

СОДЕРЖАНИЕ

Том 84, номер 6, 2021

ЯДРА

Эксперимент

Аппроксимация дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода

А. А. Галюзов, М. В. Косов

462

Теория

Изучение октупольной деформации изотопов радия в приближении Хартри–Фока–Боголюбова с силами Скирма

В. И. Куприков, В. Н. Тарасов

482

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

Эксперимент

Аномалия в спектре ядер галактических космических лучей в оливинах из метеоритов

Г. В. Калинина, Тан Найнг Со, Н. И. Старков

490

Исследование скрытых помещений Свято-Троицкого Данилова монастыря методом мюонной радиографии

А. Б. Александров, С. Г. Васина, В. И. Галкин, Л. А. Гончарова, А. С. Коновалов, Н. С. Коновалова, П. С. Королев, А. А. Ларионов, И. А. Мельниченко, А. К. Манагадзе, Н. М. Окатьева, Н. Г. Полухина, Т. М. Роганова, Ж. Т. Садыков, Н. И. Старков, Е. Н. Старкова, В. Э. Тюков, М. М. Чернявский, В. И. Шевченко, Т. В. Щедрина

496

Идентификация многозарядных ионов с помощью детекторов на основе фосфатного стекла

Л. А. Гончарова, Н. С. Коновалова, Н. М. Окатьева, Н. Г. Полухина, Ж. Т. Садыков, Н. И. Старков, Е. Н. Старкова, М. М. Чернявский, Т. В. Щедрина

502

Анализ распределений поперечных импульсов заряженных частиц в $p + p$ -соударениях в интервале энергий $(s_{nn})^{1/2} = 2.76\text{--}7$ ТэВ на БАК

Б. Ш. Абдиев, Э. Х. Бозоров, Х. К. Олимов, Б. С. Юлдашев

509

Теория

Влияние электрослабых поправок на форму Z -резонанса в процессе рождения нейтрино

В. А. Зыкунов

524

Расчет двухбозонного обмена с комплексными массами

В. А. Зыкунов

535

АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ИЗОТОПОВ ВОДОРОДА

© 2021 г. А. А. Галюзов^{1)*}, М. В. Косов^{1)**}

Поступила в редакцию 21.05.2021 г.; после доработки 21.05.2021 г.; принята к публикации 24.05.2021 г.

Дифференциальные сечения упругого рассеяния изотопов водорода используются при моделировании установок, в которых инициируются реакции синтеза, и в астрофизических приложениях. На основе теории прямых ядерных реакций в области низких энергий получены аппроксимации экспериментальных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода с учетом интерференции амплитуд электромагнитного и сильного взаимодействия.

DOI: 10.31857/S0044002721060040

1. ВВЕДЕНИЕ

Моделируя упругое ион-ионное рассеяние при низких энергиях, обычно предполагают, что из-за кулоновского барьера вклад ядерной амплитуды в сечение рассеяния мал по сравнению с вкладом электромагнитной амплитуды, поэтому ограничиваются использованием формулы Резерфорда для описания его углового распределения. Это справедливо для тяжелых ядер, но в случае рассеяния изотопов водорода при энергиях даже порядка сотни кэВ дифференциальное сечение упругого рассеяния на большие углы отличается от резерфордовского, поскольку сильное взаимодействие вносит заметный вклад в сечение, что существенно, например, в случае моделирования обратного пыления из мишени при ее облучении ускоренными ионами водорода. Для уточнения моделирования процессов рассеяния в мишенях нейтронных генераторов необходимо было провести аппроксимацию экспериментальных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода в рамках единой модели при энергиях от сотни кэВ до десятков МэВ.

Для описания угловых распределений сечений традиционно используют оптические модели [1], зависящие от большого числа параметров: как самого оптического релятивистски не инвариантного потенциала, так и радиального распределения плотности ядра, однако трудность учета начального взаимодействия (ISI — initial state interaction) на расстояниях, где оптическая модель еще неприменима, и конечного взаимодействия (FSI — final

state interaction), где она уже неприменима, не позволяет провести аппроксимацию с единым распределением плотности нуклонов в ядре. В еще большей мере ограничения применимости оптических моделей возникают для рассеяния малонуклонных систем, в которых трудно говорить об оптическом потенциале взаимодействия. Помимо использования оптических моделей для описания дифференциальных сечений ядерных реакций широко применяется метод фазового анализа [2, 3]. Однако не удается найти плавную энергетическую зависимость параметров фазового анализа, да и формулы фазового анализа весьма громоздки, а иногда и неоднозначны. В данной работе в качестве теоретической основы для параметризации дифференциальных сечений упругого рассеяния была выбрана теория прямых ядерных реакций (ТПЯР) [4, 5], основанная на использовании релятивистски инвариантных мандельштамовских переменных [4, 6], а также амплитуд и фаз соответствующих им каналов ядерного рассеяния. Взаимодействия в начальном и конечном состояниях в этой модели аппроксимируются в виде гладких аналитических функций, зависящих от энергии реакции в системе центра масс. Эти взаимодействия на больших расстояниях естественно включаются в s -канальные амплитуды, а в амплитудах периферических t - и u -каналов взаимодействий, учитывающих вершинные формфакторы и пропагаторы обменных частиц, они учитываются в виде коэффициентов, зависящих от энергии реакции в системе центра масс T_{CM} . Ввиду своей простоты при меньшем, чем в оптических моделях и методе фазового анализа, числе параметров для аппроксимации экспериментальных данных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода был выбран ТПЯР-подход, который хорошо зарекомендовал

¹⁾Всероссийский Научно-исследовательский институт атомтики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия.

*E-mail: AAGaluzov@vniia.ru

**E-mail: Kosov@vniia.ru

себя при описании (α, n) -реакций [7]. Предварительное применение ТПЯР-аппроксимации с использованием только s -канала сильного взаимодействия было проведено в работе [8].

Кулоновский барьер реакции определяется энергией Гамова [9, 10]

$$E_g = 2\mu (\pi\alpha z Z)^2, \quad (1)$$

где приведенная масса $\mu = \frac{mM}{\sqrt{s}} \approx \frac{mM}{m+M}$, m , M и z , Z — массы и заряды налетающей частицы и ядра-мишени, α — постоянная тонкой структуры, мандельштамовская переменная s , имеющая смысл квадрата полной энергии реакции в системе центра масс, рассчитывается как $s = m^2 + 2(m + T_{LS})M + M^2 \approx (m + M)^2$, а T_{LS} — кинетическая энергия налетающей частицы в лабораторной системе. Для реакции упругого pp -рассеяния $E_g = 0.493$ МэВ, для pd -рассеяния — 0.658 МэВ, для pt -рассеяния — 0.74 МэВ, для dd -рассеяния — 0.986 МэВ, для dt -рассеяния — 1.183 МэВ и для tt -рассеяния — 1.477 МэВ.

Энергия Гамова используется в так называемом факторе Гамова [10], подавляющем сечения сильного взаимодействия при уменьшении энергии

$$P = \frac{1}{T_{CM}} \exp\left(-\sqrt{\frac{E_g}{T_{CM}}}\right), \quad (2)$$

где величина $\exp\left(-\sqrt{\frac{E_g}{T_{CM}}}\right)$ описывает проницаемость кулоновского барьера, а кинетическая энергия в системе центра масс T_{CM} связана с энергией T_{LS} частицы (m), налетающей в лабораторной системе на ядро-мишень (M), соотношением

$$T_{CM} = T_{LS} M \frac{m+M}{s} \approx T_{LS} \frac{M}{m+M}. \quad (3)$$

Приближенные выражения для μ , s и T_{CM} приведены в нерелятивистском пределе. При аппроксимации на основе ТПЯР используются точные выражения, позволяющие экстраполировать полученные формулы и в область больших энергий. В случае нерелятивистского рассеяния тождественных частиц из (3) следует часто используемое $T_{CM} = T_{LS}/2$.

Для того чтобы рассчитать полную амплитуду рассеяния, необходимо знать выражение электромагнитной (резерфордовской) амплитуды рассеяния налетающего ядра на ядре-мишени. Амплитуду резерфордовского рассеяния можно определить как

$$A_R = \frac{B_R}{|t|}, \quad (4)$$

где $B_R = 16\pi m M \alpha z Z$. Поскольку A_R в системе единиц, где $\hbar = c = 1$, — величина безразмерная,

фактор B_R имеет размерность квадрата массы. Для того чтобы сравнивать резерфордовскую константу с безразмерными энергетически зависимыми коэффициентами сильных амплитуд, рассматривается безразмерный резерфордовский коэффициент $C_R = \frac{B_R}{m_{\pi^0}^2} = 16\pi\alpha z Z \frac{mM}{m_{\pi^0}^2}$, где m_{π^0} — масса π^0 -мезона, так что

$$A_R = \frac{C_R}{|t|/m_{\pi^0}^2}. \quad (5)$$

Дифференциальное сечение резерфордовского рассеяния полностью ионизированных ядер определяется выражением [11]

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{CM}} = \left(\frac{2\mu\alpha z Z}{t}\right)^2 (\hbar c)^2. \quad (6)$$

Резерфордовское сечение упругого рассеяния тождественных частиц с массой m , зарядом z и спином S имеет вид [12]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_R}{d\Omega_{CM}} &= \left(\frac{2\mu\alpha\hbar c z^2}{t}\right)^2 \times \\ &\times \left(1 + \text{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} + \frac{(-1)^{2S}}{S + \frac{1}{2}} \text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \times \right. \\ &\left. \times \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Первый член в (7) соответствует вкладу в дифференциальное сечение t -канального рассеяния, второй — симметричного первому u -канального рассеяния, а третий — их интерференции. Более подробно кинематические переменные этой формулы приведены в [8]. Если в [8] формула (7) применялась только для тождественных протонов со спином $S = \frac{1}{2}$, т.е. интерференция была деструктивной, то в этой работе она применяется и к dd - ($S = 1$, конструктивная интерференция), и к tt -рассеяниям ($S = \frac{1}{2}$).

При ТПЯР-аппроксимации s -канальное рассеяние с комплексной амплитудой

$$A_s = B_s e^{i\phi_s} \sqrt{P}, \quad (8)$$

где P определено формулой (2), и ϕ_s отсчитывается от чисто упругой резерфордовской амплитуды, соответствует изотропному распаду промежуточной компаунд-системы. Фактор \sqrt{P} выделялся, чтобы уменьшить степень зависимости амплитуды от энергии и аппроксимировать B_s гладкой дробно-рациональной функцией, широко применяемой в численных методах, поскольку дополнительные аналитические свойства и их учет методом Чини–Лоэба [13] позволяет находить единственные решения. Описание t -канального рассеяния осуществлялось периферической диаграммой

с t -канальным обменом фотоном (резерфордовское рассеяние) или пионом (однопионный обмен). Вклад пропагатора пиона t -канального взаимодействия выделялся в аппроксимации в виде

$$A_t = \frac{B_t e^{i\phi_t} \sqrt{P}}{1 + |t|/m_{\pi^0}^2}. \quad (9)$$

В резерфордовской амплитуде и амплитуде t -канального пионного обмена формфакторы ядер не учитывались, поскольку рассматривались легчайшие ядра — изотопы водорода. Вклад u -канального рассеяния с обменом ядерным фрагментом в ТПЯР представляется как

$$A_u = \frac{B_u \sqrt{P} e^{i\phi_u}}{(1 + (|t_{\max}| - |t|)/\mu_u^2) (1 + (|t_{\max}| - |t|)/\mu_{uf}^2)}. \quad (10)$$

Здесь μ_u — очень большая величина, приблизительно равная массе обменного ядерного фрагмента, — при pd - и dt -рассеяниях это масса нейтрона, а при pt -рассеянии — масса двух нейтронов, поэтому первый член в знаменателе (10) может отличаться от единицы только при высоких энергиях. Зато второй член соответствует вершинному формфактору, который определяется ψ -функцией обменного ядерного фрагмента в большом из рассеиваемых ядер. Параметр μ_{uf} рассматривался как свободный параметр аппроксимации, не зависящий от энергии реакции.

Большая часть экспериментальных данных дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода при различных значениях кинетической энергии налетающих частиц бралась из базы ядерных данных EXFOR [14]. Данные были представлены в виде $(\theta, \frac{d\sigma}{d\Omega})$, где θ — угол рассеяния в градусах, а $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ — дифференциальное сечение в мбн/ср. Угол рассеяния θ мог быть представлен как в лабораторной системе, так и в системе центра масс. Дифференциальное сечение упругого рассеяния $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ в различных работах также давалось как в системе центра масс, так и в лабораторной системе. В связи с этим необходимо было переводить величины из лабораторной системы в систему центра масс.

В случае рассеяния различных частиц углы рассеяния в системе центра масс и в лабораторной системе связаны получающимся из общеизвестного выражения $\operatorname{tg} \theta_{LS} = \frac{\sin \theta_{CM}}{\gamma \cos \theta_{CM} + a}$ соотношением

$$\begin{aligned} \cos \theta_{CM} &= \\ &= \frac{-a\gamma \operatorname{tg}^2 \theta_{LS} \pm \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_{LS} (\gamma^2 - a^2)}}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta_{LS}}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\gamma = \frac{E_{LS} + M}{\sqrt{s}}$, $a = \sqrt{(\frac{m}{M})^2 + \frac{p_{LS}^2}{s}}$, а $E_{LS} = m + T_{LS}$ и p_{LS} — полная энергия и импульс налетающего ядра в лабораторной системе. Т.е. одному

и тому же углу в лабораторной системе соответствуют два угла рассеяния в системе центра масс, которые разделяются в лабораторной системе по энергии рассеянных частиц. При рассеянии тождественных частиц в (11) следует брать только знак “+” перед корнем. Условие неотрицательности подкоренного выражения в нерелятивистском пределе приводит к классическому результату [11]: при $m > M$ максимальный угол рассеяния в лабораторной системе составляет $\theta_{LS}^{\max} = \arcsin \frac{M}{m}$.

Для перевода в систему центра масс дифференциального сечения $\frac{d\sigma}{d\Omega_{CM}} = \frac{d\sigma}{d\Omega_{LS}} \frac{d \cos \theta_{LS}}{d \cos \theta_{CM}}$ использовалось соотношение

$$\begin{aligned} \frac{d \cos \theta_{LS}}{d \cos \theta_{CM}} &= \\ &= \frac{\gamma + a \cos \theta_{CM}}{(1 - \cos^2 \theta_{CM} + (\gamma \cos \theta_{CM} + a)^2)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (12)$$

В случае рассеяния нерелятивистских тождественных частиц связь углов рассеяния в системе центра масс и лабораторной системе задается соотношением $\theta_{CM} = 2\theta_{LS}$, и выражение (12) упрощается до [15]

$$\frac{d \cos \theta_{LS}}{d \cos \theta_{CM}} = \frac{1}{4} \sec \theta_{LS}. \quad (13)$$

В случае, если какие-либо из величин были приведены в лабораторной системе, по ним вычислялись значения $(\cos \theta_{CM}, \frac{d\sigma}{d\Omega_{CM}})$ и получались наборы релятивистски инвариантных величин $(-t, \frac{d\sigma}{dt})$. В статье получены аппроксимации угловых распределений сечений рассеяния различных изотопов водорода только для упругих pd -, pt - и dt -рассеяний. Поскольку аппроксимация ведется в системе центра масс, то дифференциальные сечения dp -, tp - и td -рассеяний совпадают с ними в системе центра масс как сечения в антилабораторной системе.

2. АППРОКСИМАЦИЯ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ
УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ИЗОТОПОВ
ВОДОРОДА

2.1. Аппроксимация дифференциального сечения
упругого pp -рассеяния

В процессе аппроксимации на основе ТПЯР дифференциальных сечений упругого pp -рассеяния было установлено, что вплоть до кинетических энергий налетающего протона примерно 500 МэВ они хорошо описываются при использовании одного лишь s -канала упругого ядерного рассеяния, без использования периферического t -канального рассеяния.

Для рассеяния протонов с зарядом $z = 1$ и спином $S = \frac{1}{2}$ согласно (7) получается следующее выражение дифференциального сечения:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{CM}} = \left(\frac{2\mu\alpha\hbar c}{t}\right)^2 \times \quad (14)$$

$$\times \left(1 + \operatorname{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \times\right.$$

$$\left. \times \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)\right).$$

Принимая во внимание (4), амплитуду резерфордовского pp -рассеяния можно представить в виде

$$A_{R\text{ tot}}^{p-p} = A_R \sqrt{1 + \operatorname{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} - \operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\operatorname{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)}, \quad (15)$$

которая и использовалась в качестве резерфордовской амплитуды при аппроксимации.

Запишем действительную и мнимую части полной амплитуды упругого pp -рассеяния A , в которой интерферируют ее электромагнитная и сильная составляющие, в виде

$$\operatorname{Re}(A) = A_{R\text{ tot}}^{p-p} + A_s \cos(\phi_s), \quad (16)$$

$$\operatorname{Im}(A) = A_s \sin(\phi_s), \quad (17)$$

где в выражении (16) для $\operatorname{Re}(A)$ первый член соответствует амплитуде резерфордовского рассеяния, а члены с A_s в (16), (17) обозначают вклад s -канальной амплитуды рассеяния. Амплитуда s -канального рассеяния рассчитывалась по формуле (8), в которой аппроксимировалась величина $B_s(T_{CM})$ с размерностью МэВ $^{\frac{1}{2}}$. Чтобы учесть дополнительное резкое падение фактора Гамова при уменьшении энергии, надо домножить $B_s(T_{CM})$ на \sqrt{P} . Тогда получится безразмерная величина $C_s(T_{CM}) = B_s(T_{CM})\sqrt{P}$, которую можно сравнивать с безразмерным резерфордовским коэффициентом C_R в (5).

Зависимости $C_s(T_{CM})$ и $\phi_s(T_{CM})$ показаны на рис. 1. Штрихпунктирной кривой показана аппроксимация в нашей предыдущей работе [8], где при фитировании экспериментальных данных вычленялся не фактор Гамова, а лишь проникаемость кулоновского барьера реакции в виде $\exp(-\sqrt{E_g/T_{CM}})$. Горизонтальными штриховыми

линиями на рисунках аппроксимации фазы здесь и далее изображаются значения, кратные $\pi/2$, где значения фазы $2n\pi$ соответствуют конструктивной, $(2n+1)\pi$ — деструктивной интерференции, а $(n+\frac{1}{2})\pi$ — ее отсутствию. Как видно из рисунка, отличия двух аппроксимаций в области низких энергий незначительны, но в новой аппроксимации мы учли данные выше энергии 100 МэВ, и это значительно изменило ее экстраполяцию к большим энергиям. Расширение энергетического диапазона было связано с тем, что фазовый анализ допускает изотропное сильное S -волновое рассеяние [16] только до энергии 1 МэВ [17, 18]. В случае же ТПЯР-аппроксимации оказалось, что с учетом изменяющейся фазы интерференции изотропного рассеяния с резерфордовским, которая из деструктивной с увеличением энергии становится все более конструктивной, изотропного s -канального рассеяния оказывается достаточно для аппроксимации сечений упругого pp -рассеяния даже при энергиях выше 100 МэВ. Как видно из (15), из-за интерференционного члена резерфордовская амплитуда помимо очевидной пропорциональности $\frac{1}{|t|}$ в A_R имеет дополнительную зависимость от угла рассеяния. Чтобы ее исключить, будем сравнивать сильную и электромагнитную амплитуды при угле рассеяния $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$. Тогда тангенс в (15) обращается в 1, логарифм — в 0, и косинус — в 1. На рис. 1а точечная кривая соответствует величине C_R в (5), умноженной на квадратный корень из (15) с косинусом, равным 1. Видно, что при 100 кэВ

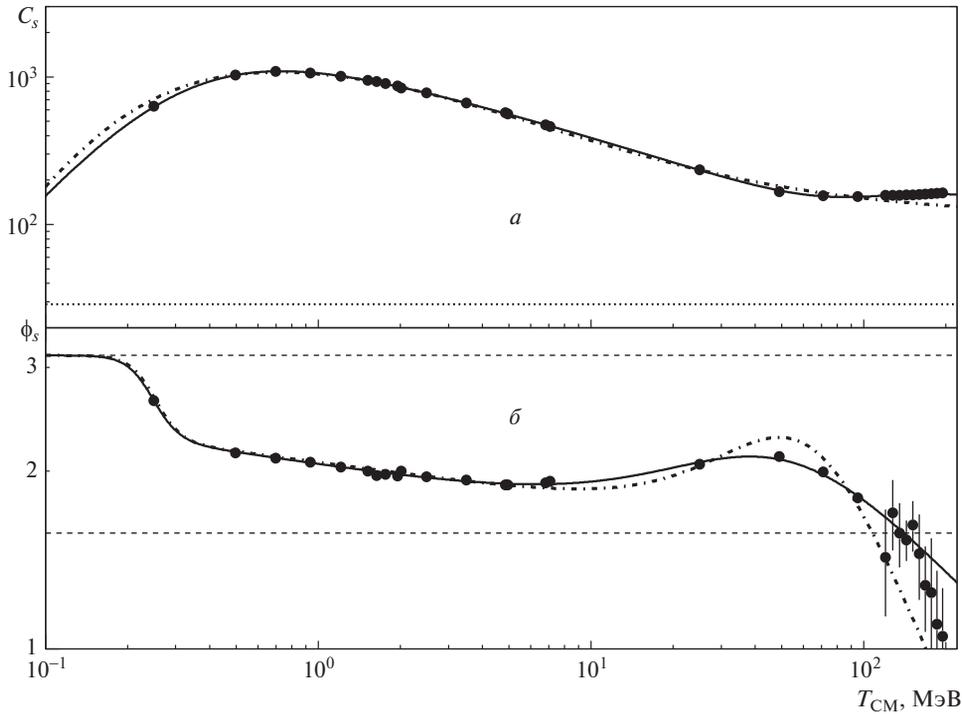


Рис. 1. Зависимости амплитудного коэффициента $C_s = B_s \sqrt{P}$ (а) и фазы ϕ_s (б) s -канальной амплитуды от энергии T_{CM} . Штрихпунктирной кривой показана аппроксимация работы [8]. Точечная прямая на рис. 1а обозначает величину C_R для $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$.

сильная амплитуда при рассеянии на угол $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$ остается еще в 5 раз больше, чем резерфордская амплитуда, т.е. при важности рассеяния на большие углы, например, в случае моделирования пыления из мишени, сильное взаимодействие ионов существенно даже при самых малых энергиях. Заметим, что в случае pp -рассеяния интерференция в (15) деструктивна, что снижает амплитуды

резерфордского рассеяния. Такой же эффект снижения резерфордской амплитуды будет и для tt -рассеяния, а для dd -рассеяния интерференция будет конструктивной, и резерфордская амплитуда может приблизиться к сильной амплитуде, что и будет продемонстрировано.

Коэффициент B_s аппроксимировался в виде:

$$B_s = \frac{2840 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{90} \right)^{2.72} \right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{6.83} \right)^{0.2} \right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{129} \right)^{2.52} \right) \left(1 + \left(\frac{0.35}{T_{CM}} \right)^2 \right)}. \tag{18}$$

Фаза s -канала описывалась функцией

$$\phi_s = \frac{\pi \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.25} \right)^{8.93} \right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{33} \right)^{1.55} \right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.241} \right)^9 \right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{46.2} \right)^{1.94} \right)}. \tag{19}$$

Величина T_{CM} в этих формулах измеряется в единицах МэВ. Заметим, что в аппроксимации фазы

сделано предположение чисто деструктивной фазы при самых малых энергиях, где вклад сильного взаимодействия пренебрежимо мал. Кроме того, для описания фазы при самых малых энергиях было введено целых четыре параметра (первые скобки в числителе и знаменателе).

На рис. 2 аппроксимация дифференциального сечения упругого pp -рассеяния (сплошная кривая), полученная по формулам (16), (17), в которых использованы параметрические зависимости (18) и

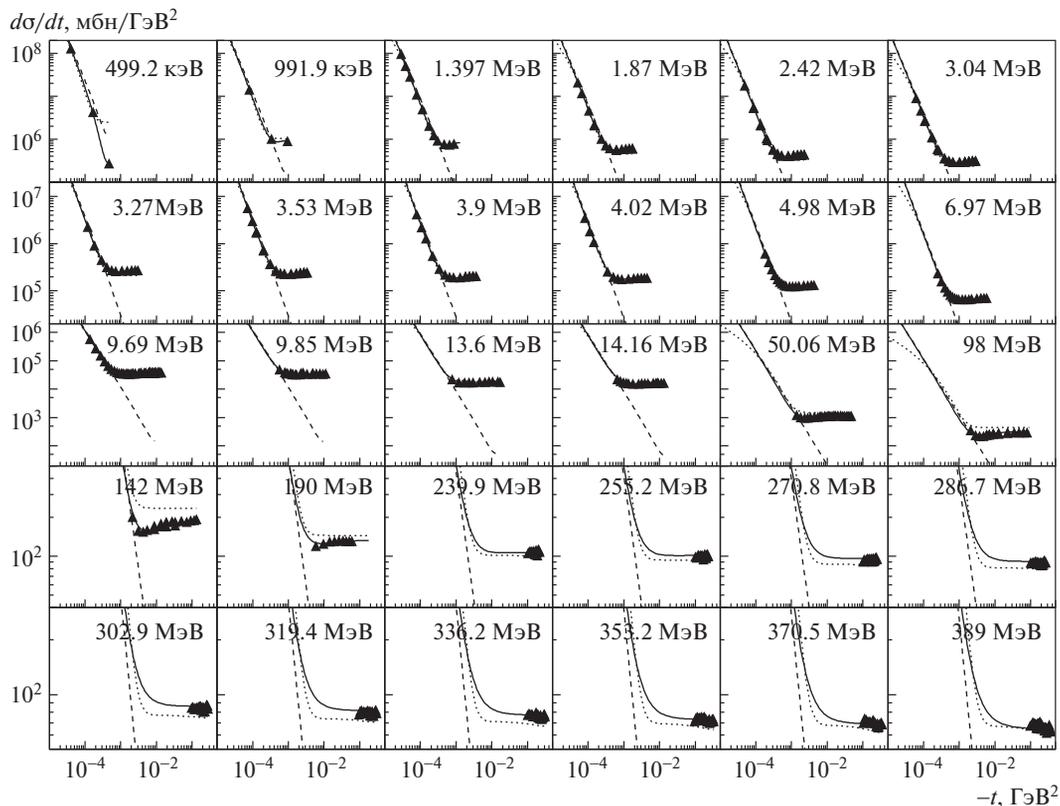


Рис. 2. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого pp -рассеяния [15, 17–29] на основе ТПЯР. Сплошная кривая — разработанная параметризация, штриховая — резерфордское дифференциальное сечение pp -рассеяния, точечная — эмпирическая аппроксимация из [8].

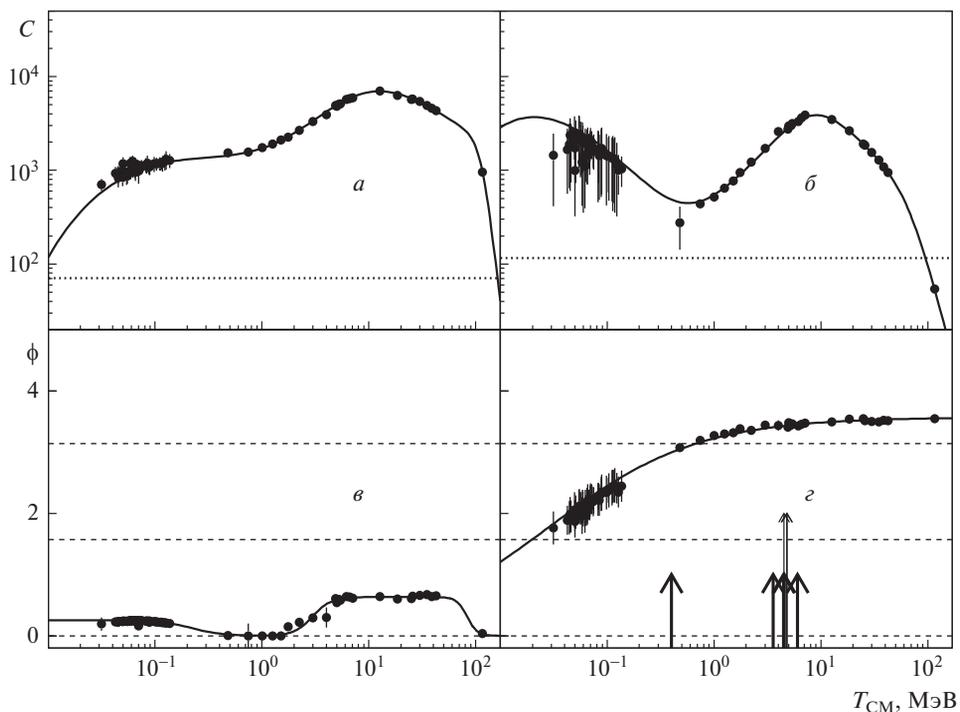


Рис. 3. Энергетические зависимости параметров упругого dd -рассеяния: $a, б$ — C_t и C_s , v, z — ϕ_t и ϕ_s . Точечная прямая на рис. 3а и 3б обозначает величину C_R для $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$.

(19), сравнивается с доминирующим при малых $-t$ резерфордовским рассеянием (штриховая кривая). Для каждого из распределений указана энергия в лабораторной системе, которая превышает T_{CM} вдвое. Точечной кривой показан результат дифракционной эмпирической формулы работы [8], ориентированной на приложения при большой энергии, а потому не претендующей на резерфордовский ход дифференциального сечения при самых малых углах рассеяния. Видно, что при лабораторной энергии порядка 100 МэВ дифракционная аппроксимация значительно уступает новой ТПЯР-аппроксимации и отличается от данных на десятки процентов. Горизонтальные распределения по квадрату переданного импульса $|t|$ в той области, где вкладом резерфордовской амплитуды можно пренебречь, свидетельствуют об изотропии сильного упругого pp -рассеяния.

2.2. Аппроксимация дифференциального сечения упругого dd -рассеяния

Аппроксимация экспериментальных дифференциальных сечений упругих dd - и tt -рассеяний на основе ТПЯР была выполнена с использованием четырех параметрических зависимостей — амплитуд и фаз s -канала и t -канала ядерного рассеяния, совпадающего с u -каналом. Амплитуды ядерного рассеяния представлялись в виде

$$A_t = \frac{B_t \sqrt{P}}{1 + |t|/m_{\pi_0}^2}, \quad A_s = B_s \sqrt{P}, \quad (20)$$

где коэффициенты B_t и B_s , а также соответствующие фазы использовались в качестве свободных параметров при аппроксимации экспериментальных данных.

Найденные безразмерные коэффициенты $C_t = B_t \sqrt{P}$ и $C_s = B_s \sqrt{P}$, а также фазы ϕ_s и ϕ_t , полученные при ТПЯР-аппроксимации упругого dd -рассеяния, показаны на рис. 3. На этом рисунке показано больше точек, чем значений энергии на рис. 4, представляющем результат

аппроксимации. Значения параметров при $T_{CM} < 200$ кэВ были получены путем аппроксимации энергетической зависимости сечений рассеяния на угол $\theta_{CM} = 90^\circ$ в области самых малых энергий, рассматриваемой в разд. 2.7. В соответствии с базой данных [30] в исследуемую область дают вклад широкие резонансы $E = 24.25$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 0.4$ МэВ), $\Gamma = 6.1$ МэВ (1^-); $E = 27.42$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 3.57$ МэВ), $\Gamma = 8.69$ МэВ (2^+); $E = 28.31$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.46$ МэВ), $\Gamma = 9.89$ МэВ (1^+); $E = 28.39$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.54$ МэВ), $\Gamma = 8.75$ МэВ (2^-) и $E = 29.89$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 6.04$ МэВ), $\Gamma = 9.72$ МэВ (2^+), где E — энергия возбуждения ${}^4\text{He}$, Γ — его ширина и T_{CM}^{dd} — энергия реакции dd -рассеяния в системе центра масс, а также более узкие резонансы $E = 28.37$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.52$ МэВ), $\Gamma = 3.92$ МэВ (1^-); $E = 28.64$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.79$ МэВ), $\Gamma = 4.89$ МэВ (0^-) и $E = 28.67$ МэВ ($T_{CM}^{dd} = 4.82$ МэВ), $\Gamma = 3.78$ МэВ (2^+). Широкие уровни (27.42, 28.31, 28.39 и 29.89 МэВ) показаны на фазе s -канала рис. 3г низкими толстыми стрелками, а относительно узкие (28.37, 28.64 и 28.64 МэВ) — высокими тонкими стрелками. Заметим, что найденная нами энергетическая зависимость C_s не падает к нулю сразу при уменьшении энергии, как это ожидалось бы исходя из фактора Гамова, но имеет плечо, которое может быть связано с широким 1^- -резонансом при энергии $T_{CM}^{dd} = 400$ кэВ и шириной $\Gamma = 6.1$ МэВ ($\Gamma_d = 150$ кэВ). Это важный эффект, который требует дополнительного экспериментального исследования, поскольку благодаря ему сильное взаимодействие оказывается существенным значительно ниже 100 кэВ, т.е. может сказаться даже на астрофизических расчетах.

Для рассеяния дейтронов с зарядом $z = 1$ и спином $S = 1$ амплитуду резерфордовского dd -рассеяния можно представить в виде, аналогичном резерфордовской амплитуде pp -рассеяния:

$$A_R^{d-d} = A_R \sqrt{1 + \text{tg}^4 \frac{\theta_{CM}}{2} + \frac{2}{3} \text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \cos \left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln \left(\text{tg}^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \right) \right)}, \quad (21)$$

где A_R задается выражением (4).

В отличие от формально точечных протонов для дейтронов возможны периферические реакции с

однопионным обменом. По аналогии с амплитудой резерфордовского рассеяния (21) запишем полную амплитуду t -канала dd -рассеяния в виде

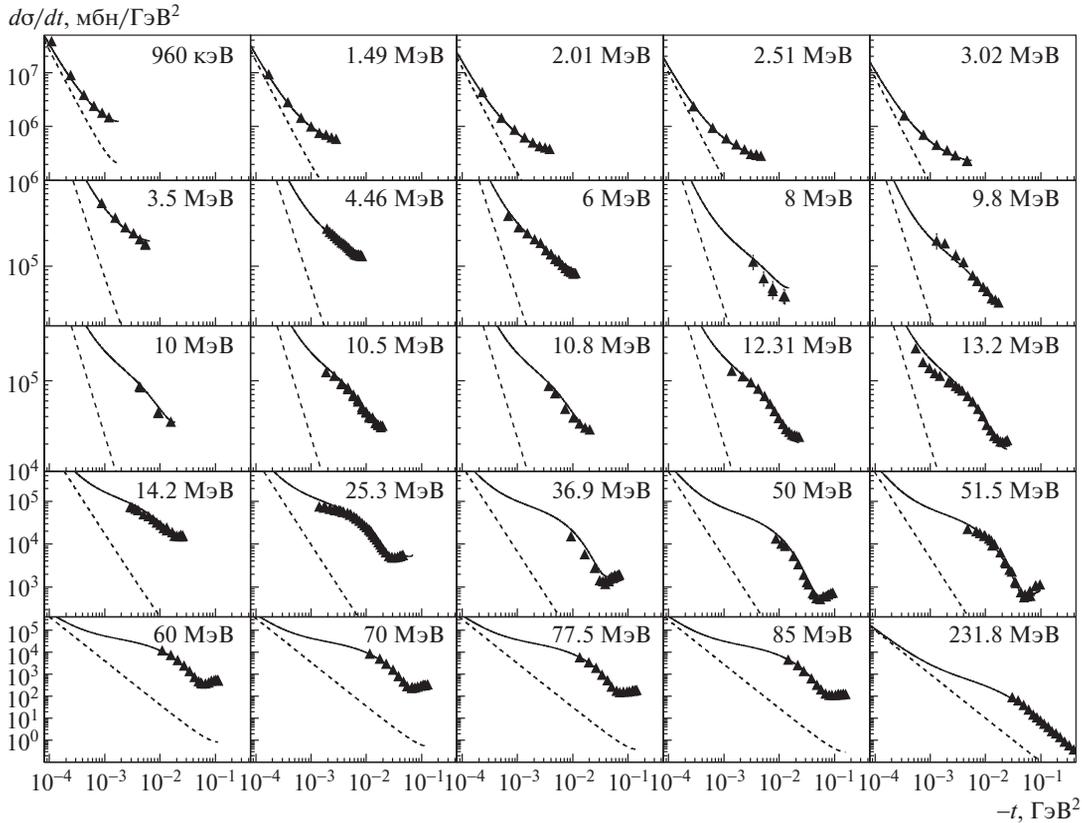


Рис. 4. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого dd -рассеяния [26, 31–45] (сплошная кривая), штриховая кривая — резерфордское дифференциальное сечение dd -рассеяния.

$$A_{t \text{ tot}} = A_t \sqrt{1 + \tilde{t}g^4 \frac{\theta_{CM}}{2} + \frac{2}{3} \tilde{t}g^2 \frac{\theta_{CM}}{2} \cos\left(\frac{\mu\alpha}{p_{CM}} \ln\left(\tilde{t}g^2 \frac{\theta_{CM}}{2}\right)\right)}, \quad (22)$$

где

$$\tilde{t}g^2 \frac{\theta_{CM}}{2} = \frac{\sin^2 \frac{\theta_{CM}}{2} + m_{\pi^0}^2 / |t_{\max}|}{\cos^2 \frac{\theta_{CM}}{2} + m_{\pi^0}^2 / |t_{\max}|}. \quad (23)$$

Коэффициент t -канала ядерного рассеяния B_t аппроксимировался в виде

$$B_t = \frac{1691.6 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.27}\right)^{1.62}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{10.17}\right)^{1.92}\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{113.66}\right)^9\right)}. \quad (24)$$

Заметим, что максимумы в энергетической зависимости коэффициентов C_s и C_t на рис. 3 несомненно связаны с наличием широких резонансов в компаунд-системе ${}^4\text{He}^*$, положения которых обо-

значены на рисунке стрелками. Поскольку амплитуда t -канала при $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$ включает такой же корень (22), как и для резерфордской амплитуды (21), величина C_t сравнивается с C_R из (5). Поэтому сравниваемая резерфордская величина на рис. 3а несколько ниже умноженной на интерференционный корень ($\sqrt{\frac{8}{3}}$) величины на рис. 3б. В результате во всем исследованном нами диапазоне энергий за счет t -канального рассеяния сильная амплитуда в смысле нашего сравнения оказывается значительно больше электромагнитной, т.е. существенна при моделировании процесса пыления из мишени нейтронного генератора.

Зависимость коэффициента B_s от энергии аппроксимировалась в виде

$$B_s = \frac{19.55 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.54}\right)^{2.47}\right) \left(1 + \left(\frac{5}{T_{CM}}\right)^{1.23}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{8.46}\right)^3\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{68.46}\right)^{3.52}\right)}. \quad (25)$$

Энергетическая зависимость фазы ϕ_t задавалась формулой

$$\phi_t = \frac{0.255}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{0.22}\right)^3} + \frac{2.7 \times 10^{-3} \cdot T_{CM}^5}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.98}\right)^5\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{83}\right)^9\right)} \quad (26)$$

и фазы ϕ_s — трехпараметрической формулой

$$\phi_s = \frac{3.57}{1 + \left(\frac{0.029}{T_{CM}}\right)^{0.63}}. \quad (27)$$

Видно, что ϕ_t практически во всем диапазоне энергий остается более или менее конструктивной и только в резонансной области мнимая часть t -канальной амплитуды несколько возрастает. Фаза ϕ_s при малых энергиях тоже конструктивна, а в резонансной области становится деструктивной.

Обозначим действительную и мнимую части полной амплитуды рассеяния как

$$\text{Re}(A) = A_{R \text{ tot}}^{d-d} + A_s \cos(\phi_s) + A_{t \text{ tot}} \cos(\phi_t), \quad (28)$$

$$\text{Im}(A) = A_s \sin(\phi_s) + A_{t \text{ tot}} \sin(\phi_t). \quad (29)$$

Полученная параметризация дифференциального сечения упругого dd -рассеяния с параметрами (24)–(27) представлена на рис. 4. В отличие от pp -рассеяния, где фаза s -канала изменяется от деструктивной при самых малых энергиях до конструктивной при увеличении энергии, фаза s -канала dd -рассеяния, наоборот, меняется от конструктивной к деструктивной. Что касается t -канала, то обращает на себя внимание то, что сила взаимодействия в начальном и конечном состояниях соответствует энергетической зависимости амплитуды s -канала и на качественном уровне определяется резонансами компаунд-ядра ${}^4\text{He}$.

2.3. Аппроксимация дифференциального сечения упругого tt -рассеяния

Ввиду радиоактивности трития, трудности организации с ним экспериментов и принципиальной

сложности создания тритиевой мишени, данных по упругому tt -рассеянию гораздо меньше, чем для любого другого изотопа водорода. Угловые распределения упругого tt -рассеяния аппроксимировались, как и в случае dd -рассеяния, четырьмя параметрами — двумя амплитудными B -коэффициентами и двумя фазами s - и t -каналов. На рис. 5 показана энергетическая зависимость амплитудных коэффициентов C_t и C_s , а также изменение с энергией фаз ϕ_t и ϕ_s .

Имеющиеся шесть дифференциальных угловых распределений сечений упругого tt -рассеяния, измеренных при различных значениях кинетической энергии налетающего тритона, удалось описать с использованием всего семи независимых параметров. Амплитудные B -коэффициенты t - и s -каналов аппроксимировались всего тремя параметрами:

$$B_t = 16870 T_{CM}^{0.344}, \quad (30)$$

$$B_s = 14900. \quad (31)$$

А энергетические зависимости соответствующих фаз описывались формулами:

$$\phi_t = \frac{\pi}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.38}\right)^{1.13}}, \quad (32)$$

$$\phi_s = \frac{2\pi}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{80}\right)^{0.454}}. \quad (33)$$

В (30)–(33) величина T_{CM} имеет размерность МэВ. На изображающем фазу s -канала рис. 5г стрелками показаны известные резонансы компаунд-ядра ${}^6\text{He}^*$ [30]: $E = 14.6$ МэВ ($T_{CM}^{tt} = 2.3$ МэВ), $\Gamma = 7.4$ МэВ (1^-) и $E = 23.3$ МэВ ($T_{CM}^{tt} = 11$ МэВ), $\Gamma = 14.8$ МэВ, но из-за ограниченности экспериментальных данных невозможно сделать вывод о связи этих широких резонансов с энергетической зависимостью амплитуд ядерного tt -рассеяния. Можно отметить рост с энергией вклада t -канальной амплитуды и изменение характера t -канальной фазы от деструктивного к конструктивному, а s -канальной амплитуды наоборот — от конструктивного к деструктивному.

Для рассеяния тритонов с зарядом $z = 1$ и спином $S = \frac{1}{2}$ получаются такие же выражения (14),

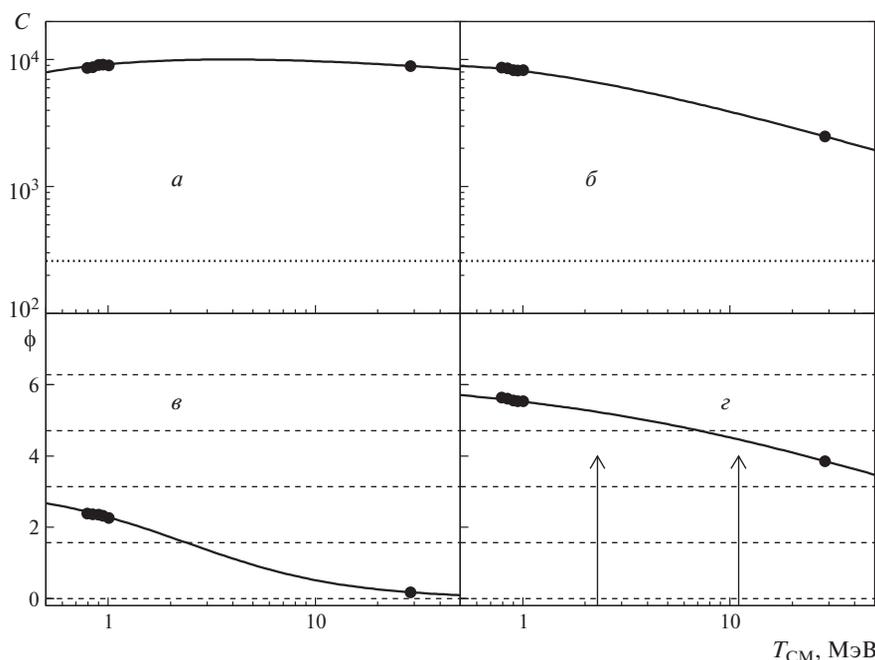


Рис. 5. Энергетические зависимости параметров упругого tt -рассеяния: $a, б$ — C_t и C_s , $в, г$ — ϕ_t и ϕ_s . Точечная прямая на $5a, 5б$ обозначает величину C_R для $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$.

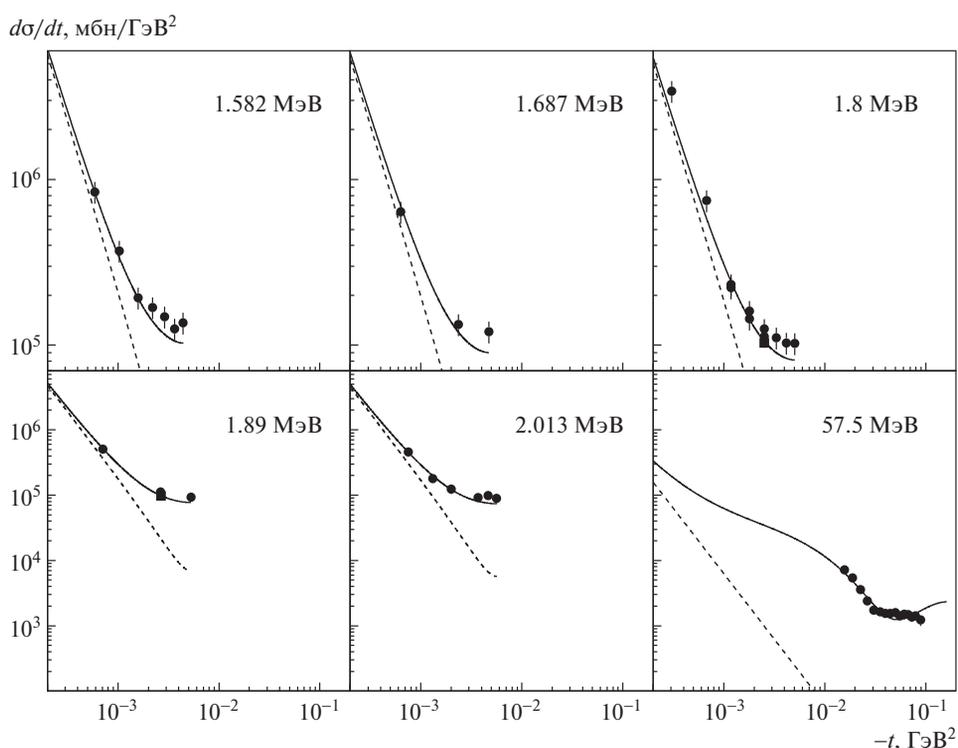


Рис. 6. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого tt -рассеяния [46–48]. Сплошная кривая — ТПЯР-аппроксимация, штриховая — резерфордское дифференциальное сечение.

(15), как и в случае pp -рассеяния, где μ и p_{CM} должны определяться с использованием массы тритона. Уровни C_R одинаковы для t - и s -каналов, поскольку при $\theta_{CM} = \frac{\pi}{2}$ корень в (15) в случае pp - и tt -рассеяний обращается в единицу. Из сравнения

величин C -коэффициентов следует, что при tt -рассеянии можно ожидать существенного вклада сильных взаимодействий в упругое рассеяние даже при самых малых энергиях. Это особенно интересно, поскольку в реакции $t(t, 2n)\alpha$ выделяется

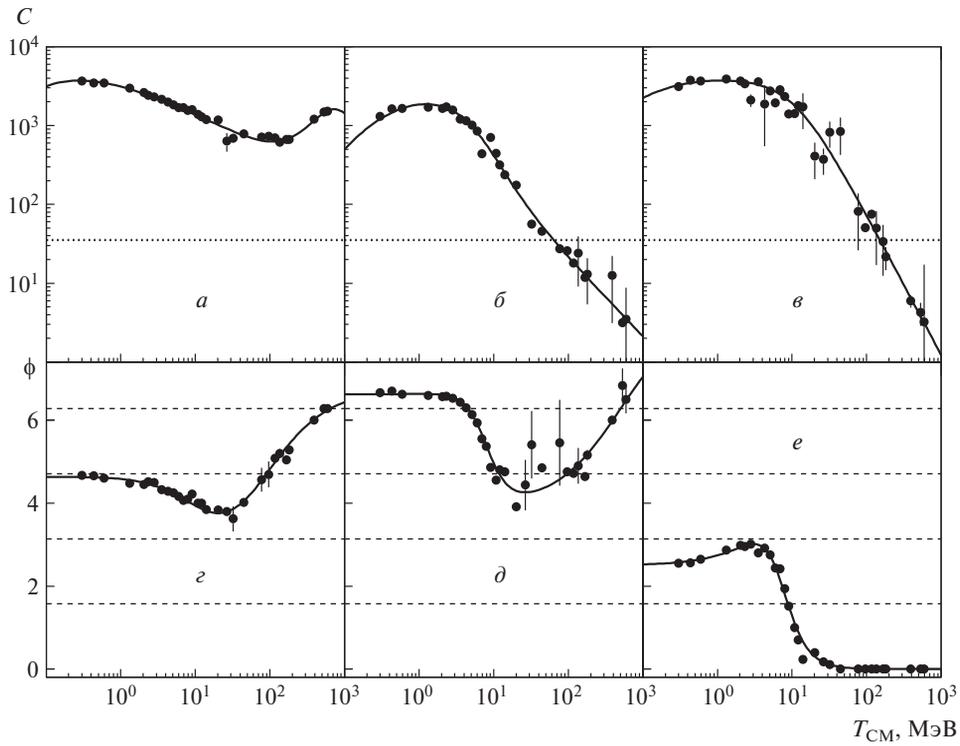


Рис. 7. Энергетические зависимости параметров упругого pd -рассеяния: a – $в$ — C -коэффициентов амплитуд и $г$ – $е$ — фаз t -, s - и u -каналов. Точечная прямая на a – $в$ — C_R .

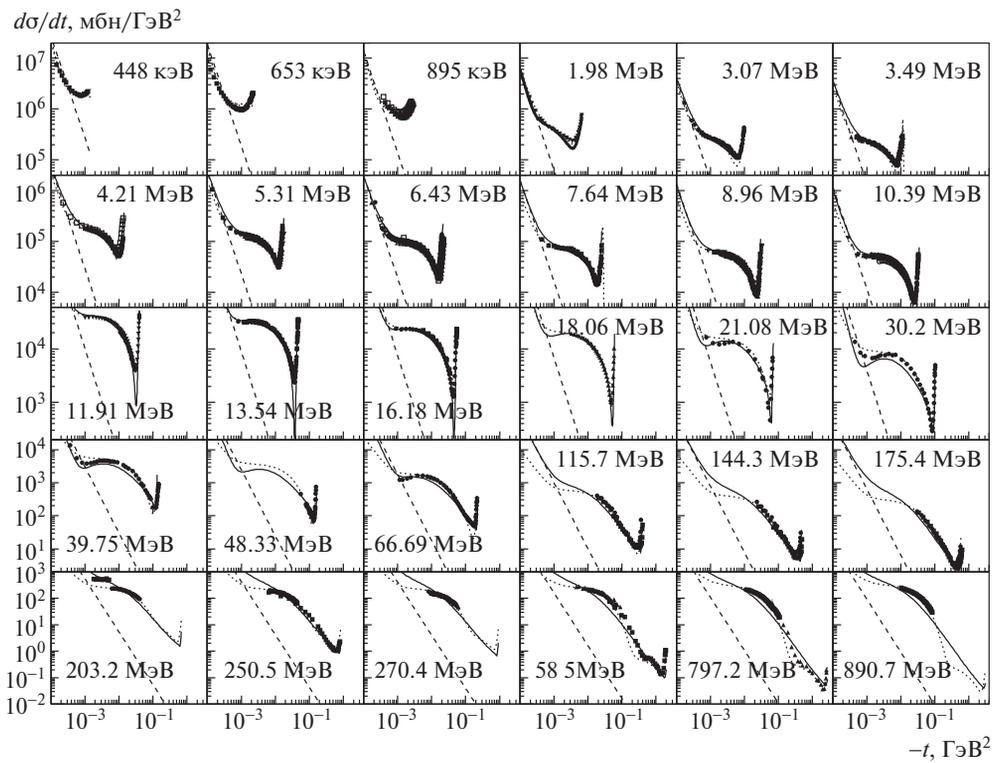


Рис. 8. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого pd -рассеяния [33, 49–76]. Сплошная кривая — ТПАР-аппроксимация, штриховая — резерфордское сечение, точечная — эмпирическая дифракционная аппроксимация упругого pd -рассеяния из [8].

энергия 11.33 МэВ, поэтому такую реакцию можно рассматривать в ряду возможных реакций для нейтронных генераторов.

Полученная аппроксимация экспериментальных данных по упругому tt -рассеянию [46–48] с использованием (28), (29) показана на рис. 6. Первые пять наборов данных взяты из работы [46], где сечения были измерены с большими (15%) погрешностями, в результате чего, например, при энергии 1.8 МэВ видно, что при малых углах рассеяния значения измеренных величин лежат систематически выше резерфордовского дифференциального сечения. В этом же диапазоне (1.8 и 1.9 МэВ) было произведено более точное (3%) измерение сечения рассеяния на угол 30° в системе центра масс [47]. Оно показано черным квадратом (ошибка меньше размера маркера) и находится значительно ближе к резерфордовскому сечению. Поэтому весьма вероятно, что нахождение экспериментальных значений сечений в работе [46] при малых углах рассеяния существенно выше резерфордовского сечения обусловлено лишь большими систематическими погрешностями измерений.

