

СОДЕРЖАНИЕ

Том 66, номер 5, 2021

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

- Поляризуемость тонкого цилиндрического резистивного диполя в квазистатическом поле
В. И. Пономаренко, И. М. Лагунов 419
- Распределенная связь ЕВГ-волноводов с разреженной решеткой элементов связи
С. Е. Банков, В. И. Калиничев 425
- Решение задачи рассеяния на теле вращения с кусочно-аналитической формой образующей гибридным методом. Осевое падение
В. А. Калошин, Д. Т. Луу 431
-

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

- Вращающийся электрод в датчике электрического поля
В. Г. Максименко 436
-

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

- Класс оптимальных полиномиальных весовых функций для спектрального анализа сигналов
Г. В. Зайцев, А. Д. Хзмалян 443
- Новый класс топологических текстурно-мультифрактальных признаков и их применение для обработки радиолокационных и оптических малоконтрастных изображений
А. А. Потапов, В. А. Кузнецов, А. Н. Потоцкий 457
- Однопозиционная пассивная локация и навигация с учетом эволюции периода радиосигнала в точке приема
Ю. Г. Булычев, А. А. Мозоль 468
-

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС В РАДИОФИЗИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

- Множественный доступ в системах относительной передачи информации с хаотическими радиоимпульсами
А. С. Дмитриев, Т. И. Мохсени 476
-

ТЕОРИЯ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

- Дифференциальные уравнения для триггера и мультивибратора
А. Е. Китаев 483
-

РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ТВЕРДОМ ТЕЛЕ И ПЛАЗМЕ

- Исследование трансформации приповерхностных слоев арсенида галлия под воздействием света с помощью поверхностных акустических волн
Т. А. Брянцева, И. А. Марков, Ю. А. Тен 490
-

ЭЛЕКТРОННАЯ И ИОННАЯ ОПТИКА

Режим “ионного фонтана” для плоских диодов с ненулевым полем
в плоскости отражения ионов

М. А. Завьялов, Т. М. Сапронова, П. М. Стальков, В. А. Сыровой

500

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

Структура сигнала ядерного магнитного резонанса в малогабаритном релаксометре

Р. В. Давыдов, В. И. Дудкин, Д. И. Николаев, В. В. Давыдов, С. С. Макеев, А. В. Мороз

511

ХРОНИКА

К 70-летию со дня рождения Александра Алексеевича Потапова

517

Памяти Валентина Николаевича Кулешова

519

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874

ПОЛЯРИЗУЕМОСТЬ ТОНКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗИСТИВНОГО ДИПОЛЯ В КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

© 2021 г. В. И. Пономаренко^а, *, И. М. Лагунов^а

^аКрымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
просп. Акад. Вернадского, 4, Симферополь, 295007 Российская Федерация

*E-mail: vponom@gmail.com

Поступила в редакцию 30.03.2020 г.

После доработки 14.11.2020 г.

Принята к публикации 18.11.2020 г.

Решена с учетом скин-эффекта задача о поляризуемости цилиндрического резистивного диполя в квазистатическом поле. Для случая слабого скин-эффекта показано, что поляризуемость диполя существенно отличается от поляризуемости сопоставимого с диполем эллипсоида. Проведены расчеты эффективной диэлектрической проницаемости композитов с цилиндрическими и эллипсоидальными включениями. Приведено сравнение результатов расчетов с литературными экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0033849421050090

ВВЕДЕНИЕ

Композиционные материалы на основе диполей в виде отрезков проводящих волокон перспективны в качестве радиопоглощающих в технике сверхвысоких частот. Такие материалы имеют релаксационный характер дисперсии эффективной диэлектрической проницаемости (ЭДП), которую можно варьировать в широких пределах изменением концентрации диполей, их проводимости и размеров [1–3]. Проектирование таких композитов основывается на расчете частотной зависимости ЭДП. В случае упорядоченного расположения диполей расчет ЭДП может быть проведен с высокой точностью на основе решения задачи дифракции на периодической структуре с резистивными элементами [4–7]. Однако в реальных композитах имеет место хаотическое распределение ориентации диполей. ЭДП таких композитов вычисляется по приближенным формулам смешения Максвелла Гарнетта, Бруггемана, Оделевского или синтеза этих теорий [8–10]. Характеристикой цилиндрического диполя является его поляризуемость, которая вычисляется путем сопоставления линейному диполю равного ему по объему эллипсоида по статической формуле [3, 11]. Предполагается, что при условии малости длины диполя по сравнению с длиной волны такая замена не приводит к существенной погрешности вычисления поляризуемости, что, однако, не является очевидным. Прямой метод расчета поляризуемости линейного резистивного диполя в квазистатическом поле, предложенный в [12], не учитывает

временного запаздывания электромагнитного взаимодействия зарядов на диполе, которое может быть существенным, если длина диполя сравнима с длиной волны. При этом система линейных уравнений, к которой сводится в [12] расчет поляризуемости, имеет медленную сходимость.

Цель данной работы – расчет поляризуемости линейного резистивного диполя в квазистатическом приближении с учетом запаздывания времени взаимодействия зарядов на диполе, улучшение сходимости вычислительного алгоритма и сравнение результатов расчета с моделью эллипсоида, а также оценка применимости этих расчетов к вычислению ЭДП композиционных материалов.

1. РАСЧЕТ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ДИПОЛЯ В КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

На рис. 1 изображен тонкий цилиндрический диполь радиусом r и длиной $2h$, находящийся во внешнем однородном электрическом поле с амплитудой \vec{E}_0 , параллельном оси x и зависящем от времени по закону $\exp(-i\omega t)$, где i – мнимая единица. Проводимость материала диполя σ , его абсолютная магнитная проницаемость μ . Абсолютная диэлектрическая проницаемость среды, окружающей диполь, равна ϵ_1 . Ввиду предполагаемой тонкости диполя, $r/(2h) \ll 1$, поле текущего по диполю тока на его поверхности можно считать равным полю линейного тока на оси [13, 14].

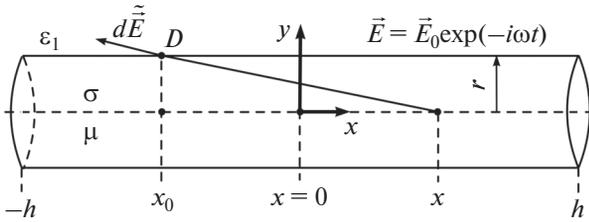


Рис. 1. Резистивный диполь в переменном электрическом поле.

Введем линейную плотность заряда $\rho(x)$ на оси x , тогда для x -компоненты поля $d\tilde{E}_x$, создаваемого малым элементом dx с координатой x в точке D на поверхности диполя, имеющей координату x_0 , получим

$$d\tilde{E}_x = \frac{(x_0 - x)\rho(x)\exp(i\omega\Delta t)}{4\pi\epsilon_1[(x_0 - x)^2 + r^2]^{3/2}} dx, \quad (1)$$

где Δt – время запаздывания “сигнала” от точки x до точки x_0 ,

$$\Delta t = |x_0 - x| \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}} / c, \quad (2)$$

ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, c – скорость света в вакууме. В (2) учтено, что скорость распространения поля в окружающей диполь среде равна $c/\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$. Плотность заряда связана с величиной $I(x)$ линейного тока соотношением [12]

$$\rho(x) = \frac{1}{i\omega} \frac{dI(x)}{dx}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1), применяя формулу интегрирования по частям и полагая ток на краях диполя $I(\pm h)$ равным нулю, получим для x -компоненты собственного поля диполя в точке D :

$$\tilde{E}_x(x_0) = \frac{1}{4\pi i \omega \epsilon_1} \int_{-h}^h I(x) dF(x, x_0). \quad (4)$$

В (4) обозначено

$$F(x, x_0) = \frac{(x - x_0)\exp(i\omega\Delta t)}{[(x_0 - x)^2 + r^2]^{3/2}}. \quad (5)$$

Пренебрегая краевым эффектом, что допустимо ввиду предполагаемой тонкости диполя, имеем

$$\tilde{E}_x(x_0) + E_0 = I(x_0)Z, \quad (6)$$

где Z – комплексное погонное сопротивление диполя, выражаемое по известной формуле через функции Бесселя от аргумента $(i\omega\sigma\mu)^{1/2}$ [13, 15].

С учетом (4) равенство (6) представляет собой интегральное уравнение относительно функции $I(x)$. Поделив отрезок $x \in (-h, h)$ узловыми точками

$$x_n = -h + \left(n - \frac{1}{2}\right)\delta, \quad \delta = 2h/\tilde{N}, \quad n = 1, 2, \dots, \tilde{N}, \quad (7)$$

где \tilde{N} – число элементарных отрезков шириной δ , получим систему линейных алгебраических уравнений относительно токов $\{I_n\}$ в узлах:

$$ZI_n = E_0 + \sum_{n=1}^{\tilde{N}} \alpha_{nm} I_m, \quad (8)$$

$$\alpha_{nm} = \frac{F\left(x_m + \frac{\delta}{2}, x_n\right) - F\left(x_m - \frac{\delta}{2}, x_n\right)}{4\pi i \omega \epsilon_1}. \quad (9)$$

Матричные элементы вычислены с учетом того, что они выражаются через интегралы от дифференциала функции F . Ввиду четности функции $I(x)$ токи на элементах диполя, расположенных симметрично относительно середины диполя, равны, что позволяет при четном \tilde{N} сократить число уравнений и неизвестных системы (8), (9) до значения $N = \tilde{N}/2$.

Отметим, что по сравнению с [11] в данной работе не только учтено временное запаздывание взаимодействия между элементами диполя, но и получена система уравнений для вычисления токов на элементах, имеющая, как показали численные расчеты, лучшую сходимость.

Поляризуемость диполя определяется из отношения дипольного момента к напряженности внешнего поля:

$$\alpha = \frac{2}{E_0} \int_0^h x\rho(x)dx. \quad (10)$$

Подставляя (3) в (10), учитывая, что $I(h) = 0$, и применяя интегрирование по частям, получим

$$\alpha = \frac{2i}{\omega E_0} \int_0^h I(x)dx, \quad \alpha = \frac{2i\delta}{\omega E_0} \sum_{n=1}^N I_n, \quad (11)$$

где суммирование ведется по номерам элементов диполя, принадлежащих отрезку $(0, h)$ оси x .

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ ДИПОЛЕЙ И ЭЛЛИпсоИДОВ

Расчет поляризуемости α немагнитных цилиндрических диполей проводился по формуле (11). В целях сравнения проводился также расчет поляризуемости α_x вытянутого эллипсоида вращения по статической формуле [11]:

$$\alpha_x = v \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1/(\epsilon_2 - \epsilon_1) + n_x}, \quad (12)$$

где n_x – коэффициент деполяризации (КД), $v = \frac{4}{3}\pi b^2 a$ – объем эллипсоида, $a, b < a$ – полуоси, причем длинная полуось a направлена вдоль оси x , параллельной внешнему полю. Диэлектрическая проницаемость ϵ_2 эллипсоида вычислялась по формуле [16]

$$\epsilon_2 = i\sigma/\omega. \tag{13}$$

Если отношение b/a малой и большой полуосей эллипсоида много меньше единицы, то КД можно вычислять по приближенной формуле [17]:

$$n_x = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \left\{ \ln\left(\frac{2a}{b}\right) - 1 \right\}. \tag{14}$$

Полагая объем v эллипсоида равным объему диполя, а большую полуось равной полудлине диполя h , получим

$$a = h, \quad b = \sqrt{\frac{3}{2}}r. \tag{15}$$

Из (14), (15) находим КД эллипсоида, сопоставляемого диполю.

