СОДЕРЖАНИЕ

_

_

Том 85, номер 6, 2021

-

Акустическая физика

Энергоэффективные устройства обработки информационных сигналов на принципах магнонной стрейнтроники: исследование методом мандельштам-бриллюэновской спектроскопии	
А. В. Садовников, С. А. Никитов	766
Определение микробных клеток при их взаимодействии с фаговыми мини-антителами датчиком на основе резонатора с поперечным электрическим полем из пьезокерамики ЦТС-19	
И. А. Бородина, Б. Д. Зайцев, А. А. Теплых, А. К. М. Алсовэйди, О. С. Ларионова, О. И. Гулий	771
Исследование структурных и пьезоэлектрических свойств пленок ПВДФ, полученных методом Ленгмюра—Блоджетт	
И. А. Горбачев, А. В. Смирнов, Е. С. Шамсутдинова, В. В. Кашин, С. Г. Юдин, В. И. Анисимкин, В. В. Колесов, И. Е. Кузнецова	777
Влияние проводящей пленки конечной толщины, нанесенной на резонатор с поперечным электрическим полем, на его характеристики	
Б. Д. Зайцев, А. А. Теплых, А. П. Семёнов, И. А. Бородина	783
Акустооптические устройства на основе двуосных кристаллов ромбической сингонии	
В. И. Балакший, М. И. Купрейчик, С. Н. Манцевич, В. Э. Пожар	788
Вынужденное рассеяние на упругих колебаниях наночастиц в оптическом резонаторе с нанодисперсным заполнением	
А. Ф. Бункин, В. Г. Михалевич, В. Н. Стрельцов	794
Необычные случаи поведения акустических волн на границе раздела в кристалле парателлурита	
Н. В. Поликарпова, М. В. Марунин	799
Поля радиационных сил в слое вязкой жидкости	
В. А. Гусев, Д. А. Жарков	804
Использование графических ускорителей при моделировании нелинейных ультразвуковых пучков на основе уравнения Вестервельта	
Е. О. Коннова, П. В. Юлдашев, В. А. Хохлова	811
Особенности применения методики обращения сигналов во времени в нестационарном волноводе	
М. А. Миронов, П. А. Пятаков, С. А. Шуляпов	817
Ультразвуковой доплеровский метод для измерения упругости скелетных мышц	
Ш. А. Асфандияров, Т. Б. Крит, В. Г. Андреев	823
Акустическая структура низкочастотных вокализаций домовой мыши (<i>Mus musculus</i>). Онтогенетический аспект	
А. С. Лупанова, М. А. Егорова	829
Ультразвуковая визуализация динамики разрушения армированных композитов	
Ю. С. Петронюк, С. А. Титов, В. М. Левин, Т. Б. Рыжова	836
Звуковидение в жидкости через твердотельную акустическую линзу с коррекцией аберраций	
С. А. Петросян, Д. А. Николаев, С. А. Цысарь, В. Д. Свет, А. И. Цеханович, А. Д. Кренделёва, О. А. Сапожников	842

Исследование нелинейности сдвиговой упругости наносуспензий акустическими методами	
Т. С. Дембелова, Д. Н. Макарова, Б. Б. Бадмаев	849
Определение и компенсация перекоса осей трехкоординатных систем позиционирования с помощью метода акустической голографии	
Д. А. Николаев, С. А. Цысарь, О. А. Сапожников	854
Реконструкция нелинейного профиля давления ультразвукового пучка в воде по сигналам лидара комбинационного рассеяния	
С. М. Першин, А. П. Брысев, М. Я. Гришин, В. Н. Леднёв, А. Ф. Бункин, Р. В. Клопотов	863
Акустический резонатор с радиальным возбуждающим электрическим полем	
А. А. Теплых, Б. Д. Зайцев, А. П. Семенов, И. А. Бородина	869
Влияние неоднородностей брюшной стенки на фокусировку ультразвукового пучка при различных положениях излучателя	
А. С. Бобина, П. Б. Росницкий, Т. Д. Хохлова, П. В. Юлдашев, В. А. Хохлова	875
Создание полых цилиндрических конструктов из тканевых сфероидов с помощью акустической радиационной силы	
А. А. Крохмаль, О. А. Сапожников, Е. В. Кудан, А. А. Грядунова, С. А. Цысарь, С. В. Петров, Ф. Перейра, Ю. Д. Хесуани, В. А. Миронов, В. А. Парфенов	883
Применение параметрического моделирования случайных процессов для определения потерь в линейных колебательных системах	
И. А. Карпов, А. С. Гребенников, А. А. Ким	889
Об оценке скорости ротационных волн в простой кубической решетке кристалла фуллерита	
И. С. Павлов, В. И. Ерофеев, А. В. Муравьева, А. А. Васильев	895
Пространственное деление акустического сигнала в береговом клине	
И. Б. Есипов, Г. В. Кенигсбергер, О. Е. Попов, В. Я. Поддубняк, В. И. Михеев	901
Интерференционная структура шумового поля движущегося источника в высокочастотном диапазоне	
Г. Н. Кузнецов, В. М. Кузькин, М. В. Куцов, С. А. Пересёлков	907

Contents

_

=

Vol. 85, No. 6, 2021

-

Acoustical Physics

Energy-efficient devices for processing information signals based on the principles of magnon straintronics: a study by the Mandelstam–Brillouin spectroscopy	
A. V. Sadovnikov, S. A. Nikitov	766
Determination of a microbial cells in their interaction with phage mini-antibodies by the sensor based on a PZT resonator with a lateral electric field	
I. A. Borodina, B. D. Zaitsev, A. A. Teplykh, A. K. M. Alsowaidi, O. S. Larionova, O. I. Guliy	771
Study of structural and piezoelectric properties of PVDF films obtained by the Langmuir-Blogett method	
I. A. Gorbachev, A. V. Smirnov, E. S. Shamsutdinova, V. V. Kashin, S. G. Yudin, V. I. Anisimkin, V. V. Kolesov, I. E. Kuznetsova	777
Influence of a conducting film with finite thickness applied to a resonator with a lateral electric field on its characteristics	
B. D. Zaitsev, A. A. Teplykh, A. P. Semyonov, I. A. Borodina	783
Acousto-optic devices based on biaxial crystals of rhombic system	
V. I. Balakshy, M. I. Kupreychik, S. N. Mantsevich, V. E. Pozhar	788
Stimulated scattering by elastic vibrations of nanoparticles in an optical resonator with nano-disperse filling	
A. F. Bunkin, V. G. Mikhalevich, V. N. Streltsov	794
Unusual cases of acoustic waves behavior at the boundary of paratellurite crystal	
N. V. Polikarpova, M. V. Marunin	799
Fields of radiation forces in a layer of viscous liquid	
V. A. Gusev, D. A. Zharkov	804
Numerical simulation of nonlinear ultrasonic beams based on the Westervelt equation using graphic accelerators	
E. O. Konnova, P. V. Yuldashev, V. A. Khokhlova	811
Application peculiarities of the time-reversal technique for a non-stationary waveguide	
M. A. Mironov, P. A. Pyatakov, S. A. Shulyapov	817
Doppler ultrasound method for measuring skeletal muscle elasticity	
S. A. Asfandiyarov, T. B. Krit, V. G. Andreev	823
Acoustic structure of low-frequency vocalizations of house mouse (<i>Mus musculus</i>). Ontogenetic aspects	
A. S. Lupanova, M. A. Egorova	829
Ultrasonic visualization of the fracture dynamics for reinforced composites	
Yu. S. Petronyuk, S. A. Titov, V. M. Levin, E. S. Morokov, T. B. Ryzhova	836
Imaging in a liquid through a solid-state acoustic lens with aberration correction	
S A Potrosvan D A Nikolaav S A Towar V D Svot A L Tsekhanovich	
A. D. Krendeleva, O. A. Sapozhnikov	842
Acoustic study of the nonlinearity of shear elasticity of nanosuspensions	
T. S. Dembelova, D. N. Makarova, B. B. Badmaev	849

Determination and compensation of the axes skew of three-coordinate positioning systems using the acoustic holography	
D. A. Nikolaev, S. A. Tsysar, O. A. Sapozhnikov	854
Reconstruction of the ultrasonic beam nonlinear pressure profile in water using signals of the Raman lidar	
S. M. Pershin, A. P. Brysev, M. Ya. Grishin, V. N. Lednev, A. F. Bunkin, R. V. Klopotov	863
Acoustic resonator with a radial exciting electric field	
A. A. Teplykh, B. D. Zaitsev, A. P. Semyonov, I. A. Borodina	869
Effect of abdominal wall inhomogeneities on the focusing of the ultrasonic beam at different positions of the transducer	
A. S. Bobina, P. B. Rosnitskiy, T. D. Khokhlova, P. V. Yuldashev, V. A. Khokhlova	875
Creation of tubular structures from tissue spheroids using acoustic radiation force	
A. A. Krokhmal, O. A. Sapozhnikov, E. V. Koudan, A. A. Gryadunova, S. A. Tsysar, C. V. Petrov, F. Pereira, Y. D. Hesuani, V. A. Mironov, V. A. Parfenov	883
Application of parametric modeling to identification of loss factor of linear oscillatory systems	
I. A. Karpov, A. S. Grebennikov, A. A. Kim	889
On estimation of the rotational wave velocity in a simple cubic lattice of a fullerite crystal	
I. S. Pavlov, V. I. Erofeev, A. V. Muravieva, A. A. Vasiliev	895
Spatial split of an acoustic signal in a coastal wedge	
I. B. Esipov, G. V. Kenigsberger, O. E. Popov, V. Ya. Poddubnyak, V. I. Mikheyev	901
The interference structure of the noise field of the moving source in the high-frequency range	
G. N. Kuznetsov, V. M. Kuz'kin, M. V. Kutsov, S. A. Pereselkov	907

Акустическая физика

Редактор тематического выпуска докт. физ.-мат. наук И. Б. Есипов

УДК 537.613:537.622.4:537.621.4:537.876:530.182

ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫЕ УСТРОЙСТВА ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ПРИНЦИПАХ МАГНОННОЙ СТРЕЙНТРОНИКИ: ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ МАНДЕЛЬШТАМ-БРИЛЛЮЭНОВСКОЙ СПЕКТРОСКОПИИ

© 2021 г. А. В. Садовников^{1, 2, *}, С. А. Никитов^{1, 2}

 $^1 \Phi$ едеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Саратовский филиал,

Саратов, Россия

 $^2\Phi$ едеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва, Россия

**E-mail: SadovnikovAV@gmail.com* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г.

Принята к публикации 26.02.2021 г.

Методами мандельштам-бриллюэновской спектроскопии магнитных материалов с пространственным и частотным разрешением показана возможность управления спин-волноводными режимами распространения сигнала деформации в латеральных массивах магнонно-кристаллических структур с пьезоэлектрическим слоем. Продемонстрирована возможность управления дипольной спинволновой связью в латеральном массиве ферромагнитных полосок с помощью создания локальных деформаций в области локализации спин-волновых возбуждений. Показано, что при изменении абсолютной величины и знака электрического поля оказывается возможным эффективное управление свойствами распространяющихся спиновых волн и пространственным распределением интенсивности динамической намагниченности в латеральной структуре на частотах, находящихся в спектре поверхностных магнитостатических волн.

10.31857/S0367676521060247

введение

В последнее время все больший интерес представляет исследование энергоэффективных методов управления свойствами распространяющихся спиновых волн [1, 2]. Устройства магноники рассматриваются как альтернатива модулям, осуществляющим логические операции на основе элементов полупроводниковой микроэлектроники, основанной на использовании заряда носителей тока (электронов или дырок) [3–5]. При этом использование спина носителей тока и спин-волновых возбуждений позволяет создать устройства электроники следующего поколения - диэлектрической магноники и спинтроники - с существенно улучшенными параметрами быстродействия, энергопотребления. меньшими пространственными размерами элементов [2, 6-8]. Кванты спиновых волн – беззарядовые квазичастицы магноны, распространяющиеся в магнитных материалах, могут использоваться в системах обработки информационных сигналов с низким энергопотреблением, при этом спиновые волны могут иметь длины волн от десятков нанометров до единиц миллиметров и могут возбуждаться в частотном диапазоне от единиц гигагерц (для ферро и ферримагнетиков) и до десятков терагерц (для антиферромагнитных структур). В то же время развитие технологических процессов изготовления планарных интегральных мультиферроидных структур "феррит-сегнетоэлектрик" или "феррит-пьезоэлектрик", демонстрирующих перестройку при изменении величины приложенного внешнего постоянного электрического поля, оказывается возможным интеграцию новых научных направлений в физики конденсированного состояния, таких как магноника и стрейнтроника [9]. Бурному росту числа исследований свойств магнонов в последнее десятилетие способствовало несколько причин: появление новых технологий, позволяющий взаимодействовать с магнонами на наномасштабах; открытие ряда физических явлений, таких как эффект спиновой накачки и эффект переноса спинового момента и необходимость создания альтернативы КМОП (комплементарная структура металл-оксид-полупроводник) технологии, достигшей на данный момент

фундаментальных ограничений [10]. Управление электрическим полем свойствами магнонов представляется одним из наиболее интересных физических механизмов энергоэффективного управление спиновыми волнами [11–18], поскольку магноны позволяют передавать и обрабатывать информацию без джоулевых потерь и длина свободного пробега магнонов обычно на несколько порядков больше, чем длина диффузии спинов. При этом волновая природа спиновых волн и их нелинейные свойства обеспечивают возможность применения более эффективных подходов к обработке данных, открывая возможность создания различных устройств магнонной логики [14-18]. Деформация в магнитной среде может создаваться локально статическими механическими деформациями, локальным нагревом или электрическим полем, действующим на одну из фаз композитной магнонной гетероструктуры, которая содержит магнитную и пьезоэлектрическую фазы. Вызванные деформацией физические эффекты в магнитных структурах могут быть использованы для создания энергоэффективной сложной двумерной и трехмерной топологии магнонных устройств и гетероструктур на основе мультиферроидных материалов. В настоящей работе показано, как использование идей магнонной стрейнтроники для различного класса спин-волноводных структур позволяет создавать системы магнонной логики с одновременным управлением электрическими и магнитными полями.

ИЗГОТОВЛЕНИЕ ОБРАЗЦОВ И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕТА

Для проведения исследований были разработаны две планарные продольно-нерегулярные ферритовые структуры (рис. 1), представляющие собой латерально расположенные пленки железо-иттриевого граната (ЖИГ) толщиной t = 10 мкм и намагниченностью насыщения $4\pi M_0 = 1750$ Гс, при этом в качестве референсной структуры использовались латеральные пленки шириной w = 500 мкм с зазором d = 40 мкм между ними, а в качестве магнонно-кристаллической структуры использовались магнонные волноводы с канавками глубиной 1 мкм, периодически повторяющиеся в направлении оси y с периодом D = 200 мкм. Магнонные структуры были изготовлены методом прецизионного лазерного скрайбирования с помощью системы лазерной резки на базе волоконного лазера СПЛМ "МиниМаркер2-20А4" [18] из монокристаллической пленки ЖИГ, выращенной методами жидкофазной эпитаксии. На верхней поверхности пьезоэлектрического керамического слоя из титаната цирконата свинца (PZT) с размерами $550 \times 4000 \times 200$ мкм³ размещен электрод из хрома толщиной 1 мкм, который не оказывает значи-



Рис. 1. Схема эксперимента и исследуемые структуры: референсная латеральная структура (a) и магнонно-кристаллическая структура (δ).

тельного влияния на распространение спиновых волн в микроволноводах. На другой стороне РZT были напылены электроды из хрома, толщиной 200 нм в форме трапеций для улучшения пьезомагнитного взаимодействия, расположенные над микроволноводами S1 и S2. Отдельно к каждому из электродов в эксперименте прикладывалось напряжение величиной $V_{1, 2}$. В эксперименте эффективная механическая связь между микроволноводами и PZT слоем была достигнута с помощью использования двухкомпонентного эпоксидного тензометрического клея (OMEGA Engineering, Inc. TT300) [18].

Структура помещалась во внешнее магнитное поле $H_0 = 1300$ Э. Для возбуждения поверхностных магнитостатических волн (ПМСВ) использовалась микрополосковая антенна (МПА), выполненная на подложке Al_2O_3 толщиной 0.25 мм, длиной 3 мм, шириной 30 мкм. Система координат, взаимная ориентация магнитного поля и МПА показаны на рис. 1. МПА помещалась во входной секции магнонного волновода S1.

На входную МПА подавались СВЧ-импульсы мощности $P_{in} = -20$ дБмВт, с частотой несущей



Рис. 2. Пространственное распределение $I_{\text{HPC}}(y, x)$ в магнонной структуре на частоте входного сигнала f = 5.605 ГГц и величине внешнего магнитного поля $H_0 = 1300$ Э.

f = 5.605 ГГц и длительностью $t_p = 100$ нс. Для исключения разогрева волновода СВЧ-сигналом период повторения импульсов устанавливался равным T = 2 мкс. Прецессия вектора намагниченности при возбуждении спиновых волн происходит во внешнем эффективном магнитном поле, которое в первую очередь определяется анизотропией формы магнитной структуры и латеральными размерами.

Исследование спин-волнового транспорта с получением информации об одновременно временных, пространственных и частотных характеристиках сигнала в латеральных топологиях магнонных структур проводилось с использованием метода мандельштам-бриллюэновской спектроскопии (МБС) в конфигурации квазиобратного рассеяния [20]. В основе последнего лежит эффект неупругого рассеяния света на когерентно возбуждаемых магнонах. Представляет интерес развитие методики исследования магнонных структур на основе метода МБС при управлении свойствами спиновых волн путем приложения электрического напряжения к слою пьезоэлектрика. Известно, что глубина проникновения света с длиной волны 532 нм в пленку ЖИГ составляет величину около 2—3 мкм, что является достаточным для получения сигнала с поверхности пленки. Пространственновременное распределение амплитуды высокочастотной намагниченности m(t, y, x) ПМСВ исследовалось методом МБС при сканировании сфокусированного лазерного пучка диаметром 25 мкм по поверхности волновода и измерением частотного спектра и интенсивности неупругого рассеяния света (НРС) $I_{HPC}(y, x) \approx \int_{0}^{T} |\vec{m}(t, y, x)|^{2} dt$. Сканирование выполнялось с шагом 25 мкм вдоль оси *x* и 50 мкм вдоль оси *v*.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Возбуждение ПМСВ происходило в диапазоне частот от $f_{\perp} = \gamma \sqrt{H_0 (H_0 + 4\pi M_0)} = 5.5 \ \Gamma \Gamma \mu$, где $\gamma = 2.8 \ \Gamma \Gamma \mu \cdot \kappa \Im^{-1}$ – гиромагнитное отношение в ЖИГ. На рис. 2*a*-2*в* показаны результаты измерения величины интенсивности МБС сигнала I_{НРС} при возбуждении структуры в области микроволновода S1. Из анализа рис. 2*а* видно, что интенсивность СВ становится модулированной вдоль направления оси у и мощность СВ перераспределяется между S1 и S2 таким образом, что наблюдается передача мощности из S1 в S2 на расстоянии, равном длине связи $L_0 = \pi/|k_1 - k_2|$, где $k_{1,2}$ – волновые числа симметричной и антисимметричной моды, соответственно [18]. При приложении напряжения $V_1 = 150 \text{ B}$ к электроду, расположенному над микроволноводом S1. в области пьезослоя, находящегося в непосредственном контакте с магнонным микроволноводом S1, создается электрическое поле напряженностью $E_1 = 7.5 \text{ кB/см}$. При этом величина длины связи увеличивается (см. рис. 26). При смене полярности напряжения на противоположную наблюдается уменьшение величины длины связи, как показано на рис. 26. Наблюдаемый эффект объясняется изменением величины внутреннего поля за счет обратного магнитострикционного эффекта в области микроволновода S1. При этом при положительной полярности электрического поля величина эффективного магнитного поля уменьшается, а при отрицательной — увеличивается [18]. При рассмотрении периодической структуры наблюдаемый эффект изменения величины L₀ сохраняется, однако в частотной зависимости величины интегральной интенсивности МБС сигнала полученной путем суммирования сигнала в области при y = 2.5 мм наблюдается появление двух провалов на часто-тах $f_{g1} = 5.6045$ ГГц и $f_{g2} = 5.607$ ГГц, показанных на рис. 3 красной сплошной линией, в отличие от отностительно однородного спектра для референсной структуры, отмеченного штрих-пунктирной линией на рис. 3. При приложении положи-



Рис. 3. Частотная зависимость величины интегральной интенсивности МБС сигнала, полученная путем суммирования сигнала в области при y = 2.5 мм для референсной структуры (штрих-пунктирная линия) и магнонно-кристаллической структуры при E = 0, 7.5 и -7.5 кВ/см.

тельного напряжения к электроду, расположенному над S1, наблюдается сдвиг обоих провалов в низкочастотную область, в то время как отрицательное напряжение приводит к перемещению частотных провалов в высокочастотную область в спектре ПМСВ. Наблюдаемое поведение провалов в спектре пропускания связанных периодических магнонных структур объясняется влиянием упругих деформаций как на величину внутреннего поля в одном из микроволноводов, так и на величину связи CB, распространяющихся в латеральной структуре.

Для описания физических процессов, определяющих физические характеристики при управлении спин-волновыми сигналами путем создания локальных упругих деформаций, удобным оказывается метод, представленный в [18], согласно которому выполняется расчет упругих деформаций, вызываемых внешним электрическим полем в слое пьезоэлектрика. Далее, рассчитывается профиль внутреннего магнитного поля в латеральных магнитных микроволноводах. Затем, полученные профили внутреннего магнитного поля используются в моделировании и расчете спектров собственных мод поперечно-ограниченных магнитных микроволноводов с помощью решения уравнения Ландау-Лифшица. Развитие настоящей работы направлено на создание магнонных структур на основе пленок ЖИГ нанометровых толщин, поскольку было показано, что в пленках толщиной 20 мкм константа затухания спиновых возбуждений может быть сравнима с константой затухания в объемных монокристаллах [20, 21]. Как известно, монокристаллы ЖИГ отличаются рекордно низкой величиной константы затухания. Успешный синтез диэлектрических и проводящих пленок нанометровых толщин с ультранизкой константой затухания позволяет активизировать исследования и разработки наноструктур на их основе со сверхдальним распространением магнонных состояний [22, 23].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход, основанный на методах магнонной стрейнтроники может быть использован для создания магнонных логических устройств с управлением амплитудой и фазой спиновых волн. Управляемый электрическим напряжением спин-волновой транспорт может быть реализован в структурированных бислоях феррит-пьезоэлектрик. Для демонстрации данного физического эффекта в изготовленных бислоях методом мандельштамбриллюэновской спектроскопии был исследован управляемый напряжением спин-волновой транспорт вдоль латеральной структуры, состоящей из двух магнонно-кристаллических микроволноводов. Показана эффективная перестройка спинволновых характеристик с помощью приложения электрического поля к слою пьезоэлектрика. Механизм трансфоормации спектров спин-волновых сигналов заключается в управляемой упругими деформациями величине градиента внутреннего магнитного поля в области вблизи зазора между латеральными структурами.

Экспериментальное исследование методов управления спин-волновым сигналом в трехмерной магнонно-кристаллической структуре с пьезоэлектрическим слоем выполнено при поддержке РНФ (проект № 20-79-10191). Изготовление референсной структуры выполнено в рамках гранта Президента РФ (проект MK-1870.2020.9).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Никитов С.А., Сафин А.Р., Калябин Д.В. и др. // УФН. 2020. Т. 190. С. 1009.
- 2. Никитов С.А., Калябин Д.В., Лисенков И.В. и др. // УФН. 2015. Т. 185. № 10. С. 1099.
- Kruglyak V.V, Demokritov S.O., Grundler D. // J. Phys. D. 2010. V. 43. Art. No. 264001.
- 4. Serga A.A, Chumak A.V., Hillebrands B. // J. Phys. D. 2010. V. 43. Art. No. 264002.
- 5. *Khitun A., Bao M., Wang K.L.* // J. Phys D. 2010. V. 43. Art. No. 264005.
- Awschalom David D., Flatte Michael E. // Nat. Phys. 2007. V. 3. P. 153.
- Chappert C., Fert A., Frédéric Nguyen Van Dau // Nat. Mater. 2007. V. 6. P. 813.
- 8. *Bader S.D., Parkin S.S.P.* // Annu. Rev. Cond. Matt. Phys. 2010. V. 1. P. 71.
- 9. Бухараев А.А., Звездин А.К., Пятаков А.П., Фетисов Ю.К. // УФН. 2018. Т. 188. С. 1288.
- Sander D., Valenzuela S.O., Makarov D. // J. Phys. D. 2017. V. 50 Art. No. 363001.
- Fetisov Y. K., Srinivasan G. // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 88. Art. No. 143503.

- Fetisov Y.K., Srinivasan G. // Appl. Phys. Lett. 2008. V. 93. Art. No. 033508.
- 13. Ustinov A.B., Fetisov Y.K., Srinivasan G. // Tech. Phys. Lett. 2008. V. 34. P. 593.
- 14. Ustinov A.B., Fetisov Y.K., Lebedev S.V., Srinivasan G. // Tech. Phys. Lett. 2010. V. 36. P. 166.
- 15. Sadovnikov A.V., Beginin E.N., Sheshukova S.E. et al. // Phys. Rev. B. 2019. V. 99. Art. No. 054424.
- 16. Sadovnikov A.V., Grachev A.A., Beginin E.N. et al. // Phys. Rev. Appl. 2017. V. 7. Art. No. 014013.
- 17. Sadovnikov A.V., Grachev A.A., Beginin E.N. et al. // IEEE Trans. Magn. 2017. V. 53. P. 1.

- Sadovnikov A.V., Grachev A.A., Sheshukova S.E. et al. // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 120. Art. No. 257203.
- 19. *Demokritov S.O.* Spin wave confinement: propagating waves. Pan Stanford, 2017.
- 20. *Shikoh E., Ando K., Saitoh E. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. Art. No. 127201.
- 21. Onbasli M.C., Kehlberger A., Kim D.H. et al. // APL Mater. 2014. V. 2. Art. No. 106102.
- 22. Barabanenkov Y., Osokin S., Kalyabin D., Nikitov S. // Phys. Rev. B. 2016. V. 94. Art. No. 184409.
- 23. *Тихонов В.В., Никитов С.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 8. С. 1073; *Tikhonov V.V., Nikitov S.A.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 8. P. 969.

Energy-efficient devices for processing information signals based on the principles of magnon straintronics: a study by the Mandelstam-Brillouin spectroscopy

A. V. Sadovnikov^{*a*, *b*, *, S. A. Nikitov^{*a*, *b*}}

^aKotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, Saratov branch, Saratov, 410012 Russia

^bKotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 125009 Russia *e-mail: SadovnikovAV@gmail.com

Using the methods of Mandelstam–Brillouin spectroscopy of magnetic materials with spatial and frequency resolution, the possibility of controlling the spin-waveguide modes of signal propagation in lateral arrays of ferromagnetic strips with a piezoelectric layer is shown. The possibility of controlling the dipole spin-wave coupling in a lateral array of ferromagnetic stripes by creating local deformations in the region of localization of spin-wave excitations is demonstrated. It is shown that changing the absolute value and sign of the electric field makes it possible to effectively control the properties of propagating spin waves and the spatial distribution of the intensity of dynamic magnetization in the lateral structure at frequencies that are in the spectrum of surface and bulk magnetostatic waves. From an applied point of view, the results obtained can be used to create energy-efficient devices for processing information signals, such as demultiplexers with frequency-space selectivity.

УДК 534.231.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МИКРОБНЫХ КЛЕТОК ПРИ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ФАГОВЫМИ МИНИ-АНТИТЕЛАМИ ДАТЧИКОМ НА ОСНОВЕ РЕЗОНАТОРА С ПОПЕРЕЧНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ ИЗ ПЬЕЗОКЕРАМИКИ ЦТС-19

© 2021 г. И. А. Бородина^{1,} *, Б. Д. Зайцев¹, А. А. Теплых¹, А. К. М. Алсовэйди², О. С. Ларионова³, О. И. Гулий^{3, 4}

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Саратовский филиал, Саратов, Россия

²Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского", Саратов, Россия

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Саратовский государственный аграрный университет имени Н.И. Вавилова, Саратов, Россия ⁴Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт биохимии и физиологии растений и микроорганизмов Российской академии наук, Саратов, Россия *E-mail: borodinaia@vandex.ru

> Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Описывается конструкция датчика на основе акустического резонатора с поперечным электрическим полем, изготовленного из пьезокерамики ЦТС-19 для экспресс-анализа микробных клеток. Показана возможность обнаружения и идентификации микробных клеток путем регистрации их специфического взаимодействия с фаговыми мини-антителами непосредственно в суспензии. Время анализа не превышает 5 мин.

DOI: 10.31857/S0367676521060065

ВВЕДЕНИЕ

Определение микробных клеток в объектах окружающей среды, в том числе в водной среде, с помощью биосенсорных систем является одним из актуальных направлений в настоящее время. Основными требованиями к биосенсорам являются быстродействие, высокая чувствительность и точность полученного результата [1]. Этим требованиям вполне удовлетворяют акустические датчики, обладающие высокой чувствительностью и позволяющие проводить анализ биологических взаимодействий за короткое время [2-4]. Среди большого количества акустических биологических датчиков можно выделить датчики на основе пьезоэлектрических резонаторов с поперечным электрическим полем [5-10]. Такие резонаторы представляют особый интерес для исследования свойств различных жидкостей, поскольку в них отсутствует контакт исследуемого материала с металлическими электродами. Наличие свободной от электродов поверхности позволяет датчику реагировать не только на механические свойства исследуемого образца (вязкость), но и на его электрические свойства (проводимость).

Ранее коллективом авторов были разработаны акустические биологические и жидкостные датчики на основе резонатора с поперечным электрическим полем с продольной акустической волной, изготовленного из пластины ниобата лития [8–11]. Была показана перспективность таких датчиков для обнаружения и идентификации микробных клеток при их взаимодействии со специфичными антителами непосредственно в суспензии [10]. Однако резонатор из пластины ниобата лития имел низкую добротность при контакте с жидкостью, поскольку возбуждение продольной волны в таком резонаторе приводило к радиационным потерям в жидкости. Таким образом, проблема повышения чувствительности таких датчиков при контакте с жидкостью остается актуальной.



Рис. 1. Схема датчика (*a*), частотные зависимости реальной (*б*) и мнимой (*в*) частей электрического импеданса датчика с пустым контейнером.

Для повышения чувствительности акустического биологического датчика при обнаружении и идентификации бактерий существует, по крайней мере, два подхода. Первый подход заключается в разработке акустической системы, обладающей высокой чувствительностью к изменению характеристик клеточной суспензии вследствие специфического биологического взаимодействия. Второй подход состоит в выборе наиболее чувствительного биологического реагента.

В данной работе в качестве чувствительной акустической сенсорной системы был использован датчик на основе акустического резонатора с поперечным электрическим полем, изготовленный из пластины керамики ЦТС-19. Такой выбор обусловлен тем, что в датчике преобладала сдвиговая составляющая механического смещения, которая не приводила к радиационным потерям при контакте с жидкостью. Кроме того, пьезокерамика обладает более высоким коэффициентом электромеханической связи по сравнению с ниобатом лития [12]. Для реализации второго подхода в качестве чувствительного реагента использовали фаговые мини-антитела, полученные с помощью технологии фагового дисплея. Известно, что фаговые мини-антитела обладают хорошей специфичностью к микробным клеткам [13]. Помимо этого, использование технологии фагового дисплея для получения мини-антител, имеет ряд преимуществ. Во-первых, технология основана на простых процедурах манипулирования с ДНК и бактериями, что значительно сокращает время получения и стоимость стабильных клонов [14, 15]. Во-вторых, данный метод не требует использования животных, длительных процедур иммунизации и дорогих сред.

Цель работы — экспериментальное исследование датчика на основе резонатора с поперечным электрическим полем, изготовленного из пластины керамики ЦТС-19, для обнаружения и идентификации микробных клеток при их взаимодействии с фаговыми мини-антителами.

ОПИСАНИЕ ДАТЧИКА И МЕТОДИКИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Датчик представлял собой резонатор с поперечным электрическим полем на основе керамической пластины ЦТС-19 толщиной 3.54 мм и поперечными размерами 20 × 18 мм² (рис. 1*a*). Одна сторона пластины была покрыта алюминиевой пленкой с зазором в центре шириной 4 мм, т.е., обе половины покрытия использовались как электроды. Этот резонатор служил основанием жидкостного контейнера объемом 4 мл.

Для проведения исследований резонатор подключался к анализатору импедансов E4990A (Keysight Technologies), с помощью которого измерялись действительная и мнимая части электрического импеданса резонатора в диапазоне частот 50–300 кГц.

Сначала были изучены характеристики резонатора с пустым контейнером и с дистиллированной водой. Затем в контейнер помещали дистиллированную воду с микробными клетками и измеряли частотную зависимость электрического импеданса датчика. На последнем этапе в контейнер с клеточной суспензией добавляли специфичные или неспецифичные мини-антитела и наблюдали за изменениями параметров датчика. Измерения проводили для различной концентрации клеток, а также при различном количестве мини-антител, добавляемых в клеточную суспензию.

Принцип работы датчика заключался в изменении реальной и мнимой частей электрического импеданса при изменении проводимости суспензии клеток вследствие биологического взаимодействия микробных клеток со специфичными фаговыми мини-антителами.

В работе использовали культуры бактерий Azospirillum brasilense Sp245 (IBPPM 219) и Escherichia coli XL-1 (IBPPM 632), полученные из Коллекции ризосферных микроорганизмов ИБФРМ РАН (http://collection.ibppm.ru).

Микробные клетки обоих штаммов выращивали на жидкой питательной среде LB (Luria– Bertani's), как описано в [16]. Перед проведением анализа клетки отмывали в дистиллированной воде трехкратным центрифугированием при 2800 g в течение 5 мин, затем ресуспендировали в небольшом объеме воды (электропроводность 1.8 мкСм/см). Оптическую плотность подготовленной бактериальной суспензии доводили до значений D_{660} 0.4–0.42, что соответствовало концентрации 4.5 × 10⁸ кл/мл.

Аффинную селекцию мини-антител из фаговой библиотеки проводили по разработанной ранее методике [16]. Раунды аффинной селекции (биопаннинга), усиливающие селектированную библиотеку, повторялись 4 раза. Специфичность полученных препаратов определяли методом дотанализа и методом иммуно-ферментного анализа.

Концентрацию фаговых частиц определяли методом спектрофотометрии в Центре коллективного пользования научным оборудованием в области физико-химической биологии и нанобиотехнологии "Симбиоз" (ИБФРМ РАН), используя соотношение: *А*269–*А*320, что составляло ~1.2 × 10¹³ вирионов/мл.

ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

При измерении параметров датчика с пустым контейнером наблюдалось три резонансных пика на частотных зависимостях действительной (R) (рис. 1 δ) и мнимой (X) (рис. 1e) частей электрического импеданса резонатора. После добавления в контейнер дистиллированной воды было обнаружено, что добротность каждого резонанса при контакте с жидкостью значительно выше добротности резонатора с продольной акустической волной на основе пластины ниобата лития [8–11].

Затем в контейнер добавляли дистиллированную воду с микробными клетками штамма *Sp*245 с различной концентрацией (10³, 10⁴, 10⁶, 10⁸ кл/мл). Было показано, что добавление к воде микробных клеток с концентрацией 10³–10⁶ практически не влияло на частотные зависимости электрического импеданса. Добавление клеток с концентрацией 10⁸ кл/мл приводило к уменьшению сигнала датчика. Это объясняется увеличением проводимости клеточной суспензии по сравнению с дистиллированной водой при добавлении клеток с большой концентрацией [17].

На следующем этапе к клеточной суспензии добавляли специфичные фаговые мини-антитела. Измерения проводились для разного количества мини-антител при заданном значении концентрации клеток. В суспензию клеток вносили 1. 2. 4 и 6 мкл мини-антител на 1 мл клеточной суспензии. Было показано, что добавление к клеткам штамма Sp245 специфичных мини-антител приводит к существенному уменьшению реальной и мнимой частей электрического импеданса. Ранее было показано, что в качестве информативного параметра для измерения проводимости и вязкости жидкости более предпочтительным является использование действительной части электрического импеданса резонатора на резонансной частоте [9]. Поэтому в данной работе мы также использовали этот параметр в качестве аналитического сигнала.

Следует отметить, что поведение всех резонансных пиков было одинаковым, поэтому далее приводятся данные на примере одного резонансного пика вблизи частоты 97 кГц.

На рис. 2*а* в качестве примера приведены частотные зависимости реальной части электрического импеданса датчика для суспензии клеток *A. brasilense Sp*245 до (кривая *I*) и после (кривая *2*) добавления специфичных мини-антител. Данные приведены для концентрации клеток 10⁶ кл/мл при добавлении в клеточную суспензию мини-антител в количестве 6 мкл/мл.

Видно, что величина реальной части электрического импеданса резонатора уменьшилась более чем в два раза (на 80 кОм) после добавления специфичных мини-антител. Наблюдаемое изменение параметров датчика произошло благодаря увеличению проводимости суспензии клеток вследствие специфического биологического взаимодействия микробных клеток со специфичными к ним реагентами [8, 10].

Одним из основных моментов при развитии методов обнаружения и идентификации микробных клеток является исключение неспецифичного взаимодействия мини-антител, специфичных к штамму Sp245, с клетками других штаммов. Для контрольных экспериментов использовали бактерии E. coli XL-1. Выбор данной культуры обусловлен близкими размерами с клетками штамма Sp245 и иным таксономическим положением штамма. Условия проведения эксперимента с неспецифическим взаимодействием микробных клеток с мини-антителами были аналогичны вышеописанным, только в измерительную ячейку вносили бактерии штамма XL-1. Показано, что при внесении в суспензию клеток E. coli XL-1 ми-



Рис. 2. Частотные зависимости реальной части электрического импеданса резонатора (R) из керамики ЦТС-19: (a) контейнер с клетками штамма Sp245 до (кривая I) и после (кривая 2) добавления специфичных мини-антител; (b) контейнер с клетками E. coli XL-1 до (кривая I) и после (кривая 2) добавления неспецифичных мини-антител.



Рис. 3. (*a*) Зависимость ΔR_{max} резонатора из керамики ЦТС-19 от концентрации мини-антител (*m*), добавленных к суспензии клеток *A. brasilense Sp*245 для резонансного пика вблизи частоты 97.8 кГц. Концентрация клеток составляет 10⁶ кл/мл. (*б*) Зависимость ΔR_{max} резонатора из керамики ЦТС-19 от концентрации клеток *A. brasilense Sp*245 (*n*) для резонансного пика вблизи частоты 97.8 кГц при добавлении специфичных мини-антител в количестве 6 мкл/мл.

ни-антител, специфичных в отношении штамма Sp245, изменений электрического импеданса датчика не наблюдалось.

На рис. 26 приведены частотные зависимости реальной части электрического импеданса датчика для суспензии клеток *E. coli XL*-1 до (кривая *I*) и после (кривая 2) добавления неспецифичных к данному типу клеток мини-антител. Видно, что в этом случае параметры датчика практически не изменились. На основании измеренных частотных зависимостей реальной части электрического импеданса датчика, были построены зависимости изменения максимального значения действительной части электрического импеданса (ΔR_{max}) от концентрации мини-антител, добавляемых к клеточной суспензии. На рис. За в качестве примера приведены зависимости ΔR_{max} от количества мини-антител, добавляемых в суспензию клеток с концентрацией 10⁶ кл/мл. Видно, что с увеличением концен-

775

трации мини-антител значение ΔR_{max} увеличивается. Добавление мини-антител в количестве 1 мкл на 1 мл клеточной суспензии приводит к изменению ΔR_{max} на 53 кОм. Наибольшее значение ΔR_{max} оказалось равным 80 кОм при добавлении мини-антител с концентрацией 6 мкл/мл.

Были также построены зависимости ΔR_{max} от концентрации клеток для фиксированного значения количества специфичных мини-антител. добавляемых к суспензии клеток. На рис. 36 в качестве примера представлена зависимость ΔR_{max} от концентрации клеток A. brasilense Sp245 при добавлении в контейнер с суспензией клеток специфичных мини-антител в количестве 6 мкл/мл. Видно, что наибольшее изменение R_{max} достигается при добавлении специфичных мини-антител к суспензии клеток с концентрацией 10³-10⁶ кл/мл и составляет порядка 70-80 кОм. Для концентрации клеток 10^8 кл/мл, ΔR_{max} становится существенно меньше (порядка 30 кОм). Это связано с тем, что добавление к дистиллированной воде клеток с концентрацией 10⁸ кл/мл приводит к некоторому увеличению проводимости суспензии клеток еще до добавления специфичных реагентов [17]. Последующее добавление специфичных мини-антител приводит к менее значительному изменению проводимости при специфическом биологическом взаимодействии и, как следствие, к менее значительному изменению параметров датчика.

Таким образом, показано, что значительные изменения реальной части электрического импеданса датчика при специфичных взаимодействиях микробных клеток *A. brasilense Sp*245 с фаговыми мини-антителами наблюдались даже при небольшой концентрации клеток (10³ кл/мл) и малом количестве мини-антител (1 мкл/мл). При этом время анализа не превышало 5 минут.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показали, что взаимодействие микробных клеток *Azospirillum brasilense Sp*245 со специфичными фаговыми миниантителами приводит к существенному изменению электрического импеданса датчика на основе резонатора с поперечным электрическим полем из керамики ЦТС-19. Датчик обладает высокой чувствительностью и быстродействием. Время анализа не превышает 5 мин. Контрольные эксперименты по исследованию взаимодействий микробных клеток *E. coli XL*-1 с неспецифичными реагентами показали отсутствие изменений электрического импеданса датчика. Полученные результаты показали перспективность применения датчика на основе резонатора с поперечным электрическим полем, из пластины керамики ЦТС-19, не только для обнаружения, но и для идентификации бактерий.

Работа выполнена при частичном финансировании Министерством науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания, и при частичном финансировании РФФИ (проекты № 19-07-00304а и 20-07-00602а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Chen S., Cheng Y.F. // Biosens. Bioelectron. 2017. V. 2. No. 6. P. 97.
- Andrä J., Böhling A., Gronewold T.M.A. et al. // Langmuir. 2008. V. 24. No. 16. P. 9148.
- Don E., Farafonova O., Pokhil S. et al. // Sensors. 2016. V. 16. No. 1. P. 96.
- Andle J.C., Vetelino J.F. // Sens. Actuat. A. 1994. V. 44. No. 3. P. 167.
- Wark M., Kalanyan B., Ellis L. // Proc. 2007 IEEE Ultrason. Symp. 2007. P. 1217.
- Handa H., Gurczynski S., Jackson M.P. et al. // Surf. Sci. 2008. V. 602. P. 1393.
- Vetelino J.F. // Proc. 2010 IEEE Ultrason. Symp. 2010. P. 2269.
- Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Shikhabudinov A.M. et al. // Trans. Ultrason. Ferroel. Freq. Contr. 2012. V. 59. No. 5. P. 963.
- 9. Zaitsev B.D., Shikhabudinov A.M., Teplykh A.A. et al. // Ultrason. 2015. V. 63. P. 179.
- Guliy O.I., Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E. et al. // Microbiol. 2013. V. 82. No. 2. P. 215.
- Зайцев Б.Д., Шихабудинов А.М., Теплых А.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1350; Zaitsev B.D., Shikhabudinov А.М., Teplykh А.А. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1218.
- 12. *Ibrahim S., Ramadan R., Mohamed A.* Piezoelectric ceramic materials. Saarbrucken: Lap Lambert Academic Publishing GmbH & Company KG, 2011. 116 p.
- Nanduri V., Sorokulova I.B., Samoylov A.M. et al. // Biosens. Bioelectron. 2007. V. 22. P. 986.
- 14. Smith G.P., Petrenko V.A. // Chem. Rev. 1997. V. 97. P. 391.
- 15. *McCafferty J., Griffiths A.D., Winter G. et al.* // Nature. 1990. V. 348. P. 552.
- Guliy O.I., Zaitsev B.D., Borodina I.A. et al. // Talanta. 2018. V. 78. P. 569.
- 17. Borodina I.A., Zaitsev B.D., Teplykh A.A. et al. // Sensors. 2020.V. 20. No. 10. P. 3003.

БОРОДИНА и др.

Determination of a microbial cells in their interaction with phage mini-antibodies by the sensor based on a PZT resonator with a lateral electric field

I. A. Borodina^{*a*, *}, B. D. Zaitsev^{*a*}, A. A. Teplykh^{*a*}, A. K. M. Alsowaidi^{*b*}, O. S. Larionova^{*c*}, O. I. Guliy^{*c*, *d*}

^aKotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch, Saratov, 410019 Russia ^bChernyshevsky National Research State University, Saratov, 410012 Russia

^cSaratov State Vavilov Agrarian University, Saratov, 410012 Russia

^dInstitute of Biochemistry and Physiology of Plants and Microorganisms, Russian Academy of Sciences, Saratov, 410049 Russia *e-mail: borodinaia@vandex.ru

A sensor based on a PZT resonator with a lateral electric field for express analysis of microbial cells is presented. The possibility of detecting and identifying microbial cells by recording their specific interaction with phage mini-antibodies directly in suspension has been shown. The analysis time did not exceed 5 minutes. УДК 534.16

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРНЫХ И ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЛЕНОК ПВДФ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ ЛЕНГМЮРА–БЛОДЖЕТТ

© 2021 г. И. А. Горбачев^{1,} *, А. В. Смирнов¹, Е. С. Шамсутдинова¹, В. В. Кашин¹, С. Г. Юдин², В. И. Анисимкин¹, В. В. Колесов¹, И. Е. Кузнецова¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва, Россия ²Федеральное государственное учреждение

"Федеральный научно-исследовательский центр "Кристаллография и фотоника" Российской академии наук, Институт кристаллографии имени А.В. Шубникова Российской академии наук, Москва, Россия

> **E-mail: iliyagor36@gmail.com* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты исследования акустических свойств пленок поливинилиденфторида (ПВДФ) различной толщины, полученных с помощью технологии Ленгмюра–Блоджетт. Методом атомно-силовой микроскопии было изучено влияние количества мономолекулярных слоев (10, 20 и 40 слоев) и термической обработки на морфологию полученных пленок. Для пленок толщиной 40 слоев продемонстрировано наличие пьезосвойств. Показано, что при получении ленгмюровских пьезоактивных пленок ПВДФ можно не проводить их дополнительную поляризацию.

DOI: 10.31857/S0367676521060107

введение

В последние годы особую актуальность приобрела задача разработки компонентной базы для гибкой электроники. Это связано, во-первых, с продолжающимся процессом минитюаризации элементной базы, а, во-вторых, с расширением функционала электронных устройств. В частности, особо бурно развивается биомедицинское применение электронных приборов, в рамках которого особую актуальность приобретают задачи, связанные с созданием сенсорных платформ нового поколения. При этом перспективным направлением является создание и разработка сенсорных систем на основе акустоэлектронных устройств с нанесенным активным слоем.

При реализации подобных систем особо важным является создание новых материалов, обладающих заданными свойствами, а также разработка технологических подходов, способных обеспечить их получение. При обсуждении вопроса создания гибких акустоэлектронных устройств следует отметить большой интерес исследователей к пленкам поливинилиденфторида (ПВДФ) [1, 2]. Этот материал обладает пьезосвойствами и в последние годы активно используется для создания гибких звукопроводов и сенсорных устройств [3, 4].

Молекула ПВДФ наиболее часто встречается в трех различных структурных фазах $-\alpha$, β , α , γ

(рис. 1). Их отличие заключается в различном пространственном расположении атомов полимерной цепи друг относительно друга. Сильными пьезосвойствами обладает только β -фаза [5–7], поскольку в этом состоянии у элементарной ячейки молекулы ПВДФ, состоящей из 4 мономерных звеньев, отсутствует центр симметрии. В результате чего при давлении на молекулу происходит перераспределение электронных плотностей, которое приводит к поляризации молекулы. β -фаза не является естественным состоянием ПВДФ, т.к. молекула находится в напряжении, и поэтому получить ее можно только приложив внешнее воздействие для поляризации.



Рис. 1. Фазовые состояния молекулы поливинилиденфторида (ПВДФ).

В связи с этим одной из главных задач при формировании пленок ПВДФ является их поляризация, т.е. изменение фазового состояния молекул ПВДФ в пленке. Как правило, поляризация является отдельной технологической задачей, что приводит к усложнению всего производственного цикла.

Процедура поляризации заключается в нагреве пленки до температуры, порядка 110-115°С, которая меньше, чем температура Кюри для данного материала, и приложении внешнего электрического поля [8, 9]. Под воздействием температуры происходит растягивание полимерных цепей, а под действием электрического поля молекулы меняют свою ориентацию. В результате пьезоактивная β-фаза стабилизируется. Данный подход применяется при формировании пленок методом вакуумного осаждения или при их нанесении методом центрифугирования [10]. Для получения пленок в качестве исходного материала используется смесь ПВДФ и тетрафторэтилена (ТФЭ). В подобных пленках молекулы ПВДФ отвечают за наличие пьезосвойств, а молекулы ТФЭ увеличивают степень их стабильности. К недостаткам данных методов можно отнести, например, наличие зависимости между температурой Кюри у пленки ПВДФ и весовым соотношением в смеси ПВДФ/ТФЭ.

Одним из возможных вариантов упрощения производственного цикла, связанного с исключением процедуры поляризации пленки, является изменение подхода к формированию пленок молекул ПВДФ. Так, например, были предприняты попытки использования технологии Ленгмюра— Блоджетт для формирования пьезоактивных пленок ПВДФ [11, 12]. Для них проводились исследования диэлектрической проницаемости при их температурной обработке вблизи точки фазового перехода первого рода [13].

Основная идея технологии Ленгмюра-Блоджетт заключается в формировании тонкой упорядоченной мономолекулярной пленки поверхностно-активного вещества на границе раздела двух фаз – воды и воздуха с последующим ее переносом на твердую подложку. Реализация подобного подхода позволяет формировать пленки различной толщины. В этом случае толщина пленки определяется количеством монослоев и толщиной одного монослоя, зависящей от геометрических размеров молекулы [14]. При этом, основным достоинством данного технологического подхода к формированию монослоев ПВДФ, в отличие от методов, упомянутых выше, является отсутствие необходимости в дополнительной поляризации пленок на твердой подложке. Это объясняется тем, что поляризация молекул ПВД Φ , а также их переход в пьезоактивную фазу происходит непосредственно в процессе формирования ленгмю-

ровского монослоя на поверхности воды. При попадании молекул ПВДФ на границу раздела происходит образование водородной связи между атомами фтора молекулы ПВДФ и ионами водорода, находящимися в водной субфазе. В результате молекулы ПВДФ ориентируются относительно поверхности воды таким образом, что атомы фтора, входящие в состав молекулы, попарно выстраиваются в одной плоскости, формируя таким образом пьезоактивную β-фазу [15]. Благодаря тому, что в процессе переноса монослоя на твердую подложку молекулы ПВДФ сохраняют свое фазовое состояние, указанным методом возможно формирование пленок ПВДФ с молекулами, находящимися в пьезоактивной β-фазе. Тем не менее, вопрос о необходимости проведения дополнительной поляризации пленок ПВДФ, получаемых методом Ленгмюра-Блоджетт, остается открытым [16–18]. В связи с вышесказанным, целью данной работы было сравнение пьезосвойств пленок ПВДФ, сформированных на основе ленгмюровских монослоев, подвергнутых и не подвергнутых дополнительной поляризации.

МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Материалы

В качестве исходного материала использовались гранулы ПВДФ (Sigma Aldrich, молекулярный вес $1.8 \cdot 10^5$, число звеньев $7.1 \cdot 10^4$). Для формирования ленгмюровских монослоев гранулы ПВДФ растворялись в диметилсульфидоксиде (ДМСО) (ДМСО ХЧ, производитель Merck). Весовая концентрация раствора составляла 0.02%. В качестве подложек использовалось предметное стекло размером 6×6 мм². На одной из сторон подложки, методом высокочастотного магнетронного напыления, формировалось тонкое проводящее покрытие из индий-оловянного оксида (электрод), необходимое для дальнейшего изучения пьезоэлектрических свойств формируемой пленки ПВДФ.

Получение пленок

Получение изотерм сжатия, формирование монослоев и их перенос на твердые подложки осуществлялось с помощью установки Nima KSV LB Trough 2002, площадь ванны составляла 273 см². Формирование монослоев происходило по следующей методике. На поверхность деионизованной воды с удельным сопротивлением 18 МОм · см, закапывали аликвоту раствора молекул ПВДФ в ДМСО объемом 125 мкл. При попадании такого раствора на поверхность воды растворитель смешивается с объемом воды, в результате чего происходит частичный уход молекул ПВДФ под границу раздела. По прошествии 10 минут, отводи-

мых на адсорбцию молекул ПВДФ на границе раздела вода-воздух, монослой сжимался подвижными барьерами. Скорость сжатия во время эксперимента оставалась постоянной и составляла 10 мм/мин. В результате скорость убыли плошали была равной 14 см²/мин. Перенос монослоя ПВДФ с поверхности воды на поверхность подложки с нанесенным электродом осуществлялся по методу горизонтального лифта (метод Шеффера). Перенос выполнялся при достижении величины поверхностного давления 5 мН/м. В результате были получены пленки, содержащие 10, 20 и 40 монослоев ПВДФ. Для формирования пьезоактивной фазы полученные пленки отжигались в электропечи SNOL 58/350 при постоянной температуре 115°С в течение 60 мин [10, 13].

Изучение морфологии и пьезоэлектрических свойств пленок

Морфологические свойства поверхности созданных пленок изучались методом атомно-силовой микроскопии на установке NT-MDT Ntegra в полуконтактном режиме.

Наличие пьезоэффекта в образцах определялось по следующей методике. В электромеханическом преобразователе, приведенном в контакт с поверхностью исследуемой пленки, при помощи электрического импульса возбуждалась продольная акустическая волна, которая распространялась по тестируемому образцу. При наличии пьезоэлектрических свойств в исследуемой пленке, она начинает исполнять роль электромеханического преобразователя с резонансной частотой, отличающейся от частоты возбуждающего импульса. В результате характеристики сигнала, генерируемого в исследуемой пленке, будут отображаться на экране подключенного осциллографа.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 приведена зависимость изменения поверхностного давления π [мH/м] от площади на одну молекулу *A* [Å²], полученная в ходе формирования монослоя молекул ПВДФ. Эта зависимость называется графиком изотермы сжатия. Для анализа фазовых переходов монослоя удобно использовать зависимость изменения модуля сжатия или сжимаемости монослоя от площади на одну молекулу. Сжимаемость и модуль сжатия монослоя вычисляются согласно формуле (1):

$$\delta = -\frac{dA}{d\pi A}\frac{1}{A}, \ k = \frac{1}{\delta}\delta = -\frac{dA}{d\pi A}\frac{1}{A}, \ k = \frac{1}{\delta}, \tag{1}$$

где δ — сжимаемость монослоя, k — модуль сжатия, dA — изменение площади на одну молекулу, $d\pi$ — изменение величины поверхностного давления. Поскольку при изменении фазового состояния монослоя изменяется скорость роста поверх-



Рис. 2. Изотермы сжатия монослоя поливинилиденфторида (ПВДФ) и график изменения его сжимаемости (вставка).

ностного давление, то использование зависимостей изменения сжимаемости или модуля сжатия является наиболее простым и информативным способом определения фазовых переходов в монослое. Анализ изотерм сжатия проводился согласно методикам, описанным в работах [19–21].

Анализ графика изотермы сжатия монослоя ПВДФ показывает, что монослой имеет три фазовых состояния – "газовую" фазу, "жидкую" и "конденсированную". "Газовая" фаза наблюдается при величинах поверхностного давления, не превышающих 1 мН/м. В ней взаимодействие между молекулами минимально, из-за чего показатель поверхностного давления меняется слабо, а величина модуля сжатия – минимальна. Начало роста величины модуля сжатия, наблюдаемое при величине поверхностного давления 1 мН/м, свидетельствует о фазовом переходе из "газовой" фазы монослоя в "жидкую". В "жидкой" фазе расстояние между молекулами ПВДФ уменьшается и сопоставимо с их размерами. Межмолекулярное взаимодействие молекул ПВДФ приводит к росту поверхностного давления. При этом молекулы ориентированы параллельно границе раздела водавоздух. Максимальное давление, достигаемое в "жидкой" фазе, равно 10 мН/м. При дальнейшем сжатии монослой переходит в "конденсированную" фазу, для которой величина поверхностного давления больше 10 мН/м. Для монослоев типичных поверхностно-активных веществ (ПАВ) переход монослоя в "конденсированную" фазу сопровождается наслаиванием карбоксильных групп соседних молекул друг на друга. При этом пленка на поверхности воды продолжает сохранять свое монослойное состояние, поскольку полярные части молекул ПАВ остаются под границей раздела вода-воздух. В отличие от типичных молекул ПАВ молекулы ПВДФ не обладают полярными частями, поэтому при переходе монослоя в "конденсированную" фазу наблюдается тенденция к формированию мультислойной структуры. Из-за



Рис. 3. Изображения, полученные при изучении поверхности пленок ПВДФ, содержащих 10 (*a*), 20 (*б*) и 40 (*в*) слоев, слева – до и справа – после термической обработки.

указанного нарушения монослойной структуры пьезоактивная β-фаза перестает формироваться [13]. В связи с этим перенос монослоя молекул ПВДФ на твердые подложки осуществлялся при величине поверхностного давления, равной 5 мН/м, что соответствует "жидкой" фазе монослоя.

Типичные изображения ACM, полученные при исследовании пленок, содержащих 10, 20 и 40 слоев ПВДФ, перенесенные на кремниевые подложки, приведены на рис. 3.

На изображениях, полученных при изучении пленок ПВДФ, не подвергнутых термической обработке, заметно наличие большого числа агрега-

тов молекул, а пленка имеет неоднородный характер. При этом с увеличением числа монослоев, составляющих пленку, увеличивается как средняя толщина покрытия, так и среднее значение шероховатости пленки. Это может быть связано с наличием молекул воды, захваченными молекулами ПВДФ в процессе их переноса. Таким образом, с увеличением количества слоев в пленке растет и количество захваченной воды. Предложенное объяснение находит свое подтверждение при рассмотрении изображений АСМ пленок, подвергнутых отжигу, на которых морфология пленок имеет более однородный характер, а ко-

Количество слоев	Толщина пленки, нм		Шероховатость пленки, нм	
Количество слосв	до отжига	после отжига	до отжига	после отжига
10	22.4	11.4	13.9	11.2
20	25.2	21.3	14.2	8.6
40	41.5	38.6	15.9	8.4

Таблица 1. Морфологические параметры пленок ПВДФ до и после отжига

личество агрегатов значительно уменьшилось. В результате шероховатость пленок вместе с их средней толщиной уменьшилась. С другой стороны, уменьшение шероховатости и увеличение однородности морфологии пленок может быть связано с переупорядочиванием полимерных молекул ПВДФ в процессе отжига и поляризации пленок. Подтверждением этому предположению служит факт уменьшения разницы между средними толщинами обработанных и необработанных пленок с увеличением числа слоев. В случае наличия захваченных молекул воды данная разность должна была бы увеличиваться, поскольку количество захваченных молекул воды должно было бы расти с увеличением числа слоев в пленке. Но ее уменьшение говорит о том, что причина указанных изменений морфологии заключается в переупорядочивании звеньев полимерных молекул ПВДФ. Также о факте влияния переупорядочивания молекул ПВДФ при температурной обработке пленки говорит то, что с увеличением числа слоев происходит увеличение разности между величинами средней шероховатости до и после обработки пленок. При этом на изображениях АСМ видно уменьшение количества агрегатов, что может говорить об их сплавлении и, как следствие, увеличении однородности пленки. Численные значения величин шероховатости и средней толщины пленок приведены в табл. 1.

