

СОДЕРЖАНИЕ

Том 507, 2022

Олег Владимирович Руденко (к 75-летию со дня рождения) 3

ФИЗИКА

- Характеристики солнечных элементов на основе поликристаллического кремния
Б. М. Абдурахманов, М. М. Адилов, М. Х. Ашууров, Х. Б. Ашууров 5
- Энергетические инварианты в звуковых полях глубокого и мелкого моря
С. П. Аксенов, Г. Н. Кузнецов 9
- Повреждаемость преграды при ударе удлиненным телом
С. Н. Буравова, Е. В. Петров, М. И. Алымов, В. О. Копытский 15
- К вопросу о выводе формулы Магнуса
С. О. Гладков 20
- Об уравнениях движения космического тела при переменной скорости отбрасывания продуктов сгорания в предпосылках специальной теории относительности
У. Н. Закиров 24
- О вычислении средней длины свободного пробега электрона в проводящей неодносвязной области
В. И. Колесников, И. В. Лавров, В. В. Бардушкин, А. П. Сычев, В. Б. Яковлев 27
- Процессы теплообмена на ранней стадии образования зародышей кристаллов в стеклообразующих материалах и полимерах
А. А. Минаков 33
- Сравнение интенсивности химических и физических процессов, происходящих при лазерно-индуцированном пробое коллоидных растворов наночастиц тербия с различной степенью окисления
А. В. Симакин, И. В. Баймлер, В. В. Смирнова, М. Е. Асташев, В. В. Воронов, А. С. Дорохов, С. В. Гудков 40
-

МЕХАНИКА

- Аэродинамический нагрев затупленной пластины на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия
Н. И. Батура, Г. Н. Дудин 48
- Задача о разрушении плотины в полуоткрытом канале
В. В. Остапенко 52
-

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

- Задание требований к установкам парового взрыва
О. Р. Ганиев, И. Н. Гришняев 59
- Теплозащитный респиратор на основе гранулированных материалов с фазовыми переходами
Н. А. Луценко, С. С. Фецов 63
- Селективный лазерный нагрев оболочек замкнутых полостей, заполненных жидкостью
С. Н. Мокрин, М. А. Гузев, Д. А. Терешко, А. В. Кулик, С. С. Минаев, И. А. Абушкин, В. М. Чудновский 68
-
-

CONTENTS

Volume 507, 2022

Oleg Vladimirovich Rudenko (to His 75th Anniversary) 3

PHYSICS

- Characteristics of Solar Cells Based on Polycrystalline Silicon
B. M. Abdurakhmanov, M. M. Adilov, M. Kh. Ashurov, and Kh. B. Ashurov 5
- Energy Invariants of the Hydroacoustic Field in Deep and Shallow Sea
S. P. Aksenov and G. N. Kuznetsov 9
- Material Damage of the Barrier Caused by Impact with an Elongated Body
S. N. Buravova, E. V. Petrov, M. I. Alymov, and V. O. Kopytskiy 15
- On the Question of the Derivation of the Magnus Formula
S. O. Gladkov 20
- About Equations of a Space Body Motion with Discarding Combustion Products Variable Speed in the Prerequisites of a Special Theory of Relativity
U. N. Zakirov 24
- On Calculation of Mean Free Path of Electron in Multiply Connected Conductive Domain
V. I. Kolesnikov, I. V. Lavrov, V. V. Bardushkin, A. P. Sychev, and V. B. Yakovlev 27
- Heat Transfer Processes at Early Stages of Crystal Nucleation in Glass-Forming Materials and Polymers
A. A. Minakov 33
- Comparison of the Intensity of Chemical and Physical Processes Occurring During Laser-Induced Breakdown of Colloid Solutions of Terbium Nanoparticles with Different Oxidation Degrees
A. V. Simakin, I. V. Baymler, V. V. Smirnova, M. E. Astashev, V. V. Voronov, A. S. Dorokhov, and S. V. Gudkov 40
-

MECHANICS

- Aerodynamic Heating of a Blunted Plate in the Regime of Strong Visco-Inviscid Interaction
N. I. Batura and G. N. Dudin 48
- Dam Break Problem in Semi-Open Channel
V. V. Ostapenko 52
-

TECHNICAL SCIENCE

- Setting Requirements for Steam Explosion Plants
O. R. Ganiev and I. N. Grishnyaev 59
- Thermal Protective Respirator Based on Granular Phase Change Materials
N. A. Lutsenko and S. S. Fetsov 63
- Selective Laser Heating of Closed Cavity Shells Filled with Liquid
S. N. Mokrin, M. A. Guzev, D. A. Tereshko, A. V. Kulik, S. S. Minaev, I. A. Abushkin, and V. M. Chudnovsky 68
-
-

ОЛЕГ ВЛАДИМИРОВИЧ РУДЕНКО (К 75-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

DOI: 10.31857/S2686740022060177



25 сентября 2022 г. исполнилось 75 лет академику Олегу Владимировичу Руденко. Его труды легли в основу современной нелинейной акустики и многочисленных приложений в медицине, неразрушающем контроле, гидролокации, газодинамике, геофизике. Труды О.В. Руденко способствовали созданию целых направлений — нелинейной гидроакустики, статистической нелинейной акустики, определили современное состояние теории разрывных волн и дифрагирующих волновых пучков, обогатили физическую акустику сложных природных и искусственных сред. Уже четверть века Олег Владимирович представляет акустическое направление в Российской академии наук.

О.В. Руденко является выдающимся представителем научной школы академика Рема Викторовича Хохлова, для которой характерно сочета-

ние глубокого физического содержания и высокой математической культуры. В работах О.В. Руденко найдены точные решения задач физики нелинейных волн, предложены точно решаемые модели реальных физических процессов. Наряду с развитием аналитических подходов, Олег Владимирович одним из первых начал использовать численные методы. Совместно с группой математиков МГУ в 1974–1993 гг. разработан пакет программ NACSI, дополненный комплексом SonicBOOM, для решения задач нелинейной акустики и трансзвуковой газодинамики.

Многие достижения, получившие мировое признание, отражены в персоналиях, посвященных предыдущим юбилейным датам Олега Владимировича (УФН **187**, 2017; Акуст. журн. **54**, 2008; УФН **177**, 2007). О.В. Руденко выполнены пионерские работы по лазерно-акустической литотрипсии для лечения мочекаменной болезни почек. Предложены диагностические приборы — эластографы, используемые во многих клиниках мира. В последние годы О.В. Руденко предпринимает подвижнические усилия в систематизации научных знаний в области нелинейной акустики и нелинейной физики в целом. Совместно с Ю.Н. Маковым, им подготовлен увлекательный обзор этапов развития физики звукового удара, насыщенный многочисленными результатами теории ударных волн и ориентированный на актуальные приложения в области безопасности экосистем (Акуст. журн. **67**, 2021). Совместно с А. Сарвазяном и F. Fatemi им представлен обзор применений радиационного давления ультразвука в медицине (UFFC **68**, 2021) и общий обзор медицинских приложений нелинейной акустики (Phys. Wave. Phen. **30**, 2022).

Конструктивный вклад О.В. Руденко в медицинскую акустику отражен, в частности, в работах последних лет, выполненных совместно с сотрудниками ФГБУ “НМИЦ кардиологии” и посвященных исследованию колебаний и звуковых сигналов клапанов сердца (Акуст. журн. **66**, 2020; **65**, 2019; ДАН **493**, 2020).

О.В. Руденко не обходит вниманием и традиционные направления ультразвуковых технологий, в частности, дефектоскопию материалов. Им исследованы акустические явления в дефектных

средах с квадратичной, модульной и квадратично-кубической нелинейностью (Акуст. журн. **64**, 2018), установлена связь диэлектрических и акустических свойств сред с мезоскопическими неоднородностями (Акуст. журн. **65**, 2019).

Привлекает внимание недавний реферативно-исторический обзор О.В. Руденко, посвященный физике акустических волн в средах, содержащих газовые пузырьки, и гидродинамике пузырьков (Phys. Wave Phen. **30**, 2022). Отмечено, что нелинейность жидкостей с пузырьками может на три порядка превосходить как нелинейность самой жидкости, так и нелинейность газа. Указан ряд приложений в гидроакустике и медицине, приведены исторические сведения, касающиеся дискуссии о возможности термоядерной реакции (sonofusion) при коллапсе кавитационных пузырьков.

Ряд оригинальных работ О.В. Руденко опубликовал в нашем журнале, редколлегию которого он возглавлял в течение нескольких лет. Начиная с 1970 г. он регулярно публиковал в “Докладах” статьи по представлению академиков Н.Н. Андреева, А.М. Обухова, Н.Н. Боголюбова, Р.В. Хохлова, Ю.В. Гуляева. Недавние работы посвящены, в частности, методу нелинейной диагностики на основе эффекта акустического взвешивания (ДАН. ФТН **498**, 2021). Развита аналитическая теория нелинейных колебаний цепочек в жидкости и регулярных и шумовых волн в таких системах (ДАН. ФТН **493**, 2020). Приведены результаты исследования динамики фронтов нелинейных волн в средах с различными видами нелинейности, включая модульную (ДАН. МИПУ **493**, 2020), уточнен физический смысл разделения волн на сильно нелинейные и волны с сильно выраженной слабой нелинейностью, приведены примеры разрушения сингулярностей сильно нелинейных волн в диссипативной среде (ДАН. ФТН **492**, 2020). В области физики акустических течений выделены три типа нелинейностей (нелинейность, вызывающая обычную радиационную силу; гидродинамическая нелинейность и нелинейность акустической волны) и рассмотрены их проявления (ДАН. ФТН **492**, 2020). Эти ра-

боты отражают лишь часть результатов, опубликованных О.В. Руденко за последнее время.

Деятельность профессора О.В. Руденко неразрывно связана с подготовкой научных кадров. Руководимая им с 1987 года кафедра акустики Физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова является признанным центром подготовки высококвалифицированных физиков-акустиков. Из молодых ученых, у которых лично он был научным руководителем, 7 человек защитили докторские, 15 – кандидатские диссертации. Среди его учеников – лауреаты Государственной премии и премии Ленинского комсомола, профессора, заведующие кафедрами.

За 55 лет своей творческой биографии О.В. Руденко опубликовал более 20 книг и около 500 статей в ведущих отечественных и зарубежных журналах, получил 20 отечественных и зарубежных патентов. Одна из его статей (Ultrasound Med. Biol. **24**, 1998) собрала почти 2000 ссылок, но высоким цитированием он обязан все же своим монографиям и учебникам.

Научно-педагогическая деятельность О.В. Руденко отмечена Государственными премиями РФ и СССР, Орденом Дружбы, медалью “За заслуги перед Отечеством”, двумя Ломоносовскими премиями, званиями Заслуженного профессора МГУ имени М.В. Ломоносова, Почетного доктора Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Почетного профессора Токийского технологического университета и Почетного члена Американского акустического общества.

Много лет О.В. Руденко возглавлял Экспертные советы по физике ВАК и РФФИ, был Главным редактором Акустического журнала и заместителем Главного редактора УФН.

Редколлегия журнала “Доклады РАН. Физика, технические науки” и коллеги сердечно поздравляют с Юбилеем Олега Владимировича, крупного ученого и дружелюбного человека, желают ему крепкого здоровья и новых достижений.

*Главный редактор
член-корреспондент РАН С.В. Гарнов,
РЕДКОЛЛЕГИЯ*

УДК 621.383

ХАРАКТЕРИСТИКИ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКОГО КРЕМНИЯ

© 2022 г. Б. М. Абдурахманов¹, М. М. Адиллов^{1,*},
иностраный член РАН, академик АН Узбекистана М. Х. Ашуров², Х. Б. Ашуров¹

Поступило 24.05.2021 г.
После доработки 19.04.2022 г.
Принято к публикации 21.06.2022 г.

Приведены результаты сопоставления эффективности и радиационной стойкости солнечных элементов, изготовленных из монокристаллического кремния и поликристаллического кремния (мультикремния). Показано, что пленочные солнечные элементы, синтезированные с помощью хлоридного процесса, при использовании мультикремния в качестве подложечного материала по своим характеристикам не уступают солнечным элементам из монокристаллического кремния.

Ключевые слова: солнечный элемент, монокристаллический кремний, мультикремний, эффективность преобразования излучения, радиационная стойкость

DOI: 10.31857/S2686740022060037

Задача оптимизации производства солнечных элементов (СЭ) решается, в том числе, и путем удешевления применяемого для их изготовления материала. Внедрение оборотных технологий [1] хлорсиланового синтеза поликристаллического кремния привело не только к существенному снижению стоимости кремния и, соответственно, СЭ, но и поставило вопрос о конкурентоспособности металлургических методов очистки технического кремния (ТК), с помощью которых пытались получать поликристаллический кремний с ориентированными кристаллитами (мультикремний), приемлемый по чистоте для производства СЭ [2].

В настоящей работе показано, что применение мультикремния, получаемого путем однократной переплавки ТК с добавлением отходов производства кремния электронной чистоты, может быть вполне целесообразным. При этом мультикремний используется в качестве специально сильно легированного мелкими примесями подложечного материала, а базовая область СЭ синтезируется из газовой фазы, в том числе с применением приемов вышеупомянутых оборотных технологий.

Далее будут сопоставлены характеристики СЭ, изготовленных на основе кремния электронной чистоты и мультикремния, двух видов:

– вторичного литого поликристаллического кремния (ВЛПК) [3], полученного кристаллизацией в графитовой изложнице расплава смеси ТК с отходами кремниевого производства;

– поликристаллического крупноблочного кремния, синтезированного по Чохральскому из расплава смеси ТК и отходов кремния с операций эпитаксии и получения монокристаллов.

В шихту для выплавки мультикремния обоих видов добавляли до 30% ТК марки Кр00, с содержанием кремния 99.9%, имитируя тем самым ситуацию разной степени очистки материала от примесей, имеющихся в техническом кремнии. Из полученного мультикремния, представлявшего собой поликристаллический материал с размером зерен более 300 мкм, изготавливали тестовые структуры размером 20 × 40 мм с $p-n$ -переходами, выполненными диффузией. Использовалось простейшее просветляющее покрытие, SiO_x , создаваемое по упрощенной технологии, основанной на гидролизе паров тетрахлорида кремния при 350 К на фронтальной поверхности заготовок для СЭ с $p-n$ -переходами. Применялись луженые контакты из напыленной через маски композиции Ti–Ni–Cu. Контрольные СЭ были приготовлены из монокристаллического кремния марки КСД-1 p -типа, а также на основе кремниевых однослойных эпитаксиальных структур (КОЭС) $p-p^+$, с пленкой

¹ Институт ионно-плазменных и лазерных технологий
Академии наук Республики Узбекистан,
Ташкент, Узбекистан

² Институт ядерной физики
Академии наук Республики Узбекистан,
Ташкент, пос. Улугбек, Узбекистан

*E-mail: muxammad.84@mail.ru

Таблица 1. КПД и некоторые свойства СЭ из монокристаллического кремния и мультикремния

№	Тип СЭ, электрофизические характеристики материала и технология изготовления базовой области	Максимальное значение КПД при АМ 1.5
1	СЭ, на основе КОЭС n^+p-p^+ , с пленочной базой p -типа, удельное сопротивление $\rho \sim 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$, толщина $\sim 60 \text{ мкм}$, осажденной из газовой фазы на p^+ -подложку p -типа КДБ-0.003 из монокристаллического кремния	~ 13
2	СЭ n^+p-p , с пленочной базой, p -типа, $\rho \sim 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$, толщина 60 мкм , осажденной на сильнолегированную p^+ -подложку с $\rho \sim 0.01 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ из крупноблочного мультикремния	11
3	База из монокристаллического кремния марки КСД-1	~ 11
4	n^+p-p^+ , база из мультикремния, вытянутого из расплава по Чохральскому p -типа с $\rho \sim 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ и тыльным подлегированием Al и водородной пассивацией	8
5	n^+p , база из мультикремния ВЛПК, p -типа, $\rho \sim 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$. Водородная пассивация	6–7

p -типа толщиной $\sim 60 \text{ мкм}$, осажденной в хлоридном процессе на монокристаллическую p^+ -подложку с удельным сопротивлением $0.003 \text{ Ом} \cdot \text{см}$.

На образцах СЭ были выполнены измерения тока короткого замыкания ($I_{кз}$), напряжения холостого хода ($U_{хх}$), коэффициента заполнения нагрузочной вольт-амперной характеристики (FF) и максимальной мощности (P_{max}), и были оценены температурные зависимости указанных параметров. Результаты измерений сопоставляли с типичными данными для соответствующих параметров у монокристаллических СЭ производства фирмы “Sarp Corporation” (Japan) и ПО “Красная Звезда” (РФ).

Показано, что КПД монокристаллических Si-СЭ уменьшается с коэффициентом $\sim 0.5\%$ на градус, что совпадает с результатами измерений на наших СЭ, изготовленных на монокристаллических подложках. Найдено, что нагрев СЭ с трещинами, царапинами и другими визуальными дефектами до температур, превышающих 400 К , приводит к еще более значительным нелинейным изменениям параметров СЭ, которые слабо выражены при рабочей температуре 300 К . Наиболее существенные отклонения от линейных температурных зависимостей у $I_{кз}$, $U_{хх}$, FF и P в диапазоне $400\text{--}800 \text{ К}$ имели место у СЭ на основе мультикремния. Как и у контрольных СЭ, у СЭ на основе мультикремния наблюдалось увеличение $I_{кз}$ с ростом температуры. Однако, в отличие от монокристаллических СЭ и СЭ на основе КОЭС, эта зависимость не только не линейна, но и обнаруживает ряд дополнительных особенностей. При этом амплитуда “подъемов” и “провалов” превышает погрешность измерений, дающей отклонения в пределах 5% . Для объяснения наблюдаемого поведения на тех же образцах СЭ из мультикремния были проведены измерения температурной зависимости тока $I_{кз}$ в темноте.

Было обнаружено существенное влияние нагрева на величину $I_{кз}$, обусловленное термоэлектрическими эффектами. Отметим, что у аналогично нагреваемых бездефектных СЭ из монокристаллического кремния наблюдается существенно меньшая величина темновых $I_{кз}$ и $U_{хх}$. Такое расхождение можно связать с особенностями генерации носителей тока в мультикремнии в присутствии дефектов и примесей, отсутствующих в монокристаллическом кремнии. Для оценки вклада каждого из этих факторов и нахождения отличий СЭ, изготовленных из разных кремниевых материалов, были поставлены эксперименты по намеренному созданию дефектов в монокристаллических кремниевых структурах для СЭ. Использовалась водородная пассивация межзеренных границ в мультикремнии, аналогичная пассивации в поликристаллическом кремнии электронной чистоты. Структуры типа $p-p^+$ получались осаждением из газовой фазы слоев p -типа с удельным сопротивлением $\sim 1 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ на сильнолегированные p^+ -подложки из мультикремния, для которых использовалась шихта с разным содержанием ТК. В данном случае, при условии подавления автолегирования, наращиваемый слой, который в дальнейшем используется как база СЭ p -типа, на следует из подложки из мультикремния только границы зерен и их ориентацию, т.е. поликристаллическую и двойниковую структуру. При этом электрофизические характеристики структуры определяются исключительно режимом легирования из газовой фазы, и влияние примесей в подложке на свойства пленочной базы СЭ может быть минимизировано. Этот результат иллюстрируют данные табл. 1, в которой приведены характеристики СЭ, изготовленных из мультикремния, КОЭС и пленочных структур на подложках из мультикремния.

Из табл. 1 видно, что в том случае, когда мультикремний используется для изготовления из не-

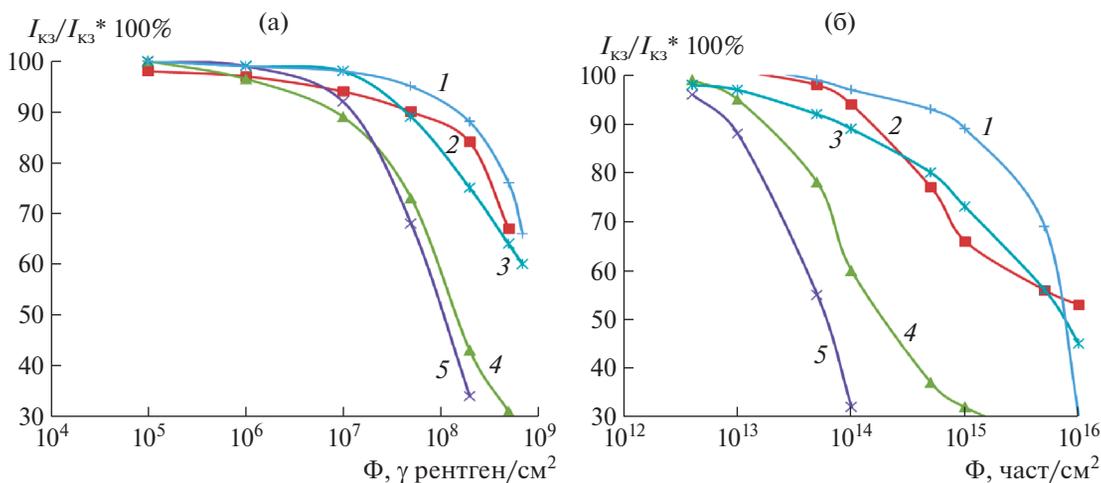


Рис. 1. Влияние рентгеновского излучения с $E = 1.3$ МэВ с плотностью $J = 300$ рентген/с (а) и облучения быстрыми электронами с $E = 1-3.5$ МэВ с плотностью $J = 10^{11}$ см $^{-2}$ с $^{-1}$ (б) на величину тока короткого замыкания СЭ, при АМ 1.5 ($P = 850$ Вт/м 2 , $T = 300$ К), изготовленных из кремния разного технологического происхождения.

го базовой области СЭ (позиции 4 и 5), параметры таких элементов уступают по КПД СЭ с базой из кремния электронного качества (позиция 3). Поэтому для получения сопоставимых параметров СЭ в рассматриваемом случае требуется глубокая очистка ТК и (или) самого мультикремния, что трудоемко и экономически не выгодно. Поэтому мы предлагаем использовать мультикремний исключительно в качестве сильнолегированного подложечного материала, что позволяет изготавливать СЭ с КПД, близким (позиция 2) к таковому у СЭ на основе КОЭС (позиция 1) при тех же параметрах базы.

На рис. 1 представлено сравнение данных о радиационной стойкости различных видов СЭ. Видно, что наибольшей стойкостью как к рентгеновскому излучению (рис. 1а), так и облучению быстрыми электронами (рис. 1б), обладают СЭ на основе КОЭС (кривая 1). При этом радиационная стойкость СЭ с базой из мультикремния, будь то мультикремний, полученный переплавом отходов металлургии кремния с добавлением ТК Кр00 по Чохральскому (кривая 4), или ВЛПК (кривая 5), оказывается наименьшей.

Стойкость СЭ $p-p^+$ -типа с пленочной базой с $d = 60$ мкм, осажденной в хлорсилановом процессе на крупноблочные ($d_{\text{зерна}} = 500-1000$ мкм) подложки из мультикремния, сильно легированного бором, до предела растворимости, оказывается сопоставимой (кривая 2) с таковой у СЭ с базой из кремния марки КСД-1 (кривая 3), широко используемого в технологии СЭ для наземной энергетики. Таким образом, применение мультикремния в качестве подложечного материала для изготовления пленочных структур для СЭ намного

более целесообразно, чем его использование в качестве материала для изготовления базы СЭ. При этом технологию получения структур-заготовок для СЭ с пленочной базой необходимо с самого начала ориентировать на использование оборотных хлорсилановых технологий [1, 4], показавших свою высочайшую экономическую эффективность в процессах получения кремния электронной чистоты.

Из приведенных выше данных следует еще один, физически интересный вывод, заключающийся в том, что причиной нелинейности температурных зависимостей параметров СЭ с базой из мультикремния является генерация в ней носителей заряда при нагреве, идущая с участием глубоких энергетических уровней, обусловленных структурными дефектами и примесями, т.е. за счет теоретически предсказанного в [5] тепловольтаического эффекта. Доказательством данного утверждения может служить тот факт, что водородная пассивация границ зерен мультикремния сопровождается уменьшением и даже исчезновением упомянутых выше нелинейных изменений параметров СЭ, наблюдающихся при нагреве.

В качестве будущего перспективного направления исследований следует рассмотреть изучение корреляции между сроком службы и радиационной стойкостью Si СЭ с базой p -типа, поскольку причиной радиационной деградации является наличие в базе дефектов, связанных с кислородосодержащими комплексами, а одной из причин так называемой “световой деградации” параметров СЭ является наличие в базе комплексов бор–кислород.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Наумов А.В.* Производство фотоэлектрических преобразователей и рынок кремниевого сырья в 2006–2010 г. // Известия вузов. Материалы электронной техники. 2006. № 2. С. 3–8.
2. *Колобов Г.А., Критская Т.В., Мосейко Ю.В., Карпенко А.В., Печерица К.А.* Рафинирование металлургического кремния до чистоты сорта “солнечный” // Металлургия. 2014. Вып. 2 (32). С. 118–126.
3. *Кадыров А.Л.* Получение и свойства вторичного литого поликристаллического кремния. Худжанд: Нури Марифат, 2018. 396 с.
4. *Абдурахманов Б.М., Ашууров Х.Б., Курбанов М.Ш.* Химико-металлургический передел кремнезема в моносилановое сырье для солнечной энергетики и нанoeлектроники. Монография. Ташкент: Navgoz, 2018. 505 с.
5. *Саидов М.С.* Примесные вольтаические эффекты и термофотовольтаика // Гелиотехника. 2008. № 1. С. 6–11.

CHARACTERISTICS OF SOLAR CELLS BASED ON POLYCRYSTALLINE SILICON

B. M. Abdurakhmanov^a, M. M. Adilov^a,

**Foreign Member of the RAS, Academician of the Academy of Sciences of Uzbekistan M. Kh. Ashurov^b,
and Kh. B. Ashurov^a**

^a *Institute of Ion-Plasma and Laser Technologies, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

^b *Institute of Nuclear Physics, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Ulugbek village, Uzbekistan*

The results of comparing the efficiency and radiation resistance of solar cells made of single-crystal silicon and polycrystalline silicon (multisilicon) are presented. It is shown that film solar cells synthesized using the chloride process, when using multisilicon as a substrate material, are not inferior in their characteristics to solar cells made of single-crystal silicon.

Keywords: solar cell, monocrystalline silicon, multisilicon, radiation conversion efficiency, radiation resistance

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ИНВАРИАНТЫ В ЗВУКОВЫХ ПОЛЯХ ГЛУБОКОГО И МЕЛКОГО МОРЯ

© 2022 г. С. П. Аксенов¹, Г. Н. Кузнецов^{1,*}

Представлено академиком РАН И.А. Щербаковым 28.03.2022 г.

Поступило 28.03.2022 г.

После доработки 25.04.2022 г.

Принято к публикации 27.06.2022 г.

Вводится новое определение инварианта гидроакустического поля, основанное на устойчивой оценке – инвариантности – ортогональных проекций градиентов фазы звукового давления на плоскости “расстояние–частота”. Такое определение обобщает понятие инварианта на все существующие зоны мелкого и глубокого моря, в том числе на ближнюю и дальнюю зону освещенности глубокого моря, в которых оценить и применить интерференционный инвариант Чупрова невозможно. В зоне существования инварианта Чупрова его значения практически совпадают с величинами нового инварианта.

Ключевые слова: мелкое и глубокое море, звуковое поле, ортогональные проекции градиента фазы на плоскости “расстояние–частота”, инварианты звукового давления

DOI: 10.31857/S268674002207001X

В гидроакустике нашла широкое применение концепция интерференционного инварианта (ИИ), определяемого по структуре частотно-пространственного распределения интенсивности или звукового давления (ЗД) на плоскости “горизонтальное расстояние–частота” ($r \sim f$). Эта концепция позволила решить ряд практически важных задач в пассивной и активной локации, в методе обращения времени для локализации источника и т.д. Для мелкого моря способ оценки ИИ достаточно прост: необходимо рассчитать на плоскости $r \sim f$ значения инвариантов, полученные экспериментально или в результате компьютерного моделирования, по соотношению

$$\beta = \frac{r}{f} \frac{\partial f}{\partial r}. \quad (1)$$

Но для глубокого моря, особенно для ближней и дальней зон акустической освещенности (БЗАО и ДЗАО), использование инварианта Чупрова в форме (1) оказывается невозможным из-за сингулярности полученного решения и неопределенности значений ИИ.

Рассмотрим возможность использования нового инварианта – справедливого как для мелкого, так и для глубокого моря. Причем необходи-

мо, чтобы этот инвариант в глубоком море, несмотря на различное влияние доминирующих групп однотипных мод, позволял дать единое описание инварианта и интерференционной структуры на всех расстояниях – в БЗАО, ДЗАО и в зоне акустической тени. Покажем, что это справедливо, если расчеты выполнять в зонах интерференционных максимумов (ИМА). Поскольку инвариант определяется на плоскости $r \sim f$ поля интенсивности, будем его называть энергетическим инвариантом (ЭИ). Введем для ЭИ определение эффективного инварианта $\beta_{\text{эф}}$ в виде

$$\beta_{\text{эф}} = \frac{r}{f} \frac{\partial r}{\partial f} = \frac{c_{\text{gef}}}{c_{\text{fef}}}. \quad (2)$$

Здесь c_{gef} и c_{fef} – эффективные групповая и фазовая скорости (ЭГС и ЭФС), которые являются средневзвешенными оценками групповых и фазовых скоростей нормальных волн, распространяющихся в волноводе [4]. Отметим, что ЭГС и ЭФС и, соответственно, ЭИ можно рассчитать или измерить с использованием градиентов фазы в частотной и пространственной областях как в многомодовом и в одномодовом волноводах (при наличии и отсутствии интерференции), так и в неограниченной среде с дисперсией скорости звука

¹ Институт общей физики им. А.М. Прохорова
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: skbmortex@mail.ru

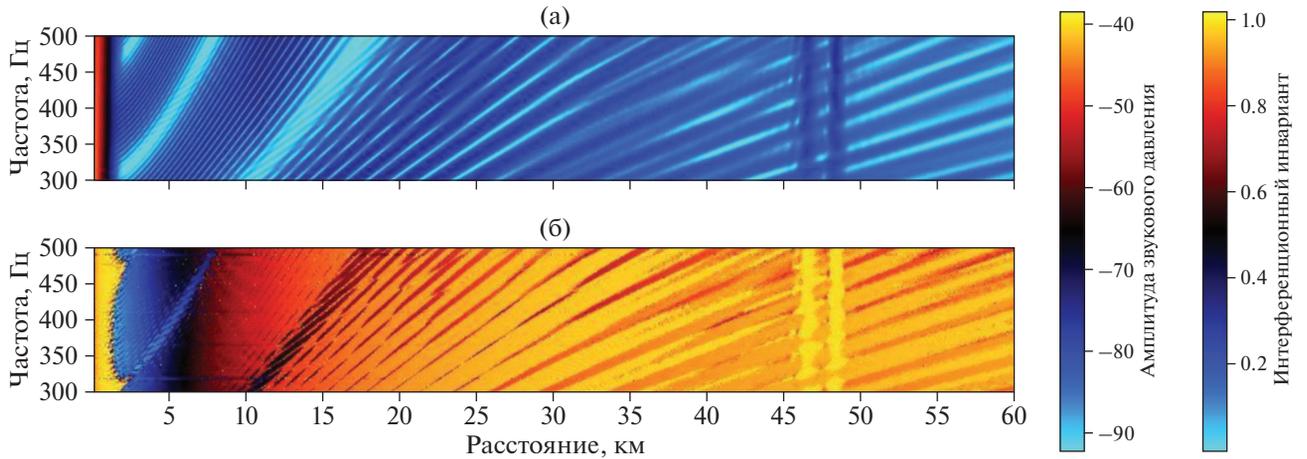


Рис. 1. Глубокое море, август. а – Распределение амплитуды ЗД; б – распределение ЭИ β_{ef} на плоскости $r \sim f$ при $z_s = 5$ м, $z = 101$ м; участок $r = 46\text{--}49$ км соответствует ДЗО.

$$c_{gef} = \frac{2\pi r}{\frac{\partial \varphi}{\partial f}}, \quad c_{\varphi ef} = \frac{2\pi f}{\frac{\partial \varphi}{\partial r}}, \quad (3)$$

а $\varphi = \varphi(f, r, z_s, z)$ – фаза комплексного звукового давления P , представленного полной суммой мод, распространяющихся в волноводе с постоянной глубиной h :

$$P(f, r, z_s, z) = |P(f, r, z_s, z)| e^{i\varphi(f, r, z_s, z)} = \sum_{m=0}^M \frac{u_m(z_s) u_m(z) e^{i[(2\pi f/c_{\varphi m})r - (\pi/4)] - \delta_m r}}{\int_0^h u_m^2(z') dz' \sqrt{(f/c_{\varphi m})r}}. \quad (4)$$

В выражении (4) z_s и z – глубины источника и приемника, u_m , $c_{\varphi m}$ и δ_m – собственная функция, фазовая скорость и мнимая часть волнового числа m -й моды.

Отметим, что в зонах ИМА определение (2) является обобщением определения (1) для произвольных градиентов фазы в частотно-пространственной области: если на плоскости $r \sim f$ идти вдоль гребня амплитуды ЗД, обращая в формуле (2) производные $\partial \varphi / \partial r$, $\partial \varphi / \partial f$ и беря в них одинаковые $\Delta \varphi$, то $\Delta \varphi$ в числителе и знаменателе выражения (2) взаимно сокращаются, и из (2) мы получаем формулу (1). И это естественно, поскольку обе формулы справедливы и дают описание интерференционных структур в зонах ИМА. Но у определения (2) есть преимущество: оно универсальное, так как позволяет вычислять ЭИ через проекции градиента фазы и в мелком море, и в глубоком море – в зоне тени, в ближней и дальней зонах освещенности. Причем в БЗАО и ДЗАО линии гребней амплитуды ЗД параллельны оси частот и определение (1) приводит к неопределенности или сингулярности значений инварианта. В то же

время использование определения (2) дает в этих зонах устойчивое значение $\beta_{ef} \approx 1$. Это объясняется доминированием в этих зонах водных мод, для которых ЭГС и ЭФС близки к скорости звука в воде [3].

На рис. 1 для глубокого моря в летних условиях (см. рис. 2а) представлены распределения амплитуды ЗД и β_{ef} на плоскости $r \sim f$. Структура интерферограммы β_{ef} практически полностью повторяет структуру интерферограммы амплитуды ЗД: и углы наклона полос, и интервалы между ними одинаковые, в том числе в БЗАО и ДЗАО. Одинаковые или близкие значения β_{ef} располагаются вдоль гребней амплитуды ЗД в зонах ИМА, где градиенты фазы – гладкие функции (в отличие от зон интерференционных минимумов). Отметим, что узкие темные зоны соответствуют минимальным значениям $P(r)$ и неопределенным значениям β_{ef} . Светлые – зоны ИМА, в которых β_{ef} стремится к единице.

На рис. 2 рассматриваются сечения рассчитанных интерферограмм вдоль оси “расстояние” на частоте 350 Гц. Там же приведены численные зависимости ЭГС, ЭФС и кривые лучевой аппроксимации для β_{ef} , ЭГС и ЭФС, построенные по формулам

$$\beta_{ef}^*(r) = \frac{(c_{gef}^*(r))}{(c_{\varphi ef}^*(r))} = \cos^2 \theta(r), \quad (5)$$

$$c_{gef}^*(r) = \bar{c}_0 \cos \theta(r), \quad c_{\varphi ef}^*(r) = \frac{\bar{c}_0}{\cos \theta(r)}.$$

Здесь \bar{c}_0 – средняя скорость звука в воде. Если источник и приемник не очень далеки от свободной поверхности, то для $\cos \theta(r)$ справедливо приближенное выражение [3]

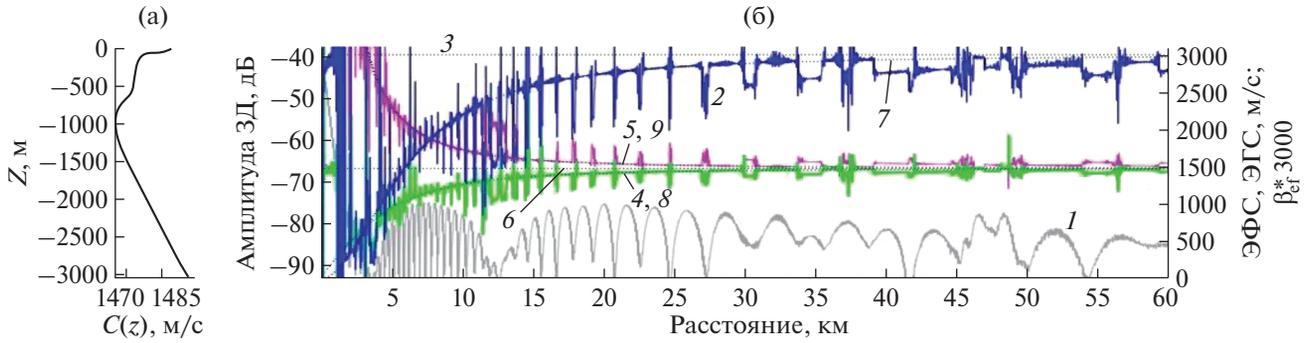


Рис. 2. Глубокое море, август. а – Профиль скорости звука; б – амплитуда ЗД (1), $\beta_{ef} \times 3000$ (2), $\beta_{ef} = 3000$ (3), c_{gef} (4), c_{gef} (5), \bar{c}_0 (6), $\beta_{ef}^* \times 3000$ (7), c_{gef}^* (8), c_{gef}^* (9); $z_s = 5$ м, $z = 101$ м.

