# СОДЕРЖАНИЕ

**Том 60, номер 1, 2022**

С 8 по 12 февраля 2021 г. в ИКИ РАН проводилась очередная, шестнадцатая конференция “Физика плазмы в солнечной системе”. Тематика конференции связана с теоретическими и экспериментальными исследованиями процессов в космической плазме, в частности, процессов на Солнце, в солнечном ветре, в ионосфере и магнитосфере Земли и других планет солнечной системы. В данный выпуск вошли статьи, написанные по докладам с конференции (отмечены звездочкой).

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 3–10

УДК 52.366

# ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕЧЕНИЯ ПОЛОС ЛАЙМАНА–БИРДЖА–ХОПФИЛДА В АТМОСФЕРАХ ЗЕМЛИ И ТИТАНА

**© 2022 г. А. С. Кириллов***

*Полярный геофизический институт, Апатиты, Россия*

**kirillov@pgia.ru*

Поступила в редакцию 10.03.2021 г.
После доработки 18.06.2021 г.
Принята к публикации 25.08.2021 г.

Проведены расчеты объемных и интегральных интенсивностей свечения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда (LBH) молекулярного азота 146.4, 138.4, 135.4 и 132.5 нм в верхней атмосфере Титана при высыпании электронов с энергиями 30–1000 эВ из магнитосферы Сатурна с учетом кинетических процессов для синглетных электронно-возбужденных состояний молекул $N_2$. Расчеты показали, что отношения рассчитанных интегральных интенсивностей свечения полос Лаймана-Бирджа-Хопфилда к интенсивности свечения полосы 337 нм второй положительной системы (2PG) для всего интервала рассмотренных энергий магнитосферных электронов принимают постоянные значения. Полученные результаты хорошо согласуются с расчетами, выполненными для авроральных электронов, высыпающихся в полярную ионосферу Земли.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010058

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Взаимодействие высокоэнергичных частиц и фотоэлектронов с молекулами $N_2$ в верхних атмосферах планет приводит к возбуждению синглетных электронно-возбужденных состояний $a'^1\Sigma_u^-$, $a^1\Pi_g$, $w^1\Delta_u$ молекулярного азота. При спонтанных излучательных переходах с возбужденного состояния $a^1\Pi_g$ на основное состояние $X^1\Sigma_g^+$ в молекуле азота

$$N_2(a^1\Pi_g, v') \rightarrow N_2(X^1\Sigma_g^+, v'') + h\nu_{LBH} \quad (1)$$

происходит свечение полос Лаймана-Бирджа-Хопфилда (LBH), которые располагаются в дальнем ультрафиолетовом участке (120–200 нм) спектра свечения атмосфер. В атмосферах Земли и Титана основной атмосферной составляющей является молекулярный азот $N_2$. Поэтому экспериментальные измерения спектров свечения верхней атмосферы Земли [1–4] и Титана [5–8] показали наличие полос Лаймана-Бирджа-Хопфилда в дальнем ультрафиолетовом участке.

Исследование кинетики синглетных состояний молекулярного азота в атмосферах Земли проводилось в работах [9–14], а в атмосфере Титана в [15–17]. В указанных работах были рассмотрены различные излучательные переходы между синглетными состояниями, процессы гашения электронно-возбужденных состояний $N_2$ при столкновениях с молекулами атмосферных газов, особенности свечения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда в атмосферах этих планет. При этом в работе [14] было показано, что отношения интегральных интенсивностей полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда к интенсивности полосы 337 нм второй положительной системы (2PG), связанной с излучательным переходом

$$N_2(C^3\Pi_u, v' = 0) \rightarrow N_2(B^3\Pi_g, v'' = 0) + h\nu_{2PG}, \quad (2)$$

остается приблизительно постоянной для авроральных электронов, но резко уменьшается с ростом энергии электронов при релятивистских энергиях.

Целью данной работы является исследование основных процессов, связанных с кинетикой синглетных электронно-возбужденных состояний $a'^1\Sigma_u^-$, $a^1\Pi_g$, $w^1\Delta_u$ молекулярного азота в верхней атмосфере Титана, а также расчеты объемных и интегральных интенсивностей свечения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда (LBH) молекулярного азота 146.4, 138.4, 135.4 и 132.5 нм при высыпании электронов с энергиями 30–1000 эВ из магнитосферы Сатурна в атмосферу Титана.

## 2. ПРОЦЕССЫ ГАШЕНИЯ СИНГЛЕТНЫХ ЭЛЕКТРОННО-ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ $N_2$ В АТМОСФЕРЕ ТИТАНА

Кинетическая модель синглетного электронно-возбужденного молекулярного азота для вы-

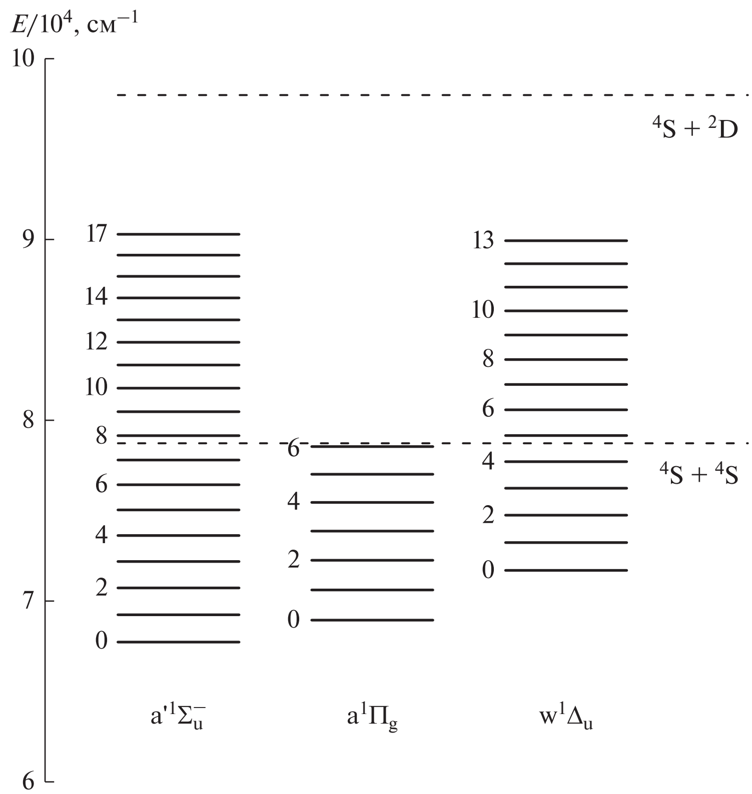


**Рис. 1.** Схема колебательных уровней синглетных состояний в молекуле $N_2$.

сот авроральной ионосферы и средней атмосферы Земли во время высыпания высокоэнергичных электронов представлена в работах [13, 14]. В указанных работах рассмотрены процессы возбуждения трех синглетных состояний $N_2$ высокоэнергичными электронами:

$$\begin{gathered} e + N_2(X^1\Sigma_g^+, v = 0) \rightarrow \\ \rightarrow N_2(a'^1\Sigma_u^-, a^1\Pi_g, w^1\Delta_u; v') + e, \end{gathered} \tag{3}$$

при этом были учтены следующие колебательные уровни указанных синглетных состояний: $a'^1\Sigma_u^-(v' = 0\text{–}17)$, $a^1\Pi_g(v' = 0\text{–}6)$, $w^1\Delta_u(v' = 0\text{–}13)$. На рис. 1 представлена схема рассматриваемых колебательных уровней этих трех состояний, которая была представлена в [14]. Таким образом, для состояний $a'^1\Sigma_u^-$, $a^1\Pi_g$ и $w^1\Delta_u$ учтено более 99, 87 и 92% возбуждения (соответственно) в результате процессов (3) [18]. Кроме того, для состояния $a^1\Pi_g$ не наблюдаются полосы свечения с колебательных уровней $v' > 6$ из-за спин-спинового взаимодействия с квинтетным состоянием $A'^5\Sigma_g^+$ и последующей диссоциацией молекулы [19], поэтому рассмотрены только семь колебательных уровней данного состояния.

Кроме спонтанных переходов (1) с излучением LBH полос при рассмотрении кинетики синглетных состояний молекулы азота необходимо еще учесть излучение инфракрасных полос двух систем МакФарлана (переходы $w^1\Delta_u, v' \leftrightarrow a^1\Pi_g, v''$ и $a'^1\Sigma_u^-, v' \leftrightarrow a^1\Pi_g, v''$) [18], а также спонтанные переходы $a'^1\Sigma_u^-, v' \rightarrow X^1\Sigma_g^+, v''$ (полосы Огавы–Танаки–Уилкинсона–Малликена) [20].

На высотах средней атмосферы Земли из-за высоких концентраций молекул $N_2$ и $O_2$ столкновительные времена жизни синглетных состояний молекулярного азота становятся сравнимыми или даже меньше излучательных времен жизни. Поэтому при расчете скоростей излучения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда молекулярного азота для атмосферы Земли в [14] учитывались неупругие взаимодействия электронно-возбужденных молекул $N_2(a'^1\Sigma_u^-, a^1\Pi_g, w^1\Delta_u)$ с основными атмосферными составляющими $N_2$ и $O_2$. При этом были рассмотрены внутримолекулярные и межмолекулярные процессы переноса энергии электронного возбуждения, процессы гашения электронно-возбужденного синглетного состояния с переносом энергии возбуждения на молеку-

**Таблица 1.** Константы скоростей гашения состояний $a'^1\Sigma_u^-$, $a^1\Pi_g$, $w^1\Delta_u$ в процессах (4а, 4б) и (5)

| $v$ | $a'^1\Sigma_u^-$ | | $a^1\Pi_g$ | | $w^1\Delta_u$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | (4а) | (5) | (4б) | (5) | (4а) | (5) |
| 0 | 4.0(−14)* | – | 1.1(−11) | 7.2(−15) | 1.0(−12) | 1.0(−13) |
| 1 | 3.7(−11) | 5.2(−14) | 4.0(−11) | 4.7(−13) | 1.5(−12) | 2.0(−12) |
| 2 | 1.3(−10) | 1.4(−12) | 1.1(−10) | 4.7(−12) | 1.9(−12) | 7.3(−12) |
| 3 | 1.5(−10) | 6.4(−12) | 6.1(−11) | 6.9(−12) | 2.3(−12) | 1.8(−11) |
| 4 | 2.4(−11) | 4.1(−12) | 3.6(−11) | 8.9(−12) | 3.0(−12) | 1.6(−11) |
| 5 | 2.0(−12) | 2.1(−12) | 3.1(−11) | 8.5(−12) | 3.9(−12) | 2.1(−11) |
| 6 | 1.7(−13) | 3.6(−12) | 3.0(−11) | 6.7(−12) | 4.9(−12) | 7.7(−12) |
| 7 | 3.5(−13) | 7.5(−12) | – | – | 5.7(−12) | 5.5(−12) |
| 8 | 6.4(−13) | 1.1(−11) | – | – | 6.2(−12) | 3.2(−12) |
| 9 | 8.1(−13) | 4.4(−12) | – | – | 6.1(−12) | 7.0(−12) |
| 10 | 3.8(−13) | 4.9(−12) | – | – | 5.2(−12) | 7.5(−12) |
| 11 | 3.2(−13) | 4.9(−12) | – | – | 3.8(−12) | 4.1(−12) |
| 12 | 5.3(−12) | 7.5(−12) | – | – | 2.2(−12) | 4.9(−12) |
| 13 | 5.0(−12) | 5.3(−12) | – | – | 8.1(−13) | 6.9(−12) |
| 14 | 2.7(−12) | 4.8(−12) | – | – | – | – |
| 15 | 1.1(−12) | 4.1(−12) | – | – | – | – |
| 16 | 4.3(−13) | 5.0(−12) | – | – | – | – |
| 17 | 2.8(−13) | 2.2(−12) | – | – | – | – |

* 4.0(−14) означает $4.0 \cdot 10^{-14}$ см$^3$ с$^{-1}$.

лу $O_2$ с последующей диссоциацией молекулы кислорода.

При расчете колебательных населенностей электронно-возбужденных синглетных состояний молекулярного азота в атмосфере Титана на высотах, где излучательные и столкновительные времена жизни состояний сравнимы, прежде всего, необходимо учесть как внутримолекулярные, так и межмолекулярные процессы переноса энергии электронного возбуждения при неупругих молекулярных столкновениях с молекулами $N_2$:

$$N_2(a'^1\Sigma_u^-, w^1\Delta_u; v') + N_2 \to N_2(a^1\Pi_g, v'') + N_2, \quad (4а)$$

$$N_2(a^1\Pi_g, v') + N_2 \to N_2(a'^1\Sigma_u^-, w^1\Delta_u; v'') + N_2, \quad (4б)$$

$$\begin{gathered} N_2(Y, v') + N_2(X^1\Sigma_g^+, v = 0) \to \\ \to N_2(X^1\Sigma_g^+, v^* \geq 0) + N_2(Z, v''), \end{gathered} \quad (5)$$

где $Y$ и $Z$ обозначают любое синглетное состояние из $a'^1\Sigma_u^-$, $a^1\Pi_g$, $w^1\Delta_u$. Расчет констант гашения синглетных состояний при неупругих взаимодействиях с молекулами $N_2$ был представлен в [21, 22] с использованием квантово-химических приближений. В табл. 1 приведены константы скоростей для всех рассмотренных колебательных уровней состояний $a'^1\Sigma_u^-(v' = 0–17)$, $a^1\Pi_g(v' = 0–6)$, $w^1\Delta_u(v' = 0–13)$, рассчитанных при комнатной температуре.

Кроме упомянутых столкновений с молекулами азота (4а, 4б, 5) необходимо учесть неупругое взаимодействие с молекулами метана $CH_4$, поскольку относительная доля метана на высотах средней атмосферы Титана составляет порядка 1.5% [23]. Поэтому при рассмотрении электронной кинетики синглетных состояний надо учитывать гашение при столкновении с молекулами $CH_4$

$$\begin{gathered} N_2(a'^1\Sigma_u^-, a^1\Pi_g, w^1\Delta_u; v') + CH_4 \to \\ \to \text{продукты взаимодействия}, \end{gathered} \quad (6)$$

причем, как показали измерения в [24], доминирующим каналом неупругого взаимодействия (6) является процесс диссоциации молекулы $CH_4$ с образованием атомов H. При этом скорости взаимодействия синглетного молекулярного азота с молекулами метана близки к газокинетическим значениям. В расчетах мы полагаем для четного (“gerade”) состояния константу $k_6(a^1\Pi_g) = 5.2 \cdot 10^{-10}$ см$^3$ с$^{-1}$, измеренную в [25] для $N_2(a^1\Pi_g, v' = 0)$, для нечетных (“ungerade”) состояний $a'^1\Sigma_u^-$ и $w^1\Delta_u$ константы $k_6(a'^1\Sigma_u^-) = k_6(w^1\Delta_u) = 2.4 \cdot 10^{-10}$ см$^3$ с$^{-1}$, аналогично измеренной в [24] для $N_2(a'^1\Sigma_u^-, v' = 0)$ и согласующейся с результатами измерений в [26] $3.0 \cdot 10^{-10}$ см$^3$ с$^{-1}$. Взаимодействием с другими малыми составляющими $H_2$ и CO можно пренебречь, поскольку их концентрации значительно меньше концентраций метана $CH_4$, с молекулами которого неупругие столкновения протекают со скоростями, близкими к газокинетическим значениям.

## 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ СВЕЧЕНИЯ ПОЛОС ЛАЙМАНА–БИРДЖА–ХОПФИЛДА

При расчете интенсивностей свечения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда в атмосфере Титана воспользуемся решением систем уравнений:

$$Q^Y q_{0v'}^{XY} + \sum_{v''} A_{v''v'}^{aY} N_{v''}^{a} + \sum_{v''} k_{v''v'}^{*aY} N_{v''}^{a}[\mathrm{N_2}] + \sum_{Z,v''} k_{v''v'}^{**ZY} N_{v''}^{Z}[\mathrm{N_2}] + \sum_{v''} k_{v''v'}^{**aY} N_{v''}^{a}[\mathrm{N_2}] = \left\{\sum_{v''} A_{v'v''}^{Ya} + A_{v'}^{*Y} + \sum_{v''} k_{v'v''}^{*Ya}[\mathrm{N_2}] + \sum_{Z,v''} k_{v'v''}^{**YZ}[\mathrm{N_2}] + \sum_{v''} k_{v'v''}^{**Ya}[\mathrm{N_2}] + 2.8\cdot10^{-10}[\mathrm{CH_4}]\right\} N_{v'}^{Y}, \tag{7а}$$

$$Q^a q_{0v'}^{Xa} + \sum_{Y,v''} A_{v''v'}^{Ya} N_{v''}^{Y} + \sum_{Y,v''} k_{v''v'}^{*Ya} N_{v''}^{Y}[\mathrm{N_2}] + \sum_{Y,v''} k_{v''v'}^{**Ya} N_{v''}^{Y}[\mathrm{N_2}] + \sum_{v''} k_{v''v'}^{**aa} N_{v''}^{a}[\mathrm{N_2}] = \left\{\sum_{Y,v''} A_{v'v''}^{aY} + \sum_{Y,v''} k_{v'v''}^{*aY}[\mathrm{N_2}] + \sum_{Y,v''} k_{v'v''}^{**aY}[\mathrm{N_2}] + \sum_{v''} k_{v'v''}^{**aa}[\mathrm{N_2}] + 5.2\cdot10^{-10}[\mathrm{CH_4}]\right\} N_{v'}^{a}, \tag{7б}$$

где $Y$ и $Z$ обозначают нечетные состояния $\mathrm{a'^1\Sigma_u^-}$, $\mathrm{w^1\Delta_u}$; $Q^Y$, $Q^a$ – скорости возбуждения $Y$, $\mathrm{a^1\Pi_g}$ состояний, соответственно; $A$ – коэффициенты Эйнштейна для всех упомянутых спонтанных переходов; $k^*$ и $k^{**}$ подразумевают константы скоростей внутримолекулярных (4а, 4б) и межмолекулярных (5) процессов переноса энергии, соответственно; $A_{v'}^{*Y}$ равна вероятности излучения для переходов с излучением полос Огавы–Танаки–Уилкинсона–Малликена в случае $\mathrm{a'^1\Sigma_u^-}$ состояния [20] и $A_{v'}^{*Y} = 0$ для $\mathrm{w^1\Delta_u}$ состояния. Кроме того, для нижнего колебательного уровня $v' = 0$ состояния $\mathrm{a'^1\Sigma_u^-}$ необходимо учесть гашение при столкновениях с молекулами $N_2$ с образованием триплетного состояния $\mathrm{B^3\Pi_g}$ и константой скорости взаимодействия равной $2.0 \cdot 10^{-13}$ см$^3$ с$^{-1}$ [22, 24].

В работах [27, 28] анализируются данные ионосферы Титана, полученные с космического летательного аппарата *Кассини* 26.X.2004 и 16.IV.2005. Авторы [27, 28] представили скорости ионообразования в атмосфере Титана во время высыпаний электронов из магнитосферы Сатурна. Воспользуемся данными работ [27, 28] для энергий электронов 30–1000 эВ. При расчете скоростей возбуждения электронно-возбужденных состояний молекулярного азота во время высыпания высокоэнергичных электронов из магнитосферы Сатурна воспользуемся методом деградационных спектров электронов в молекулярном азоте $N_2$ [29, 30].

На рис. 2 показаны рассчитанные согласно (7б) профили объемных скоростей свечения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда 146.4, 138.4, 135.4 и 132.5 нм для электронов с энергиями $E$ = = 30 эВ и потоком $F = 7.9 \cdot 10^5$ эл/см$^2$ с. Свечение данных четырех полос связано со спонтанными излучательными переходами (1) $v' = 1 \to v'' = 1$, $v' = 2 \to v'' = 0$, $v' = 3 \to v'' = 0$ и $v' = 4 \to v'' = 0$, соответственно. Также на данном рисунке представлены рассчитанные профили объемных скоростей свечения полосы 337 нм второй положительной системы (2PG), связанного с излучательным переходом (2). Результаты аналогичных расчетов для $E = 200$ эВ, $F = 1.3 \cdot 10^5$ эл/см$^2$ с и $E = 1000$ эВ, $F = 2.4 \cdot 10^4$ эл/см$^2$ с представлены на рис. 3 и 4, соответственно.

Как видно из представленных рисунков, потери энергии высыпающимися в атмосферу Титана электронов происходят на высотах выше 900 км, т.е. при концентрациях молекулярного азота $[\mathrm{N_2}] < 10^{11}$ см$^{-3}$. Поскольку излучательные времена жизни всех колебательных уровней $v' = 0$–6 состояния $\mathrm{a^1\Pi_g}$ порядка 60 микросекунд [18], на данных высотах верхней атмосферы Титана при расчете концентраций $\mathrm{a^1\Pi_g}(v' = 0–6)$ столкновительными процессами можно пренебречь. Аналогично для всех рассмотренных уровней состояния $\mathrm{w^1\Delta_u}$ излучательные времена жизни меньше 1 миллисекунды [18], поэтому для этого состояния также можно пренебречь столкновительными процессами на рассмотренном интервале высот. Что касается состояния $\mathrm{a'^1\Sigma_u^-}$, то для нижних двух колебательных уровней $v' = 0$, 1 излучательные времена жизни порядка 20 миллисекунд [18, 20], но константы скоростей гашения принимают невысокие значения (табл. 1). Поэтому процессы гашения становятся эффективными на высотах меньше 800 км, т.е. при высыпаниях более жестких по энергии электронов или других заряженных частиц.

Что касается полос второй положительной системы, то константы скоростей гашения $\mathrm{N_2(C^3\Pi_u}$, $v' = 0$–4) молекулами азота имеют значения больше $10^{-11}$ см$^3$ с$^{-1}$ [31]. Однако излучательное время

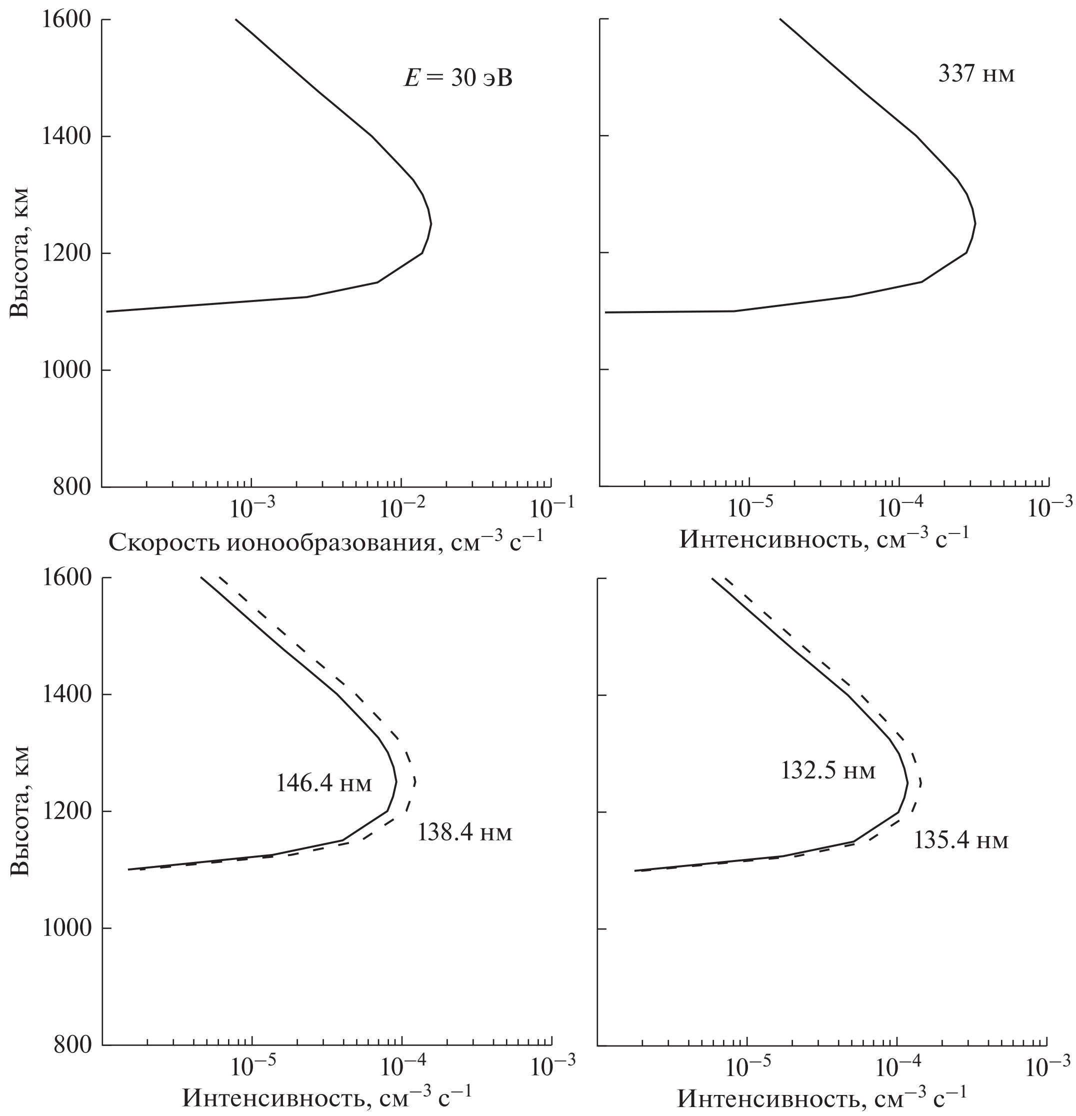


**Рис. 2.** Высотные профили скоростей ионообразования [28] и рассчитанных интенсивностей свечения полос 146.4, 138.4, 135.4, 132.5 нм (LBH) и 337 нм (2PG) для энергии высыпающихся электронов $E$ = 30 эВ.

жизни состояния $C^3\Pi_u$ порядка 40 наносекунд [18], поэтому столкновительные времена жизни состояния $C^3\Pi_u$ становятся сравнимыми с излучательным только при концентрациях молекулярного азота $[N_2] > 10^{18}$ см$^{-3}$. Поэтому в расчетах интенсивностей свечения полосы 337 нм гашением состояния $C^3\Pi_u$ при неупругих столкновениях можно пренебречь на высотах верхней и средней атмосферы Титана.

Как видно из рис. 2–4, профили свечения полосы 337 нм и всех четырех полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда практически повторяют профили скорости ионообразования в атмосфере Титана во время рассмотренных случаев высыпаний электронов. Отношения рассчитанных интегральных интенсивностей для всего интервала рассмотренных энергий магнитосферных электронов составляют следующие значения: $I_{146.4}/I_{337} \approx 0.28$, $I_{138.4}/I_{337} \approx 0.38$, $I_{135.4}/I_{337} \approx 0.45$, $I_{132.5}/I_{337} \approx 0.37$. Полученные результаты хорошо согласуются с расчетами, выполненными в [14] для авроральных электронов, высыпающихся в полярную ионосферу Земли, поскольку на высотах верхней атмосферы Земли для синглетных состояний также можно пренебречь неупругими молекулярными столкновениями. Однако для высыпаний релятивистских электронов [14] наблюдается значительное понижение данных отношений с ростом энергии электронов и уменьшением высоты, что связано с возрастающим вкладом гашения синглетных состояний $a'^1\Sigma_u^-$, $a^1\Pi_g$, $w^1\Delta_u$ молекулярно-

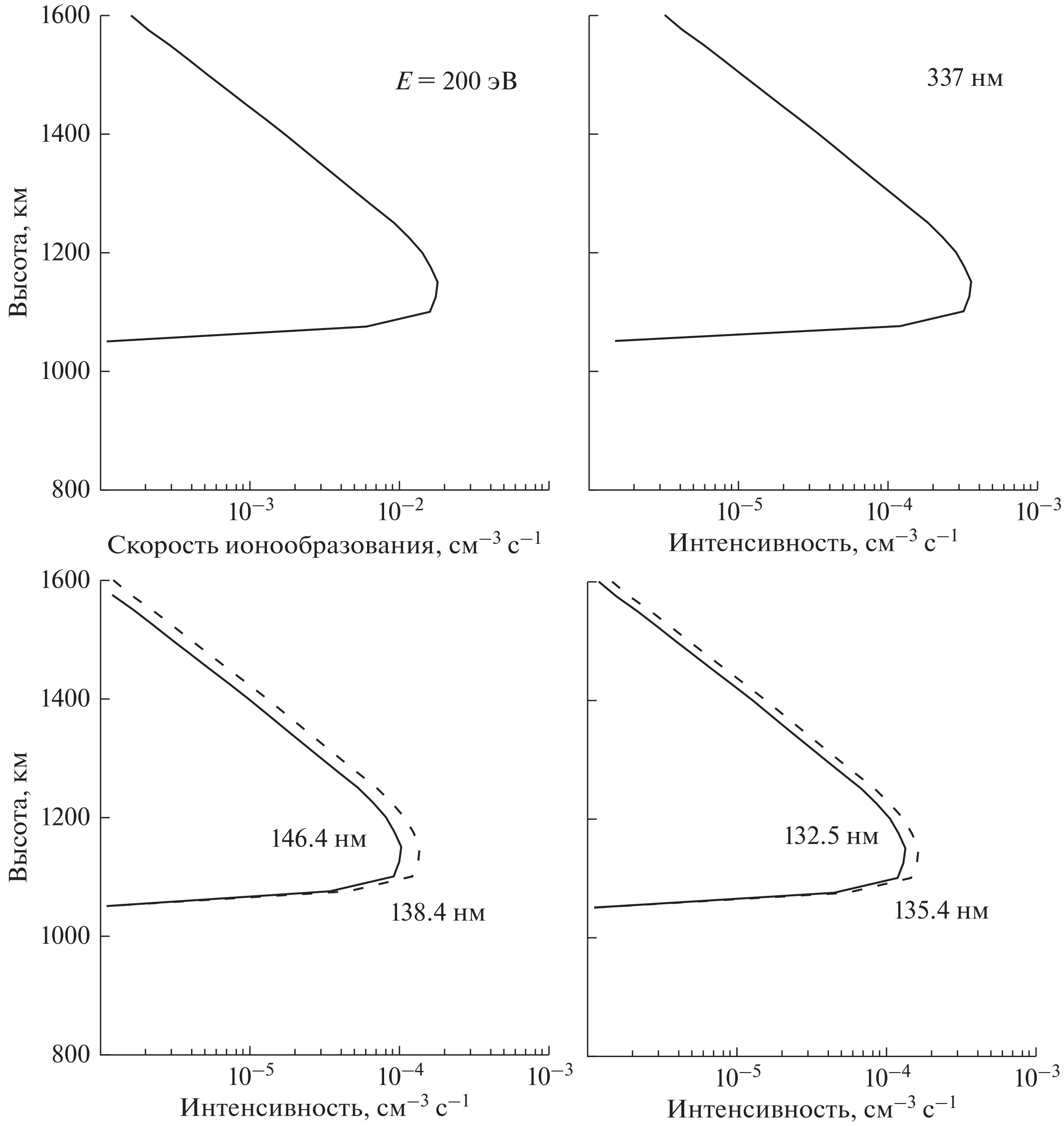


**Рис. 3.** Аналогично рис. 2, но для энергии высыпающихся электронов $E = 200$ эВ.

го азота при неупругих молекулярных столкновениях на меньших высотах атмосферы Земли.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены расчеты объемных и интегральных интенсивностей свечения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда 146.4, 138.4, 135.4 и 132.5 нм молекулярного азота в верхней атмосфере Титана при высыпании электронов с энергией 30–1000 эВ из магнитосферы Сатурна. При расчете колебательных населенностей электронно-возбужденных синглетных состояний $a'^1\Sigma_u^-$, $a^1\Pi_g$, $w^1\Delta_u$ молекулярного азота в атмосфере Титана были рассмотрены как излучательные процессы, так и процессы переноса энергии электронного возбуждения при неупругих столкновениях с молекулами $N_2$ и $CH_4$. Расчеты показали, что отношения рассчитанных интегральных интенсивностей свечения полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда к интенсивности свечения полосы 337 нм второй положительной системы $N_2$ для всего интервала рассмотренных энергий магнитосферных электронов имеют постоянные значения, что объясняется пренебрежительно малым вкладом столкновительных процессов в колебательные населенности $a^1\Pi_g(v' = 0–6)$ и $C^3\Pi_u(v' = 0)$ на рассмотренном диапазоне высот выше 900 км. Полученные результаты хорошо согласуются с расчетами, выполненными в [14] для авроральных электронов, высыпающихся в полярную ионосферу Земли.

Автор признателен правительству Российской Федерации и Министерству высшего образова-

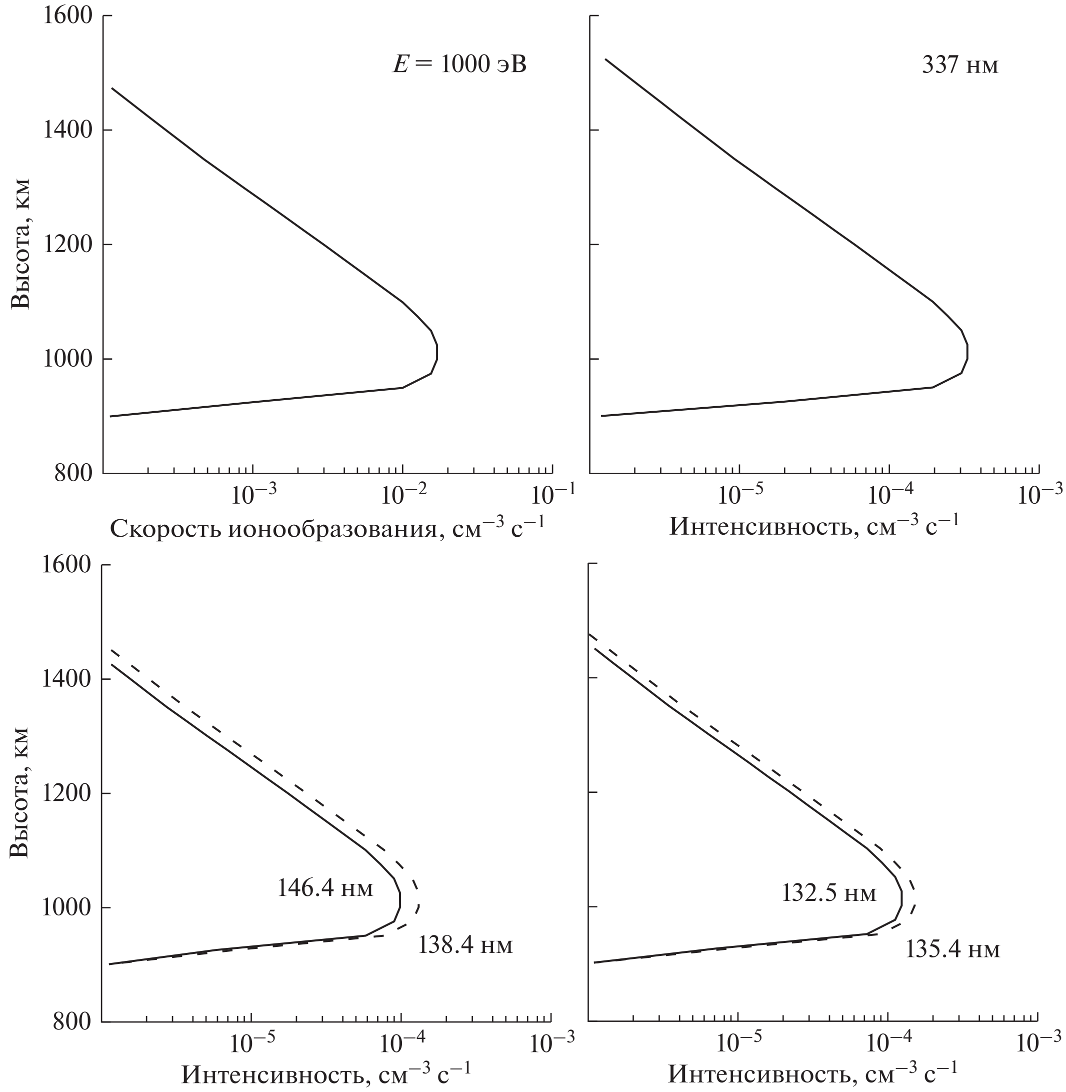


**Рис. 4.** Аналогично рис. 2, но для энергии высыпающихся электронов $E$ = 1000 эВ.

ния и науки РФ за поддержку по гранту 075-15-2020-780 (N13.1902.21.0039).

Автор благодарит доцента Санкт-Петербургского государственного университета Янковского Валентина Андреевича за очень полезные рекомендации при написании данной работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Huffman R.E., LeBlanc F.J., Larrabee J.C., Paulsen D.E.* Satellite vacuum ultraviolet airglow and auroral observations // J. Geophys. Res. 1980. V. 85. № A5. P. 2201–2215.
2. *Eastes R.W., Sharp W.E.* Rocket-borne spectroscopic measurements in the ultraviolet aurora: The Lyman–Birge–Hopfield bands // J. Geophys. Res. 1987. V. 92. № A9. P. 10095–10100.
3. *Torr M.R., Torr D.G., Chang T. et al.* $N_2$ Lyman–Birge–Hopfield dayglow from ATLAS 1 // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. № A11. P. 21397–21407.
4. *Budzien S.A., Feldman P.D., Conway R.R.* Observations of the far ultraviolet airglow by the Ultraviolet Limb Imaging experiment on STS-39 // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. № A12. P. 23275–23287.
5. *Ajello J.M., Gustin J., Stewart I. et al.* Titan airglow spectra from the Cassini Ultraviolet Imaging Spectrograph: FUV disk analysis // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. № 6. L06102.
6. *Stevens M.H., Gustin J., Ajello J.M. et al.* The production of Titan's ultraviolet nitrogen airglow // J. Geophys. Res. 2011. V. 116. № 5. A05304.
7. *West R.A., Ajello J.M., Stevens M.H. et al.* Titan airglow during eclipse // Geophys. Res. Lett. 2012. V. 39. № 18. L18204.

8. *Ajello J.M., West R.A., Gustin J. et al.* Cassini UVIS observations of Titan nightglow spectra // J. Geophys. Res. 2012. V. 117. № 12. A12315.
9. *Cartwright D.C.* Vibrational populations of excited states of $N_2$ under auroral conditions // J. Geophys. Res. 1978. V. 83. № A2. P. 517–531.
10. *Dashkevich Z.V., Sergienko T.I., Ivanov V.E.* The Lyman–Birge–Hopfield bands in aurora // Planet. Space Sci. 1993. V. 41. № 1. P. 81–87.
11. *Дашкевич Ж.В., Козелов Б.В., Иванов В.Е.* Полосы системы Лаймана–Берджа–Хопфилда в протонных полярных сияниях // Геомагнетизм и аэрономия. 1995. Т. 35. № 6. С. 109–116.
12. *Eastes R.W., Dentamaro A.V.* Collision-induced transitions between the $a^1\Pi_g$, $a'^1\Sigma_u^-$, and $w^1\Delta_u$ states of $N_2$: Can they affect auroral $N_2$ Lyman–Birge–Hopfield band emissions? // J. Geophys. Res. 1996. V. 101. № A12. P. 26931–26940.
13. *Кириллов А.С.* Синглетный молекулярный азот в авроральной ионосфере и в условиях лабораторного разряда // Журн. технической физики. 2011. Т. 81. № 12. С. 39–45.
14. *Кириллов А.С., Белаховский В.Б.* Свечение полос Лаймана–Бирджа–Хопфилда $N_2$ в атмосфере Земли во время высыпания высокоэнергичных электронов // Геомагнетизм и аэрономия. 2020. Т. 60. № 5. С. 796–802.
15. *De La Haye V., Waite J.H., Cravens T.E. et al.* Heating Titan's upper atmosphere // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. A11314.
16. *Campbell L., Kato H., Brunger M.J., Bradshaw M.D.* Electron-impact excitation heating rates in the atmosphere of Titan // J. Geophys. Res. 2010. V. 115. A09320.
17. *Lavvas P., Yelle R.V., Heays A.N. et al.* $N_2$ state population in Titan's atmosphere. // Icarus. 2015. V. 260. P. 29–59.
18. *Gilmore F.R., Laher R.R., Espy P.J.* Franck-Condon factors, r-centroids, electronic transition moments, and Einstein coefficients for many nitrogen and oxygen band systems // J. Phys. Chem. Ref. Data. 1992. V. 21. № 5. P. 1005–1107.
19. *Van der Kamp A.B., Siebbeles L.D.A., Van der Zande W.J., Cosby P.C.* Evidence for predissociation of $N_2$ $a^1\Pi_g$ ($v \geq 7$) by direct coupling to the $A'^5\Sigma_g^+$ state // J. Chem. Phys. 1994. V. 101. № 11. P. 9271–9279.
20. *Casassa M.P., Golde M.P.* Vacuum UV emission by electronically-excited $N_2$: The radiative lifetime of the $N_2\left(a'^1\Sigma_u^-\right)$ state // Chem. Phys. Lett. 1979. V. 60. № 2. P. 281–285.
21. *Кириллов А.С.* Расчет коэффициентов скоростей гашения электронно-возбужденного синглетного молекулярного азота // Журн. технической физики. 2011. Т. 81. № 12. С. 34–38.
22. *Kirillov A.S.* Excitation and quenching of ultraviolet nitrogen bands in the mixture of $N_2$ and $O_2$ molecules // J. Quan. Spec. Rad. Tran. 2011. V. 112. № 13. P. 2164–2174.
23. *Vuitton V., Yelle R.V., Klippenstein S.J. et al.* Simulating the density of organic species in the atmosphere of Titan with a coupled ion-neutral photochemical model // Icarus. 2019. V. 324. P. 120–197.
24. *Umemoto H., Ozeki R., Ueda M., Oku M.* Reactions of $N_2\left(a'^1\Sigma_u^-\right)$ with $H_2$, $CH_4$, and their isotopic variants: Rate constants and the production yields of H(D) atoms // J. Chem. Phys. 2002. V. 117. № 12. P. 5654–5659.
25. *Marinelli W.J., Kessler W.J., Green B.D., Blumberg W.A.M.* Quenching of $N_2(a^1\Pi_g, v' = 0)$ by $N_2$, $O_2$, CO, $CO_2$, $CH_4$, $H_2$, and Ar // J. Chem. Phys. 1989. V. 90. № 4. P. 2167–2173.
26. *Piper L.G.* Quenching rate coefficients for $N_2\left(a'^1\Sigma_u^-\right)$ // J. Chem. Phys. 1987. V. 87. № 3. P. 1625–1629.
27. *Cravens T.E., Robertson I.P., Clark J. et al.* Titan's ionosphere: Model comparisons with Cassini Ta data // Geophys. Res. Lett. 2005. V. 32. № 12. L12108.
28. *Agren K., Wahlund J.-E., Modolo R. et al.* On magnetospheric electron impact ionisation and dynamics in Titan's ram-side and polar ionosphere – a Cassini case study // Ann. Geophys. 2007. V. 25. № 11. P. 2359–2369.
29. *Коновалов В.П., Сон Э.Е.* Деградационные спектры электронов в газах // Химия плазмы. 1987. Т. 14. С. 194–227.
30. *Коновалов В.П.* Деградационный спектр электронов в азоте, кислороде и воздухе // Журн. технической физики. 1993. Т. 63. № 3. С. 23–33.
31. *Kirillov A.S.* Intermolecular electron energy transfer processes in the quenching of $N_2(C^3\Pi_u$, $v = 0–4)$ by collisions with $N_2$ molecules // Chem. Phys. Lett. 2019. V. 715. P. 263–267.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 11–16

УДК 533.95

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ С ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬЮ В КОСМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

© 2022 г. Н. Н. Левашов[1, *], В. Ю. Попов[1, 2, 3], Х. В. Малова[2, 4], Л. М. Зеленый[2]

[1]Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

[2]Институт космических исследований РАН, Москва, Россия

[3]Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", Москва, Россия

[4]Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*nn.levashov@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 01.03.2021 г.
После доработки 04.06.2021 г.
Принята к публикации 25.08.2021 г.

Для описания процессов ускорения и переноса заряженных частиц в турбулентной магнитосферной и солнечной плазме предложена двумерная модель турбулентного электромагнитного поля с контролируемым уровнем перемежаемости. В модели электромагнитное поле имеет две составляющие: турбулентное электромагнитное поле, полученное в виде суперпозиции плоских волн, и электромагнитное поле, создаваемое колеблющимися магнитоплазменными структурами – плазмоидами. В рамках модели исследована роль перемежаемости в процессах ускорения заряженных частиц. Показано, что чем больше параметр, характеризующий уровень перемежаемости, тем больших значений энергии способны достигнуть заряженные частицы. Обсуждается использование модели для описания наблюдений высокоэнергичных потоков частиц в магнитосфере Земли и в солнечном ветре.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010083

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Присутствующие в космической плазме турбулентные колебания магнитного и электрического полей являются следствием развития разнообразных нестационарных процессов в плазме и могут играть существенную роль. Взаимодействуя с хаотически распространяющимися электромагнитными волнами, заряженные частицы могут ускоряться до сравнительно высоких энергий ([1, 2]; и ссылки там же). Так, в хвосте магнитосферы Земли во время геомагнитных возмущений могут наблюдаться высокоэнергичные протоны с энергиями выше 100 кэВ [3]. Было показано также, что в хвосте магнитосферы Земли после окончания взрывной фазы может возникать мелкомасштабная электромагнитная турбулентность, в результате чего средние энергии электронов растут, и отношение протонных энергий к электронным падает до величины менее 3.5 [4], в то время как в невозмущенной магнитосфере оно составляет обычно 6–8. В солнечном ветре в окрестностях гелиосферного токового слоя наблюдаются потоки ускоренных частиц с энергиями порядка МэВ [5, 6]. Предполагается, что их ускорение происходит в результате локальных процессов магнитного пересоединения, которые, в свою очередь, являются следствием развития тиринг-неустойчивости в гелиосферном токовом слое и окружающих его многочисленных магнитных островах – плазмоидах [5, 7]. Таким образом, учет турбулентности важен для правильного решения многих космофизических проблем.

Особенностью турбулентности в космической плазме является ее перемежаемый характер, когда наряду с хаотическими волновыми изменениями магнитного и электрического полей возникают редкие, но сильные их всплески. Роль подобных всплесков в ускорении частиц в солнечном ветре, а также и в хвосте магнитосферы Земли, до конца остается нераскрытой. Становится очевидным, что подобные процессы необходимо описывать с помощью негауссовых форм функций распределения [8–11]. В настоящей работе предложена модель электромагнитного поля, в которой турбулентное поле с перемежаемостью представлено как композиция двух составляющих: 1) турбулентного электромагнитного поля, имеющего степенной спектр флуктуаций, 2) электромагнитного поля, создаваемого небольшими вибрирующими плазмоидами. Задание амплитуд плазмоидов при помощи специально выбранного распределения позволяет получать различные уровни перемежаемости электромагнитного поля. Таким образом, представленная модель может быть адаптирована для разных видов перемежаемости в электромагнитных полях в космосе и может быть применена для широкого круга задач по исследованию процессов ускорения заряженных частиц в разнообразных космических системах, от магнитосфер планет до солнечного ветра.

## 2. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Для моделирования турбулентного электромагнитного поля с перемежаемостью будем использовать комбинацию турбулентного поля со степенным спектром в сочетании с полем, производимым равномерно распределенными плазмоидами [12]. Подобная магнитная конфигурация может быть применима для описания солнечного ветра вблизи гелиосферного токового слоя [5] и хвостов магнитосфер планет солнечной системы, в которых токовые слои во время суббуревых возмущений могут разрываться с образованием одного или нескольких плазмоидов (например, [13–15]).

Турбулентное электромагнитное поле со степенным спектром зададим как ансамбль плоских волн:

$$B_z = B_0\sum_s \left(1 + k_s^{\,2}L^2\right)^{\alpha} \cdot \cos\left(\mathbf{k}_s\mathbf{r} - \omega_s t + \varphi_s\right),$$

$$E_x = -E_0\sum_s \frac{\omega_s}{k_y}\left(1 + k_s^2L^2\right)^{\alpha} \cdot \cos\left(\mathbf{k}_s\mathbf{r} - \omega_s t + \varphi_s\right),$$

$$E_y = E_0\sum_s \frac{\omega_s}{k_x}\left(1 + k_s^2L^2\right)^{\alpha} \cdot \cos\left(\mathbf{k}_s\mathbf{r} - \omega_s t + \varphi_s\right),$$

где $\mathbf{k}_s = (k_{xs},\ k_{ys},\ 0)$ – волновой вектор, $k_s = \sqrt{k_{xs}^2 + k_{ys}^2}$, $\omega_s = V_0k_s$, $V_0 = 500$ км/с – скорость распространения волнового фронта [16], $L = 10^8$ м – линейный размер рассматриваемой области, $\alpha = -\frac{5}{8}$ – параметр, определяющий наклон спектра электромагнитного поля, параметры $k_{xs}$ и $k_{ys}$ лежат в диапазоне $(3 + s\cdot\Delta)\cdot\frac{2\pi}{L}$, $s = 0\ldots50$, $\Delta = 1$ [17].

Вторая составляющая поля задается путем разбиения моделируемой области на 10000 квадратных ячеек, в каждую из которых помещается один небольшой вибрирующий плазмоид. Поле $i$-го плазмоида задается при помощи векторного потенциала [18, 19]:

$$A_{xi} = A_{x0i}\exp\left(\frac{-(\mathbf{r} - \boldsymbol{r}_i(t))^2}{l_c^2}\right),$$

$$A_{yi} = A_{y0i}\exp\left(\frac{-(\mathbf{r} - \boldsymbol{r}_i(t))^2}{l_c^2}\right),$$

$$A_{x0i} = A_{0i}\Big/\sqrt{1 + \mathrm{tg}(\psi_i)^2},\quad A_{y0i} = A_{x0i}\cdot\mathrm{tg}(\psi_i),$$

где $\boldsymbol{r}_i(t)$ – координата $i$-го плазмоида, $l_c$ – размер плазмоида, $\psi_i$ – угол поворота $i$-го плазмоида, относительно оси $Y = 0$. Угол $\psi_i$ для каждого плазмоида принимает случайное значение в интервале от 0 до $2\pi$. $A_{0i}^2 = A_{y0i}^2 + A_{x0i}^2$ – амплитуда векторного потенциала для $i$-го плазмоида. Плазмоиды движутся по синусоидальному закону в окрестности заданных начальных точек:

$$\mathbf{r}_i(t) = (x_{0i} + a\sin(\omega t + \phi_i))\mathbf{e_x} + \\ + (y_{0i} + a\sin(\omega t + \phi_i))\mathbf{e_y}.$$

Здесь $x_{0i}$ и $y_{0i}$ – начальные координаты $i$-го плазмоида, $a = 0.2l_c$ – амплитуда колебаний плазмоида, углы $\phi_i$ – выбирается случайным образом в диапазоне от 0 до $2\pi$, $\omega = \frac{V_0}{l_c}$ [18].

Перемежаемость задается распределением амплитуд плазмоидов следующим образом: $A_{0i} = a_0\alpha^{-G}$, где $G$ – Гауссова величина с единичной дисперсией и нулевым средним, $\alpha$ – варьируемый параметр. Статистические моменты у величины, заданной таким образом, равны: $\left\langle A^p\right\rangle^{1/p} = a_0\cdot\exp\left[\frac{p(\ln(\alpha))^2}{2}\right]$. При значениях $\alpha > 1$, скорость роста моментов с ростом $p$ должна неограниченно возрастать, что свидетельствует о наличии перемежаемости [20]. Из формулы для вычисления моментов следует, что чем выше порядок момента $p$, тем быстрее он возрастает, с ростом величины $\alpha$. Таким образом, в нашей модели мы будем регулировать степень перемежамости путем изменения параметра $\alpha$. Амплитуда $a_0$ подбирается так, чтобы при $\alpha = 1$ энергия плазмоидов была в 5 раз меньше энергии турбулентного поля со степенным спектром, аналогично работе [21].

Для того, чтобы энергия плазмоидов была в 5 раз меньше энергии турбулентного поля со степенным спектром для любого значения $\alpha$, размеры плазмоидов выбираются следующим образом: $l_c = \frac{l_{c0}}{\sqrt{e^{(\ln(\alpha))^2}}}$, где $l_{c0} = \frac{l}{8}$ – размер плазмоида при $\alpha = 1$, $l = \frac{L}{100}$ – линейный размер пространственной ячейки. Срез полученного таким образом

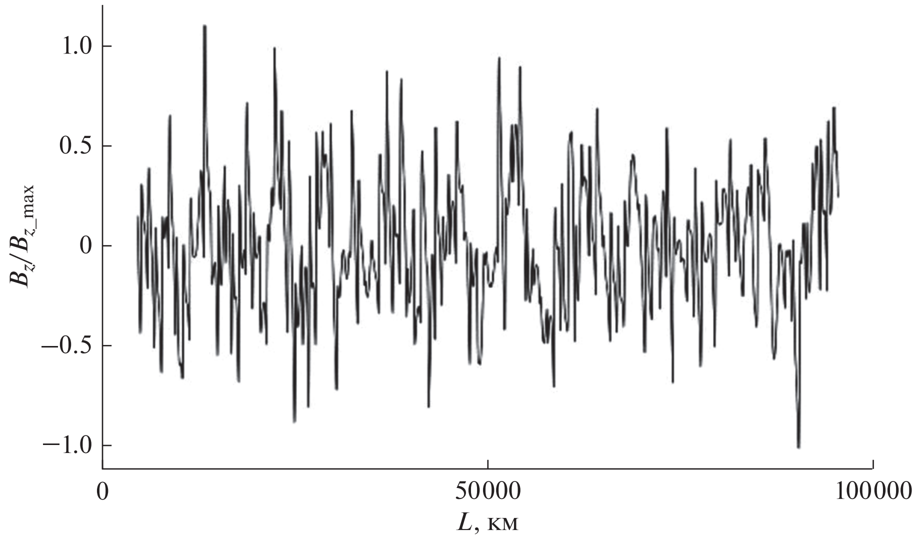


**Рис. 1.** Изменение магнитного поля в зависимости от расстояния.

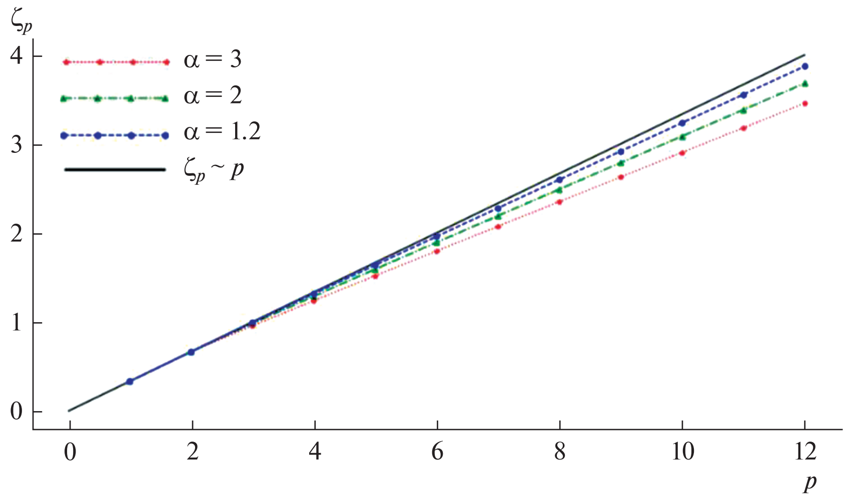


**Рис. 2.** Зависимость степенного показателя $\zeta_p$ от степени $p$, для различных значений параметра $\alpha$.

магнитного поля вдоль оси $X = Y$, для параметра $\alpha = 2$ изображен на рис. 1.

