СОДЕРЖАНИЕ

Том 56, Номер 1, 2022

Вращательная динамика и эволюция спутников планет Солнечной и экзопланетных систем
А. В. Мельников, И. И. Шевченко 3

Моделирование фотодиссоциации водяного пара в сезон пылевых бурь на Марсе
Д. С. Шапошников, А. С. Медведев, А. В. Родин 27

Коллокационный интегратор Lobbie в задачах орбитальной динамики
В. А. Авдюшев 36

Модифицированные в рамках негауссовской каппа-статистики интегральные теоремы равновесия Чандрасекхара для сферически симметричного облака протозвезды
А. В. Колесниченко 47

Метеорный комплекс δ-Канкриды
М. Г. Соколова, В. С. Усанин 59

Краткие сообщения

Особые группы потенциально опасных астероидов
А. В. Девяткин, В. Н. Львов, С. Д. Цекмейстер 68

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 1, с. 3–26

УДК 521.1,521.16,523.4

ВРАЩАТЕЛЬНАЯ ДИНАМИКА И ЭВОЛЮЦИЯ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ СОЛНЕЧНОЙ И ЭКЗОПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ

А. В. Мельников[a], *, И. И. Шевченко[b]

[a]*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия*

[b]*Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия*

**e-mail: melnikov@gaoran.ru*

Поступила в редакцию 06.06.2021 г.
После доработки 21.07.2021 г.
Принята к публикации 23.07.2021 г.

В обзоре рассмотрены основные режимы вращения, имеющие место у спутников планет Солнечной системы, спутников транснептуновых объектов и возможных спутников планет у других звезд. Отражены как выводы классических теоретических исследований наблюдаемой вращательной динамики спутников и ее долговременной динамической приливной эволюции, так и современные результаты. Основное внимание уделено синхронному с движением по орбите режиму вращения спутника, наблюдаемому у всех крупных (радиус фигуры более ~500 км) спутников планет. Рассмотрены малые иррегулярные спутники планет (радиус фигуры менее ~300 км) с существенно более быстрым, чем синхронное, регулярным вращением. Детально рассмотрен режим хаотического вращения (кувыркания), наблюдаемый у седьмого спутника Сатурна – Гипериона. Обсуждена возможность хаотического вращения других малых спутников. Представлены результаты и перспективы исследований вращательной динамики спутников экзопланет.

Ключевые слова: Солнечная система, экзопланетные системы, спутники планет, небесная механика, вращательная динамика, резонансы, динамический хаос, приливное взаимодействие

DOI: 10.31857/S0320930X22010042

ВВЕДЕНИЕ

Все планеты Солнечной системы, за исключением Меркурия и Венеры, обладают естественными спутниками. Общее количество известных спутников в настоящее время уже превышает две сотни (см. сайт NASA JPL, http://ssd.jpl.nasa.gov/). Около 90% спутников представляют собой тела неправильной формы с размерами (радиусом) от порядка одного до трехсот километров – это так называемые малые спутники. Для большинства малых спутников параметры фигур, вращательные состояния и физические свойства неизвестны. Параметры вращения хорошо определены лишь для ~25% всех известных спутников (Archinal и др., 2018), в том числе для всех крупных (с радиусом более ~500 км) спутников.

В настоящее время активно развиваются исследования возможности существования спутников (Kipping и др., 2012; 2014; Heller, 2014; 2018; Heller и др., 2014; Sucerquia и др., 2019) и даже субспутников (submoons – спутников у спутников (см. Kollmeier, Raymond, 2019; Rosario-Franco и др., 2020)) у экзопланет – планет вне Солнечной системы. Активные поиски “экзолун” ведутся посредством анализа данных наблюдений транзитов экзопланет, в частности, в рамках проекта HEK (“Hunt for Exomoons with Kepler”), см. Kipping и др. (2012; 2014). Исследованиям вращательной динамики и эволюции известных спутников планет Солнечной системы, а также потенциально существующих спутников экзопланет, посвящен настоящий обзор. В обзоре также рассмотрены работы, посвященные исследованию вращательной динамики спутников Плутона (Showalter, Hamilton, 2015; Correia и др., 2015; Weaver и др., 2016) и спутников других крупных транснептуновых объектов (Brown и др., 2006; Brown, Butler, 2018; Kiss и др., 2017; Sheppard и др., 2018; Parker и др., 2016).

В обзоре отражены выводы классических теоретических исследований наблюдаемой вращательной динамики спутников и ее долговременной динамической приливной эволюции (Darwin, 1879; 1880; Kaula, 1964; MacDonald, 1964; Goldreich, 1966; Goldreich, Peale, 1966; Peale, 1977; 1999; Ferraz-Mello и др., 2008). Также рассмотрены современные результаты по теории приливной эволюции (Efroimsky, Williams, 2009; Makarov, Efroimsky, 2013; Makarov, 2015). В ходе долговременной эволюции спутник проходит через различные спин-орби-

Таблица 1. Количество известных спутников у планет Солнечной системы

Планета	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Всего
Кол-во спутников	1	2	79	82	27	14	205

тальные резонансные состояния и может быть захвачен в одно из них. Наиболее вероятным финальным режимом является вращение синхронное с движением по орбите; в частности, в нем находятся все большие спутники планет. Типологии синхронного вращения спутников иррегулярной формы посвящена часть обзора. Иррегулярная форма должна быть характерна и для субспутников, вероятно существующих в других планетных системах.

Также рассмотрена динамика малых спутников, обладающих быстрым, по сравнению с синхронным, вращением; к настоящему времени такой тип вращения установлен из наблюдений для трех десятков малых спутников. По всей вероятности, он типичен для большинства иррегулярных спутников планет. Помимо регулярного режима вращения, может иметь место хаотический режим. В своем теоретическом исследовании Wisdom и др. (1984) показали, что спутник сильно несферической формы на эллиптической орбите может вращаться хаотическим, непредсказуемым образом. Наиболее вероятным кандидатом на хаотическое вращение, благодаря своей сильно нерегулярной форме и значительному эксцентриситету орбиты, оказался седьмой спутник Сатурна – Гиперион. Анализу результатов по вращательной динамике Гипериона в обзоре уделено особое внимание. Рассмотрены результаты работ, в которых проводилось моделирование вращательной динамики и анализ наблюдаемых кривых блеска Гипериона и других малых спутников, начиная со статей Клаветтера (Klavetter, 1989a, 1989b). В этих наблюдательных работах сделан вывод о хаотическом характере вращения Гипериона в настоящее время. Как было выяснено путем прямого численного моделирования (Melnikov, 2002), ляпуновское время (время предсказуемой динамики) вращения Гипериона составляет порядка месяца. Согласно результатам теоретических исследований последних лет (Showalter, Hamilton, 2015; Correia и др., 2015), динамический хаос возможен также во вращательной динамике спутников Плутона.

Существенное внимание в обзоре уделено современным численно-экспериментальным исследованиям и теоретическим моделям приливной эволюции вращательных состояний спутников. Благодаря приливному взаимодействию спутника и планеты вращательное состояние спутника эволюционирует (о механизмах приливного взаимодействия см., например, Мюррей, Дермотт, 2009); в ходе приливной эволюции быстрое собственное вращение спутника, которым он обладал в итоге формирования или в момент гравитационного захвата планетой, замедляется.

В обзоре систематизированы результаты исследований возможности существования странных аттракторов в фазовом пространстве вращательного движения спутников, подверженных долговременной приливной эволюции. Рассмотрены вероятности захвата спутников в различные резонансные спин-орбитальные состояния в ходе долговременной приливной эволюции.

Обсуждены различные необычные, редко встречающиеся резонансные спин-орбитальные состояния спутников.

СПУТНИКИ ПЛАНЕТ: ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Спутники планет представляют собой следующую по наблюдаемой численности после астероидов, объектов пояса Койпера и ядер комет популяцию малых тел Солнечной системы. В настоящем разделе мы приводим данные о статистике известных спутников планет Солнечной системы и об их основных физических и орбитальных параметрах, в основном согласно базе данных сайта NASA JPL (http://ssd.jpl.nasa.gov/), которая оперативно обновляется. Для значительной части спутников информация о физических параметрах, доступная на 2011 г., представлена в работе Емельянова и Уральской (2011); см. также http://lnfm1.sai.msu.ru/neb/rw/natsat/index.htm. Информация о номенклатуре спутников планет их физических и орбитальных параметрах приведена также в монографии Емельянова (2019).

Распределение спутников по принадлежности к планетам приведено в табл. 1. Отметим, что число спутников у планет-гигантов составляет много десятков. У Плутона, который до недавнего времени считался планетой, в настоящее время известно пять спутников (см., например, Showalter, Hamilton, 2015). Спутники и даже спутниковые системы есть и у других крупных транснептуновых объектов (Brown и др., 2006; Brown, Butler, 2018; Kiss и др., 2017; Sheppard и др., 2018; Parker и др., 2016).

Размеры спутника являются одной из наиболее важных его физических характеристик. Гистограмма (дифференциальное распределение) средних радиусов R фигур спутников (рис. 1) показывает, что у 90% известных спутников планет $R < 300$ км. Далее будем называть их малыми спутниками, а спутники с $R > 500$ км – крупными.

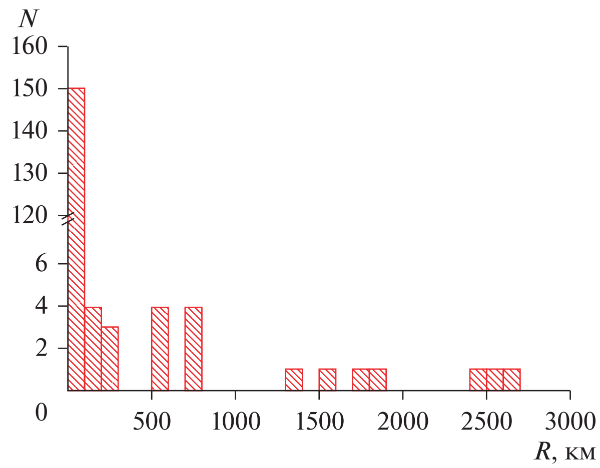


Рис. 1. Дифференциальное распределение (гистограмма) значений средних радиусов фигур известных спутников планет Солнечной системы.

Спутников с R в пределах от 300 до 500 км в настоящее время у планет Солнечной системы не выявлено. Подробный статистический анализ доступных (к 2006 г.) данных о размерах и возможных значениях инерционных параметров известных спутников проведен в работе Куприянова и Шевченко (2006).

Как известно, орбитальное движение спутника вокруг планеты возможно лишь внутри сферы Хилла планеты; радиус сферы Хилла определяется как $r_H = a_p\,(m_p/3M_S)^{1/3}$, где a_p – большая полуось орбиты планеты, m_p – масса планеты, M_S – масса родительской звезды (Солнца).

Спутники планет разделяют на две большие группы: регулярные и иррегулярные (см. подробнее Sheppard, Jewitt, 2003; Sheppard, 2006; Jewitt, Haghighipour, 2007; Nicholson и др., 2008). Регулярные спутники находятся глубоко внутри сферы Хилла (большая полуось орбиты спутника $a \le 0.05 r_H$), имеют прямые (проградные) орбиты, малые эксцентриситеты $e \approx 0$ и наклонения орбит $i \approx 0$. Классификация спутников планет на проградные и ретроградные (обратные) проводится обычно исходя из величины наклона орбиты спутника к экваториальной плоскости планеты, причем определяется, что при нулевом наклоне орбиты направление вращения планеты и направление орбитального движения спутника совпадают (а при наклоне в 180° – противоположны; см., например, Sheppard, 2006; Jewitt, Haghighipour, 2007). Для проградных орбит $i \in [0°, 90°)$, а для ретроградных $i \in (90°, 180°]$.

Орбиты иррегулярных спутников, в основном, расположены много дальше от планеты ($0.05 r_H < a \le 0.65 r_H$) и могут быть как прямыми, так и обратными. Значения e и i у таких спутников обычно велики; согласно Sheppard (2006) (см. рис. 1 и 2 в его работе), для большинства известных иррегулярных спутников: $e \in [0.1, 0.6]$, $i \in [25°, 60°]$ или $i \in [130°, 180°]$. Данный вывод подтверждают представленные на рис. 2 гистограммы значений e и i, построенные нами для всех известных в настоящее время спутников планет. Иррегулярные спутники распределены по планетам следующим образом: Юпитер – 71, Сатурн – 38, Уран – 9 и Нептун – 6 (Denk, Mottola, 2019). Таким образом, всего известно 124 спутника. Таким образом, около 60% от всех известных спутников планет Солнечной системы представляют иррегулярные спутники.

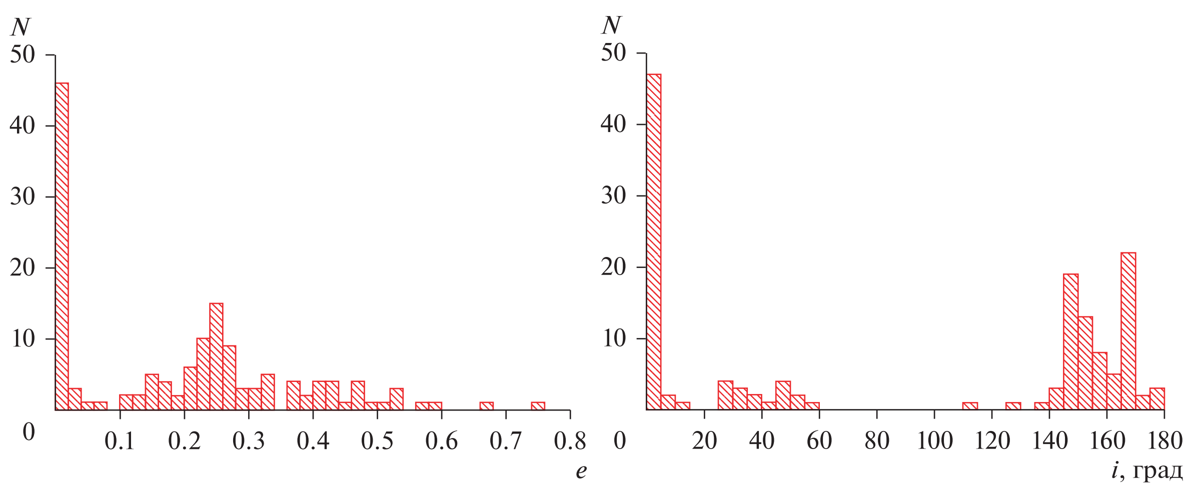


Рис. 2. Дифференциальные распределения (гистограммы) эксцентриситетов и наклонений орбит у известных спутников планет Солнечной системы.

ВРАЩАТЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

Одной из наиболее важных характеристик спутника является его вращательное состояние. В настоящее время вращательные состояния установлены (Archinal и др., 2018; Denk, Mottola, 2019; NASA JPL; Емельянов, 2019) у восьми десятков спутников планет Солнечной системы. Параметры вращения точно определены у всех крупных спутников (Archinal и др., 2018; Емельянов, 2019). Приблизительные выражения для элементов вращения спутников в указанных работах даны в Международной небесной системе координат (International Celestial Reference Frame – ICRF) (см. Ma и др., 1998). Для более 70% малых спутников вращательные состояния неизвестны; более того, обычно имеются лишь оценки размеров спутника, полученные при определенных предположениях на основе его наблюдаемого блеска (см. обсуждение в статье Емельянова и Уральской (2011) и монографии Емельянова (2019)).

Информацию о вращательной динамике и физических свойствах спутников получают как из анализа и теоретического моделирования наблюдаемых кривых блеска, так и из анализа детальных изображений спутников, полученных в ходе межпланетных миссий с космическими аппаратами (КА). Последний метод дает наиболее точные значения параметров фигуры спутника и характеристики отражательных свойств его поверхности, позволяет определить ориентацию спутника в пространстве и, в ряде случаев, угловую скорость вращения. Однако он доступен лишь для ограниченного числа спутников, ввиду малого количества осуществленных космических миссий. Среди последних отметим как наиболее результативные: Voyager-1, -2, Galileo, Cassini-Huygens и New Horizons. Обсуждение различных современных методов изучения орбитальной динамики спутников планет, их открытий и определения физических свойств представлено в работах Емельянова (2018; 2019).

Посредством построения теоретических кривых блеска и их сопоставления с наблюдаемыми кривыми можно изучать вращательную динамику спутников планет, а также их физические свойства. К преимуществам данного подхода относится его потенциально большая и протяженная во времени наблюдательная база исходных данных для анализа: количество точек ряда наблюдений может быть очень велико; его длина может составлять десятилетия. При этом, при необходимости, и временнóе разрешение ряда наблюдений может быть весьма высоким.

Информация, полученная путем моделирования кривых блеска спутников, позволяет детально планировать космические миссии к спутникам планет, например, заранее определять необходимую периодичность получения снимков спутника с борта КА и выделять на поверхности спутника участки, снимки которых необходимо получить с высоким пространственным разрешением. Предварительное определение из моделирования кривых блеска динамических параметров спутника позволяет точнее рассчитать траекторию КА на участке его сближения со спутником и на орбите вокруг него.

Посредством использования метода трассировки лучей ("ray tracing", см., например, http://www.povray.org) при ряде упрощающих предположений (о форме объекта, отражательных свойствах его поверхности и пр.) можно построить модельную кривую блеска и, сопоставив ее с наблюдаемой кривой блеска, получить данные о параметрах объекта. В работе Lacerda и Jewitt (2007) этим методом получены данные (включая оценки плотности) для нескольких контактных двойных объектов пояса Койпера и одного из двойных астероидов. Обсуждение методов моделирования кривых блеска и определения параметров вращения астероидов посредством сопоставления их теоретических и наблюдаемых кривых блеска содержится в работе Masiero и др. (2009). Заметим, что эти методы моделирования могут с успехом применяться и для получения данных о вращательной динамике и физических параметрах спутников планет.

Среди всех теоретически возможных и наблюдаемых у спутников планет режимов вращения можно выделить три основных – вращение, синхронное с движением по орбите (спин-орбитальный резонанс 1 : 1), быстрое по сравнению с синхронным регулярное вращение, хаотическое вращение ("кувыркание"). Спутники с быстрым или хаотическим вращением пока еще составляют малую часть среди спутников с установленным режимом вращения. Однако наблюдаемое преобладание у спутников синхронного режима вращения явно вызвано эффектом селекции, так как данный режим типичен для крупных спутников планет, у которых режим вращения определяется из наблюдений в первую очередь. В табл. 2 приведен список спутников, для которых в настоящее время установлен режим вращения. Здесь и далее по тексту в скобках после имени спутника указаны первая буква названия на русском языке планеты, которой принадлежит спутник, и порядковый номер спутника; например, первый спутник Марса – Фобос (M1).

Отметим, что для всех представленных в табл. 2 спутников, у которых указан синхронный режим вращения, имеются эфемериды вращения (Archinal и др., 2018). Для некоторых из малых спутников из табл. 2 предполагаемый режим синхронного вращения нуждается в дополнительной проверке (см. там же). Например, относительно низкое

Таблица 2. Режимы вращения спутников планет Солнечной системы. Согласно данным из Archinal и др. (2018), Denk и Mottola (2019) и NASA JPL

<table>
<tr><th>Вращение</th><th>Синхронное</th><th>Быстрое (скорость вращения больше синхронной)</th><th>Хаотическое</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Название спутника (планета, номер)</td><td>Фобос (М1), Деймос (М2)</td><td rowspan="2">Гималия (Ю6)</td><td rowspan="7">Гиперион (С7)</td></tr>
<tr><td>Луна (З1)</td></tr>
<tr><td>Ио (Ю1), Европа (Ю2), Ганимед (Ю3), Каллисто (Ю4), Амальтея (Ю5), Теба (Ю14), Адрастея (Ю15), Метида (Ю16)</td><td rowspan="3">Феба (С9), Имир (С19), Палиак (С20), Тарвос (С21), Иджирак (С22), Суттунг (С23), Кивиок (С24), Мундилфари (С25), Альбиорикс (С26), Скади (С27), Эррипо (С28), Сиарнак (С29), Трюм (С30), Нарви (С31), Бефинд (С37), Бергельмир (С38), Бестла (С39), Форньот (С42), Хати (С43), Гирроккин (С44), Кари (С45), Логи (С46), Сколл (С47), Грейп (С51), Таркек (С52)</td></tr>
<tr><td>Мимас (С1), Энцелад (С2), Тефия (С3), Диона (С4), Рея (С5), Титан (С6), Япет (С8), Янус (С10), Эпиметей (С11), Елена (С12), Телесто (С13), Калипсо (С14), Атлас (С15), Прометей (С16), Пандора (С17), Пан (С18)</td></tr>
<tr><td>Ариэль (У1), Умбриэль (У2), Титания (У3), Оберон (У4), Миранда (У5), Корделия (У6), Офелия (У7), Бианка (У8), Крессида (У9), Дездемона (У10), Джульетта (У11), Порция (У12), Розалинда (У13), Белинда (У14), Пак (У15)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Тритон (Н1), Наяда (Н3), Таласса (Н4), Деспина (Н5), Галатея (Н6), Ларисса (Н7), Протей (Н8)</td><td>Калибан (У16), Сикоракса (У17), Просперо (У18), Стебос (У19), Фердинанд (У24)</td></tr>
<tr><td>Нереида (Н2)</td></tr>
<tr><td>Всего</td><td>49</td><td>32</td><td>1</td></tr>
</table>

разрешение снимков, полученных с КА Galileo, не позволило выяснить режим вращения Адрастеи (Ю15); однако Thomas и др. (1998) полагают, что Адрастея захвачена в синхронный спин-орбитальный резонанс, делая свой вывод на том основании, что теоретическая оценка величины времени приливного замедления первоначально быстрого вращения спутника до синхронного, сделанная на основе теории Peale (1977; 1999), составляет всего несколько тысяч лет.

В последующих разделах мы рассмотрим все три приведенные в табл. 2 режима вращения, подробно остановимся на динамике спутников, для которых возможны несколько мод синхронного вращения, и на динамике спутников с установленным быстрым режимом вращения. Детально рассмотрим работы, посвященные исследованию хаотической динамики Гипериона (С7). Однако прежде приведем кратко основные выводы современной теории долговременной приливной эволюции вращения спутников планет, поскольку эти данные требуются для понимания современной картины статистики вращательных состояний спутников в Солнечной системе.

ПРИЛИВНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ВРАЩЕНИЯ СПУТНИКА

Основы современной теории приливной эволюции планет и спутников заложены в работах Darwin (1879; 1880), где было высказано и обосновано предположение, что наблюдаемая ориентация Луны одной и той же стороной к Земле вызвана рассеянием энергии в ходе долговременной эволюции поступательно-вращательного движения вязкоупругого тела. Детально современная теория приливного спин-орбитального взаимодействия спутника и планеты разработана в работах (Kaula, 1964; MacDonald, 1964).

Рассмотрим кратко выводы теории приливного взаимодействия спутника и планеты. Из-за приливного взаимодействия тело спутника деформируется. Образуются так называемые приливные “горбы”. Ось симметрии приливных горбов отклоняется от направления “планета–спутник” на угол, зависящий главным образом от разности угловой скорости вращения спутника относительно своего центра масс и угловой скорости обращения спутника по орбите. Приливное взаимодействие спутника с планетой приводит к изменению угловой скорости вращения планеты; например, приливное взаимодействие Луны и Земли приводит к замедлению вращения Земли. Притяжение приливных горбов спутника планетой приводит либо к уменьшению скорости вращения спутника, если она больше орбитальной, либо к ее увеличению, если она меньше орбитальной. При этом угол между осью собственного вращения спутника и нормалью к плоскости спутниковой орбиты уменьшается. В итоге, при условии, что орбита спутника фиксирована, конечной стадией его приливной вращательной эволюции является синхронное с движением по орбите вращение вокруг оси, перпендикулярной плоскости орбиты. Если учесть прецессию узлов орбиты, то на типичной финальной стадии приливной эволюции ось вращения спутника будет находиться в одном из так называемых *состояний Кассини* с малой величиной облического угла – угла между нормалью к плоскости орбиты и осью вращения (Colombo, 1966; Peale, 1969; 1977; 1999). Захват спутников в синхронное вращение и в различные состояния Кассини подробно обсуждается в работе Gladman и др. (1996).

Установленное в 1965 г. из наблюдений несинхронное вращение Меркурия привлекло внимание исследователей к разработке детальной теории спин-орбитальной приливной эволюции небесных тел, позволяющей объяснить наблюдаемый режим вращения Меркурия. Теория приливной вращательной эволюции небесных тел в дальнейшем успешно применялась и для описания приливной вращательной эволюции спутников планет. Теоретические исследования, проведенные как в рамках классической теории (Kaula, 1964; MacDonald, 1964; Peale, Gold, 1965; Goldreich, 1966; Goldreich, Peale, 1966; Peale; 1977; 1999; Ferraz-Mello и др., 2008), так и посредством ее современных модификаций (Efroimsky, Williams, 2009; Makarov, Efroimsky, 2013; Makarov, 2015), показывают, что в ходе долговременной приливной эволюции спутник проходит через различные спин-орбитальные резонансные состояния, пока не будет захвачен в одно из них. Возможность нахождения спутника в каком-либо из резонансных состояний определяется устойчивостью последнего относительно наклона оси вращения. Предполагается, что на конечной стадии вращательной эволюции ось вращения спутника ортогональна плоскости орбиты. Под устойчивостью относительно наклона оси вращения понимается, что малые отклонения оси вращения от нормали не приводят к существенному изменению ориентации фигуры спутника и скорости его вращения. Поэтому для понимания характера долговременной динамической эволюции спутников планет исследование устойчивости движения спутников в различных спин-орбитальных резонансных состояниях, и в первую очередь в синхронном резонансе, имеет важнейшее значение. В работах Batygin и Morbidelli (2015) и Seligman и Batygin (2021) разработана теория спин-орбитальной эволюции сильно асимметричных и двойных объектов, включая малые спутники сильно несферической формы, контактные двойные малые тела, двойные транснептуновые объекты (ТНО).

Важное значение имеют и оценки времени приливного замедления вращения до синхронного состояния. Они определяют, может ли вращение спутника достичь синхронного состояния за время, прошедшее с момента формирования спутника. Для тех спутников, про которые известно, что они захвачены в синхронный резонанс, физические параметры спутника позволяют достичь этого состояния за достаточно короткое время (меньше или много меньше возраста Солнечной системы, см. Peale, 1977; 1999). Согласно выводам, сделанным в работе Peale (1977) на основе оценок времени приливного замедления вращения, большинство иррегулярных спутников (напомним, что к ним относится подавляющее большинство малых спутников), все еще находится во вращательных состояниях, близких к первоначальным.

В работе Алешкиной (2009) рассмотрена приливная спин-орбитальная эволюция ряда крупных ($R > 500$ км) спутников с известными инерционными параметрами. Численное моделирование показало, что крупные спутники в ходе приливной эволюции вращения быстро проходят через различные спин-орбитальные резонансы и оказываются захваченными в синхронный резонанс. Для всех рассмотренных спутников получены теоретические и численные оценки времен приливного замедления первоначально быстрого вращения спутника до синхронного; установлено, что время приливного замедления для всех спутников, за исключением Япета (С8), существенно меньше возраста Солнечной системы. Моделирование долговременной вращательной эволюции Япета, проведенное Castillo-Rogez и др. (2007; 2011) в рамках усовершенствованной модели приливного взаимодействия, позволило теоретически обосновать наблюдаемую у него в настоящее время вращательную динамику (см. также Efroimsky и Williams (2009)).

Иррегулярные спутники обычно имеют весьма малые размеры (менее ~10 км) и, соответственно, сильно несферическую форму (см. обсуждение в работе Куприянов и Шевченко (2006)), при этом их орбиты обладают значительными эксцентриситетами ($e > 0.1$). Поэтому, согласно теоретическим выводам Wisdom и др. (1984) и Wisdom (1987), в фазовом пространстве вращательного движения может иметь место перекрытие спин-орбитальных резонансов. Согласно критерию перекрытия нелинейных резонансов Чирикова, динамический хаос проявляется, если расстояние между центрами соседних резонансов по импульсной переменной меньше, чем сумма их полуширин (см. Chirikov, 1979; Лихтенберг, Либерман, 1984; Мюррей и Дермотт, 2009; Морбиделли, 2014). Таким образом, при перекрытии резонансов в фазовом пространстве возникает область динамического хаоса, достигнув которой в ходе приливной вращательной эволюции спутник может оказаться в режиме хаотического вращения. Свойства хаотической вращательной динамики мы обсудим подробно в одном из последующих разделов.

СИНХРОННОЕ ВРАЩЕНИЕ

Как уже отмечено выше, наиболее вероятным финальным режимом вращения спутника является движение, синхронное с движением по орбите. В синхронном вращении находятся все крупные спутники планет, а также и часть малых спутников (см. табл. 2). Для спутников, завершивших приливную эволюцию вращательного движения, этот наблюдательный факт теоретически ожидаем, так как синхронный 1 : 1 резонанс с движением по орбите является наиболее вероятным финальным режимом долговременной приливной вращательной эволюции. В синхронном резонансе угловая скорость вращения спутника относительно своего центра масс совпадает с угловой скоростью движения спутника по орбите, при этом фигура спутника в среднем все время ориентирована одной и той же стороной по направлению на планету, а ось вращения перпендикулярна плоскости орбиты.

При поступательно-вращательном движении спутника по орбите ориентация его фигуры относительно направления на планету испытывает колебания. Белецкий (1959; 1965) вывел уравнение плоских колебаний ориентации фигуры спутника на эллиптической орбите. В случае плоского (в плоскости орбиты) вращения спутника его динамика определяется величиной e и значением параметра $\omega_0 = \sqrt{3(B-A)/C}$, характеризующего асимметрию фигуры спутника, где $A < B < C$ – главные центральные моменты инерции спутника. Теоретические исследования периодических решений уравнения Белецкого (Торжевский, 1964; Златоустов и др., 1964; Сарычев и др., 1977; Петров и др., 1983; Брюно, 2002) в дальнейшем показали, что при одних и тех же значениях параметров уравнение может иметь несколько устойчивых решений (с разными начальными условиями), соответствующих синхронному вращению спутника, – существует несколько мод синхронного резонанса. Из них можно выделить две основные: при $e = 0$ одна из них существует для всех возможных значений параметра $0 \le \omega_0 \le \sqrt{3}$, вторая – имеет место только для спутников с существенно несимметричной фигурой ($\omega_0 \ge 1$). Мельников (2001) детально рассмотрел возможный режим вращения спутника в еще одной моде синхронного резонанса – бифуркационной моде, имеющей место в области параметрического резонанса ($\omega_0 \approx 1/2$). При вращении спутника в бифуркационной моде, на кривую, описывающую изменение ориентации спутника со временем, накладывается длинное колебание с периодом, равным двум периодам обращения спутника на орбите. Это видно на рис. 3, где представлен пример сечения фазового пространства с указанием центров различных мод (α, β и α_{bif}) синхронного резонанса, а также зависимость ориентации фигуры спутника от времени при его вращении в разных модах.

Метод сечений Пуанкаре (сечений фазового пространства) – широко известный инструмент изучения свойств динамических систем. Вкратце, суть его заключается в выборе поверхности в фазовом пространстве системы и фиксации координат фазовой траектории в моменты пересечения ею данной поверхности в одном и том же направлении. Описание алгоритма построения сечений Пуанкаре можно найти, например, в монографии Лихтенберга и Либермана (1984).

Ориентация спутника определяется углом θ – углом между линией апсид и наибольшей осью фигуры спутника. Представленное на рис. 3 сечение строилось следующим образом: при численном интегрировании уравнений вращательного движения спутника, в моменты прохождения перицентра орбиты фиксировались значения угла θ и скорости его изменения со временем $d\theta/dt$. Затем на плоскости (θ, $d\theta/dt$) отмечались точки с соответствующими координатами.

Разнообразные примеры сечений фазового пространства, построенных для различных спутников, можно найти в работах Wisdom и др. (1984), Wisdom (1987), Klavetter (1989b), Dobrovolskis (1995), Black и др. (1995), Celletti и др. (2007), Melnikov, Shevchenko (2008), Мюррей, Дермотт (2009).

Далее рассмотрим три основные моды синхронного резонанса (включая бифуркационную моду), согласно работам Мельников и Шевченко (2000; 2007), Мельников (2001). Вероятно, первы-

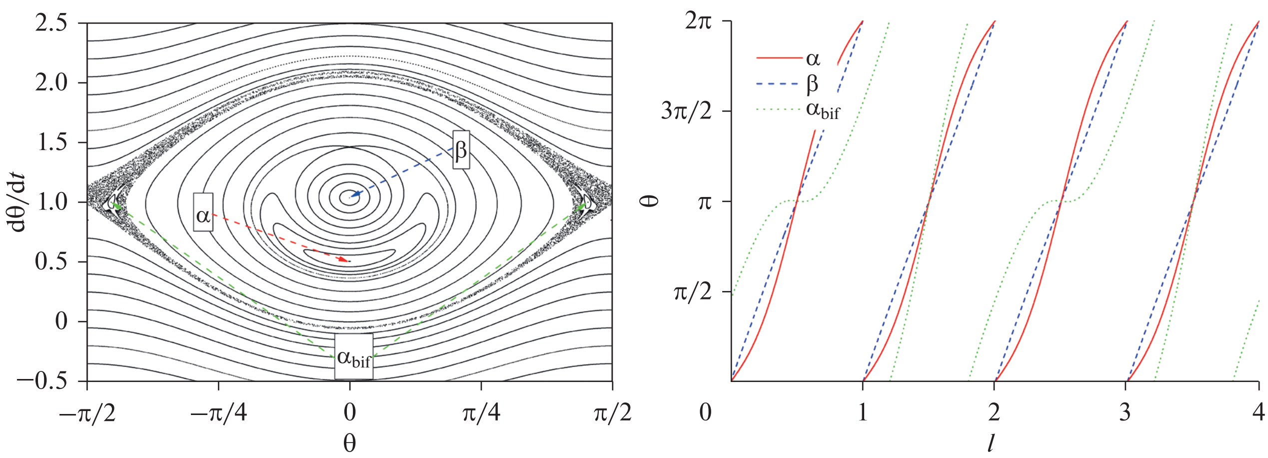


Рис. 3. Панель слева: сечение фазового пространства плоского вращательного движения спутника, определенное в перицентре орбиты (таким образом, значения переменных даны на моменты прохождения перицентра), для $e = 0.002$, $\omega_0 = 1.058$ ("Прометей"). Указаны центры синхронного α-резонанса, синхронного β-резонанса и моды α_{bif}. Панель справа: ориентация спутника в функции времени при вращении в синхронном α-резонансе (красная кривая), в синхронном β-резонансе (синяя кривая) и моде α_{bif} (зеленая кривая). Через θ обозначен угол между линией апсид и наибольшей осью фигуры спутника. Время *t* в орбитальных периодах. (Рисунок из работы Мельникова и Шевченко (2007).)

ми, применительно к спутникам планет, факт существования нескольких мод синхронного резонанса отметили Wisdom и др. (1984). В работах Мельникова и Шевченко (2000; 2007), Мельникова (2001) и Куприянова и Шевченко (2006) подробно рассмотрена возможность существования нескольких возможных режимов плоского синхронного вращения у известных спутников планет. Выявлены реальные спутники планет, для которых возможны несколько мод синхронного резонанса. Для некоторых из этих спутников исследована устойчивость плоского синхронного вращения относительно наклона оси вращения (Мельников, Шевченко, 1998; 2000; 2007; Kouprianov, Shevchenko, 2005; Melnikov, Shevchenko, 2008; Пашкевич и др., 2021).

Моду синхронного вращения можно выявить из анализа наблюдательных данных. Например, в случае Амальтеи (Ю5) существуют две моды (Мельников, Шевченко, 2000; 2007; Мельников, 2001; Пашкевич и др., 2021). Исследование устойчивости вращательной динамики Амальтеи позволило установить, что ее вращение в одной из двух мод плоского синхронного вращения является неустойчивым относительно наклона оси вращения, а во второй моде – устойчивым (Мельников, Шевченко, 2000; 2007), см. рис. 4. Амальтея в ходе вращательной эволюции не может быть захвачена в неустойчивую моду синхронного резонанса, поскольку любое малое смещение оси ее вращения от нормали привело бы к выходу из режима плоского синхронного вращения. Наблюдаемая малая (<5°) амплитуда либраций (Thomas и др., 1998) ориентации наибольшей оси фигуры Амальтеи относительно направления на Юпитер при ее движении по орбите соответствует устойчивой моде. В случае нахождения Амальтеи во второй синхронной моде амплитуда либраций могла бы достигать 30° (Пашкевич и др., 2021).

Таким образом, согласно теоретическим выводам (Мельников, Шевченко, 2000; 2007; Мельников, 2001), резонансная вращательная динамика малых спутников существенно несферической формы может быть разнообразной: в зависимости от параметров спутника и начальных условий спутник захватывается в один из трех динамически существенно различных режимов (мод) синхронного вращения, если движение в этой моде является устойчивым.

В работе Comstock и Bills (2003) разработана аналитическая теория для оценки величины вынужденных либраций различных тел Солнечной системы. Получены численные оценки амплитуды вынужденных либраций для ряда спутников. Теория вынужденных либраций и метод оценки их амплитуды при синхронном вращении планет и спутников (в том числе и сильно асимметричной формы) развиты в работе Makarov и др. (2016). В работах Noyelles (2008) и Noyelles и др. (2008) разработана аналитическая модель пространственного синхронного вращения спутника и на ее основе детально рассмотрены физические либрации в синхронном вращении четырех галилеевых спутников Юпитера, Титана (C6) и Реи (C5). Для всех рассмотренных спутников получены аналитические и численные оценки периодов гармоник (фундаментальных частот) в спектре либраций.

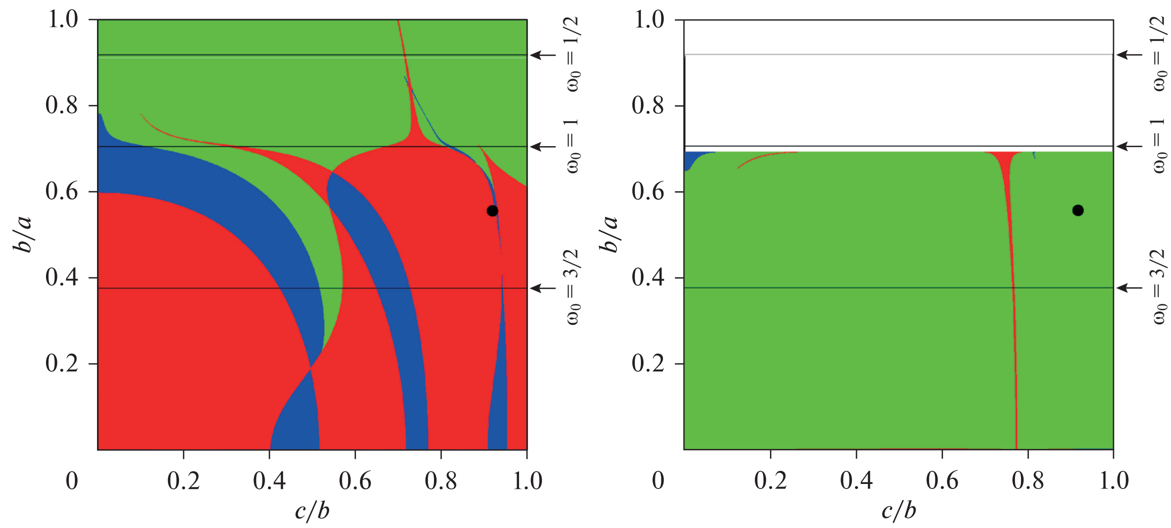


Рис. 4. Области устойчивости (выделены зеленым цветом) и неустойчивости (выделены синим и красным) относительно наклона оси вращения спутника, при $e = 0.003$ (“Амальтея”): центр синхронного α-резонанса (панель слева), центр синхронного β-резонанса (панель справа). Точкой указано положение Амальтеи (Ю5). Штриховые горизонтальные линии соответствуют приведенным на графиках значениям ω_0; $a > b > c$ – полуоси трехосного эллипсоида, аппроксимирующего фигуру спутника. Распределение плотности внутри полагается однородным (плотность равна постоянной, не зависящей от координат величине). Вращение Амальтеи неустойчиво в синхронном α-резонансе и устойчиво в синхронном β-резонансе. (Рисунок из работы Мельникова и Шевченко (2007).)

Амплитуда свободных либраций у спутников обычно мала, амплитуда же вынужденных либраций может быть достаточно существенной для возможности определения ее из наблюдений. Сопоставление амплитуд наблюдаемых либраций с их теоретическими значениями позволяет судить об инерционных свойствах спутника – определять его моменты инерции и оценивать плотность. Исследование такого рода для Януса (С10) и Эпиметея (С11) проведено в работе Tiscareno и др. (2009), где для этих спутников вычислены теоретические амплитуды либраций, а на основе анализа снимков спутников, полученных с КА Cassini, определены амплитуды либраций. Для Эпиметея амплитуда наблюдаемых вынужденных либраций оказалась существенной (~6°), что позволило улучшить оценки моментов инерции спутника.

В работе Noyelles (2010) на основе результатов, полученных Tiscareno и др. (2009), разработана теория пространственного вращения Януса (С10) и Эпиметея (С11) и на ее основе определены величины периодов либраций спутников; дано теоретическое обоснование для наблюдаемой амплитуды либраций Януса и значительной погрешности в определении амплитуды либраций Эпиметея.

Rambaux и др. (2012) детально рассмотрели либрации по долготе во вращательном движении Фобоса (М1) и показали, что на основе анализа наблюдаемого спектра либраций можно сделать выводы о внутреннем строении этого спутника.

Noyelles (2009) посредством численных и аналитических методов рассмотрел вращательную динамику Каллисто (Ю4) и построил теорию его вращения в системе координат ICRF. На основе сопоставления данных наблюдений с КА Galileo и Cassini и оценок из теории вращения спутников планет продемонстрировано соблюдение для Каллисто законов Кассини (Colombo, 1966; Peale, 1969; 1977; 1999; Gladman и др., 1996).

Noyelles и др. (2011) провели теоретическое исследование вращательной динамики Мимаса (С1) и изучили связь внутренней структуры спутника, определяемой различными моделями, с амплитудой наблюдаемых либраций. В работе Tajeddine и др. (2014) на основе анализа изображений, полученных с КА Cassini–Huygens, изучены физические либрации во вращении Мимаса. Установлено хорошее соответствие большинства амплитуд спектра наблюдаемых либраций с их теоретическими значениями. Как оказалось, одна из амплитуд в два раза больше ее теоретической величины, предсказываемой в рамках модели гидростатического равновесия; Tajeddine и др. (2014) предположили, что спутник либо не находится в состоянии гидростатического равновесия, либо при гидростатическом равновесии у Мимаса под толстой ледяной оболочкой имеется жидкий океан. В работах Noyelles (2012; 2013; 2017; 2018) детально рассмотрены теоретические модели вращения спутников со сложной внутренней структурой.

