# Российская академия наук

# ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Tom 57 № 4 2021

Журнал основан в январе 1964 г. Выходит 4 раза в год ISSN 0424-7388

Журнал издается под руководством Отделения общественных наук РАН

Главный редактор В.Л. Макаров

#### Редакционная коллегия:

А.А. Афанасьев, С.А. Афонцев, А.Р. Бахтизин (зам. главн. ред.), В.А. Волконский, Н.А. Волчкова, Ю.Н. Гаврилец, В.Г. Гребенников, В.Е. Дементьев (зам. главн. ред.), Г.В. Егоров, Р.С. Ениколопов, А.В. Захаров, С.Б. Измалков (зам. главн. ред.), В.Л. Квинт, Г.Б. Клейнер, М. Кубонива, А.М. Либман, В.Н. Лившиц, В.М. Полтерович, А.Б. Поманский, А.В. Савватеев, Е.В. Устюжанина (зам. главн. ред.), И.С. Шитова (зам. главн. ред.)

Заведующая редакцией Н.С. Виноградова

Журнал «Экономика и математические методы» входит в Перечень ВАК, базы данных РИНЦ, Web of Science (Emerging Sources Citation Index)

#### Адрес редакции:

117418, г. Москва, Нахимовский просп., 47, ком. 305 Тел.: 8(499) 129-39-33, 8(916) 139-27-26 e-mail: emm@cemi.rssi.ru

#### Москва

<sup>©</sup> Российская академия наук, 2021

<sup>©</sup> Составление. Редколлегия журнала «Экономика и математические методы», 2021

# СОДЕРЖАНИЕ

Том 57, номер 4, 2021					
Теоретические и методологические проблемы					
Светлов Н.М., Дементьев В.Е. Влияние стратегических потребителей на рынок сетевых благ	5				
Кармалита В.А. Синергетический подход к макроэкономическим исследованиям					
Народнохозяйственные проблемы					
<b>Граборов С.В.</b> Мажоритарно-оптимизационное согласование справедливости и эффективности налогообложения граждан и производства	27				
<b>Гребенников В.Г., Татевосян Г.М., Седова С.В., Магомедов Р.Ш.</b> Межбюджетные отношения как объект программно-целевого бюджетирования	40				
Отраслевые проблемы					
Чернавский С.Я. Рынок нефтяного попутного газа: механизмы формирования цен	49				
<b>Клочков В.В., Хрусталев Е.Ю.</b> Механизмы распределения научно-исследовательских работ и финансирования в научных коллективах	59				
<b>Бердникова В.Н., Осенняя А.В., Хахук Б.А.</b> Учет социально-экономических показателей при моделировании кадастровой стоимости земли в муниципальных районах	66				
Математический анализ экономических моделей					
<b>Смирнов С.Н., Кузнецов В.А., Сливинский В.А.</b> Гарантированный детерминистский подход к маржированию на срочном рынке: численный эксперимент	76				
<b>Степанян И.В., Чирков М.А.</b> Исследование возможностей бартерных цепей на основе децентрализованных технологий	88				
<b>Колесник</b> Г.В., Рыбаков М.Б. Математическая модель совместного использования основных средств предприятий машиностроения	96				
<b>Лесик И.А., Перевозчиков А.Г.</b> Динамическая модель рынка разработки программного обеспечения на основе задачи о назначении на узкие места	108				
Скаржинская Е.М., Цуриков В.И. Лидер по Штакельбергу в модели коллективных действий	117				
* * *					
Содержание за 2021 год (Том 57)	129				

# Russian Academy of Sciences

# ECONOMICS AND MATHEMATICAL METHODS

VOLUME 57 No. 4 2021

Founded in January 1964 4 issues a year ISSN 0424-7388

The Journal is run under the supervision of the Department of Social Sciences at RAS

Editor-in-Chief V.L. Makarov

#### Editorial Board:

Afanasiev A.A., Afontsev S.A., Bakhtizin A.R. (Deputy Editor-in-Chief),
Dementiev V.E. (Deputy Editor-in-Chief), Egorov G.V.,
Enikolopov R.S., Gavrilets Yu.N., Grebennikov V.G.,
Izmalkov S.B. (Deputy Editor-in-Chief), Kleiner G.B.,
Kuboniwa M., Kvint V.L., Libman A.M., Livshits V.N., Polterovich V.M.,
Pomanskiy A.B., Savvateev A.V., Shitova I.S. (Deputy Editor-in-Chief),
Ustyuzhanina E.V. (Deputy Editor-in-Chief),
Volchkova N.A., Volkonskiy V.A., Zakharov A.V.

Secretary of Editorial Staff N.S. Vinogradova

The journal "Economics and Mathematical Methods" is included in the list of the Higher Attestation Commission (HAC) and indexed in Russian Index of Scientific Citation, Web of Science (Emerging Sources Citation Index)

#### Editorial Address

Nakhimovskiy Prospect, 47, Office 305, Moscow, Russia, 117418 Tel.: +7(499) 129-39-33; +7(916) 139-27-26; e-mail: emm@cemi.rssi.ru

#### Moscow

<sup>©</sup> Russian Academy of Sciences, 2021

<sup>©</sup> Composition. Editorial Board of Economics and Mathematical Methods, 2021

# **CONTENTS**

Volume 57, No. 4, 2021	
Theoretical and methodological problems	
Svetlov N.M., Dementiev V.E. Influence of strategic consumers on the network goods market	4
Karmalita V.A. Synergetic approach to macroeconomic studies	17
Problems of national economy	
<b>Graborov S.V.</b> The majority and optimization harmonization of justice and efficiency of citizens and production taxation	27
<b>Grebennikov V.G., Tatevosyan G.M., Sedova S.V., Magomedov R. Sh.</b> Intergovernmental relations as a problem of program budgeting	4(
Industrial problems	
Chernavskii S.Ya. Associated petroleum gas market: Pricing mechanisms	49
<b>Klochkov V.V., Khrustalev E.Yu</b> . Mechanisms for distribution of academic research and financing in scientific collectives	59
<b>Berdnikova V.N., Osennyaya A.V., Khakhuk B.A</b> . Social-economic indicators for cadastral value of land in municipal areas modelling	60
Mathematical analysis of economic models	
Smirnov S.N., Kuznetsov V.A., Slivinski V.A. A guaranteed deterministic approach to margining on exchange-traded derivatives market: Numerical experiment	76
<b>Stepanyan I.V., Chirkov M.A.</b> Investigation of the possibilities of barter chains based on decentralized technologies	88
<b>Kolesnik G.V., Rybakov M.B.</b> Mathematical model of fixed assets' joint use by the machine-building enterprises	90
<b>Lesik I.A., Perevozchikov A.G.</b> Dynamic model of the software development market based on the assignment problem on pain points	108
Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I. Stackelberg leader in a collective action model	117
* * *	
Contents 2021, vol. 57	120

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

# Влияние стратегических потребителей на рынок сетевых благ

© 2021 г. Н.М. Светлов, В.Е. Дементьев

Н.М. Светлов,

ЦЭМИ PAH, nikolai.svetlov@gmail.com;

В.Е. Дементьев,

ЦЭМИ РАН, vedementev@rambler.ru

Поступила в редакцию 08.06.2021

Аннотация. Одной из важных тенденций современного экономического развития является расширение спектра так называемых сетевых благ. Под сетевым понимается благо, полезность которого для каждого потребителя зависит от числа пользующихся им потребителей. Целью статьи является исследование динамического ценообразования на рынке сетевого блага с положительным сетевым эффектом при наличии двух типов потребителей; близоруких, учитывающих только текущую полезность блага, и стратегических, ориентированных на полезность за весь период использования блага. Динамика рынка, включая траектории цен, максимизирующих доходы монопольного поставщика, устанавливается путем исследования соответствующей теоретической модели при помощи численных экспериментов. Выявлены особенности этой динамики при большом числе близоруких потребителей и в условиях доминирования стратегических потребителей. Показано, что в отличие от рынка обычных благ монопольный поставщик сетевых благ может быть заинтересован в присутствии на рынке стратегических потребителей. Чем больше таких потребителей, тем короче период разогрева рынка поставщиком с помощью низких цен и выше темпы их последующего наращивания. Стратегические потребители оказываются заложниками своей ориентации на интегральный эффект в потреблении. Представлены направления дальнейших исследований рынка сетевых благ при неоднородном составе потребителей.

**Ключевые слова:** рыночная динамика, сетевой эффект, монополия, разогрев рынка, стратегический потребитель, близорукий потребитель, вычислительный эксперимент.

Классификация JEL: D46, G30, C12.

**DOI:** 10.31857/S042473880017514-4

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Благодаря цифровым технологиям новые возможности обретают как производители благ, так и их потребители. В настоящее время не составляет большого труда собрать информацию о ценах, по которым одно и то же благо предлагают разные поставщики. Более того, в Интернете для многих благ имеются сведения об изменении их цен с течением времени. Исходя из склонности потребителей использовать подобные сведения, можно говорить о двух их типах: близорукие и стратегические.

Близорукий потребитель, обнаружив, что цена блага ниже субъективной оценки его полезности (в денежном эквиваленте), немедленно приобретает это благо. Стратегический потребитель стремится оптимизировать решение купить, основываясь на своем предвидении дальнейшего развития рыночной ситуации, сформированном вследствие изучения и обобщения других подобных ситуаций. Стратегическое поведение демонстрируют и поставщики, когда используют динамическое ценообразование в качестве инструмента максимизации своего дохода. Динамическим ценообразованием называют стратегию, основанную на регулировании цен в зависимости от меняющихся рыночных условий.

Выделение групп потребителей по характеру принимаемых решений существенно повышает реалистичность представлений о некоторых рынках. Одно дело, например, рынки продовольственных товаров, где покупки часто имеют безотлагательный или импульсивный характер. Нерациональность импульсивного поведения понимают многие клиенты рынков, где поставщики практикуют динамическое ценообразование. Совсем другое — рынки товаров длительного пользования,

где имеются большие возможности для демонстрации потребителями стратегического поведения. При приобретении таких товаров потребители могут, например, проявить терпение и отложить покупку в надежде уплатить более выгодную цену.

Динамическому ценообразованию и стратегическому поведению потребителей посвящено много работ. Однако до сих пор малоисследованным остается взаимодействие стратегических поставщиков и стратегических потребителей на рынках сетевых благ.

Стратегическое поведение потребителей порой отождествляется с их ожиданием того, когда поставщик начнет снижать цены. Однако такое поведение не отвечает свойствам рынков сетевых благ. Специфика этих рынков проявляется в росте полезности блага вместе с увеличением числа его потребителей. Это свойство учитывает поставщик в рамках динамического ценообразования, когда повышает цену блага по мере возрастания его полезности. При таком динамическом ценообразовании выжидательная стратегия потребителя может терять смысл.

Сетевыми качествами обладают многие цифровые блага (мобильная связь, программные продукты и др.), но сетевые эффекты способны сдерживать формирование рынков не только цифровых благ. Так, в ряде стран рост продаж электромобилей до сих пор стимулирует государство. Среди факторов, сдерживающих спрос на электромобили,— недостаточное развитие зарядной инфраструктуры. Владельцы электромобилей заинтересованы в росте их парка, поскольку это повысит привлекательность инвестиций в зарядную инфраструктуру.

В настоящей статье изучается поведение стратегических потребителей, учитывающих специфику рынков сетевых благ с положительным сетевым эффектом, когда полезность блага для одного потребителя с ростом числа потребителей, пользующихся таким благом, возрастает. В отличие от многих исследований показано, что присутствие таких потребителей на рынке может быть выгодно поставщику, даже когда он является монополистом.

#### ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

На то что монополист должен учитывать ожидания потребителей относительно его действий в будущем, обратил внимание еще Р. Коуз (Coase, 1972). С тех пор взаимоотношения поставщиков и стратегических потребителей стали объектом многочисленных исследований. В 2007 г. обзор соответствующих публикаций в (Su, 2007) охватывал более сотни работ. Один из рассматриваемых вопросов — что может поставщик противопоставить нежеланию стратегических потребителей покупать по текущим ценам в расчете на их снижение в дальнейшем. Такие потребители способны преднамеренно тянуть с покупкой, при том что потребительский излишек от немедленной покупки неотрицателен. Отрицательное влияние стратегического поведения потребителей на показатели прибыли продавца может быть значительным (Su, 2007), особенно если поставщик выстраивает ценовую политику без учета действий таких потребителей (Aviv, Pazgal, 2008; Levin, McGill, Nediak, 2009; Correa, Montoya, Thraves, 2016). В (Aviv, Pazgal, 2008) приведены численные примеры, показывающие потери доходов до 20% в результате игнорирования стратегического поведения потребителей. Еще выше такие потери оценены в (Besanko, Winston, 1990), где отмечается, что упущенная выгода может достигнуть 60%.

Р. Коуз (Coase, 1972) в качестве одного из вариантов действий поставщика для снижения потерь, вызываемых стратегическим потребительским поведением, указывает на договорные отношения с такими потребителями. Имеются в виду некоторые обязательства в отношении количества и цены блага. Полезность таких действий поставщика обсуждается в (Bulow, 1982). В частности, фирма может сделать бессмысленным стратегическое поведение потребителей, ограничившись продажами конкретного блага в единичном периоде, взяв на себя соответствующее обязательство (Stokey, 1979). Другой вариант обязательств — гарантия того, что текущие цены являются самыми выгодными. Фирма обещает возместить разницу в цене, если в дальнейшем снизит отпускную цену (Butz, 1990; Su, Zhang, 2008, 2009; Lim, Tang, 2013).

Заинтересованность производителя в стратегических покупателях подтверждается и в ситуации, когда производитель реализует свою продукцию через розничного продавца. Если покупатели являются стратегическими, а розничный продавец и производитель принимают на себя обязательства по ценам или доступности товара, их прибыли могут снизиться по сравнению с ситуацией, когда все покупатели близоруки (Lin, Parlakturk, Swaminathan, 2018).

Регулирование доступности блага — еще один канал воздействия поставщика на стратегического потребителя. Такое регулирование имеет разные варианты.

Во-первых, поставщик может увязать объемы производства нового продукта с числом предварительных заказов на него. Такой подход к обузданию негативного влияния стратегического поведения потребителей на прибыль поставщика демонстрирует формирующаяся передовая практика продаж. Соответствующий опыт продаж китайской компанией Xiaomi анализируется в (Wei, Zhang, 2018). Показано, что когда размер рынка детерминирован, политика производства на условиях предварительного заказа способна полностью устранить стратегические ожидания и достичь показателей прибыли продавца, соответствующих близорукому потребительскому поведению.

Во-вторых, при заданной ценовой стратегии можно ограничивать предложение благ, создавая дефицит. В (Liu, Ryzin, 2008) рассматривается ограничение поставок уже в начале продаж. Показано, что оптимальное дозирование предложения зависит от того, как меняются цены монополиста во времени и каково отношение покупателей к риску. Олигопольная конкуренция поставщиков снижает их возможности получать прибыль через дозировку предложения.

Численные примеры показывают, что с позиций влияния на стратегическое поведение покупателей регулирование предложения способно быть более действенным, чем воздействие через ценовую политику. Оно может сочетаться с курсом на постепенное снижение цены. Однако стратегическому покупателю приходится учитывать вероятность того, что не весь спрос по более низкой цене будет удовлетворен. Такого рода стимулирование ранних покупок обсуждается в (Agrawal, Kavadias, Toktay, 2015; Courty, Nasiry, 2016).

Особый случай использования производителем в своих интересах дефицита благ возникает, когда имеются потребители, склонные к демонстрационному потреблению, когда на решения потребителей влияет их стремление к эксклюзивности. В литературе соответствующее поведение клиентов фигурирует как снобистское (Amaldoss, Jain, 2005). Анализ феномена потребителей, покупающих товары, чтобы выделиться (демонстрационное потребление), восходит к Т. Веблену (Veblen, 1899), который в своей «Теории праздного класса» писал о потреблении благ, призванных свидетельствовать о богатстве или социальном статусе их обладателя.

В условиях все более непредсказуемого рыночного спроса многие фирмы пытаются балансировать между массовостью и эксклюзивностью продукции. Некоторые фирмы принимают стратегию конкуренции по ценам и надеются увеличить доходы за счет объема продаж. Другие фирмы решают ограничить доступность своей продукции, создав дефицит новых продуктов (Gumbel, 2007). В (Tereyagoglu, Veeraraghavan, 2012) показано, что на рынках с неопределенным спросом стратегия дефицита выгодна фирме, когда доля потребителей, вовлеченных в демонстративное потребление («снобы»), не слишком высока и не слишком низка. Когда снобы весьма малочисленны, нет смысла ориентировать политику продаж на их спрос, оправданы продажи любым потребителям по более низким ценам. Преобладание снобов на рынке побуждает фирму ориентироваться на достаточно большие объемы производства. О дефицитности продукта в таком случае говорить не приходится.

Стремление к эксклюзивности имеет смысл, когда есть те, кто способен эту эксклюзивность оценить. Оригинальность играет большую роль и в индустрии моды, где массовый потребитель ориентируется на ее законодателей. Рынки, где присутствуют потребители-ориентиры (влиятельные потребители), рассматриваются в (Fainmesser, Galeotti, 2020). Сетевые эффекты возникают в результате взаимодействия потребителей-ориентиров с другими потребителями и приводят к положительным внешним эффектам. Эмпирический анализ свидетельствует, что сила сетевых эффектов и дисперсия влияния различаются на разных товарных рынках. Показано, что в равновесии фирмы субсидируют потребителей, влияние которых выше среднего, и компенсируют расходы за счет тех, чье влияние ниже среднего. Фактически речь идет о ценовой дискриминации потребителей в зависимости от их влиятельности. Равновесные наценки/скидки зависят от силы сетевых эффектов и от информированности фирм о различиях потребителей по степени влиятельности. В крайнем случае клиентам с достаточно высоким влиянием предлагаются бесплатные продукты.

Стратегические потребители откладывают покупки в ожидании не только будущих снижений цен, но и ради приобретения уже новых поколений продукта. По мере того как потребители становятся более стратегическими, инновационный уровень следующего поколения может оказаться недостаточным для роста новых продаж (Liu, Zhai, Chen, 2019). При частом обновлении продукта выпуск очередной модели такие потребители способны вообще проигнорировать, ориентируясь на последующее появление более продвинутых поколений. С другой стороны, выпуск новой модели может лишать фирму прибыли, которую способно принести продолжение продаж старой модели («эффект каннибализма»). В (Liu, Zhai, Chen, 2019) анализируется, при каких условиях

целесообразно продавать только продукт нового поколения, при каких наряду с ним сохранять продажи предшествующего поколения. Если начальная цена нового поколения относительно высока, потребители предпочтут ждать снижения цен на продукт старого поколения.

Свойства нового продукта нередко можно оценить только в процессе потребления. В таком случае заранее объявленная фирмой ценовая политика не всегда ускоряет продажи. Даже зная цены на перспективу, стратегические покупатели могут откладывать решения о покупке нового продукта неопределенного качества в ожидании отзывов о нем тех, кто уже решился на покупку. Постепенное выявление достоинств продукта дает возможность осуществлять последующие продажи по более высоким ценам. Стратегическое поведение части покупателей приводит в таком случае к увеличению ожидаемой прибыли фирмы (Papanastasiou, Savva, 2017).

При новых продуктах неопределенного качества информативность того, что могут сообщить о продукте первые потребители, зависит от их количества, от первоначального объема продаж. Таким образом, через начальную цену фирма не только влияет на свой доход, но и контролирует интенсивность потока информации о качестве продаваемого продукта. Фирма может либо усилить, либо ослабить поток этой информации за счет увеличения или уменьшения первоначальных продаж (Yu, Debo, Kapuscinski, 2016).

Если при появлении на рынке нового продукта у потенциальных покупателей возникает неопределенность относительно его потребительской ценности, то у фирмы-поставщика могут быть трудности с оценкой потенциальной емкости рынка этого продукта. В этой ситуации в качестве выхода из положения часто предлагается сокращение времени выполнения заказов. Однако, как показано в (Swinney, 2011), такой подход не обязательно выгоден фирме, если принять во внимание реакцию стратегических потребителей на доступность товара. Отсутствие дефицита на фоне невыясненной ценности товара провоцирует выжидательное поведение стратегических потребителей.

Ситуация с выявлением свойств нового блага в том смысле близка к продажам сетевых благ, что их полезность раскрывается постепенно, по мере увеличения числа потребителей блага. Однако в (Swinney, 2011; Yu, Debo, Kapuscinski, 2016; Papanastasiou, Savva, 2017) стратегические потребители, отказавшись от немедленного приобретения нового продукта, превращаются в пассивных наблюдателей того, как его свойства проявляются в процессе использования другими потребителями. Полезность сетевых благ во многом определяется количеством их фактических пользователей. Стратегические потребители таких благ могут прогнозировать изменение их полезности, ориентируясь на рост числа потребителей в перспективе. Так, например, легко было предвидеть, что сетевое благо «мобильный телефон» со временем появится почти у всего населения.

Исследованию динамического ценообразования на рынках сетевых благ посвящен целый ряд публикаций, в частности (Katz, Shapiro, 1986; Bensaid, Lesne, 1996; Cabral, Salant, Woroch, 1999; Jing, 2003; Economides, Mitchell, Skrzypacz, 2005; Cabral, 2011). Однако анализ действий покупателей на этих рынках, как правило, ограничивается рассмотрением близоруких потребителей.

Особенностью настоящей статьи является анализ влияния стратегических потребителей на рынок сетевых благ, когда эти потребители выбирают момент приобретения блага с учетом собственного прогноза изменения его полезности. Эволюция рынка сетевого блага при таких потребителях рассматривается в условиях динамического ценообразования, практикуемого монопольным поставщиком блага.

#### ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Рассматривается благо длительного пользования, которое в процессе его потребления не расходуется и не изнашивается. Спрос одного потребителя насыщается единичным количеством такого блага. Сетевой характер блага проявляется в зависимости (в данном случае положительной) его полезности для одного (любого) потребителя от численности всех его потребителей в данный момент времени. За основу изучаемой модели взята модель, представленная в (Дементьев, Устюжанина, 2019; Дементьев, Светлов, 2020).

Особенности изучаемой здесь модели следующие:

- полезность сетевого блага в любой момент времени полностью определяется размером сети;
- предполагается наличие единственного поставщика монополиста, максимизирующего чистую приведенную стоимость своего денежного потока. В исходной модели имелись два

поставшика сетевого блага, причем каждый из них стремился к максимизации чистой приведенной стоимости своего денежного потока, предвидя и принимая во внимание последствия действий конкурента:

 предполагается наличие на рынке как близоруких, так и стратегических потребителей, тогда как в исходной модели все потребители близоруки.

Близорукий покупатель при покупке ориентируется только на полезность блага в момент покупки. Как следствие, число близоруких потребителей, решившихся на покупку сетевого блага в момент t. функционально зависит от числа потребителей, совершивших покупку ранее, т.е. от размера всей сети к этому моменту (который обусловливает полезность сетевого блага для отдельного покупателя), и цены, предложенной производителем. Параметры этой зависимости не зависят от стратегий поставшика. Стратегический покупатель при покупке ориентируется на среднюю полезность приобретаемого сетевого блага за период владения им и стремится выбрать момент покупки так, чтобы максимизировать полезность от обладания сетевым благом, принимая во внимание поступающую информацию о стратегии поставщика. Поэтому решения стратегических потребителей зависят не только от предыстории, но и от ожидаемой постистории продаж.

Как и ранее, булем исхолить из того, что поставшик располагает точной молелью повеления всей совокупности потребителей, т.е. имеет возможность точно предсказать ее реакцию на свои действия, и строит свою стратегию исходя из таких предсказаний. Стратегическому покупателю известны планы поставщика, и поставщик напрямую учитывает это обстоятельство при планировании.

Дальнейшее изложение построим следующим образом. Введем вначале родовую модель для обеих моделей: исходной и изучаемой. Эта модель разделяет с исходной моделью все предположения, кроме одного: вместо двух поставщиков предположим наличие только одного, обладающего монополией на сетевое благо. Затем модифицируем родовую модель, наделив потребителя способностью к принятию стратегических решений с учетом информации о стратегии продавца.

Родовая модель выглядит следующим образом:

- размер сети в момент t -

$$N_{t} = M_{t}; (1)$$

- число потребителей сетевого блага в момент t —

$$M_{t} = \sum_{j=1}^{t-1} n_{j}; (2)$$

- переменные издержки в момент t —

$$V_{\cdot} = V n_{\cdot}; \tag{3}$$

предельный уровень цены, выше которого спрос на сетевое благо обнуляется,—

$$P_{t} \leq U_{t};$$
 (4)

- полезность сетевого блага в момент t —

$$U_{t} = U / \left(1 + d e^{-\gamma N_{t}}\right); \tag{5}$$

спрос на продукцию —

$$n_{t} = h(1 - P_{t} / U_{t})(M - M_{t}) / (1 + w e^{-\lambda U_{t}});$$
(6)

- накопленная приведенная стоимость (NPV) -

— накопленная приведенная стоимость (NPV) — 
$$S_{t} = -I + \sum_{j=1}^{t} \left[ n_{j} \left( P_{j} - V \right) - F \right] / \left( 1 + r \right)^{j}; \tag{7}$$
— производитель максимизирует  $S_{T}$ .

**Множества и индексы:**  $T$ — временной горизонт:  $t = 1$  — период в течение которого возмож-

**Множества и индексы:** T — временной горизонт; t = 1, ..., T — период, в течение которого возможны продажи сетевого блага (рабочая фаза проекта).

**Управляемые переменные:**  $P_t$  — цена продажи сетевого блага, установленная поставщиком для момента t.

**Зависимые переменные:**  $n_t$ ,  $n_j$  — объем продаж сетевого блага в момент t или j;  $N_t$  — размер сети;  $M_t$  — численность потребителей сетевого блага в момент t;  $U_t$  — полезность единицы сетевого блага в момент t, измеряемая в денежном выражении;  $V_t$  — валовые переменные издержки поставщика

в момент t;  $S_t$  — накопленная приведенная стоимость чистого дисконтированного денежного потока поставщика к моменту t включительно.

Параметры: r — альтернативная стоимость капитала (норма дисконтирования) в долях за единичный период времени; M — потенциал рынка сетевого блага (численность потенциальных потребителей); U — верхняя граница полезности единицы сетевого блага (в денежном выражении); d и  $\gamma$  — параметры зависимости полезности сетевого блага от  $N_t$ ; w и  $\lambda$  — параметры зависимости спроса на сетевое благо от его полезности; I — капитальные вложения, осуществляемые в момент t = 0; F — текущие постоянные издержки производства сетевого блага одним агентом (принимаются равными и неизменными во времени); V — переменные издержки производства сетевого блага в расчете на единицу продукции.

В родовой модели потребителям свойственно близорукое поведение: они пренебрегают возможностью извлечения дополнительной выгоды за счет выбора наилучшего момента времени для покупки. Вместо этого они делают покупку, как только обнаруживают, что в момент t текущая полезность блага достигла привлекательной для них величины и она больше цены блага. Родовая модель предполагает, что при цене на сетевое благо  $P_t$  и его полезности  $U_t$  численность таких потребителей окажется равна  $n_t$ . При этом величина субъективной полезности  $U_t$  зависит от размера сети в момент t, но не зависит от динамики (фактической либо ожидаемой) размера сети после совершения покупки: потребитель либо не в состоянии предсказать эту динамику, либо пренебрегает такой возможностью.

Предположим, что некоторым потребителям доступна информация о стратегических намерениях продавца (плановая динамика цен и объемов продаж) и они используют ее для выбора момента покупки. В отличие от близоруких покупателей они для принятия решения о покупке руководствуются не текущей полезностью

$$U_{Rt} = U_{t}, \tag{8}$$

а средней дисконтированной полезностью в течение срока предстоящего использования блага

$$U_{At} = \frac{1}{T - t + 1} \sum_{j=t}^{T} \left( U_j \left( 1 + \rho \right)^{-(j - t + 1)} \right), \tag{9}$$

где  $\rho$  — норма дисконтирования будущей полезности стратегическими потребителями. В остальном их поведение аналогично поведению близоруких покупателей: они делают покупку, как только обнаруживают, что в момент t их оценка  $U_{At}$  дисконтированной полезности блага достигла привлекательной для них величины и она превышает текущую цену  $P_t$ 

При таких обстоятельствах, если доля стратегических покупателей в их общем числе составляет q, уравнение спроса (6) родовой модели замещается парой уравнений:

$$n_{At} = h \left( 1 - \frac{P_t}{U_{At}} \right) \frac{qM - M_{At}}{1 + w e^{-\lambda U_{At}}}; \quad n_{Bt} = h \left( 1 - \frac{P_t}{U_{Bt}} \right) \frac{(1 - q)M - M_{Bt}}{1 + w e^{-\lambda U_{Bt}}}. \tag{10}$$

Соответственно, формулы (1) и (2) замещаются формулами

$$N_{t} = M_{At} + M_{Bt}; \ M_{At} = \sum_{j=1}^{t-1} n_{At}; \ M_{Bt} = \sum_{j=1}^{t-1} n_{Bt},$$
 (11)

формула (3) —

$$V_{t} = V\left(n_{At} + n_{Bt}\right),\tag{12}$$

формула (4) —

$$P_{t} \leq \min\left(U_{At}, U_{Rt}\right),\tag{13}$$

формула (7) —

$$S_{t} = -I + \sum_{j=1}^{t} \frac{\left(n_{Aj} + n_{Bj}\right)\left(P_{j} - V\right) - F}{\left(1 + r\right)^{j}}.$$
(14)

В формулах (8)—(14) обозначения с индексами A и B имеют то же значение, что и аналогичные обозначения без этих индексов в (1)—(7), но относятся к стратегическим (A) и близоруким (B) покупателям.

Как уже отмечалось, поставщик является монополистом и располагает точной моделью поведения потребителей в их совокупности. Это означает, что потребители всегда реагируют на его действия в соответствии с его ожиданиями. Следовательно, поведение всей системы определяется решением экстремальной задачи  $S_T$  тах при условиях (5), (8)—(14).

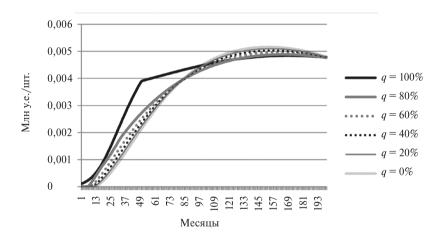
#### ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент проведен при следующих значениях параметров: T=200;  $N=10^6$  (шт.); U=0.01 (млн у.е.); d=100;  $\gamma=9\cdot10^{-6}$ ; I=500 (млн у.е.); F=2 (млн у.е.);  $V=10^{-4}$  (млн у.е./шт.); h=18; w=1000;  $\lambda=0.003$ ; r=0.0025 (мес.  $^{-1}$ );  $\rho=0.0025$  (мес.  $^{-1}$ );  $q\in\{0;0.2;0.4;0.6;0.8;1\}$ . Проверено, что значение q, равное 1, доставляет наибольшее значение величине  $S_T$  среди всех допустимых значений этого параметра.

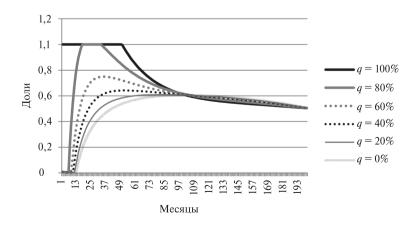
Получены следующие выводы.

Как показано на рис. 1, до тех пор пока стратегические покупатели не составляют подавляющую долю в общем числе покупателей, оптимальная динамика цен обладает качественным сходством с динамикой цен в модели (Дементьев, Светлов, 2020) в оптимумах по Парето и в равновесии Нэша в том отношении, что в ней выделяются три фазы. Первая фаза — распространение сетевого блага первым пользователям почти задаром, по минимально возможной цене (в модель введено техническое ограничение на минимальный уровень цены сетевого блага, составляющее 1 у.е., при том что максимальное значение, достигаемое при q=0 в периоде 153, составляет 5,16 тыс.у.е.), вторая фаза — рост цен, третья — их снижение.

Если же доля стратегических покупателей близка к 100%, первая фаза исчезает, а в фазе роста отчетливо выделяются два периода — быстрого роста и умеренного, причем переход от одного периода к другому происходит скачкообразно. Причину такого положения дел раскрывает график на рис. 2: при q=1 до окончания первого периода второй фазы остается эффективным ограничение (13). Это ограничение в течение непродолжительного периода эффективно и при q=0,8. В динамике цен, однако, его эффект заметен мало: изломы динамики цен в начале и конце этого периода присутствуют и в этом сценарии, но на рис. 1 они неразличимы.



**Рис. 1.** Динамика цен  $P_t$  на моделируемом рынке сетевого блага



**Рис. 2.** Динамика отношений цен к полезности  $P_t/U_t$  на моделируемом рынке сетевого блага

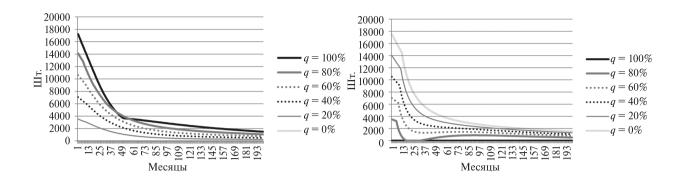


Рис. 3. Динамика объемов продаж на моделируемом рынке сетевого блага

Объемы продаж (рис. 3) у стратегических покупателей монотонно убывают, причем при q=1 опять-таки заметна точка излома при t=50, когда впервые появляется возможность делать покупки по цене ниже полезности. Изломы, не различимые на графике, имеют место при t=18 и t=33 в случае q=0,8. При  $q\in\{0;0,2;0,4;0,6\}$  цена никогда не достигает полезности, благодаря чему динамика продаж оказывается гладкой. Что касается близоруких покупателей (при q=1 таковые отсутствуют), динамика их покупок не всегда монотонна: для q=0,8 они прекращают покупки при t=18 и возобновляют их только при t=33. Затем имеет место рост до локального максимума при t=93, далее постепенное снижение. Для q=0,6 наблюдается локальный минимум покупок при t=38 и локальный максимум при t=75. Временное снижение объемов закупок обусловлено ценовой политикой продавца-монополиста: в этот период он, ориентируясь на спрос со стороны стратегов, поддерживает цены максимально близкими к полезности (см. рис. 2).

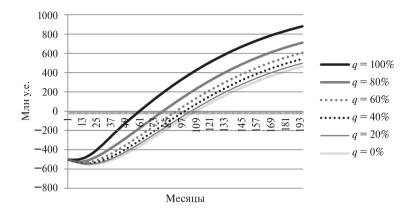
При  $q \in \{0; 0,2; 0,4\}$  динамика покупок близоруких потребителей становится монотонной, но остается негладкой: на графике заметны изломы, связанные с прекращением раздачи благ «почти задаром».

Закономерно, что размер сети к моменту завершения фазы бесплатной раздачи тем больше, чем эта фаза длиннее, т.е. чем меньше стратегических покупателей в общем числе покупателей (см. таблицу). Зависимость конечного размера сети от q не монотонна: она достигает минимума между q=0.6 и q=1. В отличие от размера сети зависимость NPV от q монотонна: наибольшего его значения удается достичь, когда все потребители стратегические.

Это качественное отличие исследуемого рынка от рынков, изученных в работах (Aviv, Pazgal, 2008; Levin, McGill, Nediak, 2009; Correa, Montoya, Thraves, 2016), обусловлено сетевым эффектом. Если в указанных работах стратегический покупатель ожидает снижения цен, то в нашем случае он ожидает роста полезности. Это обстоятельство позволяет продавцу-монополисту назначать на рынке, где присутствуют стратегические потребители, более высокие цены, чем на рынке, где их нет, с уверенностью в том, что такая стратегия увеличит выручку. Стратегический покупатель осознает, что средняя будущая полезность выше моментальной (если ставка дисконтирования не слишком велика), в связи с чем делает покупки раньше и по более высокой цене, ожидая, что в будущем цена может возрасти и останется сравнительно высокой даже на фазе снижения цен.

Таблица. Результаты моделирования в зависимости от параметра q

Фаза	q = 0	q = 0,2	q = 0,4	q = 0.6	q = 0.8	q = 1
Длительность продаж «почти задаром», мес.	12	11	10	9	7	_
Размер сети после бесплатного распространения, тыс. шт.	180,1	165,3	150,2	134,8	103,0	_
Момент завершения роста цен, мес.	152	154	156	159	164	166
Размер сети перед началом снижения цен, тыс. шт.	748,2	749,5	750,8	754,1	761,7	777,6
Pазмер сети при $t = T$	830,1	828,7	827,2	825,7	824,6	833,9
NPV поставщика, млн у.е.	457,8	492,0	536,9	600,2	704,6	866,3



**Рис. 4.** Динамика чистой приведенной стоимости  $S_t$  кумулятивного денежного потока продавца сетевого блага

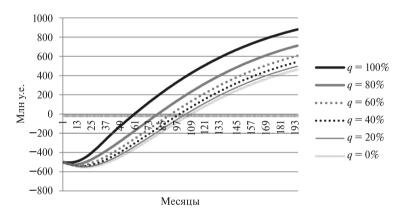


Рис. 5. Динамика излишка потребителя вследствие покупок сетевого блага (нарастающим итогом)

Стратегическое поведение потребителя позволяет продавцу удерживать повышенный уровень цен в сравнении с рынком близорукого потребителя в течение периода наиболее массового спроса, что, как показывают данные таблицы и рис. 4, положительно влияет на его NPV. Отсюда следует, что продавцу может оказаться выгодным раскрывать данные о своей стратегии и финансировать обучение потребителей стратегическому поведению при покупке сетевого блага (в пределах сумм, приведенная стоимость которых не превышает прибавки NPV, обусловленной стратегическим поведением потребителя). Финансирование обучения позволяет производителю влиять на параметр q в направлении его роста.

Указанный вывод, однако, обусловлен принятым в данном исследовании значением ставки дисконтирования полезности. При сильно выраженных межвременных предпочтениях в пользу текущего потребления средняя будущая полезность может оказаться меньше текущей. В таком случае стратегический потребитель приобретает свойства, схожие с изученными в вышеуказанных работах, т.е. ожидает снижения цен. При этом увеличение доли стратегических потребителей в их общем числе будет приводить к снижению NPV продавца .

Рост NPV продавца при росте q достигается ценой снижения накопленного потребительского излишка (рис. 5). Парадокс рынка благ с положительным сетевым эффектом (при условии низких ставок дисконтирования будущей полезности стратегическим потребителем) заключается в том, что потребителю выгоднее быть близоруким, чем стратегом. Стратег, в отличие от близорукого покупателя, знает, что в будущем получит большую полезность, чем сегодня, и принимает это знание в расчет, делая покупку. Но это знание приносит пользу не ему,

 $<sup>^{1}</sup>$  Этот эффект, в частности, наблюдался в числовых экспериментах при  $\rho = 0.015$  и прежних значениях остальных параметров.

а монополисту-продавцу — благодаря тому, что тот полностью контролирует цены и может капитализировать это знание. Близорукие же покупатели при аналогичной ценовой политике просто сократили бы спрос, так как не имели бы надежды на окупаемость цены полезностью. Стратегические покупатели приобретают сетевое благо даже когда его цена равна текущей полезности, близорукие при таких обстоятельствах покупок не совершают вовсе.

В связи с этим самая выгодная стратегия стратегических покупателей в условиях проведенного компьютерного эксперимента — притвориться близорукими. Но она эффективна лишь в том случае, если ей следуют все стратегические покупатели сразу или по крайней мере достаточно многочисленные, для того чтобы заставить монополиста проводить ценовую политику, близкую к характерной для рынка близоруких покупателей. Однако такая коалиция неустойчива: каждый отдельный стратегический покупатель имеет мотивацию совершить покупку раньше, чем требует коалиция, чтобы максимизировать свой личный излишек потребителя в надежде, что остальные стратеги продолжат ее соблюдать.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Сетевой характер многих современных благ способен принципиальным образом изменять как динамическое ценообразование поставщика таких благ, так и стратегическое поведение их покупателей. Когда наряду со стратегическими на рынке присутствует большое количество близоруких покупателей, максимизации дохода поставщика отвечает трехфазная динамика цен. Для активизации спроса на благо и обеспечения роста его потребительской полезности (в соответствии с сетевым характером блага) в начальный период используются низкие цены. Достигнутая достаточно высокая привлекательность блага позволяет перейти к быстрому повышению цены на него. Завершающей фазе соответствует политика снижения цены для привлечения оставшихся покупателей. Такие изменения ценовой траектории соответствуют тому, что наблюдается при оптимизации динамического ценообразования, когда на рынке сетевых благ присутствуют только близорукие потребители. Доминирование стратегических потребителей избавляет поставщика от необходимости разогрева рынка с помощью низких цен. Как следствие, его доход оказывается больше, а совокупный потребительский излишек меньше, чем при доминировании близоруких потребителей.

Если на рынке обычных благ даже монополист подвержен давлению стратегических покупателей и вынужден предпринимать контрмеры против такого давления, то на рынке сетевых благ стратегический покупатель становится заложником своей дальновидности. Выбирая время покупки, он учитывает выгоды от предстоящего роста полезности и потому, в отличие от близорукого покупателя, не отказывается от покупки даже тогда, когда установленная монополистом цена равна моментальной полезности, чем продавец и пользуется в своих интересах.

Когда покупателем является производственное предприятие, среди рассматриваемых им вариантов действий может быть и самостоятельное создание необходимого продукта. Эта возможность возвращает в повестку дня выстраивание договорных отношений между поставщиком и стратегическими потребителями, о чем писал еще Р. Коуз. Через такие отношения достижимо некоторое увеличение потребительского излишка стратегических покупателей при снижении риска появления конкурентов для поставщика.

За рамками выполненного исследования остались покупатели, склонные к демонстративному потреблению. Включение таких потребителей в модель формирующегося рынка сетевых благ, возможно, существенно повлияет на оптимальную для поставщика ценовую траекторию, и прежде всего на начальный ее этап.

Важным направлением дальнейших исследований является и моделирование процесса обновления сетевых благ при наличии стратегических потребителей.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

Дементьев В.Е., Светлов Н.М. (2020). Эффект стратегического подхода при динамическом ценообразовании на сетевые блага // Экономика и математические методы. Т. 56. № 2. С. 20—31. [Dementiev V.E., Svetlov N.M. (2020). Effect of strategic approach in dynamic pricing for the network goods. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 2, 20—31 (in Russian).]

- Дементьев В.Е., Устюжанина Е.В. (2019). Сравнительный анализ стратегий динамического ценообразования на рынках сетевых благ в случаях монополии и предконкурентного стратегического альянса // Экономи-ка и математические методы. Vol. 55. № 1. С. 16—31. [Dementiev V.E., Ustyuzhanina E.V. (2019). Comparative analysis of dynamic pricing strategies in markets of network goods (cases of monopoly and precompetitive strategic alliances). Economics and Mathematical Methods, 55, 1, 16—31 (in Russian).]
- **Agrawal V.V., Kavadias S., Toktay L.B.** (2015). The limits of planned obsolescence for conspicuous durable goods. *Manufacturing & Service Operations Management*, 18 (2), 216–226.
- **Amaldoss W., Jain S.** (2005). Conspicuous consumption and sophisticated thinking. *Management Science*, 51 (10), 1449–1466.
- **Aviv Y., Pazgal A.** (2008). Optimal pricing of seasonal products in the presence of forward-looking consumers. *Manufacturing & Service Operations Management*, 10 (3), 339–359. DOI: 10.1287/msom.1070.0183
- **Bensaid B., Lesne J.-P.** (1996). Dynamic monopoly pricing with network externalities. *International Journal of Industrial Organization*, 14 (6), 837–855.
- **Besanko D., Winston W.L.** (1990). Optimal price skimming by a monopolist facing rational consumers. *Management Science*, 36 (5), 555–567. DOI: 10.1287/mnsc.36.5.555
- Bulow J.I. (1982). Durable-goods monopolists. The Journal of Political Economy, 90 (2), 314-332.
- **Butz D.A.** (1990). Durable-good monopoly and best-price provisions. *The American Economic Review*, 80 (5), 1062–1076.
- Cabral L. (2011). Dynamic price competition with network effects. Review of Economic Studies, 78 (1), 83–111.
- **Cabral L., Salant D., Woroch G.** (1999). Monopoly pricing with network externalities. *International Journal of Industrial Organization*, 17 (2), 199–214.
- Coase R.H. (1972). Durability and monopoly. Journal of Law and Economics, 15 (1), 143-149.
- Correa J., Montoya R., Thraves C. (2016). Contingent preannounced pricing policies with strategic consumers. *Operations Research*, 64 (1), 251–272.
- **Courty P., Nasiry J.** (2016). Product launches and buying frenzies: A dynamic perspective. *Production and Operations Management*, 25 (1), 143–152.
- **Economides N., Mitchell M., Skrzypacz A.** (2004). Dynamic oligopoly with network effects. Available at: http://www.stern.nyu.edu/networks/Dynamic Duopoly with Network Effects.pdf
- **Fainnesser I.P., Galeotti A.** (2020). Pricing network effects: Competition. *American Economic Journal: Microeconomics*, 12 (3), 1–32. DOI: 10.1257/mic.20170226
- Gumbel P. (2007). Mass vs. Class. Fortune, September 17, 83–88.
- **Jing B.** (2003). Market segmentation for information goods with network externalities. *Information Systems Working Papers Series*. Available at: https://ssrn.com/abstract=1281325
- **Katz M.L., Shapiro C.** (1986). Technology adoption in the presence of network externalities. *The Journal of Political Economy*, 94 (4), 822–841.
- **Levin Y., McGill J., Nediak M.** (2009). Dynamic pricing in the presence of strategic consumers and oligopolistic competition. *Management* Science, 55 (1), 32–46.
- **Lim W.S., Tang C.S.** (2013). Advance selling in the presence of speculators and forward-looking consumers. *Production and Operations Management*, 22 (3), 571–587.
- Lin Y., Parlakturk A., Swaminathan J. (2018). Are strategic customers bad for a supply chain? *Manufacturing & Service Operations Management*, 20 (3), 481–497. DOI: 10.1287/msom.2017.0651
- **Liu J., Zhai X., Chen L.** (2019). Optimal pricing strategy under trade-in program in the presence of strategic consumers. *Omega*, 84 (C), 1–17. DOI: 10.1016/j.omega.2018.03.005
- **Liu Q., Ryzin G.L. van** (2008). Strategic capacity rationing to induce early purchases. *Management Science*, 54 (6), 1115–1131. DOI: 10.1287/mnsc.1070.0832
- **Papanastasiou Y., Savva N.** (2017). Dynamic pricing in the presence of social learning and strategic consumers. *Management Science*, 63 (4), 919–939. DOI: 10.1287/mnsc.2015.2378
- **Stokey N.L.** (1979). Intertemporal price discrimination. *The Quarterly Journal of Economics*, 93 (3), 355–371. DOI: 10.2307/1883163
- Su X. (2007). Intertemporal pricing with strategic customer behavior. *Management Science*, 53 (5), 726–741.
- **Su X., Zhang F.** (2008). Strategic customer behavior, commitment, and supply chain performance. *Management Science*, 54 (10), 1759–1773.

- Su X., Zhang F. (2009). On the value of commitment and availability guarantees when selling to strategic consumers. *Management Science*, 55 (5), 713–726.
- **Swinney R.** (2011). Selling to strategic consumers when product value is uncertain: the value of matching supply and demand. *Management Science*, 57 (10), 1737–1751.
- **Tereyağoğlu N., Veeraraghavan S.K.** (2012). Selling to conspicuous consumers: Pricing, production, and sourcing decisions. *Management Science*, 58 (12), 2168–2189. DOI: 10.1287/mnsc.1120.1545
- **Veblen T.** (1899). The theory of the leisure class: An economic study of institutions. New York: Dover Publications.
- Wei M.M., Zhang F. (2018). Advance selling to strategic consumers: Preorder contingent production strategy with advance selling target. *Production and Operations Management*. 27 (7), 1221–1235, DOI: 10.1111/poms.12863
- Yu M., Debo L.G., Kapuscinski R. (2016). Strategic waiting for consumer-generated quality information: Dynamic pricing of new experience goods. *Management Science*, 62 (2), 410–435.

# Influence of strategic consumers on the network goods market

© 2021 N.M. Svetlov, V.E. Dementiev

#### N.M. Svetlov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: nikolai.svetlov@gmail.com

#### V.E. Dementiev.

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: vedementey@rambler.ru

#### Received 08.06.2021

**Abstract.** One of the important trends in modern economic development is the expanding variety of so-called network commodities. Network commodity is such a good the usefulness of which for each consumer depends on the total number of using it consumers. The purpose of the paper is to study dynamic pricing in the network commodity market with a positive network effect in the presence of two types of consumers: myopic, taking into account only the current utility of the commodity, and strategic, focused on utility for the entire period of the commodity use. Market dynamics, including price trajectories maximizing the monopolist supplier's revenues, are established by running numerical experiments on the corresponding theoretical model. The features of this dynamics are revealed for the cases of a large share of myopic consumers and under the conditions of strategic consumers' dominance. It is demonstrated that, in contrast to the situation in the market of ordinary commodities, a monopoly supplier of the network commodity may be interested in the presence of strategic consumers in the market. The more such consumers are present, the shorter the period of warming up the market by the supplier by means of low prices and the higher the rate of the consequent price growth. Strategic consumers find themselves hostage of their own focus on the integral effect in consumption. The directions of further research of the market of network commodities with the heterogeneous consumers are presented.

**Keywords:** market dynamics, network effect, monopoly, market warmup, strategic consumer, myopic consumer, numerical experiment.

JEL Classification: D46, G30, C12.

**DOI:** 10.31857/S042473880017514-4

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

# Синергетический подход к макроэкономическим исследованиям

© 2021 г. В.А. Кармалита

### В.А. Кармалита,

Частный консультант, Канада; e-mail: karmalita@videotron.ca

Поступила в редакцию 12.05.2021

Аннотация. Ланная работа подтверждает принципиальную возможность применения принципов синергетики в макроэкономических исследованиях. В ней показано, что наличие в экономических системах типологем всех наук приводит к необходимости обращаться при их изучении также к дисциплинам естественных и технических наук в макроэкономических исследованиях. Игнорирование этого факта тормозит развитие фундаментальных экономических знаний и, как следствие, обусловливает использование метафизических понятий в моделях изучаемых систем. Поскольку отмеченная междисциплинарность свойственна синергетике, то исследована возможность ее применения в макроэкономике. На примере моделирования экономических систем показано, что их сущность (нелинейная пространственно-временная структура) соответствует основным положениям синергетики. Это позволяет использовать ее инструментарий в задачах макроэкономического анализа. На основе синергетического подхода предложена стохастическая модель экономических циклов, объясняющая их феномен и обеспечивающая количественное (параметрическое) описание циклов. Новизна модели, описывающей циклы в виде случайных колебаний, связана с вероятностным описанием инвестиционной функции и восприятием экономической системы как материального объекта с определенными свойствами. Согласно предложенной модели колебания совокупного дохода вызваны как экзогенной (флуктуации инвестиций), так и эндогенной (эластичность экономической системы) причинами. Значения отклонений доходной функции относительно ее долговременного тренда определяются интенсивностью инвестиционных флуктуаций и эффективностью экономической системы. Продолжительность циклов связана с совокупным богатством системы и ее динамическим коэффициентом, характеризующим способность системы не только противостоять колебаниям инвестиций, но и устранять их последствия. Показана возможность практического применения предложенной модели для управления экономическим циклом.

**Ключевые слова:** объект науки, предмет науки, синергетика, экономическая система, инвестиционная функция, совокупный доход, экономические циклы, случайные колебания.

Классификация JEL: A12, C33, E32.

**DOI:** 10.31857/S042473880017525-6

#### ВВЕДЕНИЕ

Тип научной деятельности определяется объектами исследований, в соответствии с которыми принято (Денисова, 2012, с. 61) деление наук на естественные, технические и социальные (общественные). Естественные науки изучают объекты материального мира, а также связанные с ними явления. В технических науках исследуются результаты человеческой деятельности в виде искусственно созданных объектов со всеми их связями и происходящими в них процессами. Наконец, в социальных науках объектами исследований являются общество и его особенности, а также отношения между людьми и их группами.

Экономическая наука отнесена (Самуэльсон, Нордхаус, 2005, с. 16) к социальным, хотя в действительности она включает объекты всех видов наук:

- естественных население, натуральные ресурсы, природные явления;
- технических искусственные объекты, производящие товары и оказывающие услуги;
- социальных связи (отношения) между людьми в процессах производства товаров/услуг, их распределения и обмена.

Следует отметить, что объекты науки — объективно существующая реальность, подвергающаяся исследованиям. В результате их исследований возникают предметы науки в виде абстрактных (математических) моделей свойств объекта (Жуланов, 2013, с. 18). Вследствие вышеуказанных междисциплинарных свойств экономических объектов их исследования требуют обращения также и к естественным и техническим наукам. Игнорирование этого факта неизбежно замедляет развитие фундаментальных знаний в экономической науке. В результате применяемые в ней модели (Кузнецов, 2011) включают метафизические понятия, компенсирующие недостаток знаний о свойствах исследуемых объектов. В качестве примера таких понятий могут служить в неоклассической теории — принцип рыночного клиринга, а в кейнсианской — предположение о росте сбережений индивидуума с увеличением его дохода. Метафизические принципы характеризует невозможность их количественной верификации. Как известно, Макс Планк допускал включение в физику только того, что подлежит измерениям (Квон, 2020). Действительно, какой показатель может быть мерой равенства спроса и предложения в данный момент времени? Как можно колический закон Кейнса?

Использование метафизических понятий присуще естественному развитию наук и может быть весьма продуктивным. В 1618 г. Ренэ Декарт ввел понятие «светоносный эфир», использовавшееся в физике вплоть до появления теории относительности в начале XX в. Но поскольку модели с метафизическими понятиями согласуются только с известными фактами, они постоянно модифицируются (улучшаются) по мере появления новых знаний и наблюдений. Улучшение происходит в соответствии с эвристикой: больше знаний об объекте исследований — меньше метафизики в его моделях. По мере исключения метафизических понятий дальнейшее углубленное изучение свойств объекта позволяет уточнять модель для достижения необходимой точности их количественного описания.

С точки зрения системного анализа присутствие в объекте экономических исследований предметов разнообразных наук позволяет представить его в виде совокупности разнотипных подсистем. Такой подход характерен для постнеклассического этапа (вторая половина XX — начало XXI в.) развития науки, которому присуща *парадигма синергетики* (Денисова, 2012, с. 64). Термин «синергетика», введенный Германом Хакеном в 1969 г., обозначает учение об общих закономерностях, действующих в системе, состоящей из подсистем, взаимодействие которых может приводить к самоупорядочиванию ее поведения. В силу возможной разнотипности подсистем нахождение общих принципов возникновения некоторой макроструктуры требует кооперирования различных дисциплин (Хакен, 1980), т.е. использования предметов разнообразных наук.

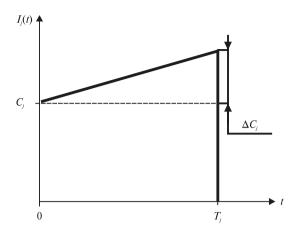
Базируясь на сходстве математических моделей, синергетика позволяет отвлечься от природы (типа) рассматриваемых систем и, по мнению Хакена, может обнаружить общие принципы, применимые в том числе и к общественным наукам (экономике, социологии, психологии). Его утверждение подтверждено многолетней практикой применения принципов синергетики в экономической науке. Более того, сегодня термин «экономическая синергетика» (Занг, 1999) является общеупотребительным.

Следует отметить, что синергетическая парадигма присутствует в основном как методологическая практика экономической науки (Очерки по экономической синергетике, 2017). Примеров использования инструментария синергетики в конкретных экономических исследованиях явно недостаточно. Этот факт мотивировал автора рассмотреть принципиальную возможность применения положений синергетики к задачам макроэкономического анализа.

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Сущность синергетики определяют следующие базовые положения (Синергетике 30 лет, 2000):

- взаимодействие подсистем приводит к возникновению пространственно-временных структур;
- рассматриваемые системы подвергаются внешним и внутренним колебаниям;
- системы являются нелинейными и открытыми;
- во многих случаях система имеет математическое описание.



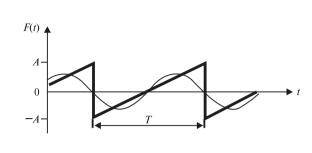


Рис. 1. Инвестиционный цикл во временной области

Рис. 2. Фрагмент пилообразной функции

Обратимся к макроэкономической задаче разработки моделей разнообразных систем (региональных, национальных, глобальной). Как материальный объект экономическая система представляет собой географически распределенную (в двух координатах) многомерную (несколько входов/ выходов) систему. Иначе говоря, ее выход X(t) и вход Y(t) являются векторами с размерностями kи т соответственно.

Рассмотрим один из входов экономической системы в виде инвестиционной функции, которую обозначим как I(t). Ее значение представляет собой результат действий N агентов, каждый из которых порождает инвестиционный цикл  $I_i(t)$ , характеризуемый начальным капиталом  $C_i$ , длительностью периода  $T_i$  и возвратом инвестиций (доходностью)  $\Delta C_i$ . При этом полагаем, что изменение возврата инвестиций во времени происходит линейным образом (рис. 1). Переменные значения инвестиционного цикла соответствуют периоду так называемой пилообразной функции F(t), представленной на рис. 2.

Эта периодическая функция может быть представлена бесконечным рядом Фурье:  $F\left(t\right) = \frac{2A}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \sin(2\pi pt \, / \, T).$ 

$$F(t) = \frac{2A}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \sin(2\pi pt / T)$$

На рис. 2 показана первая (p=1) гармоника  $\sin(2\pi ft)$  с частотой f=1/T. Отсюда следует правомерность утверждения о подверженности экономических систем внешним колебаниям.

Рассмотрим в качестве одного из выходов экономической системы функцию дохода X(t), значения которой являются монетарной оценкой в момент времени t произведенных продуктов и предоставленных услуг. Обычно она представляется оценкой в виде валового внутреннего продукта, который является интегральным значением X(t) за некоторый период времени. В качестве примера на рис. 3 показаны темпы изменения мирового валового продукта во времени (Korotaev, Tsirel, 2010, p. 7).

Очевидно, что наблюдаемые на рисунке флуктуации мирового валового продукта имеют явно нерегулярный, т.е. случайный, характер. Спектральный анализ этих флуктуаций (ibid, р. 9) показывает

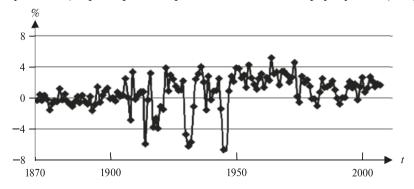


Рис. 3. Темпы изменения мирового валового продукта

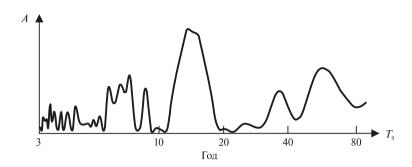


Рис. 4. Амплитудный спектр флуктуаций мирового валового продукта

их многокомпонентность, т.е. наличие нескольких циклов (рис. 4,  $T_0$  — период цикла). Таким образом, представленные примеры подтверждают, что в экономических системах присутствуют как внешние (вход), так и внутренние (выход) колебания.

Напомним, что синергетика имеет отношение только к нелинейным системам. Анализ взаимосвязи циклов, представленных на рис. 4, показал (Korotaev, Tsirel, 2010, р. 29), что цикл (ритм) Кузнеца является третьей гармоникой волны Кондратьева ( $T_0 \approx 52-53$  года). Этот факт и известная тригонометрическая формула  $\sin^3 2\pi f t = 0,75\sin 2\pi f t - 0,25\sin 6\pi f t$  допускают кубическую нелинейность рассматриваемой системы.

Экономические системы взаимодействуют с внешней средой (рынок) в форме материи и информации, т.е. их можно классифицировать как открытые. Поскольку при этом взаимодействии происходит поставка (потеря) продукции (материи), то экономические системы являются диссипативными (Willems, 1972, р. 321–352). Как известно (Ashby, 1962, р. 255–278), в распределенных диссипативных системах вследствие присущих им механизмов самоорганизации могут возникать (исчезать) локализованные и взаимосвязанные объекты. В случае экономических систем такими объектами являются хозяйствующие субъекты, а элементами самоорганизации — их создание (учреждение), банкротство, слияние, поглощение, реструктуризация и пр.

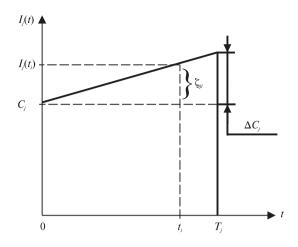
Резюмируя вышеизложенное, можно сказать, что экономические системы представляют собой нелинейную пространственно-временную структуру, которая со времен Ньютона математически описывается в виде уравнений в частных производных (УЧП):  $\Lambda X(t) = Y(t)$ . Математический оператор  $\Lambda$  (система дифференциальных уравнений) связывает вход Y(t) с состоянием системы X(t) при заданных граничных (взаимодействие с рынком) условиях. Поскольку наивысшей характеристикой экономической динамики является «ускоренное развитие», то оператор  $\Lambda$  содержит УЧП второго порядка. Другими словами, УЧП будут содержать первую (скорость) и вторую (ускорение) частные производные выхода X(t) по времени.