В процессе изучения пьезоактивных свойств сформированных пленок было выявлено, что пьезоэффектом обладают только пленки $\Pi B \Box \Phi$, содержащие 40 монослоев, как подвергнутые температурной обработке, так и не прошедшие ее. Величина пьезоконстанты пленок составляла величину, порядка 0.31 · 10⁻¹² Кл/Н, что существенно меньше, чем пьезоконстанта объемных пленок ПВДФ, сформированных традиционными методами, (20-40) · 10⁻¹² Кл/Н [22, 23]. Подобное отличие может быть связано с высокой дефектностью сформированных пленок. Этим фактом, также можно объяснить отсутствие пьезоэффекта в образцах. содержащих 10 и 20 монослоев, независимо от их температурной обработки. Действительно, рассмотрим пленку, содержащую 10 монослоев. Для отожженного образца толщина пленки сравнима с величиной ее шероховатости, а для образца, не подвергнутого температурной обработке, она составляет величину, порядка 50% от толщины пленки. Схожая картина наблюдается и для пленки, содержащей 20 монослоев. При этом толщина пленки при увеличении числа составляющих ее монослоев увеличилась незначительно — на величину порядка 3 нм. Данный факт также может говорить о наличии большого числа дефектов, связанных с захватом молекул воды в процессе переноса пленки. Это объясняет существенное уменьшение толщины пленки при ее отжиге на 11 нм, а также большую величину ее шероховатости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на основе ленгмюровских монослоев поливинилиденфторида (ПВДФ) были сформированы тонкие пленки, содержащие 10, 20 и 40 монослоев. Было изучено влияние температурной обработки на морфологию и наличие пьезосвойств полученных пленок. Показано, что образцы, содержащие 40 монослоев ПВДФ, обладают пьезоактивными свойствами. Отсутствие сегнетоэлектрических свойств у образцов, содержащих 10 и 20 монослоев ПВДФ, связано с высокой степенью дефектности получаемых пленок. Тем не менее, следует отметить, что использование метода Ленгмюра-Блоджетт при формировании пьезоактивных ПВДФ пленок существенно упростит технологию их получения. Проведенные эксперименты также показали, что при получении ленгмюровских пьезоактивных пленок ПВДФ можно не проводить их дополнительную поляризацию. Для получения ленгмюровских пленок ПВДФ с более высокими пьезоконстантами необходимо внести ряд корректив в технологический процесс формирования пленок. В частности, скорректировать время, отводимое на сушку пленки перед повторным нанесением следующего монослоя, что позволит уменьшить количество захватываемой в процессе переноса воды. Также вероятной причиной высокой степени неоднородности неотожженных образцов является наличие пыли в окружающей среде, которая осаждается на пленку в процессе высушивания образцов. И, наконец, использовать в качестве подложки более гидрофобный материал с менее развитой морфологией. Это позволит увеличить коэффициент переноса монослоя на подложку, а также уменьшить его дефектность, вносимую за счет разрыва пленки об игольчатую структуру стекла с напыленным слоем ITO.

Работа частично выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 20-37-70021 и № 20-57-18012).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Martinsa P., Lopesa A.C., Lanceros-Mendeza S. // Progr. Polym. Sci. 2014. V. 39. P. 683.
- Yin Z., Tian B., Zhu Q. et al. // Polymer. 2019. V. 11. P. 2033.
- Guo Z., Liu S., Hu X., Qian Z. et al. // Sens. Actuat. 2020. V. 306. Art. No. 11970.
- Sielmann C.J., Busch J.R., Stoeber B., Walus K. // IEEE Sens. J. 2013. V. 13. No. 10. P. 4005.
- Weinhold S., Litt M.H., Lando J.B. // J. Polym. Sci. 1979. V. 17. P. 585.
- Zaaroura B., Zhua L., Jina X. // Soft Mater. 2019. V. 17. No. 2. P. 181.
- Карамов Д.Д., Лачинов А.Н., Корнилов В.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 5. С. 636; Karamov D.D., Lachinov A.N., Kornilov V.M. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 5. P. 524.
- 8. Lindemann W.R., Philiph R.L., Chan D.W.W. et al. // Phys. Chem. Chem. Phys. 2015. No. 17. Art. No. 29335.
- Mandal D., Kim K.J., Lee J.S. // Langmuir. 2012. V. 28. Art. No. 10310.

- Mai M., Martin B., Kliem H. // J. Appl. Phys. 2011. V. 110. Art. No. 064101.
- 11. Jiang Y., Ye Y., Yu J. et al. // Integr. Ferroelectr. 2007. V. 88. P. 21.
- 12. *Zhu H., Mitsuishi M., Miyashita T. //* Macromolecules. 2012. V. 45. P. 9076.
- Верховская К.А., Плаксеев А.А., Лотонов А.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. № 5. С. 671; Verkhovskaya К.А., Plakseev А.А., Lotonov А.М. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2010. V. 74. No. 5. Р. 634.
- 14. Jones C.A., Petty M.C., Roberts G.G. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 1988. V. 35. No. 6. P. 736.
- 15. Chen S., Li X., Yao K., Tay F.E.H. et al. // Polymer. 2012. V. 53. P. 1404.
- Liu P.F., Gottschall T., Skokov K.P. et al // New J. Phys. 2010. V. 12. Art. No. 023035.
- 17. *Ying Z., Jiang Y., Du X. et al.* // J. Appl. Polym. Sci. 2007. V. 106. P. 1024.
- Xie X., Zhou M., Lv L. et al. // Polymer. 2017. V.132. P. 193.
- Bune A.V., Zhu C., Ducharme S. et al. // J. Appl. Phys. 1999. V. 85. P. 7869.
- 20. Блинов Л.М. // Усп. хим. 1983. Т. 52. № 8. С. 1263.
- 21. Блинов Л.М. // УФН. 1988. Т. 155. № 3. С. 433.
- 22. Дмитриев И.Ю., Курындин И.С., Лаврентьев В.К. и др. // ФТТ. 2017. Т. 59. № 5. С. 1013.
- 23. Лущейкин Г.А. // ФТТ. 2006. Т. 48. № 6. С. 963.

Study of structural and piezoelectric properties of PVDF films obtained by the Langmuir–Blogett method

I. A. Gorbachev^{a, *}, A. V. Smirnov^a, E. S. Shamsutdinova^a, V. V. Kashin^a, S. G. Yudin^b, V. I. Anisimkin^a, V. V. Kolesov^a, I. E. Kuznetsova^a

^aKotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics RAS, Moscow, 125009 Russia ^bShubnikov Institute of Crystallography, Federal Research Center "Crystallography and Photonics RAS", Moscow, 119333 Russia *e-mail: iliyagor36@gmail.com

We report the results of studying the properties of polyvinylidene fluoride films of various thicknesses, obtained using the Langmuir–Blodgett technology. The influence of the number of monomolecular layers (10, 20, and 40 layers) and heat treatment on the morphology of the resulting films was studied by atomic force microscopy. For films with a thickness of 40 layers, the presence of piezoelectric properties was demonstrated. УДК 534.08

ВЛИЯНИЕ ПРОВОДЯЩЕЙ ПЛЕНКИ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ, НАНЕСЕННОЙ НА РЕЗОНАТОР С ПОПЕРЕЧНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ, НА ЕГО ХАРАКТЕРИСТИКИ

© 2021 г. Б. Д. Зайцев^{1,} *, А. А. Теплых¹, А. П. Семёнов¹, И. А. Бородина¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Саратовский филиал, Саратов, Россия

**E-mail: zai-boris@yandex.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Теоретически и экспериментально исследовано влияние толщины, коэффициентов упругости и вязкости, а также электрической проводимости пленки, нанесенной на свободную сторону пьезоэлектрического резонатора с поперечным электрическим полем, на его характеристики. Показано, что увеличение механического импеданса пленки и ее проводимости снижают максимальное значение реальной части электрического импеданса резонатора.

DOI: 10.31857/S0367676521060272

введение

В настоящее время огромный интерес исследователей вызывают пьезоэлектрические резонаторы с поперечным электрическим полем [1-7]. Этот интерес связан с тем, что акустические датчики, основанные на указанных резонаторах, имеют ряд преимуществ по сравнению с резонаторами с продольным электрическим полем. Электроды резонатора с поперечным полем располагаются на одной стороне пьезоэлектрической пластины, и электрическое поле существует не только в пластине, но и в прилегающей к резонатору среде. Такая конструкция резонатора позволяет создавать на его основе датчики для определения вязкости и проводимости контактирующей жидкости [6], а также биологические датчики для исследования микробных клеток в жидкой фазе [8] без использования иммобилизованных специфичных регентов и датчики для определения резистентных свойств бактерий [9]. Показана возможность создания решетки таких резонаторов с хорошей акустической развязкой [10]. Было исследовано влияние бесконечно тонкой проводяшей пленки на характеристики таких резонаторов и показана возможность бесконтактного измерения поверхностной проводимости [11] и микроперемещений [12] тонких пленок. Была также показана возможность создания газового датчика на основе резонатора с поперечным электрическим полем с газочувствительной пленкой хитозана [13, 14]. Было установлено, что в присутствии паров летучих жидкостей проводимость пленки увеличивается примерно на 1—2 порядка, и при этом наблюдается незначительное ее набухание, т.е. изменение ее толщины [13]. В работе [14] показано, что в присутствии паров летучих жидкостей кроме проводимости меняются модули упругости пленки хитозана и ее вязкость.

В настоящей работе впервые исследовано влияние толщины, модулей упругости и коэффициента вязкости, а также проводимости пленки, нанесенной на свободную сторону пьезоэлектрического резонатора с поперечным электрическим полем, на его характеристики.

ПОЛУЧЕНИЕ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПЛЕНОК НА ОСНОВЕ НИТРОЦЕЛЛЮЛОЗНОГО ЛАКА И ХИТОЗАНА–АЦЕТАТА

Была разработана технология создания механически прочных пленок на основе нитроцеллюлозного лака с микрочастицами графита и пленок хитозана—ацетата с помощью цилиндра и поршня из фторопласта с заданным диаметром. Для получения пленки выставлялась заданная глубина погружения поршня, и цилиндр заполнялся лаком или водным раствором хитозана до появления небольшого выпуклого мениска. После высыхания исходного материала поршень с пленкой выдвигался из цилиндра, и пленка легко снима-

Таблица 1. Механические характеристики исследуемых пленок

Материал пленки	<i>c</i> ₁₁ , ·10 ⁹ Па	с ₄₄ , ∙10 ⁹ Па	η, ·10 ⁻⁹ с/рад	р, кг/м ³
Пленка лака с графитом	7.229	3.277	181.5	1480
Пленка ацетата-хитозана	15.27	11.14	127.6	860

Таблица 2. Механические и электрические характеристики пленки хитозана—ацетата при различной концентрации (*n*) аммиака в воздухе

Концентрация аммиака, ppm	0	400	800	1200	1600
с ₁₁ , ·10 ⁹ Па	17.3	16.3	15.2	13.6	12.6
с ₄₄ , ·10 ⁹ Па	11.7	10.7	10.2	8.7	7.7
η, ·10 ⁻⁸ с/рад	8.6	9.0	10.6	13.3	15.9
σ, мкСм/м	45.0	807.8	2941.3	5281.7	14094.3
ϵ/ϵ_0	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1

лась с поршня. После измерения толщины, диаметра и массы определялась плотность пленки (р). Затем пленка помещалась между прижимными электродами плоского конденсатора, и с помощью измерителя LCR параметров 4285A (Agilent) измерялась его емкость и проводимость. По известным поперечным размерам электродов и толщине пленки определялись удельная проводимость и диэлектрическая проницаемость. После этого определялись коэффициенты упругости (c_{ii}) и вязкости (η) исследуемой пленки, в соответствие с методикой, изложенной в [15]. Для этого измерялись частотные зависимости модуля электрического импеданса резонатора в интервале частот 50-1450 кГц с шагом 100 Гц с помощью анализатора импедансов E4990A (Keysight). Резонатор представлял собой диск из пьезокерамики ЦТБС-3 диаметром 22 мм и толщиной около 2 мм с серебряными электродами, нанесенными на торцы диска. Полученные значения модулей упругости c_{11} и c_{44} , а также коэффициент вязкости η и плотность ρ исследуемых пленок приведены в табл. 1.

Как уже отмечалось, ранее были измерены модули упругости и коэффициент вязкости, а также диэлектрическая проницаемость и объемная проводимость пленок хитозана при различной концентрации аммиака (*n*) в воздухе [14]. Значения указанных параметров при различной концентрации аммиака в воздухе представлены в табл. 2. Указанные данные были использованы при теоретическом анализе характеристик резонатора с поперечным электрическим полем с пленкой, имеющей различные значения электрической проводимости, толщины, модулей упругости и коэффициента вязкости.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПРОВОДИМОСТИ И ТОЛЩИНЫ ПЛЕНКИ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗОНАТОРА С ПОПЕРЕЧНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Вначале по полученным механическим параметрам, которые представлены в табл. 1, был проведен теоретический анализ влияния одновременного изменения электрической проводимости и толщины пленки, нанесенной на свободную поверхность пьезоэлектрического резонатора с поперечным возбужлающим электрическим полем. на его характеристики. При этом проводимость пленки о менялась произвольным образом в интервале 10⁻⁵-10⁻² См/м. Анализировался резонатор из пьезокерамики ЦТС-19 с размерами 18 × 20 мм², толщиной порядка 3 мм. Два бесконечно тонких проводящих электрода с размерами 7 × 20 мм² располагались на одной стороне пластины с зазором 4 мм. Полярная ось пьезоэлектрика была ориентирована перпендикулярно зазору. В качестве анализируемых пленок использовались пленки на основе нитроцеллюлозного лака с микрочастицами графита и пленки хитозана-ацетата. Анализ проводился методом конечных элементов [16] в предположении, что в направлении, перпендикулярном полярной оси, структура считалась бесконечной.

На рис. 1 представлены зависимости частоты параллельного резонанса F_{par} (рис. 1*a*) и макси-



Рис. 1. Зависимости частоты параллельного резонанса $F_{par}(a)$ и значения R_{max} на этой частоте (б) от проводимости пленки ацетата-хитозана для различных значений толщины пленки: 1 - 60, 2 - 100, 3 - 150, 4 - 200 мкм.

мального значения реальной части электрического импеданса R_{max} на этой частоте (рис. 16) от проводимости σ пленки ацетата—хитозана для различных значений ее толщины для резонанса вблизи 98 кГц. Видно, что с ростом толщины пленки от 60 до 200 мкм при фиксированном значении электрической проводимости пленки частота параллельного резонанса увеличивается на 0.06%. При этом значение R_{max} уменьшается на 22%. При изменении проводимости от 10⁻⁵ до 10⁻² См/м максимальное значение реальной части электрического импеданса уменьшается на 75–50%. В этом случае изменение резонансной частоты не превышает 0.03%.

Аналогичные результаты были получены для пленок из нитроцеллюлозного лака. С ростом толщины пленки от 150 до 300 мкм при фиксированном значении электрической проводимости частота параллельного резонанса уменьшается на 0.2%. Значение *R_{max}* при этом снижается на 10–20%.



Рис. 2. Зависимость частоты параллельного резонанса F_{par} от концентрации аммиака *n* в воздухе для резонатора с поперечным электрическим полем и пленкой ацетата-хитозана. 1 - Эксперимент, 2 - теория.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6

При изменении проводимости от 10^{-5} до 10^{-2} См/м максимальное значение реальной части электрического импеданса уменьшается на 77%, а изменение резонансной частоты не превышает 0.04%.

Таким образом, исследование показало, что увеличение толщины пленки и увеличение ее проводимости приводят к существенному уменьшению реальной части импеданса на резонансной частоте, т.е. эти два эффекта всегда усиливают друг друга.

В соответствие с данными табл. 2 были также рассчитаны частота параллельного резонанса и значение реальной части электрического импеданса на этой частоте от концентрации аммиака (*n*) в воздушной смеси. Эти зависимости представлены кривыми 2 на рис. 2 и 3, соответственно. Видно, что с ростом концентрации аммиака резонансная частота незначительно уменьшается (рис. 2), а значение R_{max} меняется весьма существенно (рис. 3). Таким образом, уменьшение моду-



Рис. 3. Зависимость значения R_{max} от концентрации *n* аммиака в воздухе для резонатора с поперечным электрическим полем и пленкой ацетата—хитозана. I — Эксперимент, 2 — теория.

2021

Материал пленки	<i>F_{par}</i> , кГц теория	<i>F_{par}</i> , кГц эксперимент	<i>R_{max}</i> , кОм теория	<i>R_{max}</i> , кОм эксперимент
Пленка лака с графитом	97.966	98.06	336	318
Пленка хитозана—ацетата	98.174	98.42	344	345

Таблица 3. Теоретические и экспериментальные значения резонансной частоты (F_{par}) и максимального значения реальной части электрического импеданса (R_{max}) резонатора с поперечным электрическим полем с пленкой лака с графитом и пленкой хитозана ацетата на воздухе

лей упругости (на 30%) при увеличении коэффициента вязкости (на 85%) и увеличении проводимости (на 2 порядка) приводят к уменьшению R_{max} на 60%.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПЛЕНОК НА РЕЗОНАНСНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗОНАТОРА С ПОПЕРЕЧНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Были проведены эксперименты с пленками нитроцеллюлозного лака с микрочастицами графита и с пленкой хитозана-ацетата на воздухе, которые были приклеены на свободную сторону резонатора с поперечным электрическим полем на основе керамики ЦТС-19. Геометрические размеры резонатора в точности соответствовали размерам, которые использовались в расчете. Измеренные значения резонансной частоты F_{par} и максимального значения реальной части электрического импеданса (R_{max}) приведены в табл. 3 для пленки нитроцеллюлозного лака с графитом и пленки ацетата-хитозана на воздухе. Здесь же приведены теоретические значения указанных параметров, которые оказались в хорошем соответствии с теорией (максимальное расхождение не превосходит 5.5%).

Были проведены эксперименты по исследованию одновременного изменения проводимости и акустических параметров пленки на характеристики резонатора с поперечным электрическим полем. Для этой цели резонатор с пленкой хитозана-ацетата помещался в камеру с изменяющейся концентрацией аммиака что, как показано в [14], приводило к изменению модулей упругости, коэффициента вязкости и проводимости пленки. В результате были измерены зависимости резонансной частоты F_{par} и R_{max} от концентрации аммиака. Эти экспериментальные зависимости представлены кривыми 1 на рис. 2 и 3, соответственно. Видно, что теоретическая и экспериментальная зависимости находятся в хорошем качественном соответствии друг с другом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенное исследование показало, что увеличение толщины пленки и увеличение ее проводимости приводят к незначительному увеличению резонансной частоты и к уменьшению реальной части импеданса на резонансной частоте для резонатора с поперечным электрическим полем, т.е. эти два эффекта всегда усиливают друг друга.

Исследование резонатора с поперечным электрическим полем и пленкой хитозана в воздушной смеси воздуха с аммиаком показало, что уменьшение модулей упругости пленки и возрастание коэффициента вязкости и электрической проводимости уменьшают резонансную частоту и максимальное значение реальной части электрического импеданса резонатора. При этом, уменьшение модулей упругости c_{11} и c_{44} на ~30% и увеличение коэффициента вязкости на 85% и электрической проводимости примерно на два порядка (при изменении концентрации аммиака *n* от 0 до 1600 *ppm*) меняют указанные величины на 0.1 и 60%, соответственно.

Работа выполнена в соответствии с государственным заданием ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 19-07-00300 и № 20-07-00602). Авторы благодарны Федорову Ф.С. за помощь в приготовлении пленок хитозана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Vetelino J.F. // Proc. 2010 IEEE Ultrason. Symp. 2010. P. 2269.
- Zhang Z., Wang W., Ma T. et al. // Proc. 2009 IEEE Ultrason. Symp. 2009. P. 655.
- Ma T., Zhang Z., Wang W. et al. // Proc. 2009 IEEE Ultrason. Symp. 2009. P. 2511.
- 4. *Ma T., Wang J., Du J. et al.* // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2013. V. 60. P. 864.
- Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Shikhabudinov A.M. et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2014. V. 60. P. 166.
- Zaitsev B., Shikhabudinov A., Teplykh A., Kuznetsova I. // Ultrason. 2015. V. 63. P. 179.
- Зайцев Б.Д., Шихабудинов А.М., Теплых А.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1350; Zaitsev B.D., Shikhabudinov А.М., Teplykh А.А. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. Р. 1218.
- Guliy O.I., Zaitsev B.D., Borodina I.A. et al. // Anal. Biochem. 2018. V. 554. P. 53.

787

- Гулий О.И., Зайцев Б.Д., Караваева О.А. и др. // Антибиот. химиотер. 2019. Т. 64. С. 3; Guliy O.I., Zaitsev B.D., Karavaeva O.A. et al. // Antibiot. Chemother. 2019. V. 64. P. 3.
- 10. Бородина И.А., Зайцев Б.Д., Кузнецова И.Е. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. С. 1442; Borodina I.A., Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1283.
- 11. Zaitsev B.D., Semyonov A.P., Teplykh A.A., Borodina I.A. // Ultrason. 2019. V. 94. P. 169.
- Zaitsev B.D., Semyonov A.P., Teplykh A.A., Borodina I.A. // Ultrason. 2019. V. 99. Art. No. 105973.
- 13. Zaitsev B., Fedorov F., Semyonov A. et al. // Proc. 2019 IEEE Ultrason. Symp. 2019. P. 607.
- 14. *Zaitsev B., Teplykh A., Fedorov F. et al.* // Sensors. 2020. V.20. Art. No. 2236.
- 15. Teplykh A., Zaitsev B, Borodina I et al. // ITM Web of Conf. 2019. V. 30. Art. No. 07002.
- Teplykh A.A., Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E. // Sens. Transducers. 2015. V. 184. P. 60.

Influence of a conducting film with finite thickness applied to a resonator with a lateral electric field on its characteristics

B. D. Zaitsev^{a, *}, A. A. Teplykh^a, A. P. Semyonov^a, I. A. Borodina^a

^aKotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS, Saratov Branch, Saratov, 410019 Russia *e-mail: zai-boris@yandex.ru

The effect of the thickness, elasticity and viscosity coefficients, as well as the electrical conductivity of a film deposited on the free side of a piezoelectric resonator with a lateral electric field on its characteristics has been studied theoretically and experimentally. It is shown that an increase in the mechanical impedance of the film and its conductivity decrease the maximum value of the real part of the electrical impedance of the resonator.

УДК 535.241.13

АКУСТООПТИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ ДВУОСНЫХ КРИСТАЛЛОВ РОМБИЧЕСКОЙ СИНГОНИИ

© 2021 г. В. И. Балакший^{1,} *, М. И. Купрейчик¹, С. Н. Манцевич¹, В. Э. Пожар²

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия ²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Москва, Россия

> **E-mail: balakshy@phys.msu.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлен детальный анализ акустооптического эффекта в двуосных кристаллах на примере кристаллов ромбической сингонии тетратиоарсената таллия и йодноватой кислоты. Определены оптимальные срезы кристаллов для таких акустооптических устройств, как дефлекторы и фильтры. Показана перспективность применения кристалла тетратиоарсената таллия для создания высокоэффективных акустооптических дефлекторов, а также квази-коллинеарных фильтров в ближнем и среднем инфракрасных диапазонах. Установлено, что спектральное разрешение акустооптических фильтров на основе такого варианта дифракции оказывается сопоставимым с разрешением квазиколлинеарных фильтров при равной длине акустооптического взаимодействия.

DOI: 10.31857/S0367676521060041

введение

В настоящее время в акустооптике применяются, в основном, одноосные кристаллы с ярко выраженной анизотропией физических свойств, такие как парателлурит (TeO₂), теллур (Te), каломель (Hg₂Cl₂), ниобат лития (LiNbO₃), TAS (Tl₃AsSe₃) и другие [1–6]. Высокая степень оптической, акустической и акустооптической анизотропии материала предоставляет возможность более гибкого подбора оптимальной конфигурации среза кристалла под конкретное устройство. С другой стороны, сильная анизотропия материала значительно усложняет расчеты характеристик акустооптической (AO) дифракции, а также накладывает жесткие требования на точность изготовления AO ячеек.

Кристалл парателлурита является, на настоящий день, основным материалом, используемым для создания AO устройств видимого, а также ближнего и среднего ИК диапазонов [1, 2, 4–7]. К сожалению, у этого материала имеется ряд существенных недостатков. Кристалл не пригоден для работы в УФ и дальнем ИК диапазонах. Сильное затухание ультразвука в срезах с высоким значением AO качества не позволяет применять его на высоких частотах (более 300 МГц) [3].

Таким образом, возникает задача поиска новых материалов, в том числе и двуосных кристаллов, которые, несмотря на расчетные и технологические трудности, обладают, благодаря более сложному типу оптической и акустооптической анизотропии, потенциально большим разнообразием допустимых вариантов АО взаимодействия, что делает актуальным изучение их свойств и применение в различных приборах акустооптики [8–15].

Целью настоящей работы являлось исследование широкополосного, коллинеарного и близкого к коллинеарному вариантов АО взаимодействия в двуосных кристаллах. Численные расчеты проведены для анизотропной дифракции света в главных плоскостях двуосных кристаллов тетратиоарсената таллия (Tl_3AsS_4) и йодноватой кислоты (α -HIO₃), для которых известны все компоненты упругого и фотоупругого тензоров [16–22]. При проведении расчетов предполагалось, что угол среза кристалла χ , определяющий направление распространения ультразвука, отсчитывается от осей X и Y в сторону противоположную оси Z в плоскостях XZ и YZ, соответственно, и от оси Y в сторону противоположную оси X в плоскости XY.

АКУСТООПТИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ КРИСТАЛЛА ТЕТРАТИОАРСЕНАТА ТАЛЛИЯ

Задача поиска эффективных АО материалов, прозрачных в среднем и дальнем ИК диапазонах является одной из актуальных проблем современной акустооптики. Одним из перспективных материалов для среднего ИК диапазона является двуосный кристалл тетратиоарсената таллия



Рис. 1. Характеристики АО дефлекторов на кристалле Tl_3AsS_4 для плоскостей взаимодействия *XY* (*a*) и *XZ* (*б*). Расчет выполнен для +1-го и -1-го порядков дифракции.

Tl₃AsS₄ [16–18]. Это синтетический монокристалл ромбической сингонии, принадлежащий к точечной группе (*mmm*). Как следствие, в кристалле отсутствуют оптическая активность и пьезоэлектрический эффект. Материал прозрачен в диапазоне длин волн от 0.6 до 12 мкм, что делает его перспективным для создания АО систем управления излучением СО₂ лазера. Отличительной особенностью кристалла являются низкие скорости акустических мод, что вместе с высокими значениями фотоупругих коэффициентов определяет чрезвычайно высокую АО эффективность как для изотропной дифракции, так и для варианта анизотропного АО рассеяния [17, 18]. Важным достоинством материала являются малые, по сравнению с кристаллом парателлурита, акустические потери, что позволяет использовать его на высоких частотах ультразвука. Последнее обстоятельство позволяет создавать высокоэффективные АО дефлекторы с большим числом разрешимых элементов и высоким быстродействием.

Элементарная кристаллографическая ячейка имеет форму прямоугольного параллелепипеда с ребрами размером a = 0.898 нм, b = 1.08 нм и c == 0.896 нм [16]. В ромбических кристаллах не существует установившегося правила для выбора направлений кристаллографических осей. В данной работе оси X, Y, и Z выбраны, следуя работе [16], соответственно по ребрам a, b, u c. При этом главные оси диэлектрического тензора совпадают с кристаллографическими осями, а главные показатели преломления равны $n_{\chi} = 2.646$, $n_Y = 2.598, n_Z = 2.642$ для длины волны света $\lambda = 1.06$ мкм. Оптические оси лежат в плоскости *XY*; угол между ними равен $2\psi = 33.1^{\circ}$. Из-за близких значений n_X и n_Z , угол 2 ψ заметно меняется при изменении λ даже в ИК диапазоне спектра. Этот эффект следует учитывать при разработке АО фильтров.

В наших расчетах значения упругих модулей c_{ij} и фотоупругих коэффициентов p_{ij} взяты из работы [18]:

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 31.9 & 16.2 & 15.0 & 0 & 0 & 0 \\ 16.2 & 28.4 & 18.2 & 0 & 0 & 0 \\ 15.0 & 18.2 & 34.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8.9 \end{pmatrix} \times 10^9 \text{ H/m}^2, \quad (1)$$

$$p_{ij} = \begin{pmatrix} 0.44 & 0.32 & 0.31 & 0 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0.54 & 0.36 & 0 & 0 & 0 \\ 0.28 & 0.28 & 0.43 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.00 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

В настоящее время при разработке АО дефлекторов используется, как правило, геометрия анизотропной дифракции с рабочей точкой вблизи экстремума угла Брэгта [1, 2]. Такая геометрия позволяет получить широкий диапазон перестройки частоты ультразвука Δf при фиксированном угле падения светового пучка θ_0 .

В данной работе рассмотрены варианты анизотропных дефлекторов, когда свет распространяется в главных плоскостях кристалла Tl_3AsS_4 . При этом оказалось, что широкополосное (по Δf) АО взаимодействие в плоскости YZ характеризуется относительно низкими значениями коэффициента АО качества M и, вследствие этого, не представляет практического интереса. Характеристики дефлекторов в плоскостях XY и XZ кристалла Tl_3AsS_4 , рассчитанные для длины волны излучения $\lambda = 1.06$ мкм, представлены на рис. 1. Расчет выполнен для двух вариантов рассеяния



Рис. 2. Характеристики АО квази-коллинеарных фильтров на кристалле Tl_3AsS_4 . Зависимости от угла среза кристалла (*a*) и длины волны света (δ).

света: в +1-й и –1-й порядки дифракции. Сплошными кривыми показаны зависимости центральной частоты ультразвука f_0 от угла среза кристалла χ , тогда как штриховыми кривыми представлены соответствующие значения коэффициента AO

качества *M* в единицах 10^{-18} с³/г. Плоскость *XY* (рис. 1*a*) содержит оптическую ось кристалла; ей соответствует угол $\chi = 74^{\circ}$. Благодаря этому имеется возможность широкого выбора оптимального частотного диапазона дефлектора. Отметим также существенное различие в характеристиках для различных порядков дифракции.

В плоскости XZ (рис. 16), за счет близких значений главных показателей преломления n_X и n_Z , характеристики дефлекторов для различных порядков дифракции оказываются практически идентичными, а наблюдаемое отличие характеристик обусловлено, главным образом, акустической анизотропией в плоскости XZ. Как следует из приведенных графиков, высокая АО эффективность соответствует относительно высоким рабочим частотам ультразвука, а максимальное значение коэффициента АО качества $M = 1300 \cdot 10^{-18} \text{ с}^3/\text{г}$ более чем на 20% превосходит максимальное значение коэффициента АО качества в кристалле парателлурита для той же длины волны излучения. Все это говорит о перспективности применения кристалла Tl₃AsS₄ в AO дефлекторах как в ближнем, так и в среднем ИК диапазонах.

Особое место в ряду АО устройств занимают перестраиваемые фильтры, находящие широкое применение в современной оптоэлектронике [1, 2, 7, 19]. Известно два основных варианта таких устройств: коллинеарные фильтры, которые применяются обычно для выделения нужных длин волн лазеров, и неколлинеарные фильтры, используемые в спектральном анализе оптических изображений. Наш анализ показал, что кристалл Tl_3AsS_4 наилучшим образом подходит для создания квази-коллинеарных фильтров [4, 20].

Характеристики квази-коллинеарных фильтров представлены на рис. 2*a*. Расчеты проведены для $\lambda = 0.633$ мкм и длины АО ячейки l = 4 см. Сплошными и штриховыми кривыми показаны зависимости соответственно полосы пропускания фильтра $\Delta\lambda$ и коэффициентов АО качества *M* от угла среза кристалла χ . Индексы "1" и "2" соответствуют дифракции в плоскостях *XZ* и *XY* кристалла. Видно, что при дифракции в плоскости *XY* высокая эффективность наблюдается в срезах с низким спектральным разрешением. В то же время в плоскости *XZ* максимальному значению коэффициента качества $M = 730 \cdot 10^{-18}$ с³/г, которое достигается при $\chi = 71^{\circ}$, отвечает близкое к максимальному спектральному разрешению фильтра.

Зависимости коэффициента качества М и полосы пропускания $\Delta\lambda$ от длины волны света λ для указанного среза кристалла представлены на рис. 2б. Здесь же для сравнения приведены соответствующие характеристики M^* и $\Delta\lambda^*$ квазиколлинеарного фильтра на кристалле парателлурита с углом среза $\chi = 6^{\circ}$ в плоскости (110) для той же длины АО взаимодействия І. Как следует из графиков, при сопоставимом спектральном разрешении фильтр на кристалле Tl₃AsS₄ существенно выигрывает по величине АО качества в коротковолновой области спектра, лишь незначительно уступая в длинноволновой области. Этот факт, в сочетании с существенно более низким затуханием акустической волны, определяет перспективность кристалла Tl₃AsS₄ для создания спектральных устройств в ближнем и среднем ИК диапазонах.



Рис. 3. Характеристики АО коллинеарных фильтров на кристалле α-HIO₃.

АКУСТООПТИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ КРИСТАЛЛА ЙОДНОВАТОЙ КИСЛОТЫ

Кристалл йодноватой кислоты α-НІО3 относится к числу наиболее известных двуосных лазерных кристаллов, отличающихся хорошими нелинейно-оптическими и АО свойствами [21-25]. Йодноватая кислота – синтетический монокристалл ромбической сингонии, принадлежащий к классу (222). Материал прозрачен в видимом и ближнем ИК диапазоне: от 0.4 до 1.3 мкм. Малые акустические и оптические потери, наряду с возможностью получения кристаллов большого размера и хорошего оптического качества определяют перспективность применения кристалла в АО устройствах. Следует также подчеркнуть высокую АО эффективность в режимах как изотропной, так и анизотропной дифракции света. Кристалл является водорастворимым, поэтому его поверхности необходимо защищать от атмосферной влаги. Эту особенность можно рассматривать как основной недостаток кристалла.

Элементарная кристаллографическая ячейка имеет размеры: a = 0.588 нм, b = 0.773 нм и c == 0.554 нм [21]. Ориентация кристаллографических осей X, Y и Z в нашем расчете выбрана в соответствии с работой [21] по ребрам a, b, и c. При этом главные показатели преломления на длине волны света $\lambda = 0.633$ мкм равны $n_X = 1.9865$, $n_Y = 1.9604$ и $n_Z = 1.8378$, а оптические оси лежат в плоскости XZ; угол между ними равен $2\Psi = 47^\circ$. В отличие от кристалла Tl₃AsS₄, кристалл йодноватой кислоты характеризуется высоким уровнем оптической активности: компоненты тензора гирации имеют значения $g_X = -1.4 \cdot 10^{-4}$, $g_Y = 3 \cdot 10^{-4}$ и

 $g_Z = 3.6 \cdot 10^{-4}$.

В расчете использовались следующие значения упругих модулей и фотоупругих коэффициентов [21]:

$$r_{ij} = \begin{pmatrix} 57.0 & 6.0 & 14.6 & 0 & 0 & 0 \\ 6.0 & 42.9 & 11.5 & 0 & 0 & 0 \\ 14.6 & 11.5 & 30.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 16.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 17.8 \end{pmatrix} \times 10^9 \text{ H/m}^2,$$
(3)
$$p_{ij} = \begin{pmatrix} 0.406 & 0.277 & 0.304 & 0 & 0 & 0 \\ 0.279 & 0.343 & 0.305 & 0 & 0 & 0 \\ 0.503 & 0.310 & 0.334 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.27 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.22 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.92 \end{pmatrix}.$$
(4)

Как и в случае Tl_3AsS_4 , в кристалле йодноватой кислоты отсутствует чисто коллинеарная дифракция. Однако, благодаря сносу акустического пучка, можно реализовать необычную — коллинеарную по волновым векторам геометрию взаимодействия, когда падающий световой пучок заводится в область взаимодействия через боковые границы звукового столба. Именно такой вариант АО взаимодействия рассматривается в данном разделе.

На рис. За приведены характеристики фильтра для различных срезов кристалла α -HIO₃ в плоскости XZ (в этой плоскости лежит оптическая ось под углом $\chi = 66.5^{\circ}$). Максимальное значение AO качества $M = 11 \cdot 10^{-18}$ с³/г достигается для угла среза $\chi = 45^{\circ}$, когда частота ультразвука составляет $f_0 = 170$ МГц [24]. Величины потребляемой акустической мощности P_{norm} и спектрального разрешения $\Delta \lambda_{norm}$, нормированные на соответствующие характеристики коллинеарного фильтра на основе молибдата кальция (СаМоО₄) [26], показаны на рис. Зб сплошной и пунктирной кривой соответственно. Как следует из графиков, имеется довольно широкий диапазон углов среза, в котором фильтры на кристалле α-НІО₃ превосходят классический фильтр на кристалле CaMoO₄ как по величине потребляемой мощности, так и по спектральному разрешению. Например, для $\gamma = 45^{\circ}$ получается выигрыш в 3.5 раза по потребляемой мощности и почти в 4 раза – по спектральному разрешению. Аналогично, при $\chi = 25^{\circ}$ спектральное разрешение оказывается почти в 7 раз выше, а потребляемая мощность – в 2.5 раза ниже.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты расчета характеристик анизотропной брэгговской лифракции света в главных плоскостях двуосных кристаллов ромбической сингонии Tl_3AsS_4 и α -HIO₃. Для первого проведено исследование параметров АО дефлекторов и квази-коллинеарных фильтров для различных срезов кристалла. Показано, что по ряду характеристик такие устройства существенно превосходят существующие аналоги, что позволяет рассчитывать на широкое применение кристалла в приборах современной оптоэлектроники. Доказана перспективность применения кристалла йодноватой кислоты для создания устройств спектральной фильтрации. Установлено, что АО фильтры, использующие близкий к коллинеарному режим дифракции, сопоставимы по спектральному разрешению с квази-коллинеарными фильтрами при одинаковой длине АО взаимодействия. Отмечено преимушество использования такого режима дифракции в АО кристаллах с малыми значениями угла акустического сноса. Показано, что подобный фильтр на кристалле α-HIO₃ может сушественно превосходить классический коллинеарный фильтр на молибдате кальция как по спектральному разрешению, так и по величине потребляемой мощности. Определены параметры АО фильтров, оптимизированных под максимальное разрешение и минимальную потребляемую мощность

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00072).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М.: Радио и связь, 1985.
- 2. Xu J., Stroud R. Acousto-optic devices: principles, design, and applications. N.Y.: Wiley, 1992.

- 3. Шаскольская М.П. Акустические кристаллы. М.: Наука, 1982.
- 4. Поликарпова Н.В., Волошинов В.Б. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1432; Polikarpova N.V., Voloshinov V.B. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1274.
- 5. Балакший В.И., Волошин А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1471; Balakshy V.I., Voloshin A.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1310.
- 6. *Поликарпова Н.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 808; *Polikarpova N.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 6. P. 662.
- 7. Пожар В.Э., Пустовойт В.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1375; *Pozhar V.E., Pustovoit V.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1221.
- 8. *Писаревский Ю.В., Сильвестрова И.М.* // Кристаллография. 1976. Т. 18. № 5. С. 1003.
- 9. Богданов С.В., Сапожников В.К. // Автометрия. 1989. № 5. С. 3.
- 10. Balakshy V.I., Kupreychik M.I. // Phys. Proc. 2015. V. 70. P. 758.
- 11. Ohmachi Y., Uchida N. // J. Appl. Phys. 1971. V. 42. P. 521.
- Мильков М.Г., Волнянский М.Д., Антоненко А.М., Волошинов В.Б. // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 2. С. 206; Mil'kov M.G., Volnyanskii M.D., Antonenko A.M., Voloshinov V.B. // Acoust. Phys. 2012. V. 58. No. 2. P. 172.
- 13. Mazur M.M., Velikovskiy D.Yu., Mazur L.I. et al. // Ultrasonics. 2014. V. 54. No. 5. P. 1311.
- Martynyuk-Lototska I., Mys O., Zapeka B. et al. // Appl. Opt. 2014. V. 53. No. 10. P. B103.
- Buryy O., Andrushchak N., Ratych A. et al. // Appl. Opt. 2017. V. 56. No. 7. P. 1839.
- Roland G.W., Gottlieb M., Feichtner J.D. // Appl. Phys. Lett. 1972. V. 21. No. 2. P. 52.
- Goutzoulis A., Gottlieb M., Davies K., Kun Z. // Appl. Opt. 1985. V. 24. No. 23. P. 4183.
- Mytsyk B., Kryvyy T., Demyanyshyn N. et al. // Appl. Opt. 2018. V. 57. No. 14. P. 3796.
- Левин В.М., Мороков Е.С., Петронюк Ю.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 8. С. 1053; Levin V.M., Morokov E.S., Petronyuk Y.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 8. P. 950.
- Балакший В.И., Магдич Л.Н., Манцевич С.Н. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 526; Balakshy V.I., Magdich L.N., Mantsevich S.N. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 5. P. 459.
- Pinnow D.A., Dixon R.W. // Appl. Phys. Lett. 1968.
 V. 13. No. 4. P. 156.
- 22. Купрейчик М.И., Балакший В.И. // Опт. и спектроск. 2017. Т. 123. № 3. С. 439; Kupreychik M.I., Balakshy V.I. // Opt. Spectrosc. 2017. V. 123. No. 3. P. 463.
- 23. *Kupreychik M.I., Balakshy V.I.* // Appl. Opt. 2018. V. 57. No. 20. P. 5549.
- 24. *Kupreychik M.I., Balakshy V.I.* // Proc. SPIE. 2019. V. 11210. Art. No. 112100O.
- 25. Кулакова Л.А., Лютецкий А.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 550; Kulakova L.A., Lutets-

kiy A.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. 26. *Harris S.E., Nieh S.T.K., Fiegelson R.S.* // Appl. Phys. Lett. 1970. V. 17. No. 5. P. 223.

Acousto-optic devices based on biaxial crystals of rhombic system

V. I. Balakshy^{a, *}, M. I. Kupreychik^a, S. N. Mantsevich^a, V. E. Pozhar^b

^aLomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, 119991 Russia ^bScientific and Technological Center of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 117342 Russia *e-mail: balakshy@phys.msu.ru

A detailed analysis of the acousto-optic effect in biaxial crystals is presented using the examples of Tl_3AsS_4 and α -HIO₃ rhombic system crystals. Optimal cuts of the crystals for such acousto-optic devices as deflectors and filters are determined. The prospects of using the Tl_3AsS_4 crystal for creating high-performance acoustooptic deflectors, as well as quasi-collinear filters in the near and middle IR ranges are shown. It is found that the spectral resolution of acousto-optic filters based on this diffraction variant is comparable to the resolution of quasi-collinear filters with an equal length of acousto-optic interaction. УДК 534:535

ВЫНУЖДЕННОЕ РАССЕЯНИЕ НА УПРУГИХ КОЛЕБАНИЯХ НАНОЧАСТИЦ В ОПТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ С НАНОДИСПЕРСНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

© 2021 г. А. Ф. Бункин^{1,} *, В. Г. Михалевич¹, В. Н. Стрельцов¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр "Институт общей физики имени А.М. Прохорова Российской академии наук", Москва, Россия

**E-mail: abunkin@rambler.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Приводятся результаты исследования динамики диэлектрических наночастиц и электромагнитного поля в оптическом резонаторе, заполненном жидкостью и возбуждаемом внешним монохроматическим излучением. Найдена нелинейная поляризация среды и описан стационарный режим нелинейного возбуждения электромагнитного поля в резонаторе. Показано, что раскачка упругих пульсаций частиц под действием пондеромоторных сил в электромагнитном поле приводит к генерации полей комбинационных частот.

DOI: 10.31857/S0367676521060077

введение

Жидкие суспензии наночастиц представляют собой интересные в физическом и прикладном отношении среды. Такие взвеси могут иметь искусственное происхождение, но часто реализуются и естественным путем (например, в виде суспензий вирусов). Существенной особенностью таких сред является высокая подвижность частиц суспензии в электромагнитном поле. Это свойство позволяют эффективно управлять пространственным распределением частиц суспензии и, тем самым, формировать среды с необходимыми физическими свойствами.

Благодаря высокой интенсивности электромагнитного поля весьма перспективным для исследования подобных сред, в том числе вирусных суспензий, представляется внутрирезонаторная спектроскопия. При этом в отличие от спектроскопии мутных аэрозолей здесь возникает целый ряд специфических физических задач. Одной из принципиальных проблем является вопрос о пространственном распределении и кинетике наночастиц в световых полях различной пространственной структуры. Особенно актуальным это становится при напряженностях внутрирезонаторного поля порядка 100-1000 ед. СГСЭ, когда энергия дипольного электромагнитного взаимодействия становится сравнимой с тепловой энергией частиц.

Число работ, посвященных различным аспектам электродинамики жидких суспензий диэлектрических наночастиц достаточно велико (см., например, [1-6]). В указанных работах поведение наночастиц в электромагнитном поле рассматривалось без учета его воздействия на возбуждающее поле. В то же время, пространственная конфигурация поля существенно определяется наличием такой обратной связи (например, в оптическом резонаторе), что влияет как на динамику частиц, так и на режим установления поля в системе. Заметим, что подобная ситуация возникает при рассмотрении практически всех нелинейных оптических процессов в резонаторах. При этом характер генерации в системе существенно определяется методом возбуждения резонатора. Так, например, при рассмотрении вынужденного рассеяния Мандельштама-Бриллюэна в оптическом резонаторе с внешним возбуждением возникает ряд физически интересных особенностей по сравнению с аналогичной генерацией в лазерном резонаторе [7, 8].

В настоящей работе исследуется ряд существенных аспектов нелинейного возбуждения поля в оптическом резонаторе с внешним возбуждением, полностью заполненном жидкой суспензией диэлектрических наночастиц. В отличие от ранее применяемых упрощенных моделей нами на основе максвеллова тензора натяжений для электромагнитного поля в плоском оптическом резонаторе с внешним возбуждением получены уравнения движения для диэлектрических наношаров в жидком растворителе под действием пондеромоторных сил.

ДИНАМИКА НАНОЧАСТИЦ В ОПТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ

Рассмотрим добротный открытый оптический резонатор, полностью заполненный жидкой суспензией наночастиц. Будем предполагать, что рассматриваемые частицы представляют собой шары с диэлектрической проницаемостью, мало отличающейся от диэлектрической проницаемости E₁ pacтвора. Для простоты будем считать ε_ι близкой к 1. Резонатор возбуждается внешней световой волной частоты ω, совпадающей с некоторой собственной частотой резонатора. Предполагается, что в ширину линии, отвечающей собственной частоте попадает одна пространственная мода. В описанных условиях рассеяние падающей волны на шаре будет мало, и действующее поле вблизи поверхности шара при не слишком большой плотности дисперсной фракции будет совпадать с макроскопическим внутрирезонаторным полем в чистом растворителе.

Таким образом, вектор напряженности $\vec{E}(\vec{x},t)$ действующего поля в резонаторе можно записать в виде:

$$\vec{E}(\vec{x},t) = \vec{E}(\vec{x})\cos\omega t, \qquad (1)$$

где $\vec{E}(\vec{x})$ — пространственное распределение моды резонатора с собственной частотой возбуждающего лазерного излучения.

Для определенности будем считать, что поле $\vec{E}(\vec{x},t)$ линейно поляризовано по оси x_1 (используется декартова система координат x_1, x_2, x_3).

Усредненный по времени максвеллов тензор натяжений электромагнитного поля [9] на поверхности диэлектрического шара будет иметь диагональный вид

$$T_{ij}\left(\vec{x}\right) = T^{(i)}\delta_{ij},\tag{2}$$

где $T^{(1)} = \frac{1}{8\pi} \varepsilon_p E^2(\vec{x}); \ T^{(2,3)} = -T^{(1)}, \ \delta_{ij}$ – символ Кронекера.

Составляющая F_i результирующей пондеромоторной силы, действующей на шар, определяется интегралом

$$F_i = -\oint T_{i,i} \cos(\vec{n}, i) ds, \qquad (3)$$

где *ds* – элемент поверхности частицы.

Интеграл берется по поверхности шара, \vec{n} – внешняя нормаль к поверхности, суммирование по *i* не производится.

Удобно ввести локальную декартову систему координат \vec{x} с началом в центре шара \vec{x}_0 , оси ко-

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021

торой параллельны осям основной системы координат: $x_i = x_{i0} + x'_i$.

Если характерный масштаб неоднородности поля превосходит радиус шара $R: \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial x_i} R < 1$, то плотность электрического поля в (2), (3) можно разложить в ряд по степеням x'_i . В первом порядке малости по данному параметру

$$T^{(1)} = \frac{1}{8\pi} \varepsilon_l \left[E^2(\vec{x}_0) + 2E(x_0) \frac{\partial E}{\partial x_{j0}} x'_j \right].$$
(4)

Тогда

$$F_{i} = \mp \frac{1}{2\pi} \varepsilon_{l} E\left(\vec{x}_{0}\right) \frac{\partial E}{\partial x_{j0}} \int x_{j}^{\prime} \cos(\vec{n}, i) ds^{\prime}.$$
(5)

Интеграл берется по верхней части полусферы $x_j'^2 = R^2$, знак (–) относится к F_1 , две остальные компоненты положительны. Постоянный член $E^2(\vec{x}_0)$ в (4) не дает вклада в интеграл (3), вклад в двойной интеграл (5) линейных слагаемых (4) отличен от нуля только для $x_j' = x_i'$.

Интеграл (5) вычисляется элементарно, и окончательно получаем:

$$F_i = \mp \frac{\varepsilon_l}{6} E\left(\vec{x}_0\right) \frac{\partial E}{\partial x_{i0}} R^3.$$
(6)

Для дальнейшего необходимо конкретизировать вид и параметры оптического резонатора. Будем рассматривать плоский резонатор с расстоянием (по оси *z*) *L* между зеркалами.

Собственную аксиальную моду электромагнитного поля в резонаторе с частотой (0, совпадающей с частотой возбуждающего излучения можно представить в виде:

$$E\left(\vec{r}\right) = E\sin(kz)g\left(\vec{r}_{\perp}\right) \tag{7}$$

здесь $k = \frac{\pi}{L}m, m$ — большое целое число, $\omega \approx \frac{\pi c}{L\sqrt{\varepsilon_L(\omega)}}m, g(\vec{r_\perp})$ — поперечное распределение

поля моды, зависящее от номера моды, длины резонатора L, формы и размера зеркал, $\vec{r_{\perp}}$ – поперечная часть радиус-вектора \vec{r} . В (7) мы перешли к обычному обозначению векторов (x, y, z), ε_L – линейная часть диэлектрической проницаемости суспензии (см. ниже), c – скорость света.

Исходя из (7), рассмотрим, например, движение дисперсной частицы вдоль оси резонатора. Заметим, что в обычных условиях $\frac{\partial g}{\partial \vec{r_\perp}} \frac{1}{k} < 1$, и для описания продольного движения частицы можно использовать одномерное приближение. Из (6), (7) для координаты центра шара получаем:

$$\ddot{z} = \frac{\varepsilon_l E^2}{8\pi\rho} k \sin(kz) \cos(kz) g^2(\vec{r}_\perp), \qquad (8)$$

где с учетом присоединенной массы для сферических частиц $\rho = \rho_s + \rho_l/2$, $\rho_s - плотность вещества частицы, <math>\rho_l - плотность$ растворителя. Положение равновесия частицы определяется одним из равенств $kz = \pi n$ или $kz = \pi/2 + \pi n$.

Анализ показывает, что устойчивому положению равновесию отвечает второе соотношение.

Линеаризуя (8) вблизи устойчивого положения равновесия, получаем ожидаемый результат. В отсутствие диссипации частица будет совершать продольные гармонические колебания с ча-

стотой
$$\Omega^2 = \frac{E^2}{8\pi\rho}k^2$$
.

Под действием диссипативных сил, например вязкости, частицы с некоторым временем установления придут в механическое и термодинамическое равновесие. Разумеется, во всем предыдущем рассмотрении предполагалось: $\alpha_s V_s E^2 > kT$, где V_s – объем частицы примеси, α_s – поляризуемость единицы объема материала примеси.

Если тепловая энергия примесных частиц превышает их энергию в поле, то очевидно примесные частицы можно рассматривать как идеальный газ. Тогда сохраняется физический смысл химического потенциала θ для подсистемы примесных частиц: $\theta = kT \ln nV_q$, где n – концентрация примесных частиц, V_q – квантовый объем частицы с учетом присоединенной массы.

Пространственная конфигурация частиц в таких условиях будет иметь Больцмановское распределение с энергией равной энергии поляризованной частицы в поле резонатора. Перераспределение частиц в электромагнитном поле приведет, очевидно, к возникновению добавочной нелинейной поляризации, изменению динамики генерации в системе и значений амплитуд стационарных колебаний поля. Рассмотрим эти вопросы более подробно.

С учетом ранее сказанного, электромагнитное поле в резонаторе имеет вид:

$$E\left(\vec{r},t\right) = E\left(t\right)E\left(\vec{r}\right),\tag{9}$$

где E(t), $E(\vec{r})$ — временная и пространственная части электромагнитного поля. Напомним, что падающая волна и поле в резонаторе поляризованы по оси *x*.

Наночастицы в рассматриваемых условиях имеют Больцмановское пространственное равновесное распределение:

$$n' = n_0 \exp\left[\frac{\alpha_s V_s \overline{E^2(t)}}{kT} g^2(\vec{r}_\perp) \sin^2 kz\right].$$
(10)

Здесь n', n_0 — плотности частиц дисперсной фазы, при этом $n_0 = n_0 \left(\overline{E^2(t)}\right), \overline{E^2(t)}$ — усредненная по времени плотность энергии поля.

Учитывая, как было указано ранее, $\frac{\alpha_s V_s E^2(t)}{kT} < < 0.1$, (10) может быть разложено в ряд. Из условия сохранения полного числа частиц примеси в объеме резонатора V: $\int n' d\vec{r} = nV$, где V – объем резонатора, n – однородная плотность частиц до включения поля, после интегрирования с точностью до первого порядка малости по параметру

$$\frac{\alpha_s V_s E^2(t)}{kT}$$
 находим:
$$n' = n \left(1 - \frac{\alpha_s L}{2kTV} \overline{E^2}(t) \int g^2(\vec{r}_\perp) d\vec{r}_\perp \right).$$
(11)

Найдем поляризуемость смеси α . Объем растворителя в единичном объеме смеси составляет величину $(1 - n'V_s)$, а его поляризуемость $p_l = \alpha_l(1 - n'V_s)$ Подставляя сюда n' из (10), (11) и учитывая поляризацию, вносимую диэлектрическими частицами, получаем

$$\alpha = \alpha_{l} \left[1 + nV_{s} \left(\frac{\alpha_{s}}{\alpha_{l}} - 1 \right) \right] + \alpha_{l} n \frac{\alpha_{s} V_{s}^{2}}{kT} \left(\frac{\alpha_{s}}{\alpha_{l}} - 1 \right) \times \left[g^{2} \left(\vec{r}_{\perp} \right) \sin^{2} kz - \frac{L}{2V} \int g^{2} \left(\vec{r}_{\perp} \right) d\vec{r}_{\perp} \right] \overline{E^{2}}.$$
(12)

Первое слагаемое в (12) дает линейную часть поляризуемости α_L , определяющую частоту ω собственных колебаний электромагнитного поля в резонаторе (7): $\varepsilon_L = 1 + 4\pi\alpha_L$.

Уравнение Максвелла для поля в резонаторе имеет обычный вид:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 \alpha E}{\partial t^2} + \frac{\omega}{Q}\frac{\partial E}{\partial t} - \Delta E = -\frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P_{ins}}{\partial t^2}.$$
 (13)

Здесь P_{ins} сторонняя поляризация, создаваемая лазерным излучением $P_{ins}(\vec{r},t) = \frac{1}{2} (P_{ins}(\vec{r})e^{-i\omega t} + \text{к.с.}),$ Q – добротность резонатора на частоте ω , определяемая дифракционными потерями на краях зеркал, их коэффициентами пропускания и пассивными потерями в веществе резонатора.

При выводе (13) мы учли, что в обычных условиях поле в резонаторе плавно меняется в попе-
речной плоскости $\frac{\partial E}{E\partial r_{\perp}}\frac{c}{\omega} < 1$ и пренебрегли градиентным членом $\nabla r_{\perp} \operatorname{div}[\alpha E(\vec{r},t)]$ по сравнению с 1 $\partial^2 \alpha E$

$$\overline{c^2} \ \overline{\partial t^2}$$

Уравнение (13) описывает систему, близкую к консервативной. Для исследования периодических решений перейдем на плоскость Ван-дер-Поля, сделав замену:

$$E\left(\vec{r},t\right) = \left[\frac{1}{2}Y(t)e^{-i\omega t} + c.c.\right]E\left(\vec{r}\right),\tag{14}$$

где Y(t) — медленно меняющаяся амплитуда. Подставляя (14) в (13), умножая обе части равенства скалярно на $E(\vec{r})$ после интегрирования по *z*, получаем уравнение для Y(t):

$$\dot{Y}(t) + \mu Y + i\Gamma |Y|^2 Y = W.$$
(15)

Здесь $\mu = \frac{1}{2}\frac{\omega}{Q}, Q$ – добротность резонатора на

частоте ω.

$$\Gamma = -\frac{1}{2}\pi\omega\gamma \left[\frac{3}{2} \frac{\int g^4(\vec{r}_{\perp}) d\vec{r}_{\perp}}{\int g^2(\vec{r}_{\perp}) d\vec{r}_{\perp}} - \frac{L}{V} \int g^2(\vec{r}_{\perp}) d\vec{r} \right],$$

$$\gamma = \alpha_l \alpha_s \frac{nV_s^2}{kT} \left(\frac{\alpha_s}{\alpha_l} - 1 \right), \quad W = i2\pi\omega \frac{\int \vec{P}_{ins}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) d\vec{r}}{\int E^2(\vec{r}) d\vec{r}}.$$

СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ НЕЛИНЕЙНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОПТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ЖИДКОЙ СУСПЕНЗИЕЙ НАНОЧАСТИЦ

Рассмотрим стационарный режим генерации, положив $\dot{Y} = 0$, тогда (15) переходит в:

$$Y + i\chi |Y|^2 Y = Z_L, \tag{16}$$

где $\chi = \Gamma/\mu$; Z_L — стационарная амплитуда колебаний электромагнитного поля в резонаторе при данной интенсивности возбуждающего излучения в условиях пространственно-однородного распреде-

ления наночастиц в суспензии: $Z_L = \frac{iW}{\mu}$.

Фаза *Y* стационарных колебаний зависит от фазы Z_L , которая, в свою очередь, определяется фазой возбуждающей световой волны. В большинстве случаев интерес представляет плотность энергии электромагнитных колебаний $I = |Y|^2$, при этом фазу Z_L можно задавать произвольно, удобным для вычисления способом. Наиболее наглядным образом влияние нелинейности в рассматриваемой системе проявляется в отклонении истинной плотности энергии колебаний поля *I* от значения плотности энергии колебаний I_0 в от-



Рис. 1. Зависимость коэффициента нелинейной трансформации интенсивности прошедшего излучения от параметра нелинейности нанодисперсной среды $(\chi I_0)^{-2}$.

сутствии нелинейности при том же уровне накачки. Для безразмерной величины $q = I/I_0$ получено неполное кубическое уравнение:

$$(\chi I_0)^2 q^3 + q - 1 = 0.$$
⁽¹⁷⁾

Сделаем следующее замечание. Отказ от принятых выше во избежание громоздкости, ограничений, за исключением требования разложимости больцмановского распределения (10) в ряд по степеням плотности электромагнитного поля, приводит лишь к изменению величин коэффициентов в (15), не меняя вида (17) и, тем самым, качественной картины динамики поля в резонаторе. При этом, во всех физических ситуациях, мы можем придавать параметру χI_0 любые численные значения, не противоречащие требованию малости экспоненты в (10).

На рис. 1 приведена зависимость коэффициента трансформации q от безразмерного параметра нелинейности $(\chi I_0)^2$ в системе. Кривая монотонна. Таким образом, в системе реализуется мягкий режим самовозбуждения.

В условиях точного согласования частоты накачки с собственной частотой резонатора (см. (7)), при условии близости поперечного распределения возбуждающего излучения к поперечному распределению резонансной моды при слабом затухании поля в веществе резонатора и его зеркалах для плотности энергии I_T прошедшего пучка с достаточной степенью точности можно записать: $I_T = T^2 I = q T^2 I_0 \approx q I_{ins}$, где T – коэффициент пропускания по полю выходного зеркала, I_{ins} – плотность энергии возбуждающего излучения.

Сделаем численные оценки. Примем радиус *R* сферической наночастицы 10^{-5} см. При комнатной температуре больцмановский фактор (10) оказывается порядка ~ $10^{-1}I_0$, при этом при концентрации наночастиц *n* ~ 10^{13} см⁻³ и добротности резонатора $Q \approx 10^5$ (что отвечает времени установления в системе $\tau \approx 10^{-10}$ с) параметр нелинейности $\chi I_0 \approx 4I_0$, и заметное отклонение от линейного режима возникает при $I_0 \sim 0.25$ CGSE. Еще раз напомним, что речь идет о плотности энергии I_0 поля в резонаторе. При высокой добротности внутрирезонаторное поле намного превышает поле возбуждающего излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведено исследование наиболее принципиальных физических аспектов общей динамики наночастиц в жидких невязких средах во внешнем электромагнитном поле с пространственной конфигурацией, отвечающей хорошо разрешенным модам оптического резонатора и одновременно исследована нелинейная стационарная генерация поля в таком резонаторе при индуцированном концентрационном перераспределении частиц дисперсной фазы. Полученные результаты, в частности, показывают, что нелинейная модификация стационарной динамики поля в резонаторе с заполнением жидкой суспензией наночастиц может быть использована для эффективного определения концентрации частиц примеси. Другим практически важным аспектом использования полученных результатов является возможность селекции наночастиц по размерам в нанодисперсной жидкой суспензии, помещенной в резонатор.