2.4. Аппроксимация дифференциального сечения упругого pd -рассеяния

Аппроксимация угловых распределений сечений упругих pd -, pt - и dt -рассеяний на основе ТПЯР выполнялась с использованием шести энергетических зависимостей — трех B -коэффициентов амплитуд и трех фаз t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния и одного не зависящего от энергии свободного параметра μ_{uf}^2 . Амплитуды каналов ядерного рассеяния представлялись в виде

$$A_t = \frac{B_t}{1 + |t|/m_{\pi_0}^2} \sqrt{P}, \quad (34)$$

$$A_s = B_s \sqrt{P},$$

$$A_u = \frac{B_u}{(1 + |u|/\mu_u^2)(1 + |u|/\mu_{uf}^2)} \sqrt{P},$$

где фактор Гамова P определяется выражением (2), и $\mu_u^2 = (m_d - m_p)^2$ делает в нерелятивистском пределе величину $|u|/\mu_u^2$ пренебрежимо малой поправкой, зато величина μ_{uf}^2 , определяемая формфактором дейтрона, становится дополнительным свободным параметром, использовавшимся при фитировании экспериментальных данных рассеяния назад.

Найденные аппроксимации зависимости амплитуд и фаз различных каналов ядерного рассеяния

от кинетической энергии в системе центра масс T_{CM} (МэВ) имели вид

$$B_t = \quad (35)$$

$$= \frac{4953.1 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{195.7}\right)^{1.76}\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{914}\right)^2\right)}{\left(1 + \left(\frac{0.03}{T_{CM}}\right)^{0.8}\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{721.4}\right)^{3.76}\right)},$$

$$B_s = \frac{5090.9 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{16}\right)^{1.5}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{5.19}\right)^2\right) \left(1 + \frac{0.8}{T_{CM}}\right)}, \quad (36)$$

$$B_u = \frac{5690 T_{CM}^{0.35}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{11}\right)^{1.64}}, \quad (37)$$

$$\phi_t = \frac{4.63}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{15.2}\right)^{1.2}} + \frac{0.125 T_{CM}}{1 + \frac{T_{CM}}{54}}, \quad (38)$$

$$\phi_s = \frac{6.62 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{9.5}\right)^3\right) \left(1 + \frac{T_{CM}}{230}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{8}\right)^3\right) \left(1 + \frac{T_{CM}}{500}\right)}, \quad (39)$$

$$\phi_u = \frac{2.5 \left(1 + \frac{T_{CM}}{10}\right)}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{7}\right)^3}. \quad (40)$$

Полученные зависимости амплитудных коэффициентов ($C_t = B_t \sqrt{P}$, аналогично для s - и u -каналов) изображены на рис. 7.

Значение свободного параметра μ_{uf}^2 , определяющего вклад ядерного формфактора в u -канальное рассеяние, получилось равным

$$\mu_{uf}^2 = 4.76 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2. \quad (41)$$

Обозначим действительную и мнимую части полной амплитуды рассеяния как

$$\text{Re}(A) = A_R + A_s \cdot \cos(\phi_s) + A_t \cdot \cos(\phi_t) + A_u \cdot \cos(\phi_u), \quad (42)$$

$$\text{Im}(A) = A_s \cdot \sin(\phi_s) + A_t \cdot \sin(\phi_t) + A_u \cdot \sin(\phi_u), \quad (43)$$

где A_R определяется выражением (4) и первый член в (42) соответствует резерфордовскому рассеянию, а соответствующие члены в (42), (43) определяют вклад t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния. Полученная при использовании (42), (43) аппроксимация дифференциального сечения

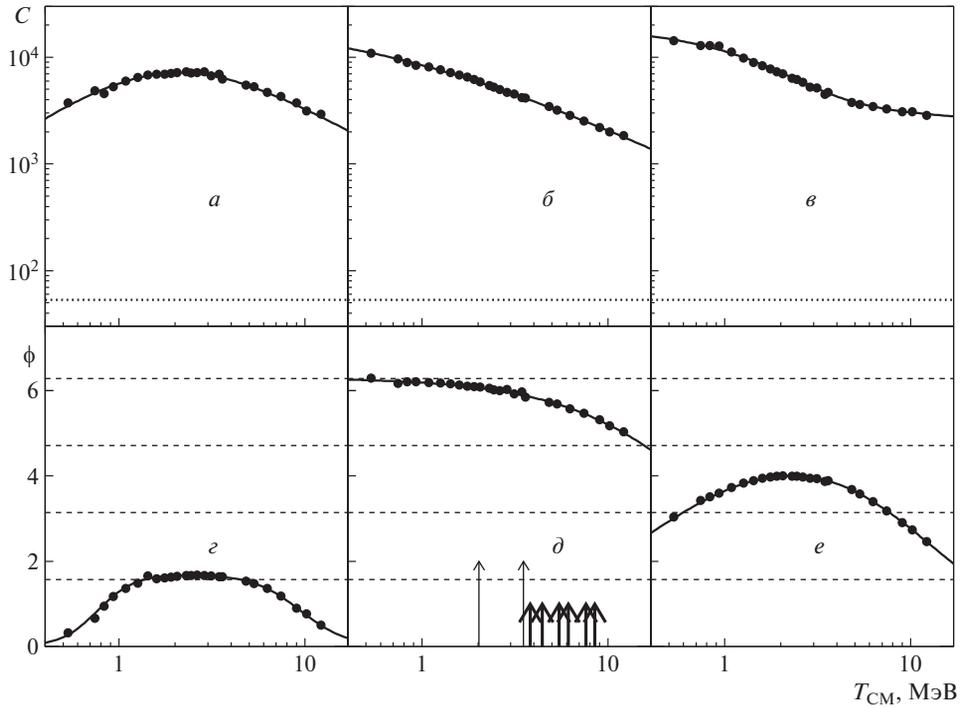


Рис. 9. Энергетические зависимости параметров упругого pt -рассеяния: a – $в$ — C -коэффициентов амплитуд и $г$ – $е$ — фаз t -, s - и u -каналов. Точечная прямая на a – $в$ — C_R .

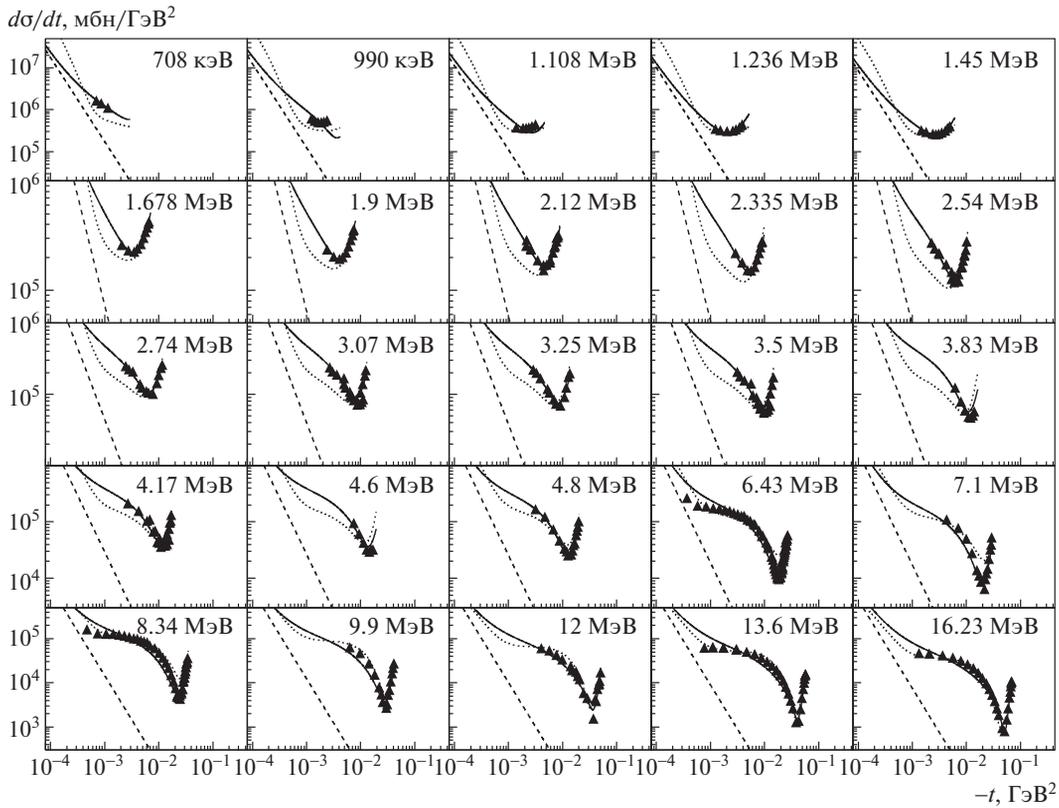


Рис. 10. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого pt -рассеяния [33, 77–82]. Сплошная кривая — ТПАР-аппроксимация, штриховая — резерфордское сечение pt -рассеяния, точечная — эмпирическая дифракционная аппроксимация упругого pd -рассеяния из [8].

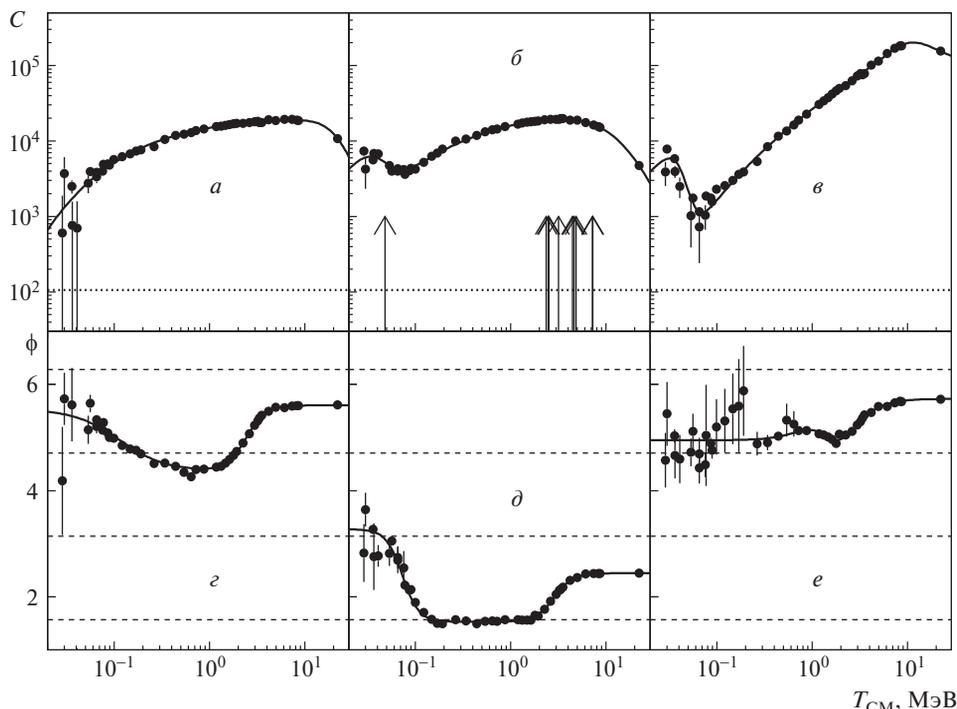


Рис. 11. Энергетические зависимости параметров упругого dt -рассеяния: a – $в$ — C -коэффициентов амплитуд и z – $е$ — фаз t -, s - и u -каналов. Точечная прямая на a – $в$ — C_R .

упругого pd -рассеяния представлена на рис. 8. Погрешности экспериментальных точек скрыты размерами изображающих их маркеров.

На рис. 8 начиная с самых малых энергий отчетливо виден характерный подъем при приближении угла рассеяния к 180° — эффект так называемой ядерной глории, который по своей сути соответствует именно u -канальному рассеянию. На самом деле, дейтрон — слабо связанная система, и эффект подхвата нейтрона налетающим протоном не кажется маловероятным, однако в системе центра масс это приводит к кажущемуся рассеянию налетающего протона назад, тогда как, подхватив нейтрон мишени, он продолжает лететь вперед, а назад летит протон-спектатор из состава дейтрона мишени. На рис. 8 точечной кривой показана найденная в [8] эмпирическая дифракционная параметризация дифференциального сечения упругого рассеяния протонов на легких ядрах с $A < 7$. В целом эмпирическая дифракционная и ТПЯР-параметризации достаточно хорошо описывают меняющееся на несколько порядков экспериментально измеренное сечение, и лишь при энергии в сотни МэВ аппроксимации начинают расходиться, не в последнюю очередь потому, что эмпирическая дифракционная аппроксимация, созданная для применения в физике высоких энергий, не претендует на описание резерфордского хода сечения при самых малых углах, что отчетливо видно в диапазоне от 115 до 175 МэВ. Можно отметить, что отсутствие узких и глубоких ми-

нимумов в экспериментальных дифференциальных сечениях, например, при 16.18 МэВ может объясняться угловым разрешением экспериментальной установки. Когда при больших энергиях подробно измеренное дифференциальное сечение принимает отчетливую дифракционную форму, например при энергии 585 МэВ, возможно, надо пользоваться дифракционной аппроксимацией. При этом надо иметь в виду, что при больших энергиях экспериментаторы очень часто приводят данные с вычтенным электромагнитным (резерфордским) сечением, вычитая его с помощью различных оптических моделей, поэтому превышение полного дифференциального сечения, предсказанного ТПЯР-аппроксимацией, над экспериментальными данными может быть связано именно с этой их формой представления. При том, что в аппроксимации на основе ТПЯР используется примерно в 3 раза меньше независимых параметров, чем в эмпирической дифракционной, в области малых энергий до пары сотен МэВ ее использование однозначно предпочтительнее.

2.5. Аппроксимация дифференциального сечения упругого pt -рассеяния

Аппроксимация углового распределения сечения упругого pt -рассеяния на основе теории прямых ядерных реакций, как и в случае pd -рассеяния, была выполнена с использованием шести энергетических зависимостей — трех B -коэффициентов

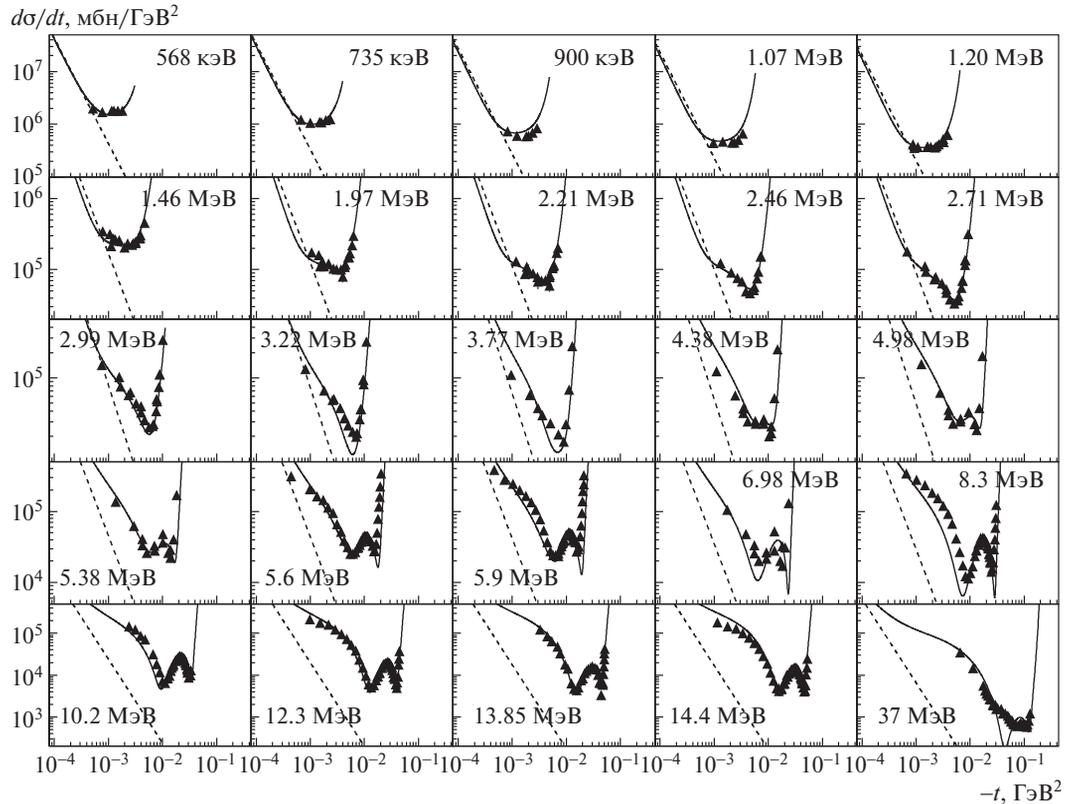


Рис. 12. Аппроксимация дифференциальных сечений упругого dt -рассеяния [33, 83–89] на основе теории прямых ядерных реакций. Сплошная кривая — ТПЯР-аппроксимация, штриховая — резерфордское дифференциальное сечение.

амплитуд и трех фаз t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния, а также свободного параметра μ_{uf}^2 .

Рассмотрим зависимость этих величин от кинетической энергии T_{CM} (МэВ) рассеивающихся частиц в системе центра масс. Амплитуды каналов ядерного рассеяния параметризовались в виде (34), где в случае pt -рассеяния квадрат эффективной обменной массы в u -канале $\mu_u^2 = (m_t - m_p)^2$ и

$$B_t = \frac{11282 T_{CM}^{1.28}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{2}\right)^{1.77}}, \quad (44)$$

$$B_s = \frac{2.3 \times 10^4}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.8}\right)^{0.43}}, \quad (45)$$

$$B_u = \frac{20884 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{3.7}\right)^{2.38}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.33}\right)^2\right) \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{1900}\right)^{0.38}\right)}. \quad (46)$$

Энергетические зависимости фаз описывались как

$$\phi_t = \frac{1.7}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{9.4}\right)^{3.4}\right) \left(1 + \left(\frac{0.77}{T_{CM}}\right)^{4.4}\right)}, \quad (47)$$

$$\phi_s = \frac{6.3298}{1 + \frac{T_{CM}}{46.2}}, \quad (48)$$

$$\phi_u = \frac{5.16}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{11.81}\right)^{1.3}\right) \left(1 + \frac{0.35}{T_{CM}}\right)}. \quad (49)$$

Определяющий формфактор параметр μ_{uf}^2 получился в случае pt -рассеяния равным

$$\mu_{uf}^2 = 2.65 \times 10^{-2} \text{ ГэВ}^2, \quad (50)$$

что в 5.57 раз больше параметра, полученного для pd -рассеяния ($4.76 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2$). На качественном уровне u -канальную диаграмму можно рассматривать как последовательный подхват двух нейтронов, что может приводить к уширению формфактора вершинной функции.

Как видно из рис. 9г, фаза t -канала в области больших и малых энергий полностью конструктивна, доходя до величины $\pi/2$, свидетельствующей об отсутствии ее интерференции с резерфордской амплитудой в районе 1.5–5 МэВ. Примерно в этой же области находятся резонансы компаунд ${}^4\text{He}^*$ ядра, изображенные стрелками на графике фазы s -канала (рис. 9д), которая непрерывно уменьшается с ростом энергии от конструктивного значения 2π до отсутствия интерференции

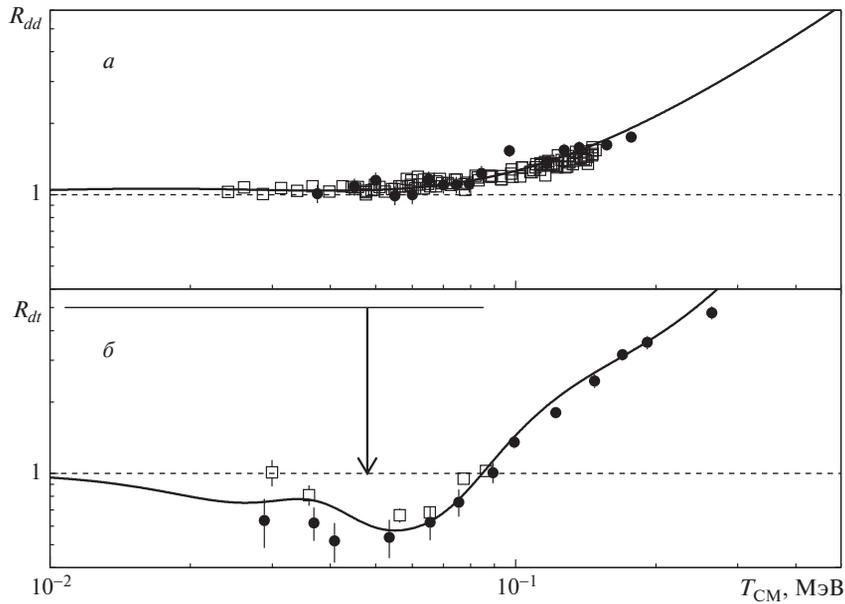


Рис. 13. Аппроксимация дифференциальных сечений упругих dd - (а) и dt -рассеяний (б) [33, 83–89] на основе ТПЯР в области самых малых энергий. Сплошные кривые — разработанные аппроксимации, различными маркерами показаны экспериментальные данные работ [83, 90–92].

$3\pi/2$. Из пятнадцати резонансов компаунд ${}^4\text{He}^*$ ядра на рис. 9*д* изображены восемь, имеющие распад на протон в исследуемом энергетическом диапазоне: $E = 21.84$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 2.03$ МэВ), $\Gamma = 2.01$ МэВ (2^-); $E = 23.33$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 3.52$ МэВ), $\Gamma = 5.01$ МэВ (2^-); $E = 23.64$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 3.83$ МэВ), $\Gamma = 6.2$ МэВ (1^-); $E = 24.25$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 4.44$ МэВ), $\Gamma = 6.1$ МэВ (1^-); $E = 25.28$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 5.47$ МэВ), $\Gamma = 7.97$ МэВ (0^-); $E = 25.95$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 6.14$ МэВ), $\Gamma = 12.66$ МэВ (1^-); $E = 27.42$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 7.61$ МэВ), $\Gamma = 8.69$ МэВ (2^+) и $E = 28.31$ МэВ ($E_{\text{CM}} = 8.5$ МэВ), $\Gamma = 9.89$ МэВ (1^+), где E — энергия возбуждения уровня, а Γ — его ширина. Относительно широкие резонансы показаны толстыми низкими, а узкие — тонкими высокими стрелками. Фаза u -канала (e), начинаясь при малых энергиях с деструктивного значения π , при больших энергиях стремится к значению $\pi/2$, соответствующему отсутствию интерференции. Амплитуда s -канала ($б$) монотонно падает с ростом энергии. На графике амплитуды t -канала ($а$) в области резонансов наблюдается характерный максимум, который, вероятно, обусловлен их наличием в компаунд ${}^4\text{He}^*$ ядре.

Полученная аппроксимация дифференциального сечения упругого pt -рассеяния в форме (34) и (42), (43) представлена на рис. 10. Заметим, что до энергии 5 МэВ преимущество ТПЯР-аппроксимации очевидно. При больших энергиях заметно отличие при самых малых углах, которое

может быть связано с упомянутой попыткой в некоторых работах “вычистить” дифференциальное сечение электромагнитного рассеяния из измеренных величин. Это связано с тем, что при моделировании в большинстве программ электромагнитное рассеяние учитывается в виде многократного рассеяния, а сильное рассеяние рассматривается как независимый дополнительный процесс.

2.6. Аппроксимация дифференциального сечения упругого dt -рассеяния

Угловое распределение реакции упругого dt -рассеяния представляет интерес для вопросов термоядерного синтеза. Аппроксимация дифференциального сечения упругого dt -рассеяния на основе ТПЯР, как и в случаях pd - и pt -рассеяний, была выполнена с использованием шести энергетических зависимостей — амплитудных коэффициентов и фаз t -, s - и u -каналов рассеяния, изображенных на рис. 11. Необходимо отметить, что на этом рисунке присутствует больше точек, чем значений энергии на рис. 12, где показана итоговая аппроксимация экспериментальных данных по угловому распределению упругого dt -рассеяния. Значения параметров в области самых малых T_{CM} были получены путем дополнительной аппроксимации экспериментальных значений в области самых малых энергий, описанной ниже в разд. 2.7.

На рис. 11 представлены энергетические зависимости шести основных параметров.

Амплитудные B -коэффициенты каналов ядерного рассеяния аппроксимировались в виде (34):

$$B_t = \frac{25820 T_{CM}^{0.455}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{23.13}\right)^{3.6}}, \quad (51)$$

$$B_s = \frac{28000 T_{CM}^{0.554} \left(1 + \left(\frac{0.06}{T_{CM}}\right)^5\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{17.33}\right)^{1.652}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{0.042}{T_{CM}}\right)^{4.446}\right)}, \quad (52)$$

$$B_u = \frac{45300 T_{CM}^{1.2} \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{10.64}\right)^{3.05}\right) \left(1 + \left(\frac{0.06}{T_{CM}}\right)^{8.4}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{10.64}\right)^{4.25}\right) \left(1 + \left(\frac{0.0406}{T_{CM}}\right)^{7.2}\right)}. \quad (53)$$

Энергетическая зависимость фаз описывалась функциями:

$$\phi_t = \frac{4.37 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.3}\right)^{4.22}\right) \left(1 + \left(\frac{0.13}{T_{CM}}\right)^{1.8}\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.44}\right)^{4.22}\right) \left(1 + \left(\frac{0.114}{T_{CM}}\right)^{1.8}\right)}, \quad (54)$$

$$\phi_s = \frac{1.53 \left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.56}\right)^{4.47}\right) \left(1 + \left(\frac{0.085}{T_{CM}}\right)^5\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{CM}}{2.843}\right)^{4.47}\right) \left(1 + \left(\frac{0.073}{T_{CM}}\right)^5\right)}, \quad (55)$$

$$\phi_u = \frac{4.95}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.515}\right)^{3.6}} + \frac{\left(\frac{T_{CM}}{0.9}\right)^{2.88}}{1 + \left(\frac{T_{CM}}{1.65}\right)^{2.88}}. \quad (56)$$

Входящий в формфактор параметр μ_{uf}^2 в результате аппроксимации получился равным

$$\mu_{uf}^2 = 1.85 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2, \quad (57)$$

что меньше соответствующего параметра нейтронного обмена при pd -рассеянии ($4.76 \times 10^{-3} \text{ ГэВ}^2$).

На рис. 11б стрелками изображены резонансы компаунд ${}^5\text{He}^*$ ядра: $E = 16.84 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 48 \text{ кэВ}$), $\Gamma = 0.075 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^+$); $E = 19.14 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 2.35 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.56 \text{ МэВ}$ ($\frac{5}{2}^+$); $E = 19.26 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 2.47 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.96 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^+$); $E = 19.31 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 2.52 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.02 \text{ МэВ}$ ($\frac{7}{2}^+$); $E = 19.96 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 3.17 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 1.92 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^-$); $E = 21.25 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 4.46 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 4.61 \text{ МэВ}$ ($\frac{3}{2}^+$); $E = 21.39 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 4.6 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 3.95 \text{ МэВ}$

($\frac{5}{2}^+$); $E = 21.64 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 4.85 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 4.03 \text{ МэВ}$ ($\frac{1}{2}^+$); $E = 23.97 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 7.18 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 5.44 \text{ МэВ}$ ($\frac{7}{2}^+$) и $E = 24.06 \text{ МэВ}$ ($E_{CM} = 7.27 \text{ МэВ}$), $\Gamma = 5.23 \text{ МэВ}$ ($\frac{5}{2}^-$). Из рис. 11 видно, что амплитуды всех каналов имеют усиления в области резонансов компаунд-ядра ${}^5\text{He}$. Что же касается фаз рассеяния, то они слабо меняются с увеличением энергии. Тем не менее можно отметить, что конструктивные фазы t - и u -каналов в резонансной области приближаются к $3/2\pi$, а деструктивная фаза s -канала — к $\pi/2$.

При использовании выражений (42), (43) получающаяся аппроксимация экспериментальных дифференциальных сечений упругого dt -рассеяния [33, 83–89] представлена на рис. 12. Угловое распределение упругого dt -рассеяния представляет особый интерес при моделировании процессов термоядерного синтеза, в которых существенны даже относительно малые поправки к Резерфордскому рассеянию. Полученные поправки позволяют уточнить также и процессы пыления в мишенях нейтронных генераторов.

2.7. Описание дифференциальных сечений при малых энергиях

Для моделирования нейтронных генераторов необходимо оценить, насколько хорошо полученные ТПЯР-аппроксимации описывают отношение

R дифференциальных сечений упругих dd - и dt -рассеяний к резерфордовскому сечению при самых малых энергиях. С этой целью был выбран угол $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$, для которого имеются экспериментальные данные. На рис. 13 для dd - и dt -рассеяний показана энергетическая зависимость отношения R в районе 100 кэВ, как измеренная в экспериментах [83, 90–92], так и предсказанная ТПЯР-аппроксимациями.

На рис. 13а отношение R , измеренное в работах [90, 91] для упругого dd -рассеяния, сравнивается с ТПЯР-аппроксимацией при угле рассеяния в системе центра масс $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$. Видно, что при уменьшении энергии отношение монотонно приближается к единице. Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что уже при 30 кэВ отличие между упругим и резерфордовским дифференциальными сечениями практически исчезает, в то время как ТПЯР-аппроксимация медленнее сходится к резерфордовскому сечению и даже при $T_{\text{CM}} = 10$ кэВ сохраняет расхождение примерно в 5%.

Аналогичное отношение для упругого dt -рассеяния показано на рис. 13б. Стрелкой показан резонанс с энергией $T_{\text{CM}} = 48$ кэВ. Горизонтальной линией сверху в логарифмическом масштабе показана его ширина, составляющая 74.5 кэВ. Как видно из рисунка, в области резонанса, использующегося в нейтронных генераторах, упругое дифференциальное сечение dt -рассеяния на $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$ ниже резерфордовского на 40%, в отличие от dd -рассеяния, причем отрицательное отклонение примерно соответствует ширине резонанса.

Хорошее совпадение с экспериментальными значениями неудивительно, поскольку значения параметров амплитуд и фаз t - и s -каналов ядерного упругого dd -рассеяния при $T_{\text{CM}} < 200$ кэВ были получены с учетом экспериментальных точек из работ [90, 91] на рис. 13а. Аналогично, в случае dt -рассеяния значения параметров амплитуд и фаз t -, s - и u -каналов ядерного рассеяния при $T_{\text{CM}} < 750$ кэВ (за исключением точек, соответствующих самым малым энергиям на рис. 12) были получены путем аппроксимации экспериментальных данных, показанных на рис. 13б.

Таким образом, показано, что и в области самых малых энергий ТПЯР-аппроксимации угловых распределений сечений упругих dd - и dt -рассеяний являются фактически усреднением данных [83, 90–92] с экстраполяцией сечений к меньшим углам рассеяния.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате обработки большого количества экспериментальных данных в широком диапазоне

энергий найдены непрерывные и гладкие аппроксимации дифференциальных сечений упругого рассеяния изотопов водорода, полученные на основе теории прямых ядерных реакций. Найденные аппроксимации дифференциальных сечений могут быть использованы для уточнения моделирования процесса пыления при облучении мишени нейтронного генератора, а также при моделировании термоядерных установок и в астрофизических расчетах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. V. Ivanov, J. R. Vignote, R. Alvarez-Rodriguez, and J. M. Udias, *Nucl. Theory* **30**, 116 (2011).
2. F. Nitchitiu, *Phase Shift Analysis in Physics* (Acad. Publ., Bucharest, 1980).
3. S. B. Dubovichenko, *Phase Shift Analysis in Nuclear Astrophysics* (Lambert Acad. Publ., Germany, 2015).
4. I. S. Shapiro, *Nucl. Phys.* **28**, 244 (1961).
5. I. S. Shapiro, V. M. Kolybasov, and G. R. Augst, *Nucl. Phys.* **61**, 353 (1965).
6. P. A. Zyla *et al.* (Particle Data Group), *PTEP* **2020**, 083C01 (2020).
7. М. В. Косов, Д. И. Савин, *ЯФ* **81**, 603 (2018) [*Phys. At. Nucl.* **81**, 656 (2018)].
8. А. А. Галюзов, М. В. Косов, *ЯФ* **84**, 382 (2021) [*Phys. At. Nucl.* **84**, no. 5 (2021)].
9. G. Gamow, *Z. Phys. A* **51**, 204 (1928).
10. W. A. Fowler, G. R. Caughlan, and B. A. Zimmerman, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **5**, 525 (1967).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика* (Наука, Москва, 1988).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (Наука, Москва, 1989).
13. E. W. Cheney and H. L. Loeb, *J. SIAM Numer. Anal. Ser. B* **1**, 11 (1964).
14. N. Otuka, E. Dupont, V. Semkova, B. Pritychenko, A. I. Blokhin, M. Aikawa, S. Babykina, M. Bossant, G. Chen, S. Dunaeva, *et al.*, *Nucl. Data Sheets* **120**, 272 (2014).
15. J. M. Blair, G. Freier, E. E. Lampi, W. Sleator, Jr., and J. H. Williams, *Phys. Rev.* **74**, 553 (1948).
16. G. Breit, H. M. Thaxton, and L. Eisenbud, *Phys. Rev.* **55**, 1018 (1939).
17. H. R. Worthington, J. N. Mcgruer, and D. E. Findley, *Phys. Rev.* **90**, 899 (1953).
18. D. J. Knecht, P. F. Dahl, and S. Messelt, *Phys. Rev.* **148**, 1031 (1966).
19. H. Wassmer and H. Muehry, *Helv. Phys. Acta* **46**, 626 (1973).
20. K. Imai, K. Nisimura, N. Tamura, and H. Sato, *Nucl. Phys. A* **246**, 76 (1975).
21. L. H. Johnston and D. E. Joung, *Phys. Rev.* **116**, 989 (1959).
22. S. Kikuchi, J. Sanada, S. Suwa, I. Hayashi, K. Nisimura, and K. Fukunaga, *J. Phys. Soc. Jpn.* **15**, 9 (1960).

23. A. Berdoz, F. Foroughi, and C. Nussbaum, *J. Phys. G* **12**, L133 (1986).
24. A. E. Taylor, E. Wood, and L. Bird, *Nucl. Phys.* **16**, 320 (1960).
25. M. Mahjour-Shafiei, J. C. S. Bacelar, M. D. Cozma, M. J. van Goethem, M. N. Harakeh, M. Hoefman, H. Huisman, N. Kalantar-Nayestanaki, H. Löhner, J. G. Messchendorp, *et al.*, *Phys. Rev. C* **70**, 024004 (2004).
26. J. C. Allred, A. H. Armstrong, R. O. Bondelid, and L. Rosen, *Phys. Rev.* **88**, 433 (1952).
27. N. Jarmie, J. H. Jett, J. L. Detch, Jr., and R. L. Hutson, *Phys. Rev. C* **3**, 10 (1971).
28. D. Albers, F. Bauer, J. Bisplinghoff, R. Bollmann, K. Buesser, M. Busch, R. Daniel, O. Diehl, F. Dohrmann, H. P. Engelhardt, *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **22**, 125 (2004).
29. K. Yasuda, T. Hotta, M. Kato, M. Kawabata, Y. Maeda, N. Matsuoka, T. Matsuzuka, Y. Mizuno, M. Nomachi, T. Noro, *et al.*, *Nucl. Phys. A* **684**, 400 (2001).
30. D. R. Tilley, H. R. Weller, and G. M. Hale, *Nucl. Phys. A* **541**, 1 (1992).
31. J. M. Blair, G. Freier, E. Lampi, W. Sleator, Jr., and J. H. Williams, *Phys. Rev.* **74**, 1594 (1948).
32. A. S. Wilson, M. C. Taylor, J. C. Legg, and G. C. Phillips, *Nucl. Phys. A* **126**, 193 (1969).
33. J. E. Brolley, T. M. Putnam, L. Rosen, and L. Stewart, *Phys. Rev.* **117**, 1307 (1960).
34. H. B. Burrows, W. M. Gibson, and J. Rotblat, *Proc. Roy. Soc. London A* **209**, 489 (1951).
35. O. F. Nemeč, V. V. Ostashko, V. N. Urin, and A. M. Jasnogorodskij, *Ukr. Fiz. Zh.* **30**, 328 (1985).
36. L. Rosen, F. K. Tallmadge, and J. H. Williams, *Phys. Rev.* **76**, 1283 (1949).
37. J. C. Allred, K. W. Erickson, J. L. Fowler, and E. J. Stovall, Jr., *Phys. Rev.* **76**, 1430 (1949).
38. N. Jarmie and J. H. Jett, in *Proceedings of the Conference on Few-Particle Problems* (Los Angeles, 1972), p. 659.
39. A. Okihana, N. Fujiwara, H. Nakamura-Yokota, T. Yanabu, K. Fukunaga, T. Ohsawa, and S. Tanaka, *J. Phys. Soc. Jpn.* **46**, 707 (1979).
40. H. Itoh, *Prog. Theor. Phys.* **39**, 1361 (1968).
41. W. T. H. van Oers, H. Arnold, and K. W. Brockman, Jr., *Nucl. Phys.* **46**, 611 (1963).
42. O. O. Beliuskina, V. I. Grantsev, K. K. Kisurin, S. E. Omelchuk, G. P. Palkin, Y. S. Roznyuk, B. A. Rudenko, V. S. Semenov, L. I. Slusarenko, and B. G. Struzhko, *Vopr. Atomn. Nauki i Tekhn., Ser. Yad. Fiz. Issled.* **5**, 10 (2011).
43. C. Alderliesten, A. Djaloeis, J. Bojowald, C. Mayer-Boericke, G. Paic, and T. Sawada, *Phys. Rev. C* **18**, 2001 (1978).
44. H. Brueckmann, E. L. Haase, W. Kluge, and L. Schaenzler, *Z. Phys.* **230**, 383 (1970).
45. A. M. Micherdzinska, P. V. Pancella, E. J. Stephenson, A. D. Bacher, C. E. Allgower, A. C. Fonseca, C. M. Lavelle, H. Nann, J. Olmsted, M. A. Pickar, *et al.*, *Phys. Rev. C* **75**, 054001 (2007).
46. D. M. Holm and H. V. Argo, *Phys. Rev.* **101**, 1772 (1956).
47. N. Jarmie and R. C. Allen, *Phys. Rev.* **111**, 1121 (1958).
48. A. A. Yukhimchuk, V. V. Perevozchikov, V. A. Apasov, V. S. Aryutkin, Y. I. Vinogradov, M. D. Vikharev, N. S. Ganchuk, A. N. Golubkov, S. K. Grishechkin, A. M. Demin, *et al.*, *Nucl. Instrum. Methods A* **513**, 439 (2003).
49. J. C. Allred, A. H. Armstrong, R. O. Bondelid, and L. Rosen, *Phys. Rev.* **88**, 433 (1952).
50. V. I. Grancev, V. I. Konfederatenko, V. A. Kornilov, O. F. Nemets, R. G. Ofengenden, B. A. Rudenko, M. V. Sokolov, and B. G. Struzhko, *Ukr. Fiz. Zh.* **28**, 506 (1983).
51. E. T. Boschitz, W. K. Roberts, J. S. Vincent, M. Blecher, K. Gotow, P. C. Gugelot, C. F. Perdrisat, L. W. Swenson, and J. R. Priest, *Phys. Rev. C* **6**, 457 (1972).
52. E. Huttel, W. Arnold, H. Berg, H. H. Krause, J. Ulbricht, and G. Clausnitzer, *Nucl. Phys. A* **406**, 435 (1983).
53. C. R. Brune, W. H. Geist, H. J. Karwowski, E. J. Ludwig, K. D. Veal, M. H. Wood, A. Kievsky, S. Rosati, and M. Viviani, *Phys. Rev. C* **63**, 044013 (2001).
54. M. H. Wood, C. R. Brune, B. M. Fisher, H. J. Karwowski, D. S. Leonard, E. J. Ludwig, A. Kievsky, S. Rosati, and M. Viviani, *Phys. Rev. C* **65**, 034002 (2002).
55. D. C. Kocher and T. B. Clegg, *Nucl. Phys. A* **132**, 455 (1969).
56. F. Lahlou, R. J. Slobodrian, P. Bricault, S. S. Dasgupta, R. Roy, and C. Rioux, *J. Phys. France* **41**, 485 (1980).
57. A. S. Wilson, M. C. Taylor, J. C. Legg, and G. C. Phillips, *Nucl. Phys. A* **130**, 624 (1969).
58. K. Sagara, H. Oguri, S. Shimizu, K. Maeda, H. Nakamura, T. Nakashima, and S. Morinobu, *Phys. Rev. C* **50**, 576 (1994).
59. S. Kistryn, J. Lang, J. Liechti, H. Luscher, T. Maier, R. Muller, M. Simonius, J. Smyrski, J. Sromicki, and W. Haerberli, *Phys. Lett. B* **219**, 58 (1989).
60. R. Grötzschel, B. Kühn, H. Kumpf, K. Möller, and J. Mösner, *Nucl. Phys. A* **174**, 301 (1971).
61. A. E. Borzakovskij and S. V. Romanovskij, *Ukr. Fiz. Zh.* **22**, 2056 (1977).
62. W. Grüebler, V. König, P. A. Schmelzbach, B. Jenny, H. R. Bürgi, P. Doleschall, G. Heidenreich, H. Roser, F. Seiler, and W. Reichart, *Phys. Lett. B* **74**, 173 (1978).
63. G. Rauprich, H. J. Hähn, M. Karus, P. Nießen, K. R. Nyga, H. Oswald, L. Sydow, H. P. gen Schieck, and Y. Koike, *Few-Body Syst.* **5**, 67 (1988).
64. M. Sawada, S. Seki, K. Furuno, Y. Tagishi, Y. Nagashima, J. Schimizu, M. Ishikawa, T. Sugiyama, L. S. Chuang, W. Grüebler, *et al.*, *Phys. Rev. C* **27**, 1932 (1983).
65. R. O. Kerman and R. Nilson, *Phys. Rev.* **107**, 200 (1957).

66. D. O. Caldwell and J. R. Richardson, *Phys. Rev.* **98**, 28 (1955).
67. C. C. Kim, S. M. Bunch, D. W. Devins, and H. H. Forster, *Nucl. Phys.* **58**, 32 (1964).
68. J. H. Williams and M. K. Brussel, *Phys. Rev.* **110**, 136 (1958).
69. H. Shimizu, K. Imai, N. Tamura, K. Nisimura, K. Hatanaka, T. Saito, Y. Koike, and Y. Taniguchi, *Nucl. Phys. A* **382**, 242 (1982).
70. K. Ermisch, H. R. Amir-Ahmadi, A. M. van den Berg, R. Castelijns, B. Davids, E. Epelbaum, E. van Garderen, W. Glöckle, J. Golak, M. N. Harakeh, *et al.*, *Phys. Rev. C* **68**, 051001 (R) (2003).
71. H. Rohdjeß, W. Scobel, H. O. Meyer, P. V. Pancella, S. F. Pate, M. A. Pickar, R. E. Pollock, B. V. Przewoski, T. Rinckel, F. Sperisen, *et al.*, *Phys. Rev. C* **57**, 2111 (1998).
72. J. Golak, W. Glöckle, H. Kamada, H. Witala, R. Skibiński, and A. Nogga, *Phys. Rev. C* **65**, 044002 (2002).
73. J. Fain, J. Gardes, A. Lefort, L. Meritet, J. F. Pauty, G. Peynet, M. Querrou, F. Vazeille, and B. Ille, *Nucl. Phys. A* **262**, 413 (1976).
74. Г. Н. Величко, А. А. Воробьев, О. Г. Гребенюк, Г. А. Королев, Ж. Содинос, А. В. Ханзадеев, *ЯФ* **47**, 1185 (1988).
75. F. Irom, G. J. Igo, J. B. McClelland, C. A. Whitten, Jr., and M. Bleszynski, *Phys. Rev. C* **28**, 2380 (1983).
76. E. Winkelmann, P. R. Bevington, M. W. McNaughton, H. B. Willard, F. H. Cverna, E. P. Chamberlin, and N. S. P. King, *Phys. Rev. C* **21**, 2535 (1980).
77. A. Hemmendinger, G. A. Jarvis, and R. F. Taschek, *Phys. Rev.* **76**, 1137 (1949).
78. R. S. Claassen, R. J. S. Brown, G. D. Freier, and W. R. Stratton, *Phys. Rev.* **82**, 589 (1951).
79. C. Manduchi, G. Moschini, G. Torrielli, and G. Zannoni, *Nuovo Cimento B* **57**, 340 (1968).
80. R. Kankowsky, J. C. Fritz, K. Kilian, A. Neufert, and D. Fick, *Nucl. Phys. A* **263**, 29 (1976).
81. J. L. Detch, Jr., R. L. Hutson, N. Jarmie, and J. H. Jett, *Phys. Rev. C* **4**, 52 (1971).
82. N. Jarmie and J. H. Jett, *Phys. Rev. C* **10**, 57 (1974).
83. M. Kaoua, M. Allab, C. Gerardin, and R. Seltz, *Nuovo Cimento A* **54**, 321 (1979).
84. W. R. Stratton, G. D. Freier, G. R. Keepin, D. Rankin, and T. F. Stratton, *Phys. Rev.* **88**, 257 (1952).
85. M. Ivanovich, P. G. Young, and G. G. Ohlsen, *Nucl. Phys. A* **110**, 441 (1968).
86. T. A. Tombrello, R. J. Spiger, and A. D. Bacher, *Phys. Rev.* **154**, 935 (1967).
87. J. C. Allred, A. H. Armstrong, A. M. Hudson, R. M. Potter, E. S. Robinson, L. Rosen, and E. J. Stovall, Jr., *Phys. Rev.* **88**, 425 (1952).
88. B. Struzhko, *Ukr. Fiz. Zh.* **45**, 1154 (2000).
89. O. Belyuskina, V. Grantsev, V. Davydovskyy, K. Kisurin, S. Omelchuk, G. Palkin, Y. Roznyuk, B. Rudenko, L. Saltykov, V. Semenov, *et al.*, *Ukr. Fiz. Zh.* **45**, 1154 (2000).
90. E. H. Marlinghaus, H. Genz, G. Pospiech, A. Richter, and G. Schrieder, *Nucl. Phys. A* **255**, 13 (1975).
91. J. Niewisch and D. Fick, *Nucl. Phys. A* **252**, 109 (1975).
92. I. G. Balashko and I. I. Barit, *JETP* **7**, 715 (1958).

AN APPROXIMATION OF DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS OF ELASTIC SCATTERING OF HYDROGEN ISOTOPES

A. A. Galyuzov¹⁾, M. V. Kosov¹⁾

¹⁾*Dukhov Automatics Research Institute, Moscow, Russia*

Differential cross sections of elastic scattering of hydrogen isotopes are used in modelling of setups, in which the fusion reactions ignition takes place, and in astrophysical applications. At small energy approximations of experimental differential cross sections of elastic scattering of hydrogen isotopes based on the direct nuclear reactions theory are obtained taking into account an interference of electromagnetic and nuclear scattering amplitudes.

ИЗУЧЕНИЕ ОКТУПОЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ИЗОТОПОВ РАДИЯ В ПРИБЛИЖЕНИИ ХАРТРИ–ФОКА–БОГОЛЮБОВА С СИЛАМИ СКИРМА

© 2021 г. В. И. Куприков¹⁾, В. Н. Тарасов^{1)*}

Поступила в редакцию 20.02.2021 г.; после доработки 31.03.2021 г.; принята к публикации 01.04.2021 г.

На основе метода Хартри–Фока–Боголюбова с эффективным взаимодействием Скирма проведено исследование изменений октупольной деформации ядер в цепочке четно–четных изотопов радия. Спаривание нуклонов описывалось зависящими от плотности нуклонов силами спаривания нулевого радиуса действия смешанного типа. В расчетах использованы наложенные условия на квадрупольный и октупольный моменты ядер. Исследована зависимость вычисленных характеристик ядер от выбора силы спаривания. Расчеты показывают, что наблюдается сильная зависимость октупольной деформации ядер от выбора параметров силы спаривания нуклонов.

DOI: 10.31857/S004400272105010X

1. Одной из важнейших характеристик атомных ядер является их форма. Деформацию формы атомных ядер, как правило, характеризуют моментами распределения плотности нуклонов в ядрах или параметрами деформации ядер. Существование стабильной квадрупольной деформации ядер рассматривалось, начиная с ранних этапов развития ядерной физики [1, 2]. Экспериментальные данные указывают на наличие квадрупольных моментов у значительной части известных атомных ядер, что соответствует представлению об аксиально–симметричной форме распределения плотности нуклонов ядер — эллипсоидальной форме. Такая форма обладает аксиальной симметрией и симметрией по отношению к отражению относительно координатных плоскостей. Нарушение симметрии по отношению к координатной плоскости, перпендикулярной оси симметрии ядра, при сохранении аксиальной симметрии приводит к возникновению октупольных моментов деформации ядра. Ядра с октупольной деформацией формы по сравнению с ядрами, обладающими квадрупольной деформацией, представлены небольшими областями Z и A . К настоящему времени проведено значительное количество теоретических и экспериментальных исследований проявлений существования октупольных деформаций (грушевидных форм) атомных ядер. Ранние теоретические и экспериментальные исследования этого направления ядерной физики вплоть до середины 1990-х гг.

рассмотрены в обширном обзоре [3]. В работах [4, 5] наряду с обзором теоретических достижений в исследовании октупольных деформаций представлена наиболее полно экспериментальная ситуация. В частности, показано, что экспериментальные данные о величинах октупольной деформации имеются только для небольшой группы ядер [5].

Одними из наиболее фундаментальных микроскопических самосогласованных подходов к изучению свойств ядер являются подходы, основанные на методе Хартри–Фока–Боголюбова (ХФБ) или методе Хартри–Фока (ХФ) [6, 7] с эффективными силами, либо на релятивистской теории Хартри–Боголюбова (РХБ) [8–10]. Эти же подходы широко применялись и для расчетов свойств ядер с учетом возможной октупольной деформации в работах [11–15]. Последние достижения в этом направлении исследований представлены в работах [14, 15], в которых на основе ХФБ- и РХБ-подходов проведено исследование грушевидных форм четно–четных ядер с различными наборами взаимодействий не только для ранее известных областей ядер по Z и A , но предсказано существование новых областей ядер, обладающих грушевидной формой. В работах [11–15] также приведена обширная библиография, описывающая современное состояние исследований проявлений грушевидных форм ядер на основе ХФБ- и РХБ-подходов с разными типами взаимодействий.

Несмотря на большой массив исследований проявлений октупольной деформации ядер в ХФБ- и РХБ-подходах недостаточно исследовано влияние выбора параметров сил спаривания как на

¹⁾Национальный научный центр “Харьковский физико–технический институт”, Харьков, Украина.

*E-mail: vtarasov@kipt.kharkov.ua

конечную вычисляемую величину параметра октупольной деформации, так и на величину области существования ядер, обладающих октупольной деформацией.

Целью настоящей работы является исследование влияния выбора параметров силы спаривания на величину октупольной деформации. В качестве примера нами рассматривались изотопы радия с $A = 218-228$ в приближении ХФБ с взаимодействием Скирма.

2. В настоящей работе свойства основного состояния четно-четных изотопов радия были изучены на основе метода ХФБ с зависящим от плотности нуклонов эффективным взаимодействием Скирма. Для этого мы применили компьютерный код HFVTHO v2.00d [16]. Этот код решает систему стационарных уравнений ХФБ методом итераций в предположении аксиальной симметрии формы ядра с сохранением или нарушением отражательной симметрии в ядре. При решении уравнений ХФБ в коде используется разложение однонуклонных волновых функций по базису волновых функций аксиально-деформированного гармонического осциллятора. В разложении однонуклонных волновых функций нами учитывались все базисные волновые функции гармонического осциллятора, для которых главное осцилляторное квантовое число не превышает $N_0 = 18$. Такая размерность базиса для рассматриваемой области массовых чисел ядер достаточно большая, и это минимизирует влияние выбора осцилляторных параметров базиса на результаты расчетов. При вычислении матричных элементов нами использовались 24 узла квадратурных формул Гаусса–Лягерра и Гаусса–Эрмита. Нами проводились контрольные расчеты при $N_0 = 20, 40$ узлах Гаусса–Лягерра и Гаусса–Эрмита, которые не привели к заметному изменению результатов расчетов. При нарушении отражательной симметрии в ядре используется удвоенное количество узлов квадратурных формул Гаусса–Эрмита.

Данный код позволяет решать систему уравнений ХФБ с наложенными условиями на восемь мультипольных моментов ядер, а также допускает решение уравнений без наложенных условий на указанные деформации. Мы использовали в наших расчетах наложенные условия на дипольную, квадрупольную и октупольную деформации ядер. Во всех наших расчетах наложенные условия на массовый дипольный момент ядра: $Q_{10} = 0$. Параметры квадрупольной и октупольной деформаций плотности распределения нуклонов определены аналогично работе [14]:

$$\beta_2 = Q_{20} / \left(\sqrt{\frac{16\pi}{5}} \frac{3}{4\pi} AR_0^2 \right), \quad (1)$$

Таблица 1. Наборы параметров сил спаривания

Взаимодействие	$V_n, \text{ МэВ } \Phi\text{М}^3$	$V_p, \text{ МэВ } \Phi\text{М}^3$
SkM*		
V1	-233.22	-233.22
V2	-265.25	-340.0625
V3	-271.88	-348.56
V4	-278.51	-357.06
V5	-291.775	-374.0687
SLy4		
V6	-286	-286
V7	-310	-360
V8	-325.5	-378

$$\beta_3 = Q_{30} / \left(\sqrt{\frac{16\pi}{7}} \frac{3}{4\pi} AR_0^3 \right),$$

где Q_{20} и Q_{30} — массовые квадрупольный и октупольный моменты ядер как в [14], A — число нуклонов в ядре и $R_0 = 1.2A^{1/3}$ Фм.