## 3. ПРОВЕРКА МОДЕЛИ

Для верификации модели рассчитаем компоненту магнитного поля $B_z(x,y)$ вдоль оси $X = Y$, с пространственным шагом $\Delta < l_c$. Получив значения $B_z(n)$, где $n = 1\ldots5\cdot10^6$ — номер шага, вычислим структурную функцию: $S_p = \sum_n \left|B_z(n+h) - B_z(n)\right|^p$ для различных показателей $p$. Далее вычислим показатели структурной функции $\zeta_p$. Их можно получить из выражения: $S_p \sim h^{\zeta_p}$. Отклонение значений $\zeta_p$ от прямой $\zeta_p \sim p$, в сторону меньших значений, при $p > 3$ свидетельствует о наличии перемежаемости [21]. На рис. 2 показан график зависимости $\zeta_p(p)$ для различных значений $\alpha$. На графиках видно, что при увеличении параметра $\alpha$ увеличивается отклонение кривой $\zeta_p(p)$ от прямой $\zeta_p \sim p$. Тем самым показано, что варьируя $\alpha$, мы можем изменять уровень перемежаемости в модели.

## 4. УСКОРЕНИЕ ЧАСТИЦ

Введем в вычислительную область $10^3$ протонов со случайными начальными координатами. Начальные скорости частиц распределены по Гауссу с пиковым значением 120 км/с. На грани-

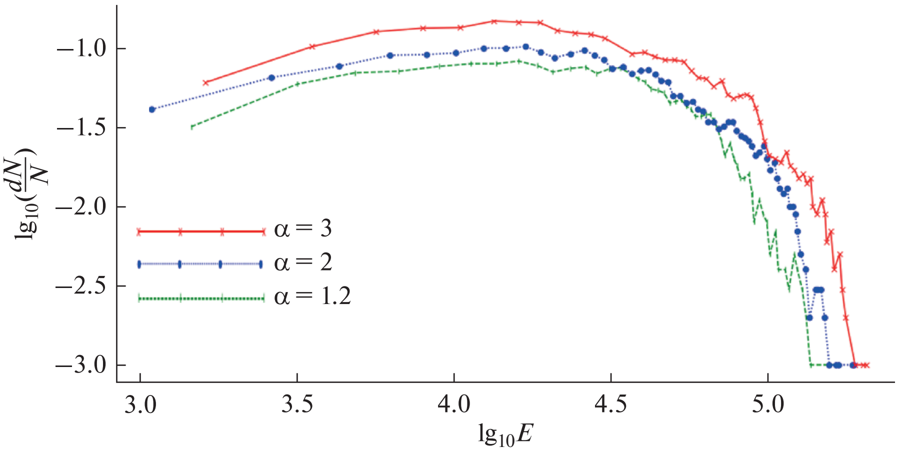


**Рис. 3.** Энергетические спектры частиц для различных значений перемежаемости.

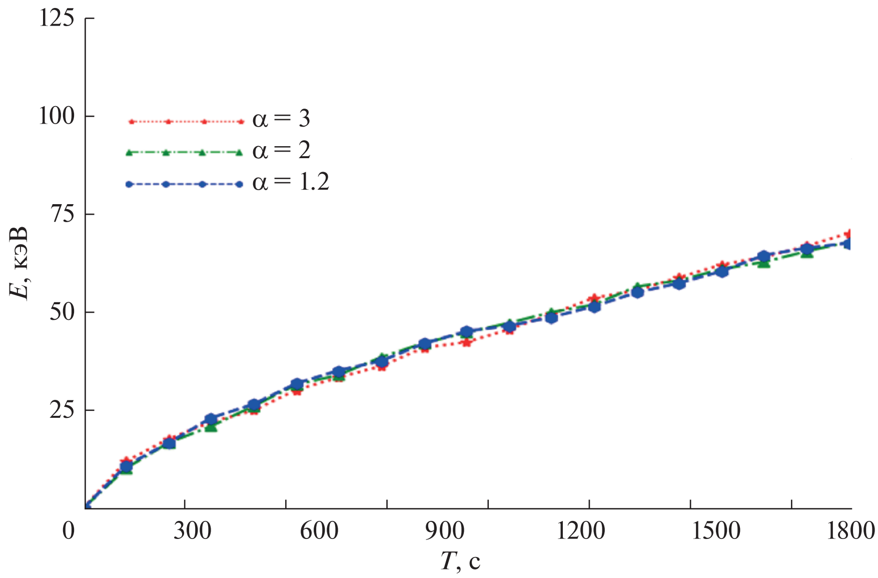


**Рис. 4.** Зависимость средней энергии совокупности частиц от времени, для различных значений параметра α.

це используются периодические граничные условия. Энергетические спектры частиц после 30 мин ускорения в турбулентном поле для различных значений перемежаемости показаны на рис. 3. Из графиков видно, что с ростом перемежаемости увеличиваются максимальные энергии, которые способны набрать отдельные частицы, кроме того, возрастает число частиц с малыми энергиями. Увеличение максимальных энергий частиц с большой вероятностью связано с дополнительным (по отношению к присутствующей электромагнитной турбулентности) воздействием на частицы индукционных электрических полей колеблющихся плазмоидов. Незначительный рост количества низкоэнергичных частиц, возможно, связан со снижением эффективности ускорения низкоэнергичных частиц, которые наиболее эффективно резонансным образом взаимодействуют с турбулентными волнами [22] (чьи пространственно-временные параметры схожи с параметрами движения частиц), но не могут взаимодействовать эффективно с более крупномасштабными индукционными электрическими полями плазмоидов.

Была вычислена средняя энергия заряженных частиц в ансамбле. На рис. 4 показана зависимость средней энергии ансамбля частиц от времени. Мы видим из графиков, что средние энергии ансамбля схожие при всех уровнях перемежаемости, т.е. перемежаемость практически не влияет на величину средней энергии ансамбля плазменных частиц. Следовательно, перемежаемость вносит основной вклад в высокоэнергичную часть функции распределения частиц. Чем меньше ее уровень, тем более равномерно происходит набор энергий заряженными частицами в целом по ансамблю.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложена двумерная модель турбулентного поля с контролируемым уровнем перемежаемости, характеризуемым параметром $\alpha$. Модель позволяет оценить эффект ускорения и транспорта заряженных частиц в хвостах магнитосферы Земли и планет солнечной системы, а также в солнечном ветре. Благодаря многочисленным космическим аппаратам в магнитосфере Земли процессы, происходящие в хвосте на ее ночной стороне, являются наиболее изученными [1]. Так, во время магнитосферных суббурь токовый слой хвоста существенно утоньшается до поперечного масштаба, сопоставимого с несколькими протонными гирорадиусами и может спонтанно разрушаться с образованием магнитных островов – плазмоидов. Процессы разрушения токового слоя сопровождаются высокой волновой активностью, движением плазмоидов и появлением потоков частиц, ускоренных до энергий порядка сотен кэВ, иногда до МэВ. В менее исследованной дальней области хвоста магнитосферы (на расстояниях более 100 земных радиусов) магнитное поле ослабевает настолько, что турбулентные процессы становятся доминирующими [23]. В этой области токовый слой с обращенным магнитным полем в целом сохраняет крупномасштабную структуру, хотя магнитные поверхности его деформируются и разрушаются из-за влияния турбулентных движений плазмы и поля и развития разнообразных неустойчивостей. Схожие структуры (называемые сильными токовыми слоями) обнаруживаются при пересечении секторных границ и гелиосферного токового слоя в солнечном ветре [24]. Так, в солнечном ветре токовые слои могут носить крупномасштабный характер, как, например, гелиосферный токовый слой, а могут быть локальными и формироваться на границах многочисленных магнитных островов, окружающих гелиосферный токовый слой [25].

Таким образом, предложенная в настоящей работе модель может быть применена и адаптирована для исследования эффектов, связанных с наблюдениями разнообразных турбулентных структур в космосе, содержащих в себе регулярные структуры в виде одного или рядом расположенных многих токовых слоев. В рамках настоящей модели исследовано ускорение частиц в электромагнитном поле для различных уровней перемежаемости. Показано, что средняя энергия ансамбля частиц слабо меняется при одинаковой суммарной энергии поля и, в рамках рассмотренного интервала изменения параметра перемежаемости, практически не зависит от его величины. В то же время показано, что в более перемежаемом поле большое число частиц остаются с низкими значениями энергии, однако многие частицы способны набрать максимальные энергии, большие по сравнению с энергиями частиц, ускоряемых в средах с меньшим уровнем перемежаемости.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Зелёный Л.М., Малова Х.В., Артемьев А.В. и др.* Тонкие токовые слои в бесстолкновительной плазме: равновесная структура, плазменные неустойчивости и ускорение частиц // Физика плазмы. 2011. Т. 37. № 2. С. 137–182.
2. *Parkhomenko E.I., Malova H.V., Grigorenko E.E. et al.* Acceleration of plasma in current sheet during substorm dipolarizations in the Earth's magnetotail: Comparison of different mechanisms // Physics of Plasmas. 2019. V. 26. Is. 4. Article id. 042901. https://doi.org/10.1063/1.5082715
3. *Haaland S. et al.* Spectral characteristics of protons in the Earth's plasmasheet: Statistical results from Cluster CIS and RAPID // Ann. Geophys. 2010. V. 28. P. 1483–1498.
4. *Grigorenko E.E., Kronberg E.A., Daly P.W. et al.* Origin of low proton-to-electron temperature ratio in the Earth's plasma sheet // J. Geophys. Res. Space Phys. 2016. V. 121. P. 9985–10004. https://doi.org/10.1002/2016JA022874
5. *Khabarova O., Zank G.P., Li G. et al.* Small-scale Magnetic Islands in the Solar Wind and Their Role in Particle Acceleration. I. Dynamics of Magnetic Islands Near the Heliospheric Current Sheet // Astrophys. J. 2015. V. 808. № 2. Article id. 181. https://doi.org/10.1088/0004-637X/808/2/181
6. *Vlahos L., Pisokas T., Isliker H. et al.* Particle Acceleration and Heating by Turbulent Reconnection // Astrophys. J. 2016. V. 827. № 1. https://doi.org/10.3847/2041-8205/827/1/L3
7. *Zilu Z. et al.* Intermittent Heating in the Magnetic Cloud Sheath Regions // Astrophys. Lett. 2019. V. 885. L. 13.
8. *Hoshino M., Nishida A., Yamamoto T. et al.* Turbulent magnetic field in the distant magnetotail: Bottom-up process of plasmoid formation // Geophys. Res. 1994. V. 21. P. 2935–2938.
9. *Petrukovich A.A.* Low frequency magnetic fluctuations in the Earth's plasma sheet // Astrophys. Space Sci. Libr. 2005. V. 321. P. 145–179.
10. *Zimbardo G. et al.* Magnetic turbulence in the geospace environment // Space Sci. Rev. 2010. V. 156. P. 89–134.
11. *Будаев В.П., Савин С.П., Зелёный Л.М.* Наблюдения перемежаемости и обобщённого самоподобия в турбулентных пограничных слоях лабораторной и магнитосферной плазмы: на пути к определению количественных характеристик переноса // УФН. 2011. Т. 181. С. 905–952.
12. *Zelenyi L.M., Rybalko S.D., Artemyev A.V. et al.* Charged particle acceleration by intermittent electromagnetic turbulence // Geophys. Res. Lett. 2011. V. 38. P. 17110.

13. *Slavin J.A., Acuna M.H., Anderson B.J. et al.* MESSENGER Observations of Magnetic Reconnection in Mercury's Magnetosphere // Science. 2009. V. 324. № 5927. P. 606–610. https://doi.org/10.1126/science.1172011
14. *Machida S., Ieda A., Mukai T. et al.* Statistical visualization of Earth's magnetotail during substorms by means of multidimensional superposed epoch analysis with Geotail data // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. № A11. P. 25291–25304. https://doi.org/10.1029/2000JA900064
15. *Pan Q., Ashour-Abdalla M., Walker R.J., El-Alaoui M.* Ion energization and transport associated with magnetic dipolarizations // Geophys. Res. Lett. 2014. V. 41. № 16. P. 5717–5726. https://doi.org/10.1002/2014GL061209
16. *Artemyev A.V., Zelenyi L.M., Malova H.V. et al.* Acceleration and transport of ions in turbulent current sheets: formation of non-maxwelian energy distribution // NPG. 2009. V. 16. P. 631–639.
17. *Chiaravalloti F., Milovanov A.V., Zimbardo G.* Self-similar transport processes in a two-dimensional realization of multiscale magnetic field turbulence // Phys. Scr. 2006. V. 122. P. 79–88.
18. *Perri S., Lepreti F., Carbone V. et al.* Position and velocity space diffusion of test particles in stochastic electromagnetic fields // Europhys. Lett. 2007. V. 78. P. 40003.
19. *Perri S., Greco A., Zimbardo G.* Stochastic and direct acceleration mechanisms in the Earth's magnetotail // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36. L. 04103.
20. *Зельдович Я.Б., Молчанов С.А., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д.* Перемежаемость в случайной среде // УФН. 1987. Т. 152. С. 3–32.
21. *Frisch U.* Turbulence: The Legacy of A.N. Kolmogorov. U.K.: Cambridge Press, 1995.
22. *Zhukova E.I., Malova H.V., Grigorenko E.E. et al.* Plasma acceleration on multiscale temporal variations of electric and magnetic fields during substorm dipolarization in the Earth's magnetotail // Ann. Geophys. 2018. V. 61. № 3. P. 1–10. https://doi.org/10.4401/ag-7582
23. *Зеленый Л.М., Милованов А.В.* Фрактальная топология и странная кинетика. От теории перколяции к проблемам космической электродинамики // УФН. 2004. Т. 174. № 8. С. 809–852. https://doi.org/10.1070/PU2004v047n08ABEH001705
24. *Малова Х.В., Попов В.Ю., Хабарова О.В. и др.* Структура токовых слоев с квазиадиабатической динамикой частиц в солнечном ветре // Космич. исслед. 2018. Т. 56. № 6. С. 451–460. (Cosmic Research. P. 445–453).
25. *Маевский Е.В., Малова Х.В., Кислов Р.А. и др.* Формирование множественных токовых слоев в гелиосферном плазменном слое // Космич. исслед. 2020. Т. 58. № 6. С. 445–460. (Cosmic Research. P. 411–425). https://doi.org/10.31857/S0023420620060072

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 17–25

УДК 550.386

# ОСОБЕННОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ХОРОВ ПОСРЕДСТВОМ BPA МЕХАНИЗМА В МАГНИТОСФЕРНЫХ ВОЛНОВОДАХ УПЛОТНЕНИЯ И РАЗРЕЖЕНИЯ С РЕФРАКЦИОННЫМ ОТРАЖЕНИЕМ

**© 2022 г. П. А. Беспалов[1, 2, *], О. Н. Савина[2], П. Д. Жаравина[2]**

[1]*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия*

[2]*Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", Нижний Новгород, Россия*

**pbespalov@mail.ru*

Поступила в редакцию 28.02.2021 г.
После доработки 24.05.2021 г.
Принята к публикации 16.06.2021 г.

Рассмотрены особенности реализации пучкового механизма усиления импульсов (Beam-Pulse-Amplifier BPA) свистовых волн в магнитосферных волноводах уплотнения и разрежения с рефракционным отражением. Вытянутые вдоль магнитного поля волноводы с шириной порядка 100–300 км часто имеют место после магнитных возмущений в утренней и дневной магнитосфере за плазмопаузой, где при тех же условиях происходит возбуждение хоровых излучений. Проанализированы дисперсионные характеристики свистовых излучений в плоскослоистом волноводе в условиях выполнения WKB приближения и рефракционного отражения от "стенок". Для волноводов уплотнения (разрежения) показано, что у первых десяти мод на частотах ниже (выше) половины электронной гирочастоты могут быть выполнены условия возбуждения дискретных спектральных элементов с углами волновой нормали к магнитному полю менее 20°. Величина усиления шумовых импульсов с указанными углами волновой нормали всего на 20% меньше, чем в однородной плазме под оптимальным углом около 39°. Предложенная модель объясняет возможность возбуждения посредством *BPA* механизма хоровых излучений со сравнительно небольшими углами волновой нормали. Установлено, что интенсивности волн и типичные углы волновой нормали могут существенно отличаться в нижней и верхней полосах возбуждения хоров.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010022

## 1. ВВЕДЕНИЕ

За последние немногим более чем шестьдесят лет опубликованы сотни научных статей, обзоров и книг, посвященных генерации магнитосферных ОНЧ хоровых электромагнитных излучений. Хорошо известно, что за плазмопаузой обычно в утреннем и предполуденном секторах средней магнитосферы возбуждаются хоровые излучения свистового диапазона с частотами порядка нескольких килогерц и периодами повторения дискретных элементов в десятые доли секунды.

Согласно экспериментальным данным с космических аппаратов *CLUSTER*, *THEMIS* и *Van Allen Probes* хоровые излучения возбуждаются в области, имеющей форму "сигары" длиной не меньше $l = (1–2) \cdot 10^8$ см и средним диаметром $d = 3 \cdot 10^7$ см [1, 2] вблизи локального минимума магнитного поля. Обычно спектрограмма хоровых излучений наблюдается в двух основных спектральных полосах с центром несколько ниже половины минимальной электронной циклотронной частоты для рассматриваемой магнитной трубки. В работе [1] обсуждалась связь области возбуждения хоров в двух спектральных полосах с неоднородной по магнитному полю плотностью фоновой плазмы. Наблюдения на космическом аппарате *CLUSTER* [3] подтвердили эти предположения.

В обширной литературе основное внимание было уделено циклотронному механизму генерации магнитосферных ОНЧ хоровых электромагнитных излучений. Для объяснения наблюдаемых дискретных спектральных форм обычно обсуждаются различные варианты циклотронной генерации в предположении наличия высокой анизотропии функции распределения энергичных электронов. Однако накопленные экспериментальные данные, не всегда могут быть объяснены в рамках циклотронного механизма генерации электромагнитных излучений. Пучковый механизм усиления импульсов, предложенный авторами [4, 5], позволяет найти ответы на многие вопросы, возникающие при интерпретации ключевых особенностей экспериментальных данных.

В данной работе обсуждаются условия реализации *BPA* механизма возбуждения хоровых излучений в волноводах плотности шириной порядка 100–300 км с рефракционным отражением. Привлечение волноводной модели соответствует магнитосферным условиям и дает возможность объяснить возбуждение хоровых излучений с малыми углами волновой нормали. В разделе 2 коротко изложены основные особенности *BPA* механизма. В разделе 3 рассмотрены особенности магнитосферных плоскослоистых волноводов с рефракционным отражением. В разделе 4 сформулированы результаты решения характеристического уравнения для волноводов с модельными профилями плазменной концентрации. В разделе 5 обсуждаются некоторые оригинальные экспериментальные результаты о магнитосферных хоровых излучениях, основанные на данных с космического аппарата *Van Allen Probe* (http://emfisis.physics.uiowa.edu/Flight/). В разделе ВЫВОДЫ суммированы результаты работы.

## 2. BPA МЕХАНИЗМ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОНЧ ХОРОВЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Рассмотрим особенности эволюции короткого электромагнитного импульса, падающего на однородный слой намагниченной плазмы. Импульс будет расплываться из-за дисперсии и, если фазовая скорость отличается от групповой скорости, то линии постоянной фазы пересекают границы импульса, что хорошо видно на рисунке, приведенном в статье [6].

Для типичных условий в области возбуждения хоров частота излучений $\omega$ лежит в интервале $\omega_{LHF} < \omega < \omega_B < \omega_p$, где $\omega_{LHF}$ – нижнегибридная частота $\omega_B = eB/mc$, $\omega_p = (4\pi n_p e^2/m)^{1/2}$ – величины электронной циклотронной и плазменной частот, $e$ – величина заряда электрона, $m$ – масса электрона, $n_p$ – концентрация плазмы, $c$ – скорость света. Дисперсионные свойства распространяющихся в указанном диапазоне необыкновенных электромагнитных волн в квазипродольном приближении в холодной сравнительно плотной плазме описываются известным [7] соотношением

$$\omega(k_z, k_x) = \frac{\omega_B |k_z| \left(k_z^2 + k_x^2\right)^{1/2}}{k_z^2 + k_x^2 + \omega_p^2/c^2}, \tag{1}$$

где $k_z$ и $k_x$ – компоненты волнового вектора вдоль и поперек магнитного поля. Из дисперсионного уравнения (1) нетрудно видеть, что при $k_z^2 + k_x^2 = (\omega_p/c)^2$ оно сводится к виду $\omega = (c\omega_B/2\omega_p)|k_z|$ и существует выделенная скорость, отвечающая равенству продольной фазовой и групповой скоростей вдоль магнитного поля (вдоль оси $z$)

$$V_{phz} = V_{gz} = u, \tag{2}$$

где $u = c\omega_B/(2\omega_p)$ скорость Жандрена [8]. При этом линии постоянной фазы “захвачены” внутри импульса и не пересекают его границы.

Рассмотрим кратко особенности эволюции слабого короткого электромагнитного шумового импульса, падающего на однородный слой намагниченной плазмы. Импульс, для спектральных компонент которого выполняются условия (2), представляет собой стационарную волну по координате $z$ и его волновое поле можно записать в виде [6]

$$\mathbf{E}_{\sim} = \mathbf{E}_{\sim}(z - ut), \quad \mathbf{B}_{\sim} = \mathbf{B}_{\sim}(z - ut). \tag{3}$$

Короткий электромагнитный импульс с волновым полем (3) согласно простым кинематическим соображениям [4], лежащим в основе *BPA* механизма, достаточно долго может взаимодействовать только с малой долей частиц, которые образуют облако активных электронов. Эти электроны влетели в область взаимодействия волн и частиц длиной $l$ вместе с импульсом и для того чтобы они его сопровождали разброс их продольных скоростей $\Delta V_z$ вблизи скорости $u$ должен удовлетворять условию

$$\Delta V_z \cong u^2 t_p/l \ll u, \tag{4}$$

где $t_p$ – длительность электромагнитного импульса. Для других частиц взаимодействие настолько кратковременно, что они не успевают обменяться энергией с импульсом. Концентрация активных электронов может быть оценена с помощью соотношения

$$n_b = \int f \cdot 2\pi V_\perp dV_\perp dV_z, \tag{5}$$

где интегрирование функции распределения энергичных электронов $f$ по продольной скорости проводится по интервалу $u - (1/2)\Delta V_z < V_z < u + (1/2)\Delta V_z$. Более тщательный расчет концентрации $n_b$ приведен в работе [9].

Уравнения движения фракции активных электронов и уравнения Максвелла в фоновой плазме образуют самосогласованную систему уравнений. Пространственно-временная эволюция облака активных электронов при их движении в поле электромагнитного импульса (3) описывается уравнениями квазигидродинамики, которые после линеаризации имеют вид

$$\begin{gathered} \frac{\partial n_{b\sim}}{\partial t} + u\frac{\partial n_{b\sim}}{\partial z} + n_b \operatorname{div}(\mathbf{V}_{\sim}) = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{V}_{\sim}}{\partial t} + u\frac{\partial \mathbf{V}_{\sim}}{\partial z} + \frac{e}{mc}(\mathbf{V}_{\sim} \cdot \mathbf{B}) = -\frac{e}{m}\mathbf{E}_{\sim} - \frac{eu}{mcB}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_{\sim}), \end{gathered} \tag{6}$$

где $n_{b\sim}$ и $\mathbf{V}_{\sim}$ – возмущения концентрации и скорости облака активных электронов. Из уравнений следует, что электромагнитный импульс (3) создает резонансную плотность тока $\mathbf{j}_r$, направленную вдоль магнитного поля и ее спектральные компоненты вблизи резонанса Черенкова $\omega = k_z u$ определяются следующим выражением

$$j_{rz} = i\frac{n_b e^2 \omega}{m(\omega - k_z u)^2} E_{z\sim}. \quad (7)$$

С учетом резонансного тока (7) из уравнений Максвелла следует обычное уравнение для спектральных компонент электромагнитного импульса

$$\mathbf{k}(\mathbf{kE}) - k^2\mathbf{E} + \frac{\omega^2}{c^2}\hat{\varepsilon}\mathbf{E} = 0, \quad (8)$$

в котором ненулевые компоненты тензора диэлектрической проницаемости плазмы $\hat{\varepsilon}$ определяются следующими выражениями:

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_B^2},$$
$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = i\frac{\omega_B \omega_p^2}{\omega\left(\omega^2 - \omega_B^2\right)}, \quad (9)$$
$$\varepsilon_{zz} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{n_b \omega_p^2}{n_p(\omega - k_z u_G)^2}.$$

Формулы для компонент тензора диэлектрической проницаемости (9) отличаются от хорошо известных выражений для холодной плазмы в магнитном поле только последним слагаемым в компоненте $\varepsilon_{zz}$, обусловленным резонансным током (7). Интересующее нас дисперсионное уравнение представляет собой равенство нулю детерминанта системы (8), которое в квазипродольном приближении сводится к виду (детали расчета приведены в работе [5]):

$$(\omega - \omega(k_z,\theta))(\omega - |k_z|u)^2 = \frac{n_b \omega_B^3}{32 n_p}\sin^2\theta|\cos\theta|^3, \quad (10)$$

где знак модуля учитывает возможность распространения волн в двух направлениях, $\sin\theta = k_x\Big/\left(k_z^2 + k_x^2\right)^{1/2}$ и $\cos\theta = k_z\Big/\left(k_z^2 + k_x^2\right)^{1/2}$. Дисперсионное уравнение (10) представляет собой кубическое уравнение относительно частоты, свойства решений которого рассмотрены в работе [4]. Например, при выполнении условия (2) $\omega(k_z,\theta) = |k_z|u$ один из корней кубического дисперсионного уравнения (10) соответствует неустойчивому решению.

Инкремент роста волнового возмущения определяется выражением [4, 5]

$$\gamma = \frac{\sqrt{3}}{4}\omega_B\left(\frac{n_b}{4n_p}\sin^2\theta\right)^{1/3}|\cos\theta|, \quad (11)$$

из которого следует, что максимум инкремента отвечает углу волновой нормали $\theta \cong 39°$ и усиление импульса достаточно для объяснения экспериментальных данных, согласно которым $\gamma_{\max} \cong 10^2$ с$^{-1}$, хотя концентрация облака активных электронов составляет лишь небольшую часть общей концентрации плазмы.

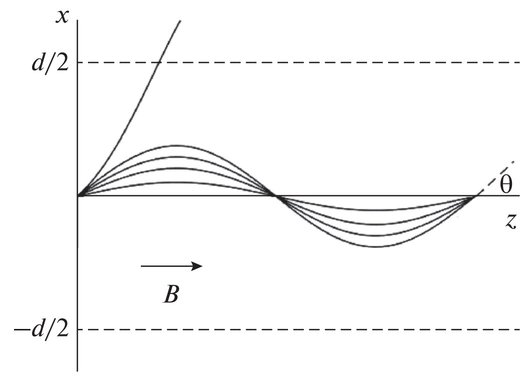


**Рис. 1.** Траектории волн в рефракционном волноводе.

Таким образом, с коротким импульсом, характеризующимся наличием компоненты электрического поля $E_z$, эффективно взаимодействовать на черенковском резонансе $V_{phz} = u$ могут надтепловые электроны, которые движутся со скоростями близкими к $u$ вдоль магнитного поля, функцию распределения которых при кинетическом расчете можно записать в виде $f = n_b\delta(V_z - u)$. Ранее было показано, что при кинетическом рассмотрении взаимодействия волн и частиц с такой функцией распределения получаются соотношения (9)–(11) [4].

## 3. РЕФРАКЦИОННЫЙ ВОЛНОВОД ДЛЯ СВИСТОВЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Рассмотрим плоскослоистые волноводы уплотнения и разрежения, которые часто регистрируются в области возбуждения хоров. Для магнитосферных условий в области возбуждения хоров [10] длина $\lambda$ свистовых волн порядка 15 км, что меньше масштаба неоднородности концентрации плазмы и поперечного размера волновода, $d$ = 100–300 км, и поэтому справедливо *WKB* приближение [11]. Когда концентрация плазмы неоднородна в направлении перпендикулярном оси волновода, каналирование волн может происходить за счет рефракции. Типичные траектории лучей вдоль оси канала с рефракционным отражением показаны на рис. 1.

Давно известно, что в условиях рефракционного отражения волны с частотами ниже половины электронной циклотронной частоты распространяются в волноводе уплотнения и выше половины циклотронной частоты в волноводе разрежения [7, 11]. Для демонстрации условий

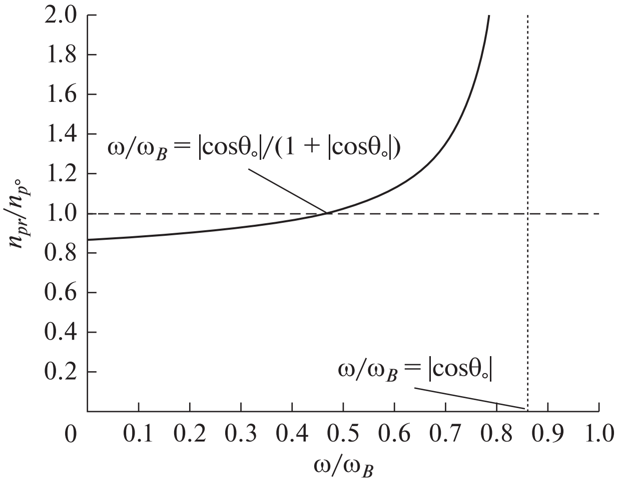


**Рис. 2.** Относительное значение концентрации плазмы $n_{pr}/n_{p\circ}$ в точке поворота в зависимости от частоты для угла волновой нормали $\theta_\circ$ на оси волновода.

волноводного распространения дисперсионное уравнение (1) удобно записать в виде

$$\omega = \frac{\omega_B k_z^2 \left|\cos\theta\right|}{k_z^2 + (\omega_p/c)^2 \cos^2\theta}, \qquad (12)$$

где $\theta$ – угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ и магнитным полем $\mathbf{B}$. Частота и продольная составляющая волнового вектора сохраняются в каждой собственной моде плоскослоистого волновода. Поясним, как при этом из-за рефракции изменяется угол волновой нормали $\theta$. Для этого запишем производную $\partial\theta/\partial n_p\big|_{k_z,\omega}$ с фиксированными значениями $k_z$ и $\omega$, используя уравнение (12),

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial n_p}\right|_{k_z,\omega} = \frac{\mathrm{ctg}(\theta)}{n_p}\left[\frac{\left|\cos(\theta)\right| - (\omega/\omega_B)}{\left|\cos(\theta)\right| - 2(\omega/\omega_B)}\right]. \qquad (13)$$

Согласно уравнению (13) для распространения, близкого к продольному, волновой вектор будет повернут в сторону более плотной плазмы, если $\omega/\omega_B < 1/2$, и в сторону более разреженной плазмы, если $\omega/\omega_B > 1/2$. Для детализации этой закономерности рассмотрим распространение электромагнитных волн вблизи оси волновода с монотонным профилем плотности от оси к периферии. Допустим, что луч пересекает ось волновода под малым углом $\theta_\circ \ll 1$, тогда дисперсионное уравнение (6) на оси волновода можно записать в виде

$$\omega = \frac{\omega_B k_z^2 \left|\cos\theta_\circ\right|}{k_z^2 + (\omega_{p\circ}/c)^2 \cos^2\theta_\circ}. \qquad (14)$$

В области разворота луча $\cos\theta_r = 1$ и поэтому

$$\omega = \frac{\omega_B k_z^2}{k_z^2 + (\omega_{pr}/c)^2}. \qquad (15)$$

Исключая из уравнений (14) и (15) $k_z$, получаем

$$\left(\frac{\omega_{pr}}{\omega_{p\circ}}\right)^2 = \frac{(\omega_B - \omega)\cos^2\theta_\circ}{(\left|\cos\theta_\circ\right|\omega_B - \omega)}. \qquad (16)$$

График частотной зависимости относительной концентрации плазмы $n_{pr}/n_{p\circ}$ для угла $\theta_\circ$ на оси волновода представлен на рис. 2, который показывает, что для частот, меньших половины электронной циклотронной частоты, в точке отражения плотность меньше, чем на оси канала, что соответствует волноводу уплотнения. Для частот, превышающих половину циклотронной частоты электронов в точке отражения концентрация больше, чем на оси волновода, что характерно для волновода разрежения.

Кроме того, из уравнения (16) следует, что $\left|\cos\theta_\circ\right| > \omega/\omega_B$. Поэтому, например, для волн с частотами $\omega/\omega_B \cong 0.5$ распространение волны в волноводе с рефракционным отражением в принципе возможно только при $\theta_\circ < 60°$.

Рассмотрим количественно рефракцию свистовых волн в приближении геометрической оптики, полагая концентрацию зависящей от поперечной координаты $x$, а магнитное поле постоянным и однородным. Для корректного описания дисперсионных свойств плоскослоистого волновода важна зависимость поперечной компоненты волнового вектора от частоты и продольной компоненты волнового вектора при различных концентрациях плазмы. Уравнение (1) имеет следующее решение для поперечной компоненты волнового вектора [13]:

$$k_x = \begin{cases} K_{x+}, if\ \dfrac{\omega}{\omega_B} \le H\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{\omega}{\omega_B}\right)\dfrac{\left|k_z\right| u}{\omega_B} + \\ + H\left(\dfrac{\omega}{\omega_B} - \dfrac{1}{2}\right)\dfrac{1}{1 + (\omega_p/k_z c)^2}; \\ K_{x-}, if\ \dfrac{1}{1 + (\omega_p/k_z c)^2} \le \dfrac{\omega}{\omega_B} \le \dfrac{\left|k_z\right| u}{\omega_B} \le \dfrac{1}{2}. \end{cases} \qquad (17)$$

Здесь $K_{x\pm} = \left\{\left(\dfrac{\omega_B k_z}{2\omega}\right)^2\left[\left(1 - \dfrac{\omega^2}{k_z^2 u_G^2}\right)^{1/2} \pm 1\right]^2 - k_z^2\right\}^{1/2}$,

$H(\varsigma) = \begin{cases} 1, & if \quad \varsigma > 0; \\ 0, & if \quad \varsigma < 0 \end{cases}$ – единичная функция Хевисайда.

Будем исследовать волновые уравнения с нулевыми граничными условиями на бесконечности по поперечным координатам. Математически

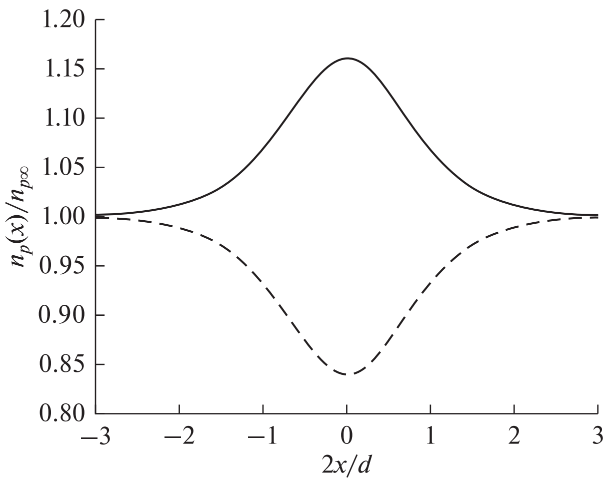


**Рис. 3.** Распределение концентрации плазмы в волноводе уплотнения (сплошная линия) и разрежения (пунктирная линия).

задача сводится к задаче о нахождении собственных функций и собственных значений самосопряженного оператора. Собственные моды волновода соответствуют дискретному спектру собственных значений, которые находятся из характеристического уравнения.

Для определения характеристического уравнения, которое выражает зависимость частоты от продольной компоненты волнового вектора мод плоскослоистого волновода, в приближении *WKB* необходимо рассчитать полное поперечное изменение фазы за период распространения луча. Изменение фазы $\Phi(\omega, k_z)$ должно учитывать фазовые сдвиги на каустике и быть кратным $2\pi$. Таким образом, характеристическое уравнение принимает хорошо известный вид [14]:

$$\Phi(\omega, k_z) = \int\limits_{-x_{\max}}^{x_{mxx}} k_x dx = \left(p - \frac{1}{2}\right)\pi, \qquad (18)$$

где $p$ — натуральное число, а координаты $\mp x_{\max}$ соответствуют значению $k_x = 0$.

Мы получили решения характеристического уравнения для модельного распределения концентрации фоновой плазмы по поперечной координате, отвечающего волноводам уплотнения $n_{p\infty}/n_{p\circ} < 1$ и разрежения $n_{p\infty}/n_{p\circ} > 1$

$$n_p(x) = n_{p\circ}\left[1 + \left(\frac{n_{p\infty}}{n_{p\circ}} - 1\right)\mathrm{tg}h^2\left(2\frac{x}{d}\right)\right], \qquad (19)$$

где $d = (1-3)\cdot 10^7$ см — поперечный масштаб волновода (см. рис. 3). Решение характеристического уравнения проводилось в предположении однородного магнитного поля, значение электронной циклотронной частоты принималось равным $\omega_B = 6\cdot 10^4$ рад/с. В результате численного анализа были получены зависимости частоты $\omega$ от продольной составляющей волнового вектора $k_z$ для мод в волноводах обоих типов (см. рис. 4).

Анализ показал, что важное условие реализации *ВРА* механизма (2) выполняется в волноводе уплотнения, если $\omega/\omega_B \cong 0.42$ при $k_z c/\omega_B \cong 4.7$ и в волноводе разрежения, если $\omega/\omega_B \cong 0.51$ при $k_z c/\omega_B \cong 4.7$. Указанные частоты часто наблюдаются у хоров в нижней и верхней полосах частот.

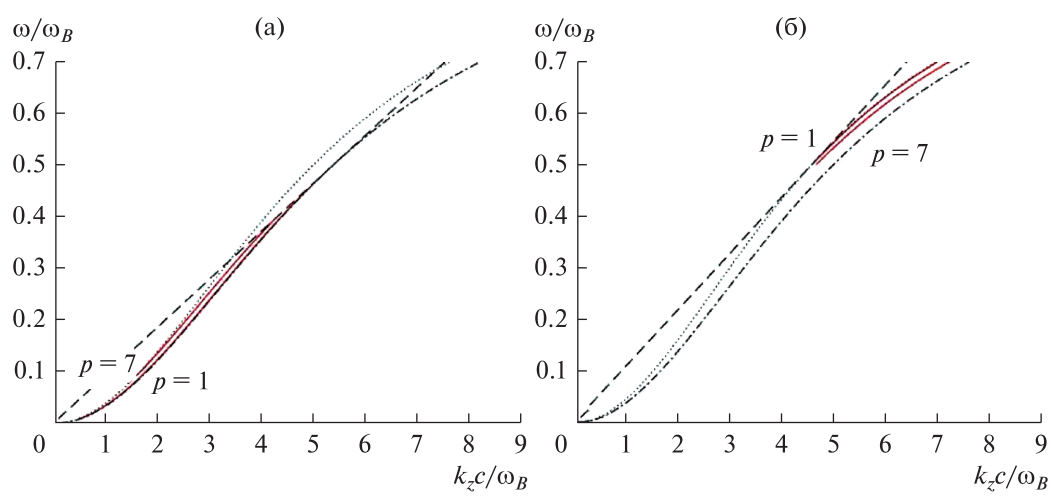


**Рис. 4.** Зависимость частоты от продольной составляющей волнового вектора (для первой ($p = 1$) и седьмой ($p = 7$) волноводных мод показана красным) в условиях, когда вне волновода $(\omega_{p,\mathrm{int}}/\omega_B)^2 = 25$, а внутри его: (а) в волноводе уплотнения $(\omega_{p,\mathrm{int}}/\omega_B)^2 = 29$; (б) в волноводе разрежения $(\omega_{p,\mathrm{int}}/\omega_B)^2 = 21$.

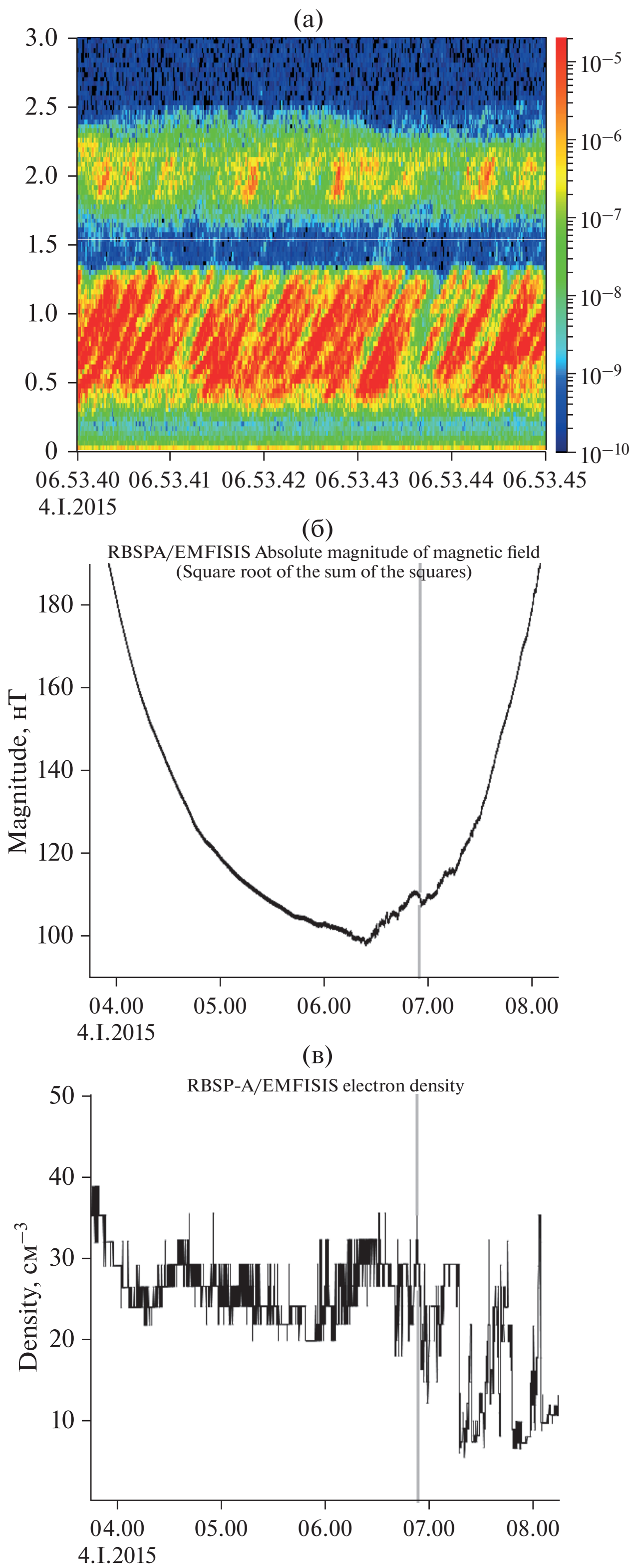


**Рис. 5.** Результаты измерения динамического спектра электромагнитных излучений (а), магнитного поля (б) и концентрации плазмы (в) 4.I.2015. Светлая линия отвечает половине минимальной циклотронной частоты.

В однородной плазме посредством *BPA* механизма с наибольшим темпом усиливаются подходящие дробовые шумы с углами волновой нормали 39°. Есть данные, что хоры могут иметь такие углы волновой нормали [15]. Однако часто углы волновой нормали имеют величину порядка 20° [16]. Среднее значение угла волновой нормали можно оценить с помощью условия (18), записанного для моды с номером $p$:

$$\bar{\theta} \cong \frac{2\pi}{k_z d}\left(p - \frac{1}{2}\right) \cong 2\pi \frac{\omega_B}{k_z c}\frac{c}{d\omega_B}\left(p - \frac{1}{2}\right) \cong \cong 0.03\left(p - \frac{1}{2}\right). \quad (20)$$

Для первых десяти мод средний угол волновой нормали меньше 20°, и при этом инкремент (11) меньше максимального значения инкремента при оптимальном угле волновой нормали только на 20%. Нужно заметить, что мод с высокими номерами вообще может не быть в волноводе со сравнительно малым перепадом концентрации плазмы.

## 4. НЕКОРЫЕ ПРИМЕРЫ РЕГИСТРАЦИИ ХОРОВ ПО ДАННЫМ С КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА *VAN-ALLEN PROBE*

Для уточнения условий применимости полученных результатов полезно обратиться к экспериментальным данным с космического аппарата *Van Allen Probe*, доступных на сайте http://emfisis.physics.uiowa.edu/Flight. На рис. 5, 6 приведены примеры регистрации динамических спектров хоровых излучений (а), магнитного поля (б) и концентрации магнитосферной плазмы (в). Эти типичные примеры подтверждают возможность возбуждения хоров в области локального минимума магнитного поля. Возбуждение происходит в двух спектральных полосах, разделенных белой линией, отвечающей половине минимальной циклотронной частоты электронов вдоль магнитной трубки. Данные о неоднородной концентрации фоновой плазмы указывают на возможность существования волноводов плотности в области возбуждения хоровых излучений. В свою очередь магнитное поле почти однородное в пределах всплеска хоров. Этим обосновывается постановка задачи с однородным магнитным полем и волноводами уплотнения и разрежения в области возбуждения излучений.

На рис. 5 зарегистрированные 4.I.2015 хоровые элементы в нижней спектральной полосе намного более интенсивные и четкие, чем в верхней. Указанные особенности спектральных форм хорошо согласуются с реализацией *BPA* механизма возбуждения хоров в рефракционных волноводах уплотнения.

На рис. 6 приведен другой пример зарегистрированных 2.I.2015 динамических спектров хоро-

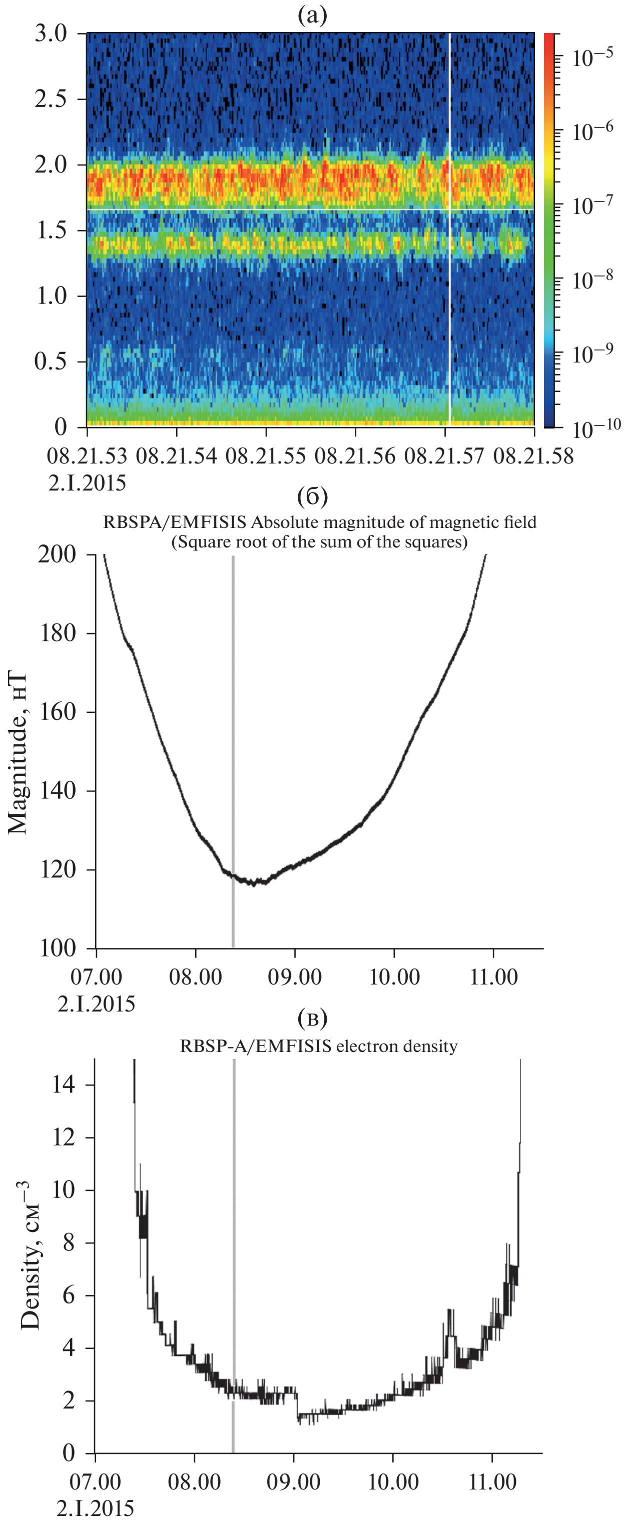


**Рис. 6.** Результаты измерения динамического спектра электромагнитных излучений (а), магнитного поля (б) и концентрации плазмы (в) 2.I.2015. Белая линия отвечает половине минимальной циклотронной частоты.

вых излучений. В этом случае хоровые элементы в верхней спектральной полосе заметно более яркие и четкие, чем в нижней. Указанные спектральные формы хорошо согласуются с реализацией *ВРА* механизма возбуждения хоров в рефракционных волноводах разрежения, которые подчеркивают возбуждение хоров в верхней частотной полосе (см. рис. 4б). Можно отметить, что такого типа излучения не представляется возможным объяснить в рамках нелинейного механизма [17], который предполагает, что верхняя спектральная полоса формируется как вторая гармоника от излучений в нижней спектральной полосе.

На рис. 7 приведен зарегистрированный 11.I.2015 более сложный пример, когда в пределах сравнительно короткого промежутка времени спектральные свойства хоровых излучений довольно сильно изменяются. В какие-то промежутки времени более яркие и четкие хоровые элементы регистрируются в нижней спектральной полосе, а в другие промежутки времени ситуация меняется и хоровые элементы более отчетливы в верхней спектральной полосе. Это возможно, например, если космический аппарат находится вблизи границы между волноводами уплотнения и разрежения.

Таким образом, принятая в данной работе модель с однородным магнитным полем и неоднородностями концентрации в области возбуждения хоров имеет экспериментальное подтверждение. В тоже время надо отметить, что наличие сравнительно сложных примеров динамических спектров хоров указывает на перспективы дальнейших исследований.

## ВЫВОДЫ

Отмечено, что предлагаемая модель объясняет возможность возбуждения хоровых излучений с малыми углами волновой нормали. Для мод с относительно низкими номерами угол волновой нормали $\theta \le 20°$. Важно, что интенсивность и типичный угол волновой нормали для хоровых излучений при наличии волноводов уплотнения и разрежения могут быть разными для нижних и верхних полос излучений.

В работе изучается процесс формирования хоровых излучений в волноводах. На входе в область взаимодействия волн с частицами вблизи вершины магнитной трубки имеется дробовой шум, представляющий собой случайную последовательность слабых коротких электромагнитных импульсов. Короткие электромагнитные импульсы при взаимодействии с попутными надтепловыми электронами эффективно усиливаются, если выполняются необходимые условия (равенство продольных фазовой и групповой скоростей, наличие продольной компоненты волнового возму-

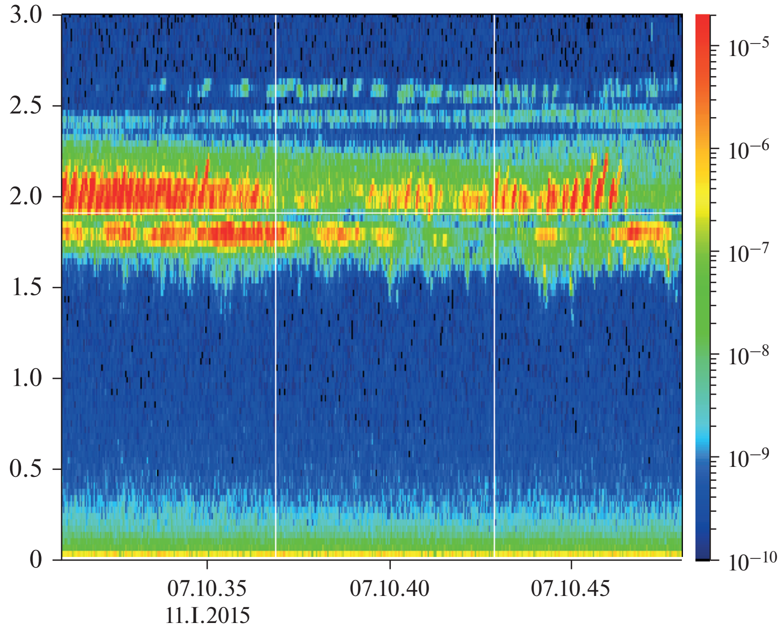


**Рис. 7.** Результаты измерения динамического спектра электромагнитных излучений 11.I.2015.

щения и его достаточно малая длительность). При выполнении указанных условий надтепловые электроны со скоростями вдоль магнитного поля, близкими к скорости Жандрена, которые вместе с импульсом влетают в область взаимодействия волн и частиц в среднем отдают свою энергию импульсу и усиливают его. Шум, не удовлетворяющий условиям такого взаимодействия с частицами, затухает в почти устойчивой плазме.