Работа была частично поддержана РФФИ (проекты № 18-52-16016, 19-02-00013, 20-02-00172).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ashkin A. // Phys. Rev. Lett. 1970. V. 24. No. 4. P. 156.
- Smith P.W., Maloney P.J., Ashkin A. // Opt. Lett. 1982. V. 7. P. 347.
- 3. *Andres-Arroyo A., Gupta B., Wang F. et al.* // Nano Lett. 2016. V. 16. P. 1903.
- 4. Bunkin A.F., Mikhalevich V.G., Pershin S.M. et al. // Phys. Wave Phenom. 2019. V. 27. No. 4. P. 278.
- 5. Архипенко М.В., Бункин А.Ф., Давыдов М.А. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 109. № 9. С. 598; Arkhipenko M.V., Bunkin A.F., Davydov M.A. et al. // JETP Lett. 2019. V. 109. No. 9. P. 578.
- Афанасьев А.А., Гайда Л.С., Гузатов Д.В. и др. // Опт. и спектроск. 2016. Т. 120. № 1. С. 153; Afanas'ev A.A., Gaida L.S., Guzatov D.V. et al. // Opt. Spectrosc. 2016. V. 120. Р. 138.
- Lugovoi V.N., Streltsov V.N. // Opt. Acta. 1973. V. 20. No. 3. P. 165.
- Луговой В.Н., Стрельцов В.Н. // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 4. С. 1312; Lugovoi V.N., Strel'tsov V.N. // JETP. 1972. V. 35. No. 4. P. 692.
- 9. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Физматлит, 2003. 416 с.

Stimulated scattering by elastic vibrations of nanoparticles in an optical resonator with nano-disperse filling

A. F. Bunkin^{a, *}, V. G. Mikhalevich^a, V. N. Streltsov^a

^aProkhorov General Physics Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia *e-mail: abunkin@rambler.ru

The dynamics of dielectric nanoparticles and the electromagnetic field in an optical cavity filled with a liquid and excited by external monochromatic radiation is studied. The nonlinear polarization of the medium is found and the stationary regime of nonlinear excitation of the electromagnetic field in the resonator is described. The buildup of elastic pulsations of particles under the action of ponderomotive forces in an electromagnetic field leads to the generation of fields of combination frequencies. УДК 534.25

НЕОБЫЧНЫЕ СЛУЧАИ ПОВЕДЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА В КРИСТАЛЛЕ ПАРАТЕЛЛУРИТА

© 2021 г. Н. В. Поликарпова^{1, *}, М. В. Марунин¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

> **E-mail: polikarpnv@gmail.com* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Приводятся результаты исследования конфигурации взаимного отражения упругих волн в кристаллах, в которых дополнительная акустическая волна распространяется навстречу одной из двух отраженных волн. Показано, что отражение дополнительной волны порождает две волны, одна из которых противоположна по направлению исходной падающей волне, а вторая имеет индивидуальное направление. Рассчитаны все свойства упругих волн в описанной схеме, включая направления, поляризации, углы сноса и коэффициенты отражения. Показано, что, несмотря на невзаимную геометрию отражения в анизотропной среде, имеет место условие взаимности для энергетических коэффициентов отражения.

DOI: 10.31857/S0367676521060235

ВВЕДЕНИЕ

Акустооптика исследует явление взаимодействия световых лучей с дифракционными решетками, индуцированными акустическими возмущениями. Наиболее востребованным практическим приложением акустооптики является создание новых устройств, позволяющих управлять световыми потоками с помощью ультразвука в среде [1–21]. Такие устройства дают возможность управлять направлением, интенсивностью и поляризацией электромагнитной волны.

Основные закономерности акустооптического взаимодействия обусловлены структурой акустического пучка, которая в свою очередь определяется степенью анизотропии используемого материала. Следует отметить, что в акустооптике используются материалы, обладающие физическими свойствами, отличными от традиционных материалов. Поэтому актуальным направлением исследований является изучение характеристик акустических волн, распространяющихся в таких средах. Отличительной особенностью материалов, используемых в акустооптике, является сильная анизотропия упругих свойств, вследствие чего в кристаллах могут происходить необычные физические процессы и явления, не наблюдающиеся в изотропных и слабо анизотропных средах [1–21].

Акустическая анизотропия материала проявляется в сильной зависимости фазовой скорости

волн от направления распространения в кристалле, а также приводит к отклонению направления распространения упругой энергии от направления распространения акустического волнового фронта. Известно, что направление групповой скорости волн в анизотропных средах в общем случае не совпадает с соответствующим направлением фазовой скорости [1-21]. Так, в плоскости ХУ кристалла парателлурита (TeO₂) угол сноса между акустической групповой и фазовой скоростью достигает рекордной величины $\Psi = 74^{\circ} [1-21]$. Это значение угла акустического сноса является максимальным среди всех известных материалов, используемых в настоящее время в науке и технике при комнатных температурах. Оказалось, что не только распространение, но и отражение упругих волн в анизотропных средах представляет большой интерес. Анализ отражения делает возможным существование ряда новых эффектов, которые нельзя наблюдать в изотропных материалах [1-21]. Известно, что ориентацию отраженных волн в анизотропной среде в зависимости от направления сложно предсказать, не выполнив точный расчет. Это приводит к тому, что направления отраженных волн, возникающих при возбуждении волн в обратном направлении, не совпадают с волнами, генерируемыми в прямом направлении.



Рис. 1. Отражение упругих волн в кристалле парателлурита в прямом направлении. Схема нахождения отраженных волн в плоскости XY(a). Ориентация волн в кристалле (δ).

ОТРАЖЕНИЕ ПЛОСКИХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ПАРАТЕЛЛУРИТ–ВАКУУМ

В изотропной среде при отражении волн от границы раздела наблюдается полностью симметричная картина, если рассматривается их распространение в прямом и обратном направлениях. То есть, не имеет значения, в каком направлении возбуждается акустическая волна в рассматриваемом случае, поскольку амплитуды отраженных и преломленных волн, а также углы падения и преломления не изменяются. Это позволяет говорить о взаимном отражении и преломлении волн в изотропных средах, поскольку картина является симметричной.

Иначе происходит отражение волн в анизотропных средах. Для анализа был выбран кристалл парателлурита, как наиболее часто использующийся в акустооптических устройствах и обладающий рекордно высокой анизотропией упругих свойств. Рассматривается плоскость ХҮ, поскольку она является самой анизотропной, и в ней все явления ярче выражены. На рис. 1а представлены поверхности обратных скоростей для быстрой и медленной волн. Также, на рисунке показана граница, составляющая угол α с осью Х. Исходная волна $\vec{k_1}$ является продольной, т.е. принадлежит поверхности обратных скоростей для быстрой моды. Волновой вектор падающей волны \vec{k}_1 направлен вдоль границы кристалла, что соответствует углу падения $\theta = 90^\circ$. Присутствие анизотропии в материале приводит к наличию

сноса энергии волны, дающее возможность потоку энергии отразиться от границы раздела, что показано на рис. 1*б*.

Определение направлений отраженных волн производится в соответствии с известной методикой [1]. Для этого необходимо найти проекцию падающей квазипродольной волны $\vec{k_1}$ на границу. Из рис. 1а можно видеть, что в исследуемом случае она совпадает с длиной самого волнового вектора $\vec{k_1}$. Используя условие равенства тангенциальных составляющих падающей и отраженной волн, находятся направления отраженных волн. Они определяется из пересечения нормали с поверхностями обратных скоростей. Рис. 1а показывает, что после отражения возможны две волны с волновыми векторами \vec{k}_2 и \vec{k}_3 , соответствующие квазипоперечной и квазипродольной волнам. Для волновых векторов отраженной квазипоперечной \vec{k}_2 и квазипродольной волн \vec{k}_3 также можно определить соответствующие направления групповых скоростей.

Общая схема реализации описанного отражения показана на рис. 16 для потоков энергий. На ней представлены падающая волна 1 и две отраженные моды 2 и 3. Схема демонстрирует взаимную ориентацию энергетических потоков волн в пространстве с учетом сноса энергии. На рис. 16 также показаны направления фазовых скоростей. Из схемы можно определить угол между энергиями падающей и отраженной волн $\Delta \theta$. Угол $\Delta \theta$ называется углом пространственного разделения





Рис. 2. Возбуждение упругих волн в обратном направлении навстречу волне 2. Схема нахождения отраженных волн в плоскости XY(a). Ориентация волн в кристалле (δ).

пучков. Указанный угол между потоком энергии падающей волны *1* и отраженной волной *2* составляет $\Delta \theta_{1\rightarrow 2} = 82.2^{\circ}$, в то время как аналогичный угол между волнами *1* и *3* равен $\Delta \theta_{1\rightarrow 3} = 98.7^{\circ}$.

Следующим шагом является исследование того, как будут распространяться отраженные волны, если исходная волна возбуждается навстречу одной из отраженных волн 2 или 3. Представляет интерес, насколько симметричная картина будет наблюдаться в случае анизотропной среды. Таким образом, в качестве падающей волны берется одна из отраженных волн и возбуждается в обратном направлении. Вначале рассматривается возбуждение волны навстречу волне 2 с волновым вектором $|\vec{k}_2|$, как показано на рис. 2*a* и 2*б*.

В случае возбуждения мод навстречу отраженной волне 2, можно также найти соответствующие отраженные волны (рис. 2*a* и 2*б*). В силу геометрического построения одна из отраженных волн совпадает с исходной волной *1*, которая возбуждалась изначально. Помимо этого, всегда присутствует еще одна отраженная волна *4*. Более того, можно видеть, что энергетические потоки двух отраженных волн *1* и *4* лежат по разные стороны относительно падающей волны *2*. Это приводит к тому, что углы пространственного разделения пучков для волн *1* и *4* имеют разные знаки и составляют $\Delta \theta_{2\rightarrow 1} = -82.2^{\circ}$ и $\Delta \theta_{2\rightarrow 4} = 3.2^{\circ}$ соответственно. Это означает, что волна под номером *4* распространяется почти навстречу по отношению к падающей волне 2, однако, полного обратного отражения не происходит, т.е. угол $\Delta \theta_{2 \rightarrow 4}$ не равен нулю.

Следующим этапом является рассмотрение того, каким образом будет происходить отражение, если возбудить волну навстречу второй отраженной волне 3 (рис. 36). Наклон границы остается неизменным и составляет $\alpha = 53^{\circ}$. Из рис. За видно, что при отражении волны 3 вновь возникает две моды: квазипродольная волна 1 и квазипоперечная волна 4. Проекции волновых векторов волн 2 и 3 на границу раздела равны друг другу (рис. 3а), поскольку эти волны находились исходя из условия равенства тангенциальных составляющих. Это означает, что при нахождении отраженных волн 1 и 4 вдоль границы откладывается отрезок по величине равный проекции волнового вектора $|\vec{k}_2|$ и равный проекции волнового вектора $|\vec{k}_3|$. Следовательно, отраженные волны 1 и 4 в случае падения волны 3 (рис. 3а) совпадают по направлению с волнами 1 и 4 получаемыми в результате отражения волны 2 (рис. 2a).

Кроме того, можно отметить, что в данном случае обе отраженные волны лежат с одной стороны относительно падающей моды 3, в отличие от ситуации, когда возбуждается волна 2, т.е. углы пространственного разделения пучков имеют один знак и составляют $\Delta \theta_{3\to 1} = -82.2^{\circ}$ для волны 1 и $\Delta \theta_{3\to 4} = -13.2^{\circ}$ для волны 4.



Рис. 3. Возбуждение упругих волн в обратном направлении навстречу волне 3. Схема нахождения отраженных волн в плоскости XY(a). Ориентация волн в кристалле (δ).

Таким образом, в случае падения волны 3 так же, как и в случае падения волны 2, можно говорить лишь о частичной симметрии картины, поскольку только лишь одна отраженная волна по направлению совпадает с исходной волной 1. То есть оказалось, что симметрия наблюдается лишь частичная и только одна из мод отражается так, как это было в первоначальной схеме. Таким образом, рассмотрение случаев падения волн 2 и 3 показывает, что возбуждение волн в обратном направлении не позволяет наблюдать взаимное отражение, как в изотропных материалах.

КОЭФФИЦИЕНТЫ ОТРАЖЕНИЯ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ПАРАТЕЛЛУРИТ– ВАКУУМ В СЛУЧАЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН НАВСТРЕЧУ ИСХОДНОЙ

Проведенный анализ направлений волн не является полным, поскольку при реализации отражений, описанных выше, распространение каждой волны сопровождается переносом энергии. Поэтому важное значение имеет не только знание ориентации волн в пространстве, но и каким образом перераспределяется энергия из падающей волны в отраженные моды [2]. Анализ показал, что энергетические коэффициенты отраженных волн, возникающих при возбуждении волн в обратном направлении, совпадают с энергетическими коэффициентами волн, возбуждаемых в прямом направлении.

В случае прямого отражения (рис. 1), когда падает волна 1 и отражаются волны 2 и 3, коэффициент трансформации энергии из волны *1* в волну *2* составляет $E_{1\to 2} = 89\%$.

Соответствующий коэффициент отражения для волны 3 равен $E_{1\to3} = 11\%$. Это говорит о том, что подавляющая доля энергии из падающей волны 1 идет в ортогонально отраженную волну 2. Если возбуждается волна 2 и падает ортогонально на границу раздела, то после отражения наблюдаются волны 1 и 4 с коэффициентами отражения $E_{2\to1} = 89\%$ и $E_{2\to4} = 11\%$ (рис. 2). В случае, когда возбуждается волна 3, наблюдаются отраженные моды 1 и 4 с коэффициентами трансформации $E_{3\to1} = 11\%$ и $E_{3\to4} = 89\%$ (рис. 3).

В предыдущем параграфе было показано, что при отражении в прямом и обратном направлениях нельзя говорить о симметрии картины в отношении направлений распространения волн. С другой стороны, для коэффициентов отражения симметрия наблюдается $E_{2\to1} = E_{1\to2} = 89\%$ и $E_{3\to1} = E_{1\to3} = 11\%$. Таким образом, рассматривается случай, когда в прямом направлении возбуждается волна *I*, а после отражения наблюдается две отраженные моды 2 и 3 произвольного типа с коэффициентами преобразования $E_{1\to2}$ и $E_{1\to3}$ (рис. 1). Далее, если возбудить волну 2 в обратном направлении (рис. 2), будут наблюдаться отраженные волны *I* и 4 с коэффициентами преобразования $E_{2\to1}$ и $E_{2\to1}$.

Тоже верно и в случае, когда возбуждается волна 3 (рис. 3). После ее отражения получаются волны 1 и 4 ориентированные точно также, как и в предыдущем случае падения волны 2. Коэффициенты отражения волн 1 и 4 соответственно равны $E_{3\to 1}$ и $E_{3\to 4}$, причем $E_{3\to 1} = E_{1\to 3}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная конфигурация упругих волн в кристалле показала, что в отличие от изотропной среды, в анизотропном материале направления отраженных волн лишь частично совпадают с первоначальной картиной, что говорит о невзаимности акустического отражения в анизотропной среде. С другой стороны, для коэффициентов отражения упругих волн наблюдается симметрия. Подобное невзаимное отражение может быть использовано для создания устройства на основе двух преобразователей, возбуждающих одну моду посредством разных геометрий отражения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00072).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Auld B*. Acoustic waves and fields in solids. N.Y.: Robert Krieger, 1990.
- Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В., Можаев В.Г. // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 297; Voloshinov V.B., Polikarpova N.V., Mozhaev V.G. // Acoust. Phys. 2006. V. 52. No. 3. P. 245.
- Буров В.А., Волошинов В.Б., Дмитриев К.В., Поликарпова Н.В. // УФН. 2011. Т. 181. № 11. С. 1205; Вигоv V.A., Voloshinov V.B., Dmitriev K.V., Polikarpova N.V. // Phys. Usp. 2011. V. 54. Р. 1165.
- Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. // JASA. 2009. V. 125. No. 2. P. 772.
- Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. // Appl. Opt. 2009. V. 48. Art. No. C55.
- Voloshinov V.B., Gupta N., Knyazev G.A., Polikarpova N.V.// J. Opt. 2011. V. 13. No. 1. Art. No. 015706.

- 7. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В. // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 121; D'yakonov E.A., Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. // Acoust. Phys. 2012. V. 58. No. 1. P. 107.
- Поликарпова Н.В., Мальнева П.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2012. Т. 76. № 12. С. 1422; Polikarpova N.V., Malneva P.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2012. V. 76. No. 12. P. 1269.
- 9. Поликарпова Н.В., Мальнева П.В., Волошинов В.Б. // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 332; Polikarpova N.V., Mal'neva P.V., Voloshinov V.B. // Acoust. Phys. 2013. V. 59. No. 3. P. 291.
- Polikarpova N.V., Malneva P.V. // Acta Acust. Un. Acust. 2014. V. 100. No. 3. P. 427.
- Balakshy V.I., Kuznetsov Yu.I., Mantsevich S.N., Polikarpova N.V. // Opt. Laser Technol. 2014. V. 62. P. 89.
- Polikarpova N.V., Voloshinov V.B., Reznikov A.M. // Phys. Wave Phenom. 2015. V. 23. No. 1. P. 52.
- Polikarpova N.V., Voloshinov V.B. // Acta Phys. Pol. A. 2015. V. 127. No. 1. P. 96.
- 14. Voloshinov V.B., Djakonov E.A., Polikarpova N.V. // Acta Phys. Pol. A. 2015. V. 127. № 1. P. 36.
- Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. // Phys. Proc. 2015. V. 70. P. 749.
- Поликарпова Н.В., Волошинов В.Б. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1432; Polikarpova N.V., Voloshinov V.B. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1274.
- 17. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В. // Опт. и спектроск. 2015. Т. 118. № 1. С. 172; Dyakonov E.A., Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. // Opt. Spectrosc. 2015. V. 118. No. 1. Р. 166.
- Voloshinov V.B., Polikarpova N.V. // Phys. Lett. A. 2018.
 V. 382. No. 33. P. 2226.
- 19. Voloshinov V.B., Polikarpova N.V., Ivanova P.A., Khorkin V.S. // Appl. Opt. 2018. V. 57. No. 10. Art. No. C19.
- 20. Поликарпова Н.В., Волошинов В.Б., Иванова П.А. // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 6. С. 1.
- 21. Поликарпова Н.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. T. 84. № 6. С. 808; *Polikarpova N.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 6. Р. 662.

Unusual cases of acoustic waves behavior at the boundary of paratellurite crystal

N. V. Polikarpova^{*a*, *}, M. V. Marunin^{*a*}

^aFaculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia *e-mail: polikarpnv@gmail.com

We investigated the configuration of the mutual reflection of elastic waves in crystals. In this case additional acoustic wave propagates towards one of the two reflected waves. It is shown that the reflection of the additional wave generates two waves, one of which is opposite in the direction of the original incident wave, and the second has an individual direction. All properties of elastic waves in the described scheme are calculated, including directions, polarizations, walkoff angles and reflection coefficients. It is shown that, despite the nonreciprocal geometry of reflection in an anisotropic medium, the reciprocity condition for the energy reflection coefficients takes place.

УДК 534.222

ПОЛЯ РАДИАЦИОННЫХ СИЛ В СЛОЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

© 2021 г. В. А. Гусев^{1, 2}, Д. А. Жарков^{1, *}

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия ²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: denis.Zharkov2014@vandex.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Приводятся результаты расчета поля поверхностной акустической волны в системе "слой вязкой жидкости—упругая подложка" с учетом сдвиговых компонент в жидкости. Рассмотрен механизм радиационного давления, действующий на жидкость и связанный с нелинейностью уравнений гидродинамики. Рассчитаны пространственные распределения силы радиационного давления, возникающей в вязкой жидкости со стороны стоячей поверхностной волны. Показано, что учет вязкости вызывает дополнительную силу, направленную к центру системы, а сдвиговые компоненты приводят к значительным градиентам радиационного давления вблизи границы раздела сред.

DOI: 10.31857/S0367676521060119

ВВЕДЕНИЕ

Решение ряда актуальных прикладных задач требует развития методик и устройств, позволяющих формировать материалы и структуры с заранее заданными свойствами и параметрами [1–6]. Проведенные ранее экспериментальные исследования [7, 8] показали возможность и эффективность методики, основанной на формировании стоячей поверхностной акустической волны (ПАВ) в жидком слое на упругой подложке.

Радиационные силы в жидкости, вызванные акустическим воздействием, находят широкое применение. Отметим здесь акустическую левитацию взвешенных в жидкости частиц [9, 10] и силовое воздействие на такие частицы [11]. При этом вопрос о влиянии вязкости на структуру формируемых в жидком слое радиационных сил не был полностью решен. В работах [7, 12] показано, что учет затухания потенциальной компоненты ПАВ в жидком слое слабо сказывается на дисперсионных характеристиках волны. Однако сдвиговые компоненты ПАВ в вязкой жидкости учтены не были, что привело к неточной записи граничных условий, а следовательно, и дисперсионного уравнения, и амплитудных характеристик. В то же время ясно, что сдвиговые компоненты будут локализованы вблизи границы раздела сред и могут оказать существенное влияние на характеристики волны. Расчеты скорости поверхностной волны и затухания проведены в работах [13, 14], однако этих результатов недостаточно для вычисления радиационных сил.

Целью данной работы является расчет поля ПАВ и формируемых ими радиационных сил в слоистых структурах с учетом вязкости и их сравнение с результатами, полученными ранее без учета вязкости. Далее поля поверхностных волн рассчитываются на основе линеаризованной системы уравнений движения вязкой жидкости и теории упругости. Затем рассчитывается тензор радиационного давления на основе представления, полученного усреднением уравнений гидродинамики по быстрым движениям в рамках квадратично-нелинейного приближения. Основная новизна работы связана с учетом сдвиговых компонент поля ПАВ в жидком слое и расчетом радиационных сил с их учетом.

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В СИСТЕМЕ "ЖИДКИЙ СЛОЙ–УПРУГОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО"

Пусть упругая среда занимает полупространство $z \ge 0$, при этом ось z направлена вниз (рис. 1). Выше границы раздела сред в слое -h < z < 0 находится вязкая жидкость. Сверху при $-\infty < z < -h$ находится вакуум. Вдоль границы раздела сред z == 0 в положительном и отрицательном направлениях оси x распространяются навстречу друг другу две поверхностные волны одинаковой частоты, формируя стоячую волну. При этом поля этих встречных волн будут симметричны относительно точки x = 0. Далее для простоты ограничимся рассмотрением двумерной задачи.

Акустическое поле в вязком жидком слое описывается системой уравнений Навье—Стокса, непрерывности и состояния:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} \right] = -\nabla p + \eta \Delta \vec{u} + \left(\xi + \frac{\eta}{3}\right) \operatorname{graddiv} \vec{u},$$
(1)
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{u} = 0, \quad p = p(\rho).$$

Здесь \vec{u} — вектор колебательной скорости частиц жидкости, ρ — плотность, p — давление, c_0 — скорость звука в жидкости, ξ и η — коэффициенты объемной и сдвиговой вязкости соответственно, t — время, Δ — лапласиан.

Нелинейные члены системы (1) играют определяющую роль в формировании поля радиационного давления и вызываемых им течений в рамках рассматриваемого ниже механизма. Однако радиационное давление является квадратичным эффектом по акустическому полю ПАВ, и учет нелинейных членов для поля ПАВ приведет в выражениях для радиационного давления к величинам третьего и выше порядков малости по числу Маха. Это выходит за пределы точности модели, учитывающей квадратичную нелинейность. Поэтому при расчете акустического поля ПАВ нелинейными слагаемыми пренебрегается и используется линеаризованная система уравнений:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p' + \eta \Delta \vec{u} + \left(\xi + \frac{\eta}{3}\right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u},$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad p' = \rho' c_0^2.$$
(2)

Здесь ρ_0 и ρ' — равновесная плотность и ее акустическое приращение, p' — акустическое давление.

Применяемая методика расчета поля поверхностной волны в целом аналогична стандартной [15] и отличается, главным образом, учетом сдвиговых компонент в жидкости. Удобно ввести скалярный потенциал ϕ и векторный потенциал \vec{A} поля в жидкости в соответствии с представлением $\vec{u} = \nabla \phi + \text{rot}\vec{A}$. Подставляя это выражение в систему (2) и применяя поочередно операции дивергенции и ротора, получим уравнения для потенциалов:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta \varphi = \frac{b}{\rho_0} \Delta \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad b = \xi + \frac{4}{3} \eta, \quad (3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \eta \Delta \vec{A}. \tag{4}$$

В рассматриваемой двумерной задаче отсутствует зависимость от координаты y и $u_y = 0$. Единственной отличной от нуля компонентой векторного по-



Рис. 1. Геометрия задачи.

тенциала является $A_y \equiv A$, т.е. $\vec{A} = \{0, A, 0\}$ и векторное уравнение (4) сводится к скалярному.

В упругом полупространстве поле смещений

$$\vec{U} = (U, V = 0, W) = \nabla \Phi + \operatorname{rot} \vec{\Psi}, U = \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial z}, W =$$

 $= \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi}{\partial x}$ также описываем скалярным Φ и век-

торным $\vec{\Psi} = \{0, \Psi, 0\}$ потенциалами, подчиняющимися волновым уравнениям [12, 15].

Удобно представить искомую стоячую ПАВ в виде суммы двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу, и вначале рассчитать поле этих волн. Поле второй получается изменением знака волнового числа. Отыскиваем решение уравнений (3) и (4), соответствующее гармонической поверхностной волне, бегущей вдоль оси *x* и локализованной вблизи границы раздела

$$z = 0$$
, вида ~ $e^{-i(\omega t - kx)}$. Здесь ω – частота, $k = \frac{\omega}{c}$, c –

искомая скорость поверхностной волны. Выражение для встречной бегущей волны получаем с помощью замены $k \rightarrow -k$. В результате получаем следующие решения для потенциалов поля в жидком слое:

$$\varphi = \left(B_1 e^{-irz} + B_2 e^{irz}\right) e^{-i(\omega t - kx)},
A = \left(C_1 e^{-i\varkappa z} + C_2 e^{i\varkappa z}\right) e^{-i(\omega t - kx)},$$
(5)

где $r^2 = \frac{k_0^2 - k^2 + \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2} k^2}{1 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2}}, k_0 = \frac{\omega}{c_0}$ – волновое число

в жидкости, $\kappa^2 = \frac{i\omega\rho_0}{\eta} - k^2$, $B_{1,2}$, $C_{1,2}$ – амплитуды соответствующих потенциалов. В упругой среде получаем соответственно

$$\Phi = De^{-qz}e^{-i(\omega t - kx)}, \quad \Psi = Fe^{-sz}e^{-i(\omega t - kx)}, q = \sqrt{k^2 - k_l^2}, \quad s = \sqrt{k^2 - k_t^2}.$$
 (6)

Здесь введены волновые числа $k_l = \frac{\omega}{c_l}$ – для про-

дольных волн и $k_t = \frac{\omega}{c_t}$ – для поперечных волн.

Для определения параметров поверхностной волны необходимо добавить граничные условия, позволяющие найти скорость волны. Поскольку в рассматриваемой системе существует 6 волн (две потенциальные и две сдвиговые компоненты в жидком слое, а также две компоненты в упругом полупространстве), то и граничных условий должно быть 6: равенство нормальных и касательных смещений и напряжений на границе "жидкий слой—упругое полупространство" и равенство нулю нормальных и касательных напряжений на свободной поверхности жидкости [14]. Подстановка потенциалов (5) и (6) в эти граничные условия приводит к дисперсионному уравнению det $\Delta(k) = 0$, матрица $\Delta(k)$ которого имеет вид:

$$\begin{split} \Delta(k) = \\ = \begin{pmatrix} \left(2\eta k^2 - i\omega\rho_0\right)e^{irh} \left(2\eta k^2 - i\omega\rho_0\right)e^{-irh} & 2\eta\varkappa ke^{i\varkappa h} & -2\eta\varkappa ke^{-i\varkappa h} & 0 & 0\\ 2\eta kre^{irh} & -2\eta kre^{-irh} & \eta\left(\varkappa^2 - k^2\right)e^{i\varkappa h} & \eta\left(\varkappa^2 - k^2\right)e^{-i\varkappa h} & 0 & 0\\ \frac{r}{\omega} & -\frac{r}{\omega} & -\frac{k}{\omega} & -\frac{k}{\omega} & q & -ik\\ \frac{k}{\omega} & \frac{k}{\omega} & \frac{\varkappa}{\omega} & -\frac{\varkappa}{\omega} & ik & s\\ 2\eta k^2 - i\omega\rho_0 & 2\eta k^2 - i\omega\rho_0 & 2\eta\varkappa k & -2\eta\varkappa k & -\lambda\left(q^2 - k^2\right) - 2\mu q^2 & 2i\mu ks\\ 2\eta kr & -2\eta kr & \eta\left(\varkappa^2 - k^2\right) & \eta\left(\varkappa^2 - k^2\right) & 2i\mu kq & \mu\left(k^2 + s^2\right) \end{pmatrix} \end{split}$$

Поскольку определитель теперь становится комплексным, то определяемая из дисперсионного уравнения скорость волны получает мнимую добавку, которая интерпретируется как появление затухания волны. Зависимости скорости и коэффициента затухания от толщины слоя и частоты рассчитаны в работе [14].

Амплитуды встречных бегущих волн также находятся с помощью матрицы $\Delta(k)$ (с учетом замены $k \rightarrow -k$ для встречных волн), для чего необходимо исключить одно из уравнений в силу их линейной зависимости, а затем применить формулы Крамера. Складывая поля бегущих волн, получаем поле искомой стоячей ПАВ. Однако выражения для поля в вязком слое оказываются слишком громоздкими, поэтому приведем зависимости колебательной скорости и давления в стоячей волне для случая идеальной жидкости, чтобы прояснить основную структуру поля [12]:

$$u_{x} = \frac{k}{r} U_{0} \sin r (z+h) \sin kx \sin \omega t,$$

$$u_{z} = -U_{0} \cos r (z+h) \cos kx \sin \omega t,$$

$$p' = -\frac{\rho_{0}\omega}{r} U_{0} \sin r (z+h) \cos kx \cos \omega t,$$

$$U_{0} = \frac{2\omega q}{\cos rh} \frac{k_{t}^{2}}{(k^{2}+s^{2})} V_{0}.$$
(7)

Здесь V_0 — произвольный амплитудный множитель, с точностью до которого решается задача о распространении поверхностной волны. В случае решения задачи излучения такой волны этот множитель связан с амплитудой источника.

РАДИАЦИОННОЕ ДАВЛЕНИЕ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

На взвешенные в жидкости частицы действует радиационная сила со стороны акустического поля. Обычно радиационную силу в этом случае связывают с разностью импульсов, действующих на частицу с разных сторон [16–19]. Когда волна падает на частицу, то она рассеивается, и импульсы с передней и задней сторон различаются. В результате усреднения получается ненулевая сила, направленная в сторону уменьшения импульса. При этом нелинейный параметр жидкости в выражения для радиационного давления не входит и, следовательно, нелинейность уравнений гидродинамики никак не влияет на этот механизм. Но эта сила для частицы с радиусом *R* и плотностью ρ пропорциональна (*kR*)⁴ и для наночастиц несущественна. Таким образом, можно ожидать, что наночастицы увлекаются жидкостью и их относительным движением можно пренебречь. Действительно, в работе [12] получены оценки характерных значений параметров, определяющих поведение наночастицы в акустическом поле, в частности, времени затухания движения частиц относительно жидкости:

$$t_0 = \frac{2\rho_0 R^2}{9\eta \left(1 + R\sqrt{\rho\omega/2\eta}\right)} + R\sqrt{\frac{\rho_0}{2\eta\omega}} \frac{\left(1 + (2R/9)\sqrt{\rho\omega/2\eta}\right)}{\left(1 + R\sqrt{\rho\omega/2\eta}\right)}.$$

В первом слагаемом величина $\frac{2\rho_0 R^2}{9\eta}$ для частиц диоксида кремния размером порядка 200 нм [7] оказывается равной ~10⁻⁸-10⁻⁹ с, поправка, связанная с частотой, незначительна (~0.1, вплоть до ~1) и не влияет на порядок величины. Второе слагаемое имеет приблизительно такой же порядок ~ 10^{-8} с. Такие времена соответствуют частотам порядка сотен мегагерц. Соответственно, для частоты порядка десятков мегагерц параметр $\omega_0 t_0$. является малой величиной. Это означает, что при воздействии акустических полей с частотами порядка десятков мегагерц и ниже можно пренебречь собственным движением частиц малого размера и считать, что частицы полностью увлекаются жидкостью.

Поэтому при расчете радиационной силы на взвешенные наночастицы на первый план выступает другой механизм [12], связанный с нелинейностью уравнений гидродинамики и действующий именно на элемент объема жилкости. Наличие нелинейных слагаемых приводит при усреднении по периоду акустической волны к появлению ненулевой силы – собственно радиационной силы. При отсутствии нелинейных членов усреднение, очевидно, давало бы ноль для периодических процессов. Соответственно, радиационное давление в этом механизме определяется не параметрами частиц, а нелинейностью исходных уравнений акустического поля в жидкости. Радиационные силы, в свою очередь, вызывают акустические течения, увлекающие частицы. Если частицы малы (наночастицы), то они полностью увлекаются жидкостью и перемещаются вместе с ней.

Для расчета радиационного давления на элемент объема жидкости и акустических течений предложены различные модели, которым посвящено множество работ. Для определенности будем исходить из результатов работы [20]. В ней на основе гидродинамического подхода и процедуры разделения быстрых и медленных движений из полной системы уравнений механики сплошной среды (1) с учетом нелинейных слагаемых получено выражение для тензора радиационных напряжений в случае вязкой жидкости [20]:

$$\Pi_{ik}^{RAD} = \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^2} \left\langle p'^2 \right\rangle \delta_{ik} + \rho_0 \left\langle u_i u_k \right\rangle + \frac{\eta}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial}{\partial x_k} \left\langle p' u_i \right\rangle + \frac{\xi + \eta/3}{\rho_0 c_0^2} \delta_{ik} \frac{\partial}{\partial x_l} \left\langle p' u_l \right\rangle.$$
(8)

Здесь угловые скобки означают усреднение по периоду акустической волны, ε – параметр нелинейности жидкости. Радиационная сила F_i , действующая на элемент объема жидкости, выражается через тензор Π_{ik} :

$$F_i = -\frac{\partial}{\partial x_k} \Pi_{ik}.(9) \tag{9}$$

Для вывода выражения (8) нужно разделить медленные гидродинамические и быстрые аку-

стические переменные, полагая $\rho = \rho_0 + \rho', p =$

=
$$P + c_0^2 \rho' + \varepsilon \frac{\rho'^2}{c_0^2 \rho_0}$$
, $u_i = U_i + u'_i$, где величины со

штрихом относятся к акустическим переменным, а U_i – скорость усредненного движения (акустического течения), возникающего за счет радиационного давления. Здесь уравнение состояния, связывающее давление и плотность, также учитывает квадратичную нелинейность. Проведя усреднение, выделив уравнения для среднего и осциллирующего движений и найдя приближенное решение для осциллирующего движения, можно прийти к выражению (8). Подчеркнем еще раз, что тензор радиационных напряжений (8) появляется именно из-за нелинейности уравнений гидродинамики. В то же время акустические поля допустимо рассчитывать в линейном приближении, чтобы оставаться в рамках квадратично-нелинейных эффектов.

Влияние вязкости жидкости проявляется в нескольких факторах. Во-первых, появляется затухание потенциальной компоненты поля ПАВ, во-вторых, появляются сдвиговые компоненты поля ПАВ, в-третьих, в тензоре радиационных напряжений (8) появляется дополнительное слагаемое. Ясно, что относительная роль первого и третьего факторов пропорциональна коэффициентам вязкости, и для слабовязких жидкостей они не должны приводить к радикальному изменению радиационных сил. Амплитуда же сдвиговых компонент – второй фактор – вблизи границы раздела сред должна быть одного порядка по сравнению с амплитудами других компонент ПАВ. Именно роль сдвиговых компонент может быть недооценена. Поэтому далее проведем сравнение пространственных распределений радиационной силы, создаваемой стоячей ПАВ, для трех случаев: (а) для идеальной жидкости без вязкости, (б) для приближенной модели жидкости с учетом вязкости для продольной компоненты и без учета сдвиговых компонент (формально положено $C_1 = C_2 = 0$) – рис. 2, (в) для точной модели с учетом сдвиговых компонент – рис. 3.

При расчетах задавались следующие параметры: плотность жидкости – 1000 кг/м³, плотность подложки – 2700 кг/м³, скорость звука в жидкости $c_0 = 1400$ м/с, в твердом теле: $c_l = 7650$ м/с, $c_t =$ = 4500 м/с, $\eta = 0.0004$ Па · с, $\xi = 0.001$ Па · с, b == 0.0015 Па · с, $\varepsilon = 3.5$, k'' = 0.05 м⁻¹ (k'' - мнимая часть волнового числа, ответственная за затухание волны; при построении увеличена относительно расчетного значения при заданных η и ξ , чтобы показать роль затухания вдоль оси x). Частота волн принята равной ($1/2\pi$) кГц, толщина слоя 5 м. В этом случае получаем два решения дисперсионного уравнения – высокоскоростное c = 4142 м/с и низкоскоростное c = 1592 м/с, соответствующие различным модам поверхностной

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021



Рис. 2. Пространственное распределение радиационной силы с учетом вязкости для потенциальной компоненты и без учета сдвиговых компонент для частоты $(1/2\pi)$ кГц при k'' = 0.05 м⁻¹: (*a*) *х*-компонента, (*б*) *z*-компонента.



Рис. 3. Пространственное распределение радиационной силы с учетом сдвиговых компонент для частоты $(1/2\pi)$ кГц: (*a*) *х*-компонента, $0 \le kz \le 0.5$, (*b*) *х*-компонента, $0 \le kz \le 0.00005$, (в) *z*-компонента, $0 \le kz \le 0.5$, (*c*) *z*-компонента, $0 \le kz \le 0.00005$.

волны в жидком слое. На рис. 2–3 представлены результаты расчетов для высокоскоростной волны, поскольку она обладает большей длиной волны, равной примерно 26 м, и, соответственно, именно она образует крупномасштабную структуру поля. Для сравнения приведем скорость рэлеевской волны на границе упругой подложки и вакуума $c_{\rm R} = 4126$ м/с и скорость волны Стоунли на границе упругого и жидкого полупространств $c_{\rm S} = 1399.4$ м/с.

На рис. 2 представлены горизонтальная и вертикальная компоненты радиационной силы без

учета сдвиговых компонент. Видно, что вдоль оси х образуется квазипериодическая структура. Если вязкостью пренебречь полностью, то формируется периодическое синусоидальное распределение. В данном случае за счет затухания акустических волн радиационная сила увеличивается при удалении от центра структуры, т.е. появляется дополнительная сила, направленная к середине при x = 0 (точке симметрии встречных поверхностных волн). Это может способствовать более эффективному сбору взвешенных частиц вблизи этой области. Интересно также отметить, что на некоторой глубине z в жидком слое радиационная сила оказывается равной нулю. При переходе через нуль происходит изменение полярности (или сдвиг на полпериода) пространственного распределения обеих компонент силы, положения минимумов и максимумов меняются местами. Поэтому с точки зрения формирования упорядоченных структур необходимо более детально исследовать поле вблизи границы раздела. При этом для горизонтальной компоненты наибольшее значение силы наблюдается как раз в области вблизи границы. Для вертикальной компоненты, наоборот, ее значения вблизи границы меньше, а положение нуля силы располагается значительно ближе к самой границе. Это означает, что формирование упорядоченных структур происходит, в основном, именно в этой сравнительно небольшой области.

Пространственная структура радиационных сил с учетом сдвиговых компонент проиллюстрирована на рис. 3. Из графиков видно, что на расстояниях, меньших длины волны, происходит экспоненциальное затухание поля. Видно, что учет сдвиговых компонент приводит к появлению значительных сил, сосредоточенных вблизи границы раздела сред. Это связано с быстрым затуханием и, соответственно, большим градиентом поля. Важно подчеркнуть, что условие прилипания вязкой жидкости к упругому полупространству здесь автоматически выполняется в силу учета соответствующего граничного условия. Движение среды и соответствующие радиационные силы связаны с тем, что сама граница движется относительно лабораторной системы отсчета при распространении поверхностной волны (или колебаниях в стоячей волне). Хотя область локализации сдвиговых компонент весьма мала, достигаемые большие значения радиационной силы могут привести в среднем к существенному воздействию на характер движения жидкости, причем именно в области вблизи границы. Они могут определять формирующуюся на подложке структуру при испарении жидкого слоя со взвешенными частицами и, таким образом, являться основным управляющим фактором на последнем этапе процесса самоорганизации ансамблей этих частиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассчитаны с учетом сдвиговых компонент дисперсионные и амплитулные характеристики поверхностной волны в слое вязкой жидкости, а также радиационные силы, действующие на элемент объема жидкости и увлекаемые им взвешенные частицы. Рассмотрен механизм радиационного давления на элемент объема жидкости, обусловленный нелинейностью уравнений гидродинамики. Проведено сравнение трех случаев: (1) без вязкости, (2) с вязкостью, но без учета сдвиговых компонент и (3) с учетом сдвиговых компонент. Показано, что вязкость приводит к значимым изменениям пространственной структуры радиационных сил и может привести к улучшению условий образования упорядоченных ансамблей наночастиц. Дополнительная радиационная сила, обусловленная сдвиговыми компонентами акустического поля в жидкости, сосредоточена в узком слое вблизи границы раздела сред, в которой и происходит формирование упорядоченных ансамблей частиц. Поэтому достигаемые радиационной силой в этой области значительные величины будут являться одним из основных факторов, определяющих движение жидкости и параметры формирующейся структуры. В дальнейшем планируется рассчитать вызванные радиационным давлением акустические течения и движение взвешенных наночастиц в этих течениях.

Работа поддержана РФФИ (проект № 20-02-00493).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Sarvazyan A.P., Rudenko O.V., Nyborg W.L. // Ultrasound Med. Biol. 2010. V. 36. No. 9. P. 1379.
- Wixforth A. // Superlat. Microstruct. 2003. V. 33. P. 389.
- 3. *Strobl C.J., Guttenberg Z.V., Wixforth A. //* IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2004. V. 51. P. 1432.
- 4. Lebedev-Stepanov P.V., Rudenko O.V. // Acoust. Phys. 2009. V. 55. No. 6. P. 729.
- 5. Бадмаев Б.Б., Дамдинов Б.Б., Дембелова Т.С. // Изв. РАН Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1461; Badmaev B.B., Damdinov B.B., Dembelova T.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. Р. 1301.
- Макарова Д.Н., Дембелова Т.С., Бадмаев Б.Б. // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 6. С. 610; Makarova D.N., Dembelova T.S., Badmaev B.B. // Acoust. Phys. 2020. V. 66. No. 6. P. 613.
- Rudenko O.V., Lebedev-Stepanov P.V., Gusev V.A. et al. // Acoust. Phys. 2010. V. 56. No. 6. P. 935.
- Макалкин Д.И., Коршак Б.А., Брысев А.П. // Акуст. журн. 2017. Т. 63. С. 553; Makalkin D.I., Korshak B.A., Brysev A.P. // Acoust. Phys. 2017. V. 63. No. 5. P. 590.
- Суханов Д.Я., Росляков С.Н., Емельянов Ф.С. // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 2. С. 154; Sukhanov D.Ya., Roslyakov S.N., Emel'yanov F.S. // Acoust. Phys. 2020. V. 66. No. 2. P. 137.

- Li J., Liu C.J., Zhang W.J. // Acoust. Phys. 2017. V. 63. No. 1. P. 125.
- Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А. // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 29; Nikolaeva A.V., Tsysar S.A., Sapozhnikov O.A. // Acoust. Phys. 2016. V. 62. No. 1. P. 38.
- Гусев В.А., Руденко О.В. // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 166; Gusev V.A., Rudenko O.V. // Acoust. Phys. 2010. V. 56. No. 6. P. 861.
- 13. Волькенштейн М.М., Левин В.М. // Акуст. журн. 1988. № 4. С. 34; Vol'kenshtein М.М., Levin V.М. // Sov. Phys. Acoust. 1988. V. 34. No. 4. P. 351.
- Gusev V.A., Simonova P.A. // Phys Wave Phenom. 2015.
 V. 23. No. 4. P. 268.
- 15. Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981. 288 с.

- 16. Горьков Л.П. // ДАН СССР. 1961. Т. 140. № 1. С. 88; Gor'kov L.P. // Sov. Phys. Dokl. 1961. No. 6. Р. 773.
- 17. Гольдберг З.А. // В кн.: Мощные ультразвуковые поля. Т. 2. М.: Наука, 1968. С. 49.
- Андреев В.Г., Демин И.Ю., Корольков З.А., Шанин А.В. // Изв. РАН Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1321; Andreev V.G., Demin I.Yu., Korolkov Z.A., Shanin A.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1191.
- Диденкулов И.Н., Корчагина Т.С., Прончатов-Рубцов Н.В., Сагачева А.А. // Изв. РАН Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 772; Didenkulov I.N., Korchagina T.S., Pronchatov-Rubtsov N.V., Sagacheva А.А. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. P. 634.
- 20. *Руденко О.В.* // В кн.: Нелинейные проблемы теории колебаний и теории управления. Вибрационная механика. СПб.: Наука, 2009. С. 402.

Fields of radiation forces in a layer of viscous liquid

V. A. Gusev^{*a*, *b*}, D. A. Zharkov^{*a*, *}

^aLomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia ^bSchmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123995 Russia *e-mail: denis.Zharkov2014@yandex.ru

The field of a surface acoustic wave in the system "viscous fluid layer—elastic halfspace" is calculated taking into account the shear components in the fluid. The mechanism of radiation pressure acting on a liquid and associated with the nonlinearity of the equations of hydrodynamics is considered. The spatial distributions of the radiation pressure force arising in a viscous fluid from the side of a standing surface wave are calculated. It is shown that taking viscosity into account gives rise to an additional force directed to the center of the system, and shear components lead to significant gradients of radiation pressure near the interface between the media.

УДК 534.2:534.8

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ УСКОРИТЕЛЕЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ ВЕСТЕРВЕЛЬТА

© 2021 г. Е. О. Коннова^{1, *}, П. В. Юлдашев¹, В. А. Хохлова¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия

> **E-mail: helen.7aprel@gmail.com* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Рассмотрена задача ускорения алгоритмов расчета эффектов дифракции, нелинейности и поглощения при моделировании высокоинтенсивных ультразвуковых пучков на основе нелинейного уравнения Вестервельта. Проведено сравнение результатов расчетов, проведенных с использованием графических ускорителей, с результатами вычислений на центральном процессоре, а также анализ скорости выполнения алгоритмов в зависимости от параметров входных данных.

DOI: 10.31857/S0367676521060132

введение

На сегодняшний день в области медицинской акустики быстро развивается направление неинвазивной хирургии, в котором мощные фокусированные ультразвуковые пучки используются для разрушения заданных структур организма внутри тела человека, например, опухолей [1]. При проектировании преобразователей для генерации мощного ультразвука и определения эффективности и безопасности терапевтического воздействия возникает задача моделирования нелинейных звуковых пучков [2]. В большинстве случаев излучателем генерируется монохроматическая волна, спектр которой в процессе распространения обогащается высшими гармониками за счет эффектов акустической нелинейности. Одним из часто используемых уравнений для моделирования ультразвуковых пучков является нелинейное уравнение Вестервельта. Теоретическая модель, основанная на данном уравнении, позволяет количественно точно описывать нелинейные ударно-волновые поля, создаваемые фокусированными преобразователями мощного ультразвука в однородных поглощающих средах [3, 4]. Однако в общем случае для решения данного уравнения, когда эволюционной переменной выступает время, необходимо использование суперкомпьютерных мощностей [5].

Для оптимизации численного эксперимента по распространению нелинейных фокусированных ультразвуковых пучков создаются специальные алгоритмы. В данной работе рассматривается важный для практики случай направленного трехмерного пучка. В этом случае возможен переход в бегущую систему координат, ось которой ориентирована вдоль преимущественного направления распространения волны в пучке, т.е. вдоль оси z (рис. 1). Благодаря такому переходу уравнение Вестервельта принимает вид эволюционного уравнения, выражающего первую производную акустического давления по осевой координате через комбинацию членов, которую можно считать известной для заданного *z*. Обычно численное решение уравнения такого типа строится с использованием метода расшепления по физическим факторам [6], согласно которому на каждом шаге по координате z вдоль преимущественного направления распространения волны каждый физический эффект рассчитывается отдельно с помощью определенного метода. Типовой размер матриц для хранения поля давления может достигать $N_x = 10000$ на $N_y = 10000$ (рис. 1) для каждой из $N_{max} = 1000$ гармоник профиля нелинейной волны [7]. Даже при учете сделанных упрошений количество данных и соответствующая сложность расчетов требуют использования суперкомпьютерных мощностей.



Рис. 1. Схема реализации метода расчета нелинейного фокусированного ультразвукового пучка.

Путем оптимизации распределения высших гармоник по пространству удается снизить требования к количеству оперативной памяти, в результате чего задача может быть решена на ПК с многоядерными центральными процессорами (СРU) [7]. Однако даже в случае параллельного исполнения вычислений на нескольких ядрах процессора (обычно от 2 до 16), ускоряющих расчеты в примерно соответствующее число раз, один расчет может занимать до нескольких суток. Это происходит из-за необходимости проведения вычислительных действий с большим количеством данных на каждом шаге алгоритма. При этом для характеризации поля одного излучателя во всем диапазоне мощностей обычно требуется провести несколько десятков расчетов [4]. Помимо быстроты расчетов, использование вычислений на ПК также ограничено оперативной памятью процессора. В случае нехватки памяти на проведение вычислений с имеющимся количеством данных происходит обмен данными с жестким диском, что значительно замедляет алгоритм и делает расчеты нецелесообразными. Потенциальным способом решения проблемы скорости вычислений является использование графических процессоров (GPU), имеющих до нескольких тысяч узкоспециализированных ядер и позволяющих выполнять достаточно широкий спектр математических операций [8]. Однако увеличение числа ядер не обязательно ускоряет вычисления в соответствующее число раз. Это обусловлено тем, что ядра на GPU менее мощные, и, соответственно, их производительность и скорость вычисления ниже по сравнению с ядрами СРИ. Кроме того, хранение и запись данных при выполнении каждого из шагов алгоритма вдоль эволюционной координаты производится в оперативной памяти СРU, что приводит к необходимости обмена данными между центральным и графическим процессорами на каждом шаге алгоритма, на что уходит дополнительное время. В силу данных особенностей архитектуры GPU важной задачей становится нахождение баланса между максимальными размерами обрабатываемых на данном шаге алгоритма данных, которые помещаются в оперативную память графического процессора во избежание их передачи по частям, и минимизацией обмена данными между оперативной памятью центрального и графического процессоров.

Целью данной работы являлась разработка алгоритма, реализующего численные расчеты эффектов акустической нелинейности, дифракции и поглощения в однонаправленном уравнения Вестервельта на графических процессорах (GPU), что позволит ускорить решение задачи моделирования нелинейных ультразвуковых пучков.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Уравнение Вестервельта в бегущей системе координат можно записать в эволюционной форме как:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_0}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3},$$
(1)

где $p(x, y, z, \tau)$ — акустическое давление, c_0 — скорость звука в среде, $\tau = t - z/c_0$ — время в бегущей системе координат, β — коэффициент нелинейности, δ — коэффициент термовязкого поглощения [3, 4]. Дифференциальные операторы в правой части уравнения в порядке слева направо описывают эффекты дифракции, нелинейности и термовязкого поглощения.

При численном решении уравнения (1) на каждом шаге по *z* дискретизованное поле давления $p(x, y, z, \tau)$ представлено в памяти ЭВМ в виде трехмерной матрицы, которая содержит набор комплексных амплитуд N_{max} гармоник спектра волны в разложении ее профиля в конечный ряд Фурье в каждой пространственной точке плоскости *xy* на сетке с числом точек N_x и шагом Δx по оси *x* и N_v с шагом Δy по оси *y*:

$$p(x, y, z, \tau) = \sum_{n=-N_{max}}^{N_{max}} p_n(x, y, z) e^{-i\omega_n \tau}, \qquad (2)$$

где круговые частоты гармоник $\omega_n = \omega n, \omega -$ круговая частота монохроматического источника,

 p_n — комплексные амплитуды гармоник. Отметим, что в памяти ЭВМ достаточно хранить только одну половину спектра (по положительным частотам), т.к. вторая половина по отрицательным частотам является комплексно-сопряженной к первой.

Как было указано ранее, на СРИ данная задача решается достаточно долго, и в настоящее время все большую популярность приобретает использование графических процессоров, для работы с которыми уже адаптировано большое количество алгоритмов. Преимущество графических процессоров (GPU) заключается в том, что они содержат до нескольких тысяч небольших ядер, способных выполнять максимально много арифметических операций одновременно, в то время как в составе центральных процессоров присутствует несколько мощных ядер, выполняющих максимально широкий набор инструкций [8]. Для современных GPU уже реализованы библиотеки многих стандартных математических операций и методов, связанных, например, с линейной алгеброй и быстрым преобразованием Фурье (БПФ).

Рассмотрим физические эффекты, входящие в уравнение (1), по отдельности. Эффект дифракции описывается следующим уравнением [9]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z \partial \tau} = \frac{c_0}{2} \Delta p, \tag{3}$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа. Тогда

для комплексной амплитуды одной гармоники дифракционное уравнение (3) запишется в виде:

$$\frac{\partial p_n}{\partial z} = \frac{i}{2k_n} \Delta p_n,\tag{4}$$

где $k_n = \omega_n/c_0$ — волновое число. При решении уравнения (4) методом углового спектра амплитуды пространственного спектра находятся при помощи прямого БПФ от двумерного распределения поля гармоники $p_n(x, y, z)$ на данном расстоянии *z* от источника:

$$\widehat{p_n}(k_x, k_y, z) = \sum_{m=0}^{N_x - 1} \sum_{l=0}^{N_y - 1} p_n(x, y, z) e^{ik_x x + ik_y y} , \qquad (5)$$

где $x = m\Delta x$, $y = l\Delta y$. Умножение амплитуд спектра на пропагатор, соответствующий уравнению (4), дает решение для амплитуд на следующей плоскости, отстоящей от предыдущей на шаг Δz :

$$\widehat{p_n}(k_x,k_y,z+\Delta z) = \widehat{p_n}(k_x,k_y,z)e^{-i\Delta z k_n + i\Delta z \sqrt{k_n^2 - k_x^2 - k_y^2}}.$$
 (6)

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021

При совершении обратного БПФ получается решение на следующем расстоянии $z + \Delta z$ от источника:

$$p_{n}(x, y, z + \Delta z) =$$

$$= \frac{1}{N_{x}N_{y}} \sum_{0}^{N_{x}-1} \sum_{0}^{N_{y}-1} \widehat{p}_{n}(x, y, z + \Delta z) e^{-ik_{x}x - ik_{y}y} .$$
(7)

Далее рассмотрим эффект термовязкого поглощения, для которого уравнение записывается в виде:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} \,. \tag{8}$$

В спектральном представлении данное уравнение имеет точное аналитическое решение:

$$p_n(x, y, z + \Delta z) = p_n(x, y, z) \exp\left(-\frac{\Delta z \omega_n^2 \delta}{2c_0^3}\right) .$$
(9)

Нелинейные эффекты описываются дифференциальным уравнением:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p^2}{\partial \tau}.$$
 (10)

Так как акустическое давление представлено в виде ряда Фурье по временным гармоникам (2), то уравнение (10) в данной точке пространства запишется в виде системы нелинейных связанных уравнений [10]:

$$\frac{\partial p_n}{\partial z} = \frac{in\omega\beta}{\rho_0 c_0^3} \left(\sum_{k=1}^{N_{max}-n} p_k p_{n+k}^* + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} p_k p_{n-k} \right), \quad (11)$$

где p_n^* — комплексно-сопряженная амплитуда гармоники. Таким образом, для нахождения поля на следующем шаге Δz по оси *z* необходимо решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для амплитуд гармоник, которая может быть поставлена как задача Коши:

$$\frac{d\vec{y}}{dz} = \vec{f}(\vec{y}), \quad \vec{y}(z_0) = \vec{y}_0. \tag{12}$$

Здесь вектор значений \vec{y} размера N_{max} представляет набор гармоник в каждой точке пространства, а \vec{f} – функция от амплитуд гармоник, стоящая в правой части уравнения (10). Приближенное решение системы на следующем m + 1 шаге строится методом Рунге—Кутты четвертого порядка точности [10]:

$$\vec{y}_{m+1} = \vec{y}_m + \frac{\Delta z}{6} (\vec{k}_1 + 2\vec{k}_2 + 2\vec{k}_3 + \vec{k}_4) ,$$

$$\vec{k}_1 = \vec{f} (x_m, \vec{y}_m), \quad \vec{k}_2 = \vec{f} \left(x_m + \frac{\Delta z}{2}, \ \vec{y}_m + \frac{\Delta z}{2} \vec{k}_1 \right), \quad (13)$$

$$\vec{k}_3 = \vec{f} \left(x_m + \frac{\Delta z}{2}, \ \vec{y}_m + \frac{\Delta z}{2} \vec{k}_2 \right), \quad \vec{k}_4 = \vec{f} \left(x_m + \Delta z, \ \vec{y}_m + \Delta z \vec{k}_3 \right).$$



Рис. 2. Амплитуды первых трех гармоник на оси излучателя.

Вычисления повторяются в цикле до прохождения необходимого интервала по оси *z*. При этом используется метод расщепления по физическим факторам второго порядка точности [13]. Это означает, что на каждом шаге цикла сначала выполняется расчет операторов дифракции и поглощения на шаге $\Delta z/2$, далее вычисляется оператор нелинейности на полном шаге Δz , и снова повторяется расчет для первых двух операторов на половине шага.

Расчеты были проведены на CPU Intel Core i7 4790 (4 физических ядра и 8 виртуальных ядер) и на GPU видеокарты Nvidia GTX1070, для чего была написана программа на языке C, содержащая функции ядра CUDA, которые реализовали алгоритмы (6), (9) и (13) соответственно. Двумерные фурье-преобразования, выполнение которых необходимо при использовании метода углового спектра, проводились с помощью встроенной библиотеки cuFFT из пакета Cuda Development Toolkit. Параллельное исполнение здесь достигается как за счет внутреннего параллелизма алгоритма быстрого преобразования Фурье, реализованного для GPU, так и за счет выполнения функции ядра CUDA при умножении пространственного спектра на пропагатор (6). Распараллеливание алгоритмов поглощения и нелинейности производилось по пространственным координатам плоскости *ху*. На многоядерном процессоре ядра выполняли параллельно вычисления операторов поглощения и нелинейности для различных пространственных точек в плоскости *ху*. В алгоритме для CPU параллельный расчет дифракции достигался за счет одновременной обработки ядрами CPU полей нескольких гармоник по алгоритму (5)–(7).

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Начальное распределение комплексной амплитуды первой гармоники в плоскости *z* = 0 было получено при помощи интеграла Рэлея [14], рассчитанного для фокусированного преобразователя с частотой 1 МГц, диаметром 10 см и с фокусным расстоянием 9 см [12]. Распределение задавалось на квадратной сетке с общим числом ячеек $N_x N_y$, где $N_x = N_y = 2560$, с пространственными шагами $\Delta x = \Delta y = 0.4$ мм, количество гармоник, используемых в расчете, $N_{max} = 50$. В результате работы алгоритма были получены распределения первых трех гармоник поля на оси излучателя (рис. 2), а также в фокальной (рис. 3a-3e) и осевой плоскостях (рис. 3г-3е). Рассчитанные пространственные распределения амплитуд гармоник сравнивались с распределениями, полученными в программе, реализованной на СРИ. Оба расчета дали неотличимые друг от друга результаты, что подтвердило правильность реализованного для GPU алгоритма.

В табл. 1 представлено сравнение времени работы однопоточного алгоритма, реализованного на CPU, с многопоточными алгоритмами для CPU и с алгоритмом для GPU при распространении пучка на 1200 шагов (или на 120 мм). Благодаря использованию GPU можно примерно на поря-

Таблица 1. Сравнение скорости выполнения всех видов алгоритмов

Размер матрицы	Число гармоник	Т, минуты				
N_x, N_y	N_{max}	1 пот. СРИ	4 пот. CPU	8 пот. CPU	GPU (1920 потоков)	
2560	10 50	1900 43200	470 11520	300 7800	23 252	

Таблица 2. Сравнение скорости выполнения алгоритмов, выполненных на 8 потоках CPU и на GPU, для разного количества гармоник

Число гармоник N _{max}		10	30	50	80	100
<i>T</i> , c	8 потоков CPU	137	1100	3350	9850	16300
	GPU (1920 ядер)	12.2	56	128	285	423
T_8/T_{GPU}		12	20	26	35	39



Ŕ

20

40

60

0

0.4

0.2

Рис. 3. Распределения амплитуд первой (а), второй (б) и третьей (в) гармоник в фокальной плоскости. Распределения амплитуд первой (e), второй (∂) и третьей (e) гармоник в плоскости оси пучка.

50

z, MM

100

док ускорить расчеты по сравнению с 8-поточным алгоритмом для CPU, хотя ядер на графическом процессоре в сотни раз больше. Это связано с различием мощностей ядер процессоров, а также со временем, затраченным на обмен данными между СРИ и GPU. Обратим внимание на скорость вычислений на GPU по сравнению со скоростью вычислений на 8 потоках СРИ для различного числа гармоник (табл. 2). Видно, что ускорение растет пропорционально увеличению количества гармоник. В силу того, что вычисления в обоих алгоритмах основаны на наборе простейших арифметических операций для большого объема данных, алгоритм для GPU выполняется быстрее за счет большего количества параллельных потоков, несмотря на меньшую мощность ядер данного процессора. Поэтому ускорение растет при увеличении объема данных, например, за счет увеличения числа гармоник.