В настоящей работе мы использовали наборы параметров сил Скирма SkM* [17] и SLy4 [18]. В коде HFVTHO v2.00d спаривание нуклонов описывается зависящими от плотности нуклонов силами спаривания нулевого радиуса действия. Мы использовали смешанную форму сил спаривания [16, 19]:

$$v(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V_\tau \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{\rho(\mathbf{R})}{\rho_0} \right] \right\} \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad (2)$$

где V_τ — параметр сил спаривания для нейтронов ($\tau = n$) и протонов ($\tau = p$), $\rho_0 = 0.16 \text{ Фм}^{-3}$, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ — относительный радиус-вектор и радиус-вектор центра масс взаимодействующих нуклонов. Наборы параметров сил спаривания, которые мы использовали в наших расчетах, приведены в табл. 1. Для описания парных корреляций обычно используют спаривательную энергетическую щель Δ_τ для нейтронов и протонов. В настоящее время, как обсуждалось в работе [10], существует несколько определений энергетической щели. В работе [20] показано, что для четно-четных ядер для энергетической щели лучше использовать следующее выражение:

$$\Delta_\tau = \frac{\sum_k u_{k,\tau} \nu_{k,\tau} \Delta_{k,\tau}}{\sum_k u_{k,\tau} \nu_{k,\tau}}, \quad (3)$$

где $\Delta_{k,\tau}$ — диагональные матричные элементы парного поля в каноническом базисе, а $u_{k,\tau}^2$ и

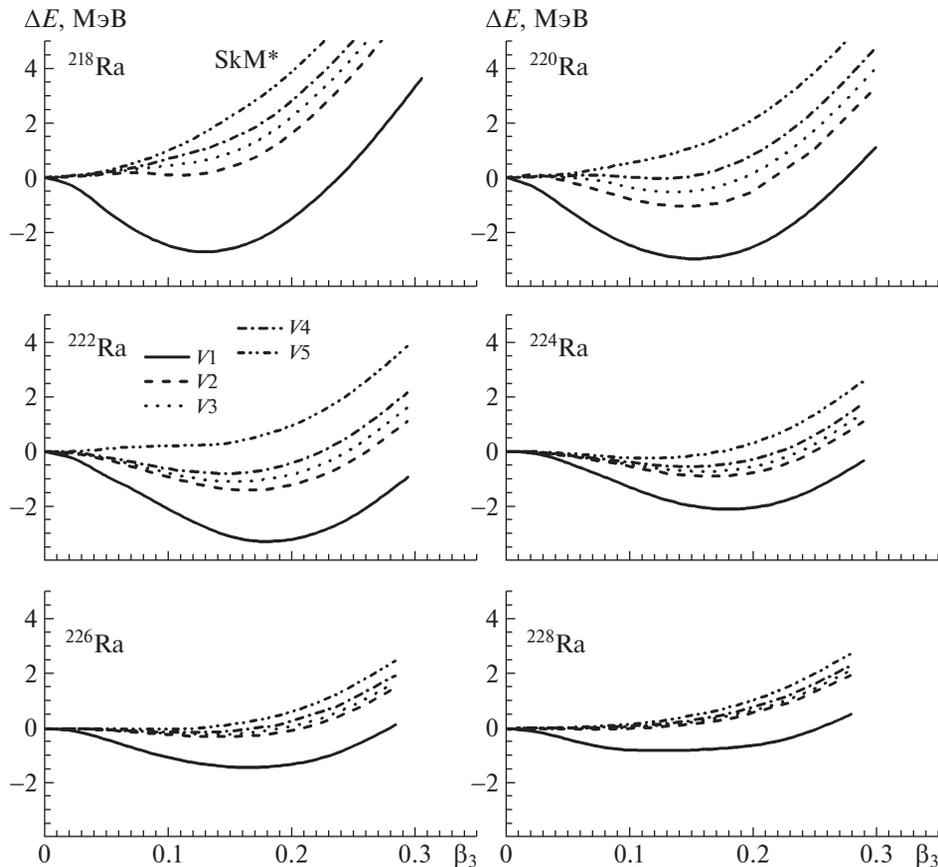


Рис. 1. Разности энергий $\Delta E = E(\beta_2, \beta_3) - E(\beta'_2, \beta'_3 = 0)$ изотопов радия как функции параметра октупольной деформации β_3 , полученные в ХФБ-расчетах с взаимодействием Скирма SkM* с различными наборами параметров сил спаривания.

$v_{k,\tau}^2$ — числа заполнения для протонов и нейтронов. Это же выражение для Δ_τ используется в программном коде HFVTHO v2.00d.

Нами проведены тестовые расчеты с данным кодом HFVTHO v2.00d для изотопов радия с взаимодействием SLy4 при условиях, аналогичных работе [14]. Получено очень хорошее совпадение результатов наших расчетов с результатами расчетов, приведенными в дополнении к работе [14], которые выполнялись с кодом HFVTHO v3.00 [21].

3. Нами выполнены расчеты с силами Скирма SkM* полных энергий ядер E с наложенными условиями на массовый параметр квадрупольной деформации β_2 и на массовый параметр октупольной деформации β_3 . В дальнейшем под энергией связи ядра B мы будем понимать $B = -E$. Для каждого ядра и различных наборов параметров сил спаривания проведены расчеты полных энергий ядер в большом диапазоне значений параметра квадрупольной деформации β_2 (от -0.4 до 1.0) и параметра октупольной деформации β_3 от $(0$ до $0.3)$. Расчеты с наложенными условиями на β_2 и β_3 показали, что в изотопах радия для различных

наборов сил спаривания параметр квадрупольной деформации β_2 в минимумах поверхностей полных энергий ядер $E(\beta_2, \beta_3)$ слабо отличается по величине от вычисленной β'_2 без учета октупольной деформации (такой же результат был получен и в работе [22]). Эту слабую зависимость положения минимума полной энергии ядра от β_2 мы использовали в дальнейшем для расчетов с силами SLy4. Расчеты показывают сильную зависимость полных энергий ядер от β_3 . Увеличение энергии связи ядер при наличии октупольной деформации ядер происходит только вблизи минимумов основного состояния ядер без учета октупольной деформации ($\beta_3 = 0$), и это увеличение зависит от силы спаривания.

На рис. 1 приведены кривые зависимости изменения полной энергии изотопов радия $\Delta E = E(\beta_2, \beta_3) - E(\beta'_2, \beta'_3 = 0)$, вычисленные с взаимодействием Скирма SkM*, от параметра деформации β_3 для различных наборов сил спаривания. Начальные значения β_2 задавались вблизи минимумов полных энергий, полученных из расчетов с наложенными условиями на β_2 и β_3 , и варьировались в процессе расчета, обеспечивая минимум

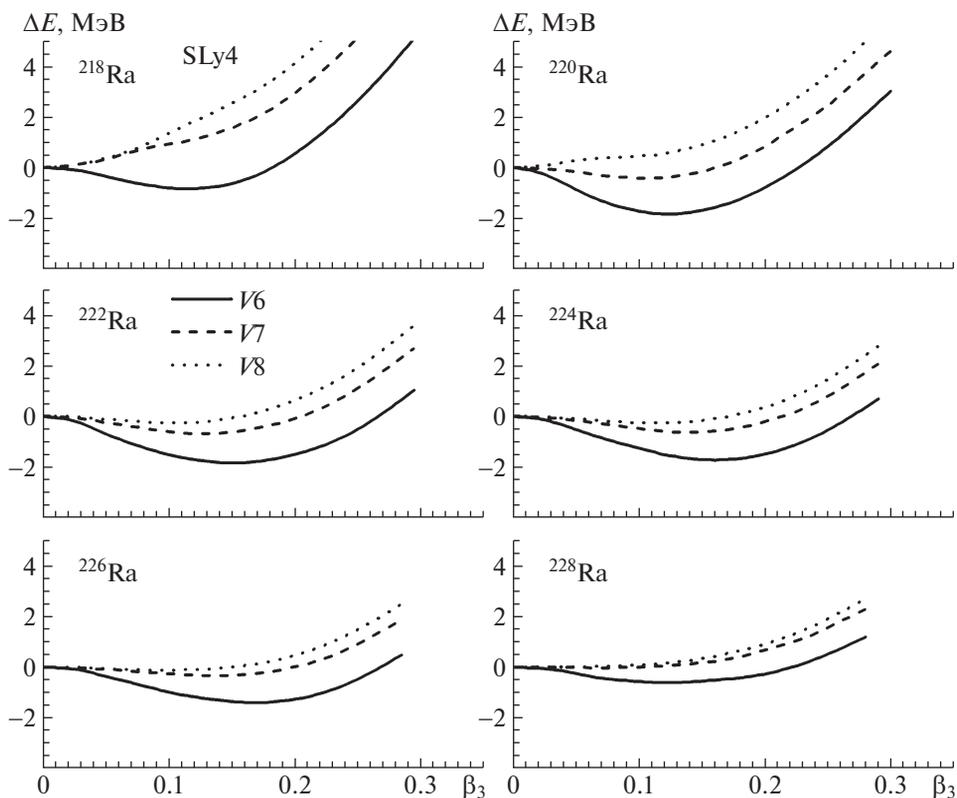


Рис. 2. То же, что на рис. 1, но с взаимодействием Скирма SLy4.

полной энергии ядра при данном значении параметра деформации β_3 . Пять наборов параметров сил спаривания V1–V5, которые мы использовали при расчетах с взаимодействием Скирма SkM*, приведены в табл. 1. Набор параметров V1, полученный для описания энергетической щели Δ_n в ядре ^{120}Sn с взаимодействием Скирма SkM*, взят из работы [23]. Набор параметров V2 используется в оригинальном коде HFVINO v2.00d [16] с взаимодействием Скирма SkM*. Наборы параметров V3, V4 и V5 являются производными от набора параметров V2 и получены умножением параметров V2 соответственно на 1.025, 1.05 и 1.1. Из рис. 1 видно, что с взаимодействием Скирма SkM* только самые слабые силы спаривания V1 из рассмотренных нами обеспечивают минимум ΔE для всех рассмотренных нами изотопов. Это приводит к увеличению энергии связи всех рассматриваемых изотопов радия при наличии в них октупольной деформации. Увеличение силы спаривания в изотопах радия приводит к уменьшению глубины минимума зависимости ΔE от β_3 либо к его полному исчезновению.

Для изучения зависимости полученных результатов от выбора параметров взаимодействия Скирма нами были проведены такие же вычисления с взаимодействием Скирма SLy4. На рис. 2 приведены кривые зависимости изменения полной энергии

изотопов радия ΔE от параметра деформации β_3 для различных наборов сил спаривания, вычисленные с взаимодействием Скирма SLy4. Для сил SLy4 начальные значения β_2 для каждого изотопа радия задавались вблизи минимума основного состояния ядра при $\beta_3 = 0$ и варьировались в процессе расчета. Три набора параметров сил спаривания V6, V7 и V8, которые мы использовали при расчетах с взаимодействием Скирма SLy4, приведены в табл. 1. Набор параметров V6 получен для описания величины энергетической щели Δ_n в ядре ^{120}Sn с взаимодействием Скирма SLy4 и взят из работы [24]. Набор параметров V7 предложен нами, а набор параметров V8 — это увеличенные на 5% значения параметров набора V7. Расчеты с взаимодействием Скирма SLy4 подтверждают результаты, полученные нами с взаимодействием Скирма SkM*. Из рис. 2 видно, что с взаимодействием Скирма SLy4 только самые слабые силы спаривания V6 из рассмотренных нами изотопов обеспечивают минимум ΔE для всех рассмотренных нами изотопов. Это приводит к увеличению энергии связи всех рассматриваемых изотопов радия при наличии в них октупольной деформации. При расчетах с взаимодействием Скирма SLy4 увеличение силы спаривания в изотопах радия, также как и в случае взаимодействия SkM*, приводит к уменьшению глубины минимума зави-

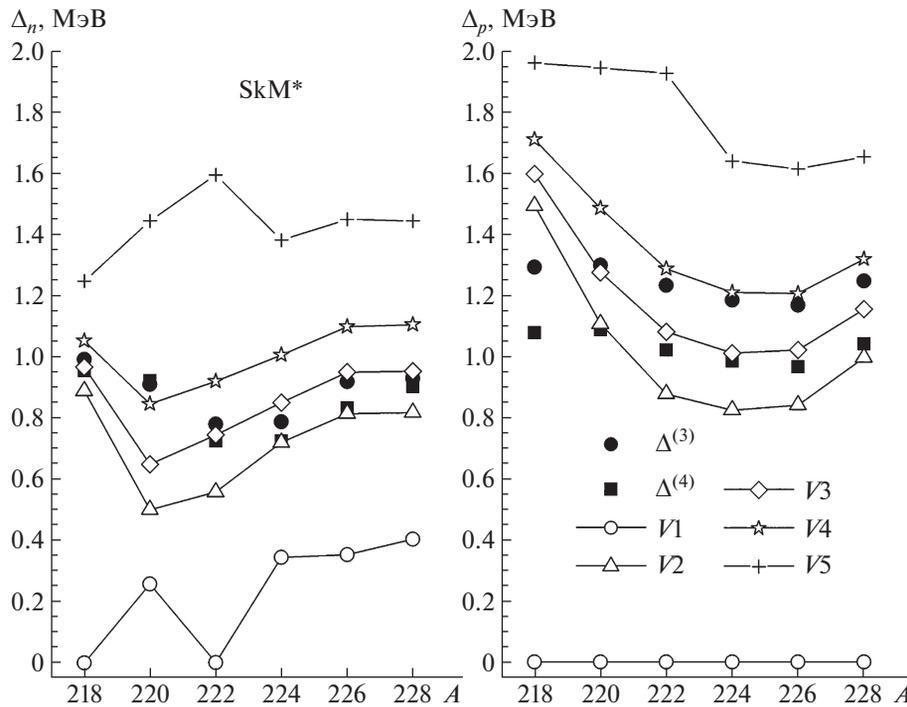


Рис. 3. Сравнение нейтронных и протонных энергетических щелей (3) изотопов радия, вычисленных с взаимодействием Скирма SkM* для различных наборов параметров сил спаривания, со значениями энергетических щелей, вычисленных из четно-нечетных разностей масс соседних ядер (4)–(7).

симости ΔE от β_3 либо к его полному исчезновению.

Приведенные выше расчеты с взаимодействиями Скирма SkM* и SLy4 с наложенными условиями на β_2 и β_3 позволили нам определить окрестности минимумов зависимостей полной энергии $E(\beta_2, \beta_3)$ для всех рассматриваемых в работе изотопов радия со всеми вариантами сил спаривания из табл. 1. После расчетов с наложенными условиями проводились уточняющие расчеты без наложенных условий на β_2 и β_3 в окрестности минимума зависимости $E(\beta_2, \beta_3)$ для более точного определения минимальных значений полных энергий ядер. Ниже на рис. 3–5 приведены результаты таких уточненных расчетов без наложенных условий на β_2 и β_3 .

Для оценки влияния сил спаривания на рассчитываемые свойства изотопов радия мы использовали средние энергетические щели ядер (3) для нейтронов Δ_n и протонов Δ_p , сравнивая их с энергетическими щелями, вычисленными из четно-нечетных разностей масс соседних ядер. Для расчета нейтронных и протонных энергетических щелей четно-четных ядер из четно-нечетных разностей масс ядер мы использовали различия трех и четырех энергий связи соседних ядер, выраженные через одночастичные энергии отделения нейтрона

S_n или протона S_p в соседних ядрах [20, 25]:

$$\Delta_n^{(3)}(N, Z) = -\frac{1}{2}[S_n(N+1, Z) - S_n(N, Z)], \tag{4}$$

$$\Delta_p^{(3)}(N, Z) = -\frac{1}{2}[S_p(N, Z+1) - S_p(N, Z)], \tag{5}$$

$$\Delta_n^{(4)}(N, Z) = -\frac{1}{4}[S_n(N+1, Z) + S_n(N-1, Z) - 2S_n(N, Z)], \tag{6}$$

$$\Delta_p^{(4)}(N, Z) = -\frac{1}{4}[S_p(N, Z+1) + S_p(N, Z-1) - 2S_p(N, Z)]. \tag{7}$$

Одночастичные энергии отделения нейтрона S_n или протона S_p в ядрах взяты из таблиц работы [25].

На рис. 3 и рис. 4 приведено сравнение энергетических щелей (3) для нейтронов и протонов в изотопах радия, которые были вычислены с взаимодействием Скирма SkM* и SLy4 с наборами параметров сил спаривания V1–V7, со значениями энергетических щелей, вычисленных из четно-нечетных разностей масс соседних ядер (4)–(7). Как видно из рис. 3 для сил SkM* Δ_n , вычисленные согласно (3), с параметрами сил спаривания V1

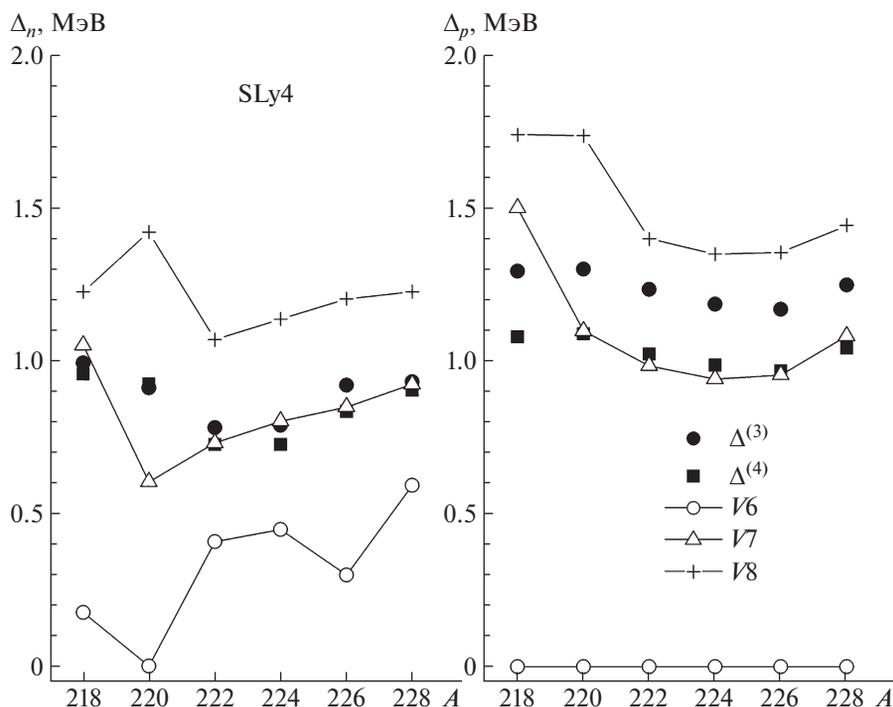


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но с взаимодействием Скирма SLy4.

и $V5$ дают соответственно заниженные и завышенные величины по сравнению с $\Delta^{(3)}$ и $\Delta^{(4)}$, которые получены соответственно из (4) и (6). Для Δ_p силы спаривания $V5$ также дают завышенное значение энергетической щели, а расчеты с силами $V1$ показывают отсутствие спаривания протонов в рассматриваемых изотопах радия. Расчеты с силами спаривания $V2$ – $V4$ приблизительно с одинаковым качеством согласуются со значениями $\Delta^{(3)}$ и $\Delta^{(4)}$. Наилучшее согласие с $\Delta^{(3)}$ и $\Delta^{(4)}$ дают силы спаривания $V3$. Для сил Скирма SLy4 и параметров $V6$ и $V8$, также как и для сил Скирма SkM* с силами спаривания $V1$ и $V5$, мы получаем соответственно заниженные или завышенные величины Δ_n и Δ_p по сравнению с $\Delta^{(3)}$ и $\Delta^{(4)}$ для нейтронов и протонов. Силы спаривания $V7$ для сил Скирма SLy4 дают наилучшее описание энергетических щелей.

На рис. 5а и 5б приведены результаты расчетов соответственно с силами Скирма SkM* и SLy4 параметров деформации ядер β_2 и β_3 , а также величина $\Delta E_3 = E(\beta_2, \beta_3) - E(\beta_2', \beta_3' = 0)$. Энергию ΔE_3 , которая представляет собой вклад в полную энергию ядра от учета октупольной деформации ядер, будем называть октупольной энергией ядра. На рис. 5а и 5б величины параметров деформации β_2 и β_3 дополнительно варьировались по отношению к расчетам с наложенными условиями для получения уточненного минимального значения $E(\beta_2, \beta_3)$. Приведенные на рис. 5а и 5б расчеты

выполнены с различными наборами параметров сил спаривания, которые обсуждались выше. Как видно из этих рисунков, выбор величины сил спаривания существенно влияет на значения параметров деформации β_2 и β_3 , а также на величину октупольной энергии ΔE_3 . Силы спаривания $V5$ для SkM* и $V8$ для SLy4 настолько сильны, что это приводит к исчезновению как квадрупольной, так и октупольной деформации некоторых изотопов радия. Авторы работы [26] предполагают, что отсутствие β_3 для легких изотопов радия в расчетах с силами SkM* при учете спаривания в приближении БКШ связано с завышенной величиной силы спаривания. Но при этом в работе [26] не проводилось исследование влияния сил спаривания на величину октупольной деформации. Рисунки 5а и 5б прямо демонстрируют, что увеличение сил спаривания приводит к уменьшению или полному исчезновению квадрупольной и октупольной деформации ядер, а также соответственно к уменьшению или полному исчезновению октупольной энергии. Поэтому при расчетах необходимо контролировать величину сил спаривания, например, как в нашей работе, проводя сравнение вычисленных энергетических щелей с их эмпирическими значениями. В наших расчетах такое сравнение позволяет отдать предпочтение для сил Скирма SkM* силам спаривания $V3$, а для сил Скирма SLy4 — силам спаривания $V7$.

4. В настоящей работе проведены расчеты в приближении ХФБ в предположении аксиальной

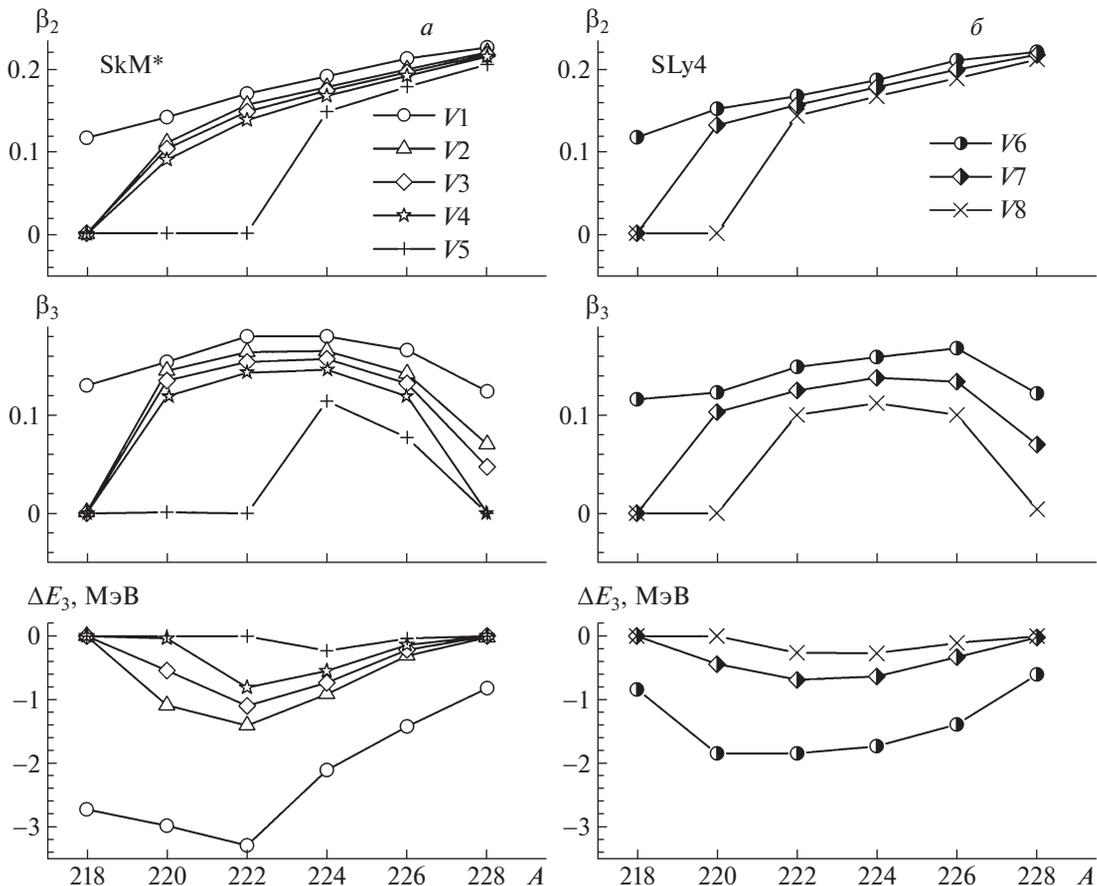


Рис. 5. Параметры деформации изотопов радия β_2 и β_3 , а также их октупольные энергии $\Delta E_3 = E(\beta_2, \beta_3) - E(\beta_2', \beta_3' = 0)$, вычисленные с взаимодействием Скирма SkM* (а) и SLy4 (б) для различных наборов параметров сил спаривания.

симметрии ядер с наборами параметров сил Скирма SkM* и SLy4 для изотопов радия с $A = 218$ – 228 , которые в настоящее время интенсивно изучаются на присутствие в них октупольной деформации. Спаривание нуклонов в ядрах описывается силами спаривания нулевого радиуса действия смешанного типа с различными наборами констант сил спаривания. В расчетах использовались наложенные условия на параметры квадрупольной и октупольной деформаций ядер. Для более точного определения минимального значения полной энергии ядра проводились уточняющие расчеты без наложенных условий на β_2 и β_3 в окрестности минимума зависимости $E(\beta_2, \beta_3)$.

Показано, что для рассмотренных изотопов радия октупольная деформация ядер сильно зависит от выбора параметров силы спаривания нуклонов. Из сравнения вычисленных значений протонных и нейтронных энергетических щелей с их значениями, вычисленными из четно-нечетных разностей масс соседних ядер, выбраны предпочтительные значения констант сил спаривания нейтронов и протонов для рассмотренных изотопов радия. Завышенные значения констант сил спаривания

приводят к уменьшению или полному исчезновению квадрупольной и октупольной деформаций в рассмотренных изотопах радия. Отметим также, что для более точного описания октупольных деформаций ядер, по-видимому, необходимо, помимо дальнейшего изучения влияния парных корреляций в ядрах, проведение дополнительных исследований влияния проектирования на состояние с определенным угловым моментом ядра на описание октупольных деформаций, которое не выполнялось в настоящей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О. Бор, Б. Моттelson, *Структура атомного ядра* (Мир, Москва, 1977), т. 2 [A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, 1975), Vol. 2].
2. В. Г. Соловьев, *Теория сложных ядер* (Наука, Москва, 1971) [V. G. Soloviev, *Theory of Complex Nuclei* (Pergamon Press, Oxford, 1976)].
3. P. A. Butler and W. Nazarewicz, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 349 (1996).
4. P. A. Butler, *J. Phys. G* **43**, 073002 (2016).
5. P. A. Butler, *Proc. Roy. Soc. A* **476**, 20200202 (2020).

6. M. Bender, P.-H. Heenen, and P.-G. Reinhard, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 121 (2003).
7. M. V. Stoitsov, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, S. Pittel, and D. J. Dean, *Phys. Rev. C* **68**, 054312 (2003).
8. J. Meng, H. Toki, S. G. Zhou, S. Q. Zhang, W. H. Long, and L. S. Geng, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57**, 470 (2006).
9. T. Nikšić, D. Vretenar, and P. Ring, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **66**, 519 (2011).
10. S. E. Agbemava, A. V. Afanasjev, D. Ray, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **89**, 054320 (2014).
11. S. E. Agbemava, A. V. Afanasjev, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **93**, 044304 (2016).
12. S. E. Agbemava and A. V. Afanasjev, *Phys. Rev. C* **96**, 024301 (2017).
13. L. M. Robledo, T. R. Rodríguez, and R. R. Rodríguez-Guzmán, *J. Phys. G* **46**, 013001 (2019).
14. Y. Cao, S. E. Agbemava, A. V. Afanasjev, W. Nazarewicz, and E. Olsen, *Phys. Rev. C* **102**, 024311 (2020).
15. Mengzhi Chen, Tong Li, Jacek Dobaczewski, and Witold Nazarewicz, *Phys. Rev. C* **103**, 034303 (2021).
16. M. V. Stoitsov, N. Schunck, M. Kortelainen, N. Michel, H. Nam, E. Olsen, J. Sarich, and S. Wild, *Comput. Phys. Commun.* **184**, 1592 (2013).
17. J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H.-B. Hekansson, *Nucl. Phys. A* **386**, 79 (1982).
18. E. Chabanat, P. Bonche, P. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer, *Nucl. Phys. A* **635**, 231 (1998); **643**, 441 (Erratum) (1998).
19. J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and M. V. Stoitsov, *Eur. Phys. J. A* **15**, 21 (2002).
20. A. V. Afanasjev, S. E. Agbemava, D. Ray, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **91**, 014324 (2015).
21. R. N. Perez, N. Schunck, R.-D. Lasserri, C. Zhang, and J. Sarich, *Comput. Phys. Commun.* **220**, 363 (2017).
22. E. Olsen, J. Eler, W. Nazarewicz, and M. Stoitsov, *J. Phys: Conf. Ser.* **402**, 012034 (2012).
23. Jun Li, Gianluca Colò, and Jie Meng, *Phys. Rev. C* **78**, 064304 (2008).
24. M. V. Stoitsov, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and P. Ring, *Comput. Phys. Commun.* **167**, 43 (2005).
25. Meng Wang, G. Audi, F. G. Kondev, W. J. Huang, S. Naimi, and Xing Xu, *Chin. Phys. C* **41**, 030003 (2017).
26. S. Ebata and T. Nakatsukasa, *Phys. Scr.* **92**, 064005 (2017).

THE STUDY OF OCTUPOL DEFORMATION OF RADIUM ISOTOPES IN THE HARTREE–FOCK–BOGOLIUBOV APPROXIMATION WITH THE SKYRME FORCES

V. I. Kuprikov¹⁾, V. N. Tarasov¹⁾

¹⁾ *National Science Center “Kharkov Institute of Physics and Technology”, Ukraine*

The study of changes of the octupole deformation of nuclei in the chain of even–even radium isotopes was carried out on the base of the Hartree–Fock–Bogoliubov method with the Skyrme nucleon–nucleon interaction. The pairing of nucleons was described by the mixed-type zero-range pairing forces, which depend on the nucleon density. The constrained conditions on the quadrupole and octupole moments of nuclei were used in the calculations. The dependence of the calculated characteristics of nuclei on the choice of the pairing strength was investigated. The calculations show that there is a strong dependence of the octupole deformation of nuclei on the choice of the parameters of the nucleon pairing force.

АНОМАЛИЯ В СПЕКТРЕ ЯДЕР ГАЛАКТИЧЕСКИХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ В ОЛИВИНАХ ИЗ МЕТЕОРИТОВ

© 2021 г. Г. В. Калинина¹⁾, Тан Найнг Со²⁾*, Н. И. Старков²⁾

Поступила в редакцию 20.06.2021 г.; после доработки 20.06.2021 г.; принята к публикации 20.06.2021 г.

В настоящей работе исследовалась аномалия в спектре ядер галактических космических лучей в кристаллах оливинов из метеоритов, которая возникла в зарядовом спектре при изучении кристаллов, близко расположенных к поверхности метеорита. При падении метеорита и движении через атмосферу Земли его поверхность сильно нагревается. Была исследована динамика прогрева вещества метеорита, предложено решение уравнения распространения тепла и выполнено его моделирование в среде Borland C++ builder. Получены оценки прогрева вещества палласита за время падения метеорита. Показано, что температура кристаллов оливина вблизи поверхности метеорита может достигать более 1300°C, что может приводить к эффекту отжига треков. Из-за эффекта отжига часть треков исчезает, а другие меняют свои геометрические характеристики. Это может объяснить необычную форму распределения зарядов ядер, найденных в кристаллах оливина вблизи края метеорита.

DOI: 10.31857/S0044002721060088

1. ВВЕДЕНИЕ

В лаборатории элементарных частиц ФИАН с 2005 г. проводится работа по поиску треков сверхтяжелых ядер в кристаллах оливинов из метеоритов [1]. Два фрагмента палласитов Marjalahti и Eagle Station были переданы из ОИЯИ в ФИАН для проведения исследований с использованием новых технических средств и методов регистрации. В результате начался эксперимент ОЛИМПИА (ОЛИвины из Метеоритов — Поиск тяжелых и сверхтяжелых Ядер) по поиску и идентификации тяжелых и сверхтяжелых ядер ГКЛ в кристаллах оливина из палласитов, представляющий собой совместный проект институтов Российской академии наук: ФИАН им. П.Н. Лебедева и ГЕОХИ им. В.И. Вернадского. Подробности эксперимента, методы обработки и анализа данных представлены в работах [2, 3].

Треки ядер тяжелых компонент ГКЛ регистрируются в полупрозрачных кристаллах магний-железосиликатного оливина $(Mg_{0.8}Fe_{0.2})_2SiO_4$, заключенных в железо-никелевой матрице палласита. В отличие от трековых детекторов других типов, эмульсионных или пластиковых, оливин не накапливает фоновые треки от ядер с $Z \leq 24$, что обусловлено высоким порогом удельных энергетических потерь заряженной частицы, необходимым

для образования в оливине химически травмированного трека (пороговое значение ионизационных потерь энергии для оливина составляет около $18 \text{ МэВ}/(\text{мг см}^{-2})$ [4]. Это фактически означает отсутствие фоновых событий в этих исследованиях.

Поврежденные из-за прохождения заряженной частицы области кристалла имеют более высокую химическую активность по сравнению с неповрежденным материалом, в результате чего возникает возможность визуализировать трек частицы в кристалле путем его травления в комплексном химическом растворе. Параметры протравленных треков ядер (травимая длина и скорость травления) зависят от ионизации, производимой быстрым тяжелым ионом в веществе кристалла [5, 6].

Исследование кристаллов осуществляется оригинальным авторским методом поэтапной обработки, при котором после фиксации обнаруженных видимых участков треков и измерения их параметров часть кристалла толщиной 50–100 мкм (с точностью до нескольких мкм) удаляется, и процессы обработки поверхности и измерения треков повторяются. При обработке кристалла на каждой новой стадии осуществляется поиск как новых треков, так и продолжений участков, уже найденных на предыдущем этапе; в этом случае производится координатная “сшивка” трека. В результате восстанавливается его полная длина до точки остановки в детекторе. Для установки на микроскоп кристаллы оливина, извлеченные из железо-никелевой матрицы, закрепляются в эпоксидных таблетках по ~ 15 штук.

¹⁾Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского РАН, Москва, Россия.

²⁾Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия.

*E-mail: dr.thannaingsoe.lpiras@gmail.com

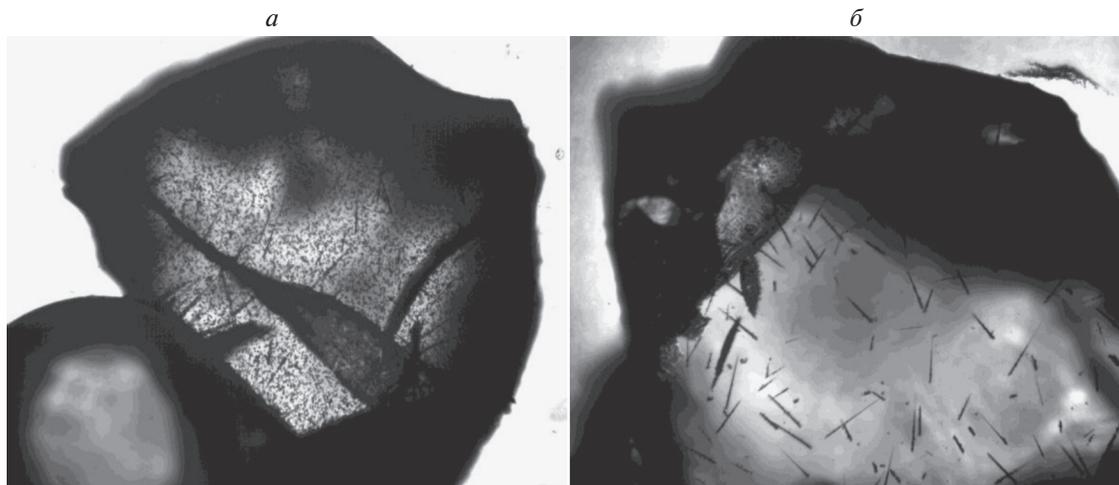


Рис. 1. Фотографии кристаллов оливина после травления. *а* — Типичная сетка ядер группы железа, *б* — изображение кристалла, взятого вблизи края метеорита. Размер поля зрения 550×444 мкм.

За время эксперимента было обработано 890 кристаллов из метеоритов Marjalahti и Eagle Station, и определены параметры 28275 треков ядер с $Z > 24$, включая три трека с зарядом 119_{-6}^{+10} . Разработанный с использованием калибровочных данных авторский метод определения заряда ядра, сформировавшего трек [7, 8], позволяет на основе проведенных измерений определять зарядовый спектр зарегистрированных ядер [9].

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ РАЗМЕРЫ ТРЕКОВ

В 2019 г. была начата очередная серия обработки кристаллов оливина метеорита Marjalahti.

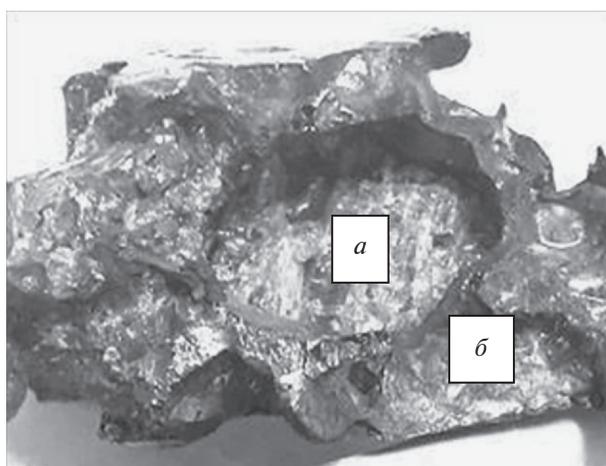


Рис. 2. Фотография части метеорита Marjalahti. *а* — Лунка с кристаллом оливина вблизи края метеорита, часть кристаллов оливина уже вынута; *б* — железоникелевая матрица.

В процессе работы было обнаружено, что ряд кристаллов оливина обладают некоторыми особенностями по сравнению с другими кристаллами. В частности, было замечено, что в них после травления отсутствуют треки ядер группы железа. Обычно после травления поверхность кристаллов покрыта густой сеткой таких треков длиной 10–15 мкм (рис. 1*а*). Так как эта сетка мешает измерениям геометрических характеристик треков более тяжелых ядер, чей поток на шесть порядков меньше потока ядер группы железа, слой 15–20 мкм убирается с помощью шлифовки поверхности кристалла. На рис. 1*б* для сравнения показана поверхность кристалла, в котором после травления треки группы железа отсутствуют.

Более внимательное изучение необычных кристаллов показало, что основное их отличие от других кристаллов заключается в том, что они взяты из другого места, а именно из небольшой лунки вблизи края метеорита (рис. 2). Толщина железоникелевого слоя до края метеорита в этом месте составляет 3–5 мм. При таком расположении лунки кристаллы оливина в ней могли за время падения прогреться до высокой температуры за счет нагрева поверхности метеорита при его прохождении через атмосферу Земли.

Время пролета метеорита через атмосферу зависит от его скорости, угла, под которым он входит в атмосферу, и его размеров. Влетев в земную атмосферу со скоростью, например, от 11 до 72 км/с [10], метеорит уже на высоте 100–150 км над Землей встречает очень сильное сопротивление воздуха. Воздух перед метеоритом мгновенно сжимается и вследствие этого разогревается. В итоге образуется так называемая воздушная подушка. Поверхность метеорита нагревается очень сильно, до температуры в несколько тысяч градусов. В

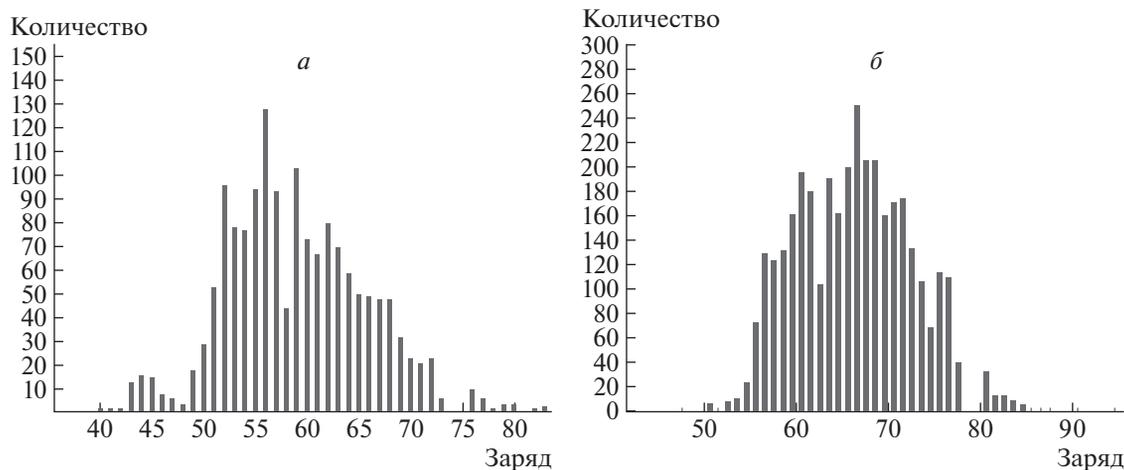


Рис. 3. Распределения количества треков по зарядам ядер в оливинах из метеоритов. *а* — Обычное распределение в кристаллах, взятых из глубины; *б* — аномальное распределение в кристаллах из лунки вблизи края метеорита.

этот момент он становится заметным, как летящий по небу болид. Его остаток, не успевший полностью распылиться, падает на Землю под влиянием силы притяжения, как обыкновенный брошенный камень. В результате полное время пролета метеорита через атмосферу составляет от нескольких секунд до десятков секунд. Находясь в условиях высокой температуры, следы треков ядер в оливине могут подвергаться отжигу и вследствие этого менять свои характеристики или вовсе исчезать.

Вопрос о влиянии нагрева и охлаждения на свойства треков широко обсуждался в литературе в связи с применением методов минералогического и трекового анализа для решения различных геологических и тектонических задач [11]. Это связано с тем, что форма распределения длин протравленных треков от осколков радиоактивных ядер зависит от температурной истории геологических пород, т.е. времени их нагрева и остывания. В результате трековый анализ применяется для оценки скоростей тектонических процессов для различных регионов (Южная Корякия, Камчатка, Российская Арктика, Крым и другие) [12], реконструкций источников сноса терригенного материала и тестирования палеогеографических и палеотектонических моделей. К сожалению, этот опыт мало может помочь в нашей задаче, так как его временная шкала исчисляется сотнями тысяч и миллионами лет.

Другой опыт исследования результатов отжига связан, в основном, с работами В.П. Перельгина [13]. Им был разработан метод определения зарядов сверхтяжелых ядер в оливинах из метеоритов с предварительным отжигом кристаллов. На основе ряда калибровочных измерений им было установлено, что отжиг в течение 32 ч при температуре 430°C приводит к полному исчезновению треков группы железа и укорочению в 6–8 раз треков с $Z > 50$ [13]. К сожалению, эти условия отжига

также далеки от тех, что возникают в метеорите при его движении в атмосфере. Тем не менее, на основе этих работ с большой вероятностью можно сказать, что причиной отсутствия треков ядер группы железа является их отжиг.

Другим свидетельством наличия отжига треков в кристаллах, взятых из лунки, является форма распределения зарядов ядер в них. На рис. 3 представлены распределения количества треков по зарядам в кристаллах упомянутой серии, взятых из глубины метеорита (*а*) и из лунки (*б*). Видно, что во втором случае распределение сильно смещено в область больших зарядов. Сравнивая эти рисунки, можно увидеть качественное различие в форме распределений. “Обычное” распределение имеет резкий пик в области $Z = 56$, затем оно круто спадает, сменяясь на более пологую часть при $Z > 70$. В то же время “необычное” распределение имеет высокий и широкий пик в области $65 < Z < 75$. Такое смещение могло быть результатом отжига, чье влияние, как было сказано ранее, тем больше, чем меньше заряд.

Таким образом, находясь в условиях высокой температуры, следы треков ядер в кристаллах оливина, содержащихся в метеоритах — палласитах, могут подвергаться отжигу и вследствие этого менять свои характеристики или вовсе исчезать. Для выяснения этого вопроса были проведены расчеты распространения тепла внутри железо-никелевой матрицы, окружающей оливин, и оливина. Матрица палласита — железо-никелевого метеорита с включениями оливинов — имеет сложную форму. Распространение тепла в объекте такой формы представляет собой непростую задачу, поэтому в настоящей работе мы ограничимся пока упрощенным подходом оценки условий, возникающих в объеме метеорита.

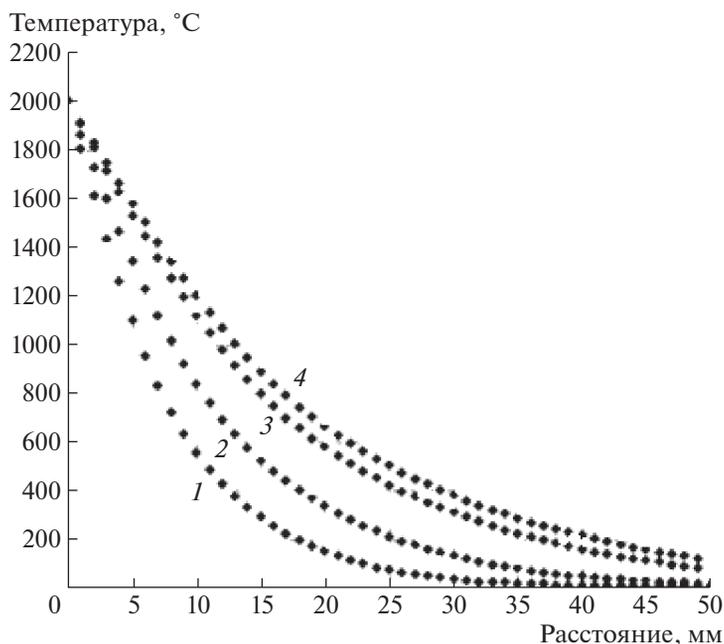


Рис. 4. Зависимость температуры от расстояния до конца стержня и времени. Время прогрева: 1 — 5 с, 2 — 10 с, 3 — 20 с и 4 — 25 с.

Процесс распространения тепла в полубесконечном железном стержне, свободный конец которого поддерживается при постоянной температуре в 2000°С, а начальная температура самого стержня одинакова по всей его длине и равна 0°С, описывается уравнением теплопроводности, показывающим изменение температуры T на расстоянии x от его конца в зависимости от времени t

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}. \quad (1)$$

Коэффициент $\alpha(T)$ называется коэффициентом температуропроводности. При постоянной величине $\alpha(T) = \text{const}$ решение уравнения (1) известно в аналитическом виде [14]. Однако в нашем случае ситуация сложнее, так как коэффициент температуропроводности $\alpha(T)$ зависит от температуры, поэтому будем решать уравнение (1) численно.

Для решения уравнения (1) будем использовать явную разностную схему [15] с учетом температурной зависимости коэффициента $\alpha(T)$. Условие сходимости используемой схемы, в которое входит и коэффициент $\alpha(T)$ накладывает ограничение на шаги как по времени Δt , так и по длине стержня Δx : $\Delta t < \Delta x^2 / 2 / \alpha(T)$. В качестве рабочих значений были выбраны величины $\Delta x = 0.05$ см, $\Delta t = 0.0005$ с. Задачей расчета является оценка прогрева материала на определенную величину вдоль стержня за время падения метеорита.

Чтобы оценить температуру его разогрева за время пролета метеорита через атмосферу (от

нескольких до десятков секунд), приведем результаты расчета для нескольких значений времени. Результаты расчетов для полубесконечного стержня представлены на рис. 4 в виде зависимости температуры от функции расстояния от края стержня для $t = 5, 10, 20$ и 25 с. За это время материал метеорита прогревается до значительных величин на глубину до 2–3 см, а на расстоянии 7 мм достигает 1200–1300°С, что близко к температуре плавления оливина (1400°С).

Полубесконечный стержень — это очень приближенная модель для железо-никелевой матрицы метеорита класса палласитов, тем не менее, дает картину эволюции температурных условий.

Рассмотрим более близкую к метеориту модель в виде железной решетки, в ячейки которой размером 5 мм встроен оливин. На краю решетки при $Y = 0$ поддерживается температура 2000°С. Сама решетка в начальный момент времени имеет температуру 0°С. Двумерная модель распространения тепла описывается уравнением

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha(T) \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (2)$$

Как и ранее, для его решения будем использовать явную разностную схему с теми же параметрами $\Delta x = 0.05$ см, $\Delta t = 0.0005$ с, которые удовлетворяют условиям сходимости и для двумерного случая.

На рис. 5 представлены результаты расчетов по распространению тепла вдоль решетки в зависимости от расстояния до ее нагретого края

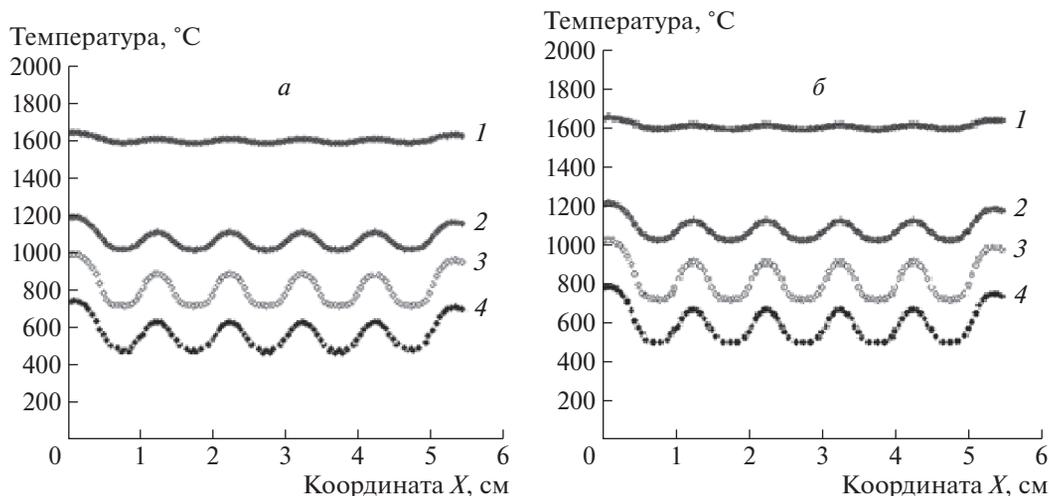


Рис. 5. Распределение температуры вдоль координаты X при фиксированных координатах Y при разных значениях времени: $a - t = 10$ с и $b - 20$ с. Номера рядом с кривыми соответствуют координатам Y : 1 — 3 мм, 2 — 7 мм, 3 — 9 мм и 4 — 12 мм.

(координата Y) и времени. Видно, что величины немного отличаются от тех, что показаны на рис. 4, т.е. форма объекта нагрева влияет на результат, но значения температуры близки на обоих графиках. Таким образом, можно сделать вывод, что разогрев метеорита на расстоянии 5 мм от оплавленного края может достигать 500°C через 10 с и 1100°C через 20 с падения. Это вполне может повлиять на характеристики трека.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Близость отдельных кристаллов оливина к оплавленному и по этой причине сильно разогретому краю метеорита привела к отжигу треков за счет нагревания метеорита при его прохождении через атмосферу во время падения на Землю. При отжиге треков происходит их укорачивание, причем в разной степени, в зависимости от заряда ядра [5, 6]. Этот эффект, как показали проведенные исследования, привел к существенному изменению геометрических характеристик треков и, следовательно, к появлению аномалии в зарядовом распределении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. Л. Гинзбург, Н. Г. Полухина, Н. И. Старков, Е. Л. Фейнберг, В. А. Царев, Докл. Акад. наук **402**, 472 (2005).
2. V. Alexeev, G. Kalinina, T. Pavlova, A. Bagulya, M. Chernyavsky, A. Gippius, L. Goncharova, S. Gorbunov, N. Konovalova, N. Okatyeva, N. Polukhina, N. Starkov, T. N. Soe, T. Shchedrina, A. Volkov, M. Gorshenkov, *et al.*, *Astrophys. J.* **829**, 120 (2016), doi: 10.3847/0004-637X/829/2/120
3. В. А. Алексеев, А. В. Багуля, А. Е. Волков, А. А. Гиппиус, Л. А. Гончарова, С. А. Горбунов, Г. В. Калинина, Н. С. Коновалова, Н. М. Окатьева, Т. А. Павлова, Н. Г. Полухина, Н. И. Старков, Т. Н. Сое, М. М. Чернявский, Т. В. Щедрина, Краткие сообщения по физике ФИАН **44** (11), 41 (2017) [Bull. Lebedev Phys. Inst. **44**, 336 (2017), doi: 10.3103/S1068335617110069].
4. P. Horn, M. Maurette, and W. Von Oertzen, *Z. Naturforsch.* **22a**, 1793 (1967), doi: 10.1515/zn-1967-1117
5. С. Дюррани, Р. Балл, *Твердотельные ядерные детекторы* (Энергоатомиздат, Москва, 1990) [S. A. Durrani and R. K. Bull, *Solid State Nuclear Track Detection: Principles, Methods and Applications* (1987)].
6. Р. Л. Флейшер, П. Б. Прайс, Р. М. Уокер, *Треки заряженных частиц в твердых телах, т. 1, Методы исследования треков* (Энергоатомиздат, Москва, 1981) [R. L. Fleischer, P. Buford Price, R. M. Walker, *Nuclear Tracks in Solids* (Univ. California Press, Berkeley, 1975)].
7. А. Б. Александров, А. В. Багуля, М. С. Владимиров, Л. А. Гончарова, А. И. Ивлиев, Г. В. Калинина, Л. Л. Кашкаров, Н. С. Коновалова, Н. М. Окатьева, Н. Г. Полухина, А. С. Русецкий, Н. И. Старков, В. А. Царев, Краткие сообщения по физике ФИАН **35** (7), 19 (2008) [Bull. Lebedev Phys. Inst. **35**, 205 (2008), doi: 10.3103/S1068335608070038].
8. А. Б. Александров, В. А. Алексеев, А. В. Багуля, А. Б. Дашкина, М. М. Чернявский, А. А. Гиппиус, Л. А. Гончарова, С. А. Горбунов, В. М. Грачев, Г. В. Калинина, Н. С. Коновалова, Н. М. Окатьева, Т. А. Павлова, Н. Г. Полухина, Н. И. Старков, Тан Найнг Со и др., Краткие сообщения по физике ФИАН **46** (12), 23 (2019) [Bull. Lebedev Phys. Inst. **46**, 383 (2019), doi: 10.3103/S1068335619120042].

