

---

---

# СОДЕРЖАНИЕ

---

---

Том 65, номер 3, 2020

---

---

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Численное исследование двухсекционной сверхширокополосной антенной решетки <i>С. Е. Банков, М. Д. Дупленкова</i>	211
Эмиссия электромагнитных помех от линий связи бортового оборудования беспилотного летательного аппарата <i>Р. Р. Гайнутдинов, С. Ф. Чермошенцев</i>	221
Структура искусственного магнитного проводника с высокой угловой устойчивостью резонансной частоты <i>Ю. Н. Казанцев, Г. А. Крафтмахер, В. П. Мальцев, В. С. Солосин</i>	228
Эффективность преобразования энергии в излучателе сверхширокополосных импульсов <i>В. Е. Осташев, А. В. Ульянов, В. М. Федоров</i>	234
Связанные колебания плазмонов в двух одинаковых наноцилиндрах из серебра <i>А. П. Анютин</i>	240
Искусственный диэлектрик на основе проводящих диполей <i>И. М. Лагунов, В. И. Пономаренко</i>	245

---

## АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Синтез и анализ антенны вытекающей волны с полупрозрачной стенкой из металлических цилиндров <i>В. А. Калошин, К. Т. Нгуен, Е. В. Фролова</i>	250
--	-----

---

## ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Байесовское оценивание с последовательным отказом и учетом априорных знаний <i>М. Г. Бакулин, В. Б. Крейнделин, В. А. Григорьев, В. О. Аксенов, А. С. Щесняк</i>	257
---	-----

---

## РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

Невзаимные свойства обратных спиновых волн <i>Э. Г. Локк</i>	267
---	-----

---

## ЭЛЕКТРОНИКА СВЧ

Интерференционный переключатель резонансного СВЧ компрессора с распределенной мощностью коммутируемой волны <i>С. Н. Артёмов, С. А. Горев</i>	277
Генерация шумоподобных сигналов СВЧ диапазона в микрополосковых антеннах-генераторах <i>Д. Е. Радченко, В. И. Калинин, В. Д. Котов, В. Е. Любченко, С. В. Маречек, Е. О. Юневич</i>	285

---

## НАНОЭЛЕКТРОНИКА

Осаждение допированных металлами алмазоподобных пленок с помощью разряда с полым катодом

*И. А. Сорокин, Д. В. Колодко, К. И. Краснобаев*

288

Особенности осаждения пленок оксида индия—олова методом магнетронного распыления

*В. А. Лузанов*

292

---

## ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

К вопросу о классификации точных решений уравнений плотного электронного пучка

*В. А. Сыровой*

294

---

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Вольт-фарадные характеристики и исследование изменения высоты барьера Шоттки контакта IrSi—Si

*Э. А. Керимов, С. Н. Мусаева*

303

Влияние внешних электрических цепей на статический и динамический режим работы многолучевых коллекторов мощных клистронов

*Д. А. Комаров, С. П. Масленников, Е. П. Якушкин, Ю. Н. Парамонов*

308

---

---

**ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН**

УДК 621.396.67

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХСЕКЦИОННОЙ  
СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ**

© 2020 г. С. Е. Банков<sup>а</sup> \*, М. Д. Дупленкова<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

\*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.06.2018 г.

После доработки 20.06.2018 г.

Принята к публикации 30.06.2018 г.

Численно исследована бесконечная двумерная сверхширокополосная решетка, состоящая из двух соединенных при помощи специальных переходов частей: бесконечной решетки неоднородных экранированных полосковых трансформаторов сопротивлений и решетки планарных рупоров. Рассмотрены вопросы электродинамического моделирования и проектирования составных частей решетки: трансформаторов сопротивлений, планарных рупоров и связывающих их переходов. Проведена оценка точности синтеза ступенчатых полосковых трансформаторов сопротивлений и ступенчатых планарных рупоров в приближении теории линий передачи СВЧ и показано, что она может быть использована для проектирования решеток с рабочим диапазоном частот, большим 10 : 1. Рассмотрена оптимизация конструкции перехода с полосковой линии передачи на планарный рупор и даны рекомендации по выбору его параметров. Представлены результаты численного исследования решетки в режиме сканирования, показывающие, что решетка сохраняет работоспособность в диапазоне частот, близком к 20 : 1, в секторе углов сканирования  $\pm 40^\circ$ .

DOI: 10.31857/S0033849420030043

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Актуальной научно-технической задачей является создание сверхширокополосных (СШП) и сверхдиапазонных (СД) антенных решеток (АР) [1, 2]. В ряде работ [3, 4], посвященных исследованию СШП АР, отмечаются факторы, препятствующие переходу от СШП АР к СД-решеткам. К ним относятся наличие в конструкции СШП-излучателя частотно-зависимых элементов, таких, например, как переход от полосковой линии передачи (ЛП) к щелевой в антенне Вивальди [5].

Попытка применения в качестве элементов СШП АР антенн с выходами на двухпроводных и полосковых ЛП нельзя назвать полностью успешной из-за эффекта аномального обратного излучения [6] или связанных с ним аномалий в поведении входного сопротивления АР [7].

В работе [8] была предложена так называемая двухсекционная (ДС) решетка, в которой влияние отмеченных выше негативных эффектов существенно ослаблено, что открывает возможность для создания СД АР. Идея построения ДС АР основана на результатах исследования собственных волн решеток двухпроводных, в том числе полосковых ЛП [8, 9]. В этих работах показано, что синфазная решетка эквивалентна трехпроводной ЛП,

в которой существуют две основные волны, близкие по своим свойствам к  $T$ -волнам, а в случае однородного диэлектрического заполнения они являются  $T$ -волнами.

Эффективное излучение из трехпроводной ЛП затруднительно. Поэтому необходимо предварительно перейти к двухпроводной ЛП, волна которой может быть плавно трансформирована в волну свободного пространства. В качестве двухпроводной ЛП может быть использована щелевая линия, как в антенне Вивальди, или плоский рупор, рассмотренный в работе [8]. Независимо от вида двухпроводной ЛП, как показано в [8], переход к ней от трехпроводной ЛП сопровождается потерями мощности, обусловленными возбуждением паразитной волны трехпроводной линии. В зависимости от конструкции излучателя данный эффект приводит либо к излучению в нежелательном направлении, либо к резонансным явлениям, эквивалентным ослеплению решетки.

Средством уменьшения указанных эффектов является понижение в месте сочленения ЛП характеристического сопротивления рабочей волны. Причем потери преобразования в паразитную волну тем меньше, чем меньше сопротивление рабочих волн трех- и двухпроводной ЛП. По этой причине в конструкции ДС АР появляется плавный переход

от ЛП со стандартным сопротивлением  $Z_1 = 50 \text{ Ом}$  на входе структуры к ЛП с пониженным сопротивлением  $Z_2$  в месте сочленения. Далее в двухпроводной ЛП осуществляется переход от сопротивления  $Z_2$  к сопротивлению канала Флоке с воздушным заполнением  $Z_3$ , которое в АР с одинаковыми по разным координатам периодами равно волновому сопротивлению свободного пространства  $W_0$ .

В данной работе рассмотрен еще один вариант построения ДС АР. Его отличие от исследованного в работе [8] состоит в том, что в первой секции используется решетка несвязанных, изолированных полосковых ЛП, которые отделены друг от друга металлическими стенками. Такая структура может рассматриваться как эквивалентная двухпроводная линия. Она соединяется с планарным рупором, который также является двухпроводной ЛП. На первый взгляд может показаться, что их сочленение не является источником отражений или потерь за счет возбуждения паразитных волн. Тем не менее проблема стыковки ЛП с разной конструкцией требует применения специальных устройств – переходов, которые во многом аналогичны полосково-щелевым переходам, применяемым в антеннах Вивальди [5]. Такие устройства неизбежно содержат частотно-зависимые элементы в виде закороченных отрезков ЛП.

В идеальном случае входное сопротивление шлейфа стремится к бесконечности, и шлейф не шунтирует ЛП, по которым распространяется электромагнитная энергия. Однако в широкой полосе частот сопротивление шлейфа уменьшается, и он становится препятствием для нормальной работы решетки, что выражается в сужении ее рабочего диапазона на низких и высоких частотах. В ДС АР негативное влияние перехода удастся ослабить за счет понижения сопротивления ЛП в месте их сочленения. Благодаря этому шунтирующее влияние шлейфа уменьшается, а полоса рабочих частот расширится.

Таким образом, основной принцип построения ДС АР, описанный в работе [8] и состоящий в использовании понижающего трансформатора сопротивления, сохраняется. Однако положительный эффект достигается не за счет снижения уровня потерь на преобразование в паразитные типы волн, а за счет уменьшения отражений от точки соединения разных ЛП.

Исследуемая ДС АР представляет собой достаточно сложную структуру. Выбор параметров, обеспечивающих ее работу в СШП, очевиден. При решении этой задачи мы использовали результаты работы [10], в которой рассмотрен синтез плавных и ступенчатых трансформаторов сопротивлений, обеспечивающий функционирование в диапазоне частот, большем 10 : 1. В данной работе

синтез проводили в приближении теории ЛП СВЧ. В результате мы получили характеристические сопротивления отрезков ЛП, образующих ступенчатый трансформатор. Применение плавных трансформаторов мы не рассматривали. Отметим, что таким трансформатором является не только полосковый переход, но и планарный рупор, который в нашем случае также имеет ступенчатую структуру.

По полученным значениям сопротивлений мы находили геометрические размеры ЛП, образующих секции АР. Описанная процедура выбора параметров является приближенной. Поэтому одной из целей нашей работы была проверка ее применимости для проектирования ДС АР. Для этого было проведено электродинамическое моделирование отдельных частей решетки: полоскового трансформатора, планарного рупора и перехода.

Переход от системы экранированных полосковых ЛП к планарному рупору ранее теоретически не рассматривался. Поэтому мы его исследовали и оптимизировали численно. В результате были сформулированы рекомендации по выбору параметров этого устройства.

После решения задач синтеза составных частей ДС АР было проведено ее численное исследование в режиме сканирования. Отметим, что синтез переходов проводился для синфазной АР, излучающей по нормали к своей поверхности. Численно анализировалась при помощи модели в виде канала Флоке [11] бесконечная решетка, которая сканировала в двух главных плоскостях.

## 2. ИССЛЕДУЕМАЯ СТРУКТУРА

На рис. 1а и 1б показаны периоды первой и второй секций исследуемой решетки. Первая секция представляет собой полосковый трансформатор сопротивления, размещенный в прямоугольном металлическом канале с размерами по осям  $0x, 0y$ , равными соответственно периодам решетки  $P_{x,y}$ . Полосковая линия имеет постоянную высоту  $h$  и переменную ширину  $W_n, n = 0, 1, \dots, N_1$ . Мы рассматриваем ЛП с воздушным заполнением, поэтому все секции трансформатора имеют одинаковую длину  $L_q$ , равную четверти длины волны в свободном пространстве на центральной частоте рабочего диапазона  $f_0$ . Первая ЛП шириной  $W_0$  образует вход решетки. Последняя ЛП трансформатора с номером  $N_1$  имеет ширину  $W_{N_1}$  равную периоду решетки  $P_x$ . Таким образом, полосковые проводники соседних периодов в этом месте соединяются и образуют планарный рупор (см. рис. 1б).

В точке перехода на рупор размещается вертикальная металлическая стенка, также в этой области в вертикальных боковых стенках металлического канала выполнены щели с размерами  $w_s, L_s$ .

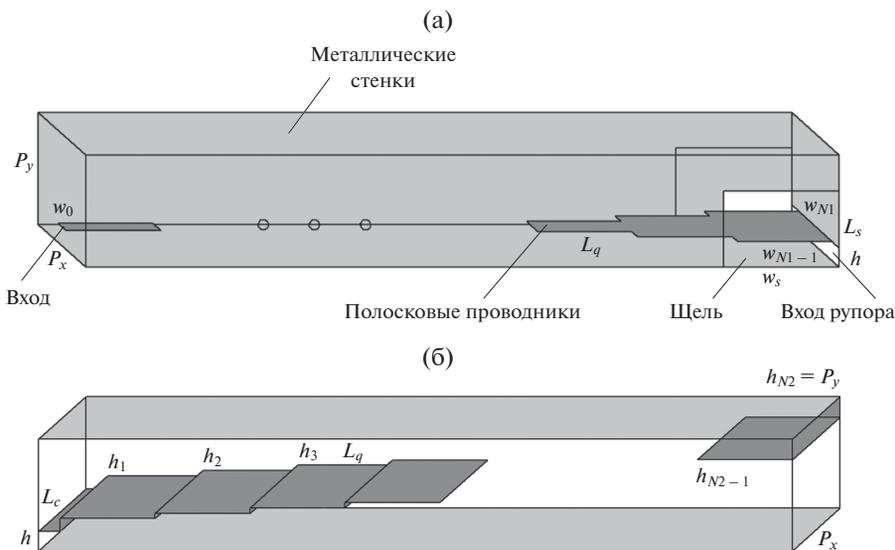


Рис. 1. Первая (а) и вторая (б) секции двухсекционной решетки.

Щели вместе с вертикальной стенкой образуют переход от полоскового трансформатора к планарному рупору.

Рупор представляет собой последовательность плоских волноводов с высотами  $h_m, m = 1, 2, \dots, N_2$ . Все волноводы за исключением первого имеют одинаковую длину  $L_q$ . Первая секция, соединяющая трансформатор и рупор, имеет длину  $L_c$ . Последний волновод имеет высоту  $h_{N_2} = P_y$ . Благодаря этому канал Флоке решетки соединяется с каналом Флоке свободного пространства, что позволяет моделировать процесс излучения. Полосковые проводники полагались бесконечно тонкими и идеально проводящими.

Решетка состоит из набора одномерных линеек, расположенных вдоль оси  $Oy$ . Каждая линейка содержит планарный рупор. Полосковый рупор имеет длину  $L_s$  и выходной раскрыв  $P_x$ , равный периоду АР вдоль оси  $Ox$ . Линейка полосковых рупоров соединена с плоским рупором длиной  $L_h$  и раскрывом  $P_y$ , совпадающим с периодом АР вдоль оси  $Oy$ .

Решетка моделировалась при помощи стандартной системы электродинамического моделирования. На рис. 2 представлена модель для численных расчетов в виде канала Флоке бесконечной двумерной структуры. На ее торцах установлены порты: волновой порт, являющийся входом решетки в виде полосковой ЛП и порт Флоке, моделирующий излучение из решетки в свободное пространство.

На вертикальных боковых стенках, включая область щели в экране полосковой линии, установлены периодические граничные условия, не-

обходимые для работы решетки в режиме сканирования.

Синтез составных частей АР проводился, как отмечено выше, для синфазной решетки. В этом случае удастся избежать трудностей, связанных с применением периодических граничных условий. В силу симметрии периода решетки периодические граничные условия на вертикальных стенках в режиме синфазного возбуждения можно заменить условиями на идеальной магнитной стенке [12]. Такая замена существенно облегчает анализ перехода и планарного рупора.

### 3. СИНТЕЗ ПОЛОСКОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Для выполнения процедуры синтеза необходимо задать нижнюю и верхнюю границы рабочего диапазона  $f_{1,2}$ . Пусть  $f_1 = 0.5$ , а  $f_2 = 10$  ГГц. Следовательно, нашей целью является достижение приемлемых технических характеристик устрой-

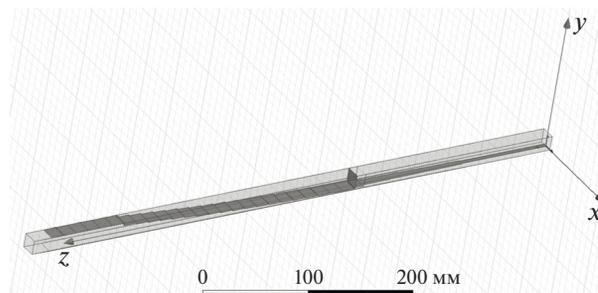


Рис. 2. Модель бесконечной решетки в виде канала Флоке.

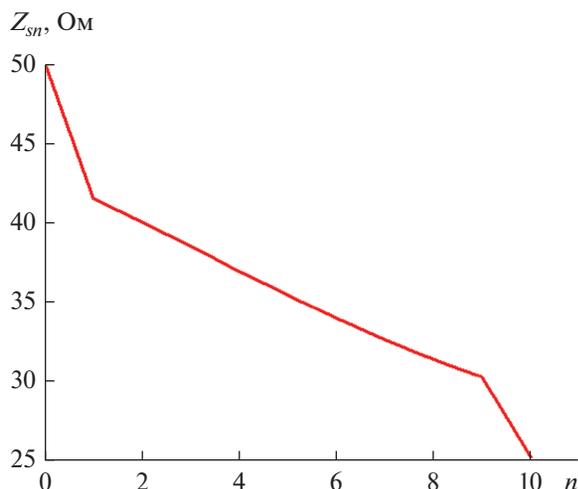


Рис. 3. Зависимость характеристического сопротивления секции полоскового трансформатора от ее номера.

ства в диапазоне частот 20 : 1. Выбор верхней границы диапазона позволяет определить периоды решетки, которые одинаковы и равны половине длины волны на частоте  $f_2$ . Таким образом,  $P_{x,y} = 15$ . Здесь и далее все размеры приведены в миллиметрах. Выбирая периоды описанным выше образом, мы обеспечиваем отсутствие побочных дифракционных максимумов у решетки в режиме сканирования во всей полосе рабочих частот. Центральная частота в нашем случае равна 5.25 ГГц, а  $L_q = 14.29$ .

Пусть характеристическое сопротивление входной ЛП равно стандартному значению 50 Ом. Выходной ЛП трансформатора является планарный рупор. Его сопротивление в синфазном режиме определяется соотношением

$$Z = W_0 h / P_x, \quad (1)$$

где  $W_0$  — волновое сопротивление свободного пространства. Выше мы отмечали, что для улучшения показателей качества решетки желательно снизить сопротивление ЛП в месте их сочленения. По этой причине лучше использовать полосковую ЛП с минимальной высотой  $h$ . Однако в этом случае увеличивается перепад сопротивлений, которые трансформируются в первой и второй секциях АР, что приводит к увеличению их длины, необходимой для хорошего согласования. Нами было выбрано компромиссное значение  $h = 1$ .

Отметим, что использование ЛП с диэлектрическим заполнением позволяет значительно снизить их сопротивление в точке соединения и улучшить характеристики перехода. Однако, по крайней мере на данном этапе, мы отказались от применения диэлектриков. Причина такого решения состоит в том, что в широких полосковых

ЛП с диэлектрическим заполнением могут распространяться высшие типы волн. Они интенсивно возбуждаются, особенно в режиме сканирования в плоскости вектора магнитного поля (горизонтальная плоскость на рис. 1, 2). Возбуждение высших типов волн приводит к ослеплению решетки на некоторых частотах и сужению рабочего диапазона частот.

Видно, что выбор подложки полосковой ЛП является источником технического противоречия, так как, с одной стороны, он расширяет полосу перехода, а с другой — приводит к сужению полосы излучающей части. Отказ от применения диэлектриков нельзя считать доказанным оптимальным решением. Его поиск является предметом отдельного исследования и выходит за рамки данной работы.

Используем алгоритм синтеза, описанный в работе [10], который дает нам значения характеристических сопротивлений отрезков полосковых ЛП  $Z_{sn}$ . Его зависимость от номера секции  $n$ , полученная для  $N_1 = 10$ , представлена на рис. 3. При выбранных параметрах трансформатора его коэффициент отражения в заданной полосе частот не превышает по модулю уровень 0.167.

Следующий этап синтеза трансформатора связан с определением ширины ЛП  $W_n$ . Эта задача была решена с использованием результатов работ [8, 9], в которых рассматривались собственные волны решетки связанных полосковых ЛП. Был разработан алгоритм расчета характеристического сопротивления основной волны структуры в квазипериодическом режиме, т.е. при произвольном фазовом сдвиге между каналами. Полагая его равным  $\pi$ , можно согласно теории АР [12], не нарушая структуры поля, разместить на границах периода металлические стенки и перейти к экранированной полосковой ЛП (см. рис. 1а).

На рис. 4 приведена зависимость сопротивления экранированной полосковой ЛП  $Z_s$  от ширины проводника  $w$  при  $h = 1$ ,  $P_{x,y} = 15$ . На рис. 5 представлена зависимость ширины секции трансформатора от ее номера.

Использованная нами процедура синтеза основана на ряде допущений, основным из которых является предположение о том, что скачок ширины полосковой ЛП можно корректно описать в рамках приближенной теории ЛП СВЧ. Для проверки корректности такого допущения мы на модели данной структуры (рис. 6) провели электродинамический расчет матриц рассеяния скачков полосковых ЛП и сравнили его результаты с приближенной теорией. Модель имеет боковые идеально проводящие стенки, на торцах установлены волновые порты, внутри металлического волново-

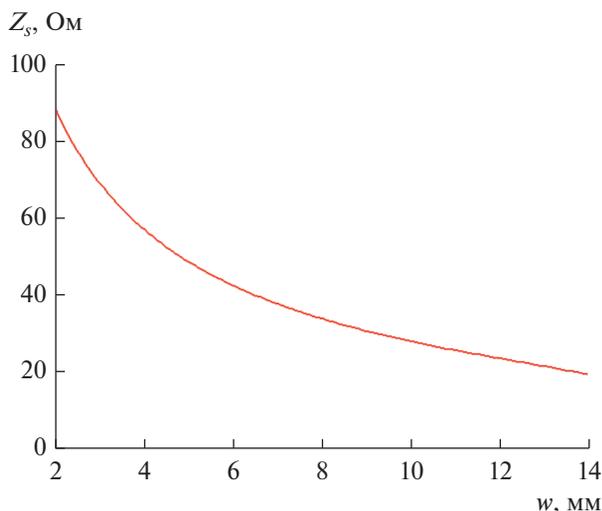


Рис. 4. Зависимость характеристического сопротивления полосковой ЛП от ширины проводника.

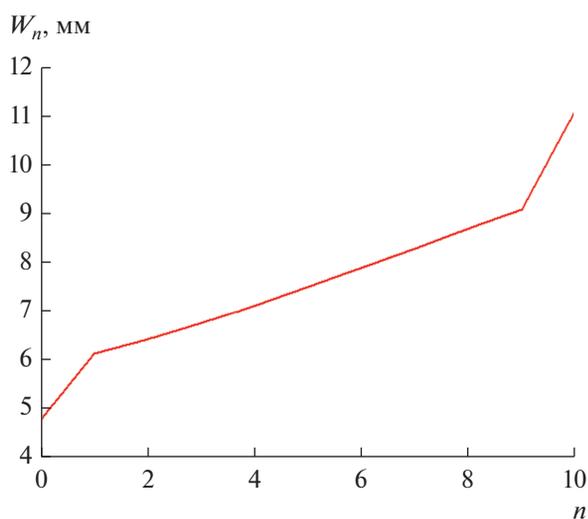


Рис. 5. Зависимость ширины секции полоскового трансформатора от ее номера.

да расположен полосковый проводник, имеющий скачок ширины.

Пусть  $w_{1,2}$  – ширины полосковых ЛП, причем  $w_2 > w_1$ . Введем параметры  $p, q$ :

$$q = w_1/w_2, \quad p = w_2/P_x. \quad (2)$$

На рис. 7 представлена зависимость модуля коэффициента отражения  $R$  скачка ширины от параметра  $q$ , рассчитанная по электродинамической численной модели (сплошные кривые) и по приближенной теории (точки) для  $p = 0.15, 0.55, 0.95$  при  $f = 9.8$  ГГц. Можно отметить достаточно вы-

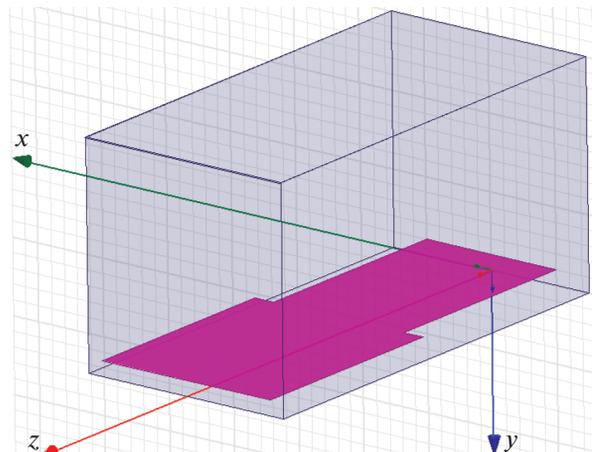


Рис. 6. Модель для численного исследования скачка ширины полосковой ЛП.

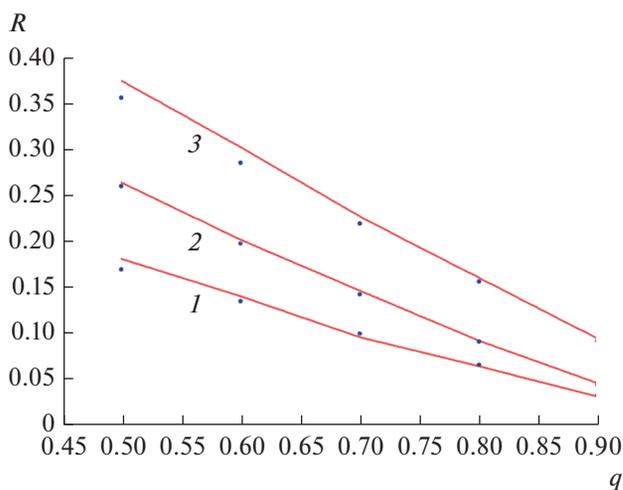
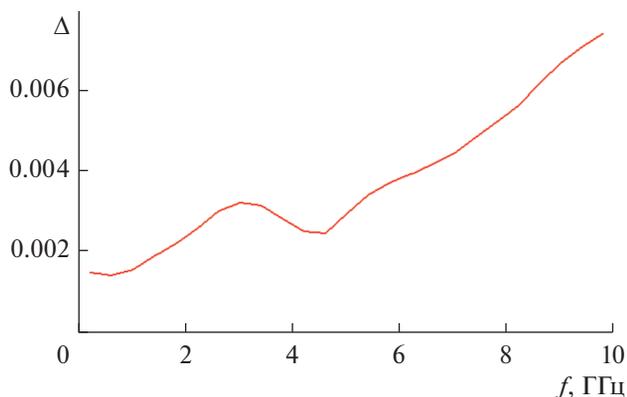


Рис. 7. Зависимость модуля коэффициента отражения скачка ширины полосковой ЛП от параметра  $q$ , рассчитанная при помощи электродинамической численной модели (сплошные кривые) и по приближенной теории (точки) для  $p = 0.15 (1), 0.55 (2)$  и  $0.95 (3)$  при  $f = 9.8$  ГГц.

сокую точность приближенной модели. Расчеты показали, что она растет при уменьшении частоты.

Для количественной оценки точности приближенной модели мы рассчитывали параметр  $\Delta$ , который определяли как модуль средней разности коэффициентов отражения, рассчитанных по приближенной и точной моделям. Усреднение проводилось по параметрам  $p, q: 0.5 \leq q \leq 0.9, 0.15 \leq p \leq 0.95$ .

На рис. 8 показана зависимость параметра  $\Delta$  от частоты. Видно, что погрешность приближенной модели не превышает величины 0.008 во всем диапазоне частот от 0.2 до 10 ГГц.



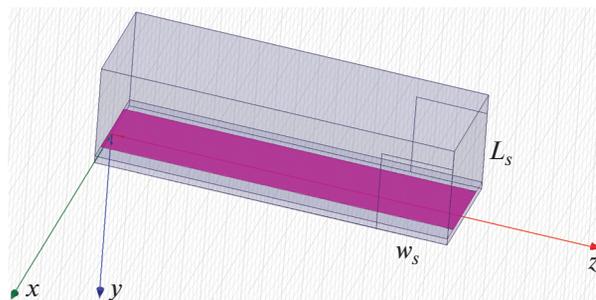
**Рис. 8.** Зависимость средней погрешности приближенной модели сочленения двух полосковых ЛП от частоты.

#### 4. ПЕРЕХОД С ПОЛОСКОВОЙ ЛП НА ПЛАНАРНЫЙ РУПОР

Модель перехода для численного исследования показана на рис. 9. В соответствии с рис. 1а она имеет два порта. Один из них, расположенный слева, представляет собой экранированную полосковую ЛП шириной  $w = 13$ . Другой порт выполнен в виде *ТЕМ*-волновода высотой  $h$  и шириной  $P_x$  с двумя горизонтальными электрическими стенками и двумя вертикальными магнитными стенками. Оставшаяся часть торцевой поверхности структуры является идеальным проводником, так же как и ее боковые горизонтальные поверхности. В вертикальных идеально проводящих стенках выполнены прямоугольные щели размерами  $w_s, L_s$ , в которых установлены граничные условия на идеальной магнитной стенке.

Щель можно рассматривать в качестве короткозамкнутого шлейфа, ограничивающего рабочий диапазон перехода сверху и снизу. Кратко рассмотрим механизм влияния шлейфа на функционирование устройства. На нижних частотах его входное сопротивление, приведенное к плоскости сочленения полосковой ЛП и *ТЕМ*-волновода, имеет индуктивный характер и стремится к нулю при  $f \rightarrow 0$ . При этом происходит короткое замыкание металлических проводников *ТЕМ*-волновода, которое выражается в росте коэффициента отражения перехода. Можно увеличивать индуктивность шлейфа, увеличивая размеры щели. При этом нижняя граница рабочего диапазона будет уменьшаться. Однако при этом одновременно уменьшается верхняя граничная частота.

Причина снижения верхней границы диапазона состоит в том, что в области щели полосковая ЛП имеет не два, а три проводника и, следовательно, в ней наряду с основной волной может



**Рис. 9.** Модель для численного исследования перехода с решетки полосковых ЛП на планарный рупор.

распространяться дополнительная паразитная волна. Волны трехпроводной линии исследованы в работе [9], где показано, что дополнительная волна является *T*-волной. Поэтому когда размеры щели становятся сравнимыми с половиной длины волны в свободном пространстве, в области щели создаются условия для возникновения резонанса паразитной волны. Их появление сопровождается ростом коэффициента отражения от перехода и ослеплением всей решетки в целом. Отметим, что на резонансе входное сопротивление шлейфа стремится к нулю, так же как и на низких частотах.

Задача численного исследования перехода состоит в определении параметров щели, обеспечивающих максимальное значение рабочего диапазона. На рис. 10 показана типичная частотная зависимость модуля коэффициента отражения перехода  $S_{11}$ , выраженного в децибелах. Она получена при  $L_s = 15$ ,  $w_s = 12$  (параметры  $P_{x,y}, h$  были приведены в разд. 3).

На частоте 9 ГГц наблюдается резонанс, о котором мы говорили выше, а на низких частотах также видно увеличение коэффициента отражения, обусловленное уменьшением входного сопротивления щелевого шлейфа. На рис. 11 показано распределение модуля электрического поля на частоте резонанса. Видно, что энергия возбуждаемого колебания концентрируется в области щели. Важно, что она достаточно равномерно распределена в пределах волновода в отличие от собственной волны полосковой ЛП, поле которой преимущественно сосредоточено между полосковым проводником и нижним экраном. Такое распределение поля свидетельствует, что источником резонанса, который возникает в области щели, действительно является паразитная волна *ТЕМ*-волновода, которая возникает в области щели.

Для определения граничных частот рабочего диапазона  $f_{1,2}$  зададим допустимое значение ко-

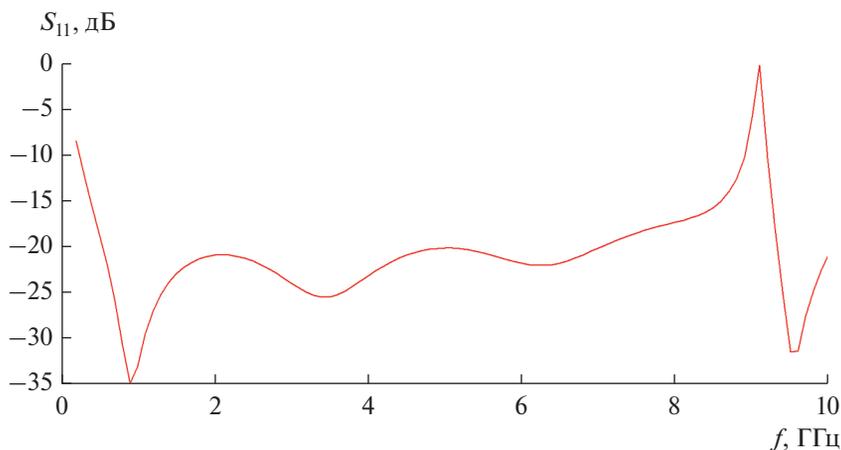


Рис. 10. Типовая частотная зависимость модуля коэффициента отражения перехода.

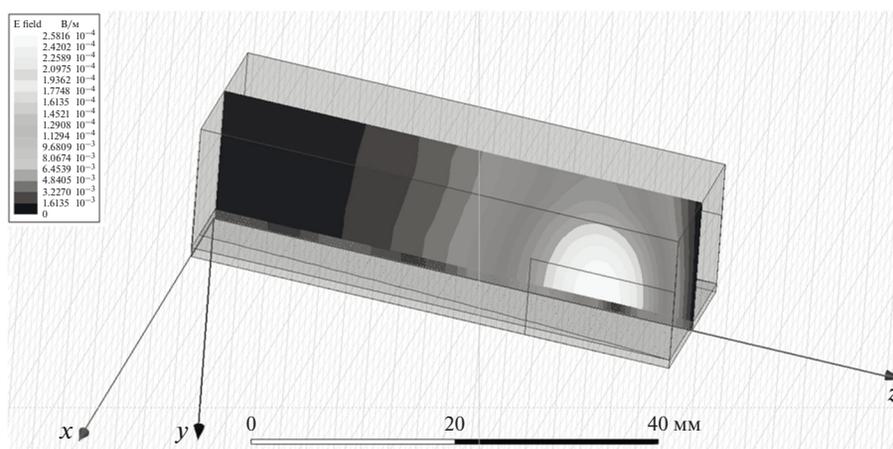


Рис. 11. Распределение интенсивности электрического поля в переходе на частоте резонанса.

ээффициента отражения, равное 10 дБ. Диапазон  $D$  определим через отношение частот  $f_{1,2}$ :

$$D = f_2/f_1. \tag{3}$$

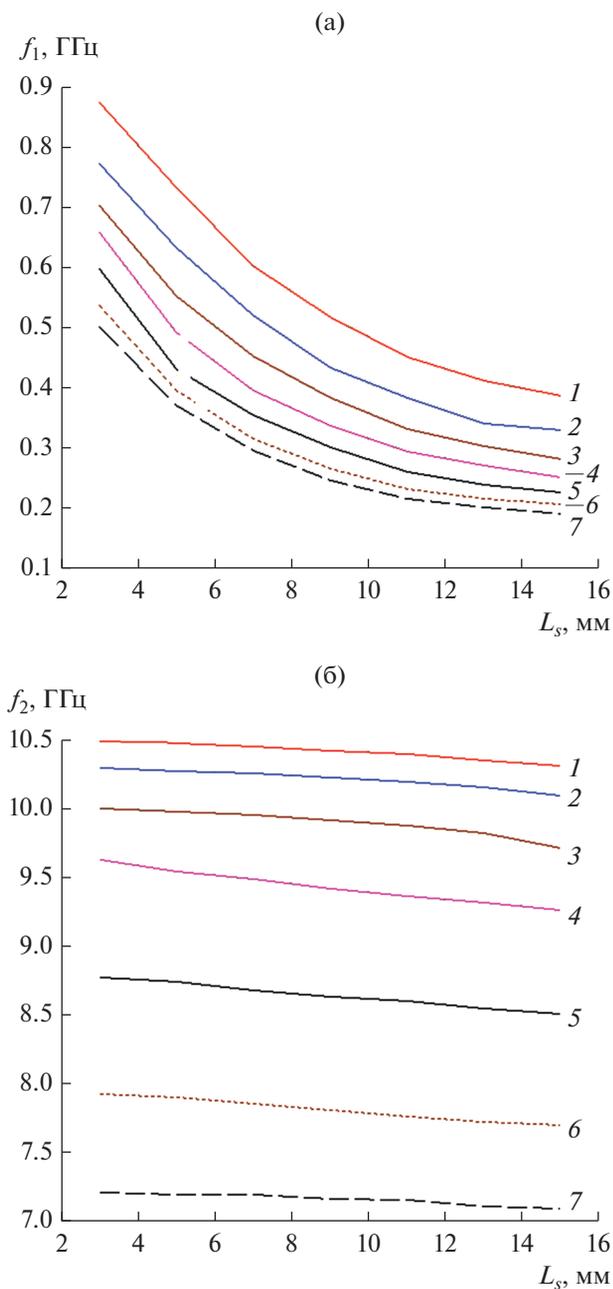
Расчеты частот  $f_{1,2}$  и диапазона  $D$  проводили для  $3 \leq L_s \leq 15$ ,  $5 \leq w_s \leq 17$ . Также было исследовано влияние относительной диэлектрической проницаемости подложки полосковой ЛП  $\epsilon$ , которая принимала значения 1, 2, 4.

На рис. 12а показана зависимость частоты  $f_1$  от длины  $L_s$ , полученная при  $w_s = 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$ ,  $\epsilon = 2$ . Аналогичная зависимость для частоты  $f_2$  показана на рис. 12б. Видно, что условная длина щели  $L_s$  слабо влияет на верхнюю границу рабочего диапазона. При этом ее увеличение существенно снижает частоту  $f_1$ . Отсюда следует вывод, что

максимальный диапазон  $D$  достигается при максимальном значении параметра  $L_s$ , равного  $P_y$ .

Для выбора параметра  $w_s$  рассмотрим зависимость от него диапазона  $D$  (рис. 13а) при  $w_s = 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17$ ,  $\epsilon = 2$ . Видно, что кривые имеют максимум, расположенный в области  $13 \leq w_s \leq 15$ , поэтому, очевидно, именно в этой области следует выбирать размер щели  $w_s$ .

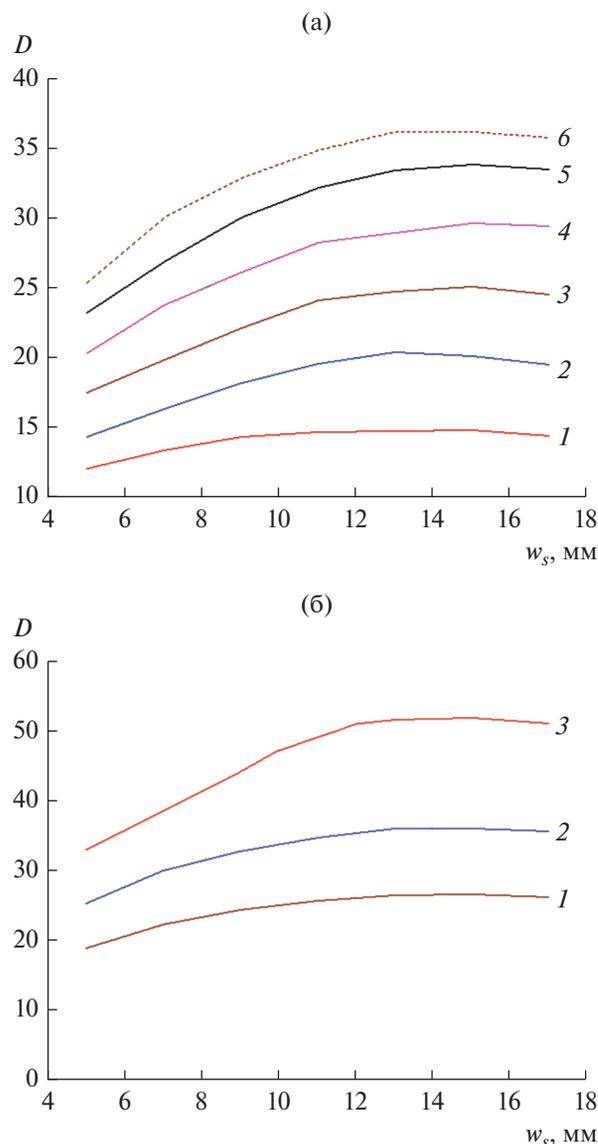
Также рассмотрим зависимость диапазона от параметра  $w_s$  при разных значениях проницаемости (рис. 13б):  $\epsilon = 1, 2, 4$ ,  $L_s = 15$ . Видно, что увеличение диэлектрической проницаемости подложки существенно расширяет диапазон рабочих частот. Причины такого его поведения были пояснены выше.



**Рис. 12.** Зависимость нижней (а) и верхней (б) частоты рабочего диапазона перехода от длины щели  $L_s$  при  $w_s = 5$  (1), 7 (2), 9 (3), 11 (4), 13 (5), 15 (6), 17 (7), при  $\varepsilon = 2$ .

## 5. ПЛАНАРНЫЙ РУПОР

Синтез планарного рупора проводили по методике, представленной в [10]. Переход от характеристических сопротивлений к геометрическим размерам секций осуществлялся по формуле (1). Результаты синтеза – зависимость высоты секции  $h_m$  от ее номера  $m = 1, 2, \dots, 21$  – показаны на



**Рис. 13.** Зависимость рабочего диапазона перехода от ширины щели  $w_s$ : а) при фиксированной  $\varepsilon = 2$  и различной длине щели  $L_s = 5$  (1), 7 (2), 9 (3), 11 (4), 13 (5), 15 (6), 17 (7), б) при фиксированной  $L_s = 15$  и трех значениях проницаемости:  $\varepsilon = 1$  (1), 2 (2), 4 (3) (б).

рис. 14. Максимальное значение коэффициента отражения в полосе пропускания рупора 0.155.

После синтеза рупора единственным неопределенным параметром структуры остается длина первой секции  $L_c$ . Для ее определения проводили расчеты матрицы рассеяния канала Флоке решетки в приближении теории ЛП СВЧ. На рис. 15а–15в показана частотная зависимость модуля коэффициента отражения структуры для  $L_c = 1, 4, 7$ . Видно, что характеристики решетки заметно улучшаются при уменьшении длины  $L_c$ . Полагать ее равной нулю нецелесообразно, так как это приведет к ро-

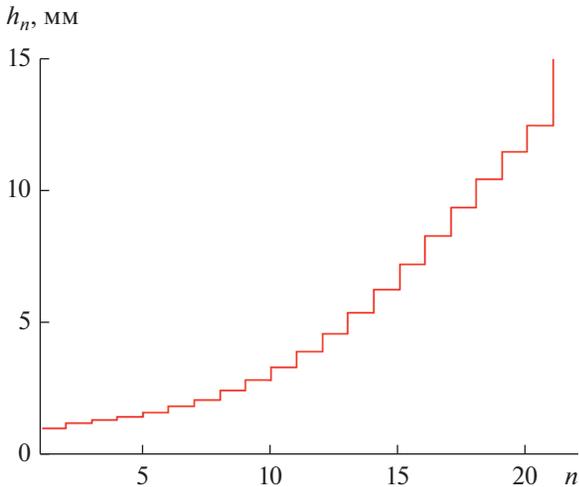


Рис. 14. Зависимость высоты сечения планарного рупора от номера сечения.

сту сопротивления рупора в месте его сочленения с полосковыми ЛП. Поэтому мы приняли этот параметр равным 1, т.е. малой, но конечной величине.

### 6. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В РЕЖИМЕ СКАНИРОВАНИЯ

Были исследованы характеристики решетки при сканировании в двух главных плоскостях, которые обычно называют *E*- и *H*-плоскостями. Направление излучения из решетки описывается двумя углами сферической системы координат  $\varphi, \theta$ : в *H*-плоскости  $\varphi = 0$ , а в *E*-плоскости  $\varphi = 90^\circ$ , угол  $\theta$  увеличивали до тех пор, пока коэффициент отражения от входа решетки не достигал предельного уровня, 10 дБ.

На рис. 16 и 17 представлены частотные зависимости модуля коэффициента отражения, полученные для параметров, приведенных выше. Частотная зависимость на рис. 16 получена для синфазной решетки:  $\theta = 0$ . Зависимости на рис. 17а и 17б рассчитаны при сканировании в *H*- ( $\varphi = 0$ ) и *E*-плоскости ( $\varphi = 90^\circ$ ) соответственно, углы сканирования  $\theta = 20^\circ$  и  $40^\circ$ .

Кривая на рис. 16 позволяет оценить качество описанной выше процедуры синтеза решетки. Следует отметить, что полученный диапазон рабочих частот, определяемый по уровню коэффициента отражения — 10 дБ, весьма близок к расчетному значению  $D = 20$ . Средний уровень пульсаций коэффициента отражения выше расчетного (см. рис. 15а) примерно на 2 дБ, что вполне допустимо, если учесть приближения, сделанные в ходе

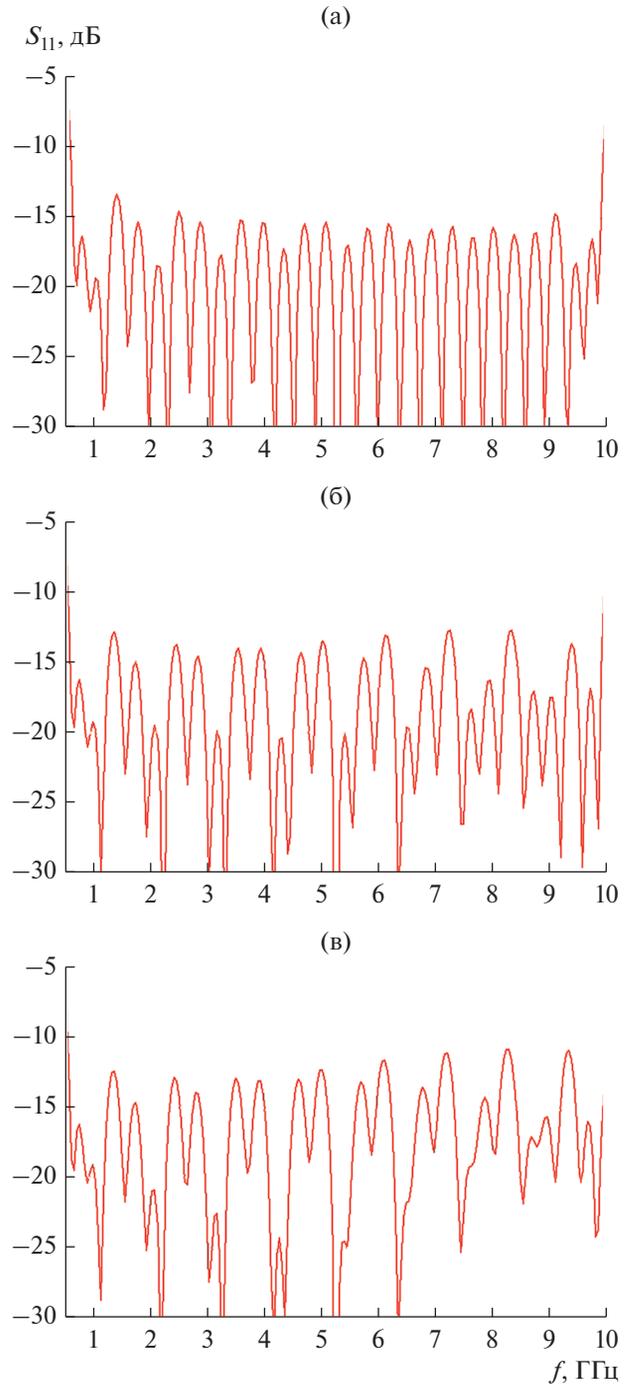


Рис. 15. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения решетки при  $L_c = 1$  (а), 4 (б) и 7 (в), рассчитанная в приближении теории ЛП СВЧ.

синтеза структуры. Увеличение угла сканирования  $\theta$  ухудшает согласование решетки.

Отметим, что характеристики сканирования в двух главных плоскостях близки друг к другу (см. рис. 17а, 17б). Максимальный уровень пульсаций коэффициента отражения при  $\theta = 40^\circ$  достигает пре-

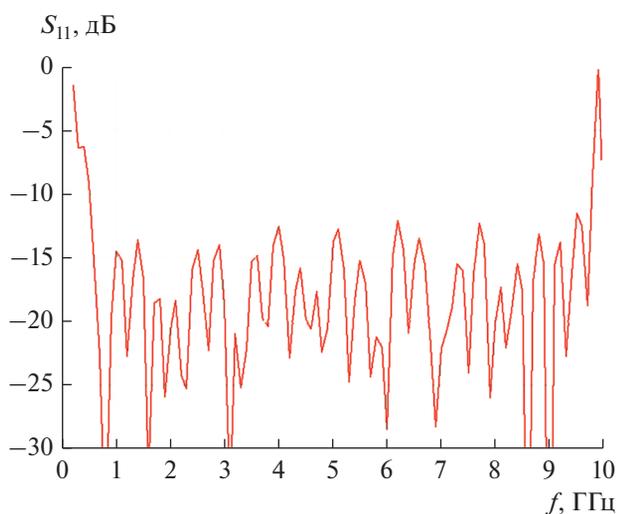


Рис. 16. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения синфазной решетки при  $\theta = 0$ .

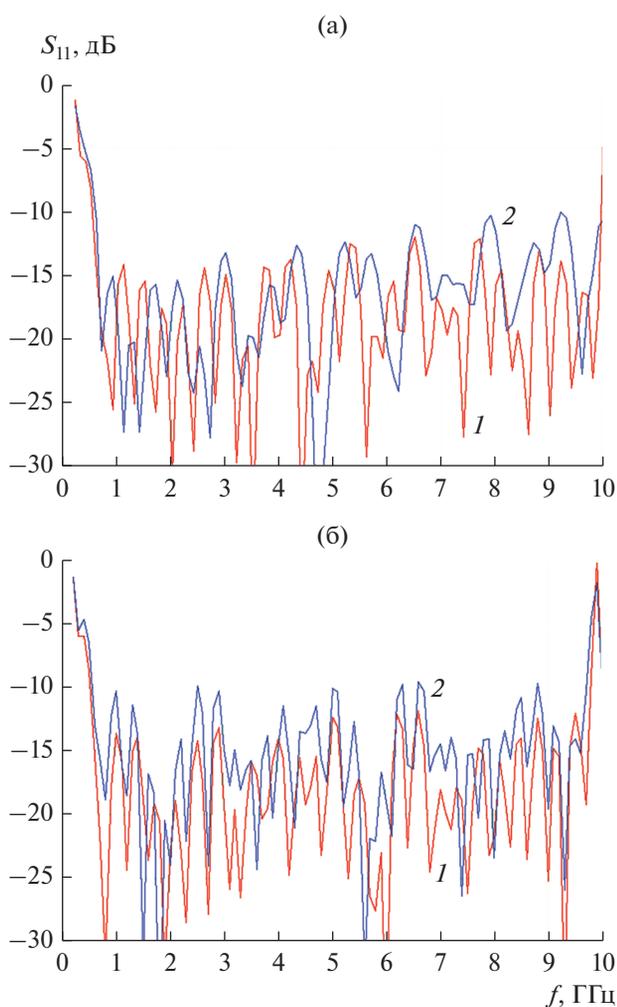


Рис. 17. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения решетки при сканировании в  $H$ -плоскости,  $\varphi = 0$  (а), и в  $E$ -плоскости,  $\varphi = 90^\circ$  (б), при  $\theta = 20^\circ$  (1) и  $40^\circ$  (2).

дельного значения 10 дБ как в  $E$ -, так и в  $H$ -плоскости, при  $\theta < 40^\circ$  диапазон рабочих частот остается близким к 20.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в работе результаты проектирования и численного моделирования ДС АР позволяют утверждать, что предложенная схема построения СШП решетки может служить основой для создания широкоугольных антенн, функционирующих в диапазоне частот значительно превышающем 10. Полученный сектор сканирования, вероятно, может быть расширен путем более детального исследования и оптимизации конструкции АР. Следует также отметить, что результаты, полученные для основного элемента – перехода с ПЛ на планарный рупор, ограничивающего полосу рабочих частот, позволяют рассчитывать также на увеличение диапазона  $D$ . Однако необходимо иметь в виду, что его расширение потребует увеличения длины полосковых трансформаторов и планарного рупора, для того чтобы их диапазоны соответствовали диапазону перехода. Таким образом, платой за более широкую полосу являются увеличенные размеры решетки.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания (тема 0030-2019-0014) и при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-07-00655 а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Schaubert D., Kasturi S., Elsallal M.W., Van Cappellen W.* // Proc. EuCAP-2006. Nice (France), Nov. 2006. P. 1.
2. *Воскресенский Д.И., Котов Ю.В., Овчинникова Е.В.* // Антенны. № 11. 2005. С. 7.
3. *Holter H., Chio T., Schaubert D.H.* // IEEE Trans. 2000. V. AP-48. № 1. P. 122.
4. *Банков С.Е.* // Труды 4-й Всерос. микроволн. конф. Москва, ноябрь 2016. С. 265.
5. *Holter H., Chio T.-H., Schaubert D.H.* // IEEE Trans. 2000. V. AP-48. № 11. P. 1707.
6. *Банков С.Е., Калошин В.А., Неуен К.З.* // Труды 4-й Всерос. микроволн. конф. Москва, ноябрь 2016. С. 410.
7. *Acedo E., Garcia E., González-Posadas V. et al.* // IEEE Trans. V. AP-58. № 1. P. 68.
8. *Банков С.Е.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 524.
9. *Банков С.Е.* // Журн. радиоэлектроники. 2017. <http://jre.cplire.ru/jre/nov17/12/text.pdf>.
10. *Банков С.Е.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 8. С. 741.
11. *Банков С.Е., Курушин А.А., Гутцайт Э.М.* Решение оптических и СВЧ задач с помощью HFSS. М.: Оркада, 2012.
12. *Амитей Н., Галиндо В., Ву Ч.* Теория и анализ фазированных антенных решеток. М.: Мир, 1974.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА  
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.391.004

ЭМИССИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ  
ОТ ЛИНИЙ СВЯЗИ БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ  
БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

© 2020 г. Р. Р. Гайнутдинов<sup>а</sup>, \*, С. Ф. Чермошенцев<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ,  
ул. Карла Маркса, 10, Казань, 420111 Российская Федерация

\*E-mail: emc-kai@mail.ru

Поступила в редакцию 11.04.2018 г.

После доработки 04.07.2018 г.

Принята к публикации 09.07.2018 г.

Предложен подход для исследования эмиссии электромагнитных помех от линий связи бортового оборудования беспилотного летательного аппарата. Рассмотрен беспилотный летательный аппарат, изготовленный из композитного материала. Приведен практический пример исследования электромагнитной обстановки во внутрифюзеляжном пространстве беспилотного летательного аппарата при эмиссии электромагнитных помех от линий связи интерфейсов и сети питания системы управления. Оценено влияние эмиссии электромагнитных помех на радиоприемники бортового оборудования беспилотного летательного аппарата.

DOI: 10.31857/S0033849420020059

ВВЕДЕНИЕ

Современный этап развития летательных аппаратов, характеризуется широким внедрением автоматизированных технических систем. Наиболее высокого уровня автоматизации достигают беспилотные летательные (БЛ) аппараты, что обусловлено использованием дистанционных и автоматических систем управления. Основным критерием, во многом определяющим качество, надежность, функциональную безопасность и радиоэлектронную защиту БЛ-аппаратов, является электромагнитная совместимость (ЭМС). Нарушение ЭМС сложных технических систем, входящих в состав комплекса бортового оборудования БЛ-аппарата, может привести к снижению качества функционирования или к необратимым отказам. Под ЭМС бортового оборудования понимается его функционирование в соответствии с требуемыми техническими характеристиками в реальной электромагнитной обстановке, обусловленной электромагнитными взаимодействиями и воздействиями, не создающими недопустимых электромагнитных помех другому бортовому оборудованию [1, 2].

Высокий уровень автоматизации БЛ-аппаратов достигается за счет массового применения электроники для управления исполнительными механизмами и внедрением автоматизированных систем управления и контроля на основе совре-

менной элементной базы, с низкими уровнями сигналов и питающих напряжений, и делает данные системы менее устойчивыми к электромагнитным воздействиям. При этом состав бортового оборудования БЛ-аппаратов характеризуется одновременным применением аналоговых, цифровых и СВЧ-устройств, работающих в широком диапазоне частот (до нескольких гигагерц), напряжений и токов, что неуклонно расширяет пути электромагнитных взаимодействий. Все это явно приводит к ухудшению электромагнитной обстановки и трудностям в обеспечении ЭМС.

Наряду с увеличением уровня автоматизации в авиационной технике наблюдается устойчивая тенденция к уменьшению массы и увеличению прочности фюзеляжа летательного аппарата. Данные характеристики летательных аппаратов достигаются применением композитных (углепластиковых и стеклопластиковых) материалов. Однако улучшение одних характеристик летательного аппарата явно приводит к ухудшению других. Применение фюзеляжей летательных аппаратов на основе композитов (полностью или частично) явно усложняет обеспечение ЭМС бортового оборудования. Параметры композитных материалов характеризуются низкой электрической проводимостью [3], эффективностью экранирования, анизотропностью и т.д.

## 1. АКТУАЛЬНОСТЬ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СОВМЕСТИМОСТИ БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ ПРИ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ

Проблема исследования и обеспечения ЭМС бортового оборудования наибольшую актуальность приобретает именно для БЛ-аппаратов. Данный факт обусловлен необходимостью надежного функционирования в ограниченном пространстве композитного фюзеляжа большого количества электротехнических, электронных и радиоэлектронных систем. Для исследования ЭМС в первую очередь необходимо определить электромагнитную обстановку возле БЛ-аппаратов и во внутрифюзеляжном пространстве, вызванную функционированием бортового оборудования. Одним из основных источников электромагнитных помех во внутрифюзеляжном пространстве БЛ-аппарата является эмиссия электромагнитных помех, характеризующаяся излучениями линий связи при функционировании бортового оборудования. Линии связи подобно антеннам излучают электромагнитные поля, создавая паразитную электромагнитную обстановку [2, 4].

Большой вклад в решение задач связанных с исследованиями эмиссии электромагнитных помех от блоков и линий связи электронных средств внесли российские ученые и специалисты [5, 6]. Среди зарубежных авторов в первую очередь необходимо отметить работы [7–9], в которых описаны теоретические и экспериментальные методики исследования помех излучаемых линиями связи при функционировании технических систем. Основу исследований, как правило, составляют экспериментальные и аналитические методы исследований. Для исследования эмиссии также применяются методы электродинамического моделирования при существенном упрощении объекта исследования. В работах даны рекомендации для уменьшения помехоэмиссии на основе развития базовых методов обеспечения ЭМС. Широкий круг работ носит сугубо практический характер, т.е. описывается опыт исследования и обеспечения ЭМС при эмиссии электромагнитных помех от устройств или систем конкретного типа. При этом вопросы эмиссии электромагнитных помех от бортового оборудования БЛ-аппаратов не нашли должного отражения в научно-технической литературе.

Цель данной работы – исследование эмиссии электромагнитных помех от линий связи и их влияние на функционирование бортового оборудования БЛ-аппаратов. В качестве примера рассматриваются интерфейсы, формирующие систему управления БЛ-аппаратов и сеть питания.

Можно выделить два аспекта задачи влияния эмиссии электромагнитных помех на бортовое оборудование БЛ-аппаратов. Первое заключает-

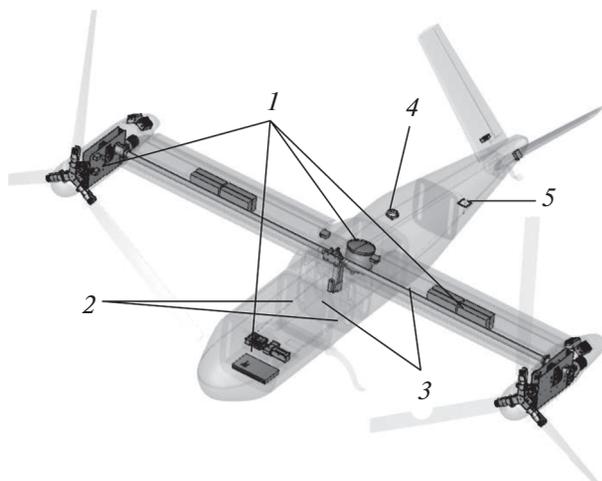
ся в исследовании электромагнитной обстановки, создаваемой излучениями линий связи интерфейсов и сети питания. Данная информация может быть полезна при определении оптимальных мест размещения бортового оборудования. Второй аспект связан с влияниями излучений от линий связи на радиоприемники бортового оборудования, а именно на радиоканал системы управления БЛ-аппаратов.

## 2. МЕТОДЫ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ

Исследование эмиссии электромагнитных помех от интерфейсов БЛ-аппаратов может быть проведено методами, основанными на аналитических расчетах, экспериментальных исследованиях и электродинамическом моделировании. Аналитические методы не позволяют учитывать множество факторов, влияющих на точность прогнозирования. Экспериментальные исследования применимы лишь на поздних этапах разработки БЛ-аппаратов, что не позволяет оценить ЭМС, когда объект еще в “цифровом виде”. Для прогнозирования эмиссии электромагнитных помех от интерфейсов БЛ-аппаратов предлагается применять программные реализации численных методов на основе разработки имитационных моделей. В качестве инструмента для прогнозирования предлагается использовать программы моделирования электромагнитных полей: Microwave Studio, FEKO и т.д. В данных программах в основном используются сеточные методы: метод конечных элементов, метод конечных разностей во временной и частотной областях, TLM-метод, метод конечных интегралов [10]. Проведенные авторами [11–13] исследования прогнозирования ЭМС технических систем с применением подхода на основе электродинамического моделирования в аналогичных задачах и сопоставление полученных результатов с экспериментальными данными показывают расхождения не более 15%, при полном и корректном описании объекта исследования.

### 2.1. Беспилотный летательный аппарат

Исследуем эмиссию электромагнитных помех от линий связи БЛ-аппаратов на практическом примере. Рассмотрим БЛ-аппарат, который имеет следующие параметры: длина 3100 мм, размах крыльев 3180 мм; ширина и высота фюзеляжа 380 мм, толщина материала 5 мм, тип материала слоистый композит (углепластик). Параметры материала фюзеляжа описываются формулой Дебая (параметры на частоте 1000 МГц: электрическая проводимость 1.5 См/м; диэлектрическая проницаемость 7.5). Антенна радиомодема представлена четвертьволновым вибратором и расположена



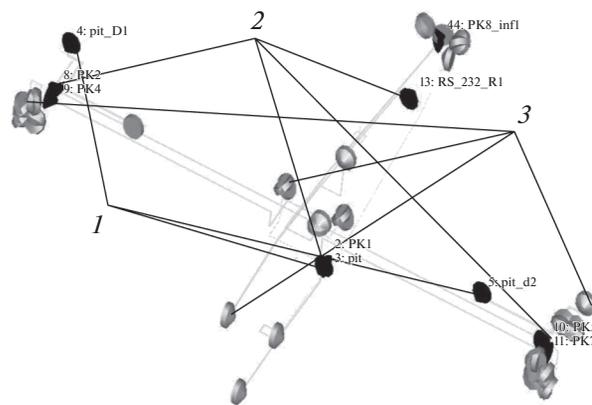
**Рис. 1.** Компонентная схема БЛ-аппарата: 1 – блоки бортового оборудования; 2 – линии связи интерфейсов; 3 – линии связи сети питания; 4 – антенна спутникового приемника; 5 – антенна приемопередатчика радиолинии.

в хвостовой части фюзеляжа, а антенна спутникового навигационного приемника – в центре (рис. 1). Параметры радиоприемника и спутникового приемника: частота 2.4 и 1.5 ГГц, чувствительность приемника –90 и –120 дБм соответственно. Структура системы управления БЛ-аппарата построена на основе базового интерфейса RS-485. Посредством преобразователей и широтно-импульсной модуляции сигналы управления поступают от интерфейса RS-485 к исполнительным механизмам. Интерфейс RS-232 используется для организации связи блока системы управления с радиомодемом.

Перечислим основные конструктивные и электрофизические параметры интерфейсов и линий связи следующие.

а. *Интерфейс RS-485.* Общая длина линии связи интерфейса 9354 мм (на физическом уровне представлена кабелем FTP 4-cat5E). При моделировании интерфейса RS-485 на концы линий связи подключаются эквивалентные согласующие нагрузки в 120 Ом. При этом в каждом месте подключения преобразователя (периферийного контроллера интерфейса RS-485) параллельно линии связи подключается источник сигналов соответствующий паспортным характеристикам данного интерфейса. В работе исследован наихудший случай: одновременная передача информации по интерфейсу, т.е. активированы все контроллеры. Также в начале линий связи на вторую пару кабеля подается напряжение для питания периферийных контроллеров.