Проанализировано влияние на пучковый механизм усиления рефракционных волноводов уплотнения и разрежения с поперечным размером 100–300 км. Установлено, что в таких волноводах при типичных параметрах плазмы усиление возможно как в волноводе уплотнения, так и в волноводе разрежения. Например, равенство продольной фазовой и групповой скоростей выполняется на частотах, отвечающих нижней и верхней полосам возбуждения хоров. Для волноводных мод с низкими номерами средний угол волновой нормали меньше чем в однородной плазме и не превышает значения $\theta = 20°$. Это хорошо соответствует экспериментальным данным [16]. Причем это свойство имеет место только в одной из полос возбуждения хоров. Поэтому спектральные формы хоровых излучений при его возбуждении в рефракционных волноводах должны существенно отличаться в нижней и верхней спектральных полосах. Этот вывод неплохо согласуется с известными экспериментальными данными.

Таким образом, привлечение волноводной модели реализации *BPA* механизма позволило объяснить возможность возбуждения хоровых излучений с малыми углами волновой нормали и сделать вывод о том, что интенсивность и типичный угол волновой нормали могут быть разными для нижней и верхней спектральных полос в одной реализации.

Исследование П.А. Беспалова, О.Н. Савиной и П.Д. Жаравиной (разделы 3–5) выполнено по проекту РФФИ № 20-02-00206А. Исследование П.А. Беспалова (разделы 1 и 2) выполнено по гранту Российского научного фонда (проект № 20-12-00268). Численные расчеты выполнены в рамках Государственного задания № 0030-2021-0002. Использованные в работе данные с космического аппарата *Van Allen Probe* доступны на сайте http://emfisis.physics.uiowa.edu/Flight/, которому мы выражаем благодарность.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bell T.F., Inan U.S., Hague N., Pickett J.S.* Source regions of banded chorus // Geophys. Res. Lett. 2009. V. 36. L11101. https://doi.org/10.1029/2009GL037629
2. *Agapitov O., Blum L.W., Mozer F.S. et al.* Chorus whistler wave source scales as determined from multipoint *Van Allen Probe* measurements // Geophys. Res. Lett. 2017. V. 44. P. 2634–2642. https://doi.org/10.1002/2017GL072701
3. *Haque N., Inan U.S., Bell T.F. et al.* Cluster observations of whistler mode ducts and banded chorus // Geophys. Res. Lett. 2011. V. 38. L18107. https://doi.org/10.1029/2011GL049112
4. *Bespalov P., Savina O.* An excitation mechanism for discrete chorus elements in the magnetosphere // Ann. Geophys. 2018. V. 36. P. 1201–1206. https://doi.org/10.5194/angeo-36-1201

5. *Bespalov P.A., Savina O.N.* On the linear theory of oblique magnetospheric chorus excitation // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 2019. V. 185. P. 58–67. https://doi.org/10.1016/j.jastp.2019.01.016
6. *Bespalov P.A., Savina O.N., Cowley S.W.H.* The beam pulse amplifier in space and laboratory plasmas // Results in Physics. 2020. V. 16. P. 103004. https://doi.org/10.1016/j.rinp.2020.103004
7. *Helliwell R.A.* Whistlers and related ionospheric phenomena. CA: Stanford University Press, 1965.
8. *Helliwell R.A.* The role of the Gendrin mode of VLF propagation in the generation of magnetospheric emissions // Geophys. Res. Lett. 1995. V. 22. P. 2095–2098. https://doi.org/10.1029/95GL02003
9. *Bespalov P.A., Savina O.N.* Electromagnetic pulse amplification in a magnetized nearly stable plasma layer // Results in Physics. 2021. V. 28. P. 104607. https://doi.org/10.1016/j.rinp.2021.104607
10. *Haque N., Inan U.S., Bell T.F. et al.* Cluster observations of whistler mode ducts and banded chorus // Geophys. Res. Lett. 2011. V. 38. L18107. https://doi.org/10.1029/2011GL049112
11. *Budden K.G.* The propagation of radio waves: The theory of radio waves of low power in the ionosphere and magnetosphere. Cambridge: Cambridge University Press, 1985. https://doi.org/10.1017/CBO9780511564321
12. *Karpman V.I., Kaufman R.N.* Whistler wave propagation in magnetospheric ducts (in the equatorial region) // Planet. Space Sci. 1984. V. 32. P. 1505–1511. https://doi.org/10.1016/0032-0633(84)90017-5
13. *Bespalov P., Savina O.* Excitation of chorus with small wave normal angles due to beam pulse amplifier (BPA) mechanism in density ducts // Ann. Geophys. 2020. V. 36. P. 1201–1206.
14. *Laird M.J.* Mode theory of whistler ducts – Integrated group delay times // J. Atmos. Terr. Phys. 1992. V. 54. P. 1599–1607. https://doi.org/10.1016/0021-9169(92)90166-I
15. *Taubenschuss U., Khotyaintsev Yu.V., Santolík O. et al.* Wave normal angles of whistler mode chorus rising and falling tones // J. Geophys. Res. 2014. V. 119. Is. 12. P. 9567–9578. https://doi.org/10.1002/2014JA020575
16. *Breneman A.W., Kletzing C.A., Pickett J. et al.* Statistics of multispacecraft observations of chorus dispersion and source location // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. A06202. https://doi.org/10.1029/2008JA013549
17. *Gao X., Lu Q., Bortnik J. et al.* Generation of multiband chorus by lower band cascade in the Earth's magnetosphere // Geophys. Res. Lett. 2016. V. 43. Is. 6. P. 2343–2350. https://doi.org/10.1002/2016GRL068313

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 26–42

УДК 520.6

# ФИЗИЧЕСКИЕ КАЛИБРОВКИ НЕЙТРОННОГО ТЕЛЕСКОПА ФРЕНД, УСТАНОВЛЕННОГО НА БОРТУ МАРСИАНСКОГО СПУТНИКА *TGO*

© 2022 г. А. В. Малахов[1, *], И. Г. Митрофанов[1], М. Л. Литвак[1], А. Б. Санин[1], Д. В. Головин[1], М. В. Дьячкова[1], С. Ю. Никифоров[1], А. А. Аникин[1], Д. И. Лисов[1], Н. В. Лукьянов[1], М. И. Мокроусов[1], В. Н. Швецов[2], Г. Н. Тимошенко[2]

[1]*Институт космических исследований РАН, Москва, Россия*

[2]*Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия*

**malakhov@np.cosmos.ru*

Поступила в редакцию 10.01.2021 г.
После доработки 29.04.2021 г.
Принята к публикации 16.06.2021 г.

В статье представлены результаты наземной калибровки нейтронного телескопа ФРЕНД на борту космического аппарата *TGO* российско-европейского проекта ЭкзоМарс. Основная задача космического эксперимента ФРЕНД – измерение содержания водорода в приповерхностном слое Марса на глубину до 1 м. На основе данных измерений строятся карты массовой доли воды в грунте с высоким пространственным разрешением. В ходе наземных физических калибровок были получены оценки эффективных площадей и измерены функции угловой чувствительности для каждого из пяти детекторов прибора ФРЕНД. Показано, что измерительные характеристики прибора ФРЕНД соответствуют заявленным научным задачам и позволяют обнаруживать и исследовать локальные области с повышенным содержанием воды/водяного льда на поверхности Марса с высоким пространственным разрешением 60–200 км.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010095

## ВВЕДЕНИЕ

Методы нейтронной и гамма-спектроскопии давно используются в космических экспериментах для исследования состава поверхности небесных тел Солнечной системы. Под воздействием высокоэнергичных заряженных частиц галактических космических лучей (ГКЛ) в приповерхностном слое грунта небесных тел, не имеющих сильного магнитного поля и толстой атмосферы, генерируется вторичное нейтронное и гамма-излучение, потоки и энергетические спектры которого зависят от элементного состава грунта (см., например [1]). В частности, измерения вариаций нейтронного альбедо в разных энергетических диапазонах позволяют оценить содержание водорода в приповерхностном слое грунта с толщиной около 1 м. Если предположить, что весь обнаруженный водород входит в состав молекул $H_2O$, то по оценке массовой доли водорода можно оценить массовую долю воды в грунте небесного тела. В свою очередь, по массовой доле воды можно определить форму ее содержания в грунте: при низком содержании порядка 5–10% наиболее вероятной формой является адсорбированная вода на поверхности частиц грунта; содержание от 10 до 30% обычно отождествляют с химически связанной водой в составе гидратированных минералов; наконец массовая доля более 30% скорее всего указывает на наличие в грунте водяного льда. Подобные измерения уже были выполнены в ранних планетных исследованиях для Луны, Марса, Меркурия и некоторых малых планет (см., например [2]).

Измерение массовой доли воды в грунте небесного тела выделяется в отдельную научную задачу космического проекта, для решения которой достаточно использовать нейтронный детектор тепловых, надтепловых и быстрых нейтронов. Длительные орбитальные наблюдения позволяют построить глобальные карты вариаций нейтронного альбедо поверхности и определить на их основе глобальное распределение воды в приповерхностном грунте. Так, по данным нейтронного спектрометра LPNS, установленного на орбитальном аппарате NASA *Lunar Prospector* было обнаружено повышенное содержание водорода в грунте полярных районов Луны [3]. Этот эффект было предложено интерпретировать как присутствие водяного льда в вечно затененных полярных кратерах [3]. Измерения российского прибора ХЕНД и американского прибора MONS на борту спутника NASA *Mars Odyssey* позволили построить глобальные карты распределения воды в грунте Марса [4–6]. Эксперимент с нейтронным спектрометром на борту аппарата NASA *MESSENGER* выявил наличие водяного льда в холодных ловушках на северном полюсе Меркурия [7]. В этом ряду следует особо отметить эксперимент ЛЕНД на борту американского лунного спутника *LRO* [8], смотрите ниже.

Дело в том, что важную роль в анализе данных нейтронного картографирования поверхности небесного тела играет сопоставление обнаруженных областей с повышенным содержанием воды льда с локальными особенностями рельефа и геохимическим свойствами поверхности. Это может дать ответ на вопрос о происхождении наблюдаемых залежей воды в современную эпоху и о гидрологической эволюции планеты в прошлом. Пространственное разрешение всенаправленных нейтронных детекторов примерно равно 1.5 высоты орбиты космического аппарата. Например, высота круговой орбиты лунного спутника NASA *LRO* составляла около 50 км, и пространственное разрешение всенаправленных нейтронных детекторов прибора ЛЕНД, установленного на его борту, оценивалось как 75 км [9]. Для прибора ХЕНД на борту спутника NASA *Mars Odyssey* с высотой орбиты около 400 км пространственное разрешение на поверхности составило около 600 км [10]. Такое относительно низкое пространственное разрешение не позволяет провести прямое сопоставление данных нейтронных измерений с расположением отдельных кратеров или локальных областей с гораздо меньшим размером, где по данным других экспериментов были обнаружены геоморфологические особенности поверхности.

Решить такую задачу можно на основе применения метода коллимации нейтронного потока в космическом орбитальном эксперименте, регистрируя только те нейтроны, которые попали в детектор из узкого телесного угла, направленного в надир. Первым таким экспериментом для космических исследований является российский эксперимент с нейтронным телескопом ЛЕНД на борту лунного спутника NASA *LRO* запущенного в 2009 г. [8, 11]. Он позволил при картографировании лунных полюсов достичь пространственного разрешения до 5 км (полуширина на полувысоте с орбиты в 50 км) и тем самым сопоставить данные по вариациям нейтронных потоков с расположением вечно затененных полярных кратеров. Благодаря этому свойству прибора ЛЕНД было впервые показано, что не все вечно затененные кратеры содержат водяной лед, и при этом часть льдистой вечной мерзлоты может находиться под освещаемой Солнцем поверхностью в окрестности полюсов [8, 12].

Успешный опыт эксперимента ЛЕНД был использован для разработки нейтронного телескопа ФРЕНД (Fine Resolution Epithermal Neutron Detector) для марсианских исследований. Этот прибор установлен на борту марсианского спутника *Trace Gas Orbiter* (*TGO*) российско-европейского проекта ЭкзоМарс, запуск которого состоялся в марте 2016 г. [13]. В научные задачи эксперимента ФРЕНД входит построение карт распространенности воды в приповерхностном грунте Марсе с гораздо более высоким пространственным разрешением, чем то, которое было достигнуто в предыдущих экспериментах ХЕНД или MONS (около 600 км). С мая 2018 г. на борту *TGO* практически непрерывно проводится нейтронное картографирование марсианской поверхности нейтронным телескопом ФРЕНД. Обработка данных измерений за первые 40 дней миссии позволила обнаружить несколько локальных областей на Марсе, совпадающих с геоморфологическими структурами рельефа поверхности планеты, в которых может присутствовать водяной лед [14].

В данной статье приведены результаты наземных физических калибровок нейтронного телескопа ФРЕНД, необходимые для обработки и интерпретации данных измерений этого космического эксперимента.

## 1. ФИЗИЧЕСКАЯ КОНЦЕПЦИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ФРЕНД

Выше отмечалось, что марсианское нейтронное альбедо возникает за счет взаимодействия заряженных частиц с атмосферой и приповерхностным слоем грунта Марса (см., например [1]). В результате взаимодействия заряженных частиц ГКЛ и ядер вещества планеты рождаются быстрые нейтроны с энергиями около 20 МэВ. Эти нейтроны, диффундируя в грунте, теряют энергию при столкновениях с ядрами породообразующих элементов и замедляются до надтепловых или тепловых энергий. Часть нейтронов вылетает из-под поверхности в атмосферу Марса и достигает орбиты, где они регистрируются нейтронным детектором. Спектральная плотность потока вылетающих с поверхности нейтронов зависит от содержания водорода: массы ядра водорода (протона) и нейтрона равны, и поэтому в столкновениях с ядрами водорода быстрые нейтроны наиболее эффективно замедляются или даже термализуются. Таким образом, повышение содержания водорода в грунте приводит к более эффективному замедлению быстрых нейтронов: соответственно, в потоке вылетающих с поверхности нейтронов доля быстрых и надтепловых частиц уменьшается, а доля тепловых частиц увеличивается. В эксперименте ФРЕНД проводится картографирование потока надтепловых и быстрых нейтронов для определения содержания водорода в приповерхностном слое грунта глубиной до 1 м (см. [14]).

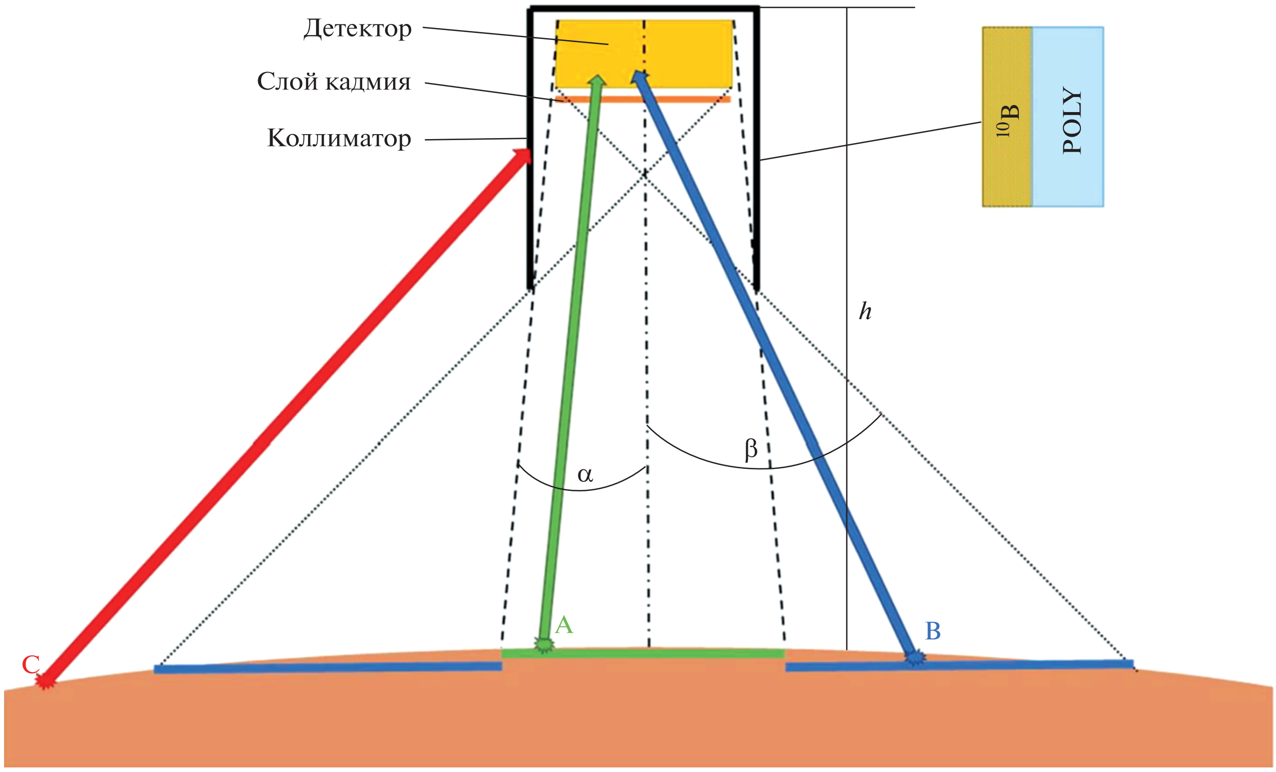


**Рис. 1.** Принципиальная схема коллимации для нейтронного орбитального телескопа прибора ФРЕНД.

Для повышения пространственного разрешения в приборе ФРЕНД используется метод нейтронной коллимации. Нейтронный коллиматор состоит из материалов, способных эффективно затормозить и поглотить нейтроны, прилетающие с направлений вне его поля зрения (рис. 1). В результате коллимации удается значительно увеличить соотношение сигнал/шум, если за сигнал принять отсчеты от нейтронов из локальной области на поверхности с размером, соответствующем полю зрения прибора, а за шум – отсчеты от нейтронов с поверхности вне такой локальной области. Благодаря коллиматору существенно повышается пространственное разрешение прибора, но одновременно значительно увеличивается его масса за счет материала коллиматора, замедляющего и поглощающего нейтроны.

Пространственное разрешение коллиматора характеризуется двумя углами, $\alpha$ и $\beta$ относительно оси коллиматора (рис. 1). Нейтроны, попадающие в детектор под углом менее $\alpha$ не затеняются. Нейтроны, попадающие в детектор в интервале углов $[\alpha, \beta]$ частично затенены стенками коллиматора. Наконец нейтроны, попадающие в детектор под углом более $\beta$ полностью затенены стенками коллиматора. Все нейтроны из этих направлений испытывают частичное поглощение (о прозрачности коллиматора смотрите ниже в разделе). Для прибора ФРЕНД $\alpha = 4°$ и $\beta = 14°$ (см. ниже). С учетом высоты орбиты *TGO* равной 400 км углам $\alpha$ и $\beta$ соответствуют области на поверхности Марса с диаметрами 60 и 200 км соответственно.

Для построения карты потока нейтронов от Марса на основе данных орбитальных измерений поверхности сфер орбиты и планеты разбиваются на одинаковые элементарные участки (пиксели), расположенные друг над другом. Во время орбитального картографирования все отсчеты распределяются между пикселями карты орбиты в соответствии с координатами, которые имел космический аппарат во время их регистрации. Для каждого пикселя также регистрируется время экспозиции, которое равно суммарному времени всех пролетов космического аппарата в пределах его поверхности. Частное от деления полного числа отсчетов на время экспозиции определяет сигнал, равный темпу регистрации нейтронов для данного пикселя орбитальной карты.

Кроме полезного нейтронного сигнала, детекторы прибора регистрируют локальный нейтронный фон, вызванный заряженными частицами ГКЛ в самом приборе и также в элементах конструкции космического аппарата. Для коллимированного нейтронного телескопа фоном также являются отсчеты от нейтронов с поверхности небесного тела, которые пришли из направлений вне поля зрения вследствие частичной прозрачности коллиматора. Суммарный нейтронный фон нужно учитывать при измерении пространственных вариаций полезного сигнала.

Оценка фонового темпа счета детекторов от заряженных частиц ГКЛ и от вторичных нейтронов космического аппарата была выполнена на этапе перелета к Марсу, когда прибор не регистрирует нейтронный поток от Марса. Так как поток ГКЛ меняется со временем, фон, измеренный на перелете, впоследствии поправляется на величину вариации ГКЛ на основе данных независимых измерений блока Люлин, входящего в состав прибора ФРЕНД [13]. При работе на орбите Марса, планета заслоняет собой часть неба, таким образом снижая поток ГКЛ и соответствующих ему вторичных нейтронов от космического аппарата. Эта поправка вносится с учетом телесного угла, закрываемого Марсом для каждого момента времени.

Оставшийся темп счета соответствует полному нейтронному излучению Марса на высоте орбитального полета, включающему как отсчеты от нейтронов, пришедших из поля зрения прибора так и отсчеты от нейтронов с направлений вне его поля зрения частично прошедших сквозь стенки коллиматора. Именно величины полного темпа счета нейтронов от Марса, распределенные по пикселям орбитальной карты, являются исходным научным продуктом первого уровня для нейтронного картографирования Марса.

На основе карты отсчетов первого уровня может быть построена карта второго уровня, которая отображает пространственное распределение потока нейтронного излучения на поверхности Марса. Для получения этой карты на основе карты первого уровня необходимо знать спектральную и угловую зависимость $S_{eff}(E, \mathbf{n})$ эффективной площади нейтронных детекторов прибора (здесь E и **n** соответствуют энергии нейтрона и направлению его движения с поверхности небесного тела относительно главных осей системы координат прибора). Функции спектральной и угловой чувствительности должны быть известны как для детекторов надтепловых нейтронов, так и для детектора быстрых нейтронов (см. раздел 2).

Итоговым научным продуктом нейтронного картографирования является карта поверхности третьего уровня, пиксели которой содержат оценку массовой доли воды в веществе Марса. Прямая логика обработки данных измерений предполагает построение такой карты третьего уровня на основе обработки данных карты второго уровня для потока нейтронного излучения, построенной в свою очередь на основе экспериментальных данных для темпа регистрации нейтронов, представленных на карте первого уровня. Однако опыт показал, что более практичным является метод численного моделирования всего эксперимента, который в рамках единой сквозной модели предсказывает величины темпа счета нейтронов в пикселях орбитальной карты первого уровня в соответствии со значениями массовой доли воды в соответствующих пикселях на карте третьего уровня. В этом методе фактически реализована логика обратного моделирования эксперимента: от величины воды в грунте – к оценке темпа счета нейтронов в детекторе. Сопоставление модельно предсказанных значений отсчетов для разных величин массовой доли воды с реально измеренными значениями отсчетов позволяет достичь цель эксперимента – получить оценку для массовой доли воды в приповерхностном слое марсианского грунта.

Для построения такой сквозной численной модели эксперимента ФРЕНД необходимо решить две физические задачи:

Задача 1: получить оценку спектральной и угловой плотности потока нейтронов $F(E, \mathbf{n}, \xi)$ над поверхностью Марса (в единицах кэВ$^{-1}$ ср$^{-1}$ см$^{-2}$ с$^{-1}$) на высоте орбиты космического аппарата в зависимости от массовой доли воды $\xi$ в веществе поверхности Марса, которая излучает нейтроны под воздействием ГКЛ. Фактически решение этой задачи позволяет построить модельную карту второго уровня, то есть карту для потока нейтронов на орбите на основе исходной карты третьего уровня, то есть карты массовой доли воды на поверхности.

Задача 2: получить оценки темпа счета нейтронов в детекторах прибора ФРЕНД в зависимости от спектральной и угловой плотности потока нейтронов $F(E, \mathbf{n})$ на орбите. Решение этой задачи обеспечивает связь модельной карты потока нейтронов второго уровня с картой первого уровня, для которой предсказываются значения темпа счета нейтронов детекторами.

Применение сквозной численной модели эксперимента для оценки массовой доли воды в грунте с типичным для Марса содержанием породообразующих элементов на основе данных измерений проиллюстрировано на рис. 2. Так, модель предсказывает, что при переходе от сухого грунта к грунту с содержанием воды 1% темп счета надтепловых нейтронов в гелиевых детекторах прибора понижается более чем на 30%, а для грунта с содержанием воды 10% темп счета понижается почти в 5 раз.

Знание о массовой доле воды в грунте какого-то определенного района поверхности и монотонная зависимость темпа счета нейтронов от массовой доли воды позволяют проводить оценку этой величины в других районах на основе измерения изменений темпов счета этих районов относительно темпа счета для известного района. Для Марса таким известным районом можно считать территорию Плато Солнца, для которой оценка массовой доли воды составляет 2.78% [2]. Абсолютные значения темпа счета $C$ для пикселей карты первого уровня можно отнормировать на среднее значение $C_{SP}$, соответствующее пикселям, покрывающим территорию Плато Солнца. Относительную величину $S = C/C_{SP}$ можно назвать супрессией (от слова suppression, подавление). Этот термин выбран в связи с тем, что при увеличении массовой доли воды относительно значения 2.78% величина $S$ уменьшается и для случая чистого водяного льда $S$ стремится к 0.

Очевидно, что решение задачи 1 должно быть представлено в форме физической величины плотности потока нейтронов в интервалах углов и энергий, и оно не зависит от свойств прибора. Напротив, задача 2 напрямую связана с характеристиками прибора. Для ее решения необходимо знать спектральную и угловую зависимость эффективной площади детектора $S_{eff}(E, \mathbf{n})$, которая определяет темп счета детекторов в зависимости от величины налетающего потока.

Функция $S_{eff}(E, \mathbf{n})$ была рассчитана для телескопа ФРЕНД методом численного моделирования. Однако модельные расчеты должны быть экспериментально проверены на основе экспериментальных результатов физических калибровок, прежде чем численная модель будет применяться для анализа измерений прибора над Марсом. Данная статья содержит описание физических калибровок детекторов прибора ФРЕНД и представляет результаты сопоставления данных калибровочных измерений с предсказаниями численной модели.

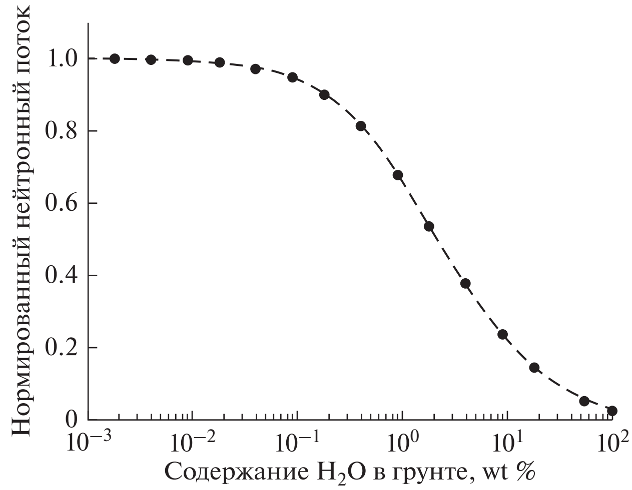


**Рис. 2.** Зависимость темпа счета надтепловых нейтронов с поверхности Марса в гелиевых детекторах прибора ФРЕНД (нормирован на 1 в максимуме) от массовой доли воды в приповерхностном слое грунта.

## 2. ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

На рис. 3 показано сечение прибора ФРЕНД, иллюстрирующее внутреннюю структуру коллиматора и расположение детекторов. Детектирующая часть прибора ФРЕНД состоит из 4 пропорциональных счетчиков на основе $^3$He HE1–HE4 и одного сцинтилляционного детектора на основе кристалла стильбена SC. Гелиевые счетчики регистрируют надтепловые нейтроны с энергиями от кадмиевого порога 0.4 эВ до значения ~0.5 МэВ, которое определяется падением эффективности счетчиков. Эти счетчики закрыты кадмиевой защитой на торцах со стороны Марса. Такая защита практически полностью поглощает нейтроны с энергиями до 0.4 эВ. Они также окружены коллиматором со всех направлений вне поля зрения прибора (смотрите рис. 1 и 3).

Пропорциональные счетчики HE1–HE4 на основе $^3$He производства LND Inc. имеют форму цилиндров диаметром 50.8 мм и длиной 78 мм. Давление газа в них составляет 6 атмосфер. Счетчики регистрируют нейтроны благодаря реакции $^3\text{He} + \text{n} \rightarrow {}^3\text{H} + \text{p}$, которая сопровождается энерговыделением 764 кэВ, распределенным между протоном (573 кэВ) и тритоном (191 кэВ). На рис. 4 представлены энергетические спектры отсчетов, измеренные во время наземных калибровок с прибором ФРЕНД. На них хорошо виден пик полного поглощения обоих продуктов реакции внутри объема счетчика (764 кэВ) и низкоэнергетическая часть, возникающая в случае, когда один из продуктов (как правило, протон) покидает объем счетчика, а второй (как правило, это тритон) остается в объеме счетчика и выделяет в нем свою энергию. Таким образом регистрируемый спектр отсчетов тепловых и надтепловых нейтронов не зависит от энергий падающего на него нейтронного потока. Благодаря этому форма спектра отсчетов, измеренная во время калибровок (рис. 4), может быть использована в качестве эталонной для разделения отсчетов от нейтронов и от фоновых заряженных частиц ГКЛ в космическом эксперименте.

Для регистрации быстрых нейтронов используется сцинтилляционный детектор SC на основе кристалла стильбена. Он выполнен в форме цилиндра высотой 36 мм и диаметром 36 мм и может регистрировать быстрые нейтроны в диапазоне энергий от ~500 кэВ до 15 МэВ по сцинтилляционным вспышкам от протонов отдачи. Стильбен также регистрирует заряженные частицы ГКЛ и гамма-лучи от Марса и от локального фона космического аппарата. Чтобы исключить фоновые отсчеты от гамма-излучения Марса и от заряженных частиц ГКЛ, кристалл стильбена со всех сторон окружен пластиковой оболочкой толщиной в 5 мм, в которой возникают сцинтилляционные вспышки при прохождении фотонов и частиц ГКЛ. Кристалл стильбена и его пластиковая обо-

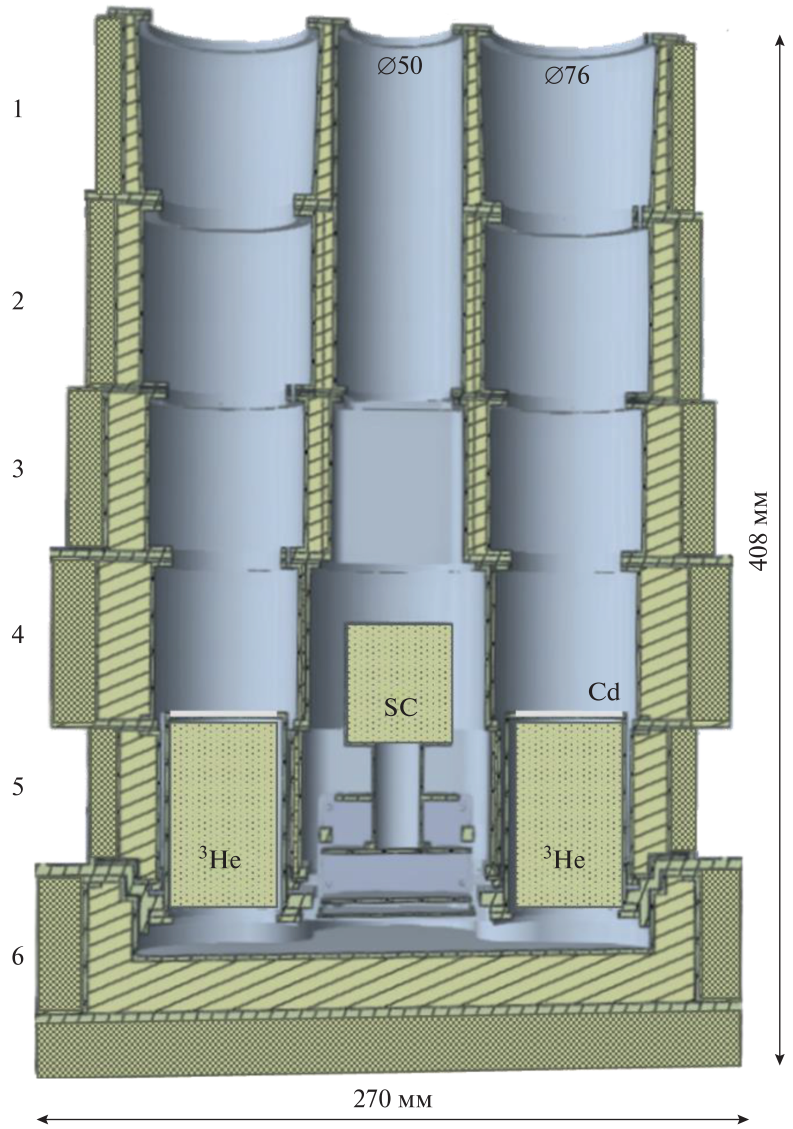


**Рис. 3.** Сечение коллиматора прибора ФРЕНД. Грубая штриховка обозначает внутренний объем, заполненный изотопом бора $^{10}$B. Мелкая штриховка – внешний слой коллиматора из полиэтилена высокого давления. Внутри коллиматора расположены детекторы на основе $^{3}$He и сцинтилляционный детектор. Гелиевые детекторы закрыты кадмиевой защитой на торцах в направлении Марса. Цифрами пронумерованы секции коллиматора.

лочка просматриваются одним ФЭУ, и аналоговая электроника детектора производит селекцию отсчетов от нейтронов по амплитуде и форме их импульсов. Толщина защитной пластиковой оболочки оптимизирована таким образом, чтобы импульсы отсчетов ФЭУ от заряженных частиц и гамма-лучей существенно отличались по амплитуде и по длительности от импульсов отсчетов ФЭУ от нейтронов с энергиями 0.5–15 МэВ. Для заряженных частиц с энергиями от 20 до 200 МэВ импульсы ФЭУ соответствуют энергии от 20 до 60 МэВ, которая много больше, чем энергия импульсов ФЭУ для быстрых нейтронов 0.5–15 МэВ. Поэтому такие частицы могут быть эффективно селектированы по амплитуде. Частицы в оставшихся энергетических диапазонах (менее 20 МэВ и более 200 МэВ) производят импульсы с энергиями от 1 до 20 МэВ, сравнимыми с энергиями нейтронов, однако формы импульсов значительно отличаются по длительности: импульсы для нейтронов имеют медленную компоненту, по которой они однозначно идентифицируются аналоговой электроникой. Таким образом на выходе детектора SC формируются два потока данных – SCN для отсчетов от быстрых нейтронов и SCG для отсчетов от заряженных частиц и гамма-фотонов.

По бокам пропорциональные HE1–HE4 счетчики и сцинтилляционный детектор SC окруже-

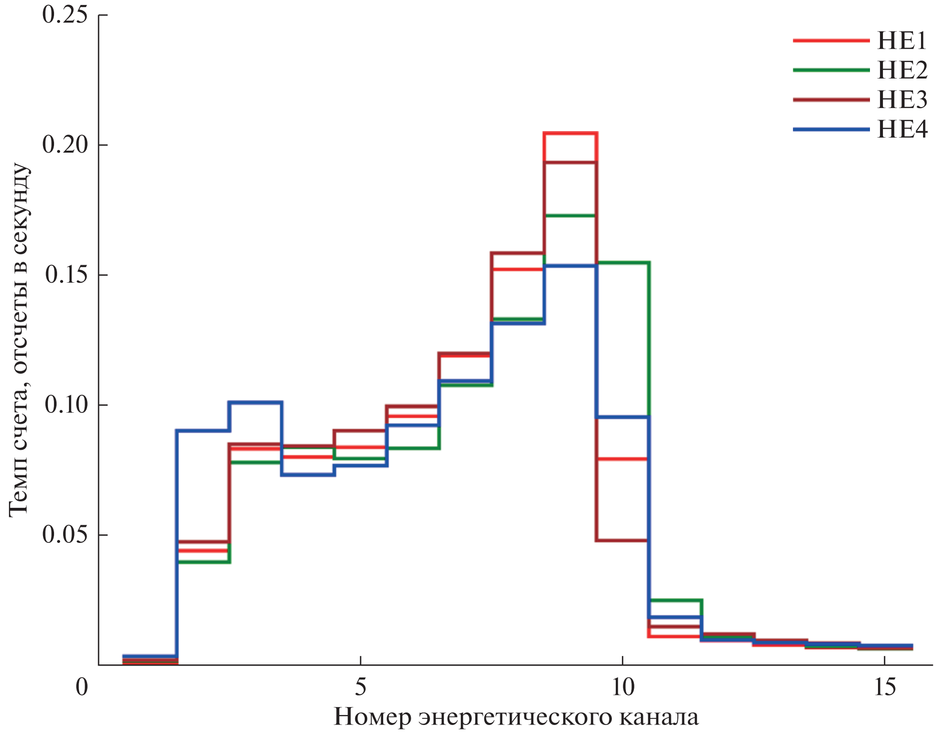


**Рис. 4.** Спектры отсчетов в $^3$He детекторах прибора ФРЕНД.

ны толстым коллиматором (рис. 3). Внешний слой коллиматора состоит из полиэтилена высокого давления – материала с химической формулой $(C_2H_4)_n$, который за счет большого количества водорода эффективно замедляет нейтроны. Пройдя сквозь внешний слой, замедленные нейтроны захватываются ядрами изотопа бора $^{10}B$, который находится во внутреннем слое коллиматора. Данный изотоп обладает одним из наибольших сечений поглощения тепловых и надтепловых нейтронов. Форма коллиматора ФРЕНД повторяет форму коллиматора ЛЕНД для секций 1–5 (смотрите рис. 3). Секция 6 была разработана дополнительно для прибора ФРЕНД для того, чтобы повысить защиту детекторов от потока фоновых нейтронов, которые либо рождаются в массивном теле космического аппарата под воздействием ГКЛ, либо попадают в детектор от Марса вследствие обратного рассеяния в веществе аппарата. Секция 6 оказалась необходимой вследствие того, что прибор ФРЕНД расположен в непосредственной близости к конструкции аппарата.

Толщины и геометрия слоев полиэтилена и бора были выбраны в результате численного моделирования коллиматора так, чтобы при фиксированной массе прибора получить максимальную эффективность поглощения. Параметры коллиматора также определялись исходя из механических и технологических требований к конструкции прибора и условий его размещения на борту космического аппарата.

Масса коллиматора ограничена требованиями космического аппарата, и поэтому он не идеален. Даже для надтепловых нейтронов его стенки обладают частичной прозрачностью. Это означает, что в данных орбитальных измерений обязательно присутствует фоновый сигнал от нейтронов, прошедших сквозь стенки коллиматора с поверхности вне поля зрения. Поэтому при построении карты пространственной переменности потока нейтронов с поверхности Марса необходимо учитывать отношение темпа счета нейтронов сигнала, пришедших из телесного угла поля зрения, к темпу счета нейтронов фона, пришедших с направлений вне поля зрения. Измерение угловой зависимости эффективного сечения коллимированных детекторов является одной из основных задач наземной калибровки прибора.

## 3. МЕТОДИКА НАЗЕМНЫХ КАЛИБРОВОК

Для успешного достижения целей научных измерений, поставленных перед экспериментом с прибором ФРЕНД, на этапе наземной отработки были проведены его физические калибровки. Как уже отмечалось, целью этих калибровок было экспериментальное определение значений эффективных площадей детекторов прибора в зависимости от энергии и направления распростране-

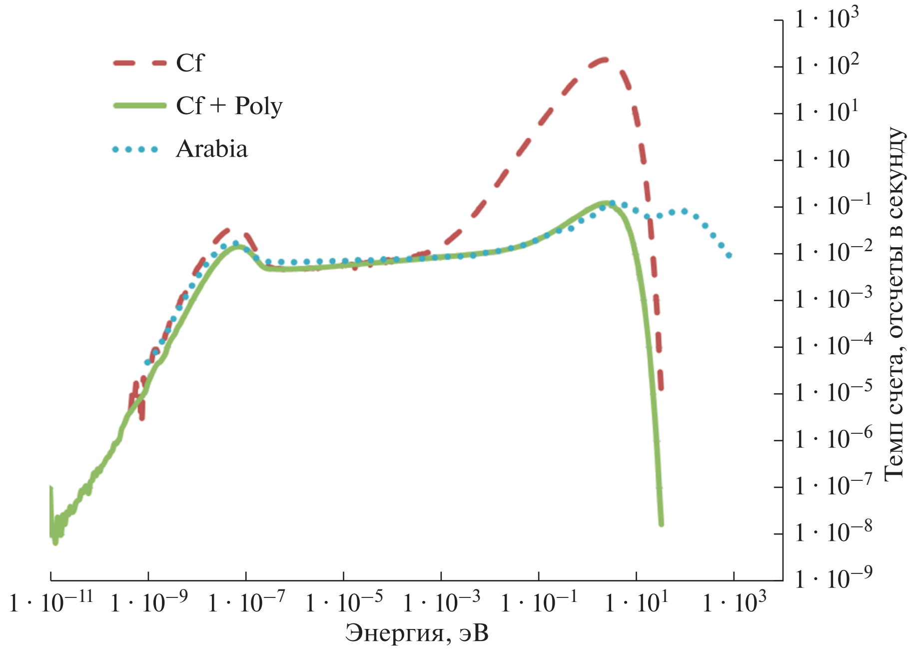


**Рис. 5.** Энергетические спектры радиоактивного изотопа $^{252}$Cf (красный штрих), реперного излучателя с источником $^{252}$Cf в полиэтиленовой сфере (зеленый сплошной) и потока нейтронов с поверхности Марса для области Arabia с 10% воды в грунте (голубой пунктир).

ния потока налетающих нейтронов. Для проведения физических калибровок были обеспечены следующие условия измерений:

1) Был создан источник нейтронов с известной интенсивностью, форма энергетического спектра которого удовлетворительно воспроизводит рассчитанный энергетический спектр потока нейтронов на орбите Марса (рис. 5).

2) Были обеспечены низкофоновые условия измерений.

3) Была собрана измерительная установка, которая позволяет проводить измерения в условиях, когда источник находится на разных расстояниях от детекторов прибора и под разными углами относительной оси поля зрения каждого детектора.

Все калибровки с летным образцом прибора ФРЕНД проводились в августе 2015 г. в лаборатории нейтронной физики Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ) в городе Дубна. Измерения с прибором ФРЕНД проводились в большом лабораторном зале с размерами 10 × 10 × 10 м, где ранее в 2008 г. были выполнены калибровки прибора ЛЕНД [15]. Большая площадь помещения и высокие потолки позволили максимально уменьшить локальный нейтронный фон в окрестности измерительной установки.

Для калибровок использовался реперный излучатель нейтронов, представляющий собой радиоактивный источник на основе изотопа $^{252}$Cf, помещенный в полиэтиленовую сферу. Диаметр сферы 7.6 см был подобран таким образом, чтобы форма энергетического спектра излучаемых нейтронов была максимально близка к спектру нейтронного альбедо Марса (см. рис. 5). Интенсивность излучения нейтронного источника составила $2.3 \cdot 10^6$ нейтронов в секунду и определялась исходя из паспортных данных радиоактивного источника и их коррекции с учетом периода его полураспада 2.65 года. Следует отметить, что эффективности регистрации нейтронов детекторами HE1–HE4 и SC в наземных калибровках определялись относительно известного потока частиц от реперного излучателя с учетом спектральной зависимости эффективного сечения детекторов.

Видно, что реперный излучатель обеспечивает достаточно хорошее согласие с марсианским спектром в диапазоне энергий для надтепловых и быстрых нейтронов до 10 МэВ. Различие между спектрами нейтронов от реперного излучателя и от Марса наблюдается при энергиях >10 МэВ. Оно несущественно, так как гелиевые детекторы HE1–HE4 чувствительны к нейтронам с энергиями от 0.4 эВ до 1 кэВ, а сцинтилляционный детектор – от 0.5 до 15 МэВ.

На рис. 6 схематически представлена конфигурация измерительной установки, использованной для физических калибровок прибора ФРЕНД. Во время измерений прибор располагался максимально близко к геометрическому центру зала и равноудаленно от пола и потолка помещения. Он был установлен на поворотном

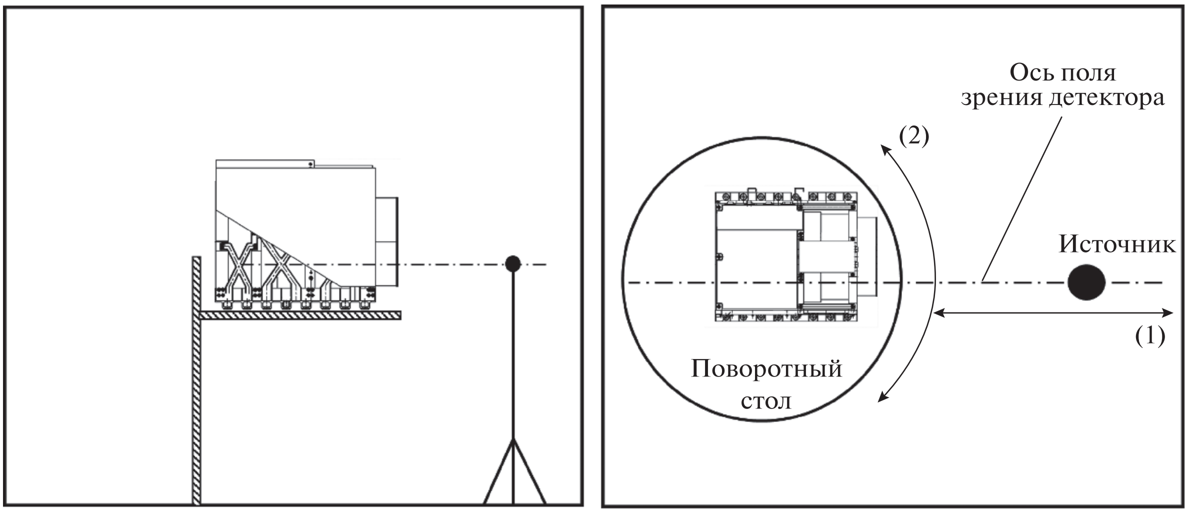


**Рис. 6.** Схема проведения калибровок. Слева, вид сбоку: прибор расположен в геометрическом центре испытательного зала, равноудаленно от стен и потолков при помощи подъемного механизма. Источник расположен при помощи штатива на оси поля зрения детектора. Справа, вид сверху: прибор расположен на поворотном столе. Источник двигается по направлению (1) для проведения измерений эффективной площади детекторов. Поворотный стол вращается в направлении (2) для измерения угловой функции чувствительности детекторов.

столе на вершине подъемного механизма. Подъемный механизм обеспечивал установку прибора на расстоянии порядка 5 м от пола и потолка, а поворотный стол позволял изменять угол между осью поля зрения каждого коллимированного детектора и направлением на источник. Ось вращения поворотного стола всегда проходила через геометрический центр калибруемого детектора. Излучатель нейтронов помещался на штативе на переменном расстоянии от прибора по горизонтали на том же расстоянии порядка 5 м от пола и потолка, как и сам прибор. При калибровке каждого детектора прибора положение излучателя выставлялось таким образом, чтобы горизонтальная ось проходила через геометрические центры излучателя и детектора.

Для измерения эффективной площади каждого детектора при осевом расположении излучателя использовался так называемый метод $\mathrm{R}^2$, при котором центр излучателя располагался на разных расстояниях от центра детектора, но строго на его геометрической оси. Это условие соответствует углу $\theta$ между осью детектора и направлением на центр источника равному 0. При наблюдениях с орбиты это же условие соответствует наведению осей детекторов в направлении надира.

Зависимость полного темпа счета $C(0)$ от эффективной площади детектора $S_{\text{eff}}(0)$ можно выразить формулой:

$$C = S_{\text{eff}} \frac{I}{4\pi R^2} + C_{\text{фон}}, \tag{1}$$

где $C_{\text{фон}}$ – темп счета для локального фона, $R$ – расстояние между центрами детектора и реперного излучателя, $I$ – известная интенсивность реперного нейтронного излучателя в диапазоне энергий от 0.4 эВ до 1 кэВ для гелиевых счетчиков и от 0.5 до 15 МэВ для сцинтилляционного детектора. Эти диапазоны выбраны в соответствии со спектральными зависимостями эффективных сечений детекторов.

При изменении расстояния между излучателем и детектором полезный сигнал, измеряемый детектором, уменьшается как квадрат расстояния, а фон остается примерно постоянным. Если выполнить серию измерений на разных расстояниях $R$, получившуюся зависимость можно аппроксимировать кривой из уравнения (1) с двумя свободными параметрами $S_{\text{eff}}(0)$ и $C^{(0)}_{\text{фон}}$. Варьируя эти параметры, можно найти наилучшее согласие их значений с данными измерений (см. ниже).

Измерения эффективностей детекторов при осевом расположении излучателя по методу $R^2$ были сделаны для 6 положений источника относительно центра каждого детектора прибора на расстояниях от 0.5 до 5 м. На максимальном расстоянии время измерения составляло порядка 70 мин.

При изменении угла $\theta$ между осью коллиматора и направлением на реперный источник изменяется темп счета в детекторах, т. к. нейтроны затеняются коллиматором при выходе источника из поля зрения коллиматора. Поэтому измеряя темп счета в детекторе в зависимости от угла поворота $C(\theta)$ можно определить угловую зависимость его эффективной площади. Источник располагался на расстоянии $R_0 = 1.6$ м до центра калибруемого детектора. Было экспериментально

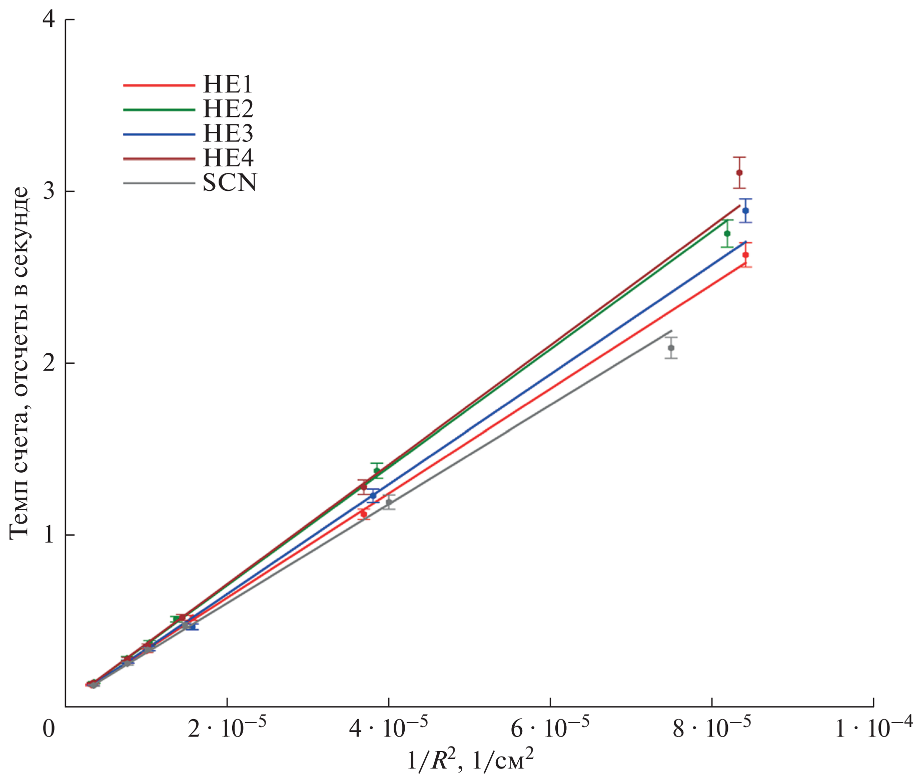


**Рис. 7.** Зависимость темпа счета от расстояния до коллимированных детекторов HE1–HE4, сцинтилляционного детектора SCN и их аппроксимация.

установлено, что локальный фон в центре зала $C^{(0)}_{фон}$ практически не менялся при поворотах прибора. Величина эффективной площади измерялась как

$$S_{\rm eff}(\theta) = \left(C(\theta) - C^{(0)}_{фон}\right) \times 4\pi R_0^2 / I. \quad (2)$$

Во время измерений прибор поворачивался вокруг вертикальной оси, проходящей через геометрический центр каждого детектора на углы ±1°, ±2°, ±3°, ±4°, ±7°, ±10°, ±11°, ±13°, ±16°, ±20°, ±25°, ±30°, ±45°, ±70°, ±90°, 180° относительно направления на излучатель. В совокупности для каждого из детекторов была проведена серия из 31 измерения. При затенении источника коллиматором поток нейтронов, достигающий детектор, тем больше ослабляется, чем толще стенки коллиматора на прямой между источником и детектором. Поэтому для того, чтобы достигнуть одинаковой статистической обеспеченности измерений, для углов с сильным затенением требовалось больше времени экспозиции по сравнению с углами в пределах поля зрения (100 мин по сравнению с 10 мин). С учетом ограниченности времени, доступного на выполнение всей программы калибровок, для каждого измерения накапливаемое количество отсчетов соответствовало статистической погрешности не менее 3%.

Полное время физических калибровок всех 5 детекторов прибора ФРЕНД составило 27 ч непрерывной работы. Было получено 16 Гб данных измерений, которые готовятся к загрузке в Planetary Science Archive ЕКА (http://psa.esa.int) с обеспечением свободного доступа.

