1400.
14. *Грищенко И.В., Стирманов Ю.С., Коняшкин А.В., Рябушкин О.А.* Исследование влияния ионной проводимости на коэффициент оптического поглощения кристаллов трибората лития при воздействии высокоинтенсивного непрерывного лазерного излучения // *Опт. Спектр*. 2020. Т. 128. С. 1258–1263.
15. *Зеленка И.* Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах. М.: Мир, 1990. 584 с.
16. *Крохмаль А.А., Николаев Д.А., Цысарь С.А., Сапожников О.А.* Создание эталонной плоской ультразвуковой волны в жидкости с помощью плоского пьезоэлектрического преобразователя большого волнового размера // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. С. 475–488.
17. *Anisimkin V.I., Verona E., Kuznetsova A.S., Osipenko V.A.* Acoustic wave propagation along piezoelectric plate coated with piezoelectric films // *Acoust. Phys.* 2019. V. 65. P. 171–177.
18. *Квашнин Г.М., Сорокин Б.П., Бурков С.И.* Возбуждение поверхностных акустических волн и волн Лэмба на СВЧ в пьезоэлектрической слоистой структуре на основе алмаза // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. С. 45–54.
19. *Анисимкин В.И., Воронова Н.В.* Особенности генерации нормальных акустических волн высших порядков в тонких пьезоэлектрических пластинах // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. С. 3–7.
20. *Ryabushkin O.A., Myasnikov D.V., Konyashkin A.V., Tyrtushnyy V.A.* Piezoelectric resonance calorimetry of nonlinear-optical crystals under laser irradiation // *Proc. SPIE*. 2013. V. 8847. P. 88470Q-1.
21. *Varshni Y.P.* Temperature dependence of the elastic constants // *Phys. Rev. B*. 1970. V. 2. P. 3952–3958.
22. *Kovalenko N.V., Aloian G.A., Konyashkin A.V., Ryabushkin O.A.* Equivalent surface temperature of optical elements interacting with laser irradiation // *KnE Energy*. 2018. V. 2018. P. 32–37.
23. *Aloian G., Kovalenko N., Shebarshina I., Konyashkin A., Ryabushkin O.* Absorptance testing of massive nonlinear optical crystal boules of polyhedron shape // *Nonlin. Opt. Applic.* 2018. V. 10684. P. 106841N.
24. *Demkin A.S., Nikitin D.G., Ryabushkin O.A.* Changing of optical absorption and scattering coefficients in nonlinear-optical crystal lithium triborate before and after interaction with UV-radiation // *Proc. SPIE*. 2016. V. 9894. P. 98941U.
25. *Vershinin O.I., Konyashkin A.V., Ryabushkin O.A.* Anisotropy of nonlinear optical absorption of LBO crystals at 355 nm // *Opt. Lett.* 2018. V. 43. P. 58–61.

26. *Ryabushkin O.A., Myasnikov D.V., Konyashkin A.V.* Novel method for identification of intrinsic vibration modes in piezoelectric crystals // *J. Phys.: Conf. Series.* 2014. V. 510. P. 012036.
27. *Migliori A., Sarrao J.L.* Resonant Ultrasound Spectroscopy. New York: John Wiley and Sons Inc, 1997. 201 p.
28. *Ogi H., Ohmori T., Nakamura N., Hirao M.* Elastic, anelastic, and piezoelectric coefficients of  $\alpha$ -quartz determined by resonance ultrasound spectroscopy // *J. Appl. Phys.* 2006. V. 100. P. 053511.
29. *Labéguerie P., Harb M., Baraille I., Rérat M.* Structural, electronic, elastic, and piezoelectric properties of  $\alpha$ -quartz and MXO<sub>4</sub> (M = Al, Ga, Fe; X = P, As) isomorph compounds: A DFT study // *Phys. Rev. B.* 2010. V. 81(4). P. 045107.
30. *Calderon E., Gauthier M., Decremps F., Hamel G., Syfosse G., Polian A.* Complete determination of the elastic moduli of  $\alpha$ -quartz under hydrostatic pressure up to 1 GPa: an ultrasonic study // *J. Phys.: Condens. Matter.* 2007. V. 19. P. 436228.
31. *Ohno I., Harada K., Yoshitomi C.* Temperature variation of elastic constants of quartz across the  $\alpha$ - $\beta$  transition // *Phys Chem. Minerals.* 2006. V. 33. P. 1–9.

## ВНУТРЕННИЕ ТЕПЛОВЫЕ ЭФФЕКТЫ В АКСИАЛЬНОМ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ДЕФЛЕКТОРЕ НА БАЗЕ ПАРАТЕЛЛУРИТА

© 2022 г. С. Н. Антонов<sup>а</sup>, \*, Ю. Г. Резвов<sup>б</sup>, \*\*

<sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, пл. Введенского 1, Московская обл., Фрязино, 141190 Россия

<sup>б</sup>Новомосковский институт Российского химико-технологического университета им. Д.И. Менделеева, ул. Дружбы 8, Тульская обл., Новомосковск, 301665 Россия

\*e-mail: olga-ant@yandex.ru

\*\*e-mail: rezvovuyug@mail.ru

Поступила в редакцию 24.04.2021 г.

После доработки 19.11.2021 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Экспериментально исследована тепловая угловая девиация нулевого и рабочего порядков в аксиальном акустооптическом дефлекторе на базе парателлуриита при управляющей мощности до 6.5 Вт в непрерывном режиме. Зональные измерения (у преобразователя, в середине и у поглотителя звука) проведены при вариантах дифракции в +1 и –1 рабочий порядки и показали линейную зависимость угловой девиации от управляющей мощности. Предложено качественное описание девиации рабочего порядка как совместного действия двух факторов: 1) отклонения нулевого порядка при прохождении двух тепловых оптически более плотных призм, прилегающих к преобразователю и поглотителю звука, 2) уменьшения угла дифракции из-за роста скорости звука при нагреве кристалла. При этом неоднородность температурного поля не позволяет однозначно разделить вклады этих факторов в усредненную девиацию рабочего порядка. Показано, что технология жидкостного контакта между тыльной поверхностью пьезопреобразователя и корпусом повышает стабильность параметров дефлектора при прохождении света в зоне, прилегающей к преобразователю. Обнаружено, что при дифракции в +1 порядок между пьезопреобразователем и поглотителем существует зона с минимальной величиной тепловой девиации. Это объясняется взаимной компенсацией девиации нулевого порядка (в поле теплового оптического клина от поглотителя) и фактором увеличения скорости звука.

*Ключевые слова:* анизотропная акустооптическая дифракция, акустооптический дефлектор, аксиальная геометрия, парателлуриит, тепловые эффекты

DOI: 10.31857/S0320791922050057

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Для управления характеристиками оптического излучения используются разные физические эффекты. Акустооптические (АО) методы основаны на модуляции оптических параметров среды в поле акустической волны [1–8]. Принципиальными достоинствами АО-приборов являются: возможность управления интенсивным лазерным излучением, высокое быстродействие, отсутствие механически перемещаемых элементов, малые вносимые световые потери, небольшие габариты и вес. В настоящее время АО-технологии применяются для модуляции добротности лазерного резонатора, селекции импульсов фемтосекундных лазеров, переключения каналов в системах волоконно-оптической связи, углового сканирования (АО-дефлекторы), формирования много-

лучевого поля при лазерном нанесении изображений, сдвига оптической частоты и других задач.

Основным материалом современных АО-приборов является парателлуриит ( $\alpha$ -TeO<sub>2</sub>). Этот кристалл прозрачен в диапазоне от 0.35 до 5 мкм, имеет высокую лучевую стойкость и феноменально большую величину АО качества (при дифракции на медленной сдвиговой акустической моде). Развита технология производства больших однородных кристаллов размером до 50–80 мм [9–11]. Большая акустическая анизотропия парателлуриита вызывает ряд акустических эффектов и способна заметно влиять на характеристики АО-устройств [12–18].

Существенной проблемой в АО-системах (в том числе на основе парателлуриита) является влияние тепловых эффектов на стабильность основных параметров [19–28]. В частности, этот фак-

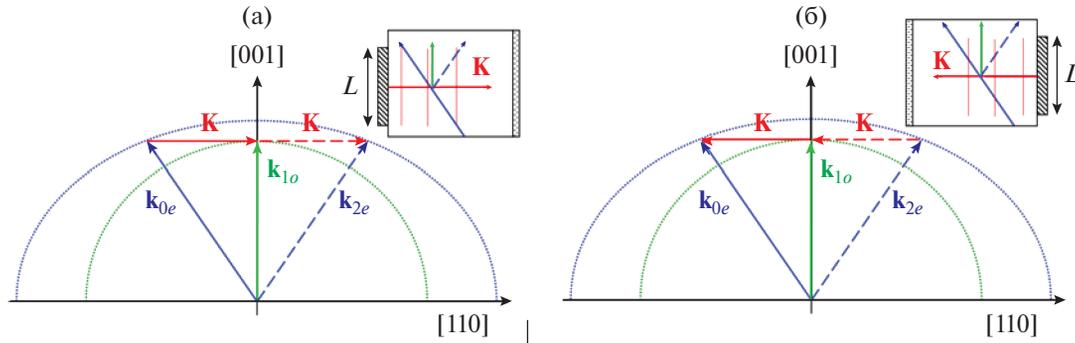


Рис. 1. Векторная диаграмма и условная схема аксиального АО-дефлектора на основе парателлуриита при дифракции (а) – в +1 и (б) – –1 порядок.

тор ухудшает качество при лазерной обработке материалов. В работе [29] исследована тепловая девиация параметров типичного неаксиального АО-дефлектора на базе парателлуриита. В этом случае волновой вектор ультразвукового пучка составляет небольшой угол ( $\alpha = 6^\circ$  в цитируемой работе) с осью [110]. Так как фазовая скорость используемой звуковой моды сильно зависит от угла  $\alpha$ , возникает явление “сноса” – отклонение направления распространения энергии от волнового вектора (при  $\alpha = 6^\circ$  величина сноса равна  $45^\circ$ ), что вынуждает увеличивать размеры кристалла  $\text{TeO}_2$ .

Недавно показано [30], что для формирования многолучевого поля в системах лазерной обработки материалов перспективно использование аксиальной ( $\alpha = 0^\circ$ ) геометрии АО взаимодействия в парателлуриите. Целью настоящей работы является исследование тепловой стабильности пространственных параметров аксиального АО-дефлектора на базе парателлуриита в одночастотном режиме.

## 2. МЕТОДЫ

### 2.1. Аксиальная дефлекторная геометрия в парателлуриите

При аксиальной АО-дифракции в парателлуриите звук направлен вдоль оси [110], а взаимодействующие световые волны распространяются под малыми углами к оптической оси [001]. Геометрия имеет следующие важные особенности. Во-первых, скорость используемой акустической моды уникально низкая ( $v_s = 617$  м/с), что обеспечивает в этой геометрии наивысшее значение АО-качества  $M_2$ . Во-вторых, звук распространяется без сноса, что уменьшает размер АО-устройства. Фактически, размер кристалла вдоль оси [001] определяется длиной преобразователя  $L$ . В-третьих, использование этой геометрии для углового сканирования ограничивает повторная

дифракция (двухфоновый процесс). На рис. 1 отражены эти основные особенности.

Парателлуриит является оптически активным кристаллом, поэтому вблизи оси [001] оптические моды “расщепляются”. Величина зазора между волновыми поверхностями в приосевой области почти постоянна, хотя сильно зависит от длины световой волны. Это дает возможность реализовать дефлекторную геометрию: волновые векторы звука ( $\mathbf{K}$ ), падающего света ( $\mathbf{k}_{0e}$  – необыкновенная мода) и дифрагированного света ( $\mathbf{k}_{\pm 1o}$  – обыкновенная мода) образуют прямоугольный треугольник в центре диапазона пропускания. На рисунке отражены два возможных варианта реализации дефлекторной геометрии, когда рабочим является +1 или –1 порядок. Для перехода от одного варианта к другому достаточно развернуть АО-дефлектор в плоскости дифракции на  $180^\circ$ . Повторная дифракция возникает, когда рабочий порядок направлен почти по оптической оси и между ним и следующим порядком ( $\mathbf{k}_{\pm 2e}$  – необыкновенная мода) становится эффективной перекачка энергии [31]. Это приводит к падению эффективности для рабочего порядка в центре полосы пропускания.

### 2.2. Конструкция АО-дефлектора

Для экспериментов использовался акустооптический аксиальный дефлектор следующей конструкции (рис. 2). Звук возбуждает прямоугольный пьезопреобразователь сдвиговых колебаний из ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ) с длиной  $L = 5$  мм (размер по оси [001]) и шириной  $H = 4$  мм. Технология акустического контакта (акустического согласования преобразователя и  $\text{TeO}_2$ ) обеспечивает акустическую полосу 20–50 МГц при КСВ  $< 2$  и потери на преобразование 2–2.4 дБ [32, 33]. Кристалл  $\text{TeO}_2$  приклеен к латунному корпусу, вертикальная стенка держателя находится в контакте с тыльной поверхностью пьезопреобразователя через слой жидкости толщиной 5–10 мкм.

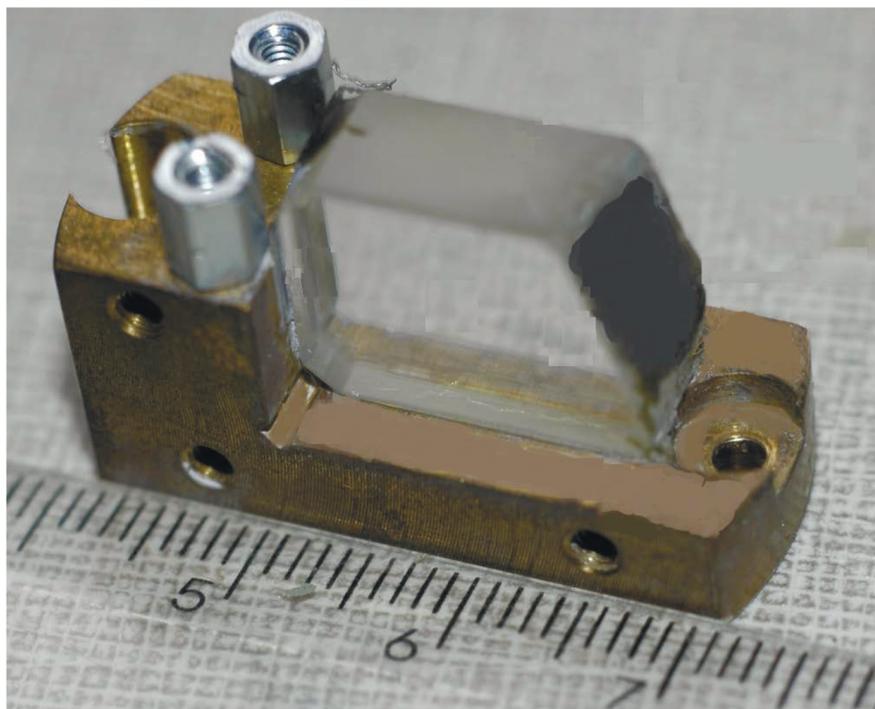


Рис. 2. Внешний вид АО-дефлектора.

Жидкостный контакт обеспечивает эффективный отвод тепла от пьезопреобразователя при его акустической изоляции [34, 35]. На противоположном торце кристалла нанесен поглотитель звука в виде эпоксидного слоя. Данная конструкция позволяет использовать АО-дефлектор в непрерывном режиме с мощностью радиосигнала до 7 Вт.

### 2.3. Измерительная установка

На рис. 3 представлена схема измерительной установки. Лазерный луч (длина волны  $\lambda = 0.63$  мкм) на входе в АО-дефлектор имел апертуру 2.5 мм и расходимость  $\Theta = 0.7$  мрад. Эксперимент проводился на фиксированной частоте звука  $f = 33$  МГц, не попадающей в область эффективной повторной дифракции. С учетом геометрии взаимодействия угол (в воздухе) между падающим светом и рабочим порядком определяется соотношением  $\varphi = \lambda f / v_s$ , что составило в данном случае величину 34 мрад. Измеритель профиля мощности, расположенный в фокальной плоскости линзы, регистрировал диаметр светового пятна  $D$  и его смещение  $\Delta d$ , вызванное тепловыми эффектами. Измерения проводились для падающего и дифрагированного лучей в диапазоне подводимой непрерывной мощности управления до 6.5 Вт. По смещению пятна рассчитывалось угловое смещение  $\Delta\theta$  каждого из лучей, что с учетом вариантов, представленных на рис. 1, дало четыре серии из-

мерений. Кроме того, в каждой серии для взаимодействия использовались три зоны кристалла: у преобразователя (1), в середине (2), у поглотителя звука (3). Условная схема измерений представлена на рис. 4. Знаки “+” и “-” отмечают положительную и отрицательную угловую девиацию лучей, при этом отклонение дифракционного порядка от падающего принято положительным.

В процессе измерений положения лазера и приемной аппаратуры были неизменными, менялось продольное положение дефлектора и его ориентация.

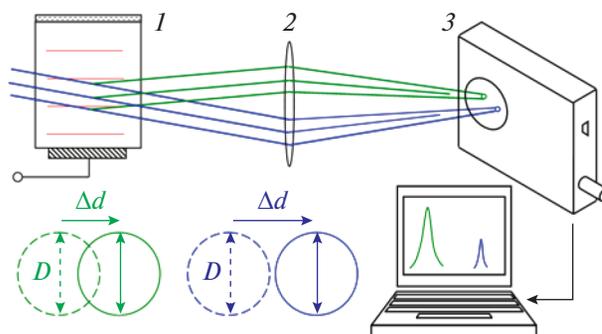


Рис. 3. Схема установки. 1 – АО-дефлектор, 2 – линза, 3 – измеритель профиля луча.

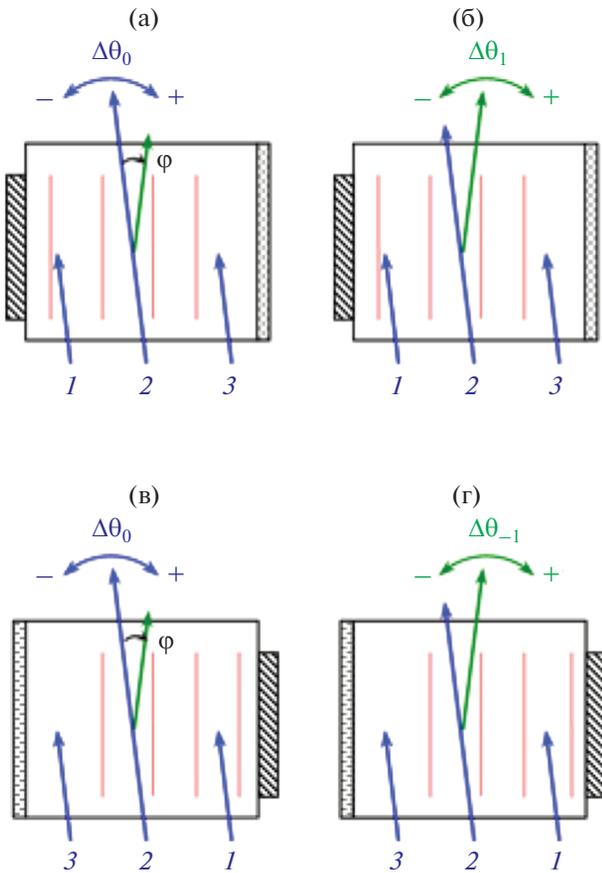


Рис. 4. (а, в) – Схема зональных измерений угловой девиации падающего и (б, г) – дифрагированного лучей при дифракции в +1 порядок (а, б) и –1 порядок (в, г).

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Практически значимым является отношение углового смещения к полной расходимости света  $\Delta\theta/\Theta$ . Зависимость этого параметра от подводимой мощности  $P$  представлена на рис. 5.

Зональные измерения проводились с некоторой погрешностью положения, поэтому рис. 5а и 5в не являются полностью идентичными при замене знака девиации. Все представленные на рис. 5 данные хорошо аппроксимируются линейной зависимостью.

### 4. ОБСУЖДЕНИЕ

При анализе и интерпретации экспериментальных данных будем считать, что наблюдаемые эффекты обусловлены температурной зависимостью показателей преломления и скорости звука, а также неоднородностью температурного поля в кристалле.

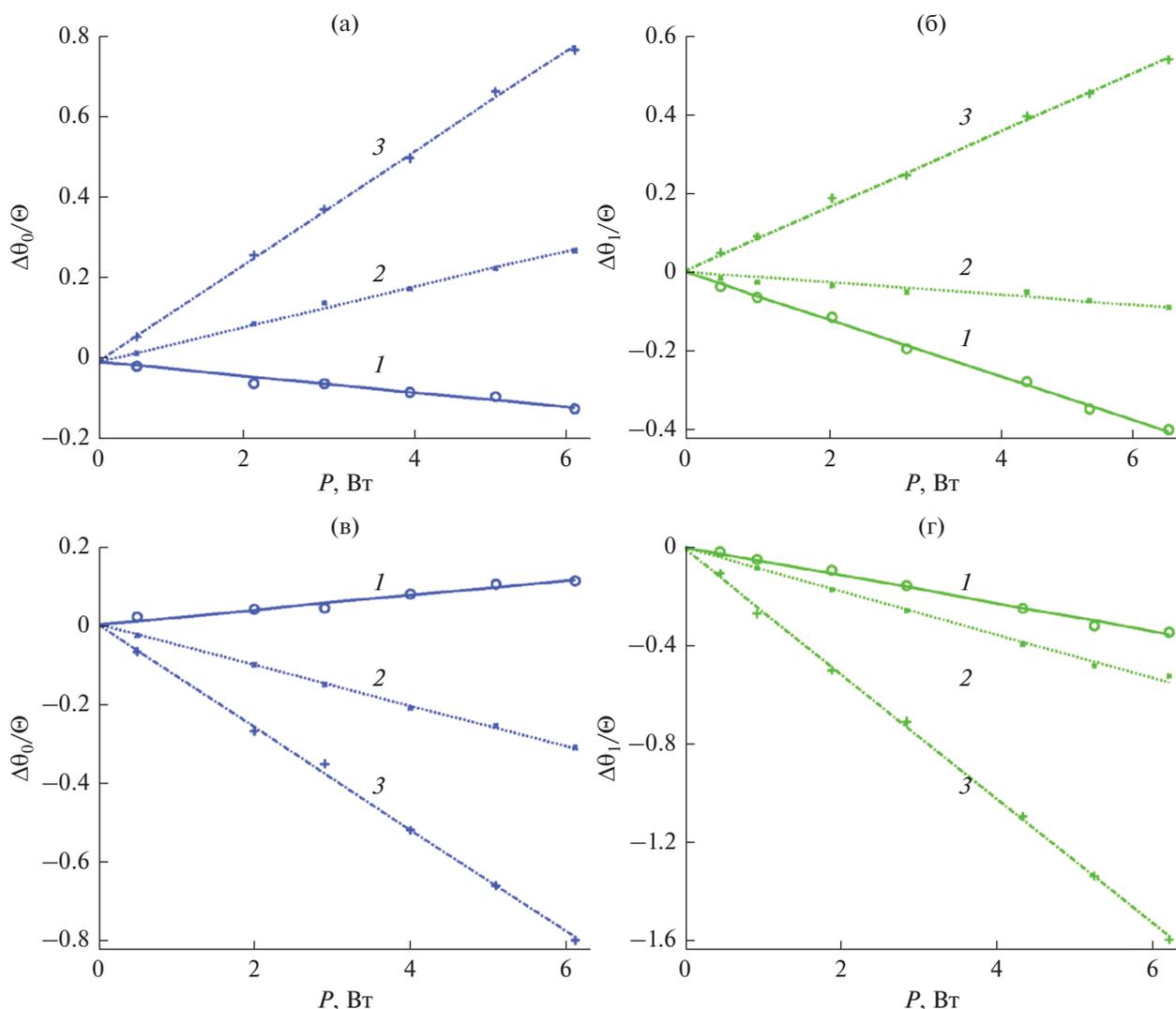
Значения термооптических и термоакустических коэффициентов разнятся [26, 36–42], но вполне определено в условиях эксперимента по-

казатели преломления и скорость звука растут при нагревании:  $dn_{o,e}/dT > 0$ ,  $dv_s/dT > 0$ . Нагрев кристалла вызван выделением тепла у пьезопреобразователя и в поглотителе звука, при этом диссипацию звука в самом кристалле полагаем малой. Для оценки температуры в зонах кристалла, прилегающих к пьезопреобразователю и поглотителю, используем результаты работы [29, рис. 6]. В этом случае для неаксиального дефлектора на базе парателлурида была получена зависимость параметра  $\Delta\theta_1/\Theta$  от температуры кристалла при внешнем нагреве и малой управляющей мощности  $P = 0.1$  Вт. Предполагая определенную схожесть результатов, можно (из рис. 5б, 5г) оценить, что при мощности 6 Вт температура в зоне преобразователя около  $28^\circ\text{C}$ , а у поглотителя –  $70^\circ\text{C}$ . Видно, что основным источником нагрева кристалла является поглотитель звука, а не преобразователь. Очевидно, это следствие эффективного теплоотвода через жидкостный контакт.

Парателлурит имеет относительно небольшую теплопроводность, поэтому два торцевых источника тепла (с учетом теплового потока через боковые грани кристалла) вызывают образование двух тепловых оптических призм. Рост показателя преломления с температурой делает эти призмы оптически более плотными. Как видно из рис. 5а, 5в, из-за сильного нагрева у поглотителя (зона 3) возникает более протяженная призма, ее отклоняющий угол также больше. Как у преобразователя, так и у поглотителя нулевой порядок отклоняется в сторону торцов кристалла, что показано на рис. 6а, 6в.

Так как температурное поле неоднородное, возникающие оптические призмы также являются неоднородными. Поэтому парциальные лучи, составляющие сколиммированный падающий свет с большой апертурой, имеют разную величину девиации. В результате угол расходимости и нулевого и дифракционного порядков увеличивается, размер пятна в фокальной плоскости линзы растет, форма пятна искажается.

Рассмотрим дифракцию отдельного парциального луча. Так как отклонение рабочего  $\pm 1$  порядка от падающего света равно  $\varphi = \lambda f/v_s$ , то девиация  $\Delta\theta_{\pm 1}$  этого порядка является суммой девиации  $\Delta\theta_0$  нулевого порядка и величины  $\Delta\varphi$ , возникающей при тепловом изменении скорости звука:  $\Delta\theta_{\pm 1} = \Delta\theta_0 + \Delta\varphi$ . Вне зависимости от зоны и от ориентации кристалла, нагрев увеличивает скорость звука, и поэтому уменьшает угол  $\varphi$ , то есть  $\Delta\varphi < 0$  (но величина уменьшения зависит от места прохождения света). В результате девиация рабочего порядка складывается из отрицательной величины  $\Delta\varphi$ , зависящей только от места входа светового пучка, и девиации  $\Delta\theta_0$ , величина и знак которой зависят как от положения пучка, так и от выбранного варианта дифракции. Следовательно-

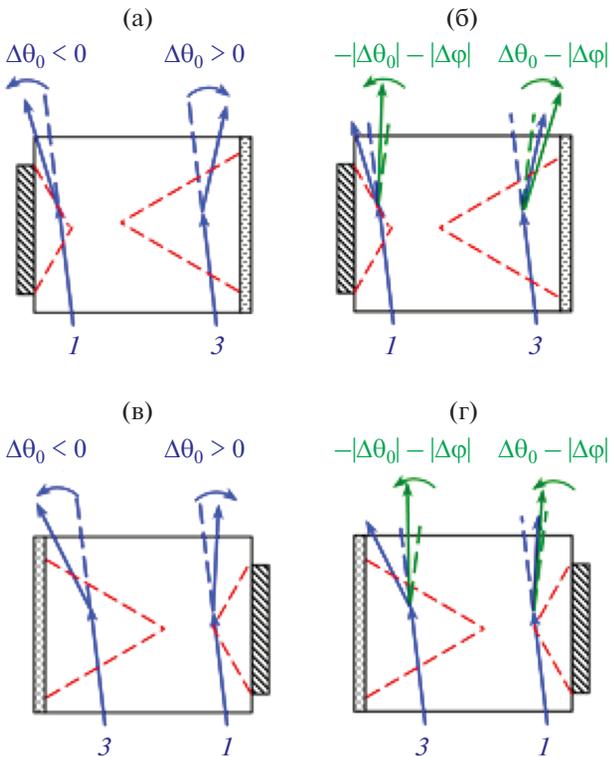


**Рис. 5.** (а, в) – Угловая девиация падающего и (б, г) – дифрагированного лучей при дифракции (а, б) – в +1 порядок и (в, г) – -1 порядок. 1, 2, 3 – номера зон, символы (о, ×, +) – экспериментальные данные, прямые – линейный тренд.

но, эти эффекты могут усиливать или ослаблять друг друга. Рис. 6б, 6г иллюстрирует девиацию рабочего порядка в крайних зонах кристалла. Отмеченная неоднородность температурного поля искажает результат дифракции широкого пучка, составленного из большого количества парциальных лучей. Поэтому далее величины  $\Delta\theta_0$ ,  $\Delta\phi$ ,  $\Delta\theta_{\pm 1}$  следует понимать как результат усреднения по апертуре света.

Из рис. 5 и 6 следует, что зональное поведение различается при дифракции в +1 или в -1 рабочий порядок. В первом случае, в прилегающей к преобразователю области (зона 1) действие оптического клина суммируется с влиянием увеличения скорости звука. Девиация  $\Delta\theta_1 = -|\Delta\theta_0| - |\Delta\phi|$  является отрицательной, при этом ее небольшая величина есть следствие хорошего теплоотвода через жидкостный контакт. При удалении падаю-

щего света от преобразователя воздействие фактора клина меняет знак, и у поглотителя девиация  $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_0 - |\Delta\phi|$  положительная (зона 3, плохой теплоотвод, высокая температура). Очевидно, что между преобразователем и поглотителем можно найти положение с близкой к нулю девиацией. Это можно объяснить следующим образом. Выделение тепла у торцов кристалла приводит к тому, что градиент температуры по ходу звуковой волны меняет знак и в какой-то точке обращается в ноль. Область за этой точкой (по ходу звука, ближе к поглотителю) ведет себя как слабый оптический клин, вносящий слабую положительную девиацию в нулевой порядок. В результате в этой области  $\Delta\theta_0 - |\Delta\phi| \cong 0$ , причем с ростом мощности оба фактора растут, сохраняя режим компенсации. Важно, что в этом режиме область взаимодействия имеет небольшую тепловую не-



**Рис. 6.** (а, в) – Качественная схема зональной угловой девиации падающего и (б, г) – дифрагированного лучей при дифракции в +1 порядок (а, б) и –1 порядок (в, г).

однородность, и угловой спектр мощности взаимодействующих световых пучков будет искажен минимально.

Во втором случае, в первой зоне происходит частичная компенсация действия обоих факторов, при этом девиация  $\Delta\theta_{-1} = \Delta\theta_0 - |\Delta\phi|$  остается отрицательной. При удалении луча от преобразователя, действие оптического клина меняет знак, отрицательная девиация  $\Delta\theta_{-1}$  усиливается. Аналогично дифракции в +1 порядок, можно было ожидать области с нулевой девиацией ближе к преобразователю, если бы прилегающий оптический клин сильнее отклонял падающий свет. Очевидно, что этому препятствует хороший теплоотвод от преобразователя. Из этого можно заключить, что вариант дифракции в +1 порядок вносит меньшие искажения относительно другого варианта именно из-за особенностей конструкции АО-дефлектора.

Усредненный характер величин  $\Delta\theta_0$ ,  $\Delta\phi$ ,  $\Delta\theta_{\pm 1}$  не позволяет однозначно разделить вклады двух рассмотренных факторов в девиацию рабочего порядка.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Экспериментально исследована тепловая угловая девиация нулевого и рабочего порядков в

аксиальном акустооптическом дефлекторе на базе парателлуриата при управляющей мощности до 6.5 Вт в непрерывном режиме. Измерения проведены в трех зонах кристалла (у преобразователя, в середине и у поглотителя звука) при вариантах дифракции в +1 и –1 рабочий порядок. Показано, что величина девиации во всех рассмотренных случаях линейно зависит от управляющей мощности.

2. Предложено качественное описание девиации рабочего порядка как совместного действия двух факторов. Первый – отклонение нулевого порядка при прохождении двух оптически более плотных призм, возникающих из-за выделения тепла в преобразователе и поглотителе звука. Как у преобразователя, так и у поглотителя нулевой порядок отклоняется в сторону торцов кристалла, поэтому знак и величина этого эффекта зависит от положения апертуры на входной грани кристалла. Второй – уменьшение угла дифракции из-за роста скорости звука при нагреве кристалла. В этом случае от положения зависит только величина эффекта, без изменения знака. Вследствие неоднородности температурного поля отдельные парциальные лучи, составляющие сколлимированный падающий свет, имеют разную величину девиации. В результате угол расходимости и нулевого и дифракционного порядков увеличивается, что не позволяет однозначно разделить вклады двух рассмотренных факторов в усредненную девиацию рабочего порядка.

3. Экспериментально подтверждены и качественно объяснены практически значимые факты. Во-первых, жидкостный контакт между тыльной поверхностью пьезопреобразователя и латунным корпусом обеспечивает эффективный отвод тепла от пьезопреобразователя при его акустической изоляции. Это уменьшает неоднородность температурного поля и повышает стабильность параметров АО-дефлектора в обоих вариантах дифракции при прохождении света через прилегающую к преобразователю область. Во-вторых, при дифракции в +1 порядок между пьезопреобразователем и поглотителем существует зона с минимальной величиной тепловой девиации. Это объясняется взаимной компенсацией положительной девиации нулевого порядка (в поле теплового оптического клина от поглотителя) и отрицательной девиации из-за увеличения скорости звука. При дифракции в –1 порядок такой зоны нет, так как эффективный теплоотвод через жидкостный контакт делает тепловой оптический клин, прилегающий к преобразователю, слишком слабым. Таким образом, в рассмотренной конструкции АО-дефлектора предпочтительным является вариант дифракции в +1 порядок.

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

Авторы благодарят Благотворительный Фонд Андрея Мельниченко (The Andrey Melnichenko Foundation) за помощь в проведении данного исследования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Магдич Л.Н., Молчанов В.Я.* Акустооптические устройства и их применение. М.: Сов. радио, 1978. 112 с.
2. *Sapriel J.* Acousto-Optics. N.Y.: Wiley, 1979. 126 p.
3. *Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е.* Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985. 280 с.
4. *Корнел А.* Акустооптика. М.: Мир, 1993.
5. *Xu J., Stroud R.* Acousto-optic devices. N.Y.: Wiley, 1992.
6. Design and fabrication of acousto-optic devices / Ed. *Goutzoulis A.P.* and *Pape D.R.* N.Y.: Marcel Dekker, 1988. 496 p.
7. *Задорин А.С.* Динамика акустооптического взаимодействия. Томск: Томский гос. ун-т, 2004. 351 с.
8. *Молчанов В.Я., Китаев Ю.И., Колесников А.И., Нарвер В.Н., Розенштейн А.З., Солодовников Н.П., Шаповаленко К.Г.* Теория и практика современной акустооптики. М.: МИСиС, 2015.
9. *Yaoqing Chu, Yaogang Li, Zengwei Ge, Guoqing Wu, Hongzhi Wang.* Growth of the high quality and large size paratellurite single crystals // *J. Crystal Growth.* 2006. V. 295. № 2. P. 158–161. <https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2006.08.009>
10. *Скворцова Н.П., Ломонов В.А., Виноградов А.В.* Рост и механические свойства монокристаллов парателлурифта при высоких температурах // *Кристаллография.* 2011. Т. 56. № 1. С. 72–76.
11. *Kokh A.E., Shevchenko V.S., Vlezko V.A., Kokh K.A.* Growth of TeO<sub>2</sub> single crystals by the low temperature gradient Czochralski method with nonuniform heating // *J. Crystal Growth.* 2013. V. 384. P 1–4. <https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2013.08.027>
12. *Антонов С.Н., Кузнецова Е.В., Миргородский В.И., Проклов В.В.* Акустооптические исследования распространения медленной акустической волны в TeO<sub>2</sub> // *Акуст. журн.* 1982. Т. 28. № 4. С. 433–437.
13. *Белый В.Н., Казак Н.С., Павленко В.К., Катранжи Е.Г., Курилкина С.Н.* Особенности распространения пучков квазипоперечных упругих волн в кристалле парателлурифта // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 2. С. 156–161.
14. *Declercq N.F., Polikarpova N.V., Voloshinov V.B., Leroy O., Degrieck J.* Enhanced anisotropy in Paratellurite for inhomogeneous waves and its possible importance in the future development of acousto-optic devices // *Ultrasonics.* 2006. V. 44. Supplement. P. e833–e837. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2006.05.113>
15. *Антонов С.Н., Вайнер А.В., Проклов В.В., Резвов Ю.Г.* Влияние пространственной структуры звукового поля на брэгговскую акустооптическую дифракцию в условиях сильной акустической анизотропии // *Журн. техн. физ.* 2010. Т. 80. № 3. С. 97–106.
16. *Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В.* Акустооптическое исследование необычных случаев отражения объемных упругих волн в кристалле парателлурифта // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 1. С. 121–131.
17. *Балакший В.И., Манцевич С.Н.* Распространение акустических пучков в кристалле парателлурифта // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 5. С. 600–609.
18. *Naumenko N.F., Yushkov K.B., Molchanov V.Y.* Extreme acoustic anisotropy in crystals visualized by diffraction tensor // *The European Physical Journal Plus.* 2021. T. 136. № 1. Art. No 95. <https://doi.org/10.1140/epjp/s13360-021-01072-0>
19. *Balakshy V., Voloshinov V., Karasev V., Molchanov V., Semenov V.* Compensation of thermal effects in acousto-optic deflector // *Proceedings of SPIE.* V. 2713. The International Society for Optical Engineering Bellingham, 1996. P. 164–171.
20. *Tretiakov S., Grechishkin R., Kolesnikov A., Kaplunov I., Yushkov K., Molchanov V., Linde B.B.J.* Characterization of temperature field distribution in large-size paratellurite crystals applied in acousto-optic devices // *Acta Physica Polonica A.* 2015. V. 127. № 1. P. 72–74. <https://doi.org/10.12693/APhysPolA.127.72>
21. *Белюсов А.П., Белоусов П.Я., Борыняк Л.А.* Интерференционные измерения динамики температуры в твердотельных акустооптических модуляторах // *Известия Томского политехнического университета.* 2014. Т. 325. № 2. С. 137–142.
22. *Манцевич С.Н., Юхневич Т.В., Волошинов В.Б.* Исследование влияния температуры на функционирование акустооптических фильтров // *Оптика и спектроскопия.* 2017. Т. 122. № 4. С. 694–700.
23. *Zarubin V., Yushkov K., Chizhikov A., Molchanov V., Tretiakov S., Kolesnikov A., Cherepetskaya E., Karabutov A.* Laser-ultrasonic imaging for evaluation of temperature fields in paratellurite optical crystal // *Proc. Meetings on Acoustics.* 2018. V. 32. № 1. P. 032002-1–032002-5. <https://doi.org/10.1121/2.0000722>
24. *Zarubin V.P., Yushkov K.B., Chizhikov A.I., Makarov O.Yu., Molchanov V.Ya., Tretiakov S.A., Kolesnikov A.I., Cherepetskaya E.B., Karabutov A.* Laser-ultrasonic temperature mapping of an acousto-optic dispersive delay line // *NDT and E International.* 2018. V. 98. P. 171–176. <https://doi.org/10.1016/j.ndteint.2018.05.010>
25. *Mantsevich S.N., Kostyleva E.I.* Examination of the temperature influence on phase matching frequency in tunable acousto-optic filters // *Ultrasonics.* 2019. V. 91. P. 45–51. <https://doi.org/10.1016/j.ultras.2018.07.016>
26. *Tretiakov S., Kolesnikov A., Kaplunov I., Grechishkin R., Yushkov K., Shmeleva E.* Thermal imaging and conoscopic studies of working acousto-optical devices on the base of paratellurite // *Int. J. Thermophysics.* 2016. V. 37. № 1. Art. № 6. <https://doi.org/10.1007/s10765-015-2017-x>
27. *Гук А.С., Гуляев Ю.В., Евстигнеев В.Л., Казарян М.А., Мокрушин Ю.М., Талалаев М.А., Шакин О.В.* Тем-

- пературные эффекты в акустооптических дефлекторах на парателлурите. М.: РАН, 2017. ISBN: 978-5-906906-41-0
28. *Nikitin P.A., Gerasimov V.V., Khasanov I.S.* Temperature effects in an acousto-optic modulator of terahertz radiation based on liquefied SF<sub>6</sub> gas // *Materials*. 2021. Т. 14. № 19. P. 5519. <https://doi.org/10.3390/ma14195519>
  29. *Антонов С.Н., Резвов Ю.Г.* Акустооптический дефлектор на парателлурите – повышение тепловой стабильности параметров // *Приборы и техника эксперимента*. 2021. № 5. С. 100–104. <https://doi.org/10.31857/S0032816221040017>
  30. *Антонов С.Н., Резвов Ю.Г., Подольский В.А., Сивкова О.Д.* Акустооптическая многолучевая аксиальная дифракция в парателлурите // *Письма в Журн. техн. физ.* 2022. Т. 48. № 1. С. 43–46. <https://doi.org/10.21883/PJTF.2022.01.51879.18860>
  31. *Warner A.W., White D.L., Bonner W.A.* Acousto-optic light deflectors using optical activity in paratellurite // *J. Appl. Phys.* 1972. V. 43. № 11. P. 4489–4495. <https://doi.org/10.1063/1.1660950>
  32. *Антонов С.Н.* Акустооптический дефлектор на кристалле парателлурита с использованием широкополосного клеевого акустического контакта // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 4. С. 364–370. <https://doi.org/10.7868/S0320791917030017>
  33. *Антонов С.Н.* Базовая технология широкополосной высокоэффективной акустооптической ячейки (дефлектора) на кристалле парателлурита // *ПТЭ*. 2019. № 6. С. 82–89. <https://doi.org/10.1134/S0032816219060016>
  34. *Антонов С.Н., Таешников А.Б.* Акустическая изоляция пьезопреобразователя и теплоотводящего устройства акустооптической ячейки посредством жидкостного слоя // *Акуст. журн.* 1991. Т. 37. № 5. С. 837–842
  35. *Антонов С.Н.* Акустооптический дефлектор с отводом тепла от пьезопреобразователя при акустической изоляции теплоотвода // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 5. С. 588–595. <https://doi.org/10.1134/S0320791919050034>
  36. *Uchida N., Ohmachi Y.* Elastic and photoelastic properties of TeO<sub>2</sub> single crystal // *J. Appl. Phys.* 1969. V. 40. № 12. P. 4692–4695. <https://doi.org/10.1063/1.1657275>
  37. *Uchida N.* Optical properties of single-crystal paratellurite (TeO<sub>2</sub>) // *Phys. Rev. B*. 1971. V. 4. № 10. P. 3736–3745. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.4.3736>
  38. *Ohmachi Y., Uchida N.* Temperature dependence of elastic, dielectric, and piezoelectric constants in TeO<sub>2</sub> single crystals // *J. Appl. Phys.* 1970. V. 41. № 6. P. 2307–2311. <https://doi.org/10.1063/1.1659223>
  39. *Handbook of Optical Constants of Solids: Chapter 3 – Thermo-Optic Coefficients*, Ed. *Palik E.D.* Academic Press, 1997. P. 115–261. <https://doi.org/10.1016/B978-012544415-6.50150-3>
  40. *Percy P.S., Fritz I.J., Samara G.A.* Temperature and pressure dependences of the properties and phase transition in paratellurite (TeO<sub>2</sub>): Ultrasonic, dielectric and Raman and Brillouin scattering results // *J. Physics and Chemistry of Solids*. 1975. V. 36. № 10. P. 1105–1122. [https://doi.org/10.1016/0022-3697\(75\)90053-0](https://doi.org/10.1016/0022-3697(75)90053-0)
  41. *Stefanskii I.V., Mikhalevich S.E., Burak Y.V., Sapovskii V.M.* Temperature dependence of the refractive index of α-TeO<sub>2</sub> crystals in the 350–800-nm region // *J. Appl. Spectroscopy*. 1989. Т. 51. № 2. С. 790–792. <https://doi.org/10.1007/BF00659956>
  42. *Костылева Е.И., Манцевич С.Н.* Определение температурных зависимостей упругих модулей парателлурита акустооптическим методом // *Труды 24-й Международной научной конференции Волновая электроника и инфокоммуникационные системы*. Ч. 1. Санкт-Петербург, 2021. С. 5. <https://doi.org/10.31799/978-5-8088-1582-7-2021-1>

УДК 534.231.3

## ВЛИЯНИЕ АММИАКА НА РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА СТРУКТУРЫ “ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР С ПОПЕРЕЧНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ—ПЛЕНКА ХИТОЗАНА”

© 2022 г. Б. Д. Зайцев<sup>а, \*</sup>, А. А. Теплых<sup>а</sup>, А. П. Семёнов<sup>а</sup>, И. А. Бородина<sup>а</sup><sup>а</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Зеленая 38, Саратов, 410019 Россия

\*e-mail: zai-boris@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.04.2022 г.

После доработки 19.04.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Исследованы параметры резонатора с поперечным электрическим полем с тонкой пленкой хитозана-ацетата и хитозана-гликолата в смеси “воздух–аммиак”. Показано, что с ростом концентрации аммиака максимальное значение реальной части импеданса и резонансная частота резонансных пиков существенно уменьшаются, а на воздухе восстанавливаются. Установлено, что эти эффекты связаны с ростом поверхностной проводимости пленок в присутствии аммиака. При этом времена отклика и релаксации для указанных пленок хитозана существенно различаются.

*Ключевые слова:* пьезоэлектрический резонатор, поперечное возбуждающее электрическое поле, пленки хитозана, аммиак, проводимость пленок, электрический импеданс, резонансная частота

DOI: 10.31857/S0320791922050148

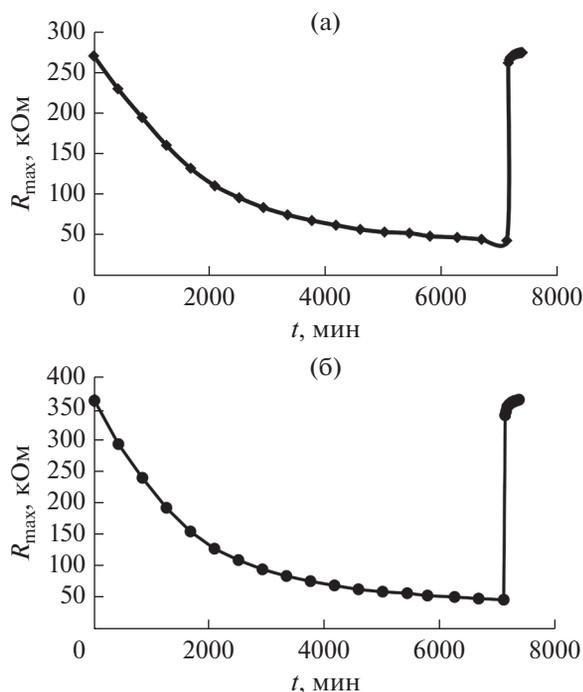
### ВВЕДЕНИЕ

Пьезоэлектрические резонаторы с поперечным электрическим полем широко используются в качестве различных датчиков [1–5]. Электроды таких резонаторов расположены на одной стороне пьезоэлектрической пластины и поэтому их характеристики зависят не только от изменения механических свойств контактирующей среды, но и от изменения ее электрических свойств. Поэтому на их основе можно создавать газовые датчики для определения наличия того или иного газа в воздухе. Ранее было показано, что весьма перспективным материалом для создания газочувствительной пленки является хитозан-ацетат [6, 7]. Эксперименты показали, что пленки хитозана в парах летучих жидкостей изменяют не только проводимость, но и механический импеданс за счет адсорбции пара [7]. Было установлено, что изменение концентрации аммиака в пределах 0–1600 ppm увеличивает проводимость пленки хитозана-ацетата на два порядка, уменьшает модули упругости на 30% и увеличивает вязкость на 140%. Изменение влажности от 20 до 45% увеличивает проводимость и вязкость пленки хитозана-ацетата на один порядок и 40%, соответственно. Модули упругости при этом не изменяются. В экспериментах использовались пленки толщиной 20–30 мкм. Однако было установлено, что после нескольких сеансов измерений в смеси

“аммиак–воздух” пленки с такой толщиной трескались и осыпались. По-видимому, это было связано с плохой адгезией пленок на поверхности подложки из-за большой разницы механических свойств. Было также установлено, что наибольший вклад в изменение характеристик резонатора вносит изменение проводимости. Это открывает возможность использовать более тонкие пленки (порядка 1–4 мкм), которые, как показали эксперименты, отличаются лучшей адгезией. В данной статье исследовалось влияние концентрации аммиака на поверхностную проводимость тонких пленок хитозана-ацетата и хитозана-гликолата (2–4 мкм) и на резонансные свойства структуры “резонатор с поперечным электрическим полем—пленка хитозана”.

### ОПИСАНИЕ РЕЗОНАТОРА И ИЗМЕРЕНИЕ ЕГО РЕЗОНАНСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В СМЕСИ “ВОЗДУХ–АММИАК”

Для проведения экспериментов был создан пьезоэлектрический резонатор с поперечным электрическим полем из пластины керамики ЦТС-19 толщиной ~3 мм с поперечными размерами 20 × 18 мм. Одна сторона пластины была покрыта пленкой алюминия с зазором в центре шириной 4 мм, так что обе половины покрытия представляли собой электроды. Для получения



**Рис. 1.** Временные зависимости максимального значения реальной части электрического импеданса резонатора  $R_{\max}$  с пленкой хитозана-ацетата для резонансных пиков на частотах (а) – 68 и (б) – 100 кГц, находящегося в камере в смеси “аммиак–воздух”. В момент времени  $\sim 7000$  мин камера была открыта.

газочувствительной пленки порошок хитозана вначале добавлялся в дистиллированную воду в соотношении 15 мг/мл и тщательно перемешивался с помощью магнитной мешалки. Затем капля суспензии наносилась на свободную сторону резонатора и после высыхания в течение 24 часов формировалась пленка толщиной 2–4 микрона. В результате были приготовлены два датчика на основе резонатора с поперечным электрическим полем: один с пленкой хитозана–ацетата, а второй с пленкой хитозана–гликолата. Датчик помещался в герметичную газовую камеру. В камеру помещался также открытый контейнер с 10% нашатырным спиртом, камера герметично закрывалась и постепенно заполнялась аммиаком. Электроды резонатора через герметичные разъемы подключались к анализатору импедансов E 4990 (Keysight Technologies) и измерялись частотные зависимости реальной части электрического импеданса в различные моменты времени вблизи резонансных пиков с частотами  $\sim 68$  и  $\sim 100$  кГц. В результате были измерены временные зависимости максимального значения реальной части электрического импеданса  $R_{\max}$  и резонансной частоты  $f_{\text{res}}$  для этих пиков.

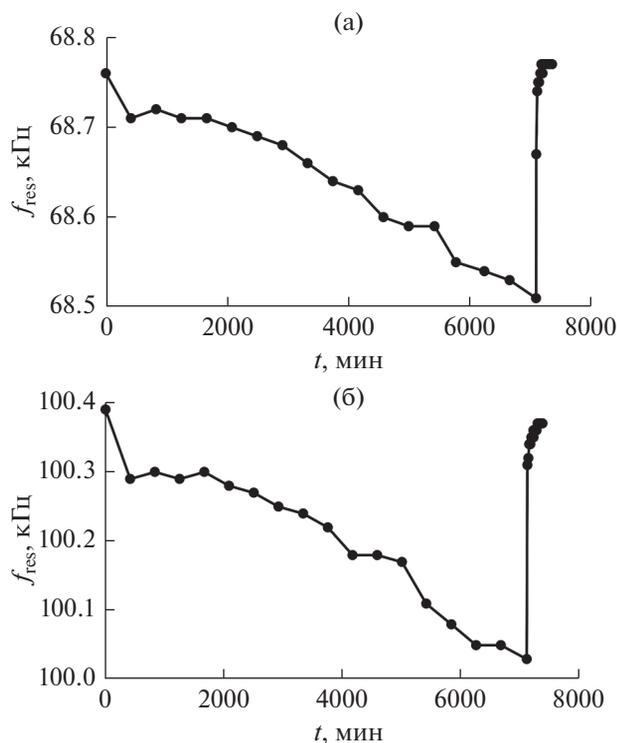
### ИЗМЕРЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ ПРОВОДИМОСТИ ПЛЕНОК В СМЕСИ “ВОЗДУХ–АММИАК”

Для измерения поверхностной проводимости использовалась стеклянная пластинка с поперечными размерами  $15 \times 25$  мм и толщиной 1 мм. На поверхность пластины наносилась пленка алюминия с зазором в центре шириной 10 мм. На центральную область описанным ранее методом наносилась исследуемая пленка хитозана, так что области перекрытия алюминиевых электродов и пленки составляли 2 мм. Этот образец помещался в ту же самую камеру с открытым контейнером с 10% нашатырным спиртом, и камера закрывалась. Электроды образца через герметичные разъемы подключались к анализатору импедансов E 4990 (Keysight Technologies) и измерялись временные зависимости емкости и проводимости образца на частоте 100 кГц. По известным значениям поперечных размеров пленки определялась поверхностная проводимость исследуемой пленки хитозана. В результате были исследованы зависимости проводимости пленок хитозана–ацетата и хитозана–гликолата от времени (от концентрации аммиака).

### ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1 представлены временные зависимости максимального значения реальной части электрического импеданса резонатора  $R_{\max}$  с пленкой хитозана–ацетата вблизи резонансов с частотами (а) 68 и (б) 100 кГц, находящегося в камере с испаряющимся нашатырным спиртом. Видно, что с течением времени  $t$  реальная часть электрического импеданса монотонно уменьшается, стремясь к насыщению при  $t \approx 7000$  мин. При этом реальная часть импеданса уменьшилась на  $\sim 85\%$  в обоих случаях. Оценки показали, что за 150 мин концентрация аммиака увеличилась от 0 до 1600 ppm [7] и далее поддерживалась неизменной. Таким образом, пленка хитозана-ацетата практически все время пребывала при постоянной концентрации аммиака. После открытия камеры при  $t \approx 7000$  мин импеданс почти полностью восстановился через 265 мин.

На рис. 2 представлены временные зависимости резонансной частоты  $f_{\text{res}}$  резонатора с пленкой хитозана для резонансов с частотами (а) 68 и (б) 100 кГц, находящегося в камере с испаряющимся нашатырным спиртом. Видно, что с течением времени  $t$  резонансная частота монотонно уменьшается без тенденции к насыщению. За время порядка 7000 мин резонансная частота уменьшилась всего на 0.36% в обоих случаях. После открытия камеры при  $t \approx 7000$  мин резонансная частота почти полностью восстановилась через 270 мин. Таким образом, время релаксации резонансной

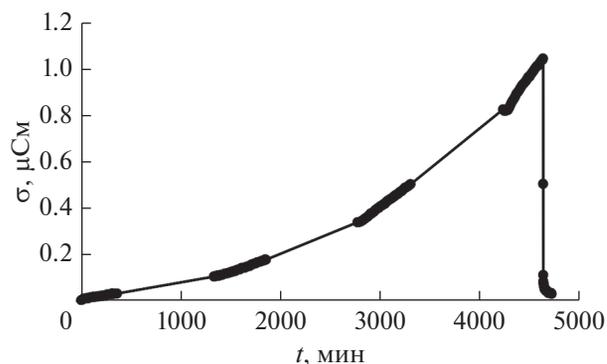


**Рис. 2.** Временные зависимости резонансной частоты резонатора  $f_{\text{res}}$  с пленкой хитозана-ацетата для резонансных пиков на частотах (а) – 68 и (б) – 100 кГц, находящегося в камере в смеси “аммиак–воздух”. В момент времени  $\sim 7000$  мин камера была открыта.