9. V. Alexeev, A. Bagulya, M. Chernyavsky, A. Gippius, L. Goncharova, S. Gorbunov, M. Gorshenkov, G. Kalinina, N. Konovalova, Jie Liu, Pengfei Zhai, N. Okatyeva, T. Pavlova, N. Polukhina, N. Starkov, Than Naing, Soe, *et al.*, *Astrophys. J.* **829**, 120 (2016), doi: 10.3847/0004-637X/829/2/120
10. E. A. Silber, M. Boslough, W. K. Hocking, M. Gritsevich, and R. W. Whitaker, *Adv. Space Res.* **62**, 489 (2018).
11. P. B. Price, D. Lal, A. S. Tamhane, and V. P. Perelygin, *Earth Planet. Sci. Lett.* **19**, 377 (1973).
12. А. В. Соловьев, *Изучение тектонических процессов в областях конвергенции литосферных плит: методы трекового датирования и структурного анализа* (Наука, Москва, 2008); Труды ГИН РАН, вып. 577.
13. V. P. Perelygin, S. G. Stetsenko, H. J. Crawford, and T. J. M. Symons, *Z. Phys. A* **338**, 435 (1991).
14. Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов, *Уравнения в частных производных математической физики* (Высшая школа, Москва, 1970), с. 451.
15. Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков, *Численные методы* (Наука, Москва, 1987), с. 512.

ANOMALY IN THE NUCLEI SPECTRUM OF GALACTIC SPACE RAYS IN OLIVINES FROM METEORITES

G. V. Kalinina¹⁾, Than Naing Soe²⁾, N. I. Starkov²⁾

¹⁾*Vernadsky Institute of Geochemistry and Analytical Chemistry of Russian Academy of Sciences (GEOKHI RAS), Moscow, Russia*

²⁾*Lebedev Physical Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

In this work, we investigated the anomaly in the spectrum of galactic cosmic ray nuclei in olivine crystals from meteorites, which arose in the charge spectrum when studying crystals close to the meteorite surface. When a meteorite falls and moves through the Earth's atmosphere, its surface is very hot. The dynamics of heating of the meteorite substance was investigated, a solution to the heat propagation equation was proposed and its modeling was carried out in the Borland C++ builder environment. Estimates of the heating of the pallasite material during the meteorite fall are obtained. It is shown that the temperature of olivine crystals near the surface of a meteorite can reach more than 1300 degrees Celsius, which can lead to the effect of track annealing. Due to the annealing effect, some of the tracks disappear, while others change their geometric characteristics. This may explain the unusual shape of the distribution of nuclear charges found in olivine crystals near the edge of the meteorite.

ИССЛЕДОВАНИЕ СКРЫТЫХ ПОМЕЩЕНИЙ СВЯТО-ТРОИЦКОГО ДАНИЛОВА МОНАСТЫРЯ МЕТОДОМ МЮОННОЙ РАДИОГРАФИИ

© 2021 г. А. Б. Александров¹⁾, С. Г. Васина¹⁾, В. И. Галкин²⁾, Л. А. Гончарова¹⁾, А. С. Коновалов³⁾, Н. С. Коновалова¹⁾, П. С. Королев⁴⁾, А. А. Ларионов⁴⁾, И. А. Мельниченко⁵⁾, А. К. Манагадзе⁶⁾, Н. М. Окальева¹⁾, Н. Г. Полухина¹⁾, Т. М. Роганова⁶⁾, Ж. Т. Садыков⁵⁾, Н. И. Старков¹⁾, Е. Н. Старкова¹⁾, В. Э. Тюков¹⁾, М. М. Чернявский¹⁾, В. И. Шевченко⁷⁾, Т. В. Щедрина¹⁾*

Поступила в редакцию 24.06.2021 г.; после доработки 24.06.2021 г.; принята к публикации 24.06.2021 г.

Представлены результаты эксперимента по исследованию археологических объектов на территории Свято-Троицкого Данилова монастыря города Переславль-Залесский, Ярославская область, проведенного методом мюонной радиографии. В статье дано описание эксперимента, представлены первые результаты анализа данных, демонстрирующие чувствительность выбранной методики к поставленной задаче.

DOI: 10.31857/S0044002721060027

1. ВВЕДЕНИЕ

Метод мюонографии — инновационный метод получения информации о структуре массивных природных и промышленных объектов, который может применяться в самых различных областях: геологоразведка, мониторинг состояния ядерных реакторов, неразрушающий контроль крупных промышленных объектов, альтернативный геофизическим методам способ анализа сейсмических процессов. Мюонная радиография использует ту же концепцию, что и медицинская радиография (рентген): поглощение пучка (мюоны вместо рентгеновских лучей) при прохождении через вещество (порода или строительные материалы вместо человеческой плоти) и чувствительное устройство (детектор). Преимуществами метода являются его неинвазивность, использование природного источника излучения и высокая проникающая

способность атмосферных мюонов, проникающих на глубины до нескольких километров водного эквивалента. Поток проникающих мюонов на уровне моря составляет $10^4/\text{м}^2$ в минуту. Сравнимая поглощение потока частиц различными частями исследуемого объекта, можно получить информацию о структуре данного объекта. В настоящее время эксперименты, проводимые методом мюонной радиографии, успешно осуществляются в ряде научных центров России, Италии, Швейцарии, Японии и других стран благодаря развитию методов автоматизированной системы обработки [1–5].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Представленная работа входит в ряд совместных исследований нескольких российских институтов при финансовой поддержке НИТУ “МИСиС” по изучению археологических объектов на территории Свято-Троицкого Данилова монастыря города Переславль-Залесский, известного своими памятниками древнерусской архитектуры XII–XVII вв. Особое место среди них занимает Свято-Троицкий Данилов монастырь — один из древнейших в городе, основанный в 1508 г. Здание храма неоднократно ремонтировалось, достраивалось и перестраивалось, многие документы, в том числе технические планы помещений безвозвратно утеряны. Одной из поставленных задач научной группы было исследование на предмет наличия неизвестных подвальных помещений и фундамента здания церкви Похвалы Божьей Матери. Так

¹⁾Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия.

²⁾Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия.

³⁾Российский государственный геологоразведочный университет им. Орджоникидзе, Москва, Россия.

⁴⁾Московская духовная академия, Сергиев Посад, Россия.

⁵⁾Национальный исследовательский технологический университет “МИСиС”, Москва, Россия.

⁶⁾Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия.

⁷⁾Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

*E-mail: tvshchedrina@gmail.com

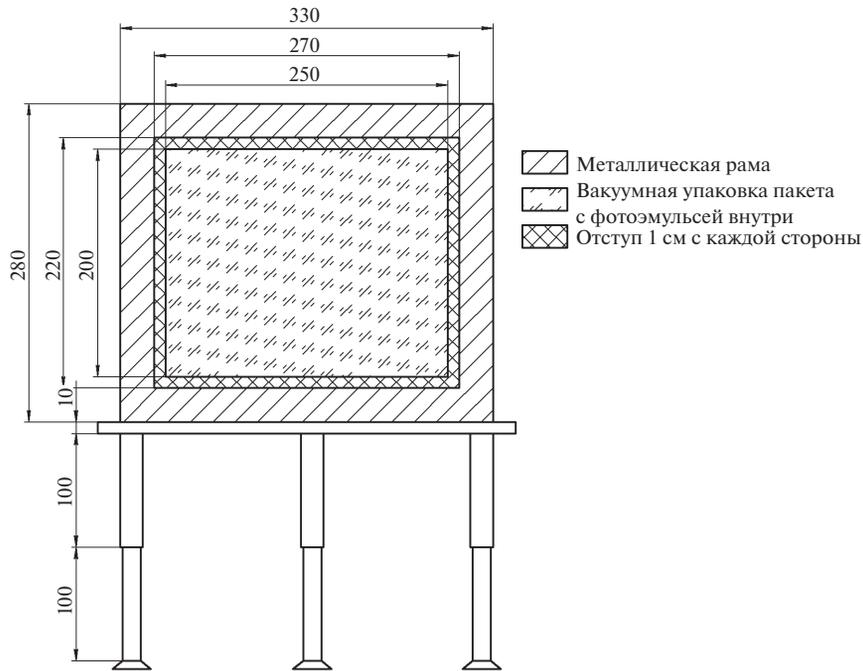


Рис. 1. Принципиальная схема конструкции детектора с фотоэмульсионными слоями, указанные на схеме размеры конструкции представлены в миллиметрах.

как Данилов монастырь является действующим, а его храмы охраняемыми памятниками архитектуры, при планировании и проведении эксперимента данный критерий явился доминирующим в пользу использования детекторов на основе фотографической фотоэмульсии. К основным преимуществам трековых детекторов с использованием фотоэмульсии, помимо компактных размеров и простоты конструкции, относятся высокое пространственное ($< 1 \text{ мкм}$) и угловое ($\sim 1 \text{ мср}$) разрешение, большая информационная емкость, простота эксплуатации (независимость от источников энергопитания и отсутствие необходимости электронной считывающей системы в процессе экспозиции), более того, исследование объекта с целью определения его внутренней структуры происходит без разрушения исследуемого объекта, дополнительных раскопок и т.п., что выгодно отличает данную методику от более затратных альтернативных методов.

3. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА, ПЕРВЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Принципиальная схема эмульсионного детектора, используемая в данном эксперименте, показана на рис. 1. Детекторы для данной экспозиции имели площадь $28 \times 33 \text{ см}^2$. В конструкции детектора были предусмотрены ножки, которые позволяли выравнять по уровню с точностью 0.5 мм/м . Таким образом, были установлены 10 детекторов

в подвальных помещениях здания церкви Похвалы Божьей Матери с тем, чтобы “увидеть” с их помощью максимальную площадь строений подвальных помещений в интересующей области исследования. В эксперименте были использованы фотоэмульсии российского производства ООО “АВК Славич”. Детекторы, подготовленные для испытаний, представляли собой плотно упакованные стопки из 5–6 двусторонних эмульсионных пластин размером $20 \times 25 \text{ см}^2$, закрепленные в неподвижном положении с помощью металлической рамки детектора. Фото детектора на месте экспозиции в одном из подвальных помещений приведено на рис. 2. Таким образом, площадь эмульсионных пластин, входящих в каждый детектор, составила порядка 0.3 м^2 . Различное время экспозиции детекторов — от двух до четырех месяцев — было выбрано с целью оценки загруженности детекторов и определения оптимального времени экспозиции, достаточного для получения статистически обеспеченных результатов. Анализ экспериментальных данных показал, что оптимальной является трехмесячная экспозиция в условиях данного эксперимента. После экспозиции эмульсионные слои были проявлены ООО “АВК Славич” и переданы в Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук для сканирования на Полностью Автоматизированном Измерительном КОМПлексе (ПАВИКОМ-3), позволяющем сканировать фотоэмульсионные пленки со скоростью до $190 \text{ см}^2/\text{ч}$ в диапазоне углов до 75° [6–8].



Рис. 2. Фото двух детекторов в одном из подвальных помещений здания церкви Похвалы Божьей Матери.

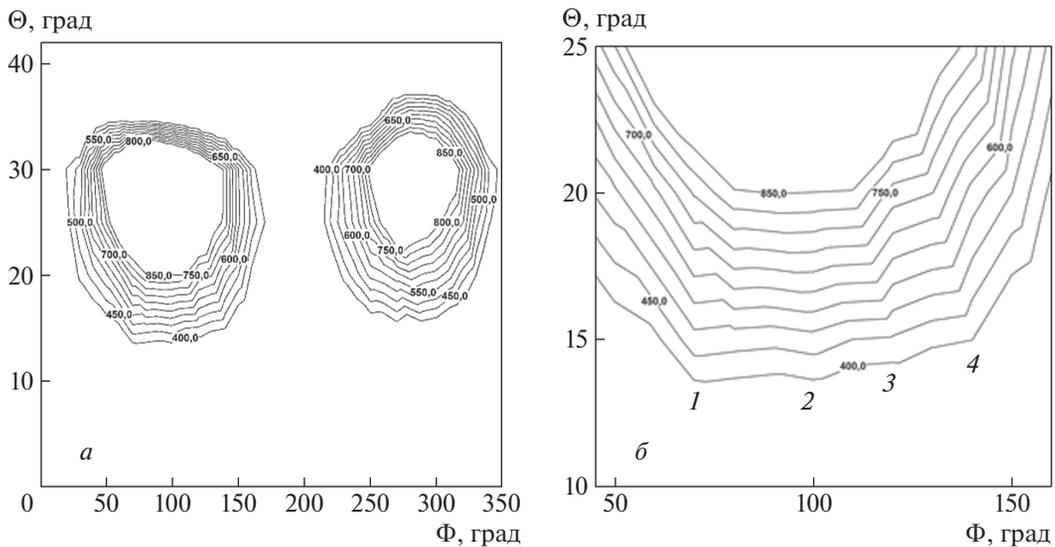


Рис. 3. *а* — Результаты измерений для детектора *б*, представленные в виде линий уровня. Слева (от 0° до 180°) направление назад, справа (от 180° до 360°) направление вперед; *б* — увеличенная часть распределения в диапазоне углов $\Theta = 10^\circ - 25^\circ$ и $\Phi = 50^\circ - 150^\circ$. Цифрами 1–4 обозначены направления, в которых поглощение мюонов меньше. Эти направления соответствуют проходам и проемам в подвальном помещении, отмеченным идентичным образом на схеме БТИ (см. рис. 4).

Эмульсионная пластина состоит из двух чувствительных эмульсионных слоев, толщиной 50 мкм каждый, политых на пластиковую основу, толщиной 175 мкм. В процессе сканирования в режиме реального времени производится реконструкция так называемых микротреков (МТ) — треков, проходящих через каждый чувствительный слой эмульсионной пластины. Дальнейший цикл процедуры реконструкции треков, проходящих через всю стопку эмульсионных пластин, входящих в состав

детектора, так называемых вольюмтреков (VT), выполняется в режиме offline на UNIX сервере при помощи пакета FEDRA [9]. Этот пакет написан в виде набора библиотек для пакета ROOT и позволяет производить весь дальнейший цикл обработки и анализа: реконструировать базовые треки, взаимное расположение эмульсионных пластин в пространстве и треки во всем объеме отсканированных данных. Пример такой реконструкции для одного из детекторов представлен на рис. 3. Эксперимен-

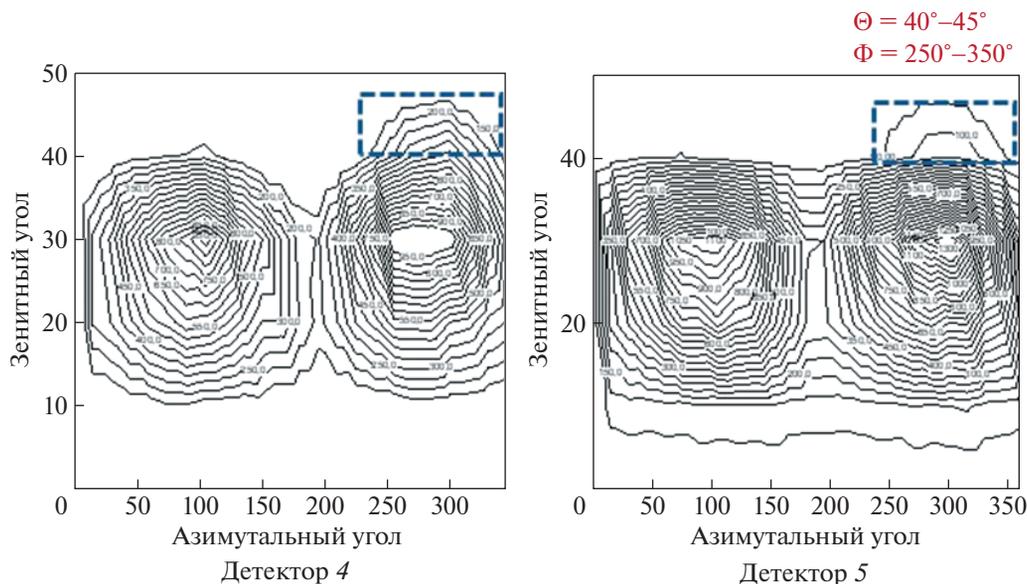


Рис. 6. Распределения потоков мюонов по данным детекторов 4 и 5 — линии уровня равной интенсивности в элементе телесного угла. Пунктиром отмечена область обнаруженной вертикальной полости в стене первого этажа церкви Похвалы Божьей Матери.

дуемой области здания церкви Похвалы Божьей Матери, для уточнения геометрических размеров которой предстоит дополнительная экспозиция детекторов в выбранном направлении неизвестного помещения. Для наглядности полученных результатов была создана 3D-модель помещения по планам БТИ и LIDARной съемки, идет финальный анализ данных и имплементация полученных экспериментальных результатов в 3D-модель помещения.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведено описание эксперимента по исследованию территории Свято-Троицкого Данилова монастыря в Переславле-Залесском с целью поиска скрытых под землей фрагментов древних строений методом мюонной радиографии, позволяющим осуществлять исследования без нарушения структуры исторического объекта. Описаны основы метода, подробности проведения эксперимента, используемая аппаратура и алгоритм обработки экспериментальных результатов. Представлены результаты первых обработанных детекторов. Полученные экспериментальные данные наглядно демонстрируют высокую разрешающую способность эмульсионных детекторов по отношению к исследуемому объекту. В подвальных помещениях здания церкви Похвалы Божьей Матери обнаружены пустоты, отсутствующие на плане БТИ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. Б. Александров, М. С. Владимиров, В. И. Галкин, Л. А. Гончарова, В. М. Грачёв, С. Г. Васина,

Н. С. Коновалова, А. А. Маловичко, А. К. Манагадзе, Н. М. Окальева, Н. Г. Полухина, Т. М. Роганова, Н. И. Старков, В. Э. Тюков, М. М. Чернявский, Т. В. Щедрина, УФН **187**, 1375 (2017) [Phys. Usp. **60**, 1277 (2017)].

<https://doi.org/10.3367/UFNe.2017.07.038188>

2. L. G. Dedenko, A. K. Managadze, T. M. Roganova, A. V. Bagulya, M. S. Vladimirov, S. G. Zemskova, N. S. Konovalova, N. G. Polukhina, N. I. Starkov, M. M. Chernyavskiy, and V. M. Grachev, Bull. Lebedev Phys. Institute **41**, 235 (2014).

<https://doi.org/10.3103/S1068335614080065>

3. A. Ariga, T. Ariga, A. Ereditato, S. Käser, A. Lechmann, D. Mair, R. Nishiyama, C. Pistillo, P. Scampoli, F. Schlunegger, and M. Vladymyrov, Instruments **2**(2), 7 (2018).

<https://doi.org/10.3390/instruments2020007>

4. V. Tioukov, G. De Lellis, P. Strolin, L. Consiglio, A. Sheshukov, M. Orazi, R. Peluso, C. Bozza, C. De Sio, S. M. Stellacci, C. Sirignano, N. D'Ambrosio, S. Miyamoto, R. Nishiyama, and H. K. M. Tanaka, Ann. Geophys. **60**, S0111 (2017).

<https://doi.org/10.4401/ag-7386>

5. H. Fujii, K. Hara, S. Hashimoto, K. Hayashi, F. Ito, H. Kakuno, H. Kodama, K. Nagamine, K. Sato, K. Satoh, S.-H. Kim, A. Suzuki, T. Sumiyoshi, K. Takahashi, Yu Takahashi, F. Takasaki, *et al.*, PTEP **2019**, 053C01 (2019).

<https://doi.org/10.1093/ptep/ptz040>

6. A. Alexandrov, A. Buonauro, L. Consiglio, N. D'Ambrosio, G. De Lellis, A. Di Crescenzo, G. Galati, A. Lauria, M. C. Montesi, V. Tioukov, and M. Vladymyrov, JINST **11**, P06002 (2016).

<https://doi.org/10.1088/1748-0221/11/06/P06002>

7. A. Alexandrov, A. Buonauro, L. Consiglio, N. D'Ambrosio, G. De Lellis, A. Di Crescenzo, G. Galati, V. Gentile, A. Lauria, M. C. Montesi, V. Tioukov, M. Vladymyrov, and E. Voevodina, *Sci. Rep.* **7**, 7310 (2017).
8. A. Alexandrov, G. De Lellis, and V. Tioukov, *Sci. Rep.* **9**, 2870 (2019).
9. V. Tioukov, I. Kreslo, Y. Petukhov, and G. Sirri, *Nucl. Instrum. Methods A* **559**, 103 (2006).

SEARCH FOR THE HIDDEN ROOMS OF THE HOLY TRINITY DANILOV MONASTERY BY THE MUON RADIOGRAPHY METHOD

**A. B. Alexandrov¹⁾, M. M. Chernyavsky¹⁾, V. I. Galkin²⁾, L. A. Goncharova¹⁾,
A. S. Konovalov³⁾, N. S. Konovalova¹⁾, P. S. Korolev⁴⁾, A. A. Larionov⁴⁾, A. K. Managadze⁶⁾,
I. A. Melnichenko⁵⁾, N. M. Okateva¹⁾, N. G. Polukhina¹⁾, T. M. Roganova⁶⁾, Zh. T. Sadykov⁵⁾,
T. V. Shchedrina¹⁾, V. I. Shevchenko⁷⁾, N. I. Starkov¹⁾, E. N. Starkova¹⁾,
V. E. Tioukov¹⁾, S. G. Vasina¹⁾**

¹⁾ *Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

²⁾ *Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Russia*

³⁾ *Sergo Ordzhonikidze Russian State University for Geological Prospecting, Moscow, Russia*

⁴⁾ *Moscow Theological Academy, Moscow region, Sergiev Posad, Russia*

⁵⁾ *National University of Science and Technology "MISIS", Moscow, Russia*

⁶⁾ *Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia*

⁷⁾ *National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia*

The results of an experiment on the study of archaeological objects on the territory of the Holy Trinity Danilov Monastery in the city of Pereslavl-Zalessky, Yaroslavl Region, carried out by the method of muon radiography, are presented. The article describes the experiment and presents the first results of data analysis, demonstrating the sensitivity of the chosen technique to the task at hand.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МНОГОЗАРЯДНЫХ ИОНОВ С ПОМОЩЬЮ ДЕТЕКТОРОВ НА ОСНОВЕ ФОСФАТНОГО СТЕКЛА

© 2021 г. Л. А. Гончарова¹⁾, Н. С. Коновалова¹⁾, Н. М. Окатьева^{1)*}, Н. Г. Полухина¹⁾, Ж. Т. Садыков²⁾, Н. И. Старков¹⁾, Е. Н. Старкова¹⁾, М. М. Чернявский¹⁾, Т. В. Щедрина¹⁾

Поступила в редакцию 23.06.2021 г.; после доработки 23.06.2021 г.; принята к публикации 23.06.2021 г.

Принцип регистрации и идентификации ионов тяжелых ядер в фосфатных стеклах основан на анализе геометрических параметров треков, проявившихся в результате травления облученных стекол в специальном растворе. Форма и размер образовавшихся треков зависят как от параметров ионов (заряда, энергии, угла падения), так и от условий травления (состава и концентрации травящего вещества, времени травления). Фосфатное стекло представляет собой тип твердотельного трекового детектора, действие которого основано на том, что частицы, имеющие большой электрический заряд, разрушают локальную структуру твердого тела вдоль своей траектории. Это локальное разрушение можно интенсифицировать последующим селективным травлением, благодаря чему след удается визуализировать. Поврежденные части материала реагируют с травящим агентом более интенсивно, чем неповрежденные. В результате этой реакции образуются характерные конусы травления. Радиационное повреждение материала, как и удельные энергетические потери заряженных частиц, пропорционально квадрату их заряда и зависит также от скорости частицы.

DOI: 10.31857/S0044002721060064

1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 1960-х гг., для регистрации осколков деления ядер применяются твердотельные трековые детекторы из стекла [1–3] с высокой эффективностью регистрации, малочувствительные к свету, фону бета- и гамма-излучений и имеющие низкий собственный фон. В результате прохождения многозарядного иона в стеклах возникает скрытое изображение в форме остаточных дефектов вдоль трека частицы (латентных треков) шириной ~ 10 нм, которые выявляются химическим травлением. Протравленные следы наблюдаются под оптическим микроскопом как углубления конической формы с вершиной, совпадающей с траекторией частицы, и с диаметром на поверхности стекла порядка 5–10 мкм.

По сравнению с другими твердотельными детекторами многозарядных ионов (слюдами, пластика-ми), стекла обладают рядом преимуществ, в том числе:

- отсутствием слоистости, препятствующей восстановлению полной длины трека (в отличие от слюды, слоистость которой, обусловленная кристаллическим строением, составляет $\sim 10^{-6}$ мм);

- общедоступностью и относительной дешевизной;

- высокой устойчивостью к изменяющимся внешним условиям.

Особо необходимо отметить спектрометрическое свойство стекол, а именно пропорциональность линейного размера зоны травимых дефектов атомному номеру Z частицы, замедляющейся в детекторе до остановки. Это свойство позволяет установить зависимость между зарядом частицы и геометрическими параметрами трека.

Применяемые в описываемом эксперименте фосфатные стекла относятся к материалам с широким классом составов, в которых основной стеклообразующей компонентой является пятиокись фосфора P_2O_5 . Такие стекла, в частности, были успешно применены в эксперименте по поиску 105 элемента по спонтанному делению в 1969 г. в ЛЯР ОИЯИ [4]. Фосфатное стекло, содержащее окись церия, имеет эффективность регистрации осколков $(70 \pm 8)\%$ [5].

Для образования видимого трека необходимо, чтобы скорость проникновения травящего раствора в зону радиационных повреждений — скорость травления вдоль трека V_T — превышала скорость травления неповрежденного материала V_M . В результате химического травления на месте латентного трека происходит образование трека травления, размер которого превышает размеры латентного трека на четыре порядка. При длительном

¹⁾Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия.

²⁾Национальный исследовательский технологический университет “МИСиС”, Москва, Россия.

*E-mail: okatevanm@lebedev.ru

Таблица 1. Массовый состав фосфатных стекол ГЛС-22 и КНФС-3

Химический состав, % массы	ГЛС-22	КНФС-3 (патент)
P ₂ O ₅	49–65	60–66
Al ₂ O ₃	2–9	4–8.5
B ₂ O ₃	1.6–10	0.2–3
Li ₂ O	0.9–9.5	
Na ₂ O		0.5–3.5
K ₂ O		4.5–11.5
Nd ₂ O ₃	0.5–7.5	0.5–5
CeO ₂		0.1–1
BaO		0.8–12
SiO ₂		0.5–3
SrO		2–17
CaO		0.1–3

травлении контрастность треков под микроскопом постепенно уменьшается, что затрудняет их идентификацию. (Для фосфатных стекол ухудшение разрешения наблюдается при диаметре треков больше 100 мкм.) Поэтому при разработке методики обработки облученных стекол первостепенное значение имеет выбор оптимального режима химического травления. В зависимости от регистрируемых частиц и состава фосфатного стекла используют различные способы и режимы травления, в которых варьируются реагенты, концентрации, температуры и длительность травления.

Эффективность регистрации детектора из фосфатного стекла зависит в том числе от угла входа частицы в диэлектрик. Так, при скользящем падении (угол входа близок к 90°) повреждения создаются вблизи поверхности, и при последующем травлении видимый трек не возникает. Эффективность регистрации близка к 1 при угле падения, меньшем критического, а при угле, большем критического, резко падает до 0. Критический угол образования трека θ определяется как $\sin \theta = Vm/Vt$ и зависит от многих переменных, таких как энергетические потери частицы в веществе dE/dx , состав стекла, технологии травления.

Важными факторами, влияющими на эффективность регистрации многозарядных ионов в стеклах, является плотность облучения и качество обработки изображений. При больших плотностях треков возрастает вклад перекрывающихся треков, что приводит к нелинейности характеристик детектора. Поэтому диапазон измерений параметров

треков, в котором детектор имеет линейные характеристики, зависит от размера и плотности треков, а также от качества обработки их изображения на микроскопе [1].

2. ОПТИМАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ ПОТОКА ОБЛУЧЕНИЯ

Для выбора оптимальных условий облучения создана программа, позволяющая по заданным размерам следов частиц, образовавшихся в стекле после травления, оценить степень заполнения ими исследуемой поверхности при различных плотностях загрузки. Размеры следов эллиптической формы, а также плотность их загрузки задаются в качестве входных параметров. Положение центров эллипсов разыгрывается случайным образом, с учетом заданной плотности загрузки. С помощью созданной программы была проведена серия расчетов с разными размерами протравленных треков на поверхности стекла и их плотностью, полученные результаты представлены на рис. 1.

Таким образом, показано, что наибольшая эффективность регистрации треков тяжелых ионов при сохранении линейности характеристик детектора достигается при плотности облучения $\sim 10^4$ – 10^5 част. см⁻², в зависимости от размеров следов.

3. АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Принцип регистрации и идентификации ионов тяжелых ядер в фосфатных стеклах основан, прежде всего, на анализе геометрических параметров треков, проявившихся в результате травления. При таком большом объеме получаемой информации необходимым условием является ее автоматизированная обработка, для которой была разработана и реализована программа обработки изображений треков. Протравленные образцы после каждого этапа травления сканируются на автоматизированном микроскопе измерительного комплекса ПАВИКОМ (ЛЭЧ ФИАН) [6]. Программный пакет позволяет выделять следы треков и определять их геометрическую форму. Так как трек многозарядного иона на поверхности стекла имеет эллиптическую форму, в программе предусмотрена процедура описания контура следа эллипсом, малая ось которого связана с зарядом и энергией частицы, а большая — с углом вхождения частицы в мишень. При наличии калибровочных экспериментов по облучению стекол ионами различных зарядов, энергий и углов падения существует возможность построения функции, напрямую связывающей измеренные геометрические характеристики следа с этими величинами. С помощью созданной программы обрабатываются изображения треков в

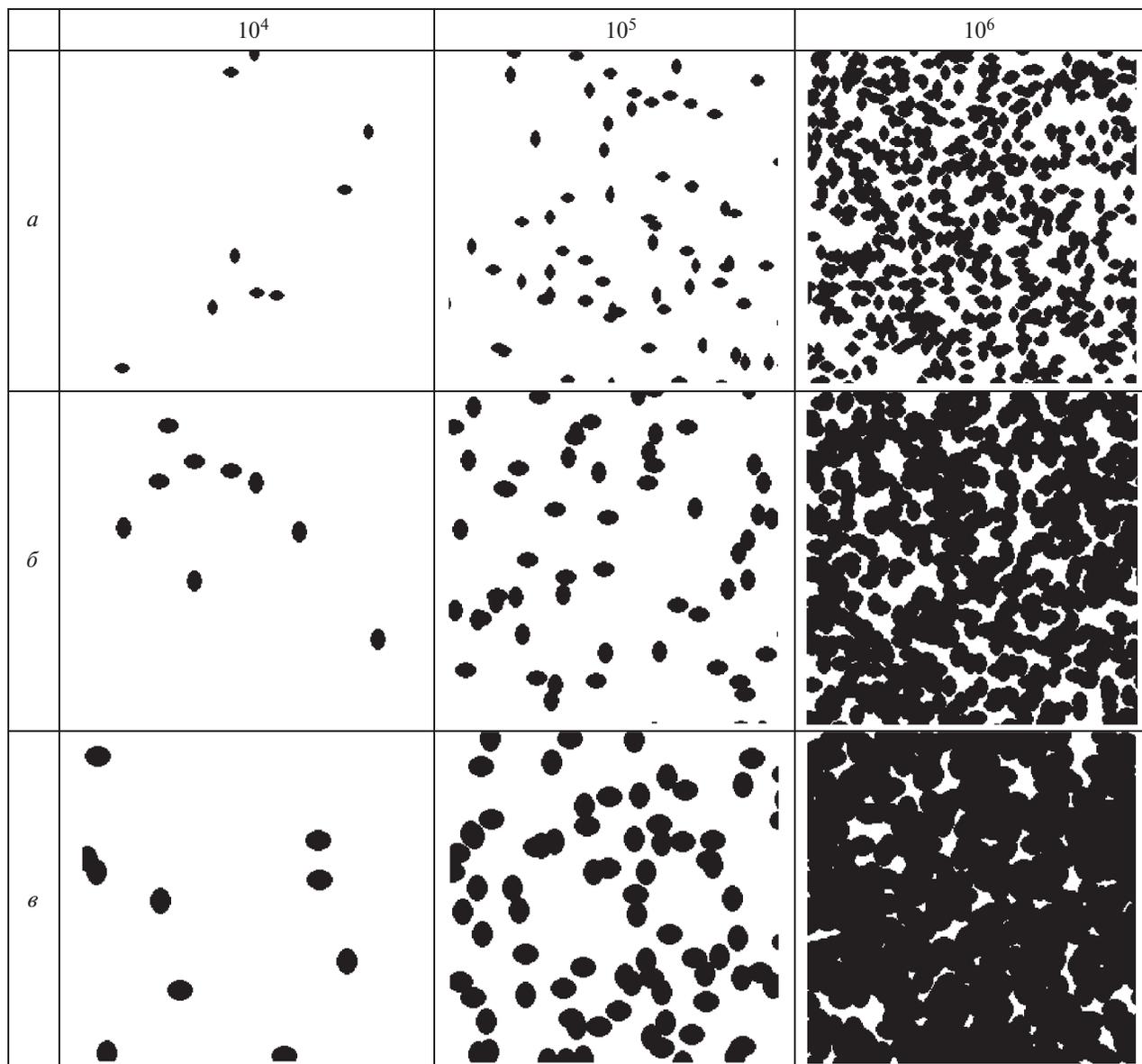


Рис. 1. Протравленные треки частиц на поверхности стекла с различной плотностью потока от 10^4 до 10^6 част. см^{-2} . Заданные в расчете размеры треков: *a* — 12×8 мкм; *б* — 16×12 мкм; *в* — 20×16 мкм. Размер изображения 250×250 мкм².

фосфатных стеклах, полученных в результате облучения. Примеры обработки изображений представлены на рис. 2.

4. КАЛИБРОВОЧНЫЕ ОБЛУЧЕНИЯ

Начальным этапом подготовки эксперимента по регистрации осколков деления сверхтяжелых ядер является тестовое облучение образцов фосфатного стекла различных марок и выбор оптимального способа их травления. Образцы фосфатного стекла марки ГЛС-22 облучались на пучке ионов $^{132}\text{Xe}^{26+}$ на резонансном циклическом ускорителе ИЦ-100

ЛЯР ОИЯИ. Энергия ускоренных ионов ксенона составляла 1.16 МэВ/нуклон.

Травление образцов проводилось в 40%-ном растворе плавиковой кислоты HF и гидроксиде натрия в несколько этапов. Полученные изображения промежуточных результатов травления показаны на рис. 3. Как видно из рис. 3*в*, в результате длительного (в течение 7 ч) травления плавиковой кислотой поверхность стекла стравилась на глубину, превышающую глубину треков ионов (треки отсутствуют).

Экспериментальная зависимость толщины стравленного материала от времени травления

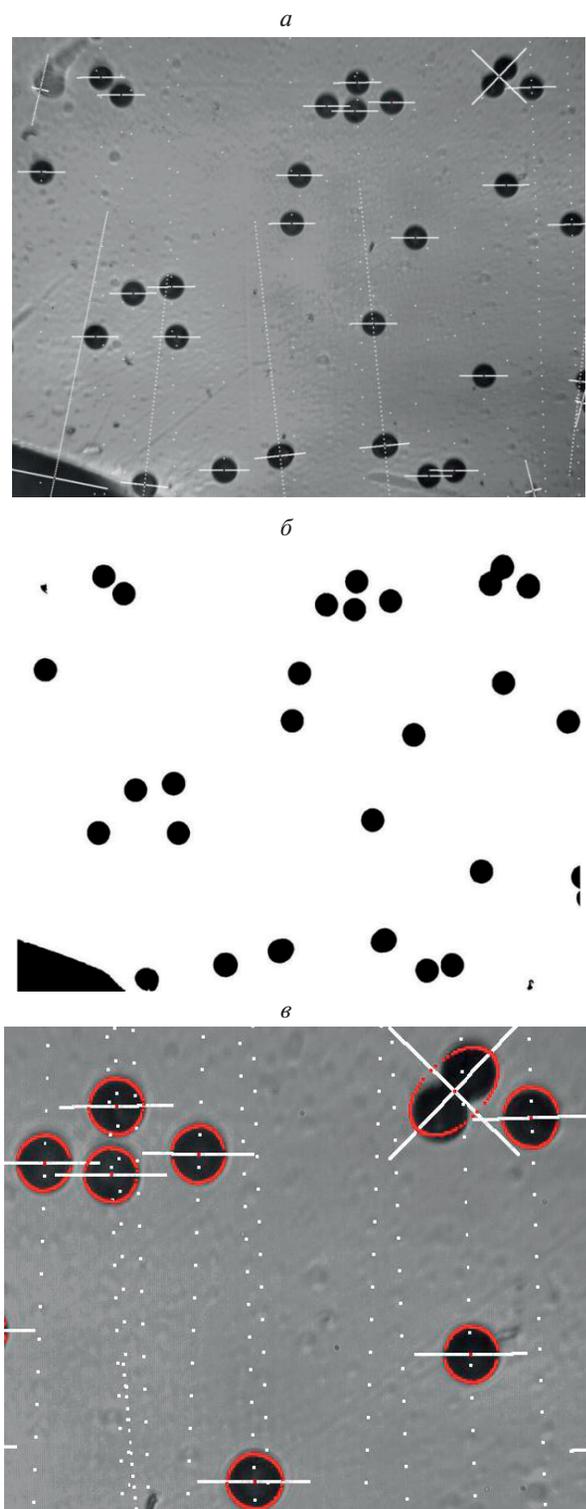


Рис. 2. Результат обработки следов ионов $^{132}\text{Xe}^{26+}$ с энергией 1 МэВ/А (нормальное падение, стекло ГЛС-22) после травления плавиковой кислотой в течение 20 мин: *a* — исходное изображение на микроскопе; *б* — результат обработки изображения с помощью разработанной программы; *в* — небольшой фрагмент результата обработки. Диаметр следов 12 мкм.

облученных образцов стекла марки ГЛС-22 в плавиковой кислоте и в гидроксиде натрия позволили определить диапазоны времени травления образцов: до 1 ч в плавиковой кислоте и от 5 до 10 ч в гидроксиде натрия. Также эксперимент показал необходимость более точного измерения размеров и масс образцов фосфатного стекла до и после травления.

Следующие этапы калибровочных и тестовых работ проводились с использованием партии фосфатного стекла марки КНФС-3, специально изготовленной на Лыткаринском заводе. В табл. 1 дан примерный массовый состав использовавшихся неодимовых фосфатных стекол.

Проведены серии тестовых травлений образцов фосфатного стекла КНФС-3 в плавиковой кислоте 40HF и в гидроксиде натрия 10N NaOH. При травлении в щелочи были скачки при измерении геометрических размеров образцов, в отличие от метода определения по массе. Это объясняется тем, что щелочь при взаимодействии с компонентами стекла дает соли, которые могут оседать на образце. Кроме того, время травления в NaOH значительно превышает время травления в HF. По результатам измерений для дальнейших работ была выбрана плавиковая кислота HF.

Важным параметром при идентификации ядер является длина трека, а при ее оценке необходимо знать толщину стравленного слоя. Эта величина должна быть добавлена к видимой в микроскоп длине канала. Обычный микрометр обладает недостаточной точностью (~ 1 мкм) для измерения толщины стравленного слоя Δ , толщина которого на одном этапе травления составляет от 0.3 до 0.5 мкм.

Первоначально толщина стравленного слоя Δ определялась несколькими способами:

1. На основе результатов взвешивания образца до и после травления по формуле

$$\Delta = \frac{m_{\Delta}}{2\rho(L_1D_1 + L_1h_1 + D_1h_1)},$$

где L_1 , D_1 , h_1 — длина, ширина и толщина бруска до травления, $m_{\Delta} = m_1 - m_2$ — стравленная масса (m_1 — масса бруска до травления, m_2 — масса бруска после травления), $\rho = 2.7 \text{ г/см}^3 = 2.7 \times 10^{-12} \text{ г/мкм}^3 = 2.7 \times 10^{-9} \text{ мг/мкм}^3$ — плотность фосфатного стекла КНФС-3.

2. На основе результатов измерений геометрических размеров всех граней образца до и после травления по формуле

$$\Delta = \frac{L_1D_1h_1 - L_2D_2h_2}{2(L_1D_1 + D_1h_1 + L_1h_1)},$$

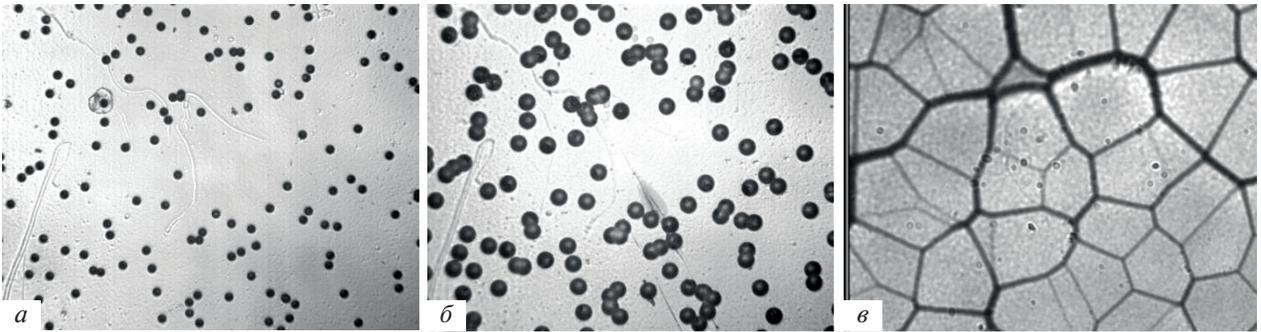


Рис. 3. Изображения поверхности одного из образцов первой группы после травления в плавиковой кислоте в течение *a* — 20 мин, *б* — 40 мин, *в* — 7 ч. Изображения получены на микроскопе измерительного комплекса ПАВИКОМ с объективом $20\times$. Размер поля зрения 555×444 мкм.

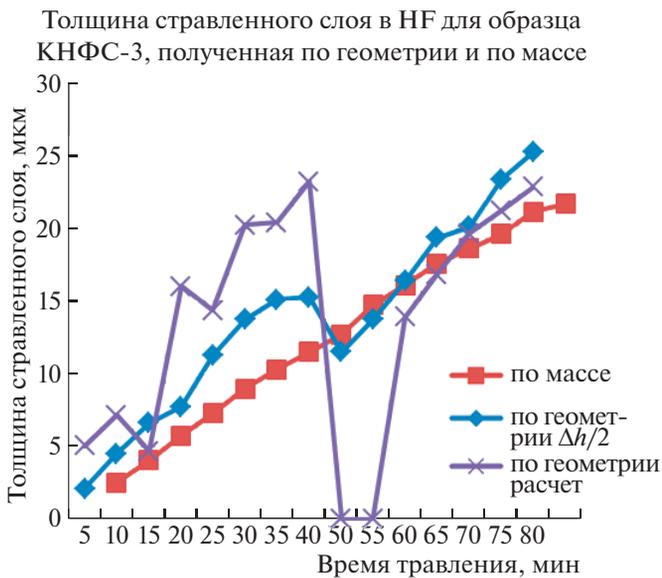


Рис. 4. Сравнительные результаты разных способов определения толщины стравленного слоя в HF для образца КНФС-3. Данные: квадраты — по массе, ромбы — по геометрии $\Delta h/2$, кресты — по геометрии (расчет).

где L_1 , D_1 , h_1 — длина, ширина и толщина бруска до травления, L_2 , D_2 , h_2 — длина, ширина и толщина бруска после травления.

3. Путем прямого измерения одного из геометрических размеров (толщины h) образца до и после травления.

Проведенные исследования показали, что толщина стравленного слоя с наилучшей точностью определяется через взвешивание образца до и после травления при однократном измерении геометрических размеров (рис. 4).

5. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Всего был облучен 71 образец стекла, из которых 31 был облучен ионами Хе, 20 — ионами

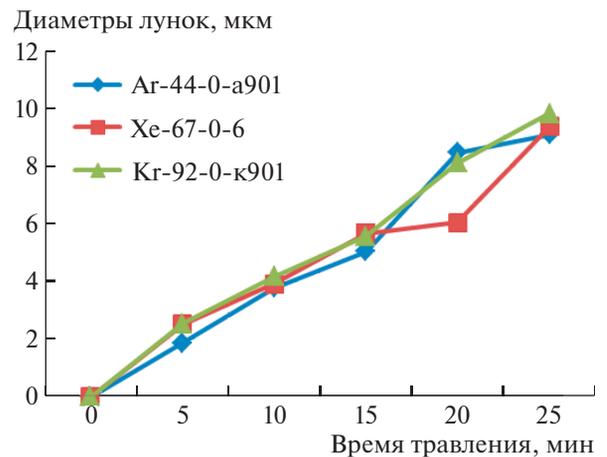


Рис. 5. Зависимость диаметров лунок от времени травления в 40HF для различных ядер при нормальном падении пучка.

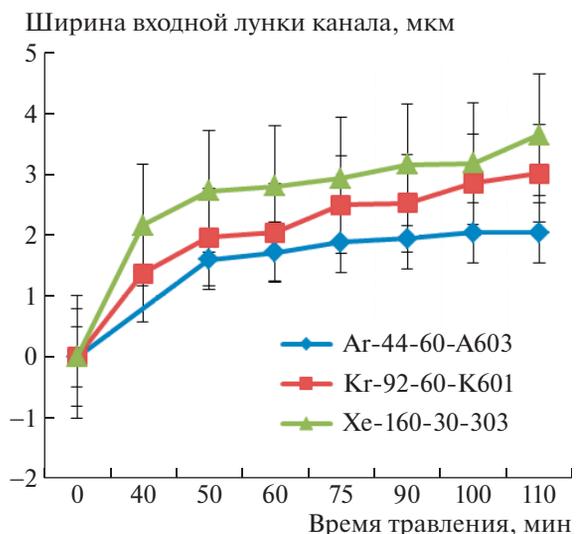


Рис. 6. Ширина входной лунки от разных ионов.

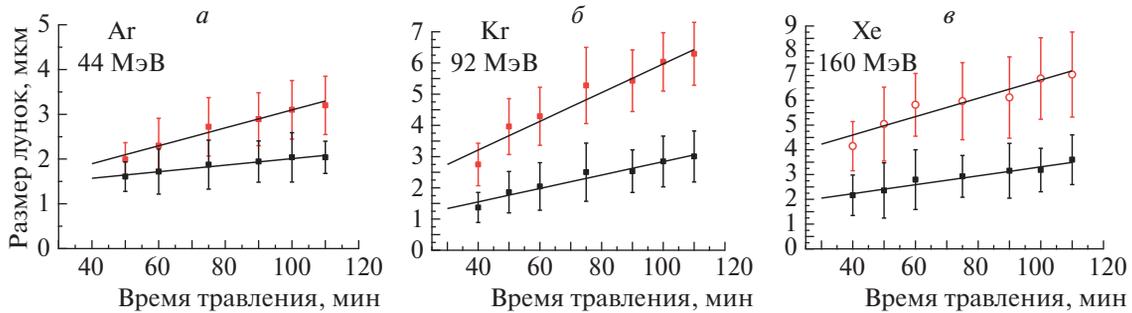


Рис. 7. Зависимость длин (красные точки) и ширины (черные точки) лунок на поверхности от времени травления. Угол падения частиц 30° к нормали. Точки аппроксимированы прямыми линиями: а — для Ag (44 МэВ), б — для Kr (92 МэВ), в — для Xe (160 МэВ).

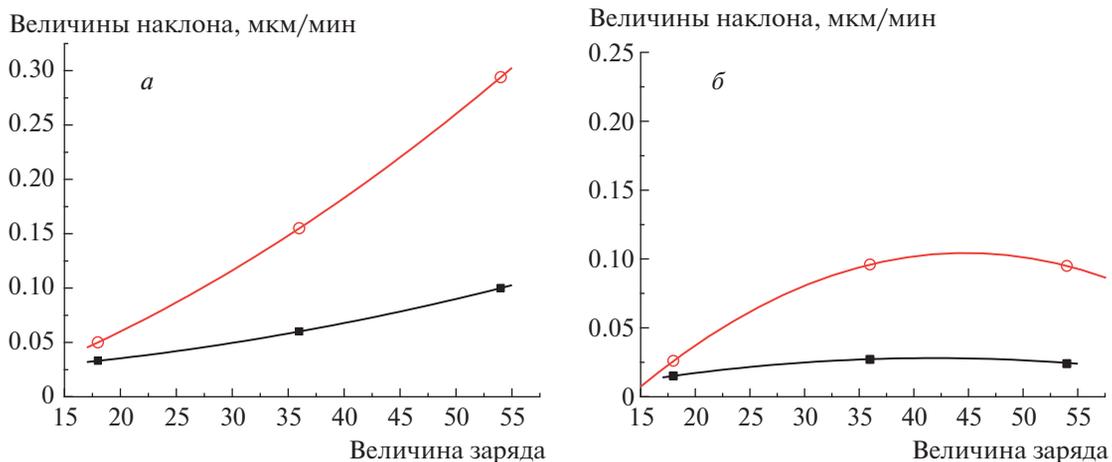


Рис. 8. Величины наклонов отрезков прямых в зависимостях размеров лунок от времени травления как функции заряда: а — для длины (красная линия) и для ширины (черная линия); время травления $30 \leq T \leq 45$ мин, б — для длины (красная линия) и для ширины (черная линия); время травления $T \geq 50$ мин. Точки аппроксимированы параболой.

Ag и 20^- — ионами Kr. На первом этапе обработки облученных фосфатных стекол травление образцов осуществлялось в концентрированной плавиковой кислоте 40HF. Для травления образцов применялась фтористоводородная кислота HF производства ООО “Сигма Тек” ГОСТ 10484-78 (40HF). Результаты травления в 40HF на рис. 5 не показывают зависимости размеров лунок от заряда ионов, вследствие чего было сделано предположение, что при высокой концентрации травящего раствора при выбранных интервалах травления мы пропускаем фазу оптимальной растравленности треков, обуславливающую наилучшее для данного стекла и травителя разрешение. Согласно [1] при травлении в более слабом растворе HF должна наблюдаться более высокая эффективность регистрации, т.е. большее значение отношения скоростей травления по треку и по массе детектора Vt/Vm . Это объясняется, в частности, более хорошими условиями для конвекции травителя в зоне трека при медленном травлении, чем при быстром травлении в концентрированных растворах. По этой причине исследования были продолжены с кислотой более слабой концентрации 20% HF и удалось “разде-

лить” геометрические характеристики следов различных ионов (рис. 6).

Результаты травления образцов в 20%-ном растворе HF для угла падения ядер 30° к нормали приведены на рис. 7. Точки на графиках могут быть аппроксимированы прямыми линиями, параметр наклона которых характеризует скорость изменения размера лунок в зависимости от времени травления. При использовании нового режима обработки процесс травления распадается на две части. Одна из них (левая на рисунках) соответствует травлению зоны повреждения материала стекла до точки останова ядра. Вторая связана с простым растравливанием материала в области, где трека уже нет и где скорость травления существенно ниже. Коэффициенты наклонов отрезков прямых в зависимостях размеров лунок от времени травления отражают скорость травления на данном участке.

На рис. 8, приведенном ниже, показаны эти коэффициенты как функции заряда. Видно, что коэффициенты, а, следовательно, и скорости изменения размеров лунок, существенно зависят от заряда на начальном этапе травления. Второй этап в этом отношении намного менее чувствителен к заряду.

По этим кривым производится оценка заряда ядра методом интерполяции обратной функции. В настоящей работе калибровочные кривые получены только для случая ядер при фиксированной энергии около 1.1 МэВ/нуклон. Поведение этих кривых может зависеть не только от заряда, но также от энергии и угла падения ядра. Тогда функция для определения характеристик ядра будет задаваться не кривыми на плоскости, а поверхностью. В этом случае для определения заряда можно использовать двойную интерполяцию.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволило обнаружить зависимость геометрических параметров треков тяжелых ионов, протравленных в использованном фосфатном стекле типа КНФС-3, от параметров этих ионов. Результаты работ следующие:

- выбраны оптимальные условия химического травления облученного фосфатного стекла (состав травящего химического раствора, концентрация, время травления) для эффективной идентификации зарядов ионов;

- разработан пакет программ для автоматизированного измерения размеров протравленных каналов ионов;

- получены результаты обработки изображений каналов в фосфатном стекле на измерительном комплексе ПАВИКОМ;

- характеристики треков ионов Ag, Kг и Хе, протравленных в фосфатном стекле для энергии 1.1 МэВ/нуклон;

- параметрическая зависимость заряда ионов по измеряемым геометрическим характеристикам треков.

В настоящее время продолжаются исследования температурных и геометрических особенностей методики идентификации ядер в детекторах из фосфатного стекла.