Либрации спутника влияют на его орбитальные элементы, приводя, в частности, к прецессии перицентра орбиты (Borderies, Yoder, 1990), поэтому из анализа астрометрических наблюдений положений спутников можно оценить величину либраций спутника и получить информацию о его инерционных параметрах. Заметим, что количество астрометрических наблюдений спутника может быть весьма большим (десятки тысяч), в то время как детальные изображения, полученные с борта межпланетных КА и пригодные для выявления либраций, имеются лишь для малого числа объектов. Данный метод развит в работе Lainey и др. (2019), где на основе астрометрических данных, полученных с КА Cassini, о положениях ряда малых спутников Сатурна получены оценки амплитуд либраций и, из сопоставления с теоретическими оценками, на их основе сделаны выводы о физических свойствах спутников.

Отметим, что колебания фигуры спутника относительно направления на планету (описываемые, в частности, уравнением Белецкого) могут приводить к возникновению наблюдаемых на поверхностях некоторых спутников серий параллельных разломов (grooves; см. Veverka, Duxbury, 1977; Morrison и др., 2009; Thomas, Helfenstein, 2020).

У крупных ледяных спутников в синхронном вращении могут наблюдаться регулярные изменения скорости вращения, объясняемые тем, что их вращение не является твердотельным (Van Hoolst и др., 2013; Coyette и др., 2018). Например, в случае Титана (С6) изменение продолжительности суток на нем (периода синхронного вращения) можно объяснить наличием жидкости под ледяной поверхностью спутника (Lorenz и др., 2008). Как показал Makarov (2015), если спутник моделировать полужидким (semiliquid) телом, то возможен его захват в устойчивое псевдосинхронное вращение, при котором угловая скорость выше, чем скорость обращения по орбите.

БЫСТРОЕ РЕГУЛЯРНОЕ ВРАЩЕНИЕ

Другой качественный тип вращения, присущий малым спутникам и известный из наблюдений, – быстрое (по сравнению с синхронным) регулярное вращение. В настоящее время известно более 30 малых спутников с таким вращением (см. табл. 2), все они являются иррегулярными спутниками. Эти спутники пока еще не завершили приливную вращательную эволюцию.

Спутники Юпитера. На основе анализа длительного ряда наземных фотометрических наблюдений избранных спутников Юпитера Degewij и др. (1980) установили, что период вращения Гималии (Ю6) составляет $P_{\rm rot} \sim 9.5$ ч, а ее орбитальный период – $P_{\rm orb} \approx 250$ сут. Позднее Pilcher и др. (2012) посредством анализа наземных наблюдений Гималии установили с высокой точностью $P_{\rm rot} = 7.7819 \pm 0.0005$ ч. Таким образом, вращение Гималии существенно быстрее синхронного: $P_{\rm orb}/P_{\rm rot} \approx 630$.

В работе Emelyanov (2005) значение массы Гималии получено посредством оценки гравитационного влияния Гималии на другие малые спутники Юпитера при тесных сближениях. Обычно же массы иррегулярных спутников оценивают по их блеску, предполагая известными значения альбедо поверхности спутника и его плотности (см. обсуждение в Емельянов и др. (2007), Емельянов и Уральская (2011), Емельянов (2019)).

Luu (1991) на основе результатов анализа наземных фотометрических наблюдений получил приблизительные оценки периодов вращений для спутников Ю9–Ю12; периоды составляют 8–12 ч. Таким образом, эти спутники должны, по всей вероятности, находиться в режиме быстрого вращения (в табл. 2 они не включены).

Спутники Сатурна. Посредством анализа фотометрических наблюдений девятого спутника Сатурна – Фебы Andersson (1972) установил, что величина периода ее собственного вращения составляет от 9 до 13 ч. Таким образом, угловая скорость вращения Фебы существенно (на три порядка) быстрее скорости ее обращения по орбите.

Орбитальный период Фебы $P_{\rm orb} \approx 550$ сут, большая полуось орбиты $\approx 220\ R_{\rm saturn}$, где $R_{\rm Saturn} \approx 57600$ км – средний радиус Сатурна, наклонение орбиты $i \approx 175°$. Таким образом, Феба представляет собой иррегулярный спутник, движущийся по весьма удаленной от Сатурна орбите и обладающий быстрым несинхронным вращением ($P_{\rm orb}/P_{\rm rot} \approx 1400$).

Период вращения Фебы (11.25 ч, либо 21.1 ч) указан в работе Degewij и др. (1980). Анализ изображений Фебы, полученных с КА Voyager-2, позволил Thomas и др. (1983) уточнить период ее собственного вращения; согласно их данным, $P_{\rm rot} = 9.4 \pm 0.2$ ч. Проведенные Kruse и др. (1986) наземные наблюдения Фебы показали, что кривая блеска спутника имеет форму, близкую к синусоиде с периодом 9.282 ± 0.015 ч. Позднее Bauer и др. (2004) на основе анализа наземных наблюдений Фебы определили период ее собственного вращения с высокой точностью: $P_{\rm rot} = 9.2735 \pm 0.0006$ ч.

Детальное моделирование вращательной динамики Фебы, выполненное Cottereau и др. (2010), позволило построить аналитическую модель вращения Фебы и определить возможные значения прецессии и нутации оси собственного вращения. Основываясь на модели фигуры Фебы (Gaskell, 2013), построенной посредством анализа ее снимков, полученных с КА Cassini, эфемериде вращения Фебы (Archinal и др., 2018) и анализе профилей покрытий Фебой ряда звезд, Gomes-

Júnior и др. (2020) получили оценку периода вращения с еще более высокой точностью: $P_{\text{rot}} = 9.27365 \pm 0.00002$ ч.

Denk и Mottola (2019) провели детальный анализ наблюдательных данных, полученных с КА Cassini, позволивший установить, что 25 иррегулярных спутников Сатурна вращаются с периодами от 5 до 76 ч, что существенно меньше, чем их орбитальные периоды. Для 20 спутников (включая Фебу) ошибки определения периодов вращения весьма малы (<2%), для трех спутников определенные значения периодов являются неоднозначными, для двух – предварительными. Отметим, что все спутники являются весьма малыми (практически у всех из них $R < 2$ км). Данные, полученные Denk и Mottola (2019), на треть увеличили объем известной ранее информации о вращательных состояниях спутников планет.

Спутник Нептуна – Нереида (Н2). Среди всех известных в настоящее время четырнадцати спутников Нептуна наибольший интерес с точки зрения вращательной динамики представляет второй спутник – Нереида. Нереида является иррегулярным спутником с диаметром фигуры около 350 км (Smith и др., 1989; Thomas и др., 1991). Спутник обращается по чрезвычайно вытянутой ($e \approx 0.75$) орбите. Некоторое время полагалось, что вращение Нереиды может быть хаотическим (Dobrovolskis, 1995; Schaefer B.E., Schaefer M.W., 2000). Grav и др. (2003) на основе анализа проведенных ими наземных наблюдений установили, что период вращения Нереиды $P_{\text{rot}} = 11.52 \pm 0.14$ ч ($P_{\text{orb}} = 360$ сут). Таким образом, ее скорость вращения в ~750 раз быстрее скорости синхронного вращения. Главной проблемой определения периода вращения Нереиды является тот факт, что установленные разными наблюдателями (в разные эпохи) амплитуды изменения ее кривой блеска отличаются в десятки раз (Schaefer B.E., Schaefer M.W., 2000; Grav и др., 2003; Schaefer и др., 2008). Schaefer и др. (2008) предположили, что эти различия амплитуд можно объяснить ее сильно вытянутой фигурой, значительной прецессией оси собственного вращения, а также сильными вариациями альбедо по поверхности. Детальное численное моделирование вращательной динамики Нереиды проведено в работе Alexander и др. (2011), где, в частности, оценено влияние асимметрии фигуры на вид наблюдаемой кривой блеска. Связь между формой, вращением и наблюдаемой кривой блеска Нереиды подробно изучена в работе Hesselbrock и др. (2013) посредством построения модельных кривых блеска для разных значений параметров, задающих фигуру, ориентацию и параметры вращения спутника. Hesselbrock и др. (2013) провели сопоставление модельных и наблюдаемых наземных кривых блеска и предположили, что вариации амплитуд кривых блеска Нереиды в разные эпохи наблюдений (см. рис. 4 в Schaefer и др., 2008) можно действительно объяснить ее сильно вытянутой фигурой, также с учетом возможного изменения альбедо по поверхности. Kiss и др. (2016) посредством анализа наблюдений, полученных с двух космических телескопов (Spitzer Space Telescope и Herschel Space Observatory) с большой точностью определили период вращения Нереиды ($P_{\text{rot}} = 11.594 \pm 0.017$ ч), а также уточнили параметры ее фигуры. Согласно их выводам, наблюдаемые особенности кривой блеска Нереиды обусловлены лишь ее вытянутой фигурой; отношение наибольшей и наименьшей полуосей трехосного эллипсоида, аппроксимирующего фигуру Нереиды, близко к 1.3 : 1; также они обусловлены “очень грубой покрытой множеством кратеров поверхностью” спутника (“... and it has a very rough, highly cratered surface”).

Спутники Урана. Maris и др. (2001) на основе анализа проведенных ими наземных наблюдений Калибана (У16) и Сикораксы (У17) установили, что периоды вращения спутников составляют соответственно ~3 и ~4 ч. Позднее, фотометрические наблюдения Maris и др. (2007) подтвердили величину периода вращения Сикораксы (У17) и позволили определить периоды вращения Просперо (У18) (~4.6 ч) и Стебоса (У19) (около 4.4 ч). Согласно Maris и др. (2001; 2007) орбитальные периоды Калибана (У16), Сикораксы (У17), Просперо (У18) и Стебоса (У19) примерно в 5200, 8600, 10300 и 12200 раз больше периодов их собственного вращения. В работе Farkas-Takács и др. (2017) посредством анализа данных наблюдений, выполненных с космического телескопа Kepler, уточнены периоды вращения всех перечисленных выше спутников Урана (их величины оказались чуть выше определенных Maris и др. (2001, 2007)); кроме того, впервые определен период вращения у Фердинанда (У24) (≈11.8 ч).

Таким образом, у пяти спутников Урана к настоящему времени выявлено быстрое несинхронное вращение. Согласно Sheppard и др. (2005), наибольший из этих иррегулярных спутников Урана – Сикоракса (У17) – имеет радиус $R \approx 75$ км, а наименьший – Фердинанд (У24) – имеет радиус $R \approx 10$ км.

Можно видеть, что развитие современных методов наблюдений, включая, прежде всего, использование космических телескопов (Farkas-Takács и др., 2017; Kiss и др., 2016), позволяет изучать вращательную динамику весьма малых и удаленных от нас спутников планет.

Что касается вращательной динамики спутников за пределами орбиты Нептуна, у четырех спутников Плутона наблюдается быстрое вращение (Weaver и др., 2016). Вероятно, быстрое вращение имеет место у всех спутников транснептуновых объектов (ТНО) (см. обсуждение времени приливного замедления спутников крупных ТНО в статье Thirouin и др. (2014)). Вращательная динамика спутников крупных ТНО рассмотрена кратко далее.

ХАОТИЧЕСКОЕ ВРАЩЕНИЕ

Третьим качественным типом вращения спутника, предсказанным теоретически и установленным из наблюдений, является хаотическое вращение (“кувыркание”). Хаотическое поведение может иметь место во вращательной динамике различных небесных тел (планеты, спутники планет, астероиды, ядра комет) (см. Мюррей и Дермотт (2009), Морбиделли (2014), Shevchenko (2020)). Проявлением динамического хаоса (Лихтенберг, Либерман, 1984) является экспоненциальная расходимость близких траекторий фазового пространства системы, поэтому ее динамика является непредсказуемой на временах, больших, чем так называемое ляпуновское время системы (Chirikov, 1979). Для выявления динамического хаоса используют разнообразные численные инструменты, такие как вычисление характеристических показателей Ляпунова, параметра MEGNO, применение частотного анализа (см. обзоры Maffione и др. (2013), Морбиделли (2014), Мельников (2018)).

Индикатором хаоса, имеющим строгое теоретическое обоснование, являются характеристические показатели Ляпунова (ХПЛ). ХПЛ характеризуют скорость экспоненциальной расходимости начально близких траекторий в фазовом пространстве динамической системы (см. Оселедец, 1968; Лихтенберг, Либерман, 1984; Мюррей, Дермотт, 2009; Морбиделли, 2014; Shevchenko, 2020). Спектр ХПЛ для гамильтоновой системы состоит из $2N$ показателей, где N – число степеней свободы системы. В случае регулярной динамики все ХПЛ равны нулю, а при хаотическом движении как минимум максимальный ХПЛ больше нуля. В работах Benettin и др. (1976; 1980) показана эффективность вычисления ХПЛ как инструмента для исследования динамических систем и представлены базовые алгоритмы для вычисления ХПЛ. HQRB-метод (Householder QR-Based), разработанный von Bremen и др. (1997), основан на QR-разложении матрицы касательного отображения с использованием преобразования Хаусхолдера. В работе Shevchenko и Kouprianov (2002) HQRB-метод реализован в виде программного комплекса и применен для исследования вращательной динамики спутников планет. Аналитические методы оценивания максимальных показателей Ляпунова представлены в работах Шевченко (2002) и Shevchenko (2020); эти методы основываются главным образом на теории сепаратрисных отображений (см. Shevchenko, 1999; 2020).

В работах Wisdom и др. (1984) и Wisdom (1987) теоретически показано, что спутник несферической формы на эллиптической орбите может вращаться хаотическим (непредсказуемым) образом. Wisdom и др. (1984) впервые указали, что кандидатом на хаотическое вращение, из-за сильной асимметрии фигуры и значительного эксцентриситета орбиты, является Гиперион (С7). Проведенное позднее рядом исследователей (Klavetter, 1989b; Black и др., 1995; Девяткин и др., 2002; Melnikov, 2002; Harbison и др., 2011) моделирование наблюдаемых кривых блеска и вращательной динамики Гипериона, подтвердило хаотический характер его вращения. Результаты изучения вращательной динамики Гипериона подробно рассмотрены далее.

Хаотическая вращательная динамика Гипериона

Впервые на возможность наличия хаоса во вращательной динамике спутников планет было указано в работе Wisdom и др. (1984), а в качестве наиболее вероятного кандидата на нахождение в хаотическом режиме вращения выявлен Гиперион – седьмой спутник Сатурна.

Гиперион (С7) открыт У. Бондом (Bond, 1848), Дж. Бондом и, независимо, У. Ласселлом (Lassell, 1848). Орбита Гипериона имеет заметный эксцентриситет ($e \approx 0.1$) и малый наклон к экватору Сатурна ($i = 0.43°$). Орбитальный период Гипериона $P_{\rm orb} \approx 21.28$ сут, большая полуось орбиты $a \approx 25R_{\rm Saturn}$, где $R_{\rm Saturn} \approx 57600$ км – средний радиус Сатурна. Согласно данным наблюдений с КА Voyager-2 (Thomas, Veverka, 1985; Thomas и др., 1995) и КА Cassini (Thomas и др., 2007; Thomas, 2010), фигура Гипериона сильно вытянута; трехосный эллипсоид, аппроксимирующий его фигуру, имеет полуоси 180 × 133 × 103 км. Согласно Thomas и др. (2007) и Rossignoli и др. (2019) на поверхности Гипериона имеются как множество мелких кратеров, так и несколько крупных, один из которых имеет диаметр 150 км, то есть сопоставим с радиусом фигуры спутника. Гиперион является самым крупным из сферически-несимметричных спутников в Солнечной системе.

Согласно теоретическому исследованию Wisdom и др. (1984), именно сильно несимметричная геометрическая форма Гипериона, в сочетании с существенным эксцентриситетом орбиты, сделали его среди известных спутников планет наиболее вероятным кандидатом на нахождение в режиме хаотического вращения. Кроме того, проведенное Wisdom и др. (1984) численное исследование устойчивости модельного вращения Гипериона в синхронном резонансе показало, что его синхронное вращение является неустойчивым относительно наклона оси вращения к плоскости орбиты. Даже малое смещение оси вращения от

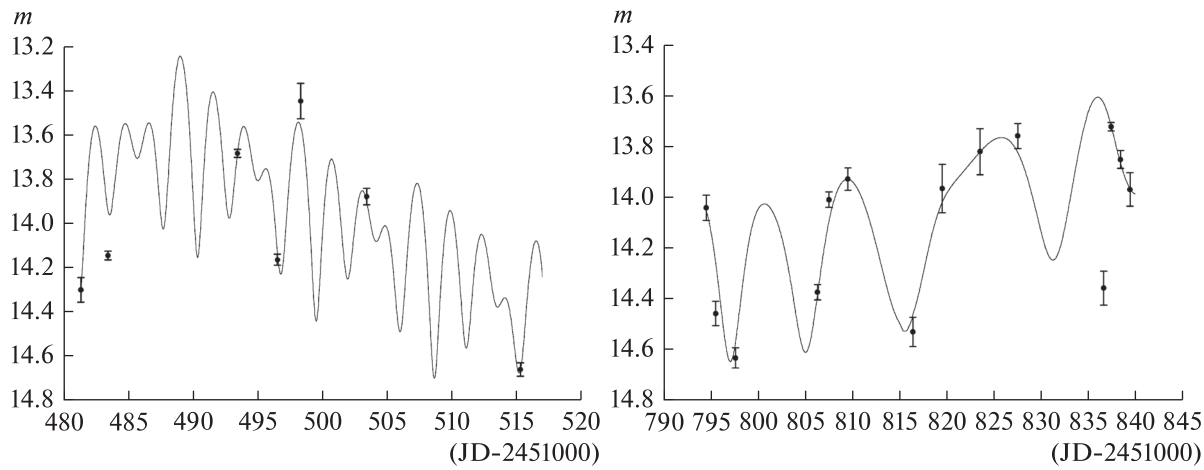


Рис. 5. Модельные кривые блеска Гипериона (C7) для наблюдений, выполненных в Пулкове с сентября по декабрь 1999 г. (панель слева) и с сентября по октябрь 2000 г. (панель справа). Точками с барами указаны наблюдавшиеся значения звездной величины Гипериона. Время указано в юлианских сутках. (Рисунок из работы Девяткина и др. (2002).)

нормали приводит к хаотическому “кувырканию” спутника.

В 1984 г. на основе анализа наблюдательных данных, полученных с КА Voyager-2, Thomas и др. (1984) сделали вывод, что период вращения Гипериона составляет около 13 сут, при этом его ось вращения близка к плоскости орбиты. Такое необычное для спутника вращательное состояние и теоретическое предсказание, сделанное Wisdom и др. (1984), о возможном хаотическом режиме вращения Гипериона привлекли внимание исследователей к изучению его динамики и организации новых наблюдений. Моделирование вращательной динамики и кривых блеска Гипериона провел Klavetter (1989b) на основе полученных им в 1987 г. наблюдательных данных (Klavetter, 1989a). Black и др. (1995) моделировали вращательную динамику Гипериона на основе данных наблюдений с КА Voyager-2 (Thomas и др., 1995). Девяткин и др. (2002) и Melnikov (2002) провели моделирование кривых блеска и вращательной динамики Гипериона на основе пулковских данных наблюдений и данных наблюдений Klavetter (1989a). Моделирование вращательной динамики Гипериона на основе наблюдений с КА Voyager-2 и Cassini было проведено Harbison и др. (2011). Основной целью всех перечисленных выше исследований являлось выяснение характера вращения Гипериона.

Klavetter (1989b) из моделирования полученных им же кривых блеска нашел, что вращение Гипериона является, вероятнее всего, хаотическим. Black и др. (1995) и Harbison и др. (2011) установили, что скорость вращения Гипериона примерно в четыре раза выше скорости его обращения по орбите. При столь высокой частоте вращения, далекой от синхронного резонанса, вращение может быть и регулярным. Однако Black и др. (1995) на основании результатов численного моделирования долговременной вращательной динамики были более склонны считать вращение Гипериона хаотическим.

В работе Девяткина и др. (2002) посредством моделирования наблюдаемых кривых блеска Гипериона (как пулковских, так и построенных Klavetter) оценены значения параметров и начальные условия, задающие его вращательное состояние на эпохи проведения наблюдений (1987, 1999–2000 гг.). Примеры модельных кривых блеска приведены на рис. 5. Данные, полученные из сопоставления сечений фазового пространства вращательного движения и начальных условий, воспроизводящих наблюдаемые кривые блеска, указывали на то, что вращение является хаотическим. Вычисление ХПЛ, проведенное Мельниковым (Melnikov, 2002) для допустимых начальных условий движения, показало, что вращение Гипериона, действительно, является хаотическим, поскольку максимальный ХПЛ оказался больше нуля (см., например, вычисления ХПЛ на рис. 6). Таким образом, в работе Melnikov (2002) хаотический характер вращения Гипериона был строго установлен.

Ляпуновские времена хаотического вращения Гипериона

Wisdom и др. (1984) посредством вычисления ХПЛ для хаотического вращения спутника с параметрами Гипериона оценили величину ляпуновского времени (полагаемого равным $1/L_1$, где L_1 – максимальный ХПЛ), равной примерно двум орбитальным периодам (≈42 сут). Согласно Melnikov (2002), ляпуновское время для вращатель-

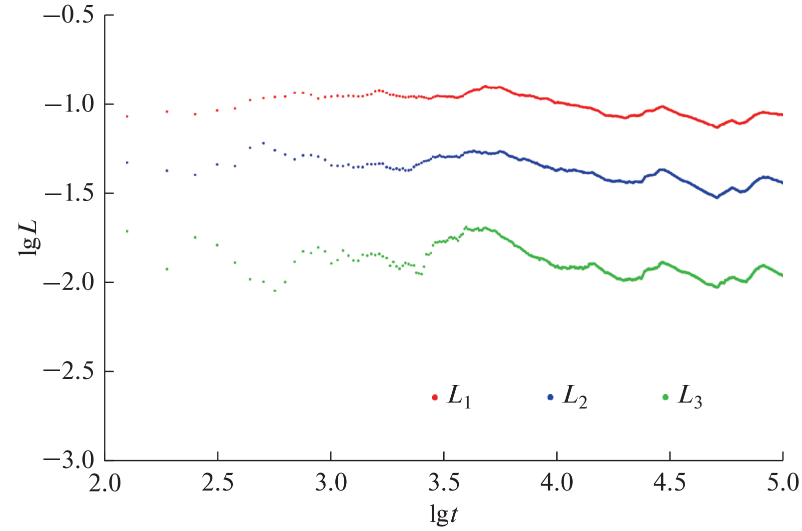


Рис. 6. Зависимость текущих величин ХПЛ ($L_1 > L_2 > L_3$) от времени t, на котором они вычисляются, для начальных условий (из области допустимых значений) вращательного движения Гипериона (С7). Единица времени равна $1/(2\pi)$ орбитального периода. (Рисунок из работы Melnikov (2002).)

ной динамики Гипериона составляет от 38 до 51 сут. Теоретическая оценка ляпуновского времени для Гипериона, полученная Шевченко (2002), составляет ≈30 сут. Kouprianov и Shevchenko (2005) оценили ляпуновское время вращения Гипериона в 54 сут.

Полученные Harbison и др. (2011) оценки величины ляпуновского времени для наблюдаемой вращательной динамики Гипериона также указывают на хаотический характер его вращения. Именно, была получена средняя оценка 61.4 ± 3.6 сут.

Таким образом, любая информация о начальных условиях, задающих вращательное движение Гипериона, утрачивается в его динамике на временах в 1–2 мес., т.е. за время в полтора–три орбитальных периода. Соответственно, любая полезная информация о вращательной динамике этого спутника может быть извлечена из его кривой блеска при моделировании отрезков кривой блеска на интервалах времени, меньше указанного.

Хаос во вращении Гипериона можно обнаружить посредством анализа данных, полученных как в наземных наблюдениях, так и в наблюдениях с КА. Дальнейшее моделирование и анализ наблюдаемых кривых блеска и анализ наблюдений с КА позволят уточнить параметры хаотического вращения Гипериона и величину ляпуновского времени.

Tarnopolski (2015) применил метод нелинейного анализа временных рядов к наблюдательным данным, полученным в работах Klavetter (1989b) и Девяткина и др. (2002), чтобы выяснить требования к временнóму ряду наземных фотометрических наблюдений, анализ которого позволил бы выявить хаотический характер динамики Гипериона путем вычисления максимального показателя Ляпунова непосредственно на основе ряда наблюдений. Согласно Tarnopolski (2015), фотометрические наблюдения Гипериона должны продолжаться не менее года и проводиться при помощи нескольких телескопов для обеспечения непрерывного ряда наблюдений без пропусков во времени.

К настоящему времени Гиперион является единственным спутником планеты в Солнечной системе, для которого строго подтверждена хаотическая вращательная динамика.

Согласно статистике наблюдательных данных, чем меньше спутник, тем более несимметричную форму он может иметь (см., например, Куприянов, Шевченко (2006); Мельников, Шевченко (2007); Melnikov, Shevchenko (2010)). Наблюдаемая зависимость параметра ω_0, характеризующего асимметрию фигуры спутника, от среднего радиуса спутника, приведена на рис. 7. Зависимость указывает на то, что режим хаотического вращения более вероятен у меньших спутников планет. Обсудим это вопрос далее подробно.

Хаотическое вращение других малых спутников

Могут ли другие, помимо Гипериона, малые спутники планет Солнечной системы находиться в настоящее время в наблюдаемом режиме хаотического вращения? Wisdom (1987) показал, что хаотическое вращение имеет место в ходе приливной эволюции вращательного движения перед захватом в синхронный резонанс у всех спутников с иррегулярной (существенно несферической) фигурой и отличным от нуля эксцентриситетом орбиты.

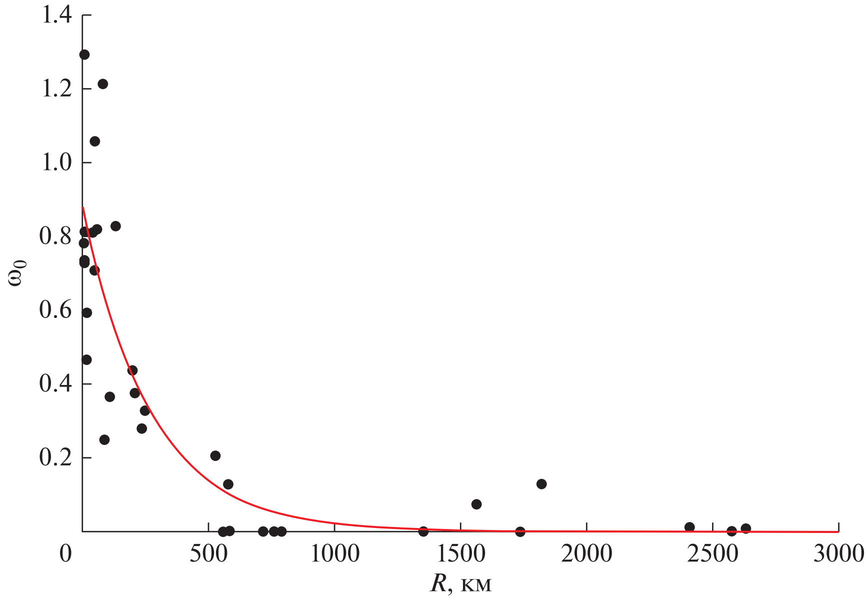


Рис. 7. Диаграмма “средний радиус спутника R–параметр ω_0”. Точками отмечено положение спутников с известными данными. Сплошной линией нанесена экспоненциальная аппроксимация. (Рисунок из работы Мельникова и Шевченко (2007).)

Melnikov и Shevchenko (2010) рассмотрели задачу о типичных современных вращательных режимах спутников планет и показали, что более 60% известных малых спутников с неустановленным в настоящее время режимом вращения либо находятся в регулярном (и более быстром, чем синхронное) вращении, либо вращаются хаотически. Хаотическое вращение должно наблюдаться у таких малых спутников, чья приливная эволюция уже завершена – в фазовом пространстве вращательного движения спутник приблизился к области, соответствующей синхронному вращению, однако синхронный резонанс является неустойчивым, либо вовсе не существует. Вывод о быстром современном вращении у значительной части известных малых спутников в работе Melnikov и Shevchenko (2010) сделан с точки зрения динамической устойчивости синхронного вращения для этих спутников.

В работах Kouprianov и Shevchenko (2005) и Melnikov и Shevchenko (2008) показано, что два спутника Сатурна – Прометей (С16) и Пандора (С17) – могут вращаться хаотически, поскольку их плоское синхронное вращательное движение с большой долей вероятности является неустойчивым относительно наклона оси вращения. Ляпуновское время возможного хаотического вращения этих спутников весьма мало – менее суток (Kouprianov, Shevchenko, 2005). Модельные численные эксперименты показали (Melnikov, Shevchenko, 2008; Мельников, 2020), что у некоторых малых спутников, например у Прометея (С16) и Пандоры (С17), при хаотическом вращении имеет место эффект преимущественной ориентации наибольшей оси фигуры спутника по направлению на планету, поэтому вращение спутника внешне может быть схоже с синхронным вращением. Впервые данный эффект отметил Wisdom (1987) в модельных численных экспериментах по изучению хаотического пространственного вращения Фобоса (М1). Как показал Мельников (2020), эффект преимущественной ориентации фигуры спутника на планету должен быть заметен в хаотической динамике спутников с малой величиной эксцентриситета орбиты ($e < 0.005$), что может затруднить идентификацию хаотического режима вращения для таких спутников, если длина ряда наблюдений недостаточно велика.

Quillen и др. (2020) исследовали долговременную вращательную динамику Фобоса и Деймоса в предположении, что первоначально спутники находились в режиме хаотического кувыркания. Численные эксперименты подтвердили предположения Wisdom (1987) о том, что эти спутники даже при малых начальных эксцентриситетах их орбит могут находиться в хаотическом режиме вращения в течение тысяч орбитальных периодов. После приливного захвата в синхронное вращение вязкоупругие спутники могут еще долго вращаться относительно оси, не совпадающей с осью его наибольшего момента инерции, что сопровождается повышенным рассеянием энергии в теле спутника. При хаотическом кувыркании рассеяние энергии на несколько порядков выше

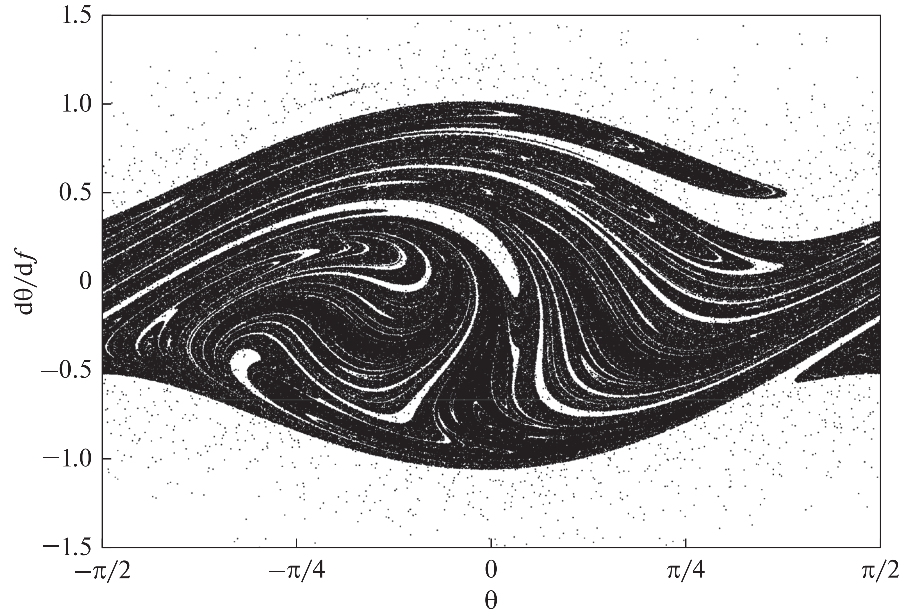


Рис. 8. Пример странного аттрактора на сечении фазового пространства плоского вращательного движения спутника. Через θ обозначен угол между линией апсид и наибольшей осью фигуры спутника; *f* – истинная аномалия. (Рисунок из работы Мельникова (2014).)

(Quillen и др., 2020), чем при регулярном синхронном вращении. Согласно Wisdom (1987), ряды параллельных разломов на поверхности Фобоса могли возникнуть именно в эпоху его хаотического вращения в прошлом.

Странные аттракторы в хаотической вращательной динамике спутников

В работах (Celletti, MacKay, 2007; Celletti и др., 2007; Celletti, Chierchia, 2008) показано, что при определенных значениях параметров в задаче о вращательном движении спутника с учетом диссипативных сил в фазовом пространстве движения могут существовать периодические и квазипериодические аттракторы (о типах аттракторов см. Лихтенберг и Либерман, 1984). Согласно Celletti и Chierchia (2008), при малой величине эксцентриситета практически все фазовое пространство занято периодическим аттрактором, соответствующим синхронному 1 : 1 резонансу. При больших эксцентриситетах преобладают периодические аттракторы, соответствующие резонансам более высоких порядков, а также квазипериодические аттракторы.

Проведенное Khan и др. (1998) исследование динамики плоского вращательного движения спутника при учете приливных возмущений показало, что при определенных значениях параметров задачи (эксцентриситет, параметр, определяющий асимметрию фигуры спутника, и параметр, определяющий величину приливной диссипации) на сечениях фазового пространства появляется структура, характерная для странного аттрактора (о теории странных аттракторов см. Лихтенберг и Либерман, 1984). На возникновение странного аттрактора в данной задаче было указано Белецким (2007), чей вывод был сделан на основе анализа сечений фазового пространства.

Учет приливного взаимодействия расширяет номенклатуру возможных режимов вращательного движения спутника в окрестности синхронного резонанса, поскольку в диссипативной системе возможно хаотическое движение на странном аттракторе. Странный аттрактор возникает в том месте на сечении, где располагается хаотический слой в окрестности сепаратрис спин-орбитального резонанса при отсутствии приливного взаимодействия. Пример сечения фазового пространства плоского вращательного движения спутника при учете приливного взаимодействия с планетой представлен на рис. 8. Khan и др. (1998), полагая эксцентриситет орбиты спутника малым, получили аналитическую оценку величины параметра, характеризующего приливную диссипацию, при которой формируется странный аттрактор.

В работе Мельникова (2014) детально рассмотрена задача о возможности существования странного аттрактора во вращательной динамике спутников планет. Посредством вычисления и анализа значений ХПЛ на множестве возможных значений параметров задачи показано, что странный аттрактор может существовать в ходе приливной эволюции вращательного движения некоторых малых спутников, например, в динамике Гипериона (С7). Напомним, что, согласно (Klavetter, 1989b; Black и др., 1995; Девяткин и др., 2002; Melnikov, 2002; Harbison и др., 2011), в настоящую эпоху вращение Гипериона хаотично.

Вращение близких спутников планет-гигантов в релятивистском приближении

В работах (Biscani и Carloni, 2015; Пашкевич и др., 2021) показано, что при исследовании долговременной эволюции вращательного движения спутников планет-гигантов следует учитывать релятивистские эффекты. Наиболее существенными релятивистскими эффектами во вращении небесных тел являются эффекты геодезической прецессии и нутации, вместе составляющие геодезическое вращение. Эффекты геодезической прецессии (De Sitter, 1916) и нутации (Fukushima, 1991), представляют собой, соответственно, систематическое и периодическое изменения направления оси вращения небесного тела в результате параллельного переноса вектора момента количества движения вдоль орбиты в искривленном пространстве-времени. Поскольку Юпитер является вторым наибольшим по массе объектом в Солнечной системе, следует ожидать, что он будет вызывать релятивистские возмущения в динамике близких к нему тел. Теоретические оценки величины геодезической прецессии двух спутников Юпитера – Ио (Ю1) и Метиды (Ю16) – для упрощенной модели их вращения получены Biscani и Carloni (2015). В работах Пашкевича и Вершкова (2019) и Пашкевича и др. (2021) на основе имеющихся эфемерид (Archinal и др., 2018) проведено детальное исследование вращательной динамики как спутников Марса, так и внутренних спутников Юпитера (Амальтеи (Ю5), Фивы (Ю14), Адрастеи (Ю15) и Метиды (Ю16)) в релятивистском приближении. Оказалось, что величина геодезической прецессии внутренних спутников Юпитера, орбиты которых весьма близки к планете, сопоставима с их прецессией в ньютоновом приближении. Таким образом, учет релятивистских эффектов во вращательной динамике близких спутников планет-гигантов необходим при моделировании их долговременной приливной эволюции. Релятивистские эффекты могут играть важную роль во вращательной динамике возможных спутников экзопланет (см. обсуждение далее).

ВРАЩАТЕЛЬНАЯ ДИНАМИКА СПУТНИКОВ КРУПНЫХ ТРАНСНЕПТУНОВЫХ ОБЪЕКТОВ

Многие транснептуновые объекты (ТНО) обладают спутниками (Brown и др., 2006; Parker и др., 2016; Kiss и др., 2017; Sheppard и др., 2018), либо представляют собой двойные, чьи компоненты сопоставимы по массе (Thirouin и др., 2014; 2016), либо являются контактными двойными (Grishin и др., 2020). К настоящему времени открыто шесть ТНО диаметром более 1000 км (включая Плутон); у всех шести имеются спутники (Arakawa и др., 2019). Согласно результатам численного моделирования, проведенного Arakawa и др. (2019), большинство спутников крупных ТНО образовались в результате столкновений крупных тел на ранних этапах формирования Солнечной системы.

Вращательная динамика циркумбинарных спутников (спутников, обращающихся вокруг гравитирующих двойных), например, у малых спутников в системе Плутон–Харон, может быть хаотической. Showalter и Hamilton (2015) указали на возможность хаотического вращения двух циркумбинарных спутников системы Плутон–Харон–Никса (П2) и Гидры (П3). Потенциально хаотическую вращательную динамику малых спутников системы Плутон–Харон подтвердили путем численных расчетов Correia и др. (2015).

Однако немного позднее Weaver и др. (2016) на основе детального анализа данных полученных с КА New Horizons установили, что четыре малых спутника Плутона (в их числе и Никс с Гидрой) обладают быстрым вращением – в 6–88 раз быстрее синхронного. Факт быстрого вращения малых спутников Плутона подтверждается результатами численного совместного моделирования их орбитальной и вращательной динамики (Quillen и др., 2017). Таким образом, спутники системы Плутон–Харон в ходе долговременной приливной эволюции вращательного движения еще не успели достичь области хаоса.

Быстрое несинхронное вращение, вероятно, характерно и для других известных спутников ТНО (Brown и др., 2006; Brown, Butler, 2018; Ćuk и др., 2013; Kiss и др., 2017; Sheppard и др., 2018; Parker и др., 2016) именно из-за пока еще незавершенной приливной эволюции.

ВРАЩАТЕЛЬНАЯ ДИНАМИКА СПУТНИКОВ ЭКЗОПЛАНЕТ

В настоящее время активно развиваются исследования возможности существования спутников экзопланет (Kipping и др., 2012; 2014; Heller, 2014; 2018; Heller и др., 2014; Sucerquia и др., 2019), а также и субспутников спутников экзопланет (submoons, спутников у спутников, см. Kollmeier и Raymond, 2019; Rosario-Franco и др., 2020). Второй тип объектов, как известно, отсутствует в нашей Солнечной системе, но в других системах их наличие не исключено.

Интерес к экзолунам велик, прежде всего, ввиду высокой актуальности проблемы обитаемости экзопланетных систем. Действительно, на спутниках экзопланет могут поддерживаться более подходящие для существования жизни условия, чем на их родительских планетах, часто представляющих собой газовые гиганты, хотя и находящиеся в области потенциальной обитаемости у родительской звезды (Williams и др., 1997; Kaltenegger, 2010; Heller и др., 2014).

Экзолуны могут быть обнаружены из наблюдений транзитов, поскольку наличие спутника у планеты вносит специфические вариации в форму кривой блеска транзита, что касается как интервалов между транзитами, так и длительности транзитов, а также и формы кривой при потемнении родительской звезды во время транзита (см. Kipping (2011), Heller (2014)).

Реальный вероятный кандидат в экзолуны представлен в работе Teachey и Kipping (2018). Посредством анализа наблюдений с ИСЗ HST (Hubble Space Telescope) и использованием метода TTV (“Transit Timing Variations”) они получили свидетельства существования у планеты Kepler-1625b спутника. Планета Kepler-1625b по своим размерам близка к Юпитеру, а ее спутник – к Нептуну (Heller, 2018). По поводу обоснованности обнаружения спутника планеты Kepler-1625b возникла дискуссия (Heller и др., 2019; Teachey и др., 2020), подчеркнувшая сложность проблемы.

При помощи метода TTV Kipping (2020) выявил признаки присутствия экзолун в шести планетных системах; Fox и Wiegert (2021) обнаружили еще восемь систем, чьи планеты имеют признаки наличия спутников.

У спутников экзопланет может быть относительно распространена хаотическая вращательная динамика, поскольку конфигурации планетных систем (и соответственно, их спутниковых подсистем) весьма разнообразны: например, есть планеты в кратных звездных системах; эксцентриситеты и наклонения орбит планет бывают весьма значительными. Отметим, что хаос может иметь место во вращательной динамике коорбитальных спутников (к которым относится, например, ряд спутников в системе Сатурна) на квазикруговых орбитах (Correia, Robutel, 2013), а также у коорбитальных экзопланет со значительными эксцентриситетами орбит (Leleu и др., 2016). В экзопланетных системах на вращательную динамику спутников усложняющее влияние могут оказывать возмущения со стороны дополнительных спутников (Tarnopolski, 2017).

Во многих случаях может быть существенно важным учет релятивистских эффектов. Основываясь на результатах исследований вращательной динамики в релятивистском приближении для ряда спутников Юпитера (Biscani, Carloni, 2015; Пашкевич и др., 2021), можно утверждать, что релятивистские эффекты во вращательной динамике, вероятно, существенны для многих экзолун, которые будут обнаружены в будущем. В работе Iorio (2021) показано, что из-за релятивистских эффектов наклон оси собственного вращения спутников экзопланет может меняться в больших пределах (10°–100°) на интервале времени менее миллиона лет. Данный вывод согласуется с результатами, полученными Пашкевичем и др. (2021) для спутников планет Солнечной системы.

Большинство работ, посвященных изучению экзолун, пока затрагивает лишь аспекты их возможной орбитальной динамики и вопросы формирования, поскольку данные задачи непосредственно связаны с проблемой их обнаружения. Однако уже сейчас проблема вращательной динамики и эволюции вращения спутников экзопланет стала актуальной, прежде всего в связи с проблемой обитаемости экзосистем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем обзоре рассмотрены работы, посвященные исследованиям вращательной динамики и эволюции вращения спутников планет Солнечной системы и потенциально существующих спутников экзопланет. Приведены данные о наблюдаемых вращательных состояниях известных спутников. Рассмотрены основные выводы теоретических исследований долговременной динамической приливной эволюции вращательного движения спутников. Обсуждены основные теоретически возможные и наблюдаемые режимы вращения спутника: синхронное с движением по орбите вращение, быстрое, по сравнению с синхронным, вращение; хаотический режим вращения. Подробно рассмотрены результаты исследования хаотической вращательной динамики седьмого спутника Сатурна – Гипериона. Рассмотрены результаты современных исследований вращательной динамики спутников транснептуновых объектов (включая спутников Плутона) и возможных спутников экзопланет.