100

50

z, MM

2

×,

20

40

60

0

-10

-5

0

5

10 -10

-60

-40

-20

20

40

60

0

X, MM0

y, MM

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Продемонстрировано применение вычислений на графических процессорах для распараллеливания алгоритма решения уравнения Вестервельта на примере расчета поля, создаваемого фокусирующим ультразвуковым излучателем. Реализованная версия алгоритма для GPU позволила ускорить вычисления по сравнению с алгоритмом для

СРИ на порядок. Планируется дальнейшая оптимизация алгоритма для GPU для большего ускорения вычислений.

50

Z, MM

100

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-32-70142).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бэйли М.Р., Хохлова В.А., Сапожников О.А. и др. // Акуст. журн. Т. 49. № 4. С. 437.
- 2. Rosnitskiv P.B., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A. et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferr. 2017. V. 64. No. 2. P. 374.
- 3. Westervelt P.J. // J. Acoust. Soc. Amer. 1963. V. 35. No. 4. P. 535.
- 4. Kreider W., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A. et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferr. 2013. V. 60. No. 8. P. 1683.
- 5. Okita K., Ono K., Takagi S., Matsumoto Y. // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2010. V. 65. No. 1-3. P. 43.
- 6. Ames W.F. Numerical methods for partial differential equations. San Diego: Academic, 1992.
- 7. Юлдашев П.В., Хохлова В.А. // Акуст. журн. 2011. T. 57. № 3. C. 337.
- 8. Перепёлкин Е.Е., Садовников Б.И., Иноземцева Н.Г. Вычисления на графических процессорах (GPU) в задачах математической и теоретической физики. М.: Ленанд, 2014.

0.10

0.05

- 9. *Коннова Е.О., Юлдашев П.В., Хохлова В.А.* // Сб. тр. XVII Всеросс. шк.-сем. "Волны-2019". (Москва, 2019). С. 10.
- 10. Кащеева С.С., Сапожников О.А., Хохлова В.А. и др. // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 2. С. 211.
- 11. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978.
- 12. *Мездрохин И.С., Юлдашев П.В., Хохлова В.А. //* Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 3. С. 318.
- Zemp R.J., Tavakkoli J., Cobbold R.S.C. // J. Acoust. Soc. Amer. 2003. V. 113. No. 1. P. 139.
- 14. O'Neil H.T. // J. Acoust. Soc. Amer. 1949. V. 21. No. 5. P. 516.

Numerical simulation of nonlinear ultrasonic beams based on the Westervelt equation using graphic accelerators

E. O. Konnova^{*a*, *}, P. V. Yuldashev^{*a*}, V. A. Khokhlova^{*a*}

^aLomonosov Moscow State University, Physics Faculty, Moscow, 119991 Russia *e-mail: helen.7aprel@gmail.com

The problem of accelerating algorithm calculating diffraction, nonlinearity, and absorption effects in the simulation of high-intensity ultrasonic beams based on the nonlinear Westervelt equation is considered. The results of calculations performed on graphics accelerators are compared with the results of calculations on the central processing unit. The analysis of algorithm performance depending on the input data parameters is provided. УДК 534.6

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДИКИ ОБРАЩЕНИЯ СИГНАЛОВ ВО ВРЕМЕНИ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2021 г. М. А. Миронов^{1, *}, П. А. Пятаков¹, С. А. Шуляпов¹

¹Открытое акционерное общество "Акустический институт имени академика Н.Н. Андреева", Москва, Россия *E-mail: mironov ma@mail.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты расчетов методом обращения сигналов во времени в ультразвуковом диапазоне (~130 кГц) в условиях сильного точечного нагрева (>250°С) и деформации исследуемого образца — стальной плиты. Показано, что искажения, обращенного во времени сигнала, вызванные изменением свойств образца, могут быть значительно снижены путем уменьшения длительности обрабатываемых сигналов и при использовании нескольких приемников.

DOI: 10.31857/S036767652106017X

введение

Акустические волны могут генерироваться как в результате внешнего воздействия на образец (удар, трение), так и при изменении его внутренней структуры (фазовый переход, развитие трещины) [1]. Поэтому отслеживание параметров акустико-эмиссионных (АЭ) сигналов является мощным методом решения задач неразрушающего контроля и мониторинга состояния объекта. Наряду со спектром, амплитудой, частотой генерации импульсов, важным параметром АЭ сигнала является расположение точки его генерации. Стандартная методика локации АЭ сигналов основана на определении расстояния, пройденного акустической волной по разнице во времени регистрации ее фронта несколькими датчиками, расположенными на поверхности образца [2]. Трудности в применении данной методики могут возникнуть ввиду сложной геометрической формы образца или анизотропии его материала. Также погрешность может внести многократное рассеяние и отражение от неоднородностей и границ объекта.

Другой подход к решению задачи локации АЭ сигналов основан на рассмотрении образца как линейной системы и введении передаточных функций, описывающих распространение акустических волн между любыми двумя точками образца. Тогда взаимная корреляция передаточных функций двух акустических сигналов, зарегистрированных неподвижным приемником, будет свидетельствовать о близком расположении их источников. При этом, взаимная корреляция передаточных функций математически эквивалентна операции обращения принятого сигнала во времени (time reversal acoustic-TRA) [3]. В настоящее время принцип TRA применяется для решения широкого круга задач: локация места удара [3–5], визуализация объектов, контактирующих с образцом [6], выявление дефектов образца [7], нагрева образца [8], диагностики рассеивающих центров в среде [9] и др. Методика TRA хорошо подходит для сложных волноводов, причем ее можно реализовать с помощью всего одного приемника [10]. Применение большего числа приемников увеличивает точность метода [3, 11].

Особенностью метода TRA является его чувствительность к изменению свойств образца [11, 12]. Однако при решении ряда задач неизменность свойств образца во времени (стационарность волновода) обеспечить невозможно, например, при контроле состояния сварного шва во время сварки [13], или при исследовании образца, деформирующегося под действием внешней Нестационарные характеристики нагрузки. волновода, как правило, ухудшают качество локации источников акустических сигналов. В данной работе представлены экспериментальные результаты применения TRA для локализации АЭ сигналов в условиях сильного локального нагрева (>250°С) и деформации образца. Продемонстрированы возможности улучшения точности локации в нестационарном волноводе при уменьшении длительности обрабатываемого сигнала и использовании многоканального приема.



Рис. 1. Схема методики обработки сигналов.

СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА И МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ

В качестве образца использовалась стальная плита с размерами 610 × 400 × 11 мм³. Для генерации и приема АЭ сигналов применялись преобразователи Ranis RS-150L и усилители Ranis RPA-05 (ООО "НДТ-Системы"). Формирование зондирующего импульса и оцифровка принимаемых сигналов осуществлялось с помощью многофункционального модуля NI USB 6361 (500 МГц, 16 бит). Обработка данных проводилась на персональном компьютере с помощью программы, разработанной в среде графического программирования LabView.

На рис. 1 приведена схема методики проведения экспериментов. Импульс e(t) с гауссовой огибающей, несущей частотой 130 кГц и длительностью 0.02 мс излучался из точки P_i и принимался в точках S_1 и S_2 . Положение приемников во время эксперимента не изменялось, а излучатель перемещался по поверхности образца от точки к точке с шагом в 2-10 мм, позволяя записать соответствующий им массив принимаемых сигналов. В каждой точке сохранялось ~50 импульсов. Поскольку излучаемый импульс e(t) короткий, регистрируемые сигналы $S_1(t)$ и $S_2(t)$ близки к передаточным функциям $h_{il}(t)$ и $h_{i2}(t)$ из точки P_i в точки S_1 и S_2 , соответственно. Например, $S_1(t) = e(t) \otimes h_{i1}(t) \equiv$ $\equiv \int_{-\infty}^{\infty} e(\lambda) h_{is}(t-\lambda) d\lambda \simeq h_{i1}(t)$, где \otimes — операция свертки. Принимаемые реверберационные импульсы формируются за счет большого количества переотражений исходного импульса в образце и уникальны для каждого из положений излучателя.

Для каждой из точек P_i импульсы с обоих приемников укорачивались до длительности τ^{cut} и объединялись: $h_{is}(t) = h_{i1}^{cut}(t) + h_{i2}^{cut}(t + \tau_0)$, где $\tau_0 > \tau^{cut}$ – задержка импульса со второго приемника. Затем проводилась процедура виртуального обращения сигнала во времени, заключающаяся в вычислении функций $R_{i0}(t) = |h_{is}(-t) \otimes h_{s0}(t)|$ для каждой из точек P_i и выбранной опорной точки P_0 , для которой также была получена обработанная передаточная функция $h_{s0}(t) = h_{0s}(t)$. Математически $R_{i0}(t)$ эквивалентна корреляционной функ-

ции $\int_{-\infty}^{\infty} h_{s0}(\lambda) h_{is}(\lambda - t) d\lambda$ между обработанными передаточными функциями от точек P_i и P_0 до приемников. При приближении точки P_i к точке P_0 корреляция между передаточными функциями возрастает, что позволяет использовать данный метод для локализации положения источника произвольного АЭ сигнала.

Иными словами, положение источника случайного АЭ сигнала может быть определено посредством вычисления корреляционной функции между этим сигналом и заранее записанными сигналами из различных точек образца. Возможен и другой подход, не требующий предварительной записи сигналов, основанный на группировке сигналов. Он может быть использован, когда требуется отследить появление дефекта в образце, например, трещины. В этом случае по мере развития дефекта из одной точки образца испускается множество АЭ сигналов. Анализируя поток АЭ сигналов и объединяя их в группы, если максимальное значение корреляционной функции между ними достаточно велико, можно сгруппировать сигналы, испускаемые из одной точки. Рост сигналов в такой группе будет означать развитие дефекта.

Укорочение реверберационных сигналов при обработке позволяет сократить время вычислений. Что более существенно, возможно уменьшить их искажение, связанное с изменением состояния образца, поскольку с уменьшением длительности уменьшается и длина пути АЭ волн в образце, учитываемая при обработке. Объединение сигналов от



Рис. 2. Зависимости коэффициентов корреляции от расстояния до опорной точки (начало координат), измеренные без внешнего воздействия на образец. Зависимости приведены при разных длительностях принимаемых сигналов, а также при использовании одного (a) и двух (б) приемных каналов. Обозначения: C – контраст, Max – максимальный коэффициент корреляции, *r* – радиус корреляции.

разных приемников можно интерпретировать как появление дополнительных переотражений в образце (искусственная реверберация). Объединение сигналов от нескольких приемников является методом повышения точности локализации источника АЭ сигналов за счет многоканальности. При $\tau_0 > \tau^{cut}$ этот метод дает такие же результаты, как и стандартный метод усреднения корреляционных функций от нескольких приемников [3]: $R_{i0}(t) \cong$ $\int_{-\infty}^{\infty} (h_{10}(\lambda)h_{i1}(\lambda-t)+h_{20}(\lambda)h_{i2}(\lambda-t))d\lambda,$ по-

скольку вклад от перекрестных членов вида $h_{10}h_{i2}$ оказывается незначительным.

На рис. 2 показаны профили коэффициентов корреляции (КК) $Max(R_{i0}(t))$, измеренные на образце, не подвергавшемся внешнему воздействию. Измерения КК проводились в двух взаимно перпендикулярных направлениях относительно опорной точки. Для построения профилей КК усреднялись.

Основными параметрами профилей КК являются (см. рис. 26): максимальное значение КК в опорной точке; контраст – отношение этого максимального значения к фоновому уровню КК вдали от опорной точки; радиус корреляции расстояние на котором КК спадает до уровня 0.7 от максимального значения.

Видно, что при укорочении импульсов до некоторого порогового значения $\tau^{cut} \sim 1-2$ мс, профили КК меняются незначительно. Однако дальнейшее уменьшение длительности ведет к резкому ухудшению контраста. С одной стороны, уменьшение длительности ведет к уменьшению числа переотражений акустических волн в образце (до 5-10 при длительности в 1 мс), что и приводит к ухудшению контраста. С другой, при наличии затухания именно головная часть импульса, имеющая наибольшую амплитуду (в е раз амплитуда уменьшается на временах ~10 мс), вносит наибольший вклал в KK и дальнейшее увеличение длительности импульсов не приводит к существенному изменению профиля КК. К улучшению контраста приводит использование двух каналов при обработке. Можно показать, что контраст С связан с числом каналов N. как $C \sim \sqrt{N}$ [14].

Поскольку состояние образца не изменялось, уровень КК в опорной точке был близок к ста процентам вне зависимости от длительности импульсов. Радиус корреляции г, определяющий пространственное разрешение локации, зависит от частоты АЭ сигналов и параметров образца (материал, геометрия), и также не изменяется при варьировании длительности принимаемых импульсов и составляет величину $r = 3.5 \pm 0.5$ мм по уровню 0.7 от максимума КК.

Рассмотрим изменение профилей КК при внешних воздействиях на образец: изгибе плиты и ее точечном нагреве. При изменении свойств волновода изменяются передаточные функции h_{is} и h_{0s} от точек на плите до приемников. Поэтому, если исходный массив сигналов был измерен до внешнего воздействия на волновод, а локация опорной точки P₀ производится уже после него (или наоборот), разрешающая способность метолики может оказаться заметно сниженной.

МЕХАНИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ВОЛНОВОДА

Деформации исследуемого образца возможны, например, при его нагрузочном тестировании или при отслеживании его состояния во время эксплуатации.

Для осуществления изгиба плита устанавливалась на опоры, расположенные вдоль ее коротких



Рис. 3. Схема, показывающая взаимное расположение точки *F* приложения силы, деформирующей плиту, массива точек P_i , расположенных вокруг опорной точки, и приемников S_1 и S_2 (*a*). Зависимости коэффициентов корреляции от расстояния до опорной точки (начало координат) (*б*, *в*). Сигналы из опорной точки были измерены на недеформированной плите, сигналы из окружающих точек — после деформации плиты. Зависимости приведены при разных длительностях принимаемых сигналов, а также при использовании одного (*б*) и двух (*в*) приемных каналов.

граней, и подвергалась нагрузке в центральной области, как показано на рис. За. Поверхность плиты в месте приложения нагрузки прогибалась на 3—5 мм от исходного состояния. Сигналы из опорной точки на недеформированной плите сохранялись. Массив сигналов из окружающих точек собирался после деформации. Как и ранее, измерения проводились в двух взаимно перпендикулярных направлениях с центром в опорной точке.

На рис. 3*в* и 3*г* приведены профили КК, полученные после обработки. Видно, что в результате деформации плиты максимальный КК значительно снижается (до 64%). Его удается восстановить (до 95%) путем укорочения обрабатываемых сигналов с 30 до 1 мс. Однако, как и в случае недеформированного образца (см. рис. 2), это приводит к повышению фона на больших расстояниях от опорной точки. Использование сигналов от двух приемников во время обработки позволяет снизить уровень фона и повысить контраст профиля КК. Таким образом, за счет укорочения и многоканальности удается в значительной мере восстановить исходные параметры профиля КК.

ТОЧЕЧНЫЙ НАГРЕВ ВОЛНОВОДА

Другим типом рассмотренного воздействия на образец был его точечный нагрев. Подобное изменение состояния образца возможно, например, при контроле развития дефектов сварного шва непосредственно во время сварки [13, 15]. Равномерный нагрев образца рассматривался в [11, 12]. В частности, в [12] было показано, что искажения распределения КК могут быть скомпенсированы путем сжатия или растяжения принимаемых сигналов во время обработки, однако в случае точечного нагрева такой подход неприменим.

Измерение массива сигналов из точек, окружающих опорную точку, собирался при комнатной температуре. Затем область вокруг опорной точки разогревалась мощным феном в течение 5 мин, при этом температура T поверхности образца в этой области поднималась до значений T > 250°C. Измерения сигналов в опорной точке проводились как до, так и сразу после нагрева плиты.

На рис. 4a-4a показаны двумерные распределения КК при комнатной температуре. Эти распределения являются расширением профилей на рис. 2 и приведены для сравнения с профилями после нагрева. Видно, что после нагрева максимум КК снижается до уровня фона (до ~25%) и становится неразличим. Как и в эксперименте с внешней нагрузкой, укорочение обрабатываемых сигналов с 30 до 1 мс позволяет значительно увеличить максимальное значение КК в опорной точке (до ~80%), однако повышается и уровень фона в среднем до ~35%. Применение многоканального приема позволяет снизить уровень фона и повысить контраст.

Следует отметить, что в данном случае повышение максимального уровня КК (*Max*) при укорочении обрабатываемых сигналов происходит неравномерно. Так при $\tau^{cut} = 30$ мс, $Max \sim 25\%$, при $\tau^{cut} = 4$ мс, $Max \sim 35\%$, $Max \sim 40\%$, при $\tau^{cut} = 2$ мс, $Max \sim 50\%$, а при $\tau^{cut} = 1$ мс, $Max \sim 80\%$. Восстановление корреляции в опорной точке происходит достаточно медленно по мере остывания плиты. Так, при $\tau^{cut} = 30$ мс за три часа максимальный уровень КК повышается с ~25 до ~65% а, при $\tau^{cut} = 1$ мс с ~80 до 90%.



Рис. 4. Зависимости коэффициентов корреляции от расстояния до опорной точки (начало координат). Сигналы из опорной точки измерялись как при комнатной температуре (24°С) плиты (a, b, e), так и после ее нагрева (>250°С; e–e). Сигналы из окружающих точек измерялись на ненагретой плите. Зависимости приведены при длительностях принимаемых сигналов 30 мс (a, e) и 1 мс (b, b, d, e), а также при использовании одного (a, b, e, d) и двух (e, e) приемных каналов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Чувствительность методов обращения сигналов во времени к изменению состояния волновода может быть заметно снижена при уменьшении длительности обрабатываемых сигналов. Это происходит потому, что при обработке устраняются искажения, которые накапливаются в импульсе по мере увеличения его длительности за счет многократного распространения АЭ волн в волноводе с измененными параметрами. Укорочение обрабатываемых импульсов до определенного предела практически не изменяет профиль КК.

Для стальной плиты, рассматриваемой в работе в качестве образца, предел укорочения соответствует пространственной длине импульса в несколько (5–10) ее характерных размеров. Было показано, что в условиях механической деформации и точечного нагрева стальной плиты укорочение импульсов позволяет значительно повысить уровень максимального КК в опорной точке (с 64 до 95% и с 25 до 80%, соответственно). Многоканальность приема позволяет повысить контраст, т.е. отношение максимального коэффициента корреляции к его фоновому уровню.

Указанные выше свойства могут оказаться полезны в практике акустико-эмиссионного контроля объектов, состояние которых меняется во времени, а также в случае сильного акустического затухания в материале контролируемых образцов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ohtsu M., Kaminaga Y., Munwam M.C. // Constr. Build. Mater. 1999. V. 13. No. 1–2. P. 57.
- Sengupta S., Datta A.K., Topdar P. // Lat. Amer. J. Sol. Struct. 2015. V. 12. No. 8. P. 1565.
- Ing R.K., Quieffin N., Catheline S. et al. // Appl. Phys. Lett. 2005. V. 87. No. 20. Art. No. 204104.
- 4. *Chen C., Li Y., Yuan F.G.* // Shock Vibr. 2013. V. 20. No. 3. P. 561.
- 5. Ernst R., Dual J. // Ultrason. 2014. V. 54. No. 6. P. 1522.
- 6. *Anderson B.E., Griffa M., Bas P. et al.* // J. Acoust. Soc. Amer. 2011. V. 129. No. 1. Art. No. EL8.

- 7. *Chehami L., Moulin E., de Rosny J. et al.* // J. Appl. Phys. 2014. V. 115. No. 10. Art. No. 104901.
- Брысев А.П., Клопотов Р.В., Крутянский Л.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1406; Brysev A.P., Klopotov R.V., Krutyansky L.M. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1251.
- Преображенский В.Л., Ширковский П.Н., Pernod P. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1393; Preobrazhensky V.L., Shirkovskiy P.N., Pernod P. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1238.
- Ciampa F., Meo M. // J. Acoust. Soc. Amer. 2011. V. 130. No. 1. P. 168.
- Hudin C., Lozada J., Hayward V. // J. Sound Vibr. 2014.
 V. 333. No. 6. P. 1818.

- Ribay G., Catheline S., Clorennec D. et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2007. V. 54. No. 2. P. 378.
- 13. Степанова Л.Н., Канифадин К.В., Лазенко С.А. // Дефектоскопия. 2010. № 1. С. 73; Stepanova L.N., Kanifadin K. V., Laznenko S.A. // Russ. J. Nondestruct. Test. 2010. V. 46. No. 1. Р. 56.
- Montaldo G., Palacio D., Tanter M. et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2005. V. 52. No. 9. P. 1489.
- 15. Серьезнов А.Н., Степанова Л.Н., Лебедев Е.Ю. и др. // Дефектоскопия. 2009. № 5. С. 25; Ser'eznov A.N., Stepanova L.N., Lebedev E.Yu. et al.// Russ. J. Nondestruct. Test. 2009. V. 45. No. 5. P. 310.

Application peculiarities of the time-reversal technique for a non-stationary waveguide

M. A. Mironov^{a, *}, P. A. Pyatakov^a, S. A. Shulyapov^a

^aAndreyev Acoustics Institute, Moscow, 117036 Russia *e-mail: mironov ma@mail.ru

We present the experimental results of applying the time reversal technique in the ultrasonic frequency range (~130 kHz) under conditions of strong spot heating (>250°C) or deformation of the sample—the steel plate. It was shown that the spatial distribution distortions of the time-reversed signal caused by changes in the sample properties can be significantly reduced by reducing the duration of the processed signals and by using several receivers.

УДК 534.231:534.292

УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ДОПЛЕРОВСКИЙ МЕТОД ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ УПРУГОСТИ СКЕЛЕТНЫХ МЫШЦ

© 2021 г. Ш. А. Асфандияров^{1, *}, Т. Б. Крит¹, В. Г. Андреев¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

*E-mail: asfandiiarov.sa14@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты применения ультразвукового (УЗ) доплеровского метода для измерения упругости скелетных мышц, залегающих на небольшой глубине (2–4 см) от поверхности кожи. Метод основан на вычислении скорости сдвиговых волн, возбуждаемых вибратором на поверхности кожи на частотах 150–250 Гц. Рассчитанное распределение сдвиговых смещений в упругом фантоме методом конечных элементов сравнивалось с результатами измерений с помощью миниатюрного акселерометра. Сдвиговый модуль упругого фантома, измеренный предложенным методом, соответствовал значениям, полученным из статических измерений.

DOI: 10.31857/S036767652106003X

введение

Развитие доступного метода измерения сдвиговой упругости скелетных мышц является актуальной и перспективной задачей акустики применительно к медицине [1, 2]. Доплеровская эластография используется для измерения упругости печени и почек [3]. Метод заключается в возбуждении в мягкой ткани низкочастотных сдвиговых волн на ее поверхности и последующей регистрации скорости сдвиговых волн с помощью ультразвуковых зондирующих импульсов. Однако большое затухание сдвиговых волн накладывает ограничения на точность измерений упругости глубоколежащих органов. Диагностика упругости скелетных мышц, расположенных вблизи поверхности, может быть проведена методом доплеровской эластографии достаточно точно, поскольку вблизи поверхности отношение сигнал/шум становится выше, чем в глубоколежащих органах.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГОСТИ МЯГКОЙ ТКАНИ ДОПЛЕРОВСКИМ МЕТОДОМ

Если в ткани сдвиговая упругость преобладает над сдвиговой вязкостью, то фазовая скорость сдвиговой волны c_t зависит только от модуля сдвига μ и плотности ρ ткани [4]. Тогда, измерив

фазовую скорость сдвиговой волны, можно вычислить модуль сдвига мягкой ткани по формуле:

$$\mu = \rho c_t^2 \tag{1}$$

Измерение фазовой скорости сдвиговой волны производится с помощью ультразвуковых зондирующих импульсов, излучаемых пьезопреобразователем. Отражаясь от рассеивателей в мягкой ткани, УЗ зондирующие импульсы приобретают доплеровское смещение частоты, которое содержит в себе информацию о фазе колебаний рассеивателей. Метод обработки зондирующих импульсов, предложенный J. Sato [5] и позднее модифицированный Е.М. Тиманиным [3] с использованием современных электронных компонент, позволяет получить распределение фазы низкочастотных колебаний в мягкой ткани и определить фазовую скорость сдвиговой волны c_{f} .

Пусть излучаемые УЗ зондирующие импульсы с амплитудой s_0 и частотой ω_0 распространяются вдоль оси *z*: $s(t) = s_0 \sin \omega_0 t$. Если проекция колебательной скорости рассеивателя $\upsilon_z(t)$ на ось *z* на трассе распространения зондирующего импульса меняется по закону:

$$\upsilon_{z}(t) = \upsilon_{0} \cos(\Omega t + \Phi), \qquad (2)$$

где $v_0, \Omega, u \Phi$ – амплитуда, частота и фаза колебательной скорости рассеивателя соответственно,



Рис. 1. Схема экспериментальной установки для измерения модуля сдвига упругого фантома доплеровским методом: *I* – желатиновый фантом, *2* – вмороженный акселерометр, *3* – низкочастотный излучатель, *4* – вибратор, *5* – контрольный акселерометр, *6* – сферические рассеиватели, *7* – ультразвуковой пьезопреобразователь, *8* – генератор сигналов, *9* – осциллограф, *10* – компьютер, *11* – диодный ограничитель.

то отраженный импульс приобретет доплеровский сдвиг частоты:

$$\omega_d = \frac{2\omega_0 \upsilon_0}{c} \cos\left(\Omega t + \Phi\right),\tag{3}$$

где *с* — скорость звука в мягкой ткани. Отраженный импульс, принятый УЗ пьезопреобразователем, будет иметь вид:

$$s_r(t) = s_{r0} \sin\left[\omega_0 t + m \cos\left(\Omega t + \Phi\right) + \varphi_0\right], \qquad (4)$$

где ϕ_0- постоянный набег фазы на трассе распро-

странения УЗ зондирующего импульса, $m = \frac{2\omega_0 \upsilon_0}{c\Omega}$. Из (4) следует, что фаза отраженного УЗ импульса определяется колебательной скоростью рассеивателя. Амплитуда и фаза колебательной скорости рассеивателя может быть вычислена путем квадратурной обработки [6] отраженного импульса. Для этого импульс $s_r(t)$ перемножается с прямой и квадратурной компонентами зондирующего импульса. После фильтрации удвоенной частоты $2\omega_0$ выделяется два квадратурных доплеровских сигнала: синусный Y_s и косинусный Y_c , из которых рассчитывается временной профиль проекции колебательной скорости рассеивателя $\upsilon_r(t)$ по формуле:

$$\upsilon_{z}(t) = \frac{c}{2\omega_{0}} \frac{Y_{c} \frac{dY_{s}}{dt} - Y_{s} \frac{dY_{c}}{dt}}{Y_{s}^{2} + Y_{c}^{2}}.$$
(5)

Используя рассчитанные профили $\upsilon_z(t)$ для двух рассеивателей, расстояние между которыми не превышает длины сдвиговой волны на частоте Ω , можно определить скорость распространения

квазиплоской сдвиговой волны в области рассеивателей:

$$c_t = \Omega \frac{\Delta r}{\Delta \psi} \cos \alpha, \tag{6}$$

где Δr — расстояние между рассеивателями, α — угол между осью распространения УЗ импульсов и волновым вектором сдвиговой волны, $\Delta \psi$ — разность фаз колебаний рассеивателей. По измеренной фазовой скорости сдвиговой волны по формуле (1) вычисляется модуль сдвига среды.

Длина сдвиговых волн в мягких тканях на исследуемых частотах (150–250 Гц) варьируется в пределах нескольких см. На указанных частотах приповерхностная область мышечной ткани находится в ближнем поле низкочастотного излучателя, имеющего сложную пространственную структуру. Обычно используемый подход [7], основанный на расчете в приближении дальнего поля, может давать значительные погрешности в определении сдвиговой упругости ткани. Для корректного расчета сдвига фаз между рассеивателями необходимо учитывать структуру поля колебательной скорости вблизи низкочастотного излучателя.

РАСЧЕТ И ИЗМЕРЕНИЕ СМЕЩЕНИЙ В БЛИЖНЕМ ПОЛЕ НИЗКОЧАСТОТНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Измерения смещений, создаваемых низкочастотным излучателем, проводились в желатиновом фантоме [8] (№ 1) *1* цилиндрической формы с радиусом 50 мм и высотой 60 мм (рис. 1). Модуль сдвига фантома $\mu = 11.85 \pm 0.18$ кПа был из-





Рис. 2. Рассчитанное МКЭ мгновенное пространственное распределение поля вертикальных смещений u_z на частоте возбуждения 150 Гц. Излучатель на отрезке *FE* создает вертикальные смещения с амплитудой 0.5 мкм (*a*). Зависимость амплитуды вертикальных смещений акселерометра U_{ac} от горизонтальной координаты *x* на высоте 20 мм от поверхности излучателя, рассчитанная МКЭ (сплошная линия) и измеренная акселерометром (точки, соединенные штриховой линией) (δ). Амплитуды нормированы на собственные максимальные значения.

мерен статическим методом вдавливания шарика. В фантом был вморожен одноосный миниатюрный акселерометр 2 Brüel & Kjær 4374. Масса акселерометра 0.65 г, диаметр 5 мм, высота 6.3 мм. Эти размеры существенно меньше длины сдвиговой волны (23 мм на частоте 150 Гц), что позволяет проводить локальные измерения поля. Акселерометр располагался на оси цилиндрического фантома на расстоянии 20 мм от нижней поверхности.

В качестве низкочастотного излучателя 3 использовался брусок квадратного сечения со стороной 8 мм и длиной 50 мм, который совершал колебания вдоль оси z под действием вибратора 4 Brüel & Kjær 4810 на частоте 150 Гц. Подвижная часть вибратора, контрольный одноосный акселерометр 5 Brüel & Kjær 8305 и брусок жестко соединялись друг с другом с помощью резьбового соединения. Фантом закреплялся в подвижном держателе на высоте, позволяющей установить под ним низкочастотный излучатель. Акселерометры 2 и 5 подключались к двухканальному осциллографу через усилитель заряда и позволяли измерять амплитуду колебаний излучателя на поверхности фантома и области среды, где находился акселерометр 2. Амплитуда вертикальных колебаний излучателя составляла 0.5 мкм. В начальном положении x₀ излучатель располагался под акселерометром на расстоянии 20 мм от него. В процессе измерений излучатель смещался в горизонтальном направлении x на расстояние 20 мм с шагом 2.5 мм.

Численное моделирование проведено для двумерного случая в прямоугольнике со сторонами 100×60 мм (рис. 2*a*) методом конечных элементов (МКЭ) в программном пакете COMSOL Multiphysics. Модуль сдвига в области прямоугольника $\mu = 12$ кПа, коэффициент Пуассона $\sigma = 0.4999$, плотность $\rho = 1000 \, \mathrm{kr/m^3}$. Величина коэффициента динамической вязкости составляла $\eta = 2 \Pi a \cdot c$, что характерно для желатиновых фантомов [9]. Границы AB, CD – жесткие стенки; BC, AF, ED – свободные границы. На отрезке FE находится поршневой излучатель бесконечной длины и шириной 8 мм, колеблющийся вдоль оси x с амплитудой 0.5 мкм на частоте 150 Гц. Прямоугольный контур *PORS* размерами 5×6.3 мм изображает акселерометр. Нижняя сторона контура, как и в лабораторном эксперименте, расположена на высоте 20 мм от границы AD. Для учета конечных размеров акселерометра проводится усреднение поля смещений по нижней стороне PS контура PQRS. При моделировании излучатель смещался вдоль оси x на расстояние 20 мм с шагом 1 мм. В начальном положении x₀ центры излучателя и контура PORS находились на одной вертикальной прямой. На рис. 2а цветом представлено мгновенное распределение поля вертикальных смещений и_г, рассчитанное для начального положения *x*₀ излучателя. На расстоянии порядка полутора длин волн сдвиговой волны (23 мм) от излучателя прослеживается регулярная структура поля с периодом повторения 23 мм. Вблизи границ AB, CD и ВС она нарушается из-за появления отраженных волн и образования стоячей волны с перио-



Рис. 3. Результаты измерений модуля сдвига μ желатинового фантома доплеровским методом на частотах $\Omega/2\pi$ от 130 до 160 Гц. Линией показано значение модуля сдвига, полученное из статических измерений.

дичностью в два раза меньшей. Распределение амплитуды вертикальных смещений акселерометра на высоте 20 мм в зависимости от горизонтального смещения x, рассчитанное с помощью МКЭ, представлено на рис. 26 сплошной линией. Измеренное распределение амплитуды представлено точками, которые для наглядности соединены штриховой линией. Распределения нормированы на собственные максимальные значения. Видно качественное сходство расчетного и экспериментального распределения. Оба распределения имеют локальный минимум вблизи x = 5 мм, локальный максимум вблизи x = 8 мм и схожее увеличение амплитуды при x > 15 мм.

ИЗМЕРЕНИЕ УПРУГОСТИ ФАНТОМА ДОПЛЕРОВСКИМ МЕТОДОМ

В данной серии измерений использовался желатиновый фантом № 2 с модулем сдвига µ = $= 14.03 \pm 0.24$ кПа, в который были внедрены два сферических пластиковых рассеивателя 6 диаметром 1 мм (рис. 1). Нижний рассеиватель был расположен на расстоянии 15 мм от основания фантома, верхний находился на 4 мм выше первого. Низкочастотным излучателем 3 служил полый цилиндр высотой 20 мм с внешним диаметром 20 мм и толщиной стенок 2 мм, что позволяло создавать максимальную амплитуду вертикальных смещений на оси цилиндра. На подвижном держателе над верхним основанием фантома закреплялся ультразвуковой пьезопреобразователь (УЗП) 7. В качестве согласующей среды между фантомом и УЗП использовался слой воды толщиной 4 мм. УЗП имел диаметр 10 мм и резонансную частоту

2.2 МГц. Центр УЗП и рассеиватели располагались на оси цилиндрического излучателя. В качестве источника сигналов для возбуждения УЗП и вибратора использовался генератор сигналов *8* RIGOL DG1062Z с двумя независимыми каналами. Импульсы, отраженные от рассеивателей и принятые УЗП, подавались на цифровой осциллограф *9* АКИП-4111/1, подключенный к компьютеру *10* и синхронизированный с генератором сигналов. Для защиты входа осциллографа во время генерации зондирующего импульса использовался диодный ограничитель амплитуды *11*.

Вибратор возбуждал гармонические колебания цилиндрического излучателя вдоль вертикальной оси на частотах в диапазоне 130-160 Гц с амплитудой смещения 0.5 мкм. Возникающие в поле сдвиговой волны колебания сферических рассеивателей регистрировались с помощью зондирующих импульсов с частотой 2.2 МГц и длительностью 3.2 мкс. Период повторения импульсов 0.7 мс. Такие параметры зондирующих импульсов позволяли проводить измерения на глубине до 54 см с пространственным разрешением 2.4 мм. Импульсы, принятые УЗП во временном окне длительностью 70 мкс оцифровывались с частотой дискретизации 62.5 МГц и записывались в память компьютера. За одно измерение производилась запись 500 таких реализаций, что было ограничено памятью осциллографа. Время записи составляло 0.35 с, что позволяло записать от 45 до 56 периодов колебаний рассеивателей. Квадратурная обработка отраженных импульсов производилась в программе, разработанной в среде LabView. Алгоритм программы был проверен на модельных сигналах. Моделировались импульсы, отраженные от рассеивателей, колеблющихся под действием сдвиговой волны с частотой 100 Гц в среде с модулем сдвига 10 кПа. Положение рассеивателей задавалось в соответствие с рис. 1. Обрабатывались реализации общей длительностью 0.1 с, оцифрованные с частотой 25 МГц. Значение модуля сдвига, полученное из модельных сигналов, совпало с заданным значением 10 кПа с погрешностью не хуже 0.1%.

На рис. 3 символами представлены результаты измерения модуля сдвига желатинового фантома № 2 в диапазоне частот 130–160 Гц. Значение модуля сдвига 14.03 кПа, полученное из статических измерений показано сплошной линией. Значения µ, измеренные на частотах 130, 135, 155 и 160 Гц соответствуют статическому модулю в пределах погрешности измерений, не превышающей 5%. Однако на трех частотах значения модуля сдвига имеют существенный разброс. Скорее всего, такие особенности связаны со структурой ближнего поля и наличием переотражений сдвиговой волны в области рассеивателей.



Рис. 4. Расчет МКЭ изменения фазы Φ сдвиговой волны на частоте 250 Гц вдоль линии *I*, проведенной под углом 40° к вертикальной оси из центра излучателя *FE*.

Чтобы выяснить влияние структуры ближнего поля на измерения, было проведено моделирование экспериментальных условий, но с использованием более простого излучателя в виде бруска вместо полого цилиндра. Для того, чтобы минимизировать влияние переотражений, моделирование провели для частоты 250 Гц. Направление волнового вектора плоской сдвиговой волны получим как перпендикуляр к волновому фронту, проведенному из центра излучателя. На рис. 4 приведена зависимость фазы волны от расстояния l, отсчитываемого вдоль отрезка, совпадающего по направлению с построенным волновым вектором. Угол наклона отрезка к вертикальной оси $\alpha = 40^{\circ}$. Видно, что фаза меняется нелинейно, особенно вблизи границы, где имеются переотраженные волны, а также в начале отрезка, вблизи излучателя, где имеются волны утечки, связанные с распространением поверхностных волн. В диапазоне расстояний l = 15-40 мм, отсчитанных вдоль волнового вектора, фаза меняется линейно, поэтому в этой области можно проводить вычисления с использованием приближения плоских волн. Таким образом, можно выбирать оптимальную область измерений с учетом геометрии излучателя и частоты низкочастотных вибраций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены особенности применения УЗ доплеровского метода для измерения упругости скелетных мышц, залегающих на небольшой глубине (2–4 см) от поверхности кожи. Разработан и реализован алгоритм вычисления сдвигового мо-

дуля по измерению фазового сдвига двух рассеивателей, двигающихся в поле сдвиговой волны. Экспериментальная реализация достаточно проста и выполнена с использованием стандартной измерительной аппаратуры. Показано, что в отличие от измерений упругости глубоколежащих органов, измерения упругости мышц можно проводить за доли секунды при времени накопления, не превышающем 0.3 с, что существенно при проведении диагностических процедур. По нашим оценкам, при диагностике мышц, расположенных на глубине до 3 см, полезный сигнал может превышать в 2 раза уровень шума при колебаниях вибратора с амплитудой ускорения порядка 0.5 м/c^2 , что сопоставимо с амплитудой обычных вибромассажеров. Небольшая глубина зондирования мышц (3 см) позволяет использовать вибрации с частотами 200-300 Гц, что обеспечивает пространственное разрешение предлагаемого метода на уровне 1-2 мм. Показано, что существуют определенные трудности в получении высокой степени точности измерений, обусловленные сложной структурой ближнего поля вибратора и отличием фазы сдвиговой волны в области рассеивателей от волны с плоским фронтом. Для корректного учета структуры ближнего поля предлагается проводить вычисления его структуры для конкретных геометрий вибраторов и корректировать вычисления фазовой скорости сдвиговых волн. В настоящее время ведутся работы по реализации конкретных схем расчетов для планируемых вибраторов.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-72-00086) и Фонда развития теоретической физики "Базис".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Nordez A., Hug F. // J. Appl. Physiol. 2010. V. 108. P. 1389.
- 2. Руденко О.В., Цюрюпа С.Н., Сарвазян А.П. // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 5. С. 609.
- 3. Тиманин Е.М., Еремин Е.В., Беляев Р.В., Мансфельд А.Д. // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 274.
- 4. *Oestreicher H.-L.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1951. V. 23. P. 707.
- 5. Yamakoshi Y., Sato J., Sato T. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 1990. V. 37. No. 2. P. 45.
- Хилл К., Бэмбер Дж., тер Хаар Г. Ультразвук в медицине. Физические основы и применения. М.: Физматлит, 2008. 329 с.
- Miller G.F., Pursey H. // Proc. Royal Soc. London. 1954. V. 223. P. 521.
- Андреев В.Г. Демин И.Ю., Корольков З.А., Шанин А.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С.1321; Andreev V.G., Demin I.Yu., Korolkov Z.A., Shanin A.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. Р. 1191.
- 9. Gennisson J.-L., Cloutier G. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2006. V. 53. P. 716.

АСФАНДИЯРОВ и др.

Doppler ultrasound method for measuring skeletal muscle elasticity

S. A. Asfandiyarov^{a, *}, T. B. Krit^a, V. G. Andreev^a

^aLomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia *e-mail: asfandiiarov.sa14@physics.msu.ru

Specificity of use of the ultrasonic Doppler method for measuring the elasticity of skeletal muscles lying at a shallow depth (2-4 cm) from the skin surface are considered. The method is based on calculating the speed of shear waves excited by a vibrator on the skin surface at frequencies of 150-250 Hz. The calculated distribution of shear displacements in the elastic phantom by the finite element method was compared with the results of measurements using a miniature accelerometer. The shear modulus of the elastic phantom, measured by the proposed method, corresponded to the values obtained from static measurements.

УДК 612.85

АКУСТИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОКАЛИЗАЦИЙ ДОМОВОЙ МЫШИ (*Mus musculus*). ОНТОГЕНЕТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

© 2021 г. А. С. Лупанова¹, М. А. Егорова^{1, *}

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт эволюционной физиологии и биохимии имени И.М. Сеченова Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия

**E-mail: ema6913@yandex.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты исследования акустического поведения половозрелых домовых мышей при имитации элементов агонистического и полового поведения и мышат при излучении ими гнездового крика дискомфорта. По результатам спектрально-временного анализа низкочастотных вокализаций, сопровождающих исследованные типы поведения, выявлены их наиболее стабильные характеристики: высокая интенсивность, гармонический каркас, число основных формант (3–5), сосредоточение основной энергии сигнала в полосе частот до 35 кГц, расположение основной частоты в низкочастотном диапазоне слуховой чувствительности мыши (2–5 кГц). Обсуждаются онтогенетические аспекты формирования низкочастотных вокализаций.

DOI: 10.31857/S0367676521060168

введение

Вторая половина двадцатого столетия в физиологии слуха характеризуется повышенным интересом к нейронным механизмам обработки коммуникационных акустических сигналов. Одним из тралиционных объектов подобных исследований является домовая мышь (*Mus musculus*) [1-3]. Так как подавляющее большинство исследователей рассматривали механизмы кодирования тональных ультразвуковых вокализаций, именно на изучении акустической структуры этих высокочастотных сигналов и было сконцентрировано внимание [4-10]. Однако в последнее десятилетие в качестве модели для изучения нейрофизиологических механизмов обработки сложных коммуникационных сигналов стали использовать и низкочастотные гармонические крики [11], сведения о которых в литературе весьма отрывочны и не дают полного представления об акустических характеристиках и смысловой нагрузке этих сигналов [12, 13].

Поскольку акустические характеристики и поведенческая значимость низкочастотных вокализаций у домовых мышей исследованы фрагментарно, а вокализации мышей подвержены изменениям в зависимости от их видовой и линейной принадлежности, в настоящей работе выполнено сравнительное исследование спектрально-временной структуры крика дискомфорта мышат "wriggling call", крика подчиненного самца при агонистическом поведении и оборонительного крика самки домовых мышей (*Mus musculus*) – гибридов линий CBA и C57BL\6.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Эксперименты проводились в дневное время, в условиях лабораторного содержания домовых мышей (*Mus musculus*) – гибридов линий CBA и C57BL\6. Проведена аудио-видео регистрация акустического поведения половозрелых мышей при имитации элементов агонистического и полового поведения, а также мышат при излучении ими гнездового крика дискомфорта. Во время эксперимента животные располагались в звукозаглушенной камере с затененным освещением (звукозаглушение на частоте 1000 Гц составляло 40 дБ).

При исследовании криков взрослых животных пару мышей помещали в разные отсеки стеклянного бокса (размером 45 × 25 × 30 см), разделенного на две части подвижной перегородкой, которую убирали с началом аудио и видеозаписи. Подстилка во время экспериментов отсутствовала. Перед началом каждого эксперимента бокс промывали водой и протирали спиртовым раствором.

Запись крика дискомфорта мышат "wriggling call" проводили в условиях естественного пре-

N

sh

 $F_{0 \text{ кон}}$

200 мс



150

1. 13.64

100

бывания детенышей в гнезде вместе с матерью от возникновения вокализаций (2-е сутки онтогенеза) до полного их исчезновения после 14—16-го дня [14, 15].

Регистрацию вокализаций производили при помощи 6.5 мм конденсаторного микрофона 4135, предусилителя 2633, измерительного усилителя 2606 фирмы Bruel & Kjaer на звуковую карту (Roland UA-55 Quad-Capture). Микрофон фиксировали в крышке бокса или клетки в 25 см над дном.

Спектральный анализ звуковых сигналов выполняли на основе быстрого преобразования Фурье, данные взвешивались с помощью окна Хемминга с числом отсчетов 2048 (программы "Waterfall" и "Cool Edit Pro 2.1"). Записанные сигналы оцифровывали с частотой дискретизации 125 кГц, шумы в частотном диапазоне до 1 кГц были отфильтрованы. В рамках исследования проводили измерения следующих акустических характеристик вокализаций: основной частоты в начале и конце сигнала, ее минимального и максимального значения, длительности сигналов, глубины и направления частотной модуляции, наличия шумовых компонентов, субгармоник, частотных скачков и разрывов в спектре (рис. 1). Всего было зарегистрировано более 1500 криков 32 половозрелых мышей (14 самцов и 18 самок) и 28 мышат.

Видеорегистрация акустического поведения мышей осуществлялась с помощью веб-камеры Logitech Pro 9000 (разрешение 1600 × 1200, 30 кадров в секунлу) на персональный компьютер. Анализ поведения мышей проводили методом временных срезов с интервалом в 1 с [16] с помощью покадрового анализа видеозаписи в компьютерной программе VirtualDub 1.10.4. Во время взаимодействия взрослых мышей регистрировали положение животных в экспериментальном боксе и следующие элементы их поведения: назо-назальный контакт, назо-анальный контакт, обнюхивание различных участков тела, преследование, убегание от партнера, оборонительные боковую и вертикальную стойки, отталкивание партнера, груминг, садки, позу подчинения, исследование территории [17, 18]. Всего было проанализировано 3954 видеофрагмента.

Полученные результаты обрабатывали статистически с использованием пакета программ Statistica v.6.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Спектрально-временной анализ вокализаций показал, что принципиальной особенностью всех исследуемых криков является их гармоническая структура (рис. 1–3). Основные акустические характеристики сигналов представлены в табл. 1.

Видеорегистрация агонистического поведения самцов и анализ полученных видеозаписей позволили установить, что при взаимодействии крик из-

Акустические параметры	Гнездовой крик дискомфорта (wriggling call)	Оборонительный крик самки	Крик подчиненного самца
Длительность, мс ($M \pm SD$)	69.3 ± 27.09	180 ± 70	176 ± 58
F_0 , кГц ($M \pm SD$)	5.17 ± 0.83	3.1 ± 0.5	3.5 ± 0.7
F_{0max} , кГц ($M \pm SD$)	42.4 ± 15.6	23.5 ± 8.9	24.9 ± 11.2
Уровень сигнала, дБ УЗД (относительно 2 · 10 ⁻⁵ H/м ²)	70 (на расстоянии 15—20 см)	80 (на расстоянии 20—25 см)	90 (на расстоянии 20—25 см)

Таблица 1. Основные акустические параметры исследуемых сигналов

30

25

20

15

10

5

0

F_{0 нач}

50

кГш



Рис. 2. Акустические характеристики криков подчинения двух самцов при агонистическом поведении (*a*), оборонительных криков двух самок при половом поведении (*б*) и гнездовых криков дискомфорта двух мышат (*в*). В верхней части фрагментов – осциллограмма крика (по оси абсцисс – время, мс); в нижней левой части – сонограмма (по оси абсцисс – время, мс; по оси ординат – частота, кГц); в нижней правой – амплитудный спектр крика (по оси абсцисс – частота, кГц; по оси ординат – относительный уровень звукового давления, дБ).

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021



Рис. 3. Онтогенетические изменения акустической структуры гнездового крика дискомфорта "wriggling call" четырех мышат, зарегистрированные на второй (a), шестой (δ), десятый (e) и четырнадцатый (e) день онтогенеза. В верхней части каждого фрагмента — осциллограмма крика; в нижней — сонограмма.

дает подчиненный самец в момент признания своего поражения. Обусловленный эмоционально насыщенной обстановкой драки, крик был самым громким среди всех зарегистрированных низкочастотных вокализаций (табл. 1). Среди криков преобладали сигналы, имеющие три-шесть гармонических составляющих, которые превышали уровень шума не менее чем на 10 дБ, а, как правило, на 17-20 дБ (рис. 2а). В структуре около одной трети криков (190 сигналов) отмечалась частотная модуляция основного тона в начале (43%), середине (44%) и конце (13%) сигнала, преимущественно в сторону повышения частоты основного тона. Все крики имели амплитудную модуляцию на всем их протяжении (рис. 2а). Субгармоники были отмечены у 39.5% криков. Они располагались в начале (18.1%), середине (27%: рис. 2*a*), в конце крика (26.6%) или на всей его протяженности (28.3%). В 26% криков наблюдались разрывы

в спектрах, причем у половины сигналов они находились в средней части. Реже встречались разрывы спектра в конце сигнала (12.8%).

Несмотря на то, что половое поведение мышей также эмоционально насыщенно, оборонительный крик самки уступал по интенсивности крику подчиненного самца. Его уровень достигал 80 дБ УЗД (табл. 1). Как показал анализ видеонаблюдений, оборонительные крики издавали самки, пресекавшие попытки самцов к спариванию. Число основных гармоник варьировало от трех до одиннадцати, но преобладали сигналы, имеющие трипять гармонических составляющих, превышающих уровень шума не менее чем на 8 дБ. Основная энергия сигнала была сосредоточена в области частот до 25 кГц (рис. 2б). Почти 40% сигналов (238 криков) имели частотную модуляцию основного тона в начале (37%), середине (43.3%), в конце (17.2%) сигнала или по всей его протяженности


Рис. 4. Возрастная динамика акустических характеристик "wriggling call" 28 мышат: *a* – основная частота, *б* – длительность криков, *в* – максимальная частота, *г* – количество гармоник. Сплошные линии соответствуют уравнениям линейной регрессии, приведенным на рисунке.

(2.5%). Все зарегистрированные крики имели амплитудную модуляцию. Три четверти криков (450 сигналов, 75%) имели в своем составе шумовые компоненты, представляющие собой включения широкополосного шума преимущественно в начале и конце сигнала (рис. 26). Субгармоники были отмечены у 37% криков. Реже всего встречались разрывы спектра в конце сигнала (7.4%).

Гнездовой крик раннего онтогенеза "wriggling call" был зарегистрирован как во время бодрствования, так и во время сна мышат. К типичным ситуациям, в которых излучался крик, относятся: кормление, достройка самкой гнезда, перетаскивание детенышей.

Анализ акустической структуры крика показал, что "wriggling call" является тихим контактным криком (табл. 1). Он представляет собой гармонический низкочастотный сигнал (рис. 2*в*). Частота основного тона варьировала в диапазоне от 3 до 9 кГц и составляла в среднем 5.1 \pm 0.4 кГц (рис. 26). Этот показатель не изменялся с возрастом мышат (рис. 4а). Длительность всех зарегистрированных криков варьировала от 20 до 180 мс. Ее среднее значение составляло 69.3 ± 9.8 мс (табл. 1). Анализ динамики длительности сигналов в ходе онтогенеза выявил достоверное ее уменьшение от 2 к 14 дню жизни (регрессионный анализ, p < 0.05; рис. 4б). Число гармонических составляющих варьировало от двух до семнадцати. Однако к концу второй недели жизни мышат преобладали сигналы, имеющие три, четыре или пять основных гармонических составляющих: три гармоники имели 30.7% криков; четыре – 15.8%; пять – 13% (рис. 3). Анализ динамики максимальной частоты криков в ходе онтогенеза выявил достоверное ее уменьшение (регрессионный анализ, p < 0.05; рис. 4в-4г).

Половина всех сигналов отличалась чисто гармонической структурой. Такие крики состояли исключительно из гармоник, постоянных по частоте и амплитуде. В структуре 50% криков отмечалась частотная модуляция основного тона в начале, середине или конце сигнала (рис. $36-3\epsilon$). С возрастом данный показатель достоверно не изменялся. В то же время, наблюдалось достоверное увеличение количества разрывов в спектре и субгармонических составляющих вокализаций (регрессионный анализ, p < 0.001), а шумовой компонент, напротив, в криках более взрослых детенышей встречался реже.

ОБСУЖДЕНИЕ

Как видно из полученных результатов, оборонительный крик самок по своей акустической структуре очень близок крику подчиненного самца. Различия связаны только с меньшей энергетической насыщенностью крика самок, с более низкой основной частотой оборонительного крика и большим числом основных формант в нем. Меньшие значения основной частоты крика самок были обусловлены, очевидно, их более крупными по сравнению с самцами размерами. А большее число формант в крике самца связано с большей интенсивностью его вокализаций.

Сопоставление акустической структуры звуковых гармонических вокализаций взрослых мышей и детенышей. т.е. крика подчиненного самца и оборонительного крика самки с криком дискомфорта мышат, также выявляет большое сходство фундаментальных характеристик всех трех сигналов. В то же время, крик мышат имеет меньшую длительность (табл. 1), что, вероятно, связано с меньшим объемом их легких. Крик мышат отличает также более высокая частота основной форманты, что, очевидно, обусловлено маленькими размерами тела мышонка, а также меньшая интенсивность крика и, как следствие, меньшее количество основных формант в крике и малая выраженность амплитудной модуляции сигнала. Иными словами, гармонический крик мышат имеет более простую акустическую структуру, чем крики взрослых животных. Такая упрощенность сигнала, по-видимому, обусловлена незаконченным процессом формирования голосового аппарата в раннем постнатальном онтогенезе мышат. Усложнения в структуре "wriggling call" (субгармоники, разрывы спектра), наблюдали на исходе первого месяца жизни, когда мышата переходили к самостоятельной жизни, и крик утрачивал свою значимость гнездового крика общения матери и детенышей [4]. Очевидно, что выявленные в данной работе изменения акустической структуры вокализаций мышат к исходу 14 дня постнатального онтогенеза свидетельствуют об усложнении голосового аппарата животных, показанном в ряде работ [14, 19]. В ходе такого усложнения низкочастотный гармонический крик дискомфорта мышат, по-видимому, изменяет свое сигнальное значение и у самцов становится акустическим компонентом агонистического поведения, а у самок — оборонительным криком полового поведения. Таким образом, коммуникационный сигнал раннего онтогенеза мышат становится основой формирования вокализаций взрослых особей.

Работа выполнена на средства федерального бюджета в рамках темы государственного задания на 2019–2021 гг. № АААА-А18-118013090245-6.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Ehret G.* // Handbook of ultrasonic vocalization. 2018. V. 25. P. 187.
- 2. *Ehret G., Haack B.* // J. Comp. Physiol. 1982. V. 148. P. 245.
- 3. *Roberts P.D., Portfors C.V.* // Front. Syst. Neurosci. 2015. No. 9. P.172.
- Егорова М.А., Акимов А.Г. // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 2. С. 307.
- 5. *Musolf K., Hoffmann F., Penn D.J.* // Anim. Behav. 2010. V. 79. P. 757.
- Hoffmann F., Musolf K., Penn D.J. // Physiol. Behav. 2012. V. 105. P. 766.
- 7. Lahvis G.P., Alleva E., Scattoni M.L. // Genes. Brain Behav. 2011. V. 10. P. 4.
- 8. *Guo Z., Holy T.E.* // Chem. Senses. 2007. V. 32. No. 5. P. 463.
- Portfors C.V. // J. Amer. Assoc. Lab. Anim. Sci. 2007. V. 46. No. 1. P. 28.
- Musolf K., Meindl S., Larsen A.L. et al. // PLOS One. 2015. V. 10. Art. No. e0134123.
- 11. *Haack B., Markl H., Ehret G.* The auditory psychobiology of the mouse. Springfield: Charles C. Thomas Pub. Ltd., 1983. P. 57.
- 12. *Whytney G., Nyby J.* The auditory psychobiology of the mouse. Springfield: Charles C. Thomas Pub. Ltd., 1983. P. 98.
- Nyby J. // Handbook of mouse auditory research: from behavior to molecular biology. Ch. 1. Boca Raton: CRC Press, 2001. P. 3.
- 14. *Elwood R.W., Keeling F.* // Dev. Psychobiol. 1982. V. 15. P. 221.
- 15. Nyby J. // Behav. Biol. 1976. V. 18. P. 285.
- 16. Володин И.А., Гольцман М.Е., Калашникова М.В. // ДАН. 1998. Т. 363. № 4. С. 570.
- 17. Котенкова Е.В., Осипова О.В., Лялюхина С.И. Домовая мышь. М.: ИЭМЭЖ, 1989. 256 с.
- Володин И.А., Ильченко О.Г., Попов С.В. Песчанки: содержание и демография популяций разных видов в неволе. М., 1996. 228 с.
- Engler S., Rose A., Knornschild M. // Behaviour. 2017. V. 154. P. 267.

Acoustic structure of low-frequency vocalizations of house mouse (*Mus musculus*). Ontogenetic aspects

A. S. Lupanova^{*a*}, M. A. Egorova^{*a*}, *

^aSechenov Institute of Evolutionary Physiology and Biochemistry, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, 194223 Russia *e-mail: ema6913@yandex.ru

Acoustic parameters of low-frequency vocalizations were studied in the house mouse – hybrids of outbreed strains CBA and C57BL/6. Audio-video recordings of acoustic behavior were made under the imitation of agonistic and sexual behavior of adult mice and during the emitting of the wriggling calls by mouse pups sitting with the mother in the nest. The most stable parameters of vocalizations are their high intensity, harmonic structure, number of main formants (3–5), frequency range below 35 kHz, location of fundamental frequency in the range of 2-5 kHz. Ontogenesis of the low-frequency vocalizations in mice is discussed.

УЛК 534.8

УЛЬТРАЗВУКОВАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ДИНАМИКИ РАЗРУШЕНИЯ АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ

© 2021 г. Ю. С. Петронюк^{1, 2, *}. С. А. Титов², В. М. Левин¹, Т. Б. Рыжова³

 $^1 \Phi$ едеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт биохимической физики имени Н.М. Эмануэля Российской академии наук, Москва, Россия ²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Москва, Россия $^{3}\Phi$ едеральное государственное унитарное предприятие

"Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского", Жуковский, Россия *E-mail: jps7@mail.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты исследования структуры образцов, выполненного с помощью импульсного акустического микроскопа, совмещенного со специально разработанной миниатюрной испытательной машиной. Рассматриваются особенности проведения таких экспериментов. Показана возможность измерения деформации образца при его механических испытаниях неразрушающими методами акустической микроскопии.

DOI: 10.31857/S0367676521060211

введение

Ультразвук широко используется для визуализации, неразрушающего контроля, оценки структуры и дефектов в объеме армированных композитов [1-7]. Возможности ультразвуковой техники определяются типом зондирующего излучения и диапазоном используемых частот. Ультракороткие импульсы фокусированного ультразвука, длительностью 1.5-2 колебания в диапазоне частот 50-200 МГц обеспечивают акустическую визуализацию элементов внутренней микроструктуры армированных композитов на глубине до 4-5 мм, в зависимости от частоты зондирующего излучения, свойств отдельных компонентов композита и качества их упаковки. На акустических изображениях отчетливо выявляются протяженные области потери сплошности, даже если расстояние между берегами отслоения оказывается минимальным, как в случае закрытой трещины [8, 9]. К числу отображаемых несплошностей принадлежат зоны отслоения полимерного связующего от волокон, трещины в объеме связующего между волокнами, трещины между слоями (межслоевые отслоения).

В данной работе импульсная акустическая микроскопия используется для наблюдения процессов необратимого деформирования и разрушения композитного материала, которые включают в себя совокупность структурных изменений в объеме связующего, внутри армирующих слоев и на границах между ними [10]. Эта проблема привлекает внимание исследователей с момента появления композитов; их изучение остается актуальным и сегодня. благодаря необходимости вскрыть механизмы необратимого деформирования на уровне микроструктурных изменений [11].

Первоначально, изучение микроструктуры и ее нарушений осуществлялось разрушающими методами – образец разрезался на серию плоских сечений, микроструктура на поверхности наблюдалась и оценивалась стандартной техникой оптической или электронной микроскопии. В последние десятилетия бурно развивается техника неразрушающей визуализации объемной микроструктуры [12]; в рамках такого подхода перспективным оказывается метод импульсной акустической микроскопии - он обладает достаточно высоким разрешением (10-100 мкм) и сохраняет преимущества ультразвуковых методов - простой, безопасный, довольно быстрый, не требующий специальных условий и тщательной подготовки образцов [13].

В работе рассматривается подход, при котором импульсный акустический микроскоп объединен с испытательной машиной в единый комплекс, что открывает возможность прямого наблюдения в реальном масштабе времени структурных изме-



Рис. 1. Схема экспериментального стенда: *1* – преобразователь; *2* – иммерсионная среда; *3* – образец; *4* – захваты; *5* – электронный блок; *6* – механический сканер; *7* – двигатель; *8* – датчик силы; *9* – энкодер; *10* – компьютер (*a*); и его общий вид (*б*).