Работа поддержана программой “Complex Research in Nuclear and Radiation Physics, High Energy Physics and Cosmology for the Development of Competitive Technologies” Министерства образования и науки Республики Казахстан.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. В. А. Николаев, *Твердотельные трековые детекторы в радиационных исследованиях* (Изд-во Политехн. ун-та, С.-Петербург, 2012).
2. В. А. Николаев, В. П. Перельгин, ПТЭ, № 2, 7 (1976).
3. С. П. Третьякова, ЭЧАЯ **23**, 364 (1992).
4. Г. Н. Флеров, Ю. Ц. Оганесян, Ю. В. Лобанов, Ю. А. Лазарев, С. П. Третьякова, И. В. Колесов, В. М. Плотно, Ат. энергия **29**, 243 (1970).
5. В. П. Перельгин, Дис. ...д-ра физ.-мат. наук, ОИЯИ (Дубна, 1993).
6. А. Б. Александров, М. С. Владимиров, Л. А. Гончарова, Н. С. Коновалова, Г. И. Орлова, Н. Г. Пересадько, Н. Г. Полухина, Н. И. Старков, М. М. Черныавский, А. О. Шелканов, ПТЭ, № 4, 46 (2007) [A. B. Aleskandrov, M. S. Vladimirov, L. A. Goncharova, N. S. Konovalova, G. I. Orlova, N. G. Peresad'ko, N. G. Polukhina, N. I. Starkov, M. M. Chernyavskii, and A. O. Shchelkanov, Instrum. Exp. Tech. **50**, 469 (2007)].

IDENTIFICATION OF MULTIPARTICLE IONS BY PHOSPHATE GLASS

L. A. Goncharova¹⁾, N. S. Konovalova¹⁾, N. M. Okateva¹⁾, N. G. Polukhina¹⁾, Zh. T. Sadykov²⁾,
N. I. Starkov¹⁾, E. N. Starkova¹⁾, M. M. Chernyavsky¹⁾, T. V. Shchedrina¹⁾

¹⁾ *Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

²⁾ *National University of Science and Technology “MISiS”, Moscow, Russia*

The principle of registration and identifying ions of heavy nuclei in phosphate glasses is based primarily on the analysis of the geometric parameters of tracks manifested as a result of etching irradiated glasses in a special solution. The shape and size of the resulting tracks depend both on the parameters of the ions (charge, energy, incidence angle) and on the etching conditions (composition and concentration of the etching substance, etching time). Phosphate glass is a type of solid-state track detector, the effect of which is based on the fact that particles having a large electric charge destroy the local structure of a solid body along its trajectory. This local degradation can be intensified by subsequent selective etching, so that the trace can be visualized. Damaged parts of the material react more intensively with the etching agent than intact ones. As a result of this reaction, characteristic etching cones are formed. Radiation damage to the material, as well as specific energy losses of charged particles, is proportional to the square of their charge and also depends on the velocity of the particle.

АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПОПЕРЕЧНЫХ ИМПУЛЬСОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В $p + p$ -СОУДАРЕНИЯХ В ИНТЕРВАЛЕ ЭНЕРГИЙ $(s_{nn})^{1/2} = 2.76\text{--}7$ ТэВ НА БАК

© 2021 г. Б. Ш. Абдиев¹⁾, Э. Х. Бозоров^{1),2)*}, Х. К. Олимов³⁾, Б. С. Юлдашев²⁾

Поступила в редакцию 29.01.2021 г.; после доработки 23.02.2021 г.; принята к публикации 23.02.2021 г.

Экспериментальные распределения поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов, в центральной области быстрот в неупругих $p + p$ -соударениях в интервале энергий $(s)^{1/2} = 2.76\text{--}7$ ТэВ, измеренные коллаборацией ALICE в экспериментах на Большом Адронном Коллайдере (БАК, Швейцария), систематически анализируются с использованием термодинамически согласованной функции распределения Цаллиса, а также формулы Хагедорна с встроенным коллективным поперечным потоком. Приближенное равенство параметра неэкстенсивности q функции Цаллиса для пионов и каонов $q(\text{пионы}) \approx q(\text{каоны})$ и соотношение $q(\text{мезоны}) > q(\text{барионы})$ получено в результате фитирования спектров поперечного импульса анализируемых видов частиц термодинамически согласованной функцией Цаллиса в оптимальных идентичных интервалах фитирования p_t в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ. Параметр q последовательно возрастает для всех видов частиц с увеличением энергии $(s)^{1/2}$ $p + p$ -столкновений с 2.76 до 5.02 ТэВ, оставаясь практически постоянным в пределах ошибок фитирования в интервале энергий $(s)^{1/2} = 5\text{--}7$ ТэВ, что указывает на насыщение значения q в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} > 5$ ТэВ. Очень незначительная скорость поперечного потока, согласующаяся с нулевым значением в пределах ошибок фитирования, получена в $p + p$ -соударениях в интервале энергий $(s)^{1/2} = 2.76\text{--}7$ ТэВ при фитировании p_t распределений заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком в выбранных оптимальных идентичных интервалах p_t , а также при фитировании в полных измеренных областях p_t .

DOI: 10.31857/S0044002721050032

1. ВВЕДЕНИЕ

Так называемые неэкстенсивные статистические распределения, называемые распределениями Цаллиса, оказались весьма полезными и эффективными для феноменологического описания спектров поперечных импульсов (p_t) частиц, образующихся в соударениях при высоких энергиях [1–13]. Различные виды функции распределения Цаллиса довольно успешно описывают p_t распределения частиц, образующихся в $p + p$ -соударениях, вплоть до самых высоких измеренных значений p_t в экспериментах на РКТИ (Релятивистский коллайдер тяжелых ионов, Брукхейвен, США) и БАК [3–9]. Распределение Цаллиса может достаточно хорошо описывать измеренное распределение p_t вплоть до 200 ГэВ/с в $p + p$ -соударениях при энергии в си-

стеме центра масс 7 ТэВ на БАК [9]. Однако неоднозначность в определении параметров функции распределения Цаллиса была отмечена в работе [9] при использовании короткого интервала фитирования p_t ($p_t < 3$ ГэВ/с). Высокая чувствительность так называемого параметра неэкстенсивности q функции распределения Цаллиса к высокоимпульсной ($p_t > 3$ ГэВ/с) части инвариантных распределений поперечного импульса частиц была продемонстрирована в работах [14–16]. Помимо предоставления информации об отклонении системы от статистики Больцмана–Гиббса, параметры фитирования q и T могут быть использованы для идентификации начальных условий и скэйлинга системы [17].

Для описания спектров поперечного импульса частиц в высокоэнергетических соударениях тяжелых ионов на РКТИ и БАК обычно различные модели поперечного расширения (потока) включаются (внедряются) в статистику Цаллиса. Для извлечения кинетической температуры “размораживания” и скорости коллективного поперечного

¹⁾Национальный университет, Ташкент, Узбекистан.

²⁾Институт ядерной физики АН РУз, Ташкент, Узбекистан.

³⁾Физико-технический институт НПО “Физика-Солнце” АН РУз, Ташкент, Узбекистан.

*E-mail: erkinbozorov789@mail.ru

потока используются в основном модель взрывной волны со статистикой Больцмана–Гиббса (модель BGBW) [18–20], модель взрывной волны со статистикой Цаллиса (модель TBW) [21, 22], распределение Цаллиса с эффектом поперечного потока (улучшенное распределение Цаллиса) [22–24] и формула (функция) Хагедорна со встроенным поперечным потоком [11, 25, 26].

В большинстве предыдущих анализов $p + p$ -столкновений и тяжелых ионов при высоких энергиях сами функции распределения Цаллиса, или в сочетании с другими моделями, были использованы для отдельного описания распределения p_t каждого измеренного вида частиц в данном типе столкновения. Однако, как уже упоминалось в работе [27], никакой физической смысл не может быть приписан коллективным свойствам, таким как кинетическая температура “размораживания” или коллективная поперечная скорость потока, извлеченным из отдельных модельных фитирований спектров одного вида частиц. Напротив, комбинированные фитирования спектров различных видов частиц, образованных в данной системе соударений, могут дать физически значимые значения коллективных параметров (если таковые имеются), таких как общая температура или/и средняя поперечная скорость системы [27]. Комбинированные фитирования с использованием теоретических модельных функций спектров p_t всех видов частиц для каждого анализируемого типа столкновений в настоящей работе выполнены с использованием функции нелинейного фитирования программы Origin 9.1 Data Analysis and Graphing.

В настоящей работе мы анализируем распределение поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в центральной области быстрот в неупругих $p + p$ -соударениях при $(s_{nn})^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ на БАК, измеренных сотрудничеством ALICE и представленных в ссылках [28], [29] и [30] соответственно. Исследование $p + p$ -столкновений в такой высокоэнергетической области интересно и важно не только в качестве основы для анализа высокоэнергетических столкновений тяжелых ионов, но и для изучения новых (коллективных) явлений (если таковые имеются) в такой малой системе, как $p + p$ -столкновения при самых высоких энергиях, доступных на БАК.

Основной целью настоящего исследования является сравнение свойств систем $p + p$ -соударений при $(s_{nn})^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ с помощью комбинированных, а также независимых (отдельных) модельных фитирований p_t спектров заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в данной системе соударения с использованием термодинамически согласованной функции распределения

Цаллиса и формулы Хагедорна со встроенным поперечным потоком.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И МОДЕЛИ

Информация об анализируемых спектрах поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в центральной области быстрот в неупругих $p + p$ -соударениях при $(s_{nn})^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ, измеренных коллаборацией ALICE ([28], [29] и [30] соответственно) представлена в табл. 1. Низкая p_t -часть спектров частиц восстанавливается для интервала быстрот $|y| < 0.5$, в то время как высокоимпульсная p_t -часть спектров извлекается для диапазона псевдобыстрот $|\eta| < 0.8$, чтобы воспользоваться полной статистикой неупругих $p + p$ -столкновений, а затем конечные спектры нормируются к соответствующим интервалам быстрот [28]. Важно отметить, что объединенные статистические и систематические ошибки (добавленные в квадрате) приведены для точек — экспериментальных данных на всех рисунках настоящей работы. Подробности расчета систематических ошибок в анализируемых спектрах поперечного импульса идентифицированных заряженных частиц можно найти в работах [28–30].

Хорошо известно, что (обратный степенной закон) КХД-мотивированная функция Хагедорна [31] достаточно хорошо описывает интервал больших p_t инвариантных распределений поперечного импульса частиц, образующихся при высокоэнергетических нуклон-нуклонных соударениях:

$$\frac{d^2 N}{2\pi N_{ev} p_t dp_t dy} = C \left(1 + \frac{m_t}{p_0} \right)^{-n}, \quad (1)$$

где C — нормировочный коэффициент, p_0 и n — свободные параметры, $m_t = \sqrt{p_t^2 + m_0^2}$ — поперечная масса адрона, а m_0 — его масса покоя.

Таблица 1. Информация о доступном p_t -интервале спектров поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в центральной области быстрот в неупругих $p + p$ -соударениях при $(s_{nn})^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ, измеренных коллаборацией ALICE ([28], [29] и [30] соответственно) и проанализированных в настоящей работе

Тип столкновения	Интервал измерений p_t , ГэВ/с		
	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p, 2.76$ ТэВ	0.1–6.5	0.2–11.0	0.3–20.0
$p + p, 5.02$ ТэВ	0.1–11.0	0.2–16.0	0.3–20.0
$p + p, 7$ ТэВ	0.1–3.0	0.2–5.0	0.3–5.0

Как уже упоминалось выше, также функция распределения Цаллиса [1, 2] может превосходно описывать инвариантные p_t (или m_t) спектры частиц, измеренных в высокоэнергетических $p + p$ -соударениях на РКТИ и БАК [3–9]. Следует отметить, что существует несколько эквивалентных вариантов [10–14, 32] функции распределения Цаллиса, обеспечивающих одинаково хорошее качество фитирования к распределениям p_t частиц в высокоэнергетических $p + p$ -соударениях. Простейший вариант [10, 11, 17] функции распределения Цаллиса, описывающей инвариантные спектры частиц в терминах трех параметров — C_q , T и q , задается (в центральной области быстрот ($\langle y \rangle = 0$)) выражением

$$\frac{d^2 N}{2\pi N_{ev} p_t dp_t dy} = C_q \left(1 + (q - 1) \frac{m_t}{T}\right)^{-1/(q-1)}, \quad (2)$$

где C_q — нормировочный коэффициент, T — температурный параметр, а q — так называемый параметр неэкстенсивности, который показывает степень отклонения этого распределения от обычного экспоненциального распределения Больцмана–Гиббса. Функция в уравнении (2) рассматривается как неэкстенсивное обобщение экспоненциального распределения Больцмана–Гиббса ($\sim \exp(-E/T)$) с новым параметром q , добавленным к предыдущему параметру (температуры) T . Параметр q также служит в качестве показателя степени нетермализации [33]. При приближении параметра q к 1 (единице) распределение Цаллиса приближается к обычному экспоненциальному распределению Больцмана–Гиббса. Чем ближе значение параметра q к единице, тем больше степень термализации системы.

По сравнению с различными видами предлагаемых функций распределения Цаллиса, следующая версия [3, 9, 10] (в центральной области быстрот ($\langle y \rangle = 0$)) приводит к согласованной термодинамике для числа частиц, плотности энергии и давления:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N}{2\pi N_{ev} p_t dp_t dy} &= \\ &= C_q m_t \left(1 + (q - 1) \frac{m_t}{T}\right)^{-q/(q-1)}, \end{aligned} \quad (3)$$

которая называется термодинамически согласованной функцией Цаллиса в настоящей работе. Для краткости, иногда это уравнение называется распределением Цаллиса в настоящей работе, когда оно относится к функции в уравнении (3). Важно отметить, что константа нормализации C_q в уравнении (3) линейно связана с объемом (V) системы в работах [9, 10]: $C_q = gV/(2\pi)^3$, где g — коэффициент вырождения [9, 10]. Коэффициент вырождения g равен 3, 4 и 2 для пионов, каонов и протонов соответственно. Значения параметра T ,

извлеченные из функций распределения Цаллиса, приведенных в уравнениях (2) и (3) — это только эффективные температуры, содержащие вклады как теплового движения частиц, так и коллективного потока расширяющейся материи или фэйрбола (если таковой имеется). Для разделения эффектов теплового движения и коллективного потока (коллективная) поперечная скорость потока включается (внедряется) в функцию распределения Цаллиса. В работах [10, 26] показано, что термодинамически согласованная функция распределения Цаллиса в уравнении (3) приводит к меньшим значениям извлеченных температур по сравнению с простым распределением Цаллиса без термодинамического согласия в уравнении (2), что связано с дополнительным фактором m_t в уравнении (3).

Сравнивая функции, приведенные в уравнениях (1) и (2), можно увидеть их математическую эквивалентность при $n = 1/(q - 1)$ и $p_0 = nT$. Большие значения параметра n соответствуют меньшим значениям q . Для кварк-кваркового точечного рассеяния $n \approx 4$, и параметр n растет при участии нескольких центров рассеяния [34, 35, 6]. Параметр n может принимать значения вплоть до 20 для протонов [6]. Чтобы включить параметр температуры T , функцию в уравнении (1) можно переписать, заменив $p_0 = nT$:

$$\frac{d^2 N}{2\pi N_{ev} p_t dp_t dy} = C \left(1 + \frac{m_t}{nT}\right)^{-n}. \quad (4)$$

В настоящей работе рассматривается простейший способ включения коллективного поперечного потока в уравнение (4) с помощью простого преобразования $m_t \rightarrow \langle \gamma_t \rangle (m_t - p_t \langle \beta_t \rangle)$, как это делается также в [11, 25, 26]. Затем уравнение (4) преобразуется в выражение

$$\begin{aligned} \frac{d^2 N}{2\pi N_{ev} p_t dp_t dy} &= \\ &= C \left(1 + \langle \gamma_t \rangle \frac{(m_t - p_t \langle \beta_t \rangle)}{nT}\right)^{-n}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\langle \gamma_t \rangle = 1/\sqrt{1 - \langle \beta_t \rangle^2}$, $\langle \beta_t \rangle$ — средняя скорость поперечного расширения (потока). Мы называем эту функцию в уравнении (5) формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком в настоящей работе. Важно отметить, что та же формула, как в уравнении (5), была получена и успешно применена в работах [11, 25, 26]. Эта упрощенная феноменологическая модель, представленная функцией в (5), весьма полезна, так как она позволяет сравнивать различные системы столкновений при различных (s_{nn})^{1/2}, используя всего лишь несколько параметров [25, 26].

Таблица 2. Сравнение параметров C_q , q и T , полученных из комбинированного минимума χ^2 фитирования с термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) спектров поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ с использованием идентичных оптимальных диапазонов фитирования p_t (в ходе процедур фитирования были наложены ограничения на параметры $q > 0$ и $0.01 < T < 0.500$ ГэВ)

Интервалы комбинированного фитирования p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.5–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и $p + \bar{p}$				
Тип столкновения	Параметр	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p, 2.76$ ГэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	210 ± 11	80 ± 5	199 ± 14
	q	1.142 ± 0.001	1.145 ± 0.001	1.117 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$		92 ± 1	
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$		$0.25 (97)$	
$p + p, 5.02$ ГэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	234 ± 15	88 ± 6	188 ± 16
	q	1.153 ± 0.002	1.157 ± 0.001	1.130 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$		91 ± 2	
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$		$1.03 (82)$	
$p + p, 7$ ГэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	197 ± 9	68 ± 4	144 ± 9
	q	1.148 ± 0.003	1.158 ± 0.001	1.126 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$		98 ± 2	
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$		$0.21 (103)$	

3. ПРОЦЕДУРЫ, АНАЛИЗ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Хорошо известно, что область $p_t < 0.5$ ГэВ/с имеет большой вклад от резонансных распадов (в основном для пионов) [27]. Поэтому мы выбрали оптимальный интервал комбинированного фитирования $p_t \geq 0.5$ ГэВ/с для всех видов частиц, как это также делается в работах [25–27], чтобы минимизировать влияние распадов резонансов на спектры частиц. Чтобы исключить влияние различных диапазонов фитирования p_t при сравнении результатов модельного фитирования для трех анализируемых систем соударения, мы выбрали следующие идентичные диапазоны p_t комбинированного фитирования в $p + p$ -соударениях при $(s_{nn})^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ: [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.5–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и $p + \bar{p}$. Сравнение параметров C_q , q и T , полученных из одновременного минимума χ^2 фитирования с термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) спектров поперечного импульса заряженных пионов, каонов, протонов и антипротонов в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ в указанных выше идентичных диапазонах фитирования p_t , представлены в табл. 2. Сравнение тех же параметров с использованием тех же идентичных диапазонов фитирования p_t , что и в табл. 2, но

извлеченных из независимых минимум χ^2 фитирований p_t -спектров каждого вида частиц с термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса, показано в табл. 3. Сравнение параметров C , $\langle \beta_t \rangle$, n и T , полученных в тех же соударениях и с использованием тех же диапазонов фитирования в p_t , что и в табл. 2, полученных из комбинированного минимума χ^2 фитирования по формуле Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)), приведено в табл. 4.

Полученные кривые комбинированного минимума χ^2 фитирования с термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц в идентичных диапазонах p_t ([0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.5–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и $p + \bar{p}$) в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ показаны на рис. 1. На рис. 2 представлены результирующие кривые комбинированного минимума χ^2 фитирования по формуле Хагедорна с вложенным поперечным потоком (уравнение (5)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц в тех же системах столкновений и идентичных интервалах фитирования p_t .

Таблица 3. То же, что в табл. 2, но для независимых минимумов χ^2 фитирований p_t спектров каждого вида частиц с термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3))

Интервалы независимого фитирования p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.5–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и $p + \bar{p}$				
Тип столкновения	Параметр	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p$, 2.76 ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	283 ± 14	48 ± 3	210 ± 33
	q	1.149 ± 0.001	1.136 ± 0.001	1.118 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$	85 ± 1	105 ± 1	92 ± 3
	χ^2/ndf (ndf)	0.09 (27)	0.082 (34)	0.28 (34)
$p + p$, 5.02 ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	333 ± 17	44 ± 5	200 ± 24
	q	1.161 ± 0.001	1.145 ± 0.002	1.131 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$	83 ± 1	108 ± 3	90 ± 2
	χ^2/ndf (ndf)	0.32 (22)	0.99 (29)	0.25 (29)
$p + p$, 7 ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	268 ± 11	56 ± 4	94 ± 12
	q	1.156 ± 0.001	1.155 ± 0.001	1.121 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$	90 ± 1	103 ± 2	107 ± 3
	χ^2/ndf (ndf)	0.06 (27)	0.15 (37)	0.24 (37)

Таблица 4. Сравнение параметров C , $\langle\beta_t\rangle$, n и T , полученных в тех же системах соударений и с использованием тех же интервалов фитирования p_t , что и в табл. 2, извлеченных из комбинированного минимума χ^2 фитирования формулой Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) (c обозначает скорость света в вакууме)

Интервалы комбинированного фитирования p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.5–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и $p + \bar{p}$						
Тип столкновения	Вид частиц	$C, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	n	$\langle\beta_t\rangle$ (в единицах c)	$T, \text{МэВ}$	χ^2/ndf (ndf)
$p + p$, 2.76 ТэВ	$\pi^+ + \pi^-$	29 ± 2	7.34 ± 0.11	0 ± 0.020	122 ± 4	0.21 (96)
	$K^+ + K^-$	11 ± 1	7.12 ± 0.07			
	$p + \bar{p}$	27 ± 3	9.05 ± 0.08			
$p + p$, 5.02 ТэВ	$\pi^+ + \pi^-$	31 ± 2	6.79 ± 0.19	0 ± 0.028	121 ± 6	0.83 (81)
	$K^+ + K^-$	11 ± 1	6.57 ± 0.07			
	$p + \bar{p}$	25 ± 3	8.09 ± 0.09			
$p + p$, 7 ТэВ	$\pi^+ + \pi^-$	28 ± 1	7.04 ± 0.19	0 ± 0.018	130 ± 4	0.15 (102)
	$K^+ + K^-$	9 ± 1	6.51 ± 0.05			
	$p + \bar{p}$	20 ± 2	8.34 ± 0.16			

Как видно из рис. 1 и 2 и χ^2/ndf значения в табл. 2, 3 и 4, термодинамически согласованная функция распределения Цаллиса (уравнение (3)), а также формула Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) достаточно хорошо описывают экспериментальные спектры поперечного импульса заряженных пионов и каонов, про-

тонов и антипротонов в оптимальном идентичном интервале фитирования p_t в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ. Как видно из табл. 2 и 3, приближенное равенство извлеченного параметра q для пионов и каонов ($q(\text{пионы}) \approx q(\text{каоны})$) и соотношение $q(\text{мезоны}) > q(\text{барионы})$ получается

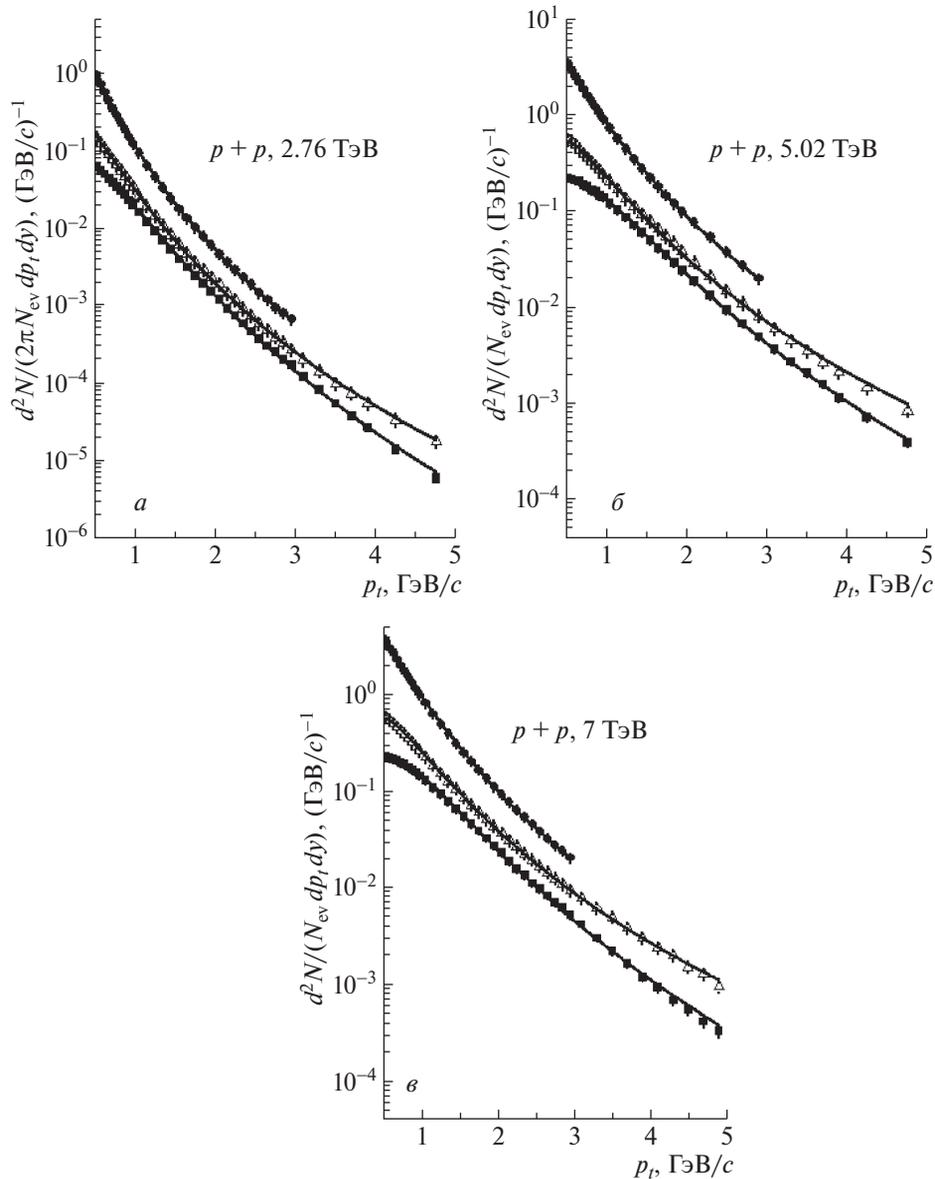


Рис. 1. Экспериментальные спектры поперечного импульса заряженных ($\pi^+ + \pi^-$) пионов (\bullet), заряженных ($K^+ + K^-$) каонов (Δ), протонов и антипротонов ($p + \bar{p}$) (\blacksquare) в оптимальном идентичном интервале фитирования p_t в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76$ ТэВ (а), 5.02 ТэВ (б), 7 ТэВ (в). Сплошные кривые — результаты комбинированного минимума χ^2 фитирования термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц. (Вертикальные ошибки представляют собой объединенные статистические и систематические ошибки (добавленные в квадрате); статистические ошибки незначительны, а размеры ошибок сопоставимы с размерами символов. То же для рис. 2–4).

при фитировании спектров поперечного импульса частиц к термодинамически согласованной функции распределения Цаллиса (уравнение (3)) в оптимальных идентичных диапазонах фитирования p_t в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ. Близость значений q для пионов и каонов и четкое разделение значений q для мезонов (пионов и каонов) и барионов ((анти)протонов), выраженное соотношением $q(\text{мезоны}) > q(\text{барионы})$, наблюда-

лись также в недавней работе [26], в которой p_t распределение заряженных частиц анализировалось с применением функции распределения Цаллиса в расширенных диапазонах p_t (до 20 ГэВ/с) в неупругих $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76$ и 5.02 ТэВ. Как видно из табл. 2, значение q увеличивается систематически для всех видов частиц с увеличением $(s)^{1/2}$ в $p + p$ -соударениях с 2.76 до 5.02 ТэВ, и значение q остается практически по-

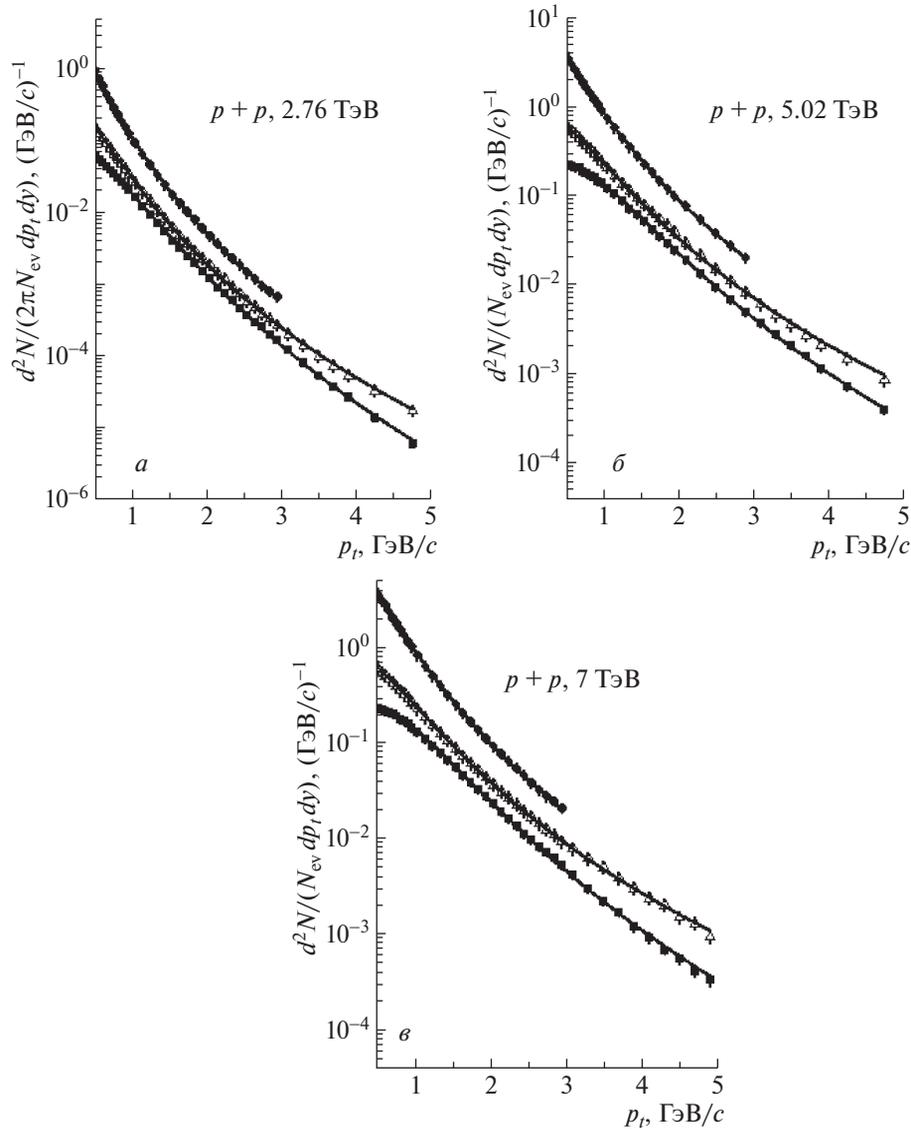


Рис. 2. Экспериментальные спектры поперечного импульса заряженных ($\pi^+ + \pi^-$) пионов (\bullet), заряженных ($K^+ + K^-$) каонов (Δ), протонов и антипротонов ($p + \bar{p}$) (\blacksquare) в оптимальном идентичном интервале фитирования p_t в $p + p$ -соударениях $(s)^{1/2} = 2.76$ ТэВ (а), 5.02 ТэВ (б), 7 ТэВ (в). Сплошные кривые — результаты одновременного минимума χ^2 фитирования формулой Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц. Обозначение ошибок то же, что на рис. 1.

стоянным в пределах ошибок в интервале энергий $(s)^{1/2} = 5-7$ ТэВ, что, вероятно, указывает на насыщение и предельное поведение значения q в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} > 5$ ТэВ. Аналогичное увеличение значения параметра q , последовательно для всех видов частиц, с увеличением энергии $(s)^{1/2}$ $p + p$ -соударений с 2.76 до 5.02 ТэВ наблюдалось и в недавней работе [26]. Последовательное увеличение параметра неэкстенсивности q для всех видов частиц с увеличением энергии $(s)^{1/2}$ $p + p$ -столкновений с 2.76 до 5.02 ТэВ в работе [26] объясняется тем, что более сильные и быстрые $p +$

p -столкновения при $(s)^{1/2} = 5.02$ ТэВ приводят к меньшей степени термализации (более высокой степени неравновесности) по сравнению с $p + p$ -столкновениями при $(s)^{1/2} = 2.76$ ТэВ. Насыщение и предельное поведение величины q , наблюдаемые в настоящей работе в $p + p$ -соударениях в диапазоне $(s)^{1/2} > 5$ ТэВ, позволяют предположить, что степень термализации и неравновесности системы в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} > 5$ ТэВ достигают своего предельного значения. Как видно из табл. 2, полученная глобальная эффективная температура T совпадает в пределах ошибок фитирования в

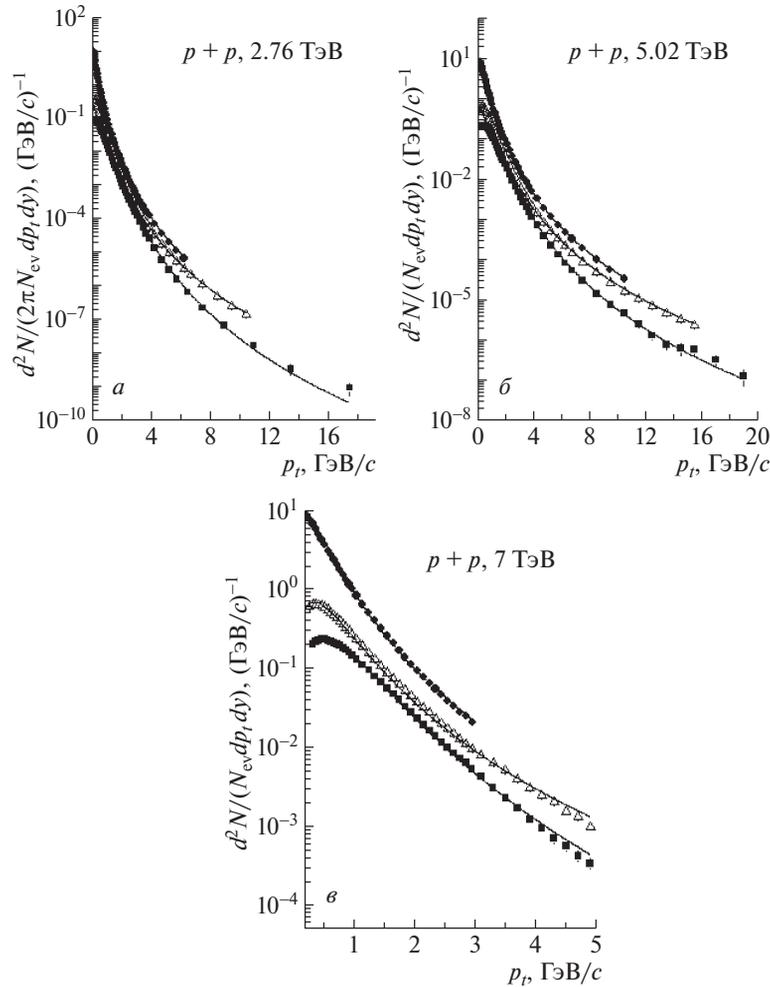


Рис. 3. Экспериментальные спектры поперечного импульса заряженных ($\pi^+ + \pi^-$) пионов (\bullet), заряженных ($K^+ + K^-$) каонов (Δ), протонов и антипротонов ($p + \bar{p}$) (\blacksquare) в полном измеренном p_t диапазоне в $p + p$ -соударениях (s)^{1/2} = 2.76 ТэВ (а), 5.02 ТэВ (б), 7 ТэВ (в). Сплошные кривые — результаты комбинированного минимума χ^2 фитирования термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц. Обозначение ошибок то же, что на рис. 1.

$p + p$ -соударениях при (s)^{1/2} = 2.76 и 5.02 ТэВ. Извлеченное значение T в $p + p$ -соударениях при (s)^{1/2} = 7 ТэВ, как видно из табл. 2, также совпадает в пределах двойных ошибок фитирования со значениями параметра T в $p + p$ -соударениях при (s)^{1/2} = 2.76 и 5.02 ТэВ.

По сравнению с комбинированным фитированием с помощью распределения Цаллиса спектров заряженных пионов и каонов, анти(протонов) в каждом типе столкновений в настоящей работе, в работе [36] функция Цаллиса была использована для фитирования экспериментальных p_t распределений одного вида частиц — отрицательных пионов в $p + p$ -соударениях в диапазоне энергий $6.3 < (s)^{1/2} < 7000$ ГэВ. Увеличение параметра q и медленное уменьшение параметра T с увеличением энергии столкновения (s)^{1/2} наблюдалось в работе

[36]. В работе [14] простая функция распределения Цаллиса (без термодинамической согласованности) была применена отдельно к экспериментальным спектрам поперечного импульса пионов, каонов и анти(протонов) в $p + p$ -соударениях в диапазоне энергий (s)^{1/2} = 62–7000 ГэВ. В работе [14] было показано, что полученные параметры Цаллиса демонстрируют некоторую зависимость от энергии системы центра масс и вида частиц (массы). Однако эти зависимости не всегда были однозначными [14]. Как мезонная, так и барионная компоненты оказались неэкстенсивными. Кроме этого, была получена массово упорядоченная иерархия для параметра T [14]. В работе [17] было получено, что мера неэкстенсивности $q - 1$ уменьшается с увеличением массы адрона, показывая, что адроны с большей массой имеют меньшее отклонение от экспоненциального распределения

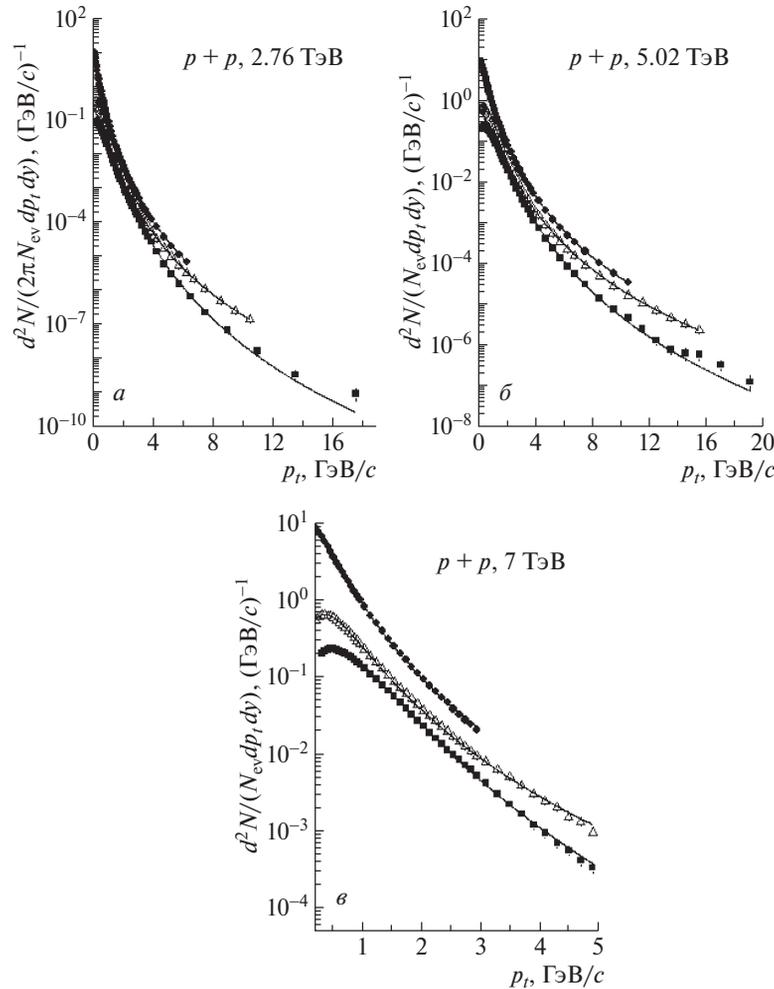


Рис. 4. Экспериментальные спектры поперечного импульса заряженных ($\pi^+ + \pi^-$) пионов (●), заряженных ($K^+ + K^-$) каонов (Δ), протонов и антипротонов ($p + \bar{p}$) (■) в полном измеренном p_t диапазоне в $p + p$ -соударениях $(s)^{1/2} = 2.76$ ТэВ (*a*), 5.02 ТэВ (*б*), 7 ТэВ (*в*). Сплошные кривые — результаты комбинированного минимума χ^2 фитирования формулой Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц. Обозначение ошибок то же, что на рис. 1.

Больцмана–Гиббса с $q = 1$. Этот результат согласуется с соотношением $q(\text{барионы}) < q(\text{мезоны})$, полученным в настоящей работе и в работе [26].

Как видно из табл. 4, практически никакого коллективного поперечного потока не наблюдается в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ при комбинированном фитировании p_t распределений заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в оптимальном идентичном p_t интервале формулой Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) в данной системе столкновений. Практически никакого коллективного поперечного потока не было получено и в недавней работе [26] в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76$ и 5.02 при комбинированном фитировании p_t распределений заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в оптимальном

идентичном p_t интервале формулой Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) в расширенном диапазоне p_t (до 20 ГэВ/с). Здесь необходимо привести результаты работы [37], в которой идентифицированные спектры частиц в $p + p$ -соударениях от РКТИ до БАК были исследованы с использованием модели взрывной волны Цаллиса (TBW). Радиальный поток не был получен в $p + p$ -соударениях при энергиях ниже $(s)^{1/2} = 900$ ГэВ. Однако было показано, что радиальная скорость потока достигает среднего значения $\beta = 0.320 \pm 0.005$ в $p + p$ -соударениях при более высокой энергии БАК, 7 ТэВ, с использованием модели взрывной волны Цаллиса (гидродинамическая модель взрывной волны, включенная в функцию распределения Цаллиса) в работе [37]. Хотя некоторые указания относительно возможного

возникновения коллективного радиального потока в $p + p$ -соударениях при энергиях БАК были даны в [37, 38], анализируя спектры частиц с помощью гидродинамической (взрывной) модели, включенной в функцию распределения Цаллиса, все же нельзя исключить сценарий, когда в таких сильных и быстрых $p + p$ -соударениях при сверхвысоких энергиях на БАК не создается термализованная система с коллективным потоком. Хотя некоторые исследователи утверждают, что систематическое наблюдение выхода более тяжелых частиц при более высоком поперечном импульсе [19, 39, 40] (массовый эффект) является признаком коллективного потока, однако большие флуктуации температуры и/или создание мини-струй в полужестких процессах могут создавать аналогичные особенности, которые напоминают эффект коллективного потока [41–43].

Как видно из табл. 4, извлеченные значения параметра n заметно уменьшаются для всех рассматриваемых типов частиц при переходе от $p + p$ -столкновений при $(s)^{1/2} = 2.76$ ТэВ к $p + p$ -столкновениям при $(s)^{1/2} = 5.02$ ТэВ, тогда как параметр n остается практически постоянным в пределах ошибок фитирования в диапазоне энергий столкновений $(s)^{1/2} = 5–7$ ТэВ. Это согласуется с приведенным выше результатом из табл. 2, в которой значение q последовательно возрастает для всех видов частиц с увеличением $(s)^{1/2}$ $p + p$ -столкновений от 2.76 до 5.02 ТэВ, оставаясь практически постоянным в пределах погрешностей фитирования в диапазоне $(s)^{1/2} = 5–7$ ТэВ. Уменьшение параметра n с увеличением $(s)^{1/2}$ $p + p$ -столкновений с 2.76 до 5.02 ТэВ может свидетельствовать об увеличении вклада точечных кварк-кварковых рассеяний при более высоких энергиях.

Как видно выше, в табл. 2, 3 и 4 представлены результаты анализа p_t спектров заряженных частиц в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ с помощью модельных функций, приведенных в уравнениях (3) и (5), используя следующий оптимальный идентичный диапазон фитирования p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.5–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и $p + \bar{p}$. В табл. 5, 6 и 7 представлены результаты аналогичного анализа, как и в таблицах 2, 3 и 4, но с использованием немного отличающегося идентичного диапазона фитирования в p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.2–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и [0.3–5.0] ГэВ/с для $p + \bar{p}$. Уменьшение нижней границы диапазона фитирования p_t для заряженных каонов и (анти)протонов от значения 0.5 ГэВ/с в табл. 2, 3 и 4 до минимальных измеренных значений $p_t = 0.2$ и 0.3 ГэВ/с в табл. 5, 6 и 7 было сделано для проверки того, повлияет ли

нижний диапазон фитирования $p_t < 0.5$ ГэВ/с, выбранный для заряженных каонов и (анти)протонов, на результаты, полученные в результате анализа данных, представленные в табл. 2, 3 и 4. Нижняя оптимальная граничная величина $p_t = 0.5$ ГэВ/с для заряженных пионов сохраняется в табл. 5, 6 и 7 так же, как и в табл. 2, 3 и 4. Как видно из сравнения полученных параметров в табл. 5, 6 и 7 с соответствующими параметрами в табл. 2, 3 и 4, все извлеченные соответствующие параметры в двух различных диапазонах фитирования p_t совпадают в пределах погрешностей фитирования. Таким образом, результаты, представленные в табл. 5, 6 и 7, полностью подтверждают соответствующие результаты и выводы, полученные выше из анализа табл. 2, 3 и 4.

Чтобы иметь возможность непосредственно сравнивать полученные параметры модели в нескольких системах столкновений, необходимо использовать одни и те же интервалы фитирования p_t во всех сравниваемых системах соударений [27], как это реализовано для $p + p$ -столкновений при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ в табл. 2, 3 и 4 и табл. 5, 6 и 7. Тем не менее, для проверки вариации полученных значений параметров модели по сравнению с представленными в табл. 2, 3 и 4 и в табл. 5, 6 и 7, мы также использовали полные измеренные диапазоны p_t , которые приведены в табл. 1, для фитирования спектров модельными функциями, представленными в уравнениях (3) и (5). В табл. 8, 9 и 10 приведены результаты аналогичных анализов, приведенных в табл. 5, 6 и 7 соответственно, но с использованием полных измеренных диапазонов p_t (см. табл. 1) (которые различаются в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ) для фитирования термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) и формулой Хагедорна со встроенным поперечным потоком (уравнение (5)). Полученные кривые комбинированного минимума χ^2 фитирования термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц в полном измеренном диапазоне p_t в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ приведены на рис. 3. На рис. 4 представлены результирующие кривые одновременного минимума χ^2 фитирования формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) экспериментальных спектров поперечного импульса заряженных частиц в тех же системах столкновений с использованием полных измеренных интервалов фитирования p_t .

Как видно из рис. 3 и 4 и χ^2/ndf значений в табл. 8, 9 и 10, термодинамически согласованная функция распределения Цаллиса (уравнение

Таблица 5. Сравнение параметров q и T , полученных из комбинированного минимума χ^2 фитирования термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) спектров поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ с использованием идентичных оптимальных диапазонов фитирования (в ходе процедур фитирования были наложены ограничения на параметры $q > 0$ и $0.01 < T < 0.500$ ГэВ)

Интервалы комбинированного фитирования p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.2–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и [0.3–5.0] ГэВ/с для $p + \bar{p}$				
Тип столкновения	Параметр	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p, 2.76$ ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	207 ± 9	78 ± 4	198 ± 12
	q	1.141 ± 0.001	1.146 ± 0.001	1.117 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$		93 ± 1	
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$		$0.25 (107)$	
$p + p, 5.02$ ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	237 ± 12	89 ± 5	194 ± 13
	q	1.153 ± 0.002	1.157 ± 0.001	1.130 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$		91 ± 2	
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$		$0.98 (92)$	
$p + p, 7$ ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	207 ± 8	72 ± 3	156 ± 8
	q	1.149 ± 0.002	1.159 ± 0.002	1.127 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$		96 ± 2	
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$		$0.20 (113)$	

Таблица 6. То же, что в табл. 5, но для независимых минимальных χ^2 фитирований p_t спектров каждого вида частиц термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3))

Интервалы независимого (отдельного) фитирования p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.2–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и [0.3–5.0] ГэВ/с для $p + \bar{p}$				
Тип столкновения	Параметр	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p, 2.76$ ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	283 ± 14	58 ± 2	245 ± 34
	q	1.149 ± 0.001	1.139 ± 0.001	1.119 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$	85 ± 1	101 ± 1	89 ± 3
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$	$0.09 (27)$	$0.12 (40)$	$0.28 (38)$
$p + p, 5.02$ ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	333 ± 17	67 ± 5	261 ± 34
	q	1.161 ± 0.001	1.152 ± 0.002	1.133 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$	83 ± 1	98 ± 2	85 ± 2
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$	$0.32 (22)$	$1.30 (35)$	$0.34 (33)$
$p + p, 7$ ТэВ	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	268 ± 25	67 ± 3	117 ± 15
	q	1.156 ± 0.001	1.158 ± 0.001	1.123 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$	90 ± 1	98 ± 1	103 ± 3
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$	$0.057 (27)$	$0.166 (43)$	$0.274 (41)$

(3)), а также формула Хагедорна с встроенным поперечным потоком (уравнение (5)) достаточно хорошо описывают экспериментальные спектры поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в полном измеренном диапазоне p_t в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ. Как видно из сравнения

табл. 8 и 10 с табл. 2 и 4, соответственно, при фитировании в полном измеренном диапазоне p_t (табл. 8 и 10), извлеченные параметры температуры (T) оказались заметно ниже по сравнению со значениями T (табл. 2 и 4), полученными при фитировании в оптимальных идентичных интервалах фитирования p_t . Это, вероятно, связано с

Таблица 7. Сравнение параметров C , $\langle\beta_t\rangle$, n и T , полученных в тех же системах соударения и с использованием тех же интервалов фитирования p_t , что и в табл. 5, извлеченных из комбинированного минимума χ^2 фитирования формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком (уравнение (5))

Интервалы комбинированного фитирования p_t : [0.5–3.0] ГэВ/с для $\pi^+ + \pi^-$; [0.2–5.0] ГэВ/с для $K^+ + K^-$ и [0.3–5.0] ГэВ/с для $p + \bar{p}$						
Тип столкновения	Вид частиц	$C, (\text{ГэВ/с})^{-2}$	n	$\langle\beta_t\rangle$ (в единицах c)	$T, \text{МэВ}$	χ^2/ndf (ndf)
$p + p, 2.76 \text{ ТэВ}$	$\pi^+ + \pi^-$	28 ± 2	7.36 ± 0.11	0 ± 0.016	123 ± 6	$0.23 (106)$
	$K^+ + K^-$	11 ± 1	7.10 ± 0.07			
	$p + \bar{p}$	27 ± 3	9.10 ± 0.08			
$p + p, 5.02 \text{ ТэВ}$	$\pi^+ + \pi^-$	24 ± 2	7.26 ± 0.14	0 ± 0.026	134 ± 6	$1.25 (91)$
	$K^+ + K^-$	9 ± 1	6.94 ± 0.09			
	$p + \bar{p}$	18 ± 2	8.56 ± 0.10			
$p + p, 7 \text{ ТэВ}$	$\pi^+ + \pi^-$	24 ± 1	7.37 ± 0.12	0 ± 0.017	138 ± 5	$0.21 (112)$
	$K^+ + K^-$	8 ± 1	6.74 ± 0.06			
	$p + \bar{p}$	17 ± 2	8.65 ± 0.07			

Таблица 8. Сравнение параметров q и T , полученных из комбинированного минимума χ^2 фитирования термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3)) спектров поперечного импульса заряженных пионов и каонов, протонов и антипротонов в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ с использованием полных измеренных диапазонов p_t (в ходе процедур фитирования были наложены ограничения на параметры $q > 0$ и $0.01 < T < 0.500 \text{ ГэВ}$)

Тип столкновения	Параметр	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p, 2.76 \text{ ТэВ}$	Интервалы фитирования $p_t, \text{ГэВ/с}$	[0.1–6.5]	[0.2–11.0]	[0.3–18.0]
	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	376 ± 15	136 ± 7	524 ± 36
	Q	1.148 ± 0.001	1.152 ± 0.001	1.119 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$		81 ± 1	
	χ^2/ndf (ndf)		$1.43 (144)$	
$p + p, 5.02 \text{ ТэВ}$	Интервалы фитирования $p_t, \text{ГэВ/с}$	[0.1–11.0]	[0.2–16.0]	[0.3–20.0]
	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	298 ± 13	108 ± 5	235 ± 15
	Q	1.151 ± 0.001	1.156 ± 0.001	1.131 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$		87 ± 1	
	χ^2/ndf (ndf)		$4.11 (146)$	
$p + p, 7 \text{ ТэВ}$	Интервалы фитирования $p_t, \text{ГэВ/с}$	[0.1–3.0]	[0.2–5.0]	[0.3–5.0]
	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	548 ± 32	191 ± 14	544 ± 52
	Q	1.170 ± 0.002	1.177 ± 0.001	1.140 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$		74 ± 1	
	χ^2/ndf (ndf)		$1.32 (124)$	

использованием низкого интервала фитирования p_t ($p_t < 0.5 \text{ ГэВ/с}$) для спектров пионов в табл. 8 и 10 по сравнению с оптимальным диапазоном фитирования $p_t > 0.5 \text{ ГэВ/с}$, использованном для спектров пионов в табл. 2 и 4. Как видно из табл. 10, очень незначительная коллективная поперечная скорость потока (равная нулю в пределах ошибок)

получена в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76$ и 5.02 ТэВ .

В табл. 11 представлены результаты аналогичного анализа, как и в табл. 10, но извлеченные из независимых минимум χ^2 фитирований p_t спектров каждого вида частиц формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком (уравнение (5)).