б. *Интерфейс RS-232.* Длина линий связи 1863 мм для подключения радиомодема (на физическом уровне интерфейс представлен кабе-



**Рис. 2.** Схема трассировки линий связи с источниками сигналов и согласующими элементами: 1 – источники напряжения питания; 2 – источники сигналов интерфейсов; 3 – согласующие элементы.

лем FTP 4-cat5E). В случае с интерфейсом RS-232 к одному концу линии связи подключается источник сигнала в соответствии с паспортными характеристиками интерфейса, а к другому – эквивалентная нагрузка 120 Ом.

в. *Широтно-импульсная модуляция (ШИМ).* Используется для управления исполнительными механизмами через преобразователь интерфейса RS-485 (на физическом уровне представлен набором трех проводов МГТФ 0.12). Для каждого комплекта проводов, объединяющих преобразователи и исполнительные механизмы, к одному концу комплекта проводов подключаются источник сигнала с напряжением в соответствии с инструкцией (5 В, транзисторно-транзисторная логика), а к другому – эквивалентные нагрузки 50 Ом.

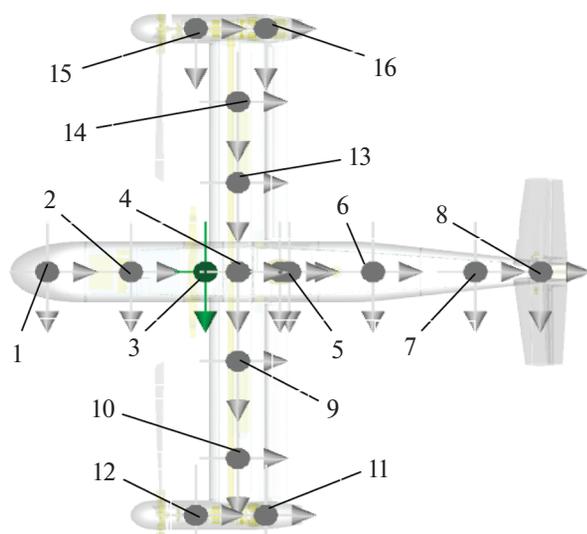
г. *Сеть питания бортового оборудования.* На физическом уровне представлены набором из двух проводов МГТФ 0.14. В линии связи сети питания бортового оборудования подается напряжение 12 В.

д. *Сеть питания силовой установки.* На физическом уровне представлены набором из двух проводов АWG8. На линии связи питания силовой установки подается напряжение 60 В.

Структура трассировки линий связи интерфейсов с источниками сигналов и согласующими элементами представлена на рис. 2.

## 2.2. Модели для исследования электромагнитной обстановки и влияния эмиссии электромагнитных помех на бортовое оборудование

Проведено исследование распределения напряженности электрического поля при эмиссии электромагнитных помех от линий связи интерфейсов и сети питания. Напряженность электромагнит-



**Рис. 3.** Точки расчета (№ 1–16) напряженности электромагнитного поля во внутрифюзеляжном пространстве БЛ-аппарата.

ного поля во внутрифюзеляжном пространстве БЛ-аппарата, создаваемая излучениями от линий связи, рассчитывается в точках, представленных на рис. 3.

Имитационная модель БЛ-аппарата разработана для исследования эмиссии электромагнитных помех от линий связи. Модель учитывает геометрические и электрофизические параметры БЛ-аппарата, а именно: расположение блоков бортового оборудования в БЛ-аппарате; параметры материала фюзеляжа и оперения БЛ-аппарата; расположение антенных систем; геометрические и электрофизические параметры линий связи и их геометрию прокладки по БЛ-аппарату; временные и амплитудные параметры сигналов интерфейсов и уровень напряжения питания устройств.

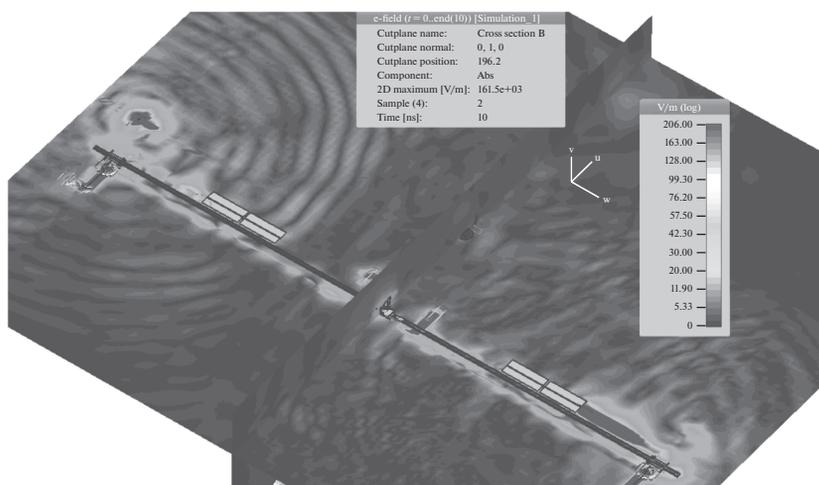
### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ОБСТАНОВКИ ПРИ ЭМИССИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОМЕХ

Эмиссия электромагнитных помех была исследована одновременно от всех интерфейсных и силовых линий связи. Вначале рассчитывали напряженность электромагнитного поля, создаваемую эмиссией электромагнитных помех во внутрифюзеляжном пространстве. Распределение напряженности электрического поля в пространстве БЛ-аппарата при излучении линий связи интерфейсов и сети питания представлено на рис. 4.

Сводные значения напряженности электрического поля при эмиссии электромагнитных помех от линий связи, рассчитанные в соответствующих точках внутрифюзеляжного пространства БЛ-аппарата, представлены на рис. 5.

При эмиссии электромагнитных помех от линий связи во внутрифюзеляжном пространстве БЛ-аппарата отмечается сложная электромагнитная обстановка. Значения напряженности электрического поля максимальны в точках (4, 8 и 14), которые расположены рядом с наибольшим количеством линий связи в центре БЛ-аппарата, крыльях и ближе к мотогондолам. В данных точках внутрифюзеляжного пространства напряженность электрического поля превосходит минимальные уровни, установленные нормативными документами [14]. Следует отметить, что максимальны значения напряженности электрического поля в отсеках с компактным расположением линий связи широтно-импульсной модуляции, которые объединяют периферийные контроллеры с исполнительными механизмами.

Максимальное значение напряженности электрического поля достигает 161 В/м, в точке № 14 (рис. 6). При этом электромагнитная волна имеет



**Рис. 4.** Распределение напряженности электрического поля по БЛ-аппарату.

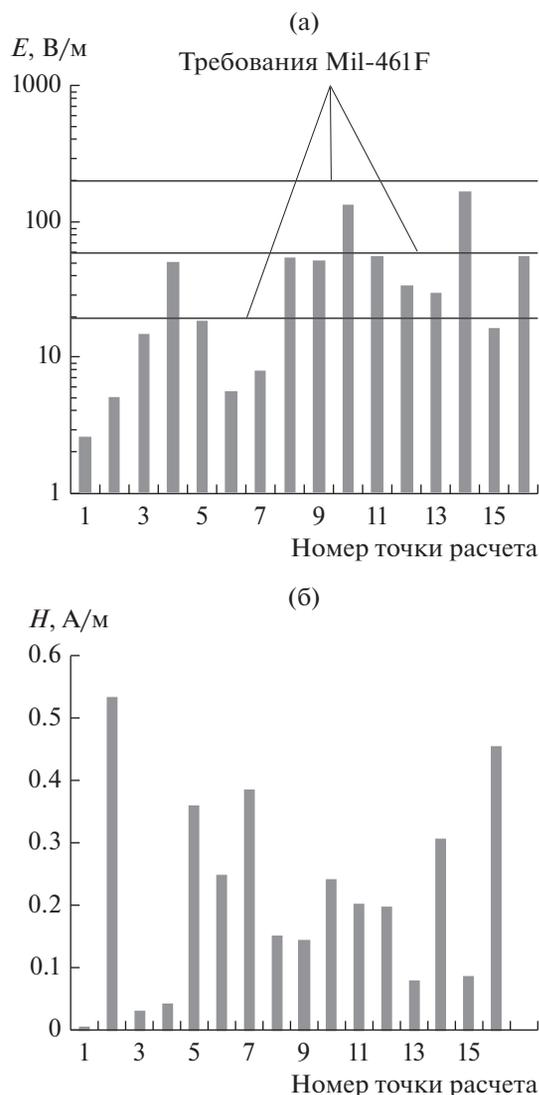


Рис. 5. Уровни напряженности электрического (а) и магнитного (б) полей в точках расчета.

сложную форму, обусловленную влиянием излучений одновременно нескольких линий связи. Основные колебания электромагнитной волны соответствуют частоте 1.5 ГГц. Были сопоставлены требования нормативно-технических документов (Mil-461E-std) с рассчитанными значениями напряженности электрического поля. Определено, что уровни напряженности электрического поля во внутрифюзеляжном пространстве БЛ-аппарата при эмиссии достигают высоких значений и приведут к нарушению качества функционирования бортового оборудования БЛ-аппарата при несоблюдении требований по уровням помехоустойчивости бортового оборудования, которое размещено в летательном аппарате, изготовленном в композитном фюзеляже.

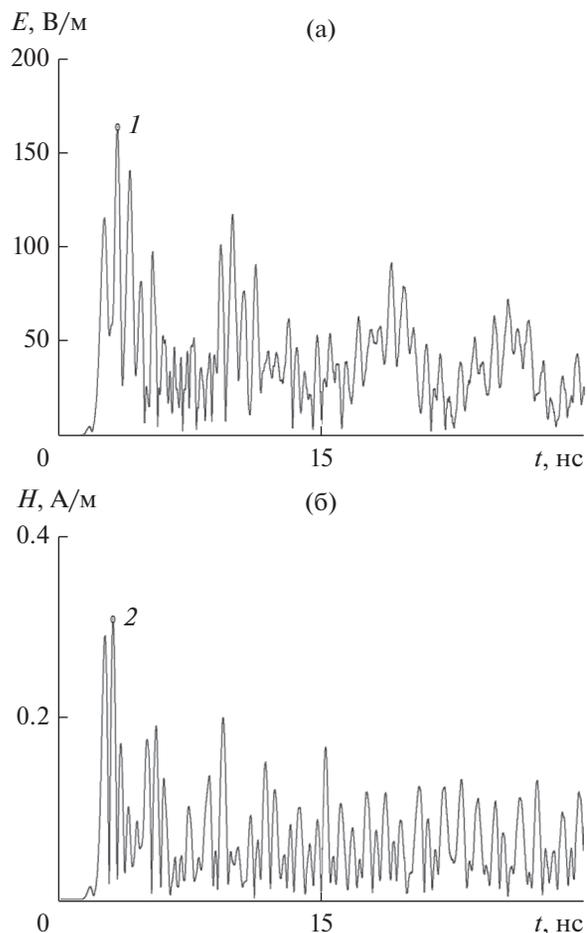
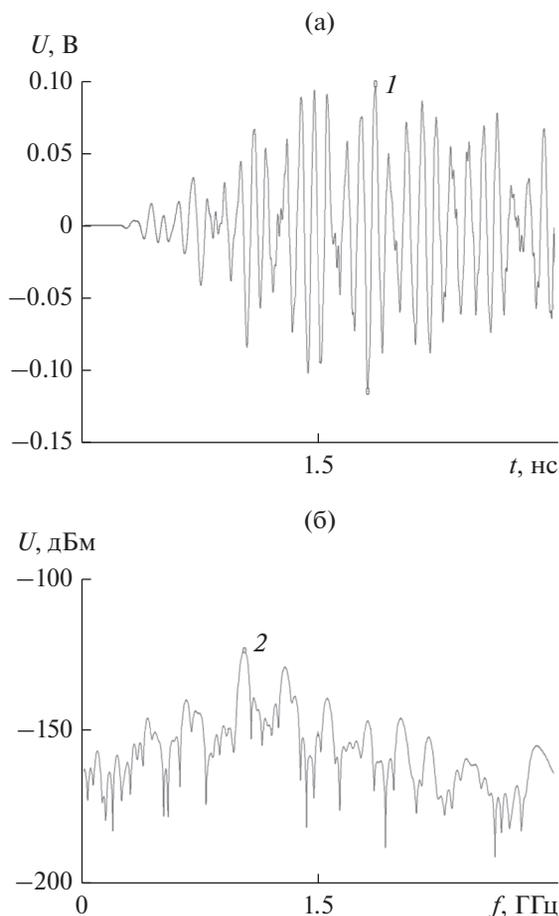


Рис. 6. Зависимость изменения напряженности электрического (а) и магнитного (б) полей от времени; максимальные значения 163 (1) и 0.36 А/м (2).

Для улучшения электромагнитной обстановки во внутрифюзеляжном пространстве БЛ-аппарата необходимо обеспечить экранирование линий связи широтно-импульсной модуляции на уровень выше 60 дБ. Экранирование линий связи широтно-импульсной модуляции предлагается проводить по ОСТ 1 01025-82 [15]. Для этих целей может быть использовано устройство выравнивания опорного потенциала [16]. Для достижения требуемой эффективности экранирования могут быть применены методы оптимального проектирования [17].

### 3.1. Результаты исследования электромагнитной совместимости радиоприемников при влиянии эмиссии электромагнитных помех через антенно-фидерные тракты

Далее были рассчитаны электромагнитные помехи на нагрузке 50 Ом в антенно-фидерном тракте спутниковой навигационной системы и

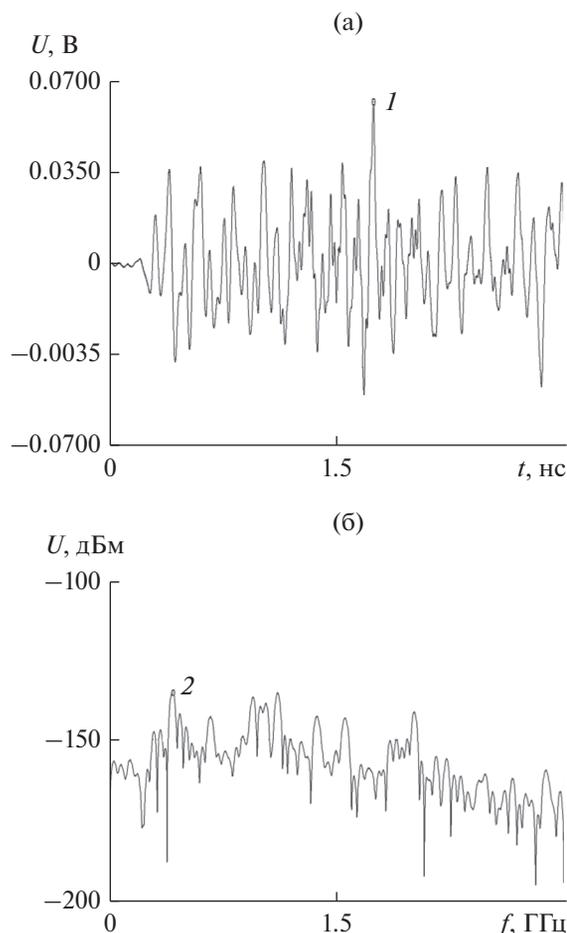


**Рис. 7.** Электромагнитная помеха в антенно-фидерном тракте спутниковой навигационной системы во временной области (а) и спектр плотности мощности (б); максимальные значения 0.09 (1) и  $-126$  дБм (2).

радиолинии. Электромагнитная помеха в антенно-фидерном тракте спутниковой навигационной системы представлена на рис. 7.

Уровни электромагнитных помех в антенно-фидерном тракте спутниковой навигационной системы достигают значений по амплитуде в 0.21 В, а основная частота колебаний соответствует 1 ГГц. Уровень электромагнитной помехи в антенно-фидерном тракте на частоте работы радиоприемника составляет  $-137$  дБм, уровень чувствительности радиоприемника  $-123$  дБм. Следовательно, нарушения качества функционирования спутниковой навигационной системы в результате эмиссии электромагнитных помех не произойдет, также не произойдет блокирование работы приемника на частоте электромагнитной помехи ( $-123$  дБм).

Электромагнитная помеха в антенно-фидерном тракте радиолинии представлена на рис. 8. Уровни электромагнитных помех в антенно-фидерном тракте радиолинии достигают значений по амплитуде в 0.06 В, основная частота колеба-



**Рис. 8.** Электромагнитная помеха в антенно-фидерном тракте радиолинии во временной области (а) и спектр плотности мощности (б); максимальные значения 0.06 (1) и  $-135$  дБм (2).

ний составляет 0.4 ГГц. Уровень электромагнитной помехи в антенно-фидерном тракте на частоте работы радиоприемника составляет  $-164$  дБм, уровень чувствительности радиоприемника составляет  $-90$  дБм. Следовательно, нарушения качества функционирования радиолинии в результате эмиссии электромагнитных помех не произойдет. Также не произойдет блокирование работы приемника на частоте электромагнитной помехи ( $-135$  дБм). Однако данные электромагнитные помехи необходимо учитывать при исследовании возникновения кумулятивных эффектов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По результатам работы можно сделать следующие основные выводы.

1. Предложен подход для исследования эмиссии электромагнитных помех от линий связи бортового оборудования БЛ-аппарата.

2. Разработаны имитационные модели БЛ-аппарата и его элементов, которые позволяют прогнозировать электромагнитную обстановку во внутрифюзеляжном пространстве и электромагнитные помехи в антенно-фидерных трактах при эмиссии электромагнитных помех от линий связи. При этом детально учитываются геометрические, конструкционные и электрофизические параметры БЛ-аппарате (расположение блоков электронного оборудования в БЛ-аппарате; параметры материала корпуса БЛ-аппарата, параметры кабелей и геометрия их прокладки).

3. Исследования электромагнитной обстановки во внутрифюзеляжном пространстве БЛ-аппарата при эмиссии электромагнитных помех показывают, что прогнозируемые уровни напряженности электромагнитного поля могут достигать 161 В/м. Сопоставление данных уровней с требованиями нормативных документов показывает, что ЭМС бортового оборудования БЛ-аппарата обеспечена не будет. Следовательно, необходимо применение конструкционных методов обеспечения ЭМС.

4. Уровни электромагнитных помех в антенно-фидерных трактах достигают значений по амплитуде: для радиолинии 0.06 В, а основная частота колебаний составляет 0.4 ГГц; для спутниковой навигационной системы 0.21 В, при частоте 1 ГГц. Данные значения электромагнитных помех в антенно-фидерных трактах радиолинии и спутниковой навигационной системы показывают отсутствие влияния эмиссии электромагнитных помех. Однако данные электромагнитные помехи необходимо учитывать при исследовании влияний радиопередатчиков на радиоприемники радиоэлектронных средств.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балюк Н.В., Болдырев В.Г., Булеков В.П. и др. Электромагнитная совместимость технических средств подвижных объектов. М.: Изд-во МАИ, 2004.
2. Гайнутдинов Р.Р., Чермошенцев С.Ф. // Изв. вузов. Авиационная техника. 2016. Т. 59. № 4. С. 155.
3. Dawson J.F. // Aerospace Electromagnetic Compatibility: Proc. 2016 ESA Workshop. 23–25 May 2016, Valencia. P. 1.
4. Кечиев Л.Н., Лемешко Н.В. // Технологии электромагнитной совместимости. 2010. № 2. С. 3.
5. Кириллов В.Ю., Марченко М.В., Томилин М.М. Электромагнитная совместимость бортовой кабельной сети летательных аппаратов. М.: Изд-во МАИ, 2014.
6. Чермошенцев С.Ф. Информационные технологии электромагнитной совместимости электронных средств. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2000.
7. Paul C.R. Analysis of Multiconductor Transmission Lines. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2007.
8. Sorensen M., Hubing T.H., Jensen K. // Proc. 2016 IEEE Intern. Symp. on Electromagnetic Compatibility, Ottawa, 25–29 July 2019. P. 36.
9. Baklezos A.T. // IEEE Trans. 2016. V. EC-58. № 6. P. 1694.
10. Su C., Ke H., Hubing T. // Proc. of the 25th International Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, March 8–12, 2009, Monterey, California, USA. P. 736.
11. Chermoshentsev S.F., Gaynutdinov R.R. // Proc. 2015 XVIII Intern. Conf. on Soft Computing and Measurements (SCM), St. Petersburg, 2015. P. 90.
12. Гайнутдинов Р.Р. // Вестник Казан. гос. тех. ун-та им. А.Н. Туполева. 2012. № 3. С. 132–137.
13. Artemiev I.V., Gaynutdinov R.R., Chermoshentsev S.F. // Proc. 2018 19th Intern. Conf. of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM), Erlagol, 2018.
14. Кечиев Л.Н., Балюк Н.В. Зарубежные военные стандарты в области ЭМС. М.: Грифон, 2014.
15. ОСТ 1 01025-82 Экранирование проводов, жгутов, кабелей и металлизация самолетов (вертолетов). Общие технические требования. 24 с. <https://pdf.standartgost.ru/catalog/Data2/1/4293834/4293834470.pdf>
16. Чермошенцев С.Ф., Гайнутдинов Р.Р. Устройство выравнивания опорного потенциала (варианты). Пат. РФ № 2583101. Оpubл. 10.05.2016.
17. Gaynutdinov R.R., Suzdaltsev I.V. // Proc. 2019 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2019. Sochi, 2019.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874;621.396

### СТРУКТУРА ИСКУССТВЕННОГО МАГНИТНОГО ПРОВОДНИКА С ВЫСОКОЙ УГЛОВОЙ УСТОЙЧИВОСТЬЮ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ

© 2020 г. Ю. Н. Казанцев<sup>а, \*</sup>, Г. А. Крафтмахер<sup>а</sup>, В. П. Мальцев<sup>а</sup>, В. С. Солосин<sup>а</sup><sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: yukazantsev@mail.ru

Поступила в редакцию 24.12.2018 г.

После доработки 24.12.2018 г.

Принята к публикации 11.01.2019 г.

Рассмотрен искусственный магнитный проводник на основе емкостной решетки, период которой велик по сравнению с расстоянием между решеткой и экраном. Показано, что электромагнитное поле в такой структуре идентично полю в тонком плоском волноводе, а резонансные частоты определяются в основном периодом и расстоянием между соседними элементами решетки. Численный расчет частотной зависимости фазы коэффициента отражения подтвердил свойство структуры как искусственного магнитного проводника с высокой угловой устойчивостью резонансной частоты: так, смещение резонансной частоты не превышает 1.5% при изменении угла падения волны в интервале  $0^\circ \dots 60^\circ$ . Измерения, проведенные на волноводных моделях, подтвердили свойства структуры и как искусственного магнитного проводника, и как резонансного радиопоглопителя.

DOI: 10.31857/S0033849420030079

#### ВВЕДЕНИЕ

Искусственный магнитный проводник (ИМП) — это плоская структура, для которой коэффициент отражения электромагнитной волны (по электрическому полю) равен  $+1$ , а не  $-1$ , как в случае отражения от электропроводящей плоскости. Типичная конструкция ИМП представляет собой емкостную решетку (либо пару решеток), расположенную на слое диэлектрика, металлизированном с противоположной стороны [1–6]. Такая конструкция обладает свойствами ИМП в ограниченной рабочей полосе частот вблизи резонансной частоты, которая, в частности, зависит от угла падения волны. Эта зависимость может быть снижена с помощью проводников, связывающих элементы решетки с металлическим экраном [7–13], что, однако, усложняет конструкцию ИМП. Поэтому поиск и анализ других способов снижения угловой зависимости резонансной частоты представляется достаточно важным.

Цель данной работы — изучить свойства ИМП-структуры на основе емкостных решеток, в которой период решетки много больше расстояния между решеткой и металлическим экраном.

#### 1. ИМП НА ОСНОВЕ ЕМКОСТНОЙ РЕШЕТКИ

Типовая схема ИМП на основе решетки из квадратных металлических элементов дана на рис. 1а. Обычно размер элемента решетки  $2a$  и период  $P$

сравнимы с толщиной  $D$  структуры ИМП, а промежуток между элементами  $\delta \ll 2a$ . Причем все эти размеры малы по сравнению с резонансной длиной волны. Типичная картина электрического поля на резонансной длине волны в сечении 1-1 схематически представлена на рис. 1в. Резонанс происходит в тонком слое диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon$  между решеткой, которую можно рассматривать как однородную полупрозрачную поверхность, и металлическим экраном. Резонансная частота  $f_p$  определяется характеристиками решетки и толщиной  $D$ . При нормальном падении волны на ИМП эта частота вычисляется по следующей приближенной формуле [14]:

$$f_p = c/4\sqrt{\pi^3 C_0 D P}, \quad (1)$$

где  $C_0 = \frac{(\epsilon + 1) \ln(2P/\pi\delta)}{4\pi^2}$ ,  $c$  — скорость света.

При наклонном падении волны резонансная частота и, соответственно, положение полосы рабочих частот ИМП существенно изменяются, поскольку меняется как “прозрачность” решетки, так и эффективная электрическая толщина слоя.

Совершенно иная картина электрического поля на резонансной частоте имеет место в случае, когда период и размеры элемента решетки существенно превышают толщину ( $2a, P \gg D$ ). Схематически картина поля в этом случае изображена на рис. 1б. Квадратный элемент решетки и металлический экран образуют плоский волновод с

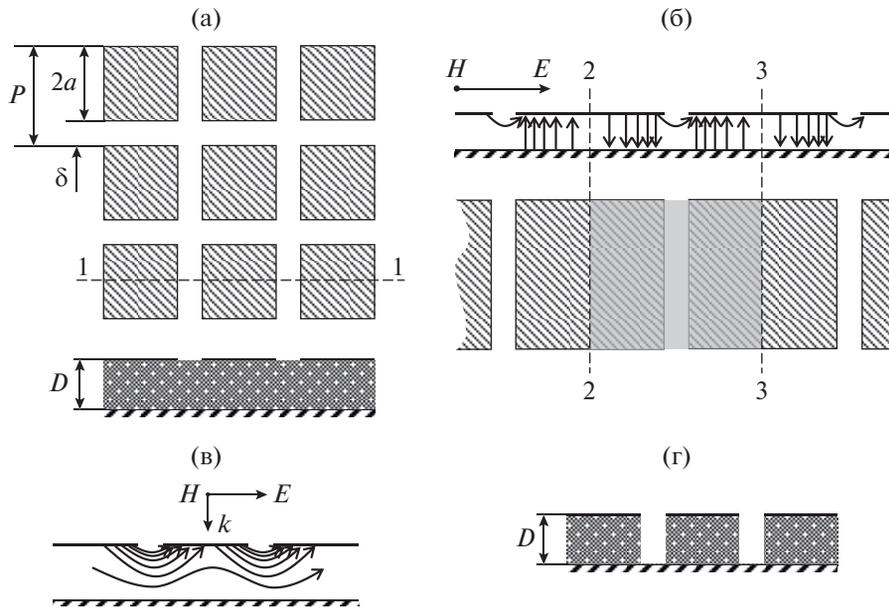


Рис. 1. Искусственный магнитный проводник: а – типовая схема, б – картина электрического поля в сечении 1-1 при  $2a, P \gg D$ , в – типичная картина электрического поля в сечении 1-1, г – схема при заполнении диэлектрическим материалом только пространства под элементами решетки.

волной типа *TEM*, и эта волна резонирует, преотражаясь от краев элемента. Отметим, что слой диэлектрика между решеткой и экраном может быть неоднородным, как показано на рис. 1г. В двух крайних случаях ( $\delta \geq D$  либо величина  $\delta$  чрезвычайно мала) можно аналитически оценить значение резонансной частоты  $f_p$ .

В первом случае для грубой оценки  $f_p$  можно считать, что коэффициент отражения *TEM*-волны от открытого конца плоского волновода по электрическому полю равен +1, и тогда

$$f_p = c/4a\sqrt{\epsilon}. \quad (2)$$

В случае  $\epsilon \approx 1$  для расчета  $f_p$  можно использовать следующее более точное уравнение

$$2ak_p = \pi - \frac{2k_p D}{\pi} \left( 0.423 + \ln \frac{2\pi}{k_p D} \right) \quad (3)$$

для волнового числа  $k_p = 2\pi f_p/c$ , в котором учтена фаза коэффициента отражения от открытого конца плоского волновода, найденная в [15].

При уменьшении зазора между элементами решетки резонансная частота снижается, так что при очень малых значениях  $\delta$  резонансная длина волны может стать много больше размера элемента  $2a$ . Для оценки  $f_p$  в этом крайнем случае выделим объем между элементами решетки и экраном с помощью бесконечно тонких электропроводящих плоскостей (2–2) и (3–3), перпендикулярных плоскости решетки и проведенных через середины соседних элементов, как показано на рис. 1в. На резонансной частоте энергия электри-

ческого поля будет сосредоточена вблизи зазора, а магнитного поля (практически однородного) – в основной части выделенного объема. Резонансная частота  $f_p$  может быть тогда вычислена по известной формуле

$$f_p = c/2\pi\sqrt{LC}, \quad (4)$$

где

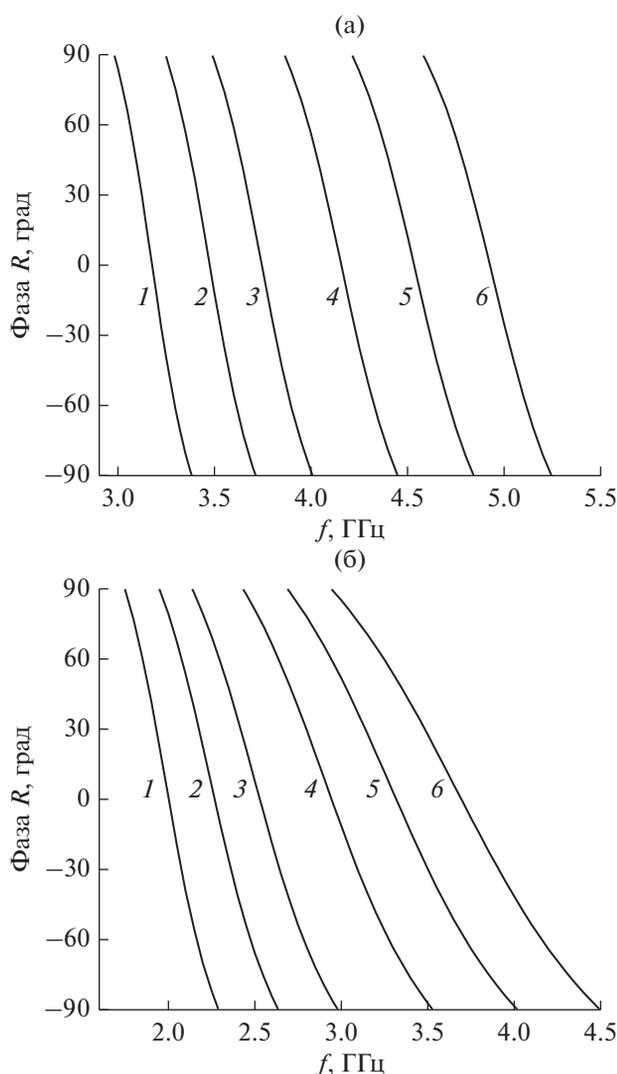
$$C = \frac{a}{2\pi^2} (\epsilon + 1) \ln(2P/\pi\delta) \quad (5)$$

– емкость между соседними квадратными элементами,

$$L = 4\pi D \quad (6)$$

– индуктивность выделенного объема.

В качестве примера возьмем структуры ИМП со следующими параметрами:  $P = 34$  мм,  $D = 6.5$  мм,  $\epsilon = 1$ ,  $2a = 26$  мм ( $\delta = 8$  мм) либо  $2a = 33.99$  мм ( $\delta = 0.01$  мм). Оценка резонансных частот, проведенная по уравнению (3) для большого зазора и по формулам (4)–(6) для малого зазора дает  $f_p = 4$  и 1.4 ГГц соответственно. Сужение зазора способствует уменьшению связи резонаторов с внешним пространством и, следовательно, уменьшению полосы рабочих частот ИМП. Поэтому наибольший интерес представляет случай достаточно больших зазоров между элементами решетки ИМП. Этот случай интересен также тем, что резонансная частота определяется только размерами отдельных резонаторов, образованных элементами решетки и экраном, и не должна зависеть от угла падения волны на ИМП.



**Рис. 2.** Частотные зависимости фазы коэффициента отражения от ИМП для моделей типа 1,  $D = 2$  мм (а), и типа 2,  $D = 6.5$  мм (б) для  $\epsilon = 1$  и  $\delta = 0.3$  (1), 1 (2), 2 (3), 4 (4), 6 (5) и 8 мм (6).

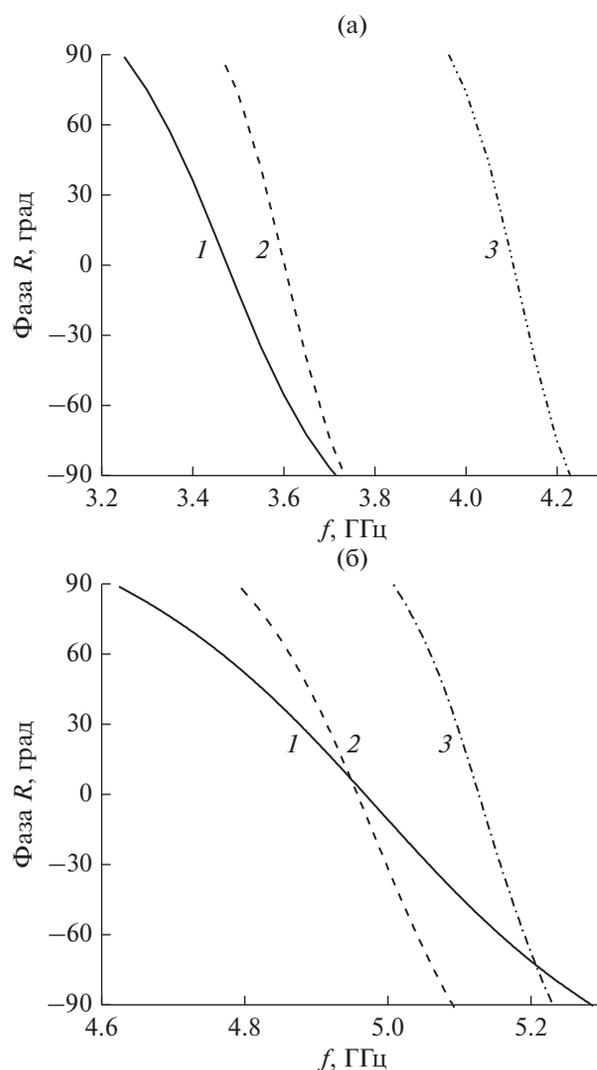
## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА

В численных расчетах использованы модели ИМП двух типов. Тип 1:  $P = 34$  мм,  $D = 2$  мм. Тип 2:  $P = 34$  мм,  $D = 6.5$  мм.

Целью этих расчетов было подтверждение свойств моделей как искусственных магнитных проводников с высокой угловой устойчивостью характеристик отражения.

Для моделей типа 1 и типа 2 на рис. 2а и 2б соответственно даны частотные зависимости фазы коэффициента отражения при  $\delta = 0.3, 1, 2, 4, 6, 8$  мм. Диэлектрическая проницаемость слоя  $\epsilon$  между решеткой и экраном принята равной 1.

Из приведенных зависимостей следует, что с увеличением связи резонирующих объемов со свободным пространством:

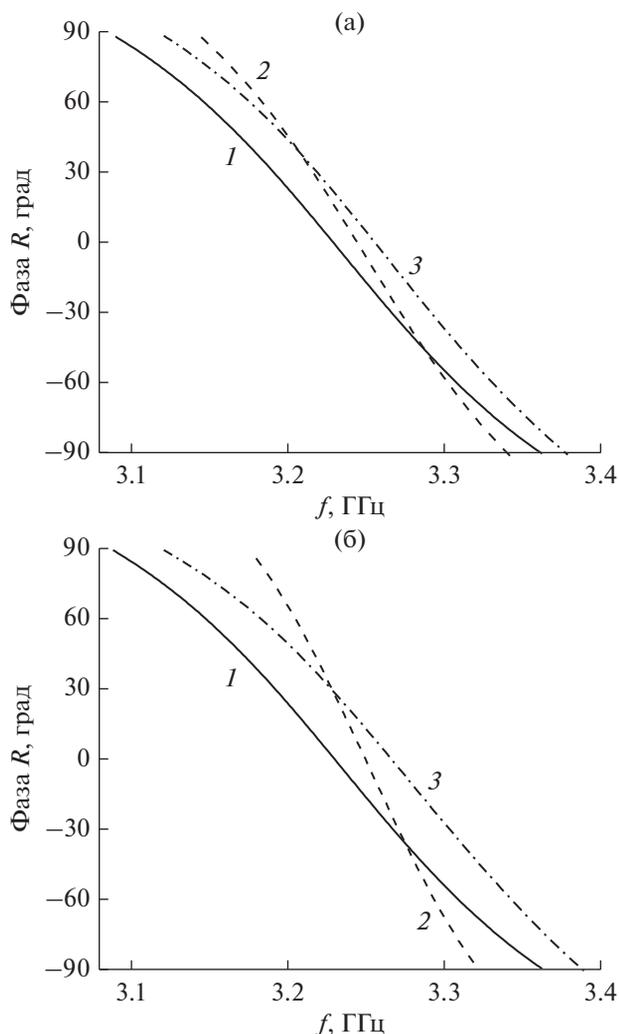


**Рис. 3.** Частотные зависимости фазы коэффициента отражения от ИМП для  $\epsilon = 1$  и  $D = 2$  мм при  $\delta = 1$  (а) и 8 мм (б) и при углах падения  $0^\circ$  (кривая 1) и  $45^\circ$  (2, 3) для  $TE$ - (2),  $TM$ -поляризации (3).

– при увеличении зазора  $\delta$  ширина полосы рабочих частот ИМП растет:

– при одинаковых значениях зазора  $\delta$  полосы рабочих частот более толстых моделей типа 2 шире, чем моделей типа 1.

На рис. 3а и 3б представлены частотные зависимости фазы коэффициента отражения для модели типа 1 с размерами щели  $\delta = 1$  и 8 мм соответственно при углах падения  $0^\circ$  и  $45^\circ$  плоской волны  $TE$ - и  $TM$ -поляризации. При  $TE$ -поляризации вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен плоскости падения, а при  $TM$ -поляризации вектор  $\vec{H}$  перпендикулярен плоскости падения. Из сравнения рис. 3а и 3б следует, что сдвиги резонансных частот при изменении угла падения от  $0^\circ$  до  $45^\circ$  для  $\delta = 1$  мм составили 3%

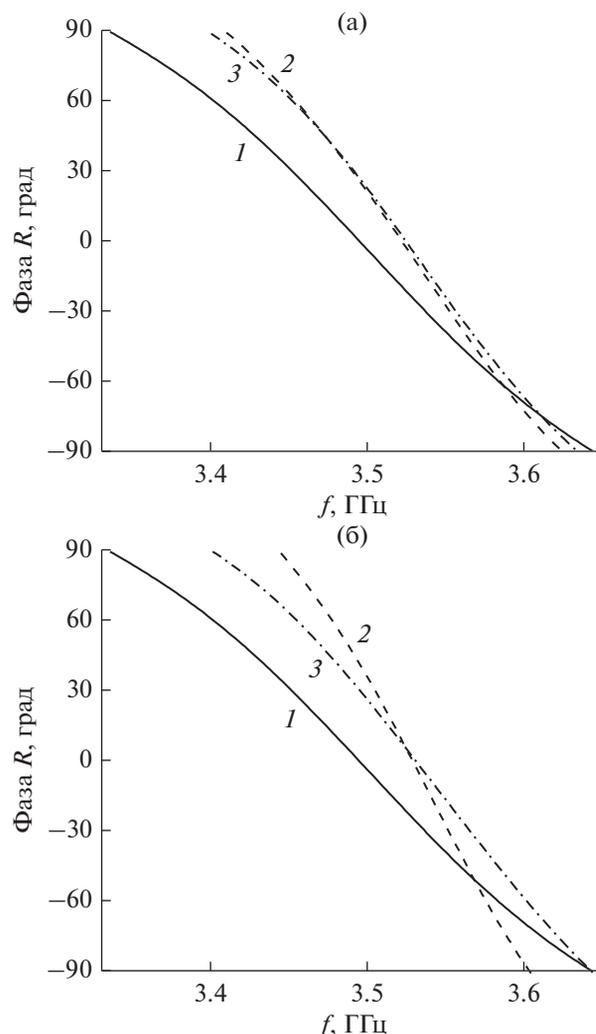


**Рис. 4.** Частотные зависимости фазы коэффициента отражения от ИМП для  $\epsilon = 2.55$ ,  $D = 2$  мм и  $\delta = 8$  мм при различных углах падения: а)  $0^\circ$  (1) и  $45^\circ$  (2, 3); б)  $0^\circ$  и  $60^\circ$  (2, 3), для  $TE$ - (кривые 2) и  $TM$ -поляризации (кривые 3).

( $TE$ -поляризация) и 15% ( $TM$ -поляризация); для  $\delta = 8$  мм эти сдвиги составили соответственно 0.5 и 3%, т.е. увеличение зазора между элементами решетки от 1 до 8 мм привел к пятикратному снижению величины сдвига резонансных частот.

Отметим, что при больших углах падения в случае воздушного слоя между решеткой и экраном ( $\epsilon = 1$ ) в отраженном поле присутствует боковая лепесток, которого в реальном случае, при использовании полистирола ( $\epsilon = 2.55$ ) в качестве материала между решеткой и экраном, не будет. В этом случае был сделан расчет в диапазоне углов падения  $0^\circ \dots 60^\circ$ .

На рис. 4а приведены частотные зависимости фазы коэффициента отражения от модели типа 1 при  $\delta = 8$  мм и  $\epsilon = 2.55$  для углов падения  $0^\circ$  и  $45^\circ$



**Рис. 5.** Частотные зависимости фазы коэффициента отражения от ИМП для  $D = 2$  мм и  $\delta = 8$  мм (материал с  $\epsilon = 2.55$  только под элементами решетки), при различных углах падения: а)  $0^\circ$  (1) и  $45^\circ$  (2, 3); б)  $0^\circ$  и  $60^\circ$  (2, 3), для  $TE$ - (кривые 2) и  $TM$ -поляризации (кривые 3).

плоской волны  $TE$ - и  $TM$ -поляризации соответственно. На рис. 4б – такие же кривые для углов падения  $0^\circ$  и  $60^\circ$ . На рис. 5а и 5б аналогичные зависимости для случая, отличающегося от предыдущего лишь тем, что материал с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2.55$  помещен только под элементами решетки (см. рис. 1г). Из графиков, приведенных на рис. 4 и 5 следует, что в интервале углов падения  $0^\circ \dots 60^\circ$  сдвиг резонансных частот ИМП, т.е. центров диапазонов рабочих частот, не превышает 1.5% для поляризаций обоих типов.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Целью эксперимента была реализация характеристик ИМП рассматриваемого типа на модели,

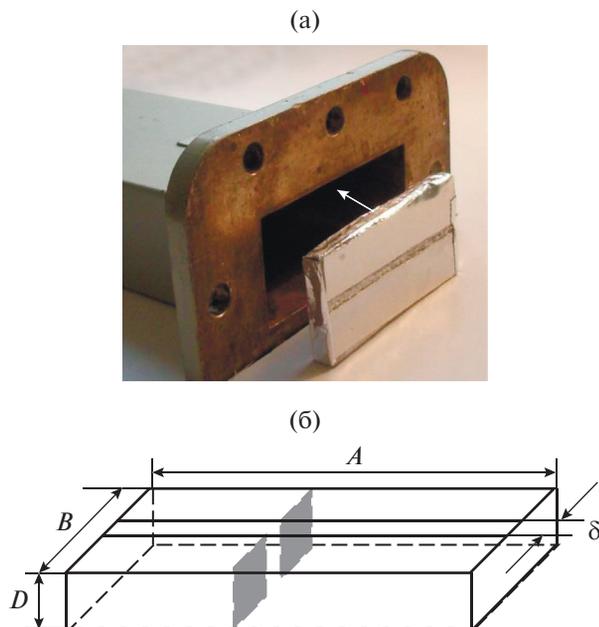


Рис. 6. Модель ИМП для волноводных измерений.

адаптированной к условиям волноводной передачи (рис. 6а). Такая модель представляет собой металлизированный по всем граням диэлектрический прямоугольный параллелепипед с размерами  $A, B, D$  (рис. 6б), где размеры  $A$  и  $B$  совпадают с поперечными размерами волновода  $72 \times 34$  мм. На фронтальной грани прорезана щель длиной  $A$  и шириной  $\delta$ , имитирующая зазор между элементами решетки ИМП. Такой параллелепипед, будучи вставлен в волновод, является приближенной имитацией ИМП с одномерной емкостной решеткой бесконечных размеров с периодом  $P = B$  из щелей шириной  $\delta$  в металлическом экране. В качестве диэлектрического материала параллелепипеда использовались пенополистирол ( $\epsilon = 1.1$ ), полистирол ( $\epsilon = 2.55$ ) либо гетинакс ( $\epsilon' = 3.6, \epsilon'' = 0.3$ ).

Резонансные частоты такого образца ИМП определялись по минимуму на частотной характеристике модуля коэффициента отражения в волноводе. В случае образца с малыми потерями (пенополистирол) внутрь образца внедрялись

Таблица 1. Измеренные и рассчитанные резонансные частоты образцов ИМП с пенополистиролом  $D = 6.5$  мм

$\delta$ , мм	$f_{р\text{ изм}}$	$f_{р\text{ расч}}$
0.3	2.3	—
2	3.2	—
4	3.4	—
6	3.7	4.0
8	4.1	4.2
12	4.7	4.7

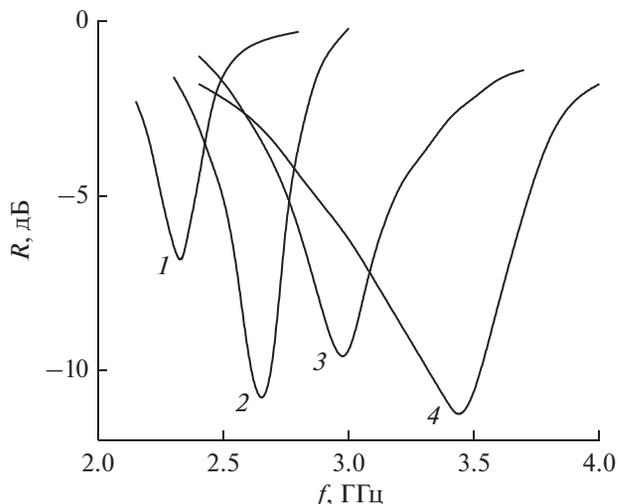


Рис. 7. Частотные зависимости коэффициента отражения от волноводного образца ИМП (полистирол) с резистивной пленкой перед ним,  $D = 2$  мм,  $\delta = 0.3$  (1), 2 (2), 4 (3) и 8 мм (4).

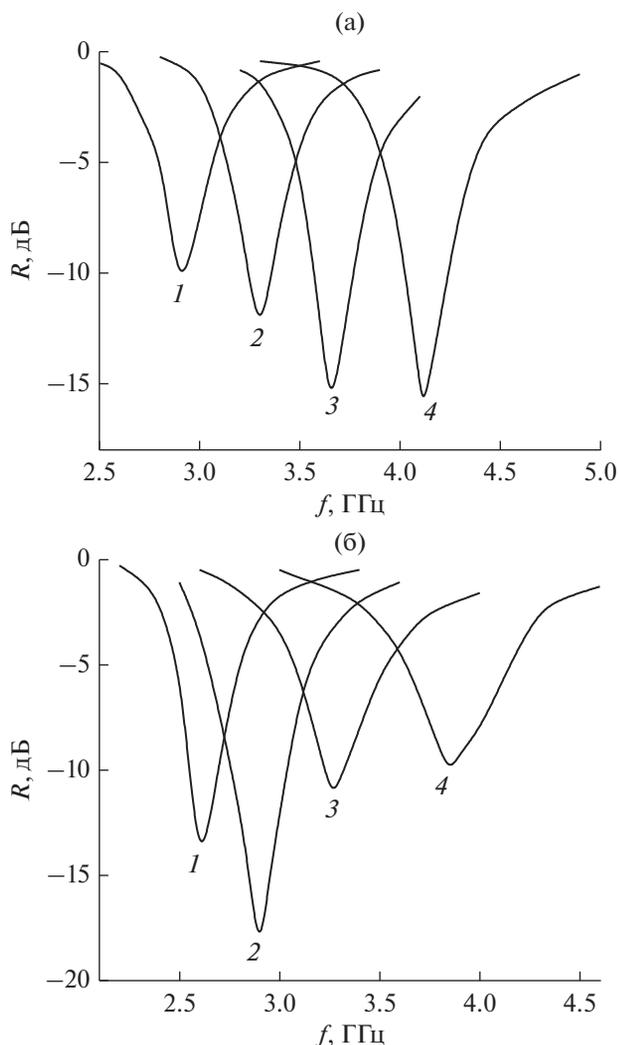
небольшие фрагменты резистивной пленки (показано серым цветом на рис. 6б). Результаты измерения резонансных частот в таких образцах толщиной  $D = 6.5$  мм для нескольких значений ширины щели  $\delta$  представлены в табл. 1. Там же для значений  $\delta \geq D$  приведены резонансные частоты, полученные с помощью уравнения (3), модифицированного для условий волноводной передачи:

$$2a\sqrt{k_p^2\epsilon - (\pi/A)^2} = \pi - \frac{2k_p D}{\pi} \left( 0.423 + \ln \frac{2\pi}{k_p D} \right). \quad (7)$$

Отражательные свойства образца как ИМП тестировались в присутствии резистивной пленки вблизи его поверхности, т.е. там, где электрическое поле максимально. В качестве диэлектрического материала был использован полистирол, а в качестве резистивной пленки — углеродистая бумага толщиной 60 мкм и удельной электропроводимостью  $\sigma = 20$  См/м.

На рис. 7 представлены измеренные частотные зависимости коэффициента отражения для нескольких значений  $\delta$  при расположении резистивной пленки на расстоянии 5 мм перед образцом. Как и следовало ожидать, вблизи резонансных частот, т.е. в области рабочих частот ИМП, наблюдается сильное поглощение энергии в резистивной пленке.

Одним из важных отличий рассматриваемых здесь ИМП от традиционных является то, что электрическое поле в диэлектрическом слое между решеткой и экраном на резонансных частотах может становиться большим, а следовательно, большим может быть и поглощение энергии в этом слое. Поэтому исследование радиопоглощающих свойств



**Рис. 8.** Частотные зависимости коэффициента отражения от волноводного образца ИМП в случае материала с потерями (гетинакс): а)  $D = 2$  мм,  $\delta = 9$  (1), 13 (2), 15 (3) и 17 мм (4); б)  $D = 4$  мм,  $\delta = 8$  (1), 10 (2), 14 (3) и 18 мм (4).

образцов, в которых использован диэлектрик с потерями, представляет отдельный интерес.

На рис. 8а и 8б показаны частотные зависимости величины коэффициента отражения от образцов толщиной 2 и 4 мм соответственно, в которых в качестве диэлектрика использован гетинакс с достаточно умеренным значением потерь. На этих графиках прослеживается изменение глубины резонансных “провалов” при изменении ширины щели  $\delta$ . Это обусловлено изменением связи между резонатором и волноводом, что меняет соотношение между тепловыми потерями и потерями на излучение в резонаторе, причем наибольшая глубина провала соответствует равенству тепловых потерь и потерь на излучение.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приближенная оценка резонансных частот ИМП на основе емкостных решеток позволила определить условия, при которых эти частоты в основном зависят от размеров структуры ИМП и слабо зависят от угла падения волны. Эти условия состоят в следующем:

- период и размер элементов решетки велики по сравнению с расстоянием между решеткой и экраном, т.е. по сравнению с толщиной ИМП,
- зазор между соседними элементами решетки существенно превышает толщину ИМП.

Численные расчеты частотной зависимости фазы коэффициента отражения от предложенных структур бесконечной площади при нормальном и наклонном падении плоской волны показали хорошую угловую устойчивость характеристик этих структур как искусственных магнитных проводников. Так, в конкретном случае использования полистирола в слое диэлектрика между решеткой и экраном смещение резонансной частоты не превышает 1.5% в интервале углов падения волны  $0^\circ \dots 60^\circ$  для  $TM$ - и  $TE$ -поляризаций.

Измерение частотных зависимостей коэффициента отражения от моделей предложенных структур в условиях волноводной передачи подтвердило их свойства и как ИМП, и как резонансных радиопоглотителей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yung F.-R., Ma K.-P., Qian Y. // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 11. P. 2092.
2. Coccioli R., Yung F.-R., Ma K.-P., Itoh T. // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 11. P. 2123.
3. Zhang Y., von Hagen J., Younis M. et al. // IEEE Trans. 2003. V. MTT-51. № 10. P. 2704.
4. Feresidis A.P., Goussetis G., Wang Sh., Vardaxoglou J.C. // IEEE Trans. 2005. V. MTT-53. № 1. P. 209.
5. Kern D.J., Werner D.H., Monorchio A. et al. // IEEE Trans. 2005. V. MTT-53. № 1. P. 8.
6. Казанцев Ю.Н., Анлеталин В.Н. // РЭ. 2007. Т. 52. № 4. С. 415.
7. Sievenpiper D., Zhang L., Broas R.F.J. et al. // IEEE Trans. 1999. V. MTT-47. № 11. P. 2059.
8. Broas R.F.J., Sievenpiper D.F., Yablonovitch E. // IEEE Trans. 2001. V. MTT-49. № 7. P. 1262.
9. Clavijo S., Diaz R.E., McKinzie W.E. // IEEE Trans. 2001. V. AP-51. № 10. P. 2678.
10. Yang F., Rahmat-Samii Y. // IEEE Trans. 2003. V. MTT-51. № 10. P. 2691.
11. Simovski C.R., de Maagt P., Tretyakov S.A. et al. // Electronics Lett. 2004. V. 40. № 2. P. 92.
12. Broas R.F.J., Sievenpiper D.F., Yablonovitch E. // IEEE Trans. 2005. V. MTT-53. № 10. P. 1377.
13. Kushwaha N., Kumar R. // J. Microw. Optoelectron. Electromagn. Appl. 2014. V. 13. № 1. P. 16.
14. Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А., Мальцев В.П. // РЭ. 2019. Т. 64. № 6. С. 543.
15. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371-373

### ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ В ИЗЛУЧАТЕЛЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ ИМПУЛЬСОВ

© 2020 г. В. Е. Осташев<sup>а</sup>, \*, А. В. Ульянов<sup>а</sup>, В. М. Федоров<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Объединенный институт высоких температур РАН,  
Ижорская ул., 13, стр. 2, Москва, 125412 Российская Федерация

\*E-mail: ostashev@ihed.ras.ru

Поступила в редакцию 16.10.2018 г.

После доработки 16.10.2018 г.

Принята к публикации 26.11.2018 г.

Построена расчетная модель плоского апертурного раскрыва, возбуждаемого неоднородно и не синхронно. Показано удовлетворительное соответствие расчетов с результатами экспериментов, полученных на макете сверхширокополосного излучателя. Оценена эффективность преобразования энергии в тракте излучателя от источника электропитания генератора возбуждения антенно-фидерной системы до энергии излучения в главном лепестке энергетической диаграммы направленности антенны. Дана оценка предельных значений этой эффективности, а также удельных весовых параметров излучателя.

DOI: 10.31857/S0033849420030134

#### ВВЕДЕНИЕ

Известно, что частотный спектр импульса тем шире, чем короче этот импульс во времени ( $\Delta\omega t \sim 1$ ) [1], а также, что угловая расходимость потока излучения направленной антенны тем меньше, чем больше величина произведения  $\sqrt{S}\omega$  ( $S$  – площадь апертуры антенны) [2]. Из этого с необходимостью следует, что сверхширокополосный (СШП) излучатель не может быть эффективной системой формирования направленного потока излучения: энергия, разбросанная в частотной области, не может быть эффективно локализована в пространстве.

Для количественной иллюстрации этого утверждения в данной работе построена расчетная модель излучения плоского однонаправленного раскрыва, а для ее верификации проведено экспериментальное исследование параметров расходимости макета СШП-излучателя с антенной апертурного типа.

Направленные свойства различных антенн при излучении негармонических сигналов, в том числе для задач локации, обсуждались во многих работах [3–10]. В них были вычислены полная энергия излучения, энергетический коэффициент направленного действия антенны (ЭКНД)  $D_3$  и ее диаграмма направленности (ДН). Однако в указанных работах не оценивалась связь ДН антенны с  $D_3$ , а также энергетическая эффективность главного лепестка ДН антенны. В этих работах

излучатель не рассматривался как система преобразования электрической энергии в энергию направленного СШП-излучения, не оценивалась эффективность преобразования энергии от первичного источника электропитания на разных ее стадиях, а также весовая “цена” за 1 Вт средней мощности направленного СШП-излучения.

#### 1. МОДЕЛЬ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛОСКОГО АПЕРТУРНОГО РАСКРЫВА

Пусть плоский апертурный раскрыв, лежащий в плоскости  $YZ$ , возбуждается симметрично из точки  $A$ , удаленной на расстоянии  $R_{ex}$  от него (рис. 1).

Представим раскрыв совокупностью однонаправленно излучающих элементов Гюйгенса. Ось каждого элемента, например элемента  $B$ , проходит через точку возбуждения раскрыва  $A$ . Поэтому только осевой элемент раскрыва излучает по нормали к его поверхности. Элементы Гюйгенса удалены от точки возбуждения раскрыва  $A$  на разные расстояния, поэтому поверхность раскрыва возбуждается не синхронно и неоднородно.

Пусть  $\bar{x}$  – ось элемента Гюйгенса  $B$ ,  $\bar{\rho}$  – направление на точку наблюдения  $T$  из центра этого элемента,  $n_B(t, \rho, 0)$  – значение плотности потока энергии по оси элемента  $B$  на расстоянии  $\rho$  от не-

го. Проекция вектора плотности потока энергии  $\vec{n}_B$  на направление  $\vec{R}$  в точке наблюдения  $T$  равна

$$n_{BR} = 0.25n_B(t, \rho, 0) \left( 1 + \left( \frac{\vec{x} \vec{\rho}}{x \rho} \right)^2 \right) \left( \frac{\vec{R} \vec{\rho}}{R \rho} \right). \quad (1)$$

Пусть элемент  $B$  наблюдается из точки возбуждения  $A$  в пределах телесного угла  $(d\alpha d\beta)_B$ , а излучающий раскрыв в целом – в пределах угла  $\Omega$ . Пусть энергия источника возбуждения распределена внутри  $\Omega$  с равной угловой плотностью. Если  $U_A(t)$  – импульс возбуждения в точке  $A$ , а  $Z_A, Z_B, Z_0$  – волновой импеданс фидера, раскрыва и свободного пространства соответственно, то напряжение возбуждения излучающего элемента Гюйгенса  $B$  равно

$$U_B \left( t - \frac{\rho_{ex}}{c} \right) = U_A(t) \sqrt{\eta \frac{Z_0 (d\alpha d\beta)_B}{Z_A \Omega} \frac{2\sqrt{Z_B Z_0}}{Z_B + Z_0}}, \quad (2)$$

где произведение  $4\eta Z_0 Z_B / (Z_0 + Z_B)^2$  – эффективность транспортировки энергии от генератора возбуждения (ГВ), находящегося в точке  $A$ , к раскрыву.

Электрическое поле излучения элемента  $B$  по его оси в дальней зоне излучения равно

$$E_B(t - \rho/c, \rho, 0) = \frac{1}{2\pi c} \frac{\sqrt{(dydz)_B}}{\rho} \frac{dU_B(t)}{dt}, \quad (3)$$

где  $(dydz)_B = \rho_{ex}^2 d\alpha d\beta$ .

Далее вычислим  $n_B = E_B^2 / Z_0$ , затем  $n_{BR}$  в соответствии с (1), а по значению  $n_{BR}$  определим напряженность поля излучения  $E_{BR}$  элемента Гюйгенса в плоскости поляризации, проходящей через ось  $Y$  и в направлении, ортогональном вектору  $\vec{R}$ .

Поле в заданной точке волновой зоны излучения формируется как суперпозиция излучений элементов Гюйгенса, возбуждаемых не синхронно и неоднородно. При этом учитывается угловое положение точки наблюдения по отношению к оси каждого элемента, расстояние до этой точки, а также различие времени прихода волнового фронта от каждого элемента Гюйгенса. Эффекты дифракции на краях раскрыва в модели не учитываются.

Выходными данными расчета являются: энергия электрического импульса возбуждения антенно-фидерной системы (АФС)  $Q_{ГВ}$ , энергия импульса возбуждения апертуры  $Q_{возб}$ , напряженность поля излучения  $E(t, R, \varphi)$  в дальней зоне, пиковое значение эффективной мощности излучения  $P_{эф}(t) = (ER)^2/30$ , эффективная энергия импульса излучения  $Q_{эф} = \int P_{эф}(t) dt$ , излученная в пространство энергия  $Q_{изл}$ , энергетический спектр импульса излучения  $E(t, R, \varphi)$ , коэффициенты усиления ( $K_y$ ) антенны по пиковой мощности  $K_y(м) = P_{эф}/P_{ГВ}$  и по

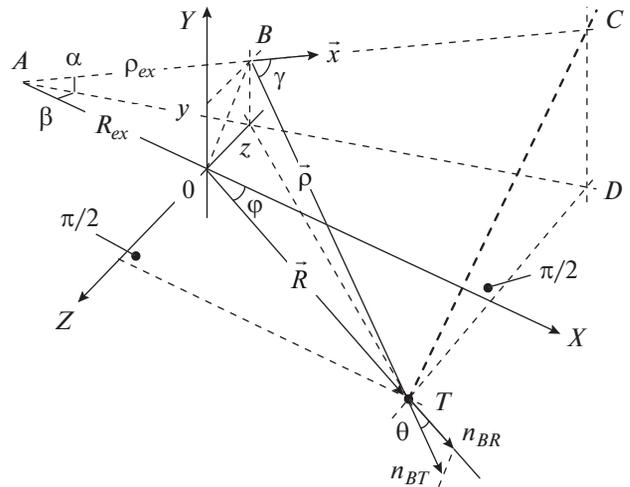


Рис. 1. Схема расчета напряженности поля излучения плоского раскрыва.

энергии  $K_y(\varepsilon) = Q_{эф}/Q_{ГВ}$ , энергетический коэффициент направленного действия  $D_\varepsilon = Q_{эф}/Q_{изл}$ , угловая расходимость излучения по плотности энергии и по плотности пиковой мощности, доля энергии излучения в заданном телесном угле  $\alpha(\varphi)$  с осью, совпадающей с осью раскрыва. Вычисляется также ширина энергетического спектра в зависимости от угла отклонения точки наблюдения от оси раскрыва. Эффективные параметры излучения – это параметры эквивалентного изотропного излучателя, по которым вычисляются локальные параметры излучения в заданной точке наблюдения.

Вычислительная модель оформлена в компьютерную программу, снабженную интерфейсом в стиле MS Windows. Время расчета одного варианта составляет единицы минут.

Верификация достоверности расчетной модели и ее численной реализации проведена по следующим критериям:

- поле излучения по оси раскрыва совпадает с аналитическим расчетом этого поля при условии синхронного и однородного возбуждения;
- вычисление параметров излучения радиоимпульса согласуется с расчетом;
- результат расчета инвариантен по отношению к перестановке  $R_{ex} \leftrightarrow R$  для любого угла  $\varphi$  отклонения точки наблюдения от оси излучателя, т.е. выполняется теорема взаимности;
- вычисляемые значения  $D_\varepsilon, K_y(\varepsilon)$  и энергетическая эффективность АФС  $\eta_{АФС}$  находятся в согласии с каноническим соотношением  $K_y(\varepsilon) = \eta_{АФС} D_\varepsilon$ ;
- в любых режимах расчета энергия импульса излучения не превышает энергию возбуждения излучающего раскрыва;

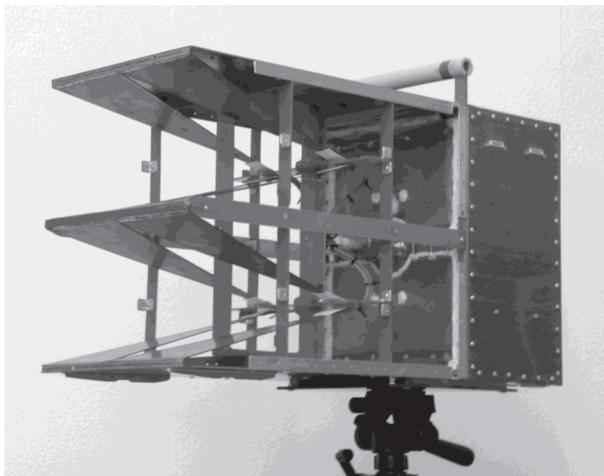


Рис. 2. Макет сверхширокополосного излучателя.