При численных расчетах поляризуемостей цилиндрического диполя и эллипсоида полагалось $r = 4$ мкм, $\sigma = 10000$ См, $\epsilon_1 = 1.8 \epsilon_0$. При таких значениях r и σ скин-эффект незначителен и сравнение квазистатической поляризуемости диполя со статической поляризуемостью сопоставляемого ему эллипсоида является корректным. Расчеты проводили для двух значений длины диполя, $l_1 = 2h_1 = 10$ мм (“длинные диполи”) и $l_2 = 2h_2 = 1.5$ мм (“короткие диполи”). Число разбиений полудлины диполя на элементы $N = 80$.

На рис. 2а приведены зависимости от частоты f вещественной и мнимой компонент поляризуемости $\alpha = \alpha' + i\alpha''$ диполя длиной $l_1 = 10$ мм и

компонент поляризуемости $\alpha_x = \alpha'_x + i\alpha''_x$ аналогичного эллипсоида. На рис. 2б показаны такие же зависимости при $l_2 = 1.5$ мм. Из рисунков видно, что замена цилиндрического диполя эллипсоидом в целях вычисления поляризуемости может приводить к значительной количественной ошибке.

При расчете структур с диполями иногда используется предположение о синусоидальном распределении модуля тока вдоль длины диполя [18], при этом не учитывается изменение фазы тока вдоль диполя. На рис. 3 изведены зависимости распределения нормированного модуля тока на диполе при частоте поля 5 ГГц. По оси абсцисс откладывается номер элемента $n = 1 \dots 80$, причем $n = 1$ соответствует первому от середины диполя элементу. Для сравнения приведен график синусо-

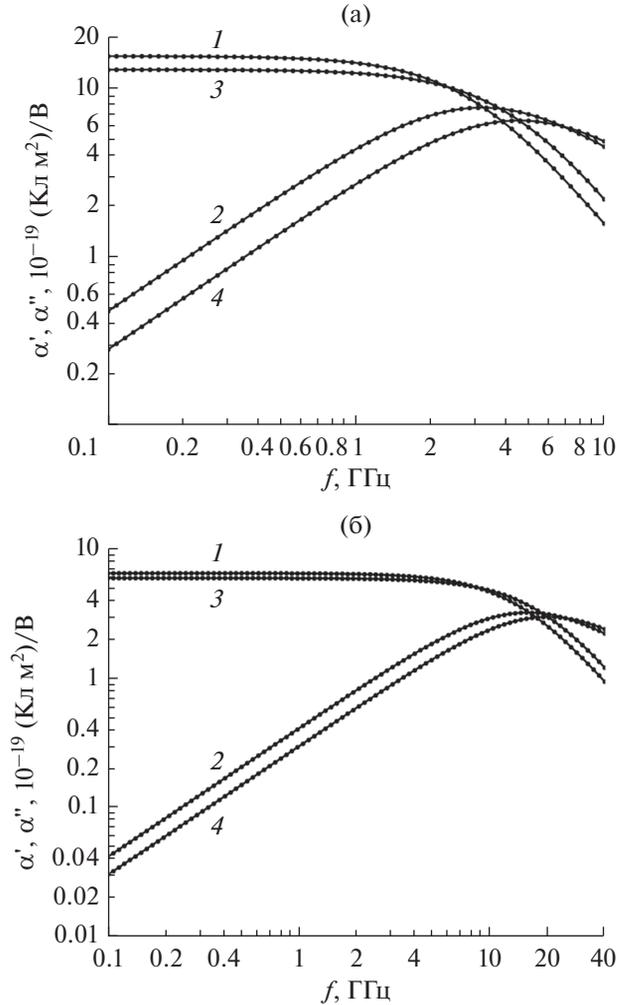


Рис. 2. Зависимость от частоты вещественной (1, 3) и мнимой (2, 4) частей поляризуемости диполей (1, 2) длиной 10 (а) и 1.5 мм (б) и поляризуемости сопоставимых эллипсоидов (3, 4).

идального распределения модуля тока. Из рисунка видно, что распределение модуля тока вдоль диполя существенно отличается от синусоидального, причем для более длинных диполей это отличие значительнее, чем для коротких. На рис. 4 приведено распределение вдоль диполя отставания по фазе тока от внешнего поля, которое является более значительным для короткого диполя.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ ЭДП КОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ ДИПОЛЕЙ

Расчет ЭДП композита на основе цилиндрических диполей проводили по формуле Оделевского [8], используемой для анализа композитов с квазиэллипсоидальными включениями. Для случая, когда главная ось включений направлена

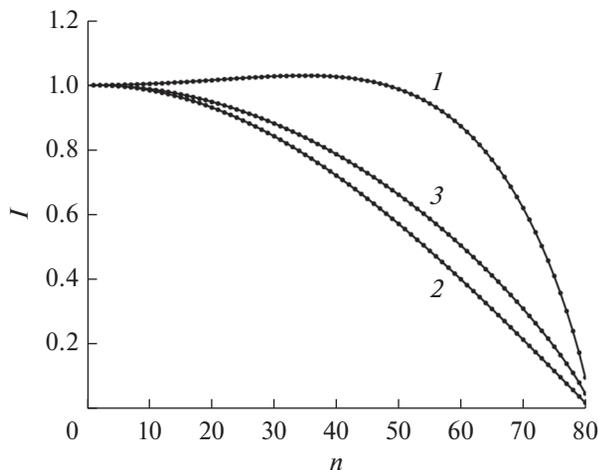


Рис. 3. Зависимость распределения вдоль длины диполя нормированного модуля тока: диполь длиной 10 (1) и 1.5 мм (2) и синусоидальное распределение (3).

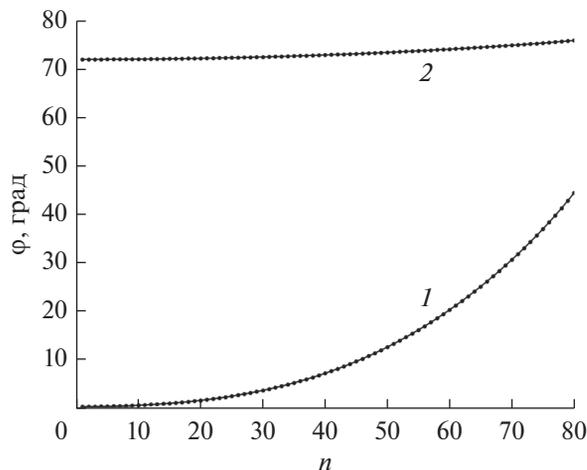


Рис. 4. Зависимость распределения вдоль длины диполя отставания по фазе тока от внешнего поля на частоте: диполь длиной 10 (1) и 1.5 мм (2).

вдоль среднего электрического поля в композите (ось x), формула имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \left(1 + \frac{p}{(1-p)n_x + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}} \right), \quad (16)$$

где $\varepsilon_{1,2}$ – диэлектрические проницаемости соответственно матрицы и включений, n_x – коэффициент деполяризации включений по оси x , p – объемная концентрация включений [8].

Из (12), (16) находим

$$\varepsilon = \varepsilon_1 \left(1 + \frac{p}{v \frac{\varepsilon_1}{\alpha_x} - pn_x} \right). \quad (17)$$

Для различных вариантов ориентации вытянутых эллипсоидов вращения, поляризацией которых в поперечных по отношению к длинной оси направления можно пренебречь, в (17) следует сделать замену

$$\alpha_x \rightarrow K\alpha_x, \quad (18)$$

где K – фактор ориентации, $K = 1$ при ориентации длинных осей эллипсоидов вдоль поля, $K = 1/3$ при хаотической ориентации включений в пространстве и $K = 1/2$ при хаотической ориентации в плоскости, параллельной среднему полю в композите [3].

Расчет ЭДП композита на основе хаотически ориентированных в плоскости цилиндрических диполей проводили путем подстановки в (17) на место α_x поляризуемости α , вычисленной из (11). Полагалось $2h = 10$ мм, $r = 4$ мкм, $\sigma = (10^6/14) = 71429$ См, $\varepsilon_1 = 1.8\varepsilon_0$, $p = 0.05\%$. Такие значения параметров соответствуют композиту на основе

углеродных волокон, экспериментально исследованному в [3]. В целях сравнения был также проведен расчет ЭДП композита на основе эллипсоидов с длиной, объемом и проводимостью такими же, как у диполей. При расчетах ЭДП как композита с диполями, так и композита с эллипсоидами полагалось $v = \pi r^2(2h)$, а величину n_x вычисляли по формулам (14), (15).

На рис. 5а, 5б изображены расчетные и экспериментальные частотные зависимости вещественной ε' и мнимой ε'' компонент относительной эффективной диэлектрической проницаемости композитов с диполями и эллипсоидами. Из рисунков видно, что в целом значения ЭДП, вычисленные для композита с диполями, лучше соответствуют эксперименту. Существенно, что частота, на которой мнимая часть ЭДП максимальна, а также расчетные значения компонент ЭДП на этой частоте для композита с диполями более близки к экспериментальным значениям, чем расчетные значения ЭДП для композита с эллипсоидами.

Аналогичные расчеты, проведенные для композита с короткими диполями длиной $l_2 = 1.5$ мм, $r = 4$ мкм, $\sigma = 10000$ См, $\varepsilon_1 = 1.8\varepsilon_0$, $p = 0.0001$, показали близость значений компонент комплексной ЭДП при цилиндрических и эллипсоидальных включениях, однако обе эти компоненты оказались более чем в два раза отличающимися в меньшую сторону от экспериментальных значений, приведенных в [3].

Отметим, что применение к расчету ЭДП теории эффективной среды Бруггемана [10] привело как для композита с диполями, так и для композита с эллипсоидами к значениям ЭДП, намного превышенным по сравнению с приведенными в [3] экспериментальными данными для диполей дли-

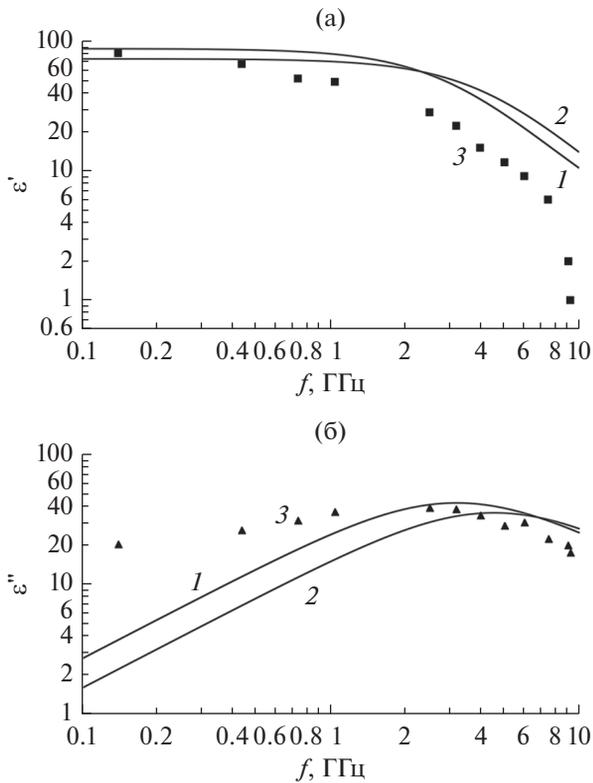


Рис. 5. Зависимость от частоты расчетных значений вещественной (а) и мнимой (б) компонент ЭД композитов на основе диполей длиной 10 мм (1), сопоставимых эллипсоидов (2) и литературные экспериментальные данные (3).

