СОДЕРЖАНИЕ

Том 84, номер 5, 2021

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 370–381

ЯДРА

ФИЗИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ДОСТОВЕРНОСТИ И ОСОБЕННОСТИ ДАННЫХ ПО ФОТОРАСЩЕПЛЕНИЮ ЯДЕР ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta И ^{208}Pb

© 2021 г. В. В. Варламов[1)*], А. И. Давыдов[2)]

Поступила в редакцию 24.02.2021 г.; после доработки 24.02.2021 г.; принята к публикации 25.02.2021 г.

Известная проблема существенных систематических расхождений между сечениями парциальных фотонейтронных реакций, полученных на пучках квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов с помощью метода разделения нейтронов по множественности в Сакле (Франция) и Ливерморе (США), детально рассматривается для ядер ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta и ^{208}Pb с использованием объективных физических критериев достоверности данных. Отношения интегральных сечений $\sigma_{\text{С}}^{\text{инт}}/\sigma_{\text{Л}}^{\text{инт}}$ реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$, полученные по данным обеих лабораторий, для трех последних из указанных ядер значительно различаются, тогда как для ядра ^{75}As практически совпадают. При этом для всех четырех ядер сечения реакции выхода фотонейтронов $(\gamma, xn) = (\gamma, 1n) + 2(\gamma, 2n) + 3(\gamma, 3n)$ существенно различаются уже при энергиях фотонов до порогов реакции $(\gamma, 2n)$, при которых проблема разделения нейтронов по множественности отсутствует. Экспериментальные данные по сечениям парциальных и полных сечений фотонейтронных реакций для ядер ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta и ^{208}Pb сравниваются с сечениями, оцененными в рамках экспериментально-теоретического метода с использованием критериев достоверности данных. Установлено, что расхождения в несколько десятков % величины между сечениями реакций (γ, xn), $(\gamma, sn) = (\gamma, 1n) + (\gamma, 2n) + (\gamma, 3n)$ и $(\gamma, 1n)$, полученными в Ливерморе, и оцененными данными прямо связаны с необоснованным недостоверным занижением величины сечения реакции $(\gamma, 1n)$ вследствие потери значительного количества нейтронов из этой реакции.

DOI: 10.31857/S0044002721050159

1. ВВЕДЕНИЕ

Абсолютное большинство данных по сечениям полных и парциальных фотонейтронных реакций, широко использующихся как в фундаментальных ядерно-физических исследованиях, так и в разнообразных приложениях, получено с помощью метода разделения фотонейтронов по множественности в Ливерморе (США) и Сакле (Франция) [1, 2]. В целом для области гигантского дипольного резонанса (ГДР) до энергий налетающих фотонов $E \approx 30$ МэВ известно [3–5] около 500 наборов данных для ~150 ядер по сечениям как парциальных реакций $(\gamma, 1n)$, $(\gamma, 2n)$ и $(\gamma, 3n)$, так и реакции выхода нейтронов

$$(\gamma, xn) = (\gamma, 1n) + 2(\gamma, 2n) + 3(\gamma, 3n) \quad (1)$$

и полной фотонейтронной реакции

$$(\gamma, sn) = (\gamma, 1n) + (\gamma, 2n) + (\gamma, 3n). \quad (2)$$

[1)]Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия.

[2)]Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия.

[*]E-mail: Varlamov@depni.sinp.msu.ru

Эти данные позволили установить основные характеристики (энергетическое положение, амплитуда, ширина) ГДР для большого числа атомных ядер и определить основные закономерности их изменений в зависимости от энергии налетающих фотонов, индивидуальных характеристик ядер и количества образующихся в реакциях нейтронов [6, 7]. Вместе с тем следует отметить, что во многих случаях основные характеристики ГДР были определены с достаточно большими погрешностями, поскольку данные разных экспериментов, которые были использованы для их определения, существенно расходятся.

Как в Ливерморе, так и в Сакле было получено около 100 наборов данных для 19 ядер (^{51}V, ^{75}As, ^{89}Y, ^{90}Zr, ^{115}In, $^{116-118,120,124}$Sn, ^{127}I, ^{133}Cs, ^{159}Tb, ^{165}Ho, ^{181}Ta, ^{197}Au, ^{208}Pb, ^{232}Th, ^{238}U). Для каждого из них сечения парциальных реакций существенно (во многих случаях до 100% величины) различаются. Эти расхождения определенно являются систематическими, так как сечения реакции $(\gamma, 1n)$, как правило, имеют существенно бо́льшие величины в Сакле, а реакции $(\gamma, 2n)$ — напротив, в Ливерморе (рис. 1) [8]. Так, средние значения отношений интегральных сечений реакций $\sigma_{\text{С}}^{\text{инт}}/\sigma_{\text{Л}}^{\text{инт}}$, полученных соответственно в Сакле и Ливерморе, составляют 1.08 для реакции $(\gamma, 1n)$ и 0.84 для реакции $(\gamma, 2n)$. При этом расхождения между величинами сечений реакции выхода нейтронов (1), включающей образующиеся нейтроны всех множественностей, полученными в разных экспериментах, оказываются относительно небольшими ($\sim$10%) [8, 9]. Такие соотношения свидетельствуют о наличии значительных систематических погрешностей использованных методов разделения фотонейтронов по множественности в тех областях энергий, в которых нейтроны из реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ конкурируют между собой. Поскольку расхождения экспериментальных данных по сечениям парциальных реакций существенно превышают достигнутые статистические погрешности (обычно оцениваемые величиной 5–10%), актуальной задачей является определение того, результаты каких экспериментов являются достоверными и должны использоваться в оценке достоверных основных характеристик ГДР.

Решению этой задачи были посвящены специальные исследования, в ходе которых предпринимались попытки выяснить причины наблюдающихся расхождений и разработать методы их учета [8–10]. Эти исследования не опирались на системный подход, не руководствовались объективными критериями достоверности и в основном сводились к выбору как достоверного одного из двух имеющихся наборов данных. Как результат, предлагаемые рекомендации по устранению наблюдаемых расхождений данных во многих случаях противоречили друг другу. Так, например, при отмеченной выше разной направленности расхождений между сечениями реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$, полученных в разных экспериментах, уменьшение расхождений данных для одной из них с помощью традиционной процедуры перенормировки естественным образом приводило к возрастанию расхождений данных для другой.

В этой связи с целью получения информации о сечениях фотонейтронных реакций, свободной от систематических погрешностей разных экспериментов, был предложен экспериментально-теоретический метод оценки, основанный на использовании объективных критериев достоверности данных, не зависящих от способа их получения [11].

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ СЕЧЕНИЙ ПАРЦИАЛЬНЫХ ФОТОНЕЙТРОННЫХ РЕАКЦИЙ

В качестве объективных физических критериев достоверности сечений парциальных реакций были предложены [11] отношения сечений парциальных реакций определенной ($i = 1, 2, 3\ldots$) множественности $\sigma(\gamma, in)$ к сечению $\sigma(\gamma, xn)$ реакции выхода нейтронов (1), которое практически не зависит от проблем разделения фотонейтронов по множественности, поскольку включает в себя их все,

$$F_i = \sigma(\gamma, in)/\sigma(\gamma, xn). \qquad (3)$$

Использование отношений F_i в качестве критериев достоверности обусловлено тем, что в соответствии с определениями (3) их значения должны быть определенно положительными (поскольку включают в себя только сечения реакций, имеющие размерность площади) и при этом не должны превышать пределов 1.00, 0.50, 0.33 соответственно для $i = 1, 2, 3$. Превышения отношениями $F_i^{\text{эксп}}$ указанных пределов означают, что распределение нейтронов между экспериментальными сечениями реакций было выполнено со значительными систематическими погрешностями, вследствие чего эти сечения не являются достоверными.

Были выполнены исследования достоверности экспериментальных данных по сечениям парциальных реакций для большого числа ядер (^{63,65}Cu, ^{75}As, ^{80}Se, ^{89}Y, $^{90-92,94}$Zr, ^{115}In, ^{127}I, ^{133}Cs, ^{138}Ba, ^{159}Tb, ^{181}Ta, ^{186}W, $^{186,188-190,192}$Os, $^{112,114,116-120,122,124}$Sn, ^{139}La, ^{165}Ho, ^{197}Au, ^{208}Pb, ^{209}Bi и некоторые другие) [11–23]. Они показали, что во многих случаях сечения реакций, полученные как в Сакле, так и Ливерморе, предложенным критериям достоверности данных не удовлетворяют. Во многих областях энергий фотонов наблюдаются или физически запрещенные отрицательные значения сечений реакций или значения, при которых соответствующие им отношения $F_i^{\text{эксп}}$ (3) превышают упомянутые выше объективные физические пределы достоверности, во многих случаях отношения $F_i^{\text{эксп}}$ значительно отличаются от $F_i^{\text{теор}}$, рассчитанных в рамках комбинированной модели фотоядерных реакций (КМФЯР) [24, 25].

С целью определения сечений парциальных реакций, которые удовлетворяли бы критериям достоверности при тех значениях сечения выхода нейтронов $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ (1), которые были определены экспериментально, был предложен экспериментально-теоретический метод оценки [11]. В этом методе совместно используются экспериментальное сечение реакции выхода $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ и отношения $F_i^{\text{теор}}$ (3), рассчитываемые в рамках КМФЯР [24, 25]. Как отмечалось, сечение реакции выхода $\sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn)$ практически не зависит от проблем разделения нейтронов по множественности, поскольку включает в себя все испускаемые в реакции нейтроны. Отношения $F_i^{\text{теор}}$, определяемые по сечениям реакций, рассчитываемых в КМФЯР, также не зависят от проблем экспериментального

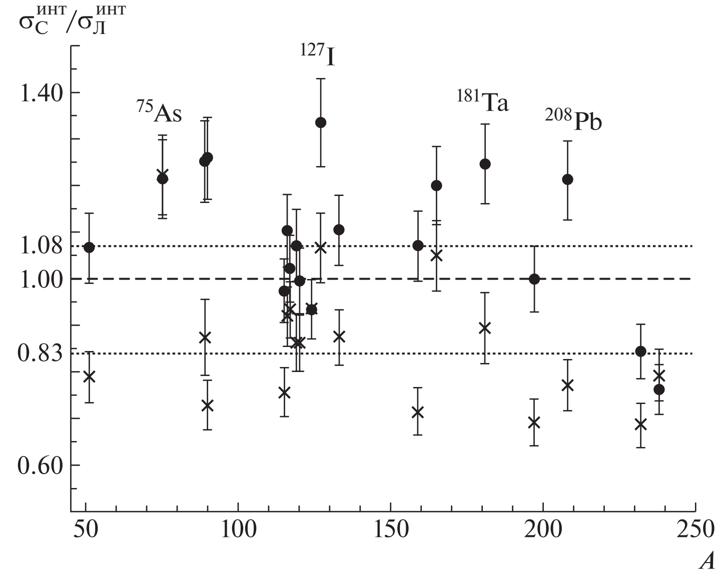

Рис. 1. Систематика [8] отношений $\sigma_{\text{С}}^{\text{инт}}/\sigma_{\text{Л}}^{\text{инт}}$ интегральных сечений, полученных в Сакле и Ливерморе. Кружки — данные для реакции $(\gamma, 1n)$, кресты — для реакции $(\gamma, 2n)$.

определения множественности нейтронов. Таким образом, и сечения $\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, in)$, оцениваемые их совместным использованием

$$\sigma^{\text{оцен}}(\gamma, in) = F_i^{\text{теор}} \sigma^{\text{эксп}}(\gamma, xn), \tag{4}$$

практически не зависят от обсуждаемых проблем и удовлетворяют физическим критериям достоверности данных.

На основании сравнения оцененных в рамках экспериментально-теоретического метода сечений реакций с сечениями, полученными в экспериментах Сакле и Ливермора, было показано [11–23], что основными причинами заметных расхождений между сечениями парциальных реакций, полученных в обеих лабораториях, являются систематические погрешности метода, использованного для подсчета событий с одним и двумя нейтронами. В методе разделения нейтронов из реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ множественность нейтронов определялась по их измеряемой экспериментально энергии, которая в связи с различными обстоятельствами может быть весьма близкой у нейтронов, образующихся в обеих парциальных реакциях. Так, например, энергии нейтронов из реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ значительно различаются в тех случаях, когда конечные ядра обеих реакций образуются в основных состояниях. Однако известно, что во многих случаях конечное ядро реакции $(\gamma, 1n)$ образуется в возбужденных состояниях. При этом энергии нейтронов оказываются существенно меньшими и могут оказаться сравнимыми с энергией нейтронов из реакции $(\gamma, 2n)$.

Было установлено [11–23], что новые оцененные данные, удовлетворяющие физическим критериям достоверности, существенно расходятся с экспериментальными данными. В этой связи сечения парциальных реакций, оцененные для ядер ^{181}Ta [13], ^{209}Bi [18] и ^{197}Au [19], детально сравнивались с результатами измерений выходов соответствующих реакций, выполненных на пучках тормозного γ-излучения с помощью активационного метода. В этом методе, альтернативном методу разделения нейтронов по множественности, прямая идентификация конкретной парциальной реакции основывается на данных не о вылетающих нейтронах, а об образующихся в конечных состояниях реакций ядрах. Было установлено, что хотя сечения реакций, оцененные с помощью предложенного экспериментально-теоретического метода, существенно расходятся с результатами экспериментов, выполненных с помощью метода разделения нейтронов по множественности, они согласуются с результатами активационных экспериментов и, следовательно, являются достоверными.

3. СИСТЕМАТИКИ РАСХОЖДЕНИЙ ДАННЫХ ДЛЯ ЯДЕР ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta И ^{208}Pb

Для большинства из 19 ядер, систематика расхождений [8] сечений парциальных реакций для которых приведена на рис. 1, характерным является то обстоятельство, что эти расхождения наблюдаются при энергиях, превышающих пороги $B2n$ реакции $(\gamma, 2n)$, т.е. в областях, в которых эти две реакции конкурируют между собой. Типичный пример для случая ядра ^{159}Tb [26, 27] представлен на рис. 2.

В той же систематике расхождений ядра ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta и ^{208}Pb вызывают особый интерес.

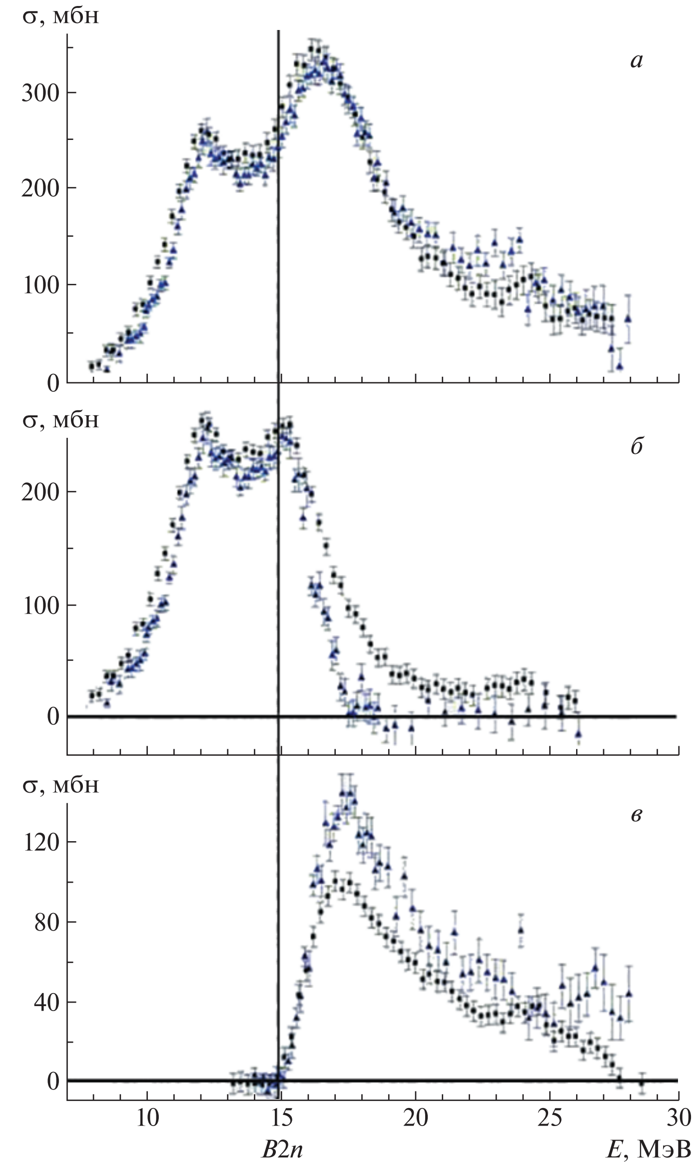

Рис. 2. Сравнение экспериментальных ([26] — квадраты, [27] — треугольники) сечений реакций на ядре ^{159}Tb: *а* — $\sigma(\gamma, sn)$, *б* — $\sigma(\gamma, 1n)$, *в* — $\sigma(\gamma, 2n)$.

Их объединяет весьма характерное отличие от остальных 15 ядер обсуждаемой систематики — существенные расхождения величин сечений реакции выхода нейтронов (1) и полной фотонейтронной реакции (2) уже в областях энергий фотонов до порогов $B2n$. При таких энергиях проблемы множественности отсутствуют, поскольку все нейтроны образуются только в реакции $(\gamma, 1n)$, и, следовательно, сечения реакций (γ, xn), (γ, sn) и $(\gamma, 1n)$ должны совпадать. Однако для каждого из рассматриваемых в настоящей работе ядер ^{181}Ta [26, 28], ^{208}Pb [29, 30], ^{75}As [31, 32] и ^{127}I [33, 34] ситуация существенно отличается от описанной выше для ядра ^{159}Tb. На рис. 3 в качестве типичных для всех четырех ядер примеров приводятся полученные в Ливерморе и Сакле сечения реакции (γ, xn) для обсуждаемых в настоящей работе ядер ^{208}Pb и ^{75}As. Видно, что расхождения в области энергий до порога $B2n$ оказываются существенно бóльшими, чем расхождения при энергиях до $B3n$. Так, в случае примера для ядра ^{208}Pb отношения интегральных сечений значительно различаются, соответственно $\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}(E^{\text{инт}} = B2n) = 1.26$ [29], $\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}(E^{\text{инт}} = B3n) = 1.20$ [30], тогда как в случае приведенного выше примера для ядра ^{159}Tb совпадают — 1.05 и 1.02 [12].

При этом в случаях ядер ^{127}I, ^{181}Ta и ^{208}Pb отношения интегральных сечений $\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ для реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ значительно различаются

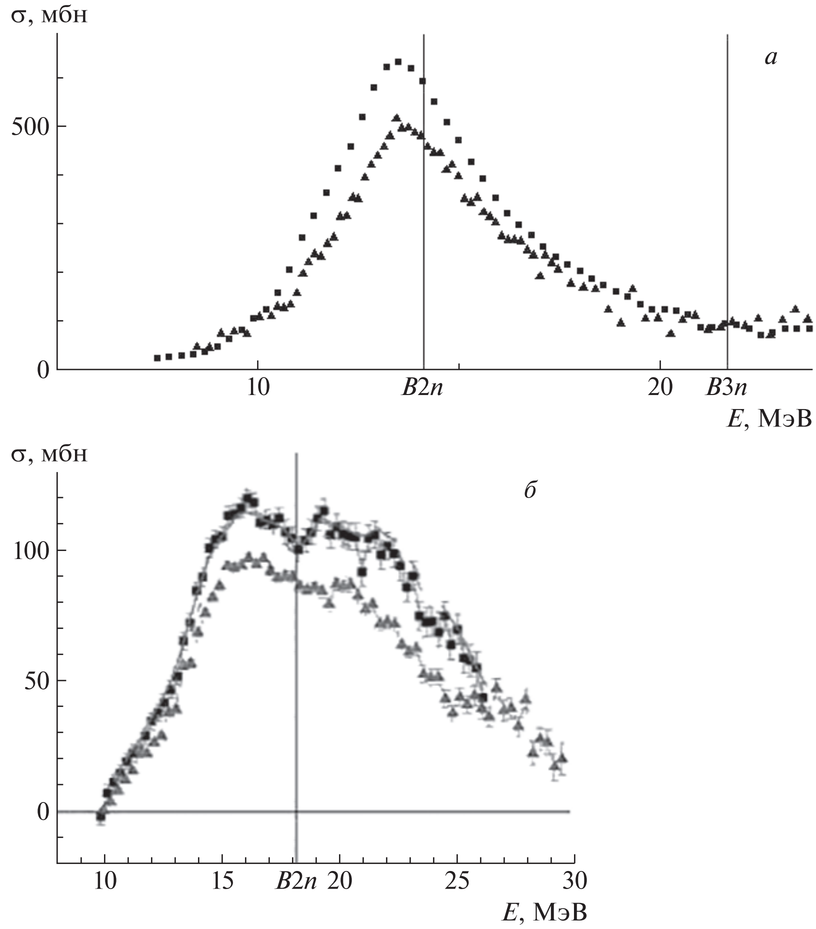

Рис. 3. Сравнение сечений реакции (γ, xn), полученных в Сакле (квадраты) и Ливерморе (треугольники): a — ^{208}Pb [29, 30], $б$ — ^{75}As [31, 32].

(1.34–1.08, 1.25–0.89 и 1.22–0.77 соответственно), тогда как для ядра ^{75}As практически совпадают — $\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}(1n) \approx \sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}(2n) \approx 1.22$ (этот случай был ранее рассмотрен специально [22]). В случае ядра ^{181}Ta причины обнаруженных расхождений данных для сечений реакции выхода нейтронов (γ, xn) были детально проанализированы ранее [13] на основе сравнения экспериментальных данных с результатами оценки с помощью экспериментально-теоретического метода. Было установлено, что в области энергий фотонов до порога $B3n$ реакции $(\gamma, 3n)$ экспериментальное сечение реакции выхода нейтронов ^{181}Ta(γ, xn), полученное в Ливерморе [28], занижено на 24% по сравнению с оцененным сечением (а также и с сечением, полученным в Сакле [26]), и показано, что это существенное недостоверное занижение обусловлено потерей в эксперименте Ливермора [28] значительного количества нейтронов из реакции ^{181}Ta$(\gamma, 1n)$, которое, в свою очередь, оказалось заниженным по сравнению с оцененным сечением на $\sim$45%. Аналогичные выводы были сделаны при исследовании соотношений сечений разных реакций на ядре ^{127}I [23].

Настоящая работа посвящена проведению детальных исследований причин наблюдаемых существенных расхождений между данными экспериментов, выполненных в Ливерморе и Сакле для ядер ^{75}As и ^{208}Pb, аналогичных тем, которые были выполнены ранее для ядер ^{181}Ta [13] и ^{127}I [23].

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ОЦЕНЕННЫЕ СЕЧЕНИЯ ДЛЯ ЯДЕР ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta И ^{208}Pb

Исследования, выполненные для большого ($\sim$50) числа ядер [11–23], показали, что во многих случаях сечения парциальных реакций, полученные как в Сакле, так и Ливерморе, не удовлетворяют объективным физическим критериям достоверности данных, в качестве которых были предложены отношения (3). Так, например, в типичном случае обсуждаемого в настоящей работе ядра ^{208}Pb отношения $F_{1,2}$ (3), представленные на

Таблица 1. Отношения интегральных сечений $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ и $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ полных и парциальных реакций для ядер ^{181}Ta [13] и ^{127}I [23], рассчитанные в областях энергий фотонов до порогов $B3n$ реакции $(\gamma, 3n)$

	^{181}Ta		^{127}I	
	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [13]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ [26]	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [13]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ [28]	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [23]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ [33]	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [23]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ [34]
(γ, xn)	1.00	1.24	0.99	1.20
(γ, sn)	0.96	1.30	1.00	1.25
$(\gamma, 1n)$	0.88	1.46	1.01	1.33
$(\gamma, 2n)$	1.16	1.05	0.94	0.98

рис. 4, очевидно, свидетельствуют о недостоверности экспериментальных данных, полученных в Ливерморе. В области энергий налетающих фотонов $\sim$18–23 МэВ наблюдается много физически запрещенных отрицательных значений $F_1^{\text{эксп}}$, а в области энергий $\sim$23–28 МэВ значений $F_1^{\text{эксп}}$, существенно отличающихся от $F_1^{\text{теор}}$. При этом в области энергий $\sim$18–28 МэВ отношения $F_2^{\text{эксп}}$ имеют значения, существенно превышающие допустимое критериями достоверности (3) значение 0.50.

Как отмечалось выше, с использованием критериев достоверности данных в рамках экспериментально-теоретического метода (4) для большого числа ядер были оценены сечения парциальных и полных реакций, удовлетворяющие критериям достоверности [11–23]. Было установлено, что существенные расхождения новых оцененных сечений с экспериментальными данными обусловлены тем, что экспериментальные сечения содержат значительные систематические погрешности процедуры определения множественности фотонейтронов по их измеряемой кинетической энергии. Как отмечалось выше, такого рода расхождения должны иметь место в тех областях энергий фотонов, в которых парциальные реакции, прежде всего, $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$, между собой конкурируют, т.е. для средних и тяжелых ядер — в области энергий налетающих фотонов, бо́льших порога $B2n$. Наличие существенных расхождений в области меньших энергий свидетельствует о присутствии в экспериментальных данных систематических погрешностей иного рода, возможно обусловленных проблемами технического характера, влияющих на эффективность регистрации нейтронов различной мультипольности. В этой связи для ядер ^{75}As и ^{208}Pb выполнены детальные исследования соотношений экспериментальных и оцененных сечений разных фотонейтронных реакций, аналогичные тем, которые были выполнены ранее для ядер ^{181}Ta [13] и ^{127}I [23].

4.1. Ядра ^{181}Ta и ^{127}I

В случае ядра ^{181}Ta было установлено [13], что существенное (на 24%) занижение сечения реакции (γ, xn), полученного в Ливерморе [28], по сравнению с оцененными данными и данными Сакле [26] обусловлено потерей в эксперименте [28] значительной части нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$, сечение которой занижено по сравнению с данными Сакле на 46% (табл. 1). Такой вывод был сделан на основании исследования того, как соотносятся между собой сечения всех обсуждаемых полных и парциальных реакций. С использованием данных об интегральных сечениях экспериментальных и оцененных парциальных и полных фотонейтронных реакций были проанализированы отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{С/Л}}$ для каждой из них.

Из данных табл. 1 хорошо видно, что эти данные существенно различаются для сечений, полученных в Сакле и Ливерморе. В случае данных Сакле [26] рассчитанные отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ близки к 1 (1.00, 0.96, 0.88, 1.16), а относительно небольшие их различия соответствуют систематическим погрешностям идентификации нейтронов с разными множественностями в реакциях $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$.

В случае данных Ливермора [28] приведенные данные определенно свидетельствуют о наличии систематических погрешностей иного рода, поскольку отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ для всех четырех обсуждаемых реакций на десятки процентов отличаются от 1 и существенно различаются между собой. Так, в области энергий до $E = 25.0$ МэВ сечения реакций $\sigma(\gamma, xn) = \sigma(\gamma, 1n) + 2\sigma(\gamma, 2n)$, $\sigma(\gamma, sn) = \sigma(\gamma, 1n) + \sigma(\gamma, 2n)$, $\sigma(\gamma, 1n)$ и $\sigma(\gamma, 2n)$ отличаются вкладами сечения $\sigma(\gamma, 1n)$:

– в сечении $\sigma(\gamma, xn)$ сечение $\sigma(\gamma, 1n)$ имеет некоторый вклад, определяемый тем, что к нему добавляются два сечения $\sigma(\gamma, 2n)$; отношение $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}} = 1.24$;

– в сечении $\sigma(\gamma, sn)$ вклад сечения $\sigma(\gamma, 1n)$ возрастает, поскольку к нему добавляется лишь одно сечение $\sigma(\gamma, 2n)$; отношение $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}} = 1.30$;

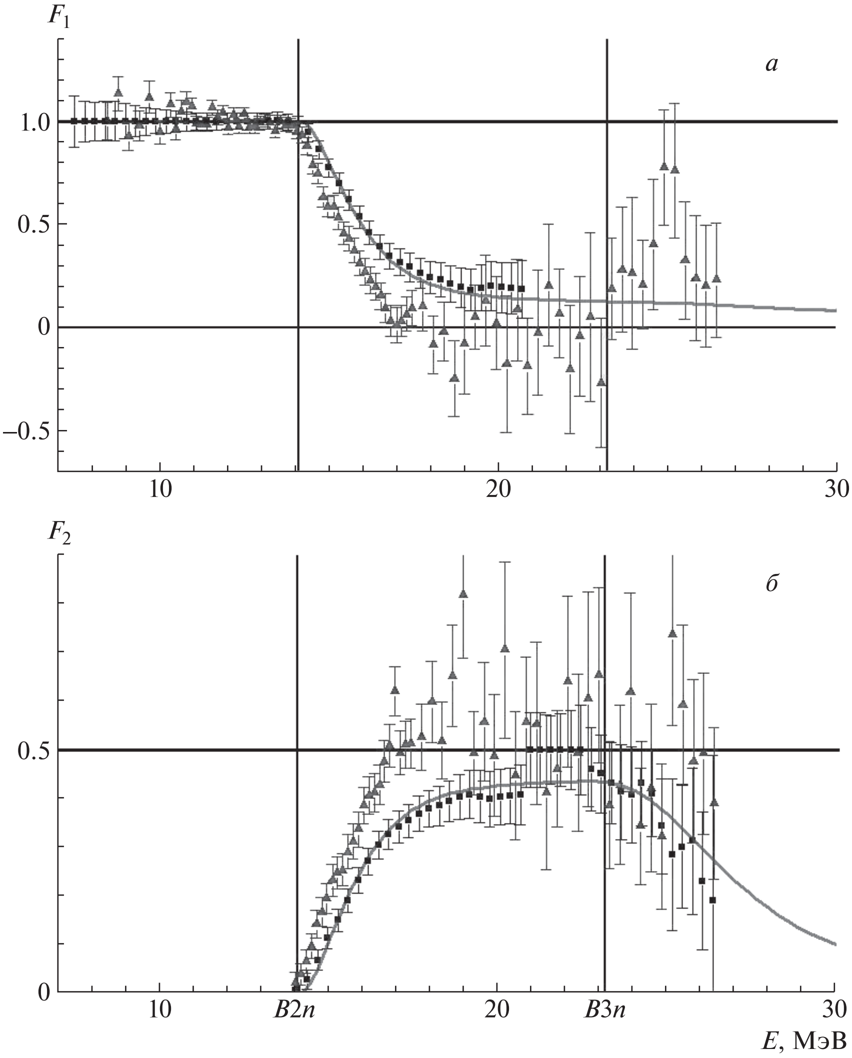

Рис. 4. Сравнение [13] экспериментальных переходных функций $F_i^{\text{эксп}}$, полученных по данным Сакле ([29], квадраты) и Ливермора ([30], треугольники) и для ядра ^{208}Pb, с результатами расчетов [24, 25] $F_i^{\text{теор}}$ (кривые): *а* — F_1, *б* — F_2.

– в самом сечении $\sigma(\gamma, 1n)$ его собственный вклад, естественно, максимален — 100%; отношение $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}} = 1.46$;

– в сечении $\sigma(\gamma, 2n)$ вклад сечения $\sigma(\gamma, 1n)$, естественно, отсутствует (0%); $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}} = 1.05$.

Таким образом, чем больше оказывается вклад сечения $\sigma(\gamma, 1n)$ в сечениях других реакций, в которых этот вклад присутствует, тем больше экспериментальные сечения отличаются от оцененных сечений. В случае же отсутствия вклада сечения $\sigma(\gamma, 1n)$ экспериментальное сечение $\sigma(\gamma, 2n)$ оказывается практически равным оцененному сечению. Это означает, что наблюдаемые расхождения сечений реакций $\sigma(\gamma, xn)$, $\sigma(\gamma, sn)$ и $\sigma(\gamma, 1n)$, полученных в Ливерморе [28], с оцененными сечениями обусловлены недостоверным (необоснованным, ошибочным) занижением именно сечения $\sigma(\gamma, 1n)$.

В связи с этим обстоятельством были сделаны выводы [13] о том, что значительное количество нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$ на ядре ^{181}Ta в экспериментах Ливермора [28] было потеряно. Этот вывод дополнительно подтверждается тем обстоятельством, что в эксперименте [28] вообще не наблюдались нейтроны из реакции $^{181}\text{Ta}(\gamma, 1n)$ в области энергий налетающих фотонов, превышающих ~ 17.5 МэВ. Причиной потери нейтронов могут быть определенные проблемы с эффективностью регистрации нейтронов разных энергий, в свою очередь обусловленные техническими проблемами сложной экспериментальной установки (большое количество газоразрядных счетчиков, размещенных в парафиновом замедлителе).

Аналогично ситуации для ядра ^{181}Ta выглядят (табл. 1) соответствующие соотношения между величинами сечений разных реакций в случае ядра

^{127}I [23]: по данным Сакле [33] — 0.99, 1.00, 1.01 и 0.94, по данным Ливермора [34] — 1.20, 1.25, 1.33 и 0.98. Это свидетельствует о том, что и в случае ядра ^{127}I в эксперименте Ливермора [34] заметное количество нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$ также было потеряно.

4.2. Ядра ^{75}As и ^{208}Pb

В табл. 2 приведены интегральные сечения обсуждаемых в настоящей работе экспериментальных сечений фотонейтронных реакций для ядер ^{208}Pb [29, 30] и ^{75}As [31, 32] и сечений, оцененных с помощью экспериментально-теоретического метода [13, 22]. Соответствующие оцененные сечения реакций (γ, sn), $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ для ядра ^{208}Pb в сравнении с экспериментальными данными представлены на рис. 5. Данные табл. 2 позволяют провести детальный анализ соотношений экспериментальных и оцененных значений интегральных сечений реакций (γ, xn), (γ, sn), $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ для ядер ^{75}As и ^{208}Pb, аналогичный тому, который был выполнен ранее для ядер ^{181}Ta [13] и ^{127}I [23]. Данные о соответствующих отношениях интегральных сечений $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ и $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$, рассчитанных в областях энергий до порогов $B3n$ для каждого из ядер, приведены в табл. 3 и свидетельствуют о том, что для обоих обсуждаемых ядер ^{75}As и ^{208}Pb (аналогично тому, что выше было представлено для ядер ^{181}Ta и ^{127}I):

– отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$, рассчитанные по данным, полученным в Сакле [29, 31], относительно близки к 1, а их изменения при переходах $(\gamma, xn) \to (\gamma, sn) \to (\gamma, 1n) \to (\gamma, 2n)$ не проявляют сколь-нибудь заметной систематики изменений (0.99, 1.00, 1.02 и 0.92 в случае ядра ^{75}As и 1.00, 0.99, 0.96 и 1.08 в случае ядра ^{208}Pb);

– отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$, рассчитанные по данным для реакций (γ, xn), (γ, sn) и $(\gamma, 1n)$, полученным в Ливерморе [30, 32], имеют величины порядка нескольких десятков % и демонстрируют очевидные систематики возрастания ($1.27 \to 1.30 \to 1.34$ в случае ядра ^{75}As и $1.20 \to 1.30 \to 1.40$ в случае ядра ^{208}Pb);

– отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$, рассчитанные по данным Ливермора [30, 32] для реакции $(\gamma, 2n)$, оказываются намного меньшими по сравнению с отношениями для реакции $(\gamma, 1n)$: соответственно 1.14 для ядра ^{75}As и 0.85 для ядра ^{208}Pb.

Данные, приведенные в табл. 1 и 3, позволяют относительно сечений реакций, полученных в Ливерморе для ядер ^{75}As [32] и ^{208}Pb [30], сделать вывод, аналогичный тому, который был сделан ранее для ядер ^{181}Ta [28] и ^{127}I [34]. Обнаруженные систематические расхождения сечений реакций (γ, xn), (γ, sn) и $(\gamma, 1n)$, очевидно, свидетельствуют о том, что они обусловлены недостоверным (необоснованным, ошибочным) занижением сечения реакции $(\gamma, 1n)$, значительное количество нейтронов из которой было потеряно. Следовательно, данные экспериментов Ливермора для ядер ^{75}As [32] и ^{208}Pb [30], также как для ядер ^{127}I [34] и ^{181}Ta [28] не являются достоверными.

4.3. Особенности расхождений экспериментальных и оцененных сечений реакций $(\gamma, 2n)$ для ядер ^{75}As и ^{208}Pb

Следует отметить, что в случаях ядер ^{127}I и ^{181}Ta отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}(\gamma, 2n)$ оказываются весьма небольшими: экспериментальное сечение реакции $(\gamma, 2n)$ в случае ядра ^{181}Ta имеет величину лишь на 5% меньше, а в случае ядра ^{127}I — лишь на 2% больше соответствующих величин оцененных сечений. Это означает, что сечения реакции $(\gamma, 2n)$ для этих двух ядер были определены в Ливерморе вполне достоверно, а недостоверные величины сечений полных реакций (γ, xn), (γ, sn) и парциальной реакции $(\gamma, 1n)$ обусловлены потерей значительного количества нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$.

При этом экспериментальные сечения реакции $(\gamma, 2n)$, полученные в Ливерморе для ядер ^{75}As [32] и ^{208}Pb [30], отличаются от оцененных данных более заметно. Данные, приведенные в табл. 3, свидетельствуют о том, что в случае ядра ^{75}As сечение $\sigma(\gamma, 2n)$ оказывается на 14% заниженным, а в случае ядра ^{208}Pb, напротив, на 15% завышенным по сравнению с оцененными сечениями [22, 13]. Таким образом, в случае ядра ^{75}As заниженными по сравнению с оцененными сечениями оказываются сечения обеих парциальных реакций, соответственно $(\gamma, 1n)$ на 34% и $(\gamma, 2n)$ на 14%. При этом отношения интегральных сечений для реакций $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$, полученных в Сакле и Ливерморе, практически совпадают — $\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}(1n) \approx \sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}(2n) \approx 1.22$ (рис. 1 и табл. 2). Это означает, что нейтроны были потеряны не только в реакции $(\gamma, 1n)$, но и в реакции $(\gamma, 2n)$. В совокупности это значит, что расхождение данных Ливермора с оцененными данными (как и с данными Сакле) в случае ядра ^{75}As обусловлено существенной погрешностью абсолютной нормировки результатов эксперимента [32]. Об этом свидетельствуют и данные табл. 2: приведенные отношения $\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ [31]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ [32] для всех исследуемых реакций близки (1.26–1.29). Следует отметить, что

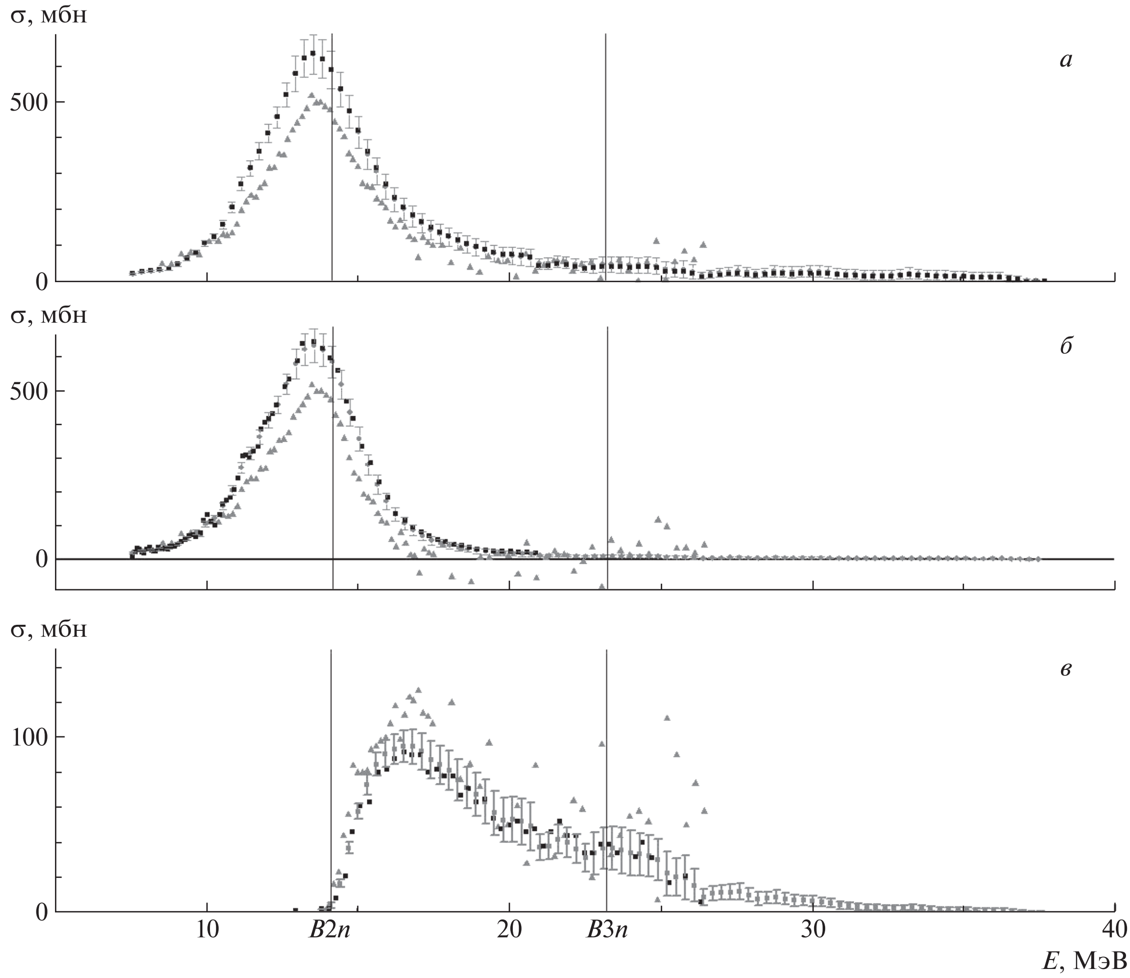

Рис. 5. Оцененные (кружки) [13] и экспериментальные (Сакле [29] — квадраты и Ливермор [30] — треугольники) сечения реакций на ядре ^{208}Pb: *а* — (γ, sn), *б* — $(\gamma, 1n)$, *в* — $(\gamma, 2n)$.

на основании результатов специального исследования причин обсуждаемых расхождений авторами экспериментов в Ливерморе утверждалось [10], что обсуждаемые расхождения могут быть обусловлены погрешностями процедур, использованных как для определения потока налетающих фотонов, так и эффективности детектора: “Therefore, this comparison implies an error either in the photon flux determination or in the neutron detection efficiency or in both.”

Завышение на 15% экспериментального сечения реакции $(\gamma, 2n)$ по отношению к оцененному сечению для ядра ^{208}Pb подобного простого объяснения не допускает. Об этом же наглядно свидетельствуют (рис. 4) отношения $F_2^{\text{эксп}}$, значения которых в области энергий фотонов ≈16.5–23.0 МэВ намного превышают не только рассчитанные теоретически значения $F_2^{\text{теор}}$, но и объективный физический предел достоверности данных 0.50. Это означает, что в сечение реакции $(\gamma, 2n)$ было недостоверно (необоснованно, ошибочно) добавлено значительное количество нейтронов из других источников. В рассматриваемой области энергий налетающих фотонов такими источниками могут быть только реакции $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 1n1p)$. Поскольку согласно результатам расчетов сечений различных фотоядерных реакций на ядре ^{208}Pb в рамках КМФЯР [24, 25] сечение реакции $(\gamma, 1n1p)$ в области энергий ≈16.5–23.0 МэВ практически равно 0, единственным источником избыточных нейтронов в реакции $(\gamma, 2n)$ могут быть лишь недостоверно (ошибочно) интерпретированные нейтроны из реакции $(\gamma, 1n)$. Таким образом, установленное существенное (40%) недостоверное занижение сечения реакции $(\gamma, 1n)$ в сочетании с заметным (15%) недостоверным завышением сечения реакции $(\gamma, 2n)$ свидетельствует о проявлении в случае ядра ^{208}Pb систематических погрешностей обоих типов. Значительное количество нейтронов было изъято из канала “$1n$” в связи с не только недостоверной интерпретацией их как нейтронов из канала

Таблица 2. Сравнение оцененных и экспериментальных интегральных сечений $\sigma^{\text{инт}}$ (в МэВ мбн) фотонейтронных реакций для ядер ^{75}As и ^{208}Pb в области энергий до порогов $B3n$ реакции $(\gamma, 3n)$

Реакция	^{75}As ($E^{\text{инт}} = B3n = 26.20$ МэВ)		
	Эксперимент [31]	Эксперимент [32]	Оценка [22]
(γ, xn)	1308.77 ± 6.61	1018.07 ± 3.39	1290.68 ± 12.04
(γ, sn)	1091.25 ± 6.61	841.44 ± 4.1	1090.40 ± 11.57
$(\gamma, 1n)$	873.82 ± 5.60	666.33 ± 3.73	890.14 ± 10.98
$(\gamma, 2n)$	217.43 ± 3.51	175.10 ± 1.70	200.27 ± 3.66
Реакция	^{208}Pb ($E^{\text{инт}} = B3n = 23.20$ МэВ)		
	Эксперимент [29]	Эксперимент [30]	Оценка [13]
(γ, xn)	3820.8 ± 41.6	3186.7 ± 47.5	3820.8 ± 41.6
(γ, sn)	3299.4 ± 29.3	2508.2 ± 36.9	3270.9 ± 16.4
$(\gamma, 1n)$	2817.1 ± 41.6	1922.0 ± 57.9	2699.6 ± 13.2
$(\gamma, 2n)$	530.0 ± 18.2	670.9 ± 32.0	571.2 ± 7.7

Таблица 3. Сравнение отношений $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ и $\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}/\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ интегральных сечений оцененных и экспериментальных сечений полных и парциальных фотонейтронных реакций на ядрах ^{75}As, ^{127}I и ^{208}Pb, рассчитанных до порогов $B3n$ реакции $(\gamma, 3n)$

	^{75}As		^{208}Pb	
	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [22]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ [31]	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [22]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ [32]	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [13]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{С}}$ [29]	$\sigma^{\text{инт}}_{\text{оцен}}$ [13]/$\sigma^{\text{инт}}_{\text{Л}}$ [30]
(γ, xn)	0.99	1.27	1.00	1.20
(γ, sn)	1.00	1.30	0.99	1.30
$(\gamma, 1n)$	1.02	1.34	0.96	1.40
$(\gamma, 2n)$	0.92	1.14	1.08	0.85

“$2n$”, но и с потерей нейтронов из канала “$1n$”, обусловленной техническими проблемами детектирования.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С целью исследования причин существенных систематических погрешностей экспериментальных сечений парциальных фотонейтронных реакций на ядрах ^{75}As [31, 32] и ^{208}Pb [29, 30], полученных на пучках квазимоноэнергетических аннигиляционных фотонов с помощью метода разделения нейтронов по множественности, детально проанализированы соотношения между экспериментальными сечениями реакций (γ, xn), (γ, sn), $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ и сечениями, оцененными с помощью экспериментально-теоретического метода [13, 22]. Обнаружено, что в случаях обоих исследованных в настоящей работе ядер ^{75}As и ^{208}Pb между обсуждаемыми сечениями реакций присутствуют характерные расхождения, аналогичные тем, которые ранее были обнаружены для ядер ^{181}Ta [13] и ^{127}I [23].

Выполненный анализ данных по сечениям реакций (γ, xn), (γ, sn), $(\gamma, 1n)$ и $(\gamma, 2n)$ свидетельствует о том, что результаты экспериментов Сакле для ядер ^{75}As [31] и ^{208}Pb [29] и оценки с помощью экспериментально-теоретического метода (соответственно, [22] и [13]) весьма близки. Наблюдаются небольшие расхождения, обусловленные погрешностями процедуры определения множественности нейтронов по их измеряемой энергии.

При этом установлено, что в случаях данных Ливермора для ядер ^{75}As [32] и ^{208}Pb [30] наблюдаются весьма характерные соотношения между экспериментальными и оцененными интегральными сечениями обсуждаемых реакций. Чем больше оказывается вклад простой реакции $(\gamma, 1n)$ в сечение более сложной реакции, тем больше (на несколько десятков процентов) расходятся между собой экспериментальные и оцененные сечения. В случае самой реакции $(\gamma, 1n)$ расхождения достигают максимальных величин. При этом в случае реакции $(\gamma, 2n)$, в которой вклад реакции $(\gamma, 1n)$, естественно, отсутствует, расхождения между данными Ливермора и оцененными сечениями уменьшаются до величин порядка нескольких процентов.

Обнаружено, что ситуации для ядер ^{75}As и ^{208}Pb оказываются аналогичными ситуациям для ядер ^{127}I и ^{181}Ta, исследованных ранее [13, 23]. Делается вывод о том, что полученные в Ливерморе сечения полных и парциальных реакций для ядер ^{75}As [32] и ^{208}Pb [30], так же, как и для ядер ^{127}I [34] и ^{181}Ta [28], определенно не являются достоверными вследствие потери значительного количества нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$.

При этом показано, что в случае ядра ^{75}As [32] потеря нейтронов из реакции $(\gamma, 1n)$ сопровождается потерей нейтронов и из реакции $(\gamma, 2n)$, что в совокупности означает присутствие для этого ядра погрешностей абсолютной нормировки экспериментальных данных, обусловленных техническими проблемами детектирования нейтронов в канале "$1n$".

В случае ядра ^{208}Pb [30] обнаружено как существенное недостоверное занижение сечения реакции $(\gamma, 1n)$, так и несоответствующее критериям достоверности данных завышение сечения реакции $(\gamma, 2n)$. Это означает, что частично нейтроны из реакции $(\gamma, 1n)$ были ошибочно интерпретированы как образующиеся в реакции $(\gamma, 2n)$, а частично потеряны.

Таким образом, показано, что полученные в Ливерморе экспериментальные данные для ядер ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta и ^{208}Pb [28, 30, 32, 34], определенно не являются достоверными и не должны использоваться в оценках основных параметров ГДР.

Проведенные исследования свидетельствуют о том, что проблема систематических расхождений экспериментальных сечений парциальных и полных фотонейтронных реакций, полученных в разных экспериментах, является комплексной и носит индивидуальный характер, поскольку для разных ядер наблюдаемые расхождения проявляются по-разному, имеют разные причины и требуют отдельных подходов к анализу и интерпретации.

Исследования выполнены в Центре данных фотоядерных экспериментов (Отдел электромагнитных процессов и взаимодействий атомных ядер) Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына МГУ имени М.В. Ломоносова.

Авторы выражают благодарность В. Н. Орлину за проведение необходимых теоретических расчетов и помощь в обсуждении данных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. S. Dietrich and B. L. Berman, At. Data Nucl. Data Tables **38**, 199 (1988).
2. A. V. Varlamov, V. V. Varlamov, D. S. Rudenko, and M. E. Stepanov, INDC(NDS)-394, IAEA NDS (Vienna, Austria, 1999).
3. Международная база данных по ядерным реакциям Центра данных фотоядерных экспериментов НИИЯФ МГУ "Nuclear Reaction Database (EXFOR)", http://cdfe.sinp.msu.ru/exfor/index.php
4. International Atomic Energy Agency Nuclear Data Section, Database "Experimental Nuclear Reaction Data (EXFOR)", http://www-nds.iaea.org/exfor
5. USA National Nuclear Data Center, Database "CSISRS and EXFOR Nuclear Reaction Experimental Data", http://www.nndc.bnl.gov/exfor/exfor00.htm
6. B. L. Berman and S. C. Fultz, Rev. Mod. Phys. **47**, 713 (1975).
7. Б. С. Ишханов, И. М. Капитонов, *Взаимодействие электромагнитного излучения с атомными ядрами* (Изд-во Моск. ун-та, 1979).
8. В. В. Варламов, Н. Н. Песков, Д. С. Руденко, М. Е. Степанов, ВАНТ. Сер. Ядерные константы **1–2**, 48 (2003).
9. E. Wolynec and M. N. Martins, Rev. Bras. Fis. **17**, 56 (1987).
10. B. L. Berman, R. E. Pywell, S. S. Dietrich, M. N. Thompson, K. G. McNeill, and J. W. Jury, Phys. Rev. C **36**, 1286 (1987).
11. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, В. А. Четверткова, Изв. РАН. Сер. физ. **74**, 875 (2010) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **74**, 833 (2010)].
12. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **75**, 1414 (2012) [Phys. At. Nucl. **75**, 1339 (2012)].
13. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ **76**, 1484 (2013) [Phys. At. Nucl. **76**, 1403 (2013)].
14. В. В. Варламов, М. А. Макаров, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ **78**, 678 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 634 (2015)].
15. В. В. Варламов, М. А. Макаров, Н. Н. Песков, М. Е. Степанов, ЯФ **78**, 797 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 746 (2015)].
16. В. В. Варламов, А. И. Давыдов, М. А. Макаров, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, Изв. РАН. Сер. физ. **80**, 351 (2016) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **80**, 317 (2016)].
17. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, ЯФ **79**, 315 (2016) [Phys. At. Nucl. **79**, 501 (2016)].
18. S. S. Belyshev, D. M. Filipescu, I. Gheoghe, B. S. Ishkhanov, V. V. Khankin, A. S. Kurilik, A. A. Kuznetsov, V. N. Orlin, N. N. Peskov, K. A. Stopani, O. Tesileanu, and V. V. Varlamov, Eur. Phys. J. A **51**, 67 (2015).
19. V. Varlamov, B. Ishkhanov, and V. Orlin, Phys. Rev. C **96**, 044606 (2017).
20. В. В. Варламов, Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **80**, 632 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 1106 (2017)].

21. В. В. Варламов, В. Н. Орлин, Н. Н. Песков, Изв. РАН. Сер. физ. **81**, 744 (2017) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **81**, 670 (2017)].
22. V. Varlamov, A. Davydov, V. Kaidarova, and V. Orlin, Phys. Rev. C **99**, 024608 (2019).
23. V. V. Varlamov, A. I. Davydov, and V. N. Orlin, Amer. J. Phys. Appl. **8**, 64 (2020).
24. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЭЧАЯ **38**, 460 (2007) [Phys. Part. Nucl. **38**, 232 (2007)].
25. Б. С. Ишханов, В. Н. Орлин, ЯФ **71**, 517 (2008) [Phys. At. Nucl. **71**, 493 (2008)].
26. R. Bergere, H. Beil, and A. Veyssiere, Nucl. Phys. A **121**, 463 (1968).
27. R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, R. R. Harvey, and S. C. Fultz, Phys. Rev. **133**, B869 (1964).
28. R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, G. F. Auchampaugh, and S. C. Fultz, Phys. Rev. **129**, 2723 (1963).
29. A. Veyssiere, H. Beil, R. Bergere, P. Carlos, and A. Lepretre, Nucl. Phys. A **159**, 561 (1970).
30. R. R. Harvey, J. T. Caldwell, R. L. Bramblett, and S. C. Fultz, Phys. Rev. **136**, B126 (1964).
31. P. Carlos, H. Beil, R. Bergère, J. Fagot, A. Leprêtre, A. Veyssière, and G. V. Solodukhov, Nucl. Phys. A **258**, 365 (1976).
32. B. L. Berman, R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, H. S. Davis, M. A. Kelly, and S. C. Fultz, Phys. Rev. **177**, 1745 (1969).
33. R. Bergere, H. Beil, P. Carlos, and A. Veyssiere, Nucl. Phys. A **133**, 417 (1969).
34. R. L. Bramblett, J. T. Caldwell, B. L. Berman, R. R. Harvey, and S. C. Fultz, Phys. Rev. **148**, 1198 (1966).