– вычисляемые значения  $D_3 < D_0$ , где в соответствии с [5]  $D_0 = (8R_{ex}/A)^2$  – предельное значение ЭКНД для круглой апертуры с диаметром  $A$ ;

– нет обратного излучения по оси однонаправленного раскрыва;

– длительность импульса излучения в направлении вдоль плоскости раскрыва шириной  $A$  увеличивается на время  $A/c$  ( $c$  – скорость света);

– замена элементов Гюйгенса на элементы с изотропным распределением энергии излучения приводит к удвоению поля в точке наблюдения, лежащей в плоскости синхронного раскрыва.

При формировании импульса возбуждения раскрыва учитываются основные импульсные характеристики АФС, а именно: длительность фронта переходной характеристики (ограничение по высокой частоте), а также время отсечки импульса возбуждения, связанное с апертурным временем  $A/c$  [2].

### 3. МАКЕТ ИЗЛУЧАТЕЛЯ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Антенна макета представляет собой решетку из четырех 200-омных  $TEM$ -рупоров. Electroды рупора плоские, треугольного профиля. Угол раскрыва электродов  $22^\circ$ . Каждый рупор соединен с выходом генератора возбуждения отрезком двухпроводной линии с импедансом, согласованным с рупором [8]. Апертура антенны  $24 \times 24$  см, ее длина 30 см. Импеданс антенны  $\approx 50$  Ом. Внешний вид макета приведен на рис. 2.

Антенна возбуждается униполярным импульсом наносекундной длительности с фронтом примерно 100 пс (рис. 3, кривая 1).

Импульс возбуждения антенны генерируется компактным полупроводниковым (ПП) генератором (разработка ЗАО “ПК “ФИД-Техника”<sup>1</sup>

<sup>1</sup> <http://fidtechnology.com>.

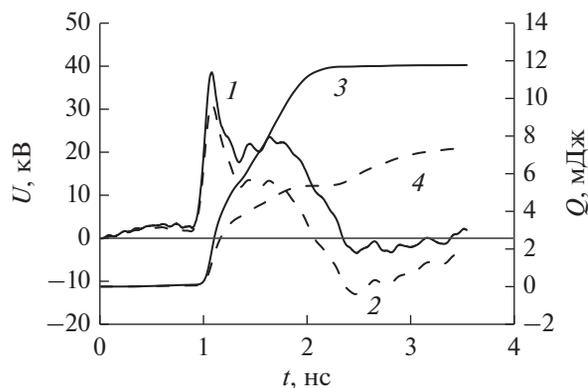


Рис. 3. Импульс напряжения генератора (1), эффективное напряжение возбуждения раскрыва (2) и соответствующие им энергии импульсов (3 и 4).

[11]). Пиковая мощность импульса на фидере генератора равна  $P_{ГВ} \approx 30$  МВт, энергия импульса  $Q_{ГВ} \approx 11.7$  мДж. При допустимой частоте следования импульсов  $10^3$  имп/с средняя мощность на фидере генератора составляет примерно 12 Вт, а потребляемая генератором мощность 40 Вт (эффективность преобразования энергии  $\eta_{ГВ} \approx 30\%$ ). Масса генератора 1.5 кг.

Источник автономного энергоснабжения построен на основе шестнадцати мощных литий-ионных аккумуляторов (3.3 В, 2.3 А ч) и импульсного преобразователя постоянного напряжения до 290 В. Время автономной работы источника составляет примерно 2 ч.

Напряженность импульсного электрического поля излучения макета  $E(t)$  регистрировалась в дальней зоне излучения. Был использован линейный полосковый датчик с длительностью фронта переходной характеристики 30 пс и электрической длиной 6.4 нс [12, 13]. Регистрация электрического импульса с датчика – стробоскопическая (30 ГГц) или однократная (7 ГГц).

Параметры антенны оценивались по ее излучению при возбуждении импульсом перепада напряжения с фронтом 30 пс [14]. На рис. 3 представлен импульс возбуждения раскрыва (2) и его энергия (4) при учете этих параметров. По этим данным эффективность транспортировки энергии от генератора возбуждения к апертуре антенны равна  $\eta_{фид} \approx 63\%$ .

### 4. УГЛОВАЯ РАСХОДИМОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ АНТЕННЫ МАКЕТА

Излучатели мощных импульсов принято характеризовать значением электродинамического потенциала (ЭДП) [15], который определяется как произведение пикового значения электрического поля по оси излучателя  $E$  на расстояние  $R$  до

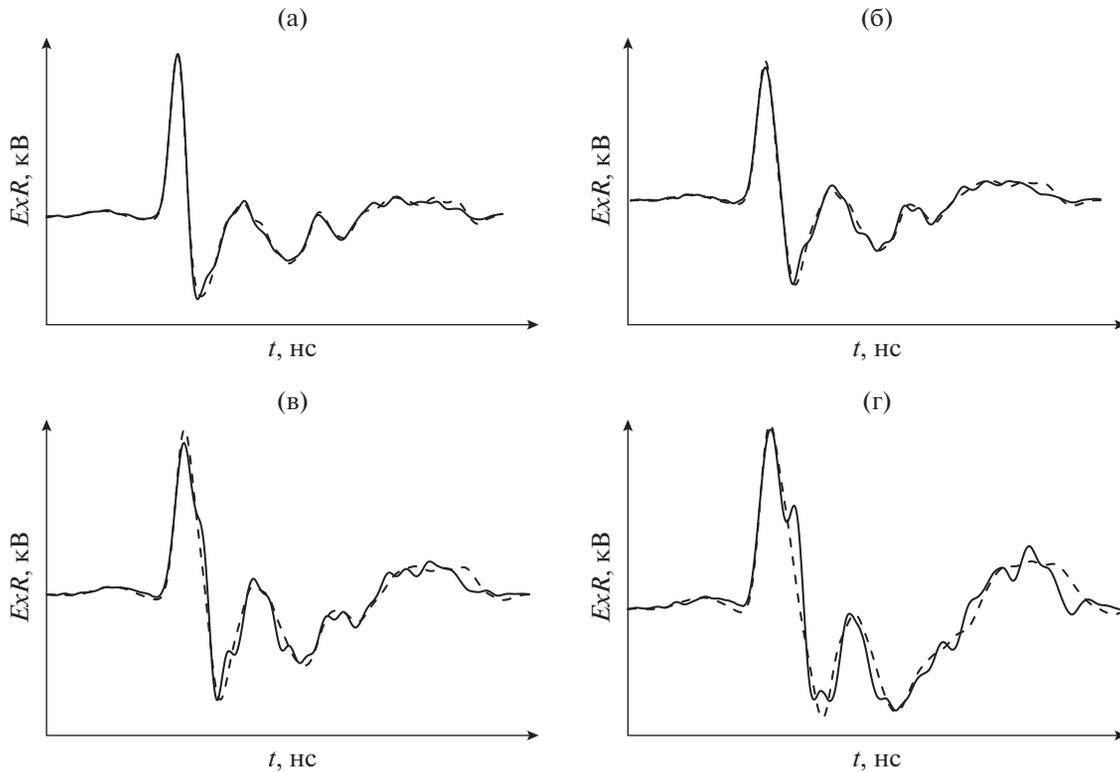


Рис. 4. Экспериментальные (сплошные кривые) и рассчитанные (штриховые) импульсы излучения при углах отклонения от оси раскрыва 10 (а), 15 (б), 20 (в), 30 град (г).

точки наблюдения. Как показали результаты измерения, ЭДП макета излучателя равен  $ER \approx 100$  кВ, что соответствует эффективной пиковой мощности излучателя  $P_{эф} \approx 0.3$  ГВт. Эффективная энергия импульса излучения макета равна  $Q_{эф} \approx 42$  мДж, полуширина энергетического спектра импульса  $0.5P_{эф}/Q_{эф} \approx 4$  ГГц. Коэффициент усиления АФС макета излучателя по пиковой мощности равен  $K_y(м) \approx 10$ , а по энергии –  $K_y(э) \approx 3.6$ . При частоте следования импульсов  $10^3$  имп/с эффективная средняя мощность излучателя равна  $Q_{эф} \times 10^3 = 42$  Вт.

Угловая расходимость излучения оценивалась в азимутальной плоскости – поперек вектора поляризации излучения – на основе измерений напряженности импульсного поля излучения. На рис. 4 представлено сравнение экспериментальных результатов и расчетных данных для различных углов отклонения от оси излучателя: 10, 15, 20 и 30 град.

Можно отметить в целом удовлетворительное соответствие измеренных и расчетных результатов. Понятно, что при больших углах отклонения от оси параметры излучения рупорной антенны хуже воспроизводятся в рамках расчетной модели плоского раскрыва.

Полагая соответствие результатов удовлетворительным, реконструируем неизмеряемые пара-

метры излучения антенны макета в свободном пространстве с использованием расчетной модели. На рис. 5 представлена ДН антенны по плотности энергии, а также доля энергии  $\alpha(\varphi)$ , излучаемой внутрь телесного угла в зависимости от значения угла его раскрыва.

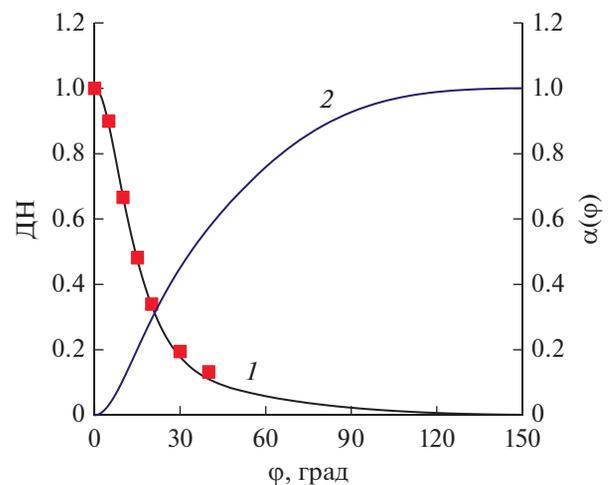


Рис. 5. Диаграмма направленности антенны по плотности энергии (1) и доля энергии излучения внутри заданного телесного угла (2); точки – данные, полученные на основе измерений.

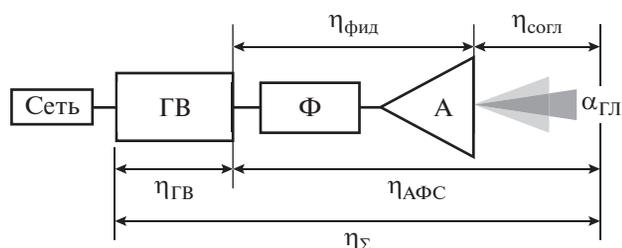


Рис. 6. Схема этапов преобразования энергии в излучателе.

Для заданного импульса возбуждения антенны макета (см. рис. 3) энергетический коэффициент ее направленного действия равен  $D_3 \approx 16$ , а полная ширина главного лепестка (ГЛ) ДН антенны –  $\varphi_{ГЛ} \approx 28^\circ (\pm 14^\circ)$ . При этом  $D_3$  и  $\varphi_{ГЛ}$  связаны зависимостью  $D_3(\varphi_{ГЛ})^2 \approx 12550$ . Доля энергии излучения внутри угла  $\varphi_{ГЛ}$  (т.е. энергетическая эффективность ГЛ ДН антенны) в соответствии с расчетом равна  $\alpha_{ГЛ} \approx 18\%$ . Для сравнения отметим, что при излучении синусоидального сигнала  $\alpha_{ГЛ} \approx 40...50\%$ , а  $D_3(\varphi_{ГЛ})^2 \approx (3...4) \times 10^4$  [2].

На рис. 6 представлена схема этапов преобразования электрической энергии от первичной сети к генератору возбуждения ГВ, фидеру Ф, антенне А и далее в энергию электромагнитного излучения. В рассмотренном макете излучателя энергия первичного источника электропитания генератора возбуждения преобразуется в энергию направленного СШП-излучения внутри главного лепестка ДН антенны со следующей эффективностью:

- от первичного источника до выходного фидера Ф ПП-генератора возбуждения –  $\eta_{ГВ} \approx 30\%$ ;
- от генератора возбуждения ГВ до раскрытия антенны А –  $\eta_{фид} \approx 63\%$ ;
- от раскрытия антенны А в излучение –  $\eta_{согл} \approx 35\%$  (характеристика согласования длительности импульса возбуждения раскрытия с апертурным временем  $A/c$ , а также согласования импедансов антенны и свободного пространства);
- доля энергии излучения в главном лепестке энергетической ДН антенны –  $\alpha_{ГЛ} \approx 18\%$ .

Таким образом, энергетическая эффективность АФС макета излучателя составила  $\eta_{АФС} = \eta_{фид} \eta_{согл} \approx 22\%$ .

Произведение  $\eta_{АФС} \alpha_{ГЛ}$  характеризует качество АФС как преобразователя энергии импульса возбуждения АФС в электромагнитную энергию направленного излучения. В конкретном случае  $\eta_{АФС} \alpha_{ГЛ} \approx 4\%$ . Первичная электрическая энергия, потребляемая генератором возбуждения, преобразуется в энергию СШП излучения в главном

лепестке ДН антенны макета с эффективностью  $\eta_{\Sigma} = \eta_{ГВ} \eta_{АФС} \alpha_{ГЛ} \approx 1\%$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена модель излучения плоского апертурного раскрытия, возбуждаемого неоднородно и не синхронно. Модель верифицирована на экспериментальных результатах, полученных при исследовании параметров излучения созданного макета излучателя СШП-импульсов субнаносекундной длительности ( $\sim 100$  пс).

Получена оценка эффективности преобразования энергии в заданном макете излучателя на разных ее этапах: для тракта АФС – 22%, от фидера генератора возбуждения в излучение в главный лепесток ДН антенны – 4%, от источника электропитания генератора в энергию СШП-излучения в главном лепестке ДН антенны  $\approx 1\%$ .

Особенность направленного излучателя СШП-импульсов состоит в том, что доля энергии излучения, попадающей в главный лепесток ДН антенны, сравнительно мала. Основная причина этого заключается в том, что излучение не локализовано в частотной области, а значит, не может быть эффективно локализовано в физическом пространстве.

Повышение эффективности преобразования энергии в излучателе может быть достигнуто при согласовании временных параметров импульса возбуждения антенны с размером ее апертуры, повышении выходного импеданса антенны, уменьшении фидерных потерь. Если представить, что при транспортировке СШП-сигнала в тракте АФС фидерные потери можно ограничить на уровне 10% ( $\eta_{фид} \approx 0.9$ ), импеданс раскрытия довести до 300 Ом ( $\eta_{согл} \approx 0.88$ ), а эффективность главного лепестка ДНА до 35% ( $\alpha_{ГЛ} \approx 0.35$ ), то качество АФС по формированию направленного СШП излучения составит  $\eta_{АФС} \alpha_{ГЛ} \approx 28\%$ .

Энергетическую эффективность излучателя, как преобразователя электрической энергии в энергию электромагнитного поля, распределенную в частотной области и в физическом пространстве, не следует сравнивать с эффективностью электрических и тепловых машин, – там потоки энергии локализованы.

Удельные весовые параметры излучателя определяются в основном параметрами генератора возбуждения. Например, удельная мощность ПП-генераторов субнаносекундных импульсов разработкой ПК “ФИД-Техника” составляет примерно 50...70 кг на 1 кВт средней электрической мощности на выходном фидере. Таким образом, удельная мощность СШП-излучателя (по средней мощности) с такими генераторами при эффективности направленного излучения АФС  $\eta_{АФС} \alpha_{ГЛ} \approx 28\%$  может быть оценена как 200...250 кг/кВт.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хармут Х.Ф. Несинусоидальные волны в радиолокации и связи. М.: Радио и связь, 1985.
2. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. М.: Энергия, 1975.
3. Зернов Н.В. // Радиотехника. 1995. № 3. С. 51.
4. Содин Л.Г. // РЭ. 1998. Т. 43. № 2. С. 166.
5. Авдеев В.Б. // Радиотехника. 1999. № 6. С. 96.
6. Авдеев В.Б. // Антенны. 2002. № 7. С. 5.
7. Костиков Г.А., Одицов А.Ю., Сугак М.И. // Антенны. 2007. № 6. С. 46.
8. Быстров Р.П., Черепенин В.А. // Журн. радиоэлектроники [Электронный ресурс]. <http://jre-cplce/jre/apr10/5/text.html>.
9. Кошелев В.И., Плиско В.В. // РЭ. 2017. Т. 62. № 6. С. 541.
10. Fedorov V.M., Lebedev E.F., Ostashev V.Ye et al. // PIERS Proc. Moscow, Russia, August 2012. Cambridge MA USA: The Electromagnetics Academy. 2012. P. 1461. <http://piers.org/piersproceedings/2012moscow/contents.pdf>.
11. Efanov V.M., Yarin P.M., Kricklenko A.V. // Proc. IEEE AP-S Intern. Symp. on UNSC/URSI and AMEREM Meetings. Albuquerque, NM USA, July 2006. N.Y.: IEEE, 2006. P. 72.
12. Podosenov S.A., Sakharov K.Yu., Svekis Ya.G., Sokolov A.A. // IEEE Trans. 1995. V.EMC-35. № 4. P. 566.
13. Fedorov V.M., Ostashev V.Y., Tarakanov V.P., Ul'aynov A.V. // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57. №12/2. С. 21.
14. Fedorov V.M., Ostashev V.Y., Tarakanov V.P., Ul'aynov A.V. // Proc. Joint IEEE Int. Symp. on Electromagnetic Compatibility and EMC Europe. Dresden, Germany. Aug. 2015. N.Y.: IEEE, 2015. P. 1127.
15. Беличенко В.П., Буянов Ю.И., Кошелев В.И. Сверхширокополосные импульсные радиосистемы. Новосибирск: Наука, 2015.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

### СВЯЗАННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМОНОВ В ДВУХ ОДИНАКОВЫХ НАНОЦИЛИНДРАХ ИЗ СЕРЕБРА

© 2020 г. А. П. Аниютин\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: anioutine@mail.ru

Поступила в редакцию 31.05.2018 г.

После доработки 31.05.2018 г.

Принята к публикации 11.06.2018 г.

Рассмотрена двумерная задача дифракции плоской поляризованной  $TM$ -волны на двух идентичных сплошных наночилиндрах из серебра. Исследовано влияние диаметров цилиндров, расстояния между цилиндрами, потерь серебра и угла падения плоской волны на резонансы поперечника рассеяния такой структуры. Показано, что число максимумов поперечника рассеяния, их взаимное расположение и вырождение плазмонов зависят как от расстояния между цилиндрами, так и от величины их радиусов. Отмечено, что реальные потери серебра приводят к существенному уменьшению амплитуд мультипольных резонансов и их слиянию в общий максимум.

DOI: 10.31857/S0033849420030018

#### ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается двумерная задача дифракции плоской поляризованной  $TM$ -волны на структуре, состоящей из двух идентичных сплошных серебряных наночилиндров в световом диапазоне длин волн  $300 \text{ нм} < \lambda < 900 \text{ нм}$ . Как известно, в этом диапазоне длин волн относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_c$  серебра отрицательна. Это приводит не только к существованию поверхностных волн (плазмонов), но и к их резонансам [1]. Такое свойство структур из благородных металлов было использовано в спектроскопии для создания сенсоров [1]. Отметим, что случаи одиночных структур из серебра (золота) исследовались в [2–6]. Двухэлементные (трехэлементные) структуры из серебряных цилиндров прямоугольного сечения рассмотрены в [3, 4], а для случая двух эллиптических цилиндров – в [7]. Случай двух сплошных или полых цилиндров из метаматериала рассматривался в [8].

Цель данной работы состоит в строгом электродинамическом исследовании особенностей резонансного рассеяния плоской волны светового диапазона длин волн в структуре, образованной двумя одинаковыми серебряными наночилиндрами одинакового радиуса.

#### 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Рассмотрим двумерную задачу дифракции плоской поляризованной электромагнитной  $TM$ -волны

на структуре, состоящей из двух одинаковых диэлектрических (серебряных) цилиндров одинакового радиуса  $a$ , расположенных на расстоянии  $d$  между собой. Предполагается, что длина электромагнитной волны  $\lambda$  принадлежит световому диапазону  $\lambda \approx 300 \dots 900 \text{ нм}$ . Геометрия исследуемой задачи представлена на рис. 1. Диэлектрическую проницаемость серебра  $\epsilon_c = \epsilon' - i\epsilon'' \equiv \text{Re}(\epsilon_c) - i \text{Im}(\epsilon_c)$  определяли путем аппроксимации кубичными сплайнами экспериментальных данных работы [10]. Зависимость действительной и мнимой частей относительной диэлектрической проницаемости серебра от длины волны  $\lambda$  представлена на

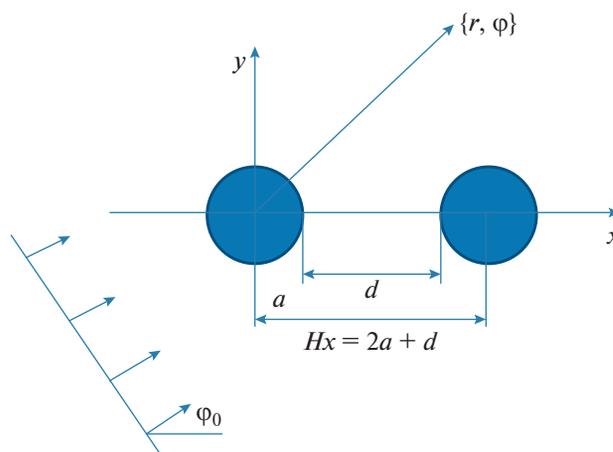


Рис. 1. Геометрия задачи.

рис. 2. Отметим, что использование результатов работы [10], так же как и аналитического представления диэлектрической проницаемости серебра  $\epsilon_c$  в теории Друде-Зоммерфельда [1], накладывает ограничение на минимальный диаметр ( $2a$ ) серебряных цилиндров  $\min(2a) \geq 10$  нм, поскольку при  $2a < 10$  нм необходимо учитывать явление пространственной дисперсии [1].

Очевидно, что с точки зрения классической электродинамики речь идет о решении задачи дифракции плоской электромагнитной волны на двух цилиндрах из диэлектрика с потерями. Исследуем случай *TM*-поляризации, когда в электромагнитном поле присутствуют компоненты  $H_z(x, y)$ ,  $E_x(x, y)$ ,  $E_y(x, y)$ . Задача дифракции в этом случае сводится к нахождению скалярной функции  $U(x, y) = H_z(x, y)$ , а волновое поле падающей плоской волны задается выражением

$$U^0(x, y) = \exp(-ikx \cos \varphi_0 - iky \sin \varphi_0),$$

где угол  $\varphi_0$  определяет направление распространения волны. Используем гауссовскую систему физических единиц, зависимость от времени выбрана в виде  $\exp(i\omega t)$ .

Полное поле  $U(x, y)$  в кусочно-однородной среде удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U(x, y)}{\partial y^2} + k^2 \epsilon(x, y) U(x, y) = 0, \quad (1)$$

где диэлектрическая проницаемость  $\epsilon(x, y)$  среды определяется выражением

$$\epsilon(x, y) = \begin{cases} \epsilon_c & \text{если } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} \leq 1 \\ \text{или } \frac{(x - 2a - d)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} \leq 1, \\ 1 & \text{если } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} > 1 \\ \text{или } \frac{(x - 2a - d)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} > 1 \end{cases} \quad (2)$$

для задачи, геометрия которой представлена на рис. 1.

Уравнение (1) необходимо дополнить условием непрерывности величин

$$U(x, y), \quad \frac{1}{\epsilon(x, y)} \frac{\partial U(x, y)}{\partial N} \quad (3)$$

на границах цилиндров. В формуле (3) через  $N$  обозначена нормаль к границам цилиндров.

Полное поле вне цилиндров состоит из падающего  $U^0$  и рассеянного  $U^S$  полей

$$U = U^0 + U^S \equiv U^0 + U_1^S + U_2^S. \quad (4)$$

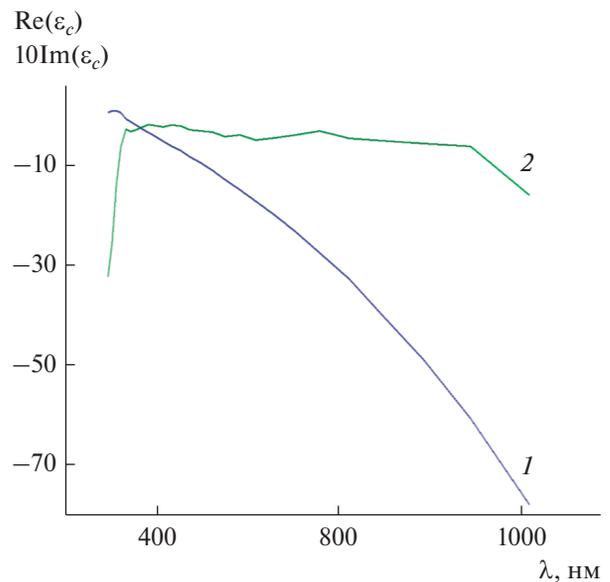


Рис. 2. Частотные зависимости действительной (1) и мнимой (2) частей относительной диэлектрической проницаемости серебра.

Рассеянное поле  $U^S$  в цилиндрической системе координат ( $x = r \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \varphi$ ) должно удовлетворять в дальней зоне условию излучения

$$U^S \approx \Phi(\varphi) \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp(-ikr + i\pi/4), \quad kr \rightarrow \infty, \quad (5)$$

где  $\Phi(\varphi)$  — диаграмма рассеяния структуры. Полное сечение рассеяния  $\sigma_s$  и сечение поглощения  $\sigma_a$  выражаются через решение краевой задачи (1)–(4) по формулам

$$\sigma_s = \frac{2}{\pi k} \int_0^{2\pi} |\Phi(\varphi)|^2 d\varphi, \quad (6)$$

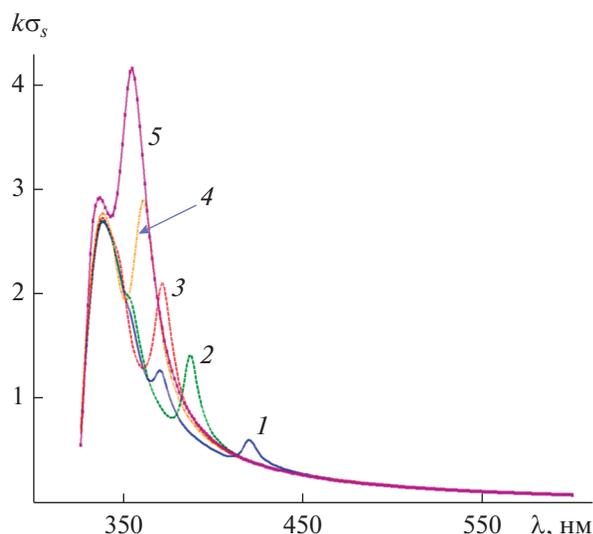
$$\sigma_a = \frac{1}{k} \operatorname{Im} \left( \oint_{S_1} \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds + \oint_{S_2} \frac{\partial U}{\partial N} U^* ds \right). \quad (7)$$

Интегрирование в (7) проводится по внешним контурам цилиндров.

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Численное решение краевой задачи проводилось модифицированным методом дискретных источников [11–13]. Точность численного решения оценивалась невязкой граничных условий  $\Delta$  в линейной норме на цилиндрах и во всех расчетах была не хуже, чем  $\Delta = 10^{-3}$ .

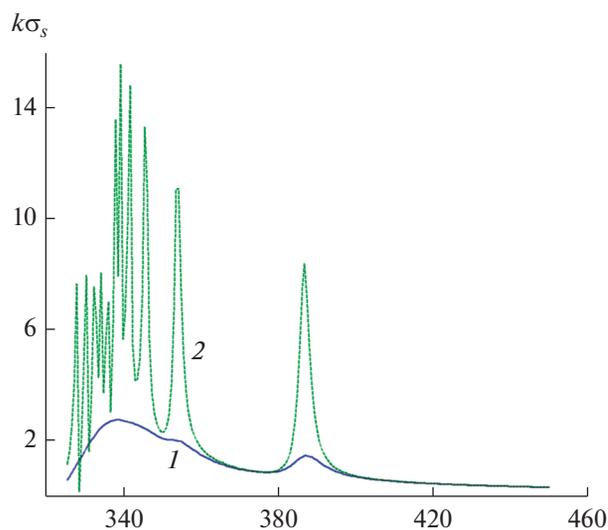
На рис. 3 изображены зависимости полных сечений рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  для структуры с фиксированным значением радиуса ци-



**Рис. 3.** Влияние расстояния между цилиндрами на частотную зависимость нормированного поперечника рассеяния при радиусе цилиндров  $a = 25$  нм и угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$ :  $d = 1$  (1), 2.5 (2), 5 (3), 10 (4) и 25 нм (5).

линдров  $a = 25$  нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$  и расстояниях между цилиндрами 1, 2.5, 5, 10 и 25 нм. Из рисунка видно, что число максимумов спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$ , их взаимное расположение, а также величина и расположение максимума зависят от расстояния между цилиндрами. Так, наибольший максимум спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$  у кривой 1 (что соответствует расстоянию между цилиндрами  $d = 1$  нм) расположен при меньших значениях  $\lambda$ , чем два других побочных максимума. Такое же явление наблюдается и у кривых 2, 3. Однако для кривых 4 и 5 (что соответствует расстояниям между цилиндрами 10 и 25 нм) имеет место обратный эффект — главный максимум находится при больших значениях  $\lambda$  (правее), чем другой побочный максимум. Также наблюдается и уменьшение числа максимумов, что свидетельствует о их вырождении.

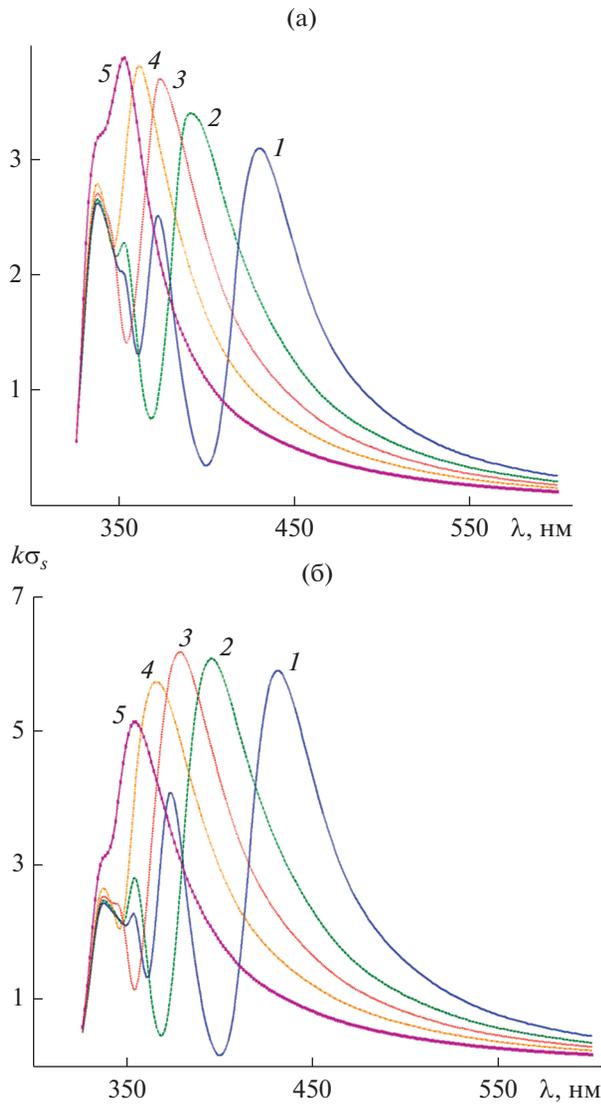
Рисунок 4 иллюстрирует влияние потерь серебра на зависимость полных сечений рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  для структуры с фиксированным значением радиуса цилиндров  $a = 25$  нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$  и расстоянием между цилиндрами  $d = 2.5$  нм. На рисунке представлен случай реальных потерь серебра, которые определяются значениями мнимой части относительной диэлектрической проницаемости серебра  $\text{Im}(\epsilon_c)$  (см. рис. 2), и случай, когда мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости серебра равна  $0.001\text{Im}(\epsilon_c)$ . Из этого рисунка следует, что при малых потерях серебра



**Рис. 4.** Влияние потерь серебра на частотную зависимость сечения рассеяния  $k\sigma_s$  для структуры при фиксированном значении радиуса цилиндров  $a = 25$  нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$ , расстоянии между цилиндрами  $d = 2.5$ , в случае  $\text{Im}(\epsilon_c)$  (кривая 1) и  $0.001\text{Im}(\epsilon_c)$  (кривая 2).

наблюдаются как дипольный резонанс  $k\sigma_s$  (в окрестности  $\lambda \approx 384$  нм), так и мультипольные резонансы. Однако реальные потери серебра приводят не только к уменьшению амплитуд максимумов резонансов  $k\sigma_s$ , но к фактическому исчезновению мультипольных резонансов, так как они сливаются в один общий максимум.

На рис. 5а изображены зависимости полных сечений рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$  для структуры с фиксированным значением радиуса цилиндров  $a = 25$  нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = -\pi/4$  и расстояниях между цилиндрами 1, 2.5, 5, 10 и 25 нм. Из рисунка видно, что здесь, как и в случае угла падения  $\varphi_0 = 0$ , число максимумов спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$ , их взаимное расположение, а также величина и расположение максимума зависят от расстояния между цилиндрами. Отметим, что при расстоянии между цилиндрами  $d = 1$  нм (кривая 1) наблюдаются хорошо выделенные три максимума  $k\sigma_s$ , при этом наибольший максимум спектра сечения рассеяния  $k\sigma_s$  расположен при меньших значениях  $\lambda$ , чем другие два максимума. Такое же явление отмечаем и при  $d = 2.5$  нм (кривая 2). Однако при расстояниях между цилиндрами 5, 10 и 25 нм (кривые 3–5) наблюдается эффект уменьшения числа максимумов и их вырождения (фактическое исчезновение второго максимума у кривой 5).

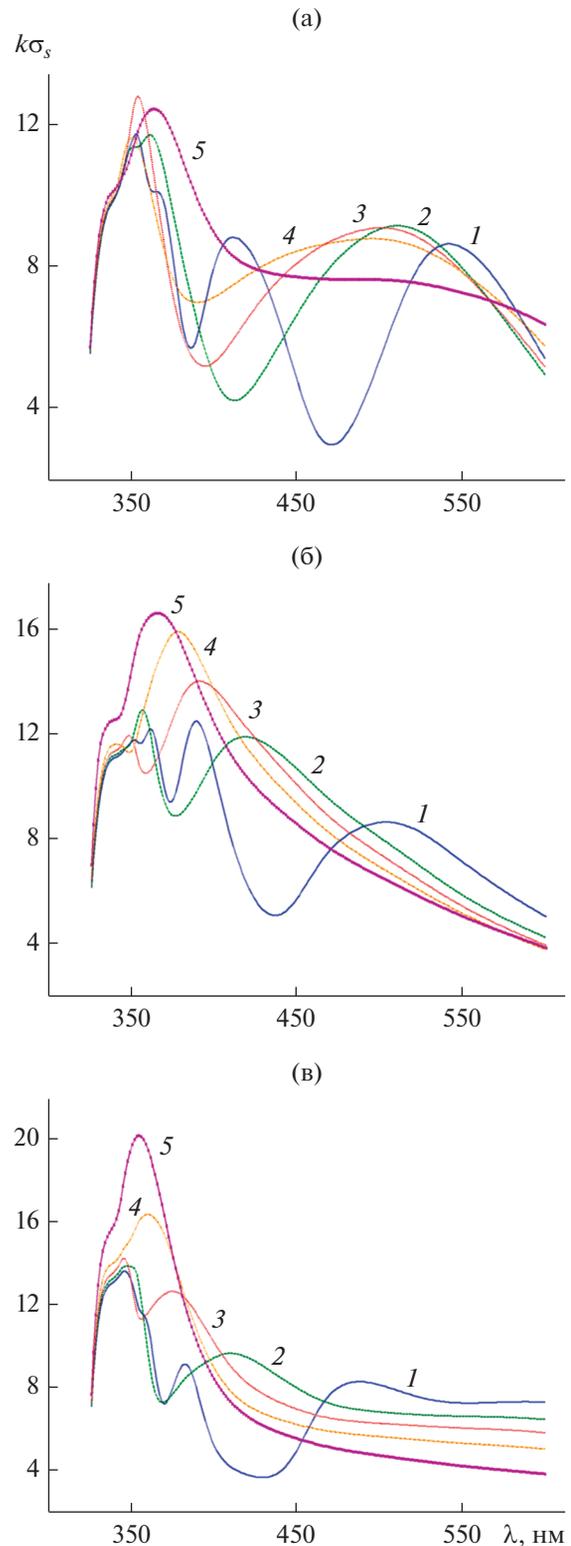


**Рис. 5.** Влияние расстояния между цилиндрами на частотную зависимость нормированного поперечника рассеяния при радиусе цилиндров  $a = 25$  нм, углах падения плоской волны  $\phi_0 = -\pi/4$  (а) и  $-\pi/2$  (б) и различном расстоянии между цилиндрами:  $d = 1$  (1), 2.5 (2), 5 (3), 10 (4) и 25 нм (5).

Аналогичные тенденции видны и на рис. 5б, который отличается от рис. 5а только величиной угла падения плоской волны  $\phi_0 = -\pi/2$ .

Таким образом, из результатов, представленных на рис. 3–5, следует, что у поперечника рассеяния  $k\sigma_s$  наблюдается эффект вырождения резонансов.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда радиус цилиндров равен  $a = 75$  нм, т.е. увеличен в три раза по отношению к рассмотренному выше случаю. Так, на рис. 6а изображены зависимости полных сечений рассеяния  $k\sigma_s$  от длины волны  $\lambda$



**Рис. 6.** Зависимость нормированного поперечника рассеяния от частоты при радиусе цилиндров  $a = 75$  нм, углах падения плоской волны  $\phi_0 = 0$  (а),  $-\pi/4$  (б),  $-\pi/2$  (в) и различных расстояниях между цилиндрами:  $d = 2$  (1), 7.5 (2), 15 (3), 30 (4) и 75 нм (5).

для структуры с фиксированным значением радиуса цилиндров  $a = 75$  нм, угле падения плоской волны  $\varphi_0 = 0$  и расстояниях между цилиндрами 2, 7.5, 15, 30 и 75 нм. Видно, что на кривой 1, соответствующей расстоянию между цилиндрами  $d = 2$  нм, имеется три четко выраженных и два слабо выраженных максимума  $k\sigma_s$ . При этом слабо выраженные максимумы  $k\sigma_s$  расположены по обе стороны главного максимума  $k\sigma_s$ . Увеличение расстояния  $d$  между цилиндрами приводит к тому, что побочные максимумы  $k\sigma_s$  сначала перемещаются на левую сторону главного максимума  $k\sigma_s$  (см. кривую 2), а затем поодиночке исчезают (см. кривые 3–5).

На рис. 6б представлены результаты расчетов той же зависимости при тех параметрах, но при угле падения плоской волны  $\varphi_0 = -\pi/4$ . Из рис. 6б видно, что кривая 1 содержит два четко выделенных максимума  $k\sigma_s$  и три слабо выраженных (побочных) максимума  $k\sigma_s$ , расположенных при  $\lambda < 352$  нм. Увеличение расстояния между цилиндрами  $d$  приводит к тому, что при  $d \geq 7.5$  нм сначала исчезают два побочных (кривые 2, 3), а затем и третий побочный максимум стремится к исчезновению (кривая 5).

Такие же тенденции можно наблюдать и на рис. 6в, где представлены рассчитанные графики рассматриваемой зависимости  $k\sigma_s$  при угле падения плоской волны  $\varphi_0 = -\pi/2$ .

Таким образом, из результатов, изображенных на рис. 6а–6в, следует, что увеличение радиуса цилиндров вызывает увеличение числа побочных максимумов сечений рассеяния  $k\sigma_s$ , а увеличение расстояния между цилиндрами – их постепенное исчезновение.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы связанные колебания плазмонов, возбуждаемых при падении плоской поляризованной  $TM$ -волны светового диапазона длин волн, на структуру, состоящую из двух одинаковых сплошных серебряных нано цилиндров. Результаты исследования позволили сделать следующие выводы. Поперечник рассеяния для рассмотренных структур характеризуется резонансными свой-

ствами в области длин волн  $330 \text{ нм} < \lambda < 550 \text{ нм}$ . Реальные потери серебра приводят к существенному уменьшению амплитуд мультипольных резонансов и к эффекту их слияния в один общий максимум. Положение максимумов поперечника рассеяния, их взаимное расположение и вырождение зависит как от расстояния между цилиндрами, так и величины их радиусов.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет частичного бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014 и частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00654).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Климов В.В.* Наноплазмоника. М.: Физматлит, 2009.
2. *Sondergaard T., Bozhevolnyl S.I.* // Phys. Stat. Sol. (b). 2008. V. 245. № 1. P. 9.
3. *Sondergaard T.* // Phys. Stat. Sol. (b). 2007. V. 244. № 10. P. 3448.
4. *Giannini V., Sánchez-Gil J.A.* // J. Opt. Soc. Am. A. 2007. V. 24. № 9. P. 2822.
5. *Александров Д.В., Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // Изв. вузов Радиофизика. 2017. Т. 60. № 2. С. 210.
6. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 1. С. 67.
7. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 12. С. 1197.
8. *Анютин А.П., Коршунов И.П., Шатров А.Д.* // РЭ. 2015. Т. 60. № 5. С. 513.
9. *Li K., Stockman M.I., Bergman D.J.* // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. № 22. P. 22401.
10. *Johnson P.B., Christy R.W.* // Phys. Rev. B. 1972. V. 6. № 12. P. 4370.
11. *Кюркчан А.Г., Минаев С.А., Соловейчик А.Л.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 6. С. 666.
12. *Anyutin A.P., Stasevich V.I.* // J. Quantitative Spectroscopy and Radiation Transfer. 2006. V. 100. № 1–3. P. 16.
13. *Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И.* Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: ИД Медиа Паблишер, 2014.

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874

### ИСКУССТВЕННЫЙ ДИЭЛЕКТРИК НА ОСНОВЕ ПРОВОДЯЩИХ ДИПОЛЕЙ

© 2020 г. И. М. Лагунов<sup>а</sup>, \*, В. И. Пономаренко<sup>а</sup><sup>а</sup>Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,  
просп. акад. Вернадского, 4, Симферополь, 295007 Российская Федерация

\*E-mail: lagunov.igor@gmail.com

Поступила в редакцию 19.12.2018 г.

После доработки 19.12.2018 г.

Принята к публикации 10.09.2019 г.

На основе решения задачи дифракции проведен расчет дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости структуры из решеток проводящих диполей, расположенных в диэлектрическом слое. Найдено, что дисперсия имеет релаксационный характер. Показана возможность изменять дисперсионную характеристику в широких пределах путем варьирования параметров структуры. Оценен характерный размер структуры, при котором адекватна процедура гомогенизации.

DOI: 10.31857/S0033849420030092

#### ВВЕДЕНИЕ

Применение композиционных материалов (КМ) на основе проводящих диполей в радиопоглощающих структурах позволяет влиять в широких пределах на их амплитудно-частотную характеристику путем варьирования длины диполей, их проводимости и концентрации, а также диэлектрической проницаемости связующего, в котором они распределены, что делает актуальной задачу расчета эффективной диэлектрической проницаемости (ЭДП) таких КМ [1–3]. Приближенные методы расчета ЭДП композиционных материалов обычно основаны на предположении о достаточной малости периода структуры по сравнению с длиной волны и усреднении поля по объему ячейки с включениями [4, 5]. Другой подход к расчету ЭДП, предложенный в [6], основанный на решении задачи дифракции, можно охарактеризовать как точный в той степени, в какой адекватна сама процедура гомогенизации. Этот подход применен в настоящей работе.

В отличие от [6], где рассмотрена простейшая поляризационно зависимая структура из диполей одного направления, в данной статье рассматривается поляризационно независимая структура, состоящая из одинаковых плоских решеток скрещенных диполей.

Цель данной работы – расчет ЭДП рассматриваемой структуры и исследование влияния ее параметров на дисперсионную зависимость ЭДП.

#### 1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Рассмотрим одну решетку исследуемой структуры, изображенную на рис. 1. Период решетки по осям  $x$ ,  $y$  одинаков и равен  $2b$ , длина диполя равна  $2s$ , радиус  $r$  и проводимость  $\sigma$ . Такие решетки расположены одна над другой и находятся в слое диэлектрика толщиной  $d$  с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , который размещен на отражающей плоскости либо на полупространстве с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ . Плоская электромагнитная волна длиной  $\lambda$ , поляризованная вдоль оси  $y$ , падает на структуру нормально в направлении оси  $z$ .

С учетом периодичности и симметрии структуры, а также поляризации падающей волны, задача дифракции сводится к решению задачи рассеяния в эквивалентном волноводе – канале Флоке [7], стенки  $y = 0, b$  которого являются электрическими, а стенки  $x = 0, b$  – магнитными (рис. 2). Координаты решеток:  $z_n = h/2 + (n - 1)h$ , где  $n = 1, 2, \dots, k$  ( $k$  – число решеток),  $h = d/k$ . Плоскости симметрии решетки  $x = 0, b$  и  $y = 0, b$  “разрезают” диполи на полуцилиндры. Вследствие предполагаемого условия тонкости диполей  $r \ll s$  и нормальности электрического поля к электрическим стенкам прилегающие к ним элементы 1, 2 полуцилиндров практически не влияют на поле в волноводе, в отличие от элементов 3, 4, прилегающих к магнитным стенкам. В связи с этим учитывается лишь взаимодействие с полем в волноводе элементов 3, 4. Решение задачи рассеяния основано на разделении элементов 3, 4 на

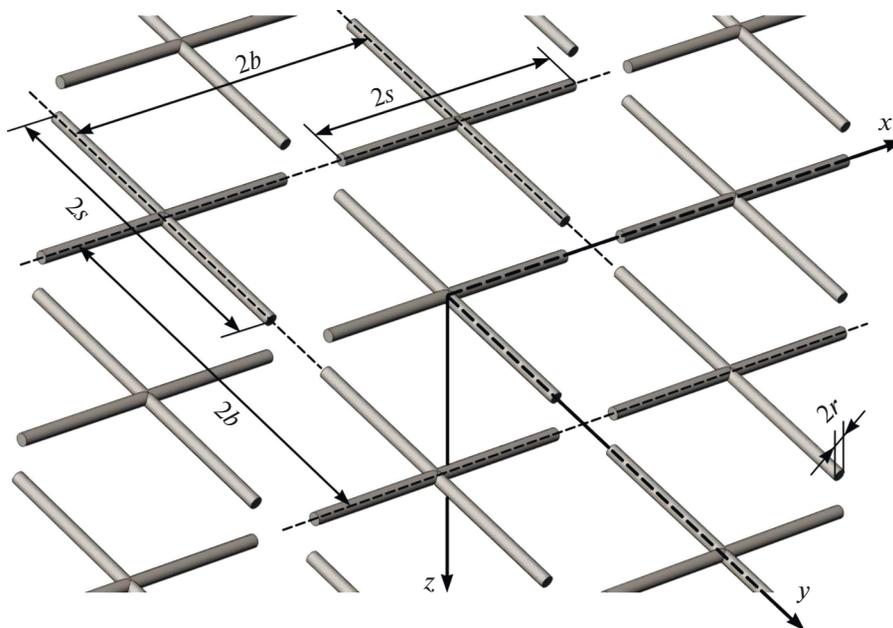


Рис. 1. Решетка проводящих диполей.

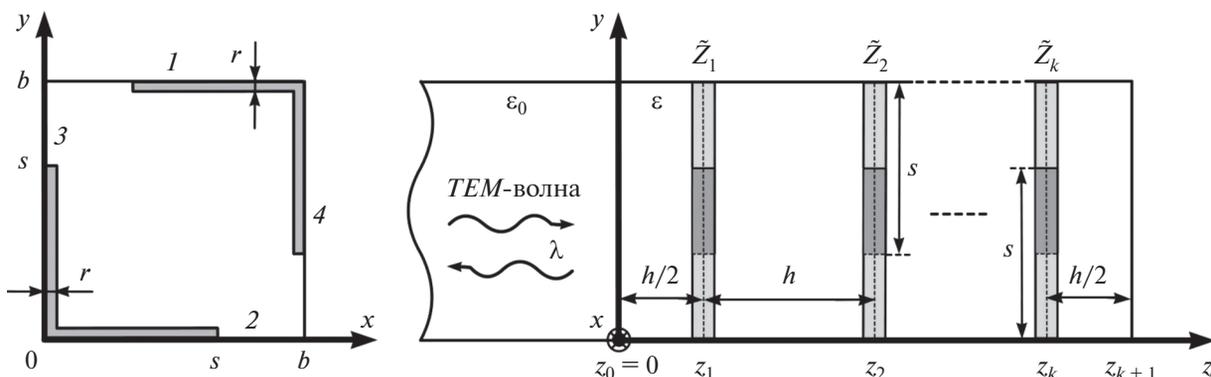


Рис. 2. К задаче рассеяния в эквивалентном волноводе.

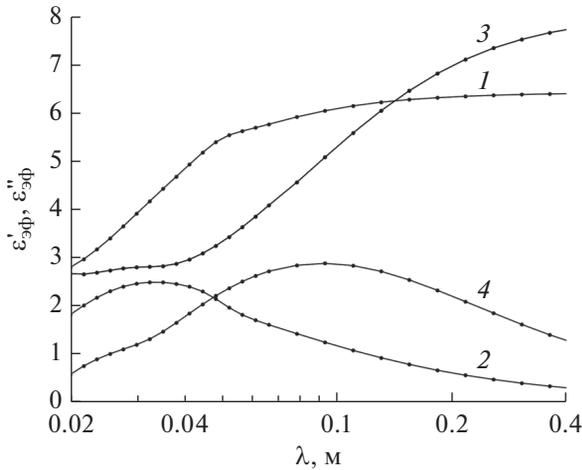
малые отрезки и решения задачи возбуждения эквивалентного волновода текущими по отрезкам элементарными токами [8], при этом учитывается, что ток в полуцилиндре вдвое меньше тока в диполе при одном и том же значении  $y$  – компоненты электрического поля на их поверхности. Решение практически не отличается от приведенного в [6].

Отметим, что аналогичный подход был применен также в [9] при расчете радиопоглощающей структуры на основе проводящих сеток. В связи с этим, а также учитывая то, что приведенные в [6] расчетные формулы записаны для случая расположения диполя посередине между магнитными стенками, конечные расчетные формулы, относящиеся к исследуемой структуре, приведены в Приложении. Аналогично [6] ЭДП  $\epsilon_{эф} = \epsilon'_{эф} + i\epsilon''_{эф}$

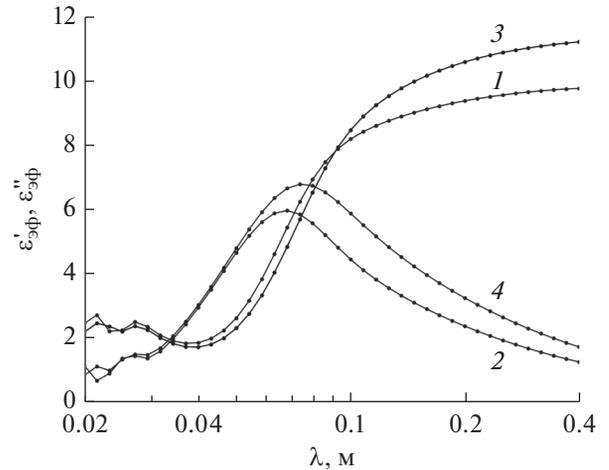
вычисляется по значениям комплексного коэффициента отражения (КО) при расположении структуры на электрическом и магнитном зеркале.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

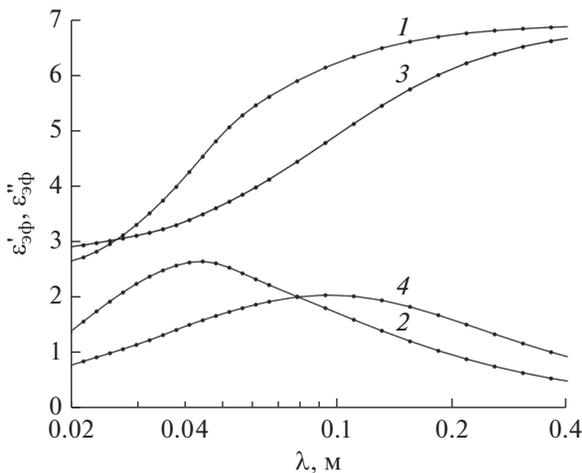
Расчеты проводились при  $d = 5$  мм и  $k = 5$ , поскольку при меньшем числе решеток точность гомогенизации уменьшается. Полагалось  $K = 25$ ,  $M = 30$ ,  $N = 70$ , где  $K$  – число разбиений полуцилиндров 3, 4 на элементарные отрезки,  $M$ ,  $N$  – числа учитываемых гармоник по осям  $x$ ,  $y$ , что оказалось достаточным для вычисления компонент комплексного КО с абсолютной точностью выше 0.002. Проводимость диполей при расчетах



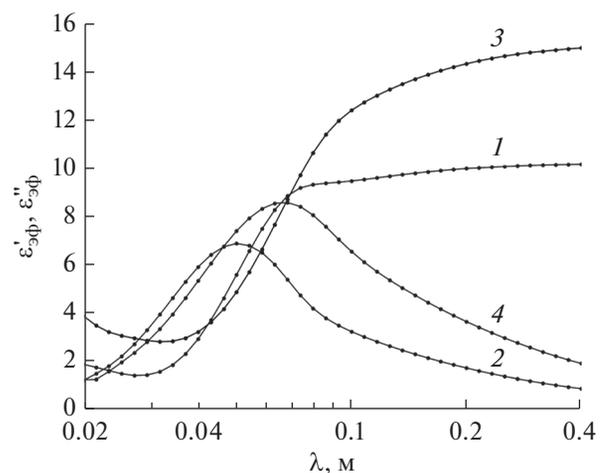
**Рис. 3.** Зависимость дисперсии ЭДП от периода структуры:  $b = 4$  мм,  $s = 3.5$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $b = 8$  мм,  $s = 7$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).



**Рис. 4.** Зависимость дисперсии ЭДП от длины диполей:  $s = 8$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $s = 8.5$  мм для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).



**Рис. 5.** Зависимость дисперсии ЭДП от проводимости диполей:  $\sigma = 100000$  См для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $\sigma = 50000$  См для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).



**Рис. 6.** Зависимость дисперсии ЭДП от диэлектрической проницаемости матрицы:  $\epsilon = 3$  для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (1) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (2);  $\epsilon = 4.5$  для  $\epsilon'_{\text{эф}}$  (3) и  $\epsilon''_{\text{эф}}$  (4).

полагалась близкой к проводимости графитированных волокон [10].

Было рассмотрено влияние различных параметров – периода структуры, длины и проводимости диполей, диэлектрической проницаемости связующего – на дисперсию ЭДП. Полученные результаты представлены на рис. 3–6.

На рис. 3 показано влияние на дисперсию ЭДП периода структуры с параметрами  $r = 5$  мкм,  $\epsilon = 3$ ,  $\sigma = 100000$  См. Видно, что увеличение вдвое размеров  $b$  и  $s$  привело к увеличению резонансной длины волны (РДВ), на которой максимальна

мнимая часть ЭДП, при этом максимальные значения компонент ЭДП возросли.

Влияние длины диполей на дисперсию ЭДП структуры с параметрами  $b = 9$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\epsilon = 3$ ,  $\sigma = 100000$  См показано на рис. 4. Видно, что увеличение длины  $s$  привело к возрастанию компонент ЭДП и смещению РДВ в сторону более длинных волн.

Влияние проводимости диполей на дисперсию ЭДП структуры с параметрами  $b = 5$  мм,  $s = 4.5$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\epsilon = 3$  показано на рис. 5. Видно, что уменьшение проводимости вдвое привело к уменьшению компонент ЭДП и увеличению РДВ.

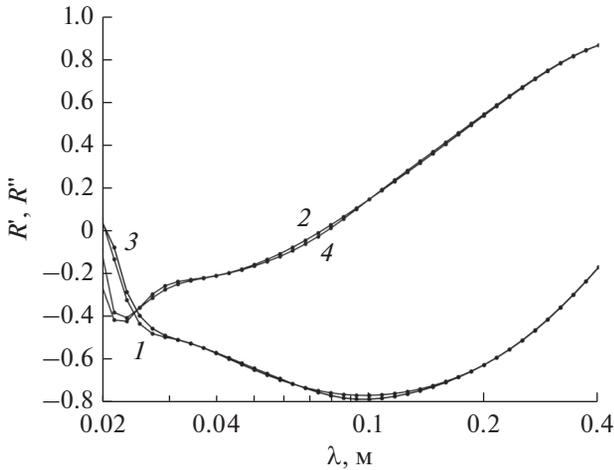


Рис. 7. Зависимость компонент комплексного КО от длины волны: при дифракционном расчете КО, расположенной на магнитном зеркале структуры для  $R'$  (1) и  $R''$  (2); для гомогенизированного слоя для  $R'$  (3) и  $R''$  (4).

Влияние диэлектрической проницаемости связующего на дисперсию ЭДП структуры с параметрами  $b = 6$  мм,  $s = 5.5$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\sigma = 100\,000$  См показано на рис. 6. Видно, что увеличение  $\epsilon$  привело к возрастанию компонент ЭДП и смещению РДВ в сторону более длинных волн.

Характер дисперсии ЭДП структуры, как видно из рис. 3–6, можно охарактеризовать как релаксационный [11], что согласуется с результатами, полученными ранее путем приближенных оценок [12].

На рис. 7 приведены зависимости компонент комплексного КО  $R = R' + iR''$  от длины волны для расположенной на магнитном зеркале структуры с параметрами  $b = 6$  мм,  $s = 5.5$  мм,  $r = 5$  мкм,  $\sigma = 100\,000$  См,  $\epsilon = 4.5$ , вычисленные из решения задачи дифракции (кривые 1, 2) и для однородного слоя с эффективной диэлектрической проницаемостью (кривые 3, 4). Видно, что при длинах волн, меньших приблизительно трех периодов структуры гомогенизация приводит к существенной ошибке вычисления КО, достигающей нескольких процентов. Приблизительно такая же ошибка имеет место при расположении структур на металлическом зеркале и на полупространстве с диэлектрической проницаемостью, равной проницаемости матрицы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенное в [6] решение задачи дифракции нормально падающей электромагнитной волны на решетках из резистивных элементов применено к поляризационно независимой структуре на основе решеток скрещенных диполей в диэлектрическом слое, расположенном на отражающей плоскости или диэлектрическом

полупространстве. ЭДП структуры вычислялась по значениям комплексного КО от нее при расположении структуры на электрическом и магнитном идеальных отражателях. Найдено, что структура имеет дисперсию ЭДП релаксационного типа. Рассмотрено влияние параметров решетки на ЭДП и показана возможность их варьирования в широких пределах. При использовавшихся расчетных параметрах сопоставление решетке скрещенных диполей однородного слоя с эффективной диэлектрической проницаемостью дает абсолютную ошибку вычисления коэффициента отражения по амплитуде менее 0.002, если длина волны приблизительно в три раза превосходит период структуры.

Результаты расчетов применимы к другим диапазонам длин волн при соответствующем масштабировании геометрических размеров рассматриваемых структур.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем конечные формулы для расчета КО плоской электромагнитной волны, нормально падающей на структуру из решеток проводящих диполей, расположенных в диэлектрическом слое. Длина волны больше или равна периоду структуры. Формулы применимы не только в рассмотренном случае одинаковых диполей, но и в случае, когда их длины, радиусы и проводимости различны. Принята единая нумерация элементарных отрезков (ЭО) всех решеток и единая нумерация мод всех типов эквивалентного волновода, причем *ТЕМ*-моду присвоен номер  $n = 1$ .

Приняты следующие обозначения:  $x_n, y_n, z_n$  – координаты середин элементарных отрезков диполей,  $n = 1, 2, \dots, \tilde{k}$ ,  $\tilde{k} = kK$ , где  $K$  – число разбиений диполя ЭО,  $k$  – число решеток;  $\delta_i = \frac{s_i}{2K}$  – половина длины ЭО,  $r_i$  – его радиус;  $d, \epsilon$  – толщина и относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрического слоя;  $\Gamma_n, W_n, \chi_{nx}, \chi_{ny}$  – постоянная распространения, волновое сопротивление и поперечные волновые числа моды Флоке с номером  $n$  в области  $z > 0$  (см. рис. 2),  $n = 1, 2, \dots, NG$ , где  $NG = 2MN + 1$  – число учитываемых мод, включая *ТЕМ*-, *E*- и *H*-моды;  $A_n$  – нормированные коэффициенты мод;

$$I_p^{(n)} = \int_{y_p - \delta_p}^{y_p + \delta_p} \cos(\chi_{ny} y) dy, \quad n = 1, 2, \dots, NG; \quad (\text{П.1})$$

$$C_p^{(n)} = -\frac{W_n |A_n|^2}{2|W_n|} I_p^{(n)}, \quad (\text{П.2})$$

$$B_p^{(m)} = \frac{1}{2} \sum_n C_p^{(n)} \cos(\chi_{nx} x_m) \cos(\chi_{ny} y_m) \times \\ \times [\exp(i\Gamma_n |z_p - z_m + r_m|) + \exp(i\Gamma_n |z_p - z_m - r_m|)], \quad (\text{П.3})$$

где  $B_p^{(m)}$  – среднее поле, создаваемое единичным током ЭО с номером  $p$  в середине ЭО с номером  $m$ ;

$$\beta_p^{(n)\pm} = C_p^{(n)} \cos(\chi_{nx} x_p) \exp(\mp i \Gamma_n z_p), \quad (\text{П.4})$$

где  $\beta_p^{(n)\pm}$  – амплитуда моды с номером  $n$ , создаваемой единичным током ЭО с номером  $p$ ;  $R_n^\pm, T_n^\pm$  – коэффициенты отражения и прохождения прямой и обратной моды с номером  $n$  на границе  $z = 0$ ,  $\alpha_n$  – коэффициент отражения по электрическому полю в плоскости  $z = d$ ;  $\tilde{Z}_p$  – импеданс ЭО с номером  $p$ , вычисляемый по формуле [6];

$$S_{nm}^\pm = \frac{1}{2} [\exp(\pm i \Gamma_n (z_m - r_p)) + \exp(\pm i \Gamma_n (z_m + r_p))] \cos(\chi_n y_m); \quad (\text{П.5})$$

$$F_{pn} = \frac{\beta_p^{(n)-} + \alpha_n \beta_p^{(n)+}}{1 - \alpha_n R_n^-}, \quad G_n = \frac{\delta_{n1} \alpha_n T_1^+}{1 - \alpha_n R_n^-}, \quad (\text{П.6})$$

где  $\delta_{n1}$  – символ Кронекера;

$$a_n = \sum_{p=1}^{\tilde{k}} F_{np} I_p + G_n, \quad (\text{П.7})$$

где  $I_p$  – ток ЭО с номером  $p$ ;

$$I_m \tilde{Z}_m = S_{1m}^+ T_1^+ + \sum_{p=1}^{\tilde{k}} I_p B_p^{(m)} - \sum_{p=1}^{\tilde{k}} I_p \left( \sum_n \beta_p^{(n)-} S_{nm}^- \right) + \sum_n a_n (S_{nm}^- + R_n^- S_{nm}^+); \quad (\text{П.8})$$

равенства (П.7), (П.8) образуют систему линейных алгебраических уравнений относительно то-

ков  $\{I_p\}$ ;  $R = R_1^+ + a_1 T_1^-$  – коэффициент отражения по амплитуде от исследуемой структуры;

$$\epsilon_{\text{эф}} = \frac{(R_1 - 1)(R_2 - 1)}{(R_1 + 1)(R_2 + 1)} \quad (\text{П.9})$$

– эффективная диэлектрическая проницаемость,  $R_1, R_2$  – коэффициенты отражения по электрическому полю при расположении структуры на металлическом зеркале ( $R_1$ ) и на магнитном зеркале ( $R_2$ ).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимин Б.Ф. // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 2. С. 75.
2. Hatakeyama K., Inui T. // IEEE Trans. 1984. V. Mag-20. № 5. P. 1261.
3. Виноградов А.П. Электродинамика композитных материалов. М.: Эдиториал УРСС, 2001.
4. Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А. // Вестник РАН. 2008. № 5. С. 438.
5. Belov P.A., Simovski C.R., Tretyakov S.A. // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. № 3. P. 036610.
6. Пономаренко В.И., Лагунов И.М. Композиционные материалы: разработка и применение. Новосибирск: Изд. АНС “СибАК”, 2017. С. 112.
7. Ильинский А.С., Свешников А.Г. Прикладная электродинамика. М.: Высшая школа, 1977. С. 51.
8. Никольский В.В., Никольская Т.И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989.
9. Пономаренко В.И., Лагунов И.М. // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 657.
10. Мелешко А.И., Половников С.П. Углерод, углеродные волокна, углеродные композиты. М.: САЙНС-ПРЕСС, 2007.
11. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986.
12. Пономаренко В.И. // Радиотехника. 1990. № 5. С. 82.

## АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

УДК 621.396.67

# СИНТЕЗ И АНАЛИЗ АНТЕННЫ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ С ПОЛУПРОЗРАЧНОЙ СТЕНКОЙ ИЗ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ЦИЛИНДРОВ

© 2020 г. В. А. Калошин<sup>а</sup>, \*, К. Т. Нгуен<sup>б</sup>, Е. В. Фролова<sup>а</sup>, \*\*

<sup>а</sup>Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

<sup>б</sup>Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Институтский пер., 7, Долгопрудный, Московской обл., 141701 Российская Федерация

\*E-mail: vak@cplire.ru

\*\*E-mail: frolova.e@mail.ru

Поступила в редакцию 31.05.2019 г.

После доработки 10.06.2019 г.

Принята к публикации 19.07.2019 г.

Рассмотрены задачи синтеза и анализа антенны вытекающей волны в виде нерегулярного полого прямоугольного металлического волновода с узкой стенкой в виде решетки круглых металлических цилиндров. С использованием метода поперечных сечений, приближенного выражения для коэффициента отражения плоской волны от мелко-периодической решетки круглых металлических цилиндров и дисперсионного уравнения волновода с частично прозрачной стенкой решена задача синтеза заданного линейного фронта с заданным амплитудным распределением. В качестве примера найдены законы изменения периода расположения цилиндрических проводников и их расстояний до противоположной узкой стенки волновода с целью реализации линейной антенны вытекающей волны с равномерным распределением амплитуды нулевой пространственной гармоники вдоль волновода. С использованием метода конечных элементов проведено электродинамическое моделирование линейной антенны и антенной решетки из шести линейных антенн вытекающей волны от частоты.

DOI: 10.31857/S0033849420030067

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование антенн вытекающей волны, излучающих основную (нулевую) пространственную гармонику, продолжается в течение ряда лет, начиная с середины прошлого века [1–4]. Конструктивно такие антенны чаще всего выполняются в виде металлического волновода или решетки волноводов с частично прозрачной стенкой. Частичная прозрачность стенки обеспечивается наличием в ней продольной щели или мелко-периодической решетки щелей или отверстий. Одним из возможных вариантов является использование в качестве частично прозрачной стенки решетки круглых металлических цилиндров (проволочной решетки), которая может быть выполнена, в частности, с применением технологии SIW (substrate integrated waveguide) [2, 3]. Однако использование SIW-технологии предполагает заполнение волновода диэлектриком, что приводит к дополнительным тепловым потерям и уменьшению пропускаемой мощности, а также увеличению скорости изменения углового положения луча с изменением частоты, что при необходимости реализации фиксированного луча является нежелательным.

В работе [4] проведено исследование линейной антенны вытекающей волны в виде полого прямоугольного металлического волновода со стенкой в виде решетки металлических цилиндров. Показано, что антенна в виде двух таких волноводов, расположенных под определенным углом, обеспечивает при изменении частоты фиксированный в пространстве луч с высоким КИП (коэффициентом использования поверхности). Для реализации высокого КИП в работе [4] с использованием численной процедуры синтезировано распределение амплитуды поля вытекающей волны вдоль волновода, близкое к равномерному. Однако исследованная антенна не обеспечивает высокий КИП в широкой полосе частот.

В данной работе развита численно-аналитическая методика синтеза антенны вытекающей волны в виде нерегулярного полого прямоугольного металлического волновода с узкой стенкой в виде решетки круглых металлических цилиндров. Методика основана на замене периодического нерегулярного волновода эквивалентным непрерывным волноводом с соответствующей зависимостью коэффициента вытекания вдоль волновода. Для обес-

печения заданного амплитудного распределения вытекающей моды используется известное соотношение [1], связывающее величину постоянной затухания вытекающей моды с амплитудным распределением излученного поля. С использованием дисперсионного уравнения для планарного волновода вытекающей волны с известными коэффициентами отражения плоских волн (волн Бриллюэна) от стенок [5] и известных выражений для коэффициента отражения от мелко-периодической решетки круглых металлических цилиндров [6] получено приближенное дисперсионное уравнение для прямоугольного волновода с узкой стенкой в виде такой решетки. Для синтеза линейного фазового фронта вытекающей волны вдоль волновода получена формула, связывающая изменение периода решетки цилиндров с изменением расстояния от осей цилиндров до узкой стенки волновода и обеспечивающая приближенное постоянство фазовой скорости вдоль волновода. Соотношение этих параметров может уточняться путем численной процедуры с использованием методики работы [7]. В качестве примера применения развитой теории синтезируется линейная антенна вытекающей волны с равномерным амплитудным распределением. Цель работы – с использованием электродинамического моделирования на основе метода конечных элементов провести синтез и анализ синтезированной антенны вытекающей волны и решетки таких антенн.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Рассмотрим полый прямоугольный металлический волновод с размерами широкой и узкой стенки  $a$  и  $b$ , соответственно (рис. 1). Одна из узких стенок волновода образована решеткой круглых металлических цилиндров радиусом  $\rho$ , расположенных параллельно оси  $x$  с переменными периодом  $p(z)$  и расстоянием от их осей до другой узкой стенки  $a(z)$ . Задача синтеза заключается в определении функций  $p(z)$  и  $a(z)$ , обеспечивающих заданный линейный фронт излучения с заданным распределением амплитуды.

В первом приближении метода поперечных сечений [8] задача синтеза нерегулярного волновода сводится к соответствующей задаче для регулярного волновода “сравнения” (с параметрами, совпадающими с параметрами нерегулярного волновода для данного значения  $z$ ). Используя известное соотношение [1], связывающее величину постоянной затухания вытекающей моды  $\alpha(z)$  с амплитудным распределением излученного поля  $A(z)$ :

$$\alpha(z) = \frac{0.5|A(z)|^2}{\int_{z_\lambda}^{L_\lambda} |A(z)|^2 dz + \frac{P(L)}{P(0) - P(L)} \int_0^{L_\lambda} |A(z)|^2 dz}, \quad (1)$$

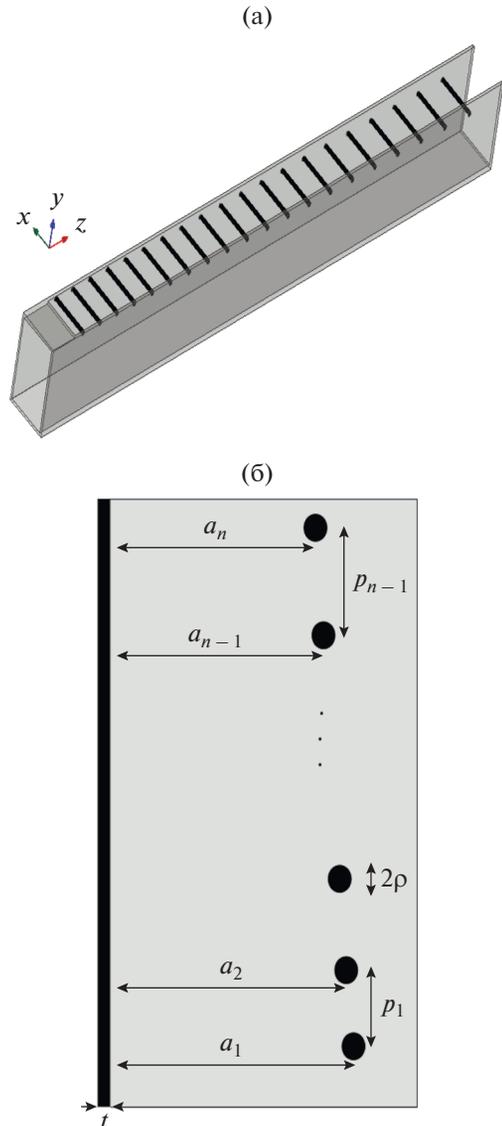


Рис. 1. Общий вид (а) и продольное сечение антенны (б).

где  $L_\lambda = L/\lambda$  – нормированная на длину волны  $\lambda$  в свободном пространстве длина волновода, а  $z_\lambda = z/\lambda$  – нормированная координата, сводим исходную задачу синтеза к задаче определения функций  $p(z)$  и  $a(z)$ , которые находятся из дисперсионного уравнения для регулярного волновода сравнения и обеспечивают заданную функцию  $\alpha(z)$  и постоянную распространения  $\beta$ , независимую от координаты  $z$ .

### 2. СИНТЕЗ НЕРЕГУЛЯРНОГО ВОЛНОВОДА С ПОСТОЯННОЙ ВЕЛИЧИНОЙ $\beta$

Дисперсионное уравнение для основной волны планарного волновода с частично прозрачной стенкой имеет вид [5]

$$R_1 R_2 \exp(-i(2\chi a - 2\pi)) = 1. \quad (2)$$

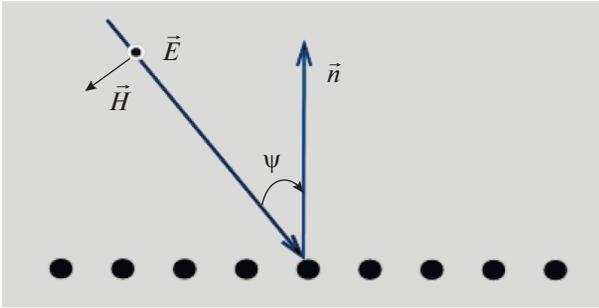


Рис. 2. Падение плоской волны на решетку цилиндров.

Здесь  $R_{1,2}$  – коэффициенты отражения плоских волн Бриллюена, падающих на стенки волновода. Уравнение (2) остается справедливым и для основной моды прямоугольного волновода. В этом случае волна Бриллюена падает на узкую стенку волновода под углом  $\psi$  (рис. 2),  $\psi = \arccos(\chi/k)$ , где  $\chi$  – поперечное волновое число для основной моды,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число в свободном пространстве,  $\lambda$  – длина волны.

Коэффициент отражения от решетки для случая  $E$ -поляризации (когда вектор  $\vec{E}$  параллелен осям цилиндров) для мелко-периодических решеток ( $p \ll \lambda$ ) можно записать в виде [6]

$$R_1 = -1 / \left( 1 + i \left( \frac{2p}{\lambda} (\cos \psi) \ln \frac{p}{2\pi\rho} \right) \right), \quad (3)$$

где  $\rho$  – радиус цилиндра,  $p$  – период решетки.

Поставляя выражение (3) в уравнение (1), получим уравнение относительно  $\cos \psi$ :

$$\exp(-i(2ka \cos \psi - 2\pi)) = 1 + i(d \cos \psi), \quad (4)$$

где  $d = (2p/\lambda) \ln(p/2\pi\rho)$ . Коэффициент отражения от металлической стенки  $R_2 = -1$ .

Разлагая левую часть уравнения (4) в ряд Тейлора, получим приближенное решение уравнения (4)

$$\cos \psi = 2\pi / (d + 2ka) + i \times 2\pi^2 d^2 / (d + 2ka)^3. \quad (5)$$

Выражение для продольного волнового числа записывается в виде

$$\gamma(p) = k \sqrt{1 - (\cos \psi)^2}. \quad (6)$$

Формулы (5), (6) определяют величину постоянной распространения  $\beta = \text{Re}(\gamma)$  и затухания  $\alpha = \text{Im}(\gamma)$ .

Зависимости нормированной на волновое число постоянной распространения от нормированного на длину волны периода  $p_\lambda$ , полученные по формулам (5), (6) и численным методом [7] показаны на рис. 3а семействами кривых 1, 2, 3, 4 для  $a/\lambda = 0.5, 0.525, 0.55, 0.6$  соответственно.

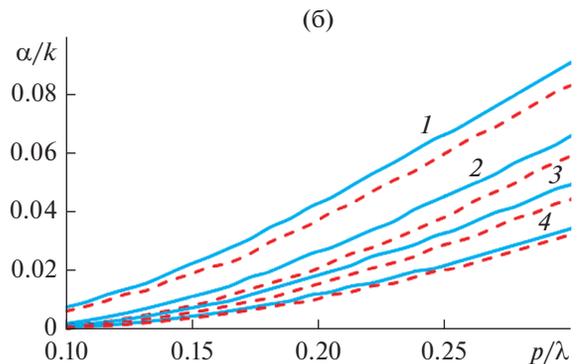
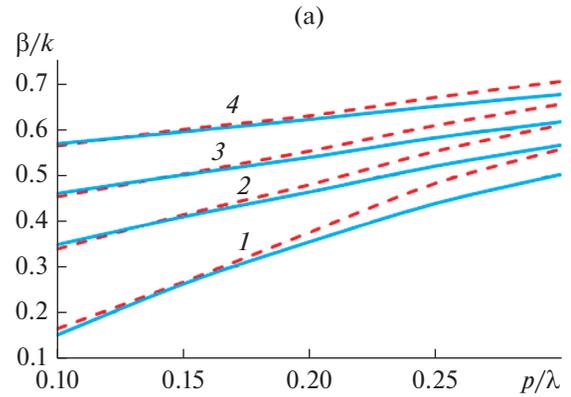


Рис. 3. Зависимости постоянной распространения (а) и постоянной затухания (б) от периода для  $a/\lambda = 0.5$  (1), 0.525 (2), 0.55 (3), 0.6 (4), сплошные кривые – расчет по формулам, штриховые кривые – расчет с использованием методики [7].

На рис. 3а видно, что величина постоянной распространения довольно существенно меняется с увеличением периода решетки, формулы (5), (6) достаточно точно описывают это изменение при малых  $p/\lambda$  ( $p/\lambda < 0/2$ ), при этом точность формул растет с увеличением величины  $a/\lambda$ .

Зависимости для нормированной постоянной затухания, рассчитанные с использованием формул (5), (6) и методики [7], в аналогичных обозначениях представлены на рис. 3б. На рисунке видно, что точность формул (5), (6) при вычислении постоянной затухания, как и в предыдущем случае (см. рис. 3а), возрастает с уменьшением величины  $p/\lambda$  и с увеличением величины  $a/\lambda$ .

Применяя параболическую интерполяцию зависимости величины  $\beta/k$  от величины  $p/\lambda$  для дискретного набора величин  $a/\lambda$ , в результате решения ряда квадратных уравнений  $\beta/k = \beta_0$  можно найти дискретный набор расстояний  $a$  от цилиндров до узкой стенки волновода в зависимости от периода  $p$  при использовании двух разных методов расчета (численным и на основе полученных выражений), обеспечивающих заданную постоянную величину  $\beta_0$ . Используя параболическую интерполяцию между дискретными значе-

ниями, получаем приближенные формулы, описывающие непрерывные зависимости  $a_\lambda(p_\lambda)$ . В частности, при  $\beta_0/k = 0.5$

$$a_\lambda(p_\lambda) = -0.5176(p_\lambda)^2 - 0.1064(p_\lambda) + 0.5769, \quad (7)$$

$$a_\lambda(p_\lambda) = -1.3208(p_\lambda)^2 + 0.10098(p_\lambda) + 0.5632, \quad (8)$$

где  $a_\lambda = a/\lambda$ ,  $p_\lambda = p/\lambda$ .

Были найдены зависимости нормированной величины  $a_\lambda$  от нормированного периода  $p_\lambda$ , рассчитанные по формуле (7) и (8) (рис. 4). Соответствующие зависимости нормированных постоянных распространения  $\beta/k$  и затухания  $\alpha/k$  были получены численным методом и показаны соответственно на рисунках 5а, 5б в аналогичных обозначениях.

Зависимости, представленные на рис. 5а, 5б кривыми 1, 2 можно аппроксимировать параболическими функциями:

$$\alpha(p_\lambda) = 2.1933(p_\lambda)^2 - 0.4959(p_\lambda) + 0.0312, \quad (9)$$

$$\alpha(p_\lambda) = 1.8097(p_\lambda)^2 - 0.3843(p_\lambda) + 0.0217. \quad (10)$$

### 3. СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННЫ ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ

В качестве примера применения описанной выше методики рассмотрим задачу синтеза антенны с равномерным амплитудным распределением  $|A(z)| = 1$ , которое обеспечивает максимальную величину КИП. Подставляя в формулу (1) значения  $L_\lambda = 10$ ,  $P(0) = 1$  и  $P(L) = 0.1$  и приравнявая полученную функцию  $\alpha(z)$  функциям  $\alpha(p)$ , которые определены формулами (9), (10), находим соответствующие зависимости нормированного периода  $p/\lambda$  от нормированной координаты  $z_\lambda$ :

$$p_\lambda = \frac{0.4959 + \sqrt{0.2459 - 8.7732(0.0312 - \alpha(z_\lambda))}}{4.3866}, \quad (11)$$

$$p_\lambda = \frac{0.3843 + \sqrt{0.14768 - 7.2388(0.0217 - \alpha(z_\lambda))}}{3.6194}. \quad (12)$$

Зависимость постоянной затухания была рассчитана по формуле (1), зависимости периода от координаты  $z$  – по формулам (11), (12). Полученные результаты представлены на рис. 6 кривыми 1–3 соответственно.

Нормированное распределение амплитуды электрического поля внутри волновода было получено в результате электродинамического моделирования с использованием метода конечных элементов для зависимости  $p_\lambda(z_\lambda)$ , рассчитанной по формуле (11) и по формуле (12), при синтезе антенны на частоте 9 ГГц. Полученные зависимо-

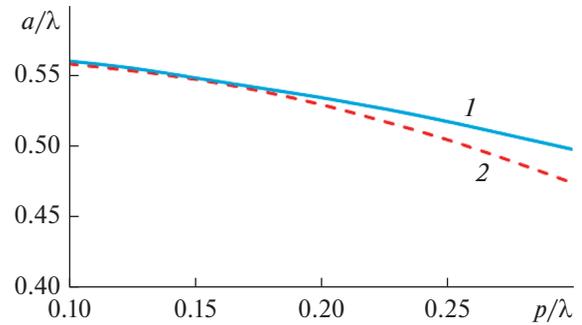


Рис. 4. Зависимость размера волновода в  $H$ -плоскости от периода: кривая 1 – расчет по формуле (7), 2 – расчет по формуле (8).

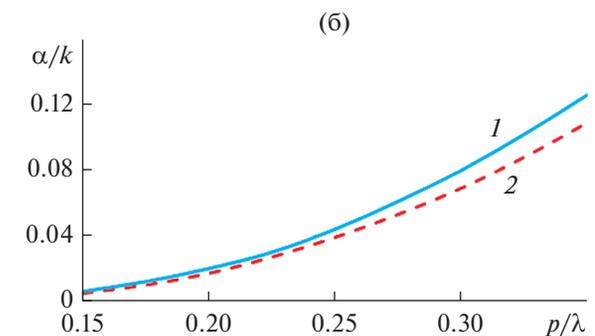
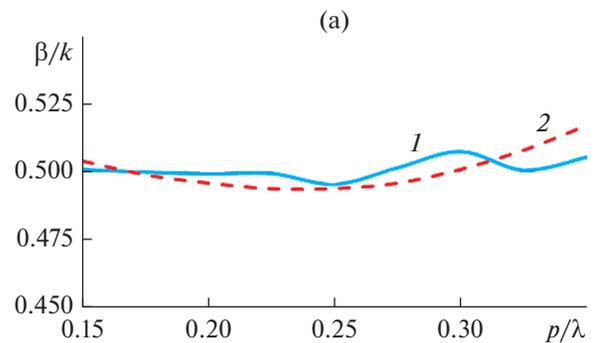


Рис. 5. Зависимости постоянной распространения (а) и постоянной затухания (б) от периода при одновременном изменении параметров  $a_\lambda$  и  $p_\lambda$ , рассчитанные по формуле (7) (кривая 1) и по формуле (8) (кривая 2).

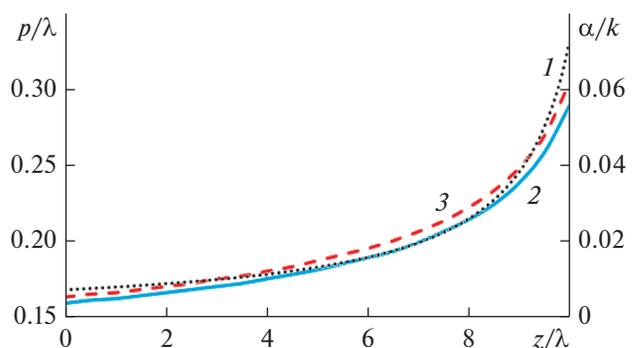


Рис. 6. Зависимости постоянной затухания и периода вдоль антенны.

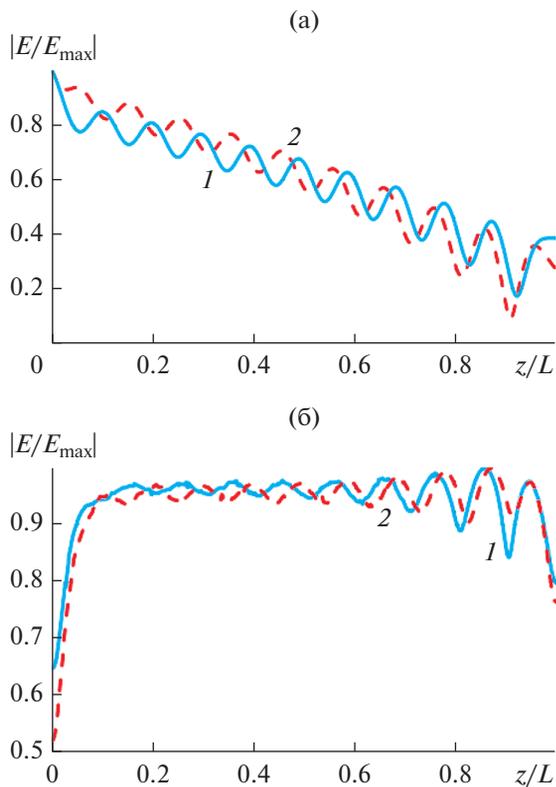


Рис. 7. Нормированное распределение амплитуды электрического поля внутри волновода (а) и вдоль антенны на расстоянии  $\lambda/4$  от решетки (б) при синтезе по формуле (11) (кривая 1) и по формуле (12) (кривая 2).

сти представлены на рис. 7а кривыми 1, 2 соответственно.

Также в результате электродинамического моделирования были найдены соответствующие нормированные распределения амплитуды электрического поля вдоль антенны на расстоянии  $\lambda/4$  от решетки, которые изображены рис. 7б. На рисунке видно, что кривые имеют относительно небольшие колебания вокруг постоянной величины и незначительно спадают на концах антенны. При этом амплитуда колебаний кривых для антенны, синтезированной по формуле (11), несколько больше, чем у антенны, синтезированной по формуле (12).

Далее для антенн, синтезированных по формулам (13), (14), были получены зависимости от частоты коэффициента отражения  $S_{11}$ . Результаты представлены на рис. 8 (кривые 1, 2).

Для антенн, синтезированных на частоте 9 ГГц по формулам (11), (12), были рассчитаны диаграммы направленности в  $H$ -плоскости. Результаты представлены на рис. 9 (кривые 1, 2). Как видно на рисунке, различия между диаграммами антенн, синтезированных численным и численно-аналитическим методом, практически нет.

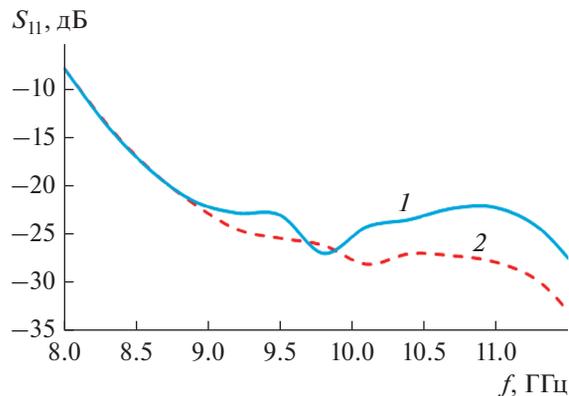


Рис. 8. Зависимость коэффициента отражения от частоты при синтезе антенны по формуле (11) (кривая 1) и по формуле (12) (кривая 2).

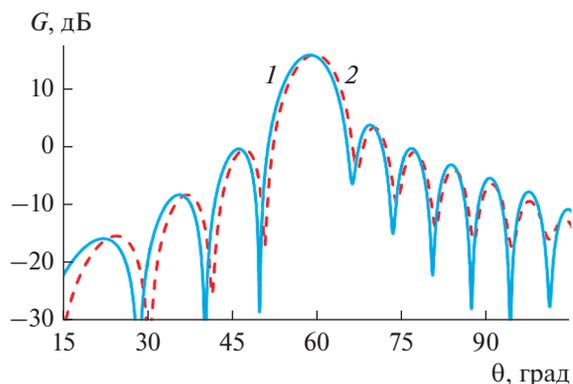


Рис. 9. Диаграмма направленности антенны в  $H$ -плоскости при синтезе антенны по формуле (11) (кривая 1) и по формуле (12) (кривая 2).

#### 4. АНАЛИЗ ФАЗИРОВАННОЙ РЕШЕТКИ ШЕСТИ ЛИНЕЙНЫХ АНТЕНН ВЫТЕКАЮЩЕЙ ВОЛНЫ

Синтезированная выше антенна вытекающей волны сканирует с частотой в  $H$ -плоскости. Для сканирования в  $E$ -плоскости можно использовать фазированную антенную решетку линейных антенн вытекающей волны [1]. Электродинамическое моделирование решетки шести линейных антенн вытекающей волны, модель которой изображена на рис. 10, проведено с использованием метода конечных элементов. Результаты моделирования представлены на рис. 11–14.

На рис. 11 показаны диаграммы направленности антенной решетки в  $H$ -плоскости на частотах 8.5, 9, 9.5, 10, 11 ГГц при синфазном возбуждении волноводов решетки. На рис. 12 представлены диаграммы направленности антенной решетки в  $E$ -плоскости при фазовом сканировании на частоте 9 ГГц.



Рис. 10. Общий вид антенной решетки.

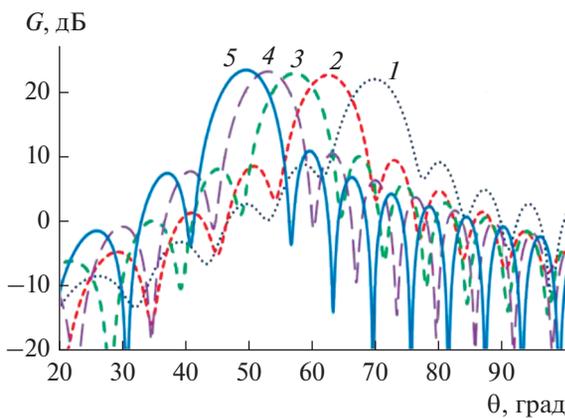


Рис. 11. Диаграммы направленности антенной решетки в  $H$ -плоскости на частотах: 8.5 (1), 9 (2), 9.5 (3), 10 (4), 11 ГГц (5).

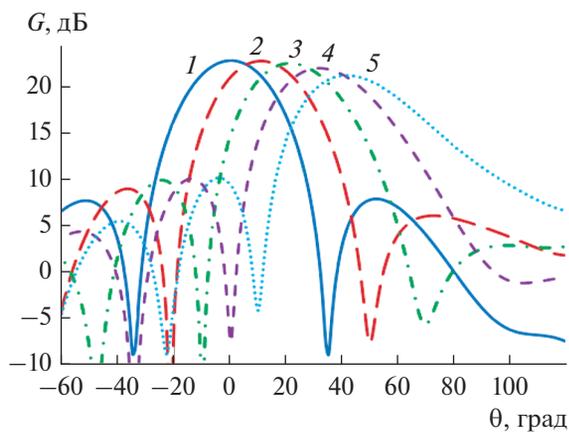


Рис. 12. Диаграммы направленности антенной решетки в  $E$ -плоскости при фазовом сканировании.

На рис. 13 показаны зависимости коэффициента усиления антенной решетки и КИП антенны от частоты (кривые 1 и 2 соответственно). Для сравнения на рисунке приведены зависимости

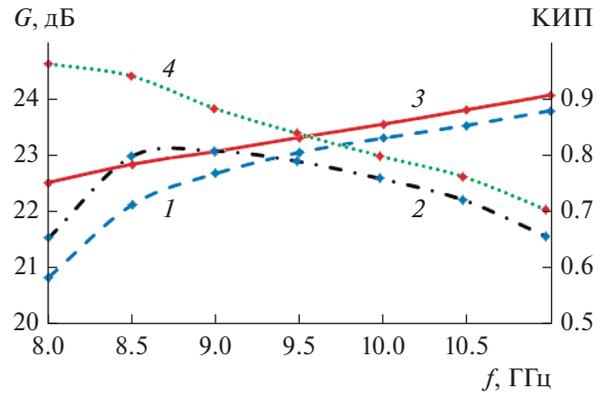


Рис. 13. Частотные зависимости коэффициента усиления (1) и КИП синтезированной антенны (2) в сравнении с коэффициентом усиления и КИП с апертурой с равномерным амплитудным и линейным фазовым распределениями (кривые 3,4).

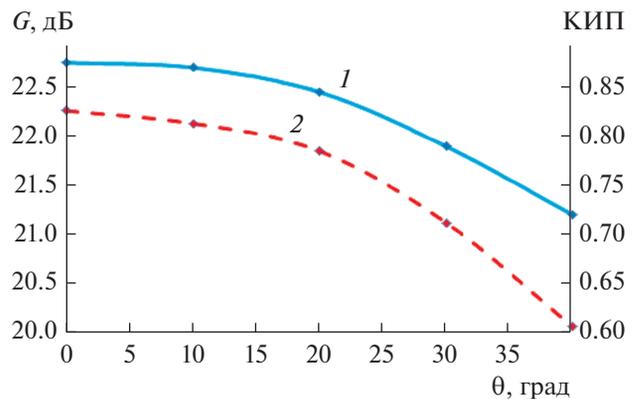


Рис. 14. Зависимость коэффициента усиления (кривая 1) и КИП (кривая 2) от угла отклонения луча при фазовом сканировании на частоте 9 ГГц.

коэффициента усиления и КИП аналогичной плоской апертуры с равномерным амплитудным и линейным фазовым распределением, соответствующим углу частотного сканирования (кривые 3 и 4).

Как видно на рисунке в полосе частот 9...11 ГГц величины усиления и КИП близки к предельно возможным (разница с характеристиками идеальной апертуры менее 0.5 дБ). При этом в полосе частот 8...11 ГГц величина КИП более 0.65.

На рис. 14 в аналогичных обозначениях показаны зависимости коэффициента усиления и КИП при фазовом сканировании на частоте 9 ГГц. Как видно из рисунка, обе зависимости близки к косинусоидальным, что соответствует теории фазированных решеток антенн вытекающей волны [1].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Развитая численно-аналитическая методика позволяет на заданной частоте синтезировать распределение амплитуды вытекающей волны вдоль антенны, близкое к равномерному, а фазовое распределение – близкое к линейному.

2. В полосе частот более 20% усиление и КИП решетки шести синтезированных линейных антенн вытекающей волны близки к предельно возможным значениям.

3. В полосе частот более 30% КИП решетки шести синтезированных линейных антенн вытекающей волны выше 0.65.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уолтер К. Антенны бегущей волны / Пер. с англ. под ред. А.Ф. Чаплина. М.: Энергия, 1970.
2. Deslandes D., Wu Ke. Asia-Pacific Microwave Conf. Proc. Suzhou, China. 4–7 Dec. 2005. V. 1. P. 4.
3. Martinez-Ros A.J., Gómez-Tornero J.L., Goussetis G. // IEEE Trans. 2012. V. AP-60. № 3. P. 1625.
4. Калошин В.А., Нгуен К.Т. // Журн. радиоэлектроники. 2019. № 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan19/14/text.pdf>.
5. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
6. Айзенберг Г.З., Ямпольский В.Г., Терешин О.Н. Антенны УКВ. М.: Связь, 1977. Ч. 2.
7. Калиничев В.И., Бабаскин А.А. // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 7. <http://jre.cplire.ru/jre/jul15/2/text.pdf>.
8. Каценеленбаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М.: Изд-во АН СССР, 1961.

---

**ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ  
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ**


---

УДК 621.396

**БАЙЕСОВСКОЕ ОЦЕНИВАНИЕ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ОТКАЗОМ  
И УЧЕТОМ АПРИОРНЫХ ЗНАНИЙ**

© 2020 г. М. Г. Бакулин<sup>а, \*</sup>, В. Б. Крейнделин<sup>а</sup>, В. А. Григорьев<sup>б</sup>,  
В. О. Аксенов<sup>б, \*\*</sup>, А. С. Щесняк<sup>б</sup>

<sup>а</sup>Московский технический университет связи и информатики,  
ул. Авиамоторная, 8а, Москва 111024, Российская Федерация

<sup>б</sup>Университет ИТМО, Кронверкский просп., 49, Санкт-Петербург, 197101 Российская Федерация

\*E-mail: m.g.bakulin@gmail.com

\*\*E-mail: voaksenov@ifmo.ru

Поступила в редакцию 09.08.2018 г.

После доработки 18.03.2019 г.

Принята к публикации 27.03.2019 г.

Рассмотрен метод синтеза алгоритмов оценивания, использующий байесовский подход при последовательном учете априорных знаний. Показано, что отсутствие знаний о виде априорного распределения или отказ от этих знаний из-за невозможности вывода байесовского алгоритма оценивания может быть имитирован заменой истинного априорного распределения другим распределением с большей энтропией, при этом известные алгоритмы небайесовского оценивания могут быть получены путем классического байесовского правила. Предложен подход последовательного отказа от части априорных знаний и его последующего учета для синтеза алгоритма оценивания. Приведены примеры практического использования предложенного подхода для синтеза алгоритма демодуляции сигналов в системах связи с ММО-каналом.

DOI: 10.31857/S0033849420030031

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Основным разделом статистического синтеза и анализа является теория статистических решений и оценок. В связи с широким развитием техники передачи цифровой информации сфера использования теории оценивания существенно расширилась, и она стала широко применяться в области демодуляции цифровых сигналов, т.е. сигналов с конечным дискретным множеством значений.

От объема учитываемых априорных знаний зависит не только эффективность полученных оценок, но и сложность реализации алгоритма оценивания. Например, отказываясь от каких-либо априорных сведений, можно, вместо оценивания дискретного параметра использовать более простой алгоритм оценивания непрерывного параметра, а на этапе принятия окончательного решения преобразовать эти оценки, задействуя априорную информацию о дискретности параметра.

Важно не дублировать одну и ту же априорную информацию.

В статье показано, как использовать байесовский подход с последовательным отказом и последующим учетом априорных знаний об оцениваемых параметрах.

Справедливо уравнение наблюдения:

$$Y = HX(\Theta) + \eta, \quad (1)$$

где  $\eta \sim \mathcal{CN}(0, R_\eta)$  –  $N$ -мерный комплексный вектор отсчетов гауссовского шума наблюдения,  $H$  –  $(N \times M)$ -мерная известная матрица;  $Y$  –  $N$ -мерный комплексный вектор наблюдения;  $X(\Theta) = [x_1(\theta_1) \ x_2(\theta_2) \ \dots \ x_M(\theta_M)]^T$  –  $M$ -мерный вектор комплексных символов, каждый из которых является нелинейной комплекснозначной функцией  $x_i(\theta_i)$  параметра  $\theta_i$ ,  $i = \overline{1, M}$ ;  $\Theta = [\theta_1 \ \dots \ \theta_M]^T$  –  $M$ -мерный вектор случайных величин. Функциональные зависимости  $x_i(\cdot)$  могут быть как одинаковыми для всех  $i$ , так и разными.

Задача состоит в том, чтобы по полученным наблюдениям  $Y$  оценить вектор символов  $\Theta$ , причем здесь рассматривается случай, когда число оцениваемых параметров (размерность вектора  $\Theta$ ) равно числу комплексных символов (размерности вектора  $X$ ). Это условие необязательное, и в общем случае переменная  $\theta_i$  может быть вектором.

В данной постановке задача хорошо известна и имеет множество приложений: оценивание случайных процессов [1, 2], многопользовательское детектирование [3, 4], детектирование в условиях межсимвольных или межканальных помех [5], детектирование сигналов в ММО системах [6–8] и т.п.

Полная информация об оцениваемом векторе  $\Theta$  содержится в апостериорном распределении, которое вычисляется по формуле Байеса [1, 2]

$$p_{ps}(\Theta|Y) = \frac{\Lambda(Y|\Theta) p_{pr}(\Theta)}{\int_{\Theta} \Lambda(Y|\Theta) p_{pr}(\Theta) d\Theta},$$

где  $p_{pr}(\Theta)$  – априорное распределение вектора  $\Theta$ ;  $\Lambda(Y|\Theta)$  – функция правдоподобия, определяемая уравнением наблюдения, –

$$\Lambda(Y|\Theta) = \frac{1}{(\pi)^N \det(R_\eta)} \times \exp\left(- (Y - HX(\Theta))' R_\eta^{-1} (Y - HX(\Theta))\right).$$

Зная апостериорное распределение, можно вычислить точечные или интервальные оценки вектора  $\Theta$ .

Процедура вычисления апостериорного распределения может быть трудоемкой из-за нелинейности уравнения наблюдения относительно оцениваемого параметра, многомерности и зависимости компонентов оцениваемого вектора.

Для решения такой задачи часто используют приближенные методы, например, “линейные” методы оценивания (детектирования), суть которых состоит в следующем.

Введем обозначение для вектора комплексных случайных величин  $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_M]^T$ , где  $x_i \triangleq x_i(\theta_i)$ . Тогда уравнение наблюдения относительно данного вектора будет линейным

$$Y = HX + \eta, \quad (2)$$

и, следовательно, для оценивания вектора  $X$  можно применять известные методы, использующие частичную априорную информацию. К последним, например, относятся метод минимума среднеквадратического отклонения (МСКО)<sup>1</sup> [1], предусматривающий использование информации об априорном математическом ожидании  $\bar{X}_{pr}$  и корреляционной матрице  $V_{pr}$  и описываемый следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{МСКО} &= \bar{X}_{pr} + K_{МСКО}(Y - H\bar{X}_{pr}), \\ V_{МСКО} &= (H' R_\eta^{-1} H + V_{pr}^{-1})^{-1} = \\ &= V_{pr} - K_{МСКО}(H V_{pr}), \\ K_{МСКО} &= V_{pr} H' (H V_{pr} H' + R_\eta)^{-1}, \end{aligned} \quad (3)$$

или метод наименьших квадратов (МНК) [1], также известный в теории демодуляции как декорре-

лятор (в англоязычных публикациях этот метод известен под названием “Zero-Forcing”)

$$\begin{aligned} \hat{X}_{МНК} &= (H' R_\eta^{-1} H)^{-1} H' R_\eta^{-1} Y, \\ V_{МНК} &= (H' R_\eta^{-1} H)^{-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

Далее, как правило, используется следующий подход. Распределение ошибок оценивания предполагается гауссовским  $p(X - \hat{X}) \sim \mathbb{CN}(\hat{X}_{ps}, V_{ps})$  с параметрами, определяемыми методом оценивания. После этого каждая оценка  $\hat{x}_{i,ps}$  рассматривается независимо от оценок других символов как новое уравнение наблюдения [9]

$$\hat{x}_{i,ps} = x_i(\theta_i) + \mu_i, \quad i = \overline{1, M},$$

с гауссовским шумом  $\mu_i \sim \mathbb{CN}(0, v_{ps}^{(ii)})$ , где  $v_{ps}^{(ii)}$  –  $i$ -й диагональный элемент корреляционной матрицы  $V_{ps}$ .

Затем по формуле Байеса вычисляется апостериорное распределение случайного параметра  $\theta_i$

$$p_{ps}(\theta_i | \hat{x}_{i,ps}) = \frac{\Lambda(\hat{x}_{i,ps} | \theta_i) p_{pr}(\theta_i)}{\int_{\theta_i} \Lambda(\hat{x}_{i,ps} | \theta_i) p_{pr}(\theta_i) d\theta_i}, \quad (5)$$

и его оценка

$$\hat{\theta}_i = \mathbb{F}(p_{ps}(\theta_i | \hat{x}_{i,ps})), \quad (6)$$

где  $\mathbb{F}(p_{ps}(\theta_i | \hat{x}_{i,ps}))$  – некоторый нелинейный функционал от апостериорного распределения, определяемый видом выбранного критерия оптимизации (максимума апостериорной плотности или вероятности, минимума СКО и т.п.).

Традиционное определение “линейные” к алгоритмам детектирования (3), (4), (5), (6) применяется не совсем корректно, так как в итоге окончательные оценки символов  $\hat{\theta}_i$  вычисляются путем нелинейного преобразования исходного наблюдения  $Y$ . Оно относится лишь к первой, промежуточной части алгоритма – оценивания символов  $x_i$ . Сама возможность использования линейных алгоритмов основана на том факте, что символы  $x_i$  являются функциями разных случайных параметров  $x_i(\theta_i)$ , т.е. они функционально независимы. Это позволяет после получения оценок перейти от многомерной задачи оценивания к  $M$  одномерным задачам и использовать раздельную обработку и оценивание искомым параметров  $\theta_i$ . Вся процедура использования линейных алгоритмов основана на нескольких полуэмпирических подходах, не связанных общей идеей. Поэтому в некоторых случаях, как будет показано далее, это приводит к потерям в качестве оценивания.

<sup>1</sup> В англоязычной литературе он известен под названием Minimum Mean Square Error (MMSE).

Далее предлагается подход, соединяющий воедино все этапы оценивания и позволяющий более точно вычислить искомое апостериорное распределение и получить оценки с более высоким качеством. Предложенный метод проверен на примере демодуляции и декодирования в системах ММО.

## 2. БАЙЕСОВСКИЙ ПОДХОД ВЫЧИСЛЕНИЯ АПОСТЕРИОРНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ С НЕПОЛНЫМ УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Рассмотрим задачу оценивания комплексного вектора  $X$  при наблюдении (4). Вся информация об оцениваемом векторе содержится в апостериорном распределении

$$p_{ps}(X|Y) = \frac{\Lambda(Y|X)p_{pr}(X)}{\int_X \Lambda(Y|X)p_{pr}(X)dX},$$

при вычислении которого используется априорное распределение  $p_{pr}(X)$  и функция правдоподобия

$$\Lambda(Y|X) = \frac{1}{(\pi)^N \det(R_\eta)} \times \exp\left(-(Y - HX)' R_\eta^{-1} (Y - HX)\right).$$

При негауссовом многомерном априорном распределении задача вычисления апостериорного распределения является достаточно трудоемкой и не всегда может быть решена. Поэтому существуют определенные небайесовские критерии, позволяющие вычислять оценки вектора  $X$  более просто.

Среди этих критериев можно выделить такие, которые используют не полную априорную информацию, а лишь ее часть, или вообще ее не используют. Среди них можно выделить, например, критерий минимума среднеквадратического отклонения [1], в котором в качестве априорной информации используется только априорное математическое ожидание и корреляционная матрица, или критерий наименьших квадратов, который вообще не использует никакой априорной информации.

Рассмотрим подход вычисления оптимальных оценок, основанный на вычислении и использовании апостериорного распределения при неполном учете априорной информации.

Пусть в исходном случае имеется полная априорная информация, которая заключена в априорном распределении  $p_{pr}(X)$ . Объем этой априорной информации характеризуется энтропией источника сообщений

$$H_{pr} = -\int_X p_{pr}(X) \ln(p_{pr}(X)) dX.$$

Отказ от какой-либо части априорной информации приводит к увеличению энтропии источника

сообщения. Следовательно, процедура отказа может быть имитирована заменой исходного априорного распределения  $p_{ps}(X)$  другим распределением  $\tilde{p}_{ps}(X)$ , характеризующим источник сообщения с большей энтропией. Существуют различные варианты перехода от распределений с меньшей энтропией к распределению с более высокой энтропией.

Известно [10, 11], что среди распределений с фиксированной средней мощностью наибольшей энтропией обладает гауссовское распределение, причем наилучшей аппроксимацией негауссовской плотности гауссовской по критерию минимума расстояния Кульбака является распределение, у которого математическое ожидание и дисперсия равны истинным значениям [12]. То же самое имеет место и для распределения векторной случайной величины, т.е. максимум энтропии

$$H_{\max} = \max_{\tilde{p}_{pr}(X)} \left( -\int_X \tilde{p}_{pr}(X) \ln(\tilde{p}_{pr}(X)) dX \right),$$

при ограничениях на функцию плотности вероятности

$$\begin{aligned} \int_X \tilde{p}_{pr}(X) dX &= 1, \\ \int_X X \tilde{p}_{pr}(X) dX &= \bar{X}_{pr}, \\ \int_X (X - \bar{X}_{pr})(X - \bar{X}_{pr})' \tilde{p}_{pr}(X) dX &= V_{pr}, \end{aligned}$$

будет иметь место при следующем априорном распределении:

$$\tilde{p}_{pr}(X) \sim \mathbb{CN}(\bar{X}_{pr}, V_{pr}).$$

Следующий путь увеличения энтропии состоит в отказе от зависимости априорного распределения [12], т.е. в данном случае имеется в виду использование вместо истинной корреляционной матрицы  $V_{pr}$  диагональной априорной корреляционной матрицы

$$D_{pr} = \text{diag}(d_{pr}^{(i)}, i = \overline{1, M}),$$

где  $d_{pr}^{(i)} = v_{pr}^{(ii)}$ ,  $v_{pr}^{(ii)}$  – диагональные элементы корреляционной матрицы  $V_{pr}$ .

И, наконец, последним шагом в увеличении энтропии априорной информации является увеличение априорных дисперсий вплоть до бесконечности, т.е. использование следующего априорного распределения<sup>2</sup>

$$\bar{p}_{ps}(X) \sim \mathbb{CN}(O_M, dI_M), \text{ при } d \rightarrow \infty.$$

<sup>2</sup> Иногда для полного исключения априорной информации применяют распределение, равномерное в бесконечных пределах. Результат при этом получается одинаковым, но использование гауссовского распределения позволяет делать это в рамках одного общего подхода, основанного на постепенном увеличении энтропии сообщения.

Таким образом, предлагаемый подход постепенного отказа от априорной информации, сопровождающегося использованием априорных распределений с большим значением энтропии, позволяет создавать алгоритмы оценивания разной степени приближения и разной сложности, оставаясь при этом в рамках единого байесовского подхода. В табл. 1 приведены последовательные шаги исключения априорной информации и получаемые при этом алгоритмы вычисления апостериорного распределения (его параметров), а также связь между этими параметрами и известными оценками.

Сравнивая выражения для линейных оценок МСКО (3) и МНК (4), с выражениями для параметров апостериорных распределений из второй и четвертой строк этой таблицы, соответственно, можно заметить, что алгоритм вычисления линейной оценки МСКО является результатом синтеза с использованием байесовского подхода без учета знаний о негауссовости априорного распределения, а линейный алгоритм МНК также может быть получен с использованием байесовского подхода, при полном отсутствии априорной информации, что имитируется гауссовским априорным распределением с бесконечной дисперсией (бесконечной энтропией).

### 3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ УЧЕТ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ БАЙЕСОВСКОМ ОЦЕНИВАНИИ

Отказ от информации о негауссовости априорного распределения для модели (2), позволяет получить простые алгоритмы оценивания, однако приводит к потерям. Но поскольку эта информация известна, то возникает вопрос, нельзя ли на следующем этапе использовать, хотя бы частично, информацию о негауссовости априорного распределения без существенного усложнения алгоритма.

Рассмотрим следующий подход. Отказ от негауссовости привел к тому, что вычисленное апостериорное распределение для модели (2) является гауссовским  $\tilde{p}_{ps}(X|Y) \sim \mathbb{CN}(\bar{X}_{ps}, V_{ps})$  для всех вариантов отказа от априорных сведений (строки 2–4 табл. 1). После вычисления параметров апостериорного распределения откажемся от апостериорной зависимости между элементами вектора  $X$ , тогда можно записать

$$\tilde{p}_{ps}(X|Y) = \prod_{i=1}^M \tilde{p}_{ps}(x_i|Y), \quad (7)$$

где  $\tilde{p}_{ps}(x_i|Y) \sim \mathbb{CN}(\bar{x}_{i,ps}, d_{ps}^{(i)})$ ,  $d_{ps}^{(i)} \triangleq v_{ps}^{(ii)}$  –  $i$ -й диагональный элемент корреляционной матрицы  $V_{ps}$ .

В апостериорном распределении  $\tilde{p}_{ps}(x_i|Y)$  со-держится часть априорной информации, исполь-

зуемой в виде гауссовского распределения  $\tilde{p}_{pr}(x_i)$ . Представим  $\tilde{p}_{ps}(x_i)$  как результат, полученный вычислением по формуле Байеса

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{ps}(x_i) &= \frac{\Lambda_{eq}(z_i|x_i) \tilde{p}_{pr}(x_i)}{\int_{x_i} \Lambda_{eq}(z_i|x_i) \tilde{p}_{pr}(x_i) dx_i} = \\ &= C \Lambda_{eq}(z_i|x_i) \tilde{p}_{pr}(x_i), \end{aligned}$$

где  $\Lambda_{eq}(z_i|x_i)$  – некоторая эквивалентная функция правдоподобия с эквивалентным наблюдением  $z_i$ , которая может быть найдена следующим образом:

$$\Lambda_{eq}(z_i|x_i) = \frac{\tilde{p}_{ps}(x_i)}{\tilde{p}_{pr}(x_i)}.$$

Так как плотности  $\tilde{p}_{pr}(x_i)$  и  $\tilde{p}_{ps}(x_i)$  являются нормальными, то и эквивалентная функция правдоподобия также будет описываться гауссовской плотностью. Опуская промежуточные преобразования, получим

$$\Lambda_{eq}(z_i|x_i) = C \exp\left(-\frac{1}{\sigma_v^2} |z_i - x_i|^2\right), \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} z_i &= -\frac{d_{ps}^{(i)}}{d_{pr}^{(i)} - d_{ps}^{(i)}} \bar{x}_{i,pr} + \frac{d_{pr}^{(i)}}{d_{pr}^{(i)} - d_{ps}^{(i)}} \hat{x}_{i,ps} = \\ &= \bar{x}_{i,pr} + k_i (\hat{x}_{i,ps} - \bar{x}_{i,pr}), \quad (9) \\ \sigma_{v,i}^2 &= \frac{d_{pr}^{(i)} d_{ps}^{(i)}}{d_{pr}^{(i)} - d_{ps}^{(i)}} = k_i d_{ps}^{(i)}, \quad k_i = \frac{d_{pr}^{(i)}}{d_{pr}^{(i)} - d_{ps}^{(i)}}. \end{aligned}$$

Функция правдоподобия  $\Lambda_{eq}(z_i|x_i)$  может рассматриваться как результат использования в качестве модели следующего эквивалентного уравнения наблюдения:

$$z_i = x_i + v_i,$$

где  $v_i \sim \mathbb{CN}(0, \sigma_{v,i}^2)$  – отсчет эквивалентного комплексного гауссовского шума.

Применяя эквивалентную функцию правдоподобия, можно найти уточненное апостериорное распределение, использующее истинное априорное распределение для каждого элемента вектора  $X$

$$p_{ps}(x_i|z_i) = C \Lambda_{eq}(z_i|x_i) p_{pr}(x_i),$$

и из него найти необходимые оценки, например, оценку, оптимальную по критерию МСКО

$$\hat{x}_i = \int x_i p_{ps}(x_i|z_i) dx_i.$$

Полученные выражения можно использовать для синтеза нелинейного алгоритма оценивания

Таблица 1. Сопоставление априорной информации с априорным и апостериорным распределениями, с оценками

Априорная информация	Априорное распределение	Апостериорное распределение	Оценки
Полная априорная информация	$p_{pr}(X)$	$p_{ps}(X Y) = C \Lambda(Y X) p_{pr}(X)$	$\hat{X}_{МАП} = \arg \max_X (p_{ps}(X Y))$ $\hat{X}_{МСКО} = \int \hat{X} p_{ps}(X Y) dX$
Отказ от информации о негауссовости априорного распределения	$\tilde{p}_{pr}(X) \sim \text{CN}(\bar{X}_{pr}, V_{pr})$	$\tilde{p}_{ps}(X Y) \sim \text{CN}(\bar{X}_{ps}, V_{ps})$ $\bar{X}_{ps} = \bar{X}_{pr} + K(Y - H\bar{X}_{pr})$ $V_{ps} = (H' R_{\eta}^{-1} H + V_{pr}^{-1})^{-1} = V_{pr} - K H V_{pr}$ <p style="text-align: center;">где</p> $K = (H' R_{\eta}^{-1} H + V_{pr}^{-1})^{-1} H' R_{\eta}^{-1} =$ $= V_{pr} H' (H V_{pr} H' + R_{\eta})^{-1}$	$\tilde{X}_{МАП,2} = \tilde{X}_{МСКО,2} = \bar{X}_{ps}$
Отказ от информации о зависимости (коррелированности) априорного распределения	$\tilde{p}_{pr}(X) = \prod_{i=1}^M \tilde{p}_{pr}(x_i^{(i)})$ $\tilde{p}_{pr}(x_i) \sim \text{CN}(\bar{x}_{pr}^{(i)}, d_{pr}^{(i)})$	$\tilde{p}_{ps}(X Y) \sim \text{CN}(\bar{X}_{ps}, V_{ps})$ $\bar{X}_{ps} = \bar{X}_{pr} + K(Y - H\bar{X}_{pr})$ $V_{ps} = (H' R_{\eta}^{-1} H + D_{pr}^{-1})^{-1} = D_{pr} - K H D_{pr}$ <p style="text-align: center;">где</p> $K = (H' R_{\eta}^{-1} H + D_{pr}^{-1})^{-1} H' R_{\eta}^{-1} =$ $= D_{pr} H' (H D_{pr} H' + R_{\eta})^{-1}$ $D_{pr} = \text{diag}(d_{pr}^{(i)}, i = \overline{1, M})$	$\tilde{X}_{МАП,3} = \tilde{X}_{МСКО,3} = \bar{X}_{ps}$
Полный отказ от априорной информации	$\tilde{p}_{pr}(X) \sim \text{CN}(O_M, dI_M),$ $d \rightarrow \infty$	$\tilde{p}_{ps}(X Y) \sim \text{CN}(\bar{X}_{ps}, V_{ps})$ $\bar{X}_{ps} = (H' R_{\eta}^{-1} H)^{-1} H' R_{\eta}^{-1} Y$ $V_{ps} = (H' R_{\eta}^{-1} H)^{-1}$	$\tilde{X}_{МАП,4} = \tilde{X}_{МСКО,4} = \bar{X}_{ps}$

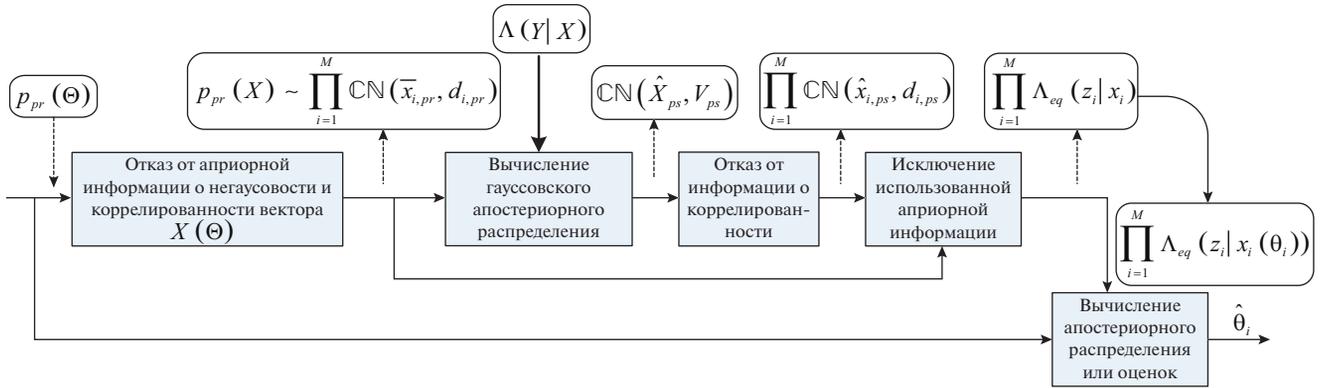


Рис. 1. Блок-схема вычисления апостериорного распределения с последовательным учетом априорной информации.

вектора  $\Theta$  в модели (1). Пусть априорное распределение вектора  $\Theta$  является независимым, т.е. представимо в виде

$$p_{pr}(\Theta) = \prod_{i=1}^M p_{pr}(\theta_i).$$

Это может быть следствием отказа от априорной информации о зависимости случайных величин и следствием отсутствия этой информации.

Следующим шагом будет переход от априорного распределения  $p_{pr}(\Theta)$  к априорному распределению вектора  $X \triangleq X(\Theta)$

$$\tilde{p}_{pr}(X) \sim \mathcal{CN}(\bar{X}_{pr}, V_{pr}) = \prod_{i=1}^M \mathcal{CN}(\bar{x}_{i,pr}, d_{i,pr}),$$

где параметры этого распределения определяют исходным априорным распределением

$$\bar{x}_{i,pr} = E\{x_i(\theta_i)\}, \quad d_{i,pr}^{(i)} = E\{\|x_i(\theta_i) - \bar{x}_{i,pr}\|^2\}.$$

Очевидно, что истинное априорное распределение  $p_{pr}(X)$  не является гауссовским, так как, во-первых, функция  $x_i(\theta_i)$  нелинейная с ограниченной областью значений, а, во-вторых, сам параметр  $\theta_i$ , как правило, имеет негауссовское априорное распределение, однако на данном шаге мы не будем использовать информацию о негауссовости априорного распределения случайной величины  $x_i \triangleq x_i(\theta_i)$ .

В соответствии со строкой 3 табл. 1 апостериорное распределение при данном объеме учитываемой априорной информации будет гауссовским  $p_{ps}(X) \sim \mathcal{CN}(\hat{X}_{ps}, V_{ps})$  с параметрами

$$\begin{aligned} \hat{X}_{ps} &= \bar{X}_{pr} + K(Y - H\bar{X}_{pr}), \\ V_{ps} &= V_{pr} - K(HD_{pr}), \end{aligned}$$

где  $K = D_{pr}H'(HD_{pr}H' + R_{\eta})^{-1}$ .

Следующим шагом является переход от апостериорного распределения коррелированных случайных величин к независимому распределению (7) и вычисление параметров эквивалентной функции правдоподобия  $\Lambda_{eq}(z_i|x_i)$  в соответствии с (9).

Учитывая, что  $x_i \triangleq x_i(\theta_i)$ , можем записать апостериорное распределение для оцениваемой случайной величины  $\theta_i$

$$p_{ps}(\theta_i|z_i) = C\Lambda_{eq}(z_i|x_i(\theta_i))p_{pr}(\theta_i).$$

Далее апостериорное распределение может использоваться по назначению в зависимости от выбранного критерия.

На рис. 1 приведена блок-схема описанного подхода вычисления апостериорного распределения (или оценок) вектора параметров для модели (1). Отметим, что традиционное использование линейных алгоритмов оценивания для этой модели, например, алгоритма МСКО, отличается отсутствием блока исключения использованной априорной информации, что в итоге может приводить к ухудшению качества вычисленных оценок. Используемая дополнительная процедура вычисления параметров эквивалентной функции правдоподобия незначительно увеличивает сложность. В общем случае добавляется  $M$  операций действительного деления,  $3M$  операции действительного умножения и  $5M$  операций сложения.

#### 4. ДЕМОДУЛЯЦИЯ В СИСТЕМАХ ММО С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ ОТКАЗОМ И УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Пусть дана модель уравнения наблюдения для системы связи с ММО-каналом

$$Y = HS(\Theta) + \eta, \tag{10}$$

где  $\eta \sim N(0, R_{\eta})$  – комплексный гауссовский шум,  $\Theta = [\theta_1 \dots \theta_m]^T$  –  $m$ -мерный вектор двоич-

ных символов (битов)  $\theta_i \in \{-1; 1\}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , которые нужно оценить;  $Y$  –  $N$ -мерный комплексный вектор наблюдения;  $S(\Theta)$  –  $M$ -мерный вектор комплексных квадратурно-амплитудно модулированных (КАМ) символов. Для классической системы с пространственным мультиплексированием имеем

$$S(\Theta) = S(\theta_1, \dots, \theta_m) = \left[ s_1 \left( \vartheta_1^{(1)}, \dots, \vartheta_k^{(1)} \right) \dots s_M \left( \vartheta_1^{(M)}, \dots, \vartheta_k^{(M)} \right) \right]^T,$$

где  $\vartheta_k^{(l)}$  –  $k$ -й из совокупности  $K$  двоичных символов, входящих в состав  $l$ -го КАМ-символа, число точек созвездия которого равно  $2^K$ . Между элементами вектора  $\Theta$  и битами КАМ-символов существует следующее соответствие:

$$\theta_i = \vartheta_k^{(l)}, \text{ при } i = k + (l - 1)K, \\ k = \overline{1, K}, \quad l = \overline{1, M},$$

при этом  $m = KM$ . Общее число комбинаций вектора КАМ-символов  $S(\Theta)$  равно  $2^{KM}$ .

Случайные величины  $\theta_i$  являются дискретными и в данном случае могут принимать всего два значения, 1 и  $-1$ . Поэтому для них оценки могут быть двух видов – “жесткие” и “мягкие”. Оценки, принимающие значения согласно области значений оцениваемой случайной величины, называются “жесткими” оценками. Они, как правило, соответствуют критериям максимума апостериорной вероятности или максимального правдоподобия

$$\hat{\theta}_{i, \text{МАВ}} = \arg \max_{\theta \in \{-1; 1\}} (p_{ps}(\theta_i | Y)), \\ \hat{\theta}_{i, \text{МП}} = \arg \max_{\theta \in \{-1; 1\}} (\Lambda(Y | \theta_i)).$$

“Мягкие” оценки или “мягкие” решения могут принимать значения, отличающие от области значений оцениваемой случайной величины. Для одномерной двоичной случайной величины  $\theta = \pm 1$  распределение характеризуется вероятностями  $P\{\theta = 1\} = p_0$  и  $P\{\theta = -1\} = p_1 = 1 - p_0$ . Аналитически это распределение можно представить двумя способами [6, 13]:

$$P(\theta) = \frac{1}{2}(1 + \theta\mu) = \frac{\exp(\theta\lambda)}{\exp(\lambda) + \exp(-\lambda)},$$

где  $\mu = E\{\theta\} = (p_0 - p_1)$  – математическое ожидание;  $\lambda = \frac{1}{2} \ln \frac{p_0}{p_1}$ .

