# СОДЕРЖАНИЕ

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 3–15

## ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ

*УДК 534*

# ОБЗОР ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛОКАЛЬНЫХ ДЕФЕКТОВ СТЕРЖНЕЙ

**© 2020 г. А. М. Ахтямов[1,2,*], М. А. Ильгамов[1,2,3]**

*[1] Институт механики им. Р.Р. Мавлютова, Уфа, Россия*
*[2] Башкирский государственный университет, Уфа, Россия*
*[3] Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*
**e-mail: AkhtyamovAM@mail.ru*

Поступила в редакцию 20.06.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

В статье дается обзор исследований по трем подходам в решении задач идентификации локальных дефектов стержней и трубопроводов и смежных задач. В первом подходе локальные дефекты моделируются условиями сопряжения, во втором – дельта-функциями, входящими в дифференциальное уравнение, в третьем подходе продольные полости и трещины моделируются непрерывными участками стержня с измененной жесткостью, площадью поперечного сечения и плотностью. В обзоре, состоящем из двух частей, описываются работы, посвященные идентификации дефектов распределенных механических систем с помощью собственных частот, а также с помощью проходящих и отраженных волн. Вторая часть обзора посвящена обзору работ, использующих второй и третий подходы – моделированию дефектов дельта-функциями и непрерывными участками стержня с измененной жесткостью, площадью поперечного сечения и плотностью.

*Ключевые слова:* дефект, стержень, трубопровод, собственные частоты, проходящие и отраженные волны

**DOI:** 10.31857/S0235711920020042

**Три основных подхода к обнаружению дефектов в упругих системах.** Стержни, балки являются деталями конструкций, в которых могут образовываться локальные дефекты типа трещин, вмятин, полостей, местной коррозии. Важной является задача их ранней диагностики. Часто для выявления дефекта в стержне конечной длины и его местоположения используются собственные частоты колебаний.

В случае стержней большой длины по сравнению с длинами волн такой способ определения дефектов оказывается неудобным. Более подходящим оказывается метод определения дефектов по проходящим и отраженным от них волнам.

Для идентификации дефектов систем с помощью собственных частот, а также с помощью проходящих и отраженных волн будем рассматривать три основных подхода. В первом подходе локальные дефекты моделируются условиями сопряжения, во втором – дельта-функциями, входящими в дифференциальное уравнение. Третий подход применяется, как правило, для протяженных дефектов. В нем продольные полости и трещины моделируются непрерывными участками стержня с измененной жесткостью, площадью поперечного сечения и плотностью.

Существует другой подход, основанный на моделировании дискретной системой жестко закрепленных масс, невесомых пружин или конечно-элементной моделью и описываемой матричным обыкновенным дифференциальным уравнением по времени с постоянными коэффициентами [1, 2]. Такое уравнение имеет конечное число собственных значений, а собственным формам колебаний отвечают собственные векторы. Исследования, выполненные с помощью такого подхода, не являются сложными [3].

В настоящем обзоре описываются работы, посвященные идентификации дефектов распределенных механических систем с помощью собственных частот, а также с помощью проходящих и отраженных волн. Рассматриваются балки, стержни и трубопроводы, которые моделируются непрерывной системой и описываются набором уравнений в частных производных по времени и по одной или нескольким пространственным координатам.

Каждый из подходов имеет свои преимущества и недостатки, о которых более подробно написано в пунктах, посвященных каждому из подходов.

Заметим, что наш обзор связан с интересами авторов и ни в коей мере не претендует на полноту.

**Моделирование дефекта условиями сопряжения.** Локальные дефекты часто моделируют условиями сопряжения. Для трещин используют условия сопряжения для безмассовых пружин [1], а для полостей – условия для сосредоточенных масс (с отрицательным значением). Первыми, кто показал, что трещины могут быть смоделированы безмассовыми пружинами растяжения-сжатия при продольных колебаниях стержня и вращательной при изгибных колебаниях стержня были Райс и Леви [4]. Связь между глубиной двухсторонней трещины и коэффициентом жесткости пружины установлена в работе [5]. Начиная с работы Фрюнда и Херрмана (Freund, Herrmann) [6], моделирование раскрытой трещины как продольной пружины становится повсеместным, причем не только в теоретических, но и в инженерных исследованиях [7]. Моделировать полость условиями для сосредоточенных масс (или инерционных элементов) впервые было предложено для изгибных колебаний в работе [8], а для продольных – в работе [9].

В последнее время различными авторами предлагаются новые условия сопряжения для трещин. В работе [10] при помощи таких условий сопряжения получены новые результаты об идентификации местоположения и параметров надреза в балке по собственным частотам изгибных колебаний.

В работе [11] для диагностирования надреза предложено использовать собственные частоты из двух спектров изгибных колебаний (вокруг разных осей). Ранее другими авторами использовались два спектра и более спектров [1]. Однако это были спектры задач, которые имели отличающиеся друг от друга краевые условия. А в [11] используются те же самые краевые условия, но рассматриваются колебания вокруг разных осей. Такой подход позволяет доказать корректность обратной задачи и однозначно идентифицировать размеры дефекта (трещины или полости) балки Эйлера–Бернулли. Он позволяет дать “объемное видение” дефекта, подобно тому, как трехмерный объект можно идентифицировать по трем его проекциям. Использование в качестве данных восстановления не только спектров разных задач с дифференциальными уравнениями одного порядка (например, спектров изгибных колебаний вокруг разных осей), но и спектров задач с дифференциальными уравнениями разных порядков (например, спектров изгибных и продольных колебаний стержня) позволяет решать актуальные задачи однозначной идентификации местоположения и размеров дефектов (полостей, надрезов, вмятин и т.п.), решение которых невозможно при использовании традиционных подходов.

Подробно ознакомиться с исследованиями по идентификации местоположения и параметров дефектов можно по двум главам работы [1]. Одна из глав посвящена выявлению дефектов с помощью собственных частот продольных колебаний стержня, другая – идентификации дефектов с помощью собственных частот изгибных колебаний стержня. Мы не будем подробно останавливаться на этих исследованиях. Укажем лишь, что в [12] решена задача нахождения положения $s$ по изменениям двух собственных частот продольных колебаний стержня. В [13] рассматривается задача определения высоты и положения *точечной массы*, прикрепленной к тонкому стержню по ее воздействию на собственные частоты. В [14] показывается, что положение трещины однозначно определяется по асимтотическому виду спектра. В [16] показано, что жесткость и расположение повреждения однородной свободно опертой балки определяется единственным образом (за исключением симметрии) изменениями $m$-й и 2 $m$-й частот. Альтернативное отождествление задается изменениями $m$-й частоты балки со свободно опертыми граничными условиями и ($m + 1$)-й частоты балки с другими краевыми условиями.

Значительное число работ написано авторами, А.Г. Хакимовым, а также А.О. Ватульяном и его учениками.

В [17] по трем собственным частотам изгибных колебаний определяются координата надреза, его глубина и длина. В [18] по двум собственным частотам изгибных колебаний определяются коэффициенты жесткости опор консольной балки. А при известной координате надреза и его длине по собственной частоте определяется его глубина.

В [19] в статической и динамической постановке определяются место и размеры поперечного надреза в вертикальной штанге, растянутой под действием собственного веса и силы, приложенной на нижнем конце. В [20] эта же задача решается с учетом внутреннего трения в пределах надреза. По двум собственным значениям определяется место, соотношение размеров поперечного надреза, а также коэффициент внутреннего трения в пределах надреза в вертикальной штанге, растянутой под действием собственного веса.

В [21, 22] по трем собственным частотам изгибных (крутильных) колебаний балки определяются координата надреза, его глубина и длина.

В [22] по трем собственным частотам крутильных колебаний определены место и размеры повреждения в виде поперечного надреза вала.

В [23—25] по двум собственным частотам изгибных (поперечных) колебаний определяются радиус и толщина утонченной центральной области мембраны.

В [26] по двум собственным частотам крутильных колебаний определены начальная координата и длина продольного сквозного радиального разреза полого вала.

В [27] по трем собственным частотам продольных колебаний определяется начальная координата, величина прикрепленной распределенной массы к ступенчатому стержню и отношение площадей.

В [28] по трем собственным частотам крутильных колебаний определяются координата, длина и параметр надреза бурильной колонны.

В [29] представлено решение задачи идентификации условий замыкания (сопряжения) провода по первым собственным частотам колебаний напряжения в нем; показана корректность задачи; дан метод ее решения и приведены соответствующие примеры.

В [30] приведены результаты расчета местоположения трещины и жесткости в ее области по экспериментальным собственным частотам продольных колебаний.

В [31] показано, что местоположение полости и ее объем определяются по двум собственным частотам изгибных колебаний стержня. Результаты этих исследований хорошо согласуются с результатами работы А.О. Ватульяна, Н.О. Солуянова [32]. Аналогичная модель и выводы приводятся в работах [33, 34], но уже для продольных колебаний стержня.

В [35] предлагается метод, позволяющий вычислить местоположение и объем двух полостей в стержне по собственным частотам изгибных колебаний. В работе [36] полость моделируется условиями сопряжения для сосредоточенных масс (но с отрицательными значениями). В [37] аналогичная задача решена для двух масс, сосредоточенных на балке.

В [38] получены новые результаты об идентификации местоположения и параметров надреза в балке по собственным частотам изгибных колебаний.

Определение местоположения и параметров дефектов с помощью собственных частот удобно для механических распределенных систем конечной длины. Если же объект (например, стержень) оказывается бесконечным, то такой подход оказывается неудобным, т.к. спектр такой задачи является не дискретным, а непрерывным. Более удобным оказывается подход, основанный на использовании проходящих и отраженных волн. Так, например, в [39] рассмотрена задача обнаружения дефектов в протяженных объектах типа штанговых колонн нефтедобывающих скважин и магистральных трубопроводных систем. В таких объектах не все участки могут быть доступны для визуального осмотра и приборного диагностирования [40].

Решение обратной задачи позволяет определить координату надреза и параметр, содержащий его глубину и длину, по данным падающей и отраженной волн в месте наблюдения.

В [41—44] определяется координата надреза и параметр, содержащий его глубину и длину, по данным падающей и отраженной продольной и крутильной волн в месте наблюдения.

В [45] рассматривается отражение от распределенной массы, прикрепленной к трубопроводу, и прохождение изгибной бегущей волны. В этой работе решена обратная задача определения начальной координаты распределенной массы и ее величины по данным отраженной волны в точке наблюдения.

В [46, 47] определяется координата воздушной полости и ее длина по данным отраженной продольной и изгибной волны в месте наблюдения. В [48, 49] определяется начальная координата распределенной массы и ее величина по данным отраженной волны в точке наблюдения.

Изучение продольных и проходящих волн оказывается эффективным не только для протяженных объектов. Оно эффективно и для обнаружения дефектов конечных объектов, подвергшихся ударному воздействию или кратковременному возбуждению. Например, в [50] с помощью проходящих и отраженных волн решается задача определения момента времени удара, длины стержня, массы груза и скорости по данным датчика, который снимает значения смещения стержня в различные моменты времени. Задача решается теоретически с помощью уравнения продольных колебаний однородного стержня. Аналогичные задачи решаются в работах [51, 52].

В [53] получены формулы определения момента и места разрыва трубопровода по данным тензодатчика и предложена схема взаимодействия с ГЛОНАСС, которая позволяет мгновенно обнаруживать места утечек и повреждений трубопроводов, проложенных под водой, и своевременно ликвидировать последствия аварии. В [54] рассматривается обратная ретроспективная задача определения местоположения и момента времени возбуждения струны внешним объектом.

**Использование дельта-функций.** В предыдущем пункте при изучении колебаний стержней с поперечным надрезом для стыкования решений в двух областях принимается некоторая модель в виде условий сопряжения. Этот подход, приемлемый в случае одного надреза, становится весьма трудоемким при наличии нескольких надрезов в стержне. Кроме того, должна быть задана длина надреза вдоль стержня, между тем она известна не всегда, например, на стадии зарождения трещины. Трудно определима и жесткость пружины в указанной выше модели. Поэтому желательно построить простейшую модель колебаний стержня с несколькими зарождающимися трещинами, в которой отсутствовали бы указанные выше жесткость пружины и длина надреза вдоль стержня (или расстояние между берегами трещины).

Подход, использующий дельта-функции оказывается более эффективным, когда диагностируется не одна, а несколько дефектов. В отечественной литературе, посвященной выявлению дефектов по собственным частотам колебаний, трещины моделируют дельта-функциями в работах Е.И. Шифрина и М.А. Ильгамова. Однако подходы, используемые для моделирования трещин, у этих авторов отличаются.

Поясним сначала подход, используемый Е.И. Шифриным на примере продольных колебаний стержня. Он получает уравнения с дельта-функциями основываясь на условиях сопряжения для трещин. В работах [55, 56] вместо функции $u(x)$, характеризующей продольные смещения при продольных колебаниях стержня, используется функция, которая является решением уравнений Штурма–Лиувилля

$$u_j''(x) + \lambda u_j(x) = 0, \quad j = 1, 2, \ldots, n+1, \quad x_{j-1} < x < x_j$$

и удовлетворяет условиям сопряжения

$$u_j'(x_j) = u_{j+1}'(x_j), \quad u_{j+1}(x_j) - u_j(x_j) = \Delta_j = EAc_j u_j'(x_j), \quad j = 1, 2, \ldots, n,$$

а значит, имеет разрывы в точках $x_j$.

Вводится гладкая функция

$$u_0(x) = u(x) - \sum_{k=1}^{n} \Delta_k H(x - x_k),$$

где $H(x)$ – функция Хевисайда для которой выполняются уравнения,

$$u_0''(x) + \lambda u_0(x) + \lambda \sum_{k=1}^{n} \Delta_k H(x - x_k) = 0.$$

Продифференцировав это уравнение и введя новую переменную

$$w(x) = u_0'(x),$$

получается уравнение

$$w''(x) + \lambda \left[ 1 + EA \sum_{k=1}^{n} c_k \delta(x - x_k) \right] w(x) = 0,$$

представляющее собой уравнение вида

$$\Phi''(\tau) + \lambda m(\tau) \Phi(\tau) = 0, \quad 0 < \tau < 1,$$

которое ранее уже изучалось М.Г. Крейном, показавшим, что функция $m(\tau)$ однозначно восстанавливается по двум спектрам [57–59]. В результате удается доказать, что любое число трещин может быть обнаружено и идентифицировано с помощью двух спектров, отвечающих двум типам условий на концах стержня, свободные концы и свободный конец – закрепленный конец. Рассмотрены численные примеры, иллюстрирующие полученные теоретические результаты.

В [60] рассмотрена задача, аналогичная задаче [56], но для стержня переменного сечения. Предполагается, что площадь сечения является непрерывно дифференцируемой функцией координаты. Получены результаты, аналогичные результатам [56], т.е. путем сведения задачи к обратной задаче Штурма–Лиувилля доказано, что любое число трещин однозначно идентифицируется по двум спектрам, отвечающим условиям свободный – свободный и свободный закрепленный на концах. Рассмотрены численные примеры.

В работе [61] рассмотрены задачи идентификации конечного числа малых трещин в стержне и балке по собственным частотам. Малым трещинам отвечают пружины с малыми податливостями. Это позволяет упростить задачу и свести ее к линейным относительным податливостям пружин. Задачу о продольных колебаниях стержня со свободными концами удается свести к уравнениям, встречающимся в различных областях чистой и прикладной математики (в задачах анализа сигналов, идентификации простых полюсов мероморфной функции, реконструкции полигональной области по комплексным моментам, идентификации малых дефектов в упругих телах и др.). Методы решения таких уравнений хорошо известны. Получены следующие результаты.

Если известно, что в стержне имеется не более чем $N$ трещин, то с помощью $2N$ собственных частот, отвечающих продольным колебаниям стержня со свободными концами, можно определить пары точек, расположенных симметрично относительно середины стержня, в которых могут находиться трещины, и суммарную податливость стержней, расположенных в симметричных точках. Кроме этого, показано, что с помощью $2N + 1$ собственных частот, отвечающих продольным колебаниям стержня, один конец которого закреплен, а другой свободен, можно определить пары точек, расположенных симметрично относительно середины стержня, в которых могут находиться трещины, и разность податливостей пружин, расположенных в симметричных точках. Рассмотрена также задача о поперечных колебаниях свободно опертой балки с малыми трещинами. В этой задаче получены результаты, аналогичные результатам для продольных колебаний стержня со свободными концами. Более точно, для случая, когда известно, что в балке находится не более $N$ трещин, разработан алгоритм, позволяющий по $2N$ собственным частотам определить пары симметричных точек возможного расположения трещин и суммарную податливость пружин, работающих на поворот.

Другой подход к моделированию трещин дельта-функциями используется в работах М.А. Ильгамова. В нем учитывается особенность зарождающейся трещины, состоящая в том, что в фазе деформации сжатия она исчезает (смыкание берегов трещины), а в фазе деформации растяжения эти берега расходятся. В работе [62] предполагается, что при продольных колебаниях стержня в фазе деформации сжатия берега трещины приходят в соприкосновение, в результате чего движение не отличается от случая сплошного стержня (без трещины). В фазе деформации растяжения эти берега расходятся, в результате чего происходит частичное прохождение продольной волны и ее частичное отражение. Так же, как при моделировании трещины условиями сопряжения, не учитывается пространственное напряженно-деформированное состояние в зоне трещины. Оно предполагается одноосным. Последнее, естественно, не отражает истинную картину напряженно-деформированного состояния вблизи трещины, но может служить некоторым приближением при определении интегральных характеристик как собственные частоты продольных колебаний всего стержня. Указанное отражение волн от трещины в фазе растяжения приводит к взаимодействию разных гармоник продольных колебаний стержня конечной длины, что сильно усложняет анализ. Если принять отношение суммы площадей $F_k$ трещин числом $K$ к общей площади $F$ поперечного сечения балки (рис. 1) порядка 0.1, то взаимодействие гармоник будет не сильным и собственные формы будут мало отличаться от соответствующих форм колебаний стержня без трещин. В [62] рассматривается именно случай $\sum_{k=1}^{K}\left(F_k/F\right) \ll 1$. Это простейшее качественное решение может быть уточнено при учете взаимодействия гармоник.

В уравнении продольного движения стержня $\partial N/\partial x - \rho F\,\partial^2 u/\partial t^2 = 0$ усилие $N$ принимается в виде $N = E\left(F\dfrac{\partial u}{\partial x} - \sum_k F_k L\delta(x - x_k)\dfrac{\partial u}{\partial x}\right)$, где $E$, $\rho$ — модуль упругости и плотность материала; $u$ — перемещение, $\delta(x - x_k)$ — дельта-функция; $x_k$ — координата $k$-й трещины. Трещины могут быть расположены по длине $L$ стержня произвольно. Из последних двух уравнений следует

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\sum_k^K f_k \delta(\xi - \xi_k)\frac{\partial u}{\partial \xi}\right) - \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} = 0,$$

$$\xi = x/L, \quad \xi_k = x_k/L, \quad f_k = F_k/F, \quad \tau = (a/L)t, \quad a^2 = E/\rho.$$

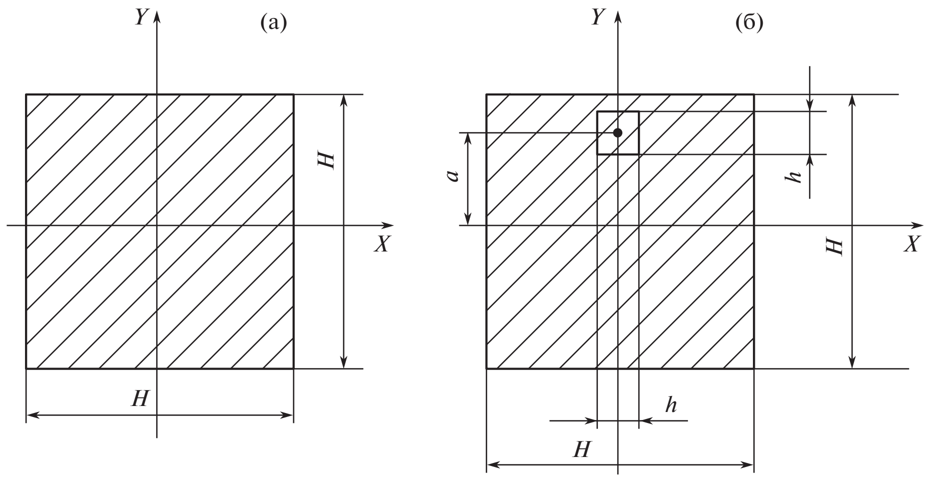


**Рис. 1.** Поперечные сечения рассматриваемых стержней: (а) сплошной стержень, форма сечения – квадрат; (б) трубчатый стержень, форма сечения – квадрат с полостью.

Для описания деформации сжатия второй член в последнем уравнении следует опустить (в отсутствии трещины $f_k = 0$).

Условия на концах стержня принимаются в виде

$$u = 0 \quad (\xi = 0), \quad \partial u/\partial \xi = 0 \quad (\xi = 1)$$

и условия стыкования решений при смене деформации растяжения на деформацию сжатия (в момент времени $\tau_*$)

$$u(\xi, \tau_* - 0) = u(\xi, \tau_* + 0) = 0, \quad \frac{\partial u(\xi, \tau_* - 0)}{\partial \tau} = \frac{\partial u(\xi, \tau_* + 0)}{\partial \tau}.$$

Этим условиям на концах стержня и условиям стыкования решений удовлетворяют функции для обеих фаз деформации

$$u = U_i \sin\frac{i\pi\xi}{2} \sin \gamma_i \tau \quad (0 < \tau \le \tau_*), \quad (i = 1, 3, \ldots),$$

$$u = V_i \sin\frac{i\pi\xi}{2} \sin \mu_i (\tau - \tau_*) \quad (\tau_* \le \tau \le \tau_* + \pi/\mu_i), \quad \tau_* = \frac{\pi}{\gamma_i}.$$

Чем больше число зарождающихся трещин и чем более равномерно они расположены по длине стержня, тем одночленная аппроксимация перемещения точнее отражает картину деформации (в общем случае необходимо брать суммы по $i$).

С применением этой приближенной модели в [62] определяются собственные частоты, значения которых сравниваются с результатами другой модели, учитывающей не только площадь, но и продольный размер трещины. Показано, что при отношении длины трещины к общей длине стержня, имеющем порядок отношения площади трещины к площади поперечного сечения стержня, можно не учитывать размер трещины вдоль стержня.

**Моделирование дефекта непрерывным участком стержня с измененной жесткостью, площадью поперечного сечения и плотностью.** Моделирование непрерывными участками стержня с измененной жесткостью, площадью поперечного сечения и плотностью, как правило, применяется при идентификации протяженных дефектов. Часто при решении задачи используются аналитические методы решения. Поэтому такой подход удобен для ответа на фундаментальные вопросы. Например, с помощью такого подхода может быть получен важный для дефектоскопии вопрос: Всегда ли по собственным частотам свободных изгибных колебаний стержня можно выявить дефект?

Как показывают исследования, проведенные в работах [8, 63, 64] собственные частоты поперечных колебаний балки с полостью на срединной оси *выше* собственных частот колебаний сплошной балки. Это в корне отличается от поведения частот колебаний балки с открытой трещиной. Собственные частоты балки с раскрытой трещиной *ниже* собственных частот сплошной бездефектной балки [65].

При перемещении полости балки от срединной оси к внешнему краю, балка с полостью становится в итоге балкой с открытой трещиной. На основе этого факта, а также учитывая сведения о том, что собственные частоты балки с полостью выше, а балки с трещиной, наоборот, ниже собственных частот сплошной бездефектной балки, сделаем предположение: при определенном положении полости балки, собственные частоты колебаний балки с полостью совпадают с собственными частотами колебаний сплошной бездефектной балки.

В работе [66] показана справедливость данного предположения на примере изгибных колебаний сплошного бездефектного стержня и стержня с призматической полостью, проходящей по всей длине стержня (трубчатого стержня) (рис. 1).

Задача об изгибных колебаниях консольной балки длины $L$ заменой $u(x,t) = y(x)\cos\omega t$ сводится к спектральной задаче

$$\begin{gathered} y^{(4)}(x) = \lambda^4 y(x), \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(L) = 0, \quad y'''(L) = 0, \end{gathered} \tag{1}$$

где $\lambda^4 = \dfrac{\rho F \omega^2}{EJ}$, $\omega$ – частотный параметр.

Как видно из рис. 1, параметр $a$ определяет положение полости трубчатого стержня. При $a = 0$ полость лежит на срединной оси стержня. При значениях параметра $a \ge \left(\dfrac{H}{2} - \dfrac{h}{2}\right)$ рассматриваемый трубчатый стержень превращается в стержень с открытой трещиной. Как было отмечено ранее, собственные частоты стержня с полостью на срединной оси выше, а стержня с трещиной, наоборот, ниже собственных частот сплошного стержня. Следовательно, при определенных значениях параметра $a$ собственные частоты трубчатого стержня совпадают с собственными частотами сплошного стержня. Необходимо выяснить при каких значениях параметра $a$ происходит совпадение частот.

В терминах задачи (1), (2) данная задача сводится к исследованию того, при каких значениях параметра $a$ выполняется соотношение $\dfrac{J_1}{F_1} = \dfrac{J_2}{F_2}$, где $J_1$, $F_1$ – момент инерции и площадь поперечного сечения сплошного стержня, $J_2$, $F_2$ – момент инерции и площадь поперечного сечения трубчатого стержня. В работе [66] показано, что при

$$a = \frac{(H^2 - h^2)\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{2H} \quad \text{и} \quad a = \frac{-(H^2 - h^2)\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{2H}$$

первая, вторая, третья и все последующие собственные частоты изгибных колебаний рассматриваемых стержней совпадают. Причем это значение $a$ является общим для всех собственных частот. Если же полость проходит не по всей длине стержня, то существуют значения $a$, при которых первая, вторая, третья и все последующие собственные частоты изгибных колебаний рассматриваемых стержней совпадают. Однако эти $a$ зависят от номера частоты и не являются общими для всех номеров частот [67].

Таким образом, выявить дефект по спектру частот колебаний стержня вокруг одной оси оказывается невозможным. В [66, 67] показано, что для идентификации полости необходимо использование собственных частот из двух спектров изгибных колебаний (вокруг разных осей). По двум собственным частотам, каждая из которых взята из спектров частот изгибных колебаний стержня с полостью вокруг разных осей, можно однозначно идентифицировать параметры размера $h$ и местоположения $a$ полости.

Третий подход позволяет также решать задачи идентификации дефектов. Так, в [68] исследованы собственные изгибные колебания трубопровода с движущейся жидкостью, находящегося под действием растягивающей силы и защемленного по краям. По трем частотам изгибных колебаний находятся скоростной параметр, относительная масса продукта на единицу длины трубопровода и относительная масса отложений на стенках трубопровода.

В [69] исследуются собственные крутильные колебания трехэлементного вала. По четырем частотам свободных крутильных колебаний можно определить параметр жесткости, полярный момент инерции вала на втором участке, начальную координату и длину этого участка.

В [70] решена задача о поиске местонахождения границы между двумя участками стержня разной плотности по собственным частотам его свободных продольных колебаний.

В [71] сформулирована математическая модель неоднородного стержня с коррозионным участком. Решена задача определения длины, модуля упругости и плотности коррозионного участка стрежня по трем собственным частотам продольных колебаний.

В [72] рассмотрена балка с поперечным сечением в виде полого прямоугольника. Определяются размеры полости балки по двум собственным частотам изгибных колебаний, взятым из разных спектров. Данные спектры принадлежат колебаниям в двух взаимно перпендикулярных плоскостях.

В [73] исследовано поведение собственных частот балки с продольным надрезом (трещиной). Для идентификации глубины и ширины предложено использование двух спектров частот (вокруг разных осей). Показано как по двум собственным частотам, взятым из разных спектров (вокруг разных осей), идентифицировать глубину и ширину надреза балки.

В [74] получены формулы идентификации размеров призматического стержня по трем собственным частотам (по одной из спектра продольных колебаний и из двух спектров изгибных колебаний вокруг разных осей). Найдены аналогичные формулы для стержней треугольного и эллипсовидного сечений.

Значительный вклад в вопросы идентификации дефектов, моделируемых участками с иной плотностью или жесткостью, внесен научной школой А.О. Ватульяна. В работах этой научной школы полости, сначала участки с другой плотностью или жесткостью рассматриваются как участки определенной формы, а затем предлагаются подходы, позволяющие рассматривать участки произвольной формы.

В [63] предложен подход к определению расположения и объема полости произвольной формы. Представлены результаты численных экспериментов и их анализ.

В [75] приведены схемы реконструкции полости в стержне при анализе продольных и изгибных колебаний стержня.

В [76] дан обзор работ по обратным задачам теории трещин в упругих телах. Отмечено, что наиболее популярным является модель, в которой трещина моделируется математическим разрезом, а берега не взаимодействуют в процессе установившихся колебаний.

В [77] представлен метод определения параметров малой осесимметричной полости в балке при анализе продольных и изгибных колебаний. Наиболее просто реализуется предложенная схема для сферической полости в цилиндрическом стержне. Представлены вычислительные эксперименты по реконструкции параметров полости и его положения.

В [32] рассматривается задача об установившихся поперечных колебаниях цилиндрического стержня, содержащего осесимметричный дефект в форме полости малого характерного размера. Представлены численные результаты, показавшие достаточную эффективность предлагаемого в статье похода по восстановлению объема и центра полости.

В [78] рассматриваются задачи о восстановлении переменных модуля упругости и плотности для упругого неоднородного стержня при возбуждении продольных и изгибных колебаний.

В [79] исследованы поперечные колебания консольно закрепленной балки с тонким надрезом, который смоделирован как локальное изменение жесткости. Разработаны методы поэтапной реконструкции параметров надреза по известной информации о резонансных частотах балки с надрезом или об амлитудно-частотной характеристике торца.

В [80] представлен метод определения параметров симметричного тонкого надреза в балке при анализе изгибных колебаний. Реализована процедура поэтапного восстановления параметров тонкого надреза.

В [81] решены две обратные задачи. Первая состоит в определении центра и объема эллипсоидального включения, ослабляющего упругий стержень, при известных его физических характеристиках (модуль Юнга и плотность), а вторая — в определении физических параметров включения при известной его геометрии. В обеих задачах входной информацией являются значения первых трех или четырех резонансных частот.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Gladwell G.M.L.* Inverse Problems in Vibration. 2nd ed. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2004. (Русский перевод: Гладвелл Г.М.Л. Обратные задачи теории колебаний. М. Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2008).
2. *Chu M.T., Golub G.H.* Inverse Eigenvalue Problems: Theory, Algorithms, and Applications. Oxford University Press, USA, 2005. 406 p.
3. *Ахтямов А.М.* Диагностирование нагружености механической системы // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2003. № 6. С. 60.
4. *Rice J.R., Levy N.* The part through surface crack in an elastic plate // J. Appl. Mech. 1972. V. 39. P. 185.
5. *Ruotolo R., Surace C.* Natural frequencies of a bar with multiple cracks // Journal of sound and vibrations. 2004. V. 272. P. 301.
6. *Freund L.B., Herrmann G.* Dynamic fracture of a beam or plate in plane bending // Journal of applied mechanics. 1976. V. 76. P. 112.
7. *Cawley P., Adams R.D.* The location of defects in structures from measurements of natural frequencies // Journal of strain anaysis. 1979. V. 14. P. 49.
8. *Ахтямов А.М., Аюпова А.Р.* Диагностирование полости в стержне методом отрицательной массы // Дефектоскопия. 2010. Т. 46. № 5. С. 29.
9. *Ахтямов А.М., Сатыев Э.И.* Определение местоположения и объема полости в упругом стержне по двум собственным частотам его колебаний // Дефектоскопия. 2012. № 5. С. 78.
10. *Ватульян А.О., Осипов А.В.* Поперечные колебания балки с локализованными неоднородностями // Вестник ДГТУ. 2012. № 8 (69). С. 34.

11. *Ахтямов А.М., Ильгамов М.А.* Модель изгиба балки с надрезом: прямая и обратная задачи // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 1. С. 152.
12. *Morassi A.* Identification of a crack in a rod based on changes in a pair of natural frequencies // Journal of sound and vibration. 2001. V. 242. P. 577.
13. *Morassi A., Dilena M.* On point mass identification in rods and beams from minimal frequency measurements // Inverse problems in engineering. 2002. V. 10. P. 183.
14. *Morassi A.* An uniqueness result on crack localization in vibrating rods // Inverse problems in engineering. 1997. V. 4. P. 231.
15. *Hald O.H.* Discontinuous inverse eigenvalue problems // Communications on pure and applied mathematics. 1984. V. 37. P. 539.
16. *Morassi A.* The crack detection problem in vibrating beams, in Davini C. and Viola E. (Eds) Problems in Structural Identification and Diagnostics: General Aspects and Applications. New York: Springer, 2003. P. 163.
17. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Диагностика повреждений консольной балки с надрезом // Дефектоскопия. 2009. № 6. С. 83.
18. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Диагностика закрепления и повреждений балки на упругих опорах // Контроль. Диагностика. 2010. № 9. С. 57.
19. *Ильгамов М.А.* Диагностика повреждений вертикальной штанги // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. Вып. 5. Уфа: Гилем, 2007. С. 201.
20. *Ахметвалиева Э.Н., Ахтямов А.М.* Диагностика поперечного надреза вертикальной штанги // Контроль и диагностика. 2012. № 8. С. 31.
21. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Диагностика повреждений балки на шарнирных опорах // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2010. № 2. С. 42.
22. *Хакимов А.Г.* О собственных колебаниях вала с моделью искусственного дефекта // Дефектоскопия. 2010. № 6. С. 93.
23. *Хакимов А.Г.* О собственных колебаниях круглой плиты с утонченной центральной областью // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 3. С. 63.
24. *Хакимов А.Г.* О собственных колебаниях круглой плиты с утонченной центральной областью и прикрепленной распределенной массой // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 4. С. 38.
25. *Хакимов А.Г.* О собственных колебаниях круглой мембраны с утонченной центральной областью // Контроль. Диагностика. 2011. № 4. С. 66.
26. *Хакимов А.Г.* О собственных крутильных колебаниях полого вала с продольным сквозным радиальным разрезом // Дефектоскопия. 2013. № 6. С. 32.
27. *Хакимов А.Г.* О собственных продольных колебаниях ступенчатого стержня с распределенной присоединенной массой // Контроль. Диагностика. 2013. № 11. С. 9.
28. *Хакимов А.Г., Сатыев Э.И.* О собственных крутильных колебаниях бурильной колонны // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. 2014. № 6. С. 120.
29. *Ахтямов А.М., Ямилова Л.С.* Идентификация условий замыкания провода по собственным частотам колебаний напряжения переменного тока // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. Т. 11. № 2–3. С. 15.
30. *Ахтямов А.М., Каримов А.Р.* Идентификация трещины в стержне по двум собственным частотам продольных колебаний // В мире научных открытий. 2012. № 1. С. 111.
31. *Ахтямов А.М., Аюпова А.Р.* Определение полости в стержне методом отрицательной массы // Дефектоскопия, 2010. № 5. С. 29.
32. *Ватульян А.О., Солуянов Н.О.* Идентификация полости в упругом стержне при анализе поперечных колебаний // ПМТФ. 2008. № 6. Т. 49. С. 152.
33. *Ахтямов А.М., Сатыев Э.И.* Определение местоположения и объема полости в упругом стержне по двум собственным частотам его колебаний // Дефектоскопия. 2012. № 5. С. 78.
34. *Ахтямов А.М., Сатыев Э.И.* Диагностика повреждения вертикальной штанги с учетом внутреннего трения // Контроль. Диагностика. 2013. № 6. С. 35.
35. *Ахтямов А.М., Аюпова А.Р.* О решении задачи диагностирования дефектов в виде малой полости в стержне // Журнал Средневолжского математического общества. 2010. Т. 12. № 3. С. 38.

36. *Ахтямов А.М., Аюпова А.Р.* Определение полости в стержне методом отрицательной массы // Дефектоскопия. 2010. № 5. С. 29.
37. *Ахтямов А.М., Аюпова А.Р.* Диагностирование двух масс, сосредоточенных на балке // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2010. № 1. С. 42.
38. *Ватульян А.О., Осипов А.В.* Поперечные колебания балки с локализованными неоднородностями // Вестник ДГТУ. 2012. № 8 (69). С. 34.
39. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Отражение затухающей бегущей волны от надреза в стержне // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2011. № 4. С. 116.
40. *Сидоров Б.В., Мартынов С.А.* Рекомендуемая технология диагностики подземных трубопроводов // Контроль. Диагностика. 2005. № 12. С. 18.
41. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Отражение продольной волны от надреза в стержне, погруженном в вязкую жидкость // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3. № 3. С. 58.
42. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Отражение продольной бегущей волны в стержне с повреждением // Контроль. Диагностика. 2009. № 7. С. 43.
43. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Отражение продольной бегущей волны от надреза в стержне // Техническая акустика. 2008. Т. 8. С. 16.
44. *Хакимов А.Г.* Отражение крутильной бегущей волны в стержне с искусственным дефектом // Вычислительная механика сплошных сред. 2012. Т. 5. № 1. С. 114.
45. *Хакимов А.Г.* Отражение изгибной волны от распределенной массы, прикрепленной к трубопроводу // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 6. С. 80.
46. *Ильгамов М.А., Хакимов А.Г.* Отражение продольной волны от воздушной полости в трубопроводе // Известия Уфимского научного центра РАН. 2012. № 4. С. 15.
47. *Хакимов А.Г.* Отражение длинной изгибной бегущей волны от точечной воздушной полости в трубопроводе // Контроль. Диагностика. 2012. № 4. С. 58.
48. *Хакимов А.Г.* Отражение изгибной волны от распределенной массы, прикрепленной к трубопроводу // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 6. С. 80.
49. *Хакимов А.Г.* Отражение короткой изгибной бегущей волны от распределенной массы, прикрепленной к трубопроводу // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2012. Т. 9. № 2. С. 134.
50. *Ахтямов А.М.* Определение массы, скорости движения груза и места его удара по стержню с помощью продольных смещений одного из сечений стержня // Контроль. Диагностика. 2007. № 11. С. 59.
51. *Ахтямов А.М., Муртазина Р.Ф.* Определение массы, скорости движения груза и места его удара по стержню с помощью показаний тензодатчика // Контроль. Диагностика. 2009. № 1. С. 36.
52. *Утяшев И.М., Ахтямов А.М.* Идентификация повреждения трубопровода с использованием тензодатчиков // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2012. Т. 9. № 2. С. 130.
53. *Утяшев И.М., Ахтямов А.М.* Идентификация повреждения трубопровода с использованием тензодатчиков // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2012. Т. 9. № 2. С. 130.
54. *Ахтямов А.М., Утяшев И.М.* Ретроспективная задача распространения поперечных волн // Контроль. Диагностика. 2010. № 4. С. 36.
55. *Shifrin E.I., Ruotolo R.* Natural frequencies of a beam with an arbitrary number of cracks // Journal of Sound and Vibration. 1999. V. 222. № 3. P. 409.
56. *Shifrin E.I.* Inverse spectral problem for a rod with multiple cracks // Mechanical Systems and Signal Processing. 2015. V. 56–57. P. 181.
57. *Крейн М.Г.* Об обратных задачах для неоднородной струны // ДАН СССР. 1952. Т. 82. С. 669.
58. *Крейн М.Г.* Об одном обобщении исследований Стилтьеса // ДАН СССР. 1952. Т. 87. С. 881.
59. *Крейн М.Г.* О некоторых случаях эффективного определения плотности неоднородной струны по ее спектральной функции // ДАН СССР. 1953. Т. 93. С. 617.
60. *Shifrin E.I.* Inverse spectral problem for a non-uniform rod with multiple cracks // Mechanical Systems and Signal Processing. 2017. V. 96. P. 348.
61. *Shifrin E.I.* Identification of a finite number of small cracks in a rod using natural frequencies // Mechanical Systems and Signal Processing. 2016. V. 70–71. P. 613.

62. *Ильгамов М.А.* Продольные колебания стержня с зарождающимися поперечными трещинами // МТТ. 2017. № 1. С. 23.

63. *Ватульян А.О., Солуянов Н.О.* Об определении местоположения и размера полости в упругом стержне // Дефектоскопия. 2005. № 9. С. 44.

64. *Ахтямов А.М., Каримов А.Р.* Диагностирование полости в призматической балке // Дефектоскопия. 2013. № 3. С. 15.

65. *Morassi A.* Crack-induced changes in eigenparameters on beam structures // Journal of engineering mathematics. V. 119. P. 1798.

66. *Ахтямов А.М., Саляхова Е.В.* Всегда ли наличие полости в стержне меняет собственные частоты? // Электронный журнал "Техническая акустика", http://ejta.org, 2011. 7.

67. *Ахтямов А.М., Саляхова Е.В.* Диагностирование полости в стержне // Журнал Средневолжского математического общества. № 2. Т. 13. С. 47.

68. *Хакимов А.Г.* Определение массового расхода жидкости в трубопроводе и толщины отложений на его стенках по собственным частотам изгибных колебаний // Известия Уфимского научного центра РАН. 2016. № 3. С. 15.

69. *Хакимов А.Г.* К определению параметров трехэлементного вала по заданному спектру частот крутильных колебаний // Контроль. Диагностика. 2014. № 6. С. 29.

70. *Ахтямов А.М., Галеева Д.Р.* Исследование прямой и обратной задачи о колебаниях неоднородного стержня, состоящего из двух различных участков // Контроль. Диагностика. 2014. № 4. С. 58.

71. *Ахтямов А.М., Галеева Д.Р.* Определение длины, плотности и модуля упругости коррозионного участка стержня по собственным частотам продольных колебаний // Вестник Башкирского университета. 2015. Т. 20. № 2. С. 398.

72. *Ахтямов А.М., Каримов А.Р.* Диагностирование полости в призматической балке // Дефектоскопия. 2013. № 3. С. 15.

73. *Ахтямов А.М.* Идентификация продольного надреза балки по ее собственным частотам // Вестник Башкирского университета. 2012. Т. 17. № 2. С. 840.

74. *Ахтямов А.М.* Диагностирование размеров стержня по его собственным частотам // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2011. № 11. С. 51.

75. *Ватульян А.О.* О колебаниях упругих тел с малыми дефектами // Известия вузов, Сев.-Кавк. рег. 2004. Спецвыпуск. С. 19.

76. *Ватульян А.О., Соловьев А.Н.* Обратные задачи теории трещин в твердых телах// Известия вузов, Сев.-Кавк. рег. 2004. Спецвыпуск "Математика и механика сплошной среды". С. 74.

77. *Ватульян А.О., Бочарова О.В., Жарков Р.С.* Реконструкция малых полостей в упругих стержнях // Изв вузов. Сев.-Кавк. рег. Сер. естеств. науки. 2006. № 2. С. 28.

78. *Ватульян А.О., Бочарова О.В.* О реконструкции плотности и модуля Юнга для неоднородного стержня // Акустический журнал. 2009. Т. 55. № 3. С. 275.

79. *Ватульян А.О., Осипов А.В.* Об определении характеристик тонкого надреза при анализе изгибных колебаний балки // Экологический вестник ЧЭС. 2013. № 2. С. 27.

80. *Ватульян А. О., Осипов А.В.* Об одном подходе при определении параметров дефекта в балке // Дефектоскопия. 2014. № 11. С. 37.