Продемонстрированное соответствие сущности экономических систем базовым положениям синергетики обосновывает возможность применения ее инструментария в задачах макроэкономики. В качестве примера рассмотрим синергетический подход к задаче моделирования одномерной молели экономических пиклов.

#### МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ

Если вход и выход распределенной системы проинтегрировать (суммировать) внутри установленной области (регион, страна, мир), то она будет иметь сосредоточенные параметры, которые зависят только от времени и не зависят от координат. В случае когда рассматриваются только один вход и один выход экономической системы, ее модель будет одномерной. Рассмотрим экономическую модель «инвестиции  $\rightarrow$  доход», которую можно математически записать в виде следующего нелинейного дифференциального уравнения  $F(t,I,X,\dot{X},\dot{X})=0$ . Вход этой модели — инвестиционная функция I(t), выход X(t) — совокупный доход.

Значения инвестиционной функции I(t), как указывалось ранее, являются результатом независимых действий N агентов. Это допускает случайное начало каждого инвестиционного цикла j, т.е. момент времени  $t_i$  будет иметь случайную и равновероятную позицию в пределах длительности цикла  $T_j$  (рис. 5). Здесь  $\xi_{ji}$  — значение случайной величины  $Z_j(t)$  в момент времени  $t_i$ , т.е.  $\xi_{ji} = Z_j(t_i)$ . Величина  $Z_j$  имеет равномерное распределение вследствие линейности функции  $I_j(t)$ . Ее функция плотности вероятности ( $\Phi \Pi B$ )  $f(\xi_i)$  представлена на рис. 6.



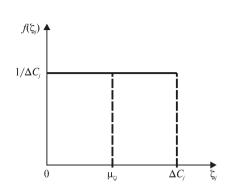


Рис. 5. Вероятностное описание инвестиций

**Рис. 6.**  $\Phi \Pi B$  случайной величины  $Z_i$ 

Характеристиками ФПВ являются математическое ожидание  $\mu_{\zeta_j} = 0.5\Delta C_j$  и дисперсия  $D_{\zeta_j} = \Delta C_j^2 / 12$ . В принципе инвестиции могут завершаться и убытками, т.е. математическое ожидание  $\mu_{\zeta_j}$  может быть как положительной, так и отрицательной величиной.

Таким образом, инвестиционный цикл j может быть записан в виде  $I_j(t) = C_j + Z_j(t) = M_j + E_j(t)$ , где  $M_j = C_j + \mu_{\zeta_j}$ ,  $E_j(t) = Z_j(t) - \mu_{\zeta_j}$ . При этом случайная величина  $E_j(t)$  имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию  $D_{\varepsilon_j} = D_{\zeta_j}$ .

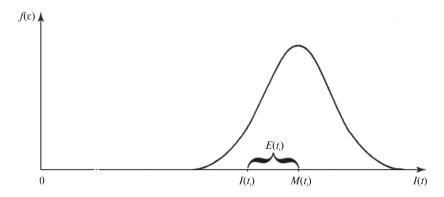
Представление входа экономической системы в виде суммы всех ( $N < \infty$ ) существующих инвестиционных циклов позволяет записать I(t) в виде суммы детерминированной M(t) и случайной E(t) составляющих:

$$I(t) = \sum_{j=1}^{N} I_{j}(t) = \sum_{j=1}^{N} M_{j} + \sum_{j=1}^{N} E_{j}(t) = M(t) + E(t).$$
(1)

Детерминированная компонента M(t) определяет долгосрочный тренд инвестиций, а случайная E(t) — флуктуацию их значений вокруг тренда.

Вследствие суммирования большого числа независимых случайных величин  $E_j(t)$ , имеющих равновероятное распределение, ФПВ процесса E(t) стремится к Гауссовскому распределению с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $D_{\varepsilon} = \sigma_{\varepsilon}^2 = \sum_{j=1}^N \left(\Delta C_j^2 / 12\right)$ . Значение  $D_{\varepsilon}$  всегда ограничено ввиду конечности  $\Delta C_j$  и числа агентов N. Вид ФПВ  $f(\varepsilon)$  представлен на рис. 7.

Инвестиционные циклы отличаются своей продолжительностью: у одних она составляет дни, у других — годы или даже десятилетия. Это означает, что флуктуации E(t) представляют собой широкополосный случайный процесс с независимыми и конечными значениями. Математической моделью такого процесса может быть гауссовский белый шум.



**Рис.** 7.  $\Phi \Pi B$  процесса E(t) в момент времени  $t_i$ 

Аналогично тому, как инвестиции были представлены детерминистической и случайной составляющими, совокупный доход X(t) можно представить суммой тренда и флуктуаций его значений. Из графика на рис. 3 следует, что амплитуды флуктуаций на порядок меньше значений доходной функции, т.е. циклы представляются как ее малые отклонения. Поэтому для описания случайной составляющей  $\Xi(t)$ , соответствующей конкретному циклу с периодом  $T_0$ , можно линеаризовать уравнение (1), сведя его к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\ddot{\Xi}(t) + 2h\dot{\Xi}(t) + (2\pi f_0)^2 \Xi(t) = E(t). \tag{2}$$

Описание малых отклонений линейными уравнениями соответствует практике моделирования нелинейных динамических систем (Боголюбов, Митропольский, 1974).

Уравнение (2) описывает динамику упругой системы с собственной частотой  $f_0$  и коэффициентом демпфирования (затухания) h (Болотин, 1979). Напомним, что если в момент времени  $t_0$  упругая система кратковременно выводится из равновесного состояния внешним воздействием, то затем она колеблется относительно состояния равновесия с периодом  $T_0 = 1/f_0$  в течение некоторого времени. Амплитуда этих колебаний затухает экспоненциально  $A(t) = A(t_0) e^{-h(t-t_0)} \cos 2\pi f_0 (t-t_0)$ . Подобное поведение называется собственными (свободными) колебаниями упругой системы. В случае когда ее входом является белый шум E(t), выход системы представляет собой случайные колебания (Болотин, 1979), частоты которых сосредоточены в окрестностях значения  $f_0$ .

Для параметрического описания случайных процессов используется понятие «динамическая формирующая система». Оно позволяет рассматривать наблюдаемый процесс как выход некоторой гипотетической системы, входом которой является белый шум. Параметры этой системы используются для описания (характеристики) наблюдаемого процесса. Таким образом, случайные колебания (рассматриваемый цикл) описываются параметрами соответствующей упругой системы: собственной частотой  $f_0 = 1/T_0$  и коэффициентом демпфирования h.

Уравнение (2) успешно применялось (Кармалита, 2018) для моделирования колебательных процессов в объектах как естественных (турбулентное горение), так и технических (вибрации турбомашин) наук. Подтвержденный на практике изоморфизм рассматриваемой модели случайных колебаний допускает ее применение и для исследований циклических процессов в экономических системах. Параметры этой модели должны иметь интерпретацию, соответствующую концептуальным основам экономики.

Рассмотрим коэффициент демпфирования h, который характеризует, например в механических системах, потери энергии. В случае экономической системы его можно интерпретировать как описание ее издержек. Иначе говоря, чем меньше значение h, тем меньше потери при производстве товаров или указании услуг. Однако подобная интерпретация пока не подкреплена каким-либо количественным соотношением значений h и издержек экономических систем. Поэтому в случае экономических циклов предлагается другой показатель эффективности системы — ее среднеквадратический коэффициент усиления в виде  $K_{\sigma} = \sigma_{\xi} / \sigma_{\varepsilon}$ . Здесь  $\sigma_{\xi}$  и  $\sigma_{\varepsilon}$  — среднеквадратические отклонения колебаний доходной и инвестиционной функций соответственно. Чем больше  $K_{\sigma}$ , тем выше эффективность системы. Другими словами, при одном и том же уровне инвестиций система с большим коэффициентом усиления приносит больший доход.

Что касается собственной частоты упругой системы  $f_0$ , она является  $modo\tilde{u}$  случайных колебаний. Ее величина, как правило, связана с колеблющейся массой. Последняя является одной из характеристик материальных объектов, например их способности сохранять движение в отсутствие внешних воздействий. Это свойство именуется инерцией объекта. Чем больше масса, тем медленнее изменяется движение объекта, а в случае его колебаний — тем меньше собственная частота колебаний.

Аналогом массы в экономической системе может выступать ее включенное (совокупное) богатство  $W_I$ , определяемое как монетарное выражение всех ее активов (производство, рабочая сила, материальные запасы и финансы). Чем больше совокупное богатство системы, тем дольше она может функционировать при отсутствии инвестиций (нулевом входе).

Возможность использовать совокупное богатство системы в качестве меры ее инерционных свойств подтверждает и следующее определение  $W_I$ : «Совокупное богатство — мера, предназначенная для определения того, находится ли общество на траектории устойчивого развития» (Polansky et al., 2015). Эта формулировка вызывает прямую ассоциацию экономического термина «устойчивая траектория» с физическим термином «инерционное движение». Поэтому представляется уместным полагать, что инерционные свойства (способность сохранять текущее состояние) экономической системы могут характеризоваться

ее совокупным богатством. Логичным представляется и обратно пропорциональное влияние значения  $W_I$  на собственную частоту системы, т.е. чем больше совокупное богатство, тем меньше  $f_0$ .

Следует отметить существование определенного соотношения между компонентами совокупного богатства конкретной системы, устанавливаемое механизмом ее самоорганизации. Другими словами, каждая экономическая система имеет четко определенную структуру своего совокупного богатства, которая может деформироваться под воздействием инвестиционных колебаний. Свойство противостоять такому изменению структуры  $W_I$  и восстанавливать ее после устранения внешнего воздействия определяет жесткость (эластичность) системы. Примем в качестве характеристики эластичностии экономической системы ее динамический коэффициент  $w_s$ .

Принимая во внимание все вышесказанное, можно постулировать следующий вид взаимосвязи собственной частоты экономической системы с ее совокупным богатством  $f_0 = 1/T_0 = \sqrt{w_s/W_I}/2\pi$ . Если размерность  $w_s$  представляет собой монетарную единицу, деленную на квадрат единицы времени (руб./год²), то  $f_0$  будет измеряться числом циклов в год, а ее период — годами. Динамический коэффициент  $w_s$  можно интерпретировать как ускорение, с которым перераспределяется совокупное богатство между его активами при изменении структуры  $W_I$ .

Потенциальные возможности использования стохастической модели (2) в макроэкономических исследованиях можно проиллюстрировать следующим образом. Как известно, одним из инструментов денежно-кредитной политики является основная (базовая) процентная ставка. В соответствии со стохастической моделью циклов изменение процентной ставки приводит к изменению интенсивности колебаний инвестиций E(t). Напомним, что их дисперсия определяется числом существующих инвестиционных циклов N и их доходностью  $\Delta C_j$ :  $D_{\varepsilon} = \sum_{j=1}^{N} \left(\Delta C_j^2\right)/12$ .

Изменение процентной ставки влияет и на интенсивность колебаний доходов  $\Xi(t)$ , поскольку  $\sigma_{\xi} = K_{\sigma}\sigma_{\epsilon}$ . Иначе говоря, манипулирование процентной ставкой позволяет влиять на амплитуду экономического цикла.

Однако изменение процентной ставки влияет и на значения инвестиционного тренда M(t), который также включает доходность инвестиций  $\Delta C_j$ :  $M\left(t\right) = \sum_{j=1}^N (C_j + 0.5\Delta C_j)$ . Поэтому изменение процентной ставки будет приводить к однонаправленному изменению как интенсивности цикла, так и долгосрочного тренда доходной функции. Другими словами, действия, направленные, например, на уменьшение интенсивности (амплитуды) цикла, приведут и к уменьшению значений долговременного тренда доходов.

В отличие от этого предложенная модель (2) позволяет избирательно воздействовать на цикл изменением процентной ставки только инвестиций с длительностями, коррелированными с его периодом  $T_0$  (Karmalita, 2020). Рассмотрим свойства линейной упругой системы в частотной области, которые представляются ее амплитудной A(f) и фазовой  $\Phi(f)$  частотными характеристиками (рис. 8). A(f) определяет

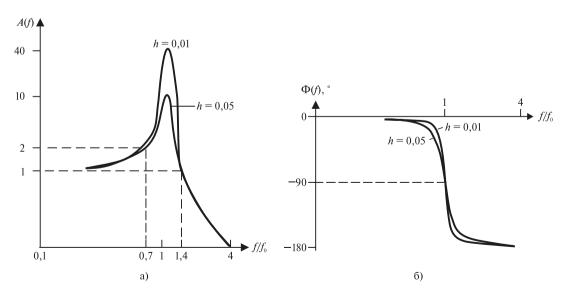


Рис. 8. Амплитудная (а) и фазовая (б) частотные характеристики упругой системы

соотношение амплитуд гармоник входного и выходного процессов упругой системы, а  $\Phi(f)$  — разность их фаз, что эквивалентно запаздыванию во времени выходного процесса по отношению ко входному.

На рис. 8а показано, что основная часть энергии (амплитуды) случайных колебаний концентрируется в диапазоне частот  $0.7 \le f/f_0 \le 1.4$ . Этот факт позволяет адресно воздействовать на цикл путем изменения процентной ставки инвестиций с длительностями в следующем интервале времени  $1/(1.4f_0) \le T_i \le 1/(0.7f_0)$ .

На рис. 8б видно, что ощутимые результаты этого действия проявятся с временной задержкой в четверть периода цикла ( $T_0/4$ ). Поэтому сдерживание вышеуказанных инвестиций обеспечивает уменьшение эффекта последующего падения значений  $\Xi(t)$ .

Более того, при приближении экономического цикла к своему пику стимулирование инвестиций с длительностями  $T_j < 1/(1,4f_0)$  и  $T_j > 1/(0,7f_0)$  приведет к росту значений долговременного тренда доходов. Это позволит компенсировать последующий циклический спад доходной функции.

Естественно, изложенный подход к управлению циклом требует разработки соответствующих инструментов монетарной и фискальной политик для стимулирования (сдерживания) инвестиций с определенной длительностью.

#### выводы

Присутствие в экономических системах типологем естественных, технических и социальных наук требует использования их дисциплин при исследовании экономических объектов. Игнорирование этого факта замедляет развитие фундаментальных экономических знаний и приводит к необходимости использовать метафизические понятия в моделях экономических систем.

Показано, что сущность экономических систем соответствует базовым положениям синергетики, что позволяет применять ее принципы в задачах макроэкономического анализа. На основе синергетического подхода предложена стохастическая модель экономических циклов, объясняющая их феномен и обеспечивающая количественное (параметрическое) описание циклов. Предлагаемый нами подход базируется только на одном допущении, а именно на постулировании линейного изменения во времени значения инвестиционной функции. Как правило, доходность инвестиций на порядок меньше их значений, а возможные отличия реальной доходности относительно линейного тренда можно трактовать как малые отклонения. Они представляют собой величины, которые на один-два порядка меньше значений инвестиционной функции, что обосновывает правомерность использования линейного изменения доходности инвестиций.

Согласно предложенной нами стохастической модели экономические циклы вызваны как экзогенной (колебания инвестиций), так и эндогенной (эластичность системы) причинами. Амплитуда отклонений функции доходов определяется интенсивностью инвестиционных колебаний и коэффициентом усиления (эффективностью) экономической системы. Продолжительность циклов зависит от совокупного богатства системы и ее динамического коэффициента, характеризующего способность системы противостоять внешним воздействиям и устранять их последствия. Все вышеизложенное позволяет интерпретировать циклы как «естественный шум», сопровождающий функционирование рыночной экономики вследствие случайного характера осуществляемых инвестиций.

Продемонстрирована возможность практического применения стохастической модели циклов в задачах макроэкономического анализа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

**Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.** (1974). Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука. 504 с. [**Bogolubov N.N., Mitropol'skii Yu.A.** (1974). *Asymptotic methods in theory of nonlinear oscillations*. Moscow: Nauka. 504 p. (in Russian).]

**Болотин В.В.** (1979). Случайные колебания упругих систем. М.: Наука. 336 с. [**Bolotin V.V.** (2010). *Random vibrations of elastic systems*. Berlin: Springer Verlag. 468 p. Translated from the Russian. (Originally published by Moscow: Nauka, 1979).]

**Денисова Л.Б.** (2012). Систематика знаний и модели классификации наук // *Научный вестник Омской ака- демии МВД России*. Вып. 1 (44). С. 60–64. [**Denisova L.B.** (2012). Systematics of knowledge and classification

- models of sciences. Scientific Bulletin of the Omsk Academy of the Internal Affairs Ministry of Russia, 1 (44), 60–64 (in Russian).]
- Жуланов А.Л. (2013). К вопросу о соотношении понятий объекта и предмета науки в классическом и неклассическом естествознании // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета (ПГГПУ). Серия № 3. Гуманитарные и общественные науки. Вып. 1. С. 17—26. [Zhulanov A.L. (2013). Towards the relationship between the concepts of the object and the subject of science in classical and non-classical natural science. Bulletin of Perm State Humanitarian Pedagogical University (PSHPU). Series 3. Humanities and Social Sciences, 1, 17—26 (in Russian).]
- **Занг В.-Б.** (1999). Синергетическая экономика. Время и перемены в нелинейной экономической теории. Пер. с англ. М.: Мир. 335 с. [**Zhang W.-B.** (1999). *Synergetic economics: Time and change in nonlinear economics*. Translated from the English by Berlin, Heidelberg: Springer Verlag. 361 p. (in Russian).]
- **Кармалита В.А.** (2018). Цифровая обработка случайных колебаний. 2-е изд. М.: Инновационное машиностроение. 88 с. [Karmalita V. (2019). *Digital processing of random oscillations*. Berlin, Boston: De Gruyter. 95 p.]
- **Квон Д.Х.** (2020). Постоянная номер один всей Природы // *Независимая газета*. № 269. [**Kvon D.Kh.** (2020). The constant number one of all Nature. *Nezavisimaya Gazeta*, 269 (in Russian).]
- **Кузнецов Ю.А.** (2011). Математическое моделирование экономических циклов: факты, концепции, результаты // Экономический анализ: теория и практика. № 18 (225). С. 42—56. [**Kuznetsov Yu. A.** (2011). Mathematical modeling of economic cycles: Facts, concepts, results. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 8 (225), 42—56 (in Russian).]
- Очерки по экономической синергетике (2017). Под ред. В.И. Маевского, С.Г. Кирдиной-Чэндлер, М.А. Дерябиной. М.: ИЭ РАН. 182 с. [Essays on economic synergetics (2017). V.I. Mayevsky, S.G. Kirdina-Chandler, M.A. Deryabina (Eds.). Moscow: Institute of Economics, Russian Academy of Sciences. 182 p. (in Russian).]
- **Самуэльсон П.Э., Нордхаус В.Д.** (2005). Экономика. Пер. с англ. М.: Вильямс. 680 с. [**Samuelson P., Nordhaus W.** (2005). *Economics*. Moscow: Vil'jams. Translated from the English (Originally published by McGraw-Hill: Irwin, 18<sup>th</sup> ed., 2004. 800 p.) (in Russian).]
- Синергетике 30 лет (2000). Интервью с профессором Г. Хакеном // *Bonpocы философии*. № 3. С. 53–61. [*30 Years of synergetics* (2000). Interview with Professor Hermann Haken. *Voprosy Filosofii*, 3, 53–61 (in Russian).]
- **Хакен Г.** (1980). Синергетика. Пер. с англ. М.: Мир. 404 с. [**Haken H.** (1980). *Synergetics*. Translated from the English. Moscow: Mir. 404 p. (in Russian).]
- **Ashby W.R.** (1962). Principles of the self-organizing system. In: H. Foerster von, G. Zopf (Eds.). *Principles of Self-Organization*. London: Pergamon Press, 255–278.
- Karmalita V. (2020). Stochastic dynamics of economic cycles. Berlin, Boston: De Gruyter, 106 p.
- **Korotaev A.V., Tsirel S.V.** (2010). Spectral analysis of world GDP dynamics: Kondratieff waves, Kuznets swings, Juglar, and Kitchin cycles in global economic development, and the 2008–2009 economic crisis. *Structure and Dynamics*, 4 (1), 1–56.
- Polansky S., Bryant B., Hawthorne P., Johnson J., Keeler B., Pennington D. (2015). Inclusive wealth as a metric of sustainable development. *Ann. Rev. of Environment and Resource*, 40, 445–466.
- Willems J.C. (1972). Dissipative dynamic systems. Part I: General theory. *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 45, 321–352.

# Synergetic approach to macroeconomic studies

© 2021 V.A. Karmalita

#### V.A. Karmalita,

Private consultant, Canada; e-mail:karmalita@videotron.ca

Received 12.05.2021

**Abstract.** This paper confirms the principal possibility of using synergetics in macroeconomic studies. It noted that the presence in economic systems of all science typologies requires using the subjects of natural and engineering sciences for the study of economic objects as well. Ignoring this fact hinders the development of fundamental economic knowledge and, as consequence, conditions of the use of metaphysical concepts in developed models. Since the above interdisciplinarity is inherent in synergetics, its applicability in macroeconomics is considered. On the example of modeling economic systems, it is demonstrated that their essence (nonlinear space-time structure) corresponds to the basic provisions of synergetics. Therefore, its tools are eligible in the tasks of macroeconomic analysis. As an example, this paper proposes the stochastic model of economic cycles explaining their phenomenon as well as providing the quantitative (parametric) description of cycles. Novelty of the model describing the cycles as random oscillations is tied to the probabilistic description of the investment function and the perception of the economic system as a material object with certain inherent properties. According to a proposed model, the income oscillations are induced by both exogenous (investment fluctuations) and endogenous (economic system elasticity) causes. The values of fluctuations of the income function around its longterm trend relate to the value of intensity of investment fluctuations as well as the gain (efficiency) of the economic system. The duration of the cycle is related to the inclusive wealth of the system and its dynamic factor, which characterizes the system's ability to withstand investment fluctuations as well as to eliminate their consequences. Prospects of practical applications of the considered model were demonstrated on the example of cycle management.

**Keywords:** object of science, subject of science, synergetics, economic system, investment function, income function, economic cycles, random oscillations.

JEL Classification: A12, C33, E32.

**DOI:** 10.31857/S042473880017525-6

# —— НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ —

# Мажоритарно-оптимизационное согласование справедливости и эффективности налогообложения граждан и производства

© 2021 г. С.В. Граборов

С.В. Граборов,

ЦЭМИ РАН, Москва, e-mail: sergei.graborov@yandex.ru

Поступила в редакцию 17.05.2021

Аннотация. В настоящей работе предлагается мажоритарно-оптимизационный подход к формализованному согласованию справедливости и эффективности налогообложения граждан и производства. Принципиальные особенности такого подхода включают, во-первых, введение новых вариантов определения и модельной формализации понятий справедливости и эффективности налогообложения, во-вторых, построение соответствующих этим понятиям теоретических моделей оптимизации налогообложения граждан и производства. Введено понятие генно-культурной ренты, являющейся неотъемлемой частью доходов от трудовой и предпринимательской деятельности. Предусматривается ее частичное изъятие посредством прогрессивных налогов. В целях обеспечения распределительной справедливости в качестве критерия оптимальности налогообложения граждан принимается минимизация налоговых платежей их большинства с низкими. средними и относительно высокими доходами. При этом для учета экономических интересов меньшинства граждан с очень высокими доходами вводятся ограничения на максимально возможные значения налоговых ставок на доходы, имущество и потребление, чтобы им было выгодно жить в своей стране. Оптимизация налогообложения производства осуществляется посредством максимизации суммы добавленных стоимостей всех предприятий при ограничениях на совокупные налоговые платежи граждан и предприятий, а также на размеры налоговых ставок. В результате экономика при прочих равных условиях выходит на границу производственных возможностей, что создает необходимые налоговые условия эффективности ведения бизнеса в своей стране. Предлагаемый мажоритарно-оптимизационный подход создает теоретические условия формализованного согласования справедливости налогообложения граждан и эффективности налогообложения производства.

**Ключевые слова:** мажоритарно-оптимизационный подход, справедливость и эффективность налогообложения, налогообложение граждан и производства, налоговые платежи, чистая прибыль, добавленная стоимость.

**Классификация JEL:** H2.

**DOI:** 10.31857/S042473880017513-3

#### ВВЕДЕНИЕ

Одной из ключевых проблем разработки вариантов государственной налоговой политики является преодоление противоречия между принципами экономической эффективности и социальной справедливости (Ерёменко, 2017; Занадворов, Колосницына, с. 145, 2006; Экономика общественного сектора, с. 82—85, 2014; Стиглиц, 1997, с. 93—95; Atkinson, Stiglitz, 2015, р. 291—295). Государственные решения считаются экономически эффективными, если они обеспечивают максимизацию валового внутреннего продукта при нахождении в допустимых пределах ряда макропоказателей — инфляции, занятости и др. При постановке задачи макроэкономического регулирования необходимо также решить вопрос о распределении национального дохода между различными социальными группами. Данный вопрос является принципиальным при анализе социальной справедливости, означающей в широком смысле соблюдение прав человека на труд, жилье, достойный уровень жизни и т.д. (Варшавский, 2007; Ерёменко, 2017; Овсиенко, Сухотин, 1999, с. 62—68; Ролз, 1995).

В данной работе предлагается использовать мажоритарно-оптимизационный подход к формализованному решению проблемы согласования эффективности со справедливостью налогообложения граждан и с производством. Актуальность поставленной проблемы заключается в том, что в настоящее время отсутствуют формализованные процедуры согласования справедливости с эффективностью налогообложения.

Предлагавшиеся ранее подходы к согласованию (обеспечению совместимости) эффективности и справедливости налогообложения можно с некоторой степенью условности разделить на следующие группы (с указанием типичных публикаций для каждой из них).

- 1. Анализ свойств Парето-эффективных, равновесно или мажоритарно-оптимальных налоговых решений без явного учета принципа справедливости (Занадворов, Колосницына, 2006, с. 280—325, 342—347; Экономика общественного сектора..., 2014, с. 245—250; Atkinson, Stiglitz, 2015, р. 285—290; Brett, Weymark, 2019; Calabreze, 2007; Dreze, Sterne, 1997; Landsburg, 2007; Persson, Tabellini, 2000; Roemer, 1999; Tuomala, 2016; Yu-Bong, 2019).
- 2. Отрицание возможностей учета понятия справедливости в налогообложении или достижения компромисса между справедливостью и эффективностью. В работах (Okun, 1975; Экономика общественного сектора..., 2014, с. 82–86; Стиглиц, 1997, с. 93–95) приводятся аргументы в пользу того, что стремление к справедливости (в форме равенства) всегда ограничивает эффективность: меры по снижению неравенства приводят к потере эффективности. Конфликтность указанных принципов налогообложения подчеркивается в (Занадворов, Колосницына, 2006, с. 170–172).
- 3. Изолированное рассмотрение реализации принципов эффективности и справедливости в качестве стандартных целей государственных финансов представлено в (Atkinson, Stiglitz, 2015, р. 291–296).
  - 4. Анализ возможностей совмещения справедливости и эффективности в налогообложении:
- в (Ролз, 1995) излагается авторский вариант концепции справедливости общественного устройства, в рамках которой эффективным признается состояние экономики, обеспечивающее максимизацию благосостояния наименее обеспеченных групп граждан;
- в (Scully, 2003) исследуется компромисс между справедливостью и эффективностью и предложена модель, на базе которой осуществляется поиск приемлемых соотношений между темпами экономического роста и уровнями неравенства доходов в Соединенных Штатах Америки в период 1960—1990-х годов;
- в (Ерёменко, 2017) проводится подробный анализ различных трактовок понятий справедливости и эффективности и обосновывается возможность их одновременного достижения посредством определенных форм прогрессивного подоходного налогообложения, налоговых льгот и ряда других мер.

В целом анализируя проводившиеся ранее исследования, необходимо отметить отсутствие в них моделей и процедур оптимизации налоговых ставок, позволяющих обеспечить одновременное соблюдение принципов эффективности и справедливости в налогообложении 1.

В данной работе предлагается мажоритарно-оптимизационный подход к формализованному решению проблемы согласования этих принципов. Такой подход предусматривает, во-первых, введение новых вариантов определения и модельной формализации понятий справедливости и эффективности налогообложения и, во-вторых, построение соответствующих этим понятиям теоретических моделей оптимизации налогообложения (налоговой структуры) граждан и производства. В моделях используются следующие критерии оптимальности:

- минимум налоговых платежей большинства граждан с малыми, средними и относительно высокими доходами при налогообложении физических лиц, что позволяет в определенной мере реализовать принцип справедливости в налогообложении;
- максимум валового внутреннего продукта при налогообложении юридических лиц, что соответствует принципу эффективности $^2$ .

При ряде допущений доказано следующее утверждение: в оптимальном решении модели мажоритарной оптимизации налогообложения граждан доходы и имущество физических лиц из группы богатого меньшинства облагаются по максимально возможным ставкам.

Использование предлагаемых моделей нацелено на достижение максимально возможной справедливости в распределении доходов и богатства при налогообложении граждан и одновременно максимальной эффективности производства при налогообложении юридических лиц.

 $<sup>^1</sup>$  Достаточно полная библиография по указанной проблеме представлена в работах (Ерёменко, 2017; Atkinson, Stiglitz, 2015).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Впервые идея раздельной оптимизации ставок налогообложения граждан и производства была высказана в (Граборов, 2017).

Таким образом, предлагаемый мажоритарно-оптимизационный подход позволяет формализовать теоретические условия согласования справедливости налогообложения граждан и эффективности налогообложения производства.

Статья состоит из трех разделов. В разд. 1 даются определения и модельные формализации понятий «справедливость» и «эффективность». В разд. 2—3 рассматриваются модели оптимизации налогообложения граждан и производства, а также структура их оптимальных решений.

#### 1. ПОНЯТИЯ СПРАВЕДЛИВОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ

В данном разделе будут представлены используемые далее определение и модельная формализация понятий справедливости и эффективности налогообложения граждан и производства.

Как известно, в современных научных исследованиях категория «справедливость» используется в различных сферах общественной жизни: политической, экономической, социальной и духовной (см., например, (Ролз, 1995)). В экономической области это понятие рассматривается в качестве одного из ключевых принципов, которым должно удовлетворять функционирование налоговой системы (Ролз, 1995; Ерёменко, 2017; Занадворов, Колосницына, 2006, с. 168—172; Стиглиц, 1997, с. 93—95; Atkinson, Stiglitz, 2015, р. 291—296). При этом используются разные, порой противоречащие друг другу трактовки:

- равенство «возможностей в экономическом поведении и в свободном выборе профессии», приоритет «справедливости над эффективностью» и, соответственно, «наибольшую выгоду наименее преуспевших» (Ролз, 1995, с. 113, 229, 240, 262);
- тривиальные представления о горизонтальной и вертикальной справедливости, а также необходимость налогообложения граждан в соответствии с получаемыми от государства выгодами и (или) с возможностью платить налоги (Ерёменко, 2017, с. 32–42; Занадворов, Колосницына, 2006, с. 168–172; Коровкин, 2006, с. 232–239 и др.);
- сокращение неравенства в доходах и потреблении (благосостоянии) на базе перераспределительного, прогрессивного налогообложения (Ерёменко, 2017, с. 41—43; Пушкарева, 2001, с. 119—124 и др.).

Не вдаваясь в подробный анализ указанных трактовок, отметим вытекающие из них важные для последующего изложения выводы:

- равенство социально-экономических возможностей является практически недостижимым, поэтому и с теоретической, и с практической точек зрения представляется целесообразным стремиться не к равенству, а к уменьшению неравенства;
- принимая во внимание международную конкуренцию за факторы производства, реализация приоритета справедливости над эффективностью в масштабах отдельно взятой страны является очень опасной, поскольку может привести к потере экономической конкурентоспособности;
- налогообложение в соответствии с получаемыми выгодами или с возможностью платить является практически нереализуемым, кроме случаев введения налоговых льгот для малообеспеченных граждан (см., например, (Занадворов, Колосницына, 2006, с. 169—170));
- использование прогрессивного налогообложения, сокращающего неравенство в благосостоянии, можно считать удовлетворяющим принципу справедливости, во-первых, исходя из экономических интересов большинства граждан с низкими, средними и относительно высокими доходами (Граборов, 2019; Пушкарева, 2001, с. 116—117) и, во-вторых, учитывая широкое применение такого обложения в индустриально развитых странах (Лыкова, Букина, 2014).

Важным фактором обеспечения социальной стабильности, конкурентного рынка труда и развития человеческого капитала является уменьшение неравенства финансовых возможностей высоко- и низкодоходных групп населения (см., например, (Варшавский, 2007)). Необходимость таких мер для снижения социальной напряженности и повышения конкурентного потенциала рынка труда представляется очевидной. Уменьшение неравенства доходов также способствует (при прочих равных условиях) росту спроса на отечественную продукцию, поскольку, как известно, в структуре расходов высокодоходных групп доля зарубежных товаров и услуг существенно выше, чем у низкодоходных.

Как справедливо указано в (Самуэльсон, 1994, т. 2, с. 361): «Чтобы смягчить неравенство, следует сначала установить его основные причины». Здесь необходимо отметить, что в экономической

теории активно обсуждаются причины неравенства людей в доходах. К ним в условиях конкурентной экономики относятся различия в способностях, образовании, профессиональных вкусах и готовности к риску, владении собственностью, а также в счастливом или несчастливом стечении внешних обстоятельств (там же, т. 1, с. 104–110, т. 2, с. 361–364).

А теперь продолжим логику Самуэльсона и рассмотрим *происхождение причин неравенства лю-дей*. В соответствии с современными научными представлениями развитие человечества в целом и отдельного человека при относительно стабильных природно-климатических условиях происходит в результате взаимодействия генетических и культурных факторов с деятельностью человеческих сообществ и индивидуальными усилиями отдельных личностей (см., например, (Ламсден, Уилсон, 2017) и библиографию в ней). Главный тезис социобиологической концепции указанных авторов состоит в том, что «замечательные и уникальные свойства человеческого разума суть результат жесткой сцепки генетической эволюции и культурной истории» (Ламсден, Уилсон, 2017, с. 56)<sup>3</sup>. Важность генетического, культурного и деятельностного факторов в жизни конкретного человека можно считать общепринятой в современных антропологических и психологических исследованиях (см., например, (Руденко, 2016, с. 146–162; Хасанова, 2007, с. 164–182)). Соответственно, эти факторы являются решающими и в достижении индивидом определенного уровня благосостояния. Различия в способностях определяются геномом человека, а различия в реализации способностей в значительной степени зависят также и от культурной среды обитания (семья, школа, круг общения и др.) и ряда случайных факторов.

Таким образом, можно выделить четыре *первичных источника* уровня жизни и доходов человека: 1) гены; 2) культура; 3) собственная деятельность, 4) случайность. Причем факторы 1, 2 и 4 являются *внешними* по отношению к индивиду и не зависят от его деятельности и усилий. Следовательно, личные доходы человека от трудовой и (или) предпринимательской деятельности разделяются на две составляющие — зависящие и не зависящие от количества и качества этой деятельности. В результате получаем, что *не только земля*, но и труд и предпринимательские способности в качестве факторов производства приносят долю дохода, не связанную с деятельностью индивида.

Для теоретического обоснования перераспределительной налоговой политики доходов и богатства введем новое понятие *генно-культурная рента*, означающее часть дохода физического лица, возникающего в результате действия генетических, культурных и случайных преимуществ этого лица. Соответственно, по мнению автора, такая часть дохода граждан должна подвергаться частичному изъятию посредством прогрессивного налогообложения. По сути генно-культурная рента (ГК-рента) является уточнением происхождения и формулировки понятия *экономической ренты* в составе личных доходов граждан, по-видимому, впервые введенным в работе (Самуэльсон, 1994, т. 2, с. 181).

В данной статье налогообложение считается справедливым, если оно обеспечивает максимально возможное уменьшение неравенства в доходах и имуществе граждан посредством их прогрессивного налогообложения с целью частичного изъятия генно-культурной, а по Самуэльсону — экономической, ренты. Поскольку в настоящее время отсутствуют методы ее расчета (в отличие от природной ренты), предлагается задавать такие ограничения на прогрессивные налоги, которые позволяют устранить негативные последствия изъятия ГК-ренты: снижение стимулов трудиться и заниматься предпринимательской деятельностью. Для устранения этих последствий в предлагаемые далее модели оптимизации налогообложения граждан и производства вводятся условия, устанавливающие граничные значения налоговых ставок таким образом, чтобы и богатому меньшинству было еще выгодно жить и работать в своей стране. В результате достигается максимально возможное уменьшение неравенства в доходах и имуществе граждан, не снижающее эффективности функционирования экономики.

Отметим, что предлагаемое частичное изъятие  $\Gamma$ К-ренты соответствует известному требованию социальной справедливости «благосостояние для всех». Поскольку у богатого меньшинства оно уже есть, необходимо обеспечить максимизацию благосостояния остального большинства, но при обязательном учете экономических интересов меньшинства на приемлемом для него уровне.

Таковы основные концептуальные положения мажоритарно-оптимизационного подхода к обеспечению справедливости налогообложения граждан.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Далее, как и в книге этих авторов, понятие *культура* понимается в самом широком смысле и включает все достижения человечества в экономической, политической, социальной и духовной сферах.

Что касается понятия эффективности налогообложения производства, то здесь и далее оно трактуется традиционно (как с теоретической, так и с практической точки зрения) и поэтому не нуждается в особом пояснении и обосновании: налогообложение эффективно, если оно обеспечивает максимизацию валового внутреннего продукта (ВВП).

Итак, экономически справедливая и эффективная система налогообложения должна предусматривать максимально возможное налоговое изъятие ГК-ренты с учетом обязательного обеспечения стимулов ведения предпринимательской и трудовой деятельности владельцами рентообразующих факторов производства. При этом также необходимо принимать во внимание сложившиеся условия международной налоговой конкуренции: налоги должны быть сформированы таким образом, чтобы было выгодно вести трудовую и предпринимательскую деятельность в своей стране, а не за рубежом (Пинская, 2014). Для обеспечения интересов бизнеса и высокодоходного меньшинства в предлагаемые далее модели включаются следующие условия:

- приемлемая для бизнеса норма чистой прибыли на инвестированный капитал;
- налоговые ставки на доходы, имущество и потребление не выше зарубежных.

В целях обеспечения распределительной справедливости в качестве критерия оптимальности налогообложения граждан принимается минимизация суммы налоговых платежей большинства граждан с низкими, средними и относительно высокими доходами. Оптимизация налогообложения производства осуществляется посредством максимизации суммы добавленных стоимостей всех предприятий (т.е. валового национального продукта) при ограничениях размеров налоговых ставок и совокупных налоговых платежей. В результате экономика при прочих равных условиях выходит на границу производственных возможностей, что создает необходимые условия производственной эффективности налогообложения и выгодности ведения бизнеса в своей стране.

Итак, основная идея предлагаемого нами решения проблемы согласования справедливости с эффективностью налогообложения заключается в разработке обеспечивающих такое согласование моделей оптимизации налогообложения граждан и производства путем разделения налоговых переменных на две группы. Налоги на богатое меньшинство оптимизируются по мажоритарному критерию минимизации суммы налоговых платежей большинства граждан, а налогообложение предприятий и этого большинства оптимизируется по критерию максимизации валового внутреннего продукта. Расчеты указанных налоговых показателей должны проводиться при задаваемых размерах суммарных налоговых платежей.

Реализация рассмотренного мажоритарно-оптимизационного подхода позволяет получить конструктивное решение проблемы формирования системы налогообложения, которая, во-первых, соответствует экономическим интересам большинства граждан и, во-вторых, обеспечивает эффективное развитие производства.

#### 2. МОДЕЛЬ МАЖОРИТАРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ ГРАЖДАН

Рассматриваемая в данном пункте модель предназначена для оптимизации налоговой структуры по правилу большинства <sup>4</sup>. Под такой структурой понимаются налоговые ставки, привязанные к возможным налоговым базам граждан. В этой модели оптимизация по правилу большинства означает определение налоговой структуры, обеспечивающей при задаваемых ограничениях минимум суммы индивидуальных целевых функций всех участников группы большинства.

Как и в (Граборов, 2019), все граждане характеризуются налогооблагаемым домашним имуществом  $\dot{h}_{vm}$  и годовыми доходами  $\dot{d}_{vr}$ , где v — индекс налогоплательщика, m и r ( $m \in M$ ,  $r \in \{1,2\}$ ) — индексы видов имущества и доходов соответственно  $^5$ . В рассматриваемой модели оптимизации налогообложения имущество и доходы граждан считаются известными. Для упрощения записи ограничимся только двумя видами доходов:  $\dot{d}_{v1}$  — от трудовой и  $\dot{d}_{v2}$  — от предпринимательской деятельности, а для безработных граждан  $\dot{d}_{v1}$  — пособие по безработице.

<sup>4</sup> Эта модель представляет собой упрощённый вариант модели, предложенной в (Граборов, 2019).

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Здесь и далее под налогооблагаемым домашним имуществом имеется в виду имущество граждан, не используемое в коммерческих целях, но подлежащее государственной регистрации.

Лалее предполагаем, что все граждане априори разделяются по уровню благосостояния на две группы (коалиции):

- большинство людей с малыми, средними и умеренно высокими доходами и имуществом, являющихся наемными работниками, безработными и предпринимателями малого и среднего бизнеса<sup>6</sup>:
- граждане с очень высокими доходами, являющиеся собственниками коммерчески используемого имущества (предприятий) или наемными руководителями государственных и частных предприятий («фирм», «организаций» — в терминах Налогового кодекса  $P\Phi$ )<sup>7</sup>.

Множество индексов налогоплательщиков из группы большинства обозначим через  $V_{\rm for}$ , а входящих в группу меньшинства —  $V_{_{\mathrm{MeH}}}$ .

Чтобы формализовать различия в благосостоянии участников указанных групп, введем предположение А.

**Предположение А.** Для всех участников групп большинства ( $v \in V_{\text{бол}}$ ) и меньшинства ( $v \in V_{\text{мен}}$ ) справедливы неравенства (для ненулевых размеров доходов и имущества):

$$\dot{d}_{vr} \leq \ddot{d}_{r} \text{ M } \dot{h}_{vm} \leq \ddot{h}_{r}, v \in V_{600}; \tag{1}$$

где  $\ddot{d}_r$  и  $\ddot{h}_m$  — соответственно пороговые значения размеров доходов и видов имущества, разделяющих всех граждан на две группы: большинства и меньшинства.

Такое предположение позволяет задать налоговые функции с фиксированными пороговыми значениями видов доходов и имущества.

Как известно, налоговые функции, описывающие зависимости размеров налоговых платежей от величины налоговой базы, могут быть нелинейными. Однако практически они имеют кусочнолинейную форму $^8$ .

Для построения простой оптимизируемой налоговой структуры будем использовать функции с двумя промежутками для каждой налоговой базы:

$$n_r^{(D)}(\dot{d}_{vr}) = \eta_{1r}^{(D)}\dot{d}_{vr}$$
 при  $0 \le \dot{d}_{vr} \le \ddot{d}_r$  и  $n_r^{(D)}(\dot{d}_{vr}) = \eta_{2r}^{(D)}\dot{d}_{vr}$  для  $\dot{d}_{vr} \ge \ddot{d}_r$ ; (3)

$$n_m^{(H)}(\dot{h}_{vm}) = \eta_{1m}^{(H)}\dot{h}_{vm}$$
 при  $0 \le \dot{h}_{vm} \le \ddot{h}_m$  и  $n_m^{(H)}(\dot{h}_{vm}) = \eta_{2m}^{(H)}\dot{h}_{vm}$  для  $\dot{h}_{vm} > \ddot{h}_m$ , (4)

где для упрощения записи дальнейших построений отсутствуют принятые на практике необлагаемые размеры видов доходов и имущества.

Поскольку аргументы налоговых функций (3) и (4) считаются известными, мажоритарная оптимизация налогообложения доходов и имущества физических лиц сводится к отысканию наилучших для большинства налогоплательщиков параметров этих функций: налоговых ставок  $\eta_{l_p}^{(D)}, \eta_{l_m}^{(D)}, \eta_{l_m}^{(H)}, \eta_{l_m}^{(H)}$ 

Соотношения (3), (4), устанавливающие порядок расчета налоговых платежей по доходам и имуществу, позволяют определить платежеспособный спрос граждан на конкретный продукт і (в денежном выражении) в виде линейных функций их посленалоговых доходов:

$$\dot{\alpha}_{iv} \left[ \sum_{r} \left( \dot{d}_{vr} - n_{r}^{(D)} \left( \dot{d}_{vr} \right) \right) - \sum_{m} n_{m}^{(H)} \left( \dot{h}_{vm} \right) \right] \frac{1}{1 + \eta_{i}^{(C)}}, i \in I_{\kappa \Pi}, v \in V,$$
 (5)

где V— множество индексов налогоплательщиков;  $n_r^{(D)}(\dot{d}_{vr})$  и  $n_m^{(H)}(\dot{h}_{vm})$ — значения соответствующих налоговых функций (см. (3), (4)) при указанных аргументах и оптимизируемых параметрах  $\eta_{1r}^{(D)}, \eta_{2r}^{(D)}, \eta_{1m}^{(H)}, \eta_{2m}^{(C)}$ — искомые ставки налога на потребление продуктов;  $I_{\kappa\Pi}$  — множество индексов продуктов конечного потребления;  $\dot{\infty}_{iv}$  — доля доходов гражданина v, направляемая на приобретение продукта i. Предполагается, что все посленалоговые доходы полностью расходуются на потребление (сбережения здесь не рассматриваются).

 $<sup>^{6}</sup>$  K этой группе, очевидно, относятся все другие получатели трансфертов. В целом для обеспечения применения именно прогрессивного налогообложения такая группа должна составлять по крайней мере большинство избирателей, более 51%, что математически доказано в (Граборов, 2019).

 $<sup>^{7}</sup>$  Процессы формирования групп большинства и меньшинства описаны, например, в (Граборов, 2019).

 $<sup>^{8}</sup>$  Кусочно-линейные функции соответствуют мировой налоговой практике.

При формализации целевых функций граждан будем предполагать (Граборов, 2019), что каждый налогоплательщик стремится к минимизации своих налоговых платежей. С учетом (3)—(5) такие индивидуальные критерии граждан можно записать в виде:

$$\psi_{v} = \sum_{r} n_{r}^{(D)} (\dot{d}_{vr}) + \sum_{m} n_{m}^{(H)} (\dot{h}_{vm}) + \\
+ \sum_{i} \dot{\alpha}_{iv} \left[ \sum_{r} (\dot{d}_{vr} - n_{r}^{(D)} (\dot{d}_{vr})) - \sum_{m} n_{m}^{(H)} (\dot{h}_{vm}) \right] \frac{\eta_{i}^{(C)}}{1 + \eta_{i}^{(C)}} \rightarrow \min.$$
(6)

Как указывалось выше, в целях обеспечения справедливости распределения в качестве *критерия* оптимальности налогообложения граждан принимается минимизация суммы налоговых платежей граждан, входящих в группу большинства:

$$\psi_{60\pi} = \sum_{v \in V_{60\pi}} \left\{ \sum_{r} n_{r}^{(D)} \left( \dot{d}_{vr} \right) + \sum_{m} n_{m}^{(H)} \left( \dot{h}_{vm} \right) + \right. \\
+ \sum_{i} \dot{\alpha}_{iv} \left[ \sum_{r} \left( \dot{d}_{vr} - n_{r}^{(D)} \left( \dot{d}_{vr} \right) \right) - \sum_{m} n_{m}^{(H)} \left( \dot{h}_{vm} \right) \right] \frac{\eta_{i}^{(C)}}{1 + \eta_{i}^{(C)}} \right\} \rightarrow \min.$$
(7)

Для полного описания модели представим ее ограничения. Они включают:

- соотношения (3) и (4), описывающие кусочно-линейные налоговые функции  $n_r^{(D)}(\dot{d}_{vr})$  и  $n_m^{(H)}(\dot{h}_{vm})$ ;
  - неравенства, задающие допустимые значения налоговых ставок:

$$0 \le \eta_{1r}^{(D)}, \eta_{2r}^{(D)} \le \hat{\eta}_{r}^{(D)}, 0 \le \eta_{1m}^{(H)}, \eta_{2m}^{(H)} \le \hat{\eta}_{m}^{(H)}, 0 \le \eta_{i}^{(C)} \le \hat{\eta}_{i}^{(C)} \quad \forall r, m, i;$$
(8)

— совокупные налоговые платежи всех граждан, покрывающие бюджетные расходы заданного размера  $\dot{B}_{\rm du}$ :

$$\sum_{v,r}^{q_{i}} n_{r}^{(D)} \left( \dot{d}_{vr} \right) + \sum_{v,m} n_{m}^{(H)} \left( \dot{h}_{vm} \right) + \sum_{i,v} \dot{\varpi}_{iv} \left[ \sum_{r} \left( \dot{d}_{vr} - n_{r}^{(D)} \left( \dot{d}_{vr} \right) \right) - \sum_{m} n_{m}^{(H)} \left( \dot{h}_{vm} \right) \right] \frac{\eta_{i}^{(C)}}{1 + \eta_{i}^{(C)}} = \dot{B}_{\phi n}. \tag{9}$$

Итак, модель мажоритарной оптимизации налогообложения граждан (МОНГ-модель) представляет собой задачу с критерием (7) при условиях (3), (4), (8), (9).

Как указывалось выше, в этой модели считаются известными размеры каждого вида домашнего имущества  $\dot{h}_{vm}$  и дохода  $\dot{d}_{vr}$  граждан; пороговые значения видов доходов и имущества  $\dot{d}_r$  и  $\dot{h}_m$ ;  $\dot{\infty}_{iv}$  — параметры распределения гражданами доходов в потреблении продуктов;  $\hat{\eta}_r^{(D)}$ ,  $\hat{\eta}_m^{(H)}$  и  $\hat{\eta}_i^{(C)}$  — предельно допустимые значения налоговых ставок.

Что касается  $\dot{B}_{\phi\pi}$  — суммы налогов, собираемых с физических лиц, то она задается таким образом, чтобы *существовало оптимальное решение задачи* (3), (4), (7)—(9). С этой целью сделаем следующее предположение (B).

Предположение В. Исходные данные МОНГ-модели удовлетворяют неравенствам:

$$\sum_{v,r} \hat{\eta}_{r}^{(D)} \dot{d}_{vr} + \sum_{v,m} \hat{\eta}_{m}^{(H)} \dot{h}_{vm} + \sum_{i,v} \dot{x}_{iv} \left[ \sum_{r} (\dot{d}_{vr} - \hat{\eta}_{r}^{(D)} \dot{d}_{vr}) - \sum_{m} \hat{\eta}_{m}^{(H)} \dot{h}_{vm} \right] \frac{\hat{\eta}_{i}^{(C)}}{1 + \hat{\eta}_{i}^{(C)}} \ge \dot{B}_{\phi\pi} , \qquad (10a)$$

$$\sum_{v \in V_{\text{num}}, r} \hat{\eta}_{r}^{(D)} \dot{d}_{vr} + \sum_{v \in V_{\text{num}}, m} \hat{\eta}_{m}^{(H)} \dot{h}_{vm} < \dot{B}_{\phi\pi}. \tag{10b}$$

Левая часть численного неравенства (10a) получена из (9) подстановкой максимально допустимых значений искомых переменных  $\eta_{1_r}^{(D)}, \eta_{2_r}^{(D)}, \eta_{1_m}^{(H)}, \eta_{2_m}^{(H)}$  и  $\eta_i^{(C)}$ . А левая часть неравенства (10b) получается из (10a) при опускании всех слагаемых, относящихся к налоговым платежам граждан из группы большинства ( $v \in V_{600}$ ), а также налогов на потребление группы меньшинства. Если (10a) выполняется, то оптимальное решение МОНГ-модели существует. Выполнение неравенства (10b) очевидно в налоговой практике, и оно говорит о том, что даже максимально возможных налоговых платежей меньшинства по доходам и имуществу недостаточно для покрытия требуемых бюджетных расходов  $\dot{B}_{dut}$ .

В результате решения задачи (3), (4), (7)—(9) могут быть получены оптимальные значения (выражения) для:

— налоговых функций  $n_r^{(D)}(\dot{d}_{vr}) = \overline{n}_r^{(D)}(\dot{d}_{vr})$  и  $n_m^{(H)}(\dot{h}_{vm}) = \overline{n}_m^{(H)}(\dot{h}_{vm})$ , определяемых параметрами  $\overline{\eta}_{1r}^{(D)}$ ,  $\overline{\eta}_{1m}^{(D)}$ ,  $\overline{\eta}_{2m}^{(H)}$ ;

— налоговых ставок на потребление  $\bar{\eta}_{i}^{(C)}$ .

Однако в дальнейшем будут использоваться оптимальные решения МОНГ-модели только по налоговым ставкам на доходы и имущество граждан из группы меньшинства. Для этого используем следующее утверждение.

**Утверждение 1.** В оптимальном решении МОНГ-модели при предположениях A, B и соответственно при любых допустимых значениях налоговой нагрузки  $\dot{B}_{\rm фл}$  доходы и имущество граждан из группы меньшинства облагаются по максимально возможным ставкам  $\bar{\eta}_{2r}^{(D)} = \hat{\eta}_{r}^{(D)}, \; \bar{\eta}_{2m}^{(H)} = \hat{\eta}_{m}^{(H)}, \; r \in \left\{1,\,2\right\}, m \in M$ .

Д о к а з а т е л ь с т в о. Выразив из равенства (9) все налоговые платежи большинства и подставив их выражение в критерий (7), получаем критерий максимизации налоговых платежей меньшинства по доходам, имуществу и потреблению. Но максимизация ставок налогов на потребление означает одновременное повышение налогов на потребление большинства. Поэтому сначала нужно максимально повысить налоги на доходы и имущество меньшинства и только затем повышать налоги на потребление с целью выполнения бюджетного ограничения (9). Следовательно, с учетом неравенства (10б) оптимальными для МОНГ-модели являются максимально допустимые значения налоговых ставок обложения ненулевых доходов и имуществ меньшинства.

Исходя из здравого смысла, данное утверждение можно считать очевидным. Однако, строго говоря, оно справедливо только при предположениях А и В.

Таким образом, МОНГ-модель позволяет установить наилучшее для большинства налогообложение доходов и имущества меньшинства при любых допустимых значениях  $\dot{B}_{\rm фл}$  налоговой нагрузки на граждан. Вместе с тем для формализованного согласования распределительной справедливости с производственной эффективностью налогообложения его необходимо проводить в рамках единой модели оптимизации налогообложения и граждан, и производства, но с учетом оптимального решения МОНГ-модели по налогам на доходы и имущество меньшинства.

Замечание. Что касается налоговых ставок на доходы и имущество большинства, а также налогов на потребление, то их оптимизация будет проводиться совместно с налогами на производство в модели, представленной в следующем разделе статьи.

### 3. МОДЕЛЬ СОВМЕСТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА И ГРАЖДАН<sup>9</sup>

Ниже будет построена статическая модель, предусматривающая оптимизацию налогообложения как производства, так и большинства граждан в предстоящем году. При ее построении налоговые платежи большинства будут определяться по искомым ставкам  $\eta_{lr}^{(D)}$  и  $\eta_{lm}^{(H)}$ , а меньшинства — в соответствии с доказанным утверждением по фиксированным ставкам  $\hat{\eta}_r^{(D)}$  и  $\hat{\eta}_m^{(H)}$ . Ставки налогов на потребление  $\eta_i^{(C)}$  в этой модели также будут оптимизироваться.

Далее рассматривается закрытая (без экспорта и импорта) экономика, состоящая из предприятий, работающих только в случае обеспечения приемлемого уровня рентабельности.

Естественно полагать, что решения о функционировании предприятий принимаются в соответствии с интересами их собственников (акционеров) <sup>10</sup>: после уплаты всех налогов должна быть обеспечена приемлемая норма прибыли на инвестированный капитал или допустимый уровень убыточности.

Обобщенное описание предприятия s ( $s \in S$ ) представим следующими известными показателями (при полной загрузке производственных мощностей):  $\dot{r_s}$  — выручка за вычетом материальных расходов, оплаты труда, амортизационных отчислений и прочих расходов предприятия, относимых на себестоимость (кроме налоговых платежей на имущество и потребление);  $\dot{k_s}$  — капитал предприятия;  $\dot{x_{is}}$  — валовый выпуск и потребление предприятием продукта i;  $\tilde{\pi}_s$  — прогнозное зна-

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Представленная в этом пункте модель является упрощённой модификацией модели производственного сектора экономики, предложенной в (Граборов, 2015).

<sup>10</sup> Собственниками коммерческих предприятий здесь считаются граждане, имеющие право получать долю в посленалоговой прибыли. При этом государственные доли не рассматриваются.

чение приемлемой для собственников предприятия s нормы чистой прибыли предпринимательского капитала (дифференцированное по видам производства)  $^{11}$ .

Для моделирования реакции юридических лиц на искомую налоговую структуру введем переменные  $\xi_s$ , которые отражают интенсивности использования производственных мощностей предприятий. Будем считать, что предприятие работает ( $\xi_s = 1$ ), если его посленалоговая прибыль не меньше, чем приемлемая для собственников чистая прибыль на инвестированный капитал; в противном случае предприятие считается закрытым ( $\xi_s = 0$ ).

В рассматриваемой экономике каждое предприятие платит налоги на прибыль, имущество и потребление  $^{12}$ . Соответствующие искомые налоговые ставки —  $\eta^{(P)}$ ,  $\eta^{(J)}$  и  $\eta^{(C)}_i$ .

В принятых обозначениях налогооблагаемая прибыль предприятия s характеризуется выражением

$$d_{s}^{(P)} = \dot{r}_{s} \xi_{s} - \eta^{(J)} \dot{k}_{s} \xi_{s} - \sum_{i} \eta_{i}^{(C)} \dot{p}_{i} \dot{z}_{is} \xi_{s}, \tag{11}$$

где  $\dot{p}_i$  — прогнозные цены или индексы цен (в случае агрегированной номенклатуры),  $i \in I, I$  — множество индексов как промежуточных, так и конечных продуктов.

Тогда зависимость интенсивности использования производственных мощностей предприятий от налоговых ставок может быть представлена в виде

$$\xi_{s} = \begin{cases} 1, & \text{если} \left(1 - \eta^{(P)}\right) \left(\dot{r}_{s} - \eta^{(J)} \dot{k}_{s} - \sum_{i} \eta_{i}^{(C)} \dot{p}_{i} \dot{z}_{is}\right) \ge \tilde{\pi}_{s} \dot{k}_{s}; \\ 0 - \text{в противном случае.} \end{cases}$$
(12)

Соотношения (11) и (12) далее включаются в ограничения, задающие область допустимости налоговых решений. В этих ограничениях должны быть также заданы для каждого гражданина v ( $v \in V$ ) зависимости трудовых и предпринимательских доходов  $d_{v1}$  и  $d_{v2}$ , во-первых, от работы предприятий, во-вторых, от искомой налоговой структуры.

Будем считать, что каждый гражданин, работавший в прошедшем году только на одном предприятии с оплатой труда  $d_{v_1}$ , готов работать на этом предприятии и в дальнейшем с той же оплатой труда (перемещения работников между предприятиями и работа на нескольких из них не рассматриваются). Ранее не работавшие (с  $d_{v_1} = 0$ ) и безработные получат увеличение своего дохода в размере  $\Delta d_{v_1}$  на предприятиях, работающих при полной загрузке мощностей или введенных в строй (реконструированных).

В принятых допущениях выражения для трудового дохода принимают вид

$$d_{v_1} = (\dot{d}_{v_1} + \Delta \dot{d}_{v_1}) \xi_s, \ v \in V_s, \ s \in S, \tag{13}$$

где  $V_s$  — множество индексов граждан, работающих на предприятии s.

Совокупный доход от предпринимательских капиталов гражданина v будем определять в виде суммы его известных доходов  $\dot{d}_{v2s}$  от участия в капитале предприятия s, полученных в базовом году, а также дополнительных доходов  $\Delta \dot{d}_{v2}$  от предприятий, работающих на полную мощность или введенных в строй (реконструированных):

$$d_{v2} = \sum_{s \in S_{v1}} (\dot{d}_{v2s} + \Delta \dot{d}_{v2}) \xi_s, \quad \text{причем } \sum_{s \in S_{v1}} \dot{d}_{v2s} = \dot{d}_{v2}, \tag{14}$$

где  $S_{v1}$  — множество индексов предприятий, в капитале которых имеется доля гражданина v.

Таким образом, получены зависимости  $d_{v1}$  и  $d_{v2}$  от состояний предприятий  $\xi_s$  и, соответственно, от искомой налоговой структуры  $^{13}$ .

Теперь для оптимизации налоговой структуры производства и граждан необходимо записать ограничения допустимости принимаемых решений.

 $<sup>^{11}</sup>$  Здесь предполагается, что норма чистой прибыли должна быть положительной для коммерческих предприятий; для бюджетных и некоммерческих предприятий она может быть и отрицательной.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Отметим, что результаты данной работы остаются в силе и в случае включения в налогообложение других используемых на практике налогов.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> В данной модели для упрощения записи, кроме пособия по безработице, не рассматриваются другие трансферты, представленные в (Граборов, 2015).