Авторы благодарны рецензентам за полезные замечания.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-12-50086. Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR, project number 20-12-50086.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Алешкина Е.Ю. Захват в синхронный спин-орбитальный резонанс крупных спутников планет // Астрон. вестн. 2009. Т. 43. № 1. С. 75–82. (*Aleshkina E.Yu.* Synchronous spin-orbital resonance locking of large planetary satellites // Sol. Syst. Res. 2009. V. 43. № 1. P. 71–78.)

Белецкий В.В. О либрации спутника // Искусственные спутники Земли. М.: Изд-во АН СССР, 1959. Вып. 3. С. 13.

Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.

Белецкий В.В. Регулярные и хаотические движения твердых тел. М.–Ижевск: ИКМ, 2007. 132 с.

Брюно А.Д. Семейства периодических решений уравнения Белецкого // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 3. С. 295–316.

Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Грицук А.Н., Мельников А.В., Сидоров М.Ю., Шевченко И.И. Наблюдения и теоретический анализ кривых блеска естественных спутников планет // Астрон. вестн. 2002. Т. 36. № 3. С. 269–281. (*Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Gritsuk A.N., Melnikov A.V., Sidorov M.Yu., Shevchenko I.I.* Observations and theoretical analysis of lightcurves of natural satellites of planets // Sol. Syst. Res. 2002. V. 36. № 3. P. 248–259.)

Емельянов Н.В. Динамика естественных спутников планет на основе наблюдений // Астрон. журн. 2018. Т. 95. № 12. С. 873–882.

Емельянов Н.В. Динамика естественных спутников планет на основе наблюдений. ГАИШ МГУ. Фрязино: Век 2, 2019. 575 с.

Емельянов Н.В., Уральская В.С. Оценки физических параметров далеких спутников планет // Астрон. вестн. 2011. Т. 45. № 5. С. 387–395. (*Emelyanov N.V., Uralskaya V.S.* Estimates of the physical parameters of remote planetary satellites // Sol. Syst. Res. 2011. V. 45. № 5. P. 377–385.)
https://doi.org/10.1134/S0038094611050042

Емельянов Н.В., Вашковьяк С.Н., Шереметьев К.Ю. Определение масс спутников планет по взаимным гравитационным возмущениям // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 3. Р. 223–231. (*Emelyanov N.V., Vashkovyak S.N., Sheremetev K.Yu.* Determination of the masses of planetary satellites from their mutual gravitational perturbations // Sol. Syst. Res. 2007. V. 41. № 3. P. 203–210.)
https://doi.org/10.1134/S0038094607030033

Златоустов В.А., Охоцимский Д.Е., Сарычев В.А., Торжевский А.П. Исследование колебаний спутника в плоскости эллиптической орбиты // Космич. исслед. 1964. Т. 2. Вып. 5. С. 657–666.

Куприянов В.В., Шевченко И.И. О форме и вращательной динамике малых спутников планет // Астрон. вестн. 2006. Т. 40. № 5. С. 428–435. (*Kouprianov V.V., Shevchenko I.I.* The shapes and rotational dynamics of minor planetary satellites // Sol. Syst. Res. 2006. V. 40. № 5. P. 393–399.)
https://doi.org/10.1134/S0038094606050042

Лихтенберг А., Либерман М. Регулярная и стохастическая динамика. М.: Мир, 1984. 528 с.

Мельников А.В. Бифуркационный режим синхронного резонанса в поступательно-вращательном движении несферических естественных спутников планет // Космич. исслед. 2001. Т. 39. № 1. С. 74–84.

Мельников А.В. Условия возникновения странных аттракторов во вращательной динамике малых спутников планет // Космич. исслед. 2014. Т. 52. № 6. С. 500–511.

Мельников А.В. Численные инструменты для анализа вековой динамики экзопланетных систем // Астрон. вестн. 2018. Т. 52. № 5. С. 427–436. (*Melnikov A.V.* Numerical instruments for the analysis of secular dynamics of exoplanetary systems // Sol. Syst. Res. 2018. V. 52. № 5. P. 417–425.
https://doi.org/10.1134/S0320930X18050067)
https://doi.org/10.1134/S0038094618050064

Мельников А.В. Ориентация фигур малых спутников планет при хаотическом вращении // Астрон. вестн. 2020. Т. 54. № 5. С. 458–467. (*Melnikov A.V.* Orientation of figures of small planetary satellites during chaotic rotation // Sol. Syst. Res. 2020. V. 54. № 5. P. 432–441.
https://doi.org/10.31857/S0320930X20050060)
https://doi.org/10.1134/S0038094620050068

Мельников А.В., Шевченко И.И. Об устойчивости вращательного движения несферических естественных спутников относительно наклона оси вращения // Астрон. вестн. 1998. Т. 32. № 6. С. 548–559. (*Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* The stability of the rotational motion of nonspherical natural satellites with respect to tilting the axis of rotation // Sol. Syst. Res. 1998. V. 32. № 6. P. 480–490.)

Мельников А.В., Шевченко И.И. Об устойчивости вращения несферических естественных спутников в синхронном резонансе // Астрон. вестн. 2000. Т. 34. № 5. С. 478–486. (*Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* On the stability of the rotational motion of nonspherical natural satellites in a synchronous resonance // Sol. Syst. Res. 2000. V. 34. № 5. P. 434–442.)

Мельников А.В., Шевченко И.И. Необычные режимы вращения малых спутников планет // Астрон. вестн. 2007. Т. 41. № 6. С. 521–530. (*Melnikov A.V., Shevchenko I.I.* Unusual rotation modes of minor planetary satellites // Sol. Syst. Res. 2007. V. 41. № 6. P. 483–491.)
https://doi.org/10.1134/S0038094607060032

Морбиделли А. Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014. 432 с.

Мюррей К., Дермотт С. Динамика Солнечной системы. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 588 с.

Оселедец В.И. Мультипликативная эргодическая теорема. Характеристические показатели Ляпунова динамических систем // Тр. Московского математического общества. 1968. Т. 19. С. 179–210.

Пашкевич В.В., Вершков А.Н. Учет релятивистских эффектов во вращении Марса и его спутников // Астрон. вестн. 2019. Т. 53. № 6. С. 423–427. (*Pashkevich V.V., Vershkov A.N.* Consideration of relativistic effects in the rotation of Mars and its satellites // Sol. Syst. Res. 2019. V. 53. № 6. P. 431–435.
https://doi.org/10.1134/S0320930X19060069.)
https://doi.org/10.1134/S0038094619060066

Пашкевич В.В., Вершков А.Н., Мельников А.В. Динамика вращения внутренних спутников Юпитера // Астрон. вестн. 2021. Т. 55. № 1. С. 50–64. (*Pashkevich V.V., Vershkov A.N., Melnikov A.V.* Rotational dynamics of the inner satellites of Jupiter // Sol. Syst. Res. 2021. V. 55. № 1. P. 47–60.
https://doi.org/10.31857/S0320930X20330038)
https://doi.org/10.1134/S0038094620330035

Петров А.Л., Сазонов В.В., Сарычев В.А. Устойчивость периодических колебаний спутника, близкого к осесимметричному, в плоскости эллиптической орбиты // Механика твердого тела. 1983. № 4. С. 41–50.

Сарычев В.А., Сазонов В.В., Златоустов В.А. Периодические колебания спутника в плоскости эллиптической орбиты // Космич. исслед. 1977. Т. 15. Вып. 6. С. 809–834.

Торжевский А.П. Периодические решения уравнения плоских колебаний спутника на эллиптической орбите // Космич. исслед. 1964. Т. 2. Вып. 5. С. 667–678.

Шевченко И.И. О максимальных показателях Ляпунова хаотического вращения естественных спутников планет // Космич. исслед. 2002. Т. 40. № 3. С. 317–326

Alexander S.G., Hesselbrock A.J., Wu T., Marshall M.D., Abel N.P. On the Rotational behavior of Nereid // Astron. J. 2011. V. 142. № 1. id. 1.

Andersson L. Photometry of Jupiter VI and Phoebe (Saturn IX) // Bull. Am. Astron. Soc. 1972. V. 4. P. 313.

Arakawa S., Hyodo R., Genda H. Early formation of moons around large trans-Neptunian objects via giant impacts // Nature Astron. 2019. V. 3. P. 802–807.

Archinal B.A., Acton C.H., A'Hearn M.F., Conrad A., Consolmagno G.J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J.L., Kirk R.L., Klioner S.A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P.K., Tholen D.J., Thomas P.C., Williams I.P. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015 // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2018. V. 130. № 22. P. 1–46.

Batygin K., Morbidelli A. Spin-Spin Coupling in the Solar System // Astrophys. J. 2015. V. 810. № 2. id. 110.

Bauer J.M., Buratti B.J., Simonelli D.P., Owen W.M., Jr. Recovering the rotational light curve of Phoebe // Astrophys. J. 2004. V. 610. P. L57–L60.

Benettin G., Galgani L., Strelcyn J.-M. Kolmogorov entropy and numerical experiments // Phys. Rev. A. 1976. V. 14. № 6. P. 2338–2345.

Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.-M. Lyapunov characteristic exponents for smooth dynamical systems and for Hamiltonian systems – A method for computing all of them. I – Theory. II – Numerical application // Meccanica. 1980. V. 15. P. 9–30.

Biscani F., Carloni S. A first-order secular theory for the post-Newtonian two-body problem with spin. II. A complete solution for the angular coordinates in the restricted case // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2015. V. 446. P. 3062–3077.

Black G.J., Nicholson P.D., Thomas P.C. Hyperion: rotational dynamics // Icarus. 1995. V. 117. № 1. P. 149–161.

von Bremen H.F., Udwadia F.E., Proskurowski W. An efficient QR based method for the computation of Lyapunov exponents // Physica D. 1997. V. 101. P. 1–16.

Brown M.E., van Dam M.A., Bouchez A.H., Le Mignant D., Campbell R.D., Chin J.C.Y., Conrad A., Hartman S.K., Johansson E.M., Lafon R.E., Rabinowitz D.L., Stomski P.J. Jr., Summers D.M., Trujillo C.A., Wizinowich P.L. Satellites of the largest Kuiper Belt objects // Astrophys. J. 2006. V. 639. № 1. P. L43–L46.

Brown M.E., Butler B.J. Medium-sized satellites of large Kuiper Belt objects // Astron. J. 2018. V. 156. № 4. id. 164.

Bond W.C. Discovery of a new satellite of Saturn // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1848. V. 9. P. 1.

Borderies N., Yoder C.F. Phobos' gravity field and its influence on its orbit and physical librations // Astron. and Astrophys. 1990. V. 233. P. 235–251.

Castillo-Rogez J.C., Matson D.L., Sotin C., Johnson T.V., Lunine J.I., Thomas P.C. Iapetus' geophysics: Rotation rate, shape, and equatorial ridge // Icarus. 2007. V. 190. P. 179–202.

Castillo-Rogez J.C., Efroimsky M., Lainey V. The tidal history of Iapetus: Spin dynamics in the light of a refined dissipation model // J. Geophys. Res. 2011. V. 116. id. E09008.

Celletti A., Froeschlé C., Lega E. Dynamics of the conservative and dissipative spin-orbit problem // Planet. and Space Sci. 2007. V. 55. P. 889–899.

Celletti A., MacKay R. Regions of nonexistence of invariant tori for spin-orbit models // Chaos. 2007. V. 17. id. 043119.

Celletti A., Chierchia L. Measures of basins of attraction in spin-orbit dynamics // Celes. Mech. and Dyn. Astron. 2008. V. 101. № 1–2. P. 159–170.

Chirikov B.V. A universal instability of many-dimensional oscillator systems // Phys. Reports. 1979. V. 52. № 5. P. 263–379.

Colombo G. Cassini's second and third laws // Astron. J. 1966. V. 71. P. 891–896.

Comstock R.L., Bills B.G. A Solar system survey of forced librations in longitude // J. Geophys. Res. 2003. V. 108. № E9. id. 5100.

Cottereau L., Aleshkina E., Souchay J. A precise modeling of Phoebe's rotation // Astron. and Astrophys. 2010. V. 523. id. A87.

Coyette A., Baland R.-M., Van Hoolst T. Variations in rotation rate and polar motion of a non-hydrostatic Titan // Icarus. 2018. V. 307. P. 83–105.

Correia A.C.M., Robutel P. Spin-orbit coupling and chaotic rotation for coorbital bodies in quasi-circular orbits // Astrophys. J. 2013. V. 779. № 1. id. 20.

Correia A.C.M., Leleu A., Rambaux N., Robutel P. Spin-orbit coupling and chaotic rotation for circumbinary bodies. Application to the small satellites of the Pluto-Charon system // Astron. and Astrophys. 2015. V. 580. id. L14.

Ćuk M., Ragozzine D., Nesvorný D. On the dynamics and origin of Haumea's moons // Astron. J. 2013. V. 146. № 4. id. 89.

Darwin G.H. A tidal theory of the evolution of satellites // The Observatory. 1879. V. 3. P. 79–84.

Darwin G.H. On the secular changes in the elements of the orbit of a satellite revolving about a planet distorted by tides // Nature. 1880. V. 21. P. 235–237.

De Sitter W. On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1916. № 77. P. 155–184.

Degewij J., Andersson L.E., Zellner B. Photometric properties of outer planetary satellites // Icarus. 1980. V. 44. № 2. P. 520–540.

Denk T., Mottola S. Studies of irregular satellites: I. Lightcurves and rotation periods of 25 Saturnian moons from Cassini observations // Icarus. 2019. V. 322. P. 80–102.

Dobrovolskis A.R. Chaotic rotation of Nereid? // Icarus. 1995. V. 118. P. 181–198.

Emelyanov N.V. The mass of Himalia from the perturbations on other satellites // Astron. and Astrophys. 2005. V. 438. P. L33–L36.

Efroimsky M., Williams J.G. Tidal torques: a critical review of some techniques // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2009. V. 104. P. 257–289.

Farkas-Takács A., Kiss Cs., Pál A., Molnár L., Szabó Gy.M., Hanyecz O., Sárneczky K., Szabó R., Marton G., Mommert M., Szakáts R., Müller T., Kiss L.L. Properties of the irregular satellite system around Uranus inferred from K2, Herschel, and Spitzer observations // Astron. J. 2017. V. 154. № 3. id. 119.

Ferraz-Mello S., Rodríguez A., Hussmann H. Tidal friction in close-in satellites and exoplanets: The Darwin theory re-visited // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2008. V. 101. № 1–2. P. 171–201.

Fox C., Wiegert P. Exomoon candidates from transit timing variations: eight Kepler systems with TTVs explainable by photometrically unseen exomoons // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2021. V. 501. P. 2378–2393.

Fukushima T. Geodesic nutation // Astron. and Astrophys. 1991. V. 244. № 1. P. L11–L12.

Gaskell R.W. Gaskell Phoebe Shape Model V2.0 // NASA Planetary Data System. 2013. id. CO-SA-ISSNA-5-PHOEBESHAPE-V2.0.

Gladman B., Quinn D.D., Nicholson P., Rand R. Synchronous locking of tidally evolving satellites // Icarus. 1996. V. 122. № 1. P. 166–192.

Grav T., Holman M.J., Kavelaars J.J. The short rotation period of Nereid // Astrophys. J. 2003. V. 591. P. L71–L74.

Grishin E., Malamud U., Perets H.B., Wandel O., Schäfer C.M. The wide-binary origin of (2014) MU_{69}-like Kuiper belt contact binaries // Nature. 2020. V. 580. P. 463–466.

Goldreich P. Final spin states of planets and satellites // Astron. J. 1966. V. 71. № 1. P. 1–7.

Goldreich P., Peale S. Spin-orbit coupling in the Solar system // Astron. J. 1966. V. 71. № 6. P. 425–438.

Gomes-Júnior A.R., Assafin M., Braga-Ribas F., Benedetti-Rossi G., Morgado B.E., Camargo J.I.B., Vieira-Martins R., Desmars J., Sicardy B., Barry T., Campbell-White J., Fernández-Lajús E., Giles D., Hanna W., Hayamizu T., Hirose T., De Horta A., Horvat R., Hosoi K., Jehin E., Kerr S., Machado D.I., Mammana L.A., Maybour D., Owada M., Rahvar S., Snodgrass C. The first observed stellar occultations by the irregular satellite Phoebe (Saturn IX) and improved rotational period // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2020. V. 492. № 1. P. 770–781.

Iorio L. The effect of post-Newtonian spin precessions on the evolution of exomoons' obliquity // arXiv:2012.14245. 2021.

Jewitt D., Haghighipour N. Irregular satellites of the planets: products of capture in the early Solar system // Ann. Rev. Astron. and Astrophys. 2007. V. 45. P. 261–295.

Harbison R.A., Thomas P.C., Nicholson P.C. Rotational modeling of Hyperion // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2011. V. 110. P. 1–16.

Heller R., Williams D., Kipping D., Limbach M.A., Turner E., Greenberg R., Sasaki T., Bolmont É., Grasset O., Lewis K., Barnes R., Zuluaga J.I. Formation, habitability, and detection of extrasolar moons // Astrobiology. 2014. V. 14. № 9. P. 798–835.

Heller R. Detecting extrasolar moons akin to Solar System satellites with an orbital sampling effect // Astrophys. J. 2014. V. 787. id. 14.

Heller R. The nature of the giant exomoon candidate Kepler-1625 b-i // Astron. and Astrophys. 2018. V. 610. id. A39.

Heller R., Rodenbeck K., Bruno G. An alternative interpretation of the exomoon candidate signal in the combined Kepler and Hubble data of Kepler-1625// Astron. and Astrophys. 2019. V. 624. id. A95.

Hesselbrock A.J., Alexander S.G., Harp T.W., Abel N.P. An investigation of the relationship between shape and rotation to explain the light curve of Nereid // Astron. J. 2013. V. 145. № 6. id. 144.

Kaltenegger L. Characterizing habitable exomoons // Astrophys. J. 2010. V. 712. № 2. P. L125–L130.

Kaula W.M. Tidal dissipation by solid friction and the resulting orbital evolution // Rev. Geophys. and Space Phys. 1964. V. 2. № 4. P. 661–685.

Khan A., Sharma R., Saha L.M. Chaotic motion of an ellipsoidal satellite. I // Astron. J. 1998. V. 116. № 4. P. 2058–2066.

Kipping D.M. LUNA: an algorithm for generating dynamic planet-moon trabsits // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2011. V. 416. P. 689–709.

Kipping D.M. An independent analysis of the six recently claimed exomoon candidates // Astrophys. J. Lett. 2020. V. 900. № 2. id. L44.

Kipping D.M., Bakos G.Á., Buchhave L.A., Nesvorný D., Schmitt A. The hunt for exomoons with Kepler (HEK). I. Description of a new observational project // Astrophys. J. 2012. V. 750. id. 115.

Kipping D.M., Nesvorný D., Buchhave L.A., Hartman J., Bakos G.Á., Schmitt A.R. The hunt for exomoons with Kepler (HEK). IV. A search for moons around eight M dwarfs // Astrophys. J. 2014. V. 784. № 1. id. 28.

Kiss C., Pál A., Farkas-Takács A.I., Szabó G.M., Szabó R., Kiss L.L., Molnár L., Sárneczky K., Müller T.G., Mommert M., Stansberry J. Nereid from space: rotation, size and shape analysis from K2, Herschel and Spitzer observations // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2016. V. 457. № 3. P. 2908–2917.

Kiss C., Marton G., Farkas-Takács A., Stansberry J., Müller T., Vinkó J., Balog Z., Ortiz J.-L., Pál A. Discovery of a satellite of the large trans-Neptunian object (225088) 2007 OR_{10} // Astrophys. J. Lett. 2017. V. 838. № 1. id. L1.

Klavetter J.J. Rotation of Hyperion. 1. Observations // Astron. J. 1989a. V. 97. № 2. P. 570–579.

Klavetter J.J. Rotation of Hyperion. 2. Dynamics // Astron. J. 1989b. V. 98. № 5. P. 1855–1874.

Kollmeier J.A., Raymond S.N. Can moons have moons? // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2019. V. 483. № 1. P. L80–L84.

Kouprianov V.V., Shevchenko I.I. Rotational dynamics of planetary satellites: A survey of regular and chaotic behavior // Icarus. 2005. V. 176. P. 224–234.

Kruse S., Klavetter J.J., Dunham E.W. Photometry of Phoebe // Icarus. 1986. V. 68. P. 167.

Lacerda P., Jewitt D.C. Densities of Solar System objects from their rotational light curves // Astron. J. 2007. V. 133. № 4. P. 1393– 1408.

Lainey V., Noyelles B., Cooper N., Rambaux N., Murray C., Park R.S. Interior properties of the inner Saturnian moons from space astrometry data // Icarus. 2019. V. 326. P. 48–62.

Lassell W. Discovery of a new satellite of Saturn // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1848. V. 8. № 9. P. 195–197.

Leleu A., Robutel P., Correia A.C.M. On the rotation of co-orbital bodies in eccentric orbits // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2016. V. 125. № 2. P. 223–246.

Lorenz R.D., Stiles B.W., Kirk R.L., Allison M.D., Persi del Marmo P., Iess L., Lunine J.I., Ostro S.J., Hensley S. Titan's rotation reveals an internal ocean and changing zonal winds // Science. 2008. V. 319. P. 1649–1651.

Luu J. CCD photometry and spectroscopy of the outer Jovian satellites // Astron. J. 1991. V. 102. P. 1213–1225.

Ma C., Arias E.F., Eubanks T.M., Fey A.L., Gontier A.-M., Jacobs C.S., Sovers O.J., Archinal B.A., Charlot P. The International Celestial Reference Frame as realized by very long baseline interferometry // Astron. J. 1998. V. 116. P. 516–546.

MacDonald G.J.F. Tidal friction // Rev. Geophys. and Space Phys. 1964. V. 2. P. 467–541.

Maffione N.P., Darriba L.A., Cincotta P. M., Giordano C.M. Chaos detection tools: application to a self-consistent triaxial model // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2013. V. 429. № 3. P. 2700–2717.

Makarov V.V., Efroimsky M. No pseudosynchronous rotation for terrestrial planets and moons // Astrophys. J. 2013. V. 764. id. 27.

Makarov V.V Equilibrium rotation of semiliquid exoplanets and satellites // Astrophys. J. 2015. V. 810. id. 12.

Makarov V.V., Frouard J., Dorland B. Forced libration of tidally synchronized planets and moons // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2016. V. 456. № 1. P. 665–671.

Maris M., Carraro G., Cremonese G., Fulle M. Multicolor photometry of the Uranus irregular satellites Sycorax and Caliban // Astron. J. 2001. V. 121. № 5. P. 2800–2803.

Maris M., Carraro G., Parisi M.G. Light curves and colours of the faint Uranian irregular satellites Sycorax, Prospero, Stephano, Setebos, and Trinculo // Astron. and Astrophys. 2007. V. 472. P. 311–319.

Masiero J., Jedicke R., Ďurech J., Gwyn S., Denneau L., Larsen J. The thousand asteroid light curve survey // Icarus. 2009. V. 204. № 1. P. 145– 171.

Melnikov A.V. Modelling of lightcurves of minor planetary satellites // Тр. ИПА РАН. 2002. Вып. 8. С. 131–132.

Melnikov A.V., Shevchenko I.I. On the rotational dynamics of Prometheus and Pandora // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2008. V. 101. № 1–2. P. 31–47.

Melnikov A.V., Shevchenko I.I. The rotation states predominant among the planetary satellites // Icarus. 2010. V. 209. P. 786–794.

Morrison S.J., Thomas P.C., Tiscareno M.S., Burns J.A., Veverka J. Grooves on small saturnian satellites and other objects: Characteristics and significance // Icarus. 2009. V. 204. P. 262–270.

Nicholson P.D., Ćuk M., Sheppard S.S., Nesvorný D., Johnson T.V. Irregular satellites of the giant planets // The Solar System beyond Neptune / Eds Barucci M.A., Boehnhardt H., Cruikshank D.P., Morbidelli A. Tucson: Univ. Arizona Press, 2008. P. 411–424.

Noyelles B. Titan's rotational state. The effects of a forced "free" resonant wobble // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2008. V. 101. № 1–2. P. 13–30.

Noyelles B. Expression of Cassini's third law for Callisto, and theory of its rotation // Icarus. 2009. V. 202. № 1. P. 225–239.

Noyelles B. Theory of the rotation of Janus and Epimetheus // Icarus. 2010. V. 207. № 2. P. 887–902.

Noyelles B. Behavior of nearby synchronous rotations of a Poincaré–Hough satellite at low eccentricity // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2012. V. 112. № 4. P. 353–383.

Noyelles B. The rotation of Io predicted by the Poincaré–Hough model // Icarus. 2013. V. 223. № 1. P. 621–624.

Noyelles B. Interpreting the librations of a synchronous satellite – How their phase assesses Mimas' global ocean // Icarus. 2017. V. 282. P. 276–289.

Noyelles B. Rotation of a synchronous viscoelastic shell // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2018. V. 474. № 4. P. 5614–5644.

Noyelles B., Lemaître A., Vienne A. Titan's rotation. A 3-dimensional theory // Astron. and Astrophys. 2008. V. 478. № 3. P. 959–970.

Noyelles B., Karatekin Ö., Rambaux N. The rotation of Mimas // Astron. and Astrophys. 2011. V. 536. id. A61.

Parker A.H., Buie M.W., Grundy W.M., Noll K.S. Discovery of a Makemakean moon // Astrophys. J. Lett. 2016. V. 825. № 1. id. L9.

Pilcher F., Mottola S., Denk T. Photometric lightcurve and rotation period of Himalia (Jupiter VI) // Icarus. 2012. V. 219. № 2. P. 741–742.

Peale S.J. Generalized Cassini's laws // Astrophys. J. 1969. V. 74. P. 483–489.

Peale S.J. Rotation histories of the natural satellites // Planetary satellites / Ed. Burns J.A. Tucson: Univ. Arizona Press, 1977. P. 87–112.

Peale S.J. Origin and evolution of the natural satellites // Ann. Rev. Astron. and Astrophys. 1999. V. 37. P. 533–602.

Peale S., Gold T. Rotation of the planet Mercury // Nature. 1965. V. 206. P. 1240–1241.

Quillen A.C., Nichols-Fleming F., Chen Y.-Y., Noyelles B. Obliquity evolution of the minor satellites of Pluto and Charon // Icarus. 2017. V. 293. P. 94–113.

Quillen A.C., Lane M., Nakajima M., Wright E. Excitation of tumbling in Phobos and Deimos // Icarus. 2020. V. 340. id. 113641.

Rambaux N., Castillo-Rogez J.C., Le Maistre S., Rosenblatt P. Rotational motion of Phobos // Astron. and Astrophys. 2012. V. 548. id. A14.

Rosario-Franco M., Quarles B., Musielak Z.E., Cuntz M. Orbital stability of exomoons and submoons with applications to Kepler 1625b-I // Astron. J. 2020. V. 159. № 6. id. 260.

Rossignoli N.L., Di Sisto R.P., Zanardi M., Dugaro A. Cratering and age of the small Saturnian satellites // Astron. and Astrophys. 2019. V. 627. id. A12.

Schaefer B.E., Tourtellotte S.W., Rabinowitz D.L. Schaefer M.W. Nereid: Light curve for 1999–2006 and a scenario for its variations // Icarus. 2008. V. 196. № 1. P. 225–240.

Schaefer B.E., Schaefer M.W. Nereid has complex large-amplitude photometric variability // Icarus. 2000. V. 146. № 2. P. 541–555.

Seligman D., Batygin K. The onset of chaos in permanently deformed binaries from spin-orbit and spin-spin coupling // Astrophys. J. 2021. V. 913. № 1. id. 31.

Sheppard S.S. Outer irregular satellites of the planets and their relationship with asteroids, comets and Kuiper Belt objects // Proc. IAU Symp. No. 229 "Asteroids, Comets, Meteors" / Eds Lazzaro D., Ferraz-Mello S., Fernández J.A. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2006. P. 319–334.

Sheppard S.S., Fernandez Y.R., Moullet A. The albedos, sizes, colors, and satellites of dwarf planets compared with newly measured dwarf planet 2013 FY27 // Astron. J. 2018. V. 156. id. 270

Sheppard S.S., Jewitt D.C. An abundant population of small irregular satellites around Jupiter // Nature. 2003. V. 423. P. 261.

Sheppard S.S., Jewitt D., Kleyna J. An ultradeep survey for irregular satellites of Uranus: Limits to completeness // Astron. J. 2005. V. 129. P. 518–525.

Sheppard S.S., Jewitt D., Kleyna J. A survey for "normal" irregular satellites around Neptune: Limits to completeness // Astron. J. 2006. V. 132. P. 171.

Shevchenko I.I. The separatrix algorithmic map: Application to the spin-orbit motion // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 1999. V. 73. P. 259–268.

Shevchenko I.I. Dynamical Chaos in Planetary Systems. Springer Nature, 2020. 401 p.

Shevchenko I.I., Kouprianov V.V. On the chaotic rotation of planetary satellites: the Lyapunov spectra and the maximum Lyapunov exponents // Astron. and Astrophys. 2002. V. 394. P. 663–674.

Showalter M.R., Hamilton D.P. Resonant interactions and chaotic rotation of Pluto's small moons // Nature. 2015. V. 522. № 7554. P. 45–49.

Seligman D., Batygin K. The onset of chaos in permanently deformed binaries from spin-orbit and spin-spin coupling // Astrophys. J. 2021. V. 913. № 1. id. 31.

Smith B.A., Soderblom L.A., Banfield D., Barnet C., Basilevksy A.T., Beebe R.F., Bollinger K., Boyce J.M., Brahic A., Briggs G.A., Brown R.H., Chyba C., Collins S.A., Colvin T., Cook A.F., Crisp D., Croft S.K., Cruikshank D., Cuzzi J.N., Danielson G.E., Davies M.E., de Jong E., Dones L., Godfrey D., Goguen J., Grenier I., Haemmerle V.R., Hammel H., Hansen C.J., Helfenstein C.P., Howell C., Hunt G.E., Ingersoll A.P., Johnson T.V., Kargel J., Kirk R., Kuehn D.I., Limaye S., Masursky H., McEwen A., Morrison D., Owen T., Owen W., Pollack J.B., Porco C.C., Rages K., Rogers P., Rudy D., Sagan C., Schwartz J., Shoemaker E.M., Showalter M., Sicardy B., Simonelli D., Spencer J., Sromovsky L.A., Stoker C., Strom R.G., Suomi V.E., Synott S.P., Terrile R.J., Thomas P., Thompson W.R., Verbiscer A., Veverka J. Voyager 2 at Neptune: imaging science results // Science. 1989. V. 246. № 4936. P. 1422–1449.

Sucerquia M., Alvarado-Montes J.A., Zuluaga J.I., Cuello N., Giuppone C. Ploonets: formation, evolution, and detectability of tidally detached exomoons // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 2018. 2019. V. 489. P. 2313–2322.

Tajeddine R., Rambaux N., Lainey V., Charnoz S., Richard A., Rivoldini A., Noyelles B. Constraints on Mimas' interior from Cassini ISS libration measurements // Science. 2014. V. 346. № 6207. P. 322–324.

Tarnopolski M. Nonlinear time-series analysis of Hyperion's lightcurves // Astrophys. Space Sci. 2015. V. 357. id. 160.

Tarnopolski M. Influence of a second satellite on the rotational dynamics of an oblate moon // Celest. Mech. and Dyn. Astron. 2017. V. 127. P. 121–138.

Teachey A., Kipping D.M. Evidence for a large exomoon orbiting Kepler-1625b // Sci. Adv. 2018. V. 4. id. eaav1784.

Teachey A., Kipping D., Burke C.J., Angus R., Howard A.W. Loose ends for the exomoon candidate host Kepler-1625b // Astron. J. 2020. V. 159. № 4. id. 142.

Thirouin A., Noll K.S., Ortiz J.L., Morales N. Rotational properties of the binary and non-binary populations in the trans-Neptunian belt // Astron. and Astrophys. 2014. V. 569. id. A3.

Thirouin A., Sheppard S.S., Noll K.S., Moskovitz N.A., Ortiz J.L., Doressoundiram A. Rotational properties of the Haumea Family members and candidates: Short-term variability // Astron. J. 2016. V. 151. № 6. id. 148.

Thomas P.C. Sizes, shapes, and derived properties of the Saturnian satellites after the Cassini nominal mission // Icarus. 2010. V. 208. P. 395–401.

Thomas P.C., Armstrong J.W., Asmar S.W., Burns J.A., Denk T., Giese B., Helfenstein P., Iess L., Johnson T.V., McEwen A., Nicolaisen L., Porco C., Rappaport N., Richardson J., Somenzi L., Tortora P., Turtle E.P., Veverka J. Hyperion's sponge-like appearance // Nature. 2007. V. 448. № 7149. P. 50–56.

Thomas P.C., Black G.J., Nicholson P.D. Hyperion: rotation, shape and geology from Voyager images // Icarus. 1995. V. 117. № 1. P. 128–148.

Thomas P.C., Burns J.A., Rossier L., Simonelli D., Veverka J., Chapman C.R., Klaasen K., Johnson T.V., Belton M.J.S., Galileo Solid State Imaging Team. The small inner satellites of Jupiter // Icarus. 1998. V. 135. P. 360–371.

Thomas P., Helfenstein P. The small inner satellites of Saturn: Shapes, structures and some implications // Icarus. 2020. V. 344. id. 113355.

Thomas P., Veverka J. Hyperion – analysis of Voyager observations // Icarus. 1985. V. 64. № 12. P. 414.

Thomas P., Veverka J., Helfenstein P. Voyager observations of Nereid // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 19253–19259.

Thomas P., Veverka J., Morrison D., Davies M., Johnson T.V. Phoebe – Voyager 2 observations // J. Geophys. Res. 1983. V. 88. P. 8736.

Thomas P., Veverka J., Wenkert D., Danielson G.E., Davies M.E. Hyperion: 13-day rotation from Voyager data // Nature. 1984. V. 307. № 5953. P. 716–717.

Tiscareno M.S., Thomas P.C., Burns J.A. The rotation of Janus and Epimetheus // Icarus. 2009. V. 204. P. 254–261.

Van Hoolst T., Baland R.-M., Trinh A. On the librations and tides of large icy satellites // Icarus. 2013. V. 226. № 1. P. 299–315.

Veverka J., Duxbury T.C. Viking observations of Phobos and Deimos —Preliminary results // J. Geophys. Res. 1977. V. 82. P. 4213–4223.

Williams D.M., Kasting J.F., Wade R.A. Habitable moons around extrasolar giant planets // Nature. 1997. V. 385. № 6613. P. 234–236.

Weaver H.A., Buie M.W., Buratti B.J., Grundy W.M., Lauer T.R., Olkin C.B., Parker A.H., Porter S.B., Showalter M.R., Spencer J.R., Stern S.A., Verbiscer A.J., McKinnon W.B., Moore J.M., Robbins S.J., Schenk P., Singer K.N., Barnouin O.S., Cheng A.F., Ernst C.M., Lisse C.M., Jennings D.E., Lunsford A.W., Reuter D.C., Hamilton D.P., Kaufmann D.E., Ennico K., Young L.A., Beyer R.A., Binzel R.P., Bray V.J., Chaikin A.L., Cook J.C., Cruikshank D.P., Dalle Ore C.M., Earle A.M., Gladstone G.R., Howett C.J.A., Linscott I.R., Nimmo F., Parker J.Wm., Philippe S., Protopapa S., Reitsema H.J., Schmitt B., Stryk T., Summers M.E., Tsang C.C.C., Throop H.H.B., White O.L., Zangari A.M. The small satellites of Pluto as observed by New Horizons // Science. 2016. V. 351. № 6279. id. aae0030.

Wisdom J. Rotation dynamics of irregularly shaped natural satellites // Astron. J. 1987. V. 94. № 5. P. 1350–1360.

Wisdom J., Peale S.J., Mignard F. The chaotic rotation of Hyperion // Icarus. 1984. V. 58. № 2. P. 137–152.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 1, с. 27–35

УДК 523.43

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОТОДИССОЦИАЦИИ ВОДЯНОГО ПАРА В СЕЗОН ПЫЛЕВЫХ БУРЬ НА МАРСЕ

© 2022 г. Д. С. Шапошников[a, *], А. С. Медведев[b], А. В. Родин[a, c]
[a]Московский физико-технический институт (НИУ), Москва, Россия
[b]Институт исследований Солнечной системы им. Макса Планка, Гёттинген, Германия
[c]Институт космических исследований РАН, Москва, Россия
*e-mail: shaposhnikov@phystech.edu

Поступила в редакцию 28.04.2021 г.
После доработки 11.06.2021 г.
Принята к публикации 12.06.2021 г.

В рамках данной работы с помощью трехмерной численной модели общей циркуляции атмосферы Марса MAOAM (Martian Atmosphere: Observation and Modeling), также известной как MPI-MGCM (Max Planck Institute Martian general circulation model), проведено моделирование гидрологического цикла планеты в сезон пылевых бурь 28 и 34 марсианского года (MY28 и MY34). Проведена количественная оценка фотодиссоциации водяного пара под воздействием солнечного излучения на длине волны Лайман-альфа. Результаты моделирования сравниваются с отдельными профилями, полученными со спектрометром Atmospheric Chemistry Suite (ACS), установленным на КА ExoMars Trace Gas Orbiter (TGO). Модель MAOAM имеет спектральное динамическое ядро и успешно предсказывает температурный режим Марса за счет использования физических параметризаций, характерных как для земных моделей, так и для марсианских. Гидродинамический блок модели включает схему переноса, микрофизику водяного пара и льда, гетерогенную нуклеацию, седиментацию, фотодиссоциацию и обмен воды с поверхностью. Исследования показывают влияние пылевых бурь как на общее содержание водяного пара в атмосфере, так и на его вертикальное распределение. Более интенсивная накачка водяного пара в верхнюю атмосферу во время пылевых бурь обеспечивает более интенсивную фотодиссоциацию водяного пара (в отдельные сезоны до 6.5 тонн в секунду суммарно во всей атмосфере). Самая сильная фотодиссоциация наблюдается на высотах от 50 до 80 км для MY34 и от 70 до 80 км для MY28. Диссоциировавший водяной пар затем потенциально может стать источником диссипации водорода в космос с последующим уменьшением массы воды на планете.

Ключевые слова: Марс, гидрологический цикл, численное моделирование, атмосфера, климат, модель общей циркуляции, фотодиссоциация водяного пара

DOI: 10.31857/S0320930X22010054

ВВЕДЕНИЕ

Исследования планет и малых тел Солнечной системы имеют первостепенное значение для понимания процессов их происхождения и развития. Однако, прежде всего, они дает ключ к нахождению вероятных путей будущей эволюции нашей собственной планеты и пониманию того, как сохранить Землю пригодной для жизни для будущих поколений.

Марс – четвертая от Солнца планета в Солнечной системе и самая близкая к Земле по климатическим условиям среди других планет. В настоящее время Марс является самой интересной и наиболее изученной планетой Солнечной системы после Земли. Климатические условия на Марсе, хотя и непригодны для высокоразвитых форм жизни, во многом схожи с земными условиями. Предположительно, в прошлом климат Марса мог быть более теплым и влажным; на его поверхности была жидкая вода и даже шли дожди. Марс является наиболее вероятным пунктом назначения пилотируемой миссии и до сих пор является единственной планетой, кроме Земли, обладающей перспективами с точки зрения освоения человеком (Коротеев, 2006; Sheehan, 1996).

Климат Марса в основном определяется процессами, происходящими в его атмосфере, такими как движение воздушных масс, конвективное и турбулентное перемешивание, перенос излучения и пассивных примесей. При этом точные и систематические измерения атмосферных полей, таких как скорости ветра, пока невозможны на других планетах. Следовательно, неизвестные параметры могут быть получены на основе численных экспериментов путем построения численных климатических моделей общей, или глобальной атмосферной циркуляции (МГЦ).

Один из ключевых научных вопросов современных исследований Марса – крайне скудное количество воды в его климатической системе. Если малое количество водяного пара в атмосфере определяется в основном низкими температурами, характерными для Марса, то относительно небольшие, по сравнению с Землей, запасы воды в поверхностных и подповерхностных резервуарах планеты должны быть связаны с масштабными потерями воды планетой в течение ее геологической истории. В то же время вода в ее различных проявлениях – важный элемент современного марсианского климата и чувствительный маркер метеорологии в атмосфере. Она влияет на климат Марса в том числе за счет удаления пыли из атмосферы в процессе образования облаков через ускоренную седиментацию ядер конденсации. По современным представлениям, одним из основных путей потери воды планетой является ее диссоциация под действием солнечного излучения и дальнейшая диссипация легчайшего элемента – водорода (Heavens и др., 2018).

Распределение по планете и скорость фотодиссоциации воды в атмосфере Марса до сих пор являются дискуссионным вопросом. Современные трехмерные модели атмосферы Марса не воспроизводят процессы диссипации водяного пара из верхней атмосферы с необходимой точностью. Сложность точного расчета динамики атмосферы приводит к появлению большого количества техник ассимиляции данных (Lewis и др., 2016; Holmes и др., 2018; Streeter и др., 2020), при которых наблюдаемые профили используются для корректировки моделей. При этом одномерные модели успешно показывают сильное влияние воды из верхней и средней атмосферы на скорость диссипации водорода (Krasnopolsky, 2019), а также предлагают методы по оценке этой скорости в зависимости от высоты поднятия воды (Chaffin и др., 2017; Neary и др., 2020).

Одной из первых моделей, достаточно точно описывающей поведение водяного пара в верхней атмосфере Марса без применения ассимиляции данных, стала трехмерная модель MAOAM (Martian Atmosphere: Observation and Modeling), также известная как MPI-MGCM (Max Planck Institute Martian general circulation model), разрабатываемая учеными из Германии, России, США и Японии (Hartogh и др., 2005; 2007; Medvedev, Hartogh, 2007; Medvedev и др., 2011; Shaposhnikov и др., 2018). Модель включает гидродинамический блок, учитывающий фотодиссоциацию водяного пара на длине волны Лайман-альфа. В данной работе фокус исследования находится на оценке влияния пылевых бурь на количество и интенсивность фотодиссоциации водяного пара, что в свою очередь, является важным этапом в понимании потерь атмосферой Марса.

В следующих разделах приводятся описания модели MAOAM и постановки численного эксперимента. Затем анализируется влияние пылевых сценариев 28 и 34 марсианских годов (MY28 и MY34) на глобальный гидрологический цикл. Далее исследуется фотодиссоциация водяного пара на протяжении года в различных проекциях. В завершении статьи приводится сравнение модельных профилей температуры и водяного пара с измерениями, выполненными с помощью инфракрасного спектрометра Atmospheric Chemistry Suite (ACS), установленного на космическом аппарате ExoMars Trace Gas Orbiter (TGO).