ной 10 мм и мало отличающимися от расчетов по Оделевскому для диполей длиной 1.5 мм.

Полученное относительное соответствие эксперименту расчетов ЭДП по дипольной модели композита в случае длинных диполей и неудовлетворительное соответствие в случае коротких диполей можно объяснить следующим. Приближение усредненного поля, в котором находится каждый диполь, основано на предположении относительной изолированности диполей друг от друга и на отсутствии “цепочек” диполей, находящихся в контакте друг с другом. Однако по мере увеличения числа включений в единице объема в композите возникают кластеры, которые становятся аналогом более длинных диполей. Расчеты показывают, что даже небольшое увеличение длины диполей при неизменной объемной концентрации приводит к росту ЭДП, особенно мнимой компоненты. Очевидно, что при образовании в композите кластеров становится неадекватной сама модель композита как совокупности коротких диполей. Введение полуэмпирических поправок к формулам смешения не универсально в том отношении, что не для всех дипольных композитов позволяет получить сопоставимые с эксперимен-

том результаты расчетов ЭДП [9, 19, 20]. Если все же идти по пути введения эмпирических параметров, то, по мнению авторов, таким подгоночным параметром могла бы стать эффективная длина диполей. Другой подход, более перспективный в плане достижения приемлемой точности моделирования – приведенный в [4–7] дифракционный расчет ЭДП ансамбля ориентированных и расположенных в композите по методу случайных чисел диполей. Такой композит можно рассматривать как квазипериодическую структуру с достаточно большим числом диполей разной ориентации и положения на периоде. В настоящее время непринципиальным, но существенным техническим препятствием для реализации дифракционного подхода является большое компьютерное время, требуемое для расчета ЭДП на одной частоте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решена задача о поляризуемости тонкого цилиндрического резистивного диполя в квазистатическом электрическом поле при произвольной глубине проникновения поля в диполь и с учетом запаздывания времени зарядов на диполе. Для случая слабого скин-эффекта проведено сравнение поляризуемости диполя со статической поляризуемостью эллипсоида такой же длины, объема и проводимости. Показано, что поляризуемость эллипсоида значительно отличается от поляризуемости цилиндрического диполя. Показано, что распределение тока на диполе существенно отличается от синусоидального. Проведен расчет эффективной диэлектрической проницаемости композитов с диполями, хаотически ориентированными в плоскости, параллельной среднему электрическому полю в композите. Приведено сравнение результатов расчетов с литературными экспериментальными данными. Получено приближенное соответствие расчетных значений ЭДП экспериментальным данным для более длинных диполей и неудовлетворительное соответствие в случае коротких диполей. Проанализированы возможные причины такого несоответствия. Обсуждена возможность применения дифракционного подхода к расчету ЭДП композитов с хаотическим расположением и ориентацией диполей.

БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы выражают благодарность К.Н. Розанову за любезно предоставленные экспериментальные данные, использованные в данной работе для сравнения с ними численных расчетов ЭДП композита.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lagarkov A.N., Sarychev A.K. // Phys. Rev. 1996. V. B53. P. 6318.

2. *Беляев А.А., Кондрашов С.В., Лепешкин В.В., Романов А.М.* // *Авиационные материалы и технологии*. 2012. № 5. С. 348.
3. *Розанов К.Н.* Частотно-зависимые магнитные и диэлектрические свойства композитных материалов для широкополосных СВЧ применений. Дис.... докт. физ.-мат. наук. М.: ИТПЭ РАН, 2018. 326 с.
4. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* Композиционные материалы: разработка и применение. Новосибирск: АНС "СибАК", 2017. С. 112.
5. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 7. С. 657.
6. *Пономаренко В.И., Лагунов И.М.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 5. С. 440.
7. *Лагунов И.М., Пономаренко В.И.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 3. С. 245.
8. *Оделевский В.И.* // ЖТФ. 1951. Т. 21. № 6. С. 667.
9. *Старостенко С.Н., Розанов К.Н., Ширяев О.А. и др.* // ФТТ. 2017. Т. 59. № 11. С. 2183.
10. *Lagarkov A.N., Sarychev A.K., Smychkovich Y.R., Vinogradov A.P.* // *T. Elect. Waves and Appl.* 1992. V. 6. № 9. P. 1159.
11. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986.
12. *Пономаренко В.И.* // Уч. зап. Симферопольского гос. ун-та. 1998. № 7. С. 142.
13. *Бержанский В.Н., Пономаренко В.И., Попов В.В., Торкунов А.В.* // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. № 22. С. 24.
14. *Пономаренко В.И., Попов В.В., Бержанский В.Н., Виногородский Д.Ф.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. № 20. С. 7.
15. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники: Электромагнитное поле. М.: Высш. школа, 1978.
16. *Никольский В.В., Никольская Т.И.* Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989.
17. *Балагуров Б.Я.* Электрофизические свойства композитов. М.: ЛЕНАНД, 2015.
18. *Хижняк Н.А.* Интегральные уравнения макроскопической электродинамики. Киев: Наукова думка, 1986.
19. *Ghosh K., Fuchs R.* // *Phys. Rev. B.* 1988. V. 38. № 8. P. 5222.
20. *Hong W., Xiao P., Luo H., Li Z.* // *Sci. Rep.* 2015. V. 5. P. 14927.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА
И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 621.396.67

РАСПРЕДЕЛЕННАЯ СВЯЗЬ ЕВГ-ВОЛНОВОДОВ
С РАЗРЕЖЕННОЙ РЕШЕТКОЙ ЭЛЕМЕНТОВ СВЯЗИ

© 2021 г. С. Е. Банков^а, *, В. И. Калиничев^а

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, стр. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: sbankov@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.05.2020 г.

После доработки 19.05.2020 г.

Принята к публикации 28.06.2020 г.

Исследованы собственные волны в структуре связанных ЕВГ-волноводов с разреженной решеткой элементов связи, а также характеристики направленных ответвителей на их основе. Рассчитаны постоянные распространения четных и нечетных волн в системе двух связанных трехрядных волноводов, общая стенка которых представляет собой разреженную решетку металлических цилиндров с периодом, вдвое большим периода кристалла. Показано, что трехдецибелный направленный ответвитель, в котором волноводы связаны через разреженную решетку в общей стенке, имеет достаточно слабую частотную зависимость коэффициентов передачи и согласование не хуже –20 дБ в полосе частот до 30%.

DOI: 10.31857/S0033849421050016

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Существует широкий класс микроволновых устройств, в которых для достижения заданных характеристик используется явление распределенной связи линий передачи и волноводов [1], включая ЕВГ-волноводы [2, 3]. В то же время в компактных устройствах с плотной упаковкой элементов связь между близко расположенными линиями является нежелательной, вызывая помехи для сигнала в соседнем канале. Так, например, в работе [4] анализируются ситуации, в которых требуется обеспечить высокую изоляцию двух каналов в электронных схемах со скоростью передачи данных десятки гигабит в секунду в миллиметровом диапазоне волн. Рассмотрена схема, в которой линия для передачи сигнала реализована в виде ЕВГ-волноводного канала, интегрированного в подложку схемы. В условиях плотной упаковки элементов исследуется, в частности, уровень перекрестных помех для двух каналов, имеющих общую стенку в виде решетки отверстий в подложке. В этом случае целью является минимизация взаимной связи и перекрестных помех. Показано, что использование ЕВГ-волноводов является перспективным для передачи данных со скоростью 100 Гбит/с и выше в компактных схемах Ку-диапазона, обеспечивая сравнительно небольшие потери и в то же время низкий уровень перекрестных помех для соседних каналов.

Нашей целью является обратная задача – достижение режима сильной связи, при которой входная мощность делится поровну или в заданной пропорции между выходными плечами устройства с распределенной связью ЕВГ-волноводов. В работе [5] были рассмотрены структуры двух связанных ЕВГ-волноводов, в которых связь осуществляется через не разреженную решетку элементов с периодом, равным периоду кристалла, и с диаметром, меньшим диаметра цилиндров кристалла. Выбор уменьшенного диаметра элементов связи позволил реализовать достаточно прозрачную стенку между волноводами, при которой достигается трехдецибелная связь между ними.

В данной работе мы исследуем другой возможный способ увеличения прозрачности стенки между ЕВГ-волноводами и увеличения степени их связи путем использования разреженной решетки элементов связи, период которой больше периода кристалла. Это может быть достигнуто путем уменьшения числа элементов в решетке на той же длине. В данной работе рассмотрим вариант, в котором разреженность достигается путем удаления каждого второго элемента в решетке связи. В этом случае ее период равен удвоенному периоду кристалла. Предполагается, что при этом диаметр элементов связи может быть выбран достаточно произвольно. С точки зрения технологичности структуры наибольший интерес представляет случай, когда этот диаметр равен диаметру цилиндров кристалла. Для сравнения рассмотрим также

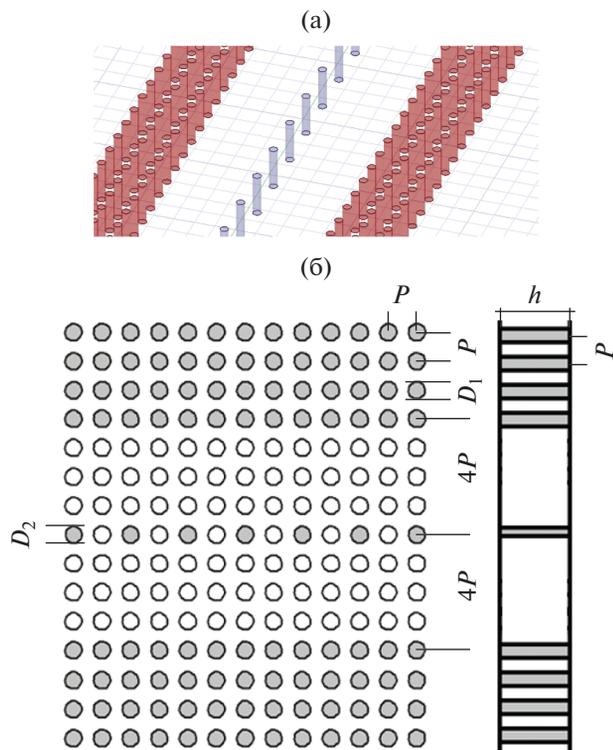


Рис. 1. Структура связанных трехрядных EBG-волноводов с разреженной решеткой цилиндров в общей стенке: (а) трехмерный вид, (б) виды сверху и спереди.

два других случая, когда диаметр элементов в разреженной решетке связи меньше и больше диаметра цилиндров кристалла.