нений в объеме образцов, зарождения и накопления дефектов, процессов релаксации.

МЕТОДЫ И ОБРАЗЦЫ

В основе метода импульсной акустической микроскопии лежит зондирование образца фокусированным ультразвуковым пучком в иммерсионной капле [14, 15]. Зондирующее излучение представляет собой импульс длительностью 1—2 периода на рабочей частоте от 50 МГц и выше. Объемная визуализация обеспечивается разделением по времени эхоимпульсов, отраженных от границ раздела на разной глубине в объеме объекта.

Для изучения процессов разрушения композитного материала использовался импульсный микроскоп с рабочей частотой акустического объектива 100 МГц. Сканирование образцов осуществлялось за счет прецизионного перемещения акустической линзы с шагом до 15 мкм, при этом обеспечивалось пространственное разрешение акустических изображений порядка 30 мкм на всю глубину образца. Ультразвуковая визуализация выполнялась непосредственно в процессе растягивающего воздействия на образец. Для этого импульсный акустический микроскоп сопрягался с горизонтальной испытательной минимашиной с максимальной нагрузкой 5500 Н, конструкция которой обеспечивает доступ акустической линзы к области растяжения (рис. 1). Растяжение производилось со скоростью 10 мм/мин; параллельно с ультразвуковой визуализацией снималась кривая нагружения образца.

Образцы углепластиков формировались в виде 4-слойных пластин из слоев волокон (препрега) T800SC-24 K/ER450 с 35% содержанием эпоксидного связующего и чередующейся ориентацией (90/45)_S волокон. Толщина слоев в образцах составляла 0.13 мм. Были сформированы пластинки размером 100 × 15 мм. Образцы-пластинки растягивались поэтапно с шагом 200 Н до потери пластиной целостности, в нашем случае до нагрузки 2000 Н. В конце каждого этапа нагружения выполнялась визуализация внутренней структуры образца при постоянной величине нагрузки. В процессе визуализации формируется 3D объемное изображение образца с площадью сечения 15 × 15 мм². Использование электронных ворот по глубине позволяет рассматривать структуру отдельных слоев композита в виде двумерных акустических изображений (С-сканов). Латеральное разрешение определяется, как обычно, длиной волны излучения и угловой апертурой зондирующего пучка. В нашем случае ультразвуковой пучок с рабочей частотой 100 МГц и 22° обеспечивает разрешение порядка 30-60 мкм в углепластиках.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2. показана динамика микроструктурных изменений в объеме углепластика при возрастании растягивающих усилий — 800, 1200, 1600 и 2000 Н. Структура композита содержит многочисленные границы раздела между армирующими элементами и связующим. При минимальной нагрузке или в ее отсутствие на акустических изображениях слоев наблюдается параллельная укладка углеродных волокон в слоях препрега (рис. 2*a*).

Структурные повреждения, внесенные действием растягивающих нагрузок, являются, в первую очередь, нарушениями сплошности. Обширная трещина, параллельная плоскости сканирования, на акустических изображениях наблюдается в виде яркой области на соответствующей глубине; при этом на изображениях нижерасположенных слоев



Рис. 2. Акустические изображения повреждений структуры углепластика $(90/45)_{2S}$ в процессе растяжения с усилием от 800 до 2000 Н: (*1*) отслоения волокон с 90° ориентацией; (*2*) отслоения и разрушение волокон в слоях 45°.



Рис. 3. Изображения *I*₁, *I*₂, полученные при нагрузках 1200 (*a*) и 1400 H (*б*).

наблюдается тень. Тень может также формироваться наклонными или вертикальными трещинами, отражение от которых не попадает в апертуру акустического объектива. Кроме того, низкий уровень принимаемого сигнала может быть обусловлен наличием на пути зондирующего пучка скопления повреждений малого размера – менее разрешающей способности системы визуализации; звук рассеивается на таких дефектах структуры, что препятствует его распространению в нижележаший слой. На рис. 2 показана микроструктура образцов при нагрузках 1200 Н. На изображениях наблюдаются тени – вертикальные линии, количество которых увеличивается с ростом нагрузки (рис. 26–2г). При таких нагрузках возникают повреждения связанные с отслоением связующего от углеродных нитей в слоях с ориентацией волокон, перпендикулярной направлению нагрузки [16]. При больших нагрузках 1600 и 2000 Н наблюдаются также межслоевые отслоения – яркие треугольные области вверху у кромки образца (рис. 2в, 2г).

Основным достоинством предложенного в работе подхода *in situ* ультразвуковой визуализации нагруженных образцов является возможность наблюдать зарождение и развитие повреждений, рост их числа с увеличением нагрузки. Однако часть повреждений предвестников разрушения материала формируют лишь тени и могут остаться необнаруженными на фоне картины исходной естественной структуры композита. Далее авторами предлагается алгоритм цифровой обработки изображений, который позволяет повысить выявляемость таких дефектов и определять деформацию образца.

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

На рис. 3 представлены фрагменты акустических изображений для одного из образцов углепластика. Изображения получены при нагрузках 1200 и 1400 Н в слое толщиной 100 мкм на глубине 300 мкм и позволяют видеть структуру обоих слоев волокон с ориентацией 45° и 90° к направлению нагрузки. При построении и обработке акустических изображений использовались ультразвуковые пространственно-временные сигналы $s_0(x, y, t)$ и $s_1(x, y, t)$, записанные для испытуемого образца



Рис. 4. Изображения DI(a), $DI_0(b)$ и зависимости $I_2(y)$ (пунктир) и DI(y) при x = 8 мм (e).

при указанных выше нагрузках. Ультразвуковые данные при текущей механической нагрузке, обрабатывались в нескольких этапов.

На первом этапе осуществлялась компенсация кривизны поверхности образца и ее непараллельности по отношению к плоскости сканирования. Для этого измерялись задержки $\tau_0(x, y)$ и $\tau_1(x, y)$ эхо-сигналов, отраженных от внешней границы образца, и путем интерполяции по временной переменной формировались сигналы $s_0(x, y, t - \tau_0(x, y))$ и $s_1(x, y, t - \tau_1(x, y))$.

На следующем этапе обработки производилась компенсация общего смещения образца, неизбежно возникающего в экспериментальной установке из-за деформаций элементов конструкции экспериментальной установки с течением времени при изменении механической нагрузки. Величина такого смещения определялась методом корреляции изображений. На изображениях, измеренных для разных нагрузок, выделялись квадратные области, и для них находился нормированный коэффициент корреляции [17]. Положение максимума рассчитанного коэффициента корреляции показывает величины относительного смешения изображений в направлениях х и у. Размер выделенных областей с одной стороны был достаточно большим для получения состоятельной оценки коэффициента корреляции, с другой – он был малым по сравнению с размером всего изображения. Как показывают проведенные исследования, величина такого общего смещения образцов может быть весьма значительной, достигая нескольких десятых долей миллиметра [18].

После компенсации общего смещения определялось распределение смещений локальных участков образца — дальнейшей деформацией образца при возрастании нагрузки. Для этого на опорном и текущем изображениях выделялись пары областей небольшого размера, которые были равномерно расположены в узлах квадратной сетки. Для каждой пары выбранных окон рассчитывался коэффициент корреляции, и определялось поле смещений в продольном и поперечном направлениях.

Предложенный метод обработки ультразвуковых данных был опробован при испытаниях образцов четырехслойного углепластика $(45/90)_S$ при возрастающей от 0 до 1400 Н нагрузке. Эксперименты [18] показывают, что величины продольных и поперечных деформаций растут приблизительно линейно и достигают значений +1.2 и -0.3%, соответственно. Полученные значения максимальных деформаций находятся в соответствии со значениями других авторов [16].

Вместе с тем компенсация поля относительной деформации образца, приобретаемой при изменении нагрузки, позволяет привести получаемые изображения к единому пространственному масштабу и корректно вычесть стационарную часть изображений. В качестве примера на рис. 3 приведены изображения $I_1(x, y), I_2(x, y),$ полученные при нагрузках 1200 и 1400 Н, соответственно. Изображения были получены при установке электронных ворот по времени задержки так, чтобы визуализировать границу первого и второго слоев. На изображениях наблюдается сильный структурный шум, характерный для ультразвуковых изображений углепластиков на данной частоте. Изображения выглядят практически идентичными и образование дефектов, вызванных увеличением нагрузки, зафиксировать на фоне шума представляется затруднительным.

Для выявления дефектов, образующихся при нарастании нагрузки, получаем разностное изображение DI(x, y) (рис. 4*a*):

$$DI(x, y) = I_1(x, y) - I_2(x, y).$$
(1)

Видно, что исходная структура на изображении DI(x, y) существенно менее выражена по сравнению

с исходными изображениями $I_1(x, y)$ и $I_2(x, y)$; однако отчетливо выделяются два протяженных дефекта А и В, ориентированных перпендикулярно приложенной нагрузке вдоль нитей в верхнем слое 90°. Эффективность подавления структурного шума демонстрирует сравнение графиков зависимостей $I_2(y)$ и DI(y), отнесенных к координате x = 8 мм (рис. 4 θ). В результирующей зависимости DI(y) уверенно обнаруживаются пики А и В. образованные соответствующими повреждениями структуры. В исходной же зависимости I_2 (пунктир) отклики от дефектов скрыты структурным шумом, и их обнаружение представляется затруднительным. Следует отметить, что дальнейшее испытание образца и оптическое наблюдение его состояния после разрушения подтверждает тот факт, что в указанных местах присутствует протяженные трещины, выходящие на поверхность.

Вариантом отображения обработанных данных является формирование в виде акустического изображения разности принятых сигналов s_0 и s_1 в соответствии с выражением:

$$DI_0(x, y) = \max\{ \|s_0(x, y, t) - s_1(x, y, t)\| \}.$$
 (2)

Результат такой обработки показан на рис. 4*б*. Как видно, на этом изображении также присутствуют отчетливые отклики повреждений. Нужно отметить, что в настоящий момент затруднительно сказать, какой из вариантов разностной обработки является более предпочтительным. Предварительные оценки показывают, что расчет по формуле (1) дает более устойчивые результаты при расположении дефектов в верхних слоях, а расчет по формуле (2) — наоборот, для глубоко расположенных. Для объяснения наблюдаемой особенности необходимы дальнейшие исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Ультразвуковая визуализация высокого разрешения является эффективным методом для изучения изменений в структуре композита под действием внешней механической нагрузки. Метод позволяет выявлять производственные дефекты и повреждения, полученные в процессе внешнего воздействия. Контраст акустических изображений определяется соотношением импедансов компонентов композита, связан с размерами и геометрической формой структурных элементов. Для повышения выявляемости структурных изменений и исследования их взаимного влияния разработан уникальный стенд для ультразвуковой визуализации *in situ*. Разработана методика оценки акустических изображений, позволяющая путем корреляционной обработки количественно характеризовать смещение структурных элементов композитной среды при разных нагрузках. Показано, что обработка изображений позволяет определять деформацию образца, неточности в измерениях которой неизбежно возникают непосредственно в процессе нагружения изза смещения элементов конструкции.

Экспериментальная часть работ выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-29-17039), а теоретические рассмотрение при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Guillaud N., Froustey C., Dau F. et al. // Compos. Struct. 2015. V. 121. P. 172.
- 2. Andreades C., Mahmoodi P., Ciampa F. // Compos. Struct. 2018. V. 206. P. 456.
- 3. Петронюк Ю.С., Мороков Е.С., Левин В.М. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 560; Petronyuk Y.S., Morokov E.S., Levin V.M. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 5. P. 491.
- Wang X., Yao L., Huang Z. // Compos. Struct. 2019. V. 222. Art. No. 110913.
- Mardanshahia A., Shokrieha M.M., Kazemirad S. // Compos. Struct. 2020. V. 235. Art. No. 111790.
- Petronyuk Y.S., Levin V.M., Ryzhova T.B. et al. // J. Phys. Conf. Ser. 2020. V. 1636. Art. No. 012005.
- 7. *Morokov E., Levin V., Chernov A. et al.* // Compos. Struct. 2021. V. 256. Art. No. 113102.
- Левин В.М., Мороков Е.С., Петронюк Ю.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 8. С. 1053; Levin V.M., Morokov E.S., Petronyuk Y.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 8. P. 950.
- 9. Ahmed S.R., Saka M. // NDT E Int. 2000. V. 33. P. 261.
- Браутман Л., Крок Р. Композиционные материалы. Т. 5. Разрушение и усталость. М.: Мир, 1978. 488 с.
- Wright P., Moffat A.J., Renault A. et al. // JCST. 2010.
 V. 70. No. 10. P. 1444.
- Levin V., Petronyuk Y., Morokov E. et al. // Polym. Eng. Sci. 2019. P. 2508.
- 13. Закутайлов К.В., Левин В.М., Петронюк Ю.С. // Завод. лаб. 2009. № 8. С. 28.
- 14. *Tittmann B., Miyasaka C., Guers M. et al.* Non-destructive evaluation (NDE) of aerospace composites: acoustic microscopy. Cambridge: Woodhead Publishing Ltd., 2013. P. 423.
- Maslov K., Kim R.Y., Kinra V.K. et al. // Compos. Sci. Technol. 2000. V. 60. P. 2185.
- 16. *Naderi M., Iyyer N. //* Compos. Struct. 2020. V. 234. Art. No. 111659.
- 17. *Gonzalez R.C., Woods R.E.* Digital image processing. New Jersey: Prentice Hall, 2002. 793 p.
- Titov S.A., Levin V.M., Petronyuk Y.S. et al. // J. Phys. Conf. Ser. 2020. V. 1636. Art. No. 012025.

Ultrasonic visualization of the fracture dynamics for reinforced composites

Yu. S. Petronyuk^{a, b, *}, S. A. Titov^b, V. M. Levin^a, T. B. Ryzhova^c

^aEmanuel Institute of Biochemical Physics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119334 Russia ^bScientific and Technological Center of Unique Instrument Engineering of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 117342 Russia ^cCentral Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, 140180 Russia *e-mail: jps7@mail.ru

The structure of the samples was studied using a pulsed acoustic microscope combined with a specially designed miniature testing machine. The features of such experiments realizing are considered. It is shown the possibility to measure the deformation of a sample during mechanical tests using non-destructive acoustic microscopy methods. УДК 534.6.08

ЗВУКОВИДЕНИЕ В ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ТВЕРДОТЕЛЬНУЮ АКУСТИЧЕСКУЮ ЛИНЗУ С КОРРЕКЦИЕЙ АБЕРРАЦИЙ

© 2021 г. С. А. Петросян^{1, *}, Д. А. Николаев¹, С. А. Цысарь¹, В. Д. Свет², А. И. Цеханович¹, А. Д. Кренделёва¹, О. А. Сапожников¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

²Открытое акционерное общество "Акустический институт имени академика Н.Н. Андреева", Москва, Россия

*E-mail: sa.petrosjan@physics.msu.ru Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты исследования метода звуковидения в жидкости с помощью комбинации акустической линзы и двумерной фазированной антенной решетки с возможностью коррекции вносимых линзой аберраций за счет обработки фазовой информации. Представлены результаты теоретического моделирования и экспериментального исследования по визуализации объектов, расположенных в воде.

DOI: 10.31857/S0367676521060223

введение

В задачах звуковидения требуется осуществить построение ультразвукового (УЗ) изображения объектов, расположенных на некотором удалении от приемо-передающей системы. В большом количестве приложений успешно применяются одномерные, а в последние годы и двумерные многоэлементные приемо-передающие антенные решетки. При расположении области исследования на расстоянии сравнимом с диаметром решетки удается достичь высокого поперечного разрешения, определяемого шириной угловой апертуры. Имеются, однако, приложения, в которых приемо-передающее устройство по той или иной причине невозможно приблизить к области визуализации. Примером является УЗ визуализация в агрессивной жидкости, когда решетку приходится удалять от объекта исследования и даже помещать в другую среду. В таких случаях при использовании традиционных подходов УЗ изображения объектов имеют низкое качество, обусловленное тем, что и зондирование, и регистрация рассеянных волн происходит в относительно малом диапазоне углов. Возможным решением в таких ситуациях является использование акустической линзовой системы, расположенной вблизи объекта визуализации. В этом случае диапазон углов зондирования может быть заметно расширен, а приемопередающая система может быть расположена на значительном удалении от линзы без потери пространственного разрешения. Применение акустических линз и зеркал, кроме того, дает возможность управлять направлением распространения зондирующего импульса и масштабировать изображение, что позволяет увеличить размеры регистрирующих элементов без потери качества визуализации [1]. Если же среда за плоской частью линзы является оптически прозрачной, то возможно использовать бесконтактный оптический метод регистрации вибраций и распределения амплитуды нормальной компоненты колебательной скорости с помощью лазерного доплеровского виброметра непосредственно на плоской поверхности линзы [2].

Для построения УЗ изображения при импульсном зондировании через толстую линзу в настоящей работе предлагается метод расчета распространения акустического поля с учетом как дифракции, так и рефракции. Используется два способа анализа ультразвукового поля — на основе интеграла Рэлея [3, 4] и на основе углового спектра [5].

Для экспериментальной проверки предложенного метода построения УЗ изображений была создана экспериментальная установка. В ней в качестве объекта визуализации использовался расположенный в жидкости пьезоэлектрический излучатель, на поверхность которого наносился узор из поглощающего материала. Напротив этого излучателя располагалась толстая твердотельная линза. С противоположной стороны осуществлялся прием ультразвуковых сигналов с использованием синтезированной двумерной решетки приемников. Указанный синтез осуществлялся путем растрового перемещения одиночного гидрофона вдоль участка плоской поверхности. Двумерное распределение ультразвукового поля, зарегистрированное такой решеткой, использовалось в качестве входных данных для теоретически разработанных алгоритмов построения изображения.

ТЕОРИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

При облучении объекта зондирующим акустическим импульсом рассеянный на неоднородностях нестационарный акустический сигнал регистрируется датчиками, образующими приемную двумерную решетку. Построение изображения требует решения обратной задачи. Она может быть сведена к прямой задаче распространения акустических волн от приемной решетки к объекту, если обратить фазу (или, в случае импульсных сигналов, время) принятого решеткой акустического поля. В случае наличия между объектом и приемной решеткой акустической линзы построение изображения объекта может быть осуществлено с использованием приближения тонкой линзы [6]. Такой подход в случае использования толстых линз с сильно искривленной поверхностью приводит к появлению аберрационных искажений, связанных с отличием реальной линзы от тонкой.

Для более точного (безаберрационного) решения задачи построения изображений следует более корректно описать обратное распространение волны от приемной решетки через линзу до области расположения объекта. С этой целью ниже предлагается использовать либо интеграл Рэлея [3, 4], либо метод углового (пространственного) спектра [5] для пересчета поля в трех областях. На первом шаге (I) проводится расчет с измерительной поверхности до плоской поверхности линзы в воде, затем (II) рассчитывается распространение поля в материале линзы с плоской на вогнутую поверхность, и на третьем шаге (III) проводится пересчет поля с вогнутой поверхности линзы в воде до плоскости расположения объекта.

Расширяя представление действительной волновой функции на комплексную плоскость, условимся для определенности далее считать временную часть волновой функции, описывающую гармоническое колебание с частотой ω , определенной в виде $e^{-i\omega t}$.

Метод интеграла Рэлея

Рассмотрим источник гармонических колебаний с частотой ω , расположенный на плоскости S_1 . При известном характере колебаний с распределением комплексной амплитуды нормальной компоненты колебательной скорости u или акустического давления P вдоль плоскости S_1 акустическое поле в любой точке полупространства с радиус-вектором $\vec{r_2}$ описывается интегралами Рэлея:

$$P\left(\vec{r_2}\right) = \frac{-i\rho\omega}{2\pi} \iint_{S_1} u\left(\vec{r_1}\right) \frac{e^{ikR}}{R} dS_1, \qquad (1)$$

$$P(\vec{r_2}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_1} P(\vec{r_1}) \frac{\partial}{\partial \vec{r_1}} \left(\frac{e^{ikR}}{R}\right) dS_1, \qquad (2)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ — волновое число, ρ — равновесная плотность среды, P — распределение амплитуды акустического давления, $\vec{r_1}$ — координаты точек поверхности S_1 , $R = |\vec{r_2} - \vec{r_1}|$ — расстояние между точкой наблюдения $\vec{r_2}$ и элементом поверхности dS_1 с радиус-вектором $\vec{r_1}$, $\vec{n_1}$ — единичная нормаль элемента поверхности dS_1 , направленная к точке наблюдения. При расчете частной производной по нормали $\vec{n_1}$ и введения дополнительного вектора формула (2) запишется в следующем виде:

$$P\left(\overline{r_2}\right) = \frac{1}{2\pi} \iint_{S_1} P\left(\overline{r_1}\right) \left(\overline{m_{12}} \cdot \overline{n_1}\right) \left(\frac{-ik}{R} + \frac{1}{R^2}\right) e^{ikR} dS_1, \quad (3)$$

где $\vec{m_{12}} = (\vec{r_2} - \vec{r_1})/R$ – единичный вектор, направленный от элемента поверхности dS_1 с радиусвектором $\vec{r_1}$ к точке наблюдения $\vec{r_2}$ [7, 8]. Однако, если поменять местами излучающую поверхность S_1 и поверхность S_2 , на которой необходимо восстановить акустическое давление с радиус-вектором $\vec{r_2}$, т.е. рассмотреть обратное распространение волны, то уравнение (3) будет эквивалентным при замене $i\omega$ на $-i\omega$, а $\vec{r_1}, \vec{r_2}, S_1, S_2$ на $\vec{r_2}, \vec{r_1}, S_2, S_1$, соответственно.

Так как в данной задаче рассматриваются поверхности с радиусом кривизны много большим, чем характерная длина волны зондирующего импульса, то погрешность метода интеграла Рэлея будет незначительной, и решение будет достаточно точным, ограничиваясь дифракционным пределом [9].

Метод углового спектра

Для решения задач рассеяния широкое распространение в силу удобства расчета поля с плоскости на плоскость получил метод углового (пространственного) спектра. Данный метод основан на разложении поля, заданного на поверхности, по плоским волнам и применении математического аппарата двумерного пространственного преобразования Фурье, который позволяет выполнять анализ изменений углового спектра излучения при распространении в пространстве [10, 11]. Применяя данный метод, удобно построить УЗ картину в плоскости, удаленной на произвольное расстояние от исходной, распределение давления на которой измерено акустическими датчиками в эксперименте. При наличии линзы между этими плоскостями, как было отмечено выше, требуется проводить расчет поля на границах областей, одна из которых (вогнутая поверхность линзы) не является плоской. Поэтому удобно записать формулы расчета поля с помощью углового спектра не с плоскости на плоскость, а в более общем виде для произвольного набора точек в пространстве. В отличие от интегралов Рэлея (1), (2), которые, как отмечалось выше, представляют поле в виде суперпозиции излучения точечных источников, расположенных на поверхности S_1 в точках $\vec{r_1} = (x_1, y_1, z_1)$, метод углового спектра оперирует разложением по плоским волнам. Для перехода к такому разложению множитель под интегралом $\frac{e^{ikR}}{R}$ можно также представить как разложение по угловому спектру в общем виде в полупространстве $z_2 \ge z_1$ [12]:

$$\frac{e^{ik|\vec{r_2}-\vec{r_1}|}}{|\vec{r_2}-\vec{r_1}|} = \frac{i}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp\left[i\left(k_x\left(x_2-x_1\right)+k_y\left(y_2-y_1\right)+\left(z_2-z_1\right)\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}\right)\right]}{\sqrt{k^2-k_x^2-k_y^2}} dk_x dk_y.$$
(4)

После подстановки (4) в формулу (1) получим выражение для амплитуды акустического давления:

$$P(\vec{r_{2}}) = \frac{1}{4\pi^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} S(k_{x},k_{y}) e^{i(k_{x}x_{2}+k_{y}y_{2}+z_{2}\sqrt{k^{2}-k_{x}^{2}-k_{y}^{2}})} dk_{x}dk_{y},$$
 (5)

где угловой спектр будет задан выражением

$$S(k_{x},k_{y}) = \frac{\rho c}{\sqrt{1 - \frac{k_{x}^{2} + k_{y}^{2}}{k^{2}}}} \iint_{S_{1}} u(\overline{r_{1}}) \times e^{i(k_{x}x_{1} + k_{y}y_{1} + z_{1}\sqrt{k^{2} - k_{x}^{2} - k_{y}^{2}})} dS_{1}.$$
(6)

Для расчета интеграла Рэлея (2) методом углового спектра аналогичным образом раскладыва-

ется множитель
$$\frac{\partial}{\partial \vec{n_1}} \left(\frac{e^{ikR}}{R} \right) = \frac{\left(\left(\vec{r_2} - \vec{r_1} \right) \cdot \nabla F(\vec{r_1}) \right)}{R \cdot \left| \nabla F(\vec{r_1}) \right|} \times$$

× $\left(\frac{-ik}{R} + \frac{1}{R^2}\right)e^{ikR}$ по угловому спектру в полупространстве $z_2 \ge z_1$, где выражение $F(\vec{r_1}) = 0$ является уравнением поверхности S_1 . Заметим, что существование нераспространяющихся (неоднородных) волн учитывается при $k_x^2 + k_y^2 > k^2$; такие волны имеют чисто мнимое волновое число и экспоненциально затухают в направлении положительных *z*, но при наличии высокочувствительной приемной системы могут быть использованы [13]. В настоящей работе учет таких волн не проводится.

Расчет поля в приближении тонкой линзы

Для построения изображения в приближении тонкой линзы удобно воспользоваться описанным выше методом углового спектра, позволяющим быстро рассчитывать поле с плоскости на плоскость, поскольку физическая кривизна вогнутой поверхности линзы не учитывается. Таким образом, нужно рассчитать поле с поверхности приемной решетки на поверхность тонкой линзы (I), дополнительно учесть эффект фокусировки линзы (II), и на финальном шаге рассчитать поле с той же плоскости линзы на плоскость расположения исследуемого объекта (III), где шаги (I) и (III) рассчитываются методом углового спектра.

Учет влияния линзы на втором шаге (II) осуществляется следующим образом. Сначала, используя приближение тонкой линзы без учета аберраций, рассчитывается фокусное расстояние для плоско-вогнутой линзы [6]:

$$F = \frac{R}{1 - \frac{c_1}{c_2}},$$
 (7)

где c_1 и c_2 – скорость звука в окружающей среде и в материале линзы, соответственно, R – радиус кривизны вогнутой поверхности линзы. Далее определяется коэффициент передачи тонкой линзы T(x, y) без учета отражения и потерь в параксиальном приближении (x^2 , $y^2 \ll R^2$) [6], который представляет собой фазовый множитель следующего вида:

$$T(x,y) = \frac{P_2(x,y,z_L)}{P_1(x,y,z_L)} = \exp\left(-i\frac{k(x^2+y^2)}{2F}\right).$$
 (8)

Здесь P_1 и P_2 — распределения комплексной амплитуды акустического давления в плоскости линзы на входе и выходе (относительно поверхности приема), соответственно, *x* и *y* — декартовы координаты в плоскости линзы, *z* — координата в направлении, перпендикулярном плоскости линзы, *z* = *z*_L — плоскость линзы.



Рис. 1. Заданное модельное расположение точечных источников, где цифрами 1, 2, 3, 4 отмечены оси расположения источников с расстояниями между ними 1, 2, 3 и 4 мм, соответственно (*a*). Восстановленные УЗ изображения точечных источников: при использовании приближения тонкой линзы (*б*), при расчете методом интеграла Рэлея (*в*) и методом углового спектра (*г*).

Построение модельного изображения

Для начальной проверки качества построения изображений была создана численная модель в виде помещенного в фокальную плоскость линзы набора точечных монохроматических синфазных источников на частоте 1.5 МГц с расстояниями между ними равными 1, 2, 3 и 4 мм (рис. 1а). На основе этой модели рассчитывалось поле на поверхности за линзой, имитирующей поверхность приемной решетки в эксперименте. Затем полученные данные использовались в качестве граничных условий для решения обратной задачи распространения волн и построения УЗ изображения заданного набора точечных источников представленными выше методами (интегралом Рэлея, угловым спектром и в приближении тонкой линзы).

Набор входных данных для решения обратной задачи рассчитывался путем построения лучей от каждого точечного источника. Расчет траектории луча при прохождении через линзу проводился с учетом преломления (в соответствии с законом Снеллиуса) и отражения по формулам Френеля для коэффициента прохождения продольной волны. Сдвиговые волны не учитывались, так как именно продольная волна соответствовала первому прошедшему (импульсному) сигналу, который затем использовался для построения изображения в эксперименте. Из каждого точечного рассеивателя на поверхность линзы попадало около 10⁵-10⁶ лучей, которые затем анализировались на плоскости приемников, расположенной на расстоянии 29.4 мм от плоской поверхности линзы. Следуя методу геометрической акустики, суммарная интенсивность лучей, попавших в квадратную ячейку сетки, длина стороны которой $\lambda/2$, где λ – длина волны в жидкой среде, пересчитывалась в амплитуду прошедшей волны, а задержка вдоль луча – в фазу волны. Подобный расчет проводился для всех точечных рассеивателей, а затем получившиеся распределения комплексной амплитуды от каждого точечного источника суммировались, давая искомое двумерное распределение поля от набора точечных источников.

Второй этап моделирования заключался в построении изображений указанных точечных источников представленными выше методами. Геометрия модели, которая соответствовала геометрии эксперимента, представлена на рис. 2а. На первом шаге (I) восстанавливалось распределение акустического давления на плоской поверхности линзы, с поперечным шагом 0.5 мм, используя метод интеграла Рэлея (2) и метод углового спектра (5) с учетом преломления и коэффициентов прохождения на границе вода-алюминий. Для корректного учета коэффициента прохождения из среды 1 в среду 2 в условиях решения обратной задачи комплексная амплитуда давления волны, пришедшей в точку (x, y) на поверхности линзы, не умножается на коэффициент прохождения T_{12} из среды 1 в среду 2, как это происходит при прямом распространении, а делится на коэффициент прохождения Т₂₁ из среды 2 в среду 1 в следующем виле:

$$T_{21}(x,y) = \frac{2\rho_1 c_1/\cos\varphi_1}{\rho_1 c_1/\cos\varphi_1 + \rho_2 c_2/\cos\varphi_2},$$
 (9)

где φ_1 — угол падения обратной волны в первой среде, а φ_2 — угол преломления во второй среде, рассчитанный из закона Снеллиуса в точке (x, y) на границе раздела сред. Таким образом, энергетический коэффициент прохождения при обратном распространении будет больше единицы, так как формально при обращении времени к прошедшей через границу раздела волне добавится идущая назад бывшая отраженной волна.

На втором шаге (II) восстанавливалось распределение комплексной амплитуды давления на



Рис. 2. Геометрия численного и физического эксперимента (*a*). Фотография экспериментальной установки (*б*). Цифрами на (*a*), (*б*) отмечены: *1* – игольчатый гидрофон, *2* – поверхность синтезированной приемной апертуры, *3* – плоско-вогнутая линза, *4* – излучатель с визуализируемым объектом.

вогнутой поверхности линзы, радиус кривизны которой был равен 77 мм. В приближении тонкой линзы распределение комплексной амплитуды давления, полученное на первом шаге (I), просто vмножается на соответствующий фазовый коэффициент (8). Для безаберрационного расчета поля на вогнутой поверхности линзы на расстоянии 2 мм от ее центральной точки методом интеграла Рэлея использовалась формула (2), а методом углового спектра – формула (5). На третьем заключительном шаге (III) рассчитывалось поле в плоскости на расстоянии 97.5 мм от линзы, где были расположены излучатели, методом интеграла Рэлея (3) и методом углового спектра (5). Распределение действительной амплитуды акустического давления в этой плоскости представляет собой УЗ изображение заданных в модели точечных источников в монохроматическом случае.

На рис. 1 представлены результаты расчета восстановленного распределения амплитуды давления описанными методами. Было проведено сравнение УЗ изображений с исходным заданным модельным распределением (рис. 1a) для определения качества его восстановления и оценки точности методов. Видно, что при использовании приближения тонкой линзы (рис. 1b) влияние аберраций искажает изображение, особенно на удалении от оси линзы, в отличие от предлагаемых методов, компенсирующих аберрации (рис. 1e, 1e).

Сравнение представленных результатов демонстрирует хорошее количественное и качественное соответствие решений предлагаемых методов, что свидетельствует как о физической корректности решений, так и о целесообразности применения описанных методов для решения задачи восстановления распределения акустического поля в области объекта и получения УЗ изображения его профиля с применением линзовой системы.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для экспериментальной верификации предложенного алгоритма проведены измерения в воде с использованием акустической линзы для визуализации неоднородностей на поверхности акустического плоского излучателя. Неоднородности формировались нанесением на его поверхность поглощающего ультразвук пластилина в виде фигуры определенной формы. Широкополосный излучатель (V392, Panametrics, США) представлял собой круглую плоскую пьезопластину диаметром 38 мм с резонансной частотой 1.5 МГц. Он располагался на фокусном расстоянии линзы со стороны вогнутой части и соосно с ней (рис. 26). Плоско-вогнутая линза выполнена из алюминия и имеет диаметр 118 мм. Одна поверхность плоская, а вторая — сферическая с радиусом кривизны 77 мм. Фокусное расстояние такой линзы в приближении формулы (7) составляет 97.5 мм. Толщина линзы в центральной точке равна 2 мм. С другой стороны линзы на расстоянии 29.4 мм от ее плоской поверхности осуществлялась регистрация акустического поля с использованием многоэлементной синтезированной решетки. Синтез многоэлементного приемника проводился путем сканирования игольчатым гидрофоном (HNA-0400, Onda, США), который перемешался автоматической трехкоординатной системой позиционирования UMS-3 (Precision Acoustics, Великобритания) вдоль поверхности параллельно плоской части линзы. В процессе сканирования линза и излучатель оставались неподвижными. На излучатель с генератора (33250A, Agilent, США) подавался радиоимпульс, состоявший из 5 пери-



Рис. 3. Фотография излучающей поверхности плоского излучателя с нанесенным объектом для визуализации из пластилина (*a*). УЗ изображения объекта на поверхности излучателя, рассчитанные в приближении тонкой линзы (*б*), с помощью метода интеграла Рэлея (*в*) и метода углового спектра (*г*).

одов синусоидального сигнала частотой 1.5 МГц и амплитудой 5 В; частота следования импульсов составляла 250 Гц. Область сканирования представляла собой квадратную поверхность со сторонами 10 см, шаг сканирования в поперечном направлении был равен 0.5 мм, что составляло примерно половину длины волны на центральной частоте сигнала. Сигналы с гидрофона поступали через предусилитель на осциллограф (TDS5034B, Tektronix, США), где усреднялись для каждого пространственного положения гидрофона по 48 реализациям для уменьшения шумов, после чего сохранялись в памяти компьютера для последующей обработки.

На рис. За представлена фотография излучателя с нанесенным узором. На рис. Зб показан результат построения УЗ изображения с использованием приближения тонкой линзы. Для использованного в эксперименте импульсного сигнала расчет методами интеграла Рэлея и углового спектра проводился для набора спектральных компонент в диапазоне от 0.90 до 1.81 МГц с шагом 10 кГц, и после обратного время-частотного преобразования Фурье восстанавливалось распределение действительных значений акустического давления непосредственно у поверхности излучателя с неоднородностью в воде в разные моменты времени. В определенные моменты времени с интервалом в половину периода несущей частоты контур неоднородности проявляется наиболее отчетливо. На рис. Зв, Зг представлены УЗ изображения (действительное распределение акустического давления в логарифмической шкале), рассчитанные с помошью метода интеграла Рэлея и метода углового спектра соответственно в один из таких моментов времени, когда объект виден с высоким контрастом. Полученные изображения хорошо описывают контур неоднородности и его размеры и существенно выигрывают в качестве по сравнению с изображением, полученным в приближении тонкой линзы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что с применением твердотельной плоско-вогнутой акустической линзы можно получить безаберрационное УЗ изображение объекта, помещенного в жидкость. УЗ изображение строилось на основе расчета распределения акустического давления, для чего применялись методы интеграла Рэлея и углового спектра, в которых учитывались характеристики линзы и ее реальная геометрия. Показано, что методы являются эффективными. Проведенные сравнения показывают хорошее качественное и количественное согласование полученных УЗ изображений с реальным объектом исследования, что свидетельствует как о физической корректности решений, так и о целесообразности применения описанных методов для решения задачи звуковидения в жидкости с применением линзовой системы. Важно отметить, что при использовании методов интеграла Рэлея и углового спектра для восстановления УЗ изображения через линзовую систему учитывается ее форма, что компенсирует аберрации линзы, влияющие на качество изображения.

Использование такой системы позволит масштабировать изображение объекта исследования и переносить его на необходимое расстояние, что является перспективным для возможных прикладных задач УЗ визуализации в агрессивных жидкостях. В частности, это сделает возможным размещение акустических приемных элементов на значительном расстоянии от объекта исследования в области, где воздействие агрессивной среды сведено к минимуму.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19-32-90022 и № 18-02-00991). Авторы признательны В.А. Рожкову за помощь в изготовлении твердотельной акустической линзы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Байков С.В., Свет В.Д., Сизов В.И. // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 5. С. 596.
- Стуленков А.В., Коротин П.И., Суворов А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 824; Stulenkov A.V., Korotin P.I., Suvorov A.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 6. P. 678.
- 3. Гаврилов Л.Р., Сапожников О.А., Хохлова В.А. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1386; Gavrilov L.R., Sapozhnikov О.А., Khokhlova V.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1232.
- Сапожников О.А., Пищальников Ю.А., Морозов А.В. // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 416.
- Stepanishen P.R., Benjamin K.S. // JASA. 1982. V. 71. P. 803.

- 6. *Каневский И.Н.* Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн. М.: Наука, 1977. 336 с.
- 7. Цысарь С.А., Синельников Е.Д., Сапожников О.А. // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 1. С. 104.
- 8. Sapozhnikov O.A., Tsysar S.A., Khokhlova V.A., Kreider W. // JASA. 2015. V. 138. No. 3. P. 1515.
- 9. Шендеров Е.Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 352 с.
- 10. Алдошина И.А. Электродинамические громкоговорители. М.: Радио и связь, 1989. 272 с.
- 11. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
- 12. Sapozhnikov O.A., Bailey M.R. // JASA. 2013. V. 133. No. 2. P. 661.
- Солимено С., Крозиньяни Б., Ди Порто П. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения. М.: Мир, 1989. 664 с.

Imaging in a liquid through a solid-state acoustic lens with aberration correction

S. A. Petrosyan^{a, *}, D. A. Nikolaev^a, S. A. Tsysar^a, V. D. Svet^b, A. I. Tsekhanovich^a, A. D. Krendeleva^a, O. A. Sapozhnikov^a

^aLomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, 119991 Russia ^bAndreyev Acoustics Institute, Moscow, 117036 Russia *e-mail: sa.petrosjan@physics.msu.ru

A method of sound vision in a liquid using a combination of an acoustic lens and a 2D phased array with the possibility of aberration correction based on phase data processing is proposed. We present the results of theoretical modeling and experimental study on visualization of objects located in water using an aluminum flatconcave acoustic lens and a synthesized array of receivers. УДК 532.135

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ СДВИГОВОЙ УПРУГОСТИ НАНОСУСПЕНЗИЙ АКУСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

© 2021 г. Т. С. Дембелова^{1, *}, Д. Н. Макарова¹, Б. Б. Бадмаев¹

 $^{1}\Phi$ едеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт физического материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук, Улан-Удэ, Россия *E-mail: tu dembel@mail.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Акустическим резонансным методом с применением пьезокварцевого кристалла определен комплексный модуль сдвига суспензий наночастиц диоксида кремния в полиэтилсилоксановой жидкости. Метод основан на изучении влияния сил добавочной связи на резонансные характеристики колебательной системы. Особенности зависимости модуля сдвига от амплитуды деформации обусловлены межмолекулярными взаимодействиями в суспензиях, которые определены методом ИКспектрометрии.

DOI: 10.31857/S0367676521060089

введение

Для приближенного описания линейных вязкоупругих свойств веществ принято пользоваться различными реологическими моделями. Простейшая реологическая модель вязкоупругого материала, состоящая из последовательно соединенных пружины и демпфера, предложена Максвеллом. В такой модели полная деформация є складывается из деформаций упругого и вязкого элементов. Под действием очень короткого импульса силы проявляется только обратимая упругая деформация, соответствующая твердому телу, если же время действия силы велико, то вещество течет, подобно вязкой жидкости. Если в момент времени t = 0 деформация задана и в дальнейшем не меняется ($\varepsilon = \varepsilon_0$), то из уравнения следует закон релаксации напряжения: при постоянной деформации напряжение экспоненциально убыва-

ет: $\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_M}\right)$. Величина τ_M характеризует

скорость спадания напряжения и называется временем релаксации. При приложении к телу синусоидально изменяющегося с частотой $\omega = 2\pi f$ напряжения $\sigma = \sigma_0 \cos \omega t$, деформация будет также изменяться синусоидально $\varepsilon = \varepsilon_0 \cos (\omega t - \theta)$, где θ – сдвиг фаз между напряжением и деформацией. В случае периодических процессов рассматривается комплексный модуль *G**:

$$G^* = G_M \frac{\omega^2 \tau_M^2}{1 + \omega^2 \tau_M^2} + i\omega \frac{\eta_M}{1 + \omega^2 \tau_M^2}.$$
 (1)

Действительную часть (1) Re $G^* = G'(\omega)$ называют динамическим модулем упругости для частоты ω . Величина $\frac{1}{\omega}$ Im $G^* = \eta(\omega)$ играет в акустических уравнениях роль вязкости и называется динамической вязкостью. Из уравнения (1) видно, что при низких частотах ($\omega \tau \ll 1$) среда ведет себя как обычная вязкая жидкость, при увеличении частоты действительный модуль начинает возрастать и при очень высоких частотах ($\omega \tau \gg 1$) среда ведет себя как упругое твердое тело. Максимальные потери энергии, соответствующие максимуму G'', имеют место, когда время действия силы совпадает по величине со временем релаксации $\tau_M = \eta_M/G_M$. Потери энергии характеризуют тангенсом угла механических потерь tg $\theta = G''/G'$.

Для исследования механических свойств вязкоупругих материалов разработаны различные методы [1–3]. Измерение динамических сдвиговых свойств жидкостей является одним из прямых методов исследования природы и характера процессов перестройки межмолекулярной структуры. В данной работе использован акустический резонансный метод определения комплексного модуля сдвига жидкостей, важным достоинством которого является возможность исследовать жидкости с широким диапазоном вязкостей $(10^{-3}-10^5 \ \Pi a \cdot c)$. Для объяснения полученных результатов проведено исследование межмолекулярного взаимодействия методом ИК-спектрометрии.

АКУСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНСНЫЙ МЕТОД

Акустический резонансный метод измерения сдвиговой упругости жидкостей с применением пьезокварцевого кристалла, колеблющегося на резонансной частоте, основан на изучении влияния сил добавочной связи на резонансные характеристики колебательной системы [4, 5]. С одного конца на горизонтальную поверхность кристалла наносится прослойка изучаемой жидкости, которая накрывается твердой накладкой из плавленого кварца. При тангенциальных колебаниях пьезокварца, обеспечиваемых X-18.5° срезом, прослойка жидкости испытывает сдвиговые деформашии. При этом в ней устанавливаются стоячие сдвиговые волны. Повышение резонансной частоты системы по сравнению с резонансной частотой свободного пьезокварца свидетельствует о консервативности сил, появляющихся в прослойке жидкости. Действие только диссипативных сил вязкого трения в прослойке жидкости привело бы к уменьшению резонансной частоты. Комплексный сдвиг резонансной частоты колебательной системы $\Delta f^* = \Delta f' + i \Delta f''$ определяется приравниванием импедансов жидкости и пьезокварца и имеет вид:

$$\Delta f^* = \frac{S\kappa^* G^*}{4\pi^2 M f_0} \cdot \frac{1 + \cos(2\kappa^* H - \phi^*)}{\sin(2\kappa^* H - \phi^*)},$$
 (2)

где $G^* = G' + iG''$ — комплексный модуль сдвига жидкости, κ^* — ее комплексное волновое число, S площадь основания накладки, H — толщина жидкой прослойки, ϕ^* — комплексный сдвиг фазы при отражении сдвиговой волны от границы жидкость—накладка, M — масса пьезокварца, f_0 — резонансная частота.

Выражение для определения сдвиговой упругости предельно упрощается для случая, когда накладка практически покоится ввиду слабой связи, осуществляемой прослойкой жидкости ($\phi^* = 0$), и толщина прослойки жидкости намного меньше длины сдвиговой волны ($H \leq \lambda$):

$$G^* = \frac{4\pi^2 M f_0 \Delta f^* H}{S},\tag{3}$$

откуда видно, что при наличии у жидкости сдвиговой упругости как действительный $\Delta f''$, так и мнимый $\Delta f'''$ сдвиг частоты должны быть пропорциональны обратной величине толщины жидкой прослойки. Тангенс угла механических потерь равен tg $\theta = G''/G'' = \Delta f''/\Delta f'$, где мнимый сдвиг резонансной частоты равен изменению затухания колебательной системы $\Delta f'' = \Delta \alpha/2$, где $\Delta \alpha - из$ менение ширины резонансной кривой. Из теории резонансного метода вытекают возможности определения комплексного модуля сдвига жидкостей, основанные на определении значений длины сдвиговой волны λ и предельных сдвигов частоты $\Delta f'_{\infty}$ и $\Delta f''_{\infty}$, когда сдвиговая волна полностью затухает в слое жидкости ($H \gg \lambda$). В работах [6–8] проведены эксперименты по распространению низкочастотных сдвиговых волн в полимерных жидкостях и суспензиях наночастиц диоксида кремния в полимерной жидкости при частоте сдвиговых колебаний порядка 10⁵ Гц и получено удовлетворительное согласие результатов, свидетельствующее, что низкочастотная сдвиговая упругость является свойством жидкости в объеме.

Нами исследованы нелинейные свойства сдвиговой упругости на основе анализа изменений резонансных кривых колебательной системы пьезокварц-прослойка жидкости-накладка по мере увеличения амплитуды колебания пьезокварца. В работе использован пьезокварц в форме прямоугольного бруска с размерами 34.9 × 12 × 6 мм и массой 6.82 г, основная резонансная частота 73.2 кГп, плошаль основания наклалки 0.2 см². В качестве объекта исследований использованы образцы суспензий наночастиц диоксида кремния SiO₂ торговой марки Таркосил в полиэтилсилоксановой жидкости ПЭС-2, приготовленные ультразвуковым диспергированием. Полиэтилсилоксановые жидкости представляют собой либо смесь полимеров линейной (C₂H₅)₃Si-O- $[Si(C_2H_5)_2O]_n$ —Si(C₂H₅)₃ и циклической $[(C_2H_5)_2SiO]_n$ структур, либо полимеры линейной структуры. Эти жидкости применяют при рабочей температуре от -60 до +150°C в качестве масел и смазок. Для улучшения смачиваемости поверхности пьезокварца и накладки подвергались комплексной очистке, последним этапом которой являлась обработка водородным пламенем [9].

В случае нелинейной сдвиговой упругости жидкостей резонансные кривые колебательной системы деформируются при увеличении амплитуды колебания пьезокварца, свойства колебательной системы будут определяться через параметры резонансных кривых. Определение амплитуды колебания пьезокварца *А* осуществлено методом, основанным на принципе интерферометра Фабри-Перо, где в качестве одного из зеркал используется оптически полированная торцевая сторона пьезокварца [10]. Отношение *А*/*Н* может служить мерой угловой деформации.

На рис. 1 показаны приведенные резонансные кривые при максимальной резонансной амплитуде 150 Å для свободного пьезокварца (пунктирная линия) и с прослойкой суспензии SiO₂/ПЭС-2 толщиной 2.06 мкм (кривая *I*). Из рисунка видно, что обе кривые почти симметричны, это свидетельствует об отсутствии проявлений нелинейных свойств сдвиговой упругости при малых величинах сдвиговой деформации. С увеличением амплитуды колебания пьезокварца до 1000 Å резонансная кривая становится асимметричной



Рис. 1. Резонансные кривые свободного пьезокварца (пунктирная линия) и нагруженного суспензией SiO₂/ПЭС-2 (H = 2.06 мкм) при максимальной амплитуде колебания: 1 - 150; 2 - 1000 Å.

(кривая 2). На рис. 2 показано изменение действительного $\Delta f''$ и мнимого $\Delta f''$ сдвигов резонансной частоты для образцов суспензий диоксида кремния SiO₂ с размером наночастиц d = 100 и 50 нм в ПЭС-2 в зависимости от угла сдвиговой деформации. Для удобства анализа результаты представлены в зависимости от величины $(A/H)^{1/2}$. При малых величинах угловой деформации $\Delta f'$ и $\Delta f''$ постоянны, далее с увеличением деформации $\Delta f''$ уменьшается, а $\Delta f'''$ проходит через максимум. Наличие горизонтального участка на кривых свидетельствует о пропорциональности упругого напряжения к величине сдвиговой деформации (гуковская область). Аналогичные кривые для других жидкостей получены в работах [10, 11].

На рис. 3 показаны зависимости от угла сдвиговой деформации линамического модуля упругости G' образцов суспензий, рассчитанного по формуле (3). При малых углах деформации, не превышающих критический угол ϕ_k , модуль сдвига равен постоянной величине, зависящей от размера наночастиц. Полагая, что суспензия обладает равновесной налмолекулярной структурой со сравнительно большим периодом релаксации и с конечной прочностью, структура жидкости остается неразрушенной и наблюдается область линейной упругости. При дальнейшем увеличении угла деформации равновесная структура начинает разрушаться и происходит уменьшение модуля сдвига G'. С увеличением угла сдвига проявляется нелинейный характер зависимости. Аналогичным образом ведет себя и динамическая вязкость η_M . Характерный критический угол для суспензии SiO₂/ПЭС-2 с частицами размером 100 нм $\varphi_k = 1^\circ$, с частицами 50 нм $\varphi_k = 3.6^\circ$. На рис. 3 в области сдвиговой деформации, когда $\phi > \phi_k$, штриховой линией показана параболическая зависимость G' с высокой степенью достоверности аппроксимации. Считая, что механизм наблюдаемой вязкоупругой релаксации описывается реологической моделью Максвелла, характерная частота релаксации для суспензий должна быть меньше частоты эксперимента.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ ИК-СПЕКТРОМЕТРИИ

Спектрометрические исследования функциональных групп объектов исследования на ИК-Фурье-спектрометре ALPHA (Bruker, Германия) методом нарушенного полного внутреннего отражения показали, что надмолекулярная структура суспензий обусловлена водородными связями.



Рис. 2. Экспериментальные зависимости действительного $\Delta f'(1)$ и мнимого $\Delta f''(2)$ сдвига резонансной частоты от величины сдвиговой деформации для суспензий SiO₂/ПЭС-2: d = 100 нм, H = 2.34 мкм (a); d = 50 нм, H = 0.96 мкм (δ).

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021



Рис. 3. Зависимости динамического модуля сдвига G' от угла сдвиговой деформации суспензий SiO₂/ПЭС-2: d = 100 (*a*), 50 нм (δ).



Рис. 4. Инфракрасные спектры: SiO₂/ПЭС-2: *c* = 1.25 (*a*), 5 мас. % (*б*).

В ИК-спектре частиц диоксида кремния с размерами 100 и 50 нм обнаруживаются выраженные характерные пики поглощения силоксановой и силанольных групп, что объясняется присутствием на поверхности частиц ОН-групп с концентрацией порядка 0.5-4 нм⁻² в зависимости от особенностей метода получения наночастиц SiO₂ [12]. В спектрах суспензий SiO₂/ПЭС-2 наблюдаются некоторые изменения по сравнению с контрольным спектром базовой жидкости ПЭС-2, свидетельствующие о характере взаимодействия лисперсионной среды с наночастицами. Для суспензий 50-нм частиц диоксида кремния с концентрацией 0.5 и 1.25 мас. % наблюдается смещение максимума полосы 1060.48 см⁻¹, соответствующей валентному колебанию Si-O связи, до 1062.52 см⁻¹, что указывает на упрочнение этой связи. Наряду с этим увеличивается энергия валентной связи Si-C со смещением положения максимума с 689.311 до 691.351 см⁻¹, а также присутствует сдвиг полосы поглощения валентной связи С-H с 2912.24 до 2914.28 см⁻¹ для суспензии с концентрацией 1.25 мас. %. На рис. 4 представлены фрагменты ИК-спектра исследуемой суспензии SiO₂/ПЭС-2 с концентрацией частиц 1.25 и 5 мас. % с учетом фонового спектра. Получены широкие полосы поглощения в области частот 3675 см⁻¹ вследствие образования водородных связей. При большей концентрации наночастиц в суспензии полоса более выражена. Исходя из анализа полученных спектров, можно заключить, что взаимодействие наночастиц диоксида кремния с полимером обусловлено водородными связями между гидроксильными группами на поверхности диоксида кремния с атомами кислорода в молекуле полимера, а также, возможно, с

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ

небольшим количеством алкильных групп в полимерных цепях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование вязкоупругих свойств суспензий наночастиц диоксида кремния в полиэтилсилоксановой жидкости SiO₂/ПЭС-2 акустическим резонансным методом показало наличие постоянного динамического модуля сдвига и повышенного значения динамической вязкости при малых амплитудах сдвигового колебания. Равновесная надмолекулярная структура суспензии обусловлена взаимодействием наночастиц SiO₂ с молекулами жидкости ПЭС-2 посредством образующихся водородных связей. При увеличении амплитуды деформации надмолекулярная структура разрушается и происходит нелинейное изменение модуля сдвига и вязкости.

Работа выполнена частично при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-48-030020).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Wu X., Zhao Z., Kang Y. et al. // Polym. J. 2019. V. 51. P. 471.
- 2. Yamada Y., Ichii T., Utsunomiya T. et al. // Japan J. Appl. Phys. 2020. V. 59. Art. No. SN1009.

- Merchi C., Scalerandi M., Bentahar M. // Phys. Rev. Appl. 2019. V. 11. Art. No. 054050.
- Базарон У.Б. Низкочастотная сдвиговая упругость жидкостей. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2000.
- 5. Бадмаев Б.Б., Будаев О.Р., Дембелова Т.С. // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 5. С. 610; Badmaev B.B., Budaev O.R., Dembelova T.S. // Acoust. Phys. 1999. V. 45. No. 5. P. 541.
- Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Дамдинов Б.Б. и др. // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 6. С. 602; Badmaev B.B., Dembelova T.S., Damdinov B.B. et al. // Acoust. Phys. 2017. V. 63. No. 6. С. 642.
- Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Макарова Д.Н. и др. // Вестник БГУ. Мат. инф. 2018. № 4. С. 37.
- Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Макарова Д.Н. и др. // Изв. вузов. Физ. 2019. Т. 62. № 9(741). С. 151; Badmaev B.B., Dembelova T.S., Makarova D.N. et al. // Russ. Phys. J. 2020. V. 62. No. 9. С. 1708.
- Badmaev B., Dembelova T., Damdinov B. et al. // Colloids Surf. A. 2011. V. 383. P. 90.
- Бадмаев Б.Б., Дембелова Т.С., Макарова Д.Н. и др. // ЖТФ. 2017. Т. 87. № 1. С. 18; Badmaev B.B., Dembelova T.S., Makarova D.N. et al. // Tech. Phys. 2017. V. 62. No. 1. P. 14.
- Бадмаев Б.Б., Дамдинов Б.Б., Дембелова Т.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1461; Badmaev B.B., Damdinov B.B., Dembelova T.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. Р. 1301.
- 12. Бардаханов С.П., Викулина Л.С., Лысенко В.И. и др. // Вестн. НГУ. Сер. физ. 2012. Т. 7. № 4. С. 107.

Acoustic study of nonlinearity of the shear elasticity of nanosuspensions

T. S. Dembelova^{*a*}, *, D. N. Makarova^{*a*}, B. B. Badmaev^{*a*}

^aInstitute of Physical Materials Science of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Ulan-Ude, 670047 Russia *a meilety. dombol@meil.ru

*e-mail: tu_dembel@mail.ru

The complex shear modulus of suspensions of silica nanoparticles in a polyethylsiloxane liquid was determined by the acoustic resonance method using a piezoelectric crystal. The method is based on the study of the effect of additional coupling forces on the resonant characteristics of the oscillatory system. The specific features of the dependence of the shear modulus on the deformation amplitude are due to intermolecular interactions in suspensions, which were determined by IR spectrometry.

Nº 6

том 85

2021

УДК 534.6.08

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И КОМПЕНСАЦИЯ ПЕРЕКОСА ОСЕЙ ТРЕХКООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА АКУСТИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАФИИ

© 2021 г. Д. А. Николаев^{1, *}, С. А. Цысарь¹, О. А. Сапожников¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия

*E-mail: da.nikolaev@physics.msu.ru Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Для измерений акустических полей широко применяются автоматические системы позиционирования. На практике при механической сборке и эксплуатации ортогональность механических осей систем может нарушаться, что приводит к заметным ошибкам в определении структуры поля. Приводятся результаты исследования нового прецизионного способа измерения углов между механическими осями и коррекции вносимых ими ошибок с помощью метода акустической голографии.

DOI: 10.31857/S0367676521060181

введение

Задачи, связанные с использованием акустических и, в частности, ультразвуковых (УЗ) полей, опираются на предварительные данные о пространственно-временной структуре поля, которые должны быть известны с максимально возможной точностью [1]. Для нахождения пространственной структуры УЗ поля можно проводить измерения параметров волны с помощью приемника (гидрофона или микрофона), перемещающегося от точки к точке в исследуемой трехмерной области пространства. Альтернативный, более быстрый способ записи структуры поля может быть основан на методе акустической голографии, согласно которому для получения информации о структуре поля в пространстве достаточно провести регистрацию акустического сигнала в двумерной области – в пределах пересекаемого УЗ пучком участка поверхности [2].

В любом случае указанные измерения требуют регистрации сигнала в большом количестве точек пространства. Поэтому на практике акустический приемник последовательно устанавливается в заданные точки пространства с помощью системы позиционирования (позиционера) с компьютерным управлением. Позиционеры, тем самым, являются важной частью измерительных установок. В таких системах, как правило, осуществляется прецизионное перемещение используемого устройства вдоль некоторых линейных направляющих с использованием шаговых двигателей. В системах 3-мерного позиционирования имеется три таких направляющих. Они располагаются взаимно перпендикулярно, образуя декартову систему механических осей.

При сборке позиционера не всегда можно гарантировать перпенликулярность механических осей с необходимой точностью. Кроме того, за время эксплуатации системы возможно появление дополнительного отклонения осей. Поскольку интерпреташия результатов, полученных с использованием таких систем, проводится в предположении взаимной перпендикулярности механических осей, то существующее в действительности неизвестное отклонение осей от ортогональности может привести к появлению систематической ошибки в позиционировании приемника и, как следствие, к неточному пространственному измерению характеристик акустического поля [3]. Так, например, использование данных для описания пространственной структуры поля, полученных при измерениях в неортогональной системе координат (СК), в случае терапевтического применения УЗ может вызвать повреждение здоровых тканей пациента [4], а в задачах диагностики [5] привести к неточному определению координат акустических рассеивателей.

Если углы перекоса механических осей позиционера известны, то нетрудно провести коррекцию результатов измерений и тем самым избежать ошибок. Углы между механическими осями



Рис. 1. Ортогональная (синие оси) и неортогональная (черные оси) СК. Красными точками показаны координаты, в которых происходит запись сигнала на двух голограммах в неортогональной СК. Углы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ описывают неортогональную СК относительно ортогональной СК, $\alpha_1 = \angle(y\tilde{z}, yz), \alpha_2 = \angle(x\tilde{z}, xz), \alpha_3 = \angle(\tilde{y}, y)$ (*a*). Система позиционирования (δ). Схема измерений; две голограммы измерены параллельно плоскости (x, y), две другие — параллельно плоскости (x, z) (β). Акустический пьезопреобразователь, использованный в эксперименте (ϵ).

можно найти с помощью прямого измерения тем или иным измерительным устройством. Однако такое измерение требует привлечения дополнительного оборудования, что зачастую неудобно. Кроме того, довольно сложно гарантировать достаточную точность, особенно в небольших системах позиционирования с узким диапазоном перемещения вдоль измерительных осей. В настоящей работе предлагается новый прецизионный способ определения углов между механическими осями, основанный на методе акустической голографии. Способ перекликается с подходом, использованным в работе [6] для характеризации акустических свойств материалов.

ТЕОРИЯ

Перекос механических осей системы позиционирования относительно ортогональной СК будем описывать тремя углами $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ (рис. 1*a*). Будем помечать тильдой координаты вдоль перекошенных осей, т.е. осей системы позиционирования. При задании указанных углов будем считать, что оси 0*x* и 0*x* совпадают, ось 0*y* расположена в плоскости (*x*, *y*) и образует с осью 0*y* угол α_3 , а направление оси 0*ž* задается углами α_1 и α_2 ее наклона относительно плоскостей (*y*, *z*) и (*x*, *z*), соответственно.