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ КАЛИБРОВКИ ЛЕТНОГО ОБРАЗЦА ПРИБОРА ФРЕНД

**Оценки величин эффективной площади детекторов.** На рис. 7 показаны зависимости темпа счета за вычетом фона от расстояния для коллимированных детекторов HE1–HE4 и детектора быстрых нейтронов SCN. На рисунке также показаны аппроксимации полученных зависимостей с помощью функции (1). В табл. 1 представлены оценки темпа счета для каждого детектора на расстоянии 1 м, оценка фонового темпа счета и оценка эффективной площади при осевом расположении реперного излучателя относительно оси детектора.

Значения, представленные в табл. 1, показывают, что детекторы надтепловых нейтронов HE1–HE4 летного образца ФРЕНД имеют сопоставимые эффективные площади, которые разли-

**Таблица 1.** Результаты измерения эффективной площади детекторов прибора ФРЕНД

| Детектор | Темп счета, отсчеты в секунду | Фон, отсчеты в секунду | Оценка эфф. площади, см$^2$ |
|---|---|---|---|
| HE1 | 1.15 ± 0.03 | 0.0308 | 1.48 |
| HE2 | 1.21 ± 0.05 | 0.0235 | 1.59 |
| HE3 | 1.15 ± 0.04 | 0.0205 | 1.48 |
| HE4 | 1.26 ± 0.04 | 0.0228 | 1.63 |
| SCN | 1.99 ± 0.04 | 0.0303 | 0.27 |

чаются между собой всего в пределах 10%. Средняя эффективная площадь составляет 1.55 см$^2$. Это примерно в три раза меньше, чем средняя эффективная площадь детекторов летного образца прибора ЛЕНД (она составляет 4.69 см$^2$, см. [15]), который прошел аналогичные калибровки с тем же реперным излучателем и в том же лабораторном зале.

Меньшее значение эффективной площади детекторов надтепловых нейтронов прибора ФРЕНД связано с использованием счетчиков с давлением газа 6 атмосфер по сравнению с давлением 20 атмосфер в счетчиках прибора ЛЕНД. Такое давление было выбрано с целью повышения надежности высоковольтного узла прибора относительно высоковольтных пробоев. Поскольку эффективность регистрации пропорциональна давлению гелия в счетчике, можно сделать вывод, что различие значений эффективных площадей в 3 раза свидетельствует о хорошем согласии данных калибровок между двумя экспериментами. С другой стороны, известно (смотрите [5] и [9]), что переменность нейтронного потока Марса в разы больше переменности потока от Луны, поэтому для достижения целей эксперимента ФРЕНД уменьшение эффективной площади детекторов для повышения их надежности является вполне целесообразным.

**Оценки угловой зависимости эффективной площади.** Результаты измерений угловых чувствительностей для каждого детектора летного образца прибора ФРЕНД приведены на рис. 8–12. Полученные кривые зависимости темпа счета от угла между осью поля зрения коллиматора и осью направления на излучатель нейтронов подтверждают хорошую коллимационную эффективность прибора ФРЕНД. Если при 0° темп счета, как и ожидалось для незатененного поля зрения, достигает максимума, то при наибольшем затенении, при углах 14°–15°, там, где на пути нейтронов находится наибольшее количество вещества коллиматора, темп счета уменьшается примерно в 10 раз.

Таким образом можно заключить, что коллиматор, созданный для прибора ФРЕНД, может эффективно ослаблять нейтронный поток марсианского альбедо за пределами поля зрения прибора и обеспечивает заявленное пространственное разрешение прибора.

Кривые эффективного сечения всех четырех гелиевых детекторов хорошо совпадают с кривыми, полученными в результате численного моделирования прибора. На кривой угловой зависимости эффективной площади гелиевых счетчиков можно выделить три интервала, которые хорошо иллюстрируют физические условия коллимации. Видно, что в интервале [–4°; +4°] наблюдается плато в темпе счета, объясняемое беспрепятственным попаданием нейтронов от реперного излучателя в детекторы (см. рис. 1). Далее, в интервале углов от ±4° до ±14°, наблюдается резкий спад темпа счета, так как в этом интервале углов поток налетающих нейтронов начинает затеняться стенками коллиматора. В области углов ±14° затенение достигает максимума, поскольку под таким углами сечение стенок коллиматора имеет наибольшую толщину поглощающего материала. Углы $\alpha = \pm 4°$ и $\beta = \pm 14°$ показаны на рис. 1 и обусловлены исключительно геометрией коллиматора. Физические калибровки прибора подтвердили особенности угловой зависимости для эффективной площади для этих углов, как ограничивающих поле зрения прибора. Соответственно, наземные калибровки подтвердили оценки для его пространственного разрешения в 60–200 км при наблюдениях с орбиты, как это описано в разделе 1.

Следует обратить внимание на несимметричность всех кривых для эффективного сечения гелиевых детекторов: для каждого детектора темпы счета в левом и правом “крыльях” кривой значимо отличаются друга от друга. Это объясняется геометрией коллиматора и расположением в нем детекторов. Каждый из них, с одной стороны, затенен только одним слоем коллимационного материала, а в направлении соседнего детектора — уже двойным.

Для сопоставления с предыдущими экспериментами на рис. 13 представлена угловая зависимость эффективного сечения для гелиевых детекторов прибора ЛЕНД. Из сравнения следует, что коллимация детекторов прибора ФРЕНД существенно лучше и поэтому обеспечивает лучшее соотношение сигнал/шум, где в качестве сигнала выступает темп счета в поле зрения в пределах углов ±14°, а в качестве шума — темп счета из

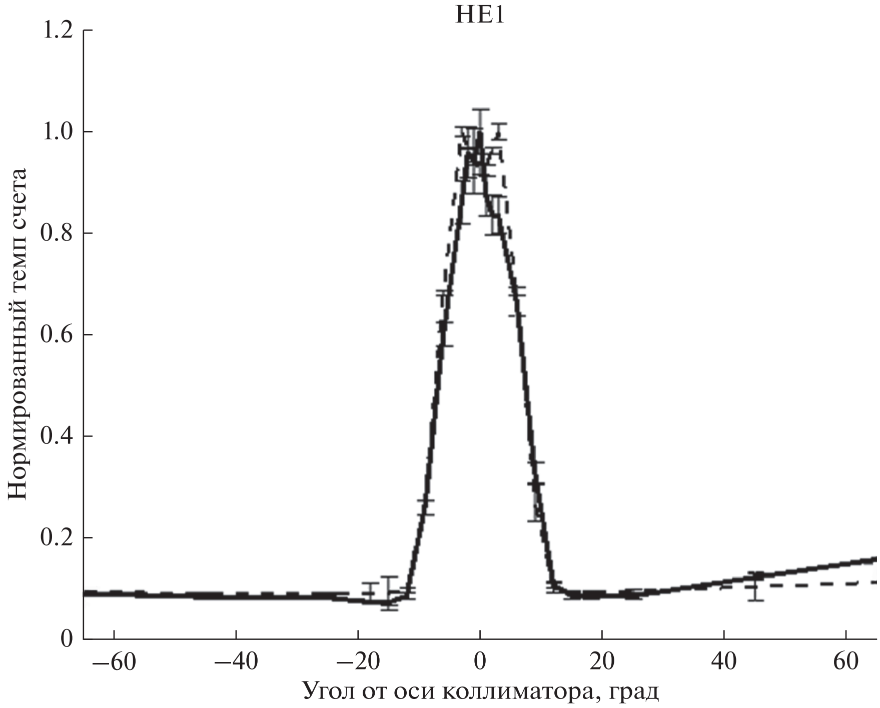


**Рис. 8.** Угловая зависимость эффективного сечения гелиевого детектора HE1 (сплошная линия) и его численная модель (пунктирная линия). Темпы счета нормированы на 1 в максимуме.

остальных направлений. Численные расчеты показывают, что для прибора ЛЕНД коллимированный сигнал составляет примерно 40% от полного темпа счета [16]. Для прибора ФРЕНД эта величина составляет около 50%. Кроме того, в связи с незначительным отличием в конструкции приборов (детекторы ЛЕНД на 4 см менее заглублены в коллимационное отверстие, что означает чуть большее поле зрения), коллимационный пик для прибора ЛЕНД несколько шире.

Хотя коллиматор и не оптимизирован для поглощения быстрых нейтронов (0.5–15 МэВ), он тем не менее существенно ослабляет их поток, прошедший через стенки коллиматора. Это подтверждает угловая зависимость эффективного сечения, измеренная для сцинтилляционного детектора ФРЕНД (рис. 12). В отличие от пропорциональных счетчиков, расположенных несимметрично внутри коллиматора, сцинтилляционный детектор расположен в его центральной части и окружен со всех сторон примерно одинаковой толщиной поглощающего материала. Как результат его угловая зависимость эффективного сечения детектора SCN симметрична для положительных и отрицательных углов. Она достигает максимума в пределах поля зрения (углы $\pm 4^\circ$). При углах $\pm 20^\circ$ она имеет минимум, уменьшаясь примерно в 5 раз. Максимальное ослабление чувствительности сигнала SCN на углах $\pm 20^\circ$ по сравнению с углами $\pm 14^\circ$ для пропорциональных счетчиков связано с тем, что угол раскрытия $\beta$ коллиматора для сцинтилляционного детектора больше из-за его размеров и расположения внутри коллиматора. Кривая угловой зависимости эффективного сечения для детектора SCN имеет более высокие крылья, чем для пропорциональных счетчиков. Этот эффект вызван тем, что быстрые нейтроны легче проникают сквозь стенки коллиматора.

## 5. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИБОРА ФРЕНД

Как отмечалось выше, спектрально-угловая зависимость эффективной площади детекторов прибора ФРЕНД для потока марсианских нейтронов была рассчитана на основе численного моделирования (см. выше, раздел 2 задача 2) эксперимента на около марсианской орбите. Для верификации этой модели ее упрощенный вариант был применен для описания другой, более простой физической ситуации, соответствующей условиям физической калибровки прибора с реперным излучателем нейтронов.

Численное моделирование эксперимента ФРЕНД проводилось с использованием пакета Geant4 [17], реализующего метод Монте-Карло. Данный пакет широко используется для моделирования ядерно-физических процессов и, в том числе, производства и транспорта нейтронов во

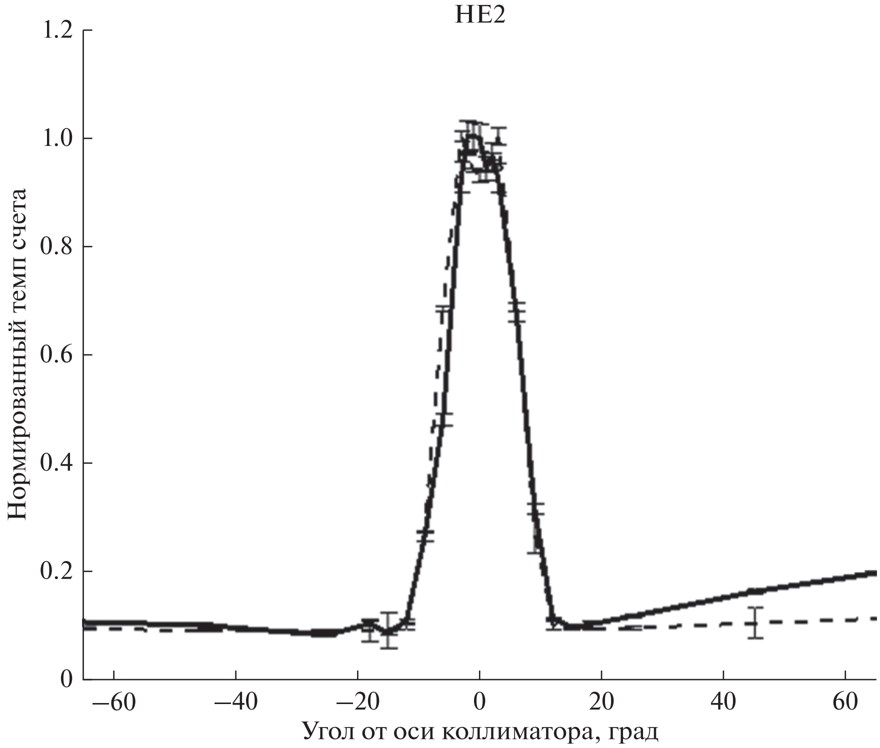


**Рис. 9.** Угловая зависимость эффективного сечения гелиевого детектора HE2 (сплошная линия) и его численная модель (пунктирная линия). Темпы счета как на рис. 8.

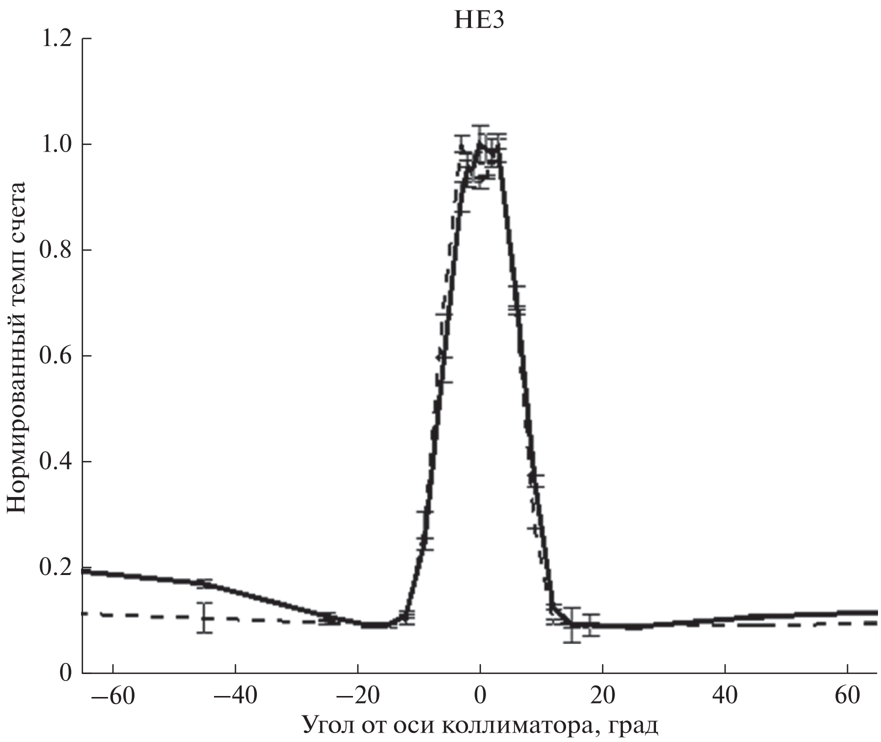


**Рис. 10.** Угловая зависимость эффективного сечения гелиевого детектора HE3 (сплошная линия) и его численная модель (пунктирная линия). Темпы счета как на рис. 8.

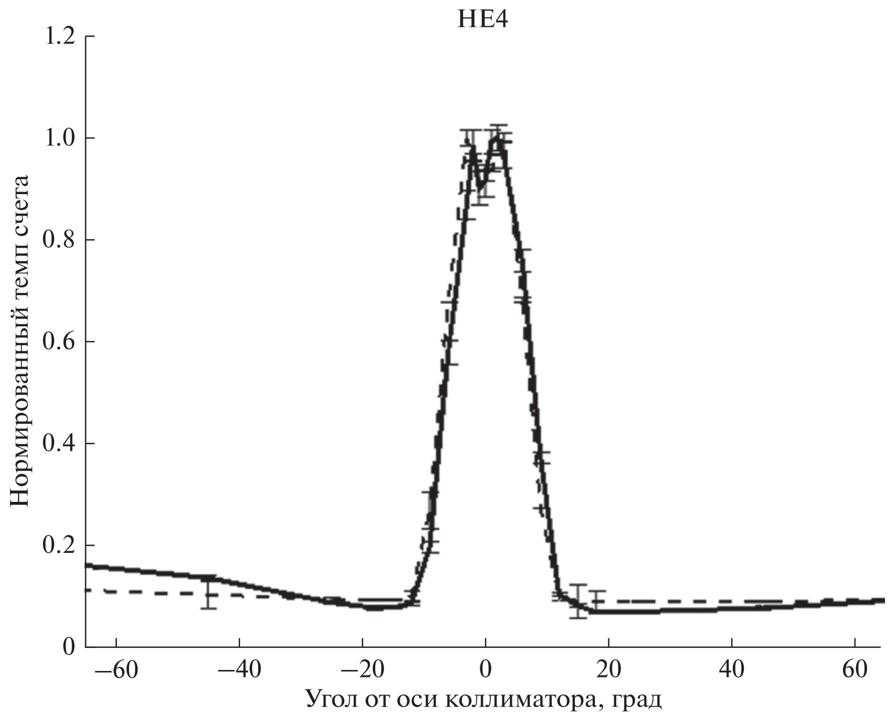


**Рис. 11.** Угловая зависимость эффективного сечения гелиевого детектора HE4 (сплошная линия) и его численная модель (пунктирная линия). Темпы счета как на рис. 8.

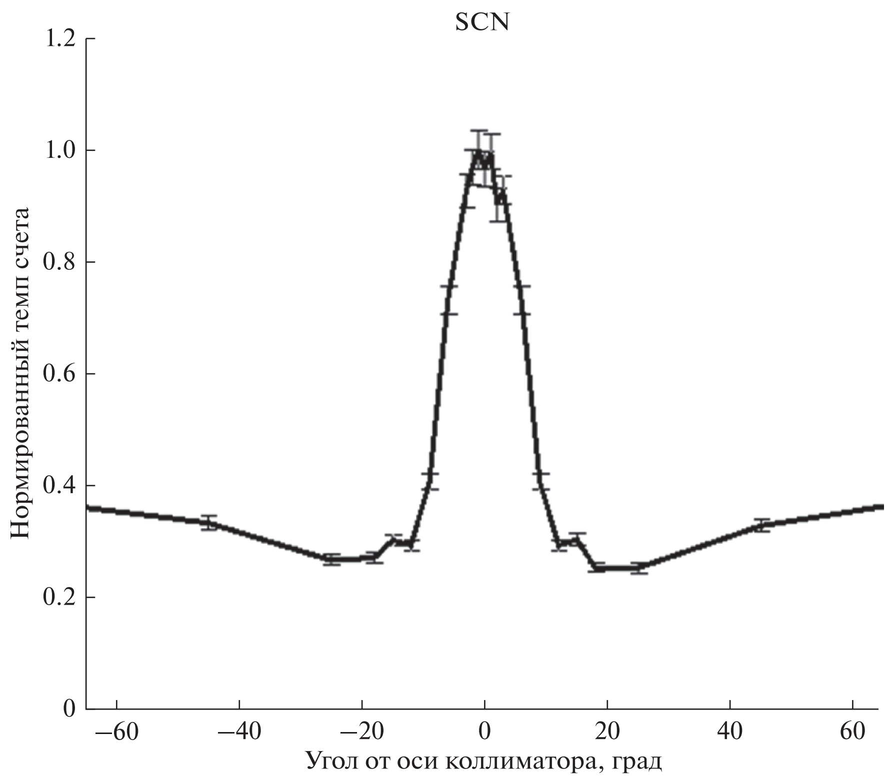


**Рис. 12.** Угловая зависимость эффективного сечения нейтронного сигнала сцинтилляционного детектора SCN. Темп счета как на рис. 8.

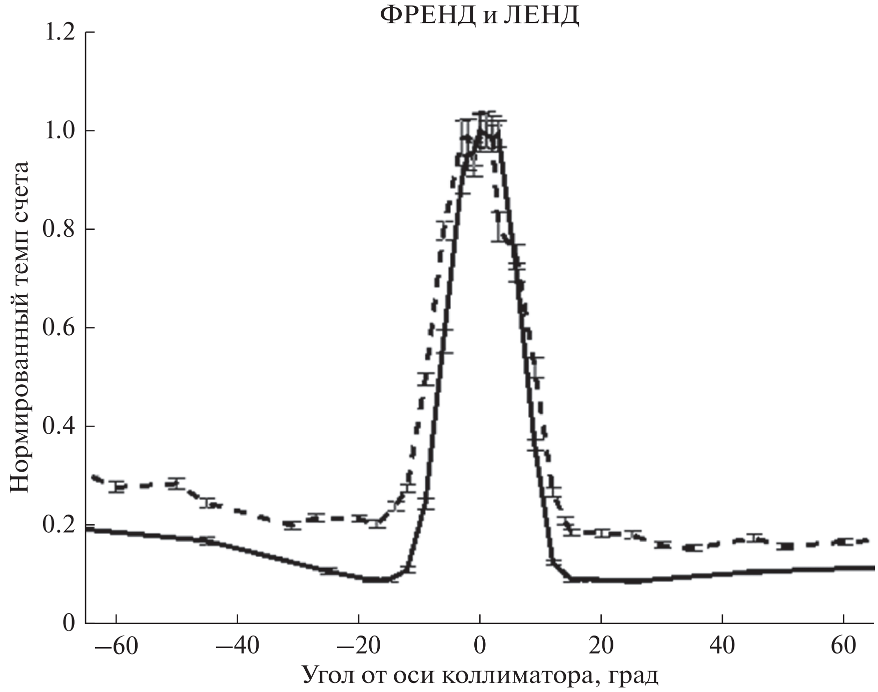


**Рис. 13.** Сравнение угловых зависимостей эффективного сечения гелиевых детекторов приборов ФРЕНД (сплошная линия) и ЛЕНД (пунктирная линия). Темп счета как на рис. 8.

многих планетных исследованиях [18–20]. Для получения численной модели спектрально-угловой зависимости эффективной площади детекторов ФРЕНД, на основе конструкторской документации прибора, в пакете Geant4 было создано геометрическое описание прибора и всех его детекторов, учитывающее взаимное расположение регистрирующих объемов детекторов и остальной конструкции прибора, в частности материалов коллиматора, кадмиевой защиты (см. рис. 3). При помощи пакета Geant были промоделированы спектральные и угловые характеристики потока нейтронов от реперного источника (см. рис. 5), использовавшегося при измерениях и описанного в секции 3 данной статьи. Построенное геометрическое описание прибора и найденные спектрально-угловые характеристики потока нейтронов от источника, позволили провести численное моделирование всех проделанных в ходе калибровок измерений (см. рис. 6). Кривые угловой эффективности, полученные в результате численного моделирования физической калибровки детекторов HE1–HE4 прибора ФРЕНД показаны на рис. 8–11. Видно хорошее согласие модели с экспериментальными данными. Важно отметить, что численная модель прибора ФРЕНД позволила рассчитать не только чувствительности детекторов от угла при поворотах в одной плоскости, выбранной для проведения измерений, но также для любой плоскости, проходящей через ось поля зрения детекторов с учетом трехмерной конфигурации коллиматора.

Кроме того, было выполнено моделирование “облучения” численного описания прибора плоскопараллельными потоками нейтронов с энергиями от $10^{-4}$ эВ до 1 ГэВ с различных направлений в системе отсчета каждого детектора, одна ось которой совпадает с осью поля зрения детектора, а другие фиксированы относительно прибора (т.е. системы отсчета совпадают с точностью до параллельного переноса). В результате сквозного моделирования процессов взаимодействия нейтронов с элементами конструкции прибора, с коллиматором и детекторами была получена матрица спектрально-угловой зависимости эффективной площади детекторов. Эта матрица позволяет предсказать темп счета прибора для потока нейтронов с заданным спектром, падающего на прибор с заданного направления. Аналогичное моделирование проводилось ранее для прибора ЛЕНД [16], его результаты верифицированы в ходе космического полета этого прибора. Для верификации численной оценки эффективной площади детекторов также было проведено сравнение предсказания полного нейтронного темпа счета, полученного с помощью численной модели прибора ФРЕНД, с реальными данными, измеренными на орбите Марса на протяжении 1 г. для района Плато Солнца, одного из самых сухих на Марсе. Показано хорошее согласие: предсказанный и измеренный темпы счета составили 0.16 и 0.19 отсчетов в секунду, соответственно.

Таким образом можно говорить о качественном согласии численной модели эксперимента

ФРЕНД с результатами как наземных калибровочных измерений, так и с результатами измерений в полете. Это позволило верифицировать сквозную численную модель всего эксперимента ФРЕНД, что необходимо для анализа измерений на орбите Марса и оценки содержания воды в его грунте.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Прибор ФРЕНД специально разработан для картографирования распределения воды в приповерхностном слое Марса с борта спутника ЕКА *TGO* с высоким пространственным разрешением, ранее недостижимым в предшествующих измерениях с применением всенаправленных нейтронных спектрометров.

Во время физических калибровок летного образца прибора ФРЕНД в лаборатории нейтронной физики ОИЯИ были измерены эффективные площади и их угловые зависимости для каждого детектора. Было показано, что полученные результаты находятся в хорошем согласии с данными калибровок аналогичного прибора ЛЕНД, и при этом демонстрируют существенное улучшение коллимационных свойств прибора ФРЕНД. Было установлено, что по сравнению с прибором ЛЕНД, прибор ФРЕНД благодаря большей массе поглощающего материала и оптимизации конструкции коллиматора имеет более узкие пики коллимации и меньший фон от нейтронного потока вне поля зрения. Показано, что доля коллимированного сигнала в полном темпе счета нейтронов от Марса составляет не менее 50%.

Текущие измерения на орбите показывают, что полный нейтронный темп счета сильно меняется в наблюдаемой части поверхности Марса от 74° с.ш. до 74° ю.ш. Для областей, находящихся в экваториальных и умеренных широтах, например Арабии (с повышенным содержанием связанной воды) или на Плато Солнца (одна из наиболее сухих областей Марса) поток может меняться в диапазоне от 0.1 до 0.15 отч/с. Это означает, что коллимированный сигнал для этих областей составляет 0.05 и 0.08 отч/с, соответственно. Исходя из рассчитанной зависимости нейтронных отсчетов прибора от массовой доли воды и принимая, согласно [2], что массовая доля воды в грунте Плато Солнца составляет 2.78%, можно сделать вывод, что средняя массовая доля воды в грунте Арабии составляет 10%. Детальный анализ данных измерений для различных районов Марса представлен в [21].

Зная средние темпы счета нейтронов сигнала и фона и их статистические погрешности, можно определить минимально необходимое время экспозиции каждого района поверхности с заданными размерами для достижения заданного уровня статистической значимости оценки массовой доли воды. Данные наземных калибровок и летных испытаний прибора показали, что для поиска локальных областей с размером не более 200 км и содержанием воды около 10% понадобится порядка одного марсианского года. Это соответствует длительности основной миссии *TGO* в один марсианский год [13]. При увеличении продолжительности миссии до 2 марсианских лет данные прибора позволят обнаружить локальные области с гораздо меньшей массовой долей воды, около 4.5% по массе.

Таким образом, данные калибровочных измерений летного образца прибора ФРЕНД показали, что конструкция прибора обеспечивает заявленные измерительные свойства. Анализ данных измерений совместно с разработанной и верифицированной численной моделью эксперимента позволяет как использовать данные измерений, полученные с орбиты Марса для восстановления величины нейтронного потока по измеренному темпу счета, так и осуществлять поиск локальных областей с повышенным содержанием связанной воды или водяного льда по пространственным вариациям темпа счета нейтронов с масштабом от 60 до 200 км.

Обработка данных калибровок прибора ФРЕНД выполнена в рамках темы АААА-А18-118012290370-6 ОСВОЕНИЕ Министерства науки и высшего образования РФ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Masarik J., Reedy R.C.* Gamma ray production and transport in Mars // J. Geophysical Research: Planets. 1996. V. 101. № E8. P. 18891–18912.
2. *Boynton W.V. et al.* Distribution of hydrogen in the near surface of Mars: Evidence for subsurface ice deposits // Science. 2002. V. 297. Is. 5578. P. 81–85.
3. *Feldman W.C. et al.* Fluxes of fast and epithermal neutrons from lunar prospector: Evidence for water ice at the lunar poles // Science. 1998. V. 281. P. 1496–1500.
4. *Feldman W.C. et al.* Global distribution of neutrons from Mars: Results from Mars Odyssey // Science. 2002. V. 297. № 5578. P. 75–78.
5. *Mitrofanov I. et al.* Maps of subsurface hydrogen from the High Energy Neutron Detector, Mars Odyssey // Science. 2002. V. 297. P. 78–81.
6. *Mitrofanov I.G. et al.* Soil water content on Mars as estimated from neutron measurements by the HEND instrument onboard the 2001 Mars Odyssey spacecraft // Solar System Research. 2004. V. 38. № 4. P. 253–257.
7. *Lawrence D.J. et al.* Evidence for water ice near mercury's north pole from MESSENGER neutron spectrometer measurements // Science. 2013. V. 339. Is. 6117. P. 292–296.
8. *Mitrofanov I.G. et al.* Hydrogen mapping of the lunar south pole using the LRO neutron detector experiment LEND // Science. 2010. V. 330.

9. *Litvak M.L. et al.* Global maps of lunar neutron fluxes from the LEND instrument // J. Geophysical Research E: Planets. 2012. V. 117. Is. 6003. P. 483–486.
10. *Maurice S. et al.* Mars Odyssey neutron data: 1. Data processing and models of water-equivalent-hydrogen distribution // J. Geophysical Research E: Planets. 2011. V. 116. P. E11008.
11. *Mitrofanov I.G. et al.* Lunar exploration neutron detector for the NASA lunar reconnaissance orbiter // Space Science Reviews. 2010. V. 150. P. 183–207.
12. *Sanin A.B. et al.* Testing lunar permanently shadowed regions for water ice: LEND results from LRO // J. Geophysical Research: Planets. 2012. V. 117. P. E00H26.
13. *Mitrofanov I. et al.* Fine Resolution Epithermal Neutron Detector (FREND) Onboard the ExoMars Trace Gas Orbiter // Space Science Reviews. 2018. V. 214. Article number 86.
14. *Mitrofanov I. et al.* Fine Resolution Epithermal Neutron Detector (FREND) onboard ExoMars 2016 Trace Gas Orbiter. First data and future results // COSPAR. 2018. V. 42. P. B4.1-17-18.
15. *Mitrofanov I.G. et al.* Physical calibration of the LEND space-based neutron telescope: the sensitivity and the angular resolution // Instruments and Experimental Techniques. 2016. V. 59. Is. 4. P. 578–591.
16. *Litvak M.L. et al.* The variations of neutron component of lunar radiation background from LEND/LRO observations // Planetary and Space Science. 2016. V. 122. P. 53–65.
17. *Allison J. et al.* Recent developments in GEANT4 // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2016. V. 835. P. 186–225.
18. *Mesick K.E. et al.* Benchmarking Geant4 for Simulating Galactic Cosmic Ray Interactions Within Planetary Bodies // Earth and Space Science. 2018. V. 5. P. 324–338.
19. *Peplowski P.N. et al.* Cosmogenic radionuclide production modeling with Geant4: Experimental benchmarking and application to nuclear spectroscopy of asteroid (16) Psyche // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2019. V. 446. P. 43–57.
20. *Köhler J. et al.* Measurements of the neutron spectrum on the Martian surface with MSL/RAD // J. Geophysical Research: Planets. 2014. V. 119. P. 594–603.
21. *Малахов А.В. и др.* “Оазисы” льдистой вечной мерзлоты вблизи экватора Марса: нейтронное картографирование планеты по данным прибора ФРЕНД на борту спутника *TGO* российско-европейского проекта “ЭкзоМарс” // Письма в астрономический журнал: Астрономия и космическая астрофизика. 2020. Т. 46. С. 1–16.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 43–56

УДК 629.198

# ОЦЕНКА НИЗКОЧАСТОТНЫХ МИКРОУСКОРЕНИЙ НА БОРТУ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ В РЕЖИМЕ СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ


**А. И. Игнатов**[1, 2, *]

[1]*Государственный космический научно-производственный центр им. М.В. Хруничева, Москва, Россия*
[2]*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*
**general_z@mail.ru*

Поступила в редакцию 12.10.2020 г.
После доработки 26.12.2020 г.
Принята к публикации 22.01.2021 г.

Исследованы низкочастотные микроускорения на борту искусственного спутника Земли, предназначенного для микрогравитационных исследований на низкой, почти круговой орбите. Спутник имеет форму цилиндра с двумя панелями солнечных батарей, расположенными в одной плоскости симметрично относительно продольной оси цилиндра. Относительно своего центра масс спутник движется в режиме солнечной ориентации: нормаль к плоскости солнечных батарей направлена на Солнце, угловая скорость вокруг этой нормали мала, продольная ось совершает малые колебания относительно плоскости орбиты. Режим реализуется с помощью системы четырех управляющих двигателей-маховиков. Предложен вариант этого режима с ограничением накопления суммарного кинетического момента системы двигателей-маховиков за счет управления углом поворота спутника вокруг нормали к плоскости солнечных батарей. Рассмотрено движение спутника относительно центра масс в режиме комбинации гравитационной и солнечной ориентации.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010046

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассчитываются низкочастотные (квазистатические) микроускорения на искусственном спутнике Земли типа спутников *Бион М-1* и *Фотон М-4* [1, 2]. Спутник совершает полет по низкой, почти круговой орбите в режиме солнечной ориентации. Его форма близка к цилиндру, на котором неподвижно закреплены две панели солнечных батарей, расположенные вдоль продольной оси симметрично относительно нее (рис. 1). В режиме солнечной ориентации нормаль к плоскости солнечных батарей направлена на Солнце, продольная ось спутника лежит вблизи плоскости орбиты, угловая скорость мала. Ориентация реализуется с помощью гиросистемы, образованной четырьмя двигателями-маховиками (ДМ). Указанный режим обеспечивает низкий уровень микроускорений и максимальный приток электроэнергии. Недостаток этого режима состоит в необходимости проведения разгрузок кинетического момента гиросистемы, ограничивающих время полета спутника без значительных возмущений. Ниже рассматривается вариант режима солнечной ориентации, при котором накопление суммарного кинетического момента системы ДМ ограничивается за счет управления углом поворота спутника вокруг нормали к светочувствительной стороне солнечных батарей. Исследовано движение спутника в режиме комбинации его гравитационной и солнечной ориентации. С использованием достаточно детальной математической модели движения спутника рассчитаны квазистатические микроускорения, возникающие на борту спутника в указанных режимах.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОУСКОРЕНИЙ

Квазистатические микроускорения на низкоорбитальном спутнике Земли вызываются четырьмя причинами: 1) движением спутника относительно центра масс как твердого тела, 2) градиентом гравитационного поля, 3) аэродинамическим торможением, 4) действием силы, создаваемой органами управления. Если спутник совершает неуправляемое движение или для управления им используются ДМ, то последняя из перечисленных причин исчезает. В таком случае квазистатическое микроускорение в заданной фиксированной точке борта описывается простой формулой, причем чтобы воспользоваться ею, достаточно

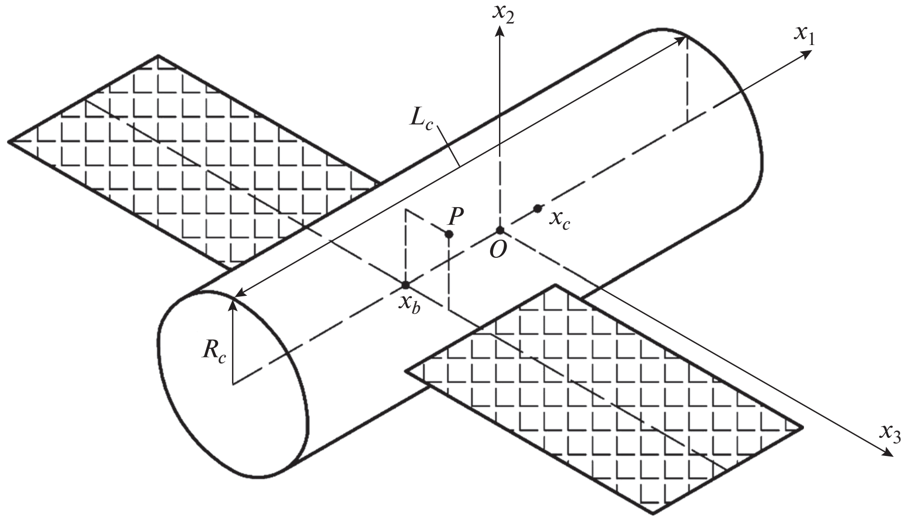


**Рис. 1.** Общая форма спутника и положение связанной системы координат.

знать только орбиту и вращательное движение спутника.

Пусть спутник представляет собой твердое тело, и точка $P$ жестко связана с его корпусом. Микроускорением $\mathbf{b}$ в точке $P$ называется разность между напряженностью гравитационного поля в этой точке и абсолютным ускорением последней. Роль вектора $\mathbf{b}$ в орбитальных экспериментах аналогична роли ускорения свободного падения в экспериментах на поверхности Земли. В частности, если в точке $P$ закрепить пробное тело с исчезающе малой массой $m_p$, то сила реакции, действующая на это тело со стороны спутника, будет равна $-m_p\mathbf{b}$. Приближенная формула для расчета микроускорений имеет вид [3]

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}_r + \mathbf{b}_g + \mathbf{b}_a, \quad \mathbf{b}_r = \mathbf{d}\times\dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{d})\times\boldsymbol{\omega},$$
$$\mathbf{b}_g = \frac{\mu_{\mathrm{E}}}{r^3}\left(3\frac{\boldsymbol{\rho}\cdot\mathbf{r}}{r^2}\mathbf{r} - \boldsymbol{\rho}\right), \quad \mathbf{b}_a = c\rho_a|\mathbf{v}|\,\mathbf{v}. \qquad (1)$$

Здесь $\boldsymbol{\rho}$ – радиус-вектор точки $P$ относительно центра масс спутника – точки $O$, $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость спутника, точка над буквой означает дифференцирование по времени $t$, $\mu_{\mathrm{E}}$ – гравитационный параметр Земли, $\mathbf{r}$ – геоцентрический радиус-вектор точки $O$, $r = |\mathbf{r}|$, $\mathbf{v}$ – скорость этой точки относительно поверхности Земли, $\rho_a$ – плотность атмосферы в точке $O$, $c$ – баллистический коэффициент спутника. Слагаемые в правой части формулы (1) отвечают первым трем указанным выше причинам возникновения микроускорений.

Формула (1) выведена для общего случая без каких-либо частотных ограничений. Однако если спутник имеет относительно большие инерционные характеристики и его вращательное движение рассчитывается как движение твердого тела (такое движение обычно очень медленное), то формула (1) дает именно квазистатическое микроускорение.

Формула (1) использовалась для расчета реальных квазистатических микроускорений, имевших место на летавших спутниках [3–8]. Ее можно использовать и для прогноза микроускорений [9, 10]. В этом случае составляются уравнения движения спутника, выбирается режим движения, вычисляется решение уравнений движения, моделирующее этот режим, и вдоль найденного решения микроускорение в заданной точке борта рассчитывается по формуле (1). Именно таким образом формула (1) применяется ниже.

## 3. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СПУТНИКА

Спутник считаем гиростатом, для описания его движения будем использовать три правых декартовых системы координат.

$Ox_1x_2x_3$ – связанная система координат, образованная главными центральными осями инерции спутника. Полагаем, что спутник имеет форму прямого кругового цилиндра (рис. 1) радиуса $R_c$ и высоты $L_c$, с двумя прикрепленными к нему одинаковыми прямоугольными пластинами – солнечными батареями суммарной площади $S_b$. Ось цилиндра совпадает с осью $Ox_1$. Солнечные батареи расположены в плоскости $Ox_1x_3$ симметрично относительно оси $Ox_1$, стороны батарей параллельны осям $Ox_1$ и $Ox_3$, ось $Ox_2$ перпендикулярна плоскости солнечных батарей. Светочувствительная сторона солнечных батарей обращена к полупространству $x_2 > 0$. Координаты геометрических центров цилиндра и пластин солнечных батарей обозначим $(x_c, 0, 0)$ и $(x_b, 0, 0)$ соответственно, базисные орты этой системы – $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$. Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов и координаты точек относятся к системе $Ox_1x_2x_3$.

$Cy_1y_2y_3$ – гринвичская система координат. Ее начало находится в центре Земли, плоскость $Cy_1y_2$ совпадает с плоскостью экватора, ось $Cy_1$ пересекает гринвичский меридиан, ось $Cy_3$ направлена к Северному полюсу.

$CZ_1Z_2Z_3$ – квазиинерциальная система координат. Ось $CZ_2$ параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось $CZ_3$ лежит в плоскости экватора и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Базис этой системы образован ортами $\mathbf{E}_1\mathbf{E}_2\mathbf{E}_3$.

Матрицу перехода от системы $CZ_1Z_2Z_3$ к системе $Cy_1y_2y_3$ обозначим $C = \|c_{ij}\|_{i,j=1}^3$, где $c_{ij}$ – косинус угла между осями $Cy_i$ и $CZ_j$. Элементы этой матрицы выражаются через координаты и компоненты скорости центра масс спутника в гринвичской системе координат. Матрицы перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к гринвичской системе координат и системе $CZ_1Z_2Z_3$ обозначим соответственно $\|u_{ij}\|_{i,j=1}^3$ и $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$. Здесь $u_{ij}$ и $a_{ij}$ – косинусы углов, которые образует ось $Ox_j$ с осями $Cy_i$ и $CZ_i$. Справедливы соотношения $a_{ij} = \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{e}_j$, $U = CA$.

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CZ_1Z_2Z_3$ будем также задавать углами $\psi$, $\theta$ и $\varphi$, которые введем следующим образом. Если точку $C$ перенести в точку $O$, то систему $CZ_1Z_2Z_3$ можно перевести в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол $\psi$ вокруг оси $CZ_2$, 2) на угол $\pi/2 - \theta$ вокруг новой оси $CZ_1$, 3) на угол $\varphi + \pi$ вокруг новой оси $CZ_2$, совпадающей с осью $Ox_2$. Элементы матрицы $A$ выражаются через эти углы с помощью следующих формул:

$$
\begin{gathered}
a_{11} = -\cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi\sin\theta, \\
a_{12} = \sin\psi\cos\theta, \quad a_{21} = -\sin\varphi\cos\theta, \\
a_{22} = \sin\theta, \quad a_{31} = \cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\sin\theta, \\
a_{32} = \cos\psi\cos\theta, \\
a_{13} = -\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi\sin\theta, \\
a_{23} = \cos\varphi\cos\theta, \\
a_{33} = \sin\varphi\sin\psi - \cos\varphi\cos\psi\sin\theta.
\end{gathered} \tag{2}
$$

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника в гринвичской системе координат [11]. В ней учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Параметры атмосферы и баллистический коэффициент спутника считаются неизменными на всем интервале интегрирования уравнений движения.

Другая подсистема описывает движение спутника относительно центра масс (вращательное движение). Она образована уравнениями, выражающими теорему об изменении кинетического момента спутника в его движении относительно центра масс, кинематическими уравнениями Пуассона для элементов первых двух строк матрицы $U$ и уравнениями, описывающими изменение кинетического момента гиросистемы. В уравнениях, выражающих теорему об изменении кинетического момента спутника, учитываются гравитационный и аэродинамический моменты. Для гравитационного момента существует простое аналитическое выражение [12]. Формула аэродинамического момента имеет вид

$$
\mathbf{M}_a = p(\mathbf{v} \times \mathbf{e}_1),
$$
$$
p = \rho_a \left(\pi R_c^2 x_c |\mathrm{v}_1| + S_b x_b |\mathrm{v}_2| + 2R_c L_c x_c \sqrt{\mathrm{v}_2^2 + \mathrm{v}_3^2}\right).
$$

Здесь $\mathrm{v}_i$ – компоненты вектора $\mathbf{v}$. При выводе последней формулы считалось, что молекулы атмосферы при столкновении с корпусом спутника испытывают абсолютно неупругий удар [12, 13], и не учитывалось взаимное затенение корпуса спутника и солнечных батарей от набегающего аэродинамического потока. Такое упрощение оправдано, поскольку для большинства движений спутника относительная продолжительность отрезков времени, на которых указанное затенение существенно, невелика.

Допущения, сделанные при выводе формулы аэродинамического момента, позволяют выписать явное выражение для входящего в формулу (1) баллистического коэффициента спутника. Этот коэффициент имеет вид $c = S_\mathrm{v}/m$, где $m$ – масса спутника, $S_\mathrm{v}$ – площадь геометрической фигуры, являющейся проекцией внешней оболочки спутника на плоскость перпендикулярную вектору $\mathbf{v}$. В данном случае

$$
|\mathbf{v}| S_\mathrm{v} = \pi R_c^2 |\mathrm{v}_1| + S_b |\mathrm{v}_2| + 2R_c L_c \sqrt{\mathrm{v}_2^2 + \mathrm{v}_3^2},
$$

и аэродинамический член формулы (1) принимает вид

$$
\begin{gathered}
\mathbf{b}_a = c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v} = \rho_a \times \\
\times \left(\frac{\pi R_c^2}{m}|\mathrm{v}_1| + \frac{S_b}{m}|\mathrm{v}_2| + \frac{2R_c L_c}{m}\sqrt{\mathrm{v}_2^2 + \mathrm{v}_3^2}\right)\mathbf{v}.
\end{gathered} \tag{3}
$$

Все приводимые в данной работе расчеты микроускорений выполнены по формулам (1), (3).

При выводе выражений для аэродинамического момента и баллистического коэффициента не учитывалось возможное взаимное затенение корпуса спутника и солнечных батарей от набегающего аэродинамического потока. Такое упрощение оправдано, поскольку для большинства движений спутника относительная продолжительность отрезков времени, на которых указанное затенение существенно, невелика.

Заметим, что при расчете микроускорений баллистический коэффициент $c$ считался переменным, а в подсистеме уравнений движения центра масс спутника тот же коэффициент принимался постоянным. Сделанное упрощение оправдано тем, что влияние сопротивления атмосферы на движение центра масс весьма мало и достаточно точно описывается с использованием постоянного значения баллистического коэффициента, которое определяется в результате обработки траекторных измерений.

Подсистема уравнений вращательного движения спутника имеет вид

$$\hat{I}\frac{\tilde{d}\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\hat{I}\boldsymbol{\omega} = 3\frac{\mu_E}{r^5}(\mathbf{r}\times\hat{I}\mathbf{r}) + p(\mathbf{v}\times\mathbf{e}_1) + \mathbf{M}_c,$$
$$\frac{\tilde{d}\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{H} = -\mathbf{M}_c,\quad \frac{\tilde{d}\mathbf{u}_1}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{u}_1 = \omega_E\mathbf{u}_2, \tag{4}$$
$$\frac{\tilde{d}\mathbf{u}_2}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{u}_2 = -\omega_E\mathbf{u}_1.$$

Здесь символом $\tilde{d}/dt$ обозначена локальная производная вектора в системе $Ox_1x_2x_3$, $\hat{I} = \mathrm{diag}(I_1, I_2, I_3)$ – тензор инерции спутника в этой системе, $\mathbf{H}$ – собственный кинетический момент гиросистемы, $\mathbf{M}_c$ – момент, действующий со стороны этой системы, на корпус спутника, $\omega_E$ – угловая скорость вращения Земли, $\mathbf{u}_1$ и $\mathbf{u}_2$ – первая и вторая строки матрицы перехода $U$. Третья строка этой матрицы вычисляется по формуле $\mathbf{u}_3 = \mathbf{u}_1\times\mathbf{u}_2$. Строки $\mathbf{u}_1$ и $\mathbf{u}_2$ связаны условиями ортогональности матрицы $U$ ($\mathbf{u}_i$ – орты осей $Cy_i$), которые учитываются при задании начальных условий для этих переменных.

Чтобы замкнуть подсистему уравнений вращательного движения, надо добавить к уравнениям (4) выражение для $\mathbf{M}_c$. Оно приведено ниже.

В расчетах использовались следующие параметры описанной модели. Параметры спутника: $m = 6440$ кг, $I_1 = 2600$ кг/м$^2$, $I_2 = 11\,100$ кг/м$^2$, $I_3 = 10900$ кг/м$^2$, $R_c = 1.3$ м, $L_c = 5.0$ м, $S_b = 33$ м$^2$, $x_b = -1$ м, $x_c = 0.3$ м. Микроускорения рассчитывались в точке $P$ с координатами (–1, 0.7, 0.5 м) (рис. 1). Эта точка находится на внутренней стенке рабочего отсека спутника, примерно на ее середине. Вблизи этой точки возможна установка научной аппаратуры. Параметры модели атмосферы: $F_{10.7} = F_{81} = 150$, $A_p = 12$.

Рассматривались два варианта начальных условий движения центра масс спутника. Соответствующие им решения уравнений орбитального движения назовем орбитами I и II. Начальные условия орбиты I задавались в восходящем узле орбиты в момент времени 07.13.07 UTC 5.V.2013. При этом элементы орбиты составляли: высота в апогее 575.2 км, высота в перигее 546.8 км, наклонение 64.87°, аргумент широты перигея – 124.65°, долгота восходящего узла в гринвичской системе координат 343.27°. Начальные элементы орбиты II имели такие же значении, но относились к моменту времени 07.13.07 UTC 21.XII.2013. В случае орбиты I в некоторой точке отрезка времени, на котором моделировалось движение спутника, максимальное значение угла $\vartheta$ между ортом направления “Земля–Солнце” и плоскостью орбиты спутника достигало 47°, для орбиты II максимальное значение угла $\vartheta$ достигало 88°. Таким образом, орбиты I и II по-разному расположены относительно Солнца.

Начальные условия уравнений (4) задавались в тот же момент времени, что и начальные условия орбитального движения. Этот момент служил началом отсчета времени – точкой $t = 0$.

## 4. СОБСТВЕННЫЙ КИНЕТИЧЕСКИЙ МОМЕНТ СИСТЕМЫ ДМ

Для определенности положим, что гиросистема спутника состоит из четырех ДМ. Векторы $\mathbf{H}$ и $\mathbf{M}_c$ реализуются в виде суммы четырех векторов, отвечающих соответствующим ДМ. Полагаем, что оси вращения ДМ расположены параллельно боковым ребрам правильной четырехгранной пирамиды. Высота пирамиды параллельна оси $Ox_1$, линии пересечения граней пирамиды с плоскостью $Ox_2x_3$ параллельны или перпендикулярны осям $Ox_2$, $Ox_3$ (рис. 2). Орты $\mathbf{g}_k$ осей вращения ДМ имеют компоненты

$$\mathbf{g}_1 = (-d_1, d_2, -d_3),\quad \mathbf{g}_2 = (-d_1, d_2, d_3),$$
$$\mathbf{g}_3 = (d_1, d_2, -d_3),\quad \mathbf{g}_4 = (d_1, d_2, d_3),$$

которые параметризируем углами $\alpha$ и $\beta$: $d_1 = \cos\alpha$, $d_2 = \sin\alpha\sin\beta$, $d_3 = \sin\alpha\cos\beta$.

Суммарный кинетический момент системы ДМ выражается формулой

$$\mathbf{H} = D\mathbf{G},\quad D = \begin{pmatrix} -d_1 & -d_1 & d_1 & d_1 \\ d_2 & d_2 & d_2 & d_2 \\ -d_3 & d_3 & -d_3 & d_3 \end{pmatrix}, \tag{5}$$
$$\mathbf{G} = (G_1, G_2, G_3, G_4)^{\mathrm{T}},$$

где $G_k$ – кинетический момента ДМ с номером $k$. Значения углов $\alpha$ и $\beta$ выберем так, чтобы реализуемые системой ДМ максимальные угловые скорости спутника относительно каждой из осей $Ox_i$ $(i = 1,2,3)$ были примерно одинаковы [14]. Тогда

$$\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2}}{I_1}\right) \approx 80^\circ,$$

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\frac{I_2}{I_3}\right) \approx 45^\circ.$$

При заданном значении $\mathbf{H}$ соотношения (5) нельзя единственным образом разрешить относительно $\mathbf{G}$. Для достижения единственности потребуем, чтобы вектор $\mathbf{G}$ имел минимальную евклидову норму. Тогда

$$\mathbf{G} = D^{+}\mathbf{H}, \quad D^{+} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} -d_1^{-1} & d_2^{-1} & -d_3^{-1} \\ -d_1^{-1} & d_2^{-1} & d_3^{-1} \\ d_1^{-1} & d_2^{-1} & -d_3^{-1} \\ d_1^{-1} & d_2^{-1} & d_3^{-1} \end{pmatrix}. \tag{6}$$

Здесь $D^{+} = D^{\mathrm{T}}(DD^{\mathrm{T}})^{-1}$ – псевдообратная матрица матрицы $D$ [15]. Выписанные соотношения (6) задают собственный кинетический момент каждого ДМ. В данной работе предполагается, что предельно допустимые значения собственного кинетического момента каждого ДМ лежат в пределах $|G_k| \le 20$ Нмс $(k = 1,2,3,4)$.

## 5. РЕЖИМ ТРЕХОСНОЙ СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ СПУТНИКА

Сперва рассмотрим режим трехосной солнечной ориентации спутника, в котором $Ox_2$ неизменно направлена на Солнце, ось $Ox_1$ лежит в плоскости орбиты, абсолютная угловая скорость спутника мала. Пусть $\mathbf{s}$ – орт направления "Земля–Солнце". Орт $\mathbf{n} = (\mathbf{s}\times\mathbf{E}_2)/|\mathbf{s}\times\mathbf{E}_2|$ лежит в плоскости орбиты спутника и ортогонален орту $\mathbf{s}$. Изменение ортов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{n}$ в системе $Ox_1x_2x_3$ описывается уравнениями

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{s}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{s} = 0, \quad \frac{\tilde{d}\mathbf{n}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{n} = 0.$$

Закон управления гиросистемой $\mathbf{M}_c = \mathbf{M}_c(\boldsymbol{\omega},\mathbf{s},\mathbf{n})$ обеспечивающий затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения $\boldsymbol{\omega} = 0$, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$ с требуемой скоростью имеет вид [16]:

$$\mathbf{M}_c = \xi^2\hat{I}(\mathbf{e}_2\times\mathbf{s} + \mathbf{e}_1\times\mathbf{n}) - 2\xi\hat{I}\hat{W}\boldsymbol{\omega}, \tag{7}$$

где $\hat{W} = \operatorname{diag}(1,1,\sqrt{2})$, $\xi$ – положительный параметр.