Следует отметить, что использование элемента связи в виде решетки со сравнительно большим периодом может служить причиной появления негативных эффектов, связанных с возбуждением распространяющихся пространственных гармоник высшего порядка. Такие эффекты могут проявляться, когда период разреженной решетки связи близок к половине длины волны в свободном пространстве. Подобная ситуация вполне возможна в одно- и двухрядных волноводах, которые выполняются на основе кристалла со сравнительно большими по отношению к длине волны периодами. В трехрядных волноводах эффекты, связанные с периодичностью элемента связи, не могут проявиться в рабочем диапазоне волновода, так как сам кристалл имеет относительно малый период. По этой причине мы рассматривали данный вид распределенной связи только в случае трехрядных волноводов.

Отметим, что термины одно-, двух- и трехрядный волновод введены в работе [6]. Они означают, что регулярный волновод образован удалением из однородного кристалла одного, двух и трех рядов его элементов.

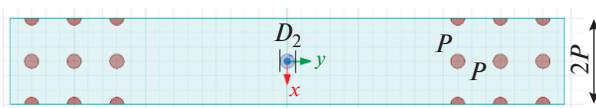


Рис. 2. Модель единичной ячейки в задаче на собственные волны в связанных трехрядных волноводах.

2. СТРУКТУРА И МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследуемая периодическая структура показана на рис. 1. Она представляет собой связанные трехрядные волноводы, каждый из которых образован путем удаления трех рядов цилиндров из регулярной решетки кристалла. Цилиндры, образующие кристалл, имеют диаметр D_1 и расположены между обоими экранами плоского волновода (ПВ). Расстояние между экранами h . Решетка имеет квадратную сетку с одинаковым по двум координатам периодом P . Волноводы связаны через разреженную решетку, в которой цилиндры диаметром D_2 располагаются с увеличенным периодом $2P$. В общем случае $D_1 \neq D_2$. Как уже отмечалось выше, с помощью этой структуры мы можем исследовать возможность увеличения связи между волноводами за счет уменьшения числа цилиндров в области связи, чем достигается более прозрачный элемент связи.

Метод исследования описан в [5, 6]. Здесь приведем лишь краткое описание. Граничная задача на собственные волны решается для одного периода структуры, изображенного на рис. 2. На верхней и нижней стенках, расположенных на расстоянии $2P$ вдоль направления распространения волн (ось Ox), заданы условия периодичности, которые устанавливают соответствие полей на них. В граничных условиях задается фазовый сдвиг $\Delta\phi$ между этими полями. Фазовая постоянная распространения волны β находится как $\beta = \Delta\phi/(2P)$. Граничная задача на собственные значения при заданной величине $\beta(\Delta\phi)$ решается численно с помощью метода конечных элементов в программе HFSS (<https://ansys.com>). В результате решения находится собственная частота структуры f , являющаяся функцией переменной β . Далее находится обратная функция $\beta(f)$, которая представляет собой искомую дисперсионную характеристику собственной волны волновода. По этой методике находились частотные зависимости постоянных распространения четной β_c и нечетной β_n волн и линейный коэффициент связи (ЛКС):

$$C = |\beta_c - \beta_n|/2. \quad (1)$$

В силу симметрии структуры относительно плоскости XOZ поля в ней, а следовательно, и собственные волны разделяются на четные и нечетные. Четные волны в соответствии с принципом

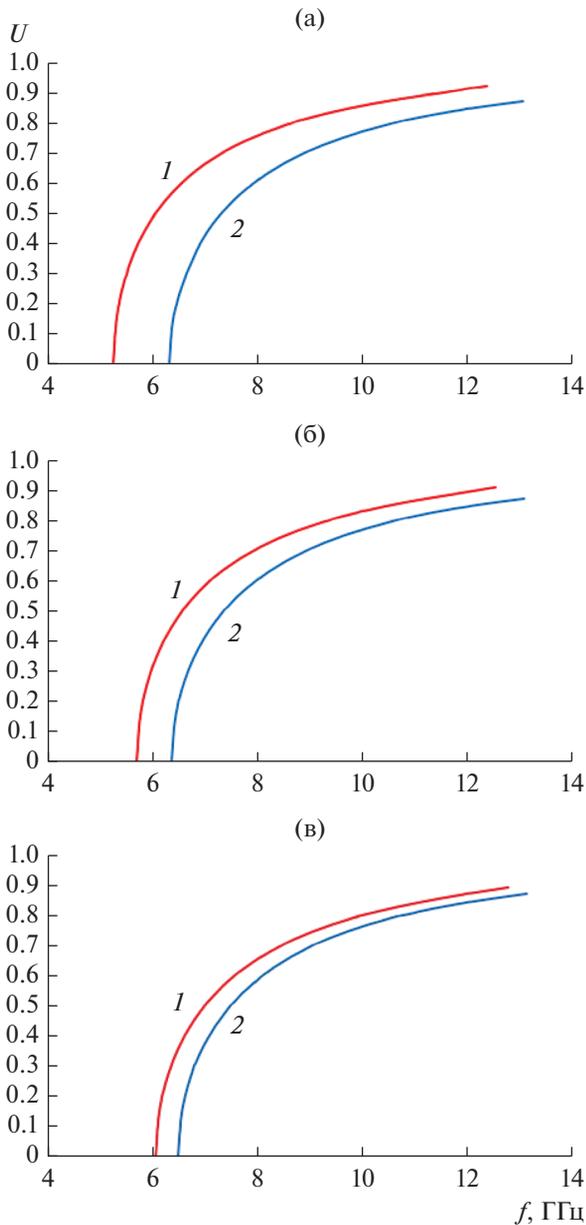


Рис. 3. Дисперсионные характеристики четной (1) и нечетной (2) волн при $P = 6$, $D_1 = 2$, $h = 10$ и различных $D_2 = 1$ (а), 2 (б), 3 (в).

симметрии [7] удовлетворяют в плоскости симметрии граничному условию на магнитной стенке, а нечетные на электрической стенке.

3. ДИСПЕРСИЯ СОБСТВЕННЫХ ВОЛН СВЯЗАННЫХ ТРЕХРЯДНЫХ ЕВГ-ВОЛНОВОДОВ С РАЗРЕЖЕННОЙ РЕШЕТКОЙ СВЯЗИ

На рис. 3а–3в представлены частотные зависимости относительных постоянных распространения четной и нечетной собственных волн в системе связанных трехрядных ЕВГ-волноводов

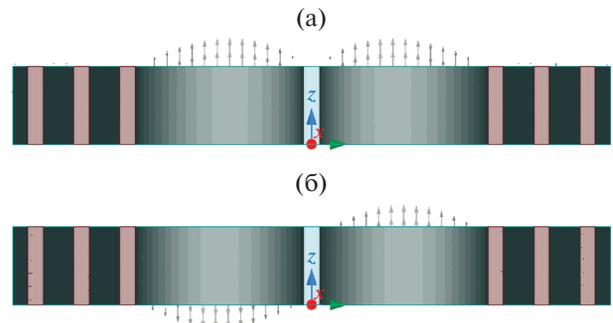


Рис. 4. Распределения напряженности электрического поля в поперечном сечении в случае $D_2 = 2$ для четной волны на частоте 8.41 ГГц (а) и для нечетной волны на частоте 8.93 ГГц (б).

для трех значений диаметра цилиндров в решетке связи $D_2 = 1, 2, 3$. Здесь и ниже все размеры указаны в миллиметрах. На этих рисунках величина U обозначает относительную фазовую постоянную распространения, нормированную на волновое число свободного пространства, которую назовем коэффициентом замедления, по аналогии с определением, принятым для волн в других типах волноводов. Зависимость параметра U от частоты будем называть дисперсионной кривой, или дисперсионной характеристикой. Из сравнения рис. 3а–3в видно, что степень расхождения кривых для четных (1) и нечетных волн (2) с ростом D_2 уменьшается, ЛКС (1) также уменьшается, что согласуется с физическими представлениями об уменьшении степени прозрачности стенки между волноводами.

Пример распределения напряженности электрического поля в среднем поперечном сечении в структуре на рис. 2 в случае $D_2 = 2$ для четной и нечетной волн на частотах в окрестности 9 ГГц приведен на рис. 4а, 4б. Стрелки обозначают мгновенное направление вектора напряженности электрического поля. Эти направления наглядно характеризуют тип волны – четный (а) и нечетный (б).

4. ХАРАКТЕРИСТИКИ НАПРАВЛЕННОГО ОТВЕТВИТЕЛЯ

Для моделирования и расчета характеристик устройств с распределенной связью на рассмотренных связанных ЕВГ-волноводах мы также использовали программу HFSS, на основе которой была составлена модель направленного ответвителя (НО) с четырьмя входами на прямоугольных металлических волноводах X-диапазона сечением 23×10 (рис. 5). Задача заключалась в расчете элементов матрицы рассеяния (коэффициентов передачи) такого четырехполюсника в диапазоне частот 8–12 ГГц.

Для оценки длины участка связи, при которой достигается режим равного деления мощности

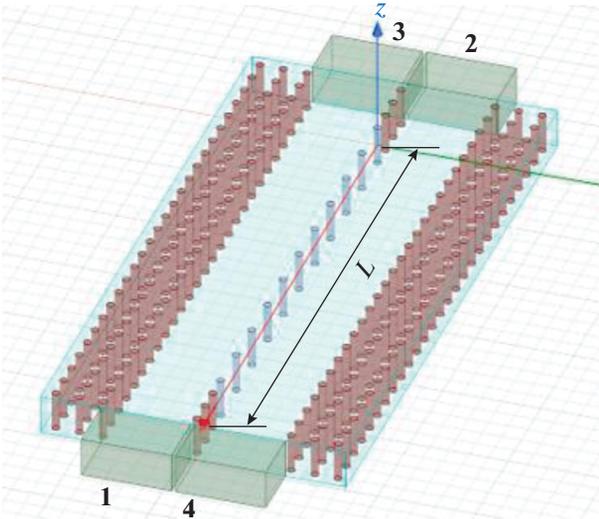


Рис. 5. Модель НО с участком связи длиной L и с отрезками прямоугольного металлического волновода на четырех входах 1–4.

между выходами 2 и 3 при возбуждении со стороны входа 1, можем воспользоваться феноменологической теорией связанных линий передачи [8]. В рамках этой теории модуль коэффициента передачи в выходное плечо связанного волновода (плечо 2) рассчитывается по формуле $|S_{21}| = |\sin(CL)|$, где величина C определяется с помощью графиков на рис. 3а–3в и формулы (1), L – длина участка связи. Этот расчет показывает, что величина L , при которой $|S_{21}| = 0.707$ на частоте 10 ГГц, составляет $L = 15P$, $20P$ и $30P$ для $D_2 = 1$, 2 и 3 соответственно.

На рис. 6а–6в представлены результаты расчетов частотных зависимостей амплитуд элементов матрицы рассеяния НО для этих трех значений диаметра элементов связи и соответствующих длин участка связи. Отметим, что с уменьшением диаметра D_2 и длины L верхняя рабочая частота, выше которой возникают резкие изменения в частотных характеристиках, сдвигается вниз. При $D_2 = 1$ эта частота равна 10.9 ГГц, при $D_2 = 2$ – 11.5 ГГц и при $D_2 = 3$ – выше 12 ГГц. Следует также отметить, что амплитуды коэффициентов отражения S_{11} и изоляции S_{41} (при возбуждении со стороны входа 1) в рассчитанном диапазоне частот от 8 до 12 ГГц практически совпадают и не превосходят –20 дБ, за исключением узкой области частот вблизи 8 ГГц для $D_2 = 1$.