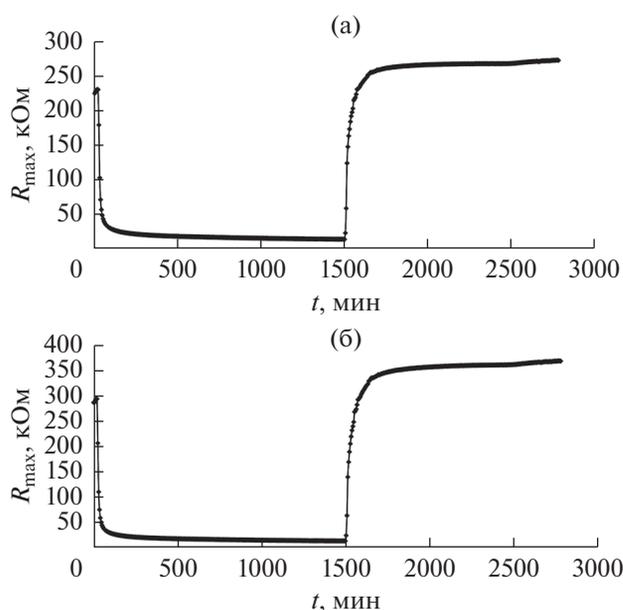
частоты и максимального значения реальной части импеданса оказались практически одинаковыми.

На рис. 3 показана временная зависимость поверхностной проводимости пленки хитозана-ацетата, нанесенной на стеклянную пластинку с алюминиевыми электродами и находящейся в камере с нашатырным спиртом. Видно, что поверхностная проводимость монотонно увеличивалась в течение  $\sim 4600$  мин вплоть до момента открытия камеры (4640 мин). Проводимость пленки за это время увеличилась примерно в 300 раз. После открытия камеры проводимость достигла исходного значения за 87 мин. Таким образом, время релаксации поверхностной проводимости оказалось примерно в три раза меньше, чем время релаксации резонансной частоты и максимального значения реальной части электрического импеданса. Этот факт можно качественно объяснить тем, что резонатор с пленкой хитозана-ацетата пребывал в атмосфере аммиака с максимальной концентрацией примерно 7000 мин, в то время как образец для измерения проводимости всего 4600 мин.

На рис. 4 представлены временные зависимости реальной части электрического импеданса

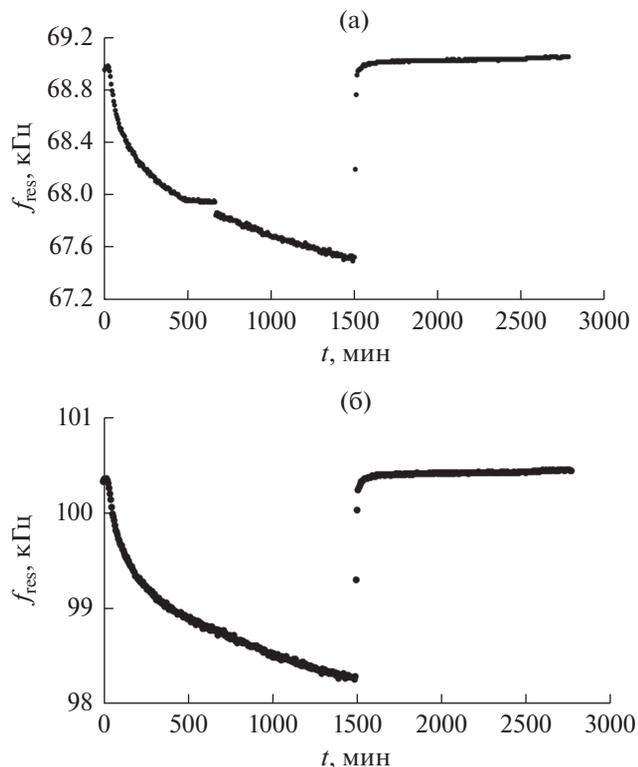


**Рис. 3.** Временная зависимость поверхностной проводимости  $\sigma$  пленки хитозана-ацетата в камере с в смеси “аммиак–воздух”. В момент времени 4640 мин камера была открыта.



**Рис. 4.** Временные зависимости максимального значения реальной части электрического импеданса резонатора  $R_{\text{max}}$  с пленкой хитозана-гликолата для резонансных пиков на частотах (а) – 68 и (б) – 100 кГц, находящегося в камере в смеси “аммиак–воздух”. В момент времени 1500 мин камера была открыта.

резонатора с пленкой хитозана–гликолата вблизи резонансов с частотами (а) 68 и (б) 100 кГц, находящегося в камере с нашатырным спиртом. Видно, что эти зависимости сильно отличаются от аналогичных зависимостей для пленки хитозана-ацетата. Из рисунка следует, что  $R_{\text{max}}$  уменьшилось на 90% за время порядка 195 и 105 мин для резонансных пиков с частотами 68 и 100 кГц соответственно. После этого в течение 1400 мин вплоть до открытия камеры значение  $R_{\text{max}}$  оставалось практически неизменным. После открытия камеры в момент времени 1500 мин величина  $R_{\text{max}}$

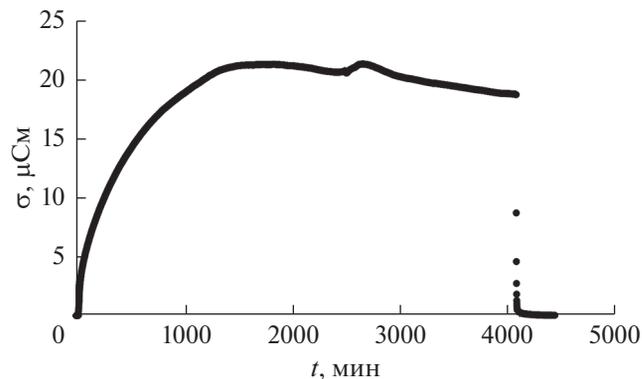


**Рис. 5.** Временные зависимости резонансной частоты резонатора  $f_{\text{res}}$  с пленкой хитозана-гликолата для резонансных пиков на частотах (а) – 68 и (б) – 100 кГц, находящегося в камере с нашатырным спиртом. Видно, что в течение 1500 мин резонансная частота монотонно уменьшалась без насыщения и в конце этого периода общее изменение составило примерно 2% в обоих случаях. После открытия камеры в момент времени 1500 мин резонансная частота почти полностью восстановилась через 25 и 10 мин для резонансов с частотами 68 и 100 кГц, соответственно. Таким образом, времена релаксации резонансной частоты и максимального значения реальной части импеданса оказались соизмеримыми, как и в случае пленки хитозана-ацетата.

почти полностью восстановилась через 15 мин для обоих резонансов.

На рис. 5 представлены временные зависимости резонансной частоты резонатора с пленкой хитозана для резонансов с частотами (а) 68 и (б) 100 кГц, находящегося в камере с нашатырным спиртом. Видно, что в течение 1500 мин резонансная частота монотонно уменьшалась без насыщения и в конце этого периода общее изменение составило примерно 2% в обоих случаях. После открытия камеры в момент времени 1500 мин резонансная частота почти полностью восстановилась через 25 и 10 мин для резонансов с частотами 68 и 100 кГц, соответственно. Таким образом, времена релаксации резонансной частоты и максимального значения реальной части импеданса оказались соизмеримыми, как и в случае пленки хитозана-ацетата.

На рис. 6 показана временная зависимость поверхностной проводимости пленки хитозана-гликолата, нанесенной на стеклянную пластинку с алюминиевыми электродами, помещенную в камеру с нашатырным спиртом. Видно, что поверхностная проводимость монотонно увеличивается и с момента времени  $\sim 1500$  мин наступает насыщение вплоть до момента открытия камеры (4075 мин).



**Рис. 6.** Временная зависимость поверхностной проводимости  $\sigma$  пленки хитозана-гликолата в камере в смеси “аммиак–воздух”. В момент времени 4075 мин камера была открыта.

В целом в атмосфере аммиака проводимость пленки хитозана-гликолата за 1500 мин возросла в  $\sim 2000$  раз. К моментам времени 195 и 105 мин проводимость возросла в 850 и 600 раз и с этим связано уменьшение  $R_{\text{max}}$  на 90%. После открытия камеры проводимость резко уменьшилась в 60 и 100 раз за 30 и 70 мин соответственно. Эти моменты времени соответствуют временам релаксации  $f_{\text{res}}$  и  $R_{\text{max}}$ . Затем в течение 350 мин проводимость плавно уменьшалась, стремясь к исходному значению.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, было показано, что резонансные характеристики резонатора с поперечным электрическим полем с тонкой пленкой хитозана сильно зависят от концентрации аммиака в смеси “аммиак–воздух”. Обнаружилось, что временные зависимости  $R_{\text{max}}$  для датчиков с пленкой хитозана-ацетата и хитозана-гликолата сильно различаются. В первом случае  $R_{\text{max}}$  монотонно уменьшается со временем при максимальной концентрации аммиака без выхода на насыщение. Во втором случае, величина  $R_{\text{max}}$  резко уменьшается на 90% в течение 100–200 мин и затем остается практически неизменной вплоть до открытия камеры. После открытия камеры релаксация  $R_{\text{max}}$  для пленки хитозана-гликолата наступает через 70 мин, в то время как для хитозана-ацетата через 265 мин.

Временные зависимости  $f_{\text{res}}$  для датчиков с пленкой хитозана-ацетата и хитозана-гликолата оказались качественно похожими. Однако времена релаксации в первом и втором случаях оказались равными 270 и 30 мин соответственно.

Временные зависимости поверхностной проводимости для пленок хитозана-ацетата и хитозана-гликолата также оказались разными. В первом

случае временная зависимость оказалась растущей в течение 4500 мин без намека на насыщение. Проводимость увеличилась за это время в 300 раз. Во втором случае насыщение наступило с момента времени 1500 мин и проводимость увеличилась в 2000 раз. После открытия камеры релаксация произошла в течение 70–90 мин в обоих случаях.

Таким образом, исследование показало, что взаимодействие аммиака с пленками хитозана имеет довольно сложный характер и сильно зависит от химического состава пленок. Известно, что пребывание в атмосфере аммиака сопровождается как адсорбцией газа на поверхности пленки, так и химическим взаимодействием [7]. Очевидно, что интенсивности этих процессов для исследованных пленок оказались разными. Эти процессы будут более глубоко исследоваться в дальнейшем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания №1021032425796-4-1.3.7; 1.3.2 и РФФИ (грант № 20-07-00602 а).

Авторы благодарны Ф.С. Фёдорову за приготовление порошков хитозана.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ma T., Wang J., Du J., Yuan L., Qian Z., Zhang Z., Zhang C.* Lateral-field-excited bulk acoustic wave sensors on langasite working on different modes // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* 2013. V. 60. № 4. P. 864–867.
2. *Winters S., Bergardi G., Vetelino J.* A dual lateral-field-excited bulk acoustic sensor array // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* 2013. V. 60. № 6. P. 573–578.
3. *Ma T., Wang J., Du J., Yang J.* Resonance and energy trapping in AT-cut quartz resonators operating with fast shear modes driven by lateral electric fields produced by surface electrodes // *Ultrasonics.* 2015. V. 50. P. 14–20.
4. *Zaitsev B.D., Shikhabudinov A.M., Teplykh A.A., Kuznetsova I.E.* Liquid sensor based on a piezoelectric lateral electric field – excited resonator // *Ultrasonics.* 2015. V. 63. P. 179–183.
5. *McCann D.F., McCann J.M., Parks J.M., Frankel D.J., Pereira da Cunha M., Vetelino J.F.* A lateral-field-excited LiTaO<sub>3</sub> high frequency bulk acoustic wave sensor // *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.* 2009. V. 56. № 4. P. 779–787.
6. *Zaitsev B., Fedorov F., Semyonov A., Teplykh A., Borodina I., Nasibulin A.G.* Gas sensor based on the piezoelectric resonator with lateral electric field and films of chitosan films // *Proc. of IEEE Ultrason. Symp.* 2019. P. 607–610.
7. *Zaitsev B.D., Teplykh A.A., Fedorov F.S., Grebenko A.K., Nasibulin A.G., Semyonov A.M., Borodina I.A.* Evaluation of elastic properties and conductivity of chitosan acetate films in ammonia and water vapors using acoustic resonators // *Sensors.* 2020. V. 20. P. 2236.

УДК 551.46,534.2,534.888,681

## АКТИВНАЯ ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ АКУСТИЧЕСКАЯ ТЕРМОМЕТРИЯ МЕРЗЛЫХ ВОДОНАСЫЩЕННЫХ СРЕД

© 2022 г. В. И. Юсупов<sup>а, б, \*</sup>, И. П. Семилетов<sup>б, с</sup>, Д. В. Черных<sup>б, с</sup>, А. С. Саломатин<sup>с</sup><sup>а</sup>Институт фотонных технологий ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” Российской академии наук,  
ул. Пионерская 2, Москва, Троицк, 108840 Россия<sup>б</sup>Национальный исследовательский Томский государственный университет,  
пр. Ленина 35, Томск, 634050 Россия<sup>с</sup>ФГБУ Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева,  
Дальневосточное отделение Российской Академии наук, ул. Балтийская 43, Владивосток, 690041 Россия

\*e-mail: iouss@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.04.2022 г.

После доработки 10.05.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Обсуждается перспективный метод активной высокочастотной акустической термометрии, основанный на измерении длительности сигнала обратного рассеяния ультразвуковых импульсов  $\Delta t$  в верхнем слое водонасыщенных пород или донных осадков. Предложена акустическая модель, объясняющая возникновение сильной зависимости длительности этого сигнала от температуры в области нулевых и отрицательных температур. Показано, что  $\Delta t$  при уменьшении температуры возрастает как из-за увеличения коэффициента отражения ультразвуковых волн от слоистой структуры, так и благодаря уменьшению коэффициента поглощения в водонасыщенной среде. Натурные исследования, выполненные на обширном участке арктического шельфа, подтвердили наличие такой зависимости. Предложенный подход может оказаться эффективным для осуществления дистанционного наблюдения за температурными изменениями в мерзлых водонасыщенных породах на суше и верхнем слое донных осадков на мелководном арктическом шельфе, что необходимо для оценки различных, в том числе, экологических рисков, связанных с глобальным потеплением.

*Ключевые слова:* обратное рассеяние, акустический сигнал, мерзлота, арктический шельф

DOI: 10.31857/S0320791922050136

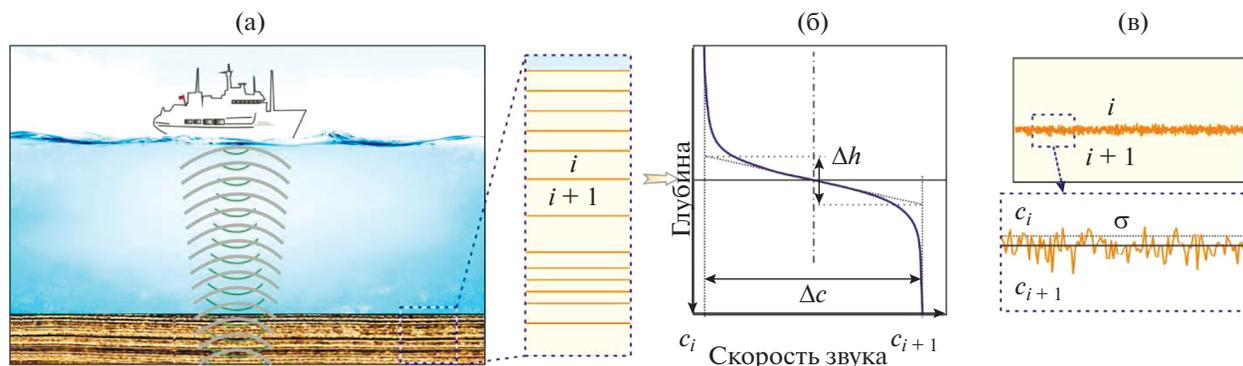
### 1. ВВЕДЕНИЕ

Климатические модели предсказывают, что арктические регионы должны первыми испытать на себе влияние происходящего сейчас глобального потепления [1]. Рост температуры мерзлых грунтов сопровождается уменьшением их несущей способности, что представляет опасность для объектов инфраструктуры. Увеличение температуры грунтов в северных районах и верхнего слоя донных осадков арктического шельфа неминуемо ускорит разложение газогидратов метана, приведя к неконтролируемым выбросам метана [2–5]. Для того чтобы контролировать эти процессы, необходимо обеспечить круглогодичные наблюдения за температурными изменениями в мерзлых водонасыщенных породах на суше и верхнем слое донных осадков на мелководном арктическом шельфе, что является сложной задачей.

Акустические методы широко применяются для оценки температуры различных объектов. Работа пассивных акустотермометров основана на

приеме акустического излучения в мегагерцовом диапазоне, порождаемого тепловым движением атомов и молекул среды [6, 7]. Достоинствами акустотермометрии являются возможность дистанционного измерения внутренней температуры тела без какого-либо воздействия на организм и высокое пространственное разрешение, позволяющее не только определить направление на источник с аномальной температурой, но и построить его изображение. В настоящее время наиболее перспективным представляется применение акустотермометрии для контроля нагрева ткани в процессе гипертермии и термоабляции в онкологии [8].

Известны активные акустические низкочастотные методы оценки средней температуры на протяженных трассах, основанные на зависимости скорости звука в воде от температуры [9]. Низкочастотный звук может распространяться в океане на расстоянии более тысячи километров, что позволяет создавать интегральные термометры, перекрывающие крупные бассейны [10]. От-



**Рис. 1.** Основные элементы используемой модели для оценки зависимости длительности сигналов обратного рассеяния звука от температуры донных осадков. (а) – Схема зондирования верхнего слоя осадочной толщи с помощью эхолота. Приведена модель слоистой структуры дна. Показаны относительно однородные слои ( $i$  и  $i + 1$ ), разделенные тонкими переходными прослойками. (б) – Представление тонкого переходного слоя (прослойки) в виде слоя Эшлейна толщиной  $\Delta h$ . (в) – Наличие неровностей поверхности раздела между однородными слоями ( $i$  и  $i + 1$ ) со среднеквадратичной высотой  $\sigma$ .

метим, что именно с использованием метода активной акустической низкочастотной термометрии были получены данные о повышении температуры в Северном Ледовитом океане с начала до середины 1990-х гг. [10]. Своеобразная модификация этого метода реализована в донных станциях, позволяющих оценивать среднюю температуру придонного слоя воды по измерению времени прихода сигнала обратного рассеяния от поверхности дна до акустического лоатора, расположенного на станции [11].

Что касается измерения температуры верхних слоев охлажденных осадков и водонасыщенных пород, то описанный выше метод пассивной термометрии для решения этих задач не подходит. Первое ограничение связано с малой дистанцией (порядка 10 см) от приемника до источника. Кроме того, такое измерение эффективно лишь для обнаружения областей, температура которых превышает температуру окружающей среды. Методы активной низкочастотной акустической термометрии также мало пригодны для этих целей из-за технической сложности реализации способа и значительно большем, чем в воде, затухании звука в верхнем слое осадков или пород.

В данной работе мы показываем возможность реализации метода активной высокочастотной акустической термометрии, основанной на излучении акустических импульсов и измерении длительности сигналов обратного рассеяния в верхнем слое водонасыщенных пород или донных осадков. Работоспособность предложенного способа продемонстрирована на участке арктического шельфа.

## 2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Сначала мы построим акустическую модель верхнего слоя водонасыщенных пород или донных осадков. На втором этапе покажем, что в предложенной модели возникает сильная зависимость длительности  $\Delta t$  сигнала обратного рассеяния ультразвука от температуры среды. Затем приведем результаты натурных исследований на арктическом шельфе, подтверждающие наличие этой температурной зависимости, а значит, и возможности реализации метода на практике.

На рис. 1 на примере слоя донных осадков показаны основные элементы акустической модели, используемые для объяснения возникновения зависимости длительности сигналов обратного рассеяния звука от их температуры. В данном случае зондирование донных осадков производится с поверхности моря с использованием стандартных эхолотов или гидролокаторов (рис. 1а). В сторону дна излучаются пакеты акустических импульсов и принимаются сигналы обратного рассеяния. Обычно изображение дна на эхограммах имеет ярко выраженную слоистую структуру. Поэтому будем считать, что верхний слой осадков состоит из набора относительно толстых и однородных слоев (например,  $i$  и  $i + 1$  на рис. 1а), разделенных тонкими переходными слоями.

Длительность акустического сигнала от дна  $\Delta t$  зависит от двух основных факторов: 1) коэффициентов отражения ультразвука на слоистых неоднородностях в осадочной толще и 2) коэффициента поглощения звука на длине акустической волны в ней. Очевидно, что чем выше коэффициенты отражения и чем ниже поглощение, тем больше  $\Delta t$ .

Коэффициент отражения звука для идеальной границы между двумя квазиоднородными слоями ( $i$  и  $i + 1$  на рис. 1а) при нормальном падении

определяется скачком акустического импеданса  $V_0 = |(\rho_i c_i - \rho_{i+1} c_{i+1})| / (\rho_i c_i + \rho_{i+1} c_{i+1})$ , где  $\rho_i$  и  $c_i$  – плотность и скорость звука  $i$ -го слоя [12]. Его температурная зависимость зависит от конкретных пород, образующих слои.

В реальном случае между квазиоднородными слоями существует переходный слой, который имеет ненулевую толщину и шероховатость различного масштаба. На этих шероховатых границах звуковой сигнал частично отражается и частично рассеивается. Уровень обратного рассеяния ультразвука от такой слоистой структуры зависит (помимо  $V_0$ ) от отношения характерных масштабов поверхности раздела между слоями к длине волны [12]. Характерными масштабами являются эффективная толщина переходного слоя  $\Delta h$  (рис. 1б) и среднеквадратичная высота шероховатостей  $\sigma$  (рис. 1в).

Скорость звука для большинства типов осадков, в области нулевых и отрицательных температур, при охлаждении возрастает. Так, при уменьшении температуры с +2 до  $-2^\circ\text{C}$  скорость звука возрастает для песчаника с 1620 до 2380 м/с, для глинистого песка с 700 до 2320 м/с, а для глины с 1310 до 1650 м/с [13]. При охлаждении осадков из-за увеличения скорости звука и соответственно длины волны параметры  $\Delta h/\lambda$  и  $\sigma/\lambda$  будут уменьшаться, а рассеяние от такой слоистой структуры возрастает.

Для оценки коэффициента отражения от переходного слоя ненулевой толщины аппроксимируем реально существующий скачок скорости звука в переходном слое  $\Delta c$  функцией Эпштейна первого порядка [14] (рис. 1б):

$$c(z) = c_0 \left( 1 - \frac{\Delta c \exp(mH)}{c \cdot 1 + \exp(mH)} \right)^{-1/2}, \quad (1)$$

где  $H$  – глубина (значение  $H = 0$  соответствует середине прослойки), а параметр  $m$  определяется эффективной толщиной прослойки. Если в качестве эффективной толщины прослойки взять величину

$$\Delta h = \frac{\Delta c}{dc/dH_{H=0}}, \quad (2)$$

то  $m = 4/\Delta h$ . Такая аппроксимация неплохо описывает реальные переходные слои [15, 16] и допускает аналитическое решение для коэффициента отражения [14], которое в случае нормального падения плоской волны описывается следующим соотношением:

$$V_1 = \frac{\text{sh} \left[ \frac{\pi^2 \Delta h}{2\lambda} (1 - \sqrt{1 - 2\Delta c/c}) \right]}{\text{sh} \left[ \frac{\pi^2 \Delta h}{2\lambda} (1 + \sqrt{1 - 2\Delta c/c}) \right]}, \quad (3)$$

где  $\lambda$  – длина волны.

Коэффициент отражения акустических волн от шероховатой поверхности помимо соотношения акустических импедансов квазиоднородных слоев и эффективной толщины прослойки зависит и от параметра Рэля  $P = 4\pi\sigma/\lambda$  [17]:

$$V_2 = V_1 \exp(-P^2/2), \quad (4)$$

где  $V_1$  – коэффициент отражения для идеально гладкой поверхности,  $\sigma$  – среднеквадратичная высота неровностей (рис. 1в). В случае идеально гладкой поверхности принятый эхолотом зеркально отраженный сигнал  $p_{\text{отр}}$  равен [18]:

$$p_{\text{отр}} = V_1 p_0 R_0 / 2R, \quad (5)$$

где  $p_0$  – величина излученного эхолотом сигнала на расстоянии  $R_0$ , а  $R$  – расстояние от эхолота до идеально гладкой поверхности. При увеличении шероховатости поверхности отраженный сигнал  $p_{\text{отр}}$  уменьшается и появляется рассеянный сигнал  $p_{\text{рас}}$ , при больших значениях параметра Рэля отраженный сигнал  $p_{\text{отр}}$  практически исчезает, а рассеянный сигнал  $p_{\text{рас}}$  достигает величины [19]:

$$p_{\text{рас}} = V_1 p_0 R_0 \Psi^{1/2} / R, \quad (6)$$

где  $\Psi$  – ширина эквивалентной направленности эхолота. Таким образом, шероховатость поверхности сильно влияет на принятый сигнал в случае эхолотов с узкой диаграммой направленности и слабо в случае эхолотов с широкой диаграммой направленности.

Вторым, а по значению первым, фактором, влияющим на длительность эхосигнала от дна  $\Delta t$ , является поглощение акустических волн в донных осадках. Затухание ультразвуковых волн в различных водонасыщенных осадках составляет от 0.1 до 1.0 дБ на длине акустической волны [20]. Что касается интересующей нас температурной зависимости, то оказалось, что скорость звука и коэффициент поглощения ультразвука  $\alpha$  в отличие от положительных температур, где они практически не зависят от температуры [21, 22], вблизи нулевых температур очень сильно зависят от температуры [13].

Согласно проведенным расчетам, выполненным для частоты 1 МГц [13], в случае песчаных осадков в области температур от +2 до  $-15^\circ\text{C}$ , коэффициент поглощения  $\alpha$  при охлаждении уменьшается на два порядка, приближаясь к значениям, характерным для чистого льда (рис. 2).

Такая сильная температурная зависимость коэффициента поглощения ультразвука объясняется уменьшением вязкого трения из-за перехода свободной воды в матрикс в связанную воду [23] и заморзания части поровой влаги [13]. Подобная сильная зависимость коэффициента поглощения ультразвука от температуры наблюдается и для многих других водонасыщенных пород [13].

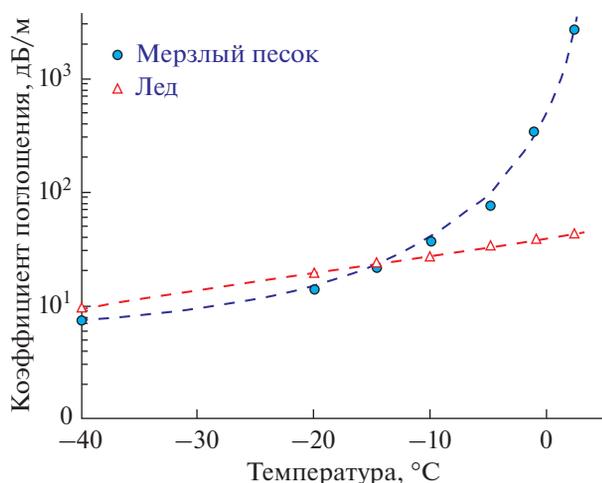


Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения  $\alpha$  ультразвука с частотой 1 МГц от температуры для мерзлого водонасыщенного песка и льда [13].

Натурные исследования зависимости длительности сигнала обратного рассеяния  $\Delta t$  от температуры верхнего слоя осадков были проведены на арктическом шельфе в рейсе ГС «Николай Коломейцев» (август–сентябрь 2000 г.). Всего выполнена 41 станция в Анадырском заливе, Восточно-Сибирском море и море Лаптевых с глубиной от 5 до 92 м.

Акустические измерения проводились с помощью портативного комплекса (Fuguno, Япония) на частотах 50 и 200 кГц с длительностью импульсов 1 мс при полуширине диаграммы направленности  $12^\circ$  и  $2.5^\circ$ , соответственно. Излучатели помещались на глубину около 2–3 м, ультразвуковые сигналы излучались и принимались в вертикальном направлении. Длительность сигнала обратного рассеяния  $\Delta t$  от верхнего слоя донных осадков определялась по осредненному профилю обратного рассеяния (после устранения шума и влияния качки судна) как промежуток времени, затрачиваемый на прохождение от поверхности дна до границы, ниже которой сигнал донного рассеяния (пороговый сигнал) составляет по амплитуде  $<2\%$  сигнала отражения от поверхности дна.

На станциях производился гранулометрический анализ осадков, которые поднимались на борт судна с помощью дночерпателя. Одновременно измерялась температура верхнего слоя донных осадков. Для этого использовался зонд в виде металлического стержня длиной 1.5 м с четырьмя датчиками температуры, расположенными на расстоянии 50 см друг от друга. Глубина вхождения зонда в верхний слой донных осадков составляла в среднем один метр. Точность измерения температуры составляла  $0.1^\circ\text{C}$ .

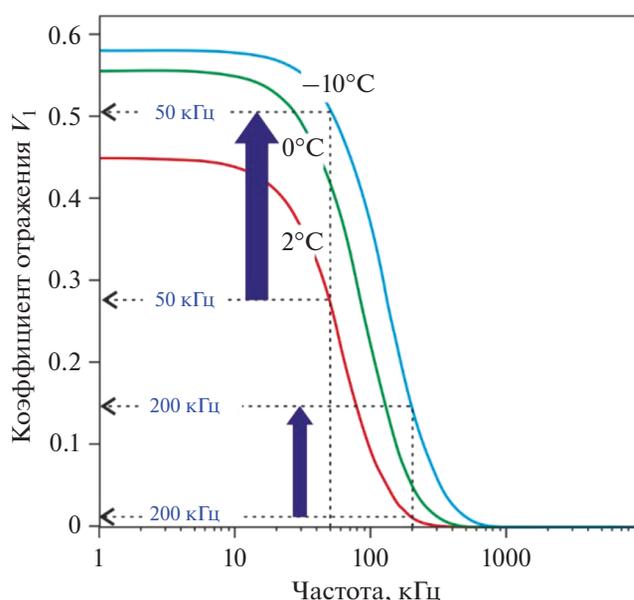


Рис. 3. Частотная зависимость коэффициента отражения ультразвука  $V_1$  от границы между квазиоднородными слоями песка и глины в форме переходного слоя Эпштейна (рис. 16) с  $\Delta h = 10$  мм для различных температур. Фиолетовые вертикальные стрелки показывают увеличение коэффициента отражения от границы раздела при охлаждении от  $+2$  до  $-10^\circ\text{C}$ .

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

#### 3.1. Модельные оценки

С использованием предложенной акустической модели (рис. 1, рис. 2) и соотношений (3) и (4) были выполнены расчеты, объясняющие температурные особенности рассеяния ультразвуковых волн от слоистых структур. На рис. 3 показаны частотные зависимости коэффициента отражения  $V_1$  (3) от переходного слоя, образованного слоями песка и глины, при различных значениях температуры для эффективной толщины  $\Delta h = 10$  мм. Для частот ниже 20 кГц наблюдается слабая зависимость  $V_1$  от частоты, а в диапазоне 20–200 кГц  $V_1$  быстро падает с увеличением частоты. Видно, что при охлаждении квазиоднородных слоев песка и глины от  $+2$  до  $-10^\circ\text{C}$  коэффициент отражения от их границы существенно увеличивается для обеих частот. При этом для частоты 50 кГц  $V_1$  возрастает в  $\sim 2$  раза (с 0.27 до 0.5), а для 200 кГц – в 15 раз (с 0.01 до 0.15).

На рис. 4 показаны частотные зависимости нормированного коэффициента отражения ультразвука  $V_2/V_1 = \exp(-P^2/2)$  от слоя песка с различными параметрами шероховатости  $\sigma$  в случае нормального падения на поверхность раздела. Для низких частот, меньших 3 кГц, такая граница раздела будет практически идеальной, поэтому указанные шероховатости не уменьшают значение нормированного коэффициента отражения.

Для очень высоких частот, больших 1 МГц, наоборот, указанные шероховатости будут значительными, в результате чего нормированный коэффициент отражения от такой границы уменьшится практически до нуля.

Графики на рис. 4 построены для случая очень узкой диаграммы направленности эхолота. Для оценки влияния диаграммы направленности используемых эхолотов на графиках показаны соответствующие минимальные пороговые значения нормированного коэффициента отражения 0.6 для 50 кГц и 0.13 для 200 кГц эхолотов.

Из рис. 4 видно, что при охлаждении границы песка и глины от +2 до -10°C коэффициент отражения от его шероховатой границы существенно увеличивается для обеих частот. Отметим, что для эффективной регистрации охлаждения среды из-за наличия шероховатостей на поверхности раздела для разных  $\sigma$  оптимальный диапазон зондирующих частот будет различным. Так, из двух используемых нами частот для шероховатостей с  $\sigma = 5$  мм оптимальной будет 50 кГц, а для  $\sigma = 1$  мм – 200 кГц. При охлаждении с +2 до -10°C в этом случае величина нормированного коэффициента отражения  $V_2/V_1$  для частоты 50 кГц возрастает в ~6 раз (с 0.1 до 0.6), а для 200 кГц – в ~3 раза (с 0.25 до 0.7).

Таким образом, результаты моделирования (рис. 1, рис. 2, соотношения (3) и (4)) и выполненные ранее оценки [13] показали, что при охлаждении водонасыщенных пород и осадков в диапазоне температур от +2 до -10°C:

1) возрастает коэффициент отражения от слоистой структуры (из-за наличия шероховатостей границ раздела и ненулевых толщин переходных слоев);

2) уменьшается коэффициент поглощения  $\alpha$  на длине волны ультразвуковых волн (в результате уменьшения вязкого трения из-за перехода свободной воды в матриксу в связанную воду).

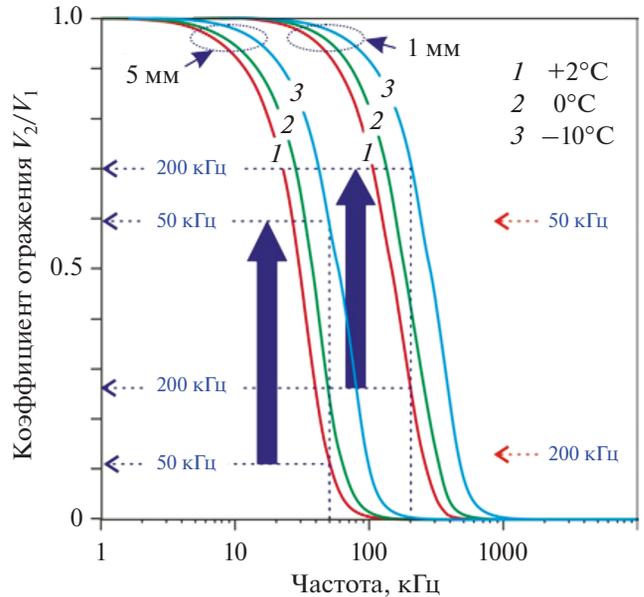
На верхней границе донных осадков амплитуда давления акустического импульса, отраженного от элемента слоистой структуры на глубине в осадках  $L$  в приближении плоской волны, составит:

$$p = p_0 V_i 10^{-\alpha L/10}, \tag{7}$$

где  $p_0$  – давление в падающем импульсе,  $V_i$  – коэффициент отражения ультразвука от  $i$ -го элемента слоистой структуры. Если величину порогового давления обозначить через  $p_{th}$  и учесть, что  $L = c\Delta t/2$ , где  $c$  – эффективная скорость звука в осадках, то

$$\Delta t = \frac{2}{\alpha c} 10 \lg \left( \frac{p_0 V_i}{p_{th}} \right). \tag{8}$$

Как указывалось выше, пороговый сигнал по амплитуде задавался равным 2% сигнала отражения



**Рис. 4.** Частотная зависимость нормированного коэффициента отражения ультразвука  $V_2/V_1$  от шероховатой границы песка и глины (рис. 1в) для различных температур. Расчет произведен для среднеквадратичных высот неровностей  $\sigma = 1$  мм и  $\sigma = 5$  мм, и температур +2, 0 и -10°C. Фиолетовые вертикальные стрелки показывают увеличение коэффициента отражения от границы раздела при охлаждении от +2 до -10°C. Красными пунктирными горизонтальными стрелками показаны соответствующие минимальные пороговые значения нормированного коэффициента отражения 0.6 для 50 кГц и 0.13 для 200 кГц эхолотов.

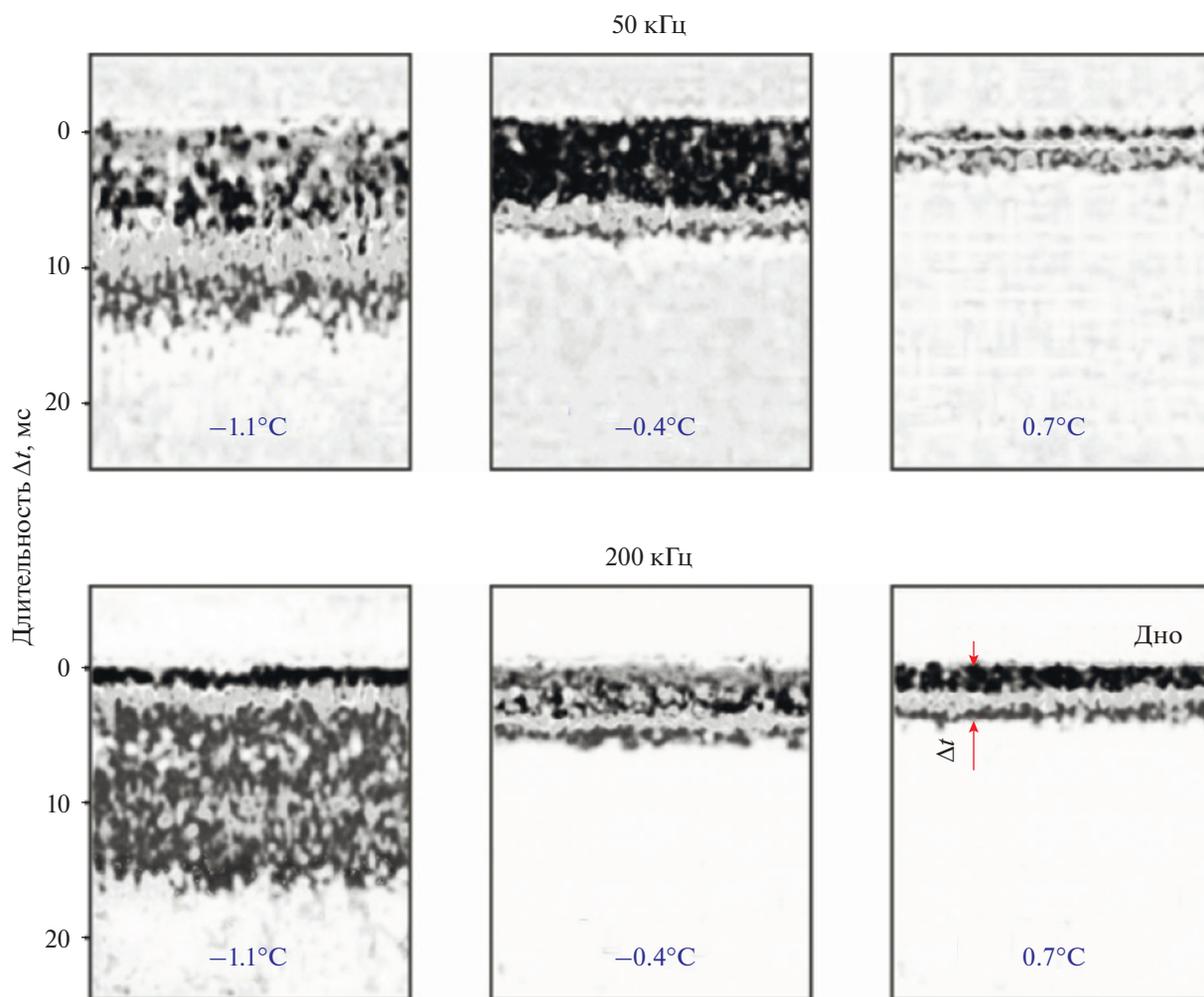
от поверхности дна, т.е.  $p_{th} = 0.02 V_{\text{дна}} p_0$ . Заменяя  $p_{th}$  в выражении (7), получим:

$$\Delta t = \frac{2}{\alpha c} 10 \lg \left( \frac{V_i}{0.02 V_{\text{дна}}} \right). \tag{9}$$

Из (9) следует, что при охлаждении  $\Delta t$  будет возрастать как из-за увеличения коэффициента отражения  $V_i$ , так и из-за уменьшения коэффициента поглощения  $\alpha$  на длине волны. Причем в большинстве случаев вклад уменьшения коэффициента поглощения будет преобладающим.

### 3.2. Натурные исследования

Натурные исследования, проведенные на арктическом шельфе, показали, что температура верхнего метрового слоя донных осадков составляла от -1.2 до +4.9°C. Длительность сигнала обратного рассеяния  $\Delta t$  от верхнего слоя осадков лежала в диапазоне от 1 до 19 мс. На рис. 5 приведены характерные примеры участков эхограмм с верхнем слоем осадков, полученные на станциях с различными температурами поверхности дна. Из приведенных эхограмм видно, что длительность сигнала обратного рассеяния от дна  $\Delta t$  с



**Рис. 5.** Фрагменты эхограмм с участками дна на частотах зондирования 50 и 200 кГц. Показаны температуры верхнего метрового слоя осадков.

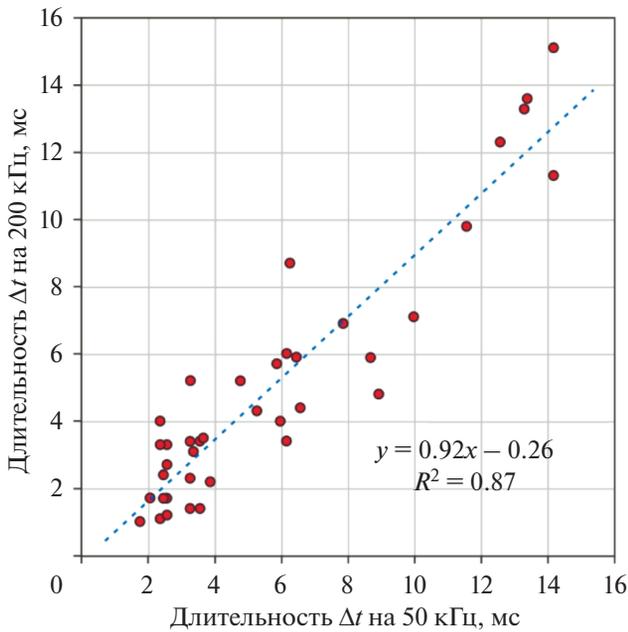
уменьшением температуры последовательно возрастает для обеих частот.

Сравнение длительностей  $\Delta t$  для отдельных станций для двух частот показало, что между ними наблюдается достаточно хорошая линейная связь с  $R^2 = 0.87$  (рис. 6). В указанном представлении (рис. 6) не показана одна точка с максимальной зарегистрированной длительностью сигнала обратного рассеяния для частоты 50 кГц  $\Delta t = 18.6$  мс (для частоты 200 кГц  $\Delta t = 7.1$  мс), которая достаточно сильно выпадала из полученного распределения.

На рис. 7 приведены зависимости длительности сигнала обратного рассеяния ультразвука  $\Delta t$  для двух частот от температуры верхнего метрового слоя донных осадков. Видно, что с уменьшением температуры  $\Delta t$  в среднем увеличивается для обеих частот. При этом в области температур  $>1^\circ\text{C}$  наблюдается слабая температурная зависимость. Здесь  $\Delta t = 3.0 \pm 0.6$  мс для частоты 50 кГц и

$\Delta t = 2.4 \pm 0.9$  мс для 200 кГц. В области температур  $0-1^\circ\text{C}$  длительности эхосигналов в среднем составляют  $\Delta t = 5.2 \pm 2.1$  мс для частоты 50 кГц и  $\Delta t = 4.6 \pm 2.1$  мс для 200 кГц. Еще более холодному верхнему слою осадков с температурами  $<0^\circ\text{C}$  соответствуют большие значения средних величин длительностей:  $\Delta t = 11.3 \pm 3.9$  мс для частоты 50 кГц и  $\Delta t = 9.2 \pm 3.8$  мс для 200 кГц. Отметим, что температурные зависимости для двух частот, согласно приведенным трендам (рис. 7), хорошо согласуются между собой.

Выполненный гранулометрический анализ поверхностных осадков на станциях выявил большую неоднородность распределения частиц по размерам от 0.01 до 1 мм. Сравнение гранулометрических данных с измерениями температуры верхнего метрового слоя осадков показало, что для станций с температурами поверхности дна выше  $0.5^\circ\text{C}$  с увеличением размеров частиц  $\Delta t$  в среднем уменьшается. А для станций с температу-



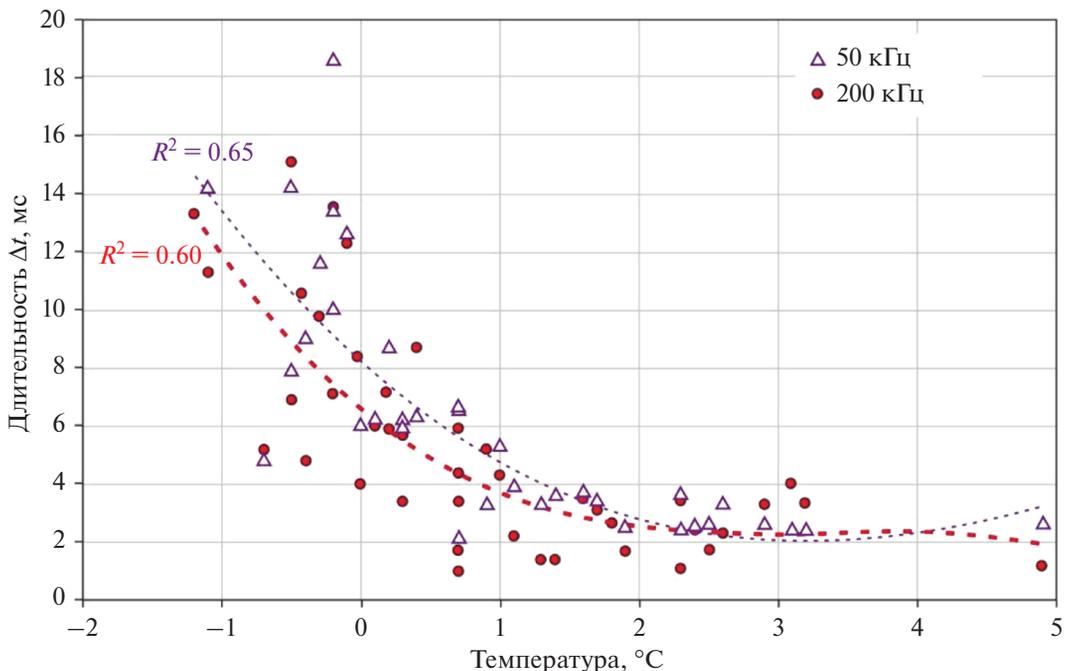
**Рис. 6.** Связь между длительностями сигналов обратного рассеяния от дна  $\Delta t$  для двух используемых частот зондирования. Показаны линейный тренд, его уравнение и значение  $R^2$ .

рами верхнего слоя осадков ниже  $0.5^\circ\text{C}$  корреляция между размером частиц и  $\Delta t$  отсутствует.

Таким образом, эксперименты показали, что на обследованном обширном участке шельфа

Арктики длительность донного эхосигнала  $\Delta t$  в области нулевых и отрицательных температур в основном определяется температурой верхнего слоя осадков и в среднем увеличивается с уменьшением температуры (рис. 7). Такая зависимость хорошо согласуется с приведенными выше модельными оценками и объясняется увеличением  $\Delta t$  как из-за возрастания коэффициента отражения ультразвука  $V$  от слоистой структуры (рис. 1), так и из-за уменьшения коэффициента поглощения  $\alpha$  в осадочной толще при охлаждении.

Отметим, что представленные на рис. 7 результаты получены на станциях, отличающихся различными морфологическими и гранулометрическими характеристиками, расположенными на разных глубинах и зачастую разнесенных на расстояние сотен километров друг от друга. Тем не менее, оказалось, что основным фактором, определяющим длительности донных эхосигналов  $\Delta t$ , является температура  $T$  верхнего слоя осадков. Конечно, при измерении в двух разных точках при одинаковой температуре  $T$  измеренные длительности могут значительно отличаться из-за различных особенностей структуры и пространственной изменчивости физических характеристик, таких как скорость звука, плотность и коэффициент затухания [24]. Вариации указанных характеристик обусловлены составом донных пород (глинистый ил, алевролиты, песок и т.п.), степенью их пористости и газонасыщенности (см. разброс по вертикали на рис. 7). Однако, если



**Рис. 7.** Зависимости длительности сигнала обратного рассеяния ультразвука для двух частот от температуры верхнего метрового слоя донных осадков. Для каждой частоты показаны кубические тренды и значения  $R^2$ .

спустя некоторое время выполнить такие измерения в этих же точках повторно, то по изменению длительности  $\Delta t$  можно будет судить о характере (охлаждение/нагревание) и динамике температурных изменений. Таким образом, предложенный метод активной высокочастотной акустической термометрии позволит осуществить требуемое наблюдение за температурными изменениями мерзлых водонасыщенных пород на суше и верхнего слоя донных осадков.

#### 4. ВЫВОДЫ

Показана возможность реализации метода активной высокочастотной акустической термометрии, основанной на излучении высокочастотных акустических импульсов и измерении длительности сигнала обратного рассеяния  $\Delta t$  в верхнем слое водонасыщенных пород или донных осадков. Согласно предложенной акустической модели, возрастание  $\Delta t$  при охлаждении в области нулевых и отрицательных температур происходит как из-за увеличения коэффициента отражения ультразвука от слоистой структуры, так и из-за уменьшения коэффициента поглощения в водонасыщенной среде. Натурные исследования, проведенные на участке арктического шельфа, подтвердили наличие такой зависимости при температуре верхнего слоя осадков  $T < 1^\circ\text{C}$ . Таким образом, предложенный подход для мониторинга охлажденных и мерзлых пород и осадков позволит осуществить требуемое наблюдение за температурными изменениями мерзлых водонасыщенных пород на суше и верхнего слоя донных осадков.

Работа поддержана Программой Развития Томского Государственного Университета (Приоритет-2030). Исследования частично поддержаны Российским Научным Фондом (грант № 21-77-30001) в части оценки распределения температуры и Министерством науки и высшего образования в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН в части оценки экологических рисков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Manabe S., Spelman M.J., Stouffer R.J.* Transient response of a coupled ocean–atmosphere model to gradual change of atmospheric  $\text{CO}_2$  // *J. Clim.* 1992. V. 5. P. 105–126.
2. *Shakhova N., Semiletov I., Salyuk A., Yusupov V., Kosmach D., Gustafsson O.* Extensive methane venting to the atmosphere from sediments of the East Siberian Arctic Shelf // *Science*. 2010. V. 327. P. 1246–1250.
3. *Shakhova N., Semiletov I., Sergienko V., Lobkovsky L., Yusupov V., Salyuk A., Salomatina A., Chernykh D., Kosmach D., Pantelev G., Nicolsky D., Samarkin V., Joye S., Charkin A., Dudarev O., Meluzov A., Gustafsson O.* The East Siberian Arctic Shelf: towards further assessment of permafrost-related methane fluxes and role of sea ice // *Phil. Trans. R. Soc. A*. 2015. V. 373. P. 20140451. <https://doi.org/10.1098/rsta.2014.0451>
4. *Yusupov V.I., Salyuk A.N., Karnaukh V.N., Semiletov I.P., Shakhova N.E.* Detection of methane ebullition in shelf waters of the Laptev Sea in the Eastern Arctic Region // *Doklady Earth Sciences*. 2010. V. 430. № 2. P. 261–265.
5. *Bogoyavlensky V., Bogoyavlensky I., Nikonov R., Kargina T., Chuvilin E., Bukhanov B., Umnikov A.* New catastrophic gas blowout and giant crater on the Yamal Peninsula in 2020: Results of the expedition and data processing // *Geosciences*. 2021. V. 11. № 2. P. 71.
6. *Мансфельд А.Д.* Акустотермометрия. Состояние и перспективы // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 4–5. С. 546–556.
7. *Аносов А.А., Беляев Р.В., Клиньшов В.В., Мансфельд А.Д., Субочев П.В.* Пассивная широкополосная акустическая термометрия // *Журн. техн. физ.* 2016. Т. 86. № 4. С. 119.
8. *Аносов А.А., Ерофеев А.В., Пешкова К.Ю., Шербаков М.И., Беляев Р.В., Мансфельд А.Д.* Совместное использование пассивной акустической и инфракрасной термометрии для контроля УВЧ-нагрева // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 6. С. 690–696.
9. *Munk W., Forbes A.M.G.* Global ocean warming: an acoustic measure // *J. Phys. Oceanogr.* 1989. V. 19. P. 1765–1778.
10. *Mikhalevsky P.N., Gavrilov A.N.* Acoustic thermometry in the Arctic Ocean // *Polar Research*. 2001. V. 20. № 2. P. 185–192.
11. *Jackson D.R., Dworski J.G.* An acoustic backscatter thermometer for remotely mapping seafloor water temperature // *J. Geophys. Research: Oceans*. 1992. V. 97. № C1. P. 761–767.
12. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика слоистых сред. М.: Наука, 1989. 416 с.
13. *Фролов А.Д.* Электрические и упругие свойства мерзлых пород и льдов. Пушино: ОНТИ ПНЦ РАН, 1998. 515 с.
14. *Brekhovskikh L.* *Waves in layered media.* Elsevier, 2012. V. 16.
15. *Саломатин А.С., Шевцов В.П., Юсупов В.И.* Аппаратурный комплекс для исследования гидрофизических полей методом дистанционного акустического зондирования // *Океанология*. 1985. Т. 25. № 3. С. 697–702.
16. *Саломатин А.С., Шевцов В.П., Юсупов В.И.* Рассеяние звука и тонкая структура гидрофизических полей в океане / В кн.: Исследование гидрофизических полей акустическими методами. Владивосток: ДВНЦ АН СССР. 1983. С. 27–34.
17. *Bjørnø L.* Scattering of sound // In *Applied Underwater Acoustics*. Elsevier, 2017. P. 297–362.
18. *Клей К.С., Медвин Г.* Акустическая океанография: Основы и применения / Пер. с англ. М.: Мир, 1980. 580 с.
19. *Урик Р.Дж.* Основы гидроакустики / Пер. с англ. Л.: Судостроение, 1978. 448 с.

20. *McCann C., McCann D.M.* The attenuation of compressional waves in marine sediments // *Geophysics*. 1969. V. 34. № 6. P. 882.
21. *Bell D.W., Shirley D.J.* Temperature variations of the acoustical properties of laboratory sediments // *J. Acoust. Soc. Am.* 1980. V. 68. № 1. P. 227–231.
22. *Shirley D.J., Bell D.W.* Temperature variation of the acoustic properties of laboratory sediments // *J. Acoust. Soc. Am.* 1979. V. 66. № 1. P. 45–46.
23. *Wang D., Zhu Y., Ma W., Niu Y.* Application of ultrasonic technology for physical-mechanical properties of frozen soils // *Cold Regions Science and Technology*. 2006. V. 44. P. 12–19.
24. *Григорьев В.А., Петников В.Г., Росляков А.Г., Терехина Я.Е.* Распространение звука в мелком море с неоднородным газонасыщенным дном // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 3. С. 342–358.

**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОД НА СОСРЕДОТОЧЕННОЙ  
НЕОДНОРОДНОСТИ В МЕЛКОВОДНОМ АКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ  
В ШИРОКОЙ ПОЛОСЕ ЧАСТОТ**© 2022 г. А. А. Луньков<sup>а, б</sup>, М. А. Шерменева<sup>а, \*</sup><sup>а</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской Академии Наук,  
ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия<sup>б</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
ул. 2-я Бауманская 5, Москва, 105005 Россия

\*e-mail: shermenewa@mail.ru

Поступила в редакцию 22.01.2022 г.

После доработки 27.04.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Аналитически и в рамках численного моделирования рассматривается влияние сосредоточенной неоднородности на широкополосное (50–250 Гц) звуковое поле, формируемое в мелководном (40 м) волноводе на стационарной трассе на расстоянии до 5 км. Аналитические оценки проводятся в рамках теории взаимодействующих мод, а численное моделирование проводится методом широкоугольного параболического уравнения. Предполагается, что источником звука является одиночный ненаправленный излучатель, а прием ведется на вертикальную антенну, перегораживающую весь волновод по глубине. В качестве неоднородности выбирается локальный скачок толщины водного слоя или солитон внутренних волн, присутствие которых вызывает взаимодействие между модами. В работе показано, что при наличии сосредоточенной неоднородности на акустической трассе частотная зависимость амплитуд мод приобретает характерную модуляцию, период которой в частотной области уменьшается при увеличении расстояния от источника звука до неоднородности. Данный признак может быть использован для определения положения сосредоточенной неоднородности на стационарной трассе.