THE PHYSICAL CRITERIA OF RELIABILITY AND FEATURES OF DATA ON PHOTODISINTEGRATION OF ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta, AND ^{208}Pb

V. V. Varlamov[1)], A. I. Davydov[2)]

[1)] Skobeltsyn Institute of Nuclear Physics, Lomonosov Moscow State University, Russia
[2)] Faculty of Physics, M. V. Lomonosov Moscow State University, Russia

The well-known problem of significant systematic disagreements between cross sections of partial photoneutron reactions obtained using beams of quasimonoenergetic annihilation photons and the neutron multiplicity sorting method at Saclay (France) and Livermore (USA) is investigated in detail using objective physical criteria of data reliability for ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta, and ^{208}Pb. In the cases of three last nuclei mentioned the ratios of integrated cross sections for reactions $(\gamma, 1n)$ and $(\gamma, 2n)$, are significantly different but in the case of ^{75}As they are practically identical. At the same time in the cases of all four nuclei the neutron yield $(\gamma, xn) = (\gamma, 1n) + 2(\gamma, 2n) + 3(\gamma, 3n)$ cross sections obtained at Saclay and Livermore are significantly different at photon energies before the thresholds of $(\gamma, 2n)$ reaction where the problem of neutron multiplicity sorting does not exist. Experimental data on partial and total photoneutron reaction's cross sections for ^{75}As, ^{127}I, ^{181}Ta, and ^{208}Pb are compared with new cross sections evaluated in the framework of the experimental—theoretical method using objective physical criteria of reliability. It was found that disagreements of tens percent between the cross sections of reactions (γ, xn), $(\gamma, sn) = (\gamma, 1n) + (\gamma, 2n) + (\gamma, 3n)$ and $(\gamma, 1n)$ obtained at Livermore are connected directly with the contributions into those reactions of reaction $(\gamma, 1n)$. It was shown that the reason of those disagreements is not reasonable and not reliable underestimation of $(\gamma, 1n)$ reaction value because of not only unreliable identification of many neutrons from this reaction as neutrons from reaction $(\gamma, 2n)$ but also because of loss of many neutrons from the reaction $(\gamma, 1n)$.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 382–401

ЯДРА

АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ УПРУГОГО ПРОТОН-ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЯ

 А. А. Галюзов[1)*], М. В. Косов[1)**]

Поступила в редакцию 28.12.2020 г.; после доработки 09.03.2021 г.; принята к публикации 09.03.2021 г.

Предложена эмпирическая аппроксимация дифференциальных сечений упругого протон-ядерного рассеяния в широком диапазоне энергий и для всех ядер-мишеней. В области малых энергий дифференциальное сечение упругого pp-рассеяния уточнено в рамках теории прямых ядерных реакций с учетом интерференции электромагнитной и ядерной амплитуд рассеяния.

DOI: 10.31857/S0044002721040127

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычно при моделировании упругого ядерного рассеяния предполагается, что из-за кулоновского барьера вклад ядерной амплитуды рассеяния мал по сравнению с электромагнитной амплитудой, так что ограничиваются использованием формулы Резерфорда для описания углового распределения упругого рассеяния. Это справедливо для относительно невысоких энергий и только для средних и тяжелых ядер, но в случае pp-рассеяния и рассеяния протонов на легких ядрах при энергиях, начиная со 100 кэВ, дифференциальное сечение упругого рассеяния может существенно отличаться от резерфордовского, поскольку сильное взаимодействие вносит заметный вклад в сечение рассеяния на большие углы.

Для описания дифференциальных угловых распределений традиционно используют оптические модели [1], зависящие от большого числа параметров: как самого оптического релятивистски не инвариантного потенциала, так и радиального распределения плотности ядра. Однако к ионам водорода, особенно к pp-рассеянию, применить оптическую модель не представляется возможным. Альтернативой оптической модели служит полуэмпирическая теория прямых ядерных реакций (ТПР) [2, 3], основанная на использовании релятивистски инвариантных мандельстамовских переменных [2, 4], а также амплитуд и фаз соответствующих им каналов ядерного рассеяния, хорошо зарекомендовавшая себя при описании (α, n)-реакций [5]. Прямые ядерные реакции отличаются от резонансных, идущих через компаунд-ядро, тем, что прямые процессы быстрые и протекают за время порядка 10^{-22} с, а резонансные компаунд-системы могут существовать значительно большее время. Универсальный ТПР-подход позволяет с помощью t- и u-каналов ядерного рассеяния описывать периферические процессы, а с помощью s-канального взаимодействия — реакции, идущие с образованием компаунд-ядра и учитывающие взаимодействие вторичных частиц в конечном состоянии. Эмпирический подход с относительно небольшим числом параметров выглядит удобным средством для практически необходимой аппроксимации, востребованной в протонной терапии, ускорительной технике и астрофизических расчетах. Были получены эмпирические аппроксимации экспериментальных данных дифференциальных сечений упругих протон-протонного и протон-ядерного рассеяний, а затем в области малых энергий выполнена уточняющая параметризация углового распределения сечения упругого pp-рассеяния на основе ТПР, учитывающая интерференцию электромагнитной и ядерной амплитуд рассеяния.

При взаимодействии ядер существует кулоновский барьер реакции, для описания которого используется величина, называемая энергией Гамова и определяемая как [6, 7]

$$E_g = 2\mu\left(\pi\alpha zZ\right)^2, \tag{1}$$

где $\mu = \frac{m\cdot M}{m+M}$ — приведенная масса, m, M и z, Z — массы и заряды налетающей частицы и ядра-мишени, а α — постоянная тонкой структуры. Для реакции упругого pp-рассеяния $E_g = 0.493$ МэВ.

Энергия Гамова используется в факторе Гамова [7], описывающем вероятность проницаемости

[1)]Всероссийский Научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова, Москва, Россия.

[*]E-mail: AAGalyuzov@vniia.ru

[**]E-mail: Kosov@vniia.ru

кулоновского барьера

$$P = \exp\left(-\sqrt{\frac{E_g}{T_{\text{CM}}}}\right), \qquad (2)$$

где $T_{\text{LS/CM}}$ — кинетические энергии в лабораторной системе/системе центра масс, связанные между собой как

$$T_{\text{CM}} = T_{\text{LS}} \cdot M \cdot \frac{m+M}{s} \approx T_{\text{LS}} \cdot \frac{M}{m+M}, \qquad (3)$$

поскольку в нерелятивистском пределе $s = m^2 + 2(m + T_{\text{LS}})M + M^2 \approx (m+M)^2$ — мандельстамовская переменная, имеющая смысл квадрата полной энергии реакции в системе центра масс. Из (3) следует, что в случае pp-рассеяния в нерелятивистском пределе $T_{\text{CM}} = \frac{T_{\text{LS}}}{2}$.

Для того чтобы рассчитать полную амплитуду рассеяния, необходимо знать выражение электромагнитной (резерфордовской) амплитуды рассеяния налетающего ядра на ядре-мишени. Амплитуду резерфордовского рассеяния можно определить как

$$A_R = -16\pi\mu\alpha z Z \cdot \frac{\sqrt{s}}{t}, \qquad (4)$$

где t — мандельстамовская переменная, имеющая смысл квадрата переданного в упругом рассеянии импульса:

$$-t = 2p_{\text{CM}}^2 \cdot (1 - \cos\theta_{\text{CM}}) = |t_{\max}| \cdot \sin^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}. \qquad (5)$$

Импульс в системе центра масс реакции выражается через p_{LS} — импульс налетающего ядра в лабораторной системе как

$$p_{\text{CM}} = \frac{p_{\text{LS}} \cdot M}{\sqrt{s}}, \qquad (6)$$

θ_{CM} — угол рассеяния в системе центра масс и квадрат максимального переданного импульса:

$$|t_{\max}| = 4p_{\text{CM}}^2. \qquad (7)$$

В (4) и везде далее используется релятивистское обобщение приведенной массы [8]

$$\mu = \frac{m \cdot M}{\sqrt{s}}. \qquad (8)$$

Дифференциальное сечение резерфордовского рассеяния полностью ионизированных ядер определяется выражением [9]

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{\text{CM}}} = \left(\frac{2\mu\alpha z Z}{t}\right)^2 \cdot (\hbar c)^2, \qquad (9)$$

где элемент телесного угла $d\Omega_{\text{CM}} = -d\phi \cdot d(\cos\theta_{\text{CM}})$, ϕ — азимутальный угол, а $\hbar c \approx 200$ МэВ фм.

При использовании известного из ядерной кинематики выражения [4]

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64\pi \cdot s \cdot p_{\text{CM}}^2} \cdot |A|^2 \qquad (10)$$

дифференциального сечения через полную комплексную амплитуду рассеяния A можно записать:

$$\frac{d\sigma_R}{dt} = \frac{A_R^2}{64\pi \cdot s \cdot p_{\text{CM}}^2} \cdot (\hbar c)^2. \qquad (11)$$

Чтобы перейти от (11) обратно к (9), нужно воспользоваться тем, что якобиан перехода от $\frac{d\sigma}{d\Omega_{\text{CM}}}$ к $\frac{d\sigma}{d(-t)}$ имеет вид $\frac{\pi}{p_{\text{CM}}^2}$.

Резерфордовское дифференциальное сечение рассеяния тождественных частиц с массой m, зарядом z и спином S имеет вид [10]

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{\text{CM}}} = \qquad (12)$$

$$= \frac{C_z}{\left(4p_{\text{CM}}^2\right)^2}\left(\frac{1}{\sin^4\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}} + \frac{1}{\cos^4\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{(-1)^{2S}}{S+\frac{1}{2}} \cdot \frac{\cos\left(\frac{\alpha}{\beta_{\text{CM}}^r}\ln\left(\text{tg}^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}\right)\right)}{\sin^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}\cos^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}}\right),$$

где $C_z = \left(m\alpha\hbar c z^2\right)^2$. В оригинальном выражении (12) в [10] использовалась нерелятивистская величина приведенной массы μ и $\beta_{\text{CM}}^r = \frac{p_{\text{CM}}}{\mu}$. В [8] рассматривалось, в частности, кулоновское рассеяние релятивистских заряженных частиц, для которых предлагалось применять релятивистское обобщение приведенной массы (8) и точное выражение $\beta_{\text{CM}}^r = \frac{p_{\text{CM}}}{\sqrt{p_{\text{CM}}^2+\mu^2}}$, которые и были использованы в настоящей работе. Первый член в (12) соответствует вкладу в дифференциальное сечение t-канального рассеяния, второй — u-канального, так как мандельстамовская переменная u в случае упругого рассеяния выражается как

$$-u = 2p_{\text{CM}}^2 \cdot (1 + \cos\theta_{\text{CM}}) = \qquad (13)$$

$$= |t_{\max}| \cdot \cos^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2},$$

а третий — их интерференции.

Для удобства дальнейшего использования можно упростить выражение (12) следующим образом:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{\text{CM}}} = \qquad (14)$$

$$= \frac{C_z}{t^2}\left(1 + \text{tg}^4\frac{\theta_{\text{CM}}}{2} + \frac{(-1)^{2S}}{S+\frac{1}{2}} \cdot \text{tg}^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2} \times\right.$$

$$\times \cos\left(\frac{\alpha}{\beta^r_{\mathrm{CM}}} \ln\left(\mathrm{tg}^2 \frac{\theta_{\mathrm{CM}}}{2}\right)\right)\Bigg).$$

В приближении высоких энергий $\alpha \ll \beta^r_{\mathrm{CM}}$ косинус в последнем слагаемом правой части выражения (14) обращается в единицу, однако при малых энергиях его вклад оказывается существенным, в связи с чем при аппроксимации экспериментальных дифференциальных сечений упругого рассеяния использовалась точная формула (14).

При низких энергиях ядра экранированы электронной оболочкой, поэтому на больших межъядерных расстояниях, соответствующих по соотношению неопределенности малым квадратам переданного импульса $|t|$ и малым углам рассеяния θ_{CM}, для сходимости интеграла от резерфордовского дифференциального сечения рост $\frac{1}{t^2}$ при стремлении t к нулю обрезается не зависящим от энергии налетающей частицы параметром электронной экранировки μ_S. Резерфордовское сечение становится пропорциональным фактору $\frac{1}{(t-\mu_S^2)^2}$, то есть принимает вид полюсного t-канального члена, который возникает, например, при обмене π^0-мезоном:

$$\frac{1}{(t-m_{\pi^0}^2)^2}, \tag{15}$$

где $m_{\pi^0} \approx 135$ МэВ — масса π^0-мезона (напомним, что $t = -|t|$ — неположительная величина, изменяющаяся согласно (5) от $-|t_{\max}|$ до 0). Если бы была учтена электронная экранировка, то все $\sin^2 \frac{\theta_{\mathrm{CM}}}{2}$, согласно (5) пропорциональные мандельстамовской переменной t, надо было бы заменить на $\sin^2 \frac{\theta_{\mathrm{CM}}}{2} + \frac{\mu_S^2}{4p_{\mathrm{CM}}^2}$, а все $\cos^2 \frac{\theta_{\mathrm{CM}}}{2}$, пропорциональные u, — на $\cos^2 \frac{\theta_{\mathrm{CM}}}{2} + \frac{\mu_S^2}{4p_{\mathrm{CM}}^2}$. Эффект электронной экранировки учитывался при эмпирической аппроксимации экспериментальных дифференциальных сечений упругих протон-протонного и протон-ядерного рассеяний. В процессе параметризации углового распределения сечения упругого pp-рассеяния на основе ТПР было установлено, что вклад электронной экранировки в электромагнитную амплитуду рассеяния пренебрежимо мал, поэтому в аппроксимации на основе ТПР она никак не учитывалась.

Большая часть экспериментальных данных дифференциальных сечений упругих протон-протонного и протон-ядерного рассеяний бралась из базы ядерных данных EXFOR [11]. Во время подготовки экспериментальных данных для аппроксимации пришлось столкнуться с существенной трудностью, состоящей в том, что в экспериментальных работах данные об угле и дифференциальном сечении приведены как в лабораторной системе, так и в системе центра масс, причем сечение и угол рассеяния могут приводиться в разных системах. Это потребовало скрупулезного изучения каждой работы и приведения данных к единому виду в системе центра масс $\left(\theta_{\mathrm{CM}}, \frac{d\sigma}{d\Omega_{\mathrm{CM}}}\right)$, где θ — угол рассеяния в градусах, а $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ — дифференциальное сечение в мбн/ср.

Ниже описываются непрерывная по энергии эмпирическая аппроксимация дифференциального сечения упругого pp-рассеяния, а также непрерывная по энергии и атомному весу A эмпирическая аппроксимация протон-ядерного рассеяния, полученные в результате обработки большого объема экспериментальных данных. Эмпирической аппроксимация называется потому, что она проводилась при использовании в качестве фитирующей функции суммы функций вида $C \cdot f'(-t) \cdot e^{f(-t)}$, где C — нормировочная константа, а $f(x)$ — полином x. Очевидно, что каждый такой член разложения элементарно интегрируется, что упрощает розыгрыш угла рассеяния с помощью случайного числа. В рамках такого подхода невозможно было учесть интерференцию электромагнитной и ядерной амплитуд рассеяния, а их вклады в дифференциальное сечение представлялись независимыми аддитивными членами и вклад электромагнитного рассеяния, которое обычно учитывается в форме многократного рассеяния, вычитался из дифференциального сечения. Это позволяло по полученным параметризующим дифференциальные сечения формулам элементарно вычислять интегральные сечения, а простота получающихся функций делала возможным с высокой производительностью проводить розыгрыш с помощью случайных чисел угловых распределений этих сечений в процессе численного моделирования.

После построения глобальной pA-формулы, ориентированной на высокие энергии, в которой резерфордовское рассеяние можно было выделить как независимый процесс, с целью сравнения с полученной эмпирической аппроксимацией упругого pp-рассеяния приводится аппроксимация того же упругого сечения в области малых энергий, выполненная на основе ТПР и учитывающая интерференцию электромагнитной и ядерной амплитуд рассеяния.

2. АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ УПРУГИХ ПРОТОН-ПРОТОННОГО И ПРОТОН-ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЙ

2.1. Описание дифференциального сечения упругого pp-рассеяния

Дифференциальное сечение упругого pp-рассеяния требуется при моделировании рассеяния

Таблица 1. Коэффициенты, использовавшиеся в эмпирической аппроксимации (16) дифференциального сечения упругого pp-рассеяния

A_e	$1.71 + \frac{6.24}{p} + \frac{2.78}{p^3}$	B_e	$10 \ln p + \frac{105}{\sqrt{p}}$
A_d	$\frac{74 + 3(\ln p - 5)^2}{1 + 3.4/p^5} + \frac{0.2/p^2 + 17p}{p^4 + 0.001\sqrt{p}}$	B_d	$\frac{8p^{0.055}}{1 + 3.64/p^3}$
A_m	$5 \times 10^{-5} + \frac{4000}{p^4 + 1500p}$	B_m	$0.46 + \frac{1.2 \times 10^6}{p^4 + 3.5 \times 10^6/\sqrt{p}}$
A_h	$5 \times 10^{-5} + \frac{10^{10}}{p^8 + 8.5 \times 10^8 p^2 + 10^{10}}$	B_h	$1.1 + \frac{3.4 \times 10^6}{p^4 + 6.8 \times 10^6}$

протонов на атомах водорода в составе органических материалов, в частности при прецизионном расчете упругого pp-рассеяния при низких энергиях, необходимом для моделирования эффекта радиационной терапии, а также в различных астрофизических приложениях. Для этих целей была бы очень полезна непрерывная в широком диапазоне кинетических энергий налетающего протона аппроксимация дифференциального сечения упругого pp-рассеяния.

Эмпирическая формула дифференциального сечения упругого pp-рассеяния имеет вид

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{A_e B_e e^{-B_e\sqrt{-t}}}{2\sqrt{-t}} + A_d e^{B_d t} + 2A_m B_m^2(-t)e^{-(-B_m t)^2} + A_h B_h e^{B_h t} + (t \leftrightarrow u)\,, \tag{16}$$

где зависимости используемых параметров от импульса p налетающего протона в лабораторной системе в МэВ/c приведены в табл. 1. Член $(t \leftrightarrow u)$ означает, что из-за тождественности протонов необходимо прибавить такое же выражение, где $-t$ заменено на $-u = 2m_p \cdot \left(\sqrt{p^2 + m_p^2} - m_p\right) + t$, а m_p — масса протона.

Первый член $(A_e,\ B_e)$ в (16) соответствует электромагнитному рассеянию с учетом электронной экранировки. В процессе аппроксимации было опытным путем получено, что в отличие от резерфордовского рассеяния, дифференциальное сечение которого $\sim t^{-2}$, наилучшее качество параметризации дифференциального сечения упругого pp-рассеяния обеспечивает использование в первом члене $(A_e,\ B_e)$ квадратного корня из $-t$. Второе слагаемое в (16) описывает дифракционный конус. Третий член $(A_m,\ B_m)$ соответствует первому, а четвертый — последующим одновременно аппроксимируемым дифракционным максимумам, поскольку подробно описать все дифракционные максимумы высших порядков не представляется возможным, а также потому, что дифракционные минимумы в силу ферми-движения и флуктуаций плотности (например, кластеризации) вовсе не так глубоки, как предсказывает оптическая модель, и даже на самых тяжелых ядрах проявляются всего один-два вторичных максимума, а остальное угловое распределение представляется усредненной экспоненциально спадающей кривой $(A_h,\ B_h)$.

Все члены выражения (16) (за исключением описывающего дифракционный конус $(A_d,\ B_d)$, где интеграл равен $\frac{A_d}{B_d}$, и A_d имеет смысл значения дифференциального сечения при рассеянии на нулевой угол) нормированы так, что коэффициент A соответствует интегралу этого члена по $-t$ от нуля до бесконечности. В действительности интегрирование надо производить в ограниченном диапазоне от нуля до значения $|t_{\max}| = 2m_p\left(\sqrt{p^2 + m_p^2} - m_p\right)$, совпадающего по величине с (7) и которое можно получить, если записать выражение (5) для ядра-мишени. Нормировки не было сделано для члена $(A_d,\ B_d)$, описывающего дифракционный конус, поскольку при малых энергиях, которые сейчас рассматриваются, B_d практически обращается в нуль, и A_d приобретало бы неадекватно большую величину. При малых энергиях членом первого дифракционного максимума $(A_m,\ B_m)$ и эффективной экспонентой, аппроксимирующей высшие максимумы $(A_h,\ B_h)$, можно пренебречь. Таким образом, было очевидно, что при малых энергиях эта общая формула требует усовершенствования.

Полученная эмпирическая аппроксимация показана на рис. 1. Здесь и далее угловые распределения представлены для средней энергии использованных данных. Различные наборы данных, соответствующие одной и той же средней кинетической энергии налетающего протона в лабораторной системе, изображены различными типами маркеров. При рассеянии тождественных частиц дифференциальное сечение симметрично относительно величин $|t_{\max}|/2$, соответствующих углу рассеяния

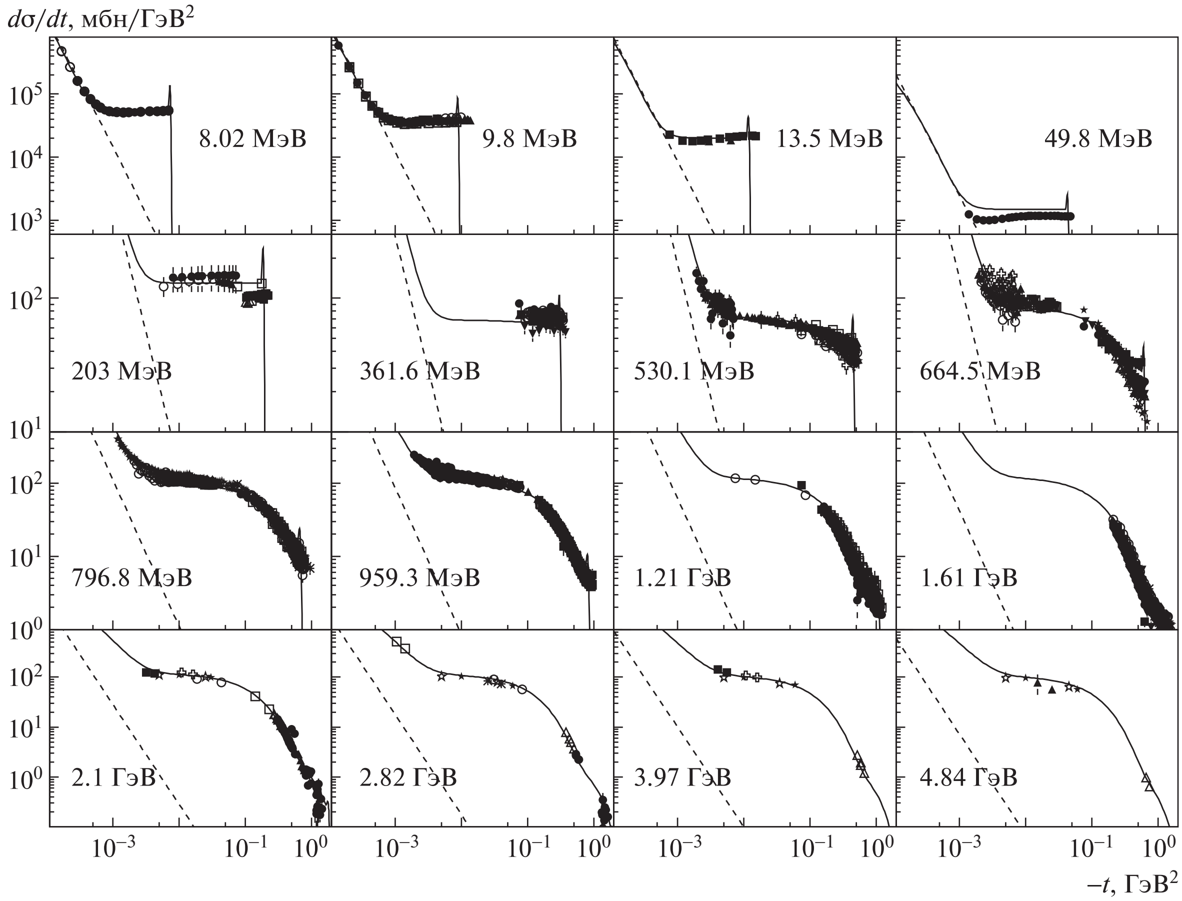

Рис. 1. Дифференциальные сечения упругого pp-рассеяния из работ [14–16, 114, 115, 117, 119–143], описанные формулой (16). Штриховая прямая — резерфордовское дифференциальное сечение (14).

$\theta_{\rm CM} = 90^\circ$ в системе центра масс, поэтому эти значения мандельстамовской переменной на рисунках обозначены вертикальными линиями, относительно которых сечение симметрично.

Как видно из рис. 1, за исключением кинетических энергий налетающих протонов $T_{\rm LS} = 49.8$ и 203 МэВ, разработанная эмпирическая аппроксимация дифференциального сечения упругого pp-рассеяния хорошо описывает экспериментальные данные. При меньших энергиях она так же хорошо, как и на рис. 1, согласуется с экспериментальными данными, а при росте энергий в ГэВную область отлично совпадает с ними.

Помимо аппроксимирующей функции (16) на рис. 1 для каждой кинетической энергии налетающего протона изображена соответствующая ей кривая резерфордовского рассеяния тождественных частиц (14), где переход от $\frac{d\sigma}{d\Omega_{\rm CM}}$ к $\frac{d\sigma}{dt}$ осуществляется с помощью якобиана перехода $\frac{\pi}{p^2_{\rm CM}}$. Как видно из рис. 1, при малых энергиях в области малых углов рассеяния угловое распределение дифференциального сечения совпадает с резерфордовской кривой. Вероятно, это связано с тем, что из-за кулоновского барьера при малых кинетических энергиях и углах рассеяния ядерная амплитуда мала по сравнению с электромагнитной амплитудой рассеяния. Однако при увеличении угла рассеяния вклад резерфордовского сечения падает $\sim t^{-2}$, и упругое дифференциальное сечение начинает определяться вкладом ядерной амплитуды рассеяния. На рис. 1 это проявляется постоянной величиной дифференциального сечения при больших углах рассеяния, что соответствует диаграмме изотропного распада компаунд-ядра. При кинетической энергии, большей 100 МэВ, дифференциальные сечения упругого pp-рассеяния измерялись в области, где резерфордовское сечение дает малый вклад.

2.2. Описание дифференциального сечения упругого протон-ядерного рассеяния

Для описания дифференциальных угловых распределений традиционно используют оптические модели [1], зависящие от большого числа параметров как самого оптического потенциала, так и радиального распределения плотности ядра. Существуют и другие модели расчета дифференциальных угловых распределений, но большинство из них все равно сводится к параметризации сечений. В этом смысле простая и удобная для моделирования эмпирическая параметризация дифференциальных сечений ничем не хуже модельной со сравнимым числом свободных параметров. Главным вопросом остается предсказательная сила такой эмпирической параметризации, поскольку экспериментальные данные дифференциальных сечений имеются для ограниченных энергетических диапазонов и относительно небольшого набора ядерных мишеней. Понять то, насколько надежной можно считать экстраполяцию или интерполяцию разработанной эмпирической параметризации, описывающей упругое сечение в области энергий и для ион-ионных пар, для которых нет экспериментальных данных, можно оценивая качество параметризации дифференциальных сечений при непрерывной аппроксимации параметров фитирующей функции как функций начальной кинетической энергии T_{LS} налетающей частицы и атомного веса ядра-мишени A.

При упругом рассеянии протонов может иметь место t-канальное рассеяние, примером которого является кулоновское рассеяние с t-канальным обменом виртуальным γ-квантом, а также может наблюдаться u-канальное рассеяние, когда налетающая частица подхватывает $A-1$ нуклонов ядра-мишени, где A — массовое число ядра, и сама превращается в ядро-мишень с числом нуклонов A. Эффект подхвата $A-1$ нуклонов ядра-мишени налетающим ядром также называется "ядерной глорией" и при низких энергиях может иметь достаточно большую вероятность. Очевидно, что в системе центра масс при u-канальном обмене протон как бы рассеивается назад, причем при приближении угла рассеяния к 180° сечение не убывает, а растет. Понятно, что никакие оптические потенциалы не способны воспроизвести этот эффект, а при свободной форме фитирующей функции его описать возможно. Наиболее ярко u-канальное рассеяние протонов наблюдается на трех ядрах: дейтерии (нуклонный обмен), ^{3}He (дейтронный обмен) и ^{4}He (тритиевый обмен). Данные для ядра трития не рассматриваются, поскольку в физических детекторах такой ядерной мишени не существует.

Была найдена единая эмпирическая параметризация дифференциального сечения упругого рассеяния протонов на легких ядрах с $A < 7$:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_e}{dt} + \tag{17}$$

$$+ A_d\,(B_d - 2C_d t)\, e^{B_d t - C_d t^2} + 3A_m B_m t^2 e^{B_m t^3} + $$
$$+ A_h B_h e^{B_h t} + A_u B_u e^{B_u t},$$

где $\frac{d\sigma_e}{dt} = A_e B_e \frac{e^{-B_e\sqrt{-t}}}{2\sqrt{-t}}$ и зависимости используемых параметров от импульса p налетающего протона в лабораторной системе в МэВ/c и атомного веса ядра-мишени A в атомных единицах массы приведены в табл. 2.

Первый член $\frac{d\sigma_e}{dt}$, так же как и для протонной мишени, приблизительно описывает дифференциальное сечение электромагнитного рассеяния с учетом электронной экранировки. Главным вкладом ядерного упругого рассеяния является дифракционный конус рассеяния, описываемый вторым членом с нормировочным коэффициентом A_d. Аппроксимация параметров дифракционного конуса наиболее сложна, поскольку она фактически выражает зависимость упругого протон-ядерного дифференциального сечения от энергии налетающего иона и атомного веса ядра-мишени. Третий член (A_m, B_m) описывает первый и единственный дифракционный максимум, а четвертый A_h — аппроксимирует вклад всех старших дифракционных максимумов, которые чаще всего из-за недостаточного разрешения измерительной установки сливаются в одну падающую экспоненту. Наконец, ядерную глорию описывает последний член A_u. Если отвлечься от множителя p^2, то в аппроксимации вклада в сечение ядерной глории A_u выделяются два члена. Первый имеет вид гамма-функции, сначала степенным образом возрастая, а потом экспоненциально падая. Он вносит определяющий вклад при малых энергиях, но становится пренебрежимо малым уже при импульсе 200 МэВ/c (кинетическая энергия протона $T_{\mathrm{LS}} \approx 21$ МэВ), по порядку соответствующим импульсу Ферми нуклонов в ядре. Второй член степенным образом убывает с возрастанием импульса. Он дает небольшой, но более-менее постоянный вклад при малых энергиях и, несмотря на то что степенным образом убывает, при импульсах протона больше импульса Ферми нуклонов в ядре является определяющим фактором при описании u-канального рассеяния. Ядерная глория на фоне быстро падающего с возрастанием величины $-t$ дифференциального сечения приведена на рис. 2 до кинетической энергии протона порядка 900 МэВ, но в [12] сечение рассеяния назад протона на дейтроне измерено вплоть до энергии 2.7 ГэВ.

Для более тяжелых ядер вклад рассеяния назад мал, поэтому будет использоваться другая параметризация, не учитывающая u-канального рассеяния, но хорошо воспроизводящая не только первый, но и второй дифракционный максимумы.

Таблица 2. Коэффициенты, использовавшиеся в эмпирической аппроксимации (17) дифференциального сечения упругого протон-ядерного рассеяния при $A \leq 6$

A_e	$1.5+\dfrac{0.2(A-1)}{p^4}$
B_e	$10\ln p+\dfrac{210}{A\sqrt{p}}$
A_d	$\dfrac{4000A}{1+a_1p^{A+4}}+\dfrac{a_2}{p^4+a_3p^{4-2A}}+\dfrac{0.28\,(\ln p)^{10}+a_4}{1+3.8p^{-2}/A}$
a_1	$1.2\times10^7A^8+380A^{17}$
a_2	$\dfrac{0.7}{1+4\times10^{-12}A^{16}}$
a_3	$\dfrac{2.5}{A^{12}+10^{-16}A^{40}}$
a_4	$1.2A^2+2.3$
B_d	$\dfrac{b_1+0.2Ap^2}{p^4+b_2/p^{A/2}}+b_3$
b_1	$b_1=\dfrac{0.01}{1+0.0024A^5}$
b_2	$b_2=\dfrac{9\times10^{-7}}{1+0.035A^5}$
b_3	$b_3=\dfrac{42+2.7\times10^{-11}A^{16}}{1+0.14A}$
C_d	$\dfrac{2.25A^3}{1+18/p^2}+\dfrac{c_1}{p^{6-A}+c_2/p^{16}}$
c_1	$\dfrac{0.0024A^8}{1+2.6\times10^{-4}A^7}$
c_2	$\dfrac{3.5\times10^{-36}A^{40}}{1+5\times10^{-15}A^{31}}$
A_m	$\dfrac{10^5}{(A^8+2.5\times10^{12}/A^{16})\,(p^{A-2}+d/p^4)}+0.0006A^3$
d	$\dfrac{8\times10^7A^{-12}}{1+10^{-28}A^{42}}$
B_m	$\left(10+4\times10^{-8}A^{13}\right)p^{0.114}+\dfrac{0.003}{p^8+2\times10^{-23}/p^{16}}$
A_h	$0.03+\dfrac{1}{(p^{A+1}+1.5\times10^{-4}p^{-A}/(1+5\times10^{-6}A^{12}))\,(1+10^{-4}A^8)}$
B_h	$\dfrac{A/2}{p^3+2\times10^{-7}A^4}+\dfrac{4}{1+64A^{-3}/p^2}$
A_u	$p^2\left(10^8p^{A/2}e^{0.32A\sqrt{A}-20p^{A/2}e^{0.45A\sqrt{A}}}+\dfrac{7000+2.4\times10^6/A^5}{1+2.5\times10^5e^{0.085A^3}p^{2.5A}}\right)$
B_u	$\dfrac{p^{A-2}\left(920+0.03A^{11}\right)}{1+p^A\,(93+0.0023A^{12})}$

Все члены аппроксимирующей формулы (17) записаны в таком виде, что они легко могут быть проинтегрированы по $-t$ от нуля до величины (7), чтобы получить интегральные сечения. Следует также заметить, что здесь использованы бóльшие степени атомного веса A только для того, чтобы дать удовлетворительное описание дифференциального сечения для изотопа ^{6}Li, более точная аппроксимация для которого может быть найдена в специальных библиотеках физического программного пакета CHIPS-TPT [13] (Свидетельство Роспатент № 2014611928).

Рассеяние протонов на ядрах дейтерия изучено достаточно подробно как при низких, так и при высоких энергиях. Эмпирическая параметризация (17) экспериментальных упругих дифференциальных сечений pd-рассеяния, измеренных при малых кинетических энергиях налетающего протона [14–43], показана на рис. 2, на каждой из частей которого кинетическая энергия указана в лабораторной системе. Заметим, что при больших $T_{\rm LS}$ вплоть до 900 ГэВ разработанная параметризация работает гораздо лучше, чем при низких энергиях. Из рис. 2 видно, что эффект ядерной глории проявляется начиная с самых малых энергий. Обращает на себя внимание то, что при сохранении характера зависимости дифференциального сечения от релятивистски инвариантной мандельстамовской переменной (5), имеющей смысл квадрата переданного импульса, граница распределения растет с увеличением энергии налетающего протона. Именно при максимальном квадрате переданного импульса, который соответствует углу рассеяния в системе центра масс 180°, и возникает эффект ядерной глории.

Дейтрон — достаточно рыхлая система, и эффект подхвата нейтрона налетающим протоном не кажется маловероятным, однако в системе центра масс это приводит к кажущемуся рассеянию налетающего протона назад, тогда как, подхватив нейтрон мишени, он продолжает лететь вперед, а назад летит протон-спектатор из состава дейтрона мишени. При кинетической энергии ниже 0.6 МэВ кулоновский барьер ядерной реакции сводит вероятность u-канального рассеяния практически к нулю, и ожидаемая ядерная глория практически отсутствует, а резкий максимум в области малых углов практически полностью описывается резерфордовским рассеянием, как это показано, например, для начальной кинетической энергии 448 кэВ.

На рис. 3 показано использование параметризации (17) для описания дифференциальных сечений упругого рассеяния протонов на ядре ^{3}He, измеренных в [16, 24, 33, 40, 44–54]. Отчетливо проявляющийся эффект ядерной глории соответствует u-канальному обмену ядром дейтерия — подхвату протоном рыхлого ядра дейтерия как целого. Тем не менее, экспериментально эффект ядерной глории отчетливо проявляется вплоть до кинетической энергии 86 МэВ, что значительно больше импульса Ферми, а начинает быть заметным с энергии всего 2.6 МэВ. Как видно из рис. 3, начиная с кинетической энергии протона примерно 0.5 МэВ отличие упругого дифференциального сечения от резерфордовской кривой существенно, а с ростом энергии только увеличивается.

Рассеяние протонов на ядрах основного изотопа гелия исследовано значительно подробнее, чем на ядрах ^{3}He. Дифференциальные сечения упругого $p\alpha$-рассеяния, измеренные при достаточно малых энергиях [16, 40, 50, 51, 55–74], показаны на рис. 4. Вклад ядерной глории, наложенный на первый дифракционный максимум, виден уже с $T_{\rm LS} = 1.6$ МэВ. Принимая во внимание неполное исследование дифференциальных сечений, можно предположить, что при взаимодействии протонов с гелием амплитуды ядерного упругого рассеяния начинают доминировать в упругом рассеянии на большие углы, начиная с энергии 1 МэВ. Как и в случае p^3He-рассеяния, отличие углового распределения сечения упругого рассеяния от резерфордовской кривой заметно с $T_{\rm LS}$ порядка сотни кэВ, а при росте энергии только увеличивается. Следует также упомянуть про подробнейшие измерения упругого $p\alpha$-рассеяния, проведенные в [74], начиная с энергии 0.8 ГэВ вплоть до 1.3 ГэВ, т. е. вплоть до рассеяния назад, которые позволяют предположить, что подобные реакции лежат за пределами области применимости оптических моделей [1] и метода искаженных волн DWA [75].

Чем тяжелее ядро мишени, тем уже дифракционный конус рассеяния, и тем больше дифракционных максимумов возникает в спектре. При начальной кинетической энергии протона больше 1 ГэВ насчитывается до десяти вторичных дифракционных максимумов. Аппроксимировать все максимумы не представляется возможным, поскольку даже для одного ядра и одной энергии положение всех максимумов не удается описать с помощью теории рассеяния Глаубера (релятивистской оптической модели) [76], варьируя параметры плотности ядра как свободные параметры. С практической точки зрения в этом и нет необходимости, поскольку в области больших переданных импульсов, где возникают старшие максимумы, доминирует квазисвободное рассеяние с выбиванием нуклона из ядра или сильным ядерным возбуждением, поэтому старшие максимумы при высокой энергии можно описать единой экспоненциально падающей функцией.

Начиная с $A = 7$ (^{7}Li) ядра становятся достаточно велики, и аппроксимирующую формулу при-

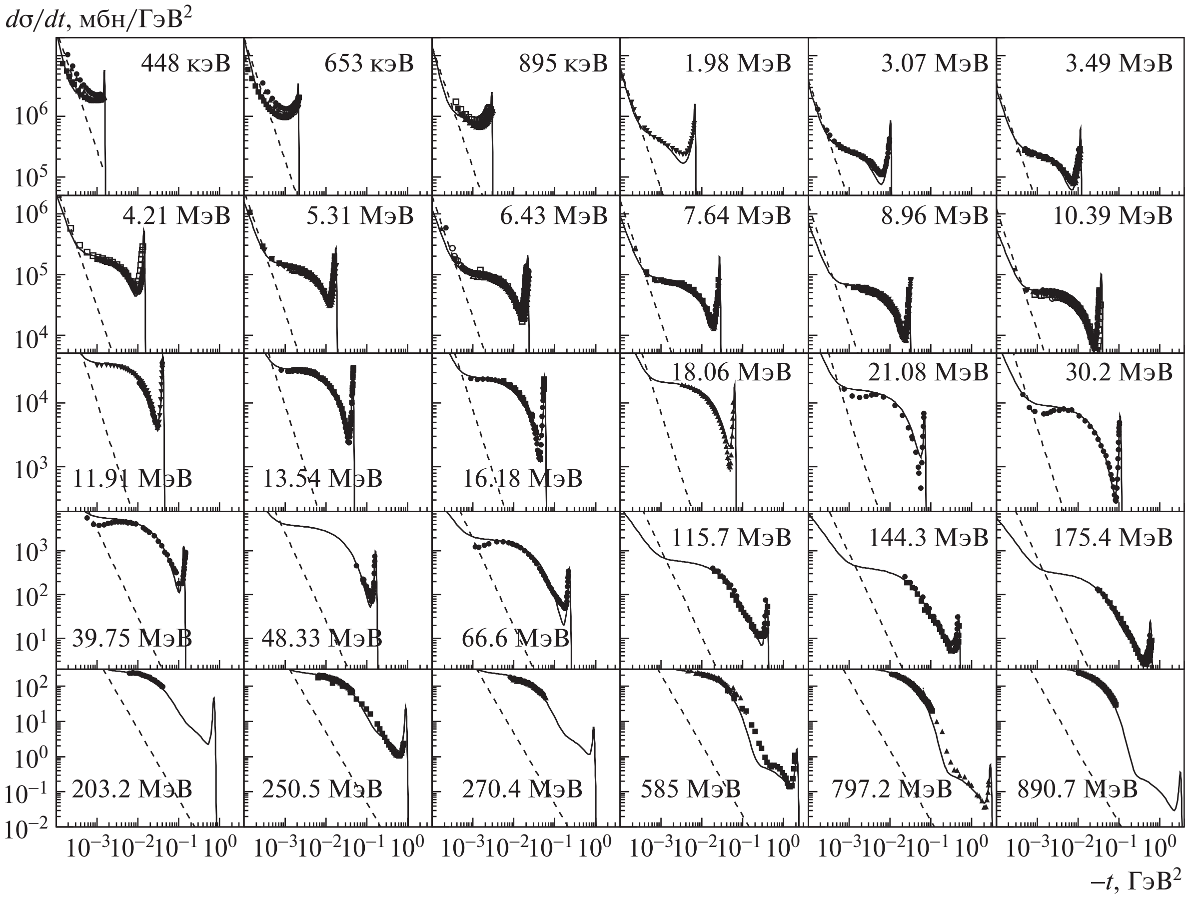

Рис. 2. Дифференциальные сечения упругого pd-рассеяния из работ [14–43], описанные формулой (17). Штриховая прямая — резерфордовское дифференциальное сечение (9).

ходится модифицировать:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma_e}{dt} + \tag{18}$$

$$+ A_d(B_d - 2C_dt)e^{B_dt-C_dt^2} + 5A_mDt^4e^{Dt^5} +$$

$$+ 7A_sFt^6e^{Ft^7} + A_hHe^{Ht},$$

где $\frac{d\sigma_e}{dt} = A_eB_e\frac{e^{-B_e\sqrt{-t}}}{2\sqrt{-t}}$ и зависимости используемых параметров от импульса p налетающего протона в лабораторной системе в МэВ$/c$ и атомного веса ядра-мишени A в атомных единицах массы приведены в табл. 3. В (18) первые два члена имеют тот же смысл, что и в (17), третий член (A_m, D) описывает первый, а четвертый (A_s, F) — второй дифракционные максимумы, и все старшие дифракционные максимумы сливаются в единую экспоненту, аппроксимирующуюся с помощью параметров A_h и H.

На рис. 5 в качестве примера показано использование эмпирической параметризации (18) для описания дифференциальных сечений упругого рассеяния протонов на свинце, измеренных в работах [54, 77–107]. В левом верхнем углу пунктиром показан вклад квазиупругого рассеяния протона, рассчитанного по оптической модели, и видно, что при его учете подробное описание старших максимумов не имеет смысла. Аналогичные кривые приведены и для энергий больше 0.5 ГэВ, и там также видно, что старшие дифракционные максимумы лежат в тени квазиупругого рассеяния, имеющего собственные большие погрешности, превосходящие масштаб нерегулярностей в упругом рассеянии на большие углы. Таким образом, существенной оказывается аппроксимация только первого и второго дифракционного максимума.

Из рис. 5 видно, что при малых углах рассеяния упругое дифференциальное сечение совпадает с резерфордовской кривой. Однако при увеличении $T_{\rm LS}$ отличие вблизи $\theta_{\rm CM} = 180^\circ$ увеличивается. Наконец, при энергиях порядка десятков ГэВ в рассматриваемом диапазоне $-t$ полное упругое дифференциальное сечение везде на 2–3 порядка превышает резерфордовское дифференциальное сечение. Это может быть связано с тем, что

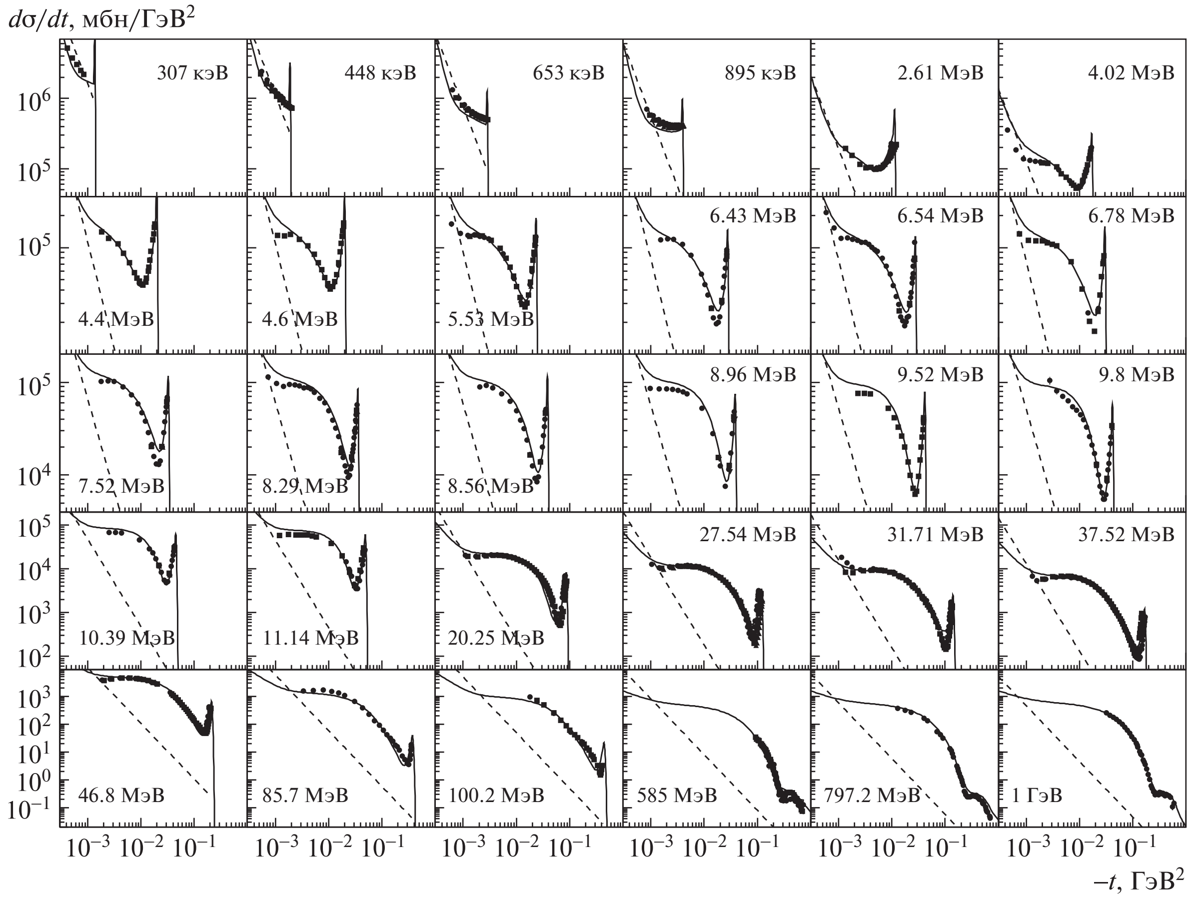

Рис. 3. Дифференциальные сечения упругого p^3He-рассеяния из работ [16, 24, 33, 40, 44–54], описанные формулой (17). Штриховая прямая — резерфордовское дифференциальное сечение (9).

из-за большого заряда ядра свинца ($Z = 82$) при небольших значениях кинетической энергии налетающего протона высокое значение кулоновского барьера подавляет ядерную амплитуду рассеяния, а при росте T_{LS} и преодолении кулоновского барьера сильная амплитуда рассеяния становится значительно больше резерфордовской, особенно в области больших углов рассеяния.

Сравнивая формулу (18) с выражением (17) для легких ядер, можно отметить, что в ней исчез последний член, описывавший u-канальное рассеяние, но зато появился член A_s, аппроксимирующий второй дифракционный максимум. Это, однако, не означает, что при совсем низких энергиях (18) не описывает максимум в рассеянии назад. Оказывается, что параметров второго дифракционного максимума вполне достаточно, чтобы описать этот эффект, который значительно шире, чем узкий максимум ядерной глории на легких ядрах. Дело в том, что по мере снижения начальной энергии уменьшается и верхний предел аппроксимации (7), который соответствует рассеянию назад, и рассеяние назад перемещается в область второго дифракционного максимума. Примечательно то, что в отличие от формулы (17), использовавшейся для легких ядер, теперь вклад электромагнитного рассеяния в полное сечение вообще не зависит от материала мишени и степенным образом уменьшается при росте величины начального импульса.

Найденная аппроксимирующая формула (18) была использована для всех ядер мишеней физических детекторов с $A > 6$, но рамки статьи не позволяют привести большое количество полученных аппроксимаций. В области легких ядер ($A < 7$) аппроксимация (17) была проведена для сечений упругого рассеяния протонов на полном наборе изотопов: ^{1}H, ^{2}H, ^{3}H, ^{3}He, ^{4}He, ^{6}Li.

2.3. Аппроксимация дифференциального сечения упругого pp-рассеяния в области низких энергий на основе теории прямых ядерных реакций

В процессе аппроксимации экспериментальных данных выяснилось, что для pp-рассеяния t/u-канальные амплитуды много меньше s-канальной амплитуды рассеяния, поэтому мы ими пренебрегали, хотя при очень больших энергиях, когда до-

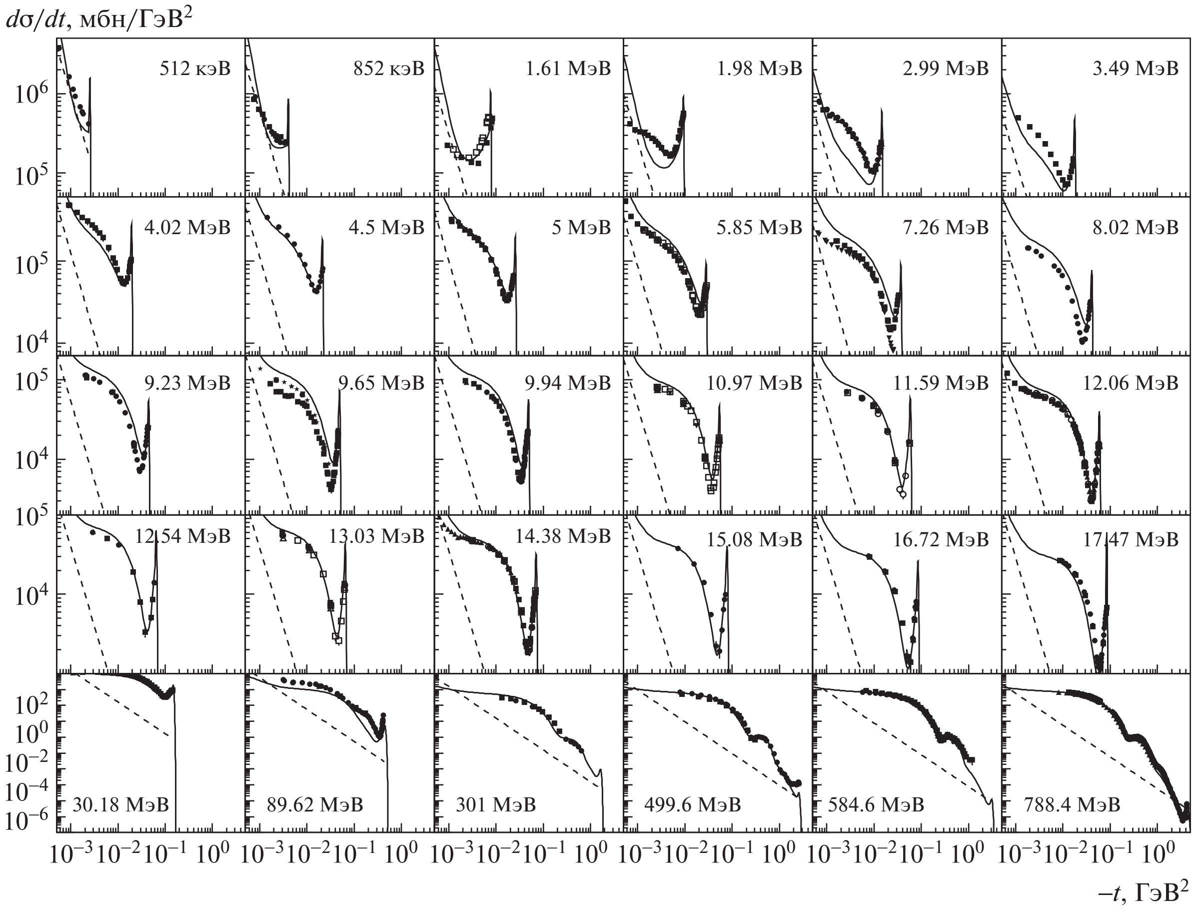

Рис. 4. Дифференциальные сечения упругого $p\alpha$-рассеяния из работ [16, 40, 50, 51, 55–74], описанные формулой (17). Штриховая прямая — резерфордовское дифференциальное сечение (9).