- 1. Условия, определяющие реакцию предприятий на оптимизируемую налоговую структуру (11), (12).
- 2. Условия формирования трудовых и предпринимательских доходов налогоплательщиков (13), (14).
- 3. Баланс совокупных налоговых платежей предприятий и граждан в виде неравенства (из-за целочисленности  $\xi_s$ ), где  $\dot{B}$  известная общая налоговая нагрузка на граждан и производство:

$$N_{\rm mp} + N_{\rm four} + N_{\rm meas} \le \dot{B} ; \tag{15}$$

$$N_{\rm np} = \sum_{s} \left[ \eta^{(J)} \dot{k}_{s} \xi_{s} + \eta^{(P)} d_{s}^{(P)} + \sum_{i} \eta_{i}^{(C)} \dot{p}_{i} \dot{z}_{is} \xi_{s} \right]; \tag{16}$$

$$N_{60\pi} = \sum_{v \in V60\pi, r} \eta_{1r}^{(D)} d_{vr} + \sum_{v \in V_{60\pi}, m} \eta_{1m}^{(H)} \dot{h}_{vm} + \sum_{i, v \in V_{60\pi}} \dot{\infty}_{iv} \left[ \sum_{r} (d_{vr} - \eta_{1r}^{(D)} d_{vr}) - \sum_{m} \eta_{1m}^{(H)} \dot{h}_{vm} \right] \frac{\eta_{i}^{(C)}}{1 + \eta_{i}^{(C)}};$$
(17)

$$N_{\text{MeH}} = \sum_{v \in V_{\text{MeH}}, r} \hat{\eta}_{r}^{(D)} d_{vr} + \sum_{v \in V_{\text{MeH}}, m} \hat{\eta}_{m}^{(H)} \dot{h}_{vm} + \sum_{i, v \in V_{\text{MeH}}} \infty_{iv} \left[ \sum_{r} \left( d_{vr} - \hat{\eta}_{r}^{(D)} d_{vr} \right) - \sum_{m} \hat{\eta}_{m}^{(H)} \dot{h}_{vm} \right] \frac{\eta_{i}^{(C)}}{1 + \eta_{i}^{(C)}}.$$
(18)

3десь  $N_{\rm np},~N_{\rm 60л},N_{\rm мен}$  — соответственно налоговые платежи предприятий и граждан из групп большинства и меньшинства.

4. Балансы производства и потребления продукции задаются в виде неравенств, учитывая наличие целочисленных переменных

$$\sum_{s} \dot{x}_{is} \xi_{s} \ge \sum_{s} \dot{z}_{is} \xi_{s} + \dot{G}_{i} + \sum_{v \in V} C_{iv}, i \in I;$$

$$\tag{19}$$

$$C_{iv} = \dot{\infty}_{iv} \left[ \sum_{r} \left( d_{vr} - \eta_{1r}^{(D)} d_{vr} \right) - \sum_{m} \eta_{1m}^{(H)} \dot{h}_{vm} \right] / \left[ \dot{p}_{i} \left( 1 + \eta_{i}^{(C)} \right) \right], i \in I, \ v \in V_{6on};$$
 (20)

$$C_{iv} = \dot{\infty}_{iv} \left[ \sum_{r} (d_{vr} - \hat{\eta}_{r}^{(D)} d_{vr}) - \sum_{m} \hat{\eta}_{m}^{(H)} \dot{h}_{vm} \right] / \left[ \dot{p}_{i} \left( 1 + \eta_{i}^{(C)} \right) \right], \ i \in I, v \in V_{\text{MeH}}.$$
 (21)

Здесь  $\dot{G}_i$  — текущее государственное и совокупное инвестиционное потребление *продукта* i;  $C_{iv}$  — размеры платежеспособного спроса граждан, причем для меньшинства с налоговыми ставками на их доходы и имущество, определенными в результате решения модели мажоритарной оптимизации налогообложения граждан (см. разд. 2).

5. Балансы трудовых ресурсов, включая ограничение на минимальный допустимый уровень занятости:

$$\widetilde{L} \le \sum_{s} i_{s} \xi_{s} \le \widehat{L},$$
(22)

где  $i_s$  — численность работников на предприятии  $s,\ \hat{L}$  и  $\breve{L}$  — фактическая численность трудоспособного населения и минимально допустимый уровень работающих граждан.

6. Условия неотрицательности переменных и ограничения сверху на налоговые ставки. В частности, учитывая международную конкуренцию за привлечение в свою страну налогоплательщиков, указанные ставки не должны превышать (по крайней мере существенно) аналогичные ставки стран — налоговых конкурентов. В первую очередь это относится к ставкам налогов на прибыль и имущество предприятий. Например, ставки налогов на имущество не должны превышать 2% его стоимости, как это принято в среднем в мировой практике. В противном случае инвесторы лишаются стимулов приобретать имущество — как коммерческое, так и домашнее.

$$0 \le \eta^{(P)} \le \hat{\eta}^{(P)}; \ 0 \le \eta^{(J)} \le \hat{\eta}^{(J)}; \ 0 \le \eta_i^{(C)} \le \hat{\eta}_i^{(C)}; \ 0 \le \eta_{1r}^{(D)} \le \hat{\eta}_r^{(D)};$$

$$0 \le \eta_{1m}^{(H)} \le \hat{\eta}_m^{(H)}, \quad i \in I, \ r \in \{1, 2\}, \ m \in M.$$

$$(23)$$

Как уже было отмечено выше, при оптимизации налогообложения производства в качестве критерия принимается максимум совокупной добавленной стоимости всех предприятий:

$$\sum_{s} \sum_{i} \dot{p}_{i} \left( \dot{x}_{is} - \dot{z}_{is} \right) \xi_{s} \rightarrow \text{max}. \tag{24}$$

Итак, построена модель совместной оптимизации налогообложения производства и граждан, включающая ограничения (11)—(23) и критерий (24).

В результате решения задачи (11)—(24) определяются оптимальные значения следующих показателей: доходов и расходов граждан и предприятий; ставок налогообложения их потребления; налоговых ставок на прибыль и имущество предприятий; налогообложения доходов и имущества большинства граждан.

Замечание. Необходимо отметить, что доходы граждан, получаемые из решения построенной задачи и определяемые равенствами (13), (14), вообще говоря, будут отличаться от величин базового года  $\dot{d}_{v_1}$  и  $\dot{d}_{v_2}$ . Однако это не повлияет на корректность налогообложения большинства и меньшинства, так как граждане из последней группы в случае нулевых доходов вообще не платят налогов на доходы. А в случае увеличения численности группы меньшинства за счет новых получателей предпринимательских доходов от работы новых предприятий одновременно должна увеличиться в большей мере и численность группы большинства за счет наемных работников этих предприятий. В результате предлагаемое налогообложение по дифференцированным ставкам остается корректным, а численность группы большинства может только возрасти.

Функционирование экономики, формализованной моделью (11)—(24), может быть представлено следующим образом.

- 1. При заданных налоговых ставках на предприятиях решается вопрос об их работе или закрытии в зависимости от соотношения получаемой в предстоящем периоде посленалоговой прибыли и ее допустимого (для собственников предприятия) размера.
- 2. Предприятия, признанные рентабельными, приобретают и производят продукцию, платят налоги, выплачивают заработную плату и дивиденды.
  - 3. Государство направляет налоги на финансирование государственных расходов.
  - 4. Граждане расходуют заработную плату и дивиденды на уплату налогов и приобретение продукции.

Таким образом, в результате решения предложенных моделей могут быть получены оптимальные значения налоговых баз и ставок для предприятий и граждан, обеспечивающие одновременное соблюдение принципов справедливости и эффективности налогообложения физических лиц и производства.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в данной работе мажоритарно-оптимизационный подход имеет следующие принципиальные особенности по сравнению с подходами предшественников.

- 1. Представлено формализованное описание согласования эффективности и справедливости в налогообложении граждан и производства.
- 2. Предложено теоретическое конструктивное решение проблемы формирования новой системы налогообложения, которая, во-первых, соответствует экономическим интересам большинства граждан с низкими, средними и относительно высокими доходами, а во-вторых, стимулирует эффективное развитие экономики.

Представленные в данной работе результаты удалось получить за счет:

- разделения искомых переменных на две группы: налогов на граждан и производство и построения соответствующих моделей;
- учета экономических интересов большинства при оптимизации налогообложения граждан в форме суммы их индивидуальных налоговых предпочтений; при этом экономические интересы меньшинства учитываются на приемлемом (для последнего) уровне за счет задания ограничений на допустимые значения налоговых ставок;
- максимизации валового внутреннего продукта при оптимизации налогообложения хозяйствующих субъектов и граждан, в том числе и налогов на потребление;
- согласования экономических интересов граждан и хозяйствующих субъектов посредством включения в представленные модели формализованного описания их налоговых предпочтений;
- того, что по доказанному утверждению оптимальные налоговые ставки на доходы и имущество меньшинства равны максимально возможным значениям при любых допустимых величинах налоговой нагрузки на граждан; а это позволило избежать итеративного пересчета решений МОНГ-модели.

В дальнейших исследованиях для перехода от предложенной теоретической к прикладной формализации согласования справедливости с эффективностью налогообложения потребуется построить и исследовать прикладную межотраслевую модель оптимизации налогообложения граждан и производства.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ /REFERENCES

- Варшавский А.Е. (2007). Значительное снижение неравенства доходов важнейшее условие перехода к инновационной экономике, основанной на знаниях // Экономика и математические методы. Т. 43. № 4. С. 35—55. [Varshavsky A. Ye. (2007). The significant decrease of income inequality is a very important condition of transition to the innovative knowledge-based economy. *Economics and Mathematical Methods*, 43, 4, 35—55 (in Russian).]
- **Граборов С.В.** (2015). Мажоритарная оптимизация налогов, трансфертов, цен и заработных плат // Экономика и математические методы. Т. 51. № 1. С. 80—96. [**Graborov S.V.** (2015). Majority optimization of taxes, transfers, prices and wages. *Economics and Mathematical Methods*, 51, 1, 80—96 (in Russian).]
- **Граборов С.В.** (2017). Принципы и этапы формирования государственных бюджетно-налоговых решений // Экономическая наука современной России. № 2. С. 7—18. [**Graborov S.V.** (2017). Principles and stages of forming the public budget and tax decisions. *Economics of Contemporary Russia*, 2, 7—18 (in Russian).]
- **Граборов С.В.** (2019). Мажоритарная оптимизация налогообложения доходов и имущества граждан // Экономика и математические методы. Т. 55. № 4. С. 28–42. [**Graborov S.V.** (2019) Majority optimization of income and citizen property taxation. *Economics and Mathematical Methods*, 55, 4, 28–42 (in Russian).]
- **Ерёменко Е.А.** (2017). Концепция справедливости в налогообложении и ее влияние на совершенствование национальной налоговой системы. Дисс. ... канд. экон. наук: 08.00.10. М. 162 с. [**Yeryomenko Ye.A.** (2017). *The concept of justice in taxation and its impact on the improvement of the national tax system*. Thesis of seeking the degree of Candidate in Economics. 08.00.10. Moscow. 162 p. (in Russian).]
- **Занадворов В.С., Колосницына М.Г.** (2006). Экономическая теория государственных финансов. М.: НИУ ВШЭ. 391 с. [**Zanadvorov V.S., Kolosnitsyna M.G.** (2006). *The economic theory of public finances*. Moscow: NRU "Higher School of Economics". 391 p. (in Russian).]
- **Коровкин В.В.** (2006). Основы теории налогообложения. М.: Экономистъ. 576 с. [**Korovkin V.V.** (2006). *The fundamentals of the taxation theory*. Moscow: Economist'. 576 p. (in Russian).]
- **Ламсден Ч. Дж., Уилсон Э.О.** (2017). Прометеев огонь: размышления о происхождении разума. М.: ЛЕНАНД. 304 с. [**Lamsden Ch.J., Wilson E.O.** (2017). *Promethean fire: Reflections on the origin of mind*. Moscow: LENAND. 304 p. (in Russian).]
- **Лыкова Л.Н., Букина И.С.** (2014). Налоговые системы зарубежных стран. Учебник для бакалавриата и магистратуры. М.: Юрайт. 429 с. [**Lykova L.N., Bukina I.S.** (2014). *Tax systems of foreign countries. The manual for the baccalaureate and magistrate*. Moscow: Uright. 429 p. (in Russian).]
- **Пинская М.Р.** (2014). Налоговая конкуренция: от теории к практике. М.: ИНФРА-М. 136 с. [**Pinskaya M.R.** (2014). *Tax competition: From theory to practice*. Moscow: INFRA-M. 136 p. (in Russian).]
- **Пушкарева В.М.** (2001). История финансовой мысли и политики налогов. М.: Финансы и статистика. 256 с. [**Pushkaryova V.M.** (2001). *The history of financial thought and the tax policy*. Moscow: Finance and Statistics. 256 p. (in Russian).]
- **Овсиенко Ю.В., Сухотин Ю.В.** (1999). Социально-экономическое реформирование в критической фазе. Препринт # WP/99/082. М.: ЦЭМИ РАН. [**Ovsienko Yu.V., Sukhotin Yu.V.** (1999). Socio-economic reforming in the critical phase. *Working Paper*, # WP/99/082. Moscow: CEMI RAS (in Russian).]
- **Ролз Д.** (1995). Теория справедливости. Новосибирск: Изд-во Новосибирского гос. университета. 534 с. [**Rawls J.** (1995). *Theory of justice*. Novossibirsk: Novossibirsk State University. 534 p. (in Russian).]
- **Руденко А.М.** (2016). Психология в схемах и таблицах. Ростов-на-Дону: Феникс. 379 с. [**Rudenko A.M.** (2016). *Psychology in schemes and tables*. Rostov-on-Don: Phoenix. 379 p. (in Russian).]
- **Самуэльсон П.** (1994). Экономика. М.: НПО «Алгон». 748 с. [**Samuelson P.** (1994). *Economics*. Moscow: Science and Production Alliance "Algon". 748 p. (in Russian).]
- **Стиглиц Дж.Ю.** (1997). Экономика государственного сектора. М.: МГУ, Инфра-М. 720 с. [**Stiglitz J.E.** (1997). *Economics of public sector*. Moscow: MSU, INFRA-M. 720 р. (in Russian).]
- **Хасанова Г.Б.** (2007). Антропология: учебное пособие. М.: Кнорус. 232 с. [**Khassanova G.B.** (2007). *Anthropology: The handbook*. Moscow: Knorus, 232 p. (in Russian).]
- Экономика общественного сектора: учебник для вузов (2014). Л.И. Якобсон, М.Г. Колосницына (ред.). М.: Юрайт. 558 с. [*The economy of public sector: The manual for the high schools* (2014). L.I. Yacobson, M.G. Kolosnitsyna (Eds.). Moscow: Uright. 558 p. (in Russian).]
- Atkinson A.B., Stiglitz J.E. (2015). Lectures on public economics. Princeton: Princeton University Press, 513 p.
- **Brett C., Weymark J.A.** (2019). Optimal nonlinear taxation of income and saving without commitment. *Journal of Public Economic Theory*, 21, 1, 5–43.

**Calabreze St.M.** (2007). Majority voting over publicly provided goods, redistribution and income taxation. *Journal of Public Economic Theory*, 9, 2, 319–334.

**Dreze J.P., Sterne N.** (1997). The theory of cost-benefit analysis. *Handbook of Public Economics*. A. Auerbach, M. Feldstein (Eds.). Amsterdam: Elsevier Sc. Publisher, 909–985.

Landsburg S.E. (2007). The methodology of normative economics. *Journal of Public Economic Theory*, 9, 5, 757–771.

Okun A. (1975). Equality and efficiency: The big tradeoff. Washington DC: Brookings Institution. 124 p.

Persson T., Tabellini G. (2000). Political economics: Explaining economic policy. London: The MIT Press. 521 p.

**Roemer J.** (1999). The democratic political economy of progressive income taxation. *Econometrica*, 67, 1, 1–19.

Scully G.W. (2003). Optimal taxation, economic growth and income inequality. *Public Choice*, 115, 3–4, 299–312.

Tuomala M. (2016). Optimal redistributive taxation. Oxford: Oxford University Press. 448 p.

**Yu-Bong L.** (2019). Tax havens, income shifting and redistributive taxation. *Journal of Public Economic Theory*, 21, 1, 81–97.

# The majority and optimization harmonization of justice and efficiency of citizens and production taxation

© 2021 S.V. Graborov

#### S.V. Graborov.

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: sergei.graborov@yandex.ru

#### Received 17.05.2021

**Abstract.** A majority and optimization approach to the formalized harmonization of justice and efficiency of citizens and production taxation is provided in this paper. The principal peculiarities of such approach include, first, introducing the new versions of specification and model formalization of notions of concepts of justice and efficiency of taxation, second, creation of theoretical models of optimization of citizens and production taxation, relative to them. The concept of genic and cultural rent, which is the essential part of incomes from the working and entrepreneurial activities. Its partial exemption is implied by means of progressive taxes. In order to ensure justice of distribution, the minimization of tax payments of their majority with low, middle and relatively high incomes is deemed as a criterion of optimality of individual taxation. Meanwhile, to allow for the economic interests of minority of individuals with very high incomes the constraints on the maximum possible values of tax rates on the incomes, property and consumption are imposed, in order to enable them to benefit from living in their own country. The optimization of production taxation is executed by means of maximization of the sum of the values added of all the enterprises under the constraints on the total tax payments of citizens and enterprises, as well as on the values of tax rates. As a result, the economy, all things being equal, enters the frontier of production possibilities, which makes the necessary tax conditions of efficiency of doing business in one's own country. The proposed majority and optimization approach form the theoretical conditions of formalized harmonization of justice of individual taxation and the efficiency of production taxation.

**Keywords:** majority and optimization approach, justice and efficiency of taxation, taxation of individuals and production, tax payments, net profit, value added.

JEL Classification: H2.

**DOI:** 10.31857/S042473880017513-3

## **——** НАРОЛНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ **—**

# Межбюджетные отношения как объект программно-целевого бюджетирования

© 2021 г. В.Г. Гребенников, Г.М. Татевосян, С.В. Седова, Р.Ш. Магомедов

В.Г. Гребенников,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: valerygrebennikov@yandex.ru

Г.М. Татевосян.

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: tatevos@cemi.rssi.ru

С.В. Седова,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: ssedovs@mail.ru

Р.Ш. Магомедов,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: mrsh.cemi2006@mail.ru

Поступила в редакцию 25.03.2021

Аннотация. В статье показана возможность решения проблемы горизонтального бюджетного выравнивания в рамках российской модели программно-целевого бюджетирования, реализуемой посредством системы государственных программ Российской Федерации, субъектов Российской Федерации и муниципальных программ. Для этого предлагается решить две взаимосвязанные задачи: повысить бюджетную самообеспеченность субъектов РФ и перераспределить межбюджетные трансферты в соответствии с их социально-экономическими характеристиками. Обосновывается необходимость включения в процесс управления (разработки, реализации и мониторинга) государственными и муниципальными программами мероприятий, направленных на решение первой задачи и обеспечивающих контроль соотношения бюджетных расходов на реализацию социальных и коммерческих проектов. Данные мероприятия должны быть дополнены (вторая задача) ограниченной во времени политикой перераспределения межбюджетных трансфертов, учитывающей различное социально-экономическое положение субъектов РФ. С этой целью рассчитаны тестовые показатели. позволяющие определить, в какой степени погодовая динамика фактического распределения объемов межбюджетных трансфертов между субъектами РФ для каждого из восьми федеральных округов за период 2000-2018 гг. отвечает предложенному нами в предыдущих работах критерию — отрицательному значению коэффициента порядковой корреляции Спирмена между переменными «доля безвозмездных поступлений» и «потенциал бюджетной самообеспеченности». Сделана попытка установить корреляционную зависимость между рассчитанными значениями этих показателей и социально-экономическими характеристиками федеральных округов. Сделан вывод о том, что для корректной оценки влияния программноцелевого управления на региональное развитие необходимо учитывать параметры программ всех уровней бюджетной системы  $P\Phi$  в разрезе отдельной территории — субъекта  $P\Phi$  или их группы.

**Ключевые слова:** безвозмездные поступления, бюджетная самообеспеченность, бюджетное выравнивание, государственная программа, консолидированный бюджет, корреляционный анализ, коэффициенты ранговой корреляции, межбюджетные трансферты, потенциал бюджетной самообеспеченности, программно-целевое бюджетирование, субъекты Российской Федерации, федеральные округа.

**Классификация JEL:** H77, C13, C82.

**DOI:** 10.31857/S042473880017515-5

## ВВЕДЕНИЕ

Основной целью двух последних этапов 1 реформы бюджетного процесса в РФ являлось повышение эффективности и результативности использования бюджетных средств органами исполнительной власти. Для достижения данной цели в бюджетный процесс на всех уровнях государственного управления последовательно внедрялись принципы программно-целевого бюджетирования

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Постановление Правительства РФ от 22.05.2004 № 249 «О мерах по повышению результативности бюджетных расходов»; Распоряжение Правительства РФ от 30.06.2010 № 1101-р «Об утверждении Программы Правительства РФ по повышению эффективности бюджетных расходов на период до 2012 года».

(далее — ПЦБ), которые, хотя и не вполне корректно, обеспечили функционирование государственных программ, что и отмечено в работах (Ерзнкян, Магомедов, 2018; Полтерович, 2020; Хотулев и др., 2019). В разрезе последних, начиная с 2013 г., формируются расходы федеральных и региональных органов исполнительной власти.

Подробный анализ специфики российской модели ПЦБ, а также ее возможностей в решении задач стратегического планирования регионального развития будет представлен нами в одной из последующих работ. В целях настоящего исследования подчеркнем лишь то существенное обстоятельство, что ПЦБ не предназначено для регулирования отношений по управленческой вертикали в качестве метода планирования бюджетных расходов (Bagdigen, 2001; Milakovich, Gordon, 2009, р. 388–396; Premchand, 1989; Robinson, Last, 2009; Schick, 2007). Так, впервые ПЦБ было внедрено в практику органов исполнительной власти центрального правительства США в 1965 г., а затем в инициативном порядке адаптировано на уровне отдельных штатов и муниципалитетов (Novick, 1968; The Hoover Commission report, 1949). Формально в Российской Федерации за органами государственной власти и органами местного самоуправления закреплено право «самостоятельно определять формы и направления расходования средств бюджетов»<sup>2</sup>. Однако данная норма не распространяется на расходы, «финансовое обеспечение которых осуществляется за счет межбюджетных субсидий и субвенций из других бюджетов бюджетной системы РФ». В последнем случае в силу вступает п. 4 ст. 179 БК РФ, в соответствии с которым «государственными программами РФ (государственными программами субъекта РФ) может быть предусмотрено предоставление субсидий бюджетам субъектов РФ (местным бюджетам) на реализацию государственных программ субъекта РФ (муниципальных программ), направленных на достижение целей, соответствующих государственным программам РФ (государственным программам субъекта РФ)». Процитированные нормы, очевидно, отражают лишь факт существенного перераспределения доходных и расходных полномочий в пользу федерального бюджета (Кузнецова, 2017; Лексин, Швецов, 2012, с. 303–313; Zoidov K., Jankauskas, Zoidov Z., 2018).

В настоящей работе развивается подход, расширяющий возможности ПЦБ в управлении межбюджетными отношениями применительно к актуальной проблеме бюджетного выравнивания уровней социально-экономического развития субъектов  $P\Phi$ .

## ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ПРОГРАММЫ КАК ИНСТРУМЕНТ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО БЮДЖЕТНОГО ВЫРАВНИВАНИЯ

Горизонтальное бюджетное выравнивание состоит в сглаживании диспропорций в уровнях бюджетной обеспеченности территорий, объективно обусловленных неравномерностью их экономического развития (Лексин, Швецов, 2016; Intergovernmental fiscal transfers..., 2009, р. 211—216; ОЕСD, 2013). В отечественной практике государственного управления данная задача решается с помощью межбюджетных трансфертов, под которыми в соответствии со ст. 6 БК РФ понимаются средства, предоставляемые одним бюджетом бюджетной системы РФ другому бюджету бюджетной системы РФ. Поскольку федеральный центр обладает более высокими доходными полномочиями по сравнению с российскими регионами<sup>3</sup>, то межбюджетные трансферты преимущественно направляются из вышестоящих бюджетов (федеральный бюджет, бюджеты субъекта РФ) в нижестоящие (соответственно, бюджеты субъекта РФ, местные бюджеты) бюджетной системы РФ.

Отечественная политика распределения межбюджетных трансфертов в части субсидий реализуется в программно-целевой форме. В 1992—2013 гг. основным инструментом этой политики являлись федеральные целевые программы, которые в ходе двух бюджетных реформ, ознаменовавших переход к ПЦБ, были поглощены государственными программами  $P\Phi^4$ . Распределение субсидий из федерального бюджета в бюджеты субъектов  $P\Phi$  осуществляется путем софинансирования государственных программ субъектов  $P\Phi$  из государственных программ  $P\Phi$ . В свою очередь, из государственных программ субъекта  $P\Phi$  осуществляется софинансирование муниципальных программ.

 $<sup>^{2}</sup>$  См. статью 31 Бюджетного кодекса Российской Федерации.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> См. раздел II (Доходы бюджетов) Бюджетного кодекса Российской Федерации.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Постановление Правительства РФ от 02.08.2010 № 588 «Об утверждении Порядка разработки, реализации и оценки эффективности государственных программ Российской Федерации».

Таким образом, совокупный объем финансирования всех государственных программ  $P\Phi$  в разрезе данной территории представляет собой программную часть расходов консолидированного бюджета субъекта  $P\Phi^5$ . Отсюда следует важный вывод о том, что для корректной оценки влияния программно-целевого управления на региональное развитие необходимо учитывать параметры (объемы бюджетных ассигнований, цели, задачи, программные мероприятия и контрольные события) программ всех уровней бюджетной системы  $P\Phi$  в разрезе отдельной территории (субъекта  $P\Phi$  либо их группы).

В рамках государственных программ проводится стандартный набор программных мероприятий — прямых мер государственной поддержки, а именно бюджетные инвестиции в объекты капитального строительства и различные виды субсидий, предоставляемые хозяйствующим субъектам. При этом объектами государственной программной помощи выступают социальные и коммерческие проекты.

Целью реализуемых государством социальных проектов является поставка населению качественных услуг в сфере социальной защиты, здравоохранения, образования, общественной безопасности и т.п. С помощью этих проектов органы государственного управления реализуют свои основные функции, состоящие в том, чтобы «принимать ответственность за предоставление товаров и услуг обществу в целом или отдельным домашним хозяйствам и финансировать предоставление этих товаров и услуг за счет налоговых поступлений или других доходов; перераспределять доход и богатство с помощью трансфертов; осуществлять нерыночное производство» В данном случае и непосредственный (например, строительство школы), и конечный (предоставление качественных образовательных услуг) результаты программного мероприятия локализованы в секторе «Государственные учреждения», а ответственность за их достижение полностью возлагается на органы исполнительной власти — ответственных исполнителей государственной программы.

Иначе дело обстоит, когда программное мероприятие направлено на обеспечение реализации коммерческого проекта, инициируемого региональным субъектом предпринимательства — рыночным производителем товаров, работ и услуг. В данном случае посредством программных мероприятий государство и прямо участвует в строительстве, реконструкции, техническом перевооружении объектов промышленной, транспортной, дорожной, коммунальной инфраструктуры, необходимых для реализации коммерческого проекта, и/или предоставляет ему различные виды субсидиарной помощи.

Программные расходы на обеспечение реализации социальных и коммерческих проектов оказывают различное влияние на бюджетную самообеспеченность субъекта  $P\Phi$ , под которой мы понимаем способность субъекта  $P\Phi$  исполнять расходную часть его консолидированного бюджета за счет собственных доходов.

Вполне очевиден тот факт, что первичные единовременные программные расходы на обеспечение реализации социальных проектов порождают вторичные ежегодно воспроизводимые бюджетные расходы на поддержание социальной инфраструктуры и предоставление бесплатных государственных услуг.

В свою очередь, программные расходы на коммерческие проекты при условии их успешной реализации приводят к увеличению налоговых поступлений в бюджеты бюджетной системы РФ, росту занятости и ВРП, способствуя повышению уровня самообеспеченности бюджета субъекта РФ, т.е. его финансовых возможностей. Последнее, как было отмечено выше, как раз и является целью горизонтального бюджетного выравнивания.

Выявлению указанных выше эффектов от реализации социальных и коммерческих проектов как раз и посвящена работа (Гребенников, Магомедов, 2019), в которой сформулирована и доказана гипотеза о наличии:

• отрицательной обратной связи между расходами консолидированных бюджетов субъектов  $CK\Phi O$  на реализацию коммерческих проектов и долей безвозмездных поступлений  $^7$  в доходах их консолидированных бюджетов;

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> В соответствии со ст. 6 БК РФ консолидированный бюджет — свод бюджетов бюджетной системы Российской Федерации на соответствующей территории (за исключением бюджетов государственных внебюджетных фондов) без учета межбюджетных трансфертов между этими бюджетами.

 $<sup>^6</sup>$  Международный статистический стандарт «Система национальных счетов — 2008». Статистическая комиссия ООН. Нью-Йорк, 2012, с. 68 (https://unstats.un.org/unsd/nationalaccount/docs/SNA2008Russian.pdf).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> В соответствии с п. 3 параграфа II (Классификация доходов бюджетов) Указаний о порядке применения бюджетной классификации РФ (утверждены Приказом Минфина России от 01.07.2013 № 65н) безвозмездные поступления являются

• положительной обратной связи между расходами консолидированных бюджетов субъектов СКФО на реализацию коммерческих проектов и долей налогов на экономическую деятельность в доходах их консолидированных бюджетов.

Таким образом, сбалансированность программных расходов консолидированного бюджета субъекта  $P\Phi$  на реализацию социальных и коммерческих проектов является одним из важнейших факторов повышения его бюджетной самообеспеченности.

Однако решить данную задачу на практике довольно сложно. С одной стороны, государственные расходы на социальные проекты являются защищенными статьями бюджетных расходов. С другой стороны, достижению необходимого баланса за счет одновременного увеличения числа и повышения качества коммерческих проектов препятствуют ограниченность бюджетных средств и формальный подход к проведению процедуры конкурсного отбора коммерческих проектов, претендующих на участие в государственных программах, а также проблемы с нормативной оценкой социально-экономической эффективности государственных программ (Брагинский и др., 2017).

Для решения данной задачи необходимо:

- в процессе планирования объемов, выделяемых субъектам РФ межбюджетных трансфертов, рассчитывать возникающие в результате реализации социальных проектов ежегодные вторичные бюджетные расходы на поддержание социальной инфраструктуры и предоставление бесплатных государственных услуг;
- повысить взаимную ответственность государства и бизнеса за достижение конечных результатов коммерческого проекта путем заключения соответствующего программного договора (меморандума) между органом исполнительной власти ответственным исполнителем государственной программы и субъектом регионального предпринимательского сообщества инициатором такого проекта;
- учитывать в оценке социально-экономической эффективности государственных программ конечные результаты реализации коммерческих проектов.

Поскольку процессы разработки и реализации государственных программ осуществляются самостоятельно каждым органом исполнительной власти на разных уровнях управления, то для реализации данных предложений целесообразно создать единый орган оперативного управления, что согласуется с методологией программно-целевого планирования и управления (Агафонов, 1990; Фонотов, 1972).

## ОЦЕНКА ОБОСНОВАННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БЕЗВОЗМЕЗДНЫХ ПОСТУПЛЕНИЙ МЕЖДУ СУБЪЕКТАМИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Очевидно, что для повышения бюджетной самообеспеченности субъекта  $P\Phi$  необходимо, что-бы положительные налоговые эффекты от реализации коммерческих проектов перекрывали регулярно воспроизводимые вторичные расходы, генерируемые социальными проектами. Вместе с тем для решения проблемы горизонтального бюджетного выравнивания необходимо, чтобы предложенный выше подход к балансировке расходов консолидированных бюджетов субъектов  $P\Phi$  сочетался с такой политикой распределения межбюджетных трансфертов, которая бы учитывала различия в уровнях их социально-экономического развития.

Как отмечено выше, в качестве определенного шага в данном направлении нами предложен развиваемый в упомянутой выше работе (Гребенников, Магомедов, 2019) подход к оценке обоснованности распределения фактических объемов безвозмездных поступлений между входящими в отдельный федеральный округ субъектами РФ. Он основан на естественном предположении: чем меньше потенциал бюджетной самообеспеченности (ПБСО) субъекта (содержание этого показателя определено ниже), тем больше доля безвозмездных поступлений в его консолидированном бюджете. В качестве инструмента проверки сформулированного предположения выбран корреляционный анализ, в котором использовались результаты ранжирования субъектов федерального

внешним источником формирования доходов консолидированных бюджетов бюджетной системы Российской Федерации.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> В соответствии с п. 3 параграфа II (Классификация доходов бюджетов) Указаний о порядке применения бюджетной классификации РФ (Утверждены Приказом Минфина России от 01.07.2013 № 65н) безвозмездные поступления являются внешним источником формирования доходов консолидированных бюджетов бюджетной системы Российской Федерации.

округа по двум указанным показателям в пределах заданного периода времени (вычислялись коэффициенты ранговой корреляции Спирмена).

Доля безвозмездных поступлений в доходной части консолидированного бюджета для каждого субъекта  $P\Phi$  рассчитывалась по доступным статистическим данным . По этому показателю традиционным способом строился рейтинг субъектов  $P\Phi$  в рамках федерального округа. ПБСО в рассматриваемом исследовании определялся двумя показателями: отношением собственных доходов консолидированного бюджета субъекта  $P\Phi$  к численности его населения и к величине валового регионального продукта. Обе эти компоненты с разных сторон с определенной долей условности характеризуют достаточность собственных бюджетных доходов для обеспечения потребностей экономики субъекта  $P\Phi$ .

В статье (Гребенников, Магомедов, 2019) указанный анализ выполнен для Северо-Кавказского федерального округа за период 2001—2017 гг. (17 лет), в настоящей статье аналогичное исследование проведено по каждому из восьми федеральных округов за период 2000—2018 гг. (19 лет).

В статье используются следующие обозначения: КС — коэффициент Спирмена, ЦФО — Центральный федеральный округ, СЗФО — Северо-Западный федеральный округ, ЮФО — Южный федеральный округ, СКФО — Северо-Кавказский федеральный округ, ПФО — Приволжский федеральный округ, УФО — Уральский федеральный округ, СФО — Сибирский федеральный округ, ДВФО — Дальневосточный федеральный округ.

Ранги многомерного индикатора ПБСО в каждом округе определялись методом среднего. Таким образом, предположено равенство весов двух его компонент.

Имеющая несомненный интерес общая картина погодового распределения значений тестового коэффициента Спирмена по всем федеральным округам Российской Федерации представлена в табл. 1.

Таблица 1. Коэффициенты Спирмена для доли безвозмездных поступлений в доходах консолидированного бюджета	l
и ПБСО по федеральным округам, 2000–2018 гг.	

Годы	ЦФО	СЗФО	ЮФО	СКФО	ПФО	УФО	СФО	ДВФО
2000	-0,817	-0,791	-0,371	-0,696	-0,509	-0,679	-0,792	0,018
2001	-0,761	-0,931	-0,638	-0,841	-0,698	-0,943	-0,538	-0,324
2002	-0,824	-0,742	-0,058	-0,754	-0,615	-0,829	-0,630	-0,497
2003	-0,782	-0,784	-0,314	-0,812	-0,452	-0,486	-0,748	-0,278
2004	-0,740	-0,390	-0,516	-0,928	-0,565	-0,829	-0,447	-0,503
2005	-0,710	-0,434	-0,464	-0,971	-0,335	-1,000	-0,714	-0,274
2006	-0,750	-0,479	-0,667	-0,971	-0,373	-0,429	-0,767	0,118
2007	-0,686	-0,360	-0,516	-0,971	-0,243	-0,530	-0,783	-0,036
2008	-0,701	-0,279	-0,486	-0,943	-0,480	-0,638	-0,854	0,227
2009	-0,628	-0,410	-0,265	-0,912	-0,881	-0,765	-0,698	-0,214
2010	-0,762	-0,452	-0,841	-0,971	-0,544	0,101	-0,678	-0,183
2011	-0,881	-0,457	-0,609	-0,771	-0,508	-0,177	-0,827	-0,100
2012	-0,799	-0,229	-0,551	-0,899	-0,534	0,034	-0,848	-0,119
2013	-0,880	-0,470	-0,638	-0,926	-0,556	-0,174	-0,794	0,082
2014	-0,862	-0,650	-0,638	-0,986	-0,540	-0,577	-0,795	-0,041
2015	-0,909	-0,499	-0,314	-0,870	-0,584	-0,647	-0,610	-0,270
2016	-0,800	-0,825	-0,812	-0,956	-0,540	-0,638	-0,741	0,050
2017	-0,784	-0,703	-0,551	-0,928	-0,486	-0,754	-0,740	0,077
2018	-0,609	-0,743	-0,679	-0,971	-0,595	-0,736	-0,569	0,251

 $<sup>^9</sup>$  Консолидированные бюджеты субъектов Российской Федерации и бюджетов территориальных государственных внебюджетных фондов. Федеральное казначейство РФ (http://www.roskazna.ru/ispolnenie-byudzhetov/konsolidirovannye-byudzhety-subektov/).

ЦФО СЗФО ЮФО СКФО ПФО ДВФО УФО СФО Сводные параметры Доля положительных КС,% 0,00 0,00 0.00 0,00 0.00 10,53 0,00 36,84 Средний положительный КС 0,068 0,118 89,47 Доля отрицательных KC,% (X1) 100,00 100,00 100,00 100,00 100,00 100,00 63,16 Доля KC < -0.7.% (X2) 84.21 36.84 10.53 94,74 5.26 36.84 63.16 0.00 Доля KC от -0.7 до -0.3.%15,79 78.95 52,63 5,26 89.47 42.11 36,84 15,79 Доля KC > -0.3.% (X3) 10.53 10.53 0.00 21.05 0.00 0.00 5.26 84.21 Из них доля КС от -0.3 до 0.%0.00 10.53 10.53 0.00 5.26 10.53 0.00 47.37 -0.559-0.522-0.899-0.528-0.637Средний отрицательный КС -0.773-0.714-0,237-0,609-0,229-0.058-0,696-0,2430,101 -0.4470,251 Максимальный КС Минимальный КС -0.909-0.931-0.841-0.986-0.881-1,000-0.854-0.503-0,773-0,559-0,522-0,899-0,528-0,563-0,714-0,106Средний КС 0,082 0,203 0,194 0,086 0,134 0,311 0,111 0,220 Среднеквадратическое отклонение КС

Таблица 2. Сводные параметры погодового распределения коэффициентов Спирмена

Таблица 3. Средние значения релевантных переменных за рассматриваемый период

Релевантные переменные	ЦФО	СЗФО	ЮФО	СКФО	ПФО	УФО	СФО	ДВФО
Доля безвозмездных поступлений в доходах консолидированного бюджета, $\%$ ( $Z$ 1)	9,90	14,67	22,92	62,36	20,63	9,23	22,48	33,85
Доля безвозмездных поступлений округа в Р $\Phi$ ,% ( $Z$ 2)	18,30	9,03	7,86	13,44	17,19	5,39	12,78	16,01
Безвозмездные поступления на душу населения, руб./человек (Z3)	5145,84	7033,71	6069,41	15539,23	6100,52	4714,52	7842,92	20172,86

Вычисление для каждого столбца табл. 1 набора сводных параметров дает более наглядное, а главное доступное, для следующего шага исследования представление о распределении значений коэффициентов Спирмена в каждом федеральном округе. В итоге получаем набор вектор-строк *Xi* размерности восемь (табл. 2).

Из данных в табл. 1 и 2 видно, что в целом коэффициенты Спирмена находятся преимущественно в отрицательной зоне. О сильной отрицательной корреляционной связи между долей безвозмездных поступлений и ПБСО можно говорить только в трех федеральных округах (Центральном, Северо-Кавказском, Сибирском). В этих округах более половины коэффициентов Спирмена меньше -0,7. В СКФО только в 2000 г. коэффициент Спирмена больше -0,7. Более слабая отрицательная связь наблюдается в Северо-Западном, Южном и Приволжском федеральных округах. Положительные коэффициенты Спирмена встретились только в двух округах (Уральском и Дальневосточном), и они не являются значимыми. Погодовые коэффициенты Спирмена в Дальневосточном округе, лежащие в диапазоне от -0,503 до 0,251, позволяют говорить об отсутствии связи между долей безвозмездных поступлений и ПБСО. Заметим, что в этом округе коэффициент Спирмена имеет наибольший разброс.

Для дальнейшего анализа из табл. 2 выделим три сводных параметра, характеризующих процентную долю погодовых значений коэффициента Спирмена, которые отвечают критерию обоснованности трансфертной политики федерального центра. Нас интересуют именно отрицательные значения этого коэффициента в области от -1 до 0, а также, для более наглядного сравнения ситуации в округах, в крайних отрезках этого интервала, т.е. больше -0,3 и меньше -0,7. Строки указанных процентных значений (см. табл. 2) обозначим как вектора X1, X2 и X3 соответственно. Для характеристики округов (в среднем значении за весь рассматриваемый период) подыщем набор социально-экономических переменных. Назовем эти переменные релевантными, т.е. относящимися к исследуемой задаче. В данной работе мы ограничились тремя переменными: Z1, Z2, Z3 (табл. 3). Нас интересует значение коэффициента линейной корреляции Пирсона вектора Zj со строкой Xi, особенно X1. Как видно из результатов расчетов по указанной задаче (табл. 4), наиболее тесную связь с векторами X1 и X3 имеет релевантная переменная Z3

**Таблица 4.** Коэффициенты Пирсона для векторов *Zj* и *Xi*.

Zj	Z1 — доля безвозмездных поступле-		
	ний в доходах консолидированного	ных поступлений округа	ступления на душу на-
Xi	бюджета, %	в РФ, %	селения, руб./человек
XI — доля отрицательных КС,%	-0,12	-0,13	-0,71
X2 — доля KC < $-0.7,%$	0,29	0,15	-0.06
X3 — доля KC > $-0.3.%$	0,09	0,09	0,69

«Безвозмездные поступления на душу населения» округа. Экономическую трактовку этого формального результата еще предстоит сформулировать после дополнительного анализа. При этом следует обратить внимание и на знаки коэффициентов корреляции для пар с участием переменной  $\mathbb{Z}3$ . Так, изменения параметра  $\mathbb{X}1$  погодового распределения тестового коэффициента Спирмена находятся в обратной зависимости от изменений релевантной переменной  $\mathbb{Z}3$  в отличие от прямой зависимости параметра  $\mathbb{X}3$ , с почти столь же высоким модулем коэффициента Пирсона.

Подводя предварительный итог выполненным расчетам, заметим, что наша задача — показать не пример безупречного анализа с гарантированно достигаемой целью, а попытку применить корреляционный анализ в еще не испытанном направлении — в отношении такого сложного процесса, как межбюджетные отношения. В дальнейшем было бы интересно включить в эту своего рода охоту за корреляцией существенно более широкий спектр рассматриваемых релевантных переменных.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ/ REFERENCES

- **Агафонов В.А.** (1990). Анализ стратегий и разработка комплексных программ. М.: Наука. [**Agafonov V.A.** (1990). *Analysis of strategies and development of complex programs*. Moscow: Nauka Publishing (in Russian).]
- **Арципевский Л.Н.** (2014). Государственные программы в национальной экономической стратегии: российская практика в свете зарубежного опыта. Сборник научных трудов ФБНУ «ИМЭИ» «Проблемы стратегического управления». М.: ФБНУ «ИМЭИ». С. 7—53. [**Artsishevsky L.N.** (2014). Governmental programs in the national economic strategy: Russian practice in the light of foreign experience. *Collection of scientific works of FBNU "IMEI"*: *Problems of strategic management*, 7—53 (in Russian).]
- **Брагинский О.Б., Татевосян Г.М., Седова С.В., Магомедов Р.Ш.** (2017). Государственные программы отраслевого и территориального развития: проблемы методологии и практики управления. Препринт # WP/2017/325. М.: ЦЭМИ РАН. [**Braginskiy O.B., Tatevosyan G.M., Sedova S.V., Magomedov R. Sh.** (2017). Governmental programs of industrial and territorial development: Methodological and practical issues. *Preprint WP/2017/325*. Moscow: CEMI RAS (in Russian).]
- **Бухвальд Е.М.** (2012). Политика регионального развития и реформирование российской модели бюджетного федерализма // *Mup перемен*. № 4. С. 67–83. [**Bukhvald E.M.** (2012). Regional development policy and reforming the Russian model of budgetary federalism. *World of Changes*, 4, 67–83 (in Russian).]
- **Гребенников В.Г., Магомедов Р.Ш.** (2019). Бюджетная самообеспеченность как проблема государственного программирования регионального развития // Экономика и математические методы. Т. 55. № 4. С. 68—77. DOI: 10.31857/S042473880006774—0 [**Grebennikov V.G., Magomedov R. Sh.** (2019). Budgetary self-sufficiency as a problem of the governmental programming of regional development. *Economics and Mathematical Methods*, 55 (4), 68—77. DOI: 10.31857/S042473880006774—0 (in Russian).]
- **Ерзнкян Б., Магомедов Р.** (2018). Блеск и нищета программирования в экономической политике развития регионов // *Проблемы теории и практики управления*. № 3. С. 134—141. [**Erznkyan B., Magomedov R.** (2018). Shine and poverty of programming in the economic policy of regional development. *International Journal of Management Theory and Practice*, 3, 134—141 (in Russian).]
- **Кузнецова О.В.** (2015). Экономическое развитие регионов: Теоретические и практические аспекты государственного регулирования. Изд. 6-е. М.: ЛЕНАНД. [**Kuznetsova O.V.** (2015). *Economic development of the regions: Theoretical and practical aspects of state regulation*. 6th ed. Moscow: LENAND (in Russian).]
- **Кузнецова О.В.** (2017). Региональная политика России: 20 лет реформ и новые возможности. 3-е изд. М.: ЛЕНАНД. [**Kuznetsova O.V.** (2017). *Regional policy of Russia: 20 years of reforms and new opportunities.* 3rd ed. Moscow: LENAND (in Russian).]
- **Лексин В.Н., Швецов А.Н.** (2012). Реформы и регионы: системный анализ процессов реформирования региональной экономики, становления федерализма и местного самоуправления. М.: ЛЕНАНД. [**Leksin V.N., Shvetsov A.N.** (2012). Reforms and regions: A system analysis of the processes of reforming the regional economy, the formation of federalism and local self-government. Moscow: LENAND (in Russian).]
- **Лексин В.Н., Швецов А.Н.** (2016). Государство и регионы: теория и практика государственного регулирования территориального развития. Изд. стереотип. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». [**Leksin V.N., Shvetsov A.N.** (2016). *State and regions: Theory and practice of state regulation of territorial development.* Moscow: Book House "LIBROKOM" (in Russian).]
- **Полтерович В.М.** (2020). Реформа государственной системы проектной деятельности, 2018—2019 годы // *Terra Economicus*. № 18 (1). С. 6—27. DOI: 10.18522/2073-6606-2020-18-1-6-27. [**Polterovich V.M.** (2020). Reforming the public project management, 2018—2019. *Terra Economicus*, 18 (1), 6—27. DOI: 10.18522/2073-6606-2020-18-1-6-27 (in Russian).]

- **Тамбовцев В., Рождественская И.** (2016). Программно-целевое планирование: вчера, сегодня... Завтра? // *Вопросы экономики*. № 6. С. 77—90. [**Tambovtsev V., Rozhdestvenskaya I.** (2016). Program-targeted planning: Yesterday, today... tomorrow? *Voprosy Ekonomiki*, 6, 77—90 (in Russian).]
- **Хотулев Е.Л., Наумов С.Н., Блохин А.А.** (2019). Новые вызовы программно-целевого управления: поиск ответов и решений: научный доклад. М.: Всероссийская академия внешней торговли Минэкономразвития России. [**Khotulev E.L., Naumov S.N., Blokhin A.A.** (2019). New challenges of program-targeted management: searching for answers and solutions: Scientific report. Moscow: The Russian Academy of Foreign Trade of the Ministry of Economic Development of Russia (in Russian).]
- Фонотов А.Г. (1972). Цели, оценки, программы. Целевая стадия планирования и проблемы принятия социально-экономических решений. М.: ЦЭМИ АН СССР. С. 34–45. [Fonotov A.G. (1972). Objectives, evaluations, programs. Collection of papers: *Target stage of planning and problems of making socio-economic decisions*. Moscow: CEMI AN USSR, 34–45 (in Russian).]
- Шаров В.Ф., Косов М.Е., Фрумина С.В. (2016). Повышение эффективности расходов бюджетов бюджетной системы Российской Федерации: монография. М.: ЮНИТИ-ДАНА. [Sharov V.F., Kosov M.E., Frumina S.V. (2016). Increasing the efficiency of expenditures of the budgetary system of the Russian Federation. Moscow: UNITY-DANA (in Russian).]
- **Bagdigen M.** (2001). Budgeting systems and their applicability in public sector. Available at: https://ssrn.com/abstract=1429403
- **Grebennikov V., Yerznkyan B., Magomedov R.** (2020). Governmental programming of regional budgetary self-sufficiency. *Montenegrin Journal of Economics*, 16, 2 (June), 219–233. DOI: 10.14254/1800-5845/2020.16-2.16
- Intergovernmental fiscal transfers: Principles and practice (2006). R. Boadway, A. Shah (Eds.). Washington: The World Bank. DOI: 10.1596/978-0-8213-6492-5
- Milakovich M. E., Gordon G.J. (2009). Public administration in America. 4th ed. Boston: Wadsworth Cengage Learning.
- OECD (2013). *Investing together: Working effectively across levels of government*. Paris: OECD Publishing. DOI: 10.1787/9789264197022-en. Available at: https://read.oecd-ilibrary.org/governance/investing-together\_9789264197022-en#page1
- **Premchand A.** (1989). *Government budgeting and expenditure controls. Theory and practice*. 3rd Printing. Washington: International Monetary Fund.
- Robinson M, Last D. (2009). A basic model of performance-based budgeting. Available at: https://www.imf.org/external/pubs/ft/tnm/2009/tnm0901.pdf
- Schick A. (2007). The federal budget: Politics, policy, process. Washington, D.C.: Brookings Institution Press.
- The Hoover commission report on organization of the executive branch of the government (1949). Available at: https://hdl. handle.net/2027/mdp.39015043507113
- Zoidov K.K., Jankauskas K.S., Zoidov Z.K. (2018). Modeling of the system of financial-budgetary relations of the countries of the post-soviet space in the conditions of instability. *Regional problems of economic transformation*, 12, 423–438. [Зоидов К.Х., Янкаускас К.С., Зоидов З.К. (2018). Моделирование системы финансовобюджетных отношений стран постсоветского пространства в условиях нестабильности // *Региональные проблемы преобразования экономики*. № 12. С. 422–438 (in English).]

## Intergovernmental relations as a problem of program budgeting

© 2021 V.G. Grebennikov, G.M. Tatevosyan, S.V. Sedova, R.Sh. Magomedov

#### V.G. Grebennikov.

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: valerygrebennikov@yandex.ru

#### G.M. Tatevosyan,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: tatevos@cemi.rssi.ru

#### S.V. Sedova,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: ssedovs@mail.ru

## R.Sh. Magomedov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: mrsh.cemi2006@mail.ru

## Received 25.03.2021

**Abstract.** The article shows the possibility of solving the problem of horizontal budget equalization within the framework of the Russian model of program budgeting, implemented through the system of federal, sub-federal governmental programs and municipal programs. To achieve this goal, it is proposed to solve two interrelated tasks: increasing the budgetary self-sufficiency of the subjects of the Russian Federation and redistributing intergovernmental transfers in accordance with their socio-economic characteristics. To solve the first task the necessity of providing the process of management (development, implementation and monitoring) of governmental and municipal programs with the proposed measures aimed at ensuring control of the ratio of budget expenditures for the implementation of social and commercial projects is substantiated. These measures should be complemented with a time-limited policy of redistributing intergovernmental transfers, taking into account the different socio-economic situation of the subjects of the Russian Federation. For this purpose, test indicators have been calculated to determine the extent to which the annual dynamics of the actual distribution of the volumes of intergovernmental transfers between the subjects of the Russian Federation for each of the eight federal districts for the period 2000-2018 corresponds to the criterion proposed by us in the previous works. Those were the negative value of the Spearman's ordinal correlation coefficient between the variables "the share of non-repayable receipts" and "the budgetary self-sufficiency potential". An attempt is made to establish a correlation relationship between the calculated values of these indicators and the socio-economic characteristics of the Federal districts. It is concluded that for a correct assessment of the impact of governmental program budgeting on regional development, it is necessary to take into account the parameters of programs at all levels of the budgetary system of the Russian Federation in the context of a separate territory, i.e. subject of the Russian Federation or their group.

**Keywords:** budgetary self-sufficiency potential, budget equalization, consolidated budget, correlation analysis, federal districts, governmental program, intergovernmental transfers, non-repayable receipts, program budgeting, rank correlation coefficients, subjects of the Russian Federation.

JEL Classification: H77, C13, C82.

DOI: 10.31857/S042473880017515-5

## **—— ОТРАСЛЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ** =

## Рынок нефтяного попутного газа: механизмы формирования цен

© 2021 г. С.Я. Чернавский

## С.Я. Чернавский,

ЦЭМИ РАН, Москва, e-mail: sergeichernavsky@mail.ru

Поступила в редакцию 22.06.2021

Аннотация. В основном нефтедобывающем регионе России — Западной Сибири — все функционирующие регулируемые рынки нефтяного попутного газа (НПГ) были либерализованы. Из-за монопольно-монопсонического строения на них сохраняется угроза отклонения рыночных цен от общественно оптимальных уровней, соответствующих максимуму общественного блага. Анализ этой угрозы и оценка факторов, которые ее поддерживают, является актуальной проблемой, которая до сих пор не освещена в научной литературе. Цель исследования — оценить последствия либерализации рынков НПГ. Инструментом решения является экономическая теория формирования рыночных равновесных цен при совместном производстве НПГ и добычи нефти. На либерализованном рынке НПГ максимуму общественного благосостояния соответствует множество рыночных цен, которые определяются при рассмотрении виртуального конкурентного рынка. Фактическая цена формируется под влиянием внерыночных факторов. Либерализованный рынок не имеет механизма формирования общественно оптимальной композиции внерыночных факторов, и стороны не имеют информации, позволяющей им определить соответствующую ей общественно оптимальную цену НПГ. Поэтому этот механизм должен устанавливать регулятор. Построены алгоритмы для вычисления предельных издержек совместного производства нефти и НПГ и общественно оптимальной цены НПГ.

**Ключевые слова:** экономическая теория, рынок нефтяного попутного газа, монопольномонопсоническое строение рынка, виртуальный рынок, ценообразование на рынке, экономикоматематическое моделирование, ценовое регулирование, либерализация цен, общественное благосостояние, траектория реформирования.

**Классификация JEL:** D4, D6, L16, L43, L71, L99, P18, R48.

**DOI:** 10.31857/S042473880017524-5

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Нефтяной попутный газ  $(H\Pi\Gamma)^1$ , извлекаемый при добыче нефти,— газ, растворенный в нефти до ее подъема на поверхность, и газ газовых шапок нефтяных месторождений. Основные возможные направления обращения с  $H\Pi\Gamma$ : выпуск в атмосферу и рассеивание в ней<sup>2</sup>, сжигание в факелах с рассеиванием продуктов сгорания в атмосфере<sup>3</sup>, переработка<sup>4</sup>; сжигание в энергоустановках для производства энергии; закачивание в недра для повышения пластового давления.

Один из основных регионов добычи российской нефти — Западная Сибирь. С начала добычи нефти в Западной Сибири выяснилось, что в этом регионе переработка  $H\Pi\Gamma$  — наиболее эффективное (с точки зрения интересов страны) направление обращения с  $H\Pi\Gamma$ .

Состав НПГ неоднороден по нефтяным месторождениям, но в среднем в нем содержится примерно 85-90% метана и этана<sup>5</sup>, остальное — так называемые легкие углеводороды: пентан, бутан, изобутан, пентан, изопентан и гексан (около 9-15%)<sup>6</sup>, прочие углеводороды<sup>7</sup> — около 1%.

 $<sup>^{1}</sup>$  Нефтяной попутный газ (НПГ) представляет собой смесь предельных углеводородов  $C_{n}H_{2n+2}$ , где n=1,2,...

 $<sup>^2</sup>$  Этот технически наиболее простой способ обращения с НПГ обычно запрещен из-за недопустимо вредного влияния на окружающую среду.

 $<sup>^3</sup>$  В большинстве стран разрешено сжигать в открытых факелах не более 5% общего объема НПГ, выделяющегося из добытой нефти.

 $<sup>^4</sup>$  Сепарация газа на компоненты, которые затем используются в соответствии с теми специфическими свойствами, которые присущи тому или иному компоненту смеси НПГ.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Их смесь называют сухим (т.е. без жидких фракций) отбензиненным газом (СОГ).

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Их смесь получила название «широкая фракция легких углеводородов» (ШФЛУ).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Их смесь называют стабильным газовым бензином (СГБ).

В СССР для переработки НПГ нефтяных месторождений Западной Сибири была спроектирована и частично реализована двухступенчатая система сепарации смеси НПГ на компоненты с последующей их переработкой в продукцию химических предприятий. Первая ступень — это газоперерабатывающие заводы (ГПЗ) $^8$ , где НПГ сепарируют на четыре компонента: СОГ, ШФЛУ, СГБ и СПБ $^9$ .

ШФЛУ направляют на вторую ступень переработки — на нефтехимические комбинаты (НХК), где разделяют на компоненты, из которых затем производят широкую палитру продуктов химической промышленности (мономеры, полимеры, шины и пр.).

В 1995 г. появился ранее не встречавшийся экономический объект — рынок НПГ. В настоящее время он представляет собой несколько изолированных рынков, строение каждого является монопольно-монопсоническим (Чернавский, 2013). При этом нефтяная компания, собрав выделившийся из нефти НПГ, не имеет альтернативы поставке произведенного ею НПГ на рынок, а компания СИБУР не может загрузить ГПЗ, обслуживающий данный рынок НПГ, сырьем из другого источника.

Изолированность рынков НПГ друг от друга обусловлена тем, что транспортировка НПГ на большое расстояние слишком дорогая. Ни на одном из рынков НПГ нет возможности организовать совершенную конкуренцию ни на стороне предложения, ни на стороне спроса (Чернавский, 2013). Для координации экономических отношений сторон рынка было использовано несколько механизмов.

До 2002 г. государство устанавливало такие цены на НПГ, которые в той или иной степени были приемлемы для обеих сторон рынка  $^{10}$ . Однако у этого метода есть коренной недостаток — в случае возникновения противоречий между продавцом и покупателем НПГ-регулятор не может с помощью научных аргументов объяснить принятое ценовое решение. В результате возникает риск разрушения очень важного сотрудничества государства с влиятельными в России экономическими агентами: нефтяными и газохимическими компаниями. Неудовлетворенность ценами НПГ со стороны нефтяных компаний регулятору была особенно нежелательной, так как государственный бюджет сильно зависит от нефтяных доходов. Стремясь снизить накал страстей, регулятор в конце 1990-х годов стал повышать цену на НПГ, что создавало давление на регулятор уже со стороны СИБУР.

В 2001 г. указанный дефект эмпирического ценообразования стал критическим — стороны рынка перестали считать устанавливаемые цены приемлемыми. Регулятор не смог выполнять свою функцию умиротворения сторон рынка. Стала очевидной необходимость научного обоснования решений регулятора о ценах НПГ.

Откликом на этот вызов стало исследование в 2001-2002 гг. рынков НПГ с помощью экономикоматематической модели рынка НПГ (Чернавский, 2013). Были получены следующие основные результаты:

- 1) введено понятие «траектория развития механизмов координации деятельности сторон рынка НПГ». На первом этапе в качестве механизма использована цена самоокупаемости первых двух этапов сепарации НПГ. Показано, что она является прокси предельных издержек самоокупаемости переработки НПГ;
- 2) разработан алгоритм вычисления рыночных цен компонентов сепарации НПГ, основанный на анализе цен, формируемых как реальными рынками СОГ и СГБ, так и построенными в работе виртуальными рынками компонентов ШФЛУ: пропана, бутана, изобутана, пентана, изопентана и гексана (Чернавский, 2013, с. 158–166);

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> До 1992 г. в Западной Сибири поблизости от крупнейших нефтяных месторождений построили восемь ГПЗ: Белозерный (БГПЗ), Губкинский (ГГПЗ), Локосовский (ЛГПЗ), Муравленковский (МГПЗ), Нижневартовский (НвГПЗ), Няганский (НяГПЗ), Сургутский (СГПЗ) и Южно-Балыкский (ЮБГПЗ).

 $<sup>^{9}</sup>$  СПБ — смесь пропана и бутана, которую в жидкой форме поставляют на оптовый рынок для обслуживания бытовых нужд населения.

 $<sup>^{10}</sup>$  В России в это время преобладало представление об НПГ как о малоценном отходе добычи нефти. Этой же точки зрения придерживался и регулятор, установивший на всем протяжении 1995—1999 гг. единую цену НПГ в 50 руб./1000 м $^3$ , что соответствовало 0,01 долл./1000 м $^3$  при цене нефти на мировом рынке 17—20 долл./барр. (http://kurs-dollar-euro.ru/cenaneft-po-godam.html). СИБУРа, как покупателя НПГ, такой подход к ценности НПГ до поры до времени вполне устраивал, так как низкая цена НПГ обеспечивала рентабельность бизнеса по его переработке.

3) с помощью метода net-back («нет-бэк минус») построен алгоритм вычисления предельных цен самоокупаемости сепарации НПГ (ПЦСС).

Механизм координации ПЦСС планировался как временный, который через какое-то время должен был быть заменен на более совершенный (с точки зрения интересов общества).