Между параметрами  $\mu$  и  $\lambda$  существует однозначная связь

$$\mu = \text{th}(\lambda).$$

Таким образом, в параметре  $\mu$  или в связанном с ним параметре  $\lambda = \text{arctg}(\mu)$  содержится полная информация о распределении двоичной случайной величины. Нетрудно показать, что параметр  $\mu$  является оптимальной оценкой бита по критерию минимума среднеквадратического отклонения, т.е.

$$\tilde{\theta}_{\text{МСКО}} = \arg \min_{\theta_{\text{МСКО}}} \left( E(\theta - \tilde{\theta}_{\text{МСКО}})^2 \right) = \\ = \arg \min_{\theta_{\text{МСКО}}} \left( \sum_{\theta \in \{-1; 1\}} (\theta - \tilde{\theta}_{\text{МСКО}})^2 P(\theta) \right) = \mu.$$

Оба параметра  $\mu$  и  $\lambda$  могут использоваться в качестве “мягкой” оценки бита. Однако, как показывает практика, с точки зрения точности вычислений предпочтительней оказываются логарифмические параметры, т.е. параметр  $\lambda$ . Поэтому в дальнейшем в качестве “мягкой” оценки бита будем использовать именно его, т.е.

$$\tilde{\theta} \triangleq \lambda = \frac{1}{2} \ln \frac{p_{ps}(\theta = 1 | Y)}{p_{ps}(\theta = -1 | Y)}. \quad (11)$$

Следует отметить, что из “мягких” оценок можно легко вычислить “жесткую” оценку

$$\hat{\theta}_{\text{МАВ}} = \text{sign}(\mu) = \text{sign}(\lambda).$$

Рассмотрим вычисление “мягких” оценок для демодулятора сигналов в ММО-канале. Для модели наблюдения (10) с учетом равной вероятности комбинаций и представления сигналов в виде функции битов  $S(\Theta)$  апостериорное распределение будет определяться выражением

$$p_{ps}(\Theta | Y) = C p_{pr}(\Theta) \times \exp\left(- (Y - HS(\Theta))' R_n^{-1} (Y - HS(\Theta))\right).$$

Для вычисления апостериорного распределения  $i$ -го бита необходимо усреднить многомерное апостериорное распределение  $p_{ps}(\Theta | Y)$  по всем битам кроме  $i$ -го. Для дискретного распределения операция усреднения выполняется путем суммирования

$$p_{ps}(\theta_i | \tilde{y}) = \sum_{\substack{\theta_k \in \{-1; 1\}, k=1, m \\ k \neq i}} p_{ps}(\Theta | Y).$$

С учетом этого и формулы (10) “мягкая” оценка  $i$ -го бита будет определяться выражением

$$\tilde{\theta}_i \triangleq \lambda_i = \frac{1}{2} \ln \frac{\sum_{\substack{\theta_k \in \{-1; 1\}, k=1, m \\ k \neq i}} p_{ps}(\theta_1, \dots, \theta_m | Y)|_{\theta_i=1}}{\sum_{\substack{\theta_k \in \{-1; 1\}, k=1, m \\ k \neq i}} p_{ps}(\theta_1, \dots, \theta_m | Y)|_{\theta_i=-1}}.$$

Таким образом, оптимальный алгоритм вычисления “мягких” оценок битов для ММО-канала в общем случае описывается следующим выражением:

$$\tilde{\theta}_i \triangleq \lambda_i = \frac{1}{2} \ln \frac{\sum_{\substack{\theta_k \in \{-1;1\}, k=1,m \\ k \neq i}} p_{pr}(\theta_1, \dots, \theta_m) \exp\left(-(Y - HS(\theta_1, \dots, \theta_m))' R_{\eta}^{-1} (Y - HS(\theta_1, \dots, \theta_m))\right) \Big|_{\theta_i=1}}{\sum_{\substack{\theta_k \in \{-1;1\}, k=1,m \\ k \neq i}} p_{pr}(\theta_1, \dots, \theta_m) \exp\left(-(Y - HS(\theta_1, \dots, \theta_m))' R_{\eta}^{-1} (Y - HS(\theta_1, \dots, \theta_m))\right) \Big|_{\theta_i=-1}}. \quad (12)$$

Алгоритм вычисления мягких оценок (12) имеет очень высокую сложность  $\sim KM2^{KM}$  даже при независимых и равновероятных комбинациях битов. Данное выражение допускает некоторое упрощение, но порядок сложности все равно остается  $\sim 2^{KM}$ . Поэтому на практике используют различные приближенные методы, которые позволяют уменьшить число перебираемых комбинаций. Среди наиболее простых методов можно выделить так называемые “линейные” алгоритмы оценивания.

Суть этих методов состоит в том, что сначала путем линейной обработки находятся оценки КАМ-символов, а затем эти оценки используются в качестве новых независимых наблюдений для мягкой демодуляции битов. При этом сложность демодуляции одного символа будет пропорциональна  $2^K$ .

Используем байесовский подход, основанный на последовательном учете априорной информации, описанный в предыдущих разделах.

Сначала вычислим параметры априорного распределения вектора  $S = [s_1, \dots, s_M] \triangleq S(\theta_1, \dots, \theta_m)$ . Для независимых и равновероятных битов имеем

$$\begin{aligned} \bar{s}_{i,pr} &= E\{s_i(\vartheta_1^{(i)}, \dots, \vartheta_K^{(i)})\} = 0, \\ d_{pr}^{(i)} &= E\{s_i(\vartheta_1^{(i)}, \dots, \vartheta_K^{(i)})^2\} = 1. \end{aligned}$$

Очевидно, что априорные распределения случайных величин  $s_i$  будут негауссовскими, но согласно описанному ранее подходу на данном шаге мы отказываемся от этой информации и используем распределение, наихудшее с точки зрения максимума энтропии сообщения, т.е. гауссовское априорное распределение  $p_{pr}(S) = \mathbb{CN}(0, I_M)$ , где  $I_M$  – единичная матрица размером  $(M \times M)$ .

С учетом этого (согласно третьей строке табл. 1) параметры апостериорного гауссовского распределения  $p_{ps}(S) = \mathbb{CN}(\hat{S}_{ps}, V_{ps})$  будут

$$\begin{aligned} \hat{S}_{ps} &= (H' R_{\eta}^{-1} H + I)^{-1} H' R_{\eta}^{-1} Y, \\ V_{ps} &= (H' R_{\eta}^{-1} H + I)^{-1}. \end{aligned}$$

Как уже отмечалось, эти оценки полностью совпадают с линейными оценками МСКО.

Для дальнейшего синтеза алгоритма демодуляции отказываемся от апостериорной зависимости компонентов вектора  $S$  и используем апостериорное распределение

$$p_{ps}(S) = \prod_{i=1}^M \mathbb{CN}(\hat{s}_{i,ps}, d_{ps}^{(i)}).$$

Для исключения априорной информации, которую мы использовали при вычислении априорных математических ожиданий и дисперсий перейдем к эквивалентным функциям правдоподобия  $\Lambda_{eq}(z_i | x_i)$  (8) с параметрами

$$z_i = \frac{\hat{s}_{i,ps}}{1 - d_{ps}^{(i)}}, \quad \sigma_{v,i}^2 = \frac{d_{ps}^{(i)}}{1 - d_{ps}^{(i)}}, \quad (13)$$

где при выводе этих выражений учитывалось, что  $\bar{s}_{i,pr} = 0$ ,  $d_{pr}^{(i)} = 1$ .

Следует отметить, что отличие полученного алгоритма от известного алгоритма демодуляции с использованием линейных оценок МСКО в данном случае заключается только в операциях вычисления параметров эквивалентной функции правдоподобия (13), что усложняет алгоритм всего на  $M$  операций действительного деления,  $M$  операций действительного сложения и на  $3M$  операций действительного умножения.

Учитывая независимость и равновероятность комбинаций битов, получим

$$\tilde{\vartheta}_k^{(i)} \triangleq \lambda_k^{(i)} = \frac{1}{2} \ln \frac{\sum_{\substack{\vartheta_j^{(i)} \in \{-1;1\}, j=1,K \\ j \neq k}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{v,i}^2} |z_i - s_i(\vartheta_1^{(i)}, \dots, \vartheta_K^{(i)})|^2\right) \Big|_{\vartheta_k^{(i)}=1}}{\sum_{\substack{\vartheta_j^{(i)} \in \{-1;1\}, j=1,K \\ j \neq k}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{v,i}^2} |z_i - s_i(\vartheta_1^{(i)}, \dots, \vartheta_K^{(i)})|^2\right) \Big|_{\vartheta_k^{(i)}=-1}}, \quad i = \overline{1, M}, \quad k = \overline{1, K}. \quad (14)$$

Нетрудно видеть, что сложность вычисления “мягких” оценок битов пропорциональна  $MK2^K$  плюс сложность МСКО-алгоритма ( $\sim M^3$ ) и плюс сложность вычисления параметров эквивалентных функций правдоподобия ( $\sim M$ ). Если учесть, что в большинстве систем связи используются квадратные КАМ-созвездия с кодированием Грея, которое допускает отдельную обработку квадратурных составляющих, то сложность вычисления по формуле (14) будет составлять  $2MK2^{K/2}$ .

Недостатком (14) является большой динамический диапазон суммируемых чисел в числителе и знаменателе дроби, что ухудшает точность вычисления при ограниченной разрядности вычислений. Чтобы избежать этого, можно использовать следующий прием. Введем обозначение для метрик аргументов экспоненциальной функции

$$\Delta_{k,l_k^{(+)}}^{(i)} = -\frac{1}{\sigma_{v,i}^2} \left| z_i - s_i(\vartheta_1^{(i)}, \dots, \vartheta_K^{(i)}) \right|^2 \Big|_{\substack{\vartheta_j^{(i)} \in \{-1;1\}, j=1, \overline{K}, j \neq k \\ \vartheta_k^{(i)} = 1}},$$

$$\Delta_{k,l_k^{(-)}}^{(i)} = -\frac{1}{\sigma_{v,i}^2} \left| z_i - s_i(\vartheta_1^{(i)}, \dots, \vartheta_K^{(i)}) \right|^2 \Big|_{\substack{\vartheta_j^{(i)} \in \{-1;1\}, j=1, \overline{K}, j \neq k \\ \vartheta_k^{(i)} = -1}},$$

где  $l_k^{(+)} = \overline{1, 2^{K/2}}$  – номера комбинаций двоичных битов  $\vartheta_1^{(i)}, \dots, \vartheta_K^{(i)}$  для всех возможных значений  $\vartheta_j^{(i)} \in \{-1;1\}$ , и фиксированном значении  $k$ -го бита  $\vartheta_k^{(i)} = 1$ , аналогично  $l_k^{(-)} = \overline{1, 2^{K/2}}$  – номера комбинаций при  $\vartheta_k^{(i)} = -1$ . С учетом этого выражение (14) можно преобразовать к виду

$$\tilde{\vartheta}_k^{(i)} \triangleq \lambda_k^{(i)} = \frac{1}{2} \left( \max \Delta_{k,l_k^{(+)}}^{(i)} - \max \Delta_{k,l_k^{(-)}}^{(i)} \right) + \frac{1}{2} \ln \frac{\sum_{l_k^{(+)}=1}^{2^{K/2}} \exp(\Delta_{k,l_k^{(+)}}^{(i)} - \max \Delta_{k,l_k^{(+)}}^{(i)})}{\sum_{l_k^{(-)}=1}^{2^{K/2}} \exp(\Delta_{k,l_k^{(-)}}^{(i)} - \max \Delta_{k,l_k^{(-)}}^{(i)})}.$$

Преимущества этой формулы состоят в том, что динамический диапазон аргументов экспоненциальной функции, самих сумм и их отношений существенно меньше, чем в исходном выражении. Из этой формулы вытекает приближенный алгоритм вычисления “мягкой” оценки, если ограничиться первым слагаемым

$$\tilde{\vartheta}_k^{(i)} \triangleq \lambda_k^{(i)} = \frac{1}{2} \left( \max \Delta_{k,l_k^{(+)}}^{(i)} - \max \Delta_{k,l_k^{(-)}}^{(i)} \right).$$

### 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для проверки предложенного подхода последовательного учета априорной информации и срав-

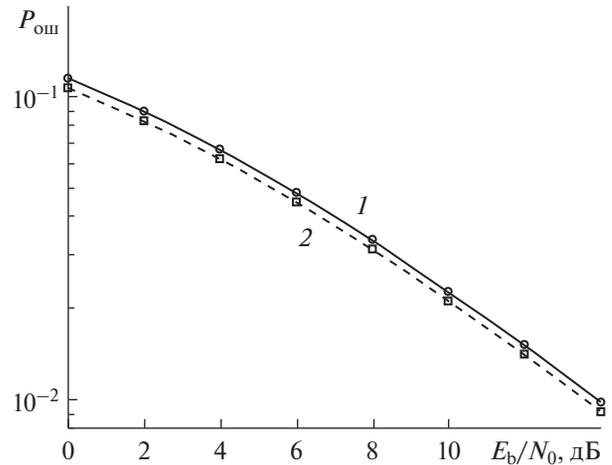


Рис. 2. Зависимости вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум на бит в системе с ММО-каналом без кодирования для МСКО-детектора (1) и детектора, использующего предложенный подход с последовательным отказом и учетом априорной информации (2).

нения его с аналогичными алгоритмами было проведено моделирование системы с ММО-каналом со следующими условиями моделирования: число передающих антенн  $M = 8$ , число приемных антенн  $N = 8$ , модуляция 16 КАМ, ММО-канал с независимыми релейскими замираниями.

Были исследованы зависимости вероятности ошибки на бит для системы без кодирования и вероятности ошибки на бит и на кадр для систем с кодированием от отношения сигнал/шум на бит. В качестве канального кода использовался турбокод со скоростью кодирования 1/2 и длиной кадра 573 бита.

Детектор, синтезированный с использованием предложенного подхода (рис. 2), имеет характеристики помехоустойчивости на 0.3 дБ лучше, чем аналогичный по сложности МСКО-детектор. Это улучшение незначительное, так как в системе без кодирования используются жесткие оценки битов, которые соответствуют критерию максимума апостериорной вероятности и используют не всю информацию.

Для системы с кодированием явно видно преимущество предложенного подхода (рис. 3а и 3б). Помехоустойчивость полученного алгоритма лучше на 1...1.5 дБ. Это объясняется более корректным использованием априорной информации и, как следствие, более точным вычислением “мягких” оценок битов.

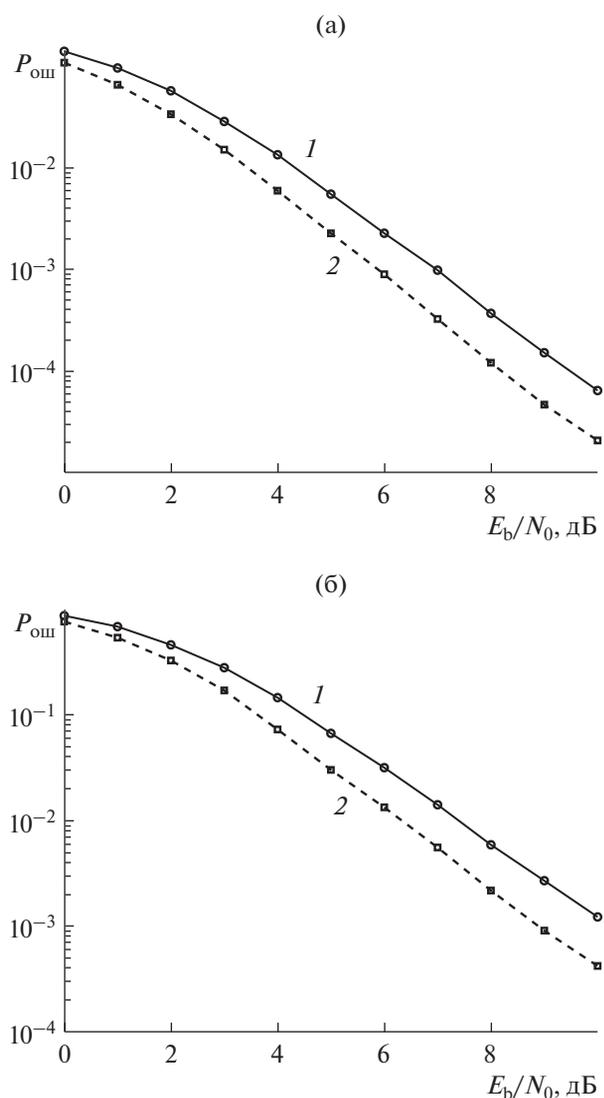


Рис. 3. Зависимости вероятности ошибки на бит (а) и на кадр (б) от отношения сигнал/шум на бит в системе с ММО-каналом с кодированием для МСКО-детектора (1) и детектора, использующего предложенный подход с последовательным отказом и учетом априорной информации (2).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложен подход к решению задачи нелинейного оценивания, основанный на последовательном учете априорной информации. Показано, что путем отказа от части априорной информации можно упрощать алгоритмы оценивания. Причем отказ от априорной информации может быть имитирован заменой исходного априорного распределения другим с большей энтропией, например, вместо негуассовского — гауссовское,

вместо многомерного зависимого — многомерное независимое, вместо распределения с фиксированной дисперсией — распределение с бесконечной дисперсией, и т.п.

При этом синтез алгоритмов оценивания остается в рамках единого байесовского подхода и оперирует понятиями априорного распределения, функции правдоподобия и апостериорного распределения. Это позволяет учесть априорную информацию, используемую на промежуточных шагах синтеза, и более точно использовать неучтенную информацию на последующих шагах.

Приведенный пример использования данного подхода для синтеза алгоритма оценивания двоичных битов при передаче информации в системах связи с ММО показывает преимущество при разработке демодуляторов с линейными алгоритмами оценивания символов за счет более точного учета априорной информации, вследствие чего формируются оценки битов с лучшим качеством оценивания, чем известные линейные алгоритмы.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Седж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. М.: Связь, 1976.
2. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
3. Verd'u S. Multiuser Detection. Cambridge: Univ. Press, 1998.
4. *Advances in Multiuser Detection* / Ed. M.L. Honig. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2009.
5. Li Y., Vucetic B., Sato Y. // IEEE Trans. 1995. V. IT-41. № 3. P. 704.
6. Шлома А.М., Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Новые алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах подвижной связи / Под ред. А.М. Шломы. М.: Горячая линия-Телеком, 2008.
7. Бакулин М.Г., Варукина Л.А., Крейнделин В.Б. Технология ММО: принципы и алгоритмы. М.: Горячая линия-Телеком, 2014.
8. Bai L., Choi J. Low Complexity MIMO Detection. N.Y.: Springer, 2012.
9. Tüchler M., Singer A.C., Koetter R. // IEEE Trans. 2002. V. SP-50. № 3. P. 673.
10. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978.
11. Куликовский Л.Ф., Мотов В.В. Теоретические основы информационных процессов. М.: Высш. школа, 1987.
12. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
13. Бакулин М.Г. // Электросвязь. 2000. № 1. С. 11.

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ  
В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

УДК 537.624;537.632

## НЕВЗАИМНЫЕ СВОЙСТВА ОБРАТНЫХ СПИНОВЫХ ВОЛН

© 2020 г. Э. Г. Локк\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141196 Российская Федерация

\*E-mail: edwin@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 26.03.2018 г.

После доработки 24.09.2019 г.

Принята к публикации 09.10.2019 г.

Исследованы не взаимные свойства мод обратной спиновой волны в касательно намагниченной ферритовой пластине. Установлено, что на поверхности пластины отношение  $R$  нормированных амплитуд магнитного потенциала для двух волн с противоположно направленными волновыми векторами, ориентированными под углами  $\varphi$  и  $\varphi - \pi$  относительно внешнего магнитного поля, существенно зависит от величины  $\varphi$ . Найдено, что существует значение частоты  $f_R$ , которое делит диапазон существования обратных спиновых волн на два частотных интервала: для частот, меньших  $f_R$ , зависимость  $R(\varphi)$  является монотонной (величина  $R$  принимает минимальное и максимальное значения при углах, близких к углам отсечки волнового вектора), а для частот, больших  $f_R$ , — имеет точки экстремума (максимум и минимум) при значениях  $\varphi$ , равных максимальным углам отсечки поверхностной спиновой волны. Получена формула для ориентации волнового вектора, при которой на распределении амплитуды магнитного потенциала  $m$ -й моды волны в сечении ферритовой пластины возникает  $m$ -я точка экстремума, лежащая на одной из поверхностей пластины.

DOI: 10.31857/S0033849420030109

## ВВЕДЕНИЕ

Как известно, касательно намагниченная ферритовая пленка — одна из немногих реальных сред, в которой могут возбуждаться и распространяться с малыми потерями обратные волны. В работе [1] обратные спиновые волны (ОСВ) были описаны с использованием магнитостатического приближения, из-за чего их часто называют обратными объемными магнитостатическими волнами (МСВ). В дальнейшем многие свойства этих волн и различные устройства на их основе были исследованы и описаны в ряде монографий [2–9] и статей [10–23]. В частности, в работах [13, 16] теоретически и экспериментально установлено, что при возбуждении ОСВ линейным преобразователем возникают две волны, характеризующиеся противоположно направленными волновыми векторами и *различным*<sup>1</sup> распределением магнитного потенциала в сечении ферритовой пластины. Кроме того, в [16, 18] было найдено, что в зависимости от ориентации волнового вектора (или возбуждающего преобразователя) наибольшее

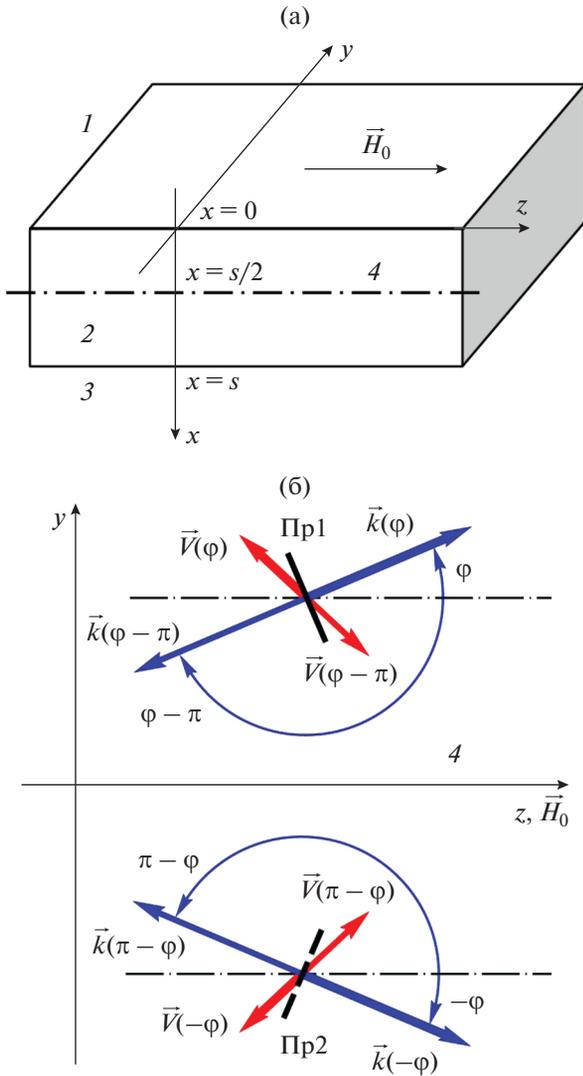
значение магнитного потенциала может находиться как на поверхности, так и внутри ферритовой пластины.

Очевидно, что для разработки спин-волновых устройств необходимо знать, при какой ориентации волнового вектора распределение магнитного потенциала ОСВ имеет точку экстремума непосредственно на поверхности ферритовой пластины и при какой ориентации волнового вектора на поверхности пластины реализуется наибольшее отношение амплитуд магнитных потенциалов, описывающих две волны с противоположно направленными волновыми векторами. Ответы на эти вопросы дают представленные ниже исследования, являющиеся логическим продолжением работ [16, 21].

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ.  
ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ  
НОРМИРОВАННОЙ АМПЛИТУДЫ  
МАГНИТНОГО ПОТЕНЦИАЛА  $\Psi_0^H(x)$ 

Рассмотрим бесконечную пластину 2 толщиной  $s$  из изотропного феррита (рис. 1а). Пластина 2, окруженная полупространствами вакуума 1 и 3, намагничена до насыщения касательным однородным магнитным полем  $\vec{H}_0$  и характеризуется тензором магнитной проницаемости  $\vec{\mu}_2$ . Испол-

<sup>1</sup> Исключением является случай, когда обе волны распространяются параллельно вектору внешнего магнитного поля в противоположных направлениях. Только в этом случае обе волны обладают *одинаковым* распределением магнитного потенциала в сечении ферритовой пластины и поэтому возбуждаются с одинаковой амплитудой.



**Рис. 1.** Геометрия задачи в пространстве (а) и в плоскости ферритовой пластины (б) (вид со стороны поверхности  $x = 0$ ): 1 и 3 – полупространства вакуума, 2 – ферритовая пластина (пленка); 4 – ось симметрии бесконечной касательно намагниченной ферритовой пластины; Пр1 и Пр2 – симметричные друг другу при повороте относительно оси 4 преобразователи, лежащие соответственно на поверхностях  $x = 0$  и  $x = s$ . Изображены волновые векторы  $\vec{k}(\varphi)$  и  $\vec{k}(\varphi - \pi)$ ,  $\vec{k}(-\varphi)$  и  $\vec{k}(\pi - \varphi)$ , их ориентации  $\varphi$  и  $\varphi - \pi$ ,  $-\varphi$  и  $\pi - \varphi$  и соответствующие векторы групповой скорости  $\vec{V}(\varphi)$  и  $\vec{V}(\varphi - \pi)$ ,  $\vec{V}(-\varphi)$  и  $\vec{V}(\pi - \varphi)$  для волн, возбуждаемых преобразователями Пр1 и Пр2 соответственно ( $\vec{k}$  и  $\vec{V}$  для полезных волн показаны жирными векторами).

зуя уравнения Максвелла в магнитоэлектростатическом и безобменном приближениях и вводя магнитный потенциал  $\Psi$  по аналогии с работой [1], можно получить уравнения для потенциала  $\Psi_2$  и потенциалов  $\Psi_1$  и  $\Psi_3$  внутри и вне ферритовой пла-

стины. Подставляя решение для магнитного потенциала

$$\begin{cases} \Psi_1 = C \exp(-k_{1x}x - ik_y y - ik_z z) \\ \Psi_2 = (A \sin(k_{2x}x) + B \cos(k_{2x}x)) \times \\ \times \exp(-ik_y y - ik_z z) \\ \Psi_3 = D \exp(k_{3x}x - ik_y y - ik_z z) \end{cases} \quad (1)$$

в граничные условия (определяемые непрерывностью нормальной компоненты СВЧ магнитной индукции и потенциала на границах сред), получим систему уравнений

$$\begin{cases} A \cos(k_{2x}s) - B \sin(k_{2x}s) + \frac{vk_y}{\mu k_{2x}} \times \\ \times (A \sin(k_{2x}s) + B \cos(k_{2x}s)) = -\frac{k_{1x}C \exp(k_{1x}s)}{\mu k_{2x}}, \\ \mu k_{2x}A + vk_y B = k_{1x}D \\ A \sin(k_{2x}s) + B \cos(k_{2x}s) = C \exp(k_{1x}s) \\ B = D \end{cases} \quad (2)$$

где  $\mu = 1 + \omega_M \omega_H / (\omega_H^2 - \omega^2)$  и  $v = \omega_M \omega / (\omega_H^2 - \omega^2)$  – компоненты тензора магнитной проницаемости феррита,  $\omega_H = \gamma H_0$ ,  $\omega_M = 4\pi \gamma M_0$ ,  $\omega = 2\pi f$ ,  $\gamma$  – гиромагнитная постоянная,  $4\pi M_0$  – намагниченность насыщения феррита,  $f$  – частота волны,  $A, B, C, D$  – произвольные коэффициенты, а  $k_{1x}, k_{2x}, k_{3x}, k_y$  и  $k_z$  – компоненты волнового вектора (причем  $k_{1x}, k_{2x}$  и  $k_{3x}$  – положительные числа), связанные соотношениями  $k_{1x} = k_{3x} = (k_y^2 + k_z^2)^{1/2}$ ,  $k_{2x} = (-k_y^2 - k_z^2 / \mu)^{1/2}$ .

Для описания ОСВ в полярной системе координат воспользуемся соотношениями  $y = -r \sin \varphi$ ,  $z = r \cos \varphi$  и введем волновой вектор  $\vec{k}$ , модуль которого  $k$  связан с волновыми числами  $k_y, k_z, k_{1x}$  и  $k_{2x}$  соотношениями  $k_y = -k \sin \varphi$ ,  $k_z = k \cos \varphi$ ,  $k_{2x} = \alpha k$  и  $k_{1x} = k$ , где

$$\alpha = \sqrt{\frac{-\cos^2 \varphi}{\mu} - \sin^2 \varphi} \quad (3)$$

а  $\varphi$  – угол, задающий ориентацию вектора  $\vec{k}$  относительно оси  $z$  (углы при исследовании ОСВ удобно отсчитывать от оси  $z$ , являющейся для этой волны осью коллинеарного распространения). В полярной системе координат связь между коэффициентами  $A, B, C$  и  $D$ , следующая из системы (2), и дисперсионное уравнение ОСВ, полученное в результате решения (2), имеют вид

$$\begin{aligned} A &= \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} B, \\ C &= \left( \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha ks) + \cos(\alpha ks) \right) B \exp(ks), \\ D &= B, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{1}{\mu} + \cos^2 \varphi + \mu_{\perp} \sin^2 \varphi + 2\alpha \operatorname{ctg}(\alpha ks) = 0, \quad (5)$$

где введено обозначение  $\mu_{\perp} = (\mu^2 - v^2)/\mu$ . Из уравнения (5) величину  $k$  можно явно выразить через угол  $\varphi$  и параметры ферритовой пластины

$$k = \Phi(\varphi, f) = \frac{1}{\alpha s} \left[ (m-1)\pi + \operatorname{arccctg} \left( \frac{1/\mu + \cos^2 \varphi + \mu_{\perp} \sin^2 \varphi}{-2\alpha} \right) \right], \quad (6)$$

где номер моды  $m$  принимает значения натуральных чисел ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ).

Подставляя (4) в (1), запишем магнитный потенциал  $\Psi_j$  внутри и вне пленки ( $j = 1, 2$  или  $3$ ) в виде  $\Psi_j = \Psi_{j0} \exp(-ikr)$ , где амплитуды потенциала  $\Psi_{j0}$  в каждой среде определяются выражениями

$$\begin{aligned} \Psi_{10} &= B \left[ \frac{1+v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha ks) + \cos(\alpha ks) \right] \times \\ &\quad \times \exp(ks - kx), \\ \Psi_{20} &= B \left[ \frac{1+v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha kx) + \cos(\alpha kx) \right], \\ \Psi_{30} &= B \exp(kx). \end{aligned} \quad (7)$$

Для краткости амплитуду потенциала, состоящую из трех функций  $\Psi_{10}$ ,  $\Psi_{20}$  и  $\Psi_{30}$  обозначим  $\Psi_0$ .

Точно также, через  $\Psi_0^H$  обозначена *нормированная* амплитуда потенциала

$$\Psi_0^H = \Psi_0 / (B \Psi_{0\max}(\varphi)), \quad (8)$$

где *нормировочная величина*  $\Psi_{0\max}(\varphi)$  представляет собой максимальное значение модуля функции  $\Psi_{20}/B$  на отрезке  $0 \leq x \leq s$ . (Выражение для величины  $\Psi_{0\max}(\varphi)$  получено далее, см. формулу (11).)

Распределение амплитуды  $\Psi_0^H(x)$ , рассчитанное в соответствии с (8) при различных значениях  $\varphi$  для первой и второй мод ОСВ, показано на рис. 2. Расчеты выполнены для частоты ОСВ  $f = 2000$  МГц и параметров поля и пленки, использованных в [16, 21, 22]:  $H_0 = 367$  Э,  $4\pi M_0 = 1870$  Гс,  $s = 82$  мкм.

Поясним, чем отличаются нормированные и ненормированные зависимости  $\Psi_0^H(x, \varphi)$  и  $\Psi_0(x, \varphi)$ . Поскольку касательно намагниченная ферритовая пластина симметрична самой себе при повороте на  $180^\circ$  вокруг единственной оси симметрии (см. рис. 1, ось 4), параллельной вектору  $\vec{H}_0$  и проходящей через середину пластины, а одинаковые линейные преобразователи Пр1 и Пр2 (см. рис. 16), расположенные на поверхностях пластины  $x = 0$  и  $x = s$ , отображаются при данном повороте друг на друга<sup>2</sup>, то и зависимости волн  $\Psi_0^H(x, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, -\varphi)$ , возбуждаемых этими преобразователями, должны быть симметричны.

<sup>2</sup> Фактически речь идет о тождественных геометриях возбуждения волн.

Действительно, из рис. 2 видно, что эти зависимости либо *центрально симметричны* (для нечетных мод), либо *зеркально симметричны* (для четных мод). Для ненормированных зависимостей  $\Psi_0(x, \varphi)$  и  $\Psi_0(x, -\varphi)$  такая симметрия не имеет места<sup>3</sup>, поэтому они неадекватно описывают соотношение амплитуд при тождественных геометриях возбуждения волн, хотя и могут использоваться для вычислений.

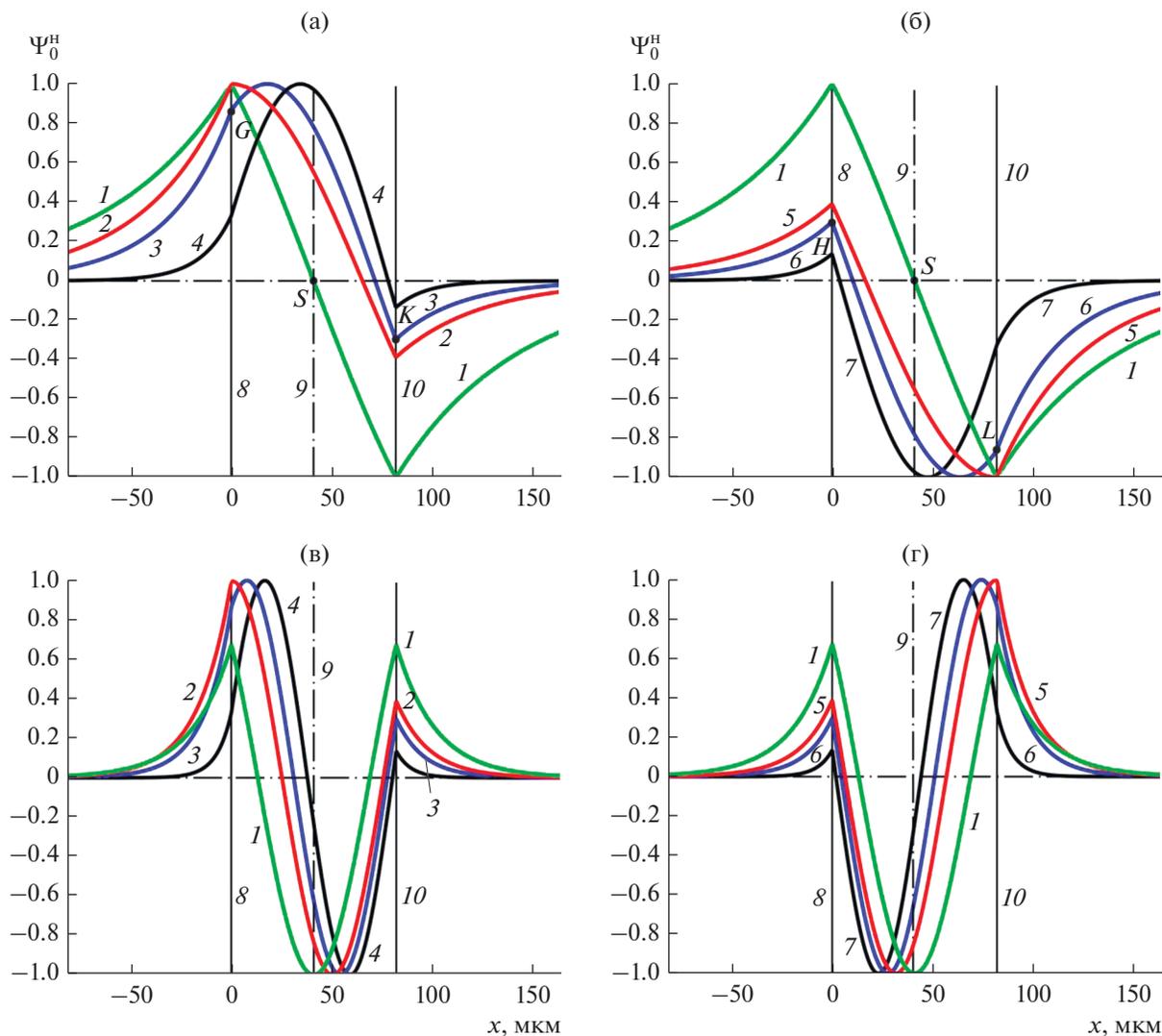
## 2. УГЛЫ $\varphi_{\text{экт}}$ , ПРИ КОТОРЫХ ЗАВИСИМОСТЬ $\Psi_0^H(x)$ ИМЕЕТ ТОЧКУ ЭКСТРЕМУМА НА ПОВЕРХНОСТИ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНЫ ДЛЯ ВСЕХ МОД ОСВ

Как видно из рис. 2, при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 180^\circ$  распределение потенциала  $\Psi_0^H(x)$  имеет одинаковую (по абсолютной величине) амплитуду на обеих поверхностях пластины (кривые 1), причем это распределение имеет  $m - 1$  точек экстремума, в которых  $\partial \Psi_0^H / \partial x = 0$ . То есть для первой моды зависимость  $\Psi_0^H(x)$  не имеет точек экстремума, для второй моды имеет одну точку экстремума и т.д. С изменением угла  $\varphi$  (в любую сторону от направленных  $\varphi = 0$  и  $\varphi = 180^\circ$ ) при некоторых значениях  $\varphi = \pm \varphi_{\text{экт}}$  и  $\varphi = \pi \pm \varphi_{\text{экт}}$  на зависимости  $\Psi_0^H(x)$  возникает еще одна  $m$ -я точка экстремума, локализованная на одной из поверхностей пластины. При дальнейшем изменении угла  $\varphi$  эта  $m$ -я точка экстремума смещается от поверхности к середине пластины (см. рис. 2, кривые 2–7).

Для вычисления угла  $\varphi_{\text{экт}}$  найдем вначале координату  $x = x_{\text{экт}}$ , которая соответствует точке экстремума на зависимости  $\Psi_0^H(x)$ . Чтобы определить эту координату найдем производную  $\partial \Psi_0^H / \partial x$ , продифференцировав выражение (8) и приравняем ее нулю:

$$\frac{1+v \sin \varphi}{\mu} \cos(\alpha k x_{\text{экт}}) - \alpha \sin(\alpha k x_{\text{экт}}) = 0. \quad (9)$$

<sup>3</sup> Кратко это можно объяснить так: полагая, например, в (7)  $B = 0.86$  для приведенных выше параметров и  $\varphi = 23.9^\circ$  получим кривую 3 на рис. 2а, для которой в точке  $G$   $\Psi_{20}(x=0) = 0.86$ . Однако чтобы при  $\varphi = -23.9^\circ$  мы получили бы в точке  $L$  на кривой 6 рис. 2б  $\Psi_{20}(x=s) = -0.86$ , необходимо в (7) положить  $B = 0.298$  (если же оставить  $B = 0.86$  при  $\varphi = -23.9^\circ$ , то получим в точке  $L$  на кривой 6  $\Psi_{20}(x=s) = -2.49$ , а в точке  $H$   $\Psi_{20}(x=0) = 0.86$ ). Таким образом, нормировка обеспечивает необходимую симметрию кривых  $\Psi_0^H(x, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, -\varphi)$  и удобство отображения всех кривых на одном рисунке.



**Рис. 2.** Нормированное распределение амплитуды магнитного потенциала  $\Psi_0^H(x)$  для первой (а и б) и второй (в и г) мод ОСВ при  $f = 2000$  МГц и следующих положительных (а и в) и отрицательных (б и г) значениях угла  $\varphi$ :  $0^\circ$  и  $180^\circ$  (1),  $\varphi_{\text{экст1}} = 16.3^\circ$  и  $\varphi_{\text{экст2}} = 163.7^\circ$  (2),  $\varphi_{R1} = 23.9^\circ$  и  $\varphi_{R2} = 156.1^\circ$  (3),  $40^\circ$  и  $160^\circ$  (4),  $\varphi_{\text{экст4}} = -16.3^\circ$  и  $\varphi_{\text{экст3}} = -163.7^\circ$  (5),  $\varphi_{R4} = -23.9^\circ$  и  $\varphi_{R3} = -156.1^\circ$  (6),  $-40^\circ$  и  $-160^\circ$  (7). Координаты  $x = 0$ ,  $x = s/2 = 41$  мкм и  $x = s = 82$  мкм обозначены прямыми 8–10, причем прямая 9 является осью зеркальной симметрии, при которой кривые  $\Psi_0^H(x)$  на рис. 2в симметричны кривым  $\Psi_0^H(x)$  на рис. 2г. Для первой моды ОСВ точками G, H, K и L отмечены значения  $\Psi_0^H(x = 0)$  и  $\Psi_0^H(x = s)$  на кривых 3 и б, а точкой S – центр симметрии, при которой кривые  $\Psi_0^H(x)$  на рис. 2а симметричны кривым  $\Psi_0^H(x)$  на рис. 2б.

Из уравнения (9) легко найти координату  $x_{\text{экст}}$ :

$$x_{\text{экст}} = \frac{1}{\alpha k} \arctg\left(\frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu}\right). \quad (10)$$

Получим также выражение для нормировочной величины  $\Psi_{0\text{макс}}(\varphi)$ , стоящей в формуле (8). Подставляя  $\sin(\alpha k x_{\text{экст}})$  из соотношения (9) в (7), используя соотношение  $\cos(\alpha k x_{\text{экст}}) = 1/(1 + \text{tg}^2(\alpha k x_{\text{экст}}))^{1/2}$  и учитывая (10), можно найти значение зависимо-

сти  $\Psi_{20}(x)$  в точке экстремума при  $x = x_{\text{экст}}$  и записать следующее выражение для нормировочной величины  $\Psi_{0\text{макс}}(\varphi)$ :

$$\Psi_{0\text{макс}}(\varphi) = \sqrt{1 + \frac{(1 + v \sin \varphi)^2}{\alpha^2 \mu^2}}. \quad (11)$$

Отметим, что зависимость  $\Psi_{20}(x)$  для первой моды ОСВ не имеет точек экстремума для углов  $\varphi$  из интервалов значений  $-\varphi_{\text{экст1}} < \varphi < \varphi_{\text{экст1}}$  и  $\pi - \varphi_{\text{экст1}} <$

$\langle \varphi < \pi + \varphi_{\text{экт1}}$ . Поэтому, чтобы получить нормированное распределение  $\Psi_{20}^H(x)$  для таких углов  $\varphi$ , необходимо нормировать зависимость  $\Psi_{20}(x)$  на максимальное значение, реализующееся на одной из поверхностей пленки.

Найдем теперь из выражения (9) параметры волны, при которых зависимость  $\Psi_{20}^H(x)$  имеет точку экстремума (максимум) прямо на поверхности ферритовой пленки при  $x = 0$  (рис. 2а, кривая 2). Полагая в (9)  $x_{\text{экт}} = 0$ , получим простое уравнение для вычисления угла  $\varphi_{\text{экт}}$

$$1 + v \sin \varphi_{\text{экт}} = 0. \quad (12)$$

В интервале значений  $-\pi < \varphi_{\text{экт}} \leq \pi$  уравнение (12) имеет два решения,  $\varphi_{\text{экт1}}$  и  $\varphi_{\text{экт2}} = \pi - \varphi_{\text{экт1}}$ , причем величина  $\varphi_{\text{экт1}}$  определяется выражением

$$\varphi_{\text{экт1}} = -\arcsin(1/v). \quad (13)$$

Поскольку  $v < 0$  во всем диапазоне существования ОСВ, то угол  $\varphi_{\text{экт1}}$  — величина положительная.

Из справедливости уравнения (12) следует, что при  $\varphi = \varphi_{\text{экт}}$  коэффициент  $A$  в (4) равен нулю, нормировочная величина в (11)  $\Psi_{\text{омакс}}(\varphi_{\text{экт}})$  равна единице, а зависимость  $\Psi_{20}^H(x, \varphi_{\text{экт}})$ , определяемая выражением (8), представляет собой обычную косинусоиду

$$\Psi_{20}^H(x, \varphi_{\text{экт}}) = \cos(\alpha k x), \quad (14)$$

где следует использовать значения  $\alpha$  и  $k$  при  $\varphi = \varphi_{\text{экт}}$ .

Для нахождения угла  $\varphi_{\text{экт}}$ , при котором зависимость  $\Psi_{20}^H(x)$  имеет точку экстремума<sup>4</sup> на поверхности  $x = s$ , положим в (9)  $x_{\text{экт}} = s$ . В итоге получим

$$\text{tg}(\alpha k s) = (1 + v \sin \varphi) / \alpha \mu. \quad (15)$$

Находя величину  $\text{tg}(\alpha k s)$  из соотношения (5) и подставляя ее в (15), получим уравнение

$$(1 + v \sin \varphi) (1/\mu + \cos^2 \varphi + \mu_{\perp} \sin^2 \varphi) + 2\alpha^2 \mu = 0. \quad (16)$$

Раскрывая скобки, учитывая (3) и приводя подобные, можно разложить уравнение (16) на множители, одним из которых является множитель  $1 - v \sin \varphi_{\text{экт}}$ . То есть для вычисления угла  $\varphi_{\text{экт}}$  получаем простое уравнение

$$1 - v \sin \varphi_{\text{экт}} = 0. \quad (17)$$

В интервале значений  $-\pi < \varphi_{\text{экт}} \leq \pi$  уравнение (17) имеет два решения,  $\varphi_{\text{экт3}} = \varphi_{\text{экт1}} - \pi$  и  $\varphi_{\text{экт4}} = -\varphi_{\text{экт1}}$ , где величина  $\varphi_{\text{экт1}}$  определяется выражением (13).

Таким образом, зависимость  $\Psi_{20}^H(x)$  имеет точку экстремума непосредственно на одной из по-

<sup>4</sup> Имеется в виду точка минимума на кривой 5 рис. 2б.

верхностей ферритовой пластины при четырех углах  $\varphi_{\text{экт1}} = -\arcsin(1/v)$ ,  $\varphi_{\text{экт2}} = \pi - \varphi_{\text{экт1}}$ ,  $\varphi_{\text{экт3}} = \varphi_{\text{экт1}} - \pi$  и  $\varphi_{\text{экт4}} = -\varphi_{\text{экт1}}$ .

Следует отметить, что все формулы, приведенные в этом разделе, справедливы для всех мод ОСВ.

Зависимости углов  $\varphi_{\text{экт1}} \dots \varphi_{\text{экт4}}$  от частоты волн  $f$  удобно изображать в полярной системе координат вместе с зависимостями углов отсечки ОСВ  $\varphi_{\text{отс}}^{\text{ОСВ}}(f)$  и углов отсечки поверхностной спиновой волны (ПСВ)  $\varphi_{\text{отс}}^{\text{ПСВ}}(f)$  (рис. 3, кривые 1–4, 5–8 и 9–12 соответственно). Напомним, что углами отсечки спиновой волны называют углы, при которых  $k \rightarrow \infty$ , т.е. углы наклона асимптот изочастотной зависимости<sup>5</sup>. Таким образом, каждый угол отсечки определяет предельную ориентацию волнового вектора при данной частоте.

На рис. 3 также отмечены области  $\varphi_{\text{ОСВ}}$  и  $\varphi_{\text{ПСВ}}$ , соответствующие всем возможным ориентациям волнового вектора для ОСВ и ПСВ в ферритовой пластине (подробнее см. [21]). Анализируя рис. 2 и 3, можно отметить следующие свойства и особенности представленных зависимостей.

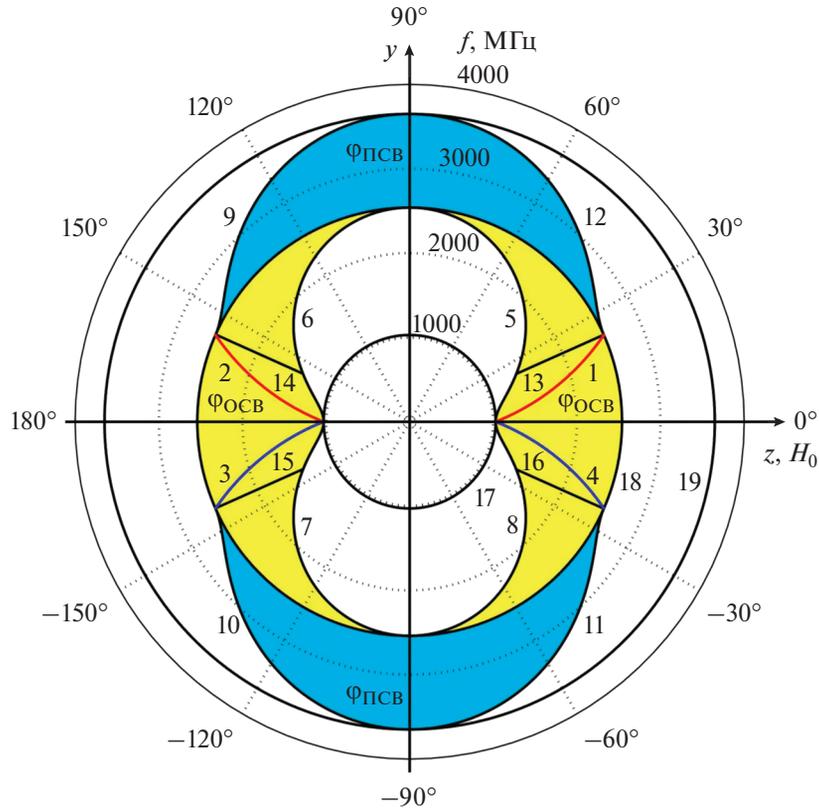
Зависимости  $\varphi_{\text{экт1}}(f) - \varphi_{\text{экт4}}(f)$  (см. рис. 3 кривые 1–4) и зависимости углов отсечки ПСВ  $\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f) - \varphi_{\text{отс4}}^{\text{ПСВ}}(f)$  (кривые 9–12) имеют с окружностью  $f_{\perp} = \omega_{\perp}/2\pi = \sqrt{\omega_{\text{H}}^2 + \omega_{\text{H}}\omega_{\text{M}}}/2\pi = 2539$  МГц (см. рис. 3, 18) общие точки при значениях углов  $\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp})$ ,  $\varphi_{\text{отс2}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp}) = \pi - \varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp})$ ,  $\varphi_{\text{отс3}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp}) = \varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp}) - \pi$  и  $\varphi_{\text{отс4}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp}) = -\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp})$ , где  $\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp})$  называют *максимальным* углом отсечки ПСВ при  $f \rightarrow f_{\perp}$  и находят по формуле<sup>6</sup>, полученной в [1]

$$\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp}) = \pi/2 - \text{arctg} \sqrt{\omega_{\text{M}}/\omega_{\text{H}}}. \quad (18)$$

Поскольку при заменах  $\varphi$  на  $\pi - \varphi$  и  $-\varphi$  на  $\varphi - \pi$  выражения (3), (6), (8) и (11) не меняются, то любой точке  $N(f, \varphi)$  из областей  $\varphi_{\text{ОСВ}}$  или  $\varphi_{\text{ПСВ}}$  и точке  $N_y(f, \pi - \varphi)$ , симметричной точке  $N$  относительно оси  $y$ , соответствуют волны с *одинаковыми*

<sup>5</sup> Напомним, что изочастотная зависимость волны представляет собой сечение дисперсионной поверхности волны  $f(k_x, k_z)$  или  $f(k, \varphi)$  плоскостью постоянной частоты  $f = \text{const}$ . Поскольку изочастотные зависимости ОСВ и ПСВ похожи на гиперболы (см., например, [17]), то эти зависимости характеризуются асимптотами. Подробнее термины “изочастотная зависимость” и “угол отсечки” обсуждаются в [17], а применительно к ОСВ — в [21]. Зависимость углов отсечки от частоты впервые получена для ПСВ в работе [24], а для ОСВ — в [21, 22], где в обеих работах в формуле для угла отсечки ОСВ, к сожалению, опечатка (ниже приведена корректная формула (32)).

<sup>6</sup> Слагаемое  $\pi/2$  появилось из-за отсчета углов относительно оси  $z$ . В литературе же выражение (18) обычно записывают без этого слагаемого [1, 4–6], поскольку при описании ПСВ углы принято отсчитывать от оси  $y$ .



**Рис. 3.** Зависимости углов  $\varphi_{\text{экт}1} - \varphi_{\text{экт}4}$  (кривые 1–4), углов отсечки волнового вектора ОСВ  $\varphi_{\text{отс}1}^{\text{ОСВ}} - \varphi_{\text{отс}4}^{\text{ОСВ}}$  (кривые 5–8) и углов отсечки волнового вектора ПСВ  $\varphi_{\text{отс}1}^{\text{ПСВ}} - \varphi_{\text{отс}4}^{\text{ПСВ}}$  (кривые 9–12) от частоты волны  $f$ . Отрезки 13–16 соответствуют значениям углов максимальной невзаимности ОСВ  $\varphi_{R1} - \varphi_{R4}$ , а окружности 17, 18 и 19 соответствуют значениям частот  $f_H = \omega_H/2\pi = 1029$  МГц,  $f_{\perp} = \omega_{\perp}/2\pi = 2539$  МГц и  $f = (\omega_H + \omega_M/2)/2\pi = 3649$  МГц. На диаграмме показаны области  $\varphi_{\text{ОСВ}}$  и  $\varphi_{\text{ПСВ}}$ , соответствующие множеству всех возможных ориентаций волнового вектора обратной и поверхностной волн в ферритовой пластине.

зависимостями амплитуды магнитного потенциала, т.е.

$$\Psi_0^H(x, f, \varphi) = \Psi_0^H(x, f, \pi - \varphi) \tag{19}$$

и  $\Psi_0^H(x, f, -\varphi) = \Psi_0^H(x, f, \varphi - \pi)$ .

В то же время точке  $N(f, \varphi)$  и точке  $N_z(f, -\varphi)$ , симметричной точке  $N$  относительно оси  $z$ , соответствуют волны с *разными, хотя и симметричными* (как показано в разделе 1) зависимостями амплитуд  $\Psi_0^H(x, f, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, f, -\varphi)$ .

Из симметрии зависимостей  $\Psi_0^H(x, f, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, f, -\varphi)$  и равенств (19) следует, что соотношения между четырьмя зависимостями  $\Psi_0^H(x, \varphi)$ ,  $\Psi_0^H(x, \pi - \varphi)$ ,  $\Psi_0^H(x, -\varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, \varphi - \pi)$  фиксированы, и этот факт позволяет найти отношение между амплитудами двух волн с противоположно направленными волновыми векторами (см. разд. 3).

### 3. УГЛЫ МАКСИМАЛЬНОЙ НЕВЗАИМНОСТИ ОСВ $\varphi_R$

При возбуждении волн линейным преобразователем, может потребоваться осуществить эксперимент, в котором невзаимное свойство ОСВ проявляется в максимальной степени, т.е. когда на одной из поверхностей ферритовой пластины реализуется *наибольшее* отношение  $R$  амплитуд

потенциалов  $\Psi_0^H$  двух волн с противоположно направленными волновыми векторами. Для расчета таких геометрий возбуждения обозначим амплитуды потенциала  $\Psi_{20}^H$  при некоторых произвольных ориентациях волнового вектора  $\varphi$  и  $\varphi - \pi$  точками  $G$  и  $H$  на поверхности пластины  $x = 0$  и точками  $K$  и  $L$  на поверхности  $x = s$  (см. рис. 2 кривые 3 и б).

Так как зависимости  $\Psi_0^H(x, f, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, f, \varphi - \pi)$  центрально симметричны (для нечетных мод) либо зеркально симметричны (для четных мод), то

иское отношение  $R$  для поверхностей  $x = 0$  и  $x = s$  можно записать соответственно в виде<sup>7</sup>

$$R = \frac{\Psi_{20}^H(G)}{\Psi_{20}^H(H)} = \frac{\Psi_{20}^H(x=0, \varphi)}{\Psi_{20}^H(x=0, \varphi - \pi)}, \quad (20)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{\Psi_{20}^H(K)}{\Psi_{20}^H(L)} = \frac{\Psi_{20}^H(x=s, \varphi)}{\Psi_{20}^H(x=s, \varphi - \pi)}. \quad (21)$$

Отношение амплитуд  $\Psi_{20}^H$  при ориентации вектора  $\vec{k}$  под углом  $\varphi$  на поверхностях пластины  $x = 0$  и  $x = s$  в соответствии с выражением (8) имеет вид

$$\frac{\Psi_{20}^H(G)}{\Psi_{20}^H(K)} = \frac{\Psi_{20}^H(x=0, \varphi)}{\Psi_{20}^H(x=s, \varphi)} = \left( \frac{1 + v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha ks) + \cos(\alpha ks) \right)^{-1}. \quad (22)$$

Для противоположной ориентации волнового вектора  $\varphi - \pi$  отношение амплитуд потенциала  $\Psi_{20}^H$  на поверхностях пластины  $x = s$  и  $x = 0$  будет равно

$$\frac{\Psi_{20}^H(L)}{\Psi_{20}^H(H)} = \frac{\Psi_{20}^H(x=s, \varphi - \pi)}{\Psi_{20}^H(x=0, \varphi - \pi)} = \frac{1 - v \sin \varphi}{\alpha \mu} \sin(\alpha ks) + \cos(\alpha ks). \quad (23)$$

Так как зависимости  $\Psi_0^H(x, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, \varphi - \pi)$  симметричны, то левые части выражений (22) и (23) равны, а их разность равна нулю<sup>8</sup>, т.е.

$$\frac{\Psi_{20}^H(G)}{\Psi_{20}^H(K)} = \frac{\Psi_{20}^H(L)}{\Psi_{20}^H(H)} \quad (24)$$

или 
$$\frac{\Psi_{20}^H(x=0, \varphi)}{\Psi_{20}^H(x=s, \varphi)} = \frac{\Psi_{20}^H(x=s, \varphi - \pi)}{\Psi_{20}^H(x=0, \varphi - \pi)}$$

Поделив выражения (20) и (21), с учетом соотношений (22)–(24), получим

$$R^2 = \frac{(1 - v \sin \varphi) \sin(\alpha ks) + \alpha \mu \cos(\alpha ks)}{(1 + v \sin \varphi) \sin(\alpha ks) + \alpha \mu \cos(\alpha ks)} = \frac{1 - v \sin \varphi + \alpha \mu \operatorname{ctg}(\alpha ks)}{1 + v \sin \varphi + \alpha \mu \operatorname{ctg}(\alpha ks)}. \quad (25)$$

<sup>7</sup> В работе [13] отмечалось, что для отношения амплитуд потенциала на поверхностях ферритовой пластины (это отношение в [13] обозначено через  $\alpha$ ) справедливо соотношение  $\alpha(-\vec{H}_0) = \alpha^{-1}(\vec{H}_0)$ , хотя формула для расчета величины  $\alpha$  в [13] не приведена.

<sup>8</sup> Это можно доказать и математически, для чего надо вычесть правые части выражений (22) и (23), привести их к общему знаменателю и, найдя величину  $\operatorname{ctg}(\alpha ks)$  из уравнения (5), подставить ее в результирующее выражение.

Найдя величину  $\operatorname{ctg}(\alpha ks)$  из уравнения (5) и подставив ее в (25), имеем

$$R = \sqrt{\frac{1 - \mu - 2v \sin \varphi + (\mu - \mu^2 + v^2) \sin^2 \varphi}{1 - \mu + 2v \sin \varphi + (\mu - \mu^2 + v^2) \sin^2 \varphi}}. \quad (26)$$

Вычислим угол  $\varphi_R$ , при котором  $\partial R / \partial \varphi = 0$ . Дифференцируя выражение (26) по  $\varphi$ , приравнявая нулю числитель полученного выражения и приводя подобные, получим уравнение

$$1 - \mu - (\mu - \mu^2 + v^2) \sin^2 \varphi_R = 0, \quad (27)$$

из которого, используя выражения для  $\mu$  и  $v$ , можно вывести соотношения

$$\sin^2 \varphi_R = \frac{1 - \mu}{\mu - \mu^2 + v^2} = \frac{\omega_H}{\omega_H + \omega_M} \quad (28)$$

или 
$$\cos^2 \varphi_R = \frac{\omega_M}{\omega_H + \omega_M}.$$

Решениями уравнения (28) являются четыре угла  $\varphi_{R1}, \varphi_{R2} = \pi - \varphi_{R1}, \varphi_{R3} = \varphi_{R1} - \pi$  и  $\varphi_{R4} = -\varphi_{R1}$ , где величина  $\varphi_{R1}$  определяется выражениями

$$\varphi_{R1} = \arcsin \sqrt{\omega_H / (\omega_H + \omega_M)} \quad (29)$$

или 
$$\varphi_{R1} = \arccos \sqrt{\omega_M / (\omega_H + \omega_M)}.$$

Очевидно, что в силу справедливости соотношения (см. § 2.5.2.1.7 в [25])

$$\pi/2 - \operatorname{arctg} \sqrt{\theta} = \arccos \left[ \theta / \sqrt{1 + \theta^2} \right], \quad (30)$$

углы, определяемые выражениями (29) и (18), тождественны:

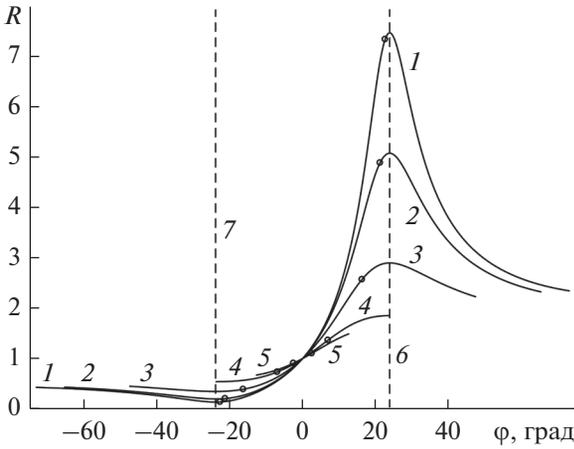
$$\varphi_{R1} \equiv \varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp}), \quad (31)$$

причем при выбранных параметрах  $\varphi_{R1} = 23.9^\circ$ .

Таким образом, показано, что на обеих поверхностях ферритовой пластины  $x = s$  и  $x = 0$  отношение нормированных амплитуд потенциалов *двух волн*, характеризующихся *противоположно направленными* волновыми векторами, имеет точки экстремума при *максимальных углах отсечки* ПСВ  $\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp}) \dots \varphi_{\text{отс4}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp})$ , которые применительно к ОСВ можно кратко называть *углами максимальной невязимности*  $\varphi_{R1} \dots \varphi_{R4}$ .

Отметим, что ранее [18] отмечалось следующее: “Вблизи критического угла<sup>9</sup>  $\alpha_c$  значение пространственной фазы объемных МСВ на верхней поверхности близко к значению  $\pi/2$ , при котором магнито-статический потенциал  $\Psi$  достигает своего макси-

<sup>9</sup> В работе [18] угол  $\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ПСВ}}(f_{\perp})$ , описываемый формулой (18), обозначен через  $\alpha_c$ .



**Рис. 4.** Отношение нормированных амплитуд потенциала  $R$  двух ОСВ, характеризующихся противоположно направленными волновыми векторами, на поверхности  $x = 0$  в зависимости от ориентации  $\varphi$  волнового вектора для следующих значений частоты:  $f = 2450$  (1), 2350 (2), 2000 (3),  $f_R = 1393.6$  (4), 1150 МГц (5). Углы максимальной невязности:  $\varphi_{R1} = 23.9^\circ$  (6) и  $\varphi_{R4} = -23.9^\circ$  (7). Значения, соответствующие углам  $\varphi_{\text{экт}1}$  и  $\varphi_{\text{экт}4}$  для соответствующих частот, отмечены на кривых кружочками.