Таблица 9. То же, что в табл. 8, но для независимых минимум χ^2 фитирований p_t спектров каждого вида частиц термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса (уравнение (3))

Тип столкновения	Параметр	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p, 2.76$ ТэВ	Диапазоны фитирования $p_t, \text{ГэВ}/c$	[0.1–6.5]	[0.2–11.0]	[0.3–18.0]
	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	437 ± 25	65 ± 2	216 ± 23
	q	1.151 ± 0.002	1.142 ± 0.001	1.117 ± 0.002
	$T, \text{МэВ}$	78 ± 1	97 ± 1	91 ± 2
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$	2.19 (48)	0.14 (48)	0.41 (46)
$p + p, 5.02$ ТэВ	Диапазоны фитирования $p_t, \text{ГэВ}/c$	[0.1–11.0]	[0.2–16.0]	[0.3–20.0]
	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	352 ± 24	60 ± 3	207 ± 16
	q	1.153 ± 0.001	1.148 ± 0.001	1.130 ± 0.001
	$T, \text{МэВ}$	84 ± 2	101 ± 1	90 ± 1
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$	7.49 (48)	1.19 (48)	0.42 (48)
$p + p, 7$ ТэВ	Диапазоны фитирования $p_t, \text{ГэВ}/c$	[0.1–3.0]	[0.2–5.0]	[0.3–5.0]
	$C_q, c^4/\text{ГэВ}^3$	738 ± 50	67 ± 3	117 ± 15
	q	1.180 ± 0.002	1.158 ± 0.001	1.123 ± 0.003
	$T, \text{МэВ}$	67 ± 2	98 ± 1	103 ± 3
	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$	1.29 (38)	0.17 (43)	0.27 (41)

Таблица 10. Сравнение параметров $C, \langle \beta_t \rangle, n$ и T , полученных в тех же системах соударения и с использованием тех же диапазонов фитирования p_t , что и в табл. 8, извлеченных из комбинированного (одновременного) минимума χ^2 фитирования формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком (уравнение (5))

Тип столкновения	Вид частиц	Диапазон фитирования $p_t, \text{ГэВ}/c$	$C, (\text{ГэВ}/c)^{-2}$	n	$\langle \beta_t \rangle$ (в единицах c)	$T, \text{МэВ}$	$\chi^2/\text{ndf (ndf)}$
$p + p, 2.76$ ТэВ	$\pi^+ + \pi^-$	[0.1–6.5]	37 ± 1	7.14 ± 0.05	0.018 ± 0.015	111 ± 3	0.51 (143)
	$K^+ + K^-$	[0.2–11.0]	14 ± 1	6.90 ± 0.03			
	$p + \bar{p}$	[0.3–18.0]	39 ± 3	8.80 ± 0.05			
$p + p, 5.02$ ТэВ	$\pi^+ + \pi^-$	[0.1–11.0]	35 ± 1	6.84 ± 0.03	0.016 ± 0.018	116 ± 3	1.69 (145)
	$K^+ + K^-$	[0.2–16.0]	13 ± 1	6.63 ± 0.03			
	$p + \bar{p}$	[0.3–20.0]	28 ± 2	8.04 ± 0.06			
$p + p, 7$ ТэВ	$\pi^+ + \pi^-$	[0.1–3.0]	49 ± 2	6.18 ± 0.08	0.081 ± 0.017	96 ± 3	0.50 (123)
	$K^+ + K^-$	[0.2–5.0]	19 ± 2	5.99 ± 0.04			
	$p + \bar{p}$	[0.3–5.0]	58 ± 7	7.83 ± 0.06			

Как видно из табл. 11, в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ практически наблюдается нулевая скорость коллективного поперечного потока. Температуры, извлеченные для пионов из независимых минимум χ^2 фитирований в табл. 11, совпадают в пределах ошибок с соответствующими общими температурами в табл. 10, извлеченными из одновременных фитирований p_t спектров различных видов частиц в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено приближенное равенство извлеченного параметра неэкстенсивности q для пионов и каонов ($q(\text{пионы}) \approx q(\text{каоны})$) и соотношение $q(\text{мезоны}) > q(\text{барионы})$ путем фитирования спектров поперечного импульса частиц термодинамически согласованной функцией распределения Цаллиса в оптимальных идентичных интервалах фитирования p_t в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ.

Параметр q , извлеченный из комбинированно-

Таблица 11. То же, что в табл. 10, но для независимого минимума χ^2 фитирования формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком (уравнение (5))

Тип столкновения	Параметр	$\pi^+ + \pi^-$	$K^+ + K^-$	$p + \bar{p}$
$p + p, 2.76$ ТэВ	Диапазон фитирования p_t , ГэВ/ c	[0.1–6.5]	[0.2–11.0]	[0.3–18.0]
	C , (ГэВ/ c) $^{-2}$	39 ± 3	11 ± 1	38 ± 15
	$\langle \beta_t \rangle$ (в единицах c)	0 ± 0.122	0.055 ± 0.033	0 ± 0.041
	n	7.05 ± 0.07	7.15 ± 0.06	8.71 ± 0.19
	T , МэВ	111 ± 15	115 ± 7	112 ± 13
	χ^2/ndf (ndf)	0.56 (47)	0.15 (47)	0.41 (45)
$p + p, 5.02$ ТэВ	Диапазоны фитирования p_t , ГэВ/ c	[0.1–11.0]	[0.2–16.0]	[0.3–20.0]
	C , (ГэВ/ c) $^{-2}$	37 ± 3	9 ± 1	35 ± 9
	$\langle \beta_t \rangle$ (в единицах c)	0 ± 0.163	0 ± 0.048	0 ± 0.029
	n	6.78 ± 0.05	6.94 ± 0.08	7.82 ± 0.09
	T , МэВ	116 ± 21	133 ± 11	111 ± 9
	χ^2/ndf (ndf)	2.18 (47)	0.92 (47)	0.42 (47)
$p + p, 7$ ТэВ	Диапазоны фитирования p_t , ГэВ/ c	[0.1–3.0]	[0.2–5.0]	[0.3–5.0]
	C , (ГэВ/ c) $^{-2}$	50 ± 6	9 ± 1	19 ± 9
	$\langle \beta_t \rangle$ (в единицах c)	0 ± 0.158	0 ± 0.039	0 ± 0.050
	n	6.06 ± 0.13	6.57 ± 0.09	8.46 ± 0.34
	T , МэВ	102 ± 20	132 ± 10	134 ± 20
	χ^2/ndf (ndf)	0.52 (37)	0.12 (42)	0.29 (40)

го фитирования термодинамически согласованной функцией Цаллиса, увеличивается систематически для всех видов частиц с увеличением $(s)^{1/2}$ в $p + p$ -соударениях с 2.76 до 5.02 ТэВ, оставаясь практически постоянным в пределах ошибок фитирования в интервале энергий $(s)^{1/2} = 5\text{--}7$ ТэВ, что, вероятно, свидетельствует о насыщении и предельном поведении значения q в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} > 5$ ТэВ. Установлено, что полученная глобальная эффективная температура T совпадает в пределах ошибок фитирования в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76$ и 5.02 ТэВ. Извлеченное значение параметра T в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 7$ ТэВ оказалось также совпадающим в пределах двойных ошибок фитирования с значениями параметра T в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76$ и 5.02 ТэВ.

Установлено уменьшение параметра n функции Хагедорна с встроенным поперечным потоком с увеличением энергии $(s)^{1/2}$ $p + p$ -столкновений от 2.76 до 5.02 ТэВ, что, вероятно, указывает на увеличение вклада точечных кварк-кварковых рассеяний при более высоких энергиях столкновений.

Практически нулевая скорость поперечного потока получена в $p + p$ -соударениях при $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02$ и 7 ТэВ из минимума χ^2 фитирований p_t распределений анализируемых частиц формулой Хагедорна с встроенным поперечным потоком.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. C. Tsallis, J. Stat. Phys. **52**, 479 (1988).
2. C. Tsallis, Eur. Phys. J. A **40**, 257 (2009).
3. J. Cleymans and D. Worku, J. Phys. G **39**, 025006 (2012).
4. I. Sena and A. Deppman, Eur. Phys. J. A **49**, 17 (2013).
5. A. Adare *et al.* (PHENIX Collab.), Phys. Rev. D **83**, 052004 (2011).
6. P. K. Khandai, P. Sett, P. Shukla, and V. Singh, Int. J. Mod. Phys. A **28**, 1350066 (2013).
7. C.-Y. Wong and G. Wilk, Acta Phys. Pol. B **43**, 2047 (2012).
8. J. Cleymans, G. I. Lyrasov, A. S. Parvan, A. S. Sorin, O. V. Teryaev, and D. Worku, Phys. Lett. B **723**, 351 (2013).
9. J. Cleymans, J. Phys.: Conf. Ser. **779**, 012079 (2017).
10. H. Zheng and L. Zhu, Adv. High Energy Phys. **2016**, 9632126 (2016).
11. P. K. Khandai, P. Sett, P. Shukla, and V. Singh, J. Phys. G **41**, 025105 (2014).
12. C. Tsallis, R. S. Mendes, and A. R. Plastino, Physica A **261**, 534 (1998).
13. T. S. Biro, G. Purcsel, and K. Urmosy, Eur. Phys. J. A **40**, 325 (2009).
14. G. Biró, G. G. Barnaföldi, T. S. Biró, K. Ürmösy, and A. Takács, Entropy **19**, 88 (2017).
15. K. Shen, G. G. Barnaföldi, and T. S. Biró, Universe **5**, 122 (2019).
16. S. Grigoryan, Phys. Rev. D **95**, 056021 (2017).
17. G. Biró, G. G. Barnaföldi, T. S. Biró, and K. Shen, EPJ Web Conf. **171**, 14008 (2018).
18. E. Schnedermann, J. Sollfrank, and U. Heinz, Phys. Rev. C **48**, 2462 (1993).

19. STAR Collab. (B. I. Abelev *et al.*), Phys. Rev. C **79**, 034909 (2009).
20. B. I. Abelev *et al.* (STAR Collab.), Phys. Rev. C **81**, 024911 (2010).
21. Z. Tang, Y. Xu, L. Ruan, G. van Buren, F. Wang, and Z. Xu, Phys. Rev. C **79**, 051901(R) (2009).
22. Hai-Ling Lao, Fu-Hu Liu, and Roy A. Lacey, Eur. Phys. J. A **53**, 44 (2017).
23. T. Bhattacharyya, J. Cleymans, A. Khuntia, P. Paareek, and R. Sahoo, Eur. Phys. J. A **52**, 30 (2016).
24. D. Thakur, S. Tripathy, P. Garg, R. Sahoo, and J. Cleymans, Adv. High Energy Phys. **2016**, 4149352 (2016).
25. Kh. K. Olimov, Sh. Z. Kanokova, K. Olimov, K. G. Gulamov, B. S. Yuldashev, S. L. Lutpullaev, and F. Y. Umarov, Mod. Phys. Lett. A **35**, 2050115 (2020).
26. Kh. K. Olimov, Sh. Z. Kanokova, A. K. Olimov, K. I. Umarov, B. J. Tukhtaev, K. G. Gulamov, B. S. Yuldashev, S. L. Lutpullaev, N. Sh. Saidkhanov, K. Olimov, and T. Kh. Sadykov, Mod. Phys. Lett. A **35**, 2050237 (2020).
27. B. Abelev *et al.* (ALICE Collab.), Phys. Rev. C **88**, 044910 (2013); arXiv: 1303.0737 [hep-ex].
28. ALICE Collab. (B. Abelev *et al.*), Phys. Lett. B **736**, 196 (2014); arXiv: 1401.1250v4 [nucl-ex].
29. ALICE Collab. (S. Acharya *et al.*), Preprint CERN-EP-2019-208 (2019); arXiv: 1910.07678v1 [nucl-ex].
30. ALICE Collab. (J. Adam *et al.*), Preprint CERN-PH-EP-2015-068 (2015); arXiv: 1504.00024v2 [nucl-ex].
31. R. Hagedorn, Riv. Nuovo Cim. **6N10**, 1 (1983).
32. G. Wilk and Z. Wlodarczyk, Eur. Phys. J. A **40**, 299 (2009).
33. G. Wilk and Z. Wlodarczyk, Phys. Rev. Lett. **84**, 2770 (2000).
34. R. Blankenbecler, S. J. Brodsky, and J. Gunion, Phys. Rev. D **12**, 3469 (1975).
35. S. J. Brodsky, H. J. Pirner, and J. Raufeisen, Phys. Lett. B **637**, 58 (2006).
36. A. S. Parvan, O. V. Teryaev, and J. Cleymans, arXiv: 1607.01956v3 [nucl-th].
37. K. Jiang, Y. Zhu, W. Liu, H. Chen, C. Li, L. Ruan, Z. Tang, and Z. Xu, Phys. Rev. C **91**, 024910 (2015).
38. Inam-ul Bashir, R. A. Parra, R. A. Bhat, and S. Uddin, Adv. High Energy Phys. **2019**, 8219567 (2019).
39. P. Braun-Munzinger, J. Stachel, J. P. Wessels, and N. Xu, Phys. Lett. B **344**, 43 (1995); nucl-th/9410026.
40. The CMS Collab. (S. Chatrchyan *et al.*), Eur. Phys. J. C **72**, 2164 (2012).
41. X. N. Wang and R. C. Hwa, Phys. Rev. D **39**, 187 (1989).
42. X. N. Wang and M. Gyulassy, Phys. Rev. D **45**, 844 (1992).
43. X. N. Wang and M. Gyulassy, Phys. Lett. B **282**, 466 (1992).

ANALYSIS OF TRANSVERSE MOMENTUM DISTRIBUTIONS OF THE CHARGED PARTICLES IN $p + p$ -COLLISIONS AT ENERGY INTERVAL $(s_{nn})^{1/2} = 2.76-7$ TeV AT THE LHC

B. Sh. Abdiev¹⁾, E. Kh. Bozorov^{1),2)}, Kh. K. Olimov³⁾, B. S. Yuldashev²⁾

¹⁾ National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan

²⁾ Institute of Nuclear Physics of Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent, Uzbekistan

³⁾ Physical-Technical Institute of SPA Physics-Sun of Uzbekistan Academy of Sciences, Tashkent

The experimental transverse momentum distributions of the charged pions and kaons, protons and antiprotons, produced at midrapidity in inelastic $p + p$ -collisions at $(s)^{1/2} = 2.76-7$ TeV energy range, measured by ALICE collaboration, are systematically analyzed with the help of thermodynamically consistent Tsallis distribution function and Hagedorn formula with the embedded transverse flow. Approximate equality of the non-extensivity parameter q of Tsallis function for the pions and kaons ($q(\text{pions}) \approx q(\text{kaons})$) and relation $q(\text{mesons}) > q(\text{baryons})$ are obtained from fits of the transverse momentum spectra of the analyzed particle species with the thermodynamically consistent Tsallis distribution function in the optimal identical fitting p_t ranges in $p + p$ -collisions at $(s)^{1/2} = 2.76, 5.02,$ and 7 TeV. The parameter q increases consistently for all the particle species with increasing $(s)^{1/2}$ of $p + p$ -collisions from 2.76 to 5.02 TeV, remaining practically constant within fit errors in the collision energy range $(s)^{1/2} = 5-7$ TeV, suggesting probably a saturation of the q value in $p + p$ -collisions at $(s)^{1/2} > 5$ TeV. Very negligible transverse flow velocity, consistent with zero value within the fit errors, is obtained in $p + p$ -collisions at $(s)^{1/2} = 2.76-7$ TeV energy range from fitting the p_t distributions of the charged pions and kaons, protons and antiprotons with the Hagedorn formula with the embedded transverse flow in the selected optimal identical p_t ranges and in the full measured p_t ranges.

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОСЛАБЫХ ПОПРАВК НА ФОРМУ Z -РЕЗОНАНСА В ПРОЦЕССЕ РОЖДЕНИЯ НЕЙТРИНО

© 2021 г. В. А. Зыкунов^{1),2)*}

Поступила в редакцию 29.04.2021 г.; после доработки 29.04.2021 г.; принята к публикации 30.05.2021 г.

Рассчитаны однопетлевые электрослабые радиационные поправки к полному сечению четырехфермионного процесса с конечным нейтринным состоянием в окрестности Z -резонанса. Результат приведен к форме, позволяющей анализировать резонансное поведение новых (за рамками Стандартной модели) бозонов. Сделан численный анализ полученных результатов.

DOI: 10.31857/S0044002721060106

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение энергетического распределения Z -бозона, имеющего вид резонансной кривой (т.е. зависимости числа распадов от энергии), с шириной, которая отражает неопределенность значения массы Z -бозона и определяет его время жизни, позволяет приблизиться к ответу на важнейший вопрос современной физики о количестве существующих в природе поколений фундаментальных фермионов. Z -бозон имеет адронный, лептонный и нейтринный (прямо не наблюдаемый, невидимый) каналы распада, каждый канал уменьшает его время жизни. Образование Z -бозонов удобно осуществлять на встречных пучках в реакции e^+e^- -аннигиляции, где, по сравнению с адронными столкновениями, распределение энергии контролируется с превосходной точностью. Именно в такой постановке эксперимента на Стэнфордском линейном коллайдере (SLAC) и на большом электронно-позитронном коллайдере (LEP) в CERN была получена оценка числа возможных типов нейтрино ($n = 2.982 \pm \pm 0.013$), которая показала, что поколений всего три. Все они к настоящему времени хорошо известны, это электронное, мюонное и тау-нейтрино.

Следует сказать, что полностью исключить существование следующих (четвертого и т.д.) поколений нейтрино нельзя. Во-первых, при анализе данных предполагается так называемая лептонная универсальность: заряженных лептонов $e-\mu-\tau$ и нейтринная $\nu_e-\nu_\mu-\nu_\tau$. Во-вторых, не вступая в противоречие с экспериментальными данными SLAC и LEP, можно говорить о других

типах нейтрино только в том случае, если их масса больше половины массы Z -бозона. Хотя такая ситуация кажется маловероятной, следует понимать, что существование “тяжелых” нейтрино может проявиться при энергиях, до сих пор недоступных современным ускорителям и может быть обнаружено при изучении резонансного поведения энергетического спектра Новых бозонов: хиггсовского, Z' , темного фотона и т.п., например, на будущих электрон-позитронных коллайдерах нового поколения. К ним относятся Международный линейный коллайдер (International Linear Collider, ILC) с планируемой энергией 1 ТэВ (до 2 ТэВ после модернизации) и параллельно развивающийся с ним проект — Компактный линейный коллайдер (Compact Linear Collider, CLIC) с проектируемой энергией 3 ТэВ. Новый проект “Будущий циклический коллайдер” (Future Circular Collider, FCC) с энергией пучков в лептонном режиме (FCC-ee) от 45 до 175 ГэВ направлен на точное изучение свойств нового скалярного (хиггсовского) бозона в продолжение открытия LHC коллаборациями ATLAS [1] и CMS [2] и также интересен с этой точки зрения.

Для того чтобы получить надежную информацию из экспериментальных данных, необходимо точно учесть эффекты высших порядков в СМ — электрослабые радиационные поправки (ЭСР). Включение ЭСР на уровне по крайней мере одной петли является неотъемлемой частью любого современного эксперимента. Одним из первых расчетов электромагнитных радиационных поправок (включая жесткие фотоны) к четырехфермионному процессу аннигиляции был проделан в [3]. Влияние электромагнитных радиационных поправок второго порядка на форму резонансной кривой было впервые исследовано в [4].

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь.

*E-mail: zykunov@cern.ch

Для нужд коллайдеров LEP и SLC потребовалось систематическое включение слабой части поправок. Влияние ЭСП на наблюдаемые в области резонанса впервые изучено в [5–7] (там были установлены малость эффектов электрослабых боксов и слабая зависимость от масс хиггсовского бозона и t -кварка). Решение задачи точного соответствия экспериментальным возможностям детекторов потребовало разработки соответствующего программного обеспечения: VHM и WOH [8–10], TOPAZ0 [11], ZFITTER [12], а также результаты группы SANC [13, 14] и ККМС [15, 16], где используются электрослабые библиотеки DIZET из ZFITTER. Вышеназванным группам удалось достичь впечатляющих результатов по согласованию, во многом благодаря чему экспериментальные данные LEP и SLC были беспрецедентно успешно обработаны.

Представляется важным провести ревизию прецизионного изучения формы резонансной кривой процесса образования нейтрино на лептонных коллайдерах нового поколения, которая была проделана в настоящей работе: сделан новый независимый расчет однопетлевых ЭСП к полному сечению нейтринного канала e^+e^- -аннигиляции, включая жесткое тормозное излучение. Двумя способами показана независимость физического результата от расчетных параметров (массы фотона и разделителя области энергии мягкого и жесткого фотона). Пользуясь методикой работы [17], получена форма, пригодная для применения результатов к анализу резонансного поведения новых (за рамками Стандартной модели) бозонов.

Другим возможным приложением результатов настоящей работы являются адронные реакции. Так, в столкновения адронов (например, при изучении процесса Дрелла–Яна — рождения дилептонной пары) имеются ненаблюдаемые нейтринные моды, которые принято брать в расчет в контексте так называемой потерянной поперечной энергии (MET, missing E_T , missing transverse energy). Улучшение качества формирования адронных пучков и детекторной аппаратуры повышают требования к теоретической составляющей экспериментальной программы. Полученные здесь аналитические выражения помогут уточнить аспект MET в действующей программе LHC и планируемых адронных машин.

План работы следующий: в разд. 2 дано общее описание четырехфермионного процесса, в разд. 3 приведены выражения для амплитуд и сечений процесса с учетом виртуальных вкладов в ЭСП. В разд. 4 разобрана структура тормозного излучения, приведены необходимые амплитуды и сечения. Численный анализ проведен в разд. 5.

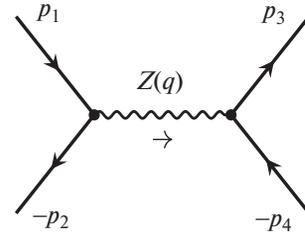


Рис. 1. Фейнмановская диаграмма процесса $e^-e^+ \rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$ в борновском приближении.

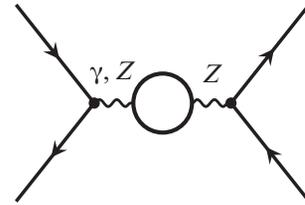


Рис. 2. Фейнмановские диаграммы вкладов бозонных собственных энергий в процесс $e^-e^+ \rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА В БОРНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Нас интересует четырехфермионный процесс с неполяризованными электроном и позитроном в начальном состоянии и парой нейтрино–антинейтрино в конечном (пользуясь элементарными заменами, можно использовать все полученные формулы для произвольной фермионной конфигурации):

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow Z(q) \rightarrow \nu_\mu(p_3) + \bar{\nu}_\mu(p_4). \quad (1)$$

Фейнмановская диаграмма, соответствующая процессу (1) в борновском приближении, приведена на рис. 1. Обозначения на диаграмме следующие:

- p_1 — 4-импульс начального электрона с массой m ;
- p_2 — 4-импульс начального позитрона (с той же массой);
- p_3 — 4-импульс конечного нейтрино ν с нулевой массой (и, для определенности, с ароматом μ);
- p_4 — 4-импульс конечного антинейтрино $\bar{\nu}$ (с тем же ароматом и массой);
- $q = p_1 + p_2$ — 4-импульс Z -бозона с массой m_Z .

Промежуточные массивные бозоны в работе индексуются так: $a = Z, W$.

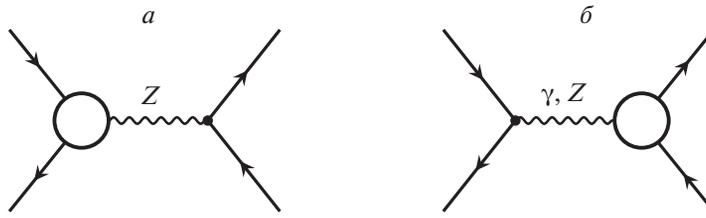


Рис. 3. Фейнмановские диаграммы вкладов электронных и нейтринных вершин в процесс $e^- e^+ \rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$.

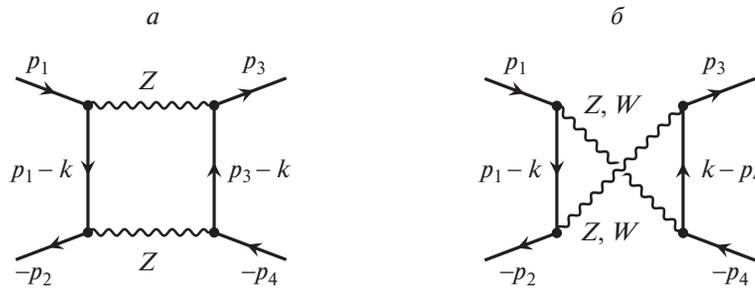


Рис. 4. Фейнмановские диаграммы двухбозонных вкладов в процесс $e^- e^+ \rightarrow \nu_\mu \bar{\nu}_\mu$: a — прямой бокс, b — перекрестный бокс.

Приведем стандартный набор лоренц-инвариантных переменных Мандельштама:

$$s = q^2 = (p_1 + p_2)^2, \quad (2)$$

$$t = (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_2 - p_3)^2,$$

которые сформированы из 4-импульсов частиц. В работе применяется ультрарелятивистское приближение (УРП):

$$s, |t|, |u| \gg m_f^2. \quad (3)$$

Также будем пользоваться общими фермионным $f = q, e$ и лептонным $l = e, \nu$ индексами.

Для расчета дифференциального сечения $d\sigma^0$ процесса (1) применяется стандартная диаграммная техника. Прежде всего сформируем амплитуды, используя правила Фейнмана из [18], и кратко опишем их. Входящему фермиону с 4-импульсом p соответствует биспинорная амплитуда $u(p)$, выходящему — биспинорная амплитуда $\bar{u}(p)$. Пропагатору бозона (в калибровке Фейнмана) отвечает выражение $-ig^{\alpha\beta} D_a(q)$, где

$$D_a(q) = \frac{1}{q^2 - m_a^2 + im_a \Gamma_a}, \quad (4)$$

а q — 4-импульс передачи в пропагаторе. Фотонная масса $m_\gamma \equiv \lambda$ равна нулю везде, кроме специально отмеченных случаев, где она используется как инфинитезимальный параметр, который регуляризует инфракрасную расходимость. Масса Z -бозона обозначена как m_Z , величина Γ_Z — это его полная ширина. Существуют разные схемы для корректного учета ширины, в настоящей работе

используется схема с фиксированной шириной, а для численных оценок выбрано $\Gamma_Z = 2.4952$ ГэВ. Для сравнения приведем значение для парциальной ширины распада Z -бозона по нейтринному каналу: $\Gamma_Z = 0.166$ ГэВ, треть от так называемой невидимой ширины $\Gamma(\text{invisible}) = 0.499$ ГэВ.

Фермионный (электронный) пропагатор выглядит так (тут p — 4-импульс передачи, также везде используется сокращенная запись $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$):

$$iS(p) = i \frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}. \quad (5)$$

Вершине взаимодействия фермиона f с калибровочным бозоном a соответствует выражение

$$ie\gamma_\mu \Gamma_f^a, \quad \text{где} \quad \Gamma_f^a = v_f^a - a_f^a \gamma_5. \quad (6)$$

Векторные и аксиально-векторные константы связи фермиона аромата f с фотоном и Z -бозоном имеют вид:

$$v_f^\gamma = -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0,$$

$$v_f^Z = \frac{I_f^3 - 2Q_f s_W^2}{2s_W c_W}, \quad a_f^Z = \frac{I_f^3}{2s_W c_W};$$

векторные и аксиально-векторные константы связи с участием нейтрино равны:

$$v_{\nu}^W = a_{\nu}^W = \frac{1}{2\sqrt{2}s_W}, \quad v_\nu^Z = a_\nu^Z = \frac{1}{4s_W c_W}. \quad (7)$$

Используются следующие параметры Стандартной модели (СМ): Q_f — электрический заряд f -частицы в единицах протонного заряда e , третья

компонента слабого изоспина для конкретного типа фермиона:

$$I_\nu^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_e^3 = -\frac{1}{2}, \quad I_u^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_d^3 = -\frac{1}{2}, \quad (8)$$

а s_W (c_W) — синус (косинус) угла Вайнберга, которые связаны с массами Z - и W -бозона в рамках СМ следующим образом:

$$c_W = \frac{m_W}{m_Z}, \quad s_W = \sqrt{1 - c_W^2}. \quad (9)$$

Запишем сечение в стандартном виде

$$d\sigma = \frac{1}{8\pi^2 s} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_2, \quad (10)$$

где \mathcal{M} — амплитуда процесса, а фазовый объем реакции имеет вид

$$d\Phi_2 = \delta(q - p_3 - p_4) \frac{d^3\mathbf{p}_3}{2p_{30}} \frac{d^3\mathbf{p}_4}{2p_{40}} \approx \frac{\pi}{2s} dt. \quad (11)$$

Записанная по правилам Фейнмана амплитуда процесса (1) выглядит так:

$$\mathcal{M}_0 = ie^2 D_Z(q) \bar{u}(-p_2) \gamma_\mu \Gamma_e^Z u(p_1) \times \quad (12) \\ \times \bar{u}(p_3) \gamma^\mu \Gamma_\nu^Z u(-p_4).$$

Квадрируя борновскую амплитуду и используя коммутационные свойства гамма-матриц, находим в УРП

$$\mathcal{M}_0 \mathcal{M}_0^+ = \frac{e^2}{4} \text{Sp}[\gamma_\mu (\Gamma_e^Z)^2 \hat{p}_1 \gamma_\nu \hat{p}_2] \times \quad (13) \\ \times \text{Sp}[\gamma^\mu (\Gamma_\nu^Z)^2 \hat{p}_4 \gamma^\nu \hat{p}_3] D_Z(q) D_Z^*(q).$$

Вычисляя следы, получим дифференциальное борновское сечение в виде

$$d\sigma^0 = \frac{4\pi\alpha^2}{s^2} C^0 D_Z(q) D_Z^*(q) dt, \quad (14)$$

где комбинацию электронных констант связи и инвариантов t, u , характерную для борновского сечения, удобно представлять в форме:

$$C^0 = g_{V,e}^{ZZ} g_{V,\nu}^{ZZ} (t^2 + u^2) + g_{A,e}^{ZZ} g_{A,\nu}^{ZZ} (u^2 - t^2).$$

Встречающиеся комбинации констант связи имеют вид

$$g_{V,f}^{ab} = v_f^a v_f^b + a_f^a a_f^b, \quad g_{A,f}^{ab} = v_f^a a_f^b + a_f^a v_f^b. \quad (15)$$

Интегрируя по углу, получим с учетом $\int_{-s}^0 t^2 dt = \int_{-s}^0 u^2 dt = s^3/3$ и некоторых упрощений (комбинация при g_A^{ZZ} не дает вклада) полное борновское сечение в виде

$$\sigma^0 = \frac{\pi\alpha^2 s}{(s - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2} \frac{1 - 4s_W^2 + 8s_W^4}{48s_W^4 c_W^4}. \quad (16)$$

3. ВИРТУАЛЬНЫЙ ВКЛАД В ЭСП

Для учета в сечении однопетлевых ЭСП к квадрату борновской амплитуды добавляется слагаемое порядка $\mathcal{O}(\alpha^3)$:

$$\mathcal{M}_0 \mathcal{M}_0^+ + 2\text{Re} \mathcal{M}_{\text{NLO}} \mathcal{M}_0^+,$$

где однопетлевая амплитуда имеет вид

$$\mathcal{M}_{\text{NLO}} = \mathcal{M}_{\text{BSE}} + \mathcal{M}_{\text{EZV}} + \quad (17) \\ + \mathcal{M}_{\text{NZV}} + \mathcal{M}_{\text{NGV}}.$$

Амплитуда \mathcal{M}_{BSE} обусловлена бозонной собственной энергией, диаграммы которой изображены на рис. 2. Кружком на них обозначены все вклады собственных энергий в однопетлевом приближении, возможные в рамках СМ. Нетрудно построить \mathcal{M}_{BSE} из борновской амплитуды и блока $\hat{\Sigma}_T^{ab}$ — перенормированной поперечной части вклада диаграмм собственных энергий Z -бозона и γZ -смешивания:

$$\mathcal{M}_{\text{BSE}} = -\mathcal{M}_0 \sum_{a=\gamma,Z} D_a(q) \hat{\Sigma}_T^{aZ}(s). \quad (18)$$

Для всех $\hat{\Sigma}_T^{ab}$ используем выражения из [18], расчет был проведен по схеме перенормировки на массовой поверхности с применением ренормализационных условий [10].

Амплитуда \mathcal{M}_{EZV} соответствует электронной вершинной функции, диаграммы которой изображены на рис. 3а:

$$\mathcal{M}_{\text{EZV}} = ie^2 D_Z(q) \times \quad (19) \\ \times \bar{u}(-p_2) \gamma_\mu (v_e^{FZ} - a_e^{FZ} \gamma_5) u(p_1) \times \\ \times \bar{u}(p_3) \gamma^\mu \Gamma_\nu^Z u(-p_4),$$

где электронные вершинные формфакторы имеют вид

$$v_e^{FZ} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(v_e^Z \Lambda_{1,e}^\gamma + v_e^Z ((v_e^Z)^2 + 3(a_e^Z)^2) \times \quad (20) \right.$$

$$\left. \times \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right),$$

$$a_e^{FZ} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(a_e^Z \Lambda_{1,e}^\gamma + a_e^Z (3(v_e^Z)^2 + (a_e^Z)^2) \times \right.$$

$$\left. \times \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right).$$

Функция $\Lambda_{1,e}^\gamma$ описывает вклад треугольной диаграммы с фотонным обменом и содержит инфракрасную расходимость в виде зависимости от λ , которой предстоит сократиться в сумме с вкладами тормозного излучения (см. раздел 4). Функция Λ_2 описывает вершинный вклад с обменом массивным бозоном — Z или W , а Λ_3 — с трехбозонной вершиной — $WW\gamma$ или WWZ . Выражения для вершинных функций приводятся в [10].

Благодаря простой форме амплитуды (19) при квадрировании получаем вещественную комбинацию $D_Z(q)D_Z(q)^*$, так что только реальная часть функций $\Lambda_{1,2,3}$ даст вклад в сечение. Отмеченное свойство имеет место также для вкладов от \mathcal{M}_{NZV} и \mathcal{M}_{NGV} , которые обусловлены нейтринными вершинами. Соответствующие этим амплитудам диаграммы изображены на рис. 3б:

$$\mathcal{M}_{\text{NZV/NGV}} = ie^2 D_{Z/\gamma}(q) \cdot \bar{u}(-p_2)\gamma_\mu \times \quad (21)$$

$$\times \Gamma_e^{Z/\gamma} u(p_1) \cdot \bar{u}(p_3)\gamma^\mu v_\nu^{F_{Z/\gamma}} (1 - \gamma_5)u(-p_4),$$

где нейтринные вершинные формфакторы имеют вид (в соответствии с [10] в них были добавлены вклады нейтринных собственных энергий, которые имеются в схеме перенормировки на массовой поверхности):

$$v_\nu^{F_Z} = \frac{\alpha}{4\pi} \frac{1}{4s_W c_W} \left(\frac{1}{4s_W^2 c_W^2} \Lambda_2^Z + \quad (22)$$

$$+ \frac{2s_W^2 - 1}{2s_W^2} \Lambda_2^W + \frac{3c_W^2}{s_W^2} \Lambda_3^W \right),$$

$$v_\nu^{F_\gamma} = \frac{\alpha}{4\pi} \left(-\frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3^W \right).$$

Сечение от вклада двухбозонного обмена здесь получено согласно методу работы [17]. Так, для aa -боксов ($a = Z, W$), диаграммы которых изображены на рис. 4, оно имеет вид

$$d\sigma^{aa} = \frac{2\alpha^3}{s^2} \int_0^1 \int_0^1 dx dy \text{Re} D_Z^*(q) \times \quad (23)$$

$$\times \left(C_3^{aaZ} [\mathcal{K}_3^D + \mathcal{K}_3^C] + C_4^{aaZ} [\mathcal{K}_4^D + \mathcal{K}_4^C] \right) \cdot dt,$$

где константы связи собраны в двух комбинациях:

$$C_3^{abc} = v_e^{abc} v_\nu^{abc},$$

$$v_f^{abc} = v_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b a_f^c + a_f^a a_f^b v_f^c,$$

$$C_4^{abc} = a_e^{abc} a_\nu^{abc},$$

$$a_f^{abc} = a_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b v_f^c + v_f^a v_f^b a_f^c,$$

нетрудно установить, что $v_\nu^{aaZ} \equiv a_\nu^{aaZ} = 4(v_\nu^a)^2 v_\nu^Z$. Коэффициенты в (23) выглядят так:

$$\mathcal{K}_3^D = C_0^D t(t^2 + u^2) + 2\mathcal{B}_0^D (4t^2 + u^2) - \quad (24)$$

$$- 2C_1^D st^2 - \mathcal{B}_4^D t(2t^2 + u^2),$$

$$\mathcal{K}_4^D = C_0^D t(u^2 - t^2) + 2\mathcal{B}_0^D (u^2 - 4t^2) +$$

$$+ 2C_1^D st^2 + \mathcal{B}_4^D t(2t^2 - u^2),$$

$$\mathcal{K}_3^C = -\mathcal{K}_3^D|_{t \leftrightarrow u}, \quad \mathcal{K}_4^C = +\mathcal{K}_4^D|_{t \leftrightarrow u}.$$

Для прямого ZZ -боксов выражения $\mathcal{C}_{0,1}$ и $\mathcal{B}_{0,4}$ имеют следующий вид:

$$\mathcal{C}_0^D = -y^2 \mathcal{Y}_S, \quad \mathcal{B}_0^D = -\frac{1}{2} y \mathcal{Y}_A,$$

$$\mathcal{C}_1^D = x(1-x)y^3 \mathcal{Y}_B, \quad \mathcal{B}_4^D = y(1-y)[\mathcal{Y}_S - \mathcal{Y}_B].$$

Выражения $\mathcal{Y}_{A,B,S}$ выглядят так:

$$\text{Re} \mathcal{Y}_A = \frac{1}{A^2} \left(\mathcal{A} + C \mathcal{G}_A - \mathcal{B} \mathcal{G}_L \right),$$

$$\text{Im} \mathcal{Y}_A = \frac{1}{A^2} \left(\mathcal{B} \mathcal{G}_A + C \mathcal{G}_L \right),$$

$$\text{Re} \mathcal{Y}_B = \frac{1}{A} \left(2 \text{Re} \mathcal{Y}_A - \frac{\mathcal{A} + \mathcal{B}}{\mathcal{D}} \right),$$

$$\text{Im} \mathcal{Y}_B = \frac{1}{A} \left(2 \text{Im} \mathcal{Y}_A - \frac{C}{\mathcal{D}} \right),$$

$$\text{Re} \mathcal{Y}_S = \frac{1}{A^2} \left(-\frac{\mathcal{A}(\mathcal{A} + \mathcal{B})}{\mathcal{D}} + \mathcal{G}_L \right),$$

$$\text{Im} \mathcal{Y}_S = \frac{1}{A^2} \left(-\frac{\mathcal{A}C}{\mathcal{D}} - \mathcal{G}_A \right).$$

Используются следующие сокращения:

$$\mathcal{D} = (\mathcal{A} + \mathcal{B})^2 + C^2, \quad \mathcal{G}_L = \frac{1}{2} \ln \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{B}^2 + C^2}, \quad (25)$$

$$\mathcal{G}_A = \text{arctg} \frac{\mathcal{B}}{C} - \text{arctg} \frac{\mathcal{A} + \mathcal{B}}{C},$$

где выражения для коэффициентов $\mathcal{A}, \mathcal{B}, C$ имеют вид

$$\mathcal{A} = t(1-y) - sx(1-x)y^2,$$

$$\mathcal{B} = -t(1-y) + m_Z^2 y, \quad C = m_Z \Gamma_{Zy}.$$

Выражения для WW -боксов получаются из формул для aa -случая заменой индекса $a \rightarrow W$ в константах связи и пропагаторах (кроме этого, требуется “выключить” прямой бокс, запрещенный законами сохранения).

4. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Позаботимся об устранении инфракрасной расходимости, для чего учтем процесс тормозного излучения (ТИ):

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow Z(q_1) + \gamma(p) \rightarrow \quad (26)$$

$$\rightarrow \nu_\mu(p_3) + \bar{\nu}_\mu(p_4) + \gamma(p),$$

т.е. процесс, который “сопровождает” исследуемый процесс (1) и неотличим от него в инклюзивной постановке эксперимента, когда тормозной фотон (с 4-импульсом p) не детектируется. Фейнмановские диаграммы, описывающие радиационный процесс (26), приведены на рис. 5, они соответствуют излучению из начального состояния (ISR, initial state radiation).

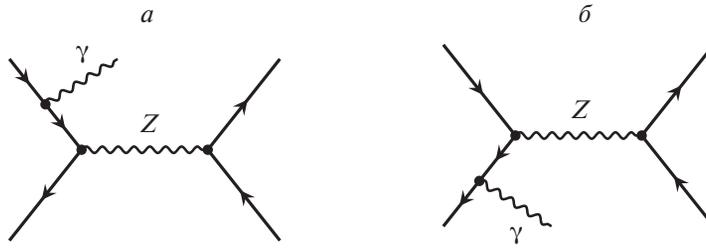


Рис. 5. Фейнмановские диаграммы процесса $e^-e^+ \rightarrow \nu_\mu\bar{\nu}_\mu\gamma$.

Обсуждаемая выше неотличимость процессов совершенно очевидна при малых энергиях тормозного фотона, такой процесс называется мягким тормозным излучением. Кинематика мягкого ТИ, соответственно, неотличима от кинематики безрадиационного процесса (1). Сечение мягкого ТИ, следовательно, пропорционально борновскому и выглядит так:

$$d\sigma^{\text{soft}} = \delta_{\text{soft}} d\sigma^0, \quad (27)$$

где “мягкая” поправка, рассчитанная в Приложении, имеет в УРП вид

$$\delta_{\text{soft}} = \frac{\alpha}{\pi} \left[2 \ln \frac{2\omega}{\lambda} (L - 1) + L - \frac{L^2}{2} - \frac{\pi^2}{3} \right]. \quad (28)$$

Коллинеарная сингулярность излучения из начального состояния сосредоточена в так называемом коллинеарном логарифме (или “большом логарифме”, поскольку s в настоящем расчете соответствует характерному энергетическому масштабу реакции — области Z -резонанса $s \sim m_Z^2$):

$$L = \ln \frac{s}{m^2}. \quad (29)$$

В сумме сечение процесса (1) и сечение мягкого ТИ представляют инфракрасно-конечную величину, однако эта сумма содержит дополнительный параметр (вообще говоря, нефизический) — максимальную энергию (мягкого) тормозного фотона ω . Квадраты коллинеарных логарифмов L в (28) сокращаются в сумме со слагаемыми из вершинного вклада, содержащими Λ_1 .

Дифференциальное сечение процесса (26) имеет вид

$$d\sigma_R = \frac{\alpha^3}{\pi^2 s} \sum |R_3|^2 d\Phi_3, \quad (30)$$

где $\sum |R_3|^2$ — квадрированные амплитуды, просуммированные и усредненные по поляризациям. Амплитуда, соответствующая диаграммам рис. 5, имеет вид

$$R_3 = -iQ_e e_\rho(p) D_Z(q_1) \times \\ \times \bar{u}(-p_2) (\Gamma_3^Z)^{\mu\rho} u(p_1) \bar{u}(p_3) \gamma_\mu \Gamma_\nu^Z u(-p_4),$$

где

$$(\Gamma_3^Z)^{\mu\rho} = \gamma^\mu \Gamma_e^Z \frac{\hat{p} - \hat{p}_1 - m}{z_1} \gamma^\rho + \\ + \gamma^\rho \frac{-\hat{p} + \hat{p}_2 - m}{v_1} \gamma^\mu \Gamma_e^Z.$$

С учетом уравнения Дирака получаем следующее упрощение

$$(\Gamma_3^a)^{\mu\rho} = \left(\gamma^\mu \frac{\hat{p}\gamma^\rho - 2p_1^\rho}{z_1} + \right. \quad (31) \\ \left. + \frac{-\gamma^\rho \hat{p} + 2p_2^\rho}{v_1} \gamma^\mu \right) \Gamma_e^Z = \Gamma_3^{\mu\rho} \Gamma_e^Z.$$

Квадрируя и используя $e_\rho(p)e_{\rho'}(p) = -g_{\rho\rho'}$, получаем в УПР:

$$\sum |R_3|^2 = -\frac{1}{4} Q_e^2 D_Z(q_1) D_Z^*(q_1) \times \\ \times \text{Sp} [\Gamma_3^{\mu\rho} \Gamma_e^Z \hat{p}_1 \Gamma_e^{Z+} \Gamma_3^{\nu\rho+} \hat{p}_2] \text{Sp} [\gamma_\mu \Gamma_\nu^Z \hat{p}_4 \Gamma_\nu^{Z+} \gamma_\nu \hat{p}_3].$$

Вычисляя следы произведения гамма-матриц, получим выражение:

$$\sum |R_3|^2 = 8Q_e^2 D_Z(q_1) D_Z^*(q_1) \times \quad (32) \\ \times \left(g_{V,e}^{ZZ} g_{V,\nu}^{ZZ} I_V + g_{A,e}^{ZZ} g_{A,\nu}^{ZZ} I_A \right),$$

где

$$I_V = \frac{m^2}{z_1^2} V_1 + \frac{m^2}{v_1^2} V_2 + \frac{1}{z_1 v_1} V_3 + \frac{1}{z_1} V_4 + \frac{1}{v_1} V_5, \\ I_A = \frac{m^2}{z_1^2} A_1 + \frac{m^2}{v_1^2} A_2 + \frac{1}{z_1 v_1} A_3 + \\ + \frac{1}{z_1} A_4 + \frac{1}{v_1} A_5 + A_6.$$

Выражения V_i выглядят так (используем сокращение $w_\pm = t \pm u + z$):

$$V_1 = (s - v_1)w_+ + 2u(t + z), \quad (33) \\ V_2 = (s - z_1)w_+ + 2t(u + z), \\ V_3 = -2stu - sz(t + u) - s^2w_+, \\ V_4 = (s - v_1/2)w_+ + tu - t^2 + uz, \\ V_5 = (s - z_1/2)w_+ + tu - u^2 + tz,$$

а выражения A_i имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} A_1 &= (v_1 - s)w_-, \\ A_2 &= (z_1 - s)w_-, \\ A_3 &= s^2(t - u), \\ A_4 &= v_1w_-/2 - s(t - w_-), \\ A_5 &= s(u - w_-) + z_1w_-/2, \\ A_6 &= t - u. \end{aligned} \quad (34)$$

Фазовый объем реакции $2 \rightarrow 3$ имеет вид

$$\begin{aligned} d\Phi_3 &= \delta(q - q_1 - p) \frac{d^3\mathbf{p}_3}{2p_{30}} \frac{d^3\mathbf{p}_4}{2p_{40}} \frac{d^3\mathbf{p}}{2p_0}, \\ q_1 &= p_3 + p_4. \end{aligned} \quad (35)$$

Последовательность расчета такого фазового объема, пределы интегрирования и необходимые кинематические соотношения подробно описаны в [19] (см. также [20]). Приведем здесь финальное выражение с учетом конфигурации частиц настоящей работы:

$$\begin{aligned} d\Phi_3 &= \frac{|\mathbf{p}_3|}{4p_{40}\mathcal{F}} d \cos \theta_3 d\varphi_3 \frac{d^3\mathbf{p}}{2p_0}, \\ d^3\mathbf{p} &= |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| d \cos \theta_p d\varphi_p, \end{aligned} \quad (36)$$

что дает после упрощений (и снятия очевидных интегралов)

$$d\Phi_3 = \frac{\pi p_{30} |\mathbf{p}|}{4p_{40}\mathcal{F}} d \cos \theta_3 dp_0 d \cos \theta_p d\varphi_p, \quad (37)$$

где \mathcal{F} выражается через углы и энергии так:

$$\mathcal{F} = 1 + \frac{p_{30}(1 - A|\mathbf{p}|/|\mathbf{p}_3|)}{\sqrt{p_{30}^2 - 2A|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3| + |\mathbf{p}|^2}}, \quad (38)$$

а выражение A имеет вид

$$\begin{aligned} A &= \cos(\widehat{-\mathbf{p}, \mathbf{p}_3}) = \\ &= -\sin \theta_3 \sin \theta_p \cos \varphi_p - \cos \theta_3 \cos \theta_p. \end{aligned} \quad (39)$$

После сделанных преобразований дальнейшее интегрирование осуществляется численно, будет использоваться Монте-Карло-интегратор VEGAS [21].

Для энергии конечного нейтрино с 4-импульсом p_3 получаем

$$\begin{aligned} p_{30} &= |\mathbf{p}_3| = \\ &= \frac{s + 2p_0^2 - 3p_0\sqrt{s} + Ap_0(\sqrt{s} - 2p_0)}{s - 2p_0\sqrt{s} + p_0^2(1 - A^2)} \cdot p_{10}. \end{aligned} \quad (40)$$

Векторы конечных частиц в с.ц.м. выглядят так:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_3 &= (|\mathbf{p}_3| \sin \theta_3, 0, |\mathbf{p}_3| \cos \theta_3), \\ \mathbf{p} &= (|\mathbf{p}| \sin \theta_p \cos \varphi_p, |\mathbf{p}| \sin \theta_p \sin \varphi_p, |\mathbf{p}| \cos \theta_p), \\ \mathbf{p}_4 &= -\mathbf{p}_3 - \mathbf{p}. \end{aligned} \quad (41)$$

Лоренц-инварианты, описывающие радиационный процесс (радиационные инварианты)

$$\begin{aligned} z_1 &= 2p_1p, & v_1 &= 2p_2p, \\ z &= 2p_3p, & v &= 2p_4p, \end{aligned} \quad (42)$$

благодаря законам сохранения связаны кинематическими соотношениями

$$z_1 + v_1 = z + v, \quad s + t + u = v + 2m^2. \quad (43)$$

Выразим через энергию, азимутальный и полярный углы фотона радиационные инварианты:

$$\begin{aligned} z_1 &= 2p_0p_{10} - 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_1| \cos \theta_p, \\ v_1 &= 2p_0p_{20} + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_2| \cos \theta_p, \\ z &= 2p_0p_{30} + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3|A, \\ v &= 2p_0(\sqrt{s} - p_{30}) - 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3|A. \end{aligned} \quad (44)$$

Заметим, что во всех формулах различаются p_0 и $|\mathbf{p}|$: в них удерживается масса фотона λ (т.е. $p_0^2 - |\mathbf{p}|^2 = \lambda^2 \rightarrow 0$), которая в дальнейшем будет использована как инфинитезимальный параметр для регуляризации инфракрасной расходимости.

Инвариант t в радиационном случае связан в с.ц.м. с углом рассеяния следующим соотношением

$$t = \frac{1}{2} \left(2m^2 - s + v + \right. \quad (45)$$

$$\left. + \cos \theta_3 (s - v) \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} \right),$$

инвариант u определяется сходной формулой, но с противоположным знаком при $\cos \theta_3$. Наконец, приведем обозначения оставшихся инвариантов:

$$\begin{aligned} s_1 &= q_1^2 = (p_3 + p_4)^2, \\ t_1 &= (p_2 - p_4)^2, \quad u_1 = (p_1 - p_4)^2. \end{aligned} \quad (46)$$

5. АНАЛИЗ И ВЫВОДЫ

Используем массы частиц и электрослабые параметры из [22]. Для начала установим независимость полученных результатов от нефизических параметров. В табл. 1 приведены относительные поправки к сечению, рассчитанные с помощью W -метода [19] при различных λ и с помощью метода Мо-Тсаи [23] для $\lambda = 10^{-30}\sqrt{s}$ при различных ω . Относительные поправки к полному сечению определяются выражением

$$\delta^C = \frac{\sigma^C}{\sigma^0} \quad (47)$$

(если верхний индекс отсутствует, то имеются в виду полные ЭСП, так что $\delta \equiv \delta^{\text{NLO}}$). Рассмотрена кинематическая точка положения максимума резонансной кривой борновского сечения $\sqrt{s} = m_Z$.

Таблица 1. Структура относительных поправок к сечению в точке Z -резонанса, рассчитанных разными методами (левая часть таблицы — W -метод, правая — метод Мо–Тсаи)

λ/\sqrt{s}	V	R	$V + R$	ω/\sqrt{s}	$V + S$	H	$V + S + H$
10^{-30}	-6.7379	6.4130	-0.3250	10^{-20}	-4.8140	4.4890	-0.3250
10^{-20}	-4.2579	3.9329	-0.3250	10^{-15}	-3.5740	3.2490	-0.3250
10^{-10}	-1.7779	1.4529	-0.3250	10^{-10}	-2.3340	2.0090	-0.3250
10^{-8}	-1.2819	0.9570	-0.3250	10^{-5}	-1.0940	0.7690	-0.3250
10^{-7}	-1.0339	0.7099	-0.3240	10^{-4}	-0.8460	0.5211	-0.3249
10^{-6}	-0.7859	0.4770	-0.3089	10^{-3}	-0.5980	0.2737	-0.3243
10^{-5}	-0.5379	0.2851	-0.2528	10^{-2}	-0.3500	0.0518	-0.2982
10^{-4}	-0.2899	0.1422	-0.1478	10^{-1}	-0.1020	0.0005	-0.1015

В табл. 1 отчетливо отражена структура относительных поправок: видны логарифмические зависимости V - и R -вкладов от λ (W -метод) и $V + S$ - и H -вкладов от ω (метод Мо–Тсаи). Проведенный анализ позволил установить сокращение зависимости от λ (W -метод) и ω (метод Мо–Тсаи). Видна стабильность численных результатов при обоих подходах, несмотря на то, что в расчете мягкой части по методу Мо–Тсаи *a priori* имеется неустранимая неточность, W -метод такого недостатка лишен в принципе. Выявлена область изменения λ и ω (см. Приложение), в которой отсутствует заметная разница между результатами (относительная ошибка двух методов лучше чем 10^{-4}).

На рис. 6а приведены зависимости борновского сечения и сечения с учетом полной ЭСП от \sqrt{s} в окрестностях Z -резонанса. Хорошо видны основные характерные черты влияния ЭСП на резонансную кривую (см., например, график на стр. 231 из [10]):

1. понижение величины сечения в максимуме примерно на 32.5%,
2. смещение точки максимума сечения вправо (так называемый эффект “возврата на резонанс”),
3. умеренное понижение сечения в области левее Z -резонанса,
4. значительное повышение сечения в области правее Z -резонанса.