Расчеты на фактических данных привели к разработке шкалы ПЦСС, зависящей от качества НПГ (Чернавский, 2013, с. 168), которую регулятор ввел в практику ценового регулирования в 2002 г. Однако из-за значительного превышения расчетной себестоимости производства НПГ над его ценой некоторые нефтяные компании расценивали введенную шкалу цен как несправедливую. Они продолжали оказывать давление на регулятора, побуждая его реформировать механизм координации. Менеджмент нефтяных компаний хотел, чтобы новый механизм давал возможность формировать такие цены, которые покрывали бы себестоимость производства НПГ, рассчитываемую в соответствии с учетной политикой нефтяных компаний. Противоположное давление на регулятор оказывал СИБУР, менеджмент которого, в свою очередь, хотел снижения цен НПГ.

В (Чернавский, Эйсмонт, 2005) рассмотрены два возможных варианта развития механизма координации рынка НПГ. Вариант А: регулятор сохраняет ценовое регулирование. Вариант В: регулятор либерализует рынок, отказываясь от ценового регулирования.

В варианте А регулятор вместо шкалы ПЦСС устанавливает общественно оптимальную цену НПГ (ООЦ), которая равна максимуму общественного благосостояния, т.е. сумме излишков покупателя НПГ и прибыли его продавца (с учетом экстерналий). Были решены две задачи.

Задача  $A_1$ : ООЦ определена в общем случае, когда покупатель представляется в виде экономического агента, в собственности которого находится вся технологическая цепочка переработки  $H\Pi\Gamma$  — от его покупки на рынке до производства всех конечных продуктов переработки  $H\Pi\Gamma$ . Соответственно, переработчик  $H\Pi\Gamma$  характеризуется предельными издержками переработки  $H\Pi\Gamma$  всей технологической цепочки.

Задача  $A_2$ : ООЦ (при таком же способе представления переработчика НПГ) определена в условиях ограниченности мощностей (как производства, так и переработки НПГ) и равна (в зависимости от соотношения мощностей) либо предельным издержкам переработки НПГ, либо предельным издержкам производства НПГ.

Переход регулятора от введенной шкалы цен к установлению ООЦ мог стать очень важным шагом развития механизма координации. Но практическое применение разработанного алгоритма вычисления ООЦ в (Чернавский, Эйсмонт, 2005) оказалось слишком сложным в обоих вариантах, из-за того что практически невозможно собрать требуемую для расчета информацию о ценах и издержках всех предприятий, участвующих в технологической цепочке переработки НПГ, и вычислить значение ООЦ. Даже если бы регулятору удалось бы собрать всю необходимую информацию, погрешность ООЦ, вычисленная с помощью net-back-метода, была бы слишком велика, так как она определяется как разность двух больших, но близких по своим значениям величин.

В указанной работе было показано, что при некоторых правдоподобных условиях искомая цена ООЦ может оказаться отрицательной. Было ясно, что получить согласие на такую торговую сделку от нефтяных компаний, даже основанную на экономической теории, — дело будущего, и, возможно, довольно далекого. Это означает, что механизм ООЦ, найденных при решении задач  $A_1$  и  $A_2$  (с помощью использованной в (Чернавский, Эйсмонт, 2005) методологии), регулятор использовать не может. Необходимо разработать такую методологию определения ООЦ, которая была бы приемлема для всех участников: нефтяных компаний — продавцов НПГ, СИБУРа — покупателя НПГ и регулятора — оператора механизма определения ООЦ. Решению этой задачи посвящен разд. 2.

В варианте В были исследованы два типа поведения продавца и покупателя НПГ:

- тип  $B_1$  поведение обеих сторон эгоистично и выражено стремлением максимизировать собственную прибыль;
  - тип B<sub>2</sub> стороны ведут себя кооперативно.

Анализ либерализованного рынка на модели при эгоистическом поведении сторон рынка ( $B_1$ ) показал, что равновесная рыночная цена НПГ устанавливается в зависимости от соотношения переговорных сил нефтяной компании и компании, покупающей НПГ.

Если переговорная сила у нефтяной компании больше, чем у покупающей, равновесная цена будет равна предельным издержкам самоокупаемости всей технологической цепочки переработки

НПГ (ПЦСП). В противном случае она будет равна минимально допустимой цене нефтяной компании (МДЦН), ниже которой добыча нефти становится убыточной. На этом основании был сделан вывод о том, что при эгоистическом поведении сторон механизм либерализованного рынка НПГ не может стать устойчивым генератором ООЦ.

В (Чернавский, Эйсмонт, 2005) показано, что гипотетически такая возможность появляется только в варианте  $B_2$  (при кооперативном поведении продавца и покупателя НПГ). Однако вопросы о том, как диагностируется ООЦ на либерализованном рынке НПГ и каков механизм достижения ООЦ при кооперативном поведении сторон на либерализованном рынке, не рассматривались. Это не давало регулятору повода заменить ранее введенную шкалу цен НПГ на другой механизм.

Тем не менее значительная часть экспертного сообщества считала, что либерализованный рынок НПГ эффективнее государственного регулирования. В концентрированном виде эту позицию изложил Г.П. Елисеев (Елисеев, 2001): «Окончательно запутывает ситуацию государственное регулирование... У нас уже сложились рыночные основы экономики, и подобное регулирование создает совершенно извращенную ситуацию экономических стимулов... Если отпустить цены на попутный газ и на сжиженный газ — ничего страшного не случится. Если бы это сделали раньше, уже никакого спора бы не было — а нефтяники вместе с нефтехимиками боролись бы за либерализацию газового рынка»  $^{11}$ .

Не рассматривая задачу определения ООЦ, авторы работы (Крюков и др., 2008, с. 42) показывают, что «либерализация (а в действительности — повышение цен  $H\Pi\Gamma^{12}$ ) является... одним из необходимых условий потенциальной эффективности утилизации газа».

Нельзя пройти мимо еще одного фактора. Либерализованный рынок НПГ избавлял регулятора от очень сложной и неблагодарной миссии — быть арбитром в спорах очень влиятельных экономических агентов в условиях неопределенности рисков либерализации и отсутствия исследований о последствиях либерализации рынков НПГ. И в 2009 г. рынок НПГ был либерализован (после проведенной ранее либерализации поставок СПБ на оптовый рынок, обслуживающий население).

Однако не был получен ответ на вопрос, может ли либерализация рынка НПГ оказаться более эффективным координатором, чем ценовое регулирование. Поэтому вопрос остался актуальным и определил основные задачи данной работы: сравнить общественную эффективность (координации деятельности производителей и переработчиков НПГ) либерализованного и регулируемого рынков НПГ $^{13}$  и предложить более понятный и приемлемый для сторон рынка алгоритм определения ООЦ, чем в работе (Чернавский, Эйсмонт, 2005) $^{14}$ .

## 1. КООРДИНАЦИЯ НА ЛИБЕРАЛИЗОВАННОМ РЫНКЕ НПГ

Прежде чем оценить координирующий потенциал либерализованного рынка, следует пояснить его свойства. У обеих сторон нет возможности избежать рыночных отношений: нефтяной компании приходится продавать НПГ ближайшему ГПЗ «СИБУР»  $^{15}$ , а у ГПЗ нет заменителя того НПГ, который предлагает доминирующая на данной рыночной площадке нефтяная компания.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Выдвинутые Г.П. Елисеевым аргументы неубедительны. Во-первых, в рыночной экономике регулирование не только не исключается, но в ряде случаев это — наиболее эффективный инструмент управления, например при обращении с естественной монополией. Во-вторых, аргумент «ничего страшного не случится» имеет эмоциональный, а не научный характер, и поэтому его нельзя использовать как научный. В-третьих, не всякий либерализованный газовый рынок эффективен с точки зрения общества. Так, при сохранении в газовой отрасли доминирования одной компании либерализация окажется движущей силой не общественно эффективных, а монопольных цен на газ, что подтверждается как экономической теорией, так и накопленным мировым опытом.

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> В (Крюков и др., 2008, с. 42) уточняется, что речь идет о повышении цен на НПГ «до экономически обоснованного уровня», однако смысл этого понятия авторы не раскрывают. Возможно, такой ценой авторы считают ООЦ.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> В статье мало ссылок на работы зарубежных авторов, так как до появления российского рынка НПГ нефтяные компании и за рубежом, и в России его не продавали, а сами занимались его утилизацией. В российской литературе аналитических работ, освещающих работу рынка НПГ, а также его общественную эффективность, практически нет. Так, например, в обзоре литературы в (Книжников, Ильин, 2017) рынок НПГ даже не упоминается, хотя он играет важную роль в деятельности нефтяных компаний и состоянии окружающей среды.

 $<sup>^{14}</sup>$  Построенный в этой работе алгоритм формирования ООЦ не был использован регулятором.

 $<sup>^{15}</sup>$  Предпочесть альтернативу — сжигать НПГ в факеле — означает подвергнуться очень большому риску — лицензия на добычу нефти может быть отозвана.

Казалось бы, кооперативное поведение в этих условиях является естественным. Однако реально наблюдалось эгоистическое поведение. Каких результатов можно ожидать при таком поведении сторон?

На либерализованном монопольно-монопсоническом покупатель НПГ при отсутствии форс-мажорных обстоятельств не станет покупать НПГ по цене выше ПЦСП. В свою очередь, продавец НПГ не будет продавать НПГ так, чтобы торговая сделка привела к убыточности добычи нефти, т.е. цена НПГ должна быть выше минимально допустимой цены монополиста (МДЦН). Цена НПГ на свободном рынке ограничена сверху (ПЦСП монопсониста) и снизу (МДЦН монополиста).

На либерализованном рынке значение ООЦ не наблюдается. На конкурентном рынке это неважно, так как конкуренция — механизм, который производит селекцию участников рынка, оставляя на нем, в конечном счете, только общественно эффективных <sup>16</sup>. На либерализованном монопольно-монопсоническом рынке такого механизма селекции нет.

Следовательно, справедливо следующее утверждение 1: из-за ненаблюдаемости ООЦ при отсутствии рыночного механизма, формирующего ООЦ, независимо от того, ведут ли себя стороны эгоистично или кооперативно, на либерализованном монопольно-монопсоническом рынке НПГ стороны не имеют информации об уровне цены, которая соответствует максимуму общественного благосостояния, т.е. об уровне ООЦ. Справедливо также утверждение 2: если наблюдатель — аутсайдер, то, не имея информации о механизмах и результатах формирования издержек монополиста и монопсониста, а также об экстерналиях рынка, он не может определить значение ООЦ. Из утверждений 1 и 2 следует теорема о неопределенности.

**Теорема о неопределенности.** Равновесная цена НПГ на либерализованном монопольномонопсоническом рынке не содержит признаков ее соответствия (или несоответствия) ООЦ, и ее совпадение с ООЦ— случайное (но ненаблюдаемое) событие.

Иными словами, либерализация монопольно-монопсонического рынка НПГ не формирует общественно эффективного механизма координации деятельности сторон рынка.

**Следствие.** Монопольно-монопсонический рынок НПГ, действующий в интересах общества, необходимо регулировать; при этом регулятор должен иметь доступ к информации о действительных издержках участников рынка.

Задача регулятора — вычислять и устанавливать ООЦ с помощью понятного и приемлемого для сторон рынка алгоритма. Чтобы решить эту задачу, необходимо: 1) существенно сократить объем исходных данных (по сравнению с (Чернавский, Эйсмонт, 2005)), используемых для вычисления предельных издержек производства и переработки НПГ; 2) разработать более прозрачный алгоритм определения ООЦ. Решению этой задачи посвящен следующий раздел.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЩЕСТВЕННО ОПТИМАЛЬНЫХ ЦЕН НПГ

Известно, что ООЦ продукта — эмпирический показатель, генерируемый конкурентным рынком. На рынке НПГ такого реального механизма нет. Искомая равновесная рыночная цена, соответствующая максимуму общественного благосостояния, равна предельным издержкам производства. Следовательно, чтобы оценить предельные издержки производства НПГ, надо найти частную производную функции издержек нефтяной компании по объему производства НПГ.

Согласно широко распространенному подходу издержки производства НПГ рассчитывают, распределяя суммарные издержки добычи нефти и НПГ между нефтью и НПГ пропорционально долям объема нефти и НПГ в общем объеме их смеси, извлекаемой из недр. Однако использование такого метода для нахождения предельных издержек производства НПГ является неправомерным. Дело в том, что (в соответствии с определением частной производной) при приращении объема производства НПГ, например, на единицу объема прирост издержек производства НПГ должен зависеть только от приращения производства. В действительности же при приращении производства НПГ растет добыча нефти (соответственно, растут издержки добычи нефти). Но увеличив добычу нефти, нефтяная компания получает приращение своего дохода от продажи дополнительной нефти

 $<sup>^{16}</sup>$  Скорость формирования на рынке равновесной цены зависит от степени информированности каждого участника рынка о свойствах других участников. Рост неопределенности в информированности о них ведет к замедлению скорости установления равновесной цены.

на рынке. При расчете предельных издержек производства НПГ должна быть учтена жесткая связь между добычей нефти и производством НПГ.

Предельные издержки производства НПГ зависят от того, продается ли на рынке только часть произведенного НПГ $^{17}$  или весь произведенный НПГ. Построим алгоритм определения предельных издержек производства НПГ и ООЦ для двух случаев. При этом будем опираться на обозначения, часть которых была использована в (Чернавский, 2013).

Пусть  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  — доли нефти и НПГ, содержащиеся в смеси нефти и НПГ, соответственно. При максимальном объеме производства НПГ  $\bar{Q}_1$  нефтяная компания производит НПГ в объеме  $Q_1^{(1)}$ , когда продает только часть произведенного НПГ, и  $Q_1^{(2)}$ , когда продает весь произведенный НПГ. Перерабатывающая НПГ компания перерабатывает в этих же случаях соответственно  $Q_2^{(1)}$  и  $Q_2^{(2)}$  при максимальном объеме переработки  $\bar{Q}_2$ . Здесь  $c_Q$  — удельные издержки добычи смеси нефти и НПГ;  $P_1$  — цена нефти на рынке;  $\bar{P}_2$  — предельно допустимая цена для обеспечения самоокупаемости переработки (ПЦСП) НПГ;  $c_{c\bar{0}}$  — удельные издержки сбора НПГ после его выделения из нефти;  $c_{\tau p}$  — удельные издержки транспортировки НПГ от места его производства до ГПЗ.

Пусть  $\tau$  — штраф за сжигание НПГ в факеле;  $\overline{c}^{(1)}$  — предельные издержки производства НПГ, когда часть произведенного НПГ сжигается в факеле;  $\overline{c}^{(2)}$  — предельные издержки производства НПГ, когда весь произведенный НПГ продается на рынке и перерабатывается;  $P_2$  — равновесная рыночная цена НПГ;  $\overline{SW}$  — максимум общественного благосостояния, определяемого как сумма излишков покупателя и прибыли продавца.

Нефтяная компания и СИБУР стремятся максимизировать свой доход, максимально загружая имеющееся у них оборудование по добыче нефти и переработке НПГ на ГПЗ. Предположим, что прибыль, которую нефтяная компания получает от продажи нефти и газа, выше размера штрафов за сжигание НПГ в факелах. Тогда, если часть НПГ сжигается в факеле, нефтяная компания, производя НПГ в объеме  $Q_1^{(1)} = \overline{Q}_1$ , продает на рынке  $Q_2^{(1)} = \overline{Q}_2$ .

В случае когда весь произведенный НПГ продается на рынке, нефтяная компания, производя НПГ в объеме  $Q_1^{(2)} = \bar{Q}_1$ , продает на рынке  $Q_2^{(2)} = \bar{Q}_1$ .

Примем (Чернавский, 2013, с. 146), что издержки добычи, транспортировки и переработки пропорциональны объемам добычи смеси нефти и НПГ, транспортируемого и перерабатываемого НПГ. Это позволяет использовать при анализе удельные показатели издержек.

Рассмотрим два случая продажи произведенного НПГ на рынке, о которых говорилось выше. Нам необходимо построить достаточно ясные и прозрачные алгоритмы вычисления предельных издержек производства НПГ и ООЦ НПГ, с помощью которых была бы решена проблема их приемлемости сторонами рынка.

#### 1.1. Только часть произведенного НПГ может быть продана на рынке

В случае когда нефтяная компания производит больше НПГ, чем может переработать ГПЗ, выполняется условие

$$\bar{Q}_1 > \bar{Q}_{\gamma}$$
. (1)

Возникает вопрос, что должно быть включено в предельные издержки производства НПГ, которые должен оплатить покупатель при его покупке на рынке.

Поскольку покупатель НПГ при выполнении условия (1) полностью загрузил мощности по сепарации НПГ, ему незачем приобретать на рынке дополнительный объем НПГ, который будет произведен нефтяной компанией, для того чтобы рассчитать предельные издержки производства НПГ. Но поскольку приращение объема производимого НПГ не будет продаваться на рынке, нефтяная компания вынуждена рассматривать его как бесполезный для нее отход добычи нефти, т.е. в данном случае при приращении производства НПГ добыча нефти становится однопродуктовым производством (только нефти). Следовательно, приращение издержек добычи смеси нефти и НПГ относится к издержкам добычи нефти и не должно быть отнесено к издержкам производства НПГ.

 $<sup>^{17}</sup>$  В этом случае нефтяная компания вынуждена сжигать в факелах непроданный на рынке объем НПГ. Даже если часть НПГ будет закачиваться в нефтяной пласт или сжигаться в энергоустановках для производства тепла и электроэнергии, часть непроданного НПГ будет сжигаться в факелах.

Так как в данном случае нефтяная компания не может продать приращение производства НПГ на рынке (мощность переработки НПГ загружена полностью), ей придется сжечь его в факеле  $^{18}$ . При этом она понесет издержки от сбора НПГ $^{19}$  ( $c_{c6}$ ) плюс штраф ( $\tau$ ), который она должна заплатить за сжигание в факеле приращенного объема произведенного НПГ. Предельные издержки производства, проданного на рынке НПГ, характеризуют его ценность с точки зрения общества. Сжигание НПГ в факеле наносит ущерб интересам общества, и, следовательно, ценность продаваемого приращения НПГ должна быть уменьшена на величину  $\tau^{20}$ . Таким образом, предельные издержки производства НПГ, в случае когда нефтяная компания производит больше НПГ, чем продает на рынке, имеют вид:

$$\overline{c}^{(1)} = c_{c6} - \tau. \tag{2}$$

Если  $c_{c6} < \tau$ , то предельные издержки производства НПГ оказываются отрицательными. Это означает, что при выполнении этого условия нефтяная компания, *продающая* НПГ по предельным издержкам, т.е. по цене  $P_2^{(1)} = \overline{c}^{\,(1)}$ , должна з*аплатить* покупателю при продаже НПГ.

Как было показано выше, максимальная цена, которую может заплатить покупатель НПГ, равна  $\Pi \coprod CC^{21}$  (т.е.  $\bar{P}_2$ ). Следовательно, максимум общественного блага в данном случае определяется выражением

$$\overline{SW}^{(1)} = (\overline{P}_2 - \overline{c}^{(1)})\overline{Q}_2, \tag{3}$$

 $\overline{SW}^{(1)} = \left(\overline{P}_2 - \overline{c}^{\,(1)}\right) \overline{Q}_2,$  а удельная величина максимального общественного блага —  $\overline{sw}^{(1)} = \overline{SW}^{(1)} \, \Big/ \, \overline{Q}_2 = \overline{P}_2 - \overline{c}^{\,(1)},$ 

$$\overline{sw}^{(1)} = \overline{SW}^{(1)} / \overline{Q}_2 = \overline{P}_2 - \overline{c}^{(1)}, \tag{4}$$

и она не зависит от равновесной рыночной цены  $P_2$ .

Р, находится в диапазоне значений, задаваемых выражением

$$\overline{P}_2 \ge P_2 \ge \overline{C}^{(1)}. \tag{5}$$

Она делит общественное благо на две части: излишки покупателя (buyer's surplus) и прибыль продавца (seller's profit).

Из (4) следует, что удельные излишки покупателя НПГ равны  $bs^{(1)} = \overline{P}_2 - P_2$ , а прибыль продавца НПГ —  $sp^{(1)} = P_2 - \overline{c}^{(1)}$ . Тогда при любой рыночной цене, удовлетворяющей условию (5), достигается максимум общественного блага. На либерализованном монопольно-монопсоническом рынке условие (5) соблюдается всегда, так как левую часть неравенства контролирует покупатель НПГ, а правую — производитель, и для контроля каждому не требуется информация об издержках другой стороны.

Может возникнуть впечатление, что либерализация рынка НПГ с точки зрения интересов общества оправдана, так как условие (5) выполняется, и при этом при любом  $P_2$  общественное благосостояние всегда достигает своего максимума. Однако такой вывод является поверхностным, так как соотношение излишков покупателя и прибыли продавца зависит от  $P_2$ . То есть рыночная цена НПГ, не влияя непосредственно на общественное благосостояние, по-разному затрагивает интересы сторон рынка, экономическое состояние которых влияет на общественное благосостояние. Это свидетельствует о косвенном влиянии  $P_2$  на общественное благосостояние. Из приведенных утверждений следует следующая теорема.

**Теорема о внерыночных факторах.** Переговорная сила участника рынка на либерализованном рынке НПГ определяется нерыночными факторами, отражающими значимость участника рынка для государственной власти, общества и экономики.

На либерализованном монопольно-монопсоническом рынке выбор цены  $P_2$  определяется по результату столкновения переговорных сил участников рынка. Переговорная сила участника, в свою очередь, зависит от того, как относятся органы государственной власти к данному участнику.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Предполагается, что объемы НПГ выше тех, которые могут пойти на закачку в недра и на сжигание в энергоустановках для покрытия потребностей в электроэнергии и тепле на месте добычи. Предполагается также, что дополнительно произведенный НПГ сжигается в месте производства НПГ, а не в пункте его продажи, как предполагалось в (Чернавский, 2013, с. 147; Чернавский, Эйсмонт, 2005). Это более точно моделирует реальность.

<sup>19</sup> Издержки, связанные с установкой факельного сжигания, малы (Киселев, 2020 с. 17) и ими можно пренебречь.

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> Как видно, алгоритм определения предельных издержек производства НПГ, использованный при выводе (2), доступнее для понимания регулятором и менеджерами нефтяных компаний, чем в (Чернавский, Эйсмонт, 2005).

 $<sup>^{21}</sup>$  Здесь мы использовали результат, полученный в (Чернавский, 2013, с. 159), состоящий в том, что ПЦСС является прокси ПЦСП.

Такими факторами являются: роль участника рынка в торговом балансе страны; упущенная выгода общества от недостаточной мощности предприятий переработки по НПГ; негативное влияние на окружающую среду, включая эмиссию парниковых газов; характер отношений топ-менеджеров и владельцев компаний—участников рынка НПГ с руководителями страны и т.д.

Если переговорные силы участников рынка примерно равны, представляется наиболее эффективной компромиссная рыночная цена (соответствующая равновесию по Нэшу), при которой излишки покупателя равны прибыли продавца. Тогда компромиссная рыночная цена

$$\tilde{P}_{2}^{(1)} = 0.5 \left( \overline{P}_{2} + \overline{c}^{(1)} \right).$$
 (6)

Однако на реальном либерализованном рынке в силу теоремы о неопределенности участники рынка не имеют информации, которая позволила бы им достичь компромисса, выраженного условием (6). Поэтому выбор рыночной цены  $P_2$  из множества значений, удовлетворяющих (6), не может быть сделан в условиях либерализованного рынка. Таким образом, в рассматриваемом случае для реализации (6) рынок должен регулироваться.

#### 1.2. Весь произведенный НПГ может быть продан на рынке

Рассмотрим случай, когда весь произведенный нефтяной компанией НПГ может быть продан на рынке, т.е. выполняется условие  $\bar{Q}_1 < \bar{Q}_2$ . Тогда приращение производства НПГ, которое должно быть сделано для вычисления предельных издержек производства НПГ, может быть продано на рынке. Это значит, что этот дополнительный объем НПГ является товаром, а не отходом, как в предыдущем случае. Следовательно, издержки добычи смеси нефти и НПГ должны быть распределены между нефтью и НПГ. Та их часть, которая будет идентифицирована как издержки производства НПГ, должна быть учтена в предельных издержках производства НПГ, т.е. в цене НПГ. Эти издержки извлечения НПГ из недр равны  $\bar{Q}_2 c_0 / \alpha_2$ .

В предельные издержки должны войти затраты на сбор НПГ (включая компримирование), а также на его транспортировку от места добычи к ГПЗ. Еще должно быть включено приращение производства НПГ, необходимое для вычисления предельных издержек его производства, сопряженное с соответствующим приростом добычи нефти. После продажи прироста нефти на рынке нефтяная компания получит прирост дохода в размере  $P_1 \overline{Q}_2 \alpha_1 / \alpha_2$ . Поскольку прирост производства НПГ приносит дополнительный доход от продажи нефти, издержки производства НПГ должны быть снижены на величину этого дополнительного дохода. В итоге предельные издержки производства НПГ, когда весь произведенный НПГ продается на рынке, определяются выражением  $\overline{c}^{(2)} = c_Q / \alpha_2 + c_{c6} + c_{\tau p} - P_1 \alpha_1 / \alpha_2$ . Если  $c_Q / \alpha_2 + c_{c6} + c_{\tau p} < P_1 \alpha_1 / \alpha_2$ , предельные издержки оказываются отрицательными, а удельное значение общественного блага имеет вид  $\overline{sw}^{(2)} = \overline{P}_2 - \overline{c}^{(2)}$ . Равновесная рыночная цена НПГ равна  $P_2$ , где

$$\overline{P}_2 \ge P_2 \ge \overline{C}^{(2)},\tag{7}$$

делит общественное благо (как и в первом случае) на две части: излишки покупателя и прибыль продавца. Из (7) следует, что удельные излишки покупателя НПГ равны  $bs^{(2)} = \overline{P}_2 - \overline{P}_2$ , а прибыль продавца НПГ —  $sp^{(2)} = P_2 - \overline{c}^{(2)}$ . Тогда при любой рыночной цене, удовлетворяющей условию (7), достигается максимум общественного блага.

Применяя ту же логику рассуждений, которая была использована в п. 1.1., получаем, что компромиссная рыночная цена будет

$$\tilde{P}_{2}^{(2)} = 0.5(\bar{P}_{2} + \bar{c}^{(2)}).$$
 (8)

Как и в первом случае, условие (7) на либерализованном рынке выполняется и рыночная цена формируется в результате столкновения переговорных сил участников рынка. В данном случае также справедлива теорема о внерыночных факторах. Справедливо утверждение, что для формирования рыночной цены, соответствующей (8), рынок необходимо регулировать.

## выводы

1. В настоящее время рынок НПГ либерализован. В сегодняшних экономических условиях и реальной практики его функционирования желательным для общества механизмом координации деятельности участников рынка НПГ является механизм, формирующий цены НПГ,

соответствующие максимуму общественного благосостояния. Показано, что на российском рынке НПГ максимум общественного благосостояния достигается на множестве рыночных цен.

- 2. При определении предельных издержек производства НПГ было учтено, что НПГ производится в едином процессе с добычей нефти.
- 3. На либерализованном российском рынке НПГ выбор из множества возможных цен зависит от внерыночных факторов. Такой выбор сторонами общественно оптимальной композиции внерыночных факторов является случайным.
- 4. В статье разработан алгоритм компромиссной общественно оптимальной цены НПГ, который может быть реализован при регулировании рынка. Регулирование рынка НПГ является более эффективным механизмом (с точки зрения интересов общества) координации деятельности производителя и покупателя НПГ, чем либерализация рынка.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- **Елисеев Г. П.** (2001). Полезно ли повышение цен на попутный нефтяной газ? Научно-образовательный портал IQ ВШЭ. Режим доступа: https://iq.hse.ru/news/177824831.html [**Eliseev G.P.** (2001). *Is an increase in the price of associated petroleum gas useful?* IQ HSE Scientific and Educational Portal. June 22. Available at: https://iq.hse.ru/news/177824831.html (in Russian).]
- Киселев Е.А. (гл. ред.). (2020). Государственный доклад «О состоянии и использовании минерально-сырьевых ресурсов Российской Федерации в 2019 году». М.: Министерство природных ресурсов и экологии Российской Федерации. 490 с. Режим доступа: http://www.mnr.gov.ru/upload/iblock/11a./Госдоклад-2019.pdf [Kiselev E.A. (ed.) (2020). State Report "On the state and use of mineral resources of the Russian Federation in 2019". Moscow: Ministry of Natural Resources and Environment of the Russian Federation. 490 p. Available at: https://www.mnr.gov.ru/docs/o\_sostoyanii\_i\_ispolzovanii\_mineralno\_syrevykh\_resursov\_rossiyskoy\_federatsii/gosudarstvennyy\_doklad\_o\_sostyanii\_i\_ispolzovanii\_mineralno\_syrevykh\_resursov\_rossiyskoy\_federatsii (in Russian).]
- **Книжников А.Ю., Ильин А.М.** (2017). Проблемы и перспективы использования попутного нефтяного газа в России. М.: Всемирный фонд дикой природы (WWF). [**Knizhnikov A.Y., Ilyin A.M.** (2017). *Problems and prospects of the use of waste oil gas in Russia*. Moscow: World Wildlife Fund (WWF) (in Russian).]
- Крюков В.А., Силкин В.Ю., Токарев А.Н., Шмат В.В. (2008). Как потушить факелы на российских нефтепромыслах: институциональный анализ условий комплексного использования углеводородов (на примере попутного нефтяного газа). Новосибирск: ИЭОПП СО РАН. [Kryukov V.A., Silkin V.Y., Tokarev A.N., Shmat V.V. (2008). How to extinguish flares at Russian oil fields: Institutional analysis of conditions for complex hydrocarbon utilization (by example of associated petroleum gas). Novosibirsk: Institute of Economics and Industrial Engineering of the Siberian Branch of the RAS (in Russian).]
- **Чернавский С.Я.** (2013). Реформы регулируемых отраслей российской энергетики. М., СПб.: Нестор-История. [Chernavsky S. Ya. (2013). *Reforms of the energy regulated branches in Russia*. Moscow, St. Petersburg: Nestor-Historia (in Russian).]
- **Чернавский С.Я., Эйсмонт О.А.** (2005). Экономический анализ рынка нефтяного попутного газа в России // Экономика и математические методы. Т. 41. № 4. С. 30—38. [Chernavsky S. Ya., Eismont O.A. (2005). Economic analysis of associated petroleum gas market in Russia. *Economics and Mathematical Methods*, 41, 4, 30—38 (in Russian).]

## Associated petroleum gas market: Pricing mechanisms

© 2021 S.Ya. Chernavskii

#### S.Ya. Chernavskii,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia, e-mail: sergeichernavsky@mail.ru

#### Received 22.06.2021

**Abstract.** In Western Siberia, the main oil-producing region of Russia, all functioning regulated markets of associated petroleum gas (APG) have been liberalized. Because of the monopoly-monopsony structure there is a threat of market prices deviation from socially optimal levels, corresponding to the maximum of public good. The analysis of this threat and assessment of the factors that support it is an urgent problem, which has not yet been covered in the scientific literature. The purpose of the study is to assess the consequences of the liberalization of APG markets. The tool for solving the problems of the study is the economic theory of formation of market equilibrium prices in the joint production of APG and oil. On a liberalized APG market, the maximum public welfare corresponds to a set of market prices, which are determined when considering a virtual competitive market. The actual price is formed under the influence of non-market factors. The liberalized market has no mechanism for forming a socially optimal composition of non-market factors, and the parties have no information allowing them to determine the corresponding socially optimal APG price. Therefore, it must be set by the regulator. The algorithms for calculation of marginal costs of joint production of oil and APG and socially optimal price of APG are constructed.

**Keywords:** economic theory, market of associated petroleum gas, monopoly-monopsony structure of the market, virtual, pricing in the market, economic-mathematical modeling, price regulation, price liberalization, public welfare, trajectory of reforms.

**JEL Classification:** D4. D6. L16. L43. L71. L99. P18. R48.

**DOI:** 10.31857/S042473880017524-5

## **———** ОТРАСЛЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ **—**

# Механизмы распределения научно-исследовательских работ и финансирования в научных коллективах

© 2021 г. В.В. Клочков, Е.Ю. Хрусталев

#### В.В. Клочков,

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва; e-mail: vlad\_klochkov@mail.ru

## Е.Ю. Хрусталев,

ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: stalev777@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.06.2021

Аннотация. Рассматриваются механизмы распределения доходов и научно-исследовательских работ внутри научных коллективов при фиксированном общем объеме финансирования и выплатах, пропорциональных публикационной активности ученых. Такая ситуация характерна в грантовых научных проектах и в организациях фундаментальной науки, использующих стимулирующие надбавки за результативность научной деятельности. Показано, что, если члены коллектива действуют эгоистично, максимизируя свой чистый доход (за вычетом затрат на написание научных работ), их равновесные чистые доходы многократно ниже, а общее число написанных ими работ — многократно выше, чем в случае картельного сговора, при котором коллектив в целом пишет некоторое минимально требуемое число статей. Конкретные взаимовыгодные (по сравнению с конкурентным равновесием) распределения числа работ и выплат между участниками научного картеля могут варьировать в широких пределах. Также показано, что конкурентный механизм приводит к вымыванию из коллективов ученых с высокими альтернативными издержками написания научных работ, усилению риска неэтичного поведения отдельных ученых и, вероятно, снижению качества работ в ущерб их числу.

**Ключевые слова:** финансирование научных исследований, продуктивность ученых, конкуренция, стимулы, кооперация, эффективность.

Классификация JEL: С02, Ј3, О3.

**DOI:** 10.31857/S042473880017512-2

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Анализу и оценке результативности научной деятельности отдельных ученых и научных организаций посвящены многочисленные исследования специалистов из различных областей современной науки (Грудцына, 2013; Гусева, Далекин, 2016; Мартынов, 2012; Попов и др., 2017; Пястолов, 2020). Во множестве публикаций уже давно обсуждаются и решаются проблемы финансирования научных исследований и оплаты труда научных работников (Носачевская, 2012; Проничкин, 2019; Римашевская, Зубова, Антропова, 2010). В настоящее время показатели результативности фундаментальных научно-исследовательских работ, продуктивности научных коллективов и отлельных ученых, как правило, сволятся к публикационной активности, т.е. числу научных публикаций (статей, докладов, монографий и т.п.) за отчетный период. Производными от публикационных показателей являются показатели цитируемости научных работ. Разумеется, все подобные показатели чрезвычайно уязвимы для критики как показатели вклада в науку, объема произведенных знаний, и тем более качества научных работ (на что иногда претендуют показатели цитируемости, однако, как убедительно показано в многочисленных работах (Игра в цыфирь..., 2011; Управление..., 2013) и др., для этого нет никаких объективных оснований). Можно считать это неизбежной проблемой управления фундаментальными научными исследованиями — в отличие от прикладных, которые направлены на решение практических задач и в принципе допускают объективное измерение полезности научных результатов (хотя и в этой сфере, как показано в работах (Рождественская, Клочков, 2016), пока далеко до удовлетворительных решений).

Финансирующие органы — а в сфере фундаментальных исследований это или непосредственно органы государственной власти (министерства науки и высшего образования и т.п. ведомства), или грантовые фонды — стремятся стимулировать повышение продуктивности фундаментальной науки и отдельных ученых. Их заработные платы привязываются к вышеописанным показателям

публикационной активности — как правило, свернутым в форме взвешенных сумм числа публикаций различного веса, в зависимости от категорий научных журналов, конференций, издательств и т.п. Например, так устроены показатели результативности научной деятельности (ПРНД) (подробнее см. (Батьковский и др., 2017; Хрусталев, Ильменская, 2009, 2014)), введенные в 2000-х годах в институтах РАН, а затем, при ее реорганизации, — ФАНО, Министерством образования и науки (Минобрнауки) и т.п.

При этом общий объем финансирования фундаментальных научно-исследовательских работ в стране остается фиксированным — по крайней мере в краткосрочном периоде. То же самое касается грантовых научных проектов. И даже на уровне отдельной научной организации или ее подразделения, коллектива, в краткосрочном периоде общий объем финансирования (определяемый чаще всего по лимитному подушевому принципу) остается неизменным.

В то же время стимулы повышения научной «продуктивности» — например механизмы стимулирующих надбавок, привязанных к ПРНД,— оставляют для отдельных ученых возможности повышать по крайней мере свой личный доход благодаря увеличению объема и веса собственных научных публикаций. Как правило, финансирующие органы считают такие механизмы благотворными, выступая за конкуренцию в науке (как в количественном выражении, так и в качественном, выступая за «избавление науки от малопродуктивного балласта» — экономико-математическому анализу эффективности таких конкурентных механизмов были посвящены работы (Клочков, 2011; Клочков, Крупина, 2013)).

В данной работе предполагается при помощи простых экономико-математических моделей оценить влияние вышеописанных стимулов на «продуктивность» фундаментальной науки, измеряемую числом научных публикаций, а также на исследовательскую результативность ученых.

#### МЕТОДЫ

Построим упрощенную экономико-математическую модель распределения работ и выплат в научном коллективе. Предположим для простоты оценок, что все выполняемые научные работы (статьи, публикации) однородны. Обозначим членов коллектива индексами i=1,...,n, а число работ, выполняемых участником i, обозначим  $q_i$ . При этом общая сумма выплат коллективу фиксирована и составляет R денежных единиц за отчетный период. Таким образом, цена одной работы p, оплачиваемая финансирующим органом или грантодателем, убывает обратно пропорционально суммарному числу работ всех участников  $q_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{n} q_i$ :  $p = R / q_{\Sigma}$ .

Предположим, что выплаты за научные работы распределяются пропорционально вкладу каждого участника, т.е. его доле в общем числе публикаций  $\alpha_i = q_i / q_{\Sigma}$ , i = 1, ..., n,  $\sum_{i=1}^n \alpha_i \equiv 1$ :  $R_i = \alpha_i R$ , i = 1, ..., n.

Каждый член коллектива, выполняя свои научные работы (готовя публикации и т.п.), несет издержки. Причем они делятся на две части.

Во-первых, существует объективная сумма затрат, одинаковая для всех участников. Эта сумма складывается прежде всего из прямых затрат на публикацию и т.п. (как известно, для грантовых проектов особенно актуальна ситуация, когда за возможность опубликования работы приходится платить журналу, организатору конференции и т.п. — тем более что, как правило, публикации по проекту требуются в чрезвычайно сжатые сроки). Обозначим эти объективные затраты, одинаковые для всех участников,  $c_0$ , у.е. за публикацию.

Во-вторых, каждый участник тратит на выполнение научных работ свои силы и время, которые в рамках этой экономико-математической модели также получают свою денежную оценку. Однако она, в отличие от первой составляющей затрат, уже субъективна и индивидуальна для каждого члена коллектива. Прежде всего она отражает индивидуальную оценку самим участником его собственных трудозатрат на выполнение одной научной работы. Во многом такая оценка опирается на альтернативную стоимость времени участника, которая, в свою очередь, зависит от его дохода по альтернативному месту работы, от индивидуального предпочтения досуга и т.п. Обозначим эти субъективные затраты на одну научную работу  $\{c_i\}$ , у.е. за публикацию, i=1,...,n.

Тогда, считая, что каждый член научного коллектива действует экономически рационально и максимизирует собственную прибыль от участия в работе данного коллектива, можно выразить ее в общем случае следующим образом:  $\Pi_i = R_i - TC_i = q_i(R/q_\Sigma - (c_0 + c_i)), i = 1,...,n$ .

Предположим, что каждый участник максимизирует свою прибыль независимо от других, т.е. имеет место олигополия Курно на этом специфическом рынке научных публикаций (напомним, с фиксированной общей суммой доходов, т.е. абсолютно неэластичным спросом). Тогда для каждого члена коллектива необходимое условие оптимальности будет выражаться следующим образом (для простоты дальнейших вычислений считаем, что число работ является непрерывной управляющей переменной, а получившиеся решения далее округлим до целых):

$$\begin{split} \frac{\partial}{\partial q_i} &= \frac{\partial}{\partial q_i} \left\{ q_i \Bigg( \frac{R}{q_{\scriptscriptstyle \Sigma}} - \Big( c_0 + c_i \Big) \Bigg) \right\} = 0, \text{ или} \\ \frac{\partial}{\partial q_i} \Bigg( \frac{q_i}{q_{\scriptscriptstyle \Sigma}} \Bigg) &= \frac{c_0 + c_i}{R}, \text{ или } \frac{1}{q_{\scriptscriptstyle \Sigma}} - \frac{q_i}{q_{\scriptscriptstyle \Sigma}^2} \frac{\partial q_{\scriptscriptstyle \Sigma}}{\partial q_i} = \frac{c_0 + c_i}{R}, \ i = 1, ..., n. \end{split}$$

Но условие модели Курно формально выражается в том, что, решая свою оптимизационную задачу, каждый игрок, меняя собственный выпуск, не ожидает ответных изменений выпусков других игроков, т.е.  $\partial q_{_{\Sigma}}/\partial q_{_i}=1, i=1,...,n$ .

Тогда необходимые условия оптимума для каждого игрока можно выразить следующим образом:  $\frac{1}{q_{_{\Sigma}}}-\frac{q_{_i}}{q_{_{\Sigma}}^2}=\left(1-\alpha_{_i}\right)/\,q_{_{\Sigma}}=\left(c_{_0}+c_{_i}\right)/\,R,\,i=1,...,n.$ 

Равновесные доли каждого участника в общем объеме публикаций коллектива можно выразить из полученных условий оптимальности:  $\alpha_i^* = 1 - q_{\Sigma}(c_0 + c_i) / R$ , i = 1, ..., n.

Учитывая условие нормировки, т.е. равенство суммы всех долей единице, можно получить конечное выражение для равновесного общего числа работ данного научного коллектива:

$$1 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_{i}^{*} = n - q_{\Sigma} \left( nc_{0} + \sum_{i=1}^{n} c_{i} \right) / R, \Rightarrow q_{\Sigma}^{*} = (n-1)R / \left( nc_{0} + \sum_{i=1}^{n} c_{i} \right).$$

Возвращаясь к выражениям для равновесных долей каждого участника в общем числе публикаций, можно вычислить равновесное абсолютное число работ каждого игрока:  $q_i^* = \alpha_i^* q_\Sigma^*, i = 1, ..., n, -...$  а также равновесные значения прочих переменных модели, в том числе прибылей каждого члена научного коллектива.

#### **РЕЗУЛЬТАТЫ**

Для иллюстрации качественных эффектов, вытекающих из предложенной модели, рассмотрим следующий пример (условный, но базирующийся на реалистичных порядках величин). Пусть общая сумма выплат данному научному коллективу за отчетный период составляет R=6000 у.е.; число членов коллектива n=5; прямые денежные затраты на публикацию одной работы составляют  $c_0=20$ , у.е. за публикацию, а индивидуальные оценки затрат на написание одной работы у игроков распределяются следующим образом за 1 публикацию (у.е.):  $c_1=20$  у.е.;  $c_2=40$ ;  $c_3=60$ ;  $c_4=80$ ;  $c_5=100$ . Тогда согласно полученным выше итоговым формулам равновесное общее число работ данного научного коллектива составит

$$q_{\Sigma}^* = (n-1)R/(nc_0 + \sum_{i=1}^n c_i) = (4 \times 6000)/(5 \times 20 + 20 + 40 + 60 + 80 + 100) = 60,$$

причем оно распределится между игроками в следующих равновесных долях:

$$\alpha_{1}^{*}=1-q_{\Sigma}(c_{0}+c_{1})/R=0,6; \ \alpha_{2}^{*}=1-q_{\Sigma}(c_{0}+c_{2})/R=0,4; \ \alpha_{3}^{*}=1-q_{\Sigma}(c_{0}+c_{3})R=0,2; \\ \alpha_{4}^{*}=1-q_{\Sigma}(c_{0}+c_{4})/R=0; \ \alpha_{5}^{*}=1-q_{\Sigma}(c_{0}+c_{5})/R=-0,2.$$

На первый взгляд, полученные результаты абсурдны — уже первых два участника, имеющих самые низкие оценки собственных затрат на одну публикацию, обеспечат, соответственно, 60% (первый участник) и 40% (второй участник) публикаций всего научного коллектива (т.е. уже все 100%, или 60 работ), тогда как четвертый вообще не будет участвовать в работе, а пятый напишет отрицательное число работ, что будет скомпенсировано положительной избыточной долей третьего участника. Сложно дать содержательную интерпретацию такому результату, особенно для пятого участника. Означает ли это, что он готов «купить» у коллег недостающие работы (или, точнее, заплатить им за некоторое число не написанных ими работ), поскольку оценивает свое время

дороже, чем возможный доход от написания статей в таких условиях, или это следует интерпретировать как-то иначе?

По крайней мере этот участник в рассматриваемых обстоятельствах точно не заинтересован в том, чтобы самому писать статьи в рамках данного научного коллектива, проекта и т.п. В самом деле, при равновесном общем числе 60 статей цена каждой составит 100 у.е., тогда как пятый участник имеет оценку только собственных трудозатрат  $c_5=100$  у.е. за публикацию, не считая прямых затрат на публикацию в размере  $c_0=20$  у.е. за публикацию, т.е. для него написание статей заведомо убыточно.

Формально такой модельный эффект объясняется тем, что при выводе формул для равновесных значений параметров модели, в частности для долей всех участников, на эти доли не накладывалось условие неотрицательности. В то же время, возможно, что такая ситуация как раз и означает, что с содержательной экономической точки зрения участники со столь существенными различиями в индивидуальной оценке трудозатрат на написание статей (и, соответственно, в равновесной производительности) просто не будут сотрудничать в одном проекте или работать в одном коллективе — по крайней мере конкурируя между собой за фиксированный объем выплат, согласно модели Курно.

В приведенном примере можно пересчитать результаты, исключив пятого участника, а если и после этого у кого-то из участников равновесная доля публикаций окажется отрицательной, то и его, и т.д.

После исключения пятого участника согласно полученным выше итоговым формулам равновесное общее число работ данного коллектива составит

$$q_{\Sigma}^* = (n-1)R/(nc_0 + \sum_{i=1}^n c_i) = 3 \times 6000/(4 \times 20 + 20 + 40 + 60 + 80) \approx 64,$$

причем оно распределится между игроками в следующих равновесных долях:  $\alpha_1^* \approx 0.57$ ;  $\alpha_2^* \approx 0.36$ ;  $\alpha_3^* \approx 0.14$ ;  $\alpha_4^* \approx -0.07$ .

И в этом случае последний, четвертый участник с самой высокой (из оставшихся) индивидуальной оценкой собственных трудозатрат будет заинтересован в написании небольшого «отрицательного числа работ» (т.е. будет готов доплатить коллегам за то, что они не напишут несколько своих работ). После его исключения пересчет приведет, наконец, к реалистичному равновесию. Равновесное общее число работ данного научного коллектива составит  $q_{\Sigma}^* = 2 \times 6000 / (3 \times 20 + 20 + 40 + 60) \approx 67$ , причем оно распределится между игроками в следующих равновесных долях:  $\alpha_1^* \approx 0,55$ ;  $\alpha_2^* \approx 0,33$ ;  $\alpha_3^* \approx 0,11$ .

Заметим, что после каждого исключения самых «дорогостоящих» участников равновесное число работ коллектива возрастало — отчасти именно по причине нефизичности их равновесных стратегий. Эти игроки как бы поглощали часть работ коллектива.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В целом, за исключением рассмотренных выше аномальных эффектов, результаты расчетов и их качественные изменения при изменении параметров модели интуитивно очевидны. Так, по мере сокращения затрат на подготовку каждой публикации — как индивидуальных, так и объективных — равновесные числа работ по проекту возрастают, и наоборот.

Интереснее рассмотреть иные стратегии членов научного коллектива, отличные от эгоистической конкуренции по Курно. Причем игроки могут оставаться эгоистичными, но при этом могут и координировать свои действия (что пока не запрещено никакими грантодателями или финансирующими органами). Иначе говоря, игроки могут заключить своего рода картельный сговор. Поскольку спрос на публикации в этом случае остается абсолютно неэластичным, членам коллектива выгоднее всего писать минимальное число работ (так как совокупная выручка все равно фиксирована, а затраты при этом сокращаются). В реальности оно всегда ограничено снизу условиями грантовых научных проектов, квалификационными требованиями и нормативами для научных организаций. Обозначим это минимально необходимое число работ  $q_{\Sigma}^{min}$ . Тогда задача сводится к взаимовыгодному распределению этого фиксированного числа работ между участниками картеля. При этом ни один из них не должен иметь стимулов к тому, чтобы в одностороннем порядке отклониться от скоординированной, согласованной с другими игроками политики. Это условие взаимной выгодности может быть выражено, например, так: прибыль каждого участника картеля должна быть выше, чем прибыль в игре Курно.

Так, наиболее активный первый участник в вышеописанной ситуации писал 55% от 67 работ, т.е. около 37 работ, каждая из которых приносила доход в размере около 90 у.е. за статью, и нес за каждую издержки на уровне 40 у.е. за статью. Итого его чистая прибыль составила бы приблизительно 1850 у.е. Второй игрок получил бы чистую прибыль приблизительно 670 у.е., а третий — около 70 у.е.

Предположим, что финансирующий орган или грантодатель установил минимальные требования к числу публикаций данного научного коллектива на уровне  $q_{\Sigma}^{min} = 30$ . И теперь члены коллектива (участники «научного картеля») проводят согласованную политику, не превышая заданный уровень производительности. Тогда цена каждой статьи составляет 200 у.е. и получить прибыль, не меньшую, чем при конкуренции по Курно, первый игрок смог бы, написав всего около 12 работ. Еще проще было бы удовлетворить интересы второго и третьего игроков, которые получили бы не меньшую, чем при конкуренции, чистую прибыль, написав, соответственно, 5 и всего 1 статью.

Заметим, что в этом случае эти трое участников уже не выполнят всего требуемого объема работ данного научного коллектива. Однако цена одной статьи уже привлекательна и для других игроков, ранее исключенных из круга конкурентов за фиксированные средства. И первым трем участникам не возбраняется написать больше того минимального необходимого (для них) числа работ, которые обеспечивали неубывание их чистой прибыли — но в пределах заданного общего числа работ.

Возможные распределения объемов работ, выплат и прибылей между участниками такого «научного картеля» чрезвычайно многообразны — здесь важно лишь показать, что согласованная стратегия является взаимовыгодной по сравнению с конкуренцией за выплаты внутри научного коллектива. Причем резервы взаимовыгодных изменений очень широки, поскольку при согласованной политике цена одной работы не снижается многократно, как это происходит при конкуренции по принципу «каждый сам за себя».

Заметим, что в рассмотренном примере при конкуренции по Курно, в том числе после исключения незаинтересованных участников, общие объемы публикаций данного коллектива многократно, в два и более раза, могли превышать продуктивность «научного картеля». Такое «перевыполнение плана», реально имеющее место как в научных организациях, вводящих стимулирующие надбавки за ПРНД, так и в грантовых научных проектах, и в самом деле часто воспринимается грантодателями или финансирующими науку государственными органами как свидетельство правильности вводимых ими конкурентных стимулов.

Однако, во-первых, существуют объективные пределы научной продуктивности даже талантливых и высококвалифицированных ученых. Эти пределы можно формально превзойти, но почти наверняка — в ущерб качеству научных результатов.

Во-вторых, даже представленные здесь простые модельные расчетные примеры позволяют наглядно выявить важный качественный эффект. Усиление конкурентной гонки за перераспределение общего фиксированного объема средств приводит к вымыванию из научных коллективов и проектов в первую очередь таких игроков, у которых индивидуальные оценки затрат на выполнение научных работ выше, чем у других. То есть такие ученые не выдерживают игры на понижение, уходя либо из подобных организаций и проектов, либо из фундаментальной науки в целом. В то же время, в силу экономического смысла указанных субъективных издержек  $\{c_i\}$  (как альтернативных издержек), весьма вероятно, что это именно наиболее высококвалифицированные ученые, востребованные в различных областях.

Таким образом, исследованный здесь конкурентный механизм распределения фиксированной суммы средств (когда ученые ставятся в положение пауков в банке) становится механизмом отрицательного отбора. Также усиливаются риски того, что в описанных условиях некоторые ученые не останутся приверженными высоким моральным стандартам при выполнении научных исследований и публикации их результатов.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показало экономико-математическое моделирование поведения ученых, конкурирующих согласно модели олигополии Курно за распределение фиксированного объема средств внутри научного коллектива, те его члены, которые относительно низко оценивают собственные затраты на написание научных работ, заинтересованы в многократном перевыполнении плана публикаций по сравнению с минимально требуемым уровнем. Однако оно может быть сопряжено со снижением качества научных работ и нарушением этических норм со стороны ученых.

При этом ученые, наиболее высоко оценивающие собственные затраты, могут быть вообще не заинтересованы в участии в таких научных коллективах или проектах. Весьма вероятно, что это означает вымывание наиболее квалифицированных и востребованных (в других областях) специалистов.

Показано, что картельный сговор участников коллектива, состоящий в жестком априорном (до начала работ в отчетном периоде) распределении между ними минимально требуемого числа публикаций, позволяет всем участникам получить выгоду по сравнению с конкуренцией и вовлекает в работу коллектива тех участников, которые отказались бы от участия в конкурентном распределении работы и средств. Причем конкретные взаимовыгодные распределения объемов работ и доходов внутри такого «научного картеля» могут варьировать в очень широких пределах.

Поэтому, в том числе и с точки зрения поддержания качества научных работ и морального климата в научных коллективах, регулирующим и финансирующим органам целесообразно, при фиксированных объемах финансирования фундаментальных научных исследований, избегать стимулов эгоистического наращивания собственной публикационной активности отдельных ученых. Более предпочтительны механизмы кооперативного планирования членами научных коллективов распределения объемов работ и их оплаты, в соответствии с индивидуальными оценками затрат на выполнение работ и публикацию их результатов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- **Батьковский А.М., Окунь Н.А., Фомина А.В., Хрусталев Е.Ю.** (2017). Экспертно-аналитический инструментарий оценки результативности и эффективности научной деятельности // *Вопросы радиоэлектроники*. № 8. С. 115—122. [**Batkovsky A.M., Okun N.A., Fomina A.V., Khrustalev E. Yu.** (2017). Expert-analytical tools for evaluating the effectiveness and efficiency of scientific activity. *Issues of Radio Electronics*, 8, 115—122 (in Russian).]
- **Грудцына Л.Ю.** (2013). Методики оценки научной результативности деятельности научных работников и научных организаций // *Новый юридический журнал*. № 1. С. 106—111. [**Grudtsyna L. Yu.** (2013). Methods of assessing the scientific effectiveness of the activities of scientific workers and scientific organizations. *New Law Journal*. 1, 106—111 (in Russian).]
- Гусева И.Б., Далекин П.И. (2016). Методика анализа и оценки результатов научно-производственных предприятий в рамках целевого подхода в системе контроллинга // Вестник НГИЭИ. № 1 (56). С. 27—34. [Guseva I.B., Dalekin P.I. (2016). Methods of analysis and evaluation of the results of scientific and production enterprises within the target approach in the controlling system. Vestnik NSUEM, 1 (56), 27—34 (in Russian).]
- Игра в цыфирь, или Как теперь оценивают труд ученого (сборник статей о библиометрике) (2011). М.: МЦНМО. 72 с. [*The game of tsyfir, or how the work of a scientist is now evaluated (a collection of articles on bibliometrics)* (2011). Moscow: Moscow center for continuous mathematical education (MCCME). 72 p. (in Russian).]
- **Клочков В.В.** (2011). Управленческие аспекты развития экономической науки. Опт. диск (CD-ROM). М.: ИПУ РАН. 278 с. [Klochkov V.V. (2011). *Managerial aspects of the development of economic science*. Opt. disk (CD-ROM). Moscow: Institute of Control Sciences (ICS) RAS. 278 p. (in Russian).]
- **Клочков В.В., Крупина С.М.** (2013). Экономический анализ эффективности ранжирования научных работников по наукометрическим критериям // Экономический анализ: теория и практика. № 44 (347). С. 14—29. [**Klochkov V.V., Krupina S.M.** (2013). Economic analysis of the effectiveness of ranking researchers by scientometric criteria. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 44 (347), 14—29 (in Russian).]
- **Мартынов О.Ю.** (2012). Оценка результатов НИОКР при создании наукоемкой продукции // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. № 2 (166). С. 128—131. [**Martynov O. Yu.** (2012). Evaluation of R&D results in the creation of high-tech products. News of Higher Educational Institutions. The North Caucasus Region. Technical Sciences, 2 (166), 128—131 (in Russian).]
- **Носачевская Е.А.** (2012). Оплата труда научных работников как основа развития исследовательской деятельности // Известия Юго-Западного государственного университета. № 5–2 (44). С. 288–294. [**Nosachevskaya E.A.** (2012). Remuneration of researchers as a basis for the development of research activities. *Proceedings of the South-West State University*, 5–2 (44), 288–294 (in Russian).]
- **Попов Е.В., Попова Н.Г., Биричева Е.В., Кочетков Д.М.** (2017). Целеориентированный подход к оценке деятельности научно-исследовательских коллективов // *Университетское управление: практика и анализ*. Т. 21. № 3 (109). С. 6—18. [**Popov E.V., Popova N.G., Biricheva E.V., Kochetkov D.M.** (2017). Goal-oriented approach to evaluating the activities of research teams. *University Management: Practice and Analysis*, 21, 3 (109), 6—18 (in Russian).]

- **Проничкин С.В.** (2019). Об одном подходе к определению приоритетов финансирования научных исследований // *Национальные интересы: приоритеты и безопасность*. Т. 15. № 3 (372). С. 435–457. [**Pronichkin S.V.** (2019). On one approach to defining research funding priorities. *National Interests: Priorities and Security*, 15, 3 (372), 435–457 (in Russian).]
- **Пястолов С.М.** (2020). Методики оценки деятельности научных организаций // *Науковедческие исследования*. № 2020. С. 59—78. [**Pyastolov S.M.** (2020). Methods for assessing the activities of scientific organizations. *Science Research*, 2020, 59—78 (in Russian).]
- Римашевская Н.М., Зубова Л.Г., Антропова О.А. (2010). Кадры решают все: оплата труда и пенсионное обеспечение научных работников // Народонаселение. № 3 (49). С. 19—30. [Rimashevskaya N.M., Zubova L.G., Antropova O.A. (2919). Cadres decide everything: Wages and pensions for scientific workers. *Population*, 3 (49), 19—30 (in Russian).]
- Рождественская С.М., Клочков В.В. (2016). Анализ эффективности формализации целеполагания в прикладных научных исследованиях и разработках // Российский журнал менеджмента. Т. 4. № 1. С. 82—92. [Rozhdestvenskaya S.M., Klochkov V.V. (2016). Analysis of the effectiveness of formalization of goal-setting in applied research and development. Russian Journal of Management, 4, 1, 82—92 (in Russian).]
- Управление большими системами. (2013). Сборник трудов. Специальный выпуск 44 «Наукометрия и экспертиза в управлении наукой». Д.А. Новиков, А.И. Орлов, П.Ю. Чеботарев (ред.). М.: ИПУ РАН. 568 с. [Management of large systems (2013). Collection of works. Special issue "Scientometrics and expertise in science management", 44. D.A. Novikov, A.I. Orlov, P. Yu. Chebotareve (Eds.). Moscow: Institute of Control Sciences (ICS) RAS. 568 p. (in Russian).]
- **Хрусталев Е.Ю., Ильменская Е.М.** (2009). Методология контроллинга научной деятельности учреждений Российской академии наук // *Контроллинг*. № 3. С. 78—84. [**Khrustalev E. Yu., Ilmenskaya E.M.** (2009). Methodology of controlling scientific activity of institutions of the Russian Academy of Sciences. *Controlling*, 3, 78—84 (in Russian).]
- **Хрусталев Е.Ю., Ильменская Е.М.** (2014). Методы оценки и стимулирования научно-исследовательских проектов и программ // Экономический анализ: теория и практика. № 17. С. 2—12. [Khrustalev E. Yu., Ilmenskaya E.M. (2014). Methods for evaluating and stimulating research projects and programs. Economic Analysis: Theory and Practice, 17, 2—12 (in Russian).]

# Mechanisms for distribution of academic research and financing in scientific collectives

© 2021 V.V. Klochkov, E.Yu. Khrustalev

#### V.V. Klochkov,

Institute of Control Science RAS, Moscow, Russia; e-mail: vlad\_klochkov@mail.ru

#### E.Yu. Khrustalev,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: stalev777@yandex.ru

#### Received 15.06.2021

**Abstract.** Authors consider the mechanisms for the distribution of income and academic research within research teams with a fixed total amount of funding and payments proportional to the publication activity of scientists. This situation is typical for the grant research projects and fundamental science organizations that use incentive bonuses for the effectiveness of scientific activities. It is shown that if team members act selfishly, maximizing their net income (minus the cost of writing scientific papers), their equilibrium net incomes are many times lower, and the total number of papers written by them is many times higher than in the case of a "cartel collusion", when the team as a whole writes a certain minimum required number of articles. Mutually beneficial (in comparison with competitive equilibrium) distribution of the amount of work and payments between the participants of the "scientific cartel" can vary widely. It is also shown that the competitive mechanism leads to the "washing out" of research teams of scientists with high opportunity costs of writing scientific papers, to an increased risk of unethical behavior of some scientists and, probably, to a decrease in the quality of papers to the detriment of their quantity.