Для демонстрации основных особенностей искажения результатов измерений из-за перекоса осей позиционера был проведен модельный эксперимент. Предполагалось, что в плоскости (x, y) был расположен двумерный многоэлементный акустический преобразователь в виде квадратной решетки с количеством элементов 40×40. Элементы имели квадратную форму размером $L_x = L_y = 1$ мм и были разделены зазорами шириной d = 0.25 мм. Амплитуда нормальной компоненты колебательной скорости в пределах каждого элемента предполагалась постоянной (поршневой источник). Излучение каждым элементом происходило в монохроматическом режиме на частоте $f_0 = 2$ МГц с различной относительной фазой для обеспечения возможности электронной фокусировки акустического поля.

С помощью интеграла Рэлея [7] были рассчитаны двумерные распределения комплексной амплитуды акустического давления (голограмма) на плоском участке, параллельном поверхности излучателя, на расстоянии z = H = 10 мм от указанного излучателя. Расчет проводился для случаев отсутствия и наличия небольшого перекоса между осями, т.е. в точках, задаваемых координатами (x, y, z = H) и $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} = H)$. Далее из полученных голограмм была рассчитана комплексная амплитуды акустического давления в пространстве перед двумерной решеткой; при этом расчет поля из голограммы, записанной в точках с координатами перекошенной СК, проводился в предположении, что соответствующие сигналы записаны в идеальной СК. Тем самым имитировалась ситуация, когда оператор измерительной системы использует позиционер с перекошенными осями, но не знает об этом (или знает, но пренебрегает этим) и поэтому при расчете поля из голограммы предполагает, что оси позиционера перпендикулярны.

Рассматривался режим "электронной" фокусировки, при котором фазы сигналов на излучающих элементах решетки подбирались такими, чтобы излучаемое поле фокусировалось в заданную точку пространства (фокус). Описанный расчет был проведен для двух случаев электронной фокусировки: при фокусировке в точку с координатами (0,0,40 мм) и в точку (0,20,40 мм). Соответствующие нормированные распределения амплитуды поля акустического давления в плоскости (*y*, *z*) показаны на рис. *2a*, *2б*. Для первого случая перекос осей был задан следующим: $\alpha_1 = 1^\circ$, $\alpha_2 = 1^\circ$, $\alpha_3 = 0^\circ$, а для второго случая $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 0^\circ$, $\alpha_3 = 1^\circ$. На рис. *2в*, *2г* показаны амплитуды акустического давления, рассчитанные вдоль линий (указаны на рис. 2a, 2δ) из искривленной и неискривленной голограмм. Наличие ненулевых углов α_1 и α_2 приводит к сдвигу всей структуры давления поперек оси *z*, а ненулевой α_3 заметным образом искажает пространственную структуру на удалении от оси *z*. Таким образом, перекос осей системы позиционирования может существенно исказить результаты измерений и его необходимо учитывать.

Для удобства теоретического описания введем орты перекошенной системы координат — сонаправленные с механическими осями системы позиционирования единичные векторы, которые обозначим $\vec{e}_{\tilde{x}}, \vec{e}_{\tilde{y}}, \vec{e}_{\tilde{z}}$. Все координаты будем задавать в неискаженной СК. Получим связь координат ортогональной (*x*, *y*, *z*) и неортогональной ($\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$) СК:

$$\vec{e}_{\tilde{x}} = (1,0,0), \quad \vec{e}_{\tilde{y}} = (\sin\alpha_3, \cos\alpha_3, 0),$$

$$\vec{e}_{\tilde{z}} = \left(\sin\alpha_1, \sin\alpha_2, \sqrt{1 - \sin^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_2}\right), \quad (1)$$

$$x = \tilde{x} + \tilde{y}\sin\alpha_3 + \tilde{z}\sin\alpha_1; \quad y = \tilde{y}\cos\alpha_3 + \tilde{z}\sin\alpha_2;$$

$$z = \tilde{z}\sqrt{1 - \sin^2\alpha_1 - \sin^2\alpha_2}.$$
 (2)

Рассмотрим запись в виде углового спектра для решения уравнения Гельмгольца для спектральной амплитуды $P(\omega, \vec{r})$ акустического давления в произвольной точке декартовой системы координат [8]:

$$P(\omega, x, y, z) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint S_0(\omega, k_x, k_y) \times$$

$$\times e^{ik_x x + ik_y y + i\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} z} dk_x dk_y,$$

$$rge S_0(\omega, k_x, k_y) =$$

$$= \iint P(\omega, x, y, z = 0) e^{-ik_x x - ik_y y} dx dy.$$
(3)
(3)
(3)

Представление волнового поля (3) имеет вид суперпозиции плоских волн вида $e^{i\vec{k}\vec{r}}$. Волновой вектор в СК (x, y, z) имеет вид $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z =$ $= \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2})$, где волновое число $k = \omega/c_0$. $S_0(\omega, k_x, k_y) -$ угловой спектр поля [9] в плоскости z = 0 на частоте ω . Рассчитаем его в искривленной СК, используя связь координат двух систем (2). Якобиан перехода в (4) от переменных x, y к переменным \tilde{x}, \tilde{y} равен $\left| \frac{D(x, y)}{D(\tilde{x}, \tilde{y})} \right| = \cos \alpha_3$, поэтому

$$S_{0}(\omega, k_{x}, k_{y}) = \cos \alpha_{3} \iint P(\omega, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z} = 0) \times \\ \times e^{-ik_{x}\tilde{x} - i(k_{y}\cos\alpha_{3} + k_{x}\sin\alpha_{3})\tilde{y}} d\tilde{x}d\tilde{y} = \cos \alpha_{3}\tilde{S}_{0}(\omega, \tilde{k}_{x}, \tilde{k}_{y}),$$
(5)

$$\tilde{k}_x = k_x; \quad \tilde{k}_y = k_y \cos \alpha_3 + k_x \sin \alpha_3. \tag{6}$$



Рис. 2. Акустическое давление модельного многоэлементного излучателя при фокусировке в точку (0,0,40 мм)(a), (0,20 мм,40 мм)(b). Излучатель расположен в плоскости (x, y) при z = 0. Вертикальной линией показано положение голограммы, с которой проведен расчет, горизонтальной линией показана ось, распределение давления вдоль которой представлено на (b) и (z) соответственно, где черным цветом показаны профили давления при учете искривления осей СК, красным – без учета.

С учетом (2), (3), (5) и (6) получим решение уравнения Гельмгольца в искривленной системе координат. Якобиан перехода от переменных k_x, k_y к переменным \tilde{k}_x, \tilde{k}_y в данном случае равен

$$\frac{D(\kappa_x, \kappa_y)}{D(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)} = \frac{1}{\cos \alpha_3}. \text{ Имеем:}$$

$$P(\omega, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint \widetilde{S_0}(\omega, \tilde{k}_x, \tilde{k}_y) e^{i\tilde{k}_x \tilde{x} + i\tilde{k}_y \tilde{y}} \times \exp\left(i\tilde{z}\left(\tilde{k}_x (\sin \alpha_1 - tg\alpha_3 \sin \alpha_2) + \frac{\sin \alpha_2}{\cos \alpha_3} \tilde{k}_y + \sqrt{k^2 - \tilde{k}_x^2 - \left(\frac{\tilde{k}_y}{\cos \alpha_3} - \tilde{k}_x tg\alpha_3\right)^2}\right)\right) d\tilde{k}_x d\tilde{k}_y = \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint \tilde{S}_{Z_0}(\omega, \tilde{k}_x, \tilde{k}_y) e^{i\tilde{k}_x \tilde{x} + i\tilde{k}_y \tilde{y}} d\tilde{k}_x d\tilde{k}_y.$$
(7)

Таким образом, отношение угловых спектров, измеренных в искривленной СК на плоскости

 $\tilde{z}=Z_0$ и на параллельной плоскости $\tilde{z}=0,$ имеет следующий вид

$$\Pi\left(\omega, \tilde{k}_{x}, \tilde{k}_{y}\right) = \frac{S_{Z_{0}}\left(\omega, k_{x}, k_{y}\right)}{\tilde{S}_{0}\left(\omega, \tilde{k}_{x}, \tilde{k}_{y}\right)} =$$

$$= \exp\left[-i\left(\tilde{k}_{x}x_{0} + \tilde{k}_{y}y_{0}\right) + iZ_{0}\sqrt{1 - \sin^{2}\alpha_{1} - \sin^{2}\alpha_{3}} \times (8)\right] \times \sqrt{k^{2} - \tilde{k}_{x}^{2} - \left(\frac{\tilde{k}_{y}}{\cos\alpha_{3}} - \tilde{k}_{x}\mathrm{tg}\alpha_{3}\right)^{2}}\right] =$$

$$= \exp\left(i\Phi\left(\omega, \tilde{k}_{x}, \tilde{k}_{y}\right)\right),$$
ГДе $x_{0} = -(\sin\alpha_{1} - \mathrm{tg}\alpha_{3}\sin\alpha_{2})Z_{0};$

$$\sin\alpha_{2}$$

$$(9)$$

$$y_0 = -\frac{\sin \alpha_2}{\cos \alpha_3} Z_0. \tag{9}$$

Указанная функция $\Pi(\omega, \tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$ может быть названа пропагатором. Значения x_0, y_0 соответствуют величине поперечного смещения точки на

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021

оси \tilde{z} на расстоянии Z_0 относительно ортогональной СК. Отметим, что функция $\Phi(\omega, \tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$ при фиксированной частоте ω представляет собой семейство эллипсоидальных замкнутых кривых и не зависит от геометрии используемого преобразователя и его расположения относительно плоскостей голограмм. Следовательно, в измерениях по определению перекоса осей системы позиционирования можно выбирать преобразователь из соображений удобства, необходимого времени измерений и т.д. Тем не менее, следует заметить, что определение фазовой функции Ф возможно в таких областях $(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$, где амплитуды измеренных угловых спектров $\left| ilde{S}_0 \left(\omega, ilde{k}_x, ilde{k}_y
ight)
ight|$ и $\left| ilde{S}_{Z_0} \left(\omega, ilde{k}_x, ilde{k}_y
ight)
ight|$ заметно отличны от нуля. Этот факт следует учитывать при выборе источника УЗ поля.

Таким образом, измерив две голограммы на разных расстояниях от преобразователя, можно получить функцию, зависящую от двух аргументов k_x, k_y и трех параметров $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Далее, сравнивая экспериментальный и теоретический пропагаторы, можно рассчитать углы, определяющие неортогональную СК и, следовательно, количественно определить неортогональность самой системы позиционирования, на которой было выполнено измерение.

ЭКСПЕРИМЕНТ

В работе измерялся перекос механических осей системы позиционирования UMS-3 (Precision Acoustics, Великобритания) (рис. 1δ). Перекос вносился искусственно, чтобы иметь возможность исследовать разные углы перекоса. Проведены три серии измерений, в каждой из которых ось \tilde{v} была отклонена от оси v на различный угол α₃. В измерениях использован акустический пьезопреобразователь (рис. 1*г*) с диаметром D = 38.1 мм, фокусным расстоянием F = 63.5 мм и рабочей частотой 1 МГц (V392, Panametrics, США). Излучатель погружался в резервуар с дегазированной водой и с точностью порядка градуса располагался параллельно плоскости голограммы, что достигалось путем его предварительного выравнивания относительно механических осей системы позиционирования на поворотной крепежной платформе. Как было отмечено выше, функция $\Phi(\omega, \tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$ в выражении (8) не зависит от взаимного расположения излучателя относительно голограммы, поэтому точность установки излучателя в рамках предлагаемого подхода не играет значимой роли. При этом важно, чтобы при измерениях исходное положение не изменялось, что достигалось жестким закреплением источника. Указанное выравнивание

излучателя проводилось для того, чтобы в область голограммы, которая обычно располагается почти перпендикулярно акустической оси источника [10], попадала максимально возможная для данной геометрии энергия акустического пучка, что позволяет получить наибольшее отношение сигнал/шум в точках голограммы.

В одной серии измерений с заданным углом α₃ были записаны четыре голограммы: две из них были расположены параллельно плоскости (x, y)при горизонтальном расположении оси источника (рис. 1*в*), две — параллельно плоскости (x, \tilde{z}) при вертикальном расположении оси. Одна голограмма была измерена на расстоянии 1.5 см до фокуса, другая — за фокусом на таком же расстоянии. С помощью генератора (33250A, Agilent, США) на излучатель подавалось напряжение в виде радиоимпульса с прямоугольной огибающей с амплитудой U = 5 B, состоявшего из трех периодов синусоидального сигнала частоты $f_0 = 1 \text{ M}\Gamma\mu$. Использовался период повторения T = 4 мс. Все голограммы измерялись идентично и имели одинаковые характеристики: размер 201 × 201 точек, шаг dx = dy = 0.5 мм. В каждой точке временной профиль сигнала записывался с помошью гидрофона (HNA-0400, Onda, США) и осциллографа (TDS5034B, Tektronix, США), количество усреднений в каждой точке составляло $N_{av} = 48$, время усреднения $T_{av} = 400$ мс. Длительность временного окна составляла T = 100 мкс, что обеспечивало запись информативной части сигнала, шаг дискретизации dt = 20 нс обеспечивал необходимую ширину частотного окна.

В результате расчета время-частотного спектра сигнала во всех пространственных точках голограмм были получены пространственные распределения амплитуд и фаз для всех спектральных компонент, т.е. набор монохроматических голограмм поля. В работе применялся широкополосный преобразователь, что позволило использовать большой набор монохроматических голограмм для повышения точности определения углов перекоса осей. Ближняя к излучателю голограмма в виде нормированной амплитуды и фазы акустического давления на частоте $f = 1 \text{ M}\Gamma\mu$, показана на рис. За, Зг соответственно. Исходя из значений спектральной плотности сигнала в опорных точках голограммы, например, в центре, можно определить частотный диапазон, в котором будет проводится определение функции $\Phi(\omega, \tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$ (8). Этот диапазон, в первую очередь, обусловлен полосой излучаемого преобразователем сигнала. В настоящей работе он был выбран в преде-



Рис. 3. Нормированная амплитуда (*a*) и фаза (*e*) ближней к преобразователю монохроматической голограммы акустического давления на частоте f = 1 МГц. Модуль (*b*) и фаза (*d*) углового спектра той же монохроматической голограммы. Фаза отношения дальней и ближней к преобразователю угловых спектров, полученных из эксперимента (*в*). Фаза теоретического отношения угловых спектров (8) при нулевых углах $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ (*e*). Пунктирной линией обозначается область радиуса k_0 , в которой проводился поиск углов по формуле (10).

лах $f \in (0.4, 1.6)$ МГц, что с шагом по частоте $df = 10 \ \kappa \Gamma$ ц составило $N_f = 121$ спектральную компоненту.

Из полученных дальней и ближней монохроматических голограмм были рассчитаны соответствующие угловые спектры сигнала по формуле (4). Модуль углового спектра для ближней к излучателю голограммы представлен на рис. 36, фаза – на рис. 3д. После этого было найдено поточечное отношение угловых спектров, фаза которого для частоты 1 МГц показана на рис. Зв. Дополнительно на рис. 3e показана фаза теоретического отношения угловых спектров (8) при нулевых углах $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Стоит еще раз отметить, что проводить измерения ближней и дальней голограмм следует при одном и том же положении излучателя, изменение его положения между измерениями дальней и ближней голограмм внесет дополнительную ошибку в определяемые углы.

Углы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ были определены путем минимизации разницы экспериментальной и теоретической фазы пропагатора. Углы в формуле (8) для $\Phi(k_x,k_y)$ варьировались вокруг нулевого значения, и определялись углы, при которых сумма квадратов поэлементной разницы экспериментальной и теоретической фаз пропагатора в заданной круговой области была минимальна:

$$\min_{\alpha_{1},\alpha_{2},\alpha_{3}}\sum_{k_{x}^{2}+k_{y}^{2}< k_{0}^{2}}\left(\Pi_{E}\left(\omega,k_{x},k_{y}\right)-\Pi_{T}\left(\omega,k_{x},k_{y}\right)\right)^{2}.$$
 (10)

Радиус круга k_0 , в котором происходит расчет по формуле (10), определялся таким образом, чтобы дисперсии значений определяемых углов по частоте (рис. 4a-4a) были минимальны. При меньших значениях k_0 бо́льшая дисперсия вызвана малым количеством пространственных частот, которые используются для поиска углов, при больших значениях k_0 бо́льшая дисперсия вызвана включением в расчет угловых компонент с низкой спектральной плотностью, которые являются источником значительных случайных отклонений. В представленном на рис. 4 случае значение k_0 было выбрано таким образом, что количество угловых компонент, попадающих в окружность радиусом k_0 , равнялось N = 225.



Рис. 4. Углы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, полученные из голограмм на разных частотах в трех сериях измерений: без дополнительного перекоса (*a*), дополнительный перекос оси $\Delta \alpha_3 \approx 0.8^{\circ}$ (*б*), дополнительный перекос $\Delta \alpha_3 \approx 1.1^{\circ}$ (*в*). Пунктирными линиями показаны углы, измеренные геометрическим методом с использованием лазерной системы. Спектр акустического сигнала в центре ближней голограммы (*г*).

Указанная операция проводилась для монохроматических голограмм на разных частотах. В формуле (8), в отличие от α_1, α_2 , зависимость от параметра α₃ является слабой, и по экспериментальным голограммам, записанным вдоль (x, y) на разных расстояниях z, точное определение α_3 является затруднительным. Чтобы с сопоставимой точностью найти все три угла, которые характеризуют неортогональную (реальную) СК, следует объединить измерения при разных ориентациях голограммы и излучателя относительно системы позиционирования (рис. 1в). Имея два наиболее точно определенных угла α_1 и α_2 , задающих поперечную голограмме ось при ориентации голограммы параллельно плоскости (x, \tilde{y}) , и углы α'_1 и α'_2 при расположении голограммы параллельно плоскости (x, \tilde{z}) , можно определить угол α₃ по следующей формуле в приближении малых углов:

$$\alpha_3 = \arcsin \sqrt{\sin^2 \alpha'_1 + \sin^2 \alpha'_2 - \sin^2 \alpha_2}.$$
(11)

На рис. 4 показана полученная частотная зависимость трех углов для трех серий измерений. Можно заметить, что в окрестности частот f = 0.67 - 1.32 МГц отклонение значений углов от своих средних значений существенно выше, чем в остальной области. Это связано с тем, что спектральная мощность сигнала (рис. 4г) на этих частотах мала из-за выбранной формы подаваемого импульса и особенностей преобразователя. Значения углов на разных частотах можно считать определенными независимо, поэтому, усредняя их в оптимальном диапазоне частот, можно минимизировать случайные отклонения и получить значения углов с высокой точностью. В табл. 1 приведены значения трех углов со среднеквадратичным отклонением для трех серий измерений.

Рабочий ход вдоль осей использованной в работе системы позиционирования достаточно протяженный ($\Delta L_{max}^x = 0.3 \text{ м}, \Delta L_{max}^y = 0.3 \text{ м}, \Delta L_{max}^z = 0.4 \text{ м}$), поэтому можно измерить углы перекоса оптическим методом. Для этого на системе позиционирования закреплялся лазерный источник, и в крайних положениях по каждой из осей отмечались проекции лазерного луча на прозрачные стенки водяного резервуара. Далее был определен угол между прямыми, соединяющими противо-

	α ₁ , град	α ₂ , град	α ₃ , град
Нет дополнительного перекоса	0.91 ± 0.03	0.33 ± 0.03	0.17 ± 0.06
Перекос $\Delta \alpha_3 \approx 0.8^\circ$	0.96 ± 0.08	0.26 ± 0.09	0.78 ± 0.03
Перекос $\Delta \alpha_3 \approx 1.1^\circ$	0.87 ± 0.02	0.31 ± 0.02	1.16 ± 0.02
Геометрические измерения с использованием лазера	0.95 ± 0.2	0.3 ± 0.2	0.04 ± 0.2
	0.95 ± 0.2	0.3 ± 0.2	0.7 ± 0.2
	0.95 ± 0.2	0.3 ± 0.2	1.14 ± 0.2

Таблица 1. Углы перекоса осей системы позиционирования, полученные в трех сериях измерений и измеренные геометрическим методом

положные точки, лежащие на одной оси. На рис. 4 пунктирными линиями показаны результаты таких измерений. Они хорошо согласуются с результатами расчета из голограмм табл. 1. По-грешность определения углов оптическим способом определялась размером проекции лазерного пятна и расстоянием между крайними точками, что для описываемого случая составило величину $\Delta \alpha = 0.2^{\circ}$. Для систем позиционирования с меньшим диапазоном линейных перемещений данная ошибка будет значительнее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние неортогональности осей системы позиционирования на точность пространственной характеризации акустического поля. Описан и экспериментально проверен новый способ определения отклонения осей системы позиционирования от ортогональности. Результаты эксперимента и моделирования показывают, что для достоверного определения трех углов неортогональной системы координат необходимо провести измерения при разных ориентациях голограммы и излучателя относительно системы позиционирования. Определенные таким методом углы обладают меньшей погрешностью по сравнению с геометрическим методом измерения в условиях имеющейся системы. Используя полученные данные можно легко скорректировать измеренные на данной системе позиционирования голограммы излучателей. Также следует отметить, что имеется возможность усовершенствовать данную методику, уменьшив количество измерений, для чего следует проводить

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021

измерение голограмм в плоскостях, которые не параллельны плоскостям, образованными осями системы позиционирования.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19-32-90022, 18-02-00991).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Субботин В.Г., Сапожников О.А., Цысарь С.А. // Сб. тр. XXV сессии Росс. акуст. общ. 2012. Т. 2. С. 123.
- 2. Sapozhnikov O.A., Tsysar S.A., Khokhlova V.A. et al. // JASA. 2015. V. 138. No. 3. P. 1515.
- Kreider W., Khokhlova V., Tsysar S. et al. // JASA. 2017. V. 141. No. 5. P. 4009.
- 4. Pye S.D. // Physiotherapy. 1996. V. 82. No. 1. P. 39.
- Сухоручкин Д.А., Юлдашев П.В., Цысарь С.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 578; Sukhoruchkin D.A., Yuldashev P.V., Tsysar S.A. et al. Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 5. P. 507.
- Nikolaev D., Tsysar S. Krendeleva A. et al. // POMA. 2019. V. 38. No. 045012. P. 1.
- Cathignol D., Sapozhnikov O.A. // Acoust. Phys. 1999.
 V. 45. No. 6. P. 735.
- 8. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979. 384 с.
- Schafer M.E., Lewin P.A. // JASA. 1989. V. 85. No. 5. P. 2202.
- Marhenke T., Sanabria S.J., Chintada B.R. et al. // Sensors. 2019. V. 19. P. 863.

Determination and compensation of the axes skew of three-coordinate positioning systems using the acoustic holography

D. A. Nikolaev^{a, *}, S. A. Tsysar^a, O. A. Sapozhnikov^a

^aMoscow State University, Faculty of Physics, Moscow, 119991 Russia *e-mail: da.nikolaev@physics.msu.ru

Automatic CNC 3D positioning systems are widely used to measure acoustic, especially ultrasonic fields. In practice, during mechanical assembly and operation, the orthogonality of the mechanical axes of such systems can be violated. Loss of axes orthogonality leads to noticeable errors in the field structure characterization. The paper proposes a new accurate method for measuring angles between mechanical axes and correcting introduced errors using the method of acoustic holography.

УДК 535.375:534.321.9

РЕКОНСТРУКЦИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОФИЛЯ ДАВЛЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА В ВОДЕ ПО СИГНАЛАМ ЛИДАРА КОМБИНАЦИОННОГО РАССЕЯНИЯ

© 2021 г. С. М. Першин^{1,} *, А. П. Брысев¹, М. Я. Гришин¹, В. Н. Леднёв¹, А. Ф. Бункин¹, Р. В. Клопотов¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Федеральный исследовательский центр "Институт обшей физики имени А.М. Прохорова Российской академии наук", Москва, Россия *E-mail: pershin@kapella.gpi.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Выполнена лидарная реконструкция нелинейного профиля давления в фокусе ультразвукового пучка, излученного в воду на частоте 2.0 МГц и имеющего ударный фронт с амплитудой 50 МПа. Это оказалось возможным за счет установленной связи между степенью деформации полосы валентных колебаний О–Н в спектре комбинационного рассеяния света в воде, амплитудой упругого рассеяния и давлением в точке зондирования. Профиль, полученный с помощью лидара, хорошо соответствует профилю, измеренному PVDF-гидрофоном.

DOI: 10.31857/S036767652106020X

ВВЕДЕНИЕ

Диагностика акустических полей, особенно предельно высоких интенсивностей, вплоть до кавитационного разрыва сплошности, всегда находилась в области повышенного внимания исследователей. При этом особый интерес проявлялся к развитию дистанционных оптических методов, которые позволяют визуализировать ультразвуковые поля и фронты [1, 2], а также проводить диагностику, когда применение прямых методов, например, с использованием гидрофонов, невозможно или затруднено. В работе [3] теоретически исследована корреляция значения амплитуды локального акустического давления в жидкости с параметрами лазерного излучения, рассеянного на флуктуациях оптической плотности в области сжатия-разрежения. Реконструкция волнового профиля акустической волны может быть реализована, например, за счет анализа спектра дифракции света на ультразвуке [2, 4] и последующем решении обратной задачи, однако, получаемый при этом результат не всегла олнозначен.

В данной работе для прямой реконструкции профиля давления, имеющего в фокусе ультразвукового (УЗ) пучка характерный ударный фронт, была использована величина сдвига центра огибающей полосы валентных колебаний О–Н при комбинационном рассеянии (КР) лазерных импульсов в воде (далее в тексте сокращенно – О–Н полоса КР), а также амплитуда упругого (рэлеевского) рассеяния в области акусто-оптического взаимолействия. Такой выбор обусловлен результатами работ [5-7], в которых такой сдвиг был обнаружен в воде при сжатии статическим [5, 6], а также переменным акустическим давлением ~4 МПа в фокусе УЗ пучка умеренной интенсивности [7]. Было установлено, что изменение давления проявляется в несимметричной деформации, огибающей О-Н полосы КР из-за перестройки структуры водородосвязанных комплексов в воде [8]. При этом осталось неясным, будет ли деформация огибающей полосы валентных О-Н колебаний молекул воды в спектре КР однозначно обратимой и линейной при увеличении давления до несколько десятков мегапаскалей в фокусе УЗ пучка высокой интенсивности. Таким образом, поиск ответа на этот вопрос и является одной из главных целей настоящей работы.

Следует также отметить, что сдвиг гравитационного центра О–Н полосы КР, как это ранее было статистически обосновано [9], является наиболее чувствительным параметром количественного измерения деформации О–Н полосы воды по сравнению с другими методами анализа, например, деконволюцией составными гауссовскими кривыми [5]. В работе [11] было показано, что физический смысл сдвига центра О–Н полосы КР в воде – это изменение энтропии. В акустическом



Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 - персональный компьютер, 2 - двухканальный функциональный генератор произвольных волновых форм Tektronix AFG3102, 3 - система из трех последовательно включенных усилителей мощности с оконечным усилителем OM-POWER OM3500HF (до 3.5 кВт), 4 - бассейн с водой, 5 - сфокусированный УЗ-пьезоизлучатель, 6 - один период временного профиля акустического давления, измеренный PVDF-гидрофоном в области перетяжки УЗ пучка на расстоянии 61 мм от пьезоизлучателя, 7 - собирающая линза, 8 - компактный лидар комбинационного рассеяния (9 - импульсный твердотельный Nd:YLiF4 лазер Laser Compact DTL-319QT, 10 - дифракционный спектрометр SpectraPhysics MS127i, 11 - ПЗС-камера со стробируемым усилителем яркости Andor iStar). Границы УЗ пучка условно показаны желтыми пунктирными линиями. Лазерный пучок условно показан сплошной зеленой линией. T = 170 мс – длительность одного цикла работы установки, $\tau = 35$ мкс – длительность ультразвукового радиоимпульса.

пучке умеренной интенсивности сдвиг в сторону низкочастотного крыла был обусловлен увеличением вклада низкочастотных О–Н колебаний крупноразмерных кластеров в огибающую О–Н полосы КР [7]. Отметим здесь отличительную особенность О–Н полосы в спектре КР воды, которая отсутствует в спектрах КР других жидкостей: плечо на низкочастотном крыле отражает вклад крупноразмерных водородосвязанных комплексов [8, 9]. Так, в отличие от давления [7], повышение температуры воды разрушает эти комплексы, уменьшает их вклад в огибающую и увеличивает сдвиг центра О–Н полосы КР в сторону высокочастотного крыла [9–11].

СХЕМА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Схема эксперимента, проводившегося в водном бассейне сечением 145 × 120 мм и высотой 225 мм, представлена на рис. 1. Сфокусированный ультразвуковой пучок создавался пьезокерамическим элементом, имеющим форму сферического сегмента диаметром 28 мм и рабочую частоту F = 2.0 МГц. Возбуждение ультразвукового преобразователя осуществлялось радиоимпульсами с периодом следования T = 170 мс и длительностью $\tau = 35$ мкс, синтезируемыми в функциональном генераторе Tektronix AFG 3102. Для излучения интенсивного ультразвукового пучка эти радиоимпульсы последовательно усиливались с помощью трех усилителей мощности, при этом в качестве оконечного использовалась модель OM3500HF производства компании OM-POWER, имеющая выходную мощность до 3.5 кВт.

Параметры ультразвукового поля при указанных значениях возбуждения были предварительно измерены непосредственно с помощью широкополосного (до 30 МГц) звукопрозрачного мембранного PVDF-гидрофона (GEC Marconi) с диаметром пьезоактивной зоны 0.5 мм, закрепленного на цифровом автоматизированном позиционере Welmex BiSlide. Результаты этих измерений показали, что фокальная перетяжка ультразвукового пучка расположена в области 57-70 мм от излучателя, ее диаметр составляет ~2.0 мм по уровню 0.7. Временной профиль акустического давления, показанный на рис. 1 (обозначен цифрой 6), зарегистрирован на оси пучка в области его фокальной перетяжки на расстоянии 61 мм от излучателя, а именно в точке, где перепад акустического давления максимален. Вследствие генерации гармоник при распространении в бездисперсной среде высокоинтенсивного сфокусированного ультразвукового пучка, формируется сильно нелинейный профиль акустического давления с характерным ударным фронтом длительностью не более 30 нс. За этот короткий промежуток времени акустическое давление меняется от фазы разрежения с минимумом давления ~10 МПа, до фазы сжатия с максимумом давления ~40 МПа. Таким образом, в фокусе ультразвукового пучка суммарный перепад акустического давления на ударном фронте составил весьма значительную величину ~50 МПа. Контроль температуры воды осуществлялся с точностью 0.1° С цифровым термопарным термометром, расположенном в углу бассейна, вне светового и ультразвукового пучков.

Для корректной диагностики пространственно-временного профиля ультразвуковой волны в геометрии с перпендикулярно пересекающимися лазерным и ультразвуковым пучками должно выполняться несколько условий. Во-первых, необходима временная синхронизация между ультразвуковыми и зонлирующими лазерными импульсами. что достигалось общим для них источником запуска (функциональный генератор 2 на рис. 1). Вовторых, для хорошего разрешения по времени необходимо, чтобы длительность лазерных импульсов была много меньше периода звуковой волны, равного $F^{-1} = 500$ нс, что для используемого лидара с длительностью лазерного импульса $\tau_1 \sim 10$ нс выполнялось с большим запасом. В-третьих, для хорошего пространственного разрешения необходимо, чтобы диаметр зондирующего лазерного пучка был много меньше пространственного периода ультразвуковой волны, равного 745 мкм. Для этого у входного окна бассейна размещалась фокусирующая линза с фокусным расстоянием 60 мм, за счет чего диаметр лазерной фокальной перетяжки в фокальной зоне ультразвукового пучка составлял ~75 мкм. Отметим, что в области фокусировки и одновременно пересечения ультразвукового и оптического пучков их волновые фронты имеют практически плоскую форму.

Распространение высокоинтенсивного ультразвукового пучка в воде сопровождается модуляцией ее показателя преломления в соответствии с пространственно-временным профилем давления ультразвукового поля, которое в данном случае характеризуется большими градиентами. Лазерный пучок, диаметр которого много меньше пространственного периода ультразвуковой волны, падая по нормали на такую область, испытывает эффекты рефракции и рассеяния. Фотоны, рассеянные назад из области акусто-оптического взаимодействия, регистрировали многоканальным спектроанализатором со стробируемым детектором. Начальный момент излучения лазерного импульса, задаваемый во втором канале функционального генератора AFG3102, определялся временем задержки, необходимой для того, чтобы ультразвуковой радиоимпульс достиг своей фокальной зоны. Далее задержку между импульсами ультразвука и лазера относительно ее начального значения последовательно увеличивали с шагом 50 нс при зондировании одного периода (500 нс) ультразвуковой волны, либо 20 нс при зондировании ее ударного фронта. Как будет по-



Рис. 2. Спектр комбинационного рассеяния света в воде: 1 - полоса валентных колебаний O-H, 2 - линия упругого (рэлеевского) рассеяния (*a*); подробный спектр O-H полосы KP (область, выделенная на рис. 2*a* прямоугольником): 3 - экспериментальные данные (точки) и 4 - аппроксимация гауссовой кривой (линия) (δ).

казано далее, последующий анализ сдвига центра О–Н полосы КР воды и амплитуды сигнала рэлеевского рассеяния позволял поточечно реконструировать локальный временной профиль в фокусе ультразвукового пучка, распространяющегося в воде.

Для оптического зондирования его профиля использовали лидар, состоящий из импульсного твердотельного лазера с диодной накачкой (Laser Compact DTL-319QT, $\lambda = 527$ нм, длительность импульса 10 нс, энергия в импульсе 200 мкДж, частота повторения импульсов 5 Гц) и дифракционного спектрометра (SpectraPhysics MS127i, спектральный диапазон 500-750 нм, спектральное разрешение 0.1 нм), оборудованного ПЗС-камерой со стробируемым усилителем яркости (Andor iStar, мин. длительность строба 5 нс, мин. шаг изменения длительности строба 0.25 нс). Излучение лазера направляли в бассейн с образцом и фокусировали в область перетяжки ультразвукового пучка линзой с фокусным расстоянием 60 мм. Рассеянное назад излучение собирали той же линзой и направляли на входную щель спектрометра лидара. Для каждого значения времени задержки между ультразвуковым и оптическим импульсом проводили регистрацию пяти спектров (см. рис. 2), каждый из которых был получен накоплением по 50 лазерным импульсам с тем, чтобы при дальнейшей обработке вычислить ошибку измерений.



Рис. 3. Лидарная реконструкция одного периода нелинейного профиля УЗ волны. По левой шкале: сплошная линия *1* – волновой профиль, непосредственно зарегистрированный PVDF-гидрофоном в точке лазерного зондирования. По правой шкале: круги *2* – центр О–Н полосы КР в зависимости от задержки в 50 нс между импульсами лазера и ультразвука, квадраты; *3* – центр О–Н полосы КР в отсутствии ультразвука.

Обработку зарегистрированных спектров проводили следующим образом. За сигнал упругого (рэлеевского) рассеяния был принят интеграл линии упругого рассеяния (левый пик 2 на рис. 2a) с вычетом фона. Для вычисления гравитационного центра О—Н полосы валентных колебаний (круги (3) на рис. 26,) ее аппроксимировали гауссовым профилем в области 2500—4000 см⁻¹ (линия 4 на рис. 26) и вычисляли центр аппроксимирующей кривой. Далее строили зависимости полученных сигналов от величины задержки между ультразвуковым и оптическим импульсами [9, 12].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 3 представлены результаты поточечной (с шагом 50 нс) лидарной реконструкции по сдвигу центра О–Н полосы КР (красные круги *1*, шкала справа) профиля одного периода ультразвуковой волны (линия *2*, шкала слева), зарегистрированного PVDF-гидрофоном в фокусе ультразвукового пучка. Положение центра О–Н полосы КР в отсутствии ультразвука отмечено зелеными полыми квадратами *3* на рис. 3.

Из рис. 3 видно, что изменения свойств воды в поле интенсивного ультразвукового пучка, которые проявляются в деформация О—Н полосы КР и сдвиге ее центра, хорошо коррелируют с вариацией давления, в том числе и на фронте ударной волны. Естественно ожидать, что увеличение частоты опроса (т.е. уменьшение значения шага изменения задержки между лазерным и ультразвуковыми импульсами t_{del}) повысит степень совпадения профиля, полученного при оптическом зондировании с профилем, непосредственно измеренным PVDF-гидрофоном.

Однако, повышение частоты следования импульсов лидарного зондирования и равной ей частоты следования ультразвуковых импульсов, очевидно, приводит к повышению их средней мощности и, как следствие, к нагреву воды за счет поглощения ультразвука. Это, в свою очередь, будет сопровождаться изменением скорости ультразвука, вызывающим дрейф фазы частотного наполнения ультразвукового радиоимпульса в точке измерений, а также смещением центра О-Н полосы КР с другим знаком. По этим причинам в эксперименте по более детальной реконструкции профиля акустического давления наряду с уменьшением временного интервала между точками реконструкции до значения $t_{del} = 20$ нс одновременно была ограничена временная область зондирования на профиле давления его наиболее динамично изменяющейся частью, содержащей ударный фронт.

На рис. 4 представлены результаты поточечной (с шагом $t_{del} = 20$ нс) лидарной реконструкции ударного фронта во временном профиле акустического давления в фокусе ультразвукового пучка.

Здесь в зависимости от величины задержки красными кругами (2 на рис. 4б) показан сдвиг центра О-Н полосы комбинационного рассеяния в воде в поле ультразвукового импульса и штрихпунктирной линией (4 на рис. 4б) в его отсутствие. Амплитуда сигнала рэлеевского рассеяния в относительных единицах показана зелеными квадратами (3 на рис. 4б). На оптические данные синей сплошной линией (1 на рис. 4б) наложена соответствующая часть временного профиля ультразвукового пучка (выделена красным прямоугольником на рис. 4δ), непосредственно зарегистрированная с помощью PVDF-гидрофона в той же точке поля. На рис. 46 видно, что в пределах погрешности измерений смещение центра О-Н полосы КР воды и амплитуда рэлеевского рассеяния хорошо воспроизводят временной профиль акустического давления на фронте ударной волны, полученный в той же точке с помощью PVDF-гидрофона.

Используя данные на рис. 3 и 4, можно получить количественную оценку чувствительности смещения центра О–Н полосы КР к сжатию-растяжению воды в поле интенсивного ультразвукового поля: она составила ~0.08 см⁻¹/МПа. Следует



Рис. 4. Результаты поточечной лидарной реконструкции ударного фронта во временном профиле акустического давления в фокусе УЗ пучка. Временной профиль давления в УЗ волне (*a*), лидарная реконструкция профиля давления ударной волны (выделено прямоугольником на рис. 4*a*): сплошная линия (*б*). *1* – Временной профиль давления в УЗ волне, круги *2* – смещение центра О–Н-полосы КР в поле УЗ импульса, квадраты *3* – амплитуда линии рэлеевского рассеяния, штрихпунктирная линия *4* – центр О–Н-полосы КР в отсутствии ультразвука.

Время задержки, мкс

также отметить, что амплитуда рэлеевского рассеяния является дополнительным каналом оптического зондирования вариаций давления в фокусе ультразвукового пучка в воде и в других конденсированных средах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые проведена дистанционная реконструкция нелинейного профиля акустического давления с длительностью ударного фронта не более 30 нс в фокусе ультразвукового пучка в воде по спектрам КР света в воде, измеренным компактным лидаром. Установлено, что наиболее информативным параметром в данном случае является смещение центра О–Н полосы в спектре КР воды от соответствующего равновесного значения. Амплитуда упругого рассеяния является менее чувствительным к изменению давления по сравнению со смещением центра О-Н полосы КР, но остается весьма перспективным диагностическим параметром из-за большего сечения рассеяния, чем у КР. Полученные результаты дают основание полагать, что сокращение длительности зондирующих импульсов лидара, увеличение частоты их повторения, а также уменьшение шага изменения задержки между лазерным и ультразвуковым радиоимпульсом до единиц наносекунд позволит увеличить разрешающую способность предложенного метода дистанционной лазерной диагностики быстропротекающих процессов. В частности, такого рода диагностика ударных фронтов с длительностью в единицы наносекунд на временном профиле ультразвуковых волн будет эквивалентна использованию гидрофона с гигагерцовой полосой пропускания. Таким образом, полученные результаты служат физической основой нового метода дистанционного мониторинга локальных процессов сжатия—растяжения в воде.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РНФ (проект № 19-19-00712). Авторы выражают благодарность к.т.н. Л.М. Крутянскому за помощь в технических вопросах и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Брысев А.П., Крутянский Л.М., Преображенский В.Л. // УФН. 1998. Т. 168. № 8. С. 877; Brysev А.Р., Krutyansky L.M., Preobrazhensky V.L. // Phys. Usp. 1998. V. 41. No. 8. Р. 793.
- Брысев А.П., Бункин Ф.В., Гамильтон М.Ф. и др. // Акуст. журн. 1998. Т. 44. № 6. С. 738; Brysev A.P., Bunkin F.V., Hamilton M.F. et al. // Acoust. Phys. 1998. V. 44. No. 6. P. 641.
- 3. Расковская И.Л. // Письма в ЖЭТФ. 2017. V. 106. № 2. С. 119; Raskovskaya I.L. // JETP Lett. 2017. V. 106. No. 2. Р. 131.
- 4. Шутилов В.А. // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 2. С. 231.
- Kawamoto T., Ochiai S., Kagi H. // J. Chem. Phys. 2004. V. 120. No. 13. P. 5867.
- 6. Bunkin A.F., Klinkov V.K., Lukianchenko V. et al. // Phys. Wave Phenom. 2004. V. 12. No. 4. P. 180.
- 7. Брысев А.П., Бункин А.Ф., Клопотов Р.В. и др. // Опт. и спектроск. 2002. Т. 93. № 2. С. 303; Brysev A.P., Bunkin A.F., Klopotov R.V. et al. // Opt. Spectrosc. 2002. V. 93. No. 2. P. 282.

- 8. Соколов Н.Д. Водородная связь. М.: Наука, 1981. С. 63.
- 9. Lednev V.N., Grishin M.Ya., Pershin S.M. et al. // Opt.
- Lett. 2016. V. 41. No. 20. P. 4625. 10. *Pershin S.M., Bunkin A.F.* // Phys. Vibr. 1999. V. 7. No. 4. P. 217.
- 11. Bunkin A.F., Klinkov V.K., Lednev V.N. et al. // Appl. Opt. 2012. V. 51. No. 22. P. 5477.
- 12. Першин С.М., Бункин А.Ф. // Опт. и спектроск. 1998. Т. 85. № 2. С. 209; Pershin S.M., Bunkin A.F. // Opt. Spectrosc. 1998. V. 85. Р. 190.

Reconstruction of the ultrasonic beam nonlinear pressure profile in water using signals of the Raman lidar

S. M. Pershin^{1, *}, A. P. Brysev^{1, #}, M. Ya. Grishin¹, V. N. Lednev¹, A. F. Bunkin¹, R. V. Klopotov¹

¹Prokhorov General Physics Institute of Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia *e-mail: pershin@kapella.gpi.ru

A lidar reconstruction of the nonlinear acoustic pressure profile was performed in water in a focused ultrasonic beam radiated at 2.0 MHz frequency with a shock front with 50 MPa amplitude. This was achieved due to the established relationship between the degree of the O-H stretching band deformation in water Raman spectrum, the elastic scattering line amplitude and the local pressure in the sensing point. The pressure profile constructed from the lidar data corresponds well to the profile measured by the PVDF hydrophone.
УДК 534-16

АКУСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР С РАДИАЛЬНЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

© 2021 г. А. А. Теплых^{1, *}, Б. Д. Зайцев¹, А. П. Семенов¹, И. А. Бородина¹

 $^1 \Phi$ едеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Саратовский филиал,

Саратов, Россия *E-mail: teplykhaa@mail.ru Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Приводятся результаты исследования нового типа пьезокерамического акустического дискового резонатора с радиальным возбуждающим электрическим полем. Резонатор представляет собой диск из пьезоматериала кристаллографического класса 6mm, на одну сторону которого нанесены два круглых концентрических металлических электрода с зазором между ними. Представлена модель свободного резонатора и резонатора, нагруженного пленкой конечной толщины. Рассчитаны характеристики различных мод акустических колебаний для резонаторов из пьезокерамики ЦТБС-3 при различной ширине электродов и зазора между ними.

DOI: 10.31857/S0367676521060260

введение

Одним из возможных новых применений пьезокерамических резонаторов является создание датчиков для определения акустических и электрических характеристик пленок методом широкополосной акустической резонансной спектроскопии [1–3]. Вначале измеряются резонансные частоты свободного акустического резонатора без пленки. Затем исследуемая пленка наносится на поверхность резонатора и измерение резонансных частот повторяется. По изменению значений резонансных частот и величины резонансных пиков можно судить о свойствах нанесенной пленки. Чтобы этот метод позволил определить электрические свойства пленки, электрическое поле, которое сопровождает акустические колебания, должно проникать из резонатора в пленку. Это означает, что пленка должна быть нанесена непосредственно на материал резонатора, а не на металлический электрод. Для применения метода широкополосной акустической резонансной спектроскопии необходимо уметь эффективно вычислять спектр колебаний резонатора (его собственные частоты) или отклик резонатора (его электрический импеданс) на возбуждение на определенной частоте. Наши исследования показали, что достаточно точно и эффективно можно рассчитывать колебания и электрический импеданс пьезоэлектрического диска из пьезоматериала группы 6mm, кристаллографическая ось которого совпадает с осью диска. При этом возможно математически строго учесть различное положение возбуждающих электродов и неоднородность материала диска, если это не нарушает осевую симметрию задачи [2, 3]. В данной работе предложена конструкция такого резонатора в виде диска из пьезокерамики с радиальным возбуждающим электрическим полем. Создана математическая модель этого резонатора и рассчитаны зависимости его электрического импеданса от частоты при различном расположении электродов.

МОДЕЛЬ ДИСКОВОГО ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С РАДИАЛЬНЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМ ПОЛЕМ

Рассмотрим задачу о вынужденных колебаниях круглого пьезокерамического диска, возбуждаемого парой концентрических электродов, расположенных на одной стороне диска.

Диск диаметром d и толщиной h изготовлен из пьезокерамики, принадлежащей к кристаллографическому классу 6mm. Ось поляризации керамики параллельна оси диска z. Металлические электроды шириной e_1 и e_2 располагаются на нижней стороне диска, зазор между электродами составляет g. Исследуемая пленка может располагаться на верхней стороне диска. Необходимо найти распределение акустического и электрического поля внутри диска [2, 3]. В такой постановке задача является осесимметричной и двумерной (в координатах r и z). Искомое решение может быть записано в виде:

$$u_{r} = u_{r}(r, z) \exp(i\omega t)$$

$$u_{z} = u_{z}(r, z) \exp(i\omega t)$$

$$\phi = \phi(r, z) \exp(i\omega t)$$
(1)

где u_r , u_z — радиальная и аксиальная компоненты механического смещения, ϕ — электрический потенциал, ω — круговая частота, t — время. Таким образом, в задаче необходимо учитывать только четыре компоненты деформации S, и две компоненты электрического поля E.

В рассматриваемом двумерном осесимметричном случае из тензоров материальных констант могут быть удалены некоторые строки и столбцы, и соответствующие тензоры могут быть записаны в виде [4, 5]:

$$\begin{bmatrix} c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{13} & 0 \\ c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & e_{15} \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$
$$\begin{bmatrix} \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}.$$

Материал резонатора полностью характеризуется пятью модулями упругости c_{11} , c_{12} , c_{13} , c_{33} , c_{44} , тремя пьезоэлектрическими модулями e_{15} , e_{31} , e_{33} , двумя модулями диэлектрической проницаемости ε_{11} , ε_{33} , и плотностью р. Задача описывается системой уравнений [2, 3]:

$$-\omega_{V}^{2}\int_{V} \rho\{u\}^{T}\{u\}dV + \int_{V} ([L_{u}]\{u\})^{T}[c][L_{u}]\{u\}dV + \int_{V} ([L_{u}]\{u\})^{T}[e][L\phi]\phi dV = 0$$

$$\int_{V} ([L_{\phi}]\phi)^{T}[e][L_{u}]\{u\}dV - \int_{V} ([L_{\phi}]\phi)^{T}[\varepsilon][L_{\phi}]\phi dV = 0$$
(3)

со следующими граничными условиями. На оси диска задано механическое граничное условие:

$$u_r = 0|_{r=0}$$
. (4)

На нижней стороне диска на электродах явно задано значение электрического потенциала:

$$\varphi = +V|_{r \in e_1, z = -h/2}, \quad \varphi = -V|_{r \in e_2, z = -h/2}.$$
 (5)

Остальная поверхность диска, за исключением верхней стороны, механически и электрически свободна. Для верхней стороны диска возможны два случая.

В первом случае верхняя сторона диска также механически и электрически свободна, на ней действуют такие же граничные условия, как на остальной свободной части поверхности:

$$T_{ij}n_j = 0, \quad D_jn_j = 0|_{z=h/2},$$
 (6)

где T — механическое напряжение, D — электрическая индукция, n — вектор нормали к поверхности диска. Решение задачи в случае свободного диска методом конечных элементов позволяет вычислить электрический импеданс свободного диска для заданной частоты с учетом известных материальных констант. Решение обратной задачи для этого случая позволяет уточнить материальные константы пьезокерамики, из которой изготовлен диск.

Во втором случае на верхней стороне диска расположен слой изотропного вязкоупругого материала толщиной h^f [3]. Материал характеризуется плотностью ρ^f , двумя материальными константами упругости c_{11}^f , c_{44}^f , механической вязкостью η^f , диэлектрической проницаемостью ε^f и электрической проводимостью σ^f . Соответствующие эффективные тензоры могут быть записаны в виде:

$$\begin{bmatrix} c^{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{f} & c_{11}^{f} - 2c_{44}^{f} & c_{11}^{f} - 2c_{44}^{f} & 0 \\ c_{11}^{f} - 2c_{44}^{f} & c_{11}^{f} & c_{11}^{f} - 2c_{44}^{f} & 0 \\ c_{11}^{f} - 2c_{44}^{f} & c_{11}^{f} - 2c_{44}^{f} & c_{11}^{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^{f} \end{bmatrix} \times$$
(7)
$$\times (1 + i\omega\eta^{f}), \quad \left[\varepsilon^{f}\right] = \begin{bmatrix} \varepsilon^{f} - \frac{i\sigma^{f}}{\omega} & 0 \\ 0 & \varepsilon^{f} - \frac{i\sigma^{f}}{\omega} \end{bmatrix}.$$

Распределение акустического и электрического поля внутри слоя описывается системой уравнений

$$-\omega_{V}^{2}\int_{V}\rho^{f}\{u\}^{T}\{u\}dV + \int_{V}([L_{u}]\{u\})^{T}[c^{f}][L_{u}]\{u\}dV = 0 \\ -\int_{V}([L_{\varphi}]\varphi)^{T}[\varepsilon^{f}][L_{\varphi}]\varphi dV = 0 \right\},(8)$$

которая сопрягается с распределением соответствующих полей внутри пьезодиска при помощи граничных условий неразрывности:

$$u_{i} - u_{i}^{f} = 0, \left(T_{ij} - T_{ij}^{f}\right)n_{j} = 0, \quad \varphi - \varphi^{f} = 0, \quad (9)$$
$$\left(D_{j} - D_{j}^{f}\right)n_{j} = 0\Big|_{z=h/2}.$$

Решение данной задачи методом конечных элементов позволяет вычислить электрический импеданс диска, покрытого пленкой, для заданной частоты с учетом известных материальных констант диска и пленки. Решение обратной задачи для этого случая с учетом уточненных материальных констант пьезокерамики диска позволяет определить материальные константы пленки, которой покрыта верхняя сторона диска.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И РАСЧЕТОВ ДИСКОВОГО РЕЗОНАТОРА С РАДИАЛЬНЫМ ВОЗБУЖДАЮЩИМ ПОЛЕМ ИЗ ПЬЕЗОКЕРАМИКИ ЦТБС-3

В эксперименте использовался круглый резонатор из пьезокерамики ЦТБС-3 диаметром 21.89 мм и толщиной около 2 мм производства ООО "Аврора-ЭЛМА", г. Волгоград. С торцов резонатора были механически удалены заводские электроды, в результате толщина диска уменьшилась до 1.46 мм. Затем на один торец были нанесены два концентрических алюминиевых электрода, как показано на рис. 16. Внутренний электрода имел диаметр $e_1 = 10.0$ мм, зазор между электродами составлял g = 1.0 мм. При помощи анализатора импеданса Agilent Е4990а была измерена реальная и мнимая части электрического импеданса данного резонатора от частоты f в диапазоне 50–1450 кГц.

При помоши вышеописанного метола был рассчитан электрический импеданс резонатора, геометрия которого (диаметр, толщина, расположение электродов) соответствовала экспериментальному образцу. Расчет проводился в том же частотном диапазоне, при этом параметры керамики были взяты из литературы [6]. Плотность пьезокерамики была измерена в лаборатории и оказалась равна $\rho = 7240 \text{ кг/м}^3$. Положения резонансных пиков на теоретической и экспериментальной зависимостях не совпали, что объясняется несоответствием материальных констант, использованных для расчета реальным материальным константам данного образца. Уточненные значения материальных констант были определены при помощи алгоритма Нелдера-Мида [7]. Целевая функция, которую минимизировал алгоритм, записывалась в виде:

$$F = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\lg \left| Z_i^e \right| - \lg \left| Z_i^t \right| \right)^2}, \tag{10}$$

где $|Z_i^e|$ и $|Z_i'|$ – измеренный и рассчитанный модуль импеданса на частоте f_i , соответственно, n – количество точек измерения. Преимущество выбранного алгоритма состоит в том, что он не требует вычисления производных минимизируемой функции. В результате работы алгоритма (процедуры фиттинга) были получены уточненные зна-



Рис. 1. Геометрия задачи. Вид резонатора сбоку (*a*) и снизу (*б*). *1* – Пьезокерамика, *2* – электроды, *3* – пленка.

чения материальных констант данного образца пьезокерамики. Исходные и уточненные в результате процедуры фиттинга материальные константы представлены в табл. 1.

Используя уточненные значения материальных констант пьезокерамики резонатора, было проведено исследование зависимостей его резонансных частот от положения и ширины зазора между электродами. На рис. 2 показаны зависимости частоты параллельного резонанса f_{par} и значения R_{max} на этой частоте от диаметра внутреннего электрода e_1 для первых 9 мод колебаний резонатора при ширине зазора g = 1 мм.

На рис. 3 показаны зависимости частоты параллельного резонанса f_{par} и R_{max} на этой частоте от зазора g между электродами для первых 9 мод колебаний резонатора, при этом диаметр внутреннего электрода $e_1 = 11 - g$ мм. Как видно изменение параметров e_1 и g слабо влияет на резонансные частоты, однако оказывает сильное влияние на значение R_{max} . С ростом g значение R_{max} увеличивается, зависимость R_{max} от e_1 немонотонна.

Одновременно были определены частоты параллельных и последовательных резонансов для 9 низших мод колебаний исследуемого резонатора. Это позволило определить коэффициент элек-

871

Константа	Исходное значение	Уточненное значение	Разница, %
c_{11} , ×10 ¹⁰ Па	15.1	15.17	0.46
$c_{12}, \times 10^{10} \Pi a$	7.9	8.30	5.06
c_{13} , ×10 ¹⁰ Па	8.0	8.53	6.62
c_{33} , ×10 ¹⁰ Па	13.6	13.34	-1.91
$c_{44}, \times 10^{10} \Pi a$	2.9	2.74	-5.52
<i>e</i> ₁₅ , Кл/м ²	15.4	16.73	8.64
<i>e</i> ₃₁ , Кл/м ²	-7.9	-6.48	-17.97
е ₃₃ , Кл/м ²	17.7	20.29	14.63
$\varepsilon_{11}/\varepsilon_0$	1610	1808	12.30
ϵ_{33}/ϵ_0	1280	1211	-5.39

Таблица 1. Результат уточнения материальных констант пьезокерамики ЦТБС-3

тромеханической связи k^2 для этих мод, используя известное соотношение [8]:



Здесь f_p — частота параллельного резонанса, f_s — частота последовательного резонанса. В результате были определены зависимости k^2 от положения зазора между электродами шириной g = 1 мм (рис. 4*a*) и от ширины зазора между электродами



Рис. 2. Зависимости частоты параллельного резонанса $f_{par}(a)$ и значения R_{max} на этой частоте (δ) от диаметра внутреннего электрода. Цифры на графике обозначают номер моды колебания в порядке возрастания частоты.



Рис. 3. Зависимости частоты параллельного резонанса $f_{par}(a)$ и значения R_{max} на этой частоте (δ) от зазора между электродами. Цифры на графике обозначают номер моды колебания в порядке возрастания частоты.

872



Рис. 4. Зависимости коэффициента электромеханической связи от: (*a*) положения зазора между электродами e_1 ; (*б*) ширины зазора между электродами *g*. Цифры на графике обозначают номер моды колебания в порядке возрастания частоты. Значение k^2 первых 3 мод близко к 0, на графике не показано.

(рис. 46), при условии, что диаметр внутреннего электрода $e_1 = 11 - g$ мм.

Коэффициент электромеханической связи для трех низших мод оказался близок к 0 и на рисунках не показан. Максимум k^2 достигает 10%, что превышает значение этого коэффициента для резонатора с поперечным электрическим полем, рассмотренного в [9]. При этом, в отличие от [9], не требуется подавление паразитных колебаний путем нанесения поглощающего слоя, поскольку для успешного определения значений материальных констант требуется возбуждение нескольких мод колебаний на различных частотах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлена конечно-элементная модель свободного дискового резонатора с радиальным возбуждающим электрическим полем, а также резонатора, нагруженного вязкоупругой пленкой с конечной проводимостью. Применение процедуры фиттинга позволило уточнить значения материальных констант образца пьезокерамики ЦТБС-3, из которой был изготовлен экспериментальный образец. Расчеты показали, что ширина зазора между электродами оказывает сильное влияние на величину его импеданса.

Полученные результаты показывают, что коэффициент электромеханической связи для некоторых низших мод и конфигурации электродов рассмотренного резонатора может достигать 10%. При этом зависимости k^2 от положения и ширины зазора немонотонны и максимум достигается в узком диапазоне рассмотренных значений. Наибольшей пьезоактивностью обладает мода с $f_p = 530-550$ кГц. Все рассмотренные моды имеют смешанный тип поляризации: поверхность свободного торца резонатора смещается как в радиальном, так и в аксиальном направлении. Это означает, что возможно применение данного типа резонатора в качестве излучателя или приемника ультразвука в жидкости. Эти выводы будут подвергнуты дальнейшей экспериментальной проверке.

Работа частично финансировалась Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в качестве государственного задания, частично — Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 20-07-00602).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Tohmyoh H., Imaizumi T., Saka M. // Rev. Sci. Instrum. 2006. V. 77. Art. No. 104901.
- Теплых А.А., Зайцев Б.Д., Шихабудинов А.М., Бородина И.А. // Уч. зап. физ. фак-та МГУ. 2017. Т. 5. С. 1751312.
- 3. Teplykh A., Zaitsev B., Borodina I. et al. // ITM Web Conf. 2019. V. 30. Art. No. 07002.
- 4. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. М.: Мир, 1979. 392 с.
- 5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 541 с.
- 6. *Пугачев С.И*. Пьезокерамические преобразователи. Методы измерения и расчет параметров. Справочник. Ленинград: Судостроение, 1984. 256 с.
- 7. *Nelder J.A., Mead R. //* Comput. J. 1965. V. 7. No. 4. P. 308.
- 8. IEEE Standard on Piezoelectricity 176-1987.
- Зайцев Б.Д., Шихабудинов А.М., Теплых А.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1350; Zaitsev B.D., Shikhabudinov A.M., Teplykh A.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1218.

ТЕПЛЫХ и др.

Acoustic resonator with a radial exciting electric field

A. A. Teplykh^{a, *}, B. D. Zaitsev^a, A. P. Semyonov^a, I. A. Borodina^a

^aSaratov branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics RAS, Saratov, 410019 Russia *e-mail: teplykhaa@mail.ru

We present a new type of piezoceramic acoustic disk resonator with a radial exciting electric field. The resonator is a disc made of a 6mm crystallographic material with two round concentric metal electrodes with a gap between them placed on one side of the disk. A model of a free resonator and a resonator loaded with a film of finite thickness is presented. The characteristics of various acoustic modes for resonators made of piezoelectric ceramics CTBS-3 are calculated for different widths of electrodes and the gap between them. УДК 534.8:534.7

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ БРЮШНОЙ СТЕНКИ НА ФОКУСИРОВКУ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПУЧКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПОЛОЖЕНИЯХ ИЗЛУЧАТЕЛЯ

© 2021 г. А. С. Бобина^{1, *}, П. Б. Росницкий¹, Т. Д. Хохлова², П. В. Юлдашев¹, В. А. Хохлова¹

¹Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

²Университет штата Вашингтон, Медицинская школа, Департамент гастроэнтерологии, Сиэтл, США

**E-mail: bobina.as14@physics.msu.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты исследования влияния акустических неоднородностей брюшной стенки на фокусировку мощного ультразвукового пучка в зависимости от положения излучателя. Выполнено численное моделирование сфокусированного пучка, создаваемого излучателем с частотой 1 МГц, с использованием акустической модели торса человека, полученной при помощи компьютерной томографии. Обнаружены эффекты смещения фокального максимума поля интенсивности в пространстве и уменьшения максимально достижимой интенсивности в пучке при фокусировке через акустически-неоднородную брюшную стенку, а также определено наиболее выигрышное расположение излучателя относительно тела человека для минимизации искажений акустического поля.