Понижение сечения в точке резонанса определяется известным фактором [10], зависящим от ширины

$$1 - \frac{4\alpha}{\pi} \ln \frac{m_Z}{\Gamma_Z} \ln \frac{m_Z}{m}.$$

Последние два пункта ясно иллюстрируются рис. 6б, где приведена зависимость относительной поправки к полному борновскому сечению энергии реакции. В области резонанса указанная поправка уменьшается с уменьшением \sqrt{s} и растет с его ростом, этот рост тем не менее не повышает поправленное сечение, так как борновский результат резко падает с ростом энергии реакции. Штриховой линией обозначен КЭД-вклад, т.е. вклад, обусловленный только дополнительными фотонами. Как уже говорилось, установлено, что чисто слабые эффекты на форму резонанса влияют незначительно.

На рис. 7 эффекты ЭСП иллюстрируются во всей области \sqrt{s} : на рис. 7а, где изучается область ниже Z -резонанса, видно, что при $\sqrt{s} \sim 50$ ГэВ эффект меняет знак, а рис. 7б для больших \sqrt{s} вплоть до ~ 5 ТэВ показывает плавный спад поправленного сечения.

В работе рассчитаны полные однопетлевые электрослабые радиационные поправки к сечению процесса электрон-позитронной аннигиляции с конечным нейтринным состоянием в окрестности Z -резонанса и за его пределами. Аналитический результат представлен в форме, позволяющей применить его к анализу поведения сечения в области резонанса от бозона с новыми свойствами, т.е. с произвольно заданными векторными и аксиально-векторными константами связи. Вышесказанное относится к моделям Новой физики, например тем, в которых присутствует дополнительный бозон (Z' , W' , “тяжелый” фотон и т.д.). Результаты настоящей работы будут полезны в приложении к учету ненаблюдаемых нейтринных мод с учетом ЭСП в контексте МЕТ при изучении процесса Дрелла–Яна в действующей программе ЛНС и проектируемых адронных машин, а также к планируемым экспериментам на будущем электрон-позитронном коллайдере.

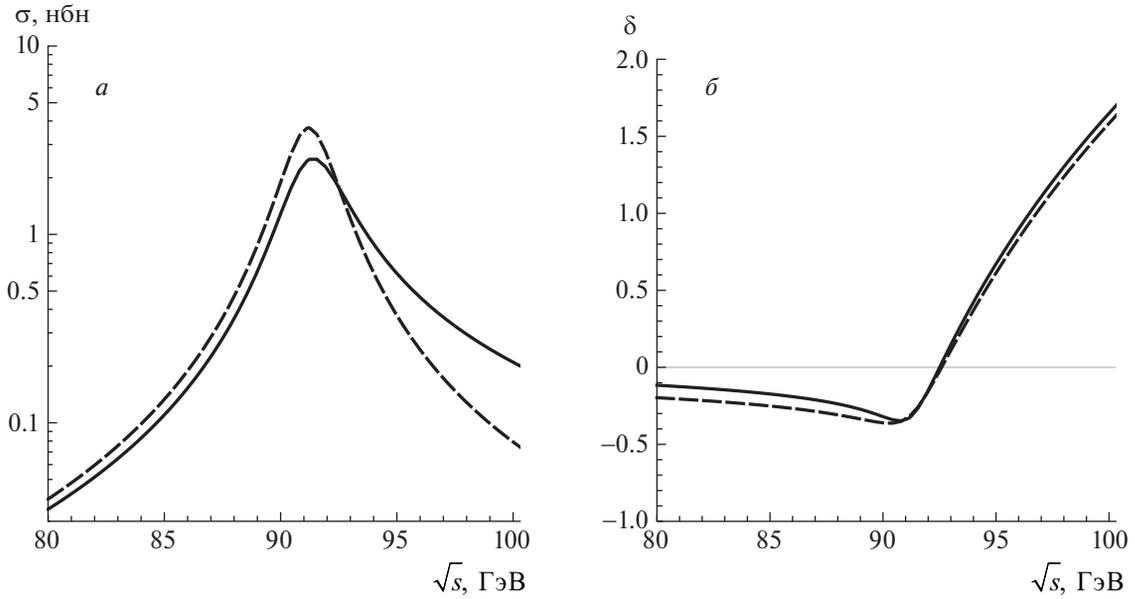


Рис. 6. *а* — Зависимость полного сечения от \sqrt{s} в окрестностях Z -резонанса (штриховая линия — борновское сечение, сплошная — сечение с учетом электрослабых поправок), *б* — относительная поправка к полному сечению в зависимости от \sqrt{s} (сплошная линия — полный вклад ЭСП, штриховая — КЭД-вклад).

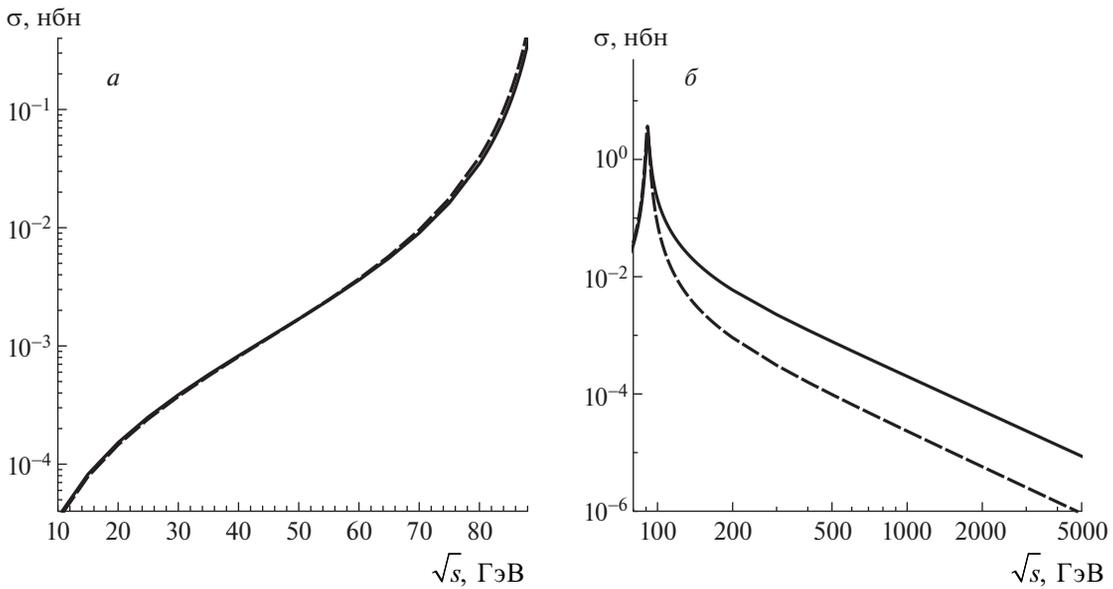


Рис. 7. Зависимость полного сечения от \sqrt{s} : *а* — в области ниже Z -резонанса, *б* — при больших \sqrt{s} . Штриховые линии — борновские сечения, сплошные — сечения с учетом электрослабых поправок.

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция-2025” (подпрограмма “Микромир и Вселенная”). Автор признателен коллегам по группе RDMS CMS и Ю.М. Быстрицкому за обсуждение.

Приложение

МЯГКОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Цель приложения — получить точное (без предположений о малости параметров) выражение для

поправки (27), которая факторизуется перед борновским сечением, и выяснить точное соответствие между масштабами параметров ω , m и λ . Все выкладки делаем в с.ц.м. В пределе $p \rightarrow 0$ из (30) для δ_{soft} получим

$$\delta_{\text{soft}} = -\frac{\alpha}{4\pi^2} \int_{|\mathbf{p}| < \omega} \frac{d^3\mathbf{p}}{p_0} \left(\frac{p_1^\rho}{pp_1} - \frac{p_2^\rho}{pp_2} \right)^2 = \quad (\text{П.1})$$

$$= -\frac{\alpha}{4\pi^2} (m^2 L_{11} + m^2 L_{22} - 2p_1 p_2 L_{12}),$$

где “мягкий” мастер-интеграл имеет форму:

$$L_{ij} = \int_{|\mathbf{p}| < \omega} \frac{d^3\mathbf{p}}{p_0} \frac{1}{(pp_i)(pp_j)}. \quad (\text{П.2})$$

Для расчета L_{11} перейдем из декартовой в сферическую систему координат: $(p_x, p_y, p_z) \rightarrow (|\mathbf{p}|, \theta_\gamma, \varphi_\gamma)$, тогда

$$L_{11} = \int_0^\omega \frac{|\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|}{\sqrt{|\mathbf{p}|^2 + \lambda^2}} \times$$

$$\times \int_{-1}^1 \frac{d \cos \theta_\gamma}{(p_{10} p_0 - |\mathbf{p}| |\mathbf{p}| \cos \theta_\gamma)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi_\gamma.$$

Снимая интеграл по азимутальному и полярному углам, получаем:

$$L_{11} = \frac{4\pi}{m^2} \int_0^\omega d|\mathbf{p}| \frac{|\mathbf{p}|^2}{\sqrt{|\mathbf{p}|^2 + \lambda^2}} \frac{1}{|\mathbf{p}|^2 + \lambda^2 \beta^2}, \quad (\text{П.3})$$

$$\beta^2 = \frac{p_{10}^2}{m^2} = \frac{s}{4m^2}.$$

Интегрируем по последней переменной, тогда

$$L_{11} = \frac{4\pi}{m^2} \left(\ln \frac{\omega + \sqrt{\omega^2 + \lambda^2}}{\lambda} - \right. \quad (\text{П.4})$$

$$\left. - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 - 1}} \ln \frac{\omega(\sqrt{\beta^2 - 1} + \beta)}{\sqrt{\omega^2 + \lambda^2 \beta^2}} \right).$$

Чтобы интеграл L_{11} приобрел простую (привычную, известную в литературе) форму

$$L_{11} = \frac{4\pi}{m^2} \left(\ln \frac{2\omega}{\lambda} - L \right), \quad (\text{П.5})$$

требуется наложение двух условий:

1. $\beta^2 \gg 1$ — ультрарелятивистское приближение ($\sqrt{s} \gg 2m$),
2. $\lambda\beta \ll \omega$ — условие инфинитезимальности массы фотона $\lambda \ll \frac{2m}{\sqrt{s}}\omega$.

Второе условие является более сильным, чем $\lambda \ll \omega$, которое обычно предполагается в литературе. Обратим на это внимание, приведя следующий пример: в условиях настоящей работы $2m/\sqrt{s} \sim 10^{-5}$, следовательно, для достижения промилльной точности требуется, чтобы параметр λ был меньше ω по крайней мере на восемь порядков.

Интеграл L_{22} рассчитывается аналогично и приводит к тому же значению: $L_{22} = L_{11}$. Для расчета L_{12} применим прием Фейнмана (так называемый Feynman's trick [24]), объединяя знаменатели, тогда

$$L_{12} = \int_0^1 dx \int_{|\mathbf{p}| < \omega} \frac{d^3\mathbf{p}}{p_0} \frac{1}{(pp_x)^2}, \quad (\text{П.6})$$

где $p_x = xp_1 + (1-x)p_2$.

Нетрудно вычислить квадрат последнего 4-вектора:

$$p_x^2 = m^2(x^2 + \bar{x}^2) + 2p_1 p_2 x \bar{x}. \quad (\text{П.7})$$

Видно, что искомый интеграл можно считать по уже примененной выше схеме, т.е.:

$$L_{12} = \int_0^1 dx \frac{4\pi}{p_{x0}^2 - |\mathbf{p}_x|^2} \times \quad (\text{П.8})$$

$$\times \left(\ln \frac{2\omega}{\lambda} - \frac{\beta_x}{\sqrt{\beta_x^2 - 1}} \ln \frac{\omega(\sqrt{\beta_x^2 - 1} + \beta_x)}{\sqrt{\omega^2 + \lambda^2 \beta_x^2}} \right),$$

где

$$\beta_x^2 = \frac{p_{x0}^2}{p_{x0}^2 - |\mathbf{p}_x|^2} = \quad (\text{П.9})$$

$$= \frac{p_{10}^2}{m^2(x^2 + \bar{x}^2) + 2p_1 p_2 x \bar{x}}.$$

Легко убедиться, что при любых x выполнение условия инфинитезимальности $\lambda \ll \frac{2m}{\sqrt{s}}\omega$ позволит произвести упрощения, приводящие в УРП к известному виду вычисляемого интеграла:

$$L_{12} = \frac{2\pi}{s} \left(4 \ln \frac{2\omega}{\lambda} L - L^2 - \frac{2}{3} \pi^2 \right). \quad (\text{П.10})$$

Собирая полученные L_{11} , L_{22} и L_{12} в формуле (П.1), получим выражение (28).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ATLAS Collab. (G. Aad *et al.*), Phys. Lett. B **716**, 1 (2012); arXiv: 1207.7214 [hep-ex].
2. CMS Collab. (S. Chatrchyan *et al.*), Phys. Lett. B **716**, 30 (2012); arXiv: 1207.7235 [hep-ex].
3. F. A. Berends, K. J. F. Gaemers, and R. Gastmans, Nucl. Phys. B **57**, 381 (1973); Nucl. Phys. B **75**, 546 (Erratum) (1974).

4. F. A. Berends, G. J. H. Burgers, and W. L. Van Neerven, *Phys. Lett. B* **185**, 395 (1987); F. A. Berends, W. L. Van Neerven, and G. J. H. Burgers, *Nucl. Phys. B* **297**, 429 (1988); *Nucl. Phys. B* **304**, 921 (Erratum) (1988).
5. G. Burgers, CERN-TH 5119/88 (1988).
6. S. Jadach, J. H. Kühn, R. G. Stuart, and Z. Was, *Z. Phys. C* **38**, 609 (1988).
7. J. H. Kühn and R. G. Stuart, *Phys. Lett. B* **200**, 360 (1988).
8. M. Böhm and W. Hollik, *Nucl. Phys. B* **204**, 45 (1982).
9. M. Böhm and W. Hollik, *Z. Phys. C* **23**, 31 (1984).
10. W. F. L. Hollik, *Fortschr. Phys.* **38**, 165 (1990).
11. G. Montagna, O. Nicrosini, F. Piccinini, and G. Passarino, *Comput. Phys. Commun.* **117**, 278 (1999); hep-ph/9804211.
12. D. Bardin, M. Bilenky, P. Christova, M. Jack, L. Kalinovskaya, A. Olchevski, S. Riemann, and T. Riemann, *Comput. Phys. Commun.* **133**, 229 (2001); hep-ph/9908433.
13. A. Andonov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, and G. Nanava, *ЭЧАЯ* **34**, 1125 (2003) [*Phys. Part. Nucl.* **34**, 577 (2003)]; hep-ph/0207156.
14. A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, G. Nanava, and W. von Schlippe, *Comput. Phys. Commun.* **174**, 481 (2006); hep-ph/0411186.
15. S. Jadach, B. F. L. Ward, and Z. Was, *Comput. Phys. Commun.* **130**, 260 (2000).
16. S. Jadach, B. F. L. Ward, and Z. Was, *Phys. Rev. D* **63**, 113009 (2001).
17. В. А. Зыкунов, *ЯФ* **84**, 447 (2021) [*Phys. At. Nucl.* **84**, №5 (2021)].
18. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, *Fortschr. Phys.* **34**, 687 (1986).
19. В. А. Зыкунов, *Пертурбативные расчеты в физике высоких энергий* (ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель, 2020).
20. В. А. Зыкунов, *ЯФ* **80**, 388 (2017) [*Phys. At. Nucl.* **80**, 699 (2017)].
21. P. G. Lepage, *J. Comput. Phys.* **27**, 192 (1978).
22. Particle Data Group (P. A. Zyla *et al.*), *Prog. Theor. Exp. Phys.* **083C01**, 1 (2020).
23. L. W. Mo and Y. S. Tsai, *Rev. Mod. Phys.* **41**, 205 (1969).
24. R. P. Feynman, *Phys. Rev.* **76**, 769 (1949).

INFLUENCE OF ELECTROWEAK CORRECTIONS ON Z-RESONANCE SHAPE IN NEUTRINO PRODUCTION PROCESS

V. A. Zykunov^{1),2)}

¹⁾*JINR, Dubna, Moscow region, Russia*

²⁾*Francisk Skorina Gomel State University, Belarus*

One-loop electroweak radiative corrections to total cross section of four-fermionic process with the final neutrino state in the vicinity of Z resonance are calculated. The result has a form which enables one to analyze the resonance behavior of new (beyond standard model) bosons. The detailed numerical analysis of results is done.

РАСЧЕТ ДВУХБОЗОННОГО ОБМЕНА С КОМПЛЕКСНЫМИ МАССАМИ

© 2021 г. В. А. Зыкунов^{1),2)*}

Поступила в редакцию 9.12.2020 г.; после доработки 22.01.2021 г.; принята к публикации 22.01.2021 г.

Описан новый метод расчета вклада в сечение четырехфермионного процесса диаграмм двухбозонного обмена (боксов) с одной и двумя комплексными массами бозонов. Сделан подробный численный анализ полученных результатов и их сверка с асимптотическими выражениями для областей энергий ниже и выше Z -резонанса.

DOI: 10.31857/S0044002721050160

1. ВВЕДЕНИЕ

Нетривиальная задача расчета вклада диаграмм двухбозонного обмена (ДО) возникла как часть задачи учета однопетлевых электромагнитных радиационных поправок в экспериментах физики высоких энергий. На первом этапе эта задача в основном решалась аналитически. Одним из первых методически последовательных аналитических расчетов ДО для случая двух фотонов была работа Дж. Кахане (J. Kahane) [1]. Ключом для упрощения вычислений в [1] стала догадка скомбинировать инфракрасно-расходящиеся 3- и 4-точечные функции в инфракрасно-конечное выражение. Хотя это выражение более сложно по форме в сравнении с простым скалярным 4-точечным интегралом (из-за наличия в числителе комбинации, квадратичной по 4-импульсу переменной интегрирования), однако рассчитывается проще, так как из-за инфракрасной конечности учет инфинитезимальной массы фотона λ в нем не требуется.

Далее, Г. 'т Хоофтом и М. Велтманом в работе [2] был предложен общий метод аналитического расчета скалярных многоточечных интегралов. Для 3-точечных функций метод приводит к выражению, состоящему из не более чем 12 дилוגарифмов (или функций Спенса [3], см. Приложение А). Если для 3-точечных функций метод [2] хорошо работает при произвольных массах и значениях энергии, то для 4-точечных функций в случае комплексных масс (характерных для s -канальных амплитуд) сложность выражения существенно увеличивается, например, количество слагаемых возрастает до

108. Принципиальной трудностью является также то, что предлагаемое представление приводит к неточностям при расчете в некоторых проблемных кинематических областях из-за возникающих численных “псевдонеопределенностей” вида $\infty - \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\frac{0}{0}$, либо их более сложной комбинации. Определенные успехи в упрощении были достигнуты, например, в работе [4] (там результат состоит из “всего 16 функций Спенса”) и в работе [5], где получены простые аналитические выражения для нейтральных s -канальных боксов, но только в области $m_f^2 \ll s \leq 2\text{Rem}_a^2$.

По прошествии времени, с развитием компьютерных технологий, появилось большое число программных комплексов, позволяющих эффективно рассчитывать диаграммы не только в однопетлевом приближении (например, коды FF [6], LoopTools [7]), но и в высших порядках (в настоящий момент до четырехпетлевого уровня). Поскольку стандартным приемом остается объединение знаменателей с помощью приема Фейнмана (так называемый Feynman's trick [8], см. ниже), то усилия в основном были сосредоточены на эффективном интегрировании по фейнмановским параметрам. Среди разработанных с тех пор программ-интеграторов необходимо упомянуть программу 1978 г. VEGAS [9] (автор — П. Лепаж [P. Lepage]). Этот код задал высочайший уровень качества подобных программ и до сих пор весьма продуктивно используется. Из популярных в настоящее время интеграторов следует назвать библиотеку программ Cuba [10] (автор — Т. Хан [T. Hahn]). В нее, кроме кода VEGAS, входят также алгоритмы Cuhre, Divonne и Suave. Библиотека Cuba лежит в основе ряда современных программ многоточечных вычислений, стоит упомянуть такие эффективные пакеты как, например, FIESTA [11] и SECDEC [12].

¹⁾Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

²⁾Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь.

*E-mail: zykunov@cern.ch

Не стояли на месте и аналитические методы расчета многопетлевых диаграмм. Так, давно хорошо изученными функциями, наряду с упоминаемыми дилогарифмами, стали так называемые кратные полилогарифмы (multiple polylogarithms) [13], с помощью которых выражаются результаты для некоторых классов многопетлевых диаграмм (например, для вычисления боксов пакетами XLOOPS-GiNaC [14]). Активно идет работа по изучению эллиптических полилогарифмов [15], которые помогают в ряде случаев при расчете тех высших диаграмм, которые не выражаются через кратные полилогарифмы.

В настоящей работе будет показано, как точно и быстро рассчитать вклад ДО в канале нейтрального тока с комплексными массами без сложностей, связанных с представлением через комплекснозначные дилогарифмы и применением продвинутых адаптивных техник интегрирования. Другими словами, полученный аналитический результат прост, удобен для программирования, анализа и применения для конкретной интерпретации в физическом эксперименте (это будет проиллюстрировано на примере реакции Дрелла–Яна на эксперименте CMS LHC). План работы следующий: в разд. 2 дано общее описание четырехфермионного процесса, в разд. 3 приведены выражения для сечения процесса с ДО, в разд. 4 с использованием новой техники проделан расчет 4-точечных функций: для γZ -боксов (разд. 4.1), для ZZ - и WW -боксов (разд. 4.2). Численный анализ проведен в разд. 5. Технические детали вынесены в Приложения, в частности, в Приложении Г приведен упрощенный вариант формул, пригодных для расчета ДО с комплексными массами в произвольной кинематической области.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА В БОРНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Дадим общее описание четырехфермионного процесса с продольной поляризацией начальных частиц. Для определенности рассмотрим в начальном состоянии кварки, а в конечном — лептоны (пользуясь элементарными заменами, можно использовать все полученные формулы для произвольной фермионной конфигурации):

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow c(q) \rightarrow l^-(p_3) + l^+(p_4). \quad (1)$$

Поляризацию полезно удержать в расчете, так как в планируемых экспериментах на будущем электрон-позитронном коллайдере, описание которых входит в круг задач, которые возможно решить предлагаемым в этой работе методом, намечается поляризовать по крайней мере электрон.

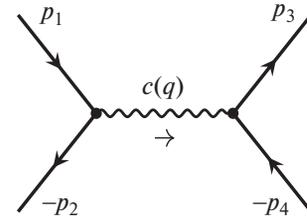


Рис. 1. Фейнмановская диаграмма процесса $q\bar{q} \rightarrow l^-l^+$ в борновском приближении. Волнистой линией обозначены фотон или Z -бозон.

Фейнмановская диаграмма, соответствующая процессу (1) в борновском приближении, приведена на рис. 1. Обозначения на диаграмме следующие:

- p_1 — 4-импульс первого кварка с ароматом q и массой m_q ;
- p_2 — 4-импульс второго антикварка (с тем же ароматом и массой);
- p_3 — 4-импульс конечного лептона l^- с ароматом l и массой m_l ;
- p_4 — 4-импульс конечного антилептона l^+ (с тем же ароматом и массой);
- $q = p_1 + p_2 = p_3 + p_4$ — 4-импульс c -бозона с массой m_c .

Промежуточные бозоны везде в работе будут обозначаться малыми латинскими буквами: $a, b, c, \dots = \gamma, Z, W$.

Приведем стандартный набор лоренц-инвариантных переменных Мандельштама:

$$s = q^2 = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2, \quad (2)$$

$$u = (p_2 - p_3)^2,$$

которые сформированы из 4-импульсов частиц. В работе применяется ультрарелятивистское приближение (УРП):

$$s, |t|, |u| \gg m_f^2. \quad (3)$$

Также будем пользоваться общим фермионным индексом $f = q, l$.

Для расчета $d\sigma^0$ — дифференциального сечения процесса (1), изображенного на рис. 1, — применяется стандартная техника. Прежде всего, сформируем амплитуды, используя правила Фейнмана из [5], и кратко опишем их. Входящему фермиону с 4-импульсом p соответствует биспинорная амплитуда $u(p)$, выходящему — биспинорная амплитуда $\bar{u}(p)$.

Пропагатору бозона (в калибровке Фейнмана) отвечает выражение $-ig^{\alpha\beta}D_a(q)$, где

$$D_a(q) = \frac{1}{q^2 - m_a^2}, \quad (4)$$

а q — 4-импульс передачи в пропагаторе. Используется общее правило так называемых комплексных масс

$$m_a^2 \rightarrow m_a^2 - i\epsilon_a. \quad (5)$$

Фотонная масса $m_\gamma \equiv \lambda$ равна нулю везде, кроме специально отмеченных случаев, где она используется как инфинитезимальный параметр, который регуляризует инфракрасную расходимость. Масса Z -бозона обозначена как m_Z , величина Γ_Z — это его ширина. Мнимая часть знаменателя пропагатора в случае фотона $\epsilon_\gamma \rightarrow 0$ служит для обхода полюса. В случае массивного Z -бозона могут быть использованы разные схемы для корректного учета ширины. В настоящей работе используется схема с фиксированной шириной, для которой величина ϵ_Z выглядит следующим образом:

$$\epsilon_Z = m_Z\Gamma_Z. \quad (6)$$

Фермионный (электронный) пропагатор выглядит так (тут p — 4-импульс передачи, также везде используется сокращенная запись $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$):

$$iS(p) = i\frac{\hat{p} + m}{p^2 - m^2}. \quad (7)$$

Вершине взаимодействия фермиона f с калибровочным бозоном a соответствует выражение

$$ie\gamma_\mu\Gamma_f^a, \quad \text{где } \Gamma_f^a = v_f^a - a_f^a\gamma_5. \quad (8)$$

Векторные и аксиально-векторные константы связи фермиона аромата f с фотоном и Z -бозоном:

$$v_f^\gamma = -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0, \\ v_f^Z = \frac{I_f^3 - 2Q_f s_W^2}{2s_W c_W}, \quad a_f^Z = \frac{I_f^3}{2s_W c_W};$$

константы связи фермионов с W -бозоном:

$$v_f^W = a_f^W = \frac{1}{2\sqrt{2}s_W}.$$

Используются следующие параметры Стандартной модели (СМ): Q_f — электрический заряд f -частицы в единицах протонного заряда e , третья компонента слабого изоспина для конкретного типа фермиона:

$$I_\nu^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_e^3 = -\frac{1}{2}, \quad I_u^3 = +\frac{1}{2}, \quad I_d^3 = -\frac{1}{2}, \quad (9)$$

а s_W (c_W) — синус (косинус) угла Вайнберга, которые связаны с массами Z - и W -бозона согласно правилам СМ:

$$c_W = \frac{m_W}{m_Z}, \quad s_W = \sqrt{1 - c_W^2}. \quad (10)$$

Амплитуда процесса (1) выглядит так:

$$\mathcal{M}_0^c = ie^2 D_c(q) \cdot \bar{u}(-p_2)\gamma_\mu\Gamma^c u(p_1) \times \\ \times \bar{u}(p_3)\gamma^\mu\Gamma^c u(-p_4). \quad (11)$$

Сечение формируется по общему правилу

$$d\sigma = \frac{1}{8\pi^2 s} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_2, \quad (12)$$

где \mathcal{M} — амплитуда процесса, а фазовый объем реакции имеет вид

$$d\Phi_2 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \times \\ \times \frac{d^3\mathbf{p}_3}{2p_{30}} \frac{d^3\mathbf{p}_4}{2p_{40}} \approx \frac{\pi}{2s} dt. \quad (13)$$

Квадрируя суммарную амплитуду для обмена фотоном и Z -бозоном, получим борновское сечение в виде

$$d\sigma^0 = \frac{\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{a,c=\gamma,Z} \Pi^{ac} R_q^{aac} \cdot dt. \quad (14)$$

Функция R_q получается из расчета произведения следов матриц:

$$R_q^{abc} = \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma_q^a U_1 \Gamma_q^{c+} \gamma_\nu U_2 \right] \times \\ \times \text{Sp} \left[\gamma_\mu \Gamma_l^b U_4 \Gamma_l^{c+} \gamma_\nu U_3 \right], \quad (15)$$

где $U_{1,2}$ — матрицы плотности, $U_{3,4}$ — проекционные операторы:

$$U_1 = u(p_1)\bar{u}(p_1), \quad U_2 = u(-p_2)\bar{u}(-p_2), \\ U_3 = \sum u(p_3)\bar{u}(p_3), \quad U_4 = \sum u(-p_4)\bar{u}(-p_4).$$

Пропагаторы бозонов образуют комбинации: $\Pi^{ac} = D_a(q)D_c^*(q)$.

Используем коммутационные свойства гамма-матриц и подберем удобную сокращенную форму записи констант связи и степеней продольной поляризации начальных частиц (λ_1 и λ_2):

$$R_q^{abc} = T_q^{abc} + U_q^{abc}, \quad (16)$$

где функции T_q и U_q выглядят так:

$$T_q^{abc} = 2t^2 ([1 - \lambda_1\lambda_2]f_{q-}^{abc} + [\lambda_1 - \lambda_2]g_{q-}^{abc}), \quad (17)$$

$$U_q^{abc} = 2u^2 ([1 - \lambda_1\lambda_2]f_{q+}^{abc} - [\lambda_1 - \lambda_2]g_{q+}^{abc}),$$

а комбинации констант связи и степеней поляризации имеют вид

$$f_{q\pm}^{abc} = \lambda_{q+}^{ac}\lambda_{l+}^{bc} \pm \lambda_{q-}^{ac}\lambda_{l-}^{bc}, \\ g_{q\pm}^{abc} = \lambda_{q+}^{ac}\lambda_{l-}^{bc} \pm \lambda_{q-}^{ac}\lambda_{l+}^{bc}.$$

Используются следующие обозначения для произведений констант связи:

$$\lambda_{f+}^{ab} = v_f^a v_f^b + a_f^a a_f^b, \quad \lambda_{f-}^{ab} = v_f^a a_f^b + a_f^a v_f^b. \quad (18)$$

3. ВКЛАД В СЕЧЕНИЕ ОТ ДИАГРАММ ДВУХБОЗОННОГО ОБМЕНА

Сечение вклада ДО (с обменом бозонами a и b) имеет вид

$$\frac{d\sigma^{ab}}{dt} = \frac{1}{2^3\pi s^2} \sum_{c=\gamma,Z} \left(M_D^{ab} + M_C^{ab} \right) M_0^{c+}. \quad (19)$$

Произведения боксовской прямой (соответствует рис. 2а) и перекрестной (соответствует рис. 2б) амплитуд с борновской выглядят так:

$$\begin{aligned} M_D^{ab} M_0^{c+} &= +C_s \int \frac{dk}{i\pi^2} D_a(k) \times \\ &\times D_b(q-k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)} \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_2 \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma^\mu (\hat{p}_3 - \hat{k}) \gamma^\beta U_4^{abc} \gamma^\nu U_3 \right], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} M_C^{ab} M_0^{c+} &= -C_s \int \frac{dk}{i\pi^2} D_a(k) \times \\ &\times D_b(q-k) \frac{1}{(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_4k)} \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma_\beta (\hat{p}_1 - \hat{k}) \gamma_\mu U_1^{abc} \gamma_\nu U_2 \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\gamma^\beta (\hat{p}_4 - \hat{k}) \gamma^\mu U_4^{abc} \gamma^\nu U_3 \right], \end{aligned} \quad (21)$$

где $C_s = 4\pi\alpha^3 D_c^*(q)$. Приведем выражения U_{1-4} в УРП:

$$U_{1,4}^{abc} = \Gamma^a \Gamma^b \Gamma^c U_{1,4} = (v_0^{abc} - a_0^{abc} \gamma_5) U_{1,4}, \quad (22)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} (1 - \lambda_2 \gamma_5) \hat{p}_2, \quad U_3 = \hat{p}_3.$$

Упрощая, получаем:

$$U_1^{abc} = \frac{1}{2} (v_{1,q}^{abc} - a_{1,q}^{abc} \gamma_5) \hat{p}_1, \quad (23)$$

$$U_4^{abc} = (v_{0,l}^{abc} - a_{0,l}^{abc} \gamma_5) \hat{p}_4,$$

$$v_{1,f}^{abc} = v_{0,f}^{abc} - \lambda_1 a_{0,f}^{abc},$$

$$v_{0,f}^{abc} = v_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b a_f^c + a_f^a a_f^b v_f^c,$$

$$a_{1,f}^{abc} = a_{0,f}^{abc} - \lambda_1 v_{0,f}^{abc},$$

$$a_{0,f}^{abc} = a_f^a a_f^b a_f^c + a_f^a v_f^b v_f^c + v_f^a a_f^b v_f^c + v_f^a v_f^b a_f^c.$$

Как выяснится ниже, в сечение ДО константы связи входят только в двух комбинациях:

$$C_3^{abc} = (v_{1,q}^{abc} + \lambda_2 a_{1,q}^{abc}) v_{0,l}^{abc}, \quad (24)$$

$$C_4^{abc} = (a_{1,q}^{abc} + \lambda_2 v_{1,q}^{abc}) a_{0,l}^{abc}.$$

Как видно из (20), нужно уметь рассчитывать четырехточечные скалярный, векторный и тензорный интегралы, для прямого бокса они имеют вид

$$I_{0,\alpha,\alpha\beta}^{ab} = \int \frac{dk}{i\pi^2} \frac{1, k_\alpha, k_\alpha k_\beta}{(k^2 - m_a^2) ((k-q)^2 - m_b^2) (k^2 - 2p_1k) (k^2 - 2p_3k)}. \quad (25)$$

Векторный и тензорный интегралы для прямого бокса представляются в виде

$$I_\alpha^{ab} = a_1 p_{1\alpha} + a_2 p_{3\alpha} + a_3 q_\alpha, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} I_{\alpha\beta}^{ab} &= b_0 g_{\alpha\beta} + b_1 p_{1\alpha} p_{1\beta} + b_2 p_{3\alpha} p_{3\beta} + \\ &+ b_3 q_\alpha q_\beta + b_4 (p_{1\alpha} p_{3\beta} + p_{3\alpha} p_{1\beta}) + \\ &+ b_5 (p_{1\alpha} q_\beta + q_\alpha p_{1\beta}) + b_6 (p_{3\alpha} q_\beta + q_\alpha p_{3\beta}). \end{aligned} \quad (27)$$

Выражения для перекрестного бокса получаются из формул (25), (26), (27) заменой $p_3 \rightarrow p_4$.

Подставляя выражения (26), (27) в (20), получим для произведения следов гамма-матриц:

$$\begin{aligned} &+ \text{Sp}[\dots] \text{Sp}[\dots] \Big|_D \rightarrow \\ &\rightarrow 4C_3^{abc} \left[(a_1 + a_2 - I_0) t(t^2 + u^2) + \right. \\ &\quad \left. + 2b_0(4t^2 + u^2) - \right. \\ &\quad \left. - 2(a_3 - b_3 - b_5 - b_6) st^2 - b_4 t(2t^2 + u^2) \right] + \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} &+ 4C_4^{abc} \left[(a_1 + a_2 - I_0) t(u^2 - t^2) + \right. \\ &\quad \left. + 2b_0(u^2 - 4t^2) + \right. \\ &\quad \left. + 2(a_3 - b_3 - b_5 - b_6) st^2 + b_4 t(2t^2 - u^2) \right]. \end{aligned}$$

Во всех коэффициентах $I_0, a_{1,\dots}, b_{0,\dots}$ подразумеваются верхние индексы ab , как в левой части уравнений (26), (27). Аналогично, произведение следов для перекрестного бокса (21) такое:

$$\begin{aligned} &- \text{Sp}[\dots] \text{Sp}[\dots] \Big|_C \rightarrow \\ &\rightarrow 4C_3^{abc} \left[-(a_1 + a_2 - I_0) u(u^2 + t^2) - \right. \\ &\quad \left. - 2b_0(4u^2 + t^2) + \right. \\ &\quad \left. + 2(a_3 - b_3 - b_5 - b_6) su^2 + b_4 u(2u^2 + t^2) \right] + \\ &\quad + 4C_4^{abc} \left[(a_1 + a_2 - I_0) u(t^2 - u^2) + \right. \end{aligned} \quad (29)$$

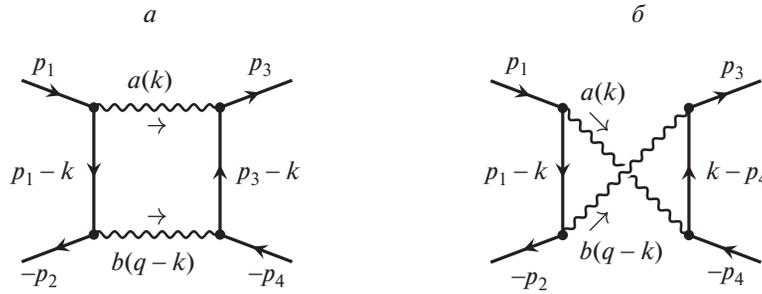


Рис. 2. Диаграммы двухбозонных вкладов в процесс $q\bar{q} \rightarrow l^-l^+$. Волнистой линией обозначен фотон, Z -бозон или W -бозон.

$$+ 2b_0(t^2 - 4u^2) + 2(a_3 - b_3 - b_5 - b_6)su^2 + b_4u(2u^2 - t^2)].$$

Отметим, что коэффициенты $I_0, a_1, \dots, b_0, \dots$ для прямых и перекрестных боксов разные, связь между ними объяснена выше.

Сведение (редукция) четырехточечных векторных и тензорных интегралов к скалярным (так называемое *векторное и тензорное интегрирование*) обычно осуществляется методом Вельмана–Пассарино [16], это довольно трудоемкая процедура. В настоящей работе будет предложен другой, как полагает автор, более простой путь.

4. РАСЧЕТ ЧЕТЫРЕХТОЧЕЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Для начала рассмотрим прямой бокс. Приведем формулы, позволяющие объединить произведение в знаменателе 4-точечного интеграла [8],

$$\begin{aligned} \frac{1}{AB} &= \int_0^1 \frac{dx}{(Ax + B\bar{x})^2}, \\ \frac{1}{A^2B} &= \int_0^1 \frac{2x dx}{(Ax + B\bar{x})^3}, \\ \frac{1}{A^3B} &= \int_0^1 \frac{3x^2 dx}{(Ax + B\bar{x})^4}. \end{aligned} \quad (30)$$

Параметр Фейнмана с чертой традиционно означает:

$$\bar{x} = 1 - x, \quad \bar{y} = 1 - y, \quad \bar{z} = 1 - z.$$

Последовательно применяя формулы (30), получим

$$\frac{1}{ABCD} = 3! \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \frac{yz^2}{E^4}, \quad (31)$$

$$E = A \cdot xyz + B \cdot \bar{x}yz + C \cdot \bar{y}z + D \cdot \bar{z}.$$

Пользуясь (31), преобразуем подынтегральное выражение 4-точечных функций I^{ab} . Существует $4! = 24$ способа выбрать последовательность множителей в знаменателе. Оказывается, только $3!$ из них (если $D = k^2 - m_a^2$) дают возможность факторизовать результат в целях его дальнейшего упрощения в случае $a = \gamma$. Выбирая один из таких вариантов:

$$\begin{aligned} A &= (k - q)^2 - m_b^2, & B &= k^2 - 2p_3k, \\ C &= k^2 - 2p_1k, & D &= k^2 - m_a^2, \end{aligned} \quad (32)$$

получим для произвольного случая:

$$\begin{aligned} E &= k^2 - 2\mathcal{P}k + \Delta, \\ \mathcal{P} &= (\bar{y} \cdot p_1 + \bar{x}y \cdot p_3 + xy \cdot q)z, \\ \Delta &= -m_a^2 \cdot \bar{z} + (q^2 - m_b^2) \cdot xyz. \end{aligned}$$

Для дальнейшего нам понадобится квадрат 4-вектора \mathcal{P} :

$$\mathcal{P}^2 = \mathcal{A} \cdot z^2, \quad (33)$$

где коэффициент \mathcal{A} не зависит от индексов бокса ab при условии такого же порядка выбора последовательности A, B, C, D (заметим, что $\mathcal{A} > 0$ во всей области интегрирования):

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= m_q^2 \cdot \bar{y}(1 - xy) + \\ &+ m_l^2 \cdot \bar{x}y(1 - xy) - t \cdot \bar{x}y\bar{y} + s \cdot xy. \end{aligned} \quad (34)$$

4.1. Расчет γZ -бокса

Приступаем к расчету 4-точечной функции $\Gamma_0^{\gamma Z}$ (случай $Z\gamma$ отдельно не рассматривается в силу очевидной симметрии результата: $Z\gamma = \gamma Z$). По причине инфракрасной расходимости $\Gamma_0^{\gamma Z}$ нельзя занулить массу фотона в общем выражении. Для начала поступим в духе работы [1] — скомбинируем 3- и 4-точечные функции, чтобы аналитически выделить инфракрасную расходимость (ИКР), для

этого введем 4-точечный инфракрасно-конечный интеграл:

$$Y_0^{\gamma Z} = (q^2 - m_Z^2)I_0^{\gamma Z} - H_0^\gamma + F_0^Z. \quad (35)$$

3-точечные функции H_0^γ и F_0^Z определяются и рассчитываются в Приложении А. Интеграл $Y_0^{\gamma Z}$ после приведения к общему знаменателю подынтегрального выражения приобретает вид

$$Y_0^{\gamma Z} = \int \frac{dk}{i\pi^2} \frac{2kq}{k^2((k-q)^2 - m_Z^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}. \quad (36)$$

Объединяем знаменатели по формулам (32), затем снимаем интеграл по k , пользуясь известными выражениями:

$$3! \int \frac{dk}{i\pi^2} \frac{1; k_\alpha; k_\alpha k_\beta}{[k^2 - 2\mathcal{P}k + \Delta]^4} = \frac{1; \mathcal{P}_\alpha; \mathcal{P}_\alpha \mathcal{P}_\beta - g_{\alpha\beta}(\mathcal{P}^2 - \Delta)/2}{(\mathcal{P}^2 - \Delta)^2}, \quad (37)$$

тогда

$$Y_0^{\gamma Z} = \int_0^1 dx \int_0^1 y dy \int_0^1 z^2 dz \frac{2\mathcal{P}q}{(\mathcal{P}^2 - \Delta)^2}. \quad (38)$$

Упрощая, получим $2\mathcal{P}q = q^2(1 + xy)z$. Далее, с учетом (5) и после сокращения в дроби z^2 получаем

$$Y_0^{\gamma Z} = q^2 \int_0^1 dx \int_0^1 y(1 + xy)dy \times \int_0^1 \frac{z dz}{(Az + B - iC)^2}, \quad (39)$$

где

$$B = (m_Z^2 - q^2)xy, \quad C = \epsilon_Z xy.$$

Теперь нетрудно снять аналитически интеграл по z (все нужные интегралы подобного типа приведены в Приложении Б):

$$Y_0^{\gamma Z} = q^2 \int_0^1 dx \int_0^1 y(1 + xy)\mathcal{Y}_S dy. \quad (40)$$

В полученном виде (40) интеграл $Y_0^{\gamma Z}$ не имеет особенностей и областей, сложных с точки зрения возможной потери точности. Другими словами, представляется возможность интегрировать $Y_0^{\gamma Z}$ численно, не затрачивая усилий на сведение результата к дилוגарифмам и трансцендентным

функциям. Итак, зная $Y_0^{\gamma Z}$ (40), H_0^γ (П.2) и F_0^Z (П.8), получим $I_0^{\gamma Z}$:

$$I_0^{\gamma Z} = \frac{1}{q^2 - m_Z^2} (Y_0^{\gamma Z} + H_0^\gamma - F_0^Z). \quad (41)$$

Займемся векторным интегралом (26), он инфракрасно-конечен, так что перекомбинаций делать не нужно. Объединим знаменатели и проинтегрируем по формуле (37):

$$I_\alpha^{\gamma Z} = \int_0^1 dx \int_0^1 y dy \int_0^1 z^2 dz \frac{\mathcal{P}_\alpha}{(\mathcal{P}^2 - \Delta)^2}. \quad (42)$$

Интегрируя по z и сравнивая коэффициенты при одинаковых 4-векторах с выражением (26), получим

$$\begin{aligned} a_1 &= \int_0^1 dx \int_0^1 y \bar{y} \mathcal{Y}_S dy, \\ a_2 &= \int_0^1 \bar{x} dx \int_0^1 y^2 \mathcal{Y}_S dy, \\ a_3 &= \int_0^1 x dx \int_0^1 y^2 \mathcal{Y}_S dy. \end{aligned} \quad (43)$$

Теперь вычислим тензорный интеграл (27), он также инфракрасно-конечен. Объединяем знаменатели и интегрируем по формуле (37):

$$I_{\alpha\beta}^{\gamma Z} = \int_0^1 dx \int_0^1 y dy \times \int_0^1 z^2 dz \frac{\mathcal{P}_\alpha \mathcal{P}_\beta - g_{\alpha\beta}(\mathcal{P}^2 - \Delta)/2}{(\mathcal{P}^2 - \Delta)^2}. \quad (44)$$

Снова интегрируем по z и сравниваем коэффициенты при одинаковых тензорах с выражением (27), в результате получаем

$$b_0 = -\frac{1}{2} \int_0^1 dx \int_0^1 y \mathcal{Y}_A dy. \quad (45)$$

Коэффициенты b_1 и b_2 не входят в ультрарелятивистское выражение для сечения, тем не менее приведем их:

$$b_1 = \int_0^1 dx \int_0^1 y \bar{y}^2 \mathcal{Y}_B dy, \quad (46)$$

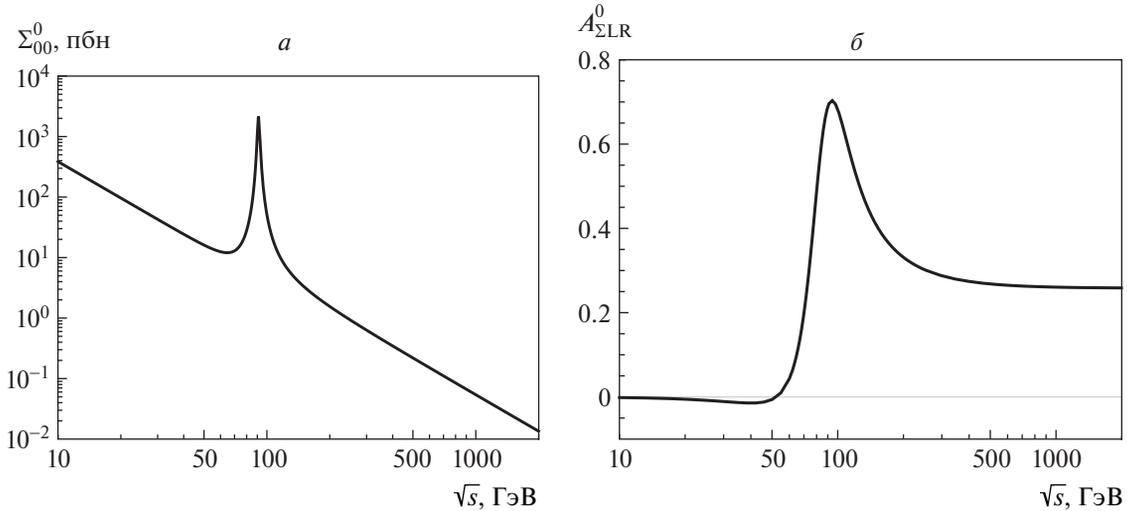


Рис. 3. Борновские полное сечение и поляризационная интегральная асимметрия в зависимости от энергии.

$$b_2 = \int_0^1 \bar{x}^2 dx \int_0^1 y^3 \mathcal{U}_B dy.$$

Наконец, остальные тензорные коэффициенты имеют вид

$$\begin{aligned} b_3 &= \int_0^1 x^2 dx \int_0^1 y^3 \mathcal{U}_B dy, \\ b_4 &= \int_0^1 \bar{x} dx \int_0^1 y^2 \bar{y} \mathcal{U}_B dy, \\ b_5 &= \int_0^1 x dx \int_0^1 y^2 \bar{y} \mathcal{U}_B dy, \\ b_6 &= \int_0^1 x \bar{x} dx \int_0^1 y^3 \mathcal{U}_B dy. \end{aligned} \quad (47)$$

Выражения $\mathcal{U}_{A,B}$ приведены в Приложении Б.

Мы получили выражения для скалярных, векторных и тензорных коэффициентов для случая прямого γZ -бокса. Нетрудно сообразить, что непосредственной заменой $p_3 \rightarrow p_4$ из них получают выражения для коэффициентов перекрестного γZ -бокса (такая замена означает перестановку $t \leftrightarrow u$).

4.2. Расчет ZZ- и WW-боксов

Для расчета вклада диаграмм с двумя массивными бозонами применяем технику, использованную выше. Выбирая вариант с последовательно-

стью $A = k^2 - m_Z^2$, $B = (k - q)^2 - m_Z^2$, $C = k^2 - 2p_3 k$, $D = k^2 - 2p_1 k$, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \bar{z} \cdot p_1 + \bar{y} z \cdot p_3 + \bar{x} y z \cdot q, \\ \Delta &= (q^2 \cdot \bar{x} - m_Z^2) y z. \end{aligned}$$

В случае бозонов с массами, значительно превышающими фермионные, достаточно получить ультррелятивистский результат. Пренебрежем фермионными массами, тогда выражения в подынтегральной функции 4-точечных интегралов I^{ZZ} выглядят снова $\mathcal{P}^2 - \Delta = z(\mathcal{A}z + \mathcal{B} - i\mathcal{C})$ (мы используем то же обозначение коэффициентов, что и в предыдущем разделе, но сами коэффициенты другие):

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= t \cdot \bar{y} - s \cdot x \bar{x} y^2, \\ \mathcal{B} &= -t \cdot \bar{y} + m_Z^2 \cdot y, \quad \mathcal{C} = \epsilon_Z \cdot y. \end{aligned} \quad (48)$$

Приведем выражения, требующиеся для вычисления сечения (28): скалярный интеграл

$$I_0^{ZZ} = \int_0^1 dx \int_0^1 y \mathcal{U}_P dy, \quad (49)$$

векторные коэффициенты

$$\begin{aligned} a_1 &= \int_0^1 dx \int_0^1 y (\mathcal{U}_P - \mathcal{U}_S) dy, \\ a_2 &= \int_0^1 dx \int_0^1 y \bar{y} \mathcal{U}_S dy, \\ a_3 &= \int_0^1 \bar{x} dx \int_0^1 y^2 \mathcal{U}_S dy \end{aligned} \quad (50)$$

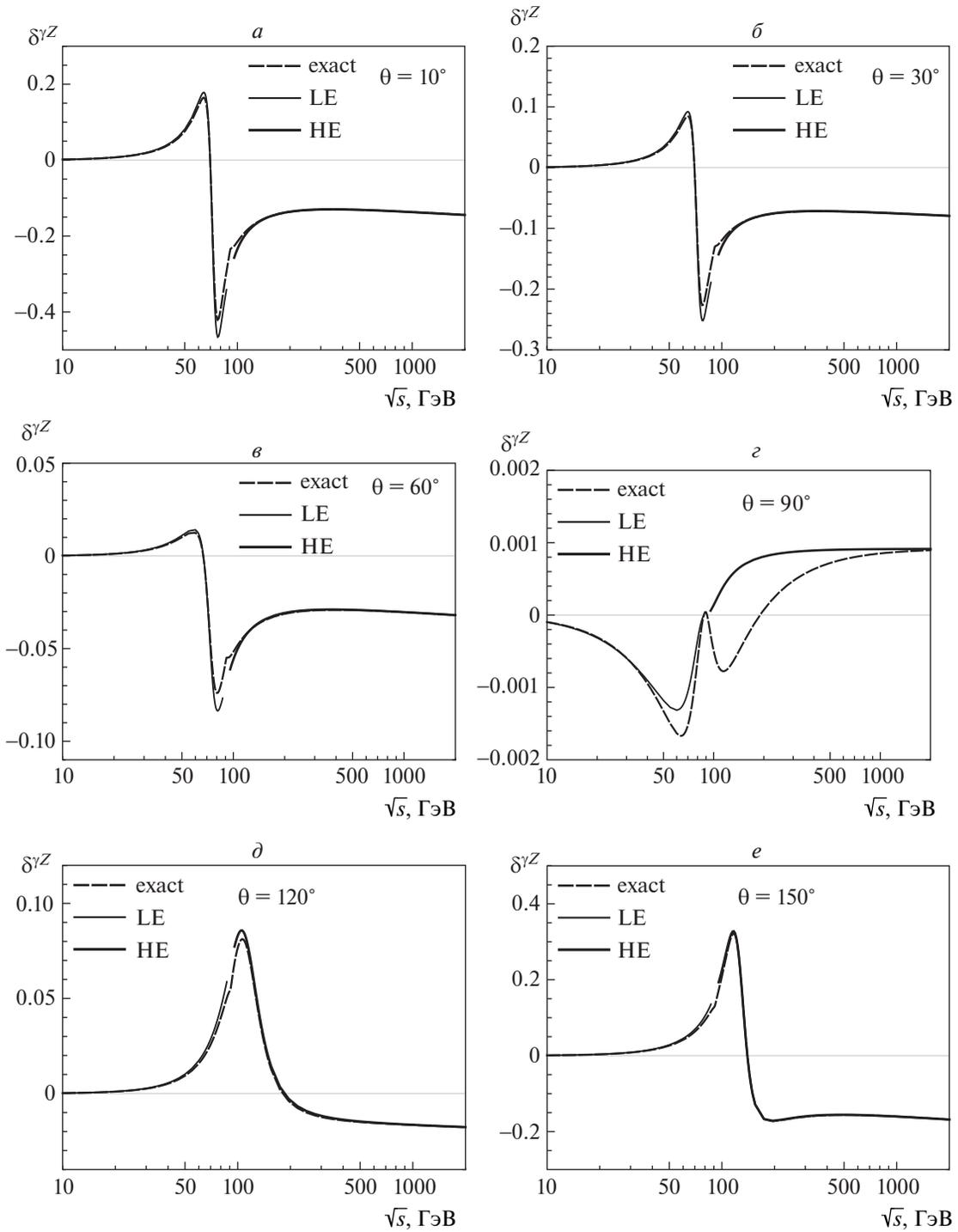


Рис. 4. Относительные поправки к дифференциальному сечению γZ -бокса в зависимости от энергии при разных углах рассеяния.