**Keywords:** research funding, scientist productivity, competition, incentives, cooperation, efficiency. **JEL Classification:** C02, J3, O3.

**DOI:** 10.31857/S042473880017512-2

#### **—— ОТРАСЛЕВЫЕ ПРОБЛЕМЫ —**

## Учет социально-экономических показателей при моделировании кадастровой стоимости земли в муниципальных районах

© 2021 г. В.Н. Бердникова, А.В. Осенняя, Б.А. Хахук

#### В.Н. Бердникова.

ФГБОУ BO «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар; e-mail: wkoshman@rambler.ru

#### А.В. Осенняя.

ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар; e-mail: avosen2910@yandex.ru

#### Б.А. Хахук.

ФГБОУ BÖ «Кубанский государственный технологический университет», Краснодар; e-mail: kuban gtu@mail.ru

#### Поступила в редакцию 06.07.2021

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Краснодарского края в рамках научного проекта № 19—410—230062.

Аннотация. Проблема совершенствования моделирования кадастровой оценки с использованием метолов корреляционно-регрессионного анализа не теряет своей актуальности в силу разных причин. олной из которых является трулность полбора обоснованных ценообразующих факторов рыночной стоимости земли для условий малоактивного рынка поселений в муниципальных районах. Для совокупности населенных пунктов, объединенных в одну оценочную группу, остается также проблемой разработка модели кадастровой оценки с учетом таких параметров, которые были бы не только связаны с их геолокацией, физической, технической и эксплуатационной особенностью, но могли бы также учесть влияние социально-экономического окружения на смоделированную стоимость объектов оценки, что впоследствии сократило бы вероятность возникновения ошибок и число случаев оспаривания кадастровой стоимости. В данном исследовании рассмотрены ценовые особенности рынка недвижимости поселений, проведена их группировка, проанализированы возможности применения социально-экономических факторов, позволяющих добиться сокращения погрешностей при построении модели кадастровой стоимости земли. При отборе ценообразующих факторов применяется корреляционно-регрессионный метод; определяются коэффициенты парной корреляции и показатель их сравнительной значимости; осуществляется проверка их на мультиколлинеарность. В исследовании также показано, что набор конкретных социально-экономических факторов является непостоянным и зависит от изменений в макроэкономической ситуации. Применительно к Краснодарскому краю в 2020 г. значимыми факторами для модели расчета кадастровой стоимости земель для сформированных групп поселений муниципальных районов стали показатели уровня развития малого и среднего предпринимательства и численность постоянного населения.

**Ключевые слова:** ценообразующие факторы, социально-экономические показатели, регрессионная модель, коэффициент корреляции.

Классификация JEL: С10.

**DOI:** 10.31857/S042473880017516-6

## ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 2020 г. для исчисления налога на имущество физических лиц во всех регионах России стала применяться кадастровая стоимость. Переходный период с инвентаризационной стоимости на кадастровую был разделен на этапы, так как требовалось время на планомерное увеличение налоговой нагрузки на налогоплательщиков, а также на проведение комплексных работ для государственной кадастровой оценки в регионах <sup>1</sup>. Для этих целей из Единого государственного реестра недвижимости предоставлялись сведения о характеристиках объектов, в отношении которых будет устанавливаться

 $<sup>^1</sup>$  «О государственной кадастровой оценке» Федеральный закон от 3 июля 2016 г. № 237-ФЗ (http://www.consultant.ru/document/cons\_doc\_LAW\_200504/).

кадастровая стоимость (для земельных участков — категория земель, вид разрешенного использования и площадь земельного участка; для объектов капитального строительства — вид объекта недвижимости, назначение здания) (Бердникова, 2017, с. 652; Грибовский, Лейфер, Нейман, 2010, с. 8). В соответствии с методическими указаниями для определения кадастровой стоимости оценщиком осуществляется сбор и анализ данных о рынке объектов недвижимости, а также анализ информации, не относящейся непосредственно к объектам недвижимости, но влияющей на их стоимость. В основном это касается факторов, характеризующих внешнюю среду объектов недвижимости, к которым можно отнести социально-экономическое состояние страны, региона и отдельного муниципального образования (Бердникова, 2020, с. 48).

Ценообразующий фактор в кадастровой оценке — качественная или количественная характеристика объекта оценки, которая определенным образом влияет на формирование его стоимости. Если обратиться к отчетам об итогах государственной кадастровой оценки объектов в разных регионах России, то становится очевидным, что самыми распространенными факторами, которые включаются в модель при массовой оценке земельных участков, является местоположение объекта и его локальное окружение (транспортная доступность, удаленность от социальных объектов, развитие инженерной инфраструктуры и др.). Много внимания учеными России и зарубежных стран уделяется исследованиям, в которых проводится анализ использования в моделировании метрических характеристик объектов оценки, территориального расположения, сведений об инженерной инфраструктуре и т.д. Заметим, что тому есть причины, например, установлена заметная или даже сильная тесная связь между ценой объекта и его локацией, подтверждаемая графически и с помощью расчетных статистических показателей. К тому же факторы, связанные с местоположением и физическими характеристиками объекта, известны налогоплательщику и их легко проверить, что обеспечивает понятные результаты массовой оценки (Гинис, Давыденко, 2019, с. 23; Лепехина, Правдина, 2019, с. 68; Подрядчикова, Гилева, Дубровский, 2020, с. 280; Osennyaya et al., 2021a, 2021b).

Однако перечисленный набор качественных и количественных факторов дает статистически значимые результаты только в случае разработки модели массовой оценки, построенной для отдельно взятой городской агломерации, но показывает существенные ошибки при разработке модели для агрегированной группы муниципальных образований. Следовательно, для совокупности населенных пунктов, объединенных в одну оценочную группу, остается актуальной проблема учета таких параметров, которые были бы связаны не только с их местоположением, развитием инфраструктуры, доступом к определенным благам, но и могли бы учесть влияние социально-экономического окружения на смоделированную стоимость объектов оценки.

Главной предпосылкой объединения населенных пунктов региона в группы стала пассивность рынка недвижимости малых и небольших поселений. При сборе исходной рыночной информации оценщики нацелены на получение максимально полной и объективной выборки объектов-аналогов для обеспечения репрезентативности и качества модели массовой оценки. Единичные сделки в населенных пунктах не удовлетворяют заданным требованиям, поэтому достаточный объем рыночной информации возможно получить по группе населенных пунктов. Вопрос о необходимом числе аналогов при массовой оценке методами корреляционно-регрессионного анализа неоднократно поднимали ученые-эксперты, среди которых — С.В. Грибовский, И.Н. Анисимова, С.А. Сивец, И.А. Левыкина, Н.П. Баранов, Н.И. Гладких, В.В. Кузнецов и др. Если на первых этапах становления кадастровой оценки в России оценщики ориентировались на то, чтобы общее число данных, необходимых для построения модели кадастровой оценки, превышало увеличенное на единицу число значений ценообразующих факторов, как минимум, в три раза и каждое значение ценообразующих факторов было представлено не менее чем тремя наблюдениями, то в последние годы исследователи сходятся на том, что на каждый новый ценообразующий фактор требуется минимум два дополнительных аналога для соблюдения условия значимости математической модели (Гладких, Кузнецова, 2016, с. 83).

Между тем, заметим, что на практике оценщики чаще всего решают проблему определения достаточного объема выборки для заданного уровня тестоны связи между явлениями для нормально распределенной совокупности, опираясь на заданные, минимально допустимые уровни коэффициента корреляции Пирсона и критерия Фишера. Однако данные статистические характеристики требуют линейной связи между явлениями; они также чувствительны к качеству использованных рыночных данных, в результате чего случайные выбросы способны исказить существующие связи между явлениями. Эти недостатки отсутствуют при применении непараметрических критериев, один из которых — коэффициент ранговой корреляции Спирмена; он позволяет обосновать минимально необходимое число объектов-аналогов при заданном уровне доверия и определенном числе ценообразующих факторов (Слуцкий, 2021).

#### **МЕТОЛЫ**

Опираясь на схожесть ценовых характеристик объектов-аналогов в муниципальных образованиях, представляется возможным провести их анализ и сформировать ряд распределения муниципальных образований по средним рыночным характеристикам, а также обозначить группы однородных муниципальных образований (на примере рынка земельных участков, предназначенных под малоэтажную жилищную застройку, в населенных пунктах Краснодарского края в 2020 г.) (табл. 1). В анализе использовалась рыночная информация по земельному рынку 1535 поселений, расположенных на территории 37 муниципальных районов региона.

Коридор колебания удельного показателя рыночной стоимости (УПРС) поселений в границах одного муниципального района оказывается различным: коэффициент разброса цен составляет от 3 до 17, т.е. территориально близкие поселения могут значительно варьировать в цене. Следовательно, географическое местоположение и развитие инфраструктуры населенных пунктов являются недостаточным набором факторов корреляционно-регрессионной модели, так как они могут вносить меньший, а порой даже незначительный, вклад в рыночную стоимость объектов, при этом больший вес при ценообразовании могут принимать социально-экономические факторы. Состоятельность такого высказывания можно проследить на примере соседних населенных пунктов: хутора Челюскинец и станицы Новоджерелиевской (табл. 2).

Заметим также, что различия в площади муниципальных образований могут негативно сказываться на качестве корреляционно-регрессионного моделирования, так как они влияют на стохастическую

**Таблица 1.** Результаты распределения населенных пунктов Краснодарского края по удельному показателю рыночной стоимости (УПРС) земельных участков

Диапазон колебаний	Число населенных	Номер муниципального района, населенные пункты которого включены
УПРС, руб./кв. м	пунктов	в группу
30-60	457	2, 3, 7, 15, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 26, 28, 29, 33, 35, 37
60-80	446	2, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 25, 26, 28, 29, 30, 33, 36
80-100	238	1, 2, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 14, 16, 26, 28, 32, 36
100-500	294	1, 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 14, 16, 25, 26, 27, 28, 30, 31, 32, 34, 36
500-1000	108	1, 4, 6, 8, 9, 22, 27, 28, 31, 32, 34

Примечание. В таблице цифрами обозначены следующие муниципальные районы: 1 — Абинский, 2 — Апшеронский, 3 — Белоглинский, 4 — Белореченский, 5 — Брюховецкий, 6 — Выселковский, 7 — Гулькевичский, 8 — Динской, 9 — Ейский, 10 — Кавказский, 11 — Калининский, 12 — Каневской, 13 — Кореновский, 14 — Красноармейский, 15 — Крыловский, 16 — Крымский, 17 — Курганинский, 18 — Кущевский, 19 — Лабинский, 20 — Ленинградский, 21 — Мостовский, 22 — Новокубанский, 23 — Новопокровский, 24 — Отрадненский, 25 — Павловский, 26 — Приморско-Ахтарский, 27 — Северский, 28 — Славянский, 29 — Староминский, 30 — Тбилисский, 31 — Темрюкский, 32 — Тимашевский, 33 — Тихорецкий, 34 — Туапсинский, 35 — Успенский, 36 — Усть-Лабинский, 37 — Щербиновский.

Источник: составлено авторами на основе данных порталов недвижимости (https://www.avito.ru/krasnodarskiy\_kray/zemelnye uchastki).

Таблица 2. Парный анализ соседних населенных пунктов в Брюховецком муниципальном образовании

Критерии сравнения	Населенный пункт				
	Хутор Челюскинец	Станица Новоджерелиевская			
Код населенного пункта по классификатору адресов России (КЛАДР)	2300700000100	2300700002100			
Средний УПРС, руб.	69,8075	200,6245			
Расстояние от сельского населенного пункта до центра муниципального района, км	28,4	24,4			
Наличие электроснабжения	Присутствует	Присутствует			
Наличие водоснабжения	Присутствует	Присутствует			
Наличие газоснабжения	Присутствует	Присутствует			
Численность населения, человек	924	5047			

Источник: составлено авторами на основе данных порталов недвижимости (https://www.avito.ru/krasnodarskiy\_kray/zemelnye\_uchastki), официального сайта администрации МО Брюховецкий район https://www.bruhoveckaya.ru).

зависимость. Так, например, в двух населенных пунктах, находящихся в одной ценовой группе, предельное расстояние от центра может составлять 2000 и 4000 м, следовательно (при включении этих объектов в одну оценочную модель), будут прослеживаться искажения в экономической природе связи между удаленностью от центра муниципального образования и ценой объекта. Следовательно, при составлении корреляционно-регрессионной модели для группы населенных пунктов от градации объектов оценки в границах отдельного поселения следует отказаться, а для уравнения зависимости использовать ценообразующие факторы, характеризующие локацию, инфраструктуру и экономику населенного пункта в целом. К слову, коэффициент корреляции между УПРС и расстоянием до районного центра для хутора Челюскинец и станицы Новоджерелиевская составил 0,17 против 0,05 (коэффициент корреляции между УПКС и расстоянием до административного центра населенного пункта).

Ориентировочный набор социально-экономических показателей для моделирования кадастровой стоимости недвижимости отражен в «Методических указаниях о государственной кадастровой оценке», утвержденных приказом Минэкономразвития РФ № 226 от 12.05.2017, и представлен четырьмя позициями. В Приложении № 3 в Примерном перечне из социально-экономических факторов указаны только уровень цен потребительской корзины по муниципальным районам (городским округам), товарооборот на одного человека по муниципальным районам (городским округам), наличие в сельском населенном пункте магазина, наличие в сельском населенном пункте общеобразовательной школы. Эти параметры сразу вызывают вопросы, так как если по последним двум имеется достоверная информация, то сбор данных по ценам потребительской корзины и товарообороте в небольших населенных пунктах органами статистики не осуществляется, поэтому требуется информация от органов местного самоуправления, которая не всегда оперативна, объективна и достоверна. Следовательно, принятие решения о расширении набора социально-экономических факторов стоимости недвижимости будет принимать оценщик.

Например, при моделировании кадастровой стоимости объектов капитального строительства и земель поселений председатель Правительства РФ М.В. Мишустин предлагает учитывать три семантических показателя: численность населения в населенных пунктах, среднемесячную заработную плату по муниципальным районам (городским округам), товарооборот на 1 человека по муниципальным районам (городским округам), сведения по которым собираются и предоставляются администрацией соответствующего поселения (Мишустин, 2019, с. 356). Также в корреляционнорегрессионном моделировании, помимо традиционных ценообразующих факторов, широко используются такие макроэкономические параметры, как денежная масса, цена нефти, ВВП, ввод жилья, объем ипотечных кредитов, курс доллара (Алексеев, Харитонов, Ясницкий, 2017, с. 98; Асаул А., Асаул М., 2020, с. 204; Асаул и др., 2013, с. 106; Баринов, Грибовский, 2016, с. 72; Булгаков, 2017, с. 102). Заметим, что их применение в моделировании ограничивается исключительно прогнозированием рыночной стоимости объектов, что ограничивает ее использование в государственной кадастровой оценке, которая оперирует статической моделью, сформированной по состоянию на первое января года проведения оценочных работ. Анализ утвержденных отчетов об итогах государственной кадастровой оценки объектов недвижимости на территории разных субъектов Российской Федерации показал, что в корреляционно-регрессионных моделях из категории социально-экономических факторов в основном используется только фактор численности населения, а это значит, что учета макроэкономической среды поселений в оценке не проводится<sup>2</sup>.

При моделировании кадастровой стоимости в состав ценообразующих факторов, учитывающих макросреду объектов оценки, могут быть включены только такие параметры, которые удовлетворяют следующим требованиям:

- факторы существенно влияют на стоимость объектов оценки;
- факторы количественно измеримы (фиктивные переменные должны иметь количественное определение);
  - источники социально-экономических данных достоверны.

Субъектами официальной статистической информации в области экономики могут быть территориальные подразделения Федеральной службы государственной статистики, которые ведут официальный статистический учет. Кроме этого, официальным источником можно считать органы государственной власти, которые осуществляют оперативный учет и анализ ряда социально-экономических показателей, связанных с областью их интересов.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Фонд данных государственной кадастровой оценки (https://rosreestr.gov.ru/wps/portal/cc\_ib\_svedFDGKO).

#### РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОБСУЖДЕНИЯ

Для установления тесноты связи между земельным рынком поселений (сегмент индивидуального жилищного строительства) и социально-экономическими показателями муниципального образования используем оперативные данные Управления федеральной службы государственной статистики по Краснодарскому краю и Республике Адыгея и Министерства экономики Краснодарского края (Букалов, 2017; Мишустин, 2019). Рассмотренные показатели рассчитываются в рамках методики, утвержденной Постановлением Правительства РФ от 17.12.2012 г. № 1317 «О мерах по реализации Указа Президента Российской Федерации от 28.04.2008 г. № 607 "Об оценке эффективности деятельности органов местного самоуправления городских округов и муниципальных районов" и Методик Росстата». Остановимся на некоторых из них подробнее:

- уровень промышленного производства характеризует отношение отгруженных товаров собственного производства к среднегодовой численности постоянного населения;
- уровень развития строительства показывает отношение объема выполненных работ к среднегодовой численности постоянного населения;
- уровень инвестиционной активности отражает отношение объема инвестиций в основной капитал без учета бюджетных инвестиций к среднегодовой численности постоянного населения;
- уровень развития малого и среднего предпринимательства показывает долю среднесписочной численности работников (без сторонних совместителей) малых и средних предприятий в среднесписочной численности работников (без сторонних совместителей) всех предприятий и организаций.

Представим значения показателей макросреды в муниципальных районах в табл. 3 (вынесены данные по 12 муниципальным районам из 37 муниципальных районов Краснодарского края).

Таблица 3. (	Социально	-экономические	показатели	уровня	развития в	муниципальн	ого района

Муниципальный район	Ценообразующие факторы							
	Уровень промышленного производства, руб./человек	Уровень развития строительства, руб./человек	Уровень инвестиционной актив- ности, руб./человек	Среднемесячная начисленная но- минальная зарплата, руб.	Доля населения с доходами ниже прожиточного минимума, %	Уровень развития малого и сред- него предпринимательства,%	Уровень безработицы,%	Среднегодовая численность по- стоянного населения, человек
	1	2	3	4	5	6	7	8
Абинский	613 280,2	4904,8	66788,0	34363,8	4,4	14,1	2,4	38 566
Апшеронский	26 512,3	8332,0	6223,9	28 475,6	14,9	15,8	3,5	33 270
Белоглинский	184954,7	425,0	17 239,3	30743,6	17,1	17,2	1,8	30400
Белореченский	239 534,9	17 134,1	29 211,7	32 264,9	12,2	20,4	4,3	56 687
Брюховецкий	78 858,1	941,8	23 761,7	30 951,7	11,7	11,7	2,3	49832
Выселковский	685 676,0	18 254,4	26490,6	37 464,7	9,5	6,8	1,7	57 721
•••								
Тимашевский	513 646,9	22730,7	35 144,0	37 359,3	6,5	11,9	2,3	57 568
Тихорецкий	144 070,5	20 984,7	39772,0	32843,9	7,5	13,5	2,2	57 951
Туапсинский	198 198,3	16285,9	120920,7	38 372,7	7,4	15,9	3,5	50 183
Успенский	200 214,3	9191,8	15 291,9	32 974,1	7,9	10,6	2,4	39 805
Усть-Лабинский	95767,2	15659,0	22839,2	31 319,5	12,8	13,7	2,7	66 623
Щербиновский	13 272,0	665,3	33 074,4	30 267,9	19,1	12,9	2,8	35 177

*Источник*: составлено авторами на основе данных Министерства экономического развития Краснодарского края, Управления Федеральной службы государственной статистики по Краснодарскому краю и Республике Адыгея.

УПРС Показатель Ценообразующие факторы 2 3 6 8 УПРС 1.000 0.099 Уровень промышленного произ-1,000 водства, руб./человек Уровень развития строительства, 0,172 0,289 1,000 руб./человек Уровень инвестиционной актив-0,368 0,570 0,343 1,000 ности, руб./человек Среднемесячная начисленная но-0.383 0.722 0.653 0.740 1.000 минальная заработная плата, руб. Доля населения с доходами ниже -0.074-0.411-0.294-0.356-0.4941,000 прожиточного минимума, % Уровень развития малого и сред-0,207 -0.146-0.0670,077 -0.0860,241 1,000 него предпринимательства, % Уровень безработицы, % 0.147 -0.213-0.227-0.100-0.283-0.0590.164 1.000 0.170 0.224 0.382 0.311 0.343 -0.010-0.1811,000 Среднегодовая численность по-0.212 стоянного населения, человек

Таблица 4. Матрица парных коэффициентов корреляции

Источник: составлено авторами.

В качестве моделируемой переменной будет рассматриваться УПРС земельных участков, расположенных в границах административных центров муниципальных районов края. Для определения направления и тесноты связи необходимо оценить изменение УПРС, проявляющееся при вариации одного, нескольких и в целом совокупности социально-экономических параметров. Наличие или отсутствие линейной связи между показателями будет проверяться с помощью коэффициентов корреляции Пирсона, которые представляются в виде матрицы парных коэффициентов корреляции, имеющей вид

$$egin{pmatrix} 1 & r_{yx_1} & r_{yx_m} \ r_{yx_1} & 1 & r_{x_1x_m} \ r_{yx_m} & r_{x_1x_m} & 1 \end{pmatrix},$$

где  $r_{yx_m}$  — парный коэффициент корреляции между УПРС (y) и социально-экономическим параметром  $(x_m)$ ;  $r_{x_1x_m}$  — парный коэффициент корреляции между социально-экономическими параметрами.

В корреляционно-регрессионную модель обязательно будет включаться метрический параметр, связанный с местоположением объектов, так как он является доминирующим при ценообразовании земель муниципальных районов. Заметим, что обычно социально-экономические факторы имеют более мягкое корректирующее влияние на рыночную стоимость земель и более низкие значения коэффициента корреляции Пирсона. Так, по шкале Чеддока значения ниже 0,3 свидетельствуют о слабой зависимости, поэтому в дальнейшем в расчетах в целях разумного сокращения круга рассматриваемых ценообразующих факторов социально-экономического характера используем коэффициент значимости (Z=0,3). Этот коэффициент, с одной стороны, позволяет исключить слабо коррелирующие параметры, а с другой стороны — сохранить близкие к слабо коррелирующим параметры в целях их дальнейшей проверки в процессе моделирования.

Коэффициент значимости (Z) может быть рассчитан по формуле

$$Z = r / r_{max}$$

где  $r_{max}$  — максимальное для социально-экономических факторов значение коэффициента корреляции.

Представленные ниже парные коэффициенты корреляции позволяют сделать вывод о направлении и степени связности УПРС с социально-экономическими параметрами (табл. 4).

Все рассматриваемые социально-экономические показатели показывают прямую зависимость; исключение составляет только показатель доли населения с доходами ниже прожиточного минимума. Также

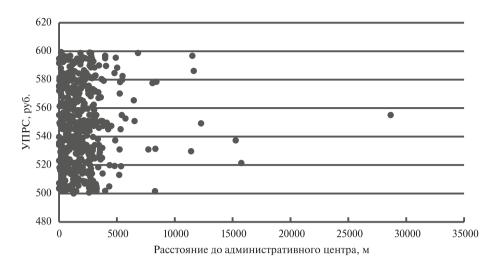


Рисунок. График корреляции

*Источник*: составлено авторами на основе данных порталов недвижимости (https://www.avito.ru/krasnodarskiy\_kray/zemelnye\_uchastki).

Таблица 5. Коэффициенты значимости коэффициентов корреляции

Ценообразующий фактор	Коэффициент корреляции $r_{yx_m}$	Коэффициент значимости $Z$	Заключение
Среднемесячная начисленная номинальная заработная плата, руб.	0,383	1,000	Рекомендуется вклю- чить в модель
Доля населения с доходами ниже прожиточного минимума, $\%$	-0,074	0,193	Не рекомендуется включать в модель
Уровень развития малого и среднего предпринимательства, $\%$	0,207	0,540	Рекомендуется вклю- чить в модель
Уровень безработицы, %	0,147	0,384	Рекомендуется включить в модель
Среднегодовая численность постоянного населения, человек	0,17	0,444	Рекомендуется включить в модель

Источник: составлено авторами.

стоит обратить внимание на значение коэффициентов корреляции между среднемесячной начисленной заработной платой и уровнем промышленного производства, развития строительства и инвестиционной активности, так как между ними наблюдается сильная мультиколлинеарность, которая приведет к искажению экономической природы связи. Для устранения этого искажения прибегнем к исключению из исследования факторов, тесно коррелирующих между собой. В данном случае будут исключены факторы 1-3, так как они имеют слабую связь с УПРС ( $r_{y_{x_m}}$  равны 0,099; 0,172; 0,368 соответственно) (см. рисунок). Коэффициенты значимости оставшихся социально-экономических параметров отражены в табл. 5.

Таким образом, удалось упорядочить набор социально-экономических показателей, которые умеренно влияют на формирование рыночной стоимости земельных участков в населенных пунктах муниципальных районов. Оценщик с учетом меняющейся макроэкономической ситуации выбирает такие показатели из табл. 5, которые позволят создать наиболее точную аппроксимирующую модель регрессии.

#### ПОЯСНЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

Результаты формирования корреляционно-регрессионной модели отражены в табл. 6. В качестве ключевого ценообразующего фактора местоположения населенного пункта, влияющего на стоимость, принято расстояние до административного центра региона.

Анализ трансформации регрессионной функции, проявляющейся в улучшении или ухудшении статистических характеристик, позволил выявить важные социально-экономические ценообразующие факторы для земельного рынка муниципальных образований Краснодарского края: уровень развития малого и среднего предпринимательств и среднегодовую численность постоянного населения.

Таблица 6. Этапы трансформации корреляционно-регрессионной модели

аблица 6. Этапы трансформации корреляционно-регрессионной модели  — Результат формирования корреляционно-регрессионной модел		
т-ү	Модель 1	
Коэффициент корреляции	0,598	
Коэффициент детерминации	0,345	
Регрессионная функция	$Y = 440,168 - 1,300x_1,$	
	$x_1$ — расстояние до административного центра региона	
Коэффициенты регрессии	Значимы	
Направления влияния ценообразующих факторов	Экономически верные	
Значимость регрессионной функции	Доказана	
	Модель 2	
Коэффициент корреляции	0,599	
Коэффициент детерминации	0,357	
Регрессионная функция	$Y = 269,258-1,146x_1 + 0,005x_2,$ $x_1$ — расстояние до административного центра региона; $x_2$ — среднемесячная начисленная номинальная заработная плата	
Коэффициенты регрессии	$x_1$ — значим, $x_2$ — незначим	
Направления влияния ценообразующих факторов	Экономически верные	
Значимость регрессионной функции	Доказана	
	Модель 3	
Коэффициент корреляции	0,710	
Коэффициент детерминации	0,504	
Регрессионная функция	$Y = 27,320 - 0,986x_1 + 0,008x_2 + 12,855x_3,$ $x_1$ — расстояние до административного центра региона; $x_2$ — среднемесячная начисленная номинальная заработная плата $x_3$ — уровень развития малого и среднего предпринимательств	
Коэффициенты регрессии	$x_1, x_3$ — значимы, $x_2$ — незначим	
Направления влияния ценообразующих факторов	Экономически верные	
Значимость регрессионной функции	Доказана	
FT 11	Модель 4	
Коэффициент корреляции	0,796	
Коэффициент детерминации	0,633	
Регрессионная функция	$Y = 40,144 - 0,692x_1 + 0,005x_2 + 9,869x_3 + 0,002x_4,$ $x_1$ — расстояние до административного центра региона; $x_2$ — среднемесячная начисленная номинальная заработная плата $x_3$ — уровень развития малого и среднего предпринимательств $x_4$ — среднегодовая численность постоянного населения	
Коэффициенты регрессии	$x_1, x_3, x_4$ — значимы, $x_2$ — незначим	
Направления влияния ценообразующих факторов	Экономически верные	
Значимость регрессионной функции	Доказана	
Коэффициент корреляции	Модель 5 0,801	
коэффициент корреляции Коэффициент детерминации	0,801	
коэффициент детерминации Регрессионная функция		
	$Y = 19,537 - 0,690 x_1 + 0,004 x_2 + 10,240 x_3 + 0,002 x_4 - 15,762 x_5 x_1$ — расстояние до административного центра региона; $x_2$ — среднемесячная начисленная номинальная заработная плата $x_3$ — уровень развития малого и среднего предпринимательств; $x_4$ — среднегодовая численность постоянного населения; $x_5$ — уровень безработицы	
Коэффициенты регрессии	$x_{1,}x_{3,}x_{4}$ — значимы, $x_{2,}x_{5}$ — незначимы	
Направления влияния ценообразующих факторов	Экономически верные	
Значимость регрессионной функции	Не доказана	

Источник: составлено авторами.

Остальные факторы не удовлетворяют требованиям статистических оценок, они являются незначимыми или ухудшают качество корреляционно-регрессионной модели.

Таким образом, подводя итоги, можно утверждать, что набор конкретных социально-экономических факторов не является постоянным и зависит от изменений в макроэкономической ситуации. Для условий Краснодарского края в 2020 г. значимыми факторами для построения модели кадастровой стоимости земель для сформированных групп поселений муниципальных районов явились показатели уровня развития малого и среднего предпринимательств и среднегодовая численность постоянно проживающего населения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Алексеев А.О., Харитонов В.А., Ясницкий В.Л. (2017). К вопросу об интеллектуальном анализе, массовой оценке и управлении рынком недвижимости регионов России // Прикладная математика и вопросы управления. № 1. С. 87—99. [Alekseev A.O., Kharitonov V.A., Yasnitsky V.L. (2017). On the question of intellectual analysis, mass assessment and management of the real estate market in the regions of Russia. Applied Mathematics and Control Sciences, 1, 87—99 (in Russian).]
- **Асаул А.Н., Асаул М.А.** (2020). Инновационные продукты и модели, регулируемые субъектами предпринимательства в сфере строительства и оборота недвижимости // *Вестник гражданских инженеров*. № 3 (80). С. 197—207. [**Asaul A.N., Asaul M.A.** (2020). Innovative products and models regulated by business entities in the field of construction and real estate turnover. *Bulletin of Civil Engineers*, 3 (80), 197—207 (in Russian).]
- **Асаул А.Н., Старинский В.Н., Старовойтов М.К., Фалтинский Р.А.** (2013). Оценка объектов недвижимости // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. № 2. С. 105—106. [**Asaul A.N., Starinsky V.N., Starovoitov M.K., Faltinsky R.A.** (2013). Valuation of real estate objects. *International Journal of Applied and Fundamental Research*, 2, 105—106 (in Russian).]
- **Баринов Н.П., Грибовский С.В.** (2016). О распределении цен на рынках недвижимости и «смещенных» оценках рыночной стоимости // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. № 6 (177). С. 69—74. [**Barinov N.P., Gribovsky S.V.** (2016). On the distribution of prices in real estate markets and "biased" estimates of market value. *Property Relations in the Russian Federation*, 6 (177), 69—74 (in Russian).]
- **Бердникова В.Н.** (2017). Последствия перехода на налогообложение недвижимости по кадастровой стоимости для местных бюджетов // Экономика и предпринимательство. № 9—4 (86). С. 650—653. [**Berdnikova V.N.** (2017). Consequences of the transition to real estate taxation by cadastral value for local budgets. *Economics and Entrepreneurship*, 9-4 (86), 650-653 (in Russian).]
- **Бердникова В.Н.** (2020). О ценообразующих факторах регионального рынка жилья Краснодарского края. II Национальная научно-практическая конференция «Теория и практика финансово-хозяйственной деятельности предприятий различных отраслей». Керчь. С. 45—50. [**Berdnikova V.N.** (2020). On price-forming factors of the regional housing market of the Krasnodar Territory. *II National scientific and practical conference "Theory and practice of financial and economic activity of enterprises of various industries"*. Kerch, 45—50 (in Russian).]
- **Букалов Г.Э.** (2017). Построение уравнения множественной регрессии для обоснования ценообразующих факторов кадастровой оценки земли // *Master's Journal*. № 2. С. 97—103. [**Bukalov G.E.** (2017). Construction of the multiple regression equation for the justification of price-forming factors of cadastral land valuation. *Master's Journal*, 2, 97—103 (in Russian).]
- **Гинис Л.А.,** Давыденко **О.В.** (2019). Применение когнитивного теоретико-множественного подхода к задаче определения кадастровой стоимости земель // Инженерный вестник Дона. № 7 (58). С. 23. [Ginis L.A., Davydenko O.V. (2019). Application of a cognitive set-theoretic approach to the problem of determining the cadastral value of land. *Engineering Journal of Don*, 7 (58), 23 (in Russian).]
- **Гладких Н.И., Кузнецова В.В.** (2016). Определение необходимого количества аналогов при заданном числе ценообразующих факторов для целей оценки недвижимости методами корреляционно-регрессионного анализа // Имущественные отношения в РФ. № 6 (177). С. 75—84. [**Gladkikh N.I., Kuznetsova V.V.** (2016). Determination of the necessary number of analogues for a given number of price-forming factors for the purposes of real estate valuation by methods of correlation and regression analysis. *Property Relations in the Russian Federation*, 6 (177), 75—84 (in Russian).]
- **Грибовский С.В. Лейфер Л.А., Нейман Е.И.** (2010). О концепции оценки недвижимости для целей налогообложения: состояние и перспективы // *Имущественные отношения в Российской Федерации*. № 5. С. 6—14. [**Gribovsky S.V., Leifer L.A., Neiman E.I.** (2010). On the concept of real estate valuation for tax purposes: state and prospects. *Property Relations in the Russian Federation*, 5, 6—14 (in Russian).]
- **Лепихина О.Ю., Правдина Е.А.** (2019). Вариативный учет ценообразующих факторов при кадастровой оценке земель (на примере города Санкт-Петербург) // *Известия Томского политехнического университета. Инжинирине георесурсов.* Т. 330. № 2. С. 65—74. [**Lepikhina O.U., Pravdina E.A.** (2019). Variable accounting of price-forming factors

- in the cadastral valuation of land (on the example of the city of St. Petersburg). *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 330, 2, 65–74 (in Russian).]
- **Мишустин М.В.** (2019). Методика расчета кадастровой стоимости объектов оценки на основе статистического моделирования // Экономические науки. № 61. С. 352—358. [**Mishustin M.V.** (2009). Methodology for calculating the cadastral value of valuation objects based on statistical modeling. *Economic Sciences*, 61, 352—358 (in Russian).]
- Подрядчикова Е.Д., Гилева Л.Н., Дубровский А.В. (2020). Корреляционно-регрессионный анализ кадастровой стоимости объектов недвижимости и ценообразующих факторов (на примере земельных участков города Тюмени, предназначенных для индивидуальной жилой застройки) // Вестник СГУГиТ. Т. 25. № 1. С. 274—289. [Podradchikova E.D., Gileva L.N., Dubrovsky A.V. (2020). Correlation and regression analysis of the cadastral value of real estate objects and price-forming factors (on the example of land plots of the city of Tyumen intended for individual residential development). Vestnik SSU G&T, 25, 1, 274—289 (in Russian).]
- Слуцкий А.А. (2021). «На пороге» регрессионного анализа в оценке: требования к объёму выборки и нормальности распределения ошибок. Режим доступа: http://tmpo.su/sluckij-a-a-na-poroge-regressionnogo-analiza-v-ocenke-trebovaniya-k-obyomu-vyborki-i-normalnosti-raspredeleniya-oshibok/ [Slutsky A.A. (2021). "On the threshold" of regression analysis in evaluation: Requirements for sample size and normality of error distribution. Available at: http://tmpo.su/sluckij-a-a-na-poroge-regressionnogo-analiza-v-ocenke-trebovaniya-k-obyomu-vyborki-i-normalnosti-raspredeleniya-oshibok/ (in Russian).]
- Osennyaya A.V., Khakhuk B.A., Gura D.A., Pete N.I. (2021a). Conceptual approach to studying real estate market (as illustrated by Krasnodar's real estate market). *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 666 (6), 062131. DOI: 10.1088/1755-1315/666/6/062131
- Osennyaya A.V., Khakhuk B.A., Gura D.A., Pete N.I. (2021b). Cadastral assessment and challenging its results today in Russia. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 666 (6), 062127. DOI: 10.1088/1755-1315/666/6/062127

# Social-economic indicators for cadastral value of land in municipal areas modelling

© 2021 V.N. Berdnikova, A.V. Osennyaya, B.A. Khakhuk

#### V.N. Berdnikova.

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia, e-mail wkoshman@rambler.ru

#### A.V. Osennyaya,

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia, e-mail: avosen2910@yandex.ru

#### B.A. Khakhuk.

Kuban State Technological University, Krasnodar, Russia, e-mail: kuban gtu@mail.ru

Received 06.07.2021

The reported study was funded by Russian Foundation for Basic Research and the Administration of the Krasnodar Territory, project number 19–410–230062.

**Abstract.** The problem of development of cadastral assessment modeling by using the methods of correlation and regression analysis is still on the top because of different reasons. One of that reasons is the difficulty to choose reasonable price forming factors of land market cost for the conditions of active small market settlements in municipal areas. For a population of settlements combined in one valuation group, it also remains a challenge to develop a cadastral assessment model that takes into account parameters that are not only related to their geolocation, physical, technical and operational characteristics, but can also take into account the influence of the social-economic environment on the modelled value of valued objects, which would subsequently reduce the probability of errors and the number of cases of disputed cadastral values. In this research reviewed price peculiarities of the real estate market of settlements were considered, their grouping was carried out and possibilities of application of social-economic factors were analyzed that allow reducing errors in construction of the cadastral value model of land. The correlation-regression method is applied to choose pricing factors, the coefficients of pair correlation and the index of their comparative importance are determined, and their multicollinearity is checked up. The study also shows that the set of specific socioeconomic factors is non-permanent and depends on the changes in macroeconomic situation. As applied to the Krasnodar region in 2020 the indicators of the level of development of small and medium-sized enterprises and the number of resident population became the significant factors for the model of calculation of the cadastral value of land for the formed groups of settlements in the municipal districts.

Keywords: pricing factors, social-economic indicators, regression model, correlation coefficient.

JEL Classification: C10.

**DOI:** 10.31857/S042473880017516-6

### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

## Гарантированный детерминистский подход к маржированию на срочном рынке: численный эксперимент

© 2020 г. С.Н. Смирнов, В.А. Кузнецов, В.А. Сливинский

С.Н. Смирнов,

МГУ, Москва; e-mail: s.n.smirnov@gmail.com

В.А. Кузнецов,

МГУ, Москва; e-mail: v.a.kuznetsov1@yandex.ru

В.А. Сливинский,

МГУ, Москва; e-mail: v.a.slivinski@gmail.com

Поступила в редакцию 27.08.2020

Авторы выражают благодарность анонимному рецензенту за полезные замечания, способствовавшие улучшению изложения.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-01-00613 а).

Аннотация. В статье рассматривается система маржирования портфеля из опционов и фьючерсов на срочном рынке с дефолт-менеджментом, основанным на методологии, предложенной рядом авторов изобретения, зарегистрированного в 2004 г. Математическая модель маржирования, т.е. определение требуемого уровня депозитной маржи (гарантийного обеспечения), основана на идеологии гарантированного детерминистского подхода к суперхеджированию: из экономического смысла задачи выводятся уравнения. Новизна статьи состоит в получении формы уравнений Беллмана-Айзекса, удобной для вычислений. Найдены рекуррентные формулы для численной оценки констант Липшица решений уравнений Беллмана—Айзекса, что позволяет следить за точностью вычислений. Построен программный комплекс, позволяющий эффективно выполнять трудоемкую вычислительную задачу решения уравнений Беллмана-Айзекса. На модельных примерах проведены численные эксперименты с целью продемонстрировать эффективность работы предлагаемой системы и выполнение важного теоретического свойства модели — субаддитивности маржи. Полученные результаты подтверждают целесообразность применения предложенной методологии центральным контрагентом для маржирования и урегулирования дефицита маржи при помощи фьючерсных коррекций. На модельном примере иллюстрируется практическая ценность свойства субаддитивности.

**Ключевые слова:** центральный контрагент, портфельное маржирование, опцион, фьючерс, уравнения Беллмана—Айзекса, константы Липшица, численный эксперимент, имитационное моделирование.

Классификация JEL: C61, C63, G23.

**DOI:** 10.31857/S042473880017501-0

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Настоящая работа является непосредственным продолжением исследований, предпринятых в статье (Смирнов, Полиматиди, 2021), посвященной проблематике управления рисками центрального контрагента. Особое внимание здесь уделено системе портфельного маржирования фьючерсов и биржевых опционов. В (Смирнов, Полиматиди, 2021) приведен обзор научной литературы и дан критический анализ принципов регулирования, принятых в международной практике.

Центральный контрагент берет на себя кредитный риск контрагента между сторонами сделки, поэтому адекватная система риск-менеджмента (включая дефолт-менеджмент) является критически важной для его финансовой устойчивости. Напомним, что убытки портфеля дефолтера должны в первую очередь покрываться за счет обеспечения, требования к которому определяются системой маржирования, т.е. за счет депозитной маржи, внесенной данным участником, что

составляет первый эшелон зашиты центрального контрагента. Если этих средств окажется недостаточно, то используют взнос дефолтера в фонд солидарной ответственности членов клиринга. Если и этого окажется также недостаточно, то используют фонд, формируемый из капитала (собственных средств) центрального контрагента, — второй эшелон защиты. А если и этого все еще недостаточно, то убытки погашаются за счет фонда солидарной ответственности участников клиринга (в этом случае участникам клиринга предлагают впоследствии пополнить этот фонд). Таким образом, создается несколько эшелонов защиты контрагента, совокупность которых на английском языке принято называть «default waterfall» (на русском языке терминология не сформировалась, мы же предлагаем использовать термин «дефолтное эшелонирование»). Капитал центрального контрагента, используемый на покрытие убытков (так называемый «skin-in-the-game» 1), и фонд солидарной ответственности участников клиринга дополняют депозитную маржу участников клиринга. Одной из первых работ, описывающих статическую структуру рационального дефолтного эшелонирования центрального контрагента (с исключительно прикладной точки зрения), стала работа (Ghamami, 2015). В последнее время стали появляться и динамические модели (например, (Bielecki, Cialenco, Feng, 2018)). Однако, на наш взгляд, предлагаемая в (Bielecki, Cialenco, Feng, 2018) модель слишком примитивна с экономической точки зрения, поскольку не учитывает взаимодействия между центральным контрагентом и участниками клиринга, которое особенно явно выражено в стрессовые периоды. Мы согласны с авторами работы (Faruqui, Huang, Takáts, 2018), что это взаимодействие потенциально может привести к дестабилизирующей обратной связи, так что следует учитывать риски участников клиринга и центрального контрагента совместно, а не по отдельности. Несмотря на определяющую роль первого эшелона защиты центрального контрагента, как справедливо отмечают авторы статьи (Coffman, Matsypura, Timkovsky, 2010), научных работ по тематике маржирования немного. Отметим интересное исследование, проведенное в (Eldor, Hauser, Yaari, 2011) на эмпирических данных. Биржа Тель-Авива изначально приняла систему маржирования SPAN, устанавливающую требуемые уровни маржи портфеля в соответствии с наиболее пессимистичным из 16 возможных результатов, а в 2001 г. биржа перешла на более детальную систему маржирования, основанную на наиболее неблагоприятном из 44 сценариев (для сравнения — исследуемая нами система маржирования оперирует с континуумом сценариев и основана на встроенной активной, в отличие от SPAN, системе дефолт-менеджмента). Это уникальное изменение дало возможность эмпирически протестировать влияние повышения чувствительности к риску системы маржирования на эффективность торговли опционами. Оказывается, что более точная оценка риска повышает эффективность рынка по некоторым показателям, включая неявную волатильность (implied volatility) торгуемых опционов.

В (Смирнов, Полиматиди, 2021) предложена формализация задачи маржирования на основе математической модели финансового рынка с неопределенной детерминистской эволюцией цен<sup>3</sup>. Анализ соответствующей модели проведен для случая европейских опционов; для удобства читателя опишем эту модель ниже.

При условии ликвидности фьючерсного рынка строится гарантированная система маржирования, при которой с участника клиринга взимаемая маржа гарантированно покрывает возможные потери биржи при неисполнении этим участником своих обязательств. Предположим, что клиринговая сессия производится один раз в день и в системе маржирования предписано проведение фьючерсных корректирующих сделок один раз каждый торговый день, вплоть до экспирации, одинаковой для всех финансовых инструментов в портфеле, а срок корректирующего управления равен числу дней до экспирации. На движение фьючерсных цен в модели наложены ограничения: изменение цены внутри дня не должно выводить цену за пределы коридора — интервала  $I(x) = [x - \Delta^d, x + \Delta^u]$ , где x — цена закрытия предыдущего торгового дня,  $\Delta^d > 0$  и  $\Delta^u > 0$  — нижний и верхний предел изменения фьючерсной цены соответственно. Эти величины являются параметрами системы и могут зависеть, в частности, от конкретного инструмента и от предыстории цен.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Устойчивое англоязычное выражение, дословно — «шкура в игре». Означает личную вовлеченность в риск — по аналогии с русским выражением «рискуя собственной шкурой».

 $<sup>^2</sup>$  Изложение особенностей построения системы SPAN можно найти в (Долматов, 2007). Отметим, что в SPAN и в SPAN-подобных (основанных на схожих принципах) системах в качестве основы для расчетов обычно используются стандартные модели ценообразования опционов, основанные на классических работах (Black, Scholes, 1973; Black, 1976; Cox, Ross, Rubinstein, 1979).

 $<sup>^{3}</sup>$  Используемый нами подход близок к интервальным методам образования цен на опционы, описанным в книге (Bernhard et al., 2013).

Как правило, пределы изменения фьючерсной цены устанавливаются как определенный процент цены закрытия предыдущего торгового дня:  $\Delta^d = \alpha x$ , а  $\Delta^u = \beta x$ , где  $0 < \alpha < 1$  и  $0 < \beta < 1$  (на практике  $\alpha$  и  $\beta$  бывают порядка нескольких процентов, причем поскольку опасения падения цен обычно сильнее опасений их роста, то разумно выбирать  $\alpha \geqslant \beta$ ). В рамках нашей модели будем считать, что фьючерсные цены x положительные, хотя теперь на практике это не всегда выполняется  $\alpha$ 4.

Предположим, что корректирующая фьючерсная сделка, производящаяся один раз в день, происходит по цене, входящей в интервал I(x), однако точное значение этой цены заранее неизвестно. Введем целевую функцию  ${}^5V_{\iota,T}(x,k)$  — неотрицательное количество денежных средств на счете в момент времени t, необходимых для покрытия потенциальных потерь портфеля участника, для которого будут проводиться корректирующие сделки раз в день вплоть до момента исполнения T. Отметим, что целевая функция зависит не только от цены x, но и от числа фьючерсов k в корректируемом портфеле по итогам закрытия предыдущего торгового дня.

Рыночный риск портфеля из опционов европейского типа и фьючерсов определяется функцией выплат по портфелю f(x) — размером средств, который получает (в случае положительного значения) или же выплачивает (в случае отрицательного значения) владелец данного портфеля (в предположении его неизменности) в момент исполнения через срок T, — в зависимости от фьючерсной цены закрытия x основы в этот момент. Эту функцию будем предполагать липшицевой. В терминальный момент должно выполняться неравенство  $V_{T,T}(x,k) \ge -f(x)$ , так что положим

$$V_{TT}(x,k) = (-f(x))^{+} = (f(x))^{-};$$
(1)

где  $a^+ = \max(0, a)$  и  $a^- = \max(0, -a)$  для  $a \in \mathbb{R}$ .

В работе (Смирнов, Полиматиди, 2021) получены следующие уравнения Беллмана—Айзекса для целевой функции:

$$V_{T,T}(x,k) = (f(x))^{-},$$

$$V_{t,T}(x,k) = \min_{m \in \mathbb{Z}} \max_{z \in I(x)} [V_{t+1,T}(z,k+m) - (k+m)(z-x) + c(x,m)], \quad t = T-1,...,0,$$
(2)

где  $c(x,m)=m^-\Delta^d+m^+\Delta^u=(\alpha m^-+\beta m^+)x$ , причем показано, что в уравнениях (2) величины  $V_{\iota,T}$  неотрицательны. С экономической точки зрения неотрицательная величина c(x,m) представляет собой косвенные транзакционные издержки, максимально возможные за торговый день при сделанных предположениях относительно эволюции фьючерсной цены, где x — цена открытия, m — число фьючерсов (со знаком), используемых для корректирующей сделки.

Уравнения (2) позволяют дать интерпретацию задаче фьючерсной коррекции как специальную задачу суперхеджирования для европейского опциона с функцией выплат  $(f(x))^-$ , с транзакционными издержками c(x,m) и дискретной (целочисленной) стратегией хеджирования фьючерсами с нулевым числом фьючерсов в начальный момент, рассматривая количество средств на счете как безрисковый актив с торговым ограничением — запретом овердрафта.

Используя решения уравнений (2), в качестве требуемого уровня депозитной маржи в текущий момент t=0 при фьючерсной цене  $x_0$  для портфеля с функцией выплат f(x) через срок T выбирается величина

$$M(f,T,x_0) = V_{0,T}(x_0,0).$$
 (3)

При этом очевидно, что

$$M(f,T-s,x) = V_{s,T}(x,0).$$
 (4)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Беспрецедентный случай произошел 20 апреля 2020 г., когда фьючерсные цены на нефть WTI (бенчмарк для цен на сырую нефть в США) упали до отрицательного уровня. Предложение топлива было намного выше спроса вследствие пандемии коронавируса. Из-за перепроизводства резервуары для хранения WTI были заполнены до такого уровня, что если бы фьючерсные контракты были доведены до поставки, то для всей нефти не хватило бы мест для хранения. Поскольку майский контракт истекал 21 апреля, участники рынка с длинными позициями не хотели брать на себя поставку нефти (которая в этот период была никому не нужна) и нести расходы на ее хранение, а предпочли, заключая офсетные сделки, зафиксировать столь большие убытки, что цены стали отрицательными. С 22 апреля 2020 г. Чикагская товарная биржа (СМЕ) перешла на модель Башелье ценообразования опционов на фьючерсы для ряда энергоносителей, чтобы учесть возможность отрицательных цен. На самом деле отличие моделей является незначительным на коротких интервалах времени (см. об этом в (Schachermayer, Teichmann, 2008)).

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> В статье (Смирнов, Полиматиди, 2021) целевая функция обозначается  $V_t$  (без указания горизонта времени T.

В работе (Смирнов, Полиматиди, 2021) показано, что требуемый уровень депозитной маржи удовлетворяет свойству субаддитивности, т.е.

$$M(f_1 + f_2, T, x_0) \le M(f_1, T, x_0) + M(f_2, T, x_0).$$
(5)

Более того, установлено более общее неравенство, из которого (5) вытекает по определению (2). Пусть  $V_{t,T}^i(x,k)$  — целевые функции, отвечающие портфелям с функциями выплат  $f_i$ , i=1,2,3, где  $f_3=f_1+f_2$ , тогда

$$V_{tT}^{3}(x,k_{1}+k_{2}) \le V_{tT}^{1}(x,k_{1}) + V_{tT}^{2}(x,k_{2}).$$
(6)

Свойство (6) имеет интересную экономическую интерпретацию, касающуюся процедуры дефолт-менеджмента. Она заключается в возможности использовать оптимальную стратегию коррекции совокупного портфеля всех таких ассигноров центральным контрагентом в случае нескольких ассигноров (с одинаковым сроком до исполнения опционов в их портфелях). Эта особенность системы маржирования продемонстрирована на модельном примере в разд. 3.

### 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ БЕЛЛМАНА-АЙЗЕКСА

Преобразуем уравнения Беллмана-Айзекса (2) к виду, удобному для вычислений. Обозначим

$$I_{t}(x) = [(1-\alpha)^{t} x, (1+\beta)^{t} x], \tag{7}$$

$$A_{t}(x) = \max_{y \in I_{t}(x)} (f(y))^{-}.$$
 (8)

Отметим, что величина  $A_t(x)$  конечна, поскольку функция f непрерывна (и даже, по сделанному предложению, липшицева).

Множество возможных значений фьючерсной цены в момент экспирации, при условии что фьючерсная цена  $X_s$  в момент времени  $s \in \{0,...,T-1\}$  принимает значение x, будет  $I_{T-s}(x)$ ; имеет место следующее неравенство

$$M(f,T-s,x) \le A_{T-s}(x), \tag{9}$$

поскольку в случае перехода владельца портфеля в состояние ассигнора в момент времени  $s \in \{0,...,T-1\}$  при выборе в качестве корректирующей стратегии отсутствие коррекции (т.е. сделок с фьючерсами), обеспечение в размере  $A_{T-s}(x)$  покрывает любые возможные потери по портфелю.

Оценим сверху величину  $V_{t,T}(x,k)$ , определяемую соотношениями (2). Поскольку минимум по m в (2) не превосходит значения выражения

$$\max_{z \in I(x)} [V_{t+1,T}(z,k+m) - (k+m)(z-x) + c(x,m)]$$

для конкретного значения m = -k, то, используя (3), (7)—(9), получим<sup>6</sup>:

$$V_{t,T}(x,k) \le \max_{z \in I(x)} V_{t+1,T}(z,0) + c(x,-k) = \max_{z \in I(x)} M(f,T-(t+1),z) + c(x,-k) \le$$

$$\le \max_{z \in I(x)} A_{T-(t+1)}(z) + c(x,-k) = A_{T-t}(x) + c(x,-k).$$
(10)

Поскольку  $V_{t+1,T}(x,k) \ge 0$ , то

$$\max_{z \in I(x)} [V_{t+1,T}(z,k+m) - (k+m)(z-x) + c(x,m)] \ge$$

$$\ge \max_{z \in I(x)} [-(k+m)(z-x) + c(x,m)] = c(x,-(k+m)) + c(x,m).$$
(11)

С учетом неравенств (10) и (11) те значения m, для которых  $c(x, -(k+m)) + c(x, m) > A_{T-t}(x) + c(x, -k)$ , не могут доставлять минимум в (2). Таким образом, если в момент времени t заданы фьючерсная цена x и число k корректирующих фьючерсов в портфеле, то минимум по m достаточно искать на ограниченном множестве, что важно с вычислительной точки зрения:

$$D_{t}(x,k) = \{m : c(x,-(k+m)) + c(x,m) \le A_{T-t}(x) + c(x,-k)\}.$$
(12)

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> В частности, целевая функция принимает конечные значения.

Тем самым уравнения (2) можно переписать в виде

$$V_{T,T}(x,k) = (f(x))^{-},$$

$$V_{t,T}(x,k) = \min_{m \in D_{t}(x,k): z \in I(x)} \max_{t+1,T} [V_{t+1,T}(z,k+m) - (k+m)(z-x) + c(x,m)], t = T-1,...,0,$$
(13)

где  $D_{\cdot}(x,k)$  задается при помощи (12).

Для дальнейшего также будет удобно использовать уравнения Беллмана—Айзекса (13) с заменой переменных, полагая k' = k + m (это число фьючерсных позиций в следующий момент времени, когда в настоящий момент число корректирующих фьючерсов равно k). Уравнения (13) примут вид

$$V_{T,T}(x,k) = (f(x))^{-};$$

$$V_{t,T}(x,k) = \min_{k' \in E_{t}(x,k)} \max_{z \in I(x)} [V_{t+1,T}(z,k') - k'(z-x) + c(x,k'-k)], t = T-1,...,0,$$
(14)

где ограниченное множество  $E_{_{t}}(x,k)$  задается при помощи

$$E_{t}(x,k) = \{k' : c(x,-k') + c(x,k'-k) \le A_{T-t}(x) + c(x,-k)\}.$$
(15)

В соответствии с постановкой задачи параметры m и k являются целочисленными. Предположим, однако, на некоторое время, что они могут изменяться непрерывным образом  $^7$ , т.е. принимают вещественные значения, и покажем, что функции  $k\mapsto V_{t,T}(x,k)$  являются выпуклыми  $^8$ . Для терминального момента времени соответствующая функция, очевидно, является выпуклой. Допустим, что условие выпуклости выполнено для момента времени t+1, где t < T. Тогда выражение под знаком минимума в (2) является выпуклым по совокупности переменных m и k (как максимум выпуклых функций). Поэтому ее минимум по переменной m, взятый по выпуклому множеству, будет выпуклой функцией  $^9$ . При фиксированных t и x множество значений m, доставляющих минимум в (13), образует интервал благодаря выпуклости. С экономической точки зрения разумно выбирать в качестве объема (со знаком) корректирующей сделки такой минимизатор  $m^*(x,k)$ , который обеспечивает минимальные транзакционные издержки.

В реальности эволюция цен, вообще говоря, не следует экстремальным (наиболее неблагоприятным) сценариям. Поэтому средства в размере  $V_{t,T}(x,k)$  на счете в момент времени t при фьючерсной цене x и k корректирующих фьючерсов в портфеле могут оказаться избыточными на некотором шаге s корректирующей фьючерсной стратегии. В этом случае ассигнору может быть возвращен его портфель. В принципе условие возврата портфеля может быть формализовано разными способами. Наиболее естественным условием представляется наличие на клиринговым счете ассигнора в момент s, где t < s < T, средств  $v_s$  (сформировавшихся в результате движения фьючерсных цен и проведения корректирующих сделок) — достаточных, начиная с момента s+1, для гарантированного покрытия транзакционных издержек для ликвидации корректирующих позиций по фьючерсам и гарантированного соблюдения требований к обеспечению. Таким образом, принять решение о возврате портфеля по результатам клиринговый сессии s0 в конце периода s1 можно при выполнении условия s1.

$$v_s \ge \max_{z \in I(x)} M(f, T - (s+1), z) + c(x, -k).$$
 (16)

Этот эффект будет продемонстрирован на модельном примере в разд. 3.

 $<sup>^7</sup>$  Так, чтобы при сужении значений аргумента m с  $\mathbb R$  на  $\mathbb Z$  получить решения исходного уравнения Беллмана—Айзекса.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Понятие выпуклости имеет смысл и для невыпуклой области определения и состоит в возможности продолжения такой функции до выпуклой (см. (Peters, Wakker, 1986)). Необходимое и достаточное условие выпуклости для функций целочисленного аргумента состоит в требовании, чтобы значение функции в каждой точке не превосходило бы значения аффинной функции, значения которой в соседних точках совпадают со значениями данной функции (в этом случае выпуклая оболочка совпадает с кусочно-аффинной интерполяцией).

 $<sup>^{9}</sup>$  Заметим, что  $V_t(x,k)$  принимает конечные значения в силу предположения о липшицевости f.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup> Тем самым участник клиринга получает право возобновить операции на рынке с возвращенным портфелем на следующий торговый день. При желании этот участник клиринга может ликвидировать позиции по корректирующим фьючерсам (которые снижают риск портфеля и, как следствие, уровень требуемой маржи), получая, таким образом, портфель с исходной функцией выплат. После ликвидации позиций по корректирующим фьючерсам у него должно гарантированно остаться достаточно средств для поддержания требований по депозитной марже.

<sup>&</sup>lt;sup>11</sup> Отметим, что правая часть неравенства (16) не меньше  $V_{s,t}(x,k)$  (см. неравенство (10)).

#### 2. ОЦЕНКА КОНСТАНТ ЛИПШИЦА ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ

При численном решении уравнений Беллмана—Айзекса (14) полезно иметь явный вид множества  $E_{\cdot}(x,k)$ , задаваемого соотношением (15). Нетрудно убедиться, что

$$\begin{cases}
E_{t}(x,k) = [-a_{t}(x), k + a_{t}(x)] \text{ при } k \ge 0, \\
E_{t}(x,k) = [k - a_{t}(x), a_{t}(x)] \text{ при } k < 0,
\end{cases}$$
(17)

где

$$a_{t}(x) = A_{T-t}(x) / (\alpha + \beta)x. \tag{18}$$

Можно также записать (17) в виде

$$E_{x}(x,k) = [-k^{-} - a_{x}(x), k^{+} + a_{x}(x)].$$
(19)

Из (19) следует, что для  $k' \in E_{\cdot}(x,k)$  выполняется неравенство  $|k'| \le |k| + a_{\cdot}(x)$ .

Обозначим через  $k_t$  возможное число корректирующих фьючерсов в портфеле, если использовать ограничение  $k' \in E_t(x,k)$  на шаге t, а через  $x_t$  — возможную цену на шаге t. Используя полученное неравенство на  $\lfloor k' \rfloor$ , имеем для  $k_0 = 0$ :

$$|k_{t+1}| \le |k_t| + a_t(x_t), \quad x_t \in I_t(x_0); \quad t = 0, ..., T - 1.$$
 (20)

В силу (18)

$$a_{t}(x_{t}) \leq \max_{x_{t} \in I_{t}(x_{0})} A_{T-t}(x_{t}) / \left( (\alpha + \beta) \min_{x_{t} \in I_{t}(x_{0})} x_{t} \right) = \frac{A_{T}(x_{0})}{(\alpha + \beta)(1 - \alpha)^{t} x_{0}}.$$
 (21)

Из (20) и (21) следует, что для t = 0, ..., T

$$|k_{t}| \le \frac{A_{T}(x_{0})}{(\alpha+\beta)x_{0}} \sum_{s=0}^{t-1} \frac{1}{(1-\alpha)^{s}} = \frac{A_{T}(x_{0})(1-\alpha)}{(\alpha+\beta)\alpha x_{0}} \left( \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{t} - 1 \right).$$
 (22)

Таким образом, решая (14) последовательно для t = T - 1, ..., 0, достаточно находить значения целевой функции  $V_{t,T}(x,k)$  для значений аргументов

$$x \in I_{t}(x_{0}), k \in \left[ -\frac{A_{T}(x_{0})(1-\alpha)}{(\alpha+\beta)\alpha x_{0}} \left( (\frac{1}{1-\alpha})^{t} - 1 \right), \frac{A_{T}(x_{0})(1-\alpha)}{(\alpha+\beta)\alpha x_{0}} \left( (\frac{1}{1-\alpha})^{t} - 1 \right) \right], \tag{23}$$

где  $I_{\cdot}(x_0)$  задается формулой (7).