Ниже принято, что $\xi = 0.01$ с$^{-1}$. Полагаем, что закон управления (7) формируется в соответствии с показаниями установленных на спутнике датчиков ориентации и угловой скорости.

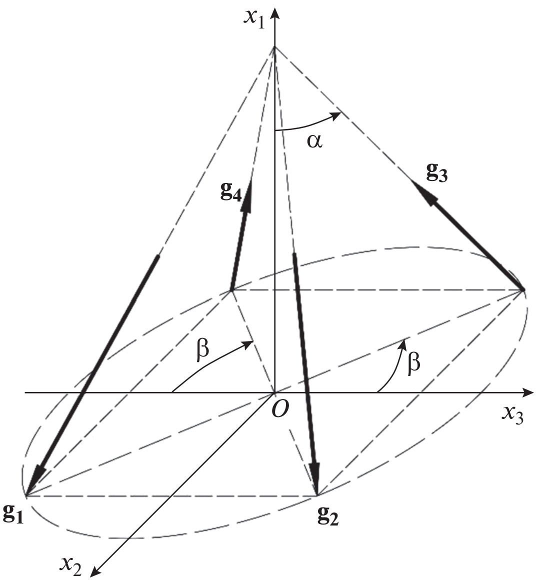


**Рис. 2.** Система двигателей-маховиков.

Моделирование режима трехосной солнечной ориентации спутника сводилось к численному интегрированию системы (4), (7) с использованием соотношений (5), (6). Компоненты орта $\mathbf{s}$ в гринвичской системе координат рассчитывались по приближенным формулам [17]. Начальные условия системы (4), (7) в момент времени $t = 0$ задавались следующим образом. Спутник в гринвичской системе координат занимает положение $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Кинетический момент системы ДМ $\mathbf{H}(0) = 0$, соответственно $\mathbf{G}(0) = 0$. Начальные значения компонент угловой скорости $\omega_i$, задавались с учетом ошибок в их реализации: $\omega_1(0) = \omega_2(0) = \omega_3(0) = 0.01$ град/с. Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках приятой модели для рассматриваемых орбит приведены на рис. 3, 4 (орбита I) и 5, 6 (орбита II). На рисунках приведены графики зависимости от времени углов $\psi$, $\theta$, $\varphi$ и величин собственного кинетического момента каждого из ДМ $G_k$. Все графики на рис. 3–6 построены на интервале времени 13 сут. Переходной процесс (процесс гашения возмущенного движения), обусловленный ошибками в задании начальной угловой скорости спутника, длится менее 10 мин и из-за масштаба на рисунках не виден.

Результаты моделирования показывают, что для двух рассматриваемых вариантов орбит использование закона управления (7) обеспечивает трехосную солнечную ориентацию спутника и затухание его возмущенного движения в окрестности положения $\boldsymbol{\omega} = 0$, $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Ошибки сол-

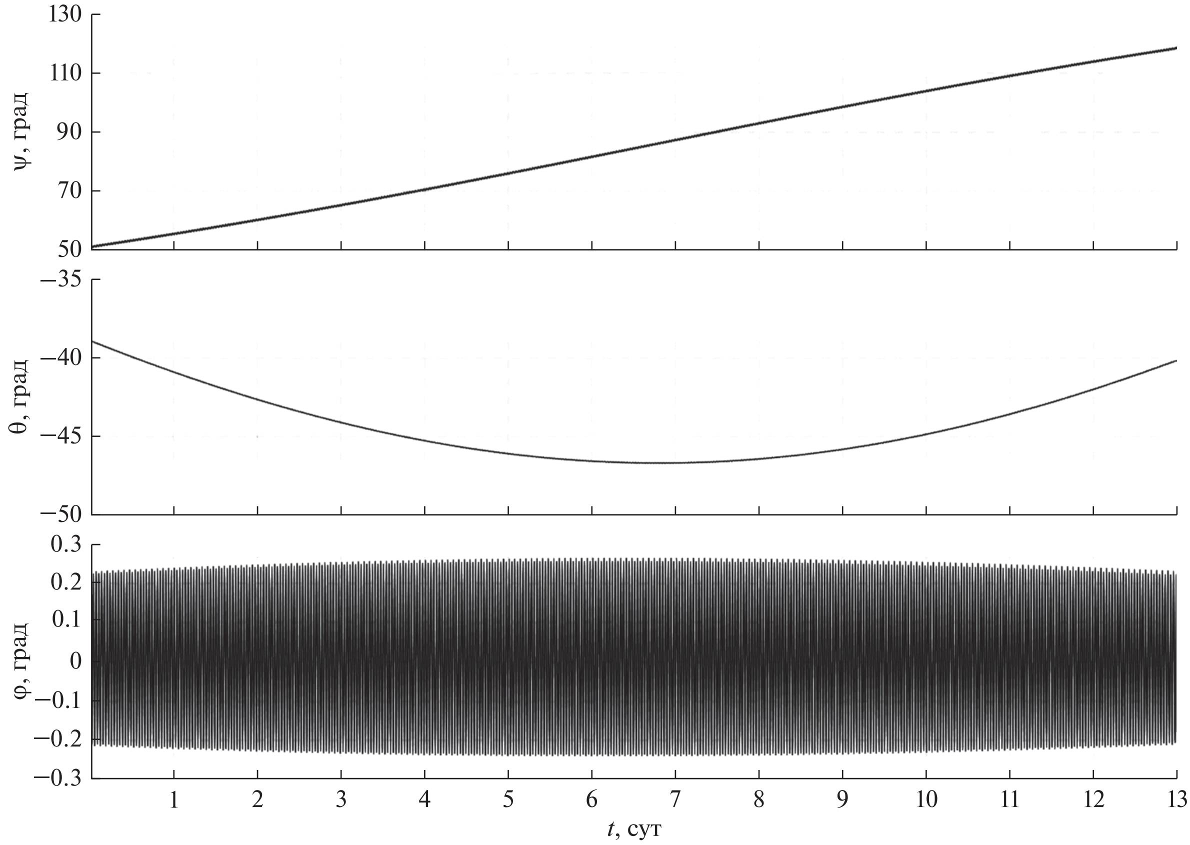


**Рис. 3.** Углы ориентации спутника (орбита I).

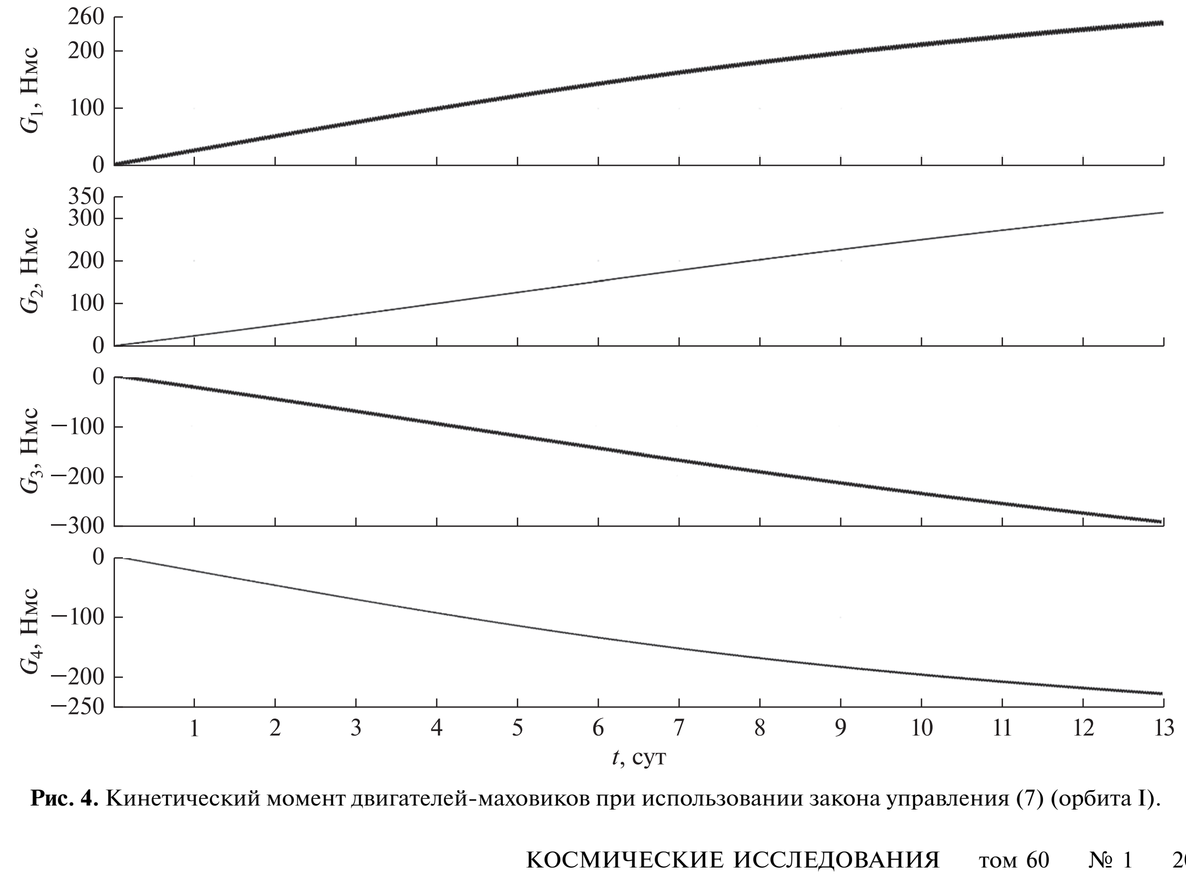


**Рис. 4.** Кинетический момент двигателей-маховиков при использовании закона управления (7) (орбита I).

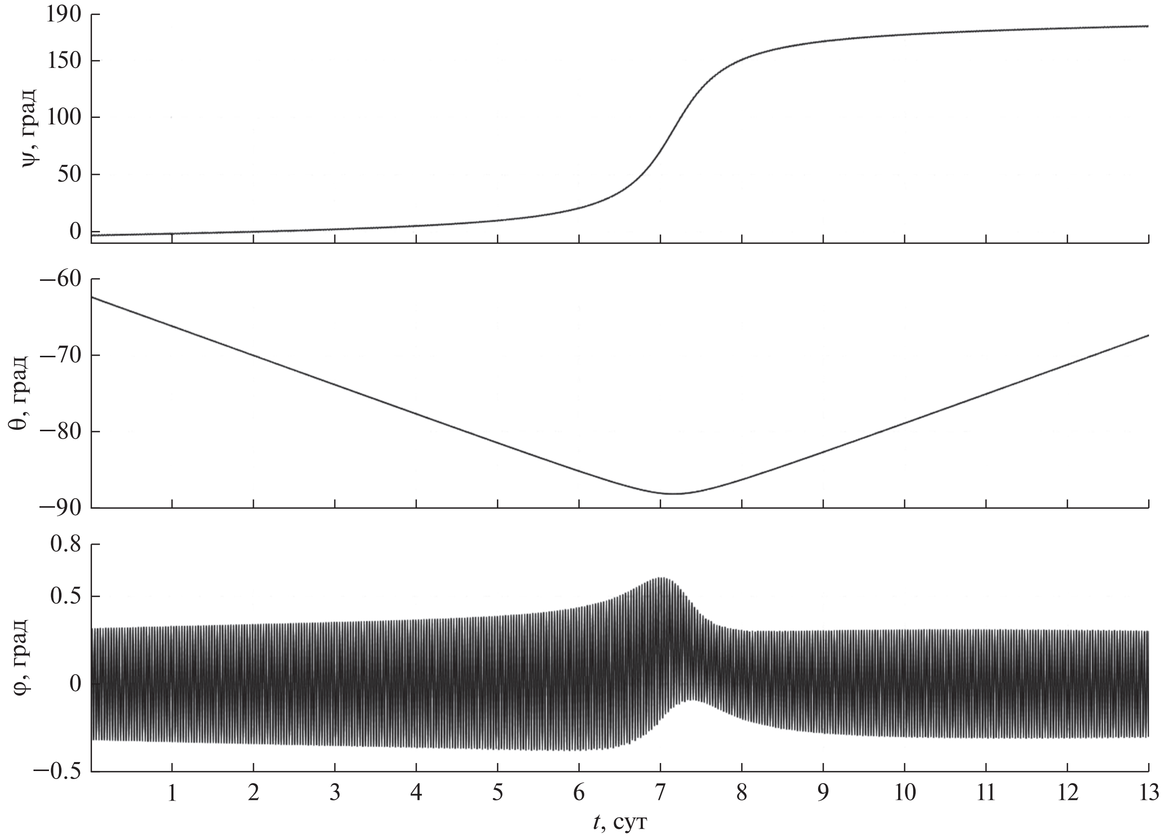


**Рис. 5.** Углы ориентации спутника (орбита II).

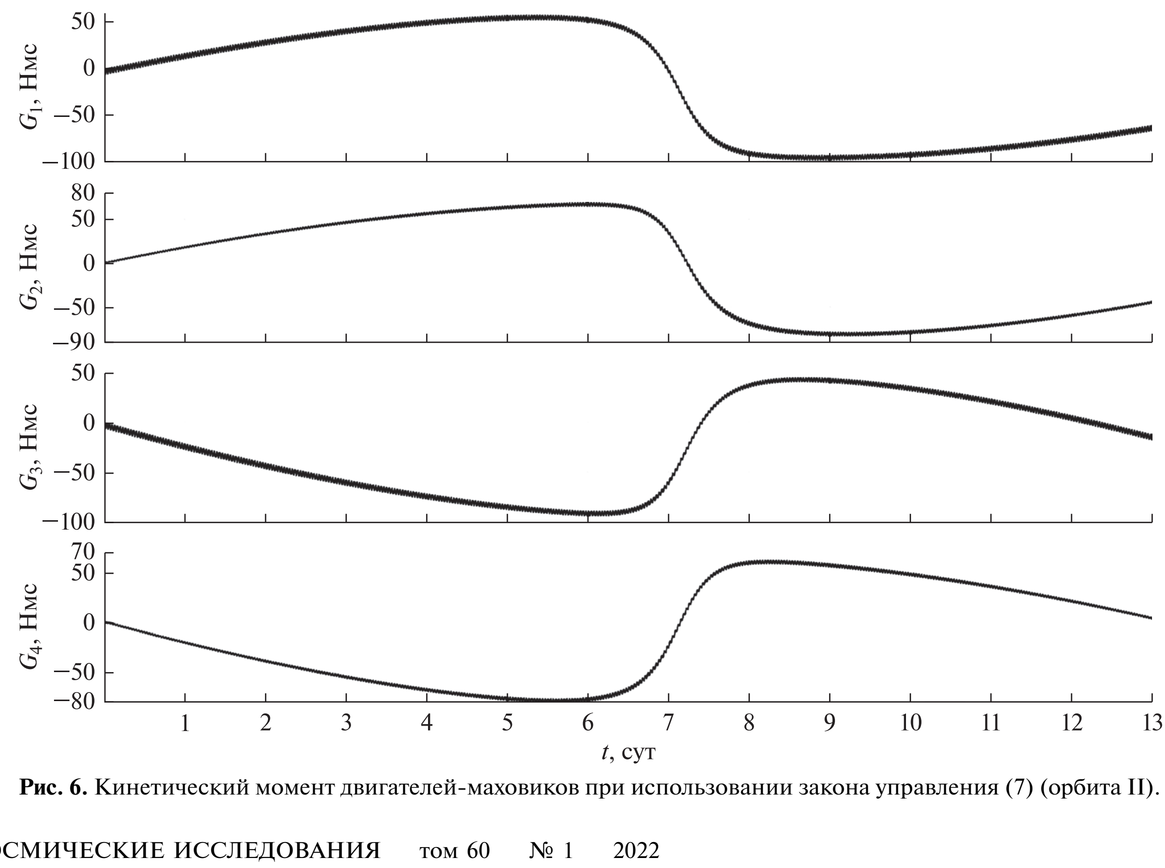


**Рис. 6.** Кинетический момент двигателей-маховиков при использовании закона управления (7) (орбита II).

нечной ориентации определяются значением угла $\sigma = \arccos(\mathbf{s} \cdot \mathbf{e}_2)$ ($\theta = \vartheta$ при $\sigma = 0$), в данном случае $\sigma < 0.4°$. Амплитуды установившихся колебаний компонент угловой скорости ограничены значениями:

$$|\omega_1| < 1.0 \cdot 10^{-4} \text{ град/с}, \quad |\omega_2| < 2.0 \cdot 10^{-3} \text{ град/с},$$
$$|\omega_3| < 7.0 \cdot 10^{-4} \text{ град/с}.$$

Микроускорения на борту спутника в рассматриваемой точке $P$ по модулю не превышают значения $3.5 \cdot 10^{-6}$ м/с$^2$. Указанный уровень микроускорений является приемлемым для проведения космических экспериментов в области микрогравитации. В работе [18] показано, что наибольший вклад в общий уровень микроускорений $\mathbf{b}$ вносит составляющая $\mathbf{b}_g$ от действия гравитационного поля Земли, а наименьший – составляющая $\mathbf{b}_r$ от вращательного движения спутника относительно центра масс.

На рис. 4 и 6 представлены графики величин $G_k$ $(k = 1,2,3,4)$, на которых видно, что в процессе поддержания солнечной ориентации спутника для всех рассматриваемых орбит кинетический момент каждого из ДМ существенно превысил свое предельно допустимое значение. Разгрузка системы ДМ с помощью магнитных катушек или реактивных двигателей в данной работе не предполагается, поскольку необходимость их проведения сокращает отрезки невозмущенного полета спутника. По этой причине целесообразно рассмотреть возможность использования закона управления, позволяющего не только обеспечить затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью, но и дополнительно увеличить продолжительность отрезков полета спутника без проведения разгрузок гиросистемы. Чтобы ограничить рост кинетического момента ДМ не нарушая режим солнечной ориентации спутника в работах [16, 19] предложен соответствующий закон управления, результаты численного моделирования которого будут представлены ниже.

## 6. РЕЖИМ СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ СПУТНИКА С ОГРАНИЧЕНИЕМ РОСТА ГИРОСТАТИЧЕСКОГО МОМЕНТА

Рассмотрим возможность использования закона управления, позволяющего не только обеспечить затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$ с требуемой скоростью, но и дополнительно ограничить рост накапливаемого кинетического момента системы ДМ. Чтобы не нарушать режим солнечной ориентации спутника накопление кинетического момента системы ДМ будем контролировать только за счет управления углом $\varphi$ поворота спутника вокруг орта $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Закон управления гиросистемой обеспечивающий поддержание режима солнечной ориентации с заданными выше условиями имеет вид [16]:

$$\begin{gathered}
\mathbf{M}_c = \xi^2 \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{s} + \mathbf{e}_1 \times \mathbf{n}) - 2\xi \hat{I}\hat{W}\boldsymbol{\omega} - \\
- \hat{I}\left(\chi\omega_2 + f\right)\mathbf{e}_2, \\
f = -\frac{3\mu_E}{r^5}\Big[-\left(\varkappa_3 - \varkappa_1\right)\gamma_1\gamma_2 K_1 + \varkappa_2\left(\gamma_1^2 - \gamma_3^2\right)K_2 + \\
+ \left(\varkappa_3 - \varkappa_1\right)\gamma_2\gamma_3 K_3\Big],
\end{gathered} \tag{8}$$

где $\chi$, $\varkappa_i$ $(i = 1,2,3)$ – положительные постоянные, $\gamma_i$ – компоненты вектора $\mathbf{r}$, $K_i$ – компоненты вектора кинетического момента спутника в его движении относительно центра масс.

Покажем, что выбранный закон изменения управляющего момента (8) действительно обеспечивает солнечную ориентацию спутника и при этом ограничивает накопление кинетического момента системы ДМ. С этой целью вычислим решение системы (4), (8) с использованием соотношений (5), (6), приняв $\chi = 2\xi$, $\xi = 0.01$ с$^{-1}$, $\varkappa_1 = \varkappa_2 = 1$ (Нмс)$^{-1}$, $\varkappa_3 = 3$ (Нмс)$^{-1}$ с начальными условиями в момент времени $t = 0$ заданными как в п. 5. Результаты расчетов движения спутника для рассматриваемых орбит показывают, что использование закона управления (8) обеспечивает солнечную ориентацию спутника и затухание его возмущенного движения в окрестности положения $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Графики зависимости от времени углов $\psi$, $\theta$ совпадают с соответствующими графиками представленными на рис. 3, 5. Точность солнечной ориентации спутника $\sigma < 0.4°$. Переходной процесс обусловленный ошибками в задании начальной угловой скорости спутника, в данном режиме длится менее 20 мин. После окончания переходного процесса графики угла $\varphi(t)$ представляют собой установившиеся колебания с доминирующей частотой $4f_0 \approx 0.00072$ Гц, где $f_0 = \omega_0/2\pi$ – орбитальная частота ($\omega_0$ – среднее движение центра масс спутника, для рассматриваемых в данной работе орбит $\omega_0 \approx 1.09 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$). Амплитуда установившихся колебаний угла $\varphi$ ограничена значением $|\varphi| < 6°$. В случае движения спутника по орбите II при значении $\vartheta > 70°$ происходит увеличение амплитуды колебаний угла $\varphi$ до значений $0° < \varphi < 15°$, максимум которых достигается при максимальном значении угла $\vartheta \approx 88°$ [16]. В дальнейшем, по мере уменьшения угла $\vartheta$, амплитуды колебаний угла $\varphi$ снижаются до значений $|\varphi| < 6°$. Амплитуды установившихся колебаний компонент угловой скорости ограничены значениями:

$$|\omega_1| < 1.2 \cdot 10^{-4} \text{ град/с}, \quad |\omega_2| < 2.2 \cdot 10^{-3} \text{ град/с},$$
$$|\omega_3| < 7.0 \cdot 10^{-4} \text{ град/с}.$$

Микроускорения на борту спутника в рассматриваемой точке $P$ по модулю не превышают зна-

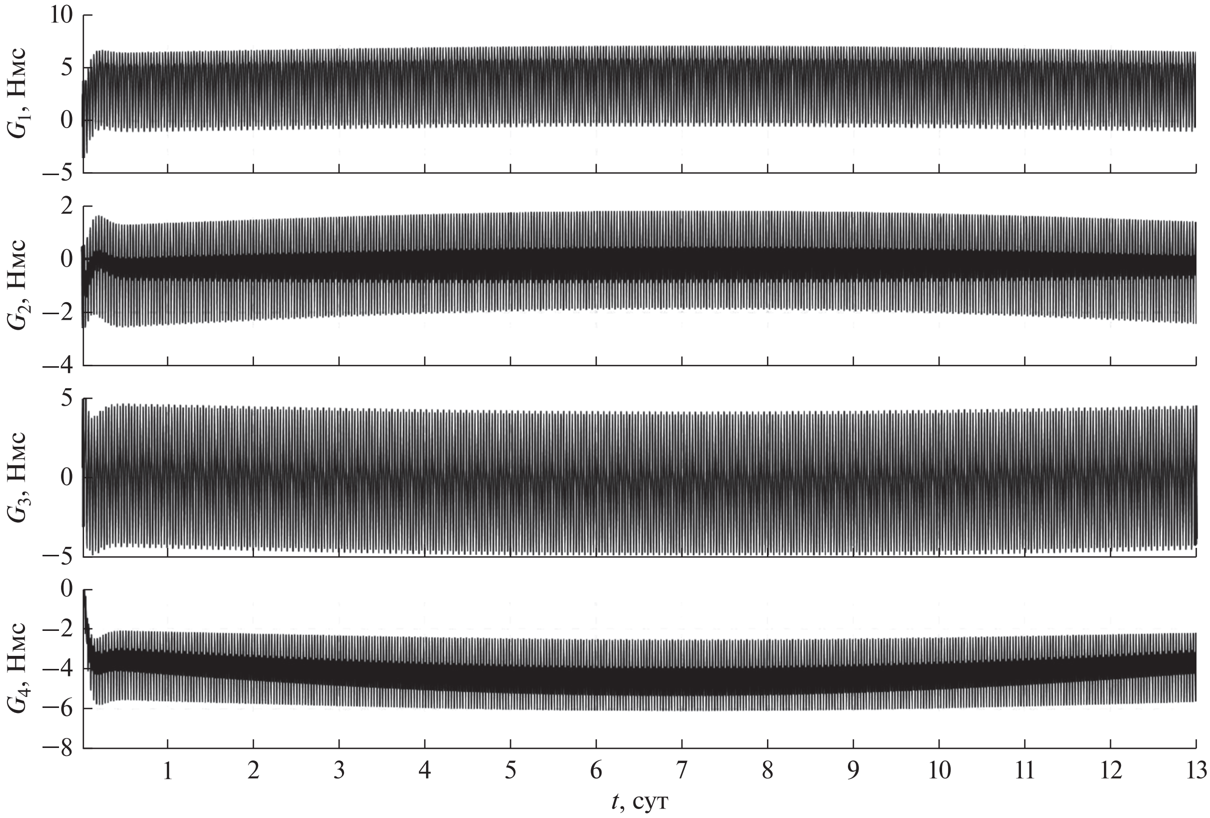


**Рис. 7.** Кинетический момент двигателей-маховиков при использовании закона управления (8) (орбита I).

чения $3.8 \cdot 10^{-6}$ м/с$^2$. Указанный уровень микроускорений является приемлемым для проведения космических экспериментов в области микрогравитации.

На рис. 7, 8 на интервале времени 13 сут приведены графики зависимости от величин собственного кинетического момента каждого из ДМ $G_k$ $(k = 1, 2, 3, 4)$. В случае движения спутника по орбите I величины $G_k$ остаются ограниченными значением $|G_k| < 10$ Нмс $(k = 1, 2, 3, 4)$ (см. рис. 7) на всем интервале движения, что в два раза меньше максимально допустимого значения $|G_k|$. В случае движения спутника по орбите II, когда Солнце относительно плоскости орбиты поднимается достаточно высоко ($\vartheta > 70°$), значения $|G_k|$ начинают возрастать (см. рис. 8), достигая своего максимума $|G_k| \approx 48$ Нмс при $\vartheta \approx 88°$. В дальнейшем, по мере уменьшения $\vartheta$, происходит разгрузка системы ДМ до значений $|G_k| \le 10$ Нмс.

## 7. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МИКРОУСКОРЕНИЙ

С целью анализа уровня микроускорений, возникающих на борту спутника в процессе поддержания солнечной ориентации, в работе определены характерные частоты колебаний компонент вектора микроускорений $\mathbf{b}$. Частоты были найдены с помощью спектрального анализа, выполнявшегося по следующей схеме [20]. Пусть $x_n$ $(n = 1, 2, \ldots, N)$ – значения какой-либо переменной $x(t)$ исследуемого решения в узлах равномерной временной сетки $\{t_n\}$: $x_n = x(t_n)$. Во всех рассмотренных ниже примерах шаг сетки $h = t_{n+1} - t_n = 10$ с. Предположим, что исследуемая функция имеет вид

$$x(t) = \alpha_0 + \sum_{m=1}^{M} \left( \alpha_m \cos 2\pi f_m^{\circ} t + \beta_m \sin 2\pi f_m^{\circ} t \right),$$

где $f_m^{\circ} \in (0, h^{-1}/2)$ и $\alpha_0$, $\alpha_m$, $\beta_m$ $(m = 1, 2, \ldots, M)$ – постоянные параметры, причем среди частот $f_m^{\circ}$ нет одинаковых. Оценить частоты и амплитуды отдельных гармоник, входящих в $x(t)$, можно, исследуя максимумы периодограммы Шустера

$$I(f) = \left[ \sum_{n=1}^{N} \left( x_n - x_* \right) \cos 2\pi f t_n \right]^2 + \left[ \sum_{n=1}^{N} \left( x_n - x_* \right) \sin 2\pi f t_n \right]^2, \quad x_* = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x_n$$

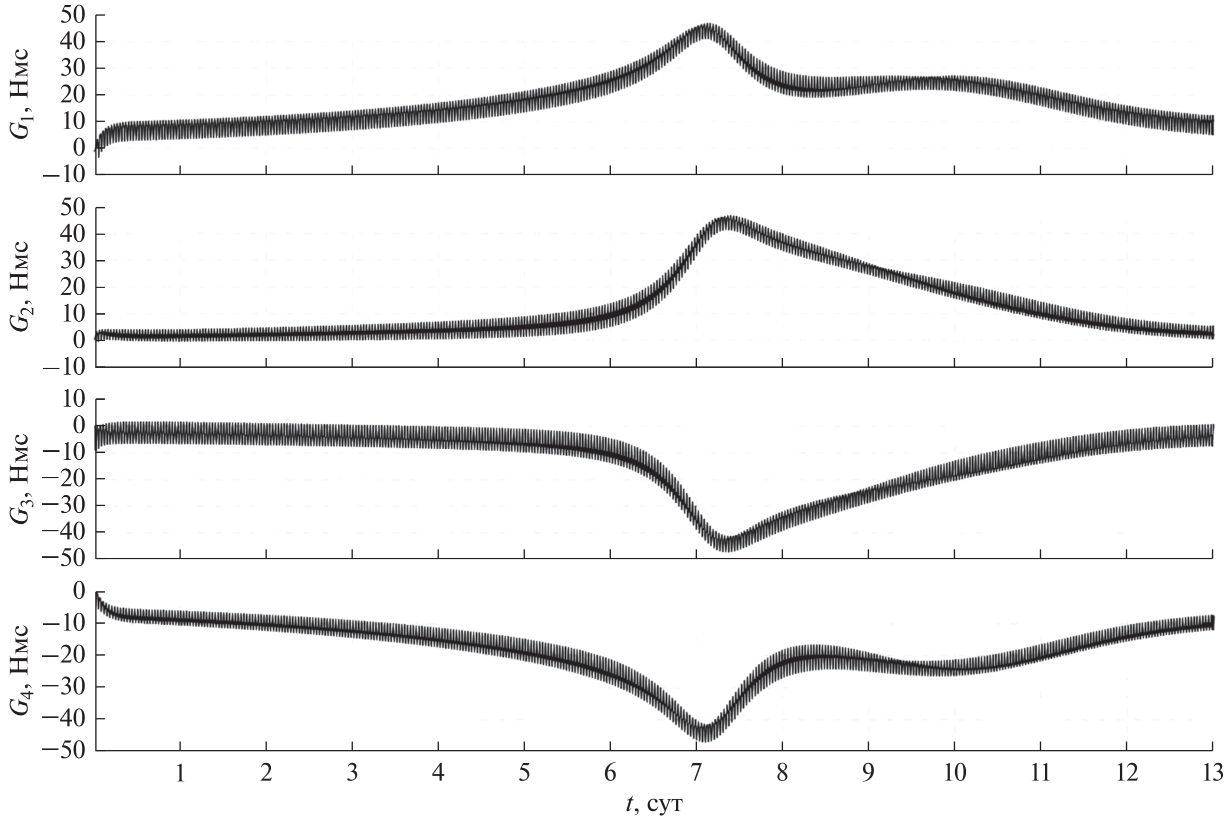


**Рис. 8.** Кинетический момент двигателей-маховиков при использовании закона управления (8) (орбита II).

на интервале $0 < f < h^{-1}/2$. Функция $I(f)$ имеет много максимумов, из которых выбирают несколько наиболее выделяющихся. Если функция $I(f)$ имеет такой максимум в точке $f_*$, то предполагается, что $f_*$ близка одной из частот $f_m^\circ$, а величина $2\sqrt{I(f_*)}/N$ является оценкой амплитуды $\sqrt{\alpha_m^2 + \beta_m^2}$ соответствующей гармоники. Периодограмму Шустера удобно преобразовать к виду, называемому амплитудным спектром $A(f) = 2N^{-1}\sqrt{I(f)}$. Выделяющиеся максимумы функции $A(f)$ напрямую оценивают амплитуды отдельных гармоник, но ее максимумы выражены менее наглядно максимумов периодограммы.

На рис. 9 показаны амплитудные спектры $A_{bi}(f)$ величин суммарных микроускорений $b_i(t)$ $(i = 1,2,3)$, в левой части рисунка в случае использования закона управления (7), в правой – при использовании закона (8). Спектры приведены в диапазоне частот от 0 до 0.0015 Гц, при значениях $h = 10$ с и $N = 8640$. Как и в случае использования закона управления (7), наибольший вклад в общий уровень микроускорений $\mathbf{b}$ на борту спутника при использования закона (8) вносит составляющая $\mathbf{b}_g$ с доминирующей частотой $2f_0 \approx 0.00036$ Гц. Такие колебания возбуждаются градиентом гравитационного поля. При использовании закона (8) на всех рассматриваемых орбитах движения спутника происходит увеличение амплитуд колебаний величин $b_1(t)$ и $b_3(t)$ на частоте $4f_0 \approx 0.00072$ Гц, что соответствует доминирующей частоте колебаний величин угла $\varphi$ и $\omega_2$. Однако такое увеличение амплитуд практически не сказывается на общем уровне микроускорений $\mathbf{b}$, возникающих на борту спутника.

## 8. РЕЖИМ КОМБИНАЦИИ ГРАВИТАЦИОННОЙ И СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ СПУТНИКА

При движении спутника по орбите II в режиме его солнечной ориентации происходит рост величин $|G_k|(k = 1,2,3,4)$ до значений, превышающих максимально допустимое значение $|G_k|$ примерно в два раза (см. рис. 8). Это происходит вследствие уменьшения абсолютной величины действующего на спутник гравитационного момента при достаточно большом значении угла $\theta$. Чтобы ограничить рост величин $|G_k|$, можно ограничить допустимую величину угла ориентации $\theta$ используя

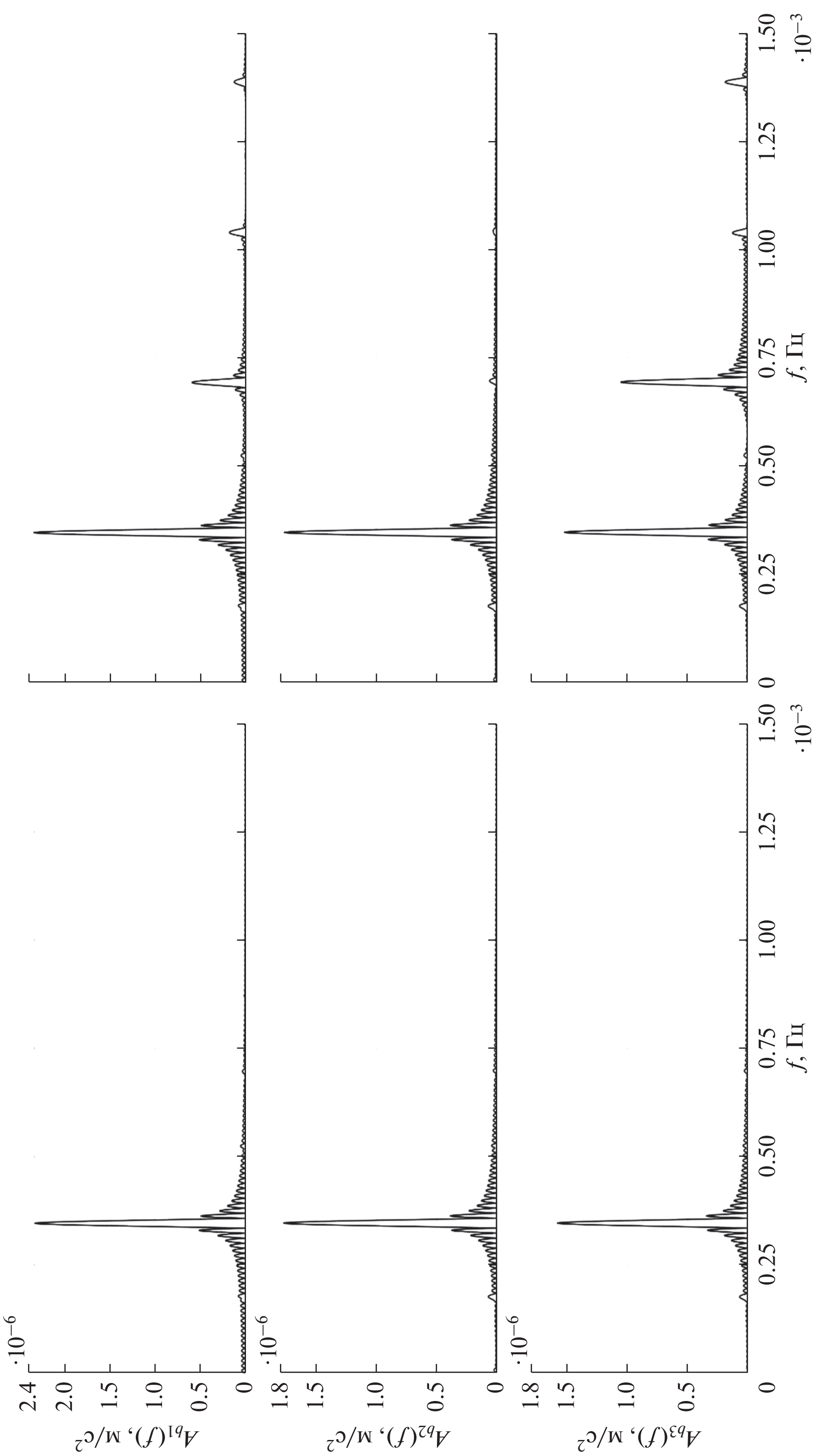


**Рис. 9.** Амплитудные спектры микроускорений **b** (орбита I). Слева – при использовании закона (7), справа – при использовании закона (8).

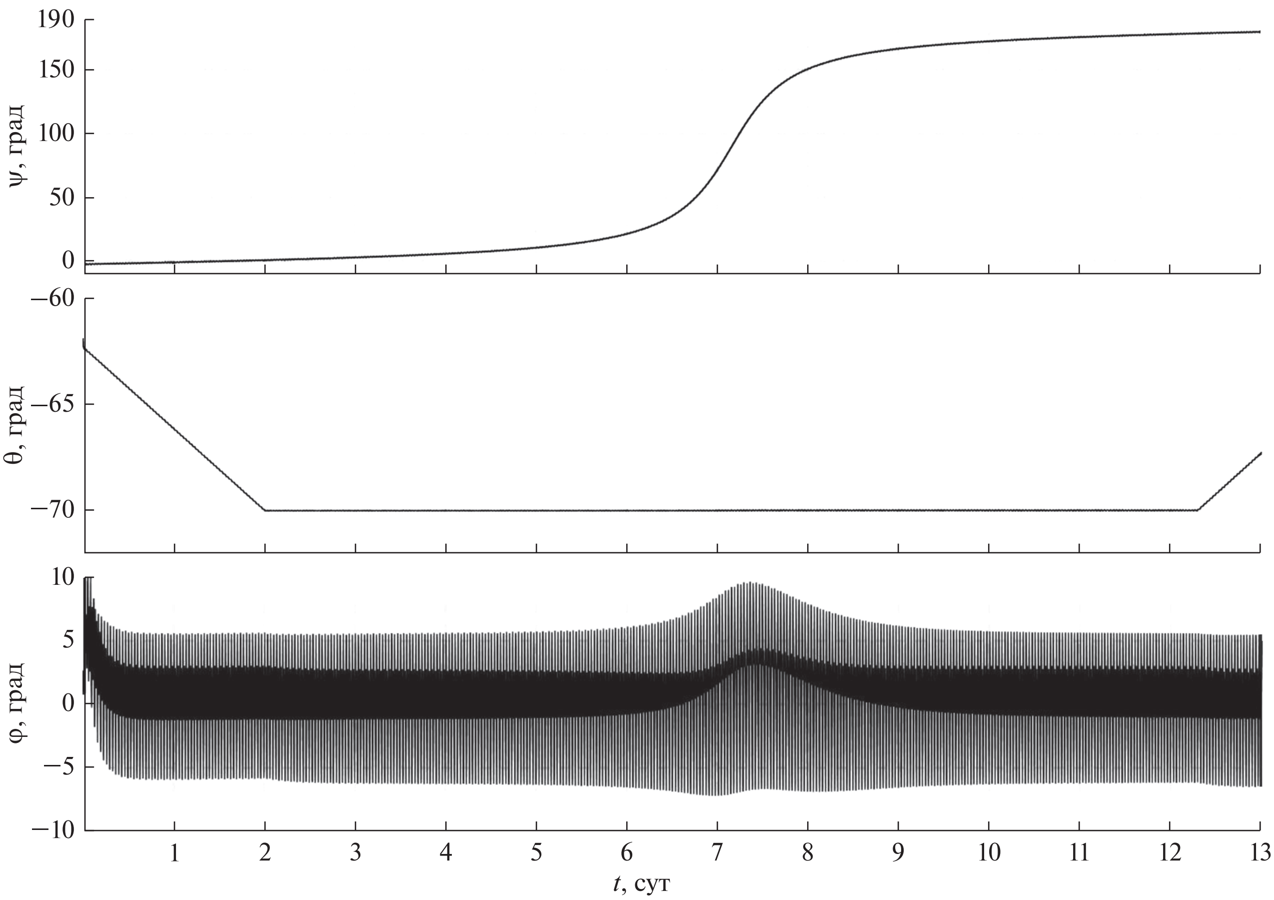


**Рис. 10.** Углы ориентации спутника при использовании закона управления (8) и ограничении угла θ (орбита II).

следующий сценарий вращательного движения спутника с помощью закона управления (8). До наступления условия $\theta > \eta$ спутник стабилизируется относительного положения $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$, при выполнении условия $\theta > \eta$ спутник стабилизируется относительно положения $\mathbf{e}_2 = \tilde{\mathbf{s}}$, где $\eta$ – некоторое наперед заданное значение угла между ортом $\tilde{\mathbf{s}} = (\tilde{s}_1, \tilde{s}_2, \tilde{s}_3)$ и плоскостью $CZ_1Z_3$. Компоненты орта $\tilde{\mathbf{s}}$ в системе координат $CZ_1Z_2Z_3$ определяются по следующим формулам:

$$\tilde{s}_1 = \frac{s_1}{\sqrt{s_1^2 + s_3^2}} \cdot \cos\eta, \quad \tilde{s}_2 = \operatorname{sgn} s_2 \cdot \sin\eta,$$

$$\tilde{s}_3 = \frac{s_3}{\sqrt{s_1^2 + s_3^2}} \cdot \cos\eta.$$

Здесь $s_i$ – компоненты вектора $\mathbf{s}$ в системе координат $CZ_1Z_2Z_3$. Вычислим решение системы (4), (8) с использованием соотношений (5), (6), по описанному выше сценарию. Примем $\eta = 70°$, значения остальных параметров закона управления (8), а также начальных условий в момент времени $t = 0$ примем как в п. 7. Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках принятой модели для орбиты II приведены на рис. 10, 11, и представлены графиками зависимости от времени углов $\psi$, $\theta$, $\varphi$, а также величин собственного кинетического момента каждого из ДМ $G_k$ $(k = 1, 2, 3, 4)$. Графики построены на интервале времени 13 сут. Переходной процесс, как и в п. 7, длится менее 20 мин. Результаты моделирования показали, что поддержание режима гравитационно-солнечной ориентации спутника позволяет более чем в два раза уменьшить значения $|G_k| < 20$ Нмс $(k = 1, 2, 3, 4)$, рис. 11. При этом уровень микроускорений на борту спутника в указанной выше точке $P$, по прежнему, по модулю не превышает значения $3.8 \cdot 10^{-6}$ м/с$^2$. Происходит снижение освещенности панелей солнечных батарей спутника примерно на 5% [18], но поскольку при значении $\vartheta > 70°$ спутник не попадает в тень Земли, то суммарный энергосъем будет близок к максимальному.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что с помощью системы ДМ можно реализовать режим солнечной ориента-

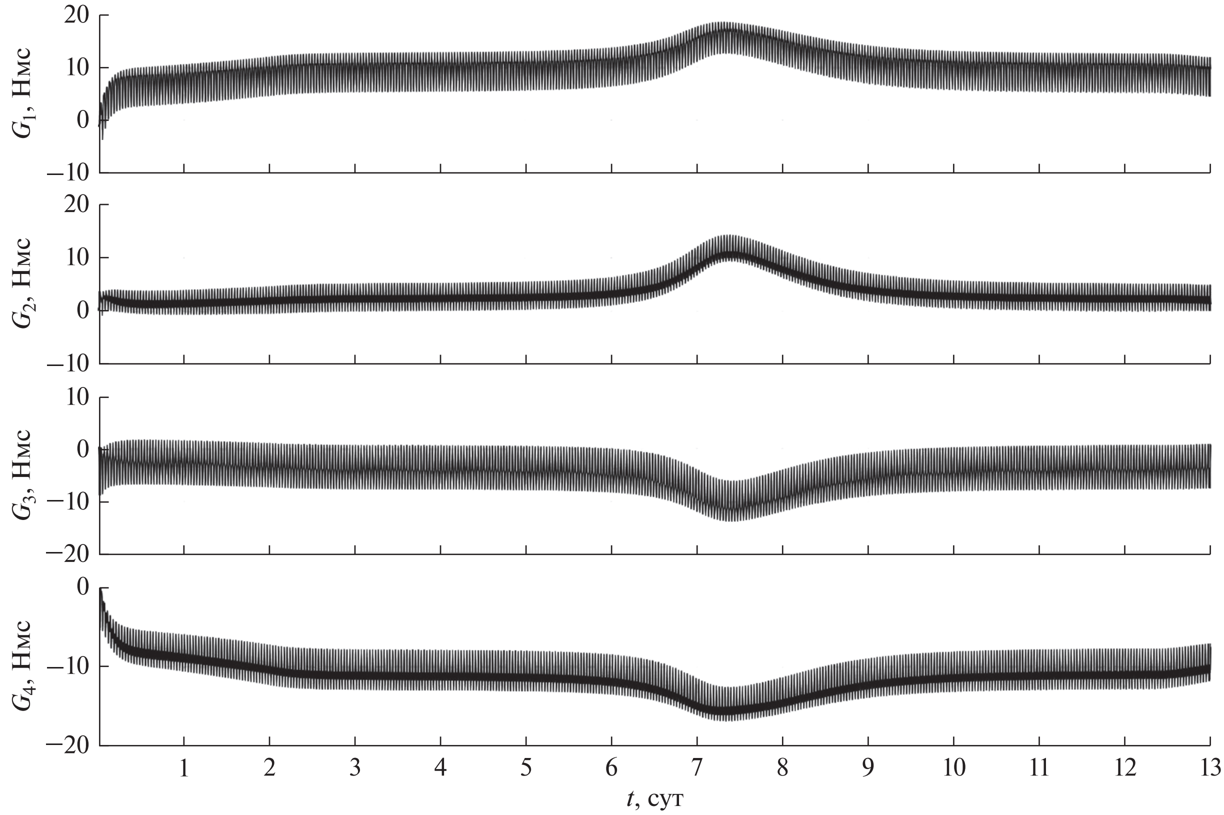


**Рис. 11.** Кинетический момент двигателей-маховиков при использовании закона управления (8) и ограничении угла θ (орбита II).

ции спутника с уровнем квазистатических микроускорений, приемлемым для проведения космических экспериментов в области микрогравитации. Стабилизацию режима солнечной ориентации можно обеспечить без накопления кинетического момента ДМ за счет управления углом поворота спутника вокруг направления на Солнце.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков И.В. и др.* Определение вращательного движения спутника *Бион М-1* средствами аппаратуры ГРАВИТОН // Космич. исслед. 2015. Т. 53. № 4. С. 306–319.
2. *Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков И.В. и др.* Вращательное движение спутника *Фотон М-4* // Космич. исслед. 2016. Т. 54. № 4. С. 315–322.
3. *Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И. и др.* Микроускорения на орбитальной станции *Мир* и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепломассопереноса // Космич. исслед. 1999. Т. 37. № 1. С. 86–101.
4. *Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И. и др.* Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ *Фотон-11* // Космич. исслед. 2001. Т. 39. № 4. С. 419–435.
5. *Абрашкин В.И., Волков М.В., Егоров А.В. и др.* Анализ низкочастотной составляющей в измерениях угловой скорости и микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон-12* // Космич. исслед. 2003. Т. 41. № 6. С. 632–651.
6. *Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е. и др.* Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его борту // Космич. исслед. 2007. Т. 45. № 5. С. 450–470.
7. *Бабкин Е.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И. и др.* Определение квазистатической компоненты микроускорения, возникающей на борту *Международной космической станции* // Космич. исслед. 2004. Т. 42. № 2. С. 162–171.
8. *Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Сазонов В.В., Чебуков С.Ю.* Анализ низкочастотной составляющей в измерениях микроускорения, выполненных на спутнике *Фотон М-2* // Космиче. исслед. 2008. Т. 46. № 5. С. 463–483.
9. *Игнатов А.И., Сазонов В.В.* Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем микроускорений электромеханическими исполнительными органами // Космич. исслед. 2012. Т. 50. № 5. С. 380–393.
10. *Игнатов А.И., Сазонов В.В.* Оценка остаточных микроускорений на борту ИСЗ в режиме одноос-

ной солнечной ориентации // Космич. исслед. 2013. Т. 51. № 5. С. 380–388.

11. *Бажинов И.К., Гаврилов В.П., Ястребов В.Д. и др.* Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса “Салют-6”–“Союз”–“Прогресс”. М.: Наука, 1985.
12. *Белецкий В.В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
13. *Белецкий В.В., Яншин А.М.* Влияние аэродинамических сил на вращательное движение искусственных спутников. Киев: Наук. думка, 1984.
14. *Игнатов А.И., Давыдов А.А., Сазонов В.В.* Анализ динамических возможностей систем управления малым космическим аппаратом, построенных на базе двигателей-маховиков. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2005. № 47.
15. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1988.
16. *Игнатов А.И.* Стабилизация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы // Известия РАН. Теория и системы управления. 2020. № 3. С. 164–176.
17. *Меес Ж.* Астрономические формулы для калькуляторов. М.: Мир, 1988.
18. *Игнатов А.И., Сазонов В.В.* Оценка уровня квазистатических микроускорений на борту искусственного спутника Земли в режиме солнечной ориентации. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2020. № 54.
19. *Игнатов А.И., Сазонов В.В.* Реализация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2019. № 99.
20. *Теребиж В.Ю.* Анализ временных рядов в астрофизике. М.: Наука, 1992.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 57–72

УДК 629.785,004.032.26

# НЕЙРОАДАПТИВНОЕ ПОДДЕРЖАНИЕ ФОРМАЦИИ СПУТНИКОВ НА НИЗКИХ ОКОЛОЗЕМНЫХ ОРБИТАХ

**© 2022 г. М. Г. Широбоков[1, *], С. П. Трофимов[1]**

[1]*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

**shirobokov@keldysh.ru*

Поступила в редакцию 27.11.2020 г.
После доработки 12.02.2021 г.
Принята к публикации 16.06.2021 г.

Работа посвящена разработке и исследованию нейроадаптивного управления формацией из двух спутников на низкой околоземной орбите. Цель управления – поддержание проективной круговой орбиты, при этом считается, что один из аппаратов неуправляемый и его баллистический коэффициент не известен, а другой аппарат – управляемый, при этом есть возможность управлять как его ориентацией (а значит, величиной миделева сечения), так и орбитальным движением с помощью двигателя большой тяги. Искусственные нейронные сети используются для аппроксимации построенных функций управления, а адаптивность системы управления выражается в адаптации управления к неизвестному баллистическому коэффициенту неуправляемого аппарата. В работе детально описывается реализация, архитектура и процесс обучения нейронных сетей, а также способ оценки их качества. Дается описание процедуры адаптации к неизвестному параметру неуправляемого аппарата в режиме реального времени. Показано, что адаптация возможна в течение приемлемого времени. Также приводятся результаты адаптации к двум параметрам модели – баллистическому коэффициенту неуправляемого аппарата и плотности атмосферы. Моделирование производится в рамках возмущенной задачи двух тел с учетом силы атмосферного сопротивления и влияния от второй зональной гармоники геопотенциала.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010101

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время методы машинного обучения активно применяются для решения самых разнообразных задач человеческой деятельности. В первую очередь это относится к задачам распознавания образов, прогнозирования эволюции динамических систем и синтеза управления ими, системам искусственного интеллекта, теории принятия решений. Методы машинного обучения сейчас можно обнаружить в экономике, медицине, биохимических исследованиях, системах фильтрации информации и др.

Методы машинного обучения принято делить на три типа: методы обучения с учителем, методы обучения без учителя и методы обучения с подкреплением [1, 2]. Методы обучения с учителем применяются в случаях, когда требуется аппроксимировать зависимость между какими-либо переменными задачи. В этом случае составляется параметрическая модель этой зависимости и множество конкретных пар этих переменных, которое используется для подгонки параметров модели. Процесс такой подгонки называется *обучением модели*, а множество пар переменных – *обучающей выборкой*. Методы обучения без учителя используются в случаях, когда дано некоторое множество значений какой-то одной переменной и необходимо определить структуру этого множества (разбиение на подгруппы, принадлежность подпространству меньшей размерности и пр.). Методы обучения с подкреплением созданы для ситуаций, когда исследуемая система может быть формализована как состоящая из *среды* и *агента*, действующего в данной среде и получающего от среды скалярный сигнал, который он пытается методом проб и ошибок максимизировать. Поведение агента в среде определяется его стратегией – отображением из множества состояний среды в множество действий. Задача обучения с подкреплением состоит в том, чтобы определить оптимальную стратегию, т.е. стратегию, которая максимизирует суммарный получаемый сигнал подкрепления от среды. Стратегия, как отображение, обычно аппроксимируется какой-либо параметрической моделью.

Уже несколько лет в литературе наблюдается тренд на применение методов машинного обучения для проектирования схем управления космическими аппаратами. Эти работы можно условно разделить на несколько классов: 1) синтез контура управления орбитальным и/или угловым движением космического аппарата, 2) поиск оптимальных управляющих воздействий или оптимальных траекторий перелета на этапе предварительного анализа миссии, 3) распознавание образов для решения задач навигации или дистанционного зондирования, 4) диагностика аппаратуры и 5) все остальные работы, которые трудно классифицировать.