стигаются значения $-t \gg m_{\pi^0}^2$, они и могут оказаться необходимыми. Мы сознательно не рассматривали этот диапазон энергий, поскольку для него существует устоявшаяся теория [108], использующая модель однобозонного обмена (OBEM — One-Boson Exchange Model) [109], являющуюся обобщением хорошо известной модели однопионного обмена (OPEM — One-Pion Exchange Model) [110]. Для аппроксимации отбирались данные экспериментов с кинетической энергией протонов в лабораторной системе не более 200 МэВ. В процессе аппроксимации дифференциальных сечений упругого pp-рассеяния было установлено, что получающееся значение параметра электронной экранировки μ_s мало и в рассматриваемом диапазоне $-t$ не оказывает влияния на получающуюся аппроксимацию, в связи с чем эффект электронной экранировки не учитывался.

Для рассеяния протонов с зарядом $z = 1$ и спином $S = \frac{1}{2}$ согласно (14) получается следующее выражение дифференциального сечения:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega_{\text{CM}}} = \left(\frac{2\mu\alpha\hbar c}{t}\right)^2 \times \left(1 + \operatorname{tg}^4\frac{\theta_{\text{CM}}}{2} - \operatorname{tg}^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2} \times \cos\left(\frac{\alpha}{\beta_{\text{CM}}^r}\ln\left(\operatorname{tg}^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}\right)\right)\right). \tag{19}$$

Принимая во внимание (4), амплитуду резерфордовского pp-рассеяния можно представить в виде

$$A_{R\text{tot}}^{p-p} = A_R \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^4\frac{\theta_{\text{CM}}}{2} - \operatorname{tg}^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2} \cdot \cos\left(\frac{\alpha}{\beta_{\text{CM}}^r}\ln\left(\operatorname{tg}^2\frac{\theta_{\text{CM}}}{2}\right)\right)}. \tag{20}$$

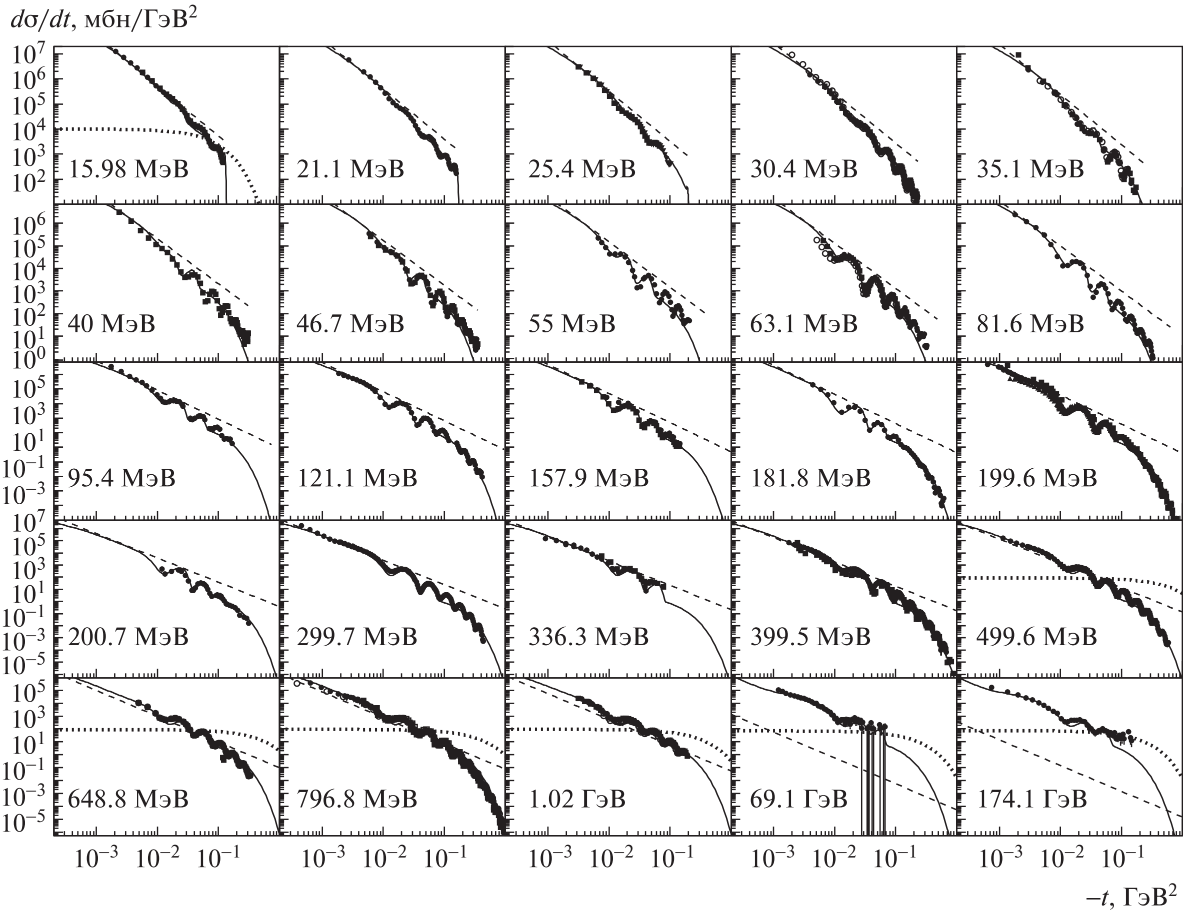

Рис. 5. Дифференциальные сечения упругого рассеяния протонов на ядрах свинца из работ [54, 77–107], описанные формулой (18). Штриховая прямая — резерфордовское дифференциальное сечение (9). Точечная кривая — фоновое квазиупругое протон-нуклонное рассеяние для ядра свинца.

Тогда резерфордовское сечение рассеяния протона на протоне будет определяться выражением (11), где в качестве амплитуды рассеяния следует использовать $A_{R\mathrm{tot}}^{p-p}$. Запишем действительную и мнимую части полной амплитуды упругого pp-рассеяния A, в которой интерферируют ее электромагнитная и сильная составляющие, в виде

$$\mathrm{Re}(A) = A_{R\mathrm{tot}}^{p-p} + A_s \cdot \cos(\phi_s), \qquad (21)$$

$$\mathrm{Im}(A) = A_s \cdot \sin(\phi_s), \qquad (22)$$

где в выражении (21) для $\mathrm{Re}(A)$ первый член соответствует амплитуде резерфордовского рассеяния, а члены с A_s в (21), (22) обозначают вклад s-канальной амплитуды рассеяния.

Для упругого pp-рассеяния непрерывная по кинетической энергии налетающего протона аппроксимация дифференциального сечения на основе теории прямых ядерных реакций была выполнена с использованием двух параметрических зависимостей — амплитуды (A_s) и фазы (ϕ_s) s-канала. Их зависимости от кинетической энергии протонов в системе центра масс T_{CM} показаны на рис. 6 и 7.

Безразмерная амплитуда s-канала, показанная на рис. 6, аппроксимировалась как

$$A_s = \frac{2670.5 \cdot \left(1 + \left(\frac{T_{\mathrm{CM}}}{24.4}\right)^{0.957}\right)}{\left(1 + \frac{T_{\mathrm{CM}}}{1.22}\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{0.188}{T_{\mathrm{CM}}}\right)^2\right)} \cdot \sqrt{P}, \qquad (23)$$

где проницаемость кулоновского барьера P, входящая в фактор Гамова и снижающая сильную амплитуду при уменьшении T_{CM}, определяется формулой (2).

Фаза s-канала, изображенная на рис. 7, описывалась функцией

$$\phi_s = \frac{\pi \cdot \left(1 + \left(\frac{T_{\mathrm{CM}}}{0.255}\right)^{9.2}\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{T_{\mathrm{CM}}}{47.0}\right)^2\right)}{\left(1 + \left(\frac{T_{\mathrm{CM}}}{0.246}\right)^{9.262}\right) \cdot \left(1 + \left(\frac{T_{\mathrm{CM}}}{62.3}\right)^3\right)}. \qquad (24)$$

Таблица 3. Коэффициенты, использовавшиеся в эмпирической аппроксимации (18) дифференциального сечения упругого протон-ядерного рассеяния при $A > 6$

A_e	$30000 + \dfrac{1000}{p^3}$	d_1	$\dfrac{0.002A^4}{1. + 7 \times 10^7 (A - 6.83)^{-14}}$
B_e	$100 + 25\ln(p)$	d_2	$\dfrac{2 \times 10^6}{A^6} + \dfrac{7.2}{A^{0.11}}$
A_d	$\dfrac{a_1}{1 + a_2 p^{-4}} + \dfrac{a_3}{p^4 + a_4 p^{-2}} + \dfrac{a_5}{p^5 + a_6 p^{-16}}$	d_3	$\dfrac{11A^3}{1 + 7 \times 10^{23} A^{-24}}$
a_1	$4.5A^{1.15}$	d_4	$\dfrac{100}{A^{3/2}}$
a_2	$0.06A^{0.6}$	A_s	$\dfrac{s_1 p^{-s_4}}{1 + s_5 p^{-12}} + \dfrac{s_2}{1 + s_3 p^{-6}}$
a_3	$\dfrac{0.6A}{1 + 2 \times 10^{15} A^{16}}$	s_1	$\dfrac{0.1 + 4.4 \times 10^{-5} A^2}{1 + 5 \times 10^5 A^{-4}}$
a_4	$\dfrac{0.17}{A + 9 \times 10^5 A^{-3} + 1.5 \times 10^{33} A^{-32}}$	s_2	$\dfrac{3.5 \times 10^{-4} A^2}{1 + 10^8 A^{-8}}$
a_5	$\dfrac{0.001 + 7 \times 10^{-11} A^5}{1 + 4.4 \times 10^{-11} A^5}$	s_3	$1.3 + 3 \times 10^5 A^{-4}$
a_6	$\dfrac{(2.2 \times 10^{-28} A^{10})^2 + 2 \times 10^{-29}}{1 + 2 \times 10^{-22} A^{12}}$	s_4	$\dfrac{500}{A^2 + 50} + 3$
B_d	$\dfrac{b_1 p^{-8} + b_5}{p + b_2 p^{-b_6}} + \dfrac{b_3}{1 + b_4 p^{-4}}$	s_5	$10^{-9} A^{-1} + (6 \times 10^{14} A^{-16})^4$
b_1	$\dfrac{400}{A^{12}} + 2 \times 10^{-22} A^9$	F	$f_1 p^{-8} + f_2 p^{-2} + \dfrac{f_3}{1 + 10p^{-8}}$
b_2	$\dfrac{10^{-32} A^{12}}{1 + 5 \times 10^{22} A^{-14}}$	f_1	$0.4A^{3/2} + 3 \times 10^{-9} A^6$
b_3	$\dfrac{1000}{A^2} + 9.5A^{3/4}$	f_2	$5 \times 10^{-4} A^5$
b_4	$4 \times 10^{-6} A^{5/2} + \dfrac{10^{11}}{A^{16}}$	f_3	$0.002A^5$
b_5	$\dfrac{120/A + 0.002A^2}{1 + 2 \times 10^{14} A^{-16}}$	A_h	$\dfrac{r_1 p^{-4} + r_6/p}{1 + r_2 p^{-10}} + \dfrac{r_3 + r_4(\ln(p) - 5)^2}{1 + r_5 p^{-12}}$
b_6	$9 + 100/A$	r_1	$0.05 + 0.005A$
C_d	$\dfrac{c_1}{p^4 p^{-c_3} + c_2 p^{-4}}$	r_2	$7 \times 10^{-8} A^{-1/2}$
c_1	$0.002A^3 + \dfrac{3 \times 10^7}{A^6}$	r_3	$0.8A^{1/2}$
c_2	$7 \times 10^{-15} A^{11/2}$	r_4	$0.02A^{1/2}$
c_3	$\dfrac{9000}{A^4}$	r_5	$10^8 A^{-3}$
A_m	$A_m = \dfrac{g_1 p^{-4}}{p^{g_2} + g_3 p^{-12}} + g_4$	r_6	$\dfrac{3 \times 10^{32}}{A^{32} + 10^{32}}$
g_1	$\dfrac{0.0011A^{3/2}}{1 + 3 \times 10^{34} A^{-36}}$	H	$\dfrac{24}{1 + h_1/p} + \dfrac{h_2 p^4}{1 + h_3 p^5}$

Таблица 3. Окончание

g_2	$10^{-5}A^2 + 2\times 10^{14}A^{-16}$	h_1	$20A^{-1/2}$
g_3	$\dfrac{1.2\times 10^{-11}A^2}{1+1.5\times 10^{19}A^{-12}}$	h_2	$\dfrac{7000A}{A^{1/2}+1}$
g_4	$\dfrac{0.016A^{3/2}}{1+5\times 10^{16}A^{-16}}$	h_3	$\dfrac{900A^{1/2}}{1+500A^3}$
D	$d_1p^{-d_2} + d_3p^{-d4}$		

Погрешности данных на рис. 7, как и на рис. 6, не видны, так как находятся в пределах размера маркеров. Кинетическая энергия в системе центра масс T_{CM} измеряется в МэВ. При ее стремлении к нулю фаза становится полностью деструктивной ($\phi_s = \pi$), что отчетливо проявляется в первой точке ($T_{\text{LS}} = 499.2$ кэВ), а при больших энергиях — полностью конструктивной ($\phi_s = 0$). Как видно из рис. 7, точки с $T_{\text{LS}} = 14.16$ и 50.06 МэВ недостаточно хорошо описываются функцией (24), хотя это и не сказывается на качестве итоговой аппроксимации, изображенной на рис. 8.

Гипотеза деструктивной интерференции при малых энергиях не оказывает большого влияния на упругие дифференциальные сечения, поскольку из-за фактора Гамова сильная амплитуда A_s экспоненциально падает при уменьшении энергии. Тенденция в последней точке по энергии ($T_{\text{LS}} = 190$ МэВ) к уменьшению фазы позволила предположить, что при бо̀льших энергиях можно ожидать стремления фазы к конструктивному значению, однако, поскольку для столь больших T_{LS} надо также использовать t/u-канальные амплитуды рассеяния, этот вопрос требует дальнейшего исследования при необходимости продления аппроксимации в область бо̀льших энергий.

На рис. 8 аппроксимация дифференциального сечения упругого pp-рассеяния (сплошная кривая), полученная по формулам (10) и (21)–(22), в которых использованы параметрические зависимости (23) и (24) — амплитуда и фаза s-канала, сравнивается с доминирующим при малых $-t$ резерфордовским рассеянием (штриховая кривая). Большая часть экспериментальных данных работ [111–119] взята из базы ядерных данных EXFOR [11]. Погрешности экспериментальных точек не превышают размера изображающих их маркеров. На рис. 8 переменная $-t$ изменяется от 0 до величины $|t_{\max}|/2$ из-за того, что рассеивающиеся частицы тождественные, а значит, распределение $\frac{d\sigma}{dt}$ симметрично относительно этой величины, соответствующей согласно (5) углу рассеяния $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$ в системе центра масс.

Эмпирическая аппроксимация (16) углового распределения упругого pp-рассеяния показана на рис. 8 точечной кривой. Ее преимуществом является то, что она выполнена в широком диапазоне энергий. Однако, как видно из рис. 8, в рассматриваемой области небольших кинетических энергий налетающего протона разработанная аппроксимация на основе ТПР обеспечивает существенно лучшее описание экспериментальных данных (при кинетической энергии налетающего протона $T_{\text{LS}} = 499.2$ кэВ, а также больше 10 МэВ).

При уменьшении кинетической энергии налетающих протонов ниже 0.5 МэВ (наименьшая кинетическая энергия, экспериментальные дифференциальные сечения упругого pp-рассеяния для которой имеются в базе данных EXFOR, составляет 499.2 кэВ) отличие полученной аппроксимации дифференциального сечения упругого pp-рассеяния от резерфордовской кривой сокращается. Например, при 100 кэВ наибольшее отличие наблюдается при $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$ — максимальном угле рассеяния тождественных частиц — и составляет всего 2%, а при $\theta_{\text{CM}} < 90^\circ$ — еще меньше, т. е. является пренебрежимо малым.

Отметим, что обычно изучается только сильное взаимодействие протонов, а электромагнитное считается тривиальным фактором, который иногда даже вычитается из экспериментальных значений сечений. Кроме того, долгое время общепринятым являлось мнение об изотропном сильном упругом рассеянии при малых энергиях. На рис. 8 это выражается практически постоянной величиной $\frac{d\sigma}{dt}$ при больших величинах $-t$, где сильная амплитуда доминирует. В рамках ТПР это передается не зависящей от величины t s-канальной амплитудой A_s (диаграмма изотропного распада компаунд-ядра), а в потенциальных моделях типа OBEM (One-Boson Exchange Model) [109] — S-волновым рассеянием. Существенным эффектом является то, что при малых кинетических энергиях вместо того, чтобы складываться с резерфордовской амплитудой (20), сильная амплитуда A_s вычитается из нее (деструктивная фаза $\phi_s = \pi$ при малых T_{CM} на рис. 7),

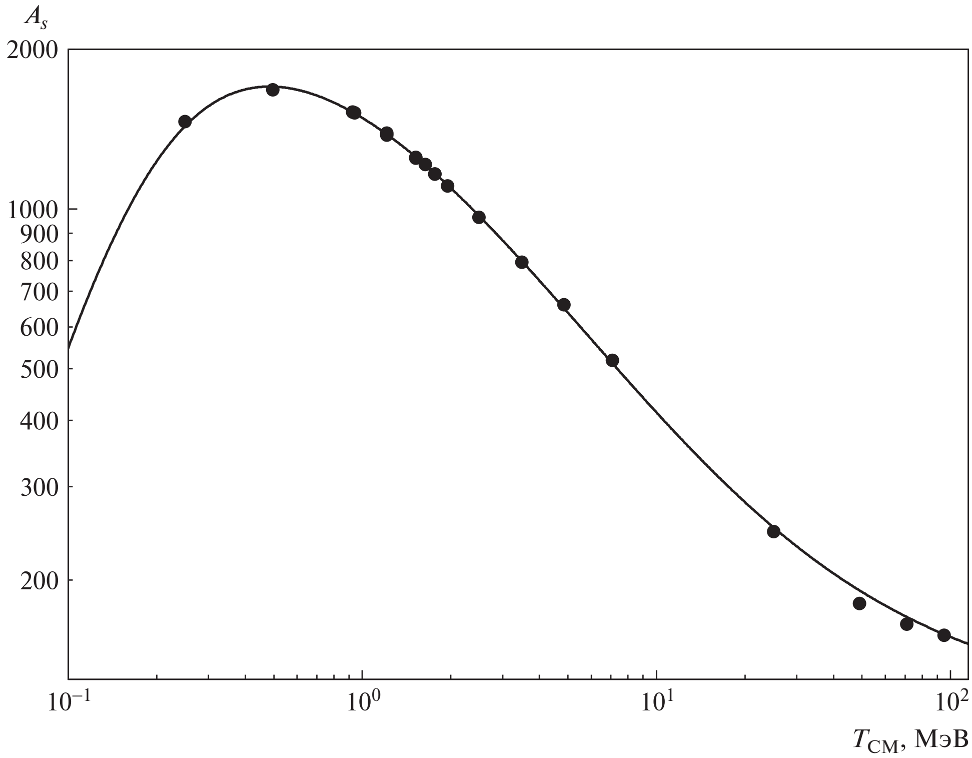

Рис. 6. Зависимость амплитуды s-канала A_s от кинетической энергии T_{CM}.

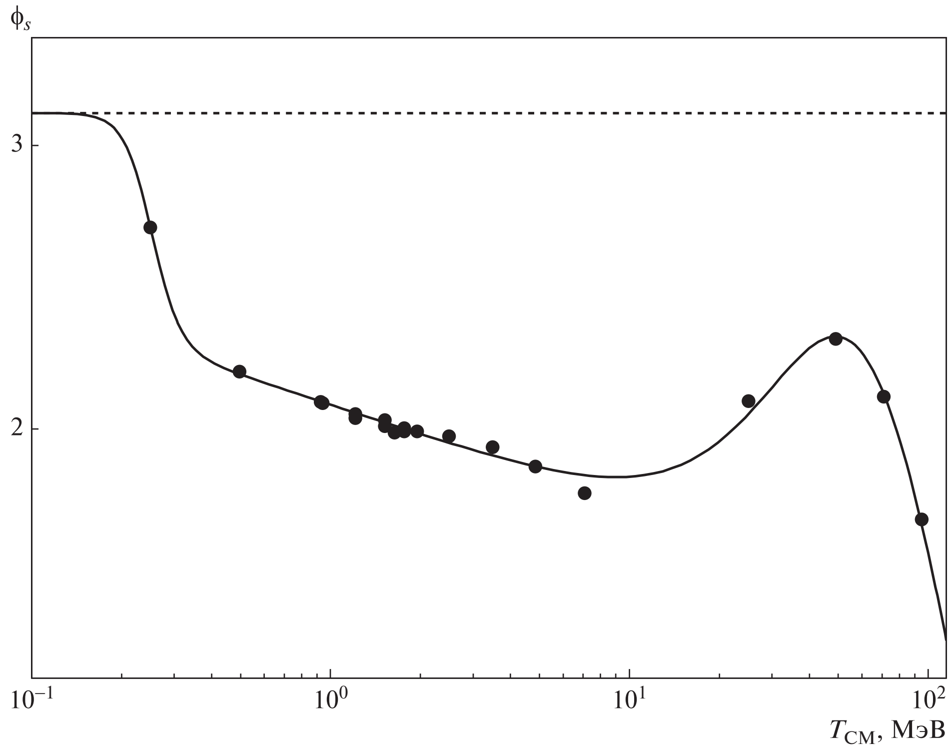

Рис. 7. Зависимость фазы s-канала ϕ_s от кинетической энергии T_{CM}.

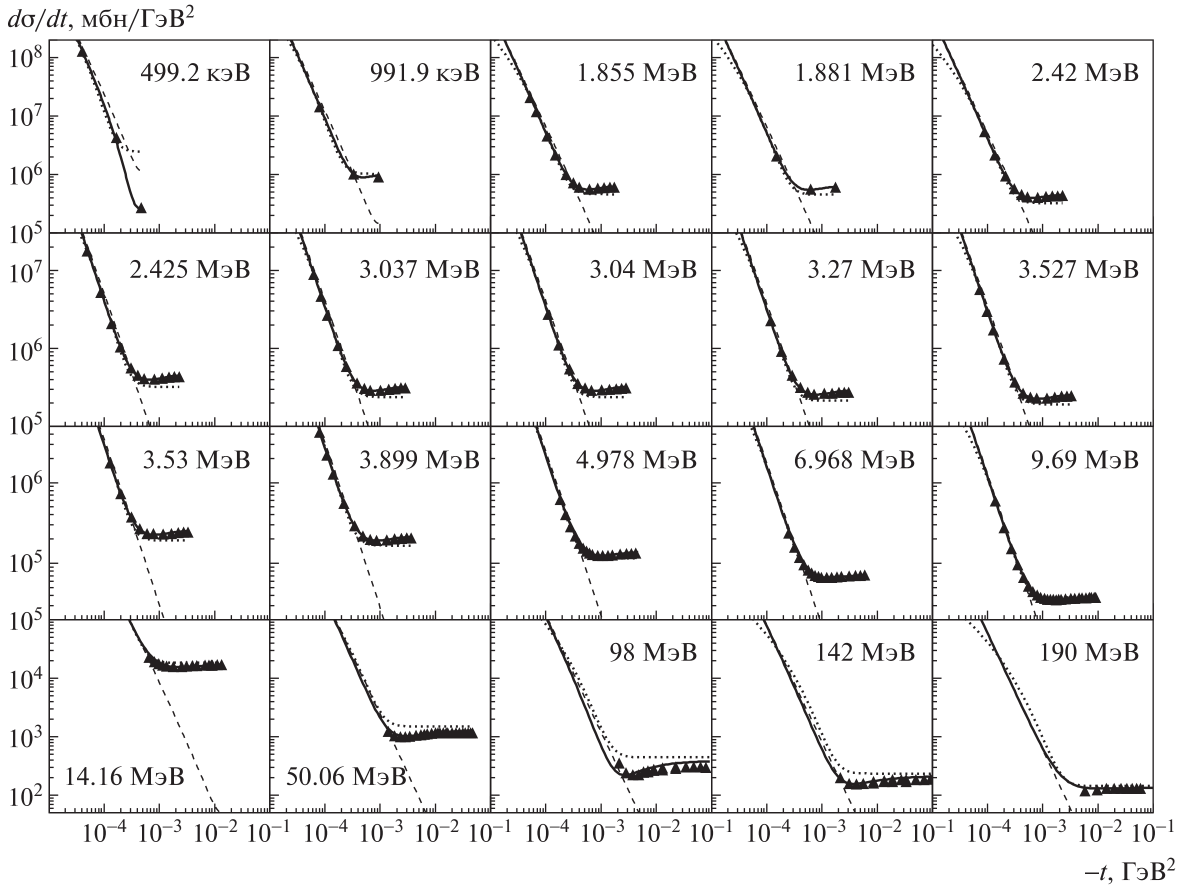

Рис. 8. Аппроксимация в области низких энергий экспериментальных дифференциальных сечений упругого pp-рассеяния из работ [111–119] на основе теории прямых ядерных реакций (сплошная кривая). Штриховая прямая — резерфордовское дифференциальное сечение (11), точечная кривая — эмпирическая аппроксимация (16).

что доказывает несостоятельность независимого моделирования многократного резерфордовского и сильного упругого рассеяния в области низких энергий.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате обработки большого количества экспериментальных данных в широком диапазоне энергий разработаны непрерывная по энергии эмпирическая аппроксимация дифференциального сечения упругого pp-рассеяния, а также непрерывная по энергии налетающего протона и атомному весу ядра-мишени эмпирическая аппроксимация протон-ядерного рассеяния. В области малых энергий получена аппроксимация дифференциального сечения упругого pp-рассеяния на основе теории прямых ядерных реакций, а также приведено сравнение качества описания экспериментальных данных с помощью нее и разработанной эмпирической аппроксимации. Показано, что отличие угловых распределений упругих сечений, являющихся результатом интерференции электромагнитной и ядерной амплитуд рассеяния, от дифференциального сечения стандартного резерфордовского рассеяния может быть существенно. Особенностью разработанных эмпирических аппроксимаций является то, что они очень легко интегрируются и могут быть использованы для вычисления полных упругих сечений, а простота фитирующих функций позволяет с высокой производительностью разыгрывать полученные угловые распределения в процессе численного моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. M. V. Ivanov, J. R. Vignote, R. Alvarez-Rodriguez, and J. M. Udias, Nucl. Theory **30**, 116 (2011).
2. I. S. Shapiro, Nucl. Phys. **28**, 244 (1961).
3. I. S. Shapiro, V. M. Kolybasov, and G. R. Augst, Nucl. Phys. **61**, 353 (1965).
4. P. Zyla *et al.* (Particle Data Group), PTEP **2020**, 083C01 (2020).
5. M. V. Kosov and D. I. Savin, Phys. At. Nucl. **81**, 656 (2018).
6. G. Gamow, Z. Phys. A **51**, 204 (1928).

7. W. A. Fowler, G. R. Caughlan, and B. A. Zimmerman, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **5**, 525 (1967).
8. M. Boschini, C. Consolandi, M. Gervasi, S. Giani, D. Grandi, V. Ivanchenko, S. Pensotti, P. G. Rancoita, and M. Tacconi, in *Proceedings of the 12th ICATPP Conference* (2010).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Механика* (Наука, Москва, 1988).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (Наука, Москва, 1989).
11. N. Otuka, E. Dupont, V. Semkova, B. Pritychenko, A. Blokhin, M. Aikawa, S. Babykina, M. Bossant, G. Chen, S. Dunaeva, *et al.*, Nucl. Data Sheets **120**, 272 (2014).
12. P. Berthet, R. Frascaria, M. P. Combes, C. F. Perdrisat, B. Tatischeff, J. Banaigs, J. Berger, A. Codino, J. Duflo, L. Goldzahl, *et al.*, J. Phys. G **8**, L111 (1982).
13. P. V. Degtyarenko, M. V. Kossov, and H.-P. Wellisch, Eur. Phys. J. A **8**, 217 (2000).
14. J. C. Allred, A. H. Armstrong, R. O. Bondelid, and L. Rosen, Phys. Rev. **88**, 433 (1952).
15. V. I. Grancev, V. I. Konfederatenko, V. A. Kornilov, O. F. Nemets, R. G. Ofengenden, B. A. Rudenko, M. V. Sokolov, and B. G. Struzhko, Ukr. Fiz. Zh. **28**, 506 (1983).
16. E. T. Boschitz, W. K. Roberts, J. S. Vincent, M. Blecher, K. Gotow, P. C. Gugelot, C. F. Perdrisat, L. W. Swenson, and J. R. Priest, Phys. Rev. C **6**, 457 (1972).
17. E. Huttel, W. Arnold, H. Berg, H. H. Krause, J. Ulbricht, and G. Clausnitzer, Nucl. Phys. A **406**, 435 (1983).
18. C. R. Brune, W. H. Geist, H. J. Karwowski, E. J. Ludwig, K. D. Veal, M. H. Wood, A. Kievsky, S. Rosati, and M. Viviani, Phys. Rev. C **63**, 044013 (2001).
19. M. H. Wood, C. R. Brune, B. M. Fisher, H. J. Karwowski, D. S. Leonard, E. J. Ludwig, A. Kievsky, S. Rosati, and M. Viviani, Phys. Rev. C **65**, 034002 (2002).
20. D. C. Kocher and T. B. Clegg, Nucl. Phys. A **132**, 455 (1969).
21. F. Lahlou, R. J. Slobodrian, P. Bricault, S. S. Dasgupta, R. Roy, and C. Rioux, J. Phys. France **41**, 485 (1980).
22. A. S. Wilson, M. C. Taylor, J. C. Legg, and G. C. Phillips, Nucl. Phys. A **130**, 624 (1969).
23. K. Sagara, H. Oguri, S. Shimizu, K. Maeda, H. Nakamura, T. Nakashima, and S. Morinobu, Phys. Rev. C **50**, 576 (1994).
24. J. E. Brolley, T. M. Putnam, L. Rosen, and L. Stewart, Phys. Rev. **117**, 1307 (1960).
25. S. Kistryn, J. Lang, J. Liechti, H. Luscher, T. Maier, R. Muller, M. Simonius, J. Smyrski, J. Sromicki, and W. Haeberli, Phys. Lett. B **219**, 58 (1989).
26. R. Grötzschel, B. Kühn, H. Kumpf, K. Möller, and J. Mösner, Nucl. Phys. A **174**, 301 (1971).
27. A. E. Borzakovskij and S. V. Romanovskij, Ukr. Fiz. Zh. **22**, 2056 (1977).
28. W. Grüebler, V. König, P. A. Schmelzbach, B. Jenny, H. R. Bürgi, P. Doleschall, G. Heidenreich, H. Roser, F. Seiler, and W. Reichart, Phys. Lett. B **74**, 173 (1978).
29. G. Rauprich, H. J. Hähn, M. Karus, P. Nießen, K. R. Nyga, H. Oswald, L. Sydow, H. P. gen Schieck, and Y. Koike, Few-Body Syst. **5**, 67 (1988).
30. M. Sawada, S. Seki, K. Furuno, Y. Tagishi, Y. Nagashima, J. Schimizu, M. Ishikawa, T. Sugiyama, L. S. Chuang, W. Grüebler, *et al.*, Phys. Rev. C **27**, 1932 (1983).
31. R. O. Kerman and R. Nilson, Phys. Rev. **107**, 200 (1957).
32. D. O. Caldwell and J. R. Richardson, Phys. Rev. **98**, 28 (1955).
33. C. C. Kim, S. M. Bunch, D. W. Devins, and H. H. Forster, Nucl. Phys. **58**, 32 (1964).
34. J. H. Williams and M. K. Brussel, Phys. Rev. **110**, 136 (1958).
35. H. Shimizu, K. Imai, N. Tamura, K. Nisimura, K. Hatanaka, T. Saito, Y. Koike, and Y. Taniguchi, Nucl. Phys. A **382**, 242 (1982).
36. K. Ermisch, H. R. Amir-Ahmadi, A. M. van den Berg, R. Castelijns, B. Davids, E. Epelbaum, E. van Garderen, W. Glöckle, J. Golak, M. N. Harakeh, *et al.*, Phys. Rev. C **68**, 051001 (2003).
37. H. Rohdjeß, W. Scobel, H. O. Meyer, P. V. Pancella, S. F. Pate, M. A. Pickar, R. E. Pollock, B. v. Przewoski, T. Rinckel, F. Sperisen, *et al.*, Phys. Rev. C **57**, 2111 (1998).
38. J. Golak, W. Glöckle, H. Kamada, H. Witala, R. Skibiński, and A. Nogga, Phys. Rev. C **65**, 044002 (2002).
39. H. Sakai, K. Sekiguchi, H. Witala, W. Glöckle, M. Hatano, H. Kamada, H. Kato, Y. Maeda, A. Nogga, T. Ohnishi, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 5288 (2000).
40. J. Fain, J. Gardes, A. Lefort, L. Meritet, J. F. Pauty, G. Peynet, M. Querrou, F. Vazeille, and B. Ille, Nucl. Phys. A **262**, 413 (1976).
41. G. N. Velichko *et al.*, Sov. J. Nucl. Phys. **47**, 755 (1988).
42. F. Irom, G. J. Igo, J. B. McClelland, C. A. Whitten, Jr., and M. Bleszynski, Phys. Rev. C **28**, 2380 (1983).
43. E. Winkelmann, P. R. Bevington, M. W. McNaughton, H. B. Willard, F. H. Cverna, E. P. Chamberlin, and N. S. P. King, Phys. Rev. C **21**, 2535 (1980).
44. H. Berg, W. Arnold, E. Huttel, H. H. Krause, J. Ulbricht, and G. Clausnitzer, Nucl. Phys. A **334**, 21 (1980).
45. T. A. Tombrello, C. M. Jones, G. C. Phillips, and J. L. Weil, Nucl. Phys. **39**, 541 (1962).
46. D. G. McDonald, W. Haeberli, and L. W. Morrow, Phys. Rev. B **133**, 1178 (1964).
47. T. B. Clegg, A. C. L. Barnard, J. B. Swint, and J. L. Weil, Nucl. Phys. **50**, 621 (1964).
48. R. H. Lovberg, Phys. Rev. **103**, 1393 (1956).

49. B. T. Murdoch, D. K. Hasell, A. M. Sourkes, W. T. H. van Oers, P. J. T. Verheijen, and R. E. Brown, Phys. Rev. C **29**, 2001 (1984).
50. L. G. Votta, P. G. Roos, N. S. Chant, and R. Woody, Phys. Rev. C **10**, 520 (1974).
51. J. S. Wesick, Tech. Rep. PhD. Thesis, University of Maryland (1983).
52. N. P. Goldstein, A. Held, and D. G. Stairs, Can. J. Phys. **48**, 2629 (1970).
53. M. Geso, A. Azizi, K. Amos, P. K. Deb, G. Igo, K. Jones, J. B. Mclelland, G. Westen, R. Whitney, and C. Whitten, Phys. Rev. C **65**, 034005 (2002).
54. G. D. Alkhazov, S. L. Belostotsky, E. A. Damaskinsky, Y. V. Dotsenko, O. A. Domchenkov, N. P. Kuropatkin, D. Legrand, V. N. Nikulin, O. E. Prokof'ev, M. A. Shuvaev, *et al.*, Phys. Lett. B **85**, 43 (1979).
55. A. V. Dobrovolsky *et al.*, Tech. Rep. LENI-88-1454, LENI (1988).
56. L. Kraus and I. Linck, Nucl. Phys. A **224**, 45 (1974).
57. A. C. L. Barnard, C. M. Jones, and J. L. Weil, Nucl. Phys. **50**, 604 (1964).
58. P. D. Miller and G. C. Phillips, Phys. Rev. **112**, 2043 (1958).
59. W. E. Kreger, W. Jentschke, and P. G. Kruger, Phys. Rev. **93**, 837 (1954).
60. T. M. Putnam, J. E. Brolley, Jr., and L. Rosen, Phys. Rev. **104**, 1303 (1956).
61. J. Sanada, J. Phys. Soc. Jap. **14**, 1463 (1959).
62. R. Freemantle, T. Grotdal, W. Gibson, R. McKeague, D. Prowse, and J. Rotblat, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **45**, 1090 (1954).
63. B. Cork and W. Hartsough, Phys. Rev. **96**, 1267 (1954).
64. J. H. Williams and S. W. Rasmussen, Phys. Rev. **98**, 56 (1955).
65. D. C. Dodder, G. M. Hale, N. Jarmie, J. H. Jett, P. W. Keaton, Jr., R. A. Nisley, and K. Witte, Phys. Rev. C **15**, 518 (1977).
66. K. W. Brockman, Phys. Rev. **108**, 1000 (1957).
67. D. Garreta, J. Sura, and A. Tarrats, Nucl. Phys. **132**, 204 (1969).
68. S. M. Bunch, H. H. Forster, and C. C. Kim, Nucl. Phys. **53**, 241 (1964).
69. M. Yoshimura, M. Nakamura, H. Akimune, I. Daito, T. Inomata, M. Itoh, M. Kawabata, T. Noro, H. Sakaguchi, H. Takeda, *et al.*, Phys. Rev. C **63**, 034618 (2001).
70. O. Chamberlain, E. Segrè, R. D. Tripp, C. Wiegand, and T. Ypsilantis, Phys. Rev. **102**, 1659 (1956).
71. G. A. Moss, L. G. Greeniaus, J. M. Cameron, D. A. Hutcheon, R. L. Liljestrand, C. A. Miller, G. Roy, B. K. S. Koene, W. T. H. van Oers, A. W. Stetz, *et al.*, Phys. Rev. C **21**, 1932 (1980).
72. S. M. Sterbenz, D. Dehnhard, M. K. Jones, S. K. Nanda, C. E. Parman, Y.-F. Yen, K. W. Jones, and C. L. Morris, Phys. Rev. C **45**, 2578 (1992).
73. H. Courant, K. Einsweiler, T. Joyce, H. Kagan, Y. I. Makdisi, M. L. Marshak, B. Mossberg, E. A. Peterson, K. Ruddick, T. Walsh, *et al.*, Phys. Rev. C **19**, 104 (1979).
74. J. Fong, T. S. Bauer, G. J. Igo, G. Pauletta, R. Ridge, R. Rolfe, J. Soukup, C. A. Whitten, Jr., G. W. Hoffmann, *et al.*, Phys. Lett. B **78**, 205 (1978).
75. D. H. Madison and W. N. Shelton, Phys. Rev. A **7**, 499 (1973).
76. R. J. Glauber, in *Lectures in Theoretical Physics*, Ed. by W. E. Brittin *et al.* (Intersci. Publ., New York, 1959), Vol. 1, p. 315.
77. W. Makofske, G. W. Greenlees, H. S. Liers, and G. J. Pyle, Phys. Rev. C **5**, 780 (1972).
78. R. L. Varner, W. J. Thompson, T. L. McAbee, E. J. Ludwig, and T. B. Clegg, Phys. Rep. **201**, 57 (1991).
79. W. T. H. van Oers, H. Haw, N. E. Davison, A. Ingemarsson, B. Fagerström, and G. Tibell, Phys. Rev. C **10**, 307 (1974).
80. B. W. Ridley and J. F. Turner, Nucl. Phys. **58**, 497 (1964).
81. D. W. Devins, H. H. Forster, and G. G. Gigas, Nucl. Phys. **35**, 617 (1962).
82. W. T. Wagner, G. M. Crawley, G. R. Hammerstein, and H. McManus, Phys. Rev. C **12**, 757 (1975).
83. J. E. Finck, G. M. Crawley, J. A. Nolen, Jr., and R. T. Kouzes, Nucl. Phys. A **407**, 163 (1983).
84. T. Stovall and N. M. Hintz, Phys. Rev. B **135**, B330 (1964).
85. L. N. Blumberg, E. E. Gross, A. V. D. Woude, A. Zucker, and R. H. Bassel, Phys. Rev. **147**, 812 (1966).
86. K. Yagi, T. Ishimatsu, Y. Ishizaki, and Y. Saji, Nucl. Phys. A **121**, 161 (1968).
87. C. B. Fulmer, J. B. Ball, A. Scott, and M. L. Whiten, Phys. Rev. **181**, 1565 (1969).
88. H. Sakaguchi, M. Nakamura, K. Hatanaka, A. Goto, T. Noro, F. Ohtani, H. Sakamoto, H. Ogawa, and S. Kobayashi, Phys. Rev. C **26**, 944 (1982).
89. H. Sakaguchi, M. Nakamura, K. Hatanaka, T. Noro, F. Ohtani, H. Sakamoto, H. Ogawa, and S. Kobayashi, Phys. Lett. B **99**, 92 (1981).
90. A. Nadasen, P. Schwandt, P. P. Singh, W. W. Jacobs, A. D. Bacher, P. T. Debevec, M. D. Kaitchuck, and J. T. Meek, Phys. Rev. C **23**, 1023 (1981).
91. G. Gerstein, J. Niederer, and K. Strauch, Phys. Rev. **108**, 427 (1957).
92. V. Comparat, R. Frascaria, N. Marty, M. Morlet, and A. Willis, Nucl. Phys. A **221**, 403 (1974).
93. D. A. Hutcheon, W. C. Olsen, H. S. Sherif, R. Dymarz, J. M. Cameron, J. Johansson, P. Kitching, P. R. Liljestrand, W. J. McDonald, C. A. Miller, *et al.*, Nucl. Phys. A **483**, 429 (1988).
94. L. Lee, T. E. Drake, S. S. M. Wong, D. Frekers, R. E. Azuma, L. Buchmann, A. Galindo-Uribarri, J. D. King, R. Schubank, R. Abegg, *et al.*, Phys. Lett. B **205**, 219 (1988).

95. D. K. McDaniels, J. R. Tinsley, J. Lisantti, D. M. Drake, I. Bergqvist, L. W. Swenson, F. E. Bertrand, E. E. Gross, D. J. Horen, T. P. Sjoreen, *et al.*, Phys. Rev. C **33**, 1943 (1986).
96. C. Djalali, N. Marty, M. Morlet, and A. Willis, Nucl. Phys. A **380**, 42 (1982).
97. F. E. Bertrand, E. E. Gross, D. J. Horen, R. O. Sayer, T. P. Sjoreen, D. K. McDaniels, J. Lisantti, J. R. Tinsley, L. W. Swenson, J. B. McClelland, *et al.*, Phys. Rev. C **34**, 45 (1986).
98. R. E. Richardson, W. P. Ball, C. E. Leith, Jr., and B. J. Moyer, Phys. Rev. **86**, 29 (1952).
99. A. M. Mack, N. M. Hintz, D. Cook, M. A. Franey, J. Amann, M. Barlett, G. W. Hoffmann, G. Pauletta, D. Ciskowski, and M. Purcell, Phys. Rev. C **52**, 291 (1995).
100. G. W. Hoffmann, L. Ray, M. L. Barlett, R. Fergerson, J. McGill, E. C. Milner, K. K. Seth, D. Barlow, M. Bosko, S. Iverson, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **47**, 1436 (1981).
101. G. W. Hoffmann, L. Ray, M. Barlett, J. McGill, G. S. Adams, G. J. Igo, F. Irom, A. T. M. Wang, C. A. Whitten, Jr., *et al.*, Phys. Rev. C **21**, 1488 (1980).
102. G. S. Blanpied, B. G. Ritchie, M. L. Barlett, G. W. Hoffmann, J. A. McGill, M. A. Franey, and M. Gazzaly, Phys. Rev. C **32**, 2152 (1985).
103. N. M. Hintz, D. Cook, M. Gazzaly, M. A. Franey, M. L. Barlett, G. W. Hoffmann, R. Fergerson, J. McGill, G. Pauletta, R. L. Boudrie, *et al.*, Phys. Rev. C **37**, 692 (1988).
104. M. M. Gazzaly, N. M. Hintz, G. S. Kyle, R. K. Owen, G. W. Hoffmann, M. Barlett, and G. Blanpied, Phys. Rev. C **25**, 408 (1982).
105. G. D. Alkhazov *et al.*, Sov. J. Nucl. Phys. **26**, 357 (1977).
106. R. Bertini, R. Beurtey, F. Brochard, G. Bruge, H. Catz, A. Chaumeaux, J. M. Durand, J. C. Faivre, J. M. Fontaine, D. Garreta, *et al.*, Phys. Lett. B **45**, 119 (1973).
107. A. Schiz, L. A. Fajardo, R. Majka, J. N. Marx, P. Némethy, L. Rosselet, J. Sandweiss, A. J. Slaughter, C. Ankenbrandt, M. Atac, *et al.*, Phys. Rev. D **21**, 3010 (1980).
108. R. B. Norman, F. Dick, J. W. Norbury, and S. R. Blattnig, Tech. Rep. NASA/TP-2009-215565, NASA Center for Aero Space Information (2009).
109. S. Huber and J. Aichelin, Nucl. Phys. A **573**, 587 (1994).
110. V. Suslenko and I. Gaisak, Sov. J. Nucl. Phys. **43**, 252 (1986).
111. H. Wassmer and H. Muhry, Helv. Phys. Acta **46**, 626 (1973).
112. H. R. Worthington, J. N. Mcgruer, and D. E. Findley, Phys. Rev. **90**, 899 (1953).
113. J. M. Blair, G. Freier, E. E. Lampi, W. Sleator, Jr., and J. H. Williams, Phys. Rev. **74**, 553 (1948).
114. K. Imai, K. Nisimura, N. Tamura, and H. Sato, Nucl. Phys. A **246**, 76 (1975).
115. L. H. Johnston and D. E. Joung, Phys. Rev. **116**, 989 (1959).
116. S. Kikuchi, J. Sanada, S. Suwa, I. Hayashi, K. Nisimura, and K. Fukunaga, J. Phys. Soc. Jpn. **15**, 9 (1960).
117. A. Berdoz, F. Foroughi, and C. Nussbaum, J. Phys. G **12**, L133 (1986).
118. A. E. Taylor, E. Wood, and L. Bird, Nucl. Phys. **16**, 320 (1960).
119. M. Mahjour-Shafiei, J. C. S. Bacelar, M. D. Cozma, M. J. V. Goethem, M. N. Harakeh, M. Hoefman, H. Huisman, N. Kalantar-Nayestanaki, H. Löhner, J. G. Messchendorp, *et al.*, Phys. Rev. C **70**, 024004 (2004).
120. R. J. Slobodrian, H. E. Conzett, E. Shield, and W. F. Tivol, Phys. Rev. **174**, 1122 (1968).
121. N. Jarmie, J. H. Jett, J. L. Detch, Jr., and R. L. Hutson, Phys. Rev. Lett. **25**, 34 (1970).
122. N. Jarmie, J. H. Jett, J. L. Detch, Jr., and R. L. Hutson, Phys. Rev. C **3**, 10 (1971).
123. N. Jarmie and J. H. Jett, Phys. Rev. C **10**, 54 (1974).
124. A. Johansson, U. Svanberg, and P. E. Hodgson, Ark. Fys. (Sweden) **19**, 541 (1961).
125. M. Avan, A. Baldit, J. Castor, G. Chaigne, A. Devaux, J. Fargeix, P. Force, G. Landaud, G. Roche, J. Vicente, *et al.*, Phys. Rev. C **30**, 521 (1984).
126. B. A. Ryan, A. Kanofsky, T. J. Devlin, R. E. Mischke, and P. F. Shepard, Phys. Rev. D **3**, 1 (1971).
127. EDDA Collab., Eur. Phys. J. A **22**, 125 (2004).
128. M. G. Albrow, S. Andersson/Almehed, B. Bošnjakovic, C. Daum, F. C. Erné, J. P. Lagnaux, J. C. Sens, and F. Udo, Nucl. Phys. B **23**, 445 (1970).
129. K. Yasuda, H. Akiyoshi, T. Hotta, K. Imai, M. Kato, M. Kawabata, Y. Maeda, N. Matsuoka, T. Matsuzuka, Y. Mizuno, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 4775 (1999).
130. A. J. Simon, G. Glass, M. W. McNaughton, T. Noro, K. H. McNaughton, P. J. Riley, E. Gülmez, C. A. Whitten, Jr., V. R. Cupps, *et al.*, Phys. Rev. C **48**, 662 (1993).
131. G. W. Hoffmann, M. L. Barlett, R. W. Fergerson, J. A. Marshall, J. A. McGill, E. C. Milner, L. Ray, and J. F. Amann, Phys. Rev. C **37**, 397 (1988).
132. G. N. Velichko, Sov. J. Exp. Phys. **33**, 615 (1981).
133. P. Baillon, C. Bricman, M. Ferro-Luzzi, P. Jenni, J. M. Perreau, R. D. Tripp, T. Ypsilantis, Y. Declais, and J. Seguinot, Nucl. Phys. B **105**, 365 (1976).
134. A. V. Dobrovolsky, A. V. Khanzadeev, G. A. Korolev, E. M. Maev, V. I. Medvedev, G. L. Sokolov, N. K. Terentyev, Y. Terrien, G. N. Velichko, A. A. Vorobyov, *et al.*, Nucl. Phys. B **214**, 1 (1983).
135. D. T. Williams, I. J. Bloodworth, E. Eisenhandler, W. R. Gibson, P. I. P. Kalmus, L. C. Y. L. C. Kwong, G. T. J. Arnison, A. Astbury, S. Gjesdal, E. Lillethun, *et al.*, Nuovo Cimento A **8**, 447 (1972).
136. J. K. Ahn, H. Akikawa, J. Arvieux, B. Bassalleck, M. S. Chung, H. En'yo, T. Fukuda, H. Funahashi, S. V. Golovkin, A. M. Gorin, *et al.*, Nucl. Instrum. Methods A **457**, 137 (2001).

137. G. Pauletta, G. Adams, S. M. Haji-saeid, G. J. Igo, J. B. McClelland, A. T. M. Wang, C. A. Whitten, Jr., A. Wriekat, M. M. Gazzaly, *et al.*, Phys. Rev. C **27**, 282 (1983).
138. M. L. Barlett, G. W. Hoffmann, J. A. McGill, B. Hoistad, L. Ray, R. W. Fergerson, E. C. Milner, J. A. Marshall, J. F. Amann, B. E. Bonner, *et al.*, Phys. Rev. C **27**, 682 (1983).
139. G. D. Alkhazov *et al.*, Preprint LENI-79-531 (1979).
140. K. A. Jenkins, L. E. Price, R. Klem, R. J. Miller, P. Schreiner, H. Courant, Y. I. Makdisi, M. L. Marshak, E. A. Peterson, and K. Ruddick, Phys. Rev. Lett. **40**, 425 (1978).
141. T. Fujii, G. B. Chadwick, G. B. Collins, P. J. Duke, N. C. Hien, M. A. R. Kemp, and F. Turkot, Phys. Rev. **128**, 1836 (1962).
142. C. M. Ankenbrand, A. R. Clark, B. Cork, T. Elioff, L. T. Kerth, and W. A. Wenzel, Phys. Rev. **170**, 1223 (1968).
143. I. Ambats, D. S. Ayres, R. Diebold, A. F. Greene, S. L. Kramer, A. Lesnik, D. R. Rust, C. E. W. Ward, A. B. Wicklund, and D. D. Yovanovitch, Phys. Rev. D **9**, 1179 (1974).

AN APPROXIMATION OF ELASTIC PROTON–NUCLEAR SCATTERING DIFFERENTIAL CROSS SECTIONS

A. A. Galyuzov[1], M. V. Kosov[1]

[1] *Dukhov Automatics Research Institute, Moscow, Russia*

An empiric approximation of elastic proton–nuclear differential cross sections is proposed in a wide energy range and for all target nuclei. At small energies the *pp* elastic scattering differential cross section is refined by the direct nuclear reaction theory taking into account an interference of electromagnetic and nuclear scattering amplitudes.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 402–409

ЯДРА

ДИНАМИКА ПРОЦЕССА ПЕРЕДАЧИ НЕЙТРОНА В РЕАКЦИИ ^{181}Ta(^{18}O, ^{19}O) ПРИ ЭНЕРГИИ 10 МэВ/НУКЛОН

© 2021 г. А. К. Ажибеков[1),2),3)*], Ю. Э. Пенионжкевич[1),4)], С. М. Лукьянов[1)], Т. Исатаев[1),3),5)], В. А. Маслов[1)], К. Мендибаев[1),3)], М. А. Науменко[1)], Н. К. Скобелев[1)], К. А. Кутербеков[5)], А. М. Мухамбетжан[2)]

Поступила в редакцию 11.11.2020 г.; после доработки 02.12.2020 г.; принята к публикации 03.12. 2020 г.

В работе представлены результаты эксперимента на магнитном анализаторе (спектрометре) высокого разрешения (МАВР) по передаче нейтрона в реакции $^{18}\mathrm{O} + {}^{181}\mathrm{Ta}$ при энергии ядра-снаряда 10 МэВ/нуклон. Проведен теоретический анализ экспериментальных сечений для механизма передачи нейтрона в рамках нестационарного подхода (на основе решения нестационарного уравнения Шредингера). Описана динамика процесса передачи нейтрона и определены вероятности заселения свободных нейтронных уровней в ядре ^{19}O.

DOI: 10.31857/S0044002721040073

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе представлены результаты экспериментальных исследований и теоретические расчеты для реакции передачи нейтрона с образованием легкого нейтронно-избыточного изотопа кислорода ^{19}O в рамках нестационарного (на основе решения нестационарного уравнения Шредингера) подхода. Исследование реакций передачи нуклонов является важным направлением физики тяжелых ионов, позволяющим понять возможности таких реакций для синтеза новых экзотических ядер. Теоретическое исследование механизмов реакции передачи нейтронов имеет большое значение для планирования и проведения экспериментов по получению нейтронно-избыточных ядер на границе нуклонной стабильности. Такие исследования могут помочь также в дальнейшем изучении области ядерной нестабильности, где ядра существуют в виде резонансов в непрерывном спектре (например, изотопы кислорода ^{25,26}O), имеющих характерные "ядерные" времена жизни.

1)Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.

2)Кызылординский университет им. Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан.

3)Институт ядерной физики Министерства энергетики Республики Казахстан, Алматы, Казахстан.

4)Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ", Москва, Россия.

5)Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан.