*Ключевые слова:* мелководный акустический волновод, широкополосный сигнал, межмодовое взаимодействие, сосредоточенная неоднородность, вертикальная антенна

DOI: 10.31857/S0320791922050069

**ВВЕДЕНИЕ**

Акустические методы играют ключевую роль при дистанционном мониторинге водной толщи и дна как в глубоком океане [1, 2], так и в шельфовой зоне [3]. Хорошо известны классические работы по акустической термометрии в Тихом (проект АТОС [4]) и Северном Ледовитом (проект АСОУС [5]) океанах, в которых отслеживались изменения средней температуры океана на сверхдлинных трассах. В мелком море на протяженной акустической трассе, длина которой много больше глубины волновода, с помощью существующих методов возможно оценить некоторые средние (эффективные) характеристики распределенной неоднородности, например, амплитуду бароклинного прилива [6]. Однако подобные методы не могут быть напрямую использованы для диагностики сосредоточенных неоднородностей. Под сосредоточенной неоднородностью будем понимать неоднородность, горизонтальная про-

екция которой на направление акустической трассы много меньше длины этой трассы и которая с точки зрения теории нормальных волн (мод) приводит к межмодовому взаимодействию. Примером такого рода неоднородностей может выступать локальное изменение толщины водного слоя, солитон внутренних волн или другие объекты [7]. Одним из вариантов решения задачи мониторинга сосредоточенных неоднородностей является дифференциальная диагностика [8, 9], которая базируется на возбуждении и регистрации отдельных волноводных мод. Однако такой способ может быть достаточно затратным из-за необходимости использования не только приемной, но и излучающей антенны. Разработка подходов, позволяющих снизить требования к излучающей системе при сохранении достаточной информативности мониторинга, требует детального изучения тонкой структуры звукового поля как в частотной, так и пространственной области.

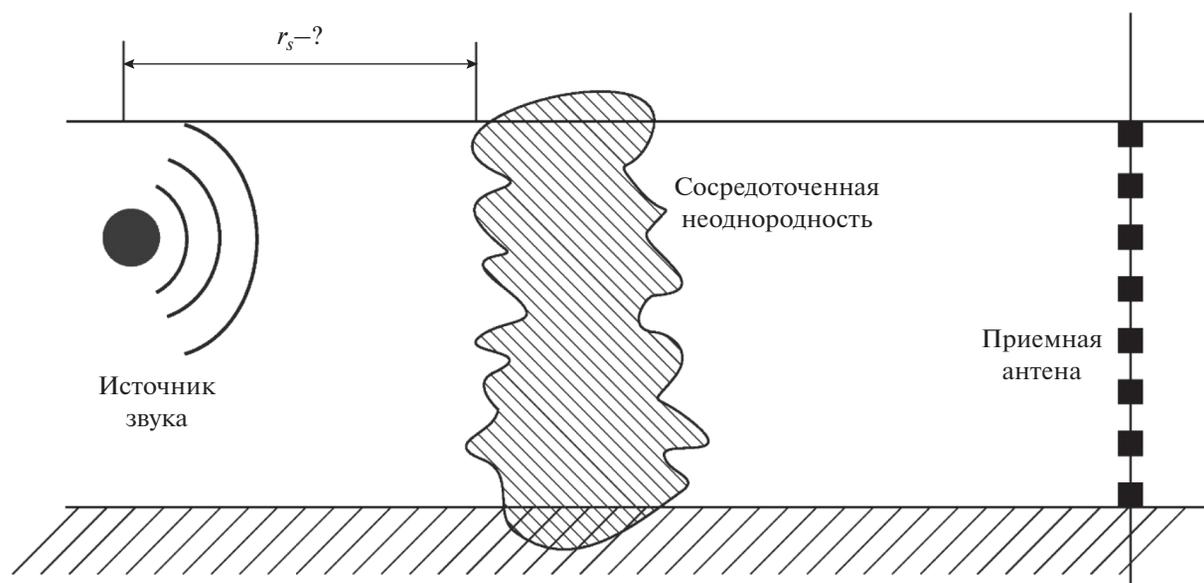


Рис. 1. Схема волновода и постановка задачи.

Типичным примером сосредоточенной неоднородности в мелководной акватории в условиях легкой гидрологии является солитоноподобная внутренняя волна [3]. В большинстве работ, направленных на изучение распространения звука в таких условиях, основное внимание уделяется решению прямой задачи – расчету и анализу параметров звукового поля. Работ, посвященных решению обратной задачи – определению характеристик неоднородности по регистрируемым акустическим сигналам, значительно меньше. Существуют работы [10–12], в которых была показана возможность дистанционного измерения скорости внутреннего солитона при его движении вдоль линии, соединяющей источник и приемник звука. Для этой цели проводился спектральный анализ флуктуаций интенсивности звукового поля или частотных смещений, вызванных движением солитона, в узкой полосе частот. В то же время, методы, которые бы позволяли определять местоположение этой неоднородности (или других уединенных неоднородностей) на акустической трассе, находятся в стадии разработки [11].

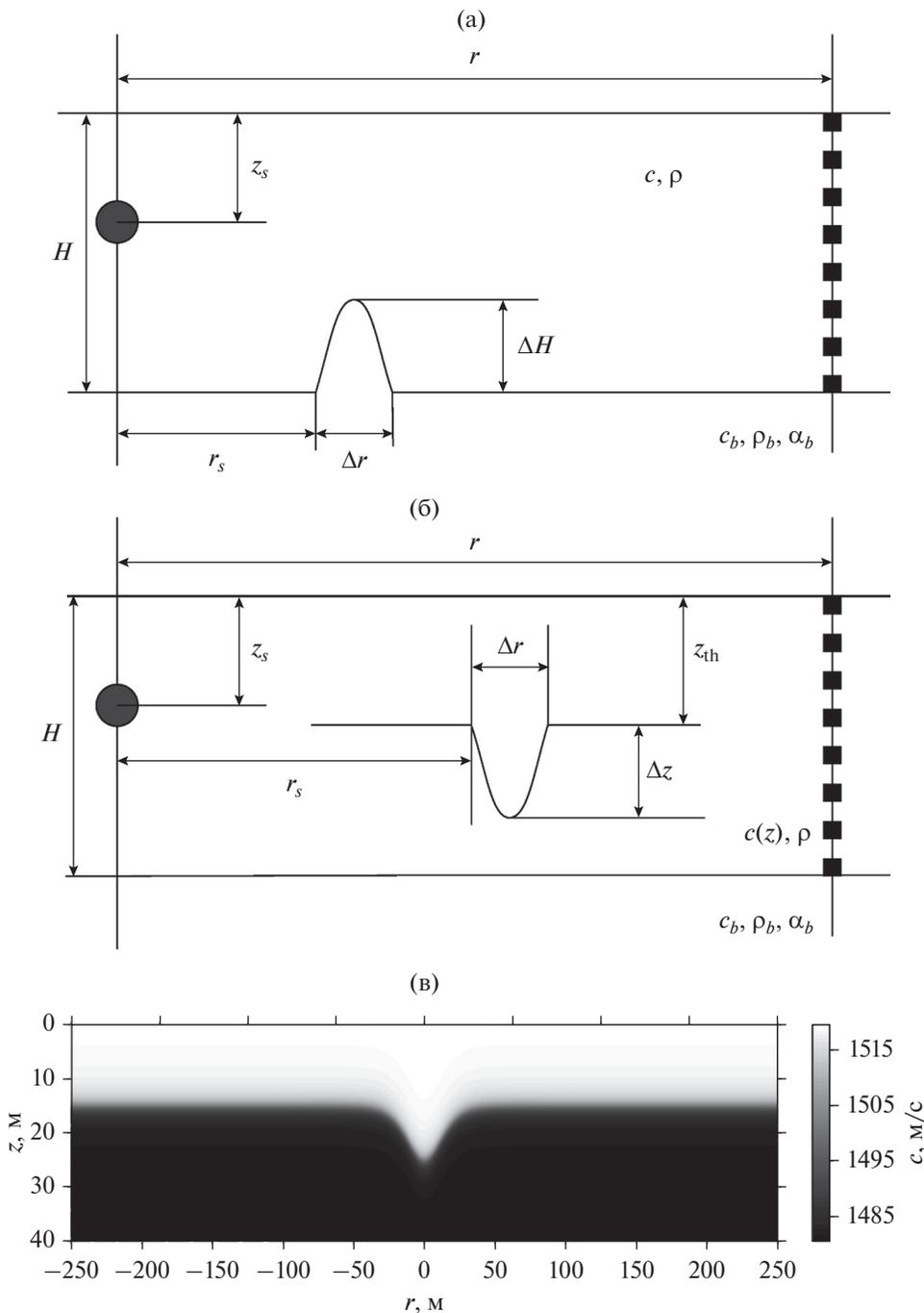
Настоящая работа посвящена изучению взаимодействия мод на сосредоточенной неоднородности в виде локального поднятия дна или внутреннего солитона на стационарной акустической трассе в мелководном волноводе, а также проблеме локализации таких возмущений. В работе приводятся модельные оценки частотной зависимости модальных амплитуд в неоднородном волноводе в широкой полосе частот, а также обсуждается возможность определения расстоя-

ния до сосредоточенной неоднородности по этим зависимостям.

### АКУСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНОГО МЕЛКОВОДНОГО ВОЛНОВОДА

Схема модельного мелководного волновода показана на рис. 1. Звуковое поле формируется одиночным низкочастотным источником, расположенным на глубине  $z_s$ . Прием сигнала и последующее выделение мод осуществляется на вертикальной антенне из  $N$  элементов, полностью перекрывающей поперечное сечение волновода с шагом  $\Delta z = H/N$ . Расстояние  $r$  между источником звука и приемной антенной является фиксированным. Все характеристики (глубина  $H$ , скорости звука  $c$ ,  $c_b$  и плотности  $\rho$ ,  $\rho_b$  в воде и в дне) предполагаются постоянными на всем протяжении акустической трассы, за исключением области неоднородности, начало которой расположено на расстоянии  $r_s$  от источника звука.

В настоящей работе рассматриваются два вида неоднородностей: локальное поднятие дна в виде небольшой “горки” гауссовой формы и одиночный солитон внутренних волн. Анализ звукового поля на антенне проводится для различных расстояний от источника звука до неоднородности  $r_s$ . При наличии “горки” скорость звука в воде предполагается не зависящей от глубины. Модели таких неоднородных волноводов показаны, соответственно, на рис. 2а, 2б. Дно в обоих случаях рассматривается двух типов: акустически мягкое (скорость звука много меньше, чем в воде) и аку-



**Рис. 2.** Схема модельного волновода с неоднородностью в виде (а) – локального поднятия дна – “горки” и (б) – уединенного солитона внутренних волн. Черная линия внутри волновода на рис. (б) соответствует границе термоклина. (в) – Изменение профиля скорости звука в окрестности уединенного солитона внутренних волн.

стически жесткое (скорость звука больше, чем в воде). Параметры волноводов приведены в таблице.

Форма “горки” определяется выражением:

$$h = \Delta H \exp\left(\frac{(r - r_s)^2}{2(\Delta r/6)^2}\right), \quad (1)$$

где  $\Delta H$  и  $\Delta r$  – высота и ширина “горки”, соответственно.

При рассмотрении солитона внутренних волн невозмущенный вертикальный профиль скорости звука в водном слое задается в виде:

$$c(z) = c_0 - \frac{2\Delta c \operatorname{arctg}(z - z_{th})}{\pi}. \quad (2)$$

Здесь  $z_{th}$  – глубина термоклина,  $c_0$  – средняя скорость звука в воде,  $\Delta c$  – разность скоростей звука у поверхности и дна. Профиль модельного солитона определяется формулой:

$$\zeta(r) = -\Delta z \operatorname{sech}^2\left(\frac{r-r_s}{\Delta r/6}\right), \quad (3)$$

где  $\Delta z$  и  $\Delta r$  – высота и ширина солитона, соответственно. С учетом (2) и (3) распределение скорости звука по трассе при наличии солитона можно записать как

$$c(r, z) = c_0 - \frac{2\Delta c \operatorname{arctg}(z - z_{th} + \zeta(r))}{\pi}. \quad (4)$$

Исходной величиной, описывающей акустическое поле в неоднородном волноводе при выполнении аналитических оценок и численного моделирования, является комплексная амплитуда звукового давления  $p(\omega, r, z)$ , которая рассчитывается в вертикальной плоскости  $(r, z)$  в широкой полосе частот  $\omega = 2\pi f$ . Вычисления проводятся с использованием программного кода RAM [13], в котором реализовано решение широкоугольного параболического уравнения. Трехмерные эффекты в настоящей работе не рассматриваются.

Анализ изменчивости звукового поля при наличии сосредоточенных неоднородностей проводится с привлечением модовой фильтрации. Процедура выделения мод, т.е. оценки их амплитуд  $A_m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$  – номер моды), из полного звукового поля  $p(\omega, r, z)$  при помощи вертикальной приемной цепочки, перекрывающей весь волновод по глубине, может быть описана как [3]

$$\begin{aligned} \tilde{A}_m(\omega, r) &= \int_0^{H(r)} p(\omega, r, z) \psi_m(\omega, r, z) dz \approx \\ &\approx \sum_{j=1}^N p(\omega, r, z_j) \psi_m(\omega, r, z_j) \Delta z, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\psi_m$  – локальные собственные функции волноводных мод, которые рассчитываются путем решения задачи Штурма–Лиувилля. Максимально приближенные к действительным значениям оценки модовых амплитуд ( $\tilde{A}_m(\omega, r) \approx A_m(\omega, r)$ ) достигаются при устремлении верхнего предела интегрирования в (5) к бесконечности, т.е. с учетом интегрирования в полупространстве дна. При условии мягкого газонасыщенного дна ( $c_b \ll c$ ) равенство, близкое к точному, будет иметь место даже при интегрировании только по водному слою [14]. Отметим, что выделение мод при широкополосном излучении возможно и на одиночном приемнике за счет дисперсионных свойств волновода, что особенно эффективно

при использовании преобразования деформации (“Warping transform”) [15].

### ВЫВОД УСЛОВИЯ МАКСИМУМА МОДОВОЙ АМПЛИТУДЫ

С использованием модовой теории определим характер зависимости амплитуд отдельных мод от частоты при различных положениях неоднородности на акустической трассе. Как и в работе [16], для аналитических оценок возьмем простейшую модель неоднородного волновода, а именно волновод с постоянной скоростью звука в воде  $c$  и локальным поднятием дна. Дно выберем акустически мягкое,  $c_b \ll c$ . Будем рассматривать достаточно низкие частоты, соответствующие маломодовому режиму распространения, когда энергонесущими являются только первые две моды.

При наличии плавных возмущений среды, когда обратное рассеяние пренебрежимо мало, комплексная амплитуда полного звукового поля  $p(\omega, r, z)$  может быть представлена в виде суммы взаимодействующих мод [3]:

$$\begin{aligned} p(\omega, r, z) &= \sum_m A_m(\omega, r) \psi_m(\omega, r, z) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{r}} \sum_m C_m(\omega, r) \psi_m(\omega, r, z) \frac{\exp\left(i \int_0^r q_m(\omega, r') dr'\right)}{\sqrt{q_m(\omega, r)}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $A_m(\omega, r)$  – амплитуды мод,  $C_m(\omega, r)$  – модальные коэффициенты возбуждения,  $\psi_m$  и  $\xi_m(\omega, r) = q_m(\omega, r) + i\gamma_m(\omega, r)/2$  – локальные собственные функции и собственные значения (постоянные распространения) задачи Штурма–Лиувилля. Коэффициенты  $C_m(\omega, r)$  определяются из решения системы  $M$  дифференциальных уравнений [3]

$$\begin{aligned} \frac{dC_m(\omega, r)}{dr} &= -\frac{\gamma_m(\omega, r)}{2} C_m(\omega, r) + \\ &+ \sum_{n \neq m}^M b_{mn}(\omega, r) C_n(\omega, r) \sqrt{\frac{q_m(\omega, r)}{q_n(\omega, r)}} \times \\ &\times \exp\left(i \int_0^r (q_n(\omega, r') - q_m(\omega, r')) dr'\right), \end{aligned} \quad (7)$$

$m = 1, \dots, M$

с начальными условиями  $C_m(\omega, 0) = \psi_m(\omega, 0, z_s)$ . Здесь  $b_{mn}(\omega, r)$  – коэффициенты межмодового взаимодействия. Для неоднородности, локализованной внутри интервала  $(r_s, r_s + \Delta r)$ , имеем:

$$\begin{aligned} b_{mn} &= 0, \quad r \in (0, r_s) \cup (r_s + \Delta r, r), \\ b_{mn} &\neq 0, \quad r \in (r_s, r_s + \Delta r). \end{aligned}$$

Таблица 1. Параметры волноводов

Параметр	Значение	Параметр	Значение
Глубина волновода $H$	40 м	Расстояние до неоднородности $r_s$	500–4500 м
Глубина источника звука $z_s$	15 м	Ширина “горки” $\Delta r$	100 м
Расстояние от источника до антенны $r$	5000 м	Скачок глубины для “горки” $\Delta H$	10 м
Число элементов в антенне $N$	40	Форма “горки”	Приведена после таблицы
Скорость звука в воде $c$ (для случая “горки”)	1480 м/с	Ширина солитона $\Delta r$	100 м
Невозмущенный профиль скорости звука в воде $c(z)$ (для случая солитона)	Приведен после таблицы	Амплитуда солитона $\Delta z$	10 м
Плотность воды $\rho$	1000 кг/м <sup>3</sup>	Форма солитона $\zeta$	Приведена после таблицы
Скорость звука в дне $c_b$	1600, 350 м/с	Глубина термоклина вне солитона $z_{th}$ (для случая солитона)	15 м
Плотность дна $\rho_b$	1600 кг/м <sup>3</sup>	Диапазон частот	50–250Гц
Коэффициент затухания в дне $\alpha_b$	0.33 дБ/л		

Для получения аналитических оценок ограничимся рассмотрением взаимодействия только первой  $m = 1$  и второй моды  $n = 2$ . В этом случае  $b_{12}(r) \approx \frac{1}{H(r)} \frac{dH(r)}{dr}$  [17], а для коэффициента возбуждения первой моды согласно (7) имеем выражение

$$\begin{aligned} \frac{dC_1(\omega, r)}{dr} = & -\frac{\gamma_1(\omega, r)}{2} C_1(\omega, r) + \\ & + b_{12}(r) C_2(\omega, r) \sqrt{\frac{q_1(\omega, r)}{q_2(\omega, r)}} \times \\ & \times \exp\left(i \int_0^r (q_2(\omega, r') - q_1(\omega, r')) dr'\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая то, что значение  $q_i(\omega, r)$  постоянно на  $r \in (0, r_s) \cup (r_s + \Delta r, r)$ , а  $b_{12} = 0$  на этих же интервалах, фазу второго слагаемого из правой части уравнения (7) при  $r \geq r_s + \Delta r$  можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_0^r (q_2(r') - q_1(r')) dr' = & (q_2(r_s) - q_1(r_s)) r_s + \\ & + \int_{r_s}^{r_s + \Delta r} (q_2(r') - q_1(r')) dr'. \end{aligned} \quad (9)$$

Если горизонтальный размер неоднородности  $\Delta r$  много меньше периода интерференционных биений  $\Lambda_{12}(\omega, r) = \frac{2\pi}{q_1(\omega, r) - q_2(\omega, r)}$ , то мы можем считать, что

$$\int_{r_s}^{r_s + \Delta r} (q_2(r') - q_1(r')) dr' \approx -\frac{2\pi\Delta r}{\Lambda_{12}(\omega)} \approx 0,$$

где  $\overline{\Lambda_{12}}(\omega)$  – эффективное значение периода биений в интервале  $(r_s, r_s + \Delta r)$ . В этом случае  $\exp\left(i \int_{r_s}^{r_s + \Delta r} (q_2(r') - q_1(r')) dr'\right) \approx 1$  и выражение (8) при  $r \geq r_s + \Delta r$  принимает вид

$$\frac{dC_1(\omega, r)}{dr} = -\frac{\gamma_1(\omega, r)}{2}C_1(\omega, r) + b_{12}(r)C_2(\omega, r) \times \sqrt{\frac{q_1(\omega, r)}{q_2(\omega, r)}} \exp(i(q_2(\omega, r_s) - q_1(\omega, r_s))r_s). \quad (10)$$

Преобразуем формулу (10), используя приближение конечных разностей, и получим связь между значением модального коэффициента возбуждения  $C_1$  до неоднородности ( $r = r_s$ ) и сразу после нее ( $r = r_s + \Delta r$ ):

$$C_1(\omega, r_s + \Delta r) \approx C_1(\omega, r_s) - \frac{\gamma_1(\omega, r_s)}{2}C_1(\omega, r_s)\Delta r + \bar{B}_{12} \exp(i(q_2(\omega, r_s) - q_1(\omega, r_s))r_s)C_2(\omega, r_s)\Delta r. \quad (11)$$

Здесь  $\bar{B}_{12}$  – эффективное значение коэффициента взаимодействия с учетом корня из отношения постоянных распространения. В правой части выражения (11) второе слагаемое отвечает за уменьшение модального коэффициента возбуждения  $C_1$  за счет затухания, а третье слагаемое может определять как дополнительное уменьшение  $C_1$ , так и его увеличение в зависимости от величины экспоненты. Модуль коэффициента  $C_1$  будет достигать максимального значения, когда величина экспоненты будет действительна и равна 1 (и минимального значения при  $-1$ ).

Таким образом, условие максимума для модального коэффициента возбуждения можно записать (с учетом четности косинуса) как

$$\cos((q_1(r_s) - q_2(r_s))r_s) = 1 \text{ или } (q_1(r_s) - q_2(r_s))r_s = 2\pi l, \quad l = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

Разность постоянных распространения для волновода с мягким дном имеет вид  $q_1(r_s) - q_2(r_s) \approx \frac{3\pi^2 c}{2\omega H^2}$  [3]. Подставляя эту формулу во второе выражение в (12), имеем

$$\frac{3\pi^2 c}{2\omega H^2} r_s = 2\pi l. \quad (13)$$

Отсюда следует, что частота  $\omega_l = 2\pi f_l$ , на которой наблюдается 1-й максимум коэффициента возбуждения моды  $l$ , и расстояние от источника звука до сосредоточенной неоднородности прямо пропорциональны:

$$r_s = \frac{8H^2 l}{3c} f_l. \quad (14)$$

Эта формула является базовой для определения расстояния до неоднородности, если известны невозмущенная глубина волновода  $H$ , скорость звука в водном слое  $c$ , частота максимума  $f_l$  и его номер  $l$ . Однако независимое определение номера максимума в условиях эксперимента затруднительно из-за необходимости его отслеживания

начиная с самых низких звуковых частот. Для исключения этого параметра рассмотрим два соседних максимума с номерами  $l$  и  $l - 1$  и преобразуем формулу (13) в разность

$$\frac{3\pi^2 c}{4H^2} \left( \frac{1}{\omega_{l-1}} - \frac{1}{\omega_l} \right) r_s = 2\pi. \quad (15)$$

Выражая  $r_s$  из (15) с учетом  $\omega_l = 2\pi f_l$ , получаем

$$r_s = \frac{8H^2}{3c} \frac{f_l f_{l-1}}{(f_l - f_{l-1})}. \quad (16)$$

В отличие от (14), это выражение уже не содержит номера максимума  $l$  и может быть использовано для нахождения расстояния до локального поднятия дна (“горки”) при обработке экспериментальных данных.

Фиксируя диапазон рассматриваемых частот  $\Omega$  с центральной частотой  $f_{cp}$  и предполагая, что частоты максимумов  $f_l$  в нем отличаются не очень сильно, грубая оценка расстояния может быть получена путем пересчета числа  $L$  локальных максимумов, попадающих в диапазон  $\Omega$ :

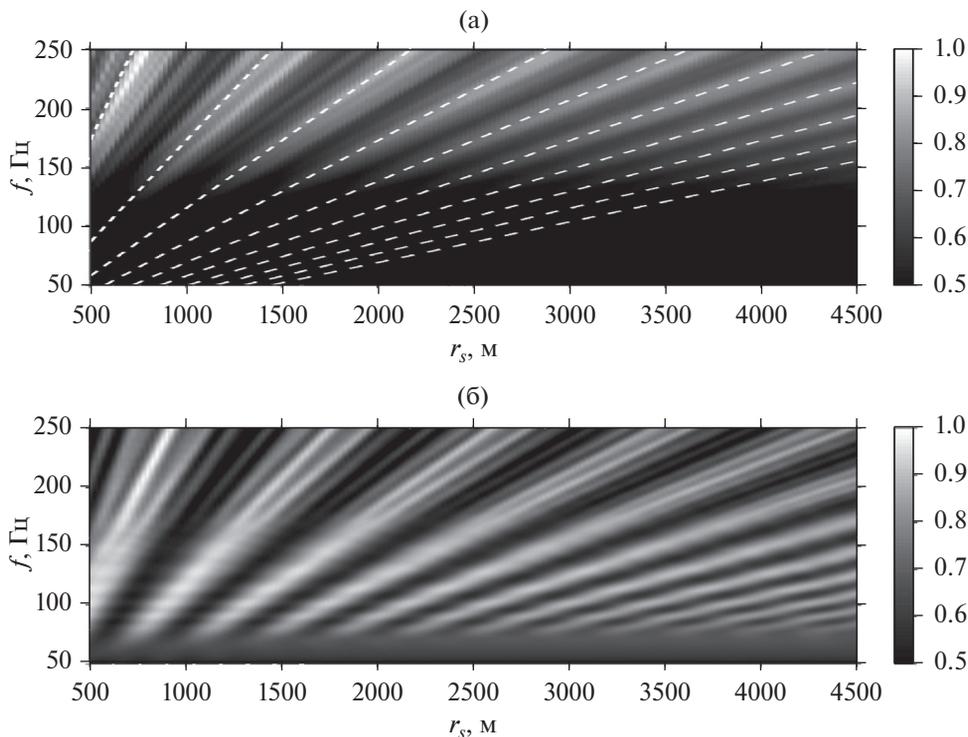
$$r_s = \frac{8H^2 f_{cp}^2}{3c \Omega} L. \quad (17)$$

Исходя из полученных аналитических выражений (16)–(17) можно сделать вывод о том, что частотная зависимость модальных коэффициентов возбуждения, а следовательно, и амплитуд мод приобретает характерную модуляцию, период которой  $\Delta f$  в частотной области уменьшается при увеличении расстояния  $r_s$  от источника звука до неоднородности. Заметим также, что эти выражения не содержат в себе параметров сосредоточенной неоднородности. Увеличение высоты “горки” приведет к увеличению контрастности частотной зависимости модовых амплитуд из-за большего значения коэффициента взаимодействия  $\bar{B}_{12}$ , но не повлияет на оценку расстояния.

Обратим внимание на то, что условие (12) эквивалентно условию нахождения на одной и той же интерференционной полосе в плоскости частота–расстояние при рассмотрении движущегося источника звука в однородном волноводе [18, 19]. В общем случае “траектория” интерференционной полосы в плоскости частота–расстояние может быть получена [20], если известно значение интерференционного инварианта [21].

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Теперь обратимся к результатам прямого численного моделирования звукового поля  $p(\omega, r, z)$  в присутствии как локального поднятия дна, так и солитона внутренних волн. Предполагается, что



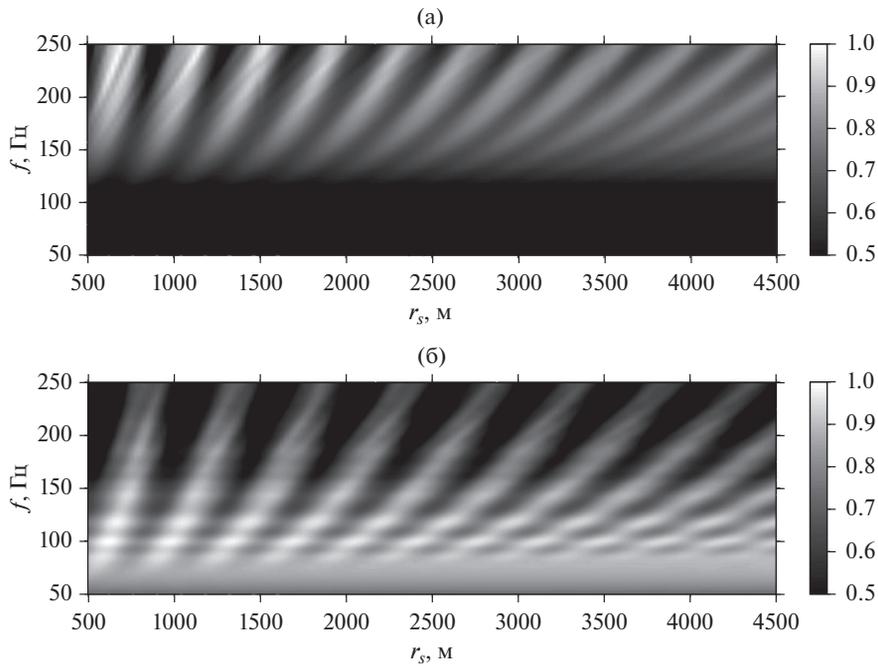
**Рис. 3.** Частотная модуляция амплитуды первой моды в зависимости от положения “горки” на трассе. Скорость звука в дне (а) – 350 и (б) – 1600 м/с. По горизонтальной оси отложено расстояние от “горки” до источника, по вертикальной – частота. На рис. (а) белым пунктиром показаны полученные аналитически максимумы с помощью формулы (14).

источник звука излучает широкополосный сигнал с равномерным спектром в полосе частот  $f = 50\text{--}250$  Гц. В результате модовой фильтрации звукового поля на вертикальной антенне с помощью формулы (5) получены частотные зависимости амплитуды первой моды  $\tilde{A}_1(\omega, r_s)$  для различных положений неоднородности  $r_s$  на стационарной акустической трассе. Эти зависимости представлены на рис. 3–4 в виде яркостных картин в нормированном на максимальное значение виде. Рис. 3 соответствует неоднородности на дне, а рис. 4 – солитону внутренних волн. Обращают на себя внимание осцилляции амплитуды моды при изменении частоты даже при фиксированном расстоянии от локального возмущения, что является следствием межмодового взаимодействия со второй и, возможно, с третьей модой. Это говорит о том, что на трассе имеется сосредоточенная неоднородность. Можно заметить, что частотный период осцилляций уменьшается с ростом расстояния от источника звука до неоднородности – имеется однозначная зависимость, что было показано выше с помощью теоретических выкладок. На рис. 3а отмечены также аналитически полученные линии частотных максимумов, определяемых формулой (14) (белый пунктир), из которых видно, что аналитические расчеты хорошо согласуются с результатами чис-

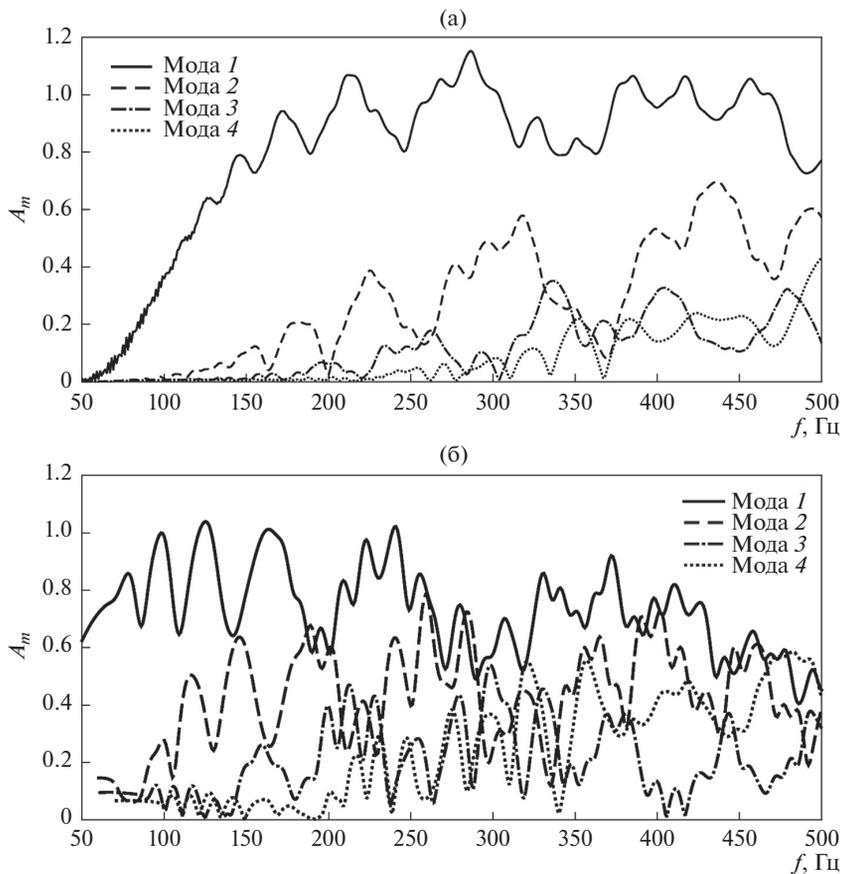
ленного эксперимента. Для других ситуаций аналитические оценки не проводились. Отметим, что горизонтальный размер рассматриваемых неоднородностей  $\Delta r = 100$  м значительно меньше периода интерференционных биений первой и второй моды  $\Lambda_{12} = 300\text{--}1000$  м.

Из рис. 3–4 видно, что модуляция амплитуды  $\tilde{A}_1(\omega, r_s)$  более выражена для неровности дна (“горки”), чем для солитона, а также для жесткого дна проявляется сильнее, чем для мягкого. Под степенью выраженности здесь понимается контраст получаемой двумерной картины. Большая контрастность для жесткого дна обусловлена более близкими значениями коэффициентов затухания первой и второй моды (являющихся распространяющимися), чем в случае мягкого дна, когда все моды являются вытекающими. Большой эффект при наличии “горки” связан с большим значением коэффициента взаимодействия  $b_{12}$  для этого типа возмущения.

Важно заметить, что наблюдаемые интерференционные полосы в плоскости  $(f, r_s)$  на рис. 3 и 4 идентичны интерференционным полосам, формирующимся при движении широкополосного источника. Искривление интерференционных полос на рис. 4 по сравнению с рис. 3 связано с тем, что при летней гидрологии значение интер-



**Рис. 4.** Частотная модуляция амплитуды первой моды в зависимости от положения внутреннего солитона на трассе. Скорость звука в дне (а) – 350 и (б) – 1600 м/с. По горизонтальной оси отложено расстояние от солитона до источника, по вертикальной – частота.



**Рис. 5.** Частотные зависимости модальных амплитуд первых четырех мод для случая “горки”. (а) –  $c_b = 350$  м/с,  $r_s = 2500$  м, (б) –  $c_b = 1600$  м/с,  $r_s = 2500$  м. Амплитуда первой моды показана сплошной линией, второй моды – штриховой, третьей моды – штрих-пунктиром, четвертой моды – пунктиром.

ференционного инварианта превышает единицу (примерно равно двум).

На рис. 3б также видно расщепление полос с ростом частоты, что обусловлено подключением дополнительных мод к взаимодействию (3-й и 4-й). Подтверждение этому можно найти на рис. 5, где приведены частотные зависимости амплитуд первых четырех мод для локального поднятия дна, находящегося в центре акустической трассы. На частоте выше 200 Гц присутствует дополнительная высокочастотная модуляция на фоне низкочастотной. Появление горизонтальных полос на рис. 3б и 4б в области низких частот вызвано не совсем точным выделением моды с помощью вертикальной антенны в условиях, когда мода сильно проникает в дно.

Модуляция амплитуды первой моды, обусловленная взаимодействием со второй модой, может быть использована для определения места расположения неоднородности на стационарной акустической трассе. Если в качестве примера проанализировать рис. 3б, то можно получить, что при расстоянии до неоднородности  $r_s = 1$  км в частотном интервале от  $f = 50$  до  $250$  Гц ( $\Omega = 200$  Гц) “умещается”  $L = 2$  интерференционные полосы, соответствующие взаимодействию первой и второй моды, при  $r_s = 2$  км —  $L = 3$ , при  $r_s = 3$  км —  $L = 5$ , при  $r_s = 4$  км —  $L = 7$ . Таким образом, оценивая число полос, попадающих в заданный частотный диапазон, можно грубо (с точностью около 1 км) оценить расстояние до неоднородности. В то же время, возможно и дальнейшее усовершенствование подхода (например, с использованием кепстрального анализа), что позволит повысить эту точность.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучено влияние двух типов сосредоточенных неоднородностей (локальное поднятие дна и солитон внутренних волн) на модовую структуру низкочастотного звукового поля, формируемого в мелководном волноводе. Аналитически и при помощи численного эксперимента показано, что при наличии возмущения, вызывающего межмодовое взаимодействие, в частотной зависимости амплитуды моды наблюдается модуляция, период которой зависит от положения неоднородности и не зависит ее параметров. На основе полученных результатов предложен подход к оценке положения сосредоточенной неоднородности на стационарной акустической трассе, применимый в случае маломодового распространения звука.

Работа поддержана РФФ, проект № 22-72-10121.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Munk W., Wunsch C.* Ocean acoustic tomography: Rays and modes // *Reviews of Geophysics*. 1983. V. 21. № 4. P. 777–793.
2. *Uzhansky E., Gadol O., Lang G., Katsnelson B., Copel S., Kazaz T., Makovsky Y.* Geoacoustic estimation of the seafloor sound speed profile in deep passive margin setting using standard multichannel seismic data // *J. Mar. Sci. Eng.* 2021. V. 9. № 12. P. 1423.
3. *Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J.* Fundamentals of Shallow Water Acoustics. N.Y.: Springer, 2012. 540 p.
4. *Dushaw B.D., Howe B.M., Mercer J.A., Spindel R.C., Baggeroer A.B., Menemenlis D., Wunsch C., Birdsall T.G., Metzger K., Clark C., Colosi J.A., Comuelle B.D., Dzieciuch M., Munk W., Worcester P.F., Costa D., Forbes A.M.G.* Multimegahertz-range acoustic data obtained by bottom-mounted hydrophone arrays for measurement of ocean temperature // *IEEE J. Ocean. Eng.* 1999. V. 24. № 2. P. 202–214.
5. *Mikhalevsky P.N., Gavrilov A.N.* Acoustic thermometry in the Arctic Ocean // *Polar Research*. 2001. V. 20. № 2. P. 185–192.
6. *Кузькин В.М., Лин Й.-Т., Луньков А.А., Линч Дж.Ф., Петников В.Г.* Частотные смещения интерференционной структуры звукового поля в летний период времени на океанском шельфе // *Акуст. журн.* 2011. Т. 57. № 3. С. 387–397.
7. *Григорьев В.А., Кузькин В.М.* Дифракция акустических волн на жестком вытянутом сфероиде в подводном звуковом канале // *Акуст. журн.* 1995. Т. 41. № 3. С. 410–414.
8. *Нечаев А.Г., Хилько А.И.* Дифференциальная акустическая диагностика случайных неоднородностей океана // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34. № 2. С. 285–289.
9. *Нечаев А.Г., Хилько А.И.* Определение локальных характеристик океанических неоднородностей, распределенных вдоль акустической трассы // *Акуст. журн.* 1988. Т. 34. № 4. С. 694–699.
10. *Григорьев В.А., Кацнельсон Б.Г.* Флуктуации звука, обусловленные взаимодействием мод на движущихся нелинейных внутренних волнах в мелком море // *Акуст. журн.* 2014. Т. 60. № 3. С. 262–271.
11. *Григорьев В.А., Кацнельсон Б.Г., Lynch J.* Флуктуации энергии высокочастотных звуковых сигналов в мелком море в присутствии нелинейных внутренних волн // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 4. С. 485–493.
12. *Jiang Y., Grigorev V., Katsnelson B.* Sound field fluctuations in shallow water due to nonlinear internal waves and determination of their parameters // *Proc. Mtgs. Acoust.* 2021. Т. 44. P. 1–9.
13. *Кузькин В.М., Луньков А.А., Переселков С.А.* Частотные смещения максимумов звукового поля, вызванные интенсивными внутренними волнами // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 3. С. 342–349.
14. *Collins M.D., Westwood E.K.* A higher-order energy-conserving parabolic equation for range dependent

- ocean depth, sound speed, and density // *J. Acoust. Soc. Am.* 1991. Т. 89. № 3. P. 1068–1075.
15. *Lunkov A.A., Katsnelson B.G.* Using discrete low-frequency components of shipping noise for gassy sediment characterization in shallow water // *J. Acoust. Soc. Am.* 2020. Т. 147. № 5. P. EL428–EL433.
  16. *Bonnel J., Thode A., Wright D., Chapman R.* Nonlinear time-warping made simple: A step-by-step tutorial on underwater acoustic modal separation with a single hydrophone // *J. Acoust. Soc. Am.* 2020. Т. 147. № 3. P. 1897–1926.
  17. *Луньков А.А., Шерменева М.А.* Спадание средней интенсивности звукового поля в мелководных волноводах с наклонным дном // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 5. С. 630–640.
  18. *Бреховских Л.М., Годин О.А.* Акустика неоднородных сред. Т. 2: Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. М.: Наука, 2009. 426 с.
  19. Интерференция широкополосного звука в океане // Сб. под ред. Зверева В.А., Орлова Е.Ф. // Горький: ИПФ АН СССР, 1984. 185 с.
  20. *D'Spain G.L., Kuiperman W.A.* Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // *J. Acoust. Soc. Am.* 1999. V. 106. № 5. P. 2454–2468.
  21. *Чупров С.Д.* Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане // *Акустика океана. Современное состояние.* Под ред. Бреховских Л.М. М.: Наука, 1982. С. 71–91.

ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНОГО ПРИЕМНИКА ДЛЯ АНАЛИЗА  
НАПРАВЛЕННЫХ СВОЙСТВ ПОЛЯ

© 2022 г. С. Г. Михайлов\*

*Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия**\*e-mail: s.mikhailov@mail.ru*

Поступила в редакцию 27.04.2022 г.

После доработки 24.05.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Исследуется возможность изучения направленных свойств поля с помощью одиночного комбинированного векторно-скалярного приемника. Рассматривается математическая модель поля на основе пуассоновского процесса. Аналитически показана связь математического ожидания углового распределения модуля вектора Умова и плотности вероятности его аргумента (фазы) с угловой плотностью и угловой плотностью вероятности акустического поля в предельных случаях редких импульсов и гауссова приближения. На основе численного расчета анализируется эволюция указанных функций при изменении ширины частотной полосы анализа.

*Ключевые слова:* векторно-скалярный приемник, векторно-фазовые методы, угловая плотность поля, плотность вероятности модуля и фазы вектора Умова

**DOI:** 10.31857/S0320791922050070

## ВВЕДЕНИЕ

Направленные свойства акустического поля обычно характеризуются угловым спектром. Угловой спектр является одной из важнейших характеристик поля и широко применяется при прогнозировании работоспособности различных гидроакустических устройств. Возможности устройства по угловому разрешению нескольких источников или выделению сосредоточенного источника на фоне помех тесно связаны с решением таких важных технических задач, как обнаружение и пеленгование. Для моделирования углового спектра используются как теоретические модели [1, 2], так и аппроксимации экспериментальных данных [3]. Для накопления экспериментальных данных, их обобщения и последующего уточнения представлений о процессах, формирующих шумовые поля, необходимо проводить исследования направленности морских (океанских) шумов в различных диапазонах частот. Экспериментально в условиях открытого моря оценка углового спектра обычно выполняется с помощью протяженных многоэлементных узконаправленных антенн [4–8], имеющих размер несколько десятков длин волн. Большие габариты этих устройств существенно усложняют проведение экспериментов. Кроме того, для многоэлементных антенн характерно значительное расширение характеристики направленности с

уменьшением частоты [5], что затрудняет анализ направленных свойств поля в этом диапазоне.

Комбинированный векторно-скалярный приемник (ВСП) [9] в отличие от протяженной антенны имеет размер существенно меньше длины волны и поэтому может входить в состав компактных средств исследования океана. ВСП включает в себя ненаправленный приемник давления (скалярная часть) и два или три приемных канала, имеющих взаимно перпендикулярные дипольные характеристики направленности (векторная часть). ВСП обладает следующей важной особенностью: характеристики направленности канала давления и каналов его векторной части близки к теоретическим и практически неизменны в широком диапазоне частот, достигающем до двух–трех декад. Это свойство позволяет анализировать широкополосные сигналы, принятые приемником, полагая характеристики направленности всех его каналов равными теоретическим и не зависящими от частоты. Будем также считать, что фазовые центры всех приемных каналов совпадают, а выходные сигналы каналов векторной части пропорциональны компонентам колебательной скорости.

ВСП применяется для решения различных гидроакустических задач [10]. Используемые при этом методы часто именуются векторно-фазовыми. Теоретическое изучение статистических свойств поля [11] и пеленгования [12] с помощью комби-

нированных приемников, выполненное для гауссовых (нормальных) полей, показало, что ВСП обладает весьма ограниченными возможностями по исследованию направленных свойств поля и разрешению локальных источников. Однако, известны экспериментальные данные ([10], с. 221), показывающие, что с помощью ВСП возможно разрешение, по крайней мере, двух источников. Это указывает на необходимость углубления понимания возможностей ВСП, что требует не только расширения представлений о статистических свойствах гауссова поля, но и применения модели морского шума, обладающей более широкими возможностями по варьированию свойств моделируемого поля.

### МОДЕЛЬ ШУМОВОГО ПОЛЯ

В традиционных моделях [1, 2, 13] шумовое поле рассматривается как результат сложения гармонических волн, излучаемых многочисленными или иными источниками с равными среднеквадратическими интенсивностями, но со случайными фазами. Источники равномерно располагаются в объеме, на сфере, в конусе, на плоскости или прямой. Такие модели хорошо подходят для анализа свойств гауссовых полей и находящихся в них устройств в узкой полосе частот. Для исследования полей, формируемых широкополосными сигналами, требуется иной подход. Пример такого подхода изложен в [12]. Он основан на представлении, что события, приводящие к излучению шумов, происходят независимо друг от друга в различных точках водной толщи или на ее поверхностях. Считается, что некоторые из этих событий порождаются сходными процессами и при этом излучаются близкие по форме импульсы. Такими процессами могут быть: падение капель, разрушение гребней волн, растрескивание и торошение льда, звуки, издаваемые животными одного вида, схлопывание кавитационных пузырьков, некоторые виды технических шумов и т.п. Общей особенностью перечисленных процессов является то, что они создают короткие звуковые импульсы. В рамках модели рассматриваются статистические свойства акустического поля, создаваемого в безграничном однородном и изотропном пространстве источниками, находящимися на окружности достаточно большого радиуса  $r$ , лежащей в плоскости  $xOy$ . Такое приближение допустимо, поскольку в [1] отмечалось, что корреляционные характеристики поля при определенных условиях будут одинаковыми как в случае объемной изотропной модели, так и при расположении точечных источников на поверхности сферы большого радиуса. Плоская двумерная модель выбрана для сокращения объема формул и может

быть при необходимости преобразована в трехмерную.

Пусть поле формируется в результате последовательности событий, заключающихся в том, что в случайные моменты времени  $t_i$  в точках, лежащих на окружности радиуса  $r$  под углом  $\varphi_i$ ,  $-\pi \leq \varphi_i < \pi$ , происходит кратковременный импульс, создающий в центре окружности изменение давления

$$p_i(t) = \frac{r_0}{r} a_i g(\varphi_i) s(t - t_i - r/c).$$

Здесь  $r_0$  – единичный радиус,  $a$  и  $\varphi$  – независимые случайные величины,  $g(\varphi)$  – неслучайная функция,  $s(t)$  – ограниченный во времени импульс,  $s(t) = 0$ , если  $t < -\tau/2$  и  $t > \tau/2$ ,  $\tau$  – длительность импульса,  $c$  – скорость звука в среде. Соответствующее такому случайному процессу давление в центре окружности равно:

$$p_s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} p_i(t),$$

а компоненты колебательной скорости

$$v_x(t) = \frac{1}{\rho c} \sum_{i=-\infty}^{\infty} p_i(t) \cos(\varphi_i + \pi),$$

$$v_y(t) = \frac{1}{\rho c} \sum_{i=-\infty}^{\infty} p_i(t) \sin(\varphi_i + \pi),$$

где  $\rho$  – плотность среды. Происходит сдвиг фазы на  $\pi$ , так как импульс распространяется в сторону, противоположную источнику (см. рис. 1а). В качестве допустимого упрощения принято, что при достаточно большом  $r$  связь между скоростью и давлением во всем рассматриваемом частотном диапазоне соответствует плоской волне. Далее исследуется случайный процесс, имеющий нормированные составляющие:

$$P(t) = p_s(t), \quad X(t) = \rho c v_x(t), \quad Y(t) = \rho c v_y(t). \quad (1)$$

Согласно [12], если процесс (1) является пуассоновским, то его характеристическая функция имеет вид:

$$\begin{aligned} \Psi(u_1, u_2, u_3) = & \exp \left( q \int_{-\infty}^{\infty} w_a(a) da \int_{-\pi}^{\pi} w_\varphi(\varphi) d\varphi \times \right. \\ & \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[ ia \sum_{j=1}^3 g_j(\varphi) s(t) u_j \right] - 1 \right\} dt \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $w_a$  и  $w_\varphi$  – плотности вероятности случайных величин  $a_i$  и  $\varphi_i$ ,  $q$  – средняя частота появления импульсов,  $g_1(\varphi) = g(\varphi)$ ,  $g_2(\varphi) = -g(\varphi) \cos \varphi$  и  $g_3(\varphi) = -g(\varphi) \sin \varphi$ . Соответствующие кумулянты равны:

$$\kappa_{nkl} = (-1)^{k+l} q \int_{-\infty}^{\infty} a^{n+k+l} w_a(a) da \times \int_{-\pi}^{\pi} g^{n+k+l}(\varphi) \cos^k \varphi \sin^l \varphi w_{\varphi}(\varphi) d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} s^{n+k+l}(t) dt.$$

Величина  $n + k + l$  – порядок кумулянта. Кумулянты первого порядка – средние значения, второго – центральные моменты второго порядка, т.е. дисперсии и функции взаимной корреляции процессов  $P, X, Y$ . Следовательно, дисперсия пульсаций давления равна:

$$\sigma_p^2 = \kappa_{200} = q \sigma_a^2 \sigma_s^2 \int_{-\pi}^{\pi} g^2(\varphi) w_{\varphi}(\varphi) d\varphi.$$

Здесь  $\sigma_a^2 = \int_{-\infty}^{\infty} a^2 w_a(a) da$ ,  $\sigma_s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt$ . Аналогично вычисляются дисперсии компонент колебательной скорости:

$$\sigma_x^2 = \kappa_{020} = q \sigma_a^2 \sigma_s^2 \int_{-\pi}^{\pi} g^2(\varphi) \cos^2 \varphi w_{\varphi}(\varphi) d\varphi,$$

$$\sigma_y^2 = \kappa_{002} = q \sigma_a^2 \sigma_s^2 \int_{-\pi}^{\pi} g^2(\varphi) \sin^2 \varphi w_{\varphi}(\varphi) d\varphi.$$

Взаимная корреляционная функция компонент колебательной скорости дается формулой:

$$R_{XY} = \kappa_{011} = q \sigma_a^2 \sigma_s^2 \int_{-\pi}^{\pi} g^2(\varphi) \cos \varphi \sin \varphi w_{\varphi}(\varphi) d\varphi,$$

а взаимные корреляционные функции давления и компонент колебательной скорости равны:

$$R_{pX} = -q \sigma_a^2 \sigma_s^2 \int_{-\pi}^{\pi} g^2(\varphi) \cos \varphi w_{\varphi}(\varphi) d\varphi,$$

$$R_{pY} = -q \sigma_a^2 \sigma_s^2 \int_{-\pi}^{\pi} g^2(\varphi) \sin \varphi w_{\varphi}(\varphi) d\varphi. \tag{3}$$

Из полученных формул видно, что дисперсии и взаимные корреляционные функции давления и колебательной скорости зависят только от функции  $G(\varphi) = q \sigma_a^2 \sigma_s^2 g^2(\varphi) w_{\varphi}(\varphi)$ , которую назовем угловой плотностью поля. На зависимость функции  $G(\varphi)$  от угла влияет как относительная частота попадания импульсов в различные секторы углов (угловая плотность вероятности  $w_{\varphi}(\varphi)$ ), так и квадрат локальной амплитуды импульсов (функция  $g^2(\varphi)$ ). По влиянию на дисперсии и корреляционные функции эти факторы эквивалентны.

### ВЕКТОР УМОВА

Анализируя движение энергии в волновых полях в упругой среде, Н.А. Умов пришел к выводу

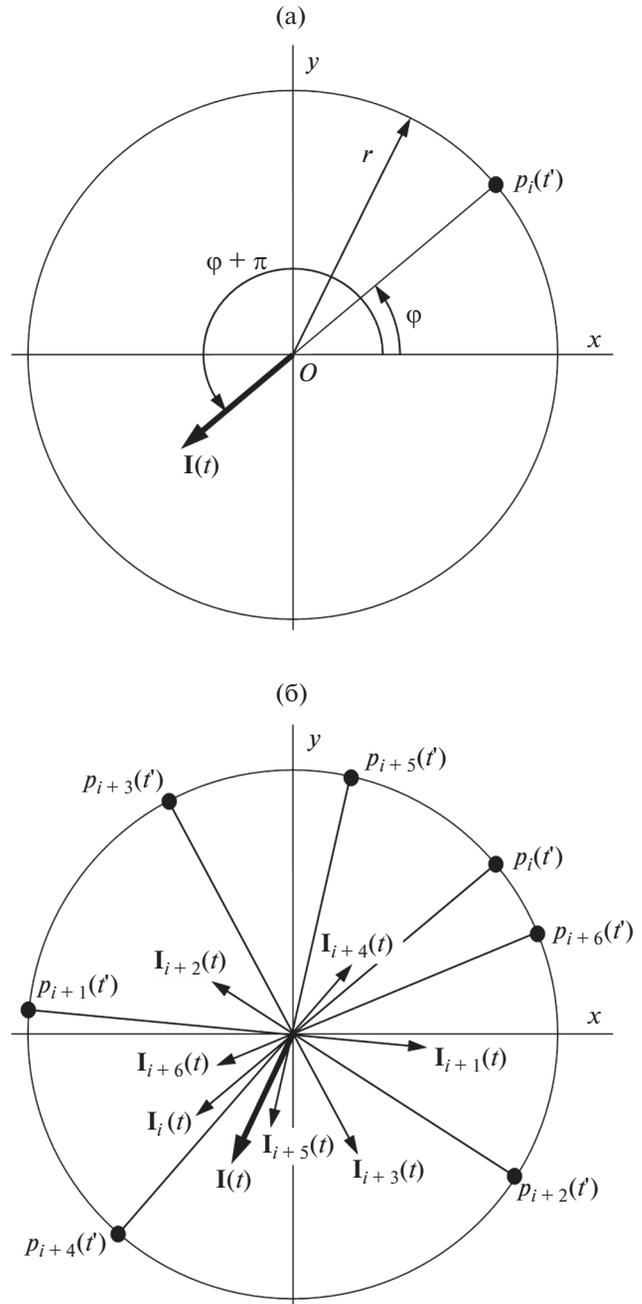


Рис. 1. Схема формирования вектора Умова (а) – при отсутствии наложения импульсов и (б) – при наложении нескольких импульсов. Результирующий вектор  $I(t)$  показан утолщенным,  $t' = t + r/c$ .

[13–15], что в каждый момент времени направление движения энергии задается вектором, который для жидкости в принятых здесь обозначениях имеет вид:  $\mathbf{J}(t) = p_s(t)\mathbf{v}(t)$ , где  $\mathbf{v}(t)$  – вектор колебательной скорости, в двумерном пространстве равный  $\mathbf{v}(t) = v_x(t) + iv_y(t)$ . Эта величина под названием вектор Умова (Умова–Пойнтинга) [10], а для аналитического сигнала в форме, указанной в

[17], широко применяется в акустике, в том числе для статистического анализа полей [10–12].