Данная работа относится к первому из перечисленных классов и ставит своей целью оценку возможностей управления формацией спутников на низких околоземных орбитах с помощью искусственных нейронных сетей (далее просто нейронных сетей), а также оценку возможностей адаптации системы управления к меняющимся параметрам аппаратов и среды в режиме полета. Искусственные нейронные сети и выступают, как правило, в роли модели, призванной аппроксимировать зависимость между изучаемыми переменными в методах обучения с учителем или для аппроксимации оптимальной стратегии в методах обучения с подкреплением.

Исследования, в которых методы машинного обучения используются для проектирования оптимальных траекторий или синтеза контура управления, широко представлены в современной литературе. Их можно разбить на два класса: те, что используют методы обучения с учителем, и те, что проводятся с помощью методов обучения с подкреплением. Методы обучения без учителя в задачах управления космическим аппаратом авторам не встречались.

Отметим только ключевые (на взгляд авторов) исследования. Во-первых, упомянем работы [3, 4], в которых строится адаптивное управление вращательным движением космического аппарата с использованием нейронных сетей. Идея состоит в том, чтобы ввести две нейронных сети — прогнозирующую и управляющую. Управляющая нейронная сеть ответственна за выработку управляющих воздействий на аппарат на основе входа — состояния аппарата. Прогнозирующая сеть помогает понять, насколько выбранные управляющие воздействия в текущем состоянии оказываются эффективными: делается это для того, чтобы на основании оценок эффективности скорректировать управляющую нейронную сеть для лучшей работы. Прогнозирующая и управляющая нейронные сети вводятся и в работе [5], где с использованием нейронных сетей решается задача адаптации параметров системы управления реального космического аппарата *Solar and Heliospheric Observatory* (*SOHO*) [6].

Надо сказать, что идея использования прогнозирующей сети для коррекции управляющей сети критикуется уже в одной из первых работ [3]. Проблема подобных коррекций связана с тем, что прогнозирующая нейронная сеть должна быть достаточно точной и сама должна корректироваться чаще, чем управляющая сеть. Кроме того, коррекция весов управляющей сети во время полета способна существенно дестабилизировать управление. Поэтому, несмотря на то что в предыдущих наших работах [7, 8] решение задач управления одиночными аппаратами с большой и малой тягой было произведено с помощью управляющей и прогнозирующей нейронных сетей, многочисленные численные эксперименты убедили нас отказаться от этого способа адаптации нейронных сетей в текущей работе.

В работах [9, 10] решается задача аппроксимации функции оптимального управления малой тягой в орбитальном полете. Идея данных работ состоит в замыкании в единый контур нейронных сетей, выдающих значения сопряженных переменных, и обычного метода оптимизации, решающего краевую задачу из принципа максимума Понтрягина. Выход нейронных сетей используется как начальное приближение для метода решения краевой задачи, а выход обычного оптимизационного метода — как правильный пример для коррекции нейронных сетей. Кроме того, интересна идея выделения под каждый аппроксимируемый параметр своей нейронной сети. Этим приемом мы воспользуемся и в данной работе.

В работе [11] решается задача управления формацией с субмиллиметровой точностью с использованием методов детерминированного обучения — т.е. методов обучения с учителем, регулятор которых синтезируется с помощью методов Ляпунова и на основе нейронных сетей, веса которых подчиняются некоторым дифференциальным уравнениям, гарантирующим сходимость к оптимальным (в том или ином смысле) значениям. При этом регулятор на основе нейронных сетей является здесь помощником для основного регулятора (линейно-квадратичный регулятор) и способен подавить возмущения от сил светового давления и гравитации Луны. Основным регулятором в методах детерминированного обучения могут служить и другие регуляторы, например на основе скользящего управления [12].

Все перечисленные выше работы используют методы обучения с учителем для обучения моделей, аппроксимирующих оптимальные управляющие воздействия на космический аппарат. Что касается методов обучения с подкреплением, имеется большая группа работ немецкого специалиста в области прикладной математики Б. Дахвальда и его коллег [13–16]. Все эти работы нацелены на поиск оптимальных траекторий перелета в различных постановках задач. Основная идея состоит в том, чтобы аппроксимировать стратегию поведения агента (функцию управления) с помощью нейронных сетей, а их веса искать генетическими методами оптимизации. Эта связь между машинным обучением и эволюционным программированием особенно подчеркивается и обсуждается в обзорной работе [17]. Похожий метод также описан в работе [18], в которой ставится задача прецизионного управления формацией спутников, где для оптимизации применяется не генетический алгоритм, а метод роя частиц. Предлагаемый подход был протестирован на платформе Synchronized Position Hold Engage Reorient Experimental Satellites (SPHERES) [19] на борту *Международной космической станции*.

Наконец, отметим еще один крупный класс работ, использующих методы обучения с подкреплением. Это работы американских специалистов Р. Фурфаро и Б. Гаудета [20–24]. Все они посвящены задаче адаптивного управления аппаратом во время спуска на поверхность Марса или другого небесного тела. Оптимальное управление в первых двух работах ищется прямым методом (параметризация функции управления и оптимизация ее параметров). В трех последних работах оптимальное управление ищется непрямыми методами, т.е. таким образом, чтобы оно удовлетворяло уравнению оптимальности Беллмана.

Методы обучения с подкреплением, особенно в задачах с непрерывным множеством состояний и управляющих воздействий, характеризуются повышенной сложностью реализации подобных систем обучения и значительные затраты времени на обучение нейронных сетей даже в сравнительно простых случаях – например, задаче удержания математического маятника в неустойчивом положении равновесия. Многочисленные попытки авторов решить задачу текущей работы методами обучения с подкреплением не увенчались успехом, но результативными оказались методы обучения с учителем.

Итак, в работе разрабатывается адаптивная система управления формацией спутников, движущихся на низких околокруговых орбитах вокруг Земли, на основе нейронных сетей и с использованием силы атмосферного сопротивления. В разделе 2 описывается модель, в рамках которой рассматривается движение космических аппаратов. В разделе 3 ставится задача поддержания спутниковой формации, предлагается метод ее решения, описывается возникающая при этом оптимизационная процедура. В результате решения оптимизационной задачи для различных начальных данных формируется выборка, на которой обучаются две предлагаемые нами управляющие нейронные сети. Способ формирования выборки, метод обучения, архитектура нейронных сетей и результаты расчетов приводятся в разделе 4. В разделе 5 описывается метод адаптации системы управления к меняющимся параметрам спутников и плотности атмосферы, приводятся результаты работы метода. Далее следует заключение, в котором собраны все основные выводы исследования.

## 2. ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ

Рассматривается движение двух спутников вблизи круговой орбиты радиуса $R_{\text{ref}}$ вокруг Земли. Орбитальную скорость движения по орбите с радиусом $R_{\text{ref}}$ обозначим $V_{\text{ref}} = \sqrt{\mu_{\text{E}}/R_{\text{ref}}}$, где $\mu_{\text{E}}$ – гравитационный параметр Земли. Будем считать, что на спутники действует только сила гравитационного притяжения Земли и сила атмосферного сопротивления, а движение спутников определяется дифференциальными уравнениями

$$\dot{\mathbf{R}}_i = \mathbf{V}_i, \quad \dot{\mathbf{V}}_i = -\frac{\mu_{\text{E}}}{R_i^3}\mathbf{R}_i + \mathbf{F}_{a,i} + \mathbf{F}_{J2,i}, \quad i = 1,2, \qquad (1)$$

записанными в произвольной инерциальной системе координат $CXYZ$ с началом в центре масс Земли; для определенности будем считать, что плоскость $CXY$ инерциальной системы координат совпадает с плоскостью экватора Земли, а ось $CZ$ направлена вдоль оси вращения Земли. Здесь $\mathbf{R}_i = [X_i, Y_i, Z_i]$ – радиус-вектор $i$-го спутника, $\mathbf{V}_i$ – вектор его скорости, $\mathbf{F}_{a,i}$ – ускорение вследствие торможения в атмосфере, определяемое согласно кусочно-экспоненциальной модели атмосферы и вычисляемое по формуле

$$\mathbf{F}_{a,i} = -\frac{1}{2}\cdot\beta_i\cdot\rho\cdot V_i^2\cdot\frac{\mathbf{V}_i}{V_i}, \quad \rho = \rho_l\left(\frac{\rho_h}{\rho_l}\right)^{(h_i-h_0)/100},$$

где $\beta_i = c_{x,i}(A_i/m_i)$ – баллистический коэффициент $i$-го спутника, т.е. произведение коэффициента аэродинамического сопротивления $c_{x,i}$ и отношения площади $A_i$ к массе $m_i$, а параметры $\rho_l$, $\rho_h$ и $h_0$ зависят от высоты спутника $h_i = R_i - R_{\text{E}}$, $R_{\text{E}}$ – радиус Земли; параметр $h_0$ и высота $h_i$ в данной формуле выражены в километрах. Зависимость этих параметров от высоты определяется таблицами из справочника [25]. Вектор $\mathbf{F}_{J2,i}$ – это возмущающее ускорение со стороны второй зональной гармоники $J_2$, вычисляемое по формуле

$$\mathbf{F}_{a,i} = -\frac{3}{2}\cdot\mu_{\text{E}}\cdot J_2\cdot\frac{R_{\text{E}}^2}{R_i^5}\cdot\begin{bmatrix}\left(1-5Z_i^2/R_i^2\right)X_i\\ (1-5Z_i^2/R_i^2)Y_i\\ (3-5Z_i^2/R_i^2)Z_i\end{bmatrix}.$$

Система единиц для обезразмеривания уравнений движения была выбрана следующим образом:

$$\text{DU} = R_{\text{E}}, \quad \text{VU} = \sqrt{\mu_{\text{E}}/R_{\text{E}}}, \quad \text{TU} = \text{DU}/\text{VU},$$

где DU – это единица расстояния, VU – единица скорости, а TU – единица времени. В такой си-

**Таблица 1.** Принятые в данной работе численные значения используемых параметров

| Параметр | Название | Значение |
|---|---|---|
| $\mu_E$ | Гравитационный параметр Земли | $398600.44$ км$^3$/с$^2$ |
| $R_E$ | Радиус Земли | 6371 км |
| $R_{ref} - R_E$ | Высота круговой орбиты | 200 км |
| $J_2$ | Коэффициент при второй зональной гармонике | $1.0826 \cdot 10^{-3}$ |
| $c_{x,1}$ | Коэффициент аэродинамического сопротивления | 2.1 |
| $A_1/m_1$ | Отношения площади к массе первого спутника | 0.005–0.020 м$^2$/кг |
| $\beta_2$ | Баллистический коэффициент второго спутника | 0.01–0.04 м$^2$/кг |
| DU | Единица расстояния | 6371 км |
| VU | Единица скорости | 7.910 км/с |
| TU | Единица времени | 13.424 мин |

стеме единиц гравитационный параметр Земли равен единице.

В табл. 1 приведены числовые значения всех используемых параметров. Для первого спутника ($i = 1$) задан диапазон, которому принадлежит отношение площади к массе, это значение зависит от ориентации аппарата. Хотя угловое движение аппаратов не моделируется в данной работе, мы считаем отношение площади к массе первого аппарата переменной величиной, которой можно управлять и создавать таким образом различные возмущающие ускорения, действующие на первый аппарат со стороны атмосферы. Для второго аппарата приводится диапазон возможных значений баллистического коэффициента $\beta_2$. Истинное значение этого параметра считается неизвестным. Система управления в режиме реального полета должна будет адаптироваться к этому значению.

Введем орбитальную систему координат $Oxyz$. Начало $O$ поместим на круговую орбиту, радиус которой совпадает с радиусом первого аппарата в некоторый момент времени. Эту орбиту мы будем называть *опорной*. Каждый раз, когда она нам потребуется, ее параметры будут пересчитываться на основе параметров орбиты первого спутника и фиксироваться до следующего перерасчета. Положение и скорость движущейся точки $O$ на опорной орбите в инерциальной системе координат мы будем обозначать $\mathbf{R}_0$ и $\mathbf{V}_0$ соответственно. Ось $Ox$ направим вдоль радиус-вектора $\mathbf{R}_0$, ось $Oz$ направим вдоль вектора $\mathbf{R}_0 \times \mathbf{V}_0$, а ось $Oy$ выберем дополняющей до правой тройки систему $Oxyz$. В орбитальной системе координат положение $i$-го аппарата обозначим $\mathbf{r}_i$, а скорость – $\mathbf{v}_i$.

Фазовый вектор $i$-го аппарата в инерциальной системе координат обозначим как $\mathbf{X}_i = [\mathbf{R}_i, \mathbf{V}_i]$, а в орбитальной системе координат – как $\mathbf{x}_i = [\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i]$.

Уравнения (1) описывают основную модель движения космических аппаратов в формации, именно в рамках этой модели будет впоследствии моделироваться их движение. Кроме этой модели в работе также используются две другие вспомогательные модели движения – невозмущенная линеаризованная модель относительного движения и возмущенная силой атмосферного сопротивления линеаризованная модель относительного движения. А именно, в рамках невозмущенной линеаризованной модели относительного движения вводится понятие проективной круговой орбиты (PCO), а в рамках возмущенной линеаризованной модели относительного движения строится управление одним из спутников для противодействия дрейфу вдоль орбиты. Опишем эти модели подробнее.

В невозмущенной линеаризованной модели уравнения относительного движения линеаризуются относительно опорной кеплеровой орбиты. В данной работе будем полагать ее круговой, тогда соответствующие уравнения движения спутников называются уравнениями Хилла–Клохесси–Уилтшира и имеют вид:

$$\Delta\ddot{x} - 2n_0\Delta\dot{y} - 3n_0^2\Delta x = 0, \tag{2}$$

$$\Delta\ddot{y} + 2n_0\Delta\dot{x} = 0, \tag{3}$$

$$\Delta\ddot{z} + n_0^2\Delta z = 0, \tag{4}$$

где $\Delta\mathbf{x}_{12} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 = [\Delta\mathbf{r}_{12}, \Delta\mathbf{v}_{12}] = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta\dot{x}, \Delta\dot{y}, \Delta\dot{z}]$ – фазовый вектор второго аппарата относительно первого в орбитальной системе координат, а $n_0$ – среднее движение на опорной орбите. В рамках этой модели считается, что $|\Delta\mathbf{r}_{12}| \ll R_1$. Ограниченные в рамках этой модели траектории отвечают случаю $\Delta\dot{y}(t_0) = -2n_0\Delta x(t_0)$ (отсутствие дрейфа вдоль орбиты) и принимают следующую форму:

$$\Delta x(t) = \rho_x \sin(n_0(t - t_0) + \alpha_x),$$
$$\Delta y(t) = 2\rho_x \cos(n_0(t - t_0) + \alpha_x) + \rho_y,$$
$$\Delta z(t) = \rho_z \sin(n_0(t - t_0) + \alpha_z).$$

Здесь $\rho_x$, $\rho_y$, $\rho_z$, $\alpha_x$ и $\alpha_z$ являются константами, связанными с начальными условиями следующим образом:

$$\rho_x = \frac{1}{n_0}\sqrt{\Delta\dot{x}^2(t_0) + n_0^2\Delta x^2(t_0)}, \tag{5}$$

$$\rho_y = \Delta y(t_0) - \frac{2\Delta\dot{x}(t_0)}{n_0}, \tag{6}$$

$$\rho_z = \frac{1}{n_0}\sqrt{\Delta\dot{z}^2(t_0) + n_0^2\Delta z^2(t_0)}, \tag{7}$$

$$\alpha_x = \operatorname{arctg2}(n_0\Delta x(t_0), \Delta\dot{x}(t_0)), \tag{8}$$

$$\alpha_z = \operatorname{arctg2}(n_0\Delta z(t_0), \Delta\dot{z}(t_0)), \tag{9}$$

где $\operatorname{arctg2}(\xi, \eta)$ – это функция, которая определяется как угол на плоскости $(\xi, \eta)$ между положительным направлением оси $\xi$ и лучом из начала координат в точку $(\xi, \eta)$. Область значений данной функции примем равной $(-\pi, \pi]$.

Проективной круговой орбитой называют ограниченную в линейном приближении траекторию с $\alpha_x = \alpha_z$ и $\rho_z = 2\rho_x$. Заметим, что в этом случае $2\rho_x = \rho_z = R_{\text{PCO}}$ – величина, которую мы будем называть радиусом проективной круговой орбиты. Для определенности примем $R_{\text{PCO}} = 200$ м.

В рамках возмущенной линеаризованной модели относительного движения в правые части уравнений (2)–(4) добавляются проекции разности $\mathbf{F}_{a,2} - \mathbf{F}_{a,1}$ сил сопротивления атмосферы, действующих на спутники. В следующем разделе описываются постановка и решение задачи поддержания спутниковой формации в рамках этой модели.

## 3. ЗАДАЧА ПОДДЕРЖАНИЯ СПУТНИКОВОЙ ФОРМАЦИИ

Задача состоит в синтезе *адаптивного нейроуправления* орбитальным движением первого аппарата, при котором второй аппарат будет двигаться относительно первого по проективной круговой орбите определенного размера. Предполагается, что данное управление реализуется изменением миделева сечения первого аппарата и с некоторой частотой с помощью серии импульсов. Слово "нейроуправление" означает, что система управления первым аппаратом будет содержать нейронную сеть, а слово "адаптивность" подразумевает, что параметры этой сети будут настраиваться в режиме полета таким образом, чтобы удовлетворить каким-то выбранным изменяющимся условиям. Будем предполагать, что управление вторым аппаратом отсутствует.

Покажем, каким образом задачу синтеза управления для поддержания проективной круговой орбиты можно решить, используя классический подход. Для этого воспользуемся управляемым параметром $A_1/m_1$, чтобы с помощью атмосферы по возможности максимально сократить относительный дрейф аппаратов вдоль орбиты. Последующая серия импульсов, совершаемых первым аппаратом, направлена на полное устранение дрейфа и нацеливание на требуемые параметры проективной круговой орбиты.

Плотность атмосферы будем считать постоянной и одинаковой всюду и на всем интервале маневрирования.

Приступим непосредственно к постановке оптимизационной задачи, решение которой и дает требуемое управление для поддержания формации в нелинейной модели с возмущениями. Начнем с поиска значения отношения площади к массе $A_1/m_1$ у первого аппарата, такого, чтобы максимально сократить дрейф относительно второго аппарата. С одной стороны, разница в больших полуосях первого и второго аппарата в линейном приближении выражается формулой

$$\Delta a_0 = a_2(t_0) - a_1(t_0) = 4\Delta x(t_0) + 2\Delta\dot{y}(t_0)/n_0. \tag{10}$$

С другой стороны, из-за влияния атмосферы, в линейном приближении за период $T_0 = 2\pi/n_0$ опорной орбиты приращения большой полуоси первого и второго аппарата составят соответственно

$$\begin{aligned} \Delta a_1 &= a_1(t_0 + T_0) - a_1(t_0) = -2a_0^2 V_0 F_{a,1} T_0, \\ \Delta a_2 &= a_2(t_0 + T_0) - a_2(t_0) = -2a_0^2 V_0 F_{a,2} T_0, \end{aligned} \tag{11}$$

причем эти формулы выведены в предположении, что возмущающие ускорения $F_{a,1}$ и $F_{a,2}$ постоянны на витке и равны $F_{a,1} = \frac{1}{2}c_{x,1}(A_1/m_1)\rho V_0^2$, $F_{a,2} = \frac{1}{2}\beta_2\rho V_0^2$.

Условие отсутствия дрейфа через виток вдоль опорной орбиты выглядит следующим образом: $a_1(t_0 + T_0) = a_2(t_0 + T_0)$, что равносильно условию $\Delta a_1 = \Delta a_2 + \Delta a_0$.

Выразим в левой части отношение $A_1/m_1$ и получим $\dfrac{A_1}{m_1} = \dfrac{\Delta a_0 + \Delta a_2}{-a_0^2 V_0^3 T_0 \rho c_{x,1}}$.

Если рассчитанное по этой формуле значение оказывается меньше, чем минимально возможное значение $(A_1/m_1)_{\min}$, то принимаем $(A_1/m_1) = (A_1/m_1)_{\min}$. Если же это значение оказалось больше, чем максимально возможное значение $(A_1/m_1)_{\max}$, то принимаем $(A_1/m_1) = (A_1/m_1)_{\max}$.

Поэтому окончательно формула для отношения площади к массе запишется так:

$$\frac{A_1}{m_1} = \max\left(\left(\frac{A_1}{m_1}\right)_{\min}, \min\left(\frac{\Delta a_0 + \Delta a_2}{-a_0^2 V_0^3 T_0 \rho c_{x,1}}, \left(\frac{A_1}{m_1}\right)_{\max}\right)\right). \quad (12)$$

Обращаем внимание на то, что величина $\Delta a_2$ зависит от баллистического коэффициента второго аппарата $\beta_2$, который в режиме реального полета может быть неизвестен. В дальнейшем мы потребуем, чтобы разрабатываемое нейроуправление адаптировалось к этому неизвестному значению.

Итак, формула (12) позволяет вычислить отношение площади к массе для первого аппарата, чтобы с помощью атмосферы сократить дрейф второго аппарата. Соответствующее значение дифференциального ускорения торможения в атмосфере вычисляется по формуле $\Delta F = F_{a,2} - F_{a,1}$.

Теперь перейдем к поиску оптимальной серии импульсов для полного устранения дрейфа и попадания на целевую проективную круговую орбиту.

Ограничимся поиском серии четырех импульсов в пределах одного витка. Можно рассмотреть и иное число импульсов, распределенных на иных интервалах времени, но для определенности мы примем эти значения.

Пусть $t_1$, $t_2$, $t_3$ и $t_4$ – это моменты времени совершения импульсов $\Delta\mathbf{v}_1$, $\Delta\mathbf{v}_2$, $\Delta\mathbf{v}_3$ и $\Delta\mathbf{v}_4$ соответственно. По предположению, $t_0 \le t_1 < t_2 < t_3 < t_4 \le$ $\le t_0 + T_0$, где $T_0 = 2\pi/n_0$ – период опорной орбиты, а $t_0$ – момент начала маневрирования.

В результате применения импульсов скорости $\Delta\mathbf{v}_1$, $\Delta\mathbf{v}_2$, $\Delta\mathbf{v}_3$ и $\Delta\mathbf{v}_4$ первым аппаратом в моменты времени $t_1$, $t_2$, $t_3$ и $t_4$ относительный фазовый вектор второго аппарата с учетом воздействия постоянного возмущающего ускорения со стороны атмосферы в линейном приближении будет равен

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{x}(t_0 + T_0) &= \Phi(t_0 + T_0; t_0)\Delta\mathbf{x}(t_0) - \\ &- \Phi(t_0 + T_0 - t_1; t_0)\delta\mathbf{x}_1 - \Phi(t_0 + T_0 - t_2; t_0)\delta\mathbf{x}_2 - \\ &- \Phi(t_0 + T_0 - t_3; t_0)\delta\mathbf{x}_3 - \Phi(t_0 + T_0 - t_4; t_0)\delta\mathbf{x}_4 + \\ &+ \Delta F/n_0 \cdot [4\pi/n_0, -6\pi^2/n_0, 0, 0, -6\pi, 0],\end{aligned}$$

где $\delta\mathbf{x}_i = [0, 0, 0, \Delta\mathbf{v}_i]$, а матрица $\Phi(\tau_1; \tau_0)$ – это матрица перехода линеаризованной системы уравнений (2)–(4), она имеет следующий вид:

$$\Phi(\tau_1; \tau_0) = \\ = \begin{bmatrix} 4 - 3c & 0 & 0 & s/n_0 & 2(1-c)/n_0 & 0 \\ 6(s - \Delta u) & 1 & 0 & 2(c-1)/n_0 & (4s - 3\Delta u)/n_0 & 0 \\ 0 & 0 & c & 0 & 0 & s/n \\ 3n_0 s & 0 & 0 & c & 2s & 0 \\ 6n_0(c-1) & 0 & 0 & -2s & 4c-3 & 0 \\ 0 & 0 & -n_0 s & 0 & 0 & c \end{bmatrix},$$

где $\Delta u = n_0(\tau_1 - \tau_0)$, $s = \sin\Delta u$, $c = \cos\Delta u$.

Теперь, зная $\Delta\mathbf{x}(t_0 + T_0)$, по формулам (5) можно вычислить параметры относительной орбиты $\rho_x, \rho_y, \rho_z, \alpha_x, \alpha_z$ и сравнить их с требуемыми параметрами. Это дает четыре уравнения

$$\rho_x = R_{\text{PCO}}/2, \quad \rho_y = 0, \quad \rho_z = R_{\text{PCO}}, \quad \alpha_x = \alpha_z, \quad (13)$$

к которым следует также добавить условие отсутствия дрейфа

$$\Delta\dot{y}(t_0 + T_0) + 2n_0\Delta x(t_0 + T_0) = 0. \quad (14)$$

В результате получаются 5 уравнений, играющих роль ограничений-равенств в формулируемой оптимизационной процедуре. Ограничениями-неравенствами служат неравенства

$$t_0 < t_1, \quad t_1 < t_2, \quad t_2 < t_3, \quad t_3 < t_4, \quad t_4 < t_0 + T_0. \quad (15)$$

В качестве оптимизируемого функционала мы выбрали квадратичный функционал $J = \sum_{i=1}^{4} |\Delta\mathbf{v}_i|^2$.

Итак, мы привели основанное на классических подходах решение задачи о поддержании проективной круговой орбиты в линейной модели с возмущениями от силы сопротивления атмосферы. Именно в этих предположениях будет происходить обучение управляющих нейронных сетей, о которых подробно пойдет речь в следующем разделе. Моделирование работы этих нейронных сетей и управления будет производится в основной нелинейной модели движения (1).

## 4. УПРАВЛЯЮЩИЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Резюмируем в виде алгоритма предложенный в предыдущем разделе метод расчета всех необходимых для управления формацией параметров.

1. В момент времени $t_0$ даны расстояние до первого аппарата $R_1$, его скорость $V_1$, разница фазовых векторов аппаратов в орбитальной системе координат $\Delta\mathbf{x}_{12} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$, плотность атмосферы в точке, где расположен первый аппарат $\rho$, и баллистический коэффициент второго аппарата $\beta_2$.

2. На основании этих данных вычисляются большая полуось опорной орбиты $a_0$, скорость движения по опорной орбите $V_0$, среднее движение для опорной орбиты $n_0$, ее период $T_0$, невязка по большим полуосям аппаратов $\Delta a_0$ (10), изменение большой полуоси второго аппарата за период опорной орбиты $\Delta a_2$ (11), отношение площади к массе первого аппарата $A_1/m_1$ (12) и дифференциальное ускорение торможения $\Delta F$. Величины $\Delta a_2$, $A_1/m_1$ и $\Delta F$ зависят от баллистического коэффициента $\beta_2$ второго аппарата.

3. Ставится задача оптимизации целевой функции $J_1$ или $J_2$ при ограничениях-равенствах (13), (14) и ограничениях-неравенствах (15). В резуль-

тате решения оптимизационной задачи определяются моменты времени $t_1$, $t_2$, $t_3$, $t_4$ совершения импульсов скорости и сами импульсы $\Delta\mathbf{v}_1$, $\Delta\mathbf{v}_2$, $\Delta\mathbf{v}_3$, $\Delta\mathbf{v}_4$.

Оптимизационная задача решается с помощью метода последовательного квадратичного программирования, включающего метод активных множеств и линейный поиск. Для простоты моменты времени было решено зафиксировать и считать $n_0t_1 = \pi/6$, $n_0t_2 = 2\pi/3$, $n_0t_3 = 4\pi/3$, $n_0t_4 = 11\pi/6$, численные эксперименты показали, что выбор конкретных моментов времени слабо влияет на величину оптимизируемого функционала. Выбор других значений также возможен. Для фиксированных моментов времени необходимость в ограничениях-неравенствах отпадает.

Для управления движением первого аппарата предлагается использовать две управляющие сети. Одна сеть аппроксимирует отображение $[R_1, V_1, \Delta\mathbf{x}, \rho, \beta_2] \to [\Delta\mathbf{v}_1, \Delta\mathbf{v}_2, \Delta\mathbf{v}_3, \Delta\mathbf{v}_4]$ и будет обозначаться как функция $\mathbf{N}_{\Delta v} = \mathbf{N}_{\Delta v}(\mathbf{s})$, $\mathbf{s} = [R_1, V_1, \Delta\mathbf{x}, \rho, \beta_2]$. Эта функция принимает на вход 10 параметров и выдает 12 параметров. Вторая управляющая сеть аппроксимирует отображение $[R_1, V_1, \Delta x, \rho, \beta_2] \to A_1/m_1$ и будет обозначаться как функция $N_{A/m} = N_{A/m}(\mathbf{s})$. Эта функция принимает на вход 10 параметров и выдает 1 параметр. Аппроксиматор отношения $A_1/m_1$ выделяется в отдельную нейронную сеть для того, чтобы, с одной стороны, упростить аппроксимируемые отображения и тем самым повысить скорость их обучения, а также для того, чтобы выбрать ограниченную активационную функцию на выходном слое этой нейронной сети, так как отношение $A_1/m_1$ может принимать значения в определенном интервале.

Выборка для обучения нейронных сетей $\mathbf{N}_{\Delta v}$ и $N_{A/m}$ формировалась следующим образом. Сначала были случайным образом сформированы значения для входных переменных:

1. $R_1 \in U(R_{\text{ref}} - \Delta R, R_{\text{ref}} + \Delta R)$, $\Delta R = 10$ км,
2. $V_1 \in U(V_{\text{ref}} - \Delta V, V_{\text{ref}} + \Delta V)$, $\Delta V = 10$ м/с,
3. $\Delta\mathbf{r}_{12} \in U([-\Delta r, \Delta r]^3)$, $\Delta r = 200$ м,
4. $\Delta\mathbf{v}_{12} \in U([-\Delta v, \Delta v]^3)$, $\Delta v = 0.2$ м/с,
5. $\rho \in U(10^{-12}, 10^{-11})$ кг/м$^3$,
6. $\beta_2 \in U(0.01, 0.04)$ м$^2$/кг.

Здесь $U(a,b)$ означает равномерное распределение на интервале $[a,b]$, $U([a,b]^n)$ означает равномерное распределение в гиперкубе $[a,b]^n$. Для каждой реализации случайных величин было вычислено значение $A_1/m_1$ и найдены оптимальные значения $\Delta\mathbf{v}_1$, $\Delta\mathbf{v}_2$, $\Delta\mathbf{v}_3$, $\Delta\mathbf{v}_4$.

Начальные приближения для импульсов скорости выбирались нулевыми векторами. В некоторых случаях оптимизационная процедура не сходилась. В обучающую выборку попадали только те выходы оптимизационной процедуры, которые сигнализировали о сходимости процесса, т.е. когда градиент функции Лагранжа по модулю не превышал $10^{-6}$. В результате была сформирована выборка из 200 тысяч пар вход/выход.

Для обучения нейронных сетей использовалась библиотека Deep Learning Toolbox (Version 13.0) в среде Matlab (R2019b). Были проанализированы как неглубокие, так и глубокие нейронные сети прямого распространения с различным числом нейронов на скрытых слоях. Чтобы отличать нейронные сети с различным числом нейронов, мы будем называть нейронной сетью размера $m \times n$ нейронную сеть, у которой $n$ скрытых слоев и в каждом скрытом слое $m$ нейронов. Графы, которые образуют нейронные сети, являются полносвязными. На всех скрытых слоях активационной функцией был гиперболический тангенс $\text{th}(x)$. Другие широко применяемые активационные функции $\max(x, 0)$ и радиально-базисная функция во всех случаях дали худшую производительность и качество нейронной сети, чем функция $\text{th}(x)$. На выходном слое нейронной сети $\mathbf{N}_{\Delta v}$ активационная функция является тождественной функцией $\phi(x) = x$, чтобы не вводить искусственным образом ограничения на выход. На выходном слое нейронной сети $N_{A/m}$ взята активационная функция $\text{th}(x)$, так как эта величина имеет физические ограничения.

Обучение нейронных сетей выполнялось с помощью метода масштабируемых сопряженных градиентов (SCG). В качестве целевого функционала выбрано среднеквадратическое отклонение (MSE) выхода нейронных сетей от целевых значений. Перед обучением выборка была предварительно масштабирована таким образом, чтобы значения входных и целевых параметров лежали в интервале $[-1, 1]$. Выборка делилась на три части — обучающую, валидационную и тестовую — в соотношении 70/15/15 (обучающая выборка содержит 140000 элементов, валидационная и тестовая выборки — по 30000 элементов). Обучение сетей прекращалось только в случае, когда улучшение функционала на валидационной части отсутствовало 50 эпох подряд.

Кроме MSE для оценки качества нейронных сетей $\mathbf{N}_{\Delta v}$ различного размера удобно использовать следующий показатель:

$$Q_{N_{\Delta v}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4, Q_j = \\ = \frac{100\%}{|I_t|}\sum_{i\in I_t} \mathrm{I}\left(\frac{\left|\left(\Delta \mathbf{v}_j^p\right)_i - \left(\Delta \mathbf{v}_j^t\right)_i\right|}{\left|\Delta \mathbf{v}_j^t\right|} > 0.1\right),$$

где индекс $j = 1, 2, 3, 4$ нумерует импульс скорости, $I_t$ — множество индексов, отвечающее тестовой части выборки в общей выборке, $|I_t|$ — обозначает число элементов в множестве $I_t$, $i$ — номер примера из тестовой выборки, I — означает индикатор события, $p$ — означает величину на выходе нейронной сети, $t$ — означает целевое значение из тестовой выборки, а под нормой понимается обычная евклидова норма. По сути, величины $Q_j$ представляют собой доли случаев, когда относительная погрешность определения импульса превышает 10%. Величина $Q_{N_{\Delta v}}$ суммирует эти доли. В идеальном случае, если $Q_j = 0\%$, это будет означать, что относительная погрешность определения $\Delta\mathbf{v}_j$ в каждом тестовом примере не превышает 10%. В худшем случае $Q_j = 100\%$, это значит, что относительная погрешность определения $\Delta\mathbf{v}_j$ во всех тестовых примерах превысила 10%.

В табл. 2 приводятся результаты обучения нейронных сетей для различных архитектур. Также в таблице указаны значения $\mathrm{MSE}_{tr}$, $\mathrm{MSE}_{v}$, $\mathrm{MSE}_{test}$ среднеквадратичных ошибок, подсчитанных на обучающей, валидационной и тестовой частях выборки соответственно. Горизонтальная черта отделяет результаты для сетей с различным числом скрытых слоев.

Лучшая нейронная сеть отбиралась по следующему правилу. Во-первых, из рассмотрения были удалены все “дефектные” и переобученные нейронные сети, т.е. все сети, у которых $\mathrm{MSE}_{test}/\mathrm{MSE}_{tr} < 0.1$ и $\mathrm{MSE}_{test}/\mathrm{MSE}_{tr} > 10$. Во-вторых, были удалены нейронные сети, для которых существуют другие нейронные сети одновременно с меньшими значениями ошибок $\mathrm{MSE}_{tr}$, $\mathrm{MSE}_{v}$, $\mathrm{MSE}_{test}$ на обучающей, валидационной и тестовой частях выборки соответственно. В результате осталось пять нейронных сетей размера $100\times 2$, $60\times 3$, $80\times 3$, $90\times 3$ и $100\times 3$ (в табл. 2 соответствующие этим сетям строки выделены цветами). Далее мы объединили валидационную и тестовую части выборки (назовем ее тоже тестовой частью, а соответствующее значение MSE обозначим за $\mathrm{MSE}_{test}$) и для каждой нейронной сети получили значения $\mathrm{MSE}_{tr}$ и $\mathrm{MSE}_{test}$. Мы исключили нейронную сеть размера $100\times 3$, так как по сравнению с другими сетями $\mathrm{MSE}_{tr}$ у нее был незаметно лучше, а $\mathrm{MSE}_{test}$ сильно хуже. В результате мы оставили только сеть размера $90\times 3$, так как для нее оба значения $\mathrm{MSE}_{tr}$ и $\mathrm{MSE}_{test}$ оказались меньше, чем у остальных сетей.

Итак, в результате анализа среднеквадратичных ошибок мы остановились на сети размера $90\times 3$. Именно эта сеть и будет участвовать по всех дальнейших расчетах. Судя по табл. 2, в 2.82% тестовых случаев относительная ошибка исполнения первого импульса превысила 10%. В 12.86% случаев относительная ошибка исполнения второго импульса превысила 10%. В 15.81% случаев относительная ошибка исполнения третьего импульса превысила 10%. И, наконец, в 8.57% случаев относительная ошибка исполнения четвертого импульса превысила 10%.

Что касается сети $N_{A/m}$, ее качество, помимо $\mathrm{MSE}_{tr}$, $\mathrm{MSE}_{v}$, $\mathrm{MSE}_{test}$, оценивалось аналогичным образом:

$$Q_{N_{A/m}} = \frac{100\%}{|I_t|}\sum_{i\in I_t} \mathrm{I}\left(\frac{\left|(A_1/m_1)_i^p - (A_1/m_1)_i^t\right|}{\left|(A_1/m_1)_i^t\right|} > 10^{-5}\right),$$

где индекс $i$ пробегает все тестовые элементы выборки, индекс $p$ означает выход нейронной сети, $t$ означает целевое значение. Результаты обучения нейронных сетей $N_{A/m}$ различных размеров приведены в табл. 3.

Лучшая нейронная сеть отбиралась тем же способом, что и сеть $\mathbf{N}_{\Delta v}$: сначала были удалены дефектные и переобученные сети, потом все сети, для которых были найдены сети лучше по всем показателям $\mathrm{MSE}_{tr}$, $\mathrm{MSE}_{v}$, $\mathrm{MSE}_{test}$. Объединять тестовую и валидационную выборку не пришлось, в результате этих двух шагов была обнаружена лучшая сеть — она имеет размер $80\times 3$. Как следует из табл. 3, для этой сети относительная ошибка определения $A_1/m_1$ на тестовой части выборки превысила 0.001% только в 3.54% случаев.

## 5. АДАПТАЦИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Перейдем к процессу адаптации управления к различным значениям баллистического коэффициента $\beta_2$ второго аппарата.

Движение космических аппаратов моделируется согласно уравнениям движения (1). Процесс моделирования состоит из двух циклов: внешнего (эпизоды) и внутреннего (шаги). Каждый эпизод начинался со случайно сгенерированного состояния $\mathbf{s} = [R_1, V_1, \Delta\mathbf{x}, \rho, \beta_2]$, где значение баллистического коэффициента $\beta_2$ является оценкой истинного и неизвестного для первого аппарата баллистического коэффициента $\beta_2^{\text{true}}$ второго аппарата. Заметим, что плотность атмосферы $\rho$ мы берем здесь случайной величиной, равномерно распределенной на интервале $[10^{-12}, 10^{-11}]$ кг/м$^3$. Это позволит нам, с одной стороны, не привязываться к конкретной модели атмосферы, а с другой сторо-

**Таблица 2.** Качество нейронных сетей $\mathbf{N}_{\Delta v}$ различных размеров. Цветами выделены отобранные недефектные и непереобученные сети. По результатам анализа выбрана сеть размера $90 \times 3$, соответствующая строка выделена оранжевым цветом

| $m \times n$ | $\mathrm{MSE}_{tr}$, $10^{-5}$ | $\mathrm{MSE}_{v}$, $10^{-5}$ | $\mathrm{MSE}_{test}$, $10^{-5}$ | $Q_1$, % | $Q_2$, % | $Q_3$, % | $Q_4$, % | $Q$, % |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 × 1 | 7.19 | 7.60 | 7.15 | 10.80 | 53.75 | 58.13 | 41.99 | 164.67 |
| 20 × 1 | 5.87 | 6.44 | 6.25 | 9.49 | 45.20 | 44.48 | 28.24 | 127.40 |
| 30 × 1 | 4.60 | 4.62 | 4.19 | 4.83 | 23.80 | 26.24 | 14.14 | 69.01 |
| 40 × 1 | 6.00 | 6.12 | 5.91 | 9.06 | 43.41 | 42.40 | 27.63 | 122.49 |
| 50 × 1 | 4.22 | 4.13 | 4.25 | 4.12 | 17.66 | 21.64 | 10.95 | 54.37 |
| 60 × 1 | 4.22 | 4.35 | 4.05 | 4.12 | 19.40 | 22.81 | 10.82 | 57.15 |
| 70 × 1 | 3.89e | 4.21 | 4.28 | 3.72 | 17.32 | 20.73 | 10.74 | 52.50 |
| 80 × 1 | 4.27e | 4.01 | 4.22 | 4.58 | 19.82 | 24.07 | 11.60 | 60.06 |
| 90 × 1 | 4.14e | 4.22 | 4.15 | 4.13 | 16.75 | 21.51 | 10.48 | 52.87 |
| 100 × 1 | 4.61 | 4.11 | 4.26 | 4.86 | 22.37 | 26.23 | 13.25 | 66.71 |
| 10 × 2 | 5.86 | 5.67 | 5.53 | 7.65 | 45.29 | 51.98 | 34.17 | 139.09 |
| 20 × 2 | 4.64 | 5.13 | 4.91 | 5.26 | 27.89 | 44.98 | 25.80 | 103.93 |
| 30 × 2 | 3.83 | 4.07 | 3.32 | 3.56 | 16.09 | 20.19 | 10.22 | 50.07 |
| 40 × 2 | 3.46 | 3.95 | 3.79 | 3.15 | 14.29 | 18.50 | 8.87 | 44.81 |
| 50 × 2 | 3.40 | 3.30 | 3.57 | 3.11 | 13.50 | 16.47 | 8.58 | 41.66 |
| 60 × 2 | 3.65 | 3.74 | 3.55 | 3.46 | 16.09 | 21.92 | 11.94 | 53.40 |
| 70 × 2 | 3.44 | 3.50 | 3.34 | 3.39 | 16.86 | 22.04 | 10.48 | 52.77 |
| 80 × 2 | 3.17 | 3.31 | 3.18 | 2.91 | 11.69 | 14.08 | 7.95 | 36.64 |
| 90 × 2 | 3.17 | 3.00 | 3.24 | 2.54 | 10.55 | 13.15 | 7.53 | 33.77 |
| 100 × 2 | 2.95 | 3.30 | 2.93 | 1.99 | 9.11 | 11.45 | 7.10 | 29.65 |
| 10 × 3 | 4.94 | 5.11 | 4.43 | 6.83 | 30.40 | 43.82 | 25.86 | 106.91 |
| 20 × 3 | 3.83 | 3.78 | 4.22 | 3.28 | 16.06 | 35.99 | 22.37 | 77.70 |
| 30 × 3 | 3.50 | 3.84 | 3.44 | 3.45 | 16.75 | 19.34 | 10.27 | 49.81 |
| 40 × 3 | 3.49 | 3.28 | 3.23 | 2.88 | 13.73 | 16.72 | 8.04 | 41.37 |
| 50 × 3 | 3.02 | 3.08 | 3.12 | 3.00 | 13.38 | 16.90 | 8.93 | 42.21 |
| 60 × 3 | 2.97 | 3.17 | 3.03 | 3.12 | 14.04 | 18.02 | 9.21 | 44.39 |
| 70 × 3 | 3.26 | 3.42 | 3.54 | 3.38 | 14.53 | 19.87 | 9.10 | 46.87 |
| 80 × 3 | 3.19 | 3.24 | 2.94 | 3.08 | 14.61 | 18.17 | 9.49 | 45.34 |
| 90 × 3 | 2.88 | 2.86 | 3.10 | 2.79 | 12.86 | 15.81 | 8.57 | 40.02 |
| 100 × 3 | 2.82 | 3.17 | 3.43 | 2.82 | 13.56 | 16.49 | 8.72 | 41.59 |

ны, — протестировать нейроуправление в более сложных условиях.

После инициализации состояния системы $s$ шла последовательность шагов, на каждом из которых в течение одного витка выполнялось маневрирование первого аппарата: управляющие нейронные сети выдавали требуемые $A_1/m_1$ и импульсы скорости. Очередное маневрирование выполнялось сразу после завершения предыдущего маневрирования, хотя можно включить и пассивное движение аппаратов после маневрирования. В начале каждого шага параметры опорной орбиты пересчитывались: большая полуось, наклонение, долгота восходящего узла и истинная долгота брались равными соответствующим значениям для первого аппарата в конце интервала маневрирования, а эксцентриситет опорной орбиты полагался равным нулю.

Истинное значение баллистического коэффициента $\beta_2^{\text{true}}$ второго аппарата неизвестно первому аппарату. На вход $\beta_2$ для управляющих нейронных сетей подавалось фиксированное (тестовое) значение. Для того чтобы понять, насколько хорошо подходит выбранное тестовое значение $\beta_2$, мы накапливали статистику — евклидову норму векто-

**Таблица 3.** Качество нейронных сетей $N_{A/m}$ различных размеров. Оранжевым цветом выделена строка с сетью $80 \times 3$, отобранной по результатам анализа качества

| $m \times n$ | $\mathrm{MSE}_{tr}, 10^{-6}$ | $\mathrm{MSE}_{\mathrm{v}}, 10^{-6}$ | $\mathrm{MSE}_{test}, 10^{-6}$ | $Q_{N_{A/m}}$, % |
|---|---|---|---|---|
| 10 × 1 | 206 | 213 | 204 | 11.51 |
| 20 × 1 | 181 | 193 | 187 | 9.05 |
| 30 × 1 | 199 | 216 | 190 | 11.83 |
| 40 × 1 | 192 | 209 | 219 | 11.81 |
| 50 × 1 | 192 | 214 | 203 | 11.56 |
| 60 × 1 | 191 | 207 | 192 | 10.61 |
| 70 × 1 | 197 | 220 | 220 | 12.08 |
| 80 × 1 | 192 | 215 | 218 | 12.50 |
| 90 × 1 | 209 | 221 | 224 | 12.02 |
| 100 × 1 | 186 | 227 | 234 | 12.02 |
| 10 × 2 | 34.4 | 36.7 | 35.6 | 5.58 |
| 20 × 2 | 11.4 | 12.6 | 14.1 | 4.17 |
| 30 × 2 | 3.30 | 3.80 | 4.38 | 3.43 |
| 40 × 2 | 16.7 | 18.7 | 18.6 | 4.36 |
| 50 × 2 | 2.66 | 4.03 | 5.38 | 3.53 |
| 60 × 2 | 23.9 | 31.3 | 32.7 | 4.91 |
| 70 × 2 | 6.86 | 9.46 | 10.2 | 3.54 |
| 80 × 2 | 5.27 | 20.5 | 19.2 | 3.85 |
| 90 × 2 | 21.0 | 36.6 | 32.1 | 4.41 |
| 100 × 2 | 17.6 | 29.8 | 32.6 | 4.25 |
| 10 × 3 | 187 | 191 | 186 | 12.88 |
| 20 × 3 | 2.91 | 3.69 | 4.14 | 3.80 |
| 30 × 3 | 5.36 | 8.26 | 7.48 | 3.77 |
| 40 × 3 | 4.73 | 11.5 | 7.39 | 3.95 |
| 50 × 3 | 1.31 | 4.10 | 4.71 | 3.38 |
| 60 × 3 | 4.38 | 10.9 | 10.9 | 4.09 |
| 70 × 3 | 0.163 | 1.64 | 1.98 | 3.03 |
| 80 × 3 | 1.98 | 8.36 | 13.5 | 3.54 |
| 90 × 3 | 0.0238 | 0.992 | 2.58 | 2.95 |
| 100 × 3 | 1.43 | 12.6 | 9.98 | 3.50 |

ра $\Delta = [\rho_x - R_{\mathrm{PCO}}/2,\ \rho_y,\ \rho_z - R_{\mathrm{PCO}},\ \sin\alpha_x - \sin\alpha_z,\ \cos\alpha_x - \cos\alpha_z]$, где $\rho_x$, $\rho_y$, $\rho_z$, $\alpha_x$, $\alpha_z$ — параметры относительной орбиты, на которой оказался второй аппарат в результате маневрирования первого аппарата. Эти числа рассчитывались по формулам (5).

Итак, пусть в результате моделирования эпизодов и шагов была собрана выборка из $|\Delta_i|$, $i = 1,\ldots,K$, объема $K$. Мерой качества управления с выбранным значением $\beta_2$ мы считаем выборочное среднее $\Delta(\beta_2) = \dfrac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}|\Delta_i(\beta_2)|$.

Задача адаптации управления к истинному значению $\beta_2$ ставится как одномерная оптимизационная задача $\Delta \to \min_{\beta_2}$. Предполагается, что аппарат будет решать эту оптимизационную задачу в режиме полета, поэтому схема оптимизации должна быть по возможности наиболее простой с вычислительной точки зрения.

Численные эксперименты показали, что эту задачу можно решать неградиентным методом оптимизации Хука–Дживса (pattern search, [26]). Ниже приводится алгоритм оптимизационной процедуры.

1. Выбрать какое-либо значение $\beta_2$ из области значений, на которой обучались нейронные сети. В нашем случае это был интервал $[0.01, 0.04]$ м$^2$/кг.

2. Провести моделирование полета аппаратов с фиксированным значением $\beta_2$ на входе в управляющие нейронные сети. Подавать на вход управляющим нейронным сетям случайное значение плотности атмосферы, распределенное равномерно на интервале $[10^{-12}, 10^{-11}]$ кг/м$^3$. Сформировать выборку из $|\Delta_i|$, $i = 1,\ldots,K$, невязок по параметрам относительной орбиты и вычислить выборочное среднее $\Delta(\beta_2) = \dfrac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}|\Delta_i(\beta_2)|$.

3. Выполнить пункт 2 для соседних значений $\beta_2 - \delta\beta_2$ и $\beta_2 + \delta\beta_2$, где $\delta_2$ можно выбрать, например, равной 0.01. Вычислить таким образом значения $\Delta(\beta_2 - \delta\beta_2)$ и $\Delta(\beta_2 + \delta\beta_2)$.

4. В качестве нового значения $\beta_2$ выбрать то значение из $\beta_2 - \delta\beta_2$, $\beta_2$ и $\beta_2 + \delta\beta_2$, для которого функционал $\Delta$ оказался минимальным. Если таковым оказалось значение $\Delta(\beta_2)$, то шаг $\delta\beta_2$ уменьшается, например, в 2 раза и пункты и 4 выполняются заново. Иначе перейти к пункту 2.

Расчеты прекращаются, если $\delta\beta_2 < \varepsilon$, где $\varepsilon$ можно взять, например, равным $10^{-3}$ м$^2$/кг. Заметим, что в случаях, когда $\delta\beta_2$ не меняется, а $\beta_2$ все время только увеличивается или только уменьшается, то получаются значения функционала $\Delta$ на равномерной сетке. Память значений на этой сетке функционала позволяет не проводить моделирование в уже рассмотренных узлах сетки.

На рис. 1 приведен график функции $\Delta(\beta_2)$ на равномерной сетке из 100 значений. Число используемых для расчета эпизодов и шагов равнялось 50. Негладкость функции объясняется тем, что в процессе моделирования используются случайные величины.

В табл. 4 приводятся итерации метода оптимизации для случая, когда $\beta_2^{\mathrm{true}} = 0.03$ м$^2$/кг, начальное значение $\beta_2 = 0.015$ м$^2$/кг, начальный шаг $\delta\beta_2 = 0.01$ м$^2$/кг, критерием остановки служило значение $\varepsilon = 0.001$ м$^2$/кг, число эпизодов равно 30, число шагов в каждом эпизоде равно 20. В случаях, когда необходимо было обновить шаг $\delta\beta_2$, он уменьшался в 2 раза. Всего было выполнено 8 итераций. Табл. 4 показывает, как быстро происходит сходимость процедуры: после первой итерации получается решение, которое отличается от точного (0.03 м$^2$/кг) на 0.005 м$^2$/кг. После 4 итераций решение отличается от точного на 0.0025 м$^2$/кг.

На рис. 2 показано распределение нормы вектора невязки по параметрам относительной орбиты, когда оптимизация проводилась для случая $\beta_2 = 0.015$ м$^2$/кг (до адаптации) и $\beta_2 = 0.0269$ м$^2$/кг (после адаптации). Гистограммы же построены для более объемной выборки – когда число эпизодов и число шагов в каждом из них равно 50. Видно, что доля случаев, когда невязка велика (скажем, 0.25), уменьшилась, а доля случаев, когда невязка мала, – увеличилась.

Число эпизодов и число шагов являются свободными параметрами метода. Эти числа должны быть достаточно велики, чтобы получить репрезентативную выборку невязок по параметрам относительной орбиты и устойчивое значение среднего $\Delta$. Впрочем, выбор меньших их значений тоже может привести к решению, близкому к истинному значению $\beta_2^{\text{true}}$. Например, в табл. 5 можно найти примеры итераций для случая, когда число эпизодов и число шагов в каждом из них равно 10. Это значит, что для сбора статистики и оценки $\Delta$ требуется порядка 100 витков вдоль опорной орбиты, т.е. порядка 6.4 дней. Учитывая, что число итераций метода равно 8 и на каждой итерации приходится 1–2 раза собирать статистику, то на адаптацию в целом будет уходить от 50 до 100 дней. Рис. 3 показывает, как меняется распределение невязок по параметрам относительной орбиты до и после адаптации в этом случае. Как и раньше, гистограммы построены для

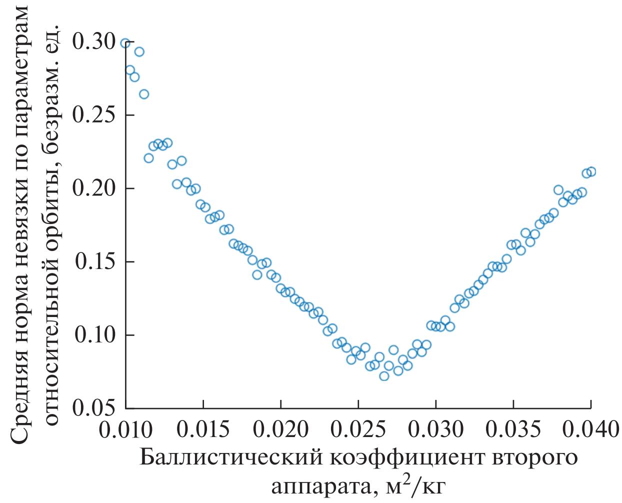


**Рис. 1**

более объемной выборки – когда число эпизодов и число шагов в каждом из них равно 50.