*E-mail: azhibekoaidos@mail.ru

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В работах [1, 2] нами были опубликованы результаты эксперимента с использованием магнитного анализатора высокого разрешения (МАВР) по измерению дифференциальных сечений образования нейтронно-избыточных изотопов кислорода $^{18-22}$O в реакции $^{18}\mathrm{O} + {}^{181}\mathrm{Ta}$ при энергии 10 МэВ/нуклон. Эксперимент проводился на циклотроне У-400 ЛЯР ОИЯИ. Были изучены каналы передачи нейтронов с пучком ^{18}O и мишенью ^{181}Ta. Для формирования профиля пучка использовалась магнитная оптика отвода циклотрона У-400, дополненная системой диафрагм. Профиль пучка контролировался с помощью специальных профилометров. В результате удалось получить на мишени пучок размером 5×5 мм и интенсивностью 100 нА. В эксперименте использовалась мишень ^{181}Ta толщиной 4 мкм. Разделять продукты реакции и ядра пучка позволял магнитный анализатор МАВР с относительно высокой эффективностью (телесный угол составлял 1.5 мср). Энергетический диапазон продуктов реакции, которые могли быть зарегистрированы спектрометром, составлял $E_{\max}/E_{\min} = 5.2$ при энергетическом разрешении $\Delta E/E = 5 \times 10^{-4}$. Система анализа и регистрации частиц позволяла проводить измерения энергетических спектров продуктов реакции в диапазоне 30–110 МэВ. Магнитный анализатор МАВР для регистрации продуктов реакции позволяет работать под малыми углами с пучками высокой интенсивности (до 5×10^{12} с$^{-1}$). В результате расчетов определялись траектории зарядовых состояний пучка и продуктов ядерных реакций. С помощью

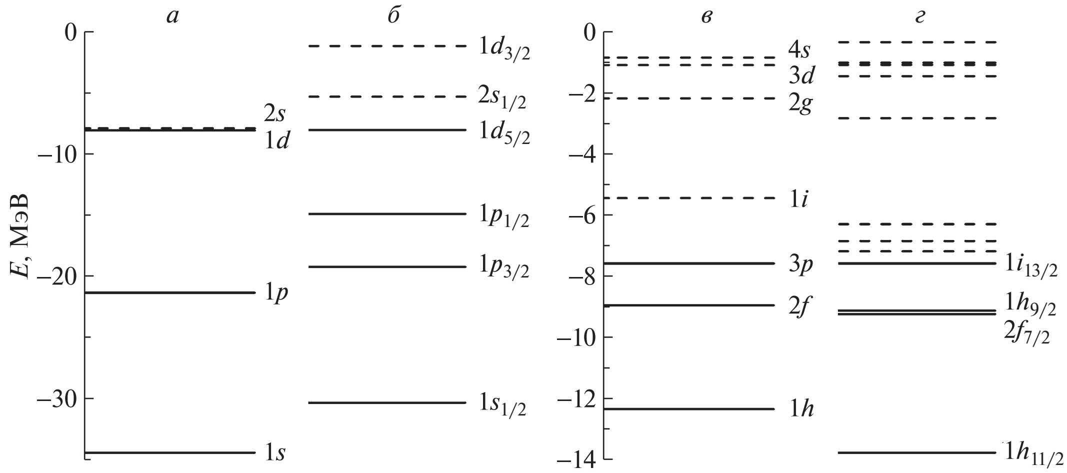

Рис. 1. Одночастичные энергетические уровни нейтронов в ядре ^{18}O (*а*, *б*) и верхние уровни в ядре ^{181}Ta (*в*, *г*) в оболочечной модели сферического ядра: *а*, *в* — без спин-орбитального взаимодействия; *б*, *г* — с его учетом.

позиционно-чувствительных детекторов определялись положения всех продуктов реакции в фокальной плоскости спектрометра.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работах [1, 2] нами был проведен теоретический анализ экспериментальных результатов в рамках метода DWBA (Distorted Wave Born Approximation). Более корректным представляется рассмотрение реакций передачи нуклонов в рамках точного квантового описания передаваемых частиц, что возможно на основе численного решения нестационарного уравнения Шредингера для волновых функций нуклонов в среднем поле ядер, движущихся по классическим траекториям [3–8]. Использование нестационарного метода обеспечивает визуализацию динамики происходящих процессов и быстроту вычислений на сетке с шагом 0.1–0.3 Фм, меньшим чем расстояние между осцилляциями плотности вероятности для одночастичных состояний. Это позволяет достаточно точно вычислять пространственную структуру волновых функций нейтронов. В дальнейшем в рамках этого метода рассмотрим реакции однонейтронной передачи при взаимодействии ^{18}O и ^{181}Ta.

Структура ядер ^{18}O и ^{181}Ta определялась в оболочечной модели сферического ядра с учетом и без учета спин-орбитального взаимодействия [9] (рис. 1). Параметры потенциала Вудса–Саксона (см. табл. 1) подобраны с условием равенства энергий верхних занятых нейтронных уровней в ядрах ^{18}O и ^{181}Ta энергиям отделения нейтрона, взятым с противоположным знаком. Экспериментальные значения энергий отделения нейтронов для ядер ^{18}O и ^{181}Ta равны 8.045 и 7.576 МэВ [10]. Как видно из рис. 1, структура верхних занятых нейтронных уровней ядра ^{181}Ta в модели оболочек с учетом и без учета спин-орбитального взаимодействия достаточно близка. Для качественного понимания процесса передачи нейтрона и существенного ускорения численного решения нестационарного уравнения Шредингера не учитывался спин нейтрона, что не привело к принципиальным различиям в результатах, как и в работах [3, 7, 8].

Радиальные части $R_{nl}(r)$ волновых функций для верхних нейтронных уровней ядер ^{18}O и ^{181}Ta в оболочечной модели без учета спин-орбитального взаимодействия представлены на рис. 2.

Примеры расчета плотности вероятности волновой функции $|\psi_{n\,l\,m}(\mathbf{r})|^2$ для нейтрона на $3p$-оболочке в ядре ^{181}Ta с проекций углового момента $m_l = 0,\ \pm 1$ на ось Oz и усредненной по проекциям m_l плотности вероятности волновой функции

$$|\psi_{3p}(\mathbf{r})|^2 = \frac{1}{3}\Big[\,|\psi_{3p\ m_l=0}(\mathbf{r})|^2 + |\psi_{3p\ m_l=+1}(\mathbf{r})|^2 + |\psi_{3p\ m_l=-1}(\mathbf{r})|^2\,\Big] \quad (1)$$

представлены на рис. 3. Волновые функции $\psi_{3p\ m_l=0,\pm 1}(\mathbf{r})$ использовались в качестве начальных состояний нейтрона в ходе решения нестационарного уравнения Шредингера, описывающего эволюцию волновой функции $\Psi(\mathbf{r},t)$ внешнего нейтрона в поле сталкивающихся ядер

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + \left(V_1\left(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1(t)|\right) + V_2\left(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_2(t)|\right)\right)\Psi, \quad (2)$$

где $\mathbf{r}_1(t), \mathbf{r}_2(t)$ — радиус-векторы центров сталкивающихся ядер с массами m_1 и m_2, движущихся по классическим траекториям; m — масса нуклона; $V_i\left(|\mathbf{r}-\mathbf{r}_i(t)|\right)$ — потенциалы среднего поля

Таблица 1. Параметры потенциала Вудса—Саксона для ядер ^{18}O и ^{181}Ta в оболочечной модели сферического ядра с учетом и без учета спин-орбитального взаимодействия [9], κ — константа спин-орбитальной связи

Ядро	$V_0^{(\mathrm{WS})}$, МэВ	$r_0^{(\mathrm{WS})}$, Фм	$a^{(\mathrm{WS})}$, Фм	$V_0^{(SO)}$, МэВ	$r_0^{(SO)}$, Фм	$a^{(SO)}$, Фм	κ
^{18}O	−47.350	1.347	0.7	−44.86	1.31	0.7	35
^{18}O	−52.069	1.347	0.7	–	–	–	–
^{181}Ta	−42.050	1.347	0.7	−41.35	1.31	0.7	35
^{181}Ta	−42.747	1.347	0.7	–	–	–	–

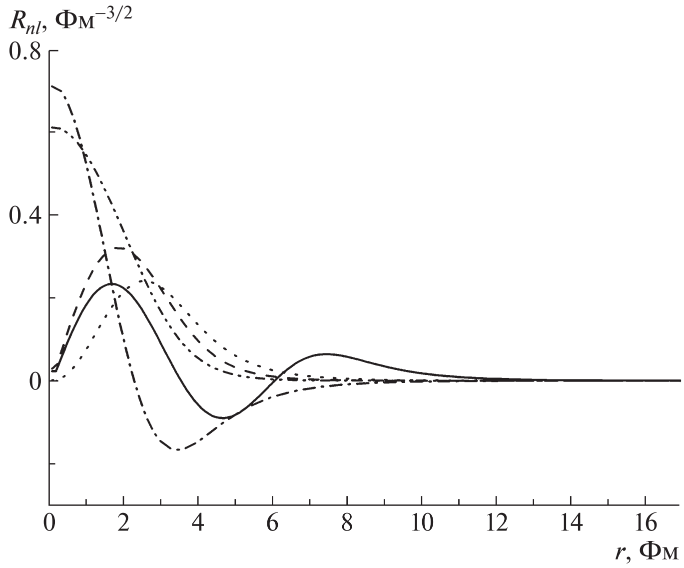

Рис. 2. Радиальные части $R_{nl}(r)$ волновых функций для верхних нейтронных уровней в оболочечной модели без учета спин-орбитального взаимодействия для состояний в ядрах ^{18}O (кривые: $1s$ — штрихпунктирная с 2 точками, $1p$ — штриховая, $1d$ — точечная, $2s$ — штрихпунктирная) и ^{181}Ta ($1p$ — сплошная кривая).

взаимодействия нейтрона с ядрами. Зависимость потенциальной энергии нейтрона от времени определяется движением ядер в системе их центра масс. Для решения уравнения (2) была использована равномерная пространственная сетка в трехмерной системе декартовых координат $(x,\ y,\ z)$ с размерами $285 \times 200 \times 435$ точек ($85 \times 60 \times 130.5$ Фм^3). Обычно пространственная сетка для численного решения выбирается в форме прямоугольного параллелепипеда, размеры которой подбираются исходя из условий задачи. Шаг пространственной сетки был принят равным 0.3 Фм, что много меньше размеров ядра, т.е. характерной длины, на которой сильно меняется полная волновая функция стационарных состояний и ее радиальная часть. Расчеты проводились на гетерогенном вычислительном кластере “HybriLIT” ЛИТ ОИЯИ [11].

Путем решения уравнений

$$m_1\ddot{\mathbf{r}}_1 = -\nabla_{\mathbf{r}_1} U\left(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|\right),$$
$$m_2\ddot{\mathbf{r}}_2 = -\nabla_{\mathbf{r}_2} U\left(|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|\right) \qquad (3)$$

были вычислены траектории ядер ^{18}O и ^{181}Ta в системе центра масс (рис. 4*а*). Для выбранных траекторий касательного столкновения ядер минимальное расстояние сближения их центров $R_{\min}$, как видно из рисунка, было больше суммы среднеквадратичных зарядовых радиусов ядер, равной 8.12 Фм (2.77 Фм для ядра ^{18}O и 5.35 Фм для ^{181}Ta [10]). Для центральной части потенциала взаимодействия ядер $U\left(|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|\right)$ в форме Вудса—Саксона были использованы те же значения параметров, что и в предыдущих расчетах по DWBA [1, 2]: $V_{N0} = -63.487$ МэВ, $R_N = 9.753$ Фм, $a_N = 0.659$ Фм, что дало высоту кулоновского барьера $V_B = 68.94$ МэВ. Зависимость $R_{\min}$ от прицельного параметра b, полученная при расчете траекторий в системе центра масс для ядер ^{18}O и ^{181}Ta, представлена на рис. 4*б*.

С помощью проекций вектора скорости ядра-снаряда ^{18}O, найденных при численном решении уравнений (3), определены углы рассеяния $\theta_{\text{ц.м}}$ в

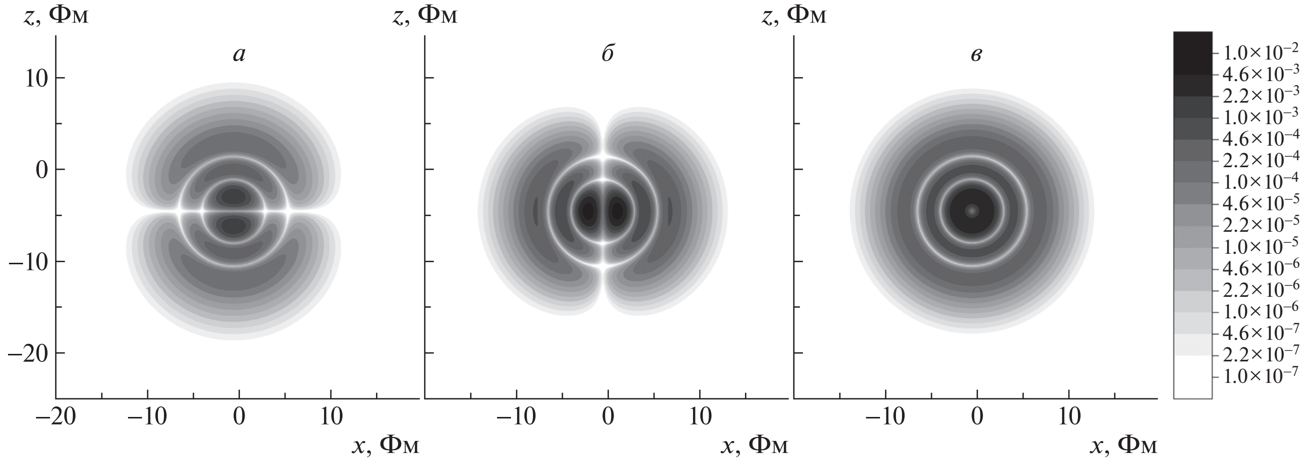

Рис. 3. Плотности вероятности волновой функции $|\Psi_{n\,l\,m_l}(\mathbf{r})|^2$ для нейтрона на $3p$-оболочке в ядре ^{181}Ta: a — проекция углового момента $m_l = 0$; *б* — $m_l = \pm 1$; *в* — плотность вероятности нейтрона, усредненная по проекциям углового момента.

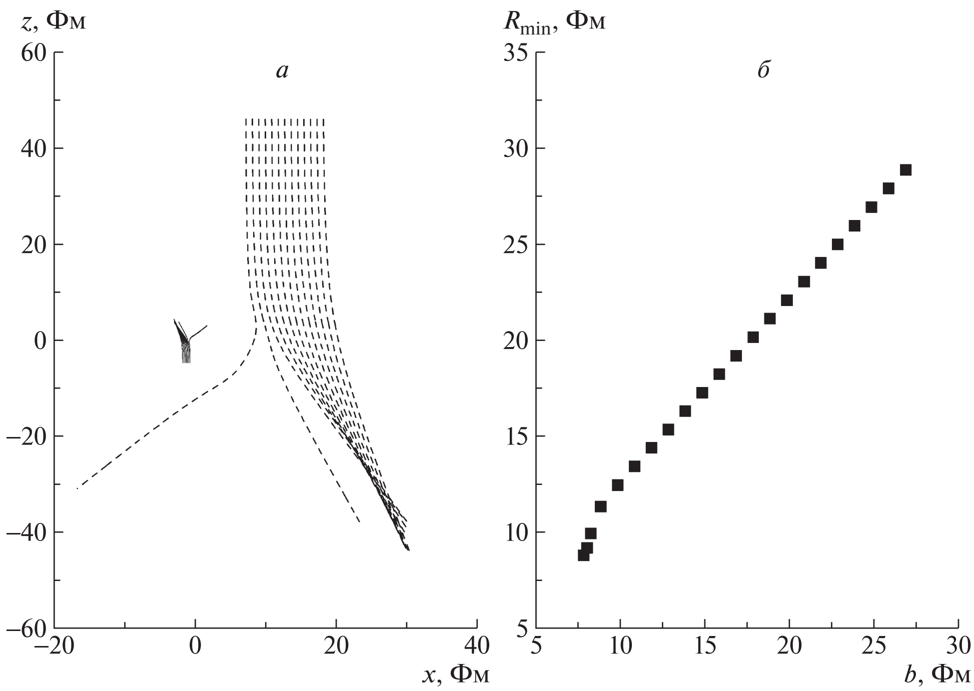

Рис. 4. Столкновения ядер ^{18}O и ^{181}Ta при энергии 10 МэВ/нуклон (163.72 МэВ в системе центра масс). a — траектории движения ядер ^{18}O (штриховые кривые) и ^{181}Ta (сплошные кривые) для прицельных параметров $b = 7.85$–20.85 Фм; *б* — зависимость $R_{\min}$ от прицельного параметра b.

системе центра масс ядер и $\theta_{\text{лаб}}$ в лабораторной системе координат.

Экспериментальные дифференциальные сечения для канала передачи нейтрона с образованием изотопов кислорода получены для угла $\theta_{\text{лаб}} = 12^\circ$ ($\theta_{\text{ц.м}} = 13.9^\circ$), которому соответствуют траектории с прицельным параметром $b = 8.6$ Фм. Пример эволюции плотности вероятности внешнего нейтрона ядра ^{181}Ta в ходе касательного столкновения ^{18}O и ^{181}Ta при $b = 8.6$ Фм представлен на рис. 5. Видно, что поток плотности с ядра ^{181}Ta в ^{18}O немного смещен относительно межъядерной оси (рис. 5*а*). Из-за высокой относительной скорости движения ядер нейтрон не успевает перейти в ядро ^{18}O и заселить незанятые уровни связанного состояния. Бо́льшая часть переданной плотности вероятности с течением времени отрывается от ядра ^{18}O, переходя в состояния непрерывного энергетического спектра (рис. 5*г*).

Для количественной оценки вероятности засе-

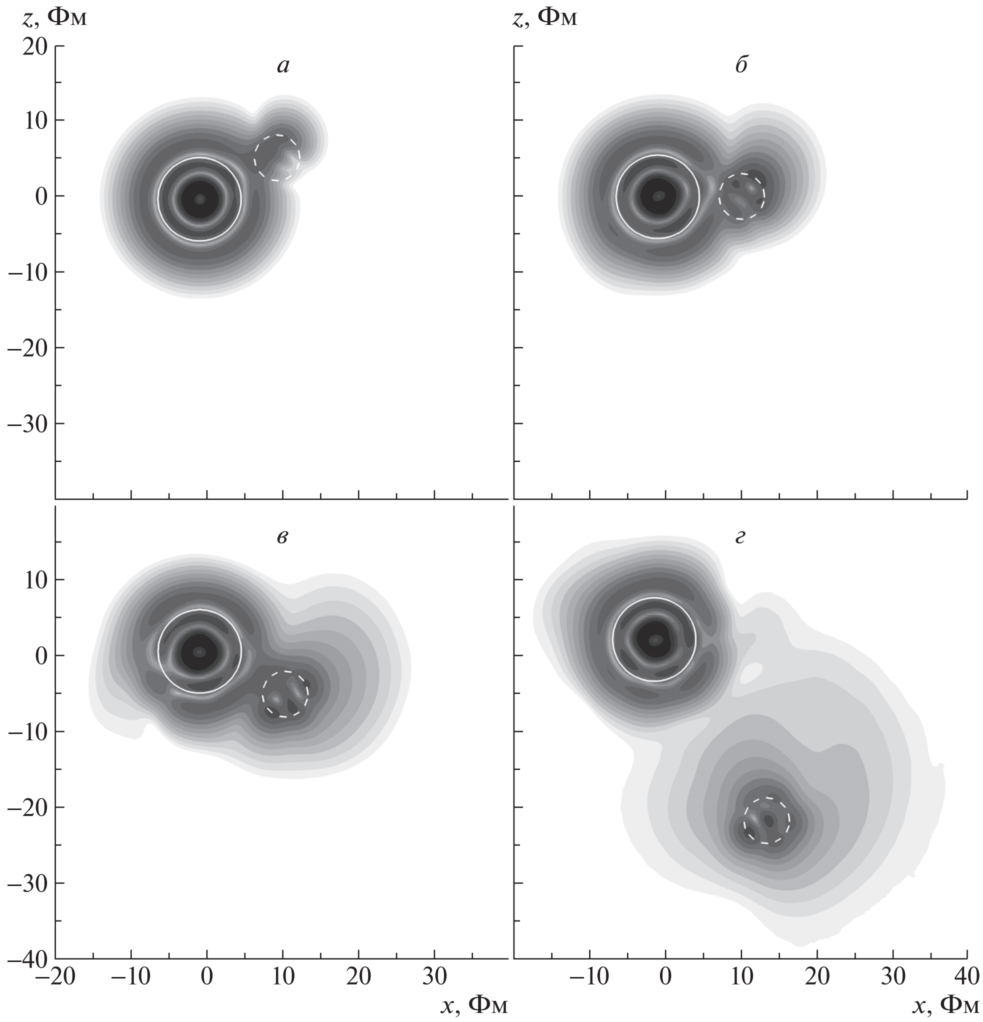

Рис. 5. Эволюция плотности вероятности внешнего нейтрона в ядре ^{181}Ta в ходе касательного столкновения ^{18}O (окружность штриховой линией) и ^{181}Ta (окружность сплошной линией). Радиусы окружностей равны среднеквадратичным зарядовым радиусам ядер, прицельный параметр $b = 8.6$ Фм, $E_{\text{ц.м}} = 163.72$ МэВ. Порядок панелей (*а*, *б*, *в*, *г*) соответствует ходу времени.

ления нейтроном в ядре-снаряде ^{18}O свободных $1p$-, $1d$- и $2s$-состояний воспользуемся разложением волновой функции нейтрона по волновым функциям нейтронных состояний в движущемся со скоростью ν_1 ядре:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{n\,l\,m_l} a_{n\,l\,m_l} \psi_{n\,l\,m_l}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \times \tag{4}$$
$$\times \exp\left(i\frac{m\nu_1 \mathbf{r}}{\hbar}\right).$$

Коэффициенты разложения $a_{n\,l\,m_l}$ (комплексные числа) определяются выражением:

$$a_{n\,l\,m_l} = \int\limits_{S_1} \Big[\psi_{n\,l\,m_l}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \times \tag{5}$$
$$\times \exp\left(i\frac{m\nu_1 \mathbf{r}}{\hbar}\right)\Big]^* \Psi(\mathbf{r}, t) dV,$$

где S_1 — шар с центром в точке $\mathbf{r}_1(t)$ и радиусом $r_1 = 10$ Фм. Квадрат модуля коэффициентов разложения $a_{n\,l\,m_l}$ определяет вероятность, с которой переданная частица занимает состояние с квантовыми числами n, l, m_l. Таким образом, вес состояния $w_{n\,l}$ вычисляется по формуле:

$$w_{n\,l} = \sum_{m_l=-1}^{1} |a_{n\,l\,m_l}|^2. \tag{6}$$

Вероятность передачи нейтрона ядру-снаряду ^{18}O равна

$$p_{\text{tr}} = \int\limits_{S_1} |\Psi|^2 \, dV. \tag{7}$$

Для столкновения $^{18}\text{O} + {}^{181}\text{Ta}$ при энергии $E_{\text{ц.м}} = 163.72$ МэВ и значении $b = 8.6$ Фм (рис. 5*г*)

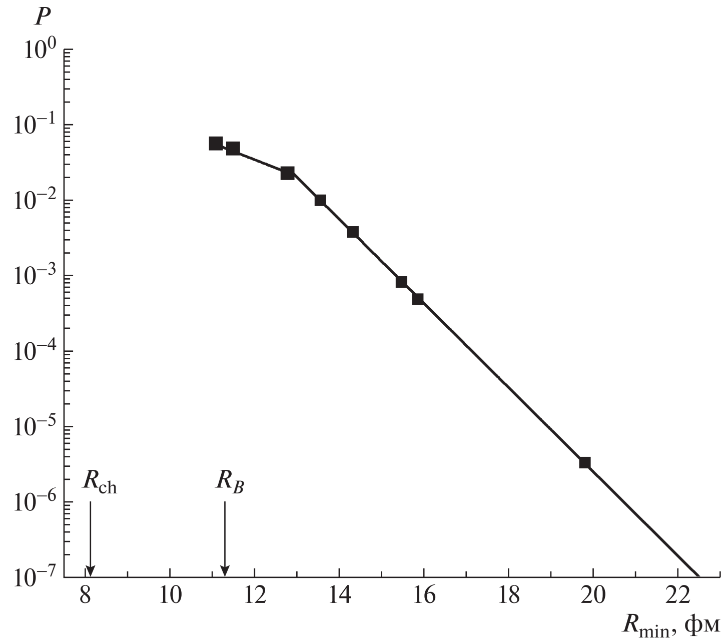

Рис. 6. Зависимость вероятности передачи нейтрона P от R_{min} для реакции ^{181}Ta(^{18}O, ^{19}O)^{180}Ta. R_{ch} — сумма среднеквадратичных зарядовых радиусов ядер, R_B — кулоновский барьер.

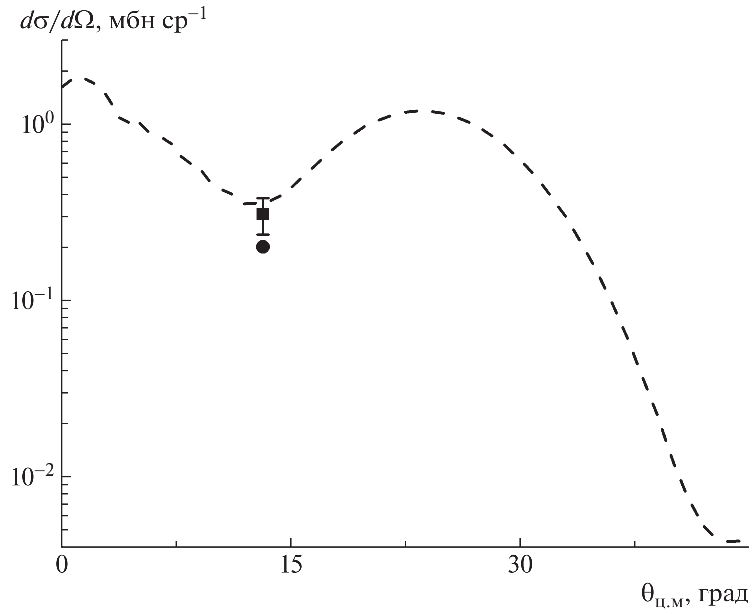

Рис. 7. Дифференциальные сечения для канала передачи нейтрона ^{181}Ta(^{18}O, ^{19}O)^{180}Ta при энергии 10 МэВ/нуклон. ■ — эксперимент [1, 2], штриховая кривая — расчет передачи нейтрона в DWBA [1]; • — в рамках нестационарного подхода.

вероятности заселения состояний $1p$, $1d$, $2s$ ядра ^{18}O составляют: $w_{1p}/p_{\mathrm{tr}} \approx 0.02$, $w_{1d}/p_{\mathrm{tr}} \approx 0.15$, $w_{2s}/p_{\mathrm{tr}} \approx 0.26$ соответственно. Некоторая часть (около 0.57) переданного нейтронного “облака” соответствует квазистационарным состояниям ^{18}O. Вероятность заселения глубоких состояний ^{18}O довольно мала.

Для $b = 8.6$ Фм и $R_{\mathrm{min}} = 10.94$ Фм вероятность передачи нейтрона $p_{\mathrm{tr}} = 0.056$. Зависимость этой вероятности от R_{min} представлена на рис. 6. При бóльших значениях b и R_{min} логарифм вероятности передачи линейно спадает на несколько порядков. Расчетную вероятность передачи нейтрона в ходе столкновения ядер при больши́х $b = 22.5$ Фм и

$R_{\min} = 24.64$ Фм, соответствующих $\theta_{\text{ц.м}} = 13.19°$, можно считать незначительной.

Экспериментальное значение дифференциального сечения для канала передачи нейтрона ^{181}Ta(^{18}O, ^{19}O) при $\theta_{\text{ц.м}} = 13.9°$ и $E_{\text{ц.м}} = 163.72$ МэВ равно 0.309 ± 0.071 мбн (см. рис. 7), с относительной ошибкой измерения $\approx$23.1% [1, 2]. Для вычисления теоретического значения дифференциального сечения передачи нейтрона воспользуемся формулой дифференциального сечения упругого рассеяния в классической механике:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{ц.м}}) = \frac{b(\theta_{\text{ц.м}})}{\sin\theta_{\text{ц.м}}}\left|\frac{db(\theta_{\text{ц.м}})}{d\theta_{\text{ц.м.}}}\right|. \tag{8}$$

Умножив значения сечений из (8) на вероятность передачи нейтрона p_{tr}, получим теоретическое значение дифференциального сечения передачи нейтрона:

$$\frac{d\sigma_{\text{tr}}}{d\Omega}(\theta_{\text{ц.м}}) = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{ц.м}})\, p_{\text{tr}}\left(b(\theta_{\text{ц.м}})\right). \tag{9}$$

Для угла $\theta_{\text{ц.м}} = 13.9°$ теоретическое сечение передачи нейтрона, вычисленное по формулам (8) и (9), равно 0.201 мбн.

На рис. 7 сопоставлены экспериментальное дифференциальное сечение передачи нейтрона и его теоретические значения, полученные в рамках метода DWBA [1] и решения нестационарного уравнения Шредингера. Как видно из рисунка, оба теоретических сечения близки к экспериментальному. Применение взаимно дополняющих методов, DWBA (для расчетов углового распределения сечений реакции) и нестационарного подхода (для визуализации динамики реакции и определения механизма заселения нейтронных состояний, см. рис. 7), позволило нам получить как количественное, так и качественное описание реакции передачи нейтрона.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментальные данные, полученные ранее на циклотроне У-400 ЛЯР ОИЯИ с помощью магнитного анализатора высокого разрешения МАВР, описаны в рамках подхода, основанного на численном решении нестационарного уравнения Шредингера. Получено близкое к экспериментальному теоретическое значение дифференциального сечения для канала передачи нейтрона ^{181}Ta(^{18}O, ^{19}O)^{180}Ta при энергии 10 МэВ/нуклон.

Предлагаемый подход позволил описать динамику процесса передачи нейтрона и определить вероятности заселения свободных уровней в ядре ^{19}O. При энергии 10 МэВ/нуклон бóльшая часть (около 57%) переданного нейтронного "облака" соответствует квазистационарным состояниям.

Теоретический анализ механизма передачи нейтрона в рамках нестационарного подхода показал, что при $E > 10$ МэВ/нуклон поток плотности вероятности нейтрона с ядра ^{181}Ta в ^{18}O смещен относительно межъядерной оси. Поэтому реакции при $E < 10$ МэВ/нуклон с точки зрения получения нейтронно-избыточных ядер можно считать более эффективными, поскольку в них ожидается интенсивная передача и эффективное заселение нейтронами одночастичных уровней при движении ядер с меньшими относительными скоростями, когда поток плотности вероятности не будет смещен относительно межъядерной оси.

Авторы выражают благодарность команде гетерогенного кластера ЛИТ ОИЯИ за содействие выполнению трудоемких компьютерных расчетов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А. К. Ажибеков, В. А. Зернышкин, В. А. Маслов, Ю. Э. Пенионжкевич, К. Мендибаев, Т. Исатаев, М. А. Науменко, Н. К. Скобелев, С. Стукалов, Д. Азнабаев, ЯФ **83**, 94 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 93 (2020)].
2. Yu. E. Penionzhkevich, S. M. Lukyanov, A. K. Azhibekov, M. A. Naumenko, T. Issatayev, I. V. Kolesov, V. A. Maslov, K. Mendibayev, V. A. Zernyshkin, K. A. Kuterbekov, and A. M. Mukhambetzhan, J. Phys.: Conf. Ser. **1555**, 012031 (2020).
3. V. I. Zagrebaev, V. V. Samarin, and W. Greiner, Phys. Rev. C **75**, 035809 (2007).
4. В. И. Загребаев, В. В. Самарин, ЯФ **70**, 1038 (2007) [Phys. At. Nucl. **70**, 1003 (2007)].
5. В. В. Самарин, Изв. РАН. Сер. физ. **84**, 1197 (2020) [Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **84**, 990 (2020)].
6. В. В. Самарин, ЯФ **81**, 458 (2018) [Phys. At. Nucl. **81**, 486 (2018)].
7. A. K. Azhibekov, V. V. Samarin, and K. A. Kuterbekov, Eurasian J. Phys. Funct. Mater. **4**, 19 (2020).
8. A. K. Azhibekov, V. V. Samarin, and K. A. Kuterbekov, Chin. J. Phys. **65**, 292 (2020).
9. A. K. Azhibekov, V. V. Samarin, K. A. Kuterbekov, and M. A. Naumenko, Eurasian J. Phys. Funct. Mater. **3**, 307 (2019).
10. NRV Web Knowledge Base on Low-Energy Nuclear Physics; http://nrv.jinr.ru/
11. Гетерогенный вычислительный кластер "HybriLIT" Лаборатории информационных технологий ОИЯИ; http://hybrilit.jinr.ru/

DYNAMICS OF NEUTRON TRANSFER IN REACTION ^{181}Ta(^{18}O, ^{19}O) AT ENERGY 10 MeV/NUCLEON

A. K. Azhibekov[1),2),3)], Yu. E. Penionzhkevich[1),4)], S. M. Lukyanov[1)], T. Issatayev[1),3),5)], V. A. Maslov[1)], K. Mendibayev[1),3)], M. A. Naumenko[1)], N. K. Skobelev[1)], K. A. Kuterbekov[5)], A. M. Mukhambetzhan[2)]

[1)] Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia
[2)] Korkyt Ata Kyzylorda University, Kyzylorda, Kazakhstan
[3)] Institute of Nuclear Physics, Ministry of Energy of the Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan
[4)] National Research Nuclear University "MEPhI", Moscow, Russia
[5)] L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

This paper presents an analysis of the results of experiment with a high-resolution magnetic spectrometer (MAVR) on neutron transfer in the reaction $^{18}\mathrm{O} + {}^{181}\mathrm{Ta}$ at projectile energy 10 MeV/nucleon. The theoretical analysis of the neutron transfer mechanism was carried out within the framework of the time-dependent approach (based on the solution of the time-dependent Schrödinger equation). The dynamics of neutron transfer process was described and the probabilities of population of free neutron levels in the ^{19}O nucleus were determined.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 410–420

ЯДРА

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УЧЕТА СЛОЖНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ДЛЯ ПИГМИ- И ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ

© 2021 г. С. П. Камерджиев[1)]*, М. И. Шитов[1)]

Поступила в редакцию 17.02.2021 г.; после доработки 17.02.2021 г.; принята к публикации 01.04.2021 г.

В рамках ядерной квантовой теории многих тел рассмотрена микроскопическая модель учета квазичастично-фононного взаимодействия в магических ядрах, которая представляет интерес для микроскопической теории пигми- и гигантских мультипольных резонансов, прежде всего, для описания их тонкой структуры. Работа является продолжением и развитием предыдущей статьи авторов [1]. Подтверждены основные физические результаты этой статьи и получены новые результаты: 1) найдены и использованы точные (а не приближенные, как в [1]) выражения для первой и второй вариации от вершины в поле фонона, 2) получено новое уравнение для главной величины в теории конечных ферми-систем — вершины, содержащее не только известное эффективное взаимодействие, но и полную амплитуду частично-дырочного взаимодействия, 3) последний результат позволил получить необходимые двухфононные конфигурации. Новейшее уравнение для вершины теперь содержит сложные как $1p1h \otimes$ фонон-, так и двухфононные конфигурации вместе с многочисленными корреляциями в основном состоянии.

DOI: 10.31857/S0044002721050093

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние десятилетия в области теоретической ядерной физики низких энергий предпринимались большие усилия для единообразного описания характеристик как основного, так и возбужденных состояний до энергий 30–35 МэВ [2–6], прежде всего, характеристик пигми-дипольного и гигантских мультипольных резонансов (ПДР и ГМР). Главный тренд развития состоял в применении и развитии самосогласованных подходов, основанных на использовании энергетического функционала плотности. Это позволило единообразно и в целом достаточно успешно описывать указанные характеристики с помощью небольшого количества параметров, см. обзоры [3–5]. Однако в связи с активным развитием экспериментальной базы в этой области [4, 7, 8], особенно в энергетической области ПДР, появляются все новые вопросы к микроскопической теории [3, 9], например, объяснение загиба радиационной силовой функции в области 1–3 МэВ [8]. Особенно следует отметить проблему описания тонкой структуры ПДР и ГМР [7], в которой важны любые детали теории, приводящие к перераспределению силы [10, 11].

С физической точки зрения задача понимаема, но только в принципе: необходимо надежно учитывать связь с фононами, или квазичастично-фононное взаимодействие (КФВ) в дополнение к стандартным методам хаотических фаз (МХФ) и квазичастичному МХФ. Эта задача подробно обсуждалась в теории, однако существует большое пространство для улучшения существующих подходов. Мы думаем, что развитие в рамках последовательного метода многих тел, прежде всего, метода квантовых функций Грина (ФГ) на базе обобщения самосогласованной Теории Конечных Ферми-Систем (ТКФС) [12–14] является многообещающим подходом. Это есть общая цель нашей работы и, возможно, нескольких будущих работ.

В области самосогласованного описания характеристик основного и нескольких низколежащих коллективных состояний большая работа была выполнена группой Курчатовского института, так что можно говорить о втором этапе развития ТКФС [5, 15, 16]. Здесь использовался в основном метод эффективного функционала плотности с параметрами Фаянса [15]. Было показано, что во всех рассмотренных многочисленных задачах роль КФВ достаточно велика и необходима для объяснения экспериментальных данных. Важной причиной этих успехов, по мнению авторов, было использование квантового метода многих тел, точнее, метода ФГ.

Одновременно с указанными работами метод ФГ применялся для описания ПДР и ГМР, как в рамках несамосогласованных [6, 17, 18], так и самосогласованных [19, 20] подходов. Отличие

[1)]Национальный исследовательский центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия.

*E-mail: kamerdzhiev_sp@nrcki.ru

между [17] и [18] состояло в том, что в [18] недостаток метода [17] был исключен, именно, был предложен приближенный метод хронологического разделения диаграмм (МХРД), или (используя более современную терминологию) приближение временного блокирования (ПВБ). Указанный недостаток был не важен для объяснения свойств $M1$-резонанса, находящегося в области энергий ПДР [21, 22]. Более того, фактически ранее он применялся в рамках Теории Ядерных Полей (ТЯП) и для электрических ГМР [23, 24] с использованием параметра усреднения 600 кэВ. Позднее этот метод был значительно модифицирован и для задач в ядрах со спариванием был назван квазичастичным ПВБ [25–27]. Однако главное физическое содержание этого метода, т.е. включение КФВ только в частично-дырочный пропагатор (на языке ТКФС), сохранялось всегда, несмотря на тот факт, что при выводе использовался другой подход, основанный на уравнении Бете–Солпитера.

В статье [1] был рассмотрен новый подход в теории ПДР и ГМР, основанный на последовательном включении эффектов КФВ в ТКФС с целью ее обобщения в область энергий ПДР и ГМР для магических ядер. В этой работе учитывались только сложные конфигурации с фононами вида $1p1h \otimes$ фонон. Несмотря на ограниченность такого подхода, например, отсутствие двухфононных конфигураций, см. [28], удалось получить ряд новых эффектов: динамический эффект тэдпола, фононобменное эффективное взаимодействие, обусловленное обменом фононами в различных каналах, первая и вторая вариации эффективного взаимодействия в поле фонона. В [1] использовалось существенное предположение для первой $\delta^{(1)}V$ и второй $\delta^{(2)}V$ вариаций вершины в поле фононов, именно, учитывались лишь свободные члены уравнений для этих вариаций вершин. Это приближение привело к учету только сложных конфигураций $1p1h \otimes$ фонон. В настоящей работе мы отказываемся от этого приближения, т.е. получаем и используем точные выражения для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ и с их помощью получаем новые уравнения для вершины.

В работе [1] был получен в некотором смысле неожиданный результат: благодаря одной из двух использованных g^2-поправок к вершине, которая содержала амплитуду рождения фонона g, новая вершина зависела от энергетической переменной ε_1, т.е. зависела от ε_1 не на массовой поверхности $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\lambda_1}$. Такая зависимость интересна сама по себе и не содержится в главных наблюдаемых характеристиках — энергиях и вероятностях переходов. Однако представляется полезным упростить задачу и изучить модель, в которой эта зависимость отсутствует. Это есть “модельность” нашей модели, т.е. использование одной (и главной!) поправки к вершине. Как мы увидим, такой подход позволяет прояснить ситуацию с учетом КФВ, по крайней мере, в широких рамках обобщения стандартной ТКФС.

В этой статье рассматриваются только $1p1h \otimes \otimes$ фонон- и двухфононные конфигурации в магических ядрах. Как обычно, мы используем факт существования малого g^2-параметра. Очень часто мы символически записываем наши формулы, большая часть которых представляется в виде диаграмм Фейнмана, так что окончательные формулы могут быть легко получены.

2. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ САМОСОГЛАСОВАННОЙ ТКФС

В стандартной ТКФС основной величиной в задачах, связанных с взаимодействием ядра и внешнего поля $V^0(\omega)$ с энергией ω, является эффективное поле (вершина) V, описывающее ядерную поляризуемость и удовлетворяющее уравнению в символической форме [12]:

$$V = e_q V^0 + FAV, \tag{1}$$

где

$$A_{12}(\omega) = \int G_1(\varepsilon) G_2(\varepsilon - \omega) d\varepsilon. \tag{2}$$

Полная амплитуда частично-дырочного взаимодействия Γ удовлетворяет уравнению

$$\Gamma = F + FA\Gamma. \tag{3}$$

Амплитуда рождения g фонона в ТКФС удовлетворяет однородному уравнению (в символическом виде) [12]:

$$g = FAg. \tag{4}$$

В уравнениях (1), (3) и (4) F — эффективное взаимодействие Ландау–Мигдала, которое в самосогласованной ТКФС [15] определяется как вторая вариационная производная по плотности от функционала, A — частично-дырочный пропагатор, представляющий собой интеграл от двух ФГ. Эти уравнения соответствуют обычному МХФ для магических ядер, сформулированному на языке ФГ. Нижние индексы означают набор одночастичных квантовых чисел $1 \equiv (n_1, j_1, l_1, m_1) \equiv \lambda_1$.

В работах [13, 29, 30] была введена величина, которую мы назвали фононным тэдполом [31]. Эта величина, вообще говоря, представляет собой вариацию амплитуды рождения фонона g_1 с моментом L_1 в поле другого фонона g_2 с моментом L_2, но в фононный тэдпол, по определению, входит g_{12} с $L_1 = L_2 = L$. Уравнение для амплитуды рождения двух фононов g_{12} получается варьированием

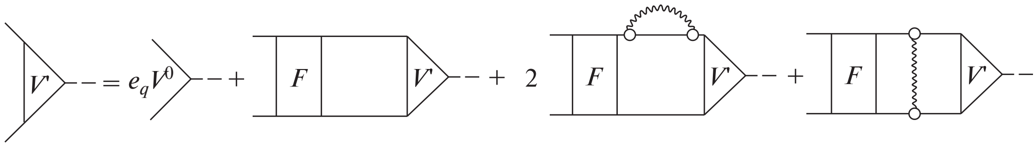

Рис. 1. Уравнение для вершины V', содержащее простейший пропагатор с КФВ [17, 21]. Прямые и волнистые линии соответствуют ФГ G и D, кружки с одной волнистой линией — амплитуда рождения фонона g. Прямоугольник — эффективное взаимодействие F.

уравнения (4) для амплитуды рождения фонона g_1 в поле фонона g_2:

$$g_{12} = \delta_1 F A g_2 + F(\delta_1 A) g_2 + F A g_{12}, \tag{5}$$

где

$$\delta_1 A = G g_1 G G + G G g_1 G. \tag{6}$$

Уравнение (5) есть интегральное уравнение с двумя свободными членами. Оно решалось только в координатном представлении в указанных работах группы Курчатовского института. В остальных работах группы использовалась реалистическая оценка для величины g_{11}, определяющей тэдпол. Она была основана на предположении для величины $\delta_1 F \equiv \delta F$, входящей в уравнение (5):

$$\delta F = \left(\frac{\delta F}{\delta \rho}\right) A g. \tag{7}$$

Как говорилось во Введении, физическое содержание предыдущих работ, использующих метод ФГ, состоит в том, что g^2-поправка была включена только в частично-дырочный пропагатор (2). Если пользоваться языком ТКФС, то это означало, что решалось уравнение для вершины V', показанное на рис. 1. Физически оно также соответствует подходу в рамках ТЯП [23, 24] для ГМР. Здесь и в дальнейшем цифра 2 перед графиком или соответствующей формулой означает, что имеются два однотипных графика или формулы. Для более точного описания необходимо использовать рецепт улучшения такого подхода, предложенный в работе [18], т.е. МХРД, или ПВБ, основанный на

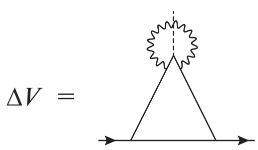

Рис. 2. g^2-поправка (9) для вершины V (1).

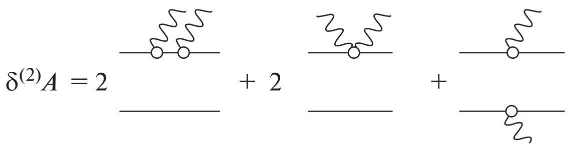

Рис. 3. Выражение (10) в диаграммном виде.

введении в соответствующее уравнение функции Хевисайда. Обобщенный МХРД-пропагатор имеет довольно сложный вид и подробно описан в [6].

На рис. 1 диаграммы без фононов соответствуют МХФ, сформулированному на языке стандартной ТКФС, т.е. уравнению (1) с пропагатором (2).

3. ТОЧНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ ВАРИАЦИЙ ВЕРШИНЫ $\delta^{(1)}V$ И $\delta^{(2)}V$

Чтобы получить g^2-поправку для вершины V (1), мы используем, как и в [1], следующее выражение:

$$\tilde{V} = V + \Delta V(g, V), \tag{8}$$

где, согласно нашей модели,

$$\Delta V = \delta^{(2)} V D. \tag{9}$$

Здесь $\delta^{(2)}V$ — вариация второго порядка в поле фонона от вершины V (1), она показана на рис. 2.

Прежде всего получим величину $\delta^{(2)}A$ для нашего случая одинаковых фононов в $\delta^{(2)}V$. Чтобы не спутать индекс фононов в величине g с одночастичными индексами, введем для фононов обозначение $\tilde{1}$. В нашем случае $\tilde{1} = \tilde{2}$ (рис. 2), что соответствует $\delta^{(2)}V = \delta^{\tilde{1}}\delta^{\tilde{1}}V$. Варьируя величину $\delta^{(2)}A$, получаем пять слагаемых, показанных на рис. 3:

$$\delta^{(2)} A = \delta^{\tilde{1}}\delta^{\tilde{1}} G_1 G_2 = 2 G_1 g_{\tilde{1}} G_4 g_{\tilde{1}} G_3 G_2 + \\ + 2 G_1 g_{\tilde{1}\tilde{1}} G_3 G_2 + G_1 g_{\tilde{1}} G_3 G_2 g_{\tilde{1}} G_4. \tag{10}$$

Уже отсюда видно, что график в центре соответствует будущему эффекту тэдпола, которого нет на рис. 1.

Величины $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ получаются варьированием уравнения (1) в поле фонона [1]:

$$\delta^{(1)} V = \delta^{(1)} F A V + F \delta^{(1)} A V + F A \delta^{(1)} V, \tag{11}$$

$$\delta^{(2)} V = \delta^{(1)}\delta^{(1)} V = F \delta^{(2)} A V + \\ + 2\delta^{(1)} F \delta^{(1)} A V + 2\delta^{(1)} F A \delta^{(1)} V + \\ + 2 F \delta^{(1)} A \delta^{(1)} V + \delta^{(2)} F A V + F A \delta^{(2)} V.$$

В [1] величины $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ учитывались приближенно, именно, рассматривались только

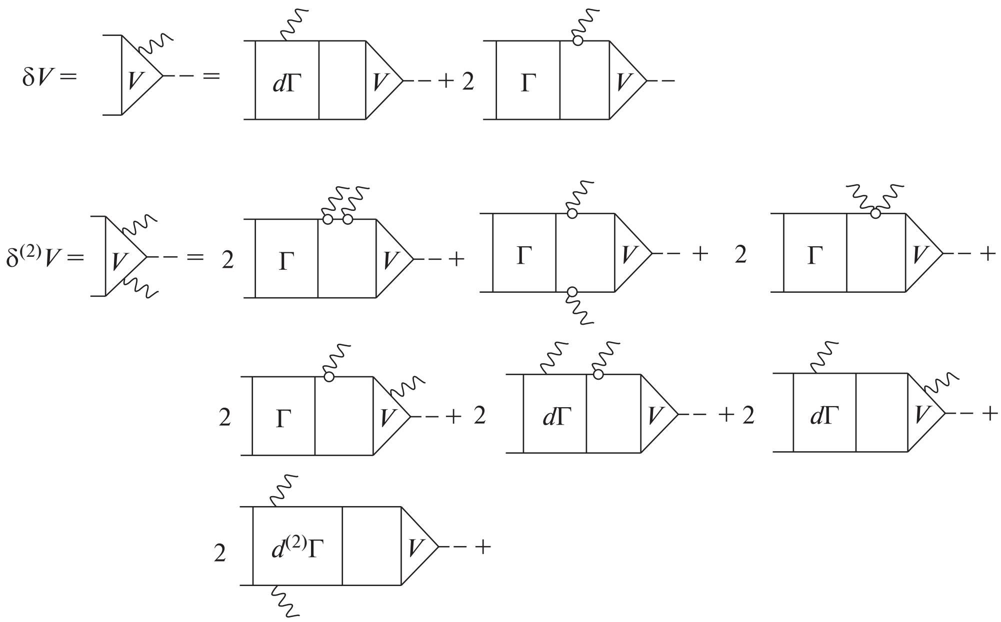

Рис. 4. Точные выражения для первой и второй вариаций вершины V $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ в фононном поле. Прямоугольники с Γ, $d\Gamma$ и $d^{(2)}\Gamma$ обозначают величины Γ (4), $d\Gamma$ (14) и $d^{(2)}\Gamma$ (17).

свободные члены уравнений (11). Это приближение привело к учету только конфигураций $1p1h \otimes \otimes$ фонон.

В настоящей статье мы отказываемся от такого приближения и преобразуем уравнения (11) к *точным выражениям* для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$.

Перепишем уравнения (11) для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ в следующем виде (символически, как обычно):

$$(1 - FA)\delta^{(1)}V = (\delta^{(1)}V)_0, \qquad (12)$$
$$(1 - FA)\delta^{(2)}V = (\delta^{(2)}V)_0,$$

где $(\delta^{(1)}V)_0$ и $(\delta^{(2)}V)_0$ — свободные члены уравнений (11). Или в другой форме:

$$\delta^{(1)}V = (1 - FA)^{-1}(\delta^{(1)}V)_0, \qquad (13)$$
$$\delta^{(2)}V = (1 - FA)^{-1}(\delta^{(2)}V)_0.$$

Следуя [30], введем величину $d\Gamma$ (чтобы избежать смешивания с обычной вариацией для Γ (3), мы переопределили ее вместо $\delta\Gamma$ в [30]):

$$d\Gamma = \delta^{(1)}F + FAd\Gamma. \qquad (14)$$

Далее используем следующие символические выражения, полученные из уравнений (3) и (14):

$$\Gamma = (1 - FA)^{-1}F, \qquad (15)$$
$$d\Gamma = (1 - FA)^{-1}\delta^{(1)}F.$$

Подставляя свободные члены $(\delta^{(1)}V)_0$ и $(\delta^{(2)}V)_0$ уравнений (11) в (13) и используя (15), получаем точные выражения для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$:

$$\delta^{(1)}V = d\Gamma AV + \Gamma\delta AV, \qquad (16)$$
$$\delta^{(2)}V = \Gamma\delta^{(2)}AV + 2d\Gamma\delta AV + 2d\Gamma A\delta^{(1)}V + $$
$$+ 2\Gamma\delta A\delta^{(1)}V + d^{(2)}\Gamma AV,$$

которые содержат уже Γ и $d\Gamma$ вместо F и δF. Мы вводим новую величину

$$d^{(2)}\Gamma = \delta^{(2)}F + FAd^{(2)}\Gamma, \qquad (17)$$

или

$$d^{(2)}\Gamma = (1 - FA)^{-1}\delta^{(2)}F. \qquad (18)$$

Полученные точные выражения для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ показаны на рис. 4.

Следует отметить, что “точность” для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ состоит в том, что они содержат именно величины ТКФС: для вершины V (1), амплитуды Γ (3), амплитуды рождения фонона g (4) и $d\Gamma$ (14), т.е. в этом смысле все полностью соответствует исходным идеям ТКФС [12]. Принципиальное отличие от [1] в том, что далее используются точные выражения (16) для $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$, рис. 4, вместо свободных членов уравнений (11) для них. Выражения (16), рис. 4, представляют *первый главный результат* нашей работы.

4. НОВОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПОЛЯ

4.1. $1p1h \otimes$ *фонон-конфигурации и полная амплитуда взаимодействия* Γ

Рассмотрим нашу исходную формулу для вершины (8). Можно видеть, что выражение (8) есть первая итерация следующего уравнения (если $V(1)$ является нулевой итерацией):

$$\tilde{V} = V + \Delta V(g, \tilde{V}), \tag{19}$$

где $\Delta V(g, \tilde{V})$ содержит уже новую вершину $\tilde{V}$ в величинах $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ из (16). Тогда, используя (1) и (19), можно получить

$$\tilde{V} = V^0 + FA\tilde{V} + (1 - FA)\Delta V(g, \tilde{V}). \tag{20}$$

Подставим в (20) точные выражения $\delta^{(1)}V$ и $\delta^{(2)}V$ (16) (которые уже содержат $\tilde{V}$) и используем соотношения (15) и (18). В результате получаем новое уравнение для $\tilde{V}$:

$$\begin{aligned}\tilde{V} = e_q V^0 + FA\tilde{V} + 2FGgDGgGG\tilde{V} + {}\\ + FGgGDGgG\tilde{V} + 2FGg_{\tilde{1}\tilde{1}}DGG\tilde{V} + {}\\ + 4FGGgG\Gamma GDgGG\tilde{V} + 2FGgGGDd\Gamma GG\tilde{V} + {}\\ + 2\delta FDGgGG\tilde{V} + 2\delta FDGG\Gamma GgGG\tilde{V} + {}\\ + \delta FDGGd\Gamma GG\tilde{V} + \delta^{(2)}FGG\tilde{V}.\end{aligned} \tag{21}$$

Это уравнение содержит 10 интегральных слагаемых вместо 12 в уравнении (16) в [1] (заметим, что в его аналитической форме мы пишем цифру 4 в третьей линии уравнения (21) вместо цифры 2 в его графическом представлении). Уравнение (21) можно записать в диаграммном виде. Однако для нашей цели включения двухфононных конфигураций лучше использовать не величину $d\Gamma$ в уравнении (21), а амплитуду Γ. Поэтому преобразуем уравнение для $d\Gamma$ (14) в выражение для него:

$$d\Gamma = \delta F + \Gamma A\delta F = \delta F + \Gamma GG\delta F. \tag{22}$$

Подставляя (22) в (21), получаем уравнение для $\tilde{V}$, которое содержит только δF и Γ:

$$\begin{aligned}\tilde{V} = e_q V^0 + FA\tilde{V} + 2FGgDGgGG\tilde{V} + FGgGDGgG\tilde{V} + {}\\ + 2FGg_{\tilde{1}\tilde{1}}DGG\tilde{V} + {}\\ + 4FGGgG\Gamma GDgGG\tilde{V} + 2FGGgDG\delta FGG\tilde{V} + {}\\ + 2\delta FDGgGG\tilde{V} + 2FGGgDG\Gamma GG\delta FGG\tilde{V} + {}\\ + 2\delta FDGG\Gamma GgGG\tilde{V} + \delta FDGG\delta FGG\tilde{V} + {}\\ + \delta FDGG\Gamma GG\delta FGG\tilde{V} + \delta^{(2)}FGG\tilde{V}.\end{aligned} \tag{23}$$

Оно показано на рис. 5.

Уравнение (23), рис. 5, есть *второй главный результат* нашей статьи.

Мы получили существенное обобщение уравнения (16), рис. 6 в [1]. Сравним это с полученным уравнением (23), рис. 5. Для простоты пронумеруем наши формулы в соответствии с их линиями в уравнении (23) и рис. 5:

$$\tilde{V} = \tilde{V}^1 + \tilde{V}^{\mathrm{tad}} + \tilde{V}^2_n + \tilde{V}^3_n + \tilde{V}^4_n + \tilde{V}^5_n, \tag{24}$$

где верхний индекс означает только линии в уравнении (23), рис. 5. Нижний индекс n в четырех слагаемых означает, что эти слагаемые содержат новые части по сравнению с [1].

1. Мы получили полное совпадение с [1] в линии 1 и в линии 2 для слагаемого $\tilde{V}^{\mathrm{tad}}$.

2. Однако имеются значительные отличия. Как и следовало ожидать, слагаемые, которые содержат сначала амплитуду g, у нас не наблюдаются из-за отсутствия первой g^2-поправки к вершине вида $gGD\delta^{(1)}V$. Но кроме слагаемых, содержащих F и δF (как в [1]), у нас появилось пять слагаемых, содержащих полную амплитуду взаимодействия Γ. Это дает возможность получить двухфононные конфигурации, см. следующий раздел.

4.2. $1p1h \otimes$ фонон- и двухфононные конфигурации

Уравнение (23) дает возможность ввести двухфононные конфигурации, если воспользоваться разложением амплитуды Γ по фононам:

$$\Gamma(\omega) = \sum_s \frac{g^s g^{s*}}{\omega - \omega_s}, \tag{25}$$

где g^s удовлетворяет уравнению (4). Это разложение годится именно для расчетов ПДР и ГМР, поскольку в них, как правило, используется огромное количество фононов, так что разложение (25) исчерпывает почти всю амплитуду Γ. В принципе, следовало добавить регулярную часть амплитуды Γ. Однако такой подход приводит к значительным усложнениям, связанным с задачей нахождения регулярной части амплитуды, и является на данном

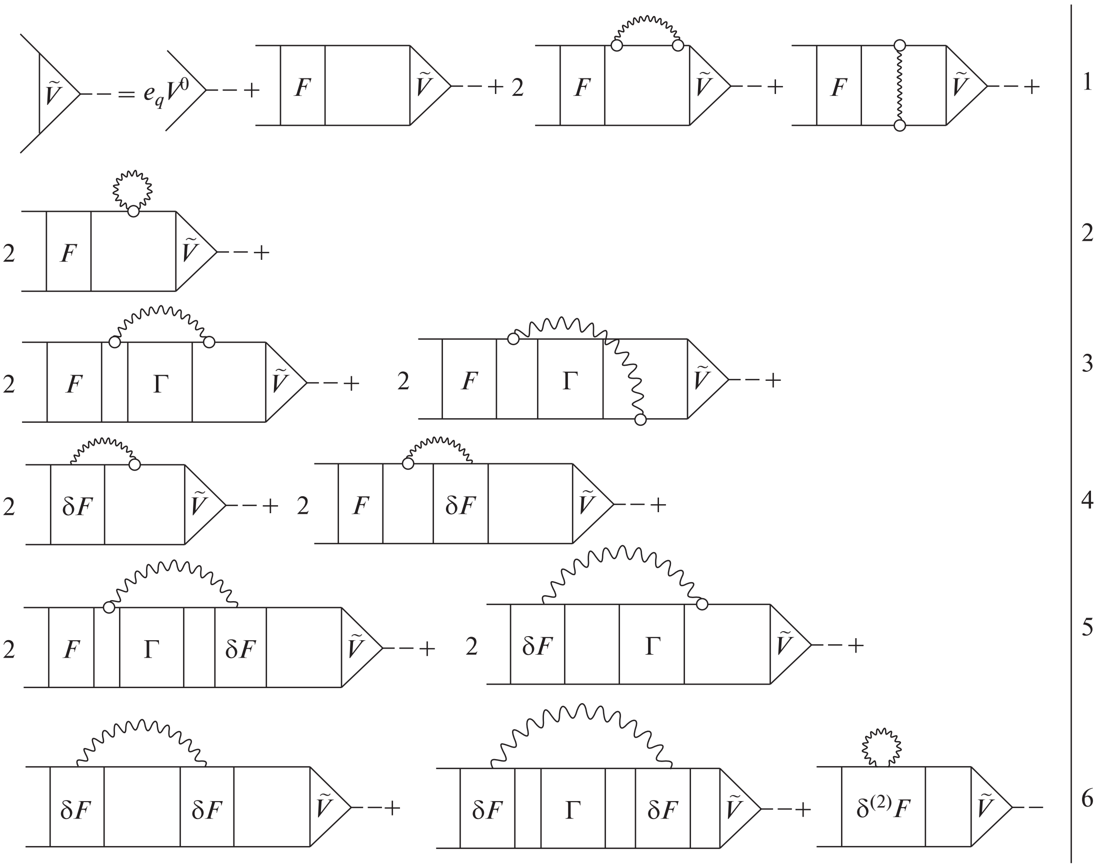

Рис. 5. Графическое изображение уравнения (23).

этапе неконструктивным. Он будет рассмотрен в ближайшем будущем.

Подставляя разложение (25) в величину $2gGD\Gamma Gg$, которая играет роль фонон-обменного взаимодействия, имеем (символически):

$$gDG\Gamma Gg = gGgDDgGg, \qquad (26)$$

что показано на рис. 6.

Для получения нового уравнения для вершины $\tilde{V}$ необходимо подставить выражение (25) во все пять членов уравнения (23), рис. 5, которые содержат амплитуду Γ. Получаем результат, показанный на рис. 7:

$$\begin{gathered}
\tilde{V} = e_q V^0 + FA\tilde{V} + 2FGgDGgGG\tilde{V} + FGgGDGgG\tilde{V} + \qquad (27)\\
+ 2FGg_{\tilde{1}\tilde{1}}DGG\tilde{V} + \\
+ 4FGGgGgDDgGgGG\tilde{V} + 2FGGgD\delta FGG\tilde{V} + \\
+ 2\delta FDGgGG\tilde{V} + 2\delta FDGG\delta FGG\tilde{V} + \\
+ \delta^{(2)}FDGG\tilde{V} + \delta FGGgDDgGG\delta FGG\tilde{V} + \\
+ 2FGGgGgDDgGG\delta FGG\tilde{V} + \\
+ 2\delta FGGgDDgGgGG\tilde{V}.
\end{gathered}$$

Линии уравнения (27) и рис. 7 соответствуют друг другу.

Рисунок 7, уравнение (27), есть *третий главный результат нашей статьи*.

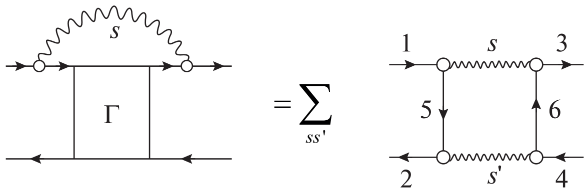

Рис. 6. Соотношение (26) в диаграммном представлении.

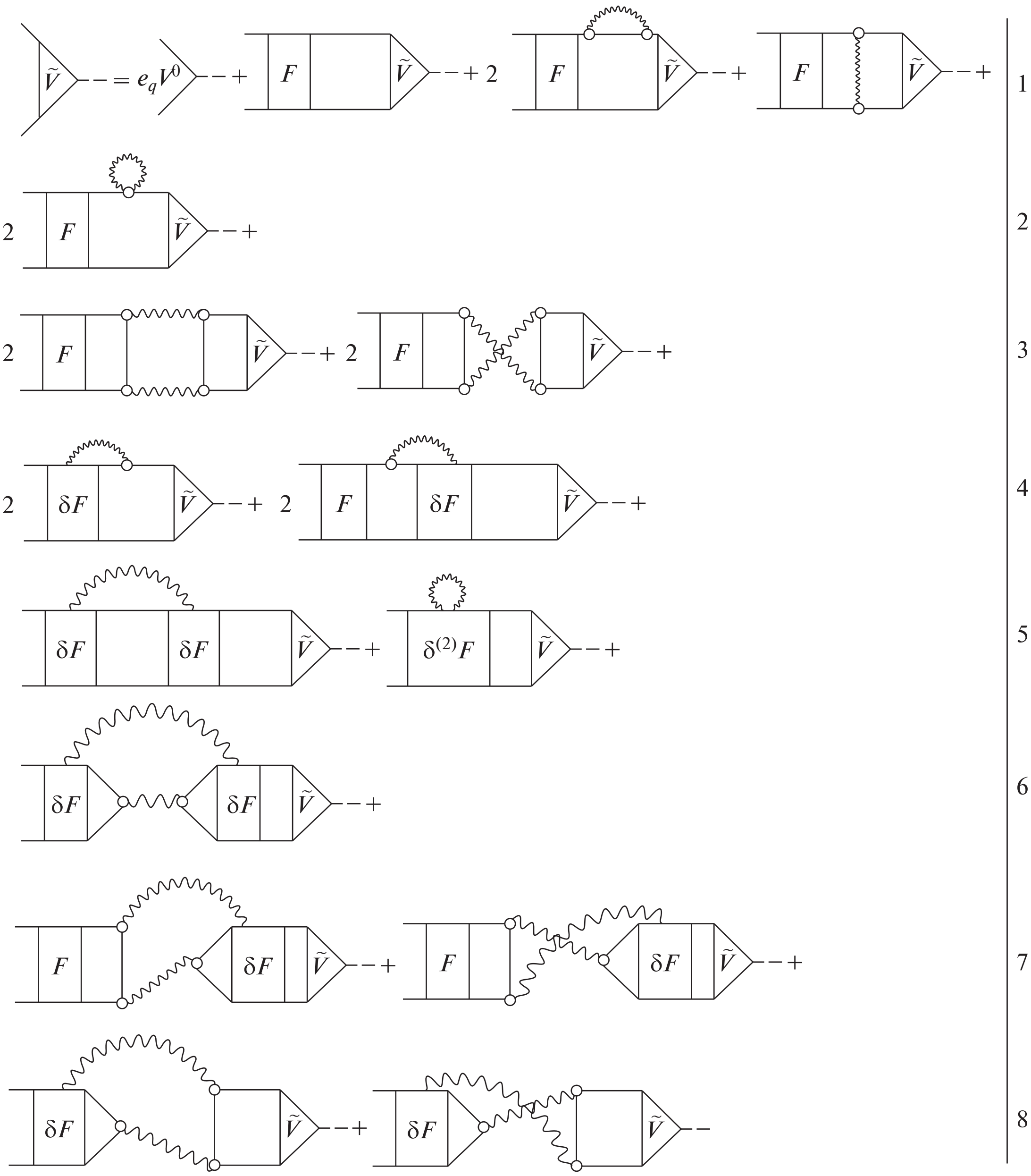

Рис. 7. Уравнение (27) в диаграммном представлении.

5. ОБСУЖДЕНИЕ НОВОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ПОЛЯ $\tilde{V}$

5.1. Общее описание. Сравнение со статьей [1]

Используя стандартную диаграммную технику, можно видеть, что уравнение (27), рис. 7, содержит как $1p1h \otimes$ фонон-конфигурации во всех линиях, кроме МХФ-части уравнения (1) в линии 1, так и двухфононные конфигурации в линиях 3, 6, 7, 8 уравнения (27). Это также можно понять, если мысленно сделать поперечные разрезы слагаемых на рис. 7.

Пронумеруем слагаемые уравнения (27), рис. 7 в соответствии с их линиями:

$$\tilde{V} = \tilde{V}^1 + \tilde{V}^{\text{tad}} + \tilde{V}^3_{\text{2phon}} + \\ + \tilde{V}^4 + \tilde{V}^5 + \tilde{V}^6_{\text{2phon}} + \tilde{V}^7_{\text{2phon}} + \tilde{V}^8_{\text{2phon}}, \tag{28}$$

где верхние индексы 1–8 означают только номер линии в уравнении (27), рис. 7. Нижние индексы 2phon означают, что эти слагаемые содержат двухфононные конфигурации. Некоторые члены в (28) включают два слагаемых.

1. Мы получили полное совпадение между уравнением (16), рис. 6, в [1] и уравнением (27), рис. 7, в линии 1 и в линии 2 для слагаемых $\tilde{V}^{\text{tad}}$.

2. Четыре слагаемых в линиях 4 и 5 совпадают со слагаемыми в линиях 4 и 6 на рис. 6 в [1], там они были получены и обсуждены.

3. Слагаемые в линиях 6, 7, 8, т.е. $\tilde{V}^6_{\text{2phon}} + \tilde{V}^7_{\text{2phon}} + \tilde{V}^8_{\text{2phon}}$, содержат двухфононные конфигурации и величины $(\delta F)^2 g^2$ и $\delta F g^3$.

Все слагаемые в линиях 4–8 содержат величины δF. Эта величина выражается через амплитуду трехквазичастичного эффективного взаимодействия [13]:

$$\delta_s F = W G g_s G. \tag{29}$$

Как известно, роль этого взаимодействия в целом невелика. Поэтому можно думать, что количественный вклад этих слагаемых мал. Для задачи изучения статических характеристик это было показано прямым расчетом с использованием формулы (7) в [16]. Поэтому мы не будем обсуждать эти слагаемые и далее рассмотрим только слагаемые с $\tilde{V}^3_{\text{2phon}}$, см. следующий раздел. Мы получим общие формулы для них, но прежде всего и в более детальной форме рассмотрим новые двухфононные фонон-обменные взаимодействия, обусловленные обменом двух фононов, которые играют роль нового эффективного взаимодействия между нуклонами.

5.2. Слагаемые $\tilde{V}^3_{2phon}$ (линия 3). Двухфононные конфигурации. Сравнение с моделью ПВБ

Двухфононные слагаемые в линии 3 имеют вид

$$\tilde{V}^3_{\text{2phon}} = FGGF^{\text{2phonon}}_{\text{ind\_1}} GG\tilde{V} + \\ + FGGF^{\text{2phonon}}_{\text{ind\_2}} GG\tilde{V}. \tag{30}$$

Здесь мы ввели двухфононные фонон-обменные взаимодействия $F^{\text{2phonon}}_{\text{ind\_1}}$ и $F^{\text{2phonon}}_{\text{ind\_2}}$. Для первого из двухфононных графиков на рис. 7:

$$(F^{\text{2phonon}}_{\text{ind}})_{1234\_1}(\varepsilon_1, \varepsilon_3, \omega) = \\ = \sum_{56ss'} g^s_{15} g^{s*}_{63} g^{s'}_{52} g^{s'*}_{46} I_{56ss'\_1} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3), \tag{31}$$

$$I_{56ss'\_1}(\varepsilon_1, \varepsilon_3) = \int G_5(\varepsilon_1 - \omega_1) \times \\ \times G_6(\varepsilon_3 - \omega_1) D_s(\omega_1) D_{s'}(\omega_1 - \omega) d\omega_1, \tag{32}$$

где мы ввели $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = (\varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \omega$. Результат интегрирования дается формулой (35).

Для второго $F^{\text{2phonon}}_{\text{ind}}$, который входит в "перекрестный" график на линии 3, рис. 7:

$$(F^{\text{2phonon}}_{\text{ind}})_{1234\_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_4, \omega) = \\ = \sum_{56ss'} g^s_{15} g^{s*}_{46} g^{s'}_{52} g^{s'*}_{63} I_{56ss'\_2} \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_4 - \varepsilon_3), \tag{33}$$

где

$$I_{56ss'\_2}(\varepsilon_1, \varepsilon_4) = \int G_5(\varepsilon_1 - \omega_1) \times \\ \times G_6(\varepsilon_4 + \omega_1) D_s(\omega_1) D_{s'}(\omega_1 - \omega) d\omega_1, \tag{34}$$

$$I_{56ss'\_1} = \frac{(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega - \omega'_s)} - \\ - \frac{n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 + \omega_s)(\varepsilon_1 - \varepsilon_5 - \omega + \omega'_s)} + \\ + \frac{(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_3 + \varepsilon_5 - \varepsilon_6 - \varepsilon_1)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 + \omega_s)(\varepsilon_3 - \varepsilon_6 - \omega + \omega'_s)} - \tag{35}$$

$$
- \frac{n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_3+\varepsilon_5-\varepsilon_6-\varepsilon_1)(\varepsilon_3-\varepsilon_6-\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6-\omega-\omega'_s)} + \frac{(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6-\omega_s)(\omega_s+\omega'_s-\omega)} +
$$
$$
+ \frac{n_5 n_6}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5+\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6+\omega_s)(\omega_s+\omega'_s+\omega)} + \frac{(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega-\omega'_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6-\omega-\omega'_s)(\omega_s+\omega'_s+\omega)} +
$$
$$
+ \frac{n_5 n_6}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega+\omega'_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6-\omega+\omega'_s)(\omega_s+\omega'_s-\omega)} +
$$
$$
+ \frac{(1-n_5)(1-n_6)}{(\varepsilon_3+\varepsilon_5-\varepsilon_6-\varepsilon_1)(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega_s)(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega-\omega'_s)} -
$$
$$
- \frac{n_5 n_6}{(\varepsilon_3+\varepsilon_5-\varepsilon_6-\varepsilon_1)(\varepsilon_1-\varepsilon_5+\omega_s)(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega+\omega'_s)} +
$$
$$
+ \frac{(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6-\omega_s)(\omega_s+\omega'_s-\omega)} + \frac{n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5+\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6+\omega_s)(\omega_s+\omega'_s+\omega)} +
$$
$$
+ \frac{(1-n_5)n_6}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5+\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6+\omega_s)(\omega_s+\omega'_s+\omega)} + \frac{n_5(1-n_6)}{(\varepsilon_1-\varepsilon_5-\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_6-\omega_s)(\omega_s+\omega'_s-\omega)}
$$

и аналогично для $I_{56ss'\_2}$. Мы видим, что двухфононные знаменатели $[\omega \pm (\omega_s+\omega'_s)]^{-1}$ входят как в pp $(n_{\lambda_5}n_{\lambda_6})$, hh $(1-n_{\lambda_5})(1-n_{\lambda_6})$, так и в hp $((1-n_{\lambda_5})n_{\lambda_6})$, ph $(n_{\lambda_5}(1-n_{\lambda_6}))$-члены, где $pp(hh)$ соответствуют двум частицам (дыркам) выше (ниже) поверхности Ферми и $hp(ph)$ соответствуют дырке и частице, находящимся по разную сторону от поверхности Ферми.

Двухфононные слагаемые на линии 3 в формуле (35) содержат сложные $1p1h\otimes$ фонон- и двухфононные конфигурации. Эти конфигурации, включая те, которые соответствуют корреляции в основном состоянии (КОС), можно увидеть, если мысленно сделать поперечные сечения соответствующих графиков. Наши двухфононные конфигурации также содержат двухфононные КОС со знаменателями $[\omega+(\omega_s+\omega'_s)]^{-1}$. Таким образом, кроме линии 1, $1p1h\otimes$ фонон-конфигурации присутствуют и в линии 3 на рис. 7, т.е. мы получили значительное усложнение по сравнению с [1].

Формула (35) содержит как $1p1h\otimes$ фонон-, так и двухфононные конфигурации, и является весьма громоздкой. Чтобы упростить ее и сравнить с ПВБ [19, 32], мы попытались (безуспешно!) привести их с помощью компьютера к виду, содержащему только члены с $[\omega\pm(\omega_s+\omega'_s)]^{-1}$. Результат преобразования *обеих* формул имеет вид (36) и (37),

$$
I_{56ss'\_1}(\varepsilon_1,\varepsilon_3,\omega) = \frac{1}{(\varepsilon_3+\varepsilon_{\lambda_5}-\varepsilon_{\lambda_6}-\varepsilon_1)} \times \tag{36}
$$
$$
\times \left(\frac{1-n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega_s)(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega-\omega'_s)} - \right.
$$
$$
- \frac{n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}+\omega_s)(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega+\omega'_s)} +
$$
$$
+ \frac{(1-n_{\lambda_5})n_6}{(\varepsilon_3-\varepsilon_{\lambda_6}+\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_{\lambda_6}-\omega+\omega'_s)} -
$$
$$
\left. - \frac{n_{\lambda_5}(1-n_6)}{(\varepsilon_3-\varepsilon_{\lambda_6}-\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_{\lambda_6}-\omega-\omega'_s)} \right) +
$$
$$
+ \frac{1}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}+\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_{\lambda_6}+\omega_s)(\omega_s+\omega'_s+\omega)} +
$$
$$
+ \frac{1}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega_s)(\varepsilon_3-\varepsilon_{\lambda_6}-\omega_s)(\omega_s+\omega'_s-\omega)},
$$

$$
I_{56ss'\_2}(\varepsilon_1,\varepsilon_4,\omega) = \frac{1}{(\varepsilon_4+\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_6}-\varepsilon_{\lambda_5})} \times \tag{37}
$$
$$
\times \left(\frac{1-n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega_s)(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega-\omega'_s)} - \right.
$$
$$
- \frac{n_{\lambda_5}}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}+\omega_s)(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega+\omega'_s)} -
$$
$$
- \frac{(1-n_{\lambda_5})(1-n_6)}{(\varepsilon_{\lambda_6}-\varepsilon_4+\omega_s)(\varepsilon_{\lambda_6}-\varepsilon_4-\omega+\omega'_s)} +
$$
$$
\left. + \frac{n_{\lambda_5}n_6}{(\varepsilon_{\lambda_6}-\varepsilon_4-\omega_s)(\varepsilon_{\lambda_6}-\varepsilon_4-\omega-\omega'_s)} \right) +
$$
$$
+ \frac{1}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}+\omega_s)(\varepsilon_4-\varepsilon_{\lambda_6}-\omega_s)(\omega_s+\omega'_s+\omega)} +
$$
$$
+ \frac{1}{(\varepsilon_1-\varepsilon_{\lambda_5}-\omega_s)(\varepsilon_4-\varepsilon_{\lambda_6}+\omega_s)(\omega_s+\omega'_s-\omega)}.
$$

Здесь можно видеть значительное отличие от двухфононной версии работ с ПВБ [19, 32]. С одной стороны, наш метод введения двухфононных конфигураций, рис. 7, дает более сложную зависимость от ω и позволяет включить как $1p1h\otimes$ $\otimes$ фонон, так и двухфононные конфигурации. С другой стороны, в 3-й линии мы получили естественное для нашей модели усложнение графиков

1-й линии: график $FGGgDg$ в линии 1 дополняется графиком $FGGF_{\text{ind}}^{\text{2phon}}$, т.е. обмен одним фононом дополняется обменом двумя фононами. Однако соответствующие формулы в линии 3, формула (30), будут очень громоздкими. Поэтому прежде всего необходимо рассмотреть другие модели включения $1p1h \otimes$ фонон- и двухфононных конфигураций в уравнение для вершины.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая работа выполнена в рамках ядерной квантовой теории многих тел, точнее, метода квантовых функций Грина и является продолжением и развитием статьи [1]. Изучена модель, в которой использовалась только одна, но главная g^2-поправка для вершины V — основной величины в ТКФС. (В этом заключается “модельность” нашей работы.) Как и в [1], подтвердилась, т.е. получена, как частный случай, предыдущая модель учета сложных конфигураций [17] и модель ПВБ [18] (последняя — при условии, что будет использован рецепт ПВБ, если необходимо). Вместе с этим естественно подтвердились новый динамический эффект тэдпола и наличие слагаемых, содержащих вариации эффективного взаимодействия в поле фонона δF, полученные ранее в [1]. Этими двумя последними эффектами наш подход отличается от всех предыдущих моделей и методов. В работе получены следующие новые результаты: 1) В отличие от [1], получены и использованы не приближенные, а точные выражения для двух вариаций вершины в поле фонона. 2) Это позволило получить уравнение для вершины $\tilde{V}$, которое содержит не только обычное эффективное взаимодействие F в ТКФС, но и полную амплитуду частично-дырочного взаимодействия Г. 3) Используя разложение этой амплитуды по МХФ-фононам, получено новое уравнение для $\tilde{V}$, которое содержит сложные как $1p1h \otimes \otimes$ фонон-, так и двухфононные конфигурации. Эти результаты принципиально важны для дальнейшего развития обобщенной ТКФС. Однако полученные слагаемые с двухфононными конфигурациями оказались весьма громоздкими для окончательного анализа, не говоря уже о расчетах. Это означает, что наша рассмотренная модель нуждается в дополнительном анализе, который предполагается выполнить в ближайшее время.

Мы благодарны В.А. Ходелю и В.И. Целяеву за полезные обсуждения. С.К. благодарит доктора С. Ларсен (A.C. Larsen) и группу из Осло за продуктивное сотрудничество в области ПДР. Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90186 и поддержано Российским научным фондом, проект № 16-12-10155.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. P. Kamerdzhiev and M. I. Shitov, Eur. Phys. J. A **56**, 265 (2020).
2. D. Savran, T. Aumann, and A. Zilges, Prog. Part. Nucl. Phys. **70**, 210 (2013).
3. N. Paar, D. Vretenar, E. Khan, and G. Colo, Rep. Prog. Phys. **70**, 691 (2007).
4. A. Bracco, E. G. Lanza, and A. Tamii, Prog. Part. Nucl. Phys. **106**, 360 (2019).
5. С. П. Камерджиев, О. И. Ачаковский, С. В. Толоконников, М. И. Шитов, ЯФ **82**, 320 (2019) [S. P. Kamerdzhiev, O. I. Achakovskiy, S. V. Tolokonnikov, and M. I. Shitov, Phys. At. Nucl. **82**, 366 (2019)].
6. S. Kamerdzhiev, J. Speth, and G. Tertychny, Phys. Rep. **393**, 1 (2004).
7. A. Tamii, I. Poltoratska, P. von Neumann-Cosel, Y. Fujita, T. Adachi, C. A. Bertulani, J. Carter, M. Dozono, H. Fujita, K. Fujita, K. Hatanaka, D. Ishikawa, M. Itoh, T. Kawabata, Y. Kalmykov, A. M. Krumbholz, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 062502 (2011).
8. A. C. Larsen, J. E. Midtbø, M. Guttormsen, T. Renstrøm, S. N. Liddick, A. Spyrou, S. Karampagia, B. A. Brown, O. Achakovskiy, S. Kamerdzhiev, D. L. Bleuel, A. Couture, L. Crespo Campo, B. P. Crider, A. C. Dombos, R. Lewis, *et al.*, Phys. Rev. C **97**, 054329 (2018).
9. A. Repko, V. O. Nesterenko, J. Kvasil, and P.-G. Reinhard, Eur. Phys. J. A **55**, 242 (2019).
10. N. Ryezayeva, T. Hartmann, Y. Kalmykov, H. Lenske, P. von Neumann-Cosel, V. Yu. Ponomarev, A. Richter, A. Shevchenko, S. Volz, and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. **89**, 272502 (2002).
11. Н. А. Люторович, В. И. Целяев, О. И. Ачаковский, С. П. Камерджиев, Письма в ЖЭТФ **107**, 699 (2018) [N. A. Lyutorovich, V. I. Tselyaev, O. I. Achakovskiy, and S. P. Kamerdzhiev, JETP Lett. **107**, 659 (2018)].
12. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер* (Наука, Москва, 1965; Intersci., New York, 1967).
13. V. A. Khodel and E. E. Saperstein, Phys. Rep. **92**, 183 (1982).
14. А. Б. Мигдал, *Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер*, 2-е изд. (Наука, Москва, 1983).
15. Э. Е. Саперштейн, С. В. Толоконников, ЯФ **79**, 703 (2016) [E. E. Saperstein and S. V. Tolokonnikov, Phys. At. Nucl. **79**, 1030 (2016)].
16. D. Voitenkov, S. Kamerdzhiev, S. Krewald, E. E. Saperstein, and S. V. Tolokonnikov, Phys. Rev. C **85**, 054319 (2012).
17. С. П. Камерджиев, ЯФ **38**, 316 (1983) [S. P. Kamerdzhiev, Sov. J. Nucl. Phys. **38**, 188 (1983)].

18. В. И. Целяев, ЯФ **50**, 1252 (1989) [V. I. Tselyaev, Sov. J. Nucl. Phys. **50**, 780 (1989)].
19. V. Tselyaev, Phys. Rev. C **75**, 024306 (2007).
20. A. Avdeenkov, S. Goriely, S. Kamerdzhiev, and S. Krewald, Phys. Rev. C **83**, 064316 (2011).
21. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Z. Phys. A **334**, 19 (1989).
22. S. P. Kamerdzhiev and V. N. Tkachev, Phys. Lett. B **142**, 225 (1984).
23. P. F. Bortignon and R. A. Broglia, Nucl. Phys. A **371**, 405 (1981).
24. P. F. Bortignon, R. A. Broglia, G. F. Bertsch, and J. Pacheco, Nucl. Phys. A **460**, 149 (1986).
25. С. П. Камерджиев, А. В. Авдеенков, О. И. Ачаковский, ЯФ **77**, 1367 (2014) [S. P. Kamerdzhiev, A. V. Avdeenkov, and O. I. Achakovskiy, Phys. At. Nucl. **77**, 1303 (2014)].
26. V. Tselayev, N. Lyutorovich, J. Speth, and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C **97**, 044308 (2018).
27. E. Litvinova and P. Schuck, Phys. Rev. C **100**, 064320 (2019).
28. V. G. Soloviev, *Theory of Atomic Nuclei: Quasi-Particles and Phonons* (Institute of Physics, Bristol and Philadelphia, USA, 1992).
29. V. A. Khodel, A. P. Platonov, and E. E. Saperstein, J. Phys. G: Nucl. Phys. **6**, 1199 (1980).
30. В. А. Ходель, ЯФ **24**, 704 (1976) [V. A. Khodel, Sov. J. Nucl. Phys. **24**, 367 (1976)].
31. S. P. Kamerdzhiev and E. E. Saperstein, Eur. Phys. J. A **37**, 333 (2008).
32. E. Litvinova, P. Ring, and V. Tselyaev, Phys. Rev. C **88**, 044320 (2013).

MICROSCOPIC MODEL OF ACCOUNTING FOR COMPLEX CONFIGURATIONS FOR PYGMY AND GIANT RESONANCES

S. Kamerdzhiev[1], M. Shitov[1]

[1] *National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia*

Within the framework of nuclear quantum many-body theory, a microscopic model of accounting for the quasiparticle–phonon interaction in magic nuclei has been considered, which is of interest for the microscopic theory of pygmy- and giant multipole resonances, primarily for describing their fine structure. The article is continuation and further development of the previous article written by the same authors [1]. The main physical results of [1] have been confirmed and the new results have been obtained: 1) the exact (not approximate, as in [1]) expressions for the first and second variations of the main quantity in the Theory of Finite Fermi System, i.e. the vertex, in the phonon field have been found and used, 2) a new equation for the vertex has been derived; it contains not only the effective interaction, but also the full particle–hole interaction amplitude, 3) this result made it possible to add the necessary two-phonon configurations. The new vertex equation now contains complex configurations, $1p1h \otimes$ phonon and two-phonon, including numerous ground-state correlations.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 421–435

ЯДРА

ВЫСОКОСПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ ИРАСТ-ПОЛОС ЧЕТНЫХ ИЗОТОПОВ Pu, Cm, Fm, No

© 2021 г. А. Д. Ефимов[1),2)*], И. Н. Изосимов[3)**]

Поступила в редакцию 21.01.2021 г.; после доработки 28.04.2021 г.; принята к публикации 28.04.2021 г.

Для ряда изотопов Pu, Cm, Fm, No известны экспериментальные энергии состояний ираст-полос вплоть до спина 32^+, как это имеет место в ^{248}Cm. Уникальным является то, что все состояния очень длинных полос в рассмотренных ядрах остаются чисто коллективными. Коллективность полос проявляется в том, что энергии полос с высокой степенью точности воспроизводятся в рамках феноменологии МВБ1. Неопределенность параметров использованной модели уменьшается при соблюдении условия, что глубина энергии деформации, полученная на основе реалистических взаимодействий, равна глубине энергии деформации по внутреннему состоянию МВБ1, вычисленной с найденными параметрами гамильтониана МВБ1.

DOI: 10.31857/S0044002721050056

1. ВВЕДЕНИЕ

Спектроскопия на пучках тяжелых ионов позволила идентифицировать длинные ротационные полосы для области трансурановых ядер. Анализ динамических моментов инерции от частоты, проведенный для ряда таких ядер в [1], показывает, что вплоть до предельно измеренных спинов не наблюдается обратного загиба. Отсутствие бэкбендинга означает, что не происходит пересечения основной полосы коллективных состояний с состояниями, содержащими высокоспиновые квазичастичные пары. Такое поведение динамических моментов инерции коррелирует с большой глубиной деформационной ямы, более 20 МэВ, полученной в работе [2] с учетом реалистических сил Гоньи [3]. Первое описание квадрупольной низкоэнергетической коллективности связывается с геометрической моделью Бора–Моттельсона, использующей пять переменных квадрупольной деформации [4]. В рамках этого представления в работе [5] была введена неаксиальность, которая широко использовалась в франкфуртской модели (обобщенная модель ядра, GCM — general collective model) коллективных движений в ядрах [6]. В этой модели коллективный гамильтониан конструируется из пяти компонент неприводимого тензора оператора коллективных координат и импульсов, описывающих форму ядра в лабораторной системе координат. Параметры гамильтониана определяются по совокупности экспериментальных данных о низколежащих коллективных состояниях. Для интерпретации полученных вычислений делался переход во внутреннюю систему координат, что дало возможность выделить из гамильтониана коллективную потенциальную поверхность, выраженную через переменные β и γ. При этом считалось, что при переходе от состояния к состоянию потенциальная поверхность не меняется и соответственно параметры модели остаются неизменными.

Другая теория, Теория Динамической Деформации Кумара (DDM — Dynamic Deformation Model) [7, 8], отличалась большим вниманием к микроскопическому обоснованию предложенного подхода. Квадрупольные силы вводились через деформацию среднего поля, конфигурационное пространство расширялось до девяти главных оболочек. Метод Хартри–Фока–Боголюбова вычисления потенциальной энергии деформации заменяется вычислениями с помощью метода оболочечной поправки Струтинского [9]. Моменты инерции и вибрационные массовые параметры находились, следуя методу Инглиса [8, 10]. В результате потенциальная энергия, моменты инерции, массовые параметры, одночастичные энергии, характеристики спаривания оказывались функциями формы ядра. Это приводило к уравнению Шредингера, включающего ротационно-вибрационную связь. При этом предполагалось, что средние значения параметров деформации различаются для разных состояний в одном ядре. Схема расчетов в DDM не предполагала наличия самосогласования.

1) Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова, Санкт-Петербург, Россия.
2) ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург, Россия.
3) Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.
* E-mail: efimov98@mail.ru
** E-mail: izosimov@jinr.ru

Благодаря последним двум направлениям появилась возможность интерпретации низколежащих 0^+-состояний на основе идеи сосуществования форм в одном ядре для различных состояний. Это относилось к низколежащим возбужденным состояниям 0^+ в таких ядрах, как ^{70,72}Ge, ^{72,74}Se, ^{98}Mo. Одно из объяснений этих состояний заключалось в предположении, что в соответствующих ядрах помимо глобального минимума на поверхности потенциальной энергии (PES — potential energy surfaces) при $\beta = 0$ существует еще локальный минимум при $\beta \neq 0$ и именно за счет этого минимума формируются некоторые из низколежащих состояний. То есть делалось предположение, что в одном ядре могут сосуществовать состояния с разной деформацией. Опыты по зарядовым радиусам говорят о возможности разной деформации основных состояний соседних ядер [11], а не о сосуществовании состояний с разной деформацией в одном ядре. Теоретического доказательства такого сосуществования до последнего времени не было, так как анализ волновых функций не осуществлялся в терминах деформации, т.е. во внутренней системе координат. Поэтому такое объяснение оставалось лишь гипотезой. Недавние работы [12, 13] дают надежду на то, что удастся подтвердить или опровергнуть гипотезу сосуществования разных форм в одном ядре.

Цель данной работы заключается в анализе коллективных состояний ряда четно-четных актинидов в рамках феноменологической версии модели взаимодействующих бозонов. Неоднозначность параметров модели минимизируется условием примерного соответствия минимумов энергии деформации, полученных в Модели Взаимодействующих Бозонов — МВБ (в работе используется обозначение МВБ1, когда бозоны по изоспину не различаются) и в микроскопическом расчете [2]. В частности, было получено описание ираст-полос четных изотопов Pu, Cm, Fm, No такого качества, которого не получить в других массовых областях. Это говорит о слабом влиянии квазичастичных степеней свободы на высокоспиновые состояния в рассмотренных ядрах.

2. СВЯЗЬ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БОЗОНОВ С ПЕРЕМЕННЫМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Со временем, кроме геометрического описания коллективных состояний, оперирующего деформационными переменными, появилось иное описание коллективных состояний, основанное на бозонном представлении фермионных операторов и наиболее используемое теперь, это МВБ. Исходными микроскопическими блоками этой модели были фононы квадрупольного типа в представлении квазичастичного метода Тамма–Данкова или метода случайной фазы. Отличительной чертой МВБ1 от более ранних бозонных моделей было используемое предположение о замкнутости алгебры фононных операторов и их коммутаторов, выраженных в терминах квазичастиц. Это позволило перейти к конечному представлению фононных операторов через бозонные операторы квадрупольного типа и формально введенных скалярных бозонов. Бозоны в такой терминологии отличаются от фононных операторов тем, что для них выполняются идеальные коммутационные соотношения, характерные именно для бозонных операторов. При этом предположение замкнутости алгебры фононных операторов приводит к ограничению максимального числа бозонов, и это есть главное отличие МВБ1 от геометрических моделей ядра. Способ соотнесения обобщенных координат в геометрических моделях и бозонных параметров был получен через использование внутреннего состояния [14, 15]

$$|\Phi\rangle = \left\{ s^+ + \tilde{\beta}\left[d_0^+ \cos\tilde{\gamma} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{1}{\sqrt{2}}(d_2^+ + d_{-2}^+)\sin\tilde{\gamma} \right]\right\}^{\Omega}; \tag{1}$$
$$\langle\Phi|\Phi\rangle = \Omega(1+\tilde{\beta}^2)^2.$$

Если гамильтониан МВБ1 принять в виде

$$H_{\text{IBM}} = \varepsilon_d\,\hat{n}_d + k_1(d^+\cdot d^+ ss + \text{H.c.}) + \tag{2}$$
$$+ k_2\left((d^+d^+)^{(2)}\cdot ds + \text{H.c.}\right) +$$
$$+ \frac{1}{2}\sum_L C_L (d^+d^+)^{(L)}\cdot(dd)^{(L)},$$

где H.c. означает эрмитово сопряжение, точка между операторами соответствует скалярному произведению, то среднее от него по функции внутреннего состояния имеет вид

$$\langle H_{\text{IBM}}\rangle = \langle\Phi|H_{\text{IBM}}|\Phi\rangle(\langle\Phi|\Phi\rangle)^{-1} = \tag{3}$$
$$= \frac{\Omega\tilde{\beta}^2}{(1+\tilde{\beta}^2)^2}\left\{ \varepsilon_d + 2k_1(\Omega-1) - \right.$$
$$- \sqrt{\frac{8}{7}}k_2(\Omega-1)\tilde{\beta}\cos 3\tilde{\gamma} +$$
$$\left. + \left[\left(\frac{C_0}{10} + \frac{C_2}{7} + \frac{9C_4}{35} \right)(\Omega-1) + \varepsilon_d \right]\tilde{\beta}^2 \right\}.$$

Параметры гамильтониана МВБ1 ε_d, k_1, k_2, C_L определяются либо феноменологически на основе наилучшего описания энергий коллективных состояний и значений $B(E2)$ между ними, либо микроскопически [16] на основе межнуклонных взаимодействий. Дополнительным параметром является максимальное число квадрупольных бозонов или общее число d- и s-бозонов — Ω. Величину $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ как функцию деформационных характеристик $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ по аналогии с PES можно назвать поверхностью деформационной энергии.

Параметры деформации МВБ1 $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ непосредственно не характеризуют геометрическую форму ядра, они определяют отклонение от сферичности функции $|\Phi\rangle$. Для $SU(3)$-предела МВБ1 и асимптотически при $\Omega\to\infty$ $\tilde{\beta}=\sqrt{2}$ и $\tilde{\gamma}=0$ при $k_2>0$, если же $k_2<0$, то $\tilde{\gamma}=\pi/3$ (это часто обозначается как отрицательные значения $\tilde{\beta}$ или β), что соответствует жесткому ротатору. Для $O(6)$-предела МВБ1 при $\Omega\to\infty$ $\tilde{\beta}=1$, а величина $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ не зависит от $\tilde{\gamma}$, что соответствует предельной γ-нестабильности. В работе [15] приведена возможная связь параметра деформации β и параметра $\tilde{\beta}$:

$$\beta=\frac{2\Omega}{A}\tilde{\beta};\quad \gamma=\tilde{\gamma}. \qquad (4)$$

К последнему соотношению следует относиться с большой осторожностью, особенно в сильно деформированных ядрах, так как не все глубокие оболочки ядра могут быть вовлечены в общую деформацию, а также из-за неопределенности параметра Ω. Потому реально β может оказаться больше по сравнению с оценкой (4). Наконец, в [17] было получено более точное соотношение между параметрами $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ с обычными параметрами деформации β и γ. Это было сделано через квадрупольный момент ядра. Если квадрупольный оператор принят в традиционном для МВБ1 виде

$$\hat{T}(E2)=e^*\left(d^+s+s^+d+\chi_{E2}d^+d\right)^{(2)}, \qquad (5)$$

то через среднее его значение по функции внутреннего состояния определяется квадрупольный момент

$$\langle Q^{(0)}_{\rm IBM}\rangle=\langle\Phi|4\sqrt{\frac{\pi}{5}}\hat{T}(E2)|\Phi\rangle(\langle\Phi|\Phi\rangle)^{-1}= \qquad (6)$$
$$=4\sqrt{\frac{\pi}{5}}\frac{2\Omega\tilde{\beta}\cos\tilde{\gamma}}{1+\tilde{\beta}^2}e^*\left(1-\sqrt{\frac{1}{14}}\chi_{E2}\tilde{\beta}\frac{\cos 2\tilde{\gamma}}{\cos\tilde{\gamma}}\right),$$

который приравнивается к квадрупольному моменту ядра, рассматриваемого как равномерно заряженный трехосный эллипсоид со средним радиусом $R=1.2A^{1/3}$ Фм и в предположении, что $\beta^2\ll 1$

$$Q^{(0)}=\frac{3}{\sqrt{5\pi}}ZeR^2\beta\cos\gamma. \qquad (7)$$

Это приводит к

$$\beta\cos\gamma=\frac{4\pi}{3}\frac{\tilde{\beta}\cos\tilde{\gamma}}{1+\tilde{\beta}^2}\frac{2e^*\Omega}{ZeR^2}\times \qquad (8)$$
$$\times\left(1-\sqrt{\frac{1}{14}}\chi_{E2}\tilde{\beta}\frac{\cos 2\tilde{\gamma}}{\cos\tilde{\gamma}}\right).$$

Аналогичным образом поступая с оператором $1/2(Q_2+Q_{-2})$, было получено

$$\operatorname{tg}\gamma=\operatorname{tg}\tilde{\gamma}\,\frac{1+\sqrt{2/7}\chi_{E2}\tilde{\beta}\cos\tilde{\gamma}}{1-\sqrt{1/14}\chi_{E2}\tilde{\beta}(\cos 2\tilde{\gamma}/\cos\tilde{\gamma})}. \qquad (9)$$

Из этого выражения следуют тождества $\gamma=\tilde{\gamma}=0$ и $\gamma=\tilde{\gamma}=\pi/3$, а именно эти крайние случаи для γ будут нас интересовать, и для них имеет место соотношение

$$\beta=1.4179\frac{\tilde{\beta}}{1+\tilde{\beta}^2}\frac{e^*_{\rm W}\Omega}{Z}\left(1-0.2673\chi_{E2}\tilde{\beta}\right). \qquad (10)$$

В этом выражении $e^*_{\rm W}$ соответствует тому случаю, когда значения $B(E2)$ рассматриваются в одночастичных единицах W.u. $=0.0594A^{4/3}e^2$ Фм^4. Связь между таким образом введенными бозонными зарядами имеет вид $e^*=0.2437A^{2/3}e^*_{\rm W}$. Если, ориентируясь на выражение (3), при $\gamma=0$, $\beta>0$, а при $\gamma=\pi/3$, $\beta<0$, то формула (10) будет справедливой в обоих этих случаях.

У выражения (10) есть существенный недостаток, он связан с тем, что оно не является монотонной функцией β от $\tilde{\beta}$. Ее максимум достигается примерно при $\tilde{\beta}\simeq 1.1$, что соответствует $\beta\simeq\simeq 0.29$. Впрочем, использовать соотношение (10) при больших деформациях не правомерно, так как используется приближение $\beta^2\ll 1$. Поэтому будем поступать следующим образом: для значения $\tilde{\beta}$, соответствующего минимуму $\langle H_{\rm IBM}\rangle$, рассчитывается β с помощью (10). После этого подбирается значение Ω', чтобы для найденных так значений $\tilde{\beta}$ и β выполнялось равенство

$$\beta=\frac{2\Omega'}{A}\tilde{\beta}. \qquad (11)$$

В конце концов с помощью этого соотношения определяется связь деформационных параметров.

Один из способов решения задачи на собственные значения в геометрических моделях заключается в диагонализации гамильтониана в базисе пятимерного осциллятора, что, например, было осуществлено в работе [18] в 1974 г. для состояний с высокими моментами в деформированных ядрах. Причем вычисления существенно упрощались через использование матричных элементов от различных членов гамильтониана, полученных в базисе $O(5)$ [19]. При таком способе расчета всегда остается открытым вопрос о том, чем ограничить размер базиса. Реально его размер ограничивался возможностями вычислительных машин. Представленный способ расчета связан с лабораторной системой координат, и в нем теряется связь с параметрами деформации, а по вычисленным волновым функциям нельзя найти средних значений параметров деформации для каждого отдельного состояния. Следует отметить, что полная классификация функций пятимерного осциллятора и способ вычисления ряда матричных элементов, полученный в [19], оказались удобным инструментом для вычисления матричных элементов всех операторов в МВБ1 и использовались при вычислении собственных значений и собственных функций [20–22] при произвольных наборах параметров гамильтониана МВБ1.

Тот факт, что гамильтониан МВБ1 с произвольными параметрами может быть представлен через функцию внутреннего состояния в терминах деформационных параметров, приводит к идее специфического способа определения параметров МВБ1, не рассматривающего моды возбуждений. А именно, сначала на основе одного из используемых способов расчета, использующего реалистическое межнуклонное взаимодействие, находится поверхность потенциальной энергии в деформационных терминах. Затем параметры бозонного гамильтониана определяются таким образом, чтобы среднее от бозонного гамильтониана с этими параметрами по функции внутреннего состояния максимально соответствовало рассчитанной коллективной потенциальной поверхности. Это было реализовано в работе [23] с использованием МВБ2, где бозоны различаются по изоспину. Именно после появления МВБ2 первоначальный вариант модели, где различия по изоспину среди бозонов не делались, стали называть как МВБ1. Также в работе [23] на основе сил Скирма рассчитывались поверхности потенциальной энергии и из максимального ее совпадения со средним от бозонного гамильтониана по внутреннему состоянию определялись бозонные параметры. В [23] утверждается, что не все, но наиболее значимые параметры МВБ2 определяются с помощью вейвлет-анализа (wavelet analysis). Это привело к качественному описанию энергий коллективных состояний широкого набора ядер. Так как силы Скирма можно разложить по мультиполям, то их использование эффективно включает то, что делается при расчете параметров МВБ1 с учетом перенормировок при рассмотрении различных мод возбуждений. При этом следует иметь в виду, что среднее по функции внутреннего состояния от бозонного гамильтониана имеет существенное ограничение, проявляющееся в том, что при реалистических значениях параметров гамильтониана среднее не дает нескольких локальных минимумов потенциальной поверхности от параметров деформации. Особенности потенциальной поверхности, которые не могут быть получены с использованием традиционных членов гамильтониана МВБ1, могут быть реализованы с помощью дополнительных многобозонных членов, например, минимум в $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ при $\tilde\beta \neq 0$ и $\tilde\gamma \neq 0$, $\pi/3$ достигается за счет введения члена, пропорционального $(d^+d^+d^+)^{L)} \cdot \cdot (ddd)^{L)}$ [24].

В силу этого большой интерес вызывают работы [12, 13], где задача на собственные значения и функции квадрупольного коллективного гамильтониана Бора, зависящего от переменных формы β и γ с потенциалом, имеющим сферический и деформированный минимумы, решается с помощью дифференциального уравнения. Это дает возможность интерпретировать волновые функции непосредственно через деформационные характеристики. При этом глубина двух минимумов, высота и ширина барьера, а также жесткость потенциала вблизи обоих минимумов определены таким образом, чтобы добиться удовлетворительного описания наблюдаемых свойств низколежащих коллективных квадрупольных состояний. Это демонстрировалось на примере ^{96}Zr.

Такой подход может объяснить природу состояний, энергии которых не находят объяснения в ряде подходов, например, в МВБ1. Это значит, что такие состояния не являются квазичастичными возбуждениями, внедренными в комплекс коллективных состояний, а являются тоже коллективными, но их положение определяется особенностью поверхностного потенциала, который не может быть воспроизведен с традиционным набором операторов гамильтониана МВБ1.

В следующем разделе в рамках феноменологии МВБ1 проанализированы энергии ираст-полос и ряд состояний γ-полос обозначенных ядер. Дополнительным условием является воспроизведение глубины потенциальной энергии деформации, полученной на основе взаимодействия Гоньи [2].

3. АНАЛИЗ РЯДА ЯДЕР ТРАНСУРАНОВОЙ ОБЛАСТИ В ФЕНОМЕНОЛОГИИ МВБ1

Работы по анализу коллективных состояний в рамках микроскопической версии расширенной МВБ1 [16, 25, 26] показали, что максимальное число бозонов Ω оказывается существенно больше, чем то, что дает число пар числа частиц (или дырок) валентных нуклонов. Формирование машинного кода для расчета свойств коллективных состояний до $\Omega = 36$ было осуществлено одним из авторов и продемонстрировано при изучении свойств четных изотопов Hf [27]. Для рассматриваемых ядер Ω было принято равным 24. Это число

Таблица 1. Значение бозонных параметров в МэВ для изотопов Pu (для ^{240}Pu приведены два набора с полным числом бозонов $\Omega = 24$ и $\Omega = 36$)

Параметр	$^{236}_{94}$Pu	$^{238}_{94}$Pu	$^{240}_{94}$Pu		$^{242}_{94}$Pu	$^{244}_{94}$Pu
ε_d	−0.599648	−0.616820	−0.617153	−0.647031	−0.603417	−0.604948
k_1	−0.036678	−0.035646	−0.037240	−0.030975	−0.038054	−0.038016
k_2	0.016832	0.018168	0.021340	0.011139	0.019278	0.017834
C_0	0.240945	0.197461	0.241177	0.554837	0.212750	0.229193
C_2	0.021790	−0.007801	−0.005771	0.080469	−0.008387	−0.011953
C_4	0.030488	0.033498	0.032335	0.048073	0.027480	0.030619
Ω	24	24	24	36	24	24
$V_{\min}$ [2]	−15	−16.2	−16.6	−16.6	−17	−16.5
$\langle H_{\rm IBM}\rangle_{\min}$	−14.97	−16.27	−16.50	−16.40	−16.95	−16.40
$E(0_1^+)$	−15.49	−16.84	−17.06	−16.95	−17.52	−17.00

с одной стороны достаточно большое, с другой, поиск параметров гамильтониана, которые дают в определенной области их значений наилучшее воспроизведение экспериментальных значений энергий коллективных состояний, требует разумного машинного ресурса. Для нескольких ядер такой расчет был произведен и для $\Omega = 36$, но при этом размер матриц, требующих диагонализации, сильно растет с ростом Ω. Максимальным при $\Omega = 36$ он оказывается для спина $I = 16^+$ и равен $551 \times \times 551$. При фитировании параметров гамильтониана МВБ1 даже по трем полосам нет однозначности в их определении, тем более, когда параметры подбираются по одной или двум полосам. Поэтому поиск параметров осуществлялся в той области их значений, которая дает величину максимальной потенциальной энергии деформации, близкую к оценке, полученной в работе [2].

В работе [28] рассматривалась только ираст-полоса. Однако выяснилось, что существует и такой набор параметров, который при той же потенциальной энергии деформации позволяет воспроизвести и “γ-полосу”, т.е. полосу с последовательностью состояний 2_2^+, 3_1^+, 4_2^+, ..., внутри которой имеются усиленные $E2$-переходы. В табл. 1, 2 помимо параметров гамильтониана для рассмотренных ядер даны энергии минимума потенциальной энергии — $V_{\min}$ [2], минимум на поверхности деформационной энергии МВБ1 — $\langle H_{\rm IBM}\rangle_{\min}$ (3), а также энергии основного состояния в МВБ1 относительно d-бозонного вакуума, т.е. $SU(5)$-предела МВБ1 — $E(0_1^+)$.