Вариант с $D_2 = 2$ на рис. 6б обращает на себя внимание тем, что в кристалле и в решетке связи используются цилиндры одинакового диаметра $D_1 = D_2$. Видим, что в этом случае коэффициенты передачи S_{21} и S_{31} сравнительно слабо изменяются по амплитуде в диапазоне частот от 8.5 до 11.5 ГГц (относительная полоса 30%). В случае $D_2 = 3$,

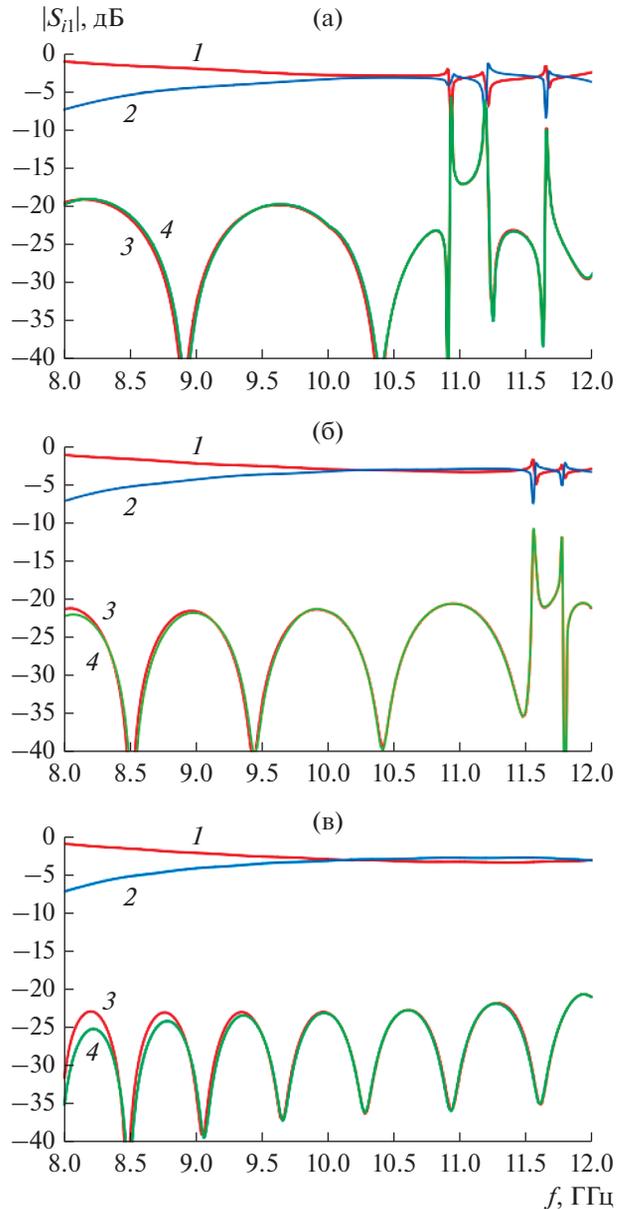


Рис. 6. Частотные зависимости амплитуд элементов матрицы рассеяния НО с общими параметрами $P = 6$, $D_1 = 2$, $h = 10$ и различающимися: (а) $D_2 = 1$, $L = 14P$; (б) $D_2 = 2$, $L = 20P$; (в) $D_2 = 3$, $L = 30P$; кривая 1 – $|S_{21}|$, 2 – $|S_{31}|$, 3 – $|S_{11}|$, 4 – $|S_{41}|$.

представленном на рис. 6в, относительная полоса рабочих частот еще шире, так как верхняя частота сдвигается в область выше 12 ГГц. Таким образом, из представленных выше трех вариантов НО вариант с $D_2 = 3$ по критерию широкополосности является предпочтительным. Но при этом его длина наибольшая. Для двух других вариантов с $D_2 = 1$ и $D_2 = 2$ рабочий диапазон сужается, будучи более ограниченным сверху. Характер же частотных зависимостей элементов матрицы рассеяния

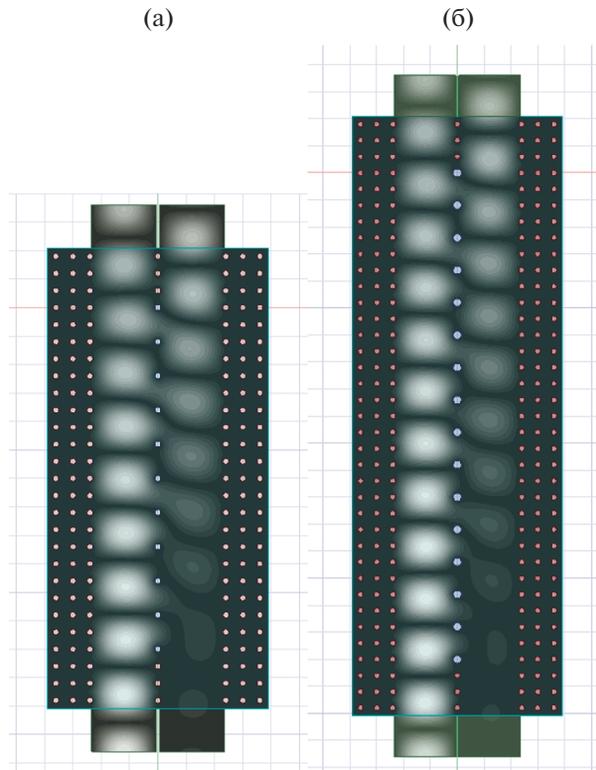


Рис. 7. Распределение амплитуды напряженности электрического поля в продольной плоскости в НО с параметрами $D_2 = 2$, $L = 20P$ (а) и $D_2 = 3$, $L = 30P$ (б) при возбуждении со стороны входа **1** на частоте 10 ГГц. Остальные параметры $P = 6$, $D_1 = 2$, $h = 10$.

в пределах рабочего диапазона во всех этих случаях одинаковый. Как видно, за счет соответствующего выбора длин участка связи режим равного деления мощности $|S_{21}| = |S_{31}| \approx -3$ дБ во всех трех случаях достигается примерно на одних и тех же частотах в окрестности 10 ГГц. Можно предположить, что резонансы, проявляющиеся в частотных зависимостях на рис. 6а–6в в области высоких частот, связаны с возникновением высшего по ширине типа волны в рассматриваемых структурах при данных параметрах решетки связи.

На рис. 7а, 7б в качестве примера показаны распределения амплитуды напряженности электрического поля в продольной плоскости для двух из трех рассмотренных выше вариантов НО при возбуждении со стороны входа **1** на частоте 10 ГГц.

Эти рисунки наглядно иллюстрируют явление распределённой связи между рассматриваемыми волноводами: входная мощность на частоте 10 ГГц по мере распространения волны из плеча **1** почти поровну распределяется между выходными плечами **2** и **3**. При этом плечо **4** является практически изолированным.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что наиболее технологичная из рассмотренных в данной работе структур трехдецибелного НО на связанных трехрядных ЕВГ волноводах, в

которой используются цилиндры одного диаметра $D_1 = D_2 = 2$, имеет вполне удовлетворительные характеристики и рабочую полосу частот 30% при приемлемой длине. Отметим, что длина такого трехдецибелного НО с разреженной решеткой элементов связи почти вдвое короче длины рассмотренного ранее в [5] аналогичного НО на трехрядных волноводах, связанных через не разреженную решетку тонких цилиндров.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рассмотренной системе двух связанных трехрядных ЕВГ волноводов требуемый уровень связи достигается путем использования разреженной решетки элементов связи с периодом, который в два раза больше периода кристалла. Этим она отличается от рассмотренной ранее структуры, в которой связь волнопроводов осуществляется через не разреженную решетку с тонкими цилиндрами. Путем выбора параметров структуры — диаметра цилиндров в общей стенке и длины участка связи — удается достичь уровень трехдецибелной связи в НО в рабочем диапазоне частот. Показано, что коэффициенты передачи в выходных плечах НО имеют достаточно слабую частотную зависимость в полосе частот до 30% и выше, в зависимости от параметров структуры.

Исследование показало, что вариант НО, в котором диаметр элементов связи равен диаметру цилиндров кристалла, имеет удовлетворительные характеристики и рабочую полосу частот при приемлемой длине. Его преимуществом является более высокая технологичность при использовании цилиндров одинакового диаметра как в кристалле, так и в элементах связи.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджетного финансирования в рамках государственного задания по теме 0030-2019-0014.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сазонов Д.М.* Антенны и устройства СВЧ. М.: Высш. школа, 1988.
2. *Sakoda K.* Optical Properties of Photonic Crystals. Berlin: Springer-Verlag, 2005.
3. *Bankov S.E.* // PIERS Proceeding. 2009. Moscow. Aug. 18–21. Cambridge (MA): The Electromagnetic Academy, 2009. P. 1680.
4. *Suntives A., Abhari R.* // IEEE Trans. 2007. V. AP-30. № 2. P. 163.
5. *Банков С.Е., Калиничев В.И. Фролова Е.В.* // РЭ. 2021. Т. 66. № 4. С. 315.
6. *Банков С.Е., Калиничев В.И. Фролова Е.В.* // РЭ. 2020. Т. 65. № 9. С. 852.
7. *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983.
8. *Унгер Г.Г.* Оптическая связь. М.: Связь, 1979.

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

УДК 537.874.6

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ НА ТЕЛЕ ВРАЩЕНИЯ С КУСОЧНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОРМОЙ ОБРАЗУЮЩЕЙ ГИБРИДНЫМ МЕТОДОМ. ОСЕВОЕ ПАДЕНИЕ

© 2021 г. В. А. Калошин^{а, *}, Д. Т. Луу^{б, **}^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация^бМосковский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Институтский пер., 9, Долгопрудный Московской обл., 141700 Российская Федерация

*E-mail: vak@cplire.ru

**E-mail: luuductho@phystech.edu

Поступила в редакцию 24.12.2019 г.

После доработки 15.01.2020 г.

Принята к публикации 17.01.2020 г.

Рассмотрена задача рассеяния плоской электромагнитной волны, падающей вдоль оси на круглый идеально-проводящий цилиндр, ограниченный по торцам полусферами. Для решения задачи использован гибридный метод, сочетающий метод собственных функций, последовательных дифракций и принцип эквивалентности. Проведено сравнение результатов расчета диаграммы рассеяния двумя вариантами гибридного метода, методом моментов и методом Гюйгенса–Френеля–Кирхгофа.

DOI: 10.31857/S0033849421050065

ВВЕДЕНИЕ

При решении задач рассеяния акустических и электромагнитных волн на телах вращения с кусочно-аналитической формой поверхности применяются как численные методы: моментов, конечных элементов, конечных разностей во временной области, T-матриц, так и асимптотические: метод Гюйгенса–Френеля–Кирхгофа (ГФК), геометрическая теория дифракции, метод параболического уравнения [1–5].

В случае когда хотя бы один из характерных электрических размеров задачи мал, асимптотические методы приводят к серьезным погрешностям. Если хотя бы один из этих размеров велик, использование численных методов требует больших размеров оперативной памяти компьютера. В работах [6, 7] предложен гибридный метод решения подобных задач и в качестве примера решена двумерная задача рассеяния на цилиндре с кусочно-аналитической образующей.

Гибридный метод основан на сочетании метода собственных функций, последовательных дифракций и принципа эквивалентности (строгой формулировки метода ГФК).