мама. Это соответствует наибольшей невязности (т.е. наибольшей асимметрии распределения функции  $\Psi$  по толщине пленки)”. Эти утверждения не совсем корректны: на поверхности пленки магнитостатический потенциал  $\Psi_0^H$  достигает своего максимума для первой моды ОСВ в интервале углов  $0 \leq \varphi \leq \varphi_{\text{экт}1}$  (см. рис. 2а), а для второй моды — при угле  $\varphi = \varphi_{\text{экт}1}$  (см. рис. 2в), но не при  $\varphi = \varphi_{R1}$  (как утверждают авторы [18]); наибольшая асимметрия распределения функции  $\Psi_0^H$  имеет место не “вблизи”, а точно при  $\varphi = \varphi_{R1}$ . В аннотации же работы [18] написано, что “направление волнового вектора ..., которое совпадает с углом отсечки для поверхностных МСВ, ... соответствует наибольшей асимметрии распределения магнитостатического потенциала по толщине пленки”. Поскольку в работе [18] это утверждение не доказано, то следует считать его предположением, которое, тем не менее, оказалось справедливым и доказано в данной работе.

Вернемся к обсуждению полученных результатов. Как видно из рис. 3, отрезки 13–16, соответствующие углам  $\varphi_{R1} \dots \varphi_{R4}$ , пересекают кривые 5–8, описывающие углы отсечки ОСВ  $\varphi_{\text{отс}1}^{\text{ОСВ}} \dots \varphi_{\text{отс}4}^{\text{ОСВ}}$ , на некоторой граничной частоте  $f_R$ . Очевидно, возникают следующие вопросы: чему равна величина  $f_R$  и имеет ли зависимость  $R(\varphi)$  точки экстремума на частотах, меньших значения  $f_R$ . Ответить можно, анализируя зависимости  $R(\varphi)$ , рассчитан-

ные по формулам (20) и (26) при различных значениях частоты  $f$  (рис. 4): для частот  $f > f_R$  зависимости  $R(\varphi)$  (кривые 1–3) имеют максимум при  $\varphi = \varphi_{R1} = 23.9^\circ$  и минимум при  $\varphi = \varphi_{R4} = -23.9^\circ$ . Однако с уменьшением  $f$  интервал углов, в котором существуют ОСВ, тоже уменьшается и при  $f = f_R$  зависимость  $R(\varphi)$  имеет экстремумы при значениях  $\varphi$ , равных одновременно углам  $\varphi_{R1}$ ,  $\varphi_{R4}$  и углам отсечки ОСВ  $\varphi_{\text{отс}1}^{\text{ОСВ}}$ ,  $\varphi_{\text{отс}4}^{\text{ОСВ}}$  (см. рис. 4 кривая 4), описываемым выражениями [21]

$$\varphi_{\text{отс}1}^{\text{ОСВ}} = \arctg \sqrt{-\frac{1}{\mu}} = \arctg \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega_{\perp}^2 - \omega^2}} \tag{32}$$

или  $\varphi_{\text{отс}1}^{\text{ОСВ}} = \arcsin \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_H^2}{\omega_M \omega_H}}$ .

Таким образом, из условия  $\varphi_{R1} = \varphi_{\text{отс}1}^{\text{ОСВ}}$  легко вычислить значение граничной частоты  $f_R$ . Приравняв выражения (29) и (32) найдем

$$\omega_R = 2\pi f_R = \omega_H \sqrt{1 + \frac{\omega_M}{\omega_H + \omega_M}}. \tag{33}$$

При используемых параметрах пластины и поля получим  $f_R = 1393.6$  МГц.

Для частот  $f < f_R$  зависимость  $R(\varphi)$  не имеет точек экстремума (кривая 5 на рис. 4) и величина  $R$  принимает наибольшее и наименьшее значения при углах близких к углам отсечки ОСВ  $\varphi \rightarrow \varphi_{\text{отс}}^{\text{ОСВ}}$ .

Таким образом, как видно из рис. 4, отношение  $R$  нормированных амплитуд потенциалов двух волн с противоположными ориентациями волновых векторов  $\varphi_{R1}$  и  $\varphi_{R1} - \pi$  максимально, а при ориентациях  $\varphi_{R4}$  и  $\varphi_{R4} - \pi$  — минимально. Для сравнения на зависимостях  $R(\varphi)$  отмечены значения  $R(\varphi_{\text{экт}1})$  и  $R(\varphi_{\text{экт}4})$ , при которых величина  $\Psi_0^H$  на одной из поверхностей ферритовой пластины максимальна (см. рис. 4, кружочки). Как видно, для частот, лежащих вблизи начальной частоты спектра ОСВ  $f_{\perp} = \omega_{\perp}/2\pi$ , значения углов  $\varphi_{\text{экт}1}$ ,  $\varphi_{\text{экт}4}$  и  $\varphi_{R1}$ ,  $\varphi_{R4}$  близки (что видно из сравнения кривых 1–4 и 13–16).

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВОЗМОЖНОСТИ ИХ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ

Полученные выше результаты могут быть использованы на практике для возбуждения в ферритовой пластине ОСВ с определенными свойствами. Поэтому рассмотрим кратко *особенности возбуждения спиновых волн линейным преобразователем*. Пусть на поверхности пластины  $x = 0$  расположен линейный преобразователь, у кото-

рого одна (любая) из нормалей параллельна<sup>10</sup> волновому вектору  $\vec{k}$  и наклонена к вектору  $\vec{H}_0$  под углом  $\varphi$ . Как известно, лишь часть СВЧ-энергии, подводимая к преобразователю, расходуется на возбуждение “полезной” волны с ориентацией вектора  $\vec{k}$  под углом  $\varphi$ , другая же часть энергии тратится на возбуждение “побочной” волны с противоположной ориентацией вектора  $\vec{k}$  под углом  $\varphi - \pi$ .

На практике важно уметь определять направления распространения полезной и побочной волн. Из рис. 2 видно, что волнам, у которых абсолютное значение амплитуды потенциала на поверхности  $x = 0$  больше, чем на поверхности  $x = s$  (т.е.  $|\Psi_0^H(x=0, f, \varphi)| > |\Psi_0^H(x=s, f, \varphi)|$ ), соответствующие точки области  $\varphi_{\text{ОСВ}}$ , лежащие выше оси  $z$  на рис. 3. Очевидно, что если на поверхности  $x = 0$  расположить линейный преобразователь, то возбуждаемой им полезной волне на рис. 3 будут соответствовать именно эти точки области  $\varphi_{\text{ОСВ}}$ , а побочной волне – точки, лежащие ниже оси  $z$ . При этом ориентации  $\varphi$ , описывающие полезную волну, лежат в интервалах значений  $0 < \varphi < \varphi_{\text{отс1}}^{\text{ОСВ}}$  и  $\varphi_{\text{отс2}}^{\text{ОСВ}} < \varphi < \pi$ , а ориентации  $\varphi$ , описывающие побочную волну – в интервалах значений  $-\pi < \varphi < \varphi_{\text{отс3}}^{\text{ОСВ}}$  и  $\varphi_{\text{отс4}}^{\text{ОСВ}} < \varphi < 0$ . Точно также волнам, у которых амплитуда на поверхности  $x = s$  больше, чем на поверхности  $x = 0$  (т.е.  $|\Psi_0^H(x=s, f, \varphi)| > |\Psi_0^H(x=0, f, \varphi)|$ ), соответствуют точки области  $\varphi_{\text{ОСВ}}$ , лежащие ниже оси  $z$  на рис. 3. Очевидно, что если возбуждать ОСВ со стороны поверхности  $x = s$ , то все будет наоборот: полезной волне будут соответствовать точки области  $\varphi_{\text{ОСВ}}$ , лежащие ниже оси  $z$ , а побочной – точки, лежащие выше оси  $z$  на рис. 3 (и соответствующие интервалы значений  $\varphi$ , лежащие ниже или выше оси  $z$ ).

Отмеченные выше свойства ОСВ наглядно отображает также рис. 1б, где волновые векторы  $\vec{k}$  и соответствующие им векторы групповой скорости  $\vec{V}$ , изображенные жирными стрелками, описывают полезные волны, возбуждаемые преобразователями Пр1 и Пр2. Напомним, что для приема волн в анизотропных средах именно в направлении вектора  $\vec{V}$  следует располагать приемный преобразователь, но ориентировать его необходимо так же, как возбуждающий преобразователь.

<sup>10</sup>Здесь предполагается, что линейный преобразователь является синфазным возбудителем и возбуждает спиновую волну, у которой волновой вектор ориентирован нормально линии преобразователя. В действительности это предположение справедливо лишь приближенно (подробнее об этом см. раздел 9 в [26]).

Следует также отметить, что в соответствии с работой [16], отношение амплитуд полезной и побочной волн  $R_{\text{эксп}}$  в эксперименте примерно равно<sup>11</sup> отношению амплитуд магнитного потенциала этих волн  $R$  на поверхности ферритовой пластины, где расположен преобразователь.

Таким образом, из сказанного следует, что, например, для первой моды ОСВ с частотой  $f = 2000$  МГц при ориентации преобразователя под углом  $\varphi = \varphi_{R1} = 23.9^\circ$  кроме полезной волны (соответствующей ориентации волнового вектора  $\varphi_{R1}$ ) возбудится еще и побочная волна с ориентацией волнового вектора  $\varphi - \pi = \varphi_{R3} = -156.1^\circ$ , причем отношение амплитуд полезной и побочной волн должно быть примерно равно отношению нормированных амплитуд их потенциалов  $R(\varphi_{R1} = 23.9^\circ) = \Psi_0^H(G)/\Psi_0^H(H) = 0.865/0.298 = 2.9$  (см. рис. 2 и кривую 3 на рис. 4). Для частоты ОСВ  $f = 2450$  МГц и той же ориентации преобразователя получим  $R(\varphi_{R1} = 23.9^\circ) = 7.5$  (см. рис. 4 кривая 1). То есть можно осуществлять возбуждение ОСВ с различным отношением амплитуд полезной и побочной волн или же с разной степенью невзаимности.

Кроме того, на практике может возникнуть необходимость передать энергию ОСВ с возбуждающего преобразователя на приемный при минимальных потерях. Пусть, для определенности, ОСВ возбуждается со стороны поверхности  $x = 0$ . В этом случае для первой моды ОСВ при изменении угла  $\varphi$  от 0 до угла отсечки  $\varphi_{\text{отс1}}^{\text{ОСВ}}$  амплитуда побочной волны  $\Psi_0^H(x=0, \varphi - \pi)$  уменьшается (см. рис. 2б кривые 1, 5–7), тогда как аналогичная амплитуда полезной волны  $\Psi_0^H(x=0, \varphi)$  максимальна в интервале углов  $0 \leq \varphi \leq \varphi_{\text{экт1}}$  (см. рис. 2а кривые 1–4). То есть если сориентировать преобразователь под углом  $\varphi = \varphi_{\text{экт1}}$ , то амплитуда возбуждающейся полезной волны на поверхности  $x = 0$  будет максимальной, а амплитуда побочной волны – достаточно мала. Например, для первой моды ОСВ при частоте  $f = 2450$  МГц получим  $R(\varphi_{\text{экт1}}) = 7.3$  (см.

<sup>11</sup> В разделе 3 работы [16] отмечалось, что потери на возбуждение (или прием) полезной ОСВ (по измерениям коэффициента передачи по мощности) при  $f = 2350$  МГц,  $\varphi = -21.5^\circ$  и приведенных выше параметрах ферритовой пленки составили  $\delta = -6.53$  дБ, тогда как потери на возбуждение побочной ОСВ (при  $\varphi = 159.5^\circ$ ) составили  $\delta = -19.43$  дБ. Отсюда находим измеренное отношение амплитуд двух этих волн  $R_{\text{эксп}} = 10^{-6.53/20}/10^{-19.43/20} = 4.415$ , что примерно (с точностью ~10%) соответствует отношению амплитуд потенциалов этих волн для данной частоты  $R = 4.89$  на поверхности  $x = 0$  (см. [16] рис. 4б, 4в, кривые 2 и 5). Кроме того, при  $\varphi = 0^\circ$  оба указанных отношения были равны единице. Очевидно, что отношения амплитуд полезной и побочной волн могут быть рассчитаны более точно на основе вычисления для каждой из волн интеграла перекрытия, который будет зависеть от параметров преобразователя и от распределения потенциала волны по толщине ферритовой пластины. Однако вычисление таких интегралов выходит за рамки данной работы.

рис. 4 кружочек на кривой  $I$ ), вдобавок к этому получим минимальные потери при передаче энергии полезной волны.

Таким образом, в ферритовой пластине, как и в случае с ПСВ (см., например, [6, рис. 6.14]), можно реализовать *невзаимное* возбуждение ОСВ с противоположно направленными волновыми векторами, причем степень невзаимности, определяемая величиной  $R$ , существенно зависит от ориентации преобразователя  $\varphi$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы невзаимные свойства мод обратной спиновой волны, распространяющейся в касательно намагниченной ферритовой пластине. В частности, предложена нормировка амплитуд магнитного потенциала, при которой зависимости  $\Psi_0^H(x, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, -\varphi)$ , рассчитанные при ориентациях волнового вектора под углами  $\varphi$  и  $-\varphi$ , симметричны для всех мод волны. Рассмотрено, как на поверхности ферритовой пластины изменяются амплитуды потенциала  $\Psi_0^H(x, \varphi)$  и  $\Psi_0^H(x, \varphi - \pi)$  двух волн с противоположно направленными волновыми векторами, ориентированными под углами  $\varphi$  и  $\varphi - \pi$ . Установлено, что отношение  $R$  амплитуд потенциалов этих двух волн существенно зависит от величины  $\varphi$ , причем экстремальные значения величины  $R$  для всех мод волны имеют место при значениях  $\varphi_{R1} \dots \varphi_{R4}$ , равных максимальным углам отсечки поверхностной спиновой волны  $\varphi_{отс1}^{ПСВ}(f_{\perp}) \dots \varphi_{отс4}^{ПСВ}(f_{\perp})$ . Найдено, что если на одной поверхности пластины отношение  $R$  максимально, то на другой поверхности пластины это отношение минимально и равно  $1/R$ . Обнаружено, что существует значение частоты  $f_R$ , которое делит диапазон существования обратных спиновых волн на два частотных интервала: в интервале  $f_H < f < f_R$  зависимость  $R(\varphi)$  является монотонной (т.е. величина  $R$  принимает максимальное и минимальное значения при углах, близких к углам отсечки волнового вектора), а в интервале  $f_R < f < f_{\perp}$  зависимость  $R(\varphi)$  имеет точки экстремума (максимум и минимум). Получено аналитическое выражение для ориентации  $\varphi_{экт1}$  волнового вектора, при которой на распределении амплитуды магнитного потенциала  $m$ -й моды волны  $\Psi_0^H(x)$  в сечении ферритовой пластины возникает  $m$ -я точка экстремума, лежащая на одной из поверхностей пластины. Найдено, что для *первой моды* волны амплитуда потенциала максимальна на поверхности пластины при ориентациях волнового вектора, лежащих в интервале значений  $0 \leq \varphi \leq \varphi_{экт1}$ . Сформулированы рекомендации по практическому использованию полученных результатов при возбуждении обратных спиновых волн с невзаимными свойствами.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме № 0030-2019-0014.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Damon R.W., Eshbach J.R. // J. Phys. Chem. Sol. 1961. V. 19. № 3/4. P. 308.
2. Локк Б., Баттон К. Сверхвысокочастотные ферриты и ферромагнетики. М.: Мир, 1965.
3. Ваннэ Г.М. СВЧ устройства на магнитостатических волнах. Сер. 1, Электроника СВЧ. 1984. Вып. 8.
4. Данилов В.В., Зависляк И.В., Балинский М.Г. Спинволновая электродинамика. Киев: изд. Либидь, 1991.
5. Вашковский А.В., Стальмахов В.С., Шараевский Ю.П. Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1993.
6. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994.
7. Stancil D.D., Prabhakar A. Spin Waves: Theory and applications, Business Media. N.-Y.: Springer Science, 2009.
8. Topics in Applied Physics. V. 125. Magnonics: From Fundamentals to Applications / Ed. S.O. Demokritov, A.N. Slavin. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2013.
9. Шавров В.Г., Щеглов В.И. Магнитостатические волны в неоднородных полях. М.: Физматлит, 2016.
10. Вашковский А.В., Гречушкин К.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12. № 8. С. 487.
11. Вашковский А.В., Валяевский А.Б., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. // РЭ. 1987. Т. 32. № 11. С. 2450.
12. Валяевский А.Б., Вашковский А.В., Стальмахов А.В., Тюлюкин В.А. // ЖТФ. 1989. Т. 59. № 6. С. 51.
13. Вугальтер Г.А., Коровин А.Г. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. № 21. С. 73.
14. Анненков А.Ю., Герус С.В. // ЖТФ. 1999. Т. 69. № 1. С. 82.
15. Локк Э.Г. // РЭ. 2003. Т. 48. № 12. С. 1484.
16. Вашковский А.В., Локк Э.Г. // Успехи физ. наук. 2006. Т. 176. № 4. С. 403.
17. Локк Э.Г. // Успехи физ. наук. 2008. Т. 178. № 4. С. 397.
18. Анненков А.Ю., Герус С.В. // Изв. РАН. Серия физическая. 2010. Т. 74. № 10. С. 1416.
19. Вашковский А.В., Локк Э.Г. // РЭ. 2012. Т. 57. № 5. С. 541.
20. Локк Э.Г. // РЭ. 2015. Т. 60. № 1. С. 102.
21. Локк Э.Г. // РЭ. 2018. Т. 63. № 8. С. 350.
22. Локк Э.Г. // Изв. РАН. Серия физическая. 2018. Т. 82. № 8. С. 1034.
23. Annenkov A.Yu., Gerus S.V., Lock E.H. // EPJ Web of Conf. 2018. V. 185. P. 02006.
24. Беспятых Ю.И., Зубков В.И., Тарасенко В.В. // ЖТФ. 1980. Т. 50. № 1. С. 140.
25. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1986.
26. Локк Э.Г. // Успехи физ. наук. 2012. Т. 182. № 12. С. 1327.

## ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЬ РЕЗОНАНСНОГО СВЧ КОМПРЕССОРА С РАСПРЕДЕЛЕННОЙ МОЩНОСТЬЮ КОММУТИРУЕМОЙ ВОЛНЫ

© 2020 г. С. Н. Артёмов<sup>а</sup>, \*, С. А. Горев<sup>а</sup>, \*\*

<sup>а</sup>Национальный исследовательский Томский политехнический университет,  
пр. Ленина, 30, Томск, 634050 Российская Федерация

\*E-mail: snartemenko@mail.ru

\*\*E-mail: gsalsc@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.04.2018 г.

После доработки 13.09.2019 г.

Принята к публикации 15.09.2019 г.

Выполнен анализ характеристик интерференционного СВЧ-переключателя с распределенной мощностью коммутируемой волны как устройства вывода энергии активного резонансного СВЧ-компрессора. Предлагаемое устройство представляет собой каскад обычных СВЧ-переключателей на основе Н-тройников, последовательно соединенных прямыми плечами. Показано, что такой переключатель способен кратно понизить мощность коммутируемой волны, равномерно распределив ее по коммутаторам тройников, что обеспечивается регулировкой длины плеч тройников. Установлено также, что между длинами существует функциональная связь, при которой достигается равномерное распределение. Представлены результаты экспериментального исследования СВЧ-переключателя из двух и/или трех тройников на низком и высоком уровне мощности.

DOI: 10.31857/S003384942003002X

### ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия источники мощного импульсного СВЧ-излучения пополнились усилительными приборами нового типа – резонансными компрессорами СВЧ-импульсов [1, 2]. Резонансные СВЧ-компрессоры – это пассивные усилители импульсной СВЧ-мощности, работающие на основе накопления в резонаторе энергии относительно длинного СВЧ-импульса и быстрого вывода этой энергии в нагрузку. Они достаточно просты, могут быть созданы на хорошо освоенной промышленной элементной базе и имеют относительно невысокую стоимость. В то же время компрессоры могут обеспечить весьма высокий коэффициент усиления и высокий уровень рабочей мощности. При использовании медных накопительных резонаторов их коэффициент усиления может достигать 20...25 дБ и более, а мощность быть сопоставимой с мощностью релятивистских СВЧ-генераторов и усилителей. Это делает компрессоры достаточно привлекательными для применения в различных областях науки и техники.

Сформировалось два направления развития СВЧ-усилителей такого типа – пассивные и активные резонансные СВЧ-компрессоры. Как первые, так и вторые являются усилителями пассивными, так как в них отсутствует источник энергии и усиление обеспечивается за счет укорочения импульса СВЧ. Отличие усилителей этих направле-

ний заключается в характере “взаимодействия” СВЧ-импульса с резонатором. В пассивных компрессорах параметры резонатора при накоплении и выводе СВЧ-энергии не меняются, в то время как в активных накопление и вывод осуществляется быстрой модуляцией одного из основных параметров резонатора – его добротности. Эффективная модуляция является главной проблемой активных компрессоров.

Как правило, модуляция осуществляется с помощью устройства вывода или переключателя, переводящих резонатор из режима накопления в режим вывода. В режиме накопления устройство сохраняет высокую добротность резонатора и быстро и сильно понижает ее в режиме вывода. От эффективности работы переключателя и, прежде всего, от времени переключения, потерь при переключении, переходного ослабления в режиме накопления и вывода зависит эффективность работы СВЧ-компрессора.

В большинстве активных СВЧ-компрессоров в качестве устройства вывода используется интерференционный СВЧ-переключатель на основе Н-тройника. Такой переключатель представляет собой Н-тройник, одно плечо которого, прямое, служит входом и связано с резонатором, второе плечо, прямое или боковое, имеет полуволновую длину и замкнуто. В этом плече располагается СВЧ-коммутатор. Свободное плечо служит выходом и связано с нагрузкой. В таком устройстве

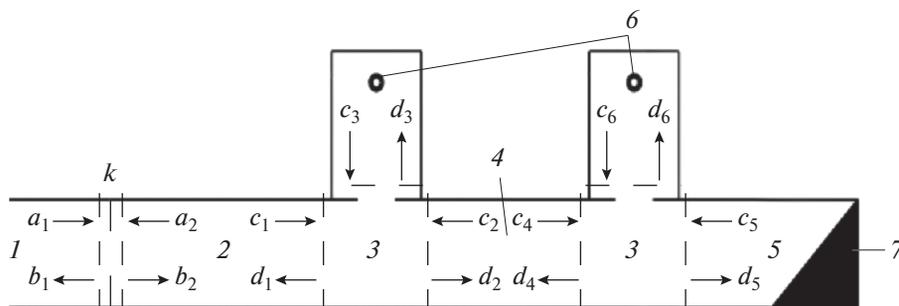


Рис. 1. Схема резонансного СВЧ-компрессора с каскадным интерференционным переключателем: 1 – вход, 2 – резонатор, 3 – Н-тройники, 4 – общее прямое плечо, 5 – выход, 6 – боковые плечи с коммутаторами, 7 – нагрузка.

волны, излучаемые в выходное плечо из резонатора и замкнутого плеча, имеют практически равные амплитуды и суммируются в противофазе, обеспечивая резонатору режим “закрыто”. После включения коммутатора фаза волны в замкнутом плече меняется на  $\pi$  и излучаемые волны суммируются в фазе, что открывает тройник.

Электрическая прочность и площадь сечения волновода, из которого изготовлен тройник, ограничивают рабочую мощность такого устройства. Более того, в большинстве таких переключателей в качестве коммутатора используется плазменный газонаполненный СВЧ-разрядник. Как правило, он включает в себя различные элементы, такие как разрядная трубка, окна для ввода трубки, подсветки или продува разрядного промежутка и т.п., которые еще сильнее понижают прочность переключателя. Этому же способствует и использование в переключателе тройника, как правило несогласованного, имеющего в коммутирующем плече повышенную амплитуду поля по сравнению с амплитудой во входном плече. Поэтому улучшение качества такого переключателя связано с повышением электрической прочности СВЧ-коммутатора. Традиционные методы повышения – оптимизация конструкции, использование более прочной среды и т.п. – практически себя исчерпали и заметного улучшения не дают, поэтому повышение характеристик интерференционного СВЧ-переключателя требует развития новых подходов к организации его устройства.

Один из таких подходов предложен и проанализирован в [3], где рассмотрен переключатель для пассивных СВЧ-компрессоров с распределенной по каскаду тройников инверсией фазы коммутируемой волны. Распределение фазы позволяет размещать коммутаторы в относительно слабом поле и увеличивать мощность передаваемой волны.

В [4] с этой же целью предложено распределять не фазу, а мощность коммутируемой волны. Фаза в каждом тройнике при этом меняется на  $\pi$ . Эксперименты показали, что при последовательном включении обычных переключателей можно управлять распределением энергии в плечах, регулируя их длину, и таким образом создавать пе-

реключатели с распределенной коммутируемой мощностью.

Цель данной статьи – исследовать СВЧ-переключатели с распределенной мощностью коммутируемой волны, выполненные из последовательно соединенных Н-тройников.

### 1. АНАЛИЗ КАСКАДНОГО ПЕРЕКЛЮЧАТЕЛЯ

Рассмотрим переключатель с коммутируемой мощностью, распределенной в каскаде из двух Н-тройников. Схема компрессора с таким переключателем приведена на рис. 1.

Анализ выполним методом матрицы рассеяния, согласно которому для амплитуд волн в рассматриваемой системе можно записать равенства

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = S_1 \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix} = S_2 \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{pmatrix} = S_2 \begin{pmatrix} c_4 \\ 0 \\ c_6 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где  $S_1, S_2$  – матрицы рассеяния входного окна связи резонатора и Н-тройника, а векторы составлены из амплитуд падающих и отраженных волн в элементах системы и

$$S_1 = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\sqrt{1-k^2} & jk \\ jk & -\sqrt{1-k^2} \end{vmatrix},$$

$$S_2 = \begin{vmatrix} s_{r11} & s_{r12} & s_{r13} \\ s_{r21} & s_{r22} & s_{r23} \\ s_{r31} & s_{r32} & s_{r33} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{-1 + \sqrt{1-h^2}}{2} & \frac{1 + \sqrt{1-h^2}}{2} & \frac{h}{\sqrt{2}} \\ \frac{1 + \sqrt{1-h^2}}{2} & \frac{-1 + \sqrt{1-h^2}}{2} & \frac{h}{\sqrt{2}} \\ \frac{h}{\sqrt{2}} & \frac{h}{\sqrt{2}} & -\sqrt{1-h^2} \end{vmatrix},$$

где  $k$  и  $h$  – коэффициент передачи входного окна связи резонатора и окна связи бокового плеча Н-тройника с симметричными плечами. Кроме

равенств (1), для волн в элементах системы с переключателем из двух тройников можно записать соотношения:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \quad a_2 = d_1 \exp\left(-\frac{\alpha}{2} - j\frac{\varphi}{2}\right), \\ c_1 &= b_2 \exp\left(-\frac{\alpha}{2} - j\frac{\varphi}{2}\right), \\ c_2 &= d_4 \exp\left(-\frac{\gamma}{2} - j\frac{\xi}{2}\right), \\ c_3 &= -d_3 \exp(-\beta - j\psi), \\ c_4 &= d_2 \exp\left(-\frac{\gamma}{2} - j\frac{\xi}{2}\right), \quad c_6 = -d_6 \exp(-\delta). \end{aligned} \quad (2)$$

В соотношениях (2) принято  $\alpha = 0.0015$ ,  $\beta = \gamma = \delta = 0.0005$  – затухания волн при двойном пробеге резонатора, общего и боковых плеч тройников;  $\varphi$ ,  $\psi$ ,  $\xi$  – набег фаз волн в резонаторе, в боковом плече первого тройника и общем боковом плече соответственно. Значения затуханий взяты для компрессора 10-сантиметрового диапазона длин волн, в котором выполнены экспериментальные исследования переключателей.

Используя (1), (2) для системы из двух тройников, можно получить для амплитуд волн в элементах каскада следующие выражения:

1) для волны в резонаторе –

$$b_2 = \frac{jk}{1 + s_{22} \exp(-\alpha - j\varphi) \left[ s_{r11} - \frac{(s_{r13}s_{r31} \exp(-\beta - j\psi)) F}{1 - s_{r33} \exp(-\beta - j\psi) G} \right]}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} F &= \left[ s_{r11} - \frac{(s_{r13}s_{r31} \exp(-\delta))}{1 - s_{r33} \exp(-\delta)} + \right. \\ &+ \left. \frac{(s_{r21}(1 + s_{r32} \exp(-\delta)) - s_{r23}s_{r31} \exp(-\delta)) \left( s_{r12} \exp(-\gamma - j\xi) - \frac{s_{r13}s_{r31} \exp(-\delta)}{(1 + s_{r33} \exp(-\delta))} \right)}{[(1 + s_{r33} \exp(-\delta))(1 - s_{r22} \exp(-\gamma - j\xi)) - s_{r23}s_{r32} \exp(-\gamma - \delta - j\xi)]} \right], \\ G &= \left[ s_{r11} - s_{r13}s_{r31} \exp(-\delta) \frac{s_{r13}s_{r31} \exp(-\delta)}{(1 + s_{r33} \exp(-\delta))} + \right. \\ &+ \left. \frac{(s_{r21}(1 + s_{r32} \exp(-\delta)) - s_{r23}s_{r31} \exp(-\delta)) \left( s_{r12} \exp(-\gamma - j\xi) - \frac{s_{r13}s_{r31} \exp(-\delta)}{(1 + s_{r33} \exp(-\delta))} \right)}{[(1 + s_{r33} \exp(-\delta))(1 - s_{r22} \exp(-\gamma - j\xi)) - s_{r23}s_{r32} \exp(-\gamma - \delta - j\xi)]} \right]; \end{aligned} \quad (4)$$

2) для волны в боковом плече первого тройника –

$$d_3 = \frac{b_2}{1 - s_{r33} \exp(-\beta - j\psi) \left[ s_{r11} + \frac{s_{r13}s_{r31} \exp(-\delta)}{(1 + s_{r33} \exp(-\delta))} + \frac{(s_{r21}(1 + s_{r32} \exp(-\delta)) - s_{r23}s_{r31} \exp(-\delta)) \left( s_{r12} \exp(-\gamma - j\xi) - \frac{s_{r13}s_{r31} \exp(-\delta)}{(1 + s_{r33} \exp(-\delta))} \right)}{[(1 + s_{r33} \exp(-\delta))(1 - s_{r22} \exp(-\gamma - j\xi)) - s_{r23}s_{r32} \exp(-\gamma - \delta - j\xi)]} \right]}, \quad (5)$$

3) для волны в боковом плече второго тройника –

$$d_6 = \frac{\left[ s_{r31} + \frac{(s_{r32}s_{r21}(1 + s_{r32} \exp(-\delta)) - s_{r23}s_{r31} \exp(-\delta))}{((1 + s_{r33} \exp(-\delta))(1 - s_{r22} \exp(-\gamma - j\xi)) - s_{r23}s_{r32} \exp(-\gamma - \delta - j\xi))} \right] d_3}{(1 + s_{r33} \exp(-\delta))};$$

4) для волны на выходе переключателя –

$$d_5 = \frac{s_{r21}(1 + s_{r32} \exp(-\delta)) - s_{r23}s_{r31} \exp(-\delta)}{((1 + s_{r33} \exp(-\delta))(1 - s_{r22} \exp(-\gamma - j\xi)) + s_{r23}s_{r32} \exp(-\gamma - \delta - j\xi))} d_3, \quad (6)$$

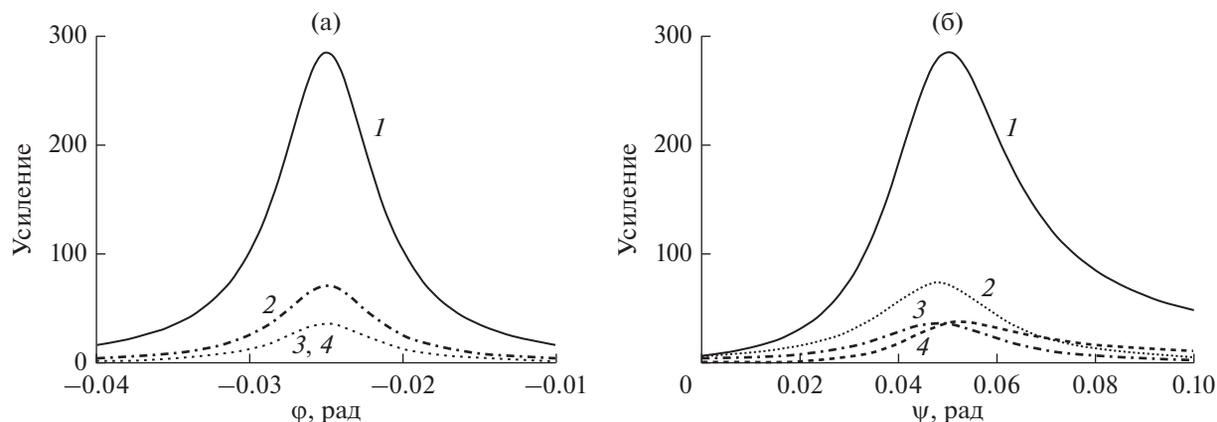


Рис. 2. Зависимости усиления в резонаторе (1), общем (2) и боковых плечах (3, 4) двух согласованных Н-тройников переключателя: а – от фазы  $\phi$  волн в резонаторе при фазах волн в боковом плече первого тройника и общем плече тройников соответственно,  $\psi = 0.1$  и  $\xi = 0.05$  рад; б – от фазы  $\xi$  волн в общем плече тройников при фазах волн в боковом плече первого тройника и резонаторе соответственно,  $\psi = 0.1$  и  $\phi = -0.025$  рад.

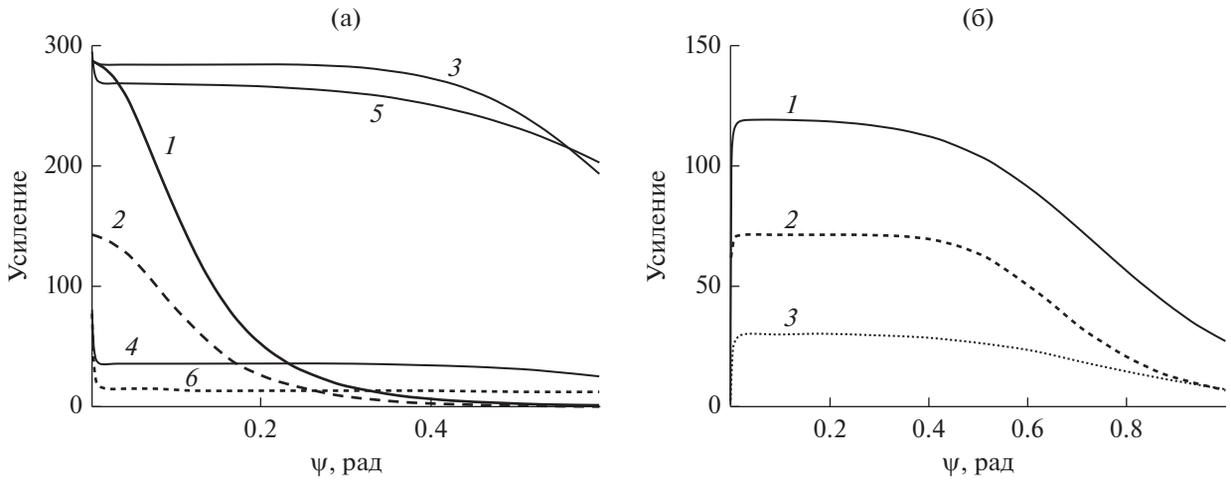
В [4] показано, что коммутируемую в обычном переключателе мощность можно понизить, равномерно распределив ее в переключателе в виде каскада согласованных Н-тройников. Там же показано, что в таком переключателе включение коммутатора одного из тройников ведет к скачкообразному увеличению коммутируемой мощности во втором. Иные особенности каскадного переключателя в [4] не рассматривались. Для создания эффективно работающего устройства этих данных недостаточно. Требуется более детальное знание особенностей. Например, о допустимом интервале и закономерности изменения длины плеч тройников или о влиянии качества согласования тройников и очередности включения коммутаторов на характеристики переключателя и других не менее важных особенностей.

Выражения (3)–(6) позволяют получить ответ на поставленные и другие вопросы, используя стандартные методы математического анализа. Однако в данном случае эти методы трудоемки, поэтому ответы получены из анализа зависимостей, построенных по (3)–(6) с помощью пакета прикладных программ (рис. 2). Так, допустимый интервал изменения длины плеч и функциональная связь этих длин получены из зависимости усиления мощности волн в резонаторе и плечах тройников от набега фазы  $\phi$  при двойном пробеге волны вдоль резонатора. Для переключателя из двух тройников, согласованных со стороны бокового плеча ( $h = 1$ ), эти зависимости подобны тем, что представлены на рис. 2а. С целью проверки общности следующих из них выводов, зависимости строили для нескольких значений набега фазы  $\psi$ . При этом для каждого  $\psi$  подбирали такую величину фазы  $\xi$ , при которой зависимости от  $\phi$  для усиления в боковых плечах совпадали (рис. 2а, кривые 3, 4). Далее, для каждой пары  $\psi$  и  $\xi$  фиксировали величину  $\phi$ , соответствующую максимуму усиления в резонаторе. Для проверки корректности выбора  $\phi$ ,  $\psi$  и  $\xi$  строились зависи-

мости от  $\psi$ , аналогичные представленным на рис. 2б. Наборы значений  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\xi$  позволяют установить связь электрической длины  $\psi/2$  бокового плеча входного тройника с длиной  $\phi/2$  резонатора и  $\xi/2$  общего плеча тройников. Так, выразив  $\phi$  и  $\xi$  через  $\psi$ , можно построить зависимости усиления волн в элементах компрессора только от  $\psi$  (рис. 3а, кривые 3, 4). Зависимости демонстрируют диапазон изменения длины бокового плеча входного тройника, в границах которого обеспечивается равенство коммутируемой мощности в боковых плечах тройников.

Как видно из рис. 3а, усиление в резонаторе равно  $\sim 290$ . Поэтому согласно пропорциям деления мощности в согласованном тройнике [5] в боковом плече обычного переключателя на основе такого тройника усиление составит  $\sim 145$ . Вместе с тем также по данным рис. 3 получаем, что усиление в боковых плечах каскадного переключателя равно  $\sim 38$ , а в общем плече  $\sim 73$ . Таким образом, в компрессоре с обычным переключателем отличие усиления в резонаторе и плече с коммутатором двукратное, тогда как с переключателем из двух тройников оно восьмикратное, т.е.  $\sim 2^{n+1}$ , где  $n$  – число тройников в каскаде. Из рис. 3 также следует, что максимум энергии в резонаторе достигается при сдвиге резонансной частоты на величину, соответствующую  $\phi \approx -\psi/4 = -\psi/2n$ . Нетрудно также видеть, что усиление в боковых плечах совпадает при  $\xi \approx \psi/2$ .

В интервале изменения  $\psi$  от  $\sim \alpha$  до  $\sim 0.4$  рад усиление в элементах меняется слабо (рис. 3а, кривые 3, 4). В резонаторе оно практически равно усилению в компрессоре с обычным переключателем, в боковых плечах почти в четыре, а в общем плече в два раза меньше, чем в боковом плече тройника обычного переключателя. Это означает, что приоткрытое боковое плечо первого тройника ведет к распределению энергии только из этого плеча. Иными словами, в переключателе из двух



**Рис. 3.** Расчетные зависимости усиления от фазы  $\psi$  волны в боковом плече первого тройника каскада (а) для компрессора с обычным переключателем (1, 2) при  $\varphi = -\psi/2$ , с каскадным переключателем из двух тройников (3, 4) при  $\varphi = -\psi/4$ ,  $\xi = -0.5\psi$ , с каскадным переключателем из трех тройников (5, 6) при  $\varphi = -\psi/6$ ,  $\xi = 0.125\psi$ ,  $\theta = 0.25\psi$ ,  $\kappa = 0.5\psi$ : 1, 2, 3 – в резонаторе, 2, 4, 6 – боковых плечах; те же зависимости в общих плечах (б) в переключателе с двумя тройниками (1) и с тремя тройниками: между первым и вторым (2) и между вторым и третьим (3).

согласованных тройников распределяется только мощность коммутируемой волны. Мощность волны, подводимой к переключателю, остается практически неизменной.

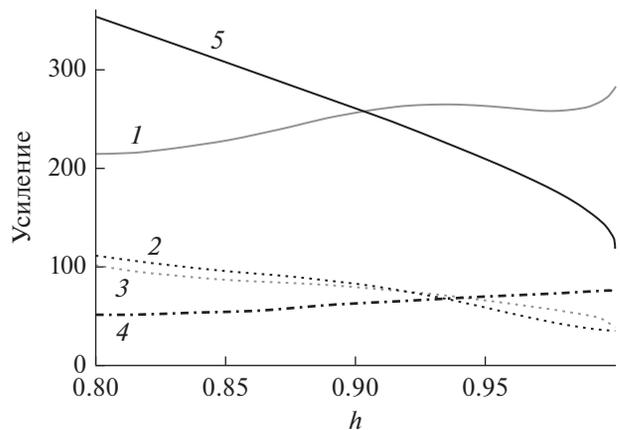
На практике обеспечить полное согласование невозможно, т.е. всегда  $h < 1$ . Поэтому естественен вопрос о зависимости распределения коммутируемой мощности от качества согласования тройников. Для того, чтобы ответить, на рис. 4 были построены зависимости усиления от  $h$  с такими  $\psi$ ,  $\varphi$  и  $\xi$ , которые обеспечивали равенство усиления в боковых плечах тройников и максимум усиления в резонаторе. Из зависимостей следует, что по мере снижения качества согласования усиление в боковых плечах растет, а в общем плече и резонаторе – падает.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

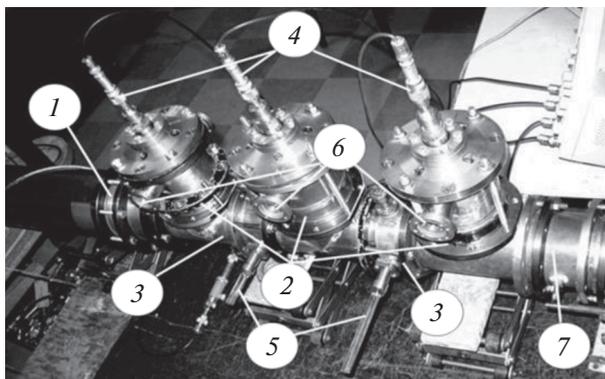
Экспериментальные исследования были выполнены на низком и высоком уровне мощности на частоте  $f_0 \approx 2.8$  ГГц.

Эксперименты, проводимые на низком уровне мощности, были начаты с проверки наиболее важных свойств исследуемого переключателя – равномерного распределения коммутируемой мощности при накоплении, а также увеличения этой мощности от коммутатора к коммутатору в режиме вывода. Исследовали переключатель из трех идентичных Н-тройников, выполненных из круглого волновода диаметром 90 мм (рис. 5). Вход переключателя через стандартные элементы тракта подключали к измерительному генератору, а выход нагружали эквивалентом антенны.

Выравнивание поля в боковых (коммутирующих) плечах, замкнутых мембранами с калиброванными детекторами, фиксированными по центру мембран, выполняли с помощью сдвига этих мембран и регулировки длины общих плеч тройников (с помощью) путем введения кварцевого стержня в максимум напряженности  $E$ -поля в этом плече. Осциллограммы, демонстрирующие равномерное распределение мощности коммутируемой волны в переключателе из трех тройников, приведены на рис. 6а. Осциллограммы рис. 6б отражают распределение амплитуды поля



**Рис. 4.** Приближенные зависимости усиления в элементах компрессора (1 – в резонаторе, 2 – в боковом плече первого тройника, 3 – в боковом плече второго тройника, 4 – в общем прямом плече) с переключателем из двух тройников от коэффициента передачи  $h$  тройника со стороны бокового плеча при  $\psi = 0.05$  и  $\xi, \varphi$ , соответствующих равенству усиления в боковых плечах и максимуму усиления в резонаторе; 5 – зависимость от  $h$  усиления в боковом плече обычного переключателя.



**Рис. 5.** Каскадный интерференционный СВЧ-переключатель 10-сантиметрового диапазона длин волн на основе трех Н-тройников из круглого волновода: 1 – вход переключателя, 2, 3 – соответственно боковые и общие плечи тройников, 4 – элементы контроля поля (петли регулируемой связи с калиброванными СВЧ-детекторами), 5 – кварцевые стержни подстройки, 6 – трубки СВЧ-коммутаторов, 7 – выход переключателя.

в боковых плечах при имитации включения коммутатора третьего тройника. В результате такого включения амплитуда поля в боковом плече второго тройника увеличилась более чем в пять раз, а в первом – уменьшилась в полтора раза. Имитация включения коммутаторов третьего и второго тройников обеспечивает более чем семикратное увеличение поля в боковом плече первого тройника (рис. 6в). Такое поведение поля в коммутирующих плечах наблюдается при любой последовательности включения коммутаторов и подтверждает справедливость выводов анализа.

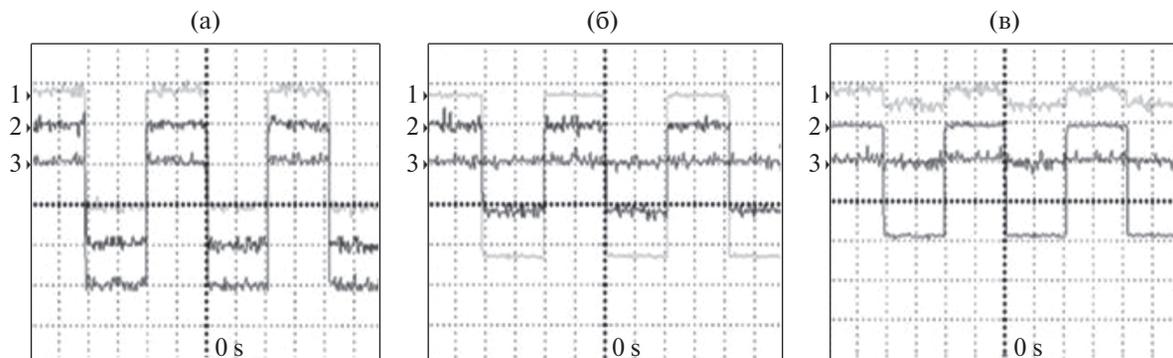
На высоком уровне мощности исследована работа каскадного переключателя как устройства вывода. Сначала был выполнен контрольный эксперимент на компрессоре с обычным переключателем на основе несогласованного тройника. Затем были выполнены эксперименты на каскадном переключателе, ориентированные на получение

данных по электрической прочности и эффективности переключателя.

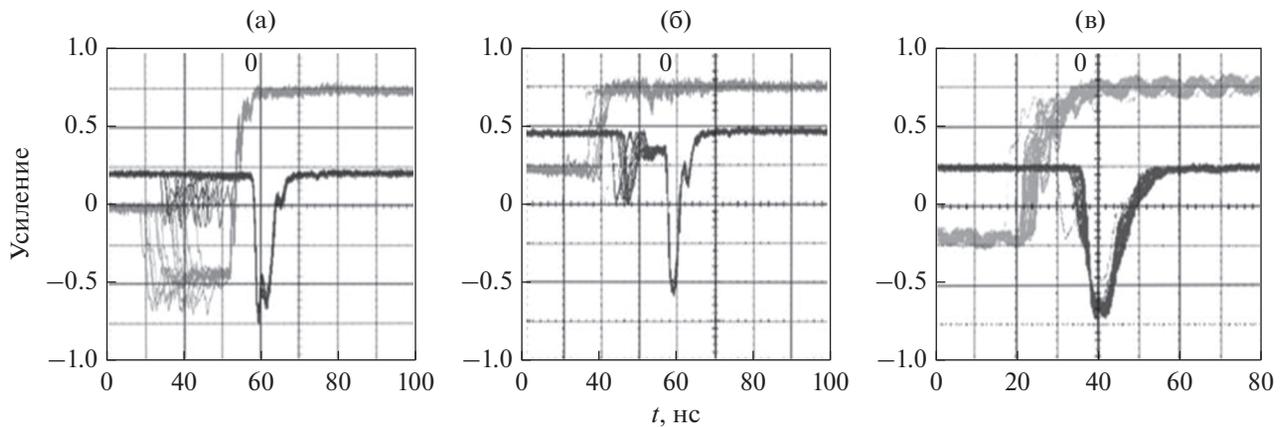
Коммутатор переключателей был идентичен его аналогу [6] и представлял собой разрядник тригatronного типа в виде продуваемой кварцевой трубки, на одном из торцов которой был размещен электрический разрядник подсветки разрядного промежутка. Трубку помещали в боковом плече в максимуме электрического поля и ориентировали по силовым линиям  $TE_{11}$  рабочей волны переключателя.

Энергия накапливалась в медном цилиндрическом резонаторе, диаметр которого 120 мм и длина  $\sim 700$  мм. Рабочим видом колебаний служил вид  $TE_{11(11)}$  с измеренной собственной добротностью  $Q_0 \approx 3 \times 10^4$  и расчетным временем  $T_c$  двойного пробега рабочей волны вдоль резонатора 5.3 нс. Поэтому расчетное максимальное усиление  $G$  компрессора равнялось  $Q_0/2\pi f_0 T_c \approx 25$  дБ при длительности формируемых импульсов, равной  $T_c$ . К резонатору переключатель был подсоединен прямым плечом первого тройника. Выходное прямое плечо оконечного тройника было соединено с эквивалентом антенны. В экспериментах резонатор, а также волноводные тракты оставались неизменными, менялась только конфигурация переключателя. Изменения затрагивали количество тройников и качество согласования.

Источником входных импульсов служил магнетрон с выходными импульсами длительностью 3 мкс и мощностью 0.8...2 МВт. При указанной длительности импульсов магнетрона и добротности резонатора оптимальный коэффициент входной связи резонатора составляет  $\sim 1.3$ , расчетная эффективность накопления  $\sim 0.51$ , а коэффициент усиления  $\sim 24.5$  дБ. Поэтому максимальная расчетная мощность импульсов компрессора, равная мощности бегущей волны резонатора, составляла  $\sim 570$  МВт. Расчетная напряженность поля в боковом плече несогласованного тройника ( $h = 0.8$ ) близка к 380 кВ/см. Ожидалось, что в



**Рис. 6.** Осциллограммы сигналов, полученные с боковых плеч трех тройников каскадного переключателя при равномерном делении коммутируемой мощности между тройниками в режиме “закрыто” (2 мВ/дел) (а), при кратном увеличении мощности в плече первого тройника при открытом третьем тройнике (10 мВ/дел) (б), при открытых третьем и втором тройниках (10 мВ/дел) (в).



**Рис. 7.** Осциллограммы выходных импульсов (темно-серый луч) и сигнала с общего плеча тройников (светло-серый луч) при поочередном срабатывании первым коммутатора первого тройника (а), первым коммутатора второго тройника (б), первым коммутатора первого тройника и затем второго через интервал времени, равный времени пробега между тройниками (синхронный режим) (в).

переключателе с согласованным тройником напряженность понизится до  $\sim 140$  кВ/см, с согласованным дополнительным — до  $\sim 70$  кВ/см, что позитивно отразится на рабочей мощности и стабильности работы компрессора.

В контрольном эксперименте в качестве рабочей среды в коммутаторе была использована смесь аргона с  $\sim 10\%$  элегаза под давлением  $\sim 4...5$  ати. Изолирующей средой резонатора и переключателя вне трубки служила смесь азота с  $30...40\%$  элегаза под давлением  $\sim 5...6$  ати. Такие среды обеспечивали максимальную мощность и стабильную работу компрессора. При мощности входных импульсов 2 МВт в режиме управляемого запуска компрессор формировал СВЧ-импульсы мощностью 220 МВт и длительностью 4.5...5 нс по уровню 3 дБ. Таким образом, усиление компрессора с обычным переключателем составляло  $\sim 20.5$  дБ. Для определения порогового уровня стабильной работы обычного переключателя на более низкой мощности трубка коммутатора заполнялась аргоном и определялась мощность входных импульсов, при которой коммутатор переходил в режим устойчивого самопробоя. Появление такого режима служило критерием достижения предельной рабочей мощности переключателя с данной средой в трубке. Установлено, что даже при предельном давлении в трубке 5 ати в такой режим переключатель переходил при стартовой мощности магнетрона. Мощность выходных импульсов при этом не превышала  $\sim 90$  МВт. Результаты контрольного эксперимента считались базовыми.

Эксперименты с каскадным переключателем выполнены на компрессоре с переключателем на основе двух тройников. При этом состав и давление газа в разрядных трубках подбирали так, что в режиме накопления практически исключалось самопроизвольное срабатывание любого из коммутаторов, и один из коммутаторов запускался в управляемом режиме. Поскольку в каскадном пе-

реключателе по сравнению с обычным коммутируемая мощность понижена, то это позволяло ему работать при меньшем давлении газа в трубках, вплоть до нулевого избыточного давления. Поэтому после запуска первого коммутатора и скачкообразного роста напряженности поля на втором, второй коммутатор срабатывал на самопробое.

Эксперименты с каскадным переключателем продемонстрировали возможность создания условий равновероятного срабатывания коммутаторов. На рис. 7 приведены осциллограммы выходных импульсов, формируемых при создании таких условий — поочередного самопробоя коммутаторов переключателя. Различная длительность и амплитуда импульсов объясняется различной длиной резонатора от входа до коммутирующего плеча. Усиление импульсов практически отличалось во столько раз, во сколько раз отличаются их длительности ( $\sim 1.5$  раза). Это означает, что в таком переключателе потери в коммутаторах при выводе фактически не зависят или слабо зависят от очередности их включения. После управляемого запуска одного из коммутаторов, второй автоматически переводился в режим самопробоя.

Усиление, достигнутое в компрессоре с каскадным переключателем, составило  $\sim 18.5$  дБ, если первым срабатывал коммутатор первого тройника. Если же первым срабатывал коммутатор второго тройника, то усиление достигало  $\sim 20$  дБ. Это на  $\sim 0.5$  и  $\sim 2$  дБ ниже усиления в контрольном эксперименте. Вероятно, снижение усиления обусловлено потерей части энергии в предимпульсах, что в известной мере противоречит результатам анализа. Однако эти потери могут быть уменьшены до более низкого уровня путем сведения к минимуму длины плеч тройников.

Потери в коммутаторах на усиление выходных импульсов значительного влияния не оказывают. Это следует из экспериментов, в которых переключатель обеспечивал вывод энергии без пре-

дымпульса. Такой вывод реализуется в случае, когда коммутатор второго тройника срабатывает синхронно с моментом прихода к этому коммутатору волны из резонатора. При синхронизации коммутаторов лазером такой процесс вывода может быть управляемым (рис. 7в). Скачок амплитуды поля на запаздывающем коммутаторе способствует синхронизации. В этом случае формируются импульсы, по форме и усилению близкие импульсам компрессора с обычным переключателем, что свидетельствует о сопоставимости потерь в каскадном и обычном переключателях. Возможно, снижению потерь в каскадном переключателе способствует работа коммутаторов при пониженном давлении газа и расположение боковых плеч тройников, в режиме вывода, в узлах стоячей волны, пока не сработает последний коммутатор.

В экспериментах с каскадным переключателем трубки коммутаторов заполнялись смесью аргона с 1...5% элгаса под давлением 0...0.5 ати. При этом мощность входных СВЧ-импульсов могла быть поднята до 2 МВт, а мощность сформированных достигала 220 МВт. Более того, эксперименты показали возможность работы коммутаторов, заполненных только аргоном, при уровне мощности входных импульсов ~1.5 МВт для каскада несогласованных тройников и до 2 МВт для каскада тройников согласованных. Это означает, что допустимо повышение мощности входных импульсов, следовательно, и выходных при соответствующем повышении давления в трубках и мощности входных импульсов.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, теоретически и экспериментально исследован интерференционный СВЧ-переключатель с распределенной мощностью коммутируемой волны как устройство вывода энергии активных резонансных СВЧ-компрессоров. Устройство выполнено в виде каскада обычных интерференционных СВЧ-переключателей на основе Н-тройников, последовательно соединенных. Показано, что такие переключатели способны кратно понизить коммутируемую мощность, если ее равномерно распределить между тройниками каскада. Установлено, что равенство распределенной мощности имеет место в ограниченном диапазоне изменения длин этих плеч. Также установлено, что между длинами плеч существует функциональная связь, при которой достигается такое распределение. Закономерность обеспечивает возможность выбора длины плеч для заданного количества тройников, предельное количество которых определяется техническими возможностями поддержания длины плеч тройников с требуемой точностью.

Определено влияние качества согласования тройников на работу переключателя. Показано,

что если использовать в каскаде несогласованные тройники, то это также понижает коммутируемую мощность, но на более высоком уровне, чем использование тройников согласованных, и приводит к более существенному снижению усиления резонатора. Экспериментально подтверждена возможность повышения рабочей мощности интерференционного СВЧ-переключателя до уровня, сравнимого с рабочей мощностью регулярного волновода. Представляется возможным использование в каскадном переключателе твердотельных коммутаторов, имеющих более низкий уровень рабочей мощности, чем коммутаторы газоразрядные или электронно-лучевые. Также возможно, что переключатель исследованного типа будет работоспособным на более высоком уровне мощности при выполнении его из сверхразмерных Н-тройников [7] либо из пакетов обычных тройников с общим коммутирующим плечом [8]. Исследованный принцип организации переключателя имеет общий характер и, видимо, может быть использован и в других вариантах исполнения: например, в виде цепочки связанных резонаторов вместо одного коммутирующего резонатора [9, 10].

### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарны Ю.Г. Юшкову за полезные дискуссии и советы.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-08-01853) и стипендии “ПЛИУС”, а также в рамках Программы повышения конкурентоспособности Томского политехнического университета.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Didenko A.N., Zelentsov V.I., Shteyn Yu.G., Yushkov Yu.G.* // Radio Eng. Electron. Phys. 1972. V. 17. № 2. P. 1220.
2. *Alvarez R.A., Farkas Z.D., Hogg R.A. et al.* // Proc. of IX Int. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford, Ca., May 2–7. 1974.
3. *Tantawi S.G.* // AIP Conf. Proc. Baltimore, Maryland (USA). 6–11 Jul. 1998.
4. *Artemenko S.N.* // Изв. вузов. Физика. 2013. Т. 56. № 11/2. С. 238.
5. *Альтман Дж.* Устройства СВЧ. М.: Мир, 1968.
6. *Avgustinovich V.A., Artemenko S.N., D'Yachenko V.F. et al.* // Instruments and Experimental Techniques. 2009. V. 52. № 4. P. 547.
7. *Avgustinovich V.A., Artemenko S.N., Zhukov A.A.* // Technical Phys. Lett. 2013. V. 39. № 5. P. 492.
8. *Artemenko S.N., Avgustinovich V.A., Arteev M.S.* // Techn. Phys. Lett. 2013. V. 39. № 12. P. 1040.
9. *Gorbachev A.M., Ivanov O.A., Isaev V.A.* // Techn. Phys. Lett. 1998. V. 24. № 10. P. 791.
10. *Vikharev A.L., Gorbachev A.M., Ivanov O.A. et al.* // Radiophys. Quant. Electron. 2008. V. 51. № 8. P. 597.

ГЕНЕРАЦИЯ ШУМОПОДОБНЫХ СИГНАЛОВ СВЧ ДИАПАЗОНА  
В МИКРОПОЛОСКОВЫХ АНТЕННАХ-ГЕНЕРАТОРАХ© 2020 г. Д. Е. Радченко<sup>а</sup>, \*, В. И. Калинин<sup>а</sup>, В. Д. Котов<sup>а</sup>, В. Е. Любченко<sup>а</sup>,  
С. В. Маречек<sup>а</sup>, Е. О. Юневич<sup>а</sup><sup>а</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141196 Российская Федерация

\*E-mail: dm.radchenko@gmail.com

Поступила в редакцию 04.02.2019 г.

После доработки 04.02.2019 г.

Принята к публикации 05.03.2019 г.

Исследована возможность генерации шумоподобных сигналов в сантиметровом диапазоне длин волн с помощью антенн-генераторов, построенных на микрополосковой антенне логопериодического типа, интегрированной с полевым транзистором. Экспериментально определены условия возникновения шумоподобной генерации. Исследована возможность расширения шумоподобного спектра за счет использования низкочастотной шумовой модуляции. Экспериментально получена шумоподобная генерация в сантиметровом диапазоне длин волн с шириной спектра до 2 ГГц.

DOI: 10.31857/S003384942003016X

## ВВЕДЕНИЕ

Генераторы сигналов, основанные на явлении динамического хаоса, применяются в системах радиосвязи, радиолокации, радиовидения, радиоэлектронной борьбы и других областях. В качестве элементной базы применяются как вакуумные, так и полупроводниковые приборы, а диапазон частот, в которых работают генераторы хаоса, простирается до сотен гигагерц [1]. В данном контексте активные антенны, или антенны-генераторы (АГ), выполненные в виде микрополосковой антенны, интегрированной с активным элементом (например, диодом или транзистором), без использования промежуточных фидеров, представляют интерес. Они позволяют создавать малогабаритные источники излучения в широком диапазоне частот, в том числе в виде многоэлементных матриц [2]. Генерация в зависимости от условий может быть одночастотной или многочастотной, наблюдалась также стохастизация колебаний [3].

В данной работе исследована возможность генерации шумоподобных сигналов в сантиметровом диапазоне волн с помощью микрополосковых антенн-генераторов на полевых транзисторах.

1. КОНСТРУКЦИЯ  
АНТЕННЫ-ГЕНЕРАТОРА

В основе антенны-генератора лежит микрополосковая логопериодическая антенна с включенным в ее плечи полевым транзистором (рис. 1). Антенна расположена на тонкой (0.25 мм) диэлектрической подложке, с обратной стороны ко-

торой на расстоянии  $d$  находится металлический экран. Представленная конструкция позволяет изменять расстояние между антенной и отражающим экраном.

Эксперименты проводили с использованием полевых транзисторов NE3514S02 с рабочей частотой до 20 ГГц. Сток и затвор транзистора присоединены к лепесткам антенны, исток “заземлен”.

Рассматриваемая логопериодическая антенна представляет собой совокупность колебательных контуров. Основной является частота, определяемая длиной наибольшего зубца  $l$ , примерно равной четверти эффективной длины волны в диэлектрике [4, 5]:

$$l = \lambda_{\text{эф}}/4,$$

где  $\lambda_{\text{эф}} = \lambda/\sqrt{\epsilon_{\text{эф}}}$  – эффективная длина волны,  $\lambda$  – длина волны в вакууме,  $\epsilon_{\text{эф}} \approx (\epsilon_r + 1)/2$  – эффективная диэлектрическая проницаемость.



Рис. 1. Конструкция и схема включения антенны-генератора;  $d$  – расстояние между плоскостью антенны и металлическим экраном.

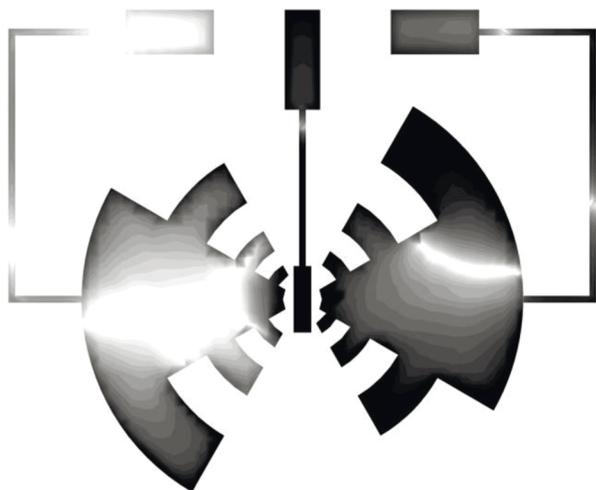


Рис. 2. Плотность электрической энергии при возбуждении одного лепестка антенны;  $d = 0.5$  мм.