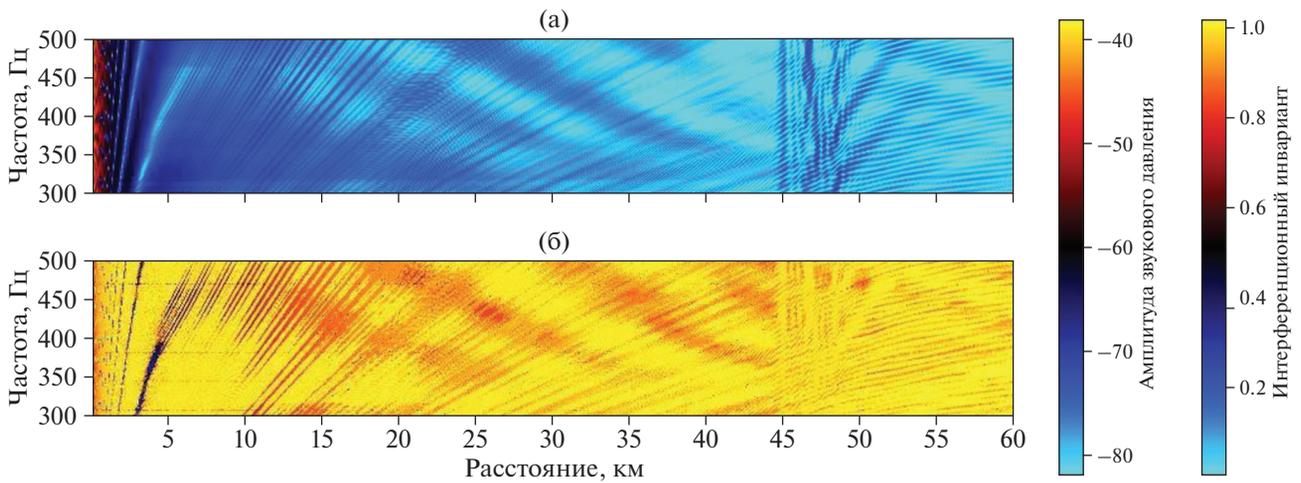


Рис. 3. Глубокое море, февраль. а – Распределение амплитуды ЗД; б – распределение ЭИ β_{ef} на плоскости $r \sim f$; $z_s = 125$ м, $z = 101$ м. ДЗАО располагается на участке $r = 44-55$ км.

$$\begin{aligned} \cos \theta(r) &\approx \left(1 + \left[\frac{(2h - z_s - z)^2}{r^2} \right] \right)^{-0.5} \approx \\ &\approx \left(1 + \left(\frac{2h}{r} \right)^2 \right)^{-0.5}, \quad z_s + z < \left(\frac{2h}{10} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

На рис. 2б видно, что для зоны тени значения β_{ef} , ЭГС и ЭФС в зонах ИМА попадают на кривые, соответствующие в летних условиях их лучевой аппроксимации. На кривой амплитуды ЗД (кривая 1) на расстояниях 46.5 и 48.3 км наблюдаются два максимума, соответствующие ДЗАО. Видно, что в зонах этих максимумов $\beta_{ef} \approx 1$ (кривая 2). Двум этим расстояниям соответствуют независимые от частоты звука две вертикальные линии гребней амплитуд и две горизонтальные линии значений $\beta_{ef} \approx 1$ (рис. 2б). Значения β_{ef} умножены на 3000, чтобы кривые можно было показать на одном рисунке.

Значения инварианта Чупрова в этих зонах стремятся к бесконечности.

В глубоком море в зимних условиях (рис. 3, 4), как и в летних, на участке $r = 44-55$ км располагается ДЗАО, но наличие зимнего приповерхностного канала (см. рис. 4а) приводит к захвату этим каналом водных мод с фазовыми скоростями, близкими к средней скорости звука в водном слое \bar{c}_0 , поэтому при зимней гидрологии максимумы в ДЗАО маскируются, и в зонах ИМА почти на всей $r \sim f$ плоскости $c_{gef} \approx c_{\text{gef}}$ и $\beta_{ef} \approx 1$.

Для мелкого моря при летних условиях и малых глубинах излучателя и приемника интерферограммы амплитуды ЗД и ЭИ β_{ef} показаны на рис. 5. Сечения этих интерферограмм вдоль оси расстояний на частоте 350 Гц, а также ЭГС, ЭФС и β_{ef} , вычисленные по формулам (3)–(6), приведены на рис. 6б.

Как видно на рис. 5 и 6, в мелком море значения β_{ef} в зонах ИМА близки к единице всюду,

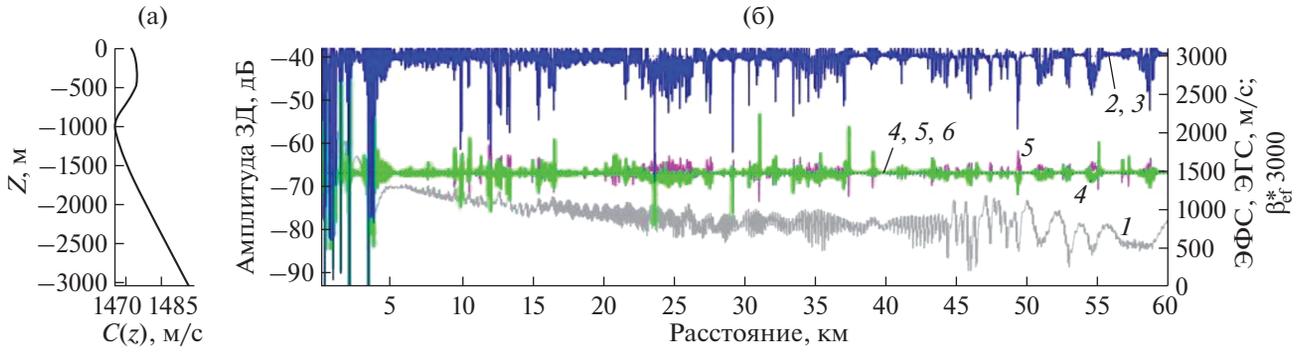


Рис. 4. Глубокое море, февраль. а – Профиль скорости звука; б – амплитуда ЗД (1), $\beta_{ef} \times 3000$ (2), $\beta_{ef} = 3000$ (3), c_{gef} (4), c_{pef} (5), \bar{c}_0 (6); $z_s = 125$ м, $z = 101$ м, $f = 350$ Гц.

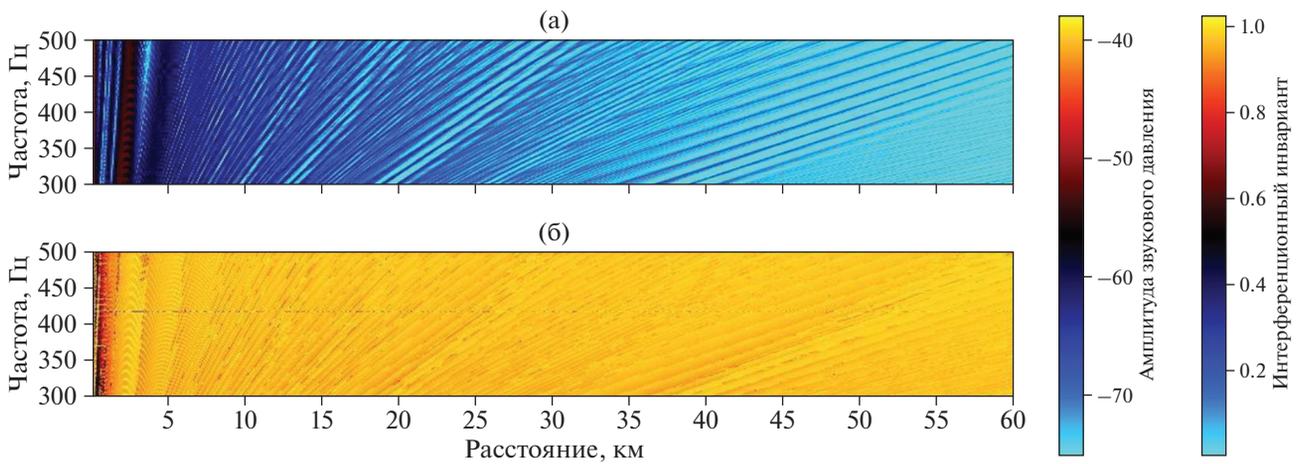


Рис. 5. Мелкое море, август. а – Распределение амплитуды ЗД, б – распределение ЭИ β_{ef} на плоскости $r \sim f$ при $z_s = 5$ м, $z = 8$ м.

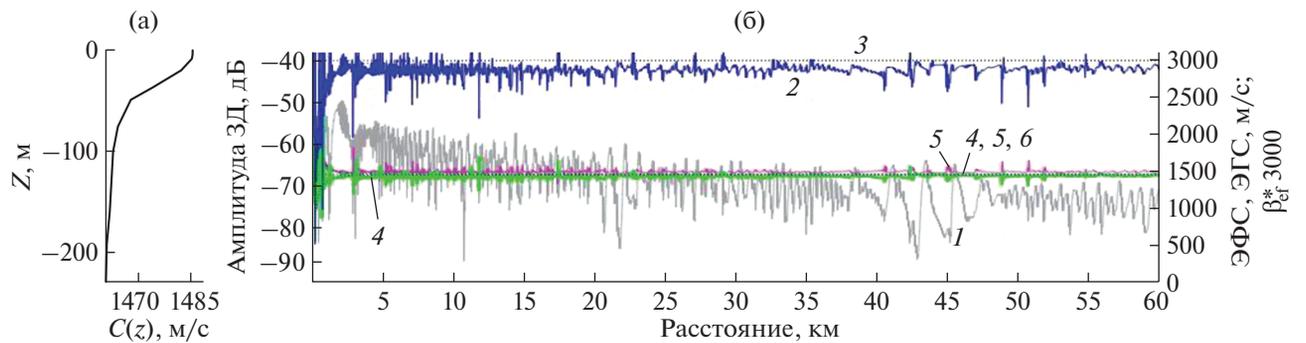


Рис. 6. Мелкое море, август. а – Профиль скорости звука; б – амплитуда ЗД (1), $\beta_{ef} \times 3000$ (2), $\beta_{ef} = 3000$ (3), c_{gef} (4), c_{pef} (5), \bar{c}_0 (6); $z_s = 5$ м, $z = 8$ м, $f = 350$ Гц.

кроме самых малых расстояний. Отметим, что в мелком море, пока выполняется условие

$$(z_s + z)/2h < 0.1,$$

угловая структура распределения на плоскости $r \sim f$ амплитуды ЗД и ЭИ β_{ef} – стандартная: с ростом расстояния угол наклона полос уменьшается. Но

если источник и приемник располагаются около середины волновода (рис. 7, 8), и в мелком, и в глубоком море возникает наложение угловых структур разных типов мод.

Из изложенного следует, что в глубоком и в мелком море при увеличении расстояния доми-

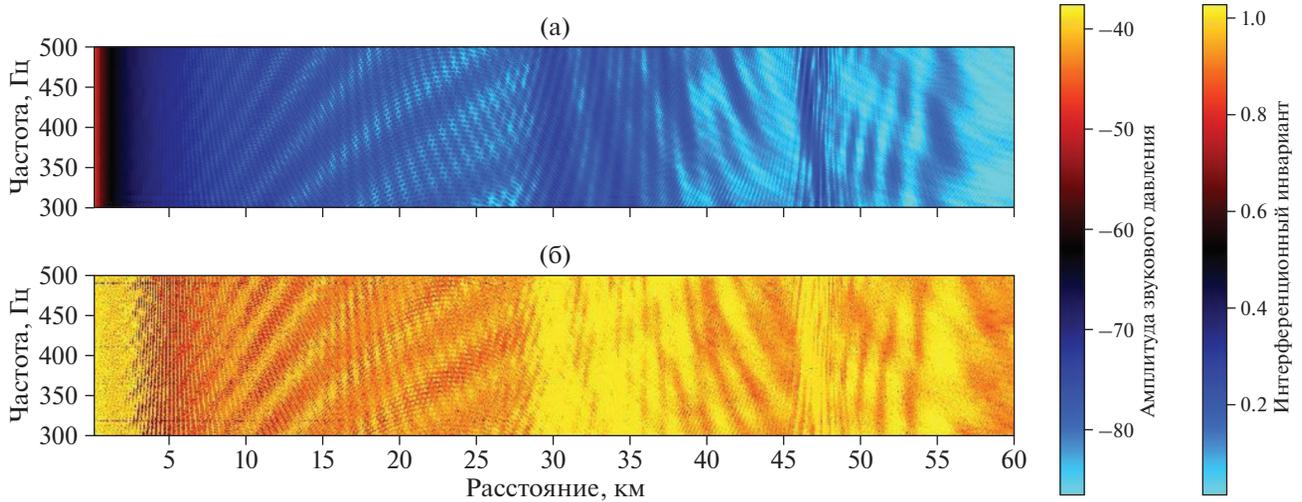


Рис. 7. Глубокое море, август. а – Распределение амплитуды ЗД, б – распределение ЭИ β_{ef} на плоскости $r \sim f$; $z_s = 1485$ м, $z = 1510$ м; ДЗАО располагается на участке $r = 28\text{--}58$ км.

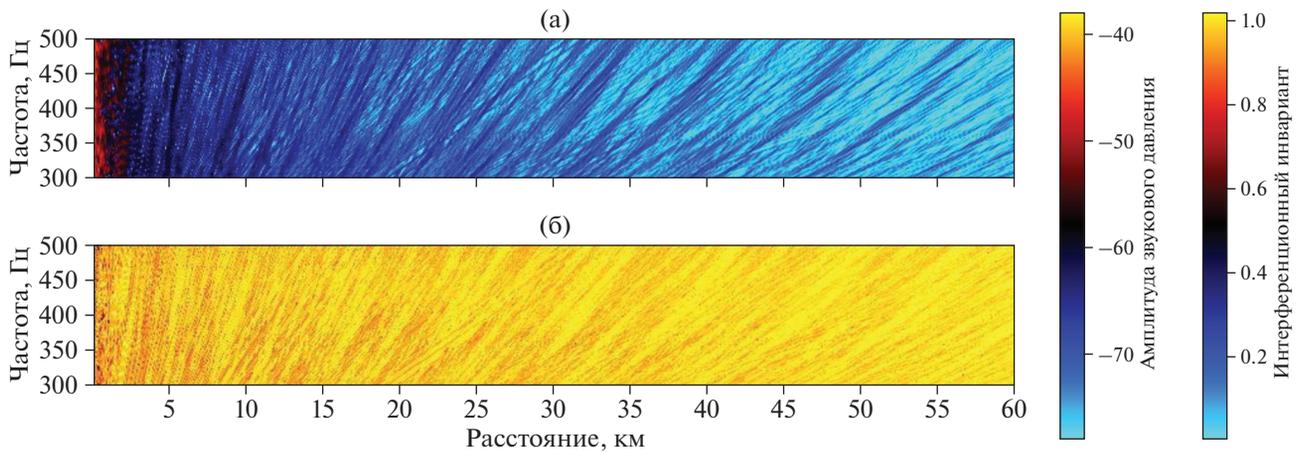


Рис. 8. Мелкое море, август. (а) Распределение амплитуды ЗД, (б) распределение ЭИ β_{ef} на плоскости $r \sim f$ при $z_s = 125$ м, $z = 101$ м. ДЗАО в мелком море отсутствует.

нируют сначала водные, затем вытекающие и захваченные моды, а если источник и приемник располагаются около середины волновода, возрастает роль водных мод. При этом наблюдается сложная интерференция как амплитуды ЗД, так и ЭИ β_{ef} . Но применение определения (2) позволяет рассчитать в зонах ИМА распределение ЭИ на плоскости ($r \sim f$) и с его использованием выполнять накопление мощности сигнала для увеличения помехоустойчивости обнаружения и пеленгования [5]. Использовать инвариант Чупрова в БЗАО и в ДЗАО (определение (1)) из-за сингулярности решения невозможно.

Для экспериментального исследования и моделирования зависимостей β_{ef} , как и для оценки инварианта Чупрова β , необходимо перемещать в волноводе широкополосный излучатель относи-

тельно приемника или антенны и рассчитывать на плоскости ($r \sim f$) верную интерференционную структуру. В БЗАО и ДЗАО необходимо измерять градиенты фазы в пространственной и частотной области, и по их отношению оценивать β_{ef} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чупров С.Д. Акустика океана: Современное состояние. М.: Наука, 1982. С. 71–91.
2. D’Spain G., Kuperman W. Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth // J. Acoust. Soc. Am. 1999. V. 106. № 5. P. 2454–2468.
3. Аксенов С.П., Кузнецов Г.Н. Оценка расстояния до источника в глубоком море с использованием пространственно-частотных характеристик интерфе-

ренионного инварианта и эффективных фазовых и групповых скоростей // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 6. С. 603–616.

4. Кузнецов Г.Н. Применение модели “эквивалентной плоской волны” для уменьшения погрешно-

сти оценки пеленга в мелком море // Гидроакустика. 2018. Вып. 36. С. 37–49.

5. Kuznetsov G.N., Kuz'kin V.M., Pereselkov S.A. Estimation of the velocity of underwater objects in the passive mode using frequency-shift data // Phys. Wave Phenom. 2014. V. 22. № 4. P. 306–311.

ENERGY INVARIANTS OF THE HYDROACOUSTIC FIELD IN DEEP AND SHALLOW SEA

S. P. Aksenov^a and G. N. Kuznetsov^a

^a Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Presented by Academician of the RAS I.A. Shcherbakov

A new definition of the interference invariant of the hydroacoustic field is proposed using orthogonal projections of the phase gradient on the “distance–frequency” plane. This definition for the first time makes it possible to generalize the concept of interference invariant for different zones of shallow and deep sea, including for near and far illumination zones, as well as the zone of shadow in the deep sea.

Keywords: shallow and deep sea, sound field, orthogonal projections of the phase gradient on the “distance–frequency” plane, interference invariant

УДК 539.219

ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ ПРЕГРАДЫ ПРИ УДАРЕ УДЛИНЕННЫМ ТЕЛОМ

© 2022 г. С. Н. Буравова^{1,*}, Е. В. Петров¹,
член-корреспондент РАН М. И. Алымов¹, В. О. Копытский¹

Поступило 05.04.2022 г.

После доработки 05.04.2022 г.

Принято к публикации 09.06.2022 г.

Анализ волновой картины взаимодействия удлинённого ударника с преградой позволил установить ряд ранее не известных особенностей процесса. Всю длину ударника можно разделить на участки, где волновая картина повторяет начальную фазу удара, при этом роль преграды исполняет материал ударника. На протяжении всего процесса взаимодействия двух тел массовая скорость и давление за фронтом ударной волны, движущихся вдоль боковой грани, имеют постоянные значения, равные (0.25–0.32) начальной величины. Сам цикл характеризуется двумя стадиями. На первой стадии сближение боковых волн разгрузки на контактной поверхности приводит к установлению нулевого давления — между ударными волнами в преграде и ударнике образуется прослойка разгруженного материала, при этом внедрение ударника прекращается. Откольная иглоподобная трещина по оси симметрии появляется в результате фокусировки боковых волн разгрузки. Вторая стадия характеризуется затуханием ударной волны. Набегающий поток, скорость которого равна скорости удара, тормозится на фронте затухающей волны, что приводит к росту давления и образованию импульсов сжатия. Приход импульсов сжатия на преграду восстанавливает прерванный процесс внедрения ударника и создает новые откольные повреждения в форме колец вокруг иглоподобного откола, как результат интерференции волн разгрузки, источниками которых являются откольные трещины, образованные ранее, и боковая грань ударника.

Ключевые слова: ударник, взрывное нагружение, ударная волна, волна разгрузки, проникание, “пробка”

DOI: 10.31857/S2686740022060050

Трудность исследования импульсного разрушения материала связана с отсутствием возможности изучать процесс непосредственно в его развитии. Выводы, как правило, делаются на основе сохранённых после нагружения образцов. Однако всегда возникает вопрос о соответствии между развивающимся процессом и выводами, сделанными по сохранённым образцам. Аналитическое решение задачи взаимодействия деформированных тел позволяет избежать неопределённости и выявить сопровождающие явления, которые ранее были неизвестными. Особенности разрушения в процессе внедрения удлинённого ударника следует учитывать в решении технических задач. В частности, это относится к перфорации преграды, что особенно актуально в нефтегазовой от-

расли. Для поиска оптимального пробивания преграды необходимо понимать взаимосвязь ударника с особенностями разрушения. В связи с этим представляет интерес рассмотреть влияние длины ударника на повреждаемость преграды. В работе особое внимание уделено физическим процессам, сопровождающим процесс внедрения удлинённого ударника в преграду.

В момент удара одновременно с ударными волнами в преграде и ударнике возникает центрированная волна разгрузки (с тороидальными характеристиками для ударника цилиндрической формы и плоскими характеристиками для брускообразного). Источником центрированной волны разгрузки является граница контактной поверхности. Разгрузка приводит к искривлению фронта ударной волны и снижению ее амплитуды. Впервые аналитическое решение взаимодействия ударной волны и волны разгрузки при подводных взрывах описано в работе [1]. Использование малого параметра, метода характеристик и удачная замена переменных позволили авторам показать, что траектории точек пересечения

¹ Институт структурной макрокинетики
и проблем материаловедения им. А.Г. Мерджанова
Российской академии наук,
Черноголовка, Московская обл., Россия
*E-mail: svburavova@yandex.ru

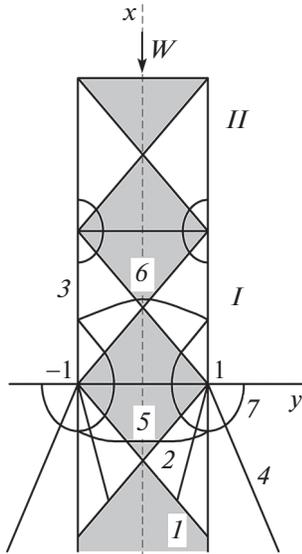


Рис. 1. Схема волновой картины импульсного взаимодействия твердых тел: I — траектория точки пересечения головной характеристики центрированной волны разгрузки (траектория s_0) с фронтом ударной волны; 2 — промежуточная траектория s ; 3 — траектория точки пересечения фронта ударной волны с характеристикой, направленной вдоль боковой грани ударника; 4 — траектория точки пересечения фронта ударной волны с характеристикой s_H , где H — динамический предел текучести Гюгонио; 5 — участок невозмущенного фронта ударной волны в преграде; 6 — участок фронта ударной волны, в зоне торможения; 7 — область боковой разгрузки; W — скорость набегающего на фронт ударной волны потока, равная скорости удара; I — первый пространственный цикл; II — второй пространственный цикл (серым цветом обозначена область, где амплитуда ударной волны сохраняет первоначальное значение).

фронта ударной волны с характеристиками волн разгрузки не зависят от времени. В данной работе применен подход авторов [1] к задаче ударного взаимодействия двух деформируемых твердых тел.

В качестве малого параметра принята величина $s = \frac{u}{c_0}$, через которую можно выразить все параметры ударно сжатого материала:

$$\frac{D}{c_0} = 1 + bs, \quad \frac{c}{c_0} = 1 + (2b - 1)s, \quad \frac{P}{\rho_0 c_0^2} = \frac{u}{c_0} = s,$$

где D — скорость ударной волны, ρ — плотность, P — давление, u — массовая скорость, c_0 и b — параметры адиабаты материала: $D = c_0 + bu$.

Уравнение характеристик центрированной волны разгрузки (координата x направлена перпендикулярно к поверхности преграды, координата y — параллельно), в новых переменных:

$$x = (1 + X)\tau, \quad y = 1 - Y\tau, \quad \tau = \frac{c_0 t}{r_0},$$

принимает вид

$$X + \frac{Y^2}{2} = 2bs,$$

где τ — безразмерное время, r_0 — радиус ударника, s_0 — малый параметр, относящийся к головной характеристике, s — текущий параметр.

Тогда уравнение искривленного фронта ударной волны представляется в виде

$$X = bs_0 + \sqrt{2bs_0} \frac{Y}{2} - \frac{Y^2}{4},$$

что дает возможность выразить координаты X и Y через малый параметр s :

$$X = 4b\sqrt{s_0 s} - bs_0 - 2bs, \quad Y = 2\sqrt{2bs} - \sqrt{2bs_0}.$$

В новых координатах движение не зависит от времени.

На рис. 1 приведена схема волновой картины динамического взаимодействия твердых тел (ударник в форме цилиндра или бруска, преграда — полуплоскость). На начальной стадии внедрения ударника ударная волна, невозмущенная разгрузкой, ограничена сходящимися траекториями точек пересечения головных характеристик с фронтом ударной волны (траектории s_0 , рис. 1, линия I). Сближение волн разгрузки на контактной поверхности приводит к установлению нулевого давления, вследствие чего внедрение ударника в преграду останавливается. Ударные волны в преграде и ударнике отделяются друг от друга и продолжают движение самостоятельно, так как между ними образуется область разгруженного материала.

Угол наклона траекторий φ зависит от интенсивности и описывается выражением

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{dx}{dy} = -\frac{1+X}{Y} = \\ &= -\frac{1 + 2\sqrt{2bs_0} - bs_0 - 2bs}{2\sqrt{2bs} - \sqrt{2bs_0}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Из выражения (1) следует важный факт — траектории являются прямыми линиями и зависят только от начальной нагрузки и давления на характеристиках волн разгрузки. Траектория s , направленная вдоль боковой грани ударника ($\varphi = 0.5\pi$), несет давление, равное одной четвертой начального давления (в случае цилиндрической симметрии $P_B = 0.32P_0$ [1]). Отражение ударной волны на боковых гранях носит регулярный характер. Скорость перемещения фронта с учетом наклонного положения $\frac{D}{c_0} = 1 + 0.5bs_0$ равна ско-

рости звука сжатого материала $\frac{c}{c_0} = 1 + \frac{2bs_0}{4}$. Поэтому возмущение не может изменить скорость

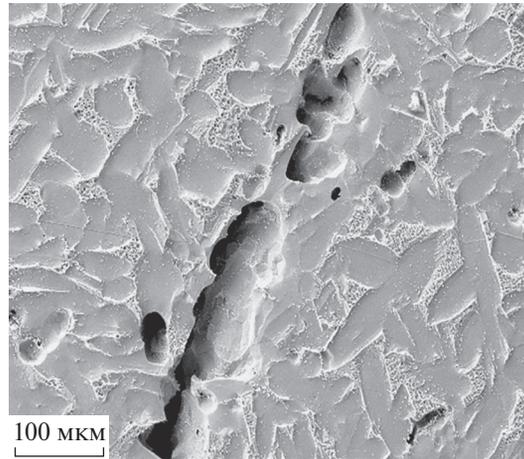


Рис. 2. Микрофотография травленной поверхности шлифа после обжатия цилиндрического образца детонационной волной.

перемещения ударной волны вдоль боковой грани. Снижение давления до нуля происходит во второй боковой волне разгрузки, веер характеристики которой сопрягается с характеристиками центрированной волны разгрузки. На протяжении всего процесса соударения давление ударной волны на боковой поверхности остается постоянным, равным $P_B = 0.25P_0$ ($P_B = 0.32P_0$ для цилиндра).

Упрочнение материала за фронтом ударной волны происходит в слое, толщина которого $h_0 = \frac{(1 + bs_0)}{\sqrt{2bs_H}}$ определяется пересечением траекторий s_0 и s_H (позиция 4 на рис. 1), где H – динамический предел текучести.

В момент $\tau = 1$ волны разгрузки встречаются на оси симметрии, где в зоне интерференции волн (или фокусировки) возникает откольная повреждаемость. Ударник “жалит” преграду. Согласно откольной модели локализации пластической деформации [2] деформационные полосы возникают, когда напряжение в зоне интерференции волн не превышает динамическую прочность s_{spall} , и материал сохраняет свою сплошность.

Следует заметить, что свойство образовывать иглоподобные откольные трещины в преграде при фокусировке волн разгрузки ранее известно не было, хотя откольные трещины и полосы сдвига наблюдаются экспериментально. Например, при повреждении лопаток паровых турбин на электростанциях или при кавитационной эрозии судовых винтов [3], при действии струи кумулятивного заряда [4, 5]. В отличие от хорошо исследованного откола, который используется для определения откольной прочности материала [6], фокусированный откол не изучен.

Рисунок 2 иллюстрирует иглоподобное откольное разрушение, возникшее при обжатии цилиндрического бронзового образца. Несмотря на то что кумуляция в осевой зоне образца приводит к значительному росту давления, обращает на себя внимание факт сохранения исходной микроструктуры образца вблизи полосы локализованной деформации.

На второй стадии внедрения ударника, в области расходящихся траекторий s_0 , ударная волна испытывает резкое затухание амплитуды, оценить которую можно по величине давления той характеристики s , которая в этот момент пересекает встречную траекторию s_0 . Волновая картина в ударнике более сложная из-за наличия высокоскоростного набегающего потока, скорость которого равна скорости удара W . Торможение потока на фронте затухающей волны приводит к восстановлению давления P_0 . Как видно на рис. 1, на протяжении всего процесса взаимодействия деформированных тел, давление за фронтом ударной волны в центральной части ударника остается постоянным, равным P_0 , а на гранях – $P_B = (0.25 - 0.32)P_0$. Серым цветом на рис. 1 обозначена область, где амплитуда ударной волны сохраняет первоначальное значение, а белым цветом окрашены участки после разгрузки.

В момент $\tau = \frac{2}{\sqrt{2bs_0}}$, когда траектории s_0 головных характеристик выходят на противоположные боковые грани ударника, площадь фронта становится равной сечению ударника. Выход импульса сжатия на свободную боковую поверхность сопровождается образованием новой центрированной волны разгрузки. Дальнейший процесс распространения ударной волны повторяет волновую картину начальной стадии удара. При этом роль преграды исполняет материал ударника, че-

рез который прошла затухающая ударная волна. Процесс торможения удлиненного ударника оказался периодическим. Всю длину ударника можно разделить на пространственные циклы, в которых волновая картина повторяется. Длина цикла постоянна и равна

$$S_0 = \frac{2}{\sqrt{2bs_0}} + \frac{\sqrt{2bs_0}}{2}.$$

Каждый цикл состоит из двух стадий, которые характеризуются снижением площади невозмущенной ударной волны и последующего восстановления давления за счет торможения встречного потока. Торможение ударника сопровождается образованием потока импульсов сжатия, направленных к преграде. Именно внутреннее торможение ударника приводит к возобновлению прерванного процесса внедрения ударника в преграду. Величина импульсов сжатия, приходящих на контактную поверхность, зависит от расстояния, где имело место торможение. По мере удаления от мест торможения ($S_0, 2S_0, 3S_0$ и т.д.) величина импульса, пришедшего на преграду, заметно снижается.

Интересно отметить, что приход первого импульса сжатия (S_0) на контактную поверхность сопровождается образованием новой откольной повреждаемости в виде кольца, поскольку боковая грань и иглоподобная трещина становятся источниками разгрузки. Образование кольцевого тела перед внедряющимся снарядом, названный “пробкой”, — хорошо известный факт [7]. Однако механизм образования “пробки” на основе ясных физических законов до сих пор не описан в литературе. Известно, что поверхность “пробки” при баллистических скоростях нагружения ограничена полосой локализованной деформации (адиабатические полосы сдвига) в форме кольца. Попытка объяснить образование деформационных полос термомеханической моделью локализации деформации [8], основанной на тепловом разупрочнении материала, оказалась не состоятельной [9].

Приход следующего второго потока импульсов сжатия ($2S_0$) на преграду сопровождается образованием дополнительных двух кольцевых откольных повреждений, которые разрушают ранее сформировавшуюся “пробку”. Процесс торможения и внедрения ударника заканчивается, когда ударная волна выходит на торцевую поверхность ударника.

Ниже приведен конкретный пример, иллюстрирующий последовательный характер разрушения преграды в условиях импульсного нагружения удлиненным ударником.

Пример. Исходные данные: $P_0 = 19.07$ ГПа ($s_0 = 0.1$), $\rho = 7.85$ г/м³, ударная адиабата: $D = 4.63 +$

$+ 1.33u$, $P_{spall} = 2.4$ ГПа ($s_{spall} = 0.014$), $P_H = 1.7$ ГПа ($s_H = 0.01$).

Тогда давление на боковой грани ударника составит $P_B = 0.32P_0 = 6.1$ ГПа и остается неизменным в течение всего процесса внедрения, длина пространственного цикла $S_0 = 4.14$, толщина упрочненного слоя $h_0 = 11.3$. Иголоподобная повреждаемость реализуется в форме трещины ($s_0 > s_{spall}$). Приход первого импульса (с максимальным давлением 6.1 ГПа ($s_I = 0.035$)) вызывает образование откольной кольцевой трещины ($s_I > s_{spall}$). Максимальное давление второго импульса сжатия (1.96 ГПа ($s_{II} = 0.011$)), пришедшего на контактную поверхность, ниже откольной прочности ($s_H < s_{II} < s_{spall}$). В результате в преграде сформируются две кольцевые полосы локализованной деформации, которые разрушат ранее образованную “пробку”. Последующие импульсы сжатия с удаленных участков ударника вырождаются в звуковые волны и не могут изменить ранее возникшую повреждаемость преграды.

В заключение следует отметить главную особенность импульсного взаимодействия двух деформированных тел — разрушение преграды протекает последовательно. Другая особенность процесса — прерывистый характер внедрения ударника в преграду, как следствие цикличности торможения ударника.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИСМАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гриб А.А., Рябинин Л.Г., Христианович С.А. Об отражении плоской ударной волны в воде от свободной поверхности // ПММ. 1956. № 4. С. 532–544.
2. Буравова С.Н., Гордолопов Ю.А. Природа образования полос адиабатического сдвига // ДАН. 2007. Т. 417. № 6. С. 756–759. <https://doi.org/10.1134/S1028335807120063>
3. Buravova S.N., Gordolov Y.A. Cavitation erosion as a kind of dynamic damage // Int. J. Fract. 2011. V. 170. Iss. 1. P. 83–93. <https://doi.org/10.1007/s10704-011-9604-z>
4. Raftenberg M.N. A Shear Banding Model for penetration calculation. Army Research Laboratory: Aberdeen Proving Groundry, ARL-TR-2221, 2000. 67 p.
5. Rittel D., Osovski S. Dynamic failure by adiabatic shear banding // Int. J. Fract. 2010. V. 162. Iss. 1–2. P. 177–185. <https://doi.org/10.1007/s10704-010-9475-8>
6. Канель Г.И., Разоренов С.В., Уткин А.В., Фортвов В.Е. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. М: Янус-К, 1996. 408 с.
7. Wright T.W. The physics and mathematics of adiabatic shear bands. UK: Cambridge University Press, 2002. 260 p.