В данной работе гибридный метод, предложенный в работах [6, 7], использован для решения трехмерной задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на теле вращения в виде

кругового цилиндра, ограниченного по торцам полусферами.

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ГИБРИДНЫМ МЕТОДОМ

Пусть на идеально-проводящей цилиндр вдоль его оси падает плоская электромагнитная волна, вектор электрического поля которой для определенности параллелен оси x , где a – радиус полусфер, h – длина цилиндра (рис. 1). Решение задачи рассеяния плоской волны сводится к задаче нахождения тока на поверхности тела S . Разобьем поверхность S на три участка: S_1 и S_3 (поверхности полусфер) и S_2 (поверхность цилиндра), и рассмотрим последовательное рассеяние плоской волны на этих поверхностях.

Решение задачи рассеяния на поверхности S_1 будем искать в виде ряда по собственным функциям (ряда Ми) [1, 2]. Компоненты полного поля в сферических координатах $(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ при этом имеют вид:

$$E_{r_1} = \frac{1}{r_1} \sum_{m=0}^{\infty} m(m+1)U_m^3, \quad H_{\varphi_1} = i\omega\epsilon_a \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial U_m^3}{\partial \theta_1} +$$

$$+ \frac{1}{r_1 \sin(\theta_1)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^2 (r_1 U_m^M)}{\partial \varphi_1 \partial r_1}, \quad H_{r_1} = \frac{1}{r_1} \sum_{m=0}^{\infty} m(m+1)U_m^M,$$

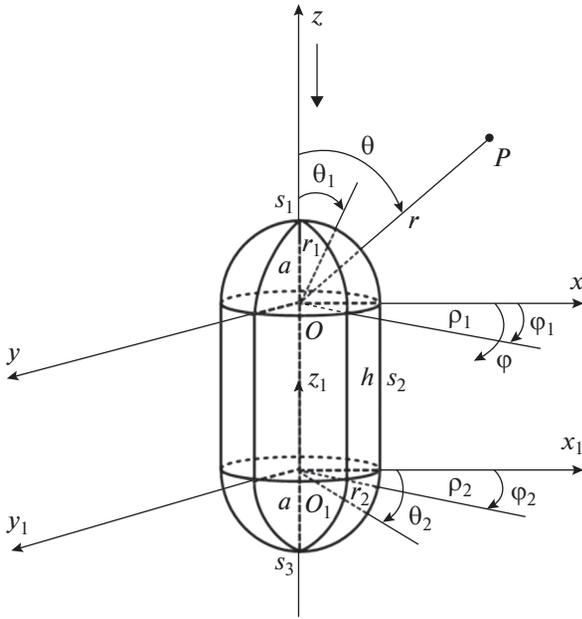


Рис. 1. Геометрия задачи.

$$\begin{aligned}
 H_{\theta_1} &= \frac{-i\omega\epsilon_a}{\sin(\theta_1)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial U_m^3}{\partial \varphi_1} + \frac{1}{r_1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^2 (r_1 U_m^M)}{\partial \theta_1 \partial r_1}, \\
 E_{\varphi_1} &= \frac{1}{r_1 \sin(\theta_1)} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^2 (r_1 U_m^3)}{\partial \varphi_1 \partial r_1} - i\omega\mu_a \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial U_m^M}{\partial \theta_1}, \\
 E_{\theta_1} &= \frac{1}{r_1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial^2 (r_1 U_m^3)}{\partial \theta_1 \partial r_1} + \frac{i\omega\mu_a}{\sin \theta_1} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\partial U_m^M}{\partial \varphi_1}, \\
 U_m^3 &= \frac{2m+1}{m(m+1)} \frac{(-i)^{m-1}}{k} \times
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\times \left[\Psi_m(kr_1) - \xi_m^{(1)}(kr_1) \frac{\frac{\partial(a\Psi_m(ka))}{\partial a}}{\frac{\partial(a\xi_m^{(1)}(ka))}{\partial a}} P_m^1(\cos(\theta_1)) \cos(\varphi_1), \right.$$

$$U_m^M = -\frac{2m+1}{m(m+1)} \frac{(-i)^{m-1} \omega\epsilon_a}{k^2} \times$$

$$\times \left[\Psi_m(kr_1) - \xi_m^{(1)}(kr_1) \frac{\Psi_m(ka)}{\xi_m^{(1)}(ka)} P_m^1(\cos(\theta_1)) \sin(\varphi_1), \right.$$

где Ψ_m – сферические функции Бесселя, ξ_m^1 – сферические функции Ханкеля, P_m^1 – функция Лежандра.

Токи на полусфере S_1 определяются по формулам: $j_{\theta_1} = H_{\varphi_1}$, $j_{\varphi_1} = -H_{\theta_1}$, $r_1 = a$, а выражения для компонент магнитного поля приведены в (1).

В цилиндрической системе координат (ρ_1, φ_1, z) эквивалентные токи на плоскости xu имеют вид:

$$J_{\varphi_1}^3 = -H_{\rho_1}, \quad J_{\rho_1}^M = -E_{\varphi_1}, \quad J_{\rho_1}^3 = H_{\varphi_1}, \quad J_{\varphi_1}^M = E_{\rho_1}. \tag{2}$$

Далее определим векторные потенциалы в области между плоскостями xu и x_1y_1 по формулам:

$$\begin{aligned}
 A_r &= \oint_S [J_r \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + J_\varphi \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] G dS, \\
 A_\varphi &= \oint_S [J_\varphi \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - J_r \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] G dS.
 \end{aligned} \tag{3}$$

В результате получим

$$\begin{aligned}
 A_{\varphi_2}^3 &= \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_1 [J_{\varphi_1}^3 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - J_{\rho_1}^3 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] \times \\
 &\quad \times G_1 d\varphi_1 d\rho_1, \\
 A_{\varphi_2}^M &= \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_1 [J_{\varphi_1}^M \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - J_{\rho_1}^M \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] \times \\
 &\quad \times G_1 d\varphi_1 d\rho_1, \\
 A_{\rho_2}^3 &= \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_1 [J_{\rho_1}^3 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + J_{\varphi_1}^3 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] \times \\
 &\quad \times G_1 d\varphi_1 d\rho_1, \\
 A_{\rho_2}^M &= \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_1 [J_{\rho_1}^M \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + J_{\varphi_1}^M \sin(\varphi_2 - \varphi_1)] \times \\
 &\quad \times G_1 d\varphi_1 d\rho_1,
 \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned}
 G_1 &= \frac{-1}{8\pi i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \exp[im(\varphi_2 - \varphi_1)] \times \\
 &\times \int_{\eta=-\infty}^{\infty} \left[J_m(\eta\rho_<) - \frac{\Omega J_m(\eta a)}{\Omega H_m^{(1)}(\eta a)} H_m^{(1)}(\eta\rho_<) \right] H_m^{(1)}(\eta\rho_>) \times \\
 &\quad \times \frac{\exp[i\sqrt{k^2 - \eta^2}|z|]}{\sqrt{k^2 - \eta^2}} \eta d\eta
 \end{aligned}$$

– функция Грина на цилиндре [2], $\Omega = 1$ – для нахождения компонент поля E_{φ_2} и H_{ρ_2} , $\Omega = \partial/\partial a$ – для нахождения компоненты поля H_{φ_2} , E_{ρ_2} и H_z , $\rho_< = \rho_1$, $\rho_> = \rho_2$ при $\rho_2 > \rho_1$ и $\rho_< = \rho_2$, $\rho_> = \rho_1$ при $\rho_2 < \rho_1$.

Компоненты полного поля в области между плоскостями xu и x_1y_1 вычисляются по формулам

$$\begin{aligned}
 E_{\varphi_2} &= \frac{1}{-i\omega\epsilon_a} \left[k^2 A_{\varphi_2}^3 + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} \times \right. \\
 &\quad \times \left. \left[\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \rho_2} (\rho_2 A_{\rho_2}^3) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} A_{\varphi_2}^3 \right] \right] - \frac{\partial}{\partial z} A_{\rho_2}^M, \\
 H_{\rho_2} &= \frac{1}{-i\omega\mu_a} \left[k^2 A_{\rho_2}^M + \frac{\partial}{\partial \rho_2} \times \right. \\
 &\quad \times \left. \left[\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \rho_2} (\rho_2 A_{\rho_2}^M) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} A_{\varphi_2}^M \right] \right] - \frac{\partial}{\partial z} A_{\varphi_2}^3, \\
 H_z &= \frac{1}{-i\omega\mu_a} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \rho_2} (\rho_2 A_{\rho_2}^M) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} A_{\varphi_2}^M \right] + \\
 &\quad + \frac{1}{\rho_2} \left[\frac{\partial}{\partial \rho_2} (\rho_2 A_{\rho_2}^3) - \frac{\partial}{\partial \varphi_2} A_{\varphi_2}^3 \right],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{\rho_2} &= \frac{1}{-i\omega\epsilon_a} \left[k^2 A_{\rho_2}^{\circ} + \frac{\partial}{\partial \rho_2} \times \right. \\
 &\times \left. \left[\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \rho_2} (\rho_2 A_{\rho_2}^{\circ}) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} A_{\varphi_2}^{\circ} \right] \right] + \frac{\partial}{\partial z} A_{\varphi_2}^M, \\
 H_{\varphi_2} &= \frac{1}{-i\omega\mu_a} \left[k^2 A_{\varphi_2}^M + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} \times \right. \\
 &\times \left. \left[\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \rho_2} (\rho_2 A_{\rho_2}^M) + \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial}{\partial \varphi_2} A_{\varphi_2}^M \right] \right] + \frac{\partial}{\partial z} A_{\rho_2}^{\circ}.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Подставляя в формулу (5) значение $\rho_2 = a$, находим компоненты магнитного поля и тока $j_{\varphi_2} = H_z$, $j_z = -H_{\varphi_2}$ на поверхности S_2 . Далее находим токи на полусфере S_3 с использованием токового варианта гибридного метода:

$$\begin{aligned}
 j_{\theta_3} &= \frac{1}{r_3} \left[\frac{\partial}{\partial r_3} (r_3 A_{\theta_3}^{\circ}) - \frac{\partial}{\partial \theta_3} A_{\varphi_3}^{\circ} \right] + \exp(ikh) j_{\theta_1}, \\
 &\text{при } r_3 = a, \\
 j_{\varphi_3} &= \frac{-1}{r_3} \left[\frac{1}{\sin \theta_3} \frac{\partial}{\partial \varphi_3} (A_{\varphi_3}^{\circ}) - \frac{\partial}{\partial r_3} (r_3 A_{\theta_3}^{\circ}) \right] + \exp(ikh) j_{\varphi_1},
 \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned}
 A_{r_3}^{\circ} &= \sin \theta_3 \int_0^h \int_0^{2\pi} a j_{\varphi_2} \sin(\varphi_3 - \varphi_2) G_2 dz d\varphi_2 + \\
 &+ \cos \theta_3 \int_0^h \int_0^{2\pi} a j_z G_2 dz d\varphi_2, \\
 A_{\theta_3}^{\circ} &= \cos \theta_3 \int_0^h \int_0^{2\pi} a j_{\varphi_2} \sin(\varphi_3 - \varphi_2) G_2 dz d\varphi_2 - \\
 &- \sin \theta_3 \int_0^h \int_0^{2\pi} a j_z G_2 dz d\varphi_2, \\
 A_{\varphi_3}^{\circ} &= \int_0^h \int_0^{2\pi} a j_{\varphi_2} \cos(\varphi_3 - \varphi_2) G_2 dz d\varphi_2, \\
 G_2 &= \frac{-k}{4\pi i} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=m}^{\infty} \epsilon_m \frac{(2n+1)(n-m)!}{(n+m)!} \times \\
 &\times \left[\Psi_n(kr_3) - \frac{\partial(a\Psi_n(ka))/\partial a}{\partial(a\xi_n^{(1)}(ka))/\partial a} \xi_n^{(1)}(kr_3) \right] \xi_n^{(1)}(k\sqrt{a^2+z^2}), \\
 &\cos m(\varphi_3 - \varphi_2) P_n^m(\cos \theta_3) P_n^m(\cos(\arctg(a/z))) \\
 &- \text{функция Грина на сфере [2]}.
 \end{aligned}$$