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ И ЭКСПЕРИМЕНТА

Модель MAOAM имеет спектральное динамическое ядро и успешно предсказывает циркуляцию и температурный режим Марса за счет использования физических параметризаций, характерных как для земных моделей (вертикальная турбулентная диффузия, физика поверхности, гравитационные волны), так и для марсианских: нагрев в полосах CO_2 в ближнем ИК-диапазоне, влияние пыли, параметризация излучения в полосе CO_2 15 мкм с учетом нарушения локального термодинамического равновесия (Kutepov и др., 1998). Для расчета радиационного влияния пыли применяется двухпотоковая схема переноса излучения (Nakajima и др., 2000). Модель использует точную топографию Марса, основанную на измерениях лазерного альтиметра Mars Orbiter Laser Altimeter (MOLA), и данные о термической инерции поверхности, полученные с прибором Thermal Emission Spectrometer (TES) на KA Mars Global Surveyor (MGS). МГЦ MAOAM охватывает область атмосферы от поверхности до средней термосферы (~160 км). Расчетная сетка представлена 67 вертикальными уровнями давления, высота расположения которых зависит от рельефа (Simmons, Burridge, 1981; Simmons, Chen, 1991), а также спектральным разрешением T21 в горизонтальной плоскости (примерно 5.6 градусов). Численные свойства динамического ядра и точная параметризация гравитационных волн подсеточного масштаба (Medvedev, Yiğit., 2019; Yiğit и др., 2009) позволяют модели хорошо воспроизводить нагрев атмосферы на полюсах (Hartogh и др., 2007) и в мезосфере (Medvedev и др., 2011, 2015).

Гидрологический блок модели был подробно описан в предыдущих статьях (Shaposhnikov и др., 2016; 2018; 2019). Блок включает полулагранжеву схему переноса пассивных примесей, а также микрофизику водяного пара и льда. Ледяные облака образуются всякий раз, когда водяной пар конденсируется на облачных ядрах конденсации

(CCN). Отдельно рассчитываются скорость гетерогенной нуклеации и скорость роста частиц льда (Jacobson, 2005). Размеры CCN разбиты на четыре диапазона (Shaposhnikov и др., 2018). Для каждого диапазона применяется двухмоментная схема с отдельным отслеживанием массы льда и количества частиц (Rodin, 2002). Размер частиц льда определяет их микрофизические свойства и скорость осаждения. Плотность CCN в каждом диапазоне рассчитывается на основе бимодального логнормального распределения пыли (Fedorova и др., 2014), как описано в статье Shaposhnikov и др. (2018, раздел 2.2). Атмосфера не является консервативной, потери воды происходят за счет фотодиссоциации на длине волны Лайман-альфа, а также через открытые граничные условия на верхней границе атмосферы. Поток воды из верхней термосферы отсутствует. Скорость фотодиссоциации воды рассчитывается с помощью формул (1)–(2) из статьи Anbar и др. (1993).

В этом исследовании мы используем три предопределенных сценария пыли, то есть зависимости общей прозрачности пыли в столбе атмосферы от широты и сезона. Первый основан на измерениях прозрачности пыли в течение MY28 (2006–2007) (Medvedev и др., 2013), второй – на MY34 (2017–2019) (Montabone и др., 2020; Kuroda и др., 2020), последний сценарий берет за основу многолетние измерения MGS-TES и MEX-PFS (Planetary Fourier Spectrometer, Mars Express) с искусственно удаленными глобальными пылевыми бурями (Medvedev и др., 2011). Отдельно восстанавливаются вертикальные профили пыли (Conrath, 1975; Medvedev и др., 2013).

Модель была инициализирована с помощью распределения водяного пара и льда, полученного в наших предыдущих расчетах (Shaposhnikov и др., 2019). Моделирование проводились для интервала времени в течение нескольких марсианских лет, пока модель не достигла квазистабильного состояния. Остальные использованные параметры описаны в работе (Medvedev и др., 2016; Yiğit и др., 2018).

Обратная связь схем нуклеации и роста частиц может приводить к численным ошибкам, которые влияют на общее количество воды в атмосфере (Navarro и др., 2014; Shaposhnikov и др., 2018). Чтобы подавить нестабильность и повысить точность, для микрофизики и других модельных процессов применяется шаг по времени 10 с.

ПЫЛЕВОЙ ШТОРМ И ГЛОБАЛЬНЫЙ ГИДРОЛОГИЧЕСКИЙ ЦИКЛ

Количество и распределение водяного пара, который в дальнейшем подвергается фотодиссоциации, напрямую зависит от концентрации водяного пара в атмосфере и интенсивности солнечного излучения. Распределение водяного пара в период пылевого шторма MY28 хорошо изучено и неоднократно публиковалось (Fedorova и др., 2014; Shaposhnikov и др., 2018). Данных про распределение водяного пара в сезон MY34 на данный момент не так много, так же, как и моделей, которые бы успешно воспроизводили экспериментальные данные (например, Neary и др., 2020). Здесь и далее для отсчета марсианских сезонов будет использоваться понятие солнечной долготы (L_S), которая определяется как угол, отсчитываемый от линии Марс–Солнце, во время весеннего равноденствия в северном полушарии.

В данной работе на рис. 1 представлено сравнение результатов моделирования глобального распределения осажденного водяного пара в течение года с использованием сценариев пыли MY34 (рис. 1а) и MY28 (рис. 1б), а также “беспылевого” сценария (рис. 1в). Видно, что различия между пылевыми сценариями приводят к небольшим отличиям глобального цикла в пределах 10–15 осажденных микрон. Известно, что наибольшим образом пылевой шторм влияет на концентрацию водяного пара в термосфере (Shaposhnikov и др., 2019). Из-за того, что по массе количество воды убывает с ростом высоты экспоненциально, изменение ее концентрации в верхней атмосфере слабо влияет на осажденную массу. Тем не менее определенные изменения заметны. В первую очередь, пылевой шторм уменьшает температуру поверхности и увеличивает температуру в тропосфере. Это приводит к тому, что интегральное содержание водяного пара в столбе атмосферы снижается в отдельные сезоны.

На рис. 1а видно, что в момент начала пылевого шторма MY34 примерно на $L_s = 195°$ количество водяного пара севернее экватора уменьшилось с ~20 до 10–15 осажденных микрон. Данный эффект возник из-за временного уменьшения испарения с северной полярной шапки. Пылевой шторм MY28 (рис. 1б) начинается значительно позже, примерно на $L_s = 240°$, когда испарение с северной полярной шапки уже закончилось и в самом разгаре испарение с южной. Из-за того, что шторм MY28 развивается более плавно, чем MY34, существенное влияние на интегральные значения водяного пара он приобретает не с начала шторма, а ближе к завершению, примерно с $L_s = 280°$. После $L_s = 300°$ падение количества воды наблюдается на экваторе от ~3 до 2 осажденных микрон в столбе. Вместе с тем, на $L_s = 250°$ на 30° с.ш. образуется вторичный максимум концентрации водяного пара, который хорошо подтверждается в наблюдениях (Trokhimovskiy и др., 2015) и объясняется более интенсивной меридиональной циркуляцией при шторме. Аналогичный максимум возникает в сценарии MY34, однако он менее выражен из-за общего снижения массы воды.

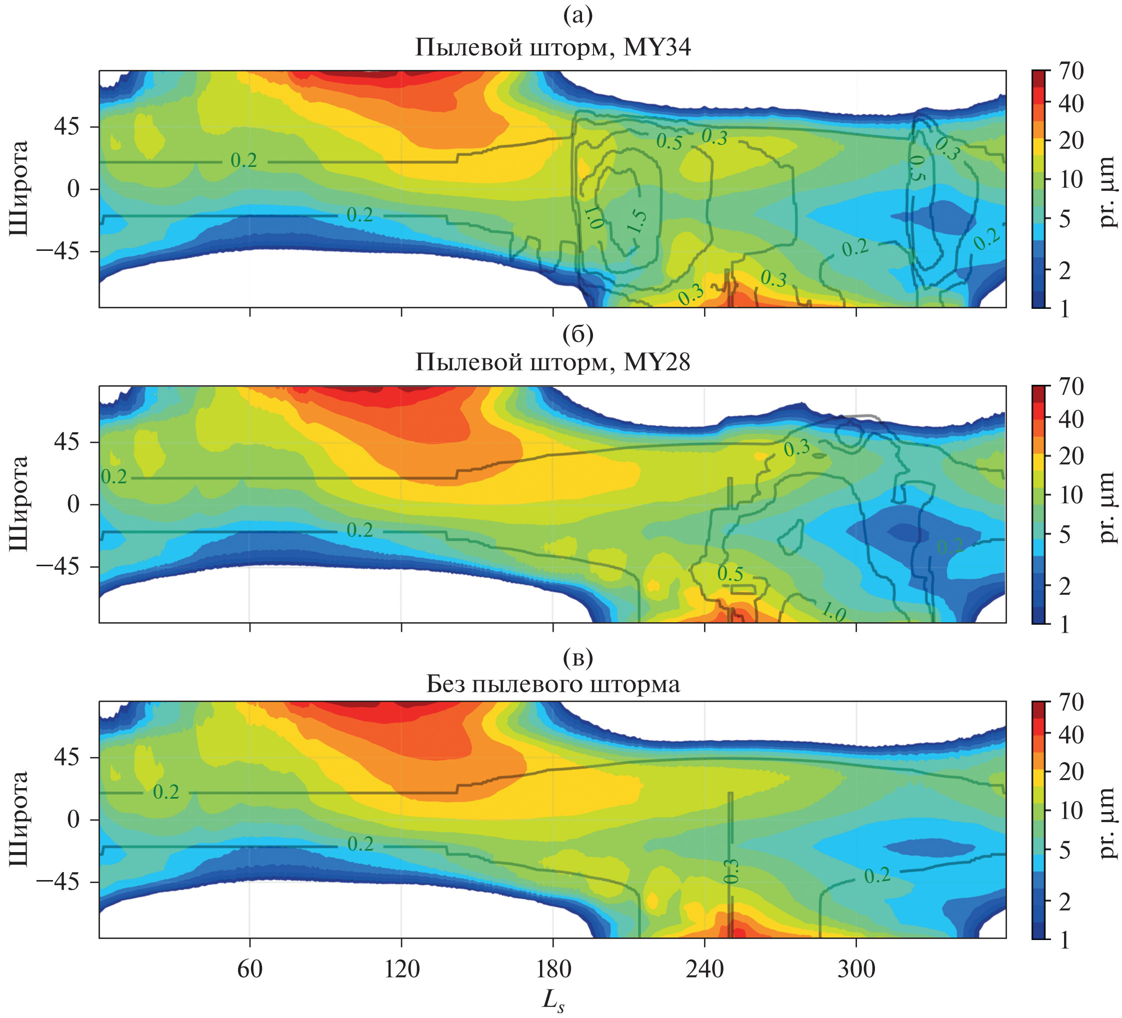


Рис. 1. Сравнение результатов моделирования глобального распределения осажденного водяного пара (в мкм) в течение года с использованием сценариев пыли MY34 (а) и MY28 (б), а также сценария без пылевого шторма (в). Контурами показана суммарная непрозрачность атмосферы из-за пыли. По вертикали указана широта, по горизонтали – время в L_s.

ФОТОДИССОЦИАЦИЯ ВОДЯНОГО ПАРА

Обсудив влияние пылевого шторма на глобальный гидрологический цикл, можно перейти к основной теме данной работы – исследованию фотодиссоциации водяного пара. Для этого рассмотрим широтное и высотное распределение водяного пара в течение года (рис. 2). Можно ожидать, что максимум фотодиссоцииротовшей воды должен наблюдаться в тех местах, где, с одной стороны, достаточная концентрация водяного пара и плотность атмосферы, но, с другой стороны, куда проникает достаточное количество фотонов. Часть продуктов диссоциации затем рекомбинирует обратно, а часть улетает под действием механизмов диссипации атмосферы или участвует в циклах химических реакций. В данной работе мы не рассматриваем механизмы рекомбинации, переноса и диссипации в космическое пространство, а ограничиваемся только исследованием фотодиссоциации. Причем, как известно, основной вклад в нее вносит диссоциация на длине волны Лайман-альфа 121.567 нм (Anbar и др., 1993), поэтому расчет диссоциации проводился только для данной линии.

Процесс диссоциации воды можно формализовать следующим выражением:

$$H_2O + h\nu \rightarrow H + OH. \tag{1}$$

Скорость диссоциации J_{H_2O} на длине волны Лайман-альфа рассчитывается как:

$$J_{H_2O} = \sigma_{H_2O} F_{Ly} s_f \exp(-\tau), \tag{2}$$

где $\sigma_{H_2O} = 1.59 \times 10^{-17}$ см^2 – эффективное сечение водяного пара на длине волны Лайман-альфа (Kley, 1984), $F_{Ly} = 2.32 \times 10^{11}$ фотонов/см^2 с – по-

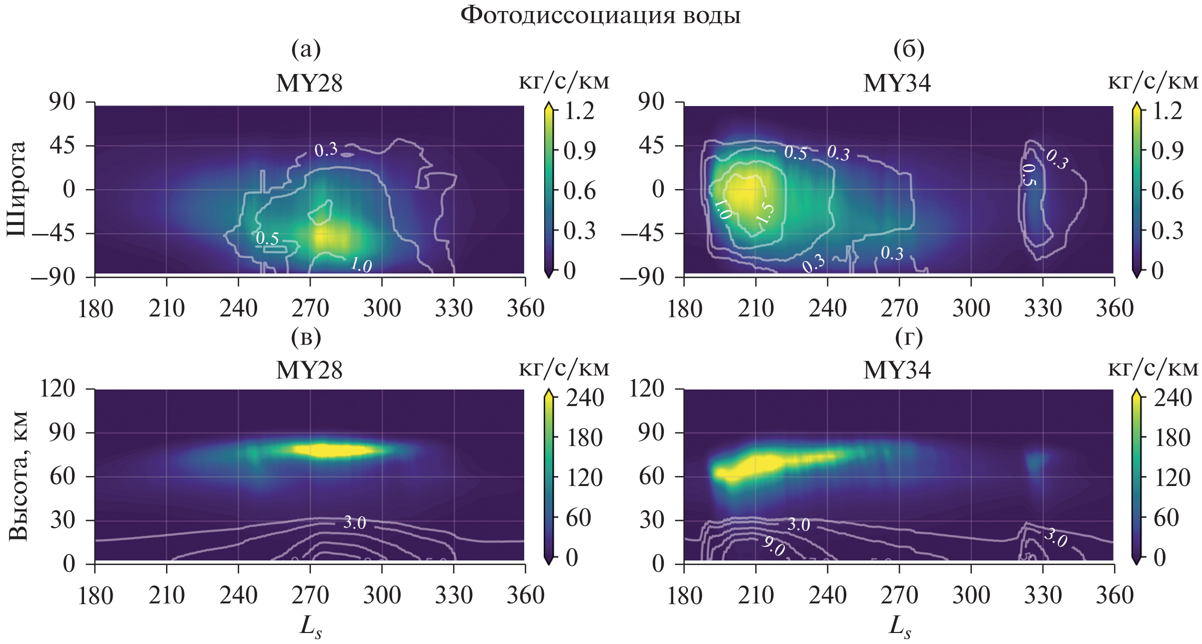


Рис. 2. Показана зависимость скорости фотодиссоциации водяного пара в кг/с/км в течение года от широты (а, б) и высоты (в, г) для моделирования с использованием пылевых сценариев MY28 (а, в) и MY34 (б, г). В первой строке (а, б) скорость зависит от расстояния по широтам, во второй (в, г) – от высоты. Контурами показана суммарная непрозрачность атмосферы из-за пыли (а, б) и относительная концентрация пыли в ppm (в, г).

ток солнечной радиации (EUV) в Лайман-альфа у Земли (Lean, Skumanich, 1983), s_f – масштабный коэффициент, равный квадрату отношения расстояний Солнце–Земля и Солнце–Марс, $\tau = \sigma_{CO_2}\rho_{CO_2}$ – замутненность атмосферы для данного уровня и зенитного угла, $\sigma_{CO_2} = 7.44 \times 10^{-22}$ см^2 – эффективное сечение CO_2 в Лайман-альфа (Watanabe и др., 1953), а ρ_{CO_2} плотность CO_2 атмосферы, преобразованная в единицы СГС. Зависимость от солнечного цикла ($F_{10.7}$ – поток солнечного излучения на 10.7 см) и корректировка на квантовый выход реакции в данной работе не учитывались, также как и ослабление излучения на длине волны Лайман-альфа другими малыми составляющими атмосферы.

Таким образом, зная в любой точке атмосферы степень диссоциации, можно вычислить скорость диссоциации в ячейках вычислительной сетки в кг/с. Так как размеры ячеек по широтам, долготам и высотам не равномерны, то для более корректного представления необходимо нормировать полученную скорость на соответствующий линейный размер в км. В результате получим график, изображенный на рис. 2 для MY28 и MY34.

На рис. 2 видно, что, как и можно было предположить, максимум скорости фотодиссоциации наблюдается в разгар пылевого шторма. Это связано с тем, что пыль разогревает атмосферу, усиливая циркуляцию, что позволяет воде подняться на достаточную высоту для начала процесса диссоциации. Во время шторма MY28 в сезон L_s = = 270°–290° на 45° ю.ш. наблюдается максимальная скорость диссоциации до 1 кг/с на км по широте (рис. 2а). В то же время максимальная скорость при шторме MY34 фиксируется на экваторе в сезон L_s = 200°–220° и достигает несколько больших значений (рис. 2б). Более интенсивная фотодиссоциация во время шторма MY34 по сравнению с MY28 связана с более интенсивным поднятием водяного пара из-за более сильного пылевого шторма. Также стоит обратить внимание на то, что остаточный шлейф скоростей диссоциации в MY34 (рис. 2б) наклонен к югу. Это связано с началом лета в южном полушарии, меридиональной циркуляцией и перераспределением водяного пара на юг.

Интересно также рассмотреть распределение скорости диссоциации по высоте. На рис. 2в и 2г приведены скорости фотодиссоциации в зависимости от высоты до 120 км для пылевого шторма MY28 и MY34, соответственно. Видно, что наиболее интенсивная диссоциация наблюдается не в начале шторма MY28, а ближе к его завершению с примерно L_s = 260° и доходит до 240 кг/с на 1 км высоты. Надо обратить внимание, что величина обусловлена нормировкой на высоту, а не на расстояние по широте, как в предыдущем случае. В то же время наиболее интенсивно вода диссоциирует в узком 10 км слое на высоте ~80 км. Вы-

Таблица 1. Параметры профилей (орбит)

Название	L_s, угл. град	Широта, угл. град	Долгота, угл. град	Время, локальный час
2358N2	187.1	80.2	152.4	16.8
2451N2	191.6	−76.6	171.5	4.6
3755N2	257.5	58.0	36.6	14.8
3857N3	262.8	−38.4	54.7	19.5

сота максимума достаточно стабильна, а интенсивность коррелирует с уровнем запыленности.

Отличия диссоциации воды в сценарии пылевого шторма MY34 от MY28 заключаются в более раннем начале диссоциации, которая, к тому же, происходит на более низкой высоте. Уже начиная с $L_s = 200°$ и с 50 до 75 км наблюдается достаточно интенсивная фотодиссоциация. Со временем высота диссоциации растет и достигает значений, аналогичных сценарию MY28. Также хорошо заметен вторичный максимум диссоциации, наблюдаемый на $L_s = 320°–330°$ на высоте 70 км, связанный со вторичным штормом, который произошел на Марсе в конце MY34.

Чтобы лучше понять масштабы фотодиссоциации водяного пара, достаточно привести интегральные значения скорости, которые достигают 6.5 тонн/с для MY34 во время глобального шторма, 1.5 тонн/с во вторичный и 5.3 тонн/с для MY28. При этом более половины потерь происходят в основном слое фотодиссоциации, который можно локализовать от 70 до 90 км для MY28 и от 60 до 80 км для MY34. Понятно, что в масштабах всей массы воды в атмосфере это доли процента в день, кроме того часть атомов затем рекомбинирует обратно и таким образом возвращается в гидрологический цикл, а часть так никогда и не покинет планеты из-за малых длин пробега на этих высотах. Тем не менее можно утверждать, что такой фактор потери воды планетой нельзя игнорировать на временных промежутках порядка года и более и нужно учитывать при разработке климатических моделей.

СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В последней части нашей работы приведем сравнение вертикальных профилей плотности водяного пара и температуры, полученных в численном эксперименте со сценарием пылевого шторма MY34, с реальными наблюдаемыми данными. Из-за сложностей с прямым наблюдением фотодиссоциации, сравниваются вертикальные профили водяного пара для подтверждения корректности работы модели. Для этого взяты одни из последних опубликованных данных по 34 марсианскому году, полученных с помощью прибора Atmospheric Chemistry Suite (ACS), установленного на космическом аппарате ExoMars Trace Gas Orbiter (TGO). Инструмент ACS разработан в Институте космических исследований Российской академии наук (ИКИ РАН) при участии научных организаций из Франции, Германии, Италии и других стран Евросоюза. Прибор состоит из трех спектрометров разного волнового диапазона: NIR (Near-IR) работает на длинах волн 0.7–1.6 мкм, MIR (Mid-IR) охватывает диапазон 2.3–4.2 мкм и TIRVIM детектирует 1.7–17 мкм.

Для сравнения с данными модели было выбрано несколько профилей, полученных с помощью NIR (Fedorova и др., 2020). В табл. приведены параметры профилей, также называемых “орбиты”.

Сравнение профилей представлено на рис. 3. Каждый профиль соответствует определенному локальному времени, широте, долготе и сезону. Также на экспериментальные профили нанесена ошибка наблюдений. Данные численного эксперимента приведены для такого же локального времени, широты, долготы и сезона. Горизонтальные линии показывают разброс значений за ±12 ч (т.е. за сутки) от указанного времени. Видно, что суточный разброс значений довольно большой – порядка 15% для температуры и несколько порядков для водяного пара. Такой разброс обусловлен приливными колебаниями, которые возникают в течение дня из-за перемещения подсолнечной точки. В результате прогревания атмосферы возникают волновые явления, которые приводят к значительным флуктуациям концентрации водяного пара. Без знания начальных условий для всех атмосферных полей модель не может точно предсказать количество водяного пара на определенной высоте в конкретный момент времени. Поэтому сравнение модельных данных всегда производится с указанием естественной изменчивости. С учетом данной оговорки и границ применимости модель достаточно точно воспроизводит указанные профили водяного пара и температуры. До 80% точек на графиках совпадают с моделью или находятся в одном диапазоне флуктуаций. Наиболее точно модель воспроизводит поведение водяного пара и температуры в тропосфере. Совпадение в термосфере хуже, в том числе, возможно, из-за увеличения ошибок наблюдения.

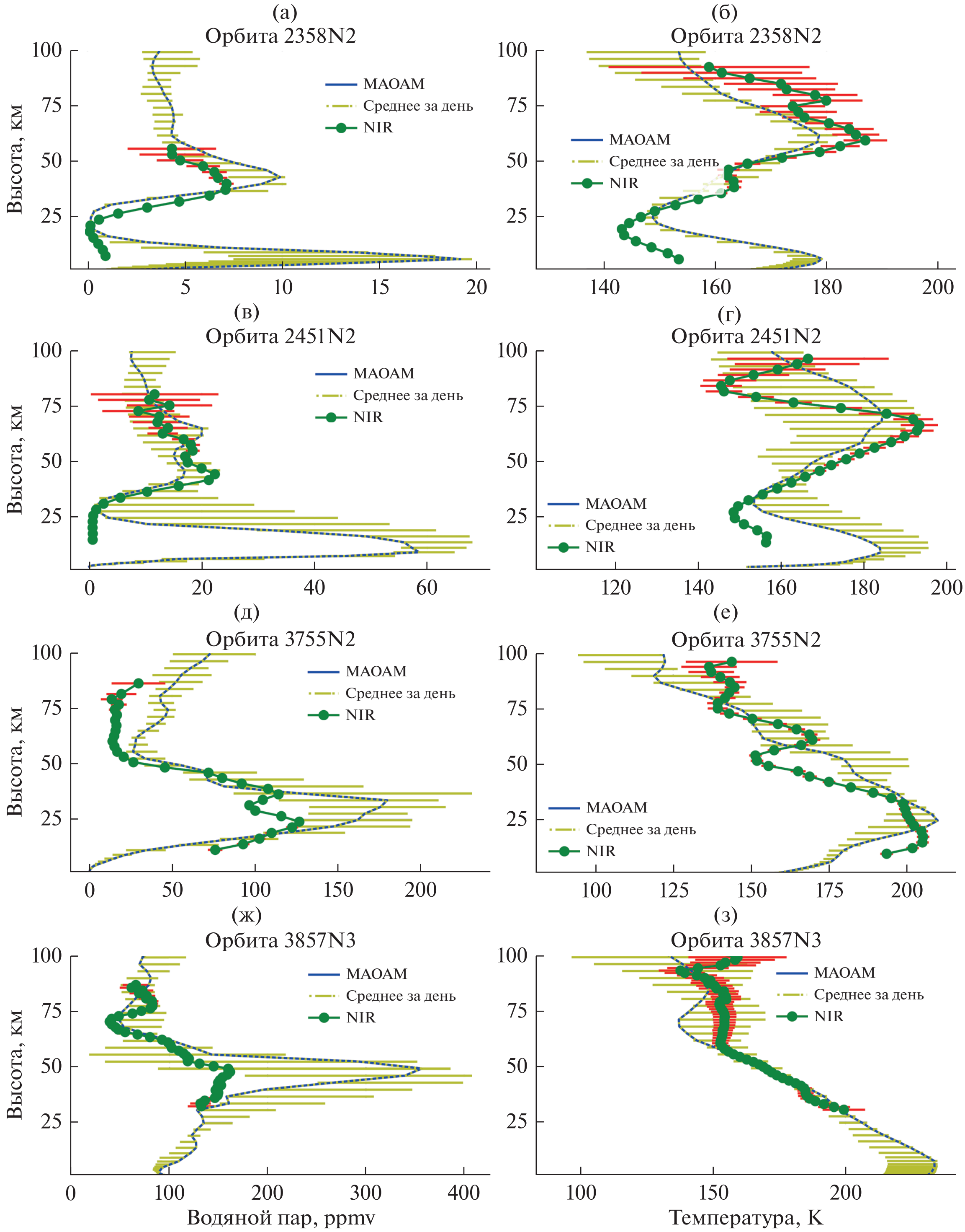


Рис. 3. Сравнение отдельных профилей (орбит) водяного пара (а, в, д, ж) и температуры (б, г, е, з), полученных с помощью канала ближнего инфракрасного диапазона (NIR, длина волны 0.7–1.7 мкм) спектрометра ACS-TGO (маркеры – показаны ошибки наблюдений) с результатами моделирования с использованием пылевого сценария MY34 модели MAOAM (пунктир – показан разброс значений за сутки). Каждая строка соответствует своим координатам и локальному времени (см. табл. 1).

ВЫВОДЫ

В рамках данного исследования с помощью трехмерной численной модели общей циркуляции атмосферы MAOAM (Martian Atmosphere: Observation and Modeling), также известной как MPI-MGCM (Max Planck Institute Martian general circulation model), было проведено моделирование гидрологического цикла Марса с использованием сценариев пылевого шторма для 28 и 34 марсианского года (MY28 и MY34), а также базового сценария без пылевого шторма.

Исследования показали слабое влияние пылевых штормов на интегральное содержание водяного пара в столбе атмосферы. Время и сила влияния прямо зависят от интенсивности шторма. Для обоих сценариев с пылевым штормом изменения не превышают 10–15 осажденных микрон в сторону уменьшения количества воды из-за охлаждения поверхности и уменьшения скорости испарения с полярных шапок. Тем не менее, несмотря на уменьшение общей массы воды в атмосфере, ее концентрация в верхней атмосфере в момент шторма, наоборот значительно увеличивается.

Увеличение высоты поднятия водяного пара во время шторма приводит к резкому усилению фотодиссоциации на высоте от 50 до 80 км для MY34 и от 70 до 80 км для MY28. При этом суммарная скорость диссоциации достигает 6.5 тонн в секунду во всей атмосфере в сценарии MY34 и 5.3 тонн в секунду в сценарии MY28. Более раннее и резкое начало пылевого шторма в сценарии MY34 (примерно на $L_s = 195°$) приводит также к возникновению более раннего максимума скорости фотодиссоциации в этот сезон.

Сравнение данных моделирования сценария MY34 с наблюдениями со спектрометром NIR (Near-IR) прибора Atmospheric Chemistry Suite (ACS), установленного на космическом аппарате ExoMars Trace Gas Orbiter (TGO), показывают хорошее совпадение профилей водяного пара и температуры с учетом суточных вариаций и ошибок наблюдений.Данные моделирования MPI-MGCM можно найти в Интернете по адресу https://mars.mipt.ru, https://zenodo.org/record/4716445 (Shaposhnikov и др., 2021).

Авторы благодарят Дениса Беляева за помощь с экспериментальными данными. Работа частично поддержана грантом Российского научного фонда № 20-72-00110.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Коротеев А.С. Пилотируемая экспедиция на Марс. М.: Российская академия космонавтики имени К.Э. Циолковского, 2006. 360 с.

Anbar A.D., Allen M., Nair H.A. Photodissociation in the atmosphere of Mars: Impact of high resolution, temperature-dependent CO_2 cross-section measurements // J. Geophys. Res.: Planets. 1993. V. 98. № E6. P. 10925–10931.

Chaffin M.S., Deighan J., Schneider N.M., Stewart A.I.F. Elevated atmospheric escape of atomic hydrogen from Mars induced by high-altitude water // Nature geoscience. 2017. V. 10. № 3. P. 174–178.

Conrath B.J. Thermal structure of the Martian atmosphere during the dissipation of the dust storm of 1971 // Icarus. 1975. V. 24. № 1. P. 36–46.

Fedorova A.A. et al. Evidence for a bimodal size distribution for the suspended aerosol particles on Mars // Icarus. 2014. V. 231. P. 239–260.

Fedorova A.A. et al. Stormy water on Mars: The distribution and saturation of atmospheric water during the dusty season // Science. 2020. V. 367. № 6475. P. 297–300.

Jacobson M.Z. Fundamentals of atmospheric modeling. Cambridge univ. press, 2005.

Hartogh P. et al. Description and climatology of a new general circulation model of the Martian atmosphere // J. Geophysical Research: Planets. 2005. V. 110. № E11.

Hartogh P., Medvedev A.S., Jarchow Ch. Middle atmosphere polar warmings on Mars: Simulations and study on the validation with sub-millimeter observations // Planet. and Space Sci. 2007. V. 55(9). P. 1103–1112, https://doi.org/10.1016/j.pss.2006.11.018

Heavens N.G. et al. Hydrogen escape from Mars enhanced by deep convection in dust storms // Nature Astronomy. 2018. V. 2. № 2. P. 126–132.

Holmes J.A. et al. A reanalysis of ozone on Mars from assimilation of SPICAM observations // Icarus. 2018. V. 302. P. 308–318.

Kley D. Ly(α) absorption cross-section of H_2O and O_2 // J. atmospheric chemistry. 1984. V. 2. № 2. P. 203–210.

Krasnopolsky V.A. Photochemistry of water in the Martian thermosphere and its effect on hydrogen escape // Icarus. 2019. V. 321. P. 62–70.

Kuroda T., Medvedev A.S., Yiğit E. Gravity Wave Activity in the Atmosphere of Mars During the 2018 Global Dust Storm: Simulations With a High-Resolution Model // J. Geophys. Res.: Planets. 2020. V. 125. № 11. P. e2020-JE006556.

Kutepov A.A., Gusev O.A., Ogibalov V.P. Solution of the non-LTE problem for molecular gas in planetary atmospheres: Superiority of accelerated lambda iteration // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transf. 1998. V. 60. P. 199–220.

Lean J.L., Skumanich A. Variability of the Lyman alpha flux with solar activity // J. Geophys. Res.: Space Phys. 1983. V. 88. № A7. P. 5751–5759.

Lewis S.R. et al. The solsticial pause on Mars: 1. A planetary wave reanalysis // Icarus. 2016. V. 264. P. 456–464.

Nakajima T., Tsukamoto M., Tsushima Y., Numaguti A., Kimura T. Modeling of the radiative process in an atmospheric general circulation model // Appl. Optics. 2000. V. 39(27). P. 4869–4878.

Navarro T., Madeleine J.-B., Forget F., Spiga A., Millour E., Montmessin F., Maattanen A. Global climate modeling of the Martian water cycle with improved microphysics and radiatively active water ice clouds // J. Geophys. Res. 2014. V. 119. № 7. P. 1479–1495.

Neary L. et al. Explanation for the increase in high-altitude water on Mars observed by NOMAD during the 2018 global dust storm // Geophysical Research Letters. 2020. V. 47. № 7. P. e2019GL084354.

Medvedev A.S., Yiğit E. Gravity waves in planetary atmospheres: Their effects and parameterization in global circulation models // Atmosphere. 2019. V. 10(9). 531. https://doi.org/10.3390/atmos10090531

Medvedev A.S., Hartogh P. Winter polar warmings and the meridional transport on Mars simulated with a general circulation model // Icarus. 2007. V. 186. P. 97–110.

Medvedev A.S., Yiğit E., Hartogh P., Becker E. Influence of gravity waves on the Martian atmosphere: General circulation modeling // J. Geophys. Res. 2011. V. 116.

Medvedev A.S. et al. General circulation modeling of the Martian upper atmosphere during global dust storms // J. Geophys. Res.: Planets. 2013. V. 118. № 10. P. 2234–2246.

Medvedev A.S., Gonzalez-Galindo F., Yiğit E., Feofilov A.G., Forget F., Hartogh P. Cooling of the Martian thermosphere by CO_2 radiation and gravity waves: An intercomparison study with two general circulation models // J. Geophys. Res.: Planets. 2015. V. 120. P. 913–927.

Medvedev A.S. et al. Comparison of the Martian thermospheric density and temperature from IUVS/MAVEN data and general circulation modeling // Geophys. Res. Lett. 2016. V. 43. Iss. 7. P. 3095–3104, https://doi.org/10.1002/2016GL068388

Montabone L. et al. Martian year 34 column dust climatology from Mars Climate Sounder observations: Reconstructed maps and model simulations // J. Geophys. Res.: Planets. 2020. V. 125. № 8. P. e2019JE006111.

Rodin A.V. On the moment method for the modeling of cloud microphysics in rarefied turbulent atmospheres: I. Condensation and mixing // Sol. Syst. Res. 2002. V. 36. № 2. P. 97–106.

Shaposhnikov D.S., Rodin A.V., Medvedev A.S. The water cycle in the general circulation model of the Martian atmosphere // Sol. Syst. Res. 2016. V. 50. № 2. P. 90–101.

Shaposhnikov D.S. et al. Modeling the hydrological cycle in the atmosphere of Mars: Influence of a bimodal size distribution of aerosol nucleation particles // J. Geophys. Res.: Planets. 2018. V. 123. № 2. P. 508–526.

Shaposhnikov D.S. et al. Seasonal water “pump” in the atmosphere of Mars: Vertical transport to the thermosphere // Geophys. Res. Lett. 2019. V. 46. № 8. P. 4161–4169.

Shaposhnikov D.S. et al. Simulation of water vapor photodissociation during the dust storm season on Mars [Data set]. Zenodo. 2021. https://doi.org/10.5281/zenodo.4716445

Sheehan W. The Planet Mars: A History of Observation and Discovery. Tucson: Univ. Arizona Press, 1996. 270 p.

Simmons A.J., Burridge D.M. An energy and angular-momentum conserving vertical finite-difference scheme and hybrid vertical coordinates // Mon. Wea. Rev. 1981. V. 109. P. 758–766.

Simmons A.J., Chen J. The calculation of geopotential and the pressure gradient in the ECMWF atmospheric model: Influence on the simulation of the polar atmosphere and on temperature analyses // Q. J. R. Met. Soc. 1991. V. 117. P. 29–58.

Streeter P.M. et al. Surface warming during the 2018/Mars Year 34 Global Dust Storm // Geophys. Res. Lett. 2020. V. 47. № 9. P. e2019GL083936.

Trokhimovskiy A. et al. Mars’ water vapor mapping by the SPICAM IR spectrometer: Five martian years of observations // Icarus. 2015. V. 251. P. 50–64.

Watanabe K., Inn E.C.Y., Zelikoff M. Absorption coefficients of oxygen in the vacuum ultraviolet // J. Chemic. Phys. 1953. V. 21. № 6. P. 1026–1030.

Yiğit E., Medvedev A.S., Aylward A.D., Hartogh P., Harris M.J. Modeling the effects of gravity wave momentum deposition on the general circulation above the turbopause // J. Geophys. Res. 2009. V. 114. P. 14.

Yiğit E., Medvedev A.S., Hartogh P. Influence of gravity waves on the climatology of high-altitude Martian carbon dioxide ice clouds // Annales Geophys. 2018. V. 36. P. 1631–1646.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 1, с. 36–46

УДК 519.62:521.1

КОЛЛОКАЦИОННЫЙ ИНТЕГРАТОР LOBBIE В ЗАДАЧАХ ОРБИТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ

© 2022 г. В. А. Авдюшев*

НИИ прикладной математики и механики Томского госуниверситета, Томск, Россия

**e-mail: sch@niipmm.tsu.ru*

Поступила в редакцию 20.05.2021 г.
После доработки 24.06.2021 г.
Принята к публикации 15.07.2021 г.

В работе исследуется эффективность нового коллокационного интегратора Lobbie, представленного в работе (Авдюшев, 2020), в сопоставлении с другими широко используемыми на практике интеграторами, а именно с коллокационным Рунге–Кутты, экстраполяционным Грэгга–Булирша–Штера, многошаговым Адамса–Мультона–Башфорта, а также с хорошо известным в небесной механике интегратором Эверхарта. Интеграторы тестируются в задачах орбитальной динамики. В частности, сравнительный анализ эффективности показывает, что при моделировании сложного орбитального движения (сильноэллиптического или с гравитационными маневрами), Lobbie превосходит по быстродействию другие интеграторы (кроме Эверхарта) в несколько раз, тогда как по точности – на несколько порядков. Корректное сравнение эффективности интегратора Эверхарта и Lobbie не представляется возможным, поскольку они не имеют общих порядков: у первого на разбиениях Радау только нечетные порядки, тогда как у последнего на разбиениях Лобатто только четные. Тем не менее, если сравнивать эффективность интеграторов смежных порядков, то в сильноэллиптическом случае интегратор Эверхарта (с более высоким порядком) уступает Lobbie по точности на один порядок. Достоинством Lobbie является также то, что он позволяет решать смешанные системы дифференциальных уравнений второго и первого порядков, которые, например, применяются в небесной механике для исследования динамического хаоса, а также для линеаризации, регуляризации и стабилизации уравнений движения. Чтобы воспользоваться интегратором Эверхарта для решения таких систем необходимо все уравнения второго порядка приводить к первому. Однако применительно к системам уравнений первого порядка эффективность интегратора Эверхарта становится заметно хуже.

Ключевые слова: численные интеграторы, обыкновенные дифференциальные уравнения, орбитальное движение

DOI: 10.31857/S0320930X22010017

ВВЕДЕНИЕ

В работе (Авдюшев, 2020) мы представили новый коллокационный интегратор Lobbie на разбиении Гаусса–Лобатто для численного решения смешанных систем дифференциальных уравнений динамики первого и второго порядков вида

$$\mathbf{x}'' = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{z}), \quad \mathbf{z}' = \mathbf{g}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{z}), \tag{1}$$

где $\mathbf{x}$ – вектор положения динамической системы; $\mathbf{z}$ – вектор вспомогательных динамических величин; $\mathbf{f}$ и $\mathbf{g}$ – известные вектор-функции времени t, положения $\mathbf{x}$, скорости $\mathbf{x}'$ и вектора $\mathbf{z}$; штрих означает полную производную по времени. Смешанные системы типа (1) применяются для исследования динамического хаоса (Cincotta и др., 2003), а также для линеаризации, регуляризации и стабилизации уравнений динамики (Kustaanheimo, Stiefel, 1965; Burdet, 1968; Baumgarte, 1972; Шефер, 1991; Avdyushev, 2003).

Применительно к системе (1) сводка основных формул интегратора на шаге величины h с разбиением Гаусса–Лобатто $c_1,\ldots,c_s$ $(c_1 = 0,\ \ c_s = 1)$ представима как

$$\begin{gathered}
\mathbf{u}_1 = \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{v}_1 = \mathbf{x}'_0, \mathbf{w}_1 = \mathbf{z}_0, \\
\mathbf{u}_i = \mathbf{x}_0 + \mathbf{x}'_0 h c_i + h^2 \sum_{j=1}^{s} a_{ij} \boldsymbol{\alpha}_j, \\
\mathbf{v}_i = \mathbf{x}'_0 + h \sum_{j=1}^{s} b_{ij} \boldsymbol{\alpha}_j, \\
\mathbf{w}_i = \mathbf{z}_0 + h \sum_{j=1}^{s} b_{ij} \boldsymbol{\beta}_j \quad (i = 2,\ldots,s), \\
\mathbf{x}_1 = \mathbf{u}_s, \ \ \mathbf{x}'_1 = \mathbf{v}_s, \quad \mathbf{z}_1 = \mathbf{w}_s.
\end{gathered} \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{x}_0$, $\mathbf{x}'_0$ и $\mathbf{z}_0$ – начальные значения интегрируемых переменных; $\mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}'_1$ и $\mathbf{z}_1$ – их значения на конце шага; $\mathbf{u}_i$, $\mathbf{v}_i$ и $\mathbf{w}_i (i = 1,\ldots,s)$ – промежуточные решения в точках коллокаций $c_1,\ldots,c_s$; $\boldsymbol{\alpha}_i$ и $\boldsymbol{\beta}_i (i = 1,\ldots,s)$ – разделенные разности, получаемые из коллокационных значений функций $\mathbf{f}$ и $\mathbf{g}$ соответственно; a_{ij} и $b_{ij} (i, j = 1,\ldots,s)$ – константы интегратора, определяемые рекуррентно из узловых значений $c_1,\ldots,c_s$ (Авдюшев, 2020). Схема интегрирования (2) на разбиении Гаусса–Лобатто имеет порядок $p = 2s - 2$.

Интегратор Lobbie – неявный, поскольку все промежуточные решения в (2) (кроме $\mathbf{u}_1$, $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{w}_1$) задаются неявным образом и на каждом шаге определяются методом простых итераций в модификации Зейделя. При *ni* итерациях требуется $ni(s-1)$ вычислений функций дифференциальных уравнений. Начальные приближения промежуточных решений получаются из разделенных разностей, вычисляемых по экстраполированным значениям функций дифференциальных уравнений на основе их интерполянтов на предыдущем шаге. При запуске интегратора итерационный процесс стартует от нулевых разделенных разностей.