8. Zener C., Hollomon J.H. Effect of strain rate upon plastic flow of steel // J. Appl. Phys. 1944. V. 15. Iss. 22. P. 22–32.
<https://doi.org/10.1063/1.1707363>
9. Buravova S.N., Petrov E.V. Strain localization under impulse load // Forces in Mechanics. 2021. V. 3. 100015. P. 1–7.
<https://doi.org/10.1016/j.finmec.2021.100015>

MATERIAL DAMAGE OF THE BARRIER CAUSED BY IMPACT WITH AN ELONGATED BODY

S. N. Buravova^a, E. V. Petrov^a, Corresponding Member of the RAS M. I. Alymov^a,
and V. O. Kopytskiy^a

^a *Merzhanov Institute of Structural Macrodynamics and Materials Science Russian Academy of Sciences,
Chernogolovka, Moscow Region, Russia*

The wave pattern analysis of the elongated striker interaction with the barrier allowed us to establish a number of previously unknown features of the process. The entire length of the striker can be divided into sections where the wave pattern repeats the initial phase of the impact, while the barrier role is played by the striker material. Throughout the entire process of two bodies interaction, the mass velocity and pressure behind the shock wave front moving along the side face have constant values equal to (0.25–0.32) of the initial value. The cycle itself is characterized by two stages. At the first stage, the convergence of the lateral unloading waves on the contact surface leads to the establishment of zero pressure – a layer of unloaded material is formed between the shock waves in the barrier and the striker, while the striker penetration stops. A needle-like crack along the symmetry axis appears as a result of focusing the unloading lateral waves. The second stage is characterized by shock wave attenuation. The incoming flow, whose velocity is equal to the impact velocity, is slowed down at the attenuation wave front, which leads to an increase in pressure and the compression pulses formation. The arrival of compression pulses on the barrier restores the interrupted process of the striker penetration and creates new spall damage in the rings form around the needle-like spall, as a result of the unloading waves interference, the sources of which are the spall cracks formed earlier and the striker side face.

Keywords: striker, explosive loading, shock wave, unloading wave, penetration, “plug”

К ВОПРОСУ О ВЫВОДЕ ФОРМУЛЫ МАГНУСА

© 2022 г. С. О. Гладков^{1,*}

Представлено академиком РАН А.С. Сиговым 28.02.2022 г.

Поступило 05.03.2022 г.

После доработки 05.03.2022 г.

Принято к публикации 09.06.2022 г.

Исходя из условия потенциальности течения гидродинамического потока, обтекающего стационарно вращающийся шар, впервые приведен подробный аналитический вывод формулы для силы Магнуса, описывающей не диссипативное боковое воздействие со стороны поступательно движущегося вязкого потока.

Ключевые слова: эффект Магнуса, частота вращения, потенциальное течение, закон Бернулли

DOI: 10.31857/S2686740022060086

Вопрос, о котором сейчас пойдет речь, относится к общим проблемам теоретической гидродинамики, и связан он с эмпирически полученным почти двести лет назад эффектом, впервые наблюдавшимся Магнусом. Напомним, что его суть заключается в следующем. Если на стационарно вращающийся с постоянной угловой частотой ω шар натекает также стационарно движущийся с поступательной скоростью \mathbf{u} поток газа (или жидкости), то оказывается, что в этих условиях возникает дополнительная (не диссипативная!) боковая сила, действующая перпендикулярно траектории движения шара.

Полученная для нее эмпирическая зависимость имеет вид (см., к примеру, [1–17]):

$$F_M = \rho_0 V_T \omega u = k m \omega u, \quad (1)$$

где ρ_0 – плотность натекающего потока, $V_T = \frac{4\pi}{3} R^3$ – объем шара, коэффициент $k = \frac{\rho_0}{\rho_T}$, ρ_T – плотность шара, m – его масса.

Чтобы аналитически получить формулу (1), мы будем исходить из геометрии задачи, проиллюстрированной на рис. 1.

Принципиальным моментом в ее решении является факт потенциальности потока, натекающего на шар. Физически это связано с тем, что взаимодействием молекул газа (или жидкости) с поверхностью шара можно пренебречь. Такой же подход используется и в задаче Жуковского при вычислении подъемной силы крыла. В этом

смысле обе эти задачи качественно сильно отличаются от задачи Стокса, в которой взаимодействие с поверхностью шара имеет ключевое значение, приводящее к линейной зависимости силы сопротивления от скорости потока \mathbf{u} .

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

В стационарном случае для распределения давления мы имеем право воспользоваться формулой Бернулли [18]:

$$P = P_0 - \frac{\rho_0 v^2}{2}, \quad (2)$$

где P_0 – давление на большом расстоянии от шара.

Наряду с уравнением сохранения энергии (2) для потенциального обтекания нам необходимо воспользоваться также и условием несжимаемости, т.е. уравнением

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0. \quad (3)$$

Поскольку $\operatorname{rot} \mathbf{v} = 0$, то скорость можно искать в виде

$$\mathbf{v} = \nabla \varphi, \quad (4)$$

где φ – потенциал.

Подстановка (4) в условие (3) приводит к уравнению Лапласа:

$$\Delta \varphi = 0. \quad (5)$$

Его фундаментальное решение, как известно, имеет вид (см. [18])

$$\varphi = \frac{C}{r}, \quad (6)$$

где C – константа.

¹ Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

*E-mail: sglad51@mail.ru

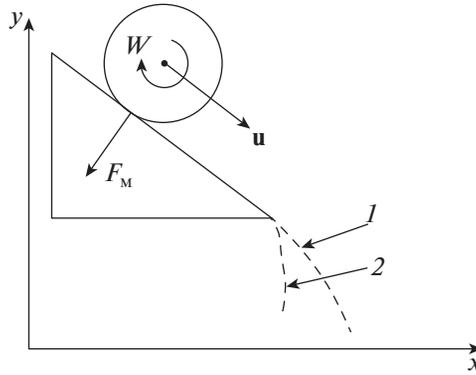


Рис. 1. Схематическое изображение задачи. Кривая 1 показывает траекторию без эффекта Магнуса. Кривая 2 – с учетом эффекта Магнуса.

В силу линейности уравнения (5) мы имеем право искать его решение в аддитивном виде с учетом двух независимых факторов: частоты вращения и скорости поступательного движения. Именно поэтому благодаря (6) для интересующего нас распределения скоростей в окрестности шара можно написать, что

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} + (\mathbf{A} \cdot \mathbf{u}) \nabla \left(\frac{1}{r} \right) + B \left[\boldsymbol{\omega} \times \nabla \left(\frac{1}{r} \right) \right], \quad (7)$$

где \mathbf{A} , B – постоянные, которые легко определить из граничного условия “сшивки” скорости со скоростью точек на поверхности шара:

$$\mathbf{v}|_{r=R} = [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}]. \quad (8)$$

Легко проверить непосредственной подстановкой, что векторная функция (7) будет удовлетворять уравнению непрерывности (3).

Подстановка (7) в условие (8) немедленно приводит к следующим значениям постоянных:

$$\mathbf{A} = \mathbf{R}\mathbf{R}, \quad B = R^3. \quad (9)$$

То есть решение (7) можно представить как

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - \frac{R\mathbf{r}}{r^3} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{u}) - \frac{R^3}{r^3} [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}]. \quad (10)$$

В соответствии с рис. 1 боковая сила, действующая на вращающийся шар, должна быть направлена вдоль оси y , а ее проекция может быть найдена как скалярное произведение:

$$dF_y = \mathbf{j} \cdot d\mathbf{F}, \quad (11)$$

где согласно (2)

$$d\mathbf{F} = \left(P_0 - \frac{\rho_0 v^2}{2} \right) d\mathbf{S}, \quad (12)$$

а вектор элемента поверхности определяется обычным образом как

$$d\mathbf{S} = \mathbf{n} dS = \mathbf{n} R^2 \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (13)$$

Поэтому согласно решению (10) из определения (11) с учетом промежуточных формул (12) и (13) следует, что поперечную силу можно вычислить, исходя из выражения

$$F_y = R^2 \times \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(P_0 - \frac{\rho_0}{2} \left\{ \mathbf{u} - \frac{R\mathbf{r}}{r^3} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{u}) - \frac{R^3}{r^3} [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}] \right\}^2 \right) \Big|_{r=R} \times (\mathbf{n} \cdot \mathbf{j}) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (14)$$

Сумма трех слагаемых в фигурных скобках после возведения в квадрат дает

$$G = \left\{ \mathbf{u} - \frac{R}{R^2} (\mathbf{R} \cdot \mathbf{u}) - [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}] \right\}^2 = u^2 + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}]^2 - 2(\mathbf{u} \cdot [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}]) - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u})^2, \quad (15)$$

где, напомним, единичный вектор нормали к поверхности сферы вводится обычным образом как

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{R}}{R}.$$

Если в формуле (15) ввести единичные орты в соответствии с рис. 1, то для G имеем

$$G = u^2 + \omega^2 R^2 [\mathbf{i} \times \mathbf{n}]^2 - 2u\omega R (\mathbf{k} \cdot [\mathbf{i} \times \mathbf{n}]) - u^2 (\mathbf{n} \cdot \mathbf{k})^2 = u^2 + \omega^2 R^2 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi - 2u\omega R (\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}) - u^2 \cos^2 \theta. \quad (16)$$

После подстановки (16) под знак интеграла в формуле (14) и, учитывая, что скалярное произведение единичных векторов можно представить как

$$(\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}) = \sin \theta \sin \varphi,$$

получим

$$F_y = R^2 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(P_0 - \frac{\rho_0}{2} \left[u^2 + \omega^2 R^2 \cos^2 \theta \sin^2 \varphi - 2u\omega R \sin \theta \sin \varphi - u^2 \cos^2 \theta \right] \right) \sin^2 \theta \sin \varphi d\theta d\varphi.$$

При интегрировании по полярному углу φ видно, что первое, второе, третье и пятое слагаемые исчезают, и у нас остается только четвертое слагаемое, которое дает

$$F_y = \rho_0 u \omega R^3 \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta \sin^2 \varphi d\theta d\varphi.$$

После элементарного интегрирования легко приходим к искомому ответу:

$$F_y = \frac{4\pi}{3} \rho_0 u \omega R^3 = \rho_0 V_T u \omega \quad (17)$$

Заметим, к слову, что решения задач близкой направленности довольно подробно изложены, например, и в работах [19, 20].

Сравнивая аналитическую формулу (17) с эмпирической зависимостью (1), видим их полное соответствие.

Учитывая специфику приведенного выше решения, формулу (17) можно переписать теперь в общем векторном виде:

$$\mathbf{F} = km[\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}]. \quad (18)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Приведен строгий аналитический вывод формулы для силы Магнуса, найденной ранее чисто эмпирическим путем.

2. Показано, что полученное решение принципиально можно привести лишь в том случае, если исходить из формального предположения о потенциальности натекаемого потока ($\text{rot } \mathbf{v} = 0$).

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает искреннюю признательность доценту МАИ С.Б. Богдановой за предоставленный рисунок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Robins B.* New principles of gunnery: containing the determination of the force of gun-powder, and an investigation of the difference in the resisting power of the air to swift and slow motions. Ed. J. Nourse. London, 1742.
2. *Magnus G.* Über die Abweichung der Geschosse, Abhandlungen der Königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1852. P. 1–23.
3. *Magnus G.* Über die Abweichung der Geschosse, und: Über eine abfallende Erscheinung bei rotierenden

Körpern // *Annalen der Physik.* 1853. V. 164. № 1. P. 1–29.

4. *Rayleigh J.W.* On the Irregular Flight of a Tennis Ball // *Messenger of Mathematics.* 1877. V. 7. P. 14–27.
5. *Lafay A.* Sur l'Inversion du Phénomène de Magnus // *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences.* 1910. V. 151. P. 32–45.
6. *Martin J.C.* On the Magnus Effects Caused by the Boundary Layer Displacement Thickness on Bodies of Revolution at Small Angles of Attack. BRL. 1955. Rep. 870. Aberdeen Proving Ground, Maryland, USA.
7. *Platou A.S.* Magnus Characteristics of Fined and Non Fined Projectiles // *AIAA Journal.* 1960. V. 3. № 1. P. 83–90.
8. *Jacobson I.D.* Magnus Characteristics of Arbitrary Rotating Bodies. AGARDograph. 1970. No. AG-171.
9. *Dwyer H., Sander B.R.* Magnus Forces Spinning Supersonic Cones. Pt I. The Boundary Layer // *AIAA Journal.* 1976. V. 14. P. 498–522.
10. *Sander B.R., Dwyer H.* Magnus Forces Spinning Supersonic Cones. Part I: The Inviscid Flow. *AIAA Journal.* 1976. V. 14. P. 576–582.
11. *Sturek W.B., Dwyer H., Kayser L., Nietubicz C., Reklis R., Opalka K.* Computations of Magnus Effects for Yawed Spinning Body of Revolution // *AIAA Journal.* 1978. V. 16. № 7. P. 687–692.
12. *Sturek W.B., Schiff L.* Computations of the Magnus Effect for Slender Bodies in Supersonic Flow // *AIAA Paper.* 1980. No. 80–1586.
13. Элементарный учебник физики. Под редакцией академика Г.С. Ландсберга. Т. 1. Механика. Теплота. Молекулярная физика. М.: Наука, 1984. С. 370–372.
14. *Семенов М.В., Якута А.А.* Механика сплошных сред. Лекционный эксперимент. (Университетский курс общей физики). Под общ. ред. В.А. Алешкевича. МГУ: Изд-во Физического факультета, 1999. С. 56.
15. *Péchie M., Guillen P., Cayzac R.* Magnus Effect Over Finned Projectiles // *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets.* 2001. V. 38. № 4. P. 542–549.
16. *De Spirito J., Heavy K.R.* CFD Computations of Magnus Moment and Roll Damping Moment of Spinning projectile. 2004 // *AIAA paper* 2004-4713.
17. *Cayzac R., Carette E., Pascal D., Guillen P.* Magnus effect: Physical Origins and Numerical Prediction // *J. Applied Mechanics.* 2011. V. 78. № 5. 051005 (7 p.).
18. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. Т. 6. М.: Наука, 1988. 733 с.
19. *Гладков С.О.* Об одном доказательстве единственности гидродинамического решения Стокса // *Известия вузов. Физика.* 2018. Т. 61. № 6 (726). С. 103–105.
20. *Гладков С.О., Зо Аунг.* О поправках к силе Стокса по числу Кнудсена // *Известия вузов. Физика.* 2020. Т. 63. № 12 (756). С. 68–81.

**ON THE QUESTION OF THE DERIVATION
OF THE MAGNUS FORMULA**

S. O. Gladkov^a

^a *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS A.S. Sigov

Based on the condition of the potentiality of the flow of the hydrodynamic flow flowing around the stationary rotating ball for the first time a detailed analytical conclusion of the formula for the Magnus force is given describing the non-dissipative lateral impact from the direction of the progressively moving viscous flow.

Keywords: Magnus effect, rotational speed, potential current, Bernoulli's law

УДК 629.7

ОБ УРАВНЕНИЯХ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО ТЕЛА ПРИ ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТИ ОТБРАСЫВАНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В ПРЕДПОСЫЛКАХ СПЕЦИАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

© 2022 г. У. Н. Закиров^{1,*}

Представлено академиком РАН Р.З. Сагдеевым 03.12.2021 г.

Поступило 07.12.2021 г.

После доработки 26.01.2022 г.

Принято к публикации 09.06.2022 г.

У космического тела переменного состава постулируется управляемая (переменная) скорость истечения массы, вырабатываемая механизмом использования внутренней энергии. На основе этого постулата выводятся уравнения динамики в отсутствие внешних сил в рамках специальной теории относительности, решение которых позволяет изучать актуальные задачи в ракетодинамике и астрофизике во всем физическом диапазоне скоростей движения.

Ключевые слова: скорость истечения, специальная теория относительности, четырехмерная скорость, параметр управления k

DOI: 10.31857/S2686740022060165

В работах [1, 2] были представлены уравнения движения космического тела переменного состава при постоянной скорости отбрасываемых продуктов сгорания. В настоящем сообщении рассматривается случай переменной скорости истечения, приводящий к уточненной формуле движения космического тела в специальной теории относительности (СТО), в частности, к аналогу формулы Циолковского. Решение Циолковского сыграло и еще играет значительную роль в создании научной базы мировой космонавтики; оно было сформулировано на базе ньютоновской механики. Однако возникновение нехимических с ядерным содержанием двигателей требует уточнения и перехода к специальной теории относительности, в которой постулируется метрическое аффиносвязанное пространство – четырехмерное плоское псевдоевклидово пространство [3].

Как отмечал Л.И. Седов [4], с динамической точки зрения нельзя признать реалистичным постоянство скорости истечения; более того, по его убеждению, “регулированием скорости истече-

ния за конечное время в системе наблюдателя в принципе возможен разгон космического тела до скорости света, происходящий за конечное время в системе наблюдателя”. Исходя из этого мы постулируем функционал $\frac{V_{\text{ист}}}{c}$ в виде

$$\frac{V_{\text{ист}}}{c} = \left(\frac{V_{\text{ист}k}}{c} \right) \left(1 - k \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{m(t)}{m_0} \right)^{2n-1} \right). \quad (1)$$

Для простоты примем $n = 1$:

$$\frac{V_{\text{ист}}}{c} = \left(\frac{V_{\text{ист}k}}{c} \right) \left(1 - k \frac{m(t)}{m_0} \right). \quad (2)$$

Здесь при полном выгорании тела, когда материя превращается в поток фотонов, $\frac{m(t)}{m_0} \rightarrow 0$,

$\frac{V_{\text{ист}k}}{c} \rightarrow 1$; в начальный момент при $\frac{m(t)}{m_0} = 1$ параметр k может характеризовать свойства исследуемого тела, $\frac{V_{\text{ист}}}{c} = \left(\frac{V_{\text{ист}k}}{c} \right) (1 - k)$.

Используя постулаты СТО, а также гипотезу Мещерского–Папапетру о контактном взаимодействии из закона сохранения четырех импульсов в системе отсчета внешнего наблюдателя в

¹ Институт механики и машиностроения
Федерального исследовательского центра
“Казанский научный центр Российской академии наук”,
Казань, Россия

*E-mail: zakirural@mail.ru

Таблица 1

m/m_o	0.9	0.8	0.6	0.5	0.3	0.1
v/c	0.104	0.22	0.47	0.60	0.83	0.98

отсутствие внешних сил следует записать уравнение [5]:

$$V^\gamma \frac{dm}{ds} + m \frac{dV^\gamma}{ds} = A^\gamma \frac{dm^\times}{ds}, \quad (3)$$

где $ds^2 = c^2 dt^2 - (dx^1)^2 - (dx^2)^2 - (dx^3)^2$, $V^k = \left(\frac{dx^k}{dt} \right) / \left(1 - \frac{v}{c} \right)^{1/2}$ – скорость тела, $V^o = \left(\frac{1}{1 - \frac{v}{c}} \right)^{1/2}$, A^γ –

четырёхмерная скорость выхлопа; $\frac{dm^\times}{ds}$ – скорость изменения массы выхлопа. Умножая (3) скалярно на ковариантную скорость V_γ , имеем

$$\frac{dm^\times}{ds} = \left(\frac{dm}{ds} \right) / (V^\gamma A_\gamma). \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получим

$$\frac{dV^\gamma}{ds} = \left(\frac{A^\gamma}{|V^\gamma A_\gamma| - V^\gamma} \right) \left(\frac{dm}{ds} \right) / m. \quad (5)$$

Используя преобразования Лоренца, правила сложения скоростей Эйнштейна, получим уравнение

$$\frac{dV^\gamma}{ds} = \left(\frac{v_{ист}^\gamma}{c} \right) \left(\frac{dm}{ds} \right) / \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right)^{1/2} m. \quad (6)$$

Для простоты рассмотрим одномерную кинематику

$$\begin{aligned} \frac{dV}{ds} &= \left(\frac{v_{ист}}{c} \right) \left(\frac{dm}{ds} \right) / \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right)^{1/2} m, \\ V &= \left(\frac{v}{c} \right) / \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставим в (7) выражение (2):

$$\begin{aligned} d \left(\frac{v}{c} \right) / \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right)^{1/2} / ds &= \\ &= \left[\left(\frac{v_{истk}}{c} \right) \left(1 - k \frac{m(t)}{m_o} \right) \right] \left(\frac{dm}{ds} \right) / \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right)^{1/2} m. \end{aligned} \quad (8)$$

После интегрирования (8) получим окончательный результат:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{dm}{ds} < 0 \quad \frac{v}{c} &= \left\{ 1 - \frac{1 - \frac{v_0}{c}}{1 + \frac{v_0}{c}} \left(\frac{m(t)}{m_o} \right)^2 e^{2r(1-m/m_o)} \right\} / \\ &/ \left\{ 1 + \frac{1 - \frac{v_0}{c}}{1 + \frac{v_0}{c}} \left(\frac{m(t)}{m_o} \right)^2 e^{2r(1-m/m_o)} \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

При $\frac{m}{m_o} \rightarrow 0 \quad \frac{v}{c} = \left(\frac{v_{истk}}{c} \right) = 1$, при $\frac{m}{m_o} = 1 \quad \frac{v}{c} = 0$.

В табл. 1 для примера приводится иллюстрация формулы (9), $k = 0.01$.

Подводя итоги, следует отметить, что выбор модели истечения и полученное решение могут быть связаны с задачами оптимизации движения космического тела при больших скоростях, в задачах инерциальной навигации, а также в изучении астрофизики тел с переменной массой в космологии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Закиров У.Н.* Механика релятивистских космических полетов. М.: Наука, 1984.
2. *Закиров У.Н.* Релятивистская механика для инженеров. Казань: КФУ, 2020.
3. *Эйнштейн А.* Сущность теории относительности. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1955.
4. *Седов Л.И., Цыпкин А.Г.* Основы макроскопических теории гравитации и электромагнетизма. М.: Наука, Главная ред. физ.-мат. лит., 1989.
5. *Закиров У.Н.* Уравнения движения космического тела переменного состава в предпосылках теории относительности // ДАН СССР. 1980. Т. 254. № 1. С. 50–52.

ABOUT EQUATIONS OF A SPACE BODY MOTION WITH DISCARDING COMBUSTION PRODUCTS VARIABLE SPEED IN THE PREREQUISITES OF A SPECIAL THEORY OF RELATIVITY

U. N. Zakirov^a

^a *Institute of Mechanics and Engineering of FIC KazSC of the Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia*

Presented by Academician of the RAS R.Z. Sagdeev

In the report, a controlled (variable) speed of mass outflow generated by the internal energy utilization mechanism is postulated for a space body with a variable composition. On the basis of this postulate, equations of dynamics in the absence of external forces are derived within the framework of the special relativity theory, such solution gives possibility to investigate the crucial problems of rocket dynamics and astrophysics in the entire physical range of motion speeds.

Keywords: outflow speed, special theory of relativity, four-velocity, k control parameter

УДК 537.2

О ВЫЧИСЛЕНИИ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА ЭЛЕКТРОНА В ПРОВОДЯЩЕЙ НЕОДНОСВЯЗНОЙ ОБЛАСТИ

© 2022 г. Академик РАН В. И. Колесников¹, И. В. Лавров², В. В. Бардушкин²,
А. П. Сычев^{3,*}, В. Б. Яковлев²

Поступило 26.04.2022 г.

После доработки 26.04.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

Приводится оригинальный вывод формулы для средней длины свободного пробега электрона в проводящей неодносвязной области в трехмерном пространстве, для которой справедлива теорема Остроградского–Гаусса, при условии рассеяния от границы области по закону Ламберта. Результат может быть использован для прогнозирования оптических характеристик нанокompозитов с включениями с металлической оболочкой.

Ключевые слова: металлическая оболочка, неодносвязная область, средняя длина свободного пробега, рассеяние по закону Ламберта

DOI: 10.31857/S2686740022060098

ВВЕДЕНИЕ

В металлических наночастицах, погруженных в диэлектрик, при воздействии на них электромагнитного поля могут возникать поверхностные плазмоны, т.е. приповерхностные коллективные колебания электронов проводимости [1]. Данные колебания происходят в узком диапазоне частот вблизи некоторой резонансной частоты и сопровождаются поглощением и рассеянием электромагнитной волны. Вследствие этого композиты с диэлектрической матрицей и металлическими наноразмерными включениями могут обладать свойствами, отсутствующими у природных материалов [2, 3]. Свойство иметь плазмонные резонансы обуславливает использование наночастиц из благородных металлов также в биосенсорике, геномике, в медицине при диагностике на клеточном уровне и лечении путем направленной доставки лекарственных веществ к очагу заболевания [4]. При этом резонансные оптические свойства наночастиц должны попадать в диапазон, в котором биоткани обладают прозрачностью для электромагнитного излучения, что до-

стигается путем подбора металла, а также размера, формы и структуры наночастиц. В частности, перспективным представляется использование неоднородных частиц с диэлектрическим ядром и металлической оболочкой, поскольку частотное положение плазмонного резонанса зависит от толщины последней [5, 6].

В случае, когда размер частицы намного меньше длины волны электромагнитного излучения, для прогнозирования ее оптических характеристик, а также свойств неоднородных сред, содержащих такие частицы, можно использовать квазистатический подход, комбинирующий, с одной стороны, электростатические соотношения между величинами полей в различных частях рассматриваемой системы, и, с другой стороны, учет зависимости материальных характеристик составляющих системы от частоты воздействующего поля. При этом следует учитывать изменение материальных характеристик малых частиц по сравнению с соответствующими материальными характеристиками массивного образца вследствие рассеяния электронов от границы области. В частности, размерная поправка диэлектрической проницаемости для малой металлической частицы производится на основе модели Друде в следующей форме [4, 7]:

$$\varepsilon(\omega, \langle l \rangle) = \varepsilon_b(\omega) + \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma_0)} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)},$$

где ω_p , γ_0 — плазменная частота и константа затухания электронов в массивном образце материала

¹ Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Россия

² Институт нанотехнологий микроэлектроники Российской академии наук, Москва, Россия

³ Федеральный исследовательский центр Южный научный центр Российской академии наук, Ростов-на-Дону, Россия

*E-mail: alekc_sap@mail.ru

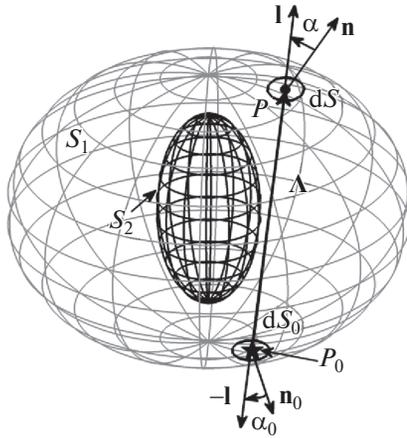


Рис. 1. Перемещение электрона в эллипсоидальной оболочке из начальной точки $P_0 \in S$ в конечную точку $P \in S$.

соответственно; $\epsilon_b(\omega)$ – диэлектрическая проницаемость массивного образца; $\gamma = \gamma_0 + Av_F/\langle l \rangle$ – измененная с учетом размерного эффекта константа затухания электронов в частице; v_F – скорость электронов на поверхности Ферми; $\langle l \rangle$ – средняя длина свободного пробега электрона в частице; A – безразмерный параметр, определяемый деталями процесса рассеяния электронов поверхностью частицы. Теоретические и экспериментальные исследования свидетельствуют о том, что константа A не зависит от размера частицы, а зависит от вещества, из которого она состоит [8].

Средняя длина $\langle l \rangle$ свободного пробега электрона для одной и той же частицы зависит от принимаемой в рассмотрение модели рассеяния электронов поверхностью. Наиболее широко используются следующие две модели:

1) модель Эйлера диффузного рассеивания [9], в которой интенсивность рассеяния электронов в каждой точке поверхности предполагается не зависящей от направления;

2) модель рассеяния по закону Ламберта, в которой интенсивность рассеяния считается пропорциональной косинусу угла между направлением вылета электрона и нормалью к поверхности [8]. Вторую модель иногда также называют моделью бильярдного рассеяния [10, 11], так как инвариантная мера, соответствующая модели с абсолютно упругим отражением частиц от границы области, имеет такой же вид, как и в случае модели рассеяния по закону Ламберта [10].

В работе [12] в предположениях модели бильярдного рассеяния получено общее выражение для средней длины свободного пробега частицы в неоднородной области с гладкими границами в пространстве произвольного числа измерений.

Тем не менее после этого в ряде работ было произведено непосредственное вычисление $\langle l \rangle$ в двухсвязных областях правильной геометрической формы в трехмерном пространстве при условии рассеяния по закону Ламберта. В частности, в [10] вычислена $\langle l \rangle$ в сферической, а в [11] – в цилиндрической проводящих оболочках.

В настоящей работе приводится оригинальный вывод формулы для средней длины свободного пробега электрона в произвольной проводящей неоднородной области с гладкой границей в трехмерном пространстве, для которой справедлива теорема Остроградского–Гаусса, при условии рассеяния от границы по закону Ламберта. При этом также показывается, что при рассеянии по закону Ламберта в каждой точке границы выполняется условие динамического равновесия: поток падающих электронов на малую площадку поверхности, содержащую данную точку, совпадает с потоком электронов, рассеиваемых с данной площадки.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ

Рассмотрим область V , заключенную между двумя поверхностями-эллипсоидами S_1 (наружная граница) и S_2 (внутренняя граница) (рис. 1). Полную границу области V обозначим через S . Пусть электрон вылетает из точки $P_0 \in S$ и, двигаясь прямолинейно без столкновений с другими частицами, попадает в точку $P \in S$. Тогда $\Lambda = \overline{P_0P}$ – вектор перемещения электрона при данном движении, а длина его свободного пробега равна $\Lambda = P_0P$.

Средняя длина свободного пробега электронов вычисляется по формуле [8]

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{\int \Lambda dw}{\int dw}, \tag{1}$$

где dw – дифференциал инвариантной меры. В данном случае dw может быть записан в виде

$$dw = q(P_0, \mathbf{l}) dS_0 d\Omega, \tag{2}$$

где $q(P_0, \mathbf{l})$ – плотность потока рассеиваемых электронов в точке P_0 в направлении \mathbf{l} ,

$$\mathbf{l} = \frac{\Lambda}{\Lambda};$$

dS_0 – элемент поверхности вокруг точки P_0 ; $d\Omega$ – телесный угол, под которым из точки P_0 виден элемент dS поверхности вокруг точки P . Для $d\Omega$ имеем

$$d\Omega = \frac{\cos \alpha dS}{\Lambda^2}, \tag{3}$$

где α – угол между \mathbf{l} и внешней нормалью \mathbf{n} к поверхности S в точке P ,

$$\cos \alpha = \frac{\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{n}}{\Lambda}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), получим

$$d\Omega = \frac{\mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{n}}{\Lambda^3} dS.$$

Интегрирование в (1) производится по всевозможным отрезкам $P_0P \in V$.

Пусть M_0 и M – две произвольные точки из замыкания \bar{V} области V . Введем характеристическую функцию $\theta(M_0, M)$, или функцию взаимной “видимости” точек M_0 и M :

$$\theta(M_0, M) = \begin{cases} 1, & M_0M \subset \bar{V}; \\ 0, & M_0M \not\subset \bar{V}. \end{cases} \quad (5)$$

Очевидно, что $\theta(M_0, M)$ – симметричная, т.е. $\theta(M_0, M) = \theta(M, M_0)$.

Обозначим через $\mu = \int dw$ – нормировочный коэффициент в (1). С учетом (2), (3), (5) выражение для μ примет следующий вид:

$$\mu = \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS. \quad (6)$$

Тогда для $\langle \Lambda \rangle$ из (1) будем иметь

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\mu} \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda} dS. \quad (7)$$

Заметим, что величина, стоящая под внешним интегралом в (6), есть поток электронов dQ_0^+ с площадки dS_0 , рассеиваемый по всем направлениям:

$$dQ_0^+ = \left(\iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS \right) dS_0.$$

С другой стороны, поменяв в (6) порядок интегрирования, получим выражение для потока электронов, попадающих на площадку dS :

$$dQ^- = \left(\iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS_0 \right) dS. \quad (8)$$

Из (8) элементарной подстановкой получается поток электронов, падающих на площадку dS_0 :

$$dQ_0^- = \left(\iint_S \theta(P, P_0) q(P, \mathbf{l}_0) \frac{\cos \alpha_0}{\Lambda^2} dS \right) dS_0,$$

где $\mathbf{l}_0 = -\mathbf{l}$; α_0 – угол между \mathbf{l}_0 и внешней нормалью \mathbf{n}_0 к dS_0 .

Условием динамического равновесия является равенство потоков рассеиваемых с площадки dS_0 и падающих на нее электронов, т.е.

$$dQ_0^+ = dQ_0^-,$$

откуда вытекает равенство интегралов

$$\begin{aligned} \iint_S \theta(P_0, P) q(P_0, \mathbf{l}) \frac{\cos \alpha}{\Lambda^2} dS &= \\ = \iint_S \theta(P, P_0) q(P, \mathbf{l}_0) \frac{\cos \alpha_0}{\Lambda^2} dS, \end{aligned} \quad (9)$$

которое должно выполняться для любой точки $P_0 \in S$.

Проверим, что равенство (9) будет выполняться, если рассеяние электронов с поверхности S будет подчиняться закону Ламберта. Действительно, в этом случае плотность потока рассеиваемых с площадки dS_0 электронов в направлении \mathbf{l} будет пропорциональна косинусу угла α_0 между \mathbf{l} и внутренней нормалью $(-\mathbf{n}_0)$ к dS_0 , т.е.

$$q(P_0, \mathbf{l}) = q_0 \cos \alpha_0, \quad (10)$$

где q_0 – некоторая константа. При этом для плотности рассеиваемых с площадки dS электронов в направлении \mathbf{l}_0 будем иметь

$$q(P, \mathbf{l}_0) = q(P, -\mathbf{l}) = q_0 \cos \alpha. \quad (11)$$

Подставив (10) и (11) в (9), с учетом симметричности $\theta(P, P_0)$ получим тождественное равенство.

В дальнейшем будем считать, что рассеяние электронов происходит по закону Ламберта. С учетом того, что константа q_0 входит в качестве множителя в числитель и знаменатель выражения (7), можно принять, что $q_0 = 1$. Тогда выражения (6) и (7) примут следующий вид:

$$\mu = \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda^2} dS, \quad (12)$$

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\mu} \iint_S dS_0 \iint_S \theta(P_0, P) \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda} dS. \quad (13)$$

Обозначим через S_{P_0} часть поверхности S , состоящую из точек P , “видимых” из точки P_0 . Тогда соотношения (12) и (13) можно записать следующим образом:

$$\mu = \iint_S dS_0 \iint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda^2} dS, \quad (14)$$

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\mu} \iint_S dS_0 \iint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda} dS.$$

Обозначим также подобласть области V , состоящую из точек, “видимых” из точки P_0 , через V_{P_0} , т.е.

$$V_{P_0} = \{M \mid M \in V, \theta(P_0, M) = 1\}.$$

Границей области V_{P_0} является поверхность

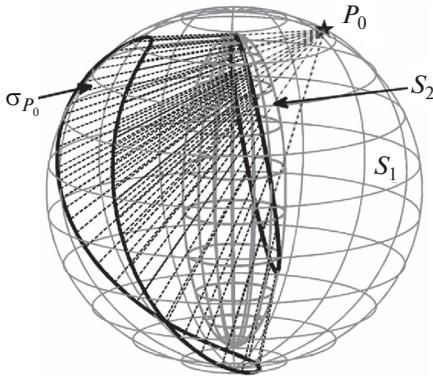


Рис. 2. Поверхность σ_{P_0} , разделяющая “видимую” и “невидимую” из точки $P_0 \in S$ части области эллипсоидальной оболочки V .

$$\partial V_{P_0} = S_{P_0} \cup \sigma_{P_0}, \quad (15)$$

где σ_{P_0} – поверхность, состоящая из отрезков лучей, выходящих из точки P_0 и касающихся поверхности S_2 , между точками касания и пересечения с поверхностью S_1 . На рис. 2 изображена поверхность σ_{P_0} для случая, когда $P_0 \in S_1$. Если $P_0 \in S_2$, то она же и является точкой касания, а σ_{P_0} представляет собой часть касательной плоскости к S_2 в точке P_0 , границей которой служит линия ее пересечения с S_1 .