Гистограммы, показанные на рис. 2 и 3, очень похожи, это объясняется тем, что найденные оптимальные значение $\beta_2$ в обоих случаях оказались одинаковыми. Разница имеет место лишь потому, что во время оптимизации при моделировании были разные последовательности реализаций случайных величин, так как число эпизодов и число шагов отличались.

Отметим, наконец, что адаптация стала возможной даже для случая, когда рассматривался только один эпизод и 5 шагов. Результаты расчетов приводятся в табл. 6 и на рис. 4. Таким образом, для накопления статистики было достаточно сделать 5 витков по орбите. Это значит, что на весь процесс адаптации будет уходить порядка 2.5–5 дней. Кроме того, заметим, что малое число витков для накопления статистики может быть

**Таблица 4.** Итерации во время адаптации значения $\beta_2$ в случае, когда $\beta_2^{\text{true}} = 0.03$ м$^2$/кг, начальное значение $\beta_2 = 0.015$ м$^2$/кг, начальный шаг $\delta\beta_2 = 0.01$ м$^2$/кг. Критерием остановки служило значение $\varepsilon = 0.001$ м$^2$/кг, число эпизодов равно 30, число шагов в каждом эпизоде равно 20

| Номер итерации | $\beta_2$, м$^2$/кг | $\delta\beta_2$, м$^2$/кг | $\Delta(\beta_2 - \delta\beta_2)$ | $\Delta(\beta_2)$ | $\Delta(\beta_2 + \delta\beta_2)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0150 | 0.0100 | 0.38645 | 0.19621 | 0.09407 |
| 2 | 0.0250 | 0.0100 | 0.19631 | 0.09407 | 0.16965 |
| 3 | 0.0250 | 0.0050 | 0.15086 | 0.09407 | 0.10525 |
| 4 | 0.0250 | 0.0025 | 0.12432 | 0.09407 | 0.08629 |
| 5 | 0.0275 | 0.0025 | 0.10068 | 0.08629 | 0.10016 |
| 6 | 0.0275 | 0.0013 | 0.08722 | 0.08629 | 0.10426 |
| 7 | 0.0275 | 0.0006 | 0.08597 | 0.08629 | 0.09406 |
| 8 | 0.0269 | 0.0006 | 0.08810 | 0.08597 | 0.09344 |

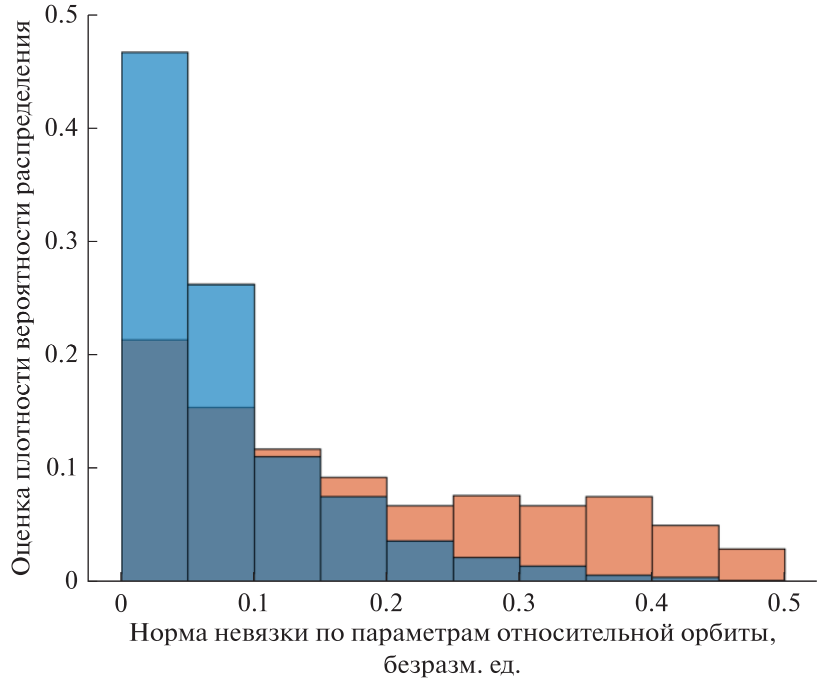


**Рис. 2.** Во время оптимизации число эпизодов равно 30, число шагов в каждом эпизоде равно 20. Оценка распределения до оптимизации (красное) и после оптимизации (синяя) выполняется на 50 эпизодах и 50 шагах в каждом эпизоде.

особенно важно на раннем этапе адаптации, чтобы как можно раньше попасть в область значений $\beta_2$, близких к истинному значению.

Качество полета можно улучшить, адаптируясь также к истинному неизвестному значению плотности атмосферы $\rho^{true}$. Будем для простоты считать, что $\rho^{true}$ не зависит от времени, а на вход управляющим нейронным сетям подается тестовое фиксированное значение плотности атмосферы $\rho$. В таком случае функционал $\Delta = \Delta(\beta_2, \rho)$ становится функцией уже двух переменных. Задача адаптации управления к истинным значениям $\beta_2$ и $\rho$ ставится как двумерная задача оптимизации $\Delta \to \min_{\beta_2,\rho}$. Эту задачу можно решать тем же неградиентным методом оптимизации Хука–Дживса, но в этом случае решение ищется уже не на отрезке, а на некотором прямоугольнике в двумерном пространстве. Алгоритм, приведенный выше для одномерной оптимизации, естественным образом обобщается на двумерный (и на любой многомерный) случай, для этого в окрестности каждого вектора $(\beta_2, \rho)$ на каждой итерации рассматриваются векторы $(\beta_2 - \delta\beta_2, \rho)$, $(\beta_2 + \delta\beta_2, \rho)$,

**Таблица 5.** Итерации во время адаптации значения $\beta_2$ в случае, когда $\beta_2^{true} = 0.03$ м$^2$/кг, начальное значение $\beta_2 = 0.015$ м$^2$/кг, начальный шаг $\delta\beta_2 = 0.01$ м$^2$/кг. Критерием остановки служило значение $\varepsilon = 0.001$ м$^2$/кг, число эпизодов равно 10, число шагов в каждом эпизоде равно 10

| Номер итерации | $\beta_2$, м$^2$/кг | $\delta\beta_2$, м$^2$/кг | $\Delta(\beta_2 - \delta\beta_2)$ | $\Delta(\beta_2)$ | $\Delta(\beta_2 + \delta\beta_2)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0150 | 0.0100 | 0.36112 | 0.21124 | 0.08654 |
| 2 | 0.0250 | 0.0100 | 0.19902 | 0.08654 | 0.16229 |
| 3 | 0.0250 | 0.0050 | 0.17726 | 0.08654 | 0.13510 |
| 4 | 0.0250 | 0.0025 | 0.10291 | 0.08654 | 0.08343 |
| 5 | 0.0275 | 0.0025 | 0.08756 | 0.08343 | 0.09498 |
| 6 | 0.0275 | 0.0013 | 0.08434 | 0.08343 | 0.09998 |
| 7 | 0.0275 | 0.0006 | 0.07863 | 0.08343 | 0.09430 |
| 8 | 0.0269 | 0.0006 | 0.08785 | 0.07863 | 0.09508 |

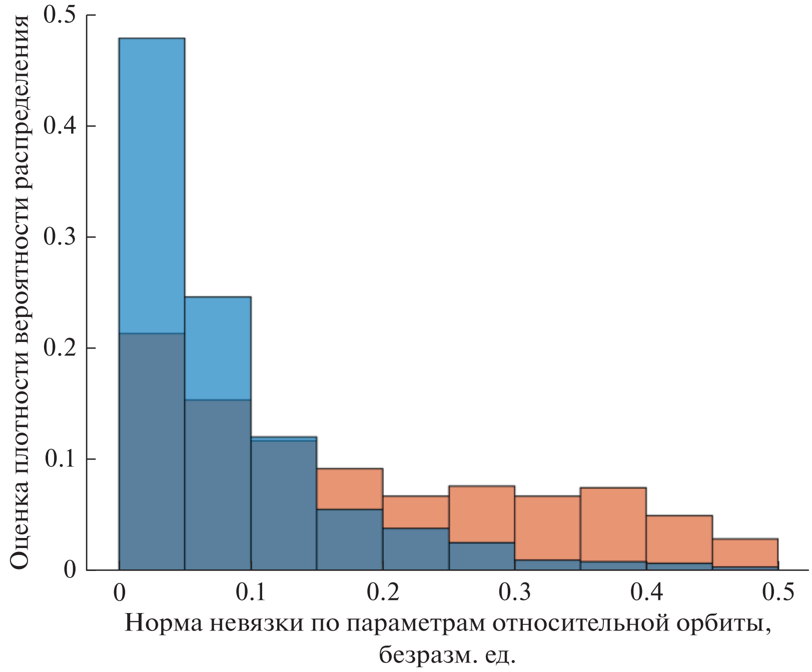


**Рис. 3.** Во время оптимизации число эпизодов равно 10, число шагов в каждом эпизоде равно 10. Оценка распределения до и после оптимизации как на рис. 2.

$(\beta_2, \rho - \delta\rho)$, $(\beta_2, \rho + \delta\rho)$, где, как и раньше, $\delta\beta_2$ – шаг по значениям $\beta_2$, а $\delta\rho$ – шаг по значениям $\rho$.

На рис. 5 изображены значения $\Delta(\beta_2, \rho_2)$ нормы невязки по параметрам относительной орбиты для различных значений параметров $\beta_2$ и $\rho_2$. Значения $\Delta(\beta_2, \rho_2)$ рассчитывались для случая, когда $\beta_2^{\text{true}} = 0.03$ м$^2$/кг, $\rho^{\text{true}} = 8 \cdot 10^{-12}$ кг/м$^3$, число эпизодов и число шагов в каждом эпизоде равнялось 50. Хорошо видно, что минимальные значения этой функции сосредоточены в окрестности истинных значений параметров $\beta_2$ и $\rho_2$.

На рис. 6 показано распределение нормы невязки по параметрам относительной орбиты до и после адаптации для случая, когда число эпизодов и шагов равно 10. Моделирование проводилось для значений $\beta_2^{\text{true}} = 0.03$ м$^2$/кг, $\rho^{\text{true}} = 8 \cdot 10^{-12}$ кг/м$^3$, начальные приближения для оптимизационной процедуры выбраны равными $\beta_2 = 0.015$ м$^2$/кг, $\rho = 5 \cdot 10^{-12}$ кг/м$^3$. Для верификации результатов гистограммы построены в результате моделирования 50 эпизодов и 50 шагов в каждом эпизоде. Видно, что адаптация существенно повышает точность управления и, более того, она становится даже выше, чем в случаях, когда плотность атмосферы не адаптируется (ср. с рис. 3).

Следует отметить, что адаптация одновременно двух параметров требует в 2–4 раза больше

**Таблица 6.** Итерации во время адаптации значения $\beta_2$ в случае, когда $\beta_2^{\text{true}} = 0.03$ м$^2$/кг, начальное значение $\beta_2 = 0.015$ м$^2$/кг, начальный шаг $\delta\beta_2 = 0.01$ м$^2$/кг. Критерием остановки служило значение $\varepsilon = 0.001$ м$^2$/кг, число эпизодов равно 1, число шагов в каждом эпизоде равно 5

| Номер итерации | $\beta_2$, м$^2$/кг | $\delta\beta_2$, м$^2$/кг | $\Delta(\beta_2 - \delta\beta_2)$ | $\Delta(\beta_2)$ | $\Delta(\beta_2 + \delta\beta_2)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.0150 | 0.0100 | 0.32831 | 0.22958 | 0.12593 |
| 2 | 0.0250 | 0.0100 | 0.18645 | 0.12593 | 0.35300 |
| 3 | 0.0250 | 0.0050 | 0.13368 | 0.12593 | 0.32613 |
| 4 | 0.0250 | 0.0025 | 0.05039 | 0.12593 | 0.02982 |
| 5 | 0.0275 | 0.0025 | 0.08887 | 0.02982 | 0.07011 |
| 6 | 0.0275 | 0.0013 | 0.17544 | 0.02982 | 0.14247 |
| 7 | 0.0275 | 0.0006 | 0.09733 | 0.02982 | 0.04134 |

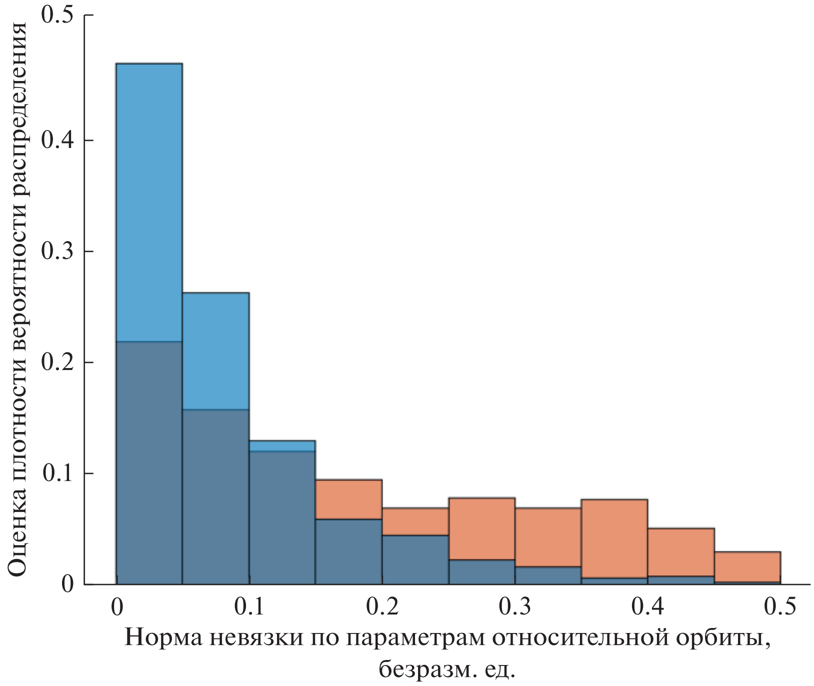


**Рис. 4.** Во время оптимизации число эпизодов равно 1, число шагов равно 5. Оценка распределения до и после оптимизации как на рис. 2.

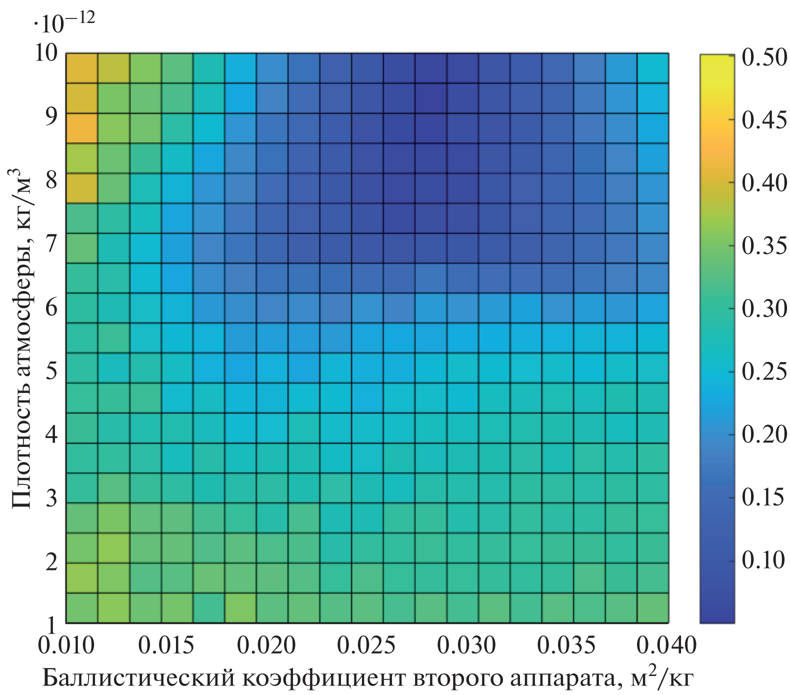


**Рис. 5**

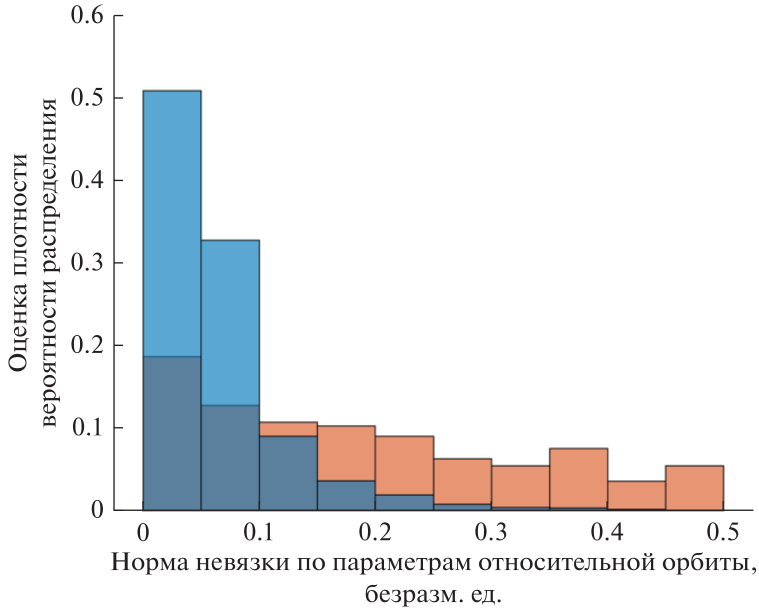


**Рис. 6.** Как на рис. 3.

формирований выборки для невязки $\Delta$. Кроме того, численные эксперименты показали, что объем выборки из $\Delta$ должен быть в несколько раз больше, чем объем выборки, достаточный для адаптации только коэффициента $\beta_2$. Например, если взять один эпизод и 5 шагов, то результат адаптации не будет удовлетворительным. Поэтому время полета от момента начала адаптации к параметрам до конца увеличивается в десятки раз. Из рис. 5 видно, что если оценка плотности атмосферы отклонена от истинного значения не более чем на $2 \cdot 10^{-12}$ кг/м$^3$, то можно адаптировать только $\beta_2$.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим основные выводы, которые следуют из проделанной работы.

Задачу построения нейроуправления формацией двух спутников на низких околоземных орбитах лучше выстраивать в рамках методов обучения с учителем, нежели в рамках методов обучения с подкреплением.

Хотя в некоторых задачах идея введения управляющей и прогнозирующей нейронных сетей является естественной, в данном случае эта идея оказалась неэффективной, так как коррекция весов нейронных сетей дестабилизирует управление. В приведенной работе есть только управляющие нейронные сети, а задача адаптации нейроуправления может быть эффективно решена как задача подбора входных параметров управляющих сетей, а не как задача коррекции весов этих сетей.

Чтобы добиться высокой точности аппроксимации нейронными сетями функции управления, потребовалось использовать глубокие нейронные сети – с числом скрытых слоев не менее 3.

Средняя невязка попадания на номинальную относительную орбиту (проективную круговую) оказалась унимодальной функцией баллистического коэффициента неуправляемого аппарата и плотности атмосферы, рассматриваемых как входы в управляющие нейронные сети. Задачу адаптации (как оптимизационную задачу) можно решать неградиентными методами.

Удовлетворительные результаты адаптации получаются даже в случае, когда адаптируется только баллистический коэффициент второго аппарата: на сбор статистики о точности попадания на номинальную орбиту требуется около 8 ч, а вся процедура адаптации занимает от 2.5 до 5 дней. Лучше результаты адаптации получатся в случае, если адаптируются оба параметра – баллистический коэффициент и плотность атмосферы. Однако время для сбора статистики требуется увеличить в десятки раз.

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (Соглашение №075-15-2020-808).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Вьюгин В.В.* Математические основы машинного обучения и прогнозирования. М.: МЦНМО, 2014.
2. *Саттон Р.С., Барто Э.Г.* Обучение с подкреплением. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.
3. *KrishnaKumar K., Rickard S., Bartholomew S.* Adaptive neuro-control for spacecraft attitude control // Neuro-

computing. 1995. V. 9. № 2. P. 131–148. https://doi.org/10.1016/0925-2312(94)00062-W

4. *Biggs J.D., Fournier H.* Neural-Network-Based Optimal Attitude Control Using Four Impulsive Thrusters // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2020. V. 43. № 2. P. 299–309. https://doi.org/10.2514/1.G004226
5. *Wright W.A.* Stochastic tuning of a spacecraft controller using neural networks // Engineering Applications of Artificial Intelligence. 1995. V. 8. № 6. P. 651–656. https://doi.org/10.1016/0952-1976(95)00043-7
6. *Domingo V., Fleck B., Poland A.I.* SOHO: The Solar and Heliospheric Observatory // Space Science Reviews. 1995. V. 72. № 1. P. 81–84. https://doi.org/10.1007/BF00768758
7. *Сорокин А.В., Широбоков М.Г.* Коррекция и прогнозирование орбитального движения космических аппаратов с помощью искусственных нейронных сетей. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 198. С. 28. https://doi.org/10.20948/prepr-2018-198
8. *Сорокин А.В., Широбоков М.Г.* Разработка нейронных сетей для управления орбитальным движением космического аппарата с двигателем малой тяги. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 269. С. 31. https://doi.org/10.20948/prepr-2018-269
9. *Cheng L., Wang Z., Jiang F. et al.* Real-Time Optimal Control for Spacecraft Orbit Transfer via Multiscale Deep Neural Networks // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2018. V. 55. № 5. P. 2436–2450. https://doi.org/10.1109/TAES.2018.2889571
10. *Cheng L., Wang Z., Jiang F.* Real-time control for fuel-optimal Moon landing based on an interactive deep reinforcement learning algorithm // Astrodynamics. 2019. V. 3. № 4. P. 375–386. https://doi.org/10.1007/s42064-018-0052-2
11. *Gurfil P., Idan M., Kasdin N.J.* Adaptive Neural Control of Deep-Space Formation Flying // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2003. V. 26. № 3. P. 491–501. https://doi.org/10.2514/2.5072
12. *Bae J., Kim Y.* Adaptive controller design for spacecraft formation flying using sliding mode controller and neural networks // J. Franklin Institute. 2012. V. 349. № 2. P. 578–603. https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2011.08.009
13. *Dachwald B.* Optimization of Interplanetary Solar Sailcraft Trajectories Using Evolutionary Neurocontrol // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2004. V. 27. № 1. P. 66–72. https://doi.org/10.2514/1.9286
14. *Dachwald B.* Optimization of very-low-thrust trajectories using evolutionary neurocontrol // Acta Astronautica. 2005. V. 57. № 2–8. P. 175–185. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2005.03.004
15. *Dachwald B., Ohndorf A.* 1st ACT global trajectory optimisation competition: Results found at DLR // Acta Astronautica. 2007. V. 61. № 9. P. 742–752. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2007.03.011
16. *Carnelli I., Dachwald B., Vasile M.* Evolutionary Neurocontrol: A Novel Method for Low-Thrust Gravity-Assist Trajectory Optimization // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2009. V. 32. № 2. P. 616–625. https://doi.org/10.2514/1.32633
17. *Izzo D., Märtens M., Pan B.* A survey on artificial intelligence trends in spacecraft guidance dynamics and control // Astrodynamics. 2019. V. 3. № 4. P. 287–299. https://doi.org/10.1007/s42064-018-0053-6
18. *Izzo D., Simões L.F., de Croon G.C.H.E.* An evolutionary robotics approach for the distributed control of satellite formations // Evolutionary Intelligence. 2014. V. 7. P. 107–118. https://doi.org/10.1007/s12065-014-0111-9
19. *Mohan S., Saenz-Otero A., Nolet S. et al.* SPHERES flight operations testing and execution // Acta Astronautica. 2009. V. 65. № 7. P. 1121–1132. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2009.03.039
20. *Gaudet B., Furfaro R.* Adaptive pinpoint and fuel efficient mars landing using reinforcement learning // IEEE/CAA J. Automatica Sinica. 2014. V. 1. № 4. P. 397–411. https://doi.org/10.1109/JAS.2014.7004667
21. *Furfaro R., Wibben D.R., Gaudet B. et al.* Terminal Multiple Surface Sliding Guidance for Planetary Landing: Development, Tuning and Optimization via Reinforcement Learning // J. Astronautical Sciences. 2015. V. 62. № 1. P. 73–99. https://doi.org/10.1007/s40295-015-0045-1
22. *Jiang X., Li S., Furfaro R.* Integrated guidance for Mars entry and powered descent using reinforcement learning and pseudospectral method // Acta Astronautica. 2019. V. 163. P. 114–129. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.12.033
23. *Gaudet B., Linares R., Furfaro R.* Deep Reinforcement Learning for Six Degree-of-Freedom Planetary Landing // Advances in Space Research. 2020. V. 65. № 7. P. 1723–1741. https://doi.org/10.1016/j.asr.2019.12.030
24. *Gaudet B., Linares R., Furfaro R.* Adaptive guidance and integrated navigation with reinforcement meta-learning // Acta Astronautica. 2020. V. 169. P. 180–190. https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2020.01.007
25. CIRA-2012: COSPAR international reference atmosphere – 2012. Models of the Earth's Upper Atmosphere. 2012. P. 20–24. https://spaceweather.usu.edu/files/chapters_1_3.pdf
26. *Hooke R., Jeeves T.A.* "Direct search" solution of numerical and statistical problems // J. ACM. 1961. V. 8. № 2. P. 212–229. https://doi.org/10.1145/321062.321069

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 73–79

УДК 629.7

# РАСЧЕТ НАПРАВЛЕНИЯ ТОРМОЗНОГО ИМПУЛЬСА ДЛЯ ПРИВЕДЕНИЯ ВОЗВРАЩАЕМОЙ СТУПЕНИ В ЗАДАННЫЙ РАЙОН

 **А. А. Давыдов***

*Государственный космический научно-производственный центр им. М.В. Хруничева, Москва, Россия*

**aleksey_ad@mail.ru*

Поступила в редакцию 12.10.2020 г.
После доработки 28.12.2020 г.
Принята к публикации 22.01.2021 г.

Рассматривается задача расчета направления тормозного импульса для приведения многоразовой возвращаемой первой ступени ракеты-носителя в заданный район приземления. Предложена математическая модель и способ решения задачи, учитывающие ряд особенностей движения возвращаемой ступени в атмосфере Земли, а также специфику задания некоторых проектных параметров. Приведены примеры численных расчетов.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010034

В настоящее время актуальной задачей является создание ракет-носителей (РН) с многоразовым блоком 1 ступени. Характерной чертой полета таких РН является наличие участка атмосферного спуска и посадки возвращаемой ступени РН (далее – ВС) на подготовленную площадку. Полет ВС состоит из следующих этапов: активный участок полета ВС в составе РН; отделение ВС от РН, пассивный полет ВС; активный участок полета ВС с реализацией тормозного импульса той же двигательной установкой (ДУ), что и на участке полета в составе РН; управляемый спуск ВС в атмосфере с наведением на посадочную площадку, расположенную по ходу трассы полета РН; участок торможения и посадки.

Основной задачей тормозного импульса является обеспечение заданной скорости входа возвращаемой ступени в атмосферу. При этом момент включения двигательной установки и продолжительность ее работы определяются схемой выведения КА (величиной запаса топлива на торможение), необходимостью обеспечения заданных условий для запуска ДУ, наличием прочностных и термических ограничений конструкции ВС при входе в атмосферу, и т.п. Другими словами, момент включения ДУ и длительность импульса являются проектными параметрами, определяемыми на этапе подготовки к пуску. При этом расчетное направление тормозного импульса – против вектора скорости ВС, а точное приведение в зону посадки осуществляется за счет управления на атмосферном участке.

Ниже рассматривается задача расчета направления выдачи тормозного импульса. Целесообразность такого расчета можно аргументировать тем, что это даст возможность более гибко подходить к выбору зоны посадки ВС, "отвязав" ее от трассы полета РН. Например, можно рассмотреть использование единой посадочной площадки при запусках РН с несколькими типовыми трассами пуска. С другой стороны, можно организовать несколько площадок для обеспечения посадок ВС при интенсивном графике пусков или при наличии в составе первой ступени одновременно нескольких блоков ВС.

Если расчет направления тормозного импульса будет реализован также и на борту, то можно обеспечить максимально детерминированные условия движения ВС на участке атмосферного спуска за счет компенсации погрешностей начальных условий движения на момент выдачи тормозного импульса.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ВС

Рассматриваемый интервал полета ВС включает три этапа (см. рис. 1). Первый этап – участок $p_s p_o$ пассивного полета ВС от момента отделения ВС от РН до момента начала тормозного импульса. Второй этап – участок $p_o p_e$ выдачи тормозного импульса. Третий этап – участок $p_e p_f$ пассивного полета ВС до момента достижения заданной точки на поверхности Земли, или на некоторой высоте $h$ для обеспечения необходимых условий для посадки. Максимальная высота полета ВС на всем интервале не превышает 150 км.

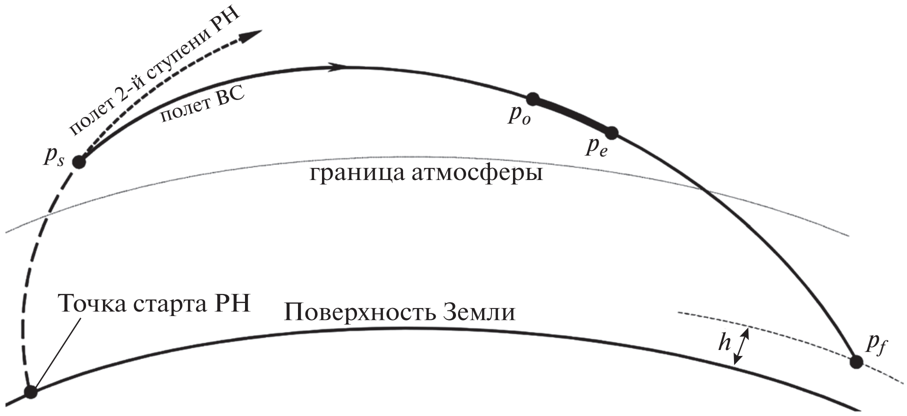


**Рис. 1.** Рассматриваемый интервал полета ВС.

Движение центра масс ВС рассматривается в гринвичской системе координат (ГСК) $OX_1X_2X_3$, начало которой находится в центре Земли. ГСК равномерно вращается вокруг неподвижной в инерциальном пространстве оси $X_3$ с постоянной угловой скоростью $\omega_{\mathrm{E}}$. В ГСК задается положение начальной точки $p_s$ движения ВС и некоторой заданной точки $p_f$ – конечной точки движения ВС, далее – точки приведения (ТП). Положение точек $p_s$ и $p_f$ задается соответствующими геоцентрическими радиус-векторами $\mathbf{r}_s$ и $\mathbf{r}_f$. В точке $p_s$ также задается вектор $\mathbf{v}_s$ линейной скорости ВС.

Уравнения движения центра масс ВС (1) учитывают гравитационное притяжение Земли как точечной массы с учетом второй зональной гармоники геопотенциала, влияние аэродинамического сопротивления атмосферы и ускорение под действием тяги ДУ на участке торможения [1]. В ГСК уравнения модели записываются в виде:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}, \quad \dot{\mathbf{v}} = -2\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{E}} \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{E}} \times (\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{E}} \times \mathbf{r}) - \frac{\mu}{r^3}\mathbf{r} -$$
$$- \frac{3J_2\mu R_{\mathrm{E}}^2}{2r^5}\mathbf{r} * \left(\mathbf{b} - 5\frac{r_3^2}{r^2}\mathbf{c}\right) - \frac{C_x S_m}{2m}\rho v \mathbf{v} + \frac{P_{du}}{m}\delta_u \mathbf{e}, \quad (1)$$
$$\dot{m} = -\xi_{du}\delta_u.$$

Здесь $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ – текущие радиус-вектор и вектор скорости центра масс ВС, $v$ – модуль вектора скорости, $\mu$ – гравитационный параметр Земли, $\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{E}} = [0, 0, \omega_{\mathrm{E}}]$ – вектор угловой скорости Земли, $S_m$ – площадь миделя, $C_x$ – аэродинамический коэффициент, $m$ – текущая масса, $P_{du}$ – величина тяги ДУ, $\mathbf{e}$ – орт, задающий направление вектора тяги ДУ, $\delta_u$ – функция, принимающая значение 1 на участке выдачи тормозного импульса и 0 – на участке пассивного полета, $\xi_{du}$ – массовый расход ДУ, $\rho$ – плотность атмосферы, $\mathbf{b} = [1,1,3]^T$, $\mathbf{c} = [1,1,1]^T$ – вектора констант, символом $*$ здесь и далее обозначена операция покомпонентного умножения векторов. Плотность атмосферы в диапазоне высот 0–150 км аппроксимируется в соответствии с ГОСТ 25645.116-2004. Атмосфера считается неподвижной относительно Земли. Длительность участка торможения составляет несколько секунд, поэтому ориентацию вектора тяги ДУ в ГСК на участке торможения можно считать неизменной, т.е. $\mathbf{e} = \mathrm{const}$. Будем также полагать, что после выдачи тормозного импульса ВС движется на атмосферном участке с нулевыми углами атаки и скольжения, то есть коэффициент $C_x$ является функцией только числа Маха.

## РАСЧЕТ ОРИЕНТАЦИИ ТОРМОЗНОГО ИМПУЛЬСА

Рассмотрим движение ВС на отрезке $p_o p_f$. Задачу расчета ориентации тормозного импульса можно сформулировать в следующем виде: для известных начальных условий $\mathbf{r}(t_o) = \mathbf{r}_o$, $\mathbf{v}(t_o) = \mathbf{v}_o$ в точке $p_o$ необходимо найти орт $\mathbf{e}$, такой, чтобы траектория пассивного полета ВС после приложения тормозного импульса проходила через точку $p_f$: $\mathbf{r}(t_f) = \mathbf{r}_f$, $t_f$ – произвольное. Начальные условия $\mathbf{r}_o$ и $\mathbf{v}_o$ находятся интегрированием системы (1) на участке $p_s p_o$.

Траектория пассивного движения ВС по окончании участка выдачи тормозного импульса определяется начальными условиями на момент $t_e$ окончания торможения: $\mathbf{r}(t_e) = \mathbf{r}_e$, $\mathbf{v}(t_e) = \mathbf{v}_e$. Так как тормозной импульс короткий, приближенно можно записать $\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_o + \mathbf{q}$, где $\mathbf{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$ – вектор приращения скорости ВС вследствие тормозного импульса, $\mathbf{e} = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$. Вектор $\mathbf{q}$ и соответствующий ему орт $\mathbf{e}$ можно найти, итерационно решая уравнение $J\mathbf{q}_\Delta = \boldsymbol{\Delta}$, где $J$ – матрица частных производных $\partial\mathbf{r}/\partial\mathbf{q}$, $\mathbf{q}_\Delta$ – уточняющая поправка к вектору $\mathbf{q}$ на текущей итерации,

$\mathbf{\Delta} = \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_*$ – вектор промаха ВС относительно ТП. В последнем соотношении $\mathbf{r}_*$ – радиус-вектор ВС на момент расчета промаха. Вычисления заканчиваются, когда модуль вектора промаха становится меньше заданного предельного значения.

Для расчета вектора $\mathbf{\Delta}$ на каждой итерации, с использованием текущего приближения $\mathbf{e}$ интегрируются уравнения системы (1) с начальными условиями $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_o$, $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_o$. В качестве начального приближения $\mathbf{e}$ используется направление против вектора линейной скорости ВС. Так как время $t_f$ произвольно, уравнения интегрируются до момента достижения ВС некоторой сферической поверхности (далее – приводящей поверхности), радиуса $R_* = |\mathbf{r}_f|$. На момент достижения ВС приводящей поверхности рассчитываются вектор промаха и элементы матрицы $J$.

Для расчета элементов матрицы $J$, совместно с уравнениями модели (1) интегрируются уравнения в вариациях $\partial\mathbf{r}/\partial q_j$ и $\partial\mathbf{v}/\partial q_j$, $j = 1,2,3$.

Уравнения в вариациях имеют вид:

$$\begin{gathered}\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q_j} = \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial q_j}\\ \frac{d}{dt}\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial q_j} = \frac{\partial\mathbf{a}_c}{\partial q_j} + \frac{\partial\mathbf{a}_2}{\partial q_j} + \frac{\partial\mathbf{a}_e}{\partial q_j} + \frac{\partial\mathbf{a}_d}{\partial q_j}\end{gathered}, \quad \text{где} \quad j = 1,2,3. \quad (2)$$

В приведенных уравнениях $\mathbf{a}_c$ – вектор ускорения в центральном поле Земли, $\mathbf{a}_2$ – добавка к ускорению вследствие полярного сжатия Земли, $\mathbf{a}_e$ – переносное ускорение в ГСК, $\mathbf{a}_d$ – ускорение под действием аэродинамической силы. Соотношения для составляющих правой части второго уравнения системы (2):

$$\frac{\partial\mathbf{a}_c}{\partial q} = -\frac{\mu}{r^3}\left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q} - 3A\frac{\mathbf{r}}{r^2}\right); \quad \frac{\partial\mathbf{a}_2}{\partial q} = -\frac{3J_2\mu R_{\text{E}}^2}{2r^5}\times$$
$$\times\left(\mathbf{b} * \frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q} + \frac{5}{r^2}\left[\left(\mathbf{c}\frac{r_3^2}{r^2} - \mathbf{b}\right) * A\mathbf{r} - \left(\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q}r_3 + 2\mathbf{r}\frac{\partial r_3}{\partial q}\right)r_3\right]\right);$$
$$\frac{\partial\mathbf{a}_e}{\partial q} = -2\boldsymbol{\omega}_{\text{E}}\times\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial q} - \boldsymbol{\omega}_{\text{E}}\times\left(\boldsymbol{\omega}_{\text{E}}\times\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q}\right);$$
$$\frac{\partial\mathbf{a}_d}{\partial q} = -\frac{S_m}{2m}\left(C_x\left[\rho\left(B\mathbf{v} + v\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial q}\right) + v\mathbf{v}\frac{\partial\rho}{\partial q}\right] + \rho v\mathbf{v}\frac{\partial C_x}{\partial q}\right).$$

В приведенных уравнениях $A = \mathbf{r}\cdot\frac{\partial\mathbf{r}}{\partial q}$, $B = \frac{\mathbf{v}}{v}\cdot\frac{\partial\mathbf{v}}{\partial q}$, $\mathbf{c} = \left[7,7,\frac{7}{2}\right]^T$, индексы $j$ для простоты опущены. Выписанные соотношения составлены с учетом особенностей движения ВС в плотных слоях атмосферы – зависимости коэффициента $C_x$ от скорости ВС и местной скорости звука, а также существенного изменения плотности атмосферы в зависимости от текущей высоты ВС. В связи с этим в соответствующие уравнения включены частные производные $\partial\rho/\partial q$ и $\partial C_x/\partial q$.

В соответствии с ГОСТ 25645.116-2004 изменение плотности в функции высоты описывается соотношением $\rho = k_i\exp(\chi)$, где $\chi = (h - h_i)\times\times(a_i(h - h_i) - b_i)$, $h$ – текущая высота ВС над поверхностью земного эллипсоида с параметрами $R_{\text{E}}, f_{\text{E}}$. Параметры $k_i$, $a_i$, $b_i$ – табличные значения модели атмосферы, являющиеся константами в пределах некоторого диапазона высоты ВС $h_i \le h \le h_{i+1}$. Соответствующая частная производная записывается в виде:

$$\partial\rho/\partial q = [k_i(2a_i(h - h_i) - b_i)\exp(\chi)]\times$$
$$\times\left(Ar^{-1} + 2R_{\text{E}}f_{\text{E}}r_3r^{-2}\left[\partial r_3/\partial q - Ar_3r^{-2}\right]\right).$$

Коэффициент $C_x$ задается в виде кусочно-линейной функции числа Маха – отношения скорости ВС к местной скорости звука, которая в свою очередь также задается кусочно-линейной функцией высоты. Выражение для соответствующей частной производной:

$$\frac{\partial C_x}{\partial q} = \frac{\kappa_{i+1} - \kappa_i}{M_{i+1} - M_i}\left[\frac{B}{\gamma} - \frac{v}{\gamma^2}\frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{h_{i+1} - h_i}\times\right.$$
$$\left.\times\left(Ar^{-1} + 2R_{\text{E}}f_{\text{E}}r_3r^{-2}\left[\partial r_3/\partial q - Ar_3r^{-2}\right]\right)\right],$$

где $r = |\mathbf{r}|$, $\kappa_i$ и $\eta_i$ – константы соответствующих моделей, $M_i$ и $h_i$ – узлы интерполяции.

Как уже было сказано, интегрирование проводится до момента достижения ВС приводящей поверхности. При этом, так как ряд моделей представлен кусочными функциями, в процедуре интегрирования предусматривается контроль достижения соответствующих узловых значений $h_i$, $M_i$.

В рассматриваемой задаче абсолютная величина импульса фиксирована (задается длительностью включения ДУ), поэтому удобно перейти к параметризации вектора $\mathbf{q}$ посредством абсолютного значения $\upsilon = |\mathbf{q}|$ вектора приращения скорости ВС и углов ориентации $\alpha$ и $\beta$ этого вектора в осях ГСК. Угол $\alpha$ – это угол между проекцией продольной оси ВС, противоположной направлению силы тяги двигательной установки (оси $x$), на плоскость $X_1X_2$. Этот угол отсчитывается от оси $X_1$ в сторону оси $X_2$. Угол $\beta$ – угол между осью $x$ и ее проекцией на плоскость $X_1X_2$. Положительное значение $\beta$ соответствует положительной проекции $x$ на ось $X_3$. В соответствии с введенными определениями, связь проекций приращения скорости ВС на оси ГСК с углами $\alpha$ и $\beta$ определяется соотношениями: $q_1 = \upsilon\cos\alpha\cos\beta$, $q_2 = \upsilon\sin\alpha\cos\beta$, $q_3 = \upsilon\sin\beta$. Таким образом, вектор $\mathbf{q}$ заменяется вектором $\tilde{\mathbf{q}} = [\alpha,\beta]^T = [\tilde{q}_1,\tilde{q}_2]^T$. Соответствующие частные

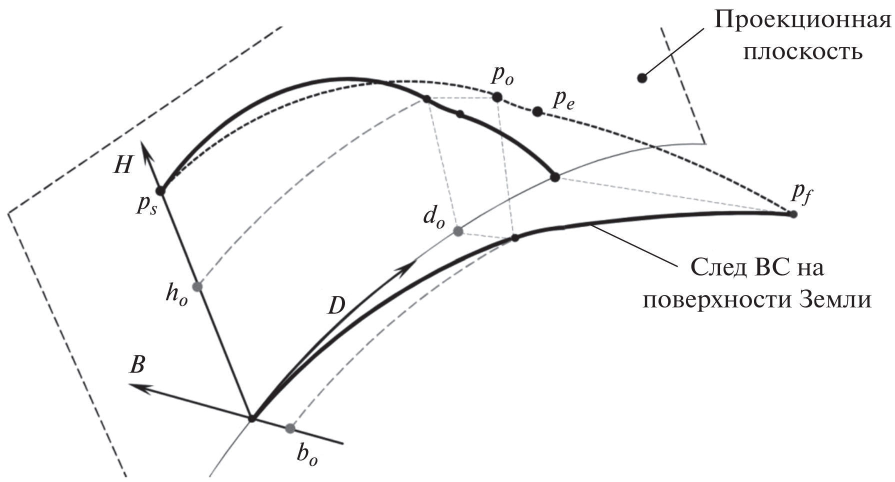


**Рис. 2.** Система координат для иллюстрации пространственного движения ВС.

производные $\partial q_j / \partial \tilde{q}_k$ находятся в силу выписанных соотношений. Пространственное положение ВС в момент времени $t_f$ удобно параметризовать сферическими координатами: долготой $\lambda$ и широтой $\varphi$ ВС на приводящей поверхности. Другими словами, пространственный вектор $\boldsymbol{\Delta}$ промаха ВС относительно ТП может быть представлен на приводящей поверхности в виде вектора $\tilde{\boldsymbol{\Delta}} = [\delta\lambda, \delta\varphi]^T$, где $\delta\lambda = \lambda_n - \lambda$, $\delta\varphi = \varphi_n - \varphi$, $\lambda_n$ и $\varphi_n$ – координаты ТП на приводящей поверхности. Таким образом, линеаризованная задача теперь записывается как $J^*\tilde{\mathbf{q}}_\Delta = \tilde{\boldsymbol{\Delta}}$, где $J^*$ – матрица частных производных $\partial\lambda/\partial\tilde{q}_k$, $\partial\varphi/\partial\tilde{q}_k$, имеющая размерность 2 × 2.

Уравнения для вычисления новых частных производных записываются в виде: $\dfrac{\partial\lambda}{\partial\tilde{q}_k} = \sum_{j=1}^{3} \dfrac{\partial\lambda}{\partial q_j}\dfrac{\partial q_j}{\partial\tilde{q}_k}$, $\dfrac{\partial\varphi}{\partial\tilde{q}_k} = \sum_{j=1}^{3} \dfrac{\partial\varphi}{\partial q_j}\dfrac{\partial q_j}{\partial\tilde{q}_k}$, $k = 1, 2$. С учетом определения $\lambda$ и $\varphi$, в приведенных соотношениях нужно принимать во внимание, что $r_1^2 + r_2^2 \neq 0$.

Численные расчеты показывают, что итерационная задача размерности 2 × 2 сходится, если заданное значение модуля тормозного импульса позволяет привести ВС в заданную ТП. В случаях, когда при фиксированной длительности тормозного импульса достижение ТП оказывается невозможным, можно решить задачу в пространственной постановке, с использованием ранее выписанного уравнения $J\mathbf{q}_\Delta = \boldsymbol{\Delta}$. При этом можно определить как направление, так и абсолютную величину тормозного импульса, потребного для приведения ВС в заданную ТП.

Рассмотрим численный пример – расчет направления тормозного импульса фиксированной длительности для приведения ВС в заданную ТП с компенсацией погрешностей траекторного движения ВС, полученных на момент отделения ВС от РН.

Иллюстрировать пространственное движение ВС удобно в системе координат (см. рис. 2), образованной поверхностью сферической земли (подстилающей поверхностью) и некоторой плоскостью (далее – проекционной плоскостью), задаваемой векторами $\mathbf{r}_s$ и $\mathbf{v}_s$. Ось $H$ совпадает с вектором $\mathbf{r}_s$. Ось $D$ является линией пересечения подстилающей поверхности и проекционной плоскости. Ось $B$ дополняет тройку $HDB$ до правой. Проекция точки ВС на ось $D$ – характеризует текущую дальность ВС на подстилающей поверхности от некоторой начальной точки, проекция на ось $H$ – текущую высоту ВС над поверхностью Земли, проекция на ось $B$ характеризует боковое удаление ВС от проекционной плоскости. Координата $D$ является криволинейной, но на рисунках она для упрощения условно спрямляется.

На рис. 2 жирные черные кривые – проекции траектории ВС, соответственно, на подстилающую поверхность и на проекционную плоскость; $d_o, h_o, b_o$ – координаты ВС в точке $p_o$.

В расчетах использовались следующие исходные данные. Начальные условия движения ВС заданы в ГСК, в точке $p_s$: $\mathbf{r}_s = [1.89, 4.04, 4.64]$ км · $10^3$, $\mathbf{v}_s = [-1.93, 0.84, 1.34]$ км/с. Основные параметры ВС: $m = 60$ т, $S_m = 12$ м$^2$, $P_{du} = 360$ тс, удельный импульс ДУ $I_{du} = 300$ с. Коэффициент $C_x$ задавался как табличная функция в диапазоне чисел Маха от 0.5 до 12. При этом численные значения $C_x$ лежат в диапазоне от 1.4 до 2.0. Начало торможения $t_o$ – через 210 с после начала пассивного полета в точке $p_s$. Длительность торможения – 10 с. Координаты ТП: $\lambda_n = 72.5°$, $\varphi_n = 48.2°$. Па-

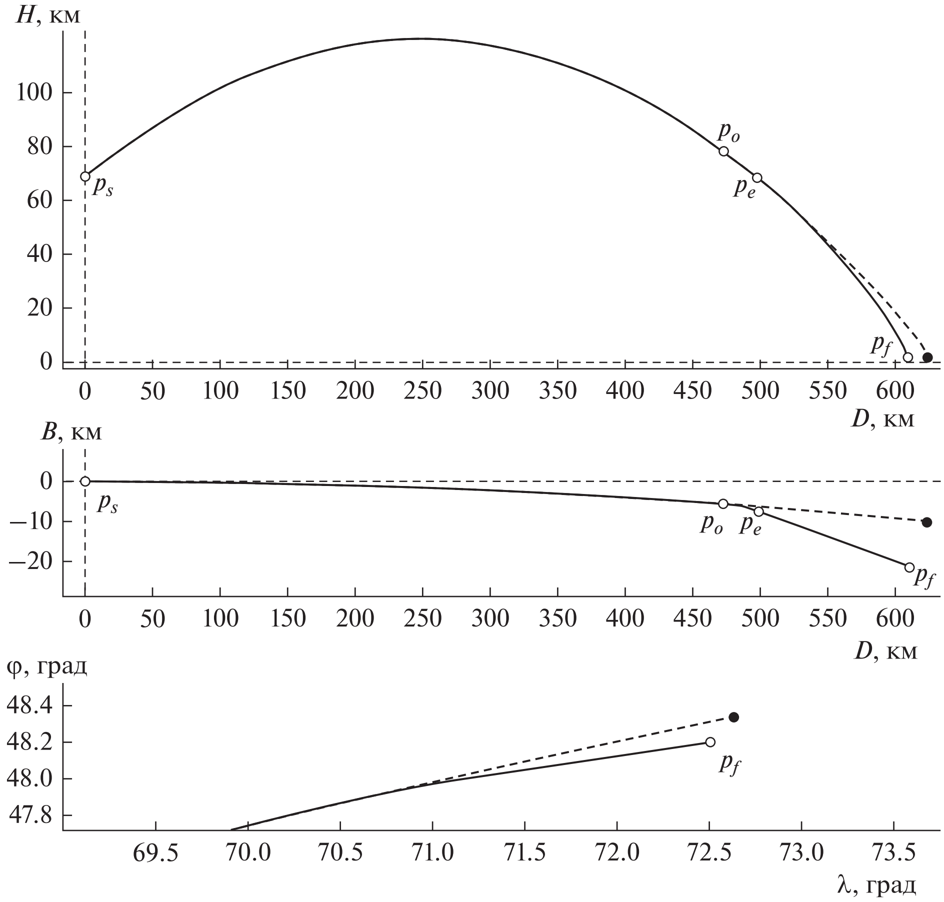


**Рис. 3.** Сравнение траекторий движения возвращаемой ступени.

раметры гравитационного поля Земли и земного эллипсоида принимались в соответствии с моделью EGM96. Местная скорость звука вычислялись в соответствии с ГОСТ 4401-81.

На рис. 3 приведены проекции траектории движения центра масс возвращаемой ступени на плоскости *DH* и *DB* (напомним, что ось *D* условно выпрямлена). Траектория вычислена для номинальных начальных условий в точке $p_s$. Рисунок состоит из трех графиков. На каждом графике изображены по 2 кривые: свободное движение ступени без выдачи тормозного импульса (пунктирная кривая), движение с расчетным тормозным импульсом для приведения в заданную ТП (сплошная кривая). На третьем графике укрупненно показаны траектории движения ВС на поверхности Земли в окрестности ТП в сферических координатах. Черным кружком отмечена точка падения ВС при свободном движении. Можно видеть, что расчетный тормозной импульс приводит возвращаемую ступень в точку с заданными координатами.

Используя приведенные выше начальные условия в качестве номинальных значений, были проведены статистические расчеты по определению потребной области вариации направления вектора тормозного импульса заданной длительности для приведения ВС в заданную ТП при известных параметрах отклонений начальных условий траекторного движения ВС в точке $p_s$. На каждом шаге расчета к начальным условиям прибавлялись некоторые ошибки. Отклонения начального положения ВС задавались вдоль осей *D*, *B*, *H*, отклонения начального вектора скорости ВС задавались углами в плоскостях *DB* (отклонение в горизонтальной плоскости) и *DH* (отклонение в вертикальной плоскости), а также отклонением по модулю скорости. Амплитудные значения отклонений по координатам ±5 км, по угловым параметрам ±0.5°, по модулю скорости ±40 м/с.