Интегратор позволяет выполнять пошаговое интегрирование дифференциальных уравнений с переменной величиной шага h, к чему целесообразно прибегать при численном моделировании нерегулярной динамики. Величина шага выбирается таким образом, чтобы сохранялась задаваемая пользователем величина $\|\mathbf{e}\|_{tol}$ приближенной оценки члена ряда Тейлора s-го порядка для вектора скорости (Авдюшев, 2020):

$$\|\mathbf{e}\|_{tol} = \frac{h}{s}\|\boldsymbol{\alpha}_s\| \approx \frac{h^s}{s!}\left\|\mathbf{x}'^{(s)}\right\|. \tag{3}$$

В соответствии с формулой (3) величина следующего шага $\hbar$ выбирается как

$$\hbar = h\left(\frac{s}{h}\frac{\|\mathbf{e}\|_{tol}}{\|\boldsymbol{\alpha}_s\|}\right)^{1/s}, \tag{4}$$

где h – величина текущего шага. Величина стартового шага подбирается итерационно с использованием формулы (4), пока не выполнится условие $\sigma^{-1/s} < \hbar/h < \sigma^{1/s}$, где $\sigma = \sqrt{10}$ (Авдюшев, 2020). Начальное приближение $\hbar$ соответствует заданной величине $\|\mathbf{e}\|_{tol}$ для схемы интегрирования второго порядка ($s = 2$).

Интегратор Lobbie реализован на процедурном языке Фортран до 32-го порядка для компьютерной арифметики с двойной и четверной точностью (double & quadruple precision). Код интегратора размещен на репозитории Zenodo (DOI: 10.5281/zenodo.5067498). Вызов программной процедуры Lobbie выполняется командой

call lobbie (x,y,z,ts,tf,step,etol,nxy,nz,ns,ni,nst,ncf,fun). (5)

Здесь x, y, z – массивы интегрируемых переменных $\mathbf{x}, \mathbf{x}', \mathbf{z}$ соответственно: на входе значения на начальный момент времени (ts), на выходе значения на конечный момент времени (tf); step – стартовая величина шага интегрирования: при автоматическом выборе на выходе величина предпоследнего шага, при нулевом значении step величина шага задается интегратором; etol – $\|\mathbf{e}\|_{tol}$: при нулевом значении – режим постоянного шага, величина которого задается пользователем; nxy и nz – размерности массивов x,y ($\dim\mathbf{x} = \dim\mathbf{x}'$) и z ($\dim\mathbf{z}$), соответственно; ns – количество узловых значений s; ni – максимальное количество итераций на шаге для решения нелинейных уравнений относительно $\mathbf{u}_1,\ldots,\mathbf{u}_s,\mathbf{v}_1,\ldots,\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{w}_1,\ldots,\mathbf{w}_s$; nst и ncf – количество выполненных шагов и обращений к процедуре fun для вычисления функций $\mathbf{f}$ и $\mathbf{g}$ на всем интервале интегрирования. Процедура fun задается как

subroutine fun (t,x,y,z,f),

где t – текущий момент времени t; x, y, z – массивы интегрируемых переменных со значениями на момент t; f – выходной массив значений функций $\mathbf{f}$ и $\mathbf{g}$ размерности $\dim\mathbf{f} + \dim\mathbf{g}$.

Помимо гибридного интегратора (5) для решения смешанной системы уравнений (1) мы также разработали два интегратора для решения уравнений только второго порядка:

$$\mathbf{x}'' = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}, \mathbf{x}'); \tag{6}$$

и только первого порядка:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}). \tag{7}$$

Первый (DOI: 10.5281/zenodo.5067701) вызывается командой

call lobbie(x,y,ts,tf,step,etol,nxy,ns,ni,nst,ncf,fun); (8)

второй (DOI: 10.5281/zenodo.5067154) –

$$\text{call lobbie}\left(\text{x,ts,tf,step,etol,nx,ns,ni,nst,ncf,fun}\right), \qquad (9)$$

где nx – размерность массива x. Процедура fun задается соответственно как

subroutine fun (t,x,y,f) и subroutine fun (t,x,f).

В настоящей работе мы приводим результаты тестирования интеграторов Lobbie (5), (8) и (9) в задачах орбитальной динамики. Показываем его эффективность в сравнении с другими широко используемыми на практике интеграторами, а именно с коллокационным Рунге–Кутты; экстраполяционным Грэгга–Булирша–Штера, многошаговым Адамса–Мультона–Башфорта (Hairer и др., 2008), а также с хорошо известным в небесной механике интегратором Эверхарта (Everhart, 1974, 1985).

ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ

Динамическая астрономия предоставляет обширный полигон задач для тестирования численных интеграторов. По крайней мере, на задаче двух тел, как мы считаем, обязан пройти испытание каждый универсальный интегратор.

Дифференциальное уравнение нормализованной задачи, описывающее движение одной гравитирующей точки относительно другой, имеет вид

$$\mathbf{x}'' = -\frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3}, \qquad (10)$$

где $\mathbf{x}$ – вектор положения движущей точки. Уравнение второго порядка (10) можно представить как систему уравнений первого порядка для векторов положения $\mathbf{x}$ и скорости $\dot{\mathbf{x}}$:

$$\mathbf{x}' = \dot{\mathbf{x}}, \quad \dot{\mathbf{x}}' = -\frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3}. \qquad (11)$$

Мы сравнивали эффективность пяти интеграторов: двух новых коллокационных Lobbie – L(II) (8) и L(I) (9) – применительно к уравнениям (10) и (11), соответственно, а также коллокационного Рунге–Кутты на разбиении Гаусса–Лобатто (RK), экстраполяционного Грэгга–Булирша–Штера (GBS) и многошагового Адамса–Мультона–Башфорта (AMB), решающие уравнения первого порядка. Все интеграторы, кроме GBS, – неявные. Для получения промежуточных решений в неявных схемах интегрирования на каждом шаге выполнялись две итерации. Предиктор в RK реализуется посредством экстраполирования функций дифференциальных уравнений на основе полиномиальных интерполянтов Лагранжа, применяемых к функциям на предыдущем шаге (Авдюшев, 2020). В качестве предиктора в AMB используется вложенная явная многошаговая схема Адамса–Башфорта. Переменный шаг в интеграторах RK, GBS и AMB выбирается по тому же алгоритму, что и в интеграторах Lobbie (Авдюшев, 2015, 2020).

На рис. 1 показаны характеристики эффективности (точность–быстродействие) для интеграторов 8-го и 12-го порядков в круговой и эллиптической задачах. Большие полуоси орбит в обоих случаях единичные, следовательно, орбитальные периоды – 2π. Интегрирование выполнялось в арифметике с двойной точностью на интервале 1000 оборотов. Ошибка интегрирования ($|\Delta\mathbf{x}|$) оценивалась в векторе положения как максимальная величина разности между расчетным положением и точным на всем интервале интегрирования. В качестве показателя быстродействия рассматривалось количество вычислений функций дифференциальных уравнений (NCF). Показатель NCF обычно используют для сравнительного анализа эффективности интеграторов (Hairer и др., 2008) в предположении, что основной объем компьютерного времени приходится именно на вычисления сложных функций дифференциальных уравнений. В динамической астрономии такие уравнения, например, описывают орбитальное движение с насыщенной структурой возмущений. Несмотря на то, что в численном эксперименте интеграторы тестируются на простых орбитальных моделях, полученные для них показатели NCF вполне позволяют предвосхитить сравнительное быстродействие интеграторов применительно к сложным моделям. Кроме того, показатель NCF удобен тем, что, в отличие от процессорного времени, инвариантен на любой компьютерной платформе и не зависит от уровня оптимизации программного кода орбитальной модели.

Характеристики эффективности получены по результатам многократных расчетов при различной задаваемой точности $\|\mathbf{e}\|_{tol}$. Каждая характеристика (в логарифмических шкалах) имеет форму клюшки. Ее черенок представляет зависимость методической точности от объема вычислений, который обратно пропорционален средней величине шага. Крутизна черенка обусловлена порядком интегратора: чем выше порядок, тем круче черенок. Крюк характеристики вызван влиянием ошибок округления, которые фактически задают предел наивысшей достижимой точности вычислений. Таким образом, эффективность интегратора тем выше, чем левее и ниже на графике ее характеристика.

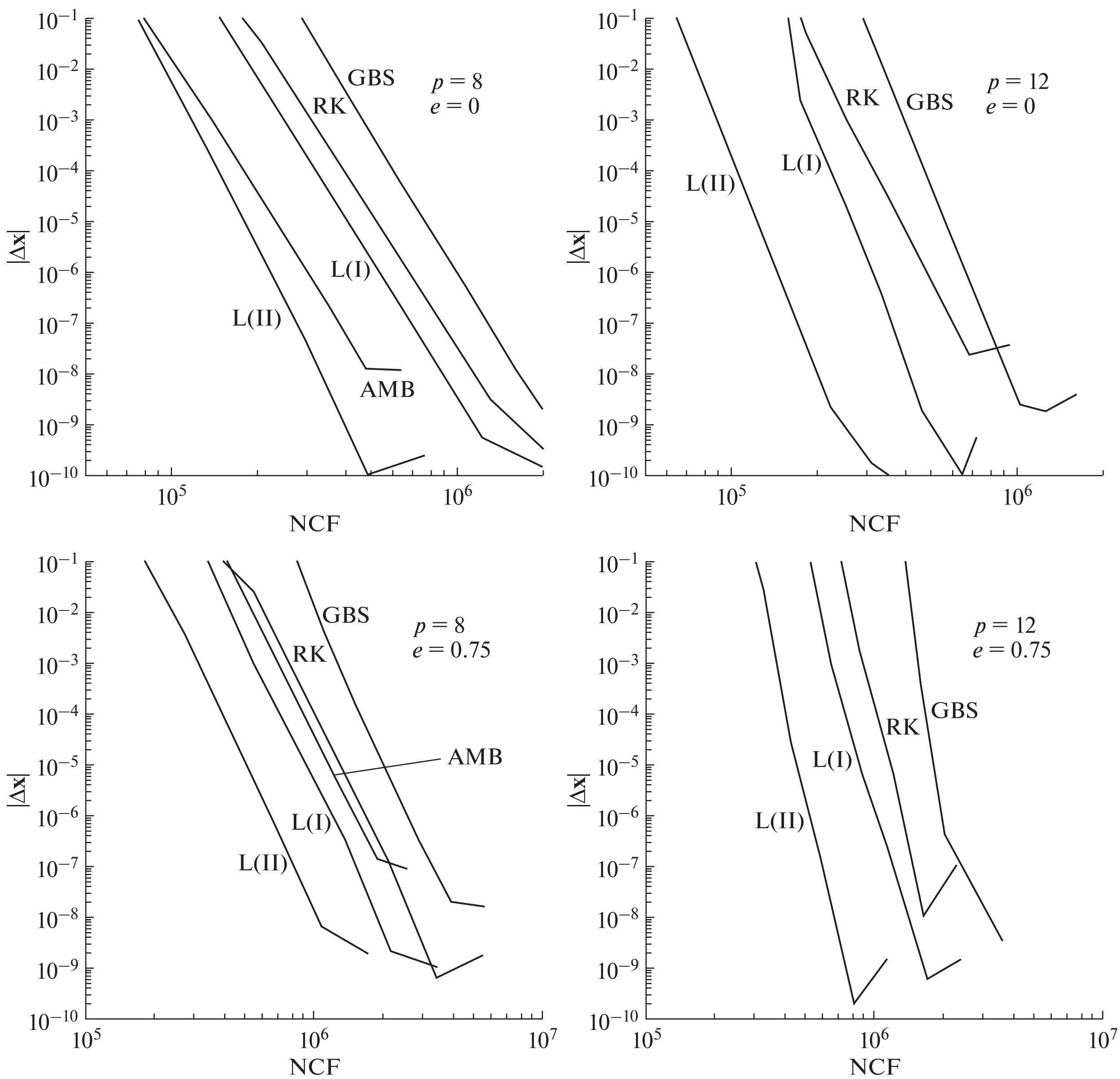


Рис. 1. Характеристики эффективности для интеграторов 8-го и 12-го порядков в круговой (e = 0) и эллиптической (e = 0.75) задачах двух тел на интервале интегрирования 1000 оборотов.

Итак, как показывают характеристики, наиболее эффективным является новый интегратор L(II). Если сравнивать быстродействие интеграторов L(I) и L(II) при одинаковой точности, то мы можем увидеть, что интегрирование уравнения второго порядка (10) выполняется быстрее, нежели первого порядка (11), в 2–3 раза. Объясняется это тем, что схема интегрирования в L(II) для координат точнее на порядок (Авдюшев, 2020) и, кроме того, итерационный процесс для вычисления промежуточных решений на шаге сходится лучше.

Несмотря на то что интеграторы L(I) и RK оба являются коллокационными и применяются к одним и тем же уравнениям (11), первый работает быстрее: в эллиптическом случае почти в 1.5 раза. Связано это также со сходимостью итерационного процесса для получения промежуточных решений. В интеграторе Рунге–Кутты решения формируются непосредственно через функции дифференциальных уравнений, тогда как в новом интеграторе – через их разделенные разности и, видимо, эта особенность благоприятно влияет на сходимость итераций. Кроме того, уровень предельно достижимой вычислительной точности для интегратора Рунге–Кутты в случае 12-го порядка заметно ниже.

В круговой задаче неплохую эффективность демонстрирует многошаговый интегратор AMB 8-го порядка. При высокой точности он уступает новому интегратору L(II) лишь в 1.5 раза. Хотя многошаговая схема весьма чувствительна к ошибкам округления и поэтому ее уровень предельно достижимой вычислительной точности ниже на два порядка (не только в круговом случае, но и в эллиптическом). При интегрировании эллиптической орбиты эффективность AMB значительно ухудшается и становится сравнимой с эффективностью RK. Результаты для AMB 12-го порядка мы не приводим, поскольку многошаговая схема становится неустойчивой (Авдюшев, 2015).

Экстраполяционный интегратор GBS значительно уступает в эффективности всем интеграторам. Он работает в 1.5 раза медленнее, чем даже коллокационный интегратор Рунге–Кутты. Вообще говоря, использование интеграторов GBS высоких порядков сопряжено с большими вычислительными затратами. Дело в том, что величина NCF пропорциональна p^2, поскольку на каждом шаге требуется $(p/2)^2 + p$ вычислений функций дифференциальных уравнений[1]: таким образом, для 8-го порядка – 24, а для 12-го – уже 48. Между тем новый интегратор L(I) на двух итерациях требует лишь $p(= 2s - 2)$ вычислений на каждом шаге (Авдюшев, 2020) и, следовательно, для тех же рассматриваемых порядков – 8 и 12 соответственно.

На рис. 1 не приводятся результаты для коллокационных интеграторов Эверхарта, поскольку на разбиениях Гаусса–Радау все они имеют только нечетные порядки (Everhart, 1974; 1985), тогда как новые интеграторы – только четные, а для корректного сравнения эффективности интеграторов следовало бы рассматривать характеристики для одних и тех же порядков. Тем не менее мы провели анализ эффективности для соседних порядков, причем для новых интеграторов выбирали порядки меньшие. Напомним, что интеграторы Эверхарта, как и Lobbie, позволяют решать дифференциальные уравнения второго порядка.

Из рис. 2 видно, что эффективность интеграторов Эверхарта (E) в сравнении с интеграторами Lobbie чуть ниже, несмотря на то, что их порядки выше. В эллиптическом случае, например, интегратор Эверхарта уступает по точности примерно на один порядок. Такой неожиданный результат имеет место по трем причинам. Во-первых, у всех симметричных интеграторов, к которым относится и Lobbie, при (четном) порядке p глобальная ошибка пропорциональна не h^p, как у обычных интеграторов, а h^{p+1} (Hairer и др., 2002; 2008). Следовательно, у сравниваемых интеграторов порядок глобальной ошибки один и тот же. Во-вторых, интегратор Эверхарта на каждом шаге с двумя итерациями требует $p(= 2s - 1)$ вычислений функций дифференциальных уравнений, т.е. на одно больше, чем в интеграторе Lobbie, хотя количество узловых точек s для сравниваемых интеграторов одинаковое. В-третьих, предиктор в новых интеграторах точнее, поскольку экстраполяция функций дифференциальных уравнений на следующий шаг выполняется на основе их интерполянтов на всем текущем шаге: первая узловая точка интерполянтов ($c_1 = 0$) совпадает с началом шага, тогда как последняя ($c_s = 1$) – с его концом. В то же время узловые точки любого (левого) разбиения Гаусса–Радау в интеграторах Эверхарта охватывают не весь шаг интегрирования, так как $c_s < 1$.

В круговом случае можно считать, что численные результаты интеграторов Эверхарта и Lobbie сопоставимы, т.е. интеграторы одинаково эффективны. Это объясняется тем, что в обоих интеграторах итерационный процесс для вычисления промежуточных решений реализуется похожим образом через разделенные разности функций дифференциальных уравнений. Хотя в интеграторе Эверхарта они выступают в качестве посредников для формирования решения на шаге (Everhart, 1974; 1985), тогда как в Lobbie разделенные разности входят в схему интегрирования явно.

Коллокационные интеграторы на разбиениях Гаусса–Лобатто обладают геометрическими свойствами (Hairer и др., 2002). Они симметричные и орбитально устойчивые (Авдюшев, 2015). Эти свойства позволяют удерживать расчетное положение около орбиты, сохранять интегралы и улучшать поведение глобальной ошибки. Впрочем, все это будет иметь место только в том случае, если промежуточные решения будут точно удовлетворять их неявным уравнениям, т.е. итерационный процесс для их определения должен выполняться до полной сходимости.

На рис. 3 показано отклонение вычисляемого положения ($\Delta|\mathbf{x}|$) от эталонной орбиты в круговой задаче при использовании коллокационных интеграторов на разбиениях Гаусса–Лобатто (Lobbie) и Гаусса–Радау (RK). Все результаты получены с постоянным шагом $h = 2\pi/16$, т.е. при 16 шагах за оборот. В описанных выше экспериментах для определения промежуточных решений во всех неявных интеграторах мы выполняли только две итерации на шаге. Однако, как видно из рисунка, по меньшей мере, три итерации требуются, для того чтобы интегратор Lobbie был орбитально устойчив, что обеспечивает длительное пребыва-

[1] Если выбирается гармоническая последовательность четных чисел, каждое из которых устанавливает количество шагов интегрирования для двушагового метода средней точки на основном шаге экстраполяционного метода (Hairer, 2008).

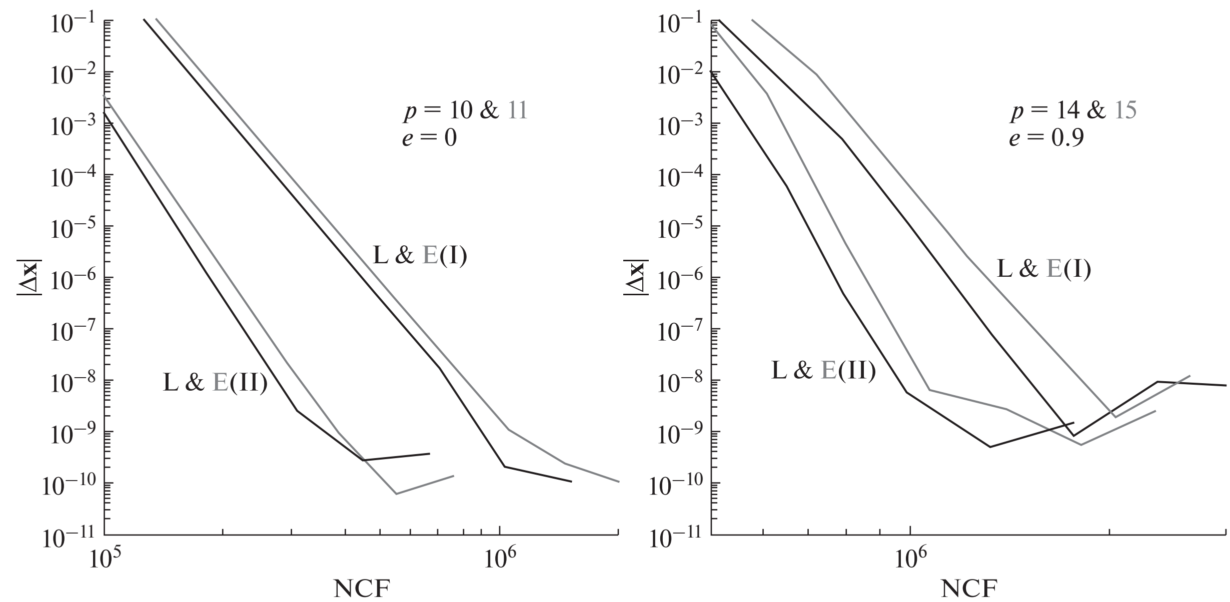


Рис. 2. Характеристики эффективности для интеграторов Эверхарта (серый цвет) и Lobbie (черный цвет) в круговой ($e = 0$) и эллиптической ($e = 0.9$) задачах двух тел на интервале интегрирования 1000 оборотов.

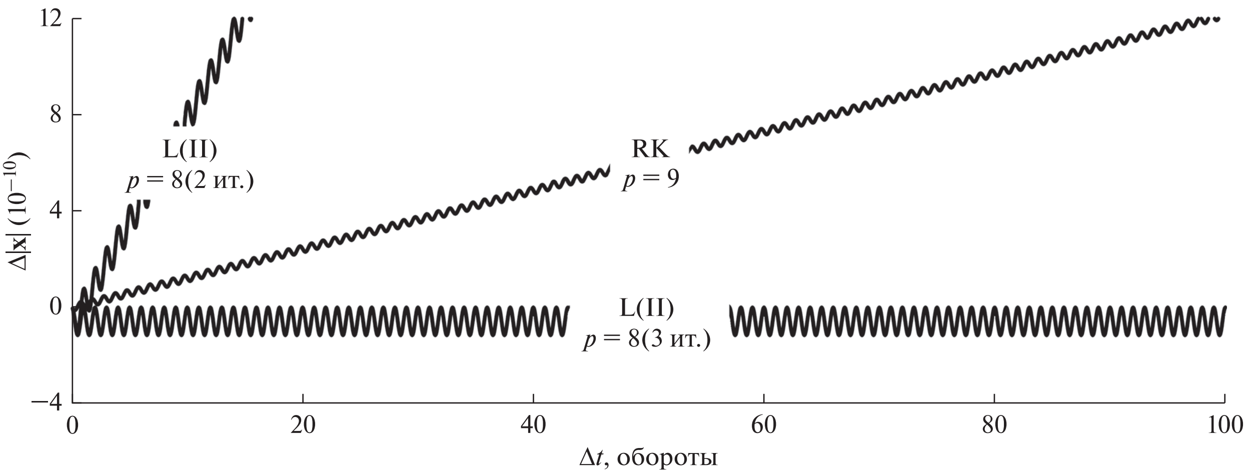


Рис. 3. Отклонение расчетного положения от эталонной орбиты в круговой задаче.

ние расчетного положения вблизи орбиты. При двух итерациях интегратор теряет свои геометрические свойства, и тогда положение постепенно удаляется от орбиты по спирали. То же самое, но несколько медленнее, происходит для интегратора RK, хотя итерационный процесс в нем выполнялся до полной сходимости.

Интеграторы Lobbie также сохраняют некоторые интегралы задачи двух тел. Свойство симметричности интеграторов, в частности, позволяет ограничить поведение глобальной ошибки в энергии (Hairer и др., 2002). Из рис. 4 видно, что геометрические свойства возможны лишь при выполнении не менее трех итераций на шаге для реализации неявной схемы интегрирования. При этом ошибка в энергии не превышает 10^{-9}. Отсюда следует, что сохраняются и все другие энергетические переменные, такие как орбитальный период или большая полуось орбиты.

При использовании обычных негеометрических интеграторов линейный рост ошибки в энергетических переменных, в частности, в среднем движении приводит к квадратичному росту ошибки в средней аномалии и, как следствие, в векторе положения (рис. 5). Между тем, геометрические интеграторы ограничивают ошибку в энергии, и это кардинально меняет характер по-

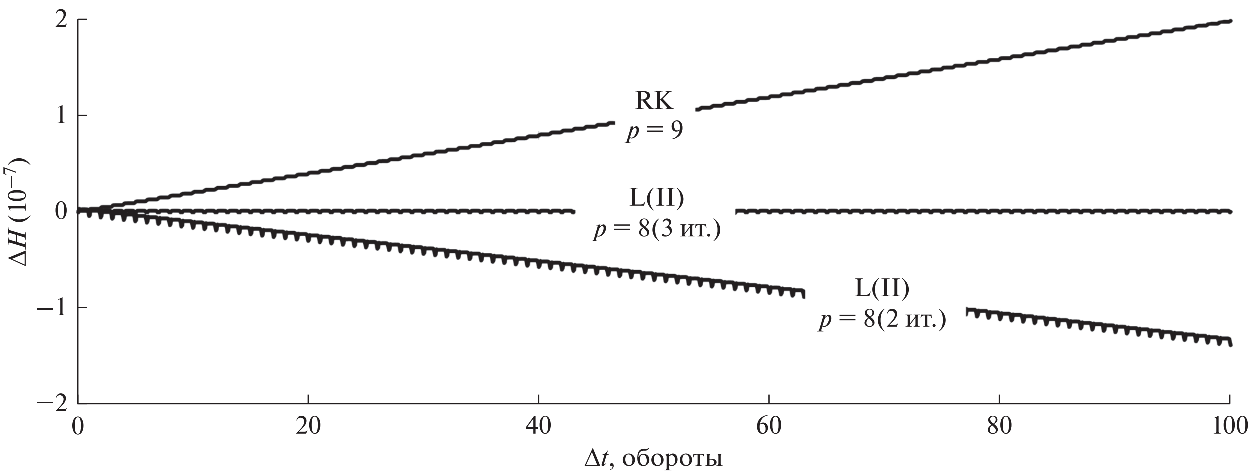


Рис. 4. Ошибка в расчетной энергии (H) в слабоэллиптической задаче ($e = 0.2$).

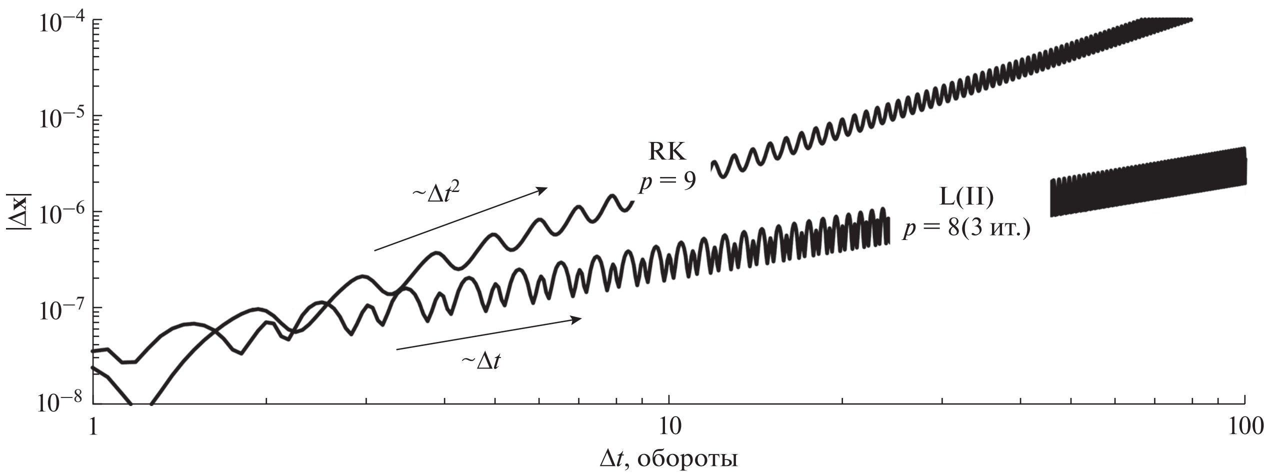


Рис. 5. Ошибки в расчетном положении в слабоэллиптической задаче ($e = 0.2$).

ведения ошибки в векторе положения: она возрастает уже линейно со временем (рис. 5), т.е. медленнее. Таким образом, эффективность геометрических интеграторов должна проявляться в значительной степени при длительном численном моделировании орбитального движения.

Вместе с тем интеграторы Lobbie также ограничивают ошибку в векторе момента количества движения (рис. 6). Вообще говоря, это означает, что при численном интегрировании сохраняется ориентация орбитальной плоскости и, следовательно, сохраняются угловые величины, отвечающие за ориентацию, а именно долгота восходящего узла и наклонение орбиты.

Впрочем, ошибка в векторе Лапласа неограниченно возрастает со временем (рис. 6). Из анализа точности орбитальных элементов мы выяснили, что она обусловлена, главным образом, возрастающей ошибкой в аргументе перицентра, который определяет направление вектора Лапласа в орбитальной плоскости. При этом его величина, а потому и эксцентриситет орбиты, сохраняются. Интересно заметить, что такая же ситуация в целом с поведением ошибок в орбитальных элементах имеет место при использовании симплектических интеграторов (Kinoshita и др., 1990), которые также являются геометрическими (Hairer и др., 2002).

ВОЗМУЩЕННАЯ ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ

Как мы видели, сохранение энергии существенно улучшает поведение глобальной ошибки пошагового интегрирования. В возмущенной задаче двух тел интегралов, вообще говоря, нет, и энергия – переменная величина. Однако, если учитывать, что ограничение ошибки в энергии благоприятно влияет на численный процесс, то

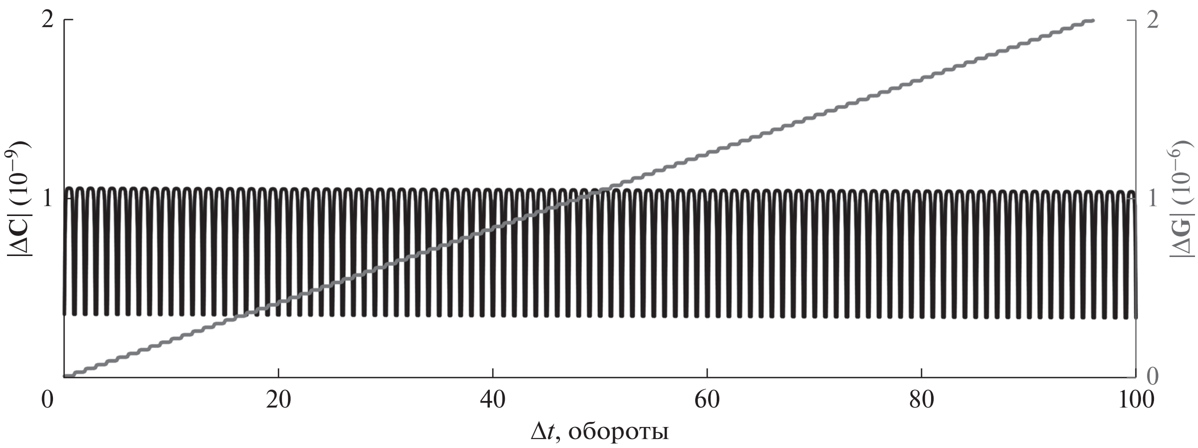


Рис. 6. Ошибки в векторах момента количества движения (**C**) (черный цвет) и Лапласа (**G**) (серый цвет) для интегратора Lobbie 8-го порядка с тремя итерациями на шаге в слабоэллиптической задаче ($e = 0.2$).

для повышения эффективности интегрирования целесообразно все же каким-либо способом удерживать расчетное динамическое состояние около энергетической гиперповерхности. С этой целью можно прибегнуть к стабилизации дифференциальных уравнений методом Баумгарте (Baumgarte, 1972).

Дифференциальное уравнение орбитального движения в нормализованной возмущенной задаче имеет вид

$$\mathbf{x}'' = -\frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3} + \mathbf{P}, \qquad (12)$$

где **P** – возмущающая сила. Стабилизация Баумгарте предполагает введение в уравнение (12) искусственного возмущающего члена, призванного возвращать численное решение на энергетическую гиперповерхность. Возмущающий член, в свою очередь, требует подключения нового дифференциального уравнения для энергии h, которая выступает как самостоятельная переменная. Таким образом, необходимо решать смешанную систему уравнений второго и первого порядков (Baumgarte, 1972)

$$\mathbf{x}'' = -\frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|^3} + \mathbf{P} - \gamma(H - h)\frac{\mathbf{x}'}{|\mathbf{x}'|^2}, \qquad (13)$$
$$h' = \mathbf{x}' \cdot \mathbf{P}, \quad H = \frac{|\mathbf{x}'|^2}{2} - \frac{1}{|\mathbf{x}|}.$$

Здесь γ – свободный параметр, который подбирается по достижении наилучшей эффективности численного интегрирования. Обычно его оптимальное значение близко среднему движению (Avdyushev, 2003).

К улучшению эффективности численного интегрирования приводят также регуляризирующие преобразования (Kustaanheimo, Stiefel, 1965; Burdet, 1968; Шефер, 1991), в особенности при моделировании сильноэллиптических орбит. Преобразования Шперлинга–Бюрде, например, дают смешанную систему уравнений (Авдюшев, 2015)

$$\mathbf{x}'' = 2h\mathbf{x} - \mathbf{G} + |\mathbf{x}|^2\,\mathbf{P},$$
$$\mathbf{G}' = 2\mathbf{x}(\mathbf{x}' \cdot \mathbf{P}) - \mathbf{x}'(\mathbf{x} \cdot \mathbf{P}) - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}')\mathbf{P},$$
$$h' = \mathbf{x}' \cdot \mathbf{P}, \quad \tau' = -\frac{1}{2h}\left[1 + |\mathbf{x}|(\mathbf{x} \cdot \mathbf{P}) - \frac{(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}')}{|\mathbf{x}|}\frac{h'}{h}\right], \qquad (14)$$
$$t = \tau + \frac{1}{2h}\frac{(\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}')}{|\mathbf{x}|},$$

где **G** – вектор Лапласа; τ – временной элемент; штрих означает производную по фиктивному времени s, которое связано с физическим временем t посредством дифференциального соотношения $\mathrm{d}t = |\mathbf{x}|\,\mathrm{d}s$. Следует заметить, что уравнения (14), как и (13), обладают стабилизирующим эффектом, поскольку энергия h здесь также рассматривается как самостоятельная переменная, независящая от интегрируемых переменных **x** и **x**'.

Мы исследовали эффективность интегратора Lobbie 8-го порядка в связке с дифференциальными уравнениями возмущенной задачи (12)–(14) на примере астероида Гефест (рис. 7; Hephaistos). Орбита астероида сильно вытянутая (с эксцентриситетом почти 0.84) и близка к эклиптике (наклонение составляет чуть более 11 градусов). Большая полуось – около 2.16 а.е., орбитальный период – 3.2 года. Гефест – околоземный объект, который относится к группе аполлонов. Минимальное расстояние между орбитами Гефеста и Земли составляет почти 0.12 а.е. В афелии при сближении с Юпитером астероид сильно возмущается планетой.

Моделирование астероидного движения выполнялось на интервале времени 1000 оборотов. Системы (13) и (14) решались гибридным инте-

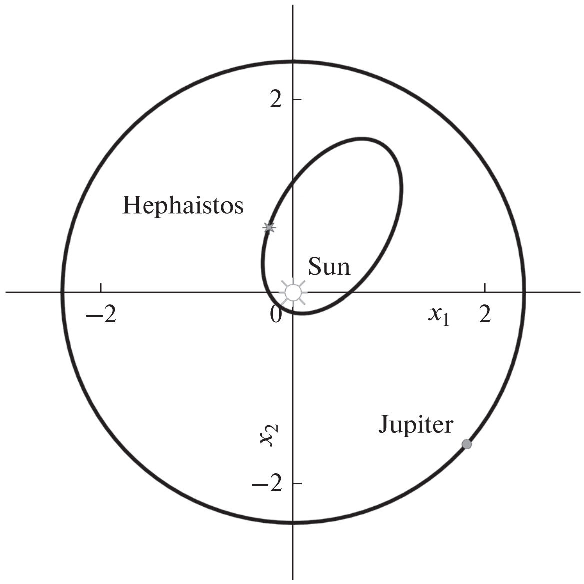


Рис. 7. Орбита астероида Гефест (2212) (нормализованная задача).

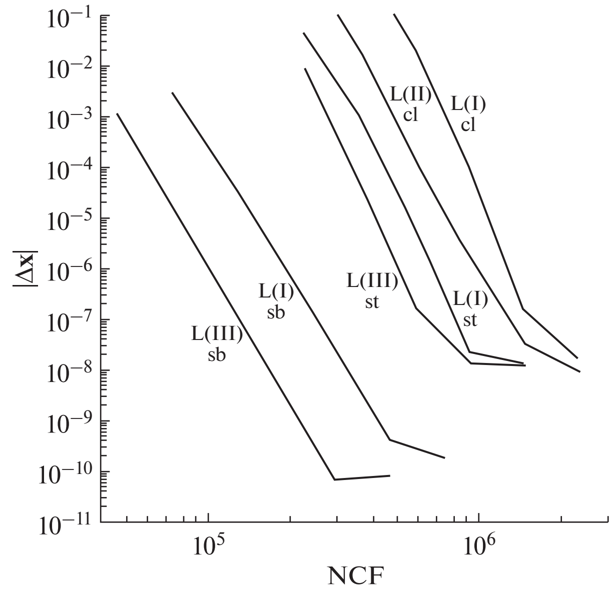


Рис. 8. Характеристики эффективности интеграторов Lobbie 8-го порядка применительно к классическим (cl), стабилизированным (st) и регулярным (sb) дифференциальным уравнениям орбитального движения астероида Гефест.

гратором Lobbie – L(III) (5). Начальные условия для уравнений были получены из орбитальных элементов, взятых на сайте Центра малых планет (minorplanetcenter.net) (кроме большой полуоси, которая в нормализованной задаче принималась за единицу). В качестве возмущающего фактора учитывалось только притяжение Юпитера, которое моделировалось по формуле

$$\mathbf{P} = -\mu_P \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_P}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_P|^3} - \mu_P \frac{\mathbf{x}_P}{|\mathbf{x}_P|^3},$$

где $\mu_P = 0.001$ и $\mathbf{x}_P$ – гравитационный параметр и положение планеты, соответственно. Движение Юпитера моделировалось на круговой орбите радиуса $|\mathbf{x}_P| = 2.4$ в плоскости (x_1, x_2).

Рис. 8 показывает, насколько существенно может быть повышена эффективность численного интегрирования путем преобразования дифференциальных уравнений. Так, если сравнивать характеристики эффективности для интеграторов L(III) и L(II), мы увидим, что стабилизация (st) позволяет повысить точность вычислений на 3 порядка. С другой стороны, это можно интерпретировать как повышение быстродействия (при заданном уровне точности) почти в 2 раза. В то же время колоссальное повышение эффективности дают регуляризирующие преобразования Шперлинга–Бюрде (sb). Регулярные уравнения (14) обладают стабилизирующим эффектом и, кроме того, их функции (правые части) ведут себя менее эксцентрично, нежели функции уравнений (12) и (13). Все это позволяет повысить быстродействие в 10 раз.

На рисунке также показаны характеристики эффективности для интегратора L(I) применительно к системам, где уравнения движения второго порядка в (13) и (14) приводятся к уравнениям первого порядка путем введения скорости в состав интегрируемых величин. Здесь эффективность L(I) в сравнении с L(III) при интегрировании уравнений Шперлинга–Бюрде (14) фактически такая же, как и в невозмущенной эллиптической задаче (рис. 1). Например, L(I) уступает L(III) по быстродействию в два раза. Хотя при интегрировании стабилизированных уравнений (13) L(I) работает медленнее только в 1.5 раза.

Заметим, что интегратор Эверхарта так же хорош, как и Lobbie в решении дифференциальных уравнений второго порядка, но он не позволяет решать смешанные системы уравнений типа (1), и тогда, чтобы воспользоваться им, необходимо приводить уравнения второго порядка к первому порядку. Таким образом, учитывая сопоставимую эффективность интеграторов Эверхарта и Lobbie в версии L(I) применительно к системам уравнений первого порядка (см. рис. 2), мы можем говорить о том, что эффективность Lobbie в общем выше, поскольку для интегратора Эверхарта, как и для L(I) результаты L(III), в принципе недостижимы.

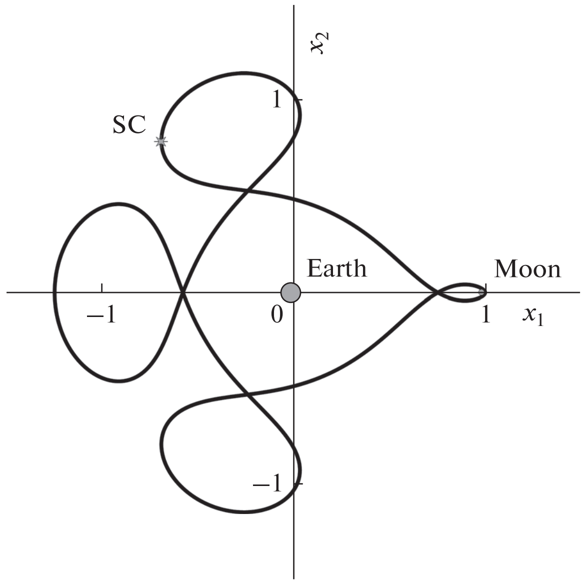


Рис. 9. Орбита Аренсторфа во вращающейся системе координат.

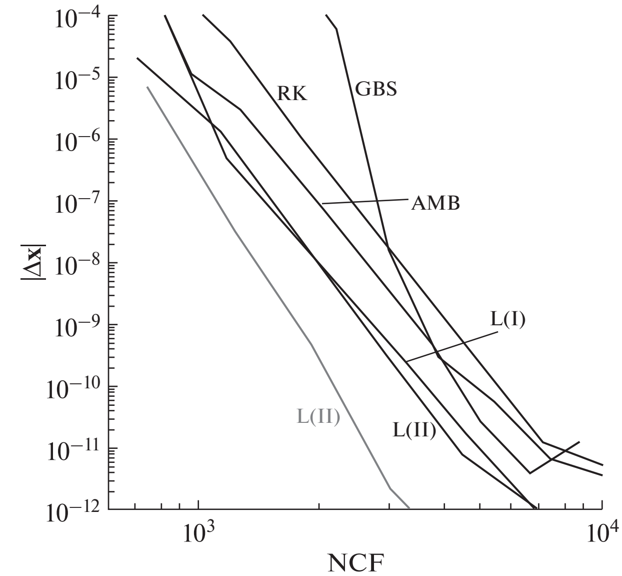


Рис. 10. Характеристики эффективности для интеграторов 8-го порядка при численном интегрировании орбиты Аренсторфа. Серым цветом показана характеристика интегратора L(II) применительно к уравнениям движения в невращающейся системе координат.