(можно легко убедиться, что комбинация, присутствующая в сечении (28)

$$c_0 = a_1 + a_2 - I_0 = - \int_0^1 dx \int_0^1 y^2 \mathcal{Y}_S dy \quad (51)$$

теряет зависимость от \mathcal{U}_P). Наконец, тензорные коэффициенты выглядят так:

$$b_0 = -\frac{1}{2} \int_0^1 dx \int_0^1 y \mathcal{Y}_A dy, \quad (52)$$

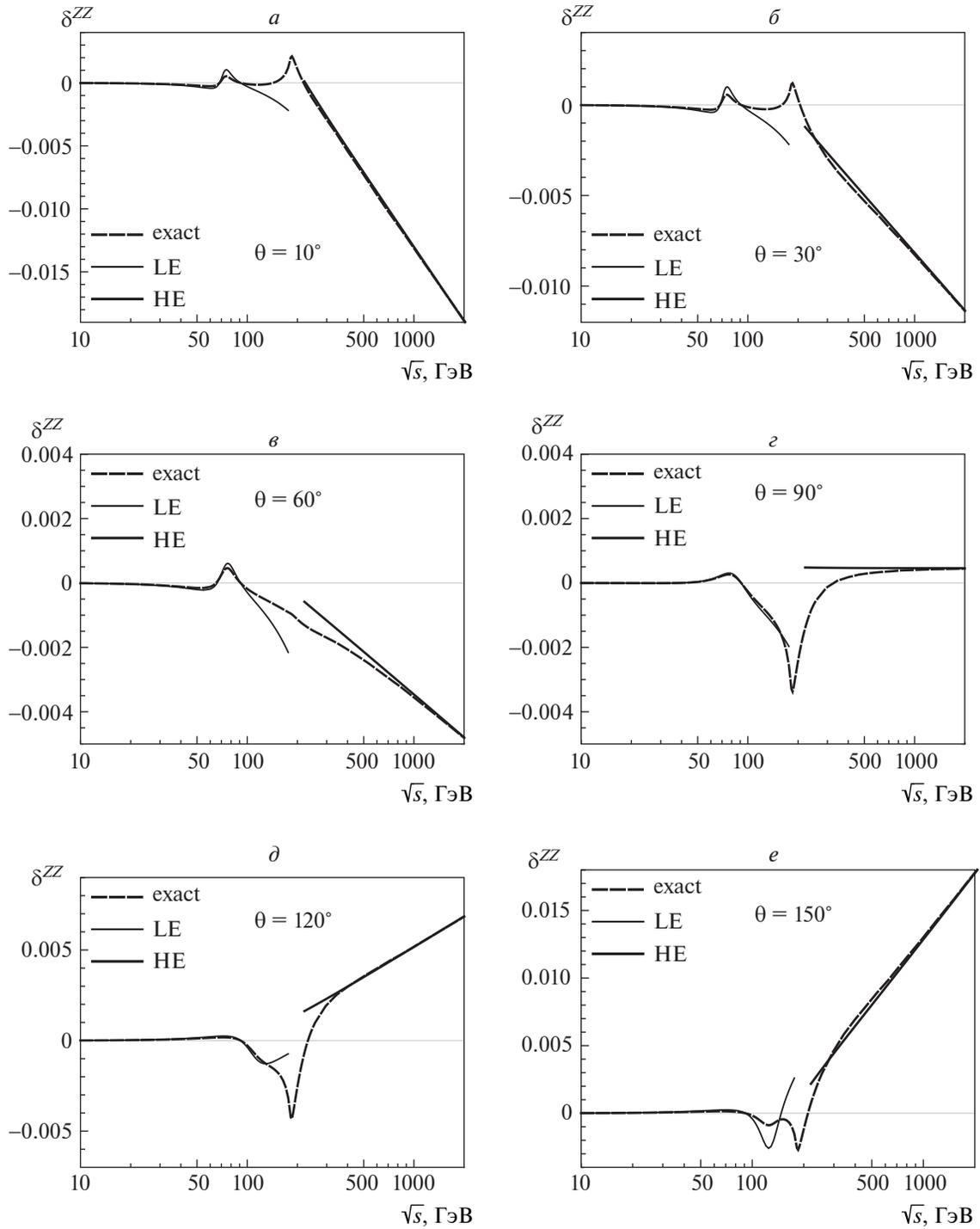


Рис. 5. Относительные поправки к дифференциальному сечению ZZ-бокса в зависимости от энергии при разных углах рассеяния.

$$b_1 = \int_0^1 dx \int_0^1 y(\mathcal{Y}_P - 2\mathcal{Y}_S + \mathcal{Y}_B)dy,$$

$$b_2 = \int_0^1 dx \int_0^1 y\bar{y}^2\mathcal{Y}_B dy,$$

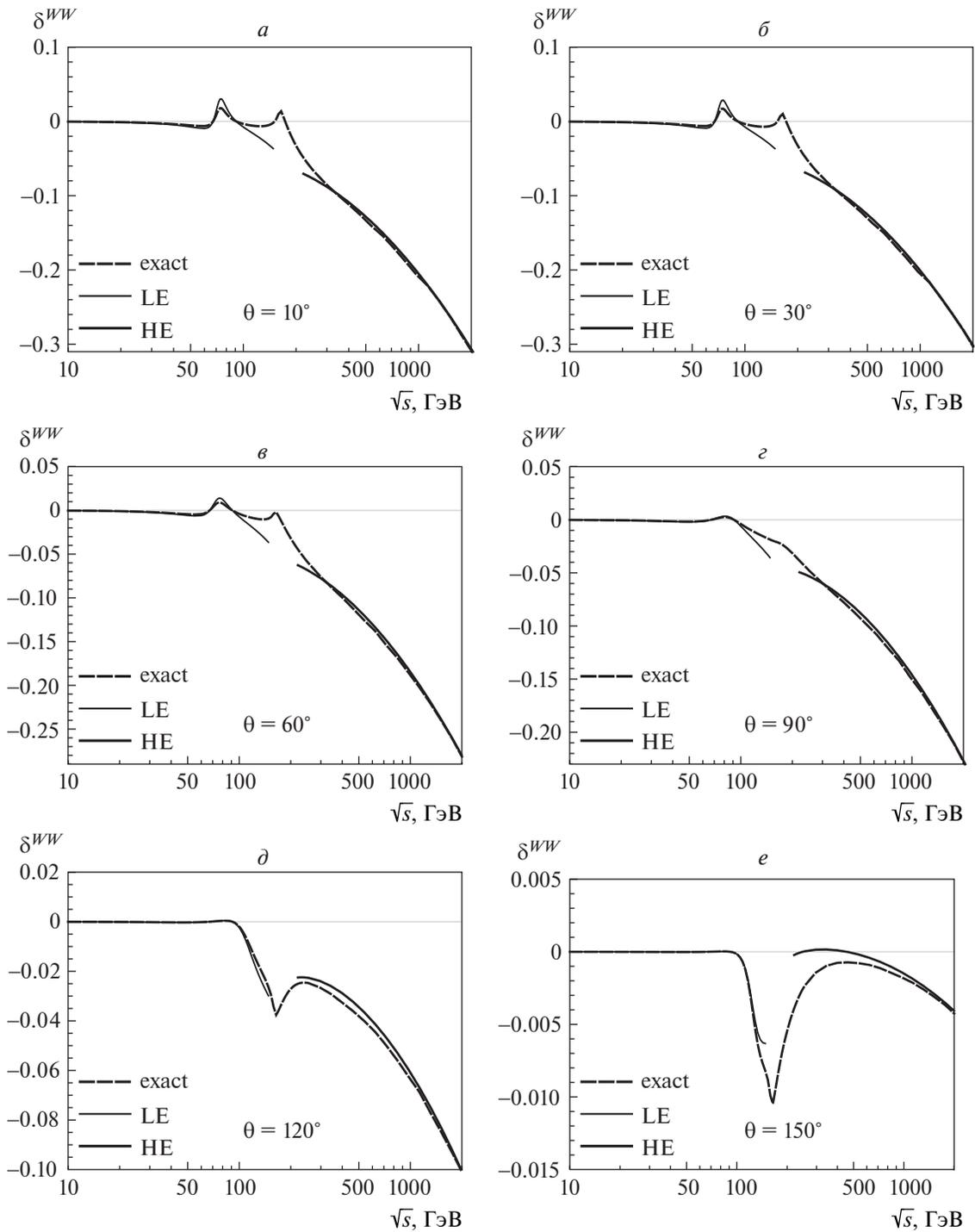


Рис. 6. Относительные поправки к дифференциальному сечению WW -бокса в зависимости от энергии при разных углах рассеяния.

$$b_3 = \int_0^1 \bar{x}^2 dx \int_0^1 y^3 \mathcal{Y}_B dy,$$

$$b_4 = \int_0^1 dx \int_0^1 y \bar{y} (\mathcal{Y}_S - \mathcal{Y}_B) dy,$$

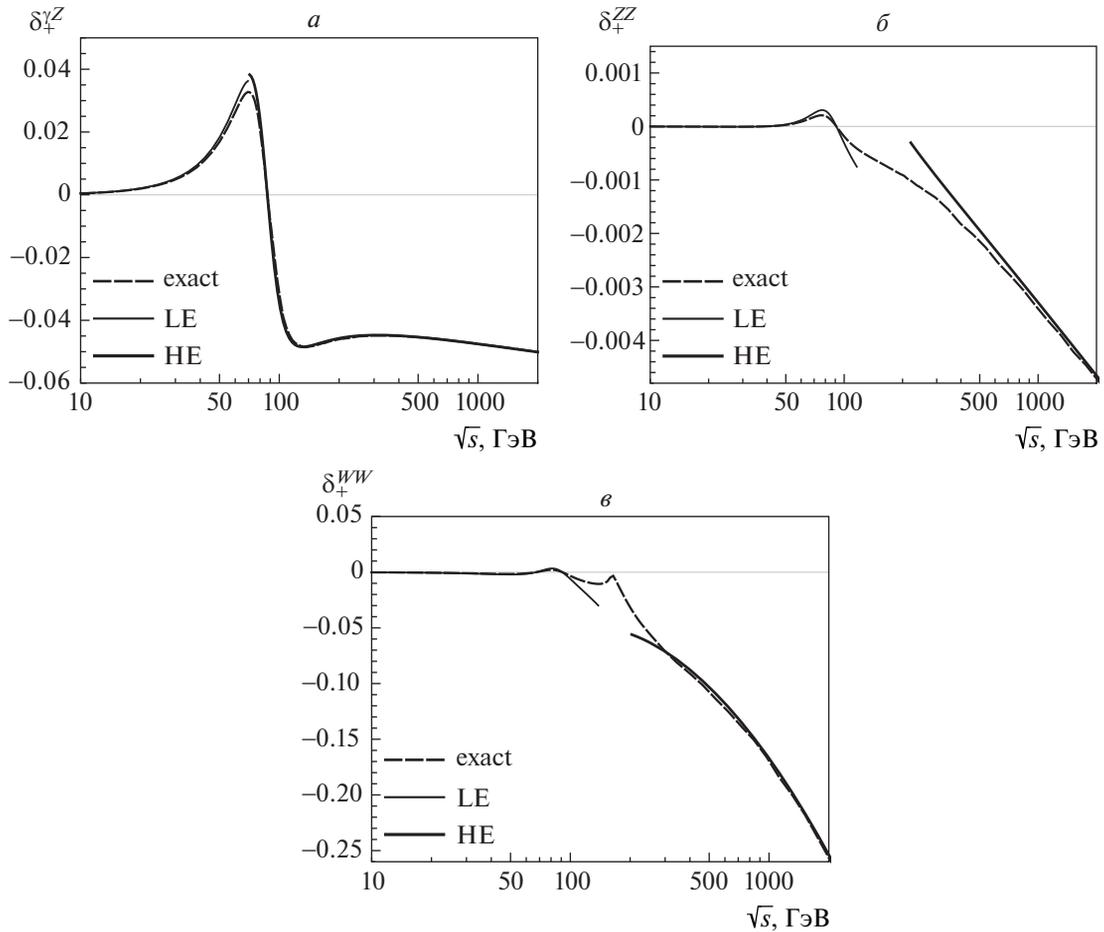


Рис. 7. Относительные поправки к полному сечению γZ -, ZZ -, WW -боксов в зависимости от энергии.

$$b_5 = \int_0^1 \bar{x} dx \int_0^1 y^2 (\mathcal{Y}_S - \mathcal{Y}_B) dy,$$

$$b_6 = \int_0^1 \bar{x} dx \int_0^1 y^2 \bar{y} \mathcal{Y}_B dy.$$

Выражения $\mathcal{Y}_{A,B,S,P}$ приведены в Приложении Б.

Выражения для WW -боксов можно получить из формул для ZZ -случая заменой индекса $Z \rightarrow W$ в константах связи и пропагаторах, кроме этого, требуется “выключить” прямой бокс, запрещенный законом сохранения электрического заряда.

5. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

Для иллюстрации работы метода была выбрана реакция $u\bar{u} \rightarrow \mu^- \mu^+$ с продольно поляризованными кварками. Электрослабые параметры и массы частиц взяты из [17] (масса u -кварка: $m_u = 0.06983$ ГэВ [18]), масса фотона: $\lambda = 10^{-7}$ ГэВ. Рассмотрены три наблюдаемых величины. Первая — дифференциальное сечение $\frac{d\sigma_{00}^C}{dc}$ с неполяризованными начальными частицами (нижний индекс

будет означать степени поляризации), где $c = \cos \theta$, θ — угол рассеяния мюона в с.ц.м. начальных частиц, а индекс C означает происхождение вклада. Вторая наблюдаемая — полное сечение (см. рис. 3а):

$$\Sigma_{00}^C = \int_{-1}^{+1} \frac{d\sigma_{00}^C}{dc} \cdot dc, \tag{53}$$

третья наблюдаемая величина — поляризационная интегральная асимметрия (см. рис. 3б):

$$A_{LR\Sigma}^C = \frac{\Sigma_L^C - \Sigma_R^C}{\Sigma_L^C + \Sigma_R^C}, \tag{54}$$

сформированная из аналогичных (53) сечений

$$\Sigma_L^C = \int_{-1}^{+1} \frac{d\sigma_{L0}^C}{dc} \cdot dc, \quad \Sigma_R^C = \int_{-1}^{+1} \frac{d\sigma_{R0}^C}{dc} \cdot dc.$$

Будут рассмотрены три относительных поправки — к дифференциальному сечению без поляризации и две поправки к комбинациям полного се-

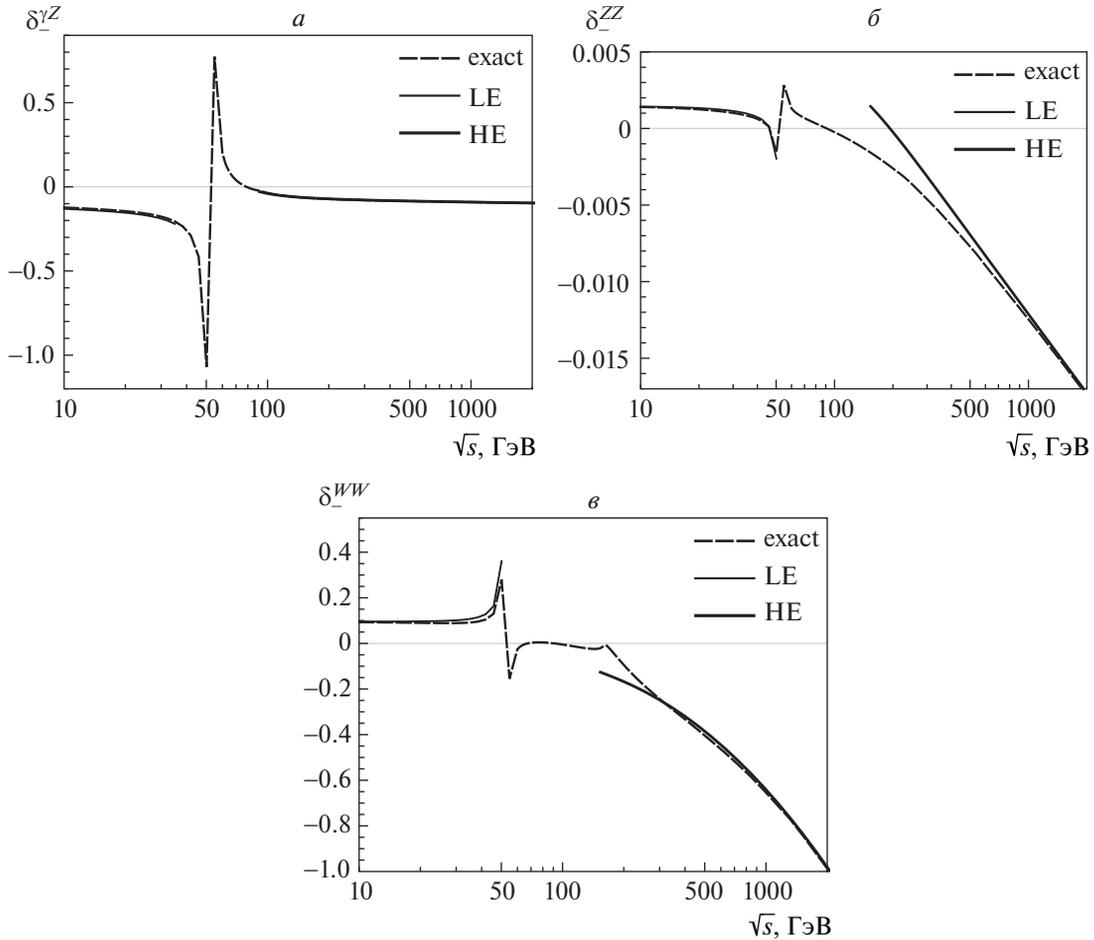


Рис. 8. Относительные поправки δ_{\pm} для γZ -, ZZ -, WW -боксов в зависимости от энергии.

чения:

$$\delta^C = \frac{d\sigma_{00}^C}{d\sigma_{00}^0}, \quad \delta_{\pm}^C = \frac{\Sigma_L^C \pm \Sigma_R^C}{\Sigma_L^0 \pm \Sigma_R^0}. \quad (55)$$

Последние две формируют поправку к поляризационной интегральной асимметрии:

$$\delta_A^C = \frac{A_{LR\Sigma}^C - A_{LR\Sigma}^0}{A_{LR\Sigma}^0} = \frac{\delta_-^C - \delta_+^C}{1 + \delta_+^C}. \quad (56)$$

Будем пользоваться следующими сокращениями:

1. LE-режим (от “low energies”, низкие энергии): $m_f \ll \sqrt{s} \ll m_W$,
2. RE-режим (от “resonance”, Z -резонанс): $\sqrt{s} \sim m_Z$,
3. HE-режим (от “high energies”, высокие энергии): $\sqrt{s} \gg m_Z$.

Анализ показал, что мнимая часть от всех интегралов заметна только в RE-режиме, но и там для всех

относительных поправок она не превышает промилле в исследованной кинематической области.

На рис. 4–6 приведены относительные поправки к дифференциальному сечению для случаев $C = \gamma Z, ZZ, WW$ в зависимости от энергии и угла рассеяния, на рис. 7 и рис. 8 в таком же стиле показаны поправки δ_{\pm} . Изображены три кривые: точный (exact) расчет по новой технологии этой работы, асимптотический расчет для LE-режима и асимптотический расчет для HE-режима. Все асимптотические формулы для LE- и HE-режимов приведены в Приложении В. Видно превосходное согласие точных и асимптотических результатов и нетривиальное поведение точного результата в RE-режиме: в областях $\sqrt{s} \sim m_{Z,W}$ и $\sqrt{s} \sim 2m_{Z,W}$. В HE-режиме хорошо видны известные закономерности поведения [19]: сечение WW -боксов пропорционально второй степени судаковского логарифма (СЛ), сечения γZ - и ZZ -боксов пропорциональны первой степени СЛ (из-за сокращения прямых и перекрестных вкладов), в точке $\theta = 90^\circ$ (где $t = u$) нейтральные боксы не зависят от СЛ.

Отдельное исследование по сверке боксов для HE-режима с результатами групп SANC [20] и

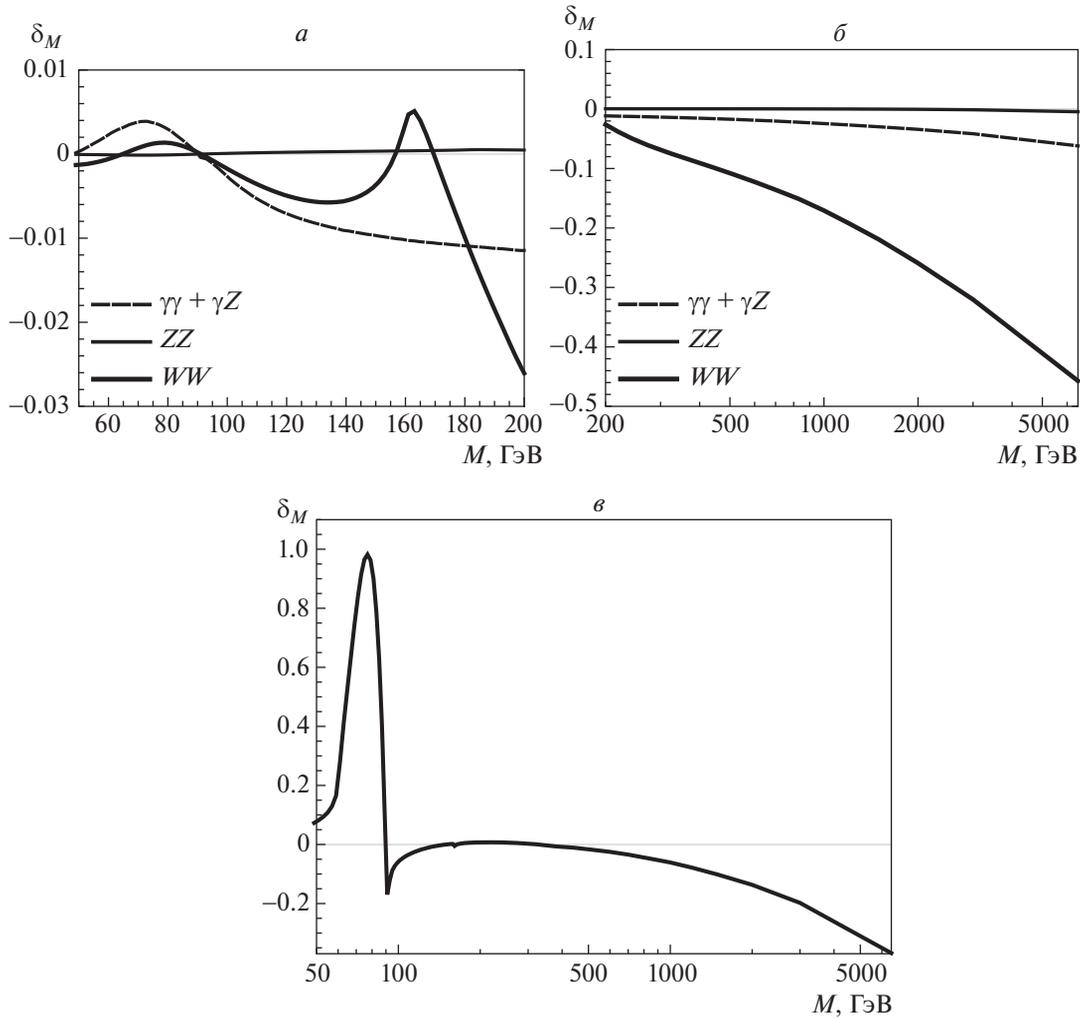


Рис. 9. Относительные поправки δ_M к дифференциальному сечению процесса Дрелла–Яна в зависимости от инвариантной массы димюона: *a* — вклады боксов в LE- и RE-режимах, *б* — вклады боксов в HE-режиме, *в* — полная ЭСП.

ZGRAD [21] было проделано в [19], как видно из приведенных здесь результатов, согласие с результатами этих групп распространяется и на RE-режим. На рис. 9 показаны относительные поправки

$$\delta_M^C = \frac{d\sigma_{DY}^C/dM}{d\sigma_{DY}^0/dM}$$

к дифференциальному сечению процесса Дрелла–Яна в зависимости от инвариантной массы димюона M : *a* — вклады боксов в LE- и RE-режимах, *б* — боксы в HE-режиме, *в* — полная электрослабая поправка (ЭСП). Наконец, на рис. 10 приведены асимметрия вперед–назад A_{FB} в борновском приближении, A_{FB} с учетом ЭСП и их разница для процесса Дрелла–Яна в зависимости от инвариантной массы димюона: *a*, *в* — в LE- и RE-режимах, *б*, *г* — в HE-режиме. Расчет произведен с помощью программы автора READY (версия 9.0). Были использованы партонные распределения [22], “bare” setup, стандартные ограниче-

ния эксперимента CMS (в частности, для рис. 10 применялось ограничение на быстроту димюона $|y| < 2.5$). Сравнивая оценки READY с результатами аналогичных расчетов, проведенных другими группами, приведенных в работе [23], можно убедиться в хорошем согласии во всех изученных областях.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описана новая техника расчета вклада в сечение процесса с произвольными поляризованными фермионами диаграмм двухбозонного обмена как части ЭСП. Проведена успешная сверка полученных результатов с асимптотическими выражениями для энергий ниже и выше Z -резонанса. Преимущества нового метода:

1. для вклада ДО получены простые аналитические выражения без особенностей, позволяющие получить точную оценку, которая надежно контролируется,

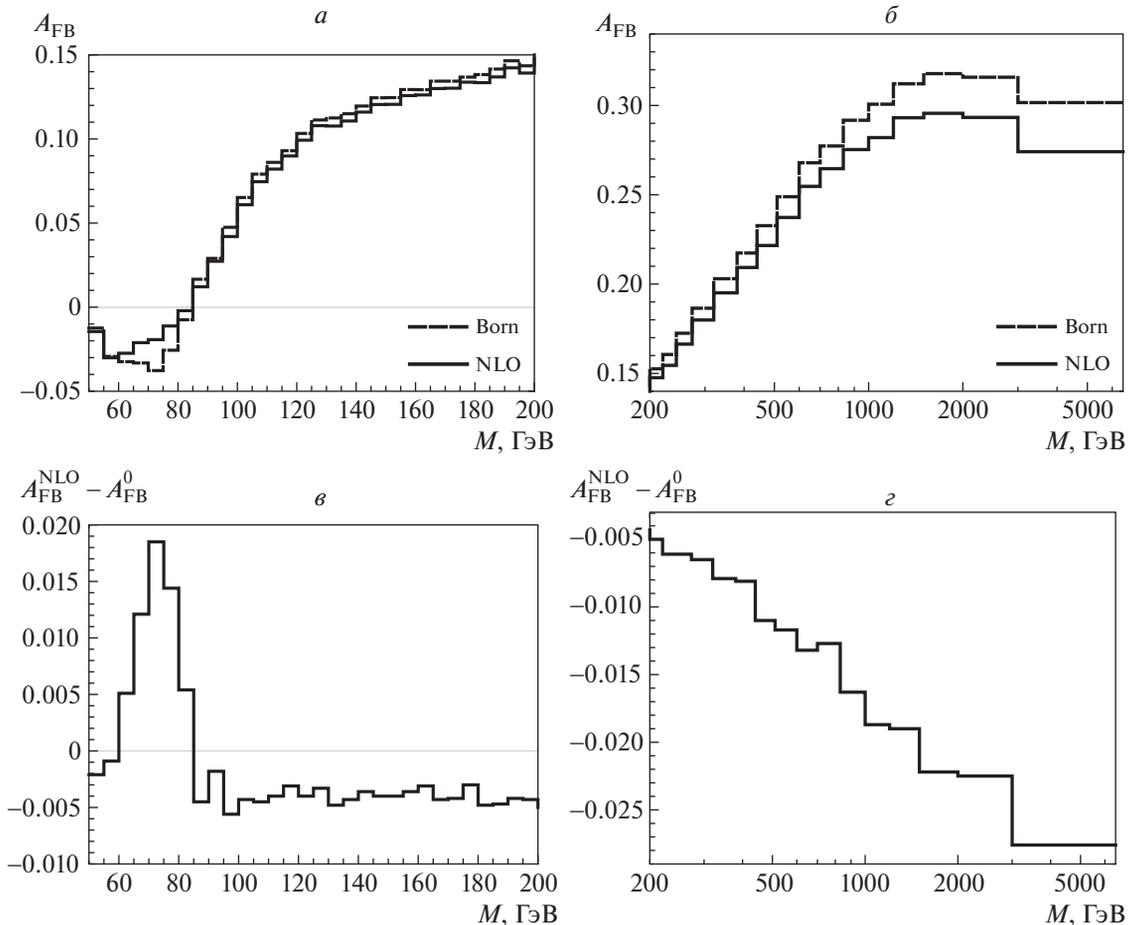


Рис. 10. Асимметрия вперед-назад в борновском приближении и с учетом ЭСП для процесса Дрелла–Яна в зависимости от инвариантной массы димюона: *a* — в LE- и RE-режимах, *б* — в HE-режиме. Разница между асимметрией вперед-назад с учетом ЭСП и асимметрией вперед-назад в борновском приближении для процесса Дрелла–Яна в зависимости от инвариантной массы димюона: *в* — в LE- и RE-режимах, *г* — в HE-режиме.

2. в явном виде представлены действительная и мнимая части,
3. в расчете не возникают ультрафиолетовые расходимости, которые появляются при редукации Вельтмана–Пассарино [16] в 2-точечных функциях,
4. может быть распространена на взаимодействие, отличное от стандартно-модельного $V-A$ типа: контактное (скалярное) взаимодействие, присутствие аномальных вершин, Z' -бозона, W' -бозона и другое.

Указанные преимущества полезны в круге физических задач, ограниченных одной петлей и s -каналом: фермион-антифермионная аннигиляция (в том числе в канале с заряженным током), процесс Дрелла–Яна, рождение одиночных W -бозонов в протонных столкновениях, расчета распадов мезонов и т.д. Вышесказанное относится и к моделям Новой физики, например тем, в

которых присутствует дополнительный бозон (Z' , W' , “тяжелый” фотон и т.д.).

Недостатком подхода является то, что по двум фейнмановским параметрам x и y нужно безальтернативно интегрировать численно. Тем не менее, как показал численный анализ, полученные выражения точно и быстро численно рассчитываются во всей доступной экспериментам области энергий и углов. Можно использовать любой алгоритм численного интегрирования (например, метод прямоугольников или метод Симпсона). Выбор тем не менее был оставлен за Монте-Карло техникой, поскольку она удобна для применения в конкретной обстановке физического эксперимента (в работе сделано приложение к расчету реакции Дрелла–Яна на эксперименте CMS LHC). Итак, используя Монте-Карло интегратор VEGAS [9], получаем относительную точность интегрирования порядка 10^{-4} при затраченном времени ~ 0.1 с работы процессора с тактовой частотой 1.2 ГГц на одну кинематическую точку.

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь “Конвергенция–2020” (подпрограмма “Микромир и Вселенная”). Автор признателен коллегам по группе RDMS CMS и Ю.М. Быстрицкому за обсуждение. Численный расчет относительных поправок к процессу Дрелла–Яна с помощью READY проведен на Гетерогенной платформе HуbгiLIT Лаборатории информационных технологий ОИЯИ.

Приложение А

РАСЧЕТ 3-ТОЧЕЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Скалярная 3-точечная функция H_0 , встречающаяся в (35), определяется так:

$$H_0^a = H_0^a(p_1, p_3) = \int \frac{dk}{i\pi^2} \frac{1}{(k^2 - m_a^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}. \quad (\text{П.1})$$

Расчет интегралов такого типа нетрудно осуществить методом г Хоофта–Велтмана [2] (подробное вычисление можно найти, например, в [18]). Для случая $a = \gamma$ в УРП получаем компактное выражение, симметричное относительно замены $m_q \leftrightarrow m_l$:

$$H_0^\gamma(p_1, p_3) = \frac{1}{t} \left(\ln \frac{-t}{\lambda^2} \ln \frac{-t}{m_q m_l} - \frac{1}{2} \ln \frac{-t}{m_q^2} \ln \frac{-t}{m_l^2} - \ln^2 \frac{m_q}{m_l} - \frac{1}{6} \pi^2 \right). \quad (\text{П.2})$$

Аналогичная формула для $H_0^\gamma(p_1, p_4)$ получается заменой $t \rightarrow u$.

Скалярная 3-точечная функция F_0 из (35) определяется так:

$$F_0^b = \int \frac{dk}{i\pi^2} \times \frac{1}{((k - q)^2 - m_b^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}. \quad (\text{П.3})$$

Заменой $k \rightarrow k + q$ ее нетрудно привести к виду (П.1) (так доказывается, что $F_0^b = H_0^b$), затем рассчитать по технологии [2]. Результатом (для $b = Z$) будет нетривиальная комбинация 12 дилогарифмов. Покажем здесь, как методом, примененным для 4-точечных интегралов, получить простые формулы и в случае 3-точечной функции.

Итак, после замены переменной интегрирования интеграл выглядит так:

$$H_0^Z = \int \frac{dk}{i\pi^2} \times \quad (\text{П.4})$$

$$\times \frac{1}{(k^2 - m_Z^2)(k^2 - 2p_1k)(k^2 - 2p_3k)}.$$

Выбирая $A = k^2 - m_Z^2$, $B = k^2 - 2p_1k$, $C = k^2 - 2p_3k$, получим

$$H_0^Z = 2 \int_0^1 dx \int_0^1 y dy \int \frac{dk}{i\pi^2} \frac{1}{E^3}, \quad (\text{П.5})$$

$$E = (Ax + B\bar{x})y + C\bar{y}.$$

После преобразований получим

$$E = k^2 - 2\mathcal{P}k + \Delta,$$

$$\mathcal{P} = \bar{x}y \cdot p_1 + \bar{y} \cdot p_3, \quad \Delta = -m_Z^2 \cdot xy.$$

Квадрат 4-вектора \mathcal{P} положителен в любой точке области интегрирования:

$$\mathcal{P}^2 = m_q^2 \cdot \bar{x}y(1 - xy) + m_l^2 \cdot \bar{y}(1 - xy) - t \cdot \bar{x}y\bar{y}. \quad (\text{П.6})$$

Снимая интеграл по известной формуле

$$2 \int \frac{dk}{i\pi^2} \frac{1; k_\alpha}{[k^2 - 2\mathcal{P}k + \Delta]^3} = -\frac{1; \mathcal{P}_\alpha}{\mathcal{P}^2 - \Delta}, \quad (\text{П.7})$$

получим

$$H_0^Z = - \int_0^1 dx \int_0^1 \frac{y dy}{\mathcal{E} - i\epsilon_Z \cdot xy}, \quad (\text{П.8})$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{P}^2 + m_Z^2 \cdot xy.$$

В результате получим компактные выражения

$$\text{Re } H_0^Z = - \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\mathcal{E} \cdot y}{\mathcal{E}^2 + \epsilon_Z^2 \cdot x^2 y^2},$$

$$\text{Im } H_0^Z = - \int_0^1 dx \int_0^1 dy \frac{\epsilon_Z \cdot xy^2}{\mathcal{E}^2 + \epsilon_Z^2 \cdot x^2 y^2}.$$

Для сравнения представим здесь аналитический результат, полученный методом [2] (подробный вывод приведен в [18]). В конечном счете (максимально имеем шестикратную вложенность выражений) он зависит от шести параметров

$$a = m_q^2, \quad b = m_q^2 + m_l^2 - 2p_1p_3,$$

$$c = -2m_q^2 + 2p_1p_3,$$

$$d = -f = -m_Z^2 + i\epsilon_Z, \quad e = 0$$

и представляется в виде комбинаций дилогарифмов:

$$H_0^Z = \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^3 F_1^{(i)}, \quad (\text{П.9})$$

$$F_1^{(i)} = \text{Li}_2 \frac{\alpha_i}{y_i^-} - \text{Li}_2 \frac{\beta_i}{y_i^-} + \text{Li}_2 \frac{\alpha_i}{y_i^+} - \text{Li}_2 \frac{\beta_i}{y_i^+}.$$

Дилогарифм — частный случай полилогарифма — определяется при $z \in \mathbb{C}$ так:

$$\text{Li}_2(z) = - \int_0^z \frac{\ln(1-t)}{t} dt. \quad (\text{П.10})$$

Расчет значений дилогарифма с необходимой точностью проводят через разложение в ряд: $\text{Li}_2(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^2}$. Чтобы аргумент z попал в область сходимости, обычно сводят дилогарифм к какой-либо комбинации дилогарифма с другим аргументом и других функций, пользуясь одним из многих имеющихся тождеств, например:

$$\text{Li}_2(z) = -\text{Li}_2\left(\frac{1}{z}\right) - \frac{1}{2} \ln^2(-z) - \frac{1}{6} \pi^2. \quad (\text{П.11})$$

В выражении (П.9) $\beta = c + 2ab$, а остальные коэффициенты такие:

$$\alpha_1 = \beta_2 = 1 - \alpha - y_0, \quad \alpha_2 = \beta_3 = -y_0, \\ \alpha_3 = \beta_1 = -\alpha - y_0, \quad y_0 = -\frac{d + \alpha e}{\beta}.$$

Выражение α выбирается двузначно, конечный результат от выбора знака не зависит:

$$\alpha = \frac{-c \mp \sqrt{c^2 - 4ab}}{2b}.$$

Выражения y_i^{\pm} являются корнями уравнения $A_i y^2 + B_i y + 1 = 0$ с коэффициентами, зависящими от K_0 и γ ($K_0 = by_0^2 + ey_0 + f$, $\gamma = 2by_0 + e$), так что

$$A_1 K_0 = b, \\ A_2 K_0 = b + \frac{\beta}{1 - \alpha}, \quad A_3 K_0 = b + \frac{\beta}{-\alpha}, \\ B_1 K_0 = \gamma + c + 2b\alpha, \\ B_2 K_0 = \gamma + y_0 \frac{\beta}{1 - \alpha}, \quad B_3 K_0 = \gamma + y_0 \frac{\beta}{-\alpha}.$$

Приложение Б

ТАБЛИЦА ИНТЕГРАЛОВ

В расчете встретились следующие интегралы:

$$\mathcal{Y}_A = \int_0^1 \frac{z dz}{Az + B - iC}, \quad (\text{П.12}) \\ \mathcal{Y}_B = \int_0^1 \frac{z^2 dz}{(Az + B - iC)^2},$$

$$\mathcal{Y}_S = \int_0^1 \frac{z dz}{(Az + B - iC)^2},$$

$$\mathcal{Y}_P = \int_0^1 \frac{dz}{(Az + B - iC)^2}.$$

Приведем вычисленные выражения:

$$\text{Re}\mathcal{Y}_A = \frac{1}{A^2} (A + C \mathcal{G}_A - B \mathcal{G}_C), \quad (\text{П.13}) \\ \text{Im}\mathcal{Y}_A = \frac{1}{A^2} (B \mathcal{G}_A + C \mathcal{G}_C), \\ \text{Re}\mathcal{Y}_B = \frac{1}{A} \left(2\text{Re}\mathcal{Y}_A - \frac{A+B}{D} \right), \\ \text{Im}\mathcal{Y}_B = \frac{1}{A} \left(2\text{Im}\mathcal{Y}_A - \frac{C}{D} \right), \\ \text{Re}\mathcal{Y}_S = \frac{1}{A^2} \left(-\frac{A(A+B)}{D} + \mathcal{G}_C \right), \\ \text{Im}\mathcal{Y}_S = \frac{1}{A^2} \left(-\frac{AC}{D} - \mathcal{G}_A \right), \\ \text{Re}\mathcal{Y}_P = \frac{B(A+B) - C^2}{(B^2 + C^2)D}, \\ \text{Im}\mathcal{Y}_P = \frac{(A+2B)C}{(B^2 + C^2)D}.$$

Используются следующие сокращения:

$$D = (A+B)^2 + C^2, \quad \mathcal{G}_C = \frac{1}{2} \ln \frac{D}{B^2 + C^2}, \quad (\text{П.14}) \\ \mathcal{G}_A = \text{arctg} \frac{B}{C} - \text{arctg} \frac{A+B}{C}.$$

В точке резонанса $q^2 = m_Z^2$ получаем:

$$B = 0, \quad \mathcal{G}_C = \ln \frac{\sqrt{A^2 + C^2}}{C}, \quad \mathcal{G}_A = -\text{arctg} \frac{A}{C}.$$

Приложение В

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ
ДЛЯ LE- И НЕ-РЕЖИМОВ

Чтобы получить LE-формулы для γZ -бокса, нужно воспользоваться общим выражением через коэффициенты и занулить все, кроме b_0 и интеграла H_0^γ из I_0 (это доказано, например, в [18], см. также ссылки там). Для b_0 (прямого бокса) используем асимптотическое выражение:

$$b_0^{\gamma Z, LE} = -\frac{1}{4m_Z^2} \left(\frac{3}{2} + \log \frac{m_Z^2}{-t} \right). \quad (\text{П.15})$$

Для ZZ-бокса важен только тензорный коэффициент b_0 :

$$b_0^{ZZ, LE} = -\frac{1}{4m_Z^2}. \quad (\text{П.16})$$

Чтобы получить НЕ-формулы, воспользуемся асимптотическими выражениями для прямых боксов (они работают для всех случаев: $ab = \gamma\gamma, \gamma Z, ZZ, WW$):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_D^{ab} \mathcal{M}_0^{c+} = & + \frac{2C_s}{s} \left[C_3^{abc} l_{st}^2 (3t^2 + u^2) + \right. \\ & + C_4^{abc} l_{st}^2 (u^2 - t^2) + 2C_{3+4}^{abc} l_{st} s u \left. \right] - \\ & - 2C_s t \Pi_3^{ab}(q) H_{ss}^{abc}. \end{aligned} \quad (\text{П.17})$$

Для перекрестных боксов получим:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_C^{ab} \mathcal{M}_0^{c+} = & - \frac{2C_s}{s} \left[C_3^{abc} l_{su}^2 (t^2 + 3u^2) + \right. \\ & + C_4^{abc} l_{su}^2 (u^2 - t^2) + 2C_{3-4}^{abc} l_{su} s t \left. \right] + \\ & + 2C_s u \Pi_4^{ab}(q) H_{ss}^{abc}. \end{aligned} \quad (\text{П.18})$$

Здесь $C_{i\pm j}^{abc} = C_i^{abc} \pm C_j^{abc}$, также используются следующие сокращения:

$$\begin{aligned} H_{ss}^{abc} = & 2 \left[C_3^{abc} (u^2 + t^2) + C_4^{abc} (u^2 - t^2) \right], \quad (\text{П.19}) \\ l_{r_1 r_2} = & \ln \frac{|r_1|}{|r_2|}. \end{aligned}$$

Перед пропагаторными структурами факторизуются трехточечные функции:

$$\begin{aligned} \Pi_{3,4}^{ab}(q) = & H_0^a(p_1, p_{3,4}) D_b(q) + \\ & + H_0^b(p_1, p_{3,4}) D_a(q). \end{aligned} \quad (\text{П.20})$$

Выпишем в явном виде ИКР-части $\gamma\gamma$ -боксов:

$$\begin{aligned} M_D^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_0^{c+|\text{IR}} = & -16\pi\alpha^3 Q_q Q_l \times \\ & \times D_\gamma(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{\gamma c} \cdot t H_0^\gamma(p_1, p_3), \\ M_C^{\gamma\gamma} \mathcal{M}_0^{c+|\text{IR}} = & +16\pi\alpha^3 Q_q Q_l \times \\ & \times D_\gamma(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{\gamma c} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4), \end{aligned} \quad (\text{П.21})$$

где “борновское” R_q [см. формулу (15)] связано с комбинациями $C_{3,4}$ соотношениями:

$$Q_q Q_l R_q^{aac} = 2 \left[C_3^{a\gamma c} (u^2 + t^2) + C_4^{a\gamma c} (u^2 - t^2) \right]. \quad (\text{П.22})$$

ИКР-части γZ -боксов такие же по форме, как выражения (П.21):

$$\begin{aligned} M_D^{\gamma Z} \mathcal{M}_0^{c+|\text{IR}} = & -8\pi\alpha^3 Q_q Q_l \times \\ & \times D_Z(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{Zc} \cdot t H_0^\gamma(p_1, p_3), \\ M_C^{\gamma Z} \mathcal{M}_0^{c+|\text{IR}} = & +8\pi\alpha^3 Q_q Q_l \times \\ & \times D_Z(q) D_c^*(q) \cdot R_q^{Zc} \cdot u H_0^\gamma(p_1, p_4). \end{aligned} \quad (\text{П.23})$$

Понятно, что IR-части $Z\gamma$ -боксов дадут такой же вклад и, следовательно, в сумме удвоение. В результате IR-часть сечения от боксовских диаграмм

такая:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{IR}}^{\text{Box}}}{dt} = & - \frac{2\alpha^3}{s^2} Q_q Q_l \times \\ & \times \sum_{a,c=\gamma,Z} \Pi^{ac} R_q^{aac} \left[t H_0^{\gamma,\text{IR}}(p_1, p_3) - (t \leftrightarrow u) \right], \end{aligned} \quad (\text{П.24})$$

где

$$t H_0^{\gamma,\text{IR}}(p_1, p_3) = \ln \frac{s}{\lambda^2} \ln \frac{-t}{m_q m_l}.$$

Приложение Г

СВОДКА СОКРАЩЕННЫХ ФОРМУЛ

Дадим для справочных целей упрощенный вариант формул для действительной части сечения ДО:

$$\frac{d\sigma^{ab}}{dt} = \frac{2\alpha^3}{s^2} \int_0^1 dx \int_0^1 dy \text{Re} \times \quad (\text{П.25})$$

$$\times \sum_{c=\gamma,Z} D_c^*(q) \left(C_3^{abc} [\mathcal{K}_3^{\mathcal{D}} + \mathcal{K}_3^{\mathcal{C}}] + C_4^{abc} [\mathcal{K}_4^{\mathcal{D}} + \mathcal{K}_4^{\mathcal{C}}] \right),$$

где коэффициенты в сечении (их происхождение легко проследить по тексту статьи) выглядят так:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_3^{\mathcal{D}} = & C_0^{\mathcal{D}} t(t^2 + u^2) + 2\mathcal{B}_0^{\mathcal{D}} (4t^2 + u^2) - \\ & - 2C_1^{\mathcal{D}} s t^2 - \mathcal{B}_4^{\mathcal{D}} t(2t^2 + u^2), \\ \mathcal{K}_4^{\mathcal{D}} = & C_0^{\mathcal{D}} t(u^2 - t^2) + 2\mathcal{B}_0^{\mathcal{D}} (u^2 - 4t^2) + \\ & + 2C_1^{\mathcal{D}} s t^2 + \mathcal{B}_4^{\mathcal{D}} t(2t^2 - u^2), \\ \mathcal{K}_3^{\mathcal{C}} = & -\mathcal{K}_3^{\mathcal{D}}|_{t \leftrightarrow u}, \quad \mathcal{K}_4^{\mathcal{C}} = +\mathcal{K}_4^{\mathcal{D}}|_{t \leftrightarrow u}. \end{aligned} \quad (\text{П.26})$$

Формулы (П.25), (П.26) работают для всех случаев (γZ и ZZ), коэффициенты же $\mathcal{C}_{0,1}$ и $\mathcal{B}_{0,4}$ разные, приведем их. Для прямого γZ -боксов $\mathcal{C}_{0,1}$ и $\mathcal{B}_{0,4}$ выглядят так:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_0^{\mathcal{D}} = & y \left[1 - xy - (1 + xy) \cdot s D_Z \right] \mathcal{Y}_S - \\ & - D_Z \left[H_0^\gamma + \frac{\mathcal{E}y}{\mathcal{E}^2 + \epsilon_Z^2 x^2 y^2} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_0^{\mathcal{D}} = & -\frac{1}{2} y \mathcal{Y}_A, \quad \mathcal{C}_1^{\mathcal{D}} = xy^2 [\mathcal{Y}_S + (1 - 2xy) \mathcal{Y}_B], \\ \mathcal{B}_4^{\mathcal{D}} = & \bar{x} y^2 \bar{y} \mathcal{Y}_B. \end{aligned}$$

Для прямого ZZ -боксов выражения $\mathcal{C}_{0,1}$ и $\mathcal{B}_{0,4}$ такие:

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_0^{\mathcal{D}} = & -y^2 \mathcal{Y}_S, \quad \mathcal{B}_0^{\mathcal{D}} = -\frac{1}{2} y \mathcal{Y}_A, \\ \mathcal{C}_1^{\mathcal{D}} = & x \bar{x} y^3 \mathcal{Y}_B, \quad \mathcal{B}_4^{\mathcal{D}} = y \bar{y} [\mathcal{Y}_S - \mathcal{Y}_B]. \end{aligned}$$

Выражение H_0^γ определяется формулой (П.2), \mathcal{E} — формулой (П.8). Выражения $\mathcal{Y}_{A,B,S}$ приведены в Приложении Б. Они зависят от значений коэффициентов $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$, которые приведены в табл. 1 для различных конфигураций бозонов в прямой диаграмме.

Таблица 1. Коэффициенты \mathcal{A} , \mathcal{B} , \mathcal{C} для различных конфигураций бозонов в прямом боксе

Случай	\mathcal{A}	\mathcal{B}	\mathcal{C}
γZ	$(m_q^2 \cdot \bar{y} + m_l^2 \cdot \bar{x}y)(1 - xy) - t \cdot \bar{x}y\bar{y} + s \cdot xy$	$(m_Z^2 - s) \cdot xy$	$\epsilon_Z \cdot xy$
ZZ	$t \cdot \bar{y} - s \cdot x\bar{x}y^2$	$-t \cdot \bar{y} + m_Z^2 \cdot y$	$\epsilon_Z \cdot y$
WW	$t \cdot \bar{y} - s \cdot x\bar{x}y^2$	$-t \cdot \bar{y} + m_W^2 \cdot y$	$\epsilon_W \cdot y$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- J. Kahane, Phys. Rev. B **135**, 975 (1964).
- G. 't Hooft and M. Veltman, Nucl. Phys. B **153**, 365 (1979).
- W. Spence, *An Essay on the Theory of the Various Orders of Logarithmic Transcendents* (London, London and Edinburgh, 1809).
- A. Denner, U. Nierste, and R. Scharf, Nucl. Phys. B **367**, 637 (1991).
- M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).
- G. J. van Oldenborgh and J. A. M. Vermaseren, Z. Phys. C **46**, 425 (1990).
- T. Hahn and M. Pérez-Victoria, Comput. Phys. Commun. **118**, 153 (1999); hep-ph/9807565.
- R. P. Feynman, Phys. Rev. **76**, 769 (1949).
- P. G. Lepage, J. Comput. Phys. **27**, 192 (1978).
- T. Hahn, Comput. Phys. Commun. **168**, 78 (2005); hep-ph/0404043.
- A. V. Smirnov and M. N. Tentyukov, Comput. Phys. Commun. **180**, 735 (2009); arXiv: 0807.4129 [hep-ph]
- S. Borowka, G. Heinrich, S. P. Jones, M. Kerner, J. Schlenk, and T. Zirke, Comput. Phys. Commun. **196**, 470 (2015); arXiv: 1502.06595v2 [hep-ph].
- E. Remiddi and J. A. M. Vermaseren, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 725 (2000); hep-ph/9905237.
- C. Bauer and H. S. Do, Comput. Phys. Commun. **144**, 154 (2002); hep-ph/0102231.
- J. Broedel, C. Duhr, F. Dulat, B. Penante, and L. Tancredi, JHEP **1905**, 120 (2019); arXiv: 1902.09971[hep-ph].
- G. Passarino and M. Veltman, Nucl. Phys. B **160**, 151 (1979).
- Particle Data Group (P. A. Zyla *et al.*), Prog. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020).
- В. А. Зыкунов, *Пертурбативные расчеты в физике высоких энергий* (ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель, 2020).
- V. A. Zykunov, Phys. Rev. D **75**, 073019 (2007); hep-ph/0509315.
- A. Andonov, A. Arbuzov, D. Bardin, S. Bondarenko, P. Christova, L. Kalinovskaya, G. Nanava, and W. von Schlippe, Comput. Phys. Commun. **174**, 481 (2006); hep-ph/0411186.
- U. Baur, O. Brein, W. Hollik, C. Schappacher, and D. Wackerroth, Phys. Rev. D **65**, 033007 (2002); hep-ph/0108274.
- Jun Gao, Marco Guzzi, Joey Huston, Hung-Liang Lai, Zhao Li, Pavel Nadolsky, Jon Pumplin, Daniel Stump, and C.-P. Yuan, Phys. Rev. D **89**, 033009 (2014); arXiv: 1302.6246[hep-ph].
- C. Buttar, J. D'Hondt, M. Krämer, G. Salam, M. Wobisch, N. E. Adam, V. Adler, A. Arbuzov, D. Bardin, U. Baur, A. A. Bhatti, S. Bondarenko, V. Buge, J. M. Butterworth, M. Cacciari, M. Campanelli, *et al.*, in *Proceedings of the Workshop on Physics at TeV Colliders* (Les Houches, 2007), p. 121; arXiv: 0803.0678[hep-ph].

CALCULATION OF TWO-BOSON EXCHANGE WITH COMPLEX MASSES

V. A. Zykunov^{1),2)}¹⁾JINR, Dubna, Moscow region, Russia²⁾Francisk Skorina Gomel State University, Belarus

New technique for calculation of two-boson-exchange diagram (boxes) contribution to four-fermion cross section with one and two complex masses is described. The detailed numerical analysis of results and comparison with asymptotic estimations for energy regions below and above Z resonance is done.