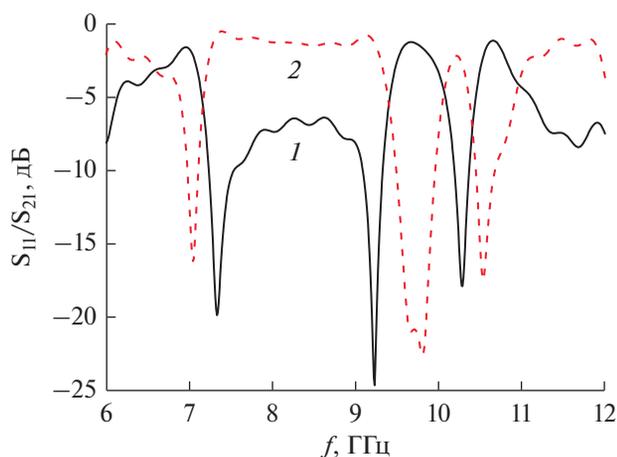


Рис. 3. Зависимость коэффициентов отражения (1) и обратной связи (2) от частоты при возбуждении одного лепестка антенны;  $d = 0.5$  мм.

Из расчета микрополосковой антенны логопериодического типа, проведенного методом пространственной матрицы передающих линий [6], при возбуждении одного из лепестков антенны, следует, что в данной схеме обратная связь реализуется за счет наведения СВЧ-поля в области затвора транзистора. Это видно из распределения плотности энергии по площади антенны (рис. 2), где наиболее темный цвет соответствует наибольшему значению энергии электрического поля. На рис. 3 представлены зависимости коэффициента отражения ( $S_{11}$ ) и коэффициента передачи ( $S_{21}$ ) от частоты. Из рисунка видно, что в диапазоне частот 7...11 ГГц существуют области с минимальным отражением и высоким коэффициентом передачи (коэффициент обратной связи), что является необходимым условием для начала генерации.

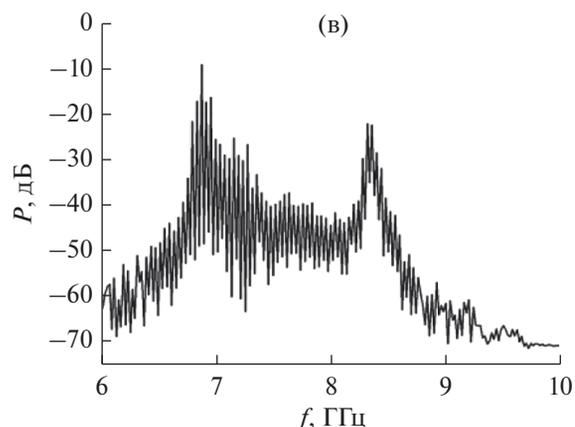
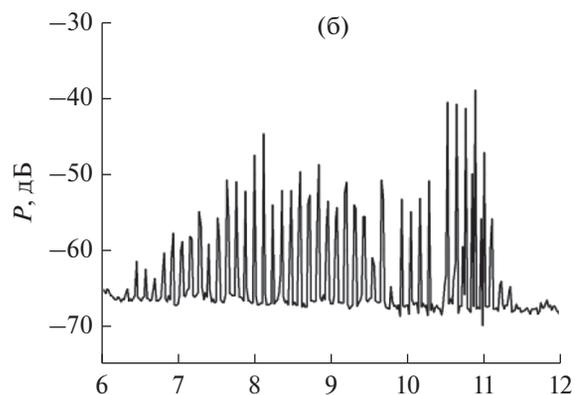
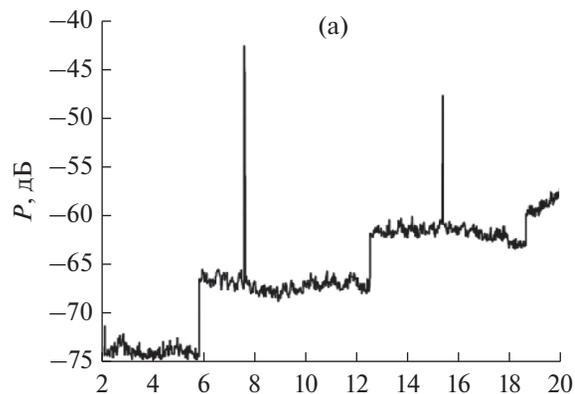
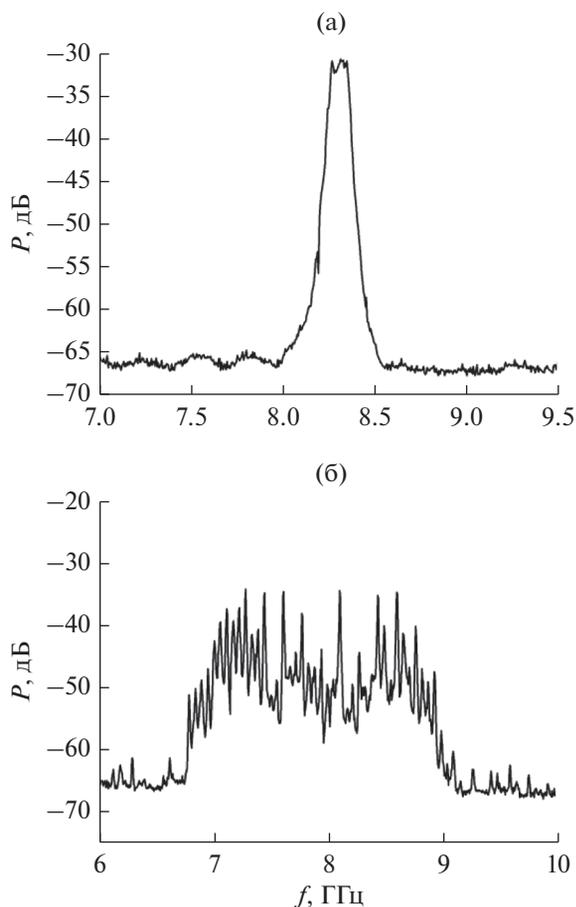


Рис. 4. Генерация на основной частоте и второй гармонике при  $I_{\text{СИ}} = 20$  мА (а), многочастотная генерация при  $I_{\text{СИ}} = 15$  мА (б);  $d = 0.5$  мм и генерация шумоподобного сигнала при  $I_{\text{СИ}} = 10$  мА;  $d = 0.75$  мм (в).

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Как показывают эксперименты, в такой схеме возможно возбуждение одночастотной, многочастотной и шумоподобной генерации. Тип генерации зависит от многих параметров, в том числе от расстояния между плоскостью антенны и металлическим экраном, а также от параметров транзистора и положения рабочей точки. Переход к хаосу в случае малых расстояний между плоскостью антенны и отражающим экраном ( $d < 0.1\lambda$ ) представлен на рис. 4а, 4б и 4в.



**Рис. 5.** Генерация шумоподобного сигнала при использовании внешнего генератора шума при различных параметрах: а)  $d = 12.5$  мм,  $I_{си} = 30$  мА, б)  $d = 0.45$  мм,  $I_{си} = 17$  мА.

Переход к хаотической генерации, как правило, требует тонкой подстройки рабочей точки транзистора за счет изменения напряжений в цепи затвор–исток  $U_{зи}$  и в цепи сток–исток  $U_{си}$ , а также расстояния между плоскостью антенны и металлическим экраном. Получить воспроизводимым образом относительно равномерный шумоподобный спектр не удастся.

Для улучшения спектральной характеристики и обеспечения воспроизводимости результатов был исследован режим работы генератора с использованием внешнего низкочастотного шумового сигнала [7, 8]. Генератор низкочастотного шума с полосой до 80 МГц и максимальной амплитудой до 300 мВ подключали к затвору транзистора. В этом случае переход к шумоподобной генерации возможен в более широком диапазоне токов в цепи сток–исток, а зависимость спектра

от расстояния между плоскостью антенны и металлическим экраном сохраняется.

При расстояниях, близких к четверти длины волны, когда в отсутствие модуляции шумовым низкочастотным сигналом наблюдается одночастотная генерация, подключение генератора шума приводит к возникновению сплошного спектра хаотических колебаний со сравнительно небольшой неравномерностью (рис. 5а). При уменьшении расстояния между плоскостью антенны и металлическим экраном до величины, близкой к  $0.1\lambda$ , и в условиях воздействия шумовым низкочастотным сигналом ширина полосы хаотических колебаний может достигать 2 ГГц (рис. 5б).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получение шумоподобной генерации в схеме микрополосковой антенны–генератора с полевым транзистором сопряжено с рядом трудностей: требуется достаточно тонкая подстройка режима работы транзистора и подбор расстояния между плоскостью антенны и металлической подложкой. Использование внешнего низкочастотного генератора шума позволяет расширить не только область параметров, при которых генерация переходит от одночастотной к хаотической, но и получить более равномерный спектр хаотических колебаний. При этом ширина спектра может достигать 2 ГГц.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-07-00094-а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриев А.С., Ефремова Е.В., Максимов Н.А., Панас А.И.* Генерация хаоса. М.: Техносфера, 2012. С. 423.
2. *Lin J., Itoh T.* // IEEE Trans. 1994. V. MTT-42. № 12. P. 2186.
3. *Любченко В.Е., Юневич Е.О., Калинин В.И. и др.* // Журн. радиоэлектроники. 2015. № 1. С. 1. <http://jre.cplire.ru/jre/jan15/5/text.pdf>
4. *Gitin M.M., Wise F.W., Arjavalingam G. et al.* // IEEE Trans. 1994. V. AP-42. P. 335.
5. *Scheuring A., Wuensch S., Siegel M.* // IEEE Trans. 2009. V. AP-57. № 11. P. 3482.
6. *Любченко В.Е., Телегин С.А., Юневич Е.О.* // Радиотехника. 2013. № 4. С. 82.
7. *Котов В.Д., Мясин Е.А.* // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. № 22. С. 69.
8. *Мясин Е.А., Котов В.Д.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1083.

УДК 537.525

## ОСАЖДЕНИЕ ДОПИРОВАННЫХ МЕТАЛЛАМИ АЛМАЗОПОДОБНЫХ ПЛЕНОК С ПОМОЩЬЮ РАЗРЯДА С ПОЛЫМ КАТОДОМ

© 2020 г. И. А. Сорокин<sup>a, b, \*</sup>, Д. В. Колодко<sup>a, b</sup>, К. И. Краснобаев<sup>b</sup><sup>a</sup>Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация<sup>b</sup>Национальный исследовательский ядерный университет “МИФИ”,  
Каширское ш., 31, Москва, 115409 Российская Федерация

\*E-mail: iasorokin@mail.ru

Поступила в редакцию 11.11.2019 г.

После доработки 11.11.2019 г.

Принята к публикации 15.11.2019 г.

Представлена простая методика получения алмазоподобных пленок с примесью меди путем распыления поверхности медного катода ионами аргона в тлеющем разряде с полым катодом при одновременном химическом осаждении на его поверхность алмазоподобных пленок. Показано, что небольшая (до 1 : 1000) примесь пропана при давлении плазмообразующего газа 40 Па не влияет на параметры плазмы, однако позволяет варьировать относительное содержание меди в алмазоподобной пленке.

DOI: 10.31857/S0033849420030183

### ВВЕДЕНИЕ

Алмазоподобные пленки (АПП) находят широкое применение из-за своих уникальных физических свойств, таких как химическая инертность, износостойкость, теплопроводность, широкая запрещенная зона, низкое пороговое напряжение для полевой электронной эмиссии и др. Получаемые свойства АПП зависят от внутренней кристаллической структуры и наличия примесей в получаемых покрытиях [1–3]. В частности, эффект обратимого резистивного переключения [4] в нанокompозитах (НК) на базе АПП [5] позволяет использовать их при разработке элементарных ячеек энергонезависимой памяти (мемристоров). Переключение в данном случае происходит под действием внешнего электрического поля за счет локального изменения типа гибридизации в пленке, а также электромиграцией анионов (кислорода) и катионов (примеси металлов) [6]. Подобные НК в составе структуры “металл–диэлектрик–металл” элементов имеют ряд преимуществ по сравнению с существующими нанокompозитами на базе оксидов металлов [7, 8], эти преимущества в основном связаны с уникальными свойствами АПП.

В работе представлена методика получения нанокompозитов АПП (Cu) путем распыления поверхности медного катода ионами аргона в тлеющем разряде с полым катодом (РПК) [9–11] при одновременном химическом осаждении на его

поверхность алмазоподобных пленок за счет небольшой примеси в рабочем газе пропана.

### 1. ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ РАЗРЯДА

Эксперименты по получению НК на базе АПП (Cu) проводились на вакуумном стенде объемом 5 л, откачка которого осуществлялась диффузионным насосом с криоловушкой до предельного остаточного давления 0.001 Па. На рис. 1а представлена схема эксперимента. РПК реализуется внутри медного цилиндра, внутренний диаметр которого 18 мм и длина внутренней полости 35 мм. Катод окружен керамической трубкой для предотвращения зажигания паразитных разрядов и установлен на подвижном керамическом вводе, позволяющем изменять расстояние между катодом и поверхностью подложки.

Напуск рабочего и реакционного газов производился с помощью системы газонапуска, основанной на регуляторах расхода газа РРГ-10, предусматривающей одновременный напуск до трех газов. В работе были использованы аргон в качестве плазмообразующего газа (до 40 Па) и пропан в качестве реакционного газа для химического осаждения углеродных пленок на поверхность катода (до 0.06 Па). Давление в вакуумной камере измеряли датчиком абсолютного давления мембранного типа.

Разрядное напряжение подавалось между катодом и анодом (стенкой вакуумной камеры) вы-

соковольтным блоком питания БП (до 1.5 кВ). Горение разряда поддерживалось в режиме стабилизации по напряжению. Наличие гистерезиса на вольт-амперных характеристиках (ВАХ) РПК [10] позволяет после зажигания разряда снижать напряжения горения на ~30%, что дает возможность варьировать условия распыления поверхности катода.

Образцы устанавливали напротив катода на электрическом вводе. В держателе образцов был установлен нагреватель с возможностью нагрева до 900°C. Для определения температуры подложки использовали термопару К-типа. В экспериментах поверхность подложки оставалась под плавающим потенциалом.

Локальные параметры плазмы РПК внутри полого катода были измерены с помощью одиночного цилиндрического зонда Ленгмюра (см. рис. 1б), установленного на подвижном вводе, позволяющем получать пространственные распределения параметров плазмы внутри полого катода и за его пределами. Измерения проводились в центральной части полого катода. Развертка напряжения смещения зонда представляла собой пилообразный сигнал амплитудой 100 В с частотой 50 Гц. Полученные ВАХ одиночного зонда обрабатывали стандартными методами [12, 13]. Были измерены параметры плазмы РПК для нескольких напряжений разряда без примеси пропана и с примесью ( $C_3H_8/Ar = 1 : 1000$ ). В табл. 1 представлены результаты зондовых измерений.

Результаты зондовых измерений плазмы РПК показали, что при увеличении напряжения разряда в пределах 500...750 В значительно увеличивается (в четыре раза) плотность плазмы и, как следствие, скорость распыления поверхности катода. Изменение плотности плазмы при добавлении пропана незначительно.

Эмиссионный спектр излучения плазмы РПК с медным катодом в оптическом диапазоне был измерен с помощью обзорного спектрометра AvaSpec 2048 × 14. На рис. 2 представлен оптический спектр излучения плазмы РПК на аргоне с добавлением пропана.

Как видно из рис. 2, в спектре помимо наиболее интенсивных линий возбужденного и ионизованного аргона также наблюдаются характерные линии меди (материала катода) и водорода. В спектрах практически не видны сильные линии углерода, это указывает на то, что разложение углеводородов преимущественно происходит на стенках катода и камеры. Характерные линии и полосы углеводородов имеют незначительную интенсивность в наблюдаемом диапазоне. Наличие широкой полосы гидроксидов на спектре свидетельствует о недостаточной чистоте пропана и остаточного газа в камере.

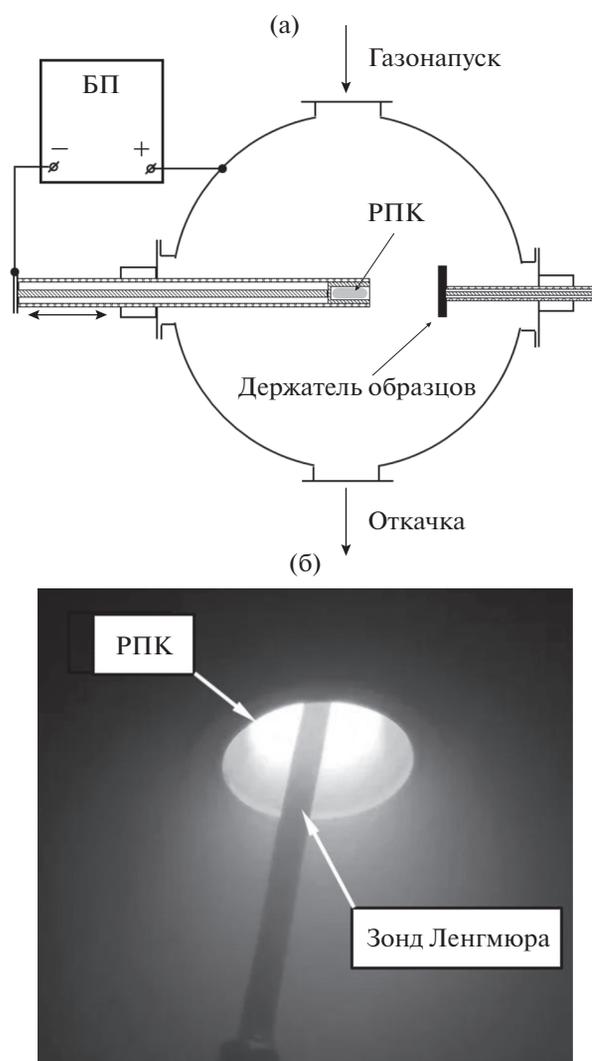


Рис. 1. Схема эксперимента (а) и фотография РПК во время зондовых измерений (б).

Выявлены прямые зависимости интенсивности линий меди от увеличения напряжения разряда, а также от соотношения парциальных давлений плазмообразующего и реакционного газа

Таблица 1. Результаты зондовых измерений при  $P_{Ar} = 40$  Па

$P_{C_3H_8}/P_{Ar}$	РПК		Параметры плазмы	
	$U$ , кВ	$P$ , Вт	$T_e$ , эВ	$n_e$ , $10^{12}$ см $^{-3}$
—	0.50	10	0.7	1.2
	0.75	75	0.8	4.1
	1.00	130	0.9	4.6
1 : 1000	0.50	10	0.8	1.1
	0.75	75	0.7	4.2
	1.00	140	1.3	5.0

Примечание:  $T_e$  — температура электронов,  $n_e$  — концентрация плазмы.

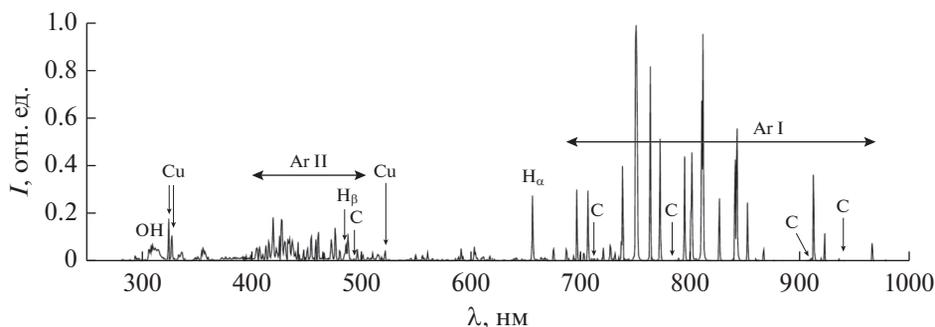


Рис. 2. Эмиссионный спектр РПК (C<sub>3</sub>H<sub>8</sub>/Ar = 1 : 1000).

(при увеличении давления пропана уменьшается интенсивность линий меди). Таким образом, требуемое соотношение металлической примеси в алмазоподобной пленке можно контролировать по оптическим спектрам *in-situ* во время нанесения нанокompозитов.

## 2. МЕТОДИКА НАНЕСЕНИЯ И ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ ПОКРЫТИЯ

Для напыления АПП пленок с примесью меди с помощью ионно-плазменного распыления необходимо сформировать комбинированную мишень-катод. Для этого предварительно необходимо в течение длительного времени поддерживать РПК в требуемом соотношении газов, для того чтобы установился баланс между плазмохимическим осаждением графита [14] на поверхности катода и распылением ионами аргона. Установление баланса фиксировалось с помощью энергодисперсионной спектроскопией (ЭДС) поверхности серии образцов по выходу в насыщение относительного сигнала меди и материала подложки (Mo). Экспериментально было выявлено, что

комбинированный катод образовывался через 10–20 мин работы разряда при напряжении до 1 кВ.

После формирования комбинированного катода проводилось осаждение композитов на поверхность образцов. Образцы устанавливали на расстоянии 4...5 см от катода (много больше длины свободного пробега ионов из РПК) под плавающим потенциалом. Проводили откачку камеры до предельного остаточного вакуума. Напускали пропан до давления 0.02...0.05 Па. Затем устанавливали напряжение 1 кВ на катоде, и напускали аргон до момента зажигания РПК. После зажигания разряда проводили контроль и регулировку необходимых параметров разряда.

Скорость роста АПП определяли по измерениям толщины пленки, выполненным сканирующим электронным микроскопом. Для этого пленку наносили на поверхность стекла, покрытую молибденом. Затем стекло ломали и на образовавшемся сколе определяли толщину покрытия. Скорость осаждения пленки в среднем составила 0.3 мкм/ч.

Однородность структуры полученных углеродных пленок контролировали с помощью раман-микроспектрометра RamMics (ООО «ИнСпектр», г. Черноголовка, Россия). На рис. 3 представлены спектры комбинационного рассеяния (СКР) поверхности одного из образцов, измеренные в разных точках.

Спектры показывают наличие на поверхности нанокристаллической алмазоподобной пленки. Соотношение интенсивности характерных углеродных пиков по поверхности остается постоянным, что свидетельствует об однородности покрытия и кристаллической структуры. Электрическое сопротивление полученных пленок составило более 70 МОм.

Процентное соотношение меди в алмазоподобной пленке было рассчитано косвенным методом — по соотношению интенсивностей характеристического излучения меди и материала подложки (молибдена) [15, 16] во время ЭДС-анализа состава встроенным в сканирующий электронный микроскоп Hitachi TM1000 модулем. Так как

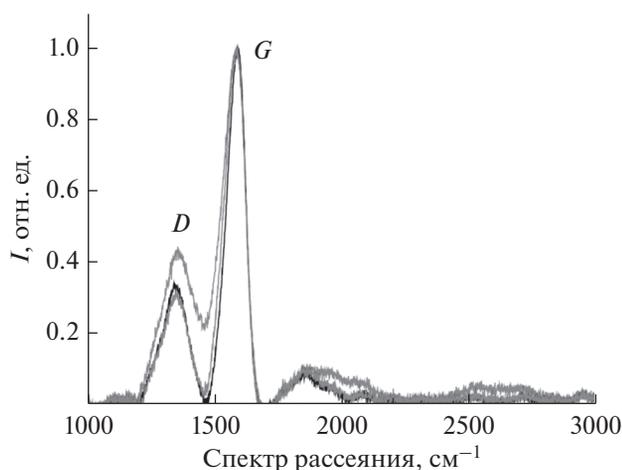
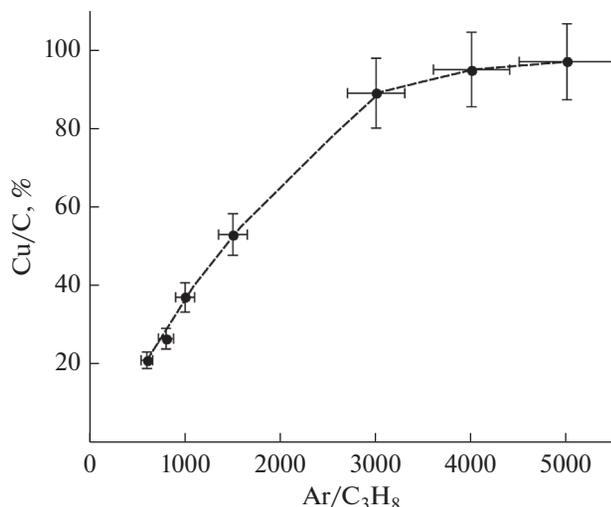


Рис. 3. СКР НК на поверхности молибдена.



**Рис. 4.** Зависимость относительного содержания меди в НК от парциального давления пропана; напряжение разряда 750 В, давление аргона 40 Па.

ЭДС не позволяет измерять сигнал углерода, было необходимо при моделировании ЭДС-спектров в коде Casino [17] варьировать плотность пленки меди при известной толщине НК, для того чтобы подобрать соответствующее значение экспериментальным измерениям ЭДС. На рис. 4 показана зависимость относительного содержания меди в углеродной пленке от парциального давления пропана во время нанесения покрытия при напряжении разряда 750 В.

При давлении пропана выше 0.01 Па ( $C_3H_8/Ar = 1 : 3000$ ) наблюдается практически линейный спад содержания меди в наносимой пленке. Варьирование парциального давления пропана при заданном напряжении разряда (энергии распыляющих ионов) позволяет изменять относительное содержание примеси металла в широком диапазоне.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, разработана и апробирована простая методика получения алмазоподобных пленок с примесью меди путем распыления ионами аргона в РПК поверхности комбинированного катода, формирующегося за счет химического осаждения на поверхность медного цилиндра алмазоподобных пленок PECVD-методом за счет небольшой примеси в рабочем газе пропана. Небольшая (до 1 : 1000) примесь пропана при давлении плазмообразующего газа 40 Па слабо влияет

на параметры плазмы, однако позволяет варьировать относительное содержание меди в алмазоподобной пленке.

Данная методика представляется перспективной для получения НК на базе АПП не только с примесью меди, но и других металлов. Плавная регулировка парциального давления пропана и напряжения разряда (энергии ионов) позволит подобрать необходимые режимы нанесения в соответствии с коэффициентом распыления необходимого металла.

### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-29-19047 и 18-38-00884).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vojs M., Vesely M.* // *Komunikacie*. 2006. V. 8. № 1. P. 39.
2. *Moriguchi H., Ohara H., Tsujioka M.* // *Featur. Top*. 2016. P. 52–58.
3. *Bewilogua K., Hofmann D.* // *Surf. Coatings Technol.* 2014. V. 242. P. 214.
4. *Lee J.S., Lee S., Noh T.W.* // *Appl. Phys. Rev.* 2015. V. 2. P. 031303.
5. *Peng P., Xie1 D., Yang Y. et al.* // *J. Appl. Phys.* 2012. V. 111. P. 084501.
6. *Panin G.N., Kapitanova O.O., Lee S.W. et al.* // *Japanese J. Appl. Phys.* 2011. V. 50. № 7R. P. 70110.
7. *Strukov D.B., Snider G.S., Stewart D.R. et al.* // *Nature*. 2008. V. 453. P. 80.
8. *Kwon D.H., Kim K.M., Jang J.H. et al.* // *Nat. Nanotechnol.* 2010. V. 5. P. 148.
9. *Delahoy A.E., Jansen K., Robinson C. et al.* // *Mater. Res. Soc. Symp. Proc.* 2012. V. 1323. P. 35.
10. *Kolobov V.I., Metel A.S.* // *J. Phys. D. Appl. Phys.* 2015. V. 48. № 23. P. 233001.
11. *Muhl S., Pérez A.* // *Thin Solid Films*. 2015. V. 579. P. 174.
12. *Godyak V.A., Alexandrovich B.M.* // *J. Appl. Phys.* 2015. V. 118. P. 233302.
13. *Godyak V.A., Demidov V.I.* // *J. Phys. D. Appl. Phys.* 2011. V. 44. № 26. P. 269501.
14. *Sorokin I.A., Kolodko D.V., Shustin E.G.* // *Tech. Phys.* 2018. V. 63. № 8. P. 1157.
15. *Pryds N., Toftmann B., Bilde-Sorensen J.B. et al.* // *Appl. Surf. Sci.* 2006. V. 252. № 13. P. 4882.
16. *Bishop H.E., Poole D.M.* // *J. Phys. D. Appl. Phys.* 1973. V. 6. № 9. P. 1142.
17. *Drouin D., Couture A.R., Joly D. et al.* // *Scanning*. 2007. V. 29. № 3. P. 92.

УДК 539.23,621.793.18

## ОСОБЕННОСТИ ОСАЖДЕНИЯ ПЛЕНОК ОКСИДА ИНДИЯ–ОЛОВА МЕТОДОМ МАГНЕТРОННОГО РАСПЫЛЕНИЯ

© 2020 г. В. А. Лузанов\*

Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,  
пл. Введенского, 1, Фрязино, Московской обл., 141190 Российская Федерация

\*E-mail: valery@luzanov.ru

Поступила в редакцию 27.08.2019 г.

После доработки 27.08.2019 г.

Принята к публикации 19.09.2019 г.

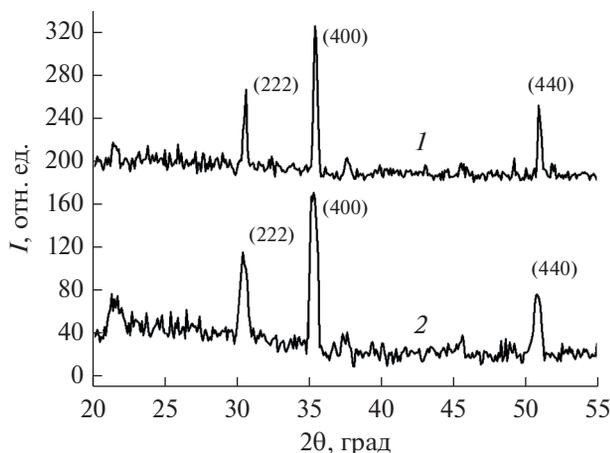
Поликристаллические прозрачные проводящие слои оксида индия–олова выращены методом магнетронного реактивного распыления на постоянном токе при комнатной температуре подложки. Проведенные исследования полученных пленок показали, что в области повышенной бомбардировки растущей пленки отрицательными ионами кислорода происходит рост наиболее низкоомных прозрачных пленок с поликристаллической структурой.

DOI: 10.31857/S0033849420030110

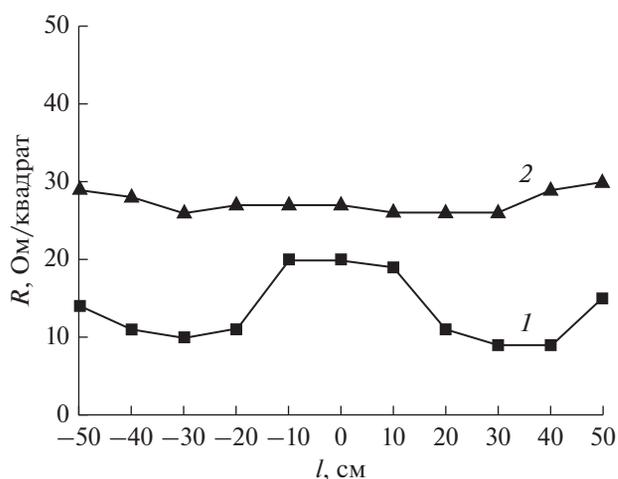
Прозрачные проводящие пленки широко используются в различных оптоэлектронных приборах, таких как солнечные батареи, жидкокристаллические дисплеи, электролюминесцентные приборы, электрохромные устройства. Оксид индия–олова является наиболее популярным и исследованным благодаря своей химической стабильности, хорошей адгезии к подложкам и отличным электрическим и фотохимическим свойствам. Для нанесения покрытий из оксида индия–олова используется масса различных методов: магнетронное распыление [1], химическое осаждение из паровой фазы [2], золь–гель-метод [3], распылительный пиролиз [4], ионное осаждение [5] и т.д. Среди них особо привлекательным является метод магнетронного распыления из-за хорошей воспроизводимости, высокой скорости осаждения и возможности масштабирования технологического процесса. Часто возникает необходимость осаждения пленок оксида индия–олова при комнатной температуре. Однако недостаточная степень рекристаллизации приводит к плохим структурным и электрическим свойствам [6]. А использование более простой и дешевой технологии магнетронного распыления на постоянном токе при комнатной температуре, как правило, приводит к формированию аморфных слоев оксида индия–олова с высоким удельным электрическим сопротивлением [7]. Для улучшения параметров получаемых пленок в работе [8] использовали ионный источник для бомбардировки растущего слоя ионами рабочей смеси газов.

В данной работе для осаждения пленок оксида индия–олова был выбран метод магнетронного реактивного распыления на постоянном токе, аналогичный использованному в работе [9]. В качестве распыляемой мишени использовался диск из смеси оксидов  $\text{In}_2\text{O}_3 : \text{SnO}_2$  (10%  $\text{SnO}_2$ ) диаметром 120 мм. Расстояние от мишени до плоскости подложки составляло 50 мм. Полученные пленки исследовали методом рентгеноструктурного анализа на автоматизированном двухкристальном дифрактометре ДРОН-3. Ток и напряжение на трубке при съемке составляли 30 мА и 30 кВ соответственно. Использовали кварцевый монохроматор и излучение  $\text{CuK}\alpha_1$  ( $\lambda = 0.154056$  нм). Удельное поверхностное электрическое сопротивление измеряли с использованием четырехзондового метода. Была проведена оптимизация параметров распыления (давление в камере, соотношение компонентов в газовой смеси, скорости осаждения) для получения максимально низкоомных и прозрачных пленок. В результате при давлении в камере 0.4 Па и 3% кислорода получены пленки с прозрачностью в видимой области спектра 86% и удельным поверхностным сопротивлением 20 Ом на квадрат. Структура пленок была поликристаллической (рис. 1, кривая L).

Далее было измерено распределение удельного поверхностного сопротивления по площади подложки и обнаружено, что указанное распределение имеет радиальную симметрию (рис. 2, кривая L). При этом зона с минимальным сопротивлением имеет форму кольца и расположена в области подложки, находившейся при напылении напро-



**Рис. 1.** Рентгеновская дифрактограмма пленки In–Sn–O в области подложки, располагавшейся напротив центра мишени (1) и напротив зоны повышенной бомбардировки (2).



**Рис. 2.** Изменение удельного поверхностного сопротивления пленки In–Sn–O, выращенной в смеси кислорода и аргона (1) и в чистом аргоне (2), в зависимости от расстояния от центра подложки  $l$ .

тив кольцевой зоны магнетронного разряда. Рентгеновская дифрактограмма в этой области приведена на рис. 1, кривая 2. Можно заметить существенное уширение дифракционных пиков, что обусловлено уменьшением областей когерентного рассеяния за счет повышения концентрации дефектов в пленке. Как отмечалось в [10] и позже в [11], кольцевая зона распыления при магнетронном разряде в присутствии кислорода характеризуется повышенной бомбардировкой растущей пленки высокоэнергетичными отрицательными ионами кислорода. Это было показано применительно к росту пленок оксида цинка, в которых наблюдалось появление наклона оси текстуры, в частности, из-за повышенного дефектообразования.

Осаждение пленок оксида индия–олова, видимо, также происходит в сопровождении бомбардировки растущего слоя отрицательными ионами кислорода. Для проверки этого предположения было проведено осаждение пленки оксида индия–олова в чистом аргоне. Измерение распределения удельного поверхностного сопротивления по площади подложки показало, что в данном случае почти отсутствуют “провалы” в области напротив зоны распыления (рис. 2, кривая 2). Но прозрачность пленки оказалась заметно меньше из-за недостатка кислорода.

Таким образом, можно сделать вывод, что бомбардировка отрицательными ионами кислорода, характерная для магнетронного разряда в присутствии кислорода, может создать в растущей пленке

повышенную плотность дефектов, обеспечивающих генерацию свободных носителей.

Работа выполнена в рамках государственного задания, а также при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 19-07-00432, 18-29-19047, 18-07-00729).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lee H.-C., Seo J.-Y., Choi Y.-W., Lee D.-W. // Vacuum. 2004. V. 72. P. 269.
2. Sears W.M., Gee M.A. // Thin Solid Films. 1988. V. 165. № 1. P. 265.
3. Hjiri M. // Sensors and Transducers. 2014. № 27. P. 198.
4. Pommier R., Marucchi C.G.J. // Thin Solid Films. 1981. V. 77. № 1–3. P. 91.
5. Machet J., Guille J., Saulnier P., Robert S. // Thin Solid Films. 1981. V. 80. № 1–3. P. 149.
6. Quaas M., Steffen H., Hippler R., Wulff H. // Surface Sci. 2003. V. 540. № 2–3. P. 337.
7. Kurdesau F., Khripunov G., da Cunha A.F. et al. // J. Non-Crystalline Solids. 2006. V. 352. P. 1466.
8. Krylov P.N., Zakirova R.M., Fedotova I.V. // Semiconductors. 2013. V. 47. № 10. P. 1412.
9. Лузанов В.А. // РЭ. 2017. Т. 62. № 10. С. 1018.
10. Kotelyanskiy I.M., Krikunov A.I., Luzanov V.A., Sinelnikova V.V. // Proc. 10th Japan-USSR Electronics Symp. “Electronical and Optical Properties of Semiconductors and Their Applications to Devices”, Tokyo, 1984. P. 39.
11. Лузанов В.А., Алексеев С.Г., Ползикова Н.И. // РЭ. 2018. Т. 63. № 9. С. 1015.

## К ВОПРОСУ О КЛАССИФИКАЦИИ ТОЧНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЙ ПЛОТНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

© 2020 г. В. А. Сыровой\*

ВЭИ – филиал ФГУП РЯЦ-ВНИИТФ,  
ул. Красноказарменная, 12, Москва, 111250 Российская Федерация

\*E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 06.06.2018 г.

После доработки 06.06.2018 г.

Принята к публикации 15.08.2018 г.

Проведен анализ точных решений уравнений пучка, описывающих вырожденные потоки, обобщенные бриллюэновские состояния и плоские соленоидальные течения, не относящиеся к классу инвариантных решений. Указаны ранее неизвестные факты теории соленоидальных потоков во внешнем неоднородном магнитном поле и новые интерпретации вырожденных решений.

DOI: 10.31857/S0033849420030201

### ВВЕДЕНИЕ

Построение наиболее полных наборов точных решений уравнений плотного электронного пучка связано с изучением групповых свойств этих уравнений и понятием инвариантного решения, введенного Л.В. Овсянниковым [1]. Результаты исследований наиболее полно представлены в монографии [2] и работах [3–7]. Важной функцией точных решений при современном уровне использования вычислительной техники является их роль в качестве имеющих физический смысл эталонов при тестировании численных моделей и приближенных построений. В последние десятилетия много внимания уделяется расчету пучков с экстремально высокой компрессией без достаточного внимания со стороны разработчиков прикладных пакетов к вопросам адекватности физической модели и точности вычислений. Отсутствие понимания известных положений теории интенсивных пучков приводит к некритическому восприятию результатов счета и абсурдным утверждениям в ряде публикаций последних лет. Эти проблемы обсуждаются в работе [8].

В то время как приближенные геометризованные модели плотных пучков прошли тестирование на полном наборе точных решений с мультипликативным и аддитивным разделением переменных [9], аналогичные исследования численных моделей автору неизвестны. Пакеты предыдущего поколения тестировались с использованием отдельных точных решений в работах [10, 11]. Заложенные в программы алгоритмы обеспечили ошибку на уровне 7 и 3% соответственно, которая удовлетворила их создателей. Для современных расчетов пучков с ли-

нейной компрессией порядка 30 ошибка не должна превышать десятых долей процента. Разработчики математических методов приближаются к этой цифре в одномерной области с исключенным влиянием особенности на катоде в  $\rho$ -режиме эмиссии [12].

Тестирование пакета PIC (Particle-in-Cell) [13] ориентировано на решение кинетического уравнения и имеет дело с гладкими функциями (MMS – method of manufactured solutions<sup>1</sup>). По этой причине оно не обеспечивает требуемой точности в электронно-оптических расчетах с тепловым зазором [8] и с сингулярностью на катоде в  $\rho$ - и  $T$ -режимах эмиссии. Эта программа, используемая и в задачах электронной оптики, как и прочие коммерческие пакеты, нуждается в тестировании на имеющих физический смысл точных решениях. Если в кинетике такие эталоны отсутствуют, то теория интенсивных пучков обеспечивает наборы решений, в совокупности соответствующие постановкам наиболее общих практических проблем.

Инвариантные решения связаны со свойствами симметрии исходных уравнений в частных производных, поэтому многим из них свойственна однородная структура параметров потока. Анализируемые в данной работе точные решения уравнений пучка не являются инвариантными, упомянутая симметрия для них не имеет места, что выражается в более сложных законах зависимости от координат. Поэтому эти решения пред-

<sup>1</sup> Некий аналог метода MMS в задаче с сингулярностями применен в работе [14].

ставляют ценный материал для проблемы тестирования приближенных и численных моделей.

Последующие соотношения приведены в нормировках, исключающих из уравнений пучка все физические постоянные используемой системы единиц.

### 1. ВЫРОЖДЕННЫЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПОТОКИ

Понятие вырожденного решения введено в работе [15]. В криволинейной ортогональной системе  $\xi, \eta, \zeta$  с циклической координатой  $\zeta$  ( $\partial/\partial\zeta = 0$ ) и коэффициентами Ляме  $h_1, h_2, h_3$  параметры пучка описываются выражениями

$$v_\xi = \frac{U(\xi)}{h_1}, \quad v_\eta = 0, \quad v_\zeta = \frac{W(\eta)}{h_3}, \quad A_\xi = \frac{A(\eta)}{h_3}, \quad (1)$$

$$A_\xi = A_\eta = 0, \quad H_\xi = \frac{1}{h_2 h_3} A'(\eta), \quad H_\eta = H_\zeta = 0,$$

где  $\vec{v}, \vec{A}, \vec{H}$  – векторы скорости, векторного потенциала и напряженности магнитного поля. Компоненты обобщенного импульса  $\vec{P} = \vec{v} + \vec{A}$  определены формулами

$$P_\xi = \frac{U(\xi)}{h_1}, \quad P_\eta = 0, \quad P_\zeta = \frac{1}{h_3} [W(\eta) + A(\eta)]. \quad (2)$$

Уравнения немонотонного пучка с полной энергией  $\mathcal{H}$

$$\nabla \mathcal{H} = \vec{v} \times \text{rot} \vec{P}, \quad \text{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (3)$$

$$\Delta \varphi = \rho, \quad \mathcal{H} = \frac{1}{2} \vec{v}^2 - \varphi$$

в развернутом виде с учетом структуры решения (1) описываются соотношениями

$$\mathcal{H}_{,1} = 0, \quad \mathcal{H}_{,2} = \frac{W(\eta)}{h_3^2} [W'(\eta) + A'(\eta)], \quad \mathcal{H}_{,3} = 0,$$

$$\frac{h_2 h_3}{h_1} \rho U(\xi) = J(\eta), \quad (4)$$

$$\left( \frac{h_2 h_3}{h_1} \varphi_{,1} \right)_{,1} + \left( \frac{h_1 h_3}{h_2} \varphi_{,2} \right)_{,2} = h_1 h_2 h_3 \rho.$$

Здесь  $\varphi, \rho, J$  – потенциал электрического поля, плотность пространственного заряда и плотность тока; нижний численный индекс после запятой означает частную производную по координате с соответствующим номером; штрих имеет тот же смысл в случае одной переменной.

*Спиральные цилиндрические координаты.* В спиральных цилиндрических координатах  $p, q, z$  имеем

$$p + iq = \frac{b_1 + ib_2}{b^2} \ln(x + iy); \quad b_1, b_2 = \text{const},$$

$$b^2 = b_1^2 + b_2^2; \quad p = \frac{1}{b^2} (b_1 \ln R - b_2 \psi),$$

$$q = \frac{1}{b^2} (b_2 \ln R + b_1 \psi), \quad (5)$$

$$R = \exp(b_1 p + b_2 q), \quad \psi = b_1 q - b_2 p,$$

$$h_1 = h_2 = b \exp(b_1 p + b_2 q), \quad h_3 = 1.$$

Здесь  $x, y, z$  и  $R, \psi$  – декартовы и полярные координаты; компоненты скорости в первой системе обозначим символами  $u, v, w$ ; в криволинейных системах будем использовать буквенный нижний индекс у символа  $v$ .

Решение уравнений (4) в этом случае описывается формулами

$$\Phi'' + 4b_2^2 \Phi = J_0 b^2 \frac{\exp(2b_1 p)}{U(p)} + \rho_0,$$

$$\Phi = \frac{\exp(-2b_1 p)}{b^2} U^2(p),$$

$$v_p = U(p) \exp(-b_1 p - b_2 q), \quad v_q = 0,$$

$$w = W(q) = -\frac{\rho_0}{2b_2 H_0} \exp(-2b_2 q) + E_0,$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \left[ \Phi(p) - \frac{\rho_0}{2b_2^2} \right] \exp(-2b_2 q) - E_0 q, \quad (6)$$

$$J(q) = \rho U(p) = J_0 \exp(-4b_2 q),$$

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} W^2(q) + \frac{\rho_0}{4b_2^2} \exp(-2b_2 q) + E_0 q,$$

$$A_p = A_q = 0, \quad A_z = H_0 q;$$

$$H_p = \frac{H_0}{b} \exp(-b_1 p - b_2 q), \quad H_q = H_z = 0.$$

Символы с нулями здесь и далее означают произвольные постоянные.

Решение (6) отличается от инвариантного решения в спиральных координатах при  $\alpha = -1$  [16]

$$\vec{v} = \exp(\alpha b_2 q) \vec{V}(p), \quad \varphi = \exp(2\alpha b_2 q) \Phi(p),$$

$$\rho = \exp[2(\alpha - 1) b_2 q] S(p), \quad (7)$$

$$J = J_0 \exp[(3\alpha - 2) b_2 q],$$

$$\vec{H} = \exp[(\alpha - 1) b_2 q] \vec{\Omega}(p)$$

неоднородной структурой компонент скорости, наличием слагаемого с  $E_0$  в выражении для  $\varphi$  и видом зависимости от координаты  $q$  у компоненты магнитного поля  $H_p$  и плотности тока  $J$ .

*Полярные координаты.* В полярной системе  $R, \psi$  при  $\partial/\partial z = 0$  возможны два решения. В первом случае

$$\begin{aligned} \xi = R, \quad \eta = \psi, \quad \zeta = z; \quad h_1 = 1, \quad h_2 = R, \\ h_3 = 1; \\ v_R = U(R), \quad v_\psi = 0, \quad w = W(\psi), \\ A_R = A_\psi = 0, \quad A_z = A(\psi). \end{aligned} \quad (8)$$

Решение уравнений (4) определено формулами

$$\begin{aligned} (R\Phi)' - \frac{\rho_0}{R} = \frac{J_0}{\sqrt{2\Phi}}, \quad \Phi(R) = \frac{1}{2}U^2(R), \\ v_R = U(R), \quad v_\psi = 0, \quad w = W(\psi) = \frac{\rho_0}{H_0}\psi + W_0, \\ J = \rho RU(R) = J_0, \\ \varphi = \Phi(R) - \frac{1}{2}\rho_0\psi^2 - H_0W_0\psi, \\ \mathcal{H} = \frac{1}{2}\rho_0\left(1 + \frac{\rho_0}{H_0^2}\right)\psi^2 + \left(\frac{\rho_0}{H_0} + H_0W_0\right)\psi + \frac{1}{2}W_0^2, \\ A_R = A_\psi = 0, \quad A_z = H_0\psi; \quad H_R = \frac{H_0}{R}, \\ H_\psi = H_z = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Структура решения (9) не имеет близких выражений среди инвариантных решений уравнений пучка.

Второе решение в координатах  $R, \psi$  имеет вид

$$\begin{aligned} \xi = \psi, \quad \eta = R, \quad \zeta = z; \quad h_1 = R, \quad h_2 = 1, \quad h_3 = 1; \\ v_\psi = \frac{U(\psi)}{R}, \quad v_R = 0, \quad w = W(R), \\ A_R = A_\psi = 0, \quad A_z = A(R). \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнения (4) допускают следующее решение, причем выражение функции  $\Phi$  можно свести к квадратуре:

$$\begin{aligned} \Phi'' + 4\Phi + \rho_0 = \frac{J_0}{\sqrt{2\Phi}}, \quad \Phi = \frac{1}{2}U^2(\psi), \\ \psi = \int \frac{UdU}{\sqrt{2J_0U - \rho_0U^2 - U^4}}, \quad v_\psi = \frac{U(\psi)}{R}, \\ v_R = 0, \quad w = W(R) = \frac{\rho_0}{2H_0}\frac{1}{R^2} + W_0, \\ \varphi = \frac{1}{R^2}\Phi(\psi) + \frac{\rho_0}{4}\frac{1}{R^2} - H_0W_0 \ln R, \\ J(R) = \frac{\rho U(\psi)}{R} = \frac{J_0}{R^5}, \\ \mathcal{H} = \frac{\rho_0^2}{8H_0^2}\frac{1}{R^4} + \frac{\rho_0}{2}\left(\frac{W_0}{H_0} - \frac{1}{2}\right)\frac{1}{R^2} + H_0W_0 \ln R, \\ A_R = A_\psi = 0, \quad A_z = H_0 \ln R; \quad H_R = H_z = 0, \\ H_\psi = -\frac{H_0}{R}. \end{aligned} \quad (11)$$

Инвариантное решение в координатах  $R, \psi$  имеет следующую структуру:

$$\begin{aligned} \bar{v} = R^\alpha \bar{V}(\psi), \quad \varphi = R^{2\alpha} \Phi(\psi), \quad \rho = R^{2(\alpha-1)} S(\psi), \\ J = J_0 R^{3\alpha-2}, \quad \bar{H} = R^{\alpha-1} \bar{\Omega}(\psi). \end{aligned} \quad (12)$$

Решение (11) имеет те же зависимости, что и решение (12) при  $\alpha = -1$  у функций  $v_R, \rho$  и  $\varphi$  за вычетом логарифмического члена, но отличную структуру  $z$ -компоненты скорости и магнитного поля.

*Цилиндрические координаты.* Решение в системе  $R, \psi, z$  с осевой симметрией  $\partial/\partial\psi = 0$  определено выражениями

$$\begin{aligned} \xi = z, \quad \eta = R, \quad \zeta = \psi; \quad h_1 = 1, \quad h_2 = 1, \quad h_3 = R; \\ w = W(z), \quad v_R = 0, \quad v_\psi = V(R)/R, \\ A_R = A(R), \quad A_z = A_\psi = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Решение уравнений (4) приводит к следующему результату:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(W^2)'' - \frac{J_0}{W} = \rho_0 = -\frac{1}{R}(R\Phi)', \quad \rho W = J_0, \\ \varphi = \Phi(R) + \frac{1}{2}W^2(z), \quad \Phi(R) = -\mathcal{H}(R) + \frac{1}{2}v_\psi^2(R), \\ V^2 + H_0R^2V - \left(\frac{1}{2}\rho_0R^4 + b_0R^2\right) = 0, \\ \varphi = \frac{1}{2}W^2(z) - \frac{1}{4}\rho_0R^2 - b_0 \ln R, \\ \mathcal{H} = \frac{1}{2}v_\psi^2(R) + \frac{1}{4}\rho_0R^2 + b_0 \ln R, \\ A_R = \frac{1}{2}H_0R^2, \quad A_z = A_\psi = 0; \\ H_R = H_\psi = 0, \quad H_z = H_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Для решения (14) необходимо специально рассмотреть варианты, касающиеся функций  $V$  и  $W$ . Из уравнения для  $V$  имеем

$$V = -\frac{H_0}{2}R^2 \pm R\sqrt{D}, \quad D = \left(\frac{H_0^2}{4} - \frac{\rho_0}{2}\right)R^2 - b_0. \quad (15)$$

При  $b_0 = 0$  азимутальная скорость линейна по  $R$ , пучок вращается как твердое тело в однородном магнитном поле  $H_z = H_0$ . Этот случай описывается инвариантным решением с линейной зависимостью от координат у компонент  $u, v$  скорости в декартовой системе при зависимости  $w = w(z)$ .

При  $b_0 \neq 0$  распределение азимутальной скорости по радиусу становится более сложным. Существование действительных корней в (15) требует выполнения неравенства

$$R^2 \geq b_0 / \left(\frac{H_0^2}{4} - \frac{\rho_0}{2}\right) > 0. \quad (16)$$

При  $b_0 > 0$  условие (16) выполняется всегда, если  $\rho_0 < 0$ , и при  $H_0^2/4 > \rho_0/2$ , если  $\rho_0 > 0$ .

При  $b_0 < 0$  допустимы только положительные значения  $\rho_0$ :  $\rho_0/2 > H_0^2/4$ . Равенство в (16) определяет радиус полости  $R = R_*$ , которая не может быть заполнена пучком. Азимутальная скорость на ее границе  $v_\psi = -(H_0/2)R_*$ .

В зависимости от знака  $\rho_0$  функция  $W(z)$  имеет разный характер. Вводя вместо  $z$  новую переменную  $t$ , имеем

$$W = \frac{dz}{dt} \equiv \dot{z}, \quad W(WW') - \rho_0 W = J_0, \quad (17)$$

$$\dot{W} - \rho_0 W = J_0.$$

При  $\rho_0 = a^2$  и выполнении условий:  $t = 0, z = 0, W = 0$  получаем

$$\bar{z} = \frac{a^3 z}{J_0} = \text{sh}\tau - \tau, \quad \bar{W} = \frac{a^2 W}{J_0} = \text{ch}\tau - 1, \quad (18)$$

$$\tau = at.$$

Для отрицательных значений  $\rho_0 = -a^2$  вариация продольной скорости подчиняется закону укороченной циклоиды:

$$\bar{z} = \frac{a^3 z}{J_0} = \tau - \gamma \sin \tau, \quad \bar{W} = \frac{a^2 W}{J_0} = 1 - \gamma \cos \tau, \quad (19)$$

$$\gamma = \frac{A_0 a^2}{J_0} < 1,$$

где  $A_0$  – произвольная постоянная.

Зависимости от продольной координаты в решении (19) те же, что и в осесимметричном варианте решения [17], являющегося инвариантным.

## 2. ОБОБЩЕННЫЕ БРИЛЛЮЭНОВСКИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ПОТОКИ

*Уравнения бриллюэновских пучков.* В работе [18] рассмотрены двумерные релятивистские течения с равным нулю обобщенным импульсом  $\vec{P}$ , которые описываются следующей системой уравнений:

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A}, \quad \text{rot} \vec{H} = \rho \vec{v}, \quad \Delta \phi = \rho,$$

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad \text{div} \vec{H} = 0; \quad (20)$$

$$\vec{P} = \vec{p} + \vec{A} \equiv 0, \quad \vec{p} = (1 + \phi) \vec{v}, \quad (1 + \phi)^2 = 1 + \vec{p}^2.$$

Последнее уравнение в системе (20), которая является переопределенной, представляет интеграл энергии. Уравнение сохранения тока автоматически удовлетворяется в релятивистском случае.

В ортогональной системе  $\xi, \eta, \zeta$  ( $\partial/\partial\zeta = 0, \zeta$  – циклическая координата), в качестве которой будем рассматривать декартовы  $x, y, z$  и цилиндрические  $R, \psi, z$  координаты с коэффициентами Ляме  $h_1 = 1, h_2 = 1, h_3 = 1$  и  $h_1 = 1, h_2 = R, h_3 = 1$  соответственно, согласно [18] будем считать

$$v_\xi = A_\xi = 0. \quad (21)$$

Уравнения (20) в этом случае принимают вид

$$\left[ \frac{1}{h_2} (h_2 A_\eta)_{,1} \right]_{,2} = 0, \quad \left[ \frac{1}{h_2} (h_2 A_\eta)_{,1} \right]_{,1} = \sigma A_\eta,$$

$$(h_2 A_{\xi,1})_{,1} + \left( \frac{1}{h_2} A_{\xi,2} \right)_{,2} = h_2 \sigma A_\xi,$$

$$(h_2 \phi_{,1})_{,1} + \left( \frac{1}{h_2} \phi_{,2} \right)_{,2} = h_2 \sigma (1 + \phi), \quad (22)$$

$$(1 + \phi)^2 = 1 + A_\eta^2 + A_\xi^2,$$

$$H_\xi = \frac{1}{h_2} A_{\xi,2}, \quad H_\eta = -A_{\xi,1}, \quad H_\zeta = \frac{1}{h_2} (h_2 A_\eta)_{,1},$$

$$(h_2 H_\xi)_{,1} + H_{\eta,2} = 0, \quad \sigma = \frac{\rho}{1 + \phi}.$$

*Декартовы координаты.* В декартовых координатах вместо (22) имеем

$$A_{y,12} = 0, \quad A_{y,11} = \sigma A_y, \quad A_{z,11} + A_{z,22} = \sigma A_z,$$

$$\phi_{,11} + \phi_{,22} = \sigma (1 + \phi), \quad (23)$$

$$(1 + \phi)^2 = 1 + A_y^2 + A_z^2.$$

Определив функции  $A_y, A_z$  соотношениями

$$A_y = A(x), \quad A_z = a(x) \text{sh}[b_0 y + c(x)], \quad (24)$$

приходим к следующему решению:

$$\sigma = \frac{A''(x)}{A}, \quad A^2(x) = a^2(x) - 1, \quad (25)$$

$$1 + \phi = a(x) \text{ch}[b_0 y + c(x)],$$

где функции  $c(x), A(x)$  удовлетворяют уравнениям

$$c' = \frac{c_0}{1 + A^2}, \quad \frac{A''}{A} = \frac{A'^2 + c_0^2}{1 + A^2} + b_0^2 (1 + A^2). \quad (26)$$

В окончательном виде параметры потока определены формулами

$$p_x = 0, \quad p_y = -A(x), \quad p_z = -a(x) \text{sh}[b_0 y + c(x)],$$

$$1 + A^2 = a^2, \quad 1 + \phi = a(x) \text{ch}[b_0 y + c(x)],$$

$$\rho = (1 + \phi) \frac{A''(x)}{A}, \quad (27)$$

$$H_x = b_0 a(x) \text{ch}[b_0 y + c(x)], \quad H_z = A'(x),$$

$$H_y = -a'(x) \text{sh}[b_0 y + c(x)] - a(x) c'(x) \text{ch}[b_0 y + c(x)].$$

*Цилиндрические координаты.* В цилиндрических координатах  $R, \psi, z$  решение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 p_R &= 0, \quad p_\psi = -A(R), \quad p_z = -a(R) \operatorname{sh}[b_0\psi + c(R)], \\
 1 + A^2 &= a^2, \quad 1 + \varphi = a(R) \operatorname{ch}[b_0\psi + c(R)], \\
 \rho &= (1 + \varphi) \frac{1}{R^2} \left( \frac{\ddot{A}}{A} - 1 \right), \\
 H_R &= \frac{b_0}{R} a(R) \operatorname{ch}[b_0\psi + c(R)], \\
 H_z &= A'(R) + \frac{A(R)}{R}, \\
 H_\psi &= -a'(R) \operatorname{sh}[b_0\psi + c(R)] - \\
 &\quad - a(R) c'(R) \operatorname{ch}[b_0\psi + c(R)].
 \end{aligned} \tag{28}$$

В формуле для  $\rho$  в (28) точками обозначены производные по  $\ln R$ . Функции  $c(R), A(R)$  удовлетворяют уравнениям

$$\dot{c} = \frac{c_0}{1 + A^2}, \quad \frac{\ddot{A}}{A} = \frac{\dot{A}^2 + c_0^2 + 1}{1 + A^2} + b_0^2 (1 + A^2). \tag{29}$$

*Течения с одной компонентой скорости.* Для декартовых и цилиндрических координат расположим оси так, чтобы третьей была циклическая координата. Соответственно этому  $h_1 = h_2 = 1; h_3 = 1, \zeta = z; h_3 = R, \zeta = \psi$ . В работах [18, 19] рассмотрены пучки с единственной отличной от нуля компонентой обобщенного импульса

$$\begin{aligned}
 P_\zeta &= p_\zeta(\xi, \eta) + A_\zeta(\xi, \eta) = P(\xi, \eta), \\
 A_\zeta &= \frac{1}{h_3} A(\xi, \eta), \quad p_\xi = p_\eta = A_\xi = A_\eta = 0.
 \end{aligned} \tag{30}$$

Вихревые немонотонные потоки описываются уравнениями поля из (22) и уравнениями движения из (3) с релятивистскими выражениями для полной энергии и импульса:

$$\mathcal{H} = \frac{1}{\sqrt{1 - \vec{v}^2}} - \varphi, \quad \vec{p} = \frac{\vec{v}}{\sqrt{1 - \vec{v}^2}}, \quad \vec{P} = \vec{p} + \vec{A}. \tag{31}$$

Для течений (30) получаем

$$\begin{aligned}
 \mathcal{H}_{,1} &= \frac{v_\zeta}{h_3} P_{\zeta,1}, \quad \mathcal{H}_{,2} = \frac{v_\zeta}{h_3} P_{\zeta,2}, \\
 \left( \frac{1}{h_3} A_{,1} \right)_{,1} + \left( \frac{1}{h_3} A_{,2} \right)_{,2} &= -\sigma p_\zeta, \\
 (h_3 \varphi_{,1})_{,1} + (h_3 \varphi_{,2})_{,2} &= h_3 \sigma u, \\
 u^2 = \frac{1}{1 - v_\zeta^2} = 1 + p_\zeta^2, \quad \rho &= \sigma u.
 \end{aligned} \tag{32}$$

*Нерелятивистский предел.* В нерелятивистском пределе при  $P = 0$  уравнение для  $A$  в (32) имеет нулевую правую часть. Для бриллюэновского потока с одной отличной от нуля компонентой скорости  $w$  в неоднородном магнитном

поле векторный потенциал  $A$  удовлетворяет двумерному уравнению Лапласа на плоскости  $x, y$ :

$$\begin{aligned}
 w &= -A, \quad 2\varphi = A^2, \quad \rho = (\nabla A)^2, \\
 H_x &= A_{,y}, \quad H_y = -A_{,x}, \quad H_z = 0.
 \end{aligned} \tag{33}$$

Решением является любая гармоническая функция  $A(x, y)$ , вид которой можно усложнять, пользуясь следующим ее свойством. Если аргументы  $x, y$  заменить на функции  $u(x, y), v(x, y)$ , также гармонические, которые связаны условиями Коши–Римана, то функция  $A(u, v)$  останется гармонической [20]. В работе [20] приведены примеры подобных действий, которые можно перенести на описываемые ниже релятивистские течения в  $z$ -направлении.

В цилиндрических координатах, если известно решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial A}{\partial R} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = 0, \tag{34}$$

то существует течение с одной азимутальной компонентой скорости  $v_\psi$  [18, 19] и следующими параметрами:

$$\begin{aligned}
 v J_\psi &= -\frac{A}{R}, \quad 2\varphi = \frac{A^2}{R^2}, \\
 \rho &= \frac{1}{R} \left[ (R\varphi_{,R})_{,R} + (R\varphi_{,z})_{,z} \right], \\
 H_R &= -\frac{1}{R} A_{,z}, \quad H_z = \frac{1}{R} A_{,R}.
 \end{aligned} \tag{35}$$

Решения в элементарных и специальных функциях для этого случая в различных криволинейных системах координат получены в работе [20].

*Релятивистские скорости.* В случае релятивистских скоростей система уравнений (32) в декартовых координатах имеет решение вида [15]

$$\begin{aligned}
 p_z &= \operatorname{sh}\Psi, \quad u = \operatorname{ch}\Psi, \quad \varphi = u - \mathcal{H}, \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}(\Psi), \\
 P &= P(\Psi), \quad A = A(\Psi), \quad \Psi = \Psi(f), \\
 f_{,xx} + f_{,yy} &= 0.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Здесь  $\Psi$  – произвольная функция с аргументом  $f$ , где  $f(x, y)$  – гармоническая функция.