ОГРАНИЧЕННАЯ ЗАДАЧА ТРЕХ ТЕЛ

Для полноценной апробации интегратора необходимо было провести его испытание на нерегулярном орбитальном движении, усложненном гравитационными маневрами. С этой целью мы обратились к одной задаче астродинамики, которая некогда, на заре космической эры, находилась под пристальным вниманием теоретиков.

В 1963 г. Arenstorf (1963) спроектировал периодическую орбиту (рис. 9) для миссий Apollo с целью доставки припасов и астронавтов с Земли (Earth) на Луну (Moon). Эта орбита является частным случаем ограниченной плоской задачи трех тел. Ее нормализованные дифференциальные уравнения во вращающейся системе координат можно представить в виде

$$\mathbf{x}'' = \mathbf{x} + 2\mathbf{I}\mathbf{x}' - \mu_E \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_E}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_E|^3} - \mu_M \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_M}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_M|^3}, \quad \mathbf{I} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{15}$$

где $\mu_E = 1 - \mu_M$ и μ_M – массы Земли и Луны, а $\mathbf{x}_E = (-\mu_M, 0)^T$ и $\mathbf{x}_M = (\mu_E, 0)^T$ – их положения, соответственно[2]. Первые две составляющие в (15) – инерциальные силы: центробежная и кориолисова, следующие две – притяжение Земли и Луны. Космический аппарат (SC) стартует на минимальном расстоянии от Луны (рис. 9) и возвращается в то же положение приблизительно через 2.7 периодов вращения системы Земля–Луна.

[2] Численные значения параметров задачи можно найти в (Hairer и др., 2008).

Как видно из рис. 10, эффективность новых интеграторов по-прежнему остается выше, нежели у других, хотя здесь она уже не столь впечатляющая, как, например, в задаче двух тел (рис. 1). Заметим также, что на умеренных точностях весьма нестабильно работает явный экстраполяционный интегратор GBS. Конечно же, с первого взгляда может вызвать недоумение сопоставимая эффективность интеграторов L(I) и L(II), хотя, казалось бы, последний должен давать лучшие результаты. Дело в том, что в функцию дифференциального уравнения (15) входит скорость $\mathbf{x}'$, а порядок схемы интегрирования для нее в L(II) ниже, чем у схемы для положения $\mathbf{x}$. По этой причине точность вычисления положения становится заметно хуже ожидаемой.

Однако эффективность интегратора L(II) можно повысить, если перейти к уравнению движения в невращающейся системе координат

$$\mathbf{x}'' = -\mu_E \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_E}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_E|^3} - \mu_M \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_M}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_M|^3}, \tag{16}$$

где отсутствуют инерциальные силы, а потому и скорость. Уравнение (16) отличается от уравнения (15) еще и тем, что в первом гравитирующие точки $\mathbf{x}_E$ и $\mathbf{x}_M$ уже не стационарны, а двигаются по круговым орбитам с радиусами μ_M и μ_E, соответственно.

Действительно, переход к уравнению (16) позволяет вернуть реноме интегратору L(II) и его эффективность (рис. 10; характеристика серого цвета) в сравнении с другими интеграторами становится почти такой же, как и в эллиптической задаче двух тел (рис. 1). Например, L(II) работает быстрее многошагового интегратора AMB в 2–3 раза. В то же время формализация орбиты Аренсторфа в виде (16) не приводит к повышению эффективности для других интеграторов, поэтому их характеристики мы не приводим.

Заметим, что наличие скорости в уравнениях (13) и (14) не критично, поскольку она умножается на малые величины, а именно на возмущающую силу **P** в разных вариантах, а в стабилизирующем члене (13) на разность $H - h$, которая фактически является ошибкой в энергии H, вычисляемой по интегрируемым переменным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в задачах орбитальной динамики коллокационный интегратор Lobbie проявил себя весьма достойно, особенно в версии для решения дифференциальных уравнений второго порядка. При моделировании сложного орбитального движения (сильноэллиптического или с гравитационными маневрами) Lobbie превосходит по быстродействию другие рассматриваемые в работе интеграторы (кроме Эверхарта) в несколько раз, а по точности – на несколько порядков.

Корректное сравнение эффективности интегратора Эверхарта и Lobbie не представляется возможным, поскольку они не имеют общих порядков: у первого на разбиениях Радау только нечетные порядки, тогда как у последнего на разбиениях Лобатто только четные. Тем не менее, если сравнивать эффективность интеграторов смежных порядков, то в сильноэллиптическом случае интегратор Эверхарта (с более высоким порядком) уступает Lobbie по точности на один порядок.

Достоинством нового интегратора является также то, что он позволяет решать смешанные системы дифференциальных уравнений второго и первого порядков, которые, например, применяются в небесной механике для исследования динамического хаоса, а также для линеаризации, регуляризации и стабилизации уравнений движения. Чтобы воспользоваться интегратором Эверхарта для решения таких систем необходимо все уравнения второго порядка приводить к первому. Однако применительно к системам уравнений первого порядка эффективность интегратора Эверхарта становится значительно хуже.

Стабилизирующие и регуляризирующие преобразования уравнений движения позволяют существенно улучшить эффективность Lobbie, в особенности при моделировании сильноэллиптических орбит. Например, в случае астероида Гефест быстродействие повышается на порядок, тогда как точность – на десять порядков. В задаче двух тел новый интегратор раскрывает свои геометрические свойства, а именно орбитальную устойчивость и способность сохранять интегралы, что благоприятно влияет на точность численного интегрирования. На примере задачи трех тел показано, что явное присутствие скорости в динамических уравнениях, вообще говоря, нежелательно в виду сравнительно низкой эффективности их интегрирования и поэтому по возможности следует прибегать к альтернативной формализации движения.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 0721-2020-0049).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Авдюшев В.А. Численное моделирование орбит небесных тел. Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2015. 336 с.

Авдюшев В.А. Новый коллокационный интегратор для решения задач динамики. I. Теоретические основы // Изв. вузов. Физика. 2020. № 11. С. 131–140.

Шефер В.А. Линеаризация и регуляризация уравнений кеплеровского движения с помощью интегралов // Астрон. журн. 1991. Т. 68. С. 197–205.

Avdyushev V. Numerical stabilization of orbital motion // Celest. Mech. 2003. V. 87. Iss. 4. P. 383–409.

Arenstorf R.F. Periodic solutions of the restricted three body problem representing analytic continuations of Keplerian elliptic motions // Amer. J. Math. 1963. V. 85. P. 27–35.

Baumgarte J. Numerical stabilization of the differential equations of Keplerian motion // Comp. Math. Appl. Mech. Eng. 1972. V. 1. P. 1–16.

Burdet C.A. Theory of Kepler motion: the general perturbed two body problem // Z. Angew. Math. Phys. 1968. V. 19. P. 345–368.

Cincotta P.M., Giordano C.M., Simó C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2003. V. 182. P. 151–178.

Everhart E. Implicit single sequence methods for integrating orbits // Celest. Mech. 1974. V. 10. P. 35–55.

Everhart E. An efficient integrator that uses Gauss–Radau spacings // Dynamics of Comets: Their Origin and Evolution. Proc. IAU Colloq. 83, held in Rome, Italy, June 11–15, 1984. Dordrecht: Reidel, Astrophysics and Space Science Library, 1985. V. 115. P. 185–202.

Hairer E., Lubich C., Wanner G. Geometric Numerical Integration: Structure-Preserving Algorithms for Ordinary Differential Equations. Springer, 2002. 659 p.

Hairer E., Norsett S.P., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations. Nonstiff Problems. Springer, 2008. 528 p.

Kinoshita H., Yoshida H., Nakai H. Symplectic integrators and their application to dynamical astronomy // Celest. Mech. 1990. V. 50. P. 59–71.

Kustaanheimo P., Stiefel E. Perturbation theory of Kepler motion based on spinor regularization // J. Reine Angew. Math. 1965. V. 218. P. 204–219.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 1, с. 47–58

УДК 523-52

МОДИФИЦИРОВАННЫЕ В РАМКАХ НЕГАУССОВСКОЙ КАППА-СТАТИСТИКИ ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ РАВНОВЕСИЯ ЧАНДРАСЕКХАРА ДЛЯ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОГО ОБЛАКА ПРОТОЗВЕЗДЫ

© 2022 г. А. В. Колесниченко*

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

**e-mail: kolesn@keldysh.ru*

Поступила в редакцию 13.05.2021 г.
После доработки 17.07.2021 г.
Принята к публикации 06.08.2021 г.

В рамках неэкстенсивной каппа-статистики Каниадакиса получено обобщение интегральных теорем равновесия Чандрасекхара для вещества и черного излучения в протозвездном гравитирующем сферически симметричном облаке. С этой целью используются элементы деформированной термодинамики для идеального газа, деформированное каноническое распределение Гиббса, а также эффективная гравитационная постоянная, вычисленная в формализме Верлинде. При этом параметр деформации κ измеряет так называемую степень неэкстенсивности облачной системы. Кроме этого, обсуждаются в контексте статистики Каниадакиса модифицированные термодинамические свойства излучения черного тела, в частности, κ-аналог закона Стефана для энергии излучения и обобщенные выражения для энтропии, теплоемкости и давления излучения. Представленный в работе способ объединения указанных аномальных физических процессов обеспечивает альтернативу известных интегральных теорем Чандрасекхара, полученных для сферически-симметричных газовых конфигураций, находящихся в состоянии гидростатического равновесия, и восстанавливает все стандартные выражения в пределе $\kappa \to 0$. Развитый в работе подход может быть использован при конструировании новых моделей эволюции неэкстенсивных протозвездных объектов и звезд.

Ключевые слова: интегральные теоремы равновесия Чандрасекхара, протозвездная туманность, чернотельное излучение, неэкстенсивная статистика Каниадакиса

DOI: 10.31857/S0320930X22010030

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на большие достижения в области естественных наук, классическая статистическая механика, основанная на энтропии Больцмана–Гиббса (БГ), все же не является пригодной для описания многих сложных (аномальных) физических систем, особенно систем, характеризующихся большой дальностью пространственно-временных корреляций, немарковостью процессов, фрактальностью геометрии фазового пространства, дальнодействующими гравитационными силами, наличием степенных статистических распределений. В качестве примера можно привести невозможность объяснения в рамках статистики БГ спектра космических лучей – одной из важнейших систем релятивистских частиц. В связи с этим, за последние несколько десятилетий было предпринято множество попыток обобщить статистическую механику БГ. Начало систематического изучения в этом направлении связано с работой К. Тсаллиса (Tsallis, 1988), в которой был введен функционал энтропии, зависящий от некоторого действительного числа q (так называемого параметра деформации) и обладающий неаддитивностью для совокупности независимых аномальных систем. Неэкстенсивная q-статистика Тсаллиса, являющаяся в настоящее время наиболее изученной в литературе, показала хорошее соответствие с наблюдениями и экспериментальными измерениями специфических свойств сложных систем, поведение которых часто невозможно описать в рамках классической статистики Больцмана–Гиббса (см., например, Kolesnichenko, Chetverushkin, 2013; Kolesnichenko, 2020; Колесниченко, 2018; 2019а; 2019б; 2020а; 2020б; 2020в; 2020г; Колесниченко, Маров, 2020).

Вместе с тем, определение энтропийной меры Тсаллиса не является единственным примером деформированной энтропии. Фундаментом исследований в области неэкстенсивных статистик, проводимых в настоящее время, являются различные нелогарифмические энтропийные меры, рассмотренные, например, в работах (Renyi, 1961; Sharma, Mittal, 1977; Taneja, 1989; Abe, 1997; Landsberg, Vedral, 1998; Kaniadakis, 2009; Зарипов, 2002; 2010). Основанные на неэкстенсивных энтропиях многочисленные статистические теории постоянно развиваются в ускоренном ритме, при котором появляются новые идеи, позволяющие глубже понять их природу, возможности и ограничения (см. Библиографию, представленную на сайте: Nonextensive statistical mechanics and thermodynamics (Bibliography/http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.Htm), которая постоянно обновляется).

Среди разнообразных неэкстенсивных статистик особый интерес представляет каппа-статистика, основанная на энтропийном функционале $S_\kappa(f) = -\frac{k_B}{2\kappa}\int\left(f^{1+\kappa} - f^{1-\kappa}\right)d\Omega$, который впервые был введен в работах (Kaniadakis, 2001a; 2001b; Kaniadakis, Scarfone, 2002; Kaniadakis и др., 2002). Каппа-статистика Каниадакиса, естественно возникающая в рамках специальной теории относительности Эйнштейна, оказалась применимой для описания значительного числа экспериментально наблюдаемых аномальных явлений в физике и в других естественных науках. В качестве примера можно упомянуть работы, связанные с аномальными явлениями в специальной теории относительности (Kaniadakis, 2005), в квантовой механике (Kaniadakis, 2002), в звездной астрофизике (Carvalho и др., 2008; 2009; Soares, Silva, 2011), в деформированной термодинамике неэкстенсивных систем (Scarfone, Wada, 2006; 2014; Колесниченко, 2020г), в термодинамике Бозе-газа и излучения черного тела (Lourek, Tribeche, 2017; Ourabah, Tribeche, 2014; Колесниченко, 2019а, 2020а) в газокинетических моделях аномальных систем (Kaniadakis, 2001a; 2001b; Rossani, Scarfone, 2004; Silva и др., 2008; Bento и др., 2013) и т.п. При изучении этих и подобного рода сложных систем возникают многочисленные новые математические проблемы, требующие своего решения. К их числу относится, в частности, проблема совместного образования звезды (протосолнца) и протопланетного диска из вещества единой вращающейся туманности-небулы.

В представленной статье, выполненной в рамках этой проблемы, мы рассмотрим интегральные теоремы Чандрасекхара о равновесии для сферически симметричной звезды с учетом чернотельного излучения и, опираясь на них, сформулируем в контексте неэкстенсивной статистики Каниадакиса их обобщенные аналоги для конечной протозвездной туманности.

Существует классическая интегральная теорема (см. Чандрасекхар, 1950 (теорема 6, стр. 111)) для находящейся в гравитационном равновесии сферической конфигурации из вещества (газа) и чернотельного излучения, гласящая, что полное давление P_{ce} газа и излучения в центре притяжения гравитирующего облака массы M, в котором средняя плотность $\langle\rho(r)\rangle$ в точке, находящейся на расстоянии r от центра, не увеличивается от центра к поверхности, должно удовлетворять неравенству

$$\frac{1}{2}G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\langle\rho\rangle^{4/3}M^{2/3} \le P_{ce} \le \frac{1}{2}G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\rho_{ce}^{4/3}M^{2/3}. \quad (1)$$

Здесь $\langle\rho\rangle$, ρ_{ce} – соответственно средняя плотность облака и плотность в его центре. Смысл теоремы состоит в том, что давление, действующее в центре облака с массой M, должно быть промежуточным между давлениями в центрах двух конфигураций с однородной плотностью – одна с плотностью, равной средней плотности $\langle\rho\rangle$ конфигурации, а другая с плотностью, равной плотности ρ_{ce} в ее центре.

Исходя из правой части этого неравенства, Чандрасекхар доказал другую теорему (см. Чандрасекхар, 1950 (теорема 7, стр. 113)), согласно которой отношение давления излучения к полному давлению в центре газовой конфигурации, $(1-\beta_{ce})$, в которой $\langle\rho(r)\rangle$ не увеличивается от центра к периферии, удовлетворяет неравенству

$$(1-\beta_{ce}) \le (1-\beta_*), \quad (2)$$

в котором параметр β_* определяется из уравнения четвертой степени $\left(\mu^2 M/5.48M_\odot\right)^2\beta_*^4 = 1-\beta_*$. Здесь $\beta = p_{gas}/P$ – коэффициент, характеризующий долю вещества в полном давлении смеси (вещество плюс излучение); μ – средний молекулярный вес; $M_\odot = 1.989(2)\times10^{33}$ г – масса Солнца. Эта теорема, полученная в рамках статистики Больцмана–Гиббса, дает верхний предел на величину $(1-\beta_{ce})$ для облака (сферической газовой конфигурации с массой M), находящегося в состоянии равновесия. В частности, для протосолнечного облака имеет место неравенство $(1-\beta_{ce}) < 0.03$, откуда следует, что для звезды солнечной массы со средней молекулярной массой, равной единице, давление излучения в центре не может превышать 3% от общего давления (Чандрасекхар, 1985).

В представленной работе получено обобщение этих двух теорем на случай неэкстенсивного сферического протозвездного облака с учетом модифицированных в рамках статистики Каниадакиса термодинамики вещества, чернотельного излучения и гравитационной постоянной, а также дана количественная оценка для параметра деформации каппа, гарантирующая отсутствие равновесия самогравитирующей протозвездной туманности. Показано, что этот параметр расширяет комбинацию естественных констант, входящих в неравенство (1), корректируя при этом численные значения соответствующих величин, необходимых для оценки протозвездных масс, и модифицирует тем самым классическую модель совместного образования протозвезды и протопланетного диска из вещества единой вращающейся небулы.

Статья организована следующим образом. В разделе “Равновесное распределение скоростей...” мы напоминаем основные элементы каппа-статистики и приводим деформированное каноническое распределение Гиббса для скоростей свободных газовых частиц (Kaniadakis, 2001a, 2001b; Silva и др., 2008). В разделе “Термодинамика излучения...” обсуждается энтропия световых квантов Бозе в статистике Каниадакиса и представлены термодинамические соотношения для чернотельного излучения (Ourabah, Tribeche, 2014; Lourek, Tribeche, 2017; Колесниченко, 2020а). В разделе “Эффективная гравитационная...” приводится значение для модифицированной гравитационной постоянной, полученной в рамках формализмов Верлинде и Каниадакиса (Abreu и др., 2016; Kolesnichenko, Marov, 2021). В разделе “Равновесное состояние...” приведены уравнения, описывающие неэкстенсивное протозвездное облако с излучением в состоянии механического равновесия, рассматриваемые для простоты в пренебрежении магнитными полями и эффектом вращения. Наконец, последний раздел “Интегральные теоремы...” посвящен выводу в рамках статистики Каниадакиса интегральных теорем равновесия для протозвездного сферически симметричного облака и излучения.

РАВНОВЕСНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТЕЙ СВОБОДНЫХ ЧАСТИЦ В РАМКАХ ФОРМАЛИЗМА КАНИАДАКИСА

В деформированной статистической механике Каниадакиса для непрерывных аномальных систем при вероятностной нормировке $\int_{\mathrm{R}} f(\mathbf{u})d\Omega = 1$ для плотности вероятности распределения частиц $f(\mathbf{r},\mathbf{u})$ в фазовом пространстве κ-энтропия системы задается следующим функционалом (Kaniadakis, 2001a, 2001b; Колесниченко, 2020г)

$$S_\kappa(f) = -k_{\mathrm{B}}\int_{\mathrm{R}} \frac{f(\mathbf{r},\mathbf{u})^{1+\kappa} - f(\mathbf{r},\mathbf{u})^{1-\kappa}}{2\kappa}\,d\Omega, \qquad (3)$$

где $d\Omega = d\mathbf{r}d\mathbf{u}$; $k_{\mathrm{B}} = 1.380662(44)\times 10^{-16}$ эрг K^{-1} — постоянная Больцмана; энтропийный индекс “κ” представляет собой вещественное число, принадлежащее области $|\kappa| = 1$. В пределе слабой связи (когда $\kappa \to 0$) каппа-энтропия системы переходит в каноническую форму $S_{\mathrm{BG}}(f) = -k_{\mathrm{B}}\int_{\mathrm{R}} f(\mathbf{r},\mathbf{u})\ln[f(\mathbf{r},\mathbf{u})]\,d\Omega$ классической статистики Больцмана–Гиббса.

Основанная на энтропии Каниадакиса неэкстенсивная статистика сохраняет математическую и гносеологическую структуру обычной статистической механики Больцмана–Гиббса и пригодна для описания большого класса сложных явлений в различных прикладных областях. Каппа-статистика изначально обобщает классическую статистику введением так называемых κ-экспоненты и κ-логарифма, которые определяются формулами

$$\exp_\kappa(x) = \left[\kappa x + \sqrt{1+\kappa^2 x^2}\right]^{1/\kappa}, \qquad \ln_\kappa(x) = \frac{x^\kappa - x^{-\kappa}}{2\kappa}, \qquad (4)$$

при выполнении следующей операции

$$\ln_\kappa\left[\exp_\kappa(x)\right] = \exp_\kappa\left[\ln_\kappa(x)\right] = x, \qquad (5)$$

и дают в пределе $\kappa \to 0$ обычный логарифм и обычную экспоненту. Многочисленные свойства этих деформированных функций представлены в работах (Scarfone, Wada, 2006; Kaniadakis, 2013; Колесниченко, 2020а; 2020г).

Рассмотрим теперь не меняющуюся с течением времени стационарную функцию распределения вероятностей для сложных κ-систем. Для них в работах (Kaniadakis, 2001a, 2001b; Silva, 2006; Bento и др., 2013) было получено в случае однородной среды следующее равновесное распределение свободных частиц в одномерном пространстве скоростей

$$f_{eq}(u) = \frac{1}{\tilde{Z}}\exp_\kappa\left(-mu^2/2k_{\mathrm{B}}T\right). \qquad (6)$$

Здесь

$$\tilde{Z} = \int_{\mathrm{R}} \exp_\kappa\left(-mu^2/2k_{\mathrm{B}}T\right)du, \qquad (7)$$

— постоянная κ-нормировки, $|\kappa| < 2/3$; m — масса одной частицы космического вещества протозвездного облака; T — абсолютная температура, измеряемая в градусах.

В предположении, что $a = m/2k_{\mathrm{B}}T$, $x = au^2$, для постоянной нормировки $\tilde{Z}$ получим выражение $\tilde{Z} = \frac{1}{2\sqrt{a}}\int_0^\infty x^{-1/2}\exp_\kappa(-x)dx$. При использовании интегральной формулы (см., например, Bento и др., 2013)

$$\int_0^\infty x^{r-1}\exp_\kappa(-x)dx = \left(\frac{|2\kappa|^{-r}}{1+r|\kappa|}\right)\Gamma(r)\times\frac{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - r/2\right]}{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + r/2\right]}, \qquad (8)$$

в для величины $\tilde{Z}$ будем иметь

$$\tilde{Z} = \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m}} \left(\frac{|2\kappa|^{-1/2}}{1 + |\kappa|/2} \right) \frac{\Gamma\left(|2\kappa|^{-1} - 1/4\right)}{\Gamma\left(|2\kappa|^{-1} + 1/4\right)}, \tag{9}$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция.

Применяя формулу (8), легко получить среднее значение квадрата скорости частицы для каждой степени свободы

$$\langle u^2 \rangle_\kappa = \int_0^\infty u^2 f_{eq}(u) du \Big/ \int_0^\infty f_{eq}(u) du = $$
$$= \frac{1}{|2\kappa| m} \left(\frac{2 + |\kappa|}{2 + 3|\kappa|} \right) \times \tag{10}$$
$$\times \frac{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 3/4\right] \Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 1/4\right]}{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 3/4\right] \Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 1/4\right]} k_B T,$$
$$|\kappa| < (2/3).$$

Тогда, с учетом κ-теоремы о равнораспределении энергии, выражение для среднего значения кинетической энергии E_κ всех частиц аномального вещества протозвездного облака, состоящего из N газовых частиц, будет иметь вид:

$$E_\kappa = N \frac{m \langle u^2 \rangle_\kappa}{2} = \frac{1}{2} N k_B \mathrm{B}_\kappa T = \frac{1}{2} N k_B T_\kappa, \tag{11}$$

где

$$\mathrm{B}_\kappa = \frac{1}{|2\kappa|} \left(\frac{2 + |\kappa|}{2 + 3|\kappa|} \right) \times$$
$$\times \frac{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 3/4\right] \Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 1/4\right]}{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 3/4\right] \Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 1/4\right]}. \tag{12}$$

(Заметим, что из свойств гамма-функции следует, что $\lim_{\kappa \to 0} \mathrm{B}_\kappa = 1$).

Поскольку определение температуры в κ-статистике достаточно произвольно (см., например, (Колесниченко, 2020а)), то далее мы будем интерпретировать величину $T_\kappa = \mathrm{B}_\kappa T$ как обобщенную температуру неаддитивной κ-системы. Естественно, что обобщенная температура в корне отличается от абсолютной термодинамической температуры T, характеризующей беспорядочное движение частиц системы.

Используя определение (12), запишем необходимые для дальнейшего внутреннюю (на единицу массы) κ-энергию ε_κ и κ-давление p_κ вещества протозвездного облака

$$\varepsilon_\kappa = \frac{3E_\kappa}{mN} = \frac{3k_B}{2m} T_\kappa, \quad p_\kappa = \frac{2}{3} \rho \varepsilon_\kappa = \frac{k_B}{m} T_\kappa \rho = k_B T_\kappa n. \tag{13}$$

Здесь $n = N/V$, $\rho = mN/V$ – соответственно числовая плотность и массовая плотность вещества протозвездного облака. Заметим, что формула (13) для внутренней энергии в случае $\kappa \to 0$ принимает вид $\varepsilon = (3/2) k_B T / m$, что соответствует выражению для энергии идеального газа в статистике Больцмана–Гиббса.

Деформированная термодинамика на основе каппа-статистики. Далее будут использованы результаты работ (Scarfone, Wada, 2006; Колесниченко, 2020а; 2020г), в которых выполнено конструирование на основе параметрической κ-энтропии статистической термодинамики неэкстенсивных систем. Проведенное в них исследование базировалось на свойствах негиббсового канонического κ-распределения, полученного из принципа Джейнса (Jaynes, 1963) максимума κ-энтропии при заданности усредненной внутренней энергии системы, и вероятностной нормировке для функции κ-распределения. Было показано, что все важнейшие термодинамические характеристики системы, такие как энтропия, полная и свободная энергия, могут быть выражены с использованием только равновесной функции κ-распределения. Полученные при этом дифференциальные уравнения равновесной термодинамики для средних величин имеют следующую почти классическую форму:

$$F_\kappa = -k_B T \ln_\kappa \mathrm{Z}_\kappa, \quad E_\kappa = -T^2 \left(\partial (T^{-1} F_\kappa) / \partial T \right)_V, \tag{14}$$

$$T S_\kappa = E_\kappa - F_\kappa, \quad S_\kappa = -\left(\partial F_\kappa / \partial T \right)_V, \tag{15}$$

$$C_{V,\kappa} = \left(\partial E_\kappa / \partial T \right)_V = \frac{3}{2} N B_\kappa k_B, \tag{16}$$

$$p_\kappa = -\left(dF_\kappa / dV \right)_T. \tag{17}$$

Здесь Z_κ, F_κ, $C_{V,\kappa}$ – соответственно обобщенные статистический интеграл, свободная энергия и теплоемкость (при постоянном объеме) системы.

ТЕРМОДИНАМИКА ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРНОГО ТЕЛА В КАППА-СТАТИСТИКЕ

Электромагнитное излучение, находящееся в тепловом равновесии (чернотельное излучение), можно рассматривать как фотонный газ. В силу целочисленности момента импульса фотонов этот газ подчиняется статистике Бозе–Эйнштейна. Поскольку фотоны не взаимодействуют друг с другом (принцип суперпозиции для электромагнитного поля), то состоящий из фотонов газ можно считать идеальным. Однако при этом необходимо наличие хотя бы небольшого количества материальной среды (например, газа) для самой возможности установления теплового равновесия в излучении. В этом случае механизм, обеспечивающий установление равновесия, заключается в поглощении и испускании фотонов веществом. Это обстоятельство приводит к специфической особенности фотонного газа – число частиц N в нем не сохраняется и само должно определиться из условий теплового равновесия, что приводит к равенству нулю химического потенциала μ фотонного газа (см. Ландау, Лифшиц, 1976).

Из-за важности учета излучения для моделирования различных астрофизических объектов, излучение абсолютно черного тела исследовалось в первую очередь в рамках неэкстенсивной q-статистики Тсаллиса (см., например, Tsallis и др., 1995; Колесниченко, 2020в). В данном разделе мы получим термодинамические свойства чернотельного излучения в рамках κ-статистики Каниадакиса.

Распределение фотонов по различным уровням энергии $\varepsilon = h\nu$ (где ν – частота фотонов; $h = 6.626176(36)\times 10^{-27}$ эрг с – постоянная Планка) в статистике Каниадакиса имеет следующий вид (Aliano и др., 2003)

$$f(\varepsilon) = \frac{1}{\exp_\kappa(\varepsilon/k_B T) - 1}. \tag{18}$$

В предельном случае $\kappa \to 0$ обобщенное распределение (18) сводится к классическому распределению Бозе–Эйнштейна.

Умножая распределение (18) на плотность квантовых состояний фотонов с частотами собственных колебаний в интервале между ν и $\nu + d\nu$ (Ландау, Лифшиц, 1976)

$$d\Omega = V(8\pi\nu^2 c^{-3})d\nu \tag{19}$$

(где V – объем системы; $c = 2.99792458\times 10^{10}$ см с$^{-1}$ – скорость света в вакууме), получим следующую формулу для полного числа фотонов в этом участке спектра:

$$dN_\kappa^{rad}(\nu) = V\frac{8\pi}{c^3}\frac{\nu^2}{\exp_\kappa\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}d\nu, \tag{20}$$

а при умножении выражения (19) еще и на $h\nu$ получим соотношение для полной энергии излучения в данном интервале частот:

$$dE_\kappa^{rad}(\nu) = V\frac{8\pi}{c^3}\frac{h\nu^3}{\exp_\kappa\left(\frac{h\nu}{k_B T}\right) - 1}d\nu. \tag{21}$$

Это соотношение представляет собой обобщенный в рамках каппа-статистики Каниадакиса закон излучения Планка. При $\kappa \to 0$ оно сводится к классическому закону чернотельного излучения.

Обобщенная термодинамика чернотельного излучения. Если теперь ввести переменную интегрирования $x = h\nu/k_B T$ и проинтегрировать (21) по всем частотам, то в результате получим полную энергию излучения в данном объеме среды

$$\begin{aligned} E_\kappa^{rad} &= \int_0^\infty dE_\kappa^{rad}(\nu) = V\frac{8\pi}{c^3}\int_0^\infty \frac{h\nu^3}{\exp_\kappa(h\nu/k_B T) - 1}d\nu = \\ &= V\frac{8h\pi}{c^3}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4\int_0^\infty \frac{x^3}{\exp_\kappa(x) - 1}dx. \end{aligned} \tag{22}$$

В выражение (22) входит интеграл $\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{\exp_\kappa(x) - 1}$, который при $\kappa \to 0$ равен $\pi^4/15 \simeq 6.49394$ (Ландау, Лифшиц, 1976). Введем обозначение для интеграла вида[1]

$$J_\kappa(n) = \frac{15}{\pi^4}\int_0^\infty \frac{x^n dx}{\exp_\kappa(x) - 1}. \tag{23}$$

Тогда для полной энергии излучения черного тела в формализме Каниадакиса будем иметь следующий обобщенный закон Больцмана

$$E_\kappa^{rad}(T) = V\frac{8\pi^5 k_B^4}{15c^3 h^3}J_\kappa(3)T^4 = V a_\kappa T^4. \tag{24}$$

Здесь

$$\begin{gathered} a = \frac{8}{15}\frac{\pi^5 k_B^4}{c^3 h^3} = 7.56566(71)\times 10^{-15}\ \text{эрг см}^{-3}\ \text{K}^{-4}, \\ a_\kappa := aJ_\kappa(3) \end{gathered} \tag{25}$$

– соответственно классическая и модифицированная постоянная плотности излучения Планка.

При использовании соотношений (14) и (24) легко получить обобщенное выражение для свободной энергии излучения черного тела:

$$\begin{aligned} F_\kappa^{rad}(T) &= -T\int E_\kappa^{rad}\frac{dT}{T^2} = -\frac{4V}{3c}\frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3}J_\kappa(3)T^4 = \\ &= -\frac{V}{3}aJ_\kappa(3)T^4 = -\frac{V}{3}a_\kappa T^4 = -\frac{1}{3}E_\kappa^{rad}. \end{aligned} \tag{26}$$

Согласно формуле (15), энтропия черного излучения в статистике Каниадакиса равна

$$\begin{aligned} S_\kappa^{rad} &= -\left(\frac{\partial F_\kappa^{rad}}{\partial T}\right)_V = \frac{16V}{3c}\frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3}J_\kappa(3)T^3 = \\ &= \frac{4V}{3}a_\kappa T^3. \end{aligned} \tag{27}$$

Тогда из (24)–(26) следует соотношение

$$T\,S_\kappa^{rad}(T) = E_\kappa^{rad}(T) - F_\kappa^{rad}(T), \tag{28}$$

[1] Формула для вычисления этого интеграла получена в работе (Колесниченко, 2020в); в частности,

$$J_\kappa^{(3)} = \frac{15}{\pi^4(1-\kappa)^3}\sum_{j=0}^{3}\left[C_3^j B(1-\kappa, (1-\kappa)(3-j)+1)\right],$$

где $B(x, y)$ – бета-функция.

которое доказывает инвариантность величины полной энергии чернотельного излучения $E_{\kappa}^{rad}(T)$ и в каппа-статистике.

Давление и теплоемкость (при постоянном объеме) для черного излучения в статистике Каниадакиса могут быть определены, согласно формулам (16) и (17), соотношениями:

$$C_{V,\kappa}^{rad} = \left(\frac{\partial E_{\kappa}^{rad}}{\partial T}\right)_V = 4Va_{\kappa}T^3,$$
$$p_{\kappa}^{rad} = -\left(\frac{dF_{\kappa}^{rad}}{dV}\right)_T = \frac{1}{3}a_{\kappa}T^4 = \frac{1}{3V}E_{\kappa}^{rad}. \tag{29}$$

Таким образом, несмотря на зависимость термодинамических величин от параметра деформации κ, уравнение для полной энергии излучения (28) и уравнение состояния лучевого давления

$$p_{\kappa}^{rad} = \frac{1}{3}a_{\kappa}T^4 = \frac{1}{3V}E_{\kappa}^{rad} \tag{30}$$

остаются неизменными и в формализме Каниадакиса.

В заключение этого раздела следует отметить, что все приведенные здесь величины восстанавливают свои стандартные выражения в пределе $\kappa \to 0$. Пересмотр термодинамических свойств излучения черного тела в каппа-формализме показывает, что оно излучает больше энергии с увеличением значения параметра деформации $|\kappa|$ по сравнению со стандартным законом излучения Планка. Кроме этого, было установлено, что эффекты деформированной статистики Каниадакиса более заметны при высоких температурах (см. Lourek, Tribeche, 2017).

ЭФФЕКТИВНАЯ ГРАВИТАЦИОННАЯ ПОСТОЯННАЯ В РАМКАХ ФОРМАЛИЗМОВ ВЕРЛИНДЕ И КАНИАДАКИСА

В соответствии с теорией ускоренного расширения Вселенной (Verlinde, 2011) центральным понятием, необходимым для возникновения гравитации является информация, которая подчиняется голографическому принципу (см., например, Susskind, 1995), и хорошо известный закон равнораспределения энергии. Здесь под голографией понимается информация о Вселенной, закодированная на экране (устройстве хранения информации), который трактуется как некая двумерная поверхность Вселенной. Согласно голографическому принципу рост информации, связанный с увеличением поверхности Вселенной, занимаемой материальными телами, приводит к увеличению энтропии, хранящейся на голографических экранах; отсюда возникновение градиента энтропии (энтропийная сила), направленного против увеличения радиуса указанной площади поверхности. А это и есть гравитация (см. Kolesnichenko, Marov, 2021).

В работах (Abreu др., 2013; 2016) с учетом формализма Верлинде дан вывод модифицированной гравитационной постоянной в рамках статистики Тсаллиса. Повторим кратко здесь этот вывод в рамках формализма Каниадакиса. С этой целью рассмотрим поверхность сферы радиуса R (играющую роль голографического экрана), которая находится в состоянии теплового равновесия и в центре которой находится масса M. Будем предполагать, что число битов, которые являются наименьшей единицей измерения информации на экране, пропорционально площади голографического экрана $A = 4\pi R^2$; тогда полное число битов N может быть записано в виде

$$N = A/L_{Pl}^2 = 8\pi^2R^2c^3/hG. \tag{31}$$

Здесь $L_{Pl} = \sqrt{Gh/2\pi c^3} = 1.616225\times10^{-35}$ м, $G = 6.6720(41)\times10^{-8}$ дин см^2 г$^{-2}$ — соответственно планковская длина и гравитационная постоянная. В формализме Верлинде предполагается, что полная энергия битов на голографическом экране задается законом равнораспределения энергии $E = Nk_{\mathrm{B}}T/2$, который выводится в классической статистике Больцмана—Гиббса. Как было показано выше, этот закон в статистике Каниадакиса модифицируется следующим образом

$$E_{\kappa} = \frac{N}{2|2\kappa|}\left(\frac{2+|\kappa|}{2+3|\kappa|}\right)\times$$
$$\times\frac{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1}-3/4\right]\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1}+1/4\right]}{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1}+3/4\right]\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1}-1/4\right]}k_{\mathrm{B}}T = \tag{32}$$
$$= \frac{N}{2}k_{\mathrm{B}}T_{\kappa}.$$

Отсюда, с учетом того, что энергия тестовой частицы внутри голографического экрана делится поровну на все биты, можно записать следующее соотношение

$$Mc^2 = E_{\kappa} = \frac{N}{2}B_{\kappa}k_{\mathrm{B}}T, \tag{33}$$

где M — масса, которая в голографическом принципе возникает в области пространства, ограниченного экраном. Тестовая частица с массой m воспринимает всю энергию, распределенную по занятым битам, что следует из соотношения (33), которое представляет собой полную энергию, сосредоточенную на голографическом экране.

Важно отметить, что наблюдатель в системе покоя этой тестовой частицы, которая представляет собой ускоренную систему координат, зарегистрирует (за счет эффекта Унру[2] (Unruh, 1970)) наличие следующей температуры чернотельного излучения космологического горизонта:

$$k_B T = a_{ac} h / 4\pi^2 c. \qquad (34)$$

Эта температура зависит только от ускорения и выбора естественных единиц. Здесь a_{ac} – местное равномерное ускорение, связанное с тестовой частицей кадра. Поэтому в энтропийной теории Верлинде температуру Унру можно принять за температуру голографического экрана[3], которая зависит только от ускорения и выбора естественных единиц.

Здесь важно отметить, что при использовании принципа эквивалентности ускорение a_{ac}, фигурирующее в формуле (34), является также модифицированным абсолютным ускорением свободного падения, связанным с массивным телом в формализме Верлинде–Каниадакиса. Действительно, подставляя формулу (31) в соотношение (33) и используя выражение (34) получим, что

$$k_B T = \frac{1}{4\pi^2}\left(\frac{a_{ac} h}{c}\right) = \frac{2Mc^2 hG}{8\pi^2 R^2 c \mathrm{B}_\kappa},$$

откуда следует модифицированная формула для ускорения

$$a_{ac} = \frac{M}{R^2}\frac{G}{\mathrm{B}_\kappa} = \frac{M}{R^2} G_\kappa. \qquad (35)$$

Здесь

$$G_\kappa = \frac{G}{\mathrm{B}_\kappa} = |2\kappa|\left(\frac{2+3|\kappa|}{2+|\kappa|}\right)\times \\ \times \frac{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 3/4\right]\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 1/4\right]}{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 3/4\right]\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 1/4\right]} G \qquad (36)$$

– эффективная гравитационная постоянная, полученная в рамках формализмов Верлинде и Каниадакиса. Заметим, что при $\kappa = 2/3$ (критическое значение параметра деформации) величину G_κ нельзя вычислить из соотношения (36), поскольку в его знаменателе находится расходящаяся для этого значения гамма-функция. Таким образом, число $\kappa = 2/3$ является верхним пределом, когда мы имеем дело с голографическим экраном (сравни с результатами работы (Tsallis, Cirto, 2013)).

РАВНОВЕСНОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОТОЗВЕЗДНОГО ОБЛАКА С ЧЕРНОТЕЛЬНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Будем далее предполагать, что протозвездное облако является квазиравновесным, сферически симметричным и оптически толстым, причем распределение поля излучения также близко к равновесному. Пусть r означает радиус-вектор, измеренный от центра конфигурации, принятого за начало координат. Для сферически симметричного распределения космического вещества все физические параметры будут функциями только одного параметра r. Пусть $M(r)$ – масса, заключенная внутри сферы радиуса r. Тогда

$$M(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr, \quad dM(r) = 4\pi r^2 \rho dr. \qquad (37)$$

Будем обозначать через $\langle\rho(r)\rangle$ среднюю плотность внутри сферы радиуса r, а через $\langle\rho\rangle$ – среднюю плотность всей конфигурации протозвездного облака

$$\langle\rho(r)\rangle = \frac{M(r)}{4/3\,\pi r^3}, \quad \langle\rho\rangle = \frac{M}{4/3\,\pi R^3}. \qquad (38)$$

Здесь M – масса всей конфигурации, а R – радиус конфигурации, который равен радиус-вектору точки, в которой все термодинамические параметры космического вещества обращаются в нуль.

Условие механического равновесия неэкстенсивного протозвездного сферически симметричного облака имеет вид

$$-\frac{1}{\rho}\frac{dP_\kappa}{dr} = G_\kappa \frac{M(r)}{r^2}. \qquad (39)$$

Здесь введены следующие обозначения: $P_\kappa(r) = p_\kappa + p_\kappa^{rad} \equiv p_\kappa + a_\kappa T^4/3$ – полное давление космического вещества, состоящего из идеального κ-газа и чернотельного κ-излучения; $p_\kappa(r) = 2/3\,\rho\varepsilon_\kappa = k_B \mathrm{B}_\kappa T n$ – газовое давление в неэкстенсивной протозвездной конфигурации (определяемое формулой (13)); $p_\kappa^{rad} \equiv a_\kappa T^4/3$ – лучевое давление (определяемое формулой (29)); $G_\kappa = G/\mathrm{B}_\kappa$ – эффективная гравитационная постоянная (см. формулу (36)).

Введем уже здесь необходимую для дальнейших целей величину

$$\beta_\kappa = \frac{p_\kappa}{P_\kappa} = \frac{p_\kappa}{p_\kappa + p_\kappa^{rad}} = \left[1 + \left(\frac{a_\kappa}{3\mathcal{B}_\kappa}\right)\frac{1}{k_B n} T^3\right]^{-1}, \qquad (40)$$

[2] Эффект Унру (Unruh effect) – предсказываемый квантовой теорией поля эффект появления теплового излучения в ускоряющейся системе отсчета при отсутствии этого излучения в инерциальной системе отсчета.

[3] Температура Унру имеет тот же вид, что и температура Хокинга $T_H = gh/4\pi^2 c k_B$, где g обозначает поверхностную гравитацию черной дыры, которая была получена С. Хокингом (Hawking, 1975). Поэтому в свете принципа эквивалентности ее иногда называют температурой Хокинга–Унру.

характеризующую долю вещества в полном давлении системы.