DOI: 10.31857/S0367676521060053

ВВЕДЕНИЕ

Последние два десятилетия наблюдается быстрое развитие методов неинвазивной ультразвуковой хирургии с помощью высокоинтенсивного сфокусированного ультразвука (HIFU) [1]. При этом терапевтический эффект осуществляется либо за счет нагрева ткани и ее тепловой денатурации, либо посредством механического разрушения ("гистотрипсии") ткани на фрагменты субклеточных размеров [2–4]. Область применения HIFU методов гистотрипсии очень обширна и включает, например, лечение опухолей печени и почек, а также ликвификацию абдоминальных гематом [5, 6].

Общий подход к осуществлению HIFU состоит в фокусировке ультразвукового пучка в заданную область тела через согласующую среду и лежащие на пути ткани. К преимуществам метода относятся неинвазивность, отсутствие требования стерильной операционной, уменьшение риска заражения во время операции, возможное ускоренное восстановление пациента после манипуляций [1, 5]. В то же время, одним из существенных ограничений метода HIFU в настоящее время является отсутствие надежных методов предварительного планирования оперативного вмешательства для каждого конкретного случая. Поэтому одной из важных задач в неинвазивной ультразвуковой хирургии является разработка методов планирования безопасных и эффективных протоколов терапевтического воздействия.

Для решения этой задачи необходимо иметь количественную информацию о параметрах ультразвукового поля в теле человека. Экспериментальное определение таких параметров в клинических условиях не представляется возможным. Альтернативным способом является использование методов численного эксперимента [7–9]. Задача о прохождении пучка в теле человека осложняется тем, что различие в акустических свойствах разных биологических тканей и органов делает среду распространения неоднородной, что может приводить к искажению структуры фокального пятна, а также к смещению положения фокуса за счет эффектов рефракции [10, 11]. Отдельной задачей является определение акустических свойств различных тканей пациента тем или иным методом.

В наших предыдущих работах рассматривалась задача облучения почки человека [12]. Была промоделирована фокусировка ультразвукового пучка с использованием акустической модели, созданной на основании данных компьютерной томографии. Результаты моделирования показали,

Рис. 1. Геометрия фокусировки ультразвукового пучка в теле человека с гематомой в области брюшной

что за счет рефракции на неоднородностях ткани фокальный максимум смещается, и его форма искажается относительно фокального максимума в однородной среде. При этом эффективность и точность терапевтического воздействия снижается. В связи с этим возникает задача разработки методов компенсации или уменьшения искажений, вносимых неоднородной средой.

В работе решалась задача по исследованию влияния неоднородностей брюшной стенки на фокусировку ультразвука в зависимости от положения и ориентации излучателя относительно тела человека [13, 14]. Задача рассматривалась на примере использования HIFU облучения для ликвификации абдоминальных гематом (рис. 1). В клинических условиях лечение предполагается проводить следующим способом: мощный ультразвуковой пучок фокусируется в некоторую область гематомы за брюшной стенкой (рис. 1). Под его воздействием в режиме гистотрипсии происходит разжижение гематомы. Для отведения образовавшихся продуктов разрушения в область облучения вставляется тонкая игла и производится аспирация содержимого [6]. Мы рассматривали случай, когда гематома располагается за брюшной стенкой недалеко (5-6 см) от поверхности кожи. На первом этапе исследования задача решалась в линейном приближении.

АКУСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА

Важным шагом в работе является создание и подготовка реалистичной модели акустически неоднородного торса человека с гематомой, так как для построения численного решения соответствующих модельных уравнений в некоторой области необходимо знание всех акустических параметров ткани как функций координат. Такими параметрами в случае линейной модели распространения волны служат скорость звука, плотность и коэффициент поглощения. Биологическая среда является неоднородной по отношению к данным характеристикам. Внутри мягких тканей скорость звука и плотность связаны с относительными пропорциями воды, белка (коллаген и гемоглобин) и липидов, и, следовательно, по своей природе неоднородны [10, 11, 14]. Высокое содержание белка в ткани увеличивает скорость звука и плотность по сравнению с этими же параметрами в воде или крови, в то время как при высоком содержании липидов они становятся ниже, например, в жире.

Пространственные распределения акустических параметров были получены из данных компьютерной томографии торса тела человека. Компьютерная томография (КТ) является одним из наиболее успешных методов неразрушающего послойного исследования внутренней структуры тела человека. Метод основан на измерении и компьютерной обработке разности ослабления рентгеновского излучения различными по плотности и составу тканями [15]. Из КТ изображений, яркость которых описывается по шкале Хаунсфилда, можно восстановить плотность тканей в каждой точке тела пациента [15].

Анализ плотности и скорости звука различных тканей показал, что эти два параметра сильно коррелируют друг с другом и между ними можно установить линейную зависимость [16]. Пользуясь установленными соотношениями, можно восстановить распределение скорости звука в каждой точке акустической модели. С другой стороны, было выявлено, что коэффициент поглощения плохо коррелирует с плотностью, поэтому восстановление этого параметра приходится проводить другим методом. С этой целью выполнялась сегментация акустической модели, то есть выделение различных типов тканей и органов с присвоением им определенного номера. Из изображений КТ, полученных на основе выбора пороговых значений скорости звука, были выделены по типам ткани: кожа, жир, мышцы, гематома, кость [12]. При построении трехмерных матриц акустических параметров отсегментированным областям были присвоены известные из литературы значения коэффициента поглощения [17]. Далее работа велась только с отсегментированными данными и двумя матрицами, содержащими распределения скорости звука и плотности в среде.

Данные акустической модели неоднородной среды были получены с шагами дискретизации изображений КТ в декартовой системе координат



стенки.

по направлениям *x* и *y* с шагами $\Delta x = \Delta y = 0.77$ мм (поперек торса) и по направлению z с шагом $\Delta z =$ = 2.5 мм (вдоль торса). Такой шаг матрицы неоднородностей является достаточно крупным и сравнимым с размерами фокальной области ультразвукового пучка. Поэтому, если непосредственно использовать такую матрицу в акустическом моделировании, то анализ изменения формы фокуса, образования побочных максимумов и других важных характеристик становится невозможным. Для обеспечения точности расчетов акустического поля было проведено уменьшение шагов дискретизации до значений $\Delta x = \Delta y = \Delta z =$ = 0.5 мм с использованием метода трилинейной интерполяции, реализованного в среде MathLab. Далее распределения акустических параметров среды переносились на численную сетку в декартовой системе координат, связанной с излучателем, в которой ось z направлена вдоль оси ультразвукового пучка (рис. 1).

При определении наиболее выигрышного направления облучения, важно избегать попадания ультразвукового пучка на кости и воздухсодержащие органы пациента. Кости сильно поглощают и отражают ультразвук, что может привести к их перегреву и ожогам. Наличие пузырьков воздуха на пути ультразвукового пучка вызывает его отражение и рассеяние. Расположение излучателя таким образом, чтобы создаваемый им пучок проходил самый короткий путь через мягкие ткани до точки фокуса, представляется наиболее выигрышным решением. Это позволяет уменьшить эффекты поглощения в ткани и эффекты рефракции, приволяшие к смешению фокуса. В качестве объекта терапевтического воздействия HIFU рассматривается гематома, располагающаяся за брюшной стенкой человека, которая является "простым" объектом облучения, потому что находится непосредственно около кожи, далеко от ребер и тазовых костей, а также далеко от воздушных полостей, образуемых в кишечнике и других газосодержащих органах. Основным параметром выбора оптимального расположения излучателя стал угол, при котором ультразвуковой пучок проникает в мягкие ткани практически перпендикулярно к поверхности кожи.

После выбора области и направления облучения 3D матрица акустических параметров, полученных из КТ изображения, поворачивалась так, чтобы ось *z* новой системы координат совпадала с осью ультразвукового пучка. С точки зрения математического моделирования осуществляется поворот не излучателя относительно модели, а торса человека относительно главной оси излучателя. Для этого необходимо имеющиеся 3D матрицы, содержащие в себе информацию о значениях скорости звука, плотности и коэффициента

поглощения в каждом объеме 0.5 мм × 0.5 мм × × 0.5 мм среды облучения в имеюшейся системе координат, перевести в новую систему координат. Как правило, для этого используют матрицу поворота – матрицу, которая используется для выполнения собственного ортогонального преобразования в евклидовом пространстве и содержащую в себе информацию о величине угла поворота и оси. относительно которой совершается вращение. Соответственно, любое вращение в трехмерном пространстве может быть представлено как композиция поворотов вокруг трех ортогональных осей. Композиция представляет собой матрицу, являющуюся результатом произведения соответствующих трех матриц поворота для каждой оси. Для удобства, матрицу вращения выражают через углы Эйлера – углы, описывающие поворот абсолютно твердого тела в трехмерном евклидовом пространстве. Это углы, которые соответствуют вращению относительно одной из осей, а повороты вокруг каждой из осей осуществляются последовательно. Сначала поворот осуществлялся относительно оси Оζ на угол α, который называют углом прецессии, затем – относительно "новой" оси Ох' (образованной после первого поворота) на угол В, называемый углом нутации, а последний поворот – относительно "новейшей" оси Oz (образованной после первого и второго поворотов) на угол у, называемый углом собственного вращения. Для каждого этапа вращения можно написать свою матрицу поворота:

$$R_{z}(-\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$R_{x}(-\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & \sin(\beta) \\ 0 & -\sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix},$$
(1)
$$R_{x}(-\gamma) = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Где результирующую матрицу поворота можно получить путем перемножения этих трех матриц:

$$R = R_z(-\alpha)R_x(-\beta)R_z(-\gamma).$$
(2)

Результирующая матрица (2) и была использована для пересчета координат из имеющейся системы в выбранную как "наиболее выигрышную". Выбор угла основывался на использовании одного из нескольких наиболее вероятных предполагаемых расположений, где соблюдалась максимальная перпендикулярность пучка к коже. Результат поворота показан на рис. 2, где рис. 2*a* соответствует положению излучателя до поворота, а



Рис. 2. Результаты поворота сегментированной 3D матрицы с гематомой брюшной стенки. Положение 1 – до поворота (*a*) и положение 2 – после поворота (*б*). Белым цветом выделена гематома, черным – излучатель, различными оттенками серого отображена вода и другие органы.

рис. 26 — после поворота. Белым цветом выделена гематома, а черным — излучатель. Все остальные типы биологических тканей и согласующая среда (вода) показаны в различных оттенках серого.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ПАРАМЕТРЫ ФОКУСИРОВКИ

Моделирование распространения ультразвукового пучка с частотой $f_0 = 1$ МГц в неоднородной биологической ткани проводилось с использованием программного обеспечения k-Wave: свободно доступного инструментария для среды MathLab, предназначенного для описания акустических волновых полей [18]. Численные методы, заложенные в k-Wave, позволяют выполнить моделирование акустических волн в неоднородных средах со степенным законом поглощения [19]. В общем случае для расчета поля высокоинтенсивной ультразвуковой волны в теле человека, определяющие уравнения должны учитывать комбинированные эффекты дифракции, нелинейности, поглощения, дисперсии и неоднородности акустической среды, т.е. различие в акустических параметрах тканей и органов, таких как скорость звука, плотность, поглощение и параметр нелинейности. Соответствующие уравнения могут быть записаны в виде системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. В нашей работе используется линеаризованный вид данных уравнений:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \vec{u} - \vec{u} \nabla \rho_0,$$

$$p = c_0^2 \left(\rho + \vec{d} \nabla \rho_0 - \frac{\delta}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} \right).$$
(3)

Здесь \vec{u} – вектор колебательной скорости в среде, \vec{d} – вектор смещения частиц среды, *p* – акустическое давление, $\rho - \phi$ луктуации плотности, $\rho_0(\vec{r})$, $c_0(\vec{r})$ и $\delta(\vec{r})$ – равновесные плотность, скорость звука и диссипативный коэффициент неоднородной среды, соответственно, \vec{r} – радиус-вектор. Диссипативный коэффициент δ полагался равным нулю в воле, а лля сегментов неолноролной брюшной стенки использовалась однозначная связь $\delta = 2\alpha c_0/(2\pi f_0)$ между диссипативным коэффициентом б и коэффициентом поглощения на частоте $f_0 = 1$ МГц, полученным из литературы [17]. Значения коэффициентов поглощения, диапазоны скоростей звука и плотностей различных мягких тканей, использовавшихся в модели тела человека, представлены в табл. 1.

Систему (3) решали с использованием псевдоспектрального метода, где пространственные градиенты акустического поля рассчитываются в k-пространстве на основе преобразования Фурье, а двухслойная схема интегрирования по времени включает поправку для компенсации численной дисперсии. При моделировании рассматривали излучатель с рабочей частотой 1 МГц, фокусным расстоянием 85 мм, диаметром центрального отверстия 30 мм и апертурой 85 мм. Граничное условие в виде начальной колебательной скорости на плоскости z = 0 рассчитывали с помощью интеграла Рэлея для шага сетки 0.5 мм в предположении равномерности амплитуды нормальной составляющей скорости колебаний поверхности излучателя. Фокусировка пучка осуществлялась в область гематомы на глубину 64 мм в положении до поворота (рис. 2а) и на 55 мм в положении после поворота (рис. 26). Изменяя направление



Рис. 3. Результаты линейного моделирования фокусировки пучка в воде и в неоднородной ткани. Распределения интенсивности, нормированной на интенсивность на излучателе: (*a*) вдоль оси пучка z, (*b*) и (*b*) в фокальной плоскости в направлениях *x* и *y* соответственно. Кривые соответствуют следующим вариантам расчета поля: (*I*) в воде, псевдоспектральная модель k-Wave; (*2*) в воде, модель интеграла Рэлея; (*3*) в неоднородной среде до поворота матрицы КТ без учета поглощения, модель k-Wave; (*4*) в неоднородной среде, до поворота, с поглощением, модель k-Wave; (*5*) в неоднородной среде, после поворота, с поглощением, модель k-Wave.

прохождения волны через границу воды и кожи, можно было определить оптимальное расположение излучателя, при котором поле акустического давления было бы по амплитуде и форме наиболее близким к амплитуде и форме поля при фокусировке в однородной среде (воде). Расчеты проводили в системе координат, связанной с излучателем. Пространственные распределения акустических параметров поворачивали на заданные углы вокруг точки геометрического фокуса излучателя (рис. 2), после чего определяли параметры среды в узлах численной сетки, связанной с излучателем. Результаты расчетов акустического поля для каждого угла сравнивали между собой.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты моделирования представлены на рис. 3, где показаны пространственные распределения интенсивности, нормированной на интенсивность на излучателе, вдоль осей z (рис. 3a), x (рис. 3δ), y (рис. 3ε), и на рис. 4, где показаны пространственные распределения амплитуды давления поля, нормированной на давление на излучателе, в осевых плоскостях излучателя xz и yz, и в фокальной плоскости xy для случаев различного расположения излучателя относительно тела, а также в однородной среде (воде). Для проверки правильности и точности численных расчетов показано также аналитическое решение на оси пучка, полученное с помощью интеграла Релея в воде

Тип ткани	<i>с</i> ₀ , м/с	ρ ₀ , κγ/m ³	α, дБ/м
Вода	1500	1000	0
Кожа	1580-1630	1090	182.4
Жировая ткань	1450-1480	950	38.2
Костная ткань	≥2000	≥1800	1311.6
Гематома (сгусток крови)	1580-1630	1060	26.05
Мышцы	1550-1580	1050	104.23

Таблица 1. Значения акустических параметров мягких тканей в модели [16]



Рис. 4. Результаты линейного моделирования поля излучателя в воде (a, b, b) и неоднородной поглощающей ткани (e, d, e - do) поворота; \mathcal{H} , \mathcal{H} , u - nocne nobopota). Распределения амплитуды давления, нормированной на амплитуду давления на излучателе построены в аксиальных плоскостях yz (a, e, \mathcal{H}) , xz (b, d, s) и фокальной плоскости xy (e, e, u).

(рис. 3). Данный график практически полностью совпадает с графиком решения для поля интенсивностей в воде, полученного методом k-Wave, что показывает корректность работы программы и позволяет использовать ее и для более сложных случаев, где аналитическое решение рассчитано быть не может.

На рис. 4a-4a показаны пространственные распределения амплитуды давления поля, нормированной на давление на излучателе, в однородной среде без поглощения (воде), которые в данной работе считаются "эталонными". При положении излучателя как на рис. 2a (до поворота), акустическое поле в гематоме представлено на рис. 4z-4e, а при положении как на рис. 2b (после поворота) – на рис. 4m-4u. Видно, что в присутствии неоднородностей происходит искажение фокального максимума - он изменяет форму и смещается из исходного положения на оси излучателя (рис. 4r-4e и 4m-4u) в сравнении со случаем в воде (рис. 4a - 4e). Когда облучение идет под наклоном к поверхности кожи (рис. 2а), фокальное пятно искажается из-за преломления лучей на границах слоев ткани, а также смещается от оси пучка по направлениям x и y на 0.5 мм (рис. 3 δ , 3 θ), а вдоль z- на 3.5 мм ближе к излучателю (рис. 3*a*). Кроме того, рефракция на неоднородностях ткани совместно с поглощением приводят к уменьшению амплитуды давления в фокусе, что затрудняет реализацию терапевтического воздействия ультразвука на ткань. В положении, когда ось пучка перпендикулярна касательной к поверхности кожи (рис. 2δ) — фокальное пятно практически не меняет форму и смещается вдоль оси пучка z на 2 мм ближе к излучателю (рис. 3a). При этом величина смещения по оси *у* составляет порядка 0.5 мм, в то время как по оси *x* смещение фокуса практически отсутствует (рис. 36, 3e).

При фокусировке под углом интенсивность в фокусе уменьшается на 83% (рис. 2a) относительно фокусировки в воде, в то время как при фокусировке перпендикулярно поверхности кожи (положение излучателя как на рис. 2δ) — на 51%, что можно заметить на всех графиках рис. 3. Соответственно, после подбора более выигрышного положения интенсивность в фокусе выросла больше чем на 30% по сравнению с интенсивностью в фокусе при положении до поворота.

Была также проведена оценка вклада поглощения в общие потери интенсивности в фокусе. Для этого был промоделирован случай фокусировки в неоднородной среде с нулевым поглощением при положении излучателя в позиции до поворота (рис. 3). Было показано, что вклад в потери от поглощения составляет 63% от всех потерь по интенсивности в фокусе. Однако в других случаях неоднородности брюшной стенки или при более глубоком залегании фокуса вклады поглощения и рефракции в потери могут меняться. В будущих работах планируется изучение более сложных случаев расположения гематом в теле человека, однако уже на рассмотренном случае, который можно классифицировать как "простой", подтверждается важность и эффективность предварительного планирования оперативного вмешательства с подбором оптимального пути облучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе численного решения уравнений линейной акустики в неоднородной среде с частотно-зависимым поглощением с использованием пакета k-Wave была построена теоретическая модель для описания фокусировки ультразвуковых пучков в неоднородных мягких тканях тела человека. Проведено моделирование ультразвукового пучка, создаваемого терапевтическим излучателем, при фокусировке в область абдоминальной гематомы на глубину 55 и 64 мм в зависимости от положения излучателя. Показано, что уменьшение интенсивности в точке фокуса может достигать около 80% за счет поглощения ткани и эффектов аберраций пучка в неоднородной среде по сравнению с фокусировкой в воде. Примерно половину от этих потерь составляет непосредственно поглощение, которое можно компенсировать увеличением мощности на излучателе. Преломление пучка на поверхности тела и неоднородности скорости звука при распространении волны приводят к смещению точки фокуса в продольном и поперечном направлениях на расстояние до 1 мм, а также к искажению формы фокального пятна. Влияние данных эффектов зависит от расположения излучателя, что необходимо учитывать при разработке протоколов ультразвукового облучения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 20-02-00210а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гаврилов Л.Р. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине. М.: Фазис, 2013.
- Бэйли М.Р., Хохлова В.А., Сапожников О.А. и др. // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 4. С. 437.
- 3. *Maxwell A., Sapozhnikov O., Bailey M. et al.* // Acoust. Today. 2012. V. 8. No. 4. P. 24.
- Khokhlova V.A., Fowlkes J.B., Roberts W.W. et al. // Int. J. Hyperth. 2015. V. 31. No. 2. P. 145.
- Dubinsky T.J., Cuevas C., Dighe M.K. et al. // Amer. J. Roentgenol. 2008. V. 190. P. 191.
- 6. Khokhlova T.D., Monsky W.L., Haider Y.A. et al. // Ultrasound Med. Biol. 2016. V. 42. No. 7. P. 1491.
- 7. *Gu J., Jing Y. //* IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2015. V. 62. No. 11. P. 1979.
- Jing Y., Cleveland R.O. // J. Acoust. Soc. Amer. 2007. V. 122. P. 1352.
- Швецов И.А., Щербинин С.А., Астафьев П.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 3. С. 405; Shvetsov I.A., Shcherbinin S.A., Astafiev P.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 3. P. 355.
- Varslot T., Taraldsen G. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Contr. 2005. V. 52. No. 9. P. 1473.
- Сухоручкин Д.А., Юлдашев П.В., Цысарь С.А. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 578; Sukhoruchkin D.A., Yuldashev P.V., Tsysar S.A. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 3. P. 507.
- Бобина А.С., Хохлова В.А., Юлдашев П.В. // Сб. тр. XVI Всерос. шк.-сем. "Физика и применение микроволн" (Москва, 2017). С. 7.
- Mast T.D., Hinkelman L.M., Orr M.J. et al. // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 102. P. 1177.
- Treeby B.E., Cox B.T. // J. Biomed. Opt. 2010. V. 15. No. 2. Art. No. 021314.
- Schneideryx U., Pedroni E. // Phys. Med. Biol. 1996. V. 41. P. 111.
- 16. Mast T.D. // ARLO. 2000. V. 1. No. 2. P. 37.
- 17. *Duck F.A.* Physical properties of tissue: a comprehensive reference book. London: Academic Press, 1990.
- 18. http://www.k-wave.org.
- Jaros J., Rendell A.P., Treeby B.E. // Int. J. High Perform. C. 2016. V. 30. No. 2. P. 137.

Effect of abdominal wall inhomogeneities on the focusing of the ultrasonic beam at different positions of the transducer

A. S. Bobina^{a, *}, P. B. Rosnitskiy^a, T. D. Khokhlova^b, P. V. Yuldashev^a, V. A. Khokhlova^a

^aLomonosov Moscow State University, Physics Faculty, Moscow, 119991 Russia ^bUniversity of Washington, Department of Medicine, Division of Gastroenterology, Seattle, USA *e-mail: bobina.as14@physics.msu.ru

The effect of acoustic inhomogeneities of the abdominal wall on the focusing of high intensity ultrasound beam at different positions of a transducer was studied. Propagation of the focused beam generated by a 1 MHz transducer through a realistic acoustic model of a human body was simulated. The model was obtained by segmenting computed tomography images. The displacement of the focus maximum of intensity in space and decrease of the maximum achievable intensity at the focus due focusing through the inhomogeneous abdominal wall was investigated, and the most advantageous location of the transducer was selected to minimize distortions.

УЛК 534.29:534-8:537.636

СОЗДАНИЕ ПОЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОНСТРУКТОВ ИЗ ТКАНЕВЫХ СФЕРОИДОВ С ПОМОЩЬЮ АКУСТИЧЕСКОЙ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ

© 2021 г. А. А. Крохмаль^{1, *}, О. А. Сапожников¹, Е. В. Кудан², А. А. Грядунова², С. А. Цысарь¹, С. В. Петров², Ф. Перейра², Ю. Д. Хесуани², В. А. Миронов², В. А. Парфенов²

 $^{1}\Phi$ едеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия 2 Частное учреждение "Лаборатория биотехнологических исследований "3Д Биопринтинг Солюшенс",

Москва. Россия **E*-mail: aa.krokhmal@physics.msu.ru Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Предложен и экспериментально апробирован метод фабрикации трубчатых конструктов из тканевых сфероидов (сферических конгломератов клеток диаметром около 200 мкм) в питательной среде с помощью акустической радиационной силы. Источником акустического поля являлся полый пьезокерамический цилиндр с резонансной частотой 800 кГц. Удержание сформированной структуры в течение суток при температуре 37°C привело к слиянию сфероидов в сплошной трубчатый жизнеспособный тканевый конструкт.

DOI: 10.31857/S0367676521060144

ВВЕЛЕНИЕ

Одним из бурно развивающихся междисциплинарных научных направлений является биофабрикация, нацеленная на создание двумерных и трехмерных объектов из клеточного материала. Такие объекты, являющиеся функциональными и жизнеспособными клеточными образованиями, получили название органных конструктов. Существуют разные подходы к осуществлению процесса биофабрикации. Одним из них является трехмерная (3D) биопечать, при которой клеточный материал послойно наносится на некоторую биосовместимую основу [1]. Другим перспективным подходом является магнитная биофабрикация, при которой органный конструкт формируется под действием магнитных сил непосредственно в питательном растворе [2]. Существующие методы, однако, имеют свои ограничения и пока не позволяют создавать трехмерные объекты произвольной формы. Так, например, аддитивный метод 3D печати требует наличия поддерживающей структуры. позволяющей клеточным структурам сохранять взаимную ориентацию до момента их слияния. Данную поддерживающую структуру затем требуется неинвазивно удалить, что является довольно сложной задачей. Биофабрикация в магнитном поле не требует таких поддерживающих структур, но, в силу немагнитных свойств самих биологических клеток, требуется помещать их в растворы с магнитными свойствами (используются, например, растворы солей гадолиния), обладающие при рабочих концентрациях токсическими свойствами. Дополнительной сложностью при создании органного конструкта является необходимость его васкуляризации — для создания функциональной модели органа необходимо также сформировать сосуды для обеспечения питанием всех клеток конструкта. Поэтому первостепенной задачей в области биофабрикации является разработка методики по созданию конструктов трубчатой формы.

В наших недавних работах [3-7] был представлен метод биофабрикации тканевых конструктов, основанный на магнитоакустической левитации. В результате удалось получить кольцевые и трубчатые конструкты [3, 4]. Для этого создавался сильный градиент магнитного поля, который компенсировал гравитацию в вертикальном направлении, а цилиндрический пьезоэлектрический преобразователь, помешаемый в магнитное поле, создавал стоячую цилиндрическую ультразвуковую (УЗ) волну. Для создания сложных конструктов удобно использовать не отдельные клетки, а тканевые сфероиды – предварительно собранные сферические агрегаты клеток диаметром около 0.2 мм, содержащие несколько тысяч жизнеспособных клеток [8]. Сфероиды, помещенные в описанное магнитоакустическое поле, формировали кольцевые структуры, радиус которых мог варьироваться в зависимости от частоты ультразвука до момента их слияния.

Ограничением экспериментов по магнитоакустической биофабрикации с использованием постоянных магнитов являлось то, что неоднородность градиента магнитного поля от постоянных магнитов позволяла компенсировать гравитационную силу лишь в малой области, поэтому удавалось формировать лишь относительно тонкие кольцевые объекты диаметром порядка 1.5 мм и высотой в 1-2 слоя сфероидов – до 0.5 мм. В работе [7] был разработан подход по созданию более вытянутых объемных трубчатых конструктов. С этой целью был использован соленоид Биттера – большой электромагнит, способный создавать плавно изменяющееся магнитное поле с индукцией до 32 Тл. Совместное использование акустической радиационной силы, создаваемой полем цилиндрического пьезоэлектрического преобразователя. и сильного магнитного поля, создаваемого соленоидом Биттера, позволило создать жизнеспособные тканевые конструкты в форме трубочки из гладкомышечных клеток диаметром 1 мм и высотой 0.6 мм, причем конструкт обладал требуемой функцией – сжимался в ответ на раздражитель. Использование сильного магнитного поля позволило уменьшить концентрацию парамагнетика в питательном растворе до безопасного для клеток уровня.

Эксперименты на биттеровском электромагните являются довольно дорогостоящими, а также накладывают определенные ограничения на форму и размер акустических излучателей, с помощью которых формируется тканеинженерный конструкт. Поэтому актуальной задачей является разработка методики по сборке сфероидов в форме трубчатого конструкта без применения магнитов, только в акустическом поле. Такой метод является более безопасным для клеток, так как при его использовании полностью исключено токсическое воздействие парамагнитных солей, а амплитуда акустического поля выбирается минимальной, чтобы не вызвать кавитацию или перегрев среды. Другим преимуществом такого подхода является то, что сфероиды со всех сторон окружены питательным раствором.

МЕТОД АКУСТИЧЕСКОГО МАНИПУЛИРОВАНИЯ

Для того чтобы придать случайно распределенным сфероидам форму трубки постоянного сечения, использовался цилиндрический пьезоэлектрический преобразователь. Он представлял собой цилиндр из пьезокерамики ЦТБС-3 с толщиной стенки 2.5 мм, внешним диаметром 33 мм и высотой 20 мм. Между внешней и внутренней посеребренными поверхностями пьезоцилиндра с генератора сигналов Agilent 33250А прикладывалось переменное электрическое напряжение с амплитудой порядка 10 В. Вследствие пьезоэффекта стенки цилиндра колебались в радиальном направлении на заданной частоте, создавая тем самым ультразвуковую волну. Во внутренней области такого пьезопреобразователя на резонансных частотах формировалось стоячее ультразвуковое поле. Структура поля звукового давления была с высокой точностью радиально симметричной: узлы и пучности формировали чередующиеся друг за другом цилиндрические области (рис. 1*a*). В вертикальном направлении структура поля не являлась полностью однородной: в слое пьезоэлектрика неизбежно возникают волны Лэмба [9], являющиеся причиной вариации амплитуды излучаемого поля акустического давления.

Распределение комплексной амплитуды акустического давления P внутри гармонически колеблющегося с частотой f бесконечного цилиндра радиуса a описывается следующим образом [10]:

$$P(R) = \frac{P_0}{J_0(ka)} J_0(kR), \qquad (1)$$

где *R* – радиальная координата, *P*₀ – амплитуда давления на стенке цилиндра, $k = 2\pi f/c$, c - cкорость звука в воде, $J_0(ka) - функция Бесселя 0$ -го порядка. Из выражения видно, во-первых, что максимальная амплитуда акустического давления соответствует оси цилиндра, то есть координате R = 0, а во-вторых, равенство $J_0(ka) = 0$ является условием резонанса и позволяет рассчитать те резонансные частоты. на которых амплитуда звукового давления будет наиболее высока. Также стоит отметить, что радиальное распределение амплитуды давления соответствуют функции Бесселя. Таким образом, легко рассчитать радиусы зон, формирующих узлы и пучности. Например, радиус первого от центра узла определяется соотношением:

$$R_{\rm l} \approx \frac{2.41}{k}.\tag{2}$$

Таким образом, варьируя частоту, подаваемую с генератора на преобразователь, можно изменять радиус узловой области поля.

Если в области распространения ультразвуковой волны находятся объекты с импедансом, отличающимся от импеданса иммерсионной среды, то будет возникать эффект рассеяния волны, а на сам объект начнет действовать акустическая радиационная сила [11]. Если в первом приближении принять рассеиватель за упругую сферу малого



Рис. 1. Схема эксперимента по формированию трубчатого конструкта из тканевых сфероидов в акустическом поле. Стоячее поле, созданное кольцевым пьезопреобразователем, и положение контейнера из агарозы (темная область) внутри цилиндра (a); впрыскивание сфероидов в питательный раствор в области ультразвукового поля (δ); формирование трубчатого конструкта в результате оседания сфероидов на агарозную форму в поле действия силы тяжести и акустической радиационной силы (a).

волнового размера, то теория для расчета радиационной силы \vec{F}_r существенно упрощается, и можно использовать приближение Горькова [12, 13]:

$$\vec{F}_r = -\nabla U,\tag{3}$$

$$U = \frac{\pi r^3}{3} \left\{ f_1 \frac{|P|^2}{\rho c^2} - \frac{3}{2} f_2 \rho |\vec{v}|^2 \right\},$$
 (4)

где *r* — радиус сферического рассеивателя, ρ — плотность жидкости, *c* — скорость звука в ней, $\vec{v} = \nabla P/(2\pi i \rho f)$ — комплексная амплитуда колебательной скорости, а множители *f*₁ и *f*₂ зависят от упругих свойств рассеивателя — плотности ρ_{sc} и скоростей продольной и поперечной волн *c*₁ и *c*₁:

$$f_1 = 1 - \frac{\rho c^2}{\rho_{sc} c_l^2} \frac{1}{1 - \frac{4c_l^2}{3c_l^2}},$$
(5)

$$f_2 = 2\frac{\rho_{sc} - \rho}{2\rho_{sc} + \rho}.$$
 (6)

Из формул (3)–(6) видно, что в случае плосковолнового стоячего ультразвукового поля при $f_1 + \frac{3}{2}f_2 > 0$ радиационная сила действуют в направлении от пучности к узлу акустического давления. В случае цилиндрической геометрии выписанный критерий направления радиационной силы к узлу стоячей волны приблизительно такой же. Для тканевых сфероидов выполняется именно такое условие. Таким образом, если поместить набор сфероидов в стоячее УЗ поле внутри колеблющегося пьезоэлектрического цилиндрического преобразователя, можно ожидать, что радиационная сила вызовет их перемещение в узлы акустического давления и сформирует из них цилиндрическую структуру. Толщина стенки такой структуры будет определяться соотношением между длиной волны и радиусом частиц, а радиус получаемой трубочки будет задаваться излучаемой частотой.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Акустическая радиационная сила, создаваемая цилиндрическим пьезопреобразователем, воздействует на сфероиды только в горизонтальном направлении, тогда как в вертикальном направлении сфероиды оседают в питательном растворе под действием силы тяжести. Нашей задачей было подобрать такие условия эксперимента, чтобы сфероиды после инжектирования в рабочую область успели выстроиться в форме вертикально стоящей трубочки до того, как осядут на дно контейнера. Также был необходим контакт такого конструкта с некоторой подложкой в нижней части зоны действия радиационной силы, причем такая подложка не должна препятствовать прохождению питательных веществ к сфероидам. Более того, для построения одиночного трубчатого конструкта следовало ограничить область пространства, в которой могут находиться сфероиды, чтобы они попадали только в первый узел стоячей волны и не распределялись по периферийным узловым областям. Для этих целей был предварительно изготовлен контейнер специальной формы из агарозы.

Агарозный контейнер имел форму цилиндра с конусообразным отверстием, радиус которого не превышал радиуса второй узловой зоны стоячей волны, а внешние размеры позволяли осуществить размещение контейнера внутри пьезо-



Рис. 2. Фотографии эксперимента: вид сверху, трубочка из полистироловых шариков, имитирующих тканевые сфероиды (*a*), виды сверху (δ) и под углом (*в*) на трубочку из хондросфер в агарозном контейнере внутри пьезоцилиндра; установка помещена в питательный раствор.

электрического преобразователя (рис. 1a, серая область). Высота агарозного контейнера соответствовала высоте пьезоцилиндра, а дно конусообразного отверстия находилось на расстоянии 7 мм от нижнего края преобразователя. Использование агарозного контейнера вместо стандартной пластиковой или стеклянной кюветы было обусловлено несколькими причинами. Во-первых, наличие твердых стенок у пластиковой кюветы вызывает дополнительное отражение и поглощение ультразвуковой волны, а в случае неидеального совпадения оси кюветы с осью цилиндрического пьезопреобразователя нарушаются условия резонанса, и радиационная сила уменьшается. В то же время, агароза очень близка по физическим свойствам к воде, и поэтому стенки из такого материала не вызывают сильного отражения и поглощения ультразвуковой волны. Высокая акустическая прозрачность агарозы избавляет от необходимости строго центрировать форму с преобразователем, а оптическая прозрачность позволяет наблюдать за ходом эксперимента с помощью видеокамеры. Вовторых, пластиковое дно кюветы адгезивно для тканевых сфероидов и полистироловых шариков, тогда как к агарозе они не прилипают. Пористая структура агарозы позволяет сфероидам получать питательные вещества, даже контактируя с таким контейнером.

Пьезопреобразователь с расположенным внутри агарозным контейнером помещался в стеклянную емкость, которая также была заполнена питательным раствором. Затем установка перемещалась в термостат, поддерживающий температуру 37° С и необходимую для клеток концентрацию CO₂ в воздухе. Наличие дополнительного объема питательного раствора в емкости с преобразователем гарантировало более стабильный температурный режим внутри преобразователя во время излучения ультразвука и защищало сфероиды от перегрева.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

В ходе эксперимента с помощью микропипетки тканевые сфероиды из хондроцитов - клеток хрящевой ткани — аккуратно впрыскивались внутрь отверстия в агарозной форме в верхней его части (рис. 1 δ) при излучающем на резонансной частоте пьезоэлектрическом преобразователе. Ввиду того, что в качестве источника ультразвука использовался цилиндрический преобразователь, узловая область в пространстве представляла собой цилиндр. Так как величина акустической радиационной силы была достаточно большой, сфероиды практически мгновенно выстраивались в форме трубки, радиус которой соответствовал радиусу первого узла стоячего цилиндрического ультразвукового поля, и под действием силы тяжести оседали на дно, формируя таким образом тубулярный конструкт (рис. 1в). Фотографии эксперимента и формирование конструкта из сфероидов показаны на рис. 2.

Если количество впрыскиваемых сфероидов было достаточно велико, то формировался плотный цилиндр с фиксированным радиусом, определяемым длиной акустической волны. Удержание сфероидов в форме трубочки в термостате в течение 24 ч позволило сфероидам слиться в сплошной тканевый конструкт. Процесс слияния сфероидов подтвердил их жизнеспособность. Ультразвуковая волна с частотой 800 кГц позволила создать цилиндр диаметром 1.3 мм, толщиной 0.45 мм и высотой 1.5 мм, что составляло порядка 7–9 слоев сфероидов в вертикальном направлении (рис. 3). С учетом небольшой вариации температуры теоретическая зависимость радиуса конструкта от часто-





Рис. 3. Слившийся тканеинженерный конструкт из хондроцитов в форме трубочки: общий вид конструкта (*a*), вид сверху (*b*) и сбоку (*b*) под микроскопом.

ты волны (2) хорошо описывает экспериментальные наблюдения. Высота трубчатого конструкта, сформированного с помощью метода акустической левитации, в несколько раз превосходит максимальную высоту конструкта, получаемую методом магнитной и магнито-акустической сборки. Высоту конструкта можно существенно увеличить, если использовать большее количество сфероидов и передвинуть дно контейнера ближе к середине излучателя по высоте: в таком случае сфероиды окажутся в зоне, где структура волна наиболее близка к цилиндрической. В экспериментах без слияния сфероидов удавалось достигнуть высоты конструкта порядка 5-6 мм, поэтому есть основания полагать, что аналогичный размер слившегося конструкта может быть достигнут в рамках указанного метода.

Жизнеспособность полученного конструкта оценивалась по двум признакам. Во-первых, отчетливо наблюдаемое превращение конструкта из отдельных сфер в сплошную ткань свидетельствовало о том, что клетки активно сливались, то есть были живы и функциональны. Во-вторых, при аналогичных экспериментах с гладкомышечными клетками на поверхности конструкта образовывались миотрубки, что также говорило о жизнеспособности ткани в результате описанного акустического воздействия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложен метод манипулирования микроскопическими объектами для формирования сплошного трубчатого тканевого конструкта с помощью стоячего цилиндрического акустического поля. Экспериментально продемонстрировано, что использованный подход позволяет создавать трехмерные трубчатые конструкции заданного радиуса из живых клеток. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 20-32-90093, 20-02-00139, 18-29-11076) и Фонда развития теоретической физики "Базис".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Hesuani Y.D., Pereira F.D., Parfenov V.A. et al. // 3D Print. Addit. Manufact. 2016. V. 3. No. 1. P. 64.
- 2. Parfenov V.A., Koudan E.V., Bulanova E.A. et al. // Biofabrication. 2018. V. 10. No. 3. Art. No. 034104.
- Krokhmal A., Sapozhnikov O., Koudan E. et al. // Proc. Meet. Acoust. 2019. V. 38. No. 1. Art. No. 020006.
- 4. *Крохмаль А.А., Сапожников О.А., Цысарь С.А. и др. //* Уч. зап. физ. фак-та МГУ. 2020. № 1. С. 2010902.
- Parfenov V.A., Mironov V.A., Koudan E.V. et al. // Sci. Rep. 2020. V. 10. No. 1. P. 1.
- 6. Parfenov V.A., Khesuani Y.D., Petrov S.V. et al. // Sci. Adv. V. 6. No. 29. Art. No. eaba4174.
- 7. Parfenov V.A., Koudan E.V., Krokhmal A.A. et al. // Adv. Health. Mat. 2020. Art. No. 2000721.
- Грядунова А.А., Буланова Е.А., Кудан Е.В. и др. // Клин. эксп. морф. 2019. Т. 8. № 2. С. 12.
- Cathignol D., Sapozhnikov O.A., Zhang J. // J. Acoust. Soc. Amer. 1997. V. 101. P. 1286.
- 10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
- Андреев В.Г., Демин И.Ю., Корольков З.А., Шанин А.В. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1321; Andreev V.G., Demin I.Y., Korolkov Z.A., Shanin A.V. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1191.
- 12. Горьков Л.П. // Докл. АН СССР. 1961. Т. 140. № 1. С. 88; Gorkov L.P. // Sov. Phys. Dokl. 1962. V. 6. Р. 773.
- Sapozhnikov O.A., Bailey M.R. // J. Acoust. Soc. Amer. 2013. V. 133. No. 2. P. 661.

Creation of tubular structures from tissue spheroids using acoustic radiation force

A. A. Krokhmal^{a, *}, O. A. Sapozhnikov^a, E. V. Koudan^b, A. A. Gryadunova^b, S. A. Tsysar^a, C. V. Petrov^b, F. Pereira^b, Y. D. Hesuani^b, V. A. Mironov^b, V. A. Parfenov^b

^aLomonosov Moscow State University, Moscow, Russia ^bLaboratory of biotechnical research "3D bioprinting solutions", Moscow, Russia *e-mail: aa.krokhmal@physics.msu.ru

A method for fabricating tubular constructs from tissue spheroids (conglomerates of cells up to 200 microns in size) in a nutrient fluid using acoustic radiation force is proposed. The source of the acoustic field was a hollow piezoceramic cylinder with a resonant frequency of 800 kHz. Retention of the formed structure within 24 hours at 37° C led to the fusion of spheroids into a solid tubular viable tissue construct.

УДК 534.21

ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕРЬ В ЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

© 2021 г. И. А. Карпов^{1, *}, А. С. Гребенников¹, А. А. Ким¹

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения имени А.А. Благонравова Российской академии наук, Москва, Россия

**E-mail: karpov@imash.ac.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Предложен новый метод определения потерь в акустических средах, основанный на параметрическом моделировании измеренных случайных вибрационных или акустических колебаний. Метод апробирован в лабораторном эксперименте, показана его работоспособность и перспективность.

DOI: 10.31857/S0367676521060120

введение

Данная работа относится к области акустики, которая формулируется как "экспериментальная идентификация параметров колебательных систем" [1], и направлена на решение одной из ее задач — экспериментальное определение количества демпфирования (потерь) в вибрационных и акустических системах.

Экспериментальная идентификация параметров необходима для проверки и построения адекватных математических моделей колебательных систем, способных верно прогнозировать колебания систем и решать с их помощью практические задачи. Эта область акустики развивается уже более полувека, и в ней получено немало полезных научных и прикладных результатов [1]. Однако в ней еще остается ряд не до конца решенных проблем. Одна из них – это определение с приемлемой точностью параметров, характеризующих потери колебательной энергии из-за вязкого и сухого трения, излучения и рассеяния звука, нелинейных эффектов и других трудно контролируемых причин. Теория пока не может рассчитывать эти параметры с нужной точностью [2], а экспериментальные методы [1, 3–7] могут обеспечить их измерение лишь при определенных условиях и ограничениях на величину коэффициента потерь. Между тем создание современных эффективных средств снижения шума и вибраций, в частности, акустических метаматериалов, требует знания точных величин демпфирования виброакустических систем и умения ими управлять [8].

Поэтому разработка простого и надежного метода для экспериментального определения коэффициента потерь в широком динамическом диапазоне и с высокой точностью — актуальная задача современной акустики.

Данная задача решается с помощью параметрических моделей авторегрессии и скользящего среднего (APCC-моделей или ARMA-models) дискретно-временных случайных процессов (какими в большинстве своем и являются акустические и вибрационные сигналы технических источников). Параметрические методы с АРСС-моделями разрабатывались и применялись первоначально в тех областях науки, где требуется прогнозирование и управление случайными процессами - в экономике, управлении произволственными процессами. затем в теории автоматического регулирования [9], а с конца прошлого века и в технической акустике, особенно в задачах виброакустической диагностики и мониторинга изделий машиностроения и строительства, включая задачу идентификации их модальных параметров [10–14]. Однако систематического и целенаправленного исследования возможностей, особенностей и ограничений метода идентификации потерь в виброакустических системах с помощью АРСС-моделей никто не проводил.

В первой нашей работе [15] такая задача была сформулирована и рассмотрена на основе авторегрессионной АР-модели, был построен новый алгоритм идентификации потерь, учитывающий специфику виброакустических систем и отличающий-



Рис. 1. Функциональная схема экспериментальной установки.

ся от известных алгоритмов, в частности, от алгоритма Юла—Уолкера [16] использованием возбуждающих случайных сигналов с конечной полосой рабочих частот; алгоритм был успешно опробован и отработан на искусственных сигналах в компьютерном эксперименте.

В представленном исследовании, являющемся продолжением статьи [15], основное содержание составляют результаты лабораторного эксперимента, проведенного авторами с целью проверки работоспособности предложенного метода на двух реальных колебательных системах и оценки его точности. Сопоставление с результатами, полученными в этом же эксперименте одним из классических методов на основе спектрального анализа, показало, что параметрический метод не уступает классическому по точности идентификации потерь и превосходит его по экономичности (для получения результата ему требуется существенно меньше данных измерения). Тем самым экспериментально подтверждена работоспособность предложенного параметрического метода идентификации потерь колебательных систем и показана перспективность его использования в измерительной практике.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Эксперимент проводился на вибрационной установке, состоящей из электродинамического вибростенда и его системы управления. Функциональная схема установки представлена на рис. 1.

Исполнительным элементом виброустановки является электродинамический вибростенд, на рабочем столе которого закрепляется оснастка с исследуемым образцом. Система управления вибростендом представляет собой программноаппаратный комплекс, реализованный на основе персонального компьютера. Аппаратная часть комплекса содержит два акселерометра B&K Туре 4393, блок согласования сигналов — усилитель NEXUS, устройство генерации и сбора динамических сигналов NI USB-4431 и управляющий компьютер. Включение в состав системы управления устройства NI USB-4431 позволяет использовать компьютер одновременно как для генерации, так и для регистрации сигналов.

Специализированное программное обеспечение системы управления — это разработанный в среде MATLAB пакет программ для генерации, сбора, обработки и визуализации данных.

В эксперименте исследовались два образца в виде простейших механических колебательных систем-осцилляторов, отличающихся своей добротностью (рис. 2).

Образец 1 с низкой добротностью (Q < 10) состоит из слоя резины и массы (рис. 2*a*). Образец 2 (Q > 40) был выполнен в виде массы, закрепленной на специально спроектированной стальной задемпфированной пластине (рис. 2*b*).

Два акселерометра измеряли ускорение массы осциллятора a(t) и вибростола $a_0(t)$ – см. рис. 3. Задача состояла в определении по этим данным коэффициента потерь осцилляторов двумя методами – классическим и параметрическим, и в сравнении этих двух методов.



Рис. 2. Образец 1 (*a*) и образец 2 (*б*).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОТЕРЬ КЛАССИЧЕСКИМ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДАМИ

При определении коэффициента потерь одним из классических методов [1] стенд возбуждался гармоническим сигналом переменной частоты и с постоянной амплитудой ускорения $a_0 =$ $= 3 \text{ м} \cdot \text{c}^{-2}$. По измеренному сигналу a(t) строилась амплитудно-частотная характеристика (АЧХ). коэффициент потерь рассчитывался по ширине резонансной кривой.

$$\eta = \frac{\Delta f}{f_0},\tag{1}$$

где f_0 – собственная частота осциллятора. Измерения дали следующие значения для собственных частот и коэффициента потерь – см. табл. 1.

При определении коэффициента потерь параметрическим методом стенд возбуждался случайным шумом $a_0(t)$. $a_0(t)$ – это гауссов сигнал, с постоянной спектральной плотностью мощности (СПМ) в полосе частот, содержащей собственную частоту резонатора (пример такого сигнала см. на рис. 4). В качестве параметрической модели ускорения a(t) использовалась авторегрессионая модель скользящего среднего x[n]

$$x[n] = -a_1 x[n-1] - a_2 x[n-2] + b_0 w[n] + + b_1 w[n-1],$$
(2)



Рис. 3. Расчетная модель образца.

с четырьмя неизвестными параметрами $a_1, a_2, b_0,$ b_1 (обоснование выбора см. далее). Для удобства для сигналов a(t) и $a_0(t)$ введены принятые в литературе стандартные обозначения x(t) и w(t). В развернутом виде это система линейных алгебраических уравнений с четырьмя неизвестными:

- -

$$\begin{bmatrix} x[2] & x[1] & -w[3] & -w[2] \\ x[3] & x[2] & -w[4] & -w[3] \\ x[4] & x[3] & -w[5] & -w[4] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x[N-1] & x[N-2] & -w[N] & -w[N-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1$$

где $d = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & b_0 & b_1 \end{bmatrix}^T$ – искомый вектор. Будем искать решение d из условия минимума квадратичной невязки $\{(\mathbf{Z}d - x_1)^T (\mathbf{Z}d - x_1) \rightarrow \min\}$:

$$\frac{\partial}{\partial d^{T}} (\mathbf{Z}d - x_{1})^{T} (\mathbf{Z}d - x_{1}) =$$

$$= 0 \Rightarrow \mathbf{Z}^{T} \mathbf{Z}d - \mathbf{Z}^{T} x_{1} = 0.$$
(4)

Таблица 1. Модальные параметры, определенные классическим методом

	Собственная частота f_0 , Гц	Коэффициент потерь η
Образец 1 (рис. 2а)	280.7	0.0958
Образец 2 (рис. 26)	401.2	0.0223



Рис. 4. Спектральная плотность мощности случайного сигнала возбуждения $a_0(t)$.

Таким образом получено, что *d* можно найти из уравнения:

$$d = \left(\mathbf{Z}^T \mathbf{Z}\right)^{-1} \mathbf{Z}^T x_1.$$
 (5)

Отсюда по AP-модели второго порядка с помощью формул, полученных в статье [15], можно найти искомые собственную частоту f_0 и коэффициент потерь η :

$$\eta = \frac{-1}{2\pi f_0 T} \ln(a_2); \quad f_0 = \\ = \sqrt{\frac{1}{(2\pi T)^2} \left(\frac{(\ln(a_2))^2}{4} + \left(\arccos\left[\frac{-a_1}{2\sqrt{a_2}}\right]\right)^2\right)}.$$
(6)

Выбор количества параметров скользящего среднего был сделан из следующих соображений. Если написать уравнение колебаний для системы, изображенной на рис. 3:

$$m\ddot{x}(t) + c(\dot{x}(t) - \dot{x}_0(t)) + k(x(t) - x_0(t)) = 0, \quad (7)$$

где *x*, *x*₀ – смещение массы и стола, и подставить в это уравнение формулы конечных разностей

$$\dot{y}(nT) \cong \frac{y(nT) - y((n-1)T)}{T}; \quad \ddot{y}(nT) \cong \\ \cong \frac{y(nT) - 2y((n-1)T) + y((n-2)T)}{T^2}, \quad (8)$$

то видно, что получившееся уравнение можно свести к виду АРСС-модели с p = 2 и q = 2, то есть к уравнению с четырьмя параметрами. Здесь $T = Fs^{-1}$, Fs – частота дискретизации.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОТЕРЬ ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ МЕТОДОМ В ОБЩЕМ СЛУЧАЕ

Для исследования более сложных систем следует использовать следующую общую АРСС-модель в виде конечно-разностного уравнения, позволяющую вычислять члены дискретно-временного ряда по его предыдущим значениям [9]:

$$x[n] = -\sum_{j=1}^{p} a_{j}x[n-j] + \sum_{j=0}^{q-1} b_{j}w[n-j], \qquad (9)$$

где p и q — количество параметров авторегрессии (AP) и скользящего среднего (CC), и составить следующие матрицы:

$$\mathbf{Z}d = x_{1}, \text{ rge } \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} x[l] & x[l-1] & \vdots & x[l-p+1] & -w[l+1] & -w[l] & \vdots & -w[l-q+2] \\ x[l+1] & x[l] & \vdots & x[l-p+2] & -w[l+2] & -w[l+1] & \vdots & -w[l-q+3] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x[N-1] & x[N-2] & \vdots & x[N-p] & -w[N] & w[N-1] & \vdots & w[N-q+1] \end{bmatrix};$$
(10)
$$d = \begin{bmatrix} a_{1} & a_{2} & \dots & a_{p} & b_{0} & b_{1} & \dots & b_{q-1} \end{bmatrix}^{T};$$
$$x_{1} = -\begin{bmatrix} x[l+1] & x[l+2] & \dots & x[N] \end{bmatrix}^{T},$$

ПРИМЕНЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

	Собственная частота f ₀ (Гц) и отличие от результата таблицы 1		Коэффициент потерь η и отличие от значений таблицы 1	
Образец 1 (рис. 2а)	277.7	1.1%	0.0966	0.9%
Образец 2 (рис. 26)	398.1	0.8%	0.0225	1%

Таблица 2. Модальные параметры, определенные параметрическим методом

где l — это наибольшее число из $\{p, q-1\}$. Далее, аналогично (5), находится вектор коэффициентов d. Если исследуемая система имеет количество степеней свободы M большее двух, то удобнее находить пары собственных значений z_{i1} и z_{i2} следующей матрицы

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \vdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 1 \\ -a_{2M} & -a_{2M-1} & \vdots & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix},$$
(11)

а по ним искомые параметры:

если
$$z_{i1} + z_{i2} \ge 0$$

$$\begin{cases}
\omega_i = \sqrt{\frac{1}{4T^2} [\ln(z_{i1}z_{i2})]^2 + (\frac{1}{T} \arctan\left|\frac{z_{i1} - z_{i2}}{z_{i1} + z_{i2}}\right|)^2}, \\
\eta_i = -\frac{1}{T\omega_i} \ln[z_{i1}z_{i2}] \\
если z_{i1} + z_{i2} < 0
\end{cases}$$
(12)

$$\begin{cases} \omega_i = \sqrt{\frac{1}{4T^2} [\ln(z_{i1}z_{i2})]^2 + \left[\frac{1}{T} \left(\pi - \arctan\left[\frac{z_{i1} - z_{i2}}{z_{i1} + z_{i2}}\right]\right)\right]^2},\\ \eta_i = -\frac{1}{T\omega_i} \ln[z_{i1}z_{i2}] \end{cases}$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты определения собственных частот и коэффициента потерь параметрическим методом представлены в табл. 2.

Сравнение этих результатов с результатами, полученными классическим методом (табл. 1), показывает, что разница между ними невелика (порядка одного процента). По точности результатов эти два метода, таким образом, сравнимы.

Однако по другим критериям они отличаются значительно, особенно по времени измерения и объема необходимых данных измерения. Исследования классическими методами, связанные со спектральным анализом, требуют измерения длинных реализаций сигналов, в то время как для параметрического метода достаточно коротких реализаций. Например, в частотном диапазоне проведенного эксперимента для классического метода требовались записи сигналов продолжительностью в несколько минут, в то время как для параметрического метода достаточно было записей сигналов длиной в доли секунды (<0.5 с).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод экспериментального определения коэффициента потерь колебательной системы с помощью параметрического АРСС-моделирования. Проведен лабораторный эксперимент, подтвердивший работоспособность и перспективность метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Ewins D.J.* Modal testing: theory and practice. Letch-worth: Research Studies Press, 1986. 356 p.
- 2. *Нашиф А., Джоунс Д., Хендерсон Дж.* Демпфирование колебаний. М.: Мир, 1988. 448 с.
- 3. *McConnell K.G.* Vibration testing: theory and practice. N.Y.: John Wiley, 1995. 320 p.
- 4. *Heylen W., Lammens S., Sas P.* Modal analysis: theory and practice. Leuven: Katholic University, 1997. 492 p.
- Trivett D.H., Robinson A.Z. // J. Acoust. Soc. Amer. 1981. V. 70. P. 1166.
- 6. *Hua Y., Sarkar T.K.* // IEEE Trans. Acoust. Speech. Signal Proc. 1990. V. 38. P. 1272.
- 7. Liu K. // J. Sound Vib. 1996. V. 197. No. 4. P. 387.
- 8. Бобровницкий Ю.И, Томилина Т.М. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 517; Bobrovnitskii Y.I., Tomilina T.M. // Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 5. P. 519.
- 9. *Бокс Дж., Дженкинс Г.Д.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974. 604 с.
- Spiridonakos M.D., Fassois S.D. // Mech. Syst. Signal Proc. 2014. V. 47. P. 175.
- Pi Y.L., Mickleborough N.C. // J. Eng. Mech. 1989. V. 115. P. 2232.
- 12. Gautier P.-E., Gontier C., Small M. // J. Sound Vib. 1995. V. 179. P. 227.

- Bertha M., Galinval J.-C. // Mech. Syst. Signal Proc. 2016. V. 88. P. 166.
- Yang J.-H., Lam H.-F. // Mech. Syst. Signal Proc. 2019. V. 133. Art. No. 106289.
- 15. *Карпов И.А.* // Уч. зап. физ. фак-та МГУ. 2020. № 1. С. 2011701.
- 16. *Марпл С.Л., мл*. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.

Application of parametric modeling to identification of loss factor of linear oscillatory systems

I. A. Karpov^{a, *}, A. S. Grebennikov^a, A. A. Kim^a

^aBlagonravov Institute of Mechanical Engineering, Moscow, 101000 Russia *e-mail: karpov@imash.ac.ru

Experimental identification of loss factor of vibroacoustic structures is one of the problems not completely solved. We describe paper a new method based on the ARMA modeling of measured random vibration or acoustic oscillations. The method was tested in a laboratory experiment and showed perspectivity.

УДК 534-16

ОБ ОЦЕНКЕ СКОРОСТИ РОТАЦИОННЫХ ВОЛН В ПРОСТОЙ КУБИЧЕСКОЙ РЕШЕТКЕ КРИСТАЛЛА ФУЛЛЕРИТА

© 2021 г. И. С. Павлов^{1, 2, *}, В. И. Ерофеев¹, А. В. Муравьева², А. А. Васильев³

¹Институт проблем машиностроения РАН — филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения "Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук", Нижний Новгород, Россия

²Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского", Нижний Новгород, Россия

³Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Тверской государственный университет", Тверь, Россия

**E-mail: ispavlov@mail.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Методом структурного моделирования построена трехмерная математическая модель простой кубической решетки кристалла фуллерита. Получены аналитические зависимости скоростей акустических и вращательных (ротационных) волн от параметров микроструктуры такой среды. Показано, что в зависимости от значений параметров микроструктуры скорость ротационных волн может превосходить скорость поперечных волн.

DOI: 10.31857/S0367676521060193

введение

В настоящее время интенсивно развиваются технологии создания метаматериалов – нового класса веществ со сложно организованной внутренней структурой (микроструктурой), обладающих уникальными физико-механическими свойствами [1]. Впервые они появились в области оптики и фотоники [2], но сейчас все чаще встречаются и в других областях. Например, широко применяются акустические метаматериалы [3–7], используемые, в частности, как акустические поглотители [8].

Одним из примеров материала с уникальными физико-механическими свойствами являются фуллериты – твердотельные структуры, образованные на основе фуллеренов (как C_{60} , так и высших фуллеренов – C_{70} , C_{76} , C_{78} , C_{80} , C_{82} и т.д.) [9]. Принадлежность фуллеритов к кристаллам молекулярного типа позволяет рассматривать образующие их фуллерены подобно молекулам, причем при тепловом движении они могут легко менять относительную пространственную ориентацию даже в условиях кристаллического окружения, т.е. совершать так называемые ориентационные фазовые переходы. Такая способность фуллеренов обусловлена их высокосимметричной, почти сферической формой. Смена ориентации фуллеренов происходит в том случае, когда они, совершая крутильные колебания, преодолевают определенный энергетический барьер и переходят к псевдовращению. В частности, фуллерены С₆₀ в кристалле находятся в состоянии почти свободного вращения с тремя степенями свободы [9].

Сверх- и ультра-твердые фуллериты характеризуются уникально высокими значениями скоростей продольных упругих волн и широким диапазоном этих значений в пределах от 11 до 26 км/с в зависимости от их структуры. определяемой условиями синтеза [10]. Измеренное в одной из фуллеритовых фаз значение 26 км/с является рекордным – оно почти на 20% больше скорости продольных волн в графите вдоль атомных слоев, равной 21.6 км/с (до последнего времени это значение было наибольшим для всех известных веществ) и на 40% больше соответствующей скорости в алмазе (18.6 км/с). Скорости поперечных волн в твердых фуллеритовых фазах также высоки (их значения лежат в пределах от 7 до 9.7 км/с), но все же они меньше, чем в алмазе (11.6-12.8 км/с), которые по-прежнему остаются рекордными среди известных в настоящее время веществ.