Подстановка формул (36) в (32) позволяет конкретизировать входящие в (36) выражения

$$\begin{aligned}
 v_z &= \operatorname{th}\Psi, \quad P = \operatorname{sh}\Psi - a \int \operatorname{ch}\Psi df, \quad A = -a \int \operatorname{ch}\Psi df, \\
 \varphi &= a \int \operatorname{sh}\Psi df, \quad \rho = a \operatorname{ch}\Psi \Psi' (\nabla f)^2, \\
 \mathcal{H} &= \operatorname{ch}\Psi - \varphi, \quad H_x = -A_{,y}, \\
 H_y &= A_{,x}, \quad H_z = 0, \quad a = \operatorname{const}.
 \end{aligned} \tag{37}$$

При  $\Psi = f$  формулы (37) упрощаются

$$v_z = thf, \quad P = (1 - a)shf, \quad A = -ashf,$$

$$\varphi = achf, \quad \rho = achf(\nabla f)^2, \quad \mathcal{H} = (1 - a)chf, \quad (38)$$

$$H_x = -achff_{,y}, \quad H_y = achff_{,x}, \quad H_z = 0.$$

При  $a = 1$  выражения (38) описывают моноэнергетическое течение [21]:

$$v_z = thf, \quad P = \mathcal{H} = 0, \quad A = -shf,$$

$$\varphi = chf, \quad \rho = chf(\nabla f)^2, \quad (39)$$

$$H_x = -chff_{,y}, \quad H_y = chff_{,x}, \quad H_z = 0.$$

### 3. СОЛЕНОИДАЛЬНЫЕ НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЕ ТЕЧЕНИЯ

*Теория соленоидальных потоков.* Теория соленоидальных потоков дополняет перечень точных решений, не связанных с групповыми свойствами уравнений пучка. На основе комплексного формализма при наличии однородного магнитного поля  $H_z$  она построена в работе [22] и обобщена на случай неоднородных магнитных полей  $H_x, H_y$ , связанных с появлением  $z$ -компоненты скорости, в работе [23].

Перейдем от переменных  $x, y$  к комплексным переменным

$$s = x + iy, \quad s^* = x - iy. \quad (40)$$

Условие потенциальности обобщенного импульса  $\text{rot} \vec{P} = 0$  и соленоидальности вектора скорости  $\text{div} \vec{v} = 0$  приводит к тому, что действие  $W, \vec{P} = \nabla W$ , становится гармонической функцией

$$W = \frac{1}{2}(f + f^*), \quad (41)$$

$$\nabla W = \frac{\partial W}{\partial x} + i \frac{\partial W}{\partial y} = \frac{df^*}{ds^*} \equiv Q(s^*).$$

Однородное магнитное поле может быть описано компонентами векторного потенциала  $A_x, A_y$ . В результате для скорости в плоскости  $x, y$  имеем

$$A_x + iA_y = \frac{1}{2}iH_z s, \quad P_x + iP_y = \nabla W, \quad (42)$$

$$u + iv = Q^* - \frac{1}{2}iH_z s.$$

По предположению зависимость от третьей декартовой координаты отсутствует, векторный потенциал  $\vec{A}$  – гармоническая функция, поэтому

$$P_z = w + A_z = \frac{\partial W}{\partial z} = 0,$$

$$w = -A_z = \chi + \chi^*,$$

$$H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = -\frac{\partial w}{\partial y}, \quad (43)$$

$$H_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\frac{\partial w}{\partial x}.$$

Интеграл энергии позволяет выразить потенциал  $\varphi$  через функции  $Q, \chi$

$$u^2 + v^2 = (u + iv)(u - iv) =$$

$$= QQ^* + i \frac{H_z}{2}(s^* Q^* - sQ) + \frac{1}{4} H_z^2 s s^*, \quad (44)$$

$$2\varphi = QQ^* + i \frac{H_z}{2}(s^* Q^* - sQ) +$$

$$+ \frac{1}{4} H_z^2 s s^* + (\chi + \chi^*)^2.$$

Уравнение Пуассона служит для определения плотности  $\rho$

$$\rho = \Delta \varphi = 4 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial s \partial s^*} = 2 \left( Q' Q^* + 2\chi' \chi^* + \frac{1}{4} H_z^2 \right). \quad (45)$$

Штрихами в (45) обозначены производные по соответствующему аргументу.

Уравнение сохранения тока при условии соленоидальности течения

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} = \text{Re} \left[ (u + iv) \left( \frac{\partial \rho}{\partial x} - i \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} [(u + iv)(\nabla \rho)^* + (u - iv)\nabla \rho] = 0 \quad (46)$$

приводит к основному соотношению теории соленоидальных потоков

$$Q^* Q'^* Q'' + QQ' Q''^* - i \frac{H_z}{2}(sQ^* Q'' - s^* Q' Q''^*) +$$

$$+ 2(Q^* \chi'^* \chi'' + Q \chi' \chi''^*) - \quad (47)$$

$$- iH_z (s \chi'^* \chi'' - s^* \chi' \chi''^*) = 0.$$

*Решения с однородным магнитным полем  $H_z$ .* Условие соленоидальности переопределяет систему уравнений пучка, однако могут найтись функции  $Q(s), \chi(s)$ , для которых соотношение (47) удовлетворяется. В работе [22] при  $H_z \neq 0$  и  $Q = ias$  ( $a$  – действительная постоянная) построены решения с линейной зависимостью от  $x, y$  у компонент скорости, описывающие потоки с эллиптическими или гиперболическими траекториями. Эти решения являются инвариантными относительно преобразований с произвольными функциями времени при их специализации в виде экспонент. При отсутствии магнитного поля получено решение, соответствующее периодическому течению со следующими параметрами потока и траекториями:

$$Q = -itgs, \quad H_z = 0, \quad \chi = 0;$$

$$u = \frac{\text{sh}2y}{\cos 2x + \text{ch}2y}, \quad v = \frac{\sin 2x}{\cos 2x + \text{ch}2y}, \quad (48)$$

$$2\varphi = \frac{\text{ch}2y - \cos 2x}{\cos 2x + \text{ch}2y}, \quad \rho = \frac{2}{(\cos 2x + \text{ch}2y)^2},$$

$$\cos 2x + \text{ch}2y = \text{const}.$$

Уравнение (47) в этом случае допускает преобразование растяжений

$$\bar{s} = bs, \bar{s}^* = bs^*, \bar{Q} = aQ, \bar{Q}^* = aQ^* \quad (49)$$

с действительными константами  $a, b$ . По этой причине в формулах (48) могут быть проведены замены

$$\begin{aligned} x &\rightarrow bx, \quad y \rightarrow by, \quad u \rightarrow au, \\ v &\rightarrow av, \quad \varphi \rightarrow a^2\varphi, \quad \rho \rightarrow a^2\rho. \end{aligned} \quad (50)$$

Решение (48) не является инвариантным и обладает тем особенно ценным при тестировании свойством, что переменные в нем не подчиняются закону мультипликативного или аддитивного разделения. Отсутствие ограничения по координате  $x$  позволяет контролировать накопление ошибки на длинных траекториях.

Отметим некоторые общие свойства уравнения (47).

*Линейное преобразование  $\chi$ .* Для любой пары функций  $Q, \chi$ , удовлетворяющей соотношению (47), преобразование

$$\bar{\chi} = \chi + (a + ib)s \quad (51)$$

сохраняет его, приводя к появлению решения с модифицированными значениями продольной скорости  $w$  и компонент  $H_x, H_y$ :

$$\begin{aligned} \bar{w} &= w + 2(ax - by), \quad \bar{H}_x = H_x + 2b, \\ \bar{H}_y &= H_y + 2a. \end{aligned} \quad (52)$$

Преобразование (51) может воздействовать и на электростатические решения, вводя развертку течения в плоскости  $x, y$  в  $z$ -направлении по закону  $2(ax - by)$  при наличии однородного магнитного поля  $H_x = 2b, H_y = 2a$ . Например, наряду с решением для плоского бриллюэновского потока

$$u = H_z y, \quad 2\varphi = H_z^2 y^2, \quad \rho = H_z^2 \quad (53)$$

существует решение следующей структуры:

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \{H_z y, 0, \alpha x - \beta y\}, \\ 2\varphi &= (H_z^2 + \beta^2)y^2 + \alpha^2 x^2 - 2\alpha\beta xy, \\ \rho &= H_z^2 + \alpha^2 + \beta^2, \quad \bar{H} = \{\beta, \alpha, H_z\}. \end{aligned} \quad (54)$$

Из электростатического решения с гиперболическими траекториями получаем

$$\begin{aligned} u &= ax, \quad v = -ay, \quad 2\varphi = a^2 R^2, \quad \rho = 2a^2; \\ \bar{v} &= \{ax, -ay, \alpha x - \beta y\}, \\ 2\varphi &= a^2 R^2 + \alpha^2 x^2 + \beta^2 y^2 - 2\alpha\beta xy, \\ \rho &= 2a^2 + \alpha^2 + \beta^2, \quad \bar{H} = \{\beta, \alpha, 0\}. \end{aligned} \quad (55)$$

*Преобразование продольной скорости.* Поскольку возможны варианты  $Q \neq 0, \chi \neq 0, H_z = 0$  и  $Q = 0, \chi \neq 0, H_z \neq 0$ , то члены в двух последних

скобках в (47) должны уравниваться независимо. Продольная скорость  $w$  является гармонической функцией, поэтому если функция  $\chi$  удовлетворяет соотношению (47), то вместо действительной части  $\chi$  можно взять линейную комбинацию действительной и мнимой частей

$$w = \gamma_1 (\chi + \chi^*) - i\gamma_2 (\chi - \chi^*). \quad (56)$$

В выражениях для  $2\varphi, \rho$  и  $\nabla\rho$  при этом добавятся члены

$$\begin{aligned} 2\varphi &\rightarrow (\gamma_1 - i\gamma_2)^2 \chi^2 + (\gamma_1 + i\gamma_2)^2 \chi^{*2} + \\ &+ 2(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)\chi\chi^*, \quad \rho \rightarrow 4(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)\chi'\chi^{*'}, \\ \frac{\partial\rho}{\partial x} &\rightarrow 4(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)(\chi^{*'}\chi'' + \chi'\chi^{*''}), \\ \frac{\partial\rho}{\partial y} &\rightarrow 4i(\gamma_1^2 + \gamma_2^2)(\chi^{*'}\chi'' - \chi'\chi^{*''}), \end{aligned} \quad (57)$$

а перед упоминавшимися комплексами в (47) возникнут постоянные множители, не препятствующие обращению соответствующих выражений в нуль.

*Частное решение.* Заметим, что соотношению (47) удовлетворяет функция

$$\chi = Q/\sqrt{2}. \quad (58)$$

Соответственно этому решение (48) может быть дополнено  $z$ -компонентой скорости  $w$  и составляющими  $H_x, H_y$  неоднородного магнитного поля

$$\begin{aligned} Q &= -itgs, \quad \chi = -\frac{i}{\sqrt{2}} tgs, \quad w = \frac{\sqrt{2} \operatorname{sh} 2y}{\cos 2x + \operatorname{ch} 2y}, \\ H_x &= -2\sqrt{2} \frac{\cos 2x \operatorname{ch} 2y - 1}{(\cos 2x + \operatorname{ch} 2y)^2}, \\ H_y &= 2\sqrt{2} \frac{\sin 2x \operatorname{sh} 2y}{(\cos 2x + \operatorname{ch} 2y)^2}. \end{aligned} \quad (59)$$

Случай  $H_z \neq 0$  при использовании свойства (58) не представляет интереса, так как преобразование (51) приводит к более общему результату.

*Обобщения на случай неоднородного магнитного поля.* С учетом сказанного выше результаты работ [23, 24] сводятся к перечисленным ниже решениям 1)–5).

$$1) \quad Q = \frac{ia}{s}, \quad \chi = s^\beta;$$

<sup>2</sup> При ссылках на работы [23, 24] приводятся формулы, очищенные от не имеющих физического смысла функций, а также несущественных функций и констант. Упомянутый процесс трансформации обсуждается в работе [25].

$$\begin{aligned}
 v_R = 0, \quad v_\psi &= -\left(\frac{1}{2}H_z + \frac{a}{R^2}\right)R, \quad w = 2R^\beta \cos \beta\psi, \\
 2\varphi &= R^2\left(\frac{1}{2}H_z + \frac{a}{R^2}\right)^2 + 4R^{2\beta} \cos^2 \beta\psi, \\
 \rho &= 2\left(\frac{1}{4}H_z^2 + \frac{a^2}{R^4}\right) + 4\beta^2 R^{2\beta-2}, \\
 H_R &= -\frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \psi} = 2\beta R^{\beta-1} \sin \beta\psi, \\
 H_\psi &= \frac{\partial w}{\partial R} = 2\beta R^{\beta-1} \cos \beta\psi.
 \end{aligned} \tag{60}$$

Наиболее интересен случай, когда решение справедливо на полной плоскости  $R, \psi$  без разрезов при натуральных значениях параметра  $\beta = k \geq 1$ . В этой плоскости решение (60) объединяет все три классические бриллюэновские режима (сплошной и полый пучки, электростатический поток).

2)  $Q = as, \quad \chi' = \exp(s^2), \quad H_z = 0;$

$$\begin{aligned}
 u &= ax, \quad v = -ay, \quad w = 2 \operatorname{Re} \int \exp(\tau^2) d\tau, \\
 2\varphi &= a^2 R^2 + w^2, \\
 \rho &= 2a^2 + 2 \exp[2(x^2 - y^2)], \\
 H_x &= 4 \exp(x^2 - y^2) \sin(2xy), \\
 H_y &= 4 \exp(x^2 - y^2) \cos(2xy).
 \end{aligned} \tag{61}$$

Решение (61) основывается на решении (55) с гиперболическими траекториями.

3)  $Q = -i\frac{H_z}{2}s, \quad \chi = \exp(\beta s);$

$$\begin{aligned}
 u &= H_z y, \quad v = 0, \quad w = 2 \exp(\beta x) \cos \beta y, \\
 2\varphi &= H_z^2 y^2 + 4 \exp(2\beta x) \cos^2 \beta y, \\
 \rho &= H_z^2 + 4\beta^2 \exp(2\beta x), \\
 H_x &= 2\beta \exp(\beta x) \sin \beta y, \\
 H_y &= 2\beta \exp(\beta x) \cos \beta y.
 \end{aligned} \tag{62}$$

Возмущению за счет неоднородного магнитного поля здесь подвергся плоский бриллюэновский поток (53).

4)  $Q = -itgs, \quad \chi' = \cos^\beta s, \quad H_z = 0;$

$$\begin{aligned}
 w &= 2 \operatorname{Re} \int \cos^\beta \tau d\tau, \\
 H_x &= 2m^\beta \sin \beta \vartheta, \quad H_y = 2m^\beta \cos \beta \vartheta, \\
 2\bar{\varphi} &= 2\varphi + w^2, \quad \bar{\rho} = \rho + 2m^{2\beta}, \\
 m^2 &= \frac{1}{2}(\cos 2x + \operatorname{ch} 2y), \quad \vartheta = -\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x \operatorname{th} y).
 \end{aligned} \tag{63}$$

К компонентам скорости из (48) добавляются формулы для  $z$ -компоненты скорости, неоднородного магнитного поля  $H_x, H_y$  и новые выражения для  $\varphi, \rho$ .

При натуральном значении  $\beta$  продольная скорость выражается через элементарные функции:

$$\begin{aligned}
 \beta = 2, \quad w &= x + \sin 2x \operatorname{sh} 2y; \\
 \beta = 3, \quad w &= \frac{1}{6} \sin 3x \operatorname{ch} 3y + \frac{3}{2} \sin x \operatorname{ch} y.
 \end{aligned} \tag{64}$$

5) Столь же интересными и напоминающими по структуре решения (48), (59), (63) могли бы быть имеющие место только при  $H_x, H_y \neq 0$  решения [24, 26] в эллиптических функциях Якоби [27]. Первое из них записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 Q &= cn(s, k), \quad k = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \chi' = \frac{1}{2} cn^2(s, k); \\
 u &= \frac{cn(x, k) cn(y, k)}{1 - dn^2(x, k) sn^2(y, k)}, \\
 v &= \frac{sn(x, k) dn(x, k) sn(y, k) dn(y, k)}{1 - dn^2(x, k) sn^2(y, k)}.
 \end{aligned} \tag{65}$$

Второе решение с теми же компонентами скорости  $u, v$ , но со спектром значений  $k$  определено формулами

$$\begin{aligned}
 Q &= cn(s, k), \quad \chi' = \frac{1}{2} \times \\
 &\times [i\alpha sn(s, k) dn(s, k) + dn^2(s, k) - k^2 sn^2(s, k)], \\
 \alpha^2 &= 2(2k^2 - 1), \quad k \leq 1.
 \end{aligned} \tag{66}$$

В плоскости  $x, y$  траектории частиц описываются уравнением

$$\begin{aligned}
 \frac{dy}{dx} &= \frac{sn(x, k) dn(x, k) sn(y, k) dn(y, k)}{cn(x, k) cn(y, k)}, \\
 \frac{cn'(x, k)}{cn(x, k)} dx &= -\frac{cn(y, k)}{sn(y, k) dn(y, k)} dy.
 \end{aligned} \tag{67}$$

Здесь использованы свойства эллиптических функций [27]

$$\begin{aligned}
 cn^2(s, k) &= 1 - sn^2(s, k), \\
 dn^2(s, k) &= 1 - k^2 sn^2(s, k), \\
 cn'(s, k) &= -sn(s, k) dn(s, k), \\
 dn'(s, k) &= -k^2 sn(s, k) cn(s, k), \\
 sn'(s, k) &= cn(s, k) dn(s, k).
 \end{aligned} \tag{68}$$

Принимая во внимание соотношение

$$\left[ \ln \frac{sn(y, k)}{dn(y, k)} \right]' = \frac{cn(y, k)}{sn(y, k) dn(y, k)}, \tag{69}$$

приходим к следующему выражению для траекторий:

$$cn(x, k) = \text{const} \frac{dn(y, k)}{sn(y, k)}. \quad (70)$$

К сожалению, из-за свойств эллиптических функций уравнение (70) имеет смысл в очень ограниченной части плоскости  $x, y$ , что сводит на нет возможность использования этих решений при тестировании.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Точные решения уравнений плотного электронного пучка, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями или выражениями в элементарных и специальных функциях, не связаны с групповыми свойствами этих уравнений, если они получены в результате рассмотрения переопределенных систем. Все описанные выше модели относятся к этому случаю. Вырожденные решения и обобщенные бриллюэновские потоки требуют обращения в нуль одной, двух или трех компонент обобщенного импульса, уравнения соленоидальных течений переопределяет требование соленоидальности скорости.

Возникающие в результате решения не имеют симметрии, свойственной инвариантным решениям, и порождают новые структуры параметров потока, которые представляют ценность при тестировании приближенных и численных моделей. Устранение произвольных несимметричных элементов может трансформировать решение в инвариантное. Среди приведенных примеров отсутствие мультипликативного или аддитивного разделения переменных является не исключением, а правилом: структуры решения могут содержать линейные комбинации мультипликативных фрагментов, образованных произведением действительной и мнимой частей аналитической функции, или предоставлять неограниченные возможности усложнения структуры в двумерных релятивистских потоках с одной  $z$ -компонентой скорости.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Овсянников Л.В.* Групповой анализ дифференциальных уравнений. М.: Наука, 1978.
2. *Syrovy V.A.* Theory of Intense Beams of Charged Particles. N.-Y.: Elsevier, 2011.
3. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2003. Т. 48. № 4. С. 467.
4. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2008. Т. 53. № 6. С. 752.
5. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2009. Т. 54. № 9. С. 1110.
6. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2019. Т. 54. № 6. С. 593.
7. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2019. Т. 54. № 12. С. 1244.
8. *Акимов П.И., Никитин А.П., Сыровой В.А.* // Электрон. техника. Сер. 1. СВЧ-техника. 2018. № 1. С. 32.
9. *Сапронова Т.М., Сыровой В.А.* // РЭ. 2010. Т. 55. № 6. С. 726.
10. *Birtles A.B., Dirmikis D.* // Int. J. Electr. 1975. V. 38. № 1. P. 49.
11. *Мануилов В.Н., Райский Б.В., Цимринг Ш.Е., Солюянова Е.А.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1992. Т. 35. № 9–10. С. 846.
12. *Козырев А.Н., Свешников В.М.* // Прикл. физика. 2018. № 1. С. 30.
13. *Riva F., Beadle C.F., Ricci P.* // Phys. Plasmas. 2017. V. 24. P. 055703-1.
14. *Данилов В.Н., Сыровой В.А.* // Задачи физической электроники. М.: Наука, 1982. С. 19.
15. *Данилов В.Н.* // Журн. прикл. механики и техн. физики. 1968. № 1. С. 3.
16. *Сыровой В.А.* Теория интенсивных пучков заряженных частиц. М.: Энергоатомиздат, 2004.
17. *Kent G.* // Communic. Electr. 1960. V. 79. № 48. P. 144.
18. *Данилов В.Н.* // РЭ. 1966. Т. 11. № 11. С. 1994.
19. *Данилов В.Н.* // РЭ. 1963. Т. 8. № 11. С. 1892.
20. *Сыровой В.А.* // РЭ. 2014. Т. 59. № 4. С. 375.
21. *Lomax R.J.* // J. Electr. Contr. 1958. V. 5. № 6. P. 563.
22. *Kirstein P.T.* // J. Electr. Contr. 1958. V. 4. № 5. P. 425.
23. *Огородников С.Н.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 10. С. 1577.
24. *Огородников С.Н.* // ЖТФ. 1972. Т. 42. № 7. С. 1348.
25. *Сыровой В.А.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 5. С. 635.
26. *Огородников С.Н.* // ЖТФ. 1973. Т. 43. № 6. С. 1311.
27. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1958.

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.383.5

### ВОЛЬТ-ФАРАДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ВЫСОТЫ БАРЬЕРА ШОТКИ КОНТАКТА IrSi–Si

© 2020 г. Э. А. Керимов<sup>a, b, \*</sup>, С. Н. Мусаева<sup>a, b</sup><sup>a</sup> Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности,  
просп. Азадлыг, 16/21, Баку, AZ-1010 Азербайджанская Республика<sup>b</sup> Азербайджанский технический университет,  
просп. Г. Джавида, 25, Баку, AZ-1073 Азербайджанская Республика

\*E-mail: E\_Kerimov.fizik@mail.ru

Поступила в редакцию 10.10.2018 г.

После доработки 10.10.2018 г.

Принята к публикации 15.11.2018 г.

Проведены эксперименты по измерению вольт-фарадных характеристик. Показано, что обратные характеристики диода получаются деградированными, в результате чего снижается его качество.

DOI: 10.31857/S0033849420020151

#### ВВЕДЕНИЕ

Измерения вольт-фарадных характеристик (ВФХ) относятся к числу наиболее распространенных методик исследования полупроводниковых приборов. С помощью этих характеристик определяется ряд важных физических параметров, присущих как самим структурам IrSi–p-Si, так и материалам, из которых они изготовлены. Особый интерес представляет изучение ВФХ, зарегистрированных в динамическом режиме. Основным преимуществом данного метода является возможность прямого измерения характеристик  $C(U)$ ,  $\partial C(U)/\partial U$  и  $\partial^2 C(U)/\partial^2 U$ , что позволяет существенно повысить точность.

#### 1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Прибор собран по блок-схеме (рис. 1), предложенной в работе [1]. Исследуемая структура включается в мостовую схему, на которую подается синусоидальный тестовой сигнал  $U_T = U_0 \sin \omega t$  с амплитудой  $U_T \leq kT/q$  и напряжением пилообразной развертки  $U = \alpha t + \text{const}$ . Величину сопротивления нагрузки выбирали из условия  $R_n \gg (\omega C_k)^{-1}$  для тестового и обратного сигналов для пилообразного напряжения. Сигнал, получаемый с нагрузки  $R_{n1}$ , равный  $U_n = \text{const} (\gamma + j\omega c)$ , после предварительного усиления (У1), для выделения составляющих импеданса, подается на детектор Д1. Сигнал из второго плеча измерительной схемы, состоящий из эталонной емкости  $C_{эт}$  и сопротивления нагрузки  $R_{n2}$ , поступает на вход усилителя У2, усиливается и выпрямляется детектором Д2.

Детектированные сигналы подаются на входы компаратора У3 и сравниваются. Выход компаратора через дифференцирующие RC-цепочки подключен к входу Z осциллографа. При этом выходное напряжение компаратора остается постоянным, пока  $C_{эт} \neq C_x$ , и сигнал на входе Z равен нулю. При некотором смещении напряжения эталонная емкость меняется:  $C_{эт} = C_x(U)$ , и тогда на выходе компаратора появляется сигнал, который отпирает сетки электронно-лучевой трубки осциллографа. Яркость C–U-характеристики в этой точке резко возрастает, но позволяет производить градуировку показаний осциллографа по оси y в единицах емкости  $C_{эт}$ .

Ниже представлены характеристики установки:

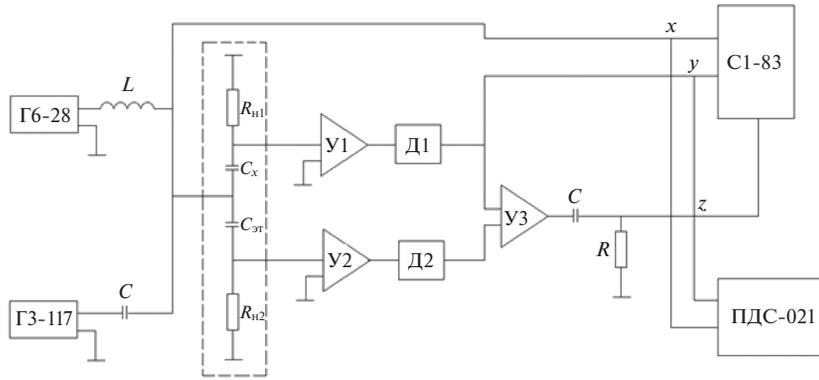
Частотный диапазон, Гц	10...10 <sup>7</sup>
Диапазон измерения емкости, пФ	1...10000
Чувствительность, В/пФ	0.02
Относительная погрешность ( $\Delta C/C$ , %)	
при сопротивлении нагрузки 10 <sup>2</sup> ...10 <sup>6</sup> Ом	≤5
Амплитуда тестового сигнала, мВ	≤30

На рис. 2 приведена осциллограмма ВФХ структур IrSi–p-Si при частоте 1 МГц.

Проведенные исследования зависимости емкости от напряжения показали, что в диапазоне 300...10<sup>6</sup> Гц емкость практически не зависит от частоты и изменяется по закону

$$C = \left( \frac{q e_n N_A}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( V_{до} + V_{обр} - \frac{kT}{q} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Положение уровня Ферми  $\xi$ , а также высоту барьера можно рассчитать по значению  $N_a$ , по-



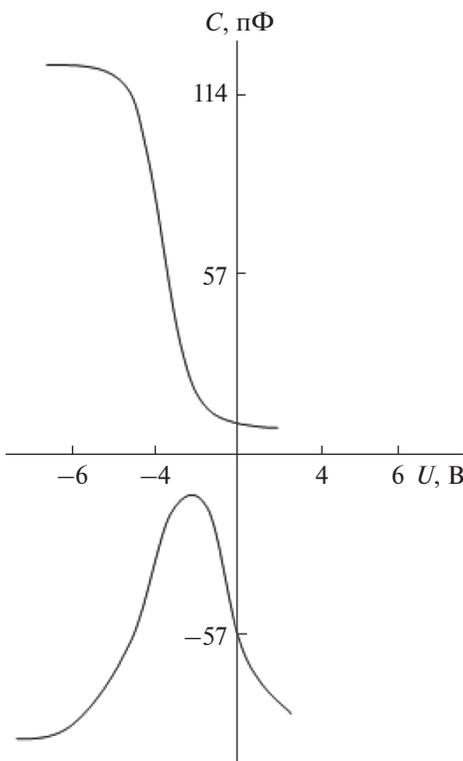
**Рис. 1.** Блок-схема для измерения вольт-фарадных характеристик: У1, У2 – усилители, Д1, Д2 – детекторы, С, С<sub>эп</sub>, С<sub>х</sub> – емкости, У3 – компаратор, Z – осциллограф, R<sub>н1</sub>, R<sub>н2</sub>, R – нагрузки.

лученному по наклону зависимости  $S/c^2$  от  $U$ , поскольку

$$\xi = \left( \frac{kT}{q} \right) \ln \left( \frac{N_V}{N_A} \right).$$

В отсутствие напряжения смещения действия сил зеркального изображения снижают высоту барьера Шоттки (БШ):

$$\Delta\Phi_{\text{БШ}} = \left[ \frac{q^3 \epsilon_n}{2\pi^2 (\epsilon'_n)^2} \left( \Phi_{\text{БШ}} - \epsilon_f - \frac{kT}{q} \right) \right]^{\frac{1}{4}},$$



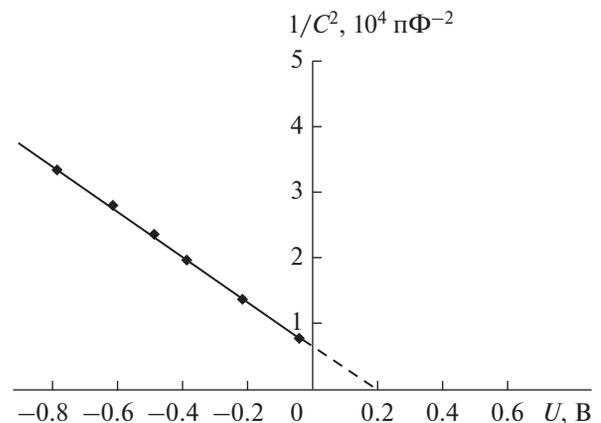
**Рис. 2.** Вольт-фарадные характеристики структур IrSi-p-Si.

а суперпозиции сил зеркального изображения, действующих на носители и электрическое поле обедненного слоя, приводят к смещению максимума барьера, вычисляемого по формуле

$$X_{\text{max}} = \frac{1}{4} \left[ \frac{q\epsilon_n \left( \Phi_{\text{БШ}} - \epsilon_f - \frac{kT}{q} \right)}{2\pi^2 (\epsilon'_n)^2 N_A} \right]^{\frac{1}{4}}.$$

Зависимость отношения  $1/C^2$  от приложенного напряжения для тех же диодов приведена на рис. 3.

Как видно из рисунка, экспериментальная зависимость  $1/C^2$  от  $U$  является линейной, что указывает на равномерное распределение ионизованных примесей в приповерхностной области полупроводника. Определенная из наклона ВФХ величина концентрации акцепторов ( $N_a = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ) совпадает со значением, рассчитанным из удельного сопротивления кремния ( $\rho = 10 \text{ Ом см}$  соответствует  $N_a = 1.5 \times 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ), что свидетельствует об отсут-



**Рис. 3.** Зависимость  $1/C^2$  от напряжения смещения  $U$  для структур IrSi-p-Si.

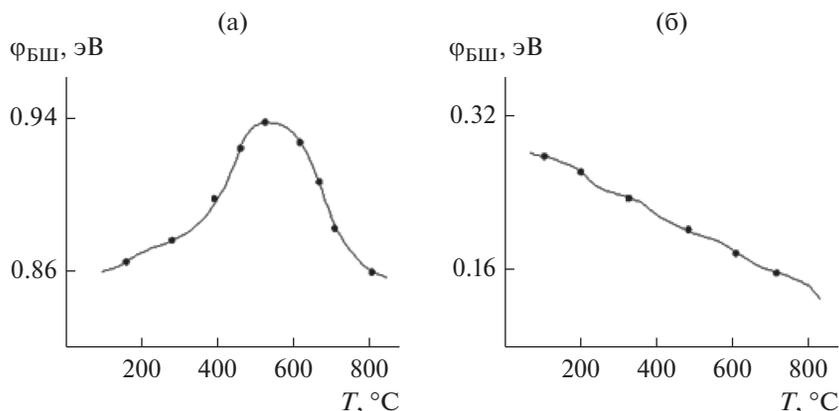


Рис. 4. Зависимости высоты БШ изготовленных структур от температуры отжига соответственно для IrSi-p-Si (а) и IrSi-n-Si (б).

ствии подлегирования и образования электрически активных дефектов в приповерхностной области кремния в процессе формирования силицида.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Одним из важнейших параметров, характеризующий эмиссию, является величина потенциального барьера (Ф<sub>б</sub>) на границе металл-полупроводник. Для определения величины Ф<sub>б</sub> можно воспользоваться методом полного тока [2-4]. Рассчитанная величина потенциального барьера на границе IrSi-p-Si и IrSi-n-Si равна соответственно 0.16 и 0.94 эВ.

Для получения контакта силицид иридия-кремний с заданной величиной барьера Шоттки необходимо определить характер зависимости высоты барьера от температуры отжига.

На рис. 4а, 4б представлены зависимости высоты БШ изготовленных структур от температуры отжига соответственно для IrSi-p-Si и IrSi-n-Si. Как видно из рисунка, высота для p-типа кремния (p-Si) слабо зависит от температуры отжига: значения уменьшаются от 0.24 до 0.16 эВ.

Высота же барьера для n-типа кремния имеет максимум при 500°C и равна 0.94 эВ. Предполагается, что увеличение Ф<sub>БШ</sub> вызвано замещением в контакте фазы с низким БШ (Ir<sub>2</sub>Si) фазой с высоким БШ (IrSi). Такой характер зависимости Ф<sub>БШ</sub> от температуры отжига показывает, что до 350...400°C образуются силициды, обогащенные металлом (иридий), а выше 450°C – обогащенные кремнием.

Уменьшение высоты барьера хорошо описывается мультиконтактной теорией [5-7], в которой изменение высоты БШ при изохронном отжиге объясняется тем, что не вся площадь контакта является силицидом IrSi и часть ее перекрывается участками межфазного окисла

или кремния. Отсюда истинную высоту БШ следует вычислять по следующей формуле:

$$J = (S - S')AT^2 \exp\left(-\frac{q\Phi_{\text{БШ}}}{kT}\right) \left(\frac{\exp qU}{nkT}\right)^{-1},$$

где S – полная площадь контакта, S' – нерабочая площадь контакта. Следовательно, истинная высота барьера равна

$$q\Phi_{\text{БШ}} = \left(\frac{kT}{q}\right) \ln \left[ \frac{A^*T^2(S - S')}{J_S} \right].$$

На рис. 5 представлена зависимость высоты БШ от времени отжига. При длительности последнего выше 30 мин во всем исследуемом температурном диапазоне скорость изменения Ф<sub>БШ</sub> очень мала, что свидетельствует о стабилизации физико-химических реакций, происходящих на границе раздела силицид иридия-кремний.

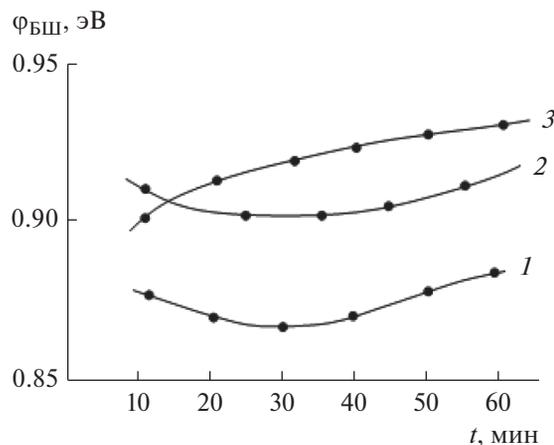


Рис. 5. Зависимость высоты барьера от времени отжига при T = 350 (1), 400 (2) и 500°C (3).

**Таблица 1.** Значения высоты барьера и коэффициента неидеальности при различных температурах отжига и типах подложки

Тип подложки	$T_{\text{отж}}, ^\circ\text{C}$	Высота барьера		Коэффициент неидеальности
		$J-U$	$C-U$	
$\langle 100 \rangle$	250	0.94	0.91	1.05
	350	0.93	0.90	1.04
	400	0.91	0.93	1.08
	500	0.88	0.91	1.07
	600	0.86	0.91	1.18
$\langle 111 \rangle$	250	0.93	0.92	1.06
	350	0.92	0.93	1.09
	400	0.91	0.87	1.10
	500	0.90	0.91	1.03
	600	0.88	0.86	1.14

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Исследованы электрофизические характеристики изготавливаемых структур в зависимости от ориентации кремниевой подложки, результаты которых показаны в табл. 1. Как видно из табл. 1, наблюдается характерная закономерность, а именно: все измеряемые величины для ориентации  $\langle 111 \rangle$  ниже соответствующих значений для ориентации  $\langle 100 \rangle$ . Наименьшие же значения коэффициента неидеальности и высоты БШ оказались равными соответственно 1.03 и 0.94 эВ для  $n$ -Si.

Как показывают исследования, коэффициент неидеальности  $n$ , определенный из ВФХ, при отжиге в диапазоне 200...300 $^\circ\text{C}$  равен 1.04 и не зави-

сит от ориентации подложки. При температуре отжига выше 350 $^\circ\text{C}$   $n$  увеличивается, а для ориентации  $\langle 111 \rangle$  при  $T_{\text{отж}} = 500^\circ\text{C}$  значение  $n$  снижается до 1.04.

Высота потенциального барьера определена из измерений ВФХ. С увеличением температуры отжига для Si  $\langle 100 \rangle$   $\Phi_{\text{БШ}}$  слабо изменяется и составляет 0.93 эВ, а для структур, полученных на кремнии, с ориентацией  $\langle 111 \rangle$   $\Phi_{\text{БШ}}$  при увеличении  $T_{\text{отж}}$  уменьшается до значения 0.84 эВ.

Для снижения высоты потенциального БШ также использован метод ионного легирования.

Ионная имплантация, понижающая БШ, выполняется раньше, чем осаждается пленка иридия для образования силицида иридия. Процесс ионной имплантации проводился на установке "Везувий-3М" при дозе 51.42 мКл/см<sup>2</sup>. После ионного внедрения пластины отжигали при температуре 1150 $^\circ\text{C}$ , чтобы устранить дефекты в кристаллической структуре.

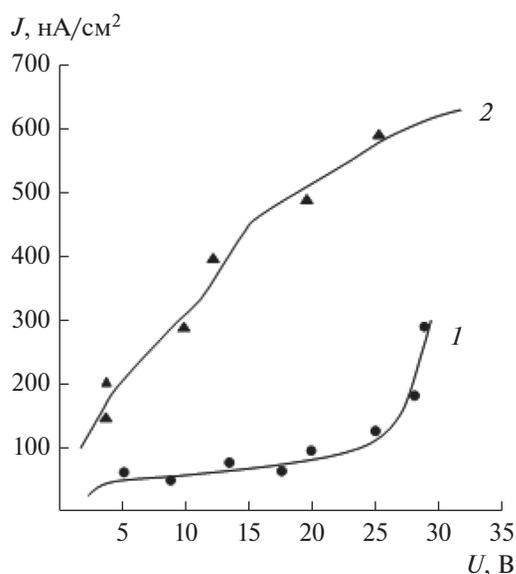
Результаты электрических измерений показали, что обратные характеристики (рис. 6) получают деградированными, в результате чего снижается качество диода.

Отметим, что понижение высоты потенциального барьера из-за сил зеркального изображения соответствует закону:

$$\Delta\phi = \frac{q}{2\epsilon\epsilon_0 (na/\pi)^{\frac{1}{2}}}$$

При  $na = 10 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$   $\Delta\phi > 0.13$  эВ, и именно по этой причине возникает проблема образования омического контакта.

Нами был изготовлен фототранзистор с БШ на основе контакта IrSi-Si  $n$ -типа (рис. 7). Канал был сформирован внедрением ионов бора с энергией 50 кэВ и дозой  $2 \times 10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Истоки и стоки полевых транзисторов сформированы диффузи-



**Рис. 6.** Обратная ВАХ структур IrSi- $p$ -Si до (1) и после (2) ионной имплантации дозой 51.42 мКл/см<sup>2</sup>.

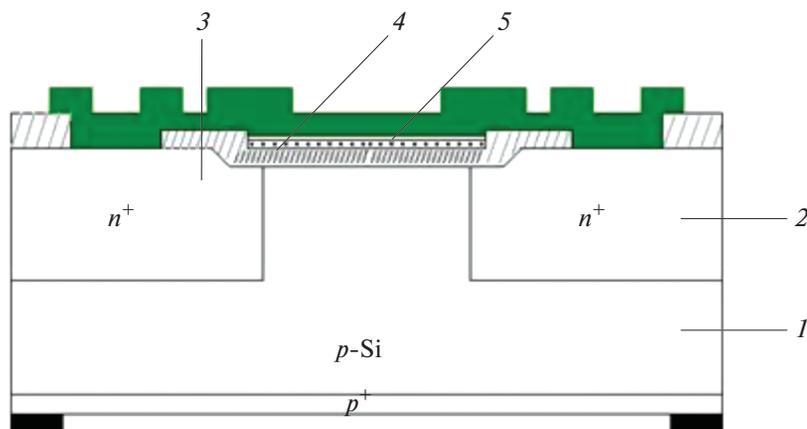


Рис. 7. Структура полевого транзистора с барьером Шоттки на основе контакта IrSi–Si.

ей фарфора с поверхностным сопротивлением  $8 \text{ Ом}/\square$  и диффузией бора  $6 \text{ Ом}/\square$  на глубину  $1.5 \text{ мкм}$ .

При работе ПТШ подложку 1 и исток 2 заземляют, а сток 3 соединяют через нагрузочное сопротивление с положительным полюсом источника, между пленками IrSi и кремнием 5, канал становится обратномещенным. Поэтому пленка IrSi удерживает положительный заряд так, что полевой транзистор находится в открытом состоянии. При этом течет канальный ток, величина которого определяется нагрузочным сопротивлением и сопротивлением канала.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984. С. 38.
2. Керимов Э.А. // Вестник КемГУ. 2013. № 3. Т. 1. С. 165.
3. Керимов Э.А. // Изв. НАНА. 2011. Т. 31. № 2. С. 166.
4. Керимов Э.А. // Матер. VII Междун. научно-практич. конф., Москва, 29 июня 2013. С. 7.
5. Zhu Sliyong, Qu Xin-Ping, Van Meirhaeghe R.L. // Solid State Electron. 2000. V. 44. № 12. P. 2217.
6. Qu Xin-ping, Guo-ping, Xu Bei-lei, Li Bing-zong // Chin. J. Semiconductor. 2000. V. 21. № 5. P. 473.
7. Hudait M.K., Venkateswerlu P., Krupanidhi S.B. // Solid State Electron. 2001. V. 45. № 1. P. 133.

## ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.385.6

### ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА СТАТИЧЕСКИЙ И ДИНАМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ РАБОТЫ МНОГОЛУЧЕВЫХ КОЛЛЕКТОРОВ МОЩНЫХ КЛИСТРОНОВ

© 2020 г. Д. А. Комаров<sup>а</sup>, С. П. Масленников<sup>б</sup>, Е. П. Якушкин<sup>а</sup>, Ю. Н. Парамонов<sup>а</sup>, \*

<sup>а</sup>Научно-производственное предприятие “Торий”,  
ул. Обручева, 52, Москва, 117393 Российская Федерация

<sup>б</sup>Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ,  
Каширское шоссе, 31, Москва, 115409 Российская Федерация

\*E-mail: npp@toriy.ru

Поступила в редакцию 22.06.2018 г.

После доработки 15.07.2018 г.

Принята к публикации 14.08.2018 г.

Рассмотрены вопросы влияния внешних электрических цепей на работу области коллектора с нестационарным интенсивным электронным потоком. Показано, что наличие емкости коллектора и индуктивности внешней цепи при определенных условиях могут приводить к появлению больших тормозящих значений напряжения и к ухудшению выходных параметров клистрона. Представлены результаты экспериментальных исследований.

DOI: 10.31857/S0033849420030080

#### ВВЕДЕНИЕ

Нестационарные процессы в коллекторах мощных внешних электрических цепей СВЧ (ЭВП СВЧ) анализировались во многих работах (см., например, [1–3]). При рассмотрении нестационарного движения сгруппированного электронного потока в коллекторной области с учетом поля объемного заряда основным исходным допущением математических моделей являлось задание на границе области постоянного во времени распределения электростатического потенциала. Однако в соответствии с теоремой Шоки–Рамо [4] при движении заряда в эквипотенциальном пространстве на электродах возникают наведенные токи, а поскольку любая конфигурация электродов в электростатическом поле характеризуется электрической емкостью, то наряду с переносом заряда в вакууме наблюдается зарядка электростатической емкости наведенными токами. Это означает, что условие постоянства потенциалов, принятое в рассматриваемых моделях, имеет точное физическое условие выполнимости: время релаксации наведенного напряжения должно быть меньше, чем период следования сгустков. В то же время выполнение этого условия совсем не очевидно при наличии индуктивности внешней цепи питания и емкости самого коллектора и требует дополнительного исследования, которое не было проведено до настоящего времени.

Вместе с тем сколь-нибудь существенное влияние подобных эффектов должно наблюдаться

для сильноточных систем, поэтому цель данной работы – провести такие исследования для многолучевых клистронов.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим две основные задачи, связанные с взаимодействием электронного потока в коллекторной области:

1) взаимодействие одиночного сгустка в пространстве резонаторный блок–коллектор с учетом омического сопротивления внешней цепи и с учетом собственной индуктивности коллектора и внешних цепей,

2) взаимодействие системы сгустков в условиях тех же цепей питания.

Предположим, что сгусток является точечным объектом, т.е. принимается, что длительность сгустка много меньше периода следования. Влияние наведенного напряжения на динамику сгустка не рассматривается. Используя теорему Шоки–Рамо, запишем наведенный ток точечного заряда, создаваемый сгустком, движущимся в пространстве между резонаторным блоком и коллектором с постоянной скоростью в виде

$$i_{\text{нав}}(t) = \frac{qv}{d}(\eta(t) - \eta(t - \tau)), \quad (1)$$

где  $q$ ,  $v$  – заряд и скорость сгустка,  $d$ ,  $\tau$  – длина и время пролета соответственно, а функция  $\eta(t)$  есть функция Хевисайда. Первый множитель в (1)

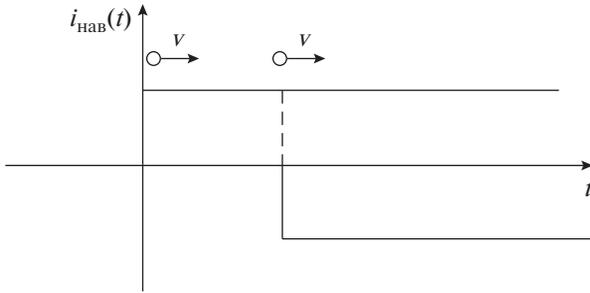


Рис. 1. Наведенный ток в цепи коллектора.

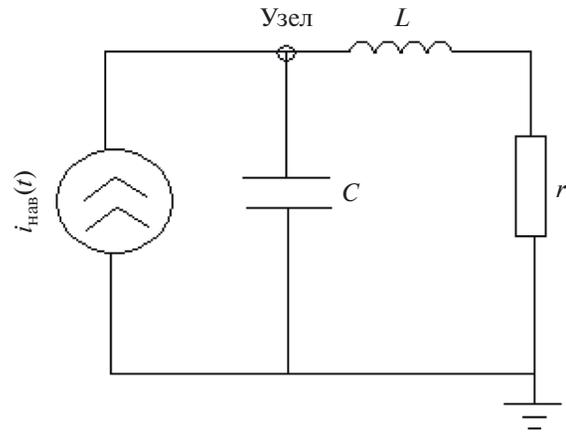


Рис. 2. Эквивалентная схема коллектора.

определяет некоторый постоянный ток сгустка  $I_0$ , а функция Хевисайда определяет появление импульса наведенного тока в момент времени влета сгустка в коллектор (он принимается нулевым моментом) и окончание импульса наведенного тока в момент времени, когда сгусток достигает коллектора (рис. 1).

Перейдем от оригинала (1) к изображению по Лапласу в плоскости комплексного переменного:

$$I(s) = \int_0^{\infty} i_{\text{наб}}(t) \exp(-st) dt. \quad (2)$$

Тогда после подстановки (1) в (2) и интегрирования изображение наведенного тока будет иметь вид

$$I(s) = I_0 \frac{1 - \exp(-st)}{s}. \quad (3)$$

Пролет сгустком емкостного зазора с учетом внешней цепи питания может быть легко представлен в виде эквивалентной схемы (рис. 2). Для потенциала узла в пространстве изображений справедливо уравнение

$$\varphi_1(s) \left( sC + \frac{1}{r + sL} \right) = I(s). \quad (4)$$

Изображение напряжения на зазоре в произвольный момент времени можно записать в следующем виде:

$$U(s) = I_0 \frac{r + sL}{s(LCs^2 + rCs + 1)} - I_0 \frac{r + sL}{s(LCs^2 + rCs + 1)} \exp(-st). \quad (5)$$

Используя теорему разложения и теорему записывания, легко определить оригинал выражения (5) во временной области:

$$u(t) = u_1(t) - u_1(t - \tau), \quad (6)$$

где  $U_1(s) = I_0 \frac{r + sL}{s(LCs^2 + rCs + 1)}$ .

После элементарных преобразований выражение, определяющее наведенное напряжение на зазоре коллектора, запишем в следующем виде:

$$u_1(t) = \sum_{i=1}^3 I_0 \operatorname{Re} s(U_1(s), s_i) \exp(s_i t),$$

$$s_1 = 0,$$

$$s_{2,3} = \frac{-rc \pm \sqrt{r^2 C^2 - 4LC}}{2LC},$$

$$\operatorname{Re} s(U_1(s), s_1) = \frac{r}{LCs_3 s_2}, \quad (7)$$

$$\operatorname{Re} s(U_1(s), s_2) = \frac{r + s_2 L}{LCs_2 (s_2 - s_3)},$$

$$\operatorname{Re} s(U_1(s), s_3) = \frac{r + s_3 L}{LCs_3 (s_3 - s_2)}.$$

Окончательно оригинал напряжения на коллекторе имеет вид

$$u(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^3 I_0 \operatorname{Re} s(U_1(s), s_i) \exp(s_i t), & 0 \leq t < \tau \\ I_0 \operatorname{Re} s(U_1(s), s_2) \exp(s_2 t) (1 - \exp(-s_2 \tau)) + \\ + I_0 \operatorname{Re} s(U_1(s), s_3) \exp(s_3 t) (1 - \exp(-s_3 \tau)), & \tau \leq t. \end{cases} \quad (8)$$

Рассмотрим возбуждение коллектора последовательностью точечных сгустков. Очевидно, что необходимо только найти аналитическую функцию тока и ее изображение, а соотношения (4) для наведенных напряжений сохранятся. Будем считать, что сгустки поступают в зазор с некоторой постоянной времени следования  $T_c$ , которая в общем случае находится в произвольном отношении к времени пролета.

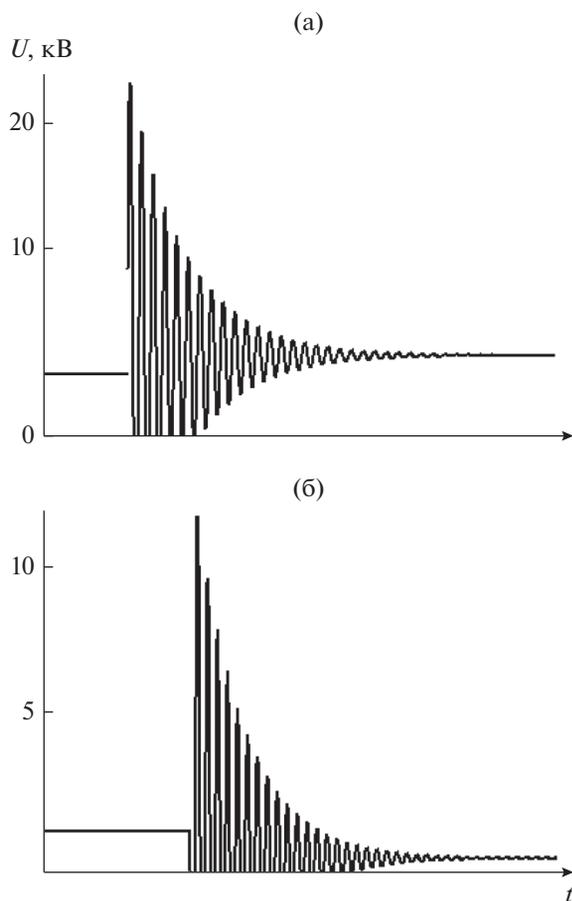


Рис. 3. Наведенное напряжение на коллекторе в статическом режиме при токе 150 (а) и 90 А (б).

Чтобы получить общую временную картину, не рассматривая конкретные интервалы времени, преобразуем соотношение (8) к следующему виду:

$$u(t) = u_1(t)\eta(t) - u_1(t - \tau)\eta(t - \tau). \quad (9)$$

Формула (9) дает общий вид зависимости в любой временной точке. Как видим, результат воздействия сгустка есть суперпозиция двух напряжений, возникших под действием единичного наведенного тока, сдвинутых во времени на  $\tau$ . Тогда можно сразу же написать выражение для наведенного напряжения системой зарядов в виде

$$u(t) = \sum_{i=1}^N (u_1(t - (i-1)T_s)\eta(t - (i-1)T_s) - u_1(t - (i-1)T_s - \tau)\eta(t - (i-1)T_s - \tau)),$$

где  $u_1(t)$  определяется соотношениями (6).

Рассмотрим возбуждение коллектора в статическом режиме с учетом индуктивности внешней цепи, т.е. возбуждение импульсом тока катода в отсутствие модуляции по плотности. Отличительной особенностью данной задачи от предыдущей состоит в том, что здесь нет необходимости учиты-

вать наведенный ток (время пролета сгустка много меньше длительности импульса  $\tau_{\text{имп}}$ ), а временной постоянной является сама длительность токового импульса. Решение может быть представлено в следующем виде:

$$u(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^3 I_{\text{имп}} \operatorname{Re} s(U_1(s), s_i) \exp(s_i t), & 0 \leq t < \tau_{\text{имп}} \\ I_{\text{имп}} \operatorname{Re} s(U_1(s), s_2) \exp(s_2 t) \times \\ \times (1 - \exp(-s_2 \tau_{\text{имп}})) + I_{\text{имп}} \operatorname{Re} s(U_1(s), s_3) \times \\ \times \exp(s_3 t) (1 - \exp(-s_3 \tau_{\text{имп}})), & \tau_{\text{имп}} \leq t. \end{cases}$$

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Сначала рассмотрим возбуждение коллектора импульсом тока в статическом режиме при емкости коллектора 30 пФ.

Характерной особенностью статического режима работы, как показали расчеты, являлся так называемый “дребезг” на фронте импульса, связанный с возбуждением колебательного контура. Время затухания этого “дребезга” полностью определено сопротивлением и индуктивностью цепи. С учетом малого сопротивления заземляющих элементов это время составило до  $0.15\tau_{\text{имп}}$ . Амплитуда выбросов полностью определена емкостью коллектора. На рис. 3а представлены результаты расчета статического режима при токе 150 А. Анализ рис. 3а показал, что величина первоначальных выбросов на фронте импульса составляла свыше 25 кВ. Значение напряжения на полке импульса определено током в импульсе и сопротивлением внешней цепи.

Очевидно, что подобные выбросы должны приводить к пробоям в цепи коллектора и нестабильности работы прибора в статическом режиме. Очевидным улучшением ситуации должно быть увеличение емкости коллектора до значения 700 пФ. При этом, как следовало из расчетов, выбросы напряжения уменьшились до 5...6 кВ.

Интересно проследить зависимость наведенного напряжения от величины тока. При токе катода, равном 90 А, даже при значении емкости 10 пФ, максимальные выбросы напряжения не превышали 12 кВ (рис. 3б), и небольшое увеличение емкости полностью снимало “дребезг” цепи коллектора. Критической величиной тока катода при емкостях 10...40 пФ являлось значение 100 А.

Исходными данными для расчета наведенных напряжений в динамическом режиме работы прибора являлись: импульсный ток клистрона  $I$ , частота следования сгустков  $f_g$ , длительность импульса тока  $\tau_i$ , скорость зарядов  $v$ , время пролета  $\tau$  и параметры цепи питания.

Суммарный заряд в импульсе определялся соотношением  $Q = I\tau_i$ , а заряд одного сгустка – соотношением  $q = Q/N$  ( $N$  – число сгустков в токовом импульсе, определяемое частотой следования). Скорость зарядов определена напряжением катода  $U_k$  и равна

$$v = \sqrt{\frac{2eU_k}{m_e}}$$

На рис. 4 представлена иллюстрация процесса возбуждения коллектора одиночным сгустком, параметры цепи составляли 30 пФ, 1 мкГн и 10 Ом.

За время пролета сгустка наведенное напряжение (2.5 кВ) не претерпевало никаких изменений, что являлось следствием инерционного действия индуктивного элемента. Затухающие колебания внешней цепи имели существенно больший период (рис. 4а). Таким образом, следующий сгусток, влетающий в коллекторную область, наводил ровно такую же величину напряжения относительно первичного.

Из анализа рис. 4б следует, что суммирование напряжений может приводить к катастрофическому увеличению напряжения на коллекторе. Расчеты показали, что наблюдались характерные уступы напряжения, обусловленные с влетом каждого следующего сгустка в наведенное поле предыдущих сгустков, а максимальное наведенное напряжение после пролета 100 сгустков составляло 45 кВ (см. рис. 4б). Установившееся значение напряжения релаксировало к 42 кВ после пролета 500 сгустков. Очевидно, что такие уровни напряжений создавали потенциальный барьер для сгустков и фактически образовывали область виртуального катода, отражение от которого приводило к появлению обратных электронов и ухудшению выходных характеристик клистрона. Как и в предыдущем случае, существенное улучшение ситуации достигалось за счет увеличения емкости коллектора до значений более 500 пФ.

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Влияние внешней цепи питания и действие наведенного тока в коллекторной области было обнаружено экспериментально на клистроне КИУ-271, параметры которого следующие: напряжение катода 45 кВ, ток катода (импульсный) 150 А, длительность импульса 7 мкс, режим питания – анодная модуляция, тип источника питания – модулятор на формирующей линии. Непосредственное измерение емкости коллектора измерителем иммитансов Е7-20 дало значение 34 пФ, индуктивность внешней цепи заземления составила 2 мкГн.

В статическом режиме работы прибора было зафиксировано резкое искажение импульса мо-

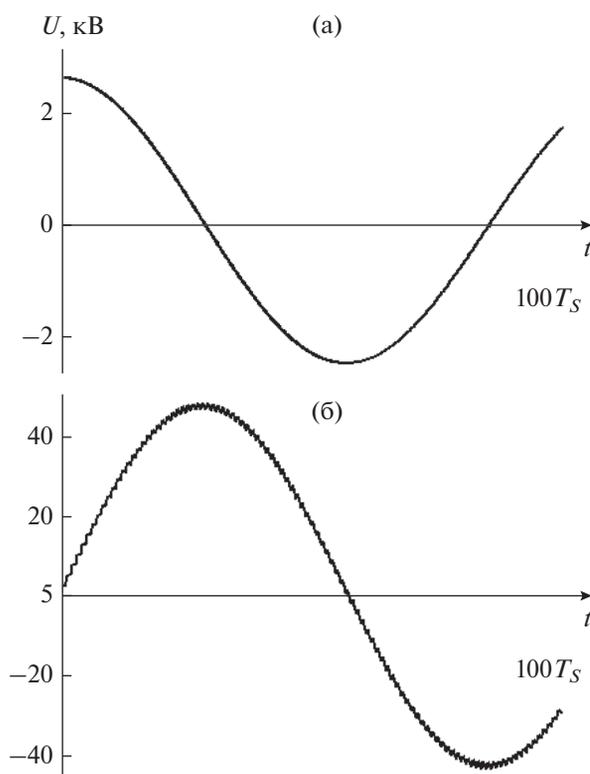


Рис. 4. Наведенное напряжение при пролете одного сгустка (100 периодов следования) (а) и при пролете системы сгустков (б).

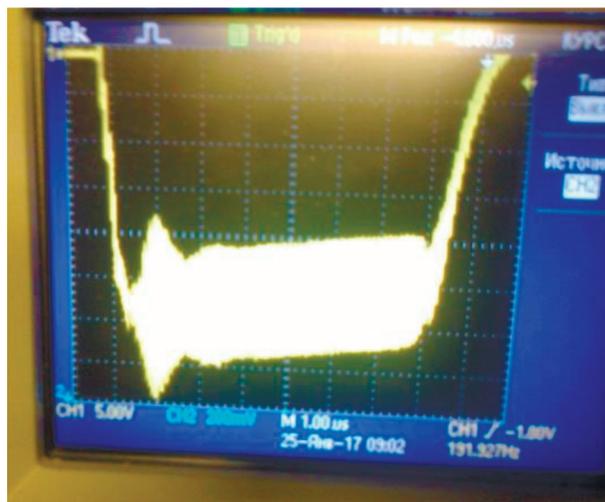
дулятора (рис. 5а) и горение разряда в области изолятора коллектора между резонаторным блоком и коллектором, находящимися под потенциалом земли.

Наиболее очевидным влиянием наведенного напряжения в коллекторной области являлось резкое снижение коллекторного тока при превышении тока катода более 100 А, что связано с отражением электронов от потенциального барьера.

На рис. 6 представлена зависимость токопрохождения от приведенной емкости коллектора. Увеличение емкости в эксперименте осуществляли с помощью конденсаторов КВИ-3 номиналом 470 пФ, подключенных между резонаторным блоком и коллектором. При этом следует отметить, что улучшение токопрохождения вплоть до 90% обеспечивалось без всякой дополнительной юстировки прибора. Косвенными данными улучшения режима работы прибора являлось отсутствие искрений в области изолятора коллектора, а также отсутствие искажений модулирующего импульса (рис. 5б).

Полученные экспериментальные данные хорошо соответствовали теоретическим выводам.

(a)



(б)

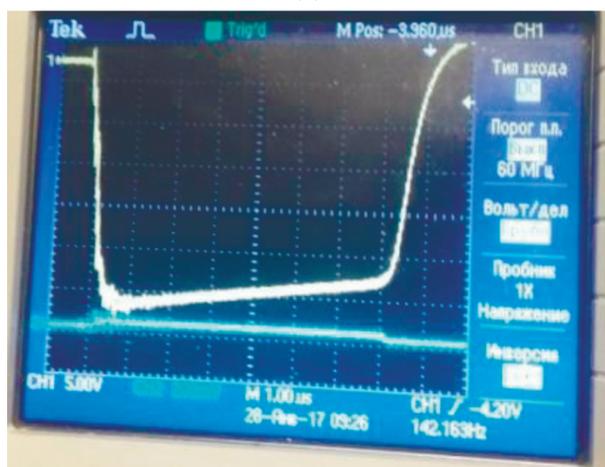


Рис. 5. Осциллограммы напряжения на модуляторе до увеличения емкости (а) и после (б).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, впервые рассмотрено влияние внешних электрических цепей на выходные параметры мощных клистронов. На основании полученных экспериментальных данных сделан вывод, что предельно достижимые параметры приборов могут быть существенно ограничены обнаруженным эффектом воздействия внешней цепи. Тем

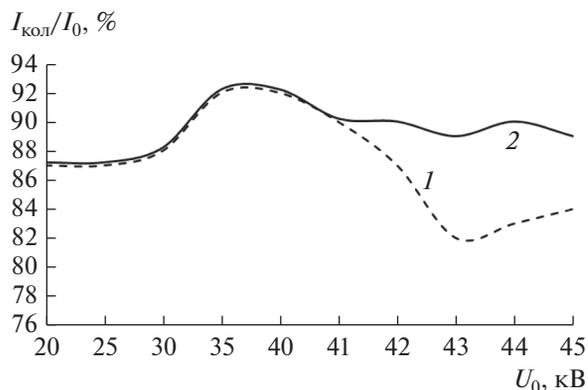


Рис. 6. Зависимость токопрохождения от приведенной емкости коллектора: 1 – без емкостей, 2 – с емкостями.

самым, это фактически усложняет решение задачи электромагнитной совместности ЭВП СВЧ и аппаратуры.

Сопоставление результатов анализа взаимодействия сильноточного электронного пучка в коллекторной области с учетом внешних цепей и экспериментальных данных позволяет сделать следующие выводы:

1) проектирование коллектора многолучевых клистронов целесообразно проводить на основе нестационарной и самосогласованной математической модели коллектора с учетом влияния на режим работы индуктивности и емкости как самого коллектора, так и внешней цепи питания;

2) для устойчивой работы многолучевого клистроны нецелесообразно уменьшать величину емкости коллектора ниже 500 пФ при суммарных токах катода в импульсе, превышающих 90 А.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Левин Ю.И. и др. // Изв. РАН. Серия физическая. 2005. Т. 69. № 12. С. 1724.
2. Филатов Р.А., Храмов А.Е., Трубецков Д.И. // Электрон. волны и электромагнитные системы. 2007. Т. 10. № 12. С. 20.
3. Калинин Ю.А., Стародубов А.В. // ЖТФ. 2010. Т. 80. № 12. С. 80.
4. Герштейн Г.М. Моделирование полей методом электростатической индукции. М.: Наука, 1970.