Найдем токи на полусфере S_3 с использованием апертурного варианта гибридного метода. Подставляя в формулу (5) значения $z = -h$, находим компоненты поля в плоскости $x_1 y_1$ по формулам:

$$J_{\rho_2}^{\circ} = -H_{\rho_2}, \quad J_{\rho_2}^M = -E_{\varphi_2}, \quad J_{\rho_2}^{\circ} = H_{\varphi_2}, \quad J_{\varphi_2}^M = E_{\rho_2}. \tag{7}$$

Векторные потенциалы в сферических координатах имеют вид:

$$\begin{aligned}
 A_{\varphi_3}^{\circ} &= \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_2 \left[J_{\varphi_2}^{\circ} \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - J_{\rho_2}^{\circ} \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right] G_2 d\varphi_2 d\rho_2, \\
 A_{\varphi_3}^M &= \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_2 \left[J_{\varphi_2}^M \cos(\varphi_3 - \varphi_2) - J_{\rho_2}^M \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right] G_2 d\varphi_2 d\rho_2, \\
 A_{r_3}^{\circ} &= \sin \theta_3 \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_2 \left[J_{\rho_2}^{\circ} \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + J_{\varphi_2}^{\circ} \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right] G_2 d\varphi_2 d\rho_2, \\
 A_{r_3}^M &= \sin \theta_3 \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_2 \left[J_{\rho_2}^M \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + J_{\varphi_2}^M \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right] G_2 d\varphi_2 d\rho_2, \\
 A_{\theta_3}^{\circ} &= \cos \theta_3 \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_2 \left[J_{\rho_2}^{\circ} \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + J_{\varphi_2}^{\circ} \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right] G_2 d\varphi_2 d\rho_2, \\
 A_{\theta_3}^M &= \cos \theta_3 \int_a^{\infty} \int_0^{2\pi} \rho_2 \left[J_{\rho_2}^M \cos(\varphi_3 - \varphi_2) + J_{\varphi_2}^M \sin(\varphi_3 - \varphi_2) \right] G_2 d\varphi_2 d\rho_2.
 \end{aligned} \tag{8}$$

В результате для тока на поверхности S_3 ($r_3 = a$) получаем:

$$\begin{aligned}
 j_{\theta_3}^{\circ} &= \frac{-1}{i\omega\mu_a} \left[k^2 A_{\varphi_3}^M + \frac{1}{r_3 \sin \theta_3} \frac{\partial}{\partial \varphi_3} \left(\frac{1}{r_3^2} \frac{\partial(r_3^2 A_{r_3}^M)}{\partial r_3} + \frac{1}{r_3 \sin \theta_3} \frac{\partial(\sin \theta_3 A_{\theta_3}^M)}{\partial \theta_3} + \frac{1}{r_3 \sin \theta_3} \frac{\partial A_{\varphi_3}^M}{\partial \varphi_3} \right) \right] + \frac{1}{r_3} \left[\frac{\partial}{\partial r_3} (r_3 A_{\theta_3}^{\circ}) - \frac{\partial}{\partial \theta_3} A_{\varphi_3}^{\circ} \right], \\
 j_{\varphi_3}^{\circ} &= \frac{1}{i\omega\mu_a} \left[k^2 A_{\theta_3}^M + \frac{1}{r_3} \frac{\partial}{\partial \theta_3} \left(\frac{1}{r_3^2} \frac{\partial(r_3^2 A_{r_3}^M)}{\partial r_3} + \frac{1}{r_3 \sin \theta_3} \frac{\partial(\sin \theta_3 A_{\theta_3}^M)}{\partial \theta_3} + \frac{1}{r_3 \sin \theta_3} \frac{\partial A_{\varphi_3}^M}{\partial \varphi_3} \right) \right] + \\
 &+ \frac{1}{r_3} \left[\frac{1}{\sin \theta_3} (r_3 A_{\theta_3}^{\circ}) - \frac{\partial}{\partial \theta_3} A_{\varphi_3}^{\circ} \right].
 \end{aligned} \tag{9}$$

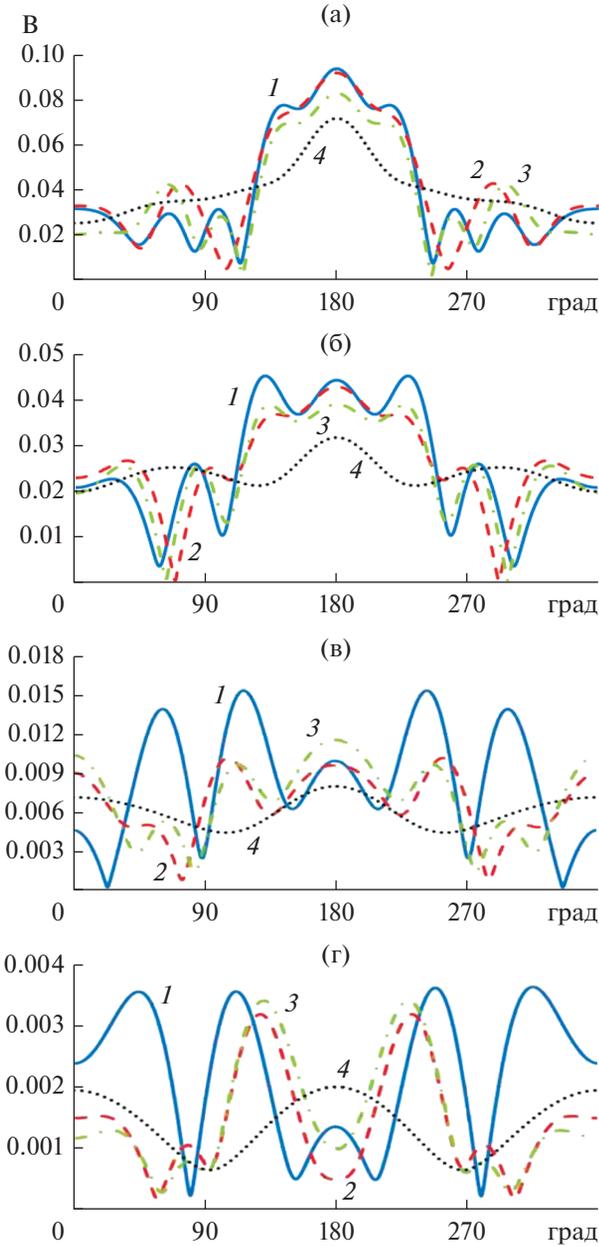


Рис. 2. Диаграммы рассеяния в E-плоскости ($\varphi = 0$) при $ka = 3$ (а), 2 (б), 1 (в), 0.5 (г).

Таким образом, мы нашли токи на всей поверхности тела с использованием двух вариантов гибридного метода. Далее находим диаграмму рассеяния по известной формуле [1]:

$$E = \frac{-1}{i\omega\epsilon_a} (k^2 A^3 + \text{grad div } A^3). \quad (10)$$

При интегрировании по S_1 и S_3 будем использовать сферические координаты $(r_1, \theta_1, \varphi_1)$ и $(r_3, \theta_3, \varphi_3)$ с центрами в точке O и O_1 соответственно, а при интегрировании по S_2 – цилиндрическую систему координат.

В результате для диаграммы рассеяния при учете токов на S_1 получаем:

$$E_\varphi^1 = \frac{k^2}{-i\omega\epsilon_a} A_\varphi^3, \quad E_\theta^1 = \frac{k^2}{-i\omega\epsilon_a} A_\theta^3, \quad (11)$$

$$\text{где } A_\theta^3 = a^2 \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin(\theta_1) \frac{\partial}{\partial \theta} \times \left[j_{\theta_1} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \theta_1} + j_{\varphi_1} \frac{1}{\sin(\theta_1)} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \varphi_1} \right] G_0 d\varphi_1 d\theta_1,$$

$$A_\varphi^3 = \frac{a^2}{\sin(\theta)} \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin(\theta_1) \frac{\partial}{\partial \varphi} \times \left[j_{\theta_1} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \theta_1} + j_{\varphi_1} \frac{1}{\sin(\theta_1)} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \varphi_1} \right] G_0 d\varphi_1 d\theta_1,$$

$$G_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{\exp(ikr)}{r} \times \exp[-ika(\cos \theta \cos \theta_1 + \sin \theta \sin \theta_1 \cos(\varphi - \varphi_1))]$$

– функция Грина свободного пространства в сферических координатах, $\cos \beta = \cos(\theta) \cos(\theta_1) + \sin(\theta) \sin(\theta_1) \cos(\varphi - \varphi_1)$.

Вклад токов на поверхности S_2 в диаграмму рассеяния:

$$E_\varphi^2 = \frac{k^2}{-i\omega\epsilon_a} A_\varphi^3, \quad E_\theta^2 = \frac{k^2}{-i\omega\epsilon_a} A_\theta^3, \quad (12)$$

$$\text{где } A_\theta^3 = -a \sin \theta \int_0^{-h} \int_0^{2\pi} j_z G_0 d\varphi_2 dz, \quad A_\varphi^3 = a \times \int_0^{-h} \int_0^{2\pi} \cos(\varphi - \varphi_2) j_{\varphi_2} G_0 d\varphi_2 dz.$$

Вклад токов на поверхности S_3 в диаграмму рассеяния:

$$E_\varphi^3 = \frac{k^2}{-i\omega\epsilon_a} A_\varphi^3, \quad E_\theta^3 = \frac{k^2}{-i\omega\epsilon_a} A_\theta^3, \quad (13)$$

$$\text{где } A_\theta^3 = a^2 \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\theta_3) \frac{\partial}{\partial \theta} \times \left[j_{\theta_3} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \theta_3} + j_{\varphi_3} \frac{1}{\sin(\theta_3)} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \varphi_3} \right] G_0 d\varphi_3 d\theta_3,$$

$$A_\varphi^3 = \frac{a^2}{\sin(\theta)} \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin(\theta_3) \frac{\partial}{\partial \varphi} \times \left[j_{\theta_3} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \theta_3} + j_{\varphi_3} \frac{1}{\sin(\theta_3)} \frac{\partial \cos \beta}{\partial \varphi_3} \right] G_0 d\varphi_3 d\theta_3,$$

$$\cos \beta = \cos(\theta) \cos(\theta_3) + \sin(\theta) \sin(\theta_3) \cos(\varphi - \varphi_3).$$