Из (38) и (39) следует фундаментальное уравнение гравитационного равновесия:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\rho}\frac{dP_\text{к}}{dr}\right) = -4\pi G_\text{к}\rho,$$

которое может быть переписано в виде

$$\frac{dP_\text{к}}{dr} = -\frac{G_\text{к}M(r)}{4\pi r^4}\frac{dM(r)}{dr}. \quad (41)$$

Так как

$$\frac{d}{dr}\left[P_\text{к} + \frac{G_\text{к}M^2(r)}{8\pi r^4}\right] = \\ = \frac{dP_\text{к}}{dr} + \left(\frac{G_\text{к}M(r)}{4\pi r^4}\right)\frac{dM(r)}{dr} - \frac{G_\text{к}M^2(r)}{2\pi r^5},$$

то, с учетом уравнения (41), получим неравенство:

$$\frac{d}{dr}\left[P_\text{к}(r) + \frac{G_\text{к}M^2(r)}{8\pi r^4}\right] = -\frac{G_\text{к}M^2(r)}{2\pi r^5} < 0, \quad (42)$$

которое означает уменьшение функции $\left[P_\text{к}(r) + G_\text{к}M^2(r)\big/8\pi r^4\right]$ от центра к периферии для любой равновесной конфигурации неэкстенсивного протозвездного облака. Если $P_{\text{к},ce}$ означает центральное давление, то для него справедливо следующее интегральное неравенство

$$P_{\text{к},ce} > P_\text{к}(r) + \frac{G_\text{к}M^2(r)}{8\pi r^4} > \frac{GM^2}{8\pi \text{B}_\text{к}R^4} \quad (43)$$

(см. Чандрасекхар, 1950 (теорема 1, стр. 106)).

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ РАВНОВЕСИЯ ДЛЯ СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНОГО ОБЛАКА В СТАТИСТИКЕ КАНИАДАКИСА

Приступим теперь к основной цели данной работы – выводу в рамках каппа-статистики Каниадакиса обобщенных интегральных теорем равновесия Чандрасекхара для “материнской” звездной туманности (небулы). Мы будем исходить из современных представлений о совместном образовании звезды и протопланетного диска из вещества единой вращающейся звездной туманности.

Модифицированное в рамках каппа-статистики неравенство, которому удовлетворяют давление $P_{\text{к},ce}$ и плотность ρ_{ce} в центре притяжения гравитирующего облака массы M, средняя плотность $\langle\rho\rangle$ вещества звезды и эффективная гравитационная постоянная $G_\text{к}$, принимает вид:

$$\frac{1}{2\text{B}_\text{к}}G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\langle\rho\rangle^{4/3}M^{2/3} \le P_{\text{к},ce} \le \\ \le \frac{1}{2\text{B}_\text{к}}G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\rho_{ce}^{4/3}M^{2/3}. \quad (44)$$

Классическая форма этого неравенства было получено Чандрасекхаром (1950) в предположении, что средняя плотность $\rho(r)$ внутри сферы радиуса r, выделенной из общей массы протозвездного облака, не увеличивается от центра к поверхности. Согласно этому неравенству, давление, действующее в центре облачной конфигурации массы M, является промежуточным между давлениями в центрах двух конфигураций с однородной плотностью – одной конфигурации с плотностью, равной средней плотности $\langle\rho\rangle$, а другой конфигурации с плотностью, равной плотности вещества ρ_{ce} в ее центре. Случай существования областей, в которых неравенство (50) нарушается, означает отсутствие равновесия протозвездного облака (Чандрасекхар, 1985).

Для вывода неравенства (44) используем соотношение (41), из которого, с учетом соотношения $r^4 = \left[M(r)\Big/\frac{4}{3}\pi\langle\rho(r)\rangle\right]^{4/3}$ (см. уравнение (38)), будем иметь

$$P_{\text{к},ce} - P_\text{к} = \frac{G_\text{к}}{4\pi}\int_0^r \frac{M(r)}{r^4}dM(r) = \\ = \frac{1}{4\pi}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{4/3} G_\text{к}\int_0^r \langle\rho(r)\rangle^{4/3}M^{-1/3}(r)dM(r). \quad (45)$$

Так как по предположению плотность $\langle\rho(r)\rangle$ не увеличивается с увеличением r, то из (45) следует, что

$$P_{\text{к},ce} - P_\text{к} \ge \frac{1}{4\pi}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{4/3} G_\text{к}\langle\rho(r)\rangle^{4/3}\int_0^r M^{-1/3}(r)dM(r). \quad (46)$$

Вычисляя интеграл в правой части (46), получим

$$P_{\text{к},ce} - P_\text{к} \ge \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} G_\text{к}\langle\rho(r)\rangle^{4/3}M^{2/3}(r). \quad (47)$$

Обращаясь снова к выражению (45), в согласии с принятой гипотезой имеем:

$$P_{\text{к},ce} - P_\text{к} \le \frac{1}{4\pi}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{4/3} G_\text{к}\rho_{ce}^{4/3}\int_0^r M^{-1/3}(r)dM(r),$$

или

$$P_{\text{к},ce} - P_\text{к} \le \frac{1}{2}\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} G_\text{к}\rho_{ce}^{4/3}M^{2/3}(r). \quad (48)$$

Объединяя (47) и (48), получим

$$\frac{1}{2\mathrm{B}_\kappa} G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \langle\rho(r)\rangle^{4/3} M^{2/3}(r) \leq P_{\kappa,ce} - \\ - P_\kappa \leq \frac{1}{2\mathrm{B}_\kappa} G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \rho_{ce}^{4/3} M^{2/3}(r). \tag{49}$$

Наконец, полагая в неравенстве (49) $r = R$, получим обобщенное в рамках статистики Каниадакиса неравенство Чандрасекхара (44).

Если теперь в левую часть неравенства (44) вместо средней плотности $\langle\rho\rangle$ рассматриваемой конфигурации подставить его выражение $M\Big/\frac{4}{3}\pi R^3$, то получим неравенство

$$\frac{3}{8\pi} \frac{GM^2}{\mathrm{B}_\kappa R^4} \leq P_{\kappa,ce} \leq \frac{1}{2\mathrm{B}_\kappa} G\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} \rho_{ce}^{4/3} M^{2/3}, \tag{50}$$

которое усиливает неравенство (43), полученное для $P_{\kappa,ce}$ в предыдущем разделе.

Модифицированная теорема Чандрасекхара № 7. Исходя из правой части неравенства (44), получим теперь модифицированное в рамках статистики Каниадакиса соотношение (2), т.е. модифицированную седьмую теорему (см. Чандрасекхар, 1950 (теорема 7, стр. 113)).

Используя для этого определение (40) для параметра β_κ, уравнение состояния (30) для лучевого давления, а также определение (15) для давления p_κ каппа-газа, в результате получим $P_\kappa = p_\kappa/\beta_\kappa = p_\kappa^{rad}\big/(1-\beta_\kappa)$, или

$$P_\kappa = \frac{1}{\beta_\kappa} \frac{k_\mathrm{B}}{m} \rho \mathrm{B}_\kappa T = \frac{1}{1-\beta_\kappa} \frac{1}{3} a_\kappa T^4, \tag{51}$$

где

$$\mathrm{B}_\kappa = \frac{1}{|2\kappa|}\left(\frac{2+|\kappa|}{2+3|\kappa|}\right) \times \\ \times \frac{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 3/4\right]\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 1/4\right]}{\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} + 3/4\right]\Gamma\left[(2|\kappa|)^{-1} - 1/4\right]},$$

$$a_\kappa = 8\frac{\pi k_\mathrm{B}^4}{c^3 h^3} \int\limits_0^\infty \frac{x^3 dx}{\exp_\kappa(x) - 1}.$$

Отсюда следует, что

$$\beta_\kappa = \left[1 + \frac{a_\kappa}{\mathrm{B}_\kappa} \frac{1}{3k_\mathrm{B}} \frac{T^3}{n}\right]^{-1}, \\ T = \left[\frac{3k_\mathrm{B}}{m} \frac{(1-\beta_\kappa)}{\beta_\kappa} \frac{\mathrm{B}_\kappa}{a_\kappa}\right]^{1/3} \rho^{1/3}. \tag{52}$$

Теперь

$$P_\kappa = \frac{1}{\beta_\kappa} \frac{k_\mathrm{B}}{m} \rho \mathrm{B}_\kappa T = \left[\left(\frac{k_\mathrm{B}}{m}\mathrm{B}_\kappa\right)^4 \frac{3}{a_\kappa} \frac{(1-\beta_\kappa)}{\beta_\kappa^4}\right]^{1/3} \rho^{4/3}. \tag{53}$$

Следовательно, в центре облачной конфигурации

$$P_{\kappa,ce} = \left[\left(\frac{k_\mathrm{B}}{m}\mathrm{B}_\kappa\right)^4 \frac{3}{a_\kappa} \frac{(1-\beta_{\kappa,ce})}{\beta_{\kappa,ce}^4}\right]^{1/3} \rho_{ce}^{4/3}. \tag{54}$$

С другой стороны, согласно неравенству (50) имеем

$$P_{\kappa,ce} \leq \frac{1}{2} G_\kappa \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3} M^{2/3} \rho_{ce}^{4/3}. \tag{55}$$

Сравнивая (54) и (55) и учитывая (36), получим:

$$\left[\left(\frac{k_\mathrm{B}}{m}\right)^4 \mathrm{B}_\kappa^7 \frac{3}{a_\kappa} \frac{(1-\beta_{\kappa,ce})}{\beta_{\kappa,ce}^4}\right]^{1/3} \leq G\left(\frac{\pi}{6}\right)^{1/3} M^{2/3}, \tag{56}$$

или

$$\left[\frac{\mathrm{B}_\kappa^7}{J_\kappa(3)} \frac{(1-\beta_{\kappa,ce})}{\beta_{\kappa,ce}^4}\right]^{-1/2} M \geq \frac{\mu^{-2}}{G^{3/2}} \left(\frac{18}{a\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{k_\mathrm{B}}{m_\mathrm{H}}\right)^2 = \\ = \left(\frac{ch}{G}\right)^{3/2} \mu^{-2} m_\mathrm{H}^{-2} \frac{\sqrt{135}}{2\pi^3} = 5.48 M_\odot \mu^{-2}. \tag{57}$$

Здесь $a_\kappa = aJ_\kappa(3) = J_\kappa(3) 8\pi^5 k_\mathrm{B}^4 \big/ 15h^3c^3$ — модифицированная постоянная плотности излучения Планка; $m = \mu\ m_\mathrm{H}$, где μ — средний молекулярный вес; m_H — масса атома водорода; $M_\odot$ — масса Солнца; $(hc/G)^{3/2} m_\mathrm{H}^{-2} \approx 29.2 M_\odot$.

Выражение (57) может быть переписано в виде неравенства

$$M \geq 5.48 M_\odot \mu^{-2} \left[\frac{B_\kappa^7}{J_\kappa(3)} \frac{(1-\beta_{\kappa,ce})}{\beta_{\kappa,ce}^4}\right]^{1/2}. \tag{58}$$

Если это неравенство нарушается, то должны существовать некоторые области, в которых преобладают противоположные градиенты плотности; а это подразумевает нестабильность всей сферической конфигурации вещества (газа) и чернотельного излучения, находящейся в условиях квазиравновесия (ср. Чандрасекхар, 1985). Другими словами, выполнение неравенства (58) с учетом уравнения (53) эквивалентно условию стабильности такого сферического облака, в котором средняя плотность $\langle\rho(r)\rangle$ внутренней части радиуса r не увеличивается от центра к поверхности.

Если ввести теперь параметр β_κ^*, который однозначно определяется массой M облачной конфигурации и молекулярным весом μ_{ce} в ее центре при помощи уравнения четвертого порядка

$$G^{-3/2}\left(\frac{18}{\pi}\right)^{1/2} \left[\left(\frac{k_\mathrm{B}}{\mu_{ce} m_\mathrm{H}}\right)^4 \frac{\mathrm{B}_\kappa^7}{a_\kappa} \frac{(1-\beta_\kappa^*)}{\beta_\kappa^{*4}}\right]^{1/2} = M, \tag{59}$$

то неравенство (58) может быть переписано следующим образом

$$\frac{(1-\beta_{\kappa}^{*})}{\beta_{\kappa}^{*4}} \geq \frac{(1-\beta_{\kappa,ce})}{\beta_{\kappa,ce}^{4}}, \tag{60}$$

или, поскольку функция $\beta^{-4}(1-\beta)$ монотонно увеличивается с увеличением $(1-\beta)$, то в виде

$$1-\beta_{\kappa}^{*} \geq 1-\beta_{\kappa,\,ce}. \tag{61}$$

Последнее неравенство показывает, что для неэкстенсивного равновесного сферического облака значение величины $(1-\beta_{\kappa})$ в его центре “*ce*” не может превосходить некоторого количества, зависящего только от массы облака M.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные этапы эволюции околозвездных аккреционных газопылевых дисков в настоящее время все более проясняются и уточняются. Однако проблема построения непротиворечивой картины образования самих звезд и околозвездных облаков до сих пор полностью не решена. Большинство обнаруженных на сегодня экзопланетных дисков вокруг солнечноподобных звезд сильно отличаются от протопланетного диска Солнца. По этой причине современная теория происхождения Солнечной системы является одной лишь из многих, и для моделирования эволюции любой другой конечной протозвездной туманности подходящая теория может оказаться более сложной. Об этом, в частности, свидетельствует коллекция обнаруженных во Вселенной экзопланет, которые весьма разнообразны. В связи со сказанным возникла, по мнению автора, необходимость в разработке нестандартного подхода, объясняющего (до известной степени) многообразие открытых экзопланетных аккреционных дисков вокруг звезд и экзопланет. В настоящей работе в рамках такого подхода на основе статистической механики Каниадакиса получено обобщение интегральных теорем равновесия Чандрасекхара для материи и черного излучения в протозвездном неэкстенсивном сферически симметричном облаке.

Следует заметить, что исследования в области статистической механики неэкстенсивных систем приобретают в настоящее время значительный общетеоретический интерес в связи с проявлениями неэкстенсивных аномальных свойств в ряде физических явлений и важностью практических приложений. Диапазон применения различных неэкстенсивных статистик в настоящее время постоянно расширяется, охватывая различные направления в науке, такие как космология и космогония, квантовая механика и статистика, специальная и общая теории относительности, стохастическая динамика и фракталы, геофизика, биомедицина и многие другие. Среди всех параметрических неэкстенсивных энтропий особый интерес представляет энтропия Каниадакиса, введенная впервые в работах (Kaniadakis, 2001a; 2001b; 2005; Kaniadakis, Scarfone, 2002; Kaniadakis и др., 2002). Основанная на каппа-энтропии неэкстенсивная статистика пригодна для описания очень большого класса аномальных явлений в целом ряде прикладных областей.

В первых разделах представленной работы изложены кратко, без математических деталей и выводов, те новые результаты статистической теории Каниадакиса, которые использованы для вывода обобщенных интегральных теорем равновесия Чандрасекхара. При этом ссылки на литературные источники минимальны и служат в основном для указания работ, в которых затрагиваются элементы рассматриваемой проблемы. В последнем разделе получено обобщение шестой и седьмой интегральных теорем равновесия Чандрасекхара для вещества и черного излучения в неэкстенсивной протозвездной туманности, находящейся в состоянии гидростатического равновесия.

Развитый в работе подход является новым и довольно эффективным для конструирования целого ряда новых моделей эволюции неэкстенсивных космологических и космогонических объектов (звезд, протозвездных туманностей, экзопланетных аккреционных дисков и др.), отличительной чертой которых является наличие динамических структур вещества с нецелой топологической размерностью, дальнодействующего силового взаимодействия, а также неэкстенсивного чернотельного излучения и модифицированной гравитационной постоянной.

Работа поддержана грантом № 075-15-2020-780 Министерства высшего образования и науки РФ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Зарипов Р.Г. Самоорганизация и необратимость в неэкстенсивных системах. Казань: Фэн. 2002. 251 с.

Зарипов Р.Г. Принципы неэкстенсивной статистической механики и геометрия мер беспорядка и порядка. Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та. 2010. 404 с.

Колесниченко А.В. Двухпараметрический энтропийный функционал Шарма–Миттала как основа семейства обобщенных термодинамик неэкстенсивных систем // Mathematica Montisnigri. 2018. V. 42. P. 74–101.

Колесниченко А.В. Статистическая механика и термодинамика Тсаллиса неаддитивных систем. Введение в теорию и приложения. (Синергетика: от прошлого к будущему. № 87). М.: ЛЕНАНД. 2019а. 360 с.

Колесниченко А.В. Вывод в рамках неэкстенсивной кинетики критерия неустойчивости Джинса для допланетного облака с учетом радиации и магнитного поля // Препр. ИПМ им. М.В. Келдыша. 2019б. № 95. 32 с.

Колесниченко А.В. Термодинамика Бозе-газа и черного излучения в неэкстенсивной статистике Тсаллиса // Астрон. вестн. 2020a. Т. 54. № 5. С. 446–457. (*Kolesnichenko A.V.* Thermodynamics of the Bose gas and blackbode radiation in non-extensive Tsallis statistics // Sol. Syst. Res. 2020a. V. 54. № 5. P. 420–431.)

Колесниченко А.В. Двухпараметрическая энтропия Шарма–Танеджа–Миттал как основа семейства равновесных термодинамик неэкстенсивных систем // Препр. ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020б. № 36. 35 с.

Колесниченко А.В. Джинсовская неустойчивость допланетного газового облака с излучением в неэкстенсивной статистической кинетике Тсаллиса // Астрон. вестн. 2020в. Т. 54. № 2. С. 151–164. (*Kolesnichenko A.V.* Jeans instability of a protoplanetary gas cloud with radiation in nonextensive Tsallis kinetics // Sol. Syst. Res. 2020c. V. 54. № 2. P. 137–149.)

Колесниченко А.В. К построению статистической термодинамики неэкстенсивных систем на основе каппа-энтропии Каниадакиса // Mathematica Montisnigri. 2020г. V. 48. P. 118–144.

Колесниченко А.В., Маров М.Я. Термодинамика Реньи как обязательный опорный базис при моделировании эволюции протопланетного газопылевого диска с фрактальной структурой // Астрон. вестн. 2020. Т. 53. № 6. С. 1–20. (*Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya.* Rényi thermodynamics as a mandatory basis to model the evolution of a protoplanetary gas-dust disk with a fractal structure // Sol. Syst. Res. 2020. V. 53. № 6. P. 443–461.)

Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая механика. Ч. I. М.: Наука, 1976. 588 с.

Чандрасекхар С. О звездах, их эволюции и устойчивости // УФН. 1985. Т. 145. № 3. С. 489–506.

Чандрасекхар С. Введение в учение о строении звезд. М.: Изд-во ИЛ, 1950. 476 с.

Abe S. A note on the q-deformation-theoretic aspect of the generalized entropies in nonextensive physics // Phys. Lett. A. 1997. V. 224. P. 326–330.

Abreu E.M.C., Neto J.A., Mendes A.C.R. Oliveira W. New bounds for Tsallis parameter in a noncommutative phase-space entropic gravity and nonextensive Friedmann equations // Physica A. 2013. V. 392. P. 5154–5163.

Abreu E.M.C., Neto J.A., Barboza E.M., .Jr, Nunes R.C. Holographic considerations on non-gaussian statistics and gravothermal catastrophe // Physica A. 2016. V. 441. P. 141–150.

Aliano A., Kaniadakis G., Miraldi E. Bose–Einstein condensation in the framework of nonextensive statistics // Physica B. 2003. V. 325. P. 35–40.

Bento E.P., Silva J.R.P., Silva R. Non-Gaussian statistics, Maxwellian derivation and stellar polytropes // Physica A. 2013. V 392. P. 666–672.

Carvalho J.C., Silva R., do Nascimento J.D., Jr, De Medeiros J.R. Power law statistics and stellar rotational velocities in the Pleiades // Europhys. Lett. 2008. V. 84. № 5. P. 59001 (pp. 5).

Carvalho J.C., do Nascimento J.D., Jr, Silva R., De Medeiros J.R. Non-Gaussian statistics and stellar rotational velocities of main-sequence field stars// Astrophys. J. Lett. 2009. V. 696. L. 48–51.

Hawking S.W. Particle Creation by Black Holes // Commun. Math. Phys. 1975. V. 43. P. 199–220.

Jaynes E.T. Information theory and statistical mechanics // Statistical Physics. Brandeis Lectures. 1963. V. 3. P. 181.

Kaniadakis G. Non-linear kinetics underlying generalized statistics // Physica A. 2001a. V. 296. P. 405–425.

Kaniadakis G. H-theorem and generalized entropies within the framework of nonlinear kinetics // Phys. Lett. A. 2001b. V. 288. P. 283–291.

Kaniadakis G. Statistical origin of quantum mechanics // Physica A. 2002. V. 307 P. 172–184.

Kaniadakis G. Statistical mechanics in the context of special relativity II // Phys. Rev. E. 2005. V. 72. P. 036108 (p. 7).

Kaniadakis G. Maximum entropy principle and power-law tailed distributions // Eur. Phys. J. B. 2009. V. 70. № 1. P. 3–13.

Kaniadakis G. Theoretical foundations and mathematical formalism of the power-low tailed statistical distributions // Entropy. 2013. V. 15. P. 3983–4010.

Kaniadakis G., Scarfone A.M. A new one-parameter deformation of the exponential function // Physica A. 2002. V. 305. P. 69–75.

Kaniadakis G., Quarati P., Scarfone A.M. Kinetical foundations of nonconventional statistics // Physica A. 2002. V. 305. P. 76–83.

Kolesnichenko A.V. Modeling the linear response from a quantum nonextensive system to a dynamic external disturbance // Math. Models and Computer Simulatns. 2020. V. 12. № 5. P. 647–659.

Kolesnichenko A.V., Chetverushkin B.N. Kinetic derivation of a quasi-hydrodynamic system of equations on the base of non-extensive statistics // RJNAMM (Russian J. Numerical Analysis and Mathematical Modelling). 2013. V. 28. № 6. P. 547–576.

Kolesnichenko A.V., Marov M.Ya. Scenario of accelerated universe expansion under exposure to entropic forces related to with the entropies of Barrow and Tsallis–Cirto // Mathematica Montisnigri. 2021. V. 50. P. 80–103.

Landsberg P.T., Vedral V. Distributions and channel capacities in generalized statistical mechanics // Phys. Lett. A. 1998. V. 247. P. 211–216.

Lourek I., Tribeche M. Thermodynamic properties of the blackbody radiation: A Kaniadakis approach // Phys. Lett. A. 2017. V. 381. P. 452–456.

Nonextensive statistical mechanics and thermodynamics: Bibliography/ http://tsallis.cat.cbpf.br/biblio.htm.

Ourabah K., Tribeche M. Plank radiation law and Einstein coefficients reexamined in Kaniadakis statistics // Phys. Rev. T. 2014. V. 89. P. 062130 (p. 5).

Renyi A. On measures of entropy and information // Proc. 4th Berkeley Symp. on Math. Stat. Prob. 1960. V. 1. Berkeley, Los Angeles: Univ. California Press, 1961. P. 547–561.

Rossani A., Scarfone A.M. Generalized kinetic equations for a system of interacting atoms and photons: theory and simulations // J. Phys. A: Math. and Theor. 2004. V. 37. № 18. P. 4955–4975.

Scarfone A.M., Wada T. Canonical partition function for anomalous systems described by the κ-entropy // Prog. Theor. Phys. Suppl. 2006. V. 162. P. 45–52.

Scarfone A.M., Wada T. Legendre structure of κ-thermostatistics revisited in the framework of information geometry // J. Phys. A: Math. Theor. 2014. V. 47. P. 275002 (17 p.)

Silva R. The H-theorem in κ-statistics: influence on the molecular chaos hypothesis // Phys. Lett. A. 2006. V. 352. P. 17–20.

Silva J.M., Silva R., Lima J.A.S. Conservative force fields in non-Gaussian statistics // Phys. Lett. A. 2008. V. 372. P. 5754–5757.

Sharma B.D., Mittal D.P. New non-additive measures of relative information // J. Comb. Inform. and Syst. Sci. 1977. V. 2. P. 122–133.

Soares B.B., Silva J.R.P. On the rotation of ONC stars in the Tsallis formalism context // Europhys. Lett. 2011. V. 96. P. 19001 (p. 6).

Susskind L. The World as a hologram // J. Math. Phys. 1995. V. 36. № 11. P. 6377–6396.

Taneja I.J. On Generalized Information Measures and Their Applications // Advances in Electronics and Electron Physics / Ed. Hawkes P.W. London: Academic Press, 1989. V. 76. P. 327–413.

Tsallis C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs-Statistics // J. Stat. Phys. 1988. V. 52. № 1–2. P. 479–487. (a regular updated bibliography is accessible at http:/tsallis. cat.cbpf.br/biblio.htm)

Tsallis C., Sa Barreto F.C., Loh E.D. Generalization of the Planck radiation law and application to the cosmic microwave background radiation // Phys. Rev. E. 1995. V. 52. № 2. P. 1448–1451.

Tsallis C., Cirto L.J.L. Black hole thermodynamical entropy // European Phys. J. C. 2013. V. 73. № 7. P. 2487 (p. 5).

Unruh W.G. Notes on black-hole evaporation // Phys. Rev. D. 1976. V. 14. № 4. P. 870–892.

Verlinde E. On the origin of gravity and the laws of Newton // J. High Energy Phys. 2011. V. 4. P. 1–26.

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 1, с. 59–67

УДК 523.683

МЕТЕОРНЫЙ КОМПЛЕКС δ-КАНКРИДЫ[1]

© 2022 г. М. Г. Соколова[a], *, В. С. Усанин[a]

[a]Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Россия

*e-mail: smarina.63@mail.ru

Поступила в редакцию 23.07.2021 г.
После доработки 26.08.2021 г.
Принята к публикации 25.09.2021 г.

В рамках исследования связей метеорного потока δ-Канкриды (DCA), состоящего из северной (NCC) и южной (SCC) ветвей, с кометно-астероидным комплексом изучена структура потока с привлечением визуальных и телевизионных наблюдений. По визуальным наблюдениям получено, что для метеоров с минимальной регистрируемой звездной величиной $+3^m$ и ярче максимум активности $ZHR = 8.6 \pm 1.8$ наблюдается на долготе Солнца $298.5° \pm 1.2°$, при этом параметр r функции светимости за период действия потока изменяется в интервале значений 1.5–2.0. Для метеоров слабее $+3^m$ момент максимума наступает на 1.4° позднее, чем для более ярких метеоров. Для орбит метеоров ветвей NCC и SCC, полученных по телевизионным наблюдениям, также выявлена зависимость значений больших полуосей и эксцентриситетов от массы метеороидов. Время разделения орбит метеоров δ-Канкрид в интервале звездных величин метеоров от 0^m до $+3^m$ вследствие действия негравитационного эффекта Пойнтинга–Робертсона составляет для южной SCC ветви 22–26 тыс. лет, для северной NCC ветви 24–29 тыс. лет.

Ключевые слова: метеороид, метеор, метеорный поток, комета

DOI: 10.31857/S0320930X22010066

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в окрестностях Земли наблюдается порядка сотни малых метеорных потоков, большая часть из которых не отождествлена ни с одной из открытых комет. Малые потоки определяются Международной метеорной организацией (ММО) как потоки со схожими орбитами метеороидов, выделенным радиантом и ZHR (зенитным часовым числом) меньше, чем 10 метеоров в час (https://www.imo.net/observations/methods/visual-observation/minor/). Таким образом, активность малых потоков сравнима со спорадическим фоном, что затрудняет их наблюдение, изучение структуры, эволюции и поиск родительского тела.

Целью работы является изучение малого метеорного потока δ-Канкриды (код DCA, номер 95), который входит в список наблюдаемых потоков, подтвержденных Центром метеорных данных Международного астрономического союза (https://www.ta3.sk/IAUC22DB/MDC2007/). δ-Канкриды наблюдаются в период с 1 по 30 января и имеют две ветви – северную (код NCC, номер 96) и южную (код SCC, номер 97) (https://www.ta3.sk/IAUC22DB/MDC2007/). В базе данных визуальных наблюдений метеоров Международной метеорной организации (https://www.imo.net/members/imo_vmdb) δ-Канкриды обозначены как единый комплекс DCA без деления на ветви потока. Радиант δ-Канкрид находится в созвездии Рака. Геоцентрические координаты радиантов ветвей δ-Канкрид имеют различие только по склонению δ, прямые восхождения α и суточные смещения радиантов совпадают в пределах ошибок: $\alpha = 130.2° \pm 3.2°$, $\delta = 20.8° \pm 2.1°$ (ветвь NCC); $\alpha = 128.3° \pm 4.1°$, $\delta = 13.6° \pm 1.9°$ (ветвь SCC) (Соколова, Сергиенко, 2020).

Для комплекса δ-Канкрид не установлено генетических связей ни с одной открытой кометой (https://www.ta3.sk/IAUC22DB/MDC2007/), поэтому исследуются возможные связи потока с астероидами как возможными потухшими ядрами комет или продуктами их распада. NCC, предположительно, связывают с астероидом 1991 AQ, а SCC с астероидом 2001 YB5 (Jenninskens, 2006). В работе (Babadzhanov, 1999) приводится астероид 2212 Гефест как имеющий схожую орбиту с DCA. В исследованиях (Dumitru и др., 2017; Сергиенко и др., 2020) помимо указанных выше астероидов для NCC также выделен астероид 2015 PU228, SCC – астероид 2010 XC11.

[1] По материалам VII Бредихинских чтений (май 2021 г.)

ПРОФИЛЬ АКТИВНОСТИ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ПЛОТНОСТЬ δ-КАНКРИД ПО ВИЗУАЛЬНЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ

Методика обработки визуальных наблюдений

Под структурой метеорного потока понимают плотность потока метеороидов $Q(M)$ выше некоторой минимальной регистрируемой массы M как функцию долготы Солнца L и распределение метеороидов по массам в потоке вдоль орбиты Земли. Наблюдаемое часовое число метеоров HR связано с плотностью потока Q

$$HR = Q\Sigma, \tag{1}$$

где Σ – величина собирающей площадки, расположенной по нормали к вектору скорости метеороида, в пределах которой он регистрируется. Часовое число метеоров редуцируют к условию нахождения радианта потока в зените, что обеспечивает постоянство значения минимальной регистрируемой массы метеороида. В этом случае зенитное часовое число ZHR вычисляют как

$$ZHR = Q(M_0)\Sigma_0, \tag{2}$$

где значения M_0 и Σ_0 определяют минимальную регистрируемую массу метеороидов и величину их собирающей площадки.

Значение ZHR, пропорциональное плотности потока метеорных тел с массами больше, чем минимальная регистрируемая масса метеороида, соответствующая метеору $+3^m$ и ярче, определяется по формуле (Белькович и др., 2001; Белькович, Ишмухаметова, 2006)

$$ZHR = \frac{N}{T} k \cos^{-S} Z \exp(0.4F), \tag{3}$$

где N – зарегистрированное число метеоров в интервале времени T, k – поправка приведения наблюдаемого числа метеоров к $+3^m$, учитывающая снижение замечаемости более слабых метеоров и влияние условий наблюдений, Z – зенитное расстояние радианта, F – фаза Луны, S – параметр распределения метеороидов потока по массам (интегральный масс-индекс).

С учетом экспериментальной зависимости изменения числа метеоров dN от изменения звездной величины dm – функции светимости (Левин, 1956)

$$\mathrm{d}N = r^m \mathrm{d}m \tag{4}$$

имеем соотношение, связывающее параметр функции светимости r (англ. population index) распределения метеоров по звездным величинам и параметр S распределения метеороидов по массам:

$$r = 10^{\frac{0.4(S-1)}{b}}, \quad S = 1 + 2.5b\lg r. \tag{5}$$

Коэффициент b в (5) был введен Б.Ю. Левиным для визуальных наблюдений (Левин, 1956, с. 122, 200) и варьируется в пределах от 0.7 до 1 (нами принят равным 1).

По интегральному распределению звездных величин метеоров, полученному наблюдателем за ночь наблюдений, определяются значения параметров r, S и поправка k приведения наблюдаемой численности N метеоров к $+3^m$ и ярче. По наблюдаемой численности метеоров, индивидуальным значениям S (5) и k для всех интервалов наблюдений по формуле (3) вычисляются значения ZHR и их средние квадратические ошибки как $\sigma_{ZHR} = ZHR/\sqrt{N}$. В зависимости от статистики наблюдений метеоров потока по индивидуальным или усредненным значениям r, S, ZHR с учетом весов в интервалах 0.5°–1° эклиптической долготы Солнца L, фиксирующей момент наблюдения (дату и время UT), строятся профили как функции долготы Солнца. Максимум активности потока $ZHR_{\max}$ и соответствующее значение долготы Солнца $L_{\max}$ определяются пересечением восходящей и нисходящей ветвей профиля (в логарифмическом масштабе прямыми линиями, проведенными методом наименьших квадратов) (Белькович и др., 2001).

Определение интегрального масс-индекса δ-Канкрид

Для изучения структуры комплекса δ-Канкрид по описанной выше методике использована база данных визуальных наблюдений метеоров ММО (https://www.imo.net/members/imo_vmdb) за 1987–2006 гг. В исходных файлах значения наблюдаемой численности и звездной величины представлены для комплекса DCA (код 95) без деления метеоров по их принадлежности к ветвям NCC и SCC. Было обработано порядка 5000 распределений метеоров по видимым звездным величинам и численности по наблюдениям в период с 1 по 31 января за 1987–2006 гг. По годам статистика наблюдений не одинакова, что не позволило для отдельных лет построить профили r, S и ZHR за весь период действия потока. Были использованы только те наблюдения по звездным величинам, по которым относительная ошибка определения параметра r функции светимости не превышала 20%. На рис. 1 показаны изменения индивидуальных и усредненных по интервалам 1° долготы Солнца L (эпоха 2000.0) значений параметров r (шкала слева) и S (шкала справа) за все годы наблюдений.

За период действия потока на интервале долгот Солнца 276°–305° индивидуальные значения r варьируются в интервале от 1.3 до 2.2, усредненные значения r изменяются в интервале от 1.5 до 2.0. Наблюдаются несколько минимумов, реги-

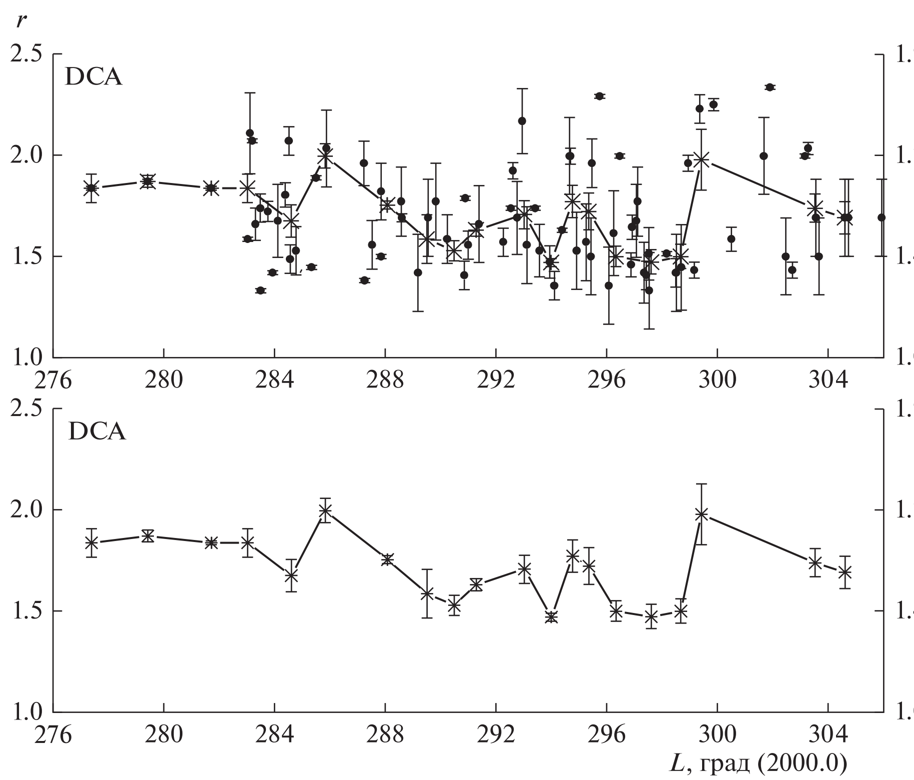


Рис. 1. Параметры r и S δ-Канкрид (DCA) по визуальным наблюдениям 1987–2006 гг. (темные кружки – значения r и S; крестики и сплошная линия – усредненные r и S по интервалам L.

стрируемых на долготах Солнца 284.6°, 290.5°, 294.0°, и более широкий в интервале 296.3°–298.7°. Минимумы параметров r и S выделяют участки потока, где соотношение более крупных по массе метеороидов к более мелким выше. Данные других авторов о вариациях параметров r и S DCA в зависимости от даты наблюдения не найдены. По данным (Jenniskens, 2006, табл. 7, с. 693) среднее за весь период действия DCA значение r равно 3. Для малых метеорных потоков усредненный за весь период действия потока параметр r принимают, как правило, в интервале от 2 до 3 (Jenniskens, 1994, табл. 3b, с. 1008).

Профиль активности δ-Канкрид

Профиль активности как функция долготы Солнца характеризует изменение ZHR метеоров $+3^m$ и ярче в поперечном сечении потока вдоль орбиты Земли. Профиль активности δ-Канкрид (DCA), полученный по визуальным наблюдениям, в логарифмическом масштабе представлен на рис. 2. Значения ZHR (3), полученные по наблюдениям в разные годы, усреднялись по интервалам долготы Солнца 0.5°–1°, прямые восходящей и нисходящей ветвей проведены методом наименьших квадратов. Также на рис. 2 нанесена кривая интегрального масс-индекса S, представленная на рис. 1 и сглаженная в пределах средних квадратических ошибок параметра S.

Максимальная средняя активность потока за 1987–2006 гг. составляет $ZHR_{\max} = 8.6 \pm 1.8$ и фиксируется на $L_{\max} = 298.5° \pm 1.2°$. При этом максимум активности в пределах 1° совпадает по долготе Солнца с основным широким минимумом параметра S. Ширина потока на уровне половины $ZHR_{\max}$ составляет 4° (296°–300°). По другим немногочисленным данным моменты наступления максимальной активности δ-Канкрид отличаются от полученных нами в пределах 2°: $L_{\max}$ равна 296.3° по визуальным наблюдениям 1989 г.; 299° – по телевизионным наблюдениям 1999–2009 гг. (Jenniskens, 2006, табл. 7, с. 693). Для главных кометных потоков момент повышения активности наблюдается вблизи узла родительской кометы (Соколова, Сергиенко, 2016). Поэтому можно предположить, что гипотетическое родительское тело в период образования роя могло иметь орбиту с долготой узла в окрестностях значений 298°–299°.

Расчет профилей активности δ-Канкрид для различных масс метеороидов

Принимается, что распределение масс метеороидов в потоке подчинено степенному закону (распределению Парето), который в дифферен-

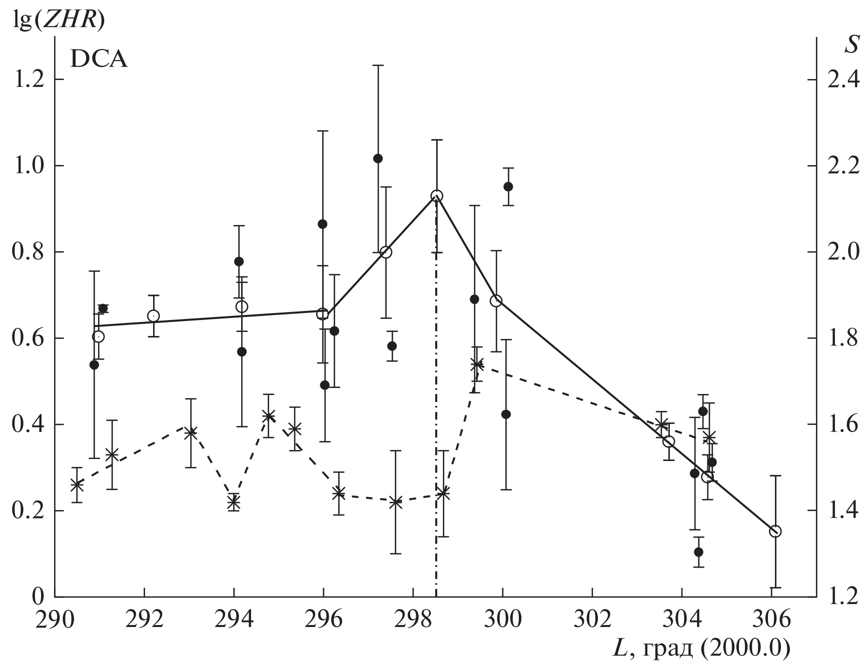


Рис. 2. Профиль *ZHR* δ-Канкрид (DCA) по визуальным наблюдениям 1987–2006 гг. (темные кружки – индивидуальные значения lg *ZHR*, открытые кружки – усредненные по интервалам *L*; сплошная линия – усредненный профиль активности; крестики и пунктирная линия – значения масс-индекса *S*; штрих-пунктирная линия фиксирует положение $ZHR_{\max}$ по долготе Солнца $L_{\max}$).

циальном виде записывается (Левин, 1956; Белькович, 1986)

$$p(M) = (S-1)M_0^{S-1}M^{-S}$$

или в интегральном виде

$$F(M) = \int_M^{+\infty} p(M)dM = (S-1)M_0^{S-1}\int_M^{+\infty} M^{-S}dM = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{1-S}, \tag{6}$$

где M_0 – минимальная регистрируемая масса метеороида. Зенитное часовое число $ZHR(M)$ и плотность потока $Q(M)$ метеороидов с массой выше некоторой M_0 связаны соотношениями:

$$\frac{ZHR(M)}{ZHR(M_0)} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{1-S}, \tag{7}$$

$$Q(M) = \frac{HR}{\Sigma}\left(\frac{M}{M_0}\right)^{1-S}, \quad \frac{Q(M)}{Q(M_0)} = \left(\frac{M}{M_0}\right)^{1-S}. \tag{8}$$

Пространственную плотность D частиц и среднее расстояние Δ между ними в потоке определяют по формулам:

$$D(M) = \frac{Q(M)}{v_\infty}, \tag{9}$$

$$\Delta(M) = \sqrt[3]{D(M)^{-1}}, \tag{10}$$

где v_∞ – внеатмосферная скорость. Следовательно, при известных S, M_0, $ZHR(M_0)$ и Σ_0 можно получить интегральные плотности потока метеороидов различной минимальной регистрируемой массы M.