Рассмотрим случайный процесс

$$\mathbf{I}(t) = I_x + iI_y = P(X + iY), \quad (4)$$

отличающийся от вектора Умова только постоянным множителем. Далее вектором Умова для краткости будем называть процесс  $\mathbf{I}(t)$ . Его характеристическая функция равна:

$$\begin{aligned} \psi_I(u) = \exp & \left( q \int_{-\infty}^{\infty} w_a(a) da \int_{-\pi}^{\pi} w_{\varphi}(\varphi) d\varphi \times \right. \\ & \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[ -ia^2 g^2(\varphi) s^2(t) u e^{i\varphi} \right] - 1 \right\} dt \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Соответствующий ей кумулянт первого порядка – математическое ожидание процесса  $\mathbf{I}$  равно:

$$\begin{aligned} M[\mathbf{I}] &= M[I_x] + iM[I_y] = \\ &= -q\sigma_a^2\sigma_s^2 \int_{-\pi}^{\pi} g^2(\varphi) w_{\varphi}(\varphi) e^{i\varphi} d\varphi. \end{aligned}$$

Иногда эту функцию называют потоком акустической мощности и возлагают на нее особые надежды в решении ряда задач [10, 18]. Однако, приведенное выражение показывает, что математические ожидания компонент вектора Умова  $M[I_x]$  и  $M[I_y]$  совпадают с взаимными корреляционными функциями давления и компонент колебательной скорости  $R_{PX}$  и  $R_{PY}$ . Как вытекает из формулы (3), эти функции полностью определяются первой гармоникой разложения угловой плотности в ряд Фурье по углу  $\varphi$  [12], и ожидание того, что с их помощью удастся получить полное описание направленных свойств поля, представляется необоснованным.

Более перспективно изучение свойств распределений, которые могут быть получены на основании мгновенных значений вектора Умова, описываемых его модулем  $I(t) = |\mathbf{I}(t)|$  и аргументом (фазой)  $\theta(t)$ :

$$\theta(t) = \begin{cases} \text{arcctg}[I_x(t)/I_y(t)], & I_y(t) > 0, \\ 0, & I_y(t) = 0, I_x(t) \neq 0, \\ \text{arcctg}[I_x(t)/I_y(t)] + \pi, & I_y(t) < 0, \end{cases} \quad (6)$$

$0 \leq \theta(t) < 2\pi$ , причем если  $I_x(t) = 0$ , то значение  $\theta(t)$  не определено.

Следует заметить, что все приведенные соотношения выполняются независимо от величины произведения (интенсивности процесса)  $q\tau$ , определяющего характер поля. При высокой интенсивности  $q\tau \gg 1$  в результате взаимного наложения большого числа импульсов процесс (1), как известно, приближается к нормальному [19]. В противоположном случае  $q\tau \ll 1$  будут наблюдаться отдельные импульсы почти без наложе-

ния. Различия в формировании вектора Умова в том и другом случае иллюстрирует рис. 1. Рассмотрим эти два предельных случая подробнее.

### УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ МОДУЛЯ И ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ АРГУМЕНТА ВЕКТОРА УМОВА В СЛУЧАЕ РЕДКИХ ИМПУЛЬСОВ

Когда средняя частота появления импульсов низкая, а сами импульсы короткие:  $q\tau \ll 1$ , вероятность наложения следующих друг за другом импульсов мала. Для упрощения анализа совсем исключим такие события из рассмотрения. При этом условии в течение времени прохождения через точку начала координат  $i$ -го импульса процесса (1) значение аргумента вектора Умова будет равно:  $\theta_i = \varphi_i + \pi$ .

Выделим малую дугу  $(\theta', \theta' + \Delta\theta)$  такую, чтобы выполнялось условие  $|1 - \theta' / (\theta' + \Delta\theta)| \ll 1$ , что делает возможным только малое изменение значений функции  $\exp(\theta)$ , когда  $\theta' \leq \theta < \theta' + \Delta\theta$ . Из исходного процесса (1) выберем подпоследовательность, для которой  $\theta' \leq \theta_i < \theta' + \Delta\theta$ . Так как в рассматриваемом случае углы  $\theta$  и  $\varphi$  связаны однозначно:  $\varphi_i = \theta_i - \pi$ , вероятность попадания  $i$ -го импульса в указанный интервал и его включения в новую подпоследовательность равна:

$$F = \int_{\theta' - \pi}^{\theta' + \Delta\theta - \pi} w_{\varphi}(\varphi) d\varphi, \quad (7)$$

причем вероятность  $F$  не зависит от номера импульса  $i$ . При выполнении этого условия новая подпоследовательность также будет пуассоновским процессом со средней частотой появления импульсов  $qF$  ([19], с. 410–411). Переобозначим новую последовательность в порядке возрастания  $t_k$ . Запишем новый процесс в виде:

$$P_{\Delta\theta}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k(t), \quad \mathbf{V}_{\Delta\theta}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k(t) e^{i(\varphi_k + \pi)}.$$

Найдем математическое ожидание вектора Умова  $\mathbf{I}_{\Delta\theta}(t) = P_{\Delta\theta}(t)\mathbf{V}_{\Delta\theta}(t)$ , порождаемого источниками, находящимися на выделенной дуге. Характеристическая функция процесса  $\mathbf{I}_{\Delta\theta}(t)$  отличается от (4) только пределами интегрирования по  $\varphi$  и равна:

$$\begin{aligned} \psi_{\Delta\theta}(u) = \exp & \left( q \int_{-\infty}^{\infty} w_a(a) da \int_{\theta' - \pi}^{\theta' - \pi + \Delta\theta} w_{\varphi}(\varphi) d\varphi \times \right. \\ & \left. \times \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp \left[ -ia^2 g^2(\varphi) s^2(t) u e^{i\varphi} \right] - 1 \right\} dt \right). \end{aligned}$$

Соответствующее ей математическое ожидание равно:

$$M[I_{\Delta\theta}] = -q\sigma_a^2\sigma_s^2 \int_{\theta' - \pi}^{\theta' - \pi + \Delta\theta} e^{i\varphi} g^2(\varphi) w_\varphi(\varphi) d\varphi.$$

Если произведение  $g^2(\varphi) \exp(i\varphi)$  мало изменяется при  $\theta' - \pi \leq \varphi \leq \theta' + \Delta\theta - \pi$ , то

$$\begin{aligned} M[I_{\Delta\theta}] &= -q\sigma_a^2\sigma_s^2 g^2(\theta - \pi) e^{i(\theta - \pi)} \int_{\theta' - \pi}^{\theta' - \pi + \Delta\theta} w_\varphi(\varphi) d\varphi = \\ &= q\sigma_a^2\sigma_s^2 g^2(\theta - \pi) e^{i\theta} F. \end{aligned}$$

Если произведение  $g^2(\varphi)w(\varphi)$  является непрерывной функцией угла  $\varphi$ , то существует предел отношения  $M[I_{\Delta\theta}]/\Delta\theta$  при уменьшении длины дуги  $\Delta\theta$ , равный:

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} (M[I_{\Delta\theta}]/\Delta\theta) = q\sigma_a^2\sigma_s^2 g^2(\theta - \pi) w_\varphi(\theta - \pi) e^{i\theta}.$$

Заметим, что модуль полученного выражения:

$$\begin{aligned} U_r(\theta) &= \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} |M[I_{\Delta\theta}]/\Delta\theta| = \\ &= q\sigma_a^2\sigma_s^2 g^2(\theta - \pi) w_\varphi(\theta - \pi) \end{aligned} \quad (8)$$

равен угловой плотности поля  $G(\theta - \pi) = G(\varphi)$ . Для сравнения процессов удобнее использовать нормированную угловую плотность:

$$\Gamma(\varphi) = G(\varphi) \int_{-\pi}^{\pi} G(\varphi) d\varphi. \quad (9)$$

Заметим также, что при условии непрерывности функции  $w_\varphi(\varphi)$  из (7) вытекает, что пределом отношения  $F/\Delta\theta$  при уменьшении дуги  $\Delta\theta$  является угловая плотность вероятности  $w_\varphi(\theta - \pi)$ :

$$\lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} (F/\Delta\theta) = w_\varphi(\theta - \pi).$$

Таким образом, в случае редкого процесса вычисление угловых распределений модуля и аргумента вектора Умова позволяет получить достоверные оценки угловой плотности и угловой плотности вероятности поля.

### УГЛОВАЯ ПЛОТНОСТЬ МОДУЛЯ И ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТИ АРГУМЕНТА ВЕКТОРА УМОВА В ГАУССОВОМ ПОЛЕ

В [12] найдены выражения для совместной плотности вероятности модуля и аргумента вектора Умова и плотности вероятности его аргумента (фазы) для случайного процесса вида (1). Совместная плотность вероятности модуля и аргумента вектора Умова после замены функции Макдональда порядка  $\frac{1}{2}$  ее выражением через элементарные функции ([20], ф-ла 8.469.3) принимает вид:

$$w_g(I, \theta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\alpha}} \exp\left\{-\frac{I}{C}[(c_4c_5 - c_2c_3)\cos\theta + (c_3c_5 - c_1c_4)\sin\theta + \sqrt{\alpha\beta}]\right\}. \quad (10)$$

Эта формула справедлива, если случайный процесс (1) является стационарным, нормальным и центрированным. Коэффициенты  $c_i$  представляют собой измеренные или рассчитанные статистические моменты второго порядка пульсаций давления и компонент колебательной скорости:

$c_0 = \sigma_p^2$ ,  $c_1 = \sigma_X^2$ ,  $c_2 = \sigma_Y^2$ ,  $c_3 = R_{pX}$ ,  $c_4 = R_{pY}$ ,  $c_5 = R_{XY}$ , а коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $C$  выражаются через них:

$$\alpha = (c_0c_2 - c_4^2)\cos^2\theta + (c_0c_1 - c_3^2)\sin^2\theta + 2(c_3c_4 - c_0c_5)\cos\theta\sin\theta, \quad \beta = c_1c_2 - c_5^2,$$

$$C = c_0c_1c_2 + 2c_3c_4c_5 - c_0c_5^2 - c_1c_4^2 - c_2c_3^2.$$

Интегрирование (10) по  $I$  от 0 до  $\infty$  приводит к следующему выражению

$$\begin{aligned} w_g(\theta) &= \frac{1}{2\pi\sqrt{\alpha}} \times \\ &\times \frac{C}{(c_4c_5 - c_2c_3)\cos\theta + (c_3c_5 - c_1c_4)\sin\theta + \sqrt{\alpha\beta}}, \end{aligned} \quad (11)$$

связывающему плотность вероятности аргумента вектора Умова  $\theta$  и вторые центральные статистические моменты процесса (1). Плотность вероятности модуля  $I$  при условии, что аргумент равен  $\theta$ , найдем из (10) как условную плотность вероятности [21]:

$$w_g(I|\theta) = w_g(I, \theta)/w_g(\theta).$$

Следовательно, математическое ожидание модуля вектора Умова при условии, что его аргумент равен  $\theta$ , рассчитывается по формуле:

$$M[I|\theta] = \frac{1}{w_g(\theta)} \int_0^\infty I w_g(I, \theta) dI.$$

По аналогии с (8) угловая плотность модуля вектора Умова в гауссовом поле  $U_g$  равна произведению условного математического ожидания на плотность вероятности аргумента:

$$U_g(\theta) = M[|I|\theta]w_g(\theta) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\alpha}} \times \frac{C^2}{[(c_4c_5 - c_2c_3)\cos\theta + (c_3c_5 - c_1c_4)\sin\theta + \sqrt{\alpha\beta}]^2} \quad (12)$$

Функцию  $G_g(\varphi) = U_g(\theta - \pi)$  формально можно рассматривать как оценку угловой плотности, полученную в гауссовом поле, так же как функцию  $w_g(\theta - \pi)$  как оценку угловой плотности вероятности  $w_\varphi(\varphi)$ . Оценка нормированной угловой плотности в гауссовом поле равна:

$$\Gamma_g(\varphi) = G_g(\varphi) / \int_{-\pi}^{\pi} G_g(\varphi) d\varphi.$$

В гауссовом поле угловые плотности аргумента (11) и модуля (12) вектора Умова вычисляются через дисперсии и функции взаимной корреляции компонент поля, которые зависят только от нулевой, первой и второй гармоник разложения  $G(\varphi)$  по углу  $\varphi$ . Это позволяет предположить, что оценки угловой плотности  $G_g(\varphi)$  и угловой плотности вероятности  $w_g(\varphi)$  могут существенно отличаться от функций  $G(\varphi)$  и  $w_\varphi(\varphi)$ .

### ЭВОЛЮЦИЯ УГЛОВОЙ ПЛОТНОСТИ МОДУЛЯ И ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ АРГУМЕНТА ВЕКТОРА УМОВА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРОЦЕССА

Полученные в предыдущих разделах формулы позволяют проанализировать асимптотическое поведение статистических характеристик поля при  $q\tau \rightarrow 0$  и  $q\tau \rightarrow \infty$ . Однако, можно ожидать, что в практически важных случаях процесс (1) будет иметь некоторое промежуточное значение интенсивности  $q\tau$ . Анализ изменения статистических характеристик поля при изменении интенсивности процесса (1) проведем численно.

В качестве примера рассмотрим шумовое поле, имеющее угловую плотность в виде суммы изотропного и трех локальных составляющих шума. В качестве модели такого шумового поля был сконструирован трехкомпонентный дискретный по времени процесс  $(P_0, X_0, Y_0)$ . Частота дискретизации  $f_d$  принята равной 1. Длина выборки составляла  $N$  отсчетов. Изотропная составляющая шума моделировалась пуассоновским процессом, образованным импульсами, следующими со средней частотой  $q_0 = 1/16$ , плотность вероятности распределения импульсов по длине выборки равномерная. Амплитуда импульсов  $a_0$  распределена нормально со средним значением, равным 0, и дисперсией 1. Распределение по углу  $\varphi$  в области  $-\pi \leq \varphi < \pi$  равномерное. Локальные шумовые составляющие представляли собой независимые пуассоновские последовательности со средними

частотами следования импульсов:  $q_1 = 1/64$ ,  $q_2 = 1/32$ ,  $q_3 = 1/128$ . Распределение по углу  $\varphi$  локальных составляющих шума – нормальное со средними значениями  $\varphi_{01} = -90^\circ$ ,  $\varphi_{02} = 0^\circ$ ,  $\varphi_{03} = 90^\circ$  и равными среднеквадратическими отклонениями  $\sigma_\varphi = 5^\circ$ . Длина импульсов всех составляющих равна 1. Отношение дисперсий амплитуд локальных и изотропной составляющих шума составляло:  $g_1^2 = \sigma_{a1}^2 / \sigma_{a0}^2 = 1$ ,  $g_2^2 = \sigma_{a2}^2 / \sigma_{a0}^2 = 1/2$ ,  $g_3^2 = \sigma_{a3}^2 / \sigma_{a0}^2 = 2$ . Фрагмент полученного процесса приведен на рис. 2. Описанному процессу соответствует угловая плотность вероятности

$$w_\varphi(\varphi) = \frac{1}{1 + q_1/q_0 + q_2/q_0 + q_3/q_0} \times \left( \frac{1}{2\pi} + \sum_{j=1}^3 \frac{q_j}{q_0 \sqrt{2\pi\sigma_\varphi}} \exp\left[-(\varphi - \varphi_{0j})^2 / 2\sigma_\varphi^2\right] \right) \quad (13)$$

и угловая плотность

$$G(\varphi) = \frac{q_0 \sigma_{a0}^2}{2\pi} \times \left\{ 1 + \sum_{j=1}^3 \frac{g_j^2 q_j \sqrt{2\pi}}{\sigma_\varphi q_0^2} \exp\left[-(\varphi - \varphi_{0j})^2 / 2\sigma_\varphi^2\right] \right\}. \quad (14)$$

Для изменения формы и длительности импульсов использовалась операция фильтрования. В качестве фильтров применялись цифровые фильтры Баттерворта первого порядка с частотами среза  $f_j = 0.256 \times 2^{-j}$ ,  $j = 1 \dots 9$ , индекс 0 соответствует исходному процессу. Зависимости от времени нормированных откликов фильтров  $h_j(t)$  на импульс единичной амплитуды при различных частотах среза приведены на рис. 3.

Для исходного  $(P_0, X_0, Y_0)$  и каждого из профильтрованных процессов  $(P_j, X_j, Y_j)$  и значений  $t_n$ ,  $n = 0 \dots N-1$ , рассчитывался модуль вектора Умова:  $I_{nj} = |P_j X_j + i P_j Y_j|$ , а аргумент  $\theta_{nj}$  вычислялся согласно (6). Число отсчетов, для которых определены значения аргумента вектора Умова, равно:

$$N_j = \sum_{n=0}^{N-1} \begin{cases} 1, & I_{nj} \neq 0, \\ 0, & I_{nj} = 0, \end{cases} \quad j = 0 \dots 9.$$

Область  $0 \dots 2\pi$  разбивалась на  $M$  равных интервалов:  $\theta_m = 2\pi m / M$ ,  $m = 0 \dots M-1$ . Оценка плотности вероятности аргумента вектора Умова рассчитывалась по формуле:

$$\hat{w}_{Uj}(\theta_m) = \frac{M}{2\pi N_j} \sum_{n=0}^{N-1} \begin{cases} 1, & \theta_m \leq \theta_{nj} < \theta_{m+1}, \\ 0. \end{cases}$$

Оценки плотностей вероятности угла  $\varphi$  для каждого процесса вычислялись согласно выражению:  $\hat{w}_{\varphi j}(\varphi_m) = \hat{w}_{Uj}(\varphi_m + \pi)$ , где  $\varphi_m = \theta_m - \pi$ . Оценки уг-

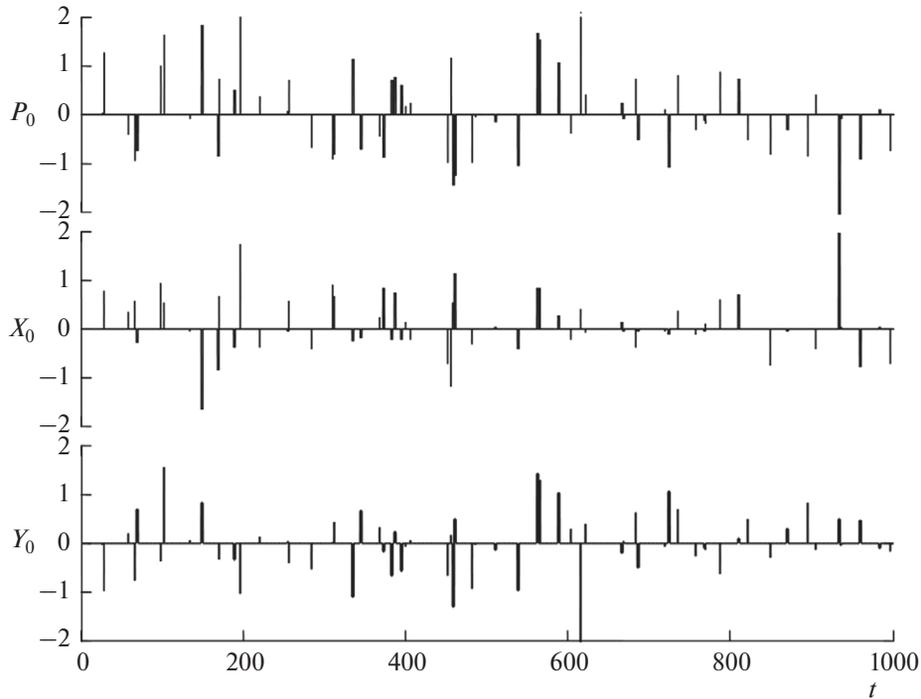


Рис. 2. Фрагмент синтезированного случайного процесса  $(P_0, X_0, Y_0)$ .

ловой плотности модуля вектора Умова для каждого процесса рассчитывались по формуле:

$$\hat{U}_j(\theta_m) = \frac{M}{2\pi N_j} \sum_{n=0}^{N-1} \begin{cases} I_{nj}, & \theta_m \leq \theta_{nj} < \theta_{m+1}, \\ 0. & \end{cases}$$

Оценка угловой плотности поля по процессу  $(P_j, X_j, Y_j)$  равна:  $\hat{G}_j(\varphi_m) = \hat{U}_j(\varphi_m + \pi)$ . Для сравнения результатов удобнее пользоваться нормированными оценками угловых плотностей

$$\Gamma_j(\theta_m) = \hat{G}_j(\theta_m) / \sum_{m=0}^{M-1} \hat{G}_j(\theta_m).$$

Результаты расчетов угловой плотности вероятности  $w_\varphi(\varphi)$  и ее оценок представлены на рис. 4. На рис. 4а сплошными гладкими линиями 1 и 2 изображены результаты расчетов плотности вероятности угла  $\varphi$  исходного процесса по формуле (13) и ее оценки в гауссовом приближении – по формуле (11). Ступенчатые линии – рассчитанные гистограммы оценок плотности вероятности угла  $\varphi$  исходного процесса  $(P_0, X_0, Y_0)$   $\hat{w}_{\varphi 0}(\varphi)$  и  $\hat{w}_{\varphi 9}(\varphi)$ , соответствующая частоте среза  $f_9 = 0.0005$ . Парное сопоставление кривых показывает, что численные расчеты удовлетворительно совпадают с аналитическими результатами. Следует отметить существенное различие угловой плотности вероятности поля и ее оценки, полученной в

гауссовом приближении. На рис. 4б показана эволюция оценки плотности вероятности угла  $\hat{w}_{\varphi j}(\varphi)$  при изменении частоты среза фильтра  $f_j$ .

На рис. 5 представлены результаты расчета нормированной угловой плотности поля и ее оценок. На рис. 5а сплошными гладкими линиями 1 и 2 изображены результаты расчетов нормированной угловой плотности  $\Gamma(\varphi)$  исходного процесса по формуле (14) и ее оценки в гауссовом приближении – по формуле (12). Ступенчатые линии – рассчитанные гистограммы оценок нормированной угловой плотности исходного процесса  $(P_0, X_0, Y_0)$   $\Gamma_0(\varphi)$  и  $\Gamma_9(\varphi)$  при частоте среза фильтра  $f_9 = 0.0005$ . Сопоставление кривых показывает, что численные расчеты удовлетворительно совпадают с аналитическими. Следует также подчеркнуть существенное различие угловой плотности поля и ее оценки, полученной в гауссовом приближении. На рис. 5б показана эволюция оценки угловой плотности  $\Gamma_j(\varphi)$  при изменении частоты среза фильтра  $f_j$ .

Поведение оценок угловой плотности и угловой плотности вероятности при сужении полосы анализа практически совпадает и показывает, что при снижении частоты среза фильтра  $f_c$  ниже 0.004 или  $f_c / (q_0 + q_1 + q_2 + q_3) < 0.03$ , эти характеристики близки к найденным для гауссова приближения. Напротив, для того чтобы оценки при-

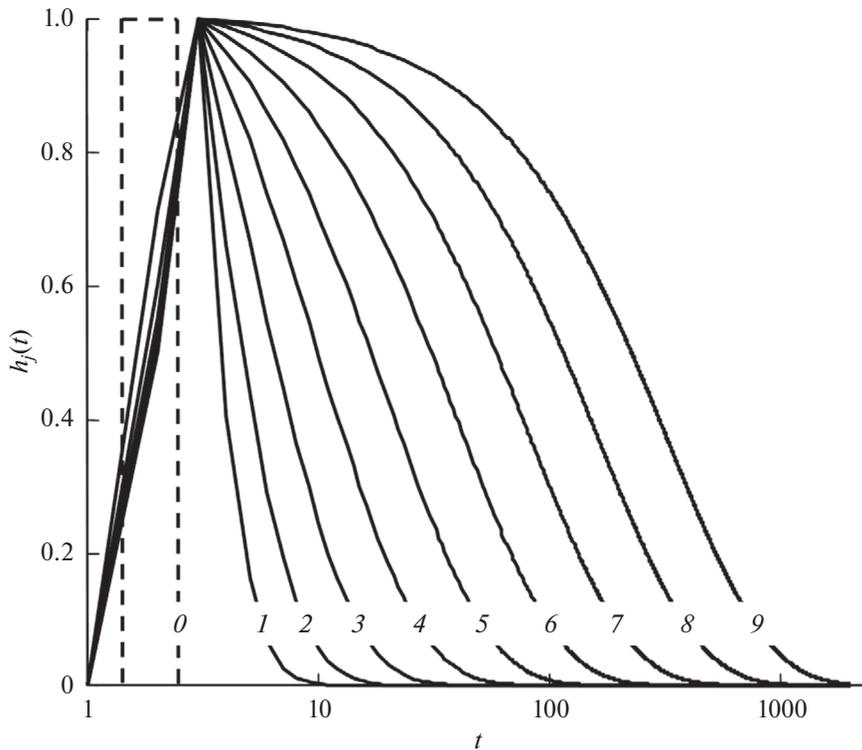


Рис. 3. Нормированный отклик цифрового фильтра на импульс единичной длины и амплитуды. Цифры у кривых соответствуют номеру частоты среза. 0 – исходный импульс.

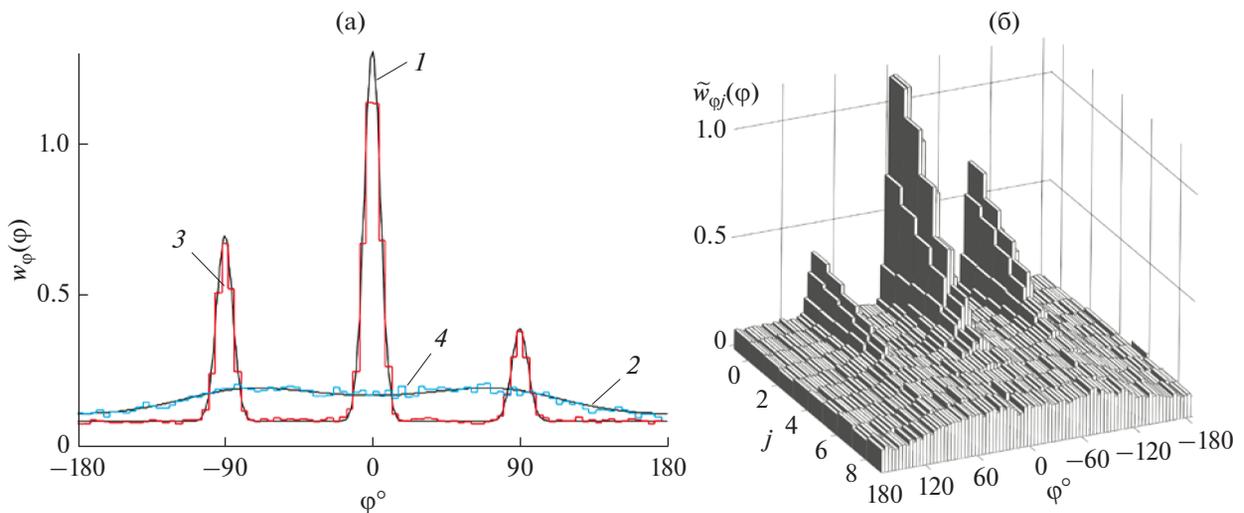
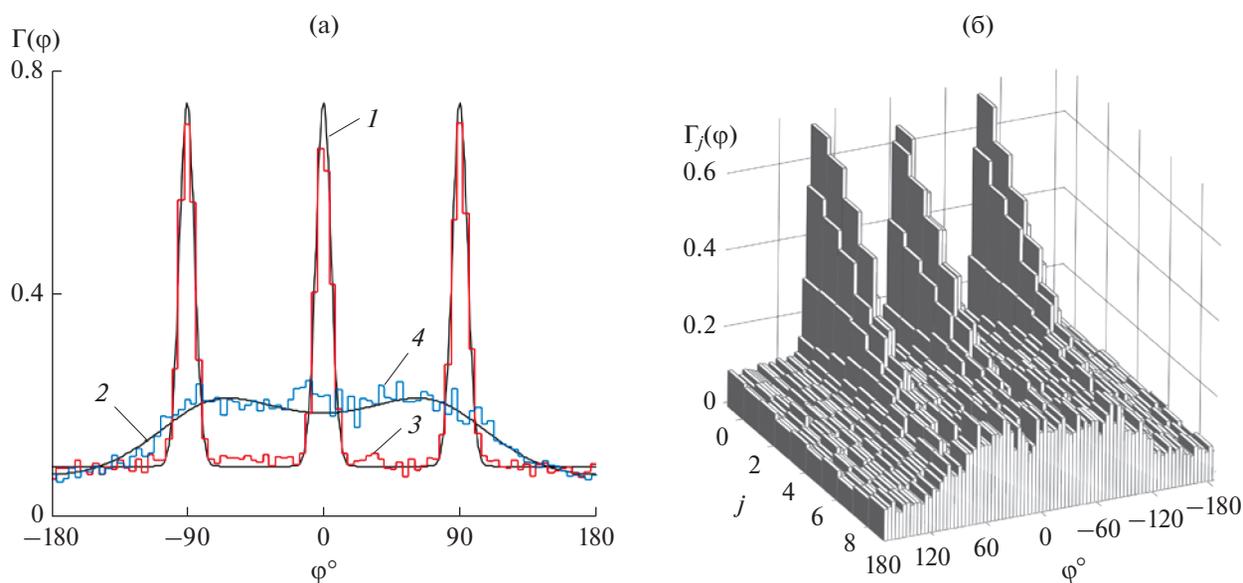


Рис. 4. (а) – Угловая плотность вероятности  $w_\varphi(\varphi)$  (кривая 1), ее оценка в гауссовом поле  $w_g(\varphi)$  (кривая 2), оценки  $\hat{w}_{\varphi 0}(\varphi)$  (кривая 3) и  $\hat{w}_{\varphi 9}(\varphi)$  (кривая 4), соответствующие исходному процессу и частоте среза  $f_9 = 0.0005$ ; (б) – эволюция оценок плотности вероятности угла  $\hat{w}_{\varphi j}(\varphi)$  при изменении частоты среза фильтра  $f_j$ .  $N = 2^{19}$ ,  $M = 90$ .

ближались к истинным характеристикам поля, необходимо использовать фильтр с частотой среза более 0.064, т.е. должно выполняться условие

$f_c / (q_0 + q_1 + q_2 + q_3) > 0.5$ . Однако, этот вывод справедлив только для фильтра рассмотренного типа и порядка. Использование фильтра иного типа и



**Рис. 5.** (а) – Нормированная угловая плотность поля  $\Gamma(\varphi)$  (кривая 1), ее оценка в гауссовом поле  $\Gamma_g(\varphi)$  (кривая 2), оценки  $\Gamma_0(\varphi)$  (кривая 3) и  $\Gamma_9(\varphi)$  (кривая 4), соответствующие исходному процессу и частоте среза  $f_9 = 0.0005$ ; (б) – эволюция оценок нормированной угловой плотности  $\Gamma_j(\varphi)$  при изменении частоты среза фильтра  $f_j$ .  $N = 2^{19}$ ,  $M = 90$ .

порядка повлияет на вид и длительность его импульсной характеристики, и, таким образом, изменит зависимость.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При обработке сигналов ВСП могут быть получены функции, характеризующие направленные свойства поля. Такими функциями являются угловое распределение модуля вектора Умова и плотность вероятности его аргумента (фазы). Однако, для получения достоверных оценок угловой плотности и угловой плотности вероятности поля необходимо иметь возможность анализа широкополосных импульсных сигналов. Это может быть достигнуто только в том случае, когда такие сигналы, во-первых, излучаются, во-вторых, не претерпевают фатальных изменений при распространении и, в-третьих, преобразуются в форму, удобную для последующей обработки (электронные сигналы), с помощью достаточно широкополосного приемника-преобразователя.

В случае узкополосного приема оценки угловой плотности модуля и плотности вероятности аргумента вектора Умова будут близки к оценкам, которые могут быть найдены аналитически для гауссова поля. Для их вычисления достаточно знания дисперсий и функций взаимной корреляции компонент поля, которые полностью определяются только нулевой, первой и второй гармониками разложения угловой плотности поля  $G(\varphi)$  по углу  $\varphi$ . Последнее обстоятельство указывает на то, что в этом случае достоверные оценки угловой

плотности поля могут быть получены в том случае, когда она формируется только перечисленными тремя гармониками разложения в ряд Фурье по углу.

Работа выполнена при поддержке государственного задания по теме “Акустика мелкого моря, нелинейная акустическая диагностика, нелинейная динамика волн” (номер гос. регистрации АААА-А18-118021390174-1).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Cron B., Sherman Ch. Spatial correlation functions for various noise models // J. Acoust. Soc. Am. 1962. V. 34(2). № 11. P. 1732–1736.
2. Бурдик В.С. Анализ гидроакустических систем. Л.: Судостроение, 1988. 392 с.
3. Кравчун П.Н., Пестов К.А., Тонаканов О.С. Об эмпирической модели шумов глубокого океана // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 5. С. 886–891.
4. Urick R.J. Ambient Noise in the Sea. Peninsula Publishing, 1984.
5. Hodgkiss W.S., Fisher F.H. Vertical Directionality of Ambient Noise At 32' N as a Function of Longitude // San Diego: Scripps Institution of Oceanography. Marine Physical Laboratory. MPL Technical Memorandum 387-A. 1988. 128 p.
6. Baggeroer A.B., Scheer E.K., NPAL Group. Statistics and vertical directionality of low-frequency ambient noise at the North Pacific Acoustic Laboratory site // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 117. № 3. P. 1643–1665.
7. Farrokhrooza M., Wage K.E., Dzieciuch M.A., Worcester P.F. Vertical line array measurements of ambient noise in

- the North Pacific // *J. Acoust. Soc. Am.* 2017. V. 141. № 3. P. 1571–1581.
8. *Yang Q., Yang K., Cao R., Duan S.* Spatial vertical directionality and correlation of low-frequency ambient noise in deep ocean direct-arrival zones // *Sensors*. 2018. V. 18. № 2. P. 319.
  9. *Скрбнев Г.К.* Комбинированные гидроакустические приемники. СПб.: Элмор, 1997. 200 с.
  10. *Гордиенко В.А.* Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
  11. *Ebeling K.J.* Statistical Properties of Random Wave Fields // *Mason W.P., Thurston R.N.* Physical Acoustics. Principles and Methods. V. XVII. Acad. Press. 1984. P. 233–310.
  12. *Михайлов С.Г.* Пеленгование векторно-скалярным приемником в поле анизотропной помехи // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 2. С. 170–180.
  13. *Захаров Л.Н., Кирилов В.А., Рожин Ф.В.* Пространственно-корреляционные функции компонент колебательной скорости для двух моделей звукового поля // *Акуст. журн.* 1972. Т. 18. № 1. С. 49–52.
  14. *Умов Н.А.* Уравнения движения энергии в телах. Одесса: типография Ульриха и Шульце, 1874. 56 с.
  15. *Умов Н.А.* Уравнения движения энергии в телах // *Умов Н.А.* Избранные сочинения. М., Л.: Гос. изд-во тех.-теор. лит-ры, 1950. С. 151–200.
  16. *Умов Н.А.* Прибавление к статье “Уравнения движения энергии в телах” // *Умов Н.А.* Избранные сочинения. М., Л.: Гос. изд-во тех.-теор. лит-ры, 1950. С. 201–226.
  17. *Morse Ph.M., Ingard K.U.* Theoretical Acoustics. McGraw-Hill book comp., 1968. 911 p.
  18. *Гордиенко В.А., Гордиенко Е.Л., Краснописцев Н.В., Некрасов В.Н.* Помехоустойчивость гидроакустических приемных систем, регистрирующих поток акустической мощности // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54. № 5. С. 774–785.
  19. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
  20. *Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M.* Table of Integrals, Series, and Products. 7-th ed. Acad. Press. 2007. 1171 p.
  21. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров). М.: Наука. 1973. 832 с.

---

---

**АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ  
ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА**

---

---

УДК 534.131.1;532.685;534.141.4

**СРАВНЕНИЕ ТЕОРИИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ИЗМЕРЕНИЙ ШУМА  
ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

© 2022 г. А. В. Лебедев\*

*Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Н. Новгород, 603950 Россия**\*e-mail: swan@appl.sci-nnov.ru*

Поступила в редакцию 25.03.2022 г.

После доработки 25.03.2022 г.

Принята к публикации 30.03.2022 г.

Рассматривается один из методов дистанционных исследований структурно-неоднородных сред — изучение шума фильтрации. Дано краткое описание предложенной ранее модели возникновения шума фильтрации. Приводятся результаты вычислений, отмечаются особенности внутренней структуры природных пористых материалов, обуславливающие генерацию акустического излучения. Результаты расчета сопоставлены с недавно опубликованными в Акустическом журнале экспериментальными данными. Показано, что имеется удовлетворительное согласие между предсказанием в рамках предложенной теоретической модели и результатами измерений. Это открывает возможности для определения параметров пористых сред и скорости флюида по измерению шума фильтрации.

*Ключевые слова:* акустика пористых сред, дистанционная акустическая диагностика

**DOI:** 10.31857/S0320791922040062

**ВВЕДЕНИЕ**

Способность акустических волн проникать на значительные глубины выделяет акустические методы исследования природных сред по сравнению с другими физическими методами. Здесь следует указать на масштабные сейсмоакустические методы исследований (например, [1–3]), которые направлены на исследование недр Земли, поиск полезных ископаемых и решение инженерно-технических задач с использованием искусственных источников пробных волн. Наряду с активными методами исследований в последнее время набирают популярность пассивные методы, использующие природные источники. Здесь также существует большой массив работ по исследованию строения Земли, томографии зон разломов и донных отложений с использованием природного микросейсмического шума (например, [4–9]). Отдельный интерес представляют акустические методы исследования строения природных пористых сред, основанные на анализе шума, возникающего при фильтрации флюида (газ, жидкость). Эти методы занимают промежуточное положение между активными и пассивными сейсмоакустическими методами, поскольку, с одной стороны, источники шума имеют природное происхождение, а с другой, — без наличия внешнего воздействия, приводящего

к появлению потока флюида в пористой среде, шум фильтрации отсутствует.

В 1973 г. была опубликована работа [10], в которой обсуждалась информативность амплитудно-частотных спектров акустического шума при изучении характеристик турбулентного течения флюидов в эксплуатационной скважине и законном пространстве. Результаты [10] дали толчок к развитию диагностики течения флюида в нефтегазовой промышленности и поиску информативных параметров в характеристиках акустического шума, которые можно было бы использовать в диагностических целях. Анализ низкочастотных акустических шумов в полосе от долей Гц до единиц кГц использовался для диагностики скорости притока флюида из пласта в области, примыкающей к скважине. Анализ шума в области 5–100 кГц, который обоснованно связывается с течением флюида в порах, позволяет осуществлять пассивную акустическую диагностику притоков флюида из более удаленных от скважины областей. При этом до настоящего момента времени в качестве источника шума в этих областях рассматривается предложенный в [11] механизм акустического излучения турбулентным течением в порах [12–16], что, на взгляд автора настоящей работы, неверно из-за малости числа Рейнольдса соответствующих течений. Отметим, что течение в самой скважине, являвшееся предметом исследо-

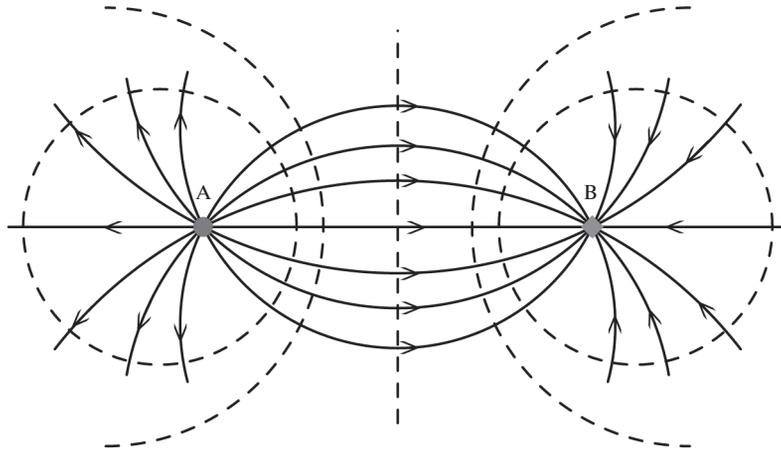


Рис. 1. Типичная схема возникновения потока флюида в пористой среде.

вания в [10], характеризуется значительными величинами числа Рейнольдса, и генерация шума такого течения действительно связана с турбулентными пульсациями потока флюида.

Схема работы нагнетательной и эксплуатационной скважин в однородной пористой среде (“вид сверху”) показана на рис. 1 (см. также [17], рис. 40). Сплошными линиями со стрелками показаны линии тока, штриховыми линиями отмечены линии равного давления. Давление в точке А (исток) больше давления в точке В (сток), что заставляет жидкость в порах двигаться в нужном направлении, например, выдвигая нефть из пористой среды (коллектора) в эксплуатационную скважину В. Экспериментам на образцах пористых пород [12–16] отвечает линия тока в виде прямой, соединяющей точки А и В.

Для возникновения звука необходимо отличие от нуля производной по времени от скорости течения [18, 19]. По прошествии некоторого времени (порядка часов или суток [20]), необходимого для установления распределения давления, макроскопические значения давления и скорости течения стационарны. Следовательно, на первый взгляд, причины для возникновения шума фильтрации отсутствуют. Экспериментальные же данные указывают на наличие шума фильтрации, в том числе, и в режиме стационарных значений давления и скорости течения.

Следует коротко остановиться на существующих моделях генерации шума фильтрации. В качестве основной причины нестационарности рассматривалась и продолжает рассматриваться (например, недавние публикации [15, 16]) турбулентность потока жидкости в пористой среде и связанное с турбулентностью излучение звука в классической теории Лайтхилла [18]. Для объяснения наличия характерных частот в спектре мощности шума предлагалось рассматривать на-

бор микроскопических резонаторов в виде выступающих зерен, колебания которых возбуждаются турбулентными пульсациями (в качестве гипотезы эта идея высказана в работе [12]).

В сравнительно недавно опубликованной монографии [13] в качестве основного источника нестационарности потока флюида через пористую среду также указывается на турбулентность. При этом присутствует ошибочное утверждение со ссылкой на [20] о том, что переход к турбулентному режиму течения в пористых средах имеет место при значениях числа Рейнольдса течения  $R \sim 1-10$ . В монографии [20] введено понятие числа Рейнольдса для течения в пористых средах, и, действительно, указывается на отклонение закона фильтрации Дарси от линейного для величин  $R \sim 1-10$ . Там же дано пояснение (страницы 124 и 125), что отклонение от линейного закона Дарси не связано с переходом к турбулентному режиму течения, а обусловлено инерцией жидкости при движении по искривленным каналам — порам или членом  $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ , где  $\mathbf{v}$  — вектор скорости течения в уравнении Навье—Стокса (см. также разъяснение на странице 14 монографии [21] и выделенный курсивом текст в конце §6 [17]). Еще раз подчеркнем, что в ставшей классической монографии [20], которая была впервые издана в 1949 г., уже указывалось на наличие заблуждений о связи отклонения закона Дарси от линейного с турбулентностью потока. Тем не менее, ошибочное утверждение о переходе к турбулентному режиму при числах Рейнольдса течения  $R \sim 1-10$  оказалось удивительно “живучим”, повторяясь в работах различных авторов на протяжении десятилетий.

Кроме турбулентности в качестве источников нестационарности рассматривались и другие механизмы. В монографии [13] представлено выражение для характерного времени пульсации в мо-

дели двух полостей, соединенных порой, которая может открываться и закрываться при некоторых пороговых значениях давления. При этом в качестве механизма, управляющего открытием и закрытием поры, предлагается рассматривать изменение давления, вызванное течением флюида (закон Бернулли [18]). Несложные оценки показывают, что для реализации подобного сценария скорость микроскопического течения в поре должна быть сопоставима по порядку величины со скоростью звука в флюиде и/или вмещающей пору среде. Поэтому предложенный механизм представляется маловероятным.

Кроме механизма возбуждения звука турбулентностью рассматривалось излучение звука микроскопическими вихрями в режиме течения с отклонением от линейного закона Дарси. Соответствующие экспериментальные результаты и их обсуждение представлены в [22]. Широкий спектр шума фильтрации связывается с наличием микроскопических вихрей различных пространственных масштабов. Поскольку шум фильтрации наблюдается не только для чисел Рейнольдса  $R \geq 1-10$ , но и при  $R \leq 1$ , возникает вопрос об универсальности предлагаемого авторами [22] механизма генерации шума. Идея прерывистости течения на микроскопическом уровне развивалась в работе [23], где рассматривалась задача о фильтрации газа с парами жидкости через пористую среду и предполагалось, что течение газа сопровождается отрывом капель жидкости, конденсированной на поверхности пространства пор и перекрывающей микроскопический канал фильтрации газа. Образовавшиеся затем брызги вновь сливаются в новую каплю жидкости и процесс повторяется. Таким образом, скачок давления, сопровождающий расширение газа после прорыва капли, является причиной генерации шума. Развиваемые автором [23] представления идеологически близки к представлениям о наличии предела сдвиговой прочности флюида (реологической или неньютоновской жидкости), когда при превышении предела прочности связи (сил поверхностного натяжения на границе раздела жидкость–газ) начинается движение флюида, что в момент нестационарности приведет к появлению акустического излучения. Однако имеющиеся экспериментальные данные [12] указывают на генерацию шума при фильтрации сухого газа или воды, которая не относится к структурированным жидкостям. Поэтому предложенная модель [23] не может рассматриваться в качестве универсальной. Кроме того, механизм отрыва капли реализуется при величине числа Вебера (отношение кинетической энергии потока к потенциальной энергии сил поверхностного натяжения), превышающей единицу, что, как

правило, отвечает числу Рейнольдса порядка  $10^3-10^4$ .

Говоря о моделях генерации шума фильтрации, следует указать на интересный цикл исследований [24]. В этих работах анализируются нелинейные динамические процессы при фильтрации структурированных неньютоновских жидкостей и двухфазных флюидов в пористых средах. Значительное внимание уделено исследованию динамики течения жидкости с растворенным в ней газом, когда давление в порах близко к давлению насыщенных паров и возможно выделение растворенного газа из жидкости. Представленные результаты экспериментальных исследований указывают на появление автоколебаний концентрации двух фаз. Приведенное математическое описание в рамках нелинейной модели типа “хищник–жертва” [25] согласуется с представленными экспериментальными данными. Излучение звука в [24] не рассматривается, но нетрудно догадаться, что обнаруженная нестационарность может быть источником шума. Это нашло подтверждение в недавно опубликованной работе [26], где представлены экспериментальные исследования особенностей генерации шума при выдавливании одного флюида другим. Рассмотренный в [24] механизм возникновения нестационарности связан с наличием двух фаз и особенностями течения вблизи порога перколяции по отношению к величинам относительной фазовой проницаемости (см., например, [21], Глава 4), и поэтому такой механизм также не может объяснить весь набор экспериментальных фактов по возникновению шума фильтрации. Кроме того, характерные временные масштабы, отвечающие выделению растворенного газа и его поглощению, недостаточно малы для объяснения шума фильтрации на частотах в несколько кГц.

Таким образом, анализ литературы, посвященной генерации шума при фильтрации жидкости в пористых средах, показывает отсутствие универсального описания явления. Из анализа литературы также следует, что многие авторы искали механизмы, отвечающие за прерывистый характер течения на микроскопическом уровне. Наличие характерных частот в спектре шума и их независимость от типа флюида указывают на присутствие квазипериодических или релаксационных процессов, связанных с особенностями внутреннего устройства пористых сред. Из результатов исследований [24] следует существование сложных нелинейных режимов и возникновение автоколебаний, в том числе, наблюдавшихся в экспериментах. Все это послужило основой модели генерации шума фильтрации, предложенной в работе [27] и получившей развитие в [28].

## МОДЕЛЬ ШУМА ФИЛЬТРАЦИИ

Принципиальное отличие моделей [27, 28] от предложенных ранее состоит в механизме возникновения нестационарности. Модель предполагает, что нестационарность обусловлена возникновением режима релаксационных автоколебаний [25, 29]. Источником акустического шума является выброс порций жидкости (простой источник акустического излучения [19]), а шумовой характер акустического излучения обусловлен случайностью таких выбросов от множества структурных элементов, связанных с существованием режима автоколебаний. В работе [27] отмечается, что для возникновения режима релаксационных автоколебаний с медленными и быстрыми движениями [25, 29] принципиально необходимо наличие нелинейного элемента с гистерезисом: т.е. открытие и закрытие канала сброса излишков флюида имеет место при различающемся давлении. Заметим, что модель [27], будучи согласованной с теорией колебаний и физикой горных пород (смотри ниже), с этой точки зрения принципиально отличается от упомянутой выше модели пульсирующего канала [13].

Модель элементарного источника акустического излучения показана на рис. 2 (см. также [27, 28]). Представленная на рис. 2 схема поясняет причины появления шума фильтрации и характерных частот в спектре этого шума. В исходном состоянии термодинамического равновесия давление внутри пласта на заданной глубине одинаково ( $p_2 = p_1 = p_0^{(1)} = p_0^{(2)}$  на рис. 2), и движение жидкости отсутствует. При подаче давления извне, например, со стороны нагнетательной скважины, в пористом пласте величина  $p_2$  возрастает, превышая давление  $p_1$  в точке вдоль канала (кластера бесконечной длины в терминологии теории перколяции, например, [30, 31]), отвечающего за ненулевую проницаемость (способность жидкости протекать через пористую среду). Величина  $p_2$  также становится больше  $p_0^{(1)}$ , что приводит к появлению сил,двигающих жидкость в тупиковый кластер, связанный с основным каналом трещиной, которая в исходном состоянии равновесия закрыта. Возникает переходный процесс, связанный с микроскопическими потоками жидкости, в том числе, и в тупиковые кластеры (полости).

Это течение аналогично течениям в моделях с выдавливанием [32, 33], с которыми связывается наблюдавшаяся в натурных исследованиях дисперсия сейсмических волн в диапазоне  $\sim 10$  кГц.

Несмотря на похожесть полости объема  $V_0^{(1)}$  с каналом длины  $L_0$  (рис. 2) на резонатор Гельмгольца [19], нельзя говорить о резонансных колебаниях (оценка добротности приведена ниже). Дело в

том, что канал  $L_0$  является узким, и поэтому силы вязкого трения преобладают над силами инерции флюида, заполняющего канал. Здесь имеется аналогия с теорией Био [34], в рамках которой силы вязкого трения превышают силы инерции в диапазоне частот ниже сотен кГц. Поэтому модели [32, 33] течения флюида поперек основного потока описывают релаксационные, а не резонансные явления в пористых средах.

Поскольку часть полостей (кластеров) связана друг с другом и с основным перколяционным кластером через исходно закрытые каналы—трещины, приложение внешнего давления приводит к открытию каналов в результате развития неустойчивости контакта с адгезией и разрыву этого контакта при давлении  $p_{он}$  [35]. Возникает течение через канал с последующим сбросом давления и закрытием трещины—канала через интервал времени, необходимый для сброса давления до величины  $p_{off}$ , отвечающей закрытию канала. Закрытие канала также связано с развитием неустойчивости, обусловленной сильным взаимодействием поверхностей через силы Ван-дер-Ваальса. Таким образом, процесс возникновения пульсаций связывается с наличием контактов с адгезией или трещин между зернами, т.е. всегда присутствующих в горных породах структурных элементов (например, обзоры [36, 37], также цветные иллюстрации в [38]), при этом гистерезис адгезии при отрыве/восстановлении контакта поверхностей также хорошо известен [35, 39]. Процесс обратимый, он не связан с разрушением, и может повторяться бесконечное число раз. Возникает режим автоколебаний разрывного типа с быстрыми (отрыв/восстановление контакта с адгезией) и медленными (накопление излишков жидкости и их сброс) движениями, общая теория которых представлена в [25, 29].

Параметрами, определяющими временные масштабы, являются жесткость полостей объема  $V_0^{(1,2)}$  (рис. 2) в изначально тупиковых ответвлениях (кластерах) от основного потока жидкости и гидродинамическое сопротивление каналов длины  $L_{0,1}$  (рис. 2), соединяющих эти полости с основным потоком. Наличие подобных элементов релаксации физически обосновано и опирается на работы [32, 33], которые получили экспериментальное подтверждение при наблюдении дисперсии сейсмических волн в диапазоне частот порядка 1–10 кГц (см. также [34], где представлено обсуждение этих работ). Наличие тупиковых ответвлений также согласуется с результатами теории перколяции (например, [30, 31]), где показывается, что число тупиковых кластеров стремится к бесконечности вблизи порога перколяции, а затем плавно уменьшается. Нелинейным элементом, обеспечивающим существование “быстрых

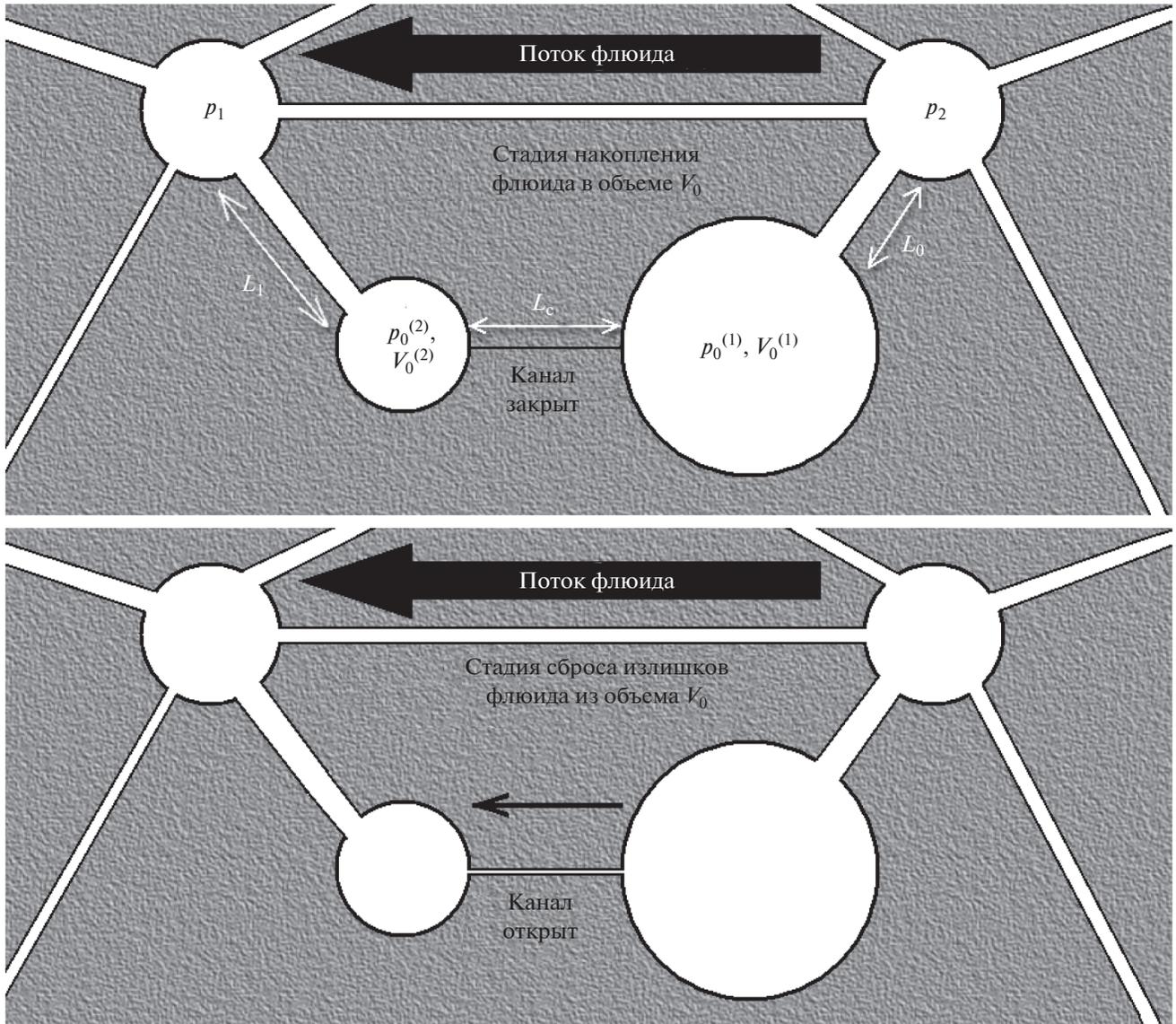


Рис. 2. Модель пульсирующего канала (адаптировано из [27, 28]).