В табл. 1 приведены результирующие параметры гамильтониана МВБ1 для четных изотопов Pu, а в табл. 2 — для изотопов Cm. За плавностью изменения их значений от ядра к ядру не следили. Главным критерием было максимально точное воспроизведение энергий состояний до предельных спинов основной полосы и 2_2^+-состояний, ассоциируемых обычно с головным уровнем γ-полосы.

Этим параметрам соответствуют теоретические энергии, представленные в табл. 3, 4 и на рис. 1, 2, где они сравниваются с экспериментальными значениями. В $^{236}_{94}$Pu энергии ираст-полосы известны до спина $I = 16^+$, и они воспроизводятся. В ^{238,240}Pu уже до спинов $I = 30^+$ и $I = 32^+$ соответственно. Если параметры подбираются только по ираст-полосам, как в [28], то для всех известных спинов получается прецизионное описание. В представленном же здесь варианте для состояний, начиная с $I = 26^+$ или $I = 28^+$, расчетные значения оказываются заниженными (см. табл. 3 и рис. 1). При этом анализ волновых функций показал, что, начиная с этих спинов, среднее число квадрупольных бозонов $\langle n_d\rangle$ начинает быстро расти. Если в начале полосы $\langle n_d\rangle = 11$ и по мере роста спина на две единицы изменяются от 0.1 до 0.3, то, начиная со спина $I = 24^+$, уже меняются на единицу, доходя до 20.7 в $I = 32^+$-состоянии. Такое значение близко к используемому полному числу бозонов $\Omega = 24$. Поэтому для одного из этих ядер, а именно для ^{240}Pu, был произведен расчет с $\Omega = 36$. Это существенно улучшило описание энергий состояний ираст-полосы, не ухудшив описание состояний γ-полосы при одновременном согласовании с минимумом потенциальной энергии деформации, полученным в микроскопическом расчете. Отсюда следует вывод, что если расчетные энергии высокоспиновых состояний с $I \geq 26^+$ оказываются меньше экспериментальных, то одной из

Таблица 2. Значение бозонных параметров в МэВ для изотопов Cm (для ^{246}Cm приведены три набора параметров, один, отмеченный просто как $\Omega = 24$, соответствует расчету, при котором потенциальная энергия деформации близка той, что получена в [2], $\Omega = 24$, $SU(3)$-1 соответствует тому, когда энергия 0_2^+ оказывается 1170 кэВ, $\Omega = 24$, $SU(3)$-2 — соответствующая энергия 1820 кэВ; для ^{248}Cm приведены три набора параметров с разными значениями полного числа бозонов, $\Omega = 24$, $\Omega = 30$ и $\Omega = 36$)

Параметр	$^{242}_{96}$Cm	$^{246}_{96}$Cm			$^{248}_{96}$Cm		
ε_d	−0.760776	−0.767505	−0.313958	−0.495547	−0.775108	−0.664738	−0.595391
k_1	−0.047578	−0.047365	−0.012914	−0.021580	−0.045880	−0.038703	−0.033694
k_2	0.030710	0.027934	0.012363	0.013514	0.024586	0.013733	0.010587
C_0	0.517326	0.515156	−0.110052	−0.022396	0.469563	0.525903	0.586469
C_2	−0.024683	−0.022940	0.059870	0.052000	−0.019301	0.027832	0.047313
C_4	0.047627	0.048715	0.027771	0.030190	0.048427	0.039679	0.038687
Ω	24	24	24, $SU(3)$-1	24, $SU(3)$-2	24	30	36
$V_{\min}$ [2]	−18.25	−18.45	−18.45	−18.45	−17.8	−17.8	−17.8
$\langle H_{\text{IBM}}\rangle_{\min}$	−18.51	−18.12	−9.34	−12.64	−17.81	−17.39	−17.72
$E(0_1^+)$	−19.11	−18.70	−10.21	−13.36	−18.40	−17.89	−18.24

Таблица 3. Сравнение экспериментальных [29] и расчетных энергий в кэВ для изотопов Pu (для ^{240}Pu теор. 1 соответствует расчету с $\Omega = 24$, теор. 2 — с $\Omega = 36$)

I^π	$^{236}_{96}$Pu		$^{238}_{96}$Pu		$^{240}_{96}$Pu			$^{242}_{96}$Pu		$^{244}_{96}$Pu	
	экс.	теор.	экс.	теор.	экс.	теор. 1	теор. 2	экс.	теор.	экс.	теор.
2^+	44.6	44.5	44.1	43.8	42.8	42.4	42.9	44.5	44.3	44.2	45.1
4^+	147.5	147.2	145.9	145.2	141.7	140.6	141.7	147.3	146.9	149.9	149.4
6^+	305.8	305.4	303.4	302.6	294.3	293	293.6	306.4	305.7	313	310.8
8^+	515.7	515.5	512.6	513.4	497.4	497	495.3	518.1	517.8	530.2	526.3
10^+	773.5	773.3	771.9	774.6	747.4	749.8	743.7	778.6	779.7	797.8	792.4
12^+	1074.3	1074.3	1077.7	1082.8	1041.1	1048	1036	1084.4	1087	1111.4	1105
14^+	1413.6	1414	1426.4	1434	1374.8	1387	1368	1431.7	1437	1466.7	1459
16^+	1786	1787.9	1815.5	1825	1745.7	1765	1740	1816.7	1823	1859.2	1852
18^+		2191.5	2241.7	2251	2151.6	2176	2148	2236	2243	2284.5	2277
20^+			2702.3	2709	2590.2	2616	2591	2686	2690	2737.9	2730
22^+			3195.4	3194	3059.8	3083	3068	3163	3161	3211	3208
24^+			3717.1	3702	3559	3572	3577	3662	3651	3686.3	3704
26^+			4263.7	4229	4086.3	4079	4117	4172	4155	4145.2	4214
28^+			4833.3	4771.5	4639.4	4600	4688			4606.1	4733
30^+			5426.5	5324	5220.3	5133	5287			5085.7	5256
32^+			1028.5	1029	5819.3	5675	5916			5589.6	5776
34^+			1069.9	1072						6119.7	6289
2_2^+		1099	1125.8	1128	1137	1.137	1125	1102	1102	1015	1015.5
3_1^+		1145.3		1781	1177.6	1.180	1178		1145		1059
4_2^+		1205.7			1232.5	1.234	1245		1202		1117
0_2^+		1922				1.961	1997		1907		1273

причин может оказаться использование недостаточного числа бозонов Ω.

В ^{242}Pu энергии всех рассмотренных состояний воспроизводятся хорошо. Для ^{244}Pu энергии состояний до спина $I = 22^+$ воспроизводятся хорошо, но при больших спинах имеется превышение расчетных значений над экспериментальными, хотя в меньшей степени, чем было получено в [28].

Для всех рассмотренных изотопов Cm с массовыми числами $A = 242,\ 246,\ 248$ вплоть до всех

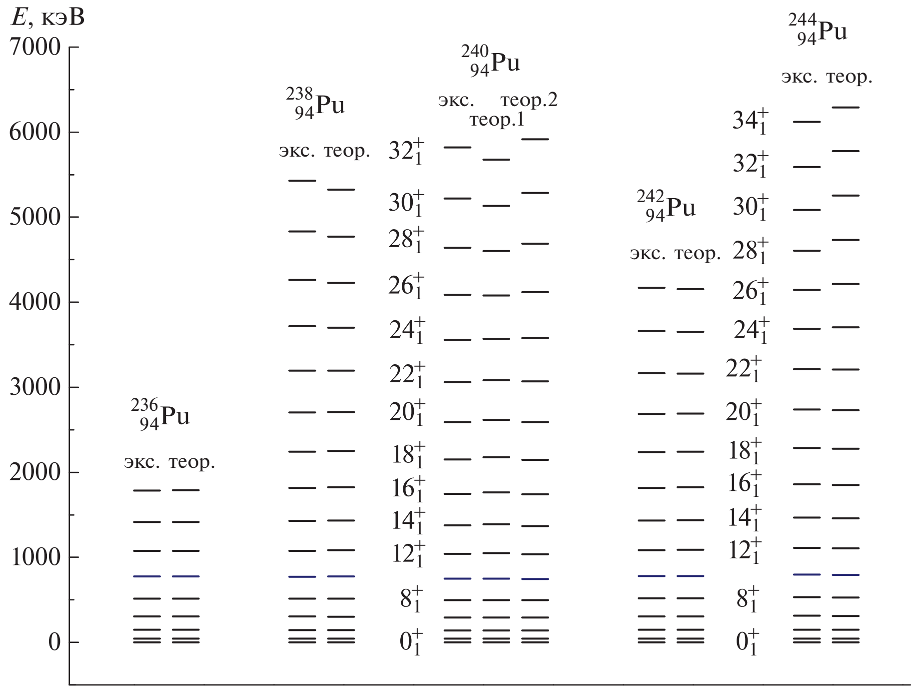

Рис. 1. Экспериментальные [29] и расчетные значения энергий в изотопах Pu. Вариант расчета, обозначенный как теор. 2, соответствует полному числу бозонов $\Omega = 36$, в остальных случаях $\Omega = 24$.

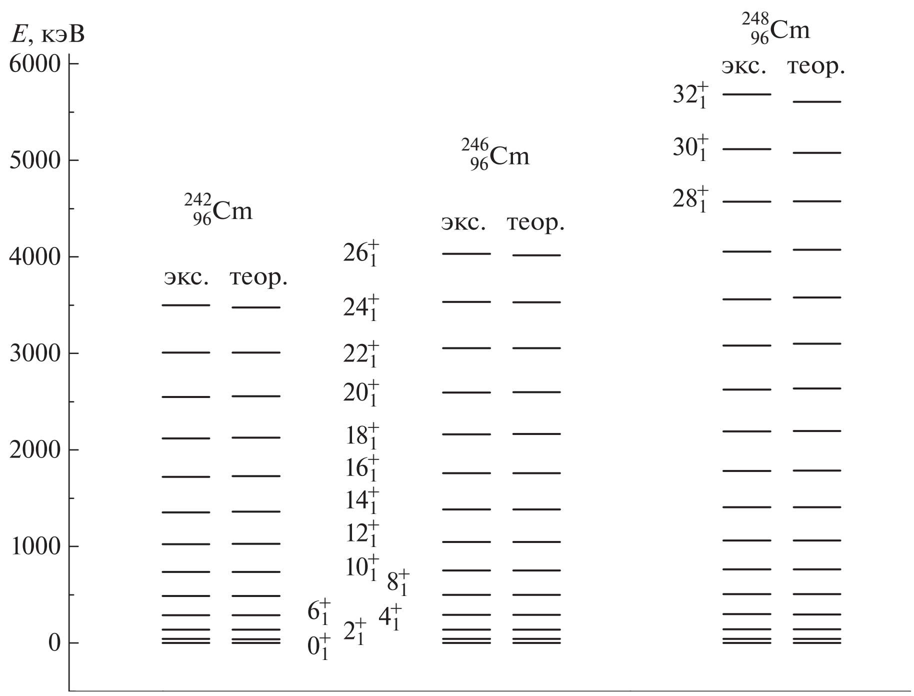

Рис. 2. Экспериментальные [1, 29] и расчетные значения энергий в изотопах Cm с $\Omega = 24$.

известных спинов, а это соответственно $I = 24^+$, $I = 26^+$ и $I = 32^+$, получено, как видно из табл. 4 и рис. 2, весьма удовлетворительное описание. Оно касается и полос, построенных на 2_2^+-состояниях.

На примере изотопов ^{246,248}Cm был осуществлен расчет при разных условиях. Для ^{246}Cm при неизменном значении $\Omega = 24$ в первом случае параметры подбирались таким образом, чтобы воспроизвести минимум энергии деформации, и это приводит к $E(0_2^+) = 1.631$ МэВ. В следующем

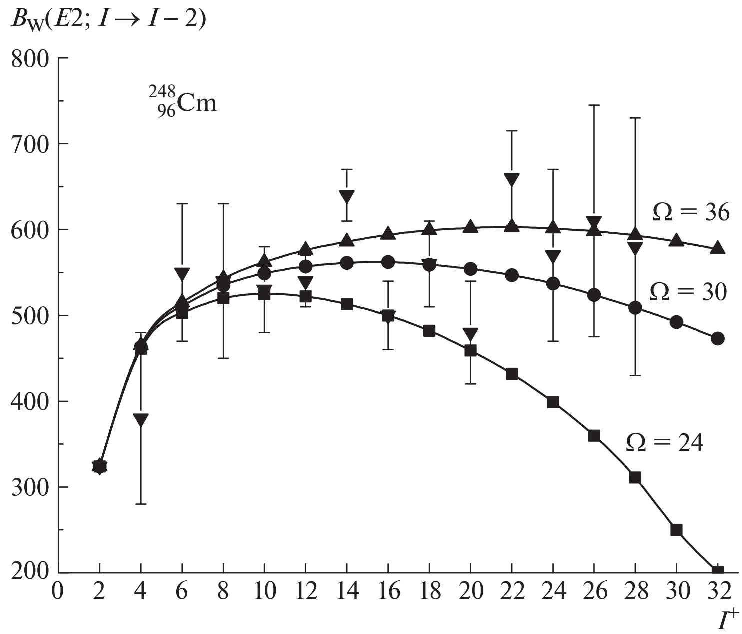

Рис. 3. Значения $B_W(E2;\ I \to I-2)$ для ^{248}Cm, W.u. $= 92.55\ e^2$ Фм^4, экспериментальные значения из [29, 30]. Расчеты представлены последовательно для трех полных значений бозонов $\Omega = 24$, 30 и 36.

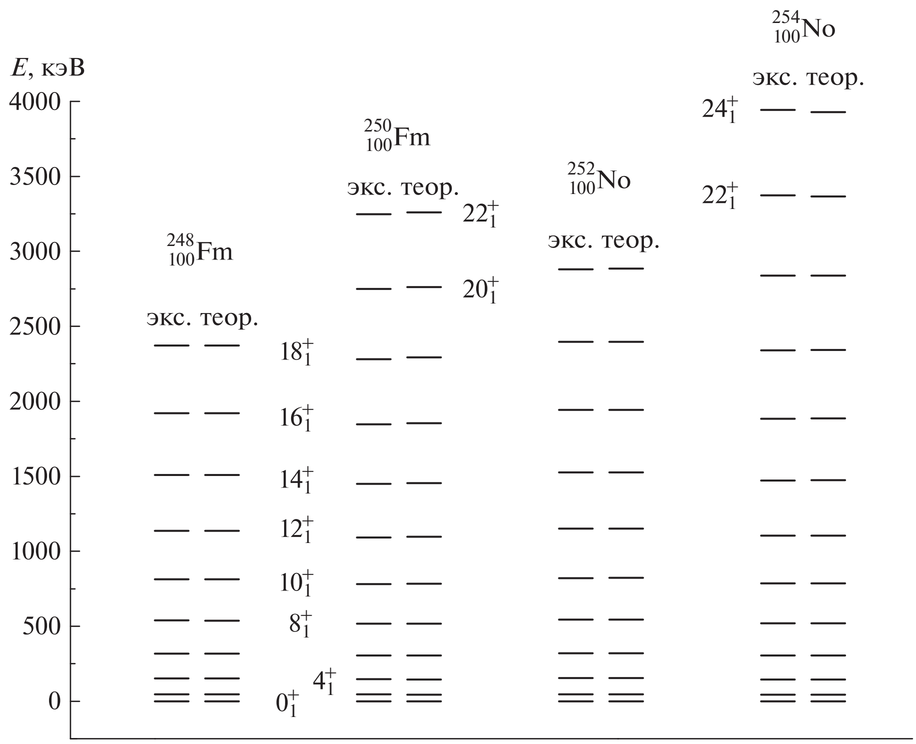

Рис. 4. Экспериментальные [1, 29] и расчетные значения энергий в изотопах Fm и No.

случае, $SU(3)$-1, поиск параметров осуществлялся в районе тех значений, которые соответствуют $SU(3)$-пределу МВБ1, и дает $E(0_2^+) = 1.17$ МэВ. Как видно из табл. 2, это приводит по абсолютным значениям к минимуму потенциальной энергии на 9 МэВ меньше, чем в первом случае, и соответственно микроскопической оценки. Наконец, в третьем случае поиск параметров осуществлялся, начиная с тех значений, которые соответствовали бы также $SU(3)$-пределу МВБ1, но с существенно

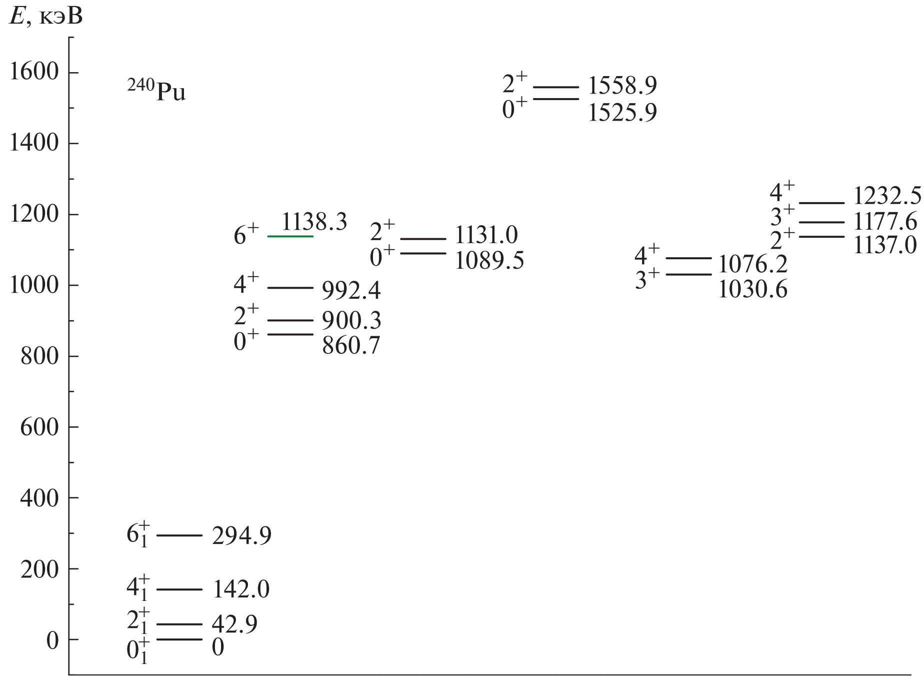

Рис. 5. Фрагмент схемы ядерных уровней ^{240}Pu [29].

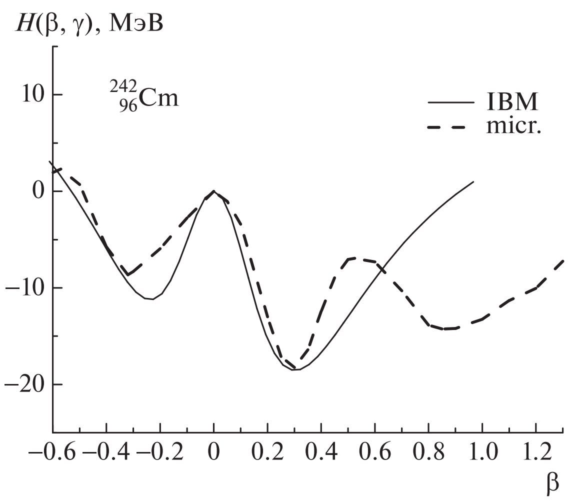

Рис. 6. Потенциальная энергия деформации ^{242}Cm, полученная в [2] и обозначенная как "micr.", а также вычисленная в соответствии с (3) ("IBM") с параметрами из табл. 2; при расчете β через $\tilde{\beta}$ в соотношении (11) было использовано $\Omega' = 39$.

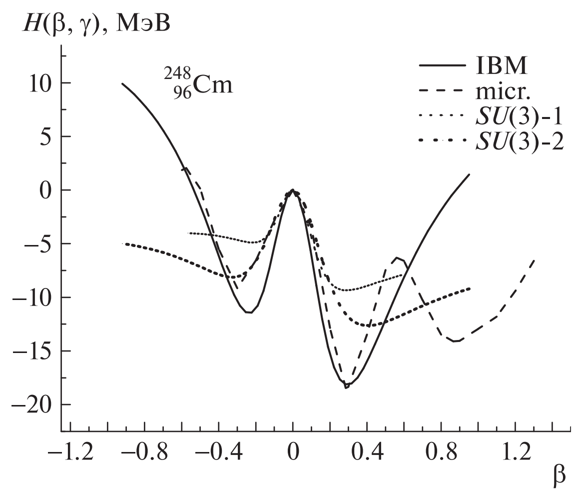

Рис. 7. Потенциальная энергия деформации ^{246}Cm, полученная в [2] и обозначенная как "micr.", а также вычисленная в соответствии с (3) ("IBM") с параметрами из табл. 2, $\Omega' = 39$. Обозначение $SU(3)$ соответствует кривой, полученной с параметрами, найденными вблизи соответствующего предела МВБ1. Эти параметры дают соответствие с экспериментальными энергиями состояний ираст-полосы и 2_2^+-состояния, но различающиеся значения для 0_2^+-состояния. Для $SU(3)$-1-варианта эта энергия меньше, чем для варианта $SU(3)$-2.

большей энергией 0_2^+, $E(0_2^+) = 1.82$ МэВ. Это дает большую глубину потенциальной энергии по сравнению с предыдущим случаем, но все же оказывается на 6 МэВ меньше микроскопической оценки. Результирующие энергии для всех трех вариантов приведены в табл. 4, а на рис. 2 — только для первого варианта. Это позволяет сделать следующие замечания. Обычно при анализе четно-четных ядер в рамках феноменологии МВБ1 предполагается, что коллективная структура варьируется в тех пределах, которая реализуется в пределах триады $SU(5)$–$O(6)$–$SU(3)$. Однако проведенные вычисления показывают, что структура коллектив-

Таблица 4. Сравнение экспериментальных [1, 29] и расчетных энергий в кэВ для изотопов Cm (для ^{246}Cm разные варианты соответствуют разным наборам параметров из табл. 2; для ^{248}Cm теор. 1 соответствует расчету с $\Omega = 24$, теор. 2 с $\Omega = 30$, теор. 3 с $\Omega = 36$)

I^π	$^{242}_{96}$Cm		$^{246}_{96}$Cm				$^{248}_{96}$Cm			
	экс.	теор.	экс.	теор.	$SU(3)$-1	$SU(3)$-2	экс.	теор. 1	теор. 2	теор. 3
2^+	42.1	41.7	42.9	42.6	42.6	42.8	43.4	43.2	43.7	43.9
4^+	138.1	138.2	141	141.2	141.1	141.6	143.8	143.4	144.5	144.8
6^+	288.3	287.8	294.1	294	293.1	294.4	298.9	298.5	300	300
8^+	489.1	488.2	498.7	498.4	495.7	498	506.4	506.1	506.4	505.7
10^+	735.9	736.1	751.5	751.1	745.5	749.2	762.8	762.6	760.3	758.2
12^+	1026.2	1027.9	1045.3	1048	1039	1044	1064.1	1064	1058	1054
14^+	1355.2	1360	1385.3	1386	1373	1380	1406.1	1407	1395	1389
16^+	1720.8	1728	1758.4	1760	1744	1752	1783.9	1787	1769	1762
18^+	2119.5	2128	2163.3	2165	2149	2158	2192.6	2198	2175	2168
20^+	2549.3	2556	2596.3	2598	2586	2594	2627	2638	2612	2606
22^+	3008.8	3007	3054.2	3054	3050	3057	3083.4	3100	3075	3074
24^+	3497.4	3477	3533.3	3528	3541	3544	3559.5	3581	3563	3570
26^+			4031.4	4015	4054	4051	4055.3	4074	4074	4091
28^+				4512	4589	4576	4572.3	4575	4605	4637
30^+				5016	5142	5115	5113.9	5076	5154	5206
32^+				5565	5709	5665	5680.7	5605	5720	5798
2^+_2		1200	1124.3	1125	1120	1126	1050	1054	1048	1043
3^+_1		1237	1165.5	1163	1169	1174		1093	1095	1093
4^+_2		1286	1220	1214	1232	1236	1144	1145	1156	1158
0^+_2		1787		1631	1170	1820		1730	1843	1846

ных состояний может выходить за пределы этой триады, а проявляется это в существенно большей энергии деформации по сравнению с тем, что дает $SU(3)$-предел МВБ1.

Для ^{248}Cm были также реализованы три варианта расчета, отличающиеся полным числом бозонов $\Omega = 24,\ 30,\ 36$, но примерно с неизменной энергией деформации, как это видно из табл. 2.

Таблица 5. Численные соотношения β и $\tilde{\beta}$ для ^{248}Cm на основе (4) и (10); было принято $\chi_{E2} = k_2/(2k_1)$

Ω	$e^*_{\rm W}$	χ_{E2}	$\tilde{\beta}$	$\beta(4)$	$\beta(10)$
24	1.5169	−0.268	0.9	0.174	0.285
30	1.2935	−0.1774	0.8	0.194	0.290
36	1.1375	−0.1571	0.7	0.203	0.292

В табл. 4 приведены энергии состояний для всех трех вариантов, а на рис. 2 — только для первого из них. В силу сказанного ранее относительно выбора полного числа бозонов в ^{240}Pu число бозонов в ^{248}Cm должно быть определенно больше 24.

Из рассмотренных в данной работе ядер ^{248}Cm выгодно отличается тем, что для него известны экспериментальные значения $B(E2)$ для переходов вдоль ираст-полосы вплоть до высоких спинов. Их значения приведены на рис. 3. Здесь же приведены теоретические значения, нормированные на нижайший переход. Из рисунка видно, что расчеты, произведенные с $\Omega = 24$, дают явно заниженные величины, начиная с середины полосы. Расчеты же с $\Omega = 30$ и с $\Omega = 36$ дают вполне удовлетворительное описание значений $B(E2)$ в полосе.

Для всех рассмотренных ядер известны экспериментальные значения $B(E2;\ 2^+ \to 0^+)$, что

Таблица 6. Значение бозонных параметров в МэВ для изотопов Fm и No

Параметр	$^{248}_{100}$Fm	$^{250}_{100}$Fm	$^{252}_{102}$No	$^{254}_{102}$No
ε_d	−0.884069	−0.900130	−0.836100	−0.857295
k_1	−0.045806	−0.045133	−0.040628	−0.035551
k_2	0.025660	0.026923	0.019023	0.019891
C_0	0.384586	0.363519	0.167861	0.124074
C_2	−0.024916	−0.025427	−0.010254	−0.025006
C_4	0.053072	0.051547	0.035493	0.043086
Ω	24	24	24	24
$V_{\min}$ [2]	−20.5	−21	−21.5	−21.5
$\langle H_{\rm IBM}\rangle_{\min}$	−20.34	−20.89	−21.25	−21.32
$E(0_1^+)$	−20.98	−21.57	−21.92	−22.02

позволяет численно соотнести параметры β и $\tilde{\beta}$. Так как для ^{248}Cm были осуществлены расчеты для трех значений Ω, то в этих случаях и были получены оценки, представленные в табл. 5. Значения $\tilde{\beta}$ соответствуют минимуму функции (3) с параметрами из табл. 2. Из табл. 5 видно, что несмотря на сильно различающиеся входящие в эту таблицу исходные величины, результирующие β оказываются неизменными до двух значащих цифр, и это значение совпадает с тем, что представлено в работе [2].

В табл. 6 для изотопов ^{248,250}Fm и ^{252,254}No приведены бозонные параметры. Энергии, соответствующие им, сравниваются с экспериментальными значениями в табл. 7 и рис. 4. Описание удовлетворительно, а это для двух изотопов Fm с $A = 248,\ 250$ и двух изотопов No с $A = 252,\ 254$ соответственно представлено до спинов $I = 18^+$, $I = 22^+$, $I = 20^+$, $I = 24^+$.

Для ^{242}Cm и ^{252}No состояний помимо состояний ираст-полосы не наблюдается. В ядре ^{254}No наблюдается полоса, начинающаяся с 3_1^+. В силу значительных отрицательных значений однобозонной энергии ε_d и отрицательных значений C_2 (табл. 6) среди теоретических значений некоторых состояний могут возникать состояния с предельно большими значениями $\langle n_d\rangle \simeq \Omega$. В расчет их принимать не следует, и физического смысла они не имеют. Кроме того, они не формируют полос состояний, связанных большими значениями $E2$-переходов. Именно поэтому при описании сильнодеформированных ядер в МВБ1 необходимо следить за составом волновых функций, чтобы такие блуждающие состояния не возникали. В рассматриваемых случаях для этого следует несколько увеличить значение параметра гамильтониана C_2, что помимо прочего реализуется при использовании большего числа бозонов Ω. Таким образом, было выяснено, что получить полосу, начинающуюся с 3_1^+-состояния, в традиционном варианте МВБ1 невозможно. Как вариант, можно было бы предположить, что в ^{254}No 3_1^+ является вторым состоянием γ-полосы, что соответствует расчету, представленному в табл. 7. Тем не менее возможно, что это отдельная полоса. Так, в ^{240}Pu наблюдается помимо ираст еще несколько полос: три с головным уровнем 0^+, одно с 2^+ и одно с 3^+, соответствующий фрагмент схемы приведен на рис. 5. Тогда становится понятным, что такая же ситуация может иметь место для ^{254}No. В этом случае природа полосы, начинающейся с 3_1^+, остается вне настоящего рассмотрения. Предположение о квазичастичной природе этого состояния противоречит тому, что квазичастичные возбуждения не оказывают заметного влияния на состояния ираст-полосы. Поэтому описание такого 3_1^+-состояния может быть связано либо с наличием дополнительного члена в гамильтониане, например, пропорционального $(d^+d^+d^+)^{(L)} \cdot (ddd)^{(L)}$, либо в модели, способной описывать состояния в рамках представления сосуществования разных форм.

На рис. 5 также приведен ряд полос, начинающихся с 0^+-состояний. Попытка воспроизведения нижайшей из этих полос приводит к тому, что соответствующая этому глубина потенциальной энергии деформации оказывается весьма незначительной. Поэтому эти состояния мы оставляем вне настоящего рассмотрения.

Для всех рассмотренных изотопов Cm и No с представленными параметрами МВБ1 были рассчитаны значения $\langle H_{\rm IBM}\rangle$, которые приведены на

Таблица 7. Сравнение экспериментальных [1, 29] и расчетных энергий в кэВ для изотопов Fm и No

I^{π}	${}^{248}_{100}\mathrm{Fm}$		${}^{250}_{100}\mathrm{Fm}$		${}^{252}_{102}\mathrm{No}$		${}^{254}_{102}\mathrm{No}$	
	экс.	теор.	экс.	теор.	экс.	теор.	экс.	теор.
2^+	46	45.7	45	43.9	46.4	46.3	44.2	43.8
4^+	152	151.6	147	145.8	153.8	153.7	145.2	145.5
6^+	317.2	316.2	304.9	304.4	320.7	320.5	304.6	304.2
8^+	538.6	537.3	516.9	517.4	544.5	544.3	518.7	518.4
10^+	813.3	811.9	780.2	782.4	821.7	822.0	786	786.2
12^+	1137.3	1137	1092	1096	1150	1150	1104.1	1105
14^+	1507.7	1507.8	1448.6	1455	1525.6	1524.8	1470.7	1473
16^+	1921	1921	1846.2	1855	1942	1942	1883	1887
18^+	2372	2372	2281.2	2292	2395.5	2397	2339	2343
20^+			2749.8	2762	2879	2885	2837	2837
22^+			3248.8	3259			3373	3367
24^+							3943	3928
2_2^+		1074		1095		1089		943
3_1^+		1116		1135		1134	988	984.0
4_2^+		1171		1188		1193	1033	1039
5_1^+							1091	1107
6_2^+							1160	1189
7_1^+							1243	1283

рис. 6–10, и они сравниваются с потенциальными энергиями деформации из [2], полученными на основе решения задачи многих тел с использованием приближения среднего поля, включающего парные корреляции, т.е. в самосогласованном приближении Хартри–Фока–Боголюбова. Ядерный гамильтониан включал эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие Гоньи [3]. Уравнения решались на основе аксиально-симметричных гармонических осцилляторов. Размер базиса при этом определялся числом оболочек, примерно в восемь раз большим максимального числа занятых состояний.

Если расчеты, полученные в [2] для рассмотренных здесь ядер, дают минимум потенциальной энергии деформации при $\beta \simeq 0.3$ (рис. 6–10), то для $\langle H_{\mathrm{IBM}}\rangle$ согласно (4) при $\beta = 0.17$. Одна из причин может быть связана с недостаточно используемым числом бозонов.

Для лучшего соответствия деформационных параметров перерасчет β из $\tilde{\beta}$ производился с помощью (11) описанным ранее способом.

Рисунки 6–10 демонстрируют, что первый минимум в потенциальной энергии деформации при $\beta > 0$ и его глубина, полученные в [2], воспроизводятся в представленных расчетах в МВБ1. При этом воспроизведение большой глубины на деформационной поверхности, до 20 МэВ, несовместимо с успешным описанием головного уровня β-полосы в районе 1 МэВ. Снижение теоретических значений указанных энергий в МВБ1 однозначно приводит к уменьшению глубины ямы в потенциальной энергии деформации. Для ${}^{246}\mathrm{Cm}$ на рис. 7 приведены несколько кривых, в том числе соответствующие параметрам $SU(3)$-1 и $SU(3)$-2 из табл. 2. Как уже говорилось, для первого из них $E(0_2^+) = 1.17$, для второго — 1.82 МэВ. Но оба дают недостаточную энергию минимума в потенциальной энергии деформации. Таким образом, можно утверждать, что в рамках МВБ1 при достаточно большом минимуме потенциальной энергии деформации полосы, подобные β-полосам, воспроизвести невозможно. Можно предположить, что наличие следующего локального минимума в потенциальной энергии деформации при больших деформациях сможет объяснить некоторые из полос, не воспроизводимые

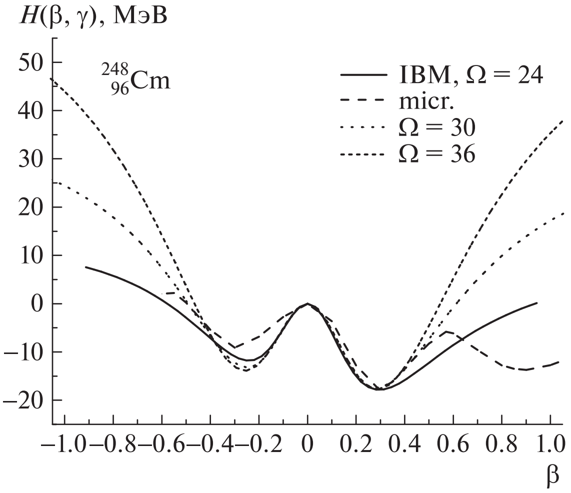

Рис. 8. Потенциальная энергия деформации ^{248}Cm, полученная в [2] и обозначенная как “micr.”, а также вычисленная в соответствии с (3) (“IBM”) с параметрами из табл. 2 с разными числами бозонов $\Omega = 24,\ 30,\ 36$. Соответствующие им значения $\Omega' = 39,\ 45,\ 52$.

в представленных расчетах, в частности, полос, построенных на 0_2^+.

Для ^{248}Cm на рис. 8 также приведены кривые, соответствующие разным параметрам гамильтониана с разным числом бозонов (табл. 2). При этом качество описания энергий примерно одинаково (табл. 4) при некотором предпочтении варианта с $\Omega = 30$. Однако поведение $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ от параметра деформации достаточно заметно. С ростом Ω происходит более быстрый рост $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ с изменением β относительно значения $\beta_{\min}$, соответствующего минимуму $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ или росту $\partial^2\langle H_{\rm IBM}\rangle/\partial\beta^2$ при $\beta = \beta_{\min}$.

В табл. 1, 2, 6 наряду с энергией деформации указаны энергии основного состояния относительно без d-бозонного вакуума, $E(0_1^+)$. Видно, что последняя величина примерно на 0.6–0.7 МэВ меньше минимума $\langle H_{\rm IBM}\rangle$. Такая оценка может свидетельствовать, что если для первого возбуждения выполняется условие $0.4 < E(2_1^+) < 0.7$ МэВ, то минимум $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ осуществляется при $\beta = 0$, а бозонный состав волновых функций сопровождается значительной ангармоничностью.

Если сравнивать поведение потенциальной энергии деформации в МВБ1 (3), полученной в [28] вне описания γ-полос, когда оценки последних существенно были завышены по сравнению с экспериментальными значениями и в варианте, когда эти полосы воспроизводятся, то можно констатировать следующее. Во втором случае при увеличении параметра деформации β от значения, при котором осуществляется минимум $\langle H_{\rm IBM}\rangle$, а это в рассмотренных случаях реализовалось при $\beta \simeq 0.29 - 0.30$, к большим значениям β, то рост $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ происходит медленнее, чем в первом случае, стремясь сразу асимптотически к нулю. Особенно ярко это проявляется для изотопов No. Последнее коррелирует с возможно заниженными оценками значений 2_2^+-состояний.

Это позволяет сделать заключение, что в данной массовой области, чтобы воспроизвести полосу с 2_2^+-состоянием, величина $\langle H_{\rm IBM}\rangle$ при $\beta > 0.3$ должна оказаться близкой к нулю при $\beta = 0.83$ и более. Если 2_2^+-состояние не будет воспроизводиться, то это будет соответствовать значениям

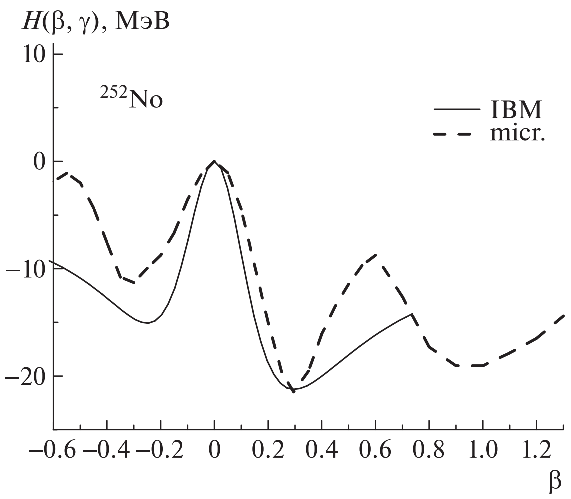

Рис. 9. Потенциальная энергия деформации ^{252}No, полученная в [2] и обозначенная как “micr.”, а также вычисленная в соответствии с (3) (“IBM”) с параметрами из табл. 6, $\Omega' = 31$.

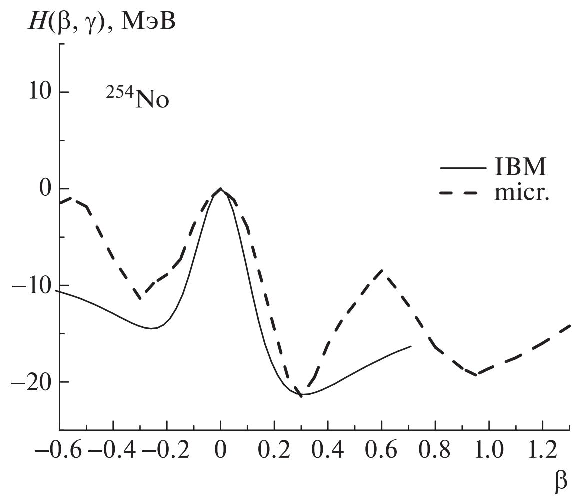

Рис. 10. Потенциальная энергия деформации ^{254}No, полученная в [2] и обозначенная как “micr.”, а также вычисленная в соответствии с (3) (“IBM”) с параметрами из табл. 6, $\Omega' = 30$.

β от 0.65 до 0.72, т.е. яма потенциальной энергии деформации будет более жесткой. Ориентироваться в этом случае на микроскопические расчеты нет возможности, так как МВБ1 не дает второго минимума в потенциальной энергии деформации при $\beta > 0.3$.

Для воспроизведения же хотя бы одной из полос на возбужденном 0^+-состоянии требуется, чтобы величина $\langle H_{\rm IBM} \rangle$ при $\beta \simeq 0.3$ была порядка -8.5 МэВ или по абсолютной величине несколько меньше. Однако это противоречит микроскопическим оценкам.

В микроскопическом расчете реализуется второй минимум в потенциальной энергии деформации при $\beta \simeq 0.95$ и разница между основным минимумом и локальным немногим более 2 МэВ по крайней мере для изотопов No. Такая небольшая разница может проявляться в структуре низколежащих коллективных состояний, в частности, в появлении дополнительных полос, построенных на 0^+-возбуждениях.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе в рамках феноменологии МВБ1 проанализированы ираст-полосы до предельно высоких наблюдаемых спинов в четных изотопах Pu, Cm, Fm, No. Во всех их описание получено весьма удовлетворительное и влияние квазичастичных степеней не обнаружено. Исключение представляет только ^{244}Pu, но и для него хорошее описание энергий получено до спина $I = 22^+$. При этом одновременно удалось воспроизвести несколько состояний γ-полосы. Неоднозначность параметров гамильтониана МВБ1 отчасти минимизировалась за счет того, чтобы минимум в потенциальной энергии деформации, определяемый в МВБ1 с помощью функции внутреннего состояния, примерно соответствовал микроскопическому расчету в приближении Хартри—Фока—Боголюбова с использованием сил Гоньи. При этом глубина ямы в потенциальной энергии деформации в этих ядрах весьма внушительна, порядка 20 МэВ. В работе используется феноменологический подход и, как правило, он связан с описанием известных энергий коллективных состояний. Однако, опираясь на успех в этом описании и на систематику известных энергий, можно получить оценки энергий либо нижайшей части спектра, либо тех, которые по спинам на 2—4 единицы выше спинов с известными энергиями.

Предсказание энергий уровней ираст-полосы в трансурановой области ядер приобретает особый интерес в связи с изучением β- и γ-распадов высокоспиновых изомеров. В области атомных ядер редкоземельных элементов накоплен достаточно большой объем информации как о свойствах β-распадов различного типа, так и о характеристиках распада высокоспиновых изомеров [29, 31]. При β-распаде таких изомеров происходит небольшое изменение спина ядра $\Delta I = 0; \pm 1$, и в дочернем ядре также заселяются высокоспиновые состояния, причем после одного-двух последующих γ-переходов происходит заселение уровней ираст-полосы [31, 32]. Если энергии уровней ираст-полосы известны из предыдущих экспериментов или могут быть рассчитаны теоретически с достаточной точностью, то это существенно облегчает получение и интерпретацию экспериментальных данных по распаду высокоспиновых изомеров.

В области ядер трансурановых элементов данные о β-распаде высокоспиновых изомеров весьма малочисленны, а γ-распад подобных изомеров является предметом интенсивных исследований [29, 33, 34]. Между тем ветка на β-распад для основных состояний нечетно-нечетных ядер в трансурановой области может быть весьма значительной [29]. Данный факт позволяет ставить вопрос о поиске и исследовании β-распада высокоспиновых изомеров нечетно-нечетных ядер в области трансурановых элементов с регистрацией γ-распада высокоспиновых состояний в области ираст-полосы в дочерних четно-четных ядрах. Кроме того, высокоспиновые изомеры могут заселяться и исследоваться в области ираст-полосы непосредственно в ядерных реакциях. В связи с постановкой подобных экспериментов информация об энергиях уровней ираст-полосы имеет чрезвычайно важное значение для идентификации β- и γ-распадов высокоспиновых изомеров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. D. Herzberg and P. T. Greenlees, Prog. Part. Nucl. Phys. **61**, 674 (2008).
2. S. Hilaire and M. Girod, Eur. Phys. J. A **33**, 237 (2007); http://www-phynu.cea.fr/science_en_ligne/carte_potentiels_microscopiques/choix/choixisotopes.html
3. J. Decharge and D. Gogny, Phys. Rev. C **21**, 1568 (1980).
4. И. Айзенберг, В. Грайнер, *Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления* (Атомиздат, Москва, 1975).
5. A. S. Davydov and G. F. Filippov, Nucl. Phys. **8**, 237 (1958).
6. G. Gneuss and W. Greiner, Nucl. Phys. A **171**, 449 (1971).
7. K. Kumar, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **4**, 849 (1978).
8. K. Kumar, Prog. Part. Nucl. Phys. **9**, 233 (1983).
9. В. В. Струтинский, ЯФ **3**, 614 (1966).
10. D. R. Inglis, Phys. Rev. **97**, 701 (1955).
11. P. Campbell, I. D. Moore, and M. R. Pearson, Prog. Part. Nucl. Phys. **86**, 127 (2016).

12. D. A. Sazonov, E. A. Kolganova, T. M. Shneidman, R. V. Jolos, N. Pietralla, and W. Witt, Phys. Rev. C **99**, 031304(R) (2019).
13. E. V. Mardyban, E. A. Kolganova, T. M. Shneidman, R. V. Jolos, and N. Pietralla, Phys. Rev. C **102**, 034308 (2020).
14. J. N. Ginocchio and M. W. Kirson, Nucl. Phys. A **350**, 31 (1980).
15. A. Bohr and B. R. Mottelson, Phys. Scr. **22**, 468 (1980).
16. А. Д. Ефимов, ЯФ **83**, 380 (2020) [A. D. Efimov, Phys. At. Nucl. **83**, 651 (2020)].
17. К. И. Ерохина, А. Д. Ефимов, И. Х. Лемберг, В. М. Михайлов, ЯФ **41**, 596 (1985).
18. А. П. Будник, А. А. Серегин, ЯФ **19**, 979 (1974).
19. Е. В. Гай, ЯФ **19**, 83 (1974).
20. D. Janssen, R. V. Jolos, and F. Donau, Nucl. Phys. A **224**, 93 (1974).
21. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, ТМФ **20**, 112 (1974) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, Theor. Math. Phys. **20**, 704 (1974)].
22. Р. В. Джолос, Ф. Дэнау, Д. Янсен, ТМФ **23**, 374 (1975) [R. V. Jolos, F. Donau, and D. Janssen, Theor. Math. Phys. **23**, 580 (1975)].
23. K. Nomura, N. Shimizu, and T. Otsuka, Phys. Rev. C **81**, 044307 (2010).
24. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, в сб. *Коллективная ядерная динамика*, ред. Р. В. Джолоса (Наука, Ленинград, 1990), с. 120.
25. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **83**, 1244 (2019) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **83**, 1136 (2019)].
26. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **82**, 1395 (2018) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **82**, 1266 (2018)].
27. А. Д. Ефимов, В. М. Михайлов, Изв. РАН. Сер. физ. **73**, 808 (2009) [A. D. Efimov and V. M. Mikhajlov, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. **73**, 760 (2009)].
28. А. Д. Ефимов, И. Н. Изосимов, Препринт Р4-2021-04, ОИЯИ (Дубна, 2021).
29. National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory; http://www.nndc.bnl.gov
30. M. J. Martin, Nucl. Data Sheets **122**, 377 (2014).
31. I. N. Izosimov, V. G. Kalinnikov, and A. A. Solnyshkin, Phys. Part. Nucl. **42**, 963 (2011); doi: 10.1134/S1063779611060049
32. А. Д. Ефимов, И. Н. Изосимов, ЯФ **84**, 298 (2021).
33. F. P. Heβberger, S. Antalic, B. Sulignano, D. Ackermann, S. Heinz, S. Hofmann, B. Kindler, J. Khuyagbaatar, I. Kojouharov, P. Kuusiniemi, M. Leino, B. Lommel, R. Mann, K. Nishio, A. G. Popeko, S. Saro, *et al.*, Eur. Phys. J. A **43**, 55 (2010); doi: 10.1140/epja/i2009-10899-9
34. K. Rezynkina, A. Lopez-Martens, K. Hauschild, I. Deloncle, S. Peru, P. Brionnet, M. L. Chelnokov, V. I. Chepigin, O. Dorvaux, F. Dechery, H. Faure, B. Gall, A. V. Isaev, I. N. Izosimov, D. E. Katrasev, A. N. Kuznetsov, *et al.*, Phys. Rev. C **97**, 054332 (2018).

HIGH-SPIN STATES OF YRAST-BANDS EVEN ISOTOPES Pu, Cm, Fm, No

A. D. Efimov[1),2)], I. N. Izosimov[3)]

[1)] Admiral Makarov State University of Maritime and Inland Shipping, St. Petersburg, Russia
[2)] Ioffe Physical-Technical Institute, Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia
[3)] Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia

In some isotopes of Pu, Cm, Fm, No the yrast-band state energies are experimentally known up to the spin 32^+, like this holds in ^{248}Cm. What is unique is that all states of these super long bands remain purely collective. Collectivity of the bands is manifested in the fact that the band state energies are reproduced with a high degree of accuracy within the framework of the phenomenology of the IBM1. The uncertainty of the model parameters is reduced under condition that the depth of the deformation energy obtained on the basis of realistic interactions was equal to the deformation energy depth in the internal state, calculated with the found parameters of the IBM1 Hamiltonian.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 436–446

ЯДРА

МАССОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДУКТОВ ДЕЛЕНИЯ И РАСПРОСТРАНЕННОСТЬ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР, ОБРАЗОВАННЫХ В r-ПРОЦЕССЕ

© 2021 г. И. В. Панов[1),2)*]

Поступила в редакцию 28.02.2021 г.; после доработки 28.02.2021 г.; принята к публикации 28.02.2021 г.

Рассмотрены несколько моделей массового распределения продуктов деления, используемых в расчетах нуклеосинтеза тяжелых элементов. В частности, начиная с модели Кодама–Такаши с преимущественно асимметричным распределением и не учитывающей нейтроны деления до почти симметричных распределений продуктов деления с учетом множественности нейтронов деления, основанной на ядерной систематике. Для сценария r-процесса, развивающегося при слиянии нейтронных звезд, в веществе выброса было определено влияние моделей массового распределения продуктов деления и их параметров как на распространенность тяжелых ядер, так и на форму и положение пиков на кривой распространенности. Было оценено возможное увеличение вклада тройного деления при образовании тяжелых элементов дополнительно к бинарному.

DOI: 10.31857/S0044002721050123

1. ВВЕДЕНИЕ

Впервые процесс образования новых элементов в результате захвата нейтронов и последующего бета-распада был предложен в работе, известной как $\alpha\beta\gamma$ [1]. Основной механизм образования тяжелых элементов в быстром нуклеосинтезе, поддерживаемом многократным захватом нейтронов — r-процессе, одновременно с классификацией и других процессов образования новых элементов в природе, был предложен в работах Бэрбиджа с сотрудниками [2] и Кэмерона [3], а расчеты нуклеосинтеза в r-процессе впервые были сделаны позднее [4]. Быстрый нуклеосинтез (или r-процесс) происходит за счет многократного захвата нейтронов и последующих бета-распадов в веществе большой плотности и замораживании реакций с протонами и альфа-частицами. В этом процессе образуется более половины ядер тяжелее железа, в том числе актиниды.

С момента определения r-процесса было предложено много разных моделей, создающих условия для его протекания, однако взгляд на теорию r-процесса стал принципиально меняться после наблюдений химического состава в спектрах очень старых звезд и открытия идентичности относительной распространенности r-элементов в Солнечной системе и в старых звездах [5]. Еще один сильный аргумент в пользу изменения взгляда на r-процесс появился после осознания невозможности получить высокую плотность свободных нейтронов при взрыве и эволюции коллапсирующих сверхновых [6]. В последние годы, спустя много лет после первого предложения рассматривать слияние нейтронных звезд в тесной двойной системе [7] в качестве сценария для образования тяжелых элементов, пришло понимание, подтвержденное многочисленными исследованиями (см., например, обзор [8]) и наблюдениями [9], что в джетах и в ветрах, образующихся в конце эволюции тесной двойной системы нейтронных звезд, создаются необходимые для развития r-процесса условия. В процессе первой регистрации гравитационных волн, возникающих при слиянии нейтронных звезд, и определении химического состава разлетающегося вещества после взрыва килоновой [9], были обнаружены r-элементы [9, 10]. И на сегодняшний день, хотя все возможности развития r-процесса в природе до конца не определены, процесс слияния нейтронных звезд считается одним из основных реальных сценариев, в которых идет синтез тяжелых элементов.

Наблюдениями установлено, что отношения [Eu/Fe] для очень старых звезд различаются на порядки, причем расхождение уменьшается для более молодых звезд (с увеличением металличности) [11]. Поскольку европий образуется исключительно в r-процессе, он является индикатором степени обогащения химических элементов изотопами, образованными в r-процессе. Более того, относительная распространенность тяжелых элементов,

[1)]НИЦ "Курчатовский институт" — ИТЭФ, Москва, Россия.
[2)]НИЦ "Курчатовский институт", Москва, Россия.
[*]E-mail: Igor.Panov@itep.ru

образованных в "сильном" r-процессе (т.е. в таком, когда образуются тяжелые элементы вплоть до урана), поразительно хорошо согласуется с наблюдениями распространенности химических элементов в Солнечной системе [12]. Этот факт в комбинации с большими различиями отношения [Eu/Fe] для звезд низкой металличности указывает, что существуют и другие сценарии, отвечающие за образование r-элементов при взрыве массивной звезды [13, 14].

Наличие r-элементов наблюдается почти во всех звездах [15, 16], однако для объяснения наблюдаемой распространенности тяжелых ядер очевидно, что существуют сценарии протекания "слабого" r-процесса, ответственного за синтез "легких" тяжелых элементов. Горячий нейтринный ветер от горячей нейтронной звезды может приводить к повышению концентрации свободных нейтронов, однако невысокая энтропия, характерная для ветра, не позволяет развиться сильному r-процессу [17]. Еще одним источником r-элементов могут быть редкие взрывы сверхновых с магниторотационным механизмом взрыва [18, 19]. Такой механизм приводит к образованию полярных джетов с высокой концентрацией свободных нейтронов ($Y_e \leqslant 0.2$), достаточных для протекания сильного r-процесса [20, 21], и может вносить значительный вклад в процесс образования тяжелых ядер на ранней стадии эволюции галактик.

Еще одним реальным механизмом создания условий для r-процесса является взрыв маломассивной сверхновой в конце эволюции тесной двойной системы двух нейтронных звезд существенно разных масс. К взрыву приводит быстрая потеря массы маломассивным компаньоном при сближении компонентов на последнем этапе эволюции системы и потеря равновесия маломассивным компонентом при достижении минимального предела массы, равного примерно 0.09 $M_\odot$ (Панов и Юдин, 2020; Юдин и др., 2021) [22, 23].

Можно сказать, что все возможные сценарии r-процесса различаются только по длительности существования необходимых для его протекания условий — τ_R. Если время τ_R больше нескольких сотен миллисекунд — идет сильный r-процесс с обратной связью, который приводит к образованию источника новых зародышевых ядер, образующихся при делении актинидов как их продукты. Если продолжительность τ_R невелика — идет слабый r-процесс с образованием так называемых легких тяжелых ядер, не тяжелее элементов кадмиевого пика.

Подробно эволюция характера протекания нуклеосинтеза и другие вероятные сценарии развития условий для r-процесса описаны в обзоре [14], а в настоящей работе мы будем рассматривать влияние массового распределения продуктов деления (МРПД) на распространенность тяжелых элементов, образованных в сильном r-процессе, на примере сценария слияния двух нейтронных звезд примерно одинаковой массы. Варианты развития такого сценария обсуждались ранее неоднократно [24–28].

В процессе слияния нейтронных звезд в быстро расширяющемся и остывающем веществе, характеризующемся низкими значениями отношения электронов к протонам Y_e, создаются все условия для протекания основного r-процесса с сильной обратной связью (r-process with fission cycling). Количество тяжелых элементов, образованных в таком r-процессе, сильно зависит от различных прогнозируемых характеристик атомных ядер, влияние которых подробно обсуждалось неоднократно (см. [28] и цитирование там). По всей видимости (см., например, [25] и цитирование там), величина относительной распространенности тяжелых ядер сильнее зависит от ядерных данных, чем от массы нейтронных звезд в двойной системе [27]. В первую очередь результат сильно зависит от используемых прогнозов ядерных масс, определяющих не только границы области быстрого нуклеосинтеза, но и скорости реакций и периода бета-распада ($T_{1/2}$). Зависимость распространенности Y_A от массовых моделей и скоростей реакций известна и обсуждалась неоднократно (см., например, [29, 30] и цитирование там).

Нуклеосинтез в r-процессе идет в условиях высокой плотности нейтронов ($N_n > 10^{24}$ см$^{-3}$) в основном с образованием не изученных экспериментально нейтроноизбыточных ядер и при температурах $T_9 < 2$ ГК. В таких условиях скорости реакций с заряженными частицами очень сильно замедляются, что и определяет место нуклеосинтеза на карте ядер — вблизи границы нейтронной стабильности, в области ядер с энергиями связи нейтрона $S_n \leqslant 2$ МэВ. Поэтому скорости бета-распада, рассчитываемые теоретически, сильно модельно зависимы и также сильно влияют на распространенность образующихся тяжелых ядер. А для сильного r-процесса, в котором волна нуклеосинтеза доходит до области трансурановых ядер, становятся важными и прогнозируемые характеристики делящихся ядер, в первую очередь, массовое распределение продуктов деления.

Вопрос о распределении продуктов деления в r-процессе стал актуальным после понимания важности деления для моделирования основного r-процесса [31, 32]. В сильном r-процессе, характерном для слияния нейтронных звезд, устанавливается квазиравновесный ток ядер, обеспечиваемый 100% делением ядер в области актинидов и вовлечением продуктов деления опять в r-процесс в качестве новых зародышевых ядер. При этом распределение зародышевых ядер сильно зависит от модели деления, оказывая влияние на формирование количества ядер в первую очередь в области второго пика. Однако существующие модели массового распределения продуктов деления (см., например, [29]) были созданы и фитированы для описания экспериментально изученных распределений. Но прогнозирование МРПД для экзотических тяжелых ядер, не изученных экспериментально, требует или построения новых моделей, или экстраполяции существующих далеко в неизученную область. Поэтому разные модели дают для короткоживущих нейтроноизбыточных ядер сильно различающиеся прогнозы массового распределения продуктов деления, в частности, по симметрии распределения, количеству мгновенных нейтронов деления и ширин распределения. Одна из простых моделей распределения продуктов деления [33], применяющаяся в расчетах r-процесса, к сожалению, не учитывает нейтроны деления. Поэтому была создана простая бинарная модель [31], предполагающая преимущественное формирование одного из осколков с массой $A \sim 130$ [34] и учитывающая нейтроны деления. Модифицированная позднее, эта модель массового распределения продуктов деления FFDn (Fission Fragments Distribution, with Neutrons) [35] учитывает нейтроны деления, основываясь на ядерной систематике. Проведенные с ее помощью расчеты r-процесса [32, 36] показали хорошее согласие теоретической распространенности тяжелых элементов с наблюдениями при развитии основного r-процесса. В последние годы разрабатывались еще две модели: GEF [37], развиваемая Шмидтом с сотрудниками на смену более ранней модели ABLA [38] и основанная на методе Монте-Карло, и модель SPY [39], основанная на модификации известной модели Уилкинса [40]. Они использовались ограниченным числом авторов, а сравнение характера их влияния на распространенность тяжелых ядер [25, 28, 41] показало, что характер зависимости распространенности тяжелых ядер от модели МРПД изучен недостаточно. Использование этих моделей МРПД в расчетах r-процесса показало ряд их недостатков. Так, при применении моделей GEF и SPY в расчетах нуклеосинтеза [42] второй пик описывается не очень хорошо, возможно, из-за недостаточного учета мгновенных нейтронов деления, наличие которых уменьшает массу продуктов деления и улучшает согласие в теоретическом описании второго пика и наблюдений. В [43] был рассмотрен вклад МРПД в распространенность тяжелых ядер, полученных при разной длительности нуклеосинтеза, соответствующей разным сценариям, однако влияние распределения вторичных зародышевых ядер, зависящее от модели массового распределения продуктов деления, подробно не изучалось.

В настоящей работе влияние параметров имеющихся моделей МРПД на кривую распространенности тяжелых ядер, формирующуюся в r-процессе с сильным влиянием процессов деления, будет рассмотрено, в основном, на основе двух наиболее часто используемых моделей [35, 33] и одном основном сценарии [44].

В разд. 2 будут рассмотрены различные модели массового распределения продуктов деления МРПД. В разд. 3 для изучения зависимости конечной распространенности тяжелых ядер от модели МРПД будут проанализированы распространенности тяжелых ядер, полученные в r-процессе в сценарии слияния нейтронных звезд.

2. МАССОВОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДУКТОВ ДЕЛЕНИЯ

До конца 20 в. деление в r-процессе практически либо не учитывалось, либо его учет чаще всего был формальным и схематичным. После того, как появились первые модели сценариев слияния нейтронных звезд, в которых условия для r-процесса поддерживаются в течение сотен миллисекунд и дольше, возможным становится протекание основного r-процесса и зацикливание (fission cycling) процесса нуклеосинтеза. Для таких расчетов потребовались новые ядерные данные, в том числе и для актинидов и трансактинидов, включая скорости разных типов деления и массовые распределения продуктов деления для делящихся экзотических ядер. Прогнозирование массового распределения продуктов деления экзотических ядер-участников r-процесса стало более актуальным, когда в них возникла реальная необходимость — после развития моделей слияния нейтронных звезд. Появились модели массового распределения, различающиеся различными подходами [33, 35, 37–39, 45] и отличающиеся достаточно сильно по типу деления (симметричное или асимметричное), по множественности нейтронов деления и другим параметрам.

Как было показано недавно [28], разные массовые распределения ПД приводят к достаточно сильным различиям в распространенности тяжелых элементов. Использование разных моделей МРПД меняет теоретическую распространенность тяжелых ядер, образующихся в основном r-процессе в области ядер с $140 < A < 160$ и форму пиков, особенно $A_3 \sim 196$. Наиболее велико различие расчетов Y_A с использованием в расчетах прогнозов ядерных масс на основе капельной модели конечного радиуса действия (FRDM) [46]. При использовании прогнозов масс и барьеров деления на основе обобщенной модели с поправкой Струтинского (ETFSI) [47, 48] или модели Хартри–Фока [49] расхождения в области между пиками

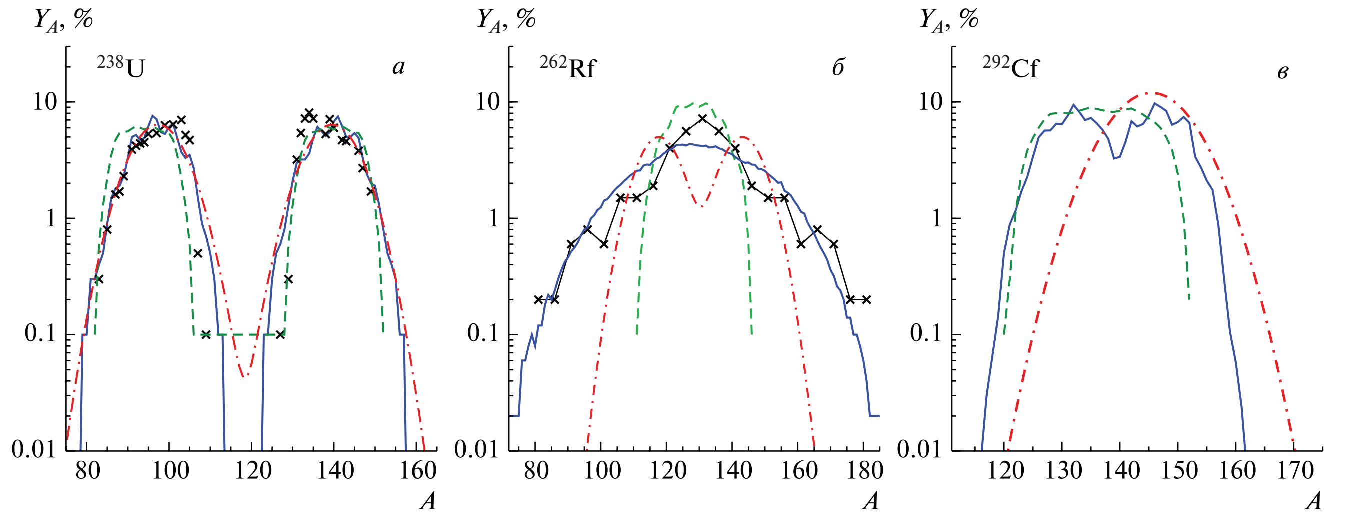

Рис. 1. Сравнение модельных массовых распределений продуктов деления для изотопов ^{238}U, ^{262}Rf, ^{292}Cf с разным избытком нейтронов (кривые) с экспериментом [50, 51] (крестики). Кривые: сплошная — ABLA-модель [38]; штрихпунктирная — модель Кодама—Такахаши [33]; штриховая — базовый вариант (№ 12) модели FFDn [35].

несколько уменьшаются, не сказываясь на форме теоретических выходов в области второго и третьего пиков распространенности тяжелых элементов.

Рассмотренные варианты (см. табл. 1) модели массового распределения продуктов деления FFDn [35] различались полушириной, формой распределения и различным учетом количества нейтронов деления или их отсутствием: 1) модель [35] со степенной зависимостью выхода осколков от массы, числом мгновенных нейтронов деления ν_n, достигающим 20 для делящихся ядер вблизи границы нейтронной стабильности (вариант № 12), рассматриваемого в дальнейшем как базовый; для сравнения с другими моделями был рассмотрен вариант 11 с ограниченным числом нейтронов деления; 2) то же, но с удвоенной шириной распределения [29] (вариант 14); 3) то же, что и в 1), но с гауссовым распределением осколков по массе (вариант 22) с модельным или ограниченным (вариант 21) числом мгновенных нейтронов деления; 4) параметризация модели FFDn, дающая распределение KT-M, близкое к распределению Кодама—Такахаши [33] при ограничении числа мгновенных нейтронов деления (вариант 31), и отличающееся от него при определении числа мгновенных нейтронов деления согласно модели FFDn (вариант 32).

На рис. 1 показаны МРПД для нескольких вариантов моделей [33, 35, 38], неплохо описывающих экспериментально изученные ядра, но различающиеся для экзотических ядер по форме кривой МРПД, реализуя симметричное или асимметричное деление для разных групп ядер. По-разному приведенные на рисунке модели описывают и наличие мгновенных нейтронов деления — от отсутствия [33] до увеличения их количества с увеличением избытка нейтронов при приближении к границе нейтронной стабильности [35, 38]. Подчеркнем, что две модели массового распределения продуктов деления, учитывающие мгновенные нейтроны деления, — феноменологическая модель FFDn [35] в параметризации как в работе [29], так и ABLA-модель [38] (см. рис. 1), приводят к близким значениям Y_A (см. также и рисунок в [29]). Они сходным образом описывают МРПД для большого числа изотопов, но их применение к расчетам r-процесса приводит к недооценке выходов тяжелых элементов между вторым и редкоземельным пиками [28]. Зато третий пик описывается отлично. Расчеты МРПД по ABLA-модели до настоящего времени не опубликованы. Фактически дальнейшим развитием ABLA-модели стала полуэмпирическая модель GEF [37].

Напомним характерные особенности модели

Таблица 1. Номера вариантов массового распределения продуктов деления (МРПД) в зависимости от полуширины, наличия мгновенных нейтронов деления и типа функции распределения

Модель	Параметры		
	$\Delta\Gamma \sim \Gamma_0$	$\Delta\Gamma \sim \Gamma_0$	$\Delta\Gamma \sim 2\Gamma_0$
	$\nu_n < 20$	$\nu_n < 4$	$\nu_n < 20$
FFDn, степенная функция	12	11	14
FFDn, нормальное распределение	22	21	
KT-M	32	31	

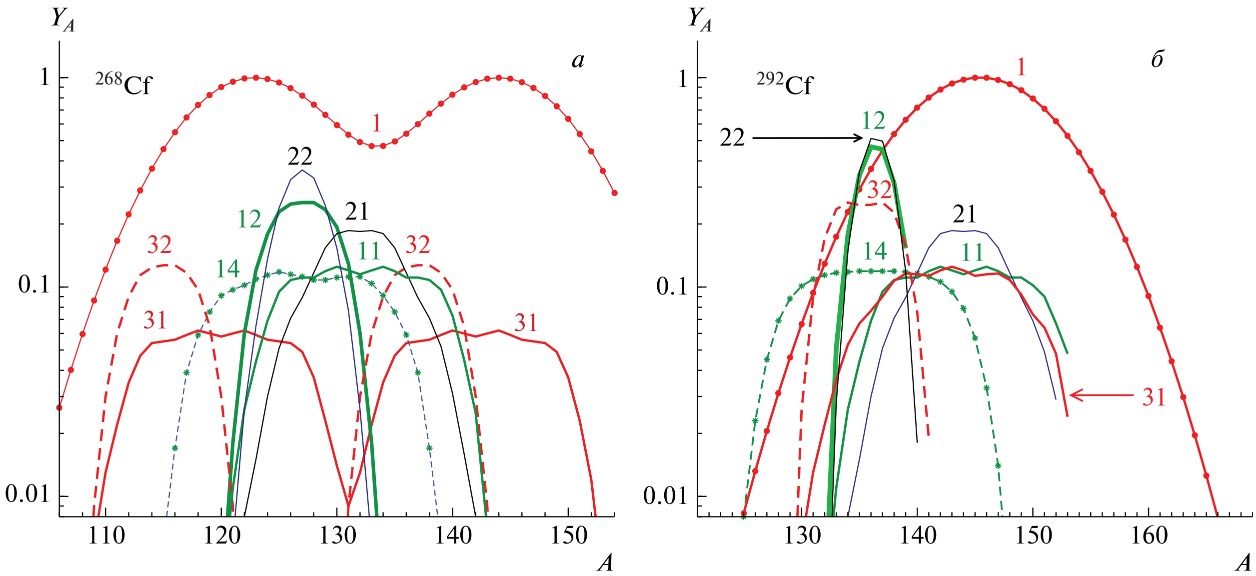

Рис. 2. Массовое распределение продуктов деления (МРПД) для ^{268}Cf (*а*) и ^{292}Cf (*б*), согласно моделям: FFDn со степенной функцией и $\nu_n < 20$ (вариант 12) и $\nu_n < 5$ (вариант 11); KT-M с учетом нейтронов деления (вариант 32) и с ограничением по количеству нейтронов деления $\nu_n < 4$ (вариант 31); FFDn, но с параметризацией из работы [29] (вариант 14); FFDn, использующей нормальное распределение с учетом мгновенных нейтронов (вариант 22) и с ограничением на число нейтронов деления $\nu_n < 4$ (вариант 21). Приведено оригинальное распределение Кодама–Такахаши [33] — кривая *1* (с точками), произвольно нормировано. Обозначения кривых — номер варианта.

FFDn, подробно описанные ранее [35]: 1) Переход от асимметричного деления к симметричному (при $A > 260$); 2) Число нейтронов деления определялось на основе известных экспериментальных данных, и число нейтронов деления увеличивается линейно с ростом $(N - Z)$ и A; 3) Распределение по Z не вводилось, заряд продуктов деления определялся как в [31, 35] согласно модели [34]. Для выявления влияния каждого из параметров модели на форму и положение пиков на кривой распространенности тяжелых элементов для двух моделей были рассмотрены различные варианты массового распределения FFDn с разной полушириной и разным максимальным числом мгновенных нейтронов деления с сохранением систематики (см. рис. 2). К сравнению была добавлена модель KT-M, аналог известной модели KT [33], дополненной учетом эмиссии нейтронов деления ν_n, величина которой рассматривалась нами как параметр, а максимальное значение числа мгновенных нейтронов ν_n изменялось от 4 до 20.

На рис. 2 для ^{292}Cf и ^{268}Cf приведены МРПД [33, 35] с разной параметризацией, различающиеся полушириной распределения и разным предельным числом мгновенных нейтронов деления. Значения параметров моделей представлены в табл. 1.

Из рисунка видно, что для сильно нейтроноизбыточных ядер искусственное уменьшение числа мгновенных нейтронов деления приводит к сдвигу пиков на кривых распределения ПД в область бóльших значений массового числа A для обеих рассмотренных моделей.

3. РАСЧЕТ РАСПРОСТРАНЕННОСТИ ТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

Чтобы исключить влияние сценария, мы рассмотрели r-процесс только в одном сценарии слияния нейтронных звезд, используя для расчета нуклеосинтеза код SYNTHeR [52] и исходные расчеты эволюции джетов нейтроноизбыточного вещества, полученных в известном сценарии СНЗ [44]. Чтобы исследовать влияние модели МРПД и их параметризации, в расчетах Y_A были использованы две разные модели [33, 35] с разной параметризацией (см. описание вариантов в табл. 1).

В расчетах основного r-процесса, рассматриваемого в настоящей работе, для масс и барьеров деления мы использовали прогнозы обобщенной модели Томаса–Ферми с поправкой Струтинского (ETFSI-Q) [47, 48], общепринятые скорости реакций [29, 53] и учитывали три моды деления: спонтанное, запаздывающее и вынужденное [52, 54]. Мы также учитывали эмиссию нейтронов как при бета-распаде, так и в результате деления (см. обсуждения влияния запаздывающих процессов в [55]).

Результаты расчетов — зависимость распространенности тяжелых элементов от используемой модели массового распределения продуктов деления — приведены на рис. 3. В процессе деления

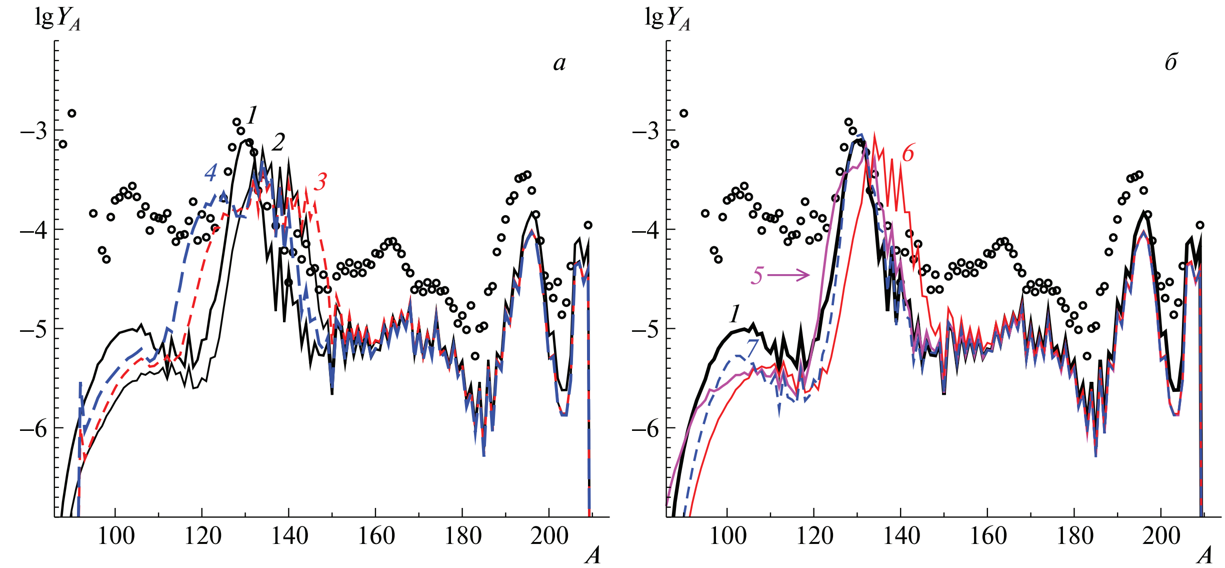

Рис. 3. Зависимость распространенности тяжелых элементов от используемой модели массового распределения продуктов деления. Кривые: *1* — вариант модели МРПД № 12 (см. табл. 1 и рис. 2), число нейтронов пропорционально заряду и атомному числу: $\nu_n \sim (A - Z) < 20$; *2* — вариант 11 [29], как № 12, но $\nu_n < 4$; *3* — модель КТ-М, вариант 31, $\nu_n < 4$; *4* — модель КТ-М, вариант 32, но $\nu_n < 20$; *5* — модель FFDn, вариант 14, в отличие от № 12 ширина резонансов увеличена вдвое; *6* — модель FFDn, вариант 21, в отличие от варианта 12 использующая нормальное распределение и $\nu_n < 4$; *7* — как кривая *6*, но $\nu_n < 20$.

синтезированных в r-процессе актинидов и трансактинидов образуются ядра-продукты деления с массовым числом $100 < A < 160$, структура распределения которых будет рассмотрена ниже. Поэтому наиболее сильно различные прогнозы МРПД влияют на распространенность тяжелых элементов в области кадмиевого и редкоземельного пиков. Хорошо видно, что наиболее сильно массовая структура распределения ядер-продуктов деления влияет на Y_A в области второго пика, который даже раздваивается в случае применения модели, преимущественно приводящей к асимметричному делению, КТ-М (кривые *3* и *4*). Заниженное число мгновенных нейтронов деления приводит к смещению второго пика в сторону от наблюдаемого пика (кривые *2*, *6*).

Изменение полуширины МРПД вдвое (сравним варианты 12 и 24; 32 и 34) не приводит к заметному изменению расчетных кривых Y_A. А учет множественности нейтронов по схеме модели FFDn приводит к лучшему описанию кадмиевого пика для любой модели МРПД [33, 35].

На рис. 4 приведено сравнение базового варианта МРПД по модели FFDn (№ 12) с другими вариантами, для которых скорости бета-распада были скорректированы согласно систематике, обсужденной ранее [35]. Такая коррекция приводит как к улучшению согласия наблюдений и расчетов, так и уменьшению влияния параметров моделей МРПД на формирование кадмиевого пика, сохранив тем не менее сильную зависимость от модели в области второго пика.

Результаты проведенных расчетов распространенности химических элементов (рис. 3, 4), образованных в r-процессе, подтвердили сильную зависимость величины Y_A от модели массового распределения продуктов деления, обсуждавшуюся нами ранее для другого сценария [28]. В рассмотренном в настоящей работе сценарии зависимость от модели оказалась сильнее, чем от параметров модели. Так, двукратное изменение ширин максимумов на кривой МРПД приводило лишь к незначительному изменению распространенности ядер, в основном с $A \sim 130$, и на рисунках не приводилось. Максимальное расхождение распространенности тяжелых ядер, полученное по разным моделям, достигалось в области $100 < A < 150$, а не в области 140–169 [28] и прямо согласуется как с распределением ПД согласно рассмотренным моделям (рис. 2), так и с формированием вторичных зародышевых ядер (рис. 5).

На рис. 5 показана структура МРПД для базового варианта (№ 12), полученная интегрально как сумма выходов продуктов деления за весь период протекания нуклеосинтеза (рис. 5*а*). Кривые *3* и *4* показывают роль мгновенных нейтронов деления для распределения КТ-М. Видно, что это распределение в основном асимметрично и дает два осколка разной массы, симметричное же деление составляет малую долю и его роль незначительна. В обоих случаях (с учетом мгновенных нейтронов

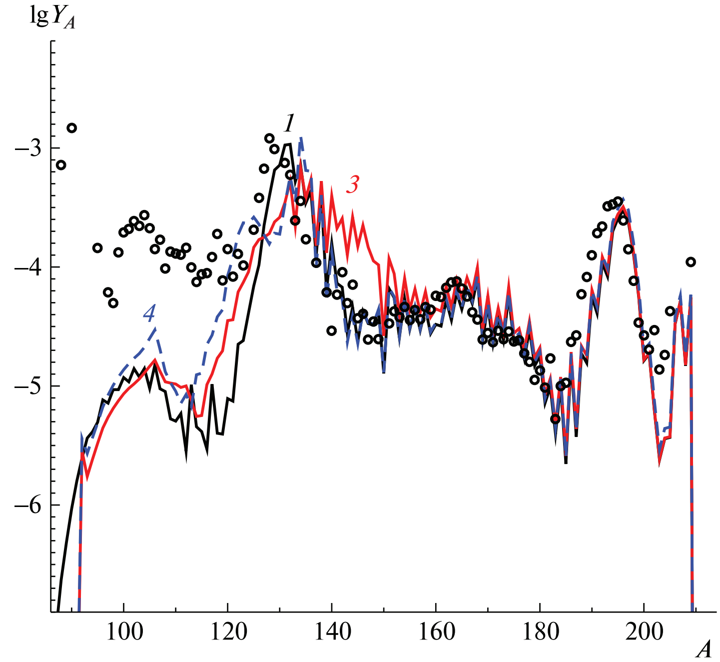

Рис. 4. Расчеты Y_A в той же модели FFDn, как и на рис. 3, но с поправкой скоростей бета-распада [35]. Обозначения кривых *1*, *3*, *4* — как и на рис. 3.

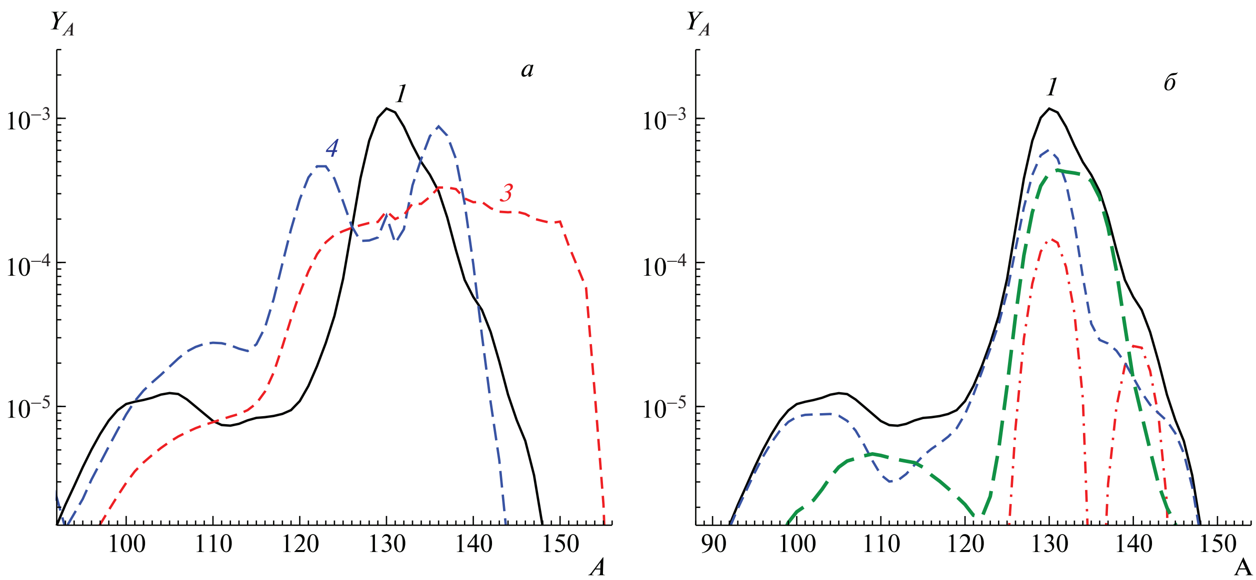

Рис. 5. *а* — Распределение вторичных зародышевых ядер Y_A в зависимости от модели (обозначения кривых *1*, *3*, *4* — как и на рис. 3), *б* — вклад в итоговую кривую продуктов деления Y_A для модели FFDn (сплошная кривая *1*), запаздывающего деления (штриховая кривая), вынужденного деления (штриховая с длинным штрихом) и спонтанного деления (штрихпунктирная).

деления и без) модель KT-M не позволяет добиться хорошего согласия с наблюдениями для ядер, формирующих пик A_2. Напротив, модель [35] приводит в основном к симметричному делению, поскольку деление происходит преимущественно в области трансурановых элементов с $A > 260$ и за счет вынужденного деления. На рис. 5*б* для базового варианта показан вклад различных мод деления, подробно рассмотренных нами ранее [52, 54].

В последние годы появились работы как экспериментальные [56, 57], так и теоретические [58, 59], указывающие на достаточно большую массу осколка при тройном делении — сравнимую с массой осколков при бинарном делении. При

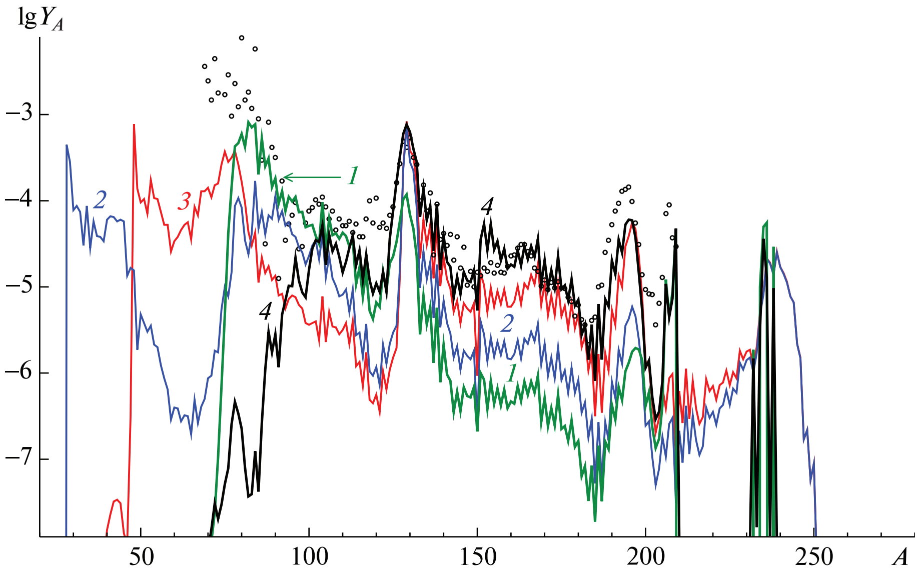

Рис. 6. Влияние тройного деления на образование в r-процессе тяжелых ядер в сценарии слияния нейтронных звезд одинаковой массы. Кривые: *1* — тройное деление, $A_1 = A_2 = A_3$; *2* — тройное деление, $A_1 = A_2$; $A_3 = 48$; *3* — тройное деление, $A_1 = A_2$; $A_3 = 28$; *4* — включено только бинарное деление, базовая модель FFDn, вариант № 12.

тройном или истинно тройном делении (деление на три осколка примерно равной массы) [60] образуются продукты деления с атомным номером A меньше 130 [29, 61, 62], что при большой вероятности тройного деления может заметно изменить распространенность тяжелых элементов, образующихся в r-процессе. Деление на три или четыре осколка наблюдается экспериментально с 1947 г. [63]. Опираясь на теоретические оценки возможности деления на n осколков (тройное деление при $n = 3$) [64], тройное деление становится более энергетически выгодным при значении параметра делимости $Z^2/A > 0.61$ [65] (что характерно для сильно нейтроноизбыточных трансурановых ядер). Эксперименты с тяжелыми ионами [61] показали, что вероятность тройного деления может быть того же порядка, что и бинарного, а массы осколков деления при этом могут быть близки. Известные результаты экспериментов [62, 63] и теоретические оценки [59] дают основание полагать, что при делении сильно нейтроноизбыточных ядер (когда энергия бета-распада велика ($Q_\beta \sim 12$–15 МэВ) и становится сравнима с оболочечными поправками) вероятность тройного деления может значительно увеличиться.

Хотя вероятность тройного деления для экспериментально изученных ядер на порядки меньше, чем бинарного [61, 62], но для ядер с $A > 260$ вблизи границы нейтронной стабильности деление на три фрагмента энергетически возможно и может происходить [66], а вероятность тройного деления может быть сравнима с вероятностью бинарного и может давать существенный вклад в Y_A. Поэтому в наших расчетах r-процесса мы рассмотрели присутствие тройного деления [67] с массами осколков, близкими к экспериментально наблюдаемым [56, 57] и теоретически рассмотренным [59, 60]. На рис. 6 показано влияние тройного деления на образование в r-процессе тяжелых ядер в сценарии слияния нейтронных звезд одинаковой массы при разных массах третьего осколка: 1) истинно тройное деление (кривая *1* на рис. 6) и другие варианты тройного деления, когда: 2) $A_3 = 48$, $A_2 = A_1$ (кривая *2*); 3) $A_3 = 28$, $A_2 = A_1$ (кривая *3*). Видно, что при сравнимом с бинарным выходом третьего осколка, итоговая кривая распространенности может хорошо объяснить наблюдаемое количество тяжелых элементов в области от пика $A \sim 80$ до пика $A \sim 196$, без привлечения дополнительных сценариев.

Настоящие [62, 63] и планируемые эксперименты, также как и предсказания теории [64], должны прояснить этот вопрос и, если вероятность тройного деления таких ядер будет порядка вероятности бинарного деления, учет их в расчетах r-процесса может значительно улучшить согласие теоретических прогнозов распространенности тяжелых ядер с наблюдениями, особенно в области ядер с $A < 130$. Но даже без учета вклада тройного деления при делении сильно нейтроноизбыточных актинидов можно сказать, что влияние модели массового распределения продуктов бинарного деления на образование элементов в r-процессе велико [63] и модели с симметричным делением ядер с массой $A > 260$ [29] описывают распространенность r-элементов лучше, чем другие модели, типа модели КТ-М. Некоторое различие в прогнозируемых распространенностях Y_A, полученное в [28] при использовании прогнозов по разным моделям МРПД, отличается от полученных в настоящей работе скорее всего из-за различных сценариев, разных алгоритмов в кодах нуклеосинтеза и разных модификациях баз ядерных данных.

4. ОБСУЖДЕНИЕ

Прежде чем подвести итоги исследования влияния феноменологических моделей на результаты образования тяжелых ядер, необходимо упомянуть о результатах изучения влияния на распространенность тяжелых элементов других моделей массового распределения [37, 39], рассмотренных в работе [41], а также некорректный анализ FFDn-модели, проведенный там. Для прояснения вопроса отметим следующее: 1) начиная со схемы, предложенной нами [31], мы подчеркивали, что феноменологические модели используются тогда, когда отсутствуют или несовершенны модели, последовательно учитывающие физику процессов. Самый простой пример — модели бета-распада, когда до наших дней для расчетов периодов полураспада сильно нейтроноизбыточных ядер используются простейшие феноменологические модели наряду с микроскопическими; 2) критика нашей модели в части определения множественности нейтронов при делении некорректна и необоснованна. Минимальное количество свободных нейтронов на одно деление ν_n в нашей модели равно 2 и может достигать 20 для некоторых изотопов на границе нейтронной стабильности. В среднем для трансурановых ядер в области r-процесса согласно нашей модели $\nu_n = 10{-}12$ и мало отличается от значений, приводимых в работе [41] (см. ν_n на рис. 11 для полуэмпирической модели GEF [37] и модели SPY [39], согласно которым $\nu_n > 9$ для большого числа изотопов с $Z > 95$); 3) сравнение распространенности тяжелых элементов было проведено для моделей GEF [37] и SPY [39] для двух значений множественности мгновенных нейтронов деления $\nu_n = 0$ и 20. Результат расчета с максимальным значением $\nu_n = 20$ ассоциировался с результатами по нашей [35] модели, что неверно (см., в частности, пункт 2); 4) смещение и сужение пика A_3 (см. рис. 22 из [43]) вызвано не изменением множественности нейтронов (множественность нейтронов может влиять на второй пик или на пик редкоземельных элементов), а скорее изменением скорости нуклеосинтеза, вызванного образованием других ядер-продуктов деления с иными скоростями бета-распада и радиационного захвата нейтронов (см. рис. 3, 4 в работе [68], посвященной этому вопросу); 5) если сравнить величину влияния МРПД на распространенность тяжелых элементов, проделанное нами и группой Горилого [41], можно сказать, что погрешности в распространенности Y_A, возникающие от неточности прогнозирования МРПД, сравнимы с погрешностью определения ядерных масс и барьеров деления. Поэтому усилия в определении массы и заряда продуктов деления, как и множественности нейтронов деления, актуальны и необходимы, как и дальнейшее развитие моделей, в том числе и модели GEF (названной авторами полуэмпирической и частично основанной на моделировании методом Монте-Карло).

В заключение можно сказать, что в рамках одного рассмотренного сценария — слияния нейтронных звезд и рассмотренных моделей массовых распределений продуктов деления [33, 35], различающихся шириной распределения, количеством мгновенных нейтронов деления и различием областей ядер, подверженных симметричному и асимметричному делению, влияние модели массового распределения продуктов деления на образование широкого диапазона ядер значительно, причем смена модели МРПД влияет на распространенность образующихся тяжелых ядер много сильнее, чем изменение параметров в рамках одной модели. Среди рассмотренных моделей модель МРПД [35] со значениями параметров из варианта 12 лучше описывает "наблюдаемую" кривую Y_A по крайней мере по следующим причинам, основанным на увеличении количества нейтронов деления: в связи с тем, что число нейтронов нарастает с ростом массового номера и заряда, а их испарение происходит интенсивнее из более нейтроноизбыточных продуктов деления, уменьшая массовое число; ширины распределения для каждого продукта деления уменьшаются, а сами атомные числа смещаются в сторону меньших атомных масс: в результате масса легкого осколка деления после эмиссии нейтронов почти всегда меньше 130, а атомное число тяжелого осколка хотя и уменьшается, но всегда около 130, поскольку в модели определено, что заряд тяжелого осколка близок к 50 [34]. Еще одно важное обстоятельство, свидетельствующее в пользу моделей МРПД, в которых преобладает симметричное деление, состоит в том, что основной канал деления в r-процессе — это вынужденное деление [32, 35, 36, 52, 54], а, как давно известно [69], МРПД при вынужденном делении существенно отличается от МПРД при спонтанном делении, являясь в основном симметричным. Это объясняется тем, что энергия возбуждения составного ядра сравнима или много больше энергии связи нейтрона. Что, собственно, и заложено в модель [35], в которой актиниды с $A > 260$ делятся симметрично.

Разные модели при больших экстраполяциях вплоть до границы нейтронной стабильности в области актинидов могут иметь большие расхождения, которые могут быть устранены еще не скоро, поскольку проведение экспериментов для сильно нейтроноизбыточных ядер — сложная и дорогостоящая задача, а физика деления остается пока модельно-зависимой. Альтернативой существующим феноменологическим моделям может быть модель с увеличением доли тройного деления и массы третьего осколка, на что указывают как экспериментальные [56, 57], так и теоретические [58, 59] работы.

Автор благодарен Ф.-К. Тилеманну и М. Эйхлеру за плодотворные обсуждения физических процессов, влияющих на формирование пиков на кривой распространенности тяжелых ядер, и И. Корнееву за помощь в расчете распределения вторичных зародышевых ядер. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 18-29-021019-мк.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. A. Alpher, H. Bethe, and G. Gamov, Phys. Rev. **73**, 803 (1948).
2. E. M. Burbridge, G. R. Burbridge, W. A. Fowler, and F. Hoyle, Rev. Mod. Phys. **29**, 547 (1957).
3. A. G. W. Cameron, PASP **69**, 201 (1957).
4. P. A. Seeger, W. A. Fowler, and D. D. Clayton, Astrophys. J. Suppl. **11**, 121 (1965).
5. C. Sneden, J. J. Cowan, I. I. Ivans, G. M. Fuller, S. Burles, T. C. Beers, and J. E. Lawler, Astrophys. J. Lett. **533**, L139 (2000).
6. L. Hüdepohl, B. Müller, H.-T. Janka, A. Marek, and G. G. Raffelt, Phys. Rev. Lett. **104**, 251101 (2010).
7. С. И. Блинников, И. Д. Новиков, Т. В. Переводчикова, А. Г. Полнарев, Письма в Астрон. журн. **10**, 422 (1984) [Sov. Astron. Lett. **10**, 177 (1984)].
8. F.-K. Thielemann, M. Eichler, I. V. Panov, and B. Wehmeyer, Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. **67**, 253 (2017).
9. N. R. Tanvir, A. J. Levan, C. González-Fernández, O. Korobkin, I. Mandel, S. Rosswog, J. Hjorth, P. D'Avanzo, A. S. Fruchter, C. L. Fryer, T. Kangas, B. Milvang-Jensen, S. Rosetti, D. Steeghs, R. T. Wollaeger, Z. Cano, *et al.*, Astrophys. J. Lett. **848**, L27 (2017).
10. D. Watson, C. J. Hansen, J. Selsing, A. Koch, D. B. Malesani, A. C. Andersen, J. P. U. Fynbo, A. Arcones, A. Bauswein, S. Covino, A. Grado, K. E. Heintz, L. Hunt, C. Kouveliotou, G. Leloudas, A. J. Levan, *et al.*, Nature **574**, 497 (2019).
11. J. J. Cowan and F.-K. Thielemann, Phys. Today **57**, 47 (2004).
12. C. Sneden, J. E. Lawler, J. J. Cowan, I. I. Ivans, and E. A. Den Hartog, Astrophys. J. Suppl. **182**, 80 (2009).
13. C. Sneden, J. J. Cowan, and R. Gallino, Annu. Rev. Astron. Astrophys. **46**, 241 (2008).
14. J. J. Cowan, C. Sneden, J. E. Lawler, A. Aprahamian, M. Wiescher, K. Langanke, G. Martínez-Pinedo, and F.-K. Thielemann, Rev. Mod. Phys. **93**, 015002 (2021).
15. S. Honda, W. Aoki, Y. Ishimaru, and S. Wanajo, Astrophys. J. **666**, 1189 (2007).
16. I. U. Roederer, Astron. J. **145**, 26 (2013).
17. G. Martínez-Pinedo, T. Fischer, A. Lohs, and L. Huther, Phys. Rev. Lett. **109**, 251104 (2012).
18. G. S. Bisnovatyi-Kogan, Astron. Zh. **47**, 813 (1970).
19. A. Burrows, L. Dessart, E. Livne, C. D. Ott, and J. Murphy, Astrophys. J. **664**, 416 (2007).
20. S. Nishimura, K. Kotake, M.-A. Hashimoto, S. Yamada, N. Nishimura, S. Fujimoto, and K. Sato, Astrophys. J. **642**, 410 (2006).
21. C. Winteler, R. Käppeli, A. Perego, A. Arcones, N. Vasset, N. Nishimura, M. Liebendörfer, and F.-K. Thielemann, Astrophys. J. Lett. **750**, L22 (2012).
22. И. В. Панов, А. В. Юдин, Письма в Астрон. журн. **46**, 552 (2020) [Astron. Lett. **46**, 518 (2020)].
23. С. И. Блинников, Д. К. Надёжин, Н. И. Крамарев, А. В. Юдин, Астрон. журн. (2021) (принята к печати).
24. S. Rosswog, M. Liebendörfer, F.-K. Thielemann, M. B. Davies, W. Benz, and T. Piran, Astron. Astrophys. **341**, 499 (1999).
25. O. Korobkin, S. Rosswog, A. Arcones, and C. Winteler, MNRAS **426**, 1940 (2012).
26. A. Bauswein, S. Goriely, and H.-T. Janka, Astrophys. J. **773**, 78 (2013).
27. S. Rosswog, O. Korobkin, A. Arcones, F.-K. Thielemann, and T. Piran, MNRAS **439**, 744 (2014).
28. M. Eichler, A. Arcones, A. Kelic, O. Korobkin, K. Langanke, T. Martinez-Pinedo, I. Panov, T. Rauscher, S. Rosswog, C. Winteler, N. T. Zinner, and F.-K. Thielemann, Astrophys. J. **808**, 30 (2015).
29. I. V. Panov, I. Yu. Korneev, T. Rauscher, G. Martinez-Pinedo, A. Kelic-Heil, N. T. Zinner, and F.-K. Thielemann, Astron. Astrophys. **513**, A61 (2010).
30. I. V. Panov, Phys. At. Nucl. **79**, 159 (2016).
31. I. V. Panov, C. Freiburghaus, and F.-K. Thielemann, Nucl. Phys. A **688**, 587 (2001).
32. I. V. Panov and F.-K. Thielemann, Nucl. Phys. A **718**, 647 (2003).
33. T. Kodama and K. Takahashi, Nucl. Phys. A **239**, 489 (1975).
34. M. G. Itkis, V. N. Okolovich, and G. N. Smirenkin, Nucl. Phys. A **502**, 243c (1989).
35. И. В. Панов, И. Ю. Корнеев, Ф.-К. Тилеманн, Письма в Астрон. журн. **34**, 213 (2008) [Astron. Lett. **34**, 189 (2008)].
36. И. В. Панов, Ф.-К. Тилеманн, Письма в Астрон. журн. **30**, 711 (2004) [Astron. Lett. **30**, 647 (2004)].
37. K.-H. Schmidt and B. Jurado, Phys. Proc. **31**, 147 (2012).
38. A. Kelic, N. Zinner, E. Kolbe, K. Langanke, and K.-H. Schmidt, Phys. Lett. B **616**, 48 (2005).
39. S. Panebianco, J.-L. Sida, H. Goutte, J.-F. Lemâtre, N. Dubray, and S. Hilaire, Phys. Rev. C **86**, 064601 (2012).
40. B. D. Wilkins, E. P. Steinberg, and R. R. Chasman, Phys. Rev. C **14**, 1832 (1976).

41. S. Goriely, Eur. Phys. J. A **51**, 22 (2015).
42. S. Goriely, J.-L. Sida, J.-F. Lemaître, S. Panebianco, N. Dubray, S. Hilaire, A. Bauswein, and H.-T. Janka, Phys. Rev. Lett. **111**, 242502 (2013).
43. S. Shibagaki, T. Kajino, G. J. Mathews, S. Chiba, S. Nishimura, and G. Lorusso, arXiv: 1505.02257 [astro-ph.SR].
44. C. Freiburghaus, S. Rosswog, and F.-K. Thielemann, Astrophys. J. **525**, L121 (1999).
45. S. Tatsuda, K. Yamamoto, T. Asano, M. Ohta, T. Wada, H. Chiba, H. Koura, T. Maruyama, T. Tachibana, K. Kajino, K. Sumiyoshi, and K. Otsuki, AIP Conf. Proc. **1016**, 469 (2008).
46. P. Möller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, At. Data Nucl. Data Tables **59**, 185 (1995).
47. Y. Aboussir, J. M. Pearson, A. K. Dutta, and F. Tondeur, At. Data Nucl. Data Tables **61**, 127 (1995).
48. J. M. Pearson, R. C. Nayak, and S. Goriely, Phys. Lett. B **387**, 455 (1996).
49. S. Goriely, S. Hilaire, and A. J. Koning, Astron. Astrophys. **487**, 767 (2008).
50. S. Nagy, K. F. Flynn, J. E. Gindler, J. W. Meadows, and L. E. Glendenin, Phys. Rev. C **17**, 163 (1978).
51. M. R. Lane, K. E. Gregorich, D. M. Lee, M. F. Mohar, M. Hsu, C. D. Kacher, B. Kadkhodayan, M. P. Neu, N. J. Stoyer, E. R. Sylwester, J. C. Yang, and D. C. Hoffman, Phys. Rev. C **53**, 2893 (1996).
52. И. Ю. Корнеев, И. В. Панов, Письма в Астрон. журн. **37**, 930 (2011) [Astron. Lett. **37**, 864 (2011)].
53. P. Möller, B. Pfeiffer, and K.-L. Kratz, Phys. Rev. C **67**, 055802 (2003).
54. И. В. Панов, И. Ю. Корнеев, Г. Мартинец-Пинедо, Ф.-К. Тилеманн, Письма в Астрон. журн. **39**, 173 (2013) [Astron. Lett. **39**, 150 (2013)].
55. M. R. Mumpower, G. C. McLaughlin, and R. Surman, Phys. Rev. C **86**, 035803 (2012).
56. Yu. V. Pyatkov, D. V. Kamanin, A. A. Alexandrov, I. A. Alexandrova, Z. I. Goryainova, V. Malaza, N. Mkaza, E. A. Kuznetsova, A. O. Strekalovsky, O. V. Strekalovsky, and V. E. Zhuchko, Phys. Rev. C **96**, 064606 (2017).
57. Yu. V. Pyatkov, D. V. Kamanin, J. E. Lavrova, N. Mkaza, V. Malaza, and A. O. Strekalovsky, J. Phys.: Conf. Ser. **863**, 012046 (2017).
58. A. V. Karpov, Phys. Rev. C **94**, 064615 (2016).
59. A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, and W. Greiner, EPJ Web Conf. **17**, 10002 (2011).
60. Tsien San-Tsiang, Ho Zan-Wei, R. Chastel, and L. Vigneron, Phys. Rev. **71**, 382 (1947).
61. V. P. Perelygin, N. H. Shadieva, S. P. Tretiakova, A. H. Boos, and R. Brandt, Nucl. Phys. A **127**, 577 (1969).
62. I. Tsekhanovich, Z. Büyükmumcu, M. Davi, H. O. Denschlag, F. Gönnenwein, and S. F. Boulyga, Phys. Rev. C **67**, 034610 (2003).
63. H. Diehl and W. Greiner, Nucl. Phys. A **229**, 29 (1974).
64. W. J. Swiatecki, Phys. Rev. **101**, 651; **104**, 993 (1956).
65. Л. Уилетс, *Теория ядерного деления* (Атомиздат, Москва, 1967), с. 111.
66. I. V. Panov, E. Kolbe, B. Pfeiffer, T. Rauscher, K.-L. Kratz, and F.-K. Thielemann, Nucl. Phys. A **747**, 633 (2005).
67. I. V. Panov and I. Yu. Korneev, in *Proceedings of the International Symposium on Exotic Nuclei (EXON-2018)*, Ed. by Yu. E. Penionzhkevich and Yu. E. Sobolev (World Sci., Singapore, 2020), p. 318.
68. И. В. Панов, Ю. С. Лютостанский, ЯФ **83**, 349 (2020) [Phys. At. Nucl. **83**, 613 (2020)].
69. R. Vandenbosch and J. R. Huizenga, *Nuclear Fission* (Acad. Press, New York and London, 1973), p. 179.

FISSION FRAGMENTS' DISTRIBUTION AND HEAVY NUCLEI ABUNDANCE, PRODUCED IN THE r-PROCESS

I. V. Panov[1),2)]

[1)] NRC "Kurchatov Institute" — ITEP, Moscow, Russia
[2)] National Research Center "Kurchatov Institute", Moscow, Russia

Some models of fission fragments' distribution utilized in nucleosynthesis calculations of heavy elements were considered. We examined different distributions since Kodama—Takahashi model, with mainly asymmetric fission fragments' distribution not considered fission neutrons till models with almost symmetric distributions with taking into account fission neutrons. For the r-process developing in ejecta from neutron stars merger scenario the influence of fission fragments distribution models and their parameters on the abundances of heavy nuclei and the height and positions of abundance peaks were defined. Also the possible increasing of triple fission contribution in formation of heavy elements in addition to binary fission was evaluated.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 447–457

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ И ПОЛЯ

РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ В МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЯНИИ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТА PRad В JLab

 В. А. Зыкунов[1),2)*]

Поступила в редакцию 03.03.2021 г.; после доработки 29.03.2021 г.; принята к публикации 01.04.2021 г.

С применением нескольких методов устранения инфракрасной расходимости рассчитаны электромагнитные радиационные поправки к низкоэнергетическому мёллеровскому рассеянию в условиях эксперимента PRad в Лаборатории Джефферсона.

DOI: 10.31857/S0044002721050172

1. ВВЕДЕНИЕ

В своей работе [1] К. Мёллер (Chr. Møller) впервые рассчитал в рамках квантовой электродинамики (КЭД) сечение упругого электрон-электронного рассеяния (впоследствии в его честь оно получило название “мёллеровское рассеяние”, МР). С экспериментальной точки зрения МР является очень “чистым” процессом с хорошо выраженной возможностью формирования начальных частиц, детектирования конечных частиц, а также легко подавляемым фоном. По этим причинам МР представляет особый интерес в современной физике: в поляриметрии, прецизионном определении параметров Стандартной модели (СМ), в поисках Новой физики и т. д.

Под мёллеровской поляриметрией понимается экспериментальная реализация изучения процесса мёллеровского рассеяния для точного определения поляризации электронного пучка. Она осуществлялась, например, в экспериментах: SLC, E-143 и E-154 в SLAC, в нескольких экспериментах в JLab и MIT-Bates. При энергиях вышеупомянутых экспериментов для обеспечения требуемой точности достаточно было знать однопетлевые электромагнитные поправки (ЭМП), которые впервые оценены с помощью ковариантного метода [2] в работе [3]. Другой расчет был предпринят в [4, 5], где основное внимание уделено исследованию эффектов зависимости от экспериментальных ограничений на неупругость (или потерянную массу).

Эксперимент E-158 в SLAC [6], в котором изучалось МР поляризованных электронов с энергиями 45–48 ГэВ на неполяризованных электронах водородной мишени, позволил получить с беспрецедентной точностью значение одного из важнейших параметров СМ — синуса угла Вайнберга s_W [7]. Аналогичный эксперимент следующего поколения MOLLER [8] с пучком 11 ГэВ, который планируется осуществить в скором будущем в JLab, позволит измерить наблюдаемую асимметрию на еще более высоком уровне чувствительности 0.73×10^{-9}, что позволит существенно улучшить точность измерения и слабого заряда электрона (до 2.3%), и синуса угла Вайнберга. Обсуждаемые поляризационные явления, изучающиеся на экспериментах типа E-158 и MOLLER, имеют электрослабую природу, что приводит к необходимости изучения электрослабых поправок к МР [9–12].