Вычислим внутренний интеграл в (14):

$$I_{\text{int}} = \iint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda^2} dS = \iint_{S_{P_0}} \cos \alpha_0 d\Omega,$$

интегрирование ведется по всем направлениям, лежащим в одном полупространстве от плоскости Π_0 , касательной к S в точке P_0 , причем вместо поверхности интегрирования S_{P_0} можно взять любую поверхность, охватывающую все эти направления. Для простоты возьмем полусферу S_R^+ радиуса R с центром P_0 . Тогда

$$d\Omega = \frac{dS}{R^2}.$$

Введем параметризацию полусферы с помощью сферических углов α_0, ψ_0 (α_0 – полярный угол, $0 \leq \alpha_0 \leq \pi/2$, ψ_0 – азимутальный угол, $0 \leq \psi_0 < 2\pi$). Тогда $dS = R^2 \sin \alpha_0 d\alpha_0 d\psi_0$,

$$I_{\text{int}} = \int_0^{2\pi} d\psi_0 \int_0^{\pi/2} \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 d\alpha_0 = \pi. \quad (16)$$

Подставив (16) в (14), получим

$$\mu = \pi S,$$

где S – полная площадь поверхности, ограничивающей V :

$$S = S_1 + S_2.$$

Таким образом, для $\langle \Lambda \rangle$ имеем выражение

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\pi S} \iint_S dS_0 \iint_{S_{P_0}} \frac{\cos \alpha_0 \cos \alpha}{\Lambda} dS,$$

которое с учетом (4), а также того, что

$$\cos \alpha_0 = -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda}, \quad (17)$$

можно переписать в виде:

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\pi S} \iint_S dS_0 \iint_{S_{P_0}} \frac{(-\Lambda \cdot \mathbf{n}_0)(\Lambda \cdot \mathbf{n})}{\Lambda^3} dS. \quad (18)$$

Преобразуем внутренний поверхностный интеграл в (18) по теореме Остроградского–Гаусса с учетом (15). Введем обозначение для векторного поля в подынтегральном выражении:

$$\mathbf{v} = -\frac{(\Lambda \cdot \mathbf{n}_0)\Lambda}{\Lambda^3},$$

тогда

$$J_{\text{int}} = \iint_{S_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \iint_{\partial V_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS - \iint_{\sigma_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS.$$

Поскольку на поверхности σ_{P_0} $\Lambda \perp \mathbf{n}$, то $(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})|_{\sigma_{P_0}} = 0$, поэтому

$$J_{\text{int}} = \iint_{S_{P_0}} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \iiint_{V_{P_0}} \text{div } \mathbf{v} dV. \quad (19)$$

Найдем $\text{div } \mathbf{v}$. Обозначим

$$\psi = \Lambda \cdot \mathbf{n}_0, \quad \mathbf{b} = -\frac{\Lambda}{\Lambda^3},$$

где $\Lambda = \overline{P_0 M}$, M – текущая точка внутри V_{P_0} . По известному правилу дифференцирования

$$\text{div } \mathbf{v} = \text{div}(\psi \mathbf{b}) = (\nabla \psi) \mathbf{b} + \psi \text{div } \mathbf{b}. \quad (20)$$

Далее,

$$\nabla \psi = \nabla(\Lambda \cdot \mathbf{n}_0) = (\nabla \Lambda) \mathbf{n}_0,$$

где градиент векторного поля $\nabla \Lambda$ представляет собой поле линейного оператора с матрицей, имеющей структуру следующего вида [13]:

$$(\nabla \mathbf{a})_{ij} = \left\| \frac{\partial a^i}{\partial x^j} \right\|, \quad \mathbf{a} = (a^1 \ a^2 \ a^3)^T.$$

Так как $\Lambda = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$, где $\mathbf{r} = \overline{OM}$, $\mathbf{r}_0 = \overline{OP_0}$, то $\nabla \Lambda = \mathbf{I}$ – единичный оператор, поэтому

$$\nabla \psi = \mathbf{n}_0. \quad (21)$$

Для дивергенции векторного поля \mathbf{b} имеем

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{b} &= \operatorname{div} \left(-\Lambda \frac{1}{\Lambda^3} \right) = \\ &= -\operatorname{div}(-\Lambda) \frac{1}{\Lambda^3} - \left(\nabla \frac{1}{\Lambda^3} \right) \cdot \Lambda = 0, \quad \mathbf{r} \in \operatorname{int} V_{P_0}. \end{aligned} \quad (22)$$

Таким образом, для внутренних точек объема V_{P_0} из (20)–(22) имеем

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \mathbf{n}_0 \cdot \mathbf{b} = -\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3}. \quad (23)$$

Подставим (23) в (19), тогда

$$J_{\text{int}} = \iiint_{V_{P_0}} \left(-\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dV.$$

Откуда для $\langle \Lambda \rangle$ получим

$$\begin{aligned} \langle \Lambda \rangle &= \frac{1}{\pi S} \iint_S dS_0 \iiint_{V_{P_0}} \left(-\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dV = \\ &= \frac{1}{\pi S} \iint_S dS_0 \iiint_V \theta(P_0, M) \left(-\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dV, \end{aligned} \quad (24)$$

где M – текущая точка области V . Объемный интеграл в (24) является непрерывной функцией точки $P_0 \in S$. В свою очередь, поверхностный интеграл

$$\iint_S \theta(P_0, M) \left(-\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dS_0,$$

полученный сменой порядка интегрирования в (24), есть непрерывная функция точки $M \in V$, поэтому в (24) оправдана смена порядка интегрирования:

$$\langle \Lambda \rangle = \frac{1}{\pi S} \iiint_V dV \iint_S \theta(P_0, M) \left(-\frac{\Lambda \cdot \mathbf{n}_0}{\Lambda^3} \right) dS_0.$$

В силу (17), а также того, что

$$\frac{\cos \alpha_0 dS_0}{\Lambda^2} = d\Omega_0,$$

где $d\Omega_0$ – телесный угол, под которым из точки M видна площадка dS_0 , для $\langle \Lambda \rangle$ имеем

$$\begin{aligned} \langle \Lambda \rangle &= \frac{1}{\pi S} \iiint_V dV \iint_S \theta(P_0, M) d\Omega_0 = \\ &= \frac{1}{\pi S} \iiint_V dV \cdot 4\pi = \frac{4V}{S}, \end{aligned}$$

где V – полный объем оболочки, S – площадь ее полной поверхности.

Таким образом, окончательно получаем

$$\langle l \rangle = \frac{4V}{S}. \quad (25)$$

Заметим, что поскольку при выводе формулы (25) нигде не использовалось то, что S_1 и S_2 – поверхности-эллипсоиды, данная формула справедлива

для произвольной неодносвязной области, для которой может быть применена теорема Остроградского–Гаусса, в том числе и для областей, у которых внутренняя граница состоит из нескольких не пересекающихся между собой поверхностей. В этом случае более сложный вид будут иметь поверхности σ_{P_0} , которые будут состоять из нескольких связанных линейчатых поверхностей, но при этом все полученные результаты останутся справедливыми.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом настоящей работы является выражение (25) для средней длины свободного пробега электрона в проводящей неодносвязной оболочке при условии рассеяния от границы по закону Ламберта, полученное непосредственным вычислением. Данный результат может быть использован при прогнозировании оптических характеристик как отдельных наноразмерных частиц с металлической оболочкой, так и матричных композитов, содержащих такие частицы, используя, например, обобщенное приближение Максвелла Гарнетта [14].

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме № 122040800154-7.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астапенко В.А. Электромагнитные процессы в среде, наноплазманика и метаматериалы. Долгопрудный: Интеллект, 2012. 584 с.
2. Сарычев А.К., Шалаев В.М. Электродинамика метаматериалов. М.: Научный мир, 2011. 224 с.
3. Займидорога О.А., Самойлов В.Н., Проценко И.Е. // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2002. Т. 33. № 1. С. 99–157.
4. Хлебцов Н.Г. // Квантовая электроника. 2008. Т. 38. № 6. С. 504–529.
5. Гузатов Д.В., Ораевский А.А., Ораевский А.Н. // Квантовая электроника. 2003. Т. 33. № 9. С. 817–822.
6. Лавров И.В. // Известия вузов. Электроника. 2018. Т. 23. № 2. С. 113–123. <https://doi.org/10.24151/1561-5405-2018-23-2-113-123>
7. Doyle W.T. // Phys. Rev. B. 1989. V. 39. № 14. P. 9852–9858. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.39.9852>
8. Kreibitz U., Vollmer M. Optical properties of metal clusters. Berlin: Springer-Verlag, 1995. 532 p.
9. Euler J. // Z. Physik. 1954. Bd. 137. S. 318–332. <https://doi.org/10.1007/BF01339155>
10. Moroz A. // J. Phys. Chem. C. 2008. V. 112. № 29. P. 10641–10652. <https://doi.org/10.1021/jp8010074>

11. *Moroz A.* // J. Opt. Soc. of America B. 2011. V. 28. Iss. 5. P. 1130–1138.
<https://doi.org/10.1364/JOSAB.28.001130>
12. *Chernov N.* // J. Stat. Phys. 1997. V. 88. № 1–2. P. 1–29.
<https://doi.org/10.1007/BF02508462>
13. *Лурье А.И.* Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
14. *Колесников В.И., Лавров И.В., Бардушкин В.В., Сычев А.П., Яковлев В.Б.* // Доклады РАН. Физика, Технические науки. 2021. Т. 498. № 1. С. 11–16.
<https://doi.org/10.31857/S268674002103010X>

ON CALCULATION OF MEAN FREE PATH OF ELECTRON IN MULTIPLY CONNECTED CONDUCTIVE DOMAIN

Academician of the RAS **V. I. Kolesnikov^a, I. V. Lavrov^b,
V. V. Bardushkin^b, A. P. Sychev^c, and V. B. Yakovlev^b**

^a *Rostov State Transport University, Rostov-on-Don, Russia*

^b *Institute of Nanotechnology of Microelectronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^c *Federal Research Centre the Southern Scientific Centre of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russia*

The original derivation of the formula for the mean free path of an electron in a conductive multiply connected domain in 3-dimensional space, for which the Ostrogradsky – Gauss theorem is valid, is given, subject to scattering from the boundary of the domain according to Lambert’s law. The result can be used to predict optical characteristics of nanocomposites with metal-coated inclusions.

Keywords: metal shell, multiply connected domain, mean free path, Lambert’s law scattering

ПРОЦЕССЫ ТЕПЛООБМЕНА НА РАННЕЙ СТАДИИ ОБРАЗОВАНИЯ ЗАРОДЫШЕЙ КРИСТАЛЛОВ В СТЕКЛООБРАЗУЮЩИХ МАТЕРИАЛАХ И ПОЛИМЕРАХ

© 2022 г. А. А. Минаков^{1,*}

Представлено академиком РАН И.А. Щербаковым 14.06.2022 г.

Поступило 14.06.2022 г.

После доработки 14.06.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

Проведен анализ локальных тепловых возмущений в переохлажденных стеклообразующих жидкостях при зарождении и распаде зародышей кристаллической фазы. Неравновесный тепловой отклик стеклообразующих материалов на быстрые локальные тепловые возмущения описан при помощи интегрального уравнения с динамической теплоемкостью. Показано, что локальные тепловые возмущения, связанные с образованием зародышей кристаллической фазы, существенно влияют на скорость нуклеации в переохлажденных стеклообразующих жидкостях. Полученные фундаментальные знания могут быть полезны для технологии новых наноструктурированных материалов, полимеров и нанокompозитов.

Ключевые слова: стеклообразующие материалы, неравновесный теплообмен, динамическая теплоемкость, кристаллизация, фазовые превращения

DOI: 10.31857/S2686740022060116

Стеклообразующие материалы и полимеры играют важную роль в разработке новых материалов с улучшенными свойствами. Физические свойства наноструктурированных стеклообразующих материалов можно изменять в широких пределах с помощью соответствующих термообработок без изменения их состава. Контролируемая кристаллизация, используемая для создания искусственных наноструктур, имеет множество применений, включая проектирование и разработку новых материалов и функциональных компонентов. Например, в аддитивном производстве контроль и манипулирование кристаллизацией в стеклах являются ключевым направлением развития различных отраслей промышленности [1]. Фактически, возможности применения стеклообразующих материалов могут быть значительно расширены за счет оптимальной термообработки [2]. Экспериментальное изучение ранних стадий кристаллизации затруднено из-за короткого времени жизни зародышей. Поэтому теоретический анализ нанокристаллизации на ранних стадиях зародышеобразования имеет большое значение

для разработки новых наноструктурированных материалов.

Важной особенностью стеклообразующих жидкостей является релаксация теплоемкости таких жидкостей при изменении их температуры [3–5]. Релаксация теплоемкости обусловлена относительно медленной структурной релаксацией и медленным обменом энергией между различными степенями свободы в стеклах и полимерах. Спектр времен релаксации динамической теплоемкости, диэлектрической проницаемости, рассеяния света, вязкости и других физических параметров стеклообразующих жидкостей чрезвычайно широк и зависит от температуры [3–5]. Динамическая теплоемкость стеклообразующих жидкостей, рассматриваемая как функция времени $c_{dyn}(t)$ или как функция частоты модуляции температуры $c_{dyn}(\omega)$, интенсивно исследовалась после публикации [5]. Поскольку удельная теплоемкость стеклообразующих материалов зависит от времени, то их отклик на тепловое возмущение в момент времени t зависит от распределения температуры $T(t, r)$ в системе в предыдущие моменты времени. Такое поведение может быть описано при помощи интегрального уравнения теплопроводности с запаздыванием [6]. Эффект запаздывания динамической теплоемкости особенно значителен при быстрых локальных тепловых возмущениях (на

¹ Институт общей физики им. А.М. Прохорова
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: minakov@nsc.gpi.ru

наносекундных временных и нанометровых пространственных масштабах [6]. Локальные изменения температуры, связанные с затратами энергии на образование зародышей кристаллической фазы, могут существенно влиять на развитие околокритических зародышей и на динамику нуклеации в стеклообразующих материалах. Цель данной работы – определение локальных тепловых возмущений и их влияние на скорость нуклеации в стеклообразующих материалах при зарождении и распаде околокритических зародышей кристаллов.

Классическая теория нуклеации рассматривает изотермические процессы [4, 7, 8], что справедливо для веществ с достаточно высокой теплопроводностью, когда локальные изменения температуры, связанные с затратой энергии на образование зародышей, пренебрежимо малы. Однако стеклообразующие жидкости имеют низкую теплопроводность порядка $0.1 \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$. При этом локальные изменения температуры, связанные с затратой энергии на образование зародышей, могут быть значительными. Вероятность флуктуационного образования зародыша кристалла пропорциональна $\exp(-R_{\min}/k_B T)$, где k_B – постоянная Больцмана, а R_{\min} – минимальная работа, необходимая для образования зародыша [8]. Заметим, что изменение локального давления, связанное с флуктуацией радиуса $r \sim 10 \text{ нм}$, релаксирует в течение времени порядка $r/V_s \sim 10 \text{ пс}$, где скорость звука $V_s \sim 10^3 \text{ м/с}$. Поэтому локальное давление вблизи флуктуаций можно считать постоянным на шкале времен более 10 пс , что не является справедливым для локальной температуры. Обозначим через t_c время, в течение которого образуется кристаллический зародыш (с момента начала его зарождения); t_c следует отличать от времени запаздывания начала кристаллизации [9]. Формирование зародышей нанометровых размеров в различных материалах может происходить за время t_c порядка $0.01\text{--}1 \text{ нс}$ [9] (и около 1 нс в полимерах [10]). Время t_c сравнимо со временем релаксации локальной температуры вблизи зародыша. Таким образом, необходимо учитывать локальные изменения температуры вблизи зародышей кристаллов.

Минимальная работа R_{\min} равна свободной энергии Гиббса

$$\Delta G(r) = 4\pi\sigma r^2 - \frac{4\pi r^3 \Delta g_v}{3},$$

необходимой для образования зародыша радиуса r , где σ – поверхностное натяжение жидкость–кристалл, $\Delta g_v = \Delta h_m \frac{\Delta T}{T_{m0}}$ – изменение объемной свободной энергии Гиббса при кристаллизации,

Δh_m – объемная энтальпия плавления, T_{m0} – равновесная температура плавления и $\Delta T = (T_{m0} - T)$ – степень переохлаждения жидкости [4, 7]. Устойчивыми являются зародыши, радиус которых больше критического радиуса $r_c = \frac{2\sigma}{\Delta g_v}$. Например,

для силикатного стекла $\text{Na}_2\text{O} \cdot 2\text{CaO} \cdot 3\text{SiO}_2$ и указанных в табл. 1 параметров $r_c = 4.1 \text{ нм}$. Критическому радиусу соответствует энергетический барьер $\Delta G_C = \frac{16\pi\sigma^3}{3\Delta g_v^2}$ или $\Delta G_C = \frac{V\Delta g_v}{2}$, где $V_C = \frac{4\pi r_c^3}{3}$ –

объем критического зародыша [4, 7]. В случае кристаллизации полимеров образуются зародыши в форме пластинок толщиной l и радиусом r .

В этом случае $\Delta G(l, r) = 2\pi r^2 \sigma_e + 2\pi r l \sigma - \pi r^2 l \Delta g_v$, где σ_e и σ – поверхностные натяжения на базисной и боковой поверхностях соответственно [4, 11].

В первом приближении $\Delta g_v = \frac{\Delta h_m \Delta T}{T_{m0}}$. Тогда критическая толщина и критический радиус равны

$l_c = \frac{4\sigma_e}{\Delta g_v}$ и $r_c = \frac{2\sigma}{\Delta g_v}$. Например, для полиэтилена и

указанных в табл. 1 параметров $l_c = 11 \text{ нм}$ и $r_c = 1 \text{ нм}$. Критическим размерам соответствует энергетический барьер $\Delta G_C = \frac{8\pi\sigma^2 \sigma_e}{\Delta g_v^2}$, или $\Delta G_C = V_C \frac{\Delta g_v}{2}$, где

$V_C = \pi r_c^2 l_c$ – объем критического зародыша [4, 11].

Зародыши кристаллической фазы, созданные в результате термодинамических флуктуаций, обладают дополнительной энергией по отношению к исходной метастабильной жидкой фазе. Энергия $\Delta G(r)$, затрачиваемая на образование зародыша, компенсируется локальным охлаждением среды в месте образования зародыша. Локальное изменение температуры $\delta T(t, r)$ релаксирует за время порядка $\frac{r^2}{D_0} \sim 1 \text{ нс}$ при $r = 10 \text{ нм}$ и темпера-

туропроводности жидкости $D_0 \sim 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$. Локальные изменения температуры $\delta T(t, r)$, связанные с энергией, необходимой для образования зародышей, могут составлять порядка нескольких градусов, что может существенно изменить эволюцию околокритических зародышей и, соответственно, динамику нуклеации. Действительно, значительное количество подкритических зародышей может перейти в разряд стабильных, так

как критический радиус $r_c \left(1 + \frac{\delta T}{\Delta T}\right)$ и энергетический барьер $\Delta G_C \left(1 + \frac{2\delta T}{\Delta T}\right)$ уменьшаются с уменьшением локальной температуры (при $\delta T < 0$).

Рассмотрим скорость образования зародышей

Таблица 1. Значения относительного увеличения скорости образования зародышей $\frac{I(T + \delta T)}{I(T)}$ при $\delta T = -2$ К для некоторых силикатных стекол и полимеров

Материал	Δh_m , Дж/м ³	T_{m0} , К	T , К	ΔT , К	σ_e , Дж/м ²	σ , Дж/м ²	ΔG_C , Дж	$\frac{\Delta G_C}{k_B T}$	$\frac{I(T + \delta T)}{I(T)}$
Li ₂ O · 2SiO ₂	9.4×10^8	1310	1100	210		0.2	5.9×10^{-18}	345	1.7×10^3
BaO · 2SiO ₂	5.1×10^8	1690	1460	230		0.13	7.6×10^{-18}	392	7.0×10^2
Na ₂ O · 2CaO · 3SiO ₂	7.2×10^8	1560	1300	260		0.19	8.0×10^{-18}	445	9.4×10^2
iPP	1.57×10^8	461	401	60	0.07	0.0115	5.6×10^{-19}	101	8.4×10^2
PE	2.8×10^8	418	368	50	0.093	0.0146	4.4×10^{-19}	87	1.1×10^3
PBS	2.7×10^8	403	343	60	0.0337	0.0309	5.1×10^{-19}	107	1.3×10^3

$I(T)$, которая пропорциональна $\exp\left(-\frac{\Delta G_C}{k_B T}\right)$ [7, 8, 11]. В табл. 1 приведены значения относительного увеличения скорости образования зародышей $\frac{I(T + \delta T)}{I(T)} = \exp\left(-\frac{\Delta G_C}{k_B T} \cdot \frac{2\delta T}{\Delta T}\right)$ при $\delta T = -2$ К для некоторых силикатных стекол и полимеров таких, как изотактический полипропилен (iPP), полиэтилен (PE) и полибутилен сукцинат (PBS). Параметры этих материалов известны из литературы [7, 11–13]. При оценке отношения $\frac{I(T + \delta T)}{I(T)}$ мы пренебрегли несущественной поправкой $\frac{\delta T}{T}$ по сравнению с $\frac{2\delta T}{\Delta T}$. Кроме того, можно показать, что учет изменения вязкости при таком изменении температуры приводит к несущественному изменению величины $\frac{I(T + \delta T)}{I(T)}$.

Для определения величины δT рассмотрим процессы теплообмена в стеклообразующих материалах при флуктуационном образовании зародышей кристаллов. При этом учтем эффект запаздывания динамической теплоемкости $c_{dyn}(t)$, который особенно значителен для быстрых локальных тепловых возмущений. Поскольку динамическая теплоемкость стеклообразующих материалов $c_{dyn}(t)$ есть функция времени, то их отклик на тепловое возмущение в момент времени t зависит от распределения температуры $T(t, r)$ в предшествующие моменты времени. Поэтому тепловой отклик в стеклообразующих материалах с динамической теплоемкостью можно описать интегральным уравнением теплопроводности с “памятью” [6]. Ограничимся рассмотрением сферически-симметричной задачи. Для нулевых начальных условий это уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \rho c_{dyn}(t - \tau) T'(\tau, r) d\tau - \lambda \Delta T(t, r) = \Phi(t, r), \quad (1)$$

где $T'(t, r) = \frac{\partial}{\partial t} T(t, r)$, Δ – оператор Лапласа, ρ – плотность, λ – теплопроводность и $\Phi(t, r)$ – объемная плотность теплового потока. Оказалось, что уравнение (1) имеет аналитическое решение по крайней мере для однородных краевых задач с плоской, аксиальной и сферической геометрией при тепловом потоке $\Phi(t, r) = \Phi(r) F(t)$ с произвольными кусочно-гладкими $\Phi(r)$ и $F(t)$ [6], если динамическая теплоемкость $c_{dyn}(t)$ есть полностью монотонная функция времени, т.е. может быть представлена соотношением (2), что обычно справедливо для стеклообразующих материалов [6]:

$$c_{dyn}(t) = c_0 - (c_0 - c_{in}) \int_0^\infty H(\tau_0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) d\tau_0, \quad (2)$$

где c_0 и c_{in} – равновесная и начальная теплоемкости ($c_{dyn}(t) \rightarrow c_{in}$ при $t \rightarrow 0$ и $c_{dyn}(t) \rightarrow c_0$ при $t \rightarrow \infty$), а $H(\tau_0)$ – нормированная функция распределения. Функцию распределения $H(\tau_0)$ можно определить при помощи широкополосной спектроскопии теплоемкости, измеряемой в достаточно широком интервале частот модуляции температуры или времен релаксации [3]. Затем, используя функцию распределения $H(\tau_0)$, можно получить искомое решение как линейную комбинацию решений для разных τ_0 . Таким образом, решение краевой задачи для уравнения (1) можно получить сначала для теплоемкости с дебаевской релаксацией:

$$c_{dyn}(t) = c_0 \left[1 - \varepsilon_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \right], \quad (3)$$

где $\varepsilon_0 = \frac{c_0 - c_{in}}{c_0}$, а затем усреднить полученное решение по спектру времен релаксации, известному для заданного вещества из эксперимента. Для теплоемкости с дебаевской релаксацией уравнение (1) приобретает следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} T(t, r) - D_0 \Delta T(t, r) = \\ = \frac{\Phi(t, r)}{\rho c_0} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_0}\right) T'(t, r) d\tau, \end{aligned} \quad (4)$$

где $D_0 = \frac{\lambda}{\rho c_0}$ – равновесная температуропроводность, а ε_0 может быть в диапазоне 0.2–0.5 для различных стеклообразующих жидкостей и полимеров [13].

Рассмотрим сферически-симметричную задачу с источником тепла $\Phi(t, r) = \Phi(r) F(t)$, которое выделяется в области радиусом r_0 при однородном граничном условии на расстоянии R от центра источника: $T(t, R) = 0$. Начальное условие: $T(t, r) = 0$ при $t \leq 0$. Решение краевой задачи $T(t, r)$ можно представить в виде суммы ряда (5):

$$T(t, r) = \sum_{n=1} \Psi_n(t) \frac{\sin(\pi n r / R)}{r}, \quad (5)$$

где функции времени $\Psi_n(t)$ удовлетворяют уравнению (6):

$$\begin{aligned} \Psi_n'(t) + \frac{\Psi_n(t)}{\tau_n} = \frac{r \Phi_n F(t)}{\rho c_0} + \\ + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_0}\right) \Psi_n'(\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Phi_n = \frac{2}{R} \int_0^R r \Phi(r) \sin(\pi n r / R) dr$ и $\tau_n^{-1} = D_0 \left(\frac{\pi n}{R}\right)^2$.

Для примера рассмотрим случай, когда тепловой поток равномерно распределен в области $[0, r_0]$ с плотностью Φ_0 . Тогда

$$\Phi_n = 2R\Phi_0 \frac{\sin(\pi n r_0 / R) - (\pi n r_0 / R) \cdot \cos(\pi n r_0 / R)}{(\pi n)^2}. \quad (7)$$

Рассмотрим случай синусоидального изменения теплового потока во времени: $F_S(t) = \sin(2\pi t / \tau_p)$ при $t \in [0, \tau_p]$ и $F_S(t) = 0$ вне интервала $(0, \tau_p)$. Тогда решением уравнения (6) является функция (8) при $0 \leq t \leq \tau_p$ и (9) при $\tau_p < t$:

$$\begin{aligned} \Psi_n(t) = \frac{\Phi_n}{\rho c_0} \frac{\tau_n \gamma_n \mu_n}{(\gamma_n - \mu_n)} \left[\frac{(\gamma_n \tau_0 - 1) \left[\gamma_n \sin(2\pi t / \tau_p) + \frac{\pi \mu_n}{\tau_p} (\exp(-\gamma_n t) - \cos(2\pi t / \tau_p)) \right]}{(\gamma_n)^2 + \left(\frac{2\pi}{\tau_p}\right)^2} + \right. \\ \left. + \frac{(1 - \mu_n \tau_0) \left[\mu_n \sin(2\pi t / \tau_p) + \frac{2\pi}{\tau_p} (\exp(-\mu_n t) - \cos(2\pi t / \tau_p)) \right]}{(\mu_n)^2 + \left(\frac{2\pi}{\tau_p}\right)^2} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Psi_n(t) = \frac{\Phi_n}{\rho c_0} \frac{2\pi \tau_n \gamma_n \mu_n}{\tau_p (\gamma_n - \mu_n)} \left[\frac{(\gamma_n \tau_0 - 1) [\exp(-\gamma_n t) - \exp(\gamma_n (\tau_p - t))]}{(\gamma_n)^2 + \left(\frac{2\pi}{\tau_p}\right)^2} + \right. \\ \left. + \frac{(1 - \mu_n \tau_0) [\exp(-\mu_n t) - \exp(\mu_n (\tau_p - t))]}{(\mu_n)^2 + \left(\frac{2\pi}{\tau_p}\right)^2} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

где $-\gamma_n$ и $-\mu_n$ – корни полинома $(1 - \varepsilon_0)p^2 + p(\tau_n^{-1} + \tau_0^{-1}) + \tau_n^{-1}\tau_0^{-1}$. Причем параметры γ_n и μ_n –

действительные и положительные величины. Кроме того, $\gamma_n - \mu_n \neq 0$ при любых положительных τ_n, τ_0 и $0 < \varepsilon_0 < 1$.

Например, рассмотрим зарождение и распад кристаллического зародыша радиусом $r_0 = 10$ нм за время $\tau_p = 1$ нс (для качественной демонстрации результата предположим, что зародыш имеет сферическую форму). Рассмотрим краевую задачу при $R = 300$ нм. Поскольку $R \gg r_0$, то величина параметра R не имеет значения. В качестве простой модели возникновения и исчезновения зародыша кристалла рассмотрим синусоидальный поток $\Phi_0 \sin(2\pi t/\tau_p)$.

Заметим, что $\int_0^{\tau_p/2} \Phi_0 \sin(2\pi t/\tau_p) dt = \frac{\Phi_0 \tau_p}{\pi}$, а плотность теплового потока, необходимого для компенсации энергии, затраченной на образование зародыша, равна $-\frac{\Delta g_v}{2} = -\frac{1}{2} \Delta h_m \Delta T / T_{m0}$. Поэтому

$$\Phi_0 = (-\pi \Delta h_m / 2 \tau_p) \left(\frac{\Delta T}{T_{m0}} \right).$$

Для расчетов $\delta T(t, r)$ возьмем $\Delta T = 50$ К и используем теплофизические параметры жидкой фазы полиэтилена: $\rho = 1$ г/см³, $\rho c_0 = 2 \times 10^6$ Дж/м³К, $\lambda = 0.2$ Вт/м · К, $D_0 = 1 \times 10^{-7}$ м²/с, $\epsilon_0 = 1/2$, $T_{m0} = 418$ К и $\Delta h_m = 2.8 \times 10^8$ Дж/м³ [11, 13]. Рассчитаем величину $\delta T(t, r)$ по формуле (5) при $\tau_0 = 0, 0.1$ нс, 1 нс, 10 нс, 100 нс, а также используя функцию распределения $H(\tau_0)$, полученную из релаксационных экспериментов для полиэтилена низкой плотности [14]. Полиэтилен низкой плотности выбран как наиболее быстро релаксирующий полимер, т.е. полимер с минимальным эффектом запаздывания динамической теплоемкости (при более медленной релаксации эффект заведомо больше). Релаксационные явления в стеклообразующих материалах обычно описываются функцией Кольрауша $\exp(-t/\tau_K)^\beta$, где $\beta \sim 0.5$. Причем $H(\tau_0) = \frac{\exp(-\tau_0/4\tau_K)}{\sqrt{4\pi\tau_K\tau_0}}$ при $\beta = 0.5$ и среднее время релаксации равно $2\tau_K$ [15]. Таким образом, измеряя температурную зависимость среднего времени релаксации, можно определить $\tau_K(T)$ и $H(\tau_0)$ при различных температурах. Впрочем, вид функции распределения $H(\tau_0)$ не имеет большого значения, так как с ростом τ_0 эффект, связанный с запаздыванием динамической теплоемкости, насыщается уже при τ_0 порядка десятков нс. Таким образом, $\delta T(t, r)$ можно вычислить для различных τ_0 , а также для распределения $H(\tau_0)$. При расчете $\delta T(t, r)$ заметим, что сумма ряда (5) сходится как

$$S_N = \sum_{n=1}^N 1/n^2 \quad (S_N \rightarrow \pi^2/6 \text{ при } N \rightarrow \infty),$$

а остаток $(\pi^2/6 - S_N)$ не превышает 1% от $\pi^2/6$ при $N \sim 100$.

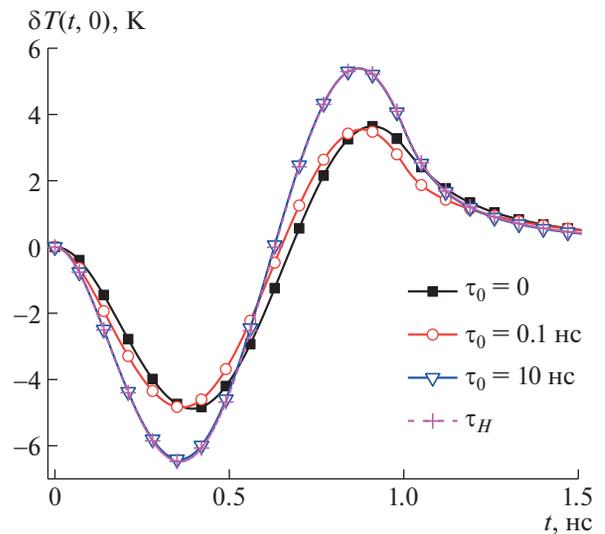


Рис. 1. Зависимость изменения температуры $\delta T(t, 0)$ от времени t при $\tau_0 = 0, 0.1$ и 10 нс и при усреднении по распределению $H(\tau_0)$.

Поэтому, проводя расчеты $\delta T(t, r)$ при $N = 400$, получаем погрешность меньше 1%.

Эффект запаздывания динамической теплоемкости весьма значителен при $\tau_0 = 10$ нс, см. рис. 1. Однако этот эффект еще мал при $\tau_0 = 0.1$ нс, см. рис. 1 и 2а. Эффект становится существенным уже при $\tau_0 = 1$ нс, см. рис. 2а. Впрочем, ростом τ_0 эффект насыщается. Поэтому $\delta T(t, r)$ при $\tau_0 = 10$ и 100 нс практически совпадает с результатом усреднения по $H(\tau_0)$, см. рис. 1, 2. Интересно, что из-за эффекта запаздывания динамической теплоемкости $\delta T(t_0, r)$ при $\tau_0 > 0.1$ нс и $\delta T(t, r)$ при $\tau_0 = 0$ имеют противоположные знаки при $r < 10$ нм и $t_0 = 0.65$ нс, см. рис. 2б.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Локальные тепловые возмущения, связанные с образованием зародышей кристаллической фазы, существенно влияют на скорость нуклеации в переохлажденных стеклообразующих жидкостях. Локальное изменение температуры вблизи зародыша на величину $|\delta T| \sim 2$ К может значительно (на два-три и более порядков) изменить скорость нуклеации. Кроме того, эффект динамической теплоемкости в стеклообразующих материалах существенно влияет на величину δT локального изменения температуры вблизи зародыша. Этот эффект увеличивается с ростом времени релаксации динамической теплоемкости τ_0 и достигает насыщения при τ_0 порядка десятков наносекунд.

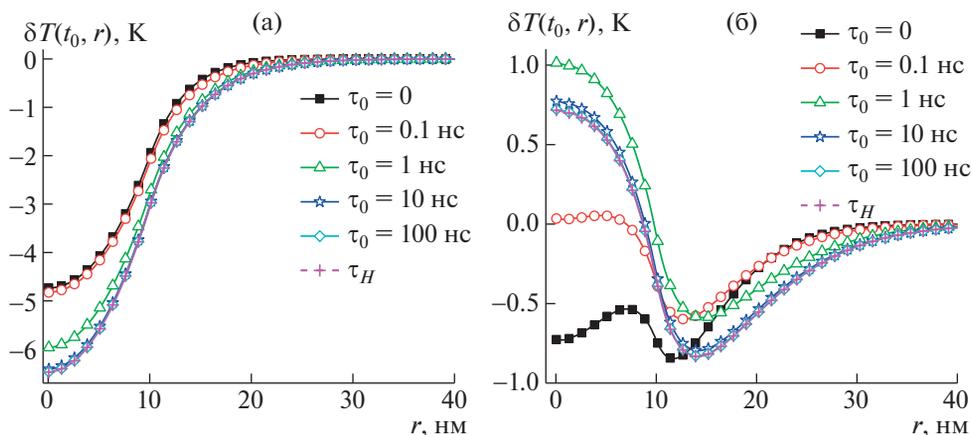


Рис. 2. Зависимость изменения температуры $\delta T(t_0, r)$ от расстояния при $t_0 = 0.35$ нс (а) и $t_0 = 0.65$ нс (б). + – при усреднении по распределению $H(\tau_0)$.