Аналогично рассуждениям из работы (Smirnov, 2019) оценим константы Липшица для целевых функций  $^{12}$ 

$$x \mapsto V_{t,T}(x,k) = W_{t,T,k}(x), t = T, \dots, 1,$$
 (24)

когда аргументы удовлетворяют ограничениям (23), что полезно при оценке точности приближенного решения, в частности при определении шага сетки (по ценовой переменной целевой функции), обеспечивающего заданную погрешность.

Пусть X и Y — произвольные метрические пространства; для функции  $g: X \to Y$ , удовлетворяющей свойству Липшица, будем обозначать через  $L_g$  соответствующую константу Липшица. В том числе будем использовать это обозначение и для многозначной функции с компактными значениями и с метрикой Помпею—Хаусдорфа на множестве  $\mathcal{K}(Z)$  компактных подмножеств метрического пространства Z, поскольку такую многозначную функцию можно отождествить с однозначной функцией со значениями  $g(x) \in Y = \mathcal{K}(Z)$ .

Покажем свойство Липшица для целевых функций по индукции, заодно получим рекуррентные неравенства для соответствующих констант Липшица. Для s=T функция  $W_{T,T,k}(\cdot)$  имеет константу Липшица, равную  $L_{f^-} \leq L_f$ . Предположим по индукции, что для s=t+1, где  $t \leq T$ , функция  $W_{t+1,T,k}(x)$ 

 $<sup>^{12}</sup>$  Здесь нам удобно ввести новое обозначение, чтобы иметь дело с функциями  $W_{t,T,k}$  одного аргумента (фьючерсной цены).

липшицева с константой Липшица, равной  $L_{W_{t+1,T,k}}$  на множестве аргументов  $I_{t}(x_{0})$ , получим оценку константы Липшица для s=t. Запишем уравнения (14) в виде

$$V_{t,T}(x,k) = \min_{k' \in E_t(x,k)} [c(x,k'-k) + N_{t,T,k'}(x)],$$
(25)

где

$$N_{t,T,k'}(x) = \max_{z \in I(x)} [V_{t+1,T}(z,k') - k'(z-x)] = \max_{y \in K(x)} [V_{t+1,T}(x+y,k') - k'y] , \qquad (26)$$

$$K(x) = [-\alpha x, \beta x]. \tag{27}$$

Для  $x, x' \in I_t(x_0)$  имеем

$$|W_{t+1,T,k}(x) - W_{t+1,T,k}(x')| \leq \max_{k' \in E_t(x,k')} \left[ |c(x,k'-k) - c(x',k'-k)| + |N_{t,T,k'}(x) - N_{t,T,k'}(x')| \right],$$

а с учетом (19) для аргументов, удовлетворяющих ограничениям  $(23)^{13}$ ,—

$$\max_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k) - c(x',k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] \vee [\beta(k^{-} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k) - c(x',k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] \vee [\beta(k^{-} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k) - c(x',k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] \vee [\beta(k^{-} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k) - c(x',k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] \vee [\beta(k^{-} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k) - c(x',k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] \vee [\beta(k^{-} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k) - c(x',k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] \vee [\beta(k^{-} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] \vee [\beta(k^{-} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |c(x,k'-k)| = [\alpha(k^{+} + a_{t}(x))] |x - x'| \leq \sum_{k' \in E_{t}(x,k)} |x -$$

$$\leq (\alpha \vee \beta)(|k| + a_{t}(x))|x - x'| \leq \left[ (\alpha \vee \beta) \frac{A_{T}(x_{0})(1 - \alpha)}{(\alpha + \beta)\alpha x_{0}} \left( \left( \frac{1}{1 - \alpha} \right)^{t+1} - 1 \right) \right] |x - x'|. \tag{28}$$

Выражение  $|N_{t,T,k'}(x)-N_{t,T,k'}(x')|$  оценивается аналогично формуле (20) из доказательства теоремы 1 в (Smirnov, 2019):

$$\begin{split} \mid N_{_{t,T,k'}}\!(x) - N_{_{t,T,k'}}\!(x') | & \leq L_{_{v_{_{t+1,k}}}} L_{_K} \mid x - x' \mid + \mid k' \mid L_{_K} \mid x - x' \mid + L_{_{v_{_{t+1,k}}}} \mid x - x' \mid = \\ & = [(L_{_{v_{_{t+1,k}}}}(L_{_K} + 1) + \mid k' \mid L_{_K}] \mid x - x' \mid, \end{split}$$

где  $L_K = \alpha \beta$ , поскольку расстояние Помпею—Хаусдорфа между интервалами K(x) и K(x'), определяемыми посредством (27), равно ( $\alpha \beta$ ) | x-x'|. С использованием (22) получаем

$$\max_{k' \in E_{t}(x,k)} |N_{t,T,k'}(x) - N_{t,T,k'}(x')| \leq \left[ (L_{W_{t+1,T,k}}(L_{K}+1) + \frac{A_{T}(x_{0})(1-\alpha)}{(\alpha+\beta)\alpha x_{0}} \left( \left(\frac{1}{1-\alpha}\right)^{t+1} - 1 \right) L_{K} \right] |x-x'|. \tag{29}$$

Таким образом, из (26), (28) и (29) вытекает

$$L_{W_{t,T,k}} \le \left[ (L_{W_{t+1,T,k}} ((\alpha \lor \beta) + 1) + 2 \frac{A_T(x_0)(1 - \alpha)}{(\alpha + \beta)\alpha x_0} \left( \left( \frac{1}{1 - \alpha} \right)^{t+1} - 1 \right) (\alpha \lor \beta) \right]. \tag{30}$$

Проведенные индуктивные рассуждения, кроме того, позволяют нам убедиться, что полученные оценки в (30) не зависят от k, что позволяет для аргументов, удовлетворяющих (23), рекуррентно оценивать константы Липшица

$$\Lambda_{t,T} = L_{W_{t,T,k}},\tag{31}$$

где функция  $W_{t,T,k}$  задается соотношением (24). Отметим, что при последовательном решении уравнений Беллмана—Айзекса для  $t=T-1,\ldots,0$  размер интервалов (23) экспоненциально убывает, однако это компенсируется экспоненциально возрастающими требованиями к числу точек сетки в силу роста оценок констант Липшица в (30).

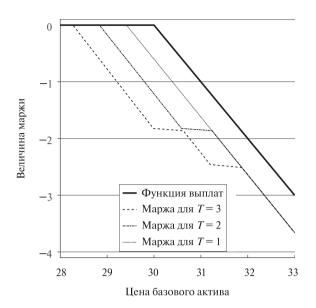
## 3. РАСЧЕТЫ НА МОДЕЛЬНЫХ ПРИМЕРАХ, ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ И ИНТЕРПРЕТАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

При расчете оптимальной корректирующей стратегии, отвечающей переходу владельца портфеля в состояние ассигнора в момент времени 0 с обеспечением, определяемым (3), можно сначала решать задачу минимизации (25) для непрерывных значений аргумента k' (что может быть

 $<sup>^{13}</sup>$  Здесь и далее символ « $\checkmark$ » используется для обозначения операции взятия максимума чисел.

разумным, поскольку минимизируемая функция является выпуклой), а потом выбрать одно из ближайших целочисленных значений.

Для численного расчета требуемого уровня депозитной маржи, задаваемого в начальный момент времени соотношением (3), а в последующие моменты времени — соотношениями (4), будем вычислять значения функции цены  $V_{t,T}(x,k)$  на целочисленной сетке по k и равномерной сетке по xс шагом б., учитывая (23). При этом значения функции цены в промежуточных точках  $I_{\cdot}(x_0)$  при необходимости рассчитываются путем линейной интерполяции. Заметим, что в силу терминального условия (1) общая ощибка вычисления є не превосхолит суммы ошибок линейной интерполяции на шаге tи всех последующих шагах. Оценивая ошибку интерполяции на каждом шаге и учитывая липшицевость функций цены по аргументу х, можно прийти к выводу, что для обеспечения заданной точности 14  $\varepsilon = \varepsilon_0$  достаточно на шаге t = 1, ..., T - 1 выбрать шаг сетки  $\delta_t = 2\varepsilon_0 / T\Lambda_{t,T}$ , где  $\Lambda_{t,T}$  — оценки для констант Липшица (31), рассчитываемые рекуррентно, согласно (30). Задача является вычислительно слож-

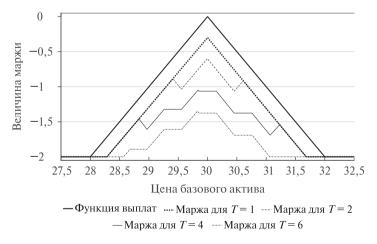


**Рис. 1.** Уровни депозитной маржи (со знаком «минус») для опциона call с ценой исполнения 30; пределы изменения цен  $\alpha=\beta=2\%$ , точность  $\epsilon=10^{-3}$ 

ной, однако может быть оптимизирована как за счет решения  $\mu$ епрерывной задачи минимизации по аргументу k', так и за счет распараллеливания по различным целочисленным значениям k'.

Приведенные на рис. 1-3 результаты расчетов имеют иллюстративный характер и призваны продемонстрировать основные положения предлагаемого подхода. Во всех примерах мы используем условные цены, поскольку методика не привязана к выбору конкретной валюты. Для начала исследуем динамику изменения уровня депозитной маржи в зависимости от времени до экспирации (рис. 1). Заметим, что с увеличением числа T дней до экспирации уровень депозитной маржи возрастает. При этом наблюдаются своеобразные ступеньки, обусловленные возможностью применения фьючерсной коррекции (и дискретностью такого управления портфелем).

Небольшой наклон ступенек обусловлен потенциальным наихудшим финансовым результатом фьючерсной коррекции и связан с пределами изменения цен. В данном примере (см. рис. 1) тангенс угла наклона графика для ступенек равен  $-\alpha$ . Вид маржи для опциона типа «butterfly» («бабочка») приведен на рис. 2. Здесь маржа найдена для большего промежутка времени до исполнения, что позволяет увидеть эволюцию ее формы.



**Рис. 2.** Уровни депозитной маржи (со знаком «минус») для опциона «butterfly» («бабочка») для разных сроков до исполнения; пределы изменения цен  $\alpha = \beta = 0.01$ ,  $\epsilon = 10^{-2}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Погрешность вычисления  $V_{t,T}(x,k)$  понимается в равномерном смысле — по переменным x и k.

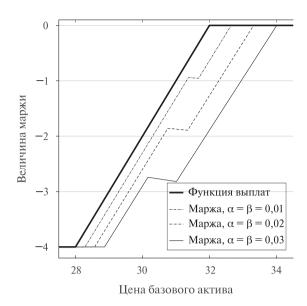


Рис. 3. Депозитная маржа (со знаком «минус») для опциона «медвежий спред» с разными пределами изменения цен на горизонте в 2 дня до экспирации, точность  $\varepsilon=10^{-3}$ 

Увеличение дневных пределов изменения цен, а следовательно, и большее потенциальное отклонение цены в наиболее неблагоприятном случае (рис. 3), ожидаемо приводит как к росту абсолютного значения требуемого уровня депозитной маржи, так и к смещению ступенек. Более того, изменяются также длина и наклон ступенек. В этом случае тангенс угла наклона графика для ступенек равен  $-\beta$ , так как наихудший результат на ступеньках достигается на правой границе. Длина ступенек изменяется в зависимости от ограничений на динамику цен и близка к длине максимального скачка в неблагоприятную с точки зрения коррекции сторону.

Далее рассмотрим два портфеля для иллюстрации свойства *субаддитивности*. С этой целью на рис. 4 изображены функции выплат для каждого из двух портфелей (тонкие пунктирные линии), совокупная функция выплат объединенного портфеля (жирная сплошная линия), а также уровни депозитной маржи на горизонте в 2 торговых дня для объединенного портфеля (жирная пунктирная линия) и сумма отдельных уровней

двух портфелей (тонкая сплошная линия). Заметим, что условие субаддитивности выполняется, при этом на интервале [29,31] использование совокупной функции выплат для суммы портфелей позволяет учитывать их особенности (рост потенциальных убытков по одному из портфелей сопровождается уменьшением потенциальных убытков по второму), что обеспечивает более эффективный расчет маржи (она оказывается меньше, чем в случае, когда каждый портфель рассматривается независимо).

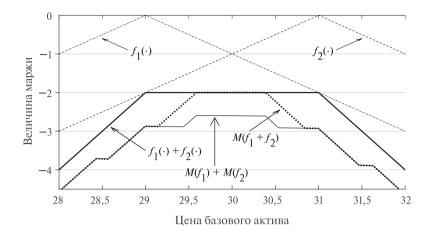
Обсудим теперь возможность возврата портфеля ассигнору в случае выполнения условия (16). Предположим, что в момент времени t, где 0 < t < T-1, сумма средств  $v_t$  на клиринговом счете участника клиринга меньше требуемого размера обеспечения t, т.е.  $v_t = \varkappa M(f, T-t, x_t)$  и  $\varkappa \in [0,1)^{16}$ , где t, где t, нена базового актива в момент t. В таком случае наблюдается дефицит маржи. Если по результатам клиринговой сессии в этот момент времени участник клиринга переходит в состояние ассигнора, то с момента времени t+1 центральный контрагент от его имени осуществляет корректирующие сделки в соответствии с описанной в (Смирнов, Полиматиди, 2020) методикой. Предположим также, что (возможное) устранение дефицита маржи осуществляется исключительно за счет проведения корректирующих сделок и эволюции рыночных цен, т.е. не происходит довнесения средств и/или ликвидации портфеля (как частичной, так и полной). Подобное предположение позволяет проанализировать роль коррекций в устранении дефицита маржи.

С использованием имитационного моделирования методом Монте-Карло произведем генерацию возможной динамики цен и посчитаем долю портфелей, которые удалось вернуть ассигнору в зависимости от размера начального дефицита маржи (величины  $1-\varkappa$ ). Существенную роль играет характер условного распределения приращений цен в следующий момент времени при известной текущей цене x. Приведенные на рис. 5 графики соответствуют цензурированному нормальному, равномерному и U-образному распределениям  $^{17}$ , симметричным, с одинаковым с носителем  $[-\alpha x, \beta x]$ , где  $\alpha = \beta$ . Число испытаний для каждого из трех вариантов одинаково:  $N=10^4$ .

 $<sup>^{15}</sup>$  Напомним, что f- функция выплат портфеля участника торгов, а T- число дней до экспирации опционов.

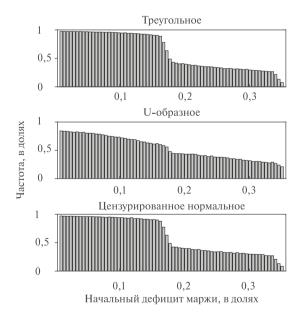
<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Иными словами, в этот момент времени наблюдается дефицит маржи в размере  $(1-\varkappa)\times 100\%$ .

 $<sup>^{17}</sup>$  При цензурированном нормальном распределении приращения цены распределены согласно нормальному закону, при условии что случайная величина попадает в  $[-\alpha x, \beta x]$  с вероятностью 0,99. Это распределение описывает стабильное движение цен с низкой волатильностью. Плотность  $p_{\alpha x, \beta x}$  для U-образного распределения выбирается так, чтобы точка 0 была бы медианой, на  $[-\alpha x, 0]$  плотность равна  $p_{\alpha x, \beta x}(z) = \gamma_{\alpha x}^- z^2$ , а на  $[0, \beta x]$  равна  $p_{\alpha x, \beta x}(z) = \gamma_{\beta x}^+ z^2$ , напоминая, таким образом, букву U. Это распределение характеризует ситуацию высокой неопределенности на рынке, когда цена может как резко вырасти, так и резко упасть.

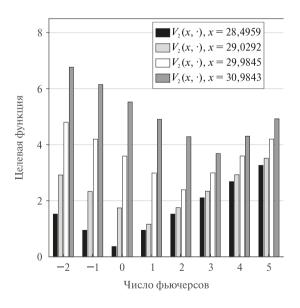


**Рис. 4.** Уровни депозитной маржи (со знаком «минус») для двух портфелей  $M(f_1,2,\cdot)$  и  $M(f_2,2,\cdot)$  (функции выплат  $f_1$  и  $f_2$  соответственно) и для объединенного портфеля  $M(f_1+f_2,2,\cdot)$  (функция выплат  $f_1+f_2$ ); пределы изменения цен  $\alpha=\beta=0,01$ , горизонт 2 дня до экспирации,  $\epsilon=10^{-3}$ 

Из результатов проведенного эксперимента (рис. 5) можно сделать вывод, что при малом дефиците портфеля ситуация его возврата (доли портфелей, которые удалось вернуть ассигнору в зависимости от размера начального дефицита маржи) весьма вероятна, в том числе в резульате возможного благоприятного движения цены. Резкие падения в частотах возврата для U-образного распределения объясняются видом распределения приращений цены. При таком распределении бывает достаточно нескольких удачных скачков для резкого уменьшения маржи. Характерные падения связаны с увеличением числа необходимых для возврата портфеля скачков. Падение частоты возврата для других распределений обусловлено в том числе гарантированностью подхода к возврату портфеля. Велика доля случаев, когда наихудшая (в гарантированном смысле) возможная цена ликвидации позиций по фьючерсным коррекциям оказывается настолько неблагоприятной, что возврат портфеля не производится. Однако реальные значения цен, особенно при стабильной ситуации на рынке, редко достигают своих крайних значений, что позволяет выдвинуть гипотезу



**Рис. 5.** Частоты возврата для call-опциона с ценой исполнения 30 для разных распределений приращений цен (параметры:  $x_0 = 32$ ,  $\alpha = \beta = 0.02$ , T = 6,  $N = 10^4$ )



**Рис. 6.** Значения целевой функции для трех call-опционов для разных текущих цен (параметры:  $\alpha = \beta = 0.02$ ,  $\epsilon = 10^{-2}$ )

о разумности подхода к возврату портфеля не на основе гарантированного финансового результата, а с точки зрения вероятностно-статистического подхода — например используя квантили возможного финансового результата.

Целесообразность использования коррекций подтверждают результаты, показанные на рис. 6: в зависимости от цены актива здесь отображены значения целевой функции  $V_{t,T}(x,k)$  для портфеля из трех call-опционов с ценой исполнения 30 при разном числе коррекций  $k \in \mathbb{Z}$  (цвет столбцов отвечает разным значениям цены актива). Видно, что при увеличении цены x функция  $k \mapsto V_{t,T}(x,k)$  достигает минимума уже не при k=0 (случай отсутствия коррекций), а при k=1,2,3 соответственно. Таким образом, использование коррекций позволяет снизить потенциальные убытки по портфелю, а следовательно, и уменьшить требуемый уровень депозитной маржи, при этом (в силу гарантированности оценки) средств в таком меньшем объеме все еще достаточно для покрытия потенциальных убытков.

\* \* \*

Идея изобретения (Смирнов, Захаров, Полиматиди и др., 2004), описывающая способ определения уровня обеспечения и способ урегулирования ситуации дефицита маржи, основанного на фьючерсной коррекции, проиллюстрирована на конкретных примерах. Математическая модель определения требуемого уровня депозитной маржи строится по аналогии с идеологией гарантированного детерминистского подхода к суперхеджированию — из экономического смысла задачи выводятся уравнения Беллмана—Айзекса. Эти уравнения приведены к виду, удобному для вычислений. Получены оценки констант Липшица для целевой функции и требуемого уровня обеспечения, позволяющие численно прослеживать точность приближенного решения. Создан программный комплекс для вычислительно трудоемкой задачи — численного решения уравнений Беллмана—Айзекса.

Совокупность полученных в ходе численных экспериментов результатов позволяет сделать заключение об обоснованности, разумности и эффективности предлагаемого подхода к маржированию.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- **Долматов А.С.** (2007). Математические методы риск-менеджмента. М.: Экзамен. [**Dolmatov A.S.** (2007). *Mathematical methods of risk management*. Moscow: Ekzamen (in Russian).]
- **Смирнов С.Н., Полиматиди И.В.** (2021). Гарантированный детерминистский подход к маржированию на срочном рынке // Экономика и математические методы. Т. 57. № 2. С. 96—105. [**Smirnov S.N., Polimatidi I.V.** (2021). A guaranteed deterministic approach to margining on exchange-traded derivatives market. *Economics and Mathematical Methods*, 57, 2, 96—105(in Russian).]
- **Bernhard P., Engwerda J.C., Roorda B.** et al. (2013). *The interval market model in mathematical finance: Game-theoretic methods.* New York: Springer.
- Bielecki T.R., Cialenco I., Feng S. (2018). A dynamic model of central counterparty risk. arXiv: 1803.02012 [q-fin.RM]
- **Black F., Scholes M.** (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81, 3, 637–654.
- Black F. (1976). The pricing of commodity contracts. Journal of Financial Economics, 3, 167–179.
- **Coffman Jr.E.G., Matsypura D., Timkovsky V.G.** (2010). Strategy vs risk in margining portfolios of options. *Quarterly Journal of Operations Research*, 8, 375–386.
- Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. (1979). Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 3, 229–263.
- **Eldor R., Hauser S., Yaari U.** (2011). Safer margins for option trading: How accuracy promotes efficiency. *Multinational Finance Journal*, 15, 3–4, 217–234.
- **Faruqui U., Huang W., Takáts E.** (2018). Clearing risks in OTC derivatives markets: The CCP-bank nexus. *BIS Quarterly Review December*, 73–90.
- **Ghamami S.** (2015). Static models of central counterparty risk. *International Journal of Financial Engineering*, 2, 1–36.
- Peters H., Wakker P. (1986). Convex functions on non-convex domains. Economics Letters, 22, 2, 251–255.
- Schachermayer W., Teichmann J. (2008). How close are the option pricing formulas of Bachelier and Black Merton—Scholes? *Math. Finance*, 18, 1, 155–170.
- Smirnov S.N. (2019). Guaranteed deterministic approach to superhedging: Lipschitz properties of solutions of the Bellman-Isaacs equations. In: L.A. Petrosyan, V.V. Mazalov, N.A. Zenkevich (Eds.) "Frontiers of Dynamic Games". New York: Springer, 267–288.

## A guaranteed deterministic approach to margining on exchange-traded derivatives market: Numerical experiment

© 2021 S.N. Smirnov, V.A. Kuznetsov, V.A. Slivinski

S.N. Smirnov,

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; e-mail: s.n.smirnov@gmail.com

V.A. Kuznetsov,

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; e-mail: v.a.kuznetsov1@yandex.ru

V.A. Slivinski,

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; e-mail: v.a.slivinski@gmail.com

Received 27.08.2020

Authors would like to extend gratitude to an anonymous reviewer for the useful remarks and suggestions.

This study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project 19-01-00613 a).

**Abstract.** The article discusses a modern approach to risk management of the central counterparty, primarily the issue of the sufficiency of its financial resources, including the provision of clearing members, the capital of the central counterparty and the mutual liability fund. The main subject is the margining system, responsible for an adequate level of collateral for clearing members, that plays critical role in risk management, being the vanguard in protecting against losses associated with default by clearing members and the most sensitive to market risk part of the central counterparty's skin of the game. A system of margining a portfolio of options and futures in the derivatives market is described, with default management based on the methodology proposed by a number of inventors, registered in 2004. For this system, a mathematical model of margining (i.e. determining the required level of the collateral) is built, based on the ideology of a guaranteed deterministic approach to superhedging: Bellman-Isaacs equations are derived from the economic meaning of the problem. A form of these equations, convenient for calculations, is obtained. Lipschitz constants for the solutions of Bellman-Isaacs equations are estimated. A computational framework for efficient numerical solution of these equations is created. Numerical experiments are carried out on some model examples to demonstrate the efficiency of the system. These experiments also show practical implications of margin subadditivity — a crucial property of the mathematical model.

**Keywords:** central counterparty, portfolio margining, option, futures, Bellman—Isaacs equations, Lipschitz constants, numerical experiment, simulation modeling.

Classification JEL: C61, C63, G23.

**DOI:** 10.31857/S042473880017501-0

### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

# Исследование возможностей бартерных цепей на основе децентрализованных технологий

© 2021 г. И.В. Степанян, М.А. Чирков

#### И.В. Степанян,

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва; e-mail: neurocomp.pro@gmail.com

#### М.А. Чирков,

 $M\Gamma Y$  им.  $\hat{M}$ . B. Ломоносова, Москва; e-mail: mospil@mail.ru

Поступила в редакцию 18.01.2021

Авторы выражают благодарность за обсуждения и идеи Игоря Сидорчука, Олега Соколова, Игоря Пронина, Константина Лапшина и Антона Алипова.

Аннотация. Цель данной работы — анализ возможностей автоматизированных бартерных цепей на основе децентрализованных технологий — распределенных баз данных и пиринговых сетей. В качестве примера рассматриваются технологии блокчейна. Изложена концепция так называемой Игры, представляющей собой системообразующую платформу автоматизированных бартерных цепей для эффективного взаимодействия между участниками экономических процессов (игроками), направленную на развитие и приобретение достатка каждым участником, а также раскрытия его творческого и личностного потенциала. В результате анализа определена функция эквивалента в обмене без денег и сделан вывод о возможности создания распределенного института наставничества, где каждый талант будет брать себе подмастерьев и отвечать за их развитие. Исследованы вопросы обобщения финансовой парадигмы при переходе на новый общественно-экономический технологический уклад путем изменения культурных установок на модель эффективного целевого использования ресурсов в количестве, необходимом для раскрытия творческого потенциала каждого игрока, и в объеме, необходимом для его личного ощущения счастья и гармонии с самим собой, окружающим обществом и природой (симбиотический, экологический, системный подходы). Программная платформа в рамках описанной концепции позволит достичь высокого уровня автоматизации с максимальной надежностью и гарантией защищенности сделок. Технологии программной коммутации, виртуализации сетей с обеспечением пиринговых соединений между пользователями, устройствами и приложениями позволяют реализовать предложенную децентрализованную микросервисную архитектуру с помощью программного обеспечения с открытым исходным кодом. Представленная концепция предлагается как основа для обеспечения устойчивого развития общества за счет перенаправления ресурсов на гармоничное устойчивое развитие и взаимодействие между человеком и природой, формирование экоцентричного общественного сознания, обусловливающего этичное отношение человека к биосфере Земли, флоре и фауне.

**Ключевые слова:** бартер, децентрализованные системы, блокчейн, устойчивое развитие, экономические отношения, человек, общество.

Классификация JEL: P11, D13, D51.

**DOI:** 10.31857/S042473880017500-9

## РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ ОБЗОР ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ И РАЗВИТИЕ ДЕНЕЖНЫХ ОТНОШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННЫХ СЕТЕЙ

Развитие информационных систем в значительной степени связано с применением природоподобных технологий и разработкой распределенных программно-аппаратных решений. Данная тенденция прослеживается по нейросетевым технологиям, где вместо единого центрального процессора используется множество элементарных вычислителей — нейронов. Развитие информационных технологий привело к появлению децентрализованных алгоритмов и баз данных: распределенные хеш-таблицы (DHTs), межпланетарная файловая система (IPFS), различные механизмы (Filecoin, Bitswap, BigchainDB, Ethereum, Swarm), технология MaidSafe, целью которой является обеспечение децентрализованной связи во всем мире, и др. (Narayanan et al., 2016; Bashir, 2018). В пиринговых (одноранговых, P2P) сетях все объединенные в сеть компьютеры имеют идентичные функции клиента и сервера. Все эти системы обладают повышенной надежностью транзакций, вычислений и других технологических процессов за счет свойств децентрализации и мощных алгоритмов шифрования, что ведет к переосмыслению устоявшихся экономических моделей во всем мире (появление криптоюаня и др.).

Бартер еще в доисторические времена рассматривался как спорадический обмен продуктами или услугами. С ростом производительности труда и товарного способа производства возникла потребность во всеобщем эквиваленте, что привело к появлению денег. В развитом капиталистическом хозяйстве бартер занимает маргинальную нишу, его используют, например, при недостатке ликвидности. Деньги выполняют в том числе роль меры стоимости и средства обращения, позволяя разделить во времени моменты отчуждения участником товарооборота товара А и приобретения им товаров Б, В и т.д., совокупная стоимость которых равна стоимости товара А. Ранние представления экономистов, философов (Маркс, 2017) по этому вопросу связаны с отсутствием таких технологических предпосылок, как децентрализованные информационные системы.

Развитие пиринговых сетей, технологий, основанных на шифровании и распределенных базах данных, стало основой ряда новых экономических моделей. Очевидно, что функция денег начала трансформироваться и этот процесс сложно регулировать в силу особенностей децентрализованных технологий. Подтверждением этому является интенсивное развитие различных криптовалют.

Характерным примером децентрализованных технологий является блокчейн, который зарекомендовал себя как инструмент экономической деятельности и распределенных информационных систем (похожая технология IOTA). Технически это — распределенная криптобаза данных, которая представляет собой цепь блоков, хранящаяся одновременно на множестве компьютеров, — растущий список записей, которые связаны с помощью криптографии. Каждый такой блок содержит криптографический хеш предыдущего блока — метку времени и данные о транзакции.

Проект Ореп Ваzaar — торговая площадка на блокчейне. В целом похоже на обсуждаемый инструментарий, только здесь не бартер, а купля-продажа за криптовалюту. Также известны краудсорсинговые платформы на базе блокчейна (Kogias et al., 2019) и системы «народного судопроизводства» на базе блокчейна — crowdjury.org.

Полезным свойством данной технологии является возможность фиксировать информацию и тем самым избегать неверных толкований соглашений (гарантия надежности соглашения и неоспоримость сделок). Это некоторый аналог публичной цифровой подписи, который невозможно отменить, поскольку она хранится одновременно на всех устройствах участников общей экономической деятельности.

Понятия о «цифровой экономике» и о «цифровой Земле» рассматриваются как единый феномен — взаимосвязанные друг с другом элементы новой цифровой доктрины, интенсивно насаждаемой в наши дни (Еремченко и др., 2017). Отмечается исключительная роль в любой экономике скалярного управленческого фактора — стоимости, представляемой номиналом денег. Обосновывается фундаментальная роль цифровой Земли в общей палитре цифровых инициатив современности, призванных обеспечить переход цивилизации к устойчивому развитию.

В настоящей работе представлена концепция рекомендательной системы управления бартерными цепями на основе децентрализованных криптобаз данных и пиринговых сетей (далее — Игра). В основе концепции лежат понятия:

- желание (цель, достижение которой позволяет игроку повысить качество жизни, оформленное и опубликованное как сообщение о потребности;
- созидание (творческая физическая и умственная деятельность игрока, приносящая ему удовлетворение и направленная на совершенствование игровых результатов и приносящая пользу игрокам);
- достаток (достойное жилье, свобода и средства перемещений, стабильное сбалансированное питание, физическое и психическое здоровье).

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ОСНОВЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ БАРТЕРНЫХ ЦЕПЕЙ

Игра представляет собой автоматизированную площадку прямого обмена ценностями, в том числе товарами и услугами с системой прямого маркетинга (P2P-Marketplace). Она является децентрализованной системой консолидации и взаимопомощи, обладает простым интерфейсом и доступна с электронных устройств. Игра позволяет строить самоорганизующееся сообщества, направленные на развитие, взаимодействие и достаток самих сообществ. Имеет интерфейс, сходный с доской объявлений — с каталогами товаров и услуг, публикуемых пользователями без каких-либо ограничений на персональных страницах, представляющих собой эволюцию карточки с информацией о пользователе.

В основе автоматизированного поиска бартерных цепей лежит абстрактная схема сетевой децентрализованной системы управления Игры — сетевой граф, каждая вершина которого — участник Игры (живой человек, субъект) имеет два списка: желаний и возможностей (в том числе умений, навыков). Общий алгоритм Игры заключается в том, что субъекты (далее — игроки, аватары) договариваются о бартерных сделках в формализме Игры: блокчейн фиксирует факт соглашения о бартерной сделке и ее завершении. Торговые операции могут быть делегированы в управление одному или нескольким аватарам. Для оптимизации экономической деятельности и логистики предусмотрены различные оптимизационные алгоритмы для выстраивания рациональных бартерных цепочек в интересах участников. Возможно использование внутренней крипто-валюты (токенов) для передачи ценности или смарт-контрактов, представляющих собой алгоритмы формирования, контроля и предоставления информации о собственности.

Предложенная система смарт-контрактов, организованных по принципу ацикличного направленного графа для проведения Игры, подходит для гибкого управления планированием, проектированием, ходом работ, резервами времени, отчетностью, управления частными активами, сопровождения процессов, промышленного производства, структурирования сложных процессов в децентрализованных автономных организациях. Маркетинг в такой системе опирается преимущественно на прямую модель продаж и рекламу, которая интересна конечным пользователям (допущена ими для показа).

Присоединяясь к Игре, новый участник вносит в игровое общество ресурс в качестве паевого взноса в соответствии с законом о потребкооперации (Raustiala, 2002). Ресурс — единица или совокупность интеллектуальной или физической деятельности. При вступлении в игру человек оповещает систему о том, чем, в каком объеме и в какой срок он может пополнить игровой фонд (например, продукты, вещи, услуги, обучение, разработка, любые полезные и/или востребованные действия). При этом паевой взнос заносится на его личный счет и является его собственностью. Паевым взносом игрок имеет право распоряжаться самостоятельно и управлять услугами других игроков (если они предоставляют ему соответствующие права), а также пополнять паевой взнос депозита и подтверждения квалификации.

Предполагается, что труд может вознаграждаться опытом. Опыт — универсальный ресурс, важный для реализации необходимого достатка (укрепление основной стержневой системы индивида и общества). Опыт накапливается в ходе игры и фиксируется в личной карточке аватара с распределением на соответствующие элементы игры. Созидание — любые полезные, созидательные действия, произведенные участником Игры.

Ресурсы распределяются между игроками, основываясь на принципе «ресурсы на раскрытие творческого потенциала» для выстраивания этого потенциала в общее коллективное игровое поле. В приоритете — выделение ресурсов, которые будут напрямую усиливать территорию договоренностей и игровую систему в целом. Для этого у каждого пользователя предусмотрена персональная рейтинговая система и система социальных групп, на основании которых могут быть применены различные настройки приватности и подключены те или иные функции. Это позволяет гибко отрегулировать фильтрацию и безопасность и организовать удобные социальные взаимодействия. Частные ресурсы — ресурсы, которые представляют собой проявление труда или творчества. Союз вправе передать часть своего опыта новому присоединившемуся к Игре участнику при согласии всех участников союза.

Технологии игры включают встроенный (инбаунд) маркетинг (SMM, контент-маркетинг, SEO, видеомаркетинг и т.д.), модели сетевого планирования для создания благоприятной деятельности

игроков путем улучшения собственного благосостояния; технологии адаптации игровых методов к неигровым процессам (эстафеты, соревнования, повышение квалификации, наставничество). На базе концепции Игры возможны системы страхования, аудита, учета, контроля качества, предоставления гарантий и т.д.

Таким образом, технологии реализации Игры представлены как соединение исторического, культурного и научного наследия, а также технологии в сфере телекоммуникаций, маркетинга, распределенных реестров, пиринговой коммуникации, массового обслуживания, машинного обучения и социальной инженерии.

#### ТЕХНИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИГРЫ

Игра использует особый вид микросервисов, именуемых аватарами объекта, технически они представляют собой процессы, запущенные на выделенных IPv6-адресах, и являются виртуальными паспортами объектов реального мира. Микросервисы хранят данные об объекте, его историю, инструкции, гарантии, прочую информацию, отражающую суть объекта, и предоставляют интерфейс взаимодействия игроков с информацией (а для объектов, способных подключаться к интернету, — также интерфейс взаимодействия с самим объектом). Приложение (клиент) представляет собой контейнер (пространство, среду) с возможностью динамической загрузки и отображения его содержимого (контента), в том числе и отдельных микросервисов. Клиент запускается и отрабатывается на стороне пользователя, в том числе включает серверную часть, что позволяет выстраивать пиринговые соединения, минуя централизованные сервера. Каждый последующий присоединившийся участник усиливает децентрализованную сеть. Участнику начисляются баллы, если он берет на себя функцию коммутирующего сервера, или сервера обработки, или хранения данных (исключительно в шифрованном виде).

Модель распространения Игры — открытый исходный код: программный клиент Игры публикуется в open-source репозитории, хеш исходного кода фиксируется на блокчейне. Модель open-source также показывает высокую эффективность.

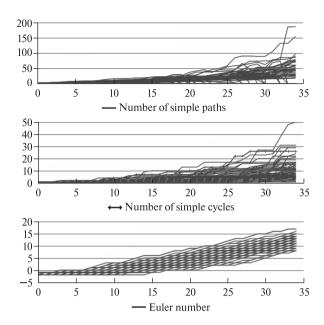
Программный клиент позволяет устанавливать прямое соединение с другим пользователем или группой пользователей и передавать и принимать любой тип данных: сообщения, файлы, потоковое видео, например комментарий, отзыв или оценку какого-либо сайта, которые смогут прочитать другие пользователи клиента, в соответствии с настройками приватности, установленными их автором, проводить опросы и голосования, принимать или отправлять заявки, записывать данные в блокчейн(ы).

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОЙ СИСТЕМЫ И СРАВНЕНИЕ С МОДЕЛЬЮ СВОБОДНОГО РЫНКА

Для моделирования Игры используем теоретико-графовый подход: каждой вершине графа сопоставим участника экономических отношений (игрока), а дугам — экономическое взаимодействие. Простейший вариант взаимодействия заключается в том, что два игрока вступают в экономические отношения. Первый игрок поставляет ресурс второму, а второй вместо денежного расчета с первым задействует цепочку экономических взаимодействий, которая замкнута на первого игрока. Таким образом, функционирует бартерная цепь, обеспечивая удовлетворение потребностей первого и второго игроков. Для простоты можно считать, что в этой цепи все взаимодействия, кроме инициирующего, происходят без бартера, с помощью стандартного денежного механизма (который не исключается, а, наоборот, способствует поиску и налаживанию бартерных механизмов).

Очевидно, что в рамках формализма предлагаемой модели число обратных связей в виде бартерных цепей будет определять уровень экономической стабильности всей системы. В теории графов такие обратные связи являются простыми циклами. Для дальнейших рассуждений создадим случайный растущий граф и оценим вероятность появления в нем простых циклов, моделирующих экономические обратные связи. Рассмотрим алгоритм.

- 1. Дано множество N узлов (вершин)  $N = \{1, ..., N\}$ . Каждый узел пронумерован.
- 2. Исходная структура графа задается из двух связанных узлов.
- 3. N раз повторяем шаги 4-7.



**Рис. 1.** 35 итераций роста графа (100 экспериментов)

- 4. Пересчитывается структура графа.
- 5. Один из N узлов выбирается случайным образом и соединяется с произвольным узлом графа.
- 6. Число N свободных вершин уменьшается на единицу.
  - 7. Переход к шагу 3.
  - 8. Стоп.

Для модельных экспериментов и оценки разброса статистических значений параметров растущих графов данный алгоритм повторялся 100 раз. После каждого запуска алгоритма вычислялись параметры и строились кривые. Эти кривые затем наложили друг на друга для визуализации итоговых результатов (рис. 1).

Эксперименты показали, что при случайной генерации растущего графа происходит экспоненциальный рост числа циклических структур, т.е. по мере роста графа система экспоненциально стремится к устойчивости (экономической).

Следует отметить, что алгоритм генерации основан на случайных процессах без дополнительных алгоритмов самоорганизации. Авторская гипотеза состоит в том, что наличие множественных обратных связей делает любую (в том числе и экономическую) систему более устойчивой. Подобные эффекты с обратными связями наблюдаются в нейросетевой структуре мозга высших животных и человека. В этом смысле распределенные сетевые технологии имеют биологические аналоги, проверенные естественным отбором и эволюцией.

Несмотря на простоту алгоритма, наблюдаются интересные особенности в структуре графа: вероятность резкого увеличения циклических структур (в 5 и 7 раз) наблюдается в 2% случаев, начиная с шага 83 (рис. 2).

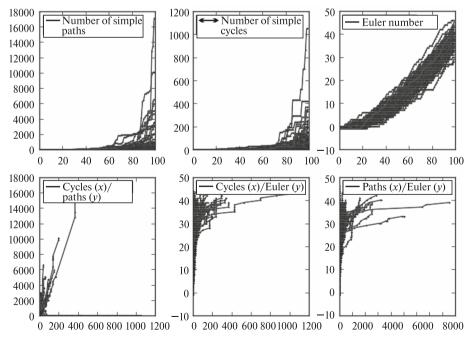


Рис. 2. 100 итераций роста графа (100 экспериментов)

Недостатки современной экономической модели хорошо видны на следующем типичном примере. В начале экономической деятельности нужно взять кредит, затем потратить деньги на рекламу, маркетинг и поиск контрагентов, затем вернуть кредит с процентами в условиях инфляции и системных кризисов. В рамках концепции Игры игрок формирует желание, желанию присваивается уникальный идентификатор. С этого момента запускается механизм поиска бартерной цепи, направленной на удовлетворение потребностей и желаний максимального числа участников. Когда нужная бартерная цепь найдена, формируется стоимость по материалам и транспортной доставке (децентрализованная, «народная» логистика) с фиксацией необходимых параметров на блокчейне. При вручении продукции заказчику фиксируется целостность упаковки и товара и проверяется соответствие заявленному качеству и условиям смарт-контракта с возможностью моментального подтверждения онлайн наблюдателей, если все прошло успешно, то смарт-контракт распределяет баллы и фиксирует завершение цикла.

Следует отметить, что самоорганизующиеся свойства Игры позволяют не только оптимизировать экономическую составляющую, но и развивать экологические (безотходные) принципы производства (Odum, 1983). В перспективе это — перенаправление ресурсной базы на гармоничное устойчивое развитие человека и природы, формирование экоцентричного общественного сознания, обусловливающее этичное отношение человека к биосфере Земли, к флоре и фауне (экоцентричное мышление предполагает, что биосфера, флора и фауна — не утилитарное приложение к человеку, а равноправные человечеству).

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Следует отметить, что цель, направленная на получение достатка (концепция Игры), не совпадает с целью извлечения прибыли (концепция распространенной экономической модели). Это принципиально различные парадигмы (табл. 1). При этом предлагаемая модель может быть использована для извлечения прибыли, поскольку в некотором смысле является более общей при сравнении подходов к формированию рынка (табл. 2).

Таблица 1. Сравнение экономических систем

Критерий	Извлечение прибыли	Получение достатка
Субъект	Средний, и особенно крупный, бизнес, корпорации	Человек, частное предпринимательство, потребкооперация
Цели	зультате высокая социальная дифферен-	Дифференциация общества по профессиям и функциям, обеспечивающим функционирование и развитие всего общества, а также производственной и социальной инфраструктуры
Труд	Модель 5-дневной 8-часовой рабочей недели. Безработица, сложность определения на рынке труда	Создание настоящих общественных институтов для максимальной реализации талантов каждого участвующего в игре индивида способствует нахождению своего места и роли исходя из возможностей и талантов субъекта. Субъекты, развитие которых рассматривается как взаимовыгодное сотрудничество для общего блага человека и окружающего мира природы
	Иерархические системы управления, основанные на простых базах данных. Централизованное слабо адаптируемое управление без обратных связей или со слабыми обратными связями	Сетевые системы управления, основанные на базах знаний, как основа интеллектуальных информационных систем (Yeoh, Koronios, 2010; Li, Hsieh Po-An, Rai, 2013; Swan, 2018). Децентрализованное, коллективное построение культуры взаимодействия для дальнейшего выбора творческого пути и применения технологий, направленных на получение достатка для каждого человека
Адаптивность	Слабая гибкость, высокая зависимость от внешних экономических факторов (курсы валют, цены на сырье и пр.)	Возможность экстренного создания эффективных и независимых механизмов самоуправления и взаимопомощи
Недостатки	Возможность спекуляции, поскольку деньги — универсальный товар	Деньги как инструмент экономических отношений не отменяются, поэтому остается возможность спекуляции. Цена есть в скрытом виде. Работа в условиях отсутствия универсального товара
Преимущества	В некоторых случаях модель более удобна, особенно на переходном периоде	Взаимозачет между (тремя) предприятиями — предусмотрен в 1С, этому учат бухгалтеров на курсах
Возможности личностного роста	Человек предоставлен сам себе в условиях внешнего мира с изменяющимися правилами и условиями	Проект направлен на развитие разума и раскрытие потенциальных возможностей личности. Воспитание и образование каждого участника в различных областях знаний

Таблица 2. Сравнение различных подходов к формированию рынка

Классическая модель свободного рынка	Применение автоматизированных бартерных цепей на основе технологии блокчейна
Двойное толкование и обман возможны из-за бумажной версии договоренностей	Двойное толкование затруднено фиксацией договоренности в блокчейне
Субъект вынужден самостоятельно искать контрагентов и поставщиков в условиях неоднозначности и неопределенности	Система определяет и предлагает рациональные (оптимальные) комбинации для реализации бартерных цепей
Часто нет достаточной информации для адекватного ценообразования	Открытая информация для ценообразования. Число условных единиц может быть необязательным атрибутом каждой сделки

Возникает вопрос, что вместо денег в обмене может выполнять функцию эквивалента. Эту функцию могут иметь токены (баллы и их различные виды — рейтинги смарт-контрактов), например, ими может быть число положительных отзывов.

Конечно, важно использовать корректную установленную форму договора (смарт-контракта). Формирование корзин обмена и условия транзакций должны быть очень четко формализованы в соответствии с законодательством страны (если в договоре не указано иное, то считается, что товары считаются равноценными — договор должен быть составлен так, чтобы из его условий не следовало иное). В РФ ст.  $568 \Gamma K$  — договор мены (бартер).

Рассмотренные в данной статье вопросы демонстрируют парадокс двойного отрицания в историческом развитии обращения: непосредственный обмен (бартер) — обмен, опосредованный всеобщим (денежным) эквивалентом (формула «товар — деньги — товар») — бартер в информационном обществе (смарт-контракты и бартерные цепочки без денег). В результате применения предлагаемой экономической модели можно достичь следующих результатов:

- создавать социальные институты, которые будут помогать человеку на базе проверенных практик, основанных на мудрости и опыте. Способ реализации создание института наставничества, где каждый талант будет брать себе подмастерьев и отвечать за их развитие;
- возможность применять таланты, где они смогут реализовать себя с прицелом на собственный и общества достаток. В Игре создание для каждого участника возможностей и условий для получения достатка:
- изменение культурных установок со спекулятивной модели на эффективное, целевое использование ресурсов в количестве, необходимом для раскрытия творческого потенциала каждого игрока, и в объеме, необходимом для личного ощущения счастья и гармонии с самим собой, окружающим обществом и природой (симбиотический, экологический, системный подходы).

Программная платформа в рамках описанной концепции позволит достичь нового уровня автоматизации с максимальной надежностью и гарантией защищенности сделок.

Технологии программной коммутации, виртуализации сетей с обеспечением пиринговых соединений между пользователями, устройствами и приложениями позволяют реализовать предложенную децентрализованную микросервисную архитектуру с помощью программного обеспечения с открытым исходным кодом. Это будет способствовать устойчивому развитию общества и его гармонии с природой.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

**Еремченко Е., Тикунов В., Никонов О., Мороз В., Массель Л., Захарова А.** и др. (2017). Цифровая Земля и цифровая экономика // *Geocontext*. № 5. С. 40—54. [**Eremchenko E., Tikunov V., Nikonov O., Moroz V., Massel' L., Zakharova A.** et al. (2017). Digital earth and the digital economy. *Geocontext*, 5, 40—54 (in Russian).]

Маркс К. (2017). Капитал. Том первый. М.: Литрес. [Marks K. (2017). Kapital. Vol. 1. Moscow: Litres.]

Bashir I. (2018). Mastering Blockchain. 2 ed. Birmingham: Packt Publishing. ISBN: 9781788839044.

- Kogias D.G., Leligou H.C., Xevgenis M., Polychronaki M., Katsadouros E., Loukas G., Patrikakis C.Z. (2019). Toward a blockchain-enabled crowdsourcing platform. *IT Professional*, 21(5), 18–25. DOI: 10.1109/MITP.2019.2929503
- Li X., Hsieh J.J. Po-An, Rai A. (2013). Motivational differences across post-acceptance information system usage behaviors: An investigation in the business intelligence systems context. *Information Systems Research*, 24, 3, 659–682.

- Narayanan A., Bonneau J., Felten E., Miller A., Goldfeder S. (2016). *Bitcoin and cryptocurrency technologies: A comprehensive introduction*. Princeton: Princeton University Press. ISBN: 978–0–691–17169–2.
- Odum H.T. (1983). Systems ecology. An introduction. Chichester: Wiley.
- **Raustiala K.** (2002). The architecture of international cooperation: Transgovernmental networks and the future of international law. *Virginia Journal of International Law*, 43, 1.
- **Swan M.** (2018). Chapter 5. Blockchain for business: Next-generation enterprise artificial intelligence systems. *Advances in Computers*, 111, 121–162.
- **Yeoh W., Koronios A.** (2010). Critical success factors for business intelligence systems. *Journal of Computer Information Systems*, 50, 3, 23–32, DOI: 10.1080/08874417.2010.11645404

## Investigation of the possibilities of barter chains based on decentralized technologies

© 2021 I.V. Stepanyan, M.A. Chirkov

#### I.V. Stepanyan,

Mechanical Engineering Research Institute, Russian Academy of Sciences (IMASH RAS), Moscow, Russia; e-mail: neurocomp.pro@gmail.com

#### M.A. Chirkov.

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; e-mail: mospil@mail.ru

Received 18.01.2021

The authors are grateful for the discussions and ideas to Igor Sidorchuk, Oleg Sokolov, Igor Pronin, Konstantin Lapshin, and Anton Alipov.

**Abstract.** The purpose of this work is to analyze the capabilities of automated barter chains based on decentralized technologies — distributed databases and peer-to-peer networks. Blockchain technologies are taken as an example. The authors describe the concept of the so-called Game, which is a system-forming platform of automated barter chains for effective interaction between participants in economic processes (players) and is aimed at developing and acquiring the wealth of each participant, as well as revealing their creative and personal potential. As a result of the analysis, the function of the equivalent in exchange without money is determined. A conclusion is made about the possibility of creating a distributed mentoring Institute, where each talent will invite apprentices and become responsible for their development. The issues of generalization of the financial paradigm in the transition to a new socio-economic technological order by changing cultural attitudes to the model of effective, targeted use of resources in the amount necessary to disclose the creative potential of each player and to empower his personal sense of happiness and harmony with himself, the surrounding society and nature (symbiotic, ecological, systematic approach). The software platform within the framework of the described concept will allow achieving a high level of automation with maximum reliability and guarantee of transactions' security. The presented concept is proposed as a basis for ensuring the sustainability of society's development by redirecting the resource base to the harmonious sustainable development and interaction of man and nature, forming an ecocentric social consciousness that determines the ethical attitude of Man to the Biosphere, Flora and Fauna.

**Keywords:** barter, decentralized systems, blockchain, sustainable development, economic relations, people, society.

JEL Classification: P11, D13. D51.

**DOI:** 10.31857/S042473880017500-9

### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

### Математическая модель совместного использования основных средств предприятий машиностроения

© 2021 г. Г.В. Колесник, М.Б. Рыбаков

#### Г.В. Колесник.

Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва; e-mail: kolesnik.gv@rea.ru

#### М.Б. Рыбаков.

AO «Вертолеты России», Москва; e-mail: rybakovmb@gmail.com

Поступила в редакцию 09.06.2021

Аннотация. Высокая конкуренция на рынках товаров и услуг делает актуальной задачу повышения эффективности использования производственных активов предприятий. Одним из возможных направлений ее решения является совместная эксплуатация активов различными субъектами по мере их необходимости. Особенно активно данное направление начало развиваться в последнее десятилетие благодаря возможностям по агрегированию спроса и предложения и автоматизированному заключению контрактов, предоставляемым современными цифровыми технологиями. Основой построения систем управления производственными активами при совместном их использовании является математическая модель, позволяющая определять оптимальные режимы загрузки активов в целях снижения общей стоимости владения и получения дополнительной операционной прибыли. В статье рассматривается математическая модель многопродуктовой территориально-распределенной производственной системы, отражающая особенности деятельности машиностроительных предприятий и предполагающая возможность совместного пользования основными средствами. Формулируются экономические и социальные критерии эффективности управления основными средствами для максимизации прибыли предприятий, минимизации логистических издержек и простоев. Исследованы оптимальные режимы функционирования системы при данных критериях. Показано, что совместное использование основных средств при определенных условиях позволяет существенно повысить эффективность операционной деятельности предприятий.

**Ключевые слова:** управление активами, основные средства, совместное использование, цифровая платформа, производственно-транспортная задача.

Классификация JEL: D24, L23, L64.

**DOI:** 10.31857/S042473880017517-7

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В настоящее время все более широкое применение в различных сферах экономической деятельности находит бизнес-модель совместного использования, позволяющая сгладить недостатки классического владения активами, одновременно не лишая субъектов преимуществ от возможности их эксплуатации (Belk, 2014; Шмелева, Безделов, Рыбаков, 2020). Согласно статистике РАЭК объем транзакций на основных платформах совместного потребления в России в 2019 г. составил около 769,5 млрд руб. с годовым темпом роста около 50% <sup>1</sup>. Наибольший вклад в объем и рост экономики совместного пользования вносят сектора C2C-продаж, различного рода услуг для совместного пользования, а также краткосрочная P2P-аренда жилых помещений (Cheng, 2016; Mair, Reischauer, 2017). Среднегодовой темп роста лидирующих секторов в 2018—2019 гг. составлял от 30 до 59% <sup>2</sup>.

В отличие от Р2Р-сектора в промышленности модели совместного пользования активами нашли ограниченное применение. До недавнего времени в сложных производственных системах

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Экономика совместного потребления в России-2019. PAЭK/TИАР-Центр, 2020 (https://tiarcenter.com/wp-content/uploads/2020/03/RAEC Sharing-economy-in-Russia-2019 March-2020.pdf).

 $<sup>^2</sup>$  Частных продавцов в интернете стало больше покупателей // PБК. 2019 (https://www.rbc.ru/business/23 /10/2019/5daff0b d9a794715e7d154b3).

с распределенной территориальной структурой отсутствовала возможность создания оперативных планов переназначения мощностей из-за сложности и трудоемкости сбора и обработки информации о состоянии их загрузки, совместимости и взаимном дополнении. Это делало нерентабельными стратегии краткосрочной аренды производственных активов, в результате чего наиболее распространенным способом совместного использования активов в промышленности стал лизинг, ориентированный на долгосрочную аренду. В настоящее время лизинговая индустрия является одним из важных инфраструктурных элементов национальных экономических систем и мирового рынка, удовлетворяя потребности промышленности в специализированных активах. По оценке World Leasing Yearbook, годовой объем лизинговых сделок на мировом рынке в 2019 г. составил более 1362 млрд долл. Основными сегментами лизинга являются производственные активы для транспортной, строительной, добывающей отраслей, тогда как доля оборудования машиностроения составляет всего порядка 1%.

Бурное развитие цифровых технологий в последние десятилетия позволило значительно снизить транзакционные издержки заключения сделок краткосрочной аренды активов за счет применения цифровых платформ, способных агрегировать большое число предложений и автоматизировать процедуры заключения контрактов (Уринцов, Староверова, Свиридова, 2019). Это дает возможность предприятиям проводить более гибкую политику развития и использования своих производственных активов с учетом текущей конъюнктуры рынков, способствующую повышению эффективности хозяйственной деятельности.

Несмотря на то что в настоящее время различным аспектам экономики совместного пользования посвящено значительное число как российских, так и зарубежных публикаций, они фокусируются в основном на исследованиях C2C-сектора как наиболее развитого (Платонова, 2019). Большое внимание уделяется крауд-финансовым технологиям (Ахмадиева, 2017; Безделов, 2018), совместному использованию активов в сфере услуг и торговли (Миñoz, 2016; Scaraboto, 2015). Вопросы внедрения этих механизмов в бизнес-стратегии промышленных предприятий представляются еще недостаточно изученными. В связи с этим крайне важным является исследование ролей, перспектив и эффектов совместного пользования активами в промышленности для всех заинтересованных сторон, включая владельцев и пользователей ресурсов, органы управления, а также платформы взаимодействия.

В части исследований промышленного производства зарубежными авторами отмечается растущая тенденция к применению стратегий, ориентированных на услуги (servitization), заключающихся в повышении ценности бизнеса путем предоставления, помимо основной продукции, дополнительно широкого спектра сопутствующих продуктов и услуг различным заинтересованным сторонам (Vandermerwe, Rada, 1988; Baines et al., 2009). Совместное использование активов предприятия рассматривается в контексте этой тенденции, наряду с такими явлениями, как контракты жизненного цикла, пакетные предложения, обучение, экологические сервисы и другое (Ferran et al., 2017). Дальнейшее развитие таких моделей может привести к системным изменениям в производственном секторе, что окажет существенное влияние на развитие мировой экономики.

Возможным применением данного подхода служит создание цифровых платформ уровня крупных холдинговых компаний и отраслей, которые позволяли бы предприятиям, не являющимся специализированными лизинговыми компаниями, получать дополнительную прибыль от совместного использования активов для выполнения конкретных заказов. Помимо основных средств, данный подход также может быть распространен на управление финансовыми, нематериальными активами и человеческими ресурсами предприятий.

В работах (Bettoni, 2018; Silva et al., 2019) излагается рамочная концепция и архитектура общеевропейской платформы производственных услуг MANU-SQUARE (manufacturing ecosystem of qualified resources exchange), предназначенной для оптимизации цепочек поставок путем предоставления временно свободных основных средств для удовлетворения производственного спроса.

Данная концепция определяет общие принципы функционирования платформы. Однако практическое применение таких инструментов требует разработки математических моделей, учитывающих отраслевые особенности и позволяющих определять оптимальные режимы функционирования производственной системы с точки зрения различных критериев.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> World Leasing Review (http://newsletter.world-leasing-yearbook.com/winter-2021#/page/1).

В настоящей статье формулируется математическая модель оптимизации эксплуатации основных средств предприятий машиностроения, предполагающая возможность совместного их использования хозяйствующими субъектами, подключенными к цифровой платформе. Исследуются свойства оптимальных решений и проводится оценка приращения эффективности от внедрения стратегий совместного использования основных средств.

#### МОДЕЛЬ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ

В рассматриваемой задаче объектом моделирования является совокупность производственных процессов территориально-распределенной системы предприятий высокотехнологичных отраслей промышленности. Исследователями выделяются следующие характерные свойства производственных процессов таких предприятий (Селезнева, Клочков, 2020):

- наличие избыточных производственных мощностей, содержание которых приводит к дополнительным издержкам;
  - длительный производственный цикл высокотехнологичной продукции;
- возможность неоднократного использования одного и того же оборудования на различных стадиях производственного процесса;
- нерегулярность заказов, обусловленная высокой стоимостью производимой продукции, а также зависимостью от социально-политических условий;
- олигополистический характер конкуренции и сетевая структура рынков, что обусловливает мультипликативный эффект изменения объемов производства.

В работе (Селезнева, 2020) отмечается, что наличие у производителей свободных конструкторских либо производственных мощностей является необходимым условием поддержания конкурентной среды на рынках высокотехнологичной продукции.

Эти особенности делают актуальной задачу оптимизации загрузки имеющихся основных средств путем их предоставления другим предприятиям для выполнения заказов в рамках объемлющей производственной системы (объединения, холдинга или отрасли в целом). Особую актуальность данная задача приобретает для крупномасштабных холдинговых структур, возникших при реформировании высокотехнологичных отраслей машиностроения (авиастроения, судостроения, оборонной промышленности) и включающих предприятия, производящие аналогичную продукцию и располагающие схожими типами основных производственных активов (Попович, Дроговоз, 2009).

Формально модель совместного использования основных средств в территориально-распределенной производственной системе может быть представлена как производственно-транспортная задача, предполагающая одновременную оптимизацию режимов эксплуатации оборудования отдельных входящих в нее предприятий (решение производственной задачи) и перевозок сырья и готовой продукции между ними (транспортная задача). К настоящему времени разработаны эффективные методы решения данных задач для линейных и нелинейных постановок (Гольштейн, Соколов, 1997; Манилов, 2017), что открывает широкие возможности для их практического применения. В частности, в работах (Львов и др., 1996; Медницкий, Фаттахов, Бушанский, 2003) постановки такого рода задач рассматривались для оценки эффективности крупномасштабных инвестиционных проектов, в работе (Рогулин и др., 2018) — для построения планов производства и перевозок продукции потребителям, в работе (Бендиков, Мищенко, Солодовников, 2019) — для планирования цепей поставок в территориально-распределенной холдинговой системе.

В рассматриваемом нами случае модель описывает многопродуктовую территориально-распределенную производственную систему, состоящую из N предприятий (узлов), связанных между собой транспортной сетью. Каждое предприятие производит L видов продукции с применением K типов основных средств. В дальнейшем выпускаемая продукция может потребляться как в качестве промежуточного продукта для производства других видов продукции, так и в качестве конечного продукта, идущего потребителям за пределы системы. Объем заказов конечных потребителей на продукцию вида l со сроком исполнения t, размещенных в узле n системы, обозначим через  $c_l^n(t)$ . Объем заказа на продукцию вида l со сроком исполнения t, размещенного узлом m в узле n, обозначим через  $r_l^{nm}(t)$ .