движений” на фазовой плоскости [25, 29], является контакт с адгезией, который может открываться и закрываться в зависимости от расклинивающего давления жидкости, заполняющей расположенную рядом полость. Наличие таких контактов с адгезией, по-видимому, является отличительной чертой горных пород, поскольку позволяет единообразно описать широкий класс нелинейных явлений в таких средах [35].

Из-за наличия очевидной симметрии относительно направления фильтрации и предполагаемой изотропии природной среды  $L_1 = L_0$  и  $V_0^{(1)} = V_0^{(2)} = V_0$ . Система дифференциальных уравнений, описывающих изменение объемов флюида в полостях  $V_0^{(1)}$  и  $V_0^{(2)}$ , имеет вид:

$$\frac{\rho_f L_0 V_0}{S_0} \left[ \ddot{y}_0 + \ddot{y}_1 + \frac{v_f}{k_0} (\dot{y}_0 + \dot{y}_1) + \omega_0^2 y_0 \right] = p_2 - p_1, \quad (1)$$

$$\frac{\omega_0^2 k_0 y_0 - y_1 + y_2}{v_f \kappa} = \dot{y}_1, \quad (2)$$

$$\omega_0^2 (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) = \ddot{y}_2 + \frac{v_f}{k_0} \dot{y}_2, \quad (3)$$

где безразмерные величины  $y_j$  отвечают изменению объема флюида плотности  $\rho_f$  в полости  $V_0^{(1)}$ , открывающемся канале длины  $L_c$  (рис. 2) и в полости  $V_0^{(2)}$  соответственно. Нормировка изменения объемов выполнена на величину  $V_0$ . Величины  $S_0$  и

$k_0$  определяют площадь поперечного сечения и проницаемость каналов длины  $L_0$  и  $L_1$ ,  $\nu_f$  – кинематическая вязкость флюида,  $\omega_0^2$  – квадрат собственной частоты резонатора Гельмгольца, образованного полостью объема  $V_0$  и каналом длины  $L_0$ . Величина  $\omega_0^2 = \frac{\mathcal{H}S_0}{\rho_f L_0 V_0}$ , где  $\mathcal{H}$  – объемная жест-

кость полости объема  $V_0$ , учитывающая объемные жесткости скелета пористой среды и флюида. При фильтрации флюида, имеющего низкую объемную жесткость (газа) по сравнению с жесткостью скелета, величина  $\mathcal{H} = \rho_f c_f^2$ , где  $c_f$  – скорость звука во флюиде.

Акустическое давление от элементарной ячейки (рис. 2) создается простым источником:

$$p_a(R, t) = \frac{\rho_p V_0}{4\pi R} \ddot{y}_2 \Big|_{t-R/V_p}, \quad (4)$$

где  $\rho_p$  – плотность скелета пористой среды,  $V_p$  – скорость продольной волны, распространяющейся в скелете. Значение производной  $\ddot{y}_2$  в выражении (4) берется в момент времени  $t - R/V_p$ , что учитывает запаздывание при распространении акустической волны.

За генерацию автоколебаний отвечает безразмерная величина  $\kappa$ , которая описывает отношение гидродинамических сопротивлений каналов  $L_c$  и  $L_0$ . Значение  $1/\kappa$  зависит от времени следующим образом:

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{\kappa_0} \begin{cases} 1 - \exp\left(-\frac{t-t_{\text{on}}}{\tau_1}\right), & p_0(t) > p_{\text{on}}, \\ \exp\left(-\frac{t-t_{\text{off}}}{\tau_2}\right), & p_0(t) < p_{\text{off}}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\kappa_0$  – отношение гидродинамического сопротивления полностью открытого канала длины  $L_c$  к гидродинамическому сопротивлению канала длины  $L_0$ . Величина гидродинамического сопротивления определяется как отношение разности давлений к скорости изменения соответствующего объема. Давление в полости  $V_0^{(1)}$  равно  $p_0(t) = \mathcal{H}y_0(t)$ . Моменты времени  $t_{\text{on}}$  и  $t_{\text{off}}$  определяются равенствами  $p_0(t_{\text{on}}) = p_{\text{on}}$  и  $p_0(t_{\text{off}}) = p_{\text{off}}$  для каждого цикла автоколебаний. Величины  $\tau_1$  и  $\tau_2$  отвечают характерным масштабам времени развития неустойчивости в момент отрыва контакта с адгезией и его восстановления, т.е. ограничивают скорость “быстрых движений” в релаксационных автоколебаниях. Анализ динамических эффектов, связанных с разрывом и восстановлением контактов с адгезией, представляет собой сложную задачу из-за наличия

множества релаксационных процессов с плохо определенными параметрами (подробнее в [39]). Поэтому величины  $\tau_{1,2}$  являются феноменологическими параметрами модели.

Величина  $\kappa_0$  зависит от площади поперечного сечения и длины открытого канала сброса излишков флюида. С одной стороны, площадь поперечного сечения открытого канала много меньше  $S_0$ , поскольку, например, раскрытие трещины в виде разорванного контакта с адгезией может иметь очень малый размер порядка нескольких нанометров (смотри примеры расчета в [35]). С другой стороны, длина этого открытого канала, очевидно, существенно меньше  $L_0$ , имея порядок размера области контакта зерен, что уменьшает его гидродинамическое сопротивление. Указанные соображения позволяют положить  $\kappa_0 \approx 1$ , как это было сделано в [28], либо значительно больше единицы  $\kappa_0 \gg 1$  (см. ниже).

Параметры  $L_0$ ,  $S_0$ ,  $V_0$  и  $k_0$  целесообразно выразить через характерный диаметр зерна  $D_g$ . Длину канала  $L_0$  целесообразно выразить в виде  $L_0 = \xi_1 D_g$ , где  $\xi_1 \geq 1$  – безразмерная величина. Объем полости  $V_0$  целесообразно выразить в виде  $V_0 = \xi_2 V_g$ , где  $V_g = \pi D_g^3/6$  – объем, занимаемый зерном, и  $\xi_2 \geq 1$  – безразмерная величина. Параметр площади возможно связать с диаметром поры, который составляет примерно  $D_g/6$  (см. [34], стр. 269), что отвечает  $S_0 \approx \pi D_g^2/144 \approx 0.022 D_g^2$ . Для определения проницаемости  $k_0$  можно воспользоваться теорией Козени–Кармана [34, §8.4]:

$$k_0 = \frac{D_g^2}{72} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2 \alpha^2} = \beta S_0, \quad (6)$$

где  $\phi$  – пористость, равная отношению объема пустот и пор к полному объему пористого материала,  $\alpha = 1 + (1 - \phi)/2\phi$  – извилистость пор [34],

$$\beta = \frac{2\phi^3}{\pi(1-\phi)^2 \alpha^2}.$$

Характерной величине пористости  $\phi = 0.2$  отвечает  $\beta = 8.8 \times 10^{-4}$ . Большой набор экспериментальных данных представлен в [40], где показано, что  $k_0 \propto \phi^{3m}$  при  $1 \leq m \leq 2$  и для большинства пористых материалов  $m \approx 1$ , исключая среды с низкой проницаемостью (ил и глина), для которых характерна величина  $m = 2$ .

Плотность  $\rho_f$  и кинематическая вязкость  $\nu_f$  флюида, а также скорость звука  $c_f$  известны, поскольку известен тип флюида, который фильтруется через поры. В частности, для воздуха, фильтрация которого исследовалась в статье [16], плотность, вязкость воздуха и скорость звука

составляют [41]:  $\rho_f = 1.3 \text{ кг/м}^3$ ,  $v_f = 1.4 \times 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $c_f = 343 \text{ м/с}$  для комнатной температуры. Оценим добротность колебаний резонатора Гельмгольца, образованного полостью объема  $V_0$  и каналом  $L_0$ . Для данных [16] характерный размер зерна  $D_g = 0.4 \text{ мм}$ , проницаемость  $k_0 \sim 10^{-12} \text{ м}^2$  (см. в следующем разделе). Величина  $\omega_0 = \sqrt{\frac{0.04}{\xi_1 \xi_2}} \frac{c_f}{D_g} \approx \frac{1.7 \times 10^5}{\sqrt{\xi_1 \xi_2}} \text{ с}^{-2}$ , величина  $\frac{v_f}{k_0} \approx 1.4 \times 10^7 \text{ с}^{-1}$  оказывается существенно больше  $\omega_0$ , что отвечает добротности колебаний значительно меньше единицы при  $\xi_{1,2} \geq 1$  или релаксационным колебаниям.

Характерное время релаксации  $\frac{v_f}{k_0 \omega_0^2}$  составляет не более 0.5 мс, что отвечает частоте основной гармоники акустического излучения не менее 2 кГц для  $\xi_1 = \xi_2 = 1$ .

### ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ, ОТВЕЧАЮЩИХ ЭКСПЕРИМЕНТУ [16]

В подавляющем большинстве работ, посвященных экспериментальным исследованиям шума фильтрации [12–15], ввиду большой сложности измерений и калибровки приемников акустического шума фильтрации приводятся безразмерные (нормированные на максимум) спектральные амплитуды. Это затрудняет сравнение теоретических оценок с результатами измерений. Приятным исключением является недавно опубликованная работа [16], где на одном из графиков (рис. 8 указанной статьи) представлена зависимость интенсивности акустического излучения в Вт/м<sup>2</sup> от скорости потока в м/с. Отмеченная в [16] квадратичная зависимость интенсивности акустического шумового излучения от скорости потока согласуется с предсказанием теории [27, 28], где мощность акустического шума фильтрации пропорциональна кинетической энергии потока.

К сожалению, при описании рис. 8 авторы статьи не дали достаточно подробного пояснения относительно того, что они понимают под “максимумом звуковой интенсивности” в спектре. Размерность величины по оси ординат на рис. 8 указанной статьи явно не отвечает спектральной плотности интенсивности звукового излучения. Поэтому мы в дальнейшем будем трактовать данные [16] как стандартное определение интенсивности акустического поля [19]:

$$I_a = \frac{p_a^2}{\rho_f c_f}, \quad (7)$$

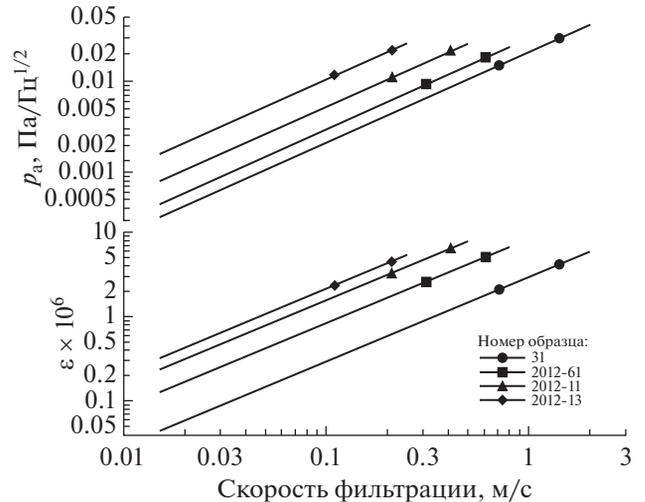


Рис. 3. Вверху показана зависимость среднеквадратичной амплитуды давления от скорости потока, отвечающая данным рисунка 8 из [16]. Внизу – оценки амплитуды деформаций в пористом материале при фильтрации жидкости. Данные для четырех образцов приведены в той же области параметров, что и на рис. 8 статьи [16].

где  $p_a$  – среднеквадратичная амплитуда давления, которое регистрировал контактный микрофон (см. схему измерений на рис. 1 статьи [16] и пояснения). Величины среднеквадратичной амплитуды давления определены по формуле (7):  $p_a = \sqrt{\rho_f c_f I_a}$ , где величина интенсивности взята из данных работы [16]. Анализ представленных в работе спектров указывает на то, что в спектральном анализе использовалось разрешение по частоте  $\Delta f = 50 \text{ Гц}$ . Для перехода к спектральной плотности амплитуды акустического шума поделим вычисленное значение  $p_a$  на  $\sqrt{\Delta f}$ .

На рис. 3 представлены зависимости интенсивности шума фильтрации от скорости потока по данным рис. 8 из статьи [16]. Линии на рис. 3 отвечают полученным в статье регрессиям. Величины интенсивности акустического излучения (шума), приведенные на рис. 8 статьи, пересчитаны по формуле (7) к среднеквадратичным амплитудам давления. Давление прямо пропорционально скорости потока. Символы на графике (рис. 3) отвечают символам, использованным в статье [16] для удобства сравнения.

В основе модели возникновения релаксационных автоколебаний лежит предположение о существовании элементов с гистерезисом адгезии. Выше отмечалось, что режим деформации с гистерезисом (отрывом и восстановлением контактов) реализуется при уровне деформации  $\epsilon \geq 10^{-7}$  [42]. Поэтому для дополнительной проверки обоснованности модели необходимо иметь оцен-

**Таблица 1.** Характеристики образцов, для которых в [16] приведены размерные величины акустического шума. Размер зерна  $D_g$  есть результат оценки (6).

№	$\phi$ , %	$k_0$ , мД	$\rho_p$ , г/см <sup>3</sup>	$D_g$ , мм	Символ
31	22.46	3189.8	2.67	0.30	●
2012 – 61	15.79	1116.8	2.66	0.44	■
2012 – 11	13.65	598.25	2.69	0.47	▲
2012 – 13	11.49	438.6	2.70	0.62	◆

ку уровня деформаций в эксперименте [16]. Подробное описание вычислений опустим из-за ограничений на объем публикации. На нижнем графике (рис. 3) представлены зависимости амплитуды деформации от скорости фильтрации в эксперименте [16], вычисленные по формулам теории Био [34] в предположении свободных боковых границ цилиндрических образцов (в эксперименте образцы крепились через эластичные прокладки, что является основанием для использования указанного предположения). Нетрудно видеть, что скоростям фильтрации, при которых в работе [16] регистрировался шум фильтрации, отвечают деформации порядка  $10^{-7}$ – $10^{-5}$ . Отметим, что величина  $\epsilon \sim 10^{-7}$  отвечает переходу от классической нелинейности к нелинейности гистерезисного типа [35, 42], и экспериментальные данные не противоречат исходным предположениям теоретической модели [27, 28].

Параметры модели, связанные с размером зерен, проницаемостью и другими структурными особенностями, возьмем из статьи [16], где в табл. 1 приведены характеристики исследованных образцов пористых сред. Данные рис. 3 отвечают карбонатным горным породам. Для 4-х образцов значения пористости, проницаемости и плотности приведены в табл. 1 (выборка из табл. 1 [16]). Символы в правой колонке (табл. 1) отвечают соответствующим образом отмеченным кривым на графиках (рис. 3). Величина  $\phi$  отвечает пористости (объемному содержанию пустот), величина  $k_0$  отвечает проницаемости горной породы, значение которой приведено в табл. 1 во внесистемных единицах: 1 Дарси приблизительно равен  $0.9869 \text{ мкм}^2$ ,  $\rho_p$  отвечает плотности горной породы.

Важным параметром модели [28] является размер зерна. Величина объема полостей и длины каналов связаны с этим размером. Гранулометрический состав в статье [16] представлен только для терригенных образцов горных пород. Графики на рис. 8 статьи [16] отвечают карбонатным породам, для которых результаты гранулометрического анализа не приведены. Поэтому характерный диаметр зерен  $D_g$  в табл. 1 оценивался по

формуле (6), связывающей проницаемость и размер зерна:

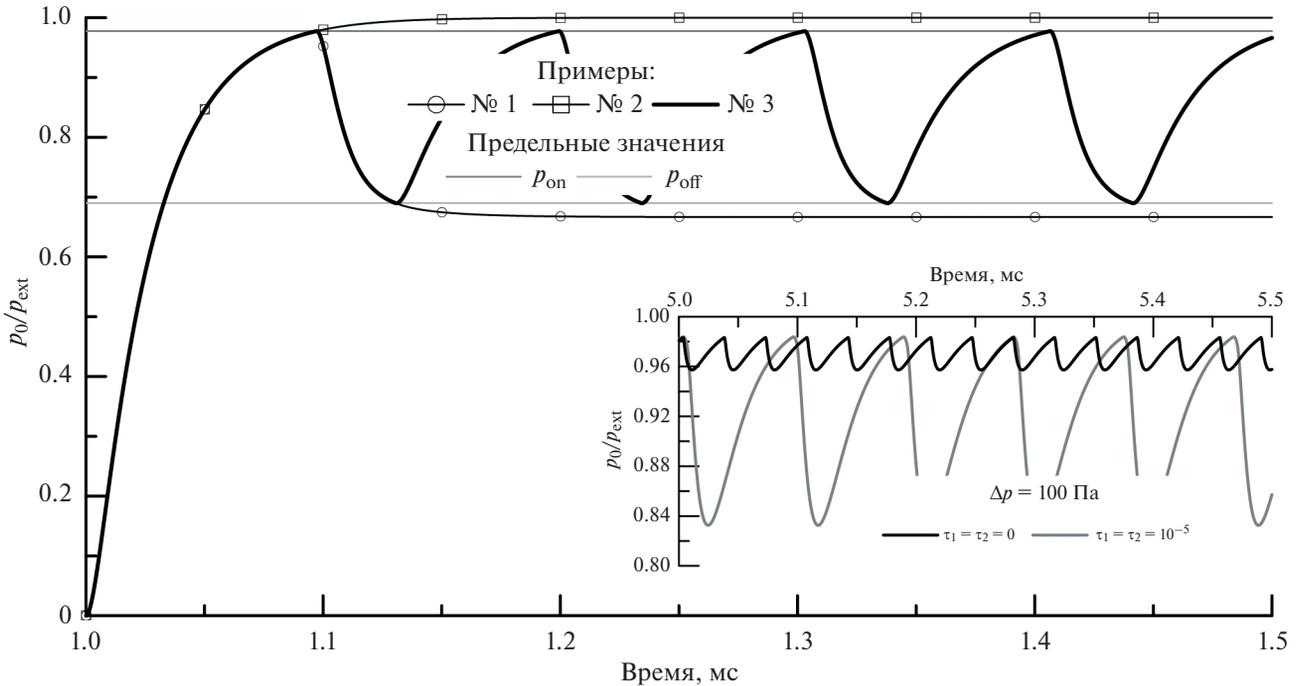
$$D_g = \sqrt{\frac{144k_0}{\pi\beta}} \approx 0.4 \text{ мм}, \quad (8)$$

где значение  $D_g$  справа отвечает характерной величине  $\phi = 20\%$ . Величины  $D_g$  в табл. 1 отвечают оценкам по формуле (8).

#### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ УСЛОВИЙ ЭКСПЕРИМЕНТА [16]

На рис. 4 представлены результаты численного интегрирования системы дифференциальных уравнений [28] для одного элементарного источника акустического излучения. Для возникновения режима автоколебаний необходимо выполнение очевидных условий: (1) давление  $p_{\text{он}}$ , открывающее канал сброса излишков жидкости, должно быть меньше  $p_2$  (рис. 2); (2) давление  $p_{\text{офф}} < p_{\text{он}}$ , при котором канал сброса излишков жидкости закрывается, должно быть больше равновесного давления при условии постоянно открытого канала. В работе [27] отмечалась аналогия предложенной модели возникновения акустического излучения с процессом заряда и разряда электрической емкости, подсоединенной к неоновой лампе (см. [29], рис. 195). Для возникновения автоколебаний в этой электрической цепи требуется достаточное напряжение для зажигания неоновой лампы и падение этого напряжения до значения, достаточного для исчезновения тлеющего разряда.

Пример № 1 отвечает ситуации, когда условие (1) выполняется, а условие (2) не выполняется. В этом случае исходно закрытый канал сброса излишков жидкости при подаче давления извне открывается, и остается в таком состоянии в дальнейшем. Пример № 2 отвечает случаю, когда условие (1) не выполняется, и канал сброса излишков жидкости не может открыться. Наконец, пример № 3 отвечает случаю, когда оба условия выполнены, и возникает режим релаксационных автоколебаний. Давление в полости  $V_0$  (рис. 2) изменяется между двумя предельными значениями, отвечающими открытию и закрытию канала



**Рис. 4.** Возникновение режима релаксационных автоколебаний для элементарного источника излучения звука. Параметры  $V_0/V_g = 2$ ,  $L_0/D_g = 2$ ,  $\tau_1 = \tau_2 = 0$ , скорость фильтрации 2 м/с. На вставке показаны зависимости  $p_0(t)$  для  $p_{\text{on}} - p_{\text{off}} = 100$  Па, серая линия отвечает  $\tau_1 = \tau_2 = 10^{-5}$  с.

сброса излишков жидкости. Для всех примеров момент времени 1 мс отвечает включению внешнего давления. До момента времени около 4 мс длится переходный процесс, связанный с заполнением объема  $V_0$  до величины, отвечающей избыточному давлению  $p_2 - p_0$  (рис. 2).

Упругие характеристики скелета отвечают значениям из справочной литературы, параметры пористости и проницаемости отвечают образцу № 31 (табл. 1 и рис. 3), скорость фильтрации задавалась равной 2 м/с. В этом случае для проницаемости  $k_0 \approx 10^{-12}$  м<sup>2</sup> оценка с использованием линейного уравнения Дарси приводит к значениям градиента внешнего давления  $|\nabla p_{\text{ext}}| \approx 10^7$  Па/м и величине избыточного давления  $p_{\text{ext}} = p_2 - p_1 \approx 7$  кПа (предполагается, что характерный пространственный масштаб элементарной ячейки на рис. 2 вдоль направления течения флюида имеет порядок  $L_0$ ). Длина канала  $L_0$  (рис. 2) задавалась равной  $5D_g$ , объем полости  $V_0 = V_g$ , безразмерное сопротивление канала сброса излишков флюида  $\kappa_0 = 1$ . Значения величин давления, отвечающих за открытие и закрытие канала сброса излишков флюида в примере № 3, равны  $p_{\text{on}} = 6.8$  кПа,  $p_{\text{off}} = 4.8$  кПа и  $\Delta p = p_{\text{on}} - p_{\text{off}} = 2$  кПа. Указанные величины являются нереалистичными для

заданной скорости фильтрации (см. ниже), а расчет для этих параметров приведен, поскольку в этом случае лучше видны детали зависимости давления  $p_0(t)$ . Вставка на рис. 4 отвечает величинам давления открытия и закрытия канала сброса излишков флюида  $p_{\text{on}} = 6$  кПа и  $p_{\text{off}} = 5.9$  кПа, т.е. разности критических значений  $\Delta p = 100$  Па. Отметим, что уменьшение величины  $\Delta p$  приводит к увеличению частоты автоколебаний [27]. Учет конечной величины времени развития неустойчивости (серая линия на вставке рис. 4) приводит к возникновению почти синусоидальной зависимости  $p_0(t)$ .

Значения параметров  $p_{\text{on}}$  и  $p_{\text{off}}$  не могут быть заданы произвольно. Эти величины зависят от радиусов кривизны контактирующих поверхностей и величины коэффициента адгезии (пример расчета представлен на рис. 2 в [35]). Сила разрыва контактов с адгезией пропорциональна произведению коэффициента адгезии на приведенный радиус кривизны  $R$  контактирующих поверхностей. Так, для данных работы [35], где на рис. 2 приведен результат расчета для  $R = 1$  мм и коэффициента адгезии  $0.1$  Дж/м<sup>2</sup>, разрыв контакта имеет место при напряжении 100 Па, а восстановление контакта при нулевом напряжении. Таким образом, данные на вставке рис. 4 являются более реалистичными по сравнению с  $\Delta p \approx 2$  кПа для

примера № 3, соответствия характерным размерам зерен горных пород, исследованных в работе [16].

Были выполнены расчеты, направленные на установление зависимости амплитуды акустического излучения от величин  $\Delta p$  и  $\kappa_0$ . Соответствующие иллюстрации опущены из-за ограничений на объем публикации. Общий вывод из полученных результатов численного моделирования таков: (1) зависимость  $p_a(\Delta p)$  слабая, и величина  $\Delta p$  сказывается главным образом на частоте основного тона излучения (см. рис. 4); (2) увеличение  $\kappa_0$  приводит к уменьшению амплитуды простого источника и подавлению высших гармоник. Отсутствие выраженной зависимости  $p_a(\Delta p)$  связано с тем, что пропорционально уменьшению объема выбрасываемого излишка флюида, который линейно зависит от  $\Delta p$ , уменьшается и время, необходимое для этого процесса. Поскольку акустическое давление пропорционально производной от объемной скорости, его амплитуда оказывается приблизительно постоянной. Увеличение  $\kappa_0$  приводит к уменьшению объема выбрасываемого излишка флюида, что приводит к уменьшению акустического излучения  $p_a$ . Ограничение амплитуды высших гармоник излучения связано с появлением механического фильтра, составленного из гидродинамического сопротивления канала сброса излишков флюида и полости  $V_0^{(2)}$ . При этом наибольшему подавлению подвергаются четные гармоники акустического излучения, что приводит к ослаблению асимметрии сжатия и разрежения временной зависимости  $p_a(t)$ .

Наличие большого числа элементарных ячеек акустического излучения, имеющих различные характерные частоты основного тона и времена открытия/закрытия канала сброса излишков флюида, приведет к тому, что в результате интерференции высших гармоник их вклад будет подавлен, а в окрестности основного тона появится максимум спектральной плотности совокупного акустического излучения. Оценим максимально возможное число элементарных источников акустического излучения. В работе [16] исследовались цилиндрические образцы с диаметром  $D_s = 25$  мм и длиной  $L_s = 30$  мм. Полное число зерен в образцах можно оценить как отношение объема образца к объему, занимаемому зерном:

$$N_g = \frac{\pi D_s^2 L_s}{4V_g} \approx 10^6 \quad (9)$$

где числовое значение отвечает  $D_g = 0.3$  мм (табл. 1).

В случае, когда зерна имеют плотную случайную упаковку, число контактов, приходящихся на каждое зерно, составляет 9 [34]. Поэтому общее число контактов между зёрнами в образце состав-

ляет  $9N_g \approx 10^7$ . При учете контактов неровностей зерен общее число контактов может оказаться еще больше. Рассмотрим данные рис. 3 для образца № 31 при скорости фильтрации флюида 2 м/с. В этом случае измеренная величина составляет  $p_a = 0.03$  Па/ $\sqrt{\text{Гц}}$ . На рис. 5 жирной линией показан результат расчета акустического излучения одного источника, расположенного в центре цилиндрического образца, при величине гидродинамического сопротивления канала сброса излишков жидкости  $\kappa_0 = 100$ . Увеличение  $\kappa_0$ , как указывалось выше, приводит к ослаблению преимущественно четных гармоник, что привело бы к лучшему согласию с экспериментом (см. далее). Однако при этом возникают сложности настройки численной модели из-за необходимости аккуратного подбора параметров  $p_{\text{он}}$  и  $p_{\text{оф}}$ , и поэтому мы ограничились расчетом для указанного значения  $\kappa_0$ . На рис. 5 также представлен результат сложения акустических откликов  $N_s = 200$  элементарных источников, равномерно распределенных внутри цилиндрического образца и имеющих вариации частоты основного тона автоколебаний в пределах  $\pm 5\%$ . Здесь же на рис. 5 штриховой линией показана измеренная в эксперименте [16] величина спектральной плотности амплитуды акустического шума фильтрации на частоте максимума излучения. Следует заметить, что число источников  $N_s$  составляет примерно 0.01% от общего числа контактов. Очевидно, что число открывающихся и закрывающихся контактов не может составлять существенную долю от общего числа контактов, поскольку в этом случае неизбежно возникнет вопрос об отсутствии разрушений материала. Таким образом, полученный количественный результат, будучи согласованным с результатами измерений [16], также является непротиворечивым и согласуется с представлением об отсутствии разрушений внутри пористого материала при фильтрации флюида.

Вставка на рис. 5 отвечает рисунку 2 статьи [16] и показывает вид спектра для образца № 2012 – 13 (табл. 1). Выбор значения  $\kappa_0 = 100$  был обусловлен тем, что меньшие значения  $\kappa_0$  приводят к относительному увеличению спектральных амплитуд в окрестности второй гармоники основного тона, а большие значения  $\kappa_0$  сопряжены с усложнением настройки численной процедуры. Сравнение вида вычисленного спектра шума фильтрации с измерениями на вставке рис. 5 указывает на небольшое различие модельного и измеренного спектров шума. Это различие проявляется в менее выраженной амплитуде составляющих в области частот, отвечающих второй гармонике основного тона автоколебаний, для экспериментальных данных. Поскольку амплитуда второй

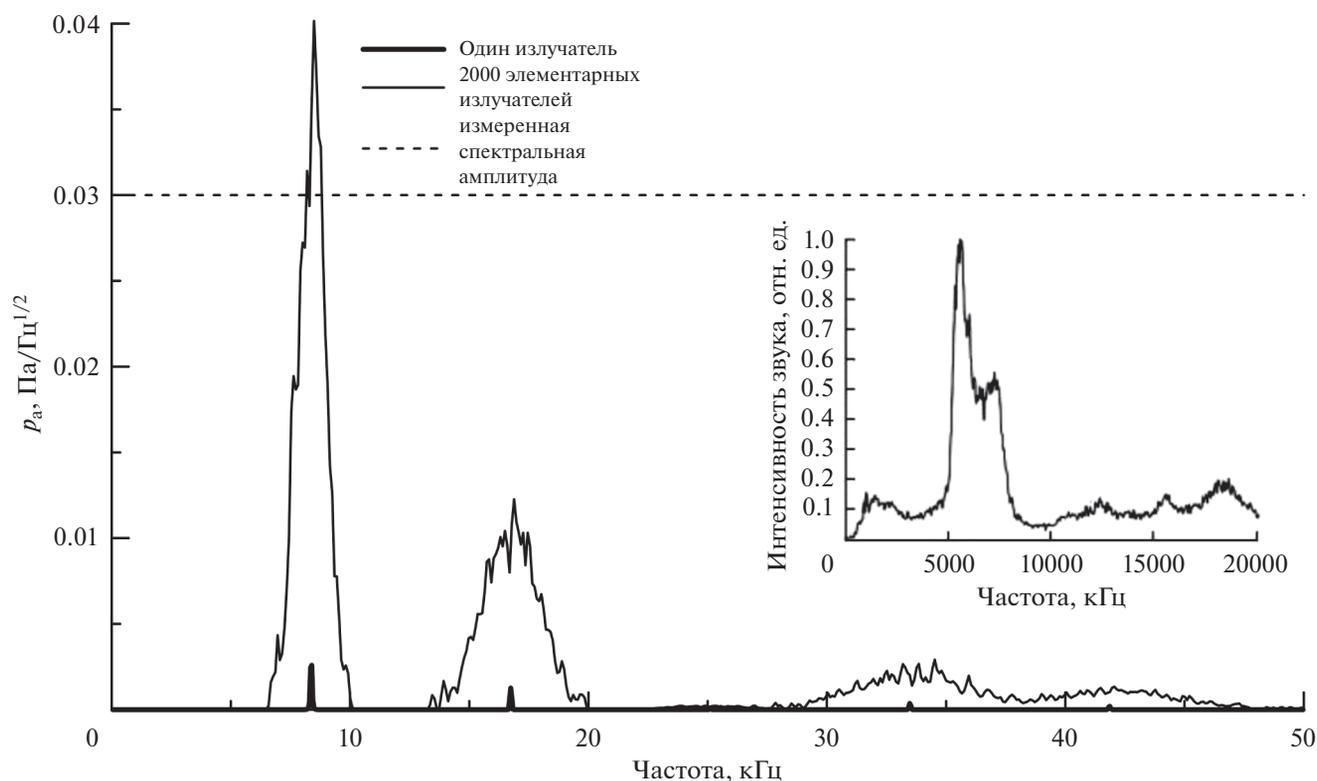


Рис. 5. Результат суперпозиции излучения 2000 элементарных источников с отличающимися частотами основного тона. Вставка отвечает рис. 2 статьи [16].

гармоники существенно ослабляется при увеличении гидродинамического сопротивления канала сброса накопленных излишков флюида, можно предположить, что более разумным параметром модели будет  $\kappa_0 \gg 1$  (узкий канал с низкой проницаемостью). В качестве таких каналов могут выступать узкие трещины между зернами горной породы. Таким образом, в рамках предложенной модели генерации шума фильтрации открываются интересные возможности по диагностике пространства пор, через которое происходит фильтрация флюида.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итог и перечислим основные результаты выполненной работы.

1. Проведено сравнение недавно опубликованных в Акустическом журнале результатов измерения акустического шума, возникающего при фильтрации флюида через пористую среду, с результатами численного моделирования на основе предложенной ранее модели.

2. Полученное в результате сравнения согласие экспериментальных и теоретических значений позволяет сделать утверждение о корректности

предложенной модели и физического механизма, отвечающего за генерацию шума фильтрации.

3. Удовлетворительное согласие теории с экспериментом создает базу для исследования природных сред по регистрируемому шуму фильтрации: определения параметров пористых сред и характеристик течения. Таким образом, открываются возможности дистанционной диагностики пористых сред и характеристик течения в них.

Представленный материал указывает на необходимость более тонкой настройки расчетной схемы для рассмотрения каналов сброса с величинами  $\kappa_0 \ll 1$ . В процессе настройки желательно располагать дополнительной информацией о характерной длине каналов и размерах пустот внутри материала, т.е. располагать результатами петрографического, гранулометрического, минералогического и химического анализов. В качестве примера приведем работу [43], где наличие указанных стандартных геологических исследований позволило обосновать выводы, сделанные на основе прецизионных акустических измерений.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект РНФ № 22-22-00230).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шерифф Р., Гелдарт Л. Сейсморазведка. Т. 1: История, теория и получение данных. 448 с. Т. 2: Обработка и интерпретация данных. 400 с. М.: Мир, 1987.
2. Нолет Г. Сейсмическая томография. М.: Мир, 1990. 416 с.
3. Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками. Отв. ред. Цибульчик Г.М. Новосибирск: "ГЕО", 2004. 375 с.
4. Brenguier F., Campillo M., Hadziioannou C., Shapiro N., Nadeau R., Larose E. Postseismic relaxation along the San Andreas fault at Parkfield from continuous seismological observations // Science. 2008. V. 321. № 5895. P. 1478–1481.
5. Королева Т.Ю., Яновская Т.Б., Патрушева С.С. Использование сейсмического шума для определения структуры верхней толщи Земли // Физика Земли. 2009. Т. 45. № 5. С. 3–14.
6. Яновская Т.Б. К теории метода микросейсмического зондирования // Физика Земли. 2017. Т. 53. № 6. С. 18–23.
7. Schuster G.T. Seismic interferometry. Cambridge UP. 2009. 274 p.
8. Тихоцкий С.А., Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. Использование низкочастотных шумов в пассивной сейсмоакустической томографии дна океана // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 107–116.
9. Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Шуруп А.С. Фундаментальные основы совершенствования пассивных сейсмогидроакустических методов исследования шельфа арктики // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 72–97.
10. McKinly R.M., Bower F.M., Rumble R.C. The structure and interpretation of noise flow behind cemented casing // J. Petrol. Tech. 1973. V. 25. № 3. P. 329–338.
11. Афанасьев Е.Ф., Грдзелова К.Л., Плющев Д.В. Об источниках генерации звука в насыщенных флюидом пористых средах // ДАН СССР. 1987. Т. 3. С. 554–557.
12. Николаев С.А., Овчинников М.Н. Генерация звука фильтрационным потоком в пористых средах // Акуст. журн. 1992. Т. 38. № 1. С. 114–118.
13. Ипатов А.И., Кременецкий М.И. Геофизический и гидродинамический контроль разработки месторождений углеводородов. М.–Ижевск: из-во "Регулярная и хаотическая динамика", 2010. 780 с.
14. Марфин Е.А. Скважинная шумометрия и виброакустическое воздействие на флюидонасыщенные пласты. Учебно-методическое пособие. Министерство образования и науки РФ, Казанский (приволжский) федеральный университет. Казань, 2012. 44 с.
15. Марфин Е.А., Метелёв И.С., Гарифьянов Б.А., Абдрашитов А.А. Исследование спектров фильтрационных шумов // Ученые записки физического факультета. 2014. Т. 6. С. 146316(1–4).
16. Метелёв С.А., Овчинников М.Н., Марфин Е.А., Гайфутдинов Р.Р., Сагиров Р.Н. Исследование акустических шумов при фильтрации газа через пористую среду // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 214–222.
17. Пыхачев Г.Б., Исаев Р.Г. Подземная гидравлика. М.: Недра, 1973. 360 с.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Гидродинамика. Т. VI. М.: Наука, 1988. 736 с.
19. Исакович М.А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.
20. Щелкачев В.Н., Ланук Б.Б. Подземная гидравлика. М.: Государственное научно-техническое из-во нефтяной и горно-топливной литературы, 1949. 525 с. Репринтное издание: Москва–Ижевск, НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2001. 736 с.
21. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
22. Sergeev S.I., Ryzhikov N.I., Mikhailov D.N. Laboratory investigation of sound induced by gas flow in porous media // J. Petrol. Sci. and Eng. 2019. V. 172. P. 654–661.
23. Заславский Ю.М. К теории акустической эмиссии при фильтрации газа частично флюидонасыщенной средой // Электронный журнал "Техническая акустика". 2005. Т. 5. 11 с.
24. Мирзаджанзаде А.Х., Хасанов М.М., Бахтизин Р.Н. Моделирование процессов нефтегазодобычи. Нелинейность, неравновесность, неопределенность. Москва, Ижевск: институт компьютерных исследований, 2004. 368 с.
25. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 2001. 560 с.
26. Mikhailov D., Sergeev S. Investigation parameters for sound induced by fluid displacement in rock samples // Water Resources Research. 2019. V. 55. № 5. P. 4220–4232.
27. Лебедев А.В. Нелинейный релаксационный механизм генерации шума фильтрации в пористых средах // Изв. вузов. Радиофизика. 2018. Т. 61. № 4. С. 343–357.
28. Лебедев А.В. Численное моделирование шума фильтрации // Изв. вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63. № 2. С. 155–171.
29. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматгиз, 1959. 915 с.
30. Sahimi M. Applications of percolation theory. Taylor and Francis, London. 1994. 258 p.
31. Клеман М., Лаврентович О.Д. Основы физики частично упорядоченных сред. М.: Физматлит, 2007. 680 с.
32. Dvorkin J., Nur A. Dynamic poroelasticity: A unified model with the squirt and the Biot mechanisms // Geophysics. 1993. V. 58. № 4. P. 524–533.
33. Dvorkin J., Nolen-Hoeksema R., Nur A. The squirt-flow mechanism: Macroscopic description // Geophysics. 1994. V. 59. № 3. P. 428–438.

34. *Mavko G., Mukerji T., Dvorkin J.* The Rock Physics Handbook. Tools For Seismic Analysis in Porous Media. Cambridge University Press. MA. 2-nd edition. 2009. 524 p.
35. *Lebedev A.V., Ostrovsky L.A.* A unified model of hysteresis and long-time relaxation in heterogeneous materials // *Acoust. Phys.* 2014. V. 60. № 5. P. 555–561.
36. *Brace W.F., Silver E., Hadley K., Goetze C.* Cracks and pores: a closer look // *Science.* 1972. V. 178. P. 162–164.
37. *Kranz R.L.* Microcracks in rocks: a review // *Tectonophysics.* 1983. V. 100. P. 449–480.
38. *Guyot R.A., Johnson P.A.* Nonlinear mesoscopic elasticity: the complex behaviour of rocks, soil, concrete. Wiley-VCH. 2009. 410 p.
39. *Дерягин Б.В., Чураев Н.В., Муллер В.М.* Поверхностные силы. М.: Наука, 1985. 400 с.
40. *Chrotiros N.P.* Acoustics of the seabed as a poroelastic medium. ASA press, N.Y.: Springer, 2017. 99 p.
41. *Кикоин И.К.* Справочник физических величин. М.: Атомиздат, 1976. 1008 с.
42. *Авербах В.С., Бредихин В.В., Лебедев А.В., Манаков С.А.* Нелинейная акустическая спектроскопия карбонатной горной породы // *Акуст. журн.* 2017. Т. 63. № 3. С. 323–336.
43. *Averbakh V.S., Bredikhin V.V., Lebedev A.V., Manakov S.A.* Acoustic spectroscopy of fluid saturation effects in carbonate rock // *Acoust. Phys.* 2010. V. 56. P. 794–806.

АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ  
ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 534.8;550.34;539.37

СВЯЗЬ СОСТОЯНИЯ СДВИГОВОЙ ТРЕЩИНЫ В ГРАНУЛИРОВАННОМ  
МАТЕРИАЛЕ И АКУСТОЭМИССИОННЫХ  
И ДЕФОРМАЦИОННЫХ ДАННЫХ© 2022 г. К. Г. Морозова<sup>а</sup>, \*, А. А. Остапчук<sup>а</sup><sup>а</sup>Институт динамики геосфер имени академика М.А. Садовского РАН,  
Ленинский пр-т 38, корп. 1, Москва, 119334 Россия

\*e-mail: morozova@idg.chph.ras.ru

Поступила в редакцию 28.10.2021 г.

После доработки 29.12.2021 г.

Принята к публикации 25.01.2022 г.

Фрикционное скольжение по разломам и крупным трещинам является преобладающим механизмом коровых землетрясений. Лабораторные эксперименты в постановке слайдер-модели являются действенным инструментом получения информации о закономерностях зарождения лабораторных землетрясений. В настоящей работе представлены результаты акустоэмиссионных (АЭ) лабораторных экспериментов, направленных на исследование различных режимов фрикционного скольжения модельной трещины и установление единого эволюционного закона подготовки актов быстро- и медленного проскальзывания на основании синхронной непрерывной регистрации АЭ и кумулятивного смещения блоков. Введен новый параметр состояния трещины – обобщенный дефицит, позволяющий с высокой точностью контролировать стадию цикла ее нагружения. Обобщенный дефицит учитывает вариации излученного потока энергии АЭ и перемещения берегов трещины, тем самым учитывает процессы, протекающие на микро- и макроуровне, соответственно. Скорость изменения обобщенного дефицита имеет единую картину эволюции при всех реализованных режимах скольжения и может быть использована как индикатор перехода трещины в предельное состояние. В ходе экспериментов установлена функциональная зависимость между фрикционной прочностью трещины, скоростью ее деформирования и потоком излучаемой энергии АЭ, что указывает на связность процессов, протекающих на микро- и макроуровнях.

*Ключевые слова:* акустическая эмиссия, гранулированная среда, разлом, лабораторный эксперимент

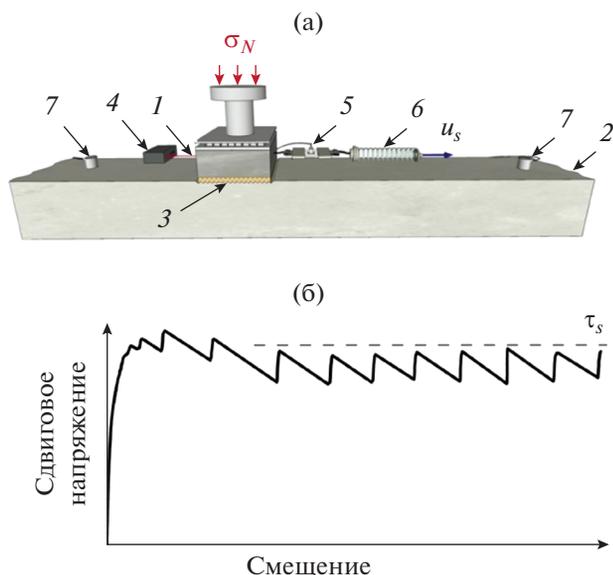
**DOI:** 10.31857/S0320791922050082

## ВВЕДЕНИЕ

Гранулированные среды определяют динамику многих техногенных процессов и природных явлений, включая оползни, селевые потоки, землетрясения и др. [1–3]. При землетрясениях деформации локализуются в узком слое гранулированного материала, из которого сложена центральная зона тектонического разлома [4]. Модели зарождения и эволюции очага землетрясения могут быть развиты на основе простых лабораторных экспериментов, в которых исследуются закономерности деформирования тонких слоев гранулированных сред [1]. Лабораторные эксперименты проводятся, как правило, в постановке слайдер-модели, когда блок под действием нормального и сдвигового усилий скользит по границе раздела, сложенной гранулированным материалом.

Закономерности фрикционного скольжения слайдер-модели определяются процессами эво-

люции, протекающими в слое гранулированного материала, а именно формированием и разрушением конгломератов нагруженных частиц, так называемых силовых цепочек [5]. Процесс формирования, эволюции и разрушения силовых цепочек зависит от многих параметров: гранулометрического состава и формы частиц [6], шероховатости ограничивающих поверхностей [7], скорости смещения берегов модельной трещины [8, 9], многократности циклов нагружения [10]. Деформирование тонкого гранулированного слоя сопровождается излучением акустической эмиссии (АЭ), на основе которого может быть прослежена динамика процессов, происходящих внутри модельной трещины. Регистрируются импульсы АЭ с различной волновой формой, статистические параметры которых коррелируют со стадиями подготовки актов динамического проскальзывания [11]. Разрушение отдельных силовых цепочек сопровождается излучением высокочастотных импульсов АЭ с резким вступлением, а переупа-



**Рис. 1.** Схема проведения эксперимента. (а) – Схема экспериментальной установки: 1 – мраморный блок  $8 \times 8 \times 4.5$  см, 0.8 кг, 2 – гранитный стержень  $2.5 \times 0.1 \times 0.1$  м, 3 – слой гранулированного материала (3 мм), 4 – датчик смещения, 5 – датчик силы, 6 – пружинный элемент, 7 – датчики АЭ; (б) – пример зависимости сдвигового сопротивления трещины от накопленного смещения.

ковка гранулированного слоя при динамическом проскальзывании сопровождается излучением низкочастотных импульсов АЭ [12].

При изучении закономерностей деформирования модельной трещины важно учитывать, что деформационные процессы протекают на разных масштабных уровнях: возникающая локальная потеря устойчивости (разрыв силовой цепочки) в ходе самоорганизации гранулированной среды является микро- и мезомасштабным процессом, в то время как глобальная потеря устойчивости (динамическое проскальзывание) уже макромасштабный процесс. Введение обобщенной характеристики системы, учитывающей разномасштабность протекающих процессов, может позволить установить закономерности ее эволюции, т.к. отдельное рассмотрение параметров не позволяет в полной мере контролировать состояние модельной трещины [13, 14].

В данной работе была проведена серия лабораторных экспериментов по сдвиговому деформированию модельной трещины в постановке слайдер-модели, направленная на установление единого закона эволюции модельной трещины при различных режимах ее фрикционного скольжения. Эволюция модельной трещины может быть описана с помощью нового параметра состояния системы – обобщенного дефицита. Была продемонстрирована высокая информативность обоб-

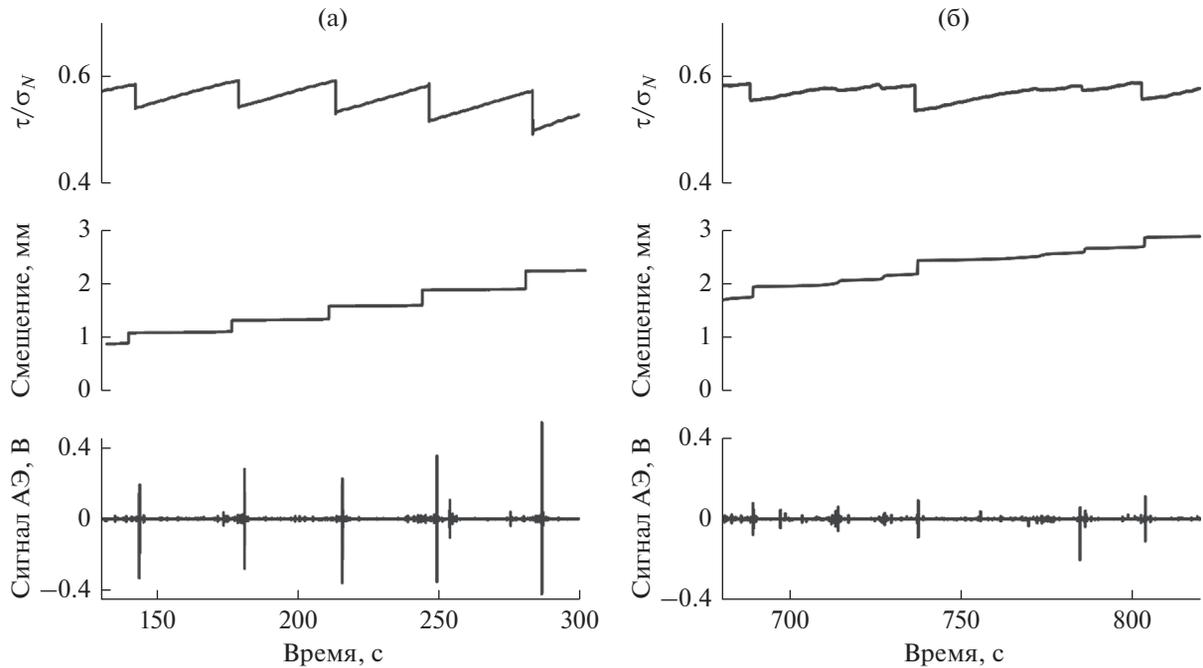
щенного дефицита и возможность его использования в качестве параметра, контролирующего процесс зарождения динамических событий.

## ЛАБОРАТОРНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Лабораторные эксперименты проводились на геомеханическом стенде ИДГ РАН в постановке слайдер-модели (рис. 1). Блок (1)  $8 \times 8 \times 3$  см под действием нормального и сдвигового усилий скользит по неподвижному блоку-основанию (2) длиной 2.5 м и сечением  $10 \times 10$  см. Контакт между блоками (3) заполнялся тонким слоем мелкодисперсного гранулированного материала толщиной 3 мм. Нормальное усилие создавалось с помощью системы грузов и составляло 500 Н. Сдвиговое усилие прикладывалось к блоку через пружинный элемент (6) жесткостью 55 кН/м, свободный конец которого перемещался с постоянной скоростью  $u_s = 8$  мкм/с. Относительное смещение блоков регистрировалось лазерным датчиком смещения (4) ILD2220-10 (Micro-Epsilon, Германия) в диапазоне частот 0–5 кГц с точностью 0.1 мкм, сдвиговое усилие – датчиком силы (5) CFT/5kN (HBM, Германия) с точностью 1 Н. Относительное смещение блоков сопровождалось излучением упругих колебаний, непрерывная регистрация которых велась системой датчиков акустической эмиссии (АЭ) (7) VS30-V (Valien System, Германия) с рабочим диапазоном частот 20–80 кГц и частотой дискретизации сигнала 1 МГц. Датчики АЭ располагались на расстояниях 0.6 и 0.7 м от подвижного блока.

Характерный вид реологической кривой модельной трещины представлен на рис. 1б. Для детального изучения брался запредельный участок реологической кривой, когда достигается остаточная фрикционная прочность модельной трещины  $\tau_s$ . Вариация вещественного и гранулометрического состава заполнителя модельной трещины обеспечила широкий диапазон реализуемых режимов скольжения: регулярное прерывистое скольжение (стик-слип), характеризующееся квазипериодическими актами проскальзывания с одинаковой скоростью; нерегулярное прерывистое скольжение, при котором акты быстрого проскальзывания случайным образом чередуются с актами медленного проскальзывания; стабильное скольжение (стабильный крип). Примеры реализованных режимов скольжения представлены на рис. 2. Экспериментальные данные и подробные сведения о реализованных режимах скольжения: параметры актов проскальзывания, фрикционная прочность, структура заполнителя, размещены в открытом репозитории Mendeley Data [15].

В условиях формирования актов динамического проскальзывания наблюдаются существенные отклонения параметров модельной трещи-



**Рис. 2.** Примеры изменения контролируемых параметров модельной трещины во времени при (а) – регулярном и (б) – нерегулярном режимах скольжения. В процессе экспериментов контролируются трение модельной трещины ( $\tau/\sigma_N$ ), относительное смещение и непрерывный сигнал АЭ.

ны, перемещения и излученной энергии, от линейного тренда. Величина отклонения может быть охарактеризована в терминах дефицита. Дефицит перемещения  $\delta X$  можно определить следующим образом:

$$\delta X(t) = u_s t - X(t), \quad (1)$$

где  $X(t)$  – смещение блока относительно неподвижного основания,  $u_s$  – коэффициент линейной регрессии. Аналогичным образом определяется дефицит излученной энергии  $\delta E$ :

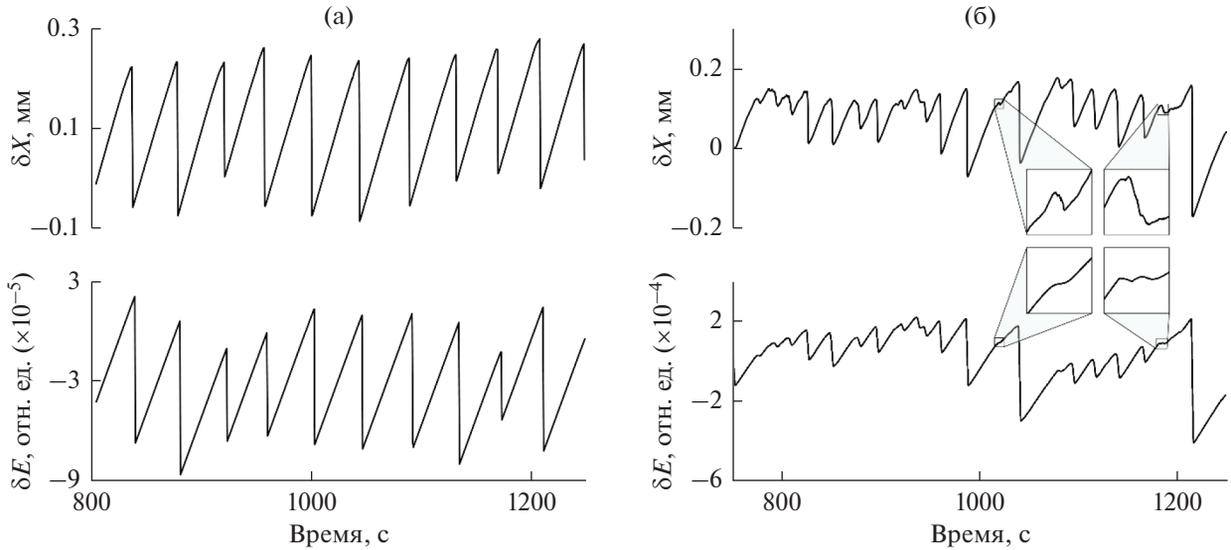
$$\delta E(t) = et - E_{cum}(t), \quad (2)$$

где  $E_{cum}(t) = \int_0^t A^2 dt$  – кумулятивная излученная энергия АЭ,  $e$  – коэффициент линейной регрессии зависимости  $E_{cum}(t)$  (соответствует среднему значению потока энергии АЭ). Примеры временных вариаций дефицитов перемещения и энергии АЭ представлены на рис. 3.

В зависимости от режима скольжения модельной трещины временные вариации дефицитов существенно изменяются. При регулярном режиме скольжения наблюдается выраженная цикличность: по мере приближения модельной трещины к моменту динамической неустойчивости величина дефицитов монотонно увеличивается, достигая локального максимума перед динамическим проскальзыванием; во время динамического проскальзывания значения дефицитов резко

снижаются, принимая значение локального минимума (рис. 3а). Уровень локальных максимумов одинаков перед всеми актами динамической неустойчивости. Также для регулярного прерывистого скольжения наблюдается высокая корреляция между дефицитами перемещения и энергии АЭ (более 0.9). При нерегулярном режиме скольжения временные вариации дефицита энергии АЭ  $\delta E$  имеют более сложную картину изменения. При быстрых актах проскальзывания наблюдается резкое снижение  $\delta E$  до локального минимума, аналогично дефициту перемещения  $\delta X$ . В то же время при медленных событиях (например, врезки 1010–1020 и 1170–1180 с на рис. 3б) величина дефицита энергии АЭ  $\delta E$  не убывает в отличие от дефицита перемещения  $\delta X$ , т.е. инициирование динамической неустойчивости происходит без достижения локального максимума дефицита энергии АЭ. Коэффициент корреляции при нерегулярном режиме скольжения существенно ниже и составляет величину 0.7. Наблюдаемые отличия временных вариаций дефицитов при подготовке быстрых и медленных актов проскальзывания указывают на сложность протекающих на макро- и микромасштабе процессов эволюции модельной трещины.