81. *Ватульян А.О., Каштальян Д.О.* Об определении зоны деструкции в упругой балке // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Сер. естеств. науки. 2015. № 4. С. 29.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 16–24

## МЕХАНИКА МАШИН

*УДК 534.26*

# ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ПОГРУЖЕННОЙ В ЖИДКОСТЬ

© 2020 г.
**О. И. Косарев[1], А. К. Пузакина[1,*], Д. Ф. Нахатакян[1]**

[1] *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*

**e-mail: alla-puzakina@yandex.ru*

Поступила в редакцию 05.07.2019 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

Предложен численно-аналитический метод расчета вынужденных колебаний оболочечной конструкции, погруженной в жидкость. Конструкция состоит из набора конечных упругих цилиндрических оболочек и упругих колец, к которым приложены сосредоточенные дискретные возмущающие силы. Приведены примеры сравнительного расчета амплитудно-частотных характеристик и форм колебаний оболочечной конструкции в вакууме и в жидкости.

*Ключевые слова:* вынужденные колебания, цилиндрическая оболочка, жидкость, дисперсионное уравнение, уравнение движения

**DOI:** 10.31857/S0235711920020091

Рассматривается задача о вынужденных колебаниях оболочечной конструкции со свободными граничными условиями на торцах, погруженной в жидкость. Конструкция состоит из секций, каждая из которых представляет собой конечную упругую цилиндрическую оболочку с упругими кольцами на концах. На оболочечную конструкцию действуют дискретные вынуждающие силы. Попытки решения этой задачи методом конечных элементов по ряду причин нельзя признать успешными [7]. Численно-аналитические методы расчета колебаний конечных цилиндрических оболочек в жидкости до сих пор не разработаны [1–9] и решение этой задачи является актуальным.

Цель – разработать численно-аналитический метод расчета вынужденных колебаний цилиндрических оболочек в жидкости.

Идея предлагаемого метода расчета состоит в следующем. Система условно разбивается на подсистемы, включающие оболочки и кольца. Для каждой оболочки составляются дисперсионные уравнения и определяются их корни. Решение свободных колебаний оболочки записывается в виде вектора (матрицы-столбца) перемещений ($u$, $v$, $w$, $w'$). Функции распределения перемещений оболочек по их длине записываются через перемещения торцевых сечений. Внутренние силы в оболочках приводятся к торцам оболочек. Определяются матрицы динамических жесткостей колец по тем же четырем перемещениям. Общее матричное уравнение вынужденных колебаний всей оболочечной конструкции записывается так же, как для цепной системы. Вынуждающие силы приложены к кольцам и распределены по окружному углу $\varphi$ по гармоническому закону $P = p\cos n\varphi$. Дискретные вынуждающие силы могут задаваться в любом месте по длине цилиндрической оболочки без применения $\delta$-функции. Получается матричное уравнение ленточного типа, состоящее из блок-матриц четвертого порядка, диагонально расположенных в общей матрице. Это позволяет упростить составление и ускорить решение сводных матричных уравнений высокого порядка (нескольких сотен).

Уравнения движения цилиндрической оболочки в перемещениях, основанные на моментной теории упругих оболочек Кирхгофа–Лява, имеют вид [8]

$$\begin{gathered}
\frac{\partial T_1}{\partial \xi} + \frac{\partial S}{\partial \varphi} - \rho_* h a \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + q_1 a = 0, \\
\frac{\partial T_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial S}{\partial \xi} + \frac{1}{a}\left(\frac{\partial M_2}{\partial \varphi} + 2\frac{\partial H}{\partial \xi}\right) - \rho_* h a \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + q_2 a = 0, \\
\frac{1}{a}\left(\frac{\partial^2 M_1}{\partial \xi^2} + 2\frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \varphi} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial \varphi^2}\right) - T_2 - \rho_* h a \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + q_3 a = 0,
\end{gathered} \tag{1}$$

где $u$, $v$, $w$ – осевые (продольные), окружные (касательные) и радиальные перемещения оболочки; $T_1$, $T_2$, $S$, $H$, $M_1$, $M_2$ – упругие силовые факторы; $q_1$, $q_2$, $q_3$ – поверхностные нагрузки; $a$ – радиус оболочки; $h$ – толщина оболочки; $\xi = x/a$, $\varphi$ – координаты в осевом и окружном направлениях; $t$ – время; $\rho_*$ – плотность материала оболочки, $0 \le x \le L$; $L$ – длина оболочки.

Решения уравнений свободных колебаний конечной цилиндрической оболочки (1) записываются в форме [9]

$$\begin{gathered}
u = U\cos(n\varphi)e^{i\omega t}, \quad v = V\sin(n\varphi)e^{i\omega t}, \quad w = W\cos(n\varphi)e^{i\omega t}, \\
U = \sum_{j=1}^{8} C_{jn}\frac{\Delta_{jn}^{(2)}}{\Delta_{jn}^{(1)}}e^{i\alpha_{jn}\xi}, \quad V = \sum_{j=1}^{8} C_{jn}\frac{\Delta_{jn}^{(3)}}{\Delta_{jn}^{(1)}}e^{i\alpha_{jn}\xi}, \quad W = \sum_{j=1}^{8} C_{jn}e^{i\alpha_{jn}\xi},
\end{gathered} \tag{2}$$

где $n$ – окружные гармоники ряда Фурье, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$; $\alpha_{jn}$ – корни дисперсионного уравнения; $j = 1–8$ – порядковые номера корней; $C_{jn}$ – искомые коэффициенты; $\Delta_{jn}$ – миноры матрицы уравнения движения оболочки (3); $\omega = 2\pi f$ – угловая частота колебаний; $f$ – частота колебаний. В решение (2) входят подлежащие определению корни дисперсионного уравнения $\alpha_{jn}$ и коэффициенты $C_{jn}$. Для получения дисперсионного уравнения примем $q_1 = q_2 = q_3 = 0$ и решение уравнения представим в упрощенном виде

$$v = Ve^{i\alpha y}\sin n\varphi; \quad u = Ue^{i\alpha y}\cos n\varphi; \quad w = We^{i\alpha y}\cos n\varphi.$$

В результате подстановки этих решений в уравнение (1) получим уравнение свободных колебаний оболочки в матричном виде [10]

$$\begin{bmatrix} L_{11} + \omega_*^2 & L_{12} & L_{13} \\ -L_{12} & L_{22} + \omega_*^2 & L_{23} \\ -L_{13} & L_{23} & L_{33} + \omega_*^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \frac{a}{q}\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ p_s \end{Bmatrix}. \tag{3}$$

Дисперсионное уравнение для конечной цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость, имеет вид

$$\frac{\Delta_0(\alpha)}{\Delta^1(\alpha)} - \frac{\rho_0\omega^2 a H_n^{(2)}(ka)}{qkH_n^{(2)'}(ka)} = 0, \tag{4}$$

$$\Delta^{(1)} = \begin{vmatrix} L_{11} + \omega_*^2 & L_{12} \\ -L_{12} & L_{22} + \omega_*^2 \end{vmatrix} = L_{11}L_{22} + L_{12}^2 + \omega_*^2(L_{11} + L_{22}) + \omega_*^4,$$

$$\Delta_0 = (L_{11} + \omega_*^2)(L_{22} + \omega_*^2)(L_{33} + \omega_*^2) - L_{12}L_{23}L_{13} - L_{13}L_{12}L_{23} +$$

$$+ L_{13}(L_{22} + \omega_*^2)L_{13} - (L_{11} + \omega_*^2)L_{23}^2 + L_{12}^2 L_{33},$$

$$\frac{A_8\alpha^8 + A_6\alpha^6 + A_4\alpha^4 + A_2\alpha^2 + A_0}{D_4\alpha^4 + D_2\alpha^2 + D_0} - \frac{\rho_0\omega^2 a H_n^{(2)}(ka)}{qkH_n^{(2)\prime}(ka)} = 0,$$

$$A_8 = -k\delta^2,$$

$$A_6 = \delta^2(1 + k_{22})\omega_* - \delta(k_{12}^2 + b_{22} + b_{11}k_{22}) + k_{23}^2 - k_{22}k_{33}$$

$$A_4 = -\omega_*^2\delta^2 + [(b_{11} + b_{22})\delta^2 - k_{23}^2 + k_{22} + k_{33} + k_{22}k_{33}]\omega_* - b_{22}k_{33} - k_{12}^2k_{33} -$$

$$- k_{22}b_{33} + 2k_{23}b_{23} + \mu^2 k_{22} - b_{11}b_{22}\delta^2 - b_{11}k_{22}k_{33} + 2i\mu k_{12}k_{23} + b_{11}k_{23}^2, \tag{5}$$

$$A_2 = -(1 + k_{22} + k_{33})\omega_*^2 + (k_{12}^2 - 2k_{23}b_{23} - \mu^2 + b_{33} + b_{11}k_{33} + b_{22}k_{33} +$$

$$+ b_{11}k_{22} + b_{33}k_{22})\omega_* - k_{12}^2b_{33} - b_{22}b_{33} + \mu^2 b_{22} - b_{11}b_{22}k_{33} - b_{11}k_{22}b_{33} +$$

$$+ 2b_{11}k_{23}b_{23} + b_{23}^2 + 2i\mu k_{12}b_{23},$$

$$A_0 = \omega_*^3 - (b_{11} + b_{22} + b_{33})\omega_*^2 + (b_{11}b_{22} - b_{23}^2 + b_{22}b_{33} + b_{11}b_{33})\omega_* - b_{11}b_{22}b_{33} + b_{11}b_{23}^2,$$

$$D_4 = k_{22}(1 + b_1),$$

$$D_2 = -(1 + b_1 + k_{22})\omega_* + k_{12}^2 + b_{22}(1 + b_1) + b_{11}k_{22},$$

$$D_0 = \omega_*^2 - (b_{11} + b_{22})\omega_* + b_{11}b_{22},$$

$$\omega_* = \frac{\omega^2 a^2 \rho_m (1 + \mu)}{E}, \quad \delta^2 = \frac{h^2}{12a^2}, \quad q = \frac{Eh}{1 - \mu^2},$$

$a_1$, $b_1$ – параметры стрингеров; $a_2$, $b_2$, $z_2$ – параметры шпангоутов; $E = E_0(1 + i\eta)$ – комплексный модуль упругости; $\eta$ – потери в материале оболочки; $r = a$ – радиус оболочки; $\mu$ – коэффициент Пуассона; $i = \sqrt{-1}$. Каждое из решений $U$, $V$, $W$ (2) состоит из восьми слагаемых по числу концевых граничных условий оболочки. Соответственно числу слагаемых для каждой гармоники $n$ и для каждой частоты колебаний $\omega$ надо определить восемь корней $\alpha_j$, (5).

Для составления уравнений вынужденных колебаний оболочечной конструкции, состоящей из набора оболочек, соединенных между собой кольцами, каждое уравнение движения записывается для перемещений трех соседних подсистем с номерами: $k$-текущей, $k - 1$-предыдущей и $k + 1$-последующей. Подсистемами являются оболочки и кольца. Внутренние силы оболочки, приложенные, например, к кольцу $k$, выражаются через перемещения концов оболочек, присоединенных к кольцу слева (в конце предыдущей оболочки $k - 1$) и справа (в начале последующей оболочки $k + 1$).

Определим перемещения торцевых сечений оболочек. Представим распределение перемещений по длине $y$ для каждой оболочки с учетом дополнительной координаты $w' = dw/dy$ в матричном виде

$$\zeta_{(y)} = \begin{vmatrix} u \\ v \\ w \\ w' \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\Delta^{(2)}(\alpha_1)}{\Delta^{(1)}(\alpha_1)} & \dfrac{\Delta^{(2)}(\alpha_2)}{\Delta^{(1)}(\alpha_2)} & \cdots & \dfrac{\Delta^{(2)}(\alpha_8)}{\Delta^{(1)}(\alpha_8)} \\ \dfrac{\Delta^{(3)}(\alpha_1)}{\Delta^{1}(\alpha_1)} & \dfrac{\Delta^{(3)}(\alpha_2)}{\Delta^{1}(\alpha_2)} & \cdots & \dfrac{\Delta^{(3)}(\alpha_8)}{\Delta^{1}(\alpha_8)} \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \\ i\alpha_1 & i\alpha_2 & \cdots & i\alpha_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\alpha_1 y} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2 y} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_3 y} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & e^{i\alpha_8 y} \end{bmatrix} \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \vdots \\ C_8 \end{vmatrix}. \qquad (6)$$

Дополнительная координата $w'$ введена для возможности формирования блок-матриц в уравнениях стыковки цилиндрических оболочек с кольцами по четырем основным силовым факторам. Выражение (6) используются для каждой оболочки при составлении системы уравнений движения для всей оболочечной конструкции в целом. Обозначим $A(y)$ произведение матриц в правой части выражения (6)

$$A(y) = G_y \alpha(y).$$

Представим перемещения торцев оболочки, имеющей длину $\ell$, в начале при $y = 0$ и в конце $y = \ell$ в виде

$$\xi_{(0)} = A(0) W^0, \quad \xi_{(1)} = A(\ell) W^0.$$

Составим блок-матричное уравнение

$$\begin{Bmatrix} \xi_{(0)} \\ \xi_{(\ell)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A(0) \\ A(\ell) \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_8 \end{Bmatrix}.$$

Из этого уравнения определим вектор-столбец коэффициентов $W^0 = \{C_1 - C_8\}$

$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_8 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A(0) \\ A(\ell) \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \xi(0) \\ \xi(\ell) \end{Bmatrix} = [\bar{C}] \begin{Bmatrix} \xi(0) \\ \xi(\ell) \end{Bmatrix} = [\bar{C}_1 \bar{C}_2] \begin{Bmatrix} \xi(0) \\ \xi(\ell) \end{Bmatrix},$$

$$W^0 = \{\bar{C}_1\}\{\xi_{(0)}\} + \{\bar{C}_2\}\{\xi_{(\ell)}\}.$$

Текущие перемещения по длине оболочки, выраженные через перемещения ее торцов, определяются выражением

$$\xi(y) = G_y \alpha(y) \left[ \{\bar{C}_1\} \{\xi_{(0)}\} + \{\bar{C}_2\} \{\xi_{(\ell)}\} \right].$$

Таким образом, вектор перемещений оболочки с произвольным номером $k$

$$\zeta_K(y) = \{u_k, v_k, w_k, w'_k\}^T = G_k(y) \left[ C_k^1(\zeta_{k0}) + C_k^2(\zeta_{k\ell}) \right], \qquad (7)$$

где $\zeta_{k0} = \zeta_k(0)$, $\zeta_{k1} = \zeta_{k1}(\ell_k)$ – перемещения торцевых сечений оболочки номера $k$, $C_k^1 = \bar{C}_1$, $C_k^2 = \bar{C}_2$.

Матрица $G_k(y)$ размером 4 × 8 состоит из столбцов $G_{pk}$, в которых $p = 1, 2, .... 8$ по числу корней дисперсионного уравнения.

$$G_k(y) = \{G_{pk}\}, \quad G_{pk} = e^{iy\alpha_{pk}} \left\{ \frac{\Delta_{pk}^2}{\Delta_{pk}^1}, \frac{\Delta_{pk}^3}{\Delta_{pk}^1}, 1, i\alpha_{pk} \right\}^T,$$

где $\Delta_{pk}^1 = \Delta^1(\alpha_{pk})$, $\Delta_{pk}^2 = \Delta^2(\alpha_{pk})$, $\Delta_{pk}^3 = \Delta^3(\alpha_{pk})$ – миноры матрицы уравнения (3).

Матрицы $C_k^1$, $C_k^2$ являются блоками размером 8 × 4 квадратной матрицы $C_k$ размером 8 × 8

$$C_k = \begin{bmatrix} G_{ko} \\ G_{k1} \end{bmatrix}^{-1} = [C_k^1, C_k^2].$$

Приведем внутренние силы в оболочке к ее торцевым сечениям. Вектор-столбец внутренних сил в оболочке номера $k$ имеет вид

$$\eta_k(y) = \left( T_1, T_{12}, N, \frac{M}{r_k} \right)^T.$$

Соответствие между этими внутренними силами и перемещениями оболочки следующее

$$u \to T_1, \quad v \to T_{12}, \quad w \to N, \quad w_k' \to M/r.$$

Связь внутренних сил оболочки с перемещениями торцевых сечений оболочки может быть представлена вектором

$$\eta_k\,(y) = G_k^*\,(y)\left[ C_k^1\,(\zeta_{k0}) + C_k^2\,(\zeta_{k1}) \right],$$

где $G_k^*\,(y)$ – матрица размером 4 × 8, состоящая из столбцов $G_{pk}^*$,

$$G_k^*\,(y) = \{G_{pk}^*\}, \quad p = 1, 2, \ldots, 8,$$

$$G_{pk}^*\,(y) = q_k e^{iy\alpha_{pk}} \left\| \begin{matrix} i\alpha_{pk}\dfrac{\Delta_{pk}^2}{\Delta_{pk}^1} + \mu n \dfrac{\Delta_{pk}^3}{\Delta_{pk}^1} + \mu \\ \dfrac{1-\mu}{2}\left( -n\dfrac{\Delta_{pk}^2}{\Delta_{pk}^1} + i\alpha_{pk}\dfrac{\Delta_{pk}^3}{\Delta_{pk}^1}\left(1 + 4\delta^2\right) + 4in\alpha_{pk}\delta_k^2 \right) \\ i\alpha_{pk}\delta^2\left( n(2-\mu)\dfrac{\Delta_{pk}^3}{\Delta_{pk}^1} + (2-\mu)n^2 + \alpha_{pk}^2 \right) \\ n\mu\dfrac{\Delta_{pk}^3}{\Delta_{pk}^1}\delta_k^2 + \left(\mu n^2 + \alpha_{pk}^2\right)\delta_k^2 \end{matrix} \right\|.$$

В случае, когда к кольцу (слева и справа) крепятся оболочки разного диаметра, необходимо выполнить соответствующее приведение координат (перемещений) торцов оболочек к центру масс поперечного сечения кольца. Векторы перемещений торцов оболочки

$$\zeta_{k1} = H_k^1 Z_k, \quad \zeta_{k+1,0} = H_k^2 Z_k, \quad Z_k = \{U_k, V_k, W_k, \theta R_k\}^T,$$

где $H_k^1$ и $H_k^2$ – матрицы приведения координат; $Z_k$ – вектор перемещений кольца:

внутренние силы, действующие в торцевых сечениях оболочек (в конце предыдущей оболочки $\eta_{k,1}$ и в начале последующей оболочки $\eta_{k+1,0}$), приведем к соединяющему их кольцу с помощью матриц приведения $H_k^3$ и $H_k^4$. Силы, приложенные к центру масс поперечного сечения кольца с номером $k$

$$F_k^{(1)} = H_k^3 \eta_{k,1}, \quad F_k^{(2)} = H_k^4 \eta_{k+1,0}. \tag{8}$$

Матричное уравнение движения оболочечной конструкции формируется следующим образом. С учетом принятых обозначений уравнение движения кольца номера $k$ в матричной форме имеет вид

$$M_k Z_k = P_k - F_k^{(1)} + F_k^{(2)}, \tag{9}$$

где $P_k$ – вектор возмущающих сил; $F_k^{(1)}$, $F_k^{(2)}$ – векторы внутренних сил, приложенные от оболочек к кольцу слева и справа; $M_k$ – матрица динамических жесткостей кольца номера $k$.

Подставляя в уравнение движения кольца (9) значения сил (8) и перемещений оболочек (7), получим систему уравнений порядка $4(N+1)$, где $N$ – общее количество оболочек; $N+1$ – общее количество колец. В уравнениях движения порядковые номера колец обозначим $q$, где $0 \le q \le p$. Уравнения составляются для каждого кольца последовательно.

Уравнения для первого кольца $q = 0$, для каждого промежуточного кольца от $q = 1$ до $q = N - 1$ и для последнего кольца $q = N$ имеют вид

$$[M_0 - H_0^4 G_1^*(0) C_1^1 H_0^2] Z_0 - H_0^4 G_1^*(0) C_1^2 H_1^1 Z_1 = P_0,$$

$$\begin{gathered} H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^1 H_{q-1}^2 Z_{q-1} + [M_q + H_q^3 G_q^*(\ell_q) C_q^2 H_q^1 - H_q^4 G_{q+1}^*(0)\ C_{q+1}^1 H_q^2] Z_q - \\ - H_q^4 G_{q+1}^*(0) C_{q+1}^2 H_{q+1}^1 Z_{q+1} = P_q, \end{gathered} \tag{10}$$

$$H_p^3 G_p^*(\ell_p) C_p^1 H_{p-1}^2 Z_{p-1} + [M_p + H_p^3 G_p^*(\ell_p) C_p^2 H_p^1] Z_p = P_p.$$

Общее матричное уравнение для оболочечной конструкции имеет ленточную диагональную структуру расположения блок-матриц размером $4 \times 4$ и в сумме может иметь порядок нескольких сотен. В результате решения этой системы определяются искомые векторы перемещений колец $Z_q$.

После определения векторов перемещений $Z_q$ на кольцах $q$ из уравнения (10) можно построить амплитудно-частотные характеристики колебаний в заданных сечениях (кольцах) оболочечной конструкции, а также формы вынужденных колебаний для каждой оболочки и всей оболочечной конструкции в целом.

Форма колебаний для каждой оболочки определяется выражением

$$\zeta_q(y) = G_q^1(y)[C_q^1(H_{q-1}^2 Z_{q-1}) + C_q^2(H_q^1 Z_q)], \quad 0 \le y \le \ell_q.$$

Метод расчета реализован в виде алгоритмов и компьютерных программ, написанных на языке Fortran, применительно к динамической модели, показанной на рис. 1. Ниже приведены результаты расчетной оценки влияния присоединенной жидкости на АЧХ и формы колебаний оболочек в вакууме ("сухой") и в жидкости ("мокрой"), что представляет теоретический и практический интерес. Для чистоты эксперимента принята упрощенная модель оболочечной конструкции, состоящей из соединенных между собой восьми одинаковых секций, состоящих из цилиндрических оболочек постоянного радиуса и колец. Конструктивные параметры составной оболочки: общая длина $L = 70$ м; радиус $a = 4$ м; толщина $h = 0.04$ м. Материал – сталь. Возмущающая сила $P = 1000$ Н приложена на левом конце оболочечной конструкции.

На рис. 2–4 приведены результаты расчетов АЧХ и форм колебаний в диапазоне частот $f = 1$–$100$ Гц для окружной гармоники $n = 1$. На рис. 2 приведены АЧХ радиальных колебаний $w$ в $dB$ составной оболочки в вакууме. Три линии на рис. 2 – сплошная, точками и штриховая соответствуют АЧХ в сечениях: *1* – левый конец; *2* – середина; *3* – правый конец оболочечной конструкции. Первые три резонансные частоты изгибных колебаний оболочки на рис. 2: $f = 8.75$ Гц; 28.25 Гц; 35.5 Гц.

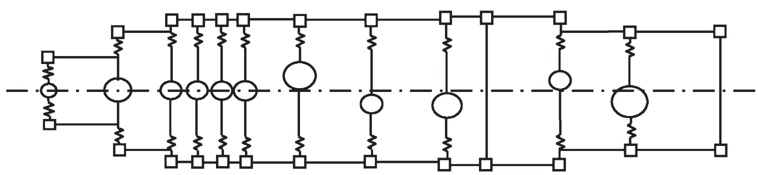

**Рис. 1.** Динамическая модель оболочки.

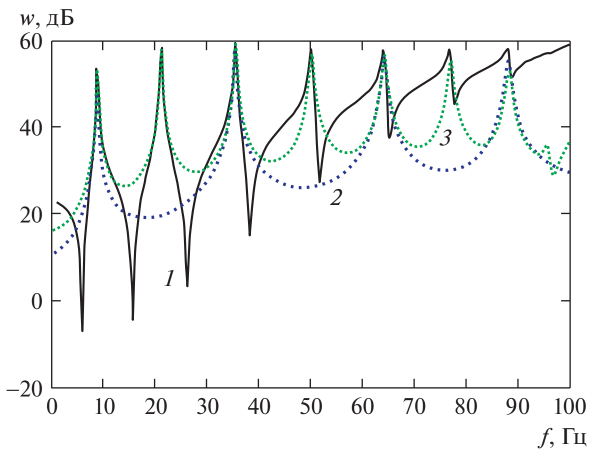


**Рис. 2.** АЧХ колебаний оболочки в вакууме.

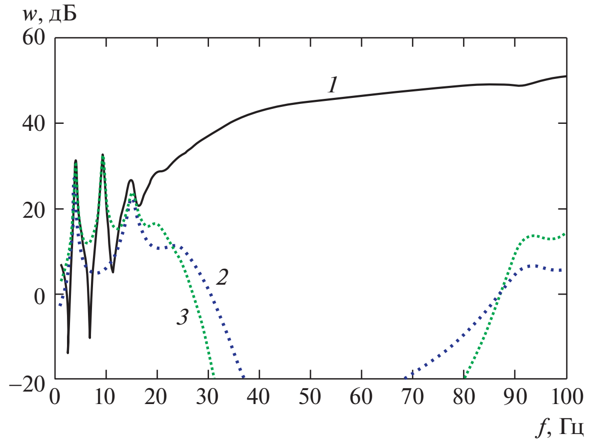


**Рис. 3.** АЧХ колебаний оболочки в жидкости.

На рис. 3 приведены АЧХ колебаний той же оболочки в жидкости в том же диапазоне частот. Первые три резонансные частоты уменьшились и стали: $f = 4$ Гц; $f = 9.25$ Гц; $f = 14.25$ Гц. Уровни колебаний на соответствующих резонансных частотах существенно снизились, примерно на 20–30 dB. В оболочке, погруженной в жидкость, резонансы на частотах выше 14.7 Гц вообще не проявились (задемпфировались).

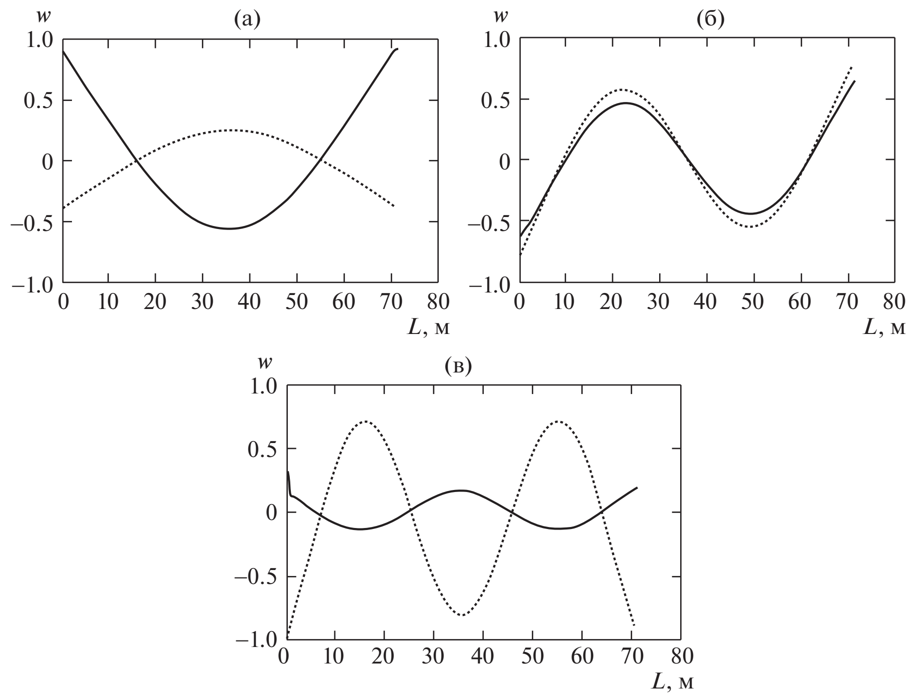


**Рис. 4.** Формы резонансных колебаний оболочки в жидкости на частотах: (а) $f = 4$ Гц; (б) $f = 9.25$ Гц; (в) $f = 14.25$ Гц.

На рис. 4 приведены формы радиальных колебаний $W$ оболочки в жидкости соответственно на первых трех резонансных частотах: а) $f = 4$ Гц; б) $f = 9.25$ Гц; в) $f = 14.25$ Гц. Сплошные линии – реальные составляющие $\mathrm{Re}(W)$, пунктирные линии – мнимые составляющие $\mathrm{Im}(W)$ комплексного радиального перемещения $w$. Полученные формы колебаний соответствуют типичным низшим формам изгибных колебаний оболочки и балки со свободными краями, что подтверждает правильность расчетов. Резонансные (собственные) формы колебаний оболочек в вакууме и в жидкости полностью совпадают, что является подтверждением правильности расчета оболочки в жидкости. Результаты расчетной оценки влияние жидкости на резонансные частоты (их величины) получены впервые. Это влияние оказалось весьма существенным, что является новым и принципиально важным результатом.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Forsberg K.* Influence of boundary conditions on the modal characteristics of thin cylindrical shells // AIAA Journal. V. 2. № 12. Dec. 1964. P. 2150.

2. *Скенк Г.А., Бентхайн Дж. В.* Эффективное вычисление и визуализация дисперсионных кривых для тонкой цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость // Акустический журнал. 1995. № 5. С. 828.

3. *Авербух А.З., Вейцман Р.И., Генкин М.Д.* Колебания элементов конструкций в жидкости. М.: Наука, 1987. 158 с.
4. *Музыченко В.В., Рыбак С.А.* Импеданс излучения ограниченной цилиндрической области // Акустический журнал. 1990. № 5. С. 898.
5. *Романов В.Н., Иванов В.С.* Излучение звука элементами судовых конструкций. СПб.: Судостроение, 1993. 212 с.
6. *Болотин В.В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Гос. изд. ФМЛ, 1961. С. 221.
7. *Коротин П.И., Салин Б.М., Суворов А.С.* Вопросы численного моделирования рассеяния акустических волн на телах сложной формы с использованием метода конечных элементов // Сб. трудов XX сессии РАО. Т. 1. М.: ГЕОС, 2008. С. 169.
8. *Бидерман В.Л.* Механика тонкостенных конструкций. Статика. М.: Машиностроение, 1977. С. 260.
9. Прочность. Устойчивость. Колебания. Т. 3. Справочник / Под ред. И.А. Биргера и Я.Г. Пановко. М.: Машиностроение, 1968. С. 423.
10. *Косарев О.И.* Дисперсионное уравнение свободной конечной цилиндрической оболочки, погруженной в жидкость // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 5. С. 36.

## МЕХАНИКА МАШИН

*УДК 531*

# О РАСЧЕТЕ СМЕШАННЫХ ВЫНУЖДЕННЫХ И АВТОКОЛЕБАНИЙ ПРИ ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ УПРУГОЙ СВЯЗИ И ИСТОЧНИКЕ ЭНЕРГИИ ОГРАНИЧЕННОЙ МОЩНОСТИ

© 2020 г.
**А. А. Алифов**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*
*e-mail: alishir@mail.ru*

Поступила в редакцию 20.12.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

Рассмотрена взаимодействующая с источником энергии ограниченной мощности фрикционная автоколебательная система с запаздыванием в силе упругости и внешним воздействием. Описана процедура применения методов прямой линеаризации для расчета смешанных вынужденных колебаний и автоколебаний в системе с запаздыванием и ограниченным возбуждением. На основе этой процедуры выведены уравнения нестационарных и стационарных движений.

*Ключевые слова:* автоколебательная система, запаздывание, источник энергии, метод прямой линеаризации, вынужденные колебания, автоколебания

**DOI:** 10.31857/S0235711920020054

**1.** Систематическая теория колебательных систем с ограниченным возбуждением или источниками энергии ограниченной мощности была создана В.О. Кононенко и изложена в его основополагающей монографии [1, 2]. Эта теория была развита в дальнейшем его последователями ([3–5] и др.). Особую актуальность она приобрела в связи с проблемами экологии. Связь проблем экологии с потребляемой энергией, метрологией, точностью моделей расчета систем, точностью обработки, колебаниями отмечена в работе [6].

В радиотехнике, устройствах автоматического управления, электронике и др. широко распространены системы с запаздыванием. Наличие запаздывания имеет двоякое значение: быть полезным (запаздывание вводится специально, например, на ультразвуковых станках) или вредным. В следящих системах, прокатных станах, регуляторах, вибрационных машинах и др. возникают колебания, обусловленные запаздыванием. Запаздывание в механических системах обуславливается характеристикой внутреннего трения в материалах, несовершенством их упругих свойств (наличие гистерезиса статической характеристики и упругое последействие) и др. ["Энциклопедия по машиностроению"]. Задачи с запаздыванием без учета взаимодействия колебательной системы и источника энергии рассматривались в большом числе работ ([7–10] и др.), а задачам с учетом этого взаимодействия посвящено мало работ.

Для анализа нелинейных колебательных систем существует ряд приближенных методов: усреднения, энергетического баланса, гармонической линеаризации ([8, 12, 13] и др.). Использование этих методов сопряжено большими затратами труда, времени и др. Эти недостатки значительно снижаются в случае применения методов прямой линеаризации нелинейностей, описанных в работах ([6, 14–16] и др.). Такое преимущество методов прямой линеаризации, наряду с простотой их применения, особенно

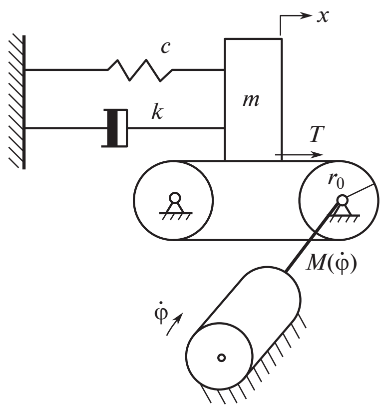


**Рис. 1.**

важно при создании реальных технических устройств. Целью работы является развитие на основе методов прямой линеаризации процедуры расчета смешанных колебаний в системах с ограниченным возбуждением. При наличии запаздывания и ограниченной мощности источника энергии в нелинейной системе можно использовать описанную процедуру применения методов прямой линеаризации. Эта процедура достаточно простая, что особенно важно с практической точки зрения – для расчета параметров механизмов, машин, оборудования на стадии их проектирования.

**2.** Рассмотрим известную модель (рис. 1) автоколебательной системы [1, 3, 17, 18]. С учетом запаздывающей упругой силы движение системы описывается уравнениями

$$m\ddot{x} + k_0\dot{x} + c_0x + c_1x_\tau = \lambda\sin\nu t + T(U) - f(x), \quad J\ddot{\varphi} = M(\dot{\varphi}) - r_0T(U), \tag{1}$$

где $\lambda\sin\nu t$ – внешняя сила с постоянной амплитудой и частотой; $T(U)$ – нелинейная сила трения, зависящая от относительной скорости $U = V - \dot{x}$, $V = r_0\dot{\varphi}$ и вызывающая автоколебания; $r_0 = \mathrm{const}$ – радиус точки приложения силы трения $T(U)$ в месте контакта тела массы $m$ с лентой; $k_0$– коэффициент демпфирования; $c_0x + c_1x_\tau$ и $f(x)$ – соответственно линейная и нелинейная части силы упругости пружины; $c_0 = \mathrm{const}$, $c_1 = \mathrm{const}$, $x_\tau = x(t-\tau)$, $\tau = \mathrm{const}$ – запаздывание; $J$ – суммарный момент инерции вращающихся частей; $M(\dot{\varphi})$ – разность вращающего момента источника энергии и момента сил сопротивления вращению, $\dot{\varphi}$ – скорость вращения двигателя.

Характеристика силы трения широко распространена на практике в форме $T(U) = R(\operatorname{sgn}U - \alpha_1U + \alpha_3U^3)$. Такая форма наблюдается также при рассмотрении проблемы измерения сил трения в космических условиях [19]. Представим ее в виде

$$T(U) = R[\operatorname{sgn}U + F(\dot{x})], \quad F(\dot{x}) = \sum_{n=0}^{3}\delta_n\dot{x}^n, \tag{2}$$

где $R$ – нормальная сила реакции; $\operatorname{sgn}U = 1$ при $U > 0$ и $\operatorname{sgn}U = -1$ при $U < 0$, $\alpha_1$ и $\alpha_3$ – постоянные, $\delta_0 = -\alpha_1V + \alpha_3V^3$, $\delta_1 = \alpha_1 - 3\alpha_3V^2$, $\delta_2 = 3\alpha_3V$, $\delta_3 = -\alpha_3$.

Использование линейных характеристик в расчетах сил различной природы часто связано с решением уравнений, хотя в реальных условиях эти характеристики являются нелинейными. На практике при построении расчетных моделей они часто бывают неизвестными и в большинстве случаев представляются полиномиальными функциями. Представим нелинейную часть силы упругости $f(x)$ полиномом

$$f(x) = \sum_j \gamma_j x^j, \quad j = 0,1,2,3,\ldots, \tag{3}$$

где $\gamma_j = \text{const}$.

По методу прямой линеаризации [14] нелинейные функции $F(\dot{x})$ и $f(x)$ заменим линейными функциями

$$F_*(\dot{x}) = B_F + k_F\dot{x}, \quad f_*(x) = B_f + k_f x, \tag{4}$$

где $B_F$, $k_F$, $B_f$, $k_f$ являются коэффициентами линеаризации, определяемыми выражениями:

а) $F(\dot{x})$

$$\begin{gathered} B_F(\upsilon,\Omega) = \sum_n N_n\alpha_n\upsilon^n, \quad n = 0,2,4,\ldots \quad (n - \text{четное}), \\ k_F(\upsilon,\Omega) = \sum_n \bar{N}_n\alpha_n\upsilon^{n-1}, \quad n = 1,3,5,\ldots \quad (n - \text{нечетное}), \\ N_n = (2r+1)/(2r+1+n), \quad \bar{N}_n = (2r+3)/(2r+2+n); \end{gathered} \tag{5а}$$

б) $f(x)$

$$\begin{gathered} B_f(a) = \sum_j N_j\gamma_j a^j, \quad j = 0,2,4,\ldots \quad (j - \text{четное}), \\ k_f(a) = \sum_j \bar{N}_j\gamma_j a^{j-1}, \quad j = 1,3,5,\ldots \quad (j - \text{нечетное}), \\ N_j = (2r+1)/(2r+1+j), \quad \bar{N}_j = (2r+3)/(2r+2+j). \end{gathered} \tag{5б}$$

Здесь $a = \max|x|$, $\upsilon = \max|\dot{x}|$ и символ $r$ представляет *параметр точности линеаризации*. Как показано в работе [14], параметр $r$ может принимать различные значения, но может быть выбран из интервала (0, 2).

Нелинейную характеристику источника энергии можно представить полиномом

$$M(\dot{\varphi}) = \sum_i \beta_i\dot{\varphi}^i, \quad i = 0,1,2,3,\ldots, \quad \beta_i = \text{const}.$$

Тогда линеаризованная характеристика источника будет иметь форму $M_*(\dot{\varphi}) = B_M + k_M\dot{\varphi}$ с коэффициентами

$$\begin{gathered} B_M(\Omega) = \sum_i N_i\beta_i\Omega_*^i, \quad i = 0,2,4,\ldots \quad (i - \text{четное}), \\ k_M(\Omega) = \sum_i \bar{N}_i\beta_i\Omega_*^{i-1}, \quad i = 1,3,5,\ldots \quad (i - \text{нечетное}), \\ N_i = (2r+1)/(2r+1+i), \quad \bar{N}_i = (2r+3)/(2r+2+i), \end{gathered}$$

где $\Omega_*$ – максимальное значение скорости $\Omega$ источника энергии.

Уравнения (1) с учетом линеаризации функций принимают вид

$$\begin{gathered} m\ddot{x} + k\dot{x} + cx + c_1x_\tau = \lambda\sin\nu t + B + R\,\mathrm{sgn}\,U, \\ J\ddot{\varphi} = M(\dot{\varphi}) - r_0R(\mathrm{sgn}\,U + B_F + k_F\dot{x}), \end{gathered} \tag{6}$$

где $k = k_0 - Rk_F$, $c = c_0 + k_f$, $B = RB_F - B_f$.

**3.** Решение уравнения (6) можно построить двумя методами [14], одним из которых является *метод замены переменных с усреднением*. Он позволяет рассмотреть стационарные и нестационарные процессы как в области резонанса, так и ее близких окрестностях, в которых возникают почти периодические колебания.

В [14] для нелинейного уравнения вида $\ddot{x} + \overline{F}(\dot{x}) + \overline{f}(x) = H(t, x)$, с нелинейными функциями $\overline{F}(\dot{x})$ и $\overline{f}(x)$, линеаризованными по методу прямой линеаризации с коэффициентами $k$ и $\omega^2$ аналогично форме (4), с использованием замены переменных $x = \upsilon p^{-1}\cos\psi$, $\dot{x} = -\upsilon\sin\psi$, $\psi = pt + \xi$, $\upsilon = \max|\dot{x}|$ (в зависимости от функции $H(t, x)$ символ $p$ может отражать как частоту внешнего воздействия, так и частоту автоколебаний), в результате применения усреднения в системе, выведенной на основе замены переменных, для определения нестационарных значений $\upsilon$ и $\xi$ получаются *стандартной формы уравнения*

$$\frac{d\upsilon}{dt} = -\frac{k\upsilon}{2} - H_s(\upsilon, \xi), \quad \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega^2 - p^2}{2p} - \frac{1}{\upsilon}H_c(\upsilon,\xi), \tag{7}$$

где

$$H_s(\upsilon,\xi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H(\cdots)\sin\psi d\psi, \quad H_c(\upsilon,\xi) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H(\cdots)\cos\psi d\psi.$$

Рассмотрим процедуру построения решения уравнения источника энергии, которое в общем случае запишем в виде

$$J\ddot{\varphi} = M(\dot{\varphi}) - H(\varphi, \dot{\varphi}, x, \dot{x}, \ddot{x}). \tag{8}$$

Представим теперь (8) посредством замены $\dot{\varphi} = \theta$ в форме

$$J\frac{d\theta}{dt} = M(\theta) - H(\varphi, \theta, x, \dot{x}, \ddot{x}), \tag{9а}$$

или с учетом линеаризации характеристики источника энергии – в форме

$$J\frac{d\theta}{dt} = B_M + k_M\theta - H(\varphi, \theta, x, \dot{x}, \ddot{x}). \tag{9б}$$

Полагая $\theta = \Omega + \tilde{\varepsilon}$, где $\Omega$ – главная часть решения, $\tilde{\varepsilon}$ – не учитываемые в дальнейшем малые вибрационные составляющие, и применив процедуру усреднения за период к уравнению (9а), получим

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}[M(\Omega) - H(\upsilon, \Omega)], \tag{10}$$

где

$$H(\upsilon, \Omega) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H(\varphi, \theta, x, \dot{x}, \ddot{x})d\psi.$$

С учетом замены $M(\Omega)$ на $B_M + k_M\Omega$ в (10), будем иметь выражение для случая линеаризации характеристики источника энергии и, для краткости, приведем лишь соотношения на основе (10).

Условия $d\upsilon/dt = 0$, $d\xi/dt = 0$, $d\Omega/dt = 0$ дают уравнения стационарных движений

$$\frac{k\upsilon}{2} + H_s(\upsilon,\xi) = 0, \quad \frac{\upsilon(\omega^2 - p^2)}{2p} - H_c(\upsilon,\xi) = 0, \quad M(\Omega) - H(\upsilon, \Omega) = 0. \tag{11}$$

Уравнения (7) и (10) позволяют изучить нестационарные процессы, а уравнения (11) определить характеристики стационарных колебаний. Амплитуда колебаний определяется выражением $a = \upsilon p^{-1}$. Уравнения (7) с учетом данного выражения можно преобразовать к виду, зависимому от амплитуды

$$\frac{da}{dt} = -\frac{ka}{2} - \frac{1}{p} H_s(a, \xi), \quad \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega^2 - p^2}{2p} - \frac{1}{ap} H_c(a, \xi).$$

**4.** На основе выражений (7), (10) для уравнения (6) можно выписать соотношения, дополняя влияние запаздывания. Вычислив $H_s(\upsilon,\xi)$, $H_c(\upsilon,\xi)$ с учетом $x_\tau = \upsilon\nu^{-1}\cos(\psi - \nu\tau)$ и подставив в (7) вместо частоты $p$ частоту $\nu$, получим уравнения для определения нестационарных значений $a$, $\xi$ , $u$

а) $u \geq a\nu$

$$\begin{gathered} \frac{d\upsilon}{dt} = -\frac{k\upsilon}{2m} - \frac{\lambda}{2m\nu}\cos\xi + \frac{c_1\upsilon}{2m\nu}\sin\nu\tau, \\ \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega^2 - \nu^2}{2\nu} + \frac{\lambda}{2m\nu}\sin\xi + \frac{c_1}{2m\nu}\cos\nu\tau, \\ \frac{du}{dt} = \frac{r_0}{J}\left[M\left(\frac{u}{r_0}\right) - r_0 R(1 + B_F)\right], \end{gathered} \tag{12а}$$

б) $u < a\nu$

$$\begin{gathered} \frac{d\upsilon}{dt} = -\frac{\upsilon}{2m}\left[k + \frac{4R}{\pi\upsilon^2}\sqrt{\upsilon^2 - u^2}\right] - \frac{\lambda}{2m\nu}\cos\xi + \frac{c_1\upsilon}{2m\nu}\sin\nu\tau, \\ \frac{d\xi}{dt} = \frac{\omega^2 - \nu^2}{2\nu} + \frac{\lambda}{2m\nu}\sin\xi + \frac{c_1}{2m\nu}\cos\nu\tau, \\ \frac{du}{dt} = \frac{r_0}{J}\left[M\left(\frac{u}{r_0}\right) - r_0 R(1 + B_F) - \frac{r_0 R}{\pi}(3\pi - 2\psi_*)\right], \end{gathered} \tag{12б}$$

где $\omega^2 = c/m = \omega_0^2 + k_f(a)m^{-1}$, $\omega_0^2 = c_0/m$, $u = r_0\Omega$, $\psi_* = 2\pi - \arcsin(u/a\nu)$.

При $\dot{\upsilon} = 0$, $\dot{\xi} = 0$ из первых двух уравнений (12) получим соотношения для определения амплитуды автоколебаний. В случае $u < a\nu$ амплитуда определяется приближенным выражением $a \approx u/\nu$.

Следующие уравнения позволяют определить стационарные значения скорости $u$

а) $u \geq a\nu$

$$M(u/r) - S_+(u) = 0,$$

б) $u < a\nu$

$$M(u/r) - S_-(u) = 0,$$

где $S_+(u) = r_0 R(1 + B_F)$, $S_-(u) \approx r_0 R[1 + B_F - \pi^{-1}(3\pi - 2\psi_*)]$.

Из системы (12) при малой расстройке частот $\omega_0 - \nu \sim \varepsilon$, где $\varepsilon$ – достаточно малая величина, будем иметь уравнения гармонического захватывания. А если расстройка не мала, то уравнения (12) позволяют рассмотреть почти периодические колебания посредством их численного интегрирования. С помощью системы (12) можно вывести условия устойчивости колебаний на основе критериев Рауса–Гурвица.

В работе [14] приведено сравнение результатов, полученных методами прямой линеаризации и известными методами, и показано, что они полностью совпадают *качественно*. Имеются лишь небольшие *количественные* отличия (отсутствующие в ряде случаев), которые приведены в [14] при различных значениях параметра точности линеаризации. Нелинейное уравнение вида (1) подробно изучено в [17]. Останавливаться на анализе уравнений (12) и условиях устойчивости колебаний не будем, т.к. целью настоящей статьи является описание процедуры применения методов прямой линеаризации для расчета нелинейных колебательных систем с источниками энергии ограниченной мощности.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Кононенко В.О.* Колебательные системы с ограниченным возбуждением. М.: Наука, 1964. 236 с.
2. *Kononenko V.O.* Vibrating Systems with Limited Power-Supply. London: Iliffe. 1969.
3. *Фролов К.В.* Избранные труды: в 2 т. Т. 1. Вибрация и техника. М.: Наука, 2007. 351 с.
4. *Kovriguine D.A.* Synchronization and Sommerfeld effect as typical resonant patterns. Archive Appl. Mech. 2012. 82. 591e604.
5. *Samantaray A.K., Dasgupta S.S. and Bhattacharyya R.* Sommerfeld effect in rotationally symmetric planar dynamical systems // International Journal of Engineering Science. 2010. 48. 21–36. https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2009.06.005
6. *Alifov A.A.* About calculation of self-oscillatory system delayed and limited excitation // “Ölçmə və keyfiyyət: problemlər, perspektivlər” mövzusunda Beynəlxalq Elmi-texniki konfransın materialları, 21–23 noyabr 2018, AzTU, Bakı, Azərbaycan. P. 289.
7. *Рубаник В.П.* Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. М.: Наука, 1969. 288 с.
8. *Бутенин Н.В., Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А.* Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1976. 256 с.
9. *Асташев В.К., Герц М.Е.* Автоколебания вязкоупругого стержня с ограничителями при действии запаздывающей силы // Машиноведение. 1973. № 5. С. 3.
10. *Жирнов Б.М.* Об автоколебаниях механической системы с двумя степенями свободы при наличии запаздывания // Прикладная механика. 1973. Т. 9. № 10. С. 83.
11. Теория автоматического управления. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления / Под ред. А.А. Воронова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк. 1986. 367 с.
12. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 504 с.
13. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). М.: Машиностроение, 1979. Т. 5. Колебания нелинейных механических систем. / Под ред. И.И. Блехмана. 1979. 351 с., ил.
14. *Алифов А.А.* Методы прямой линеаризации для расчета нелинейных систем. М.–Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”. 2015. С. 74.
15. *Alifov A.A.* Method of the Direct Linearization of Mixed Nonlinearities // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2017. V. 46. No. 2. P. 128.
16. *Alifov A.A., Farzaliev M.G., Jafarov E.N.* Dynamics of a Self-Oscillatory System with an Energy Source. Russian Engineering Research. 2018, V. 38. № 4. P. 260.
17. *Alifov A.A., Frolov K.V.* Interaction of Nonlinear Oscillatory Systems with Energy Sources. Hemisphere Publishing Corporation, New York, Washington, Philadelphia, London. 1990. P. 327.
18. *Журавлев В.Ф., Климов Д.М.* Прикладные методы в теории колебаний. М.: Наука, 1988. 328 с.
19. *Броновец М.А., Журавлев В.Ф.* Об автоколебаниях в системах измерения сил трения // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 3. С. 3.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 31–37

## НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

*УДК 621.79.05*

# УСЛОВИЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННОЙ НАДЕЖНОСТИ И ГЕРМЕТИЧНОСТИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ ТРУБОПРОВОДОВ МУФТАМИ

**© 2020 г.**

**Д. У. Хасьянова**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*
*e-mail: dinara.khasyanova@mail.ru*

Поступила в редакцию 28.01.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

В статье представлена методика исследований двух партий сплавов на основе Ti и Ni, обладающих эффектом памяти формы, с помощью которой были получены деформационные характеристики образцов сплава. На основании полученных результатов дана оценка применения сплавов с различными деформационными характеристиками для увеличения надежности и герметичности соединений трубопроводов с использованием муфт из сплава с эффектом памяти формы.

*Ключевые слова:* термомеханические соединения, эффект памяти формы, сверхупругость, мартенситное превращение, фазовые превращения, сплавы на основе TiNi

**DOI:** 10.31857/S023571192002008X

В результате анализа неисправностей летательных аппаратов было установлено, что на планер приходится до 12% отказов, а на бортовые системы их более 88% [1]. Трубопроводы являются “кровеносной” системой летательных аппаратов, обеспечивающие работоспособность, автоматизацию управления и контроль всего комплекса агрегатов и узлов. По безопасности полета наиболее важным является обеспечение надежности пневмо- и гидросистем самолета. Условия работоспособности отличаются по температуре эксплуатации (от –60 до +300°С) и давлению, которое может достигать до 500 атм. Трубопроводы гидравлических и топливных систем работают в наиболее трудных условиях эксплуатации. В результате пульсаций и гидравлических ударов трубопроводы подвержены вибрационным нагрузкам, они испытывают высокие циклические, динамические и монтажные напряжения. Суммарная протяженность трубопроводов для одного изделия может достигать нескольких километров. Обеспечение высокой эксплуатационной надежности трубопроводных систем и повышение конструктивно-технологических возможностей при снижении трудоемкости монтажно-сборочных работ – одно из приоритетных направлений в авиационной промышленности. Основные требования, которые предъявляются к соединениям трубопроводов, это обеспечение герметичности и надежности во всем интервале температур эксплуатации.

Соединения трубопроводов подразделяются на неразъемные и разъемные. Большинство неразъемных соединений изготавливаются сваркой или пайкой стыков из однородных материалов. После сварки в защитной среде, швы подвергаются зачистке от окалин и свищей. Снятие внутренних напряжений в сварном шве осуществляется термообработкой [2].

При пайке, качество соединений зависит от тщательности подготовки контактируемых поверхностей. Точность расположения арматуры относительно труб не должна

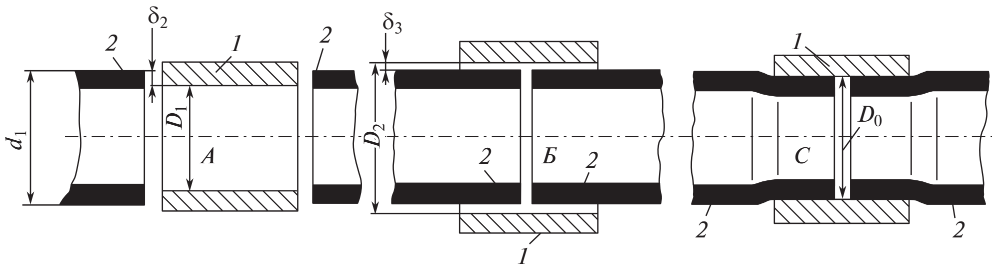


**Рис. 1.** Процесс создания соединения: *А* – исходное состояние соединяемых элементов; *Б* – монтаж соединений; *С* – создание муфтой соединения; *1* – муфта ТМС; *2* – соединяемые трубы; $D_1$ и $D_2$ – исходный и деформированный диаметры муфты соответственно; $D_0$ – размеры труб и муфты после создания соединения; $\delta_2$ – размер превышения между трубой и муфтой; $\delta_3$ – зазор между муфтой и трубой.

превышать 0.2 мм, а радиальный зазор 0.05–0.15 мм. Надежность зависит от тщательности подготовки поверхностей комплектующих, оборудования и соответствующей квалификации обслуживающего персонала.

С целью снижения веса агрегатов, узлов и исполнительных механизмов требуется увеличение рабочего давления жидкости до 800 АТИ и обеспечение вакуумо- и водородоплотности.

Контроль скрытых дефектов, таких как частичное незаполнение шва, пористость, мелкие трещины в зоне шва или околошовной зоне обязательно проверяются рентгенопросвечиванием. При этом трудоемкость монтажно-сборочных и контрольных работ являются значительными.

**Конструкция муфты и соединения ТМС.** Одним из направлений по повышению работоспособности и снижению трудоемкости трубопроводных систем является применение муфт термомеханического соединения (ТМС) из материалов с эффектом памяти формы (ЭПФ). Муфта ТМС в процессе монтажа при определенных условиях, обладает свойством самовосстанавливаться, осуществляя целенаправленную работу по пластическому деформированию законцовок трубопроводов и расширяет технологические возможности сборки. Прочность соединений соответствует прочности труб. Данные соединения применимы для трубопроводов не только малых диаметров и толщин, но и для разнородных материалов. Их сборка может осуществляться в труднодоступных местах. Отсутствие термического влияния позволяет сохранять исходную прочность труб из нагартованного материала.

Соединительные муфты, после фазовых превращений материала радиально деформируются (в пределах до 8%) и до монтажа сохраняются в холодном состоянии. После монтажа происходит нагрев за счет естественного подвода тепла. В результате обратного превращения материала при нагреве происходит восстановление исходных размеров муфты [3].

Технологическая схема процесса создания неразъемного соединения трубопроводов муфтами ТМС, представлена на рис. 1. В исходном состоянии муфта ТМС имеет внутренний размер на величину $\delta_2$ меньше, чем наружные размеры труб. Монтаж соединений производится с гарантированным зазором $\delta_3$.

Характерной особенностью для данных соединений является работа, которую осуществляет сам материал муфты. Величины и условия напряжений, генерируемых в материале муфты, определяются свойствами и последовательностью фазовых превращений. Надежность и герметичность определяются конструктивными параметрами муфты и технологическими процессами изготовления и монтажа.

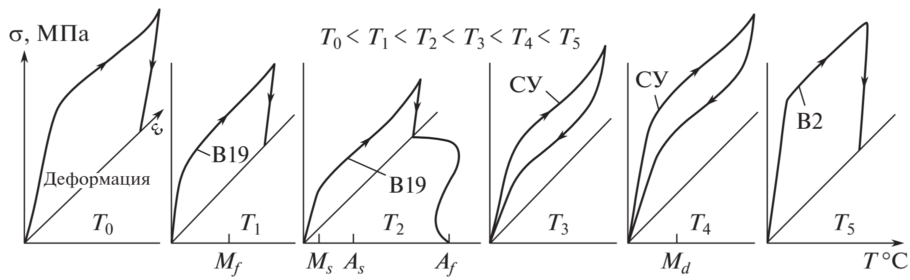


**Рис. 2.** Деформационные характеристики материала в зависимости от температуры: $M_s$ и $M_f$ – температуры начала и конца мартенситных превращений; $A_s$ и $A_f$ – температуры аустенитных превращений; $M_d$ – температура, ниже которой механические напряжения стимулируют МП; σ – напряжение термомеханического возврата; ε – деформация; B19 – мартенситая и B2 – аустенитная фазы; СУ – сверхупругость.

**Исследование сплава с ЭПФ, применяемый в соединительных муфтах ТМС.** Из всех известных в настоящее время материалов с ЭПФ, никелид титана (сплав на основе TiNi) обладает наиболее высокими механическими, технологическими и коррозионными свойствами. В зависимости от соотношения компонентов Ti, Ni и легирующих элементов, фазовые превращения в сплавах могут происходить при температурах от –200 до +100°C.

По отношению к нормальной температуре, сплав может находиться в аустенитном (B2) или мартенситном (B19) состоянии. В промышленности принято маркировать сплавы, находящиеся в аустенитном состоянии –ТН1, а мартенситном –ТН1К. Следовательно, для трубопроводов с температурой эксплуатации от –60°C фазовые превращения в муфтах ТМС должны проходить при температурах ниже –60°C.

В процессе работы авторами были получены зависимости деформационных характеристик сплава с эффектом памяти формы в зависимости от температурных условий. Деформационное поведение материала и виды проявляемых эффектов в зависимости от температуры представлены на рис. 2. При температурах $T_0$ и $T_1$ (ниже температуры МК) сплав находится в мартенситном (B19) состоянии. Деформированный материал в пределах 8% – "мартенситной неупругости" при нагреве является формообратимым (рис. 2) при $T_2$. При температурах $T_3$ и $T_4$ – аустенитное состояние, где проявляется эффект сверхупругости, который характеризуется стабильной величиной напряжений возврата в пределах от 2 до 6%. Температура $T_5$ (выше $M_d$ – верхний предел температуры эксплуатации) характеризует такое аустенитное состояние, деформация которого приводит к необратимой пластичности.

Уникальные свойства сплавов с ЭПФ проявляются не только в том, что они обладают свойством "памяти формы", но и обладают сверхупругостью (СУ), которая может достигать до 10% от деформации. Эта деформация может проявляться в окрестностях интервалов мартенситных превращений (МП), а при соответствующих металлургических и термомеханических переработках, распространяться до температур на 200°C превышающих интервал обратного МП. Следовательно, можно иметь конструкции из материалов, обладающих свойством СУ в интервале температур эксплуатации. Это явление связано с особым ромбоэдрическим (R) превращением. Исследования электронной структуры и структурной неустойчивости TiNi, проведенные А.И. Лотковым [4] показывают, что ромбоэдрическому превращению предшествует переход с изменением локализации электронов и изменением топологии поверхности Ферми. Уровень Ферми в TiNi расположен в окрестностях состояния острой плотности. Поэтому, даже небольшое повышение или снижение концентрации электронов или их перераспределение по энергии, приводит к изменению концентрации атомов Ni в матрице и изменению температур превращения.

Целенаправленную работу восстановления муфты при нагреве осуществляет сам материал. Генерируемые напряжения, в процессе восстановления размеров, определяются видами и последовательностями фазовых превращений.

**Методика определение деформационных характеристик для образцов, изготовленных из различных партий сплавов ТН1 и ТН1К.** Определение деформационных (термомеханических) характеристик $\sigma$ (напряжение термомеханического возврата) $\varepsilon$ (деформирование) осуществлялось на гладких разрывных образцах, изготовленных из сплавов ТН1 и ТН1К.

Характеристики термомеханического возврата $\sigma$ зависят от вида предварительной деформации, поэтому схема нагружения образцов в мартенсите должна по возможности имитировать поведение силового элемента в узле [5].

Испытания производились в соответствии с требованиями ГОСТ 9651-92 при растяжении на специальной установке для измерения характеристик возврата на гагаринских образцах при заданной деформации $\varepsilon$. Исследование напряжений сопротивления деформирования (напряжения термомеханического возврата) растяжением материала $\sigma$ в пределах до 10% осуществлялось при фиксированной температуре в интервале от МП до $-196$°C и скоростью 0.2 сек$^{-1}$. Заданная температура деформирования производилась за счет интенсивности подачи паров азота, или нагрева трубчатой печи. При достижении заданной степени деформации осуществлялась разгрузка машины до величин 0–10 МПа, выдержка 1–2 мин и последующий нагрев.

**Результаты проведенных испытаний для определения термомеханических характеристик образцов, изготовленных из сплава ТН1 (Ti-51%атNi) и ТН1К (Ti-47.5%атNi–2.5%ат.Fe).** Процессы, происходящие при восстановлении стандартных образцов для различных материалов, представлены на рис. 3, 4. Деформированные при температурах ниже $M_f$ образцы, в условиях жесткого противодействия, нагревались до температур, превышают температуру $A_f$. Нагруженные внутренними напряжениями образцы (точка А), с регистрацией действующих усилий выдерживались в течение 120 час.

Для сплавов, ТН1 и ТН1К, в которых деформированный мартенсит (B19) непосредственно трансформируется в аустенитную (B2) фазу, при температурах несколько превышающих интервал превращений, образуется доля мартенсита напряжений (B19'), которая обладает пониженным эффектом СУ. Процесс фазовых превращений в сплаве реализуется по схеме: B19 → B19' + B2 → B2. При дальнейшем повышении температур или снижении действующих напряжений, мартенсит напряжений B19' постепенно превращается в аустенитную B2 фазу.

Длительная выдержка в течение 120 часов показывает, что действующие напряжения снижаются от 450 до 150 МПа. При снятии противодействия наблюдается недовосстановление в пределах 4–4.5%. Дополнительный нагрев до 200°C способствует к частичному восстановлению деформации (точка Д). Однако остаточная (пластическая) деформация (кривая Д–О) в пределах 1.5% не восстанавливается даже при нагреве до 300°C. Такое поведение материала вероятно связано с реализацией в мартенсите напряжений релаксационных процессов осуществляемых путем пластического сдвига.

В сплавах ТН1К, с повышенным содержанием Ti и дополнительно легированных Fe, деформированный мартенсит (B19) при нагреве трансформируется в аустенитную фазу по схеме B19' → B19' + R → R → B2. Мартенсит напряжений B19' и R фаза обладают СУ, которая может существовать и в интервале температур эксплуатации (рис. 4).

В этом случае, величина генерируемых напряжений в зависимости от длительности выдержки, снижаются незначительно и составляют примерно до 450 МПа ((рис. 4, точка В). Снятие противодействия реализуется с эффектом СУ (по линии В–С) без остаточного недовосстановления.

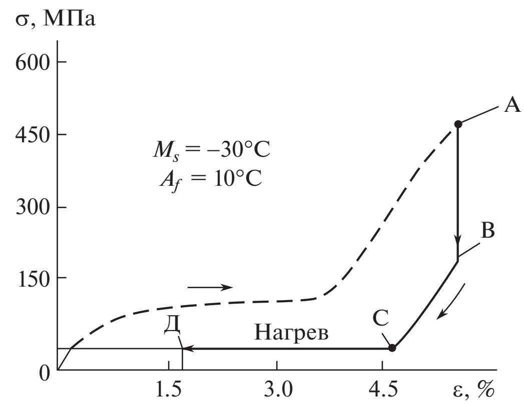


**Рис. 3.** Деформационные характеристики поведения сплава ТН1 (Ti + 51 ат% Ni): пунктирной линией показан процесс нагружения мартенсита; температура выдержки 20°С; А–В – падение напряжений во время выдержки; В–С – снятие нагрузки; С–Д – возврат формы при дополнительном нагреве; Д–О – остаточная (пластическая) деформация.

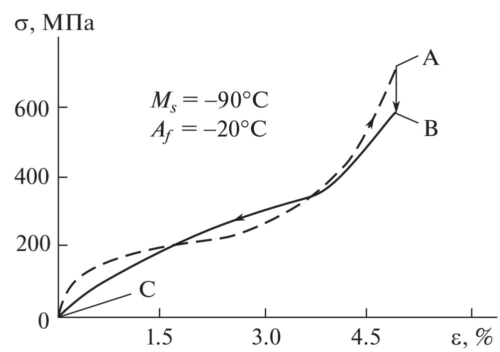


**Рис. 4.** Деформационные характеристики поведения сплава ТН1К (Ti + 48 ат%Ni + 2 ат%Fe): пунктирной линией О–А показан процесс нагружения мартенсита; температура выдержки 20°С; А–В – падение напряжений во время выдержки; В–С – снятие нагрузки.

**Обсуждение результатов.** Соединения трубопроводов в процессе эксплуатации циклически подвергаются термическим воздействиям от –60 до +300°С. При различных температурах, контактируемые размеры трубопроводов колеблются в зависимости коэффициентов термического расширения [6]. В связи с тем, что величина упруго напряженного состояния термомеханических соединений зависит от размеров недовосстановления, термические колебания контактируемых размеров провоцируют релаксационные процессы, которые влияют на эксплуатационную надежность ТМС.

Муфты из сплавов, в которых СУ состояние при температурах эксплуатации отсутствует, а величина недовозврата превышает 5%, при термоциклировании наблюдается снижение степени герметичности.

Высокой надежностью и герметичностью обладают соединения из тех сплавов, в которых проявляется эффект СУ при температурах эксплуатации. В этом случае, любые термические колебания размеров деталей компенсируются сверхупругостью.

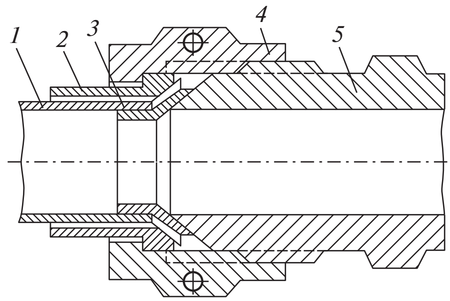


**Рис. 5.** Ниппельное соединение: *1* – труба; *2* – ниппель; *3* – прокладка; *4* – накидная гайка; *5* – штуцер.

Контактная нагрузка и уровень напряженного состояния в термомеханических соединениях зависит от величины деформации недовосстановления. При эксплуатационных колебаниях температур, размеры контактируемых поверхностей соединения изменяться в зависимости от коэффициентов термического расширения. В зоне контакта термические нагрузки влияют на стабильность термомеханических напряжений, которые определяют эксплуатационную надежность соединений. Особо существенно это относится к разъемным (фитинговым и ниппельным) соединениям. После определенного времени из-за термических и температурных колебаний происходит расслабление соединений. В таких случаях необходимо осуществлять подтяжку (рис. 5). Использование ниппелей или фитингов из сплавов с ЭПФ, обладающих СУ, позволяет осуществлять постоянство напряжений в зоне контакта при более низких значениях практически для всего периода эксплуатации.

**Выводы.** СУ деформирование до 6%, при снятии нагрузки, приводит к полному восстановлению размеров. Действующие при этом напряжения деформирования и восстановления примерно одинаковы и составляют 350–400 МПа. Увеличение деформирования до 8% сопровождается резким повышением напряжений сопротивления, неполным проявлением СУ и появлением необратимой пластичности. Дальнейшее повышение степени деформирования приводит к превалированию пластичности над СУ. Напряжения, при реализации остаточной СУ, несколько снижаются и составляют примерно 300 МПа. Следовательно, для обеспечения высокой надежности, в соединениях муфтами ТМС необходимо применение сплавов, обладающих СУ в интервале температур эксплуатации. Остаточная величина недовосстановления должна находиться в пределах от 2–5%. В этом случае, действующие в зоне контакта напряжения термомеханического возврата будут стабильны и независимы от термических колебаний.

## БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает благодарность Хасьянову Усману за обсуждение материалов исследований и испытаний.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хасьянова Д.У.* Применение материалов с эффектом памяти формы для соединения трубопроводов в авиационной промышленности. Авиационная промышленность. 2016. № 3. С. 37.
2. *Хасьянова Д.У.* Технологическое обеспечение качества изготовления муфт ТМС и сборки трубопроводов. Диссертация на соиск. уч. степ. канд. наук. МГУПИ, Москва, 2012г. 115 с.

3. *Lotkov A., Grishkov V., Timkin V., Baturin A., Zhapova D.* Yield stress in titanium nickelide-based alloys with thermoelastic martensitic transformations. Materials Science and Engineering A. 2019. V. 744. P. 74
4. *Lotkov A.I., Kuznetsov A.V.* Elastic properties of Ti-Ni single crystals preceding B2 → B19' and B2 → R → B19' martensitic transformations. Physics of Metals and Metallography. 1988. V. 66 (5). P. 65
5. *Шишкин С.В., Махутов Н.А.* Расчет и проектирование силовых конструкций на сплавах с эффектом памяти формы. Ижевск: Научно-издательский центр “Регулярная и хаотическая динамика”, 2007. 412 с.
6. *Махутов Н.А., Шишкин С.В.* Безопасные соединения трубопроводов с эффектом памяти формы. М.: ИМАШ РАН, 1999. 504 с.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 38–45

## НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

*УДК 621.9.047/048-114*

# ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗВИТИЯ НЕУПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ В СТАЛИ 45, ПОДВЕРГНУТОЙ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ И ПОВЕРХНОСТНОМУ ПЛАСТИЧЕСКОМУ ДЕФОРМИРОВАНИЮ

© 2020 г. **Н. Г. Дудкина**

*Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия*
*e-mail: detmash@vstu.ru*

Поступила в редакцию 04.06.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

Исследуется влияние комбинированного поверхностного упрочнения: электромеханическая обработка и поверхностное пластическое деформирование на процессы неупругих деформаций в стали 45. Приведены результаты испытаний на растяжения и анализ петель механического гистерезиса образцов из стали 45, подвергнутых комбинированному поверхностному упрочнению. Рассматриваются характерные особенности неупругих свойств и микронеоднородной деформации стальных образцов в зависимости от регулярно-неоднородной структуры упрочненного поверхностного слоя.

*Ключевые слова:* комбинированное упрочнение, электромеханическая обработка, поверхностное пластическое деформирование, поверхностный слой, диаграмма растяжения, неупругая деформация, микронеоднородная деформация

**DOI:** 10.31857/S0235711920020078

Многочисленные фундаментальные исследования свидетельствуют об особой роли и специфическом влиянии поверхностно-упрочненных слоев на широкий комплекс прочностных и пластических свойств металлов [1–4]. Исследования направлены на получение такой структуры и свойств поверхности, которые обеспечили бы заданную статическую и циклическую прочность, износостойкость, коррозионную стойкость и т.д. деталей машин. В высшей степени это характерно для структур повышенной твердости и специфических свойств (“белые слои”), сформированных при воздействии на поверхностный слой материала высококонцентрированных потоков энергии [5–7]. Отмечено существенное влияние таких специфических структур на неупругие свойства сталей, характеризующие их демпфирующую способность, повышение которой приводит к снижению динамической напряженности деталей [8–10]. Авторами отмечается высокая чувствительность характеристик рассеяния энергии к структурно-напряженному состоянию поверхностного слоя металла.

Однако в исследованиях неупругого поведения материалов обнаруживаются противоречия, связанные с различной технологией формирования специфических высокопрочных структур в поверхностно упрочненных слоях. Вопросы интенсивности развития неупругих деформаций в сопоставлении с изменением прочностных характеристик исследуемых поверхностно-упрочненных материалов изучены недостаточно, в то время как упрочнению подвергаются тонкие поверхностные слои. Практически отсутствуют сведения, объясняющие закономерность необратимого рассеяния энергии (протекания неупругих процессов) в поверхностно-упрочненных стальных образцах.

В настоящей статье рассмотрено влияние регулярной структуры поверхностно-упрочненного слоя, полученного комбинированным способом, электромеханической обработкой и последующим поверхностным пластическим деформированием (ЭМО + + ППД), на закономерность изменения неупругих и микронеоднородных деформаций в стали 45 при статическом растяжении.

**Материалы и методика эксперимента.** Исследованию подвергались цилиндрические образцы диаметром 10 мм, длиной 100 мм из нормализованной стали 45 в исходном (неупрочненном) и упрочненном ЭМО + ППД состояниях. Электромеханическая обработка (ЭМО) заключалась в одновременном воздействии на вращающийся образец импульсного электрического тока плотности $j$ = 400 А/мм$^2$ и механического усилия $P$ = 300 Н с использованием перемещающегося вдоль образца твердосплавного ролика. Локальный нагрев, сопровождающийся действием значительных давлений; короткий термический цикл (нагрев, выдержка и охлаждение), измеряемый долями секунды; высокая скорость охлаждения, определяемая интенсивным отводом теплоты вглубь материала образца, обуславливают получение специфической структуры мелкоигольчатого мартенсита (белого слоя) с твердостью $H_\mu$ = 8.5 ГПа и глубиной до 200 мкм. За счет продольной подачи на поверхности цилиндрического образца формировалась регулярная макроструктура в виде спиралеобразных непрерывных полос (треков) упрочненного металла, разделенных зонами металла в исходном состоянии. Варьируя величину шага треков: $S$ = 1.0; 1.25; 2.0; 3.0 мм получали различную степень их перекрытия на поверхности упрочненного образца. Данную структурную неоднородность оценивали коэффициентом перекрытия $\alpha$; $\alpha = (S - a)/a$, где $a$ — ширина трека, $S$ — шаг обработки.

Финишное поверхностное пластическое деформирование (ППД) проводилось с рабочей нагрузкой на инструмент $P$ = 600 Н; подачей $S$ = 0.25 мм/об; скоростью вращения шпинделя 100 мм/об; числом проходов $n$ = 1.

Для оценки влияния комбинированного упрочнения на неупругие свойства нормализованной стали 45 были проведены статические испытания на растяжение цилиндрических образцов (ГОСТ 1497—84). Образцы, находящиеся в исходном состоянии и обработанные ЭМО + ППД, подвергались осевому растяжению. Нагружение образцов осуществлялось с постоянной скоростью перемещения захвата, равной $v$ = 0.5 мм/мин, на машине УМЭ-10ТМ с прецизионной записью начальных участков диаграмм деформирования с одновременной записью петель механического гистерезиса. Использование специальных тензометров (с тензодатчиками омического сопротивления), позволило измерить неупругие деформации величиной $10^{-5}$ относительных единиц. Величина неупругой деформации за цикл $\Delta\varepsilon$ оценивалась шириной петли механического гистерезиса. Метод статической петли гистерезиса заключается в оценке петли механического гистерезиса (наличие которой свидетельствует о необратимом поглощении части работы внешних сил), построенной в координатах $\sigma - \varepsilon$ при монотонном изменении нагрузки. Петли гистерезиса снимались при разных уровнях напряжений и при одном и том же виде деформации.

**Результаты и их обсуждение.** Металлографический анализ и оценка микротвердости поверхности образцов после комбинированного упрочнения ЭМО + ППД показали, что регулярная неоднородная структура, сформированная при электромеханической обработке, и характер распределения микротвердости "наследуются" финишной операцией поверхностного пластического деформирования. В работах [11, 12] отмечалось существенное влияние состояния поверхностного слоя после ЭМО + ППД на закономерность макропластического деформирования. Установлено, что наличие высокопрочной структуры белого слоя в поверхности ведет к существенному увеличению механических характеристик. Условный предел текучести образцов после проведения финишной операции поверхностного пластического деформирования увеличивался в 1.5 по сравнению с образцами, подвергнутыми электромеханической обработке без

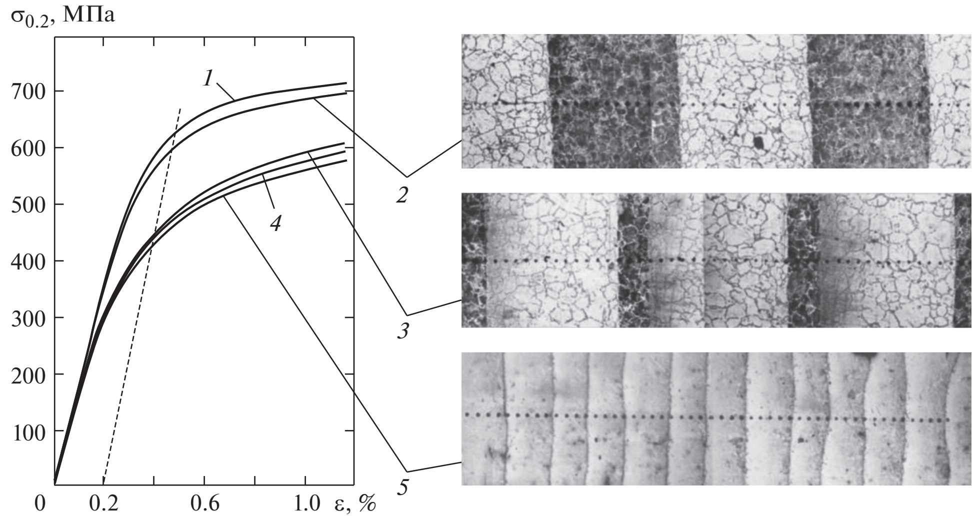


**Рис. 1.** Начальные участки диаграмм деформирования и структура образцов из стали 45, упрочненных комбинированной обработкой ЭМО + ППД с различным перекрытием треков на поверхности: *1* – $S$ = 3.0 мм, $\alpha$ = 2.75; *2* – $S$ = 2.0 мм, $\alpha$ = 1.5; *3* – $S$ = 1.25 мм, $\alpha$ = –0.56; *4* – $S$ = 1.0 мм, $\alpha$ = 0.25; *5* – $S$ = 0.8 мм, $\alpha$ = 0 [11].

ППД и в 1.8 по сравнению с образцами в исходном состоянии. Причем с увеличением мягкой прослойки между треками (уменьшением “сплошности” белого слоя) условный предел текучести увеличивался, достигая максимального значения при шаге обработки ЭМО $S$ = 3.0 мм; $\sigma_{0.2}$ = 630 МПа (рис. 1).

Проведен анализ неупругих свойств материала в связи с изменением структурного состояния поверхностного слоя стали 45 после ЭМО + ППД в сравнении с исходным состоянием и упрочненной традиционной электромеханической обработкой. Графики изменения ширины петли гистерезиса $\Delta\varepsilon$, характеризующие неупругие свойства материала, от степени общей деформации образцов с коэффициентом перекрытия треков белого слоя $\alpha$ = 1.5 и $\alpha$ = 0.25 приведены на рис. 2, 3 соответственно. Из анализа следует, что нарастание общих пластических деформаций во всех случаях приводит к увеличению ширины петли гистерезиса. Интенсивность неупругих деформаций после комбинированной обработки ЭМО + ППД увеличивается для всех испытуемых образцов по сравнению с исходным состоянием. По мере сближения треков белого слоя (т.е. с увеличением доли высокопрочной структуры в поверхностном слое), при общей деформации $\varepsilon$ = 0.5%, ширина петли механического гистерезиса упрочненных ЭМО + ППД образцов с коэффициентом перекрытия треков белого слоя $\alpha$ = 0.25 на 23%, с перекрытием $\alpha$ =1.5 – на 55% больше, чем в исходном состоянии.

Повышение механического гистерезиса связано с макроструктурной неоднородностью поверхностного слоя в осевом направлении (определяемой степенью перекрытия треков). Ширина петли образцов с коэффициентом перекрытия треков $\alpha$ = 0.25 составляет $\Delta\varepsilon$ = 0.016%, с $\alpha$ = 1.5, $\Delta\varepsilon$ = 0.025%. При дальнейшем повышении общей деформации ($\varepsilon$ = 1.5%) картина развития неупругих деформаций принципиально меняется: с увеличением доли высокопрочной структуры в поверхностном слое интенсивность неупругих деформаций возрастает. Ширина петли механического гистерезиса упрочненных ЭМО + ППД образцов с коэффициентом перекрытия $\alpha$ = 0.25 составляет $\Delta\varepsilon$ = 0.052%, с $\alpha$ = 1.5, $\Delta\varepsilon$ = 0.042%.

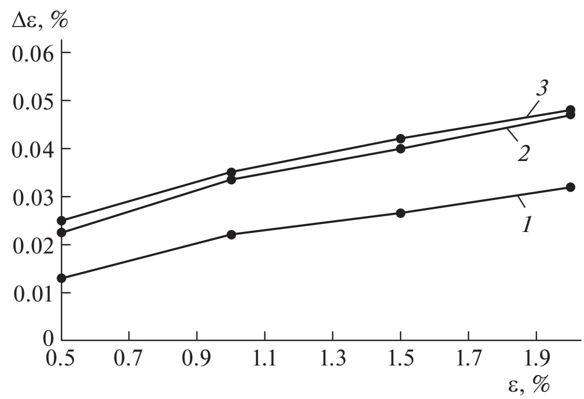


**Рис. 2.** Изменение ширины петли гистерезиса $\Delta\varepsilon$ в функции общей деформации $\varepsilon$, % образцов с коэффициентом перекрытия треков белого слоя $\alpha = 1.5$ (шаг $S = 2.0$ мм): *1* – исходное состояние; *2* – упрочнение ЭМО; *3* – упрочнение ЭМО + ППД.

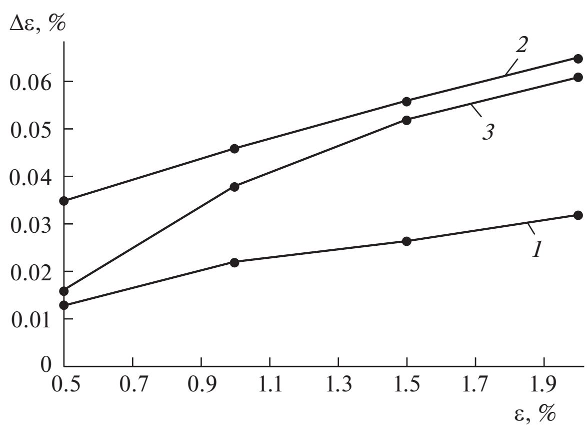


**Рис. 3.** Изменение ширины петли гистерезиса $\Delta\varepsilon$ в функции общей деформации $\varepsilon$, % образцов с коэффициентом перекрытия треков белого слоя $\alpha = 0.25$ (шаг $S = 1.0$ мм): *1* – исходное состояние; *2* – упрочнение ЭМО; *3* – упрочнение ЭМО + ППД.

Сравнительный анализ упрочненных ЭМО + ППД образцов с образцами, упрочненными традиционной ЭМО [10], показал, что неупругие свойства также зависят от регулярности треков белого слоя на поверхности. После проведения финишной операции ППД при общей пластической деформации $\varepsilon = 0.5\%$, уровень энергетических потерь у поверхностно упрочненных ЭМО + ППД образцов с перекрытием треков $\alpha = 0.25$ снизился в два раза (рис. 3), а с $\alpha = 1.5$ практически не изменился (рис. 2) по сравнению с ЭМО.

Повышение механического гистерезиса после проведения традиционной ЭМО имеет структурную обусловленность: микроискажение кристаллической решетки белого слоя, наличие нестабильной фазы в поверхности (высокоуглеродистого мартенсита), макроструктурная неоднородность поверхностного слоя в осевом направлении. Однако после проведения финишной операции поверхностного пластического де-

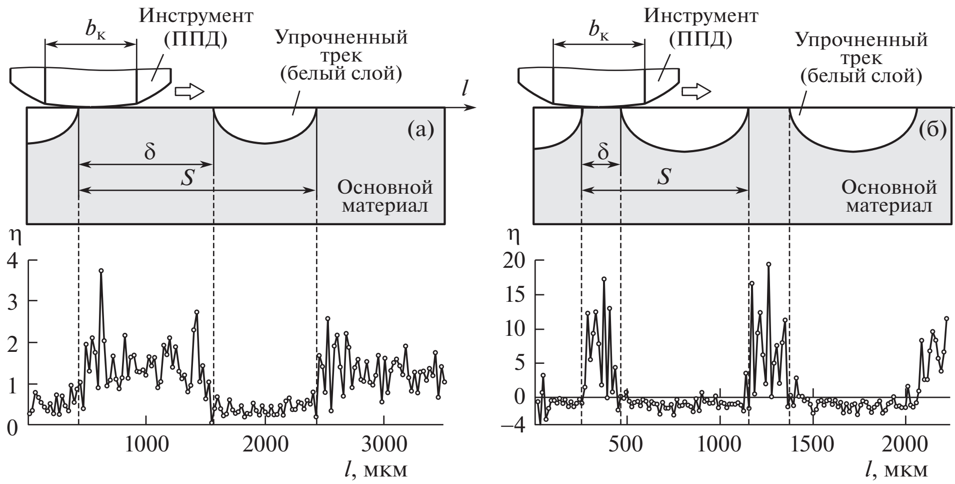


**Рис. 4.** Распределение относительной микронеоднородной деформации стали 45, упрочненной ЭМО + + ППД с различной степенью перекрытия треков белого слоя: (а) – $\alpha = 1.5$; (б) – $\alpha = 0.25$ (общая деформация $\varepsilon = 2.0\%$).

формирования эти факторы оставались неизменными, а интенсивность протекания неупругих процессов в металле изменялась.

Выяснения закономерностей необратимого рассеяния энергии в стали, подвергнутой комбинированной обработке (ЭМО + ППД), необходимо рассматривать в связи с неоднородностью свойств упрочненных и неупрочненных микрообъемов стальных образцов. Одновременное изучение с развитием микронеоднородной деформации изменения неупругих свойств металла, показало, что развитие неупругих свойств является отражением развития микропластических деформаций в материале [6, 13]. Наличие в поверхностном слое образца чередующихся твердых полос (треков) белого слоя и мягких прослоек основного металла приводит к резкому изменению кинетики сдвигообразования по сравнению с образцами в исходном состоянии и упрочненными традиционной ЭМО. Как показывают эксперименты, уровень локальных всплесков микродеформаций при ЭМО + ППД увеличивается в 4–5 раз по всем структурным составляющим поверхности по сравнению с традиционной электромеханической обработкой и в 10–14 раз по сравнению с образцами в исходном состоянии. При шаге $S = 1.0$ мм интенсивность микродеформаций в “мягких” прослойках достигает значений $\eta = 15.0–12.0$ ($\eta = \varepsilon_i/\varepsilon_{ср}$, где $\varepsilon_i$ – относительная деформация $i$-го участка; $\varepsilon_{ср}$ – относительная средняя деформация), в то время как локальная неоднородность в белом слое $\eta = -1.5–(-4.8)$, т.е. в процессе растяжения образца на упрочненных участках наблюдается явление сжатия, а интенсивность пластического течения приходится на “мягкие” прослойки (рис. 4б). С увеличением доли “мягкой” прослойки, наблюдается уменьшение уровня локальных всплесков микродеформаций в неупрочненном металле $\eta = 5.0–5.5$, а локальная неоднородность в белом слое принимает значение $\eta = 1.4–1.5$ (рис. 4а).

Проведенное исследование указывает на наличие нового механизма деформирования стальных образцов, упрочненных ЭМО + ППД и свидетельствует об интенсификации неупругих процессов, происходящих в металле под нагрузкой.

Объяснение повышению прочностных свойств и изменению неупругих свойств после обработки ЭМО + ППД по сравнению с традиционным электромеханическим

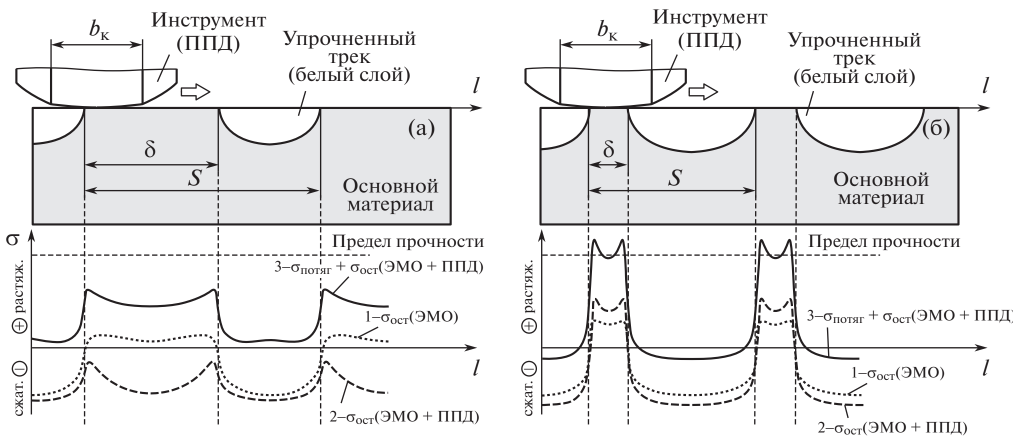


**Рис. 5.** Распределение напряжений стали 45, упрочненной ЭМО + ППД с различной степенью перекрытия треков белого слоя: (а) – $\alpha = 1.5$ ($S = 2.0$ мм); (б) – $\alpha = 0.25$ ($S = 1.0$ мм).

упрочнением и исходным состоянием следует искать в сложном и неравномерном распределении остаточных напряжений по макроструктурным составляющим упрочненной поверхности. Картина напряженного состояния по элементам структуры складывается из остаточных напряжений в результате отдельных операций комбинированного упрочнения ЭМО и ППД, а также растягивающих напряжений при статическом деформировании. При приложении внешней нагрузки неизбежно возникает сложное напряженное состояние, вызванное совместной деформацией различных по своим свойствам элементов структуры, какими являются белый слой и исходный материал.

На рис. 5 представлена схема (идеализированная модель) формирования поля напряжений в области малых пластических деформаций, объясняющая специфику развития неупругой деформации образцов с различным взаимным расположением упрочненных треков на поверхности после ЭМО + ППД. Под влиянием термических процессов при ЭМО формируется сложное структурно-фазовое и напряженно-деформированное состояние материала в поверхности упрочненной стали, с превалирующими растягивающими напряжениями [14]. При упрочнении ЭМО + ППД с шагом $S = 2.0$–$3.0$ мм, $\delta/b > 1$, где $\delta$ – ширина мягкой прослойки; $b$ – ширина контакта инструмента с образцом, расстояние между треками больше чем ширина контакта инструмента с образцом мягкая прослойка упрочняется, наводятся благоприятные сжимающие напряжения от финишного поверхностного пластического деформирования (рис. 5а), что приводит к значительному повышению прочностных характеристик стали 45, и практически не снижает неупругие свойства по сравнению с образцами, упрочненными традиционной ЭМО.

В случае, когда расстояние между треками меньше чем ширина контакта $\delta/b < 1$ мягкая прослойка не подвергается обработке и к растягивающим напряжениям после ЭМО добавляются растягивающие напряжения после ППД (рис. 5б). По мере растяжения образца под действием суммарных напряжений происходит повышенная пластическая деформация, приводящая к разрушению “конструкции поверхностного слоя”. Белый слой сжимается (рис. 4б), что ведет к потере прочностных свойств, а интенсивность протекания в металле неупругих процессов снижается по сравнению с образцами, упрочненными ЭМО.

Предложенная схема формирования поля напряжений и деформаций (рис. 4, 5) в области малых пластических деформаций, раскрывает специфику пластической деформации и формирования неупругих свойств образцов от трансформации макроструктуры тонкого поверхностно-упрочненного ЭМО + ППД слоя.

Таким образом, проведенный анализ закономерностей напряженно-деформированного состояния и неупругих свойств стали с регулярно-неоднородным упрочненным поверхностным слоем показывает с одной стороны, большую сложность рассматриваемых явлений, с другой стороны, перспективность применения результатов исследования при изучении конструкционной прочности стали с учетом структурных изменений в тонком поверхностном слое. Количественная оценка напряжений по элементам структуры является задачей чрезвычайно сложной и требующей проведения дальнейших систематических исследований в этом направлении.

Интенсивность неупругих деформаций стальных образцов, подвергнутых комбинированному упрочнению электромеханической обработке и поверхностному пластическому деформированию (ЭМО + ППД) существенно увеличивается с одновременным повышением прочностных характеристик по сравнению с исходным состоянием нормализованной стали 45.

Повышение неупругих деформаций связано с макроструктурной неоднородностью поверхностного слоя в осевом направлении, определяемой степенью перекрытия треков. С увеличением доли высокопрочной структуры в поверхностном слое, ширина петли, упрочненных ЭМО + ППД образцов с коэффициентом перекрытия треков $\alpha = 0.25$, увеличивается на 23%, с перекрытием треков белого слоя $\alpha = 1.5$ – на 55%, по сравнению с материалом нормализованной стали 45 (при общей деформации $\varepsilon = 0.5\%$).

Повышение деформационных характеристик и прочностных свойств стальных образцов, поверхностно-упрочненных ЭМО + ППД, объясняется особенностями микронеоднородной деформации и чрезвычайно сложной картиной напряженного состояния по элементам структуры, какими являются белый слой и исходный материал.

Результаты работы развивают теоретические представления о рассеянии механической энергии поверхностно-упрочненных материалов в условиях повторного нагружения при больших уровнях нагрузки и малых частотах нагружения, требующиеся в ряде отраслей техники.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Папшев Д.Д.* Отделочно-упрочняющая обработка поверхностным пластическим деформированием. М.: Машиностроение, 1978. 153 с.
2. *Одинцов Л.Г.* Упрочнение и отделка деталей поверхностным пластическим деформированием. М.: Машиностроение, 1987. 328 с.
3. Научно-технический прогресс в машиностроении / Под. ред. К.В. Фролова Москва: ИМАШ АН СССР. 1989. В. 9. 186 с.
4. *Сулима А.М., Шулов В.А., Ягодкин Ю.Д.* Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. М.: Машиностроение, 1988. 239 с.
5. *Бабей Ю.И.* Физические основы импульсного упрочнения стали и чугуна. Киев: Наукова думка, 1988. 159 с.
6. Effects of laser heat treatment combined with ultrasonic impact treatment on the surface topography and hardness of carbon steel AISI 1045 / *D.A. Lesyk, S. Martinez, B.N. Mordyuk, V.V. Dzhemelinskyi et al.* // Optics & Laser Technology. 2019. V. 111. P. 424.
7. *Tsuji N.* Effect of combined plasma-carburizing and deep-rolling on notch fatigue property of Ti-6Al-4V alloy / *N. Tsuji, S. Tanaka, T. Takasugi* // Materials Science and Engineering: A. 2009. V. 499. № 1–2. P. 482.
8. *Трощенко В.Т.* Усталость и неупругость металлов. Киев: Наукова думка, 1971. 268 с.
9. *Савкин А.Н., Багмутов В.П.* Прогнозирование усталостной долговечности высоконагруженных конструкций. Волгоград: ВГТУ, 2013. 363 с.

10. *Федоров А.В., Дудкина Н.Г.* Рассеяние механической энергии в конструкционных сталях, подвергнутых электромеханической обработке // MECHANIKA. 1998. № 2 (13). С. 15.
11. *Матлин М.М., Дудкина Н.Г., Болдов А.Н.* Особенности пластического деформирования стальных деталей, упрочненных комбинированной обработкой ЭМО + ППД // Упрочняющие технологии и покрытия. 2010. № 8. С. 44.
12. *Дудкина Н.Г., Садовин А.А.* Исследование пластической деформации и прочности стальных деталей, упрочненных комбинированным методом ЭМО + ППД // Металлообработка. 2012. № 1. С. 37.
13. *Дудкина Н.Г., Захаров И.Н.* О закономерностях микронеоднородной деформации поверхностного слоя образцов углеродистых сталей после электромеханического упрочнения // Металлы. 2005. № 5. С. 85.
14. *Нерубай М.С., Овчинников А.П.* Формирование остаточных напряжений при комбинированном электромеханическом и ультразвуковом упрочнении // Материалы научно-технической конф. Поверхностное упрочнение деталей машин и инструментов. Куйбышев. 1976. С. 71.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 46–53

## НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

*УДК 539.4*

# ВЛИЯНИЕ ДЕМПФИРОВАНИЯ НА КРИТИЧЕСКИЕ ЗНАЧЕНИЯ НЕКОНСЕРВАТИВНЫХ НАГРУЗОК

© 2020 г.
**В. П. Радин[1,*], В. П. Чирков[1], О. В. Новикова[1], А. В. Щугорев[1], В. Н. Щугорев[1]**

[1] *Национальный исследовательский университет "МЭИ", Москва, Россия*
**e-mail: RadinVP@mpei.ru*

Поступила в редакцию 15.06.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

Проведено систематическое исследование влияния рассеяния энергии на критические значения неконсервативных нагрузок при расчете на устойчивость. Рассмотрены некоторые классические неконсервативные задачи упругой устойчивости: устойчивость прямолинейной формы равновесия двухзвенного маятника при действии следящей силы, устойчивость консольного стержня при сжатии следящей силой (задача Бека), устойчивость плоской панели в сверхзвуковом потоке газа. При варьировании коэффициентов демпфирования в широких пределах и при различных их соотношениях построены зависимости критических нагрузок от параметров демпфирования, определены условия стабилизации и дестабилизации механических систем. Для систем с распределенными параметрами рассмотрено внешнее и внутреннее трение (по схеме Фойхта). Сформулированы выводы о влиянии различных типов рассеяния энергии на критические значения параметров неконсервативных нагрузок и об условиях дестабилизации неконсервативных систем за счет диссипации энергии.

*Ключевые слова:* устойчивость, неконсервативные нагрузки, критические значения, флаттер, внешнее и внутреннее демпфирование, дестабилизация

**DOI:** 10.31857/S0235711920020121

В работах по устойчивости Е.Л. Николаи [1] впервые обнаружил, что при исследовании устойчивости положения равновесия механических систем для критических значений некоторых нагрузок системы не имеют смежных положений равновесия и изначально устойчивое исходное положение равновесия сменяется на колебательное движение. Указанный факт имеет место при действии неконсервативных нагрузок и для исследования устойчивости требует применения динамического метода исследования [2]. Гидро- и аэродинамические силы, реактивные силы, силы, действующие на роторы турбин, электрических машин и т.д. не являются консервативными и при достижении ими критических значений могут быть источником притока энергии при колебательных движениях системы. Это соответствует потере устойчивости исходного положения равновесия системы колебательным образом по типу флаттер. В теории устойчивости механических систем помимо эйлерова подхода к исследованию устойчивости элементов конструкций оформился специальный класс задач, а именно неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. В настоящее время решено большое количество неконсервативных задач устойчивости [2–8], исследована устойчивость разнообразных механических систем, находящихся в условиях сложного нагружения различными силами, в том числе и неконсервативными. Характерной особенностью неконсервативных систем является большое количество особенностей, не свойственных системам при нагружении потенциальными силами. Можно назвать возможность потери устойчивости по типу дивергенция, по типу флаттера; невыпуклость области устойчивости, если она построена в пространстве параметров нагрузок; существенное взаимодействие различных форм колебаний.

Наиболее интересной и трудно объяснимой особенностью неконсервативных задач теории упругой устойчивости является дестабилизирующее влияние демпфирования на критические значения нагрузок [7—16]. Действительно, увеличение рассеяния энергии в динамических системах при вибрационных, ударных, параметрических и подобного рода нагрузках оказывает положительное влияние на показатели механической надежности. В задачах устойчивости конструкций и деталей машин при действии неконсервативных позиционных сил учет демпфирования, в некоторых случаях весьма малого, может существенно снижать критические значения параметров нагружения. Эта особенность, называемая парадоксом Циглера, впервые была изложена в работе [7].

За время с момента обнаружения парадокса Циглера появилось большое количество работ, в которых авторы пытаются объяснить дестабилизирующее влияние диссипативных сил на критические значения некоторых неконсервативных нагрузок [8—16]. И по уровню убедительности, и по уровню понимания эти объяснения весьма разнообразны. Чаще всего подобного рода работы сводятся к демонстрации зависимостей критических значений нагрузок от величины диссипации энергии в неконсервативной системе различного происхождения, просто подтверждая тем самым парадокс Циглера.

В настоящей статье для ряда традиционных неконсервативных задач теории упругой устойчивости, в частности, двухзвенного маятника при действии следящей нагрузки, задачи Бека (консольный стержень с распределенными параметрами при действии следящей силы) и флаттера плоской панели в сверхзвуковом потоке газа, проводится систематическое исследование влияния демпфирования на критические величины параметров нагрузок.

**Двухзвенный маятник.** Начнем с исследования маятника Циглера, т.е. двухзвенного маятника, несущего сосредоточенные массы $m_1$ и $m_2$ и перемещения которого имеют место в одной плоскости. Маятник находится под действием следящей силы $P$. Будем исследовать на устойчивость прямолинейную форму равновесия, когда упругие шарниры с коэффициентами жесткости $c_1$ и $c_2$ не нагружены. Кроме того, повороты в шарнирах сопровождаются рассеянием энергии с коэффициентами $b_1$ и $b_2$. За обобщенные координаты примем углы отклонений безынерционных стержней от прямолинейной формы $\varphi_1$ и $\varphi_2$. Линеаризованные уравнения возмущенного движения системы относительно вектора угловых перемещений $\boldsymbol{\varphi} = [\varphi_1, \varphi_2]^{\mathrm{T}}$ запишем в виде

$$\mathbf{A}\ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\varphi}} + [\mathbf{C} + \beta\mathbf{D}]\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0}, \qquad (1)$$

где обозначено

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \gamma_1 + \gamma_2 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & \gamma_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

В уравнении (1) принято $m_1 = 2m_2 \equiv 2m$, $c_1 = c_2 \equiv c$, $l_1 = l_2 \equiv l$ и введены безразмерные параметры

$$\gamma_1 = \frac{b_1\omega_0}{c}, \quad \gamma_2 = \frac{b_2\omega_0}{c}, \quad \beta = \frac{Pl}{c}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{ml^2}}.$$

Поставив целью исследование зависимости критического значения параметра следящей силы $\beta_*$ от параметров рассеяния энергии, представим вектор $\boldsymbol{\varphi}$ в виде

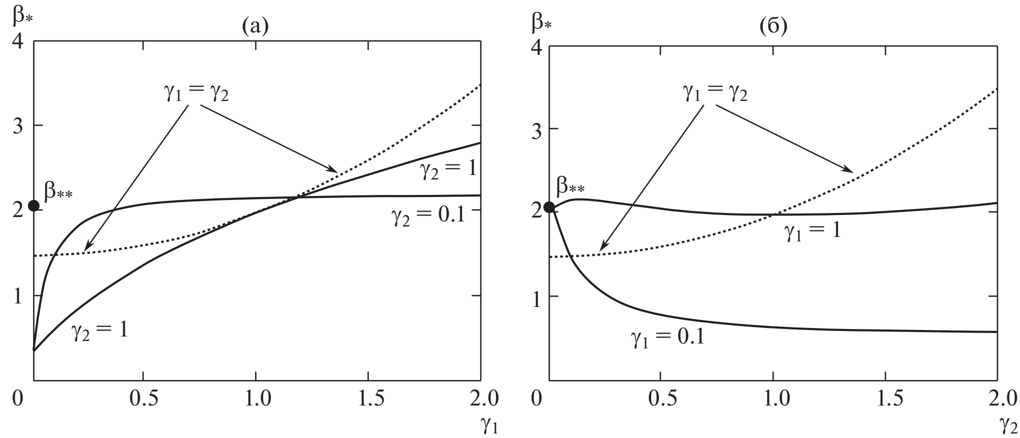


**Рис. 1.** Зависимость критической силы от коэффициентов демпфирования: в первом шарнире $\beta_*(\gamma_1)$ (а); во втором шарнире $\beta_*(\gamma_2)$ (б).

$\boldsymbol{\varphi}(\tau) = \boldsymbol{\Phi} e^{\lambda\tau}$, где $\lambda$ – характеристический показатель, определяющий поведение системы после начальных возмущений. По теории Ляпунова система устойчива, если $\forall \operatorname{Re}\lambda \le 0$. Характер потери устойчивости определяется способом пересечения характеристическими показателями мнимой оси при переходе в правую полуплоскость. В рассмотренных задачах переход характеристических показателей в правую полуплоскость при достижении нагрузкой критического значения происходит с отличными от нуля мнимыми частями. Таким образом, потеря устойчивости происходит колебательным образом по типу флаттер. С учетом (1) для показателей $\lambda$ получим уравнение

$$\mathbf{A}\lambda^2 + \mathbf{B}\lambda + \mathbf{C} + \beta\mathbf{D} = \mathbf{0}. \tag{2}$$

Критическое значение $\beta_*$ из уравнения (2) можно получить либо непосредственным решением этого уравнения, либо определив наименьший корень главного минора матрицы Гурвица. Некоторые результаты исследования зависимости критического значения параметра следящей силы от параметров демпфирования представлены на рис. 1.

Квазикритическое значение следящей силы $\beta$, вычисленное без учета демпфирования, с матрицей $\mathbf{B}$, приравненной нулю, равно $\beta_{**} = 2.09$. При исчезающе малом, но одинаковом трении в каждом шарнире, т.е. $\gamma_1 = \gamma_2 \to 0$, критическое значение снижается до $\beta_* = 1.47$. В этом и состоит парадокс Циглера. С увеличением демпфирования, но с сохранением условия $\gamma_1 = \gamma_2$ дестабилизирующего влияния трения на устойчивость системы не наблюдается [8] и кривая зависимости $\beta_*(\gamma_\alpha)$ (пунктирные кривые) на рис. 1 при $\gamma_1 = \gamma_2$ монотонно возрастают. Этот факт не означает, что квазикритическое значение следящей силы вообще не реализуется. Неравномерность распределения демпфирования по степеням свободы вносит в кривые $\beta_*(\gamma_\alpha)$ широкое разнообразие. На рис. 1а фиксированные значения диссипации энергии во втором шарнире ($\gamma_2 = 0.1$ и $\gamma_2 = 1$) при весьма малых значениях существенно снижают $\beta_*$. Далее кривые $\beta_*(\gamma_1)$ возрастают с различным характером, зависящим от величины $\gamma_2$.

При фиксированных значениях диссипации энергии в первом шарнире ($\gamma_1 = 0.1$ и $\gamma_1 = 1$) и при $\gamma_2 \to 0$ (рис. 1б) реализуется квазикритическое значение следящей силы $\beta_{**}$. А далее с ростом $\gamma_2$ кривые $\beta_*(\gamma_1)$ могут убывать, как это происходит при $\gamma_1 = 0.1$, или вести себя немонотонно ($\gamma_1 = 1$), имея даже некоторый минимум. Этот минимум можно пояснить поведением характеристических показателей. Здесь один из характеристических показателей $\lambda_2$ несколько раз пересекает мнимую ось.

**Задача Бека**. Обратимся теперь к системе с распределенными параметрами. Из линейных моделей рассеяния энергии рассмотрим внешнее трение, пропорциональное скорости перемещения точек упругой системы, и внутреннее трение в материале по схеме Фойхта. Рассмотрим известную задачу Бека – сжатие прямолинейного консольного стержня следящей силой. При общепринятых обозначениях уравнение возмущенного движения запишется в виде

$$EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + b_i EI\frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} + mb_e\frac{\partial w}{\partial t} + P\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \tag{3}$$

где $b_i$ и $b_e$ коэффициенты внутреннего (модель Фойхта) и внешнего трения соответственно. Граничные условия имеют вид

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad (x = 0), \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} = 0, \quad (x = l). \tag{4}$$

С помощью безразмерных параметров

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \beta = \frac{Pl^2}{EI}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad \omega_0 = \frac{1}{l^2}\sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad \varepsilon_i = b_i\omega_0, \quad \varepsilon_e = \frac{b_e}{\omega_0}, \tag{5}$$

перепишем уравнение (3) и граничные условия (4) следующим образом

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \varepsilon_i\frac{\partial^5 w}{\partial \xi^4 \partial \tau} + \varepsilon_e\frac{\partial w}{\partial \tau} + \beta\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = 0. \tag{6}$$

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0, \quad (\xi = 0), \quad \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} = 0, \quad \frac{\partial^3 w}{\partial \xi^3} = 0, \quad (\xi = 1). \tag{7}$$

Однородную краевую задачу (6), (7) можно решить различными методами. Например, непосредственным интегрированием уравнения (6) с использованием условия наступления флаттера критическое значение параметра следящей силы можно определить путем сведения к задаче оптимизации [6]. Другой путь – сведение распределенной системы к конечномерной [2]. К таким методам можно отнести метод конечных элементов или метод разложения решения уравнения (6) $w(\xi,\tau)$ в ряд по ортогональной системе функций. Для решения данной задачи в качестве такой системы функций примем формы собственных колебаний консольного стержня $\varphi_k(\xi)$, удовлетворяющие граничным условиям (7)

$$w(\xi,\tau) = \sum_{k=1}^{n} q_k(\tau)\varphi_k(\xi). \tag{8}$$

Подставляя это выражение в уравнение (6) и применяя процедуру метода Бубнова–Галеркина, получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат $q_k(\tau)$. Матричную форму этих уравнений можно записать в виде

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} + (\varepsilon_e\mathbf{A} + \varepsilon_i\mathbf{C})\dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C} + \beta\mathbf{D})\mathbf{q} = 0. \tag{9}$$

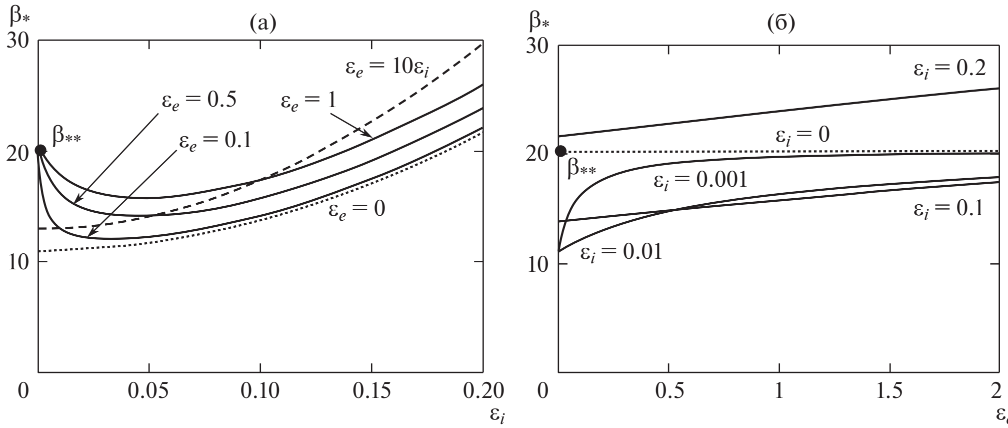


**Рис. 2.** Влияние внешнего $\varepsilon_e$ (а) и внутреннего трения $\varepsilon_i$ (б) на критические значения следящей силы.

Матрицы $\mathbf{A}$, $\mathbf{C}$ и $\mathbf{D}$ размерностью $n \times n$, входящие в уравнение (9), вычисляются по формулам

$$\mathbf{A} = \int_0^1 \boldsymbol{\varphi}(\xi)\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{T}}(\xi)\,d\xi, \quad \mathbf{C} = \int_0^1 \boldsymbol{\varphi}(\xi)\left[\frac{d^4\boldsymbol{\varphi}(\xi)}{d\xi^4}\right]^{\mathrm{T}} d\xi, \quad \mathbf{D} = \int_0^1 \boldsymbol{\varphi}(\xi)\left[\frac{d^2\boldsymbol{\varphi}(\xi)}{d\xi^2}\right]^{\mathrm{T}} d\xi. \tag{10}$$

Представляя вектор обобщенных координат с помощью характеристических показателей $\lambda$ в виде $\mathbf{q}(\tau) = \mathbf{q}_0 \exp(\lambda\tau)$, приходим к матричному уравнению типа (2)

$$\mathbf{P}_2\lambda^2 + \mathbf{P}_1\lambda + \mathbf{P}_0 = 0,$$

где обозначено

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{A}, \quad \mathbf{P}_1 = \varepsilon_e\mathbf{A} + \varepsilon_i\mathbf{C}, \quad \mathbf{P}_0 = \mathbf{C} + \beta\mathbf{D}.$$

Результаты исследования зависимости критического значения следящей силы от параметров демпфирования представлены на рис. 2.

Как показано во многих работах, квазикритическое значение для задачи Бека, полученное при отсутствии какого-либо демпфирования, равно $\beta_{**} = 20.05$. Пунктирная линия на рис. 2а демонстрирует зависимость критического значения следящей силы от коэффициента внутреннего трения $\beta_*(\varepsilon_i)$ при отсутствии внешнего трения $\varepsilon_e = 0$. Начальное значение для $\varepsilon_i$ принято равным $10^{-10}$. Эта кривая монотонно возрастает, но ярко выраженный эффект дестабилизирующего влияния внутреннего трения проявляется в том, что эта кривая начинается из значения 10.95, т.е. при $\varepsilon_i \to 0$ и $\varepsilon_e = 0$, так что критическое значение следящей силы почти в два раза меньше, чем квазикритическое. Штриховая линия соответствует пропорциональному росту и внутреннего трения в диапазоне $\varepsilon_i \in [10^{-10}; 0.2]$, и внешнего трения с сохранением соотношения $\varepsilon_e = 10\varepsilon_i$.

Исходя из значения $\beta_* = 12.89$, кривая $\beta_*(\varepsilon_i)$ также монотонно возрастает. Несколько иначе ведут себя кривые $\beta_*(\varepsilon_i)$ при некотором конечном значении внешнего трения $\varepsilon_e$. В частности, приняты значения $\varepsilon_e = 0.1$, $\varepsilon_e = 0.5$ и $\varepsilon_e = 1$. Эти кривые берут свое начало в окрестности квазикритического значения $\beta_{**}$ и имеют изолированный минимум, также оказывая в некотором диапазоне дестабилизирующее влияние на устойчивость стержня.

На рис. 2б в диапазоне $\varepsilon_e \in [0;2]$ представлены зависимости критического значения следящей силы от внешнего трения $\beta_*(\varepsilon_e)$ при различных фиксированных значениях внутреннего трения. Из анализа рис. 2 следует, что дестабилизация имеет место лишь при малых значениях внутреннего трения.

Если внутреннее трение равно нулю $\varepsilon_i = 0$, то критическое значения следящей силы увеличивается. Однако эту зависимость (на рис. 2б для сравнения она изображена пунктирной линией) нельзя назвать сильной, т.к. при изменении $\varepsilon_e$ от 0 до 2 параметр критической силы изменяется от своего квазикритического значения $\beta_{**} = 20.05$ до $\beta_{**} = 20.26$, т.е. всего лишь на 1.05%.

**Устойчивость панели**. Далее рассмотрим флаттер плоской панели в потоке газа. При больших сверхзвуковых скоростях возмущенное давление $p$ на панель можно определить по приближенной формуле

$$p = p_0 + \rho_\infty v\left(\frac{\partial w}{\partial t} + U\frac{\partial w}{\partial x}\right),$$

где $p_0$ — невозмущенное давление; $\rho_\infty$ — плотность газа; $U$ — скорость набегающего потока; $v$ — скорость звука. Выражение в скобках в правой части представляет собой поперечную составляющую скорости частиц газа, обтекающего колеблющуюся панель. Как это делается в большом количестве работ, рассмотрим упругую плоскую панель (пластину) с толщиной $h$, шарнирно опертую по сторонам при $x = 0$ и $x = a$, удлиненную в направлении, ортогональном потоку. Это позволяет считать, что в пластине реализуется состояние цилиндрического изгиба, и нормальный прогиб в пластине $w(x,t)$ можно рассматривать как функцию только координаты $x$ и времени $t$.

Панель находится в сверхзвуковом потоке газа с невозмущенной скоростью $U$, направленной вдоль оси $Ox$. Приняв для упрощения равными внутреннее и внешнее невозмущенные давления, уравнение колебаний панели запишем в виде

$$D\left(1 + b_i\frac{\partial}{\partial t}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho_\infty vU\frac{\partial w}{\partial x} + \rho_\infty v\frac{\partial w}{\partial t} + \rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0. \tag{11}$$

Здесь $D$ — цилиндрическая жесткость панели; $\rho h$ — масса панели, отнесенная к единице площади; $b_i$ — коэффициент вязкоупругости для модели Фойхта,

Запишем уравнение (11) в безразмерном виде

$$\frac{1}{\pi^4}\left(1 + \varepsilon_i\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \frac{\beta}{2}\frac{\partial w}{\partial \xi} + \varepsilon_e\frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} = 0,$$

где введены безразмерные параметры

$$\beta = \frac{2\rho_\infty vU}{\rho h a\omega_0^2}, \quad \omega_0 = \frac{\pi^2}{a^2}\sqrt{\frac{D}{\rho h}}, \quad \varepsilon_i = b_i\omega_0, \quad \varepsilon_e = \frac{\rho_\infty v}{\rho h\omega_0}, \quad \tau = \omega_0 t, \quad \xi = \frac{x}{a}. \tag{12}$$

Здесь $\omega_0$ первая собственная частота для шарнирно опертой по кромкам панели при цилиндрическом изгибе; $\varepsilon_i$ — безразмерный коэффициент внутреннего трения; $\varepsilon_e$ — безразмерный коэффициент аэродинамического трения.

Для решения задачи также применялся метод разложения по формам собственных колебаний. Уравнение возмущенного движения относительно обобщенных координат в данном случае примет вид

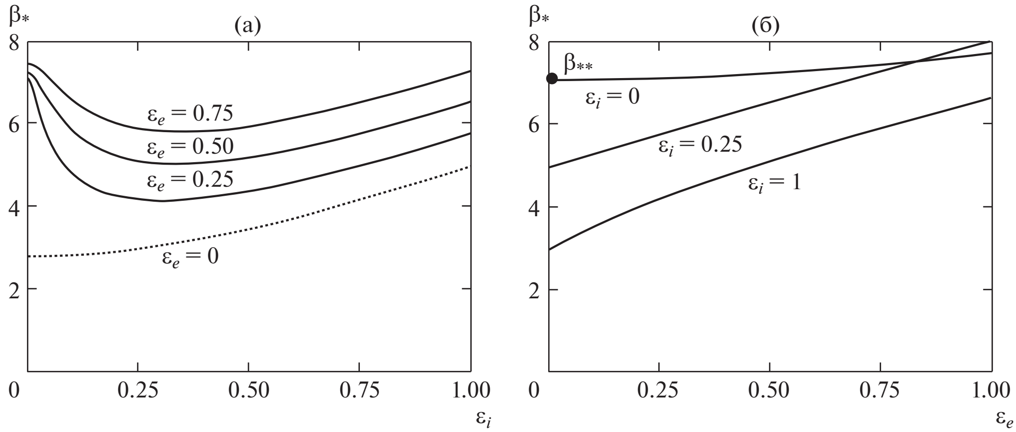


**Рис. 3.** Зависимость скорости флаттера панели от внутреннего (а) и внешнего (б) трения.

$$\mathbf{A}\ddot{\mathbf{q}} + \left[\varepsilon_e\mathbf{A} + \frac{\varepsilon_i}{\pi^4}\mathbf{C}\right]\dot{\mathbf{q}} + \left(\frac{1}{\pi^4}\mathbf{C} + \frac{\beta}{2}\mathbf{B}\right)\mathbf{q} = 0. \tag{13}$$

Здесь матрицы **A** и **C** вычисляются по формулам (10), а матрица **B** интегралом

$$\mathbf{B} = \int_0^1 \boldsymbol{\varphi}(\xi)\left[\frac{d\boldsymbol{\varphi}(\xi)}{d\xi}\right]^{\mathrm{T}} d\xi.$$

Таким образом, для характеристических показателей имеем уравнение

$$\mathbf{A}\lambda^2 + \left[\varepsilon_e\mathbf{A} + \frac{\varepsilon_i}{\pi^4}\mathbf{C}\right]\lambda + \frac{1}{\pi^4}\mathbf{C} + \frac{\beta}{2}\mathbf{B} = 0.$$

На рис. 3а приведены зависимости критической скорости флаттера панели от внутреннего трения при различных значениях коэффициента аэродинамического трения $\varepsilon_e$. Монотонный рост критической скорости имеет место только для случая $\varepsilon_e = 0$ (пунктирная кривая). Если аэродинамическое трение не равно нулю, то зависимость $\beta_*(\varepsilon_i)$ имеет изолированный минимум в окрестности $\varepsilon_i \approx 0.3$. Дестабилизация проявляется при введении в систему внутреннего трения (рис. 3б).

**Заключение.** Таким образом, влияние демпфирования на критические значения весьма разнообразно. Для систем с конечным числом степеней свободы критические значения неконсервативных нагрузок также, как и явление дестабилизации существенно зависят от распределения диссипации по степеням свободы, в то время как для распределенных систем решающим фактором является природа диссипации энергии. Результаты исследований можно использовать в инженерных расчетах механических систем на устойчивость и при проектировании объектов современной техники.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Николаи Е.Л.* Об устойчивости прямолинейной формы равновесия сжатого и скрученного стержня // Изв. Ленингр. политех. ин-та. 1928. Вып. 31. (См. Николаи Е.Л. Труды по механике. Москва: Гостехиздат. 1955. С. 356.)
2. *Болотин В.В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Москва, Физматгиз, 1961, 339 с.
3. *Феодосьев В.И.* Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. Москва: Наука, 1973, 400 с.
4. *Paidoussis M.P.* Dynamics of tubular cantilevers conveying fluid. *J. Mech. Eng. Sci.* 1970. V. 612 (2). P. 85.
5. *Elishakoff I.* Resolution of the 20th century conundrum in elastic stability. Florida Atlantic University, 2014, 334 p.
6. *Радин В.П., Самогин Ю.Н., Чирков В.П., Щугорев А.В.* Решение неконсервативных задач теории устойчивости. Москва: Физматлит, 2017, 240 с.
7. *Циглер Г.* Основы теории устойчивости конструкций. Москва: Мир, 1971, 192 с.
8. *BolotinV.V., Zhinzher N.I.* Effects of damping on stability of elastic systems subjected to nonconservative forces, *J. Sound Vib*. 1969. V. 5 (9). P. 965.
9. *Herrmann G., Jong C.* On the destabilizing effect of damping in nonconservative elastic systems. *J. Appl. Mech.,* 1965. V. 32 (3). P. 592.
10. *Kirillov O.N., Seyranian A.R.* Stabilization and destabilization of a circulatory system by small velocity-dependent forces, *J. Sound Vib.* 2005. V. 283 (3). P. 781.
11. *Sugiyama Y., Langthjem M.* Physicalmechanism of the destabilizing effect of damping in continuous non-conservative dissipative systems. *Int. J. Non-Linear Mech*. 2007. V. 42 (1). P. 132.
12. *Doar O.* Dissipation effect on local and global stability of fluid-conveying pipes, *J. Sound Vib*. 2010. V. 329 (1). P. 72.
13. *Luongo A., D'Annibale F.* On the destabilizing effect of damping on discrete and continuous circulatory systems. *J. Sound Vib.* 2014. V. 333 (24). P. 6723.
14. *Tommasini M., Kirillov O.N., Misseroni D., Bigoni D.* The destabilizing effect of external damping: singular flutter boundary for the Pfluger column withvanishing external dissipation. *J. Mech. Phys. Solids*. 2016. V. 91. P. 204.
15. *Tommasini M., Kirillov O.N., Misseroni D., Bigoni D.* The destabilizing effect of external damping: singular flutter boundary for the Pfluger column with vanishing external dissipation, *J. Mech. Phys. Solids,* 2016. V. 91. P. 204.
16. *Luongo A., D'Annibale F.* On the destabilizing effect of damping on discrete and continuous circulatory systems, *J. Sound Vib*. 2014. V. 333 (24). P. 6723

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 54–63

## НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ

*УДК 621.192*

# ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ МОТОР-РЕДУКТОР С ПОМОЩЬЮ МАРКОВСКОЙ МОДЕЛИ

© 2020 г.

**А. И. Абдуллаев[1], И. Г. Чалаби[1,*,**]**

[1] *Азербайджанский технический университет, Баку, Азербайджан*

**e-mail: i_tschalabi@yahoo.de*

***e-mail: i_chalabi@mail.ru*

Поступила в редакцию 16.10.2018 г.
После доработки 05.11.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

В настоящей статье анализируется надежность системы мотор-редуктор при условии, что отказы редуктора при определенных обстоятельствах приводят к выходу из строя двигателя. Состояния системы моделируются цепью Маркова в непрерывном времени. Полученная система дифференциальных уравнений решается с помощью преобразования Лапласа. Таким образом, для различных значений интенсивностей отказов и восстановлений отдельных компонентов можно определить вероятности состояния системы в зависимости от времени, и сравнительно проанализировать коэффициенты готовности.

*Ключевые слова:* мотор-редуктор, надежность, коэффициент готовности, Марковская модель, преобразование Лапласа

**DOI:** 10.31857/S0235711920020029

Современные восстанавливаемые приводы машин состоят в основном из различных компонентов и сборочных единиц (механических, электрических, электронных и т.д.), которые отличаются друг от друга по характеру отказов и другим показателям надежности. Таким образом, изменение параметров отказов и восстановлений современных приводов являются случайным процессом. Поэтому анализ надежности приводов можно выполнить с использованием стохастических методов. Передаточная система обычно состоит из компонентов различных производителей (двигатели, муфты, редукторы и т.д.), интенсивности отказов и восстановлений которых приблизительно известны. Если интенсивности отказов и восстановлений отдельных компонентов привода постоянны, то для восстанавливаемой передаточной системы можно применить Марковскую модель. В простейшем случае передаточная система может состоять из независимых восстанавливаемых компонентов. Этот случай часто рассматривался в литературе и успешно решался с помощью Булева–Марковской модели [1–3]. В действительности же отказы компонентов передаточных систем являются в основном зависимыми. Неисправность одного компонента системы может привести к сбою других во время эксплуатации. Поэтому для более точного анализа надежности необходимо учитывать взаимодействие всех компонентов системы. В этом случае Марковская модель может принимать многочисленные состояния для всех мыслимых комбинаций отказов и переходов. Чем больше компонентов имеет передаточная система,

**Таблица 1.** Описание состояний и вероятности состояния мотор-редуктора

| Состояние | Описание | Вероятность состояния |
|---|---|---|
| $C_0$ | Оба компонента исправны | $P_0(t)$ |
| $C_1$ | Двигатель неисправен, редуктор исправен | $P_1(t)$ |
| $C_2$ | Двигатель исправен, редуктор неисправен | $P_2(t)$ |
| $C_3$ | Оба компонента неисправны | $P_3(t)$ |

тем больше состояний получается, и тем сложнее становятся уравнения состояния. Численное решение системы дифференциальных уравнений возможно с помощью соответствующих компьютерных программ. А аналитическое решение системы дифференциальных уравнений довольно сложно и возможно только при ограниченном числе состояний.

**Постановка задачи.** Мотор-редукторы широко используются во многих отраслях промышленности благодаря своим положительным характеристикам: компактность, высокий КПД, эффективность и надежность в эксплуатации. Они являются неотъемлемой частью приводов большинства рабочих машин, манипуляторов, производственных цепей и других промышленных оборудований. Поэтому оценка надежности мотор-редукторов имеет большое практическое значение.

В настоящей статье анализируется надежность сборочной системы, состоящей из двигателя и редуктора (рис. 1а). Принимается во внимание, что отказ редуктора иногда приводит и к сбою двигателя. На практике такой случай происходит часто. Блокировки или вибрации, возникшие из-за отказа (перелом зуба, питтинг, износ и т.д.) зубчатой передачи, также могут впоследствии привести к отказу двигателя. Неисправности системы мотор-редуктор можно разделить на три группы: 1) **независимые отказы двигателя.** К ним относятся повреждения обмотки, повреждения подшипника двигателя в результате производственных и эксплуатационных сбоев [4, 5]. Статистика показывает, что приблизительно 6% всех отказов мотор-редукторов обусловлены повреждением обмотки [6]; 2) **независимые отказы элементов редуктора.** Эта группа повреждений включает в себя поломку зуба, питтинг, износ и задирание боковых поверхностей зубов, повреждение вала и повреждение подшипников редуктора. Согласно [6], количество повреждений механических элементов системы мотор-редуктора колеблется между 66 и 90%; 3) **зависимые отказы двигателя из-за повреждения редуктора.** Иногда сбои в редукторе приводят к сбою двигателя. Например, блокировка редуктора из-за повреждения зуба или повреждения подшипника может привести к перегрузке и нагреву двигателя и последующему разрушению обмотки.

В простейшем случае, когда интенсивности отказа и восстановления компонентов постоянны, для оценки надежности системы может применяться Марковская модель. Поскольку система мотор-редуктор состоит из двух компонентов, Марковская модель может принимать четыре состояния. Эти состояния и соответствующие им вероятности состояния системы показаны в табл. 1.

На рис. 1б показаны графы состояния системы мотор-редуктор с соответствующими переходами. Интенсивность отказов $\lambda_1$ и интенсивность восстановлений $\mu_1$ описывают переходные характеристики двигателя, а интенсивности $\lambda_2$ и $\mu_2$ редуктора. Интенсивность отказов $\lambda_3$ описывает отказы двигателя вследствие отказов редуктора. Интенсивности отказов $\lambda_1$, $\lambda_2$ и $\lambda_3$ в основном зависят от точности проектирования и условий эксплуатации, а интенсивности восстановлений $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$ от структуры и

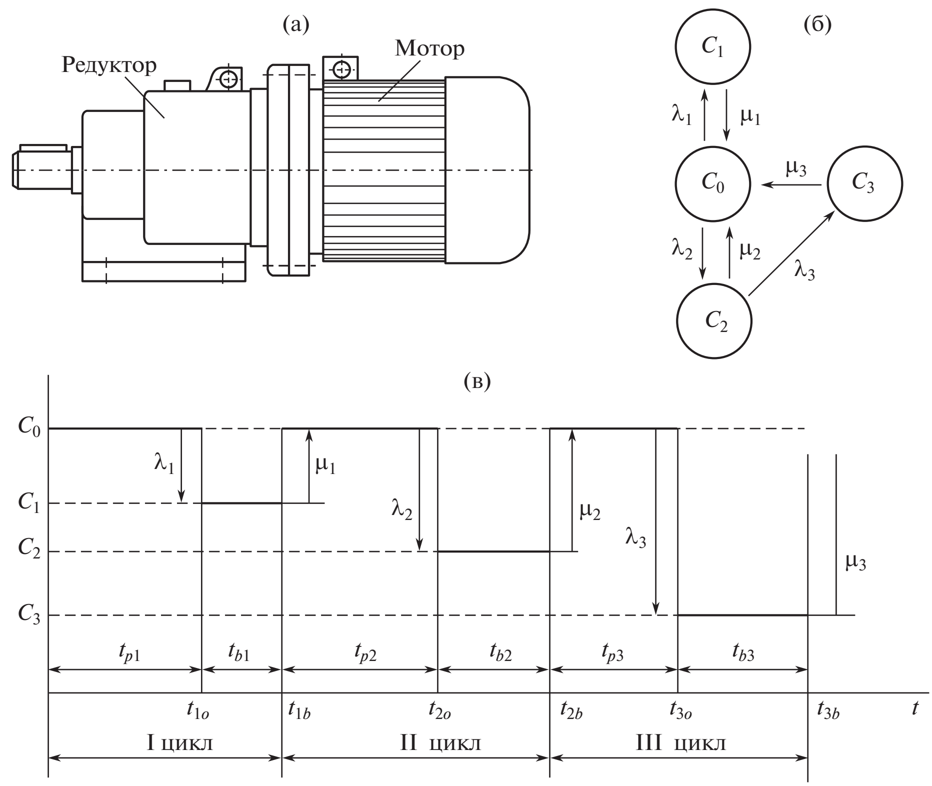


**Рис. 1.** Система мотор-редуктор (а), графы состояния (б) и циклы эксплуатации (в) для этой системы.

уровня ремонтных работ. Переход от $C_0$ к $C_3$ в этой работе не рассматривается, поскольку одновременный сбой обоих компонентов независимо друг от друга происходит очень редко (например, в результате тотальной аварии). Переход от $C_1$ к $C_3$ происходит только в исключительных случаях, т.к. двигатель в основном не вызывает отказ зубчатой передачи. Поэтому этот случай здесь тоже не рассматривается.

Процесс эксплуатации рассмотренной системы можно представить как последовательное чередование случайных событий (циклов эксплуатации) интервалов времени работоспособного $t_{pi}$ и неработоспособного состояний $t_{bi}$ (рис. 1в). Моменты отказов $t_{io}$ ($t_{1o}$, $t_{2o}$ и т.п.) образуют поток событий отказов, а моменты окончания восстановления $t_{ib}$ ($t_{1b}$, $t_{2b}$ и т.п.) образуют поток событий восстановлений и эти потоки представляют собой стохастические процессы.

Состояния рассматриваемой системы могут моделироваться цепью Маркова в непрерывном времени, принимая допущение, что случайные потоки отказов системы удовлетворяют условиям ординарности и стационарности. В большинстве практических задач данного типа использование Марковской модели приводит к получению решений с погрешностью в пределах допускаемого.

Систему дифференциальных уравнений Колмогорова для рассмотренной системы можно написать согласно [7] и [8] следующим образом

$$\begin{cases} \dfrac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_0(t) + \mu_1 P_1(t) + \mu_2 P_2(t) + \mu_3 P_3(t), \\ \dfrac{dP_1(t)}{dt} = \lambda_1 P_0(t) - \mu_1 P_1(t), \\ \dfrac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_2 P_0(t) - (\mu_2 + \lambda_3)P_2(t), \\ \dfrac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_3 P_2(t) - \mu_3 P_3(t). \end{cases} \tag{1}$$

Поскольку система мотор-редуктор всегда находится в одном из четырех состояний, сумма всех вероятностей состояния должна быть равным единице для любого момента времени. Соответственно, получаем нормирующее условие

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1. \tag{2}$$

В начале работы система в основном находится в работоспособном состоянии, и оба компонента исправны. Таким образом, начальные условия будут

$$P_0(0) = 1 \quad \text{и} \quad P_i(0) = 0 \quad \text{для} \quad i = 1,2,3. \tag{3}$$

Для оценки показателей надежности системы мотор-редуктор необходимо определить вероятности состояния системы, решая систему дифференциальных уравнений (1) с учетом нормирующих и начальных условий (2)–(3).

**Применение преобразования Лапласа.** Как уже упоминалось, систему дифференциальных уравнений (1) можно решить численно. Если число состояний не слишком велико, такие практические проблемы могут быть решены также аналитически, например, с использованием преобразования Лапласа.

Пусть будет $\tilde{P}_i(s)$ преобразование Лапласа для вероятности состояния $P_i(t)$

$$L[P_i(t)] = \tilde{P}_i(s) = \int_0^\infty P_i(t)e^{-st}dt.$$

Используя преобразование Лапласа, и учитывая начальные условия (3), система дифференциальных уравнений (1) принимает вид

$$\begin{cases} s\tilde{P}_0(s) - 1 = -(\lambda_1 + \lambda_2)\tilde{P}_0(s) + \mu_1\tilde{P}_1(s) + \mu_2\tilde{P}_2(s) + \mu_3\tilde{P}_3(s), \\ s\tilde{P}_1(s) = \lambda_1\tilde{P}_0(s) - \mu_1\tilde{P}_1(s), \\ s\tilde{P}_2(s) = \lambda_2\tilde{P}_0(s) - (\mu_2 + \lambda_3)\tilde{P}_2(s), \\ s\tilde{P}_3(s) = \lambda_3\tilde{P}_2(s) - \mu_3\tilde{P}_3(s). \end{cases} \tag{4}$$

Последние три уравнения в (4) позволяют $\tilde{P}_i(s)$ ($i = 1, 2, 3$) выразить через $\tilde{P}_o(s)$

$$\begin{cases} \tilde{P}_1(s) = \dfrac{\lambda_1}{s + \mu_1}\tilde{P}_0(s), \\ \tilde{P}_2(s) = \dfrac{\lambda_2}{s + \mu_2 + \lambda_3}\tilde{P}_0(s), \\ \tilde{P}_3(s) = \dfrac{\lambda_2\lambda_3}{(s + \mu_3)(s + \mu_2 + \lambda_3)}\tilde{P}_0(s). \end{cases} \tag{5}$$

Учитывая эти выражения в первом уравнении системы (4), получим

$$\tilde{P}_0(s)\left[s + \lambda_1 + \lambda_2 - \frac{\mu_1\lambda_1}{s + \mu_1} - \frac{\mu_2\lambda_2}{s + \mu_2 + \lambda_3} - \frac{\mu_3\lambda_2\lambda_3}{(s + \mu_3)(s + \mu_2 + \lambda_3)}\right] = 1.$$

Или

$$\tilde{P}_0(s)\left[\frac{s(s^3+as^2+bs+c)}{(s+\mu_1)(s+\mu_3)(s+\mu_2+\lambda_3)}\right]=1, \tag{6}$$

здесь

$$a=\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3+\mu_1+\mu_2+\mu_3;$$

$$b=\lambda_1\mu_2+\lambda_1\lambda_3+\lambda_1\mu_3+\lambda_2\lambda_3+\lambda_2\mu_3+\lambda_2\mu_1+\lambda_3\mu_3+\lambda_3\mu_1+\mu_1\mu_2+\mu_1\mu_3+\mu_2\mu_3;$$

$$c=\lambda_1\mu_2\mu_3+\lambda_1\lambda_3\mu_3+\lambda_2\lambda_3\mu_1+\lambda_2\mu_1\mu_3+\lambda_3\mu_1\mu_3+\mu_1\mu_2\mu_3.$$

Пусть будут $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ – решения кубического уравнения $s^3+as^2+bs+c=0$.

Следовательно, получим

$$s^3+as^2+bs+c=(s-\alpha)(s-\beta)(s-\gamma). \tag{7}$$

Учитывая условие (7), формулу (6) можно представить в виде

$$\tilde{P}_0(s)=\left[\frac{(s+\mu_1)(s+\mu_3)(s+\mu_2+\lambda_3)}{s(s-\alpha)(s-\beta)(s-\gamma)}\right]. \tag{8}$$

Для осуществления обратного преобразования формулу (8) можно выражать следующим образом

$$\tilde{P}_0(s)=\frac{M}{s}+\frac{N}{s-\alpha}+\frac{P}{s-\beta}+\frac{Q}{s-\gamma}. \tag{9}$$

Параметры $M$, $N$, $P$ и $Q$ можно определить сравнением правых частей формул (8) и (9). После преобразований получаем систему уравнений

$$\begin{cases} M+N+P+Q=1, \\ -M(\propto+\beta+\gamma)-N(\beta+\gamma)-P(\alpha+\gamma)-Q(\alpha+\beta)=\lambda_3+\mu_1+\mu_2+\mu_3, \\ M(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma)+N\beta\gamma+P\alpha\gamma+Q\alpha\beta=\mu_1\mu_2+\mu_2\mu_3+\mu_1\mu_3+\mu_1\lambda_3+\mu_3\lambda_3, \\ -M\alpha\beta\gamma=\mu_1\mu_2\mu_3+\mu_1\mu_3\lambda_3. \end{cases} \tag{10}$$

Из последнего уравнения системы (10) можно определить параметр $M$

$$M=-\frac{\lambda_3\mu_1\mu_3+\mu_1\mu_2\mu_3}{\alpha\beta\gamma}.$$

При известном $M$, систему уравнений (10) запишем в виде

$$\begin{cases} N+P+Q=1-M, \\ N(\beta+\gamma)+P(\alpha+\gamma)+Q(\alpha+\beta)=-M(\alpha+\beta+\gamma)-\lambda_3-\mu_1-\mu_2-\mu_3, \\ N\beta\gamma+P\alpha\gamma+Q\alpha\beta=\lambda_3\mu_1+\lambda_3\mu_3+\mu_1\mu_2+\mu_1\mu_3+\mu_2\mu_3-M(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma). \end{cases} \tag{11}$$

С использованием дополнительных параметров $n$, $p$ и $q$ систему уравнений (11) представим в более простом виде

$$\begin{cases} N+P+Q=n, \\ N(\beta+\gamma)+P(\alpha+\gamma)+Q(\alpha+\beta)=p, \\ N\beta\gamma+P\alpha\gamma+Q\alpha\beta=q, \end{cases} \tag{12}$$

где

$$n=1-M;$$

$$p=-M(\alpha+\beta+\gamma)-\lambda_3-\mu_1-\mu_2-\mu_3;$$

$$q=\lambda_3\mu_1+\lambda_3\mu_3+\mu_1\mu_2+\mu_1\mu_3+\mu_2\mu_3-M(\alpha\beta+\alpha\gamma+\beta\gamma).$$

Решая систему уравнений (12) можно определить параметры $N$, $P$ и $Q$

$$N = \frac{q + \alpha(n\alpha - p)}{(\alpha - \beta)(\alpha - \gamma)}; \quad P = \frac{\beta(p - n\beta) - q}{(\alpha - \beta)(\beta - \gamma)}; \quad Q = \frac{q + \gamma(n\gamma - p)}{(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)}.$$

Теперь применением обратного преобразования в формуле (9) определим вероятности состояния $C_0$

$$P_0(t) = M + Ne^{\alpha t} + Pe^{\beta t} + Qe^{\gamma t}. \tag{13}$$

Вероятности состояний $P_1(t)$ и $P_2(t)$ можно определить, подставляя формулу (13) в первые два уравнения (5) и применяя последующее обратное преобразование. Для осуществления преобразования Лапласа некоторых элементарных функций использовались формулы из таблицы в [9]. После преобразования получим

$$P_1(t) = \frac{\lambda_1 M}{\mu_1}(1 - e^{-\mu_1 t}) + \frac{\lambda_1 N}{\mu_1 + \alpha}(e^{\alpha t} - e^{-\mu_1 t}) + \frac{\lambda_1 P}{\mu_1 + \beta}(e^{\beta t} - e^{-\mu_1 t}) + \frac{\lambda_1 Q}{\mu_1 + \gamma}(e^{\gamma t} - e^{-\mu_1 t}), \tag{14}$$

$$\begin{aligned} P_2(t) = {} & \frac{\lambda_2 M}{\lambda_3 + \mu_2}(1 - e^{-(\lambda_3+\mu_2)t}) + \frac{\lambda_2 N}{\lambda_3 + \mu_2 + \alpha}(e^{\alpha t} - e^{-(\lambda_3+\mu_2)t}) + \\ & + \frac{\lambda_2 P}{\lambda_3 + \mu_2 + \beta}(e^{\beta t} - e^{-(\lambda_3+\mu_2)t}) + \frac{\lambda_2 Q}{\lambda_3 + \mu_2 + \gamma}(e^{\gamma t} - e^{-(\lambda_3+\mu_2)t}). \end{aligned} \tag{15}$$

$P_3(t)$ определим из уравнения (2)

$$P_3(t) = 1 - P_0(t) - P_1(t) - P_2(t). \tag{16}$$

**Определение показателей надежности.** Оценка надежности технических систем методами прогнозирования на основе прочностных и трибологических расчетов отдельных ее элементов на стадии проектирования, не всегда отражают реальные значения параметров надежности системы в целом. Более достоверные результаты при оценке надежности могут давать методы, выполняемые на основе статистической обработки результатов испытаний (стендовых, полигонных) и данных эксплуатации. Поэтому для оценки надежности системы мотор-редуктор можно использовать значения интенсивностей отказов $\lambda_i$ ($i = 1, 2, 3$) и восстановлений $\mu_i$ ($i = 1, 2, 3$), которые можно определить на основе статистических данных по соответствующим отказам и восстановлениям с помощью выражений

$$\lambda_i = \frac{n_i(\Delta t)}{N(t)\Delta t}; \quad \mu_i = \frac{n_{bi}(\Delta t)}{N_{bi}(t)\Delta t},$$

где $N(t)$ – среднее число работоспособных устройств в момент времени $t$; $N_{bi}(t)$ – число не восстановленных устройств после соответствующего отказа за промежуток времени $\Delta t$; $n_i(\Delta t)$ – число соответствующих отказов за рассматриваемый промежуток времени $\Delta t$; $n_{bi}(\Delta t)$ – число восстановленных устройств после соответствующего отказа за промежуток времени $\Delta t$.

Одним из основных показателей надежности восстанавливаемых устройств является коэффициент готовности. Поскольку компоненты системы мотор-редуктор обычно соединяются последовательно, коэффициент готовности этой системы можно определить, используя соотношение

$$A(t) = P_0(t) = M + Ne^{\alpha t} + Pe^{\beta t} + Qe^{\gamma t}.$$

**Таблица 2.** Коэффициент готовности системы для различных сценариев

| Параметр–Сценарии | $\lambda_1$ | $\lambda_2$ | $\lambda_3$ | $\mu_1$ | $\mu_2$ | $\mu_3$ | Коэффициент готовности $A_D$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Сценарий 1 | 0.2 | 0.3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0.769 |
| Сценарий 2 | 0.6 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 0.509 |
| Сценарий 3 | 0.2 | 0.3 | 1 | 0.8 | 1 | 1 | 0.647 |
| Сценарий 4 | 0.2 | 0.3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 0.755 |
| Сценарий 5 | 0.2 | 0.3 | 1 | 2 | 2 | 0.5 | 0.713 |

В стационарном процессе вероятности состояния постоянны, а система дифференциальных уравнений становится линейной системой алгебраических уравнений. В этом случае коэффициент готовности можно определить следующим образом

$$A_D = \lim_{t\to\infty} P_0(t) = M = -\frac{\lambda_3\mu_1\mu_3 + \mu_1\mu_2\mu_3}{\alpha\beta\gamma}. \tag{17}$$

Вероятности состояний $P_1(t)$, $P_2(t)$ и $P_3(t)$, определяемые по формулам (14), (15) и (16) можно использовать при оценке сроков ремонта и обеспечении запасными частями.

**Анализ проведенных вычислений.** Формулы (13)–(17) позволяют определить вероятности состояния и коэффициента готовности системы мотор-редуктор для любого момента эксплуатации. Но для этого должны быть известны интенсивности отказов $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ и интенсивности восстановлений $\mu_1$, $\mu_2$, $\mu_3$. Эти параметры можно определять во время эксплуатации на основе статистических данных об отказах и ремонтах. В настоящей статье рассмотрен пример представленной методики для системы мотор-редуктор. Отказы и ремонты подчиняются экспоненциальному закону. Вероятности состояния и коэффициенты готовности были определены для различных значений интенсивностей отказов и восстановлений. Результаты вычислений коэффициента готовности для различных комбинаций параметров (сценариев) представлены в табл. 2.

Изменения вероятностей состояния для различных сценариев, которые вычислены по формулам (13)–(16) графически представлены на рис. 2–6. Коэффициент готовности $A(t) = P_0(t)$ при больших $t$ приближается к значению $A_D = M$ (рис. 2–6).


**Рис. 2.** Вероятность состояния системы мотор-редуктор: сценарий 1: $\lambda_1 = 0.2$; $\lambda_2 = 0.3$; $\lambda_3 = 1$; $\mu_1 = 2$; $\mu_2 = 2$; $\mu_3 = 1$.

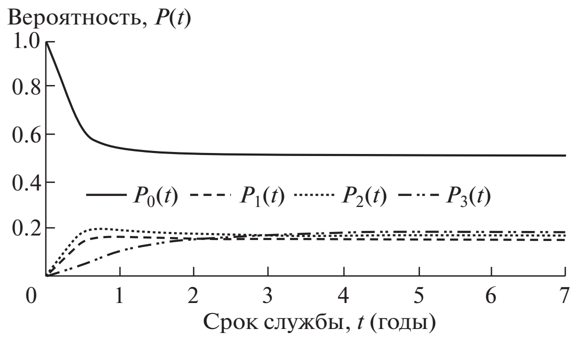


**Рис. 3.** Вероятность состояния системы мотор-редуктор: сценарий 2: $\lambda_1 = 0.6$; $\lambda_2 = 1$; $\lambda_3 = 1$; $\mu_1 = 2$; $\mu_2 = 2$; $\mu_3 = 1$.

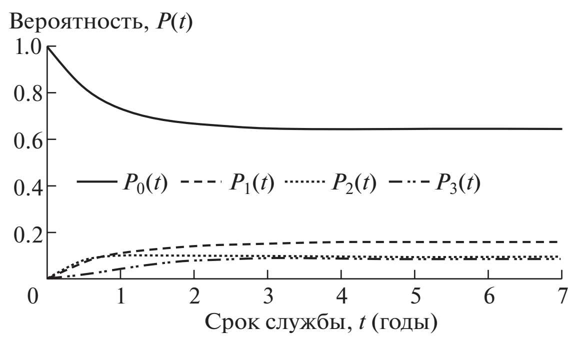


**Рис. 4.** Вероятность состояния системы мотор-редуктор: сценарий 3: $\lambda_1 = 0.2$; $\lambda_2 = 0.3$; $\lambda_3 = 1$; $\mu_1 = 0.8$; $\mu_2 = 1$; $\mu_3 = 1$.

С увеличением независимых интенсивностей отказов $\lambda_1$ и $\lambda_2$ отдельных компонентов (сценарий 2), снижается коэффициент готовности системы значительно (рис. 3). Вычисления показывают, что при приблизительно трехкратном увеличении интенсивностей отказов $\lambda_1$ и $\lambda_2$ коэффициент готовности может снижаться на 33.8%. Независимые интенсивности восстановлений отдельных компонентов $\mu_1$ и $\mu_2$ имеют значительное влияние на коэффициент готовности системы. Как видно из рис. 4, снижение значений этих параметров (сценарий 3) приводит к значительному уменьшению коэффициента готовности.

Влияния условной интенсивности отказов $\lambda_3$ и соответствующей интенсивности восстановления $\mu_3$, которые возникают в результате отказа другого компонента (рис. 5, 6), не являются решающими для коэффициента готовности. Двукратное увеличение интенсивности отказов $\lambda_3$ приводит лишь к снижению коэффициента готовности на 1.8% (табл. 2). Расчеты показывают, что при трехкратном увеличении интенсивностей $\lambda_3$ коэффициент готовности уменьшается только на 2.9%.

При уменьшении условной интенсивности восстановлений $\mu_3$ (сценарий 5), коэффициент готовности системы снижается не существенно. При двукратном снижении интенсивности восстановлений $\mu_3$, коэффициент готовности уменьшается примерно

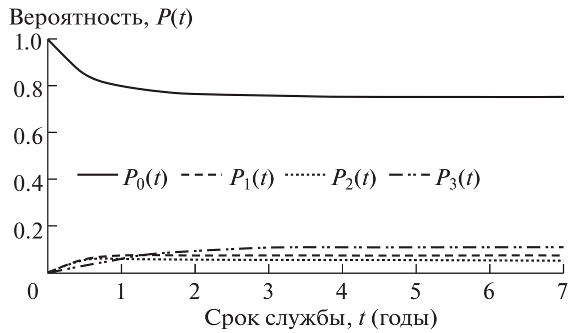


**Рис. 5.** Вероятность состояния системы мотор-редуктор: сценарий 4: $\lambda_1 = 0.2$; $\lambda_2 = 0.3$; $\lambda_3 = 2$; $\mu_1 = 2$; $\mu_2 = 2$; $\mu_3 = 1$.

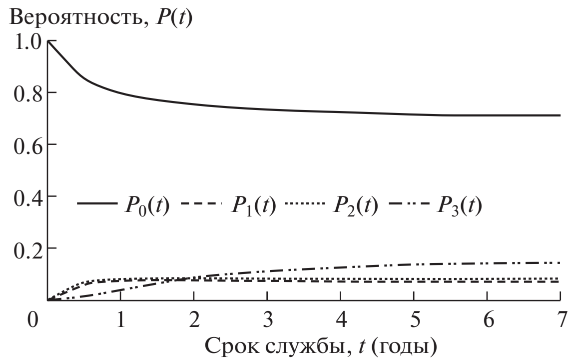


**Рис. 6.** Вероятность состояния системы мотор-редуктор: сценарий 5: $\lambda_1 = 0.2$; $\lambda_2 = 0.3$; $\lambda_3 = 1$; $\mu_1 = 2$; $\mu_2 = 2$; $\mu_3 = 0.5$.

на 7.3% (табл. 2). Тем не менее, трехкратное снижение интенсивности восстановлений $\mu_3$ может даже привести к 15%-ному уменьшению коэффициента готовности.

**Выводы.** Надежность и коэффициент готовности системы мотор-редуктор зависят как от совершенства конструкции и условий эксплуатации, так и от структуры и качества ремонтных работ. Вероятности состояния системы мотор-редуктор можно определить аналитически с использованием Марковской модели и преобразования Лапласа в зависимости от времени. Полученные формулы позволяют оценить вероятность безотказной работы мотор-редукторов в процессе эксплуатации в зависимости от интенсивностей отказов и восстановлений отдельных компонентов. Анализ результатов расчетов, представленных в табл. 2 и рис. 2–6, приводит к выводам: 1) независимые интенсивности отказов $\lambda_1$, $\lambda_2$ и восстановлений $\mu_1$, $\mu_2$ отдельных компонентов оказывают преобладающее влияние на надежность системы мотор-редуктор; 2) влияние условной интенсивности отказа $\lambda_3$ и соответствующей интенсивности восстановления $\mu_3$ в результате отказа других компонентов не является решающим для значения коэффициента готовности, но эти параметры также следует учитывать для более точной оценки надежности.

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Bertsche B.* Reliability in Automotive and Mechanical Engineering. Springer, Berlin, Heidelberg, 2008. 495 p.
2. *Birolini A.* Reliability Engineering: theory and practice. Springer, Berlin, Heidelberg, 2004. 593 p.
3. *Гамидов Г.С., Санаев Н.К., Адеев З.И.* Системная модель оценки надежности судовых дизелей // Вестник машиностроения. 2009. № 5. С. 25.
4. Bonfiglioli, Riduttori S.p.A. (Eds.). Gear Motor Handbook. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1995. 606 p.
5. *Ермолин Н.П., Жерихин И.П.* Надежность электрических машин. Л.: “Энергия”, 1976. 248 с.
6. Getriebemotor Kontra Motoranbau über Kupplung. Elektropraktiker, Berlin 54 (2000) 12. S. 10821083
7. *Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В.* Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М.: Наука, 1969. 512 с.
8. *Meyna A., Pauli B.* Handbook of Reliability Engineering [in German: Taschenbuch der Zuverlässigkeitstechnik], München: Hanser, 2010. 672 p.
9. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. М.: Наука, 1986. 544 с.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 64–72

## НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАШИНОСТРОЕНИИ

*УДК 621.9.025.01:519.23*

# ОСНОВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ПОВЫШЕНИЯ СТОЙКОСТИ МЕТАЛЛОРЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА С МОДИФИЦИРОВАННОЙ РАБОЧЕЙ ЧАСТЬЮ

© 2020 г.
**М. Б. Бровкова[1], В. В. Мартынов[1,2,*], Е. С. Плешакова[2]**

[1] *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*
[2] *Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А., Саратов, Россия*
**e-mail: v_martynov@mail.ru*

Поступила в редакцию 21.02.2019 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

В статье представлены исследования по обоснованию направлений повышения надежности металлорежущего инструмента с модифицированной рабочей частью по параметру ресурса воздействием низкотемпературной плазмы. Для проведения исследований сформирована база данных по материалам опытно-промышленной эксплуатации модифицированного инструмента из твердого сплава и разработано программно-математическое обеспечение для обработки данных. По результатам обработки показано, что повышение ресурса модифицированного инструмента связано с оптимизацией значений рабочей подачи.

*Ключевые слова:* модифицированный металлорежущий инструмент, стойкость, дефекты, база данных, оптимизация подачи

**DOI:** 10.31857/S0235711920020066

Сложившаяся к концу 90-х годов XX в. картина развития мирового инструментального производства показывает, что существуют многочисленные методы повышения надежности металлорежущего инструмента, в том числе, по параметрам долговечности: технологические, термические, химические и химико-термические, электрофизические, механические, термомеханические [1, 2]. К настоящему времени возникли новые отрасли техники, развитие которых связано с применением разнообразных материалов, в том числе новых и труднообрабатываемых. Наиболее перспективными стали методы, в основе которых лежит либо нанесение износостойких покрытий (одно- и многокомпонентных) на рабочую часть инструмента [3, 4], либо ее упрочнение [5]. Анализ методов показывает, что применение покрытий повышает износостойкость, в основном, при обработке конструкционных материалов [6]. При обработке же специальных материалов: титановые сплавы, стали со специфическими свойствами, высокопрочные чугуны, или при сложных условиях нагружения (знакопеременные нагрузки и прерывистое резание) покрытия не обеспечивают необходимого уровня защиты инструмента, прежде всего твердосплавного, поскольку кинетика его изнашивания в этих условиях неодинакова [7]. В связи с этим заслуживают внимания методы упрочнения, например, плазменная модификация рабочей части инструмента, в частности, воздействием на нее низкотемпературной плазмой комбинированного разряда [8]. Основной технологической особенностью метода является первоначальный плавный нагрев и последующее резкое охлаждение инструмента, при этом плазма формируется непосредственно у обрабатываемой поверхности. Такой способ формирования плазмы не только существенно отличает его от других известных способов, но и значительно упрощает конструкцию технологического оборудования, делая его надежным и экономичным в эксплуатации.

Исследования свойств инструмента, оснащенного модифицированными сменными многогранными пластинами из твердых сплавов Т15К6 и ВК-10, в том числе с защитными покрытиями, а также стойкостные испытания в условиях реального производства при изготовлении изделий из конструкционных и легированных сталей [9, 10] позволили установить, что наиболее характерным следствием модификации является повышение устойчивости рабочей части к образованию дефектов (как традиционных, так и новых) на рабочих поверхностях пластин [11]. Традиционные дефекты отличаются по внешнему виду от аналогичных дефектов обычного инструмента. Отличие связано с видом изнашивания, которое у модифицированного инструмента имеет характер механического истирания рабочих поверхностей без обнажения исходной матрицы и образования сетки трещин. Поверхности являются притертыми, края поверхностей не имеют острых кромок и выступов. Лунка износа возникает только на инструменте, не имеющем защитного покрытия, но в незначительной степени. На вспомогательной задней поверхности формируются проточины, образуя на радиусе округления контактную площадку. Распространение проточин идет в направлении вращения заготовки. Наиболее крупные проточины берут свое начало в зоне разделения материала заготовки на стружку и обработанную поверхность.

Образование новых дефектов связано с отличным от традиционного поведением модифицированного слоя при воздействии температурно-силовых нагрузок, и проявляется в перемещении в различных направлениях его микрообъемов в зоне контактного взаимодействия с отделяемым материалом. В результате на передней поверхности формируются наплывы и розетки, представляющие собой множественные точечные образования, имеющие высокую адгезию с материалом основы и рассредоточенные по передней поверхности. На кромках вблизи проточин и зон с повышенной силовой нагрузкой локально деформируется матрица. Над режущей кромкой в зоне взаимодействия с отделяемым материалом формируются козырьки. Козырек обтекается отделяемым материалом с обеих сторон, а его форма зависит от направления движения отделяемого материала. Нарушение целостности материала в козырьке ведет к деструкции (пластическому деформированию) прилегающих областей, локальному вытеснению покрытия по передней поверхности, сползанию его участков по задней поверхности с образованием новых проточин.

Таким образом, специфика свойств модифицированной поверхности определяет целесообразность проведения исследований, направленных на поиск условий, в которых свойства будут проявляться наиболее полно в направлении формирования устойчивой обтекаемой формы, прежде всего режущей кромки, обеспечивающей снижение действия сил трения и, как следствие, тепловыделения при резании. Тогда даже при образовании дефектов структура модифицированного поверхностного слоя будет оставаться устойчивой, препятствуя обнажению матрицы и способствуя повышению надежности инструмента по параметру суммарной наработки, характеризующей долговечность.

**Существо решения.** Поскольку образование и проявление дефектов модифицированного инструмента зависит от различных факторов, имеющих стохастический характер, для проведения исследований была разработана специальная база данных (БД) [12].

Структурно БД представляет собой три связанных между собой таблицы (двумерные матрицы), количество строк которых равно числу прошедших стойкостные испытания инструментов.

Количество столбцов (полей) первой таблицы — дефектов — определяется их видами (всего 19), а содержимое ячеек — параметрами (площадь или объем, занимаемые на рабочей части и степень значимости в вероятностном выражении [13]). Формируется таблица по результатам анализа микрофотографий рабочих поверхностей инструмента.

Столбцы (поля) второй таблицы – факторов, под действием которых формируются и развиваются дефекты, – содержат информацию о параметрах инструмента, режима модификации, режима резания, а также марке станка, обрабатываемого материала, виде обработки и периоде стойкости инструмента в принятых единицах: времени или количестве изготовленных деталей.

Третья таблица содержит данные о весовом химическом составе и размерах зеренной структуры инструментальной матрицы до и после модификации, а также модифицированного слоя. Элементы химического состава выбраны с учетом наличия у твердосплавного инструмента (в том числе пластин) наиболее распространенных защитных покрытий: TiN и AlTiN.

Самостоятельное значение имеет часть третьей таблицы, содержащая информацию о параметрах микротвердости; число ее строк отличается от числа строк остальных таблиц. В первом случае это связано с тем, что инструмент может иметь несколько вершин (в общем случае – $m$), поэтому во второй столбец этой матрицы номер инструмента заносится столько раз, сколько вершин он имеет. Во втором случае число строк равно двум по числу измерений микротвердости в каждой из контрольных точек, расположенных вдоль вспомогательной режущей кромки.

Рассмотренная структура БД наиболее полно отражает требования, предъявляемые содержанием задачи определения направлений повышения эксплуатационной надежности модифицированного инструмента, и удобна для статистической обработки, поскольку любой ее столбец представляет собой выборку из генеральной совокупности значений определенного параметра или фактора.

Разработанная БД позволяет реализовать вероятностный подход к оцениванию качества процесса эксплуатации модифицированного инструмента с учетом всего спектра его условий.

Для проведения оценивания было сформировано программно-математическое обеспечение на языке программирования C# [14]. Оценивание может проводиться с использованием как традиционных, так и специальных методов математической статистики, в частности, разведочного анализа и непараметрических методов [15]. Основная цель оценивания заключается в получении информации об основных закономерностях формирования показателей эксплуатационной надежности модифицированного инструмента. Для оценки воспроизводимости процесса его эксплуатации, т.е. стабильности условий, в которых процесс осуществлялся, используются процедуры дисперсионного анализа, основанного на вычислении статистик Крускала–Уоллиса или Фридмана. Если далее необходимо оценить влияние на стабильность тех или иных известных факторов, то используются процедуры рангового корреляционного анализа.

**Результаты и обсуждение.** Основной статистической характеристикой надежности модифицированного инструмента, отражающей закономерности возникновения дефектов, является распределение времени его стойкости, которое для пластин количественно характеризует ресурс, поскольку они являются невосстанавливаемыми изделиями.

Результаты обработки данных сформированной базы показали (рис. 1), что это распределение – экспоненциальное, которое на практике встречается довольно редко в связи с его характерными статистическими особенностями, прежде всего, равенством единице коэффициента вариации. Однако выполненная проверка показала, что в данном случае это условие выполняется, поскольку коэффициент вариации оказался равен 1.0062, т.е. отличается от единицы всего на 0.62%, что является пренебрежимо малой величиной. Вероятностные характеристики распределения составили: 5% стойкость, т.е. время, меньше которого инструмент работал с вероятностью менее 0.05 –

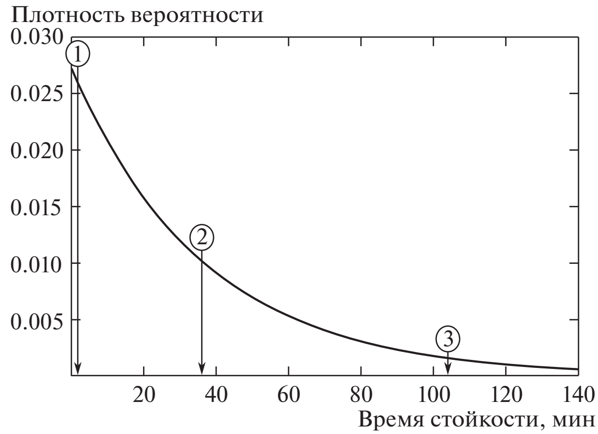


**Рис. 1.** Распределение времени стойкости модифицированного инструмента: *1*, *3* – соответственно квартили 0.05 и 0.95; *2* – среднее значение.

1.5 мин.; средняя стойкость – 36.5 мин; 95% стойкость, т.е. время, больше которого инструмент работал с вероятностью менее 0.05 – 104.5 мин. С позиций фундаментальных положений теории надежности и математической статистики полученный результат означает следующее [16, 17]:

1. Механизмы нарушения режима работы модифицированного инструмента были различными, т.е. их было несколько.

2. Интенсивность отказов – величина постоянная, а сами отказы являются независимыми внезапными событиями, моменты возникновения которых распределены по закону Пуассона.

3. Каждый отказ: 1) есть следствие случайного неблагоприятного сочетания внешних и внутренних факторов, и может не зависеть от состояния модифицированного слоя; 2) может иметь распределение времени между появлениями, отличное от экспоненциального, и не оказывает значимого влияния на распределение времени между появлениями отказов в общей совокупности.

4. Физико-механические и химические свойства модифицированного слоя инструмента в процессе эксплуатации в целом остаются неизменными.

Изложенное позволило сделать выводы о том, что экспоненциальное распределение: 1) является статистической моделью распределения времени стойкости как инструмента, имеющего низкое качество, так и хорошего по качеству инструмента: 2) фиксирует факт, что условия эксплуатации инструмента с точки зрения температурно-силовых и/или динамических нагрузок были либо неблагоприятными, либо предельными; 3) отказы инструмента связаны не столько с процессами старения и износа, сколько с процессами образования и развития дефектов, которые приводят к возникновению внезапных отказов в данном случае проявлявшихся в виде сколов; 4) для повышения степени устойчивости инструмента к внезапным отказам необходима оптимизация процесса его эксплуатации, т.е. поиск оптимальных сочетаний значений режимных параметров.

С целью поиска этих сочетаний была выполнена процедура статистического оценивания данных сформированной базы о технологических (режимных) и физико-механических (приращение плотности) параметрах по критерию их влияния на время стойкости инструмента, оснащенного модифицированными твердосплавными пластинами, проработавшего на двух предприятиях г. Саратова и выполнявшего: 1) опе-

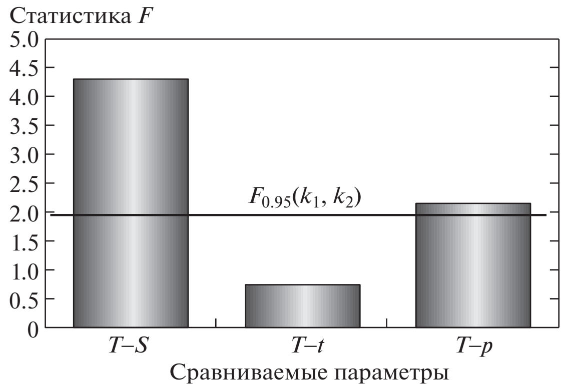


**Рис. 2.** Результаты рангового корреляционного анализа данных по инструменту с пластинами из сплава Т15К6.

рации получистового точения заготовок из стали ШХ-15 (11 пластин из сплава Т15К6) со скоростью резания 58 м/мин, глубиной резания 2 мм и подачами 0.26, ..., 0.38 мм/об; 2) операции контурного фрезерования заготовок из сталей 30ХГСА и 35ХГСЛ (8 пластин из сплава ВК-10) со следующими значениями параметров технологического режима: скорость резания – 75.5, ..., 197 м/мин, глубина резания – 0.2, ..., 2.0 мм; подача – 0.17, ..., 0.52 мм/об.

Сочетания значений режимных параметров устанавливались с учетом рекомендаций [18] для обеспечения требований, как к шероховатости обработанных поверхностей, так и к производительности обработки. За критерий окончания эксплуатации пластин была принята размерная точность изготовленных деталей. После окончания эксплуатации фиксировалось ее время, и регистрировались образовавшиеся на пластинах дефекты.

Оценивание полученных данных о времени проводилось с использованием процедуры непараметрического корреляционного анализа, основанного на вычислении коэффициента конкордации [15]. Влияние на стойкость имеет место, если выполняется неравенство: $F \geq F_{0.95}(k_1, k_2)$, где $F$ и $F_{0.95}(k_1, k_2)$ – вычисленное через коэффициент конкордации значение статистики Фишера и ее табличное значение при числе степеней свободы $k_1$, $k_2$ и доверительной вероятности 0.95.

Результаты, представленные на рис. 2, 3, показали: 1) время стойкости $T$ инструмента с пластинами из сплава Т15К6 (рис. 2) зависит от оборотной подачи $S$ (в большей степени) и плотности модифицированного слоя $\rho$ (в меньшей степени) и не зависит от глубины резания $t$ (последнее совпадает с результатами А.Д. Макарова [19]); 2) время стойкости инструмента с пластинами из сплава ВК-10 зависит как от сочетания скорости резания $v$ и оборотной подачи, т.е. минутной подачи (рис. 3а), так и от их сочетания и плотности модифицированного слоя (рис. 3б), причем во втором случае в большей степени, и не зависит от глубины резания.

Полученные результаты являются вполне закономерными, поскольку обусловлены различием физико-механических характеристик материалов пластин. В частности, для более прочного сплава Т15К6 влияние на стойкость плотности модифицированного слоя, среднее значение которой составляет 28.61 ГПа/мкм, проявляется в меньшей степени, чем для менее прочного твердого сплава ВК-10, (среднее значение его плотности составляет 18.86 ГПа/мкм). Большее влияние на стойкость первого сплава величины оборотной подачи означает наличие преобладающих изменений в модифи-

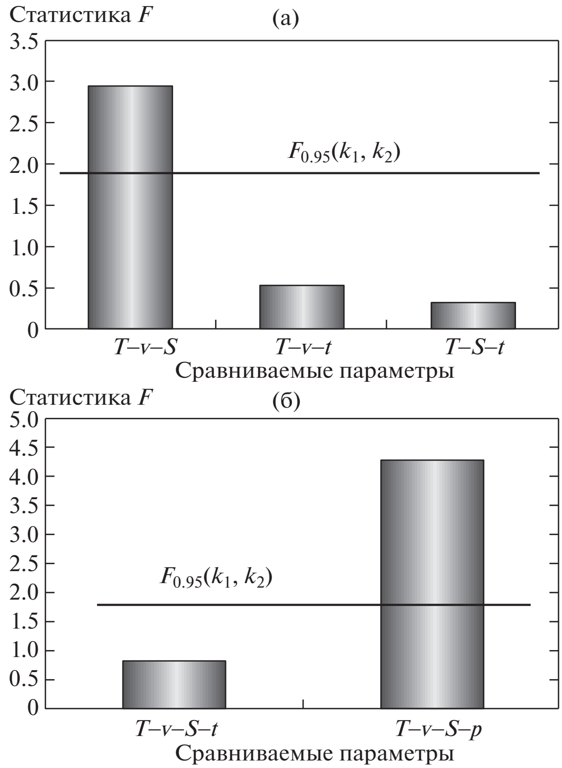


**Рис. 3.** Результаты рангового корреляционного анализа данных по инструменту с пластинами из сплава ВК-10.

цированном слое в направлении касательном к передней поверхности пластин, т.е. в горизонтальной плоскости. Но это возможно только в случае устойчивости инструментальной матрицы, что подтверждает растровое электронно-микроскопическое изображение (РЭМ-изображение) поверхности на рис. 4а. Влияние же на стойкость сплава ВК-10 и минутной подачи, и плотности означает наличие преобладающих изменений в модифицированном слое в направлении, нормальном к режущей кромке, т.е. в вертикальной плоскости. Это возможно только в случае неустойчивости инструментальной матрицы, приводящей к ее локальной деформации (проседанию), что также подтверждает РЭМ-изображение на рис. 4б.

**Выводы.** 1. Стойкость металлорежущего инструмента с модифицированным воздействием низкотемпературной плазмы рабочей частью зависит от дефектов, в различной степени изменяющих его состояние. В связи с этим поиск направлений повышения стойкости, в том числе, по параметрам долговечности, необходимо осуществлять на основе создания специальных баз данных, учитывающих весь спектр условий, в которых происходит формирование данных о состоянии модифицированного инструмента, и позволяющих реализовать вероятностный подход к их оцениванию.

2. Программно-математическое обеспечение для оценивания целесообразно представлять единым комплексом программ, предназначенных для последовательного анализа информации, содержащейся в данных о результатах этого процесса. Основными условиями обеспечения результативности оценивания являются: 1) использование в качестве инструментов оценивания как традиционных, так и специальных методов математической статистики, в частности, методов разведочного анализа и непара-

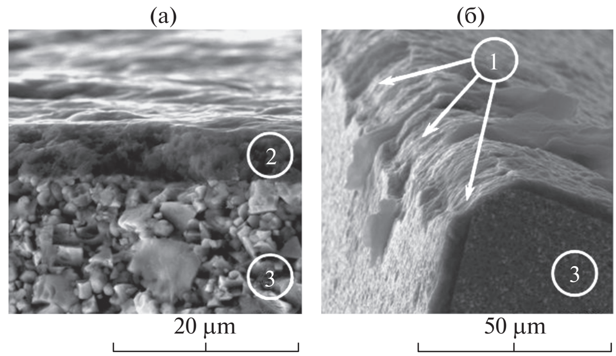


**Рис. 4.** РЭМ-изображения рабочих поверхностей пластин из сплавов Т15К6 (а) и ВК-10 (б) после эксплуатации: *1* – изношенный модифицированный слой; *2* – цельный модифицированный слой; *3* – инструментальная матрица с цельной (а) и деформированной прикромочной частью (б).

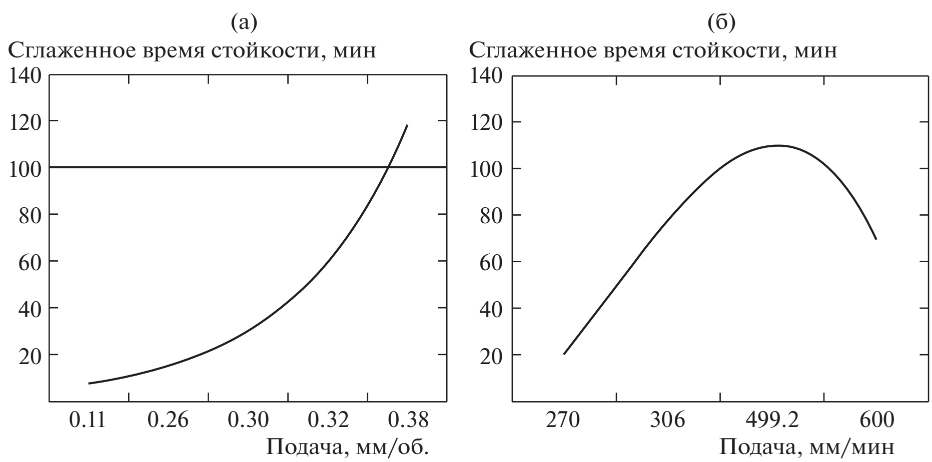


**Рис. 5.** Поведение времени стойкости при изменении оборотной (а) и минутной (б) подачи для различных результатов модификации рабочей части инструмента.

метрических методов; 2) принятие эффективных решений в процессе и по результатам его проведения.

3. К основным направлениям, обеспечивающим повышение стойкости модифицированного металлорежущего инструмента, можно отнести: 1) оптимизацию значения оборотной подачи (рис. 5а) для инструмента, уплотнение рабочей части которого по результатам модификации произошло до бóльших от поверхности глубин, поскольку это свидетельствует о формировании переходного слоя (подслоя) между модифицированным поверхностным слоем и матрицей и, как следствие, повышает прочность последней; 2) оптимизацию значения минутной подачи (рис. 5б) для инструмента, уплотнение рабочей части которого произошло вблизи поверхности, поскольку это свидетельствует об отсутствии подслоя и, как следствие, не обеспечивает повышения прочности инструментальной матрицы.

Реализация этих направлений обеспечит создание такого режима эксплуатации инструмента, при котором процесс постепенного истирания модифицированного слоя будет преобладать над процессами образования и развития дефектов, приводящих к возникновению внезапных отказов. Это и обеспечит повышение надежности инструмента по параметрам долговечности, поскольку постепенные отказы имеют бóльшее время развития, чем внезапные отказы, которые в данном случае являются следствием релаксации, т.е. скачкообразного изменения состояния, возникающего при развитии постепенных отказов. В частности, результаты опытно-промышленной эксплуатации модифицированного инструмента из твердого сплава ВК-10 на оптимальных значениях минутных подач показали возможности повышения его ресурса в 2.0–3.5 раза, а производительности обработки – в 1.43 раза.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00101).

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Григорьев С.Н.* Методы повышения стойкости режущего инструмента: учебник для студентов вузов. М.: Машиностроение, 2009. 368 с.
2. *Лашманов В.И.* Повышение износостойкости инструмента. ПРОинструмент. 2002. № 18. С. 16.
3. *Мигранов М.Ш., Махмутова А.Ш.* Износостойкость и трибологические свойства покрытий для режущего инструмента // Вестник машиностроения. 2007. № 11. С. 43.
4. *Табаков В.П., Чихранов А. В.* Влияние состава трехэлементных нитридных покрытий на тепловое и напряженное состояние режущего инструмента и интенсивность его износа. СТИН. 2009. № 10. С. 20.
5. *Полевой С.Н., Евдокимов В.Д.* Упрочнение металлов: справочник. М.: Машиностроение, 1986. 320 с.
6. *Мокрицкий Б.Я.* Управление работоспособностью инструмента при нанесении покрытий. СТИН. 2010. №11. С. 11.
7. *Верещака А.С., Козочкин М.П., Сулейманов И.У., Кузин В.В.* К вопросу о диагностике состояния твердосплавных инструментов с покрытием в условиях использования ГПС // Вестник машиностроения. 1988. № 9. С. 40.
8. *Бржозовский Б.М., Мартынов В.В., Зинина Е.П.* Упрочнение режущего инструмента воздействием низкотемпературной плазмы комбинированного разряда. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2009. 176 с.
9. *Бржозовский Б.М., Зинина Е.П., Мартынов В.В., Плешакова Е.С.* Экспериментальное исследование качества эксплуатации модифицированного инструмента // Вестник машиностроения. 2015. № 6. С. 69.
10. *Бржозовский Б.М., Зинина Е.П., Мартынов В.В., Плешакова Е.С.* Надежность режущего инструмента с модифицированной рабочей частью. СТИН. 2014. № 5. С. 8.
11. *Мартынов В.В., Плешакова Е.С.* Классификация дефектов модифицированного режущего инструмента // Известия Волгоградского государственного технического университета. 2017. № 12. С. 21.
12. База данных для автоматизированного оценивания качества процесса эксплуатации модифицированного режущего инструмента по параметрам дефектов / В.В. Мартынов, Е.С. Плешакова // Wykształcenie i nauka bez granic – 2013: materiały IX Międzynarodowej naukowi-praktycznej konferencji. V. 45. Techniczne nauki. Przemyśl: Nauka i studia, 2013. P. 55.
13. *Бржозовский Б.М., Зинина Е.П., Мартынов В.В., Плешакова Е.С.* Определение параметров дефектов инструмента, модифицированного воздействием низкотемпературной плазмы //

Известия Волгоградского государственного технического университета. Серия “Прогрессивные технологии в машиностроении”. В. 11: межвуз. сб. науч. ст. Волгоград: ВолгГТУ, 2014. № 8. С. 13.

14. *Мартынов В.В., Плешакова Е.С.* Алгоритмизация процесса идентификации распределения данных о свойствах модифицированного режущего инструмента // Vědecký průmysl evropského kontinentu 2013: materiály IX mezinárodní vědecko-praktická konference. Díl 32. Technické vědy. Praha: Publishing House “Education and Science” s.r.o., 2013. P. 77–84.
15. *Большаков А.А., Каримов Р.Н.* Методы обработки многомерных данных и временных рядов: учеб. пособие для вузов М.: Горячая линия. Телеком, 2007. 522 с.
16. *Хан Г., Шапиро С.* Статистические модели в инженерных задачах: М.: Мир, 1968. 396 с.
17. *Хазов Б.Ф., Дидусев Б.А.* Справочник по расчету надежности машин на стадии проектирования. М.: Машиностроение, 1986. 224 с.
18. *Грановский Г.И., Грановский В.Г.* Резание металлов. М.: Высшая школа. 1985. 304 с.
19. *Макаров А.Д.* Оптимизация процессов резания. М.: Машиностроение, 1976. 278 с.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 73–79

## НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАШИНОСТРОЕНИИ

*УДК 62:9. 122.004.621.434*

# ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАЗВИТИЯ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН В СТАЛИ ПРИ НИЗКОМ УРОВНЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО НАГРУЖЕНИЯ

© 2020 г.
**С. Г. Лебединский[1,*], Г. В. Москвитин[1], М. С. Пугачев[1], А. Н. Поляков[1]**

[1] *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия*

**e-mail: SLebedinski@Yandex.ru*

Поступила в редакцию 25.03.2019 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

Предложен метод оценки закономерностей развития усталостных трещин в области низкой скорости их развития при эксплуатационном нагружении. Метод основан на снижении уровня нерегулярного процесса нагружения при сохранении его подобия по мере роста трещины. Управляющим фактором снижения нагрузки является естественное увеличение податливости образца с ростом трещины при фиксированном процессе ее раскрытия. Получены экспериментальные зависимости скорости развития трещины от числа блоков эксплуатационного нагружения по мере снижения его уровня.

*Ключевые слова:* эксплуатационное нагружение, низколегированная сталь, усталостные трещины, развитие трещин при низком уровне нагружения, железнодорожные конструкции

**DOI:** 10.31857/S0235711920020108

Исследованию закономерностей развития усталостных трещин при нерегулярном эксплуатационном нагружении, поиску надежных критериев прочности и их экспериментально-теоретическому обоснованию посвящено значительное число работ [1, 2]. Процессы накопления повреждений, особенно при низких, предпороговых уровнях нагружения, когда трещина проходит стадии локального формирования и последующего продвижения, являются многофакторными закономерностями [3, 4]. Учитывая сложный характер развития трещин при нерегулярном нагружении [5], для дальнейших теоретических обобщений важно накапливать экспериментальные данные о развитии усталостных трещин на низких уровнях эксплуатационного нагружения, приближаясь к их пороговым значениям.

Проведенные экспериментальные исследования [6] позволяют сделать вывод, что общая закономерность развития усталостных трещин при эксплуатационных нагрузках, характерных для деталей железнодорожных конструкций и для исследуемого класса низколегированных сталей, отвечает стандартной кинетической диаграмме усталостного разрушения (КДУР) материала. Но пороговый уровень коэффициента интенсивности напряжений (КИН) – $K_{th}$ нужно определять с учетом параметров нерегулярности эксплуатационного нагружения.

**Метод определения закономерности изменения скорости развития трещины при снижении уровня эксплуатационного нагружения.** Когда процесс нагружения имеет нерегулярный характер, его уровень должен снижаться так, чтобы при этом сохранялись основные соотношения между циклами и очередностью действия исходного процесса.

Т.е., должно сохраняться подобие первоначального процесса, но при этом обеспечиваться постепенное снижение уровня эксплуатационного нагружения.

Рассмотрим пример. При действии на стандартный образец типа 3 (внецентренное растяжение) с растущей трещиной под действием блока эксплуатационной нагрузки проведена запись сигнала с двухконсольного экстензометра. Установка датчика проводилась по обычной схеме для измерения смещения: на торцевой поверхности образца с помощью накладных опорных призм (ГОСТ 25.506-85). Таким образом, был записан процесс смещения берегов трещины при мягком нагружении. Затем, делается переход на жесткое нагружение. Тем самым, воспроизводится зафиксированная запись процесса податливости испытываемого образца с начальной скоростью развития усталостной трещины. В первый момент, когда трещина еще не сместилась, такая программа будет давать процесс нагружения, полностью идентичный исходному. С развитием трещины, жесткость образца снижается и возрастает его податливость. Следовательно, чтобы отработать записанный ранее с экстензометра процесс нужно будет с ростом трещины все меньше прикладывать усилия. Т.е., нагрузка при жестком нагружении с ростом трещины будет постепенно снижаться, сохраняя подобие исходного эксплуатационного процесса. Т.к. развитие усталостных трещин в предпороговой области КДУР определяет величина коэффициента интенсивности напряжения, то важно провести анализ, как при таких условиях будет изменяться именно этот параметр. Поэтому, для конкретного размера образца с фиксированной длиной трещины, начиная с которой проводятся испытания, при которых можно расчетным путем дать предварительную оценку закономерности изменения КИН. Из проведенного анализа следует, что, варьируя двумя противоположными зависимостями (увеличением КИН с ростом трещины и снижением КИН, т.к. уровень нагрузки будет падать из-за увеличения податливости образца) можно получить разные значения градиента снижения уровня КИН, что позволяет планировать нужные условия эксперимента. К указанным факторам следует еще добавить выбор размеров образца, выбор начальной длины трещины и ее начального значения скорости, а также геометрические параметры относительно вершины трещины и точек установки экстензометра.

**Проведение эксперимента по изложенному методу.** Процесс нагружения проводится на стандартном компактном образце типа 3 для внецентренного растяжения (ГОСТ 25.506-85) с размерами $125 \times 120 \times 10$ мм. Образец вырезан из литой надрессорной балки грузового вагона [6]. Материал балки – низколегированная сталь 20Л (химический состав стали: C 0.2104; Mn 1.085; Si 0.292; $P < 0.0030$; S 0.020; Cr 0.108; Ni 0.130; Cu 0.215; $V < 0.0030$; Fe 97.91). Начальная скорость трещины, при мягком нагружении составляла $V = 5.495 \times 10^{-7}$ м/блок. Вместе с этим, шла запись сигнала с экстензометра, которая далее использовалась при жестком нагружении. Начальная длина трещины при жестком нагружении составляла $L_o = 36.1$ мм от линии приложения нагрузки. От этой величины трещины отслеживался дальнейший ее прирост $\Delta L$ (мм) с помощью цифрового микроскопа. По мере роста трещины нагрузка уменьшалась. Это уменьшение определялось величиной $\Delta P$ ($kN$), отсчитываемой от первоначального значения $P_{max} = 14.742$ $kN$ – максимальной величины в первом блоке после перехода на жесткое нагружение (раскрытия трещины). Последовательность этих действий в реальных измерениях приведена на рис. 1. Скорость процесса выбрана около трех циклов в секунду. Это продиктовано типом процесса и точностью его отработки на образце [6].

В ходе испытаний регистрировались показания динамометра и соответствующие им смещения берегов трещины (перемещений точек установки экстензометра). Частота опроса составляла 5000 точек в минуту на каждом канале.

По графикам (рис. 2) отслеживалось смещение точки (1), опеделяющее максимальную нагрузку каждого блока (соответствующий цикл показан на верхнем графике).

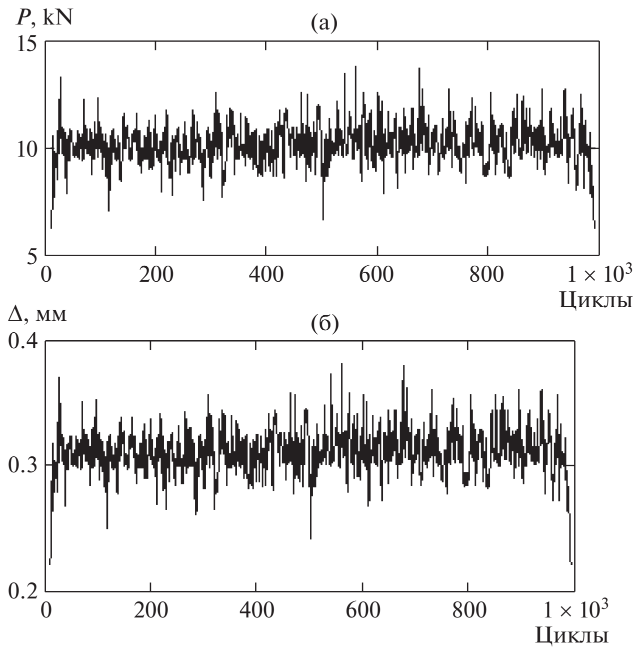


**Рис. 1.** Экспериментальный блок эксплуатационного нагружения образца. (а) – при мягком нагружении, (б) – регистрируемый сигнал с экстензометра.

Смещение точки (1) при росте трещины по нижнему графику фиксировалось как величина $\Delta P$ ($kN$) в соответствии с величиной подрастания трещины $\Delta L$ (мм).

На рис. 3а показаны соответствующие закономерности, наблюдаемые с числом отработанных блоков. На рис. 3а показаны: *1* – закономерность изменения максимальной нагрузки (точка 1 на рис. 2) в блоке на величину $\Delta P$ и соответствующее увеличение длины трещины на величину $\Delta L$ – 2 от числа блоков нагружения $N$. На рис. 3б – распределения экстремальных значений процессов нагружения: *1* – первый блок после изменения режима управления и *2* – аналогичное распределение измененного процесса от развития трещины.

На рис. 4 показано изменение скорости $V$ (м/блок) развития трещины, как от числа блоков нагружения $N$ (рис. 4а), так и от снижения максимальной нагрузки в каждом блоке $\Delta P$, $kN$ (рис. 4б). Можно отметить, что разброс скорости при ее снижении возрастает и трещина становится более чувствительной в своем развитии к неоднородности материала.

По экспериментальным точкам определены регрессионные зависимости и проведена их экстраполяция на значение скорости $V = 0$. Учитывая природу такого нестабильного характера процесса роста трещины, полученные экстрополяцией значения рассмотрим, как приближение к реальному пороговому уровню. Но так как достижение экспериментального порогового значения требует большого объема наработки, особенно в эксплуатационных блоках, которые воспроизводятся достаточно медленно, то даже приближенный прогноз во многом полезен.

После того, как была получена экспериментальная зависимость изменения податливости образца в виде функции $\Delta P(\Delta L)$ и изменение ее от числа блоков, проведена оценка закономерности изменения значений КИН с учетом всех параметров экспери-

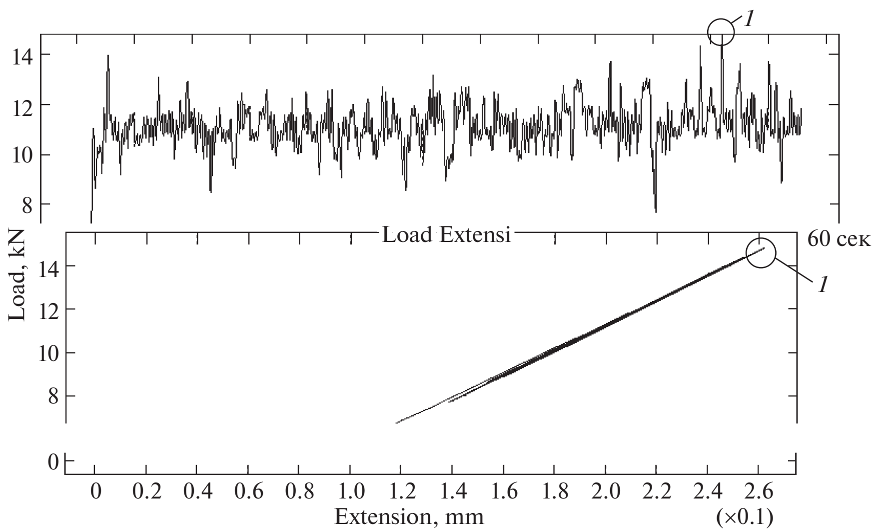


**Рис. 2.** Графики регистрации блока нагружения: нагрузка (кН) – время (сек) (верхний график); нагрузка (кН) – смещение берегов трещины (мм) в точках установки экстензометра (нижний график).

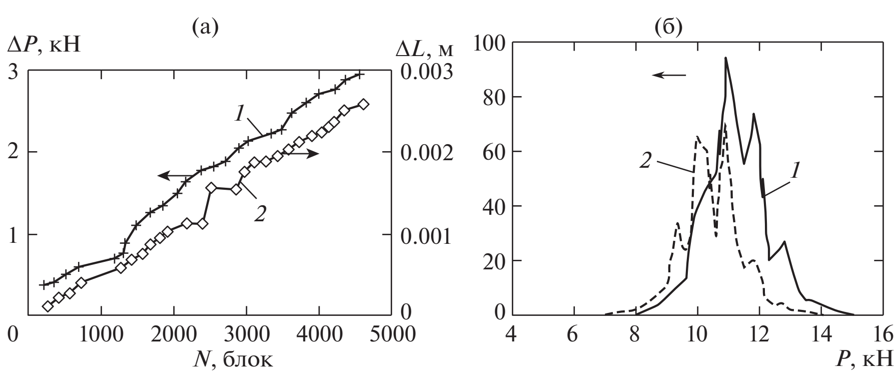


**Рис. 3.** (а) – снижение максимальной нагрузки (точка 1 на рис. 2) в блоке на $\Delta P$ при соответствующем увеличении длины трещины $\Delta L$ – (2) от числа блоков нагружения $N$; (б) – распределения экстремальных значений процессов нагружения: *1* – при начале изменения режима управления и *2* – смещение распределения с развитием трещины.

мента. Рассмотрен интервал изменения длины трещины $\Delta L = 0–2.345$ мм при соответствующем снижении максимальной нагрузки в блоке $\Delta P = 0–2.8$ $kN$ (точка 1 на рис. 2). Величина КИН определялась по известной зависимости для стандартного компактного образца типа 3 (ГОСТ 25.506-85) при коэффициенте асимметрии $R = 0$.

Результаты расчета в зависимости от числа блоков нагружения $N$ приведены на рис. 5а.

**Анализ изменения параметров процесса нагружения с развитием трещины.** Для анализа изменения параметров процесса нагружения при снижении его уровня относительно исходного определены последовательности отношений минимального значения к ближайшему максимальному, считая это оценкой коэффициента асимметрии $R$ по-

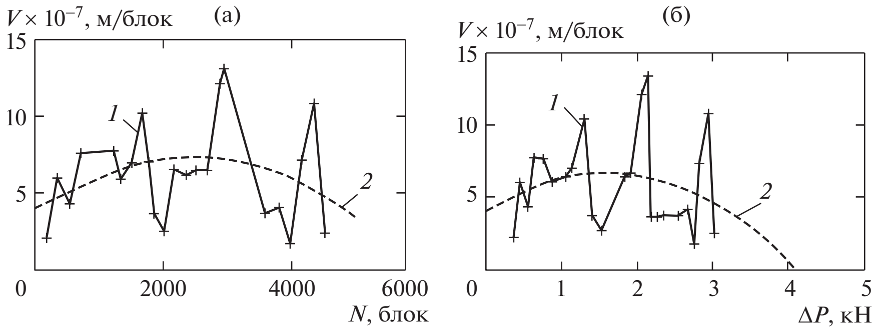


**Рис. 4.** (а) – зависимости скорости роста трещины от числа блоков нагружения $N$; (б) – от снижения уровня нагружения $\Delta P$ (*1* – эксперимент, *2* – регрессионные зависимости с экстраполяцией, $V = 0$).

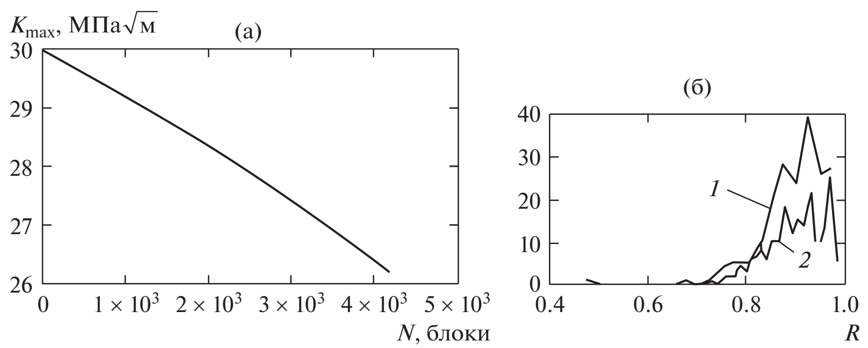


**Рис. 5.** (а) – изменение максимального значения КИН в блоке, при учете всех параметров эксперимента; (б) – распределения коэффициентов асимметрии $R$ (при распределениях экстремумов процесса *1* и *2* на рис. 3б, соответственно).

следовательных циклов. На рис. 5б приведены распределения этих значений: для исходного уровня нагружения – *1* и сниженного – *2* (представлено в том же соответствии с распределениями экстремальных значений нагрузки на рис. 3б). Вместе с этим, анализировалось соотношение соответствующих максимумов и минимумов в обоих процессах. Это сделано практически для всего процесса в исходном варианте и сниженном. Получены достаточно стабильные соотношения (учитывая дискретизацию при записи сигнала), как для максимальных значений циклов, так и для минимальных. При снижении уровня экстремумы остаются пропорционально зависимыми, а амплитуда при этом уменьшается. Так, при сравнении по выборке из двадцати максимумов циклов начального процесса к соответствующим максимумам смещенного (рис. 3б) получена средняя величина отношения $\gamma = 0.937$ (при интервале разброса: 0.970–0.917). При таком же объеме выборки для минимальных значений циклов $\gamma = 0.936$ (при интервале разброса: 0.947–0.929).

Следуя этому выводу и используя результат экстраполяции по значению $\Delta P = 4$ кН (рис. 4б) (при начальном значении нагрузки $P_{max} = 14.742$ кН), можно получить приближенную оценку порогового процесса нагружения. Величина отношения максимальной нагрузки в прогнозируемом блоке порогового уровня (точка *1* на рис. 2), при

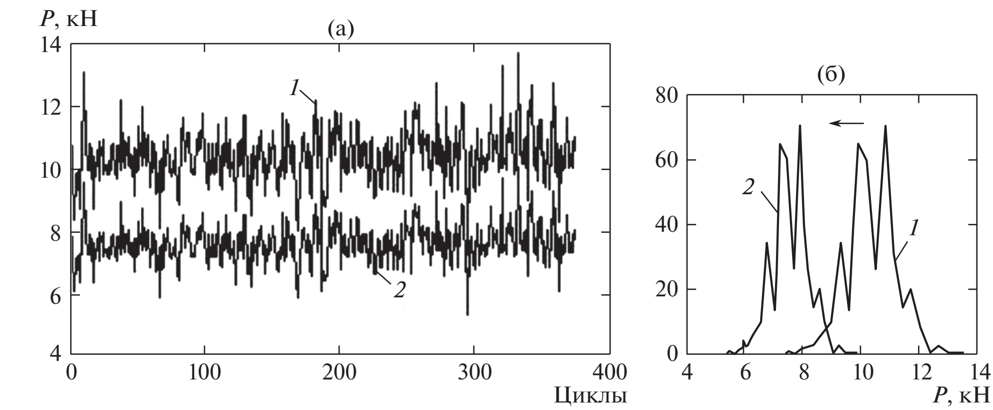


**Рис. 6.** (а) – процесс нагружения порогового уровня (*2*), подобного исходному (*1*); (б) – соответствующие распределения их экстремумов.

действии которого трещина не будет развиваться ($V = 0$), к аналогичному значению при исходном уровне процесса составляет $\gamma = 0.729$. При этом, длина трещины по регрессионной зависимости рис. 3а для 5900 блоков должна увеличиться на $\Delta L = 3.493$ мм от исходного значения (36.1 мм от линии приложения нагрузки) (рис. 6а). На рис. 6б показаны исходное распределение нагрузки (*1*) и прогнозируемое пороговое (*2*), экстремумы которого получены умножением на $\gamma = 0.729$.

**Выводы.** 1. Предложен метод оценки закономерностей развития усталостных трещин при эксплуатационном нагружении в области низкой скорости их развития. Управляющим фактором снижения нагрузки является естественное увеличение податливости образца с ростом трещины при воспроизведении фиксированного процесса раскрытия ее берегов. 2. Метод позволяет моделировать разную степень снижения коэффициента интенсивности напряжения при сохранении подобия нерегулярности исходного эксплуатационного процесса нагружения. 3. Проведена экспериментальная апробация метода на модели эксплуатационного нагружения, характерного для железнодорожного транспорта с использованием образца из низколегированной стали 20Л. 4. Исследована закономерность изменения параметров процесса нагружения с ростом трещины и соответствующее снижение его уровня. Соотношение максимальных и минимальных значений соответствующих циклов (экстремумов) остается постоянным и зависит от уровня снижения. Это позволяет считать процесс подобным с коэффициентом подобия, соответствующим каждому уровню снижения. 5. С использованием полученных в эксперименте зависимостей $V(N)$ и $V(\Delta P)$ проведена по регрессионным зависимостям экстраполяция параметра снижения нагрузки $\Delta P$ на уровень нулевого значения скорости и построена модель порогового процесса подобного первоначально заданному. Коэффициент подобия составил 0.729 относительно исходного процесса. Учитывая повышающийся при снижении скорости трещины ее разброс, полученные результаты можно считать приближенной оценкой порогового уровня процесса.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 17-08-01513А).

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П.* Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. Справочник. М.: Машиностроение, 1985. 224 с.
2. *Романов А.Н., Нестеренко Г.И., Филимонова Н.И.* Накопление повреждений при переменном нагружении циклически упрочняющегося материала на стадиях образования и развития трещин // Ж. Проблемы машиностроения и надёжности машин. 2018. № 5. С. 34.
3. *Zheng X.* A simple Formula for fatigue crack propagation and a new method for the determination of $\Delta K_{th}$ // Engineering fracture mechanics. 1987. V. 27. № 4. P. 465.
4. *Maierhofer J., Simunek D., Ganser H.P., Pippan R.* Oxide induced crack closure in the near threshold regime: the effect of oxide debris release / International Journal of Fatigue. 2018. V. 117. № 2. P. 21.
5. *Ribeiro A.S., Jesus A.P., Costa J.M., Borrego L.P., Maeiro J.C.* Variable amplitude fatigue crack growth modeling / Mecanica Experimental. 2011. V. 19. P. 33.
6. *Лебединский С.Г., Москвитин Г.В., Пугачев М.С., Поляков А.Н.* Определение эксплуатационной живучести стали литых деталей железнодорожных конструкций // Ж. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 6. С. 61.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 80–90

## АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

*УДК 621.7.043*

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ДЕТАЛЕЙ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ИЗ ЖАРОПРОЧНЫХ СПЛАВОВ МЕТОДОМ РАСКАТКИ В СВЕРХПЛАСТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

© 2020 г. **Р. Ю. Сухоруков**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия*
*e-mail: ryusukhorukov@gmail.com*

Поступила в редакцию 17.04.2019 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

Перспективной технологией изготовления осесимметричных деталей газотурбинных двигателей (дисков и полых валов) из жаропрочных сплавов является формообразование методом раскатки в условиях сверхпластичности на специализированных раскатных станах. Для определения энергосиловых и термомеханических параметров технологического процесса эффективным методом является математическое моделирование. В настоящей статье приведена методика построения конечноэлементной модели процесса раскатки деталей в условиях сверхпластичности, а также результаты моделирования на примере изготовления диска и полого вала из жаропрочных сплавов. Предлагаемая методика может быть использована при разработке технологии и проектировании оборудования для раскатки осесимметричных деталей (дисков, полых валов) из жаропрочных сплавов в условиях сверхпластичности.

*Ключевые слова*: сверхпластичность, жаропрочные сплавы, раскатка, конечно-элементное моделирование, полый вал, диск

**DOI:** 10.31857/S0235711920020133

Ресурс газотурбинных двигателей (ГТД) в значительной степени обеспечивается высокими эксплуатационными характеристиками ответственных деталей (дисков, полых валов), входящих в их конструкции. Поэтому создание высокотехнологичного производства дисков и валов из жаропрочных сплавов на основе титана и никеля – важнейшая задача авиационного двигателестроения [1].

Отечественные технологии (горячая штамповка литых сплавов, газостатическое прессование порошковых сплавов) включают многочисленные операции "нагрева–штамповки–мехобработки", и не позволяют получить однородную структуру и высокие прочностные характеристики, исключить пористость, а также имеют низкий КИМ (коэффициент использования металла).

Технологические процессы формообразования деталей ГТД из жаропрочных сплавов методом раскатки в режиме сверхпластичности устраняют указанные недостатки и имеют ряд преимуществ [1, 2]. Режим сверхпластичности (СП) заключается в том, что в заготовках из жаропрочных сплавов при температуре $T < T_{пл}$ (предварительно подвергнутых деформации и термообработке для создания ультрамелкозернистой структуры с размером зерна $d$ < 10 мкм в узком интервале температур 1050–1150°C для никелевых сплавов и 950–1000°C – для титановых сплавов) за счет небольших величин сил деформации и скоростей деформации в пределах $10^{-4}$–$10^{-1}$ с$^{-1}$ можно полу-

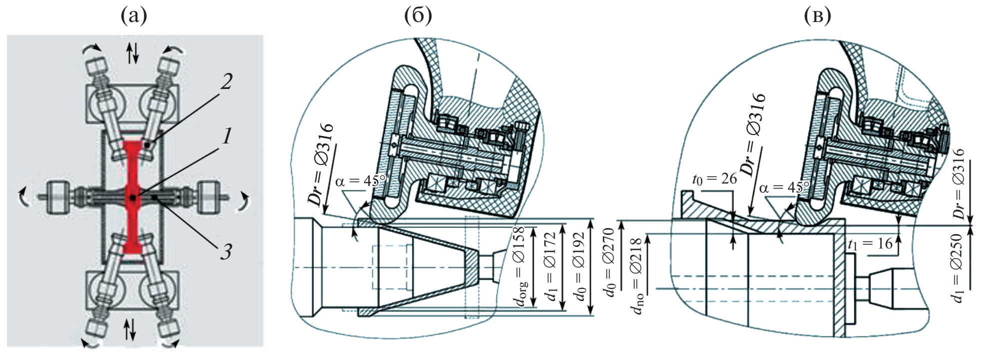


**Рис. 1.** Принципиальная схема процесса раскатки в условиях сверхпластичности заготовок: (а) – диска; (б) – цилиндрической и конической частей полого вала из листовой заготовки; (в) – цилиндрической части полого вала из штампованной заготовки.

чить детали с заданными геометрическими размерами и с однородной (регламентированной) структурой [1, 2]. Температура и интервалы скорости деформации определяются с учетом свойств каждого жаропрочного сплава.

Раскатка диска, полого вала в условиях сверхпластичности позволяет варьировать термомеханическими параметрами в локализированном очаге деформации и таким образом обеспечивать заданное структурообразование в сплаве во всем объеме детали, и большая роль в этом отводится ротационной (поворотной) моде деформации [2].

Особенность сверхпластической деформации (СПД) заключается в том, что она не приводит к изменению мелкозернистой структуры деформируемой матрицы, поскольку при этом действует механизм зернограничного проскальзывания. Структура деформированных в условиях СПД сплавов не зависит от степени деформации, а зависит от скорости и температуры деформации. Если температура и скорость деформации находятся в режиме СПД, то структура сохраняется стабильно по размерам и формам зерен и с низкой плотностью дислокации [2–4].

В статье рассмотрены схемы (рис. 1) процесса раскатки дисков и полых валов, преимущества и особенности формообразования этих деталей из жаропрочных сплавов в сверхпластических условиях.

Принципиальная схема процесса раскатки диска представлена на рис. 1а.

Нагретая до температуры деформации заготовка *1* приводится во вращение пинолями *3*. Под воздействием пары вращающихся роликов *2*, имеющих возможность перемещаться в осевом и радиальном направлении, а также менять угол наклона по отношению к плоскости раскатки, заготовка диаметром около 400 мм и толщиной 65 мм деформируется с уменьшением толщины и увеличением диаметра до 800 мм.

Деформация в заготовке происходит в режиме сверхпластичности, что позволяет формировать регламентированно изменяющуюся по радиусу диска структуру, которая обеспечивает более высокий уровень свойств, чем однородная по радиусу структура. Условия эксплуатации диска таковы, что его обод нагревается до температуры на 250–300°C более высокой по сравнению со ступицей. В то же время в ступице создаются более высокие напряжения, поэтому в ободе диска важна крупнозернистая структура, придающая материалу жаропрочность, а в ступице – мелкозернистая структура, обеспечивающая более высокую прочность. В средней части диска – в полотне, наиболее благоприятной является смешанная структура, т.е. “ожерелье”. Она отличается сочетанием вытянутых в радиальном направлении крупных зерен, разделенных между собой тонкими прослойками мелких зерен [1, 2].

Получение подобной регламентированно изменяющейся структуры в диске — сложная задача, поскольку необходимо получить в диске не только разные типы структур, но и обеспечить монотонный переход между ними.

Процесс формообразования деталей (валов) методом раскатки в режиме сверхпластичности также позволяет улучшить микроструктуру сплава и повысить его механические свойства, но имеет технологические особенности. Поэтому при формообразовании конических и цилиндрических частей полых валов внутренняя геометрия детали соответствует геометрии используемой оправки, на которую ролики раскатывают заготовку (рис. 1б, в). Форма и размеры придаются детали (валу) роликом-инструментом с высокой точностью. При формообразовании вала важно выбрать оптимальную форму заготовки и инструмента, а также обеспечить необходимое усилие деформации [4, 5].

Таким образом, при формообразовании дисков, полых валов методом раскатки в изотермических (в том числе сверхпластических) условиях на специализированных раскатных станах, необходимо обеспечить требуемые для реализации технологического процесса термомеханические и энергосиловые параметры. Для определения этих параметров эффективным методом является математическое моделирование.

**Постановка задачи.** Изотермическая раскатка дисков и полых валов является медленно протекающим процессом (скорость внедрения ролика в тело заготовки от 0.1 до 3 мм/мин, скорость вращения шпинделей, фиксирующих заготовку от 0.05 до 4 об/мин), поэтому массовыми и инерционными силами, действующими на заготовку, можно пренебречь. Для определения напряженно-деформированного состояния и характера течения металла в процессе раскатки целесообразно использовать математическое конечно-элементное моделирование на основе системы уравнений, реализованной в программном комплексе для конечноэлементного анализа процессов пластического деформирования DEFORM-3D [3, 6, 7]:

— дифференциальное уравнение равновесия, связывающее компоненты тензора напряжений, определяющего напряженное состояние тела

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0, \tag{1}$$

где $\sigma_{ij}$ — компоненты тензора напряжений; $x_i$ — координата, в направлении которой переместилась площадка действия данной компоненты тензора напряжений;

— кинематическое уравнение, связывающее компоненты тензора скоростей деформаций и скоростей материальных точек тела

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right), \tag{2}$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}$ — компоненты тензора скоростей деформаций, $v_i$, $v_j$ — проекция скорости движения материальной точки на соответствующую координатную ось;

— уравнение пластического течения Леви—Мизеса, связывающие напряженное и деформированное состояние тела

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{3}{2}\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\bar{\sigma}}\sigma'_{ij}, \tag{3}$$

где $\dot{\bar{\varepsilon}}$ — интенсивность скоростей деформации, $\bar{\sigma}$ — интенсивность напряжений, $\sigma'_{ij}$ — девиатор напряжений;

— выполнение условия несжимаемости ($\dot{\varepsilon}_v = 0$) и пластичности Мизеса ($\bar{\sigma} = \sigma_s$), где $\dot{\varepsilon}_v$ — скорость объемной деформации; $\sigma_s$ — напряжение течения, определяемое по реологической модели материала.

Решение системы уравнений при использовании метода конечных элементов осуществляется с помощью функционала Маркова, представляющего собой разность мощности пластической деформации и мощности внешних сил, приложенных к объекту, принимающего минимальное значение на истинном поле скоростей

$$\Phi = \int_V \bar{\sigma}\dot{\bar{\varepsilon}} dV - \int_F v_i p_i dF, \tag{4}$$

где $V$ — объем материала; $F$ — площадь поверхности объекта; $p_i$ — проекция удельной внешней силы на соответствующую координатную ось; $v_i$ — проекция вектора скорости движения материальной точки на соответствующую координатную ось.

Численное решение системы уравнений обеспечивает возможность расчета распределения напряжений при формообразовании, степени и скорости накопленной деформации, площади пятна контакта инструмента с заготовкой, осевых и радиальных усилий инструмента для формоизменения заготовки в течение процесса и окончательные размеры заготовки диска и вала [3, 6, 7].

**Методика моделирования процесса формообразования.** Моделирование процесса раскатки диска и полого вала из жаропрочных сплавов проводилось для реализации условий сверхпластической деформации при постоянной температуре. Для моделирования использовали программный продукт "DEFORM-3D". Условия и допущения, принятые при моделировании, были характерными для таких задач: материал заготовки в исходном состоянии (до деформации) является изотропным, в нем отсутствуют начальные напряжения и деформации; ролик, оправка и прижим считаются абсолютно жесткими телами; геометрические 3D модели инструмента были предварительно созданы в программе "Компас-3D"; заготовка считается вязко-пластичным телом; температура заготовки и инструмента принята одинаковой.

Построение трехмерной конечно-элементной модели процесса формообразования дисков и полых валов [3, 7] включает в себя этапы:

— *построение геометрической модели процесса формообразования дисков и полых валов*;

Геометрическая модель процесса раскатки для диска представляет собой систему из четырех тел: формовочный ролик, выглаживающий ролик, пиноль и заготовка. Процесс рассматривается как симметричный относительно плоскости, проходящей через центр тяжести заготовки. Пиноль вращается вокруг собственной оси с постоянной угловой скоростью. Формовочный и выглаживающий ролики вращаются вокруг своей оси с переменной во времени угловой скоростью, а также движутся в радиальном направлении от центра заготовки по радиусу к периферии диска с постоянной линейной скоростью (рис. 2а). Заготовка собственного закона движения не имеет и вращается от взаимодействия с другими объектами модели. Геометрическая модель процесса формообразования полых валов представляет собой систему из трех тел: исходная заготовка, шпиндельный узел с оправкой и формообразующий инструмент (рис. 2б, в). С помощью CAD системы осуществлена конвертация модели в формат программного комплекса для конечноэлементного анализа процессов пластического деформирования — DEFORM-3D[1] [3, 8]. Процесс также рассматривается как симметричный относительно плоскости, проходящей через центр тяжести заготовки. Заготовка закреплена на охлаждаемом шпинделе, на котором установлена оправка (рис. 2б, в).

Шпиндель вращается с постоянной угловой скоростью. Формовочный ролик вращается вокруг своей оси с переменной во времени угловой скоростью и перемещается в осевом направлении вдоль оси заготовки с постоянной линейной скоростью. Заго-

[1] Использование КПП "DEFORM-3D" разрешено в соответствии с "Сублицензионным договором NTES-107/20014-AS от 19 ноября 2014 г. Лицензия № 8143.

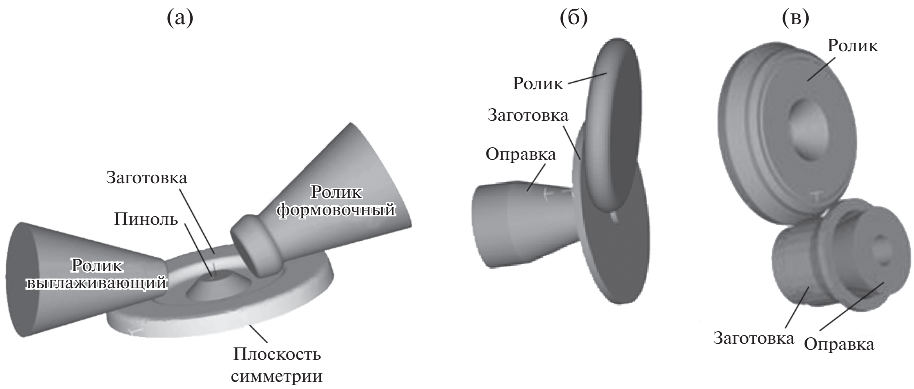


**Рис. 2.** Геометрическая модель процесса формообразования методом раскатки: (а) – диска; полых валов: (б) – вал № 1 из листа; (в) – вал № 2 из штампованной заготовки.

товка собственного закона движения не имеет и вращается от взаимодействия с другими объектами модели.

*– построение конечно-элементной модели заготовки и ее взаимодействие с инструментом – роликом;*

Исходные заготовки диска, полого вала № 1 (плоская шайба диаметром $D$ и высотой $h$) и полого вала № 2 (цилиндр, переходящий в конус с фланцем) показаны на рис. 3а.

Конечно-элементная модель заготовки представляет собой вязкопластическое тело с нелинейным упрочнением, объем которого разбит приблизительно на 100000 тетраэдральных конечных элементов. Внешние узлы сетки конечных элементов, находящиеся на плоскости симметрии, зафиксированы в направлении нормали к этой плоскости. Заготовка и инструмент, представляющий собой абсолютно твердое тело, имеют равную температуру (рис. 3б).

*– определение граничных условий конечно-элементной модели заготовки*, в частности определение характера ее взаимодействия с инструментом с помощью гибридной модели трения, сочетающей в себе закон трения Амантона–Кулона и закон трения Зибеля

$$\tau_K = \begin{cases} \mu p : \mu p < mk, \\ mk : \mu p \geq mk, \end{cases} \tag{5}$$

где $\tau_K$ – внешние удельные касательные силы;  – коэффициент трения согласно закону трения Амантона–Кулона; $m$ – фактор трения согласно закону трения Зибеля; $k$ – максимальное касательное напряжение в материале; $p$ – нормальное давление материала на стенку инструмента.

*– построение реологической модели материала заготовки диска*;

В силу того, что процесс протекает в изотермических условиях, реологическая модель вязко-пластичного материала с нелинейным упрочнением может быть определена уравнением [8, 14, 15]

$$\sigma_s = A\varepsilon^u \dot{\varepsilon}^z + \sigma_0, \tag{6}$$

где $\sigma_S$ – напряжение течения материала; $A$, $u$, $z$ – поправочные коэффициенты уравнения; $\varepsilon$ – накопленная деформация; $\sigma_0$ – предел текучести материала, $\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации.

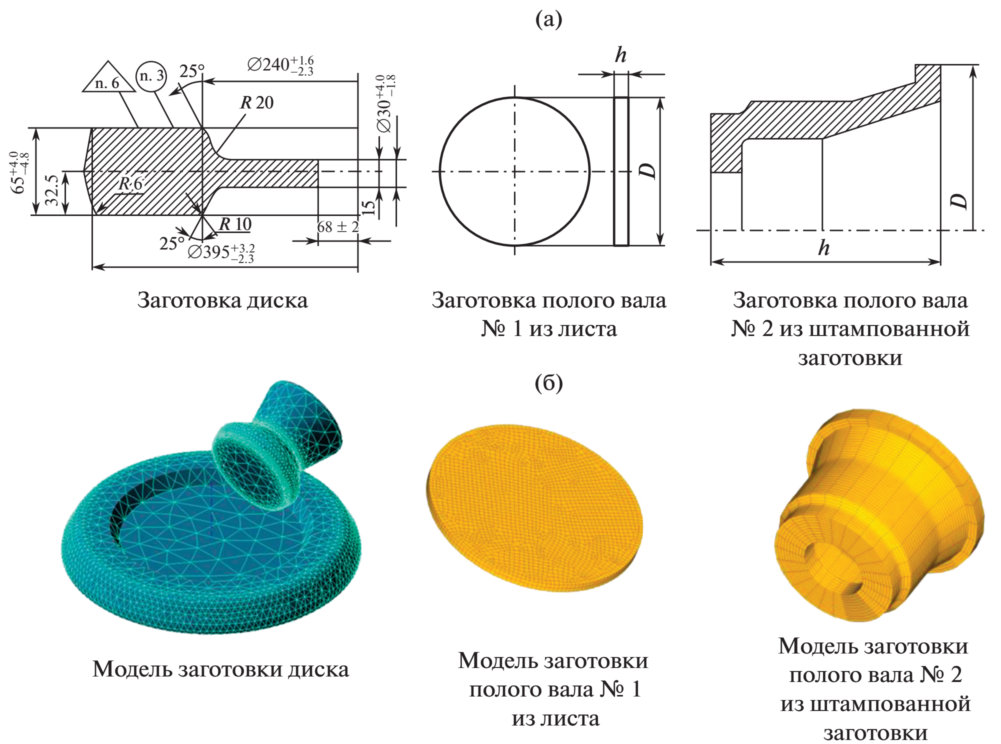


**Рис. 3.** Исходные заготовки и конечноэлементные модели заготовок для раскатки полых валов: (а) – заготовки: диска, полого вала № 1 из листа, полого вала № 2 из штампованной заготовки; (б) – модели заготовок: диска (11200 конечных элементов); полого вала № 1 (4200 конечных элементов), полого вала № 2 (11760 конечных элементов).

**Исходные данные для моделирования и материалы.** Для определения температурно-скоростных режимов деформации титанового сплава рассмотрен интервал рабочих температур 800–1000°C. Исследование реологических характеристик материала проводились при температурах ~900°C и ниже с целью определения влияния деформации на структурные параметры материала, обеспечения варьирования режимами деформирования для повышения эксплуатационных свойств раскатанной заготовки. Исследуемый скоростной интервал составлял $10^{-4}$–$10^{-1}$ с$^{-1}$, что соответствует скоростному интервалу сверхпластической деформации.

В исследованиях зависимости напряжения течения ($\sigma$) от скорости деформации ($\dot{\varepsilon}$) при различных температурах для титанового сплава ВТ9 с мелкозернистой структурой (средний размер зерна $d$ = 2.5–3 мкм) при $\dot{\varepsilon}$ равной $10^{-2}$ с$^{-1}$ оптимальная температура сверхпластической деформации равна 900°C [9, 10, 16] (табл. 1).

В табл. 2, 3 представлены данные для проведения моделирования диска из сплава ВТ9 и полых валов из сплавов ЭИ962-Ш, ЭК79. В качестве модели вала для расчетов была взята деталь из никелевого сплава ЭК79, эскиз которой приведен на рис. 3в.

Из этой модели, с учетом сохранения объема при раскатке, расчетом были определены форма и размеры заготовки (табл. 3).

**Таблица 1.** Данные зависимости напряжения текучести от скорости деформации сплава ВТ9 (размер зерна 2.5 мкм) при разных температурах

| Скорость деформации, $\dot{\bar{\varepsilon}}$, с$^{-1}$ | Температура, °С | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 850 | 900 | 950 | 1000 |
| | Напряжение текучести, МПа | | | |
| $1.3 \times 10^{-4}$ | 11 | 8 | 7 | 5 |
| $2.0 \times 10^{-3}$ | 28 | 17 | 14 | 10 |
| $2.8 \times 10^{-2}$ | 86 | 68 | 47 | 21 |

**Таблица 2.** Исходные данные для моделирования с учетом построенной реологической модели материала заготовки диска из сплава ВТ9

| Исходные данные | | Значение |
|---|---|---|
| Коэффициенты реологической модели | σ МПа | 23.8 |
| | $A$ | 175 |
| | $u$ | 0 |
| | $z$ | 0.32 |
| Температура заготовки | $T_{заг}$, °С | 950 |
| Скорость вращения пиноли | $\omega_п$, рад/сек | 0.10472 |
| Изменение скорости вращения формовочного ролика во времени $t$, сек | $\omega_ф$, рад/сек | 0.1972727 при $t = 0$<br>0.4323 при $t = 2340$ |
| Изменение скорости вращения выглаживающего ролика во времени $t$, сек | $\omega_в$, рад/сек | 0.2954545 при $t = 0$<br>0.649 при $t = 2340$ |
| Линейная скорость формовочного ролика | $V_ф$, мм/сек | 0.04167 |
| Линейная скорость выглаживающего ролика | $V_в$, мм/сек | 0.04167 |
| Фактор трения между заготовкой и инструментом | $m$ | 0.7 |
| Коэффициент трения между заготовкой и инструментом | μ | 0.15 |
| Размер шага по времени (процесс разбит на 11756 шагов) | $t_{шаг}$, сек/шаг | 0.2 |

При моделировании использованы данные аналогичного по химическому составу никелевого сплава FGH96. Кривая напряжения–деформация при различных температурах у сплава аналога такая же.

**Результаты моделирования и их обсуждение.** Анализ конечноэлементного моделирования позволил определить термомеханические и энергосиловые параметры, необходимые для раскатки осесимметричных деталей в условиях сверхпластичности при разработке технологии и оборудования. В результате моделирования получены графики зависимости сил деформирования на ролике-инструменте в процессе изотермической раскатки по ходу его перемещения от ступицы до периферии диска (т.е. отношение $R_i/R_0$, где $R_0$ – радиус диска в начале процесса раскатки, т.е. ступицы, $R_i$ – текущее значение радиуса раскатываемого диска) (рис. 4).

Как видно из графиков, силы и момент деформирования падают по мере увеличения диаметра заготовки в процессе изотермической вытяжки диаметр исходной заготовки с 400 мм увеличивается до 800 мм. Это связано с уменьшением пятна контакта между формовочным роликом и заготовкой, а также с уменьшением количества деформируемого металла заготовки в очаге деформации.

**Таблица 3.** Исходные данные для моделирования с учетом построенной реологической модели материала заготовок полых валов из сплавов ЭИ962-Ш и ЭК79

| Реологическая модель материала | | Значение для вала № 1 (материал ЭИ962) | Значение для вала № 2 (материал ЭК79) |
|---|---|---|---|
| Коэффициенты реологической модели | $\sigma_0$, МПа | 34 | 65 |
| | A | 76 | 180 |
| | u | 0 | 0 |
| | z | 0.16 | 0.15 |
| Инструмент: | Скорость | Вал № 1 | Вал № 2 |
| Оправка | Угловая (об/мин) | 60 | 10 |
| Ролик | Осевая линейная (мм/сек) | 1.17 | 0.15 |
| | Радиальная линейная (мм/сек) | 0.427 | 0 |

Для оценки адекватности построенной математической модели, приведены результаты экспериментальных данных [9], полученные при раскатке диска из сплава ВТ9 на раскатном стане АЛРД-800 ($F_o$ – сила в осевом направлении, $F_r$ – сила в радиальном направлении, $R_i/R_0$ – соотношение текущего и начального радиуса раскатки). Так, в процессе раскатки диска из сплава ВТ9 при соотношении $R_i/R_0 = 1.4$, сила деформирования в осевом направлении $F_o = 90$ кН, а в радиальном $F_r = 60$ кН [9].

Сравнительный анализ показал, что между результатами моделирования и экспериментом есть хорошая корреляция, что подтверждает корректность разработанной модели.

Полученные в результате математического моделирования графики (рис. 4) изменения силы деформирования в радиальном $F_r$ и осевом $F_o$ направлениях в зависимости от величины подачи за один оборот при различных скоростях вращения заготовки показывают, что при увеличении величины подачи ролика-инструмента силы деформирования существенно возрастают при увеличении скорости вращения заготовки.

В целом графики силы деформирования в осевом направлении, полученные в ходе моделирования (рис. 5), хорошо соотносятся с результатами эксперимента как качественно, так и количественно [11, 13]. Результаты математического моделирования

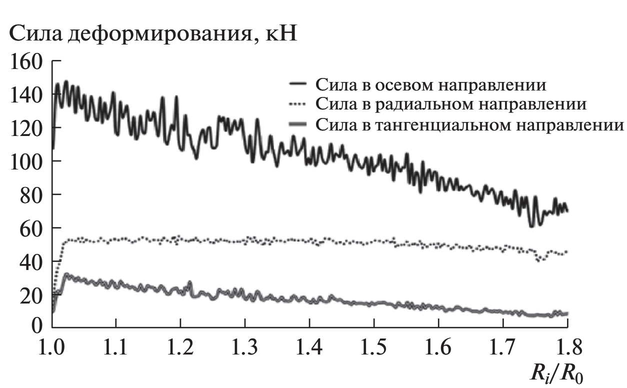


**Рис. 4.** Изменения сил деформирования на ролике в процессе раскатки диска.

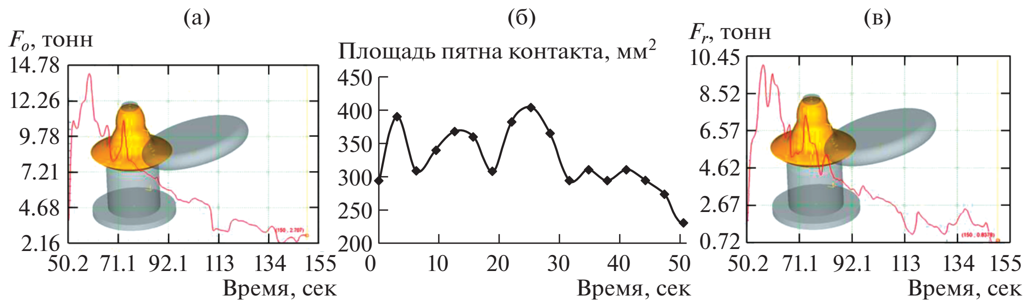


**Рис. 5.** График изменения силы при формообразовании вала № 1: (а) – $F_o$ в осевом направлении; (б) – изменения площади пятна контакта; (в) – $F_r$ в радиальном направлении.

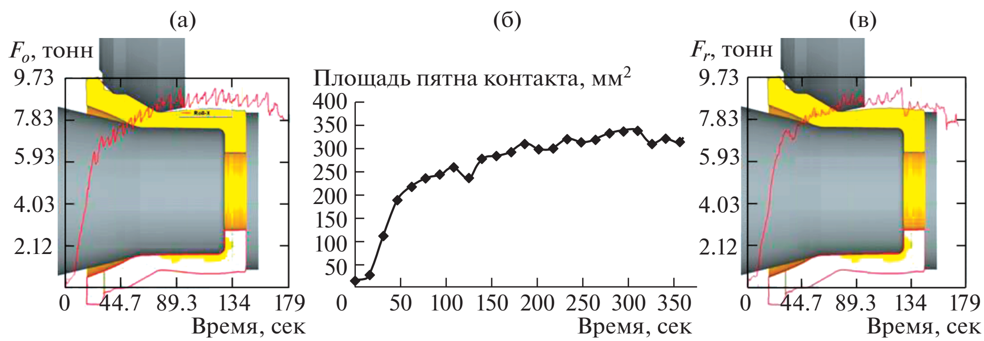


**Рис. 6.** График изменения силы при формообразовании вала № 2: (а) – $F_o$ в осевом направлении; (б) – график изменения площади пятна контакта; (в) – $F_r$ в радиальном направлении.

процесса раскатки полых валов представлены на рис. 5, 6 и показывают изменение величины силы деформации в осевом и радиальном направлении, изменение площади пятна контакта при формообразовании вала № 1 и № 2.

Результаты экспериментальных исследований, а также данные из литературных источников [6, 8, 13], показали, что с увеличением величины подачи ролика, наблюдается рост площади пятна контакта заготовки с роликом и повышение напряжения течения материала, поэтому увеличивается сила, которую необходимо приложить к ролику для формообразования вала. Раскатка проведена при температуре 1100°C со скоростью деформации $10^{-2}$ с$^{-1}$ (размер зерна 5–7 мкм).

Усилия, действующие на ролик в процессе раскатки вала № 2 из сплава ЭК79 [6] в осевом направлении составляют 6.5–8 тс, а в радиальном – 5.7–6.5 тс, что коррелирует с полученными в статье результатами (рис. 6а, в).

**Выводы.** 1. Разработана методика построения математической модели процесса изготовления осесимметричных деталей из жаропрочных сплавов методом локальной деформации в условиях сверхпластичности на примере раскатки дисков газотурбинных двигателей. Данная методика позволяет определять необходимые энергосиловые параметры при разработке технологии и проектировании оборудования для раскатки осесимметричных деталей из жаропрочных сплавов на основе титана и никеля. 2. Сравнение результатов экспериментальных исследований энергосиловых параметров технологического процесса с расчетными подтвердило адекватность математической модели и возможность ее использования для прогнозирования энергосиловых параметров технологического процесса, обеспечивающих заданную регламентированоизменяющуюся структуру жаропрочного сплава в условиях сверхпластической деформации при изготовлении деталей ГТД. 3. С использованием программного комплекса DEFORM-3D решена задача математического моделирования процесса формообразования полых валов в сверхпластических условиях. В результате многовариантного варьирования формой и размерами исходной заготовки, скоростью ее вращения, величиной подачи инструмента, температурой были получены технологические решения для реализации процесса формообразования полых валов из листа и штампованной заготовки в соответствии с требованиями повышения прочностных характеристик сплава и обеспечением заданных размеров деталей.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кайбышев О.А., Утяшев Ф.З.* Сверхпластичность, измельчение структуры и обработка труднодеформируемых сплавов. М.: Наука, 2002. 438 с.
2. *Утяшев Ф.З., Рааб И.Г.* Деформационные методы получения обработки ультрамелкозернистых и наноструктурных материалов. Уфа: Гилем, НИК Башк. энцикл., 2013. 376 с. ISBN: 978-5-88185-115-6.
3. *Sukhorukov R.Y., Sidorov A.A., Utyashev F.Z., Ibragimov A.R.* The determination of power characteristics of isothermal roll formation of critical parts of gas-turbine engines. Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2015 44(8). P. 737. https://doi.org/10.3103/S1052618815080075
4. *Utyashev F.Z., Sukhorukov R.U., Nazarov A.A., Potekaev A.I.* The Values of Strain Components and Their Role in Formation of Ultrafine-Grained and Nanosized Structure in Materials by Means of Severe Plastic Deformation. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Fizika, January, 2015. № 1. P. 64. https://doi.org/10.1007/s11182-015-0464-2
5. *Utyashev F., Mulyukov R., Sukhorukov R., Valitov V.* New technologies development and equipment for local shape-forming of the complicated parts made of heat-resistant alloys under superplastic deformation conditions. Materials Science Forum. 2016. 838–839, с. 615-620. 12th International Conference on Superplasticity in Advanced Materials, ICSAM 2015; Tokyo; Japan. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.838-839.615
6. *Утяшев Ф.З. и др.* Разработка научных основ высокоэффективной технологии и оборудования для изготовления в условиях сверхпластичности широкой номенклатуры полых валов газотурбинных двигателей из жаропрочных сплавов и сталей (Отчет о ПНИ, заключительный Этап № 5. Соглашение с Минобрнауки РФ № 14.604.21.0091 от 08 июля 2014 г. Номер государственной регистрации 114092270017 от 22.09.2014. Инв. АААА-Б17-217041770123-9 от 17.04.2017, 255 с.
7. *Shakhov R.V., Nagimov M.I., Mukhtarov Sh.Kh. , Utyashev F.Z., Sukhorukov R.U., Sidorov A.A.* Numerical simulation of superplastic roll-forming of a hollow shaft out of nickel-based superalloy. Materials physics and mechanics 2017. № 33. P. 171.
8. *Bewlay B.P., Gigliotti M.F.X., Utyashev F.Z., Kaibyshev O.A.* Super plastic roll forming of Ti alloys // Materials & Design. 2000. 21 (4). P. 287.
9. *Морозов С.В.* Силовые параметры при изотермической раскатке на автоматической линии АЛРД-800 // Ж. Проблемы машиностроения и автоматизации, 2014. № 1. С. 165.
10. *Li Q., Wu L., Li F., Liu T., Wang S., Wei Z., & Su C.* Experiments study on the rolling process for heavy disk // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2013. V. 65. Iss. 5–8. P. 1171.
11. *Oh S.I., Altan T.* Metal forming and the finite-element method. – Oxford University Press, 1989.
12. *Шитиков А.А.* Моделирование предварительного перехода при пневмоформовке в состоянии сверхпластичности // КШП ОМД. 2014. № 2. С. 34.

13. *Лопатин Н.В., Кудрявцев Е.А., Салищев Г.А.* Моделирование формообразования и эволюции структуры наноструктурного титанового сплава ВТ6 при изотермической формовке с использованием DEFORM 2D // Труды международного форума Инженерные системы. 2013. С. 191.
14. *Song X. et al.* Diametrical growth in the forward flow forming process: simulation, validation, and prediction // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. 2014. V. 71. № 1–4. P. 207.
15. *Anjami N., Basti A.* Investigation of rolls size effects on hot ring rolling process by coupled thermo-mechanical 3D-FEA // Journal of Materials Processing Technology. 2010. V. 210. Iss.10. P. 1364.
16. *Бурлаков И.А.* Влияние режимов раскатки на структуру и механические свойства дисков из сплава ВТ9 //Заготовительные производства в машиностроении. М. 2008. № 5. С. 21.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА, ДИАГНОСТИКА, ИСПЫТАНИЯ

*УДК 517.958: 539.3*

# К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА КОНСТРУКЦИЙ С ПОВРЕЖДЕНИЯМИ, ПОДВЕРГАЕМЫХ В ЭКСПЛУАТАЦИИ УДАРНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

**© 2020 г.**

**В. А. Петушков**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*
*e-mail: pva_imash@bk.ru*

Поступила в редакцию 04.06.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

Разработана методология математического моделирования предельных состояний машин и конструкций, подвергаемых квазистатическому эксплуатационному и ударному нагружению, с учетом возникновения больших (конечных) деформаций и деградации свойств материалов. В основе используемых математических моделей лежат известные результаты экспериментального изучения и современные представления мезомеханики о структуре, повреждаемости и нелинейных процессах вязкопластического деформирования и разрушения поликристаллических металлов в условиях высоких температур и скоростей нагружения. Представлены результаты моделирования предварительно нагруженной полосы с надрезом, расположенным в зоне соединения разнородных материалов, подвергаемой ударному воздействию. Подобные биметаллические соединения являются типичными для конструкций многих отраслей техники и требуют особого внимания в процессе эксплуатации. Показано влияние параметров квазистатического нагружения и деградации свойств материалов на волновые процессы деформирования и формирование важных для оценки ресурса предельных состояний.

*Ключевые слова:* мезомеханика, повреждаемость, ударные воздействия, трехмерные нелинейные процессы деформирования и разрушения, математическое моделирование, биметаллическое соединение, предельные состояния, оценка ресурса

**DOI:** 10.31857/S023571192002011X

Современная концепция прогнозирования безопасности и ресурса ответственных машин и конструкций, разрушение которых может привести к катастрофическим последствиям, предполагает наличие в их наиболее нагруженных зонах дефектов (трещин) с максимальными размерами, не обнаруживаемыми существующими методами контроля.

Такие дефекты могут возникать при изготовлении или со временем в результате эксплуатации. Потенциальными зонами для инициирования трещин являются локальные особенности в геометрии и структуре материалов, включая концентраторы напряжений, границы разнородных соединений и др., их распространение происходит вследствие циклического деформирования или зависящего от времени нагружения. Все последующие диагностика и оценки остаточного ресурса сводятся, таким образом, к прогнозированию роста трещин в этих зонах вплоть до катастрофического разрушения.

Динамические нагрузки: переходные, ударные или взрывные, обычно имеют уровни в десятки раз большие, чем любые другие в эксплуатации. Они являются причиной не контролируемого роста трещин в условиях ускоренного накопления и локализации повреждений, возникновения больших (конечных) деформаций, приводящих к бифуркации процессов деформирования и потере несущей способности. Последующие вибрации становятся важными только при повторяющихся в процессе эксплуатации подобных воздействиях [1, 2].

Процессы зарождения, роста и слияния повреждений в виде микропор, трещин и др. определяются скоростями и уровнями нелинейных деформаций и степенью объемности возникающих напряженных состояний [2]. Их изучение особенно актуально для оценки несущей способности и остаточного ресурса сосудов и трубопроводов под давлением в энергетике и химических производствах, газотурбинных двигателей и объектов аэрокосмической техники, транспорта и др., которые вместе с высокими эксплуатационными нагрузками могут подвергаться разнообразным динамическим воздействиям. С этой целью используются экспериментальные методы, включая методы неразрушающего контроля и испытания материалов. Однако их возможности оказываются весьма ограниченными из-за объемного характера и быстротечности указанных процессов. Более того, выполнение подобных исследований на натурных изделиях в целом ряде случаев невозможно из-за последствий разрушения или по экономическим соображениям.

Поэтому для изучения (и предсказания) поведения конструкций в экстремальных условиях нагружения наряду с экспериментальными методами широкое применение получили методы математического моделирования (вычислительный эксперимент), ориентированные на использование современных компьютерных технологий (рис. 1).

В этом случае появляется возможность анализа предельных состояний в конструкциях, которые подвергаются действию интенсивных физических полей различной природы для всех наиболее вероятных сценариев нагружения и разрушения, что особенно это актуально для задач нелинейной динамики конструкций со сложными во времени пространственными процессами деформирования [3] и др.

В настоящей статье, следуя рис. 1, приведены основные положения и результаты моделирования трехмерной неоднородной, предварительно нагруженной полосы с надрезом, расположенным в зоне соединения разнородных материалов, и подвергаемой ударному воздействию. Рассматриваемая задача актуальна для многих отраслей машиностроения, поскольку подобные соединения являются типичными в конструкциях и требуют особого внимания в процессе эксплуатации.

С учетом кинетики повреждаемости (деградации свойств) материалов среды изучено влияние начальных нагруженности и повреждений на ударные нелинейные процессы деформирования и разрушения, протекающие в полосе при конечных деформациях в условиях их стеснения. Полученные результаты направлены на обоснование и совершенствование существующих методов оценки ресурса и его продления.

**Постановка задачи нелинейного деформирования и разрушения.** Процессы неупругого деформирования и разрушения конструкционных поликристаллических металлов взаимосвязаны и протекают одновременно на различных уровнях их структуры [2, 5]. Многочисленные экспериментальные данные по температурному и скоростному деформированию таких материалов в большинстве случаев выявляют их высокую чувствительность, как к изменению температурных режимов, так и скоростей деформирования.

Квазистатические процессы деформирования большинства конструкций, находящихся в эксплуатации, обычно протекают при скоростях, не превышающих $10^{-4}$–$10^{-3}$ с$^{-1}$, с характерным временем нагружения, измеряемым часами. Тогда как динамические воздействия ограничиваются диапазоном скоростей деформирования от $\dot{\varepsilon} = 10^{-1}$ до $10^4$ с$^{-1}$. Этот диапазон представляет основной интерес при изучении предельных со-

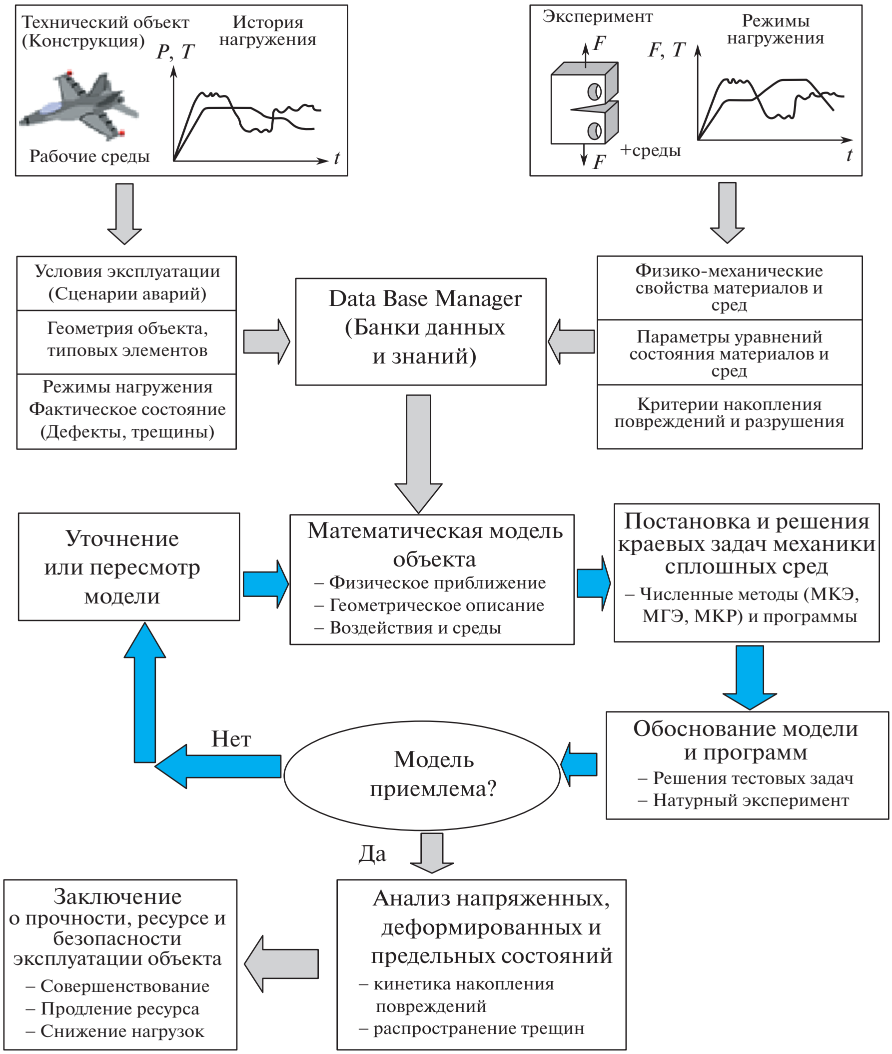


**Рис. 1.** Моделирование предельных состояний и прогнозирование ресурса.

стояний, оценке несущей способности и прогнозировании остаточного ресурса конструкций.

С подобными скоростями происходят процессы деформирования при землетрясениях и взрывах, или, например, в телах при скоростях соударения от 50 до 500 м/с, характерных для транспортных средств. Заметим, что продольное растяжение одномерного стержня со скоростью деформации $10^0$ с$^{-1}$ означает 100% изменение его длины в секунду.

Вязкостные эффекты деформирования с выраженными волновыми процессами деформирования и разрушения становятся существенными для скоростей от 10 с$^{-1}$, что соответствует скоростям соударения, не превышающим 1000 м/с. Характерное время нагружения и отклика конструкций в этом случае измеряется милли- или микросекундами.

При скоростях деформирования $10^4$ с$^{-1}$ и выше в деформируемых средах образуются ударные волны. Уровни напряжений на фронтах таких волн могут превосходить на порядок и более прочность материала, оказывается существенным переход от нормальных изотермических условий нагружения к адиабатическим.

Распространение волн в повреждаемой нелинейно-деформируемой среде сопровождается сложной картиной взаимодействия с отраженными волнами. Возникающие при этом напряженно-деформированные состояния и разрушение являются результатом повторяющихся процессов нагружения и разгрузки, образования и развития повреждений, обусловленных большими (конечными) деформациям, и деградации свойств материала.

Для моделирования таких процессов требуется математическое описание движения во времени деформируемой среды и связанного с ним состояния материала с учетом сложных траекторий нагружения и изменения свойств вследствие высоких температур и накопления повреждений. Математическая модель, объединяющая в себе описание диссипативных процессов нелинейного деформирования, повреждаемости и разрушения, должна удовлетворять основным принципам кинематики и термодинамики деформируемых сред и может быть представлена в следующем виде.

Пусть находящаяся в эксплуатации повреждаемая нелинейно-деформируемая поликристаллическая среда (конструкция, элемент конструкции) объема $V$ занимает в момент времени $t_r$ область $\Omega \subset R^3$, ограниченную поверхностью $S = S_\sigma \cup S_u$, $S_\sigma \cap S_u = \varnothing$, где $S_\sigma$ и $S_u$ части поверхности с заданными усилиями и смещениями соответственно, и $t_r \in (0, \tau^*]$, где $\tau^*$ – прогнозируемый срок службы конструкции или ее ресурс.

Для учета больших (конечных) деформаций область $\Omega$ будем рассматривать в качестве начальной конфигурации $k^0(\Omega)$ и на момент импульсного воздействия отнесем ее к декартовой системе координат $X^i$. Тогда любое движение (деформирование) среды относительно исходной конфигурации $k^0(\Omega)$ в любой произвольный момент времени $t > t_r$ определяется следующим непрерывным погружением $x^i = \varphi(X^i, t)$,

$$X^i \in k^0(\Omega), \quad k^0 : \Omega \Rightarrow R^3, \quad t \subset D_t = (t_r, \tau'), \tag{1}$$

где $x^i = x^i(X^k, t)$ – лагранжевы координаты рассматриваемой точки в деформированной среде и $\tau'$ – длительность ударного воздействия в субсекундном измерении. Здесь и далее используются соглашения, принятые в тензорном исчислении.

Поле деформаций среды задается вектором смещений ее частиц $u^i = u^i(X^k, t)$ и определяется в векторной форме как

$$u = x - X. \tag{2}$$

Мерой деформации является градиент $F$

$$F = \frac{\partial \varphi}{\partial X}(X, t), \quad F^T = \frac{\partial X}{\partial x}(x, t), \quad J = \det(F) > 0, \tag{3}$$

или с учетом (2)

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial X_j}, \tag{3a}$$

где $\delta_{ij}$ – символ Кронекера. Тензор конечных деформаций Грина определяется соотношением

$$E = \frac{1}{2}(F^T F - I), \tag{4}$$

или, принимая во внимание (3), запишем его компоненты $\varepsilon_{ij}$ в общепринятом виде

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + \nabla_i u_r \nabla_j u^r). \tag{4a}$$

Пространственный градиент скорости деформирования определяется соотношением

$$L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \dot{F}_{ik} F_{kj}^{-1} = D_{ij} + W_{ij},$$

где $v_i = \dot{x}_i(X^k, t)$ – скорость движения деформируемой среды; $D_{ij}$ и $W_{ij}$ соответствующие градиенты скорости растяжения и вращения, причем

$$D_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i v_j + \nabla_j v_i), \quad W_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i v_j - \nabla_j v_i). \tag{5}$$

Следовательно, тензор скорости (4) можно представить в виде

$$\dot{E} = \frac{1}{2}(\dot{F}^T F + F^T \dot{F}) = F^T D F. \tag{6}$$

Локальные напряжения, возникающие при деформировании среды, определяются вторым симметричным тензором Пиола–Кирхгофа

$$T_{ij} = J F_{ik}^{-1} \sigma_{kl} F_{jl}^{-1} = F_{ik}^{-1} \tau_{kl} F_{jl}^{-1}, \tag{7}$$

где $\sigma_{ij}$ – истинные напряжения Коши, $\tau_{kl} = J\sigma_{kl}$ – тензор напряжений Кирхгофа, при этом тензор $T$ относится к начальной конфигурации $k^0$ среды, а тензоры $\sigma$ и $\tau$ к текущей – $k^t$. Под скоростями напряжений далее будем понимать выражение с учетом (7), (5)

$$\tau_{jk} = \dot{\tau}_{jk} - \tau_{jr} W_{rk} - \tau_{kr} W_{rj}, \tag{7a}$$

где $\dot{\tau}_{jk}$ – полная производная напряжений по времени.

Уравнения, описывающие вязкопластическое деформирование среды, могут быть представлены в виде

$$\begin{gathered} \rho(x^i, t) J = \rho_0(X^i), \\ \tau_{jk,k} + \rho_0 b_j = \rho_0 \dot{v}_j, \\ \rho_0 c \dot{\theta} = -\nabla q + \kappa\tau : \dot{E} + \rho_0 h, \\ \rho\dot{\eta} + \nabla\frac{q}{\theta} - \rho\frac{r}{\theta} \geq 0; \quad \Omega \times D_t, \end{gathered} \tag{8}$$

где $\rho$ – плотность среды; $b$ – вектор массовых сил; $\theta$ – температура; $c_v$ – удельная теплоемкость; $h$ – плотность внутренних источников тепла; $q$ – вектор теплопередачи; $\kappa$ – числовой коэффициент; $\eta$ – энтропия системы. Направление процесса обмена энергией, в том числе с окружающей средой, определяется вторым законом термодинамики – неравенством Клаузиса–Дюгема (8).

Для адиабатических процессов доля $\kappa$ механической работы, обусловленной нелинейным деформированием и переходящей в тепло, составляет примерно 0.85. Скорость изменения абсолютной температуры $\dot{\theta}$ в каждой точке деформируемой среды в этом случае определяется выражением

$$\dot{\theta} = \kappa \tau_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} / \rho c_v. \tag{9}$$

При скоростях нелинейного деформирования порядка $10^4$ $c^{-1}$ и более уровни возникающих температур могут превышать 600°K и оказывают существенное влияние на разупрочнение среды.

Уравнения (8) должны быть дополнены краевыми условиями для рассматриваемой конструкции или ее отдельного элемента и соотношениями, определяющими поведение нелинейно деформируемой среды с переменной структурой.

В качестве начальных условий краевой задачи принимаются деформированная после предшествующего квазистатического нагружения конфигурация $\Omega_r$ и распределение скоростей $v_i(X^i, t)$ и смещений / или напряжений $\tau_{jk}(X^i, t)$ на ней в начальный момент времени $t_r = t_0 = 0$

$$\begin{gathered} u_i(X^i, t_0) = \hat{u}_i(X^i) \quad \text{и} \quad v_i(X^i, t_0) = v_i(X^i); \\ \text{или} \quad \tau_{jk}(X^i, 0) = \tau^0_{jk}(X^i) \quad \text{и} \quad v_i(X^i, t_0) = v_i(X^i), \quad X^i \in \Omega_r. \end{gathered} \tag{10}$$

Граничные условия Неймана и Дирихле для усилий и перемещений, соответственно, запишем

$$\begin{gathered} p_j = \tau_{jk} n_k = p^b_j(X^i, t) \quad \text{на} \quad S_\sigma \times D_t; \\ u_j = u^b_j(X^i, t) \quad \text{на} \quad S_u \times D_t, \end{gathered} \tag{11}$$

где $S_\sigma \cup S_u = S \subset \Omega_r$; $n_j$ – компонента вектора внешней нормали к поверхности $S$ в точке $X^i$. При наличии в области $\Omega_r$ внутренних известной формы границ $\Gamma$, обусловленных жестким соединением разнородных материалов или составных тел, условия (5) дополняются следующим

$$v^1_n = v^2_n, \quad \dot{p}^1_j = \dot{p}^2_j \quad \text{на} \quad \Gamma \times D_t, \tag{11a}$$

где цифрами 1, 2 обозначены тела (материалы), находящиеся по обе стороны от границы $\Gamma$, а $j = n, \tau_1, \tau_2$ – нормальное и касательные к ней направления.

**Математическая модель деформируемой среды.** Вязкое разрушение конструкционных металлов происходит в основном за счет зарождения, роста и слияния пор (рис. 2) и всегда сопровождается большими (конечными) пластическими деформациями.

Связанные с ними структурные изменения, выявляемые микроскопией уже на мезоуровне, зависят как от условий нагружения конструкции при прохождении в ней ударной волны, так и возникающих в ней напряженных и деформированных состояний (НДС).

В зависимости от объемности НДС рост микропор может происходить в условиях разряжения (кавитации) (рис. 2а) и/или сдвига с их удлинением (рис. 2б). Характеристикой объемности является показатель $\eta$, определяемый как

$$\eta = \sigma_m / \sigma_e,$$

где

$$\sigma_m = (1/3)\sigma_{jk}\delta_{jk} = -p, \tag{12}$$

– среднее напряжение, а

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2} S_{jk} S_{jk}\right)^{1/2} \tag{13}$$

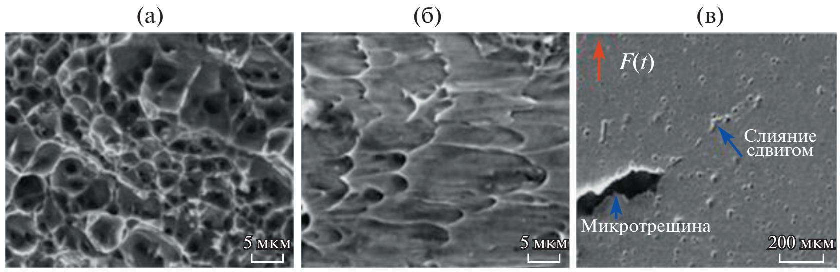


**Рис. 2.** Фрактография поверхностей излома образца: (а) – чашечки сферических пор; (б) – сдвиговые ямочные углубления; (в) – слияние микропор с образованием трещины.

– эквивалентное напряжение Мизеса. $p$ и $S_{jk} = \sigma_{jk} - \frac{1}{3}\sigma_{ll}\delta_{jk}$ – гидростатическое давление и девиатор тензора напряжений Коши соответственно.

Относительный объем выявляемых микропор часто принимается в качестве меры повреждаемости и используется для описания вязкого разрушения конструкционных металлов и деградации их свойств. Она определяется в каждый момент времени деформирования $t$ в виде скалярно-значимой функции $\xi = \xi(x^i, t)$ как $\xi = v_d/v$, где $v$ – элементарный объем среды в точке $x^i$, а $v_d$ – часть его, заполненная микропорами, $\xi \in [0,1]$.

В этом случае связь между поврежденным и неповрежденным состояниями деформируемой среды, например для тензора $\tau_{ij}$, определяется соотношением [6]

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}(1-\xi). \tag{14}$$

Кинетика и скорость деградации свойств материала, его разрушения определяются скоростью повреждаемости $\dot{\xi}(x^i, t)$, которая включает в себя скорости зарождения $\dot{\xi}_n$ и роста $\dot{\xi}_g$ микропор, т.е.

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_n + \dot{\xi}_g. \tag{15}$$

Уровни накапливаемых повреждений в любой точке $x^i$ материала вычисляются интегрированием этого уравнения по времени.

Образование новых микроповреждений (микропор) носит случайный характер, и повреждаемость за время $\Delta t$ может быть определена, например, как [7]

$$\begin{gathered}\xi(t+\Delta t) = 8\pi N^t R_n^3 \Delta t + \xi(t)\exp(3\Delta t(p-p_g)/4\lambda),\\ N^t\Big|_{p>p_0} = N_0^t \exp((p-p_n)/p_1); \quad N^t\Big|_{p\le p_0} = 0,\end{gathered} \tag{16}$$

где $p$ определено выше; $p_n$, $p_g$ – пороговое давление зарождения и роста микропор, соответственно; $R_n$ – параметр распределения размеров вновь образованных микропор; $\lambda$ – вязкость материала; $p_1$ и $N_0^t$ – параметр материала; $N^t$ – скоростная функция числа зарождающихся микропор. При этом начальный (исходный) уровень поврежденности материалов $\xi_0$ определяется существующими методами диагностики и испытаниями, в том числе так называемых образцов – свидетелей или темплетов для конструкций, находящихся в эксплуатации [8, 9].

Фактом вязкого кавитационного, по аналогии с жидкостью [10], разрушения, иначе исчерпания ресурса конструкции или ее элемента, является достижение предельного уровня повреждаемости $\xi_F$, который для большинства поликристаллических металлов находится в диапазоне от 0.18 до 0.30 [7].

При малых значениях показателя $\eta$ объемности НДС разрушение конструкции может происходить из-за локализации деформации, накопления и слияния сдвигом микроповреждений. Слияние микропор, приводящее к образованию трещины (рис. 2в) является следствием локальной потери устойчивости вязкопластического течения, которой способствует термическое разупрочнение материала [11, 12].

В этих случаях кавитационный процесс роста пор резко ограничивается локализацией пластических деформаций в узких полосах сдвига, образующихся из-за потери устойчивости (бифуркации) процесса деформирования под действием отраженных волн напряжения, термического разупрочнения металлов, наличия несовершенств и т.п. Размеры и направление полос локализации в конструкции зависят от параметров материала, ее геометрии и граничных условий, распределения нагрузки и скорости нагружения.

Моделирование подобных процессов сопряжено с вычислительными трудностями, связанными с устойчивостью и неоднозначностью получаемых решений. В общем случае необходимо учитывать нелокальные характеристики структуры материала. Однако для вязко-деформируемых сред таких проблем обычно не возникает, поскольку в них уже неявно присутствует масштаб характерного размера структуры, определяемый вязкостью и ограничивающий локализацию в динамических и квазистатических задачах [14].

В качестве критерия разрушения обычно используется соотношение между уровнем накапливаемых во времени вязкопластических деформаций $\varepsilon_e^{vp}$ и предельной при разрушении деформации $\varepsilon_F$, устанавливаемой экспериментально [11]

$$\xi_{sh} = \varepsilon_e^{vp}/\varepsilon_F \geq 1, \tag{17}$$

где $\varepsilon_e^{vp} = \left(\frac{2}{3} e_{jk}^{vp} e_{jk}^{vp}\right)^{1/2}$ — эквивалентная пластическая деформация; $\varepsilon_e^{vp} = \int_t \dot{\varepsilon}_e^{vp} dt$.

Определяющие соотношения для рассматриваемой нелинейно-деформируемой поликристаллической среды могут быть получены на основе термодинамических принципов с использованием законов сохранения энергии (8). Следуя требованиям к модели, в качестве основных параметров состояния среды примем эквивалентную вязкопластическую деформацию $\varepsilon_e^{vp}$, повреждаемость $\xi$, температуру $\theta$ и микронапряжения $\rho_{jk}$ для учета сложных траекторий деформирования и эффекта Баушингера. Приведем эти соотношения в окончательном виде. Их вывод, а также вычислительные аспекты моделирования подробно представлены [4].

Конечные деформации (6), зависящие от скорости деформирования, включают в себя упругие и вязко-нелинейные составляющие. Для установления их связи с напряжениями используем мультипликативное разложение градиента скорости конечных деформаций $F$ между конфигурациями $k^0$ и $k^1$ в следующем виде

$$F = F_e F_{vp} F_d, \tag{18}$$

где вместе с упругой $F_e$ и вязкопластической $F_{vp}$ включена дополнительная составляющая $F_d$, учитывающая изменение конфигурации вследствие повреждаемости. Суммарный якобиан деформации $J$ в (3), характеризующий объемную деформацию, определяется в этом случае с учетом допущения, что сжимаемость приходится только на долю повреждаемости.

Из разложения (18) следует искомое представление для тензора скоростей конечных деформаций

$$\dot{E} = \dot{E}^e + \dot{E}^{vpd} = \dot{E}^e + \dot{E}^{vp} + \dot{E}^d, \tag{19}$$

где $\dot{E}^e$, $\dot{E}^{vp}$ и $\dot{E}^d$ – соответственно упругие, вязкопластические и вязко-повреждаемые составляющие скорости деформации.

Процессы развития повреждений являются термодинамически необратимыми. Однако деформации непосредственно из-за повреждений могут частично или полностью восстанавливаться при разгрузке. Поэтому $\dot{E}^d$ полагаем состоящей из упруго-повреждаемой (обратимой) и вязкопластически повреждаемой (необратимой) скоростей деформации. Поскольку мерой скорости изменения объема является след $\varepsilon_{ii}$ тензора $\dot{E}$ и $\dot{J} = \dot{J}^d = \dfrac{\partial J^d}{\partial F_d}\dot{F}_d = J\dot{\varepsilon}^d$, где точка обозначает производную по времени в текущем состоянии, деформации за счет повреждаемости могут быть представлены в виде

$$\varepsilon^d = 1/J - 1. \tag{20}$$

Определяющие соотношения, устанавливающие связь между скоростями напряжений и деформаций, запишем в виде обобщенного закона Гука

$$\tau = C : (\dot{E} - \dot{E}^{vpd}) - \alpha\dot{\theta}I, \tag{21}$$

где тензор упругости $C = 2\mu I + \left(K - \frac{2}{3}\mu\right)I \otimes I = C(\xi, \theta)$, является функцией температуры и накопленных повреждений, $\alpha$ – коэффициент температурного расширения, $I$ – единичный тензор.

Компоненты тензора упругой деформации $\dot{\varepsilon}^e_{jk}$ могут быть представлены в виде шаровой и сдвиговой составляющих

$$\dot{\varepsilon}^e_{jk} = \dot{e}^e_{jk} + \dot{\varepsilon}\delta_{jk} = \frac{1}{2\mu}\dot{S}_{jk} + \frac{1}{3K}\dot{\sigma}_m, \tag{22}$$

где напряжения $\dot{S}_{jk}$ и $\dot{\sigma}_m$ определяются (12), (13). Выражения для объемного модуля $K$ и модуля сдвига $\mu$ с учетом повреждаемости, температуры и разупрочнения, приведены в [4].

При ударных воздействиях объемная деформация $\dot{\varepsilon}$ может быть очень большой и сопровождаться резким повышением температуры, в то время как сдвиговые деформации $\dot{e}^e_{jk}$ остаются малыми, ограниченными началом пластического течения. В этом случае зависимость среднего напряжения от объемных деформаций и температуры оказывается нелинейной и может быть представлена в виде следующего уравнения состояния

$$p = \rho_0\gamma_0 c_v \theta_n (1 + \varepsilon^d)^{\gamma_0 + 1}, \tag{23}$$

где $\theta_n = \theta_{n0}\exp[2a\varepsilon^d/(1 + \varepsilon^d)][1 + \varepsilon^d]^{2(\gamma_0 - a - 1/3)}$ и $\theta_{n0}$ выделяемая “адиабатическая” и начальная температура; $\gamma_0$ – коэффициент Грюнейзена, $a$ – параметр материала.

Компоненты тензора вязкопластических деформаций $\dot{E}^{vp}$ определяются как в [14]

$$\dot{\varepsilon}^{vp}_{ij} = \dot{\Lambda}\frac{\partial f}{\partial \tau_{ij}}, \tag{24}$$

где $\Lambda$ — множитель Лагранжа, $f$ — поверхность вязкопластической текучести с учетом повреждаемости $\xi$

$$f = \left(\frac{3}{2}J_2\right)^{1/2} - \Bbbk(\varepsilon_e^{vp}, \theta, \xi)[1 + (\lambda\dot{\varepsilon}_e^p)^{1/m}][1 - (\theta/\theta_m)^n] + nI_1^2\xi^2 \le 0, \tag{24a}$$

$\lambda$ — вязкость материала; $\Bbbk(\varepsilon_i^p, \theta, \xi) = \sigma_y^s(\varepsilon_e^p, \theta, \xi) + \sigma_y^r(\varepsilon_e^p, \theta, \xi)$ — изотропное упрочнение (или разупрочнение) материала; $\sigma_y^s = \sigma_y(\theta)(1-\xi)$ — статический вязкопластический предел текучести; $\sigma^r$ — $m$ и $n$ параметры материала; $\theta_m$ — температура плавления материала; $I_1 = \tau_{ii}$, $J_2 = \frac{1}{2}\hat{S}_{jk}\hat{S}_{jk}$, $\hat{S}_{jk} = S_{jk} - \rho_{jk}$; $\rho_{jk}$ — тензор микронапряжений, определяющий положение поверхности текучести во времени.

Условия нагружения и разгрузки нелинейно-деформируемой среды (условия Куна—Такера) могут быть записаны в виде

$$\dot{\Lambda} \ge 0, \quad f \le 0 \Leftrightarrow \dot{\Lambda}f = 0. \tag{25}$$

Обращаясь к схеме на рис. 1 отметим, что ключевой проблемой моделирования рассматриваемых сред, остается разработка простых методов идентификации параметров используемых моделей и уравнений их эволюции.

Пренебрегая инерционными силами и вязкостью материала, приведенные уравнения (8)—(11) и (21)—(24) могут быть использованы и для изучения квазистатических процессов деформирования и разрушения конструкций под действием эксплуатационных нагрузок, предшествующих ударным воздействиям или последующих за ними. В этом случае для любой переменной физического поля $g(x^i, t)$ справедливы соотношения

$$\dot{g}(x^i, t) = \partial g/\partial t = dg/dt \quad \text{и} \quad \Delta g = \dot{g}\Delta t, \tag{26}$$

а для прогнозирования остаточного ресурса должны быть использованы соответствующие модели формирования и накопления повреждений, которые определяются режимами эксплуатации и учитываются подобно (14)—(17). Полагая процессы высокоскоростного деформирования адиабатическими, решение нелинейной краевой задачи, записанной в локальной форме (8)—(11), (21)—(25) можно получить МКЭ с использованием явной разностной аппроксимации на временном слое $D_t = (t_r, \tau')$ [4].

В МКЭ, как обобщении метода Галеркина, вместо исходной краевой задачи (8)—(11) ставится в соответствие задача отыскания минимума функционала

$$u^0 = \inf_{u \in V} \Pi(u), \quad \forall t \in D_t,$$

где $V = \{u = (u_i, q) : u_i \in W_2^1(D)^3,\ q = L^2(D)^3;\ u|_{S_u} = u^*\}$ и $u^0$ — искомое решение; функционал $\Pi(u)$ — слабая форма представленных уравнений с краевыми условиями (8)—(10) на границе $S_u$; $u_i$ — вектор перемещений деформируемой среды с неоднородными граничными условиями.

**Результаты моделирования.** Следуя рис. 1, выполним трехмерный анализ высокоскоростных процессов нелинейного деформирования и разрушения пластины в виде биметаллического соединения с надрезом (трещиной) вблизи его границы под действием давления и внезапно приложенной ударной нагрузки (рис. 3). Подобные соединения конструктивно часто оказываются щелевыми, в них происходит более ин-

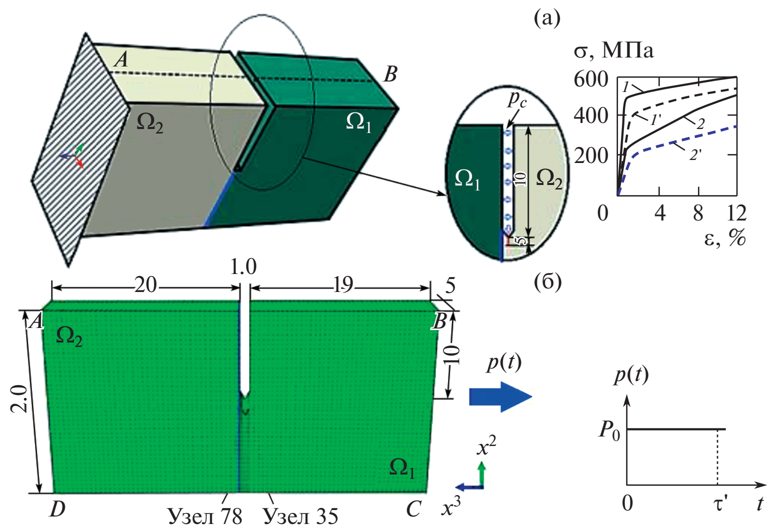


**Рис. 3.** Биметаллическая полоса с надрезом: (а) – геометрия, условия закрепления и диаграммы деформирования материалов для температур 20 и 320°С; (б) – расчетная схема МКЭ и ударная нагрузка.

тенсивная деградация свойств соединяемых материалов вследствие коррозии и водородного охрупчивания и велика вероятность образования трещин и разрушения.

Предлагаемые ниже результаты моделирования являются продолжением [15], где были подробно изучены особенности распространения нелинейных волн напряжения, формирования НДС и их кинетики с учетом влияния неоднородности свойств материалов и концентрации напряжений в подобных соединениях.

В рассматриваемом соединении используются конструкционные стали 15ХГН2МА и 0Х18Н10Т, которые заполняют соответственно области $\Omega_1$ и $\Omega_2$ (рис. 3). Их свойства с соотношением модулей Юнга $E_1/E_2 = 1.05$, коэффициентов Пуассона $\nu_1/\nu_2 = 0.91$, статических пределов текучести $\sigma_{02}^1/\sigma_{02}^2 = 1.95$, коэффициентов линейного расширения $\alpha_1/\alpha_2 = 0.69$, начальных плотностей $\rho_1/\rho_2 = 1.0$ приняты аналогичными [15]. Диаграммы деформирования материалов для возможного диапазона изменения температур также приведены на рис. 3а.

Выбранные стали широко применяются, например, в конструкциях реакторов ЯЭУ, другие их параметры, необходимые в соотношениях (23), (24), должны определяться из серии специально поставленных экспериментов [16]. Ниже мы воспользуемся значениями, приведенными в литературе для аналогичных по свойствам и применению зарубежных сталей [7, 16].

Разнородное соединение выполнено в виде полосы с надрезом вблизи границы соединения Г, рис. 3, с условиями контактного разрыва (11а). Комбинированное нагружение соединения включает в себя распределенное давление интенсивностью $p_c$ внутри надреза и ударное воздействие $p(t) = p_0 H(t)$, где $p_0 = 500$ МПа, и $H(t)$ – функция Хевисайда, по боковой кромке. Противоположная грань пластины полагается полностью закрепленной и с учетом симметрии рассматривается только 1/2 пластины относительно ее срединной плоскости ABCD.

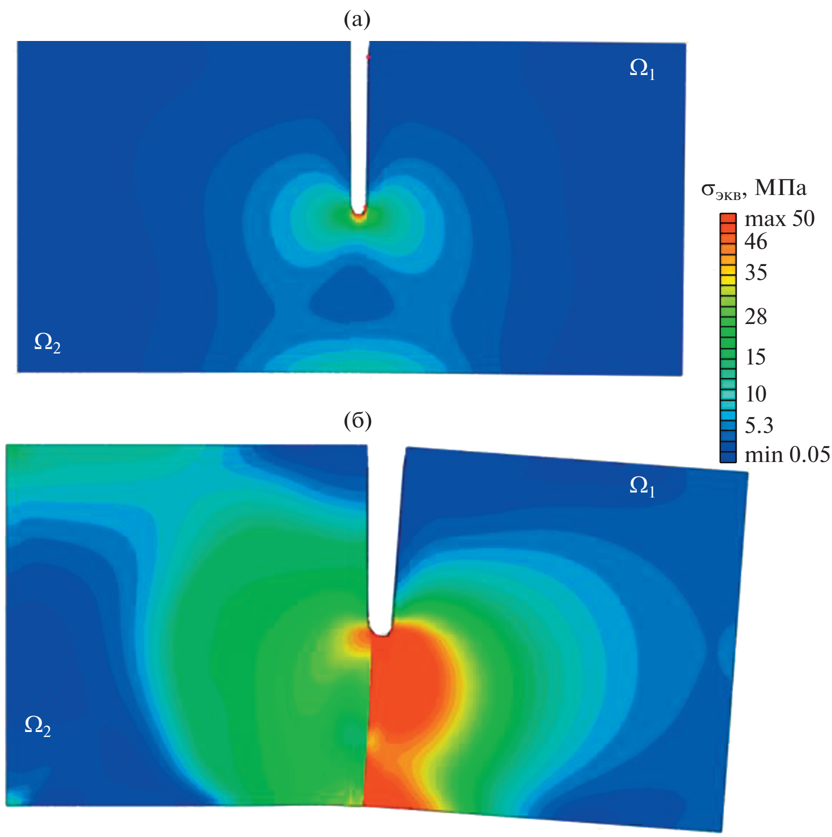


**Рис. 4.** Распределение эквивалентных напряжений в щелевом соединении с исходной поврежденностью материалов 0.04 под действием: (а) – только постоянного давления $p_c$ = 32 МПа; (б) – постоянного давления $p_c$ = 32 МПа и ударного нагружения в момент времени $t$ = 500 мкс.

В моделировании для описания геометрии и решения задачи использован МКЭ с объемными элементами и построением более подробной сетки в окрестности надреза, рис. 3б, а также явная схема интегрирования по времени с соблюдением известного условия Куранта. Как следует из ранее выполненного сравнительного анализа с МГЭ [15] при решении аналогичной задачи, такого приближения оказывается достаточным для соблюдения требуемых в моделировании точности и вычислительной устойчивости метода.

Вначале получено решение трехмерной задачи о предварительном нагружении поверхности надреза рассматриваемого соединения давлением $p_c$ величиной от 16 до 50 МПа. Результаты этого решения используются далее в качестве начальных условий (10) для изучения динамического отклика соединения в условиях возникновения конечных деформации (геометрическая нелинейность) и наличия повреждений, исходный уровень которых был принят равным 4%.

На рис. 4 приведены распределения зон эквивалентных напряжений при наличии только давления $p_c$ = 24 МПа на берегах надреза (рис. 4а) и комбинированного нагружения (рис. 4б). Следствием ударного воздействия, как следует из рис. 4, является

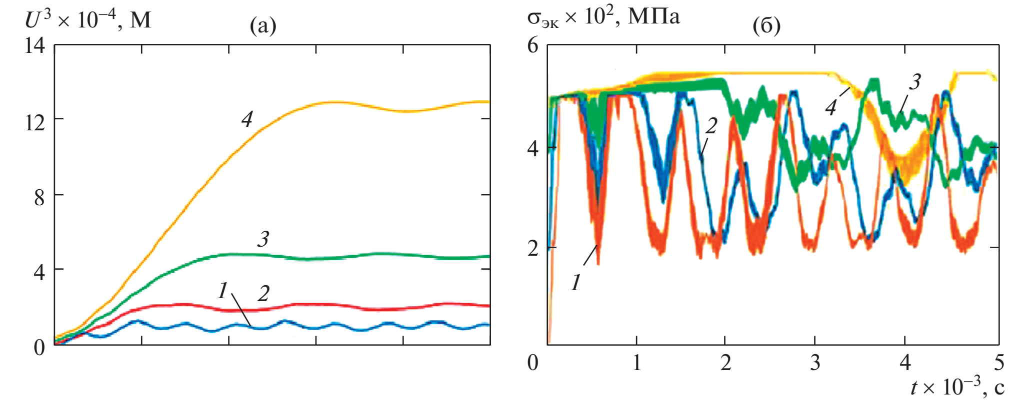


**Рис. 5.** Динамический отклик щелевого соединения без давления – *1*; при наличии давления в надрезе $p_c$ = 16 МПа – *2*; 32 МПа – *3*; 48 МПа – *4*: (а) – максимальное раскрытие берегов надреза; (б) – изменение напряжений в вершине надреза во времени.

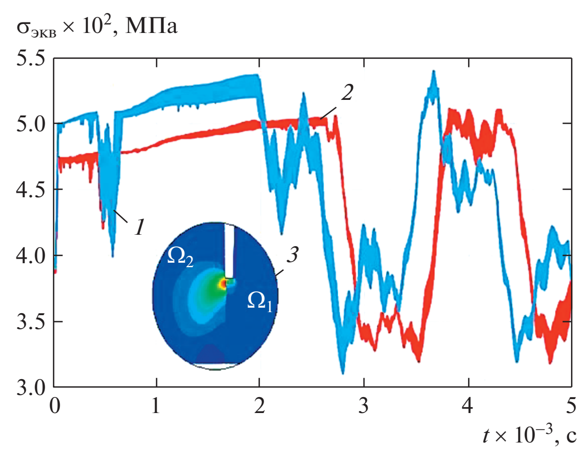


**Рис. 6.** Изменение эквивалентных напряжений в вершине надреза по времени при отсутствии – *1* и наличии начальных микроповреждений – *2*, характер распределения микронапряжений в окрестности надреза для момента времени $t$ = 500 мкс – *3*.

не только резкое возрастание уровней напряжений, но и заметное искажение геометрии полосы.

Роль статической составляющей в комбинированном нагружении особенно четко проявляется в изменении во времени максимального раскрытия надреза, рис. 5а, обычно используемого в качестве параметра разрушения, и распределения напряжений в наиболее нагруженной точке в его вершине, рис. 5б. Происходит резкое возрастание уровней смещения берегов надреза (трещины), меняются волновые картины распространения волн напряжений в его вершине.

При значениях давления $p_c \geq 48$ МПа происходит потеря несущей способности биметаллического соединения.

Наличие начальных повреждений ведет к изменению исходных свойств материалов, используемых в модели, изменяются и функции, входящие в уравнения течения (24). Как следует из рис. 6, предел текучести материала подобласти $\Omega_1$ изменяется от 500 МПа до 475 МПа, оказывается существенным влияние начальных микроповреждений на уровни и характер распространения волн напряжения в динамическом процессе деформирования щелевого соединения. На рис. 6 приведена представляющая интерес картина *3* – формирования зон поврежденности в окрестности надреза в результате ударного воздействия.

В направлении этих зон формируется поверхность разрушения, как это следует из известных результатов динамического испытания компактных образцов с надрезом [16]. При этом распределение поврежденности в материалах щелевого соединения находится в полном соответствии с распределением пластических деформаций в нем. Максимальные уровни повреждений достигаются на четверть толщины пластины от ее внешней боковой поверхности там же, где реализуются максимальные пластические деформации. К моменту времени $t = 5.0 \times 10^{-3}$ с они не превышают 10%.

**Заключение.** Как следует из представленных результатов, для обоснованного прогнозирования остаточного ресурса конструкций, находящихся в эксплуатации и подвергаемых ударному нагружению, необходимо располагать подробной информацией об их фактическом состоянии, уровне предшествующих нагружению накопленных повреждений и их влиянии на процессы высокоскоростного деформирования и разрушения во времени. Не менее важным оказывается учет влияния на эти процессы параметров эксплуатационного квазистатического нагружения, на фоне которого происходят указанные процессы. В этом случае можно успешно использовать принцип допускаемой повреждаемости или эксплуатации по фактическому состоянию, гарантирующий надежное функционирование машин и конструкций на протяжении всего срока их службы при наличии дефекта, трещины или другой формы повреждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lifetime-Oriented Structural Design Concepts, eds. Stangenberg F., Breitenbücher R., Bruhns O.T. Berlin, Springer-Verlag, 2009, 721 p.
2. *Ashby M.F., Jones D.R.H.* Engineering Materials 2. An Introduction to Microstructures, Processing and Design. Oxford, Elsevier, 2006, 451 p.
3. *Petushkov V.* Numerical simulation of high-velocity dynamics of the nonlinear deformation and failure of damaged medium // Math. Models and Comp. Simulations. 2010. V. 2. № 1. P. 76.
4. *Петушков В.А., Надарейшвили А.И.* Математическое моделирование деформирования и разрушения объемных тел при высокоскоростном ударном взаимодействии // Математическое моделирование. 2004. Т. 16. № 5. С. 17.
5. *Романов А.Н.* Структура и прочность конструкционных материалов. В. 4. М.: МЦНТИ. 1988. 155 с.
6. *Работнов Ю.Н.* Механизм длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5.
7. *Curran D.R., Seaman L., Shockey D.A.* Dynamic failure of solids // Phys. Reports 1987. V. 147. P. 253.
8. *Alves M.* Measurement of ductile material damage // Mechanics of Structures and Machines. 2001. 29. P. 451.
9. *Лебедев А.А., Чаусов Н.Г.* Новые методы оценки деградации механических свойств металла конструкций в процессе наработки. К.: Ин-т пробл. прочности им. Г.С. Писаренко НАНУ, 2004. 133 с.
10. *Петушков В. А.* Локальные течения повреждаемой деформируемой среды при ударных взаимодействиях с кавитирующей жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 3. С. 121.
11. *Aifantis E.* The Physics of Plastic Deformation // Int. J. Plasticity. 1987. V. 3. P. 211.

12. *Brunig A., Chyra O., Albrecht D. et al.* A ductile damage criterion at various stress triaxialities // International Journal of Plasticity 24 (2008) 1731.
13. *Петушков В.А.* Вязкопластическое течение и локализация деформаций в повреждаемой среде при ударных воздействиях // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ. 2009. Т. 2. В. 3. С. 336.
14. *Dornowski W., Perzyna P.* Numerical investigation of macro crack propagation along a bimaterial interface in adiabatic dynamic processes as a problem of micromechanics// Engng. Trans. 2006. 54. 4. P. 289.
15. *Петушков В.А.* Изучение переходных процессов в нелинейно-деформируемых средах на основе интегральных представлений и метода дискретных областей // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.- мат. науки, 2017. Т. 21. № 1. С. 137.
16. *Celentano D.J., Chaboche J.L.* 2007. Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels // Int. J. Plasticity, 23. 1739.

ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 2, с. 106–112

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА, ДИАГНОСТИКА, ИСПЫТАНИЯ

*УДК 531.395*

# МЕТОД АНАЛИЗА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ ПРИ ДИАГНОСТИКЕ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

**© 2020 г. Р. С. Ахметханов[1,*], Е. Ф. Дубинин[1,*]**

[1] *Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия*

**e-mail: mibsts@mail.ru*

Поступила в редакцию 28.05.2018 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

В статье приведен метод анализа диагностических акустических сигналов при обнаружении дефектов в композиционных материалах. При этом используется кратно-масштабное разложение акустического сигнала и определение информационной энтропии для его составляющих. Установлено, что при наличии малых дефектов распределение спектральной плотности мощности мало отличается от спектральной плотности мощности для бездефектной области. В качестве критерия для обнаружения дефекта выбран линейный коэффициент корреляции для векторов, составленных из информационных энтропий кратно-масштабных составляющих акустического сигнала.

*Ключевые слова:* акустический сигнал, спектральная плотность мощности, мультифрактальный анализ, кратно-масштабный вейвлет-анализ, коэффициент корреляции

**DOI:** 10.31857/S0235711920020030

Композиционные материалы в настоящее время очень широко применяются в промышленности. Авиация, ракетостроение, автомобилестроение, машиностроение, станкостроение, судостроение, военная техника, металлургия, химическая и нефтехимическая промышленность, медицина, ядерная энергетика, изготовление спортивного снаряжения – вот неполный перечень основных отраслей, где используются композиционные материалы.

Композиционные материалы (КМ) – это многокомпонентные материалы, состоящие из полимерной, металлической, углеродной, керамической или другой основы (матрицы), армированной наполнителями из волокон, нитевидных кристаллов или тонкодисперсных частиц и др.

По структуре наполнителя КМ подразделяют на: волокнистые (армированы волокнами и нитевидными кристаллами), слоистые (армированы пленками, пластинками, слоистыми наполнителями) и дисперсно-армированные или дисперсно-упрочненные (с наполнителем в виде тонкодисперсных частиц). Матрица в КМ обеспечивает монолитность материала, передачу и распределение напряжения в наполнителе, определяет тепло-, влаго-, огне- и химическую стойкость.

Все композиционные материалы обладают большим количеством положительных свойств, однако для них характерно примерно столько же отрицательных свойств, которые ограничивают их распространение. Среди них можно отметить наличие дефектов при производстве и появление дефектов в процессе эксплуатации, плохую повторяемость свойств композиционных материалов от образца к образцу, низкую ударную вязкость, что приводит к высокой повреждаемости изделий из композиционных материалов при эксплуатации, большой удельный объем, гигроскопичность и токсичность.

Все дефекты композиционных материалов делятся на два больших класса: 1) производственные дефекты, которые появляются в конструкциях либо в процессе их изготовления, либо в процессе изготовления составляющих материалов компонентов; 2) эксплуатационные повреждения, возникающие в процессе эксплуатации. Дефекты могут быть разделены на три группы: микро-, мини- и макродефекты [1].

При производстве композитов наиболее распространенными являются дефекты типа нарушения сплошности, к которым относятся: расслоения, непроклеи, трещины, воздушные или газовые раковины, инородные включения.

Кроме того, при производстве возможно появление дефектов на уровне микроструктуры: поры, отклонения от типового соотношения объема матрицы и объема армирующего материала, неудовлетворительная степень отверждения связующего компонента, неправильная ориентация волокон, складки, свили, поверхностные вмятины и царапины и т.п., вблизи которых прочность материала существенно снижается.

Дефекты полимерных композитных материалов (ПКМ) различаются [2]: 1) по стадии образования (при изготовлении, хранении, транспортировке или эксплуатации); 2) по глубине расположения (поверхностные или внутренние); 3) по раскрытию; 4) по размерам (макродефекты – размером свыше 60–100 мкм и микродефекты – размером до 60–100 мкм).

Приведем несколько примеров диагностики с помощью акустического метода. В работе [3] рассмотрено применение метода акустической диагностики бензинового двигателя по структуре интегрального спектра, который позволяет сделать вывод о наличии дефекта. Полученные в работе результаты говорят об однозначности соответствия структуры спектра и дефекта двигателя.

В информационном сообщении ИПФ РАН (Отделение гидрофизики и гидроакустики) [4] отмечается, что наличие даже очень малых концентраций высокосжимаемых дефектов (например, трещин) приводит к сильному увеличению нелинейности материала при практически неизменной величине линейных упругих модулей, что можно использовать для раннего обнаружения дефектов в инженерных конструкциях. Приводится пример промышленного приложения этих результатов при диагностике трещинообразования в осях железнодорожных колесных пар.

В работе [5] приведены результаты вибрационной и акустической диагностики турбогенератора. Методы, использованные в работе, основаны на обработке вибрационных и акустических сигналов во временной и частотной области. С помощью этих методов проверяется техническое состояние турбокомпрессоров (роторов и подшипников) без остановки агрегата.

В работе [6] рассматриваются наиболее опасные недостатки полимерных композиционных материалов – низкая матричная полимеризация и неоднородность состава на протяжении всего объема или значительной части изделия. Кроме того, исследовались зоны чрезмерной пористости или более низкой плотности, неправильная ориентация волокон (погнутость волокон в плоскостях слоя). Эти дефекты были обнаружены с помощью метода диагностики на основе корреляции между диагностическими параметрами и искомыми свойствами. Были использованы акустические свойства материалов (коэффициент передачи и демпфирования ультразвуковых колебаний в материале), их физико-механические свойства (плотность, пористость, эластичность и прочностные свойства).

В статье отмечено, что применение лазера для возбуждения ультразвука в испытываемых деталях и конструкциях открывает новые возможности для диагностики полимерного композита, определения физико-механических свойств материала путем возбуждения мощных широкополосных импульсов с характеристиками, недостижимыми

**Рис.1.** Образец, изготовленный из композиционного материала.

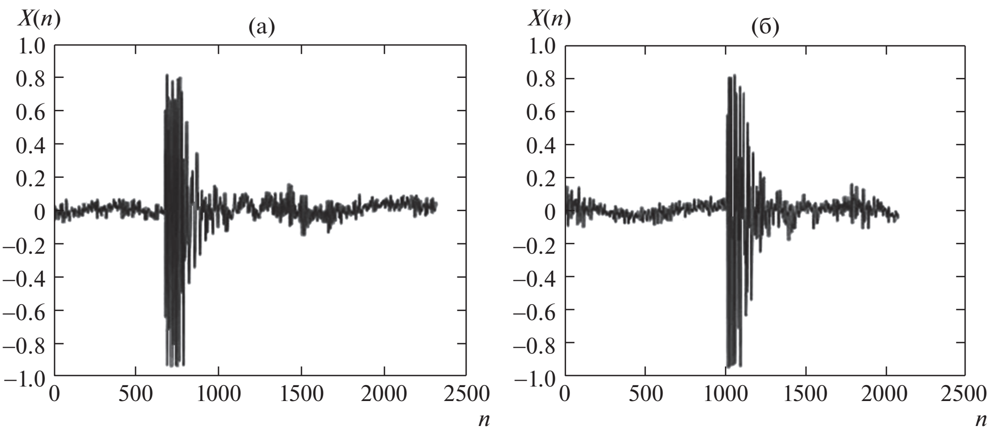


**Рис. 2.** Акустический отклик в бездефектной (а) и дефектной зоне (б).

при использовании обычных пьезоэлектрических преобразователей. А спектральный анализ сигналов и информация о структуре и свойствах материала позволяет повысить точность диагностики.

Цель статьи – исследование особенностей акустических сигналов при диагностике и обнаружении дефектов в композиционных материалах, определение наиболее чувствительных числовых параметров, зависящих от наличия дефектов.

В экспериментах по диагностике повреждений в композиционных материалах использовался дефектоскоп низкочастотный акустический АД-701, предназначенный для неразрушающего контроля многослойных конструкций и изделий из слоистых пластиков, как в условиях производства, так и при эксплуатации. Этот дефектоскоп использует два низкочастотных акустических метода неразрушающего контроля: 1) локальный метод свободных колебаний; 2) импульсный импедансный метод с использованием раздельно-совмещенного и совмещенного преобразователя.

В исследованиях по обнаружению дефектов использовался образец из композиционного материала с дефектом типа “непроклей”. На образец воздействовали с помощью штатного датчика ПС-101, который используется в локальном методе свободных колебаний. Акустический сигнал записывался на микрофон и обрабатывался с помощью программ МАТЛАБ и ImageJ.

Исследуемый образец приведен на рис. 1. В этом образце исследовались две области: бездефектная и дефектная. Визуальный анализ акустических сигналов $X(n)$ показывает, что они отличаются незначительно (рис. 2).

По полученным из экспериментов данным были определены распределения спектральной плотности мощности $S(f)$ (СПМ) акустических записей, которые приведены на рис. 3.

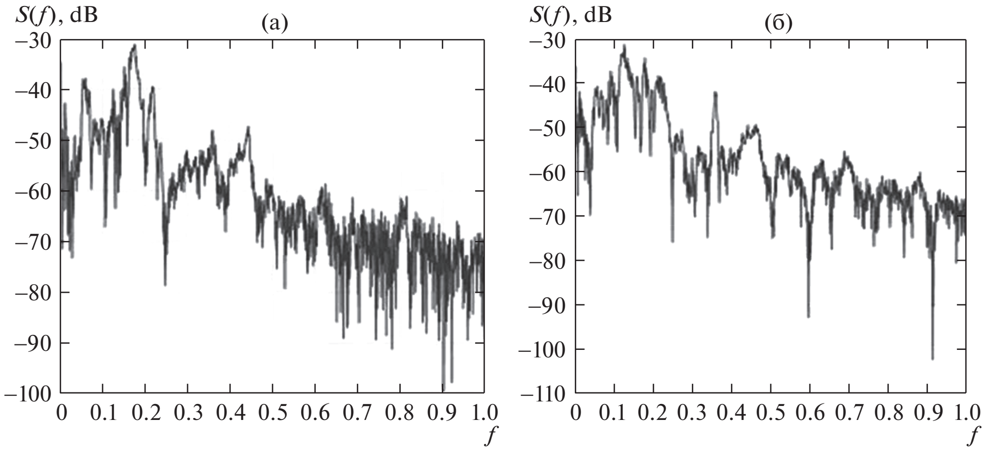


**Рис. 3.** Распределения спектральной плотности мощности кустических сигналов, определенных в бездефектной (а) и дефектной (б) области образца.

Т.к. данные при определении распределения спектральной плотности мощности вводились без интервала дискретизации сигнала, частотная координата представлена в нормализованном виде. Видны небольшие отличия в распределении спектральной плотности мощности акустических сигналов (рис. 3). Если рассматривать их гистограммы, то они характеризуются распределением с длинными хвостами, что характерно для мультифрактального распределения [7].

Монофрактальные и мультифрактальные динамические процессы отличаются характером распределений спектральной плотности мощности. Если при монофрактальном процессе распределение спектральной плотности мощности можно описать функцией, зависящей от частоты $f$ виде – $S(f) \sim f^{-\beta}$, где $\beta$ является константой, то в случае мультифрактального процесса СПМ описываются более сложной зависимостью.

Рассмотрим их мультифрактальные спектры. Мультифракталы – это неоднородные фрактальные объекты, для полного описания которых, в отличие от обычных фракталов, недостаточно введения всего лишь одной величины, его фрактальной размерности $D$, а необходим целый спектр таких размерностей, число которых бесконечно. Причина этого заключается в том, что наряду с чисто геометрическими характеристиками, определяемыми размерностью $D$, такие фракталы обладают еще одним важным свойством – распределением по своему геометрическому носителю некоторой меры – $p_i$. В качестве такой меры может выступать практически что угодно: плотность населения, концентрация вещества, намагниченность, энергия или яркость пиксела. Важно, что мера распределена по мультифракталу неравномерно, но самоподобно.

Мультифрактальность процесса обычно представляется мультифрактальным спектром (спектр сингулярности) $f(\alpha)$. Мультифрактальные спектры характеризуются шириной спектра, асимметрией, кривизной. Увеличение ширины спектра соответствует неравномерности меры.

Мультифрактальный спектр (сингулярностей) $f(\alpha)$ характеризует зависимость числа элементов покрытия $N_\alpha$ с различными масштабами $\varepsilon$, соответствующих точкам с экспонентой сингулярности, равной некоторому значению $\alpha$

$$N_\alpha(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-f(\alpha)}.$$

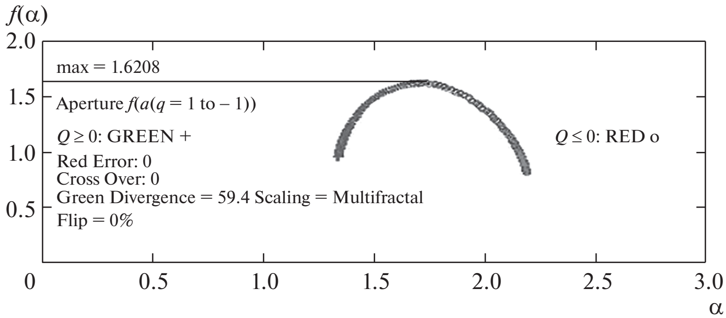


**Рис. 4.** Мультифрактальный спектр для бездефектной зоны.

По смыслу величина $f(\alpha)$ при условии $\alpha = \text{const}$ соответствует размерности Хаусдорфа. В случае равномерного распределения меры на множестве спектр сингулярностей представляет собой единственную точку на плоскости $(\alpha, f)$, что соответствует монофрактальному процессу. При неравномерном распределении меры функция $f(\alpha)$ имеет более сложный (колоколообразный) вид.

На рис. 4 представлен мультифрактальный спектр для акустического сигнала в бездефектной зоне (программа ImageJ), который был определен по скелетному спектру этих сигналов (программа МАТЛАБ).

Т.к. СПМ акустических сигналов были схожи визуально, то и их мультифрактальные спектры похожи, с той разницей, что для бездефектной зоны фрактальная размерность определена значением 1.6208 (максимальная точка на мультифрактальном спектре), а для дефектной области величиной 1.6469.

Чтобы найти характерные отличия акустических сигналов, рассмотрим их с помощью кратно-масштабного вейвлет-анализа [8].

Имея вейвлет-преобразование, можно оценить глобальную и локальную энергию или энергии частотных составляющих, а также можно оценить информационную энтропию кратно-масштабных составляющих сигнала [8, 9]. Кратно-масштабный анализ (КМА) обладает целым рядом полезных свойств, главным из которых является возможность выделения из исходного сигнала его деталей различных масштабов. Коэффициенты вейвлет-преобразования вскрывают структуру сигнала на разных масштабах и в разных временных точках.

Кратно-масштабным анализом называется описание пространства $L^2(R)$ через иерархически вложенные подпространства $V_m$, которые не пересекаются, и объединение которых дает в пределе все $L^2(R)$. Размеры подпространств непрерывно расширяются по мере роста значения $m$, а объединение всех подпространств в пределе дает пространство $L^2(R)$.

Для достижения поставленной цели с использованием пакетного вейвлет-преобразования для получения наилучшей структуры вейвлет-дерева разложения используем критерий минимального значения энтропии Шеннона. При этом получим дерево со значениями информационной энтропии.

Информационная двоичная энтропия для независимых случайных событий $x$ с возможными $n$ состояниями, распределенных с вероятностями $p_i$ $(i = 1, \ldots, n)$, рассчитывается по формуле

$$H(x) = -\sum_{i}^{n} p_i \log_2(p_i).$$

**Таблица 1.** Распределения энтропии диагностического акустического сигнала по частотным составляющим для бездефектной и дефектной области образца

| Зона образца | $H(S)$ | $H(A_1)$ | $P(D_1)$ | $H(A_2)$ | $H(D_2)$ | $H(A_3)$ | $H(D_3)$ | $H_{sum}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Область без дефекта X | 57.65 | 22.777 | **7.025** | 2.8628 | **10.047** | **3.172** | **4.239** | 24.385 |
| Область дефекта Y | 60.57 | 30.948 | **9.468** | 13.719 | **11.679** | **14.524** | **8.886** | 44.557 |

Эта величина называется средней энтропией сообщения. Величина $H = -p_j \log_2(p_j)$ называется *частной энтропией*, характеризующей только $j$-е состояние.

Таким образом, энтропия события $x$ является суммой с противоположным знаком всех произведений относительных частот появления события $i$, умноженных на их же двоичные логарифмы (основание 2 выбрано только для удобства работы с информацией, представленной в двоичной форме).

В случае определения информационной энтропии акустического сигнала определяется вероятность амплитудного значения

$$p_j = \frac{N_j}{N},$$

где $N$ — общее число рассматриваемых событий, $N_j$ — число $j$-х событий.

Акустический сигнал разлагается на кратно-масштабные составляющие (вейвлет-дерево)

$$S = A_1 + D_1 = A_2 + D_2 + D_1 = A_3 + D_3 + D_2 + D_1, \tag{1}$$

где $A_i$ — $i$-я аппроксимирующая составляющая сигнала, $D_i$ — $i$-я детализирующая составляющая сигнала.

В табл. 1 приведены распределения информационной энтропии акустических сигналов по кратно-масштабным составляющим (аппроксимирующим $A_i$ и детализирующим $D_i$) для бездефектной и дефектной области образца (использовалась ненормализованная форма информационной энтропии Шеннона) [10].

В области дефекта информационная энтропия для акустического сигнала $H(S)$ выше, чем в области без дефекта. И суммарная энтропия кратно-масштабных составляющих $H_{sum}$ также больше для области с дефектом (суммировались значения выделенным жирным шрифтом в соответствии с выражением (1)). При этом в области дефекта акустический сигнал имеет увеличение информационной энтропии по всем аппроксимирующим и детализирующим кратно-масштабным составляющим.

Проведенные исследования показали незначительные отличия в распределениях спектральной плотности акустического сигнала в бездефектных и дефектных зонах. Полученные данные по фрактальным и мультифрактальным оценкам вейвлет-спектров акустических сигналов также показали близость их характеристик. Наиболее чувствительные отличия получены при оценке информационной энтропии акустических сигналов, наиболее значительные расхождения — в информационных энтропиях кратно-масштабных детализирующих и аппроксимирующих составляющих акустических сигналов.

Таким образом, при акустической диагностике композиционных материалов методом собственных колебаний наиболее чувствительным из методов оказался кратно-масштабный вейвлет-анализ с определением информационной энтропии составляющих. В этом случае критерием обнаружения дефекта по акустическому сигналу может быть линейный коэффициент корреляции $r_{XY}$ между векторами $X$ и $Y$, составленными из значений информационной энтропии

$$r_{XY} = \frac{\mathrm{Cov}\,\mathrm{XY}}{\sigma_X \sigma_Y},$$

где CovXY – корреляционный момент; $\sigma_X$, $\sigma_Y$ – среднеквадратические отклонения.

Кратно-масштабным вейвлет-разложением акустических сигналов получили два вектора $X$ = (7.025 10.047 3.172 4.239) и $Y$ = (9.468 11.679 14.528 8.886) для бездефектной и дефектной области. В этом случае коэффициент корреляции этих двух акустических сигналов равен 0.418.

Таким образом, акустические сигналы слабо коррелированы между собой, и линейный коэффициент корреляции может служить хорошим критерием обнаружения малых дефектов в композиционных материалах.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 14-19-00776-П).

## КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Троицкий В.А., Карманов М.Н., Троицкая Н.В.* Неразрушающий контроль качества композиционных материалов // Техническая диагностика и неразрушающий контроль. 2014. № 3. С. 29.

2. *Мурашов В.В., Румянцев А.Ф.* Дефекты монолитных деталей и многослойных конструкций из полимерных композиционных материалов и методы их выявления. https://viam.ru/public/files/2008/2006-204706.pdf (дата обращения 28.03.2018).

3. *Горбачев А.А.* Диагностика двигателя внутреннего сгорания автомобиля по акустическому излучению двигателя // Теория и практика современной науки. 2016. № 6 (12).

4. *Tomasz Lus.* Vibro-acoustic methods in marine diesel engines diagnostics // Journal of KONES Powertrain and Transport. 2011. V. 18. №. 3. P. 203.

5. *Kablov E., Murashov V., Rumyantsev A.* Diagnostics of polymer composites by acoustic methods // ISSN 1392-2114 ULTRAGARSAS. 2006. № 2 (59).

6. *Ахметханов Р.С.* Особенности распределений спектральной плотности мощности фрактальных и мульти-фрактальных процессов // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 3. С. 37.

7. *Ахметханов Р.С.* Применение вейвлет-преобразований для анализа одно-, двух- и трехмерных массивов данных // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 5. С. 112–119.

8. *Ахметханов Р.С.* Применение теории фракталов и вейвлет-анализа для выявления особенностей временных рядов при диагностике систем //Вестник научно-технического развития. 2009. № 1. С. 26.

9. *Michel Misiti, Yves Misiti, Georges Oppenheim.* Wavelet Toolbox User's MathWorks, Inc., 1996. 626 p.