Развитая математическая модель и проведенные оценки $\delta T(t, r)$ могут быть полезны для понимания процессов, происходящих при нанокристаллизации стеклообразующих жидкостей, и при разработке технологии наноструктурированных материалов, полимеров и изделий.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность профессору Ростокского университета (Германия) Кристофу Шиху за плодотворные обсуждения вопросов, связанных с динамикой кристаллизации и релаксации теплоемкости в стеклообразующих материалах и полимерах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liu H., Jiang Q., Huo J., Zhang Y., Yang W., Li X. Crystallization in additive manufacturing of metallic glasses: A review // *Additive Manufacturing* 2020. V. 36. P. 101568. <https://doi.org/10.1016/j.addma.2020.101568>
2. Perepezko J.H., Gao M., Wang J.Q. Nanoglass and nanocrystallization reactions in metallic glasses // *Front. Mater.* 2021. V. 8. P. 663862. <https://doi.org/10.3389/fmats.2021.663862>
3. Chua Y.Z., Schulz G., Shoifet E., Huth H., Zorn R., Schmelzer J.W.P., Schick C. Glass transition cooperativity from broad band heat capacity spectroscopy // *Colloid Polym. Sci.* 2014. V. 292. P. 1893–1904. <https://doi.org/10.1007/s00396-014-3280-2>
4. Ezquerro T.A., Nogales A. Crystallization as Studied by Broadband Dielectric Spectroscopy. Springer, 2020. 290 p.
5. Birge N.O., Nagel S.R. Specific-heat spectroscopy of the glass transition // *Phys. Rev. Lett.* 1985. V. 54. P. 2674–2677. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.54.2674>
6. Minakov A.A., Schick C. Integral-Differential Equation for the Non-Equilibrium Thermal Response of Glass-Forming Materials: Analytical Solutions // *Symmetry*. 2021. V. 13. P. 256. <https://doi.org/10.3390/sym13020256>
7. Fokin V.M., Zanutto E.D., Yuritsyn N.S., Schmelzer J.W.P. Homogeneous crystal nucleation in silicate glasses: A 40 years perspective // *J. Non-Crystal. Sol.* 2006. V. 352. P. 2681–2714. <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrsol.2006.02.074>
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
9. Mahata A., Zaeem M.A., Baskes M.I. Understanding homogeneous nucleation in solidification of aluminum by molecular dynamics simulations // *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* 2018. V. 26. P. 025007. <https://doi.org/10.1088/1361-651X/aa9f36>
10. Gu J., Wang X., Wu J., Wang X. Molecular Dynamics Simulation of Chain Folding for Polyethylene Subjected to Vibration Excitation, *Int. J. Polymer Sci.* // V. 2014. Article ID 506793. 9 p. <https://doi.org/10.1155/2014/506793>
11. Hoffman J.D., Davis G.T., Lauritzen J.I. The Rate of Crystallization of Linear Polymers with Chain Folding. In: Hannay N.B. (eds) *Treatise on Solid State Chemistry*. Springer, Boston, 1976. P. 497–614. https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2664-9_7
12. Qiu Z., Yang W. Crystallization kinetics and morphology of poly(butylene succinate)/poly(vinyl phenol) blend // *Polymer* 2006. V. 47. P. 6429–6437. <https://doi.org/10.1016/j.polymer.2006.07.001>
13. van Krevelen D.W., Nijenhuis K.T. *Properties of Polymers*. Elsevier Science, 2009. 1004 p.
14. Frubing P., Blischke D., Gerhard-Mulhaupt R., Khalil M.S. Complete relaxation map of polyethylene: filler-induced chemical modifications as dielectric probes // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2001. V. 34. P. 3051–3057. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/34/20/308>
15. Berberan-Santos M.N., Bodunov E.N., Valeur B. Mathematical functions for the analysis of luminescence decays with underlying distributions 1. Kohlrausch decay function (stretched exponential) // *Chem. Phys.* 2005. V. 315. P. 171–182. <https://doi.org/10.1016/j.chemphys.2005.04.006>

HEAT TRANSFER PROCESSES AT EARLY STAGES OF CRYSTAL NUCLEATION IN GLASS-FORMING MATERIALS AND POLYMERS

A. A. Minakov^a

^a*Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS I.A. Shcherbakov

Local thermal perturbations in supercooled glass-forming liquids during the nucleation and decay of nuclei of the crystalline phase are analyzed. The nonequilibrium thermal response of glass-forming materials to fast local thermal perturbations is described using an integral equation with dynamic heat capacity. It is shown that local thermal perturbations associated with the formation of nuclei of the crystalline phase significantly affect the nucleation rate in supercooled glass-forming liquids. The obtained fundamental knowledge can be useful for the technology of new nanostructured materials, polymers and nanocomposites.

Keywords: glass-forming materials, nonequilibrium heat transfer, dynamic heat capacity, crystallization, phase transformations

УДК 535.4

СРАВНЕНИЕ ИНТЕНСИВНОСТИ ХИМИЧЕСКИХ И ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ, ПРОИСХОДЯЩИХ ПРИ ЛАЗЕРНО-ИНДУЦИРОВАННОМ ПРОБОЕ КОЛЛОИДНЫХ РАСТВОРОВ НАНОЧАСТИЦ ТЕРБИЯ С РАЗЛИЧНОЙ СТЕПЕНЬЮ ОКИСЛЕНИЯ

© 2022 г. А. В. Симакин^{1,*}, И. В. Баймлер^{1,**}, В. В. Смирнова¹, М. Е. Асташев¹, В. В. Воронов¹, член-корреспондент РАН А. С. Дорохов², С. В. Гудков^{1,2,***}

Поступило 31.05.2022 г.

После доработки 31.05.2022 г.

Принято к публикации 27.06.2022 г.

Рассматривается методика синтеза наночастиц Tb при помощи техники лазерной абляции в различных жидких средах (MQ-вода, этанол, изопропанол, изобутанол) с целью получения коллоидных растворов наночастиц Tb, содержащих различное количество окисленных частиц. Генерация наночастиц в изобутиловом спирте демонстрирует наименьший процент окисленных частиц относительно общего числа частиц в полученном коллоиде с итоговым соотношением окисленных частиц Tb₂O₃ ко всем частицам, близким примерно к 5%. Исследовано влияние окисленных частиц на интенсивность физико-химических процессов (формирование плазмы, ударных волн и акустических сигналов, образование химических продуктов в результате распада молекул воды), происходящих при оптическом пробое коллоидных растворов. Общая тенденция влияния окисленных частиц выражается в увеличении интенсивности вышеперечисленных характеристик при лазерном пробое с увеличением доли Tb₂O₃ относительно общего числа частиц в коллоиде. Наблюдаемый эффект, предположительно, связан с высокой агрегационной способностью частиц Tb₂O₃, коэффициент поглощения частиц при пробое играет вторичную роль.

Ключевые слова: лазерное излучение, наночастицы, тербий, оптический пробой, оксиды

DOI: 10.31857/S2686740022060141

Синтез наночастиц при помощи техники лазерной абляции в жидкости является одним из самых распространенных методов получения частиц различных металлов [1, 2]. К преимуществам этой техники обычно относят простоту, скорость синтеза, а также “чистоту” метода, т.е. отсутствие сторонних химических соединений при синтезе наночастиц.

Последнее преимущество техники лазерной абляции хорошо демонстрируется на примере золотых наночастиц, для получения которых существует множество способов [3, 4], например, метод химического восстановления [5], позволяющий создавать наночастицы Au путем замещения

атома золота в химическом соединении на атом-донор электронов. Лазерная абляция золотой мишени в воде позволяет получать наночастицы золота напрямую без использования сторонних химических соединений, при этом возможно изменять размеры и распределение частиц, варьируя параметры лазерного излучения [6].

Однако получение металлических наночастиц большинства металлов в воде не всегда возможно из-за происходящего при абляции окисления [7], а также последующем взаимодействии с растворенным в воде кислородом [8]. Использование органических растворителей в качестве рабочей жидкости при лазерной абляции позволяет значительно снизить процент оксидов на частицах за счет образования на поверхности частиц углеродных пленок, образующихся при разложении органики в результате воздействия плазмы оптического пробоя [9]. Поэтому на текущий момент интенсивно исследуется влияние оптического пробоя и сопровождающих пробой физических и химических процессов на формирование и модификацию наночастиц при лазерной абляции и лазерной фрагментации.

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова
Российской академии наук, Москва, Россия

²Федеральный научный агроинженерный центр ВИМ,
Москва, Россия

*E-mail: avsimakin@gmail.com

**E-mail: ilyabaymler@yandex.ru

***E-mail: s_makariy@rambler.ru

Известно, что при облучении коллоидных растворов наночастиц излучением инфракрасного диапазона большую часть энергии лазерного излучения поглощают свободные электроны металлической кристаллической решетки, поглощение излучения молекулами среды пренебрежимо мало. Оксиды большинства металлов имеют гораздо более низкий коэффициент поглощения в ближнем ИК по сравнению с чистыми металлами [10], поэтому можно предположить, что использование наночастиц металлов, не имеющих оксидных поверхностных слоев, будет приводить к более эффективному вложению электромагнитной энергии лазерного импульса в плазму пробоя и, как следствие, к увеличению интенсивности сопряженных с пробоем физических и химических процессов.

Таким образом, целью представленной работы является исследование качественных и количественных изменений, происходящих в физических и химических процессах, наблюдаемых при оптическом пробое коллоидов наночастиц Tb одинаковой концентрации и имеющих различное соотношение окисленных и металлических частиц.

Выбор наночастиц тербия в качестве материала наночастиц в данной работе обусловлен тем, что пики оксида тербия на рентгеновских дифрактограммах позволяют проводить качественную оценку доли окисленных частиц в коллоиде, таким образом, можно судить об эффективности использования различных жидких сред при лазерной абляции с целью получения металлических наночастиц.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ

Синтез наночастиц тербия

Наночастицы тербия были получены методом лазерной абляции в жидкости. Отполированную твердую мишень (Tb 99.99%) располагали на дне стеклянной кюветы под тонким слоем рабочей жидкости толщиной 2–3 мм и облучали лазерным излучением (90 Дж/см² на длине волны 1.064 мкм, длительность импульса 10 нс, частота 10 кГц, диаметр пучка 100 мкм). В случае летучих жидкостей кювету накрывают тонким стеклом, чтобы замедлить испарение. При этом рабочие жидкости подобраны по соотношению атомов и, как следствие, по соотношению образующихся окислительно-восстановительных эквивалентов (вода H/O – 2/1, этанол H/O – 6/1, изопропанол H/O – 8/1 и изобутанол H/O – 10/1).

Полученные в результате абляции частицы тербия были перемешаны в MQ-воду при помощи центрифугирования и отмывки в MQ-воде. Первоначально наночастицы тербия осаждались при помощи центрифуги LMC-4200 (Biosan). Центрифугирование происходило при 15 000 об/мин в

течение 40 мин. Из раствора с осажденными наночастицами отбиралась органика, вместо спирта заливалась MQ-вода. Полученный коллоид помещался в ультразвуковую ванну (мощность ультразвука составляла 20 Вт) на 20 мин. Процедура отмывки производилась 6 раз для каждого образца наночастиц тербия.

Размер наночастиц определялся при помощи аналитической центрифуги DC24000 (CPS Instruments). Для подтверждения морфологии наночастиц использовали ПЭМ-изображения с просвечивающего электронного микроскопа Libra 200 FE HR (Carl Zeiss).

Запись дифрактограмм проводилась на рентгеновском дифрактометре Bruker D8 Discover A25 DaVinci Design. Источник излучения – керамическая рентгеновская трубка Siemens KFL, размеры фокуса: 0.4 × 12 мм. Режимы съемки: излучение CuK α , K β -фильтр, $U = 40$ кВ, $I = 40$ мА, геометрия Брэгга–Брентано, коллиматоры Соллера 2.50, щель – 0.638 мм, детектор LYNXEYE, интервал сканирования $2\theta = 15^\circ$ – 80° , шаг сканирования 0.02° , экспозиция в шаге 6 с. Радиус гониометра 280 мм. Спектры обрабатывались программой EVA 2.1.

Экспериментальная установка

Схема используемой установки для исследования физических и химических процессов, наблюдающихся при оптическом пробое, подробно описана в работе [11]. Лазерное излучение ($\lambda = 1064$ нм, $\tau = 10$ нс, $\nu = 10$ кГц, $\epsilon = 2$ мДж, диаметр пучка 40 мкм) вводили в кювету через прозрачное дно с помощью системы зеркал. Введение лазерного излучения указанным способом позволяет избежать дефокусировки лазерного излучения на всплывающих вверх пузырьках газа. Кювета заполнялась водным раствором наночастиц тербия в количестве 10 мл, концентрация наночастиц тербия $n = 10^9$ НЧ/мл. Выбор обозначенной концентрации наночастиц обусловлен эмпирически установленным фактом наибольшей интенсивности всех наблюдаемых процессов, начиная от максимальной интенсивности свечения вспышек плазмы и заканчивая наибольшими скоростями генерации химических продуктов. Чтобы пробой каждый раз происходил в невозмущенной среде, лазерное излучение перемещали по кювете с помощью гальвано-механического сканатора.

Фотосъемка плазмы, образующейся при оптическом пробое, происходила с помощью фотоаппарата Canon D75 (режим макросъемки, градация серого, выдержка 100 мс). На один лазерный импульс может приходиться от нуля до нескольких десятков пробоев, лежащих на разных расстояниях друг от друга, имеющих разные интенсивности

светимости, площади поперечного сечения, амплитуды и т.д. Все перечисленные параметры вычислялись при обработке фотографий с помощью автоматической программы LaserImage.

Акустический спектр лазерного пробоя регистрировался при помощи пленочного пьезодатчика, интегрированного в кювету. Плоскость датчика располагалась параллельно линии сканирования лазерного излучения. Акустический датчик присоединен к цифровому осциллографу (GW Instek GDS-72204E). Осциллограф синхронизировали с лазером с помощью pin-диода таким образом, чтобы сигнал лазера запускал развертку цифрового осциллографа. Для анализа данных использована специально разработанная программа LaserCav. Более детально измерения акустических сигналов и акустические процессы, происходящие в нашей системе, описаны ранее [12].

Химический анализ продуктов, образующихся при оптическом пробое, осуществляли вне экспериментальной кюветы. Отбор проб осуществляли с помощью системы быстрого отбора. Для количественного определения перекиси водорода использовали высокочувствительный метод усиленной хемилюминесценции в системе люминол-*p*-йодофенол-пероксидаза хрена. Детекцию люминесценции проводили с помощью хемилюминометра Биотокс-7АМ (“Экон”, Россия). Концентрацию образовавшейся перекиси водорода рассчитывали, используя калибровочные графики, для построения которых измеряли интенсивность хемилюминесценции образцов, содержащих добавленную перекись водорода известной концентрации. Исходную концентрацию H_2O_2 , используемую для калибровки, определяли спектрофотометрически при длине волны 240 нм с коэффициентом поглощения $43.6 \text{ (M}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1})$. Образцы (3 мл) помещали в полипропиленовые флаконы (Vesckman, США) и добавляли по 0.15 мл “счетного раствора”, содержащего: 1сМ Трис-НСl буфер рН 8,5, 50 мкМ *p*-йодфенол, 50 мкМ люминол, 10 нМ пероксидазы хрена при определении наномолярных концентраций H_2O_2 . “Счетный раствор” готовился непосредственно перед измерением. Чувствительность метода позволяет определять H_2O_2 в концентрации 0.1 нМ.

Определение продукции ОН-радикалов осуществляли с помощью реакции с кумарин-3-карбоновой кислотой (ККК), продукт гидроксирования которой – 7-гидроксикумарин-3-карбоновая кислота (7-ОН-ККК) – является удобным флуоресцентным зондом для определения образования этих радикалов. Раствор ККК (0.5 мМ) приготавливали в фосфатно-солевом буфере (Sigma, USA) рН 7.4. Наночастицы к раствору добавляли непосредственно перед воздействием лазерного излучения. Флуоресценцию продукта реакции ККК с гидроксильным радикалом – 7-ОН-

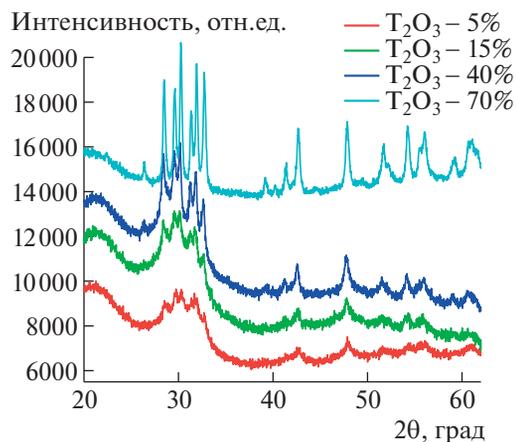


Рис. 1. Рентгеновские дифрактограммы полученных образцов наночастиц тербия. Проценты означают количественное соотношение окисленных частиц тербия к общему числу частиц.

ККК, измеряли на спектрофлуориметре FP-8300 (JASCO, Япония) с $\lambda_{\text{ex}} = 400 \text{ нм}$, $\lambda_{\text{em}} = 450 \text{ нм}$. Калибровку производили с помощью коммерческой 7-ОН-ККК (Sigma, USA).

РЕЗУЛЬТАТЫ

Морфология наночастиц тербия

На рис. 1 представлены дифрактограммы четырех образцов наночастиц тербия, полученных при абляции в воде (Tb_2O_3 –70%), этаноле (Tb_2O_3 –40%), изопропанол-е (Tb_2O_3 –15%) и изобутаноле (Tb_2O_3 –5%). Пики оксида и металлического Tb часто перекрываются, что делает невозможным количественные оценки. Так, в интервале $2\theta = 27$ –34 градуса наблюдается секстет, содержащий 6 пиков Tb_2O_3 и 3 пика Tb. Последняя линия секстета сформирована из точно совпадающих пиков (–1 1 2) Tb_2O_3 и (1 0 1) Tb. Среднюю величину наночастиц Tb_2O_3 удастся оценить по пику (3 1 3) при $2\theta = 47.8$ град. Для образцов наночастиц тербия, полученных в воде, на долю оксида приходится более 70%, можно предполагать, что наночастицы, полученные в этаноле, в среднем состоят из оксидов на 40%, полученные в изопропанол-е на 15%, в изобутаноле на 5%.

Проведена оценка среднего диаметра всех полученных наночастиц (рис. 2а). Показано, что для 90% полученных частиц значение диаметра находится в диапазоне от 3.5 до 4.5 нм, у 99% наночастиц – от 2 до 7 нм. В то же время в коллоиде присутствуют частицы с более крупными размерами в основном от 50 до 200 нм, что отражается в распределении частиц тербия по массе, однако их количество в коллоиде пренебрежимо мало в сравнении с количеством мелких частиц (рис. 2б).

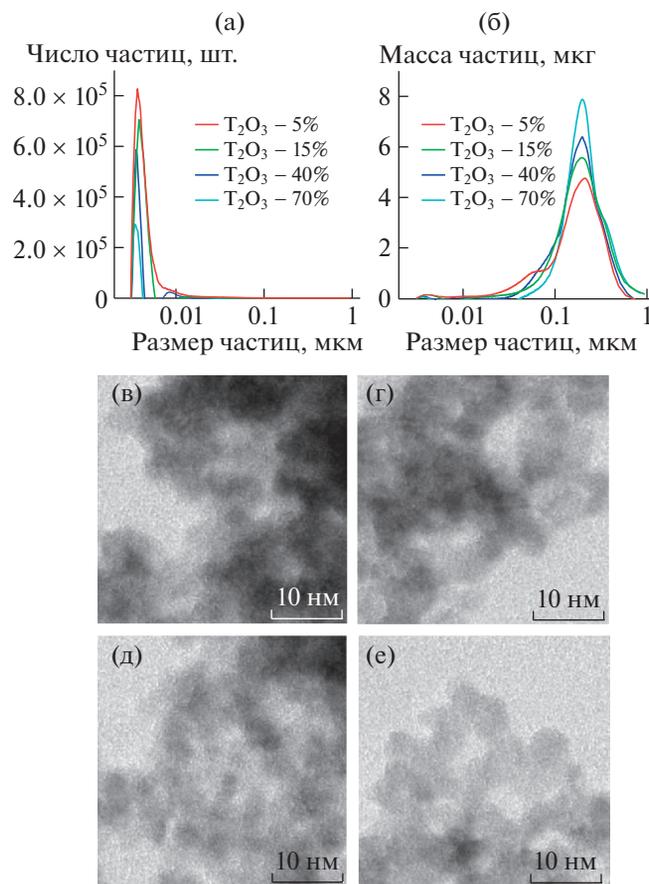


Рис. 2. Распределение числа наночастиц Tb в зависимости от размера (а) и распределение веса наночастиц Tb в зависимости от размера (б). ТЕМ-изображения наночастиц Tb, полученных при лазерной абляции, в изобутаноле (в), изопропанол (г), этаноле (д) и воде MQ (е). Величина масштабной метки на ТЕМ-снимках – 10 нм.

Данные, полученные с дисковой центрифуги по определению среднего размера, подтверждены снимками с ТЕМ (рис. 2, в–е). Приведены изображения для каждой группы исследуемых частиц, полученных с использованием различных жидкостей – изобутанола, изопропанола, этанола и MQ-воды. Контраст микрофотографий с просвечивающего микроскопа подтверждает различное содержание оксидов тербия в наночастицах разных групп. Например, на рис. 2в изображены наночастицы Tb, полученные при лазерной абляции в изобутаноле, а на рис. 2е показаны частицы Tb, полученные при абляции в воде. Видно, что на рис. 2в контуры некоторых частиц оказываются более темными и контрастными в сравнении с изображением на рис. 2е, что говорит о присутствии на первом рисунке в основном металлических частиц, в то же время полностью окисленные частицы “менее контрастны”, что указывает на присутствие оксида.

Анализ вспышек плазмы пробоя

На рис. 3а–г представлены результаты по анализу пространственного распределения пробоев в

вспышках плазмы, а также исследование интенсивностей индивидуальных пробоев и общей интенсивности вспышек в зависимости от используемого типа частиц Tb. Зависимость среднего количества пробоев, приходящихся на один лазерный импульс, от степени окисленности частиц приведена на рис. 3а. Показано, что с увеличением доли окисленных в коллоидном растворе частиц среднее количество пробоев в одной вспышке увеличивается с 0.2 шт/импульс при использовании полностью металлических частиц (5%) до 0.3 шт/импульс пробоев в одной вспышке для почти полностью окисленных частиц (70%).

Одновременно с ростом числа отдельных пробоев в одном треке наблюдается и увеличение среднего расстояния между соседними пробоями (рис. 3б). Так, при облучении коллоидных растворов, содержащих только 5% окисленных частиц, среднее расстояние между соседними пробоями в лазерном треке составляет примерно 300 мкм. Увеличение числа окисленных частиц в облучаемом растворе приводит к росту расстояния измеряемого расстояния до 360 мкм для коллоида с 15%-м содержанием оксидов, около 430 мкм с 40%-м и до примерно 500 мкм при

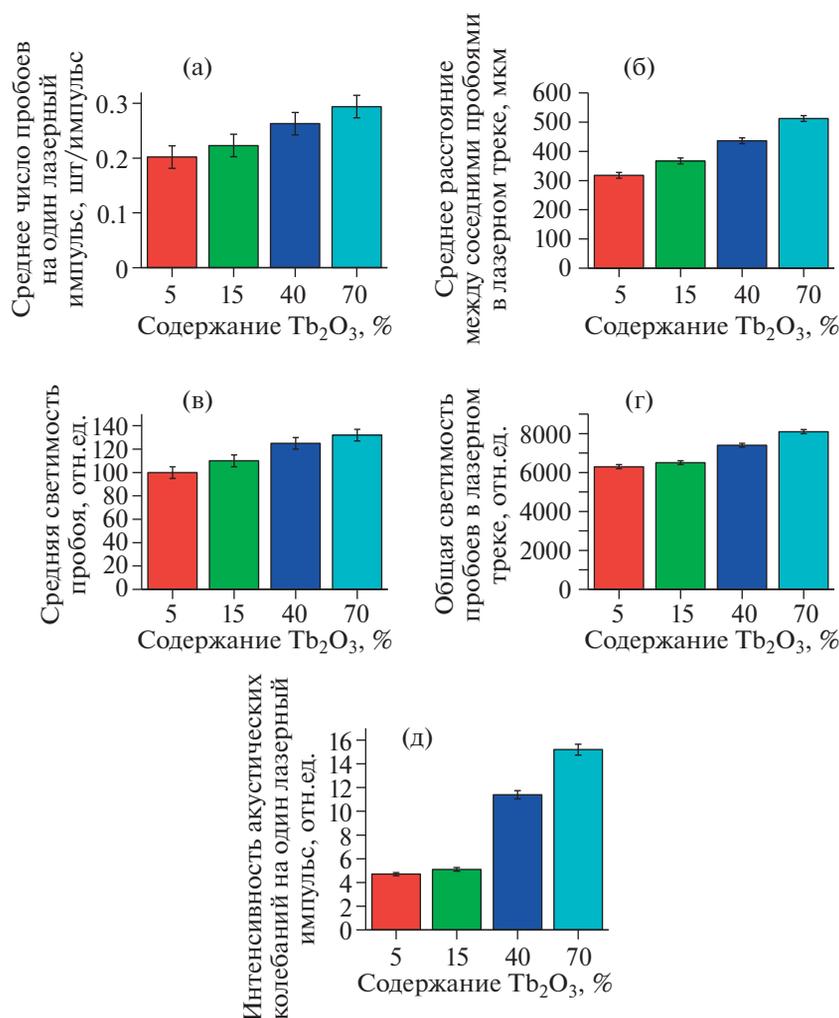


Рис. 3. Изменение пространственного распределения и характеристик пробоев в плазменной вспышке в зависимости от процентного содержания наночастиц Tb₂O₃: а – зависимость среднего числа пробоев, приходящихся на один лазерный импульс, от степени окисленности коллоида; б – изменение среднего расстояния между ближайшими вспышками в зависимости от степени окисленности наночастиц в коллоиде; в – изменение средней интенсивности единичного пробоя от окисленности наночастиц; г – зависимость общей светимости плазменной вспышки от степени окисленности наночастиц; д – влияние степени окисленности наночастиц на величину интенсивности акустических сигналов, регистрируемых от одного лазерного импульса. Величины амплитуд акустических сигналов усреднены по 10 измерениям. Ошибки обозначают стандартное отклонение среднего (SEM).

облучении растворов с 70%-м содержанием окисленных наночастиц. Как результат, измеряемое среднее расстояние между пробоями увеличивается примерно на 40% при увеличении числа окисленных частиц в коллоиде с 5 до 70%.

Величина интенсивности свечения отдельных пробоев также демонстрирует рост (рис. 3в). При облучении коллоидных растворов с 5%-м содержанием окисленных частиц тербия средняя интенсивность вспышек плазмы составляет примерно 100 отн.ед. При увеличении количества частиц оксида Tb₂O₃ наблюдается монотонное увеличение средней интенсивности пробоев – с примерно 110 отн.ед. при облучении коллоида с 15%-м содержанием окисленных частиц до 120 отн.ед. при облу-

чении 40%-го коллоидного раствора и до 130 отн.ед., соответственно, для коллоида с окисленными частицами, составляющими 70% от общего числа. Таким образом, рост интенсивности вспышек составляет примерно 30% от изначального значения интенсивности.

Монотонный рост наблюдается и при измерении общей интенсивности вспышек плазмы (рис. 3г): увеличение общей светимости вспышки при добавлении различных типов частиц в раствор приводит к росту светимости примерно с 6200 отн.ед. (Tb₂O₃ – 5%) до 6400 (Tb₂O₃ – 15%), до 7400 отн.ед. (Tb₂O₃ – 40%) и до 8100 отн.ед. (Tb₂O₃ – 70%).

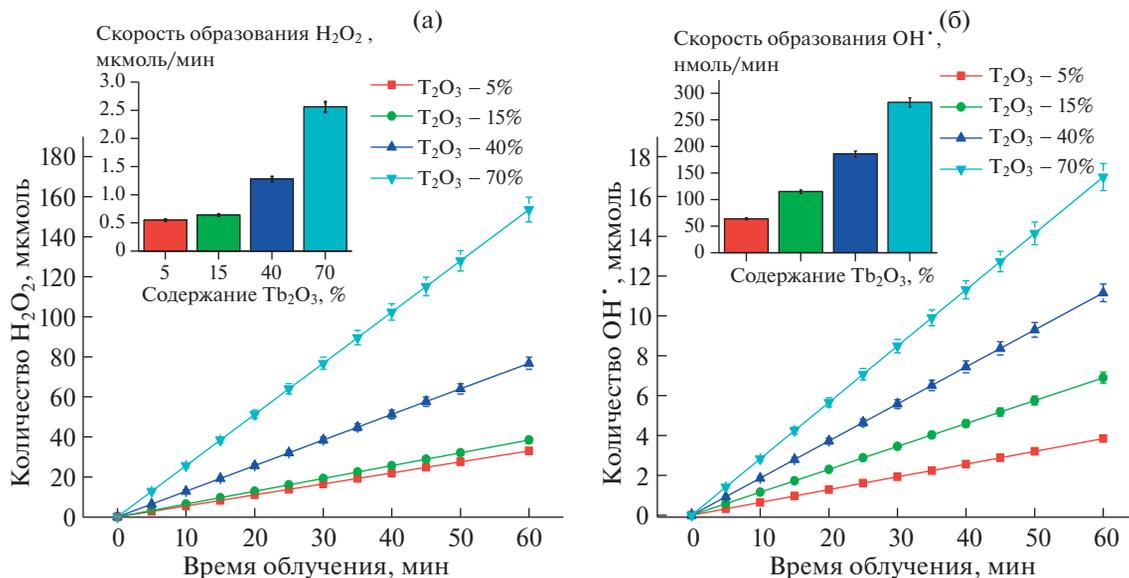


Рис. 4. Образование перекиси водорода и гидроксильных радикалов при лазерном пробое водных растворов наночастиц Tb; а – концентрация перекиси водорода в зависимости от времени облучения и скорость образования перекиси водорода в зависимости от содержания окисленных наночастиц Tb_2O_3 ; б – концентрация гидроксильных радикалов в зависимости от времени облучения и скорость образования гидроксильных радикалов в зависимости от степени окисленности коллоида наночастиц Tb. Значения измеряемых параметров усреднены по 5 измерениям, ошибки соответствуют стандартному отклонению среднего.

Анализ акустических сигналов при оптическом пробое

Изменения амплитуд ультразвуковых колебаний, индуцированных оптическим пробоем в зависимости от степени окисленности частиц Tb, представлены на рис. 3д. Показано, что интенсивность ультразвуковых колебаний увеличивается при увеличении доли окисленных частиц в облучаемом коллоиде. При изменении доли окисленных частиц с 5 до 15% от общего числа частиц интенсивность акустических колебаний изменяется незначительно. Увеличение числа окисленных частиц в облучаемом коллоиде до 40% приводит к резкому увеличению интенсивности ультразвука, а именно, пиковые значения амплитуд акустических колебаний в среднем увеличиваются в 2.5 раза. При дальнейшем увеличении доли окисленных частиц тербия интенсивность акустических колебаний возрастает и становится больше изначальных величин интенсивности акустики в 3 раза. При этом интенсивность акустических колебаний при оптическом пробое на наночастицах тербия, содержащих 70% оксидов, примерно на 20% больше по сравнению интенсивностью колебаний при оптическом пробое на наночастицах, содержащих примерно 40% оксидов.

Образование перекиси водорода и гидроксильных радикалов

Образование перекиси водорода и гидроксильных радикалов под действием оптического

пробоя, индуцированного лазерным излучением, на наночастицах тербия представлено на рис. 4. Показано, что количество окисленных наночастиц влияет на генерацию перекиси водорода и гидроперекисных радикалов под действием оптического пробоя, как показано на рис. 4а, 4б соответственно.

На рис. 4а показаны изменения концентрации перекиси водорода в растворе с увеличением длительности облучения для различных типов растворов. Для всех образцов характерно линейное увеличение концентрации перекиси водорода с ростом времени облучения. Наклон кривых позволяет определить скорость, с которой происходит образование перекиси водорода. Из рис. 4 видно, что при использовании наночастиц с процентным содержанием оксидов, варьирующихся от 5 до 15%, скорость генерации перекиси водорода составляет примерно 0.5–0.6 $\mu\text{mol/min}$ и не изменяется значительно. При использовании наночастиц тербия с процентной долей оксидов 40% происходит резкий рост величины скорости генерации – до примерно 1.4 $\mu\text{mol/min}$, а при облучении коллоидных растворов с 70%-м содержанием Tb_2O_3 скорость генерации составляет примерно 2.6 $\mu\text{mol/min}$, т.е. скорость генерации увеличивается примерно в 4 раза в сравнении с предыдущими значениями для коллоидов с низким содержанием оксидов.

Похожая картина наблюдается и при исследовании генерации гидроперекисных радикалов, рис. 4б. Генерация радикалов так же, как и в слу-

чае с перекисью водорода, описывается линейной функцией в зависимости от времени облучения коллоида. При этом рост доли окисленных частиц в облучаемом коллоиде приводит к монотонному росту скорости генерации гидроксильных радикалов. Так, например, при использовании наночастиц с содержанием оксидов, равным 5, 15, 40 и 70%, скорость генерации радикалов соответственно составляет примерно 60, 110, 180 и 280 нмоль/мин. Таким образом, величина скорости генерации увеличивается в 4.5 раза.

ОБСУЖДЕНИЕ

Как показывают результаты экспериментов, использование наночастиц оксида тербия T_2O_3 в качестве затравок для инициирования оптического пробоя при облучении наносекундным излучением Nd:YAG лазера приводит к изменению интенсивности пробоя. Общая тенденция эффекта при облучении коллоидных растворов сводится к увеличению интенсивности пробоя при увеличении относительного числа окисленных наночастиц в облучаемом коллоиде.

Ранее было указано, что величина коэффициента поглощения инфракрасного излучения для наночастиц металлов больше, чем для оксидов, что должно было выражаться в противоположной динамике, т.е. снижении общей интенсивности оптического пробоя при увеличении доли наночастиц оксидов тербия в коллоиде. Наблюдаемое расхождение в результатах эксперимента и ожидаемым эффектом можно рассмотреть со следующей точки зрения. Величина поглощенной наночастицей энергии лазерного импульса действительно может прямо коррелировать с величиной коэффициента поглощения [13]. Однако при этом также нужно учитывать и размер наночастиц, или, иначе, сечение поглощения.