Рис. 4 построен аналогично рис. 3, за исключением третьего графика. Можно видеть, что во всех случаях тормозной импульс длительностью 10 с позволяет направить баллистическое движение возвращаемой ступени в заданную ТП. На рисунке черные сплошная и пунктирная кривые – номинальные траектории ступени при отсутствии возмущений. Серые кривые – траек-

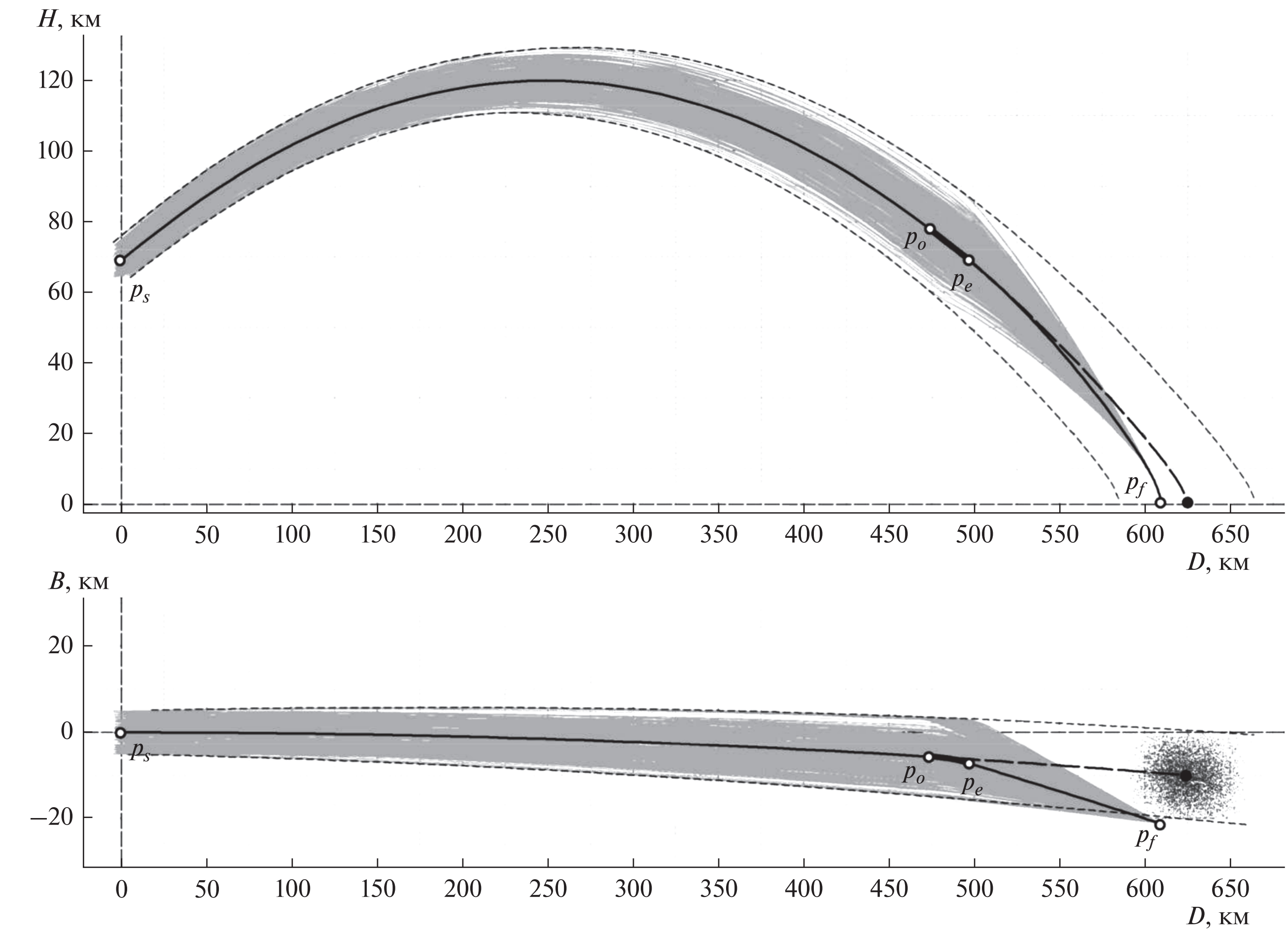


**Рис. 4.** Траектории движения ВС при различных отклонениях начальных условий после отделения ВС от РН.

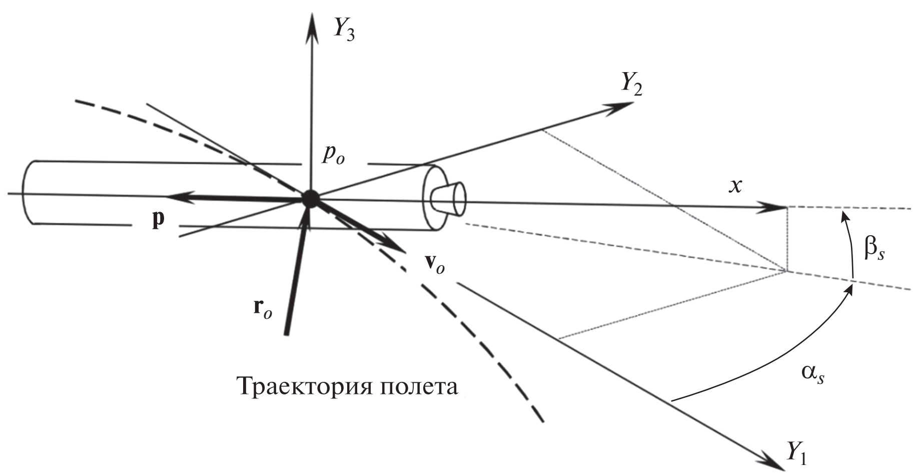


**Рис. 5.** Система координат для задания направления вектора тяги ДУ.

тории ВС с выдачей расчетных тормозных импульсов при наличии возмущений начальных условий. Для всех вариантов время начала выдачи тормозного импульса – 210 с от момента разделения 1 и 2 ступеней. На нижнем графике дополнительно изображены точки падения ВС в свободном движении при наличии возмущений начальных условий. Совокупность данных точек характеризует район падения ВС в случае отсутствия тормозного импульса. Тонкими пунктирными кривыми на гра-

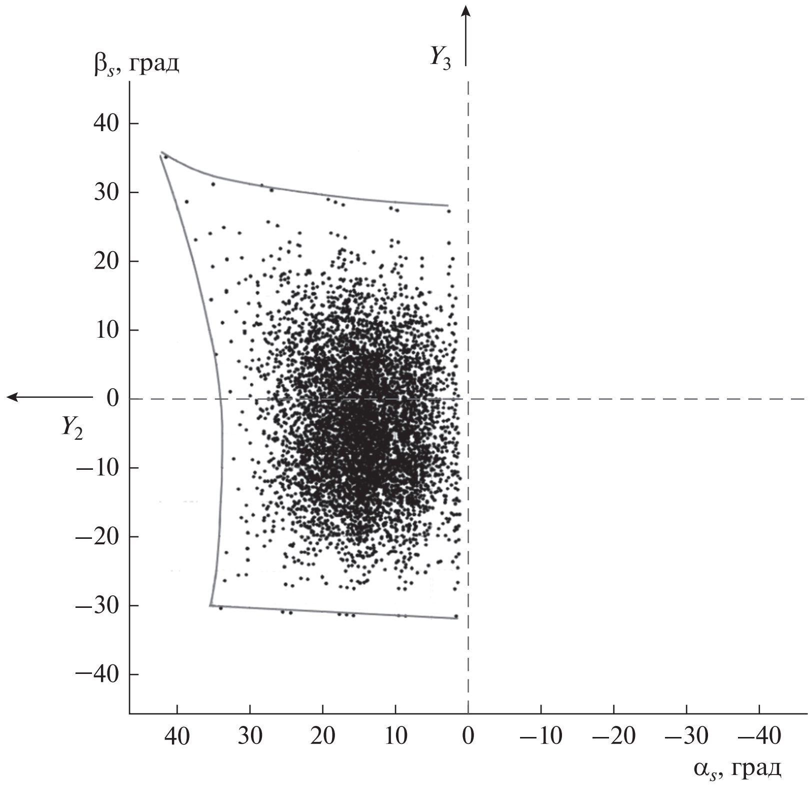


**Рис. 6.** Область вариации направления тормозного импульса.

фиках обозначены проекции границ “трубки траекторий” на плоскости *DB* и *DH* при свободном движении ВС.

Направление вектора тормозного импульса удобно задавать углами ориентации $\alpha_s$ и $\beta_s$ вектора тяги ДУ в системе координат $p_oY_1Y_2Y_3$ (см. рис. 5). Ось $Y_1$ совпадает с вектором $\mathbf{v}_o$, ось $Y_3$ перпендикулярна оси $Y_1$, лежит в плоскости, образованной векторами $\mathbf{v}_o$ и $\mathbf{r}_o$, и составляет острый угол с вектором $\mathbf{r}_o$. Ось $Y_2$ дополняет систему до правой. На рис. 5 обозначены: $\mathbf{p}$ – вектор тяги двигательной установки ВС, ось $x$ – продольная ось ВС, направленная из центра масс в сторону сопла ДУ. Угол $\alpha_s$ – это угол между проекцией оси $x$ на плоскость осью $Y_1Y_2$, отсчитываемый от оси $Y_1$ в сторону оси $Y_3$. Угол $\beta_s$ – угол между осью $x$ и ее проекцией на плоскость $Y_1Y_2$. Положительное значение $\beta_s$ соответствует положительной проекции $x$ на ось $Y_3$. Нулевые значения $\alpha_s$ и $\beta_s$ соответствуют тормозному импульсу, выдаваемому против скорости движения ВС.

На рис. 6 приведены углы $\alpha_s$ и $\beta_s$ для всех расчетных случаев. Плоскость рисунка представляет собой развертку сферической поверхности, каждая точка на которой представляет собой след оси $x$ в конкретной реализации расчета. На рисунке можно видеть, что угол $\alpha_s$ достигал в отдельных случаях значений ~42°, угол $\beta_s$ не превышал по модулю 35°. Совокупность точек на плоскости рисунка дает представление об области вариации направления тормозного импульса. Полученная информация может быть использована при дальнейшем проектировании ВС.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н.* Внешняя баллистика. М.: Машиностроение, 2005.

КОСМИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ, 2022, том 60, № 1, с. 80–89

УДК 629.786.2:519.242.5

# НАВЕДЕНИЕ НАУЧНОЙ АППАРАТУРЫ *МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ* НА ИССЛЕДУЕМЫЕ ОБЪЕКТЫ


**М. Ю. Беляев[1, 2, *], П. А. Боровихин[1], А. М. Ветошкин[2], Д. Ю. Караваев[1], И. В. Рассказов[1]**

[1]*Ракетно-космическая корпорация "Энергия" им. С.П. Королёва, Москва, Россия*
[2]*Мытищинский филиал МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия*
**mikhail.belyaev@rsce.ru*

Поступила в редакцию 21.04.2021 г.
После доработки 18.06.2021 г.
Принята к публикации 25.08.2021 г.

Представлена технология наведения научной аппаратуры на исследуемые объекты с помощью подвижной платформы, доставленной на борт Российского сегмента *МКС*. Обсуждается задача оптимизации наведения научной аппаратуры с применением нескольких платформ наведения, которые будут доставлены на *МКС*, предлагаются пути ее решения на основе аналогии с задачей нескольких коммивояжеров.

**DOI:** 10.31857/S0023420622010010

## ВВЕДЕНИЕ

Выполнение многих экспериментов на КА требует наведения используемой научной аппаратуры (НА) на исследуемые объекты [1]. Обычно НА устанавливается жестко на корпусе КА и наведение чувствительной оси НА на исследуемые объекты, расположенные на Земле или небесной сфере, осуществляется путем разворотов КА [1]. Подобная схема использовалась и на всех отечественных орбитальных станциях, хотя ее применение на станциях, имеющих сложную конфигурацию, потребовало разработки специальной технологии и создания целого комплекса математических программ [1, 2].

Размеры и масса *Международной космической станции* значительно превосходят аналогичные параметры предыдущих орбитальных станций. Для управления ориентацией *МКС* используются установленные на американском сегменте гиродины, которые не обладают располагаемым кинетическим моментом, достаточным для наведения НА станции на исследуемые объекты. Использование для этих целей двигателей управления ориентацией Российского сегмента (РС) станции потребует слишком больших затрат топлива в силу отмеченных выше больших размеров и массы *МКС*. Поэтому полет *МКС* происходит в орбитальной ориентации, при этом для разгрузки гиродинов периодически выполняются небольшие повороты станции. При создании *МКС* основное внимание в программах ученых на американском сегменте уделялось экспериментам в области микрогравитации и медицинским исследованиям, что не требует специальной ориентации станции. В случае необходимости, наведение научной аппаратуры на исследуемые объекты, в том числе при фотографировании земной поверхности через иллюминаторы, в начальный период полета *МКС* активно выполнялось экипажами российского и американского сегментов станции.

Экипажи в процессе полета, однако, должны выполнять большое количество других операций, связанных с обслуживанием станции, проведением разнообразных исследований, а также решать бытовые вопросы и спать. Поэтому возникла задача наведения научной аппаратуры *МКС* на изучаемые объекты без участия экипажа.

Наведение на исследуемые объекты НА *МКС* и подобных крупногабаритных орбитальных станций, должно осуществляться с помощью специальных подвижных платформ наведения (ППН). С этой целью в рамках космического эксперимента (КЭ) "Ураган" разработана система ориентации видеоспектральной аппаратуры ("СОВА"), предназначенная для установки на иллюминаторы внутри обитаемого пространства РС *МКС* [3]. Она представляет собой платформу, которая позволяет наводить установленную на ней НА по командам от бортового ноутбука. В результате наведение НА на исследуемые объекты может производиться в любое время суток без участия экипажа.

Таким образом, возможности проведения экспериментов на станции значительно расширяются, особенно с учетом того, что на *МКС* может быть использовано несколько ППН. Это приводит к усложнению задачи оптимального планирования наблюдений исследуемых объектов. В данной статье рассматриваются применяемые методы и перспективные пути решения этой задачи при проведении КЭ по наблюдению различных исследуемых объектов.

Бортовое программное обеспечение, предназначенное для планирования и сопровождения КЭ, разрабатывалось в первую очередь для дистанционного зондирования Земли, однако в нем предусмотрен также расчет и отображение положения 5050 наиболее ярких звезд, Солнца, Луны, планет, а также искусственных спутников Земли. Эти функции использовались при планировании, проведении и обработке результатов некоторых КЭ при штатной ориентации *МКС* и могут получить более широкое применение в астрономических КЭ в случае временного переориентирования *МКС* из орбитальной в инерциальную систему координат или при установке на *МКС* специальной ППН для астрономических экспериментов. Для этих целей могут быть также адаптированы методы, применяемые при планировании и проведении наблюдений наземных объектов.

## ОПТИМИЗАЦИЯ НАБЛЮДЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОДНОЙ ПЛАТФОРМЫ НАВЕДЕНИЯ

В декабре 2019 г. на борт *МКС* был доставлен один комплект системы “СОВА”, представляющий собой конструкцию, выполняющую функции двухстепенной платформы наведения, которая на время выполнения КЭ монтируется экипажем внутри РС *МКС* на иллюминаторе диаметром 426 мм и на которой, в зависимости от целей эксперимента, размещается фотоаппарат либо видеоспектральная система. В данном варианте конструкции (“СОВА-1”) изменение оси визирования прибора, неподвижно закрепленного на платформе, осуществляется благодаря поворотам подвижного зеркала [3]. Использование платформы “СОВА-1” позволяет производить фотосъемку и спектрометрирование объектов исследования по трассе полета в зоне подстилающей поверхности при углах визирования до ±30° от оси, перпендикулярной иллюминатору.

Управление платформой наведения и установленной на ней НА может производиться с бортового ноутбука как экипажем в автоматизированном режиме, так и автоматически по заранее заданной программе. В перспективе предусматривается удаленный автоматизированный режим управления с Земли.

ППН “СОВА-1” была использована при выполнении нескольких КЭ по съемке объектов на поверхности Земли. Использование дополнительных комплектов ППН позволяет выполнять наблюдения также и внеземных объектов, так как ППН устанавливаются на иллюминаторы, обращенные при штатной ориентации *МКС* в различных направлениях.

При планировании съемок аппаратурой, установленной на платформе “СОВА-1”, применяется традиционный подход, который использовался для различных КЭ еще на станциях типа *Салют* и затем на станции *Мир* и *МКС* [1, 4–6]. Он состоит в свéдении задачи планирования к целочисленной либо частично целочисленной задаче линейного программирования.

В рамках указанного подхода составляется линейная целевая функция для оценки информативности, т.е. объема и качества полезной научной информации, ожидаемой в результате выполнения программы КЭ. Кроме того, в виде линейных уравнений и неравенств формализуются различные условия и ограничения, которые накладываются на программы съемок.

Пусть задан нумерованный список объектов, рекомендуемых для наблюдений, причем одни и те же цели, наблюдаемые с *МКС* на разных витках, считаются разными объектами. Тогда каждому объекту с порядковым номером $i$ приписывается бинарная переменная $o_i$, которая принимает значение 1, если данный объект включен в программу съемок, и 0, если объект из программы исключен.

В алгоритмах управления ППН “СОВА” модернизированной целевой функцией информативности $I$, значение которой должно быть максимизировано при планировании наблюдений, является свертка нескольких критериев следующего вида:

$$I = \sum_i P_i \varphi_1 \varphi_2 \ldots \varphi_{L-1} \varphi_L o_i. \qquad (1)$$

Сомножитель $P_i$ в выражении (1) под знаком суммирования – оценка приоритета съемок объекта с порядковым номером $i$.

Остальные $L$ сомножителей – набор функций, позволяющих учесть вклад наблюдений объекта с номером $i$ в общую информативность съемок с учетом тех специальных критериев, которые выбраны для данного КЭ. Так, при дневных фотосъемках земной поверхности, как правило, используются три функции [7]: величина, обратно пропорциональная степени ожидаемой над объектом облачности; оценка освещенности объекта, принимающая максимальное значение при заданной высоте Солнца над местным горизонтом объекта; оценка ожидаемого пространственного разрешения фотографии объекта.

В случае астрономических наблюдений в состав целевой функции информативности могут быть включены приоритеты объектов и функции, зависящие, например, от яркости и спектрального класса наблюдаемых звезд.

В виде линейных уравнений или неравенств формулируются различные ограничения [5, 6], например, условия прямой видимости объектов, светотеневая обстановка, необходимая для наблюдений, совместимость объектов в рамках программы наблюдений, пределы расходования каких-либо ресурсов аппаратуры и так далее.

Один из базовых режимов съемки обеспечивает отслеживание объекта в течение интервала времени заданной продолжительности. Если съемка производится лишь одним комплектом НА, так что одновременная съемка нескольких объектов невозможна, необходимо ввести линейные ограничения, исключающие наличие в одной и той же программе съемок таких объектов, заданные интервалы отслеживания которых пересекаются [7].

Положим, что с учетом введенных ограничений и ожидаемой информативности результатов сформирован список объектов для наблюдений. Пусть в рамках одного сеанса эксперимента планируются последовательные наблюдения всех выбранных объектов одним комплектом НА, либо их синхронное наблюдение несколькими комплектами, и при этом выдвигается требование минимизировать сумму углов разворотов аппаратуры наведения при переходах от объекта к объекту. Считаем также, что ресурсов аппаратуры и носителей, на которые записывается информация во время съемок, достаточно для выполнения съемок в полном объеме. При этом, независимо от того, должна ли ППН после завершения всех разворотов вернуться в исходное положение, выбор оптимального закона наблюдения сводится к решению известной задачи коммивояжера [1], которая в терминах теории графов состоит в нахождении гамильтонова цикла (контура) с минимальной суммой стоимостей проходимых ребер (дуг) графа [8].

Обычным условием при планировании КЭ является то, что каждому объекту соответствует интервал, задаваемый временем его начала и временем его окончания, в пределах которого возможна съемка данного объекта. Интервалы наблюдения для разных объектов могут перекрываться, но, вообще говоря, не совпадают друг с другом. Оптимизация наблюдений в этом случае соответствует задаче коммивояжера с ограничениями по времени (временны́ми окнами). Она, как и задача коммивояжера без указанных ограничений, может быть точно решена, например, методами целочисленного программирования [9], но при этом вычислительные затраты быстро растут с увеличением количества объектов наблюдения. В настоящее время изучается практическая эффективность приближенных эвристических методов, в частности алгоритмов, созданных на основе биоинспирированных метаэвристических методов (генетического [10] и муравьиного [11]), которые не гарантируют оптимального результата в строгом смысле слова, но могут давать приемлемые решения, близкие к оптимальным, для относительно масштабных задач, аналогичных задаче коммивояжера, в том числе и с временны́ми окнами.

Бортовое программное обеспечение решает задачи планирования (включая подбор объектов с максимальной ожидаемой информативностью съемки и решение задачи коммивояжера) используя баллистические расчеты и различные алгоритмы оптимизации. Выбор наиболее эффективных решений в простейших случаях производится перебором, а при возрастании количества вариантов – с использованием метода ветвей и границ [1, 5], а также приближенных методов.

На рис. 1 представлен результат поиска последовательности наблюдений 50 заданных астрономических объектов, для которой сумма углов разворота ППН близка к минимальной. Данное решение найдено с помощью алгоритма, основанного на метаэвристике, моделирующей деятельность муравьиной колонии по поиску оптимальных путей к источникам пищи [12]. Выбор начального объекта последовательности не задан априорно, а производится алгоритмом. Считается, что ориентация станции во время наблюдений остается неизменной относительно некоторой инерциальной системы координат. Оси абсцисс и ординат на рис. 1 соответствуют угловым отклонениям $\alpha$ и $\beta$ (в градусах) оси визирования НА, установленной на ППН, в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Переходы оси визирования от объекта к объекту схематично представлены прямыми линиями. Объекты $P_j$ ($j = 1, ..., 50$) пронумерованы в порядке наблюдения от начального объекта $P_1$ до последнего $P_{50}$. Перед началом серии наблюдений ППН разворачивается из нейтрального положения так, чтобы направить ось визирования НА на объект $P_1$, и по завершении наблюдений объекта $P_{50}$ возвращается в исходное положение. Наблюдения могут производиться и в обратном порядке, начиная с объекта $P_{50}$.

## ОПТИМИЗАЦИЯ НАБЛЮДЕНИЙ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕСКОЛЬКИХ ПЛАТФОРМ НАВЕДЕНИЯ

В настоящее время в рамках КЭ “Ураган” РКК “Энергия” и НИИПФП им. А.Н. Севченко готовят к доставке на борт РС *МКС* новые комплекты аппаратуры “СОВА”, в том числе поворотные платформы типа “СОВА-2”. В этом варианте конструкции изменение направления оси визирования осуществляется путем разворота само́й

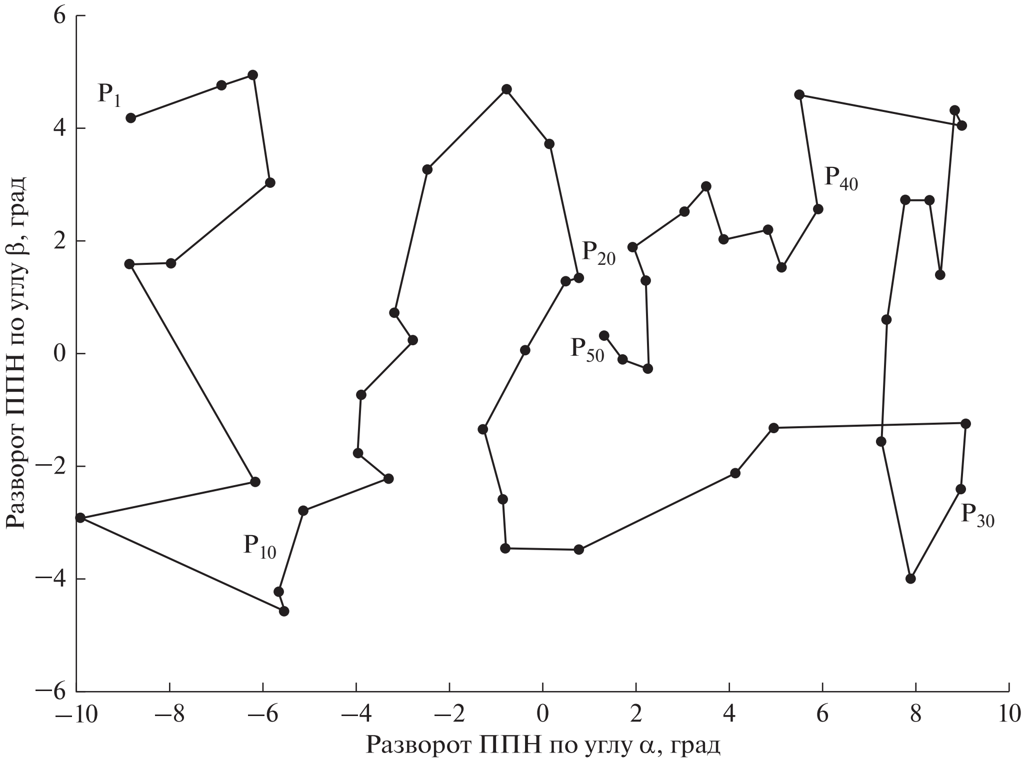


**Рис. 1**

НА с помощью специальных механических приводов – линейных актуаторов [3].

Платформы "СОВА-1" и "СОВА-2" способны обслуживать одни и те же виды НА, однако при установке на платформу "СОВА-2" более высокий приоритет отдается приборам, имеющим меньшие моменты инерции относительно осей поворота, а также аппаратуре, чувствительной к наличию металлических зеркал, входящих в состав платформы "СОВА-1".

ППН "СОВА-2" может быть изготовлена в двух вариантах, один из которых функционирует как двухстепенная платформа наведения, а другой обеспечивает отклонение оси визирования НА только в одной заданной плоскости.

Каждый из указанных вариантов платформы "СОВА" имеет две модификации для установки на два вида иллюминаторов – диаметром 426 и 228 мм, при этом для первого вида иллюминаторов обеспечивается угол отклонения от оси иллюминатора около ±30°. Модификации, предназначенные для иллюминаторов второго вида, обеспечивают меньший угол отклонения, но не менее чем ±20°.

Таким образом, из-за ограничений, определяемых размерами иллюминаторов, предельные углы отклонения оси визирования аппаратуры, управляемой с помощью системы "СОВА", значительно меньше тех, которые в принципе могли бы обеспечить поворотные платформы, установленные на наружной поверхности *МКС* [13], что ограничивает некоторые возможности планирования и выполнения съемок. С другой стороны, использование ППН типа "СОВА" внутри *МКС* имеет такие преимущества, как относительная простота их конструкции, а также удобство их обслуживания и эксплуатации.

Один из подходов, успешно применявшихся при планировании программ наблюдений продолжительностью до нескольких суток одним комплектом НА, состоит в том, чтобы составить различные связные последовательности наблюдений, так называемые зоны наблюдений, охватывающие заданный интервал планирования. Каждой зоне приписывается значение интегрального линейного критерия эффективности, а условия совместимости зон и прочие ограничения формулируются в виде линейных неравенств. Тогда выбор наиболее эффективных сочетаний зон наблюдений на выбранном интервале может быть произведен методами целочисленного или частично целочисленного линейного программирования [14]. Тот же подход может применяться при использовании нескольких ППН, способных независимо друг от друга наводить разные комплекты НА на заданные объекты.

Один из вариантов такого подхода к оптимальному планированию наблюдений несколькими комплектами НА заключается в том, чтобы использовать возможные зоны наблюдений, каждая из которых составлена лишь для одного комплекта. Так, при использовании нескольких идентичных ППН “СОВА” выбираются такие наборы (по числу ППН) сформированных для них отдельно зон наблюдений, которые дают наибольшую суммарную информативность экспериментов. Сформулируем эту задачу, используя условия, аналогичные предложенным для описания задачи маршрутизации транспорта в ее “экстенсивной” формулировке, когда основными объектами рассмотрения являются всевозможные маршруты, из множества которых производится выбор наиболее эффективного набора [15].

Пусть для наблюдений задан общий список из $N$ объектов, упорядоченных по какому-либо признаку и обозначаемых $b_i$ $(i = 1,\ldots,N)$. Разными объектами считаются не только цели с различными координатами, но и одни и те же цели, наблюдаемые в разное время. В соответствии с баллистическим прогнозом полета, заданными ограничениями и рекомендациями разработчиков КЭ формируется набор из $M$ возможных зон наблюдения объектов. Каждая зона наблюдения с номером $r$ $(r = 1,\ldots,M)$ представляет собой список выбранных для данной зоны неповторяющихся объектов из общего списка, для которых сохраняется то же отношение порядка, что и в общем списке: $\left(p_1^r, p_2^r,\ldots, p_{N_r-1}^r, p_{N_r}^r\right)$, где $N_r$ – число объектов, выбранных для данной зоны $r$, а на месте каждого $p_k^r$ $(k = 1,\ldots,N_r)$ стоит некоторый объект $b_i$ (с определенным значением номера $i$) из заданного общего списка. Каждой зоне приписывается вычисленная для нее согласно заданным критериям величина информативности наблюдений $c_r$. Число используемых ППН обозначим $K$.

Потребуем выбрать зоны наблюдений – по одной для каждой ППН – так, чтобы ни один из объектов наблюдения не содержался более чем в одной из выбранных зон. При этом суммарная информативность выбранных зон должна быть максимальной.

Вводятся бинарные переменные $x_r(r = 1,\ldots,M)$, соответствующие зонам наблюдений, такие что:

$$x_r = \begin{cases} 1 - \text{зона наблюдений } r \text{ выполняется} \\ (\text{планируется к проведению}) \\ 0 - \text{зона } r \text{ не выполняется.} \end{cases}$$

Введем также бинарный коэффициент $a_{ir}$, который равен 1, если объект $b_i$ выбран для наблюдений в зоне $r$, а в противном случае равен 0.

Требуется определить вектор $X = \{x_r, r = 1, \ldots, M\}$. доставляющий максимум целевой функции:

$$P(X) = \sum_{r=1}^{M} c_r x_r, \tag{2}$$

при следующих условиях:

$$\sum_{r=1}^{M} a_{ir} x_r \le 1, \quad i = 1,\ldots,N, \tag{3}$$

$$1^{\mathrm{T}} X = K. \tag{4}$$

В качестве $c_r$ можно использовать выражение вида (1). В простейшем случае под $c_r$ понимается количество объектов, выбранных для наблюдения в зоне с номером $r$. Тогда согласно (2) максимизируется суммарное число объектов во всех выбранных зонах.

Условие, чтобы каждый объект содержался во всех выбранных зонах не более одного раза, предписывается уравнением (3) и приводит к тому, что в оптимальный набор зон могут войти не все заданные объекты из общего списка. Однако более сильное условие $\sum_{r=1}^{M} a_{ir} x_r = 1$ может привести к тому, что у задачи не будет решения, например, если число подготовленных зон наблюдения недостаточно велико или вследствие каких-либо дополнительных ограничений.

Если допускается, чтобы объекты входили сразу в несколько выбранных зон, условие (3) заменяется парой условий вида: $\sum_{r=1}^{M} a_{ir} x_r \ge W_i$, $\sum_{r=1}^{M} a_{ir} x_r \le U_i$, где $W_i$ и $U_i$ – допустимые пределы вхождений в разные зоны объекта с порядковым номером $i$.

Тогда при проведении КЭ, можно либо разрешить одновременную съемку этих объектов в разных зонах, либо исключить их из некоторых зон. При этом должен быть решен вопрос об изменениях оценок информативности как отдельных зон, выбранных в качестве решения, так и их суммы.

Условие (4) требует, чтобы в наблюдениях были задействованы все $K$ из имеющихся ППН. Допустить уменьшение их числа, если это не снижает значения целевой функции (2), можно, заменив данное условие на $1^{\mathrm{T}} X \le K$.

Если используемые ППН отличаются друг от друга по характеристикам (например, обеспечивают разные максимальные угловые скорости разворота или имеют разные пределы угловых отклонений оси визирования НА) так, что разным ППН соответствуют разные наборы возможных зон наблюдений, то это учитывается путем незначительных изменений условия (3).

Условия задачи для конкретных КЭ могут дополняться другими ограничениями в виде линей-

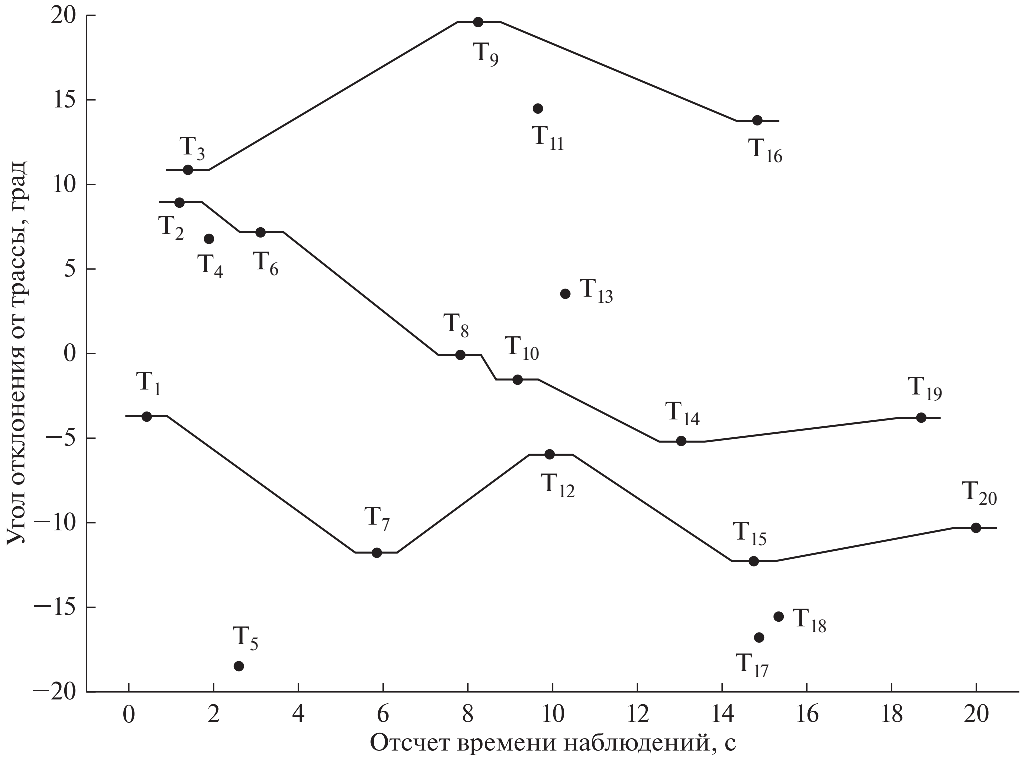


**Рис. 2.** Схема наблюдений 14 объектов из 20 заданных с помощью трех ППН “СОВА-2”.

ных уравнений и неравенств, однако некоторые ограничения, не обязательно линейные, уже присутствуют в формулировке, приведенной выше, в неявном виде, поскольку они учитываются при формировании возможных зон наблюдений.

Если с учетом всех ограничений сформированы все возможные последовательности наблюдений заданных объектов каждым комплектом аппаратуры, то точное решение задачи, заданной выражениями (2)–(4), дает оптимальную программу наблюдений несколькими комплектами НА, но при увеличении числа объектов и комплектов аппаратуры быстро возрастают вычислительные затраты. Их можно снизить, сократив набор возможных зон (например, по эвристическим соображениям) или используя приближенные методы решения, при этом результат может иметь практическую ценность при планировании экспериментов, но оптимальное решение в этом случае не гарантировано.

Если существует оптимальное или практически приемлемое решение задачи, сформулированной выше, оно представляет собой набор из $K$ зон наблюдений объектов, упорядоченных по выбранному признаку. При планировании экспериментов по дистанционному зондированию Земли объекты обычно упорядочиваются по временам их максимального сближения с *МКС* и в таком же порядке производятся их наблюдения с борта *МКС* во всех выбираемых зонах. Алгоритм наведения оси визирования НА строится так, что ППН, переходя от одного объекта к другому, сначала выполняет разворот в направлении, перпендикулярном трассе полета *МКС*, до угла, равного угловому удалению очередного объекта от трассы, затем, поскольку платформа не одностепенная, выполняет разворот вдоль трассы, отслеживая объект в течение заданного времени, и переходит к наведению по той же схеме на следующий запланированный объект. Этот подход с минимальными изменениями может быть адаптирован к наблюдениям астрономических объектов через боковые иллюминаторы при орбитальной ориентации *МКС*. В этом случае некоторое выбранное “нейтральное” направление оси визирования НА, установленной на ППН, неподвижное относительно *МКС*, с течением времени описывает на небесной сфере близкую к окружности кривую, которую по аналогии со случаем наблюдения наземных объектов назовем трассой полета *МКС*. При этом каждый астрономический объект наблюдения, подобно наземному, характеризуется моментом его минимальной угловой удаленности от нейтрального направления оси визирования и величиной этой минимальной удаленности.

На рис. 2 трасса полета *МКС* условно представлена прямой, совпадающей с осью абсцисс. Вдоль этой прямой слева направо отсчитывается время полета *МКС* в секундах. 20 заданных объектов представлены на рис. 2 в виде точек $T_j,\ j = 1,\ldots,20$.

Вертикальная координата каждой точки соответствует удаленности (в градусах) объекта от трассы, а горизонтальная – моменту времени, когда расстояние между объектом и *МКС* минимально. Наблюдения выполняются по следующему алгоритму: ППН производит разворот перпендикулярно трассе так, чтобы угол отклонения оси визирования от трассы стал равен углу отклонения объекта за 0.5 с до момента наибольшего сближения объекта с *МКС*, затем, через 0.5 с после указанного момента начинается разворот ППН перпендикулярно трассе для перехода к следующему объекту. Считаем, что платформа одностепенная и ее развороты производятся исключительно в плоскости, перпендикулярной трассе, а переход от объекта к объекту вдоль трассы происходит благодаря движению *МКС*.

При планировании наблюдений использовалось решение задачи линейного программирования в формулировке (2)–(4). Количество ППН $K = 3$, максимальная скорость разворота каждой ППН – 6 град/с (что соответствует характеристикам платформы “СОВА-2”). Максимизировалось общее количество объектов, наблюдаемых со всех платформ.

Полученное решение задачи показывает, что при заданных условиях невозможно выполнить наблюдения более чем 14 объектов. В данном случае из программ наблюдений оказались исключены объекты с номерами 4, 5, 11, 13, 17 и 18. При этом сумма разворотов всех трех ППН перпендикулярно трассе равна 103.38 град, если при расчете суммы учитывать для каждой ППН начальный переход из нейтрального положения к первому наблюдаемому объекту и возвращение в это положение после наблюдений последнего объекта. Однако данное решение не является единственным – поскольку не использовался метод полного перебора, оказались исключены все остальные варианты решений с тем же максимальным значением целевой функции и другими наборами из 6 объектов, не доступных для наблюдения. Среди этих вариантов с высокой вероятностью должны быть такие, для которых требуется меньшая сумма разворотов ППН за все время наблюдений, чем в найденном решении, что позволяет экономить технические ресурсы ППН.

На следующем этапе, чтобы найти вариант наблюдения 14 объектов с минимальной суммой разворотов ППН, задача линейного программирования (2)–(4) была переформулирована следующим образом.

Выражение (2) было преобразовано в дополнительное условие-ограничение:

$$\sum_{r=1}^{M} c_r x_r = 14, \tag{5}$$

где $c_r$ – количество объектов в зоне $r$.

В качестве целевой функции использовалось выражение того же вида, что и (2):

$$P(X) = \sum_{r=1}^{M} s_r x_r, \tag{6}$$

где $s_r$ – сумма разворотов ППН в зоне $r$.

Определялся вектор $X$, доставляющий минимум данной целевой функции.

В результате было получено решение, представленное на рис. 3. В этом случае сумма разворотов трех ППН составляет 89.77 град. Таким образом, сумма разворотов трех ППН по сравнению с предыдущим решением уменьшилась примерно на 13 процентов.

Поиск решения с наибольшей суммой разворотов путем максимизации функции (6) дает результат, равный 188.42 град. По сравнению с этим наихудшим вариантом решение, представленное на рис. 3, дает выигрыш около 52%.

Поставленные выше задачи не являются полными аналогами задачи нескольких коммивояжеров. Задача с целевой функцией (6) и ограничениями (3)–(5) является одним из вариантов более общей задачи маршрутизации транспорта [15].

Полную аналогию задачи наблюдений объектов с задачей нескольких коммивояжеров можно провести при выполнении ряда условий: требуется охватить наблюдениями все заданные объекты так, чтобы каждый объект попал в зону наблюдения ровно одного из комплектов НА, а сумма всех разворотов, произведенных соответствующими ППН, была минимальной. При этом технических ресурсов каждого комплекта должно быть достаточно, чтобы отследить все заданные объекты (что соответствует отсутствию ограничений на грузоподъемность транспортных средств).

Задача нескольких коммивояжеров может быть сведена к задаче одного коммивояжера на модифицированном графе, как для неориентированных [16], так и ориентированных [17] графов. При этом к исходным графам по специальным правилам добавляются $K - 1$ новых вершин и новые ребра (дуги); в случае задачи о двух коммивояжерах достаточно добавить только новые дуги [16]. Могут использоваться и другие способы замены задачи нескольких коммивояжеров задачей одного коммивояжера. Так, множество объектов может быть разделено на $K$ подмножеств, для каждого из которых решается отдельная задача коммивояжера. Еще один подход состоит в том, что для всех объектов решается задача одного коммивояжера, после чего полученный маршрут разрезается на $K$ фрагментов, при этом может ставиться условие сбалансированности фрагментов по числу входящих в них объектов [18] или по продолжительности их наблюдения.

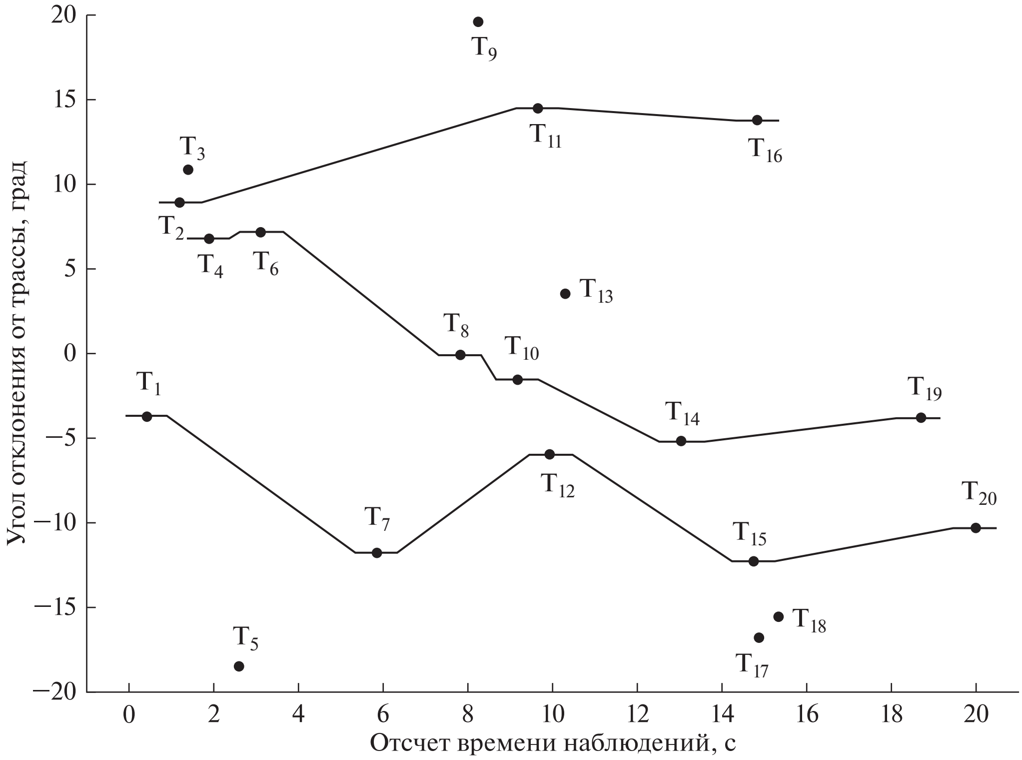


**Рис. 3.** Схема наблюдений 14 объектов из 20 заданных с помощью трех ППН “СОВА-2” с меньшей суммой разворотов платформ, чем решение, представленное на рис. 2.

Например, последовательность наблюдений в инерциальной системе координат, представленная на рис. 1, может быть произведена одним комплектом НА, установленным на ППН типа “СОВА-1”, которая обеспечивает угловую скорость разворота оси визирования величиной 1.5 град/с. Если требуется наблюдать каждый объект в течение 1 мин, то программа наблюдений 50 объектов (рис. 3) потребует 51 мин 24 с. Положим, светотеневые условия или продолжительность поддержания нужной ориентации станции не позволяют наблюдать объекты более 20 мин. В таком случае можно сократить перечень заданных объектов (например, оставив наиболее приоритетные), чтобы успеть отследить их одной (или двумя) ППН, либо распределить все 50 объектов между тремя ППН, разбив исходный маршрут на фрагменты, как показано на рис. 4. Объекты наблюдения обозначены $P_j^k$, где $k$ – номер ППН, а $j$ – нумерация, определяющая порядок наблюдения объектов с помощью данной ППН. Продолжительности наблюдений по полученным программам следующие: 16 мин 30 с для последовательности $P_1^1 - P_{16}^1$; 17 мин 30 с для $P_1^2 - P_{17}^2$ и 17 мин 20 с для $P_1^3 - P_{17}^3$.

Подходы к решению задачи нескольких коммивояжеров, которые разрабатываются в теории комбинаторной оптимизации, востребованы для решения широкого круга научно-исследовательских, производственных и логистических задач. Полученные при этом результаты целесообразно учитывать при разработке средств планирования наблюдений с борта *МКС* в случае, если эта задача с точки зрения формальной постановки в достаточной степени аналогична задачам, решаемым в других областях. Так, обнаруживается сходство задачи оптимизации наблюдения заданных объектов несколькими комплектами НА с задачами централизованного управления несколькими роботизированными транспортными средствами, включая летательные и подводные аппараты. В этой области имеется опыт поиска точных решений, например, модифицированным алгоритмом Хельда–Карпа, основанным на принципах динамического программирования [19], но особенно активно разрабатываются приближенные решения, позволяющие снизить вычислительные затраты до практически приемлемого уровня. К ним относятся, например, аукционный метод [19] и биоинспирированные генетические алгоритмы [20, 21]. Муравьиная метаэвристика также может быть адаптирована для решения задачи маршрутизации нескольких транспортных средств с временны́ми окнами [22].

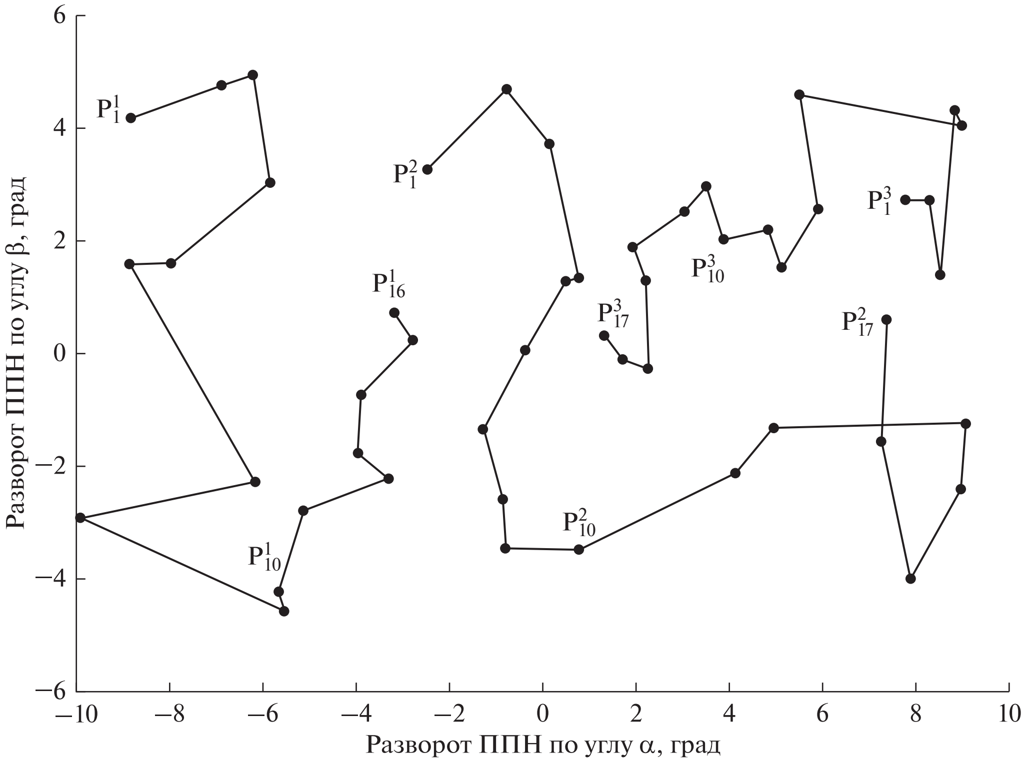


**Рис. 4.** Получено на основе решения задачи коммивояжера (рис. 1).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Программы научно-прикладных исследований орбитальных станций предусматривают наведение научной аппаратуры на исследуемые объекты. НА отечественных орбитальных станций *Салют* и *Мир* обычно жестко крепилась на корпусе станции и ее наведение на изучаемые объекты выполнялось с помощью разворотов всей станции. Размеры и масса *МКС* значительно превосходят аналогичные характеристики станций *Салют* и *Мир* и поэтому подобная технология не может использоваться на *МКС* для наведения исследовательской аппаратуры этой станции на изучаемые объекты. С этой целью в рамках КЭ “Ураган” для выполнения исследований были разработаны подвижные платформы наведения. Одна из таких платформ уже доставлена на борт *МКС*. При наведении на изучаемые объекты исследовательской аппаратуры, устанавливаемой на ППН, реализованы и используются оптимальные методы планирования наблюдений. Для выполнения наблюдений с помощью нескольких ППН, доставка которых планируется на *МКС*, в статье предложены методы, используемые при решении задачи нескольких коммивояжеров.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Беляев М.Ю.* Научные эксперименты на космических кораблях и орбитальных станциях. М.: Машиностроение, 1984.
2. *Беляев М.Ю.*, *Зыков С.Г., Манжелей А.И. и др.* Математическое обеспечение автоматизированного планирования исследований на орбитальном комплексе *Мир* // Космич. исслед. 1988. Т. 27. Вып. 1. С. 126–134.
3. *Беляев Б.И., Беляев М.Ю., Боровихин П.А. и др.* Система автоматической ориентации научной аппаратуры в эксперименте “Ураган” на *Международной космической станции* // Космическая техника и технологии. 2018. № 4(23). С. 70–80.
4. *Беляев М.Ю.* Оперативное планирование научных экспериментов, проводимых с помощью КА // Космич. исслед. 1980. Т. 18. Вып. 2. С. 235–241.
5. *Беляев М.Ю., Рулев Д.Н.* Оптимизация программы экспериментов при оперативном планировании исследований, выполняемых с КА // Космич. исслед. 1987. № 1. С. 30–36.
6. *Беляев М.Ю., Рулев Д.Н.* Оптимизация планирования экспериментов, выполняемых на орбитальных станциях // Космич. исслед. 2007. Т. 45. № 3. С. 236–243.
7. *Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Караваев Д.Ю.* Ожидаемое пространственное разрешение снимков как критерий эффективности при планировании съемок Земли. Труды LIV Чтений К.Э. Циолковского. Казань: Издательство Казанского университета, 2020.
8. *Gutin G., Punnen A.* The Traveling Salesman Problem and Its Variations. Springer, 2007.
9. *Рулев Д.Н., Рулев Н.Д.* Планирование наблюдений астрономических объектов с космического аппарата с учетом ограничений на моменты выполне-

ния наблюдений // Космическая техника и технологии. 2019. № 1(24). С. 58–67.

10. *Гладков Л.А., Курейчик В.В., Курейчик В.М.* Генетические алгоритмы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
11. *Курейчик В.М., Мартынов А.В.* Об алгоритмах решения задачи коммивояжера с временными ограничениями // Информатика, вычислительная техника и инженерное образование. 2014. № 1(16). С. 1–16.
12. *Dorigo M., Stutzler T.* Ant Colony Optimization. A Bradford Book, The MIT Press, 2004.
13. *Носкин Г.В.* Бортовые поворотные платформы наведения, размещаемые на пилотируемых орбитальных космических станциях // Космические роботы, манипуляторы и системы наведения. 2015. Т. 12. Вып. 1–2. С. 213–226.
14. *Беляев М.Ю., Боровихин П.А., Караваев Д.Ю. и др.* Управление подвижными платформами при наведении научной аппаратуры на изучаемые объекты в эксперименте "Ураган" на *Международной космической станции*. Сборник материалов XXIV Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб: Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", 2017.
15. *Toth P., Vigo D.* Vehicle Routing Problems, Methods, and Applications. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, Mathematical Optimization Society, 2014.
16. *Rao M.R.* A note on the multiple traveling salesman problem // Operations Research. 1980. V. 28. № 3. P. 628–632.
17. *Bellmore M., Hong S.* Transformation of multisalesman problem to the standard traveling salesman problem // J. Association Computer Machinery. 1974. V. 21. P. 500–504.
18. *Костюк Ю.Л., Пожидаев М.С.* Приближенные алгоритмы решения сбалансированной задачи *k* коммивояжеров // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2008. № 1(2). С. 106–112.
19. *Туфанов И.Е., Щербатюк А.Ф.* Разработка алгоритмов группового поведения АНПА в задаче обследования локальных неоднородностей морской среды // Управление большими системами. 2012. № 36. С. 262–284.
20. *Подлипьян П.Е., Максимов Н.А.* Многофазный алгоритм решения задачи планирования полета группы беспилотных летательных аппаратов // Труды МАИ. 2011. № 43. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=24769
21. *Бычков И.В., Кензин М.Ю., Максимкин Н.Н. и др.* Эволюционные модели маршрутизации группового движения автономных подводных роботов при многоцелевом динамическом мониторинге морских акваторий // Подводные исследования и робототехника. 2014. № 2(18). С. 4–13.
22. *Ellabib I., Basir O.A., Calamai P.* An Experimental Study of a Simple Ant Colony System for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Ant Algorithms, Third International Workshop, Belgium, 2002. P. 53–64.

# ПОПРАВКА

**DOI:** 10.31857/S0023420622010113

В статье А. А. Хохлачева, М. О. Рязанцевой, Л. С. Рахмановой, Ю. И. Ермолаева, И. Г. Лодкиной "ВАРИАЦИИ ПРОТОНОВ И ДВАЖДЫ ИОНИЗИРОВАННЫХ ИОНОВ ГЕЛИЯ В СОЛНЕЧНОМ ВЕТРЕ", опубликованной в журнале "Космические исследования", 2021, том 59, № 6, С. 443–453 должен быть изменен Рис. 2 на следующий вид: