

СОДЕРЖАНИЕ

Том 65, номер 7, 2020

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Математическая модель разделения эллиптически поляризованной волны в анизотропных фотонных кристаллах на *TE*- и *TM*-волны

К. А. Вытовтов, Е. А. Барабанова, В. М. Вишнеvский, Ю. А. Максименко 627

Аналитический метод исследования необыкновенной волны в одномерном анизотропном фотонном кристалле

К. А. Вытовтов, Е. А. Барабанова, В. М. Вишнеvский, Ю. А. Максименко 636

Решение задачи дифракции на плоском экране, расположенном в плоскостой среде, с помощью метода продолженных граничных условий

А. Г. Кюркчан, С. А. Маненков 644

Искусственный диэлектрик на основе проводящих квадратов с резистивными перемычками

В. И. Пономаренко, И. М. Лагунов 653

Лучевая направленность излучения метачастиц импульсных волновых полей

В. В. Шевченко 656

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

Повышение эффективности восстановления температурно-влажностных профилей облачной атмосферы по данным спутниковых сверхвысокочастотных спектрометров

В. П. Саворский, Б. Г. Кутуза, А. Б. Аквилонова, И. Н. Кибардина, О. Ю. Панова, М. В. Данилычев, С. В. Широков 658

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Перестраиваемый акустооптический фильтр для спектральных диапазонов 450...900 нм и 900...1700 нм

В. И. Батшев, А. С. Мачихин, А. Б. Козлов, С. В. Боритко, М. О. Шарикова, А. В. Карандин, В. Э. Пожар, В. А. Ломонов 667

Метод визуализации кровеносных сосудов в коже человека на основе видеорегистрации кровотока с использованием лапароскопа

М. В. Волков, Н. Б. Маргаряни, А. В. Потемкин, А. С. Мачихин, Д. Д. Хохлов, В. И. Батшев, И. В. Данилычева, М. В. Данилычев 674

Распознавание антропогенных 3D-объектов на подстилающей поверхности методами интеллектуального анализа поляризационной матрицы рассеяния

А. Б. Борзов, Л. В. Лабунец, Г. Л. Павлов, В. Б. Сучков, А. Ю. Перов 684

Методика расчета параметров надежности системы цифрового телевидения стандарта DVB-T2 на типовой передающей станции

О. В. Тиссен, А. И. Ливашвили 695

К вопросу построения систем распознавания объектов многоканальными комплексами зондирования на основе нейронных сетей и фрактальных сигнатур

Н. С. Акиншин, А. А. Потапов, Р. П. Быстров, О. В. Есиков, А. И. Чернышков 705

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС В РАДИОФИЗИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

Траектории зарядов в цилиндрическом пучке с учетом переменной магнитной индукции и вихревых электрических полей

В. Б. Байбурин, А. С. Розов, В. П. Мещанов, С. Л. Чернышев

714

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

Исследование динамических процессов в биологических системах методами акустооптической видеоспектрометрии

*А. Б. Бурлаков, Д. Д. Хохлов, А. С. Мачихин, С. А. Титов,
В. А. Ломонов, А. В. Виноградов*

717

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Природа токов, индуцированных изменениями параметров образца.
Емкостные и неемкостные токи

С. Г. Дмитриев

725

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874;537.877;512.643.2;001.891.572

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗДЕЛЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ НА *TE*- И *TM*-ВОЛНЫ¹

© 2020 г. К. А. Выговтов^{a, b, *}, Е. А. Барабанова^{a, b}, В. М. Вишневский^b, Ю. А. Максименко^a^aАстраханский государственный технический университет,
ул. Татищева, 16, Астрахань, 414056 Российская Федерация^bИнститут проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
ул. Профсоюзная, 65, Москва, 117342 Российская Федерация

*E-mail: vyovtov_konstan@mail.ru

Поступила в редакцию 09.09.2019 г.

После доработки 26.09.2019 г.

Принята к публикации 21.10.2019 г.

Рассмотрен одномерный анизотропный фотонный кристалл. Построена математическая модель, разделяющая волну эллиптической поляризации на волны *TE*- и *TM*-типа. Найдена матрица преобразования для периодической структуры с произвольным числом слоев в периоде в виде блочной диагональной матрицы. Найдена матрица преобразования для произвольного числа периодов структуры с анизотропными слоями. Найдены дисперсионные отношения, определяющие границы разрешенных зон.

DOI: 10.31857/S0033849420070153

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача изучения фотонных кристаллов является актуальной в течение многих десятилетий [1–10]. В этом направлении решаются как линейные, так и нелинейные задачи. И наибольшее внимание привлекают именно нелинейные задачи [4, 5], а последнее время и такие задачи, как исследование графеновых пленок [6] и т.д.

Однако на сегодняшний день не все линейные задачи решены, несмотря на их практическую значимость. Более того, решение линейных задач зачастую является нулевым приближением и для задач нелинейных.

Одной из таких нерешенных задач является разделение эллиптически-поляризованных волн в одномерных анизотропных фотонных кристаллах на линейно-поляризованные волны и нахождение аналитических выражений, описывающих их поведение, хотя с физической точки зрения такое разделение очевидно. Действительно, в анизотропной среде в общем случае распространяется эллиптически поляризованная волна, которая может быть представлена как суперпозиция волн правой и левой круговой поляризации. Эти вол-

ны в свою очередь могут быть представлены как суперпозиция двух волн линейной поляризации. Для однородных сред такое разделение не вызывает проблем, но в случае неоднородных, в частности слоистых сред, решение этой задачи в аналитическом виде затруднительно, поскольку на границах раздела слоев наблюдается взаимодействие волн правой и левой поляризации. Решение этой задачи возможно либо путем разделения исходных волновых уравнений [3, 7, 9] на два, каждое из которых описывает соответствующий тип волны, либо путем преобразования матрицы фундаментальных решений (матрицы преобразования) [3, 9] этих уравнений к блочному диагональному виду.

В работе [7] было показано, что матрица преобразования однородного анизотропного слоя для определенных частных случаев может быть представлена в виде 4×4 блочной матрицы с 2×2 диагональными блоками

$$\mathbf{L} = \begin{vmatrix} \mathbf{M}(z) & 0 \\ 0 & \mathbf{N}(z) \end{vmatrix} \quad (1)$$

(см. Приложение). Это случаи произвольного направления распространения волны в анизотропной среде и нормальной ориентации оси анизотропии, а также нормального распространения волны в среде и произвольной ориентации оси анизотропии. Представление матрицы преобразования в виде (1) уже равносильно разделению

¹ Работа доложена на Третьей Международной молодежной конференции “Информационные технологии и технологии коммуникации: современные достижения” (Астрахань, 1–5 октября 2019 г.).

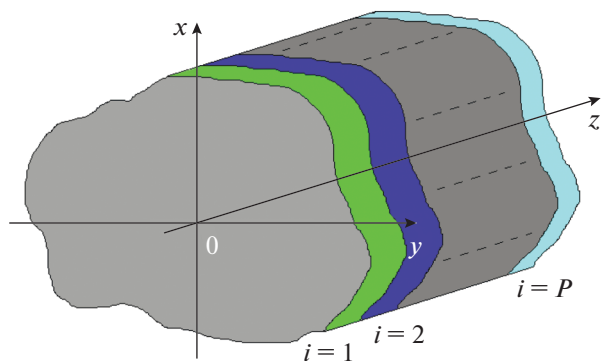


Рис. 1. Исследуемая структура.

результатирующей волны на TE - и TM -волны в однородной среде, поскольку эта матрица связывает тангенциальные компоненты полей E_y, H_x, E_x, H_y в начале и в конце однородного слоя [3, 7, 9, 11]:

$$\mathbf{U}(z) = \mathbf{L}(z)\mathbf{U}(0),$$

где

$$\mathbf{U}(0) = \{E_y(0), H_x(0), E_x(0), H_y(0)\}^T,$$

$$\mathbf{U}(z) = \{E_y(z), H_x(z), E_x(z), H_y(z)\}^T,$$

T – операция транспонирования.

Для слоистой среды результирующая матрица находится как произведение матриц слоев

$$\mathbf{L}_\Sigma = \begin{vmatrix} \mathbf{M}(\Lambda) & 0 \\ 0 & \mathbf{N}(\Lambda) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \prod_{i=1}^P \mathbf{M}_i(z_i) & 0 \\ 0 & \prod_{i=1}^P \mathbf{N}_i(z_i) \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где P – количество слоев, $\Lambda = \sum_{i=1}^P z_i$ – общая толщина структуры, i – номер слоя, z – перпендикуляр к границе раздела слоев.

Такая матрица также является блочной диагональной матрицей с 2×2 -блоками по главной диагонали. Однако в [7] не было представлено конечного аналитического выражения для этого

случая, а выражение в виде произведения матриц не дает возможности дальнейшего аналитического исследования структуры.

Цель данной работы – нахождение общего аналитического вида матрицы преобразования в блочной диагональной форме для анизотропной слоистой среды с произвольным числом слоев, а также для периодической слоистой анизотропной среды (одномерного анизотропного фотонного кристалла) с произвольным числом слоев в периоде. Отметим, что аналогичные результаты были получены для случая изотропной среды [8] и анизотропной среды [9, 10] без разделения волны эллиптической поляризации на волны линейной поляризации.

На рис. 1 представлена исследуемая среда. Здесь наслоение ориентировано вдоль оси z . Разделение эллиптически поляризованной волны на линейно поляризованные волны возможно в двух случаях: 1) волна распространяется под произвольным углом к нормали z , а ось анизотропии совпадает с осью z ; 2) волна распространяется нормально к границам раздела слоев, а ось анизотропии ориентирована произвольно.

Нахождение матрицы в блочной диагональной форме позволит использовать весь математический аппарат, разработанный для изотропных структур в анализе анизотропных сред.

2. МАТРИЦА СИСТЕМЫ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ КУСОЧНО-ПОСТОЯННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Найдем общее аналитическое выражение матриц $\mathbf{M}(\Lambda)$ и $\mathbf{L}(\Lambda)$ в (2) для произвольного числа однородных анизотропных слоев, если матрица единичного однородного слоя имеет вид (1) с блоками П1 и П5, представленными далее в Приложении (см. [7]). Для этого использован метод математической индукции.

Прежде всего найдем элементы матрицы преобразования $\mathbf{M}(\Lambda)$ для случая двух слоев. В результате перемножения матриц слоев и алгебраических преобразований запишем элемент $M_{11}^{(2)}$:

$$M_{11}^{(2)} = \frac{1}{\left(\sqrt{\gamma_2^{(1)}\chi_1^{(1)}} - \sqrt{\gamma_1^{(1)}\chi_2^{(1)}}\right)\left(\sqrt{\gamma_2^{(2)}\chi_1^{(2)}} - \sqrt{\gamma_1^{(2)}\chi_2^{(2)}}\right)} \left[\sqrt{\gamma_1^{(1)}\chi_2^{(2)}} \left(\sqrt{\chi_2^{(1)}\gamma_1^{(2)}} - \sqrt{\chi_1^{(2)}\gamma_2^{(1)}}\right) \exp(jk_1^{(1)}z_1 + jk_1^{(2)}z_2) - \right. \\ \left. - \sqrt{\gamma_1^{(1)}\chi_1^{(2)}} \left(\sqrt{\chi_2^{(1)}\gamma_2^{(2)}} - \sqrt{\chi_2^{(2)}\gamma_2^{(1)}}\right) \exp(jk_1^{(1)}z_1 + jk_2^{(2)}z_2) - \sqrt{\gamma_2^{(1)}\chi_2^{(2)}} \left(\sqrt{\chi_1^{(1)}\gamma_2^{(2)}} - \sqrt{\chi_2^{(2)}\gamma_1^{(1)}}\right) \exp(jk_2^{(1)}z_1 + jk_1^{(2)}z_2) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\gamma_2^{(1)}\chi_1^{(2)}} \left(\sqrt{\chi_1^{(1)}\gamma_2^{(2)}} - \sqrt{\chi_2^{(2)}\gamma_1^{(1)}}\right) \exp(jk_2^{(1)}z_1 + jk_2^{(2)}z_2) \right]. \quad (3)$$

Здесь $M_{11}^{(2)}$ обозначает элемент первой строки первого столбца для двух слоев. Верхние индексы в скобках в правой части выражения (3) означают номер слоя, нижние индексы – номер волны в каждом слое.

Теперь найдем элементы матрицы преобразования $\mathbf{M}(\Lambda)$ для случая трех слоев. В результате перемножения матриц и алгебраических преобразований получим элемент $M_{11}^{(3)}$:

$$\begin{aligned}
 M_{11}^{(3)} = & \frac{1}{\left(\sqrt{\gamma_2^{(1)} \chi_1^{(1)}} - \sqrt{\gamma_1^{(1)} \chi_2^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\gamma_2^{(2)} \chi_1^{(2)}} - \sqrt{\gamma_1^{(2)} \chi_2^{(2)}}\right) \left(\sqrt{\gamma_2^{(3)} \chi_1^{(3)}} - \sqrt{\gamma_1^{(3)} \chi_2^{(3)}}\right)} \times \\
 & \times \left[\sqrt{\gamma_1^{(1)} \chi_2^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_2^{(1)} \gamma_1^{(2)}} - \sqrt{\chi_1^{(2)} \gamma_2^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_1^{(3)}} - \sqrt{\chi_1^{(3)} \gamma_2^{(2)}}\right) \exp\left(\Omega_1^{(1)} z_1 + \Omega_1^{(2)} z_2 + \Omega_1^{(3)} z_3\right) - \right. \\
 & - \sqrt{\gamma_1^{(1)} \chi_1^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_2^{(1)} \gamma_1^{(2)}} - \sqrt{\chi_1^{(2)} \gamma_2^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_2^{(3)}} - \sqrt{\chi_2^{(3)} \gamma_2^{(2)}}\right) \exp\left(jk_1^{(1)} z_1 + jk_1^{(2)} z_2 + jk_2^{(3)} z_3\right) - \\
 & - \sqrt{\gamma_1^{(1)} \chi_2^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_2^{(1)} \gamma_2^{(2)}} - \sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_2^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_1^{(2)} \gamma_1^{(3)}} - \sqrt{\chi_1^{(3)} \gamma_1^{(2)}}\right) \exp\left(jk_1^{(1)} z_1 + jk_2^{(2)} z_2 + jk_1^{(3)} z_3\right) + \\
 & + \sqrt{\gamma_1^{(1)} \chi_1^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_2^{(1)} \gamma_2^{(2)}} - \sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_2^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_2^{(3)}} - \sqrt{\chi_2^{(3)} \gamma_2^{(2)}}\right) \exp\left(jk_1^{(1)} z_1 + jk_2^{(2)} z_2 + jk_2^{(3)} z_3\right) - \\
 & - \sqrt{\gamma_2^{(1)} \chi_2^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_1^{(1)} \gamma_1^{(2)}} - \sqrt{\chi_1^{(2)} \gamma_1^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_1^{(3)}} - \sqrt{\chi_1^{(3)} \gamma_2^{(2)}}\right) \exp\left(jk_2^{(1)} z_1 + jk_1^{(2)} z_2 + jk_1^{(3)} z_3\right) + \\
 & + \sqrt{\gamma_2^{(1)} \chi_1^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_1^{(1)} \gamma_1^{(2)}} - \sqrt{\chi_1^{(2)} \gamma_1^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_2^{(3)}} - \sqrt{\chi_2^{(3)} \gamma_2^{(2)}}\right) \exp\left(jk_2^{(1)} z_1 + jk_1^{(2)} z_2 + jk_2^{(3)} z_3\right) + \\
 & + \sqrt{\gamma_2^{(1)} \chi_2^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_1^{(1)} \gamma_2^{(2)}} - \sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_1^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_1^{(2)} \gamma_1^{(3)}} - \sqrt{\chi_1^{(3)} \gamma_1^{(2)}}\right) \exp\left(jk_2^{(1)} z_1 + jk_2^{(2)} z_2 + jk_1^{(3)} z_3\right) - \\
 & - \sqrt{\gamma_2^{(1)} \chi_1^{(3)}} \left(\sqrt{\chi_1^{(1)} \gamma_2^{(2)}} - \sqrt{\chi_2^{(2)} \gamma_1^{(1)}}\right) \left(\sqrt{\chi_1^{(2)} \gamma_2^{(3)}} - \sqrt{\chi_2^{(3)} \gamma_1^{(2)}}\right) \exp\left(jk_2^{(1)} z_1 + jk_2^{(2)} z_2 + jk_2^{(3)} z_3\right) \Big].
 \end{aligned} \tag{4}$$

Аналогично находятся элементы $M_{12}^{(3)}$, $M_{21}^{(3)}$, $M_{22}^{(3)}$. Несмотря на то, что представленные элементы являются достаточно громоздкими, в них наблюдается определенная закономерность. Прежде всего, эта закономерность представляет собой сумму 2^p -слагаемых. При этом волновые числа слоев в показателях экспонент этих слагаемых

подчинены бинарному закону (соответствующие индексы). Учет закона изменения индексов в (4) осуществляется функцией $F_{q,i}$ (введенной автором работы [9]), где q – номер слагаемого в сумме (4), i – номер слоя. Тогда для трех интервалов получим следующее компактное аналитическое выражение:

$$M_{11}^{(3)} = \sum_{q=1}^{2^3} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^3 F_{q,i}} \frac{\sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,3}}^{(3)}}}{\prod_{i=1}^{3-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}}\right)} \exp\left(\sum_{i=1}^3 jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i\right) \right]. \tag{5}$$

Элементы $M_{12}^{(3)}$, $M_{21}^{(3)}$, $M_{22}^{(3)}$ матрицы находятся аналогично.

Теперь на основании (5) предположим, что элементы матрицы преобразования P -слойной анизотропной структуры известны и описываются выражениями

$$\begin{aligned}
 M_{11}^P = & \sum_{q=1}^{2^P} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i}} \frac{\sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,P}}^{(P)}}}{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}}\right)} \exp\left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i\right) \right], \\
 M_{22}^P = & \sum_{q=1}^{2^P} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \frac{\sqrt{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(P)}}}{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}}\right)} \exp\left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i\right) \right], \\
 M_{12}^P = & \sum_{q=1}^{2^P} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^N (F_{q,i+1})} \frac{\sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(P)}}}{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}}\right)} \exp\left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i\right) \right],
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$M_{21}^P = \sum_{q=1}^{2^P} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i}} \sqrt{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,N}}^{(P)}} \frac{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right)}{\prod_{i=1}^P \left(\sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right)} \exp \left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right].$$

Найдем элемент $M_{11}^{(P+1)}$ матрицы для $P+1$ -слоев

$$\begin{aligned} M_{11}^{(P+1)} = & \sum_{q=1}^{2^P} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,N}}^{(P)}} \frac{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right)}{\prod_{i=1}^P \left(\sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right)} \exp \left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right] \times \\ & \times \left[-\frac{\sqrt{\chi_2^{(P)} \gamma_1^{(P)}} \exp(jk_1^{(P)} z_P) - \sqrt{\chi_1^{(P)} \gamma_2^{(P)}} \exp(jk_2^{(P)} z_P)}{\sqrt{\chi_1^{(P)} \gamma_2^{(P)}} - \sqrt{\chi_2^{(P)} \gamma_1^{(P)}}} \right] + \\ & + \sum_{q=1}^{2^P} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(P)}} \frac{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right)}{\prod_{i=1}^P \left(\sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right)} \exp \left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right] \times \\ & \times \left[-\frac{\sqrt{\chi_1^{(P)} \chi_2^{(P)}} \exp(jk_1^{(P)} z_P) - \exp(jk_2^{(P)} z_P)}{\sqrt{\chi_1^{(P)} \gamma_2^{(P)}} - \sqrt{\chi_2^{(P)} \gamma_1^{(P)}}} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

После алгебраических преобразований получим

$$M_{11}^{P+1} = \sum_{q=1}^{2^{P+1}} \left[(-1)^{\sum_{i=1}^{P+1} F_{q,i}} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,P+1}}^{(P+1)}} \frac{\prod_{i=1}^P \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right)}{\prod_{i=1}^{P+1} \left(\sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right)} \exp \left(\sum_{i=1}^{P+1} jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right]. \quad (8)$$

Вводя новую переменную $G = P + 1$, приходим к первому выражению (6). Аналогично находим остальные элементы матрицы $\mathbf{M}^{(P+1)}$.

Тогда окончательно получим матрицу $\mathbf{M}(\Lambda)$ для P -слойной анизотропной структуры в виде конечной суммы матриц

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\Lambda) = & \sum_{q=1}^{2^P} \left[\frac{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right)}{\prod_{i=1}^P \left(\sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right)} \times \right. \\ & \left. \begin{aligned} & \left((-1)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,P}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \left((-1)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,P}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \\ & \left((-1)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \sqrt{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,N}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \left((-1)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \sqrt{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,P}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^N jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \end{aligned} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Аналогично, используя метод математической индукции, найдем выражение матрицы $\mathbf{L}(\Lambda)$ для P -слойной структуры

$$\begin{aligned}
 \mathbf{L}(\Lambda) = & \sum_{q=1}^{2^N} \left[\frac{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\xi_{2-F_{q,i}}^{(i)} \zeta_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)} \sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \xi_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \zeta_{2-F_{q,i+1}}^{(i)} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right)}{\prod_{i=1}^P \left(\xi_2^{(i)} \zeta_1^{(i)} \sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \xi_1^{(i)} \zeta_2^{(i)} \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right)} \times \right. \\
 & \times \left. \begin{aligned}
 & \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \xi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \zeta_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \\
 & \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \zeta_{1+F_{q,i}}^{(1)} \xi_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\chi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \\
 & \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \zeta_{1+F_{q,i}}^{(1)} \xi_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\chi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \\
 & \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \xi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \zeta_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right)
 \end{aligned} \right] \quad (10)
 \end{aligned}$$

Итак, в данном разделе найдена матрица преобразования для рассматриваемых случаев анизотропной среды в виде блочной матрицы с 2×2 -блоками.

Таким образом, после несложных математических преобразований можно утверждать, что матрица преобразования многослойной анизотропной среды может быть представлена в виде суммы 2^P унитарных 4×4 -блочных диагональных матриц с 2×2 -блоками и определенными коэффициентами вклада

$$\mathbf{L}(\Lambda) = \sum_{q=1}^{2^P} \mathbf{L}_q = \sum_{q=1}^{2^P} \begin{vmatrix} \vartheta_q \mathbf{M}_q & 0 \\ 0 & v_q \mathbf{L}_q \end{vmatrix}, \quad (11)$$

где матрицы $\mathbf{M}_q, \mathbf{L}_q$ имеют вид

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_q = & \begin{vmatrix} \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) & \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \\ \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \sqrt{\chi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) & \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \sqrt{\chi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \end{vmatrix}, \quad (12) \\
 \mathbf{L}_q = & \begin{vmatrix} \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \xi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \zeta_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \\ \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P F_{q,i}} \zeta_{1+F_{q,i}}^{(1)} \xi_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\chi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \\ \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \xi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \zeta_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^P j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \\ \left(-1 \right)^{\sum_{i=1}^P (F_{q,i+1})} \zeta_{1+F_{q,i}}^{(1)} \xi_{2-F_{q,i+1}}^{(P)} \sqrt{\chi_{1+F_{q,i}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,i}}^{(P)}} \exp \left(\sum_{i=1}^N j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \end{vmatrix}, \quad (13)
 \end{aligned}$$

а коэффициенты вклада ϑ_q и v_q –

$$\vartheta_q = \frac{\prod_{i=1}^{P-1} \left(\sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right)}{\prod_{i=1}^P \left(\sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right)}, \quad (14)$$

$$v_q = \prod_{i=1}^{P-1} \left(\xi_{2-F_{q,i}}^{(i)} \zeta_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)} \sqrt{\gamma_{2-F_{q,i}}^{(i)} \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)}} - \xi_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \zeta_{2-F_{q,i+1}}^{(i)} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\gamma_{1+F_{q,i}}^{(i+1)} \chi_{2-F_{q,i}}^{(i)}} \right) / \prod_{i=1}^P \left(\xi_2^{(i)} \zeta_1^{(i)} \sqrt{\gamma_2^{(i)} \chi_1^{(i)}} - \xi_1^{(i)} \zeta_2^{(i)} \sqrt{\gamma_1^{(i)} \chi_2^{(i)}} \right). \quad (15)$$

Унимодулярность матриц (12) и (13) будет доказана в следующем разделе. Тогда из (11) также следует, что результирующая волна может быть разложена в конечный спектр гармонических волн с номерами q от 1 до 2^P . Назовем волну с номером q – эквивалентной волной, а коэффициенты ϑ_q и v_q – коэффициентами вклада этих эквивалентных волн.

3. УНИМОДУЛЯРНОСТЬ МАТРИЦЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ЕЕ БЛОКОВ

Анализ результатов [7] показывает, что определители матриц (12) и (13) имеют вид

$$\det \mathbf{M}(z) = \exp[(jk_1 + jk_2)z], \\ \det \mathbf{N}(z) = \exp[-(jk_1 + jk_2)z]. \quad (16)$$

Другими словами, данные матрицы являются унимодулярными. Следовательно, матрицы в (11) также являются унимодулярными, поскольку представляют собой произведение унимодулярных матриц (12) и (13), а определители этих матриц соответственно равны

$$\det[\mathbf{M}(\Lambda)] = \exp \left[\sum_{i=1}^P (jk_1^{(i)} + jk_2^{(i)}) z_i \right], \\ \det[\mathbf{L}(\Lambda)] = \exp \left[\sum_{i=1}^P (-jk_1^{(i)} - jk_2^{(i)}) z_i \right]. \quad (17)$$

Поскольку в соответствии с (17) определители матриц являются комплексной единицей, то на основании результатов работы [7] можно сделать вывод, что в структуре в общем случае существуют неоднородные *TE*- и *TM*-волны.

4. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СЛОИСТАЯ СТРУКТУРА

Очевидно, что матрица фундаментальных решений для K периодов находится, как K -я степень матрицы (11):

$$\mathbf{L}(K\Lambda) = \begin{vmatrix} \mathbf{M}(\Lambda) & 0 \\ 0 & \mathbf{N}(\Lambda) \end{vmatrix}^K = \\ = \begin{vmatrix} \left(\sum_{q=1}^{2^P} \vartheta_q \mathbf{M}_q \right)^K & 0 \\ 0 & \left(\sum_{q=1}^{2^P} v_q \mathbf{L}_q \right)^K \end{vmatrix}. \quad (18)$$

Поскольку матрицы $\mathbf{M}(\Lambda)$ и $\mathbf{N}(\Lambda)$ унимодулярны, то с учетом результатов, полученных еще Абеле [12, 13], их K -ю степень можно найти как

$$[\mathbf{M}(\Lambda)]^K = \begin{vmatrix} m_{11} \mathcal{U}_{K-1}(a) - \mathcal{U}_{K-2}(a) & m_{12} \mathcal{U}_{K-1}(a) \\ m_{21} \mathcal{U}_{K-1}(a) & m_{22} \mathcal{U}_{K-1}(a) - \mathcal{U}_{K-2}(a) \end{vmatrix}, \quad (19)$$

$$[\mathbf{N}(\Lambda)]^K = \begin{vmatrix} n_{11} \mathcal{U}_{K-1}(b) - \mathcal{U}_{K-2}(b) & n_{12} \mathcal{U}_{K-1}(b) \\ n_{21} \mathcal{U}_{K-1}(b) & n_{22} \mathcal{U}_{K-1}(b) - \mathcal{U}_{K-2}(b) \end{vmatrix}. \quad (20)$$

Здесь $a = (m_{11} + m_{22})/2$, $b = (n_{11} + n_{22})/2$, $\mathcal{U}_K(x)$ – полиномы Чебышева второго рода:

$$\mathcal{U}_K(x) = \frac{\sin[(K+1)\arccos x]}{\sqrt{1-x^2}}. \quad (21)$$

Данный результат является очень важным с практической точки зрения, поскольку выражения (18)–(21) позволяют получить матрицу преобразований за K периодов по P слоев в каждом периоде.

Для периодических слоистых сред одной из основных является задача определения границ разрешенных и запрещенных зон. Данные границы соответствуют периодическим решениям и в соответствии с теорией Ляпунова [11] определяются значениями собственных чисел матрицы преобразования, которые находятся из дисперсионного отношения

$$\begin{vmatrix} \mathbf{M}(\Lambda) - \lambda \mathbf{I} & 0 \\ 0 & \mathbf{N}(\Lambda) - \lambda \mathbf{I} \end{vmatrix} = 0. \quad (22)$$

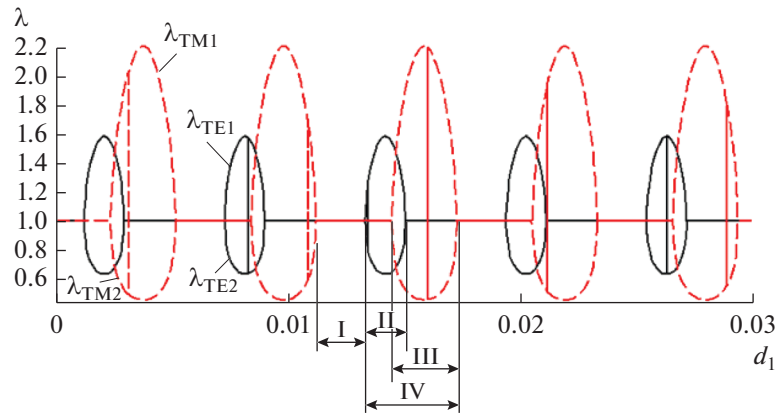


Рис. 2. Зависимость модулей собственных чисел бесконечной периодической среды от толщины первого слоя при угле падения 50°.

Если все собственные числа по модулю меньше либо равны единице, то решения системы уравнений Максвелла с периодическими коэффициентами, описывающей структуру, являются устойчивыми [11], а параметры структуры соответствуют разрешенным зонам. Для блочной матрицы (11) четыре собственных числа определяются как решения ее характеристического уравнения четвертого порядка (22), которое в данном случае дает дисперсионные отношения в виде

$$\begin{cases} \left| -\frac{\text{SpM}(\Lambda)}{2} \pm \sqrt{\frac{(\text{SpM}(\Lambda))^2}{4} - \det \mathbf{M}(\Lambda)} \right| \leq 1, \\ \left| -\frac{\text{SpN}(\Lambda)}{2} \pm \sqrt{\frac{(\text{SpN}(\Lambda))^2}{4} - \det \mathbf{N}(\Lambda)} \right| \leq 1. \end{cases} \quad (23)$$

Причем в разрешенных зонах должны выполняться все четыре условия (23) одновременно.

Таким образом, представляемый подход существенно упрощает решение задачи нахождения границ разрешенных и запрещенных зон, поскольку теперь речь идет об анализе 2 × 2-матриц вместо 4 × 4-матриц.

5. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

В качестве примера рассмотрим одномерную бесконечную периодическую ферритовую среду с двумя слоями в периоде. Здесь частота волны 4 ГГц, угол падения 50°, материальные параметры для первого слоя $\mu_{xx} = 2.2$, $\mu_{xy} = 0.5$, $\mu_{zz} = 0.999$, для второго слоя $\mu_{xx} = 3.5$, $\mu_{xy} = 1.7$, $\mu_{zz} = 0.999$, $d_2 = 0.01$ м. На рис. 2 представлена зависимость модулей собственных чисел матриц, описывающих TE- и TM-волны от толщины первого слоя d_1 . Из рис. 2 видно, что собственные числа являются взаимнообратными. Области, в

которых собственные числа по модулю не равны единице, соответствуют запрещенным зонам, т.е. областям непрохождения волны, области, в которых собственные числа равны единице, соответствуют разрешенным областям. На рис. 2 сплошными линиями представлены собственные числа матрицы, описывающей TE-волны, штриховыми линиями – собственные числа матрицы, описывающие TM-волну. Области прохождения и непрохождения волны являются периодическими функциями толщины первого слоя периода. Так, в области II TE-волна затухает в пределах одного периода, в области III TM-волна затухает в пределах периода. Областью прохождения является область I, где незатухающими являются обе волны. При этом в областях, где затухает только одна волна (область IV), результирующая волна вырождается в TE- или TM-волну.

Аналогичная зависимость для угла падения 10° представлена на рис. 3. Таким образом, положение областей прохождения и непрохождения волны зависит и от угла падения волны. Из рис. 3 видно, что для данной структуры при данном угле

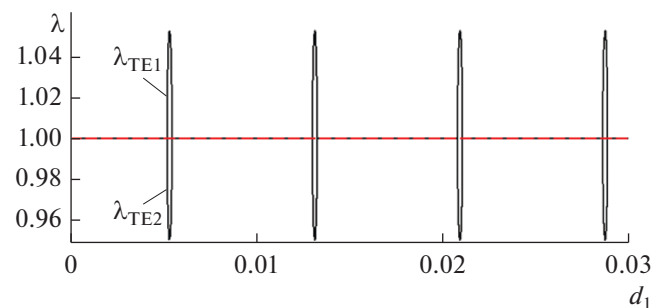


Рис. 3. Зависимость модулей собственных чисел бесконечной периодической среды от толщины первого слоя при угле падения 10°.

падения волны в ней существуют достаточно узкие области параметров, при которых распространяется только волна *ТМ*-типа, а волна *ТЕ*-типа затухает в одном периоде. Очевидно, что данная структура может использоваться для выделения линейно-поляризованной волны из волны круговой поляризации.

ВЫВОДЫ

Рассмотрен одномерный анизотропный фотонный кристалл в рамках линейной задачи, в котором слои могут иметь и электрическую, и магнитную анизотропию. Рассмотрены случаи распространения плоской гармонической волны: 1) под произвольным углом к границам слоев при нормальной ориентации оси анизотропии; 2) перпендикулярно слоям при произвольной ориентации оси анизотропии.

В работе впервые аналитически приведено разделение эллиптической поляризованной волны в слоистой анизотропной среде на две волны линейной поляризации – *ТЕ* и *ТМ*.

Впервые разработана математическая модель и найдены выражения матрицы преобразования в виде 4 × 4-блочной диагональной матрицы с 2 × 2-блоками для произвольного конечного числа *P*-слоев.

Впервые получены выражения матрицы преобразования для произвольного числа периодов анизотропной многослойной среды.

Впервые результирующая волна представлена в виде суперпозиции конечного числа гармонических волн с определенными коэффициентами вклада этих волн в результирующую.

Ограничением данной модели являются предельные случаи, когда при *z* = 0 волна содержит только компоненты *E_y*, *H_x* (*ТЕ*-волна) или только компоненты *E_x*, *H_y* (*ТМ*-волна).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Матрица преобразования *ТЕ*-волны [7] имеет вид

$$M(z) = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{\chi_2\gamma_1} \exp(jk_1z) - \sqrt{\chi_1\gamma_2} \exp(jk_2z)}{\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \sqrt{\chi_2\gamma_1}} & \frac{\sqrt{\gamma_1\gamma_2} \exp(jk_1z) - \exp(jk_2z)}{\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \sqrt{\chi_2\gamma_1}} \\ -\sqrt{\chi_1\chi_2} \frac{\exp(jk_1z) - \exp(jk_2z)}{\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \sqrt{\chi_2\gamma_1}} & \frac{\sqrt{\chi_1\gamma_2} \exp(jk_1z) - \sqrt{\chi_2\gamma_1} \exp(jk_2z)}{\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \sqrt{\chi_2\gamma_1}} \end{pmatrix}, \tag{П1}$$

где

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{a_{11}\xi_2 + a_{12}\zeta_1\xi_2 - a_{21} - a_{22}\zeta_1}{\xi_2 - \xi_1}, \\ \gamma_2 &= \frac{a_{11}\xi_1 + a_{12}\zeta_2\xi_1 - a_{21} - a_{22}\zeta_2}{\xi_2 - \xi_1}, \\ \chi_1 &= \frac{b_{21}\zeta_2 + b_{22}\xi_1\xi_2 - b_{11} - b_{12}\xi_1}{\zeta_2 - \zeta_1}, \\ \chi_2 &= \frac{b_{21}\zeta_1 + b_{22}\xi_2\xi_1 - b_{11} - b_{12}\xi_2}{\zeta_2 - \zeta_1}, \end{aligned} \tag{П2}$$

коэффициенты влияния $\xi_{1,2}$, $\zeta_{1,2}$ определяются выражениями

$$\xi_{1,2} = \frac{a_{22}b_{22} - a_{11}b_{11} + a_{21}b_{12} - a_{12}b_{21}}{2(a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22})} \times \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4(a_{22}b_{21} + a_{21}b_{11})(a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22})}{(a_{11}b_{11} - a_{22}b_{22} + a_{12}b_{21} - a_{21}b_{12})^2}} \right], \tag{П3}$$

$$\zeta_{1,2} = -\frac{b_{12}\xi_{1,2} + b_{11}}{b_{22}\xi_{1,2} + b_{21}}. \tag{П4}$$

Матрица преобразования *ТМ*-волны [7] имеет вид

$$N(z) = \begin{pmatrix} -\zeta_2\xi_1\sqrt{\chi_2\gamma_1} \exp(-jk_1z) + \zeta_1\xi_2\sqrt{\chi_1\gamma_2} \exp(-jk_1z) & \frac{\xi_1\xi_2\sqrt{\gamma_1\gamma_2}}{\zeta_1\xi_2\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \zeta_2\xi_1\sqrt{\chi_2\gamma_1}} [\exp(-jk_1z) - \exp(-jk_1z)] \\ \frac{\zeta_1\xi_2\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \zeta_2\xi_1\sqrt{\chi_2\gamma_1}}{\zeta_1\xi_2\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \zeta_2\xi_1\sqrt{\chi_2\gamma_1}} & \frac{\zeta_1\xi_2\sqrt{\chi_1\gamma_2} \exp(-jk_1z) - \zeta_2\xi_1\sqrt{\chi_2\gamma_1} \exp(-jk_1z)}{\zeta_1\xi_2\sqrt{\chi_1\gamma_2} - \zeta_2\xi_1\sqrt{\chi_2\gamma_1}} \end{pmatrix}. \tag{П5}$$

Таким образом, в [7] матрица преобразования представлена в виде диагональной блочной матрицы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yablonovitch E.* // Phys. Rev. Lett. 1987. № 58. P. 2059.
2. *Vardeny Z.V., Nahata A., Agrawal A.* // Nat. Photonics. 2013. V. 7. P. 177.
3. *Berreman D.W.* // JOSA. 1972. V. 62. № 4. P. 502.
4. *Mingaleev S., Kivshar Y.* // Optics Photonics News. 2002. V. 13. № 7. P. 48.
5. *Jedrkiewicz O., Gatti A., Brambilla E. et al.* // Eur. Conf. on Lasers and Electro-Optics (CLEO Europe), Munich 25–29 Jun. 2017, N.Y. IEEE, 2017. P. 8086474.
6. *Zhan T., Shi X., Dai Yu. et al.* // J. Phys. Condens. Matter. 2013. V. 25. № 21. P. 215301.
7. *Yutovtov K.A., Tarasenko Yu.S.* // JOSA A. 2007. V. 24. № 11. P. 3564.
8. *Yutovtov K.* // JOSA A. 2005. V. 22. № 4. P. 689.
9. *Вытовтов К.А.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 2. С. 159.
10. *Passler N.C., Paarmann A.* // JOSA B. 2017. V. 34. № 10. P. 2128.
11. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Физматлит, 2010.
12. *Abeles F.* // Ann. Physique. 1950. V. 5. P. 596.
13. *М. Борн, Э. Вольф.* Основы оптики. М.: Наука, 1973.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874;537.877;512.643.2;001.891.572

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ
НЕОБЫКНОВЕННОЙ ВОЛНЫ В ОДНОМЕРНОМ
АНИЗОТРОПНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ¹

© 2020 г. К. А. Выговтов^{a, b, *}, Е. А. Барабанова^{a, b}, В. М. Вишневский^b, Ю. А. Максименко^a

^aАстраханский государственный технический университет,
ул. Татищева, 16, Астрахань, 414056 Российская Федерация

^bИнститут проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН,
ул. Профсоюзная, 65, Москва, 117342 Российская Федерация

*E-mail: vyovtov_konstan@mail.ru

Поступила в редакцию 17.12.2019 г.

После доработки 10.01.2020 г.

Принята к публикации 28.02.2020 г.

Рассмотрено поведение необыкновенной волны в слоистой одноосной анизотропной среде. Найдена матрица преобразования для однородного слоя и для многослойной структуры с произвольным числом слоев в аналитическом виде в элементарных функциях. Введено понятие парциальных волн в слоистой среде и их коэффициентов вклада для необыкновенной волны. Показано, что коэффициенты отражения и прохождения необыкновенной волны для плоскопараллельной пластины равны сумме коэффициентов отражения и прохождения парциальных волн.

DOI: 10.31857/S0033849420070165

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большое внимание уделяется разработке новых микроволновых и оптических систем связи и обработки информации [1–3]. Особенно остро этот вопрос стоит в связи с необходимостью перехода к системам 5G/6G (пятого/шестого поколения) стандартов [4, 5]. Увеличение скорости передачи и обработки информации очевидно возможно только при переходе в более высокие диапазоны, для которых не существует диодной и транзисторной элементной базы, а существующие СВЧ-устройства оказываются достаточно громоздкими. Более того, использование нелинейных элементов в оптическом диапазоне не приводит к увеличению скорости передачи и обработке информации, поскольку сами эти процессы имеют малую скорость. В связи с этим существует необходимость создания новых линейных устройств приемо-передающих трактов, обеспечивающих их надежное функционирование. Создание таких устройств, прежде всего, требует глубокого понимания физических процессов в СВЧ и оптических структурах, разработки математического аппарата для их расчета и описания принципа действия. Важнейшим клас-

сом таких устройств являются управляемые структуры с распределенными параметрами на основе многослойных анизотропных материалов [6–9].

Цель данной работы – исследовать поведение необыкновенной волны в одноосной анизотропной среде. Отличием данной волны от обыкновенной является отличие волновых чисел прямой и обратной волн, а также скоростей распространения этих волн. Кроме того, при ее отражении от границы раздела углы падения и отражения также будут различными. Для однородной среды свойства необыкновенной волны исследованы достаточно подробно [8, 9], не составляет труда и нахождение матрицы преобразования двухслойной или трехслойной структуры. Однако увеличение числа слоев приводит к усложнению результирующих выражений настолько, что они не поддаются дальнейшему аналитическому исследованию. Поэтому неоднородные анизотропные среды при распространении в них необыкновенной волны описывали, как правило, численными методами или исследовали экспериментально [10–12]. В данной работе впервые получена матрица преобразования для обыкновенной волны в многослойной среде с произвольным конечным числом слоев и произвольным направлением оси анизотропии в каждом слое в аналитическом виде в элементарных функциях. Данная матрица явля-

¹ Работа доложена на Третьей Международной молодежной конференции “Информационные технологии и технологии коммуникации: современные достижения” (Астрахань, 1–5 октября 2019 г.).

ется конечной суммой унимодулярных матриц с некоторыми коэффициентами. В соответствии с видом матрицы введено понятие парциальных волн многослойной структуры и коэффициентов вклада парциальных волн, поскольку с точки зрения физики унимодулярная матрица описывает поведение некоторого гармонического колебания. Проведен анализ отражения и прохождения волны через плоско-параллельную многослойную пластину и найдено, что результирующие коэффициенты отражения и прохождения равны сумме коэффициентов отражения и прохождения парциальных волн.

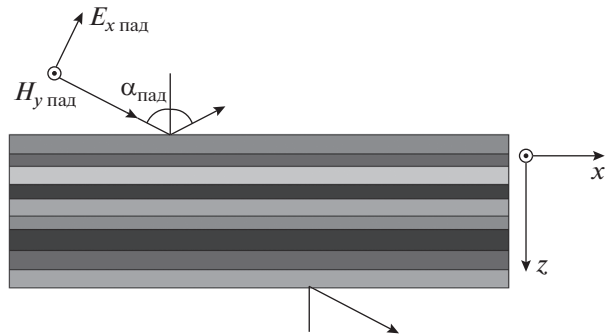


Рис. 1. Геометрия задачи.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим поведение необыкновенной волны в одномерном фотонном кристалле, образованного одноосными анизотропными слоями с произвольном количестве слоев в периоде при произвольном направлении оси анизотропии (рис. 1). Диэлектрическая проницаемость каждого слоя описывается тензором

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

а магнитная проницаемость μ является скаляром. С использованием преобразования координат Эйлера [13], тензор (1) в системе координат, связанной с границей раздела слоев, может быть записан в виде

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \cos^2 \theta + \epsilon_{33} \sin^2 \theta & 0 & (\epsilon_{11} - \epsilon_{33}) \cos \theta \sin \theta \\ 0 & \epsilon_1 & 0 \\ (\epsilon_{11} - \epsilon_{33}) \cos \theta \sin \theta & 0 & \epsilon_{11} \sin^2 \theta + \epsilon_{33} \cos^2 \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & \epsilon_{xz} \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ \epsilon_{xz} & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Решение уравнений Максвелла для данного случая дает две волны: обыкновенную и необыкновенную. Волновые числа необыкновенной волны для данного случая, полученные в результате решения уравнений Максвелла, имеют вид

$$k_{z1,2} = \frac{-\epsilon_{xx} k_x \pm \sqrt{k_x^2 \epsilon_{xx} (\epsilon_{xx} - \epsilon_{zz}) - \omega^2 \mu \epsilon_{zz} (\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)}}{\epsilon_{zz}}. \quad (3)$$

Важно отметить, что волновые числа прямой и обратной волн в данном случае являются различными, что существенно усложняет выражения, описывающие поведение такой волны. Выраже-

ния, связывающие компоненты электромагнитного поля необыкновенной волны, имеют вид

$$E_x = \frac{\epsilon_{xz} k_x + \epsilon_{zz} k_z}{\omega (\epsilon_{zz} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)} H_y, \quad (4)$$

$$E_z = -\frac{\epsilon_{xx} k_x + \epsilon_{xz} k_z}{\omega (\epsilon_{zz} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)} H_y.$$

Задачей данной работы является разработка математического метода для описания поведения необыкновенной волны в одномерном фотонном кристалле с произвольным числом одноосных анизотропных слоев в периоде при произвольном направлении оси анизотропии. Кроме того, задачей является исследование коэффициентов отражения и прохождения многослойной пластины с произвольным конечным числом слоев (см. рис. 1).

2. МЕТОД МАТРИЦЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Математическая модель поведения необыкновенной волны в одноосной анизотропной среде при произвольном наклоне оси анизотропии основывается на методе матрицы преобразования, которая связывает тангенциальные компоненты полей на границах структуры:

$$\begin{pmatrix} E_{x2}(z) \\ H_{y2}(z) \end{pmatrix} = \mathbf{L}(z) \begin{pmatrix} E_{x1} \\ H_{y1} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для однородного слоя данная матрица является фундаментальной системой решений уравнений Максвелла с постоянными коэффициентами и ее нахождение не представляет труда. Что касается матрицы преобразования многослойной структуры, то она является произведением матриц преобразования однородных слоев и такое произведение автоматически удовлетворяет граничным условиям на границах раздела слоев. Однако такое решение было представлено только для случая обыкновенной волны, когда скорости прямых и обратных волн в однородных слоях равны [14].

3. МАТРИЦА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ОДНОРОДНОГО СЛОЯ

Для однородного слоя матрица находится с использованием типовой методики [14, 15] (Приложение 1) и имеет вид

$$\mathbf{L}(z) = \frac{1}{\chi_{Ex1} - \chi_{Ex2}} \begin{vmatrix} \chi_{Ex1} \exp(jk_1z) - \chi_{Ex2} \exp(jk_2z) & -\chi_{Ex1}\chi_{Ex2} [\exp(jk_1z) - \exp(jk_2z)] \\ \exp(jk_1z) - \exp(jk_2z) & -\chi_{Ex2} \exp(jk_1z) + \chi_{Ex1} \exp(jk_2z) \end{vmatrix}, \quad (6)$$

где

$$\chi_{1,2} = \frac{k_{z1,2}\epsilon_{zz} + k_x\epsilon_{xz}}{\omega(\epsilon_{xx}\epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}\epsilon_{zx})}. \quad (7)$$

В отличие от матрицы для волны в изотропной среде или обыкновенной волны в анизотропной

среде, когда волновые числа прямых и обратных волн равны и элементы матрицы – тригонометрические функции [14, 15], элементы (6) представляют собой сумму экспонент. Определитель этой матрицы равен $\exp[j(k_1z + k_2z)]$, т.е. матрица (6) является унимодулярной. Однако запись (6) в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{L}(z) &= \frac{1}{\chi_{Ex1} - \chi_{Ex2}} \left(\begin{vmatrix} \chi_{Ex1} \exp(jk_1z) & -\chi_{Ex1}\chi_{Ex2} \exp(jk_1z) \\ \exp(jk_1z) & -\chi_{Ex2} \exp(jk_1z) \end{vmatrix} - \right. \\ &\quad \left. - \begin{vmatrix} \chi_{Ex2} \exp(jk_2z) & -\chi_{Ex1}\chi_{Ex2} \exp(jk_2z) \\ \exp(jk_2z) & -\chi_{Ex1} \exp(jk_2z) \end{vmatrix} \right) = \\ &= \frac{\exp(jk_1z)}{\chi_{Ex1} - \chi_{Ex2}} \begin{vmatrix} \chi_{Ex1} & -\chi_{Ex1}\chi_{Ex2} \\ 1 & -\chi_{Ex2} \end{vmatrix} - \frac{\exp(jk_2z)}{\chi_{Ex1} - \chi_{Ex2}} \begin{vmatrix} \chi_{Ex2} & -\chi_{Ex1}\chi_{Ex2} \\ 1 & -\chi_{Ex1} \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

дает нам сингулярное разложение матрицы преобразования. Для перехода к унимодулярным тригонометрическим матрицам, описывающим гармонические колебания, необходимо использовать преобразование Эйлера.

4. МАТРИЦА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ МНОГОСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ

Матрицу преобразования для N -слойной структуры в общем случае находим как [14, 15] произведение

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_\Sigma(d) &= \mathbf{L}_N(d_N)\mathbf{L}_{N-1}(d_{N-1})\dots\mathbf{L}_1(d_1) = \\ &= \prod_{i=N}^1 \mathbf{L}_i(d_i). \end{aligned} \quad (9)$$

Однако аналитического выражения для произвольного конечного числа слоев на сегодняшний день не получено. В данной работе с использованием достаточно громоздких алгебраических преобразований (Приложение 2) матрица преобразования для данного случая найдена в виде конечной суммы матриц \mathbf{M}_q с коэффициентами вклада ϑ_q :

$$\mathbf{L}(d) = \sum_{q=1}^N \vartheta_q \mathbf{M}_q, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_q &= \\ &= \begin{vmatrix} (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i}+N-1} \chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} & (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i}+N} \gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)} \\ (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i}+N-1} & (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i}+N} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)} \end{vmatrix}, \quad (11) \\ \vartheta_q &= \frac{\prod_{i=1}^{N-1} (\chi_{2-F_{q,i}}^{(i)} - \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)})}{\prod_{i=1}^N (\chi_1^{(i)} - \chi_2^{(i)})} \exp\left(\sum_{i=1}^N jk_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i\right). \quad (12) \end{aligned}$$

Функции $F_{q,i}$ определяются выражением

$$F_{q,i} = \frac{1}{2} 1 - \text{sign} \left\{ \sin \left[\frac{\pi}{2^{N+1-i}} (2p - 1) \right] \right\}, \quad (13)$$

отличным от полученного авторами ранее [16].

Таким образом, матрица преобразования одноосного анизотропного фотонного кристалла с произвольным числом слоев в периоде найдена в аналитическом виде в элементарных функциях.

Матрица (10) является унимодулярной, что свидетельствует о выполнении закона сохранения энергии [17], однако, разложение представляет собой конечную сумму 2^N сингулярных матриц ($\det \mathbf{M}_q = 0$). Для перехода к унимодулярным матрицам, описывающим гармонические коле-

бания, следует использовать преобразование Эйлера. Тогда вместо (10) запишем

$$\mathbf{L}(d) = \sum_{q=1}^{2^N} v_q (\mathbf{M}_{q \cos} + \mathbf{M}_{q \sin}), \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{q \cos} = & \left((-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N - 1} \sqrt{\frac{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)}}{\gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}} \cos \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right. \\ & \left. j (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N - 1} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}} \sin \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \times (15) \\ & \left. j (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N} \sqrt{\frac{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)}}} \sin \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \\ & \times \left((-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N} \sqrt{\frac{\gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)}}} \cos \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \\ \mathbf{M}_{q \sin} = & \left(j (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N - 1} \sqrt{\frac{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)}}{\gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}} \sin \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \times \\ & \left((-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N - 1} \frac{1}{\sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}} \cos \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \times (16) \\ & \left((-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N} \sqrt{\frac{\chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)}}} \cos \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \\ & \times \left(j (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i} + N} \sqrt{\frac{\gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)}}} \sin \left(\sum_{i=1}^N k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i \right) \right) \\ v_q = & \frac{\prod_{i=1}^{N-1} (\chi_{2-F_{q,i}}^{(i)} - \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)})}{\prod_{i=1}^N (\chi_1^{(i)} - \chi_2^{(i)})} \sqrt{\gamma_{1+F_{q,1}}^{(1)} \gamma_{2-F_{q,N}}^{(N)}}. \quad (17) \end{aligned}$$

Матрицы $\mathbf{M}_{q \cos}$ и $\mathbf{M}_{q \sin}$, полученные в результате преобразования Эйлера, являются унитарными и, следовательно, описывают незатухающие колебания [17]. Действительно, с математической точки зрения унитарное преобразование сохраняет площадь фигуры, построенной на соответствующих векторах. Таким образом, разложение (14) дает представление необыкновенной волны в одномерном анизотропном фотонном кристалле в виде суперпозиции 2^{N+1} гармонических волн. Волны, описываемые \mathbf{M}_q , назовем парциальными, волны, описываемые $\mathbf{M}_{q \cos}$ и $\mathbf{M}_{q \sin}$, назовем парциальными косинусной и синусной волнами, соответственно, а ϑ_q – коэффициентом вклада парциальной волны.

Учитывая вид матрицы преобразования (10) и используя методику [14, 15], найдем коэффициент отражения необыкновенной волны от многослойной анизотропной пластины

$$\begin{aligned} R = & \frac{\rho^2 l_{21} \cos^2 \alpha_{\text{пад}} - \rho (l_{11} - l_{22}) \cos \alpha_{\text{пад}} - l_{12}}{\rho^2 l_{21} \cos^2 \alpha_{\text{пад}} - \rho (l_{11} + l_{22}) \cos \alpha_{\text{пад}} + l_{12}}, \quad (18) \\ T = & \sqrt{1 - R^2}. \end{aligned}$$

Здесь $R = H_{\text{отр}}/H_{\text{пр}}$, ρ – волновое сопротивление среды, окружающей многослойную пластину, l_{mn} – элементы матрицы преобразования (10). Выражение (18) сходно с аналогичным выражением, представленным в [15]. Однако его анализ для данного случая с учетом [10] дает интересный результат. Действительно, матрица (10) связывает тангенциальные компоненты полей на границах структуры (см. (5)). При этом E_{x1} и H_{y1} в (5) включают в себя компоненты падающих и отраженных волн, а E_{x2} и H_{y2} являются компонентами прошедших волн [15]. Подставляя (10) в (5), получим

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_{x2} \\ H_{y2} \end{pmatrix} = & \left[\sum_{q=1}^{2^N} \vartheta_q \mathbf{M}_q \right] \begin{pmatrix} E_{x1} \\ H_{y1} \end{pmatrix} = \vartheta_1 \mathbf{M}_1 \begin{pmatrix} E_{x1} \\ H_{y1} \end{pmatrix} + \vartheta_2 \mathbf{M}_2 \begin{pmatrix} E_{x1} \\ H_{y1} \end{pmatrix} + \dots + \vartheta_{2^N} \mathbf{M}_{2^N} \begin{pmatrix} E_{x1} \\ H_{y1} \end{pmatrix} = \\ = & \vartheta_1 \begin{pmatrix} E_{x2}^{(1)} \\ H_{y2}^{(1)} \end{pmatrix} + \vartheta_2 \begin{pmatrix} E_{x2}^{(2)} \\ H_{y2}^{(2)} \end{pmatrix} + \dots + \vartheta_{2^N} \begin{pmatrix} E_{x2}^{(2^N)} \\ H_{y2}^{(2^N)} \end{pmatrix} = \sum_{q=1}^{2^N} \vartheta_q \begin{pmatrix} E_{x2}^{(q)} \\ H_{y2}^{(q)} \end{pmatrix} = \sum_{q=1}^{2^N} v_q \left(\begin{pmatrix} E_{x2}^{(q \cos)} \\ H_{y2}^{(q \cos)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_{x2}^{(q \sin)} \\ H_{y2}^{(q \sin)} \end{pmatrix} \right). \quad (19) \end{aligned}$$

Учитывая, что $H_{y2} = H_{\text{пр}}$, $E_{x2} = E_{\text{пр}} \cos \alpha = \rho H_{\text{пр}} \cos \alpha$, $H_{y1} = H_{\text{пад}} + H_{\text{отр}}$, $E_{x1} = \rho (H_{\text{пад}} - H_{\text{отр}}) \cos \alpha$, запишем

$$\left| \frac{\rho H_{\text{пр}} \cos \alpha}{H_{\text{пр}}} \right| = \left| \sum_{q=1}^{2^N} \vartheta_q \mathbf{M}_q \right| \left| \frac{\rho (H_{\text{пад}} - H_{\text{отр}}) \cos \alpha}{H_{\text{пад}} + H_{\text{отр}}} \right|. \quad (20)$$

Поскольку $T = H_{\text{пр}}/H_{\text{пад}}$, $R = H_{\text{отр}}/H_{\text{пад}}$, определяемые (18), то получим

$$\left| \frac{\rho T \cos \alpha}{T} \right| = \left| \sum_{q=1}^{2^N} \vartheta_q \mathbf{M}_q \right| \left| \frac{\rho(1-R) \cos \alpha}{1+R} \right|. \quad (21)$$

По аналогии с (21) введем коэффициенты прохождения парциальных волн T_q , как

$$\left| \frac{\rho T_q \cos \alpha}{T_q} \right| = \vartheta_q \mathbf{M}_q \left| \frac{\rho(1-R) \cos \alpha}{1+R} \right| \quad (22)$$

или

$$\left| \frac{\rho T_q \cos \alpha}{T_q} \right| = \mathbf{M}_q \left| \frac{\rho(v_q - v_q R) \cos \alpha}{v_q + v_q R} \right|. \quad (23)$$

Тогда v_q является долей q -й волны в падающей, а $R_q = v_q R$ являются коэффициентами отражения парциальных волн. Таким образом, можно записать:

$$T = \sum_{q=1}^{2^N} v_q T_q; \quad R = \sum_{q=1}^{2^N} R_q. \quad (24)$$

Таким образом, результирующие коэффициенты прохождения и отражения равны сумме соответ-

ствующих коэффициентов парциальных волн. Следовательно, представленное в данной работе разложение результирующей волны имеет не только математический, но и физический смысл.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрено поведение необыкновенной волны в слоистой одноосной анизотропной среде при произвольном направлении оси анизотропии. В аналитическом виде в элементарных функциях найдена матрица преобразования для однородного слоя и для многослойной структуры с произвольным числом слоев. Введено понятие парциальных волн в слоистой среде для рассматриваемого случая. Аналитически показано, что коэффициенты отражения и прохождения необыкновенной волны для плоскопараллельной пластины равны сумме коэффициентов отражения и прохождения парциальных волн.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Уравнения Максвелла в прямоугольных координатах

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= j\omega\mu H_x, & \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -j\omega\epsilon_{xx} E_x - j\omega\epsilon_{xz} E_z, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= j\omega\mu H_y, & \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j\omega\epsilon_{yy} H_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= j\omega\mu H_z, & \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= -j\omega\epsilon_{xz} E_x - j\omega\epsilon_{zz} E_z \end{aligned} \quad (A1)$$

для случая распространения волны в плоскости xOz принимают вид

$$\begin{aligned} -\frac{\partial E_y}{\partial z} &= j\omega\mu H_x, & \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= j\omega\mu H_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= j\omega\mu H_z, & -\frac{\partial H_y}{\partial z} &= -j\omega\epsilon_{xx} E_x - j\omega\epsilon_{xz} E_z, \\ & & \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j\omega\epsilon_{yy} H_y, \\ & & \frac{\partial H_y}{\partial x} &= -j\omega\epsilon_{xz} E_x - j\omega\epsilon_{zz} E_z. \end{aligned} \quad (A2)$$

Из четвертого и шестого уравнений (A2) получим

$$\begin{aligned} E_x &= -j \frac{\epsilon_{xz}}{\omega(\epsilon_{zz}\epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)} \frac{\partial H_y}{\partial x} - j \frac{\epsilon_{zz}}{\omega(\epsilon_{zz}\epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)} \frac{\partial H_y}{\partial z}, \\ E_z &= j \frac{\epsilon_{xx}}{\omega(\epsilon_{zz}\epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)} \frac{\partial H_y}{\partial x} + j \frac{\epsilon_{xz}}{\omega(\epsilon_{zz}\epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)} \frac{\partial H_y}{\partial z}. \end{aligned} \quad (A3)$$

Подставляя (A3) во второе уравнение (A2), запишем волновое уравнение

$$\begin{aligned} \epsilon_{zz} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + \epsilon_{xx} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + 2\epsilon_{xx} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial z} - \\ - \omega^2 \mu (\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2) H_y = 0. \end{aligned} \quad (A4)$$

С учетом условия непрерывности тангенциальной компоненты волнового вектора k_x на границах раздела для гармонической волны в бесконечной среде запишем дисперсионное уравнение

$$k_z^2 + \frac{2\epsilon_{xx} k_x}{\epsilon_{zz}} k_z + \frac{\epsilon_{xx} k_x^2 + \omega^2 \mu (\epsilon_{xx} \epsilon_{zz} - \epsilon_{xz}^2)}{\epsilon_{zz}} = 0. \quad (A5)$$

Решение (A5) дает нормальные компоненты волнового вектора (3) необыкновенной волны.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Произведение матриц преобразования (9) двух однородных слоев дает следующие выражения элементов результирующей матрицы:

$$\begin{aligned} L_{11}^{(2)} = & -\chi_1^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})] + \\ & + \chi_1^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})] + \\ & + \chi_2^{(1)} \frac{(\chi_1^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})] - \\ & - \chi_2^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})]; \\ L_{12}^{(2)} = & \chi_1^{(1)} \chi_2^{(2)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})] - \\ & - \chi_1^{(1)} \chi_1^{(2)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})] - \\ & - \chi_2^{(1)} \chi_2^{(2)} \frac{(\chi_1^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})] + \\ & + \chi_2^{(1)} \chi_1^{(2)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})]; \\ L_{21}^{(2)} = & -\frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})] + \\ & + \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})] + \\ & + \frac{(\chi_1^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})] - \\ & - \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})]; \end{aligned} \quad (B1)$$

$$\begin{aligned}
L_{22}^{(2)} = & \chi_2^{(2)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})\right] - \\
& - \chi_1^{(2)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})\right] - \\
& - \chi_2^{(2)} \frac{(\chi_1^{(1)} - \chi_1^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp\left[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)})\right] + \\
& + \chi_1^{(2)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_2^{(2)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})} \exp\left[j(k_2^{(1)} z^{(1)} + k_2^{(2)} z^{(2)})\right].
\end{aligned}$$

Здесь верхний индекс означает номер слоя, $L_{mn}^{(2)}$ – элементы матрицы преобразования двухслойной структуры, $k_1^{(1)}, k_2^{(1)}$ – z -компоненты волновых чисел прямой и обратной волны в первом слое (см. (3)), $k_1^{(2)}, k_2^{(2)}$ – z -компоненты волновых чисел прямой и обратной волны во втором слое (см. (3)), величины $\chi_1^{(i)}, \chi_2^{(i)}$ – для i -го определяются выражениями (7).

Произведение матриц преобразования (6) трех однородных слоев после преобразований дает выражение для элемента $L_{11}^{(3)}$ матрицы преобразования

$$\begin{aligned}
L_{11}^{(3)} = & \chi_1^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right] - \\
& - \chi_1^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right] - \\
& - \chi_1^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right] + \\
& + \chi_1^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right] - \\
& - \chi_2^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right] +
\end{aligned} \tag{B2}$$

$$\begin{aligned}
& + \chi_2^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right] + \\
& + \chi_2^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right] - \\
& - \chi_2^{(1)} \frac{(\chi_2^{(1)} - \chi_1^{(2)})(\chi_2^{(2)} - \chi_1^{(3)})}{(\chi_1^{(1)} - \chi_2^{(1)})(\chi_1^{(2)} - \chi_2^{(2)})(\chi_1^{(3)} - \chi_2^{(3)})} \times \\
& \times \exp\left[j(k_1^{(1)} z^{(1)} + k_1^{(2)} z^{(2)} + k_1^{(3)} z^{(3)})\right].
\end{aligned}$$

Аналогичные выражения получаются для остальных элементов матрицы преобразования. При этом выражение (B2) может быть записано в следующей компактной форме:

$$\begin{aligned}
L_{11}^{(3)} = & (-1)^{\sum_{i=1}^3 F_{q,i}+2} \chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \frac{\prod_{i=1}^2 (\chi_{2-F_{q,i}}^{(i)} - \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)})}{\prod_{i=1}^3 (\chi_1^{(i)} - \chi_2^{(i)})} \times \\
& \times \exp\left(\sum_{i=1}^3 j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i\right)
\end{aligned} \tag{B3}$$

или, учитывая $N = 3$, получим

$$\begin{aligned}
L_{11}^{(3)} = & (-1)^{\sum_{i=1}^N F_{q,i}+N-1} \chi_{1+F_{q,1}}^{(1)} \frac{\prod_{i=1}^{N-1} (\chi_{2-F_{q,i}}^{(i)} - \chi_{1+F_{q,i+1}}^{(i+1)})}{\prod_{i=1}^N (\chi_1^{(i)} - \chi_2^{(i)})} \times \\
& \times \exp\left(\sum_{i=1}^N j k_{1+F_{q,i}}^{(i)} z_i\right),
\end{aligned} \tag{B4}$$

где $F_{q,1}$ – функция, определяемая выражением (13). Продолжая перемножения матриц, можно записать аналогичные выражения для четырех, пяти и т.д. слоев. Далее, с использованием метода ма-

тематической индукции было проверено, что такие же выражения получаются для произвольного N числа слоев. Полные преобразования не представлены здесь ввиду их громоздкости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Otón E., Morawiak P., Mazur R. et al.* // J. Lightwave Technol. 2019. V. 37. № 9. P. 2086.
2. *Аверин С.В., Кузнецов П.И., Житов В.А. и др.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 10. С. 1038.
3. *Barabanova E., Vytovtov K., Trong Thanh Nguyen* // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1368/2 <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/1368/2/022002>
4. *Wey J.Sh., Zhang J.* // J. Lightwave Technol. 2019. V. 37. № 12. P. 2830.
5. *Parygin D.S., Finogeev A.G., Kamaev V.A. et al.* // J. Phys.: Conf. Ser. : Proc. Intern. Conf. on Inform. Technol. in Business and Industry 2016, Tomsk, Russia, 21–23 September 2016. IOP Publishing, 2017. V. 803 / 012112. P. 1–6. <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/803/1/012112/pdf>.
6. *Velázquez-Benítez A.M., Reyes-Medrano M., Vélez-Cordero J.R., Hernández-Cordero J.* // J. Lightwave Technol. 2015. V. 33. № 1. P. 176.
7. *Scolari L., Alkeskjold Th. T., Riishede J. et al.* // Opt. Express. 2005. V. 13. № 19. P. 7483.
8. *Микаэлян А.Л.* Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М.;Л.: Госэнергоиздат, 1963.
9. *Лакс Б., Баттон К.* Сверхвысокочастотные ферриты и ферримагнетики / Пер. с англ. М.: Мир, 1965.
10. *Lee J.K., Kong J.A.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 1985. V. 2. № 12. P. 2171.
11. *Veniaminova Y., Stashkevich A.A., Roussigné Y. et al.* // Opt. Mater. Express. 2012. V. 2. № 9. P. 1260.
12. *Yeon H. Lee, Chong-Hoon Kwak, El-Hang Lee* // J. Opt. Soc. Amer. B. 1996. V. 13. № 12. P. 2762.
13. *Журавлев В.Ф.* Основы теоретической механики. М.: Физматлит, 2001.
14. *Vytovtov K.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 2005. V. 22. № 4. P. 689.
15. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. 1973. М.: Наука, 1973.
16. *Вытовтов К.А.* // РЭ. 2001. Т. 46. № 2. С. 159.
17. *Vytovtov K., Barabanova E., Vishnevskiy V.* // Proc. Communications in Computer and Information Science. 2019. V. 1141. P. 199

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.371.333;537.874.6

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ НА ПЛОСКОМ ЭКРАНЕ,
РАСПОЛОЖЕННОМ В ПЛОСКОСЛОИСТОЙ СРЕДЕ, С ПОМОЩЬЮ
МЕТОДА ПРОДОЛЖЕННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ

© 2020 г. А. Г. Кюркчан^{a, b, c}, С. А. Маненков^{a, *}

^aМосковский технический университет связи и информатики,
ул. Авиамоторная, 8а, Москва, 111024 Российская Федерация

^bФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

^cФГУП Центральный научно-исследовательский институт связи,
1-й проезд Перова поля, 8, Москва, 111141 Российская Федерация

*E-mail: mail44471@mail.ru

Поступила в редакцию 12.12.2019 г.

После доработки 12.12.2019 г.

Принята к публикации 14.01.2020 г.

На основе метода продолженных граничных условий разработан алгоритм численного решения трехмерной задачи дифракции поля точечного источника на плоском экране, расположенном на границе раздела плоскостойкой среды. В частности, рассмотрен случай, когда экран находится на границе раздела двух сред и на верхней границе диэлектрического слоя, окруженного одинаковыми диэлектрическими полупространствами. Для контроля правильности получаемых результатов проведена проверка точности выполнения оптической теоремы. Построены угловые зависимости диаграммы рассеяния для экрана круговой, прямоугольной и эллиптической формы.

DOI: 10.31857/S0033849420060200

ВВЕДЕНИЕ

Задача дифракции на тонких экранах представляет большой практический интерес, например, при анализе полосковых антенн. Существует много работ, посвященных как двумерным, так и трехмерным вариантам задачи дифракции на тонких экранах расположенных в однородной и плоскостойкой средах [1–6]. Однако трехмерные задачи исследованы достаточно слабо. В литературе рассматриваются различные методы решения задачи дифракции на тонких экранах, например, такие, как метод интегральных уравнений [1], метод полуобращения [2, 3], метод задачи Римана–Гильберта [5] и ряд других.

В данной работе рассмотрена трехмерная задача дифракции поля вертикального электрического диполя, который расположен либо над плоским экраном, лежащим на границе раздела двух однородных диэлектрических полупространств, либо на верхней границе однородного диэлектрического слоя, окруженного одинаковыми полупространствами. Для решения рассматриваемой задачи дифракции был использован метод продолженных граничных условий (МПГУ) [7, 8], который ранее применялся к решению двумерных и трехмерных задач дифракции [9–11]. Ос-

новная идея метода состоит в переносе граничных условий с поверхности экрана на некоторое небольшое расстояние δ в область над экраном. Такой подход позволяет свести задачу дифракции к интегральному уравнению первого рода относительно неизвестного тока на поверхности тонкого экрана. При этом ядро интегрального уравнения не имеет особенности при совпадении аргументов, что очень удобно при численном решении задачи. В то же время в силу малости расстояния δ ядро имеет максимум при совпадении аргументов, что делает соответствующий численный алгоритм устойчивым. Отметим, что настоящая работа является обобщением работы [11] на векторный случай дифракции на плоском экране, расположенном в плоскостойкой среде.

При решении задачи дифракции на экране, расположенном на границе раздела плоскостойкой среды, использовалась функция Грина (ФГ) данной среды, которая аналитически учитывает граничные условия сопряжения на всех границах раздела. В результате задача сводится к нахождению тока только на поверхности экрана, т.е. отпадает необходимость искать токи на границах раздела сред. Однако при этом возникает проблема, связанная со сходимостью интегралов Зо-

ммерфельда, через которые выражается ФГ. Для ее преодоления мы выделяли асимптотики подынтегральных выражений в соответствующих интегралах, с последующим интегрированием в явном виде этих асимптотик. Для решения интегрального уравнения в работе использован метод Крылова–Боголюбова. При этом ядра системы сводится задача дифракции, разбивали на две части: сингулярную, обусловленную описанными выше асимптотиками, и оставшуюся регулярную часть. Сингулярная часть является быстроменяющейся функцией координат, в то время как регулярная меняется медленно. Поэтому можно использовать более “грубую” аппроксимацию подынтегральной функции при численной оценке интегралов от регулярной части ФГ [12]. Этот факт позволяет существенно ускорить вычисления.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим математическую постановку задачи. Пусть плоский бесконечно тонкий экран S расположен на границе раздела $z = 0$ плоскослоистой среды, а именно пусть он находится либо на границе однородного диэлектрического полупространства с характеристиками μ_2 и ϵ_2 , либо на верхней границе диэлектрического слоя с проницаемостями μ_2 и ϵ_2 , окруженного двумя одинаковыми полупространствами (рис. 1). Характеристики верхнего полупространства (при $z > 0$) или полупространств, окружающих слой, обозначим через μ_1, ϵ_1 . На поверхности экрана выполняется условие

$$\vec{i}_z \times \vec{E} = 0, \tag{1}$$

где \vec{i}_z – единичный орт по оси z , \vec{E} – полное электрическое поле. На границах раздела сред, т.е. либо при $z = 0$, в случае когда экран расположен на границе однородного полупространства, либо при $z = 0$ и $z = -h$, при решении задачи дифракции на экране, находящемся на границе диэлектрического слоя, выполнены условия сопряжения следующего вида:

$$[\vec{i}_z \times \vec{E}] = 0, [\vec{i}_z \times \vec{H}] = 0, \tag{2}$$

где \vec{H} – полное магнитное поле, квадратные скобки означают скачок соответствующей величины. Будем считать, что рассматриваемая структура возбуждается полем вертикального диполя, расположенного в точке с координатами $\vec{r}_0(x_0, y_0, z_0)$, причем $z_0 > 0$. Таким образом, для падающего поля имеем

$$\vec{E}_i = -\frac{i\zeta_1}{k_1} (\nabla(\nabla \vec{A}_i) + k_1^2 \vec{A}_i), \tag{3}$$

$$\vec{H}_i = \nabla \times \vec{A}_i, \tag{4}$$

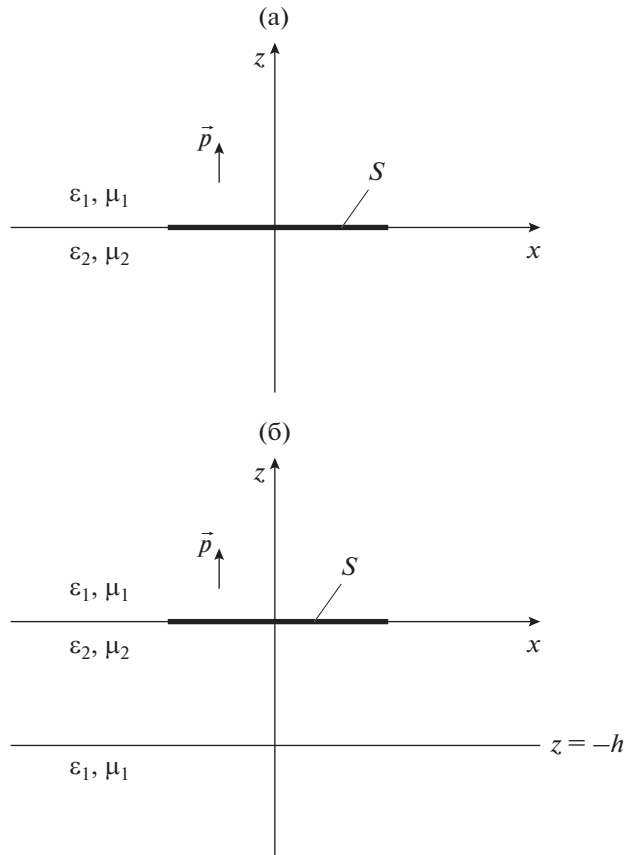


Рис. 1. Геометрия задачи: рассеяние на экране, лежащем на границе полупространства (а), и на верхней границе диэлектрического слоя (б).

где

$$\vec{A}_i = \vec{p} \frac{\exp(-ik_1 R_0)}{4\pi R_0}, \quad R_0 = |\vec{r} - \vec{r}_0|. \tag{5}$$

В формулах (3)–(5) $k_1 = \omega\sqrt{\epsilon_1\mu_1}$ – волновое число среды вне слоя (ω – круговая частота), $\zeta_1 = \sqrt{\mu_1/\epsilon_1}$ – волновой импеданс среды верхнего полупространства, \vec{p} – момент диполя, причем $\vec{p} = \vec{i}_z$. В результате полное поле представляется в виде суммы первичного и вторичного (рассеянного) полей. А именно

$$\vec{E} = \vec{E}^0 + \vec{E}^1, \quad \vec{H} = \vec{H}^0 + \vec{H}^1, \tag{6}$$

где первичные поля \vec{E}^0, \vec{H}^0 определяются из задачи дифракции поля диполя в отсутствие экрана. Решение данной задачи общеизвестно и здесь не приводится. Будем также считать, что на бесконечности выполнены условия излучения для рассеянного поля:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \vec{E}^1 = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \vec{H}^1 = 0, \tag{7}$$

$$\text{Im } \epsilon_p, \mu_p < 0, \quad p = 1, 2,$$

где r – расстояние от начала координат до точки наблюдения. В соответствии с принципом предельного поглощения предполагаем, что сначала проницаемости всех сред имеют малые мнимые части, а в окончательных формулах – мнимые части устремляются к нулю.

2. ВЫВОД ОСНОВНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Будем решать поставленную задачу при помощи МПГУ. С этой целью “перенесем” граничное условие с поверхности экрана на некоторое расстояние $\delta > 0$ [7–11]. Тогда граничное условие (при $z = \delta$) примет вид

$$\vec{i}_z \times \vec{E}^1 = -\vec{i}_z \times \vec{E}^0, \quad \vec{r} \in S_\delta, \tag{8}$$

где S_δ – поверхность, получаемая смещением исходной поверхности S экрана на расстояние δ . При этом рассеянное электрическое поле имеет следующее представление

$$\vec{E}^1 = -\frac{i\zeta_1}{k_1} (\nabla(\nabla\vec{A}) + k_1^2\vec{A}). \tag{9}$$

В формуле (9) потенциал \vec{A} определяется из соотношения (в декартовых координатах) [1]:

$$\vec{A} = \int_S \hat{G}(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}(\vec{r}') ds', \tag{10}$$

где \vec{j} – неизвестный ток на поверхности экрана,

$$\hat{G}\vec{j} = \begin{pmatrix} g_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g_{11} & 0 \\ \frac{\partial g_{31}}{\partial x} & \frac{\partial g_{31}}{\partial y} & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_{x'} \\ j_{y'} \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Функции g_{11}, g_{31}, g_{33} в формуле (11) представляются в виде:

$$g_{11} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty v_{11}(\kappa, z, z') J_0(\kappa R_\perp) \kappa d\kappa, \tag{12}$$

$$g_{31} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty v_{31}(\kappa, z, z') J_0(\kappa R_\perp) \kappa d\kappa, \tag{13}$$

$$g_{33} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty v_{33}(\kappa, z, z') J_0(\kappa R_\perp) \kappa d\kappa, \tag{14}$$

где

$$R_\perp = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2},$$

причем спектральные функции v_{11}, v_{31}, v_{33} являются решениями одномерных краевых задач:

$$\begin{cases} v_{11}'' + (k^2(z) - \kappa^2)v_{11} = -\delta(z - z'), \\ [v_{11}] = 0, \quad \left[\frac{1}{\mu} v_{11}' \right] = 0, \end{cases} \tag{15}$$

$$\begin{cases} v_{31}'' + (k^2(z) - \kappa^2)v_{31} = 0, \\ \left[\frac{1}{\mu} v_{31} \right] = 0, \\ \left[\frac{1}{\mu\epsilon} v_{31}' \right] = -v_{11} \left[\frac{1}{\mu\epsilon} \right], \end{cases} \tag{16}$$

$$\begin{cases} v_{33}'' + (k^2(z) - \kappa^2)v_{33} = -\delta(z - z'), \\ \left[\frac{1}{\epsilon\mu} v_{33} \right] = 0, \quad \left[\frac{1}{\epsilon\mu} v_{33}' \right] = 0. \end{cases} \tag{17}$$

В формулах (15)–(17) квадратные скобки вновь означают скачки соответствующих величин либо при $z = 0$, либо при $z = 0$ и $z = -h$ соответственно для задач дифракции на экране, лежащем или на границе диэлектрического полупространства, или на верхней границе диэлектрического слоя. Функция $k(z)$ в указанных двух случаях слоистой среды имеет вид

$$k(z) = \begin{cases} k_1, & z > 0, \\ k_2, & z < 0, \end{cases} \tag{18}$$

либо

$$k(z) = \begin{cases} k_1, & z > 0, \quad z < -h, \\ k_2, & -h < z < 0. \end{cases} \tag{19}$$

Решения задач (15)–(17) получаются аналогично тому, как это рассмотрено в работе [1] (см. также ниже).

Подставим формулу (9) в граничное условие (8). В результате с учетом (10) и (11) получим следующее интегральное уравнение первого рода относительно неизвестного тока \vec{j} :

$$\vec{i}_z \times \left[\frac{i\zeta_1}{k_1} \int_S (\nabla_\perp \left((\nabla'_\perp \vec{g}) \vec{j} \right) - k_1^2 g_{11} \vec{j}) ds' \right] = -\vec{i}_z \times \vec{E}^0, \tag{20}$$

где $\nabla_\perp = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{i}_y$, $\nabla'_\perp = \frac{\partial}{\partial x'} \vec{i}_{x'} + \frac{\partial}{\partial y'} \vec{i}_{y'}$, $\vec{g} = g_{11} + \frac{\partial g_{31}}{\partial z}$. Выражения для функций g_{11} и \vec{g} имеют вид

$$g_{11} = -\frac{i}{4\pi} \int_0^\infty (1 + R_{11}) \exp(-i\gamma_1 \delta) J_0(\kappa R_\perp) \frac{\kappa d\kappa}{\gamma_1}, \tag{21}$$

$$\tilde{g} = -\frac{i}{4\pi} \int_0^\infty (\kappa^2 + k_1^2 R_{11} + \gamma_1^2 R_{33}) \times \exp(-i\gamma_1 \delta) J_0(\kappa R_{\perp}) \frac{d\kappa}{\gamma_1 \kappa}, \quad (22)$$

где в случае задачи дифракции на экране, расположенном на границе полупространства имеем

$$R_{11} = \frac{\gamma_1 - \mu_{12}\gamma_2}{\gamma_1 + \mu_{12}\gamma_2}, \quad R_{33} = \frac{\gamma_1 - \varepsilon_{12}\gamma_2}{\gamma_1 + \varepsilon_{12}\gamma_2}, \quad (23)$$

а в случае рассеяния на экране, лежащем на верхней границе диэлектрического слоя -

$$R_{11} = \frac{(\gamma_2^2 \mu_{12} - \gamma_1^2 \mu_{21}) \operatorname{tg}(\gamma_2 h)}{2i\gamma_1 \gamma_2 - (\gamma_2^2 \mu_{12} + \gamma_1^2 \mu_{21}) \operatorname{tg}(\gamma_2 h)}, \quad (24)$$

$$R_{33} = \frac{(\gamma_2^2 \varepsilon_{12} - \gamma_1^2 \varepsilon_{21}) \operatorname{tg}(\gamma_2 h)}{2i\gamma_1 \gamma_2 - (\gamma_2^2 \varepsilon_{12} + \gamma_1^2 \varepsilon_{21}) \operatorname{tg}(\gamma_2 h)}.$$

Здесь $\gamma_{1,2} = \sqrt{k_{1,2}^2 - \kappa^2}$, $\varepsilon_{12} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$, $\mu_{12} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, $\varepsilon_{21} = \frac{1}{\varepsilon_{12}}$, $\mu_{21} = \frac{1}{\mu_{12}}$. Отметим, что величины R_{11} и R_{33} имеют смысл коэффициентов отражения плоской волны от границы полупространства или границ слоя.

Для дальнейшего удобно считать, что граница поверхности экрана совпадает с координатной линией в некоторой ортогональной системе координат (ξ, η) . Пусть в этой системе координат

$$x = x(\xi, \eta), \quad y = y(\xi, \eta), \quad (25)$$

$$\xi \in [\xi_1, \xi_2], \quad \eta \in [\eta_1, \eta_2].$$

Нетрудно показать, что в этом случае уравнение (20) сводится к следующей системе двумерных интегральных уравнений (СИУ) относительно неизвестных компонент тока $j_{\xi'}$, $j_{\eta'}$:

$$\int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} K_{11}(\xi, \eta, \xi', \eta') \tilde{j}_{\xi'}(\xi', \eta') d\xi' d\eta' + \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} K_{12}(\xi, \eta, \xi', \eta') \tilde{j}_{\eta'}(\xi', \eta') d\xi' d\eta' = -E_{\xi}^0(\xi, \eta), \quad (26)$$

$$\int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} K_{21}(\xi, \eta, \xi', \eta') \tilde{j}_{\xi'}(\xi', \eta') d\xi' d\eta' + \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} K_{22}(\xi, \eta, \xi', \eta') \tilde{j}_{\eta'}(\xi', \eta') d\xi' d\eta' = -E_{\eta}^0(\xi, \eta),$$

где ядра СИУ (26) имеют вид

$$K_{11}(\xi, \eta, \xi', \eta') = \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\xi}} \frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial \xi \partial \xi'} - k_1^2 g_{11} t_{11} h_{\xi} \right),$$

$$K_{12}(\xi, \eta, \xi', \eta') = \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\xi}} \frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial \xi \partial \eta'} - k_1^2 g_{11} t_{12} h_{\eta} \right), \quad (27)$$

$$K_{21}(\xi, \eta, \xi', \eta') = \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\eta}} \frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial \eta \partial \xi'} + k_1^2 g_{11} t_{12} h_{\xi} \right),$$

$$K_{22}(\xi, \eta, \xi', \eta') = \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\eta}} \frac{\partial^2 \tilde{g}}{\partial \eta \partial \eta'} - k_1^2 g_{11} t_{11} h_{\eta} \right).$$

В формуле (26) обозначено $\tilde{j}_{\xi'} = h_{\eta'} j_{\xi'}$, $\tilde{j}_{\eta'} = h_{\xi} j_{\eta'}$ (h_{ξ} , h_{η} - коэффициенты Ламе соответствующей системы координат). Величины t_{11} и t_{12} представляют собой элементы матрицы перехода, определяемой из соотношения

$$\begin{pmatrix} j_{\xi} \\ j_{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ -t_{12} & t_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{j}_{\xi'} \\ \tilde{j}_{\eta'} \end{pmatrix}. \quad (28)$$

СИУ (26) решали с использованием метода Крылова-Боголюбова, для чего была введена сетка

$$\bar{\xi}_s = \xi_1 + (2s - 1)\Delta_1, \quad s = 1, 2, \dots, N_1, \quad (29)$$

$$\bar{\eta}_t = \eta_1 + (2t - 1)\Delta_2, \quad t = 1, 2, \dots, N_2, \quad (30)$$

где $\Delta_1 = \frac{\xi_2 - \xi_1}{2N_1}$, $\Delta_2 = \frac{\eta_2 - \eta_1}{2N_2}$. Далее заменяли неизвестные компоненты токов (точнее функции $\tilde{j}_{\xi'}$, $\tilde{j}_{\eta'}$) линейной комбинацией кусочно-постоянных функций

$$\tilde{j}_{\xi'}(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} c_{jl} f_j(\xi) q_l(\eta), \quad (31)$$

$$\tilde{j}_{\eta'}(\xi, \eta) = \sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} d_{jl} f_j(\xi) q_l(\eta),$$

где

$$f_j(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi \in [\bar{\xi}_j - \Delta_1, \bar{\xi}_j + \Delta_1], \\ 0, & \xi \notin [\bar{\xi}_j - \Delta_1, \bar{\xi}_j + \Delta_1], \end{cases} \quad (32)$$

$$q_l(\eta) = \begin{cases} 1, & \eta \in [\bar{\eta}_l - \Delta_2, \bar{\eta}_l + \Delta_2], \\ 0, & \eta \notin [\bar{\eta}_l - \Delta_2, \bar{\eta}_l + \Delta_2]. \end{cases} \quad (33)$$

После подстановки формул (31) в СИУ (26) и приравнивания левых и правых частей полученных равенств в точках коллокации, получим следующую систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} (A_{11}^{st,jl} c_{jl} + A_{12}^{st,jl} d_{jl}) = u_1^{st}, \quad (34)$$

$$\sum_{j=1}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_2} (A_{21}^{st,jl} c_{jl} + A_{22}^{st,jl} d_{jl}) = u_2^{st},$$

где

$$A_{pq}^{st,jl} = \int_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} \int_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} K_{pq}(\bar{\xi}_s, \bar{\eta}_t, \xi', \eta') d\xi' d\eta', \quad (35)$$

$$u_1^{st} = -E_{\xi}^0(\bar{\xi}_s, \bar{\eta}_t), \quad u_2^{st} = -E_{\eta}^0(\bar{\xi}_s, \bar{\eta}_t), \quad p, q = 1, 2, \quad (36)$$

$$s = 1, 2, \dots, N_1, \quad t = 1, 2, \dots, N_2.$$

Рассмотрим вопрос о вычислении матричных элементов СЛАУ (34). Повторные интегралы в формуле (35) сводятся к следующим:

$$\begin{aligned} A_{11}^{st,jl} &= \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\xi}} \int_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \xi} \Big|_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} d\eta' - k_1^2 \int_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} \int_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} g_{11} t_{11} h_{\xi} d\xi' d\eta' \right), \\ A_{12}^{st,jl} &= \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\xi}} \int_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \xi} \Big|_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} d\xi' + k_1^2 \int_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} \int_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} g_{11} t_{12} h_{\eta} d\xi' d\eta' \right), \\ A_{21}^{st,jl} &= \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\eta}} \int_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \eta} \Big|_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} d\eta' - k_1^2 \int_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} \int_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} g_{11} t_{12} h_{\xi} d\xi' d\eta' \right), \\ A_{22}^{st,jl} &= \frac{i\zeta_1}{k_1} \left(\frac{1}{h_{\eta}} \int_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \eta} \Big|_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} d\xi' + k_1^2 \int_{\bar{\eta}_l - \Delta_2}^{\bar{\eta}_l + \Delta_2} \int_{\bar{\xi}_j - \Delta_1}^{\bar{\xi}_j + \Delta_1} g_{11} t_{11} h_{\eta} d\xi' d\eta' \right). \end{aligned} \quad (37)$$

Нетрудно видеть, что подынтегральные функции в формулах (37) выражаются через величины g_{11} и $\partial \tilde{g} / \partial R_{\perp}$. Как следует из асимптотик подынтегральных функций, в интегралах (21) и (22) данные интегралы сходятся очень медленно (при малых δ). Для ускорения сходимости мы выделили асимптотики соответствующих функций при $k \rightarrow \infty$. В результате будем иметь

$$g_{11} = g_{11}^s + g_{11}^r \equiv (1 + R_{11}^{\infty}) \frac{\exp(-ik_1 R)}{4\pi R} - \frac{i}{4\pi} \int_0^{\infty} (R_{11} - R_{11}^{\infty}) \exp(-i\gamma_1 \delta) J_0(\kappa R_{\perp}) \frac{\kappa d\kappa}{\gamma_1}, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial R_{\perp}} &= \frac{\partial \tilde{g}^s}{\partial R_{\perp}} + \frac{\partial \tilde{g}^r}{\partial R_{\perp}} \equiv \\ &\equiv \left[(1 - R_{33}^{\infty}) \frac{d}{dR_{\perp}} \left(\frac{\exp(-ik_1 R)}{4\pi R} \right) + \frac{i}{4\pi} F_{\infty} \frac{R - \delta}{R_{\perp}} \right] + \\ &+ \frac{i}{4\pi} \int_0^{\infty} \left[(\kappa^2 (R_{33}^{\infty} - R_{33}) + k_1^2 (R_{11} + R_{33})) \times \right. \\ &\left. \times \exp(-i\gamma_1 \delta) - \frac{F_{\infty} \gamma_1}{\kappa} \exp(-\kappa \delta) \right] J_1(\kappa R_{\perp}) \frac{d\kappa}{\gamma_1}, \end{aligned} \quad (39)$$

где в случае задачи дифракции на экране, расположенном на границе полупространства, получаем

$$\begin{aligned} R_{11}^{\infty} &= \frac{\mu_{21} - 1}{\mu_{21} + 1}, \quad R_{33}^{\infty} = \frac{\varepsilon_{21} - 1}{\varepsilon_{21} + 1}, \\ F_{\infty} &= i \left(k_1^2 (R_{11}^{\infty} + R_{33}^{\infty}) + \frac{(k_1^2 - k_2^2) \varepsilon_{21}}{(\varepsilon_{21} + 1)^2} \right), \end{aligned} \quad (40)$$

а в случае рассеяния на экране, лежащем на верхней границе диэлектрического слоя, —

$$\begin{aligned} R_{11}^{\infty} &= \frac{\mu_{21} - \mu_{12}}{2 + \mu_{21} + \mu_{12}}, \quad R_{33}^{\infty} = \frac{\varepsilon_{21} - \varepsilon_{12}}{2 + \varepsilon_{21} + \varepsilon_{12}}, \\ F_{\infty} &= i \left(k_1^2 (R_{11}^{\infty} + R_{33}^{\infty}) + \frac{k_1^2 - k_2^2}{2 + \varepsilon_{21} + \varepsilon_{12}} \right). \end{aligned} \quad (41)$$

В формулах (38) и (39) $R = \sqrt{R_{\perp}^2 + \delta^2}$. Заметим, что при выводе формулы (39) использовано тождество [13]

$$\int_0^{\infty} J_1(\kappa R_{\perp}) \exp(-\kappa \delta) \frac{d\kappa}{\kappa} = \frac{R - \delta}{R_{\perp}}. \quad (42)$$

Как нетрудно показать, подынтегральные выражения в интегралах в формулах (38) и (39) убывают как $1/\kappa^{5/2}$ (для малых δ) при $\kappa \rightarrow \infty$, т.е. легко могут быть найдены численно.

Отметим, что в случае дифракции на экране, расположенном на верхней границе диэлектрического слоя, подынтегральные выражения в формулах (38) и (39) содержат особенности на комплексной плоскости κ . А именно имеются полюсы, которые расположены на действительной оси (в случае отсутствия поглощения в среде слоя) или вблизи нее. Для преодоления трудностей, связанных с интегрированием в окрестности полюсов при условии, что поглощение в среде мало (считаем, что имеются малые потери в среде слоя), используем методику, аналогичную той, которая предложена работе [14]. Будем предполагать, что

$k_2 > k_1$. Сделаем замену $\kappa = k_1 \sin \psi$ в интегралах в формулах (38) и (39) и запишем их в виде

$$\int_0^\infty \frac{F(\kappa)}{\chi(\kappa)} d\kappa = \int_0^{\pi/2+i\infty} \frac{F_1(\psi)}{\chi(\psi)} d\psi = \int_0^{\pi/2} \frac{F_1(\psi)}{\chi(\psi)} d\psi + \int_{\pi/2}^{\pi/2+i\beta_{12}} \frac{F_1(\psi)}{\chi(\psi)} d\psi + \int_{\pi/2+i\beta_{12}}^{\pi/2+i\infty} \frac{F_1(\psi)}{\chi(\psi)} d\psi, \quad (43)$$

где функция $\chi(\kappa)$ имеет нули, определяющие положение полюсов,

$$\beta_{12} = \ln \left(k_2/k_1 + \sqrt{(k_2/k_1)^2 - 1} \right).$$

В формуле (43) для упрощения записи мы не стали вводить новых обозначений для функции $\chi(\psi)$, которая получается после замены переменной. Первый и третий интегралы в (43) берем от гладких функций и вычисляем стандартными методами. Второй интеграл в (43) находим при помощи замены $\psi = \pi/2 + i\beta$ с последующим применением равенства [14]

$$i \int_0^{\beta_{12}} \frac{F_1(\beta)}{\chi(\beta)} d\beta = i \int_0^{\beta_{12}} \left(\frac{F_1(\beta)}{\chi(\beta)} - \sum_l \frac{\omega_l}{\beta - \beta_l} \right) d\beta + i \sum_l \omega_l [\ln(\beta_{12} - \beta_l) - \ln(-\beta_l)], \quad (44)$$

где $\omega_l = \frac{F_1(\beta_l)}{\chi'(\beta_l)}$, β_l – значение переменной β в полюсе. Суммирование в (44) проводим по всем полюсам, у которых $\text{Re}[k_1 \sin(\pi/2 + i\beta_l)] > 0$. В формуле (44) выбираем главную ветвь логарифмической функции.

Сделаем также замечание относительно вычисления интегралов в формуле (37). Для их оценки мы использовали тот факт, что в формулах (38) и (39) функции g_{11}^s и $\partial \tilde{g}^s / \partial R_\perp$ (которые мы назовем сингулярными частями величин g_{11} и

$\partial \tilde{g} / \partial R_\perp$, т.е. внеинтегральные слагаемые в (38) и (39)) являются быстро меняющимися функциями координат (при приближении точек наблюдения и источника), а оставшиеся интегралы по переменной κ меняются медленно в зависимости от координат. Таким образом, интегралы от сингулярных частей следует вычислять, используя, например, адаптивные программы численного интегрирования, а к оставшимся интегралам от регулярных частей можно применить формулу интегрирования, являющуюся двумерным аналогом формулы прямоугольников [12]. Данный факт позволяет существенно сократить время счета матричных элементов на ЭВМ.

В качестве выходной характеристики задачи рассмотрим диаграмму рассеяния $\vec{F}(\theta, \varphi)$ волнового поля. Диаграмма получается при помощи перехода к асимптотике рассеянного поля при $r \rightarrow \infty$. Эта величина определяется по формуле

$$\vec{E}^1 \approx \vec{F}(\theta, \varphi) \frac{\exp(-ik_p r)}{r}, \quad (45)$$

где в случае полупространства $p = 1, 2$, а в случае диэлектрического слоя $p = 1$. Предполагая отсутствие поглощения в средах, можно получить следующее представление для диаграммы рассеяния:

$$\vec{F}(\theta, \varphi) = F_\theta(\theta, \varphi) \vec{i}_\theta + F_\varphi(\theta, \varphi) \vec{i}_\varphi = \int_S \hat{G}_\infty(\vec{r}, \vec{r}') \vec{j}(\vec{r}') ds', \quad (46)$$

где

$$\hat{G}_\infty \vec{j} = \begin{pmatrix} f_{11}^\infty & f_{12}^\infty \\ f_{21}^\infty & f_{22}^\infty \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{j}_\xi' \\ \vec{j}_\eta' \end{pmatrix}, \quad (47)$$

$$f_{11}^\infty = -i\zeta_1 k_1 h_\xi \left(\cos \theta (\tau_{11} \cos \varphi - \tau_{12} \sin \varphi) g_{11}^\infty + \frac{1}{h_\xi} \frac{\partial g_{31}^\infty}{\partial R_\perp} \frac{\partial R_\perp}{\partial \xi'} \sin \theta \right), \quad (48)$$

$$f_{12}^\infty = -i\zeta_1 k_1 h_\eta \left(\cos \theta (\tau_{12} \cos \varphi + \tau_{11} \sin \varphi) g_{11}^\infty + \frac{1}{h_\eta} \frac{\partial g_{31}^\infty}{\partial R_\perp} \frac{\partial R_\perp}{\partial \eta'} \sin \theta \right), \quad (49)$$

$$f_{21}^\infty = i\zeta_1 k_1 h_\xi (\tau_{11} \sin \varphi + \tau_{12} \cos \varphi) g_{11}^\infty, \quad (50)$$

$$f_{22}^\infty = i\zeta_1 k_1 h_\eta (\tau_{12} \sin \varphi - \tau_{11} \cos \varphi) g_{11}^\infty, \quad (51)$$

$$g_{11}^\infty = \frac{1}{4\pi} F_{11}(\theta) \exp(-ik_p(x' \sin \theta \cos \varphi + y' \sin \theta \sin \varphi)), \quad (52)$$

$$\frac{\partial g_{31}^\infty}{\partial R_\perp} = \pm \frac{1}{4\pi} F_{31}(\theta) \times \quad (53)$$

$\times \text{ctg } \theta \exp(-ik_p(x' \sin \theta \cos \varphi + y' \sin \theta \sin \varphi))$,

верхний знак относится к верхнему полупространству $z > 0$, $p = 1$ или $p = 2$ в случае дифракции на экране, лежащем на границе полупро-

странства, и $p = 1$ в случае диэлектрического слоя. Величины τ_{11} и τ_{12} представляют собой элементы матрицы перехода, определяемой из соотношения

$$\begin{pmatrix} j_{x'} \\ j_{y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} \\ -\tau_{12} & \tau_{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_{\xi'} \\ j_{\eta'} \end{pmatrix}. \quad (54)$$

При этом в случае, когда экран расположен на границе диэлектрического полупространства, получаем

$$F_{11}(\theta) = \begin{cases} 1 + R_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z > 0, \\ T_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z < 0, \end{cases} \quad (55)$$

$$F_{31}(\theta) = \begin{cases} R_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2) + R_{33}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z > 0, \\ T_{33}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2) - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} T_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z < 0, \end{cases} \quad (56)$$

где в верхних формулах в (55) и (56) $\kappa = k_1 \sin \theta$, $\gamma_1 = k_1 \cos \theta$, $\gamma_2 = \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}$, а в нижних $\kappa = k_2 \sin \theta$, $\gamma_1 = \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta}$, $\gamma_2 = -k_2 \cos \theta$.

В случае наличия диэлектрического слоя имеем

$$F_{11}(\theta) = \begin{cases} 1 + R_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z > 0, \\ T_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z < -h, \end{cases} \quad (57)$$

$$F_{31}(\theta) = \begin{cases} R_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2) + R_{33}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z > 0, \\ T_{33}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2) - T_{11}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2), & z < -h, \end{cases} \quad (58)$$

где $\kappa = k_1 \sin \theta$, $\gamma_1 = \pm k_1 \cos \theta$, $\gamma_2 = \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}$ (верхний знак относится к верхнему полупространству $z > 0$). В формулах (55)–(58) T_{11} , T_{33} – коэффициенты прохождения плоской волны для диэлектрического полупространства и слоя. В этих формулах мы выделили в явном виде зависимость коэффициентов отражения и прохождения плоской волны от величин $\gamma_{1,2}$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве критерия правильности получаемых результатов мы проверили точность выполнения оптической теоремы [15]. Был рассмотрен случай дифракции поля вертикального диполя на экране, лежащем на границе раздела двух сред (см. рис. 1а). По аналогии с работой [15] можно показать, что оптическая теорема для данной геометрии имеет вид

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\zeta_1} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} |\vec{F}_\Sigma(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta d\theta + \\ & + \frac{1}{\zeta_2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} |\vec{F}_\Sigma(\theta, \varphi)|^2 \sin \theta d\theta = -\lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_0} (\text{Re } E_z(\vec{r})). \end{aligned} \quad (59)$$

Здесь $\vec{F}_\Sigma(\theta, \varphi)$ – диаграмма рассеяния полного поля в верхнем и нижнем полупространствах. Эта величина имеет вид

$$\vec{F}_\Sigma(\theta, \varphi) = (F_\theta^0(\theta, \varphi) + F_\theta(\theta, \varphi)) \vec{i}_\theta + F_\varphi(\theta, \varphi) \vec{i}_\varphi, \quad (60)$$

где $F_\theta^0(\theta, \varphi)$ – компонента диаграммы первичного поля диполя, которая определяется по формуле

$$F_\theta^0(\theta, \varphi) = \frac{ik_p \zeta_p}{4\pi} F_{33}(\theta) \times \quad (61)$$

$$\times \exp(-ik_p(x_0 \sin \theta \cos \varphi + y_0 \sin \theta \sin \varphi)),$$

$$F_{33}(\theta) = \begin{cases} \exp(i\gamma_1 z_0) + R_{33}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2) \exp(-i\gamma_1 z_0), & \theta \in (0, \pi/2), \\ T_{33}(\kappa, \gamma_1, \gamma_2) \exp(-i\gamma_1 z_0), & \theta \in (\pi/2, \pi), \end{cases} \quad (62)$$

$p = 1, 2$. Причем в верхней строке в формуле (62) $\kappa = k_1 \sin \theta$, $\gamma_1 = k_1 \cos \theta$, $\gamma_2 = \sqrt{k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta}$, а в нижней $\kappa = k_2 \sin \theta$, $\gamma_1 = \sqrt{k_1^2 - k_2^2 \sin^2 \theta}$, $\gamma_2 = -k_2 \cos \theta$.

В правой части формулы (59) стоит значение вертикальной компоненты полного поля в точке источника. Эта величина представляется в виде

$$-\lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_0} (\text{Re } E_z(\vec{r})) = -\lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_0} (\text{Re } E_z^0(\vec{r}) + \text{Re } E_z^1(\vec{r})), \quad (63)$$

где

$$\begin{aligned} & -\lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_0} (\text{Re } E_z^0(\vec{r})) = \frac{\zeta_1 k_1^2}{6\pi} + \\ & + \frac{\zeta_1}{4\pi k_1} \text{Re} \left(\int_0^\infty R_{33}(\kappa) \exp(-2i\gamma_1 z_0) \frac{\kappa^3 d\kappa}{\gamma_1} \right), \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} & -\lim_{\vec{r} \rightarrow \vec{r}_0} (\text{Re } E_z^1(\vec{r})) = \\ & = \text{Re} \left(\int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left(\frac{\partial \tilde{g}_1}{\partial \xi'} \tilde{j}_{\xi'} + \frac{\partial \tilde{g}_1}{\partial \eta'} \tilde{j}_{\eta'} \right) d\xi' d\eta' \right), \end{aligned} \quad (65)$$

$$\tilde{g}_1 = -\frac{1}{4\pi} \int_0^\infty (1 - R_{33}) \exp(-i\gamma_1 z_0) J_0(\kappa R_\perp) \kappa d\kappa. \quad (66)$$

В формуле (66) обозначено $R_\perp = \sqrt{(x_0 - x')^2 + (y_0 - y')^2}$. При численной оценке интегралов в формулах (46) и (65) мы использовали кусочно-постоянную аппроксимацию неизвестных функций $\tilde{j}_{\xi'}$, $\tilde{j}_{\eta'}$ с последующим вычислением двойных интегралов по формуле, являющейся двумерным аналогом формулы прямоугольников.

Был рассмотрен экран круговой, эллиптической и прямоугольной формы, лежащий на границе раздела сред. Параметры сред имели значения $\epsilon_1 = 1, \epsilon_2 = 10$ (магнитная проницаемость всюду равна единице). Размеры экранов были следующие: радиус круглого экрана $ka = 3.1416$, полуоси эл-

Таблица 1. Проверка точности выполнения оптической теоремы для разных форм экрана

Форма экрана	Точность выполнения оптической теоремы		
	$x_0 = 0$	$x_0 = a/2$	$x_0 = a$
Круглый	7.27×10^{-4}	1.82×10^{-3}	2.18×10^{-3}
Эллиптический	4.3×10^{-4}	3.24×10^{-4}	9.43×10^{-4}
Прямоугольный	5.81×10^{-4}	1.5×10^{-4}	1.21×10^{-3}

эллиптического $ka = 3.1416$, $kb = 1.5708$, половины сторон прямоугольного экрана $ka = 3.1416$, $kb = 1.5708$, где $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны. Источник располагался в точках с координатами $(0, 0, z_0)$, $(a/2, 0, z_0)$ и $(a, 0, z_0)$, где $kz_0 = 1$. При численном решении задачи дифракции на круговом экране использовались полярные координаты

$$x = a\xi \cos \eta, \quad y = a\xi \sin \eta, \quad \xi \in [0, 1], \quad \eta \in [0, 2\pi], \quad (67)$$

а на прямоугольном – декартовы $x = \xi$, $y = \eta$. При анализе задачи дифракции на эллиптическом экране в качестве подходящих координат применялись следующие:

$$x = \frac{d}{2} \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) \cos \eta, \quad y = \frac{d}{2} \left(\xi - \frac{1}{\xi} \right) \sin \eta, \quad (68)$$

$$\xi \in [1, \xi_{\max}], \quad \eta \in [0, 2\pi].$$

Здесь d – межфокусное расстояние, $\xi_{\max} = \sqrt{\frac{a+b}{a-b}}$. Число точек коллокации для круглого экрана было выбрано равным $N_1 = 7$, $N_2 = 43$, для эллиптического $N_1 = 6$, $N_2 = 32$, а для прямоугольного $N_1 = 18$, $N_2 = 8$. В табл. 1 представлены значения модуля относительной разности правой и левой части в формуле (59) для рассматриваемых форм экрана. Как видно из таблицы, относительная разность правой и левой части равенства (59) не превосходит 3×10^{-3} , т.е. достаточно мала.

На рис. 2, 3 представлены угловые зависимости модуля диаграммы рассеяния для кругового и прямоугольного экранов, расположенных на границе полупространства и диэлектрического слоя. Размеры экранов были выбраны такими же, что и выше. Параметры сред имели значения $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 10 - i10^{-3}$. Толщина диэлектрического слоя $kh = 6.2832$. Величина $kz_0 = 1$. На рисунках сплошные кривые иллюстрируют угловые зависимости модуля диаграммы полного поля, а штриховыми кривыми показаны зависимости для диаграммы рассеянного поля. Зависимости диаграммы построены для двух углов $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 180^\circ$ (рассматривалось верхнее полупространство). Как показывают расчеты, угловые зависимости диаграммы рассеяния эллиптического

экрана (для выбранных размеров экрана) мало отличаются от соответствующих зависимостей прямоугольного, поэтому мы их не приводим. Как следует из рисунков, в том случае, когда диполь находится на оси z , диаграмма как полного, так и рассеянного поля обращается в нуль при

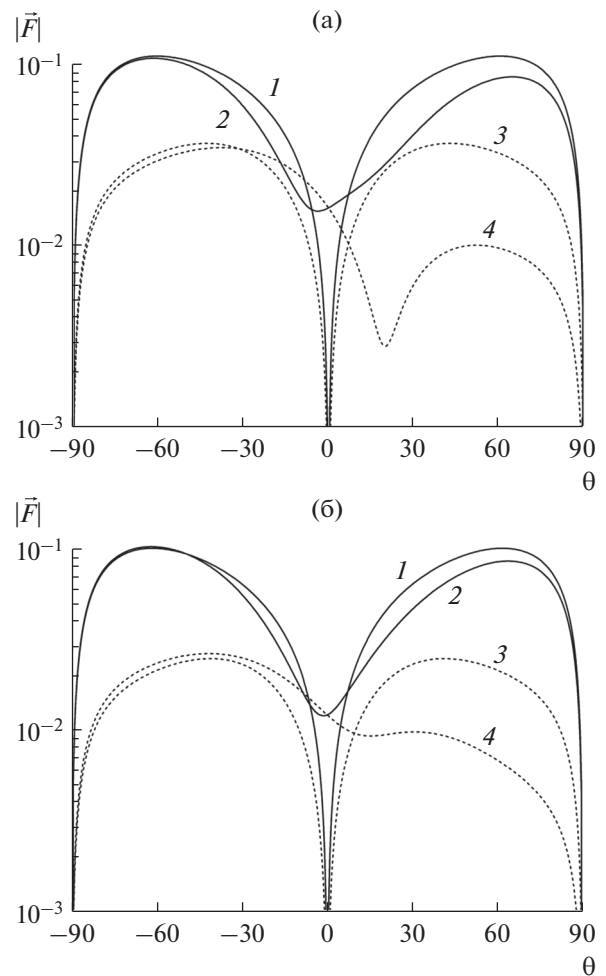


Рис. 2. Угловая зависимость диаграммы рассеяния кругового (а) и прямоугольного (б) экранов, расположенных на границе диэлектрического полупространства: для полного поля при $x_0 = 0$ (1) и $x_0 = a$ (2) и для рассеянного поля при $x_0 = 0$ (3) и $x_0 = a$ (4).

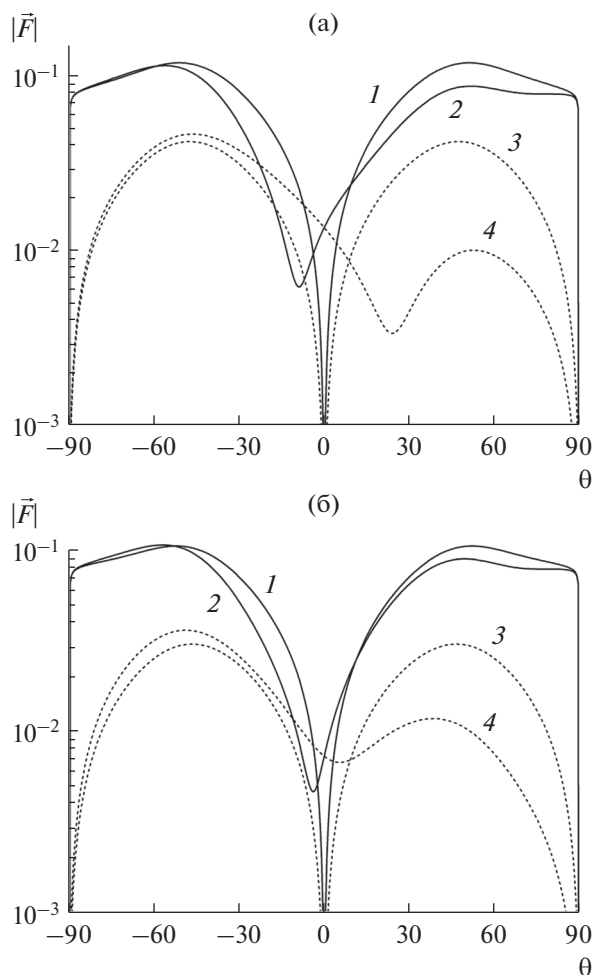


Рис. 3. Угловая зависимость диаграммы рассеяния кругового (а) и прямоугольного (б) экранов, расположенных на верхней границе диэлектрического слоя: для полного поля при $x_0 = 0$ (1) и $x_0 = a$ (2) и для рассеянного поля при $x_0 = 0$ (3) и $x_0 = a$ (4).

$\theta = 0$. Видно также, что при дифракции на экране круговой формы диаграмма рассеянного поля имеет “провал” примерно при $\theta = 20^\circ \dots 25^\circ$ в отличие от случая дифракции на прямоугольном экране, при условии, что источник расположен в точке $(a, 0, z_0)$. Отметим, что при дифракции на экране, расположенном на верхней границе диэлектрического слоя, зависимости диаграммы рассеяния полного поля имеют достаточно резкие изломы при $\theta = \pm 90^\circ$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе МПГУ разработан численный алгоритм решения трехмерной задачи дифракции поля электрического диполя на планарном экране, расположенном в плоскостной среде. Получены формулы, позволяющие находить диаграмму

рассеяния для задачи дифракции на экране, расположенном на границе раздела двух сред или на верхней границе диэлектрического слоя, окруженного одинаковыми однородными полупространствами. В последнем случае предложен эффективный алгоритм нахождения функции Грина слоя. Для тестирования метода проведена проверка точности выполнения оптической теоремы для случая дифракции на экранах круговой, эллиптической и прямоугольной формы, лежащих на границе полупространства. Показано, что точность выполнения оптической теоремы составляет примерно 2×10^{-3} для выбранных параметров задачи. Построены угловые зависимости модуля диаграммы рассеяния для экранов круговой и прямоугольной формы, расположенных на границе полупространства и верхней границе диэлектрического слоя.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 18-02-00961, 19-02-00654).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Захаров Е.В., Пименов Ю.В. Численный анализ дифракции радиоволн. М.: Радио и связь, 1982.
2. Литвиненко Л.Н., Просвирин С.Л. Спектральные операторы рассеяния в задачах дифракции волн на плоских экранах. Киев: Наукова думка, 1984.
3. Воробьев С.Н., Литвиненко Л.Н., Просвирин С.Л. // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1986. Т. 26. № 6. С. 894.
4. Nosich A.I., Andrienko A.S. // IEEE Trans. 1994. V. MTT-42. № 2. P. 298.
5. Панин С.Б., Поединчук А.Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. № 8. С. 690.
6. Schuchinsky A.G., Zelenchuk D.E., Lerer A.M., Dickie R. // IEEE Trans. 2006. V. AP-54. № 2. P. 490.
7. Кюркчан А.Г., Анютин А.П. // Докл. АН. 2002. Т. 385. № 3. С. 309.
8. Кюркчан А.Г., Смирнова Н.И. Математическое моделирование в теории дифракции с использованием априорной информации об аналитических свойствах решения. М.: Медиа Паблишер, 2014.
9. Маненков С.А. // РЭ. 2007. Т. 52. № 12. С. 1413.
10. Маненков С.А. // РЭ. 2009. Т. 54. № 10. С. 1196.
11. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 3. С. 302.
12. Маненков С.А. // Радиотехника и электроника. 2019. Т. 64. № 10. С. 943.
13. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
14. Кюркчан А.Г., Маненков С.А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41. № 7. С. 874.
15. Еремин Ю.А., Свешников А.Г. // Вестник Моск. ун-та. Физика. 2015. Т. 70. № 4. С. 43.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874

ИСКУССТВЕННЫЙ ДИЭЛЕКТРИК НА ОСНОВЕ ПРОВОДЯЩИХ КВАДРАТОВ С РЕЗИСТИВНЫМИ ПЕРЕМЫЧКАМИ

© 2020 г. В. И. Пономаренко^а, *, И. М. Лагунов^а

^аКрымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
просп. акад. Вернадского, 4, Симферополь, 295007 Российская Федерация

*E-mail: vponom@gmail.com

Поступила в редакцию 18.04.2019 г.

После доработки 18.04.2019 г.

Принята к публикации 04.05.2019 г.

На основе решения задачи дифракции проведен расчет дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости структуры из расположенных в диэлектрическом слое решеток проводящих квадратов, соединенных резистивными перемычками. Показано, что дисперсия такой структуры в зависимости от параметров перемычек может варьироваться от релаксационного типа до такого, который соответствует структуре из сплошных резистивных пленок, а также, что перемычки наиболее существенно влияют на характер дисперсии в длинноволновой, по отношению к периоду структуры, части волнового диапазона.

DOI: 10.31857/S0033849420060236

ВВЕДЕНИЕ

Возможность варьирования в широких пределах дисперсионных характеристик композиционных материалов (КМ), применяемых в радиопоглощающих структурах, позволяет влиять на их амплитудно-частотную характеристику с целью ее оптимизации [1]. Как показано в ряде работ, перспективными в этом плане являются структуры на основе проводящих диполей и резистивных квадратов с емкостной связью между элементами, имеющие релаксационный характер дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости (ЭДП) [2–7]. Следует ожидать, что введение в структуру, наряду с емкостной связью между проводящими включениями, также и резистивной (омической) связи, окажет влияние на тип дисперсии ЭДП и расширит возможности ее варьирования.

Нами предложена структура из решеток проводящих квадратов, соединенных между собой резистивными перемычками и расположенных в диэлектрическом слое.

Целью работы является расчет ЭДП рассматриваемой структуры и исследование влияния перемычек на характер дисперсии.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Исследуемая периодическая структура изображена на рис. 1. В отличие от структуры, исследу-

дованной в работе [7], плоские решетки состоят из проводящих квадратов с поверхностным сопротивлением ρ , соединенных резистивными перемычками с таким же поверхностным сопротивлением. Решетки находятся в слое недиспергирующего диэлектрика с относительной диэлектрической проницаемостью ϵ , расположенного на электрической или магнитной плоскости. Плоская электромагнитная волна, поляризованная по оси y , падает на структуру из области свободного пространства в направлении оси z . Период плоской решетки по осям x , y одинаков и равен $2b$, сторона квадрата

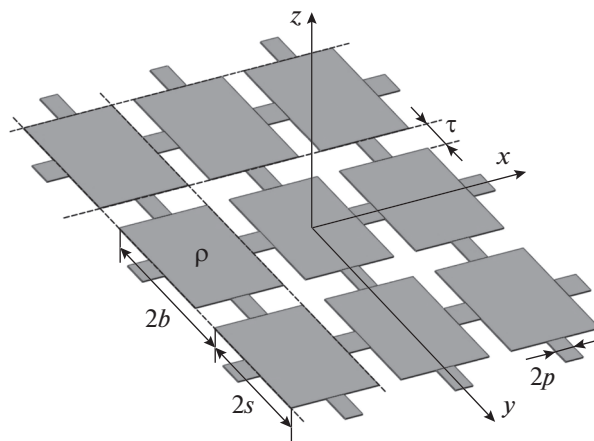


Рис. 1. Решетка проводящих квадратов с перемычками.

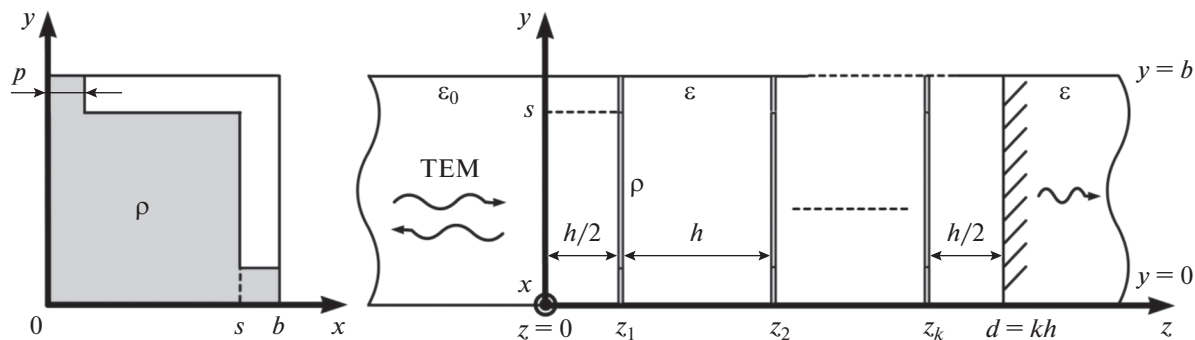


Рис. 2. К задаче рассеяния в эквивалентном волноводе.

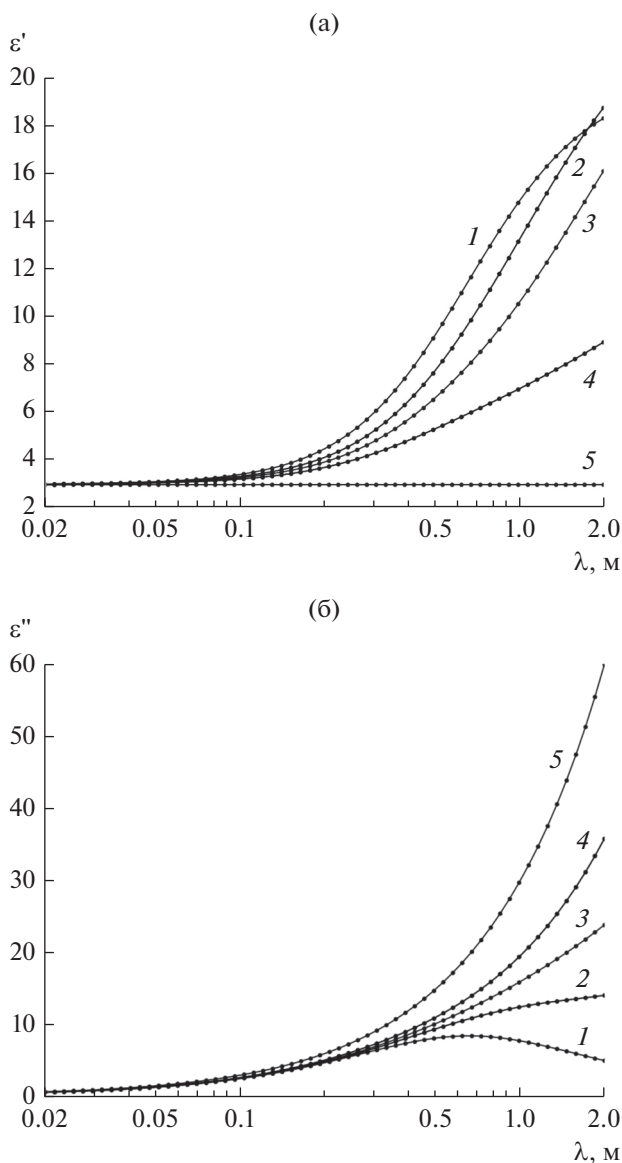


Рис. 3. Влияние размера перемычки на частотную зависимость вещественной (а) и мнимой (б) части ЭДП: $p = 0$ (1), 0.25 (2), 1.5 (3) и 3 мм (4), $\tau = 0$ (5).

$2s$, расстояние между квадратами τ , ширина перемычки $2p$.

Решение задачи дифракции основано на решении задачи возбуждения канала Флоке токами малых элементов, на которые разбивались как квадраты, так и перемычки [5, 7, 8]. С учетом периодичности и симметрии структуры и поляризации падающей волны, задача дифракции сводится к решению задачи рассеяния в эквивалентном волноводе, стенки $y = 0, b$ которого являются электрическими, а стенки $x = 0, a$ – магнитными (рис. 2). Координаты решеток следующие: $z_n = h/2 + (n - 1)h$, $n = 1, 2, \dots, k$, где $h = d/k$, k – число решеток, d – толщина диэлектрического слоя. ЭДП вычисляется по значениям комплексного коэффициента отражения при расположении структуры на электрическом и магнитном зеркалах [5, 7].

Расчеты проводились при $k = 5$, поскольку при меньшем числе решеток точность гомогенизации уменьшается. Число разбиений квадратов и перемычек на прямоугольные элементы, а также число учитываемых гармоник канала Флоке выбиралось достаточным для вычисления компонент комплексного коэффициента отражения с точностью 0.01. Порядок комплексной системы линейных уравнений относительно токов в малых элементах составил 1290.

Расчетные значения параметров следующие: $d = 0.01$ м, $\rho = 1000$ Ом, $\epsilon = 3$, $s = 4$ мм, $b = 4.25$ мм, $\tau = 0.5$ мм. Зависимости от длины волны вещественной ϵ' и мнимой ϵ'' компонент ЭДП при разных значениях размера p перемычек приведены соответственно на рис. 3а и 3б. В отсутствие резистивных перемычек дисперсия имеет релаксационный характер (кривые 1). Введение перемычек существенно меняет дисперсионные кривые. Увеличение параметра p (кривые 2–4) приводит к тому, что дисперсионная зависимость ЭДП приближается к таковой для структуры из сплошных резистивных пленок (кривые 5). Как

видно из рисунков, особенностью варьирования дисперсионной зависимости ЭДП путем изменения размера резистивных перемычек является то, что характер дисперсии существенно меняется в длинноволновой области, тогда как в коротковолновой части диапазона он меняется в меньшей степени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе решения задачи дифракции проведен расчет дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости искусственного диэлектрика, образованного решетками из проводящих квадратов с резистивно-емкостной связью между ними через зазоры и проводящие перемычки. Показано, что в отличие от структуры из решеток с емкостной связью между элементами характер дисперсии не является чисто релаксационным и может варьироваться путем изменения значения резистивной связи от релаксационного до имеющего место в структуре со сплошными резистивными пленками. При этом перемычки наиболее существенно влияют на характер дисперсии в длинноволновой части расчетного диапазона длин волн. Результаты расчетов применимы к другим диапазонам длин волн при соответствующем масштабировании геометрических размеров рассматриваемых структур и могут быть использованы при проектировании радиопоглощающих покрытий в

различных участках волнового диапазона. Отметим, что технологическим преимуществом применения резистивных решеток из квадратов с перемычками между ними является их односвязность, это дает возможность изготавливать фрагменты решетки, содержащие некоторое число квадратов, например, методом выштамповки из электропроводящей бумаги или металлизированной пленки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алимин Б.Ф.* // Зарубеж. радиоэлектроника. 1989. № 2. С. 75.
2. *Natakeyama K., Inui T.* // IEEE Trans. 1984. V. MAG-20. № 5. P. 1261.
3. *Пономаренко В.И.* // Радиотехника. 1990. Т. 45. № 5. С. 82.
4. *Казанцев Ю.Н., Бабаян В.А., Казанцева Н.Е. и др.* // РЭ. 2013. Т. 58. № 3. С. 264.
5. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* Композиционные материалы: разработка и применение. Новосибирск: СибАК, 2017. С. 112.
6. *Розанов К.Н.* Частотно-зависимые магнитные и диэлектрические свойства композитных материалов для широкополосных СВЧ применений. Дис.... докт. физ.-мат. наук. М.: ИТПЭ РАН, 2018. 326 с.
7. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 5. С. 440.
8. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 657.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 538.566.2;621.372.8

ЛУЧЕВАЯ НАПРАВЛЕННОСТЬ ИЗЛУЧЕНИЯ МЕТАЧАСТИЦ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ

© 2020 г. В. В. Шевченко*

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация*

*E-mail: sto@cplire.ru

Поступила в редакцию 04.02.2020 г.

После доработки 04.02.2020 г.

Принята к публикации 10.02.2020 г.

Приведена и проанализирована оценка расстояния, при котором эффективный поперечный размер поля метачастиц, направленно излученного апертурным источником, сохраняется по порядку величины в процессе распространения метачастиц от апертуры источника. Таким образом сохраняется лучевая направленность поля излучения метачастиц.

DOI: 10.31857/S0033849420060261

1. В работах [1–4] теория метачастиц импульсных волновых полей развивалась в применении к проблеме импульсной передачи сигналов цифровой информации. В данном сообщении иллюстрируются примеры применения этой теории в области работ по передаче энергии на дальние расстояния, в частности при создании Солнечных космических энергосистем (СКЭС) [5].

2. При направленном излучении апертурным источником импульсного волнового поля в процессе его распространения продольный поток энергии поля метачастиц сохраняется, но при этом увеличивается эффективный поперечный размер поля метачастиц [4]. Однако на некотором расстоянии от апертуры источника все же сохраняется лучевая направленность потока энергии метачастиц, поскольку сохраняется порядок величины эффективного поперечного размера волнового поля метачастиц. Это имеет место [4] до тех пор пока выполняется условие

$$0 < z < S, \quad (1)$$

где

$$S = ka^2 = s/(\lambda/2), \quad (2)$$

z – расстояние направленно излученного волнового поля от апертуры источника, $k = 2\pi/\lambda$ (λ – длина волны излученного поля), a и $s = \pi a^2$ – радиус и площадь круглой излучающей апертуры источника поля.

Следует отметить, что в соотношении (1) не входят импульсные свойства рассматриваемого излучения, поэтому непрерывное (не импульс-

ное) излучение, описываемое не метачастицами, а просто волновыми гауссовыми пучками [6–8], можно рассматривать как частный случай исследуемого направленного излучения.

3. Рассмотрим примеры результатов расчета наибольшего расстояния для передачи энергии при лучевой направленности излучения метачастиц и, в частности, волновых гауссовых пучков, для которого выполняется условие

$$z = S = 2\pi a^2/\lambda. \quad (3)$$

В работе [3] приведен пример передачи энергии поля от поверхности Земли на поверхность Луны нулевой метачастицей в режиме лучевой направленности излучения (3) на расстояние $z \cong 400 \times 10^6$ м. Это можно сделать используя световое излучение с длиной волны $\lambda = 0.4 \times 10^{-6}$ м и излучатель с радиусом апертуры $a = 5$ м при эффективном излучении нулевой метачастицы или нулевого гауссова пучка [2].

На рис. 1 графически представлена функциональная зависимость расстояния z [4] для двух апертурных СВЧ переизлучателей солнечной энергии на Землю от СКЭС, расположенной на геостационарной орбите около Земли. Предполагается, что если переизлучатели работают на разных частотах с длинами волн λ_1 и λ_2 , то они должны иметь апертуры с различными радиусами a_1 и a_2 , причем такими, чтобы для них выполнялось соотношение (3).

В статье [5] приводятся примеры предлагаемых параметров для работы переизлучателей

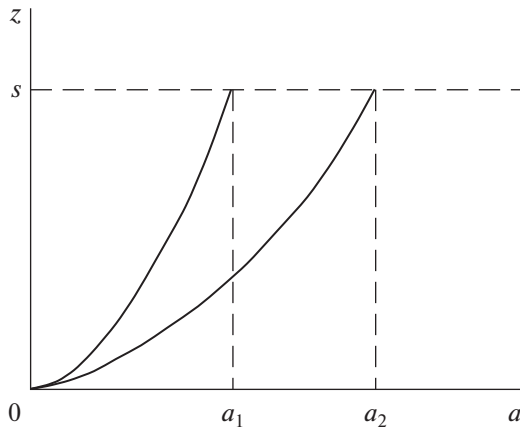


Рис. 1.

СКЭС: $\lambda_1 = 5.17$ см, $a_1 = 500$ м и $\lambda_2 = 12.14$ см, $a_2 = 775$ м, при расстоянии СКЭС от поверхности Земли $z \cong 30 \times 10^3$ км. При этом отмечено, что для применения подбор параметров по первому варианту предпочтителен, поскольку для него требуется апертура переизлучателя меньшего размера, а по второму варианту – поскольку в этом случае на прохождение электромагнитных волн через ат-

мосферу Земли практически не влияют метеорологические условия: густая облачность и интенсивные осадки.

Подстановка приведенных параметров работы переизлучателей в соотношение (3) показывает, что оно выполняется.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шевченко В.В. // РЭ. 2018. Т. 63. № 9. С. 899.
2. Шевченко В.В. // РЭ. 2019. Т. 64. № 3. С. 265.
3. Шевченко В.В. // РЭ. 2019. Т. 64. № 11. С. 1122.
4. Шевченко В.В. // РЭ. 2020. Т. 65. № 4. С. 388.
5. Ванке В.А. Журнал радиоэлектроники. 2007. № 12. <http://jre.cplire.ru/jre/dec07/1/text.html>.
6. Квазиоптика: Сб. статей / Под ред. Каценеленбаума Б.З. и Шевченко В.В. М.: Мир, 1966.
7. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радиосвязь, 1988.
8. Katsenelenbaum B.Z. High-frequency Electrodynamics. Weinheim: Wiley-VCH, 2006.

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНО-ВЛАЖНОСТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ СПУТНИКОВЫХ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНЫХ СПЕКТРОМЕТРОВ

© 2020 г. В. П. Саворский^{a, *}, Б. Г. Кутуза^b, А. Б. Аквилонова^a, И. Н. Кибардина^a,
О. Ю. Панова^a, М. В. Данилычев^b, С. В. Широков^c

^aФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация

^bИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр.7, Москва, 125009 Российская Федерация

^cНаучно-технологический центр уникального приборостроения РАН,
ул. Бутлерова, 15, Москва, 117342 Российская Федерация

*E-mail: savor@inbox.ru

Поступила в редакцию 24.10.2019 г.

После доработки 26.11.2019 г.

Принята к публикации 17.12.2019 г.

Показано, что дополнительная, по отношению к среднеклиматическим характеристикам, априорная информация о состоянии атмосферы способна обеспечить повышение эффективности функционирования алгоритмов восстановления атмосферных профилей по данным спутниковых радиометрических СВЧ-наблюдений. Проведен поиск и дана оценка эффективности применения такой дополнительной информации для целей дистанционного зондирования. Рассмотрена возможность расширения статистического подхода путем включения в него новых видов априорной информации о температурно-влажностном состоянии атмосферы. Показано, что разработанный метод позволяет оценить эффективность применения следующих типов дополнительной априорной информации в рамках метода статистической регуляризации: 1) ковариационной матрицы полного вектора температурно-влажностных вариаций в пределах вертикального столба атмосферы, 2) ковариационной матрицы температурно-влажностных вариаций в пределах горизонтальных слоев атмосферы, 3) физических пределов на амплитуды вариаций влажности, 4) модельных среднестатистических представлений о параметрах переноса СВЧ-излучения в облачном слое.

DOI: 10.31857/S0033849420070104

ВВЕДЕНИЕ

Восстановление вертикальных температурно-влажностных профилей атмосферы по данным спутниковых СВЧ-наблюдений является одной из классических задач дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) [1]. Вместе с тем интенсивное развитие средств ДЗЗ и современные средства доступа к данным ДЗЗ и сопутствующей информации [2] открывают новые возможности для решения данных задач. Эти возможности, в частности, позволяют интегрировать значительные информационные ресурсы, что востребовано в большинстве приложений ДЗЗ, в том числе и при восстановлении атмосферных профилей.

Априорные данные необходимы прежде всего для регуляризации решений обратных задач спутникового радиометрического СВЧ-зондирования атмосферы. Такая априорная информация

используется при восстановлении параметров атмосферы уже более 50 лет, начиная со второй половины 60-х годов [3–5]. При этом достигнуты значительные успехи в повышении точностей восстановления параметров атмосферы. Это обусловлено, в основном, существенным улучшением (за последние 10–20 лет) метрических характеристик аппаратуры и разработкой эффективных алгоритмов восстановления мультиспектральных и гиперспектральных радиометрических СВЧ-данных. Вместе с тем практически не изменились состав и структура ансамблей состояний атмосферы, статистические оценки которых используются в качестве априорной информации. Это проявляется, прежде всего, в ориентации на использование среднеклиматических зональных оценок параметров атмосферы.

Дополнительная априорная информация о состоянии атмосферы по отношению к среднеклиматическим характеристикам потенциально обеспечивает повышение эффективности функционирования алгоритмов восстановления атмосферных профилей. Цель данной работы – исследовать доступные источники такой дополнительной информации и оценить их эффективность по повышению точности и производительности алгоритмов восстановления. Для этого исследованы расширения статистического подхода [3, 4], путем включения в него новых видов априорной информации о температурно-влажностном состоянии атмосферы, а именно: 1) ковариационных матриц полного вектора температурно-влажностных вариаций в пределах вертикального столба атмосферы, 2) ковариационных матриц температурно-влажностных вариаций в пределах горизонтальных слоев атмосферы, 3) физических ограничений на пределы изменчивости абсолютной влажности, 4) среднестатистических представлений о зональных и сезонных особенностях параметров облачного слоя.

1. ПУТИ УЛУЧШЕНИЯ АЛГОРИТМОВ СТАТИСТИЧЕСКОЙ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Следуя подходу [6, 7], в линейном приближении искомого решения методом статистической регуляризации и в предположении, что вариации параметров атмосферы и собственные шумы СВЧ-радиометров являются гауссовскими, матрицу ошибок восстановления \mathbf{F} можно оценить как

$$\mathbf{F} = (\mathbf{J}^T \mathbf{C}_{ee}^{-1} \mathbf{J} + \mathbf{C}_{aa}^{-1})^{-1}, \quad (1)$$

где \mathbf{C}_{aa} – ковариационная матрица вектора состояния атмосферы \mathbf{a} , \mathbf{C}_{ee} – ковариационная матрица собственных шумов СВЧ радиометрического многоканального комплекса (РМК), \mathbf{J} – якобиан радиоярких температур СВЧ РМК для вектора состояния атмосферы $\bar{\mathbf{a}}$, T – знак транспонирования.

Предполагается, что \mathbf{C}_{ee} – является диагональной матрицей, т.е. каналы радиометрической СВЧ-системы полностью развязаны, якобиан \mathbf{J} определен средним значением вектора состояния $\bar{\mathbf{a}}$ для выделенного ансамбля состояний атмосферы, на котором определена и матрица \mathbf{C}_{aa} .

1.1. Оценка эффективности использования полного вектора состояния

Вектор состояния $\bar{\mathbf{a}}$ описывает вертикальный температурно-влажностный профиль плоскостной атмосферы, т.е. включает две группы компонент:

- 1) группу, описывающую температурный профиль \bar{T} ,
- 2) группу, описывающую влажностный профиль \bar{q} .

Обе группы имеют K компонент, а вектор $\bar{\mathbf{a}}$ имеет размерность $2 \times K$ и может быть представлен в виде

$$\bar{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} \bar{T} \\ \bar{q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1 \\ \dots \\ T_K \\ q_1 \\ \dots \\ q_K \end{pmatrix}, \quad (2)$$

поэтому \mathbf{C}_{aa} имеет вид

$$\mathbf{C}_{aa} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{TT} & \mathbf{C}_{Tq} \\ \mathbf{C}_{qT} & \mathbf{C}_{qq} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где \mathbf{C}_{TT} , \mathbf{C}_{qq} – ковариационные матрицы температуры и влажности вертикального профиля атмосферы соответственно, $\mathbf{C}_{Tq} = \mathbf{C}_{qT}^T$ – кросс-ковариационные матрицы профилей температуры и влажности.

При раздельном восстановлении профилей температуры \bar{T} и влажности \bar{q} не учитываются кросс-ковариационные связи между вариациями температуры и влажности. В этом случае $\mathbf{C}_{Tq} = \mathbf{C}_{qT}^T = [\mathbf{0}]$, а ковариационная матрица вектора состояния атмосферы может быть представлена в виде

$$\mathbf{C}'_{aa} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{TT} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_{qq} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Подставив в выражение (1) матрицу \mathbf{C}'_{aa} вместо \mathbf{C}_{aa} , можно определить эффективность использования полного вектора состояния, учитывающего кросс-ковариационные связи между вариациями температуры и влажности, по сравнению с последовательным восстановлением профилей температуры и влажности без учета их взаимозависимости

$$\mathbf{F}' = (\mathbf{J}^T \mathbf{C}_{ee}^{-1} \mathbf{J} + \mathbf{C}'_{aa})^{-1}. \quad (5)$$

Мерой эффективности использования полного вектора состояния служат отношения априорной среднеквадратической величины вариаций параметров состояния $\sigma_k^{\text{pri}} = \sqrt{C_{kk}}$, $k = 1, 2 \times K^1$ к апостериорной $\sigma_k^{\text{post}} = \sqrt{F_{kk}}$ среднеквадратиче-

¹ Здесь и далее по тексту индекс k изменяется в диапазоне от 1 до $2 \times K$.

ской точности восстановления, оцененной по формуле (1):

$$E_k = \sigma_k^{\text{pri}} / \sigma_k^{\text{post}}. \quad (6)$$

Важным показателем эффективности применения полного вектора состояния является также отношение апостериорной точности восстановления σ_k^{post} к $\sigma_k^{\text{pri}} = \sqrt{F_{kk}^{\text{pri}}}$:

$$G_k = \sigma_k^{\text{post}} / \sigma_k^{\text{pri}}. \quad (7)$$

Показатель G_k характеризует эффективность восстановления с использованием полного вектора состояния по сравнению с использованием алгоритмов раздельного восстановления профилей температуры и влажности.

1.2. Оценка эффективности учета горизонтальной связности параметров атмосферы

Одними из возможных источников априорной информации, наряду со среднеклиматическими статистиками, являются непосредственно измеренные температурно-влажностные профили или их фрагменты. Такой информацией являются атмосферные профили, полученные с использованием радиозондов, а также данные контактных наземных измерений. При использовании этих априорных данных для восстановления необходимо учитывать взаимную корреляцию $\mathbf{R}(\bar{r})$ атмосферных профилей вдоль земной поверхности. Оценки этих корреляционных зависимостей определяются пространственно-временными масштабами атмосферных флуктуаций [8]. Учет горизонтальной связности профилей в первом приближении связан с модификацией ковариационной матрицы \mathbf{C}_{aa} . При использовании выражения (1) ее необходимо заменить на матрицу \mathbf{C}_{aa}^h :

$$\mathbf{C}_{aa}^h = \mathbf{H}\mathbf{C}_{aa}. \quad (8)$$

Здесь \mathbf{H} – диагональная матрица, отображающая уменьшение уровня априорных оценок атмосферных параметров при учете контактных измерений. Предполагая, что в пределах радиусов горизонтальной корреляции Δr_k точность определения параметров атмосферы задается точностью контактных измерений M_{kk} , относительное улучшение точности априорных данных при можно оценить $\Delta L / \Delta r_k \gg k$ (с точностью до коэффици-

ента порядка 1, определяемого видом корреляционных зависимостей) следующим образом:

$$H_{kk} \cong \frac{C_{kk}(\Delta L^2 - \Delta r_k^2) + M_{kk}\Delta r_k^2}{C_{kk}\Delta L^2} = 1 - \frac{1}{\xi_k^2} \left(1 - \frac{M_{kk}}{C_{kk}} \right). \quad (9)$$

Здесь $\xi_k = \Delta L / \Delta r_k$, H_{kk} – элементы диагональной матрицы \mathbf{H} , M_{kk} – элементы диагональной матрицы, задающей точности контактных измерений, ΔL – горизонтальное пространственное разрешение радиометрической СВЧ-системы, Δr_k – радиус корреляции k -го компонента вектора состояния атмосферы. С учетом того, что $M_{kk}/C_{kk} \gg 1$, выражение (4) может быть существенно упрощено при $\xi_k \gg 1$:

$$H_{kk}(\xi) = 1 - \frac{1}{\xi_k^2}. \quad (10)$$

Следует отметить, что уже при $M_{kk}/C_{kk} = 1$ оценка (10) отличается от оценки (9) на 2.5%.

Для оценки относительной эффективности учета горизонтальных связей применим отношение, характеризующее повышение точности восстановления при добавлении дополнительной априорной информации о горизонтальных статистических зависимостях атмосферных профилей:

$$G_k^h = \frac{\sigma_k^{\text{post}}}{\sigma_k^h}, \quad (11)$$

где $\sigma_k^h = \sqrt{F_{kk}^h}$, а F_{kk}^h – диагональные элементы матрицы ошибок восстановления

$$\mathbf{F}^h = (\mathbf{J}^T \mathbf{C}_{ee}^{-1} \mathbf{J} + (\mathbf{H}\mathbf{C}_{aa})^{-1})^{-1}. \quad (12)$$

1.3. Оценка эффективности учета физических ограничений

Эффективность учета физических ограничений исследуем для профилей влажности, поскольку диапазон изменчивости параметров влагосодержания ограничен положительными значениями абсолютной влажности, существенно не превышающими порога насыщения. Для оценки эффективности учета физических ограничений воспользуемся тем фактом, что при приближении среднего значения случайной величины к границе, амплитуда ее вариаций, а следовательно, и ее дисперсия, заметно уменьшаются. Поэтому оценка влияния учета ограничений на точность восстановления может быть в первом приближении оценена путем введения дополнительной коррекции (уменьшения) амплитуды вариаций восстанавливаемой случайной величины. В нашем случае это может быть описано введением корректирующей

Таблица 1. Основные характеристики облаков

Формы облаков и их параметры	Слоистые (St), слоисто-кучевые (Sc)		Высоко-кучевые (Ac)	Высоко-слоистые (As)	Кучевые		
	лето	зима			плоские (Cu hum)	средние (Cu med)	мощные (Cu cong)
$H_{н.г.}$, км	1.1	0.71	3.5	4.0	1.1	1.1	1.1
ΔH , км	0.32	0.35	0.3	1.0	1.0	2.0	4.5
$T_{н.г.}$, °C	0	-8.6	-7.8	-10.9	8	8	8
W , кг/м ²	0.10	0.08	0.06	0.3	0.15	0.52	4.7
l , км	10...1000	10...1000	10...1000	10...1000	<1	1...5	2...10

$H_{н.г.}$ – высота нижней границы облаков; ΔH – толщина облаков; $T_{н.г.}$ – температура на нижней границе облаков; W – водо-запас облаков; l – горизонтальная протяженность облаков.

щих коэффициентов, уменьшающих априорные значения вариаций влажности в заданном диапазоне высот. В этом случае матрица C_{aa} в выражении (1) должна быть заменена на матрицу C_{aa}^v :

$$C_{aa}^v = VC_{aa}, \tag{13}$$

где V – диагональная матрица с элементами

$$v_{kk} = \begin{cases} 1, & k = \overline{1, k_1} \\ p_k < 1, & k = \overline{k_1 + 1, K + k_2} \\ 1, & k = \overline{K + k_2, 2 \times K} \end{cases} \tag{14}$$

Здесь $p_k < 1$ – коэффициент снижения уровня вариаций влажности в k -слое атмосферы, k_1 и k_2 – номера соответственно нижнего и верхнего слоев атмосферы, в которых снижены вариации влаго-содержания.

Для оценки эффективности учета физических ограничений применим соотношение, аналогичное (11):

$$G_k^v = \frac{\sigma_k^{post}}{\sigma_k^v}, \tag{15}$$

где $\sigma_k^v = \sqrt{F_{kk}^v}$, а F_{kk}^v – диагональные элементы матрицы ошибок восстановления

$$F^v = (J^T C_{ee}^{-1} J + (VC_{aa})^{-1})^{-1}. \tag{16}$$

1.4. Модели облачной атмосферы

Существенное влияние на оценки эффективности применения СВЧ-радиофизических методов для определения температурно-влажностных характеристик атмосферы оказывает облачный покров. Описание наиболее распространенных видов облаков и их статистические характеристики приведены в [9–20]. Для учета влияния облачного покрова важно иметь модельные характеристики облаков, опирающиеся на результаты, хранимые в

базах данных многолетних наблюдений. Наиболее крупными из них в настоящее время являются EECRA², пополняемая с 1952 г., и ISCCP³, формируемая с 1983 г. на основе результатов космической съемки группировкой геостационарных и полярно-орбитальных спутников NOAA, GOES, Meteosat и GMS.

Облака классифицируются по высотам, на которых они образуются, по фазовому строению, по внешнему виду и по происхождению⁴ (см. также [19, 20]).

Для оценки влияния облачности на характеристики радиоизлучения системы “атмосфера–подстилающая поверхность” в работе [21] на основе статистических данных о физических параметрах слоистообразных и кучевых облаков, характерных для умеренных широт Европейской территории России [9, 11–15, 18, 21–24], были построены модели облаков (табл. 1). Эти статистические описания были применены нами в данной работе для оценки эффективности использования СВЧ радиоспектрометров при восстановлении температурно-влажностных профилей атмосферы.

При расчетах яркостных температур в [21] предполагалось, что облака являются коллоидально-устойчивыми, т.е. без осадков. В этом случае долей рассеянного излучения в рассматриваемом диапазоне длин волн (частот) можно пренебречь [25]. Влияние неоднородности заполнения поля зрения антенны облаками не рассматривалось.

² EECRA. Extended Edited Synoptic Cloud Reports Archive. <https://climatedataguide.ucar.edu/climate-data/extended-edited-synoptic-cloud-reports-archive-eecra-ships-and-land-stations-over-globe>.

³ ISCCP. The International Satellite Cloud Climatology Project. <https://isccp.giss.nasa.gov/>.

⁴ International Cloud Atlas. World Meteorological Organization. 2018. <https://cloudatlas.wmo.int/clouds.html>.

Таблица 2. Средние и максимальные значения яркостных температур $T_{я}$ (ср/макс), облаков различных форм по результатам измерений

λ , см	$T_{я}$, К	Кучевые		Слоистые, слоисто-кучевые (St, Sc)	
		Cu med	Cu cong		
		$T_{н.г.}$, °С			
		0...5		-10 (зима)	5 (лето)
0.41	Ср/макс	50/140	90/160	20/35	35/70
0.82	Ср/макс	30/120	70/160	12/20	15/35
1.6	Ср/макс	10/40	25/67	4/7	5/11
3.3	Ср/макс	2.5/11	7/20	0.9/1.5	1/2.5

Согласно [21], в рассматриваемом диапазоне частот наиболее заметное влияние на характеристики излучения оказывают облака вертикального развития, особенно мощные кучевые облака. Для этих облаков изменения $\Delta T_{я}(\lambda)$ для случая наблюдений над гладкой водной поверхностью могут достигать 40...110 К. Для слоистообразных облаков ожидаемые приращения $\Delta T_{я}(\lambda)$ могут изменяться от 2...30 К, в зависимости от длины волны, формы облаков, времени года. Такие большие вариации $\Delta T_{я}(\lambda)$ обусловлены широким диапазоном изменений следующих физических характеристик облаков: температура и мощность облачного слоя, его водозапас.

Наземные измерения характеристик излучения облачной атмосферы, выполненные в свое время в [26], наглядно показали влияние облачности на яркостные температуры. В табл. 2 приведены средние и максимальные значения $T_{я}(\lambda)$ облаков. Видно, что с уменьшением длины волны СВЧ-излучения $T_{я}(\lambda)$ облаков всех форм возрастает.

1.5. Оценка эффективности учета параметров облачного покрова

Для расчета эффективности учета модельных параметров облачного слоя были использованы модификации формулы (1):

$$F_1 = \left(J_1^T C_{ee}^{-1} J_1 + C_{aa}^{-1} \right)^{-1}, \quad (17)$$

$$F_2 = \left(J_2^T C_{ee}^{-1} J_2 + C_{aa}^{-1} \right)^{-1}, \quad (18)$$

где J_1 – якобиан радиояркостных температур, регистрируемых РМК, для вектора состояния облачной атмосферы \vec{a} , при расчете которого не учтено наличие облачного слоя, т.е. при водозапасе облаков $W = 0$, а J_2 – якобиан радиояркостных температур, регистрируемых РМК, для вектора состояния облачной атмосферы \vec{a} при наличии облачного слоя с $W > 0$.

Для оценки эффективности учета наличия облачного слоя используем соотношение, аналогичное выражению (7):

$$H_k = \frac{\sigma_{1k}}{\sigma_{2k}}. \quad (19)$$

2. ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ РЕГУЛЯРИЗАТОРОВ

Проверка эффективности применения дополнительных регуляризаторов выполнена на специализированном стенде системы восстановления атмосферных профилей. Для тестирования использованы показатели функционирования программного обеспечения восстановления атмосферных профилей по модельному спектру восходящего СВЧ-излучения системы “атмосфера–подстилающая поверхность”. Моделирование проведено с использованием программного пакета ARTS [27–29]. При моделировании оценивались сплошные спектры СВЧ-излучения в диапазоне 10...200 ГГц системы “атмосфера–подстилающая поверхность” в диапазоне коэффициентов отражения 0.5...0.1. Флуктуационная чувствительность радиометрических СВЧ-приемников ϕ была принята постоянной, во всем диапазоне частот.

Априорные данные по ковариационным матрицам температурно-влажностных характеристик атмосферы получены в результате статистического анализа данных радиозондовых измерений атмосферных профилей (в безоблачных условиях), содержащихся в базе данных SeeBor⁵ [30]. Показатели эффективности применения априорной информации, приведенные на рис. 1–4, получены, в частности, на подмножестве данных SeeBor, в котором содержатся результаты радиозондирования, выполненные в августе в зоне 30°...60° с.ш.

⁵ SeeBor V5.1 Training data set. http://cimss.ssec.wisc.edu/training_data/data/SeeBorV5.1_Training_data_Emis10inf2004.bin.

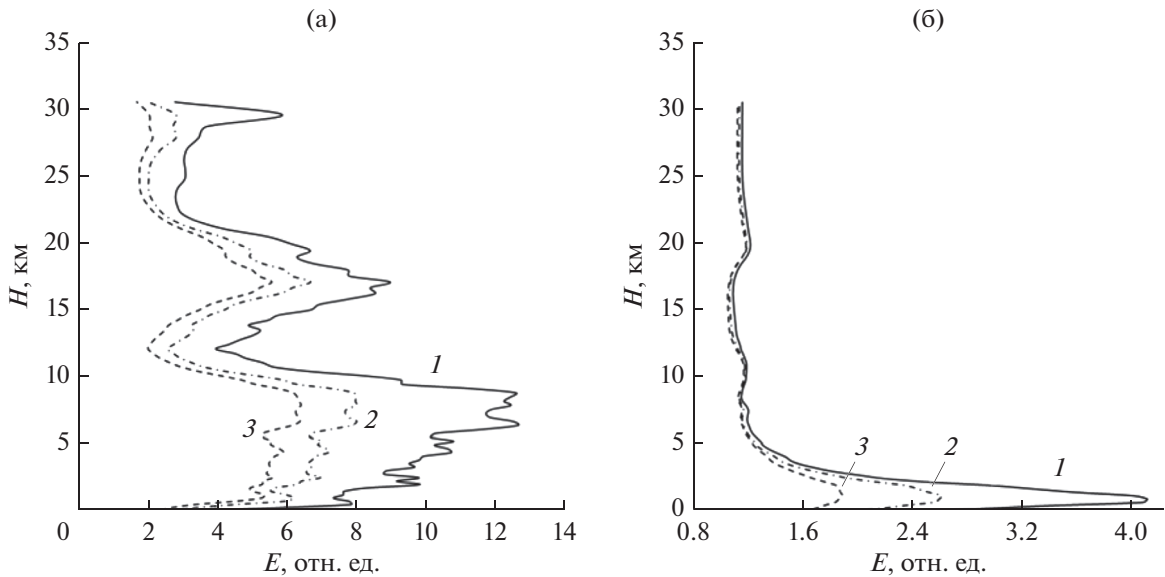


Рис. 1. Профиль эффективности применения полного вектора состояния для восстановления температуры (а) и влажности (б) при $\varphi = 0.1$ (1), 0.5 (2) и 1.0 К (3).

На рис. 1 приведены результаты расчета эффективности применения полного вектора состояния атмосферы. Они подтверждают высокую эффективность такого подхода к восстановлению температурных профилей в тропосфере даже при чувствительности СВЧ-радиометров $\varphi = 1.0$ К. Для влажностных профилей эффективность существенно ниже. Однако, и в этом случае при использовании радиометров с $\varphi < 0.5$ К в приземном слое атмосферы до высот менее 3 км, эффективность применения полного вектора достаточно высока.

Эффективность G восстановления температуры по полному вектору состояния атмосферы, по сравнению с использованием только априорных данных о ковариационной матрице температур, практически не отличается от единицы во всем диапазоне высот, т.е. применение полного вектора в этом случае не эффективно. Напротив, при восстановлении профилей влажности, использование полного вектора эффективно. Это подтверждается приведенными на рис. 2 данными, показывающими 10%-ное увеличение относительной эффективности восстановления при использовании полного вектора состояния.

Оценки эффективности учета горизонтальной связности параметров атмосферы были проведены для значений $\zeta = 2...7$ и $0.1...1.0$ К. Результаты оценок, полученные для постоянных во всем диапазоне частот, высот и значений $\zeta_k = \zeta$, представлены на рис. 3. Эти результаты показывают, что учет данной априорной информации целесообразен при $\zeta = 2...3$ и уже практически неэффективен при $\zeta > 5$. Учитывая, что при безоблачных условиях радиусы корреляции параметров атмосферы

Δr_k лежат в интервале 3...5 км [8], можно прийти к выводу, что использование априорной информации о горизонтальных размерах атмосферных возмущений эффективно для повышения точности восстановления параметров атмосферы по СВЧ радиометрическим данным в том случае, когда пространственное разрешение этих систем наблюдения на зондируемом объекте не превышает 15 км.

Результаты оценок эффективности учета физических ограничений на диапазоны изменчивости параметров состояния атмосферы представлены на рис. 4. В данном случае, в соответствии с методикой, изложенной в п. 1.3, были проведены

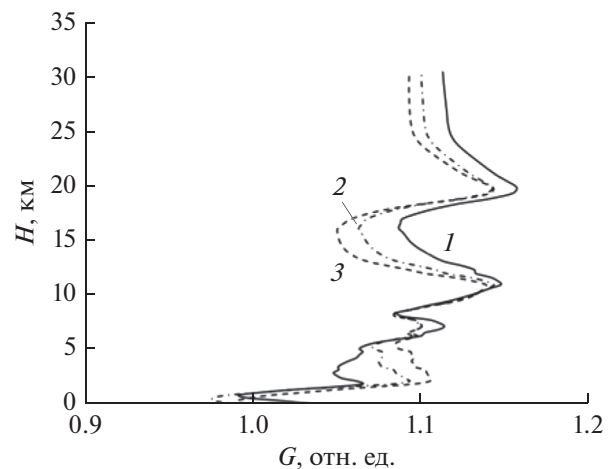


Рис. 2. Профиль эффективности применения полного вектора состояния для восстановления влажности по сравнению с раздельным восстановлением влажности при $\varphi = 0.1$ (1), 0.5 (2) и 1.0 К (3).

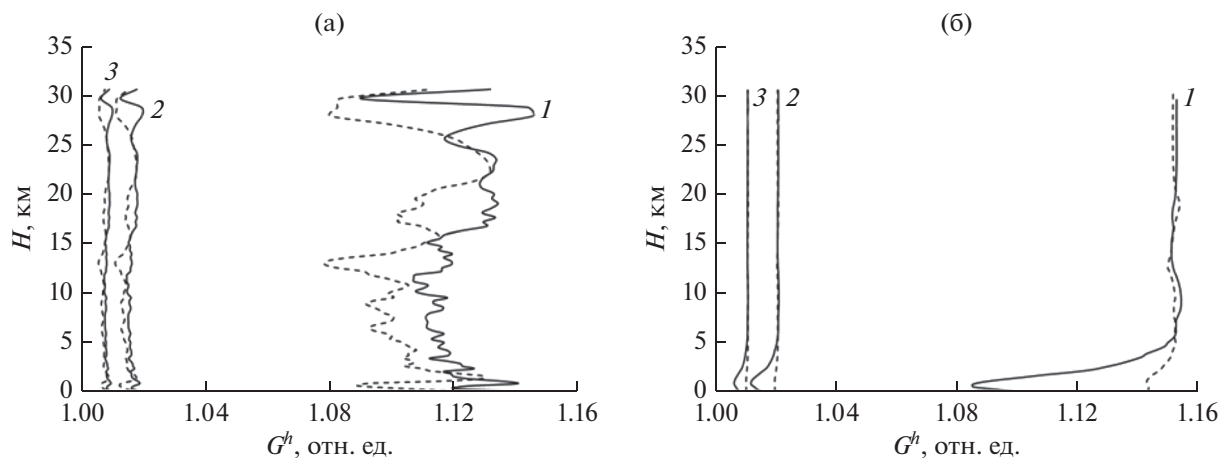


Рис. 3. Профиль относительной эффективности восстановления температуры (а) и влажности (б) при учете горизонтальной связности параметров атмосферы при $\varphi = 0.1$ (сплошные) и 1.0 К (штриховые); $\zeta = 2$ (1), 5 (2) и 7 (3).

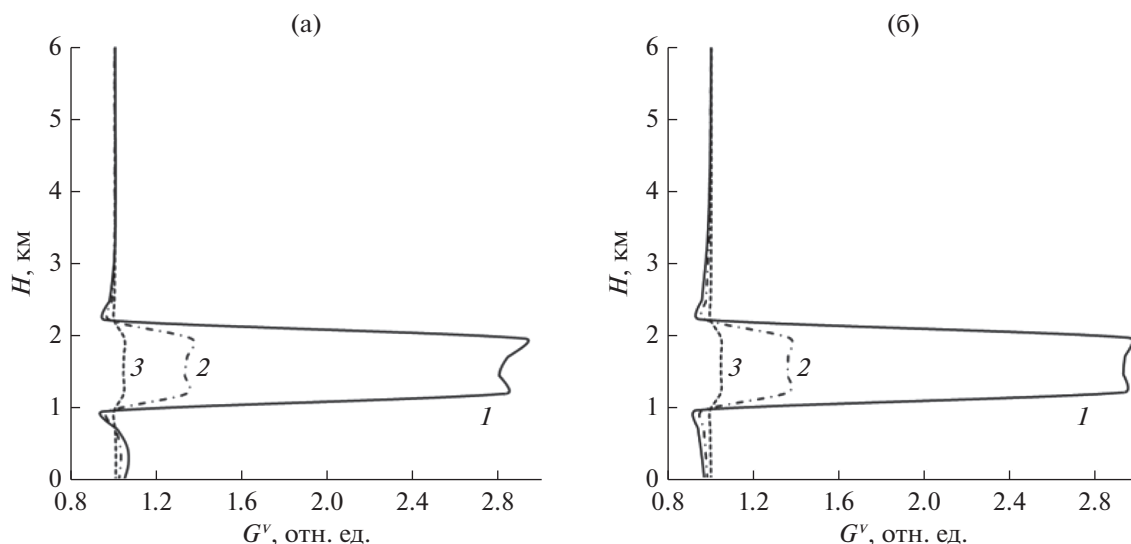


Рис. 4. Профиль относительной эффективности восстановления влажности при учете снижения амплитуды вариаций влажности на высотах 1...2 км при $\varphi = 0.1$ (а) и 1.0 К (б); $p = 0.1$ (1), 0.5 (2) и 0.9 (3).

косвенные приближенные оценки эффективности учета физических ограничений, принимая во внимание уменьшение диапазонов изменчивости случайных величин при приближении их средних к границам допустимых значений. Модельным атмосферным параметром с ограничениями была выбрана влажность воздуха, абсолютные значения которой на каждой из высот атмосферы ограничены снизу (положительными значениями параметра) и сверху (значениями, соответствующими давлениям насыщения водяных паров). При проведении оценок был выбран диапазон высот, на котором средние значения парциальных давлений водяных паров близки к насыщающим, а именно высоты диапазона 1...2 км. При моделировании были оценены значения эффективного

уменьшения дисперсии естественных вариаций влажности в интервале $p_k = p$ от 0.1 до 0.9. Из результатов, представленных на рис. 4, видно, что эффективного улучшения точности восстановления вне диапазона, в котором было задано снижение флуктуаций, не происходит. В то же время в том интервале высот, где было задано снижение вариаций влажности, относительные точности восстановления были значительно улучшены. Так, при $\varphi = 1.0$ К и $p = 0.5$ относительная эффективность G^v в интервале высот 1...2 км составила 1.4, при этом следует отметить слабую зависимость G^v от φ .

Априорные данные для оценки ковариационных матриц в формулах (17) и (18) были получены

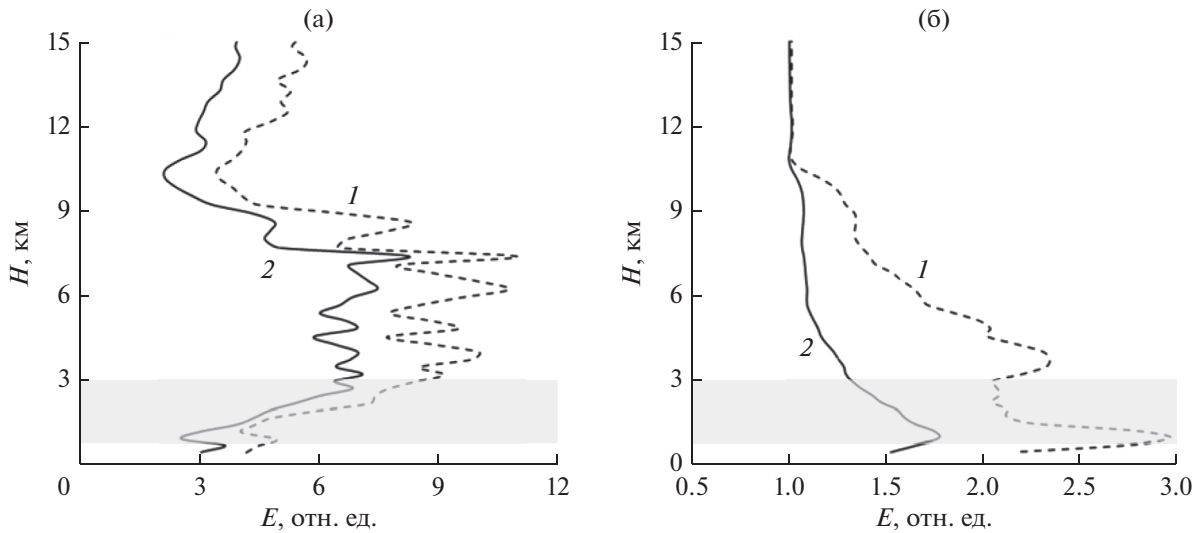


Рис. 5. Профиль эффективности для температуры (а) и влажности (б) при наличии облачного слоя на высотах от 1.2 до 3.2 км при $\varphi = 0.1$ (1) и 1.0 К (2), серым цветом отмечено расположение облачного слоя.

в результате статистического анализа радиозондовых дневных (12:00 УМТ) измерений параметров атмосферы в облачных условиях августа месяца. В набор анализируемых данных включены атмосферные профили, измеренные в период с 1973 по 2018 гг. на станции Долгопрудный⁶. В качестве типового облачного слоя, для летних дневных условий, нами были промоделированы профили водности кучевых облаков с нижней кромкой на высоте 1 км, мощностью 1...2 км и максимальной водностью от 0 (безоблачные условия) до 3.0 г/м³.

Результаты оценок (в соответствии с соотношениями (17)–(19)) эффективности применения модельной априорной информации о наличии облачного слоя представлены на рис. 5 для профилей температуры (а) и влажности (б). На рис. 5 представлены результаты оценки эффективности при моделировании облачного слоя мощностью (толщиной облачного слоя) 2 км с нижней кромкой на высоте 1.2 км и средней водностью 0.00025 кг/м³. Из рис. 5 следует, что учет модельных представлений об облачном слое существенно повышает эффективность использования априорной информации как для температуры, так и для влажности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе развит метод оценки эффективности улучшения алгоритма восстановления параметров атмосферы за счет привлечения дополнительных источников априорной информации, таких как:

- ковариационная матрица полного вектора изменения температуры и влажности атмосферы вертикального профиля атмосферы;
- ковариационная матрица изменения вариаций параметров атмосферы вдоль горизонтального слоя атмосферы;
- физические пределы изменения профиля влажности;
- модельные среднестатистические представления о параметрах переноса СВЧ излучения в облачном слое.

Разработанный метод применим к обработке спутниковых СВЧ радиометрических данных с привлечением статистических данных о параметрах атмосферы, включающих, наряду с ковариационной матрицей вариаций температуры и влажности в разных слоях атмосферы, также и ковариационные соотношения вариаций вдоль каждого из слоев, т.е. в горизонтальном направлении.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках госзадания по теме 0030-2019-0008 “Космос”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кутуза Б.Г., Данильчев М.В., Яковлев О.И. Спутниковый мониторинг Земли: Микроволновая радиометрия атмосферы и поверхности. М.: ЛЕНАНД, 2016.
2. Лупян Е.А., Саворский В.П., Шокин Ю.И. и др. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2012. Т. 9. № 5. С. 21.

⁶ Wyoming Weather Web. Upperair Air Data. Soundings. <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding.html>.

3. *Strand O.N., Westwater B.R.* // *Associat. Comput. Machin.* 1968. V. 15. P. 100.
4. *Турчин В.Ф., Козлов В.П., Малкевич М.С.* // *Успехи физ. наук.* 1970. № 102. С. 345.
5. *Горчакова И.А., Малкевич М.С., Турчин В.Ф.* // *Изв. АН СССР. Сер. Физика атм. и океана.* 1970. № 6. С. 565.
6. *Rodgers C.D.* *Inverse Methods for Atmospheric Sounding: Theory and Practice.* Singapore: World Scientific, 2000.
7. *Lipton A.E.* // *IEEE Trans.* 2003. V. TGRS-41. № 4. P. 761.
8. *Kutuzov B.G.* // *Radio Sci.* 2003. V. 38. № 3. P. 12-1.
9. *Боровиков А.М., Гайворонский И.И., Зак Е.Г. и др.* *Физика облаков.* Л.: Гидрометеоздат, 1961.
10. *Хргиан А.Х.* *Физика атмосферы.* Л.: Гидрометеоздат, 1969.
11. *Скацкий В.И.* // *Труды Инст. прикл. геофизики.* 1969. № 13. С. 43.
12. *Фейгельсон Е.М.* *Лучистый теплообмен и облака.* Л.: Гидрометеоздат, 1970.
13. *Шметер С.М.* *Физика конвективных облаков.* Л.: Гидрометеоздат, 1972.
14. *Девятова В.А.* // *Метеорология и гидрология.* 1973. № 8. С. 26.
15. *Девятова В.А.* // *Труды ГМЦ СССР.* 1974. № 148. С. 73.
16. *Бобылев Л.П., Васищева М.А., Образцов С.П. и др.* // *Труды ГГО. Экспериментальная геофизика.* 1975. № 328. С. 22.
17. *Васищева М.А., Шукин Г.Г.* *Экспериментальные исследования водности облаков. Статистические модели атмосферы.* Серия Метеорология. Обнинск: ВНИИГМИ-МЦД, 1976.
18. *Дубровина Л.С.* *Облака и осадки по данным самолетного зондирования.* Л.: Гидрометеоздат, 1982.
19. *Мазин И.П., Хргиан А.Х.* *Облака и облачная атмосфера.* Справочник. Л.: Гидрометеоздат, 1989.
20. *Атлас облаков / Сост. Д.П. Беспалов, А.М. Девяткин, Ю.А. Довгалюк и др.* СПб.: ГГО, 2011.
21. *Аквилонова А.Б., Кутуза Б.Г.* // *РЭ.* 1978. Т. 23. № 9. С. 1792.
22. *Войт Ф.Я., Мазин И.П.* // *Изв. АН СССР. Сер. Физика атм. и океана.* 1972. Т. 8. № 11. С. 1166.
23. *Дубровина Л.С.* // *Труды ВНИИГМИ-МЦД.* 1974. № 7. С. 3.
24. *Копрова Л.И., Болдырев В.Г.* // *Изв. АН СССР. Сер. Физика атм. и океана.* 1970. Т. 6. № 2. С. 154.
25. *Башаринов А.Е., Гурвич А.С., Егоров С.Т.* *Радиоизлучение Земли как планеты.* М.: Наука, 1974.
26. *Башаринов А.Е., Кутуза Б.Г.* // *Труды ГГО им. А.И. Воейкова.* 1968. Вып. 222. С. 100.
27. *Buehler S.A., Eriksson P., Kuhn T. et al.* // *J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer.* 2005. V. 91. № 1. P. 65.
28. *Eriksson P., Buehler S.A., Davis C.P. et al.* // *J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer.* 2011. V. 112. № 10. P. 1551.
29. *ARTS User Guide / Eds. by Ericsson P., Buehler S., 2017.* https://www.radiativetransfer.org/misc/arts-doc/uguide/arts_user.pdf.
30. *Borbas E.E., Seemann S.W., Huang H.L. et al.* // *Proc. XIV Int. ATOVS Study Conf. Beijing, China, 25–31, May 2005.* Madison: Univ. Wisconsin-Madison, 2005. P. 763.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 535.8

ПЕРЕСТРАИВАЕМЫЙ АКУСТООПТИЧЕСКИЙ ФИЛЬТР
ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ДИАПАЗОНОВ 450...900 нм И 900...1700 нм¹

© 2020 г. В. И. Батшев^{a, b, *}, А. С. Мачихин^a, А. Б. Козлов^{a, c}, С. В. Боритко^{a, d},
М. О. Шарикова^{a, b}, А. В. Карандин^a, В. Э. Пожар^{a, b}, В. А. Ломонов^e

^aНаучно-технологический центр уникального приборостроения РАН,
ул. Бутлерова, 15, Москва, 117342 Российская Федерация

^bМГТУ им. Н.Э. Баумана,
ул. 2-я Бауманская, 5, стр. 1, Москва, 105005 Российская Федерация

^cНИИ “Полюс” им. М.Ф. Стельмаха”,
ул. Введенского, 3, корп. 1, Москва, 117342 Российская Федерация

^dМосковский физико-технический институт,
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141701 Российская Федерация

^eФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН,
Ленинский просп., 59, Москва, 119333 Российская Федерация

*E-mail: batshev@bmstu.ru

Поступила в редакцию 17.12.2019 г.

После доработки 10.02.2020 г.

Принята к публикации 12.02.2020 г.

Изучена проблема создания акустооптического перестраиваемого фильтра, позволяющего получать спектральные изображения высокого качества как в видимом, так и ближнем инфракрасном диапазонах. На основе анализа широкоапертурной неколлинеарной геометрии акустооптической дифракции в парателлурите определена конфигурация акустооптической ячейки, оптимальная с точки зрения минимизации хроматического сдвига, подходящая для обоих диапазонов. Изготовлены две идентичные ячейки, согласованные на диапазоны 450...900 и 900...1700 нм. Экспериментальная проверка результатов оптического моделирования показала, что в пределах всего диапазона 450...1700 нм рассчитанная схема акустооптических фильтров обеспечивает получение спектральных изображений высокого качества.

DOI: 10.31857/S0033849420070025

ВВЕДЕНИЕ

Приборы для качественного и количественного исследования спектрального состава света, излучаемого, поглощаемого, отражаемого или рассеиваемого объектом, позволяют судить о его свойствах, химическом составе и характере физических процессов, связанных с излучением или взаимодействием света с веществом объекта. Тенденцией современной спектроскопии является создание гипер- и видеоспектрометров – оптико-электронных приборов, предназначенных для регистрации и анализа одновременно пространственных и спектральных характеристик объекта. Данные приборы эффективно используются, например, для визуализации биологических тканей и структуры биообъектов различными методами, для дистан-

ционного зондирования, в пищевой промышленности и сельском хозяйстве, а также для решения многих других задач [1–3]. Для получения таких изображений могут использоваться разные подходы и аппаратура, обладающие своими особенностями и преимуществами, но наиболее универсальным является метод, основанный на использовании перестраиваемых оптических фильтров. При этом спектрометр последовательно настраивается на те интервалы спектра излучения, где наиболее интенсивно проявляются физические, химические и другие свойства исследуемого объекта и отсутствуют фоновые помехи, что позволяет получить изображение, контрастно отображающее именно эти свойства. Такой подход (spectral imaging) позволяет увеличить скорость сбора пространственно-спектральных данных, оптимизировать процедуры их анализа и создать принципиально новые адаптивные методы визуализации объектов. Среди электронно-перестраиваемых оптических фильтров наибольшее распространение

¹ Работа доложена на Третьей Международной молодежной конференции “Информационные технологии и технологии коммуникации: современные достижения” (Астрахань, 1–5 октября 2019 г.).

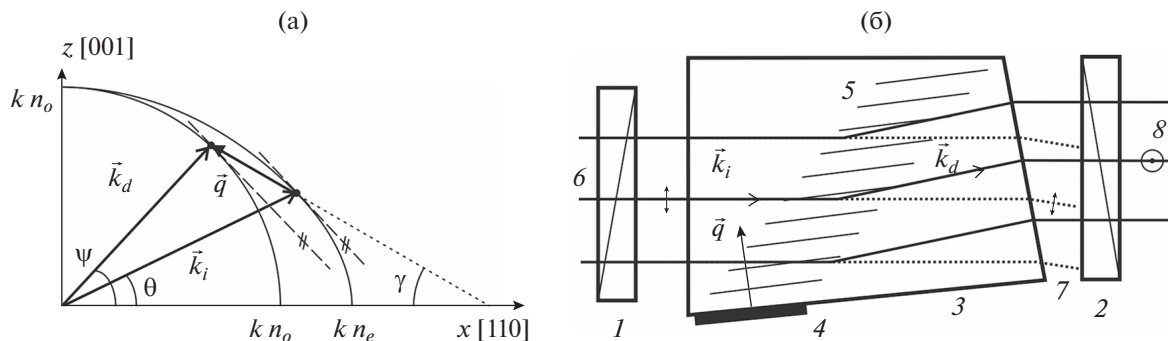


Рис. 1. Волновая диаграмма (а) и схема (б) широкоапертурного АО-фильтра: 1, 2 – входной и выходной скрещенные поляризаторы; 3 – АО-ячейка; 4 – пьезопреобразователь; 5 – акустический пучок; 6, 7 и 8 – световые пучки, падающий, недифрагированный и прошедший соответственно.

получили акустооптические (АО) монохроматоры, обеспечивающие во многих случаях оптимальное по сравнению с другими фильтрами (жидкокристаллическими, Фабри-Перо и др.) сочетание пространственного и спектрального разрешения, светосилы, диапазона и скорости перестройки [4, 5]. Поэтому они используются для решения различных задач современной спектроскопии с пространственным разрешением: дистанционного зондирования и спектральной съемки, астрофизических исследований, биомедицины [6–8].

Одним из факторов, ограничивающих область применения АО-видеоспектрометров, является спектральный диапазон перестройки, ограниченный в силу технологических факторов, как правило, одной октавой, например, 450...900, 900...1800 нм и пр. Кроме того, наличие хроматического сдвига изображения, вызванного АО-взаимодействием, приводит к необходимости применения различных технических методов для минимизации сдвига за счет подбора оптимальной геометрии АО-взаимодействия, изменения формы кристалла, использования дополнительных компонентов-корректоров [9, 10]. По этим и иным причинам АО-фильтры изображений различных диапазонов имеют различные характеристики.

В данной работе описана геометрия и конфигурация акустооптического перестраиваемого фильтра, позволяющего получать спектральные изображения высокого качества как в видимом 450...900 нм, так и ближнем ИК-диапазоне 900...1700 нм, которые соответствуют диапазонам чувствительности двух наиболее распространенных матричных приемников излучения – на технологии КМОП и на структурах InGaAs.

1. РАСЧЕТ АКУСТООПТИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКИ

Принцип действия перестраиваемого АО-фильтра основан на создании в среде динамиче-

ской объемной дифракционной решетки с помощью ультразвука, селективная брэгговская дифракция на которой используется для выделения из светового пучка с широким спектром составляющей с заданной длиной волны λ . Анизотропная дифракция светового пучка на фазовой дифракционной решетке, образованной в кристалле распространяющейся в АО-ячейке акустической волной, имеет две особенности, которые используются для селекции излучения. Первая – “резонансный” характер спектральной зависимости, при котором длина волны излучения λ , попадающего в резонанс (синхронизм), определяется периодом решетки, а значит, частотой звука f . Вторая – изменение направления поляризации и направления распространения дифрагированной световой волны, что позволяет выделять ее поляризаторами. На рис. 1 представлена схема и волновая диаграмма классического неколлинеарного АО-фильтра. Выделенная входным поляризатором поляризационная спектральная компонента света \vec{k}_i , удовлетворяющая условию Брэгга для волновых векторов $\vec{k}_i + \vec{q} = \vec{k}_d$, дифрагирует на акустической волне \vec{q} в АО-ячейке, что определяет связь f и λ

$$f(\lambda) = \frac{V}{\lambda} n_o(\lambda) \times \left(\xi(\theta, \lambda) \cos(\theta - \gamma) - \sqrt{1 - \xi^2(\lambda) \sin^2(\theta - \gamma)} \right),$$

где

$$\xi(\theta) = n_e(\theta)/n_o = n_e / \sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta} \approx 1 + (\Delta n/n_e) \cos^2 \theta,$$

n_o и n_e – показатели преломления материала кристалла для необыкновенно и обыкновенно поляризованных волн, $\Delta n = n_e - n_o$; γ и θ – углы рас-

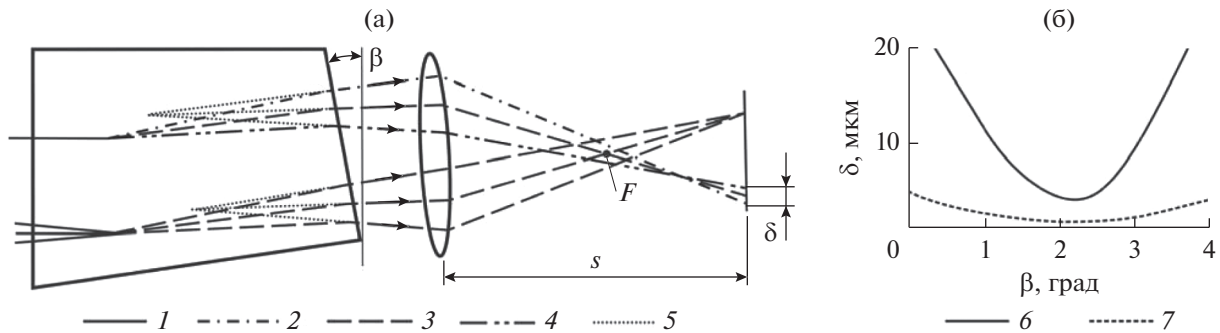


Рис. 2. К расчету угла наклона β выходной грани АО-ячейки: а) схема хода лучей; б) зависимость поперечного хроматического сдвига $\delta(\beta)$, 1 – падающее излучение; 2, 3 и 4 – излучение, дифрагировавшее на длинах волн λ_1 , λ_2 и λ_3 соответственно; 5 – продолжения преломленных лучей; 6 и 7 – графики, построенные для диапазонов 0.45...0.9 мкм и 0.9...1.7 мкм соответственно.

пространства звука и падающего света в плоскости дифракции (XZ),

$$V = \sqrt{V_z^2 \cos^2 \gamma + V_x^2 \sin^2 \gamma},$$

V_z и V_x – скорости распространения звука в направлении γ и вдоль осей Z и X .

Анизотропная дифракция сопровождается изменением ориентации линейной поляризации излучения на ортогональную и отклонением направления его распространения на угол $\psi - \theta$. В случае широкоапертурного АО-взаимодействия $e \rightarrow o$ направление распространения дифрагированного излучения $\psi = \arctg(\xi_0^2 \tan \theta)$ определяется величиной двулучепреломления $\xi_0 = n_e/n_o$ кристалла. Недифрагированное излучение задерживается выходным поляризатором. Входную грань АО-ячейки ориентируют перпендикулярно падающему световому пучку \vec{k}_d , а выходную так, чтобы частично скомпенсировать спектральный дрейф изображения [9].

Основными видами aberrаций, вызываемых АО-фильтром, являются дисторсия, хроматизм продольного положения и поперечный хроматический сдвиг изображения [9–11]. В конфокальной схеме АО-фильтрации (рис. 2а) дисторсия отсутствует [11, 12]. Хроматизм положения, проявляющийся в виде дефокусировки изображений, построенных на разных длинах волн, зависит лишь от длины кристалла и может быть скомпенсирован другими оптическими элементами. Хроматический поперечный сдвиг изображения невозможно скомпенсировать осесимметричными элементами, поэтому его следует минимизировать на этапе расчета параметров АО-фильтра за счет правильного выбора угла наклона выходной грани АО-кристалла β [9, 11].

На рис. 2а проиллюстрирована причина возникновения хроматического сдвига. Показан ход широкого пучка лучей с длиной волны λ_2 через

нижнюю часть АО-кристалла; эти лучи фокусируются в плоскости изображения на расстоянии s от объектива, который представлен в виде идеальной тонкой линзы. В верхней части кристалла для разных длин волн показан ход лишь главного луча. В зависимости от параметров подаваемого ультразвука он может дифрагировать на одной из длин волн в пределах рабочего диапазона АО-фильтра. Вследствие дисперсии материала АО-кристалла два дифрагированных луча на длинах волн λ_1 и λ_3 ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$) после преломления на его выходной грани пересекаются не в плоскости изображения, что и вызывает хроматический сдвиг изображения величиной δ .

На рис. 2б представлены графики зависимости хроматического сдвига δ от угла наклона выходной грани β , полученные в результате моделирования АО-фильтра в программе Zemax [11]. Графики получены для выбранных параметров АО-ячейки (материал TeO_2 , $\gamma = 7^\circ$, режим дифракции $e \rightarrow o$, длина кристалла 25 мм, световая апертура $10 \times 8 \text{ мм}^2$) и при фокусном расстоянии выходного объектива 35 мм. Два графика соответствуют двум спектральным диапазонам: видимому 450...900 нм и ближнему ИК 900...1700 нм. Из графиков видно, что в ИК-диапазоне хроматический сдвиг существенно ниже, что объясняется меньшей дисперсией материала в этой области. Кроме того, минимальное значение хроматического сдвига δ_{\min} в обоих диапазонах наблюдается при примерно равных значениях угла $\beta \approx 2^\circ$. В видимом диапазоне $\delta_{\min} \approx 4 \text{ мкм}$, а в ИК – $\delta_{\min} \approx 1.5 \text{ мкм}$.

Важным техническим вопросом является устранение световых потерь, обусловленных отражением излучения от рабочих оптических поверхностей. Этот вопрос решается за счет нанесения на эти поверхности просветляющих покрытий. Однако для АО-ячейки, работающей в столь широком спектральном диапазоне, изготовление таких покрытий является сложной техноло-

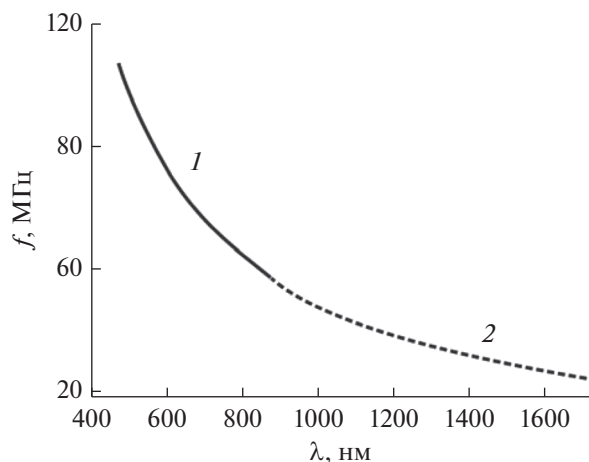


Рис. 3. Перестроенная кривая $f(\lambda)$ АО-фильтра видимого (1) и ближнего ИК- (2) диапазонов.

гической задачей. Альтернативным подходом является, например, нанесение разных покрытий на поверхности АО-ячейки: на входную грань наносится покрытие, просветляющее в видимом диапазоне, на выходную – в ближнем ИК. По расчетам суммарные потери на отражение от обеих граней АО-ячейки в этом случае не превыдают 10% в пределах диапазона 0.45...1.7 мкм.

2. РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

Для проверки результатов расчета и моделирования были изготовлены две идентичные АО-ячейки из TeO_2 , реализующие широкоапертурное АО-взаимодействие, с углом среза $\gamma = 7^\circ$. Для обеспечения перестраиваемой фильтрации в диапазонах длин волн 450...900 нм и 900...1700 нм данные ячейки были согласованы в диапазонах частот ультразвука 65...10 и 30...60 МГц соответ-

ственно. Перестроенные кривые $f(\lambda) \approx V\Delta n/\lambda$ показаны на рис. 3. Длина пьезопреобразователя в обоих случаях составляла 12 мм, диаметр входного зрачка – 9 мм, угловое поле – $3^\circ \times 3^\circ$.

Для иллюстрации спектрального разрешения изготовленных фильтров на рис. 4 приведены функции пропускания $T(\lambda)$, измеренные с помощью дифракционного спектрометра высокого разрешения на различных длинах волн λ . Видно, что вид функций пропускания совпадает с теоретическим видом, описываемым функцией

$$\text{sinc}^2[(v - v_f)/\Delta v],$$

где $v_f \sim f$, $\Delta v \approx 1/L_{\text{вз}}$, $L_{\text{вз}}$ – длина взаимодействия света со звуковым пучком [13]. Полоса пропускания составила $\Delta v \approx 70 \text{ см}^{-1}$ в видимом диапазоне и $\Delta v \approx 150 \text{ см}^{-1}$ в ИК-области. В единицах длин волн полоса пропускания АО-фильтра изменяется квадратично $\Delta\lambda \sim \lambda^2$ [14].

Конфокальная схема [12] АО-видеоспектрометра, содержащего рассчитанный АО-фильтр, представлена на рис. 5. На вход системы поступают параллельные пучки лучей от объекта. Объектив 2 строит изображение внутри АО-кристалла. В передней фокальной плоскости объектива 2 расположена диафрагма 1, что обеспечивает телецентрический ход лучей через АО-фильтр и, как следствие, постоянный по полю зрения коэффициент пропускания. Скрещенные поляризаторы 3 и 5 не позволяют пройти через АО-фильтр неотфильтрованному излучению. Объектив 6 формирует из расходящегося пучка лучей параллельный пучок, который далее спектральным светоделительным кубиком 7 делится на два канала: видимый и ИК. В видимом канале объектив 10 строит изображение на КМОП-приемнике излучения 11, а в ИК объектив 8 – на InGaAs-приемнике 9. Схема предназначена для АО-фильтра, в котором

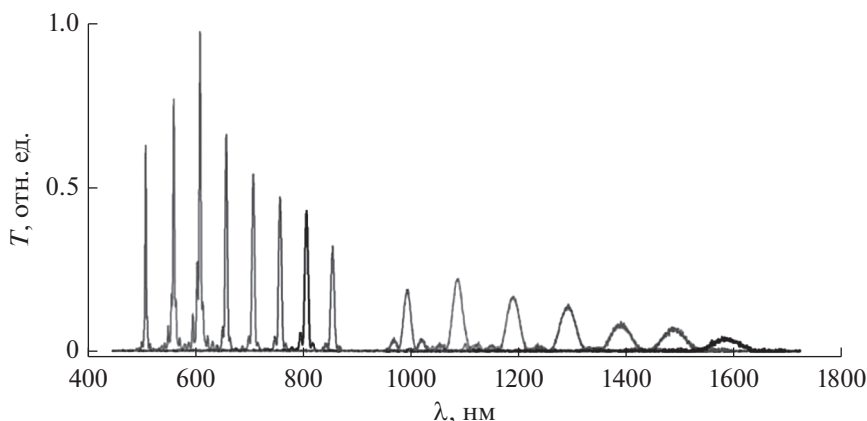


Рис. 4. Функция пропускания $T(\lambda)$ АО-фильтра в видимом и ближнем ИК-диапазонах.

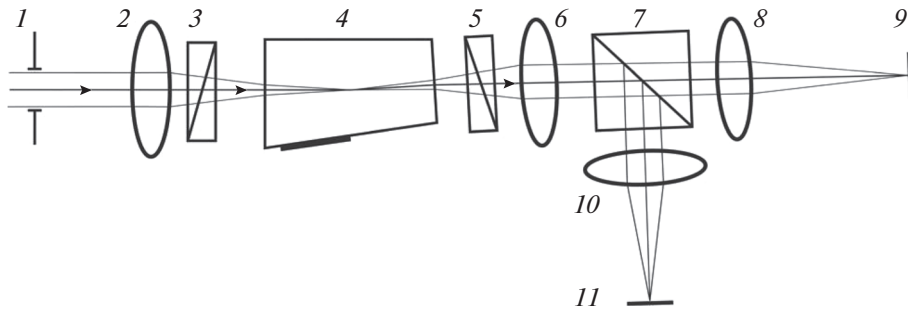


Рис. 5. Схема двухдиапазонного АО-видеоспектрометра.

сформированы два спектральных канала. Для одноканального АО-фильтра делитель 7 не нужен.

В качестве приемника излучения в видимом диапазоне была использована КМОП-матрица Sony IMX273LLR с разрешением 1440×1080 пикселей размерами 5.0×3.8 мм². Учитывая световой размер АО-кристалла 10×8 мм², фокусные расстояния объективов 6 и 10 были выбраны равными 35 и 50 мм соответственно. В этом случае размер промежуточного изображения, образованного внутри АО-фильтра, равен 5.4×7.1 мм², что позволяет избежать виньетирования крайних пучков лучей.

Для удобства входной объектив 2 был эквивалентен объективу 6, что обеспечило и небольшие габариты системы. Поле зрения в пространстве предметов этой системы составило $9^\circ \times 12^\circ$. Диаметр входной диафрагмы 1 равен 3 мм, что определяется апертурой АО-фильтра, которая составляла 4° . Диаметры входных зрачков объективов 8 и 10 составили 3 мм.

В ИК-диапазоне был использован InGaAs-сенсор 7.68×9.6 мм² с разрешением 320×256 пикселей и размером пикселя 30×30 мкм². Для обеспечения одинаковых полей зрения в видимом и ИК-каналах целесообразно использовать объектив с фокусным расстоянием 25 мм. Рисунок 6 иллюстрирует вносимый АО-фильтром хроматизм положения, т.е. зависимость рабочего отрезка s (см. рис. 2а) от длины волны для видимого и ИК-диапазонов.

Расчет показал, что в диапазоне 450...900 нм хроматический сдвиг положения составляет 740 мкм, а в диапазоне 900...1700 нм—200 мкм. В связи с этим для упрощения оптической схемы в качестве объективов 2 и 6 были использованы двухлинзовые склеенные объективы, исправляющие хроматизм положения в видимом диапазоне, а в качестве объектива 10— стандартный объектив для видимого диапазона с фиксированным фокусным расстоянием 50 мм и относительным отверстием 1 : 12, что является простым и эффективным решением. В диапазоне 900...1700 нм

остаточный хроматизм положения был исправлен за счет использования специального объектива 8 с фокусным расстоянием 25 мм и относительным отверстием 1 : 8.

3. АНАЛИЗ КАЧЕСТВА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Для экспериментального исследования принципиально достижимого качества изображений, формируемых разработанным видеоспектрометром, были созданы два макета: на видимый и ИК-диапазоны. На данной стадии работы проведение исследований сразу на двухканальном фильтре нецелесообразно, так как сложности, связанные с возбуждением двух пучков, могли бы негативно повлиять на результат. В макетах использованы стандартные объективы с фокусными расстояниями, представленными в разд. 2, что позволило обеспечить одинаковые поля зрения в обоих макетах. Входной объектив фокусировался таким образом, чтобы получить резкое изображение объекта, расположенного на конечном расстоянии от макета.

На рис. 7 представлены фрагменты зарегистрированных изображений цветного объекта (верхний ряд) и стандартной штриховой миры

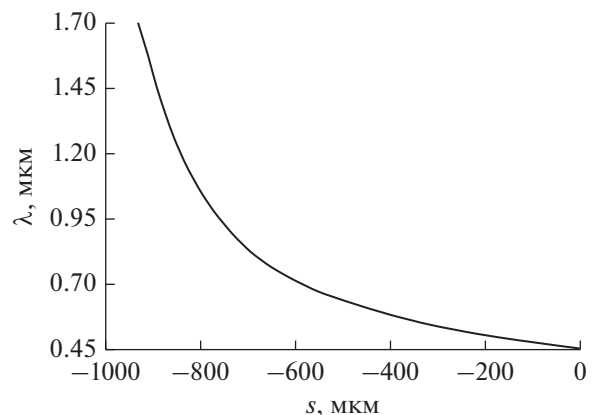


Рис. 6. Зависимость рабочего отрезка s от длины волны.

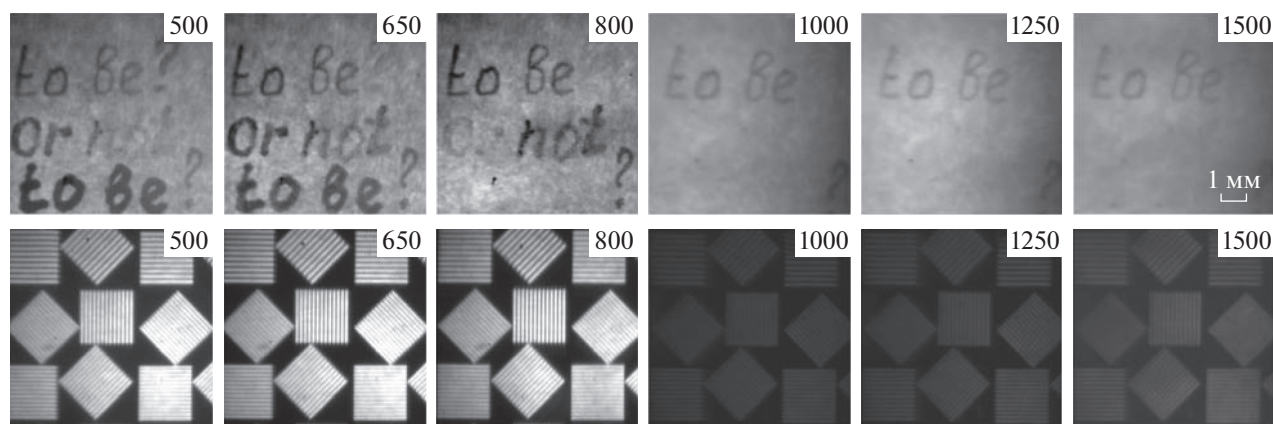


Рис. 7. Примеры зарегистрированных спектральных изображений: первая строка надписи (верхний ряд) выполнена карандашом, а нижняя – маркером.

№ 5 (нижний ряд). Анализ результатов показал высокое пространственное разрешение изображений во всем спектральном диапазоне. Измеренная пространственная разрешающая способность на длине волны 650 нм составила около 40 мм^{-1} , а на длине волны 1250 нм – около 15 мм^{-1} , притом что расчетные значения составляют 65 и 20 мм^{-1} . Отличия экспериментальных данных от расчетных обусловлены в первую очередь тем, что при макетировании использованы стандартные объективы, не рассчитанные для компенсации искажений АО-фильтра. Однако даже при этом удалось получить высокое разрешение изображения.

Кроме того, наблюдается полное отсутствие искажений пропорций объекта (дисторсии), что обусловлено применением конфокальной схемой АО-фильтрации. Незначительный поперечный сдвиг изображения δ при перестройке по длине волны составляет около 20 мкм в диапазоне 450...900 нм и не более 1 пикселя ($\delta \leq 30 \text{ мкм}$) в диапазоне 900...1700 нм. Следует отметить, что эти значения заметно уступают расчетным, представленным в разд. 2, что вызвано, вероятно, погрешностями изготовления кристаллических АО-ячеек и погрешностями юстировки макетов. Но столь небольшие смещения не существенны и могут быть легко устранены за счет пространственной калибровки видеоспектрометра.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной целью настоящей работы являлось создание АО-фильтра, обеспечивающего высокое качество изображений для работы с матричными приемниками видимого и ближнего ИК-диапазона. Показано, что на оба диапазона такой АО-фильтр можно создать по одной схеме, с одинаковой формой АО-ячейки, используя одинаковую гео-

метрию дифракции. Это, в частности, дает возможность создавать двухдиапазонные АО-фильтры, обеспечивающие высокое качество изображения и высокую эффективность АО-дифракции в обоих спектральных диапазонах.

Корректный выбор геометрии АО-взаимодействия и угла среза грани кристалла обеспечивает компенсацию хроматического сдвига изображения и исключает необходимость перефокусировки при перестройке по спектру. Следует отметить, что величина найденного угла скоса выходной грани, обеспечивающего высокое качество изображения, отличается от величин, которые были использованы другими авторами [9, 15]. При этом эта величина может быть оптимизирована с использованием рассчитанных кривых, характеризующих величину основных аберраций.

Полученные результаты дают возможность унифицировать конструкцию и схему АО-фильтров для наиболее востребованных диапазонов: видимого (450...900 нм) и ближнего ИК (900...1700 нм), что важно для оптимизации процесса создания акустооптических гипер- и видеоспектрометров.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-29-20095). В части технологии изготовления АО-ячеек работа проводилась в рамках госзадания ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shaw G.A., Burke H.K. // Lincoln Laboratory J. 2003. V. 14. № 1. P. 3.

2. *Chang C.* Hyperspectral imaging: Techniques for spectral detection and classification. N.Y.: Springer Science & Business Media, 2003.
3. *Sun D.-W.* Hyperspectral Imaging for Food Quality Analysis and Control. San Diego: Acad. Press/Elsevier, 2010.
4. *Hagen N., Kudenov M.W.* // Opt. Eng. 2013. V. 52. № 9. P. 090901.
5. *Li Q., He X., Wang Y., Liu H., Xu D., Guo F.* // J. Biomed. Opt. 2013. V. 18. № 10. P. 100901.
6. *Glenar D.A., Hillman J.J., Saif B., Bergstrakh J.* // Appl. Opt. 1994. V. 33. № 31. P. 7412.
7. *Korablev O.I., Belyaev D.A., Dobrolenskiy Yu.S. et al.* // Appl. Opt. 2018. V. 57. № 10. P. C103.
8. *Lu G., Fei B.* // J. Biomed. Opt. 2014. V. 19. № 1. P. 010901.
9. *Епихин В.М., Калинин Ю.К.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. № 2. С. 160.
10. *Ryu S.Y., You J.-W., Kwak Y., Kim S.* // Opt. Express. 2008. V. 16. P. 17138.
11. *Machikhin A., Batshev V., Pozhar V.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 2017. V. 34. № 7. P. 1109.
12. *Suhre D.R., Denes L.J., Gupta N.* // Appl. Opt. 2004. V. 43. P. 1255.
13. *Пожар В.Э., Пустовойт В.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1375.
14. *Goutzulis A., Rape D.* Design and fabrication of acousto-optic devices. N.Y.: Dekker, 1994.
15. *Gupta N., Voloshinov V.* // Appl. Opt. 2007. V. 46. № 7. P. 1081.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 535.8

МЕТОД ВИЗУАЛИЗАЦИИ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ
В КОЖЕ ЧЕЛОВЕКА НА ОСНОВЕ ВИДЕОРЕГИСТРАЦИИ КРОВОТОКА
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛАПАРОСКОПА¹

© 2020 г. М. В. Волков^a, Н. Б. Маргарянц^a, А. В. Потемкин^a, А. С. Мачихин^{b, *},
Д. Д. Хохлов^b, В. И. Батшев^b, И. В. Данилычева^c, М. В. Данилычев^d

^a Университет ИТМО,

Кронверкский просп., 49, Санкт-Петербург, 197101 Российская Федерация

^b Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН,
ул. Бутлерова, 15, Москва, 117342 Российская Федерация

^c ГНЦ Институт иммунологии ФМБА России,
Каширское шос., 24, Москва, 115522 Российская Федерация

^d Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: machikhin@ntcip.ru

Поступила в редакцию 15.10.2019 г.

После доработки 07.11.2019 г.

Принята к публикации 12.11.2019 г.

Рассмотрена возможность повышения достоверности ранней диагностики заболеваний, связанных с нарушением морфологии капиллярной сети в коже человека. Предложен метод визуализации капиллярной сети кровеносных сосудов на исследуемом участке кожного покрова, основанный на использовании зондовой оптико-электронной системы оригинальной конструкции. Разработаны макет зондовой оптико-электронной системы видеокапилляроскопии, методика проведения измерений и методы обработки данных, позволяющие исследовать параметры капиллярной сети. Описан метод, обеспечивающий вычисление карты капилляров в исследуемой области на основе анализа зарегистрированной последовательности видеок кадров капиллярного кровотока. Эффективность метода подтверждена экспериментально на примере исследования капиллярной сети в области предплечья, кистей рук и ногтевого ложа.

DOI: 10.31857/S0033849420070141

ВВЕДЕНИЕ

Многие социально-значимые заболевания, в частности, диабет, гипертония, болезнь Рейно, псориаз, склеродермия, васкулиты, могут быть выявлены на ранних стадиях при анализе нарушений морфологии капиллярной сети и параметров микроциркуляторного русла (МЦР) [1–5]. К таким нарушениям относятся разрежение капиллярной сети и уменьшение плотности капилляров, изменение формы и диаметров капилляров (сужение артериальных и расширение венозных отделов капилляров).

Для выявления нарушений морфологии капилляров традиционно используются системы видеокапилляроскопии (ВКС), основанные на регистрации и анализе изображений капиллярного кровотока [6–8]. Существующие стандарт-

ные методы капилляроскопии в основном предназначены для исследования морфологии контрастных капилляров в области ногтевого ложа пальцев рук [9, 10]. Капилляры в этой области находятся близко к поверхности кожи и располагаются параллельно ногтевой пластине, что существенно упрощает их наблюдение и делает возможным анализ их морфологии по единственному изображению капиллярной сети [11, 12].

Для многих заболеваний характерна локализация области поражения капиллярной сети за пределами ногтевого ложа. Например, при псориазе [13, 14] или склеродермии [15, 16] происходит локальное поражение капилляров в области кистей рук и предплечья. Традиционные методы капилляроскопии имеют существенные ограничения по применению в этих областях. В отличие от ногтевого ложа, капиллярная сеть в области кистей рук и предплечья имеет сложную трехмерную пространственную структуру, наблюдение которой осложняется наличием пигментных пятен, складок кожи и волосяного покрова. Кожа в

¹ Работа доложена на Третьей Международной молодежной конференции “Информационные технологии и технологии коммуникации: современные достижения” (Астрахань, 1–5 октября 2019 г.).

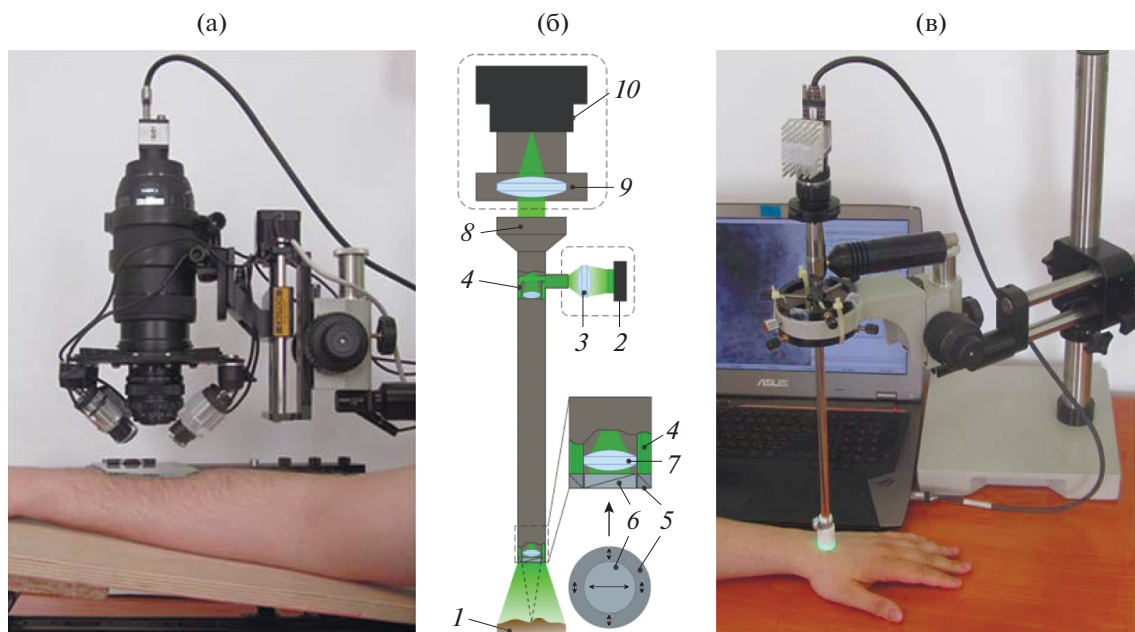


Рис. 1. Макет системы ВКС для визуализации капилляров в области предплечья (а), оптическая схема (б) и внешний вид (в) разработанного макета мобильной зондовой системы ВКС на основе лапароскопа.

этих областях имеет значительную толщину, что позволяет наблюдать только отдельные фрагменты капиллярной сети, расположенные близко к поверхности кожи. Перечисленные особенности кожного покрова приводят к невозможности применения существующих стандартных оптических средств капилляроскопии или заметному снижению эффективности визуализации и анализа морфологии капиллярной сети методами классической капилляроскопии по единственному изображению.

Возможным вариантом решения задачи анализа капиллярной сети вне ногтевого ложа является применение методов высокоскоростной ВКС [17]. Совместная обработка изображений капиллярной сети для достаточно длинной последовательности видеок кадров позволяет синтезировать карту капилляров [18].

Цель данной работы – создание зондовой оптико-электронной системы ВКС для визуализации капиллярной сети в произвольных областях кожного покрова, а также разработка методов обработки изображений, получаемых с ее помощью.

1. МАКЕТ МАЛОГАБАРИТНОЙ СИСТЕМЫ ВКС ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ НАРУШЕНИЙ МИКРОЦИРКУЛЯЦИИ

К числу первых результатов по визуализации капилляров в области предплечья относятся данные, полученные с использованием раннего варианта рабочего макета системы ВКС, представ-

ленного на рис. 1а [17, 18]. Это вариант оборудования имеет светосильную оптическую систему с мощной подсистемой боковой подсветки и позволяет плавно изменять оптическое увеличение в процессе измерений. При этом ее недостатками являются значительные габариты и вес, что приводит к необходимости использования тяжелого штатива при измерениях. Поэтому в такой конфигурации возможная область исследования ограничена кистью руки и предплечьем. Кроме того, данная система имеет малую глубину фокусировки, что приводит к расфокусировке изображения объекта при смещении даже на ± 100 мкм. Это накладывает существенные ограничения на позиционирование установки относительно исследуемого участка кожи и сохранение позиционирования в процессе регистрации видеок кадров. Указанные недостатки затрудняют использование данного макета для диагностики нарушений микроциркуляции.

Для преодоления данных ограничений нами был разработан макет системы ВКС на основе зондовой лапароскопической системы (рис. 1б, 1в). Основой макета системы ВКС является жесткий лапароскоп, состоящий из объектива 7, набора оборачивающих систем и окуляра 8. Изображение объекта 1 фокусируется объективом 9 на матричном приемнике излучения монохромной видеокамеры 10. Зонд диаметром 8 мм имеет встроенный осветительный канал, состоящий из светодиодного источника зеленого света 2, сопрягающей оптической системы 3 и оптоволоконного кабеля 4. Для снижения влияния фоновой составляющей для

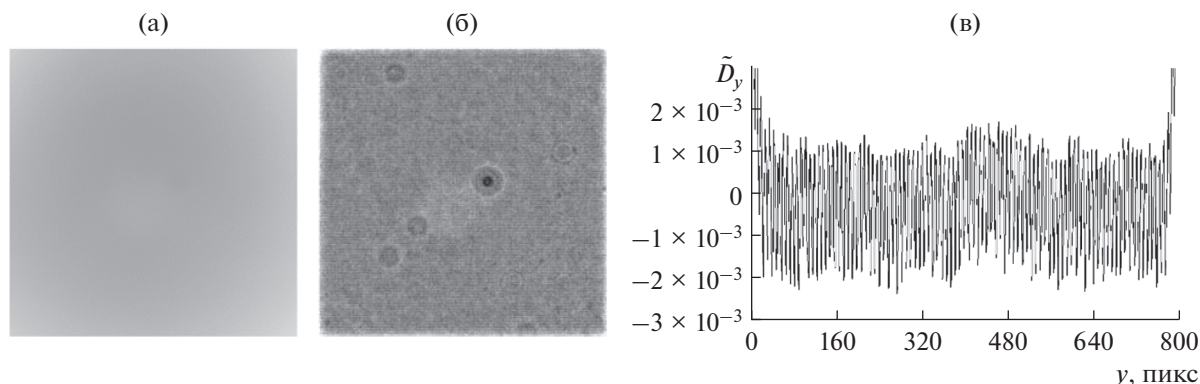


Рис. 2. Калибровка сенсора видеокamеры, результат усреднения видеокадров, полученных при отражении от тестового объекта (а), полутоновое представление карты чувствительности сенсора (б), изменение чувствительности сенсора в зависимости от номера строки изображения (в).

подсветки и приема используется излучение, поляризованное ортогонально, что реализуется с помощью поляризаторов 5 и 6. Источник света 2 имеет плавную регулировку интенсивности, а объектив 9 обеспечивает плавную перефокусировку в широком диапазоне рабочих расстояний. Для обеспечения максимального контраста изображений капилляров в системе освещения используется зеленый светодиод с максимумом излучательной способности на длине волны 520 нм.

Макет разработанной системы ВКС на основе лапароскопа имеет малые габариты и массу, а также значительно большую глубину резкости по сравнению с установкой, показанной на рис. 1а. Это существенно упрощает позиционирование макета относительно выбранного участка кожи и позволяет исследовать участки кожи со сложным рельефом, например, в области пальцев рук и ногтевого ложа, не теряя информацию при случайных вертикальных смещениях объекта исследования в процессе измерения. При изменении расстояния от прибора до поверхности кожи вместо расфокусировки происходит изменение масштаба изображения с сохранением резкого изображения. Поэтому для анализа последовательности видеокадров, полученных с использованием данного макета необходимо применять методы локального совмещения изображений.

2. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КАПИЛЛЯРНОЙ СЕТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ УЧАСТКОВ КОЖИ ЧЕЛОВЕКА

Разработанный макет системы ВКС позволяет проводить измерение параметров капилляров для визуализации капиллярной сети в трех основных режимах. В начале измерений вне зависимости от

выбранного режима проводится калибровка системы по описанной ниже методике (рис. 2).

Режим А — контактное измерение с выравнивающим стеклом малой площади (диаметр 1...3 см), закрепленном непосредственно на лапароскопе. В данном режиме выполнялись измерения для экспериментов, результаты которых представлены на рис. 3–6.

Режим Б — контактное измерение с выравнивающим стеклом большой площади (прямоугольной формы, без острых углов, размером 5 см × 10 см, толщиной 3...5 мм), закрепленном на отдельном штативе с регулировкой вертикального перемещения. В данном режиме выполнялись измерения для эксперимента, рассмотренного на рис. 7, 8.

Режим В — бесконтактное измерение, выравнивающее стекло не используется, блики подавляются при использовании поляризаторов. В данном режиме выполнялись измерения для эксперимента, показанного на рис. 9.

Методика проведения измерения для режима А. Выбранный участок кожи смазывают вазелиновым маслом, лапароскоп прижимают к данному участку, чтобы исключить воздушный зазор между поверхностью кожи и малым выравнивающим стеклом, после чего в течение 30...60 с выполняется регистрация видеокадров. При этом можно отказаться от использования поляризаторов, что позволяет существенно уменьшить требования к системе освещения. Данный режим измерения характеризуется относительно простыми действиями при подготовке к эксперименту и позволяет проводить регистрацию изображений капилляров практически для всей поверхности кожи человека, в том числе и без использования штатива. Например, такой режим измерений может применяться при регистрации изображений капилляров в области кисти руки, предплечья и лица. В качестве недостатков можно отметить значительное воздействие на кровотоки в исследуемой области из-за малой пло-

щади контакта выравнивающего стекла с поверхностью кожи, а также сложность перемещения зонда вдоль поверхности кожи. Кроме того, для некоторых участков кожи человека, например в области пальцев рук и ногтевого ложа, сложно обеспечить достаточную площадь контакта выравнивающего стекла и поверхности кожи.

Методика проведения измерения для режима Б. Выбранный участок кожи также смазывают вазелиновым маслом, после чего прижимают к нему закрепленное на отдельном штативе выравнивающее стекло с помощью собственных регулировок этого штатива. При этом лапароскоп, закрепленный на другом штативе, не касается выравнивающего стекла. Такой подход обеспечивает возможность горизонтального смещения поля зрения используемой системы ВКС без воздействия на исследуемый участок кожи. В этом случае размер пятна контакта выравнивающего стекла и поверхности кожи существенно больше, чем поле зрения используемого варианта системы ВКС, которое имеет размер порядка 2×2 мм. Это позволяет существенно упростить поиск пораженных участков кожи. После выбора области интереса, так же как и для режима А, выполняется регистрация видеокладов. Такой вариант установки может использоваться при измерении топологии капилляров в области предплечья. При этом воздействие, оказываемое на кровотоки, существенно меньше, чем в предыдущем режиме измерения, так как площадь контакта достаточно велика. Кроме того, из-за большой площади стекла не происходит сдавливания кожи по границе участка контакта, возможно даже относительно свободное горизонтальное смещение поверхности кожи под стеклом. При данном режиме измерения также можно не использовать поляризаторы.

Методика проведения измерения для режима В. В этом случае не предусмотрено применение выравнивающих стекол. Данный режим разработанного макета системы ВКС предлагается использовать при исследовании участков кожи в области кистей рук, пальцев, ногтевого ложа, для которых сложно обеспечить достаточное по размеру пятно контакта с выравнивающим стеклом. Другой особенностью методики проведения измерения в данном режиме является применение регулируемой по углам наклона подложки под кисть руки, обеспечивающей позиционирование исследуемого участка кожи в плоскости наблюдения. Из-за сложной формы поверхности кожи в этом режиме измерения для подавления бликов необходимо использование поляризаторов. Как было отмечено, разработанный макет характеризуется расширенной глубиной фокусировки по сравнению с другими системами ВКС. Это позволяет получать сфокусированные изображения капиллярного кровотока для областей кожи со сложным рельефом, например, в области ногтевого ложа.

3. МЕТОД ОБРАБОТКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ВИДЕОКАДРОВ

Для вычисления карты капилляров требуется зарегистрировать последовательность видеокладов капиллярного кровотока в течение нескольких десятков секунд. Для полученной последовательности видеокладов выполняется компенсация искажений изображений капилляров, связанных с особенностями процесса регистрации, а именно компенсация неравномерности чувствительности сенсора видеокладеры, контрастирование изображений с использованием линейного преобразования гистограмм, компенсация неравномерности поля освещения, полнокадровое и локальное совмещение изображений капилляров, вычисление изображений кровотока. По изображениям кровотока вычисляется карта капиллярной сети, позволяющая визуализировать капилляры.

Рассмотрим более подробно последовательность методов обработки данных для результатов измерения участка кожи в области предплечья. Разработанный малогабаритный макет системы ВКС обеспечивает регистрацию видеокладов с частотой кадров 50 Гц. При этом за 60 с регистрируются 3000 видеокладов капиллярного кровотока. Один из полученных видеокладов приведен на рис. 3а. В нижней части кадра присутствует изображение миры размером 1 мм. Из соотношения размеров следует подтверждение способности оптической системы различать объекты с линейным размером порядка 5 мкм, что соответствует характерному размеру эритроцита.

Компенсация неравномерности чувствительности сенсора видеокладеры обеспечивается на самом первом шаге обработки данных. Изображения капиллярного кровотока, полученные с помощью разработанного макета системы ВКС (см. рис. 1б, 1в), имеют значительную фоновую составляющую по отношению к полезному сигналу. По этой причине искажения полученных изображений, связанные с технологией изготовления сенсора, могут существенно влиять на процесс обработки данных. Обеспечить калибровку сенсора матрицы можно с использованием тестового объекта – листа бумаги. В процессе калибровки регистрируется K изображений поверхности бумаги. Для компенсации текстуры в процессе регистрации выполняется смещение листа в плоскости наблюдения. При обработке данных осуществляется усреднение полученных изображений (см. рис. 2а):

$$C_{y,x} = \sum_{k=0}^{K-1} B_{k,y,x} / K, \quad (1)$$

где $y = 0, \dots, Y - 1$, $x = 0, \dots, X - 1$, Y , X – размеры видеоклада, в пикселях. Выполняется компенсация неравномерности поля освещения бумаги с

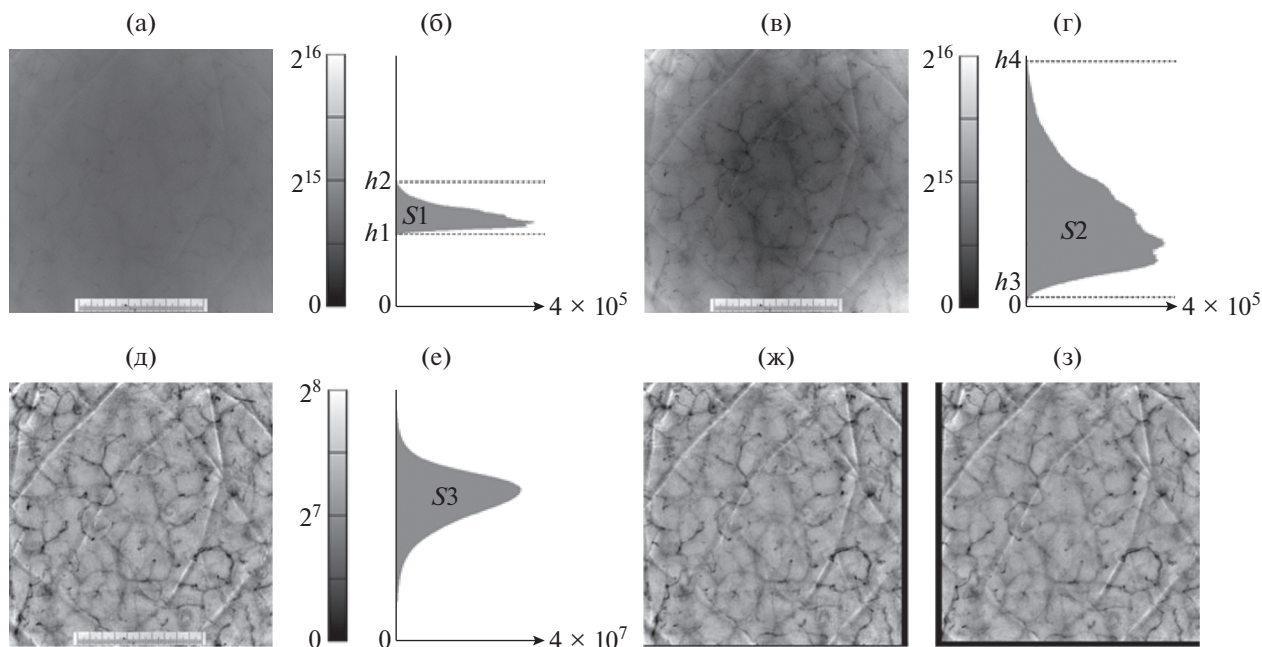


Рис. 3. Контрастирование последовательности видеок кадров, один из видеок кадров после коррекции чувствительности сенсора (а), общая гистограмма всех видеок кадров (б), изображение капилляров после контрастирования (в), модифицированная гистограмма последовательности видеок кадров (г), изображение капилляров для первого видеок кадра (д), гистограмма для всех видеок кадров (е) после компенсации неравномерности поля освещения, результат полнокадрового совмещения изображений капилляров для 1000-го (ж) и 2000-го кадров (з).

подавлением низкочастотных компонентов изображения и вычисление карты относительных искажений чувствительности сенсора:

$$D_{y,x} = [C_{y,x} - \tilde{C}_{y,x}] / C_{y,x}, \tag{2}$$

где $\tilde{C} = G(C, \sigma)$, $G(C, \sigma)$ – функция, обеспечивающая двумерное размытие изображения сверткой с гауссовским окном при значении дисперсии $\sigma = 20$. Полутоновое представление карты чувствительности сенсора $D_{y,x}$ приведено на рис. 2б. Значения карты для различных строк изображения $\tilde{D}_y = \sum_{x=0}^{X-1} D_{y,x} / X$ представлены на рис. 2в. Период изменения сигнала чувствительности сенсора составляет восемь строк изображения, что явно связано с технологией электроники сенсора. Вычисленная карта чувствительности сенсора позволяет выполнить коррекцию зарегистрированных изображений капилляров по формуле:

$$I2_{n,y,x} = [1 - D_{y,x}] I_{n,y,x}, \tag{3}$$

где $n = 0, \dots, N - 1$ (N – количество видеок кадров). Отметим, что формулу (3) можно использовать с целочисленным округлением и без изменения формата хранения данных. Как видно из рис. 2в, значения карты чувствительности в различных строках изображения \tilde{D}_y изменяются на величину порядка 0.003, и с учетом 16-битного формата представления данных, формула (3) при мини-

мальном, порядка 16000, уровне яркости изображений капилляров позволяет скорректировать яркость изображений в пределах 48 уровней квантования.

Сенсор видеокамеры IDS имеет разрядность 12 бит, а разработанное программное обеспечение позволяет сохранять полученные изображения в формате PNG 16 бит. При этом обеспечивается совмещение диапазонов яркости за счет линейного растягивания уровней гистограммы в 16 раз. При регистрации видеок кадров с использованием зондовой системы существенные ограничения связаны с системой подсветки. При регистрации изображений капилляров со скоростью 50 кадр./с максимальная интенсивность полученных изображений капилляров составляет порядка половины шкалы яркости. Также из-за особенностей регистрации в изображениях капиллярной сети присутствует значительная фоновая составляющая (см. рис. 3а, 3б). Для обработки таких малоcontrastных изображений требуется обеспечить предварительное контрастирование изображений капилляров на основе линейного преобразования гистограммы. Сначала вычисляется общая гистограмма для всех зарегистрированных изображений капилляров:

$$S1_h = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{Y-1} \sum_{x=0}^{X-1} \begin{cases} 1, & \text{при } I2_{n,y,x} = h \\ 0, & \text{при } I2_{n,y,x} \neq h \end{cases} \tag{4}$$

где переменная $h = 0, \dots, H - 1$ задает уровень яркости изображения при вычислении 16-битной гистограммы, $H = 2^{16}$. Задаются коэффициенты $p1$ и $p2$, обеспечивающие отбраковку части значений гистограммы, задаются коэффициенты $h3$ и $h4$, соответствующие проецируемым уровням модифицированной гистограммы, вычисляются уровни гистограммы $h1$ и $h2$:

$$\begin{aligned} h1 &= \min(h) : \sum_{m1=0}^h S1_{m1} \geq p1NYX, \\ h2 &= \max(h) : \sum_{m1=h}^{H-1} S1_{m1} \geq p2NYX, \end{aligned} \quad (5)$$

где функции $\max(h)$ и $\min(h)$ обеспечивают обнаружение максимального и минимального значения целочисленной переменной $h = 0, \dots, H - 1$, при котором выполняется соответствующее неравенство. Интенсивность контрастированных изображений может быть получена по формуле

$$\begin{aligned} I3_{n,y,x} &= \text{round}[\max(0, \min[H - 1, h])], \\ h &= h3 + (I2_{n,y,x} - h1)(h4 - h3)/(h2 - h1), \end{aligned} \quad (6)$$

где функции $\max(*, *)$ и $\min(*, *)$ обеспечивают выбор максимального и минимального значений из двух аргументов, а функция $\text{round}(*)$ обеспечивает округление вещественного числа до ближайшего целого. Модифицированная гистограмма $S2$ может быть вычислена из исходной гистограммы $S1$ или по набору изображений капилляров, полученных по формуле (6).

На рис. 3а приведен пример одного из видеокладов капиллярного кровотока после коррекции чувствительности сенсора видеокамеры. Изображение является малоконтрастным из-за недостаточного уровня освещения и высокой фоновой засветки. Общая гистограмма последовательности видеокладов приведена на рис. 3б. Отмечены уровни гистограммы $h1$ и $h2$, вычисленные по формуле (5) для $p1 = p2 = 0.0015$. Результат преобразования данного изображения по формуле (6) при $h3 = 2500$, $h4 = 64000$ показан на рис. 3в, общая гистограмма контрастированных изображений $S2$ – на рис. 3г. Настройка коэффициентов $p1$, $p2$, $h3$, $h4$ позволяет обеспечить оптимальное контрастирование изображений капиллярной сети даже при наличии бликов или контрастных деталей на поверхности кожи.

Как видно из рис. 3в, поле освещения является неравномерным. Проблема заключается в том, что изображения капилляров, соответствующие различным видеокладом, могут смещаться относительно градиентов поля освещения. Таким образом, компенсация неравномерности поля освещения является необходимым этапом обработки данных, позволяющим обеспечить корректное совмещение изображений. Компенсацию поля

освещения видеоклада $I3_n$ можно обеспечить с использованием формулы

$$I4_n = \max\left[0, \min\left(2^8, [I3_n - \tilde{I}3_n]V + B\right)\right], \quad (7)$$

где $\tilde{I}3_n = G(I3_n, \sigma2)$, коэффициент $\sigma2$ обеспечивает настройку размытия изображения, коэффициент B задает фон изображения, параметр V задает контраст, при этом изображение преобразуется в 8-битный формат, что позволяет сократить объем данных и существенно ускорить обработку на этапе совмещения изображений. Изображение капилляров и общая гистограмма последовательности изображений после компенсации неравномерности поля освещения приведены на рис. 3д, 3е.

Важным этапом обработки данных является компенсация смещений изображений капилляров, связанных с произвольными сокращениями мышц, дыханием, сердцебиением, а также с особенностью разработанного макета ВКС, связанной с изменением масштаба изображений капилляров при вертикальном смещении поверхности кожи относительно макета. Использование установки в режиме контактного измерения с выравнивающим стеклом позволяет существенно уменьшить смещения.

Значительные смещения изображений капилляров можно скомпенсировать с применением модифицированного метода полнокадрового совмещения [19] на основе минимизации среднеквадратичного отклонения яркости изображений после компенсации фоновой составляющей (см. рис. 3д) с использованием нескольких опорных кадров. Результаты полнокадрового совмещения изображений капилляров для 1000-го и 2000-го кадров приведены на рис. 3ж, 3з.

При полнокадровом совмещении не обеспечивается компенсация смещений изображений при локальных смещениях кожи. Изменение расстояния от лапароскопа до поверхности кожи в процессе регистрации видеокладов из-за особенностей разработанной системы ВКС приводит к изменению масштаба изображения. При этом смещения участков изображения капилляров вблизи краев видеоклада оказываются существенно больше характерного диаметра капилляра. Такие смещения компенсируются на этапе локального совмещения изображений.

При выполнении локального совмещения для каждого изображения определяются векторы смещений в точках локального совмещения (см. рис. 4а, 4б). Векторы смещений в точках локального совмещения вычисляются с помощью модифицированного метода [19] с использованием нескольких опорных кадров. После этого выполняется интерполяция векторов смещений и вычисляются локально совмещенные изображения капилляров (см. рис. 4в, 4г).

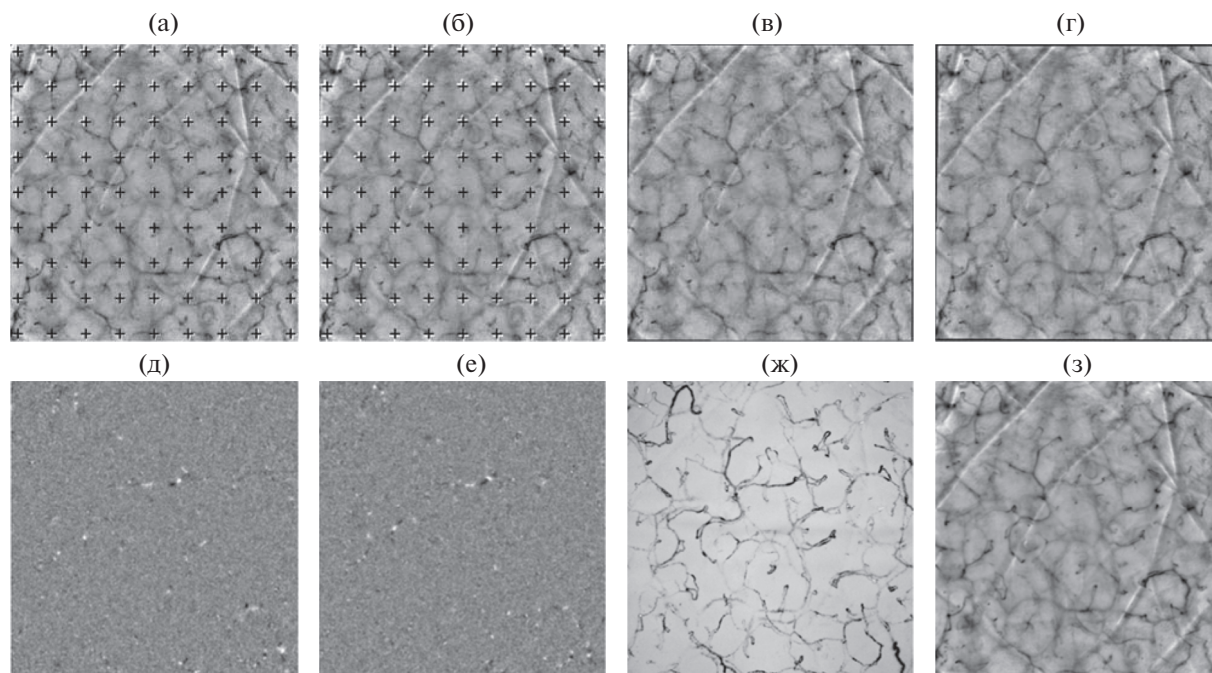


Рис. 4. Результаты обработки данных: определение смещений в точках локального совмещения для 2000-го (а) и 2500-го (б) кадров, изображения капилляров после локального совмещения для 2000-го (в) и 2500-го (г) кадров, вычисленные изображения кровотока для 200-го (д) и 210-го (е) кадров, вычисленная карта капилляров (ж), синтезированное изображение капилляров, вычисленное по всей последовательности совмещенных видеок кадров (з).

Последовательность совмещенных изображений содержит детали, связанные с отражением света от смешивающихся элементов кровотока (отдельные эритроциты или агрегаты эритроцитов), которые можно использовать при вычислении карты капилляров. Также в данных изображениях содержатся детали, связанные с отражением от неподвижных элементов кожи, таких как волосы-

ной покров, складки кожи, пигментные пятна. Данные детали осложняют наблюдение капилляров. Для вычисления карты капилляров требуется обеспечить компенсацию мало изменяющихся во времени компонентов изображений.

Изображения кровотока $I5_n$ (см. рис. 4д, 4е) вычисляются по следующей формуле:

$$I5_{n,y,x} = \max \left[0, \min \left(2^8, R_{n,y,x} \right) \right],$$

$$R_{n,y,x} = \text{round} \left[\left(I4_{n,y,x} - \sum_{nl=\max(0,n-dn)}^{\min(2^8,n+dn)} I4_{nl,y,x} / \sum_{nl=\max(0,n-dn)}^{\min(2^8,n+dn)} 1 \right) V2 + B2 \right], \quad (8)$$

где коэффициент dn определяет усреднение изображений капилляров во времени, а коэффициенты $B2$, $V2$ определяют соответственно фон и контраст изображений кровотока.

Карта капилляров (см. рис. 4ж) вычисляется по значениям среднего квадратичного отклонения элементов кровотока:

$$M_{y,x} = \sum_{n=0}^{N-1} (I5_{n,y,x} - M2_{y,x})^2 / (N-1),$$

$$M2_{y,x} = \sum_{n=0}^{N-1} I5_{n,y,x} / N. \quad (9)$$

Синтезированное изображение, вычисленное как сумма предварительно совмещенных изображений капиллярного кровотока (см. рис. 4в, 4г), не содержит шума матрицы видеокамеры (см. рис. 4з). Аналогичным образом можно совместить контрастированные изображения капилляров (см. рис. 3в) и вычислить соответствующее синтезированное изображение (см. рис. 5а).

Построенная карта капилляров (см. рис. 4ж) содержит неравномерный фон и различные помехи от контрастных деталей на поверхности кожи. Более эффективно вычислять карту капилляров на основе частотного анализа, с учетом обнаружения характерных для капиллярного кровотока сигналов (см.

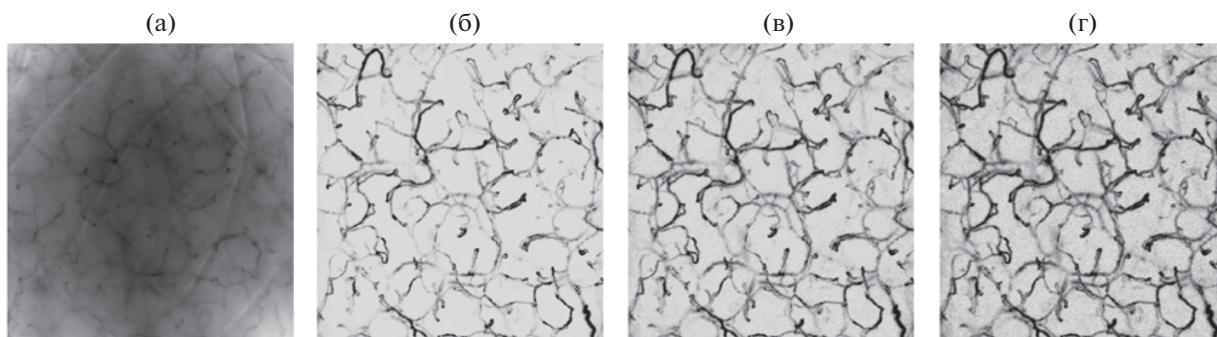


Рис. 5. Синтезированное изображение капилляров (а) и карты капилляров, вычисленных на основе частотной обработки сигналов (б–г).

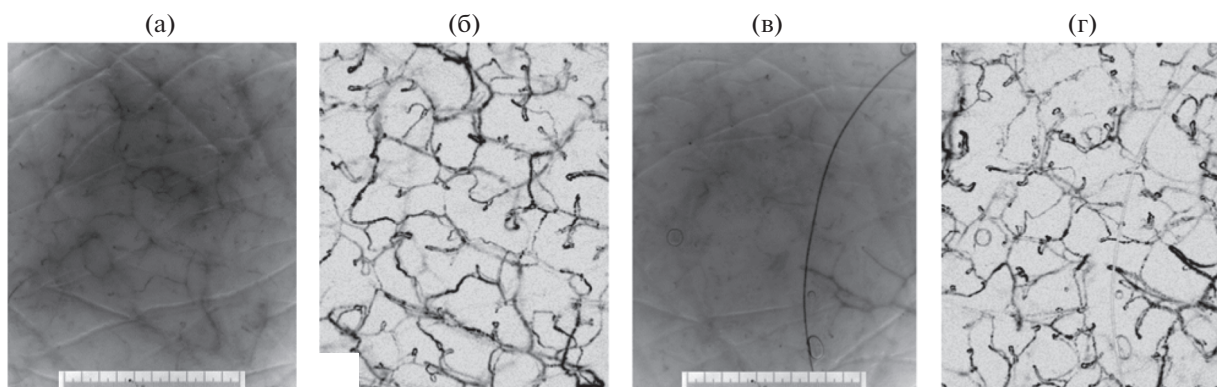


Рис. 6. Примеры изображений капилляров после контрастирования (а, в) и вычисленные карты капилляров капиллярной сети (б, г) двух различных зон в области предплечья.

рис. 5б, 5г). Вычисленные таким образом карты капилляров не содержат неравномерного фона, что позволяет настраивать шкалу отображения и визуализировать как поверхностные, так и более глубокие участки капиллярной сети (см. рис. 5б, 5г).

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На рис. 6 приведены результаты экспериментов по визуализации сети капилляров в области предплечья. Видно, что удается эффективно различать сигналы, связанные с капиллярным кровотоком и наличием контрастных деталей на поверхности кожи (пигментных пятен, волосяного покрова).

Для подтверждения эффективности разработанных методов были проведены функциональные тесты. Проведена оценка изменений в морфологии капиллярной сети на участке кисти руки при венозной окклюзии с помощью манжеты для измерения давления. Выполнена совместная обработка видеок кадров для трех отрезков времени по 15 с до окклюзии (рис. 7а), в процессе обжатия руки манжетой (рис. 7б) и в процессе релаксации

(рис. 7в), и вычислены соответствующие карты активных капилляров (рис. 7г–7е).

На рис. 8 приведены сигналы фотоплетизмограммы (ФПГ), т.е. изменение яркости изображения, для 15-секундных отрезков времени в процессе окклюзионного теста (см. рис. 7г–7е). Видно, что в процессе венозной окклюзии происходит снижение яркости изображений капилляров, также при этом уменьшается и влияние случайных факторов на сигнал ФПГ. Зависимость сигнала ФПГ от процессов релаксации после прекращения воздействия манжеты также хорошо видна на рис. 8.

Для сравнения с традиционными методами капилляроскопии, выполнено исследование капиллярной сети в области ногтевого ложа в режиме В. За счет большой глубины фокусировки разработанного макета системы ВКС удалось зарегистрировать контрастные изображения капилляров для всего поля наблюдения (см. рис. 9а, 9б). На рис. 9в приведен результат вычисления карты капилляров. Показано, что карта капилляров (см. рис. 9в) соответствует полутоновому изображению капилляров ногтевого ложа (см. рис. 9б), что указывает на корректность методов обработки данных.

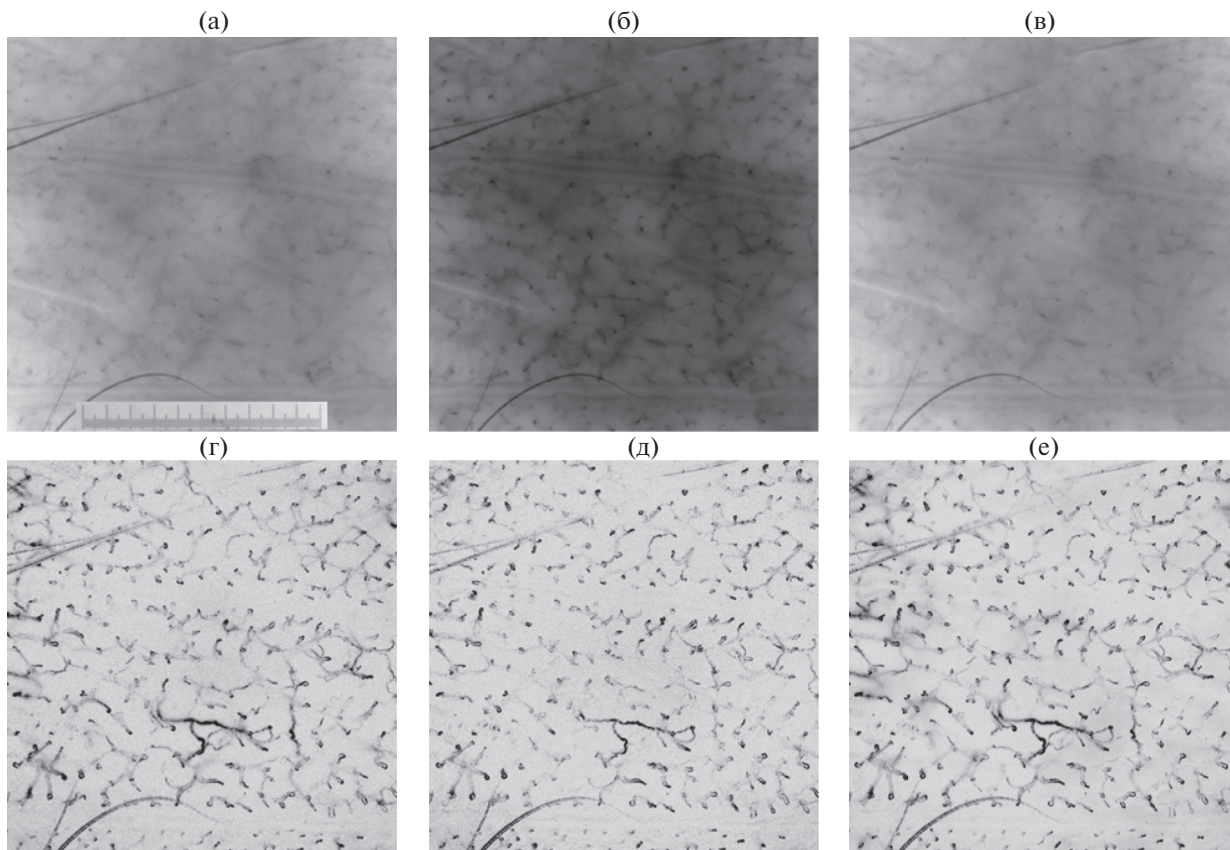


Рис. 7. Контрастированные изображения капиллярной сети до венозной окклюзии (а), в процессе венозной окклюзии (б), в процессе релаксации (в) и соответствующие карты капилляров (г–е).

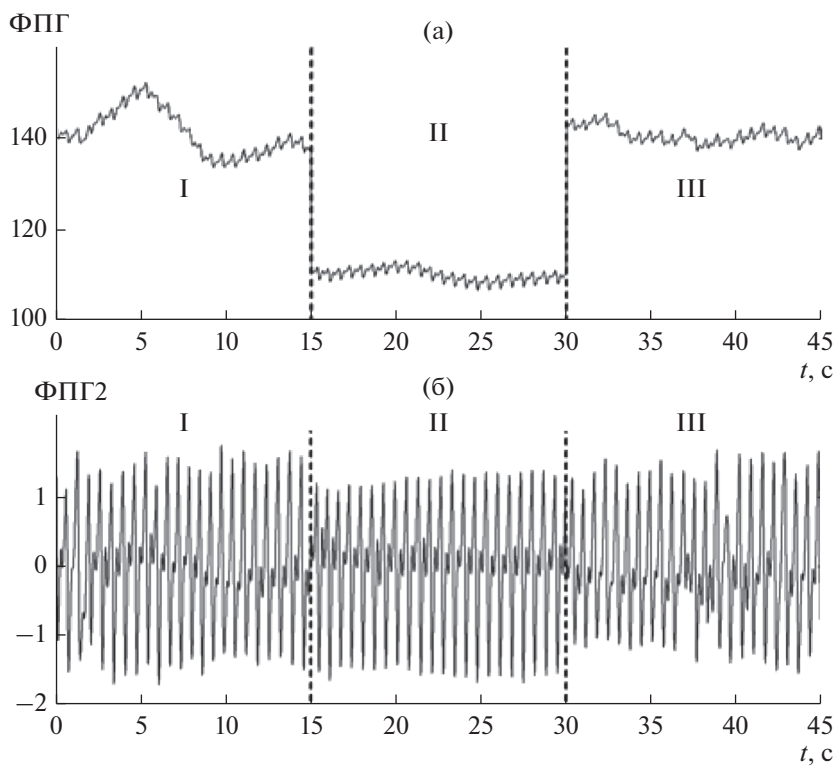


Рис. 8. Сигнал ФПГ (а) и сигнал ФПГ2 после компенсации фоновой составляющей (б) для 15-секундных отрезков времени до венозной окклюзии (I), в процессе венозной окклюзии (II) и при релаксации (III).

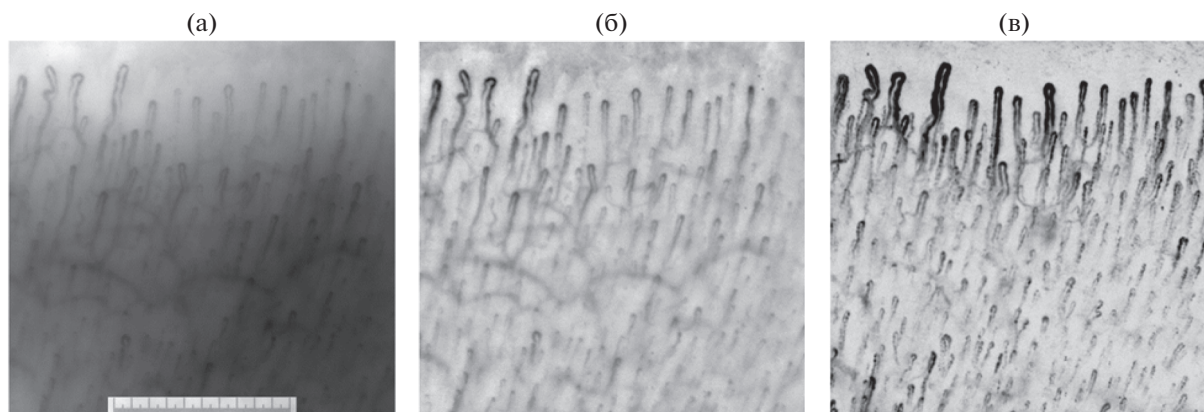


Рис. 9. Изображение капиллярной сети в области ногтевого ложа после контрастирования (а), изображения капилляров после компенсации неравномерности поля освещения (б) и вычисленная карта капилляров (в).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен подход к решению задачи визуализации сети подкожных капилляров для произвольно выбранного участка кожи человека. Разработан макет зондовой оптико-электронной системы ВКС на основе лапароскопа, приведена методика проведения измерений и методы обработки данных, позволяющие вычислить карту капилляров. Представлены карты капилляров в области кистей рук, пальцев и предплечья, полученные при обработке экспериментальных данных, и подтверждающие эффективность предложенных решений. Полученные результаты имеют существенное значение для развития методов ранней диагностики различных заболеваний, связанных с нарушениями микроциркуляции крови в коже человека.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 8.2501.2017/4.6), Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-29-02108) и в рамках госзадания НТЦ УП РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Maldonado G., Guerrero R., Paredes C., Rios C. // *Microvascular Research*. 2017. V. 112. P. 41.
- Gurfinkel Y.I., Sasonko M.L., Priezhev A.V. // *SPIE Proc.* 2015. V. 9448. P. 944804.
- Sekiyama J.Y., Camargo C.Z., Andrade L.E.C., Kayser C. // *Arthritis Care and Research*. 2013. V. 65. № 11. P. 1853.
- Bhushan M., Moore T., Herrick A.L., Griffiths C.E.M. // *British J. Dermatology*. 2000. V. 142. № 6. P. 1171.
- Rossi D., Russo A., Manna E. et al. // *Autoimmunity Rev.* 2013. V. 12. № 8. H. 821.
- Cutolo M., Trombetta A.C., Melsens K. et al. // *Microcirculation*. 2018. V. 25. № 4. P. 1.
- Tama A., Mengko T.R., Zakaria H. // *ICICI-BME Proc.* 2016. P. 175.
- Watanabe M., Matsubara M., Sanada T. // *J. Biomechanical Sci. Eng.* 2007. V. 2. № 2. P. 81.
- Etehad Tavakol M., Fatemi A., Karbalaie A. et al. // *BioMed Research Int.* 2015. P. 1.
- Cutolo M., Sulli A., Smith V. // *Best Practice and Research: Clinical Rheumatology*. V. 27. № 2. P. 237.
- Karbalaie A., Abtahi F., Fatemi A. et al. // *Microvascular Research*. 2017. V. 113. P. 1.
- Emrani Z., Karbalaie A., Fatemi A. et al. // *Microvascular Research*. 2017. V. 109. P. 7.
- Campanati A., Moroncini G., Ganzetti G. et al. // *European J. Inflammation*. 2013. V. 11. № 2. P. 489.
- Hern S., Mortimer P.S. // *British J. Dermatology*. 2007. V. 156. № 6. P. 1224.
- Fleischmajer R., Perlish J.S. // *J. Amer. Acad. Dermatology*. 1980. V. 2. № 2. P. 161.
- Fleming J.N., Nash R.A., McLeod D.O. et al. // *PLoS ONE*. 2008. V. 3. № 1. P. e1452.
- Gurov I., Volkov M., Margaryants N. et al. // *Opt. Las. Eng.* 2018. V. 104. P. 244.
- Margaryants N.B., Sidorov I.S., Volkov M.V. et al. // *Biomed. Opt. Exp.* 2019. V. 10. № 9. P. 4896.
- Karimov K.A., Volkov M.V. // *SPIE Proc.* 2015. V. 9528. P. 952810.

РАСПОЗНАВАНИЕ АНТРОПОГЕННЫХ 3D-ОБЪЕКТОВ
НА ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ
МЕТОДАМИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО АНАЛИЗА
ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ© 2020 г. А. Б. Борзов^а, Л. В. Лабунец^{а, *}, Г. Л. Павлов^а, В. Б. Сучков^а, А. Ю. Перов^а^аМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,
2-я Бауманская ул., 5, Москва, 105005 Российская Федерация

*E-mail: labunets@bmstu.ru

Поступила в редакцию 11.11.2019 г.

После доработки 11.11.2019 г.

Принята к публикации 10.12.2019 г.

Предложена методика распознавания антропогенных объектов локации на подстилающей поверхности (ПП), основанная на измерении полной поляризационной матрицы рассеяния (ПМР) радиолокационной сцены. Интеллектуальный анализ ПМР предусматривает формирование адаптивных робастных оценок трендов и ковариационных матриц, отраженных нестационарных негауссовых сигналов. По результатам имитационного цифрового моделирования и натурным измерениям ПМР радиолокационной сцены верифицированы алгоритмы машинных методов обучения для кластеризации и классификации элементов ПП и объекта локации. Обоснована возможность применения нейросетевой архитектуры в виде машины опорных векторов для реализации указанных алгоритмов в режиме реального времени.

DOI: 10.31857/S0033849420060078

ВВЕДЕНИЕ

Функционирование радиолокационных систем ближнего действия (РЛСБД) в процессе обнаружения объектов на подстилающих поверхностях характеризуется малым временным интервалом принятия решения. Кроме того, необходимо анализировать нестационарный процесс с негауссовым вероятностным распределением. Эффективным методом решения указанной выше задачи является исследование поляризационных свойств отражательных характеристик объекта локации. Теории и практике применения такого подхода посвящены работы [1–5]. В частности, в них изложены фундаментальные положения детерминированной и статистической теории поляризации радиоволн, рассеянных стабильными и флуктуирующими точечными объектами.

Поляризационная структура поля, рассеянного протяженным объектом сложной геометрической формы, является в определенном смысле случайной, поскольку зависит от количества и пространственного расположения центров вторичного интенсивного излучения, распределенных по поверхности объекта локации. Проблемы статистической теории радиолокации протяженных целей наиболее полно рассмотрены в работе [6].

Классическая методология поляризационной селекции объекта на подстилающей поверхности (ПП) предполагает преобразование измеренных сигналов в информативные признаки на основе отображений:

– Паули в терминах ортогональных компонент комплексных амплитуд [3]

$$K_A = \frac{|a_{HH} - a_{VV}|}{|a_{HH} + a_{VV}|}, \quad (1)$$

где индексы соответствуют горизонтальной HH и вертикальной VV поляризациям соответственно для излучателя и приемника;

– Паули в терминах ортогональных компонент эффективной площади рассеяния (ЭПР) [3, 4]

$$K_{RCS} = \frac{|s_{HH} - s_{VV}|}{s_{HH} + s_{VV}}, \quad (2)$$

– контраста в терминах собственных значений λ_1 и λ_2 поляризационной матрицы рассеяния (ПМР) цели [5]

$$K_{EV} = \frac{|\lambda_1 \lambda_2|}{|\lambda_1| + |\lambda_2|}; \quad (3)$$

– Хьюнена в терминах собственных значений ПМР цели [5]

$$\mu_0 = \frac{|\lambda_1| - |\lambda_2|}{|\lambda_1| + |\lambda_2|}. \quad (4)$$

Важно отметить, что указанные выше признаки формируются классическими процедурами статистического оценивания стационарных процессов на достаточно большом временном интервале накопления [2, 3]. Кроме того, известные РЛСБД измеряют, как правило, ортогональные компоненты ПМР объекта локации и обладают низким разрешением по дальности. Вместе с тем углубленный анализ убедительно демонстрирует наличие существенных изменений во времени основных статистик принимаемых сигналов, содержащих значимые аномальные значения [5, 6]. Иными словами, эффективное обнаружение объектов на ПП требует генерации информативных признаков на относительно коротком временном интервале принятия решения с помощью адаптивных робастных оценок основных статистик полной ПМР объекта локации.

В данной работе рассмотрена методика интеллектуального статистического анализа полной ПМР радиолокационной сцены и формирования пространства информативных признаков для обнаружения антропогенного объекта на ПП. Надежной информативной основой решения этой задачи являются взаимно дополняющие друг друга методы имитационного цифрового моделирования и натурных измерений входных сигналов РЛСБД с высоким разрешением по дальности.

1. ИМИТАЦИОННОЕ ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Основу методологии имитационного цифрового моделирования радиолокационных сцен в квазиоптическом диапазоне спектра электромагнитных волн составляет представление объекта и ПП в виде совокупности элементарных отражателей [7]. Результирующее поле определено когерентным суммированием полей рассеяния facets для текущего момента времени (кадра)

$$a = \sum_{n=1}^N a_n,$$

где N – количество facets, а a_n – комплексная амплитуда поля элементарного отражателя в апертуре приемной антенны РЛСБД.

Каждый facet связан с локальными системой координат и базисами плоских падающей и отраженной волн. Спектральная характеристика рассеяния n -го элементарного отражателя определяется его электродинамическими и статистическими свойствами. Электродинамическими параметра-

ми facets объекта локации являются относительная диэлектрическая проницаемость покрытия и его толщина, удельная проводимость и относительная магнитная проницаемость. Facets ПП, наряду с электродинамическими параметрами, обладают статистическими характеристиками шероховатой поверхности, а именно среднеквадратичными высотами крупномасштабных и мелкомасштабных неровностей, а также соответствующими интервалами корреляции высот неровностей.

Таким образом, методология имитационного цифрового моделирования радиолокационных сцен и входных сигналов РЛСБД включает следующую совокупность математических моделей:

- геометрических образов объекта и ПП, а также их электродинамических и статистических свойств;
- дифракционных полей рассеяния элементарных отражателей;
- спектральных характеристик зондирующего сигнала;
- поляризации антенной системы;
- траектории относительного сближения.

Цикл работ по созданию аппаратно-программного комплекса синтеза реалистичных радиолокационных сцен и входных сигналов РЛСБД прошел многократную апробацию и верификацию по эталонным отражателям и штатным объектам локации в ходе многочисленных работ фундаментального и прикладного характера. Основные возможности методологии имитационного цифрового моделирования сложных радиофизических эффектов (в частности, дифракции на острых краях, многократного отражения и деполяризации волн, трансформации и обогащения спектра зондирующего сигнала, шероховатости ПП и наличия растительности) отражены в многочисленных статьях и монографиях [8–11].

В качестве иллюстрации на рис. 1 представлены результаты синтеза изображений радиолокационных сцен: в частности, сцена с подстилающей поверхностью (рис. 1а) и эталонный двугранный угольный отражатель в двух положениях: с гранью, перпендикулярной плоскости облучения–наблюдения XOZ и симметрично расположенной относительно направления визирования (рис. 1б), а также с гранью, повернутой на 45° вокруг оси X (рис. 1в).

Типичная радиолокационная сцена, изображенная на рис. 2, представляет собой неровную поверхность с кустарником и отдельно стоящим деревом и собственно объектом локации. Угловой сектор облучения–приема по азимуту составляет 1° , что соответствует ширине диаграммы направленности антенны РЛСБД. Излучаемый сигнал является широкополосным с шириной спектра

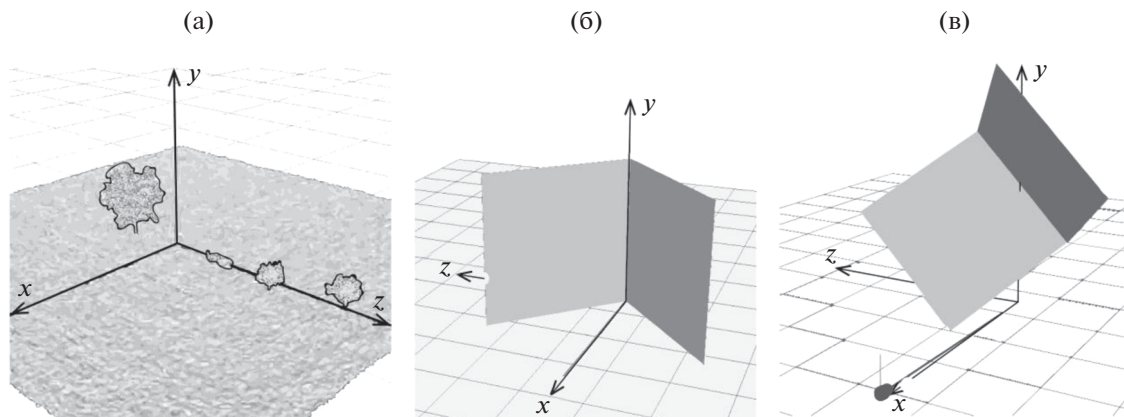


Рис. 1. Радиолокационные сцены: а – подстилающая поверхность, б, в – двугранный уголкоый отражатель в двух положениях.

не менее 20 МГц, что обеспечивает достаточно высокое разрешение радиолокатора по дальности.

При моделировании отраженных сигналов исследовались:

- типовые ракурсы облучения–наблюдения объекта;

- три значения для разрешения радиолокатора по дальности, а именно 1, 4 и 5.5 м. Для уголкового отражателя разрешение по дальности составляло 4 м;

- заранее заданная протяженность радиолокационной сцены $M = 40, 10$ и 8 стробов дальности, нумерация которых начинается от РЛСБД.

Имитационное цифровое моделирование выполнялось с учетом влияния сложных дифракционных эффектов рассеяния волн таких, как наличие острых кромок и уголкового отражателя на поверхности объекта, скользящих углов его облу-

чения–наблюдения и многократных отражений [10, 11]. В результате получены полные ПМР цели в текущем m -м стробе разрешения по дальности: в терминах комплексных амплитуд сигналов по двум квадратурам –

$$\mathbf{A}(m) = \begin{bmatrix} a_{HH}(m) & a_{HV}(m) \\ a_{VH}(m) & a_{VV}(m) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

и в терминах ЭПР –

$$\mathbf{S}(m) = \begin{bmatrix} s_{HH}(m) & s_{HV}(m) \\ s_{VH}(m) & s_{VV}(m) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

где индексы HH, HV, VH, VV – соответствуют горизонтальной H и вертикальной V поляризациям последовательно для излучения и приема.

Результаты имитационного цифрового моделирования информативных признаков Паули (1) в терминах комплексных амплитуд (5) для ПП (см. рис. 1а) и объекта на ПП (см. рис. 2) представлены на рис. 3а и 3б. Данные соответствуют разрешению РЛСБД по дальности 1 м.

Аналогичные результаты моделирования признаков Паули (1) в терминах комплексных амплитуд (5) для двух положений двугранного уголкового отражателя (см. рис. 1б и 1в) представлены на рис. 4а и 4б. Данные соответствуют разрешению РЛСБД по дальности 4 м.

Сравнение полученных результатов моделирования показывает, что объект на ПП более надежно обнаруживает сигнал модуля разности комплексных амплитуд согласованных поляризаций $|a_{HH}(m) - a_{VV}(m)|$. Вместе с тем сигнал контраста $K_A(m)$ наряду с объектом идентифицирует участки ПП в виде кустарника в стробах дальности m (временных интервалах сигнала) 1, 2 и дерева в стробе 8.

Результаты имитационного цифрового моделирования информативных признаков Паули (2)

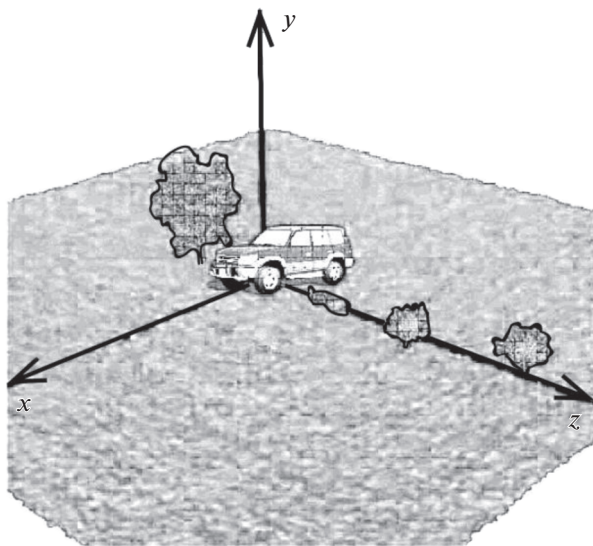


Рис. 2. Радиолокационная сцена с объектом локации.

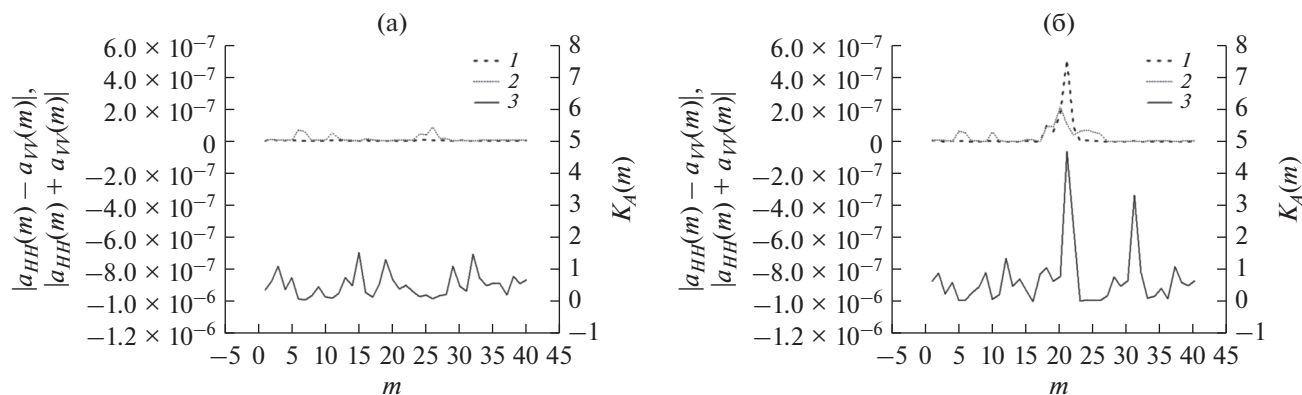


Рис. 3. Параметры и контраст Паули объекта в терминах комплексных амплитуд: а – подстилающая поверхность; б – объект на подстилающей поверхности; $|a_{HH}(m) - a_{VV}(m)|$ (кривая 1), $|a_{HH}(m) + a_{VV}(m)|$ (кривая 2), $K_A(m)$ (кривая 3).

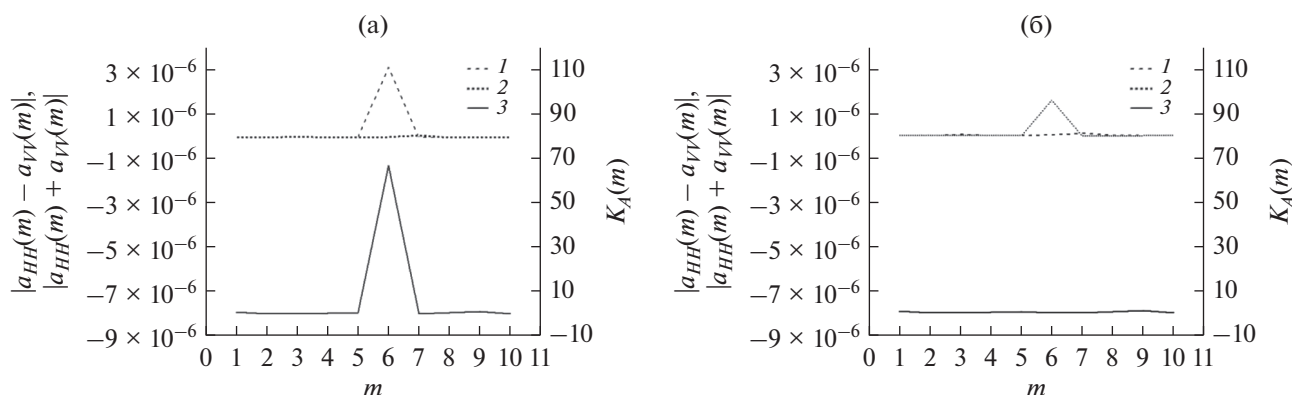


Рис. 4. Параметры и контраст Паули отражателя в терминах комплексных амплитуд: а – перпендикулярно плоскости XOZ; б – повернут на 45° вокруг оси x; $|a_{HH}(m) - a_{VV}(m)|$ (кривая 1), $|a_{HH}(m) + a_{VV}(m)|$ (кривая 2), $K_A(m)$ (кривая 3).

в терминах ЭПР (6) для объекта на ПП (см. рис. 2) представлены на рис. 5а и 5б. Данные соответствуют разрешению РЛСБД по дальности 1 и 4 м.

Результаты имитационного цифрового моделирования информативных признаков (3) и (4), сформированных по собственным значениям ПМР в терминах ЭПР для ПП (см. рис. 1а) и объекта на ПП (см. рис. 2), представлены на рис. 6а и 6б. Данные соответствуют разрешению РЛСБД по дальности 1 м.

Сравнение полученных результатов моделирования показывает, что более надежный способ селекции объекта на ПП основан на анализе собственных значений ПМР как в терминах комплексных амплитуд (5), так и в терминах ЭПР (6). Вместе с тем контрастные информативные признаки (3) и (4) наряду с обнаружением объекта на ПП также идентифицируют участки ПП. Иными словами, процедура агрегирования собственных значений ПМР как в терминах комплексных амплитуд, так и в терминах ЭПР приводит к снижению информативности контрастов Паули и Хьюнена.

2. НАТУРНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Данные имитационного цифрового моделирования подтверждены результатами натурных измерений полной ПМР объектов локации, измеренных с помощью макетного образца РЛСБД, изготовленного в НИИСМ МГТУ им. Н.Э. Баумана (рис. 7). В макете реализован квазинепрерывный сигнал с несущей частотой 92...95 ГГц, что соответствует длине волны излучения 3 мм. Реализации временных рядов (ВР) для компонентов ПМР (6) в терминах ЭПР записывались с частотой дискретизации 50 МГц. Приемный строб “охватывал” от 18 до 30 элементов разрешения по дальности для различных реализаций отраженных сигналов. Длительность элемента разрешения составила 40 нс, что соответствует дальности 6 м. При этом накопление по времени в пределах строба дальности составило от 100 до 300 отсчетов сигнала для различных объектов. Измерения проводились на горизонтальных и наклонных трассах (рис. 8) в различных метеословиях (сухая или влажная погода, дождь, снег).

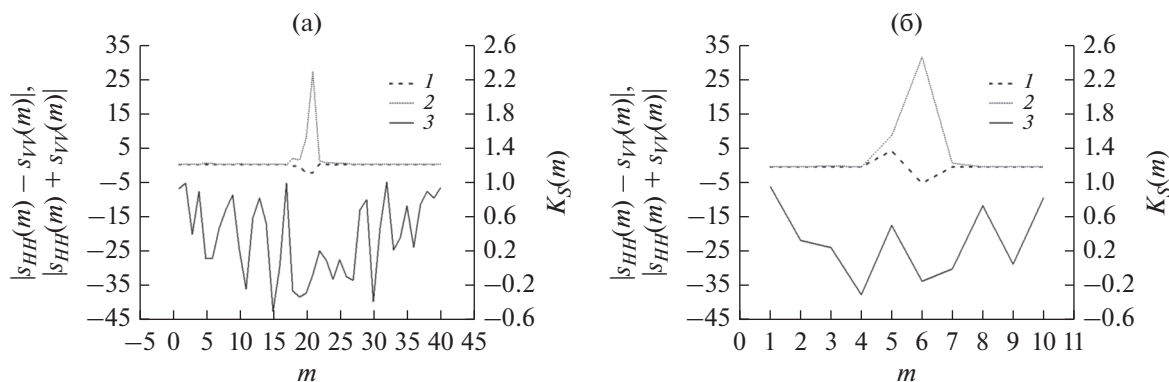


Рис. 5. Параметры и контраст Паули объекта в терминах ЭПР при разрешении по дальности 1 (а) и 4 м (б): $|s_{HH}(m) - s_{VV}(m)|$ (кривая 1), $|s_{HH}(m) + s_{VV}(m)|$ (кривая 2), $K_S(m)$ (кривая 3).

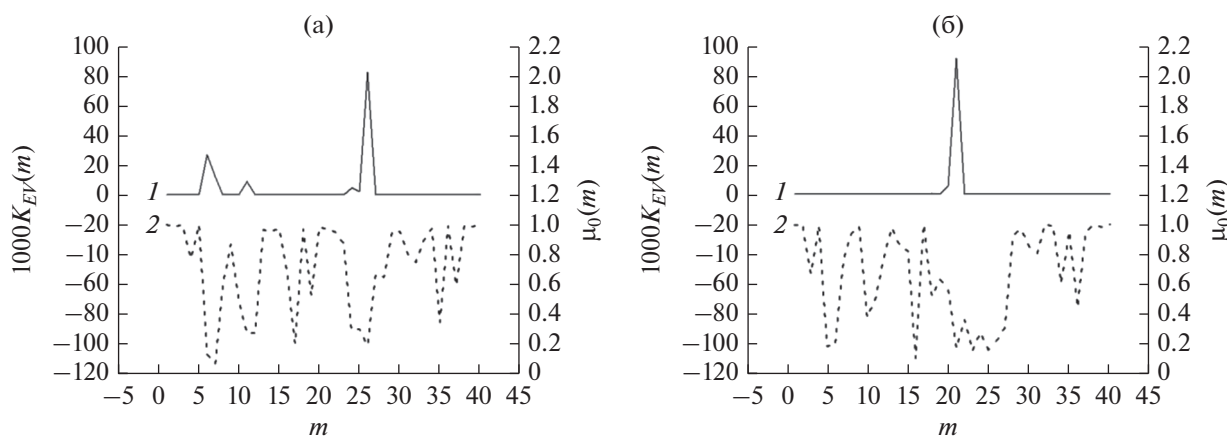


Рис. 6. Контрасты по собственным значениям ПМР в терминах ЭПР: а – подстилающая поверхность; б – объект на подстилающей поверхности; $1000K_{EV}(m)$ (кривая 1), $\mu_0(m)$ (кривая 2).

Объектами локации являлись различные транспортные средства, а также природные образования: травяной или песчаный покров, кустарник, лиственные или хвойные деревья. В качестве антропогенных объектов исследовались каменное здание, бетонная площадка, дорога.

В качестве критериев соответствия данных имитационного цифрового моделирования результатам натурных измерений были использованы спектрограммы ВР полной ПМР в терминах ЭПР объектов локации (рис. 9).

Временные последовательности выборочных спектров (периодограмм Шустера), сформированных в скользящем окне усреднения по времени после низкочастотной фильтрации трендовых компонент, соответствуют текущему азимутальному направлению на объект локации. Относительное среднее квадратичное отклонение отсчетов выборочных спектров, полученных по результатам имитационного цифрового моделирования и натурных измерений, не превышало 11.3%.

3. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Надежной методической основой формирования пространства информативных признаков для обнаружения объекта на ПП является интеллектуальный статистический анализ поляризационных характеристик сигналов, отраженных радиолокационной сценой. Существенная особенность нестационарных негауссовых ВР, порождаемых компонентами ПМР (5) и (6), состоит в наличии аномальных значений, характерных для антропогенных объектов. Такого рода динамика сигналов требует применения процедур адаптивного и робастного оценивания основных статистик ВР, а именно трендов, мер волатильности и матрицы коэффициентов корреляции. Важным параметром этих процедур является временной интервал сглаживания данных $2N + 1$, который в нашем исследовании, как отмечалось ранее, соответствует количеству элементов разрешения по дальности.

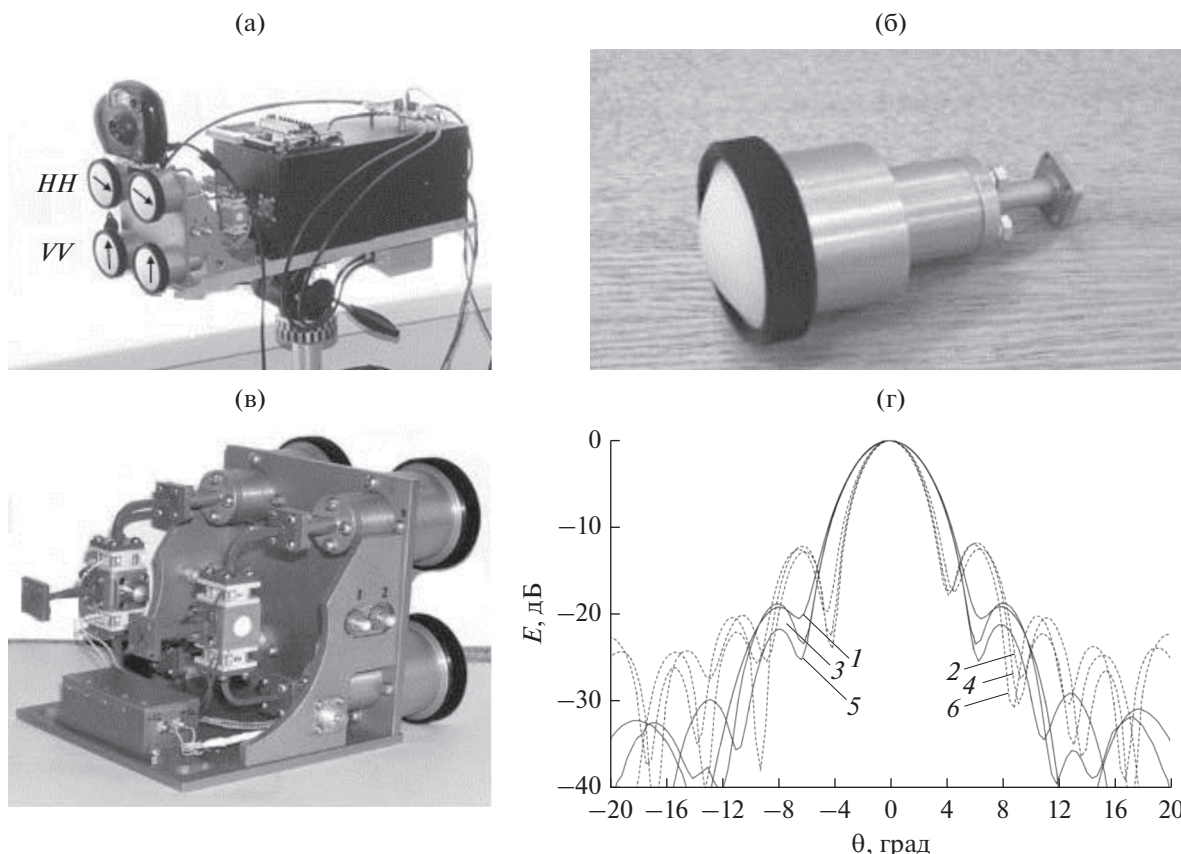


Рис. 7. Макет РЛСБД: а – приемноизлучающий тракт; б – рупорная антенна; в – высокочастотная часть макета; г – диаграммы направленности антенн: *H* плоскость (кривые 1, 3, 5); *E* – плоскость (кривые 2, 4, 6) на частотах 92, 93, 94 ГГц соответственно.



Рис. 8. Схема натуральных измерений.

Для определенности будем рассматривать где ПМР в терминах ЭПР. Матрицу (6) разворачивают в вектор-столбец следующего вида:

$$s(m) = \{s_1(m) s_2(m) s_3(m) s_4(m)\}^T,$$

$$s_1(m) = \ln \{s_{HH}(m)\}, \quad s_2(m) = \ln \{s_{HV}(m)\},$$

$$s_3(m) = \ln \{s_{VH}(m)\}, \quad s_4(m) = \ln \{s_{VV}(m)\}.$$

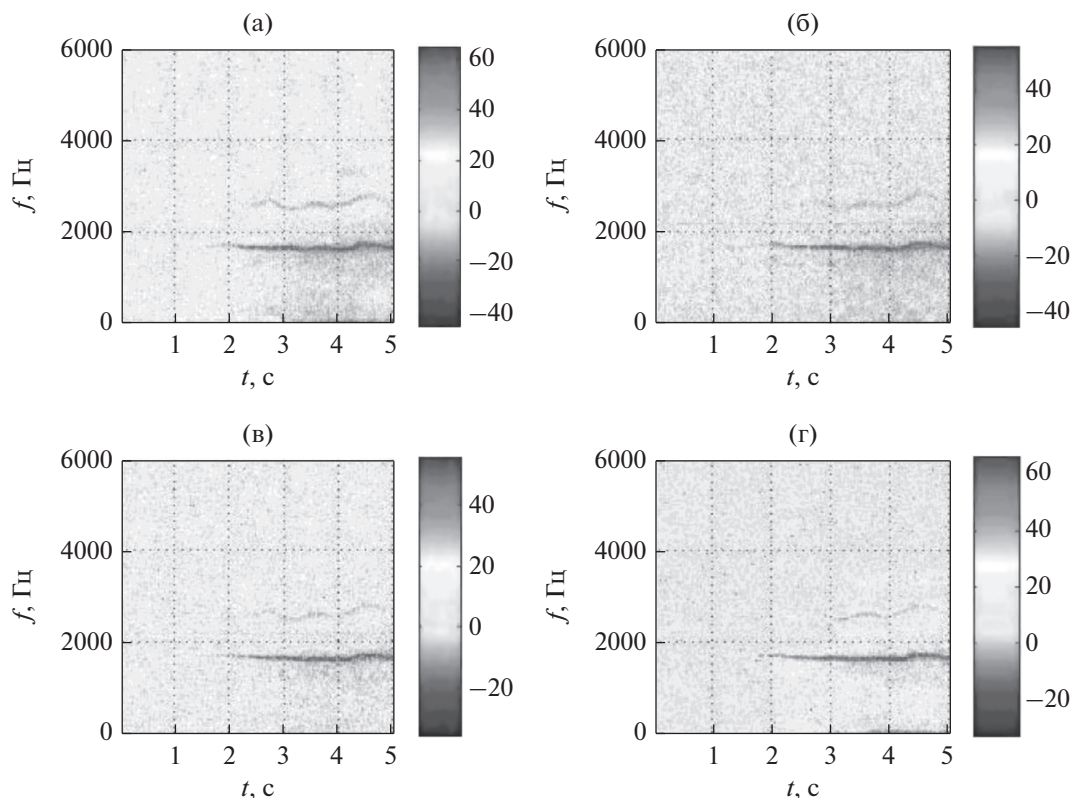


Рис. 9. Спектрограммы элементов ПМР в терминах ЭПР антропогенного объекта: HH (а), HV (б) VH (в) и VV (г).

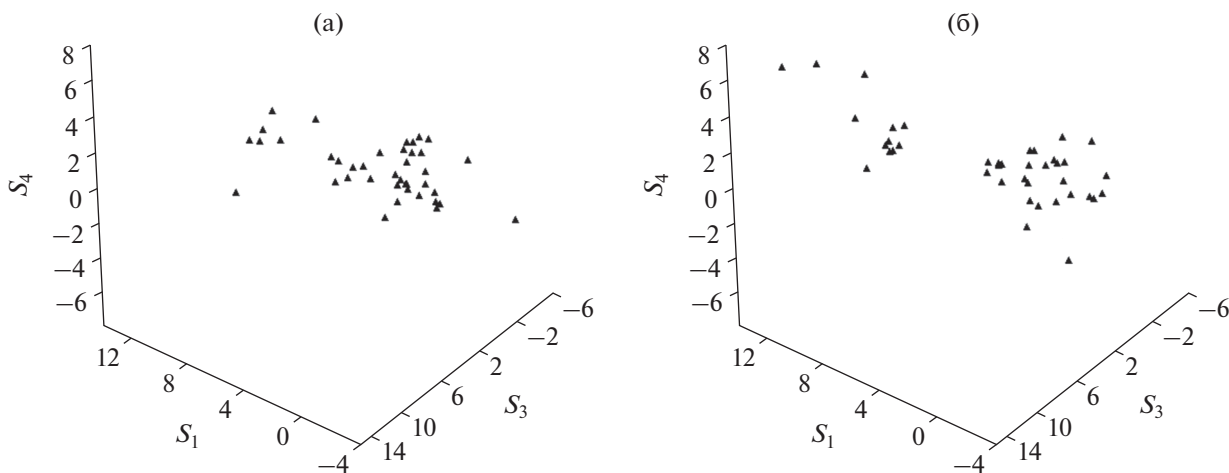


Рис. 10. Временной ряд компонент ПМР в формате диаграммы рассеяния: а – подстилающая поверхность; б – объект на подстилающей поверхности.

Здесь и далее векторы будем интерпретировать как столбцы, если не оговорено иное. Операция логарифмирования является, как известно, частным случаем преобразования Бокса–Кокса, которое в определенной степени приближает распределения данных к гауссовым. Кластерную структуру ВР $s_i(m)$, $i = 1, 2, 3, 4$, полученных в результате имитационного цифрового моделирова-

ния ПМР для ПП и объекта на ПП (см. рис. 2), иллюстрируют рис. 10а и 10б. Данные соответствуют разрешению РЛСБД по дальности 1 м.

Диаграмма рассеяния ПП (см. рис. 10а) демонстрирует наличие двух кластеров, а именно типичных факетов ПП, а также кустарника и дерева. Объект на ПП добавляет к указанным выше классам отражений от элементов ПП аномальные

значения, которые рационально интерпретировать как непредставительный кластер собственно объекта локации (см. рис. 106).

Предлагается следующая процедура адаптивного робастного оценивания основных статистик ВР $s_i(m)$, $i = 1, 2, 3, 4$. Временной интервал анализа, содержащий M отсчетов данных, разбивают на $K = (M/N) - 1$ сегментов с 50%-ным перекрытием соседних участков. В пределах k -го текущего сег-

мента формируют робастные экспоненциально взвешенные оценки (ЭВО) характеристик положения и масштаба, предложенных Л.Д. Мешалкиным [12]. Для выборки векторов $\mathbf{s}\{(k-1)N + n\}$, $n = 1, 2, \dots, (2N + 1)$ в k -м сегменте данных получают робастные ЭВО вектора математического ожидания $\mathbf{e}(kN + 1)$ и ковариационной матрицы $\mathbf{B}(kN + 1)$ в результате решения системы нелинейных уравнений [13, с. 75]

$$\begin{cases} \mathbf{e}(kN + 1) = \sum_{n=1}^{2N+1} q^\gamma \{D(n)\} \mathbf{s}\{(k-1)N + n\} / \sum_{n=1}^{2N+1} q^\gamma \{D(n)\} \\ \mathbf{C}(kN + 1) = \sum_{n=1}^{2N+1} q^\gamma \{D(n)\} \mathbf{s}\{(k-1)N + n\} \mathbf{s}^T \{(k-1)N + n\} / \sum_{n=1}^{2N+1} q^\gamma \{D(n)\}. \\ \mathbf{B}(kN + 1) = (1 + \gamma) \{ \mathbf{C}(kN + 1) - \mathbf{e}(kN + 1) \mathbf{e}^T(kN + 1) \} \end{cases} \quad (7)$$

Здесь $\gamma > 0$ – параметр устойчивости статистик к аномальным значениям; $q \{D(n)\} = \exp\{-D(n)/2\}$ – экспоненциальная весовая функция Л.Д. Мешалкина;

$$D(n) = [\mathbf{s}\{(k-1)N + n\} - \mathbf{e}(kN + 1)]^T \times \mathbf{B}^{-1}(kN + 1) [\mathbf{s}\{(k-1)N + n\} - \mathbf{e}(kN + 1)]$$

– метрика Махаланобиса выборки векторов в k -м сегменте данных. Для типичных значений параметра $\gamma = 1/2$ ЭВО обеспечивают автоматическое подавление аномальных значений. Выбросам данных $\mathbf{s}\{(k-1)N + n\}$ соответствуют большие расстояния $\sqrt{D(n)}$, поэтому такие отсчеты взвешиваются весами $q^\gamma \{D(n)\}$ достаточно малы, чтобы не вносить значимый вклад в общие суммы системы уравнений (7).

Простейший алгоритм решения системы уравнений (7) состоит в применении метода последовательных приближений. В качестве начальных значений характеристик положения и масштаба удобно выбрать выборочные средние, подверженные влиянию аномалий

$$\mathbf{e}(kN + 1) = \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=1}^{2N+1} \mathbf{s}\{(k-1)N + n\};$$

$$\mathbf{C}(kN + 1) = \frac{1}{2N + 1} \times \sum_{n=1}^{2N+1} \mathbf{s}\{(k-1)N + n\} \mathbf{s}^T \{(k-1)N + n\};$$

$$\mathbf{B}(kN + 1) = \mathbf{C}(kN + 1) - \mathbf{e}(kN + 1) \mathbf{e}^T(kN + 1).$$

Последовательные подстановки указанных выше статистик в правые части уравнений системы (7) и их обновление требуют, как правило, небольшого количества итераций для обеспечения сходимости алгоритма оценивания.

Для отсчетов ВР $m = N + 1, N + 2, \dots, M - N$ адаптивные оценки трендов и ковариационных матриц формируют с помощью процедуры “сшивания” последовательностей оценок математических ожиданий $\mathbf{e}(kN + 1)$ и ковариационных матриц $\mathbf{B}(kN + 1)$ в срединных отсчетах сегментов данных $k = 1, 2, \dots, K$;

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(m) &= \sum_{k=1}^K w\left(\frac{m - kN - 1}{N}\right) \mathbf{e}(kN + 1) / \sum_{k=1}^K w\left(\frac{m - kN - 1}{N}\right); \\ \mathbf{B}(m) &= \|b_{ij}(m)\|_{i,j=1;4}^{i,j=4} = \\ &= \sum_{k=1}^K w\left(\frac{m - kN - 1}{N}\right) \mathbf{B}(kN + 1) / \sum_{k=1}^K w\left(\frac{m - kN - 1}{N}\right), \end{aligned}$$

где $w(l)$ – симметричная функция ядра, неотрицательная на интервале $|l| \leq 1$ и $w(l) \rightarrow 0$, если $|l| > 1$. Популярным на практике является гауссовское ядро вида $w(l) = 3 \exp(-9l^2/2) / \sqrt{2\pi}$.

Для начальных $m = 1, 2, \dots, N$ и конечных $m = M - N + 1, M - N + 2, \dots, M$ отсчетов ВР в качестве оценок основных статистик принимают начальные $\mathbf{e}(N + 1)$, $\mathbf{B}(N + 1)$ и конечные оценки $\mathbf{e}(M - N)$, $\mathbf{B}(M - N)$ соответственно.

Дополнительное преимущество ЭВО состоит в возможности формирования в пространстве векторов $\mathbf{s}(m)$, $m = 1, 2, \dots, M$ четырехмерных исход-

ных признаков дискриминантной границы в виде гиперэллипсоида, отделяющего кластер сигналов отраженных типичными фацетами ПП от объекта, а также отдельных элементов ПП в виде кустарника и деревьев. Важное преимущество имитационного цифрового моделирования сигналов радиолокационной сцены состоит в наличии априорной информации о принадлежности отражающих фацетов для каждого отсчета ВР одному из трех классов, а именно непосредственно ПП, кустарнику или деревьям и собственно объекту локации. Результаты моделирования показали, что кластер ПП рационально формировать по правилу “двух сигм”:

$$D(m) = \{s(m) - e(m)\}^T \mathbf{B}^{-1}(m) \{s(m) - e(m)\};$$

$$\left| \frac{1}{4M} \sum_{m=1}^M D(m) - 1 \right| \leq \frac{2}{\sqrt{4M}} \times$$

$$\times \sqrt{\frac{(2 + 4\gamma + 3\gamma^2)(1 + \gamma)^{\frac{M}{2}}}{(1 + 2\gamma)^{\frac{M+2}{2}}} - 2.} \quad (8)$$

Дискриминантная граница такого кластера ограничена поверхностью гиперэллипсоида в пространстве исходных признаков [13, с. 82].

Следующим важным этапом поляризационной селекции является формирование пространства информативных признаков для обнаружения объекта на ПП. Классической методологией решения этой проблемы является метод главных компонент. Представленный в данной работе подход, основанный на поиске информативных признаков методом главных компонент, развивает идеи, изложенные в работах Клоуда, Потье, Фримена [14, 15].

4. ПРОСТРАНСТВО ИНФОРМАТИВНЫХ ПРИЗНАКОВ

В соответствии с полученными робастными оценками характеристик положения и масштаба кластера ПП данные центрируют и нормируют

$$v_i(m) = \{s_i(m) - e_i(m)\} / \sqrt{b_{ii}(m)},$$

$$i = 1, 2, 3, 4, \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

По отсчетам ВР $s_i(m)$, удовлетворяющих условию (8), формируют выборочную робастную оценку матрицы коэффициентов корреляции подпространства ПП

$$\tilde{\mathbf{B}} = \frac{1}{\tilde{M}} \sum_{m=1}^{\tilde{M}} \mathbf{v}(m) \mathbf{v}^T(m),$$

где $\mathbf{v}(m) = \{v_1(m), v_2(m), v_3(m), v_4(m)\}^T$ – вектор-столбец, а \tilde{M} – количество наблюдений в кластере ПП.

Факторизация робастной оценки матрицы коэффициентов корреляции $\tilde{\mathbf{B}} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T$ по собственным значениям $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$, перечисленным в порядке убывания и соответствующим собственным векторам \mathbf{u}_i , формирует оптимальный ортонормированный базис $\mathbf{U} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4)$ подпространства ПП. Сумма первых двух собственных значений $(\lambda_1 + \lambda_2)$ аккумулирует 98.33% от дисперсии $(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4)$ данных, представленных на рис. 10б. Иными словами, собственные векторы \mathbf{u}_1 и \mathbf{u}_2 образуют главный базис. Соответствующие информативные признаки типичных фацетов ПП в терминах факторного анализа имеют вид

$$F_i(m) = \mathbf{v}^T(m) \mathbf{u}_i / \sqrt{\lambda_i}, \quad i = 1, 2; \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

5. РАСПОЗНАВАНИЕ ОБЪЕКТА НА ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

Распознавание объекта на ПП предлагается реализовать в двумерном пространстве главных факторов в два этапа. На первом этапе *предварительной* кластеризации формируют линейную дискриминантную границу, отделяющую кластер типичных элементов ПП 1 от объединенного кластера, формируемого кустарником, деревьями и собственно объектом 2 (рис. 11а). Дихотомия выполнялась с помощью иерархического алгоритма, а также внутригрупповых K -средних (*англ.* K -means). В качестве меры расстояния применялась метрика Евклида. Согласно алгоритму K -средних линейная граница, оптимальная по критерию минимума расстояния, представляет собой прямую линию, которая проходит через середину отрезка, соединяющего центры группировки типичных элементов ПП 3 и объединенного класса 4, и перпендикулярна этому отрезку [16, с. 92, 109].

Важно отметить, что результаты предварительной кластеризации в пространстве главных факторов с помощью алгоритма K -средних хорошо согласуются с робастными ЭВО векторов математических ожиданий

$$\mathbf{F}_3 = \frac{1}{\tilde{M}} \sum_{m=1}^{\tilde{M}} \mathbf{F}(m), \quad \mathbf{F}_4 = \frac{1}{M - \tilde{M}} \sum_{m=M+1}^M \mathbf{F}(m),$$

для типичных элементов ПП и объединенного кластера соответственно. Здесь $\mathbf{F}(m) = \{F_1(m), F_2(m)\}^T$, $m = 1, 2, \dots, M$ – главные факторы, упорядоченные по принадлежности к кластерам в соответствии с критерием (8), т.е. первые \tilde{M} элементов выборки принадлежат классу типичных элементов ПП.

На втором этапе *уточняющей* кластеризации с помощью алгоритма K -средних формируют три

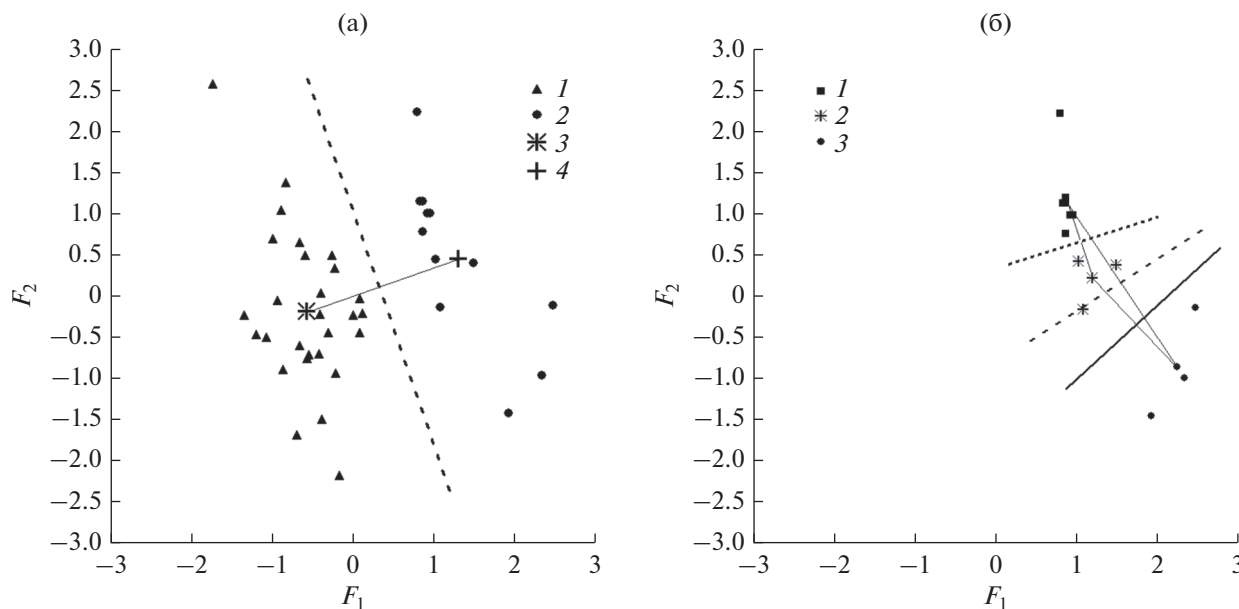


Рис. 11. Кластерная структура главных факторов: а – предварительная кластеризация; б – уточняющая кластеризация.

линейные дискриминантные границы (рис. 11б), разделяющие кустарник 1, деревья 2 и объект 3 в предварительно полученном объединенном кластере, руководствуясь правилом “один против одного”. В соответствии с этим правилом классы попарно разделяют независимо от остальных, т.е. формируют линейные дискриминантные функции:

$$\begin{aligned} d_{12}(m) &= \mathbf{w}_{12}^T \mathbf{F}(m), & d_{13}(m) &= \mathbf{w}_{13}^T \mathbf{F}(m), \\ d_{23}(m) &= \mathbf{w}_{23}^T \mathbf{F}(m). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\mathbf{w}_{jk} = (w_{0jk}, w_{1jk}, w_{2jk})^T$ – вектор параметров границы, разделяющей j -й и k -й классы. Обучающую выборку $\mathbf{F}(m)$, $m = \tilde{M} + 1, \tilde{M} + 2, \dots, M$ размечают маркерами $\delta_{jk}(m) = \pm 1$ для каждой пары классов так, чтобы правила классификации имели вид:

для кустарника –

$$\begin{cases} d_{12}(m) < 0, & \delta_{12}(m) = -1, \\ d_{13}(m) < 0, & \delta_{13}(m) = -1, \end{cases}$$

для деревьев –

$$\begin{cases} d_{12}(m) \geq 0, & \delta_{12}(m) = +1, \\ d_{23}(m) < 0, & \delta_{23}(m) = -1, \end{cases}$$

для объекта локации –

$$\begin{cases} d_{13}(m) \geq 0, & \delta_{13}(m) = +1 \\ d_{23}(m) \geq 0, & \delta_{23}(m) = +1. \end{cases}$$

Линейные дискриминантные функции (9) сформированные с помощью алгоритма K -сред-

них иллюстрирует рис. 11б. Границы $d_{12}(m) = 0$, $d_{13}(m) = 0$ и $d_{23}(m) = 0$, разделяющие классы кустарник–деревья, кустарник–объект и деревья–объект, изображены пунктирной, штриховой и сплошной прямыми соответственно.

Результаты синтеза робастных линейных дискриминантных границ с помощью машины опорных векторов (Support Vector Machine, SVM) [17], обеспечивающей максимально широкие разделяющие полосы между классами, представлены на рис. 12. Идентифицированные машиной наиболее сложные для классификации наблюдения (соответствующие опорным векторам) отмечены кружочками.

Важно отметить, что в случае линейно неразделимых классов SVM-классификация является более надежной по сравнению с алгоритмом K -средних для обнаружения объекта на ПП, поскольку минимизирует количество ошибочных классификаций, если таковые имеются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, последовательно изложены этапы интеллектуального анализа полной поляризационной матрицы рассеяния радиолокационной сцены для решения задачи распознавания объекта локации на подстилающей поверхности. По результатам имитационного цифрового моделирования и натурным измерениям нестационарных негауссовых сигналов, порождаемых сценной, предложены адаптивные робастные оценки основных статистик такого рода сигналов и обоснован выбор метода главных компонент для фор-

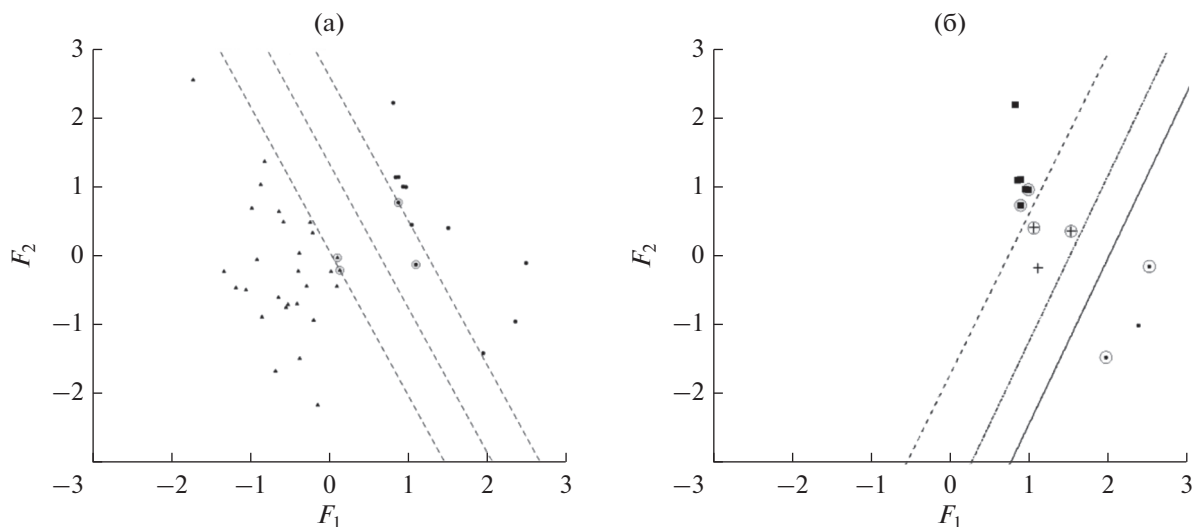


Рис. 12. SVM-классификация классов ПП и объекта локации: а – предварительная классификация; б – уточняющая классификация.

мирования пространства информативных признаков. Верифицированы модели и алгоритмы машинного обучения процедур кластеризации и классификации для распознавания элементов подстилающей поверхности и объекта локации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Канарейкин Д.Б., Павлов Н.Ф., Потехин В.А. Поляризация радиолокационных сигналов. М.: Сов. радио, 1966.
2. Киселев А.З. Теория радиолокационного обнаружения на основе использования векторов рассеяния целей. М.: Радио и связь, 2002.
3. Татаринцов В.Н., Татаринцов С.В., Лигтхарт Л.П. Введение в современную теорию радиолокационных сигналов. Т. 1. Поляризация плоских электромагнитных волн и ее преобразования. Томск: Изд-во Томск. ун-та, 2006.
4. Giuli D. // IEEE Trans. 1986. V. AP-74. № 2. P. 245.
5. Yamaguchi Y., Sato A., Boerner W.-M., Sato R., Yamada H. // IEEE Trans. 2011. V. GRSS-49. № 6. P. 2251.
6. Островитянов Р.В., Басалов Ф.А. Статистическая теория радиолокации протяженных целей. М.: Радио и связь, 1982.
7. Борзов А.Б., Павлов Г.Л., Сучков В.Б. и др. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т. 15. № 1. С. 11.
8. Борзов А.Б. Миллиметровая радиолокация. Методы обнаружения и наведения в условиях естественных и организованных помех. М.: Радиотехника, 2010.
9. Борзов А.Б., Павлов Г.Л., Сучков В.Б. и др. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2010. Т. 15. № 7. С. 27.
10. Ахияров В.В., Борзов А.Б., Сучков В.Б. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2014. Т. 19. № 3. С. 49.
11. Борзов А.Б., Сидоркина Ю.А., Сучков В.Б., Шахтарин Б.И. // РЭ. 2014. Т. 59. № 12. С. 1195.
12. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. М.: Финансы и статистика, 1985.
13. Шурыгин А.М. Прикладная стохастика: робастность, оценивание, прогноз. М.: Финансы и статистика, 2000.
14. Cloude S.R., Pottier E. // IEEE Trans. 1996. V. GRSS-34. № 2. P. 498.
15. Freeman A., Shen Y., Werner C.L. // IEEE Trans. 1990. V. GRSS-28. № 2. P. 224.
16. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. М.: Мир, 1978.
17. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. 2-е изд. М.: ИД “Вильямс”, 2006.

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ЦИФРОВОГО ТЕЛЕВЕЩАНИЯ СТАНДАРТА DVB-T2 НА ТИПОВОЙ ПЕРЕДАЮЩЕЙ СТАНЦИИ

© 2020 г. О. В. Тиссен^{а, *}, А. И. Ливашвили^б

^аРоссийская телевизионная и радиовещательная сеть,
ул. Павловича, 7а, Хабаровск, 680000 Российская Федерация

^бДальневосточный университет путей сообщения,
ул. Серышева, 47, Хабаровск, 680000 Российская Федерация

*E-mail: kuharskaya_olga_1991@mail.ru

Поступила в редакцию 25.10.2019 г.

После доработки 03.02.2020 г.

Принята к публикации 08.02.2020 г.

Выполнено моделирование системы цифрового вещания DVB-T2 на типовой передающей станции в режиме регионализации контента с использованием методики многослойных графов с целью определения параметров надежности. Одна из представленных моделей характеризует состояния системы вещания при использовании только локальной врезки контента согласно ETSI TS 102773. Вторая модель, также выполненная в виде многослойного графа, характеризует состояния системы при каскадном включении устройств регионализации. На основании предложенных выражений для вероятности безотказной работы каждой системы вещания произведен расчет значений, который показал, что система с каскадной врезкой имеет коэффициент готовности на 3.28% выше, чем схема с врезкой контента путем замещения каналов физического уровня, при этом прямое резервирование каскадной схемы повышает ее надежность на 9.77%.

DOI: 10.31857/S003384942007013X

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время сеть цифрового эфирного телевизионного вещания в России эксплуатируется в режиме модификации оригинального контента с целью предоставления абонентам местного рекламного-информационного содержания телепрограмм. Модификация цифрового потока формата T2-MI (Terrestrial 2 Modulator Interface) может быть осуществлена двумя основными путями:

1) с применением устройства врезки локального контента путем замены каналов физического уровня согласно ETSI TS 102773;

2) с применением синхронного сплайсера, выполняющего врезку в определенный телевизионный сервис, при этом в качестве материала для врезки может использоваться как видеофайл конечной длительности, так и трансляция в режиме онлайн в формате транспортного потока.

Типовая передающая станция эфирного телевизионного вещания стандарта DVB-T2 (Digital Video Broadcasting – Terrestrial 2) может быть оснащена как оборудованием одного типа врезки контента, так и обоими типами одновременно, при этом осуществляется последовательное включение модифицирующих устройств. Внесение до-

полнительных блоков в систему формирования сигнала DVB-T2 на станции усложняет схему и снижает общую надежность всего комплекса оборудования. Под термином надежность мы понимаем, согласно [1], свойство оборудования сохранять в течение заданного времени в пределах установленных норм значения функциональных параметров при определенных условиях. Если рассматривать показатели надежности отдельно блока оборудования, абстрагировав его относительно внешних условий работы, то основными факторами, влияющими на безотказность устройства, будут характеристики используемой элементной базы, с помощью которой реализовано устройство, особенности программного обеспечения, его безопасности и целесообразности и прочие факторы, влияющие на стабильность работы устройства. При определении надежности системы, состоящей из некоторого количества оборудования, взаимосвязанного между собой с помощью физико-логических интерфейсов, основными факторами, влияющими на показатели надежности, будут следующие:

– характеристики элементной базы каждого устройства в отдельности;

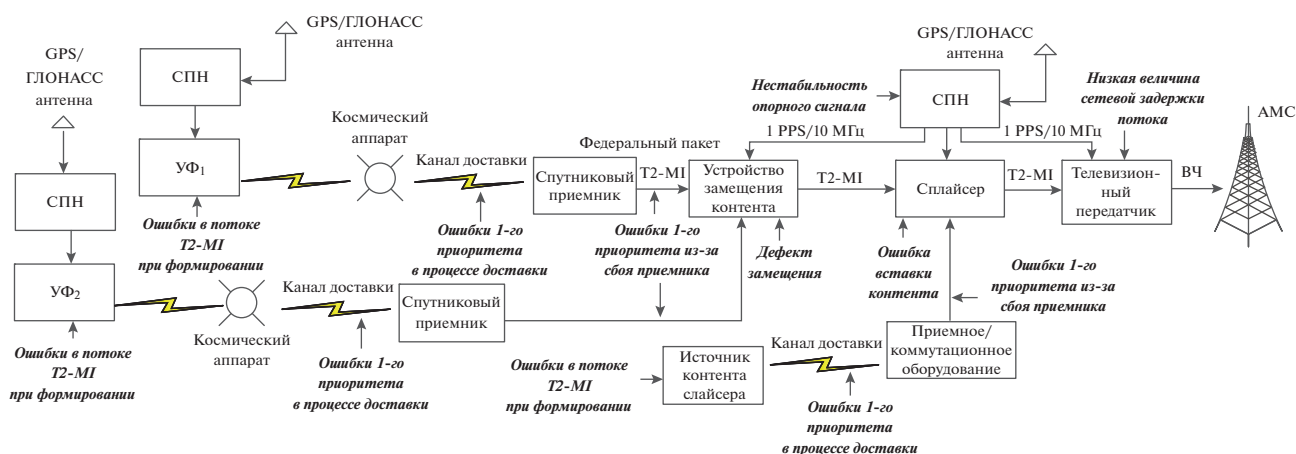


Рис. 1. Схема организации вещания при последовательном включении модифицирующих устройств: УФ₁ и УФ₂ – устройства формирования федерального и локального потока T2-MI соответственно; СНП – спутниковый навигационный приемник.

– характеристики интерфейсов обмена информацией;

– внешние условия, которые могут воздействовать на характеристики оборудования.

Цель данной работы – определить коэффициент готовности комплекса вещательного оборудования типовой телевизионной передающей станции, осуществляющей эфирное вещание цифрового сигнала в стандарте DVB-T2.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для того чтобы определить степень влияния дооснащения станций на вероятность безотказной работы системы, необходимо выполнить следующие задачи:

– определить факторы, влияющие на характеристики системы;

– определить показатели надежности схемы вещания как с применением только устройства врезки локального контента, так и при последовательном его включении со сплайсером.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

На рис. 1 представлена схема организации вещания на передающей станции при последовательном включении устройств врезки. Исходя из рис. 1, видно, что практически на каждом этапе обработки информационного потока существуют причины снижения надежности системы, которые обозначены полужирным курсивным шрифтом.

2.1. Модель для схемы с локальной врезкой контента

На основании указанных выше факторов снижения надежности в целях универсализации, конкретизации и удобства анализа сформирован многослойный граф состояний системы организации вещания на передающей станции, представленный на рис. 2. Данный граф составлен на основе методики проектирования телекоммуникационных сетей с помощью многослойного графа, предложенной Д.В. Агеевым в работе [3]. Предложенный автором алгоритм переработан с учетом требований к графу состояний для определения надежности системы. Граф на рис. 2 представлен для схемы вещания с использованием только устройства врезки локального контента и без применения сплайсера.

Многослойный граф включает в себя три уровня: уровень топологии схемы, уровень состояний относительно топологии схемы и уровень состояний каждого звена или блока оборудования. В табл. 1 приведено описание каждой вершины рассматриваемого графа.

На самом верхнем уровне представлена логическая схема организации вещания на станции с использованием устройства врезки контента, согласно рис. 1. У каждого элемента существует связь с вершиной графа более низкого уровня, которые соответствуют общим состояниям блоков, приведенных на уровне топологии схемы. Так, узлы U1 и U2 являются логическими блоками приема сигнала на станции, а на уровне состояний к этим узлам будут относиться состояние канала доставки, с помощью которого осуществляется прием сигнала в заданной точке, и состояние самого приемного оборудования.

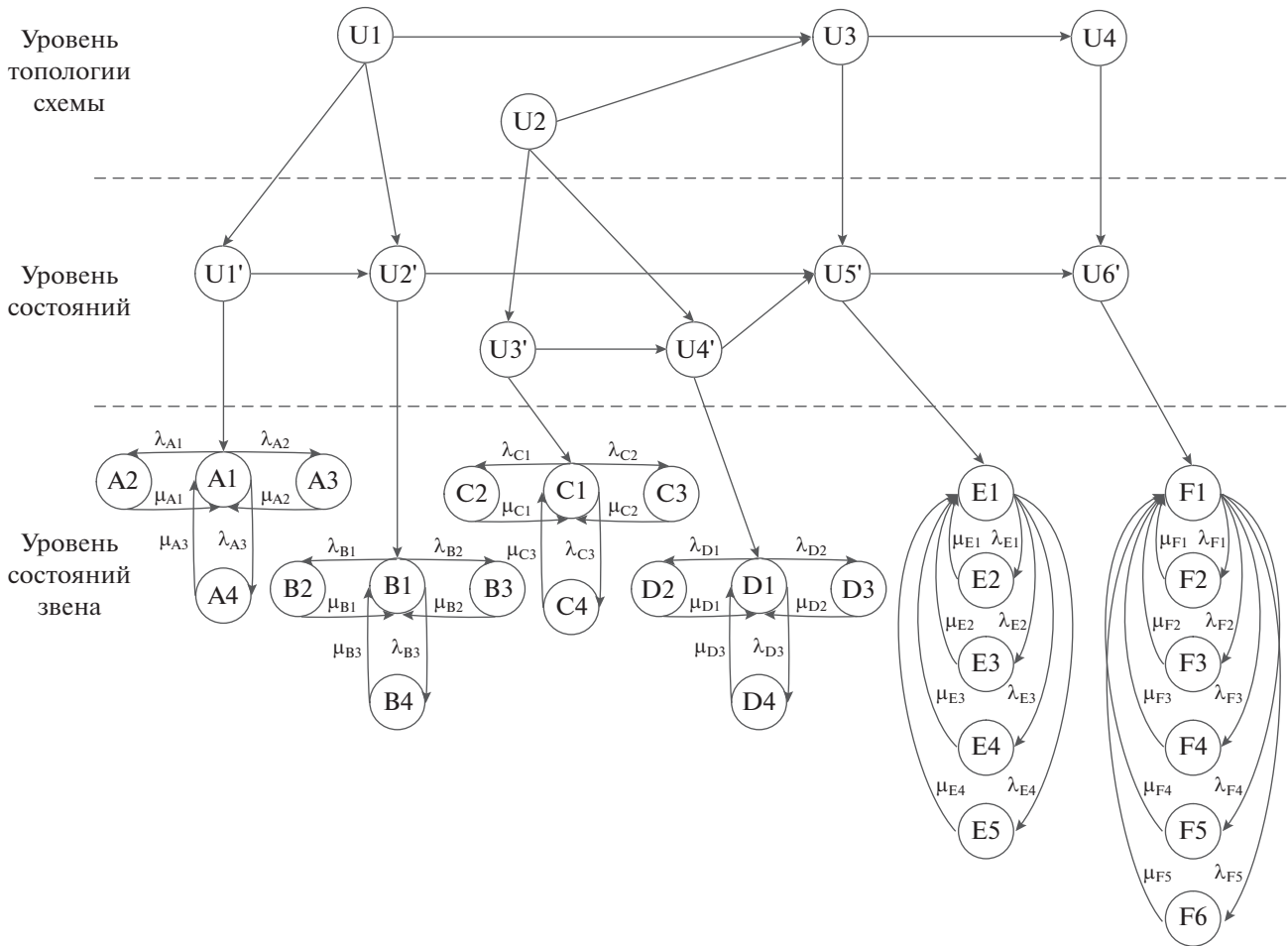


Рис. 2. Граф для расчета надежности схемы с врезкой контента путем замены каналов физического уровня.

На самом низшем уровне многослойного графа представлены возможные состояния каждого элемента при рассмотрении его как отдельной цельной системы. Так, например, состояние канала доставки основного потока U1' может быть нормой (состояние A1), также на надежность канала передачи могут влиять аварийные ситуации, возникающие на передающей и транзитной сторонах (состояния A2 и A3), а также воздействие помех различного характера (состояние A4), которые способствуют возникновению ошибок в потоке в процессе передачи.

Состояния других блоков описаны в табл. 1.

Граф нижнего уровня содержит обозначения интенсивностей отказов λ_{ij} и восстановления μ_{ij} ,

где i – буквенное обозначение элемента системы, j – номер состояния элемента.

Ниже приведена система уравнений вероятности нахождения системы в каждом состоянии для блока состояния канала связи:

$$\begin{aligned}
 P_{A1}(t) &= -\lambda_{A1}P_{A1}(t) - \lambda_{A2}P_{A1}(t) - \\
 &- \lambda_{A3}P_{A1}(t) + \mu_{A1}P_{A2}(t) + \mu_{A2}P_{A3}(t) + \mu_{A3}P_{A4}(t), \\
 P_{A2}(t) &= \lambda_{A1}P_{A1}(t) - \mu_{A1}P_{A2}(t), \\
 P_{A3}(t) &= \lambda_{A2}P_{A1}(t) - \mu_{A2}P_{A3}(t), \\
 P_{A4}(t) &= \lambda_{A3}P_{A1}(t) - \mu_{A3}P_{A4}(t).
 \end{aligned}$$

В результате применения прямого преобразования Лапласа вероятность нахождения системы в работоспособном состоянии (A1) определится по формуле

$$P_{A1}(s) = \left[s + \lambda_{A1} + \lambda_{A2} + \lambda_{A3} - \frac{\mu_{A1}\lambda_{A1}}{s + \mu_{A1}} - \frac{\mu_{A2}\lambda_{A2}}{s + \mu_{A2}} - \frac{\mu_{A3}\lambda_{A3}}{s + \mu_{A3}} \right]^{-1}.$$

Таблица 1. Описание вершин графа на рис. 2

Название узла	Описание	Название узла	Описание
U1	Приемная часть основного потока	C1	Состояние “норма” канала доставки локального потока
U2	Приемная часть регионального потока	D1	Состояние “норма” приемника регионального потока
U3	Блок врезки контента	E1	Состояние “норма” устройства врезки контента
U4	Блок излучения в эфир (передатчик DVB-T2)	F1	Состояние “норма” передатчика DVB-T2
U1'	Состояние канала связи основного потока	A2, C2	Авария на передающей стороне
U2'	Состояние приемной части основного потока на станции	A3, C3	Авария на транзитном участке
U3'	Состояние канала связи регионального потока	A4, C4	Влияние помех/погодных условий
U4'	Состояние приемной части регионального потока на станции	B2, D2, E2, F2	Сбой аппаратного обеспечения
U5'	Состояние устройства врезки	B3, D3, E3, F3	Сбой программного обеспечения
U6'	Состояние передающего устройства	B4, D4, E4, F4	Ошибки в сигнале
A1	Состояние “норма” канала доставки основного потока	E5, F5	Сбой синхронизации оборудования
B1	Состояние “норма” приемника основных данных	F6	Некорректно указанная величина сетевой задержки

При подстановке числовых значений интенсивностей отказов и восстановления и дальнейшего обратного преобразования Лапласа будет иметь место функция готовности системы на заданном временном отрезке. Коэффициент готовности является основной характеристикой надежности восстанавливаемой телекоммуникационной системы и является равным вероятности нормальной работы оборудования на бесконечно большом интервале времени:

$$K_{ri} = P_{il}(\infty).$$

Поскольку подграфы нижнего уровня для таких элементов системы как канал доставки и приемное оборудование состоят из четырех вершин и шести ребер, т.е. графически являются одинаковыми, то справедливо будет полагать, что коэффициент готовности и вероятность нахождения системы в работоспособном состоянии перечисленных блоков будут определяться по одинаковой формуле. Тогда:

$$P_{B1}(s) = \left[s + \lambda_{B1} + \lambda_{B2} + \lambda_{B3} - \frac{\mu_{B1}\lambda_{B1}}{s + \mu_{B1}} - \frac{\mu_{B2}\lambda_{B2}}{s + \mu_{B2}} - \frac{\mu_{B3}\lambda_{B3}}{s + \mu_{B3}} \right]^{-1},$$

$$P_{C1}(s) = \left[s + \lambda_{C1} + \lambda_{C2} + \lambda_{C3} - \frac{\mu_{C1}\lambda_{C1}}{s + \mu_{C1}} - \frac{\mu_{C2}\lambda_{C2}}{s + \mu_{C2}} - \frac{\mu_{C3}\lambda_{C3}}{s + \mu_{C3}} \right]^{-1},$$

$$P_{D1}(s) = \left[s + \lambda_{D1} + \lambda_{D2} + \lambda_{D3} - \frac{\mu_{D1}\lambda_{D1}}{s + \mu_{D1}} - \frac{\mu_{D2}\lambda_{D2}}{s + \mu_{D2}} - \frac{\mu_{D3}\lambda_{D3}}{s + \mu_{D3}} \right]^{-1}.$$

Для состояний устройства врезки контента система уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} P_{E1}(t) &= -\lambda_{E1}P_{E1}(t) - \lambda_{E2}P_{E1}(t) - \lambda_{E3}P_{E1}(t) - \\ &- \lambda_{E4}P_{E1}(t) + \mu_{E1}P_{E2}(t) + \mu_{E2}P_{E3}(t) + \\ &+ \mu_{E3}P_{E4}(t) + \mu_{E4}P_{E5}(t), \\ P_{E2}(t) &= \lambda_{E1}P_{E1}(t) - \mu_{E1}P_{E1}(t), \\ P_{E3}(t) &= \lambda_{E2}P_{E1}(t) - \mu_{E2}P_{E3}(t), \\ P_{E4}(t) &= \lambda_{E3}P_{E1}(t) - \mu_{E3}P_{E4}(t), \\ P_{E5}(t) &= \lambda_{E4}P_{E1}(t) - \mu_{E4}P_{E5}(t). \end{aligned}$$

После преобразования Лапласа получим

$$P_{E1}(s) = \left[s + \lambda_{E1} + \lambda_{E2} + \lambda_{E3} + \lambda_{E4} - \frac{\mu_{E1}\lambda_{E1}}{s + \mu_{E1}} - \frac{\mu_{E2}\lambda_{E2}}{s + \mu_{E2}} - \frac{\mu_{E3}\lambda_{E3}}{s + \mu_{E3}} - \frac{\mu_{E4}\lambda_{E4}}{s + \mu_{E4}} \right]^{-1}.$$

Для состояний передающего устройства система уравнений будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} P_{F1}(t) &= -\lambda_{F1}P_{F1}(t) - \lambda_{F2}P_{F1}(t) - \lambda_{F3}P_{F1}(t) - \\ &- \lambda_{F4}P_{F1}(t) - \lambda_{F5}P_{F1}(t) + \mu_{F1}P_{F2}(t) + \\ &+ \mu_{F2}P_{F3}(t) + \mu_{F3}P_{F4}(t) + \mu_{F4}P_{F5}(t) + \mu_{F5}P_{F6}(t), \\ P_{F2}(t) &= \lambda_{F1}P_{F1}(t) - \mu_{F1}P_{F2}(t), \\ P_{F3}(t) &= \lambda_{F2}P_{F1}(t) - \mu_{F2}P_{F3}(t), \\ P_{F4}(t) &= \lambda_{F3}P_{F1}(t) - \mu_{F3}P_{F4}(t), \\ P_{F5}(t) &= \lambda_{F4}P_{F1}(t) - \mu_{F4}P_{F5}(t), \\ P_{F6}(t) &= \lambda_{F5}P_{F1}(t) - \mu_{F5}P_{F6}(t). \end{aligned}$$

После преобразования Лапласа имеем

$$P_{F1}(s) = \left[s + \lambda_{F1} + \lambda_{F2} + \lambda_{F3} + \lambda_{F4} + \lambda_{F5} - \frac{\mu_{F1}\lambda_{F1}}{s + \mu_{F1}} - \frac{\mu_{F2}\lambda_{F2}}{s + \mu_{F2}} - \frac{\mu_{F3}\lambda_{F3}}{s + \mu_{F3}} - \frac{\mu_{F4}\lambda_{F4}}{s + \mu_{F4}} - \frac{\mu_{F5}\lambda_{F5}}{s + \mu_{F5}} \right]^{-1}.$$

После подстановки числовых значений и обратного преобразования Лапласа вероятностей каждого элемента системы возможно рассчитать общий коэффициент готовности всего комплекса оборудования станции. Необходимо рассматривать элементы U1' и U2', а также U3' и U4' как простые последовательные системы, однако пары элементов U1'/U2' и U3'/U4' являются параллельно включенными относительно друг друга (рис. 2). Последовательно-параллельная система элементов U1'/U2'/U3'/U4' может рассматриваться как общий блок, включенный последовательно с элементами U5' и U6'.

Согласно [4] расчет коэффициента готовности параллельной системы подразумевает горячее резервирование параллельно включенных элемен-

тов. В данном случае для вычисления параметров надежности имеет смысл рассматривать приемную часть основного и регионального потоков как элементы горячего резерва, поскольку при аварийном полном отсутствии регионального потока устройство врезки резервируется основным потоком, не осуществляя модификацию, согласно техническому руководству на оборудование [5]. При этом в режиме нормальной работы основной и региональные информационные потоки, принимаемые соответствующим оборудованием, не являются резервными относительно друг друга.

На основе правил расчета вероятности безотказной работы последовательно-параллельных систем, приведенных в [4], получена следующая формула суммарной вероятности:

$$P_{\Sigma} = (P_{U1'}(t)P_{U2'}(t) + P_{U3'}(t)P_{U4'}(t) - P_{U1'}(t)P_{U2'}(t)P_{U3'}(t)P_{U4'}(t))P_{U5'}(t)P_{U6'}(t).$$

Или относительно состояний нижнего уровня:

$$P_{\Sigma}(t) = (P_{A1}(t)P_{B1}(t) + P_{C1}(t)P_{D1}(t) - P_{A1}(t)P_{B1}(t)P_{C1}(t)P_{D1}(t))P_{E1}(t)P_{F1}(t).$$

Также справедлива будет следующая формула суммарного коэффициента готовности:

$$K_{r\Sigma} = (K_{rA1}K_{rB1} + K_{rC1}K_{rD1} - K_{rA1}K_{rB1}K_{rC1}K_{rD1})K_{rE1}K_{rF1},$$

где K_{rA1} и K_{rB1} – коэффициенты готовности канала доставки и приемника основного потока T2-MI соответственно; K_{rC1} и K_{rD1} – коэффициенты готовности канала доставки и приемника модифицирующего потока; K_{rE1} и K_{rF1} – коэффициенты готовности устройства врезки контента и датчика DVB-T2.

2.2. Модель для схемы с каскадной врезкой контента

Для сравнения показателей надежности систем вещания только с устройством врезки локального контента и схемы с последовательным включением устройства врезки и сплайсера был составлен многослойный граф для системы вещания с двухступенчатой врезкой по правилам, описанным выше, с сохранением буквенного обозначения (рис. 3).

Как видно, граф, представленный на рис. 2, является подграфом графа на рис. 3. Аналогичные обозначения вершин обоих графов представляют из себя одни и те же узлы системы вещания, описание которых дано в табл. 1. Описание вершин U5, U6, U7', U8', U9', G1...G4, H1...H4 и I1...I4 представлено в табл. 2.

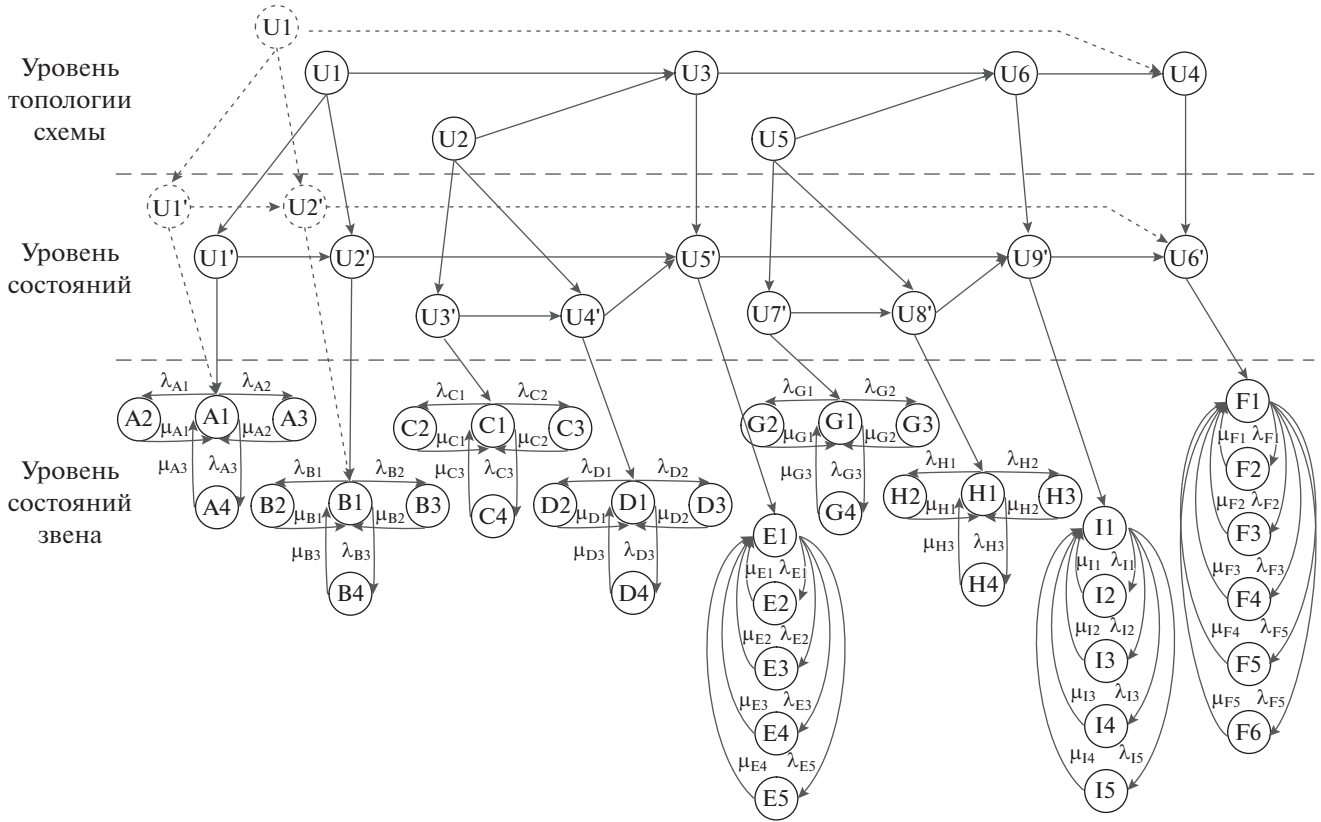


Рис. 3. Многослойный граф для схемы с регионализацией и сплайсингом.

Поскольку вершины графа, относящиеся к приемной части потока T2-MI и к устройству врезки локального контента, одинаковы на обоих графах, то выражения для определения вероятности безотказной работы этих блоков будут идентичны рассмотренным выше. Вероятность безотказной работы для канала доставки потока для сплайсера, приемной его части и самого сплайсера будут иметь следующий вид:

$$P_{G1}(s) = \left[s + \lambda_{G1} + \lambda_{G2} + \lambda_{G3} - \frac{\mu_{G1}\lambda_{G1}}{s + \mu_{G1}} - \frac{\mu_{G2}\lambda_{G2}}{s + \mu_{G2}} - \frac{\mu_{G3}\lambda_{G3}}{s + \mu_{G3}} \right]^{-1},$$

$$P_{H1}(s) = \left[s + \lambda_{H1} + \lambda_{H2} + \lambda_{H3} - \frac{\mu_{H1}\lambda_{H1}}{s + \mu_{H1}} - \frac{\mu_{H2}\lambda_{H2}}{s + \mu_{H2}} - \frac{\mu_{H3}\lambda_{H3}}{s + \mu_{H3}} \right]^{-1},$$

$$P_{I1}(s) = \left[s + \lambda_{I1} + \lambda_{I2} + \lambda_{I3} + \lambda_{I4} - \frac{\mu_{I1}\lambda_{I1}}{s + \mu_{I1}} - \frac{\mu_{I2}\lambda_{I2}}{s + \mu_{I2}} - \frac{\mu_{I3}\lambda_{I3}}{s + \mu_{I3}} - \frac{\mu_{I4}\lambda_{I4}}{s + \mu_{I4}} \right]^{-1}.$$

Тогда вероятность безотказной работы для блоков А–Е определится в виде

$$P_{A-E}(t) = (P_{U1'}(t)P_{U2'}(t) + P_{U3'}(t)P_{U4'}(t) - P_{U1'}(t)P_{U2'}(t)P_{U3'}(t)P_{U4'}(t))P_{U5'}(t),$$

Суммарная вероятность нормального состояния всей схемы вещания:

$$P_{\Sigma'} = (P_{A-E}(t) + P_{U7'}(t)P_{U8'}(t) - P_{U7'}(t)P_{U8'}(t)P_{U9'}(t)P_{U6'}(t)).$$

Заменяя $P_{A-E}(t)$ и обозначения среднего слоя графа на обозначения нижнего, получим общую формулу суммарного коэффициента готовности для схемы с последовательным включением устройств модификации:

$$K_{\Gamma\Sigma} = [(K_{\Gamma A1} K_{\Gamma B1} + K_{\Gamma C1} K_{\Gamma D1} - K_{\Gamma A1} K_{\Gamma B1} K_{\Gamma C1} K_{\Gamma D1}) \times K_{\Gamma E1} + K_{\Gamma G1} K_{\Gamma H1} - (K_{\Gamma A1} K_{\Gamma B1} + K_{\Gamma C1} K_{\Gamma D1} - K_{\Gamma A1} K_{\Gamma B1} K_{\Gamma C1} K_{\Gamma D1}) K_{\Gamma E1} K_{\Gamma G1} K_{\Gamma H1}] K_{\Gamma I1} K_{\Gamma F1}.$$

Преобразование полученной формулы через коэффициент $K_{\Gamma\Sigma}$, рассчитанный для предыдущего многослойного графа, позволило получить следующее выражение:

Таблица 2. Описание вершин графа на рис. 3

Название узла	Описание	Название узла	Описание
U5	Приемная часть контента для сплайсинга	H1	Состояние “норма” оборудования приема контента для сплайсера
U6	Сплайсер	H2	Аппаратный сбой оборудования приема контента для сплайсера
U7'	Состояние канала доставки информационного потока до сплайсера	H3	Программный сбой оборудования приема контента для сплайсера
U8'	Состояние приемно-коммутационного оборудования	H4	Ошибки в сигнале
U9'	Состояние оборудования сплайсера	I1	Состояние “норма” сплайсера
G1	Состояние “норма” канала доставки контента для сплайсера	I2	Сбой аппаратного обеспечения сплайсера
G2	Авария на передающей стороне	I3	Сбой программного обеспечения сплайсера
G3	Авария на транзитном участке	I4	Ошибки в сигнале
G4	Влияние помех/погодных условий	I5	Сбой синхронизации сплайсера

$$K_{r\Sigma'} = \left(\frac{K_{r\Sigma}}{K_{rF1}} + K_{rG1}K_{rH1} - \frac{K_{r\Sigma}}{K_{rF1}} K_{rG1}K_{rH1} \right) K_{rI1}K_{rF1} =$$

$$= K_{rI1}K_{r\Sigma} + K_{rI1}K_{rF1}K_{rG1}K_{rH1} - K_{rG1}K_{rH1}K_{r\Sigma}K_{rI1}.$$

Очевидно, что зависимость суммарной вероятности, а, следовательно, коэффициента готовности схемы с двухступенчатой регионализацией от суммарной вероятности работоспособного состояния предыдущей рассматриваемой схемы, будет носить линейный характер.

3. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ ГОТОВНОСТИ

При наличии данных об интенсивностях отказа и восстановления оборудования возможно получить действительные численные результаты расчета коэффициентов готовности и сделать вывод о степени влияния на надежность системы формирования и передачи сигнала дополнительного оборудования, т.е. устройств модификации контента. Поскольку оборудование, используемое в организации вещания с модификацией контента, может быть от различных производителей, иметь разные дополнительные функции и возможные неисправности, то интенсивности отказов и восстановления будут иметь различное значение в зависимости от множества факторов. В связи с тем, что ввод в эксплуатацию оборудования модификации осуществлялся постепенно в течение последних пяти лет, полноценной статистики по отказам оборудования на данный момент еще нет. Для того чтобы определить наиболее объективные теоретические значения интенсивностей отказа и восстановления, был произведен анализ всех возможных событий (аварий и предупреждений)

используемого в настоящее время оборудования вещания. В качестве такого оборудования были приняты следующие профессиональные устройства, руководства по эксплуатации которых находятся в открытом доступе в сети Интернет: спутниковый приемник DVB-S/S2 CISCO D9854, устройство вставки локального контента TTV-PLP-SW-0401, эфирный передатчик DVB-T/T2 ProTelevision PT-2000, сплайсер Qualittec TTL-2012. Результаты анализа всех возможных сообщений оборудования и сортировки относительно принадлежности к определенному состоянию нижнего слоя многослойных графов, представленных на рис. 2 и 3, позволили рассчитать интенсивности отказов и восстановления за годовой интервал времени соответственно по формулам:

$$\lambda = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp}\Delta t}, \quad \mu = \frac{n_b(\Delta t)}{N_{ncp}\Delta t},$$

где $n(\Delta t)$ – количество элементов (объектов), отказавших за рассматриваемый интервал времени; N_{cp} – среднее количество элементов, работавших безотказно;

Δt – рассматриваемый интервал времени; $n_b(\Delta t)$ – количество восстановленных однотипных объектов за интервал Δt ; N_{ncp} – среднее количество невосстановленных элементов (объектов).

Результаты расчета интенсивностей и общее количество аварий, соответствующих определенному состоянию на графах, приведены в табл. 3.

На основании полученных значений был произведен расчет коэффициентов готовности для двух рассматриваемых схем модификации контента с использованием программных средств MathCad. Так, выражение для вероятности на-

Таблица 3. Результаты расчета интенсивностей отказа и восстановления

Параметр	n (Δt)	$N_{\text{ср}}$	Значение	Параметр	n (Δt)	Значение	Соответствие состоянию на графах (рис. 2, рис. 3)	Примечания
λ_{A1}	16	166	0.000264	μ_{A1}	16	0.0438	A2	Канал доставки основного потока
λ_{A2}	6	176	0.0000934	μ_{A2}	6	0.0164	A3	
λ_{A3}	12	170	0.000193	μ_{A3}	12	0.03288	A4	
λ_{B1}	23	159	0.0003963	μ_{B1}	23	0.063	B2	Приемник основного потока
λ_{B2}	73	109	0.001835	μ_{B2}	73	0.2	B3	
λ_{B3}	20	162	0.000338	μ_{B3}	20	0.0548	B4	
λ_{C1}	16	166	0.000264	μ_{C1}	16	0.0438	C2	Канал доставки регионального потока
λ_{C2}	6	176	0.0000934	μ_{C2}	6	0.0164	C3	
λ_{C3}	12	170	0.000193	μ_{C3}	12	0.03288	C4	
λ_{D1}	23	159	0.0003963	μ_{D1}	23	0.063	D2	Приемник регионального потока
λ_{D2}	73	109	0.001835	μ_{D2}	73	0.2	D3	
λ_{D3}	20	162	0.000338	μ_{D3}	20	0.0548	D4	
λ_{E1}	8	23	0.000953	μ_{E1}	8	0.0219	E2	Устройство вставки локаль- ного контента
λ_{E2}	6	25	0.000658	μ_{E2}	6	0.016	E3	
λ_{E3}	7	24	0.0008	μ_{E3}	7	0.019	E4	
λ_{E4}	10	21	0.0013	μ_{E4}	10	0.027	E5	
λ_{F1}	12	40	0.000822	μ_{F1}	12	0.03288	F2	Передатчик DVB-T2
λ_{F2}	3	49	0.000168	μ_{F2}	3	0.00822	F3	
λ_{F3}	12	40	0.000822	μ_{F3}	12	0.0329	F4	
λ_{F4}	11	41	0.000735	μ_{F4}	11	0.03013	F5	
λ_{F5}	6	46	0.000357	μ_{F5}	6	0.01644	F6	
λ_{G1}	16	166	0.000264	μ_{G1}	16	0.0438	G2	Канал доставки потока до сплайсера
λ_{G2}	6	176	0.0000934	μ_{G2}	6	0.0164	G3	
λ_{G3}	12	170	0.000193	μ_{G3}	12	0.03288	G4	
λ_{H1}	23	159	0.0003963	μ_{H1}	23	0.063	H2	Приемное обо- рудование сплайсера
λ_{H2}	73	109	0.001835	μ_{H2}	73	0.2	H3	
λ_{H3}	20	162	0.000338	μ_{H3}	20	0.0548	H4	
λ_{I1}	12	30	0.0011	μ_{I1}	12	0.033	I2	Сплайсер
λ_{I2}	12	30	0.0011	μ_{I2}	12	0.033	I3	
λ_{I3}	9	33	0.00075	μ_{I3}	9	0.025	I4	
λ_{I4}	1	41	0.000067	μ_{I4}	1	0.0027	I5	

Примечание: $\Delta t = 365$ для всех параметров λ ; $N_{\text{ср}} = 1$ для всех параметров μ .

хождения канала доставки основного информационного потока в работоспособном состоянии будет выглядеть следующим образом:

$$P_{A1}(t) = 0.006243e^{-0.044t} + 0.005428e^{-0.0165t} + 0.0056e^{-0.033t} + 0.982712.$$

На коротком интервале работы системы, т.е. при $t \rightarrow 0$, вероятность исправного состояния, очевидно, будет стремиться к единице $P_{A1}(t) \approx 1$, это свидетельствует о том, что система на малом интервале времени будет находиться в теоретически однозначном исправном состоянии. При использовании канала доставки в течение большого интервала времени, т.е. при $t \rightarrow \infty$, вероятность исправного состояния, а также стационарный коэффициент готовности, согласно методике, предложенной в [4], составят

$$K_{rA1} = P_{A1}(\infty) \approx 0.9827$$

или в процентном выражении $K_{rA1} \approx 98.27\%$.

Тогда для остальных подсистем коэффициенты готовности составят:

– для подсистемы приемника основного потока $K_{rB1} = P_{B1}(\infty) \approx 0.9788$. Для канала доставки и приемного оборудования регионального потока, а также канала и приемника сплайсера значения вероятностей исправного состояния будут соответственно равны рассчитанным;

– для подсистемы устройства врезки $K_{rE1} = P_{E1}(\infty) \approx 0.851$;

– для подсистемы передатчика $K_{rF1} = P_{F1}(\infty) \approx 0.8956$;

– для подсистемы сплайсера $K_{rI1} = P_{I1}(\infty) \approx 0.892$.

Тогда суммарный коэффициент готовности схемы вещания с модификацией контента путем замещения каналов физического уровня составит:

$$\begin{aligned} K_{r\Sigma} &= (K_{rA1}K_{rB1} + K_{rC1}K_{rD1} - \\ &- K_{rA1}K_{rB1}K_{rC1}K_{rD1})K_{rE1}K_{rF1} = \\ &= (0.9827 \times 0.9788 + 0.9827 \times 0.9788 - \\ &- 0.9827 \times 0.9788 \times 0.9827 \times 0.9788) \times \\ &\times 0.851 \times 0.8956 = 0.7612. \end{aligned}$$

Готовность системы вещания с каскадной врезкой составит:

$$\begin{aligned} K_{r\Sigma''} &= \\ &= K_{rI1}K_{r\Sigma} + K_{rI1}K_{rF1}K_{rG1}K_{rH1} - K_{rG1}K_{rH1}K_{r\Sigma}K_{rI1} = \\ &= 0.892 \times 0.7612 + 0.892 \times 0.896 \times \\ &\times 0.9827 \times 0.9788 - 0.9827 \times 0.9788 \times \\ &\times 0.7612 \times 0.892 = 0.794. \end{aligned}$$

Очевидно, что рассчитанные значения коэффициентов готовности являются низкими относительно требуемых значений безотказности работы оборудования, приведенных в государственных стандартах. Во-первых, это связано с тем, что расчет был произведен не на основании статистических опытных данных, а на основании выборки из всех возможных состояний оборудования при худших условиях функционирования. Во-вторых, увеличение надежности каскадной схемы на 3% относительно схемы с замещением можно объяснить с математической и физической точек зрения.

С математической точки зрения при рассмотрении графа на рис. 3, принимая группу элементов U1'...U5' за единый элемент, параллельный группе элементов U7', U8', можно рассматривать систему связи как параллельную с последовательным включением блоков U9' и U6', вероятность безотказной работы которой в целом будет больше, чем вероятность безотказной работы отдельного входящего в нее элемента. Данное правило является следствием общей методики вычисления вероятности безотказной работы параллельной системы, приведенной в различных учебных материалах, в частности в [4];

С точки зрения физической реализации сплайсер – устройство, которое обладает внутренним автоматическим переключением с режима врезки на режим простого транзита цифрового информационного потока при любых нарушениях в процессе подготовки контента для врезки и в процессе самого замещения.

Таким образом, для повышения надежности рассматриваемой схемы с каскадной врезкой возможно использование в качестве крайнего метода поддержания работоспособности передающего устройства и недопущения технической остановки, а тем более, аварии на оборудовании вещания дополнительного непосредственного соединения выхода приемного оборудования и входа передатчика с целью прямой трансляции цифрового потока в эфир. На рис. 3 данное подключение показано в виде соединения блоков U1' и U2', отмеченных пунктирной линией, и блока U6'. Такое соединение может быть рассмотрено как параллельное относительно полноценной схемы с каскадной врезкой. Тогда коэффициент готовности данной схемы определится как:

$$\begin{aligned} K_{r\Sigma'''} &= \left(\frac{K_{r\Sigma'}}{K_{rF1}} + K_{rA1}K_{rB1} - \frac{K_{r\Sigma'}}{K_{rF1}} K_{rA1}K_{rB1} \right) K_{rF1} = \\ &= \left(\frac{0.794}{0.8956} + 0.9827 \times 0.9788 - \right. \\ &\left. - \frac{0.794}{0.8956} 0.9827 \times 0.9788 \right) 0.8956 = 0.8917. \end{aligned}$$

Очевидно, что коэффициент готовности системы с дополнительным резервированием на 9.77% выше, чем системы вещания с каскадной врезкой. Таким образом, прямое подключение выхода приемника ко второму физическому входу передатчика позволяет повысить вероятность безотказной работы системы без дополнительных финансовых затрат, однако следует иметь в виду, что “прямой” режим работы является штатным в связи с отсутствием в эфире сигналов местного регионального наполнения, поэтому требует оперативного восстановления схемы замещения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, предложена методика расчета коэффициента готовности системы эфирного цифрового телевизионного вещания на типовой передающей станции с применением теории графов. На основании предложенных формул был произведен расчет количественных значений вероятности безотказной работы, который показал, что система с каскадной врезкой имеет коэффи-

циент готовности на 3.28% выше, чем схема с врезкой контента путем замещения каналов физического уровня, при этом прямое резервирование каскадной схемы повышает ее надежность на 9.77%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Боровиков С.М., Цирельчук И.Н., Троян Ф.Д.* Расчет показателей надежности радиоэлектронных средств. Минск: БГУИР, 2010.
2. ETSI TR 101 290 V1.3.1. DVB; Measurement guidelines for DVB systems. Introduction 07-2014. France: European Telecommunications Standards Institute, 2014.
3. *Агеев Д.В.* // Проблемы телекоммуникаций. 2010. № 2. С. 7.
4. *Ефремов А.А.* Теория надежности. Томск: Изд-во Томск. политех. ун-та, 2015.
5. Устройство вставки локального контента TTV-PLPSW-0401. Руководство по эксплуатации. Новосибирск: НПП Триада-ТВ, 2017. https://www.triadatv.ru/upload/iblock/526/PLP-Repleyser-_-Rukovodstvo-po-ekspluatatsii-V3.0.pdf.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 004.932

К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЪЕКТОВ
МНОГОКАНАЛЬНЫМИ КОМПЛЕКСАМИ ЗОНДИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ
НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ И ФРАКТАЛЬНЫХ СИГНАТУР

© 2020 г. Н. С. Акиншин^а, А. А. Потапов^б, *, Р. П. Быстров^б, О. В. Есиков^а, А. И. Чернышков^с

^аЦентральное конструкторское бюро аппаратостроения,
ул. Демонстрации, 36, Тула, 300034 Российская Федерация

^бИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^сФилиал Военной академии материально-технического обеспечения,
Пенза-5, Пенза, 440005 Российская Федерация

*E-mail: potapov@cplire.ru

Поступила в редакцию 22.04.2019 г.

После доработки 22.04.2019 г.

Принята к публикации 15.07.2019 г.

Предложен подход к построению многоканальной системы распознавания образов изображений комплексами зондирования. Определен перечень задач, решаемых в комплексах зондирования при построении системы распознавания объектов. Задача предварительной обработки изображений сформулирована в виде некорректно поставленной задачи. Для формирования дополнительной характеристики объектов использовано значение фрактальной размерности D (фрактальная сигнатура) изображений их контуров. Дана характеристика способов решения проблем построения современных систем распознавания объектов.

DOI: 10.31857/S0033849420060017

ВВЕДЕНИЕ

Современные средства дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) являются многоканальными и включают системы получения радиолокационной информации радиолокаторами с синтезированной антенной (РСА) и изображений в оптическом, ИК- и УФ-диапазонах, размещаемых на борту аэрокосмических носителей и беспилотных летательных аппаратов. Среди множества реализованных и перспективных проектов следует выделить следующие: российские комплексы “Кондор”, “Ресурс-ДКР”, “Смотр”, “Север”, “Монитор”, “Аркон”; комплексы космического базирования “ERS-2” и “Envisat” (Европа), “Radarsat-2” (Канада), “ALOS” и “IGS” (Япония), “TerraSAR-X” (Германия), “Cosmo-SkyMed” (Италия), “RSS/JB” (Китай), воздушные комплексы “Hisar” (США), “E-SAR” (Германия), “EL/M-2060P SAR” (Израиль), “Имарк” и “Компакт” (Россия); комплексы на беспилотных носителях “AN/ZPQ-1 TESAR” и “AN/APY-8 Lynx SAR/GMTI” (США), “EL/M-2055 SAR/MTI” (Израиль) [1, 2].

Изображения (как радиолокационных, так и оптических диапазонов), полученные при помощи комплексов зондирования, отличаются потенциально высокой разрешающей способно-

стью, поэтому являются ключевым элементом современных и перспективных информационных систем. Одна из наиболее востребованных задач по обработке полученных изображений – распознавание объектов.

Цель работы – развить подход к построению многоканальной системы распознавания образов изображений современными комплексами зондирования на основе нейронных сетей с применением фрактальных сигнатур.

1. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ РАСПОЗНАВАНИЯ

В общем случае процесс распознавания состоит в том [3], что система распознавания на основе сопоставления апостериорной информации об объекте поступившей на вход системы, с априорным описанием классов принимает решение о принадлежности этого объекта (явления) к одному из классов. Правило, которое каждому объекту ставит в соответствие определенное наименование класса, называют решающим правилом [3, 4].

В общем смысле, распознавание изображений – это задача преобразования входной информации в выходную, которая представляет собой вывод о

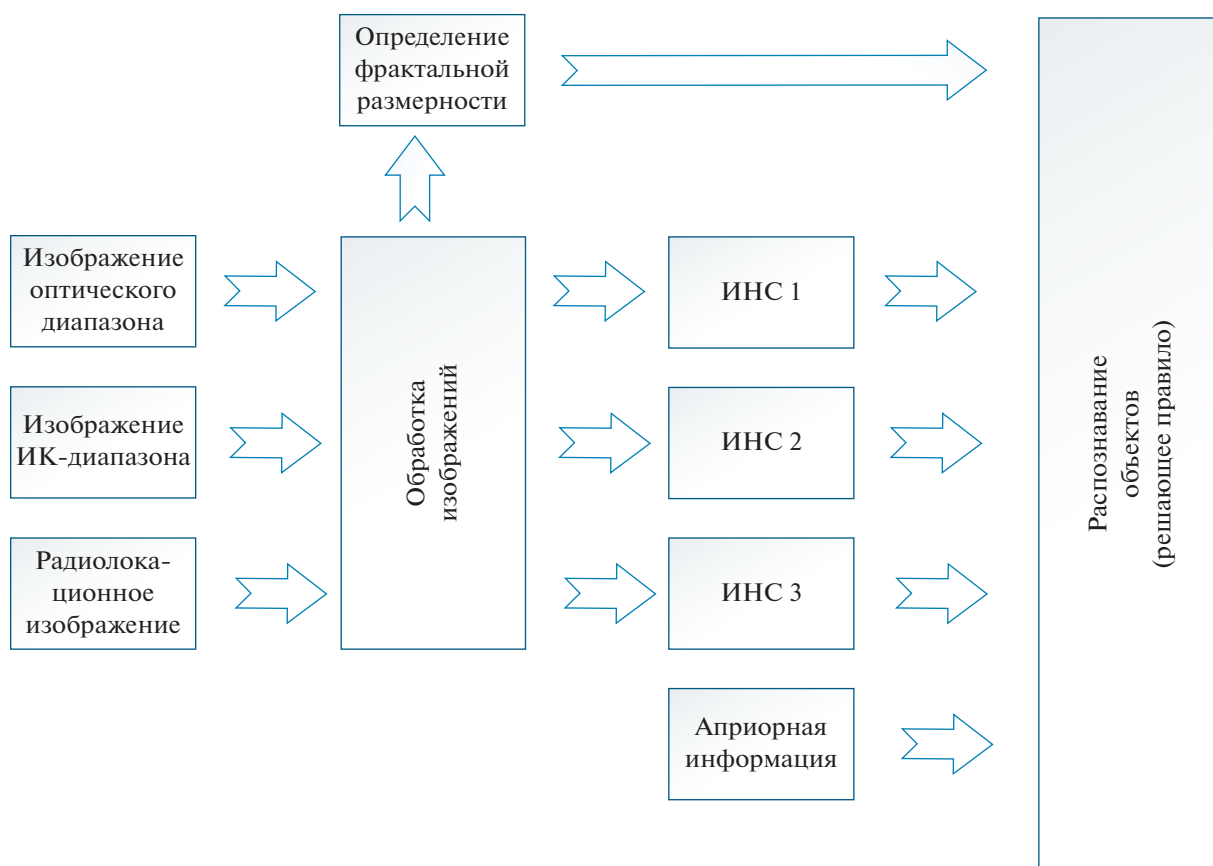


Рис. 1. Схема функционирования многоканальной системы распознавания.

том, к какому классу относится распознаваемый объект.

Общая постановка задачи распознавания объектов с обучением формулируется следующим образом [3].

На множестве объектов X задано конечное число подмножеств (классов) X_1, \dots, X_n . Имеется общая информация J_0 о принадлежности к классам множества объектов $X^0 \subset X$. Требуется указать определенный на множестве X алгоритм A , вычисляющий на основании информации J_0 для произвольного объекта $x \in X \setminus X^0$ результат, который можно интерпретировать в терминах принадлежности x к классам X_1, \dots, X_n . Для представления начальной информации J_0 в задаче распознавания объектов чаще всего применяют две модели: прецедентная (перечисление объектов с указанием их принадлежности к классам) и логическая (через предикаты, описывающие объекты и классы).

На практике одного вида информации (например, радиолокационной) недостаточно для уверенного распознавания объектов, поэтому для решения поставленной задачи часто применяют

комплексные системы распознавания, использующие в своей работе информацию от нескольких источников (каналов) [5–7]. Схема функционирования многоканальной системы распознавания представлена на рис. 1.

Кроме того, для повышения достоверности распознавания объектов могут использоваться априорная информация и дополнительные характеристики объектов, получаемые в ходе обработки данных, поступающих от различных источников.

При этом каждый вид изображения поступает на предварительную обработку перед поступлением на вход системы распознавания (например, на вход соответствующей искусственной нейронной сети (НС)). В качестве дополнительного перспективного признака, характеризующего объект в системе распознавания, является использование результатов *фрактального анализа* его изображения, например, оценки фрактальной размерности D . Результаты распознавания каждого вида изображений совместно с априорной информацией и результатом оценки фрактальной размерности (фрактальной сигнатуры) объектов поступают на вход блока решающего правила. Такой вариант построения системы позволяет обеспечить на-

дежное распознавание объектов независимо от условий, в которых получены изображения.

Таким образом, для реализации многоканальной системы распознавания объектов необходимо решение следующих задач:

- 1) обработка изображений;
- 2) применение ИНС для решения задачи распознавания объектов изображений;
- 3) выбор и разработка алгоритма определения фрактальной размерности D изображений объектов;
- 4) построение решающего правила.

2. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Пусть на вход системы распознавания поступает изображение S . Вследствие целого ряда факторов – влияние внешней среды (погодные условия, особенности освещения); искажения оптических элементов системы; искажения, вносимые аппаратной частью регистрирующей аппаратуры и др., данное изображение имеет вид, существенно отличающийся от идеального вида, пригодного для дальнейшей работы с ним [7].

Обозначим через $I = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$ множество искажений воздействующих на исходное (эталонное) изображение, каждый элемент которого в свою очередь представлен упорядоченным множеством вариантов реализации соответствующего искажения $I_k = \{i_{k1}, i_{k2}, \dots, i_{kM_k}\}$, где M_k – мощность множества I_k .

Тогда исходное изображение S может быть представлено в виде $S = \langle S_0 J \rangle$, где S_0 – исходное изображение эталонного вида (идеально пригодного для решения поставленной задачи), $J = \{j_{kr}\}$, $k = 1, 2, \dots, n$, $r = 1, 2, \dots, M_k$, – упорядоченное множество искажений, примененных к S_0 для получения S , а именно $S_0 \xrightarrow{J} S$.

В операторной форме данное преобразование запишется в виде

$$A_J S_0 = S, \tag{1}$$

где A_J – оператор, реализующий множество искажений J .

Обозначим через F – множество преобразований изображения, применяемых для нейтрализации искажений $F = \{F_1, F_2, \dots, F_N\}$, каждый элемент которого в свою очередь представлен упорядоченным множеством вариантов реализации соответствующего преобразования $F_m = \{f_{m1}, f_{m2}, \dots, f_{mL_m}\}$, где L_m – мощность множества F_m . Реализация каждого f_{nl} ($n = 1, 2, \dots, N$; $l = 1, 2, \dots, L_m$) требует расходования некоторого ресурса $d_t(f)$ системы ($t = 1, 2, \dots, T$), например, времени обработки изображения.

Тогда задача обработки изображений может быть сформулирована следующим образом [7–9]. Найти состав такого упорядоченного множества $P = \{f_{nl}\}$, $n = 1, 2, \dots, N$; $l = 1, 2, \dots, L_m$, что

$$S \xrightarrow{P} S_0 \tag{2}$$

при ограничениях

$$\sum_{f \in R} d_t(f) \begin{pmatrix} \leq \\ \geq \end{pmatrix} D_t, \quad t = 1, 2, \dots, T, \tag{3}$$

где T – количество видов ресурсов вычислительного комплекса, задействованных для обработки изображения, D_t – максимально (минимально) допустимое значение t -го ресурса.

При этом возможны следующие варианты В1–В4 при формализации задачи (2), (3).

В1. Известен состав и порядок следования элементов J . Известно эталонное изображение S_0 .

В2. Неизвестен состав J . Известно эталонное изображение S_0 .

В3. Известен состав и порядок следования элементов J . Неизвестно эталонное изображение S_0 .

В4. Неизвестен состав J . Неизвестно эталонное изображение S_0 .

Случай В1 является идеальным. Множество P для данного варианта реализует преобразования, обратные по конечному результату применения множества искажений J . В операторной записи

$$R_p = A_J^{-1}, \quad R_p S = S_0, \tag{4}$$

где R_p – оператор, реализующий множество преобразований P .

Задача (2), (3) в этом случае сводится к задаче дискретной оптимизации [10], методы решения которой хорошо изучены и апробированы.

На практике наиболее часто встречаются варианты В2–В4, при этом наиболее распространен В4.

По критерию Адамара задача корректна, если решение отвечает условиям [11]: У1 – существует, У2 – единственно, У3 – устойчиво.

Для вариантов В2–В4 условия У2 и У3 нарушаются. Можно утверждать, что в силу нарушения условия Адамара У3 нарушается и условие У2. В этом случае задача (2), (3) будет сводиться к классу некорректно поставленных задач [7, 8] из области реконструкции изображений. Тогда исходная некорректная задача порождает при ее решении множество других задач. В случае варианта В4 исходная задача некорректна в острой форме.

Для варианта В2 решаемой задачи потенциально возможным является построение регуляризирующих алгоритмов (операторов) с учетом априорной информации о S_0 . Решение задачи в этом случае может быть осуществлено итеративными методами решения некорректных задач [8, 11, 12].

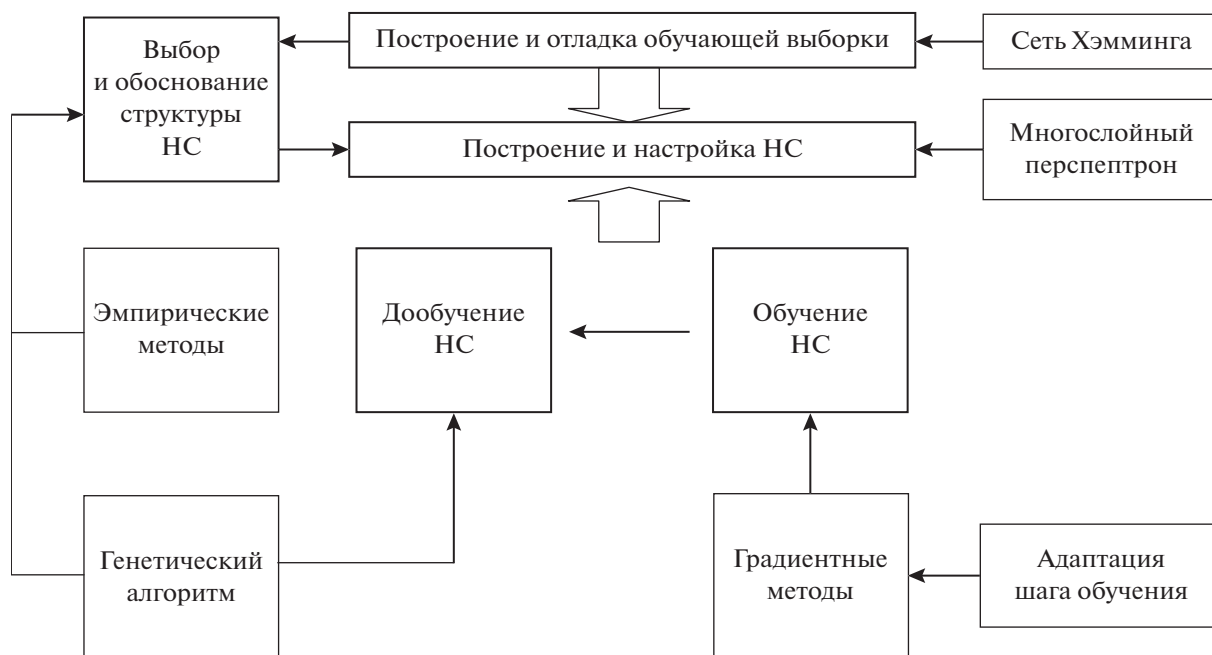


Рис. 2. Схема применения искусственных НС для распознавания объектов изображений.

При реализации вариантов В3 или В4, задача (2), (3) может сводиться к следующему виду. Необходимо найти состав такого упорядоченного множества, $P = \{f_{mt}\}$, $m = 1, 2, \dots, N$; $t = 1, 2, \dots, L_m$, что

$$S \xrightarrow{P} S'_0 \quad (5)$$

при ограничениях (3), где S'_0 – некоторое приближение к S_0 , позволяющее успешно производить с ним дальнейшие преобразования для решения поставленной задачи распознавания.

При этом

$$|S_0 - S'_0| = \delta \geq 0. \quad (6)$$

С учетом того, что для вариантов задачи В3 и В4 неизвестно эталонное изображение S_0 , количественно оценить качество получаемого решения не представляется возможным [11].

В общем случае для решения задачи в вариантах В3 и В4 применимы эмпирические методы и методы систем искусственного интеллекта [12, 13] (например, экспертные системы), а также структурно-ориентированные методы [7].

В частности, при структурно-ориентированном подходе для получения окончательного решения требуется [7]:

- уточнение и формализация понятия “совокупности преобразований” как “группы преобразований”;

- разработка конструктивных (статистических и теоретико-групповых) оценок для полей структурно-функциональных связей;

- установление однозначного соответствия между “смыслами” решений и группами преобразований.

3. ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБЪЕКТОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Результаты предварительной обработки изображений и выделения контуров поступают на вход искусственной НС. Обобщенная схема применения НС для решения задачи распознавания объектов представлена на рис. 2.

Необходимо решение следующих двух основных задач: 1) выбор и обоснования структуры искусственной НС; 2) выбор алгоритма обучения искусственной НС. При этом должны быть рассмотрены вопросы повышения эффективности данных алгоритмов, например, разработка схем адаптации для шага алгоритма обучения.

4. ФОРМИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ОБУЧАЮЩЕЙ ВЫБОРКИ

Для решения данных задач распознавания объектов изображений целесообразно применять хорошо апробированный аппарат сетей Хэмминга и многослойных искусственных НС с прямым распространением сигнала типа персептрон, а для решения непосредственно задачи распознавания объектов – применять многослойную искусственную НС. В качестве алгоритмов обучения воз-



Рис. 3. Фрагмент обучающей выборки.

можно применение градиентных методов поиска минимума функции ошибки [13, 14], например, метода обратного распространения ошибки и его модификаций, а также генетических алгоритмов [8, 14]. Для обеспечения эффективности методов обучения искусственной НС, основанных на градиентных процедурах, важно обеспечить рациональный выбор длины шага алгоритма.

Лучший выбор длины шага в методе обратного распространения ошибки в задачах распознавания объектов изображений – точная одномерная оптимизация функции ошибки вдоль вектора антиградиента [13, 14]. Для этого требуется найти минимум функции

$$E_1(\epsilon) = E \left(\frac{\nabla E(P)|_{P_0}}{|\nabla E(P)|_{P_0}} \epsilon + P_0 \right), \quad (7)$$

где P_0 – текущий вектор параметров, $\epsilon > 0$ – независимая переменная. Найденное значение

$$\epsilon_{\text{опт}} = \left\{ \begin{array}{l} \min E_1(\epsilon) \\ \epsilon \end{array} \right\} \quad (8)$$

даст требуемую длину шага на данной итерации.

Процесс настройки сети осуществляется на обучающей выборке. Обучающая выборка включает входные значения $X^0 = \{x^0\}$ и соответствующие им выходные значения $Y^0 = \{y^0\}$ набора данных и описывается множеством пар $\{(x^0, y^0)\}$. В ходе обучения НС находит некие зависимости выходных полей от входных. К обучающей выборке предъявляется требование репрезентативности. Вся информация, которую сеть имеет о решаемой задаче, содержится в обучающей выборке. Поэтому качество обучения сети напрямую зависит от количества примеров в обучающей выборке, а также от того, насколько полно эти примеры описывают данную задачу.

Для получения несмещенной оценки качества функционирования НС кроме обучающей исполь-

зуют тестовую (контрольную) выборку $\{(x^k, y^k)\}$. При этом, тестовая и обучающая выборки должны быть независимы, т.е.

$$\{(x^0, y^0)\} \cap \{(x^k, y^k)\} = \emptyset. \quad (9)$$

Оценку качества, сделанную по тестовой выборке, можно применить для выбора наилучшей модели искусственной НС. Однако тогда она может оказаться смещенной. Для получения несмещенной оценки выбранной модели НС приходится создавать третью выборку – проверочную (валидационную). Оценка качества обучающей выборки может проводиться с помощью сети Хэмминга [8].

Обучающая выборка должна быть по своему составу репрезентативной и непротиворечивой [8]. Пример фрагмента обучающей выборки для одного объекта представлен на рис. 3.

Примеры обработки изображений и результата распознавания объекта с применением обученной многослойной искусственной НС с прямым распространением сигнала представлены на рис. 4. Из данных рис. 4 видно, что использование методов предварительной обработки изображений и выделения контуров объектов позволяет обеспечить эффективное их распознавание обученной искусственной НС.

5. ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕКТОВ РАСПОЗНАВАНИЯ

Использование фрактальных методов обработки изображений позволяет разделять разные типы структур и объектов, таких как лесные массивы, фоновые изображения, объекты техники различного вида и назначения, взлетно-посадочные полосы и аэродромы, границы береговой линии рек и водных

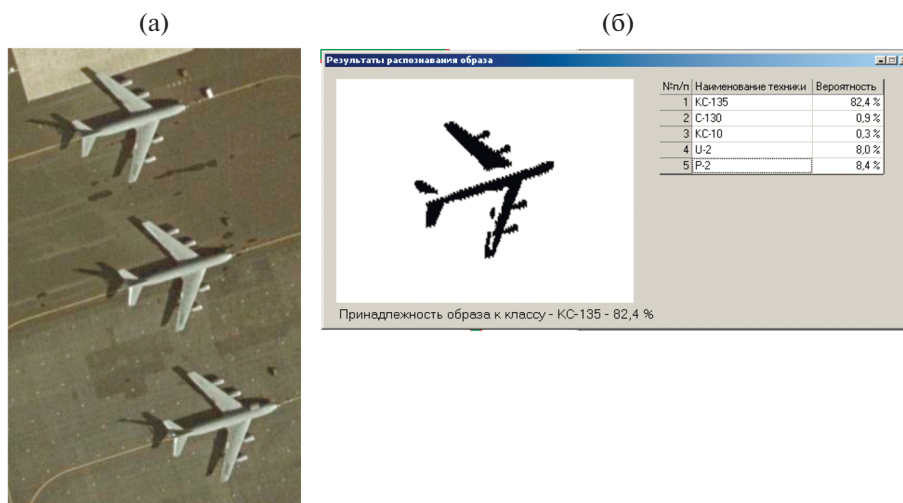


Рис. 4. Пример результата распознавания объекта с применением искусственной НС: а – исходное изображение, б – результаты обработки изображения и распознавания объекта.

бассейнов и территорий, подвергшихся воздействию различных факторов [15, 16].

Особенностью фрактальных методов является то, что при обработке изображений местности удается описать уникальность наблюдаемого объекта при помощи одного параметра – фрактальной размерности, что дает возможность осуществить предварительное автоматическое сегментирование анализируемого изображения путем выделения кластеров заданного диапазона значений фрактальных размерностей или участков фрактальной сигнатуры [15–19].

Под процессом фрактальной обработки понимается последовательное выполнение следующих этапов:

- 1) построение поля фрактальных размерностей изображения;
- 2) пороговая обработка поля фрактальных размерностей;
- 3) кластеризация изображения по полю фрактальных размерностей.

Наиболее широко применяются следующие способы оценки фрактальной размерности D при анализе изображений [15–19]: локально-дисперсионный метод; локально-дисперсионный метод с применением двумерного вейвлет-преобразования и метод на основе вычисления размерности Минковского.

Применение размерности Минковского для построения фрактального анализа изображений дает более грубую оценку фрактальных размерностей объектов. Однако данный метод является более простым в реализации [15].

Размерность Минковского – это один из способов задания фрактальной размерности D ограничен-

ного множества в метрическом пространстве, и она определяется следующим образом:

$$D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\lg N(\epsilon)}{-\lg \epsilon}, \quad (10)$$

где $N(\epsilon)$ – минимальное число множеств диаметра ϵ , которыми можно покрыть исходное множество.

Пример расчета фрактальной размерности изображения объекта представлен на рис. 5. Применение фрактальной размерности или фрактальной сигнатуры изображений объектов в качестве дополнительного параметра в системах распознавания объектов, как установлено впервые в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН еще в конце 80-х годов XX века [15, 16], позволяет обеспечить более высокую достоверность получаемых результатов.

6. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ВЫБОРА СОСТАВА ОБОРУДОВАНИЯ КОМПЛЕКСОВ ЗОНДИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАСПОЗНАВАНИЯ

Перечисленные выше задачи распознавания объектов являются ресурсоемкими и предъявляют достаточно жесткие требования к производительности средств обработки данных многоканальных комплексов зондирования. В общем случае при проектировании комплексов зондирования (КЗ) планируется их применение для достижения конечного числа целей F . При этом КЗ с применением бортового комплекта оборудования (БКО) решает множество задач Y , число которых $K = |Y|$. В соответствии с целями примене-

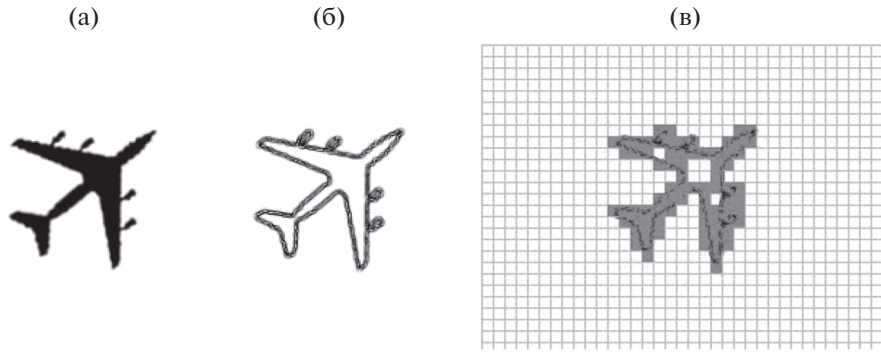


Рис. 5. Результат расчета фрактальной размерности D изображения объекта: а – исходное изображение; б – выделенный контур объекта; в – результат выполнения одного шага алгоритма метода на основе вычисления фрактальной размерности $D = 1.05$.

ния КЗ решаемые им задачи могут разбиваться на группы Y^f :

$$\bigcup_f Y^f = Y, \quad f = 1, 2, \dots, F.$$

В связи с тем что перечень оборудования, участвующий для решения всего круга задач Y , может быть очень обширен и для текущего варианта компоновки КЗ выходить за рамки накладываемых ограничений, целесообразно его разбивать на частные БКО, решающие отдельные группы задач или их совокупности [9].

Задача определения состава средств БКО может быть сформулирована следующим образом.

Пусть бортовой комплект оборудования содержит M элементов (фото- и видеокамеры, навигации, средств коммутации, обработки сигналов и т.п.), которые могут быть связаны в единый комплекс. Каждый i -й элемент БКО потенциально может быть реализован m_i вариантами. Совместимость элементов, входящих в БКО определяется единством используемых и реализованных технических и технологических решений, обеспечивающих взаимодействие элементов в процессе эксплуатации БКО (тип питания, тип шины данных и применяемых сетевых протоколов, а также протоколов обмена данными, радиоэлектронная совместимость, форм-фактор и т.п.).

Обозначим через z_i – номер выбранного варианта реализации i -го элемента БКО, $z_i = 1, 2, \dots, m_i$, $i = 1, 2, \dots, M$. Каждый z_i вариант i -го элемента БКО обладает рядом параметров, например: $p(z_i)$ – потребляемая мощность, $c(z_i)$ – стоимость, $r(z_i)$ – вес, $v(z_i)$ – объем.

Пусть для множества вариантов элементов БКО сформирован перечень характеристик совместимости G , удовлетворяющих техническому заданию, и определены значения каждой характеристики совместимости для каждого элемента

g_{ikjl} . Величина $g_{ikjl} = 1$, если j -я характеристика k -го варианта i -го элемента БКО соответствует ее l -му значению, и равна нулю – в противном случае: $j = 1, 2, \dots, J$, $i = 1, 2, \dots, M$, $k = 1, 2, \dots, m_i$; $l = 1, 2, \dots, L_j$, где $J = |G|$, L_j – число вариантов значений j -й характеристики, удовлетворяющих требованиям технического задания и реализуемых вариантами элементов БКО.

Полученный вариант построения БКО будет совместим по j -й характеристике, если будет выполнено следующее условие:

$$\prod_{i=1}^M g_{ikjl} \geq 1, \quad j = 1, 2, \dots, J; \quad l = 1, 2, \dots, L_j. \quad (11)$$

Вариант построения БКО будет полностью совместим, если

$$\prod_{j=1}^J \sum_{l=1}^{L_j} \prod_{i=1}^M g_{iz_i, jl} \geq 0. \quad (12)$$

Пусть в множестве решаемых задач Y задачи, связанные с распознаванием объектов, составляют группу $Y^p \subset Y$. Время выполнения каждой k -й задачи группы Y^p и $y_k \in Y^p$ на эталонной вычислительной системе с вычислительной мощностью h^0 составляет t_k^0 . Вычислительная мощность текущего варианта построения БКО составляет $h(z_i)$. Тогда время выполнения каждой k -й задачи группы Y^p на данном варианте построения БКО составит

$$t_k = t_k^0 \frac{h(z_i)}{h^0}. \quad (13)$$

По критерию минимума стоимости задача выбора состава аппаратных средств БКО может быть сформулирована следующим образом. Не-

обходимо определить такие значения переменных z_i ($i = 1, 2, \dots, M$), которые обеспечивают

$$\sum_{i=1}^M c(z_i) \rightarrow \min, \quad (14)$$

при ограничениях

а) на общее энергопотребление

$$\sum_{i=1}^M p(z_i) \leq P^{\text{доп}}, \quad (15)$$

б) на вес БКО

$$\sum_{i=1}^M r(z_i) \leq R^{\text{доп}}, \quad (16)$$

в) на занимаемый объем

$$\sum_{i=1}^M v(z_i) \leq V^{\text{доп}}, \quad (17)$$

г) на общую совместимость элементов варианта построения БКО

$$\prod_{j=1}^J \sum_{l=1}^{L_j} \prod_{i=1}^M g_{i z_j l} \geq 0, \quad (18)$$

д) на значение времени решения задач распознавания

$$t_k \leq T_k^{\text{доп}}, \quad k = 1, 2, \dots, |Y^p|, \quad (19)$$

е) на значения переменных

$$z_i = 1, 2, \dots, m_i, \quad i = 1, 2, \dots, M, \quad (20)$$

где $T_k^{\text{доп}}$ – допустимое значение времени выполнения k -й задачи, $P^{\text{доп}}$, $R^{\text{доп}}$, $V^{\text{доп}}$ – допустимые значения энергопотребления, веса и объема средств БКО соответственно.

Задача (14)–(20) относится к классу задач выбора состава комплекса технических средств, и для ее решения могут использоваться существующие методы [10]. Таким образом, комплексное решение представленных задач позволяет осуществить разработку обоснованных решений в области построения эффективных систем распознавания объектов в современных многоканальных комплексах зондирования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современные средства дистанционного зондирования Земли являются многоканальными, т.е. получающими изображения от различных источников и в различных диапазонах. Для подобных систем актуальной задачей является построение эффективной системы распознавания образов.

В работе предложен подход к построению многоканальной системы распознавания образов

изображений комплексами зондирования. Определен перечень задач, решаемых при построении системы распознавания объектов в комплексах зондирования в следующем составе: предварительная обработка изображений; определение эффективных схем применения искусственных НС для решения задач распознавания; применение дополнительных характеристик объектов для повышения эффективности системы распознавания; выбора состава оборудования комплексов зондирования для решения задач распознавания. Задача предварительной обработки изображений сформулирована в виде некорректно поставленной задачи. Для решения задачи распознавания контуров объектов изображений применены искусственные НС с прямым распространением сигнала. Рассмотрены варианты повышения эффективности алгоритмов обучения применяемых для решения задачи распознавания искусственных нейронных сетей. Для оценки качества обучающей выборки использована сеть Хэмминга. Эффективность применения искусственных НС для распознавания контуров объектов проверена экспериментально с использованием разработанного программного обеспечения. Для формирования дополнительной характеристики объектов применено значение фрактальной размерности D (фрактальной сигнатуры) изображений их контуров. Формализована задача оптимизации состава оборудования системы распознавания объектов по критерию минимума стоимости. Данная задача сведена к задаче выбора состава комплекса технических средств. Ее особенностью является наличие ограничения на совместимость средств, входящих в комплекс оборудования системы распознавания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бакланов А.И.* // Материалы XV науч.-техн. конф. “Системы наблюдения, мониторинга и дистанционного зондирования Земли”. Алушта: 2018. С. 43.
2. *Бакланов А.И.* // Материалы XIV науч.-техн. конф. “Системы наблюдения, мониторинга и дистанционного зондирования Земли”. Сочи: 2017. С. 32.
3. *Шут О.В.* // Информатика. 2012. № 3. С. 35.
4. *Шут О.В.* // Вестник БГУ. Сер. 1. 2014. № 1. С. 56.
5. *Акиншин Н.С., Румянцев В.Л., Мамон Ю.И., Болдин А.В.* Различение слабоконтрастных радиолокационных целей на фоне земной поверхности. Тула: Изд-во ТулГУ, 2006.
6. *Захаров И.Г.* Обоснование выбора. Теория практики. СПб: Судостроение, 2006.
7. *Есиков О.В., Сухарев Е.М., Алтухов А.В., Тарасов Е.А.* // Научное обеспечение технологий. 2011. № 4. С. 54.
8. *Андреев А.В., Есиков О.В., Мамон Ю.И. и др.* // Вестник Санкт-Петербург. гос. ун-та гражданской авиации СПб.: СПбГУГА. 2017. № 1. С. 131.

9. *Есиков О.В., Чернышков А.И., Фомичев М.Ю.* // Материалы XXXVIII Всерос. конф., посв. 75-летию Южно-Уральского гос. ун-та. М., 2018. С. 136.
10. *Алексеев О.Г.* Комплексное применение методов дискретной оптимизации. М.: Наука, 1987.
11. *Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягода А.Г.* Численные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1990.
12. *Бакушинский А.Б., Гончарский А.В.* Некорректные задачи. Численные методы и приложения. М.: Изд-во МГУ, 1989.
13. *Татузов А.Л.* Нейронные сети в задачах радиолокации. М.: Радиотехника, 2009.
14. *С. Хайкин.* Нейронные сети. М.: ИД Вильямс, 2006.
15. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. М.: Университетская книга, 2005.
16. *Потапов А.А.* Фракталы в дистанционном зондировании // Зарубеж. радиоэлектроника. Успехи совр. радиоэлектроники. 2000. № 6. С. 3.
17. *Потапов А.А.* // Тр. IV Всерос. научно-техн. конф. "РТИ системы ВКО-2016", посв. 100-летию НИИДАР и 70-летию РТИ им. академика А.Л. Минца (Москва, 02–03.06.2016). М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. С. 438.
18. *Потапов А.А.* // Вестник воздушно-космической обороны. 2018. № 2. С. 15.
19. *Потапов А.А.* // Сб. науч. работ к 65-летию создания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и 110-летию со дня рождения академика В.А. Котельникова / Под ред. Никитова С.А. М., 2018. С. 99.

**ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС
В РАДИОФИЗИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ**

УДК 537.86

**ТРАЕКТОРИИ ЗАРЯДОВ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ПУЧКЕ
С УЧЕТОМ ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ
И ВИХРЕВЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ**

© 2020 г. В. Б. Байбурина^а, А. С. Розов^{а, *}, В. П. Мещанов^б, С. Л. Чернышев^с^аСаратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А., ул. Политехническая, 77, Саратов, 410054 Российская Федерация^бНаучно-производственное предприятие “НИКА–СВЧ”, ул. Московская, 66, Саратов, 410012 Российская Федерация^сМосковский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, ул. 2-я Бауманская, 5, Москва, 105005 Российская Федерация

*E-mail: fog545@mail.ru

Поступила в редакцию 20.03.2019 г.

После доработки 20.03.2019 г.

Принята к публикации 19.04.2019 г.

Проведен анализ траекторий в цилиндрическом пучке с учетом переменной магнитной индукции и вихревых электрических полей. Показано что учет вихревых полей при моделировании стабилизирует траекторию.

DOI: 10.31857/S0033849420060042

Заряженные электронные пучки присутствуют во многих устройствах со скрещенными электрическими магнитными полями [1–4]. В работе [1] рассмотрены траектории зарядов с учетом неоднородного и переменного во времени магнитного поля в условиях наличия и отсутствия пространственного заряда. Показано, что траектория в этом случае хаотична как в случае наличия пространственного заряда, так и в его отсутствие. Однако, при этом не учитывалось влияние вихревых электрических полей, которые возникают под воздействием переменной магнитной индукции. В данной работе проведено моделирование траекторий зарядов в заряженном цилиндрическом пучке с учетом вихревых полей.

Моделирование проводилось применительно к схеме, показанной на рис. 1, где B_z – переменная во времени магнитная индукция, E_z – постоянное электрическое поле вдоль оси пучка, ρ – плотность зарядов в пучке.

Уравнения движения заряда применительно к схеме рис. 1, имеют вид

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \eta E_x + \eta B_z \dot{y}, & \ddot{y} &= -\eta E_y + \eta B_z \dot{x}, \\ \ddot{z} &= \eta E_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где E_x, E_y – составляющие электрических полей (полей пространственного заряда и вихревых по-

лей), $\eta = q/m_0$ – отношение заряда частицы к его массе.

Переменную во времени магнитную индукцию представим в виде

$$B_z = B_{0z} + \Delta B_z \sin(\omega t), \quad (2)$$

где B_{0z} – статическая магнитная индукция, ΔB_z – амплитуда изменения переменной компоненты

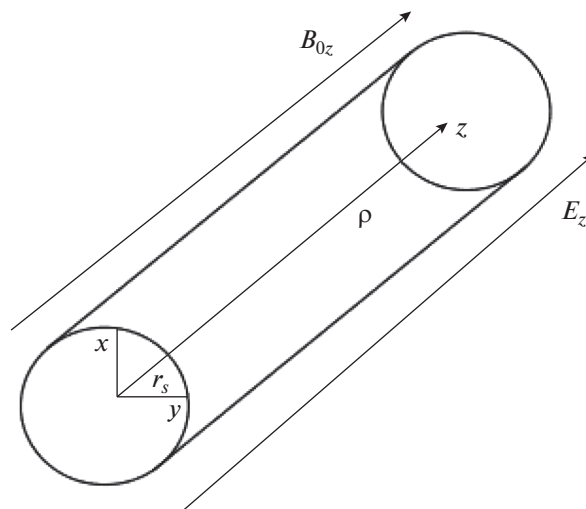


Рис. 1. Схема пучка.

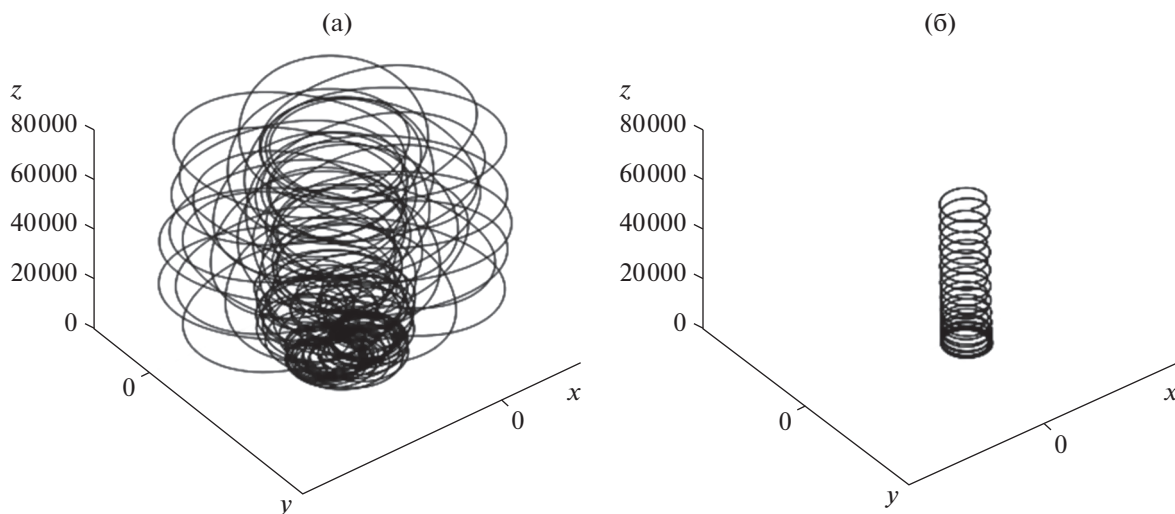


Рис. 2. Траектория заряда при $\omega = 0.5 \cdot \eta B_0$ без учета (а) и с учетом (б) вихревой составляющей.

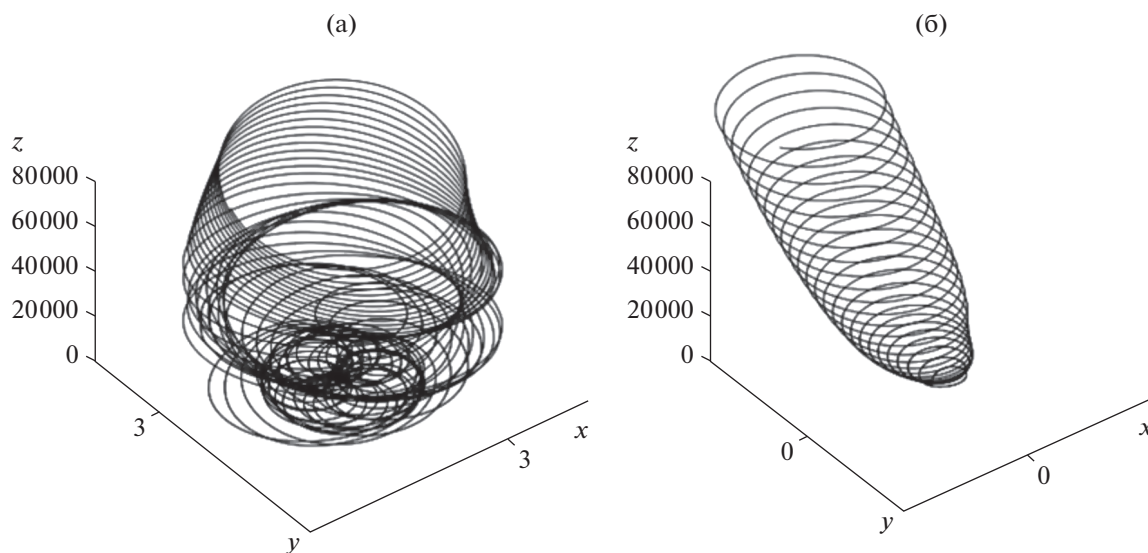


Рис. 3. Траектория заряда при $\omega = \eta B_0$ без учета (а) с учетом (б) вихревой составляющей.

магнитной индукции, ω – частота изменения переменной компоненты магнитной индукции.

Электрические поля E_x и E_y представляют собой сумму полей пространственного заряда (индексы x_s, y_s) и вихревых полей (индексы x_{φ}, y_{φ}):

$$E_x = E_{x_s} + E_{x_{\varphi}}, \quad E_y = E_{y_s} + E_{y_{\varphi}}. \quad (3)$$

Для составляющих поля пространственного заряда можно записать [1]:

$$E_{x_s} = \begin{cases} \frac{\rho r_s^2 x}{2\epsilon_0 r^2}, & r > r_s \\ \frac{\rho x}{2\epsilon_0}, & r < r_s \end{cases}, \quad E_{y_s} = \begin{cases} \frac{\rho r_s^2 y}{2\epsilon_0 r^2}, & r > r_s \\ \frac{\rho y}{2\epsilon_0}, & r < r_s \end{cases}, \quad (4)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

здесь r_s – радиус пучка, ϵ_0 – электрическая постоянная.

Вихревые поля определяются как [2]:

$$E_{x_{\varphi}}(x, y, t) = \begin{cases} y \Delta B_z \omega \cos(\omega t), & r < 2r_s \\ 0, & r > 2r_s \end{cases}, \quad (5)$$

$$E_{y_{\varphi}}(x, y, t) = \begin{cases} -x \Delta B_z \omega \cos(\omega t), & r < 2r_s \\ 0, & r > 2r_s \end{cases}.$$

Рассмотрим траектории с учетом плотности зарядов в пучке и при различных частотах изменения магнитного поля: $\omega = 0.5 \cdot \eta B_0$ и $\omega = \eta B_0$.

Система уравнений (1) решалась численно методом Рунге–Кутты IV порядка точности [3] в безразмерных единицах, нормировка величин описана в работе [1].

В расчетах примем следующие значения параметров:

$$E_z = 5, \quad B_{0z} = 1, \quad \Delta B = 0.5, \quad r_s = 1, \quad \rho = 1.$$

Рассмотрим траектории для случая $\omega = 0.5 \cdot \eta B_0$ (рис. 2). Как видно из траектории на рис. 2а, без учета вихревой составляющей траектория нерегулярна, носит хаотический характер, что подтверждается, как и в работе [1], соответствующим видом спектра мощности, и положительным значением показателя Ляпунова [4] ($\Lambda = 2.031$), а под действием вихревых полей (рис. 2б) траектория регулярна.

Рассмотрим траектории для случая $\omega = \eta B_0$ (рис. 3). Как видно из рис. 3а, начальная часть траектории носит хаотический характер, а затем характер траектории регуляризируется. Траекто-

рия заряда с учетом вихревой составляющей поля рис. 3б регулярна.

Таким образом, влияние вихревых электрических полей способствует регуляризации траекторий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розов А.С., Байбурин В.Б. // РЭ. 2014. Т. 59. № 9. С. 872.
2. Байбурин В.Б., Куцько П.П., Мещанов В.П., Розов А.С., Терентьев А.А. // Электромагнитные волны и электрон. системы. 2015. Т. 20. № 2. С. 77.
3. Турчак Л.И. Основы численных методов М.: Физматлит, 2003.
4. Анищенко В.С. Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. Фундаментальные основы и избранные проблемы. Саратов: Изд-во СГУ, 1999.

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОНИКИ
В БИОЛОГИИ И МЕДИЦИНЕ

УДК 535.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
В БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ МЕТОДАМИ
АКУСТООПТИЧЕСКОЙ ВИДЕОСПЕКТРОМЕТРИИ¹

© 2020 г. А. Б. Бурлаков^а, Д. Д. Хохлов^б, А. С. Мачихин^{б, *},
С. А. Титов^б, В. А. Ломонов^с, А. В. Виноградов^с

^аМосковский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
Ленинские горы, 1, Москва, 119991 Российская Федерация

^бНаучно-технологический центр уникального приборостроения РАН,
ул. Бутлерова, 15, Москва, 117342 Российская Федерация

^сФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН,
Ленинский просп., 59, Москва, 119333 Российская Федерация

*E-mail: machikhin@ntcup.ru

Поступила в редакцию 07.11.2019 г.

После доработки 15.11.2019 г.

Принята к публикации 20.11.2019 г.

Представлен разработанный измерительный стенд на основе микроскопа проходящего света с возможностью двойной акустооптической монохроматизации излучения, позволяющий регистрировать спектральные изображения высокого качества размером 1920 × 1200 пикселей в видимом диапазоне длин волн со спектральным разрешением 2.5 нм (на длине волны 632 нм). Продемонстрирована эффективность данного подхода и разработанного стенда на примере исследования эмбрионов вьюна *Misgurnus fossilis* при переходе с 32-й на 33-ю стадию их развития. Корректность полученных выводов подтверждена сравнением с результатами сопутствующего ультразвукового исследования. Проведен анализ временных зависимостей спектров пропускания шести различных пространственных областей эмбриона, в числе которых перивителлиновое пространство, головной и хвостовой отделы. Установлено, что данные зависимости имеют существенно различающийся характер и, в частности, могут быть использованы для неинвазивного контроля и анализа изменения функционального состояния эмбрионов при переходе с одной стадии развития на другую.

DOI: 10.31857/S0033849420070037

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время исследованию фундаментальных механизмов биологии развития посвящены многочисленные работы, поскольку изменения, происходящие в процессе развития от момента оплодотворения яйцеклетки до взрослого многоклеточного организма, делают актуальными множество вопросов, связанных с формированием сложнейшей многоуровневой постоянно усложняющейся системы. Широкое использование эмбрионов костистых рыб в токсикологических исследованиях подтверждает их значительный потенциал в качестве модельных объектов биологии развития и исследований функций генов позвоночных [1–3].

Использование эмбриональной модели при разнообразных исследованиях весьма перспективно, поскольку дает возможность анализировать функциональные особенности различных стадий (особенно начальных) эмбриогенеза, когда на коротком промежутке времени сосредоточено множество процессов, определяющих дальнейшую жизнедеятельность организмов (активное деление клеток, дифференцировка, морфогенез) [4, 5]. При этом даже самое незначительное воздействие на ранних этапах развития может повлечь за собой проявление различных отсроченных эффектов. Кроме того, эмбриональные модели имеют уникальные преимущества для исследования сохранности полноты генетической информации, которая может быть обнаружена только в раннем онтогенезе, так как многие важнейшие для сохранения популяции гены экспрессируются именно в этот период, а на начальном этапе эмбриогенеза происходит закономерная смена регуляторных механизмов генной экспрессии.

¹ Работа доложена на Третьей Международной молодежной конференции “Информационные технологии и технологии коммуникации: современные достижения” (Астрахань, 1–5 октября 2019 г.).

Для плодотворного исследования этих процессов, прежде всего, необходимы методы, позволяющие не нарушать жизнедеятельность живой постоянно усложняющейся биологической системы.

Ранее было показано, что значения окислительно-восстановительного потенциала, измеренные в воде на расстоянии 1...2 см от эмбрионов, четко коррелируют с процессами, происходящими в эмбрионе в процессе развития [6]. Это интегральный показатель, не дающий информации о пространственном распределении свойств и изменении структурно-функциональных перестроек, происходящих в эмбрионе в процессе развития. Для решения таких задач нужно использовать только прижизненные неинвазивные методы исследования. Одним из таких методов, позволяющих не нарушать жизнедеятельность живой постоянно усложняющейся биологической системы, является спектроскопия. Спектральные свойства эмбрионов существенно меняются под действием внешнего излучения, а контроль этих свойств может служить индикатором состояния и стадии развития [7, 8].

Развитием данных методов может стать видеоспектрометрия, позволяющая получать информацию о спектральных свойствах всех элементов эмбриона с высоким пространственным разрешением. Перспективным представляется использование видеоспектрометров на основе акустооптических (АО) перестраиваемых фильтров, обладающих высокой скоростью перестройки и допускающих произвольную спектральную адресацию. Ранее мы показали, что такой подход может быть использован для обнаружения гетерогенности внутри желтка у вьюна *Misgurnus fossilis* – рыбы, являющейся модельным объектом [9, 10]. Поскольку развитие эмбрионов вьюна происходит вне материнского организма во внешней среде, а защитные оболочки прозрачны в видимом диапазоне электромагнитных волн, наблюдение структурных преобразований может производиться с использованием оптических методов.

Цель данной работы – дальнейшее развитие описанного подхода. На примере вьюна *Misgurnus fossilis* показана эффективность метода при анализе процессов, проходящих в других структурах зародыша.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТЕНД

Спектральная АО-фильтрация основана на анизотропной дифракции светового пучка на фазовой дифракционной решетке, образованной в кристалле распространяющейся в АО-ячейке акустической волны [11]. АО-фильтрация имеет две особенности, которые используются для селекции излучения. Первая – “резонансный” характер спектральной зависимости, при котором

длина волны излучения λ , попадающего в резонанс (синхронизм), определяется периодом решетки Λ , т.е. частотой звука f :

$$\lambda \sim (V \Delta n) / f, \quad (1)$$

где V – скорость ультразвука, $\Delta n = n_e - n_o$, n_e и n_o – показатели преломления кристалла для необыкновенно и обыкновенно поляризованных волн. Вторая – изменение направления поляризации и направления распространения дифрагированной световой волны $|\vec{k}_d| = 2\pi n_e / \lambda$, что позволяет выделять ее поляризатором. Поэтому АО-фильтр, как правило, состоит из АО-ячейки и пары скрещенных поляризаторов. Излучение $|\vec{k}_i| = 2\pi n_o / \lambda$ с длиной волны λ , выделенное входным поляризатором и удовлетворяющее условию Брэгга $\vec{k}_d = \vec{k}_i + \vec{q}$, дифрагирует на акустической волне $|\vec{q}| = 2\pi / \Lambda$ в АО-ячейке с изменением плоскости линейной поляризации на ортогональную ($o \rightarrow e$ или $e \rightarrow o$) и отклонением направления распространения согласно [11]:

$$\theta_d = \frac{\lambda f}{2n_o V} \left(1 - \frac{V^2 (n^2(\theta_B) - n_o^2)}{\lambda^2 f^2} \right), \quad (2)$$

где θ_B – угол Брэгга. Недифрагированное излучение задерживается выходным поляризатором [12].

Аберрационные пространственно-спектральные искажения изображения, присущие АО-ячейкам [13], представляющие проблему для корректного сопоставления регистрируемых спектральных изображений и получения спектров в разных точках изображения, практически полностью компенсируются за счет последовательной фильтрации двумя идентичными АО-ячейками, развернутыми примерно на 180° и фильтрующих излучение различной поляризации [14].

Получение спектральных изображений микрообъектов является одним из основных применений перестраиваемых АО-фильтров [15–17]. Они используются для контрастной визуализации, флуоресцентной и рамановской спектроскопии, подчеркивания границ объектов и других задач. Как правило, для реализации режима спектральной визуализации АО-фильтр устанавливается в канал фото/видеорегистрации тринокулярного светового микроскопа [15]. Это наиболее удобное место, так как при этом не требуется изменения конструкции микроскопа и сохраняется возможность привычного наблюдения через окуляры. Такая концепция не позволяет реализовать одновременно два (широкополосный и спектральный) канала с обеспечением идентичных условий наблюдения (поле зрения, фокусировка и пр.), т.е. введения дополнительной оптической системы для их сопряжения. Поэтому была предложена иная концепция съемного видеоспектрометриче-

ского АО-модуля – размещение его между станиной и окулярной насадкой микроскопа. В этом случае сохраняются и используются все составные части микроскопа, включая цветную видеокамеру, и остается достаточно места для размещения сопрягающей ОС и видеоспектрометра даже на основе двойного АО-монохроматора, имеющего большую длину [16] (рис. 1).

Излучение от широкополосного источника 1 с помощью системы Келера, включающей линзовые компоненты 2 и 6, зеркало 4, полевую 3 и апертурную 5 диафрагму, фокусируется на объекте 8, расположенном на предметном столе 7. После прохождения света через исследуемый объект его изображение формируется микрообъективом 9. Элементы 1–9 представляют собой тринокулярный микроскоп проходящего света.

Часть широкополосного излучения отводится светоделителем 10 в видеоспектрометрический модуль. Остальное излучение фокусируется объективом 19 на матрице цветной видеокамеры 20. Видеоспектрометрический модуль состоит из последовательно расположенных сопрягающей оптической системы 11, поляризаторов 12, 14 и 15, расположенных между ними АО-ячеек 13 и 15, объектива 17 и монохромной видеокамеры 18. Таким образом, данный стенд наряду с визуальным наблюдением образца позволяет регистрировать широкополосное (цветное) изображение и серии спектральных монохромных изображений, необходимые для получения спектров пропускания в каждом пикселе. Сопрягающая система 11 необходима для обеспечения высококачественного изображения при работе микроскопа с микрообъективами с увеличением в диапазоне 4...20 крат [18]. Чтобы обеспечить возможность работы модуля с микрообъективами различного увеличения, в качестве объектива 17 используется вариофокальный объектив. АО-фильтр содержит две идентичные широкоугольные АО-ячейки из TeO_2 с углом среза $\gamma = 6^\circ$. Диапазон перестройки по спектру составляет 500...750 нм, спектральное разрешение 2.5 нм (на длине волны 632 нм). Управление видеокамерой 18 и АО-ячейками 13 и 15 осуществляется с помощью ПК через единый интерфейс USB.

Для измерения спектральной зависимости $I(\lambda)$ в каждом пикселе x, y -изображения необходимо обеспечить воспроизводимость значений длины волны λ , интенсивности I и координат x, y . Поэтому необходимо осуществлять спектральную, амплитудную и пространственную коррекцию [19] (рис. 2).

Спектральная калибровка осуществляется с помощью поверенного спектрометра. Результатом проведения спектральной калибровки является зависимость выделяемой длины волны λ от частоты ультразвука f , подаваемой на пьезопреобразова-

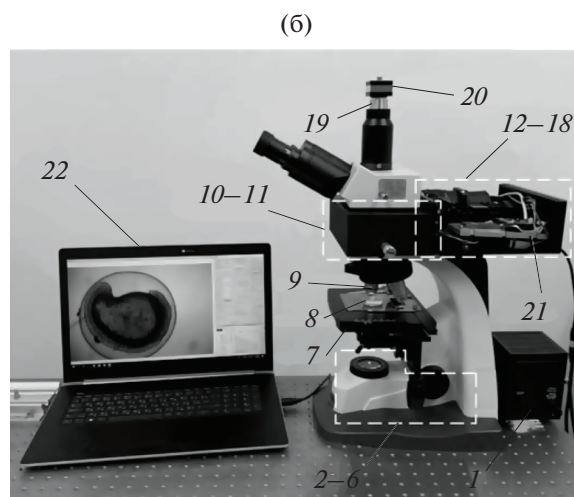
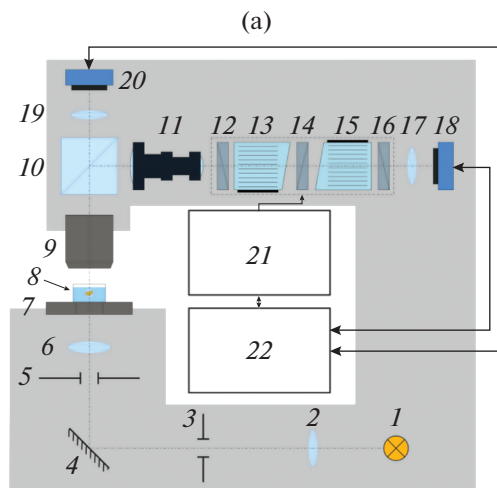


Рис. 1. Схема (а) и внешний вид (б) экспериментального стенда: 1 – широкополосный источник света, 2 – линза, 3 – полевая диафрагма, 4 – зеркало, 5 – апертурная диафрагма; 6 – конденсор; 7 – столик, 8 – исследуемый объект, 9 – микрообъектив, 10 – светоделитель куб, 11 – сопрягающая система, 12, 14, 16 – скрещенные поляризаторы, 13, 15 – идентичные АО-ячейки, 17, 19 – объективы, 18 – монохромная видеокамера, 20 – цветная камера, 21 – блок управления, 22 – ПК.

тели АО-ячеек, и от оптимальной акустической мощности P . Эта процедура позволяет получить перестроечную кривую $f(\lambda)$ АО-монохроматора и скорректировать неравномерность его дифракционной эффективности η по спектру [11]:

$$\eta(\lambda) \sim \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k(\lambda)l}{2\pi}\right), \quad (3)$$

где $\Delta k(\lambda)$ – волновая расстройка, l – длина акустооптического взаимодействия.

Амплитудная калибровка необходима для коррекции неоднородности освещения и виньетирования, она заключается в съемке серии спек-

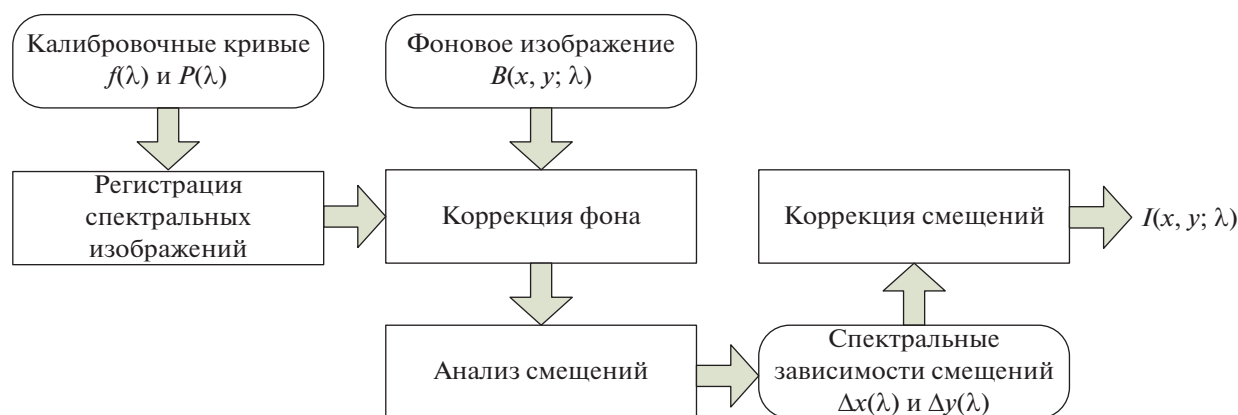


Рис. 2. Основные стадии обработки спектральных изображений.

тральных изображений фона $B(x, y; \lambda)$, на которые в процессе коррекции делаются изображения исследуемого объекта.

Смещения $\Delta x(\lambda)$ и $\Delta y(\lambda)$ благодаря двойной АО-монохроматизации возникают лишь за счет движения эмбриона в процессе исследования и устраняются с помощью корреляционных методов. Только после применения коррекции всех трех указанных факторов могут быть получены спектральные изображения $I(x, y; \lambda)$, по которым можно вычислять спектральные зависимости $I(\lambda)$ в произвольных пикселях.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Эксперименты проводились на эмбрионе выюна *Misgurnus fossilis* – классическом объекте биологии развития [9]. Самок, отловленных из природы, содержали в холодильнике при температуре 4...5°C. Для ускорения созревания самок применяли гормональную стимуляцию хорионическим гонадотропином при комнатной температуре, получение половых продуктов и искусственное осеменение проводили по стандартной методике. Оплодотворенные яйцеклетки тщательно промывали двумя порциями свежей воды. После этого часть зародышей (200 штук) размещали в термостате с температурой 17°C. Стадии развития определяли по таблицам нормального развития выюна [9]. Эмбрионы 32-й стадии развития тщательно промывали двумя порциями свежей воды, и последовательно каждый из них помещали в рабочую область АО-видеоспектрометра. Примерно в течение 1 часа с интервалом в 1 минуту проводили регистрацию изображений развивающегося эмбриона во время его перехода на 33-ю стадию развития.

Для оценки однородности функционального состояния эмбриона выюна были выделены шесть его локальных зон, а для коррекции неоднородности фона – две зоны вне икринки (рис. 3).

Одновременно с АО-видеоспектрометрией проводилось исследование зародышей апробированным в эмбриологии ультразвуковым методом, являющимся также неинвазивным и позволяющим визуализировать пространственное распределение упруго-вязкостных свойств объекта [20]. Для ультразвуковой визуализации выюна был использован высокочастотный ультразвуковой сканер с одиночным фокусирующим прямо-передающим преобразователем. Преобразователь излучает импульсную ультразвуковую волну, которая распространяется через иммерсионную среду с погруженным в нее объектом и фокусируется внутри него. Волна, рассеянная акустическими неоднородностями объекта, распространяется в обратном направлении и принимается тем же преобразователем. В приборе осуществляется растровое механическое сканирование преобразователя по поперечным координатам [21, 22]. В данной работе использовался фокусирующий ультразвуковой преобразователь с центральной частотой 50 МГц, относительной полосой частот 50% и полной угловой апертурой 40°. В соответствии с классическим критерием [23] поперечная разрешающая способность конфокальной системы формирования изображений с данными параметрами может быть оценена на уровне 30 мкм. Продольная разрешающая способность определяется длительностью ультразвукового импульса и составляет примерно 20 мкм.

Примеры ультразвуковых изображений эмбриона выюна представлены на рис. 4. Икринку помещали в иммерсионную ячейку ультразвукового сканера, наполненную природной водой. Для построения изображения записанный сигнал подвергали преобразованию Гильберта по временной переменной, и определяли его огибающую. Затем находили максимальное значение огибающей во временных воротах, и оно отображалось в зависимости от поперечных координат. Положение временных ворот соответствовало

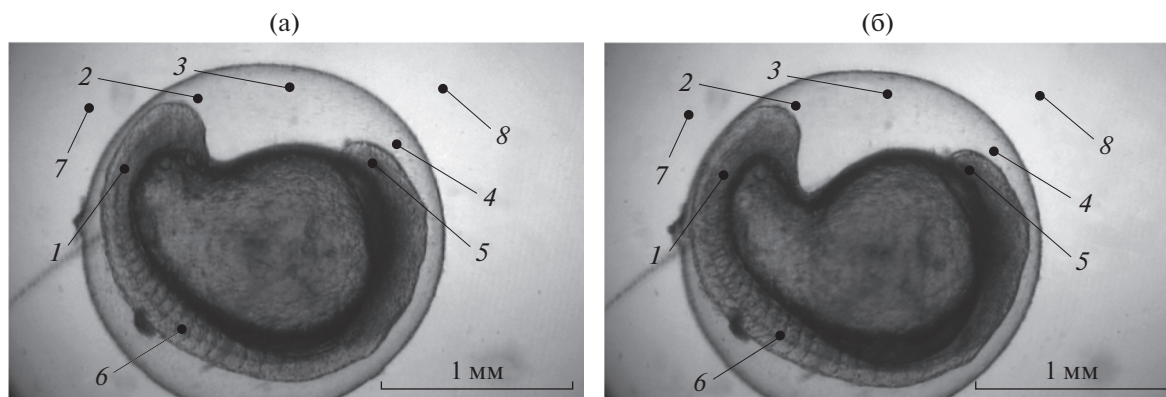


Рис. 3. Спектральные изображения (на длине волны 532 нм) эмбриона в начале эксперимента на 32-й стадии развития (а) и в конце эксперимента на 33-й стадии развития (б): 1 – недифференцированные сомиты, 2 – перивителлиновое пространство рядом с хвостовым отделом, 3 – перивителлиновое пространство, свободно расположенное над желтком в центральной его части, 4 – перивителлиновое пространство рядом с головным отделом, 5 – головной отдел, 6 – дифференцированные сомиты, 7 и 8 – области вне икришки.

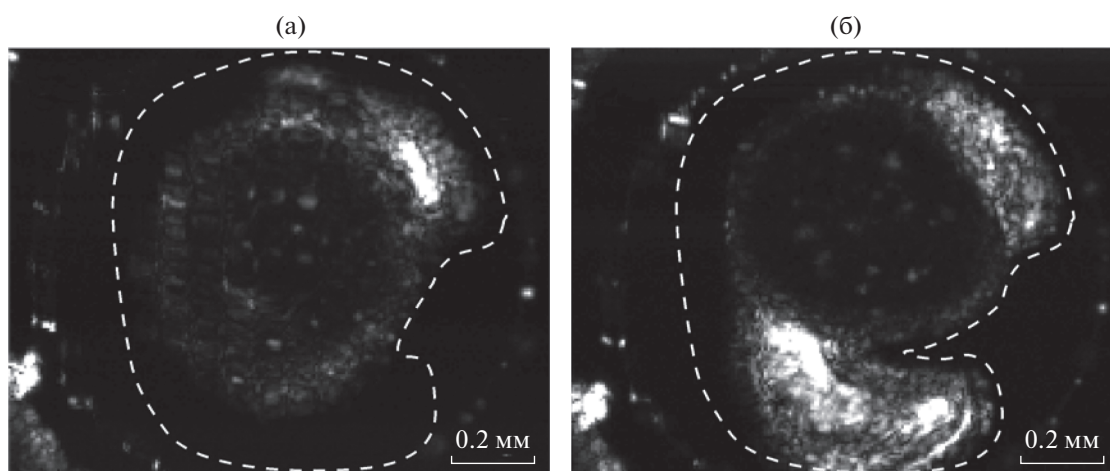


Рис. 4. Пример ультразвукового изображения эмбриона в начале эксперимента на 32-й стадии развития (а) и в конце эксперимента на 33-й стадии развития (б).

сигналам, приходящим из фокальной области преобразователя, а их длительность позволяла наблюдать на изображениях неоднородности, расположенные в слое толщиной 400 мкм. Ультразвуковой метод обеспечивает отчетливое наблюдение изменения структуры органов по мере развития эмбриона, в частности, рост хвостовой части и его отделение от желтка. Эти особенности характерны именно для 32–33-й стадий развития эмбриона выюна.

Ультразвуковой метод был использован в качестве дополнения к АО-видеоспектроскопии с целью подтверждения наличия объемных структурных преобразований, обнаруживаемых по изменению спектров пропускания и являющихся следствием биохимических процессов, происходящих на этих и более ранних стадиях развития [9].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 5 приведены нормированные спектры пропускания областей эмбриона, отмеченных на рис. 3, в начале (на 32-й стадии развития) и в конце (на 33-й стадии развития) эксперимента (в течение часового мониторинга). Именно в этот период в туловищной мезодерме наблюдается увеличение с 24 до 25...26 пар туловищных сомитов. Зародыш увеличивается в длину и хвостовой отдел начинает обособляться от туловищного отдела. Желток продолжает активно менять форму и становится более грушевидным, при этом наблюдается активное перемещение желточных гранул из хвостовой области в более центральные. В головном отделе зародыша начинается инвагинация передней стенки глазного бокала и происходит образование хрусталиковых плакод. Особо необходимо отметить, что если на 32-й стадии

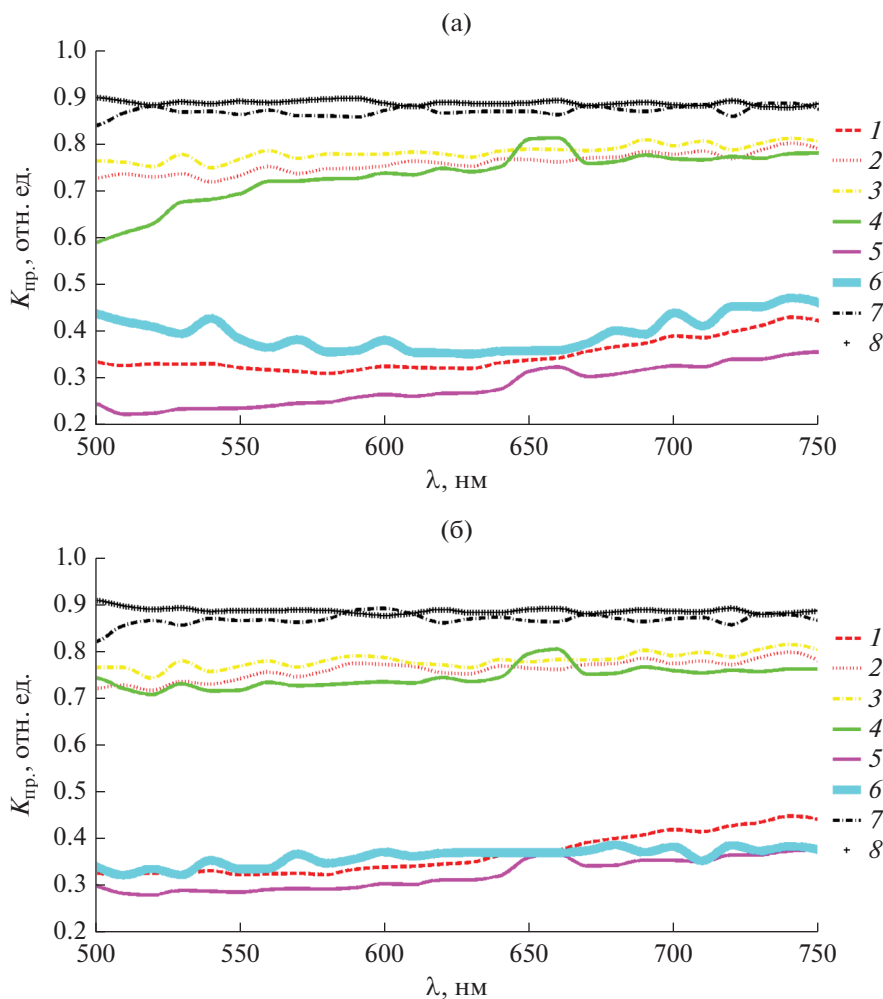


Рис. 5. Нормированные спектры пропускания $K_{\text{пр}}$ различных областей эмбриона в начале эксперимента на 32-й стадии развития (а) и в конце эксперимента на 33-й стадии развития (б); номера кривых соответствуют номерам областей, выделенных на рис. 3.

развития зародыш был еще неподвижен, то уже на 33-й стадии наблюдается начало движений у зародыша. При переходе от 32-й к 33-й стадии развития наблюдаются определенные изменения как в структуре головного, так и хвостового отделов зародыша, что видно из ультразвуковых изображений. Ранее нами было показано, что и в желточном мешке хорошо виден маркированный переход с 32-й на 33-ю стадию развития на 30-й минуте наблюдения [10]. Естественно, что возникающая на 30-й минуте наблюдения смена характера спектров указывает на важнейшую трансформацию в биосистеме, обусловленную, по-видимому, прежде всего, регуляторными особенностями центральной нервной системы (область головного мозга). Как было продемонстрировано (желток в области головного мозга), нестационарный характер кинетики оптического поглощения при длине волны 560 нм, возникающий на стадии перехода (32-я стадия), сме-

няется синхронной кинетикой изменения поглощения света при выбранных длинах волн, обусловленной началом двигательной активности (33-я стадия) [10].

В области головного отдела и прилегающего к нему перивителлинового пространства вокруг него имеется характерный пик на длине волны 660 нм (рис. 6). Полученные нами данные также свидетельствуют о повышенной активности головного отдела зародыша выюна и, соответственно, аналогичной области перивителлинового пространства и области воды вне икринки, что, по-видимому, может свидетельствовать об определенном обмене веществ между эмбрионом, перивителлиновым пространством и окружающей икринку водой. Такую связь эмбриона с окружающей средой подтверждают и полученные ранее данные измерений окислительно-восстановительного потенциала в воде, окружающей эмбрионы выюна

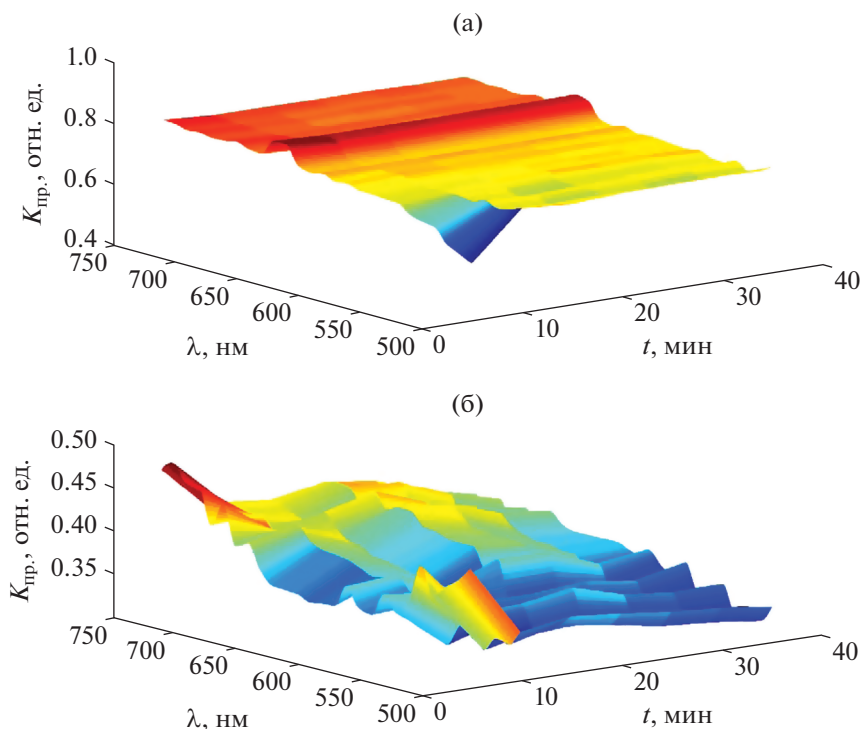


Рис. 6. Нормированные спектрально-временные зависимости пропускания области головного отдела (а) и дифференцированных сомитов (б).

[6, 24], которые показали тесную корреляцию между этим показателем и изменением функционального состояния зародышей на разных стадиях развития.

Интересно, что и область дифференцированных сомитов претерпевает значительные спектрально-временные изменения (см. рис. 6). Эти результаты могут быть сопряжены с целым комплексом процессов, происходящих в этот период на разных уровнях организации: от молекулярно-биохимических до цитологических, приводящих к целому ряду тонких дифференцировок. В сформированных сомитах происходят внутрисклеточные конформационные изменения, связанные, прежде всего, с дифференцировкой на дерматом, миотом и склеротом. Происходит прохождение ряда последующих дифференцировок, приводящих к образованию структурных элементов различных тканей: дерматом – соединительно-тканная основа кожи, миотом – поперечно-полосатая мускулатура, склеротом – скелет. Любое клеточное перемещение сопровождается изменением поляризации клетки, перераспределением лигандов, ионных каналов, изменением уровня свободно радикальных процессов и т.п. В конечном итоге все это и приводит к наблюдаемым значительным спектрально-временным изменениям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ показал, что АО-видеоспектроскопия позволяет неинвазивно получать данные, характеризующие специфику различных морфологических структур эмбриона. Проведенный мониторинг при переходе от 32-й к 33-й стадии развития эмбриона выюна показал, что в выбранных областях происходят пространственно-временные изменения спектров пропускания, что свидетельствует о различиях в биохимических процессах. Так, например, установлены характерные особенности спектров пропускания области дифференцированных сомитов, головного отдела и перивителлинового пространства вокруг него.

Разработанный видеоспектрометрический АО-стенд не только позволяет проследить определенную специфику ряда динамически развивающихся процессов на определенном временном промежутке эмбрионального развития выюна, но и дает возможность анализировать функциональные особенности различных стадий (особенно начальных) эмбриогенеза, когда на коротком промежутке времени сосредоточено множество процессов, определяющих дальнейшую жизнедеятельность организмов (активное деление клеток, дифференцировка, морфогенез). Показано, что видеоспектрометрия может применяться в качестве высокоточного неинвазивного способа оценки характеристик этих процессов.

Развитие описанного подхода может привести к более полному пониманию особенностей кинетики процессов, обеспечивающих развитие эмбрионов позвоночных, и позволит проследить координацию метаболических процессов при становлении самоорганизующейся биосистемы, что чрезвычайно важно для развития как фундаментальной, так и прикладной биомедицины.

СОБЛЮДЕНИЕ ЭТИЧЕСКИХ НОРМ

Все процедуры, выполненные в исследованиях с участием животных, соответствовали этическим стандартам учреждения, в котором проводились исследования, и утвержденным правовым актам Российской Федерации и международных организаций.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках госзадания НТЦ УП РАН. Разработка и изготовление АО-фильтра проводились в рамках госзадания ФНИЦ “Кристаллография и фотоника” РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Steenbergen P.J., Bardine N., Sharif F.* // *Chemosphere*. 2017. № 183. P. 147.
2. *Brox S., Ritter A.P., Küster E., Reemtsma T.* // *Aquatic Toxicology*. 2014. № 157. P. 134.
3. *Shirakashi R., Mischke M., Fischer P. et al.* // *Biochem. Biophys. Research Commun*. 2012. V. 428. № 1. P. 127.
4. *Жирмунский А.В., Кузьмин В.И.* Критические уровни в развитии природных систем. Л.: Наука, 1990.
5. *Jung G., Hug M., Halter C. et al.* // *BMC Biotechnology*. 2013. № 13. P. 53.
6. *Кузьмин В.И., Гадзаов А.Ф., Бурлаков А.Б. и др.* // *Технологии живых систем*. 2018. № 2. С. 35.
7. *Villamizar N., Vera L.M., Foulkes N.S., Sánchez-Vázquez F.J.* // *Zebrafish*. 2014. V. 11. № 2. P. 173.
8. *Wang R.Y., Zhang T., Bao Q., Rawson D.M.* // *European Biophysics J*. 2006. V. 35. № 3. P. 224.
9. *Костомарова А.А.* Объекты биологии развития. М.: Наука, 1975. С. 309.
10. *Бурлаков А.Б., Гадзаов А.Ф., Мачихин А.С., Хохлов Д.Д.* // *Биомед. радиоэлектроника*. 2019. № 2. С. 47.
11. *Goutzoulis A.P., Rape D.R.* Design and Fabrication of Acousto-Optic Devices. Boca Raton: CRC Press, 2004.
12. *Xu J., Stroud R.* Acousto-Optic Devices: Principles, Design, and Applications. N.Y.: Wiley, 1992.
13. *Machikhin A., Batshev V., Pozhar V.* // *J. Opt. Soc. Amer. A*. 2017. V. 34. № 7. P. 1109.
14. *Мачихин А.С., Пожар В.Э.* // *Квантовая электроника*. 2015. Т. 45. № 2. С. 161.
15. *Kutuza I., Pozhar V., Pustovoit V.* // *Proc. SPIE*. 2003. V. 5143. P. 165.
16. *Park B., Lee S., Yoon S.C. et al.* // *Proc. SPIE*. 2011. V. 8027. P. 802707.
17. *Li Q., He X., Wang Y. et al.* // *J. Biomed. Opt.* 2013. V. 18. № 10. P. 100901.
18. *Польщикова О.В., Мачихин А.С., Рамазанова А.Г. и др.* // *Оптика и спектроскопия*. 2019. Т. 126. № 2. С. 237.
19. *Мачихин А.С., Шурыгин А.В., Пожар В.Э.* // *ПТЭ*. 2016. № 5. С. 70.
20. *Szabo T.L.* Diagnostic Ultrasonic Imaging: Inside Out. A.: Elsevier Academic Press, 2004.
21. *Maev R.G.* Advances in Acoustic Microscopy and High Resolution Imaging: From Principles to Applications. N.Y.: Wiley, 2013. P. 49.
22. *Foster F.S., Zhang M.Y., Zhou Y.Q., et al.* // *Ultrasound in Medicine and Biology*. 2002. V. 28. № 9. P. 1165.
23. *Кайно Г.* Акустические волны. М.: Мир, 1990.
24. *Бурлаков А.Б., Кузьмин В.И., Гадзаов А.Ф. и др.* // *Онтогенез*. 2017. Т. 48. № 1. С. 28.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 621.382+621.391.822

ПРИРОДА ТОКОВ, ИНДУЦИРОВАННЫХ ИЗМЕНЕНИЯМИ ПАРАМЕТРОВ ОБРАЗЦА. ЕМКОСТНЫЕ И НЕЕМКОСТНЫЕ ТОКИ

© 2020 г. С. Г. Дмитриев*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190 Российская Федерация*

*E-mail: sgd@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 08.07.2018 г.

После доработки 08.07.2019 г.

Принята к публикации 28.07.2019 г.

В развитие идей теоремы Рамо рассмотрена природа токов во внешней цепи, возникающих при изменении параметров образца. Показано, что кроме токов, индуцированных движением зарядов в образце, и емкостных токов, возможны дополнительные. Приведены формулы и поясняющий пример, в котором при изменении параметров структуры токи во внешней цепи есть, хотя емкостные токи и индуцированные движением зарядов токи отсутствуют.

DOI: 10.31857/S0033849420060091

1. ТЕОРЕМА РАМО

Работа приборов в электронике определяется, как правило, движением зарядов в их активных частях. Поэтому формулы, описывающие связь между зарядами и токами в вакууме или в твердом теле (в полупроводниках и диэлектриках), с одной стороны, и токами, возникающими при этом во внешней цепи, – с другой, представляют особый интерес. Такие формулы, известные под названием теоремы Рамо (или Шоки–Рамо) [1, 2], рассматривались в ряде работ для различных применений [1–10]. Впервые вклад в ток от движущегося в вакууме одиночного заряда изучался в самом общем виде в работах [1, 2] в связи с дробовыми шумами в вакуумных электронных приборах. Эти результаты были обобщены и использованы для анализа работы вакуумных СВЧ-приборов во многих статьях и монографиях (см., например, [3–6] и цитированную там литературу). Применения к структурам с диэлектриками предложены в работах [7–9] для описания датчиков жесткого излучения [7–10]. Вопросы диагностики структур металл–диэлектрик–полупроводник (МДП), интегральных схем и анизотропных образцов рассматривались в работах [11–15].

Отметим, что при классическом рассмотрении движения отдельных электронов в рамках теоремы Рамо на электродах согласно теории индуцируются дробные заряды. Необходимы обобщения на одноэлектронный и вообще на квантовый случаи.

В наиболее общем виде для некоторой твердотельной структуры с N металлическими электродами и протекающими в ней токами теорема Ра-

мо выражается следующим равенством [3, 4] (см. также [15]):

$$\sum_{k=1}^N \Phi_k^{(1)} I_k = \iiint (\vec{E}^{(1)} \cdot \vec{j}_n) dV, \quad (1)$$

где $\vec{j}_n(t, \vec{r})$ – плотность полного тока, определяемая известной формулой:

$$\vec{j}_n = \vec{j} + \partial \vec{D} / \partial t, \quad (2)$$

$\vec{j}(t, \vec{r})$ – плотность конвективного тока, $\vec{D}(t, \vec{r})$ – электрическая индукция, которая в отсутствие спонтанной поляризации равна

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j, \quad (3)$$

$\epsilon_{ij}(t, \vec{r})$ – тензор диэлектрической проницаемости (по одинаковым тензорным индексам здесь и далее предполагается суммирование), $E_j(t, \vec{r})$ – электрическое поле, $\vec{E}^{(1)} = -\text{grad}\phi^{(1)}$, $\phi^{(1)}(t, \vec{r})$ – соответственно электрическое поле и его потенциал, $\Phi_k^{(1)}(t)$ – потенциал k -го электрода ($k = 1, 2, \dots, N$) из некоторой вспомогательной задачи (которую мы уточним ниже), I_k – ток, втекающий в k -й электрод из внешней цепи, определяемый равенством

$$I_k = \partial Q_k / \partial t - i_k, \quad (4)$$

где i_k – ток, втекающий из рассматриваемой области в k -й электрод:

$$i_k = -\iint_{S_k} (\vec{j} \cdot \vec{n}) dV, \quad (5)$$

Q_k – заряд k -го электрода, равный

$$Q_k = \iint_{S_k} (\vec{D} \cdot \vec{n}) dV, \quad (6)$$

S_k – поверхность k -го электрода, \vec{n} – внешняя нормаль к ней.

Полезную формулу для тока на отдельный (α -й) электрод можно получить, выбирая вспомогательную задачу с $\Phi_k^{(1)} = 0$ при $k \neq \alpha$ и $\Phi_\alpha^{(1)} = \Phi_0 = 1$ В [9, 10]. Тогда из (1) следует:

$$\Phi_0 J_\alpha = \iiint (\vec{E}^{(1\alpha)} \cdot \vec{j}_n) dV, \quad (7)$$

где $\vec{E}^{(1\alpha)}$ – поле во вспомогательной задаче в рассматриваемом случае.

Обычно теорему Рамо понимают в более узком смысле, удерживая в правых частях формул (1) и (7) только конвективные токи:

$$\Phi_0 J_\alpha^{(k)} = \iiint (\vec{E}^{(1\alpha)} \cdot \vec{j}) dV, \quad (8)$$

($J_\alpha^{(k)}$ – вклад во внешний ток на α -й электрод от конвективных токов в образце), или даже, как это делалось в первых работах, рассматривая движение только одного точечного заряда [1, 2].

Для вывода обсуждаемых формул можно использовать интеграл

$$J_1 = -\iiint \operatorname{div}(\varphi^{(1)} \vec{j}_n) dV, \quad (9)$$

где интегрирование проводится по всему пространству, за исключением металлических электродов. Искомые формулы получаются отсюда с помощью формул векторного анализа и равенства $\operatorname{div} \vec{j}_n = 0$ (предполагается также, что поверхностный интеграл по бесконечности равен нулю). Вспомогательная задача должна содержать те же электроды, что и в основной задаче, а поле в ней должно быть потенциальным (чтобы обеспечить постоянство потенциала на поверхностях электродов). Обычно в качестве вспомогательной рассматривается та же задача (в той же среде), но без зарядов и токов в образце. Временные изменения параметров вспомогательной задачи должны быть достаточно медленными, чтобы не нарушать потенциальность. В задачах диагностики, например, используются квазистационарные режимы. Поле же в исследуемой (основной) задаче может и не быть потенциальным.

Однако токи во внешней цепи индуцируются не только конвективными токами, но и (см. формулы (1) и (2)) изменениями индукции, включая изменения спонтанной поляризации, тензора диэлектрической проницаемости, включая и изменения ориентаций осей тензора (см. формулы в [11, 13, 15]). Изменения поляризации имеют ту же природу, что и конвективные токи, а токи, связанные с изменениями второй части индукции

(см. (3)), относят обычно к токам емкостной природы. В книгах по электронике можно найти много конкретных примеров на этот счет (см., например, [16–18]). Однако возникает вопрос, верно ли это в общем случае. Это рассматривается в следующих разделах.

2. ЕМКОСТНЫЕ ТОКИ

Рассмотрим сначала вопрос о точности. Вернемся к равенствам (4)–(6), описывающим сохранение заряда в k -м электроде. Сохранение заряда здесь обеспечивается равенством нулю потока полного тока \vec{j}_n через поверхность электрода (что в свою очередь, связано с равенством $\operatorname{div} \vec{j}_n = 0$ и, следовательно, с обращением в нуль объемного интеграла, в который преобразуется с помощью теоремы Остроградского–Гаусса поверхностный интеграл). Следовательно, соотношение (4) выполняется строго, если поверхность интегрирования охватывает весь электрод, кроме его контактов с подводными зарядными проводниками (поверхность S_k), через которые и проходит в электрод ток I_k . Но тогда не выполняется уравнение (6) (хотя неточность, конечно, мала). Это можно подправить с помощью формального приема, проводя дополнительно в интегралах с $\partial \vec{D} / \partial t$ в области контактов две совпадающие геометрически поверхности (но с противоположными внешними нормальными), дополняющие поверхности S_k до полных. Тогда в левой части уравнения (1) появятся дополнительные слагаемые, но другого вида, так как поверхности проводов неэквипотенциальны. В пренебрежении неэквипотенциальностью электроды со сквозными токами (и непроницаемыми для зарядов поверхностями) дают, очевидно, нулевой вклад в левую часть (1).

Однако уравнение (7) для тока на отдельный электрод можно получить только для уединенного электрода. В первых работах [1, 2] и была предложена модель с разьединенными электродами, в рамках которой индуцированные заряды на электродах определялись при различных положениях неподвижного точечного заряда. Токи получались путем дифференцирования координаты заряда по времени. Вопрос же о влиянии подвода заряда не обсуждался.

В связи с этим отметим, что модель с изолированными электродами можно использовать только во вспомогательной задаче (не трогая основную). Левая часть уравнения (8) и в этом случае будет не точной (из-за проводов). Но влияние проводов обычно мало. В пренебрежении эффектами такого рода можно выделить емкостные токи, определив с этой целью и сами емкости отдельных

электродов. Необходимо также, чтобы поле в основной задаче было потенциальным. Тогда

$$I_\alpha = \iiint E_i^{(\alpha)} \left(j_i + \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} E_j \right) dV + \sum_{k=1}^N C_k^\alpha \frac{\partial \Phi_k}{\partial t}, \quad (10)$$

$$E_i^{(\alpha)} = E_i^{(1\alpha)} / \Phi_0, \quad (11)$$

$$C_k^\alpha = Q_k^{(1\alpha)} / \Phi_0, \quad (12)$$

где Φ_k – потенциалы электродов в основной задаче, $E_i^{(\alpha)}$ – вспомогательное нормированное поле, $Q_k^{(1\alpha)}$ – заряд k -го электрода в вспомогательной задаче в рассматриваемом случае, C_k^α – коэффициенты емкости (при $\alpha = k$) и коэффициенты электростатической индукции (при $\alpha \neq k$) (см., например, [19]). Мы предполагаем здесь также, что заряды и поляризация в образце во вспомогательной задаче отсутствуют, а тензор диэлектрической проницаемости симметричен ($\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$). Более общее рассмотрение этого вопроса представлено в [15].

Отметим, что в уравнении (10) кроме емкостного слагаемого (последнее слагаемое в правой части (10)) и индуцированных движением зарядов в образце токов (первое слагаемое под интегралом) присутствует еще одно слагаемое с производной $\partial \varepsilon_{ij} / \partial t$ (второе под интегралом). Это и не удивительно: ведь изменения емкости тоже индуцируют токи, а емкость конденсатора, например, зависит от диэлектрической проницаемости. Поэтому возникает вопрос – не связано ли обсуждаемое слагаемое с изменениями емкостей. Интересующая нас здесь формула (при тех же предположениях и с теми же замечаниями, что и выше) имеет вид

$$I_\alpha = \sum_{k=1}^N \frac{\partial}{\partial t} (C_k^\alpha \Phi_k) + \iiint \left\{ E_i^{(\alpha)} j_i - \frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t} \varepsilon_{ji} E_j \right\} dV \quad (13)$$

(подробнее см. в [20]). Здесь слагаемое

$$I_{\alpha 1} = \iiint (E_i^{(\alpha)} j_i) dV \quad (14a)$$

описывает вклад от конвективных токов в образце. Слагаемое

$$I_{\alpha 2} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial}{\partial t} (C_k^\alpha \Phi_k), \quad (14b)$$

обычно тоже относят к емкостным токам (см., например, [17]), хотя токи здесь связаны не только с изменениями потенциалов электродов (традиционный вклад), но и с изменениями емкостных коэффициентов, которые зависят в том числе и от диэлектрической проницаемости (явная зависимость токов от изменений тензора диэлектрической проницаемости представлена в [15]). Если емкостные коэффициенты зависят только от по-

тенциалов электродов, то можно ввести более привычные понятия дифференциальных емкостей $C_{k,d}^\alpha$, определяемых следующим равенством:

$$C_{k,d}^\alpha = C_k^\alpha + \sum_{j=1}^N \Phi_j \frac{\partial C_j^\alpha}{\partial \Phi_k}. \quad (14в)$$

Тогда (14b) принимает вид

$$I_{\alpha 2} = \sum_{k=1}^N C_{k,d}^\alpha (\partial \Phi_k / \partial t). \quad (14г)$$

Однако, как видно из (13), дополнительное слагаемое к емкостным и индуцированным движением зарядов токам (второе слагаемое в правой части под интегралом), хотя и другого вида, все равно остается:

$$I_{\alpha 3} = \iiint \left(-\frac{\partial E_i^{(\alpha)}}{\partial t} \varepsilon_{ji} E_j \right) dV. \quad (15)$$

В следующем разделе рассматривается пример, в котором возникают такие токи (т.е. токи неемкостного характера).

3. НЕЕМКОСТНЫЕ ТОКИ

Рассмотрим одномерную структуру с двумя смежными диэлектриками с относительными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 и с двумя полубесконечными металлами, контактирующими с этими диэлектриками. Толщина диэлектриков $d/2$. Ось Ox направим от первого диэлектрика ко второму, начало координат поместим на контакте первого диэлектрика с металлом. Если теперь поверхностная плотность заряда на границе второго электрода $\sigma_0 > 0$ при $x = d$, то

$$\sigma_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_1 E_1, \quad (16)$$

где ε_0 – диэлектрическая постоянная вакуума, а $E_1 > 0$ и $E_2 > 0$ – амплитуды электрических полей в первом и втором диэлектрике соответственно (поверхностная плотность заряда на границе с первым электродом равна $-\sigma_0$). Тогда (как видно из (16)) потенциал второго электрода $\varphi(d) = \varphi_0 > 0$ относительно первого электрода равен

$$\varphi_0 = \sigma_0 / C, \quad (17)$$

где

$$C = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2}{d(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \quad (18)$$

– емкость структуры на единицу площади (потенциал первого электрода равен $\varphi(0) = 0$). Добавим далее на границу между диэлектриками ($x = d/2$) отрицательный заряд с поверхностной плотностью $-\sigma_1 < 0$. Если потенциалы электродов при этом неизменны, то добавленный заряд индуцирует на первом и втором электродах дополнитель-

ные положительные заряды σ_{11} и σ_{12} соответственно:

$$\sigma_{11} = \frac{\varepsilon_1 \sigma_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{\sigma_1 C d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_2}, \quad (19a)$$

$$\sigma_{12} = \frac{\varepsilon_2 \sigma_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} = \frac{\sigma_1 C d}{2\varepsilon_0 \varepsilon_1}. \quad (19b)$$

При этом сохраняется электронейтральность:

$$\sigma_{11} + \sigma_{12} = \sigma_1. \quad (19b)$$

Изменения диэлектрических проницаемостей приводят к изменению емкости построенной структуры, которое описывается следующей формулой:

$$\frac{\delta C}{C} = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \left(\frac{\delta \varepsilon_1}{\varepsilon_1^2} + \frac{\delta \varepsilon_2}{\varepsilon_2^2} \right). \quad (20)$$

Отсюда следует, что емкость остается неизменной, когда

$$\frac{\delta \varepsilon_1}{\varepsilon_1^2} = -\frac{\delta \varepsilon_2}{\varepsilon_2^2}. \quad (21)$$

Если это условие выполняется, то изменение плотности заряда σ_{12} описывается выражением

$$\frac{\delta \sigma_{12}}{\sigma_{12}} = -\frac{\delta \varepsilon_1}{\varepsilon_1}. \quad (22)$$

Напомним, что при постоянных емкости C и потенциале φ_0 не меняется также и плотность заряда σ_0 . Тогда изменение полной плотности заряда $\Sigma_2 = \sigma_0 + \sigma_{12}$ на втором электроде сводится к $\delta \Sigma_2 = \delta \sigma_{12}$ и может быть отлично от нуля, если выполняется условие (21) (при этом обсуждаемое изменение заряда на электроде обеспечивается токами из внешней цепи). Но если емкость и потенциал постоянны, то емкостных токов нет. Отсутствуют здесь и токи, обусловленные движением зарядов в образце (так как нет движения).

Таким образом, поясняющий пример с неемкостными токами построен: а именно описана структура с изменяющимися параметрами, в которой емкостные токи и токи, индуцированные движением зарядов в образце, отсутствуют, а ток во внешней цепи все же есть. Результаты этого раздела можно получить и более формальным образом с помощью формул общей теории из предыдущего раздела (см. формулы (13)–(15)).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализированы условия применимости теоремы Рамо и ее обобщений. Рассмотрена природа токов, возникающих при изменении параметров образца. Показано, что кроме емкостных токов и индуцированных движением зарядов токов возможны токи иной природы. Приведен поясняющий пример с токами неемкостного характера. Дополнительные токи могут сопутствовать, например, физическим процессам в образце, которые сопровождаются изменениями диэлектрической проницаемости (структурные изменения, фазовые переходы, химические реакции и т.д.). Их изучение полезно при диагностике процессов в электронных приборах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shockley W. // J. Appl. Phys. 1938. V. 9. № 10. P. 635.
2. Ramo S. // Proc. IRE. 1939. V. 27. № 9. P. 584.
3. Beck A.H.W. Thermionic Valves: Their Theory and Design. Cambridge: Cambridge University Press, 1953.
4. Jen C.K. // Proc. IRE. 1941. V. 29. P. 345.
5. Gabor D. // J. Inst. Electr. Engrs. 1944. V. 91. Pt. 3. № 15. P. 128.
6. Гвоздовер С., Лопухин В. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1946. Т. 10. № 1. С. 29.
7. Cavalleri G., Fabri G. et al. // Nucl. Instr. Meth. 1963. V. 21. P. 177.
8. Cavalleri G., Gatti E. // Nucl. Instr. Meth. 1971. V. 92. P. 137.
9. He Z. // Nucl. Instr. Meth. 2001. V. A463. № 1–2. P. 250.
10. Tavernier S. Experimental Techniques in Nuclear and Particle Physics. London: Springer, 2010.
11. Дмитриев С.Г. // ФТП. 2009. Т. 43. № 6. С. 854.
12. Дмитриев С.Г. // ФТП. 2011. Т. 45. № 2. С. 192.
13. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2012. Т. 57. № 11. С. 1229.
14. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2013. Т. 58. № 9. С. 983.
15. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1115.
16. Бонч-Бруевич В.Л., Калашиков С.Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
17. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984.
18. Nicollian E.R., Brews J.R. MOS (Metal-Oxide-Semiconductor) Physics and Technology. N.Y.: J. Wiley & Sons, 1982.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
20. Дмитриев С.Г. // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 926.