Экспериментальные данные показывают [9], что фуллерены C₆₀ при комнатной температуре кристаллизуются с образованием гранецентриро-



Рис. 1. Трехмерная решетка из сферических частиц.

ванной кубической решетки (ГЦК) — самой плотноупакованной из кубических решеток с постоянной решетки a = 1.417 нм. Расстояние между центрами ближайших фуллеренов C₆₀ в кристаллической структуре 1.002 нм, плотность фуллерита составляет 1.72 г/см³. При понижении температуры до 250 К, кристаллическая структура фуллерита C₆₀ испытывает фазовое превращение первого рода, при котором ГЦК-решетка перестраивается в простую кубическую (ПК) решетку [11].

Однако создание метаматериалов и исследование протекающих в них линейных и нелинейных волновых процессов [12-14] при отсутствии адекватных математических моделей крайне затруднительно. Одним из наиболее эффективных методов построения математических моделей метаматериалов является метод структурного моделирования [15–19]. Этот метод в явном виде учитывает микроструктуру среды и позволяет строить не только дискретные, но и континуальные модели среды в различных приближениях. Микроструктура среды в таких моделях, как правило, описывается частицами конечного размера, их взаимным расположением по отношению друг к другу (т.е. структурой решетки), а также параметрами силового и моментного взаимодействия между частицами. Сами же взаимодействия обычно моделируются стержнями, балками [20, 21] или пружинами [16, 22]. В отличие от обобщенных континуумов типа среды Коссера [23], математические модели метаматериалов, построенные таким методом, позволяют не только получить представление о качественном влиянии локальной структуры на эффективные модули упругости соответствующей среды, но и проводить количественные оценки этих величин.



Рис. 2. Ротационные степени свободы частицы.

В данной работе методом структурного моделирования разрабатывается трехмерная математическая модель простой кубической решетки кристалла фуллерита, состоящего из сферических частиц, обладающих тремя трансляционными и тремя ротационными (вращательными) степенями свободы. В рамках такой модели удалось установить аналитические зависимости между параметрами микроструктуры и макрохарактеристиками среды и, как следствие, произвести теоретические оценки скоростей ротационных волн.

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛА ФУЛЛЕРИТА

Рассмотрим кубическую решетку из жестких шарообразных частиц (зерен) массы M, имеющих форму шара диаметром d (рис. 1). В исходном состоянии они сосредоточены в узлах решетки с периодом a. Каждая частица обладает шестью степенями свободы: центр масс частицы с номером N = N(i, j, k) может смещаться вдоль осей x, y и z (трансляционные степени свободы $u_{i,j,k}$, $v_{i,j,k}$ и $w_{i,j,k}$), а сама частица может поворачиваться вокруг каждой из этих осей (ротационные степени свободы $\theta_{i,j,k}, \psi_{i,j,k}$ и $\phi_{i,j,k}$) (рис. 2). В этом случае кинетическая энергия частицы N описывается следующей формулой:

$$T = \frac{M}{2} \left(u_t^2 + v_t^2 + w_t^2 \right) + \frac{J}{2} \left(\varphi_t^2 + \theta_t^2 + \psi_t^2 \right), \quad (1)$$

где $J = \frac{2}{5}M\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{10}Md^2 = \frac{2}{5}M\frac{3b^2}{4} = 0.3Mb^2$ – момент инерции частицы относительно каждой оси, проходящей через ее центр масс.



Рис. 3. Схема силовых взаимодействий между ближайшими соседями по решетке (частицами первой координационной сферы).

Пространство между частицами представляет собой безмассовую упругую среду, через которую передаются силовые и моментные воздействия, моделируемые упругими пружинами. Считается, что частица N = N (*i*, *j*, *k*) взаимодействует лишь с ближайшими соседями, удаленными от нее на расстояние *a* (частицы 1-й координационной сферы: $(i - 1, j, k), (i, j - 1, k), (i, j + 1, k), (i + 1, j, k)), a\sqrt{2}$ (частицы 2-й координационной сферы: (i - 1, j, k), (i - 1, j + 1, k), (i + 1, j - 1, k), (i + 1, j + 1, k)) и $a\sqrt{3}$ (частицы 3-й сферы: (i - 1, j - 1, k - 1), (i - 1, j + 1, k - 1), (i - 1, j + 1, k + 1), (i + 1, j - 1, k + 1), (i + 1, j + 1, k - 1), (i + 1, j + 1, k - 1), (i + 1, j + 1, k - 1), (i + 1, j + 1, k + 1)) (рис. 1).

Центральные и нецентральные взаимодействия соседних частиц моделируются упругими пружинами пяти типов: центральными (с жесткостью K_0), нецентральными с жесткостью K₁ (рис. 3), диагональными (K_2), а также пружинами с жесткостями K_3 и K_4 , соединяющими центральную частицу с зернами, соответственно, второй и третьей координационных сфер. Центральные пружины K_0 соединяют центры соседних частиц, точки соединения с частицами пружин вида *К*₁ и *К*₂ лежат в вершинах куба со стороной b, вписанного в шар диаметра $d = b\sqrt{3}$ (на рис. 3 A₂B'₁, B₂A'₁, E₂C'₁, $C_2E'_1$ – пружины с жесткостью K_1 , $A_2C'_1$, $E_2B'_1$, $B_2E'_1$, $C_2A'_1$ – пружины вида K_2), а пружины с жесткостями K_3 и K_4 прикреплены к серединам ближайших друг к другу ребер кубов, геометрические центры которых в исходном состоянии расположены на расстояниях $a\sqrt{2}$ и $a\sqrt{3}$.

Пружины с жесткостями K_0 , K_1 , K_2 и K_3 описывают взаимодействия частиц внутри одного слоя. Так, центральные (K_0) и нецентральные (K_1) пружины характеризуют взаимодействия при растяжении—сжатии материала. Через пружины K_1 передаются также моменты при поворотах частиц. Пружины с жесткостью K_1 и K_2 характеризуют силовые взаимодействия частиц при сдвиговых деформациях в материале. Заметим, что выбранная схема силовых взаимодействий внутри одного слоя аналогична введенной в двумерной решетке из круглых частиц [17].

Предполагается, что смещения зерен малы по сравнению с размерами элементарной ячейки рассматриваемой решетки. Взаимодействие частиц при отклонениях от положения равновесия определяется относительными удлинениями пружин. Потенциальная энергия, обусловленная взаимодействием частицы N с восемью ближайшими соседями по решетке, описывается формулой

$$U_{N} = \frac{1}{2} \left(\sum_{n=1}^{4} \frac{K_{0}}{2} D_{0n}^{2} + \sum_{n=1}^{16} \frac{K_{1}}{2} D_{1n}^{2} + \sum_{n=1}^{16} \frac{K_{2}}{2} D_{2n}^{2} + \sum_{n=1}^{4} \frac{K_{3}}{2} D_{3n}^{2} + \sum_{n=1}^{4} \frac{K_{4}}{2} D_{4n}^{2} \right),$$
(2)

где D_{ln} (l = 0, 1, 2, 3, 4) — удлинения пронумерованных в произвольном порядке пружин пяти типов, соединяющих частицу с ее соседями. Эти удлинения определяются изменениями расстояний между точками соединения соответствующих пружин (рис. 3). Далее от полученной дискретной модели перейдем в континуальное приближение. Для этого выразим удлинения пружин через смещения и углы поворотов частиц и разложим последние в ряд Тейлора до квадратичных членов.

КОНТИНУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ КРИСТАЛЛА ФУЛЛЕРИТА

В случае длинноволновых возмущений, когда $\lambda \gg a$ функция Лагранжа L рассматриваемой сре-

ды из сферических частиц с точностью до квадратичных слагаемых примет вид:

$$L = \frac{M}{2} \left(u_t^2 + v_t^2 + w_t^2 \right) + \frac{J}{2} \left(\varphi_t^2 + \varphi_t^2 + \psi_t^2 \right) - \frac{M}{2} \left[c_1^2 \left(u_x^2 + v_y^2 + w_z^2 \right) + c_2^2 \left(v_x^2 + v_z^2 + u_y^2 + u_z^2 + w_x^2 + w_y^2 \right) + s^2 (v_y w_z + v_z w_y + u_x w_z + u_z w_x + u_x v_y + u_y v_x) + \beta_1^2 (\varphi^2 + \varphi^2 + \psi^2) + (3) + \beta_2^2 (v_x \varphi - w_x \psi + w_y \Theta - u_y \varphi + u_z \psi - v_z \Theta) + b^2 c_3^2 \left(\varphi_z^2 + \varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2 + \psi_y^2 \right) + b^2 c_4^2 \left(\varphi_x^2 + \varphi_y^2 + \varphi_y^2 + \varphi_z^2 + \psi_z^2 + \psi_z^2 \right) \right].$$

Здесь введены обозначения: c_i (i = 1-4) – характерные скорости распространения соответственно продольной, поперечной и ротационных волн, s – коэффициент связи между продольными и сдвиговыми деформациями, β_1 и β_2 – параметры связи микроповоротов с поперечной и продольной волнами.

С помощью вариационного принципа Гамильтона—Остроградского из функции Лагранжа (3) получена система дифференциальных уравнений, описывающая распространение акустических и ротационных волн в кубической решетке из сферических частиц:

$$\begin{split} u_{tt} - c_{1}^{2}u_{xx} - c_{2}^{2}\left(u_{yy} + u_{zz}\right) - s^{2}\left(v_{xy} + w_{xz}\right) + \\ &+ \frac{\beta_{2}^{2}}{2}\left(\phi_{y} - \psi_{z}\right) = 0, \\ v_{tt} - c_{1}^{2}v_{yy} - c_{2}^{2}\left(v_{xx} + v_{zz}\right) - \\ &- s^{2}\left(u_{xy} + w_{yz}\right) + \frac{\beta_{2}^{2}}{2}\left(\theta_{z} - \phi_{x}\right) = 0, \\ w_{tt} - c_{1}^{2}w_{zz} - c_{2}^{2}\left(w_{xx} + w_{yy}\right) - s^{2}\left(u_{xz} + v_{yz}\right) + \\ &+ \frac{\beta_{2}^{2}}{2}\left(\psi_{x} - \theta_{y}\right) = 0, \quad (4) \\ \theta_{tt} - c_{3}^{2}\theta_{xx} - c_{4}^{2}\left(\theta_{yy} + \theta_{zz}\right) + \\ &+ \frac{\beta_{2}^{2}}{2J}\left(w_{y} - v_{z}\right) + \frac{\beta_{1}^{2}}{J}\theta = 0, \\ \psi_{tt} - c_{3}^{2}\psi_{yy} - c_{4}^{2}\left(\psi_{xx} + \psi_{zz}\right) + \frac{\beta_{2}^{2}}{2J}\left(u_{z} - w_{x}\right) + \frac{\beta_{1}^{2}}{J}\psi = 0, \\ \phi_{tt} - c_{3}^{2}\phi_{zz} - c_{4}^{2}\left(\phi_{xx} + \phi_{yy}\right) + \\ &+ \frac{\beta_{2}^{2}}{2J}\left(v_{x} - u_{y}\right) + \frac{\beta_{1}^{2}}{J}\phi = 0. \end{split}$$

Система (4) аналогична уравнениям динамики континуума Коссера, состоящего из центральносимметричных частиц с тремя трансляционными и тремя ротационными степенями свободы [24]. Отличия наблюдаются лишь в коэффициентах. Коэффициенты уравнений системы (4), т.е. макропараметры среды, выражаются через силовые постоянные K_0 , K_1 , K_2 , K_3 , K_4 , период решетки *а* и размер частицы $b = d/2\sqrt{3}$ следующим образом:

$$c_{1}^{2} = \frac{1}{a\rho} \left(K_{0} + \frac{8(a-b)^{2}}{(a-b)^{2}+b^{2}} K_{1} + \frac{4(a-b)^{2}}{(a-b)^{2}+2b^{2}} \times K_{2} + \frac{K_{3}}{\sqrt{2}} + \frac{2K_{4}}{3} \right),$$

$$c_{2}^{2} = \frac{1}{a\rho} \left(\frac{4b^{2}}{(a-b)^{2}+b^{2}} K_{1} + \frac{4b^{2}}{(a-b)^{2}+2b^{2}} K_{2} + \frac{K_{3}}{2\sqrt{2}} + \frac{2K_{4}}{3} \right),$$

$$s^{2} = \frac{1}{a\rho} \left(\frac{K_{3}}{\sqrt{2}} + \frac{4K_{4}}{3} \right),$$

$$\beta_{1}^{2} = \frac{8b^{2}}{a\rho} \left(\frac{K_{1}}{(a-b)^{2}+b^{2}} + \frac{K_{2}}{(a-b)^{2}+2b^{2}} \right),$$

$$\beta_{2}^{2} = \frac{8b^{2}}{a\rho} \left(\frac{K_{2}}{(a-b)^{2}+b^{2}} + \frac{K_{2}}{(a-b)^{2}+2b^{2}} \right),$$

$$c_{3}^{2} = \frac{2b^{2}}{a\rho} \left(\frac{K_{1}}{(a-b)^{2}+b^{2}} + \frac{K_{2}a^{2}}{(a-b)^{2}+2b^{2}} \right),$$

$$c_{4}^{2} = \frac{1}{a\rho} \left(\frac{K_{1}(a^{2}+(a-b)^{2})}{(a-b)^{2}+b^{2}} + \frac{K_{2}a^{2}}{(a-b)^{2}+2b^{2}} \right).$$

Здесь $\rho = M/a^3$ — плотность рассматриваемой среды. Из (5) следует

$$\beta_1^2 + s^2 = 2c_2^2, \quad \beta_2^2 + 4c_3^2 = \beta_1^2.$$
 (6)

Таким образом, в данной анизотропной среде имеется лишь 5 независимых макроконстант, причем при переходе к изотропной среде (в этом случае $c_1^2 = c_2^2 + s^2$) останется лишь 4 константы. Данная среда становится изотропной при выполнении следующего соотношения:

$$K_{0} = \frac{4b^{2} - 8(a-b)^{2}}{(a-b)^{2} + b^{2}}K_{1} + \frac{4a(2b-a)}{(a-b)^{2} + 2b^{2}}K_{2} - \frac{K_{3}}{4\sqrt{2}} + \frac{4}{3}K_{4}.$$
(7)

В данной модели $\beta_2 \equiv 0$ при отсутствии пружин K_2 , в результате чего исчезает связь между трансляционными и ротационными степенями свободы частиц в линейном приближении, присутствующая в континууме Коссера. Если $K_1 = 0$, то $c_3 \equiv 0$, в то время как в континууме Коссера этот коэффициент является ненулевым. Введение центральных пружин (с жесткостью K_0) обеспечивает превосходство скорости продольных волн над скоростями остальных волн. Пружины K_3 и K_4 кажутся, на первый взгляд, дублирующими друг друга. Однако, как следует из формул (5), пружи-



Рис. 4. Зависимость отношения скоростей поперечных и ротационных волн c_2/c_4 от относительного размера частиц при $K_1/K_0 = 0.5$, $K_3/K_0 = 1.2$, $K_4/K_0 = 1.4$. Кривая *1* соответствует $K_2/K_0 = 0.2$, кривая $2 - K_2/K_0 = 0.3$, кривая $3 - K_2/K_0 = 0.4$.

ны этих двух типов в количественном отношении по-разному влияют на параметры c_1 , c_2 и *s*. Кроме того, соотношение (7) показывает их разное качественное влияние на выполнение условия изотропии среды.

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТЕЙ АКУСТИЧЕСКИХ И РОТАЦИОННЫХ ВОЛН ОТ ПАРАМЕТРОВ МИКРОСТРУКТУРЫ

В отличии от классической теории упругости, рассматриваемая здесь трехмерная модель кристаллической среды учитывает ротационные степени свободы. Но наблюдать экспериментально в лабораторных условиях распространение ротационных волн в твердых телах до сих пор никому не удавалось [25]. Известно лишь, что их близкими аналогами являются спиновые волны в ферромагнетиках [26] и волны директора в жидких кристаллах [27]. В связи с этим вызывают интерес теоретические оценки скоростей таких волн. Анализ соотношений (5) с учетом положительных жесткостей пружин K_i (i = 0-4) показывает, что из скоростей c_1, c_2, c_3, c_4 наибольшей является скорость продольных волн c_1 , а наименьшей скорость ротационных волн c_3 .

На рис. 4 приведены зависимости отношения скорости поперечных волн c_2 к скорости ротационных волн c_4 от относительного размера частиц d/a при $K_{10} = 0.5$, $K_{30} = 1.2$, $K_{40} = 1.4$ (здесь и далее $K_{i0} = K_i/K_0$). Из этого рисунка видно, что увеличение параметра моментных взаимодействий K_{20} приводит к тому, что $c_4 > c_2$. Кроме того, численный анализ показывает, что увеличение параметров K_{30} и K_{40} , а также уменьшение параметра K_{10} ведет к противоположному результату $-c_2 > c_4$. Таким образом, в рассматриваемой среде скорости c_2 и c_4 одного порядка. При этом в кристалле фуллерита с простой кубической решеткой $c_1 = 2943$ м/с, $c_2 = 2325$ м/с [28].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе методом структурного моделирования построена трехмерная математическая модель простой кубической решетки кристалла фуллерита из сферических частиц, обладающих тремя трансляционными и тремя ротационными степенями свободы. Найдено условие на параметры микроструктуры такой среды, при выполнении которого среда становится изотропной. Получены аналитические зависимости скоростей акустических и ротационных волн от параметров микроструктуры. Наибольшей среди всех скоростей является скорость продольных волн c_1 , а наименьшей – скорость ротационных волн с₃. Скорость ротационных волн с4 может превосходить скорость поперечных волн c_2 . Соотношению $c_4 > c_2$ способствуют увеличение параметров моментных взаимодействий K_{10} и K_{20} , а также уменьшение параметров K_{30} и K_{40} .

Работа выполнена в рамках государственного задания ИПФ РАН на проведение фундаментальных научных исследований на 2021–2023 гг. по теме № 0030-2021-0025, а также при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 19-08-00965-а и 18-29-10073-мк).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гуляев Ю.В., Лагарьков А.Н., Никитов С.А. // Вестн. РАН. 2008. Т. 78. № 5. С. 438.
- Shining Zhu, Xiang Zhang // Nat. Sci. Rev. 2018. V. 5. No. 2. P. 131.
- Бобровницкий Ю.И. // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. C. 347; Bobrovnitskii Yu.I. // Acoust. Phys. 2014. V. 60. No. 4. P. 371.
- Бобровницкий Ю.И. // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 283; Bobrovnitskii Yu.I. // Acoust. Phys. 2015. V. 61. No. 3. P. 255.
- Федотовский В.С. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 547; Fedotovskii V.S. // Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 5. P. 548.
- Cummer S.A., Christensen J., Alù A. // Nat. Rev. Mater. 2016. V. 1. Art. No. 16001.

- Zhou L., Jiang H. // Phys. Stat. Sol. B. 2016. V. 253. No. 7. P. 1331.
- Бобровницкий Ю.И., Томилина Т.М. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 517; Bobrovnitskii Yu.I., Tomilina T.M. // Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 5. P. 519.
- 9. Сидоров Л.Н., Юровская М.А., Борщевский А.Я. и др. Фуллерены. Уч. пособ. М.: Экзамен, 2005. 688 с.
- Бланк В.Д., Левин В.М., Прохоров В.М. и др. // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. С. 1364. Blank V.D., Levin V.M., Prokhorov V.M. et al. // J. Exp. Theor. Phys. 1998. V. 87. P. 741.
- 11. Кобелев Н.П., Моравский А.П., Сойфер Я.М. и др. // ФТТ. 1994. Т. 36. № 9. С. 2732.
- 12. *Руденко О.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1369; *Rudenko O.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1215.
- Ерофеев В.И., Герасимов С.И., Кажаев В.В., Павлов И.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1333; Erofeev V.I., Gerasimov S.I., Kazhaev V.V., Pavlov I.S. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1203.
- Ерофеев В.И., Леонтьева А.В., Мальханов А.О. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 591; Erofeev V.I., Leonteva A.V., Malhanov A.O. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 5. P. 520.
- Chunyu Li, Tsu-Wei Chou // Int. J. Sol. Struct. 2003. V. 40. No. 10. P. 2487.

- Павлов И.С., Потапов А.И. // ДАН. 2008. Т. 421. № 3. С. 348; Pavlov I.S., Potapov A.I. // Dokl. Phys. 2008. V. 53. No. 7. P. 408.
- 17. Pavlov I.S., Potapov A.I., Maugin G.A. // Int. J. Sol. Struct. 2006. V. 43. No. 20. P. 6194.
- Ерофеев В.И., Павлов И.С. Структурное моделирование метаматериалов. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2019. 196 с.
- Vasiliev A.A., Pavlov I.S. // IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Engin. 2018. V. 447. Art. No. 012079.
- 20. Spadoni A., Ruzzene M. // J. Mech. Phys. Sol. 2012. V. 60. P. 156.
- Конек Д.А., Войцеховски К.В., Плескачевский Ю.М., Шилько С.В. // МКМК. 2004. Т. 10. № 1. С. 35.
- 22. *Vasiliev A.A., Miroshnichenko A.E., Dmitriev S.V.* // Eur. J. Mech. A. 2014. V. 46. P. 96.
- Altenbach H., Maugin G.A., Erofeev V.I. Mechanics of generalized continua. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. 350 p.
- 24. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
- 25. *Erofeev V.I., Pavlov I.S., Vikulin A.V. //* Mater. Phys. Mech. 2018. V. 35. No. 1. P. 53.
- 26. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
- Lee J.D., Eringen A.C. // J. Chem. Phys. 1971. V. 54. No. 12. P. 5027.
- 28. Yildirim T., Harris A.B. // Phys. Rev. B. 1992. V. 46. Art. No. 7878.

On estimation of the rotational wave velocity in a simple cubic lattice of a fullerite crystal

I. S. Pavlov^{*a*, *b*, *, V. I. Erofeev^{*a*}, A. V. Muravieva^{*b*}, A. A. Vasiliev^{*c*}}

^aInstitute of Applied Physics of the Russian Academy of Sciences, Mechanical Engineering Research Institute RAS, Nizhny Novgorod, 603024 Russia

^bLobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, 603950 Russia

^cTver State University, Tver, 603950 Russia

*e-mail: ispavlov@mail.ru

A three-dimensional mathematical model of a simple cubic lattice of a fullerite crystal has been elaborated using the structural modeling method. Analytical dependences of the velocities of acoustic and rotational waves on the parameters of the microstructure of such a medium are obtained. It is shown that, depending on the values of microstructure parameters, the rotational wave velocity can exceed the shear wave velocity.

УДК 534.2

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ДЕЛЕНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА В БЕРЕГОВОМ КЛИНЕ

© 2021 г. И. Б. Есипов^{1, 4, *}, Г. В. Кенигсбергер², О. Е. Попов³, В. Я. Поддубняк⁴, В. И. Михеев²

¹Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) имени И.М. Губкина". Москва. Россия

²Институт экологии Академии наук Абхазии, Сухум, Абхазия

³Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт физики атмосферы имени А.М. Обухова Российской академии наук, Москва, Россия

⁴Акционерное общество "Акустический институт имени академика Н.Н. Андреева", Москва, Россия

*E-mail: igor.esipov@mail.ru

Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты экспериментального исследования горизонтальной рефракции при распространении акустических сигналов в береговом клине. Обнаружено, что в присутствии поверхностного волнения акустический сигнал модулируется по интенсивности и по времени прихода, а при отражении сигналов от дна и морской поверхности возникают дополнительные направления, по которым приходит сигнал от удаленного излучателя. Показано, что при определенных условиях возникает пространственное деление сигнала одного и того же типа прихода.

DOI: 10.31857/S0367676521060090

введение

В акустике океана изучение особенностей распространения звука в относительно мелководных акваториях с наклонным дном, при распространении звука с многократными отражениями от дна, проводят в рамках модели так называемого берегового клина. Возможность горизонтальной рефракции звука в береговом клине стала понятной сразу же после открытия подводного звукового канала и создания теории распространения волн в слоистой среде [1]. Однако систематические исследования этого явления стали актуальными сравнительно недавно в связи с развитием новых методов акустического зондирования берегового шельфа. Без оценки роли горизонтальной рефракции в современной гидроакустике не рассматривается ни одна задача акустического зондирования берегового клина. Проблема исследования горизонтальной рефракции акустического излучения при распространении в неоднородном океане относится к классу задач акустического изображения структуры океана, его исследования и мониторинга [2]. Основное внимание исследователей этого явления уделяется шельфовой зоне [3], где существенны приливы и внутренние волны [4, 5]. Изменчивость параметров океанического волновода в горизонтальной плоскости из-за изменчивой батиметрии или скорости распространения звука приводят к горизонтальной рефракции акустических волн. Эти эффекты изучены теоретически и экспериментально как для глубокого океана [6], так и мелкого моря [7, 8]. Было показано, что существуют многочисленные акустические проявления горизонтальной рефракции в береговом клине. Первые измерения горизонтальных углов прихода в береговом клине были выполнены [9]. Далее, были выполнены исследования фокусировки и дефокусировки звукового поля в горизонтальной плоскости в присутствии внутренних волн [10]; изменений интерференционной картины в горизонтальной плоскости в береговом клине [11], или в подводном каньоне [12]; многолучевое распространение в горизонтальной плоскости и другие. В работах [13, 14], обсуждается, также, важность горизонтальной рефракции для решения обратных задач. Наши исследования [15] показали возможность сильно выраженной горизонтальной рефракции в береговом клине Черного моря у побережья Абхазии на трассе мыс Сухумский – мыс Кодор.

В неоднородной среде возникает возможность ветвления распространяющегося направленного излучения. Это явление было экспериментально



Рис. 1. Батиметрическая карта акватории работ. S1, S3 – источники акустических сигналов, *r*1 – приемная система.

продемонстрировано с помощью лазерного излучения. Моделирование указывает на то, что в акустике океана такое явление вполне возможно [16]. Ветвление излучения — это одно из проявлений горизонтальной рефракции возникающей при прохождении волны через горизонтальную неоднородную структуру. Другими словами, без оценки роли горизонтальной рефракции в современной акустике океана не рассматривается ни одна задача акустического зондирования берегового клина.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования особенностей распространения акустического сигнала на береговом склоне в присутствии регулярного волнения (зыби). Показано, что при отражении сигнала от взволнованной поверхности возникает пространственное деление сигнала одного и того же типа.

МОДУЛЯЦИЯ АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА ПРИ РЕФРАКЦИИ НА БЕРЕГОВОМ СКЛОНЕ

Экспериментальные исследования выполнялись на акватории черноморского полигона Института экологии АН Абхазии, прилегающей к мысу Сухумский. Постановка эксперимента была схожа с предыдущей нашей работай на этом полигоне [17]. Наклон дна при удалении от берега составлял приблизительно 23°-25°. Приемная система состояла из четырех гидрофонов, расположенных в вершинах тетраэдра с длиной стороны 1 м и погружалась вершиной тетраэдра вниз с океанографической платформы на металлической штанге на глубину 5 м при глубине места 12.5 м. Такая система позволяла определять по задержкам между приходами сигнала на разные приемники как азимут, так и, при известной скорости распространения звука, угол скольжения сигнала. В эксперименте использовались два излучателя (рис. 1). Излучатель S3 был размещен прямо на юг (в море) от платформы по азимуту 177.2° на глубине 63 м на горизонтальном расстоянии от приемника около 113.5 м, излучатель S1 на расстоянии 155 м от приемной системы при глубине места около 40 м по азимуту примерно 242°. Излучатели находились в 0.75 м от дна. Основное отличие в расположении излучателей заключалось в том, что прямая, соединяющая излучатель S3 и приемную систему, шла практически поперек изобат, тогда как прямая, соединяющая излучатель S1 и приемную систему, шла под острым углом к изобатам. Такое положение излучателей позволяло сравнить основные особенности распространения сигналов в случае сильного и незначительного влияния батиметрической рефракции. Для обоих случаев прямые сигналы, без отражений от дна и поверхности, должны быть сравнительно стабильными по своим параметрам. Сигналы от источника S1 с отражениями от наклонного дна должны быть сильно подвержены батиметрической рефракции, поскольку при такой ориентации акустической трассы при отражении от дна изменяется не только угол скольжения, но и направление распространения в горизонтальной плоскости. Причем, чем больше угол скольжения, тем больше число отражений от дна, и тем больше, как правило, изменение направления распространения в горизонтальной плоскости. Таким образом, сигналы от источника S1, распространяющиеся с разными углами скольжения, должны приходить в точку приема с различных азимутов. Сигналы от источника S3, распространяющиеся с разными углами скольжения перпендикулярно изобатам с отражениями от наклонного дна должны быть мало подвержены батиметрической рефракции и будут приходить в точку приема примерно с одного азимута близкого к истинному азимуту на источник. Для контроля гидрофизического состояния полигона измерялся вертикальный профиль скорости звука и течение с помощью акустического доплеровского измерителя профиля течения. Перемешанный слой с практически постоянной скоростью звука достигал глубины приблизительно 25 м. Во время эксперимента было умеренное береговое течение с запада на восток со скоростями от 10 до 50 см/с. При волнении появлялась периодическая вертикальная компонента течения с пространственным периодом зыби величиной от 50 см/с у поверхности моря до 20 см/с на глубине 10 м.

При проведении измерений в течении 300 с периодом 0.2 с излучались 1500 линейно частотно модулированных импульсов длительностью 0.015 с в полосе 3–10 кГц. Ширина максимума функции корреляции излучаемого сигнала равна примерно удвоенному значению обратной величины полосы, т.е. примерно 0.0003 с. С учетом неравномерности частотной характеристики излучателей и влияния среды распространения можно было ожидать некоторого расширения корреляционного максимума. В этих условиях мы определяем точность отдельных приходов сигнала не хуже 0.0005 с. Для повышения временного разрешения отдельных приходов при измерении азимутов и углов скольжения, в начале для каждого приемника определялись импульсные характеристики гидроакустического канала путем расчета функции взаимной корреляции принятых сигналов с излученным.

Выполненное моделирование лучевого распространения для условий эксперимента выявило, что лучевой расчет для трассы от излучателя S3 дает два основных прихода: первый — прямой сигнал без отражений от дна и поверхности и второй – с одним отражением от поверхности. Формально есть еще лучи парные к первым двум лучам, которые отличаются дополнительным отражением от дна рядом с излучателем. Время их распространения очень близко ко времени распространения прямого и, соответственно, отраженного от поверхности. Можно предположить, что отражение от дна, покрытого галькой среднего размера, сильно рассеивает эти сигналы и их амплитуда мала по сравнению с сигналами без отражения от дна.

Исследование особенностей распространения акустического сигнала на этом полигоне проходило как в условиях тихой погоды, так и в условиях волнения (зыбь с периодом волнения 5 с, что соответствует фазовой скорости около 8 м/с и длине волны 40 м). Зыбь шла примерно с ЮЮВ. Волнение приводило к модуляции, как времени распространения сигнала, так и его интенсивности. На рис. 2 показаны усредненные спектры флуктуаций времени распространения для первых двух приходов в условиях волнения. Видно, что сигналы модулированы частотой волнения, но спектр модуляции сигнала, отраженного от поверхности оказывается более широкий. Его высокочастотная часть более чем на 20 дБ превосходит модуляцию прямого сигнала в этом диапазоне, что, по-видимому, связано с присутствие высокочастотных гармоник.

На рис. 3 показан результат статистической обработки приходов сигналов от излучателя S3 в тихую погоду и в условиях волнения. В этом случае сигнал распространяется поперек изобат и не следует ожидать выраженной рефракции. Представлены распределения (гистограммы) приходов для выделенных прямого сигнала и сигнала с отражением от поверхности числа импульсов по азимуту и по углам скольжения с интервалом 0.5°. Если азимут и угол скольжения прихода прямого сигнала довольно стабилен, то в условиях волнения мы видим широкий пространственный спектр (порядка 20°) приходов по азимуту и по углу скольжения для сигнала, отраженного от поверхности.

Волнение приводит к смещению максимума гистограммы для азимута приходов сигнала, от-



Рис. 2. Спектры флуктуаций времени распространения акустических сигналов для первых двух приходов в условиях волнения: *1* – прямой сигнал, *2* – с отражением от поверхности.

раженного от поверхности, даже при малом волнении. При малом волнении пространственная модуляция приходов сигнала, отраженного от поверхности, становится более регулярной. Боковые составляющие существенно снижаются, но ширина спектра сохраняется, появляются дискретные направления приходов. Конечно, энергия сигнала, отражающаяся в количестве импульсов, пришедших не в основном направлении, при слабом волнении ничтожна. Тем не менее, можно говорить о пространственном делении даже в условиях одного и того же типа сигнала. Такое же заключение можно сделать и в отношении углов скольжения. В пространственном спектре углов скольжения с уменьшением волнения также обозначаются дискретные направления прихода сигнала, один раз отразившегося от морской поверхности.

На рис. 4 представлены гистограммы распределения приходов по азимуту и по углам скольжения для сигналов, распространяющихся под острым углом к линям изобат при слабом волнении. В этом случае моделирование лучевого распространения показывает четыре устойчивых прихода сигнала: прямой, отраженный от поверхности моря, отраженный от дна и поверхности моря и отраженный от поверхности, дна и снова от поверхности моря. При отражении от наклонного дна возникает батиметрическая рефракция. У третьего и четвертого приходов азимут увеличивается (уходит в сторону берега), а углы скольжения растут.

Важно отметить, что в условиях стабильного прихода прямого сигнала при малом волнении, когда его пространственный спектр азимутальных углов прихода дискретен, пространственный спектр для приходов высоких номеров указывает на проЕСИПОВ и др.



Рис. 3. Гистограммы (шаг 0.5°) первых двух приходов сигналов от излучателя S3 в тихую погоду (левые 4 рисунка) и в условиях волнения (правые 4 рисунка). Верхний ряд – азимутальные распределения числа зарегистрированных импульсов N, нижний ряд – распределения N по углам скольжения. Для прямого сигнала в отсутствии волнения, среднее значение азимута 177.2° , среднеквадратичное отклонение 0.2° , среднее значение угла скольжения 27.4° , среднеквадратичное отклонение 0.2° ; для сигнала с отражением от поверхности (второй приход) в отсутствии волнения, среднее значение азимута 181.2° , среднеквадратичное отклонение 2.2° , среднее значение угла скольжения 31.6° , среднеквадратичное отклонение 2.7° ; для прямого сигнала при волнении, среднее значение азимута 176.5° , среднеквадратичное отклонение 2.7° ; для сигнала с отражения 28.7° , среднеквадратичное отклонение 1.2° ; для сигнала с отражения 28.7° , среднеквадратичное отклонение 1.2° ; для сигнала с отражения 28.7° , среднеквадратичное отклонение 1.2° ; для сигнала с отражения 28.7° , среднеквадратичное отклонение 1.2° ; для сигнала с отражения 28.7° , среднеквадратичное отклонение 1.2° ; для сигнала с отражения 28.7° , среднеквадратичное отклонение 1.2° ; для сигнала с отражение замута 180.9° , среднеквадратичное отклонение 1.7° .



Рис. 4. Гистограммы первых четырех приходов сигналов от излучателя S1 при отсутствии волнения. Верхний ряд – азимутальные распределения N, нижний ряд – распределения N по углам скольжения. Для прямого сигнала среднее значение азимута 242.2°, среднее значение угла скольжения 15.3°; для сигнала с отражением от поверхности (второй приход) среднее значение азимута 242.6°, среднее значение угла скольжения 13.3°, для сигнала с отражением от поверхности (второй поверхности (третий приход) максимум гистограммы достигается при азимуте 275° и угле скольжения 41.5°, для сигнала с отражением от поверхности, дна и поверхности (четвертый приход) максимум гистограммы достигается при азимуте 300.5° и угле скольжения 62.5°.
странственную модуляцию этих сигналов. Интересно отметить, что пространственный спектр сигнала, отраженного от поверхности (второй приход, без батиметрической рефракции), слегка расширяется на 1-2 градуса. Далее, если третий приход сигнала достаточно слабо модулирован, в его модуляции можно выделить три основных азимутальных направлений этого прихода, то пространственный спектр четвертого прихода оказывается уже сплошным. Пространственный спектр четвертого прихода состоит из нескольких модулированных азимутальных направлений, отличающихся друг от друга приблизительно на 40°. Основная энергия этих сигналов приходит с направлений, отличающихся от прихода прямого сигнала приблизительно на 50° в сторону берега, что и определяет батиметрическую рефракцию.

Подобная картина наблюдается и для углов скольжения. Правда здесь уже второй приход сигнала, отраженного от поверхности, испытывает гармоническую пространственную модуляцию, и мы можем говорить о пространственном делении сигнала этого типа. Спектр углов скольжения для четвертого прихода сигнала, дважды отраженного от поверхности, уже оказывается сплошным и занимает сектор более 70°.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены результаты исследования особенностей распространения акустического сигнала в береговом клине. Исследование проходило как в условиях тихой погоды, так и в условиях регулярного поверхностного волнения. Волнение приводило к модуляции, как времени распространения сигнала, так и его интенсивности. Оказалось, что спектр модуляции сигнала, отраженного от поверхности, оказывается более широкий, чем спектр сигнала, пришедшего прямо на приемную систему. Его высокочастотная часть более чем на 20 дБ превосходит модуляцию прямого сигнала в этом диапазоне, что, по-видимому, связано с нерегулярным характером отражения сигнала от взволнованной поверхности и, соответственно, образованием высокочастотных гармоник в спектре интенсивности модуляции.

С помощью направленной приемной системы определялся азимут и угол скольжения приходов акустического сигнала. Волнение приводит к смещению максимума гистограммы для азимута приходов сигнала, отраженного от поверхности, даже при малом волнении. При малом волнении пространственная модуляция приходов сигнала, отраженного от поверхности, становится более регулярной. Боковые составляющие существенно снижаются, но ширина спектра сохраняется, появляются дискретные направления приходов. Конечно, энергия сигнала, отражающаяся в количестве импульсов, пришедших не в основном направлении, при слабом волнении ничтожна. Тем не менее, можно говорить о пространственном делении даже в условиях одного и того же типа прихода сигнала. Такое же заключение можно сделать и в отношении углов скольжения. В пространственном спектре углов скольжения с уменьшением волнения также обозначаются дискретные направления прихода сигнала, один раз отразившегося от морской поверхности.

Пространственное деление или разветвление сигнала реализуется в неоднородных средах с пространственным масштабом корреляции, существенно превышающим длину волны ветвящегося сигнала [16]. Регулярное поверхностное волнение в условиях нашего опыта было такой неоднородностью. Интересно отметить, что пространственный спектр сигнала, отраженного от поверхности (второй приход, без батиметрической рефракции), слегка расширяется на 1-2 градуса. Далее, если третий приход сигнала достаточно слабо модулирован, в его модуляции можно выделить три основных азимутальных направлений этого прихода, то пространственный спектр четвертого прихода оказывается уже сплошным. Пространственный спектр четвертого прихода состоит из нескольких модулированных азимутальных направлений, отличающихся друг от друга приблизительно на 40°. То есть пространственное деление или разветвление сигнала оказывается весьма сильным эффектом, проявляющимся в нашем случае в условиях поверхностного волнения. Основная энергия этих сигналов при распространении вдоль батиметрической линии приходит с направлений, отличающихся от прихода прямого сигнала приблизительно на 50° в сторону берега, что и определяет батиметрическую рефракцию.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 19-52-40004 и 20-02-00676)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
- 2. *Wille P.C.* Sound images of the ocean in research and monitoring. Springer, 2005. 470 p.
- Reeder D.B., Chiu L.Y.S., Chen C.-F. // J. Comp. Acoust. 2010. V. 18. P. 267.
- Katsnel'son B.G., Pereselkov S.A. // Acoust. Phys. 2000.
 V. 46. No. 6. P. 684.
- Shmelev A. Yu., Migulin A.A., Petnikov V.G. // J. Acoust. Soc. Amer. 1992. V. 92. P. 1003.
- Collins M.D., McDonald B.E., Heane K.D., Kuperman W.A. // J. Acoust. Soc. Amer. 1995. V. 97. P. 1567.
- Heaney K.D., Murray J.J. // J. Acoust. Soc. Amer. 2009. V. 125. No. 3. P. 1394.
- Katsnel'son B.G., Badiey M., Lynch J.F. // Acoust. Phys. 2007. V. 53. No. 3. P. 313.
- Doolittle R., Tolstoy A., Buckingham M.J. // J. Acoust. Soc. Amer. 1988. V. 83. No. 6. P. 2117.

ЕСИПОВ и др.

- 10. Badiey M., Katsnelson B.G., Lynch J.F. et al. // J. Acoust. Soc. Amer. 2005. V. 117. No. 2. P. 613.
- 11. Deane G.B., Buckingham M.J. // J. Acoust. Soc. Amer. 1993. V. 93. P. 1319.
- 12. *Duda T., Collis J., Lin Y.-T. et al.* // J. Acoust. Soc. Amer. 2012. V. 131. No. 2. P. 1782.
- 13. Bender C.M., Ballard M.S., Wilson P.S. // J. Acoust. Soc. Amer. 2014. V. 135. No. 6. P. 3295.
- Ballard M., Lin Y.-T., Lynch J. // J. Acoust. Soc. Amer. 2012. V. 131. No. 4. P. 2587.
- Есипов И.Б., Попов О.Е., Кенигсбергер Г.В., Сизов И.И. // Изв. РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. № 10. С. 1340; Esipov I.B., Popov O.E., Kenigsberger G.V., Sizov I.I. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2016. V. 80. No. 10. P. 1209.
- Wolfson M.F., Tappet F.D. // J. Acoust. Soc. Amer. 2000. V. 107. No. 1. P. 154.
- Есипов И.Б., Кенигсбергер Г.В., Попов О.Е. и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 833; Esipov I.B., Kenigsberger G.V., Popov O.E. et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 6. P. 687.

Spatial split of an acoustic signal in a coastal wedge

I. B. Esipov^{a, d, *}, G. V. Kenigsberger^b, O. E. Popov^c, V. Ya. Poddubnyak^d, V. I. Mikheyev^b

^aNational University of Oil and Gas "Gubkin University", Moscow 119991 Russia ^bInstitute of Ecology, Academy of Sciences of the Republic of Abkhazia, Sukhumi, 384900 Abkhazia ^cObukhov Institute of Atmospheric Physics, Russian Academy of Sciences, Moscow, 119017 Russia ^dAndreyev Acoustics Institute, Moscow, 117036 Russia

*e-mail: igor.esipov@mail.ru

The results of an experimental research of horizontal refraction in the propagation of acoustic signals in a coastal wedge are presented. It is found that in the presence of surface waves, the acoustic signal is modulated in intensity and time of arrival, and when signals are reflected from the bottom and sea surface, additional directions arise along which the signal comes from a remote emitter. It is shown that under certain conditions there is a spatial splitting of the signal of the same type of arrival.

УДК 542.34

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ СТРУКТУРА ШУМОВОГО ПОЛЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ИСТОЧНИКА В ВЫСОКОЧАСТОТНОМ ДИАПАЗОНЕ

© 2021 г. Г. Н. Кузнецов¹, В. М. Кузькин¹, М. В. Куцов², С. А. Пересёлков^{2, *}

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Федеральный исследовательский центр "Институт общей физики имени А.М. Прохорова Российской академии наук", Москва, Россия ²Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Воронежский государственный университет", Воронеж, Россия

> **E-mail: pereselkov@yandex.ru* Поступила в редакцию 09.12.2020 г. После доработки 25.01.2021 г. Принята к публикации 26.02.2021 г.

Представлены результаты высокочастотного эксперимента по локализации движущегося шумового источника с использованием одиночного векторно-скалярного приемника. Использовалась частотно-временная обработка, согласованная с интерференционной картиной, формируемой источником. Восстановлены временные зависимости пеленга, скорости, удаленности и глубины. Дано теоретическое объяснение экспериментальным данным.

DOI: 10.31857/S0367676521060156

Эксперимент проводился в акватории глубиной $H \sim 87$ м и скоростью звука $c \sim 1470$ м/с [1]. Прием акустических сигналов осуществлялся на одиночный векторно-скалярный приемник (ВСП) вертикальной антенны, расположенного на глубине $z_a = 30$ м. Интерферограмма (квадрат модуля давления) движущегося шумового источника регистрировалась в полосе $\Delta f = 115 \, \mathrm{k} \Gamma \mathrm{u}$. Длительность принимаемой шумовой реализации $\delta t = 0.2$ с. Входное отношение сигнал/помеха (по мощности) $q \sim 8$ (9 дБ). Априорная информация о гидрофизических характеристиках акватории отсутствовала. Цель работы заключалась в проверке работоспособности интерферометрического метода локализации шумового источника в высокочастотной области.

Схема движения источника относительно расположения ВСП в окрестности траверса показана на рис. 1 (вид сверху). Оси *x* и *y* ВСП *Q* совпадают с положительными направлениями системы координат. Из начальной точки *A* источник приближался к приемнику, проходил точку *B* траверса и далее удалялся по направлению к точке *C*. После прохождения точки *C* источник совершал петлеобразные траектории (на рис. 1 они не отображены). Горизонтальное расстояние источника до антенны обозначено *r*, пеленг — θ .

На рис. 2 приведены экспериментальная $I_e(f,t)$ (*a*) и модельная $I_m(f,t)$ (*б*) интерферограммы. В момент времени t = 10 с прохождения точки траверса частотный масштаб изменчивости оценивается как $\Lambda = 404$ Гц (рис. 2*a*). При удалении от точки траверса частотный масштаб возрастает, что приводит к увеличению ширины интерференционной полосы. При этом он практически не зависит от частоты. Временной масштаб *D* изменчивости интерферограммы с возрастанием частоты уменьшается и увеличивается с возрастанием времени наблюде-



Рис. 1. Геометрия задачи.



Рис. 2. Нормированные экспериментальная (а) и модельная (б) интерферограммы.

ния. В точке траверса, например, на частоте $f = 3.5 \ \kappa \Gamma \mu - D = 2.9 \ c.$ Крутизна интерференционных полос в области траверса возрастает со временем и частотой, и по мере удаления от нее уменьшается. Данные закономерности характерны до момента времени $t' \sim 70 \ c$, т.е. по истечении 60 с после прохождения точки траверса. Для значений t > t' интерферограмма приобретает осциллирующий характер, вызванный многократным изменением направления движения (см. рис. 4*в*).

Модельная интерферограмма $I_m(f, t)$ (рис. 2*б*), адекватно передающая основные свойства экспериментальной интерферограммы, строилась на основе интерференции полей двух лучей с использованием лучевой программы. При этом предполагалось, что в течение временного интервала $\Delta t = 20$ с источник двигался по прямолинейной траектории.

Спектральные плотности на выходе двукратного преобразования Фурье интерферограммы $I_{e}(f,t)$ (назовем условно голограммой) для двух моментов времени $t_i = 10,50$ с представлены на рис. 3. С целью повышения контрастности и информативности на интерферограммах вырезаны средние значения. Изображение источника локализовано в форме двух фокальных пятен, зеркально перевернутых относительно начала координат. Одно из них, лежащее во втором и третьем квадратах, можно рассматривать как мнимое изображение источника, второе, лежащее в первом и четвертом квадрантах, - как действительное изображение. Число фокальных пятен определяет число лучей, формирующих интерферограмму: каждое фокальное пятно обусловлено интерференцией двух лучей. В эксперименте интерферограмма на всей траектории формировалась двумя лучами: прямым лучом и лучом, отраженным от верхней границы z = 0. Координаты положений максимумов фокальных пятен: $\tau = 2.4$ мс, v = 0 Гц, $t_i = 10$ с;

 $\tau = 0.9$ мс, $\nu = -0.2$ Гц, $t_i = 50$ с. Этим моментам времени соответствуют частотные масштабы $\Lambda = 404$ Гц; $\Lambda = 2.5$ кГц (см. рис. 2*a*).

Направление на источник реализовывалось применением интерферометрического метода пеленгования, основанного на отношении очищенных от помех интерферограмм

$$\frac{G(f,t_i)}{R(f,t_i)} = \sin\theta(t_i), \quad \frac{U(f,t_i)}{R(f,t_i)} = \cos\theta(t_i)$$
(1)

в фиксированные моменты времени t_i , где $R = V_r$, $G = V_x$, $U = V_y$ [2]. Здесь $V_{x,y}$ – горизонтальные компоненты колебательной скорости $V_r = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$. При обработке очищение интерферограмм от помехи не проводилось, так как входное отношение сигнал/помеха было достаточным для отчетливого наблюдения полос.

Горизонтальное расстояние до приемника r, глубина z и скорость w источника оценивались как координаты основного максимума трехмерной взаимокорреляционной функции экспериментальной I_e и модельной I_m интерферограмм

$$E(r, z, w) = \sum_{k} \sum_{i} I_{e}(f_{k}, t_{i}) I_{m}^{*}(f_{k}, t_{i}), \qquad (2)$$

т.е. $E(r, z, w) = \max E(r_*, z_*, w_*)$. Варьируемые величины обозначены нижним индексом звездочка (*), а верхний индекс звездочка "*" означает комплексное сопряжение. При обработке (2) априори считалось, что источник расположен на глубине $1 \le z \le 70$ м, от ВСП удален на расстояние $50 \text{ м} \le r \le 3$ км, скорость $2 \le w \le 35 \text{ м/с.}$ Перебор параметров проводился с шагом: расстояние $\delta r = 25$ м, глубина — $\delta z = 0.5$ м, скорость $-\delta w = 1$ м/с. Шаг дискретизации по частоте $\delta f = 0.5$ Гц,



Рис. 3. Нормированные интерферограммы (a, b) и голограммы (b, c) в различные моменты времени $t_i = 10$ (a, b) и 50 с (b, c).

по времени $\delta t = 2$ с. Обработка проводилась во временном интервале $\Delta t = 20$ с и полосе $\Delta f = 1-15$ кГц.

Для отслеживания временного восстановления параметров источника использовалось каскадное вычисление взаимокорреляционной функции. В начальный момент времени $t_0 = 0$ осуществлялась обработка (2) во временном интервале $\Delta t = 20$ с. В момент времени $t_1 = t_0 + \delta t'$ проводилась следующая обработка в течение времени Δt , $\delta t' = 5$ с, и т.д. За время наблюдения T = 275 с получено $N = [(T - \Delta t)/\delta t'] + 1 = 52$ отсчета параметров источника.

Восстановленные временные зависимости параметров источника продемонстрированы на рис. 4.

На рис. 4*а* экспериментальная зависимость пеленга от времени $\theta(t)$ изображена сплошной линией, пунктиром — модельная зависимость в предположении движения источника вдоль прямой, параллельной оси *x* (см. рис. 1, пунктир). Мелкомасштабные осцилляции обусловлены колебаниями приемной системы в вертикальной плоскости, крупномасштабные осцилляции — петлеобразными траекториями источника. Для пеленгования источника знаний о гидрофизических характеристиках акватории не требуется.



Рис. 4. Восстановленные временные зависимости параметров источника: пеленг $\theta(t)(a)$; глубина $z(t)(\delta)$; траекторная зависимость Y(X)(a); скорость w(t)(c).

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 № 6 2021

На рис. 46 показана зависимость z(t). Как видно, во время эксперимента глубина источника изменялась в пределах ~1.5 м и в среднем оценивается как z = 11.4 м. Осцилляции глубины приходятся на времена, когда источник совершал петлеобразные траектории.

По данным $\theta(t)$ и r(t) оценены координаты источника

$$X(t) = r(t)\sin\theta(t), \quad Y(t) = r(t)\cos\theta(t)$$
(3)

и реконструирована траекторная зависимость Y(X), которая представлена на рис. 4*в*. Из нее следует, что точка траверса была удалена от ВСП на расстояние r = 188 м. После прохождения точки траверса источник перемещался по прямой, не параллельной оси *x* и в момент времени $t' \sim 70$ с начинал совершать петлеобразные траектории.

Скорость источника w на временном интервале Δt определялась как

$$w(\Delta t) = \frac{\sqrt{X^2(\Delta t) + Y^2(\Delta t)}}{\Delta t}.$$
 (4)

Временная зависимость w(t) отображена на рис. 4*г*. Для кривой w(t) характерны две временные области. Первая область, $0 \le t \le 58$ с, где источник двигался преимущественно по прямолинейной траектории практически с постоянной скоростью w = 27.4 м/с. Вторая область, $58 < t \le 275$ с, когда источник двигался по петлеобразным траекториям, скорость имеет сложный изрезанный характер. С уменьшением размера петли скорость снижалась.

Рассмотрим связь характеристик интерферограммы (или положения максимумов фокальных пятен голограммы) с параметрами движущегося источника. Обсудим это на простом примере удаления источника от точки траверса B по прямолинейной траектории параллельно оси x с постоянной скоростью w и на фиксированной глубине z(рис. 1, пунктир). Допустим, что коэффициент отражения от свободной поверхности не зависит от частоты, угла падения и равен -1. Источник начинал движение из точки траверса в сторону удаления от приемника. Тогда двухлучевая интерферограмма принимает вид [3]

$$I_t(t) = \frac{2B^2}{\overline{R}^2(t)} \cos\Phi(\omega, t), \qquad (5)$$

где фаза

$$\Phi(\omega,t) = \eta \frac{\omega}{r(t)}.$$
 (6)

Здесь $\eta = 2z_q z/c$, c – скорость звука, z_q – глубина приемника; $r(t) = \sqrt{r_0^2 + (wt)^2}$ – горизонтальное расстояние от приемника до источника в момент времени t, r_0 — расстояние в начальный момент времени t = 0 от точки траверса до приемника; $\overline{R}(t) = \sqrt{r^2(t) + z_q^2}; B^2$ — коэффициент, характеризующий мощность излучения. Принимая в среднем глубину источника z = 11 м, имеем $\eta = 0.47$ м · с.

Кривая интерференционных максимумов определяется условием

$$\frac{\partial \Phi}{\partial f}df + \frac{\partial \Phi}{\partial t}dt = 0.$$
(7)

Используя (6), из (7) для производной кривой постоянной фазы получаем

$$\frac{df}{dt} = \frac{fw^2t}{r^2(t)}.$$
(8)

Отсюда следует, что крутизна интерференционных полос в области траверса возрастает со временем, частотой и скоростью источника, и по мере удаления от точки траверса уменьшается. Подобный результат зарегистрирован в эксперименте. Решая дифференциальное уравнение (8) при начальном условии $f(0) = f_0$, находим уравнение кривой интерференционных максимумов поля источника

$$f(t) = \frac{f_0}{r_0} r(t).$$
 (9)

Частотный масштаб изменчивости интерферограммы в момент времени *t*, как следует из (6), равен

$$\Lambda(t) = \frac{r(t)}{\eta},\tag{10}$$

так что он возрастает с увеличением скорости источника и удалением от приемника, уменьшается с увеличением заглубления и не зависит от частоты. Подобные закономерности в зависимости от расстояния и частоты наблюдались в эксперименте. Например, в точке траверса ($r_0 = 189$ м) получаем $\Lambda(0) = 402$ Гц, что согласуется с экспериментальным значением $\Lambda = 404$ Гц. Если ширину интерференционной полосы $\Delta f(t)$ определить как ширину, в пределах которой фаза (6) меняется на $\pi/2$, то $\Delta f(t) = \Lambda(t)/4$. Величина $\Delta \tau$, обратная частотному масштабу, $\Delta \tau = 1/\Lambda$, представляет собой разность времен прихода прямого и отраженного лучей.

Временной масштаб *D* изменчивости интерферограммы, как следует из (6), определяется условием

$$\frac{1}{r(t)} - \frac{1}{r(t+D)} = \frac{1}{\eta f}.$$
 (11)

тет и при значении $t_{cr} = 1/b$ временной масштаб становится бесконечным. Это означает локализацию интерференционных полос вдоль горизонтальных линий. Предельному значению t_{cr} отвечает удаление источника от приемника $r_{cr} = \eta f$. Задаваясь значениями $\eta = 0.47$ м · с, f = 3.5 кГц,

получаем: *t_{cr}* = 60 с, *r_{cr}* = 1.64 км. Данный эффект наблюдается на экспериментальной и модельной интерферограммах (рис. 2). Очевидным условием наблюдаемости интерфе-

Аналитического решения эта задача не имеет, по-

этому обратимся к тем результатам, которые мож-

но извлечь из (11) в некоторых предельных случаях.

1. Пусть $r_0^2 \gg (wt)^2$, т.е. рассматривается окрестность точки траверса. Тогда, как следует из (11),

где $a = 2r_0^3/fw^2$. На практике можно ограничить-

ся более слабым неравенством $r_0^2 \ge 3(wt)^2$. Для

условий эксперимента данное приближение реа-

лизуется при $t \le 4$ с. В точке траверса t = 0 имеем

Для полученных оценок ($r_0 = 189$ м, $\eta = 0.47$ м · с,

w = 27.4 м/с), задаваясь частотой f = 3.5 кГц,

имеем D(0) = 3.3 с, что близко к эксперименталь-

до приемника больше по сравнению с траверсным

где b = w/f. С ростом времени слагаемое *bt* рас-

расстоянием. В этом случае, согласно (11),

 $D(t) = \frac{bt^2}{1 - bt},$

2. Пусть $r_0^2 \ll (wt)^2$, т.е. расстояние от источника

ному значению D = 2.9 с.

 $D(0) = \sqrt{2} \frac{r_0 \sqrt{r_0}}{\sqrt{f_w}}.$

 $D = -t + \sqrt{t^2 + a}.$

рограммы является требование, чтобы ширина спектра Δf хотя бы в несколько раз превышала частотный масштаб $\Lambda(t)$ (10). В качестве критерия наблюдаемости интерферограммы примем неравенство

$$\Delta f \ge 2\frac{r(t)}{\eta},\tag{15}$$

которое эквивалентно условию, что наблюдается одна и более интерференционных полос. Ширина спектра ограничивает удаление источника от приемника, при этом максимальное удаление, соответствующее условию реализации одной полосы, оценивается как

$$r_{max}(t) = \frac{1}{2}\Delta\eta f,$$
 (16)

так что с увеличением полосы анализа и заглубления источника максимальное удаление возрастает. Для условий эксперимента *r*_{max} = 3.29 км.

Координаты максимума фокального пятна голограммы (1), отвечающие действительному изображению источника, в точке траверса, как можно показать, равны $\tau = \eta / r_0$, $\nu = 0$. Для оценок $\eta = 0.47$ м · с, $r_0 = 189$ м получаем $\tau = 2.5$ мс, что близко экспериментальному значению $\tau = 2.4$ мс (см. рис. 3).

Как показал проведенный анализ, модельная интерферограмма адекватно передает основные свойства экспериментальной интерферограммы до момента времени, когда источник начал совершать петлеобразные траектории.

Таким образом, изложен высокочастотный интерферометрический метод локализации шумового источника, использующий сигнал с одного из одиночных ВСП антенны. В основе метода лежит частотно-временная обработка шумовых сигналов, согласованная с интерферограммой, формируемой лвижушимся источником. Модельная интерферограмма строилась на основе интерференции полей двух лучей: прямого и отраженного от свободной поверхности лучей. Метод апробирован на данных натурного эксперимента. По результатам обработки восстановлены временные зависимости пеленга, расстояния до приемника, скорости и глубины источника.

Двухлучевая модельная интерферограмма не требует знаний о параметрах дна и устойчива к поверхностному волнению. Поэтому предложенная согласованная обработка оказалась работоспособной, позволив получить правильные временные зависимости параметров шумового источника. Совокупная картина фокальных пятен голограммы позволяет определить число лучей, формирующих поле, в различных областях пространства. С удалением источника от приемника число лучей может увеличиваться, что будет приводить к усложнению интерференционной картины волнового поля. Если фокальные пятна не перекрываются, то на голограмме можно вырезать отдельные фокальные пятна и по отношению к ним реализовать обратное двукратное преобразование Фурье. Это даст возможность работать с двухлучевой интерферограммой, устойчивой по отношению к вариациям параметров дна.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 19-08-00941 и 19-29-06075).

(12)

(13)

(14)

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ том 85 Nº 6 2021

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Пересёлков С.А., Кузькин В.М., Кузнецов Г.Н. и др. // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 4. С. 437; Pereselkov S.A., Kuz'kin V.M., Kuznetsov G.N. et al. // Acoust. Phys. 2020. V. 66. No. 4. P. 416.
- 2. *Kuznetsov G.N., Kuz'kin V.M., Lyakhov G.A. et al.* // Phys. Wave Phenom. 2019. V. 27. No. 3. P. 237.
- 3. *Чупров С.Д.* // Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане: Сб. научн. тр. М.: Наука, 1982. С. 71.

The interference structure of the noise field of the moving source in the high-frequency range

G. N. Kuznetsov^a, V. M. Kuz'kin^b, M. V. Kutsov^b, S. A. Pereselkov^{b, *}

^aVoronezh State University, Voronezh, 394006 Russia ^bGeneral Physics Institute RAS, Moscow, 119991 Russia *e-mail: pereselkov@yandex.ru

The results of a high-frequency experiment on localization of the moving noise source by using the single vector-scalar receiver are presented. Time-frequency signal processing matched with the interference structure generated by the source is used. Time dependencies of bearing, speed, distance and depth are estimated. The theoretical explanation of the experimental data is given.