Эволюция модельной трещины сопровождается процессами, протекающими на разных масштабах. АЭ характеризует процессы, протекающие на микромасштабе, в то время как перемещение



**Рис. 3.** Временные вариации дефицита смещения  $\delta X(t)$  и энергии АЭ  $\delta E(t)$  для (а) – регулярного и (б) – нерегулярного режимов скольжения. На врезках показаны примеры вариаций  $\delta X$  и  $\delta E$  при медленных актах проскальзывания.

блоков характеризует процесс на макромасштабе. С целью аккумуляции информации о разно-масштабных процессах определим новый параметр состояния модельной трещины – обобщенный дефицит модельной трещины  $G$  следующим образом:

$$G = \sqrt{\left(\frac{\delta X}{u_s}\right)^2 + \left(\frac{\delta E}{e}\right)^2}. \quad (3)$$

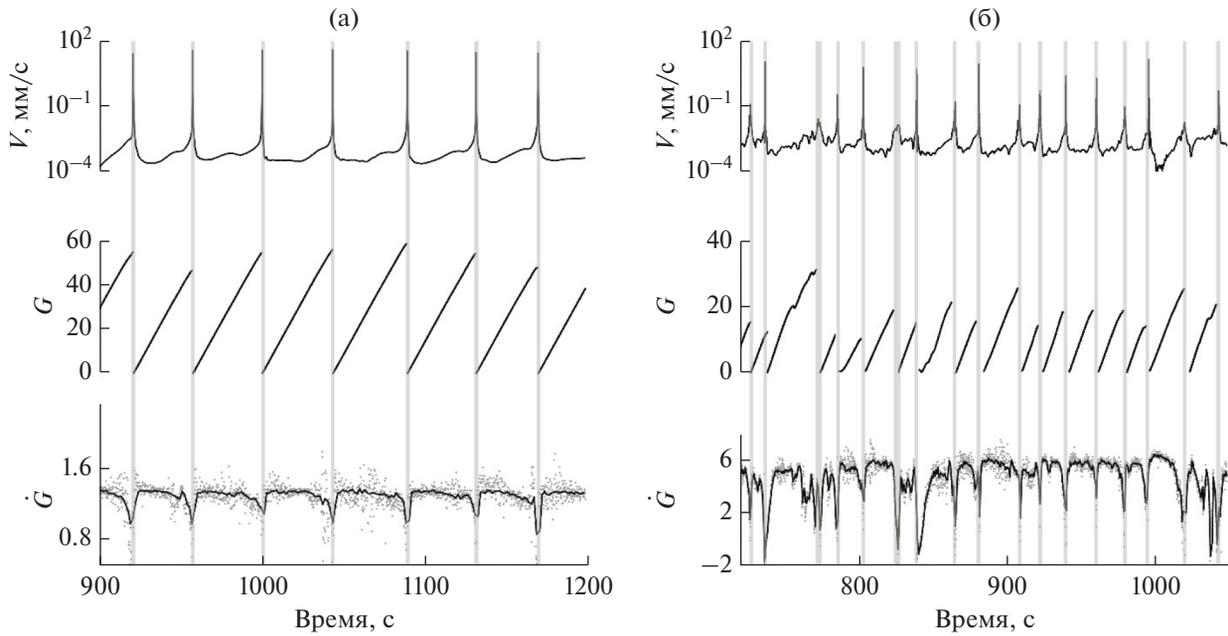
Величины дефицитов перемещения и энергии АЭ нормированы на соответствующие значения коэффициентов линейной регрессии (трендовых составляющих)  $u_s$  и  $e$ , соответственно, с целью соразмерить вклад процессов, протекающих на различных масштабных уровнях. С учетом нормировки размерность обобщенного дефицита  $[G] = c$ . Временные вариации обобщенного дефицита  $G$  и скорости его приращения  $\dot{G}$  представлены на рис. 4.

Если для обобщенного дефицита  $G$  наблюдается монотонный рост между динамическими событиями с различной величиной локального максимума, то скорость приращения обобщенного дефицита  $\dot{G}$  является параметром, динамика изменения которого позволяет с высокой точностью судить о состоянии модельной трещины (рис. 4). Наблюдается выраженная цикличность изменения с характерными 3 стадиями подготовки динамической неустойчивости. Сразу после динамической неустойчивости наблюдается быстрый рост  $\dot{G}$ . Далее наступает условно стабильная стадия, на которой величина  $\dot{G}$  примерно постоянна. На третьей стадии по мере приближения к моменту динамической неустойчивости переход в

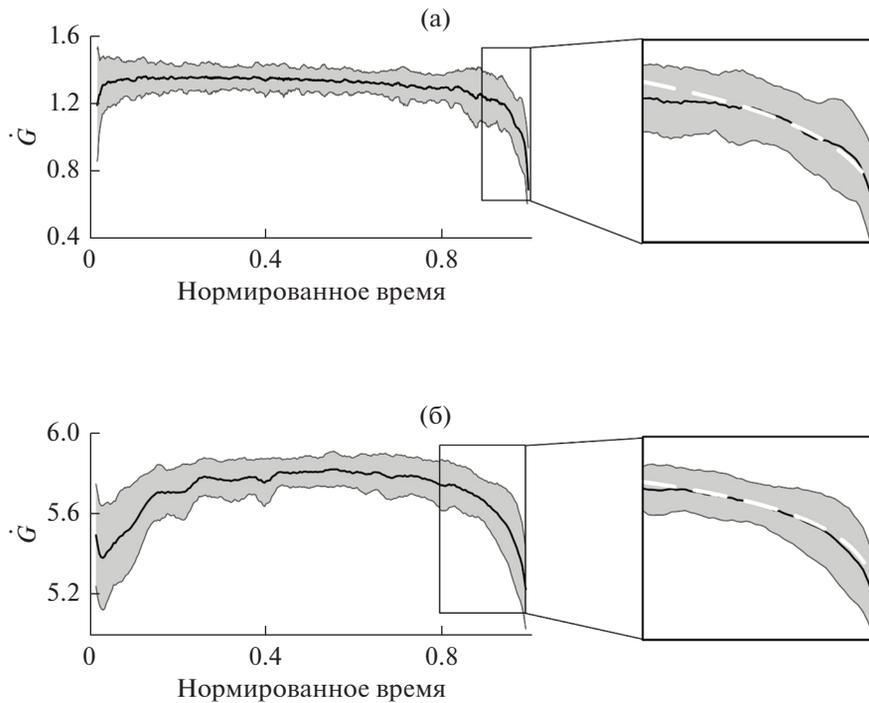
предельное состояние модельной трещины сопровождается монотонным снижением  $\dot{G}$ , которая достигает минимума в момент динамической неустойчивости. Выделенные стадии характерны как для периодически повторяющихся событий при регулярном режиме скольжения, так и для аperiодических быстрых и медленных событий при нерегулярном режиме скольжения. При этом можно определить обобщенную кривую изменения параметра  $\dot{G}$  для всех режимов скольжения (рис. 5).

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для лучшего понимания динамики гранулированных систем критически важным является установление теоретических и экспериментальных соотношений, определяющих закономерности накопления и реализации упругой энергии деформации. Эволюция напряженно-деформированного состояния гранулированной среды сопровождается излучением упругих колебаний, несущих важную информацию о процессах самоорганизации среды и формировании макронеустойчивости. В условиях сдвигового деформирования важной особенностью механического поведения модельной трещины (нагруженного тонкого гранулированного слоя) является нестационарность скольжения. Ранее авторами работ [16, 17] в качестве индикаторов напряженно-деформированного состояния модельных трещин рассматривались активность АЭ, скейлинговые характеристики АЭ, спектральный центроид сигнала АЭ и др. Данные характеристики надежно контролируют состояние модельного разлома



**Рис. 4.** Эволюция состояния модельной трещины во времени при (а) – регулярном и (б) – нерегулярном режимах скольжения. Временные вариации скорости скольжения блока  $V$ , обобщенного дефицита системы  $G$  и скорости его приращения  $\dot{G}$  (черной линией показана средняя величина в скользящем окне 5 мс).



**Рис. 5.** Изменение скорости приращения обобщенного дефицита  $\dot{G}$  при подготовке актов динамического проскальзывания на модельной трещине при (а) – регулярном и (б) – нерегулярном режимах скольжения. Черная линия соответствует среднему значению скорости приращения дефицита, серая область соответствует ее стандартному отклонению. Время нормировано на рекуррентное время подготовки соответствующего акта динамического проскальзывания. На врезках представлены аппроксимации временных вариаций  $\dot{G}$  (белая пунктирная линия) на заключительной стадии подготовки к динамической неустойчивости степенной функцией (а)  $\dot{G} = 1.9(1 - t)^{0.17}$  и (б)  $\dot{G} = 6.1(1 - t)^{0.03}$ .

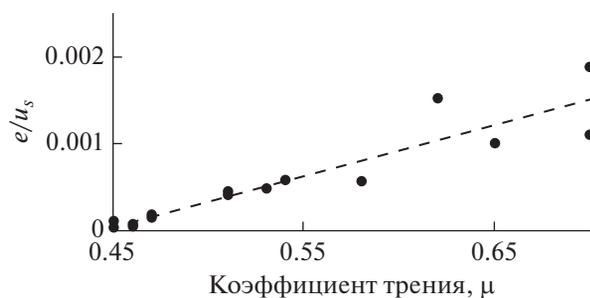


Рис. 6. Зависимость соотношения  $e/u_s$  от коэффициента трения  $\mu$  для всех проведенных экспериментов по сдвиговому деформированию модельной трещины.

при регулярном прерывистом скольжении, но бездейственны при нерегулярном. Аналогично при нерегулярном режиме скольжения наблюдение одной лишь скорости деформирования не позволяет контролировать состояние модельной трещины. В отличие от регулярного прерывистого скольжения, при нерегулярном скольжении изменение скорости скольжения не получается описать в терминах ускоренной ползучести [18]. В проведенных экспериментах при нерегулярном режиме скольжения наблюдается существенно более низкая корреляция между акустическими данными и данными смещения, чем при регулярном прерывистом скольжении. Более того, на интервалах подготовки и реализации медленных актов проскальзывания нельзя и вовсе говорить о единообразной тенденции изменения дефицитов перемещения и энергии АЭ (1010–1020 и 1170–1180 с на рис. 36).

Конфигурация гранулированного слоя модельной трещины и структурированность силовых цепочек определяют, с одной стороны, особенности режима фрикционного скольжения [19, 20], а с другой стороны, фрикционную прочность контакта [20, 21]. В то же время процессы самоорганизации гранулированной среды, протекающие на микроуровне, сопровождаются излучением АЭ [22, 23]. С помощью анализа совокупности всех экспериментальных значений  $\{e, u_s, \mu\}$  была установлена функциональная зависимость между параметрами модельной трещины (рис. 6), которая выражается следующим образом:

$$\frac{e}{u_s (\mu - \mu_0)} = (6 \pm 1) \times 10^{-3}, \quad (4)$$

где  $\mu_0$  — минимальное значение коэффициента трения, при котором наблюдалось нестабильное скольжение. Для горных пород характерное значение  $\mu_0$  составляет 0.5 [24]. На графике наблюдается существенное отклонение точек от регрессионной прямой при  $\mu > 0.6$ , при котором был реализован нерегулярный режим скольжения. Вероятно, отклонения обусловлены различием

излучательной эффективности быстрых и медленных актов проскальзывания при нерегулярном режиме скольжения [11].

Учитывая возможность формирования как регулярного, так и нерегулярного режимов скольжения, выявленная функциональная зависимость между фрикционной прочностью трещины, средней скоростью ее деформирования и средней величиной потока излучаемой энергии АЭ, вероятно, указывает на определяющую роль пространственной структурированности гранулированного слоя модельной трещины [25].

Для гранулированных сред характерно свойство самоорганизованной критичности [2]. Следовательно, переход гранулированной системы в состояние предельного равновесия будет сопровождаться связностью и согласованностью процессов, протекающих на разных масштабах. Эксперименты показали, что введение обобщенного дефицита  $G$ , учитывающего, фактически, процессы и на микро-, и на макромасштабе, позволяет надежно контролировать процесс подготовки актов динамического проскальзывания при реализации как регулярного прерывистого, так и нерегулярного режимов скольжения (рис. 5). Снижение скорости приращения дефицита  $\dot{G}$ , характерное для заключительной стадии подготовки динамической неустойчивости, может быть представлено в виде степенной функции:

$$\dot{G} = a(1 - t)^b, \quad (5)$$

где  $a$  и  $b$  — константы.

Выявление универсального степенного закона эволюции нагруженной модельной трещины, сложенной гранулированными материалами, указывает на определяющую роль процессов самоорганизации и, как следствие, пространственной структурированности конгломератов нагруженных частиц, сформированных в тонком гранулированном слое модельной трещины. При этом скорость приращения дефицита  $\dot{G}$  может выступать в качестве акустоэмиссионно-деформационного индикатора состояния модельной трещины, позволяющего с высокой точностью контролировать подготовку акта динамического проскальзывания.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В проведенных лабораторных акустоэмиссионных экспериментах детально исследована эволюция состояния модельной трещины при ее сдвиговом деформировании. Благодаря использованию различных материалов-заполнителей трещины были реализованы различные режимы фрикционного скольжения. Экспериментально была выявлена функциональная зависимость между фрикционной прочностью трещины, сред-

ней скоростью ее деформирования и средней величиной потока излучаемой энергии АЭ, которая указывает на определяющую роль пространственной структурированности гранулированного слоя в процессе эволюции состояния трещины.

Введен новый параметр состояния модельной трещины – обобщенный дефицит, основанный на данных синхронной регистрации акустической эмиссии и смещения берегов трещины, что позволяет учитывать разномасштабность эволюционных процессов. Выявленные закономерности изменения обобщенного дефицита могут быть полезны для определения напряженного состояния крупной трещины и возможности инициирования актов динамического проскальзывания.

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ № 122032900178-7 (концепции проведения лабораторных экспериментов) и частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований в рамках выполнения гранта № 20-35-90074 (обработка и анализ экспериментальных данных).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кочарян Г.Г.* Геомеханика разломов. М.: ГЕОС, 2016. 424 с.
2. *Bak P., Tang C., Wiesenfeld K.* Self-organized criticality // *Physical Review A*. 1988. V. 38. № 1. P. 364–374. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.38.364>
3. *Majmudar T.S., Behringer R.P.* Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials // *Nature*. 2005. V. 435. P. 1079–1082. <https://doi.org/10.1038/nature03805>
4. *Sibson R.S.* Thickness of the seismic slip zone // *BSSA*. 2003. V. 93. № 3. P. 1169–1178.
5. *Sammis C., King G., Biegel R.* The kinematics of gouge deformation // *Pure Appl. Geophys.* 1987. V. 125. № 5. P. 777–812.
6. *Anthony J.L., Marone C.* Influence of particle characteristics on granular friction // *J. Geophys. Res.* 2005. V. 110. P. B08409. <https://doi.org/10.1029/2004JB003399>
7. *Michlmayr G., Cohen D., Or D.* Sources and characteristics of acoustic emissions from mechanically stressed geologic granular media – A review // *Earth-Science Reviews*. 2012. V. 112. № 1. 3–4. P. 97–114.
8. *Mair K., Marone C., Young R.P.* Rate dependence of acoustic emissions generated during shear of simulated fault gouge // *BSSA*. 2007. V. 97. № 6. P. 1841–1849.
9. *Yabe Y., Kato N., Yamamoto K., Hirasawa T.* Effect of sliding rate on the activity of acoustic emission during stable sliding // *Pure Appl. Geophys.* 2003. 160. P. 1163–1189.
10. *Khidas Y., Jia X.* Probing the shear-band formation in granular media with sound waves // *Physical Review E: Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, American Physical Society. 2012. V. 85. № 5. P. 051302. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.85.051302>.hal-00786223
11. *Ostapchuk A., Morozova K., Markov V., Pavlov D., Popov M.* Acoustic emission reveals multiple slip modes on a frictional fault // *Front. Earth Sci.* 2021. V. 9. P. 657487. <https://doi.org/10.3389/feart.2021.657487>
12. *Michlmayr G., Cohen D., Or D.* Shear-induced force fluctuations and acoustic emissions in granular material // *J. Geophys. Res. Solid Earth*. 2013. V. 118. P. 6086–6098.
13. *Johnson P.A., Ferdowsi B., Kaproth B.M., Scuderi M., Griffa M., Carmeliet J. et al.* Acoustic emission and microslip precursors to stick-slip failure in sheared granular material // *Geophys. Res. Lett.* 2013. V. 40. P. 5627–5631. <https://doi.org/10.1002/2013GL057848>
14. *Roy S., Luding S., Weinhart Th.* A general(ized) local rheology for wet granular materials // *New J. Phys.* 2017. V. 19. P. 04301.
15. *Morozova K.* Laboratory acoustic emission experiments on a slider-model // *Mendeley Data*. 2021. V3. <https://doi.org/10.17632/kykwjmjmgf.3>
16. *Лавров А.В., Шкуратник В.Л.* Акустическая эмиссия при деформировании и разрушении горных пород (обзор) // *Акуст. журн.* 2005. Т. 51. Приложение. С. 6–18.
17. *Остачук А.А., Павлов Д.В., Марков В.К., Крашенинников А.В.* Исследование сигналов акустической эмиссии при сдвиговом деформировании трещины // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 4. С. 503–512.
18. *Понов В.Л., Grzempa B., Starcevic J., Fabry C.* Ускоренная ползучесть как предвестник фрикционной неустойчивости и проблема предсказания землетрясений // *Физическая мезомеханика*. 2010. Т. 13. № 5. С. 85–95.
19. *Mair K., Frye K.M., Marone C.* Influence of grain characteristics on the friction of granular shear zones // *J. Geophys. Res.* 2002. V. 107. № 10. P. 2219.
20. *Кочарян Г.Г., Марков В.К., Остачук А.А., Павлов Д.В.* Мезомеханика сопротивления сдвигу по трещине с заполнителем // *Физическая мезомеханика*. 2013. Т. 16. № 5. С. 5–15.
21. *Biegel R.L., Sammis C.* The frictional properties of a simulated gouge having a fractal particle distribution // *J. Structural. Geol.* 1989. V. 11. P. 827–846. [https://doi.org/10.1016/0191-8141\(89\)90101-6](https://doi.org/10.1016/0191-8141(89)90101-6)
22. *Пантелеев И.А.* Анализ тензора сейсмического момента акустической эмиссии: микромеханизмы разрушения гранита при трехточечном изгибе // *Акуст. журн.* 2020. Т. 66. № 6. С. 654–668.
23. *Метелёв И.С., Овчинников М.Н., Марфин Е.А., Гайфутдиновс Р.Р., Сагиров Р.Н.* Исследование акустических шумов при фильтрации газа через пористую среду // *Акуст. журн.* 2019. Т. 65. № 2. С. 214–222.
24. *Ikari M.J., Marone C., Saffer D.M.* On the relation between fault strength and frictional stability // *Geology*. 2011. V. 39. № 1. P. 83–86. <https://doi.org/10.1130/G31416.1>
25. *Кочарян Г.Г., Кишкина С.Б.* Физическая мезомеханика очага землетрясения // *Физическая мезомеханика*. 2020. Т. 23. № 6. С. 9–24.

---

---

**АКУСТИЧЕСКАЯ ЭКОЛОГИЯ.  
ШУМЫ И ВИБРАЦИЯ**

---

---

УДК 534.75,612.85

**ОЦЕНКИ РАЗДРАЖАЮЩЕГО ДЕЙСТВИЯ ШУМА**© 2022 г. Л. К. Римская-Корсакова<sup>а</sup>, \*, П. А. Пятаков<sup>а</sup>, С. А. Шуляпов<sup>а</sup><sup>а</sup>АО «Акустический институт имени академика Н.Н. Андреева», ул. Шверника 4, Москва, 117036 Россия

\*e-mail: lkrk@mail.ru

Поступила в редакцию 21.04.2022 г.

После доработки 16.05.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Шум определяют как слышимый звук, который нарушает тишину и вызывает раздражение. Такое раздражение традиционно оценивают по А-взвешенному уровню звукового давления шума, примерно соответствующему уровню воспринимаемой громкости. Однако А-взвешенная шкала неприменима для анализа тональных, импульсных и преимущественно низкочастотных шумов, поэтому были разработаны методы расчетов громкости шумов в линейных единицах — сонах, учитывающие не только слуховую чувствительность, но и свойства маскировки и слуховые временные эффекты. Существование пределов снижения уровней шумов и их информационная значимость привели к появлению других методов оценки шумового раздражения. За раздражение, помимо громкости, отвечают такие субъективные качества шума, как резкость, хриплость, сила колебаний, тональность и др. Для них определены единицы измерений и разработаны методы расчетов. С учетом таких качеств была предложена метрика краткосрочного психоакустического раздражения (ПАР), справедливая для многих видов шумов. Другой способ оценки психоакустического раздражения включает в себя проведение слуховой экспертизы и построение математической модели, связывающей ранг слухового раздражения с измеренными субъективными качествами шумов. Полученная модель помогает: выявлять причины раздражения (раздражающие субъективные качества); разрабатывать планы работ, направленных на шумоподавление, на формирование приятных шумов машин и механизмов; контролировать изменения ранга раздражения в ходе реализации таких планов. В данной работе сопоставляются разные методы оценки раздражения, вызванного шумами, зарегистрированными в вагонах московского метро.

*Ключевые слова:* субъективные качества, громкость, резкость, хриплость, психоакустическое раздражение, шумы вагонов метро

**DOI:** 10.31857/S0320791922050100

**1. ВВЕДЕНИЕ**

Шум определяют как слышимый звук, который нарушает тишину и вызывает раздражение. Традиционный способ оценки раздражающего действия шума — это определение его уровня по А-взвешенной шкале дБ. Такая шкала была введена в 1961 г. и позволяла оценивать уровень громкости воспринимаемого шума [1]. Этот международный стандарт (ISO-226) был модифицирован в 2003 г. и введен в РФ в 2009 г. Однако А-взвешенная шкала имела недостатки — она давала большие погрешности при оценке уровней громкости тональных, импульсных и преимущественно низкочастотных шумов, была непригодной для измерений пиковых значений уровня звукового давления (УЗД). Поэтому сначала в 1967 г. был введен региональный немецкий стандарт (DIN 45631) [2], а потом в 1975 г. международный стандарт (ISO 532) [3] расчета громкости звуков в линейных единицах — сонах. Стандарт менялся несколько раз и в настоящее время имеет

две части. Первая часть включает описание метода расчета громкости звука, воспринимаемого слушателями с нормальным слухом, которая была предложена Цвикером [4, 5], а вторая часть — методом, предложенным Муром и Гласбергом [6, 7]. Методы пригодны для расчетов громкости тональных звуков, широкополосных и узкополосных шумов, сложных звуков. Метод Цвикера предназначен для стационарных звуков, а метод Мура—Гласберга — для изменяющихся во времени (нестационарных) звуков, включая стационарные звуки как частный случай. Последний метод также позволяет рассчитывать бинауральную громкость, воспроизводить кривые равной громкости [1] и эталонные пороги слышимости [8]. Использование методов расчетов громкости не требует специальных знаний о свойствах слухового восприятия звуков. Разные методы по-разному оценивают громкость сходных звуков, но ни один из методов не имеет преимуществ; пользователи сами выбирают нужный им метод. В РФ

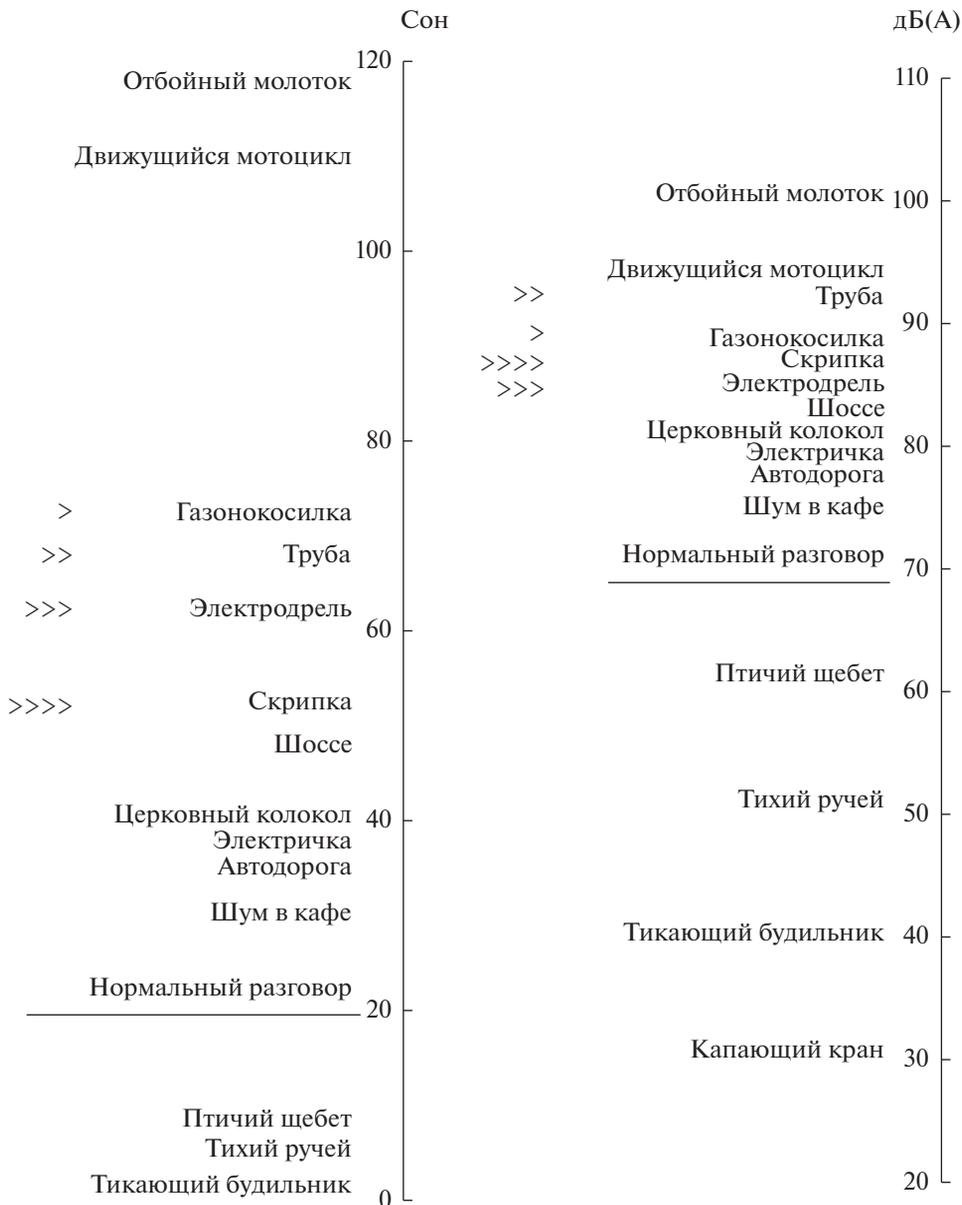


Рис. 1. Шкалы громкости сон и дБ(А) (из работы [10]).

стандарт для расчетов громкости звуков [3] не введен.

Шкала громкости шумов в сонях не полностью соответствует шкале уровней громкости в дБ(А) (рис. 1). Так, громкость скрипки в сонях меньше, чем громкость электродрели, но уровень громкости скрипки в дБ(А), наоборот, выше, чем электродрели. Такая же ситуация и со звуками газонокосилки и трубы. Прямыми линиями на рис. 1 подчеркнуты громкости и уровни громкости нормальной речи. Диапазон уровней громкостей звуков, превышающих уровень нормальной речи, сжат на А-взвешенной шкале по сравнению с диапазоном громкостей на линейной шкале. За

счет сжатия различия уровней громкости сравниваемых звуков в дБ(А) могут быть в пределах погрешности измерений, а оценки различий вызываемого раздражения — неточными. Поэтому были разработаны стандарты расчетов громкости и появились приборы для измерения громкости звуков в сонях.

Нормирование вредного воздействия звуков выходит за рамки стандартов расчетов громкости. В РФ такие нормы устанавливают санитарные правила [9]. Согласно правилам, допустимый уровень шума в пассажирских вагонах метро и кабине машиниста довольно высокий и составляет 75 дБ(А).

Учитывая информационную значимость шумов машин и механизмов, а также наличие пределов снижения уровней шумов, в настоящее время раздражающее действие шума определяют на основании не только интегральных характеристик громкости, но и оценок звуковых качеств (sound quality –  $SQ$ ).

Раздражение, помимо громкости, могут вызвать другие субъективные качества шума. В ходе психоакустических исследований были выделены независимые друг от друга субъективные качества: резкость, сила колебаний, хрипкость, тональность и др. [10]. Для них были определены меры и единицы измерений, разработаны модели слухового восприятия качеств, методы расчетов показателей качеств, введены национальные и международные стандарты методов расчетов [1–3, 11–13]. В РФ стандарты расчетов звуковых качеств не введены.

Для показателей качеств нет допустимых норм. Поэтому для выявления приятных и неприятных компонентов шумов с целью их последующего усиления или нивелирования была введена метрика краткосрочного психоакустического раздражения (ПАР), учитывающая разные показатели качеств [10]. Она была получена в ходе исследований восприятия синтетических шумов разных видов.

Еще один способ оценки раздражения и выделения раздражающих компонентов шумов – это построение модели, связывающей результат слухового ранжирования шумов по степени раздражения ( $SQ$ -ранг) с показателями субъективных качеств этих шумов [14]. Такую модель связи получают один раз перед разработкой плана по шумоподавлению и используют по ходу выполнения плана для прогноза шумового раздражения, для определения вкладов разных качеств шума в раздражение.

В данной работе сравниваются разные методы оценки шумового раздражения на основании измерений уровней громкости (дБ(А)) и громкости (единицы сон), а также измерений показателей субъективных качеств шумов. Для примеров были использованы шумы, зарегистрированные в вагонах московского метро.

## 2. ПСИХОАКУСТИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА И МЕТРИКИ РАЗДРАЖЕНИЯ

Вначале представим краткие сведения о том, что понимается под субъективными качествами звуков.

Слуховая система человека делит воспринимаемые звуки на частотные группы, которые в немецкой школе психоакустики названы *критическими полосами* [5, 10]. Принято, что в диапазоне слышимых частот есть 24 примыкающие друг к

другу полосы по шкале от 0 до 24 Барк (*critical band rate*). Ширины таких полос для тонов с частотами менее 500 Гц примерно постоянны и равны 100 Гц, а для тонов с частотами выше 500 Гц увеличиваются пропорционально частоте. Известна другая шкала. Согласно английской школе психоакустики шкала имеет 40 частотных групп, названных *прямоугольными полосами, которые эквивалентны слуховым (ERB-rate)* [7]. Ширины всех таких полос пропорциональны центральным частотам. В основе формирования субъективных качеств звуков лежит концепция слуховых *критических полос (КП)* или *эквивалентных прямоугольных полос*.

Важным субъективным качеством звуков является *громкость (loudness – L)* [5, 10]. Она характеризует субъективное восприятие силы/интенсивности звука. Единица измерения громкости – сон (sone). Громкость в 1 сон соответствует эталону – синусоидальному тону с частотой 1 кГц и уровнем 40 дБ.

Громкость сложным образом зависит от звукового давления (интенсивности), длительности и частоты звука. Громкость тем выше, чем больше интенсивность, длительность, ширина спектра звука [15]. При формировании громкости большее значение имеет начальная часть звука, чем его последующие части [16, 17]. Этот “начальный” эффект не зависит от продолжительности звука, имеет место при предъявлении звуков в тишине и при наличии помех [18]. Громкость звуков выше при прослушивании через два уха. Эффект называют бинауральным суммированием громкости [19, 20].

В основе расчетов громкости  $L$  звуков лежит суммирование удельных громкостей  $L'$ , которые рассчитывают в наборах КП или эквивалентных прямоугольных полос и которые связаны степенным законом с изменениями ощущения интенсивности [4]. Как указано выше, принят стандарт расчета громкости [3].

Субъективное качество – *резкость (sharpness – S)* звука воспринимается отдельно от громкости [10]. Более высокочастотный шум воспринимается как более неприятный, агрессивный и раздражающий, чем равный по громкости низкочастотный шум. Резкость связана с восприятием спектральной огибающей звука. Ее сравнивают с “центром тяжести” звука: чем выше “центр тяжести” на частотной шкале, тем резче звук.

Единица измерения резкости – акум (от латинского *acut* – острый). Эталонный звук в 1 акум соответствует узкополосному шуму с уровнем 60 дБ, центральной частотой 1 кГц и полосой, не превышающей 150 Гц. Ощущение резкости коррелирует с ощущением громкости: чем больше громкость, тем резче звук. При увеличении уровня звука от 30 до 90 дБ его резкость возрастает

примерно в два раза. Однако, если разница уровней сравниваемых звуков не велика, то связью резкости с уровнем звука пренебрегают.

Метод расчета резкости  $S$  основан на расчетах удельных громкостей звука в наборах КП. Общая резкость представляет собой отношение интеграла свертки удельной громкости с весовым коэффициентом  $g$  к общей громкости звука [10]. Весовой коэффициент  $g$  связан с номером КП и равен единице для номеров КП меньших 16 Барк, но возрастает до 4 пропорционально увеличению номера КП от 16 до 24 Барк.

Модуляции звуков вызывают разные и независимые друг от друга слуховые ощущения (субъективные качества) [10]. При очень низких частотах амплитудной модуляции (менее 20 Гц) слушатели ощущают изменения громкости звука. Эти ощущения связывают с субъективным качеством звука, называемым *силой флуктуаций* (*fluctuation strength* –  $FS$ ). Максимальное ощущение  $FS$  возникает при действии тонов, а также широкополосных и узкополосных шумов с частотой модуляции в 4 Гц.

Единицей измерения  $FS$  является “васил” (*vacil*) (от латинского *vacillare* – колебания). Ощущение в 1 васил вызывает 100% синусоидальный амплитудно-модулированный (АМ) тон с частотой несущей в 1 кГц, частотой модуляции 4 Гц и интенсивностью 60 дБ. При увеличении уровня звукового давления модулированных звуков от 40 до 80 дБ  $FS$  увеличивается в  $\sim 2.5$  раза. Зависимость  $FS$  от частоты несущей слабая для АМ тонов, но более заметная для частотно-модулированных (ЧМ) тонов. Узкополосные немодулированные шумы обладают качеством  $FS$ . В этом случае  $FS$  определяется шириной полосы шума  $dF$ , а эффективная частота модуляции  $f_{\text{mod}}$  составляет  $\sim 0.64 dF$ .

Показатель качества  $FS$  рассчитывают согласно слуховой модели [10], учитывающей изменение во времени профиля слуховой маскировки тестового импульса, предъявляемого на фоне 100% амплитудно-модулированного тона (помехи). Профиль маскировки соответствует зависимости порога обнаружения импульса от времени появления импульса на периоде модуляции тона и обнаруживает изменение громкости тестового импульса в присутствии помехи. На форму профиля влияют процессы пре-, одновременной и пост-маскировки. По профилю определяют глубину слуховой маскировки  $\Delta L$ , равную разности между максимальным и минимальным значениями порогов обнаружения. Выражение для определения показателя  $FS$  имеет вид:

$$FS = \Delta L / [(f_{\text{mod}}/4 \text{ Гц}) + (4 \text{ Гц}/f_{\text{mod}})], \quad (1)$$

где  $\Delta L$  – глубина слуховой маскировки;  $f_{\text{mod}}$  – частота модуляции помехи. Считается [10], что при частотах  $f_{\text{mod}} > 4$  Гц ощущение  $FS$  формируется под влиянием эффектов временной маскировки,

а при частотах  $f_{\text{mod}} < 4$  Гц – эффектов кратковременной памяти. При действии широкополосных амплитудно-модулированных шумов или сложных АМ и ЧМ звуков в расчете показателя  $FS$  вместо глубины маскировки  $\Delta L$  учитывают сумму глубин маскировки  $\Sigma \Delta L$ , полученных в наборе возбужденных звуком КП.

При частотах модуляций, превышающих 15–20 Гц, у слушателей вместо ощущения силы флуктуаций ( $FS$ ) формируется другое ощущение, называемое *хрипlostью* (*roughness* –  $R$ ) [10]. Максимальное ощущение хрипlostи возникает при действии 100% амплитудно-модулированного тона с несущей частотой в 1 кГц и частотой модуляции в 70 Гц. При частотах модуляции в 150 Гц и выше ощущение хрипlostи снижается, и слушатель выслушивает три отдельных тона.

Единицей измерения хрипlostи является “аспер” (латинское слово “asper” означает грубый). 1 аспер соответствует ощущению 100% синусоидального АМ тона с несущей частотой в 1 кГц, частотой модуляции  $f_{\text{mod}}$  в 70 Гц и интенсивностью 60 дБ.

Для 100% амплитудно-модулированных тонов зависимость хрипlostи  $R$  от частоты модуляции  $f_{\text{mod}}$  имеет горб, величина которого зависит от частоты несущей  $f_c$ . Самый большой горб регистрируют при  $f_c$  в 1 кГц и  $f_{\text{mod}}$  в 70 Гц.

Зависимость хрипlostи от частоты модуляции для широкополосного АМ шума совпадает с таковой, полученной для АМ и ЧМ тонов с высокими частотами  $f_c$  (более 1 кГц). Максимум хрипlostи также приходится на  $f_{\text{mod}}$  в 70 Гц, независимо от ширины полосы шума и типа его модуляции.

Хрипло звучат узкополосные шумы из-за случайных изменений огибающих. Шумы с полосой в 100 Гц и частотой  $f_{\text{mod}}$  в 64 Гц обладают наиболее заметной хрипlostью. Кроме того, хрипlostь присуща звукам, огибающие которых не имеют периодической модуляции, но спектры имеют пики в диапазоне 15–300 Гц.

При увеличении уровня звукового давления на 40 дБ хрипlostь  $R$  увеличивается примерно в 3 раза, как и ощущение силы флуктуаций  $FS$ . Изменение хрипlostи ощущается при увеличении глубины модуляции на  $\sim 10\%$ . Большую хрипlostь имеют звуки с частотной, а не амплитудной модуляцией. Хрипlostь звуков, имеющих частотную модуляцию во всем слуховом частотном диапазоне, может достигать  $\sim 6$  аспер. Такую же хрипlostь могут иметь широкополосные АМ шумы.

Расчетные модели силы колебаний  $FS$  и хрипlostи  $R$  похожи [10, 21]. В основе модели хрипlostи также лежат профили временной маскировки, определяющие глубину маскировки  $\Delta L$ . При этом хрипlostь  $R$  пропорциональна произведению  $f_{\text{mod}} \times \Delta L$ . Это произведение имеет макси-

мальное значение при частотах  $f_{\text{mod}} \sim 70$  Гц, но уменьшается при снижении  $f_{\text{mod}}$  ниже 70 Гц (несмотря на увеличение  $\Delta L$ ) и при повышении  $f_{\text{mod}}$  выше 70 Гц за счет снижения временного разрешения громкости и стремления  $\Delta L$  к нулю.

В расчетах показателя хриплости  $R$  сложных АМ и ЧМ звуков, а также широкополосных шумов вместо глубины маскировки  $\Delta L$  используют сумму глубин маскировки  $\Sigma \Delta L$ , вычисленных в наборе возбужденных звуком КП.

Еще одно субъективное качество шумов, способное вызвать раздражение, — это *тональность* (*tonality T*). Данный термин появился в 19 веке для описания высотной организации звуков в музыке. В акустике этот термин имеет другое значение. Звук воспринимается как тональный, если он содержит выраженный частотный компонент. Шум с тональными компонентами в зависимости от их свойств может быть как приятным, так и раздражающим.

Обычно тональность оценивают весом тональных компонентов в спектре шума. Расчеты весов предполагают сравнение амплитуды некоторого тонального компонента с амплитудами соседних компонентов. Для количественной оценки тональности используется отношение тон/шум или показатель заметности. Такие показатели не учитывают особенностей слуховой обработки, поэтому Соттек предложил “психоакустический” метод расчета тональности [22, 23].

В основу расчета тональности была положена модель слухового восприятия высоты звука, включающая оценку общей громкости как сумму удельных громкостей в наборе КП и учитывающая пороги слышимости и эффекты слуховой маскировки. Расчет предусматривал сравнение громкости в одной из КП с громкостями в прилегающих КП. Мерой оценки тональности была выбрана единица “ту” или “tuHMS”: “tu” от английского слова turbidity — мутность, а “HMS” от английского сочетания Hearing Model by Sottek. По шкале тональности HMS 1 ту соответствует звуку с сильно выраженной и сильно раздражающей тональностью; 0.5 ту — звуку с выраженной и раздражающей тональностью; 0.1 ту — звуку со слабой и нераздражающей тональностью. Метод расчета тональности представлен в стандарте ЕСМА-74, регламентирующем шумы ИТ-оборудования [13].

Звуковое качество шума в целом, его приятность или его раздражающее действие оценивает слушатель. Отношение слушателя к шуму определяют не только субъективные качества, но и его эстетические и когнитивные предпочтения, а также психофизиологическое состояние. Последние факторы оценить сложно, однако можно учесть особенности восприятия акустических характеристик звуков, описав их комбинацией субъективных качеств. Учитывая эти качества,

было введено количественное выражение для анализа краткосрочного психоакустического раздражения (ПАР) [10]. Выражение было получено на основании результатов слуховых экспериментов по восприятию синтетических модулированных и немодулированных шумов, отличающихся спектральным составом. Полученная для заданных шумов связь ПАР с показателями громкости  $L$ , резкости  $S$ , силы флуктуаций  $FS$  и хриплости  $R$  имела следующий вид:

$$\text{ПАР} = L[1 + \sqrt{W_S^2 + W_{FSR}^2}], \quad (2)$$

где

$$W_{FSR} = (2.18/L^{0.4})(0.4FS + 0.6R);$$

$$W_S = 0.25(S - 1.75)\log_{10}(L + 10), \text{ если } S > 1.75;$$

$$W_S = 0, \text{ если } S \leq 1.75.$$

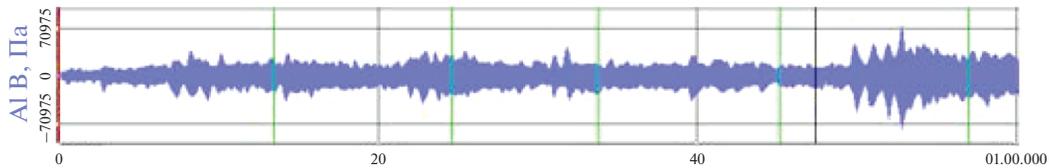
Показатель ПАР востребован на этапе проектирования изделий. Особенно это актуально для изделий, генерирующих интенсивные шумы (например, для самолетов), когда необходимо сравнить разные подходы к выбору конструкции и материалов изделия [24, 25] или возможен расчетный прогноз шумов изделия [26, 27], но еще нецелесообразна времязатратная слуховая экспертиза прогнозируемых шумов. Поэтому для количественной оценки раздражающего действия авиационных шумов показатель ПАР был модифицирован [28]. Он учитывал не только вышеупомянутые показатели  $L$ ,  $S$ ,  $FS$  и  $R$ , но и показатель качества — тональность  $T$ , являющийся весьма раздражающим для авиашумов:

$$\text{ПАР} = L[1 + \sqrt{\gamma_0 + \gamma_S W_S^2 + \gamma_{FSR} W_{FSR}^2 + \gamma_T W_T^2}], \quad (3)$$

где  $\gamma_0 = 0.16$ ,  $\gamma_S = 11.48$ ,  $\gamma_{FSR} = 0.84$ ,  $\gamma_T = 1.25$ ,  $W_T = (1 - e^{-0.29L})(1 - e^{-5.49T})$ ,  $W_S$  и  $W_{FSR}$  — то же, что в формуле (2).

Более универсальный и широко используемый метод оценки шумового раздражения, применяемый на стадии разработки и совершенствования самых разных изделий от кофеварок до ветряных турбин, предполагает создание математической модели, связывающей субъективное мнение слуховых экспертов о качестве шумов с вычисленными показателями качеств таких шумов [14]. Для построения такой модели связи первоначально формируют набор шумов и вычисляют для них показатели субъективных качеств. Далее, набирают и обучают слуховых экспертов, которые затем проводят ранжирование выбранных шумов по степени вызываемого раздражения.

Для ранжирования шумов, чаще всего, используют один из трех методов: (1) метод парного сравнения; (2) метод “категория—суждение”; (3) метод семантического дифференциала. Первый метод предусматривает сравнение пар шумов, и выбор шума с наилучшим заданным качеством.



**Рис. 2.** Пример временного профиля шума длительностью 1 мин, зарегистрированного при прямолинейном движении вагона со скоростью 45 км/ч. Для последующего анализа шумов выбирались отрезки длительностью ~3 с. Ось ординат – амплитуда в единицах Па.

По результатам сравнения шумам из набора присваивают ранги, пропорциональные числу предпочтений. Достоинство метода – его простота и возможность включения модельных шумов для определения вызывающих раздражение характеристик. Недостаток – сложность ранжирования большого числа шумов, поскольку для проверки согласованности результатов одна и та же пара звуков прослушивается слушателем многократно.

Метод “категория–суждение” предполагает прослушивание звуков один раз, а эксперт, например, по шкале от 1 до 10 определяет, насколько звук был громкий, резкий, неприятный и т.д. Чтобы определить категорию шума по степени раздражения, слушатели должны быть заранее ознакомлены с тестируемыми шумами.

Метод семантического дифференциала аналогичен методу определения категорий, однако вместо оценки свойств звука с помощью одной категории (например, шум “громкий”), слушателю предлагают сделать выбор из пары категорий с противоположными атрибутами, например, из пары “громкий против тихого”.

По результатам слуховой экспертизы формируют шкалу раздражения заданного набора шумов. Каждому шуму приписывают слуховой ранг ( $SQ$ -ранг), который связывают с вычисленными показателями качеств шумов ( $L, S, R, FS$ ). Модель связи получают методами множественной линейной регрессии в виде:

$$SQ\text{-ранг} = b_1L + b_2S + b_3R + b_4FS + b_0, \quad (4)$$

где  $b_1, b_2, b_3, b_4$  и  $b_0$  – коэффициенты регрессии.

На следующем этапе проводят статистический анализ качества модели связи, оценивают достоверность коэффициентов регрессии. Правильно составленная модель связи (уравнение (4)) включает в себя уникальную комбинацию статистически значимых вызывающих раздражение субъективных качеств шумов. Данное уравнение помогает планировать мероприятия по корректировке шумов конкретных изделий или окружающей среды, позволяет контролировать степень раздражения в ходе выполнения плана мероприятий.

### 3. РЕГИСТРАЦИЯ ШУМОВ В ВАГОНАХ МОСКОВСКОГО МЕТРО

Для сравнения разных способов оценок раздражения были использованы шумы вагонов московского метро. Шумы регистрировали в разных режимах эксплуатации вагонов: на холостом ходу или движении, при работе систем – двигателя, кондиционера, компрессора. Длительность записей составляла несколько минут. Временные профили шумов были нестационарными и имели выраженные компоненты, вызванные вибрациями при взаимодействии колес с рельсами (рис. 2).

Интегральные уровни звукового давления (УЗД) шумов без (дБ(лин)) и с  $A$ -взвешиванием (дБ(А)) при времени накопления в 1 с измеряли по фрагментам записей таких шумов, которые не содержали стуки колес. В табл. 1 указаны номера шумов в разных режимах эксплуатации вагонов, описание режимов, а также измеренные значения УЗД шумов.

Для анализа громкости и других качеств шумов записи конвертировали в wav-формат с нормировкой по пиковым значениям, присущим стукам колес. Из каждой записи вырезали по 4–5 стационарных отрезков, не содержащих стуки колес. Длительность отрезков составляла ~3 с. Примеры спектрограмм таких отрезков шумов показаны на рис. 3. Частотные характеристики отрезков были широкополосными и имели хорошо выраженные НЧ компоненты.

Для вычисления показателей звуковых качеств существуют стандартные методы [8–13], которые реализованы в программных продуктах разных фирм, и могут быть использованы для разработки собственных программ. В данной работе расчеты показателей качеств проводили в среде LabView.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И РАСЧЕТОВ

#### 4.1. Оценка раздражения, вызванного шумом, на основании его громкости

Данные на рис. 4 позволяют сравнить раздражение, вызванное действием шумов в вагонах в разных режимах эксплуатации, на основании разных интегральных характеристик. На рисунке представлены измеренные УЗД шумов в дБ(лин)

**Таблица 1.** Номера шумов, скорость движения и работающее оборудование вагонов, измеренные значения уровней звукового давления (УЗД)

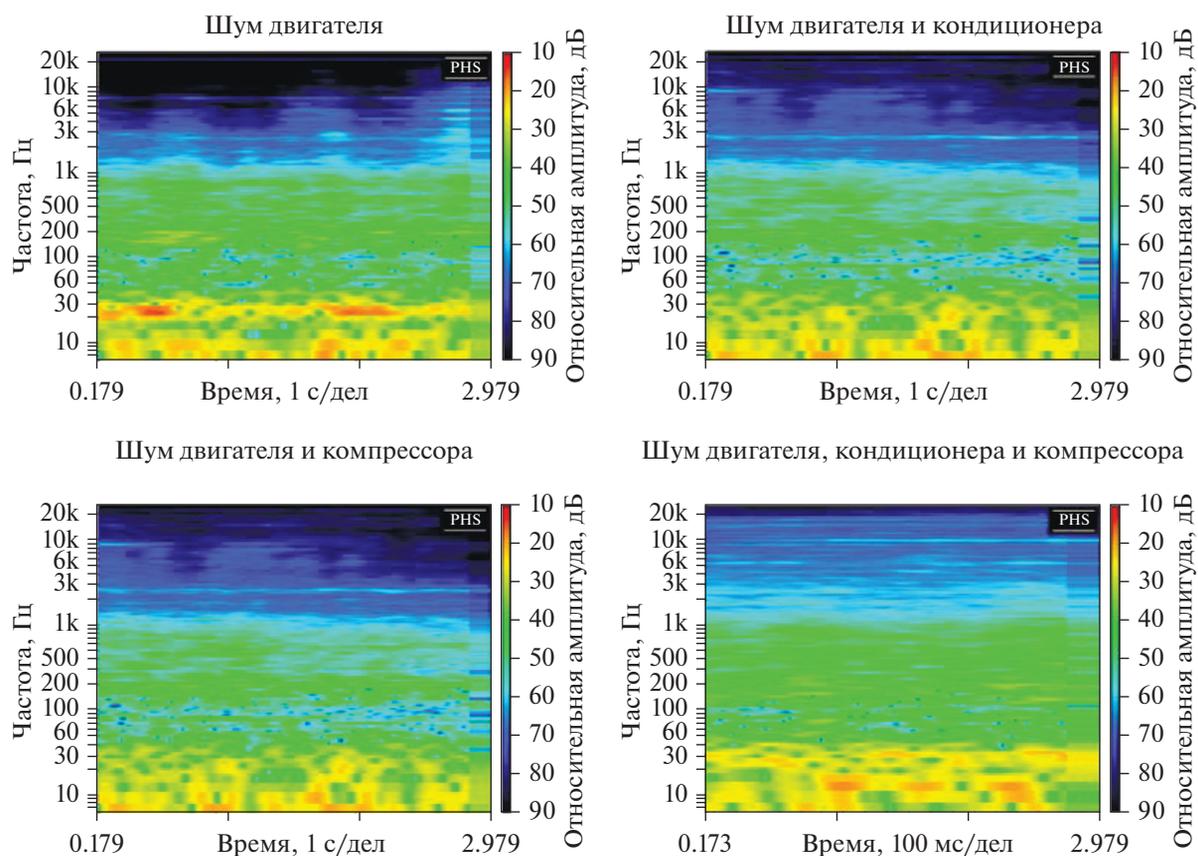
Номер шума	Скорость движения вагона и работающее оборудование	УЗД, дБ(лин)	УЗД, дБ(А)
1	0 км/ч, Кондиционер	79	64.3
2	45 км/ч, Пассивная тяга	86.4	67.8
3	45 км/ч, Двигатель	88.1	67.6
4	45 км/ч, Двигатель + Кондиционер	86.2	68.8
5	45 км/ч, Двигатель + Кондиционер + Компрессор	87.8	71.5
6	45 км/ч, Двигатель + Компрессор	90.8	78.2

и дБ(А), а также вычисленные среднеквадратичные значения (СКЗ) в дБ и показатели громкости  $L$  в единицах сон для фрагментов шумов.

Если значения УЗД шумов, измеренные в дБ(лин) в разных режимах, обнаружили изменчивость, то таковые в дБ(А) плавно нарастают (рис. 4а). Шумы в вагонах имели ярко выраженные низкочастотные составляющие (рис. 3), это накладывает ограничения на применение А-взвешенной шкалы УЗД в анализе свойств шумов вагонов в

разных режимах эксплуатации. Поэтому были вычислены значения СКЗ в дБ для фрагментов шумов.

Значения СКЗ для большей части фрагментов шумов оказались сходными (рис. 4). При этом значения коэффициентов корреляции скорее указывали на связь СКЗ с УЗД в дБ(лин) ( $R_{СКЗ*дБ(лин)} = 0.84$ ), но не на связь с УЗД в дБ(А) ( $R_{СКЗ*дБ(А)} = 0.41$ ). Анализ шумов, полученных в

**Рис. 3.** Примеры спектрограмм отрезков шумов вагонов. Скорость движения вагона 45 км/ч. Указано работающее оборудование.

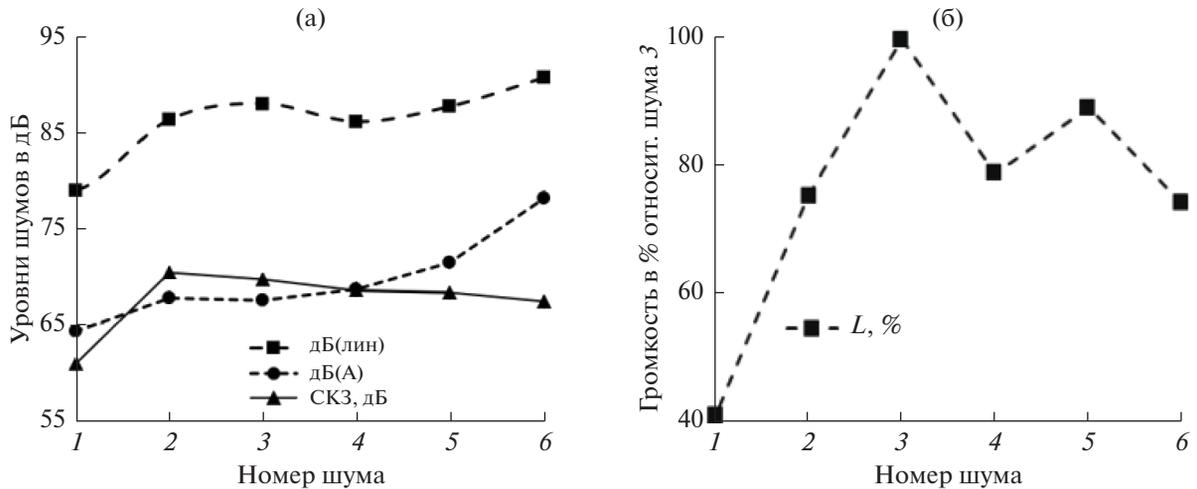


Рис. 4. (а) – Сравнение уровней звукового давления (УЗД) и (б) – сравнение относительных громкостей шумов вагонов в разных режимах эксплуатации. На (а) – значения УЗД, измеренных в дБ(лин) и дБ(A), а также вычисленные среднеквадратичные значения (СКЗ) фрагментов шумов. По горизонтали – номер шума (табл. 2); по вертикали: (а) – УЗД шумов и (б) – громкости шумов в % относительно громкости шума 3.

разных режимах, был продолжен с учетом громкости, вычисленной в сонах.

Изменения относительной громкости шумов представлены на рис. 4б. Относительную громкость в % получали путем приведения громкостей в сонах к громкости шума 3 (табл. 1). Шум 3 был зарегистрирован в вагоне, движущемся со скоростью 45 км/ч только при работающем двигателе.

Изменения громкости шумов в сонах (рис. 4б) не соответствовали изменениям УЗД в дБ(A) (рис. 4а), но коррелировали с УЗД в дБ(лин) ( $R_{дБ(лин)*L} = 0.78$ ) и СКЗ в дБ ( $R_{СКЗ*L} = 0.75$ ). Есть основания полагать, что для анализа раздражающего действия шумов вагонов в разных режимах эксплуатации лучше использовать оценки громкости в сонах, чем оценки УЗД (или уровней громкости) в дБ(A).