Электрон-электронная (мёллеровская) мода может быть осуществлена и в работе будущего лептонного коллайдера ILC/CLIC/FCC/CEPC. Как и при более низких энергиях в экспериментах E-158/MOLLER, она может быть интересна как для прецизионных тестов и измерений СМ, так и для поисков Новой физики [13]. Как одна из естественных опций высокоэнергетичных линейных коллайдеров типа ILC в электрон-электронном режиме рассматривается проект фотонного коллайдера, на котором энергия и светимость имеют тот же масштаб, что и у исходных электронных пучков. При столкновении фотонов будут рождаться хиггсовские бозоны и любые новые заряженные частицы. Электрослабые радиационные поправки к МР при коллайдерных энергиях изучались в работах [14–16].

Зарядовый протонный радиус (ЗПР, proton charge radius, root-mean-square charge radius) является одним из фундаментальных структурных параметров протона. Его точное знание чрезвычайно важно для понимания как КХД — теории сильных взаимодействий, которая, по современным представлениям, претендует на корректное

[1)]Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия.
[2)]Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь.
[*]E-mail: zykunov@cern.ch

описание структуры нуклонов, так и важных тестов КЭД (например, лэмбовского сдвига в атоме водорода). ЗПР непосредственно зависит от электрического формфактора протона при малых передачах, поэтому традиционно ЗПР определяется в упругом e^-p-рассеянии. Как оказалось, экспериментальной точности такого рода экспериментов для прецизионных тестов КХД и КЭД не вполне достаточно.

Долгое время одним из актуальных вопросов современной физики было разрешение загадки протонного радиуса (proton radius puzzle) — значительное (более 4% на момент возникновения проблемы) несовпадение между измерениями радиуса протона в обычном (электронном) и мюонном (PSI [17, 18]) водородах. Независимое измерение электрического формфактора протона (а, следовательно, ЗПР) было предложено в JLab [19] (PRad experiment): начальные неполяризованные электроны рассеиваются на жидководородной мишени и детектируются калориметром PrimEx HYCAL. Сечение упругого e^-p-рассеяния нормализуется на сечении неполяризационного мёллеровского рассеяния. Процессы e^-p и e^-e^- в PRad измеряются одновременно и независимо, так как электроны, которые рассеются на протонном ядре, и мёллеровские электроны, которые рассеются на электронах водорода, попадают в непересекающиеся области детектора. Такая постановка (нормализация сечения e^-p к сечению e^-e^-) существенно улучшает учет интегральной светимости при сборе статистики и позволяет достичь очень высокой точности определения ЗПР в PRad. Проведенный эксперимент [19] (закончен в 2016 г.) показал совпадение с измерением в мюонном водороде, но все еще остается существенная разница (на 5.8% меньше) с другими электронными измерениями (и, соответственно, с рекомендациями CODATA), так что планируется новый, более точный эксперимент PRad-II [20].

Разногласие между экспериментальными данными привело к интенсивному изучению проблемы (см. ссылки в работе [21]). Предлагались новые подходы к точному учету двухбозонного обмена, варианты усложненной протонной структуры, поправки, обусловленные эффектами атомной физики (atomic physics corrections). Рассматривались и варианты Новой физики: новые векторые и скалярные частицы, которыми могут обмениваться мюон и протон, "темные" (массивные) фотоны (dark photons).

Наконец, последние два года принесли изменение ситуации: недавние наиболее точные и продвинутые эксперименты и по измерению спектра обычного атома водорода, и по электрон-протонному рассеянию [22], дают результаты близкие к тем, что были получены из анализа спектра мюонного водорода, см., например, [23]. Данные прецизионного эксперимента PRad-II [20], возможно, наконец поставят точку в проблеме размера протона.

Заявленная точность, однако, требует учета систематических неопределенностей, в первую очередь радиационных поправок. Впервые ЭМП к упругому e^-p-рассеянию (только к лептонному току) и МР были рассмотрены в работе [21] с применением ковариантной схемы устранения инфракрасной расходимости (ИКР) [2]. Требуемая высокая точность побудила авторов [21] удержать в расчете массу электрона. Был рассмотрен один тип экспериментальных ограничений — на неупругость (потерянную массу). Важность проблемы требует независимого расчета обсуждаемых радиационных эффектов. Точному учету этих эффектов для процесса МР в точном соответствии с условиями эксперимента PRad (в соответствии с ограничениями, накладываемыми возможностями детектора, fiducial cuts) посвящена настоящая работа.

План работы следующий: в разд. 2 дано общее описание процесса в борновском приближении, в разд. 3 приведены выражения виртуальных однопетлевых ЭМП, в разд. 4 подробно разобран вклад тормозного излучения. Численный анализ проведен в разд. 5. Технические детали расчета фазового объема тормозного излучения вынесены в Приложение.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА В БОРНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Реакция поляризационного мёллеровского рассеяния

$$e^-(p_1) + e^-(p_2) \to e^-(p_3) + e^-(p_4) \qquad (1)$$

в борновском приближении описывается фейнмановскими диаграммами, изображенными на рис. 1. Приведем стандартный набор лоренц-инвариантных переменных Мандельштама:

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t \equiv q_t^2 = (p_1 - p_3)^2, \qquad (2)$$
$$u \equiv q_u^2 = (p_3 - p_2)^2,$$

которые сформированы из 4-импульсов начальных (p_1 и p_2) и конечных (p_3 и p_4) частиц. В работе используется пропагаторная структура:

$$D^r = \frac{1}{q_r^2}. \qquad (3)$$

Индекс r перебирает каналы реакции: $r = t, u$.

Полная амплитуда борновского процесса представляет собой разность t-канальной и u-канальной частей:

$$\mathcal{M}_0 = \mathcal{M}_{0,t} - \mathcal{M}_{0,u} \qquad (4)$$

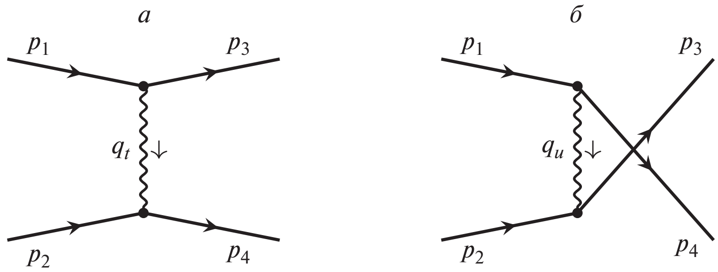

Рис. 1. Фейнмановские диаграммы мёллеровского процесса $e^-e^- \to e^-e^-$ с безрадиационной кинематикой: a — t-канальная, $б$ — u-канальная.

(знак минус обусловлен тождественностью фермионов рассматриваемой реакции). Амплитуды t- и u-канала связаны простой заменой 4-импульсов (это имеет место как для борновских диаграмм, так и для диаграмм высших порядков, см. ниже)

$$\mathcal{M}_{0,u} = \mathcal{M}_{0,t}|_{p_3 \leftrightarrow p_4}, \tag{5}$$

которая проявляется в симметрии конечного выражения для сечения в виде кроссинговой замены $t \leftrightarrow u$. Фазовый объем реакции МР имеет вид

$$d\Phi_2 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4)\frac{d^3\mathbf{p}_3}{2p_{3_0}}\frac{d^3\mathbf{p}_4}{2p_{4_0}}. \tag{6}$$

После преобразований и снятия интегралов получим в с.ц.м.

$$d\Phi_2 = \frac{\pi|\mathbf{p}_3|}{4p_{4_0}}d\cos\theta_3. \tag{7}$$

Квадрируем амплитуды, используя стандартную технику, домножаем получившееся выражение на фазовый объем и множитель $\frac{1}{8\pi^2 s}$ и получаем сечение неполяризационного МР в ультрарелятивистском приближении (УРП)

$$\sigma^0 = \frac{\pi\alpha^2}{s}\frac{u^3 - s^3}{t^2 u} + (t \leftrightarrow u) = \sigma_t^0 + \sigma_u^0. \tag{8}$$

Для записи сечения используется сокращенная запись:

$$\sigma^C \equiv \frac{d\sigma^C}{d\cos\theta_3} \equiv \frac{s}{2}\cdot\frac{d\sigma^C}{dt}, \tag{9}$$

где θ_3 — угол рассеяния детектируемого электрона с 4-импульсом p_3 в с.ц.м. начальных электронов, а индексом C обозначается тип вклада в сечение.

В упрощенном виде сечение выглядит так:

$$\sigma^0 = \frac{\pi\alpha^2}{s}\frac{s^4 + t^4 + u^4}{t^2 u^2}. \tag{10}$$

В с.ц.м. инварианты t и u имеют вид

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos\theta_3), \quad u = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta_3), \tag{11}$$

тогда

$$\sigma^0 = \frac{2\pi\alpha^2}{s}\frac{\left(3 + \cos^2\theta_3\right)^2}{\sin^4\theta_3}. \tag{12}$$

3. ОДНОПЕТЛЕВОЙ ВИРТУАЛЬНЫЙ ВКЛАД

Вклад дополнительных виртуальных частиц представлен тремя классами диаграмм: собственными энергиями бозонов (boson self energies, BSE), вершинными функциями (vertices, Ver) и двухфотонным обменом или боксами (boxes, Box). Соответствующее сечение выглядит как сумма всех вкладов:

$$\sigma^V = \sigma^{\mathrm{BSE}} + \sigma^{\mathrm{Ver}} + \sigma^{\mathrm{Box}}. \tag{13}$$

Фейнмановские диаграммы, соответствующие виртуальным однопетлевым вкладам, изображены на рис. 2 (t-канальные диаграммы BSE, кружком на них обозначены все варианты, возможные в рамках КЭД, и t-канальные вершинные диаграммы) и рис. 3 (t-канальные боксовские диаграммы). Обозначения 4-импульсов те же, что на борновских диаграммах рис. 1.

Сечение, соответствующее BSE-вкладам, не содержит ИКР и имеет следующий вид (снова явно виден кроссинг):

$$\sigma^{\mathrm{BSE}} = 2\sigma_t^0 t\cdot \mathrm{Re}D_S^{\gamma\gamma t} + (t \leftrightarrow u). \tag{14}$$

Здесь комбинации

$$D_S^{ijr} = -D^{ir}\hat{\Sigma}_T^{ij}(r)D^{jr} \tag{15}$$

связаны с выражениями $\hat{\Sigma}_T^{ij}(r)$, которые представляют собой поперечные части перенормированных бозонных собственных энергий, в данном случае: $i = \gamma$, $j = \gamma$. Используется схема перенормировки на массовой поверхности [24].

Для того чтобы рассчитать вклад в сечение МР от электронных вершинных функций, используются формфакторные обозначения в духе работы [24]. Сечение, соответствующее вершинным вкладам, имеет следующий вид:

$$\sigma^{\mathrm{Ver}} = \frac{\alpha}{\pi}\sigma_t^0\cdot\Lambda_1(t, m^2) + (t \leftrightarrow u). \tag{16}$$

Функция Λ_1 описывает вклад треугольной диаграммы с фотонным обменом. Действительная

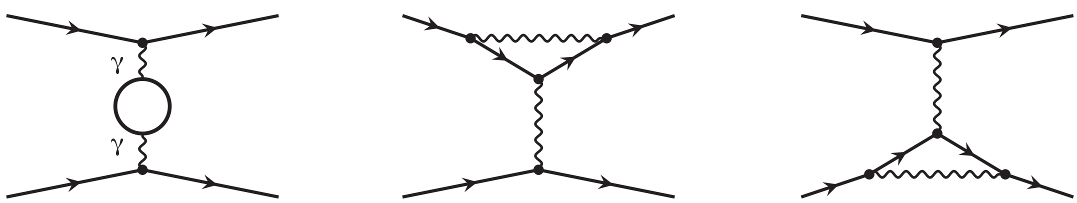

Рис. 2. Фейнмановские t-канальные диаграммы вкладов BSE (a) и вершинных вкладов ($б$, $в$) в процесс МР. Волнистой линией на этих и последующих диаграммах обозначены фотоны.

часть первой функции содержит коллинеарный логарифм, в УРП в t-канале она имеет вид

$$\mathrm{Re}\Lambda_1^\gamma = -2\ln\frac{-t}{\lambda^2}\left(\ln\frac{-t}{m^2}-1\right)+ \tag{17}$$
$$+\ln\frac{-t}{m^2}+\ln^2\frac{-t}{m^2}+\frac{1}{3}\pi^2-4.$$

Сечение, соответствующее вкладам двухфотонного обмена (см. рис. 3), имеет следующий вид:

$$\sigma^{\mathrm{Box}} = \frac{\alpha}{\pi}\sigma_t^0\cdot\left(2l_{su}\ln\frac{s}{\lambda^2}-l_{su}^2-\pi^2\right)- \tag{18}$$
$$-\frac{\alpha^3}{s}\left(\frac{1}{t}\delta_{\gamma\gamma}^T+\frac{1}{u}\delta_{\gamma\gamma}^U\right)+(t\leftrightarrow u),$$

где

$$\delta_{\gamma\gamma}^T = l_{st}^2\frac{3s^2+u^2}{2t}-l_{tu}s-l_{st}u- \tag{19}$$
$$-(l_{tu}^2+\pi^2)\frac{s^2+3u^2}{2t},$$
$$\delta_{\gamma\gamma}^U = l_{st}^2\frac{s^2}{t}-l_{tu}s-(l_{tu}^2+\pi^2)\frac{s^2+u^2}{2t},$$
$$l_{xy}=\ln\left|\frac{x}{y}\right|.$$

4. ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ В МР

Чтобы устранить ИКР, требуется учет процесса тормозного излучения (ТИ):

$$e^-(p_1)+e^-(p_2)\to e^-(p_3)+e^-(p_4)+\gamma(p), \tag{20}$$

который "сопровождает" исследуемый процесс (1) и неотличим от него в постановке эксперимента, когда тормозной фотон не детектируется [25]. Фейнмановские t-канальные диаграммы радиационного процесса (20) приведены на рис. 4. Кроме того, даже без предположений о постановке эксперимента, неотличимость процессов совершенно очевидна при малых энергиях тормозного фотона; такой процесс будем называть мягким тормозным излучением. Кинематика мягкого ТИ, соответственно, неотличима от кинематики безрадиационного процесса (1).

Посредством разделения области интегрирования на две: $p_0<\omega$ и $p_0>\omega$, где p_0 — энергия тормозного фотона в с.ц.м. начальных электронов, а ω — параметр, разделяющий области, получаем два сечения — соответствующие "мягким" и "жестким" фотонам. В сумме сечение процесса (1) с дополнительным виртуальным фотоном и сечение мягкого ТИ представляют инфракрасно-конечную величину, однако эта сумма содержит дополнительный параметр — максимальную энергию (мягкого) тормозного фотона ω. Описанный метод носит название метода Мо–Тсаи [26].

Следуя расчетной технологии работы [27], получаем хорошо известный результат (см. [14]) для сечения процесса с мягкими фотонами

$$\sigma^{\mathrm{soft}} = \frac{\alpha}{\pi}\left(4\ln\frac{2\omega}{\lambda}\left[\ln\frac{tu}{m^2s}-1\right]-\right. \tag{21}$$
$$\left.-\left[\ln\frac{s}{m^2}-1\right]^2+1-\frac{\pi^2}{3}+l_{tu}^2\right)\sigma^0.$$

Суммируя члены V-вклада

$$\sigma_\lambda^V=\sigma^V-\sigma^V(\lambda\to\sqrt{s})$$

и сечение мягких фотонов, содержащие ИКР, получим результат, свободный от нее, но логарифмически зависящий от ω и содержащий двойные коллинеарные логарифмы:

$$\sigma_\lambda^V+\sigma^{\mathrm{soft}} = \frac{\alpha}{\pi}\left(4\ln\frac{2\omega}{\sqrt{s}}\left[\ln\frac{tu}{m^2s}-1\right]-\right.$$
$$\left.-\left[\ln\frac{s}{m^2}-1\right]^2+1-\frac{\pi^2}{3}+l_{tu}^2\right)\sigma^0.$$

В сумме с Λ_1-членами из вершинного вклада коллинеарные логарифмы сводятся до первой степени:

$$\frac{\alpha}{\pi}\left(\Lambda_1(\lambda^2\to s)-\ln^2\frac{s}{m^2}\right)=$$
$$=\frac{\alpha}{\pi}\left(\ln^2\frac{-t}{m^2}-\ln^2\frac{s}{m^2}\right)=\frac{\alpha}{\pi}\ln\frac{-t}{s}\ln\frac{-ts}{m^4}.$$

Вернемся к общему описанию процесса ТИ в МР. Введем лоренц-инварианты, описывающие радиационный процесс (радиационные инварианты):

$$z_1=2p_1p,\quad v_1=2p_2p, \tag{22}$$

а *б*

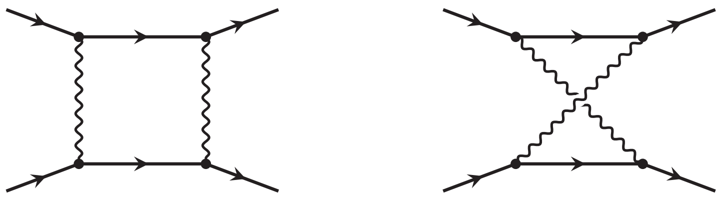

Рис. 3. Фейнмановские t-канальные диаграммы боксов в процессе МР: *а* — прямой бокс, *б* — перекрестный бокс.

$$z = 2p_3p, \quad v = 2p_4p,$$

которые обращаются в нуль при $p \to 0$ и не являются независимыми: так, благодаря законам сохранения они связаны с уже введенными инвариантами (s, t и u) следуюшими кинематическими соотношениями:

$$z_1 + v_1 = z + v, \quad s + t + u = v + 4m^2. \qquad (23)$$

Вводятся также три вспомогательных инварианта:

$$s_1 = (p_3 + p_4)^2, \quad t_1 = (p_2 - p_4)^2, \qquad (24)$$
$$u_1 = (p_1 - p_4)^2.$$

Следует сказать, что из шести инвариантных величин (s, t, u, s_1, t_1, u_1) все, кроме s, зависят от $\cos\theta_3$, причем по-разному в безрадиационном и радиационном случаях. Определение радиационных инвариантов и их связь с входными параметрами ($E_{\rm lab}$ и $\cos\theta_3$) в УРП приведены в табл. 1. Инвариант t в радиационном случае свяжем в с.ц.м. с углом рассеяния (см. рис. 5), приведем точный вид этой связи

$$t = \frac{1}{2}\Bigg(4m^2 - s + v + \qquad (25)$$
$$+ \cos\theta_3\sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}}\sqrt{(s-v)^2 - 4m^2 s}\Bigg),$$

инвариант u определяется сходной формулой, но с противоположным знаком при $\cos\theta_3$.

Дифференциальное сечение процесса (20) выглядит так:

$$d\sigma_R = \frac{\alpha^3}{\pi^2 s}\sum |R|^2 d\Phi_3, \qquad (26)$$

где $\sum |R|^2$ — квадрированные амплитуды, должным образом просуммированные и усредненные по поляризациям (точный вид в УРП можно найти в [28]), а фазовый объем реакции $2 \to 3$ имеет вид

$$d\Phi_3 = \delta(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - p) \times \qquad (27)$$
$$\times \frac{d^3\mathbf{p}_3}{2p_{30}}\frac{d^3\mathbf{p}_4}{2p_{40}}\frac{d^3\mathbf{p}}{2p_0}.$$

Существует несколько возможностей преобразования фазового объема (27). Простой и математически ясный способ — это приведение его к форме с зависимостью от четырех (радиационных) инвариантов (см. [29]):

$$d\Phi_3 = \frac{\pi}{16s\sqrt{-\Delta_4}} dt dz_1 dv_1 dv, \qquad (28)$$

где $\Delta_4 = \Delta_4(p_1, p_2, p_3, p_4)$ — определитель Грама. На рис. 6 изображены физические области изменения инвариантов, соответствующие фазовому объему (28): *а* — диаграмма Далица [30] и *б* — диаграмма Чу–Лоу [31]. Величина Q^2 определяется так:

$$Q^2 = \frac{s}{2}(1 - \cos\theta_3),$$

т. е. равна абсолютному значению борновского инварианта t. Точками на диаграммах обозначены события, разыгранные с помощью программы VEGAS [32].

Форма (28) была использована, например, в работе [28], где рассчитан вклад жесткого ТИ в условиях эксперимента MOLLER. Следует признать, что, несмотря на внешнюю простоту и легкость программирования, вид фазового объема (28) представляет значительную трудность при интегрировании. Чтобы добиться необходимой ско-

Таблица 1. Инварианты для безрадиационного и радиационного случаев в УРП

Инвариант	Безрадиационный случай	Радиационный случай
$s = (p_1 + p_2)^2$	$2mE_{\rm lab}$	$2mE_{\rm lab}$
$t = (p_1 - p_3)^2$	$-s(1 - \cos\theta_3)/2$	$(v - s)(1 - \cos\theta_3)/2$
$u = (p_2 - p_3)^2$	$-s(1 + \cos\theta_3)/2$	$(v - s)(1 + \cos\theta_3)/2$
$z_1 = 2pp_1$	0	z_1
$v_1 = 2pp_2$	0	v_1
$z = 2pp_3$	0	$z_1 + v_1 - v$
$v = 2pp_4$	0	v
$s_1 = (p_3 + p_4)^2$	s	$s - z_1 - v_1$
$t_1 = (p_2 - p_4)^2$	t	$t - v + v_1$
$u_1 = (p_1 - p_4)^2$	u	$u - v + z_1$

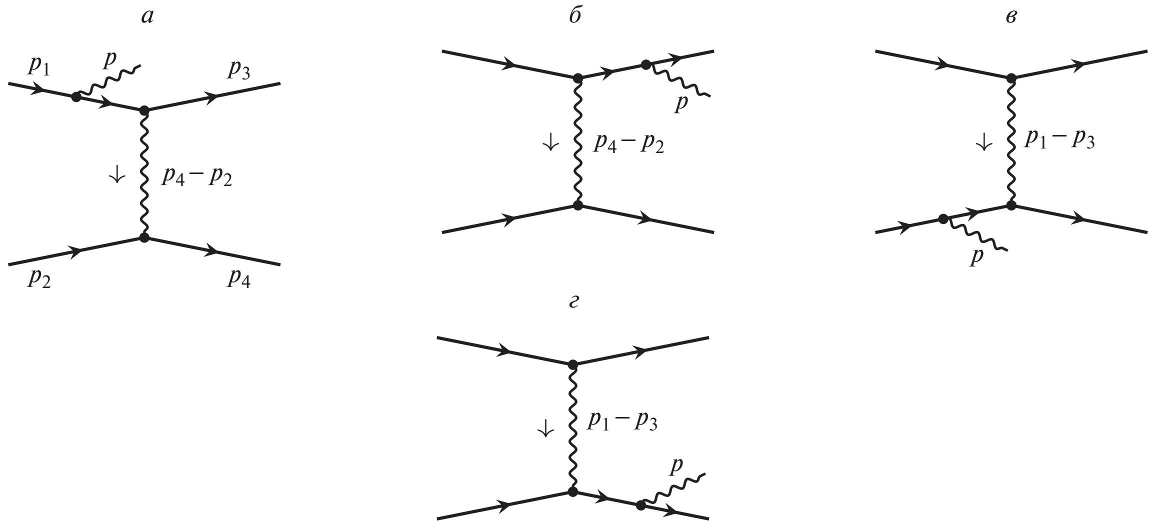

Рис. 4. Фейнмановские t-канальные диаграммы процесса МР с излучением тормозного фотона с 4-импульсом p.

рости сходимости интеграла в таком подходе, например, в работе [28] были предприняты значительные усилия в преобразовании (факторизации) подынтегрального выражения, комбинировании результата в виде относительных поправок $\delta_\pm$, предварительном разбиении результата по типам вкладов, удобных для программирования интегрирования, и пр.

Чтобы построить программу, позволяющую учесть ЭМП с произвольным набором ограничений на условия детектирования, удобно осуществить преобразование фазового объема (27) в с.ц.м. начальных частиц [33]. Не приводя детали расчета (см., например, [34]), дадим в Приложении конечный результат в обозначениях настоящей статьи. Используя полученные там выражения для фазового объема, снимем интеграл по азимутальному углу детектируемого электрона φ_3, тогда сечение R-вклада принимает вид

$$\sigma^R = -\frac{\alpha^3}{4\pi s}\int\limits_0^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{|\mathbf{p}|^2}{p_0} d|\mathbf{p}| \times \tag{29}$$

$$\times \int\limits_{-1}^{1} d\cos\theta_p \int\limits_0^{2\pi} \frac{d\varphi_p |\mathbf{p}_3|}{p_{40}\mathcal{F}} \sum |R|^2.$$

Уже в таком виде численное интегрирование (будем использовать Монте-Карло-интегратор VEGAS [32]) осуществляется без проблем, если позаботиться о сгущении точек в области малых $|\mathbf{p}|$. Однако имеется возможность представить результат в более изящном виде. Сначала перейдем к интегралу по фотонной энергии, используя равенство $|\mathbf{p}|d|\mathbf{p}| = p_0 dp_0$, тогда

$$\int\limits_0^{|\mathbf{p}|_{\max}} \frac{|\mathbf{p}|^2}{p_0} d|\mathbf{p}| ... = \int\limits_\lambda^\Omega |\mathbf{p}| dp_0 ..., \tag{30}$$

где Ω — максимальная энергия тормозного фотона. Заметим, что такое преобразование дает возможность представить сечение мягкого ТИ в виде (произведем также некоторые очевидные упрощения)

$$\sigma^{\text{soft}} = -\frac{\alpha^3}{4\pi s}\int\limits_\lambda^\omega |\mathbf{p}| dp_0 \times \tag{31}$$

$$\times \int\limits_{-1}^{1} d\cos\theta_p \int\limits_0^{2\pi} d\varphi_p \frac{1}{2} \sum |R|^2.$$

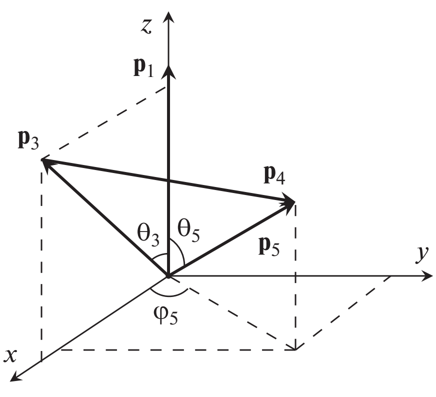

Рис. 5. Конфигурация 3-импульсов при интегрировании по фазовому пространству тормозного фотона в с.ц.м. начальных частиц.

Наконец, применив замену переменной (похожая замена использовалась, например, в [35] для

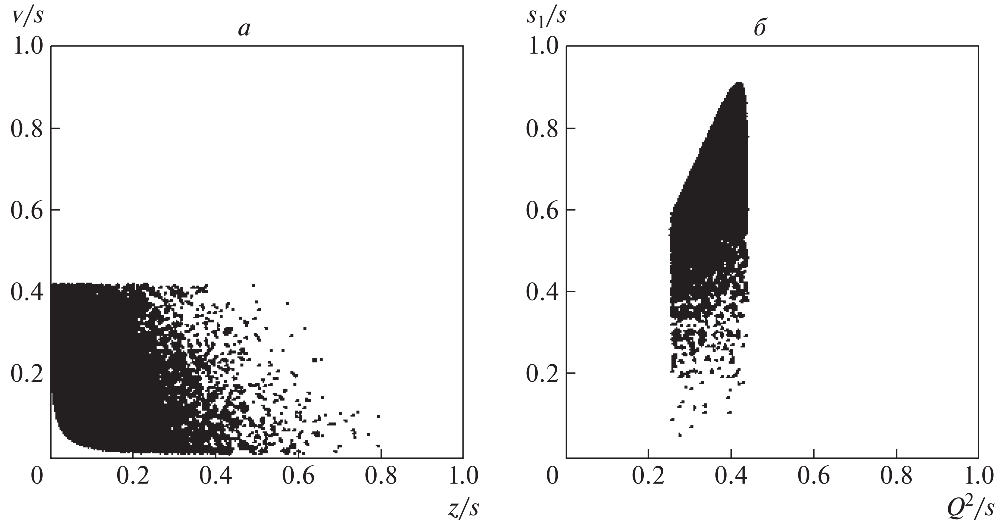

Рис. 6. Диаграммы Далица (*а*) и Чу–Лоу (*б*) при $E_{\mathrm{lab}} = 1.1$ ГэВ, $Q^2 = 5\times 10^{-4}$ ГэВ^2, $\lambda = 0.05\sqrt{s}$ (значение массы фотона искусственно завышено в целях лучшей иллюстрации формы области).

выделения зависимости сечения от минимальной энергии фотона)

$$p_0 = \lambda^{1-x}\Omega^x, \tag{32}$$

что дает

$$\frac{dp_0}{p_0} = \ln\frac{\Omega}{\lambda}dx,$$

получим сечение в виде

$$\sigma^R = -\frac{\alpha^3}{4\pi s}\ln\frac{\Omega}{\lambda}\int\limits_0^1 dx|\mathbf{p}|p_0 \times \tag{33}$$

$$\times\int\limits_{-1}^{1} d\cos\theta_p \int\limits_0^{2\pi} d\varphi_p \frac{|\mathbf{p}_3|}{p_{40}\mathcal{F}}\sum|R|^2.$$

Видно, что использование преобразования (30) дает дополнительные степени свободы для расчета:

- мягкое ТИ теперь можно считать либо по предварительно упрощенной формуле (21), либо по формуле (31), используя технику Монте-Карло (а лучше и по той, и по другой, чтобы дополнительно свериться);

- имеется возможность вовсе не разделять ТИ на мягкое и жесткое, а пользоваться формулой (29) [или (33)], в которой содержится полностью все тормозное излучение; использование этого нового и, как показывает практический опыт, полезного свойства назовем W-методом (от "whole" — полный, цельный, без разделения).

W-метод весьма удобен для вычислений подобного рода, поскольку он не содержит нефизических параметров, кроме фиктивной массы фотона λ, которая естественным образом регуляризует ИКР. С методической точки зрения W-метод хорош тем, что вообще не оперирует такими терминами, как "мягкий фотон", "жесткий фотон", "параметр, разделяющий мягкую и жесткую области", не требуется также отвлекающая в какой-то мере от сути дела проверка на независимость от этого параметра. Не стоит забывать также о том, что расчет по области мягких фотонов в традиционном подходе Мо–Тсаи — это приближенное вычисление, и оно *принципиально* содержит ошибку расчета, которую довольно сложно контролировать, расчет же в рамках W-метода такой ошибки не содержит.

5. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ И ВЫВОДЫ

Основным объектом исследования будут относительные поправки к дифференциальному сечению, которые определяются выражением

$$\delta^C = \frac{\sigma^C}{\sigma^0}. \tag{34}$$

Если верхний индекс отсутствует, то имеется в виду полная ЭМП: $\delta \equiv \delta^{\mathrm{NLO}}$.

Установим независимость полученных результатов от нефизических параметров. Для этого в табл. 2 приведены относительные поправки к сечению, рассчитанные с помощью W-метода при различных λ и с помощью метода Мо–Тсаи при различных ω в кинематике эксперимента PRad

Таблица 2. Структура относительных поправок к сечению, рассчитанных разными методами (левая часть таблицы — W-метод, правая — метод Мо–Тсаи), в условиях PRad ($E_{\text{lab}} = 1.1$ ГэВ, $\theta_3 = 90°$, $\Omega = 0.01\sqrt{s}$)

$\lambda/\sqrt{s}$	V	R	$V+R$	$\omega/\sqrt{s}$	$V+S$	H	$V+S+H$
10^{-9}	-0.9777	0.8010	-0.1767	10^{-9}	-1.0706	0.8936	-0.1770
10^{-8}	-0.8497	0.6732	-0.1765	10^{-8}	-0.9426	0.7658	-0.1768
10^{-7}	-0.7218	0.5455	-0.1763	10^{-7}	-0.8147	0.6381	-0.1766
10^{-6}	-0.5938	0.4177	-0.1761	10^{-6}	-0.6867	0.5103	-0.1764
10^{-5}	-0.4658	0.2900	-0.1759	10^{-5}	-0.5587	0.3826	-0.1761
10^{-4}	-0.3379	0.1623	-0.1756	10^{-4}	-0.4308	0.2549	-0.1759
10^{-3}	-0.2099	0.0440	-0.1659	10^{-3}	-0.3028	0.1272	-0.1756

JLab. Рассмотрена кинематическая точка $E_{\text{lab}} = 1.1$ ГэВ, $\theta_3 = 90°$, $\Omega = 0.01\sqrt{s}$. Эта же относительная поправка, рассчитанная в мягкофотонном приближении, равна -0.1748 (хорошее согласие обусловлено выбранным небольшим значением максимальной энергии фотона). В табл. 2 также отражена структура относительных поправок, видны логарифмические зависимости V, R-вкладов от λ (W-метод) и $V+S$, H-вкладов от ω (метод Мо–Тсаи).

В табл. 3 и 4 показаны относительные поправки к сечению при различных энергиях, рассчитанные соответственно с помощью W-метода и метода Мо–Тсаи с $\Omega = 0.05\sqrt{s}$. Приведено также значение относительной поправки, рассчитанной в мягкофотонном приближении, при энергии $E_{\text{lab}} = 11$ ГэВ, соответствующей эксперименту MOLLER, относительная поправка воспроизводит известное значение $\delta^{\text{NLO, soft}} = -0.1144$ из табл. 3 работы [12].

Проведенный анализ позволил установить сокращение зависимости от λ (W-метод) и ω (метод Мо–Тсаи). Оставшаяся слабая зависимость имеет порядок $\mathcal{O}(\frac{m^2}{s})\ln\frac{\omega}{\lambda}$ (при $E_{\text{lab}} = 1.1$ ГэВ это дает для относительной поправки ошибку $\Delta\delta \sim 10^{-4}$). Для достижения большей точности результата в условиях небольших энергий PRad требуется последовательно удержать в расчете массовые слагаемые, как это было сделано в [21].

На рис. 7 и 8 приведены относительные поправки к сечению в условиях PRad в зависимости от Q^2 при разных ограничениях на неупругость и на максимальное значение фотонной энергии.

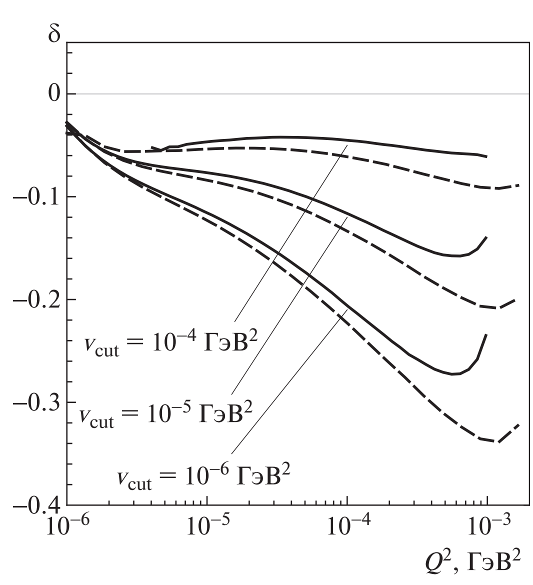

Рис. 7. Относительные поправки к сечению в условиях PRad в зависимости от Q^2 при разных ограничениях на неупругость.

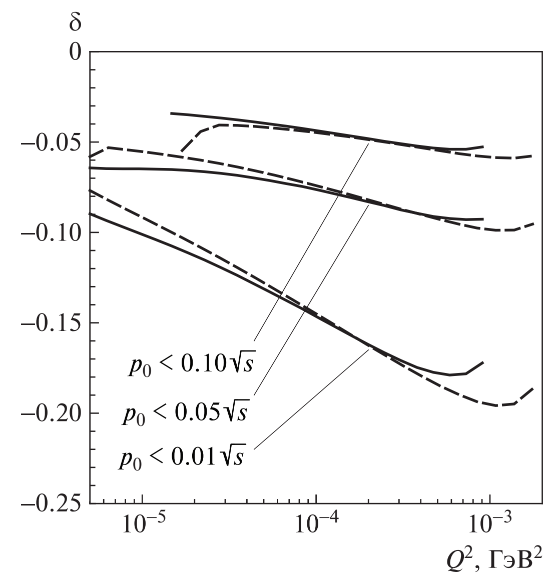

Рис. 8. Относительные поправки к сечению в условиях PRad в зависимости от Q^2 при разных ограничениях на максимальную энергию тормозного фотона.

Таблица 3. Относительные поправки к сечению при различных энергиях (W-метод, $\Omega = 0.05\sqrt{s}$)

$\lambda/\sqrt{s}$	$E_{\rm lab}$, ГэВ			
	1.1	2.2	5	11
10^{-9}	-0.0898	-0.0983	-0.1086	-0.1186
10^{-8}	-0.0896	-0.0982	-0.1085	-0.1185
10^{-7}	-0.0894	-0.0980	-0.1085	-0.1185
10^{-6}	-0.0892	-0.0979	-0.1085	-0.1185
10^{-5}	-0.0890	-0.0978	-0.1084	-0.1184
10^{-4}	-0.0887	-0.0976	-0.1082	-0.1182
10^{-3}	-0.0876	-0.0961	-0.1054	-0.1129
$\delta^{\rm soft}$	-0.0854	-0.0942	-0.1046	-0.1144

Таблица 4. Относительные поправки к сечению при различных энергиях (метод Мо–Тсаи, $\Omega = 0.05\sqrt{s}$)

$\omega/\sqrt{s}$	$E_{\rm lab}$, ГэВ			
	1.1	2.2	5	11
10^{-9}	-0.0899	-0.0983	-0.1086	-0.1185
10^{-8}	-0.0897	-0.0982	-0.1086	-0.1185
10^{-7}	-0.0894	-0.0981	-0.1085	-0.1185
10^{-6}	-0.0892	-0.0980	-0.1085	-0.1185
10^{-5}	-0.0890	-0.0979	-0.1084	-0.1185
10^{-4}	-0.0887	-0.0977	-0.1083	-0.1184
10^{-3}	-0.0879	-0.0969	-0.1076	-0.1176
$\delta^{\rm soft}$	-0.0854	-0.0942	-0.1046	-0.1144

Рассмотрены две опции энергии начальных электронов PRad (1.1 и 2.2 ГэВ). Рисунок 7 воспроизводит основные закономерности относительных поправок, установленные в работе [21]: падение с ростом Q^2, стремление к нулю при $Q^2 \to 0$, наличие минимума в области больших Q^2, качественно правильную зависимость от $v_{\rm cut}$ — значения v, которое ограничивает область интегрирования: см. горизонтальную верхнюю границу (было использовано $v_{\rm cut} = 0.9 v_{\rm max}$) на диаграмме Далица на рис. 6*а*. Схожее поведение демонстрируют и относительные поправки рис. 8. Для более детальной взаимной сверки в целях получения точного согласия требуется отдельное совместное с авторами [21] исследование (включающее выяснение необходимости удерживать массовые слагаемые в расчете, роль высших поправок и анализ в точном соответствии с возможностями детектора), которое будет осуществлено в ближайшем будущем.

Работа выполнена при поддержке Государственной программы научных исследований Республики Беларусь "Конвергенция–2025" (подпрограмма "Микромир и Вселенная"). Автор признателен И.В. Акушевичу, Ю.М. Быстрицкому и А.Н. Ильичеву за обсуждение результатов работы.

Приложение

ФАЗОВЫЙ ОБЪЕМ ТИ

Изобразим в с.ц.м. векторы конечных частиц (см. рис. 5), используя вспомогательный вектор $\mathbf{p}_5 = -\mathbf{p}$. Для энергии конечного электрона с 4-импульсом p_3 получаем

$$p_{30} = \frac{\sqrt{s^3} + 2p_0^2\sqrt{s} - 3p_0 s + A p_0 s_q}{2s - 4p_0\sqrt{s} + 2p_0^2(1 - A^2)}, \qquad (\text{П}.1)$$

где

$$s_q = \sqrt{s(\sqrt{s} - 2p_0)^2 + 4m^2\left[p_0^2(A^2 - 1) + 2p_0\sqrt{s} - s\right]},$$

а

$$A = \cos(\widehat{\mathbf{p}_5, \mathbf{p}_3}) = \qquad (\text{П}.2)$$
$$= \sin\theta_3 \sin\theta_5 \cos\varphi_5 + \cos\theta_3 \cos\theta_5 =$$
$$= -\sin\theta_3 \sin\theta_p \cos\varphi_p - \cos\theta_3 \cos\theta_p.$$

В УРП выражение для энергии приобретает компактный вид

$$p_{30} = \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{\sqrt{s} - 2p_0}{\sqrt{s} - p_0(1 + A)}.$$

С учетом вышесказанного получим фазовый объем в виде

$$d\Phi_3 = \frac{|\mathbf{p}_3|}{4p_{40}\mathcal{F}} d\cos\theta_3 d\varphi_3 \frac{d^3\mathbf{p}}{2p_0}. \qquad (\text{П}.3)$$

Интегрирование по азимутальному углу φ_3 дает 2π из-за симметрии относительно поворота системы вокруг оси пучка, а

$$\mathcal{F} = 1 + \frac{p_{30}(1 - A|\mathbf{p}|/|\mathbf{p}_3|)}{\sqrt{p_{30}^2 - 2A|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3| + |\mathbf{p}|^2}}. \qquad (\text{П}.4)$$

Далее переходим к интегрированию по $\mathbf{p}$:

$$d^3\mathbf{p} = |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| d\cos\theta_p d\varphi_p, \quad \theta_p = \pi - \theta_5,$$
$$\varphi_p = \pi + \varphi_5.$$

С использованием $\mathbf{p}_5$ векторы конечных частиц в с.ц.м. выглядят так:

$$\mathbf{p}_3 = (|\mathbf{p}_3|\sin\theta_3, 0, |\mathbf{p}_3|\cos\theta_3), \qquad (\text{П}.5)$$
$$\mathbf{p}_5 = (|\mathbf{p}|\sin\theta_5\cos\varphi_5, |\mathbf{p}|\sin\theta_5\sin\varphi_5, |\mathbf{p}|\cos\theta_5),$$
$$\mathbf{p}_4 = \mathbf{p}_5 - \mathbf{p}_3.$$

Ясно, что энергия $p_{40} = \sqrt{m^2 + |\mathbf{p}_4|^2}$ может быть вычислена из системы (П.5).

Теперь выразим через энергию, азимутальный и полярный углы фотона все радиационные инварианты [28]:

$$z_1 = 2p_0p_{10} - 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_1|\cos\theta_p, \qquad (\text{П}.6)$$
$$v_1 = 2p_0p_{20} + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_2|\cos\theta_p,$$
$$z = 2p_0p_{30} + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3|A,$$
$$v = 2p_0(\sqrt{s} - p_{30}) - 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}_3|A.$$

Заметим, что во всех формулах различаются p_0 и $|\mathbf{p}|$: в них удерживается масса фотона λ (т. е. $p_0^2 - |\mathbf{p}|^2 = \lambda^2 \to 0$), которая в дальнейшем будет использована как инфинитезимальный параметр для регуляризации инфракрасной расходимости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chr. Møller, Ann. Phys. **406**, 531 (1932).
2. D. Yu. Bardin and N. M. Shumeiko, Nucl. Phys. B **127**, 242 (1977).
3. N. M. Shumeiko and J. G. Suarez, J. Phys. G **26**, 113 (2000).
4. A. N. Ilyichev and V. A. Zykunov, Phys. Rev. D **72**, 033018 (2005); hep-ph/0504191.
5. A. Afanasiev, Eu. Chudakov, A. Ilyichev, and V. Zykunov, Comput. Phys. Commun. **176**, 218 (2007); JLAB-PHY-06-456, hep-ph/0603027.
6. P. L. Anthony *et al.* (SLAC E158 Collab.), Phys. Rev. Lett. **95**, 081601 (2005); hep-ex/0504049.
7. J. Erler and M. J. Ramsey-Musolf, Phys. Rev. D **72**, 073003 (2005); hep-ph/0409169.
8. MOLLER Collab. (J. Benesch *et al.*); arXiv: 1411.4088 [nucl-ex].
9. A. Czarnecki and W. J. Marciano, Phys. Rev. D **53**, 1066 (1996).
10. Frank J. Petriello, Phys. Rev. D **67**, 033006 (2003); hep-ph/0210259.
11. В. А. Зыкунов, ЯФ **67**, 1366 (2004) [Phys. At. Nucl. **67**, 1342 (2004)].
12. A. Aleksejevs, S. Barkanova, A. Ilyichev, and V. Zykunov, Phys. Rev. D **82**, 093013 (2010); arXiv: 1008.3355 [hep-ph].
13. C. A. Heusch, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 2347 (2000).
14. A. Denner and S. Pozzorini, Eur. Phys. J. C **7**, 185 (1999); hep-ph/9807446.
15. В. А. Зыкунов, ЯФ **72**, 1540 (2009) [Phys. At. Nucl. **72**, 1486 (2009)].
16. А. Г. Алексеев, С. Г. Барканова, В. А. Зыкунов, ЯФ **75**, 231 (2012) [Phys. At. Nucl. **75**, 209 (2012)].
17. R. Pohl *et al.*, Nature **466**, 213 (2010).
18. A. Antognini *et al.*, Science **339**, 417 (2013).
19. A. Gasparian, D. Dutta, H. Gao, and M. Khandaker, Jefferson Laboratory Experiment E12-11-106 (2011).
20. A. Gasparian, H. Gao, D. Dutta, N. Liyanage, E. Pasyuk, D. W. Higinbotham, C. Peng, K. Gnanvo, I. Akushevich, A. Ahmidouch, C. Ayerbe, X. Bai, H. Bhatt, D. Bhetuwal, J. Brock, V. Burkert, *et al.*, arXiv: 2009.10510v1 [nucl-ex].
21. I. Akushevich, H. Gao, A. Ilyichev, and M. Meziane, Eur. Phys. J. A **51**, 1 (2015).
22. W. Xiong, A. Gasparian, H. Gao, D. Dutta, M. Khandaker, N. Liyanage, E. Pasyuk, C. Peng, X. Bai, L. Ye, K. Gnanvo, C. Gu, M. Levillain, X. Yan, D. W. Higinbotham, M. Meziane, *et al.*, Nature **575**, 147 (2019).
23. S. G. Karshenboim, V. G. Ivanov, and S. I. Eidelman, Phys. Part. Nucl. Lett. **16**, 514 (2019).
24. M. Böhm, H. Spiesberger, and W. Hollik, Fortschr. Phys. **34**, 687 (1986).
25. F. Bloch and A. Nordsieck, Phys. Rev. **52**, 54 (1937).
26. L. W. Mo and Y. S. Tsai, Rev. Mod. Phys. **41**, 205 (1969).
27. G. 't Hooft and M. Veltman, Nucl. Phys. B **153**, 365 (1979).
28. В. А. Зыкунов, ЯФ **78**, 489 (2015) [Phys. At. Nucl. **78**, 453 (2015)].
29. Е. Бюклинг, К. Каянти, *Кинематика элементарных частиц* (Мир, Москва, 1975).
30. R. H. Dalitz, Phil. Mag. **44**, 1068 (1953).
31. G. F. Chew and F. E. Low, Phys. Rev. **113**, 1640 (1959).
32. P. G. Lepage, J. Comput. Phys. **27**, 192 (1978).
33. В. А. Зыкунов, ЯФ **80**, 388 (2017) [Phys. At. Nucl. **80**, 699 (2017)].
34. В. А. Зыкунов, *Пертурбативные расчеты в физике высоких энергий* (ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель, 2020).
35. MINAMI-TATEYA Group Collab. (T. Ishikawa *et al.*), KEK-92-19.

RADIATIVE CORRECTIONS IN MØLLER SCATTERING FOR EXPERIMENT PRad IN JLab

V. A. Zykunov[1),2)]

[1)] *JINR, Dubna, Moscow region, Russia*
[2)] *Francisk Skorina Gomel State University, Belarus*

Electromagnetic radiative corrections to low energy Møller scattering for the conditions of the PRad experiment in Jefferson Laboratory using several methods for infrared divergency extraction are calculated.

ЯДЕРНАЯ ФИЗИКА, 2021, том 84, № 5, с. 458–459

НЕКРОЛОГ

АЛЕКСЕЙ АЛЕКСЕЕВИЧ ОГЛОБЛИН
(23.04.1931–23.02.2021)

23 февраля 2021 г. скоропостижно скончался выдающийся физик, крупный организатор науки и талантливый педагог, доктор физико-математических наук, профессор Алексей Алексеевич Оглоблин.

А.А. Оглоблин работал в Курчатовском институте с 1954 г., занимал должность руководителя отделения ядерной физики и пучковых технологий Курчатовского ядерно-физического комплекса.

Жизнь А.А. Оглоблина — замечательный пример служения Родине и науке. Он был всегда на переднем краю развития экспериментальной ядерной физики, умело отстаивал и организовывал новые направления исследования в области физики ядра, ядерных реакций и приложений ядерной физики.

К наиболее важным полученным им результатам относятся:

- Разработка метода измерения радиусов ядер в короткоживущих возбужденных состояниях. Первое наблюдение таких состояний с аномально большими размерами.

- Синтез ядер за границей нейтронной стабильности (синтезировано 6 из 12 известных) и их изучение.

- Обнаружение в экзотических ядрах состояний необычной структуры.

- Первое наблюдение глубоких дырочных состояний ядер.

- Первое исследование реакций с ионами лития, обнаружение механизма передачи нуклонных группировок (кластеров), наблюдение высоковозбужденных альфа-кластерных состояний.

- Изучение явления ядерной радуги и получение информации о взаимодействии ядер на малых расстояниях об уравнениях состояния холодной ядерной материи и массе нейтронных звезд.

- Первое независимое подтверждение кластерной радиоактивности, наблюдение новых кластерных распадов, установление ряда закономерностей этих процессов.

- Разработка диагностики износа деталей машин и механизмов из синтетических материалов с помощью пучков радиоактивных ядер.

- Организация первого в России производства радиоизотопов ^{201}Tl и ^{123}I для медицины.

А.А. Оглоблин руководил ведущей научной школой “Экзотические ядра”. Входил в 2003 г. в десятку лидеров больших российских экспериментов с индексом цитирования свыше 500. Входил в состав Программных комитетов многих Международных конференций и лабораторий. Представлял РФ в комиссиях по ядерной физике IUPAP (Международный союз чистой и прикладной физики) и OECD Megascience Forum.

А.А. Оглоблин являлся активно работающим физиком-экспериментатором, выполнившим ряд важных исследований, причем некоторые наиболее существенные — в самое последнее время. Его работы получили широкое признание, он многократно выступал с приглашенными докладами на самых больших Международных конференциях по ядерной физике. Он являлся автором многих обзорных работ, опубликованных в советских и зарубежных журналах и монографиях. А.А. Оглоблин проявил себя блестящим организатором научных исследований, создав ряд эффективно действующих коллабораций (с институтами в Дубне, Киеве, Алма-Ате, Германии, Японии, Финляндии).

А.А. Оглоблин уделял большое внимание подготовке научных кадров высшей квалификации. В числе его учеников — 10 кандидатов, 2 доктора физико-математических наук, один член-корреспондент РАН. Под его руководством прошли стажировку ряд сотрудников циклотронных лабораторий Ташкента, Алма-Аты и Томска. Занимался преподавательской деятельностью в МИФИ. Он член Ученого Совета НИЦ "Курчатовский институт", член диссертационных советов НИЦ "Курчатовский институт" и Научно-исследовательского института ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

А.А. Оглоблин награжден орденом "Знак Почета", правительственными медалями (в 1966, 1970, 1997, 1998, 2010, 2016 гг.), медалью к 100-летию со дня рождения В.И. Ленина. Награжден золотой медалью РАН имени И.В. Курчатова за цикл работ "Исследование структуры легких ядер и их взаимодействий", юбилейной медалью "65 лет атомной отрасли России", медалью "За заслуги в освоении атомной энергии". Лауреат Международной премии имени Г.Н. Флерова ОИЯИ и девяти премий имени И.В. Курчатова НИЦ "Курчатовский институт". Ветеран атомной энергетики и промышленности, награжден многими почетными грамотами.

НИЦ "Курчатовский институт",
Редколлегия ЯФ

ПОПРАВКА

CP-СВОЙСТВА ЛЕПТОНОВ В ЗЕРКАЛЬНОМ МЕХАНИЗМЕ 82 (2), 158 (2019)

© 2021 г. И. Т. Дятлов*

НИЦ "Курчатовский институт" — ПИЯФ, Гатчина, Россия

Поступила в редакцию 18.05.2021 г.; после доработки 18.05.2021 г.; принята к публикации 18.05.2021 г.

DOI: 10.31857/S0044002721050184

В работах автора по зеркальному механизму свойства матрицы слабого смешивания лептонов (матрица PMNS) воспроизводятся при равенстве нулю майорановских частей масс легких нейтрино $\nu_{\rm SM}$. Для тяжелых зеркальных нейтрино, рассматриваемых в работах и образуемых майорановскими фермионами с одинаковыми по модулю массами, это неверно. Легкие $\nu_{\rm SM}$ включают здесь и дираковскую ($\mu_{\rm D}$) и майорановскую ($\mu_{\rm M}$) части массовых матриц (опять одинаковые по модулю):

$$(\mu_{\rm M})_{a,b} \approx \sum_{n=0}^{2} A_{an}\frac{\mu_n}{|M_n|^2}A^{+}_{nb}; \quad (1)$$

$$(\mu_{\rm M})_{ab} \approx \pm\sum_{n=0}^{2} A_{an}\frac{1}{M_n}A^{T}_{nb};$$

$$A \ll \mu \ll |M|, \quad a,b = 1,2,3$$

— обозначения упомянутых выше работ. M_n может быть комплексным при наличии майорановских фаз. A — вещественная, симметричная матрица.

Диагонализация обеих частей (1) (с единой матрицей $UU^T = 1$) сохраняет все естественные свойства PMNS, найденные в статье, при том же предположении об инверсном спектре $\nu_{\rm SM}$. Воспроизведение возникает из общих свойств модели зеркальной симметрии. Но дираковские по массе $\nu_{\rm SM}$ допускают теперь нарушение лептонного числа (аналогично тяжелым нейтрино в упомянутых выше работах).

Другие варианты выбора коэффициентов: различные майорановские массы, комплексные A, не приводят к простому воспроизведению массового спектра легких нейтрино и свойств матрицы PMNS.

*E-mail: dyatlov@thd.pnpi.spb.ru