Необходимым условием, обеспечивающим возможность оптимизации распределения основных средств, является по крайней мере частичная производственная однородность данной продукции, что дает возможность использовать при ее производстве однотипное оборудование. В рассматриваемом случае для упрощения записи модели будем предполагать, что технологические процессы производства одного и того же вида продукции во всех узлах одинаковы. Более общая ситуация частичной производственной однородности может быть получена путем расширения множества видов производимой продукции.

Технологический процесс производства продукции вида l— это временной ряд длительности  $T_l$ , описываемый двумя матрицами — матрицей основных средств  $S^l$  и матрицей прямых затрат  $A^l$ . Матрица  $S^l$  имеет размерность  $K \times T_l$ , ее элементы  $s_{kt}^l$  показывают мощность производственного оборудования типа k, используемую в период t технологического процесса для производства единицы продукции вида l, элемент равен нулю, если данный тип оборудования не задействован.

Мощность доступного производственного оборудования типа k в узле n в момент времени t определяется уравнением динамики:

$$M_k^n(t+1) = M_k^n(t) + M_k^{n+}(t) - M_k^{n-}(t), M_k^n(0) = \text{const},$$
 (1)

где  $M_k^{n+}(t)$  и  $M_k^{n-}(t)$  — ввод и выбытие типа k производственного оборудования в узле n в момент времени t соответственно.

Динамическая матрица прямых затрат  $A^l$  имеет размерность  $L \times T_l$ . Ее элементы  $a_{mt}^{\ \ l}$  — продукция вида m, используемая в период t технологического процесса для производства единицы продукции вида l, она равна нулю, если данный тип продукции не задействован.

Запас вида l продукции в узле n в момент t можно найти из уравнения

$$Z_{l}^{n}(t+1) = Z_{l}^{n}(t) + x_{l}^{n}(t) - \sum_{m=1}^{L} \sum_{\tau=1}^{T_{m}} a_{l\tau}^{m} x_{m}^{n}(t+\tau) - \sum_{n'=1}^{N} r_{l}^{nn}(t) + \sum_{n'=1}^{N} r_{l}^{n'n}(t) - c_{l}^{n}(t),$$

$$Z_{l}^{n}(0) = \text{const.}$$

$$(2)$$

Здесь  $x_l^n(t)$  — выпуск вида l продукции в узле n в момент t;  $\sum_{m=1}^L \sum_{\tau=1}^{T_m} a_{l\tau}^m x_m^n(t+\tau)$  — промежуточное потребление вида l продукции в узле n, складывающееся из затрат данного ресурса на всех стадиях технологических процессов, происходящих в момент t;  $\sum_{n=1}^N r_l^{nn}(t)$ ,  $\sum_{n=1}^N r_l^{n-n}(t)$  — соответственно суммарный объем отправленной из узла n на другие предприятия и поставленной в узел n от других предприятий продукции вида l в момент t;  $c_l^n(t)$  — объем конечного потребления вида l продукции, произведенной в узле n, в момент времени t.

Во всех узлах системы в каждый момент времени  $\tau = 0, ..., T$  должны выполняться ограничения на мощность

$$\sum_{l=1}^{L} s_{lk}^{\tau} x_{l}^{n}(\tau) \le M_{k}^{n}(\tau) \tag{3}$$

и на затрачиваемые ресурсы

$$Z_{i}^{n}(\tau) \ge 0. \tag{4}$$

Для системы (1)—(4) могут быть сформулированы различные критерии оптимальности использования производственного оборудования. В рыночной экономике таким критерием традиционно выступает максимизация прибыли:

$$\Pi_{n}(t) = \sum_{l=1}^{L} (p_{l}(t) - v_{l}^{n}) c_{l}^{n}(t) - \varphi^{n},$$
(5)

где  $p_l(t)$  — цена на продукцию вида l в момент времени t,  $v_l^n$  — удельные переменные издержки производства вида l продукции в узле n,  $\phi^n$  — постоянные издержки функционирования узла n.

Тогда оптимизационная задача для рассматриваемой системы на интервале планирования [0, T] может быть записана в виде

$$\Pi = \sum_{t=1}^{T} \sum_{n=1}^{N} \Pi_n(t) \to \max.$$
 (6)

Цены, объемы и сроки выполнения заказов потребителей в отраслях машиностроения определяются, как правило, заключаемыми до начала производства договорами и фиксированы на этапе

производства. Тогда доходная часть в выражении (5) будет константой, поэтому вместо максимизации прибыли (6) может формулироваться задача минимизации издержек предприятий. В предположении о том, что производственные процессы во всех узлах системы одинаковы, издержки при перераспределении заказов по узлам будут определяться транспортными расходами, расходами на хранение запасов и расхолами, связанными с простоями оборулования.

Для оценки транспортных расходов, возникающих при перемещении продукции между узлами, будем предполагать, что они пропорциональны объему перемещаемой продукции и расстоянию между узлами (Юдин, Гольштейн, 2010). Обозначим через  $\theta^l$  матрицу транспортных расходов размерности  $N \times N$ , где  $\theta_{nn'}^{l}$  — затраты на транспортировку единицы продукции вида l из узла n в узел n'.

Тогда суммарные транспортные расходы в системе в момент времени 
$$t$$
 составят 
$$\Theta(t) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{n=1}^{N} \sum_{n'=1}^{N} \theta_{nn}^{l} r_{l}^{nn'}(t). \tag{7}$$

Оценку расходов на хранение запасов также будем проводить средствами линейной модели, в которой суммарные расходы на хранение продукции в момент времени t во всех узлах системы будут иметь вид

$$\Xi(t) = \sum_{n=1}^{N} \sum_{l=1}^{L} \xi_{l}^{n} Z_{l}^{n}(t), \tag{8}$$

где  $\xi_l^n$  — расходы на хранение единицы продукции вида l в узле n системы.

Тогда задача минимизации суммарных транспортно-логистических издержек в системе может быть записана в виде

$$F = \sum_{t=1}^{T} (\Theta(t) + \Xi(t)) \to \min_{\{x,r\}}, \tag{9}$$

где T — горизонт планирования; x — временной ряд выпусков продукции всеми узлами системы в период планирования; r — перевозки продукции между всеми узлами системы в период планирования.

Издержки, связанные с простоем оборудования, обусловлены тем, что его содержание в период простоя может обходиться предприятию дороже, чем при нормальном режиме эксплуатации. Это может быть обусловлено наличием дополнительных затрат, связанных с техническим обслуживанием простаивающего оборудования, оплатой труда работников в период простоя, запуском производства после простоя (проверка, приведение в рабочее состояние, наладка и т.д.). Помимо этого, длительные простои могут приводить к перемещениям или увольнениям работников, в результате чего при поступлении в дальнейшем заказов предприятие может оказаться не обеспеченным трудовыми ресурсами в достаточной степени. Поэтому, наряду с задачей минимизации издержек, может быть добавлена задача обеспечения наиболее равномерной загрузки производственных мощностей всех узлов системы с целью минимизации негативных последствий длительных простоев.

Обозначим через  $S_k^{\ n}(t)$  объем загруженных мощностей производственного оборудования типа kв узле n в период t:

$$S_k^n(t) = \sum_{l=1}^L s_{lk}^t x_l^n(t). \tag{10}$$

$$S_k^n(t) = \sum_{l=1}^L s_{lk}^t x_l^n(t). \tag{10}$$
 В качестве показателя равномерности загрузки рассмотрим коэффициент вариации: 
$$V_k^n = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{l=1}^T (S_k^n(t) - \overline{S}_k^n)^2} \ / \ \overline{S}_k^n, \tag{11}$$

где  $\overline{S}_k^n$  — средний объем загруженных мощностей производственного оборудования типа k в узле n в прогнозном периоде.

Тогда критерий равномерной загрузки может быть представлен как задача минимизации средней вариации загруженных производственных мощностей в системе:

$$\overline{V} = \frac{1}{NK} \sum_{n=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} V_k^n \to \min_{\{x,y\}}.$$
(12)

Отметим, что критерий (12) имеет нелинейный характер, в связи с чем для решения данной задачи должны применяться методы нелинейной оптимизации.

Как альтернативный вариант условий, приволящий к линейной залаче, может быть предложено введение в задачу с линейным критерием (6) или (9) дополнительных требований к минимальной загрузке основных средств предприятий, т.е. запись ограничений (3) в форме двухсторонних неравенств,

$$\mu_k^n(\tau) \leq \sum_{l=1}^L S_{lk}^\tau x_l^n(\tau) \leq M_k^n(\tau),$$
 где  $\mu_k^n(\tau)$  — минимальная загрузка типа  $k$  оборудования в узле  $n$  в момент времени  $\tau$ .

В такой постановке задача определения оптимального режима использования производственных мощностей смыкается с задачей учета социальных эффектов функционирования крупных предприятий машиностроения (Волощук, Колесник, Невская, 2006) в части минимизации перемещений и увольнений работников.

Экономические и социальные критерии могут комбинироваться в задаче с различными весами с целью отражения при формировании оптимального режима требований всех заинтересованных сторон.

#### ОПТИМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ

В качестве примера, иллюстрирующего возможности предлагаемой модели, рассмотрим систему с N=2 узлами, в которой производится два вида товаров (L=2) на двух типах (K=2) производственного оборудования.

Диаграммы на рис. 1 представляют компактное графическое изображение матрицы использования оборудования  $S^l$  и динамической матрицы прямых затрат  $A^l$ , которые предполагаются одинаковыми для обоих предприятий. По оси абсцисс отложено время, прошедшее с начала производственного процесса. Над осью времени указана загрузка в производстве единицы продукции первого типа оборудования  $s_{1t}^l$  и применение первого вида продукции  $a_{1t}^l$ , ниже оси — второго вида оборудования  $s_{2t}^l$  и второго вида продукции  $a_{2t}^l$ .

Для упрощения анализа будем предполагать, что мощности основных средств предприятий в системе фиксированы на протяжении периода планирования.

Для данной системы при различных сценарных условиях решались задачи оптимизации транспортно-логистических издержек с критерием (9), а также обеспечения равномерности загрузки оборудования с критерием (12), и проводился сравнительный анализ получаемых режимов.

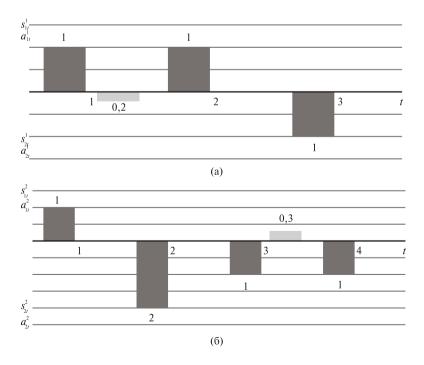


Рис. 1. Диаграммы процессов производства первого (а) и второго (б) вида продукции

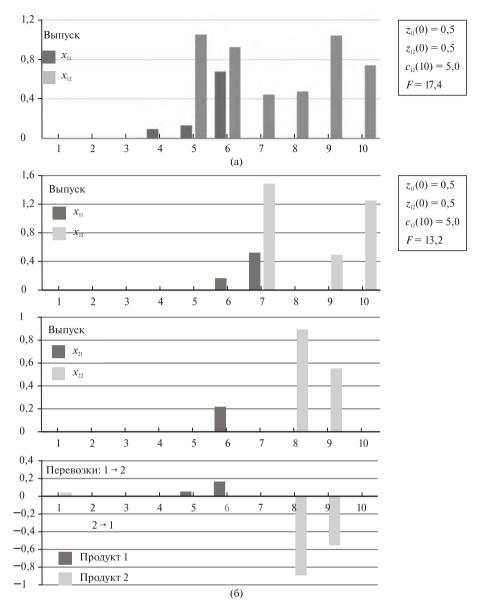


Рис. 2. Режимы работы без оптимизации (а) и с оптимизацией мощностей (б)

Решение задачи минимизации транспортно-логистических издержек позволило выявить три класса оптимальных режимов функционирования, имеющих место в системе в зависимости от начальных запасов сырья и промежуточной продукции, а также объемов и сроков выполнения заказов, размещаемых потребителями.

- 1. Оптимизация использования оборудования не требуется. Мощности производственного оборудования и запасы в каждом узле достаточны для выполнения заказа в полном объеме в установленные сроки. Данный режим характеризуется существенной избыточностью мощностей производственного оборудования предприятия и запасов для выполнения плановых заказов.
- 2. Оптимизация использования оборудования приводит к снижению издержек. В данном режиме оборудование и наличные запасы в каждом узле позволяют своевременно выполнить заказы в полном объеме. Однако оптимизация приводит к снижению суммарных издержек транспортировки и хранения по сравнению с исходным режимом.

На рис. 2 приведены режимы функционирования системы без оптимизации и после неё. В рассматриваемом случае предприятие 1 имеет заказ на поставку  $c_{12}=5$  единиц продукции 2 в момент времени t=10. При этом начальные запасы и мощности оборудования предприятия достаточны для самостоятельного выполнения заказа.

На рис. 2а показан режим функционирования предприятия 1 без оптимизации. Средний за период уровень использования мощностей предприятия в таком режиме составляет 48,5%, средний уровень загрузки мощностей предприятий по всей системе (с учетом неработающего предприятия 2) - 24,5%. Суммарные издержки за период F = 17,4.

На рис. 26 приведен результат оптимизации. Видно, что в производстве продукции оказывается задействовано предприятие 2, в результате чего на начальном этапе происходит транспортировка сырья из узла 1 в узел 2 (третья диаграмма на рис. 2б), а на конечном — обратная транспортировка готовой продукции. Средний уровень загрузки мощностей предприятий в системе увеличивается до 27%, суммарные издержки с учетом транспортной составляющей F=13,23, что на 24% ниже по сравнению с исходным режимом.

3. Оптимизация использования оборудования является необходимым условием для выполнения заказов. Данный режим характеризуется недостаточностью мощностей имеющегося в отдельных узлах производственного оборудования либо запасов продукции для своевременного выполнения заказов. В связи с этим их своевременное исполнение возможно только в результате совместного пользования оборудованием.

Пример такого режима представлен на рис. 3. В нем для сценарных условий (см. рис. 2) объем заказа, размещаемого потребителями на предприятии 1, увеличен до  $c_{12}(10)=6,0$ . При независимом функционировании предприятия 1 задача оптимизации не имеет допустимых решений, т.е. заказ в таком объеме не может быть выполнен в установленный срок. В то же время при оптимальном распределении работ между предприятиями выполнение данного заказа оказывается возможным. На рис. 3 показано, что на оптимальном режиме в начальные периоды осуществляются перевозки продукции из первого узла во второй для обеспечения загрузки его производственных

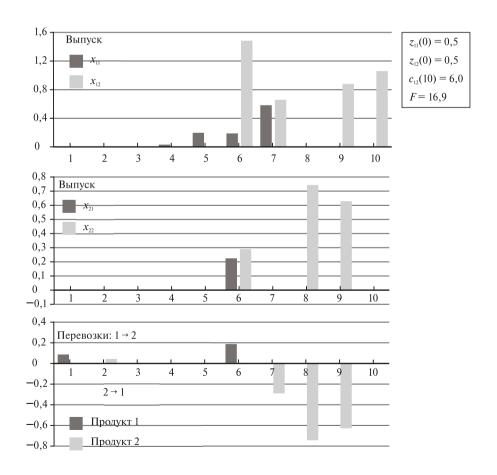


Рис. 3. Оптимальный режим работы при невозможности выполнения заказа одним предприятием

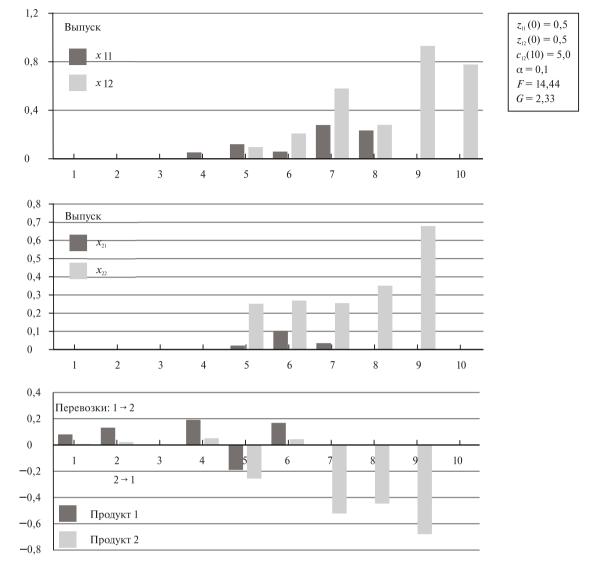


Рис. 4. Оптимальный режим работы с учетом равномерности загрузки мощностей предприятий

мощностей, а в конечные периоды — обратные перевозки для формирования запасов готовой продукции на предприятии 1.

Теперь исследуем, как на оптимальный режим функционирования повлияет введение в задачу социального критерия обеспечения равномерности загрузки оборудования (12). С этой целью рассмотрим аддитивную свертку критериев (9), (12) вида

$$G = \alpha F + (1 - \alpha)\overline{V} \to \min_{\{x, y\}},\tag{14}$$

где а — относительная значимость критерия транспортно-логистических издержек.

Оптимизация нелинейной функции G проводилась методом обобщенного градиента. На рис. 4 приведены параметры режима функционирования системы для сценарных условий, показанных на рис. 2.

Видно, что соответствующий оптимальный режим характеризуется более равномерным распределением во времени выпуска продукции на обоих предприятиях, а также ростом интенсивности перевозок между ними. Это приводит к возрастанию транспортных расходов и расходов на хранение продукции, в результате чего растут совокупные затраты F. Однако этот рост компенсируется снижением вариации использования мощностей, что дает оптимум по агрегированному критерию (14).

Результаты расчетов показывают, что совместное использование основных средств предприятий в производственных системах позволяет в некоторых случаях уменьшить совокупные производственные издержки даже с учетом возникновения дополнительных транспортных расходов. Кроме того, при размещении на предприятиях достаточно крупных заказов применение данного механизма может стать необходимым условием своевременного их выполнения.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Реализация модели совместного использования основных средств предприятий является перспективным направлением повышения эффективности их операционной деятельности. Данная модель позволяет проводить гибкую политику развития и управления активами с учетом текущего состояния рынков, способствующую повышению коэффициента их полезного использования, снижению издержек их простоя и, как следствие, увеличению операционной прибыли предприятия.

В статье предложена модель, основанная на решении производственно-транспортной задачи специфической структуры, предполагающей одновременную оптимизацию загрузки производственного оборудования и транспортных потоков в территориально-распределенной системе. Проведенные расчеты демонстрируют, что при определенных условиях совместное пользование основными средствами будет эффективным инструментом снижения производственных затрат, а также экономических и социальных издержек, связанных с простоем предприятий. Кроме того, при размещении крупных заказов данный механизм может оказаться необходимым для обеспечения их своевременного выполнения.

Представленная модель может являться основой для формирования цифровой платформы по торговле временно свободными основными средствами предприятий в составе крупных холдингов или отраслевых объединений. Ее функциональность может расширяться и дополняться для учета особенностей производственного процесса, критериев различных заинтересованных сторон, а также для интеграции возможностей управления финансовыми и нематериальными активами и трудовыми ресурсами.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- **Ахмадиева М.С.** (2017). Краудфинансы, состояние и перспективы развития на современном этапе // *Символ науки*. Т. 1. № 4. С. 22—35. [**Akhmadieva M.S.** (2017). Crowdfinance, state and prospects of development at the present stage. *Symbol of Science*, 1, 4, 22—35 (in Russian).]
- **Безделов С.А.** (2018). Финансовая цифровизация для стимулирования регионального развития и смягчения санкционных рисков // *Федерализм*. № 2 (90). С. 129—140. [**Bezdelov S.A.** (2018). Financial digitalization for the stimulation of regional development and the neutralization of sanitations' risks. *Federalism*, 2 (90), 129—140 (in Russian).]
- **Бендиков М.А., Мищенко А.В., Солодовников В.В.** (2019). Экономико-математический подход к тактическому планированию цепи поставок географически распределенных промышленных предприятий (на примере угольного холдинга) // Логистика и управление цепями поставок. № 3 (92). С. 18—28. [Bendikov M.A., Mishchenko A.V., Solodovnikov V.V. (2019). Economic and mathematical approach to tactical planning of supply chain of geographically distributed industrial enterprises (case of coal holding). *Logistics and Supply Chain Management*, 3 (92), 18—28 (in Russian).]
- Волощук С.Д., Колесник Г.В., Невская Е.М. (2006). Учет нерыночных факторов в оценке стоимости предприятий оборонно-промышленного комплекса. Монография. М.: Центр оборонных проблем АВН. [Voloshchuk S.D., Kolesnik G.V., Nevskaya E.M. (2006). Non-market factors in the assessment of the value of enterprises of the military-industrial complex. Monograph. Moscow: Center for Defense Problems of the Academy of Military Sciences (in Russian).]
- **Гольштейн Е.Г., Соколов Н.А.** (1997). Декомпозиционный метод решения производственно-транспортных задач // Экономика и математические методы. Т. 33. № 1. С. 112—128. [**Golstein E.G., Sokolov N.A.** (1997). Decomposition method for solving production and transport problems. *Economics and Mathematical Methods*, 33, 1, 112—128 (in Russian).]
- **Львов Д.С., Медницкий В.Г., Медницкий Ю.В., Овсиенко Ю.В.** (1996). Об оценке эффективности функционирования крупномасштабных хозяйственных объектов // Экономика и математические методы. Т. 32. Вып. 1. С. 5–18. [Lvov D.S., Mednitsky V.G., Mednitsky Yu.V., Ovsienko Yu.V. (1996). On the evaluation of the efficiency of large-scale economic facilities. *Economics and Mathematical Methods*, 32, 1, 5–18 (in Russian).]

- Манилов А. Н. (2017). Итеративный алгоритм решения производственно-транспортных задач размещения с нелинейной функцией затрат на производство // Известия СПбГАУ. № 49. С. 237—244. [Manilov A.N. (2017). Iterative algorithm for solving production and transport placement problems with a nonlinear production cost function. Proceedings of the St. Petersburg State Agrarian University, 49, 237—244 (in Russian).]
- Медницкий В.Г., Фаттахов Р.В., Бушанский С.П. (2003) Крупномасштабные инвестиционные проекты: Моделирование и экономическая оценка. М.: Наука. [Mednitsky V.G., Fattakhov R.V., Bushansky S.P. (2003). Large-scale investment projects: Modeling and economic assessment. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Платонова Е.Д. (2019). Исследование генезиса и эволюции концепции шеринговой экономики в зарубежных публикациях (по материалам базы данных Scopus) // Вестник Евразийской науки. Т. 11. № 1. С. 34—45. [Platonova E.D. (2019). Study of the genesis and evolution of the concept of a sharing economy in foreign publications (based on the Scopus database). The Eurasian Scientific Journal, 11, 1, 34—45 (in Russian).]
- Попович Л.Г., Дроговоз П.А. (2009). Организационно-экономическое проектирование интегрированных производственных структур в оборонно-промышленном комплексе РФ // Аудит и финансовый анализ. № 1. С. 284—302. [Popovich L.G., Drogovoz P.A. (2009). Organizational-economic design of integrated scientific-production structures in military industrial complex of Russian Federation. Audit and Financial Analysis, 1, 284—302 (in Russian).]
- **Рогулин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е., Евдакимова Н.С., Гончаров Е.Д., Максименко В.И.** (2018). Обобщенная оптимизационная задача производственно-транспортных процессов на предприятии // *Прикладная информатика*. Т. 13. № 6 (78). С. 133—141. [**Rogulin R.S., Nechaev P.V., Pleshanov D.E., Evdakimova N.S., Goncharov E.D., Maksimenko V.I.** (2018). Complex optimization problem of production-transport processes. *Applied Computer Science*, 13, 6 (78), 133—141 (in Russian).]
- **Селезнева И.Е., Клочков В.В.** (2020). Проблемы принятия решений в сфере инновационного развития российской высокотехнологичной промышленности // Друкеровский вестник. № 2 (34). С. 89—106. [**Selezneva I.E., Klochkov V.V.** (2020). Problems of decision making in the sphere of innovative development of the Russian high-tech industry. *Drukerovskiy Vestnik*, 2 (34), 89—106 (in Russian).]
- **Селезнева И.Е.** (2020). Модели управления конкуренцией в высокотехнологичных отраслях промышленности. Монография. М.: Ин-т проблем управления РАН. [Selezneva I.E. (2020). Competition management models in high-tech industries. Monograph. Moscow: RAS Institute of Control Sciences (in Russian).]
- **Уринцов А.И., Староверова О.В., Свиридова Е.С.** (2019). Перспективные digital-тренды и их влияние на развитие цифровой экономики // *Вестник Московского университета МВД России*. № 4. С. 268—272. DOI: 10.24411/2073-0454-2019-10237 [**Urintsov A.I., Staroverova O.V., Sviridova E.S.** (2019). Perspective digital-trends and their influence on the development of the digital economy. *Bulletin of the Moscow University of the Ministry of Internal Affairs of Russia*, 4, 268—272. DOI: 10.24411/2073—0454—2019—10237 (in Russian).]
- Шмелева А.Н., Безделов С.А., Рыбаков М.Б. (2020). Перспективы развития шеринговой экономики в России // *Компетентность*. № 7. С. 4–10. [Shmeleva A.N., Bezdelov S.A., Rybakov M.B. (2020). Prospects for the development of the Russian sharing economy. *Competency (Russia)*, 7, 4–10 (in Russian).]
- Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г. (2010). Задачи и методы линейного программирования. Задачи транспортного типа. М.: URSS. [Yudin D.B., Golstein E.G. (2010). Problems and methods of linear programming. Transport-type tasks. Moscow: URSS (in Russian).]
- **Baines T.S., Lightfoot H.W., Benedettini O., Kay J.M.** (2009) The servitization of manufacturing: A review of literature and reflection on future challenges. *Journal of Manufacturing Technology Management*, 20 (5), 547–567. DOI: 10.1108/17410380910960984.
- **Belk R.** (2014). You are what you can access: Sharing and collaborative consumption online. *Journal of Business Research*, 67 (8), 1595–1600. DOI: 10.1016/j.jbusres.2013.10.001
- **Bettoni A., Barni A., Sorlini M., Menato S., Giorgetti P., Landolfi G.** (2018). Multi-sided digital manufacturing platform supporting exchange of unused company potential. *IEEE International Conference on Engineering, Technology and Innovation (ICE/ITMC)*, 1–9. DOI: 10.1109/ICE.2018.8436294
- **Cheng M.** (2016) Sharing economy: A review and agenda for future research. *International Journal of Hospitality Management*, 57, 60–70. DOI: 10.1016/j.ijhm.2016.06.003/
- Ferran V.-H., Bustinza O.F., Parry G., Georgantzis N. (2017). Servitization, digitization and supply chain interdependency. *Industrial Marketing Management*, 60, 69–81. DOI: 10.1016/j.indmarman.2016.06.013
- **Mair J., Reischauer G.** (2017). Capturing the dynamics of the sharing economy: Institutional research on the plural forms and practices of sharing economy organizations. *Technological Forecasting and Social Change*, 125 (C), 11–20. DOI: 10.1016/j.techfore.2017.05.023
- **Muñoz P., Cohen B.** (2017). Mapping out the sharing economy: A configurational approach to sharing business modeling. *Technological Forecasting and Social Change*, 125 (C), 21–37. DOI: 10.1016/j.techfore.2017.03.035

- Scaraboto D. (2015). Selling, sharing, and everything in between: The hybrid economies of collaborative networks. *Journal Consumer Research*, 42, 1, 152–176. DOI: 10.1093/jcr/ucv004
- Silva H.D., Soares A.L., Bettoni A., Barni A., Albertario S. (2019). A digital platform architecture to support multidimensional surplus capacity sharing. *Collaborative Networks and Digital Transformation. PRO-VE2019. IFIP Advances in Information and Communication Technology*, 568. DOI: 10.1007/978-3-030-28464-0 28
- **Vandermerwe S., Rada J.** (1988). Servitization of business: Adding value by adding services. *European Management Journal*, 6 (4), 314–324. DOI: 10.1016/0263-2373(88)90033-3

## Mathematical model of fixed assets' joint use by the machine-building enterprises

© 2021 G.V. Kolesnik, M.B. Rybakov

#### G.V. Kolesnik,

Plekhanov Russian Economic University, Moscow, Russia; e-mail: kolesnik.gv@rea.ru

#### M.B. Rybakov,

JSC "Russian Helicopters", Moscow, Russia; e-mail: rybakovmb@gmail.com

Received 09.06.2021

Abstract. High competition in the markets of goods and services makes it urgent to improve the efficiency of the use of production assets by the enterprises. One of the possible ways to solve the problem is joint use of the assets by different subjects. The use of this mechanism in the various branches grows rapidly in the last decade due to the opportunities for aggregation of supply and demand and automated contracting provided by the modern digital technologies. The basis for production asset management systems based on sharing is a mathematical model that allows determining the optimal modes of asset use in terms of their utilization, reducing the total cost of ownership and obtaining additional operating profit. This article considers a mathematical model of a multi-product spatially distributed production system that reflects the features of the activities of machine-building enterprises and assumes the possibility of joint use of their fixed assets. Economic and social criteria for the efficiency of fixed assets sharing are formulated in terms of maximizing the profit of enterprises, minimizing logistics and downtime costs. The optimal modes of joint use of the fixed assets concerning these criteria are investigated. It is shown that the joint use of fixed assets under the certain conditions can significantly improve the efficiency of the operating activities of enterprises.

**Keywords:** asset management, fixed assets, sharing, digital platform, production and transport problem. **JEL Classification:** D24, L23, L64.

**DOI:** 10.31857/S042473880017517-7

### МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

## Динамическая модель рынка разработки программного обеспечения на основе задачи о назначении на узкие места

© 2021 г. И.А. Лесик, А.Г. Перевозчиков

И.А. Лесик,

НПО «РусБИТех», Москва; e-mail: lesik56@mail.ru

А.Г. Перевозчиков,

НПО «РусБИТех», Москва; e-mail: pere501@yandex.ru

Поступила в редакцию 03.07.2021

Аннотация. Предлагается постановка дискретной динамической модели рынка программного обеспечения (РПО) на базе задачи на узкие места о назначении (УМН). Такую постановку можно получить, если отказаться от целочисленности элементов матрицы назначения и обойтись без вариационной постановки внутренней задачи определения равновесных цен, основанной на теореме Дебре. Функции изменения фазовых координат можно взять выпуклыми и не учитывать постоянные затраты при каждом переключении управления. Имея динамическое расширение задачи УМН, можно определить дополнительную прибыль транспортной системы за счет привлечения фьючерсов. В статье получены формулы для компонентов градиента показателя. Это позволяет организовать градиентный метод решения динамической задачи УМН. Приводится приближенный алгоритм и модельный пример его использования для решения динамического расширения задачи УМН. Он основан на решении статической задачи с увеличением на единицу тех элементов матрицы эффективности, которые совпадают с соответствующими элементами матрицы оптимальных назначений, если отказаться от целочисленности матрицы назначений. Это эквивалентно рандомизации задачи о назначении с определенными вероятностями, что позволяет найти погрешность приближенного алгоритма путем сравнения с точным решением, полученным градиентным методом при достаточно больших значениях штрафных констант.

**Ключевые слова:** динамическая задача на узкие места о назначении, фазовые ограничения, метод штрафных функций, функция Гамильтона—Понтрягина, сопряженная система, компоненты градиента, градиентный метод, приближенный алгоритм.

Классификация JEL: О12, С51.

**DOI:** 10.31857/S042473880017518-8

#### **ВВЕДЕНИЕ**

В статье рассматривается задача определения оптимальных планов назначения исполнителей на работы в динамическом расширении задачи на узкие места о назначении (УМН), описанной в работе (Форд, Фалкерсон, 1966). Управление формально осуществляется путем приращения планов. Поэтому показатель оптимальности, кроме транспортных расходов и фиксированных доплат, на каждом шаге включает норму приращения планов, а его минимизация отражает не только стремление уменьшить расходы, но и желание стабилизировать планы распределения ресурсов по видам работ.

В существующих платформах PBS<sup>1</sup>, LSF<sup>2</sup>, NQE, I-SOFT (Ding, 2012), EASY<sup>3</sup>, LoadLeveler<sup>4</sup> для решения транспортной задачи и ее частного случая — задачи о назначениях — рассматривается в основном *статический вариант* задачи с горизонтом планирования один период. Неэффективность такого подхода особенно сильно заметна в глобальных вычислительных системах, так как в них ресурсы и заявки являются неоднородными (Сергиенко, Симоненко В., Симоненко А., 2016). Это делает актуальной

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> PBS Works. Официальный сайт компании Altair Engineering, Inc. (http://www.pbsworks.com/).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Platform LSF 7 Update 6. An Overview of New Features for Platform LSF Administrors. Официальный сайт компании Platform Computing Corporation (http://www.platform.com/workload-management/ whotsnew lst7u6.pdf).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> What is Condor? Официальный сайт продукта Condor (http://www.cs.wisc.edu/condor/description.html).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> IBM Tivoli Workload Scheduler LoadLeveler. (2007): Официальный сайт компании «Интерфейс». — http://www.interface. ru/home.asp?artId=6283.

задачу динамического распределения исполнителей по заданиям, поставленную и изученную в настоящей работе.

Практическая значимость работы связана с использованием предложенной динамической модели для распределения ресурсов и заданий на рынке разработки программного обеспечения (РПО) для создания соответствующих цифровых транзакционных платформ (ЦТП) (Устюжанина, Дементьев, Евсюков, 2021). Несмотря на постоянное увеличение объема сделок, на рынке РПО отсутствуют глобальные платформы указанных выше универсальных платформ распределения заданий PBS, LSF, NOE, I-SOFT, EASY, LoadLeveler, которые могли бы быть применены в динамическом алгоритме загрузки заданий, хотя бы для получения начального плана, который в динамической модели является элементом управления. Это приводит к большому числу посредников в цепочке, ведущей от заказчика к исполнителю. что уменьшает стоимость работ для исполнителя до 10 раз по сравнению со стоимостью, которую готовы были платить заказчики. Таким образом, создание цифровой платформы на рынке РПО могло бы дать более справедливое распределение доходов и увеличить общественное благосостояние. Максимизация благосостояния равносильна определению глобального равновесия на рынке РПО в соответствии с теоремой Дебре (Debreu, 1954).

В общетеоретическом плане концепция равновесия (Макаров, Рубинов, 1973) на распределенном рынке однородного товара относится к мезоэкономике (Мезоэкономика развития, 2011) и лежит в основе синтеза транспортной системы многоузлового конкурентного рынка с переменным спросом и предложением. Эта концепция рассмотрена в работах (Васин, Григорьева, Лесик, 2017, 2018; Васин, Григорьева, Цыганов, 2017). В отличие от этих работ в данной статье мы показываем возможность прямого вычисления равновесных цен, и поэтому можно обойтись без вариационной постановки внутренней задачи. Функции изменения фазовых координат можно взять выпуклыми (например, квадрат нормы разности) и не учитывать постоянных затрат при каждом переключении управления. Имея динамическое расширение задачи УМН, можно найти дополнительную прибыль транспортной системы (цифровой платформы) за счет использования фьючерсов.

Основным результатом работы являются исследование динамической модели рынка разработки программного обеспечения на основе задачи УМН при отказе от целочисленности элементов матрицы назначения и построение численных методов ее решения на основе снятия фазовых ограничений методом штрафных функций и вычисления градиента полученного показателя через функцию Гамильтона— Понтрягина и сопряженную систему. Это позволяет сформировать градиентный метод точного решения динамической ЗН на УМ на основе метода проекции градиента с постоянным шагом (Поляк, 1983).

# 1. КЛАССИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА НА УЗКИЕ МЕСТА О НАЗНАЧЕНИЯХ

Пусть, как в обычной транспортной задаче (T3), через i = 1, ..., m обозначены пункты производства (разработчики ПО) некоторого однородного товара (человеко-дней при стандартном 8-часовом дне чистого рабочего времени, определяемого по таймеру), через j=1,...,n — пункты его потребления (заказчики ПО). Даны величины, отнесенные к одному дню (горизонту планирования):  $a_i \in \{0,1\}$  — объем производства в пункте производства  $i; b_i \in \{0,1\}$  — объем потребления в пункте потребления j, где 0 — означает, что исполнитель не требуется, 1 — требуется один исполнитель.

Найдем величины  $x_{ii} = \{0,1\}$  (объем перевозок из пункта i в пунктj), удовлетворяющие обычным транспортным ограничениям

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_{i}, \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_{j}, \quad i = 1, ..., m; \quad j = 1, ..., n.$$
(1)

Предположим, что

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} A_{ij} \to \min. \tag{3}$$

Таким образом, задача (1)-(3) является частным случаем обычной транспортной задачи, которую можно решить точно при помощи соответствующего пакета, реализующего венгерский метод (Корбут, Финкильштейн, 1969, с. 307) расстановки пометок (подробно описан в (Ашманов, 1981)), имеющий сложность  $O(N^3)$  (Сергиенко и др., 2016), где N — общее число вершин соответствующего двудольного графа, N = n + m = 2m.

Для рынка РПО будем предполагать выполненными следующие предположения:

- 1) за единицу берется один программист, работающий полный день 8 часов:
- 2) горизонт планирования 1 день;
- 3) доходы компаний—заказчиков по контакту (i, j) равны разности цен 1 рабочего дня спроса Pи предложения  $Q_i$  с учетом платы за транспортировку, например 30%,  $(P_j \ge P \ge Q_i, \text{ где } P - \text{ равновесная цена})$ , умноженные на число кодировщиков  $(P_j - Q_i)x_{ij}$ . Всего

$$(P_i - Q_i)x_{ii}. (4)$$

Доходы заказчиков следует максимизировать

Замечание. С учетом балансовых ограничений валовый доход компаний-заказчиков от разности цен спроса и предложения не будет зависеть от распределения  $x_{ii}$ . В самом деле,

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} (P_j - Q_i) x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} P_j \sum_{i=1}^{m} x_{ij} - \sum_{i=1}^{m} Q_i \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = \sum_{j=1}^{n} P_j b_j - \sum_{i=1}^{m} Q_i a_i \ge 0.$$
 (5)

## 2. ДИНАМИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИИ НА УЗКИЕ МЕСТА

Динамическое расширение ЗН на УМ можно получить по схеме, предложенной в работе (Васин, Григорьева, Лесик, 2018). Однако равновесные цены можно вычислить без вариационной постановки внутренней задачи, а функции изменения фазовых координат можно взять выпуклыми и не учитывать постоянных затрат при каждом переключении управления.

У основной системы нет начальных условий (по крайней мере вначале, затем за начальное условие можно взять текущее значение плана). Для определенности будем считать, что начальное значение плана не определено. Приходится ввести еще один (-1)-шаг и соответствующую компоненту управления с нулевыми начальными условиями:

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + u_{ij}(t), \quad t = -1, ..., T - 1,$$

$$x_{ij}(-1) = 0, \quad i = 1, ..., m; \quad j = 1, ..., n.$$
(6)

 $x_{ij}(-1)=0, \quad i=1,...,m; \quad j=1,...,n.$  Можно считать, что управляющие воздействия ограничены по модулю  $|u_{ij}(t)| \le 2 \quad \forall i,j.$  Множество допустимых управлений  $[u(t), t=-1,...,T-1], u(t)=(u_{ii}(t), i=1,...,m; j=1,...,n),$  удовлетворяющих этому условию, обозначим через

$$W = \prod_{t=-1}^{T-1} W(t), \quad W(t) = \prod_{i,j} W_{ij}(t), \quad W_{ij}(t) = \left[-2, 2\right].$$

Показатель эффективности определим в виде интегрального функционала

$$I(x,u) = \sum_{t=0}^{T-1} \left\{ \sum_{i=1}^{m(t)} \sum_{j=1}^{n(t)} A_{ij} x_{ij}(t) + K \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} u_{ij}^{2}(t) \right\} = \sum_{t=0}^{T-1} f_{t}^{0}(x(t), u(t)),$$
 (7)

где K > 0 — достаточно большая константа.

Предполагается, что цены в заявках постоянны и упорядочены по неубыванию:

$$Q_1 \le Q_2 \le ... \le Q_m, \quad P_1 \le P_2 \le ... \le P_n,$$
 (8)

$$Q_i \le P(t) \le P_i, \quad i = 1, ..., m(t), \quad j = 1, ..., n(t),$$
 (9)

где P(t), m(t), n(t) — равновесная цена и максимальные и минимальные значения индексов i, j, удовлетворяющих неравенствам (9) в момент времени t = -1, ..., T-1. Обозначим через  $a_i(t), b_i(t)$ соответствующие запасы и потребности в ресурсах в соответствии с первоначальными заявками.

Тогда оалансовые ограничения имеют вид 
$$a_i(t) = \sum_{j=1}^{n(t)} x_{ij}(t), \ i = 1,...,m(t), \ b_j(t) = \sum_{i=1}^{m(t)} x_{ij}(t), \ j = 1,...,n(t); \ x_{ij}(t) \ge 0; \ t = -1,...,T-1.$$
 Снимая фазовые ограничения (10) при помощи штрафной функции (Федоров, 1979)

$$L(x,u) = \sum_{t=-1}^{T-1} \left\{ \sum_{i=1}^{m(t)} \left( a_i(t) - \sum_{j=n(t)}^{n} x_{ij}(t) \right)^2 + \sum_{j=1}^{n(t)} \left( b_j(t) - \sum_{i=1}^{m(t)} x_{ij}(t) \right)^2 + \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \left[ x_{ij}^-(t) \right]^2 \right\} =$$

$$= \sum_{t=-1}^{T-1} l_t^0(x(t), u(t)), \quad x_{ij}^- = \min(x_{ij}, 0),$$
(11)

приходим к показателю

$$J(x,u) = I(x,u) + C L(x,u) = \sum_{t=-1}^{T-1} F_t^0(x(t), u(t)),$$

$$F_t^0(x(t), u(t)) = \begin{cases} f_t^0(x(t), u(t)) + C l_t^0(x(t), u(t)), & t = 0, ..., T - 1, \\ 0, & t = -1, \end{cases}$$
(12)

гле C > 0 — достаточно большая константа.

В силу линейности уравнений динамики (6) и выпуклости (11) функции по совокупности переменных в силу результатов (Васильев, 1981) справедлива следующая теорема.

**Теорема 1.** Функционал (11) представляет собой выпуклую функцию управления.

Введем функцию Гамильтона-Понтрягина

$$H_{t}(\psi, x, u) = \langle \psi, x + u \rangle + F_{t}^{0}(x, u) \tag{13}$$

и сопряженную систему

$$\psi_{ij}(t-1) = \frac{\partial H_t}{\partial x_{ii}} = \psi_{ij}(t) + \frac{\partial F_t^0(x(t), u(t))}{\partial x_{ii}}, \ t = T - 1, ..., 0; \ \psi_{ij}(T-1) = 0.$$
 (14)

Тогда компоненты градиента показателя (19) будут иметь вид (Васильев, 1981):

$$J_{u_{ij}(t)}(x(t), u(t)) = \frac{\partial H_t(\psi(t), x(t), u(t))}{\partial u_{ii}(t)} = \psi_{ij}(t) + \frac{\partial F_t^0(x(t), u(t))}{\partial u_{ii}(t)}, \ t = -1, ..., T - 1.$$
 (15)

Это позволяет организовать градиентный метод решения динамической ЗН на УМ.

# 3. МЕТОД ГРАДИЕНТНОГО СПУСКА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗН ОБ УМ

## Метод проекции градиента

Имея градиенты (15), для решения динамической задачи управления со свободным правым концом можно воспользоваться методом проекции градиента с постоянным шагом (Поляк, 1983, с. 185):

$$u_{ij}^{k+1}(t) = P_{W_{ij}(t)} \left( u_{ij}^{k}(t) + a \frac{\partial H(\psi(t), x(t), u(t))}{\partial u_{ij}(t)} \right) \quad \forall i, j, t = -1, ..., t - 1; \ k = 0, 1, ...,$$
 (16)

где k — номер шага; a > 0 — постоянный шаг метода;  $P_{W_{ij}(t)}(u_t)$  — оператор проектирования на компоненту  $W_{ij}(t) = [-2, 2]$  множества допустимых управляющих воздействий W(t). Тогда согласно результатам (Поляк, 1983, с. 185) справедлива следующая теорема сходимости.

**Теорема 2**. Пусть L > 0 — константа Липшица градиента с компонентами (15) на множестве W и 0 < a < 2 / L. Тогда последовательность  $[u^k(t)]$  в методе (16) сходится к множеству решений задачи минимизации (11) на множестве W.

# 4. ПРИБЛИЖЕННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЗН НА УМ

Рассмотрим приближенный алгоритм решения динамической ЗН об УМ на основе классической ЗН на узкие места (Форд, Фалкерсон, 1966). На первом шаге решается задача на построение максимального множества (ММ) независимых клеток (НК) в подматрице эффективности, получающейся на пересечении строк и столбцов, обеспечивающих равенство спроса и предложения в простейшей модели конкурентного рынка со ступенчатыми функциями спроса и предложения (Васин, Морозов, 2005). Задача построения ММ НК является частным случаем ЗН на УМ, если заменить в начальной матрице эффективности кресты нулями, а остальные элементы взять равными единице (это означает, что возможно первое назначение). После решения ЗН на первом шаге соответствующие элементы матрицы эффективности увеличиваются на единицу, т.е. до 2 (второе назначение возможно). На этом первый шаг считается законченным и описанным.

Индуктивный переход осуществляется совершенно аналогично, только вместо исходной матрицы эффективности берется предыдущая. В ней элементы матрицы эффективности меняются от нуля до

текущего значения дискретного времени. С учетом их содержательного смысла, состоящего в возможности назначения соответствующей кратности, решение 3H на УМ стимулирует выбирать назначения с максимумом минимальной кратности, что формализует стремление заказчиков ПО распределять свои задачи прежде всего среди исполнителей, с которыми установились устойчивые рабочие отношения.

# Модельный пример работы приближенного алгоритма

За начальную матрицу эффективности возьмем матрицу из (Форд, Фалкерсон, 1966, с. 88, рис. 5.1) на построение ММ НК, заменив в начальной матрице эффективности кресты нулями (табл. 1). Предположим, что цены одного часа 18 = 9 + 9 участников составляют:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = 3$$
,  $Q_4 = Q_5 = Q_6 = 2$ ,  $Q_7 = Q_8 = Q_9 = 1$ ,  $P_1 = P_2 = P_3 = 4$ ,  $P_4 = P_5 = P_6 = 3$ ,  $P_7 = P_8 = P_9 = 2$ .

Если построить ступенчатые графики спроса и предложения, равновесный объем определяется однозначно  $V^* = 6$ , а равновесная цена представляет отрезок  $P^* = [2,3]$ . Оптимальный объем номинально не изменится, если цены пропорционально увеличить в 8 раз — до цены одного рабочего дня. Поскольку далее нам будут нужны только объемы в днях, то будем помнить, что они совпадают по значению с объемом в часах на рис. 1.

Равновесный объем обеспечивают последние 6 исполнителей и первые 6 заказчиков. Для определения начального максимального множества независимых клеток остается подматрица  $6\times6$ , стоящая в левом нижнем углу. Исходное решение легко находится непосредственно, например  $x_{45}=x_{54}=x_{66}=x_{73}=x_{82}=x_{91}=1$ . Это дает решение на первом шаге по времени t=1 в задаче на узкие места, причем минимальная эффективность по оптимальному плану назначений составит min(1)=1. Соответствующие элементы матрицы эффективности увеличатся на единицу и примут значения 2.

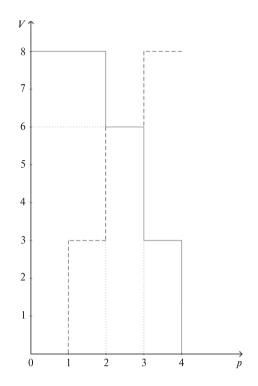
Теперь можно смоделировать нетривиальное продолжение на шаге 2 динамической модели. Предположим, что  $a_7(2) = a_8(2) = a_9(2) = 0$ ;  $b_1(2) = b_2(2) = b_3(2) = 0$ . Данные после второго шага представлены в табл. 2.

Исходные данные и			

	$b_{j}(1)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
$a_i(1)$	i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Q_i$
1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	3
1	2	1	0	1	1	0	0	0	0	0	3
1	3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	3
1	4	0	1	1	1	2	1	0	1	1	2
1	5	0	0	0	2	0	1	0	1	0	2
1	6	0	1	0	0	0	2	0	1	0	2
1	7	1	0	2	1	0	1	1	0	1	1
1	8	0	2	0	1	0	1	0	0	0	1
1	9	2	0	0	1	0	0	0	1	0	1
	$P_{j}$	4	4	4	3	3	3	2	2	2	

Таблица 2. Данные и рейтинговая матрица после второго шага (тройки стоят на месте решения)

	$b_{j}(2)$	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
$a_i(2)$	i/j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	$Q_i$
1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	3
1	2	1	0	1	1	0	0	0	0	0	3
1	3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	3
1	4	0	1	1	1	3	1	0	1	1	2
1	5	0	0	0	3	0	1	0	1	0	2
1	6	0	1	0	0	0	3	0	1	0	2
0	7	1	0	2	1	0	1	1	0	1	1
0	8	0	2	0	1	0	1	0	0	0	1
0	9	2	0	0	1	0	0	0	1	0	1
	$P_{j}$	4	4	4	3	3	3	2	2	2	



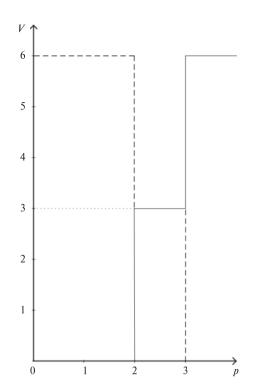


Рис. 1. Спрос и предложение на шаге 1

Рис. 2. Спрос и предложение на шаге 2

Тогда, изобразив на графике (рис. 2) функцию спроса и предложения, убеждаемся, что  $V^* = 3$ ;  $P^* = [2,3]$ . Причем нужные объемы обеспечивают участники рынка i, j = 4,5,6.

Теперь нужно взять соответствующую подматрицу и решить задачу о назначении с весами «1» в тех клетках, которые были выбраны на шаге 1. Решение этой задачи совпадет с сужением предыдущего решения на подматрицу  $x_{54} = x_{45} = x_{66} = 1$ . Соответствующие элементы увеличат эффективность до 3. Если теперь считать, что  $a_i(t) \equiv b_j(t) \equiv 1$ , то решение останется таким же, как на шаге 1 с минимальной эффективностью оптимального плана назначения  $\min(t) \equiv t-1, \ t=1, 2, \dots$ 

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В настоящей работе предложена методология определения загрузки работ по исполнителям на рынке РПО, обеспечивающих стабилизацию планов назначения за счет уменьшения изменения этих планов. Показано, что задача определения оптимальных приращений планов сводится к задаче дискретного оптимального управления со свободным правым концом и может быть решена методом проекции градиента. Основным результатом работы является доказательство дифференцируемости показателя эффективности по приращениям для динамического расширения ЗН на УМ. Установлено, что поставленная динамическая задача оптимизации инвестиций является выпуклой, откуда следует сходимость метода проекции градиента к множеству решений задачи. Приводится также приближенный алгоритм и модельный пример его использования для решения динамического расширения ЗН на УМ, основанный на решении текущей статической задачи с увеличением на единицу тех элементов матрицы эффективности, которые совпадают с соответствующими элементами матрицы оптимальных назначений, если отказаться от целочисленности матрицы назначений. Это эквивалентно рандомизации задачи о назначении, когда соответствующие назначения реализуются с определенными вероятностями, что позволяет определить погрешность приближенного алгоритма путем сравнения с точным решением, полученным градиентным методом при достаточно больших значениях штрафных констант.

Практическая значимость работы определяется применением в транзакционных платформах на рынке РПО для динамической загрузки заданий по терминологии, обоснованной в работе (Устюжанина, Дементьев, Евсюков, 2021). Построена динамическая модель загрузки заданий с двумя группами агентов — компаниями—разработчиками ПО и компаниями—заказчиками ПО, которые

могут опередить свои резервные цены на рынке повременной аренды разработанного ПО в двухсекторной модели экономики (Васин, Морозов, 2005). Дискриминируемыми агентами являются компании—заказчики ПО, которые оплачивают услуги оператора платформы в виде процентных надбавок, включенных оператором в цену работы компаний разработчиков ПО. Имеются в виду платформы-рынки, взаимодействие экономических агентов на которых имеет эпизодический характер разовых сделок. Предполагается удаленное взаимодействие, т.е. возможность коммуникации между агентами, находящимися на любом расстоянии друг от друга. Допускается возможность масштабирования, что означает теоретическое отсутствие ограничений для расширения поля взаимодействия (числа пользователей). Такое расширение возможно за счет перекрестного сетевого эффекта, когда численность одного вида пользователей влияет на численность другого вида (спрос порождает предложение, и наоборот). Предполагается возможность цифровых транзакционных платформ (ЦТП) влиять на объем коммуникаций через уровень и структуру цен. Исходя из базовых характеристик поля взаимодействия, платформа РПО относится к двусторонним рынкам. Для одноранговых ЦТП (Устюжанина, Дементьев, Евсюков, 2021), организующих торговые трансакции, непосредственными агентами являются поставщики (агенты, разрабатывающие ПО) и потребители (агенты, использующие разработанное ПО для повременной сдачи в аренду). Операторы платформы на рынке РПО могут получать доход в виде платы пользователей за покупку. Разработчики ПО имеют доход в виде платы за повременное пользование ПО в двухсекторной модели экономики (Васин, Морозов, 2005), цена которого определяет резервные цены потребителей.

Следует отметить, что настоящая статья является продолжением серии статей (Перевозчиков, Лесик, 2014; Лесик, Перевозчиков, 2016, 2020) о динамическом расширении статических моделей рынка с рынка инвестиций на рынок разработки программного обеспечения и использует разработанный там инструментарий, который может служить фундаментальной основой для построения соответствующих цифровых платформ.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- **Ашманов С.А.** (1981). Линейное программирование. М.: Наука. [**Ashmanov S.A.** (1981). *Linear programming*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- **Васильев Ф.П.** (1981). Методы решения экстремальных задач. М.: Hayka. [Vasil'ev F.P. (1981). *Methods for solving extremal problems*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Васин А.А., Григорьева О.М., Лесик И.А. (2017). Синтез транспортной системы многоузлового конкурентного рынка с переменным спросом. В сб.: Прикладная математика и информатика: Труды факультета ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова. № 55. С. 74—90. [Vasin A.A., Grigor'eva O.M., Lesik I.A. (2017). Applied Mathematics and Informatics. Scientific Works of Computational Mathematics and Cybernetics Department, MSU, 55, 74—90 (in Russian).]
- Васин А.А., Григорьева О.М., Лесик И.А. (2018). Задача оптимизации транспортной системы энергетического рынка. В сб.: *IX Московская международная конференция по исследованию операций (ORM2018)*. Труды. А.А. Васин, А.Ф. Измаилов (отв. ред.). С. 247—251. [Vasin A.A., Grigor'eva O.M., Lesik I.A. (2018). The task of optimizing the transport system of the energy market. In: *The collection of the IX Moscow International Conference on Operations Research (ORM2018)*. Proceedings. Responsible editors: A.A. Vasin, A.F. Izmailov, 247—251 (in Russian).]
- **Васин А.А., Григорьева О.М., Цыганов Н.И.** (2017). Оптимизация транспортной системы энергетического рынка // Доклады Академии наук. Т. 475. № 4. С. 377—381. [Vasin A.A., Grigor'eva O.M., Tsyganov N.I. (2017). Optimization of the transport system of the energy market. *Reports of the Academy of Sciences*, 475, 4, 377—381 (in Russian).]
- **Васин А.А., Морозов В.В.** (2005). Теория игр и модели математической экономики. М.: MAKC Пресс. [Vasin A.A., Morozov V.V. (2005). *Game theory and models of mathematical economics*. Moscow: MAKS Press (in Russian).]
- **Корбут А.А., Финкильштейн Ю.Ю.** (1969). Дискретное программирование. Д.Б. Юдин (ред.). М.: Наука. [Korbut A.A., Finkil'shtein Yu. Yu. (1969). *Discrete programming*. D.B. Yudin (ed.). Moscow: Nauka (in Russian).]
- **Лесик И.А., Перевозчиков А.Г.** (2016). Определение оптимальных объемов производства и цен реализации в линейной модели многопродуктовой монополии // Экономика и математические методы. Т. 52. № 1. С. 140—148. [**Lesik I.A., Perevozchikov A.G.** (2016). Determination of the optimal production volumes and sales prices in the linear model of multiproduct monopoly. *Economics and Mathematical Methods*, 52, 1,140—148 (in Russian).]

- **Лесик И.А., Перевозчиков А.Г.** (2020). Динамическая модель инвестиций в научные исследования олигополии // Экономика и математические методы. Т. 56. № 2. С. 102—114. [Lesik I.A., Perevozchikov A.G. (2020). Dynamic model of investments in research of oligopolia. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 2, 102—114 (in Russian).]
- **Макаров В.Л., Рубинов Ф.М.** (1973). Математическая теория экономической динамики и равновесия. М.: Наука. [**Makarov V.L., Rubinov F.M.** (1973). *Mathematical theory of economic dynamics and equilibrium*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Мезоэкономика развития (2011). Г.Б. Клейнер (ред.). М.: Наука. [Mesoeconomics of development (2011). G.B. Kleiner (Ed.). Moscow: Nauka (in Russian).]
- Перевозчиков А.Г., Лесик И.А. (2014). Нестационарная модель инвестиций в основные средства предприятия // Прикладная математика и информатика. Труды факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова. М.: МАКС Пресс. № 46. С. 76—88. [Perevozchikov A.G., Lesik I.A. (2014). Non-stationary model of investment in fixed assets of the enterprise. Applied Mathematics and Informatics. Scientific Works of Computational Mathematics and Cybernetics Department, MSU. Moscow: MAKS Press, 46, 76—88 (in Russian).]
- **Поляк Б.Т.** (1983). Введение в оптимизацию. М.: Наука [**Poljak B.T.** (1983). *Introduction to optimization*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- **Сергиенко А.М., Симоненко В.П., Симоненко А.В.** (2016). Улучшенный алгоритм назначения для планировщиков заданий в неоднородных распределительных вычислительных системах // Системні дослідженія та информаційни технологии. № 2. С. 20—35. [**Sergienko A.M., Simonenko V.P., Simonenko A.V.** (2016). Improved assignment algorithm for task schedulers in heterogeneous distributed computing systems. System Research and information technologies, 2, 20—35 (in Russian).]
- **Устюжанина Е.В., Дементьев В.Е., Евсюков С.Г.** (2021). Трансакционные цифровые платформы: задача обеспечения эффективности // Экономика и математические методы. Т. 57. № 1. С. 5—18. [Ustyuzhanina E.V., **Dementiev V.E., Evsukov S.G.** (2021). Digital transaction platforms: Ensuring their efficiency. *Economics and Mathematical Methods*, 57, 1, 5—18 (in Russian).]
- **Федоров В.В.** (1979). Численные методы максимина. М.: Наука. [Fedorov V.V. (1979). Numerical methods of maximin. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Форд Л., Фалкерсон Д. (1966). Потоки в сетях. М.: Мир. [Ford L., Falkerson D. (1966). Streams in networks. Moscow: Mir (in Russian).]
- **Debreu G.** (1954). Valuation equilibrium and Pareto optimum. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 40, 588–592.
- **Ding X., Wang K., Gibbons P.B., Zhang X.** (2012). BWS: Balanced work stealing for time-sharing multicores. *Proceedings of the 7th ACM European Conferees on Computer Systems*. New York: EuroSys, 12, 365–378.

# Dynamic model of the software development market based on the assignment problem on pain points

© 2021 I.A. Lesik, A.G. Perevozchikov

## I.A. Lesik,

Joint-Stock Company Scientific and Production Association "Russian basic information technology", Moscow, Russia; e-mail: lesik56@mail.ru

#### A.G. Perevozchikov,

Joint-Stock Company Scientific and Production Association "Russian basic information technology", Moscow, Russia; e-mail: pere 501@ yandex.ru

#### Received 03.07.2021

**Abstract.** The authors propose the formulation of a discrete dynamic model of the software development market (SM) based on the assignment problem (AP) on pain points (PP), which can also be obtained according to the scheme used in (Vasin, Grigorieva, Lesik, 2018), if we abandon the integer number of elements of the assignment matrix. However, there are also such features as: equilibrium prices can be calculated directly, and therefore a variational formulation of the internal problem of determining equilibrium prices based on Debreu's theorem (Debreu, 1954) is not required. The functions of changing the phase coordinates can be taken convex, for example, the norm of the difference in the square, and do not take into account the constant costs for each control switching. Such a statement is also given in this paper. If we have a dynamic expansion of the AP on PP, it is possible to determine the additional profit of the transport system through the use of futures. Formulas for the components of the gradient of the indicator are obtained. This allows us to organize a gradient method for solving a dynamic AP on PP. The authors also demonstrate an approximate algorithm and a model example of its use for solving the dynamic expansion of the AP on PP, based on solving the current static problem with an increment of those elements of the efficiency matrix that coincide with the corresponding elements of the optimal assignment matrix, if we abandon the integer nature of the assignment matrix. This is equivalent to randomization of the assignment problem, when the corresponding assignments are implemented with certain probabilities, which are used to determine the error of the approximate algorithm by comparing it with the exact solution obtained with the gradient method for sufficiently large values of penalty constants.