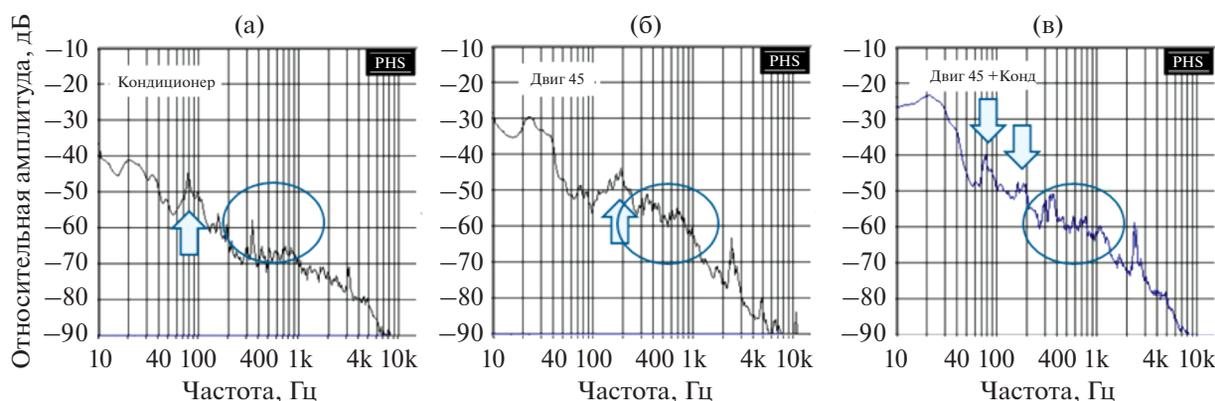
Громкость шума 3 вагона, движущегося со скоростью 45 км/ч при работе двигателя, была самой высокой. Она превышала громкости шумов 4, 5, 6, которые были зарегистрированы при совместной работе двигателя с дополнительным оборудованием (компрессора и/или кондиционера). Эти данные подтверждают известное правило [29]: показатели качества шумов (в нашем случае громкость), имеющих несколько источников, нельзя предсказать на основании показателей качества шума отдельных источников. В этом случае результирующий шум и его воздействие на слушателя является результатом сложного процесса взаимодействия шумов отдельных источников. Это одна из причин того, почему для показателей качества разрабатывают стандартные методы расчетов, вводят показатели раздражения типа ПАР или SQ-ранг, но не применяют нормирование.

Слуховые различия громкости шумов вагонов в разных режимах эксплуатации (рис. 4) побуждают к поиску соответствующих физических свойств шумов. Так, на рис. 5 сравниваются спектры шумов вагонов, полученных (а) на стоянке и при работе кондиционера, (б) при движении со скоростью 45 км/ч и работе двигателя, (в) при движении вагона со скоростью 45 км/ч и работе двигателя и кондиционера. Кружки и стрелки указывают на различия узких участков спектров и промежуточных максимумов. Полагаем, что совместный анализ данных рис. 4б и рис. 5 может быть полезным как в части определения причин вызываемого шумом раздражения, так и в части разработки мер по устранению этого раздражения. Прямой способ выявления причин раздражения связан с учетом разных показателей качества шумов.

#### 4.2. Оценка раздражения, вызванного шумом, с учетом разных показателей звуковых качеств

**4.2.1. Вычисление показателей психоакустического раздражения.** Наряду с громкостью, раздражающими могут быть и другие субъективные качества шумов. На рис. 6 сравниваются значения показателей громкости  $L$ , резкости  $S$ , хриплости  $R$ , а также шумового раздражения ПАР, вычисленные для шумов 2–6 (табл. 1). Для расчета показателя ПАР использовалось уравнение (2), которое выведено при использовании синтетических шумов разных видов.

Обращает на себя внимание сходная заметная изменчивость показателей громкости  $L$ , хриплости  $R$  и ПАР, но не соответствующая им изменчивость показателя резкости  $S$ . Последний показатель считается раздражающим. Его среднее зна-



**Рис. 5.** (а) – Спектры шумов в вагонах при работе кондиционера на стоянке, (б) – при работающем двигателе, при движении со скоростью 45 км/ч и (в) – при работающих двигателе и кондиционере, при движении со скоростью 45 км/ч. Кружки и стрелки отмечают различия участков спектров и промежуточных максимумов.

чение для всех фрагментов шумов довольно высокое и достигает  $\sim 2$  акум. Спектрограммы и спектры (рис. 3 и 5) также выявляют заметную долю высокочастотных составляющих.

Средние значения показателей хриплости  $R$  шумов небольшие, они не превышают  $\sim 0.2$  аспер. Вполне можно предположить, что для выбранных фрагментов шумов показатель ПАР в наибольшей степени связан с громкостью  $L$ .

Рис. 6, также как и рис. 4, указывает на то, что значения показателей качества шума, имеющего несколько источников, сложно предсказать по показателям качества шума отдельных источников.

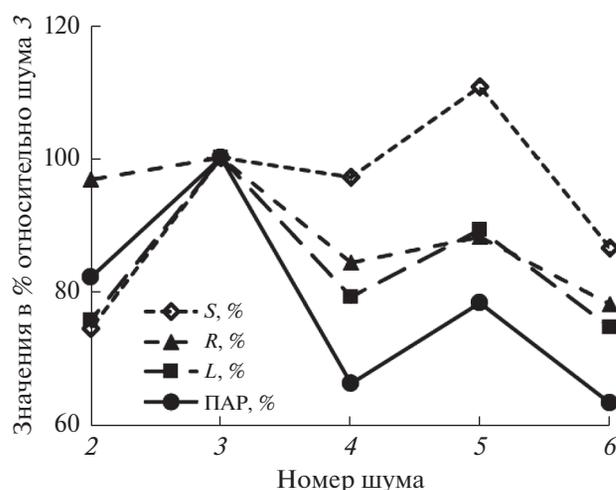
**4.2.2. Определение показателей психоакустического раздражения на основании слуховой экспертизы фрагментов шумов.** Показатель ПАР для оценки раздражения может быть применен не для всех видов шумов. Более универсальным способом оценки раздражения является слуховое экспертное тестирование и построение модели связи результатов тестирования с вычисленными показателями субъективных качеств.

В данной работе был использован метод парного сравнения как наиболее простой для начинающих экспертов. Задача слушателей состояла в определении того шума из пары, который был либо более громким ( $L$ -ранг), либо более неприятным ( $SQ$ -ранг). В слуховом ранжировании участвовали два слушателя, данные которых потом были усреднены. Слушатели прослушивали фрагменты шумов 1–5, которые были измерены в вагонах при разных режимах эксплуатации (табл. 1).

Полученные субъективные шкалы громкости ( $L$ -ранг) и слухового раздражения ( $SQ$ -ранг) представлены на рис. 7а. На том же рисунке для сравнения представлены УЗД шумов в дБ(лин). Динамики изменений  $L$ - и  $SQ$ -рангов были сход-

ными (рис. 7а) и соответствовали изменениям УЗД, измеренным в дБ(лин).

Сравнение шкал громкости и слухового раздражения ( $L$ - и  $SQ$ -ранги) с расчетными показателями громкости  $L$  и психоакустического раздражения ПАР также обнаруживает удовлетворительное сходство (рис. 7а и 7б). Противоречивые значения показателей для шумов 3 и 5 можно объяснить малым числом участвующих в экспертизе слушателей и отсутствием у них большого опыта по выделению конкретных субъективных качеств на фоне других. Тем не менее, есть основания полагать, что показатель ПАР может быть использо-



**Рис. 6.** Вычисленные показатели относительной резкости  $S$ , хриплости  $R$ , громкости  $L$  и краткосрочного психоакустического раздражения ПАР для шумов 2–6 (табл. 1). По горизонтали – номер шума, по вертикали – значения показателей  $L$ ,  $R$ , ПАР в % относительно таковых для шума 3. Шум 3 зарегистрирован в вагоне при работе только двигателя.

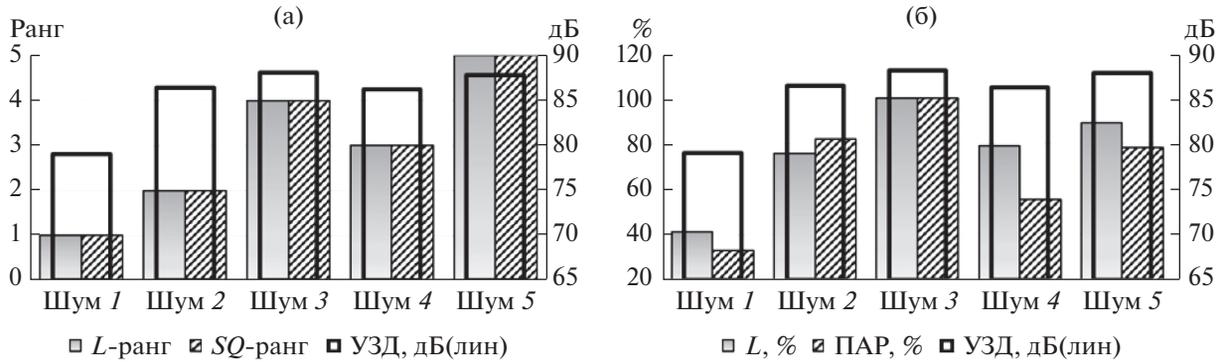


Рис. 7. (а) – Сравнение уровней звукового давления шумов в дБ(лин) с данными слуховой экспертизы громкости (*L*-ранг) и раздражения (*SQ*-ранг), а также (б) – с расчетными показателями громкости *L* и психоакустического раздражения ПАР. По горизонтали – номер шума. По вертикали: левая шкала – (а) – ранг шума и (б) – относительные показатели качеств в % относительно таковых для шума 3; правая шкала – (а, б) – дБ.

ван для оценки раздражающего действия шумов в вагонах метро.

Таким образом, определению причин раздражения помогает построение модели связи слухового раздражения (*SQ*-ранг) с показателями качеств (*L*, *S*, *R* и *FS*) (см. уравнение (4)). Для построения такой модели используют метод линейной множественной регрессии, а также последующий статистический анализ качества такой модели связи.

Меру зависимости одной случайной величины от другой устанавливает коэффициент детерминации  $R^2$ . Если  $R^2 > 0.8$ , то зависимость признают статистически значимой. Согласно расчетам (табл. 2), для выбранного набора фрагментов шумов показатель *SQ*-ранг имеет достоверную связь с показателями *L* и *R*. При этом связь *SQ*-ранга с показателями *S* и *FS* была либо статистически незначимой, либо отсутствовала. Это указывает, что для выбранных шумов слуховое раздражение связано с качествами *L* и *R*, но не связано с качествами *S* и *FS*.

В табл. 3 представлены две возможные модели связи 1 и 2, в которых качества *S* и *FS* не учтены (см. уравнение (4)). В таблице также указаны показатели, оценивающие статистическую достоверность этих моделей: коэффициент детерминации  $R^2$ , расчетное значение *F*-критерия Фишера и значения вычисленных коэффициентов регрессии.

Так, для обеих моделей коэффициенты детерминации  $R^2$  превышали значение 0.8. Однако расчетные значения *F*-критерия Фишера были больше критического значения  $F_{кр}$  при уровне значимости в 5% только для модели 2. В этой модели также статистически значимым был коэффициент регрессии  $b_1$ . Таким образом, модель 2 следует принять как статистически значимую, а модель 1 следует отклонить.

Построенная модель связи 2 полностью определяется выбранным набором фрагментов шумов для слуховой экспертизы, качеством регистрации этих шумов, а также квалификацией слуховых экспертов. Согласно модели 2, раздражение пассажиров в вагонах метро на 87% связано с громкостью *L* шумов ( $R^2 = 0.87$ ). Эта модель подтверждает факт того, что, прежде всего, громкость ответственна за раздражение пассажиров в вагонах московского метро.

Уместно отметить, что измеренные УЗД шумов в дБ(А) были ниже принятых в РФ допустимых санитарных норм, но по оценкам экспертов были раздражающими.

Следует отметить, что модель 2 не является слишком информативной с точки зрения выделения раздражающих качеств шумов и построения конкретных планов по шумоподавлению. Чтобы выявить достоверную связь психоакустического раздражения (*SQ*-ранг) с другими показателями качеств шума, такими как резкость *S* или хриплость *R*, нужен совсем другой набор шумов. Воз-

Таблица 2. Корреляция между полученной в ходе слуховой экспертизы меры раздражения (*SQ*-ранг) и вычисленными субъективными показателями

	<i>L</i>	<i>S</i>	<i>R</i>	<i>FS</i>
Коэффициент детерминации $R^2$	0.9316*	0.7918	0.8611**	0.3678

\*  $p < 0.01$ , \*\*  $p < 0.05$

**Таблица 3.** Модели количественной связи меры раздражения ( $SQ$ -ранг) с показателями качества, а также значения коэффициентов регрессии  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_3$ , коэффициента детерминации  $R^2$  и значения  $F$ -критерия Фишера

Модели связи	$b_0$	$b_1$	$b_3$	$R^2$	$F$
(1) $SQ$ -ранг = $b_1L + b_3R + b_0$	1.76	0.59	-24.16	0.91	10.7
(2) $SQ$ -ранг = $b_1L + b_0$	-0.04	0.29*	—	0.87	19.69*

\*  $p < 0.05$

можно, для этого нужны шумы, зарегистрированные при движении вагонов на разных скоростях, шумы высококачественных изделий других производителей, синтетические шумы со специально подобранными качествами и т.д. Полезными также могут быть специальные манипуляции с шумами для снижения влияния их громкости при проведении слуховой экспертизы.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Цель работы состояла в сопоставлении разных методов анализа раздражающего действия шумов. В РФ классическим методом оценки раздражения являются измерения УЗД шумов в дБ(А), что примерно соответствует уровню воспринимаемой громкости. Однако этот метод может быть пригодным лишь для шумов некоторых конкретных видов. Более универсальным интегральным методом является измерение и расчет громкости шума в линейных единицах сон, но этот метод не нашел своего применения в РФ.

Измерения громкости используют в ходе реализации мер, направленных на ее снижение ниже допустимых пределов. Однако информационная значимость шумов, а также уже достигнутое заметное снижение уровней последних, привели к появлению других методов оценки вызываемого шумом раздражения, дополняющих традиционный метод. К ним относят расчет краткосрочного психоакустического раздражения (ПАР) на основании разных субъективных качеств шумов, а также слуховую экспертизу раздражения ( $SQ$ -ранг) и построение модели связи между раздражением и отвечающими за раздражение субъективными качествами шумов. Эти методы направлены на определение степени раздражения и причин его вызывающих. С учетом показателей ПАР и модели связи  $SQ$ -ранг могут быть разработаны планы по дальнейшему снижению уровней шумов машин и механизмов, по смягчению их раздражающего воздействия и созданию заданного звукового ландшафта помещений. Сами показатели ПАР и  $SQ$ -ранг применяются для контроля эффективности реализации таких планов.

В работе показано, что:

1. Для оценки громкости в качестве показателя раздражающего действия шумов вагонов метро

лучше подходит линейная шкала громкости в сонах, чем А-взвешенная шкала УЗД в дБ(А). Последняя шкала широко используется для оценки уровней воспринимаемой громкости, однако при наличии низкочастотных составляющих в спектрах шумов такая шкала может давать ошибки. В РФ измерения громкости в единицах сон широко не применяются.

2. Раздражение, помимо громкости, способны вызывать другие субъективные качества шумов. Оценить раздражение в вагонах метро можно, используя показатель краткосрочного психоакустического раздражения ПАР. Этот показатель вычисляют, используя разные показатели субъективных качеств, включая громкость, резкость, хриплость, силу колебаний. В РФ оценки раздражения на основании показателя ПАР широко не применяются.

3. Оценить раздражение, вызываемое шумами, а также определить причины его возникновения, позволяет метод построения модели связи между слуховым раздражением ( $SQ$ -ранг) и субъективными качествами. Построенная для выбранного набора шумов вагонов метро модель связи показала, что шумовое раздражение пассажиров на 87% было связано с громкостью. Чтобы выявить зависимость раздражения пассажиров от других показателей качеств (резкости, хриплости, силы колебаний), следует использовать другие дополнительные наборы шумов вагонов. В РФ оценки раздражения путем построения моделей связи между слуховым раздражением и субъективными качествами шумов широко не используются.

4. Громкость шумов, зарегистрированных в вагонах метро и имеющих несколько источников, т.е. двигатель плюс кондиционер плюс компрессор, нельзя предсказать на основе анализа громкости шума отдельных источников, т.е. только двигателя, кондиционера и компрессора по отдельности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ISO 226: 1961-2003. Acoustics — Normal equal-loudness-level contours / ГОСТ Р ИСО 226-2009. Кривые равной громкости.
2. DIN 45631/A1-2010. Calculation of loudness level and loudness from the sound spectrum — Zwicker method —

- Amendment 1: Calculation of the loudness of time-variant sound.
3. ISO 532-1/2: 2017. Acoustics – Methods for calculating loudness – Part 1: Zwicker method; Part 2: Moore-Glasberg method.
  4. Zwicker E., Feldtkeller R. Das ohr als nachrichtenempfänger / Stuttgart. S. Hirzel verlag. 1967. Цвикер Э., Фельдкеллер Р. Ухо как приемник информации. Перевод с нем. Под ред. Белкина Б.Г. М.: Связь, 1971.
  5. Zwicker E. Procedure for calculating the loudness of temporally variable sounds // J. Acoust. Soc. Am. 1977. V. 62. P. 675–682. Erratum: J. Acoust. Soc. Am. 1978. V. 63. P. 283.
  6. Moore B.C.J., Glasberg B.R. A model for the prediction of thresholds, loudness and partial loudness // J. Audio Eng. Soc. 1997. V. 45. № 4. P. 224–239.
  7. Moore B.C., Glasberg B.R. Revision of Zwicker's loudness model // Acta Acustica. 1996. V. 82. P. 335–345.
  8. ISO 389-7: 2011. "Acoustics – Reference zero for the calibration of audiometric equipment – Part 7: Reference threshold of hearing under free-field and diffuse-field listening conditions" / ГОСТ Р ИСО 389-7: 2011. Акустика. Опорный порог слышимости при прослушивании в условиях свободного и диффузного звуковых полей.
  9. Санитарные правила РФ СП 2.5.3650-20 Санитарно-эпидемиологические требования к отдельным видам транспорта и объектам транспортной инфраструктуры.
  10. Fastl H., Zwicker E. Psychoacoustics: Facts and Models. Berlin Heidelberg: Springer. Springer-Verlag, 2007.
  11. ANSI/ASA S3.4-2007 Procedure for the computation of loudness of steady sounds (includes loudness program).
  12. DIN 45681-2005. Determination of tonal components of noise and determination of a tone adjustment for the assessment of noise immissions.
  13. ECMA-74. 2019. Measurement of airborne noise emitted by information technology and telecommunications equipment.
  14. Sato S., You J., Jeon J.Y. Sound quality characteristics of refrigerator noise in real living environments with relation to psychoacoustical and autocorrelation function parameters // J. Acous. Soc. Am. 2007. V. 122. P. 314–325.
  15. Теленев В.И. Громкость / В кн. Слуховая система. Под ред. Альтмана Я.А. Л.: Наука, 1990. С. 87–96.
  16. Namba S., Kuwano S., Kato T. The loudness of sound with intensity increment // Japanese Psychological Research. 1976. V. 18. P. 63–72.
  17. Pedersen B., Ellermeier W. Temporal weights in the level discrimination of time-varying sounds // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 123. P. 963–972.
  18. Oberfeld D., Hots J., Verhey J.L. Temporal weights in the perception of sound intensity: Effects of sound duration and number of temporal segments // J. Acoust. Soc. Am. 2018. V. 143. P. 943–953.
  19. Moore B.C.J., Glasberg B.R. Modeling binaural loudness // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 121. P. 1604–1612.
  20. Moore B.C.J., Glasberg B.R., Varathanathan S., Schlittenlacher J. A loudness model for time-varying sounds incorporating binaural inhibition // Trends in Hear. 2016. V. 20. P. 1–16.
  21. Aures W. Ein Berechnungsverfahren der Rauigkeit (Метод расчета хриплости – ред.) // Acta Acustica united with Acustica. 1985. V. 58. P. 268–281.
  22. Sottek R. Progress in calculating tonality of technical sounds Proceed // Inter-Noise 2014. Melbourne, Australia, 2014.
  23. Sottek R. Psychoacoustically based tonality model for the evaluation of noise with tonal components // J. Acous. Soc. Am. 2015. V. 137. P. 2320–2320.
  24. Greco G., Bertsch L., Ring T., Langer S. Sound quality assessment of a medium-range aircraft with enhanced fan-noise shielding design // CEAS Aeronautical Journal. 2021. P. 12. P. 481–493.
  25. Зверев А.Я. Механизмы снижения шума в салоне самолета // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 4. С. 474–479.
  26. Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Яковцев М.А., Ипатов М.С., Кругляев А.Е., Сидоров С.Ю. Излучение звука из открытого конца канала, моделирующего воздухозаборник авиадвигателя в статических условиях и в потоке // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 59–73.
  27. Муравейко А.С. Расчетное исследование газодинамических и аэроакустических характеристик вентилятора // Акуст. журн. 2020. Т. 65. № 4. С. 446–452.
  28. More S.R. Aircraft noise characteristics and metrics. PhD thesis, Purdue University, West Lafayette, Indiana, December 2010.
  29. Genuit K. Objective evaluation of acoustic – quality based on a Relative Approach // Conference Proc. Inter-Noise 1996. Liverpool, England, 1996.

ОДНОМЕРНАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ПАССИВНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ  
ТЕРМОМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УРАВНЕНИЯ  
ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ: КОМПЬЮТЕРНОЕ  
И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ© 2022 г. А. А. Аносов<sup>a, b, \*</sup><sup>a</sup>ФГАОУ ВО Первый МГМУ им. И. М. Сеченова Минздрава России (Сеченовский Университет),  
ул. Трубецкая 8, стр. 2, Москва, 119991 Россия<sup>b</sup>Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая 11/7, Москва, 125009 Россия

\*e-mail: anosov\_a\_a@staff.sechenov.ru

Поступила в редакцию 20.12.2021 г.

После доработки 24.04.2022 г.

Принята к публикации 26.05.2022 г.

Предложен и экспериментально опробован на модели алгоритм восстановления меняющегося во времени одномерного распределения глубинной температуры тела человека при локальном нагреве. В алгоритм заложено требование, что температура подчиняется уравнению теплопроводности, интегрирование которого с весом, учитывающим поглощение в объекте, позволяет получить временную зависимость акустической температуры (измеряемого сигнала), которая, в свою очередь, определяется параметрами уравнения. Искомая температура получается при решении уравнения теплопроводности с найденными параметрами. В алгоритме восстанавливаются два параметра: кровотока и амплитуда источника нагрева, которые не определяются каждый раз заново, а лишь уточняются. При этом увеличивается время интегрирования, но не страдает временное разрешение – получать новые результаты можно через любой промежуток времени. После двухминутного нагрева можно восстановить температуру и размер нагретой области с точностью, приемлемой для медицинских приложений: 0.5°C и 0.5 мм соответственно.

*Ключевые слова:* пассивная акустическая термометрия, тепловое акустическое излучение, восстановление глубинной температуры

DOI: 10.31857/S0320791922050045

## ВВЕДЕНИЕ

В ряде медицинских приложений, связанных с локальной гипертермией тканей организма человека, важно с надлежащей точностью осуществить безболезненные измерения глубинной температуры. Возможно, магнитно-резонансная термометрия в будущем позволит решить эту задачу [1]. Однако этот метод требует дорогого оборудования, обученного персонала и специально подготовленных помещений. Поэтому наличие альтернативных методов крайне актуально, если они обеспечивают надлежащую точность. Для медицинских приложений ошибка определения температуры не должна превышать 0.5–1 К, пространственное разрешение должно быть не хуже 5 мм.

Предлагается использовать пассивную акустическую термометрию, физической основой которой является регистрация теплового акустического излучения объекта [2–4]. Измерения шумо-

вого сигнала приводят к значительному времени интегрирования: в мегагерцовом диапазоне для получения требуемой точности необходимо усреднять сигнал в течение 30–50 с. Чтобы снизить это время без потери точности, предполагается при восстановлении температуры использовать уравнение теплопроводности с кровотоком (уравнение Пеннеса [5]). В акустотермографии этот подход уже исследовался теоретически в различных модификациях [6, 7]. В предлагаемом алгоритме восстанавливается не сама температура, а параметры уравнения теплопроводности, при этом искомые параметры не определяются каждый раз заново, а уточняются по мере измерений. Такой подход уже рассмотрен, в том числе и экспериментально. При нагреве модельного объекта – говяжьей печени – восстанавливались температуропроводность и источник нагрева [8], при охлаждении нагретых модельных объектов – пластилина и тефлона – восстанавливались тем-

пературопроводность и начальная температура [9, 10]. Новым является учет в этой схеме кровотока в теле человека.

В работе будет рассмотрен одномерный случай, с одной стороны, наиболее физически прозрачный, с другой стороны, наиболее некорректный. Если восстанавливать профиль температуры по результатам измерения теплового излучения на разных частотах, то различить расположенные на одной глубине узкий сильно нагретый слой и широкий, но слабо нагретый, — невозможно при существующей точности измерений.

Отметим работу [11] в области СВЧ-термометрии (математически СВЧ- и акустотермометрия описываются схожими уравнениями), где для восстановления температуры было использовано уравнение теплопроводности (без кровотока) и рассмотрен внешний нагрев объекта, что соответствует учету граничных условий. В данной работе предлагается рассмотреть локальный нагрев в глубине тела человека, т.е. ввести в уравнение теплопроводности источник.

Таким образом, в работе предложен алгоритм восстановления профиля температуры при локальном нагреве ткани с учетом уравнения теплопроводности с кровотоком. Предложенный алгоритм опробован экспериментально.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

**Расчетная модель.** Рассмотрим одномерную модель локальной гипертермии мягких тканей человека (см. рис. 1а). Изменения температуры  $T$  подчиняются уравнению теплопроводности с учетом кровотока [5]:

$$\partial T / \partial t = a^2 \partial^2 T / \partial x^2 - \eta(T - T_0) + S(x), \quad (1)$$

где  $a^2$  — коэффициент температуропроводности,  $\eta$  — кровоток,  $T_0 = 37^\circ\text{C}$  — температура притекающей крови,  $S(x)$  — источник нагрева, не меняющийся во времени,  $x$  — координата, направленная вглубь тела,  $t$  — время. Будем считать, что исследуемая среда однородна по температуропроводности и кровотоку  $a^2 = \text{const}$ ,  $\eta = \text{const}$ . Начальное распределение температуры:  $T(t = 0, x) = T_0$ , граничные условия:  $T(t, x = 0) = T(t, x = \infty) = T_0$ .

Акустояркая температура, измеряемая датчиком, расположенным на границе тела при  $x = 0$ , рассчитывается по формуле [12]:

$$T_A(t) = \int_0^\infty T(t, x) \exp(-\gamma x) dx, \quad (2)$$

где  $\gamma$  — коэффициент поглощения ультразвука по интенсивности. Будем считать, что исследуемая среда однородна по поглощению  $\gamma = \text{const}$ .

Умножим обе части уравнения (1) на выражение  $\gamma \exp(-\gamma x)$  и проинтегрируем по  $x$ . При этом первое слагаемое правой части (1) дважды проинтегрируем по частям. В результате, с учетом выражения (2), получим:

$$\frac{dT_A}{dt} = \gamma a^2 \left\{ -\frac{\partial T(t, 0)}{\partial x} - \gamma T(t, 0) + \gamma T_A \right\} - \eta(T_A - T_0) + \int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx. \quad (3)$$

Предположим, что источник нагрева расположен достаточно глубоко и время нагрева невелико, так что влиянием источника на температурный градиент на поверхности тела можно пренебречь:  $\partial T(0) / \partial x \approx 0$ .

Окончательно получаем обыкновенное дифференциальное уравнение относительно акустояркой температуры

$$\frac{dT_A}{dt} = -(\eta - \gamma^2 a^2)(T_A - T_0) + \int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx, \quad (4)$$

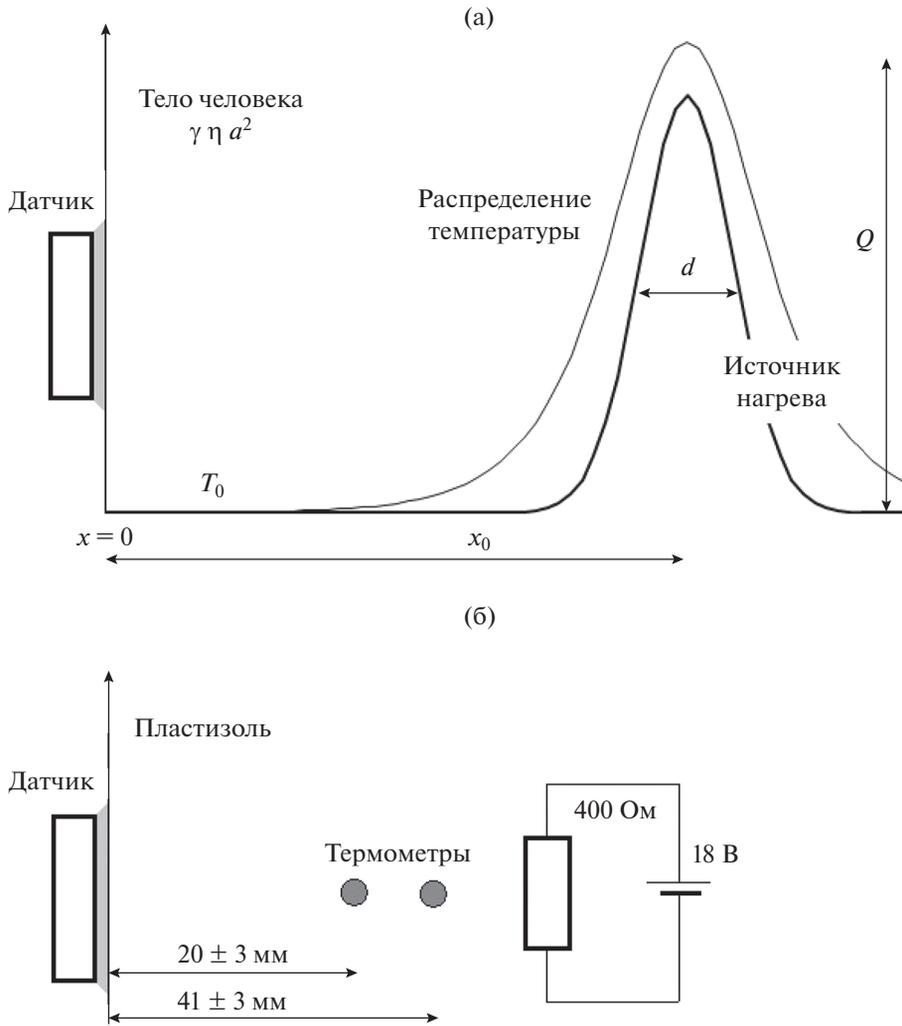
решение которого определяется выражением

$$T_A(t) = T_0 + \frac{\int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx}{\eta - \gamma^2 a^2} \times \left[ 1 - \exp(-(\eta - \gamma^2 a^2)t) \right]. \quad (5)$$

В случае слабого кровотока  $\eta = 0$  при небольшом времени нагрева  $t \ll 1/\gamma^2 a^2$  акустояркая температура линейно растет со временем:

$$T_A(t) = T_0 + \gamma \int_0^\infty S(x) \exp(-\gamma x) dx. \quad (6)$$

**Алгоритм восстановления температуры.** Исходя из выражений (5) и (6), можно предложить алгоритм восстановления меняющегося во времени профиля температуры: по временной зависимости измеряемой акустояркой температуры определяются параметры уравнения теплопроводности и затем, с помощью этого уравнения, вычисляется профиль температуры в каждый момент времени. Предположим, что коэффициент температуропроводности, профиль источника и два его параметра: ширина  $d$  (взята по половине от максимального значения) и положение  $x_0$ , а также коэффициент поглощения ультразвука известны. Необходимо найти неизвестные параметры уравнения теплопроводности — кровоток  $\eta$  и амплитуду источника  $Q$ .



**Рис. 1.** (а) – Расчетная модель: датчик, расположенный на границе  $x = 0$  тела человека; параметры уравнения теплопроводности:  $\gamma$  – коэффициент поглощения,  $a^2$  – коэффициент температуропроводности и  $\eta$  – кровоток не меняются в пространстве; источник нагрева, который определяется тремя параметрами:  $Q$  – амплитудой,  $x_0$  – глубиной залегания,  $d$  – шириной; восстанавливаемое распределение температуры,  $T_0$  – температура до нагрева. (б) – Схема эксперимента: источник нагрева в пластиколе – сопротивление 400 Ом, на которое подается напряжение 18 В; термометры, помещенные в пластиколь.

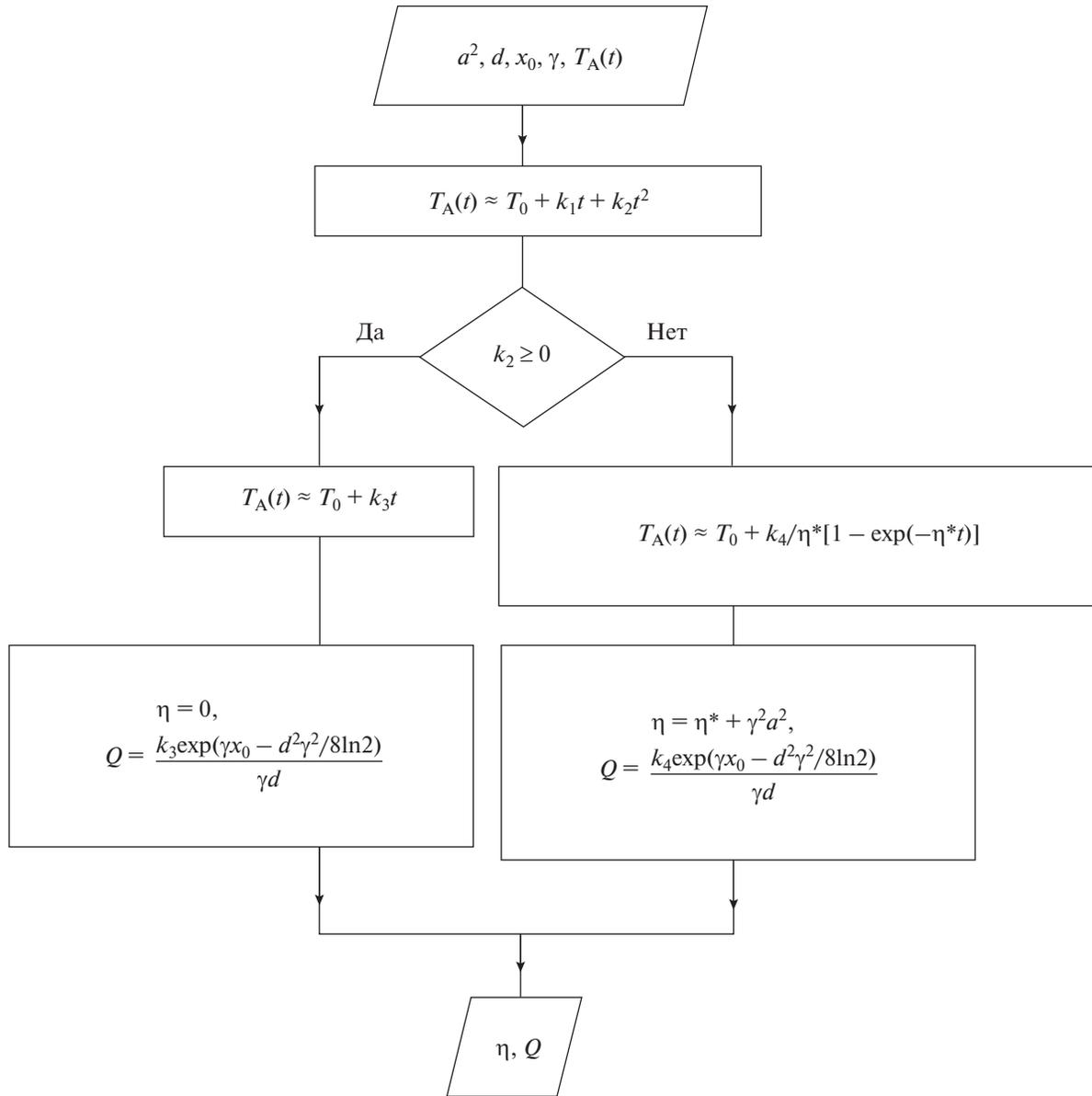
Для примера рассмотрим источник в форме гауссиана

$$S_1(x) = 2Q \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left[-\frac{(x - x_0)^2 \ln 2}{(d/2)^2}\right]. \quad (7)$$

Тогда интеграл, представленный в правой части выражения (4), равен (при  $x_0 \gg d$ )

$$\begin{aligned} \gamma \int_0^{\infty} S_1(x) \exp(-\gamma x) dx \approx \\ \approx \gamma Q d \exp(-x_0 \gamma) \left(1 + \frac{d^2 \gamma^2}{16 \ln 2}\right). \end{aligned} \quad (8)$$

Для восстановления температуры предлагается следующий алгоритм (см. рис. 2). Входные параметры алгоритма:  $a^2$ ,  $d$ ,  $x_0$ ,  $\gamma$  и экспериментальная временная зависимость акустояростной температуры  $T_A(t)$ , которая аппроксимируется параболой  $T_A(t) \approx T_0 + k_1 t + k_2 t^2$ , проходящей через точку  $T_A(0) = T_0$ ,  $k_1$  и  $k_2$  – рассчитываемые коэффициенты. Если полученная парабола вогнута или близка к прямой, т.е.  $k_2 \geq 0$ , что говорит о слабом кровотоке  $\eta \approx 0$ , то акустояростная температура аппроксимируется прямой  $T_A(t) \approx T_0 + k_3 t$ . При этом выходные параметры



**Рис. 2.** Алгоритм восстановления кровотока  $\eta$  и амплитуды  $Q$  источника по экспериментальной временной зависимости акустяркостной температуры  $T_A(t)$ . Коэффициент температуропроводности  $a^2$ , ширина  $d$  и положение  $x_0$  источника, коэффициент поглощения  $\gamma$  ультразвука считаются известными.

$Q = \frac{k_3 \exp(\gamma x_0 - d^2 \gamma^2 / 8 \ln 2)}{\gamma d}$  и  $\eta = 0$ . Если полученная парабола выпуклая, т.е.  $k_2 < 0$ , то акустяркостная температура аппроксимируется выражением  $T_A(t) \approx T_0 + \frac{k_4}{\eta^*} [1 - \exp(-\eta^* t)]$ . При этом  $Q = \frac{k_4 \exp(\gamma x_0 - d^2 \gamma^2 / 8 \ln 2)}{\gamma d}$  и  $\eta = \eta^* + \gamma^2 a^2$ . По параметрам  $Q$  и  $\eta$  по уравнению (1) рассчитывается

меняющееся во времени температурное распределение.

Для оценки точности алгоритма определяются погрешности восстановления максимальной температуры  $T_{\max} = T(x_0)$  и размера нагретой области  $h$ , взятого в точках, где увеличение температуры равно половине от максимального  $T(x_0 - h/2) - T_0 = T(x_0 + h/2) - T_0 = (T_{\max} - T_0)/2$ . Чтобы определить эти погрешности, на точное

значение временной зависимости акустостоярковой температуры накладывается нормально распределенная погрешность со стандартным отклонением  $\delta T_A$ . Эта погрешность определяется пороговой чувствительностью акустотермографа. По заданной с погрешностью акустостоярковой температуре с помощью приведенного выше алгоритма определяются параметры  $Q$  и  $\eta$ , по уравнению (1) рассчитывается температура и определяются максимальная температура и размер нагретой области. Указанная процедура повторялась 1000 раз. Это дало возможность статистически определить погрешности восстановления (стандартные отклонения) для максимальной температуры и размера нагретой области.

**Экспериментальное опробование алгоритма.** Алгоритм восстановления температуры был опробован при нагреве модельного объекта — пластизоля (пластизоль прозрачный, твердость 15–17, “Альпина Пласт”, Клин, Россия), акустические и теплофизические свойства которого близки свойствам мягких тканей тела человека [13, 14]. В качестве нагревателя использовалось помещенное в пластизоль, на расстоянии  $50 \pm 3$  мм от поверхности, сопротивление 400 Ом, на которое подавали напряжение 18 В. Температура пластизоля контролировалась двумя цифровыми термометрами DS18S20P (Maxim Integrated, Сан-Хосе, США) с точностью 0.3 К. Датчики располагались на расстояниях  $20 \pm 3$  и  $41 \pm 3$  мм от границы пластизоля (см. рис. 16).

Для измерений теплового акустического излучения был использован многоканальный акустотермограф [15–17], разработанный в ИПФ РАН А.Д. Мансфельдом и в настоящее время дорабатываемый Р.В. Беляевым (полоса пропускания 1.6–2.5 МГц, пороговая чувствительность при времени интегрирования 10 с – 0.2 К). Принимаемые акустические сигналы преобразовывались в электрические, которые усиливались, проходили через квадратичный детектор и усреднялись в течение 30 мс. С выходов многоканального акустотермографа сигналы подавались на 14-ти разрядный многоканальный АЦП Е14-140 (ЗАО “L-Card”, Москва, Россия) с частотой дискретизации 1 КГц на один канал. Разработанная программа проводила дальнейшее усреднение данных.

До измерений акустический датчик находился в держателе, который являлся акустическим черным телом, при комнатной температуре. Измерения теплового акустического излучения пластизоля проводились в течение 10–15 с. Для акустического контакта на поверхность объекта наносили гель для УЗИ “Медиагель”. После измерений датчик возвращали в держатель до следующего измерения. Интервал между измерениями составлял около 1 мин.

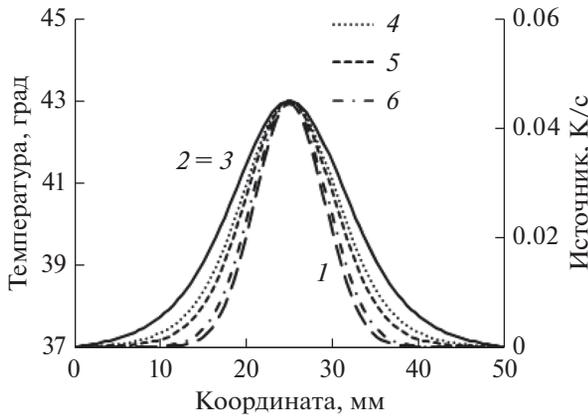
## РЕЗУЛЬТАТЫ

**Выбор параметров.** В норме кровотока в разных тканях организма меняется в широких пределах [14] от 28–38 мл/(кг мин) или  $(4.7–6.3) \times 10^{-4}$  1/с в жировой ткани–скелетных мышцах до 1050–5000 мл/(кг мин) или  $(1.75–8.33) \times 10^{-2}$  1/с в печени–щитовидной железе. Коэффициент температуропроводности меняется в тканях незначительно [14], например, при 37°C температуропроводность в печени составляет 0.141, а в жировой ткани 0.131 мм<sup>2</sup>/с. Изменения этого параметра при изменении температуры также невелики: например, в печени – 0.28% на градус. Для оценки размера источника воспользуемся следующими соображениями. Предположим, что нагрев осуществляется с помощью введенного в организм световода, по которому передается ИК излучение. Это излучение поглощается в глубине организма, где и происходит нагрев. Согласно [14] характерная глубина проникновения (расстояние, на котором интенсивность света уменьшается в  $e$  раз) в печени на длинах волн 800 и 1000 нм составляет 1 и 0.5 мм, соответственно, а в почках на тех же длинах волн – 2.7 и 1.6 мм соответственно. Отметим, что источник при поглощении излучения не является гауссианом, однако расчеты показывают, что форма источника незначительно влияет на форму температурного распределения. Частотную зависимость коэффициента ослабления ультразвука в мягких тканях принято задавать эмпирической формулой:  $\gamma = af^b$  [14]. Например, для печени и мышц бедра коэффициент  $b = 1$ , коэффициент  $a = 0.162$  и  $0.128$  1/(мм МГц), соответственно. В этом случае, на частоте 2 МГц коэффициент ослабления равен 0.0324 и 0.0256 1/мм соответственно.

После анализа литературы для рассчитываемой модели были выбраны следующие параметры уравнения теплопроводности:  $x_0 = 25$  мм,  $d = 4$  мм,  $a^2 = 0.14$  мм<sup>2</sup>/с,  $\gamma = 0.03$  1/мм.

На рассчитанную акустостоярковую температуру накладывалась нормально распределенная случайная ошибка, соответствующая пороговой чувствительности акустотермометра 0.2 К за 10 с [18].

Влияние кровотока на температуру показано на рис. 3, где представлены профили температуры в разных тканях с разным кровотоком при источнике в форме гауссиана. Пусть задача врача – нагреть некоторую область за 5 мин до оптимальной температуры, например, до 43°C. Отметим, что в случаях без кровотока и для скелетных мышц в представленном масштабе температурные профили практически совпадают. Ширина нагретой области при увеличении кровотока более чем на два порядка (скелетные мышцы–щитовидная железа) уменьшается незначительно – на 6 мм. При значительном кровотоке ширина темпера-



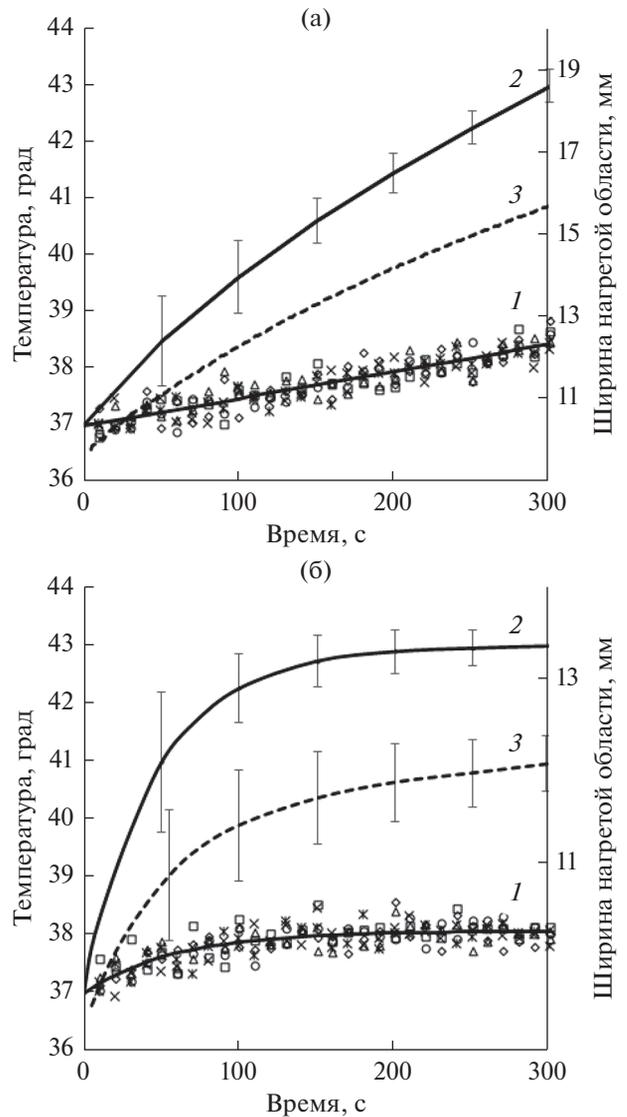
**Рис. 3.** Профили источника (1) и температур после пятиминутного нагрева в разных тканях. Расчетные параметры:  $a^2 = 0.141 \text{ мм}^2/\text{с}$ ,  $x_0 = 25 \text{ мм}$ ,  $d = 4 \text{ мм}$ ; без кровотока (2) –  $Q = 0.035 \text{ К/с}$ ; скелетные мышцы (3) –  $Q = 0.038 \text{ К/с}$ ,  $\eta = 6.3 \times 10^{-4} \text{ 1/с}$ ; головной мозг (4) –  $Q = 0.087 \text{ К/с}$ ,  $\eta = 9.3 \times 10^{-3} \text{ 1/с}$ ; печень (5) –  $Q = 0.139 \text{ К/с}$ ,  $\eta = 1.75 \times 10^{-2} \text{ 1/с}$ ; щитовидная железа (6) –  $Q = 0.545 \text{ К/с}$ ,  $\eta = 8.33 \times 10^{-2} \text{ 1/с}$ . В представленном масштабе температурные профили без кровотока и для скелетных мышц практически совпадают (2 = 3).

турного распределения стремится к ширине источника.

**Расчет акустяркостной температуры.** Временные зависимости акустяркостной температуры, рассчитанные по формуле (2), в случае отсутствия кровотока и при кровотоке как в печени показаны на рис. 4. Для примера показаны 6 реализаций акустяркостной температуры с погрешностью  $\delta T_A = 0.2 \text{ К}$ . Из рис. 4а видно, что акустяркостная температура без кровотока растет линейно, при этом рост максимальной температуры замедляется, однако увеличивается размер нагретой области. Акустяркостная температура определяется интегралом от распределения глубинной температуры (т.е. пропорциональна произведению максимальной температуры на размер нагретой области) и поэтому на данном временном промежутке линейно увеличивается во времени.

**Восстановление температурного распределения.** Первый раз восстановление производилось через 50 с после начала нагрева и повторялось каждые 50 с в течение пяти минут. Если в первый раз были использованы данные только за первые 50 с нагрева, то в дальнейшем это время увеличивалось: во второй раз восстанавливали температуру за 100 с, в третий – за 150 с и т.д. В последнем восстановлении использовались все полученные за 5 мин данные.

Задача восстановления максимальной температуры без кровотока является линейной, и по-



**Рис. 4.** Временные зависимости акустяркостной (1) и максимальной (2) температуры, а также ширины (3, пунктир) нагретой области (а) – без кровотока и (б) – при кровотоке как в печени. Расчетные параметры:  $a^2 = 0.141 \text{ мм}^2/\text{с}$ ,  $x_0 = 25 \text{ мм}$ ,  $d = 4 \text{ мм}$ ,  $\gamma = 0.03 \text{ 1/мм}$ ; без кровотока  $Q = 0.035 \text{ К/с}$ ; печень  $Q = 0.139 \text{ К/с}$ ,  $1.75 \times 10^{-2} \text{ 1/с}$ . На точные значения акустяркостной температуры наложены 6 реализаций с погрешностью  $\delta T_A = 0.2 \text{ К}$ . Показаны погрешности восстановления (стандартные отклонения), рассчитанные по 1000 реализаций. Без кровотока ширина нагретой области определяется без ошибок.

грешность ее решения  $\delta T_{\text{max}}$  пропорциональна выражению  $\delta T_{\text{max}} \sim \delta T_A / \sqrt{\sum t_i^2}$ , где  $t_i$  – моменты измерения акустяркостной температуры. Таким образом, для ее вычисления не требовалось рассчитывать реализации случайного процесса. Тем

не менее, это было сделано для того, чтобы удостовериться в предлагаемом подходе перед его использованием для случая сильного кровотока. Погрешность восстановления температуры показана на рис. 4а. При интегрировании данных за 50 с погрешность составила 0.8 К, за 150 с — снизилась до 0.4 К, при интегрировании за все время измерений — составила 0.25 К.

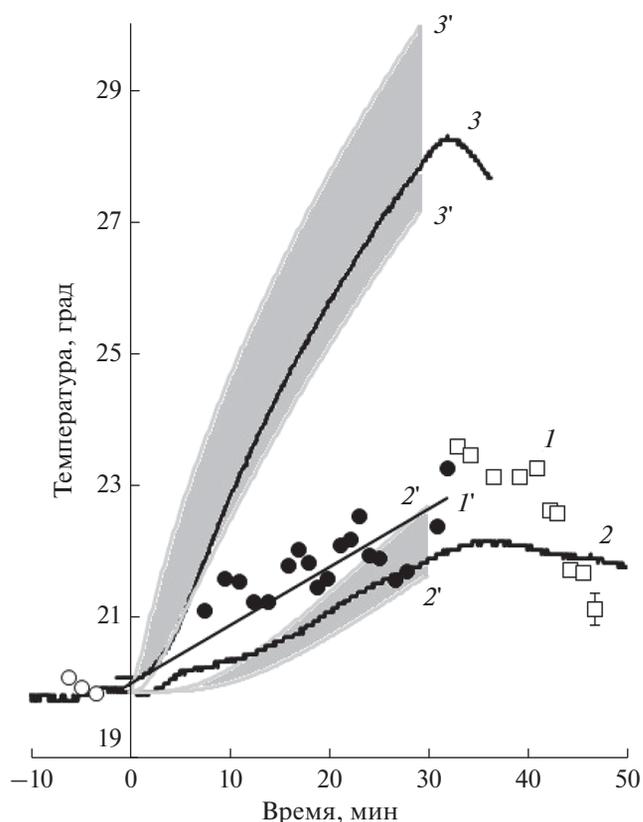
Без кровотока ширина температурного распределения зависит от времени, но при заданном времени не зависит от амплитуды источника. Поэтому восстановленный размер температурного распределения совпадает с исходным.

**Восстановление при кровотоке как в печени.** Задача восстановления максимальной температуры и ширины нагретой области при наличии кровотока является нелинейной и была решена численно. Погрешность восстановления максимальной температуры показана на рис. 4б. При интегрировании данных за 50 с погрешность составила 1.2 К, за 150 с — снизилась до 0.45 К, при интегрировании за все время измерений составила 0.27 К.

**Эксперимент с пластизолом.** Пластизол нагревали в течение 33 мин. Измеренные значения акустостоярковой температуры и данные электронных термометров (до, во время и после нагрева) представлены на рис. 5. Исходная температура пластизола была равна 20.1°C. Отметим, что акустостоярковая температура и температура, измерявшаяся на расстоянии 20 мм от поверхности пластизола (т.е. в 30 мм от центра нагрева), не сразу начали снижаться после окончания нагрева. По результатам измерений был определен коэффициент  $k_3 = 0.0016$  К/с и рассчитана амплитуда источника  $Q = 0.05$  К/с (при  $a^2 = 0.15$  мм<sup>2</sup>/с [13],  $d = 2$  мм,  $x_0 = 50$  мм,  $\gamma = 0.03$  1/мм [13]). С помощью уравнения (1) были рассчитаны временные зависимости температуры в местах расположения электронных термометров: температурные диапазоны в пределах  $\pm 3$  мм показаны на рис. 5. Из графиков видно, что предложенный алгоритм работает.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Из трех параметров источника: глубины залегания, ширины и амплитуды восстанавливался только последний. Это связано с тем, что остальные параметры можно определить предварительно, до начала нагрева. Если нагрев осуществляется с помощью введенного в организм световода, по которому передается ИК излучение, то положение кончика световода контролируется с помощью стандартного медицинского УЗИ. Ширину источника можно измерить предварительно в модельном эксперименте. Теоретически в эксперименте на модели можно измерить и амплитуду источника (в этом случае в предлагаемом алгоритме



**Рис. 5.** Временные зависимости измеренной акустостоярковой температуры (1,  $\circ$  — до,  $\bullet$  — во время,  $\square$  — после нагрева) и показаний электронных термометров, расположенных на расстояниях  $20 \pm 3$  (2) и  $41 \pm 3$  (3) мм от границы пластизола. Расчетные зависимости: аппроксимация акустостоярковой температуры прямой ( $I'$ ), температурные диапазоны (показаны серым цветом) в местах расположения термометров ( $2'$  и  $3'$ ). Погрешность измерения акустостоярковой температуры показана для крайнего правого маркера. 0 — начало, 33 мин — окончание нагрева.

остается только определить кровоток), но реально эта характеристика зависит от состояния кончика световода, от того, с какой тканью он контактирует. При нагреве может образоваться обгоревшая ткань, которая препятствует прохождению излучения из световода в окружающую ткань, что невозможно проконтролировать заранее [19].

Выбор максимальной температуры связан с использованием гипертермии в онкологии. В работе [20] для оценки тепловой дозы в условиях, которые клинически значимы для биологического эффекта, была предложена эталонная температура 43°C. В этом случае тепловая доза, выраженная в минутах, равна времени нагрева.

