

Квантовые системы, каналы, информация

А. С. Холево

Математический институт
им. В. А. Стеклова РАН

Рождение квантовой информатики относится к 1960-70-м гг., вслед за появлением основ теории информации и помехоустойчивой связи в трудах В. А. Котельникова и К. Шеннона.

Как внутренняя логика современного развития науки, так и прогресс средств передачи и обработки информации, появление новых информационных технологий делают чрезвычайно актуальным вопрос о последовательном квантово-механическом обобщении идей и методов теории информации, колмогоровской теории вероятностей, статистики и случайных процессов.

Квантовая теория информации

Научная дисциплина, изучающая общие закономерности передачи, хранения и преобразования информации в системах, подчиняющихся законам квантовой механики.

Использует современные математические модели для исследования потенциальных возможностей таких систем:

- **Фундаментальные ограничения** на возможности передачи и обработки информации, обусловленные квантовой природой ее носителя (с 1960х).
- Кардинальные отличия квантовых систем от классических (**квантовый параллелизм**, **сцепленность** (entanglement), **дополнительность**) лежат в основе тезиса о **квантовом превосходстве** (Ю.И. Манин, R.Feynman, J. Preskill). В его пользу говорят яркие теоретические открытия 1990х.

Основные направления

- Квантовая шенноновская теория: фундаментальные пределы скорости (асимптотически безошибочной) передачи информации через каналы с квантовым шумом.
- Квантовая теория обнаружения и оценивания. Фундаментальные пределы точности физических измерений.
- Квантовая криптография.
- Квантовое моделирование и быстрые квантовые алгоритмы. Квантовые адиабатические вычисления.
- Шумы и декогерентизация в открытых квантовых динамических системах. Квантовые коды, исправляющие ошибки.

- Разработана математическая теория квантовых каналов связи, на основе вполне положительных отображений алгебр наблюдаемых.
- Доказаны теоремы кодирования квантовой теории информации. Обнаружен неклассический феномен супераддитивности информации сцепленных квантовых измерений.
- Построена структурная теория бозонных гауссовских каналов связи. Решена проблема квантовых гауссовских оптимизаторов, даны явные выражения фундаментальных пределов скорости передачи информации для наиболее используемых классов квантовых гауссовских каналов.
- Построена некоммутативная теория статистических решений. Получено полное решение задачи об оптимальном измерении среднего значения квантового поля в гауссовском состоянии.
- Изучена структура квантовых марковских процессов. Установлен некоммутативный аналог представления Леви-Хинчина для квантовых процессов непрерывного измерения.

Теорема кодирования (HSW)

Основа для вычисления «классической»
пропускной способности квантового канала Φ

$$C(\Phi) = \lim_{n \rightarrow \infty} C_{\chi}(\Phi^{\otimes n}) / n$$

χ

$$C_{\chi}(\Phi) = \max_{\{p_x, \rho_x\}} \left[H(\Phi(\sum_x p_x \rho_x)) - \sum_x p_x H(\Phi(\rho_x)) \right]$$

кодирование

выходная энтропия

условная выходная энтропия

«Граница информации», ее достижимость

Применение: бозонный гауссовский канал

Калибровочно-ковариантный (фазо-нечувствительный) канал:

$$\Phi^*[W(z)] = W(kz) \exp[-(|k^2-1|/2+N)|z|^2], \quad z \in \mathbb{C},$$

где $N \geq 0$ мощность шума, k -- коэффициент аттенюации ($k < 1$), усиления ($k > 1$). $k = 1$ – аддитивный классический шум.

Пропускная способность аддитивна и равна

$$C(\Phi; E) = g(k^2E + N') - g(N'),$$

где $g(N') = (N'+1) \log(N'+1) - N' \log N'$, E -- мощность сигнала на входе, $N' = N + \{k^2-1\}_+$, достигается на квантовом гауссовском кодировании.

Квантовый аналог формулы Шеннона для классического канала.

литература

- Холево А. С., Исследования по общей теории статистических решений, Тр. МИАН, **124**, М., 1976
- Холево А. С., Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории, 3-е изд., М., МЦНМО 2020 (1-е изд. Наука 1980)
- Холево А. С., Статистическая структура квантовой теории, ИКИ, М., 2003
- Холево А. С., Введение в квантовую теорию информации, МЦНМО, М., 2002
- Холево А. С., Математические основы квантовой информатики, Лекц. курсы НОЦ МИАН, **30**, 2018
- Холево А. С., Квантовые системы, каналы, информация, М., 2010; 2-е изд. DeGruyter 2019
- Полный список публикаций (222):
www.mathnet.ru/php/person.phtml?personid=8777&option_lang=rus