В случае с наночастицами тербия, полученными в различных жидких средах, следует обратить внимание на полученные распределения по размеру и весу, рис. 2а, б. Из рис. 2б видно, что с увеличением количества окисленных частиц в коллоиде изменяется форма пика в расположенном в диапазоне 200 нм распределении частиц по весу. С увеличением степени окисленности коллоида доля крупных частиц возрастает и вместе с этим уменьшается полуширина распределения, что говорит о том, что способность к агрегации у окисленных частиц выше, чем у менее окисленных, вероятнее всего, за счет наличия вокруг не окисленных наночастиц углеродной оболочки, которая препятствует формированию агрегатов [14]. В этом случае сечение поглощения агрегатов наночастиц тербия будет выше, чем у отдельных частиц, и, следовательно, вероятность пробоя будет больше.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследован эффект влияния окисленных наночастиц тербия на интенсивность процессов, происходящих при оптическом пробое водных коллоидных растворов. Показано, что интенсивность акустики, свечения плазмы и скорость генерации продуктов разложения молекул воды возрастают при увеличении в коллоиде доли окисленных частиц относительно общего числа частиц. Результаты исследования показывают, что эффект изменения коэффициента поглощения для окисленных и не окисленных частиц носит второстепенный характер, в то время как интенсивность оптического пробоя в большей степени зависит от способности наночастиц к агрегации в растворе.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность О.В. Уварову за предоставленные изображения наночастиц с просвечивающего электронного микроскопа.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда, грант № 22-22-00602.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kabashin A.V., Meunier M.* // J. Appl. Phys. 2003. V. 94. P. 7941–7943.
<https://doi.org/10.1063/1.1626793>
2. *Yang G.W.* // Prog. Mater. Sci. 2007. V. 52. P. 648–698.
<https://doi.org/10.1016/j.pmatsci.2006.10.016>
3. *Khan A.K., Rashid R., Murtaza G., et al.* // Trop. J. Pharm. Res. 2014. V. 13. P. 1169–1177.
<https://doi.org/10.4314/tjpr.v13i7.23>
4. *Sardar R., Funston A.M., Mulvaney P., et al.* // Langmuir. 2009. V. 25. P. 13840–13851.
<https://doi.org/10.1021/la9019475>
5. *De Souza C.D., Nogueira B.R., Rostelato M.E.C.M.* // J. Alloys Compd. 2019. V. 798. P. 714–740.
<https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2019.05.153>
6. *Dolgaev S.I., Simakin A.V., Voronov V.V., et al.* // Appl. Surf. Sci. 2002. V. 186. P. 546–551.
[https://doi.org/10.1016/S0169-4332\(01\)00634-1](https://doi.org/10.1016/S0169-4332(01)00634-1)
7. *Burakov V.S., Tarasenko N.V., Savastenko N.A.* // Spectrochim. Acta Part B At. Spectrosc. 2001. V. 56. P. 961–971.
[https://doi.org/10.1016/S0584-8547\(01\)00192-6](https://doi.org/10.1016/S0584-8547(01)00192-6)
8. *Tilaki R.M., Mahdavi S.M.* // Appl. Phys. A. 2007. V. 88. P. 415–419.
<https://doi.org/10.1007/s00339-007-4000-2>
9. *Amendola V., Riello P., Meneghetti M.* // J. Phys. Chem. C. 2011. V. 115. P. 5140–5146.
<https://doi.org/10.1021/jp109371m>
10. *Bradshaw D.S., Andrews D.L.* // Phys. Rev. A. 2005. V. 72. P. 33816.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.72.033816>

11. *Baimler I.V., Simakin A.V., Gudkov S.V.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2021. V. 30. P. 125015. <https://doi.org/10.1088/1361-6595/ac39ae>
12. *Baimler I.V., Lisitsyn A.B., Serov D.A., et al.* // Front. Phys. 2020. P. 604. <https://doi.org/10.3389/fphy.2020.622791>
13. *Baimler I.V., Lisitsyn A.B., Gudkov S.V.* // Front. Phys. 2020. V. 8. P. 1–6. <https://doi.org/10.3389/fphy.2020.620938>
14. *Maneeratanasarn P., Khai T. Van, Kim S.Y., et al.* // Phys. status solidi. 2013. V. 210. P. 563–569. <https://doi.org/10.1002/pssa.201228427>

COMPARISON OF THE INTENSITY OF CHEMICAL AND PHYSICAL PROCESSES OCCURRING DURING LASER-INDUCED BREAKDOWN OF COLLOID SOLUTIONS OF TERBIUM NANOPARTICLES WITH DIFFERENT OXIDATION DEGREES

A. V. Simakin^a, I. V. Baymler^a, V. V. Smirnova^a, M. E. Astashev^a, V. V. Voronov^a,
Corresponding Member of the RAS A. S. Dorokhov^b, and S. V. Gudkov^{a,b}

^a *Prokhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

^b *Federal Scientific Agroengineering Center VIM, Moscow, Russia*

A technique of the synthesis of Tb nanoparticles using laser ablation in various liquid media (MQ-water, ethanol, isopropanol, isobutanol) is studied. The main goal is to obtain colloidal solutions of Tb nanoparticles containing various amounts of oxidized particles. The synthesis of nanoparticles in isobutyl alcohol shows the smallest percentage of oxidized particles relative to the total number of particles in the resulting colloid, with a final ratio of oxidized Tb₂O₃ particles to all particles close to about 5%. The influence of oxidized particles on the intensity of physicochemical processes (formation of plasma, shock waves and acoustic signals, formation rates of chemical products as a result of the dissociation of water molecules) occurring during optical breakdown of colloidal solutions has been studied. The general tendency is expressed in an increase in the intensity of the above characteristics during laser breakdown with an increase in the fraction of Tb₂O₃ relative to the total number of particles in the colloid. The observed effect is presumably related to the high aggregation of Tb₂O₃ particles; the absorption coefficient of particles plays a secondary role.

Keywords: laser radiation, nanoparticles, terbium, laser-induced breakdown, oxides

УДК 533.6.011.6

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ НАГРЕВ ЗАТУПЛЕННОЙ ПЛАСТИНЫ НА РЕЖИМЕ СИЛЬНОГО ВЯЗКО-НЕВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

© 2022 г. Н. И. Батура^{1,*}, Г. Н. Дудин^{1,**}

Представлено академиком РАН С.Л. Чернышевым 15.06.2022 г.

Поступило 20.06.2022 г.

После доработки 20.06.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

Экспериментально исследован нагрев поверхности затупленной пластины из материала с низкой теплопроводностью в аэродинамической трубе на режиме сильного взаимодействия. Течение в пограничном слое на пластине не является стационарным, так как во время пуска температура поверхности пластины непрерывно возрастает, а ее распределение по поверхности является переменным. Установка клина в окрестности задней кромки пластины приводит к изменениям области возмущенного течения и распределения температуры на поверхности пластины перед ним вплоть до передней кромки по сравнению со случаем обтекания пластины без клина. Указанные изменения объясняются распространением по дозвуковой части пограничного слоя против потока возмущенного давления, вызванных установкой клина.

Ключевые слова: затупленная пластина, нестационарный пограничный слой, сильное взаимодействие, ударная волна, тепловизор

DOI: 10.31857/S2686740022060049

Для случая обтекания заостренной пластины для значения гиперзвукового параметра взаимодействия, стремящегося к бесконечности, автономное решение было получено в [1]. При исследовании обтекания пластины конечной длины в [2] впервые было установлено, что решение в окрестности острой передней кромки не является единственным, а существует однопараметрическое семейство решений, и подбор значения параметра позволяет удовлетворить дополнительному условию на задней кромке. Вычисленные в [2] значения собственных чисел, определяющих интенсивность распространения возмущений, даже при обтекании теплоизолированной пластины оказались порядка двадцати пяти. При уменьшении температурного фактора область распространения возмущений против потока локализуется и оказывается порядка толщины пограничного слоя [3]. Исследования обтекания заостренной пластины на режиме сильного взаимодействия [4] при длительности пуска аэродинамической трубы (АДТ) до 7 с показали, что установка клина в окрестности задней кромки пластины приводит к

изменению распределения температуры по поверхности перед ним вплоть до передней кромки.

Отличительной особенностью пограничного слоя на притупленных телах в гиперзвуковом потоке является его развитие в неоднородном внешнем потоке со значительным градиентом энтропии поперек линий тока, обусловленной тем, что ударная волна, отошедшая от передней части тела, является криволинейной. Этот эффект вихревого взаимодействия может оказаться наиболее важным среди других эффектов вязко-невязкого взаимодействия, особенно на передней части тела, пока энтропийный слой не будет поглощен пограничным слоем и на первую роль выйдет взаимодействие через давление (режим сильного вязко-невязкого взаимодействия). Далее вниз по течению с увеличением местного числа Рейнольдса и уменьшения гиперзвукового параметра взаимодействия будет происходить переход к умеренному, а затем и слабому взаимодействию.

В настоящей работе экспериментально исследуется гиперзвуковое обтекание модели затупленной пластины с клином при длительности пуска АДТ до 45 с. За это время поверхность модели успевает нагреться значительно сильнее, чем в [4]. Целью данной работы является исследование влияния распространения возмущений давления, создаваемых клином, на изменение области возмущенного течения и распределения

¹ Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская область, Россия

*E-mail: nikolay.batura@tsagi.ru

**E-mail: gndudin@yandex.ru

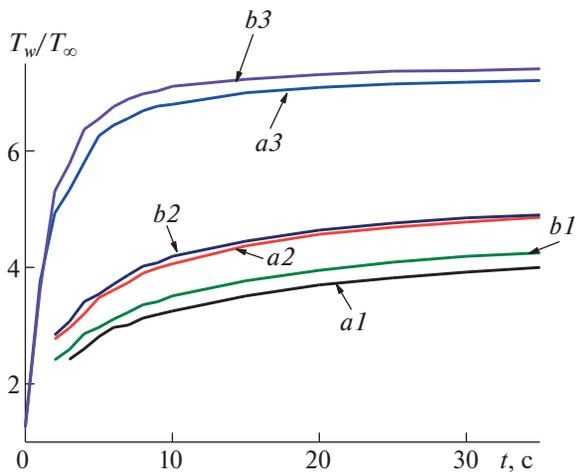


Рис. 1. Зависимости T_w/T_∞ в точках 1, 2, 3 на поверхности модели от времени.

температуры на поверхности пластины перед ним, в случае, когда происходит существенный аэродинамический нагрев пластины с течением времени.

АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ ТРУБА И МОДЕЛЬ

Исследование проводилось в гиперзвуковой аэродинамической трубе ЦАГИ. Электрический дуговой подогреватель (ЭДП) нагревает воздух в форкамере до температуры $T_\phi \sim 3400$ К. Скорость потока $u_\infty = 2500$ м/с, диаметр ядра равномерного потока около 80 мм. В окне диаметром 140 мм рабочей части установлено германиевое стекло для съемки тепловизором FLIR T420 60 Гц с диапазоном от 200 до 1300°C. Тепловизор фиксирует распределение температуры в градусах Цельсия, как по всей поверхности модели, так и температуру в трех заранее выбранных точках. В данных экспериментах указанные точки всегда располагались на оси пластины вдоль потока. Расстояние от передней кромки пластины до точки 1 — 55 мм, до точки 2 — 30 мм и до точки 3 — 6 мм. Через второе окно $d = 240$ мм производилась видеосъемка цифровой камерой CASIO EX-F1. Для исследований была изготовлена модель, состоящая из двух пластин. Нижняя (силовая) пластина длиной 110 мм и шириной 50 мм изготовлена из нитрида кремния Si_3N_4 толщиной 3.5 мм. Передняя кромка пластины заостренная, имеет форму несимметричного клина с углом 10° . Верхняя пластина изготовлена из материала UltraBoard тип 1850/400 с $\lambda = 0.034$ Вт/(м град) при 1400°C, толщиной 6 мм и приклеена к нижней пластине. Передняя кромка верхней пластины закруглена и представляет собой четверть окружности радиусом 6 мм. Модель с помощью пневмоустройства вводилась в поток через 5 с после включения ЭДП. Время

ввода модели в поток составляет ~ 0.1 с. Модель устанавливалась в горизонтальной плоскости при испытаниях с записью на видеокамеру, и в вертикальной плоскости при использовании тепловизора. Для имитации щитков использовались клинья, которые устанавливались на расстоянии 70 мм от передней острой кромки нижней пластины. Клинья шириной 50 мм, длиной 40 мм и высотой от 5 мм до 30 мм изготовлены из теплоизоляционного материала АГ-4.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В экспериментах число Рейнольдса $Re_{\infty l} = 5350$ вычислено по параметрам невозмущенного потока и длине $l = 110$ мм, а тогда гиперзвуковой параметр взаимодействия $\chi = M_\infty^3 / \sqrt{Re_{\infty l}} = 7.3$, что соответствует режиму сильного вязко-невязкого взаимодействия [1–3]. Так как измерение температуры поверхности модели с помощью тепловизора через данное германиевое стекло приводит к существенному занижению реальной температуры, то был определен поправочный коэффициент K_f , который возрастает от 0.9 до 1.52 при увеличении температуры от 15°C до 100°C [4], а затем выходит на полку ~ 1.525 при достижении 400°C.

Зависимости безразмерной температуры $T_w/T_\infty = (K_f \cdot T_w \text{ } ^\circ\text{C} + 273 \text{ K})/T_\infty$ в точках 1, 2 и 3 на поверхности модели без клина (кривые $a1, a2, a3$) от времени приведены на рис. 1.

Здесь $T_w \text{ } ^\circ\text{C}$ — температура тепловизора, K_f — поправочный коэффициент и $T_\infty = 241$ К — температура в ядре потока. Время $t = 0$ с соответствует моменту введения модели в поток. В точке 3 безразмерная температура (кривая $a3$) растет наиболее быстро в течение первых 10 с, достигая значения $T_w/T_\infty = 6.8$ ($T_w = 1638$ К) и к концу 20-й секунды выходит на значение 7.09 (1708 К). В течение последующих 15 с возрастание T_w/T_∞ не превышает 1.5%. Максимальная температура в точке 3 к концу пуска достигает значения 1737 К. Температура в точках 1 и 2 растет более медленно и достигает максимальных значений соответственно 961 и 1171 К. Таким образом, имеет место неравномерный нестационарный нагрев поверхности затупленной пластины, а следовательно, пограничный слой, образующийся на ней, не является стационарным. Для выяснения влияния клина на распределение температуры поверхности модели на этом же рисунке приведены данные для модели с клином высотой 30 мм (кривые $b1, b2, b3$). Сравнивая кривые $b1, b2, b3$ с распределениями безразмерной температуры на пластине без клина (кривые $a1, a2, a3$), можно отметить, что в данном испытании температура в точке 3 к моменту времени $t = 35$ с увеличилась на 49°C, т.е. на 2.8%, а в точках 1 и 2 безразмерная температура увеличилась на 6.2 и 0.8% соответственно. Сле-

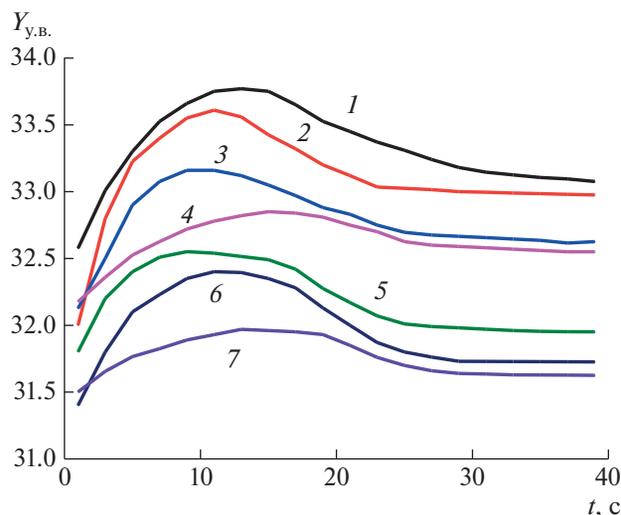


Рис. 2. Зависимость координаты головной ударной волны $Y_{у.в.}$ на расстоянии $x = 70$ мм от передней кромки модели от времени.

довательно, установка клина высотой 30 мм на пластине влияет на распределение температуры поверхности перед ним и наиболее сильно это проявляется в окрестности точки 1 перед клином и окрестности передней затупленной комки пластины в точке 3. Таким образом, имеет место распространение возмущений индуцированного давления, вызываемых клином, на всю длину пластины вплоть до передней кромки. Это влияние оказывается существенно сильнее, особенно в окрестности передней кромки, чем предсказывает теория [2]. Физическое объяснение этого принципиального различия заключается в том, что при непрерывно возрастающей и неравномерной по поверхности температуре пластины формирующийся пограничный слой является нестационарным, а из-за режима сильного взаимодействия и течение в ударном слое становится нестационарным. В результате в области течения около клина из-за вязко-невязкого взаимодействия непрерывно возникают нестационарные возмущения давления, которые распространяются по дозвуковой части пограничного слоя против потока. Причем более поздние по времени возникающие возмущения индуцированного давления распространяются с большей скоростью, так как температура в пограничном слое все время растет. Следовательно, эти возмущения давления могут догонять предыдущие и поддерживают их от затухания.

Так как в данных экспериментах наблюдался достаточно сильный аэродинамический нагрев моделей, то на основе записей видеокамеры было оценено его влияние на изменение положения головной ударной волны (толщины возмущенной области) на расстоянии 70 мм от передней кром-

ки с течением времени. Исследовалось влияние клиньев разной высоты, передняя кромка которых располагалась на расстоянии 70 мм. Зависимости расстояния от поверхности пластины до внешней границы головной ударной волны $Y_{у.в.}$ на расстоянии $x = 70$ мм от передней кромки модели от времени (кривая 1 – без клина, 2 – клин 5 мм, 3 – 10 мм, 4 – 15 мм, 5 – 20 мм, 6 – 25 мм, 7 – 30 мм) представлены на рис. 2. Аэродинамический нагрев модели без клина (кривая 1) приводит сначала к монотонному увеличению этой координаты примерно на 3.5% в течение первых 13 с, затем происходит монотонное уменьшение толщины области возмущенного течения и она фактически выходит на “полку” к 30-й секунде. Для моделей с клиньями (кривые 2–7) характер изменения области возмущенного течения с течением времени также является немонотонным, но выход на “полку” происходит раньше, примерно на 25-й секунде. Важно отметить, что увеличение высоты клина приводит к уменьшению величины $Y_{у.в.}$ как в максимуме, так и при выходе на “полку”. Сравнивая кривые 1 и 7, видно, что установка клина высотой 30 мм приводит к уменьшению толщины возмущенной области течений примерно на 6%. Данное сужение области возмущенного течения можно объяснить следующим образом. Возмущенная область течения состоит из пограничного слоя и ударного слоя. В самом пограничном слое около поверхности пластины расположена дозвуковая область, далее при приближении к его верхней границе реализуется сверхзвуковое течение. Сверхзвуковые и дозвуковые струйки тока реагируют на изменение давления всегда в противоположных направлениях [2, 3]. Если давление вдоль потока повышается, то сверхзвуковые струйки

тока сужаются, а дозвуковые — расширяются. В данном случае возмущенная область течения сужается, а это означает, что сужение сверхзвуковых струек тока больше, чем дозвуковых, и во всей возмущенной области реализуется так называемое “закритическое течение” [3]. Заметим, что возможен случай течения, когда при возмущении давления изменения толщины дозвуковых и сверхзвуковых струек тока одинаково, но противоположно по знаку, в этом случае может реализоваться компенсационный режим течения [3].

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы благодарят Н.Г. Журкина за помощь в организации проведения экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lees L. On the boundary-layer equations in hypersonic flow and their approximate solutions // *J. Aeronaut. Sci.* 1953. № 20 (20). P. 143–145.
2. Нейланд В.Я. Распространение возмущений вверх по течению при взаимодействии гиперзвукового потока с пограничным слоем // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1970. № 4. С. 40–49.
3. Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.: Физматлит, 2003. 456 с.
4. Батура Н.И., Дудин Г.Н., Журкин Н.Г., Колушов Н.М. О влиянии возмущений давления на нагрев поверхности пластины на режиме сильного взаимодействия // *Изв. РАН. МЖГ.* 2021. № 2. С. 72–81. <https://doi.org/10.31857/S0568528121020031>

AERODYNAMIC HEATING OF A BLUNTED PLATE IN THE REGIME OF STRONG VISCO-INVISCID INTERACTION

N. I. Batura^a and G. N. Dudin^a

^aCentral Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Moscow Region, Russia

Presented by Academician of the RAS S.L. Chernyshev

The heating of the surface of a blunted plate made of a material with low thermal conductivity in a wind tunnel under the strong interaction regime is experimentally investigated. The flow in the boundary layer on the plate is not stationary, since during the start-up the temperature of the plate surface continuously increases, and its distribution over the surface is variable. The installation of a wedge in the vicinity of the trailing edge of the plate leads to changes in the area of the disturbed flow and the temperature distribution on the surface of the plate in front of it up to the leading edge compared to the case of the plate flowing around without a wedge. These changes are explained by the propagation of pressure disturbances caused by the installation of the wedge along the subsonic part of the boundary layer against the flow.

Keywords: blunted plate, unsteady boundary layer, strong interaction, shock wave, thermal imager

ЗАДАЧА О РАЗРУШЕНИИ ПЛОТИНЫ В ПОЛУОТКРЫТОМ КАНАЛЕ

© 2022 г. В. В. Остапенко^{1,2,*}

Представлено академиком РАН В.В. Козловым 22.04.2022 г.

Поступило 09.05.2022 г.

После доработки 09.05.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

В рамках первого приближения теории мелкой воды рассмотрена неклассическая задача о разрушении плотины в полуоткрытом прямоугольном канале, когда в верхнем бьефе плотины жидкость находится под крышкой (т.е. полностью заполняет полубесконечный прямоугольный контейнер), а в нижнем бьефе поверхность жидкости является свободной. Показано, что существует и единственно кусочно-постоянное автомодельное решение этой задачи, в котором гидравлический бор в нижнем бьефе плотины моделируется ударной волной, волна понижения в верхнем бьефе плотины моделируется сильным разрывом (при переходе через который сохраняется полная энергия потока жидкости), а течение в области между гидравлическим бором и волной понижения аппроксимируется постоянным решением. Экспериментальное моделирование данной задачи позволит получить волновые течения, возникающие при вытекании жидкости из прямоугольного контейнера, частным случаем которых является классическое течение Бенджамина.

Ключевые слова: теории мелкой воды, разрушение плотины в полуоткрытом канале, течение Бенджамина

DOI: 10.31857/S268674002206013X

1. В классической работе [1] были теоретически изучены плоско-параллельные стационарные течения идеальной несжимаемой жидкости внутри горизонтально расположенных прямоугольного контейнера и круговой трубы. В результате были построены кусочно-постоянные решения, которые в начальном приближении моделируют волновые течения, возникающие после мгновенного удаления барьера, ограничивающего полубесконечные контейнер или трубу, заполненные жидкостью. Экспериментально такие волновые течения были получены при лабораторном моделировании истечения воды из круговой трубы [2] и прямоугольного контейнера [3]. При этом было показано, что эффектами вязкости и поверхностного натяжения можно пренебречь при условии, что диаметр трубы или ширина и высота контейнера превышают 100 мм. Вытекание воды из наклонного прямоугольного контейнера экспериментально изучалось в [4], где аналитически была предсказана форма воздушной полости, образующейся внутри контейнера. В [5]

дана детальная классификация гравитационных течений жидкости в наклонных квадратных контейнерах в зависимости от способа формирования этих течений. В [6] было проведено теоретическое и экспериментальное исследование истечения жидкости из круговой трубы при достаточно малом угле наклона трубы к горизонтали. Численный расчет истечения жидкости из горизонтального прямоугольного контейнера был выполнен в [7] на основе двух различных одномерных математических моделей. В последнее время достаточно большое число работ посвящено изучению двухслойных течений жидкости внутри прямоугольного контейнера, см., например, [8–11].

В [12] построены три семейства кусочно-постоянных стационарных решений, которые обобщают классическое решение Бенджамина [1], моделирующее истечение жидкости из горизонтально расположенного прямоугольного контейнера (линия *B* на рис. 1). Первому семейству решений соответствуют течения, в которых свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под нулевым углом (линия *I* на рис. 1), второе семейство решений моделирует течения, допускающие формирование области вихревого движения жидкости в окрестности точки отрыва *A* (линия 2 и вихревая область 2 на рис. 1) и третьему семейству решений соответствуют течения, в которых часть энергии входящего однородного

¹ *Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева
Сибирского отделения Российской академии наук,
Новосибирск, Россия*

² *Новосибирский государственный университет,
Новосибирск, Россия*

*E-mail: ostapenko_vv@ngs.ru

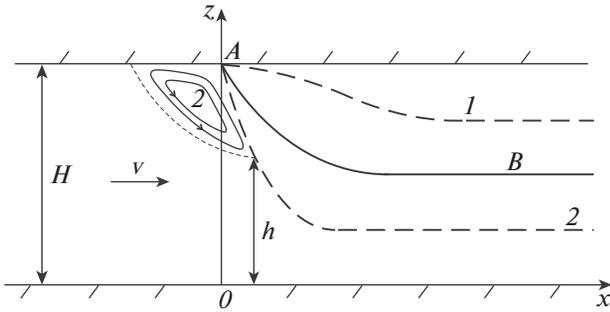


Рис. 1. Профили течений идеальной несжимаемой жидкости, вытекающей из горизонтально расположенного прямоугольного контейнера. Течение, соответствующее решению Бенджамина (линия *B*); течение, в котором свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под нулевым углом (линия *1*); течение, в котором в окрестности точки *A* образуется область вихревого движения жидкости (линия *2* и вихревая область *2*).

потока преобразуется в энергию мелкомасштабного движения жидкости (такие течения в данном сообщении не рассматриваются). Первые два семейства решений вместе с решением Бенджамина образуют единое однопараметрическое семейство кусочно-постоянных решений, удовлетворяющих закону сохранения полной энергии. Показано [12], что это семейство решений является начальной асимптотикой двумерных стационарных решений, моделирующих истечение идеальной несжимаемой жидкости из горизонтально расположенного прямоугольного контейнера. Данная асимптотика построена на основе локального гидростатического приближения [13], обобщающего классическое длинноволновое приближение [14]. Локальное гидростатическое приближение было применено [15] для построения непрерывной асимптотики первого порядка, которая хорошо согласуется с результатами лабораторных экспериментов Вилкинсона [3] по моделированию стационарного течения, соответствующего кусочно-постоянному решению Бенджамина.

В стандартных лабораторных экспериментах [3] изучаемые течения создаются мгновенным частичным удалением барьера, ограничивающего полубесконечный прямоугольный контейнер, заполненный жидкостью. В результате процесс истечения жидкости определяется ее глубиной на выходе из контейнера. Характерной особенностью таких течений является наличие критической точки *A*, в которой скорость жидкости совпадает со скоростью движения этой точки и свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под конечным углом. Поскольку среди стационарных течений, описываемых однопараметрическим семейством кусочно-постоянных решений, построенных в [12], только одно тече-

ние (линия *B* на рис. 1) обладает такими свойствами, в экспериментах Вилкинсона воспроизводится только одно из этих течений, соответствующее решению Бенджамина.

В данной работе предлагается другой экспериментальный метод получения рассматриваемых течений, связанный с лабораторным моделированием задачи о разрушении плотины в полуоткрытом прямоугольном канале, когда в верхнем бьефе плотины жидкость находится под крышкой, а в нижнем бьефе поверхность жидкости является свободной. В отличие от стандартных экспериментов [3], математическое описание которых сводится к решению начально-краевой задачи на полубесконечном пространственном интервале, на правой (конечной) границе которого задается глубина жидкости, математическое описание предлагаемых экспериментов приводит к решению задачи Коши–Римана на бесконечном пространственном интервале, что потенциально позволяет воспроизвести предсказанные в [12] стационарные течения жидкости внутри прямоугольного контейнера. Для теоретического обоснования этого предположения мы покажем, что в рамках первого приближения теории мелкой воды [16] существует и единственно кусочно-постоянное автомодельное решение задачи о разрушении плотины в полуоткрытом прямоугольном канале, состоящее из двух расходящихся сильных разрывов: ударной волны в нижнем бьефе, на которой происходит потеря полной энергии потока и сильного разрыва в верхнем бьефе, на котором полная энергия потока сохраняется (между этими разрывами решение является постоянным).

2. Рассмотрим плоскопараллельное гравитационное течение, возникающее после мгновенного удаления тонкой вертикальной преграды, разделяющей две первоначально покоящиеся несжимаемые жидкости одинаковой плотности, находящиеся внутри горизонтально ориентированного прямоугольного канала, где слева от преграды жидкость находится под крышкой и в начальный момент времени полностью заполняет прямоугольный контейнер высотой *H*; справа от преграды поверхность жидкости свободна и начальная глубина жидкости $h_0 < H$. Пренебрегая атмосферным давлением, будем считать, что в начальный момент времени на поверхности жидкости давление $p = 0$ по обе стороны от вертикальной преграды. По аналогии с классической задачей о разрушении плотины в открытом канале [16], рассматриваемую задачу будем называть задачей о разрушении плотины в полуоткрытом канале. В системе координат, показанной на рис. 2, начальная глубина жидкости в этой задаче задается формулами

$$h(x, 0) = H, \quad x \leq 0; \quad h(x, 0) = h_0 < H, \quad x > 0, \quad (1)$$

где $h(x, t)$ – глубина жидкости в момент времени t . Предположим, что начиная с некоторого момента времени решение неклассической задачи о разрушении плотины (1) представляет собой гидравлический бор, распространяющийся по открытому руслу в положительном направлении оси x , волну понижения уровня жидкости, распространяющуюся внутри контейнера в отрицательном направлении оси x , и расположенную между ними область равномерного течения жидкости. Волны понижения, получаемые при различных значениях начальной глубины h_0 , показаны на рис. 1 в подвижной системе координат, в которой неподвижной является точка отрыва A поверхности жидкости от крышки контейнера.

В отличие от классической задачи о разрушении плотины в открытом русле, при моделировании которой ширина центрированной волны понижения с течением времени неограниченно возрастает, при моделировании задачи о разрушении плотины в полуоткрытом русле ширина возникающей волны понижения (с учетом экспериментов Вилкинсона [3]) начиная с некоторого момента времени стабилизируется и становится сравнимой с высотой контейнера H , внутри которого распространяется волна. С учетом этого, в рамках первого приближения теории мелкой воды [16], мы будем пренебрегать шириной гидравлического бора и волны понижения, моделируя их сильными разрывами (распространяющимися с постоянными скоростями $D > 0$ и $D_1 < 0$), между которыми находится область равномерного течения жидкости с постоянной глубиной h_2 и горизонтальной скоростью u_2 (см. рис. 2).

Сильный разрыв, моделирующий гидравлический бор, является ударной волной [17], на которой выполняются условия Гюгонио

$$D(h_2 - h_0) = h_2 u_2, \quad D h_2 u_2 = h_2 u_2^2 + \frac{g}{2}(h_2^2 - h_0^2), \quad (2)$$

получаемые из законов сохранения массы и импульса

$$h_t + (hu)_x = 0, \quad (hu)_t + \left(hu^2 + \frac{gh^2}{2} \right)_x = 0 \quad (3)$$

системы уравнений мелкой воды, где g – ускорение свободного падения. В теории мелкой воды закон сохранения полной энергии

$$(e)_t + u \left(\left(e + \frac{gh^2}{2} \right) \right)_x = 0, \quad (4)$$

где $e = \frac{hu^2}{2} + \frac{gh^2}{2}$, представляет собой выпуклое расширение [18] гиперболической системы (3). С учетом этого энергетическое неравенство

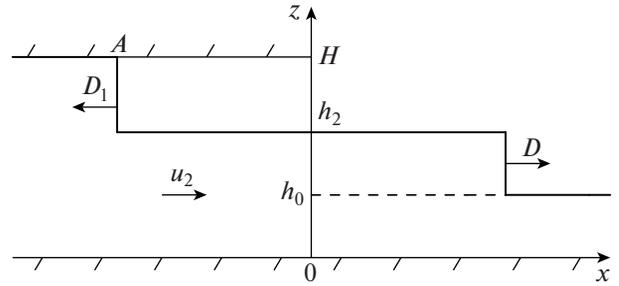


Рис. 2. Глубина жидкости, получаемая при решении в рамках теории мелкой воды задачи (1) о разрушении плотины в полуоткрытом канале; D – скорость ударной волны, D_1 – скорость сильного разрыва, моделирующего волну понижения, h_2 и u_2 – глубина и скорость равномерного течения жидкости.

$$\delta e = u_2 \left(\frac{h_2 u_2^2}{2} + g h_2^2 \right) - \frac{D(h_2 u_2^2 + g h_2^2 - g h_0^2)}{2} > 0, \quad (5)$$

получаемое из условия Гюгонио для закона сохранения (4), обеспечивает устойчивость ударной волны; на фронте такой волны часть полной энергии потока теряется, переходя в энергию мелкомасштабного движения жидкости, которая в модели мелкой воды не учитывается.

В подвижной системе координат, в которой неподвижен разрыв, моделирующий волну понижения (рис. 1), параметры течения на этом разрыве удовлетворяют соотношениям [1]

$$H v_1 = h_2 v_2, \quad H v_1^2 + \frac{g H^2}{2} + H p_1 = h_2 v_2^2 + \frac{g h_2^2}{2}, \quad (6)$$

$$\frac{v_1^2}{2} + g H + p_1 = \frac{v_2^2}{2} + g h_2,$$

которые можно получить [15] из законов сохранения массы, импульса и энергии двумерного стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости, где v_1 и p_1 – горизонтальная скорость и удельное поверхностное давление однородного потока слева от волны понижения, h_2 и v_2 – глубина и горизонтальная скорость равномерного течения справа от волны понижения. Система уравнений (6) допускает однопараметрическое семейство решений [12]

$$v_1 = h_2 \sqrt{g/H}, \quad (7a)$$

$$v_2 = \sqrt{g h_2}, \quad (7б)$$

$$p_1 = -\frac{g(H - h_2)^2}{2H}, \quad (7в)$$

где параметром является глубина жидкости $h_2 \in (0, H)$.

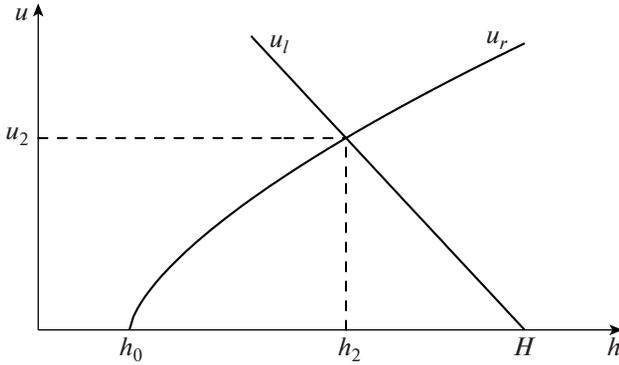


Рис. 3. Графическая иллюстрация решения системы уравнений (12), (13); $u = u_r(h, h_0)$ – адиабата ударной волны, $u_l = u_r(h, h_0)$ – адиабата волны понижения.

При условии

$$\frac{H}{2} < h_2 < H \tag{8}$$

формулы (7) задают параметры течений, показанных линией 1 на рис. 1, при условии

$$0 < h_2 < \frac{H}{2} \tag{9}$$

эти формулы задают параметры течений, изображенных линией 2 и вихрем 2 на рис. 1, при условии $h_2 = \frac{H}{2}$ из формул (7) получается решение Бенджамина

$$\begin{aligned} h_2 &= \frac{H}{2}, & v_2 &= C, & v_1 &= \frac{C}{2}, \\ p_1 &= -\frac{C^2}{8}, & C &= \sqrt{gH}, \end{aligned} \tag{10}$$

которому соответствует течение, показанное линией B на рис. 1.

В неподвижной системе координат (рис. 2) выполнены соотношения

$$D_1 = -v_1, \tag{11a}$$

$$u_2 = v_2 - v_1. \tag{11б}$$

Задача заключается в том, чтобы определить из уравнений (2), (6), (11) скорости распространения D и D_1 ударной волны и левого сильного разрыва, а также параметры h_2 , u_2 равномерного течения между ними и давление p_1 на поверхности жидкости, примыкающей к крышке контейнера.

3. Для доказательства однозначной разрешимости поставленной задачи применим классический метод адиабат [17], с помощью которого решаются различные задачи Римана для уравнений теории мелкой воды (3). Из формул (2) следует,

что глубина h_2 и скорость u_2 жидкости связаны соотношением

$$u_2 = u_r(h_2, h_0) = \sqrt{\frac{g(h_0 + h_2)}{2h_0h_2}}(h_2 - h_0), \tag{12}$$

где $u = u_r(h, h_0)$ – адиабата, на которой расположены параметры течения (h, u) , допустимые за фронтом ударной волны [16]. Подставляя в уравнение (11б) значения скоростей v_1 и v_2 , задаваемые формулами (7а) и (7б), мы получим еще одно соотношение

$$u_2 = u_l(h_2, H) = \left(1 - \frac{h_2}{H}\right)\sqrt{gH}, \tag{13}$$

которому удовлетворяют величины h_2 и u_2 , где функция $u = u_l(h, H)$ представляет собой адиабату, на которой расположены параметры течения (h, u) , допустимые за фронтом волны понижения внутри контейнера.

Из рис. 3 видно, что на интервале (h_0, H) график строго монотонно возрастающей функции $u = u_r(h, h_0)$ в единственной точке (h_2, u_2) пересекается с графиком строго монотонно убывающей линейной функции $u = u_l(h, H)$. Координаты этой точки являются решением системы уравнений (11), (12), которое однозначно определяется при $h_2 \in (h_0, H)$ и $u_2 > 0$. После вычисления глубины h_2 и скорости u_2 между расходящимися сильными разрывами, скорости этих разрывов, с учетом уравнений (2), (7а) и (11а), определяются по формулам

$$D = \sqrt{\frac{g(h_0 + h_2)h_2}{2h_0}}, \quad D_1 = -h_2\sqrt{\frac{g}{H}},$$

а давление p_1 находится по формуле (7в).

Из формул (12) и (13) следует, что глубина жидкости h_2 является корнем уравнения

$$\sqrt{\frac{h + h_0}{2h_0h}}(h - h_0) = \left(1 - \frac{h}{H}\right)\sqrt{gH},$$

которое можно переписать в виде

$$(2\eta_0 - 1)\eta^3 - 3\eta_0\eta^2 + (\eta_0^2 + 2\eta_0)\eta - \eta_0^3 = 0, \tag{14}$$

где $\eta = \frac{h}{H}$ и $\eta_0 = \frac{h_0}{H}$. Уравнение (14) при $\eta_0 \in (0, 1)$ имеет единственный действительный корень

$$\eta_2 = \varphi(\eta_0) \in (\eta_0, 1) \Rightarrow h_2 = H\varphi\left(\frac{h_0}{H}\right) \in (h_0, H),$$

где функция $\varphi(\eta)$, график которой показан на рис. 4, строго монотонно возрастает при $\eta \in [0, 1]$ и удовлетворяет граничным условиям $\varphi(0) = 0$ и $\varphi(1) = 1$.