В качестве параметров восстановления взяты максимальная температура и размер нагретой области. Это связано с тем, что именно эти параметры удобно использовать при контроле гипертермии: врачам, в первую очередь, важна информация о

размере и температуре нагретой области, но не о распределении температуры.

Отметим фундаментальность полученного результата: как известно, по данным об акустояркой температуре в данный момент времени невозможно восстановить температурное распределение — по точке нельзя восстановить функцию. Это можно сделать, если измерена частотная зависимость акустояркой температуры, которая связана с зависимостью коэффициента поглощения от частоты [21]. В данном исследовании проблема решается другим способом: рассматривается временная зависимость акустояркой температуры, и по ней восстанавливаются параметры уравнения теплопроводности. После интегрирования уравнения восстанавливается температурное распределение, меняющееся во времени. Требование, чтобы температура удовлетворяла уравнению теплопроводности, приводит к повышению точности восстановления. Каждый раз (через 50, 100, ..., 300 с) искомые параметры не определяются заново, а лишь уточняются (см. [5, 7]). Практически увеличивается время интегрирования, но при этом не страдает временное разрешение — получать новые результаты можно через любой промежуток времени. Это преимущество достигается за счет требования, чтобы параметры уравнения теплопроводности оставались постоянными. Отметим, что данное требование, вообще говоря, неприменимо к кровотоку — при нагреве ткани он увеличивается. В этом случае необходимо найти неизменный параметр меняющегося кровотока, например, считать, что кровотоки растут линейно [22]. Это является темой отдельного исследования.

Отметим, что форма источника не является критичной для восстановления температуры. Если сравнить источники прямоугольной формы и гауссиан, расположенные на одной глубине, имеющие одинаковую ширину и площадь по кривой источника, то при пятиминутном нагреве, при одной и той же максимальной температуре  $43^{\circ}\text{C}$ , размеры нагретых областей различаются меньше, чем на 1 мм, а акустояркие температуры различаются менее, чем на  $0.03^{\circ}\text{C}$ .

Рассмотрим пределы применимости модели, связанные с граничными условиями. Существенное ограничение — нулевой градиент температуры на границах области. Это означает, что все тепло остается в области, что можно считать справедливым только в начале нагрева. Таким образом, при слабом кровотоке модель можно считать адекватной, пока акустояркая температура растет линейно со временем.

Укажем ограничения модели, связанные с акустической неоднородностью среды. Поглощение ультразвука различно в разных тканях организма. Если изменения коэффициента поглощения кор-

релируют с изменениями температуры, то акустояркая температура меняется. Например, если в нагретой области поглощение больше среднего, то это увеличит акустояркую температуру. Однако, согласно [14] температурная зависимость коэффициента ослабления ультразвука в мягких тканях при температуре  $\sim 37^{\circ}\text{C}$  на частоте  $\sim 2$  МГц практически отсутствует: температурный коэффициент равен  $0 \pm 0.4$  (м К) $^{-1}$ . Если же поглощение не зависит от температуры, то пространственная неоднородность поглощения не приводит к существенным изменениям акустояркой температуры из-за интегрального характера этой характеристики.

В различных мягких тканях организма скорость звука различна. Согласно [14] скорость звука в печени и в мышечной ткани меняется в диапазоне  $1568\text{--}1593$  м/с или на  $\pm 1.6\%$ . Эти вариации скорости приводят к изменению аппаратной функции (диаграммы направленности) приемного устройства, что необходимо учесть в 3D модели.

Отметим иллюстративный характер экспериментальной апробации алгоритма. Условия эксперимента не полностью соответствовали параметрам численного расчета: в шесть раз большее время нагрева; локальный источник — не нагретый слой, параллельный поверхности; наличие отражения от сопротивления, помещенного в пластизол. Однако, задача экспериментальной проверки точности предложенного алгоритма не стояла. Актуальным является использование предложенного подхода к решению 3D обратной задачи, причем с учетом аппаратной функции акустического датчика [23]. Это — тема будущего исследования.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный алгоритм позволяет восстановить температуру и размер нагретой области с точностью, приемлемой для медицинских приложений. Эта точность достигается через две минуты после начала нагрева, после чего температурное распределение можно контролировать практически непрерывно. Этот результат достигается благодаря использованию уравнения теплопроводности. Проведена экспериментальная проверка алгоритма.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 20-02-00759), а также в рамках государственного задания Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН (№ государственной регистрации АААА-А19—119041590070-01).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Winter L., Oberacker E., Paul K., Ji Y., Oezerdem C., Ghadjar P., Thieme A., Budach V., Wust P., Niendorf T. Magnetic resonance thermometry: methodology, pit-

- falls and practical solutions // *Int. J. Hyperthermia*. 2016. V. 32. № 1. P. 63–75.  
<https://doi.org/10.3109/02656736.2015.1108462>
2. Буров В.А., Дариалашвили П.И., Евтухов С.Н., Румянцева О.Д. Экспериментальное моделирование процессов активно-пассивной термоакустической томографии // *Акуст. журн.* 2004. Т. 50. № 3. С. 298–298.
  3. Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В. Экспериментальные исследования особенностей пассивной корреляционной томографии источников некогерентного акустического излучения мегагерцевого диапазона // *Акуст. журн.* 2006. Т. 52. № 5. С. 702–709.
  4. Bowen T. Acoustic radiation temperature for non-invasive thermometry // *Automedica (New York)*. 1987. V. 8. № 4. P. 247–267.  
<http://pascal-francis.inist.fr/vibad/index.php?action=getRecordDetail&idt=7595418> (дата обращения 30.05.2022)
  5. Pennes H.H. Analysis of tissue and arterial blood temperatures in the resting human forearm // *J. Appl. Physiology*. 1948. V. 1. № 2. P. 93–122.
  6. Боровиков И.П., Обухов Ю.В., Боровиков В.П., Пасечник В.И. Новые алгоритмы восстановления сигналов и изображений, моделируемых при помощи дифференциальных уравнений // *Радиотехника и электроника*. 1999. Т. 44. С. 6.
  7. Бограчев К.М., Пасечник В.И. Оценки точности восстановления температуры в пассивной термоакустической томографии // *Акуст. журн.* 1999. Т. 45. № 6. С. 742–752.
  8. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Закарян А.В., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Субочев П.В. Восстановление глубинной температуры методом акустотермометрии с учетом уравнения теплопроводности // *Радиотехника и электроника*. 2015. Т. 60. № 8. С. 855.
  9. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Дворникова М.В., Дворникова В.В., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрическое восстановление профиля глубинной температуры с использованием уравнения теплопроводности // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 5. С. 592–599.
  10. Anosov A.A., Subochev P.V., Mansfeld A.D., Sharakshane A.A. Physical and computer-based modeling in internal temperature reconstruction by the method of passive acoustic thermometry // *Ultrasonics*. 2018. V. 82. P. 336–344.  
<https://doi.org/10.1016/j.ultras.2017.09.015>
  11. Гайкович К.П. Вероятностный подход к результатам совместного решения уравнений переноса излучения и теплопроводности в радиотермометрии // *Изв. вузов. Радиопизика*. 1996. Т. 39. № 4. С. 399–413.
  12. Passechnik V.I. Verification of the physical basis of acoustothermography // *Ultrasonics*. 1994. V. 32. № 4. P. 293–299.  
[https://doi.org/10.1016/0041-624X\(94\)90009-4](https://doi.org/10.1016/0041-624X(94)90009-4)
  13. Maggi L., Cortela G., von Kruger M.A., Negreira C., de Albuquerque Pereira W.C. Ultrasonic Attenuation and Speed in phantoms made of PVCPC and Evaluation of acoustic and thermal properties of ultrasonic phantoms made of polyvinyl chloride-plastisol (PVCPC) // *In IWBBIO*. 2013. P. 233–241.
  14. Duck F.A. Physical properties of tissues: a comprehensive reference book. Academic press, 2013.
  15. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрические данные о кровотоке и теплопродукции в предплечье при физической нагрузке // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 4. С. 539–544.
  16. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Шаракианэ А.С. Динамическая акустотермография // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55. № 4–5. С. 436–444.
  17. Аносов А.А., Беляев Р.В., Вилков В.А., Дворникова М.В., Дворникова В.В., Казанский А.С., Курятникова Н.А., Мансфельд А.Д. Акустотермометрический контроль кисти человека при гипертермии и гипотермии // *Акуст. журн.* 2013. Т. 59. № 1. С. 109–114.
  18. Passechnik V.I., Anosov A.A., Bograchev K.M. Fundamentals and prospects of passive thermoacoustic tomography // *Critical Reviews™ in Biomedical Engineering*. 2000. V. 28. № 3–4.  
<https://doi.org/10.1615/CritRevBiomedEng.v28.i34.410>
  19. Аносов А.А., Сергеева Т.В., Алехин А.И., Беляев Р.В., Вилков В.А., Иванникова О.Н., Казанский А.С., Кузнецова О.С., Лесс Ю.А., Луковкин А.В., Мансфельд А.Д., Обухов Ю.В., Санин А.Г., Шаракианэ А.С. Акустотермометрическое сопровождение лазериндуцированной интерстициальной гипертермии молочной и щитовидной желез // *Биомедицинская радиоэлектроника*. 2008. № 5. С. 67–72.
  20. Sapareto S.A., Dewey W.C. Thermal dose determination in cancer therapy // *Int. J. Radiation Oncology Biology Physics*. 1984. V. 10. № 6. P. 787–800.
  21. Anosov A.A., Kazansky A.S., Subochev P.V., Mansfel'd A.D., Klinshov V.V. Passive estimation of internal temperatures making use of broadband ultrasound radiated by the body // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 137. № 4. P. 1667–1674.  
<https://doi.org/10.1121/1.4915483>
  22. Lakhssassi A., Kengne E., Semmaoui H. Modified Pennes' equation modelling bio-heat transfer in living tissues: analytical and numerical analysis // *Natural Science*. 2010. V. 2. № 12. P. 1375.
  23. Аносов А.А., Шаракианэ А.А., Казанский А.С., Мансфельд А.Д., Санин А.Г., Шаракианэ А.С. Аппаратная функция широкополосного акустотермометрического датчика // *Акуст. журн.* 2016. Т. 62. № 5. С. 616–623.

---

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКИ**

---

УДК 544.638,534.1

**О МЕТОДЕ АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ НА ОСНОВЕ  
ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ**© 2022 г. **Б. П. Шарфарец<sup>а</sup>\*, С. П. Дмитриев<sup>б</sup>, В. Е. Курочкин<sup>а</sup>\*\*, В. А. Сергеев<sup>с</sup>**<sup>а</sup>*Институт аналитического приборостроения Российской академии наук,  
ул. Ивана Черных 31–33, Санкт-Петербург, 198095 Россия*<sup>б</sup>*ООО Биопродукт, Москва, Россия*<sup>с</sup>*АО “АКВАМАРИН”, Барриадная ул. 17, Санкт-Петербург, 198097 Россия*\**e-mail: sharb@mail.ru*\*\**e-mail: lavrovas@yandex.ru*

Поступила в редакцию 02.02.2021 г.

После доработки 27.12.2021 г.

Принята к публикации 25.01.2022 г.

Предложена математическая модель функционирования акустоэлектрического преобразователя, основанного на использовании электрокинетического явления – потенциала течения. Теоретически показано, что потенциал течения растет пропорционально величине напряженности постоянного электрического поля накачки. Это утверждение экспериментально подтверждено. Показано, что описываемый преобразователь обладает переменной чувствительностью. Экспериментально выявлено наличие насыщения в этом процессе, обусловленное физикой процесса – его нелинейностью, а также возникновением режима турбулентного движения жидкости в теле преобразователя. Теория акустоэлектрического преобразователя, основанная на электрокинетическом явлении – потенциал течения, идентична теории электроакустического преобразования, основанной на обратном потенциалу течения электрокинетическом явлении электроосмоса. Измеренная чувствительность преобразователя превосходит чувствительность аналогов. Полученные в работе результаты могут быть использованы в теории и практике конструирования обратимых электроакустических и акустоэлектрических преобразователей.

*Ключевые слова:* акустоэлектрическое преобразование, электрокинетические явления, потенциал течения, гидродинамика потенциала течения, нелинейный режим течения жидкости, накачка энергии, чувствительность электрокинетического микрофона

DOI: 10.31857/S0320791922050112

**ВВЕДЕНИЕ**

Ранее в работах [1–6] рассмотрено электроакустическое преобразование, основанное на таком электрокинетическом явлении (ЭЯ), как электроосмос. Основное отличие от предлагавшихся ранее подобных преобразований (см., например, работу [7], в которой подобные преобразователи названы электрокинетическими преобразователями (ЭКП)) состоит в использовании режима накачки энергии акустических колебаний за счет энергии дополнительно приложенного постоянного электрического поля. По-видимому, впервые в преобразователях, основанных на ЭЯ, схема накачки энергии акустических колебаний постоянным электрическим полем была предложена в патенте [8].

Далее рассматривается разновидность ЭКП – акустоэлектрическое преобразование. Это преобразование рассматривается также при наличии

процесса накачки, аналогичного режиму электроакустического преобразования. Преобразование в этом случае построено на использовании обратного к электроосмосу ЭЯ – потенциала течения (в работе [7] потенциал течения именуется потенциалом протекания). Без режима накачки эта проблема рассмотрена, например, в работе [7, §3]. При наличии накачки в процессе акустоэлектрического преобразования появляются особенности, заключающиеся в том, что в этом случае используются оба ЭЯ – и электроосмос, и потенциал течения. Впервые теоретически с учетом процесса накачки этот вопрос частично был рассмотрен в работе [9]. В настоящей работе кратко приводятся теоретические аспекты, изложенные в [9], а также получены новые теоретические результаты по рассматриваемой теме. В завершение приводятся результаты натуральных экспериментов, подтверждающих справедливость предложенной теории.

## ТЕОРИЯ АКУСТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

### Потенциал течения

Потенциал течения — это явление возникновения разности потенциалов на торцах капилляра (пористого тела) при течении через него жидкости. Основную роль в возникновении этой разности потенциалов играют двойной электрический слой (ДЭС), формирующийся на границе раздела фаз, и его поляризация. Для упрощения рассматривают явление потенциала течения на примере капилляра, электрокинетические процессы в котором подобны процессам в обычной пористой структуре при не очень обременительных допущениях [10, §2.2].

Движение жидкости внутри капилляра, обусловленное внешним механическим воздействием, вызывает конвективное движение ионов ДЭС, что приводит к образованию конвективной разности потенциалов на торцах капилляра. Электрическое поле, порождаемое зарядами, выделяющимися у торцов капилляра, обуславливает электромиграционный ток ионов, направленный навстречу конвективному току. Разность потенциалов на торцах капилляра  $\Delta\phi$ , устанавливающаяся при равенстве конвективного тока и противотока ионов, и определяет величину потенциала течения (подробнее этот процесс описан, например, в [10, §2.5]). Ось цилиндрического капилляра далее полагаем ориентированной вдоль оси  $Oz$ .

Выражение, связывающее величину потенциала течения на торцах капилляра  $\Delta\phi$  с величиной перепада давления на них  $\Delta p$ , получают с помощью системы уравнений термодинамики неравновесных процессов, связывающей потоки и силы в процессах (см., например, [10, с. 10; 11, §15.1.4; 12, §IV.4]):

$$\begin{aligned} Q &= \pi a^2 \bar{V} = \pi a^2 (\Lambda_{11} \Delta p + \Lambda_{12} \Delta \phi), \\ I &= \Lambda_{21} \Delta p + \Lambda_{22} \Delta \phi. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $Q$  — объем жидкости, протекающей через капилляр за единицу времени (поток жидкости);  $\bar{V}$  — среднее по сечению капилляра значение скорости жидкости;  $I$  — величина тока в капилляре (поток электрических зарядов);  $a$  — радиус капилляра; феноменологические коэффициенты  $\Lambda_{11}$ ,  $\Lambda_{12}$ ,  $\Lambda_{21}$ ,  $\Lambda_{22}$  характеризуют соответственно гидродинамическую проницаемость мембраны, скорость осмотического течения, ток течения и электропроводность электролита. Феноменологические коэффициенты удовлетворяют соотношению Онзагера  $\Lambda_{12} = \Lambda_{21}$ . В первом уравнении системы (1) первое слагаемое справа определяет поток среды, вызванный градиентом давления, второе слагаемое определяет электроосмотический поток сре-

ды. Во втором уравнении (1) справа стоит соответственно ток (поток зарядов), вызванный градиентом давления, и ток, вызванный разностью потенциалов на торцах капилляра.

Итоговая зависимость между потенциалом течения  $\Delta\phi$  и перепадом давления  $\Delta p$  на торцах капилляра в условиях тонкого двойного слоя  $ka \gg 1^1$  такова [10, с. 10; 11, с. 516; 12, с. 184 и др.]:

$$\Delta\phi = -\frac{\Lambda_{21}}{\Lambda_{22}} \Delta p = -\frac{\epsilon\epsilon_0 \tilde{\zeta}}{\eta\sigma} \Delta p. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma$  — удельная проводимость жидкости<sup>2</sup>;  $\epsilon$ ,  $\epsilon_0$  — соответственно диэлектрическая проницаемость жидкости и электрическая постоянная;  $\tilde{\zeta}$  — дзета-потенциал;  $\eta$  — динамическая вязкость жидкости;  $\kappa = 1/\lambda$ , где  $\lambda$  — длина Дебая. Соотношение (2) показывает, что потенциал течения не зависит от площади сечения капилляра, а задается только величиной перепада давления. Этот результат подтвержден в многочисленных экспериментах для самых многообразных мембран [11, с. 516].

При переходе от индивидуального капилляра к реальной связнодисперсной системе (мембрана или диафрагма) возникают осложнения, связанные со структурой порового пространства, в котором происходит перенос вещества и электрического тока. Однако описанная закономерность (2) остается справедливой и в этом случае [12, с. 184].

В проведенных выше рассуждениях принималось, что величины  $\Delta\phi$  и  $\Delta p$  не зависят от времени. Согласно [9] при условии, что время релаксации зарядов в жидкости<sup>3</sup> много меньше периодов колебаний переменных величин  $\phi(t)$  и  $p(t)$ , выражение (2) можно записать в виде

$$\Delta\phi(t) = -\frac{\epsilon\epsilon_0 \tilde{\zeta}}{\eta\sigma} \Delta p(t). \quad (3)$$

Преобразование выражения (2) в дифференциальную форму дает [9] выражение

$$\rho_e \left( -\frac{\partial\phi}{\partial z} \right) = \rho_e \frac{\epsilon\epsilon_0 \tilde{\zeta}}{\eta\sigma} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (4)$$

<sup>1</sup> В этом случае скорость осмотического течения в капилляре практически постоянна во всем сечении капилляра и равна скорости осмотического движения Гельмгольца—Смолуховского [10, с. 10].

<sup>2</sup> Отметим, что в условиях тонкого двойного слоя величина  $\sigma$  совпадает с удельной проводимостью дисперсионной жидкости, в противном случае необходимо учитывать еще и поверхностную проводимость, вызванную влиянием двойного слоя (см. [12, с. 183]).

<sup>3</sup> Во всех, даже плохих проводниках время релаксации зарядов необычайно мало. Так, в морской воде время релаксации порядка  $2 \times 10^{-10}$  с; даже в таком плохом проводнике, как дистиллированная вода, оно не более  $2 \times 10^{-6}$  с [13, с. 27].

Здесь  $\rho_e$  – объемная плотность электрического заряда в электролите. В (4) также учтено, что ось капилляра проходит вдоль оси  $z$ .

Обозначим через  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$  значение вектора электрической напряженности, соответствующего потенциалу течения. Из (4) с учетом допущения  $\mathbf{E} = (0, 0, E)$  имеем

$$\rho_e \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \rho_e \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \zeta}{\eta \sigma} \nabla p(\mathbf{x}, t). \quad (5)$$

В случае гармонического процесса  $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{x})e^{-i\omega t}$  и  $p(\mathbf{x}, t) = p(\mathbf{x})e^{-i\omega t}$  с циклической частотой  $\omega$  выражение (5) переписывается в виде

$$\rho_e \mathbf{E}(\mathbf{x}) = \rho_e \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \zeta}{\eta \sigma} \nabla p(\mathbf{x}). \quad (6)$$

В дальнейшем при оперировании с гармоническими процессами в выражениях, подобных выражению (5), будем под переменными полями подразумевать модули соответствующих гармонических полей.

Таким образом, в случае потенциала течения возникает действующая на жидкость объемная сила  $\rho_e \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \zeta}{\eta \sigma} \nabla p$ , которая по форме схожа с объемной (пондеромоторной) силой  $\rho_e \mathbf{E}$ , характерной для процесса электроосмоса (см. правые части в уравнениях движения в работах [1–6]), с тем отличием, что в данном случае в (6) вектор  $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$  – это вектор напряженности электрического поля, отвечающего потенциалу течения  $\varphi$ .

*Анализ процесса накачки для случая акустоэлектрического преобразования. Совместное действие постоянного электрического поля и стороннего акустического поля*

Далее приведем выкладки, поясняющие механизм процесса накачки применительно к акустоэлектрическому преобразованию, когда к торцам капилляра, наполненного жидкостью, одновременно прикладывается постоянное электрическое поле  $\mathbf{E}_0$  и внешнее акустическое поле с давлением  $p_a$ . Анализ процесса при этом будет проведен с помощью уравнения сохранения импульса Навье–Стокса. Как и в [1–6], принимаем его в наиболее общем виде для движения вязкой сжимаемой однородной жидкости

$$\begin{aligned} \rho_\Sigma \left( \frac{\partial \mathbf{v}_\Sigma}{\partial t} + (\mathbf{v}_\Sigma \nabla) \mathbf{v}_\Sigma \right) = \\ = -\nabla p_\Sigma + \eta \Delta \mathbf{v}_\Sigma + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla \nabla \mathbf{v}_\Sigma + \rho_e \mathbf{E}_0 + \mathbf{F}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $\rho_\Sigma = \rho_0 + \rho$ ,  $\mathbf{v}_\Sigma = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}$ ,  $p_\Sigma = p_0 + p$  – соответственно поля плотности, скорости и давления

в жидкости;  $\mathbf{E}_0 = \text{const}$  – вектор напряженности внешнего электрического поля, направленного вдоль оси капилляра;

$$\mathbf{F} = \rho_e \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \zeta}{\eta \sigma} \nabla p(\mathbf{x}, t) \quad (8)$$

– внешняя объемная сила (5), являющаяся источником процесса потенциала течения;  $\zeta$  – объемная вязкость. Индекс 0 соответствует электроосмотическому процессу, источником которого является электрическое поле  $\mathbf{E}_0$ , величины без индекса соответствуют остальным процессам – потенциалу течения, вызванному силой  $\mathbf{F}$ , а также полям, вызванным процессом накачки.

Подставим в (7) значения суммарных полей. Далее примем, что течение в электроосмотическом процессе ламинарное. Тогда уравнение (7) применительно к стационарному электроосмотическому процессу в жидкости внутри капилляра с учетом условия  $\nabla p_0 = 0$  имеет вид (см., например, [4, выражение (19)])

$$\rho_0 (\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v}_0 = \eta \Delta \mathbf{v}_0 + \rho_e \mathbf{E}_0. \quad (9)$$

Акустический процесс в капилляре (а потенциал течения естественно рассматривать как акустический процесс, т.к. он тесно связан в рассматриваемом случае с акустическим полем) описывается в терминах сжимаемой жидкости в линеаризованном виде и уравнение сохранения импульса для него получается подстановкой разложений  $\rho_\Sigma = \rho_0 + \rho$ ,  $\mathbf{v}_\Sigma = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}$ ,  $p_\Sigma = p_0 + p$  в (7) и вычитанием из него (9):

$$\begin{aligned} \rho_0 \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v}_0 \right) = \\ = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla \nabla \mathbf{v} + \mathbf{F}. \end{aligned} \quad (10)$$

К уравнению движения (10) следует добавить стандартное линеаризованное уравнение непрерывности для сжимаемой жидкости

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \mathbf{v} = 0. \quad (11)$$

Уравнение (10) является линейным относительно акустических полей  $\mathbf{v}$  и  $p$ , которые образуются за счет наличия в среде акустического поля  $(\mathbf{v}_a, p_a)$  и, как будет видно ниже, также за счет процесса накачки, возникающего из-за приложения постоянного электрического поля  $\mathbf{E}_0$  (подробнее физика образования поля  $(\mathbf{v}, p)$  будет рассмотрена в следующей работе). В (10) функция  $\mathbf{F}$  определяется выражением (8) по полю давления  $p$ .

Для упрощения уравнения движения жидкости (10) примем допущение о малой толщине двойного слоя на границе раздела жидкости и внутренней поверхности капилляра, что опреде-

ляется неравенством  $ka \gg 1$ . В этом случае (см. сноску<sup>1</sup>) скорость электроосмотического движения жидкости практически во всем сечении капилляра равна скорости осмотического движения Гельмгольца–Смолуховского  $U_{eo}$  [10, с. 10] (здесь в отличие от [10] запись в системе СИ):

$$U_{eo} = E_0 \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \xi}{\eta} = \text{const.} \quad (12)$$

Далее с учетом условия тонкого двойного слоя принимаем допущение о поршневом характере распределения электроосмотической скорости. Тогда имеем в декартовой и цилиндрической системах координат  $\mathbf{v}_0 = (0, 0, U_{eo})$ , что приводит к выражению (см., например, [14, с. 68, 83])  $(\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v} = U_{eo} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}$  или окончательно с учетом (12)

$$(\mathbf{v}_0 \nabla) \mathbf{v} = U_{eo} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v} = E_0 \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \xi}{\eta} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}.$$

Перепишем (10) с учетом последнего равенства, а также очевидного равенства  $\nabla \mathbf{v}_0 \equiv 0$ :

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{v} + \left( \zeta + \frac{\eta}{3} \right) \nabla \nabla \mathbf{v} - \rho_0 U_{eo} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{v}. \quad (13)$$

Полагая процесс потенциальным  $\mathbf{v} = \nabla \Phi$ , как и в [4], приводим последнее уравнение к скалярному виду<sup>4</sup>

$$\rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -p + \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \Delta \Phi - \rho_0 U_{eo} \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (14)$$

Преобразуем уравнение (14) по аналогии с работой [4]. Из уравнения непрерывности (11) и условия баротропности жидкости получаем  $\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho_0 c^2 \nabla \mathbf{v}$ , где  $c$  – скорость звука, или при за-

писи через скалярный потенциал  $\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho_0 c^2 \Delta \Phi$ .

В гармоническом случае с временным фактором  $e^{-i\omega t}$ , сохраняя те же обозначения для амплитуд,

для амплитуды давления  $p$  получаем  $p = \frac{\rho_0 c^2}{i\omega} \Delta \Phi$ .

После этого (14) в случае гармонического процесса приводится к виду

$$-\rho_0 i\omega \Phi = -\frac{\rho_0 c^2}{i\omega} \Delta \Phi + \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \Delta \Phi - \rho_0 U_{eo} \frac{\partial \Phi}{\partial z},$$

а далее представляется в виде неоднородного уравнения Гельмгольца

<sup>4</sup> Отметим, что в случае цилиндрической системы координат, в которой ось  $Oz$  совпадает с осью системы координат, справедлива коммутация операторов [14, с. 84]

$$\frac{\partial}{\partial z} \nabla = \nabla \frac{\partial}{\partial z}.$$

$$\begin{aligned} \Delta \Phi + \frac{i\rho_0 \omega}{\left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) - \frac{\rho_0 c^2}{i\omega}} \Phi &= \\ &= \frac{\rho_0}{\left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) - \frac{\rho_0 c^2}{i\omega}} U_{eo} \frac{\partial}{\partial z} \Phi. \end{aligned} \quad (15)$$

Вводя обозначение для квадрата волнового числа  $k$

$$k^2 = \frac{i\rho_0 \omega}{\left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) - \frac{\rho_0 c^2}{i\omega}} = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\rho_0}{\left( \rho_0 - \frac{i\omega}{c^2} \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \right)}$$

(или  $k = \frac{\omega}{c} / \left( 1 - i\omega \left( \zeta + \frac{4}{3} \eta \right) / \rho_0 c^2 \right)^{1/2}$ ), приводим (15) к виду

$$\Delta \Phi + k^2 \Phi = \frac{k^2}{i\omega} U_{eo} \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (16)$$

Уравнение (16) представляет собой неоднородное уравнение Гельмгольца относительно скалярного потенциала  $\Phi$  скорости  $\mathbf{v}$ , с той особенностью, что в правую часть уравнения (16) входит производная искомой величины  $\frac{\partial \Phi}{\partial z}$ .

Подобные уравнения возникали ранее, в частности, в [4], где отмечалось, что решение таких уравнений сводится к линейному интегральному уравнению с ядром, представляющим собой функцию Грина соответствующего уравнения Гельмгольца. В [4] приведены качественные рассуждения для уравнения типа (16), из которых следует, что с ростом величины электроосмотической скорости  $U_{eo}$  должна расти величина амплитуды  $\Phi$ , а следовательно, и величины амплитуд  $\mathbf{v}$  и  $p$ , т.к. имеют

место зависимости  $\mathbf{v} = \nabla \Phi$ ,  $p = \frac{\rho_0 c^2}{i\omega} \Delta \Phi$ .

Поскольку уравнение (16) линейно, то в рамках справедливости линейной модели (16) все эти величины будут *линейно зависеть* от электроосмотической скорости  $U_{eo}$ . Таким образом, при линейном характере роста распределения амплитуды давления  $p = p(z, U_{eo})$  от электроосмотической скорости  $U_{eo}$  будет линейно расти и градиент давления  $\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial p(z, U_{eo})}{\partial z}$ . Из (4) тогда следует, что линейно будет расти градиент потенциала течения  $-\frac{\partial \Phi(z, U_{eo})}{\partial z}$ . Интегрирование последнего выраже-

ния по координате  $z$  показывает, что с ростом скорости электроосмотического течения модуль потенциала течения будет также расти.

Таким образом, в рамках справедливости линейной модели, описываемой уравнением (16),

при росте электроосмотической скорости  $U_{eo}$  растет величина амплитуды потенциала течения  $\phi$ .

По результатам проведенного выше анализа отметим кратко следующее. Вследствие нелинейности исходной гидродинамической задачи (7) возникает линейная акустическая задача (13) для появляющихся полей давления  $p$  и скорости  $\mathbf{v}$ . Появление поля давления  $p$  ведет к появлению соответствующего ему потенциала течения  $\phi$ , линейно зависящего от скорости электроосмотического течения  $U_{eo}$ .

Отметим также, что в случае отсутствия накачки потенциал течения определяется только давлением  $p$ , порождаемым только внешним давлением  $p_a$ . Как видно из линейного уравнения (13) при  $U_{eo} = 0$  и выражения (4), с ростом внешнего давления  $p_a$  потенциал течения должен изменяться пропорционально ему линейно.

Таким образом, потенциал течения в общем случае определяется как величиной накачки (величиной поля  $\mathbf{E}_0$ ), так и величиной внешнего акустического поля  $p_a$ .

Все отмеченное выше справедливо в случае ламинарного движения жидкости в капилляре (пористой среде), в противном случае в пористой среде в режиме накачки возникают пульсационные паразитные колебания, искажающие характеристики исходного принимаемого акустического поля (см. работу [5], посвященную работе электроакустического преобразователя в турбулентном режиме течения жидкости в пористом пространстве преобразователя). В результате этого возникает паразитная составляющая потенциала течения, искажающая адекватность акустоэлектрического преобразования. В этом легко убедиться, приняв, что стороннее акустическое поле  $p_a$  равно нулю, а в пористой структуре преобразователя вместо него присутствуют только пульсационные составляющие акустического поля, вызванные режимом накачки. Тогда преобразователь зафиксирует только паразитные пульсационные электрические колебания. Забегая вперед, отметим, что при проведении натурального эксперимента по тестированию акустоэлектрического преобразователя на экране спектроанализатора при росте амплитуды постоянного электрического поля, начиная с некоторого ее уровня, помимо дискретной составляющей полезного тестового сигнала начинал появляться сплошной спектр электрических колебаний, отвечающих паразитным пульсационным колебаниям турбулентного режима движения жидкости. Амплитуда этого спектра росла пропорционально росту амплитуды постоянного электрического поля  $\mathbf{E}_0$ . Для рассмотрения подробностей турбулентного режима и природы возникновения паразитных пульсационных колебаний можно обратиться к работе [5].

Сделаем следующее замечание. В работах [15, 16] и др. описан принцип действия акустоэлектрического преобразования, основанный на электрокинетических явлениях не в пористой, а в дисперсной среде (в суспензиях и золях), в которой присутствуют мелкие частицы дисперсной фазы. Приведем цитату из [17, с. 90]: “Если источник гармонического ультразвука находится в контакте с дисперсной системой, то распространение акустической волны приводит к колебательному движению дисперсных частиц и периодическому смещению диффузного заряда ДЭС дисперсных частиц относительно их поверхности. Поэтому у частиц возникает переменный дипольный момент, а в дисперсной системе — градиент переменного электрического поля”.

## НАТУРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

### *О пористой структуре офисной бумаги*

В описанных ниже экспериментах в качестве пористой структуры использовалась офисная бумага формата А4. Пачка бумаги, находящаяся внутри электродов, сжималась по периметру металлическими, пружинными скрепами, образуя тем самым пористую единую сквозную структуру (матрицу). Согласно [18, с. 67] средний радиус пор в различных видах бумаги лежит в пределах от примерно 20 нм для мелованной бумаги до 270 нм для газетной бумаги и 450 нм для фильтровальной бумаги. Пористость бумаги (процентное соотношение объема пор к объему бумаги в целом) лежит в пределах от 43% для мелованной бумаги до 70% для фильтровальной бумаги [18, с. 67]. Остальные бумаги занимают промежуточное положение, как по пористости, так и по размеру пор. С учетом этих данных для офисной бумаги следует ожидать промежуточного размера пор 50–250 нм, притом, что лист бумаги должен иметь сквозные, хаотично расположенные по толщине листа каналы, наполненные воздухом, а следовательно, и сквозные каналы в пачке бумаги, состоящей из нескольких листов. Это подтверждает рис. 1, на котором показан характер строения бумаги (используются данные работы [18, рис. 16, с. 38]). Как видно, волокна целлюлозы ориентированы в листе в направлении отлива бумаги (снизу—вверх). При использовании пачки бумаги (плотно сжатых вместе нескольких листов бумаги) следует ожидать возникновения пористого тела, имеющего сквозные, хаотично расположенные по толщине пачки бумаги каналы с размерами пор, соизмеримыми с размерами пор единичного листа бумаги, т.е. примерно 50–250 нм. Доказательство факта пористости матрицы будет получено в ходе экспериментов, описанных ниже, т.к. сам факт возникновения потенциала течения возможен только в пористой структуре.

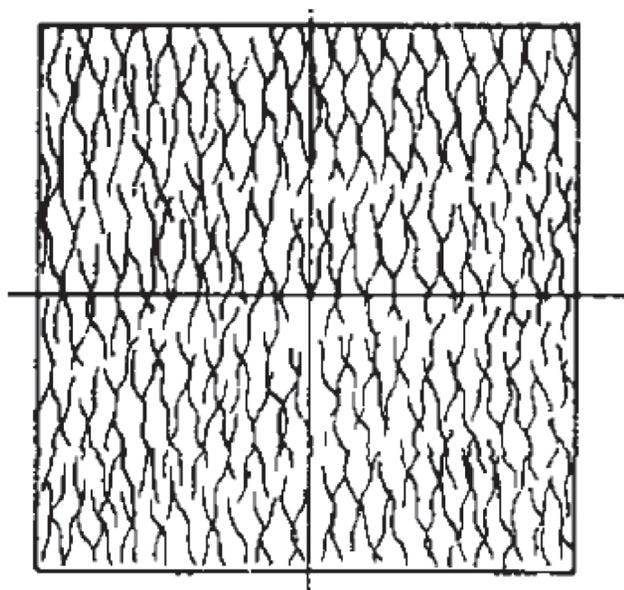


Рис. 1. Ориентация волокна в листе бумаги в направлении отлива.

Прежде чем переходить к описанию натуральных экспериментов, приведем условия, когда полученные выше теоретические результаты для кругового капилляра можно экстраполировать на достаточно широкий класс пористых структур. В §2.2 работы [10] показано подобие системы уравнений электроосмотического течения применительно к капиллярно-пористой среде со сколь угодно сложной геометрией внутренней поверхности системе уравнений для простейших случаев границ (плоскость, плоский слой, капилляр) при выполнении следующих условий:

1. толщина двойного слоя  $\lambda_D$  достаточно мала, а радиусы кривизны внутренней поверхности пор больше некоторой величины, значительно превышающей длину Дебая  $\lambda_D$ , обычно принимаемую за толщину двойного слоя;

2. минимальный линейный размер пор существенно превышает толщину двойного слоя  $\lambda_D$ .

Совокупность этих условий позволяет рассматривать двойной слой на любом участке внутренней поверхности локально как плоский и достаточно тонкий и использовать формулу для электроосмотического скольжения (12). В случае использования в качестве пористой структуры офисной бумаги с размерами пор 50–250 нм при порядке величины длины Дебая  $\lambda_D \sim 10$  нм [11, с. 47], приходим к выводу о правомерности использования приведенных выше теоретических результатов к такой сложной пористой структуре, как пачка офисной бумаги.

В настоящей работе рассматривается формально физический процесс потенциала течения.

Однако, сравнение основных выражений движения при изучении потенциала течения в акустоэлектрическом преобразовании (9), (10) и (13) с выражениями работы [4] (2), (19), (20) при исследовании электроосмотического течения в случае электроакустического преобразования показывает их практически полную схожесть, тем более, что в акустоэлектрическом преобразовании существенную роль играет электроосмотическое течение. Поэтому приведенные выше критерии подобия движения жидкости в сложных капиллярах и в цилиндрическом капилляре остаются в силе.

#### Схема измерений

Измерительная схема состояла из следующих приборов и элементов:

1. Цифровой двухканальный генератор сигналов FY3200S: диапазон настройки частоты синусоидального сигнала 0 Гц–24 МГц; точность настройки частоты синусоидального сигнала  $\pm 5 \times 10^{-6}$  Гц; регулируемая амплитуда выходного сигнала  $\leq 20$  В.

2. Акустическая система (динамик): колонки 2.0 Oklick OK-164 мощностью 30 Вт. Два динамика воспроизводят звук в диапазоне 35–20000 Гц с соотношением сигнал/шум 65 дБ. В экспериментах использовался один динамик.

3. Матрица (описана выше).

4. Спектроанализатор: Agilent Technologies Infini Vision DS07032A Digital Storage Oscilloscope.

5. Шумомер цифровой DT-805: нижний предел измерений 30 дБ; верхний предел измерений 130 дБ; длительность измерения 125 мс; погрешность измерения 1.5 дБ; частотный диапазон 31.5 Гц–8 кГц; разрешающая способность 0.1 дБ.

Схема измерений была следующей:

– гармонический электрический сигнал заданной частоты и уровня со звукового генератора 1 подавался на динамик 2, излучавший акустическое поле;

– акустическое поле принималось матрицей 3, находившейся в зоне Фраунгофера относительно динамика, при этом к электродам матрицы 3 подводилось постоянное электрическое поле  $E_0$  заданной величины;

– на электродах матрицы 3 под воздействием внешнего звукового поля возникало переменное напряжение (потенциал течения);

– переменное напряжение с электродов матрицы подавалось на спектроанализатор 4 (между матрицей и спектроанализатором включалась электрическая схема согласования сопротивления матрицы и спектроанализатора – медиатор);

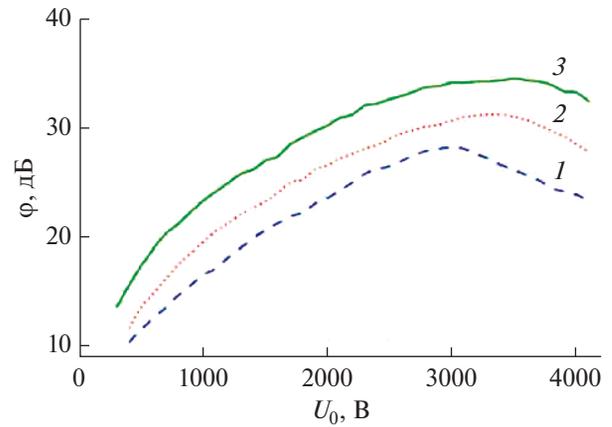
– на спектроанализаторе фиксировался уровень гармонического отклика матрицы в мВ при воздействии на нее излученного динамиком гармонического звукового сигнала;

– уровень звука на апертуре матрицы в Па измерялся шумомером 5 в узкой полосе в окрестностях частоты гармонического звукового сигнала, излученного динамиком.

Таким образом, измерялись две величины, необходимые для расчета чувствительности акустоэлектрического электрокинетического преобразователя: уровень внешнего акустического сигнала на апертуре преобразователя и выходной уровень напряжения преобразователя.

### Эксперименты

В первом эксперименте изучалось влияние накачки на величину потенциала течения. На частоте  $f = 2$  кГц динамик на фиксированном от матрицы расстоянии поочередно излучал акустическое давление  $p_a$  трех различных, фиксированных на апертуре матрицы, уровней  $p_{ai} = 85, 90$  и  $95$  дБ,  $i = 1, 2, 3$  относительно уровня  $20$  мкПа. При каждом фиксированном давлении  $p_{ai}$  снималась зависимость величины потенциала течения  $\varphi_i$  от потенциала  $U_0$  электрического поля  $E_0$ :  $\varphi_i = f(p_{ai}, U_0)$  ( $|E_0| = |U_0|/d$ , где  $d$  – толщина слоя бумаги). Результаты измерений представлены на рис. 2. Кривые 1, 2 и 3 отвечают величине давления на апертуре соответственно 85, 90 и 95 дБ. Величина потенциала течения  $\varphi$  в зависимости от  $U_0$  измерялась в относительных единицах. Из рисунка видна схожесть поведения кривых во всех трех случаях. Вначале потенциал течения растет пропорционально  $U_0$ , затем образуется зона насыщения и, наконец, с ростом  $U_0$  возникает спад потенциала течения  $\varphi$ . Объясняется это возникновением турбулентного режима движения жидкости при некоторых значениях  $U_0$  в пористой структуре матрицы. Из рис. 2 также видно, что чувствительность преобразователя при фиксиро-



**Рис. 2.** Зависимость потенциала течения  $\varphi$  в электрокинетическом звуковом приемнике от величины приложенного постоянного напряжения  $U_0$  при различных значениях величины акустического поля  $p_{ai}$ ,  $i = 1, 2, 3$  на матрице. Кривые 1, 2, 3 соответствует давлениям  $p_{ai} = 85, 90, 95$  дБ.

ванном акустическом поле  $p_{ai}$  – величина переменная и зависит от  $U_0$ .

Во втором эксперименте были рассчитаны величины чувствительности преобразователя. Звук частотой  $1$  кГц имел уровень давления на апертуре преобразователя  $93$  дБ. Чувствительность была замерена при различных уровнях накачки. Результаты измерений сведены в табл. 1.

Чувствительность электрокинетического микрофона оказалась существенно выше, чем у наиболее чувствительных угольного и конденсаторного микрофонов, соответственно  $200$ – $400$  и  $10$  мВ/Па [20, с. 152].

### ВЫВОДЫ

В результате проведенных теоретических и экспериментальных исследований получены следующие результаты. Предложена математическая модель функционирования акустоэлектрического преобразователя, основанного на использова-

**Таблица 1.** Измерение чувствительности электрокинетического микрофона

Давление звука $p$ , Па	Накачка $U_0$ , В	Потенциал течения $\varphi$ , мВ	Чувствительность, мВ/Па
0.893	0	1189	1330
0.893	132	1603	1795
0.893	397	2018	2259
0.893	529	2540	2841
0.893	661	2851	3191
0.893	1322	4027	4507

нии такого электрокинетического явления как потенциал течения. Теоретически показано, что потенциал течения растет пропорционально величине напряженности постоянного электрического поля накачки. Это утверждение получило экспериментальное подтверждение. Кроме того, экспериментально выявлено наличие насыщения в этом процессе, что обусловлено физикой процесса — его нелинейностью и возникновением режима турбулентного движения жидкости в теле преобразователя. Измерена чувствительность электрокинетического микрофона, которая превосходит чувствительность существующих аналогов.

Теория акустоэлектрического преобразователя, основанная на электрокинетическом явлении *потенциал течения*, ожидаемо оказалась идентичной теории электроакустического преобразователя, основанной на обратном потенциалу течения электрокинетическом явлении *электроосмос*.

Полученные в работе результаты могут быть использованы в теории и практике конструирования обратимых электроакустических и акустоэлектрических преобразователей.

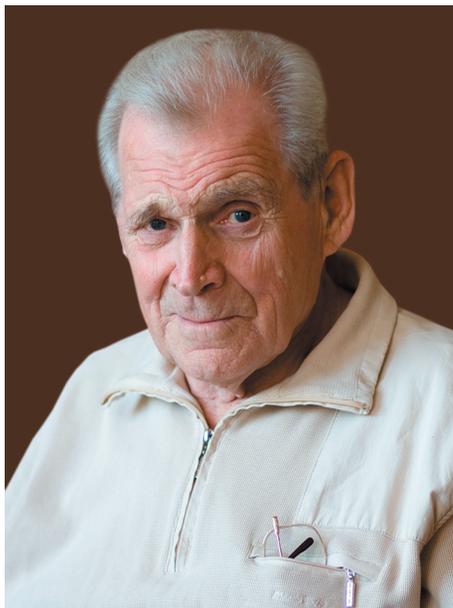
Работа выполнена в ИАП РАН в рамках Государственного задания 075-00780-21-00 по теме № 0074-2020-0013 Министерства науки и высшего образования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сергеев В.А., Шарфарец Б.П.* Об одном новом методе электроакустического преобразования. Теория, основанная на электрокинетических явлениях. Часть I. Гидродинамический аспект // Научное приборостроение. 2018. Т. 28. № 2. С. 25–35.
2. *Сергеев В.А., Шарфарец Б.П.* Об одном новом методе электроакустического преобразования. Теория, основанная на электрокинетических явлениях. Часть II. Акустический аспект // Научное приборостроение. 2018. Т. 28. № 2. С. 36–44.
3. *Курочкин В.Е., Сергеев В.А., Шарфарец Б.П., Гуляев Ю.В.* Теоретическое обоснование нового метода электроакустического преобразования. Линейное приближение // Докл. Акад. наук. 2018. Т. 483. № 3. С. 265–268.
4. *Шарфарец Б.П., Курочкин В.Е., Сергеев В.А., Гуляев Ю.В.* О методе электроакустического преобразования, основанном на электрокинетических явлениях // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 453–462.
5. *Шарфарец Б.П., Курочкин В.Е., Сергеев В.А.* О работе электроакустического преобразователя, основанного на электрокинетических явлениях, при турбулентном режиме движения жидкости // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 5. С. 575–580.
6. *Шарфарец Б.П., Курочкин В.Е., Сергеев В.А., Дмитриев С.П., Телятник С.Г.* Об электроакустическом преобразователе, основанном на использовании электрокинетических явлений. Труды всероссийской акустической конференции. СПб: Политехпресс, 2020. С. 445–450.
7. *Касимзаде М.С., Халилов Р.Ф., Балашов А.Н.* Электрокинетические преобразователи информации. М.: Энергия, 1973. 136 с.
8. *Shishov S.V., Andrianov S.A., Dmitriev S.P., Ruchkin D.V.* Method of converting electric signals into acoustics oscillations and an electric gas-kinetic transducer. United States Patent # US 8,085,957, B2. Dec. 27, 2011.
9. *Шарфарец Б.П.* Реализация приемной антенны на механизме электрокинетического явления “потенциал течения” // Научное приборостроение. 2019. Т. 29. № 2. С. 103–108.
10. *Духин С.С., Дерягин Б.В.* Электрофорез. М.: Наука, 1986. 332 с.
11. *Ролдугин В.И.* Физикохимия поверхности. Долгопрудный: “Интеллект”, 2011. 568 с.
12. *Шукин Е.Д., Перцов А.В., Амелина Е.А.* Коллоидная химия. М.: Высшая школа, 2004. 445 с.
13. *Стрэттон Дж.А.* Теория электромагнетизма. М.-Л.: ОГИЗ, 1948. 539 с.
14. *Гузь А.Н.* Введение в динамику сжимаемой вязкой жидкости. Saarbrücken: LAP Lambert Publ., 2017. 245 с.
15. *Debye P.* A method for the determination of the mass of electrolytic ions // J. Chem. Phys. 1933. V. 1. P. 13.
16. *O'Brien R.W.* Electro-acoustic effects in a dilute suspension of spherical particles // J. Fluid Mech. 1988. V. 190. P. 71–86.
17. *Жуков А.Н.* Электроповерхностные явления в капиллярных и дисперсных системах: Учебное пособие. СПб.: Издательство СПбГУ, 2012. 112 с.
18. *Шахкельдян Б.Н., Загаринская Л.А.* Полиграфические материалы. М.: Книга, 1988. 328 с.
19. *Bruus H.* Theoretical Microfluidics. Oxford University Press, 2008. 346 p.
20. *Физическая энциклопедия. Т. 3. М.: Большая Российская энциклопедия, 1992. 672 с.*

## ПАМЯТИ АНДРЕЯ ВИКТОРОВИЧА ГАПОНОВА-ГРЕХОВА (07.06.1926–02.06.2022)

DOI: 10.31857/S0320791922050094



2 июня 2022 г. на 96-ом году жизни скончался выдающийся ученый и организатор отечественной науки, Герой Социалистического Труда, дважды лауреат Государственной премии СССР, лауреат Государственной премии РФ, лауреат Демидовской премии и Большой золотой медали им. М.В. Ломоносова РАН, почетный гражданин города Нижнего Новгорода академик Андрей Викторович Гапонов-Грехов.

Андрей Викторович относится к тому поколению советских ученых, которые пришли в науку в самые первые послевоенные годы. В 1949 г., после окончания недавно созданного и первого в стране радиофизического факультета Горьковского университета, он поступил в аспирантуру к академику А.А. Андронову. Цикл его работ по общей теории электромеханических систем оказался настолько значимым, что при защите кандидатской диссертации в 1955 г. А.В. Гапонову-Грехову была присуждена степень доктора физико-математических наук.

Выполненные А.В. Гапоновым-Греховым совместно с учениками во второй половине 50-х гг. исследования по динамике волн в нелинейных средах и теории колебаний распределенных си-

стем привели к открытию ударных электромагнитных волн. Эти работы в значительной мере стимулировали развитие в 1960-е и последующие годы таких направлений горьковской (в те годы) радиофизической школы, как нелинейная оптика, нелинейная акустика, динамический хаос и самоорганизация в сложных динамических системах. По всем этим направлениям формировавшаяся в те годы научная школа и в настоящее время занимает лидирующие позиции. Влияние А.В. Гапонова-Грехова на формирование современной радиофизики трудно переоценить. В номинации на Большую золотую медаль им. М.В. Ломоносова РАН, которая была присуждена ему в 2000 г., так и была указано: “за выдающийся вклад в развитие физики колебательных и волновых процессов”.

Одним из наиболее ярких и известных научных достижений А.В. Гапонова-Грехова, раскрывшим в полной мере его талант выдающегося ученого и организатора науки, стало создание на рубеже 1950-х–1960-х гг. теории индуцированного излучения классических нелинейных осцилляторов и разработка на этой основе нового принципа генерации и усиления электромагнитных волн, что привело возглавляемый им коллектив к созданию электронных приборов нового типа — мазеров на циклотронном резонансе. Эти приборы, получившие затем название гиротронов, являются наиболее мощными из известных генераторов и усилителей когерентного излучения в широком диапазоне сантиметровых–субмиллиметровых длин волн и давно уже стали “визитной карточкой” нижегородской радиофизики. В этой работе Андрею Викторовичу удалось осуществить и создание пионерской теории, и постановку ключевых экспериментов, и конструирование самих приборов. Созданные под его руководством источники электромагнитного излучения нашли разнообразные применения, среди которых — нагрев плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза, плазмохимические технологии создания и обработки материалов, радиолокация. Работы по созданию и внедрению мощных микроволновых источников были трижды удостоены Государственных премий СССР и России.

Пионерские результаты А.В. Гапонова-Грехова быстро получили известность и признание в

научном сообществе. В 1964 г. он был избран членом-корреспондентом, в 1968 г. — действительным членом АН СССР.

Обладая исключительно широким научным кругозором и даром научного предвидения, А.В. Гапонов-Грехов всегда стремился к исследованию все новых направлений физики волновых и колебательных процессов, включая как разработку фундаментальных основ перспективных научных направлений, так и реализацию их прикладного потенциала. В полной мере подобный сплав теории и практики был осуществлен при создании в 1977 г. Института прикладной физики АН СССР, в самом названии которого нашло отражение стремление Андрея Викторовича к органичному объединению фундаментальных и прикладных исследований широкого профиля. Академик А.В. Гапонов-Грехов возглавлял ИПФ РАН на протяжении четверти века, под его руководством институт быстро превратился в один из ведущих физических институтов страны. К примеру, на страницах “Акустического журнала” регулярно публикуются работы сотрудников ИПФ РАН по целому ряду направлений современной акустики, включая акустику океана и гидроакустику, нелинейную акустику, виброакустику, сейсмоакустику, акустику биологических сред, и это только часть научного профиля института

Являясь на протяжении многих лет лидером крупной и продуктивной научной школы — нижегородской школы радиофизики, и хорошо понимая важность для отечественной науки такого характерного для нее феномена, как научные школы, А.В. Гапонов-Грехов стал одним из инициаторов организации в середине 1990-х гг. государственной программы поддержки ведущих научных школ России. Во многом благодаря личным усилиям и высочайшему авторитету Андрея Викторовича не только в научной среде, но и во властных структурах, эта программа обрела статус программы Президента РФ и под его председательством стала одним из значимых инструментов поддержки российской науки в непростое для нее время.

Менее известен широкой научной общественности, но также высоко значим вклад А.В. Гапонова-Грехова в решение научных проблем Военно-морского флота. В 1967 г. при Президиуме АН СССР был создан Научный совет по комплексной проблеме “Гидрофизика” — уникальный орган, координирующий научно-технические исследования и разработки по всему спектру задач гидрофизики, важных для развития Военно-морского флота, или, как выражался сам Андрей Викторович, — “морских дел”. В 1987 г. Андрей Викторович сменил академика А.П. Александров-

ва на посту председателя Совета и возглавлял его на протяжении последующих 25 лет. Уровень и широта Андрея Викторовича как ученого, его способность выделить узловую проблему и предложить нестандартные подходы к ее решению, талант человеческого общения позволили ему эффективно организовать совместную работу институтов РАН и промышленных предприятий по целому ряду направлений, актуальных для корабельной акустики и Флота. Не касаясь многих из них, отметим те, которые непосредственно связаны с исследованиями и разработками в области акустики.

Во многом по инициативе А.В. Гапонова-Грехова в 1970—1980-х гг. началось активное освоение низкочастотного диапазона звуковых волн для диагностики океана. В прикладном аспекте эта тематика получила название “освещение подводной обстановки”, хотя этим термином не исчерпываются все возможные приложения акустических методов и технологий зондирования толщи океана на больших дистанциях (известный пример тому — серия пилотных российско-американских проектов по акустической термометрии океана, выполненных с участием ИПФ РАН). Еще одно “морское дело”, которое Андрей Викторович всегда отмечал среди наиболее приоритетных, связано с проблемой снижения шумности подводных кораблей. Под его научным руководством был выполнен ряд основополагающих работ в этом направлении, в результате которых сформировалось принципиально новое направление в подводном кораблестроении — акустическое проектирование.

На протяжении всей своей разносторонней деятельности А.В. Гапонов-Грехов уделял большое внимание работе с академическими научными изданиями, в том числе, с “Акустическим журналом”, членом редакционного совета которого он был до конца своих дней.

Как было сказано в одной из его юбилейных персоналий, “академик А.В. Гапонов-Грехов — не просто выдающийся ученый, но настоящее достояние российской науки, которым отечественное и мировое научное сообщество может по праву гордиться”. Эта оценка в полной мере отражает ту роль, которую академик А.В. Гапонов-Грехов сыграл в развитии отечественной науки, и потому особенно трудно осознавать, что об Андрее Викторовиче нам придется говорить теперь в прошедшем времени. Благодарная память об этом выдающемся ученом и человеке навсегда сохранится в наших сердцах.

*Редакционная коллегия*