**Keywords:** dynamic problem of assignment on pain points, phase constraints, method of penalty functions, Hamilton—Pontryagin's function, conjugate system, components of the gradient, gradient method of the exact solution, approximate algorithm for solving the dynamic problem.

JEL Classification: O12, C51.

**DOI:** 10.31857/S042473880017518-8

# МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

# Лидер по Штакельбергу в модели коллективных действий

© 2021 г. Е.М. Скаржинская, В.И. Цуриков

# Е.М. Скаржинская,

Костромской государственный университет, Кострома; e-mail: yelena.skarzhinsky@gmail.com

# В.И. Цуриков,

Костромская государственная сельскохозяйственная академия, Кострома; e-mail: tsurikov@inbox.ru

Поступила в редакцию 29.04.2021

Аннотация. В рамках математического моделирования анализируются условия, которые позволяют самоуправляемому коллективу достичь равновесия по Штакельбергу. Предполагается, что члены коллектива инливилуальными усилиями созлают общий лохол, который затем распрелеляется в коллективе в соответствии с предварительно установленными долями. Усилия каждого агента положительно влияют на величину предельного дохода усилий любого другого агента. Цель каждого члена коллектива состоит в максимизации собственного индивидуального выигрыша. В рамках модели, построенной на самых общих принципах, показано, что равновесный по Штакельбергу исход оказывается предпочтительным по Парето относительно равновесного по Нэшу. Модель, построенная с использованием функций дохода и издержек частного вида, позволяет выявить связь между размерами прилагаемых агентами усилий с такими их индивидуальными характеристиками, как доля в доходе, показатель эластичности дохода от усилий агента, оценкой размеров собственных издержек. Установлено, что величина дополнительного выигрыша, обусловленного переходом от равновесия Нэша к равновесию Штакельберга, зависит только от значения показателя эластичности дохода по усилиям лидера и суммы показателей эластичности по усилиям всех членов коллектива. Вводится определение и условия существования в коллективе особенного агента, который в роли лидера по Штакельбергу обеспечивает наибольшее значение индивидуального выигрыша каждого члена коллектива (в том числе собственного). Отсутствие в коллективе особенного агента порождает проблему лидерства по Штакельбергу, обусловленную тем, что каждый член коллектива может получить наибольший выигрыш только в роли последователя.

**Ключевые слова:** коллективные действия, лидер, последователи, равновесие по Нэшу, равновесие по Штакельбергу, эффективность по Парето.

Классификация JEL: C02, D23.

**DOI:** 10.31857/S042473880017519-9

# **ВВЕДЕНИЕ**

Причина образования многообразных и трудноразрешимых проблем коллективных действий (Olson, 1965; Остром, 2011) проста и понятна: превалирование личного интереса над коллективным. Именно в силу эгоистических устремлений членов коллектива они рискуют оказаться запертыми в плохом равновесии (Капелюшников, 2010). Статья посвящена теоретическому исследованию тех возможностей для преодоления неэффективного равновесия, достигаемого в некооперативной игре, которые предоставляет коллективу применение стратегии Штакельберга.

В рассматриваемом коллективе индивидуальными усилиями его членов создается совокупный доход, который затем по предварительно установленному правилу распределяется между ними. Цель каждого члена коллектива состоит в максимизации индивидуального выигрыша (чистого дохода). Если каждый член выбирает уровень своих усилий независимо от других, то в условиях действия закона убывающей отдачи коллектив попадает в неэффективное по Парето равновесие Нэша. Объем прилагаемых усилий оказывается недостаточным для достижения любого эффективного по Парето исхода <sup>1</sup>. Для получения дополнительного выигрыша необходима координация

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Недоинвестирование до общественно оптимальных объемов отмечается, в частности, в модели морального риска Б. Хольмстрёма (Holmstrom, 1982), а также в моделях неполного контракта (Grossman, Hart, 1986; Hart, Moore, 1988; Харт, 2001; Скоробогатов, 2007; Тироль, 2000, т. 1, с. 50–54; Фуруботн, Рихтер, 2005, с. 293–301; Шаститко, 2001).

действий. Использование стратегии Штакельберга в коллективе и представляет собой один из вариантов такой координации.

Модель Штакельберга, первоначально разработанная для описания дуополии (Stackelberg, 1934), была позднее обобщена и распространена на произвольное число фирм (Anderson, Engers, 1992; Linster, 1993; Ino, Matsumura, 2012; Julien, 2018). Для успешного распространения модели Штакельберга на коллективные действия необходимо выполнение двух условий. Первое состоит в существовании зависимости между стратегиями лидера и его последователей. Под лидером здесь понимается не принципал и не привилегированный агент, а индивид, имеющий добровольных последователей. Для выполнения первого условия мы будем использовать несепарабельную функцию дохода, влекущую комплементарность прилагаемых разными членами коллектива усилий в виде положительных связей между ними. Второе условие предполагает наличие механизма, побуждающего членов коллектива следовать за лидером. Роль такого механизма отводится информированности агентов относительно объема усилий, осуществленных лидером. В силу комплементарности усилий и стремления каждого члена коллектива к максимизации собственного выигрыша это условие информированности является достаточным для добровольного следования за лидером.

В литературе рассматриваются и другие механизмы, обеспечивающие выполнение сформулированных выше необходимых условий. Согласно концепции автора одной из первых работ, посвященных экономической теории лидерства (Hermalin, 1998), лидер обладает информационным преимуществом, которое заключается в том, что он один владеет информацией о влиянии усилий на величину создаваемого дохода. В (Hermalin, 1998) показано, что информационная асимметрия и исполнение лидером роли «образца для подражания и менеджера убеждения» (Gächter, Renner, 2018) приводит коллектив к предпочтительному по Парето исходу относительно исхода, достигаемого в условиях симметричного распределения информации. Этот теоретически полученный результат нашел подтверждение в экспериментальном исследовании (Potters, Sefton, Vesterlund, 2007).

Многочисленные полевые свидетельства, как и полевые и лабораторные эксперименты, указывают на существование сильного влияния, которое оказывает поведение лидеров на убеждения и поведение последователей (Gächter, Renner, 2018). На учете этого влияния в математической модели, представленной в (Huck, Rey-Biel, 2006), зиждется зависимость между стратегиями двух агентов, так как моделью предусмотрен рост полезности каждого агента по мере снижения разрыва между объемами прилагаемых ими усилий.

Предлагаемые нами модели, подобно моделям, построенным в работах (Gervais, Goldstein, 2007; Kim, 2012), основаны на предположениях о том, что зависимость между стратегиями агентов обусловлена только комплементарностью прилагаемых ими усилий и стремлением каждого члена коллектива к максимизации своего выигрыша. Нет никаких предположений относительно позитивной роли поведения лидера или асимметричного распределения информации. В модели (Gervais, Goldstein, 2007), построенной для двух агентов, предполагается, что один из них в силу излишней самоуверенности склонен завышать оценку отдачи от прилагаемых им усилий. Поэтому соответствующее Парето-улучшение обусловлено фактически его нерациональным поведением. Соответственно, стратегия по Штакельбергу не рассматривается. В модели (Kim, 2012) коллектив достигает равновесия по Штакельбергу. В этой работе, в отличие от нашей, предполагается, что коллектив находится под влиянием принципала, который условиями контракта оказывает влияние на стимулы агентов. Принципал способен компенсировать агенту его издержки, тем самым побуждая его занять позицию лидера по Штакельбергу.

В предлагаемых нами моделях все агенты рациональны, а коллектив произвольной численности осуществляет свою деятельность на принципах самоуправления и самоорганизации. В статье представлены две модели. В первой — функция дохода имеет общий вид и ее цель показать, что равновесие Штакельберга предпочтительно по Парето относительно равновесия Нэша. Во второй модели величина дохода представлена в виде математической функции с постоянной эластичностью совокупного дохода по усилиям каждого члена коллектива. В рамках этой модели цель работы состоит в том, чтобы установить, от каких факторов зависит величина дополнительного выигрыша каждого агента, выявить, какими качествами обладает агент, добровольно ставший лидером по Штакельбергу, и найти условия, которым должен удовлетворять самый эффективный лидер.

## БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ. РАВНОВЕСИЕ ПО НЭШУ

Обозначим через n численность коллектива, в котором создается совокупный доход  $D=D(\sigma_1,...,\sigma_n)$ , где  $\sigma_1,...,\sigma_n$  — размеры приложенных индивидуальных усилий. Считаем, что при всех  $\sigma_i \in (0,\infty)$ , i=1,...,n выполняются следующие условия.

1. Величина дохода возрастает с ростом прилагаемых усилий:

$$\partial D / \partial \sigma_i > 0.$$
 (1)

2. Для того чтобы функции выигрышей имели единственный максимум, функция дохода строго выпукла вверх. Отсюда следует закон убывающей отдачи:

$$\partial^2 D / \partial \sigma_i^2 < 0. \tag{2}$$

3. Чтобы решение не уходило в нуль или бесконечность, выполняются условия:

$$\lim_{\sigma_i \to 0} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \infty, \lim_{\sigma_i \to \infty} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 0.$$
 (3)

4. Усилия всех агентов комплементарны, т.е. усилия каждого агента оказывают положительное влияние на величину предельного дохода, зависящую от усилий любого другого члена коллектива:

$$\partial^2 D / \partial \sigma_i \partial \sigma_k > 0, i \neq k.$$
 (4)

Будем считать, что функция дохода известна всем членам коллектива, а размеры приложенных усилий являются наблюдаемыми для них после их осуществления. Но данная информация неверифицируема, что влечет за собой исключительно внутренний характер управления коллективными действиями и улаживания конфликтов. На этапе ех ante в коллективе устанавливается правило распределения будущего ожидаемого совокупного дохода D, согласно которому агенту i принадлежит относительная доля  $\alpha_i$ :  $\alpha_i > 0$ ,  $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$ .

Выигрыш каждого члена коллектива i равен разности между получаемой им частью совокупного дохода и величиной его издержек  $I_i(\sigma_i)$ . Функция издержек  $I_i(\sigma_i)$  определяется работоспособностью агента i, сопутствующими материальными затратами, а также величиной его альтернативной полезности (чем она выше, тем издержки больше). Предполагается, что функции издержек всех членов коллектива являются общим знанием, так же как функция дохода. Выражение для выигрыша агента i принимает вид

$$U_{i} = \alpha_{i} D(\sigma_{i}, \sigma_{-i}) - I_{i}(\sigma_{i}), i = 1, \dots, n,$$

$$(5)$$

где  $\sigma_{_{-i}}$  — значения усилий всех членов коллектива за исключением агента i. Естественно считать, что функции издержек удовлетворяют условиям:

$$I_i > 0, (I_i)' > 0, (I_i)'' \ge 0, \sigma_i \in (0, \infty), i = 1, ..., n.$$
 (6)

Сначала предположим, что каждый агент самостоятельно выбирает уровень своих усилий, стремясь к максимуму своего индивидуального выигрыша (5). Согласно (6) все функции индивидуальных выигрышей (5) строго выпуклы вверх и, соответственно, достигают максимума в точке, удовлетворяющей условию максимума первого порядка:

$$\alpha_{i} \frac{\partial D}{\partial \sigma_{i}} = \frac{dI_{i}}{d\sigma_{i}}, i = 1, \dots, n.$$
(7)

Легко убедиться, что условия (2)—(3) и (6) гарантируют существование единственного максимума для любого набора  $\alpha_i$ . Уравнения (7) допускают простую интерпретацию: максимум выигрыша агента i достигается в точке, в которой величина его предельного индивидуального дохода равна величине его предельных издержек. Так как каждому агенту невыгодно в одностороннем порядке осуществлять усилия в размере, не отвечающем решению системы (7), то решение этой системы определяет единственный равновесный по Нэшу исход N. В дальнейшем для значения параметров в исходе N используем следующие обозначения:  $D^N$  — величина совокупного дохода,  $U^N$  — суммарный выигрыш всех членов коллектива,  $\sigma_k^N$  — решение системы (7),  $U_k^N$  — индивидуальный выигрыш агента k, где  $k=1,\ldots,n$ .

В работах (Скаржинская, Цуриков, 2014, 2017в), в которых рассматриваются функции выигрыша, не имеющие принципиальных для данного вопроса отличий от функций (5), показано, что этот равновесный исход не является эффективным по Парето, так как справа от него, т.е. при  $\sigma_i > \sigma_i^N$  (если доинвестирование осуществляют не менее двух агентов), находятся Парето-предпочтительные состояния. В этом нетрудно убедиться. В точке равновесия N величина предельного совокупного дохода

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{dI_i}{d\sigma_i} > \frac{dI_i}{d\sigma_i},$$

т.е. больше величины предельных издержек. Это означает, что совокупный доход в точке N увеличивается с ростом усилий каждого члена коллектива быстрее, чем издержки. Поэтому коллективу в целом выгодно осуществление усилий в объемах, превышающих равновесные. Но коллектив состоит из индивидов, преследующих эгоистические цели. В связи с тем, что составляющая долю агента i часть совокупного дохода  $\alpha_i D$  возрастет медленнее его издержек, если он один прилагает усилия в размере, превышающем равновесный  $\sigma_i^N$ , то ему это превышение выгодно только в случае, в котором помимо него так же поступит по крайней мере еще один член коллектива.

На эту ситуацию можно посмотреть иначе. Усилия, прилагаемые каждым агентом, приводят к росту совокупного дохода, из которого этому агенту достается только часть, равная  $\alpha_i D$ , в то время как остальная часть отходит остальным членам коллектива, тем самым образуя положительные экстерналии. Поэтому в данном случае мы наблюдаем проявление общего правила, согласно которому любая деятельность, сопровождаемая положительной экстерналией, осуществляется в объеме ниже общественно-оптимального. Соответственно, для достижения исхода, доминирующего по Парето равновесный по Нэшу исход, необходима координация усилий, прилагаемых несколькими агентами. Только в этом случае осуществление агентом i усилий в размере, превышающем равновесный уровень  $\sigma_i^N$ , может окупиться за счет положительных экстерналий, образованных усилиями, осуществляемыми другими агентами также в размерах, превышающих равновесные.

Важно учитывать, что при этом каждый агент стоит перед соблазном осуществить собственные усилия в объеме, наиболее близком к тому, в котором достигается максимум его индивидуального выигрыша, т.е. в котором выполняется условие (7). Другими словами, каждому агенту выгодно оказаться халявщиком<sup>2</sup>, т.е. повысить свой индивидуальной выигрыш за счет положительной экстерналии, но при этом не участвовать в ее создании для других членов коллектива. Именно поэтому каждый член коллектива, опасаясь обмана со стороны своих партнеров, не будет спешить с осуществлением собственных усилий в размере выше равновесного, в результате чего коллектив рискует оказаться навсегда запертым в неэффективном равновесии Нэша.

## РАВНОВЕСИЕ ПО ШТАКЕЛЬБЕРГУ

Использование стратегии по Штакельбергу позволяет осуществить такую координацию коллективных действий, при которой достигается предпочтительный по Парето исход относительно равновесного по Нэшу. Для успешного осуществления такой стратегии необходимо, чтобы, с одной стороны, все последователи при выборе объема своих усилий учитывали информацию, причем в качестве достоверной, о стратегии, выбранной лидером, а с другой — чтобы лидер владел этой информацией и доверял ей.

Для достижения достоверности информации о стратегии лидера (кандидата в лидеры) существуют три возможности.

*Первая* — предполагает наличие высокого уровня доверия со стороны всех членов коллектива к лидеру. В этом случае лидеру достаточно просто объявить о величине усилий, которые он обязуется осуществить.

*Вторая* — состоит в осуществлении лидером усилий в необходимом объеме до того момента времени, в котором к приложению своих усилий приступят последователи. Такая возможность основана на концепции *timing decisions* (Hamilton, Slutsky, 1990) для формирования лидерства по Штакельбергу в условиях дуополии.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Так как этот термин еще не получил в научной литературе широкого распространения, то отметим, что именно термин «халявщик», несмотря на присущую ему сленговую окраску, использован в переводе книги (Остром, 2011, с. 30). Он точнее привычного термина «безбилетник», который способен вводить читателя в некоторое заблуждение относительно источника блага и способа его получения. Безбилетник, в отличие от халявщика, может прилагать усилия для получения допуска к благу или для сокрытия этого факта. Халявщик не прилагает никаких усилий для его получения, так как оно само сваливается на него в виде положительной экстерналии.

Применительно к нашему случаю предполагается, что члены коллектива предварительно договариваются о длительности двух временных последовательных периодов. Каждый агент добровольно выбирает период, в котором он осуществляет свои усилия. Члены коллектива, которые выбирают активность во втором периоде, пользуются на основе собственных наблюдений знанием о размерах усилий, уже осуществленных агентами, проявившими активность в первом периоде. Лидер осуществляет свои усилия в первом периоде.

Третья возможность состоит в осуществлении лидером таких действий, которые непременно заставят последователей поверить в его обещание приложить усилия в определенном объеме, превышающем тот, который отвечает равновесию по Нэшу. Например, в условиях военного сражения лидер первым демонстративно покидает укрытие и возглавляет атаку на врага.

Так как первая возможность основана на доверии, необходимый уровень которого в достаточно многочисленном коллективе маловероятен, а третья — требует специфических условий, то будем использовать механизм timing decisions с объявленными действиями. Согласно этому механизму некий агент, причем только один, выбравший роль лидера по Штакельбергу, например агент с i=1, объявляет о том, что в первом периоде он приложит усилия в объеме от. Тогда остальные агенты выбирают стратегию выжидания, т.е. собираются действовать во втором периоде, оптимизируя размеры усилий на основе информации об уже осуществленных лидером усилиях.

Лидер при выборе объема усилий учитывает стремление каждого члена коллектива к максимизации собственного выигрыша. Он вводит в свою функцию полезности зависимость объема усилий каждого последователя от объема усилий лидера. В результате его функция полезности зависит только от размера его усилий. Лидеру остается вычислить тот объем  $\sigma_i$ , при котором достигается максимум его полезности. И вот именно в этом объеме от лидер обязуется перед своими будущими последователями осуществить усилия в первом периоде. Как будет показано ниже, в результате такого сценария достигается равновесие Штакельберга, в котором выигрыш каждого члена коллектива выше, чем в равновесии Нэша. Поэтому в рамках механизма timing decisions с объявленными действиями лидеру невыгодно нарушать свое обещание.

Обратимся к задаче, которую должен решить лидер. Сначала следует найти зависимость максимальных выигрышей последователей от объема усилий лидера (i=1). Предположим, что он осуществил усилия в объеме  $\sigma_{l}$ . Эта величина известна всем членам коллектива, и каждый выбирает объем своих усилий из условия максимума собственного выигрыша:

$$\alpha_j \frac{\partial D}{\partial \sigma_j} = \frac{dI_j}{d\sigma_j}, \ j = 2, ..., n.$$
 (8)

Система имеет единственное решение в виде функций реагирования

$$\sigma_{\cdot} = R_{\cdot}(\sigma_{\cdot}). \tag{9}$$

 $\sigma_{_{j}}=R_{_{j}}(\sigma_{_{1}}). \tag{9}$  Лидер подставляет зависимости (9) в свою функцию выигрыша, которая является функцией одного аргумента σ<sub>1</sub>:

$$U_{1} = \alpha_{1} D(\sigma_{1}, R_{2}(\sigma_{1}), \dots, R_{n}(\sigma_{1})) - I_{1}(\sigma_{1}).$$
(10)

Максимум определяется условием

$$\frac{dU_{_{1}}}{d\sigma_{_{1}}} = 0 \Rightarrow \alpha_{_{1}} \frac{\partial D}{\partial \sigma_{_{1}}} + \alpha_{_{1}} \sum_{_{j \neq 1}} \frac{\partial D}{\partial R_{_{j}}} \frac{dR_{_{j}}}{d\sigma_{_{1}}} = \frac{dI_{_{1}}}{d\sigma_{_{1}}},$$

откуда с учетом (8) следует

$$\alpha_1 \frac{\partial D}{\partial \sigma_1} + \sum_{j \neq 1} \frac{\alpha_1}{\alpha_j} \frac{dI_j}{d\sigma_j} \frac{dR_j}{d\sigma_1} = \frac{dI_1}{d\sigma_1}.$$
 (11)

Для того чтобы уравнение (11) имело единственное решение, предположим, что функция дохода  $D = D(\sigma_1, R_2(\sigma_1), ..., R_n(\sigma_1))$  строго выпукла вверх при  $\sigma_1 \in (0, \infty)$  и удовлетворяет условию  $\lim (dD/d\sigma_1) = 0$ .

Так как в силу комплементарности усилий (4) и условий (6) все производные  $dR_{_j}/d\sigma_{_l}>0$  и  $dI_{_j}/d\sigma_{_j}>0$ , то из (11) следует неравенство  $\alpha_{_l}\partial D/\partial\sigma_{_l}< dI_{_l}/d\sigma_{_l}$ . Это неравенство согласно условиям (2) и (6) означает, что решение уравнения (11)  $\sigma_1 > \sigma_1^N$ . Иначе говоря, лидер должен осуществить свои усилия в объеме  $\sigma_1 = \sigma_1^S$ , превышающем тот, который он осуществляет в равновесном по Нэшу исходе (индексом S обозначим значения величин в равновесии Штакельберга). Это повышение уровня усилий лидера, согласно условию (4), приводит к тому, что при  $\sigma_i = \sigma^N$  с i = 2, ..., nпредельный доход каждого последователя превышает величину предельных издержек. Соответственно, каждому последователю выгодно осуществить свои усилия в объеме  $\sigma_i = \sigma_i^S$ , превышающем равновесный по Нэшу. При этом максимум индивидуального выигрыша каждого члена коллектива превышает выигрыш, получаемый в равновесии Нэша.

Таким образом, в равновесии Штакельберга и объемы усилий, и величина совокупного дохода, и размеры индивидуальных выигрышей выше, чем в равновесии Нэша:

$$\sigma_i^S > \sigma_i^N, D^S > D^N, U_i^S > U_i^N, i = 1, ..., n.$$
 (12)

Для получения более конкретных результатов обратимся к рассмотрению функций дохода и издержек частного вида.

# ЛИДЕР И ПОСЛЕДОВАТЕЛИ

Будем считать функции издержек линейными:

$$I_i(\sigma_i) = q_i \sigma_i, \tag{13}$$

где  $q_i > 0$ , i = 1, ..., n. Коэффициент  $q_i$  представляет собой индивидуальную оценку агентом i величины предельных издержек осуществляемых им усилий и зависит от ряда факторов, в число которых входят личностные характеристики агента и объективные факторы. Например, большое значение параметра  $q_i$  может быть обусловлено как обычной человеческой ленью и неприязненными отношениями с партнерами, слабостью его здоровья и высокими альтернативными издержками, так и опасными и/или вредными условиями труда.

Уравнения (7), определяющие равновесие Нэша, принимают вид:

$$\alpha_{i} \frac{\partial D}{\partial \sigma_{i}} = q_{i}, i = 1, \dots, n.$$
(14)

Обратимся к вопросу о том, как изменится решение системы (14), если в одном из уравнений правая часть уменьшится. Согласно теореме, доказанной в работе (Скаржинская, Цуриков, 2020), уменьшение правой части хотя бы одного из уравнений системы (14) смещает точку равновесия по Нэшу в направлении возрастания усилий, прилагаемых каждым членом коллектива. Иначе говоря, снижение оценки величины собственных предельных издержек хотя бы со стороны одного из агентов влечет за собой рост усилий со стороны всех агентов. В результате возрастания равновесных значений усилий всех агентов увеличатся значения их индивидуальных выигрышей. Верно и обратное: с ростом величины предельных издержек одного из агентов уменьшаются равновесные значения усилий всех членов коллектива и, как следствие, уменьшаются равновесные значения их выигрышей. Из этого следует, что ни одному из членов коллектива невыгодно искусственно завышать функцию своих индивидуальных издержек.

В качестве дохода используем несепарабельную функцию вида

$$D = \lambda \prod_{i=1}^{n} \sigma_i^{a_i}, \tag{15}$$

 $D = \lambda \prod_{i=1}^n \sigma_i^{a_i}, \tag{15}$  где  $\lambda, a_i > 0$ , причем  $E = \sum_i a_i < 1$ . Функция (15) удовлетворяет всем перечисленным в первом разделе статьи условиям 1-4.

Каждый член коллектива стремится максимизировать свой индивидуальный выигрыш:

$$U_{i} = \alpha_{i} \lambda \prod_{j=1}^{n} \sigma_{j}^{a_{j}} - q_{i} \sigma_{i} \to \max_{\sigma_{i}}, i = 1, ..., n. \tag{16}$$
 Так как функция дохода (15) удовлетворяет условиям постоянной эластичности

$$\frac{\sigma_i}{D} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = a_i, \tag{17}$$

то условия максимума (14) индивидуального выигрыша (16) можно записать в виде

$$\sigma_i = \alpha_i a_i D / q_i, i = 1, \dots, n. \tag{18}$$

Подставив выражения для усилий (18) в (15), получим уравнение относительно D, из которого найдем величину совокупного дохода в равновесии Нэша:

$$D^{N} = \lambda^{1/(1-E)} \prod_{j=1}^{n} \left(\alpha_{j} a_{j} / q_{j}\right)^{a_{j}/(1-E)}. \tag{19}$$
 С учетом (19) из (18) получим, что размер усилий каждого члена коллектива в равновесии Нэша равен

$$\sigma_{k}^{N} = \lambda^{1/(1-E)} \left( \alpha_{k} a_{k} / q_{k} \right) \prod_{j=1}^{n} \left( \alpha_{j} a_{j} / q_{j} \right)^{a_{j}/(1-E)}, k = 1, \dots, n.$$
 (20)

Формула отношения объемов усилий, осуществляемых двумя агентами, имеет вид

$$\frac{\sigma_i^N}{\sigma_j^N} = \frac{q_j}{q_i} \frac{\alpha_i a_i}{\alpha_j a_j}.$$
 (21)

Объем усилий агента тем больше, чем выше его доля в доходе и/или показатель эластичности и чем ниже его оценка собственных издержек.

Для агентов с равными долями в доходе и одинаковыми значениями показателей эластичности отношение (21) принимает вид

$$\sigma_i/\sigma_i = q_i/q_i$$
 при  $\alpha_i = \alpha_j$ ,  $a_i = a_j$ . (22)

Из (22) следует, что в такой группе агентов отношение объемов прилагаемых ими усилий определяется только их оценками собственных издержек. Для выигрыша агента  $i\,U_i^N=\alpha_i D^N-q_i\sigma_i^N,$  откуда с учетом (19) и (20) получим

$$U_i^N = \alpha_i D^N (1 - a_i), i = 1, ..., n.$$
 (23)

Из (18) следует, что величина дохода зависит от оценок предельных издержек. Например, чем ниже значение  $q_i$ , тем выше величина совокупного дохода  $\hat{D}^N$  и, согласно (23), выше индивидуальный выигрыш каждого члена коллектива. Поэтому замена агента і индивидом с более низким значением параметра q, при тех же значениях  $\alpha$ , и a, приводит к возрастанию всех индивидуальных выигрышей. То есть благосостояние коллектива в целом и каждого его члена в значительной мере создается усилиями членов коллектива с низкими значениями параметров q..

Перейдем к анализу равновесия по Штакельбергу. Считаем, что роль лидера досталась агенту с i=1. Для усилий лидера в размере  $\sigma_i$  функцию дохода (15) можно записать в виде

$$D = \lambda \sigma_1^{a_1} \prod_{j=2}^n \sigma_j^{a_j}. \tag{24}$$

Подставив в нее выражения для усилий последователей (18), которые сохраняют свою справедливость для данного случая, получим уравнение относительно величины дохода с решением

$$D = \left(\lambda \sigma_1^{a_1}\right)^{1/(1-E+a_1)} \prod_{i=2}^n \left(\alpha_i a_j / q_j\right)^{a_j/(1-E+a_1)}.$$
 (25)

Лидер определяет точку максимума своего выигрыша из условия

$$\frac{dU_1}{d\sigma_1} = 0 \Rightarrow \alpha_1 \frac{dD}{d\sigma_1} = q_1 \Rightarrow \frac{\alpha_1 a_1}{1 - E + a_1} \left( \lambda(\sigma_1)^{E-1} \prod_{j=2}^n \left( \alpha_j a_j / q_j \right)^{a_j} \right)^{1/(1 - E + a_1)} = q_1. \tag{26}$$

С ростом о, левая часть этого уравнения монотонно убывает от бесконечности к нулю. Поэтому уравнение (26) имеет единственное решение, определяющее величину усилий лидера в равновесии Штакельберга:

$$\sigma_1^S = \lambda^{1/(1-E)} \left( \frac{\alpha_1 a_1}{q_1 (1-E+a_1)} \right)^{1+a_1/(1-E)} \prod_{j=2}^n \left( \frac{\alpha_j a_j}{q_j} \right)^{a_j/(1-E)}.$$
 Используя (19), формулу (27) можно записать в виде

$$\sigma_{1}^{S} = \frac{D^{N} \alpha_{1} a_{1}}{q_{1}} \left( \frac{1}{1 - E + a_{1}} \right)^{1 + a_{1}/(1 - E)}.$$
(28)

Условие максимума (14) выигрыша агента-последователя найдем из (24):  $\alpha_k a_k D / \sigma_k = q_k$ , откуда с учетом (25) получим выражение для усилий последователя:

$$\sigma_{k} = R_{k}(\sigma_{1}) = \frac{\alpha_{k} a_{k}}{q_{k}} \left(\lambda \sigma_{1}^{a_{1}}\right)^{1/(1-E+a_{1})} \prod_{j=2}^{n} \left(\frac{\alpha_{j} a_{j}}{q_{j}}\right)^{a_{j}/(1-E+a_{1})}, k = 2, ..., n.$$
(29)

Подставив в (29) вместо  $\sigma_1$  выражение для  $\sigma_1^S$  из (27), найдем величину усилий последователей в равновесии Штакельберга:

$$\sigma_k^S = D^N \frac{\alpha_k a_k}{q_k} \left( \frac{1}{1 - E + a_1} \right)^{a_1/(1 - E)}, k = 2, \dots, n.$$
(30)

Используя значения усилий лидера (28) и последователей (30), определим из (15) величину дохода в равновесии Штакельберга:

$$D^{S} = D^{N} \left( \frac{1}{1 - E + a_{1}} \right)^{\frac{a_{1}}{1 - E}}.$$
(31)

Так как выражения для усилий агентов (28) и (30) можно записать в виде

$$\sigma_1^S = \frac{D^S \alpha_1 a_1}{q_1} \times \frac{1}{1 - E + a_1}, \, \sigma_k^S = D^S \alpha_k a_k / q_k, \, k = 2, \dots, n,$$
(32)

выигрыши лидера и последователей равны

$$U_1^S = \alpha_1 D^S \left( 1 - \frac{a_1}{1 - E + a_1} \right), U_j^S = \alpha_j D^S \left( 1 - a_j \right), j = 2, ..., n.$$
 (33)

Обратим внимание на выражение для выигрыша последователя  $U_j^s$ . Оно отличается от выражения (23) для выигрыша любого члена коллектива, достигнувшего равновесный по Нэшу исход, только множителем в виде величины дохода: в (23) — это величина дохода  $D^N$ , а в (33) —  $D^s$ . Важно отметить, что в обе формулы величина предельных издержек  $q_i$  в явном виде не вошла. Поэтому все члены коллектива с одинаковыми долями в доходе  $\alpha_i$  и равными коэффициентами эластичности  $a_i$ , но различными значениями  $q_i$  как в равновесии Нэша, так и в равновесии Штакельберга, получают равные выигрыши. Иначе говоря, *они получают одинаковые выигрыши независимо от объема прилагаемых ими усилий*.

Предположим, что у одного из последователей, а именно у агента j, такой же показатель эластичности, как и у лидера, т.е.  $a_j = a_1$ . Тогда из (31) следует, что агент j в роли лидера так же эффективен, как и агент 1. Но при этом, как видно из (33), его выигрыш в роли лидера ниже, чем в роли последователя, когда лидером выступает агент 1. Причина состоит в том, что в роли лидера, согласно (28) и (30), он прилагает более высокий уровень усилий, чем в роли последователя. Поэтому добровольное принятие агентом роли лидера по Штакельбергу в том коллективе, в котором этот агент имеет себе аналогичного, т.е. агента с таким же показателем эластичности, можно расценивать как проявление осторожности или альтруизма.

Осторожность проявляется в том, что агент выбирает роль лидера из опасения, что никто другой эту роль не выберет. Что касается альтруистических мотивов, то они подтверждаются, в частности, результатами работы (Préget et al., 2016), посвященной экспериментальному изучению поведенческих типов агентов, производящих общественное благо в последовательной игре. Авторы пришли к выводу о том, что вклад добровольных лидеров, осуществляющих его первыми, с последующим оповещением остальных участников о его размере, вне зависимости от их поведенческих типов всегда выше вкладов последователей. В статье (Arbak, Villeval, 2013) также отмечается наличие альтруистических мотивов, которые были обнаружены в результате экспериментальных исследований у части добровольных лидеров.

Напомним о том, что в (Hermalin, 1998, р. 1189) указано два способа, позволяющих лидеру приобрести добровольных последователей. Первый из них влечет определенные издержки, и поэтому Б. Хермалин использует для его характеристики выражение «жертва лидера» (leader sacrifice). Второй способ заключается в соответствующем поведении лидера, призванном служить примером для подражания среди последователей. Как видим, в предлагаемой здесь модели лидер одновременно использует обе возможности: и собственную жертвенность, и собственное примерное поведение.

Что касается таких параметров, как доля лидера в доходе и величина предельных издержек, то они, как видно из (31), не играют в вопросе о характеристиках лидера никакой роли. Важны только показатели эластичности дохода по усилиям лидера  $a_1$  и суммарной эластичности всего коллектива E. Поэтому, если у всех членов коллектива показатели эластичности одинаковые, стратегия Штакельберга для всех, кроме лидера, приведет к одному и тому же результату вне зависимости от того, кто из них возьмет на себя роль лидера, какова его доля в доходе и каков размер его

собственных усилий. При этом выигрыш любого агента, взявшего на себя роль лидера, будет ниже того выигрыша, который он получил бы в роли последователя.

Предположим, что в коллективе имеются агенты с различными показателями эластичности. Какой агент в этой ситуации наиболее эффективен в роли лидера?

Будем считать величину E фиксированной для данного коллектива. Как видно из (23) и (32), и в равновесии Нэша, и в равновесии Штакельберга размеры индивидуальных выигрышей прямо пропорциональны величине совокупного дохода. При этом величина  $D^S$  прямо пропорциональна величине  $D^N$ , причем в роли коэффициента пропорциональности выступают значения функции

$$f(x) = (1/(1-E+x))^{x/(1-E)}$$
(34)

в точках  $x = a_j$  с j = 1, ..., n, где индекс j означает, что роль лидера играет агент j. Рассмотрим поведение этой функции на отрезке [0, E].

На концах этого отрезка функция (34) принимает равные значения: f(0) = f(E) = 1. Внутри отрезка  $f(x) > 1 \ \forall x \in (0, E)$ . Следовательно, функция f(x) имеет максимум во внутренней точке отрезка f(x) = 1. Другим словами, эта функция убывает при стремлении аргумента f(x) = 1 как к f(x) = 1 поэтому если показатели эластичности членов коллектива имеют несовпадающие значения, совсем не обязательно, что наиболее эффективным лидером будет агент с самым высоким или, наоборот, с самым низким значением показателя эластичности.

Если множество значений  $a_j$ , где  $j=1,\ldots,n$ , таково, что функция (34) принимает на этом множестве различные значения, то среди них обязательно будет и наибольшее, и наименьшее. Если наибольшее значение достигается в точке  $x=a_k$ , тогда агент k и будет тем лидером по Штакельбергу, который обеспечивает наибольшее значение совокупному доходу. Назовем такого агента эффективным в роли лидера. Достаточное условие для того, что агент k является эффективным в роли лидера, принимает вид системы неравенств:

$$(1 - E + a_k)^{a_k} \le (1 - E + a_j)^{a_j}, \ j = 1, ..., n,$$
(35)

т.е. в любом коллективе обязательно имеется не менее одного агента, эффективного в роли лидера. Такой агент в роли лидера выгоден всем остальным членам коллектива.

Возникает вопрос, а всегда ли ему выгодно быть лидером. Как было показано выше, в ряде случаев члену коллектива выгоднее быть последователем, чем лидером. Поэтому для краткости будем называть члена коллектива, которому выгоднее быть лидером, чем последователем, особенным агентом.

Выигрыш особенного агента, когда он выступает в роли лидера по Штакельбергу, не может быть ниже его же выигрыша в том случае, когда он выступает в роли последователя. Иными словами, агент k является особенным при выполнении всех неравенств вида

агент 
$$k$$
 является особенным при выполнении всех неравенств вида 
$$\alpha_k D^N \left(1 - E + a_k\right)^{-a_k/(1-E)} \left(1 - a_k / \left(1 - E + a_k\right)\right) \ge \alpha_k D^N \left(1 - E + a_j\right)^{-a_j/(1-E)} (1 - a_k), \ j \ne k. \tag{36}$$

Слева в неравенствах (36) стоит выражение для выигрыша агента k, играющего роль лидера, а справа — выражение для его же выигрыша в роли последователя, когда лидером является агент j. Перепишем неравенства (36) в виде

$$(1 - E + a_k)^{a_k/(1 - E)} \le \frac{1 - E}{(1 - a_k)(1 - E + a_k)} (1 - E + a_j)^{a_j/(1 - E)}.$$
(37)

Эти неравенства можно трактовать как достаточное условие для того, чтобы агент k был особенным агентом. Так как коэффициент

$$\frac{1-E}{(1-a_k)(1-E+a_k)} = \frac{1}{1-a_k} \left( 1 - \frac{a_k}{1-E+a_k} \right) < 1, \tag{38}$$

то из неравенств (37) следует система неравенств

$$(1 - E + a_k)^{a_k} < (1 - E + a_j)^{a_j}, \ j \neq k, \tag{39}$$

представляющая необходимое условие для агента k быть особенным.

Свойства функции (34) и выражений, входящих в неравенства (37), таковы, что показатель эластичности у особенного агента должен заметно отличаться от показателя эластичности любого

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Отметим, что по мере увеличения параметра E максимум функции (34) возрастает с монотонным смещением вправо. При стремлении E к единице аргумент максимума стремится к числу 1/e, где e — основание натурального логарифма.

другого члена коллектива. Например, если у всех членов коллектива показатели эластичности одинаковы, то в таком коллективе особенного агента быть не может, но при этом каждый его член будет эффективным в роли лидера. Из неравенств (35)—(39) вытекают следующие выводы.

- 1. В коллективе всегда имеется один или несколько эффективных в роли лидера агентов.
- 2. Особенный агент всегда является эффективным в роли лидера. Обратное неверно. Если для эффективного в роли лидера агента k не выполняется хотя бы одно из неравенств (38), например, не выполняется неравенство с j = i, то агенту k выгодно, чтобы лидером был не он, а агент i, т.е. агент k в этом случае не является особенным.
- 3. Наличие в коллективе особенного агента исключает возможность существования в этом коллективе еще хотя бы одного эффективного в роли лидера агента.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Модель коллективных действий, в которой функции общего дохода и индивидуальных издержек удовлетворяют только самым общим стандартным (за исключением условия комплементарности усилий) требованиям, предъявляемым неоклассической экономической теорией, показывает, что реализация стратегии по Штакельбергу приводит к равновесию, доминирующему по Парето над равновесием Нэша.

Если функция дохода сохраняет постоянной эластичность по усилиям каждого члена коллектива, индивидуальный выигрыш каждого агента как в равновесии Нэша, так и в равновесии Штакельберга прямо пропорционален и его доле в совокупном доходе, и величине самого дохода. Кроме того, выигрыш каждого члена коллектива тем больше, чем ниже эластичность дохода по его усилиям. Чем ниже эластичность, тем меньше усилий при прочих равных условиях прилагает агент. Поэтому, в частности, среди агентов, имеющих равные доли в доходе, проявляется закономерность: чем меньше усилий прилагает агент, тем выше его выигрыш относительно выигрышей других агентов. Эту закономерность в распределении дохода, способную оказывать отрицательное влияние на склонность членов коллектива к сотрудничеству, в принципе можно устранить, установив доли агентов в доходе пропорциональными размерам их усилий, как это предложено в работе (Скаржинская, Цуриков, 20176).

Важно отметить и другую особенность: в то время как величина индивидуальных предельных издержек отрицательно влияет на равновесное значение усилий агента, она никак не отражается на отношении его выигрыша к величине совокупного дохода. Эту особенность также желательно устранить, установив доли агентов в доходе пропорциональными равновесным значениям их усилий.

Величина дополнительного выигрыша, который получают члены коллектива благодаря переходу из равновесия Нэша в равновесие Штакельберга, зависит от лидера. Коэффициент пропорциональности, показывающий, во сколько раз и совокупный доход, и выигрыш каждого агента в равновесном по Штакельбергу исходе выше, чем в равновесии Нэша, определяется значениями двух параметров — показателем эластичности совокупного дохода по усилиям лидера и суммарной эластичностью по усилиям всех членов коллектива. Причем если с ростом суммарной эластичности его величина растет монотонно, то зависимость от индивидуальной эластичности дохода от усилий лидера носит более сложный характер. Во всяком случае, член коллектива с самым высоким значением эластичности может оказаться неэффективным лидером.

Возникающая в самоуправляемом коллективе проблема лидерства по Штакельбергу порождается не избыточным числом членов, стремящихся к статусу лидера, а их дефицитом. Исключение из этого правила обусловлено возможностью существования в коллективе особенного агента, т.е. агента, лидерство которого наиболее выгодно всем членам коллектива, в том числе и ему самому. Особенный агент может быть только один, и лидером он становится в силу общего для всех членов коллектива стремления к максимизации собственных индивидуальных выигрышей. Если особенного агента нет, то членам коллектива, претендующим на роль последователей, выгодно, чтобы лидером стал агент, обеспечивающий в равновесии Штакельберга наибольшее значение совокупного дохода.

Такой эффективный в роли лидера агент, в отличие от особенного агента, имеется в любом коллективе, причем он может быть не единственным, однако каждому из них роль лидера не сулит получения наибольшего выигрыша. Для любого члена коллектива (кроме особенного агента) всегда найдется другой, последователем которого ему быть выгодней, чем лидером. Поэтому в подобном случае роль лидера может взять на себя только тот член коллектива, который склонен к альтруистическому

поведению или является противником риска. Таким агентом может оказаться как эффективный, так и неэффективный в роли лидера член коллектива. Если такого агента не окажется, коллектив рискует застрять в равновесии Нэша.

Если управление коллективом осуществляет центральный агент или принципал, он может воздействовать на формирование лидерской структуры, отдавая предпочтение структуре с наиболее эффективным лидером. В качестве стимулов принципал может использовать различные варианты вознаграждения лидера или меню контрактов, стимулирующих эффективного агента выбрать роль лидера по Штакельбергу. В этом случае качества лидера по Штакельбергу могут оказаться совсем другими.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- **Капелюшников Р.И.** (2010). Множественность институциональных миров: Нобелевская премия по экономике 2009. Препринт WP3/2010/02. Часть 1. М.: НИУ ВШЭ. [**Kapeyushnikov R.** (2010). The multiplicity of institutional worlds: The Nobel Prize in economic sciences 2009. *Working paper WP3/2010/02*. Part 1. Moscow: National Research University "Higher School of Economics" (in Russian).]
- **Остром Э.** (2011). Управляя общим: эволюция институтов коллективной деятельности. Пер. с англ. М.: ИРИСЭН, Мысль. [Ostrom E. (2011). Governing the commons. The evolution of collective institutions for collective action. Moscow: IRISEN, Mysl' (in Russian).]
- **Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2014). К вопросу об эффективности коллективных действий // *Российский журнал менеджмента*. № 3. С. 87—106. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2014). On the issue of the effectiveness of collective action. *Russian Management Journal*. 12. 3, 87—106 (in Russian).]
- **Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (20176). Модель коллективных действий. Часть 2. Лидирующая коалиция // Экономика и математические методы. № 4. С. 89–104. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2017b). Model of collective action. Part 2: The leading coalition. *Economics and Mathematical Methods*, 53, 4, 89–104 (in Russian).]
- **Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2017в). Экономико-математический анализ эффективности принципа «От каждого по способностям, каждому по труду» // Журнал экономической теории. № 2. С. 110—122. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2017c). Economic-mathematical analysis of the efficiency conditions of the principle "from each according to his ability, to each according to his work". *Russian Journal of Economic Theory*, 2, 110—122 (in Russian).]
- **Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2020). О возможности последовательного приближения к равновесию в коалиционной игре при повторении коллективных действий // Экономика и математические методы. № 4. С. 103—115. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2020). On the possibility of successive approximation towards an equilibrium in a coalition game with reiterating collective action. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 4, 103—115 (in Russian).]
- **Скоробогатов А.** (2007). Теория организации и модели неполных контрактов // *Bonpocы экономики*. № 12. С. 71–95. [**Skorobogatov A.** (2007). Organization theory and models of incomplete contracts. *Voprosy Ekonomiki*, 12, 71–95 (in Russian).]
- **Тироль Ж.** (2000). Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. СПб.: Экономическая школа. [**Tirole J.** (2000). *Markets and market power of the theory of industrial organization*. Vol. 1. St. Petersburg: The School of Economics (in Russian).]
- Фуруботн Э.Г., Рихтер Р. (2005). Институты и экономическая теория: достижения новой институциональной экономической теории. СПб.: Издательский Дом СПбГУ. [Furubotn E.G., Richter R. (2005). *Institutions and economic theory: The contribution of the new institutional economics*. St. Petersburg: Publishing house of St. Petersburg State University (in Russian).]
- **Харт О.Д.** (2001). Неполные контракты и теория фирмы. В кн.: Природа фирмы. М.: Дело. С. 206–236. [**Hart O.D.** (2001). Incomplete contracts and the theory of the firm. In: *Nature of the firm*. Moscow: Delo, 206–236 (in Russian).]
- **Шаститко А.** (2001). Неполные контракты: проблемы определения и моделирования // *Bonpocы экономи-ки*. № 6. С. 80—99. [**Shastitko A.** (2001). Incomplete contracts: Problems of definition and modeling. *Voprosy Ekonomiki*, 6, 80—99 (in Russian).]
- **Anderson S., Engers M.** (1992). Stacelberg versus Cournot oligopoly equilibrium. *International Journal of Industrial Organization*, 1, 127–135.
- Arbak E., Villeval V. (2013). Voluntary leadership: Motivation and influence. Social Choice and Welfare, 3, 635–662.
- **Gächter S, Renner E.** (2018). Leaders as role models and 'belief managers' in social dilemmas. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 154 (C), 321–334.

- Gervais S., Goldstein I. (2007). The positive effects of biased self-perceptions in firms. Review of Finance, 3, 453–496.
- **Grossman S., Hart O.** (1986). The cost and benefits of ownership: A theory of vertical and lateral integration. *Journal of Political Economy*, 4, 691–719.
- **Hamilton J., Slutsky S.** (1990). Endogenous timing in duopoly games: Stackelberg or Cournot equilibria. *Games and Economic Behavior*, 2, 29–46.
- Hart O.D., Moore J. (1988). Incomplete contracts and renegotiation. *Econometrics*, 4, 755–785.
- **Hermalin B.** (1998). Toward an economic theory of leadership: Leading by example. *The American Economic Review*, 88, 1188–1206
- Holmstrom B. (1982). Moral hazard in teams. The Bell Journal of Economics, 2, 324–340.
- **Huck S., Rey-Biel P.** (2006). Endogenous leadership in teams. *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 2, 253–261.
- **Ino H., Matsumura T.** (2012). How many firms should be leaders? Beneficial concentrations revisited. *International Economic Review*, 4, 1323–1340.
- Julien L. (2018). Stackelberg games. In: Handbook of Game Theory and Industrial Organization, 1, 10, 261–311.
- Kim J. (2012). Endogenous leadership in incentive contracts. Journal of Economic Behavior & Organization, 1, 256–266.
- Linster B. (1993). Stackelberg rent-seeking. Public Choice, 2, 307–321.
- **Olson M.** (1965). *The logic of collective action. Public goods and the theory of groups.* Cambridge: Harvard University Press.
- **Potters J., Sefton M., Vesterlund L.** (2007). Leading-by-example and signaling in voluntary contribution games: an experimental study. *Economic Theory*, 33, 169–182.
- **Préget R., Nguyen-Van P., Willinger M.** (2016). Who are the Voluntary leaders? Experimental evidence from a sequential contribution game. *Theory and Decision*, 4, 581–599.
- Stackelberg H. (1934). Marktform und Gleichgewicht. Wien; Berlin: J. Springer.

# Stackelberg leader in a collective action model

© 2021 E.M. Skarzhinskaya, V.I. Tsurikov

## E.M. Skarzhinskaia,

Kostroma State University, Kostroma, Russia; e-mail: yelena.skarzhinsky@gmail.com

# V.I. Tsurikov,

Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma, Russia; e-mail: tsurikov@inbox.ru

Received 29.04.2021

Abstract. Within a mathematical modelling framework, we analyze the conditions allowing a self-governed collective to achieve Stackelberg equilibrium. It is assumed that members of the collective generate common income through individual effort, which income is then distributed among all members of the collective according to their predetermined share. Effort invested by each agent wields (imposes) a positive influence on the marginal income resulting from the effort invested by any other agent. Each member of the collective aims to maximize their individual gain. Within a model built on the most general principles, it is shown that a Stackelberg equilibrium outcome is preferable over Nash equilibrium. The model, utilizing the special case of income function and private costs functions; helps identify the correlation between the agents' efforts and their individual characteristics such as the agent's share in the income, income elasticity by effort, and subjective valuation of private costs. It is shown that additional income generated by the move (transition) from Nash to Stackelberg equilibrium depends only on the elasticity of income vs. the leader's effort, and the sum of elasticity indexes for all members of the collective. We introduce the definition and the conditions for the existence of a distinctive agent, who acts as a Stackelberg leader and ensures maximum individual gain for each member of the collective (including their own). The absence of a distinctive agent in a collective gives rise to the Stackelberg leadership problem, as each member of the collective is only able to obtain maximum gains when acting as a follower.

**Keywords:** collective action, leader, followers, Nash equilibrium, Stackelberg equilibrium, Pareto efficiency.

JEL Classification: C02, D23.

**DOI:** 10.31857/S042473880017519-9

# **\_\_\_\_\_\_ СОДЕРЖАНИЕ ЗА 2021 ГОД (ТОМ 57) \_\_\_\_\_**

	$N_{\underline{0}}$	Стр
Теоретические и методологические проблемы		
Вартанов С.А. Использование модели трехстороннего рынка в стратегировании медиаиндустрии	1	43
<b>Варшавский А.</b> Е. Использование гармонических пропорций для обоснования справедливого уровня распределения доходов	3	5
<b>Драпкин И.М., Чукавина К.В., Грозных Р.И.</b> Влияние институциональных факторов на межстрановые потоки прямых иностранных инвестиций	1	33
<b>Жуков Р.А</b> . Метод оценки результатов функционирования иерархических социально- экономических систем на основе агрегированной производственной функции	3	17
Кармалита В.А. Синергетический подход к макроэкономическим исследованиям	4	17
<b>Лакман И.А., Тимирьянова В.М.</b> Пространственная модель воспроизводства на панельных данных	2	34
Некипелов А.Д. К теории кредита и процентной ставки	2	5
<b>Рамазанов Р.Р.</b> Агентное моделирование в исследовании и прогнозировании социально- экономических систем и процессов	1	19
Самоволева С.А. Экспорт инноваций и абсорбция зарубежных технологических знаний	2	21
Светлов Н.М., Дементьев В.Е. Влияние стратегических потребителей на рынок сетевых благ	4	5
<b>Устюжанина Е.В., Дементьев В.Е., Евсюков С.Г.</b> Транзакционные цифровые платформы: задача обеспечения эффективности	1	5
Народнохозяйственные проблемы		
<b>Бекетнова Ю.М.</b> Методология анализа данных финансового мониторинга на примере хозяйствующих субъектов	3	32
<b>Бердникова В.Н., Осенняя А.В., Хахук Б.А.</b> Построение качественной модели оценки кадастровой стоимости недвижимости	2	73
<b>Горбунов В.К., Львов А.Г</b> . Анализ малого и среднего предпринимательства: построение производственных функций с оценкой эффективных фондов	3	45
Гордин И.В. Природоохранные системы в периоды экономических спадов	2	55
<b>Граборов С.В.</b> Мажоритарно-оптимизационное согласование справедливости и эффективности налогообложения граждан и производства	4	27
<b>Гребенников В.Г., Татевосян Г.М, Седова С.В., Магомедов Р.Ш.</b> Межбюджетные отношения как объект программно-целевого бюджетирования	4	40
<b>Зоидов К.Х., Медков А.А.</b> Проблемы эволюции транзитных систем и сопряжения инфраструктурных проектов формирования Большого Евразийского партнерства	2	64
<b>Зиядуллаев Н.С., Тулупов А.С., Зиядуллаев У.С.</b> Оценка вклада банковского сектора в обеспечение экономической безопасности	1	63
<b>Лунев Г.Г., Тарасова И.А.</b> Оценка экономической эффективности направлений развития отрасли по переработке вторичных строительных ресурсов	1	53
<b>Остапюк С.Ф., Фетисов В.П.</b> О структурных изменениях модели государственного управления научной, научно-технической и инновационной деятельностью	2	45
<b>Славянов А.С., Хрусталев Е.</b> Ю. Отечественный и зарубежный опыты инвестиционной поддержки инновационного процесса	3	57
Региональные проблемы		
<b>Афанасьев М.Ю., Кудров А.В.</b> Экономическая сложность и вложенность структур региональных экономик	3	67
Отраслевые проблемы		
<b>Бердникова В.Н., Осенняя А.В., Хахук Б.А</b> Учет социально-экономических показателей при моделировании кадастровой стоимости земли в муниципальных районах	4	66
Braginsky O.B., Tatevosyan G.M., Sedova S.V., Magomedov R. Sh. Optimizing the consolidated budget of the development program for a diversified industrial complex / Брагинский О.Б., Татевосян Г.М., Седова С.В., Магомедов Р.Ш. Оптимизация консолидированного бюджета программы развития многоотраслевого комплекса	3	79

<b>Клочков В.В., Хрусталев Е.Ю.</b> Механизмы распределения научно-исследовательских работ и финансирования в научных коллективах	4	59
<b>Уваров Е.А</b> . Оценка эффективности внедрения бесконтактной оплаты в общественном транспорте для борьбы с теневой экономикой	3	86
Чернавский С.Я. Рынок нефтяного попутного газа: механизмы формирования цен	4	49
Проблемы предприятий		
<b>Письменная А.Б., Анфиногентов В.Г.</b> Организационная эффективность в условиях неопределенности внешней среды: количественный анализ	1	74
Математический анализ экономических моделей		
Аркин В.И., Сластников А.Д. Модель стимулирования приватизации предприятий	2	85
<b>Берзон Н.И., Бобровский Д.И., Вилкул Д.Е., Мезенцев В.В., Дубинский Д.В</b> . Подходы Value- at-Risk и Expected Shortfall для оценки премий опционов и вероятности дефолта на основе ARMA-моделей	3	126
<b>Гаврилец Ю.Н., Тараканова И.В.</b> Модель изменения индивидуальных мнений в группе под влиянием межличностных контактов и внешних факторов	1	92
<b>Иващенко С.М.</b> Вычислительная эффективность байесовских эконометрических методов для «неудобных» плотностей	2	121
<b>Колесник Г.В., Рыбаков М.</b> Б. Математическая модель совместного использования основных средств предприятий машиностроения	4	96
<b>Лесик И.А., Перевозчиков А.Г.</b> Динамическая модель рынка разработки программного обеспечения на основе задачи о назначении на узкие места	4	108
<b>Матвеев М.Г.</b> Информационные технологии формирования предложения на электронной торговой площадке с технологией «маркетплейс»	1	105
<b>Пивницкая Н.А., Теплова Т.В.</b> DCC-GARCH-модель для выявления долгосрочного и краткосрочного эффектов финансового заражения в ответ на обновление кредитного рейтинга	1	113
<b>Смирнов С.Н</b> , <b>Кузнецов В.А.</b> , <b>Сливинский В.А</b> . Гарантированный детерминистский подход к маржированию на срочном рынке: численный эксперимент	4	76
<b>Смирнов С.Н., Полиматиди И.В.</b> Гарантированный детерминистский подход к маржированию на срочном рынке	2	96
Смоляк С.А. Стоимостная оценка машин, подвергающихся винеровскому процессу деградации	3	97
<b>Степанян И.В., Чирков М.А.</b> Исследование возможностей бартерных цепей на основе децентрализованных технологий	4	88
<b>Теплова Т.В., Соколова Т.В., Лопушанский Д.И.</b> Опционное хеджирование фондовых индексов: преимущества сигналов фундаментального и технического анализов	2	106
<b>Хачатрян Н.К., Бекларян Л.А.</b> Исследование динамики потока в модели организации грузоперевозок по круговой цепочке станций	1	83
<b>Шориков А.Ф., Буценко Е.В.</b> Сетевое экономико-математическое моделирование оптимизации адаптивного управления процессами бизнес-планирования	3	110
Имитационное моделирование		
Истратов В.А. Компьютерный алгоритм формирования привычки у человека	2	135
Научная жизнь		
<b>Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Хлунова Е.А</b> . Пятая встреча Рабочей группы БРИКС по ИКТ и высокопроизводительным вычислительным системам	3	140
Критика и библиография		
Предисловие академика РАН В.Л. Макарова к монографии Г.Б. Клейнера «Системная экономика: шаги развития»	3	143
* * *		
$\Gamma$ .Б. Клейнеру — 75	2	148
В.Н. Лившицу — $90$	1	124
С.А. Смоляку — $85$	3	147
М.Я. Лемешев	1	125
Пилясов А.Н. Одна встреча — и на всю жизнь (памяти М.Я. Лемешева)	1	128



# НА БАЗЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК с 1994 года



# Преподаватели – ведущие российские ученые

- более 30% доктора наук
- более 45% кандидаты наук



# Стажировки в:

- ведущих научно-исследовательских организациях
- органах государственной власти
- крупнейших общественных организациях
- бизнес-структурах



Интеграция науки и образования



Бюджетные места



Насыщенная студенческая жизнь



Отсрочка от армии



# **МАГИСТРАТУРА**

**АСПИРАНТУРА** 

# НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ:

- История
- Философия
- Политология •
- Социология

- Международные отношения
- Зарубежное регионоведение •
- Востоковедение и африканистика
- Психология
- Культурология

- Археология
- Менеджмент •
- Юриспруденция
- Экономика •

# КОНТАКТНАЯ ИНФОРМАЦИЯ



Горячая линия: +7 (499) 238-04-12



E-mail: info@gaugn.ru



facebook.com/gaugn



instagram.com/gaugn\_/



gaugn.ru



vk.com/gaugn



# ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

НА БАЗЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА РАН



# БАКАЛАВРИАТ

Экономика
Экономическая логистика
Менеджмент организации
Менеджмент в СМИ и рекламе



# **МАГИСТРАТУРА**

Экономика и управление наукой, технологиями и инновациями Общий и стратегический менеджмент



**АСПИРАНТУРА** 

Экономика

ЦЭМИ РАН — крупнейший центр отечественной и мировой экономической науки, собравший под своей эгидой целое созвездие блестящих ученых с мировыми именами. Теоретические дисциплины преподают ведущие ученые, а практические занятия — специалисты бизнес-школ и консультанты по управлению, маркетингу и финансам.

Студенты факультета с первых дней могут проходить стажировки в ведущих научных институтах, принимать участие в различных проектах, международных симпозиумах и конференциях.

Выпускники факультета получают фундаментальную экономическую подготовку, умение квалифицированно разбираться во всех разделах и современных течениях экономической и управленческой науки, что дает им дополнительные преимущества для трудоустройства в органах государственного управления, коммерческих и консалтинговых компаниях, исследовательских центрах, рекламных и информационных агентствах, а также в сфере науки и высшего образования.

# 5 ПРИЧИН ПОСТУПИТЬ В ГАУГН



# ВЫДАЮЩИЕСЯ ПРЕПОДАВАТЕЛИ

Ученые из научно-исследовательских институтов РАН, включая академиков, членов-корреспондентов, докторов и кандидатов наук.



# ВОСТРЕБОВАННОСТЬ ВЫПУСКНИКОВ

Выпускники востребованы на рынке труда. Контакты с будущими работодателями устанавливаются во время практики.



# МЕЖДУНАРОДНОЕ СОТРУДНИЧЕСТВО

Некоторые лекции читают приглашенные специалисты из других стран. Большое внимание уделяется языковой подготовке.



#### **УДОБСТВО**

Факультеты находятся в Москве в непосредственной близости от метро. Обучение в магистратуре и аспирантуре в основном проходит в вечернее время. Подать документы можно онлайн



## СТУДЕНЧЕСКАЯ ЖИЗНЬ

Студенты ГАУГН могут участвовать в многочисленных студенческих клубах («Что? Где? Когда?», Клуб политического анализа, Китайский разговорный клуб и др.).