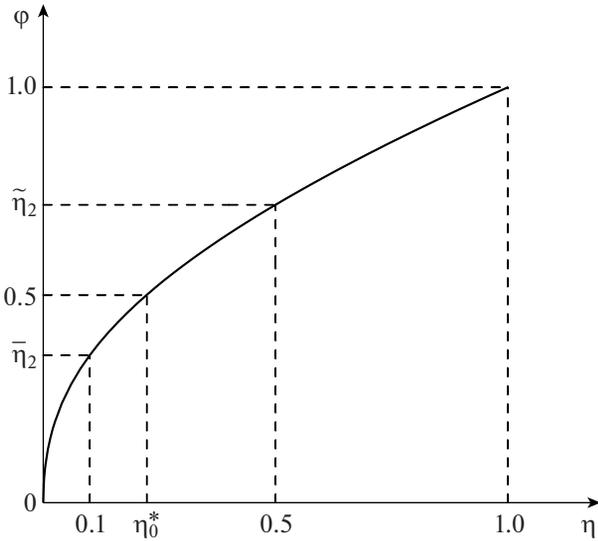


Рис. 4. График функции $\varphi(\eta)$, по которой вычисляется корень η_2 уравнения (14).

Из свойств функции $\varphi(\eta)$ следует, что для каждого $h_2 \in (0, H)$ однозначно определено начальное значение

$$h_0 = H\varphi^{-1}\left(\frac{h_2}{H}\right) \in (0, H), \quad (15)$$

где φ^{-1} – функция, обратная к φ . Это означает, что каждое решение (6) при заданной глубине $h_2 \in (0, H)$ однозначно воспроизводится в результате решения задачи (1) с начальной глубиной h_0 , определяемой по формуле (15). В частности, в случае решения Бенджамина (10), для которого $\frac{h_2}{H} = \frac{1}{2}$, из формулы (15) имеем

$$h_0 = h_0^* = \eta_0^* H, \quad \eta_0^* = \varphi^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \approx 0.223,$$

в силу чего решения (7), (8) получаются при глубинах $h_0 \in (h_0^*, H)$, а решения (7), (9) – при глубинах $h_0 \in (0, h_0^*)$.

4. В качестве конкретных примеров рассмотрим волновые течения, возникающие при следующих начальных глубинах жидкости в нижнем бьефе плотины: $h_0 = \frac{H}{2}$ (рис. 5а), $h_0 = \eta_0^* H$ (рис. 5б) и $h_0 = \frac{H}{10}$ (рис. 5в). На рис. 5 (в отличие от рис. 2) течения жидкости показаны с учетом внутренней структуры ударных волн и волн понижения.

Поскольку для течения, показанного на рис. 5а, глубина жидкости

$$h_2 = \tilde{h}_2 = \tilde{\eta}_2 H, \quad \tilde{\eta}_2 = \varphi(0.5) \approx 0.717,$$

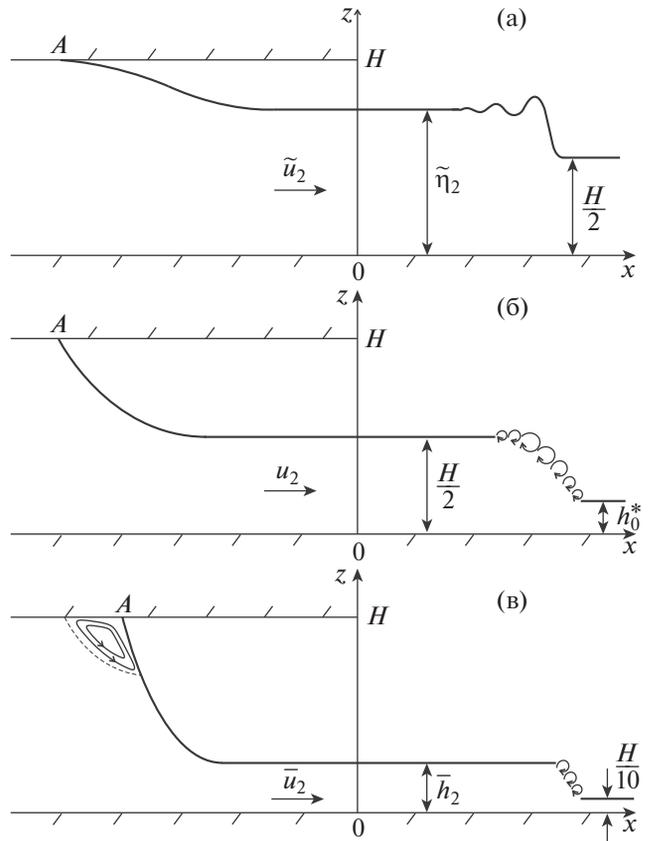


Рис. 5. Волновые течения, возникающие при моделировании задачи (1) о разрушении плотины в полукрытом канале при трех различных значениях начальной глубины жидкости h_0 : $h_0 = \frac{H}{2}$ (а); $h_0 = h_0^* = \eta_0^* H$, $\eta_0^* \approx 0.223$ (б); $h_0 = \frac{H}{10}$ (в).

удовлетворяет условию (8), свободная поверхность жидкости внутри волны понижения отходит от крышки контейнера под нулевым углом (аналогично линии 1 на рис. 1). Для течения, показанного на рис. 5б, глубина жидкости $h_2 = \frac{H}{2}$ соответствует решению Бенджамина (10), в силу чего точка отрыва A на левой границе волны понижения является критической точкой, в которой свободная поверхность жидкости отходит от крышки контейнера под конечным углом (аналогично линии B на рис. 1). Поскольку для течения, показанного на рис. 5в, глубина жидкости

$$h_2 = \bar{h}_2 = \bar{\eta}_2 H, \quad \bar{\eta}_2 = \varphi(0.1) \approx 0.355,$$

удовлетворяет условию (9), в окрестности точки отрыва A образуется область вихревого течения (подобная вихрю 2 на рис. 1).

При экспериментальном моделировании классической задачи о разрушении плотины в открытом

канале [19] гидравлический бор, распространяющийся в нижнем бьефе плотины, представляет собой ондулярный бор при отношении начальных глубин жидкости $\frac{h_0}{H} \geq \frac{1}{2}$ и турбулентный бор при отношении $\frac{h_0}{H} < \frac{1}{3}$. По аналогии будем предполагать, что для течения, показанного на рис. 5а, в нижнем бьефе плотины распространяется ондулярный бор, а для течений, показанных на рис. 5б и 5в, – турбулентный бор.

На основе непрерывной асимптотики первого порядка для глубины жидкости была получена [15] приближенная оценка для ширины

$$\Delta = \frac{3}{2} h_2 \left(1 - \frac{h_2}{H}\right)^{-1/2}, \quad h_2 = H \varphi\left(\frac{h_0}{H}\right), \quad (16)$$

переходной области при истечении жидкости из прямоугольного контейнера (рис. 1). Из формул (16) следует, что функция $\Delta = \Delta(h_0)$ является монотонно возрастающей. Это учтено при изображении волн понижения на рис. 5. В то же время графики, приведенные на рис. 5, имеют качественный характер, поскольку размер областей равномерного течения на этих графиках значительно меньше характерных размеров таких областей, наблюдаемых при лабораторном моделировании классической задачи о разрушении плотины [19].

5. Неклассическая задача о разрушении плотины в полуоткрытом канале качественно отличается от классической задачи о разрушении плотины в открытом канале. Если в классической задаче уравнения мелкой воды (3) применимы во всей пространственной области течения, то в неклассической задаче эти уравнения можно использовать только при $x \geq D_1 t$, т.е. правее сильного разрыва, которым аппроксимируется волна понижения, распространяющаяся внутри контейнера. То, что при нашем моделировании уравнения мелкой воды неприменимы в области $x < D_1 t$, проявляется следующим образом: удельное давление на всей поверхности жидкости, примыкающей к крышке контейнера, мгновенно, т.е. при $t = 0 + 0$, изменяется от начального нулевого значения до отрицательного значения p_1 , задаваемого формулой (7в). Объясняется это тем, что реально отрицательное давление под крышкой контейнера распространяется со скоростью звука в воде, которая на несколько порядков превосходит скорость распространения малых возмущений в мелкой воде.

Классическая задача о разрушении плотины [16] имеет единственное автомодельное решение (зависящее от переменной $\xi = \frac{x}{t}$), которое состоит из ударной волны, распространяющейся с

постоянной скоростью центрированной волны понижения и соединяющей их области постоянного течения. В то же время задача о разрушении плотины в полуоткрытом канале, наряду с кусочно-постоянным автомодельным решением (рис. 2), имеет однопараметрическое семейство физических корректных автомодельных решений, в которых между сильным разрывом внутри контейнера и ударной волной в нижнем бьефе плотины находится центрированная волна понижения, соединенная с сильным разрывом и ударной волной областями равномерного течения с глубинами h_{21} и h_{22} , соответственно, где $H \geq h_{21} > h_{22}$. Такие решения допустимы при всех значениях $h_{21} \in (h_2, H]$, поскольку в силу формул (7) течение (h_2, v_2) является сверхкритическим при любых значениях $h_2 \in (0, H)$.

Применяя метод адиабат, можно показать, что при всех допустимых значениях h_{21} выполнено неравенство $h_{22} > h_2$, причем глубина h_{22} монотонно возрастает с монотонным возрастанием глубины h_{21} . Таким образом, во всех автомодельных решениях с волной понижения амплитуда ударной волны больше, чем в кусочно-постоянном решении, построенном в данной работе. С учетом неравенства (5), которое можно представить в виде

$$\delta e = \frac{u_r(h_2, h_0)(h_2 - h_0)^2}{2} > 0,$$

это означает, что построенное нами автомодельное решение (рис. 2) является оптимальным с точки зрения минимизации потерь энергии δe на ударной волне, по сравнению со всеми другими автомодельными решениями, в которых глубина жидкости $h(\xi)$ является монотонно убывающей функцией.

Отметим, что аналогичный подход, связанный с минимизацией потерь энергии на сильных разрывах, был применен в [20] при моделировании волновых течений, возникающих при подъеме из мелкой воды прямоугольного бруса.

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор выражает благодарность О.А. Ковыркиной и Н.А. Хандеевой за помощь в подготовке данной работы к публикации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Benjamin T.B. Gravity currents and related phenomena // J. Fluid Mech. 1968. V. 31. P. 209–248. <https://doi.org/10.1017/S0022112068000133>
2. Wallis G.B., Crowley C.J., Hagi Y. Conditions for a pipe to run full when discharging liquid into a space filled with gas // J. Fluid Mech. 1977. V. 99. P. 405–413. <https://doi.org/10.1115/1.3448775>

3. *Wilkinson D.L.* Motion of air cavities in long horizontal ducts // *J. Fluid Mech.* 1982. V. 118. P. 109–122. <https://doi.org/10.1017/S0022112082000986>
4. *Baines W.D., Wilkinson D.L.* The motion of large air bubbles in ducts of moderate slope // *J. Hydraul. Res.* 1986. V. 25. P. 157–170. <https://doi.org/10.1080/00221688609498539>
5. *Baines W.D.* Air cavities as gravity currents on slope // *J. Hydraul. Eng.* 1991. V. 117. P. 1600–1615.
6. *Hager W.H.* Cavity outflow from a nearly horizontal pipe // *Int. J. Multiphase Flow.* 1999. V. 25. P. 349–364. [https://doi.org/10.1016/S0301-9322\(98\)00046-9](https://doi.org/10.1016/S0301-9322(98)00046-9)
7. *Atrabi H.B., Asce S.M., Hosoda T., Tada A.* Simulation of air cavity advancing into a straight duct // *J. Hydraul. Eng.* 2015. V. 141. P. 1–9. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000953](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000953)
8. *Borden Z., Meiburg E.* Circulation-based models for Boussinesq internal bores // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 726. R1. <https://doi.org/10.1017/jfm.2013.239>
9. *Baines P.G.* Internal hydraulic jumps in two-layer systems // *J. Fluid Mech.* 2016. V. 787. P. 1–15. <https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.5.074803>
10. *Konopliv N.A., Smith S.G., McElwaine J.N., Meiburg E.* Modelling gravity currents without an energy closure // *J. Fluid Mech.* 2016. V. 789. P. 806–829. <https://doi.org/10.1017/jfm.2015.755>
11. *Ungarish M., Hogg A.J.* Models of internal jumps and fronts of gravity currents: unifying two-layer theories and deriving new results // *J. Fluid Mech.* 2018. V. 846. P. 654–685. <https://doi.org/10.1017/jfm.2018.219>
12. *Ostapenko V.V.* Generalised solutions to the Benjamin problem // *J. Fluid Mech.* 2020. V. 893. R1. <https://doi.org/10.1017/jfm.2020.258>
13. *Остапенко В.В.* К обоснованию теории мелкой воды // *ДАН.* 2018. Т. 478. № 2. С. 158–163. <https://doi.org/10.7868/S0869565218020081>
14. *Friedrichs K.O.* On the derivation of shallow water theory // *Comm. Pure Appl. Math.* 1948. V. 1. P. 109–134.
15. *Ostapenko V.V.* Asymptotics of solutions to the problem of fluid outflow from a rectangular duct // *Phys. Fluids.* 2021. V. 33. 047106. <https://doi.org/10.1063/5.0045260>
16. *Stocker J.J.* Water waves: the mathematical theory with applications. Wiley-Intersc., 1957.
17. *Lax P.D.* Hyperbolic systems of conservation laws and the mathematical theory of shock waves. Philadelphia: Soc. Industr. and Appl. Math., 1972. <https://doi.org/10.1137/1.9781611970562>
18. *Friedrichs K.O., Lax P.D.* Systems of conservation equation with convex extension // *Proc. Nat. Acad. Sci. USA.* 1971. V. 68. № 8. P. 1686–1688. <https://doi.org/10.1073/pnas.68.8.1686>
19. *Chow V.T.* Open-Channel Hydraulics. McGraw Hill, 1959.
20. *Ostapenko V.V., Kovyrkina O.A.* Wave flows induced by lifting of a rectangular beam partly immersed in shallow water // *J. Fluid Mech.* 2017. V. 816. P. 442–467. <https://doi.org/10.1017/jfm.2017.83>

DAM BREAK PROBLEM IN SEMI-OPEN CHANNEL

V. V. Ostapenko^{a,b}

^a *Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia*

^b *Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*

Presented by Academician of the RAS V.V. Kozlov

Within the framework of the first approximation of the shallow water theory, the nonclassical dam break problem in a semi-open rectangular channel is considered, when in the upstream of the dam the liquid is under the cover (i.e., it completely fills the semi-infinite rectangular duct), and in the downstream the liquid surface is free. It is shown that there is also a unique piecewise constant self-similar solution to this problem, in which the hydraulic bore in the downstream of the dam is modeled by a shock, the lowering level wave in the upstream of the dam is modeled by a strong discontinuity (on which the total energy of the fluid flow is conserved), and the flow in the region between the hydraulic bore and the lowering level wave is approximated by a constant solution. Experimental modeling of this problem will make it possible to obtain wave flows that arise when fluid outflows from a rectangular duct, a special case of which is the classical Benjamin flow.

Keywords: shallow water theory, dam break problem in a semi-open channel, Benjamin flow

УДК 676.052

ЗАДАНИЕ ТРЕБОВАНИЙ К УСТАНОВКАМ ПАРОВОГО ВЗРЫВА

© 2022 г. О. Р. Ганиев¹, И. Н. Гришняев^{1,*}

Представлено академиком РАН Р.Ф. Ганиевым 11.05.2022 г.

Поступило 11.05.2022 г.

После доработки 11.05.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

На основе анализа физических процессов, протекающих при паровом взрыве, показано, что при разработке установок такого типа необходимо обеспечивать режим гомогенного зародышеобразования с флуктуационной частотой образования жизнеспособных зародышей паровой фазы в единице объема жидкости не менее $10^8 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$ и относительную величину перегрева жидкости ~ 1 . На основе стандартного автоклава спроектирована и изготовлена установка парового взрыва, обеспечивающая выполнение указанных требований.

Ключевые слова: лигниноцеллюлозное сырье, установка парового взрыва

DOI: 10.31857/S2686740022060074

В последнее время большое развитие в переработке лигниноцеллюлозного сырья (ЛС) (древесные опилки, солома злаковых культур и т.п.) получил метод физико-химической предобработки — взрывной дефибрации по декомпрессионному принципу (или паровой взрыв). Он заключается в кратковременном воздействии (секунды...минуты) перегретого (температура 200...300°C) пара под давлением 2.0...7.5 МПа на лигниноцеллюлозное сырье с последующим резким сбросом давления. При таких условиях лигнин плавится, частично разрушается, прекращает взаимодействовать с целлюлозой и выходит из структуры целлюлозы. Удаление лигнина и гемицеллюлоз очищает поверхность целлюлозного волокна и увеличивает доступ к ним гидролитических ферментов для последующей обработки с целью получения сахаров, биоэтанола, композитных материалов и т.п.

К достоинствам парового взрыва относятся относительная нетребовательность к размеру частиц исходного сырья, отказ от энергоемкой химической предобработки и экологическая безопасность, что приводит к существенному выигрышу в стоимости процесса предобработки ЛС.

При описании физических процессов, протекающих в реакторе при паровом взрыве, определяющим условием являются наличие и количе-

ство пузырьков пара в жидкости, имеющих радиус больше критического $r > r_k$, что приводит к ее последующему испарению в этот пузырек и переходу жидкости в новое стабильное состояние. Пузырьки пара с радиусом меньше критического захлопываются под действием сил поверхностного натяжения.

Экспериментально и теоретически показано, что чем больше перегрев жидкости, тем за более короткий срок и под влиянием меньшего внешнего воздействия она теряет устойчивость и переходит в новое стабильное состояние. Совокупность таких предельных состояний определяет границу термодинамической устойчивости — спинодаль [1].

Достигнутые перегревы жидкости значительно меньше предсказываемых теорией, а их величины зависят от конкретных условий проведения эксперимента. Причиной преждевременного вскипания перегретой жидкости служит образование в ее объеме гетерогенных пузырьков пара критического размера r_k .

Обычные их источники — загрязнения системы: растворенный в жидкости газ, участки стенок реактора и т.п. Обнаружить присутствие гетерогенных зародышей пара легко, но включить их в систему физического описания процесса трудно, поскольку нет априорных данных о природе затравочных центров.

Максимального перегрева можно достичь при отсутствии в жидкости готовых (гетерогенных) центров кипения. Для исключения их влияния на

¹ Институт машиноведения им А.А. Благонравова
Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: iisi@inbox.ru

вскипание перегретой жидкости можно сократить время нахождения жидкости в перегретом состоянии до значения, меньшего времени активации готовых центров кипения. В этом случае жидкость будет вскипать только на пузырьках пара, образующихся спонтанно, — гомогенных центрах зародышеобразования. Для их возникновения требуется время, и тем меньшее, чем выше перегрев жидкости.

Внутренняя причина гомогенного зародышеобразования связана с флуктуациями при тепловом движении коллектива взаимодействующих частиц жидкости. Она определяется работой образования критического зародыша [1]:

$$W^* = \frac{16\pi\sigma^3}{3(p_s - p')^2 (1 - v'/v'')^2}, \quad (1)$$

где σ , v' , v'' — поверхностное натяжение и удельные объемы жидкости и газа, p_s — равновесное давление при данной температуре и плоской границе раздела. Одним штрихом здесь отмечены величины, относящиеся к жидкости (внешняя фаза), двумя штрихами — к пару (внутренняя фаза). Теплофизические свойства для расчета берутся при заданных T и p' .

Формула (1) характеризует высоту барьера свободной энергии, который нужно преодолеть системе за счет флуктуаций. Из нее видно, что с увеличением перегрева жидкости этот барьер снижается [за счет факторов $(p_s - p')^2$, σ^3], следовательно, возрастает вероятность его преодоления. В этом смысле устойчивость жидкости по отношению к внешним воздействиям уменьшается.

Величину достижимого перегрева можно характеризовать флуктуационной частотой образования жизнеспособных зародышей паровой фазы в единице объема жидкости J , $\text{м}^{-3} \text{с}^{-1}$. Для ее оценок можно использовать упрощенную формулу [2]:

$$\ln J = 88 - G. \quad (2)$$

Поскольку природа загрязняющих примесей, как правило, неизвестна и изменяется от одной порции жидкости к другой, то величина частоты J удовлетворительно воспроизводится только при высоких перегревах жидкости, когда числом гетерогенных зародышей можно пренебречь, по сравнению с числом гомогенных зародышей. Опыты показали, что для большинства случаев такая ситуация наступает при общей частоте зародышеобразования $J > 10^8 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$. Дальнейшее увеличение J на несколько порядков приводит к дополнительному перегреву не более чем на 5–10%. Поэтому часто за величину максимально достижимого перегрева принимают перегрев, соответствующий частоте зародышеобразования J , равной 10^8 – $10^{10} \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$ [1].

Перегрев при паровом взрыве создается сбросом давления от значения p_0 , равного или превы-

шающего давление насыщенных паров p_s при заданной температуре T , до давления, которое ниже p_s . Спад давления приводит к глубокому заходу жидкости в метастабильное состояние.

При этом жидкость, стремящаяся перейти в стабильное состояние, может остаться в однофазном или перейти в двухфазное парожидкостное состояние. Распад перегретой жидкости на две фазы сопровождается резким изменением давления, температуры и ее скорости. Особым свойством перегретой жидкости можно считать цепную (лавинообразную) активацию низкотемпературных центров кипения, что приводит к взрывному вскипанию жидкости.

Характер вскипания изменяется в зависимости от относительной величины перегрева [1]

$$\varepsilon = \frac{T - T_s}{T_n - T_s}, \quad (3)$$

где T , T_s , T_n — температуры жидкости, ее насыщенных паров и предельного (достижимого) перегрева.

При малых перегревах, когда $\varepsilon \ll 1$, обычно наблюдают кипение на гетерогенных центрах. В этом случае в парожидкостную смесь превращается малая часть перегретой жидкости, непосредственно прилегающая к центрам кипения.

При перегревах, близких к предельным ($\varepsilon \approx 1$), вскипание носит взрывной характер, а в парожидкостную смесь превращается весь объем перегретой жидкости. В этом случае говорят о детонационном вскипании жидкости. Под ним понимают лавинообразное образование гомогенных центров кипения в объеме перегретой жидкости и последующее быстрое ее испарение.

Исходя из этого, выделяют два вида течения процесса вскипания жидкости. В первом случае преобладающим является вскипание жидкости на гетерогенных центрах кипения. Во втором — преобладают процессы гомогенного вскипания.

Температура перегретой жидкости T_* , при которой с большой скоростью идет гомогенное зародышеобразование в системах со сбросом давления, определяется температурой в реакторе в момент открытия клапана. Она может быть равна равновесной температуре T_s системы “жидкость—пар” в этот момент, либо достигать максимальной температуры перегрева T_n для данного давления. При открытии запорного клапана температура в реакторе стремится к температуре внешней среды. В этом случае температура в объеме реактора убывает со скоростью \dot{T} и достигает температуры насыщения T_s для давления внешней среды за время

$$\tau_* = \frac{T_* - T_s}{\dot{T}}. \quad (4)$$

Необходимое условие для преобладания механизма гомогенного зародышеобразования над гетерогенным формулируется как [3]

$$\frac{\tau_{\text{гет}}}{\tau_*} \gg 1. \quad (5)$$

Выражение (5) с учетом теплофизических параметров жидкости записывают в виде [3]

$$\left(\frac{3}{4\pi\Omega\langle\Psi^3\rangle} \right)^{\frac{1}{3\alpha}} \frac{T}{(T_* - T_s)} \gg 1, \quad (6)$$

где $\tau_{\text{гет}}$ – характерное время вскипания на готовых центрах; Ω – эффективное число гетерогенных центров в единице объема жидкости; Ψ – функция теплофизических параметров и перегрева жидкости, определяемая выражением

$$\Psi = \frac{2}{\rho'' L} \sqrt{\lambda' c' \rho' (T - T_s)};$$

$\rho' = 1/\nu'$ – плотность; λ' – коэффициент теплопроводности; c' – теплоемкость на метастабильном участке изобары; L – удельная теплота испарения при заданном давлении.

Неравенство (6) может быть использовано для оценки требуемой скорости декомпрессии реактора, так как позволяет оценить необходимую скорость изменения температуры и перевода жидкости в глубокое метастабильное состояние, которая зависит от скорости выхода из реактора пара при открытии запорного клапана.

На основе приведенной теории гомогенного зародышеобразования сформулируем основные требования к параметрам парового взрыва в реакторе:

1) обеспечение относительной величины перегрева жидкости, близкой к предельной $\varepsilon \approx 1$ ($\tau_{\text{гет}}/\tau_* \gg 1$);

2) обеспечение частоты зародышеобразования $J \geq 10^8 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$.

В ходе исследований рассмотрена возможность выполнения указанных требований на основе стандартного автоклава (реактора), имеющего рабочий объем $V_{\text{реак}} = 0.0015 \text{ м}^3$; рабочие температуру 200–300°C и давление 0.1–10 МПа.

С учетом справочных данных, приведенных в [3, 4], рассчитаны параметры установки, обеспечивающие реализацию детонационного режима вскипания жидкости при работе в интервале давлений от 2 до 7 МПа: проходное сечение клапана $\geq 1.97 \times 10^{-3} \text{ м}^2$ и скорость его открытия $\geq 122 \text{ мс}$. При этом обеспечиваются относительная величина перегрева жидкости $\varepsilon \sim 1$ и частота зародышеобразования $J = (7-10) \times 10^8 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$.

На основе полученных исходных данных спроектирована и изготовлена установка парового



Рис. 1. Фотографии древесной стружки после парового взрыва при температуре 220°C, давлении 2.3 МПа, времени выдержки 1 мин.

взрыва. Особенностью установки является специальная конструкция быстродействующего электромагнитного клапана ($D_u = 1.5''$), которая при давлении пара в реакторе 2.5–3.0 МПа обеспечивает время декомпрессии $\sim 20 \text{ мс}$.

На установке проведена серия экспериментов по предварительной обработке древесных опилок и соломы.

Обработка осуществлялась при следующих характерных термобарических условиях (насыщенный водяной пар): 180°C, 10 атм; 200°C, 15 атм; 220°C, 23 атм; 234°C, 30 бар и времени выдержки 1 и 3 мин.

Полученные образцы направлялись на дальнейшую обработку: делигнификацию и ферментативный гидролиз.

На рис. 1 представлены фотографии обработанной паровзрывным способом древесной стружки.

С увеличением температуры, давления и времени обработки образцы ЛС существенно изменяли свои физико-механические характеристики. Увеличивалась степень дисперсности и разволокненности лигниноцеллюлозного сырья, материал становился менее прочным, приобретал темную окраску.

Таким образом, на основе теории гомогенного зародышеобразования сформулированы требования, соблюдение которых обеспечивает эффективную работу установки парового взрыва: величина перегрева жидкости в реакторе, близкая к предельной, $\varepsilon \approx 1$ и частота зародышеобразования $J \geq 10^8 \text{ м}^{-3} \text{ с}^{-1}$. Для их достижения в конструкции установки должны быть соблюдены определенные пропорции между ее объемом, проходным сечением клапана и скоростью его открытия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Накоряков Е.В., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р.* Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 248 с.
2. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 842 с.
3. *Скрипов В.П., Сеницын Е.Н., Павлов П.А., Ермаков Г.В., Муратов Г.Н., Буланов Н.В., Байдаков В.Г.* Теплофизические свойства жидкостей в метастабильном состоянии: Справочник. М.: Атомиздат, 1980. 208 с.
4. *Ривкин С.Л., Александров А.А.* Термодинамические свойства воды и водяного пара: Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1984. 80 с.

SETTING REQUIREMENTS FOR STEAM EXPLOSION PLANTS

O. R. Ganiev^a and I. N. Grishnyaev^a

^a *Mechanical Engineering Research Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

Presented by Academician of the RAS R.F. Ganiev

Based on the analysis of the physical processes that occur during a steam explosion, it is shown that in installations of this type it is necessary to provide a mode of homogeneous nucleation. It is characterized by the fluctuation frequency of the formation of viable vapor phase nuclei in a unit volume of liquid of at least $10^8 \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ and the relative value of liquid overheating ~ 1 . On the basis of a standard autoclave, a steam explosion unit was designed and manufactured to meet the specified requirements.

Keywords: lignocellulosic raw materials, steam explosion installation

УДК 532.546, 614.894

ТЕПЛОЗАЩИТНЫЙ РЕСПИРАТОР НА ОСНОВЕ ГРАНУЛИРОВАННЫХ МАТЕРИАЛОВ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

© 2022 г. Н. А. Луценко^{1,2,*}, С. С. Фецов^{1,2,**}

Представлено академиком РАН Ю.Н. Кульчиным 21.04.2022 г.

Поступило 21.04.2022 г.

После доработки 21.04.2022 г.

Принято к публикации 10.08.2022 г.

Для защиты органов дыхания от опасно высоких температур вдыхаемого воздуха при пожарах и иных чрезвычайных ситуациях предложено использовать теплозащитные респираторы на основе гранулированных материалов с фазовыми переходами. Посредством численного эксперимента продемонстрирована возможность создания таких средств индивидуальной защиты на основе известных материалов. При этом незначительная масса охлаждающего элемента на основе гранулированного материала с фазовыми переходами позволяет совмещать его с газодымозащитным элементом и создавать комбинированные респираторы, защищающие как от высоких температур, так и от токсичных продуктов горения.

Ключевые слова: респиратор, защита органов дыхания, охлаждение вдыхаемого воздуха, материалы с фазовыми переходами, пористые среды, численное моделирование

DOI: 10.31857/S2686740022060104

Медицинская статистика показывает, что тепловой ожог органов дыхания вносит существенный вклад в смертность и травматизм при пожарах в помещениях [1, 2]. При пожарах ингаляционный ожог получают 20–35% пострадавших, среди которых наблюдаются повышенные заболеваемость пневмонией (38%) [1] и смертность (31%) [2]. С учетом смертей от полученной пневмонии максимальная ожидаемая смертность от ингаляционного ожога достигает 60% [1]. Предотвратить ожоги органов дыхания, снизить травматизм при пожарах, можно при использовании персональных защитных средств, способных охлаждать горячий воздух перед его попаданием в верхние дыхательные пути. В настоящее время исследуются различные варианты создания средств индивидуальной защиты органов дыхания от ингаляционных травм, которые основаны на использовании материалов с фазовым переходом (МФП) [3]. В частности, предлагаются кожухотрубчатые теплообменники с микрокапсулированными МФП и теплообменники на основе по-

следовательно расположенных перфорированных пластин из парафин-графитовых материалов.

В работе для охлаждения вдыхаемого воздуха предлагается использовать теплозащитные респираторы на основе гранулированных МФП. Такие МФП выпускаются широким ассортиментом в промышленных масштабах и активно используются в энергетике [4, 5]. Охлаждающая часть предлагаемого теплозащитного респиратора внешне идентична обычной фильтрующей коробке, но внутри содержит засыпку из мелких гранул МФП. Втекая в респиратор при вдохе, горячий воздух охлаждается за счет теплообмена с плотной засыпкой из частиц МФП, а затем через клапан вдоха попадает в дыхательные пути (рис. 1).

При нагреве гранул МФП до определенной температуры происходит либо твердотельный фазовый переход, либо плавление без нарушения целостности частиц, что обеспечивается их капсулированием или использованием специальных адсорбирующих матриц. В результате фазового перехода МФП поглощает тепловую энергию воздуха не нагреваясь, что увеличивает время, в течение которого выходящий из респиратора газ имеет пригодную для дыхания температуру.

Целью настоящей работы является оценка возможности создания теплозащитного респиратора на основе существующих гранулированных МФП. Заметим, что использовать какие-либо интегральные оценки здесь невозможно, так как

¹ Институт автоматизации и процессов управления
Дальневосточного отделения Российской академии наук,
Владивосток, Россия

² Дальневосточный федеральный университет,
Владивосток, Россия

*E-mail: NickL@inbox.ru

**E-mail: fetc95@mail.ru

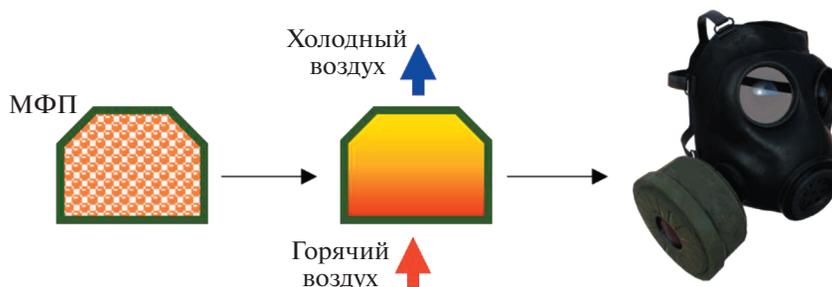


Рис. 1. Схематичное представление охлаждения воздуха гранулированным материалом в теплозащитном респираторе.

поле температур газа внутри респиратора существенно не совпадает с полем температур МФП и сильно зависит от времени и координаты. Охлаждающий элемент теплозащитного респиратора при моделировании можно рассматривать как пористый объект с фазовыми переходами в конденсированном компоненте и описывать процессы в нем методами механики сплошных многофазных сред [6]. Система уравнений, описывающая течение газа в таком объекте, включает в себя уравнение энергии МФП и уравнения энергии, движения, неразрывности и состояния воздуха:

$$\begin{aligned}
 (1-a)\rho_c \frac{\partial h_c}{\partial t} &= \\
 &= -\alpha(T_c - T_g) + (1-a) \operatorname{div}(\lambda_c \operatorname{grad} T_c), \\
 a \frac{\partial(\rho_g h_g)}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{u} h_g) &= \\
 &= \alpha(T_c - T_g) + a \operatorname{div}(\lambda_g \operatorname{grad} T_g), \\
 \frac{1+(1-a)\chi}{a^2} \left(a \frac{\partial(\rho_g \mathbf{u})}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{u} \mathbf{u}) \right) &= \\
 &= -\operatorname{grad} p - \left(\frac{\mu}{k_1} + \rho_g k_2 |\mathbf{u}| \right) \mathbf{u}, \\
 a \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_g \mathbf{u}) &= 0, \quad p = \rho_g R_g T_g.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь a – пористость, h – энтальпия, k_1 – коэффициент проницаемости засыпки, k_2 – коэффициент инерционного сопротивления засыпки, p – давление воздуха, R_g – газовая постоянная, T – температура, t – время, \mathbf{u} – скорость фильтрации воздуха, α – коэффициент, определяющий интенсивность межфазного теплообмена, λ – коэффициент теплопроводности, μ – коэффициент динамической вязкости воздуха, ρ – плотность, χ – коэффициент, учитывающий инерционное взаимодействие сред [6]. Индексы в обозначениях указывают на следующее: c – МФП, g – воздух. Фазовый переход в модели учитывается в первом уравнении системы (1) в виде специальной непропорциональной зависимости полной энтальпии МФП h_c от температуры, которая претерпе-

вает скачкообразное изменение около точки фазового перехода [7].

На входе в объект известны температура и давление воздуха, которые полагаются равными их значениям в окружающей среде (в нагретом помещении). На выходе известен объемный расход, определяемый дыханием человека. Также известны условия теплообмена на входе, выходе и боковых непроницаемых поверхностях. Таким образом, можно записать следующие краевые условия для системы (1):

$$\begin{aligned}
 p|_{G_i} &= p_0 \quad T_g|_{G_i} = T_0, \quad \int_{G_o} u_n ds = Q_{v0}(t), \\
 \partial_n T_c|_{G_i \cup G_o \cup G_w} &= 0, \quad \partial_n T_g|_{G_o \cup G_w} = 0, \quad u_n|_{G_w} = 0,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где ∂_n и u_n – производная и скорость фильтрации вдоль внешней нормали, G_i , G_o – соответственно, входная и выходная поверхности, G_w – непроницаемая поверхность объекта.

Система уравнений (1) с граничными условиями (2) может быть решена численным методом, предложенным в [8] и детально описанным в [9]. Адекватность данной численной модели подтверждается валидацией, показавшей хорошее соответствие результатов расчетов экспериментальным данным даже при моделировании малогабаритных объектов [8, 9]. Заметим, что модификация указанного численного метода используется для расчета процессов в пористых средах не только с фазовыми переходами, но и с химическими превращениями [10].