Переход от звездных величин метеоров к соответствующим массам метеороидов выполнен по фотометрической шкале масс, согласно которой метеороид, влетающий вертикально в атмосферу Земли с геоцентрической скоростью $v_g = 40$ км/с и образующий метеор 0^m, имеет массу $M = 0.24$ г (Тохтасьев, 1977). Таким образом, масса M метеороида определялась на основании следующих соотношений:

$$\tau_{(40\ \text{км/с})} \times 40^3 \times 0.24 = \tau(v_g)v_g^3 M(0^m), \quad \lg I = 9.72 - 0.4m, \quad \frac{M(+3^m)}{M(0^m)} = \frac{I(+3^m)}{I(0^m)}, \tag{11}$$

где τ – коэффициент светимости (Тохтасьев, 1977; Бронштэн, 1981), I – сила света, излучаемая метеором (Левин, 1956). Для δ-Канкрид среднюю геоцентрическую скорость v_g можно принять равной 27 км/с (https://www.ta3.sk/IAUC22DB/MDC2007/). Таким образом, метеор $+3^m$ потока δ-Канкрид соответствует метеороиду массой $M = 0.04$ г. Массы метеороидов δ-Канкрид, вычисленные по формулам (11) для наблюдаемого визуальным методом диапазона звездных величин, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Структурные характеристики δ-Канкрид (DCA) для различных масс метеороидов в период максимальной активности по визуальным наблюдениям

m	-1^m	0^m	$+1^m$	$+3^m$	$+5^m$	$+6^m$
M, г	1.5	0.6	0.24	0.04	0.006	0.002
L, град (J2000.0)	298.53	298.53	298.53	298.53	299.10	299.85
$ZHR_{\max}(M)$	1.7	2.6	3.9	8.6	19.6	42.6
$Q(M) \times 10^{-7}$, км$^{-2}$ с$^{-1}$	0.11	0.17	0.25	0.55	1.25	2.70
$D(M) \times 10^{-7}$, км$^{-3}$	0.0038	0.0058	0.0086	0.0188	0.0428	0.0925
Δ, км	1381	1199	1052	810	616	476

По визуальным наблюдениям δ-Канкрид (DCA) на основе усредненных профилей активности $ZHR(+3^m)$ (рис. 2, сплошная линия) и параметра S (рис. 2, пунктирная линия) как функций долготы Солнца L для различных минимальных регистрируемых масс M метеороидов (табл. 1) по формуле (7) были рассчитаны профили активности $ZHR(M)$. Все профили активности $ZHR(M)$ (рис. 3) нормированы относительно максимального значения $ZHR_{\max}(M)$. Средние квадратические ошибки значений $ZHR(M)$ и положения максимума активности указаны только для наблюдаемого профиля метеоров с минимальной регистрируемой звездной величиной $+3^m$ и ярче. Точность модельных профилей обусловлена ошибками экспериментального профиля $ZHR(+3^m)$.

Для семейства профилей $ZHR(M)$ наблюдается смещение положения основного максимума активности частиц с массами меньше, чем 10^{-2} г, в сторону увеличения долготы Солнца на 1.4°, при этом мелкие частицы достаточно равномерно распределены в поперечном сечении потока. Для более крупных частиц с $M > 10^{-2}$ г максимум активности стабилизируется в интервале долгот 298°–299°. Наблюдается уменьшение ширины профиля ZHR на уровне 0.5 максимальной активности с увеличением массы метеороидов и их концентрация в восходящей ветви профиля. Диапазон звездных величин метеоров слабее $+6^m$ не обеспечен визуальными наблюдениями, поэтому достоверность модельных профилей для меньших предельных масс снижается из-за накопления ошибок экстраполяции.

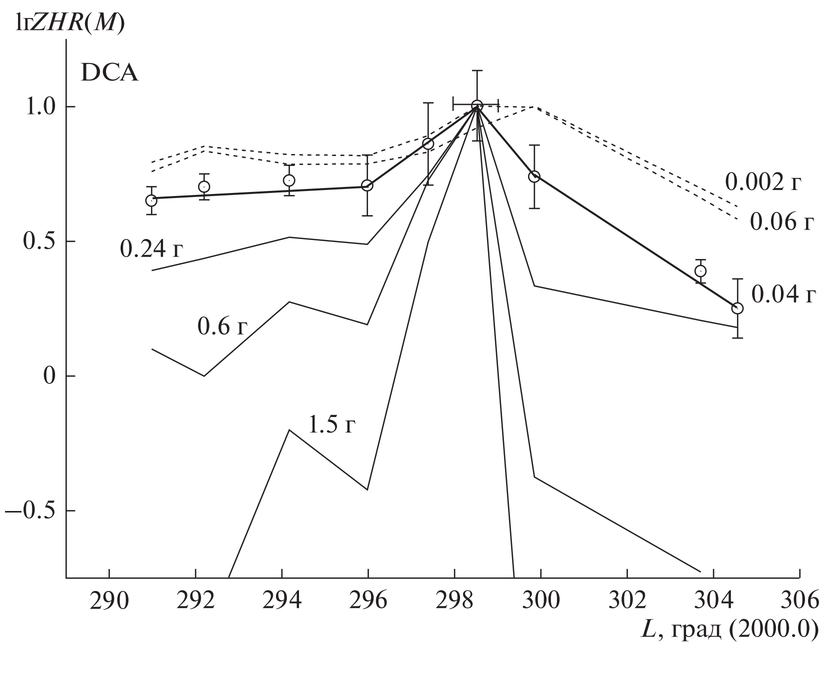


Рис. 3. Зависимость lg $ZHR(M)$ δ-Канкрид (DCA) от долготы Солнца L для различных минимальных регистрируемых масс метеороидов (открытые кружки, утолщенная сплошная линия – профиль ZHR метеоров $+3^m$ и ярче; тонкие сплошные линии – расчетные профили ZHR метеоров ярче -1^m; тонкие пунктирные линии – расчетные профили ZHR метеоров ярче $+6^m$).

Для определения значений плотности $Q(M)$, пространственной плотности $D(M)$ и среднего расстояния между частицами $\Delta(M)$ потока по формулам (8), (9) и (10) необходимо задать величину собирающей площадки Σ, в пределах которой наблюдаются метеоры с предельно регистрируемой массой M. Согласно (Jenniskens, 2006, с. 597) для интервала скоростей от 20 до 72 км/с величина собирающей площадки меняется от 3.84×10^{14} до 7.74×10^{14} см^2, тогда, интерполируя для средней геоцентрической скорости потока 27 км/с, получаем значение собирающей площадки $\Sigma = 4.36 \times \times 10^{14}$ см^2. Расчеты, представленные в табл. 1, выполнены для максимальной активности $ZHR_{\max}(M)$ потока, минимального значения $S = 1.44$ (рис. 2) и внеатмосферной скорости $v_\infty = \sqrt{v_g^2 + (11.2 \text{ км/с})^2} = 29.2$ км/с.

АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ ОРБИТ δ-КАНКРИД ПО ТЕЛЕВИЗИОННЫМ НАБЛЮДЕНИЯМ

Смещение максимума активности потока δ-Канкрид по долготе Солнца в зависимости от массы частиц (рис. 3) позволяет предположить влияние на структуру потока негравитационного эффекта Пойнтинга—Робертсона (Robertson, 1937). Эффект Пойнтинга—Робертсона представляет собой тормозящую силу, возникающую при поглощении и последующем переизлучении метеороидом солнечной энергии. В результате метеороиды медленно двигаются по спирали по направлению к Солнцу, приобретая с течением времени более круговые орбиты с меньшими значениями больших полуосей. Таким образом, под влиянием эффекта Пойнтинга—Робертсона со временем происходит разделение орбит метеорных тел в потоке в зависимости от их массы.

Исследование распределения значений больших полуосей и эксцентриситетов орбит метеоров в зависимости от их абсолютной звездной величины выполнено по данным телевизионного каталога орбит метеоров Global Meteor Network (далее GMN)(Vida и др., 2019; https://globalmeteornetwork.org/data/traj_summary_data/). Наблюдения метеоров за 2019—2021 гг. выполнены более чем 40 видеосистемами из 11 стран. Для всех параметров, представленных в каталоге, указаны средние квадратические ошибки. Каталог пополняется в режиме реального времени.

В каталоге GMN представлены орбиты метеороидов ветвей комплекса δ-Канкрид по наблюдениям 2019—2021 гг.: северной ветви NCC — 313 орбит, южной ветви SCC — 332 орбиты. Зависимости эксцентриситетов и больших полуосей орбит от абсолютной звездной величины метеоров ветвей NCC и SCC показаны на рис. 4 и 5 соответственно. Как видим, для северной NCC и южной SCC ветвей в диапазоне абсолютных звездных величин от -3^m до $+4^m$ имеет место уменьшение значений эксцентриситетов и больших полуосей в зависимости от звездных величин метеоров, т.е. от массы метеороидов.

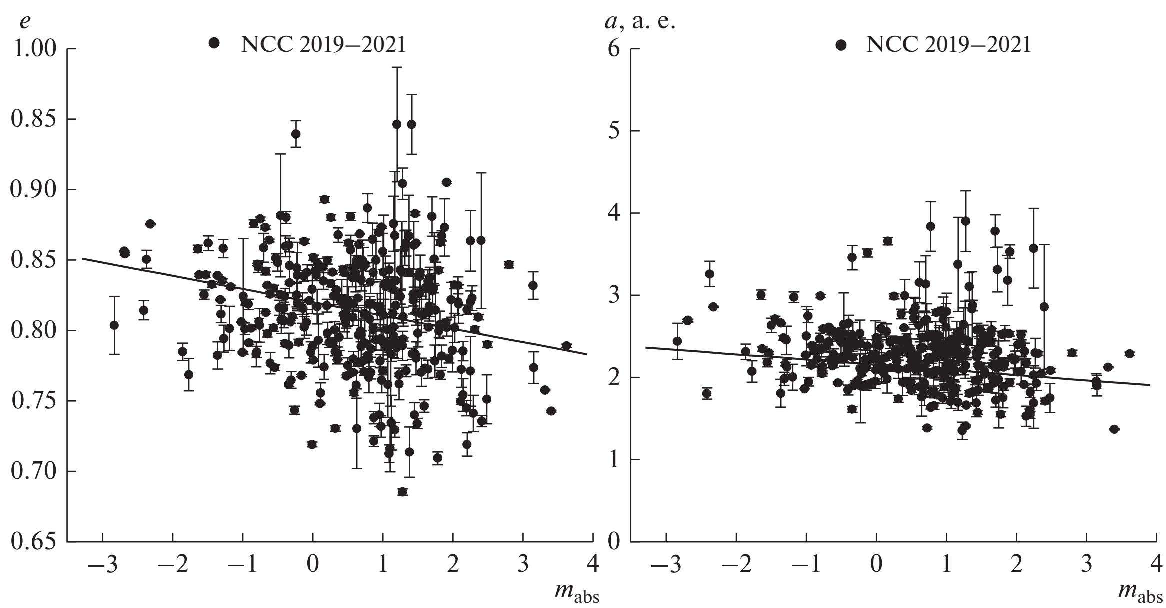


Рис. 4. Эксцентриситеты (e) и большие полуоси (a) орбит NCC северной ветви δ-Канкрид в зависимости от звездной величины метеоров; сплошная прямая линия — линейная аппроксимация (графики построены по данным каталога метеорных орбит GMN (Vida и др., 2019; https://globalmeteornetwork.org/data/traj_summary_data/).

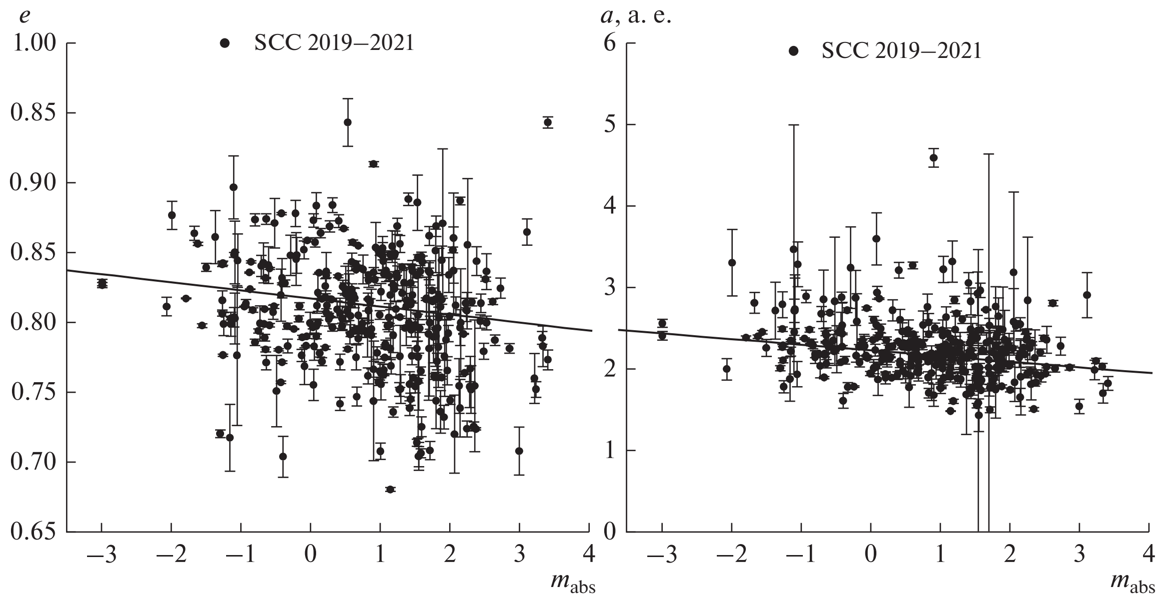


Рис. 5. Эксцентриситеты (e) и большие полуоси (a) орбит SCC южной ветви δ-Канкрид в зависимости от звездной величины метеоров; сплошная прямая линия – линейная аппроксимация (графики построены по данным каталога метеорных орбит GMN (Vida и др., 2019; https://globalmeteornetwork.org/data/traj_summary_data/).

Наличие корреляции элементов орбит в зависимости от массы метеороидов позволяет выполнить оценку возраста потока на основе влияния эффекта Пойнтинга–Робертсона по следующим формулам (Ловелл, 1958):

$$\Delta a = T_a K(2 + 3e^2)\big/(a(1 - e^2)^{3/2}), \quad (12)$$

$$\Delta e = T_e K 5e\big/(2a^2(1 - e^2)^{1/2}), \quad (13)$$

где $K = 2.51 \times 10^{11} R^{-1}\rho^{-1}$, ρ и R – плотность и радиус метеороида, Δa и Δe – изменения большой полуоси и эксцентриситета его орбиты относительно орбиты родительского тела (первоначальной орбиты).

Расчеты выполнены для метеороидов с плотностями 1.8 г/см^3 (углистые объекты C-группы) и 2.4 г/см^3 (кремниевые объекты S-группы) согласно классификации химического состава астероидов (Standish, 1998) и массой $M = 0.04$ г, соответствующей метеору $+3^m$ (табл. 1). Так как родительское тело комплекса δ-Канкрид не установлено, то за элементы первоначальной орбиты a_0 и e_0 приняты средние взвешенные значения орбит NCC и SCC, полученные по данным каталога GMN. Для NCC получены значения $a_0 = 2.129$ а. е., $e_0 = 0.820$, соответствующие среднему значению $m_{abs} = +0.6^m$; для SCC значения $a_0 = 2.218$ а. е., $e_0 = 0.816$, соответствующие среднему значению $m_{abs} = +0.8^m$. Значения Δa, Δe в формулах (12), (13) определяются как

$$\Delta e = e_0 - e, \quad \Delta a = a_0 - a,$$

где e, a – значения, полученные графически на основе линейной аппроксимации зависимостей элементов орбит от звездной величины метеоров (рис. 4, 5) для метеора $+3^m$. Результаты расчетов представлены в табл. 2.

Таблица 2. Оценка возраста комплекса δ-Канкриды (масса метеороида $M = 0.04$ г)

Возраст, лет	ρ = 1.8 г/см^3	ρ = 2.4 г/см^3
NCC		
T_e	28.2×10^3	34.8×10^3
T_a	19.8×10^3	23.8×10^3
SCC		
T_e	21.6×10^3	26.2×10^3
T_a	21.7×10^3	26.3×10^3

Таким образом, время разделения орбит метеороидов δ-Канкрид в интервале звездных величин метеоров от 0^m до $+3^m$ составляет для южной ветви SCC около 22 тыс. лет для объектов углеродного и 26 тыс. кремниевого химических составов, причем имеется хорошее согласие между значениями T_e по изменению эксцентриситетов и T_a по изменению больших полуосей. Что касается северной ветви NCC, то значения T_e и T_a отличаются друг от друга, но в среднем дают порядка 24 и 29 тыс. лет для объектов разного химического состава. Стоит упомянуть, что ранее в работе (Соколова, Сергиенко, 2020) оценка возраста ветвей δ-Канкрид на основе влияния эффекта Пойнтинга–Робертсона была выполнена по данным телевизионных каталогов орбит Японской метеорной сети SonotaCo (111 орбит NCC и 59 орбит SCC) и CAMS v.2.0 (75 орбит NCC и 70 обит SCC). Небольшая статистика орбит потока в данных каталогах позволила оценить возраст порядка 25–30 тыс. лет только ветви NCC, что хорошо согласуется с результатами, представленными в табл. 2.

ВЫВОДЫ

По визуальным наблюдениям δ-Канкрид (DCA) 1987–2006 гг. параметр *r* функции светимости, полученный путем усреднения индивидуальных значений, за период действия потока на интервале долгот Солнца 276°–305° изменяется в диапазоне от 1.5 до 2.0, при этом индивидуальные значения *r* определялись с ошибкой, не превышающей 20%. Наиболее уверенно выделяется широкий минимум *r* на интервале долгот Солнца 296.3°–298.7°. Максимальная средняя активность потока, определенная по визуальным наблюдениям для метеоров $+3^m$ и ярче, составляет $ZHR_{\max} = 8.6 \pm 1.8$ и фиксируется на долготе Солнца 298.5° ± 1.2°. При этом максимум активности в пределах 1° совпадает по долготе Солнца с широким минимумом параметра *r*. Ширина потока на уровне половины $ZHR_{\max}$ составляет 4° (296°–300°). Максимумы активности метеороидов с массами меньше, чем 10^{-2} г, наблюдаются на 1°–1.4° позднее, чем более крупные частицы. Пространственная плотность DCA такова, что одна частица массой порядка 1 г приходится в пространстве на куб с ребром около 1000 км.

Различная структура потока в зависимости от массы метеороидов подтверждается и наличием корреляций больших полуосей и эксцентриситетов орбит метеороидов ветвей NCC и SCC от их массы. Время разделения орбит метеороидов δ-Канкрид углеродного и кремниевого химических составов в интервале звездных величин метеоров от 0^m до $+3^m$ составляет для южной ветви SCC около 22–26 тыс. лет, для северной ветви NCC около 24–29 тыс. лет. Возможно, образование южной ветви потока произошло вследствие повторной фрагментации ядра родительского тела.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Белькович О.И. Статистическая теория метеоров // Диссерт. на соиск. уч. ст. д. физ.-мат. наук. Казань. 1986. 301 с.

Белькович О.И., Ишмухаметова М.Г., Сулейманов Н.И. Современные методы обработки визуальных наблюдений метеорных потоков и их возможности // Астрон. вестн. 2001. Т. 35. № 5. С. 440–448.

Белькович О.И., Ишмухаметова М.Г. Распределение метеороидов Персеид по массам // Астрон. вестн. 2006. Т. 40. № 3. С. 230–235. (*Bel'kovich O.I., Ishmukhametova M.G.* Mass distribution of Perseid meteoroids // Sol. Syst. Res. 2006. V. 40. № 3. P. 208–213.)

Бронштэн В.А. Физика метеорных явлений. М.: Наука, 1981. 416 с.

Левин Б.Ю. Физическая теория метеоров и метеорное вещество в Солнечной системе. М.: Издательство Академии наук СССР, 1956. 293 с.

Ловелл Б. Метеорная астрономия. М.: Физматгиз, 1958. 488 с.

Сергиенко М.В., Соколова М.Г., Холшевников К.В. Многофакторная методика поиска малых тел на близких орбитах // Астрон. журн. 2020. Т. 97. № 5. С. 432–440.

Соколова М.Г., Сергиенко М.В. Сравнение структур метеорных потоков кометного и предположительно астероидного происхождения // Астрон. вестн. 2016. Т. 50. № 6. С. 401–411.

Соколова М.Г., Сергиенко М.В. Радианты и элементы орбит метеороидов комплекса δ-Канкриды // Научные труды Института астрономии РАН. 2020. Т. 5. № 3. С. 125–128.

Тохтасьев В.С. Шкалы масс для радиометеоров, визуальных и фотографических метеоров // Всесоюзный симпозиум “Проблемы радиометеорных исследований атмосферы” 4–6 октября 1977 г. Тез. докл. Харьков: Харьковский институт радиоэлектроники Минвуза УССР, 1977. С. 26.

Babadzhanov P.B. Near-Earth asteroids associated with meteor showers // Meteoroids. 1998. Proc. Int. Conf. held at Tatranská Lomnica, Slovakia. August 17–21, 1998 / Eds Baggaley W.J., Porubčan V. Bratislava: Astron. Inst. Slovak Acad. Sci., 1999. P. 185–190.

Dumitru B.A., Birlan M., Popescu M., Nedelcu D.A. Association between meteor showers and asteroids using multivariate criteria // Astron. and Astrophys. 2017. V. 607. Article id. A5. 22 p.

Jenniskens P. Meteor stream activity. I. The annual streams // Astron. and Astrophys. 1994. V. 287. № 3. P. 990–1013.

Jenniskens P. Meteor Showers and Their Parent Comets. New York: Cambridge Univ. Press, 2006. 804 p.

Robertson H.P. Dynamical effects of radiation in the Solar System // Mon. Notic. Roy. Astron. Soc. 1937. V. 97. № 6. P. 423–438.

Standish E.M. JPL Planetary and Lunar Ephemerides, DE405/LE405. Jet Propulsion Laboratory Interoffice Memorandum IOM 312.F-98-048. Pasadena: Jet Propulsion Laboratory, 1998. 18 p.

Vida D., Šegon D., Merlak A. The overview of the Global Meteor Network project and preliminary results of the 2018 Geminids // Meteor News. 2019. V. 4. № 1. P. 22–24.

https://www.imo.net/observations/methods/visual-observation/minor/

https://www.ta3.sk/IAUC22DB/MDC2007/

https://www.imo.net/members/imo_vmdb

https://globalmeteornetwork.org/data/traj_summary_data/

АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ВЕСТНИК, 2022, том 56, № 1, с. 68–72

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 523.44

ОСОБЫЕ ГРУППЫ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ АСТЕРОИДОВ

© 2022 г. А. В. Девяткин[a], *, В. Н. Львов[a], С. Д. Цекмейстер[a]

[a]Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН (ГАО РАН), Санкт-Петербург, Россия

*e-mail: a9kin@mail.ru

Поступила в редакцию 24.06.2021 г.
После доработки 30.08.2021 г.
Принята к публикации 23.09.2021 г.

Определены группы астероидов, которые могут иметь сближения с двумя и более планетами. Показано, что в фазовом пространстве элементов орбит существуют области, в которых длительное время могут находиться астероиды, потенциально опасные одновременно для всех внутренних планет Солнечной системы. Необходимо дальнейшее изучение таких объектов, в том числе получение новых наблюдений.

Ключевые слова: потенциально опасные астероиды, сближения с планетами

DOI: 10.31857/S0320930X22010029

ВВЕДЕНИЕ

Резкие изменения орбит у объектов, сближающихся с планетами Солнечной системы, могут существенно повлиять на их дальнейшую историю. С этой точки зрения интересны в первую очередь потенциально опасные для планет астероиды. Здесь такими будем считать все те, которые имеют межорбитальное расстояние с планетой менее 0.05 а. е. (хотя официальное определение полагает, что их абсолютная звездная величина не превышает 22). Если же астероид является потенциально опасным одновременно для двух или нескольких планет, то вероятность отмеченных выше событий должна возрастать.

ОСОБЫЕ ОБЪЕКТЫ В СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ

Однако существуют особые в этом отношении объекты. Используя текущий каталог элементов орбит астероидов Центра малых планет (https://www.minorplanetcenter.net/iau/ MPCORB.htm) и численную эфемериду DE431 (Folkner, Williams, 2014), с помощью пакета программ ЭПОС (Львов, Цекмейстер, 2012) нами выявлены следующие группы потенциально опасных астероидов для внутренних планет:

– одновременно для двух планет,

– одновременно для трех планет,

– одновременно для четырех планет.

Первая группа распадается на шесть подгрупп: Меркурий–Венера, Меркурий–Земля, Меркурий–Марс, Венера–Земля, Венера–Марс, Земля–Марс. Соответствующие списки содержат сотни объектов.

Вторая группа содержит четыре подгруппы: Меркурий–Венера–Земля, Меркурий–Венера–Марс, Меркурий–Земля–Марс, Венера–Земля–Марс. Всего более 100 объектов.

Третья группа состоит из объектов, потенциально опасных для всех четырех внутренних планет Солнечной системы. Таблица содержит список таких астероидов. Приведены их оскулирующие элементы из каталога MPCORB от 19 ноября 2020 г. на эпоху JD2459000.5, количество и интервал наблюдений, а также средний (по отношению к альбедо) размер в метрах.

Естественно, что орбиты этих объектов имеют малый наклон и большой эксцентриситет, а их перигелии расположены внутри орбиты Меркурия. На рис. 1 показаны орбиты и положения пяти планет и указанных астероидов, видимые с северного полюса эклиптики, по состоянию на 19 ноября 2020 г. Дополнительно показаны линия апсид и линия узлов Юпитера.

Интересно, что группа найденных астероидов в свою очередь распадается на две подгруппы с разными величинами большой полуоси орбиты. Этот факт иллюстрирует гистограмма на рис. 2.

Заметим, что лишь семь астероидов из списка наблюдались на протяжении нескольких лет. Однако для большинства объектов количество наблюдений нельзя считать критически малым. По состоянию данных на текущий момент можно утверждать следующее. На тысячелетнем промежутке времени 1500–2500 гг. все названные астероиды астероиды (для Марса 24 астероида из 27)

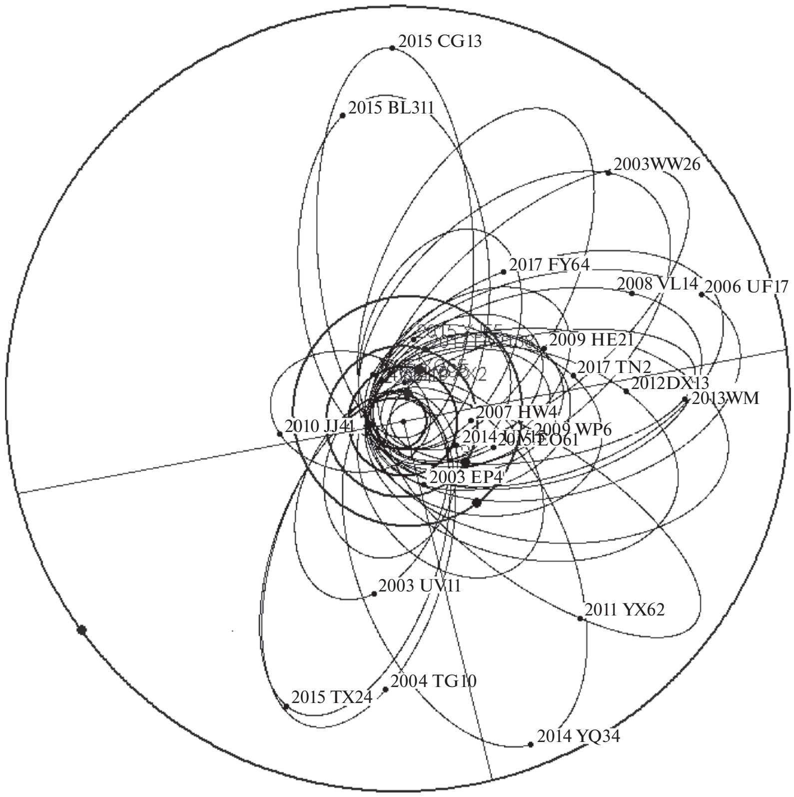


Рис. 1. Орбиты астероидов по состоянию на 19.11.2020.

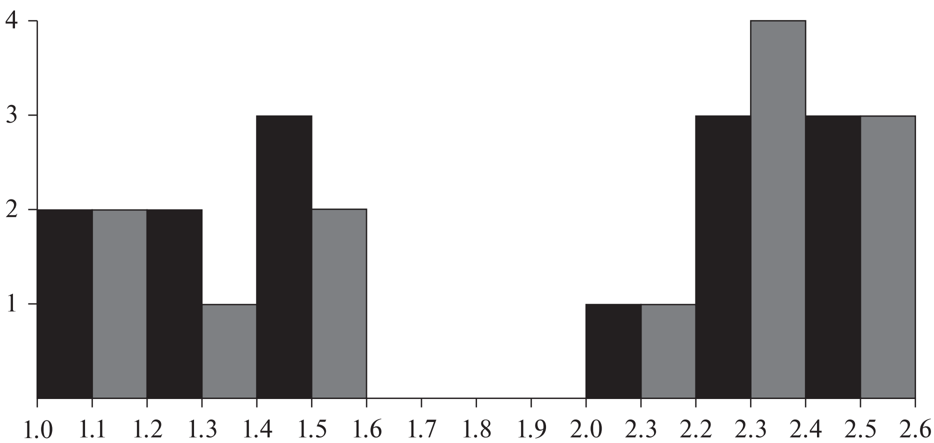


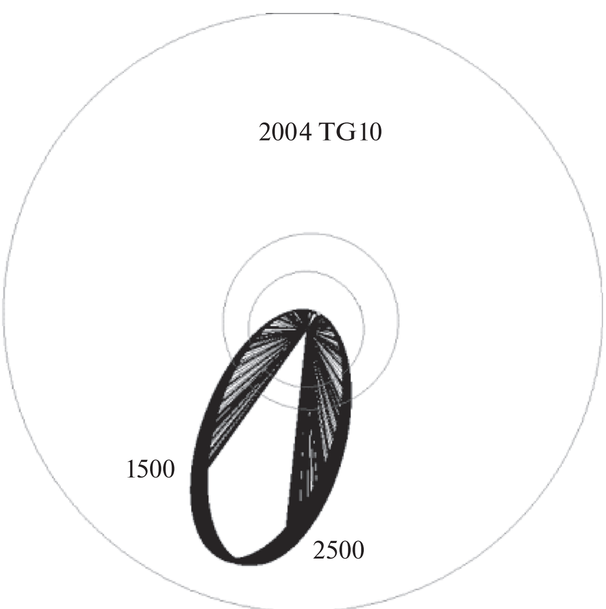
Рис. 2. Большая полуось орбит астероидов.

имели или будут иметь реальные сближения со всеми внутренними планетами на расстоянии менее 0.05 а. е. (Меркурий – до 60 сближений, минимальное 0.0075 а. е.; Венера – до 48 сближений, минимальное 0.0016 а. е.; Земля и Марс – до 26 сближений, минимальные соответственно 0.0011 и 0.0018 а. е.). Однако существенного влияния на дальнейшее движение астероидов сближения на *этом* промежутке времени оказывать не будут. Как всегда, гораздо большее влияние будет иметь Юпитер, особенно на те объекты, которые могут подходить к нему ближе. Для примера на рис. 3 показана эволюция орбит наиболее крупных астероидов 2004 TG10 и 2015 TX24 на тысячелетнем интервале. Здесь более всего заметно ретроградное вращение линии узлов.

На рис. 4 и 5 для этих же объектов приведены графики величин большой полуоси и эксцентриситета орбит.

Таблица 1. Список астероидов, потенциально опасных для всех четырех внутренних планет Солнечной системы (MA – средняя аномалия, Peri – долгота перигелия, Node – долгота восходящего узла, Inc – наклон орбиты (все угловые величины в градусах), *a* – большая полуось в астрономических единицах, Obs – количество наблюдений, Years – последние две цифры года – границы интервала наблюдений), *D* – диаметр астероида в метрах)

Name	MA	Peri	Node	Inc	Ecc	*a*	Obs	Years	*D*
2003 EP4	278.9030	66.2899	212.5046	0.5105	0.644702	1.3597655	85	03–03	70
2003 UV11	144.2330	124.7924	31.8973	5.9243	0.762899	1.4534256	864	96–17	260
2003 WW26	177.7847	254.9325	57.3615	6.2981	0.798831	2.3962022	84	03–03	110
2004 TG10	213.3681	317.3673	205.0873	4.1811	0.861844	2.2333798	90	04–18	1320
2006 UF17	189.1387	235.7651	47.6498	3.7266	0.811318	2.4781016	81	06–18	160
2007 HW4	290.9670	196.1962	139.7624	1.2848	0.779260	1.5361038	62	07–19	60
2008 FP	314.7334	152.3963	158.4591	3.6053	0.897618	2.5820417	39	08–08	20
2008 VL14	209.1779	246.7065	37.2706	1.9074	0.821284	2.2038294	55	08–08	200
2009 HE21	346.5858	300.7289	32.3863	6.6145	0.858372	2.3860617	27	09–09	40
2009 WP6	316.4803	228.0252	54.4203	2.7620	0.740954	1.1300877	18	09–09	20
2010 JJ41	85.7767	29.3474	50.1456	3.2819	0.672689	1.0726108	21	10–10	150
2011 YX62	29.3779	153.0083	81.9534	8.6016	0.925631	2.5145103	32	12–12	80
2012 DX13	221.1209	124.7177	130.0655	1.3450	0.765623	2.1319608	106	12–12	50
2013 VO5	227.7481	211.0783	74.0047	2.0175	0.690816	1.2796750	223	13–16	190
2013 WM	74.2050	41.2069	239.1530	4.1325	0.915620	2.0837801	23	13–13	60
2014 UV115	189.9617	356.6070	170.0019	3.3280	0.634739	1.1272522	50	14–14	110
2014 YQ34	128.1347	290.7557	272.1582	3.4050	0.826986	2.4759448	29	14–14	50
2015 BL311	180.4258	143.1904	220.3981	1.7173	0.844102	2.3662517	140	15–18	210
2015 CG13	130.2784	238.0592	124.6706	6.2743	0.913411	2.5063094	18	15–15	50
2015 EO61	300.4765	261.3447	43.6538	1.9785	0.734409	1.4551681	39	01–16	170
2015 TX24	112.6511	127.0568	32.9362	6.0426	0.872083	2.2660105	56	15–15	250
2015 XG55	164.8940	237.4629	70.3029	2.3634	0.557679	1.0294541	26	15–15	10
2015 XJ55	188.3189	228.2494	73.6620	5.4091	0.699248	1.2029589	44	15–15	40
2017 DW108	302.4832	184.8074	79.4467	2.1799	0.806836	2.3921643	71	17–17	100
2017 FY64	276.6314	81.8342	208.6475	2.7151	0.824585	2.4981601	32	17–17	100
2017 TN2	163.9881	241.1891	23.4758	6.5341	0.675479	1.5491254	67	17–17	110
2019 AX2	256.8948	187.9865	31.0769	2.6583	0.677502	1.4516068	18	19–19	40



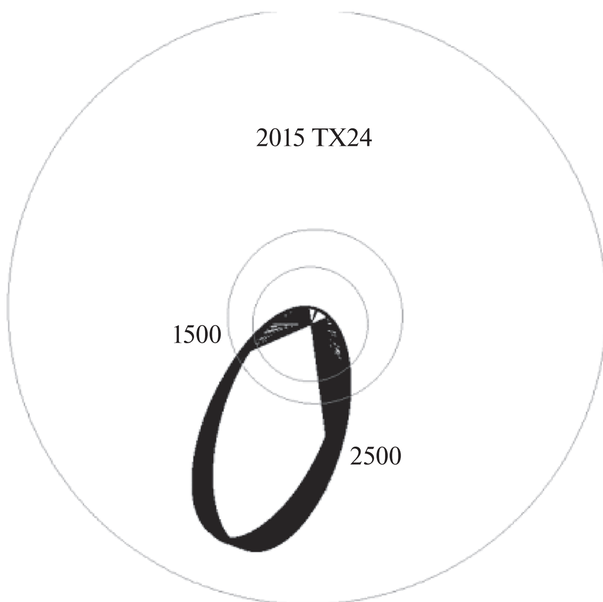


Рис. 3. Эволюция орбит астероидов 2004 TG10 и 2015 TX24 на тысячелетнем интервале.

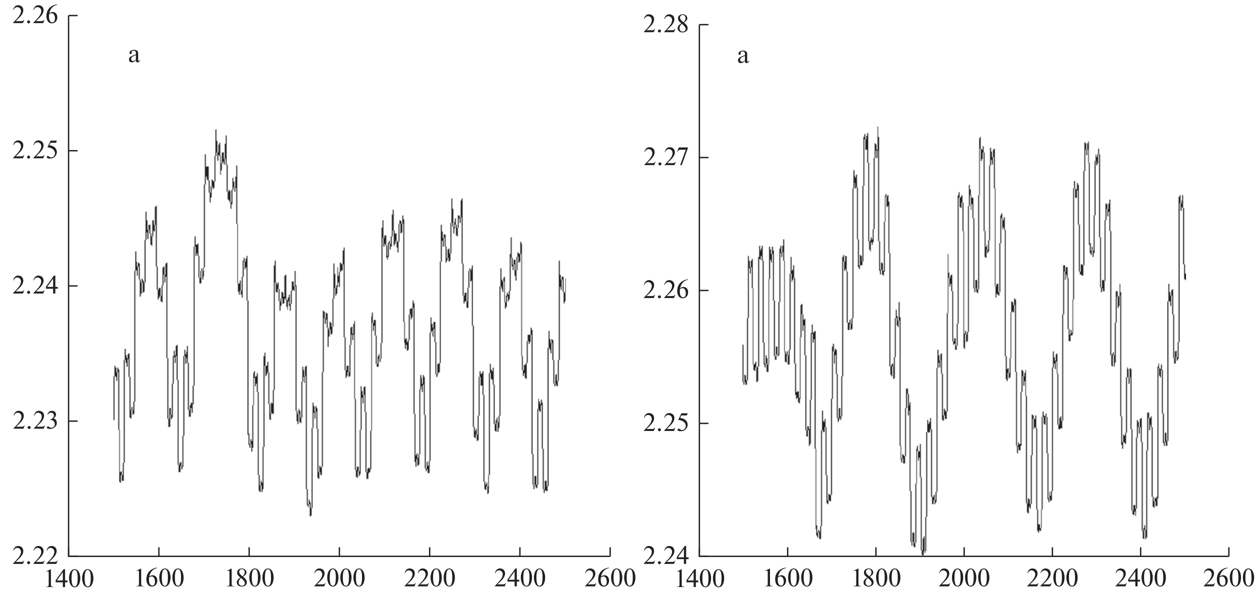


Рис. 4. Большая полуось орбит астероидов 2004 TG10 и 2015 TX24 на тысячелетнем интервале.

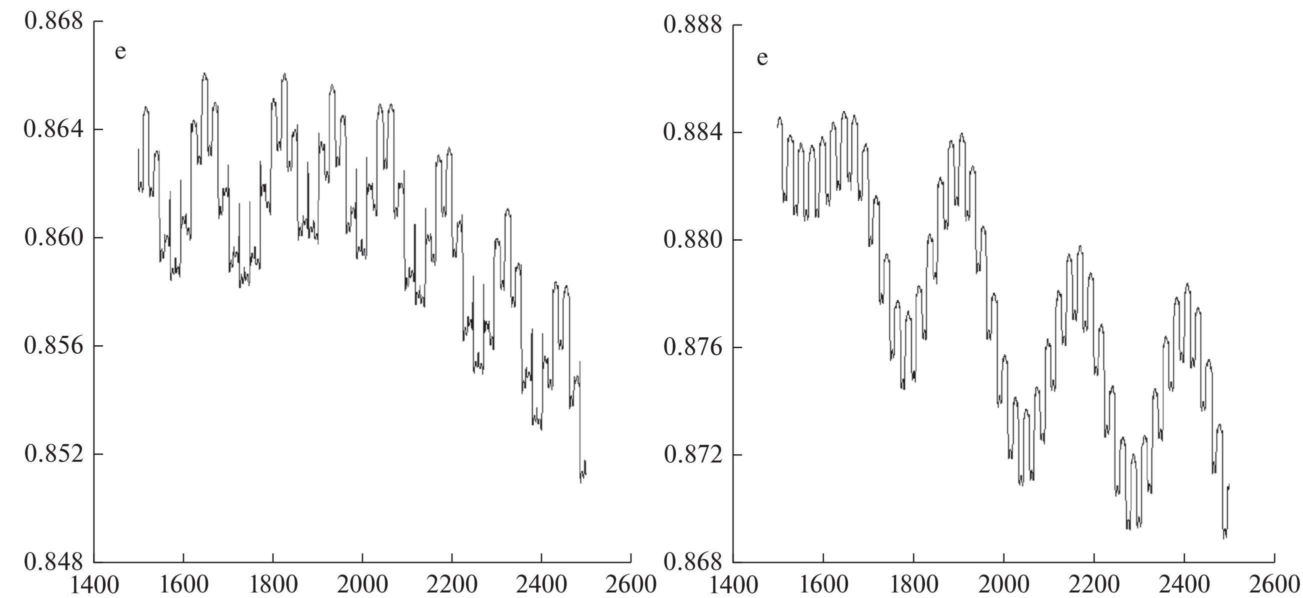


Рис. 5. Эксцентриситет орбит астероидов 2004 TG10 и 2015 TX24 на тысячелетнем интервале.

Кроме ретроградного вращения линии узлов и прямого вращения линии апсид даже на интервале в тысячу лет не всегда можно уверенно судить об изменении всех элементов орбит. Однако в большинстве случаев наблюдается тенденция к уменьшению большой полуоси и эксцентриситета орбит, т.е. все объекты, а более далекие в особенности, постепенно продвигаются внутрь Солнечной системы. При этом взаимная компенсация влияния планет не позволяет астероиду войти в чистый резонанс ни с одной из них.

По мере открытия новых астероидов списки таких объектов постепенно растут, хотя некоторые астероиды на временных интервалах от нескольких десятков суток до нескольких десятков лет могут терять свой статус потенциально опасного объекта для какой-либо планеты. В особенности это касается тех, у которых величина наклона орбиты, изменяясь со временем в сторону увеличения, превысит некоторый предел (например, астероид 2015 PM307, побывав некоторое время в названной группе, через 100 лет перестает быть потенциально опасным для Венеры, Земли и Марса). Но последующее уменьшение упомянутой величины снова может вернуть астероид в интересующую нас группу.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, можно утверждать, что в фазовом пространстве элементов орбит существуют такие области, в которые могут попадать и оставаться там длительное время астероиды, потенциально опасные одновременно для всех внутренних планет Солнечной системы. Поэтому необходимо изучать все объекты из упомянутых выше списков. А заодно и наблюдать все доступные астероиды для последующего улучшения их орбит.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Львов В.Н., Цекмейстер С.Д. Использование программного пакета ЭПОС для исследования объектов Солнечной системы // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 2. С. 190–192. (*L'vov V.N., Tsekmeister S.D.* The use of the EPOS software package for research of the solar system objects // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. № 2. P. 177–179.)

Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P. The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 // IPN Progress Report 42–196. 2014. P. 1–81.