Условия функционирования разрабатываемого теплозащитного устройства накладывают на его конструкцию довольно жесткие ограничения. Респиратор должен иметь компактные размеры и малую массу, но при этом эффективно охлаждать воздух в течение заданного времени. В качестве верхней оценки такого времени примем 10 мин, этого обычно достаточно для эвакуации из горящего помещения. Температура фазового перехода гранулированного МФП должна быть выше температуры хранения респиратора, но при этом не должна быть слишком высокой, иначе поглощение теплоты за счет фазовых превращений не

Таблица 1. Теплофизические параметры материалов А43, А70, Х70

Материал	Плотность, кг/м ³	Теплоемкость, Дж/кг °С	Теплота фазового перехода, Дж/кг	Температура фазового перехода, °С
А43	780	2370	196000	43
А70	890	2200	157500	70
Х70	1085	1570	160000	70

окажет существенного влияния на охлаждение вдыхаемого газа. Принципиальным требованием к гранулированному МФП является то, что материал должен оставаться стабильным при высоких температурах, и это многократно сокращает список потенциально подходящих МФП. Однако ряд плавящихся материалов серии А, а также серии Х с твердотельным фазовым переходом, производимых РСМ Products Ltd [11], способны функционировать при температуре 180°С, имея при этом относительно низкие температуры фазового перехода. В табл. 1 приведены некоторые характеристики материалов А43, А70 и Х70. Заметим, что для использования материалов А43 и А70 в виде гранул их нужно капсулировать, поэтому в таблице для этих материалов приведена теплота фазового перехода на единицу массы с учетом капсулирования в предположении, что объемная доля оболочки равна 30%.

Чтобы проверить, какие массогабаритные характеристики может иметь теплозащитный респиратор, созданный на основе материалов А43, А70 и Х70, численно рассчитаем режим работы такого респиратора цилиндрической формы, варьируя его длину H от 65 до 90 мм и диаметр D от 60 до 75 мм. При расчетах полагалось $T_0 = 177^\circ\text{C}$,

$p_0 = 10^5$ Па, а расход на выходе менялся по кусочно-синусоидальной функции, имитирующей дыхание человека, так, чтобы за минуту суммарный расход равнялся 20 л. Пористость засыпки полагалась равной 0.45, проницаемость и коэффициент инерционного сопротивления определялись из формулы Эргуна для диаметра гранулы 4 мм. В качестве значения коэффициента межфазного теплообмена α была взята его нижняя оценка $\alpha = 15000$ Вт/м³°С, так как численные эксперименты показали, что чем больше его значение, тем дольше обеспечиваются допустимые температуры выходящего воздуха. На рис. 2а изображена зависимость температуры воздуха T_{out} на выходе охлаждающего элемента от его длины H и диаметра D через 10 мин, рассчитанная с помощью предложенной модели для материала А43.

Из рис. 2а видно, что для материала А43 существует область значений H и D , при которых респиратор способен охлаждать воздух в течение 10 мин до температур ниже 50°С. На рис. 2б показано, как при изменении массы МФП меняется предельное время работы респиратора, в течение которого температура выходящего воздуха остается ниже максимально допустимого значения, при этом рассмотрено 4 варианта максимально

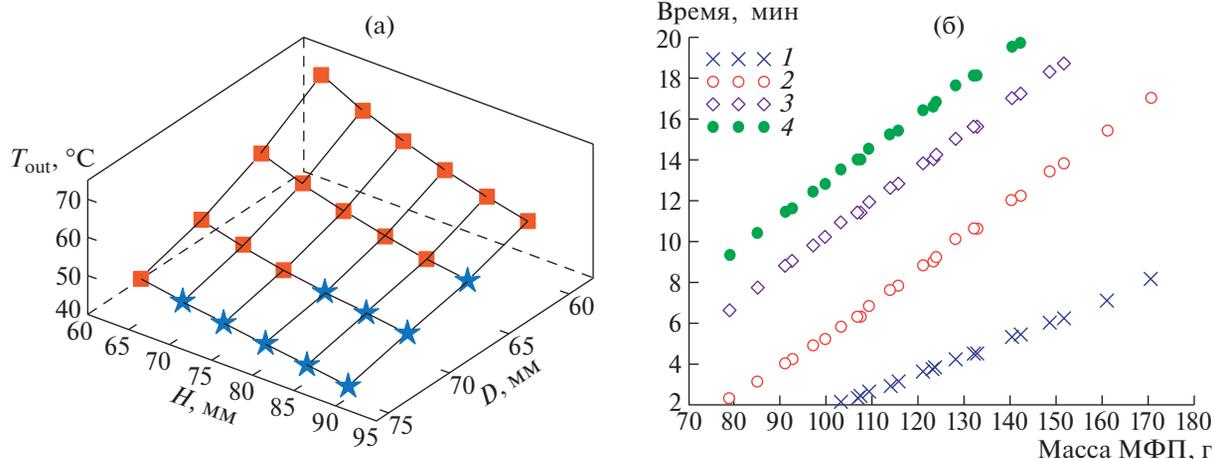


Рис. 2. Рассчитанные для респиратора на основе МФП А43 зависимости: а – температуры выходящего воздуха от размеров охлаждающего элемента через 10 мин (★ – $T_{\text{out}} < 50^\circ\text{C}$, ■ – $T_{\text{out}} > 50^\circ\text{C}$); б – предельного времени работы респиратора от массы МФП при максимально допустимой температуре выходящего воздуха, равной 40 (1), 50 (2), 60 (3), 70°С (4).

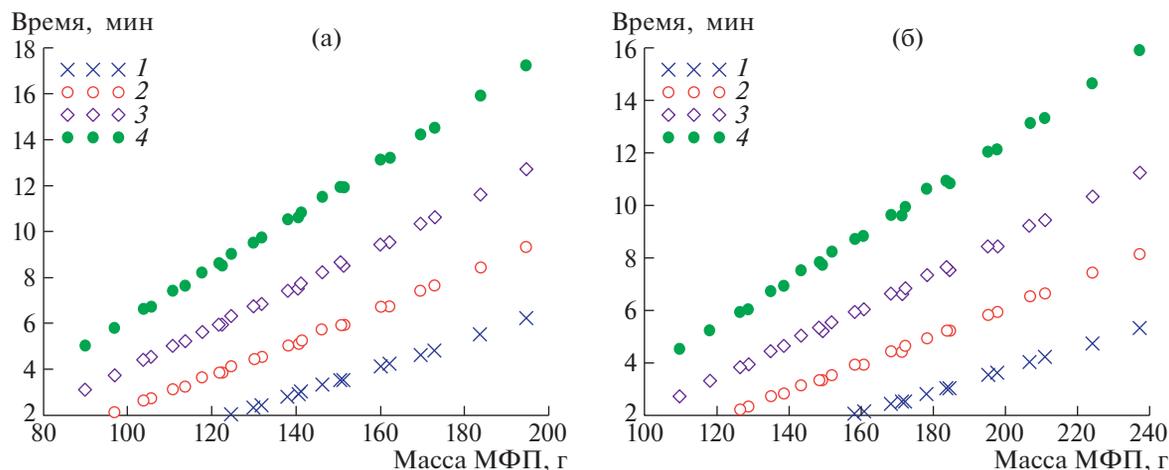


Рис. 3. Зависимость предельного времени работы респиратора от массы материалов А70 (а) и Х70 (б) при максимально допустимой температуре выходящего воздуха, равной 40 (1), 50 (2), 60 (3), 70°С (4).

допустимой температуры вдыхаемого воздуха. Из рис. 2 видно, что наименьшая масса МФП, при которой выходящий воздух имеет температуру ниже 50°С в течение 10 мин, равна приблизительно 130 г. При увеличении максимально допустимой температуры необходимое значение массы МФП уменьшается, и для охлаждения воздуха в течение 10 мин до температур ниже 60°С респиратор может содержать примерно 100 г материала А43. Таким образом, гранулы с материалом А43 могут быть успешно использованы в теплозащитном респираторе. При этом незначительная масса охлаждающего элемента на основе данного материала позволяет совмещать его с фильтрующим газодымозащитным элементом и создавать комбинированные респираторы, защищающие как от высоких температур, так и от токсичных продуктов горения.

На рис. 3 изображены зависимости предельного времени работы респиратора от массы МФП для материалов А70 и Х70. Видно, что респиратор на основе МФП А70 способен охлаждать воздух в течение 10 мин до температур ниже 60°С при массе около 165 г, а респиратор на основе МФП Х70 — при массе около 220 г.

Большие в сравнении с А43 значения массы являются следствием меньших теплоты фазового перехода и теплоемкости, большей плотности, а также значительно более высокой температуры плавления, из-за которой фазовый переход наступает позже. Более высокая температура фазового перехода приводит к тому, что меньшая часть МФП успевает поменять фазовое состояние к тому моменту, когда температура выходящего воздуха достигает максимально допустимого значения. В частности, для респираторов на основе Х70 и А70, обеспечивающих охлаждение воздуха в течение 10 мин до температур ниже 60°С

и имеющих минимально возможную массу, доля претерпевшего фазовый переход вещества за 10 мин процесса равна соответственно 37 и 41%. В то же время для материала А43 аналогичный показатель равен 79%. Таким образом, в респираторах на основе Х70 и А70 значительная часть материала оказывается не использованной в качестве МФП к моменту окончания процесса. Поэтому применение данных материалов в теплозащитных респираторах неэффективно. Однако замена не используемых в качестве МФП гранул А70 или Х70 на фильтрующий газодымозащитный материал с нужными свойствами, вероятно, позволит получить эффективные комбинированные респираторы, но это требует дополнительных исследований.

Также из рис. 2б и рис. 3 можно заметить, что рассмотренные цилиндрические респираторы одинаковой массы, но разной длины и диаметра имеют почти равное время поддержания температуры выходящего воздуха ниже максимально допустимого значения. Отсюда следует, что варьирование диаметра и длины теплозащитного респиратора на десятки процентов при сохранении массы МФП не приводит к заметному изменению предельного времени его работы.

Таким образом, проведенные вычислительные эксперименты показали, что на основе существующих гранулированных МФП могут быть созданы средства индивидуальной защиты органов дыхания от опасно высоких температур вдыхаемого воздуха. Охлаждающие элементы таких средств защиты будут иметь незначительную массу, что позволит совмещать их с фильтрующими газодымозащитными элементами и создавать комбинированные респираторы, защищающие как от высоких температур, так и от токсичных продуктов горения. Также показано, что на предельное вре-

мя работы теплозащитного респиратора цилиндрической формы почти не влияет варьирование его диаметра и длины на десятки процентов при сохранении массы МФП.

БЛАГОДАРНОСТИ

Результаты получены с использованием оборудования ЦКП “Дальневосточный вычислительный ресурс” ИАПУ ДВО РАН.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-01129, <https://rscf.ru/project/22-29-01129/>.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shirani K., Pruitt B., Mason A.* The influence of inhalation injury and pneumonia on burn mortality // *Ann. Surg.* 1987. V. 205. № 1. P. 82–87.
2. *Smith D., Cairns B., Ramadan F., et al.* Effect of inhalation injury, burn size, and age on mortality // *J. Trauma.* 1994. V. 37. № 4. P. 655–659.
3. *Zhu Y., Xiao J., Chen T., Chen A., et al.* Experimental and numerical investigation on composite phase change material (PCM) based heat exchanger for breathing air cooling // *Appl. Therm. Eng.* 2019. V. 155. P. 631–636.
<https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2019.04.014>
4. *Zalba B., Marin J.M., Cabeza L.F., et al.* Review on thermal energy storage with phase change: materials, heat transfer analysis and applications // *Appl. Therm. Eng.* 2003. V. 23. P. 251–283.
[https://doi.org/10.1016/S1359-4311\(02\)00192-8](https://doi.org/10.1016/S1359-4311(02)00192-8)
5. *Peng H., Li R., Ling X., Dong H.* Modeling on heat storage performance of compressed air in a packed bed system // *Appl. Energy.* 2015. V. 160 P. 1–9.
<https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.09.029>
6. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
7. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
8. *Левин В.А., Луценко Н.А., Фецов С.С.* Моделирование движения газа через слой гранулированного теплоаккумулирующего материала с фазовым переходом // *ДАН.* 2018. Т. 479. № 4. С. 386–389.
<https://doi.org/10.7868/S0869565218100067>
9. *Lutsenko N.A., Fetsov S.S.* Numerical Model of Time-Dependent Gas Flows Through Bed of Granular Phase Change Material // *Int. J. Comp. Meth.* 2020. V. 17. № 6. Article 1950010.
<https://doi.org/10.1142/S0219876219500105>
10. *Луценко Н.А.* Моделирование процесса извлечения ценных металлов из металлсодержащих сред методом фильтрационного горения // *Доклады РАН. Физика, технические науки.* 2020. Т. 491. С. 85–89.
<https://doi.org/10.1134/S1028335820030106>
11. www.pcmproducts.net

THERMAL PROTECTIVE RESPIRATOR BASED ON GRANULAR PHASE CHANGE MATERIALS

N. A. Lutsenko^{a,b} and S. S. Fetsov^{a,b}

^a *Institute of Automation and Control Processes of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia*

^b *Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia*

Presented by Academician of the RAS Yu.N. Kulchin

To protect the respiratory organs from dangerously high temperatures of inhaled air during fires and other emergencies, it is proposed to use the heat-protective respirators based on granular phase change materials. By means of a numerical experiment, the possibility of creating such personal protective equipment based on known materials has been demonstrated. The insignificant mass of the cooling element based on granular phase change material makes it possible to combine it with a gas and smoke protective element and create combined respirator that protect both from high temperatures and from toxic combustion products.

Keywords: respirator, respiratory protection, breathing air cooling, phase change materials, porous media, numerical simulation

УДК 536.2

СЕЛЕКТИВНЫЙ ЛАЗЕРНЫЙ НАГРЕВ ОБОЛОЧЕК ЗАМКНУТЫХ ПОЛОСТЕЙ, ЗАПОЛНЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ

© 2022 г. С. Н. Мокрин^{1,2,*}, академик РАН М. А. Гузев¹, Д. А. Терешко¹, А. В. Кулик^{1,2}, С. С. Минаев^{1,3}, И. А. Абушкин⁴, В. М. Чудновский^{1,5}

Поступило 26.05.2022 г.

После доработки 26.05.2022 г.

Принято к публикации 17.06.2022 г.

Исследуется способ селективного разогрева оболочки полости, заполненной жидкостью, с использованием разогретых затопленных струй, генерируемых при лазерном нагреве жидкости на торце оптоволокну, введенного в полость. Экспериментально показано, что струи, проходя сквозь “холодную” окружающую жидкость, при столкновении с оболочкой нагревают ее, тогда как температура окружающей жидкости поднимается незначительно. Численное моделирование данного процесса позволяет оценить время нагрева замкнутых оболочек до температуры тепловой модификации стенок патологических объектов и санации поверхностей в зависимости от мощности лазерного излучения. Полученный результат важно учитывать при проведении лазероиндуцированной прецизионной очистки и санации поверхностей в замкнутых объемах, при разработке медицинских технологий лазерного хирургического лечения патологически измененных сосудов, кист и других приложениях.

Ключевые слова: лазерное излучение, затопленная струя, кипение, пузырьки, полость, теплоперенос

DOI: 10.31857/S2686740022060128

В медицине и технике часто приходится решать задачи селективного разогрева замкнутых оболочек полостей, заполненных жидкостью. При этом необходимо нагреть оболочку так, чтобы температура жидкости, заполняющей объем полости, в процессе нагрева изменилась незначительно. Подобная ситуация распространена в хирургии, когда тепло используется, например, для лечения кист и сосудистых аномалий [1, 2]. Кисты – это патологические образования, имеющие стенку (замкнутую оболочку) и наполненные жидкостью. Для устранения кисты необходимо разогреть только ее внутреннюю оболочку. Если при нагреве кисты существенно увеличится тем-

пература жидкости, содержащийся в ней, то с большой вероятностью может образоваться ожог окружающих тканей и повреждение близлежащих анатомических структур. В технических приложениях нежелательный нагрев окружающей среды может возникнуть при проведении лазерной очистки поверхностей, когда одновременно необходимо провести санацию и стерилизацию этих поверхностей [3].

В данной работе для решения сформулированной проблемы предлагается использовать разогретые затопленные струи, генерируемые в заполненной жидкостью полости при кавитации, индуцированной лазерным нагревом жидкости в окрестности кончика оптоволокну, введенного в полость. Затопленные струи широко применяются в технике, микробиологии, медицине, биотехнологиях и др. [4–9]. Однако струи, нагретые до температуры, близкой к температуре насыщения, генерируются только при кавитации, возникающей при недогревом до температуры насыщения вскипании жидкости [10–12]. Явление кипения с недогревом – это кипение, локализованное в окрестности сосредоточенного разогретого нагревательного элемента, погруженного в окружающую относительно “холодную” жидкость [13]. Разогретые затопленные струи, генерируемые при кипении с недогревом, с большой скоростью

¹ Институт прикладной математики
Дальневосточного отделения Российской академии наук,
Владивосток, Россия

² Дальневосточный федеральный университет,
Владивосток, Россия

³ Физический институт им. П. Н. Лебедева
Российской академии наук, Москва, Россия

⁴ Центр медицинских лазерных технологий,
Челябинск, Россия

⁵ Тихоокеанский океанологический институт
им. В. И. Ильичева
Дальневосточного отделения Российской академии наук,
Владивосток, Россия

*E-mail: msn_primat@mail.ru

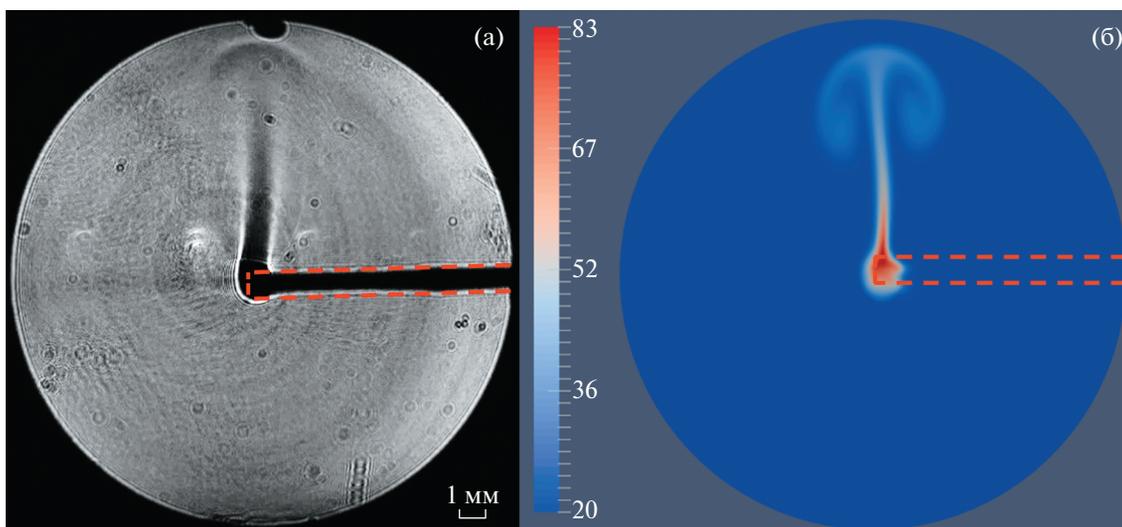


Рис. 1. Распространение струи нагретой жидкости, вызванное силой плавучести в режиме свободной конвекции. Мощность лазерного излучения 0.5 Вт. Диаметр оптоволоконна 600 мкм. а – Распространение нагретой жидкости, вызванное силой плавучести (эксперимент); б – поле температур, полученное в результате численного моделирования. Красной пунктирной линией выделено оптоволоконно.

распространяются от поверхности нагревательного элемента в глубь жидкости [10–12]. Эти струи, проходя сквозь “холодную” окружающую жидкость, будут сталкиваться с оболочкой и растекаться вдоль ее поверхности, передавая оболочке свое тепло. Поскольку скорость движения струи достаточно высока, а масса струи мала, то количество тепла, передаваемого в окружающую среду, должно быть незначительным по сравнению с теплоотдачей на границе. Таким образом, предложенный способ передачи тепла можно использовать для селективного разогрева замкнутых оболочек, заполненных жидкостью.

Для исследования данного способа эксперименты по инициации кипения с недогревом были проведены для воды в замкнутой кювете с использованием установки, описанной в работе [14]. Затопленные струи генерировались в окрестности сосредоточенного нагревательного элемента, представляющего собой кончик оптоволоконна, по которому распространяется лазерное излучение. Конверсия лазерного излучения в тепло приводила к нарастанию и последующему схлопыванию парового пузырька, который в процессе коллапса в окрестности торца оптоволоконна генерировал кумулятивную нагретую затопленную струю [10–12, 14]. Поскольку непосредственное измерение температуры оболочки кюветы в эксперименте сопряжено с техническими трудностями, было проведено численное исследование процесса, которое дополнило качественные результаты экспериментальных данных. При моделировании распределения тепла в жидкости, заполняющей кювету, использовалась система уравнений Навье–Стокса с учетом плавучести

совместно с уравнением теплопроводности [15]. Начально-краевая задача данной модели решалась методом конечных элементов при помощи свободно распространяемого программного пакета FreeFEM. Все параметры жидкости соответствовали характеристикам воды.

В эксперименте лазерное излучение подавалось в замкнутую кювету с водой по оптоволокону таким образом, что кварцевый кончик оптоволоконна диаметром 600 мкм, в окрестности которого происходило вскипание воды, располагался в центре кюветы диаметром 26 мм. Паровой пузырек нарастал и схлопывался в результате разогрева торца оптоволоконна, покрытого тонким слоем оксида двухвалентного железа FeO, в котором излучение практически полностью поглощалось. На поверхности торца, покрытого слоем поглощающего излучение вещества, развивалось поверхностное вскипание воды, не зависящее от длины волны лазерного излучения [14]. Коллапс пузырька приводил к возникновению нагретых затопленных струй.

Результаты экспериментальных исследований представлены на рис. 1а и рис. 2а. На рис. 1а показано распространение струи нагретой жидкости, вызванное силой плавучести в режиме свободной конвекции. Нагретая жидкость визуально определяется “на просвет” из-за различия коэффициентов преломления в нагретой и не нагретой жидкости. Конвекция наблюдается при мощности лазерного излучения 0.5 Вт. При повышении мощности лазерного излучения до 3 Вт вода в окрестности торца оптоволоконна вскипает, что сопровождается возникновением затопленной нагретой струи, распространяющейся от торца

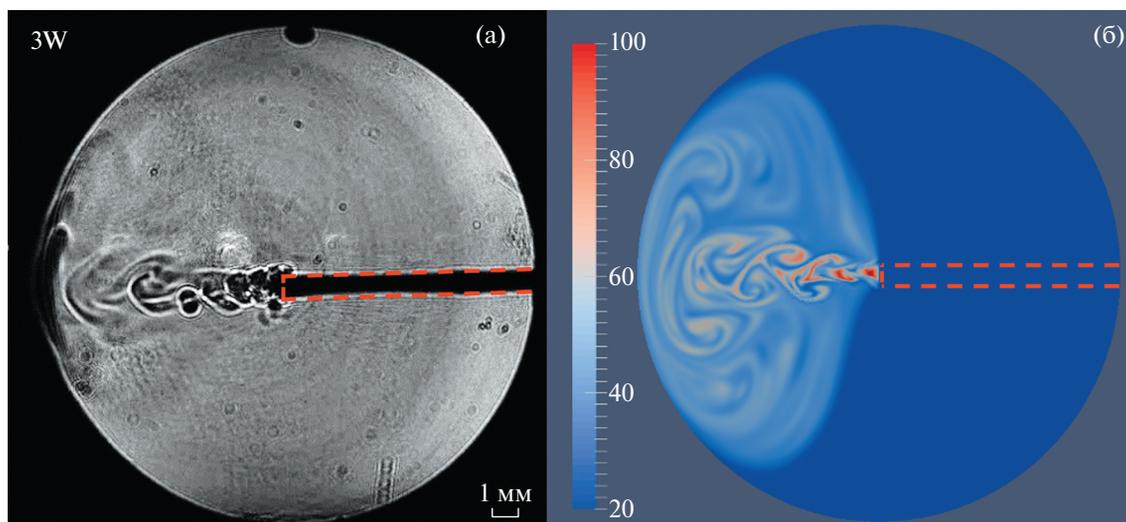


Рис. 2. Распространение нагретой жидкости при кипении с недогревом инициированного на торце оптоволоконка. Мощность лазерного излучения 3 Вт. Диаметр оптоволоконка 600 мкм. а – Нагретая затопленная струя, распространяющаяся от торца оптоволоконка к стенке кюветы (эксперимент); б – поле температур, полученное в результате численного моделирования. Красной пунктирной линией выделено оптоволоконко.

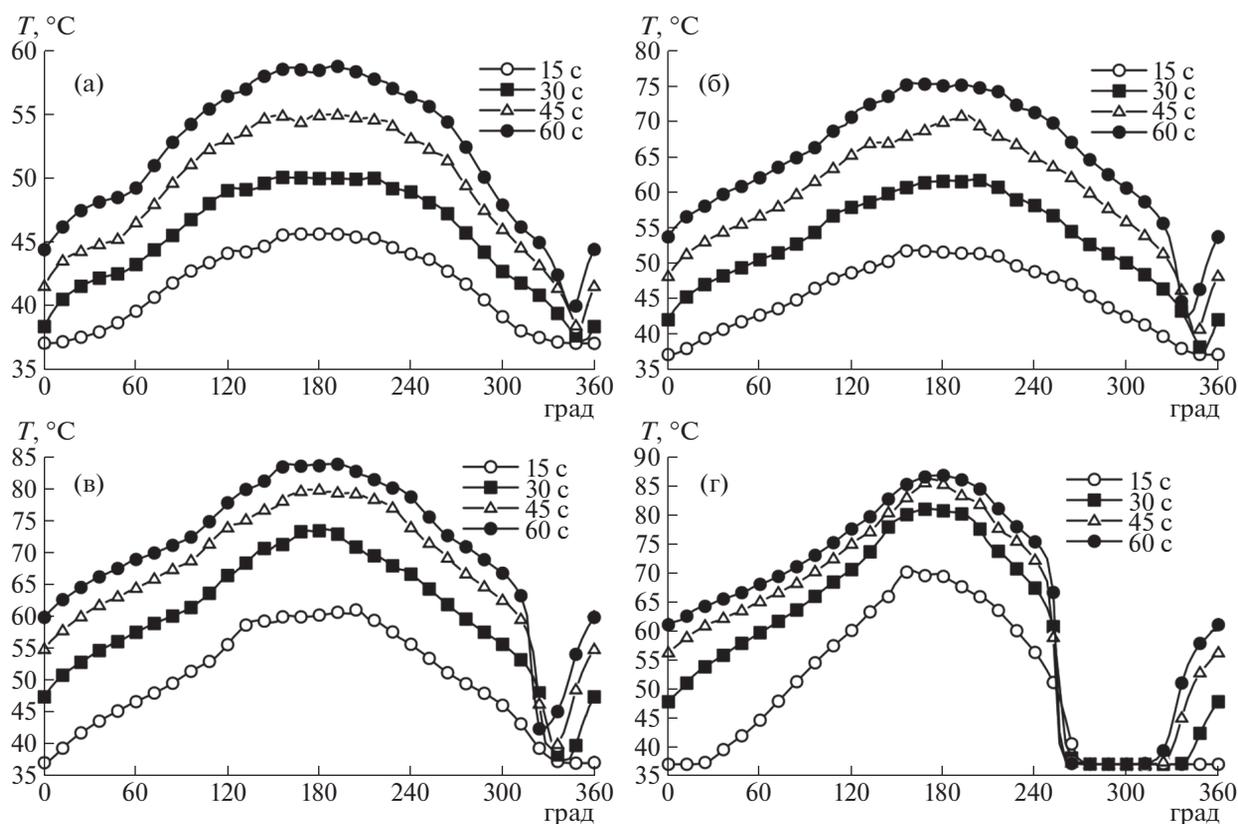


Рис. 3. Рассчитанный методом компьютерного моделирования профиль температуры, образованный вдоль границы области, размеры которой соответствуют размерам экспериментальной кюветы, в условиях, когда температура окружающей жидкости и коэффициент теплоотдачи на границе равны 37°C и $400 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К})$ соответственно. Расчеты проведены для мощности лазерного излучения 1.5 Вт (а), 3 Вт (б), 5 Вт (в) и 7 Вт (г). На вертикальной оси показаны значения температуры в градусах Цельсия через 15, 30, 45 и 60 с от момента включения лазерного генератора. По горизонтальной оси указан угол в градусах, где 0° – начало оси оптоволоконка, 180° соответствует торцу оптоволоконка.

оптоволоконна к стенке кюветы, рис. 2а. Затопленная струя движется к стенке кюветы, сталкивается и растекается вдоль внутренней границы стенки (оболочки) кюветы.

На рис. 1б показано поле температур, рассчитанное для свободной конвекции, а на рис. 2б — для режима с образованием нагретой затопленной струи.

На рис. 3 показаны профили температуры внутренней границы замкнутой оболочки, размерами и формой совпадающей с экспериментальной кюветой, рассчитанные для кисты молочной железы, оболочку которой образует жировая ткань. Расчеты проведены для мощности лазерного излучения 1.5 Вт (рис. 3а), 3 Вт (рис. 3б), 5 Вт (рис. 3в) и 7 Вт (рис. 3г). Показаны значения температуры через 15, 30, 45 и 60 с от момента включения лазерного генератора. По оси абсцисс указан угол в градусах, где 0° соответствует началу оси оптоволоконна, 180° соответствует торцу оптоволоконна, а отсчет выполняется против часовой стрелки. В начальный момент температура среды совпадает с физиологической температурой 37°C . Результаты численного моделирования, полученные для разных значений мощности лазерного излучения в различные моменты времени лазерного нагрева от момента включения лазерного генератора, показывают, что стенка кисты достаточно быстро разогревается до температуры 70°C , при которой происходит необратимая денатурация основных белков, входящих в состав интимы стенки кисты. Термомодификация ткани стенки кисты приводит к ее последующему замещению фиброзной тканью. Асимметрия кривых на рис. 3 возникает вследствие учета в модели плавучести нагретой жидкости, наблюдаемой в эксперименте.

Таким образом, нагретые затопленные струи переносят тепло от торца лазерного оптоволоконна к стенкам замкнутой оболочки через окружающую жидкость, имеющую значительно более низкую температуру в сравнении с температурой струи. При столкновении с оболочкой нагретая жидкость растекается по ее внутренней поверхности и, как показывают результаты численного моделирования, достаточно быстро и эффективно передает тепло к стенке кюветы. В зависимости от мощности излучения, менее чем за одну минуту лазерного нагрева температура стенки замкнутой оболочки с диаметром полости 26 мм на фронтной струи повышается до температуры достаточной для санации поверхности и тепловой деградации патологических образований, содержащих жидкость.

ИСТОЧНИК ФИНАНСИРОВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-19-00189).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mohamad Feras Marqa, Serge Mordon, Nacim Betrouni.* Laser interstitial thermotherapy of small breast fibroadenomas: Numerical simulations // *Lasers in Surgery and Medicine.* 2012. V. 44 (10). P. 832–839. <https://doi.org/10.1002/lsm.22097>
2. *Абушкин И.А., Денис А.Г., Романова О.А., Привалов В.А., Васильев И.С., Лаппа А.В.* Инфракрасная лазерная термотерапия в лечении артериовенозных мальформаций. Избранные страницы сосудистой хирургии // *Материалы XXXI Международной конференции Российского общества ангиологов и сосудистых хирургов.* 25–26 ноября 2015 г. Москва. Ангиология и сосудистая хирургия. 2015. Т. 21. № 4 (приложение). С. 3–4.
3. *Ohl C.-D., Arora M., Dijkink R., Janve V., Lohse D.* Surface cleaning from laser-induced cavitation bubbles // *Applied Physics Letters.* 2006. V. 89 (7). P. 074102. <https://doi.org/10.1063/1.2337506>
4. *Koch M., Rossello J.M., Lechner C., Lauterborn W., Mettin R.* Dynamics of a Laser-Induced Bubble above the Flat Top of a Solid Cylinder—Mushroom-Shaped Bubbles and the Fast Jet // *Fluids.* 2022. V. 7. 2. <https://doi.org/10.3390/fluids7010002>
5. *Kadivar E., el Moctar O., Skoda R., Loschner U.* Experimental study of the control of cavitation-induced erosion created by collapse of single bubbles using a micro structured riblet. *Wear* 2021. V. 486–487. 204087. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2021.204087>
6. *Dijkink R., Le Gac S., Nijhuis E., van den Berg A., Vermees I., Poot A., Ohl C.-D.* Controlled cavitation—cell interaction: trans-membrane transport and viability studies, *Phys. Med. Biol.* 2007. V. 53. P. 375. <https://doi.org/10.1088/0031-9155/53/2/006>
7. *Oyarte Gálvez L., Fraters A., Offerhaus H.L., Versluis M., Hunter I.W., Fernández Rivas D.* Microfluidics control the ballistic energy of thermocavitation liquid jets for needle-free injections // *J. Appl. Phys.* 2020. V. 127. P. 104901. <https://doi.org/10.1063/1.5140264>
8. *Afanador-Delgado S., Marañón-Ruiz V., Sevilla-Escoboza R., Chiu R.* Synthesis of SiO_2 nanoparticles assisted by thermocavitation in natural dye (*Hibiscus sabdariffa* L.) // *Opt. Laser Technol.* 2022. V. 147. P. 107559. <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2021.107559>
9. *Bin Zhang, Darren Banks, Vicente Robles, Luis Felipe Devia, Cruz Guillermo Aguilar.* High resolution optical investigation of laser intensity and solution temperature effects on thermocavitation. *Experimental Thermal and Fluid Science.* 2022. V. 136. P. 110683. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2022.110683>
10. *Chudnovskii V.M., Levin A.A., Yusupov V.I., Guzev M.A., Chernov A.A.* The formation of a cumulative jet during the collapse of a vapor bubble in a subcooled liquid formed as a result of laser heating // *Intern. J. of Heat and Mass Transfer.* 2020. V. 150. P. 119286. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.119286> 0017-9310
11. *Fursenko R.V., Chudnovskii V.M., Minaev S.S., Okajima J.* Mechanism of high velocity jet formation after a gas bubble collapse near the micro fiber immersed in a liq-

- uid // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 2020. V. 163. P. 120420.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120420> 0017-9310/©2020
12. Chudnovskii V.M., Guzev M.A., Yusupov V.I., Fursenko R.V., Okajima J. Study of methods for controlling direction and velocity of liquid jets formed during subcooled boiling // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. 2021. V. 173. P. 121250.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2021.121250>
13. Толубинский В.И. Теплообмен при кипении. Киев: Наукова думка, 1980. 316 с.
14. Кулик А.В., Мокрин С.Н., Краевский А.М., Минаев С.С., Гузев М.А., Чудновский В.М. Особенности динамики струйного потока, генерируемого при поверхностном кипении жидкости на лазерном нагревателе // Письма в ЖТФ. 2022. Т. 48. Вып. 2. С. 20–23.
<https://doi.org/10.21883/PJTF.2022.02.51944.18949>
15. Jaluria Y. Natural Convection: Heat and Mass Transfer. N.Y.: Pergamon, 1980. 326 p.

SELECTIVE LASER HEATING OF CLOSED CAVITY SHELLS FILLED WITH LIQUID

S. N. Mokrin^{a,b}, Academician of the RAS M. A. Guzev^a, D. A. Tereshko^a, A. V. Kulik^{a,b},
 S. S. Minaev^{a,c}, I. A. Abushkin^d, and V. M. Chudnovsky^{a,e}

^a Institute of Applied Mathematics of Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia

^b Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russia

^c P.N. Lebedev Physical Institute Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

^d Center for Medical Laser Technologies, Chelyabinsk, Russia

^e V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute of Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences, Vladivostok, Russia

A method for selective heating of a cavity shell filled with liquid using heated submerged jets generated by laser heating of a liquid at the end of an optical fiber introduced into the cavity is investigated. It is experimentally shown that the jets, passing through the “cold” surrounding liquid, collide with the shell and heat it, while the temperature of the surrounding liquid rises insignificantly. Numerical simulation of this process allows us to estimate the heating time of closed shells to the temperature of thermal modification of the walls of pathological objects and sanitation of surfaces depending on the power of laser radiation. It is important to consider the obtained result during laser-induced precision cleaning and sanitation of surfaces in closed volumes, when developing medical technologies for laser surgical treatment of pathologically altered vessels, cysts, and other applications.

Keywords: laser radiation, submerged jet, boiling, bubbles, cavity, heat transfer