В результате, суммируя вклады всех токов для диаграммы рассеяния, получаем

$$E_\varphi = E_\varphi^1 + E_\varphi^2 + \exp[ikh \cos(\theta)] E_\varphi^3, \quad (14)$$

$$E_\theta = E_\theta^1 + E_\theta^2 + \exp[ikh \cos(\theta)] E_\theta^3.$$

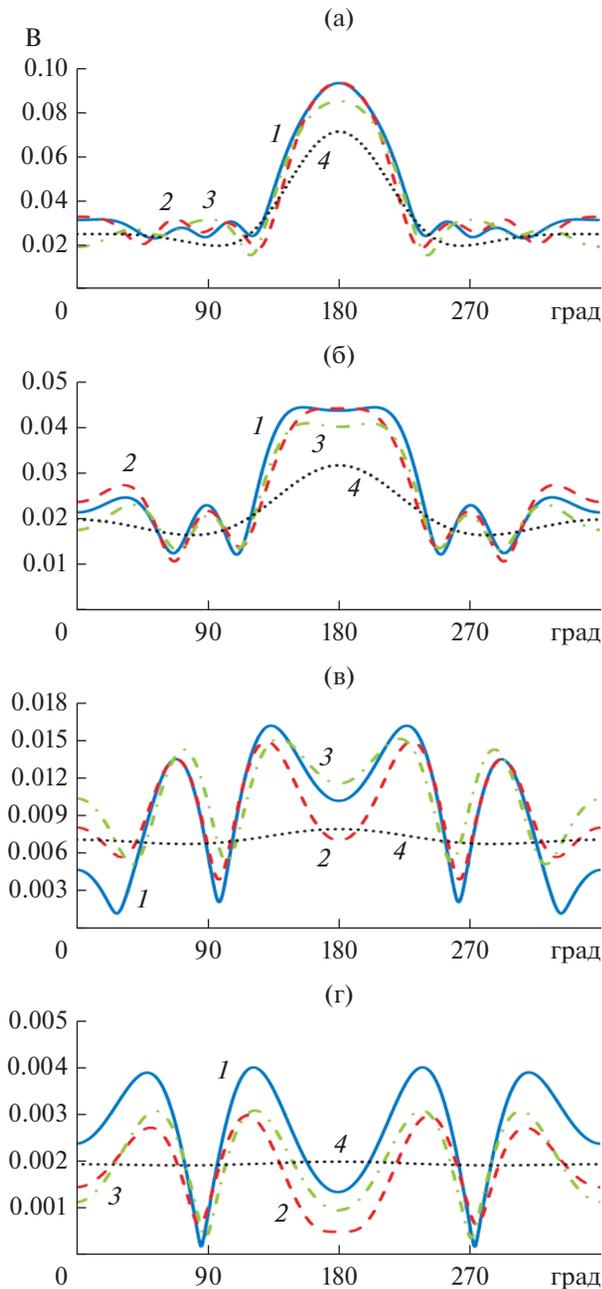


Рис. 3. Диаграммы рассеяния в H -плоскости ($\varphi = 90^\circ$) при $ka = 3$ (а), 2 (б), 1 (в), 0.5 (г).

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2, 3 приведены результаты расчета диаграммы рассеяния плоской волны на цилиндре с электрической длиной $kh = 5$ для различных ka в E - и H -плоскостях соответственно. Кривая 1 показывает результаты расчета методом моментов, 2 – гибридным методом (апертурный вариант), 3 – гибридным методом (токовый вариант), 4 – методом ГФК.

Как видно из рис. 2 и 3, диаграммы рассеяния в E -плоскости, рассчитанные методом моментов

и гибридным методом, достаточно хорошо совпадают при $ka > 2$. При этом лучшее совпадение обеспечивает апертурный вариант гибридного метода. Метод ГФК дает только качественное описание диаграммы рассеяния. При $ka = 1$ и менее совпадение наблюдается только в области рассеяния вперед. В H -плоскости совпадение результатов, полученное двумя вариантами гибридного метода и методом моментов, наблюдается для всех исследованных значений ka . При этом разница между этими результатами, как и в E -плоскости, уменьшается с ростом ka . Метод ГФК не дает даже качественного описания диаграммы рассеяния в H -плоскости. Наиболее точные результаты расчета при использовании гибридного метода наблюдаются в обеих плоскостях при рассеянии вперед, наименее точные – при рассеянии назад.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании сравнения результатов расчета диаграммы рассеяния двумя вариантами гибридного метода и методом моментов можно сделать следующие выводы.

1. Применение обоих вариантов гибридного метода, в отличие от метода Гюйгенса–Френеля–Кирхгофа, позволяет обеспечить хорошее совпадение с результатами расчета диаграммы рассеяния методом моментов при соотношении радиуса тела вращения к длине волны более 0.3, а в H -плоскости и для меньших значений.

2. Наиболее точные результаты расчета при использовании гибридного метода наблюдаются при рассеянии вперед, наименее точные – при рассеянии назад, что можно объяснить, во-первых, приближенным характером моделей при вычислении токов на различных частях тела, а во-вторых, учетом последовательных дифракций только в одном направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.; Л.: Энергия, 1967.
2. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир, 1978.
3. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь, 1978.
4. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. М.: Сов. радио, 1970.
5. Kleshchev A.A. // J. Acoustics. 2016. V. 6. № 4. P. 45.
6. Kaloshin V.A., Luu D.T. // Int. Sci. Conf. "Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves RSEMW-2019", Divnomorskoe, 24–28 Jun, 2019. N.Y.: IEEE, P. 232. <https://ieeexplore.ieee.org/document/8792743>.
7. Калошин В.А., Луу Д.Т. // РЭ. 2020. Т. 65. № 5. С. 457.

ВРАЩАЮЩИЙСЯ ЭЛЕКТРОД В ДАТЧИКЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

© 2021 г. В. Г. Максименко*

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141190, Российская Федерация***E-mail: max54@ms.ire.rssi.ru*

Поступила в редакцию 31.08.2020 г.

После доработки 31.08.2020 г.

Принята к публикации 02.10.2020 г.

Показано, что применение вращающихся электродов в электродном датчике, предназначенном для измерения напряженности сверхнизкочастотного электрического поля в морской воде, позволяет повысить чувствительность датчика более чем на порядок за счет уменьшения специфического электродного шума движения.

DOI: 10.31857/S0033849421040070

Электродный датчик электрического поля представляет собой пару электродов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. Он нашел широкое применение в геофизике при измерении напряженности электрических полей в океане для изучения строения земной коры и разведки полезных ископаемых на шельфе, в электромагнитных расходомерах, в системах радиосвязи с глубокопогруженными исследовательскими объектами в океане на сверхнизких частотах [1–3]. Основной причиной, ограничивающей чувствительность электродного датчика при движении в морской воде, является специфический электродный шум, представляющий собой флуктуации потенциала электродов, возникающие вследствие движения электродов относительно жидкости. Величина шумового напряжения в экспериментах при движении датчика была на 10...20 дБ больше, чем в состоянии покоя [4–6]. Экспериментально и теоретически установлена связь пульсаций напряжения между электродами с пульсациями скорости жидкости относительно электродов [6–9].

Цель работы – повышение чувствительности электродного датчика за счет уменьшения электродного шума движения.

В работе [10] рассмотрен механизм возникновения пульсаций электродного потенциала в результате модуляции толщины диффузионного слоя на границе электрод–электролит набегающим пульсирующим потоком жидкости. Потенциал электрода относительно электролита определяется отношением заряда поверхности электрода к емкости электрода относительно электролита. Заряд поверхности электрода формируется за счет адсорбции диффун-

дирующих к электроду атомов растворенного в воде кислорода. При адсорбции одного моля кислорода в соответствии с его валентностью заряд поверхности изменяется на $2F$ Кулон (F – число Фарадея). Плотность потока j диффундирующего кислорода (моль/с м²) зависит от градиента концентрации кислорода в диффузионном слое электролита, который можно считать равным отношению концентрации кислорода в толще электролита к толщине диффузионного слоя [11]:

$$j = D \frac{dc}{dz} \approx D \frac{c_0}{\delta}, \quad (1)$$

где $D \approx 2.6 \times 10^{-9}$ м²/с – коэффициент диффузии кислорода, c_0 – концентрация кислорода в толще электролита, δ – толщина диффузионного слоя. Диффузионный слой – это прилегающий к электроду слой электролита, в котором концентрация c кислорода в направлении оси z , перпендикулярной к поверхности электрода, изменяется по закону, близкому к линейному, от нуля на поверхности электрода до значения, мало отличающегося от c_0 . Толщина диффузионного слоя зависит от скорости набегающего на электрод электролита. Поэтому при наличии пульсаций скорости жидкости заряд поверхности электрода получает пульсационную составляющую. Изменение потенциала электрода, вызванное изменением заряда, составляет

$$\Delta\varphi = \Delta Q/C, \quad (2)$$

где C – емкость электрода относительно электролита. Как показано в [10], заряд, приобретаемый электродом при адсорбции атомов кислорода, со-

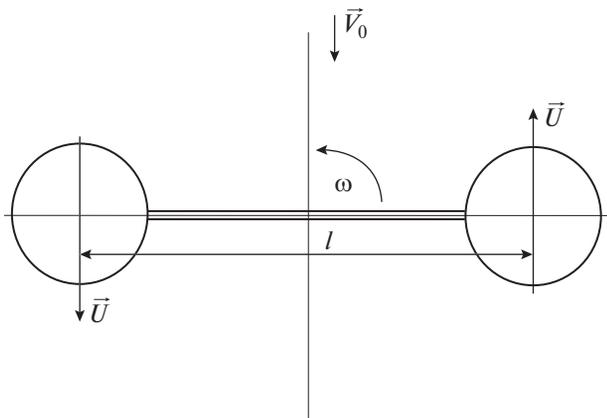


Рис. 1. Вращающийся электрод с круглыми контактными площадками в потоке жидкости.

держит две составляющих. Первая медленно возрастает, а вторая, связанная с пульсацией скорости жидкости, вызывает сравнительно быстрые пульсации потенциала электрода, которые и представляют собой шум движения. Амплитуда пульсаций заряда пропорциональна амплитуде пульсаций потока диффундирующего кислорода. Следовательно, амплитуда пульсаций потенциала электрода также пропорциональна амплитуде пульсаций потока кислорода. Поэтому уменьшение шума движения можно оценивать по уменьшению пульсаций потока кислорода к поверхности электрода при одинаковых прочих условиях.

Пусть электрод выполнен в виде пары плоских контактных площадок в форме круга с радиусом R , установленных на расстоянии l между их центрами на концах перекладины, вращающейся с угловой скоростью ω вокруг оси, проходящей через ее середину (рис. 1). На электрод набегают поток жидкости со скоростью V_0 , вектор которой параллелен плоскости контактных площадок.

Рассмотрим сначала движение электролита относительно одной контактной площадки в отсутствие вращения перекладины (рис. 2). Расстояние от произвольной точки $M(x; y)$ до края площадки в направлении оси x равно $\sqrt{R^2 - y^2} + x - R$. Заряд поверхности площадки определяется количеством адсорбированных атомов кислорода, которое в свою очередь определяется величиной потока кислорода при его диффузии на поверхность площадки. Толщина диффузионного слоя на гладкой пластинке, на край которой набегают поток электролита со скоростью \vec{V}_0 [12], определяется по формуле

$$\delta \approx 0.3\sqrt{vx/V_0}, \tag{3}$$

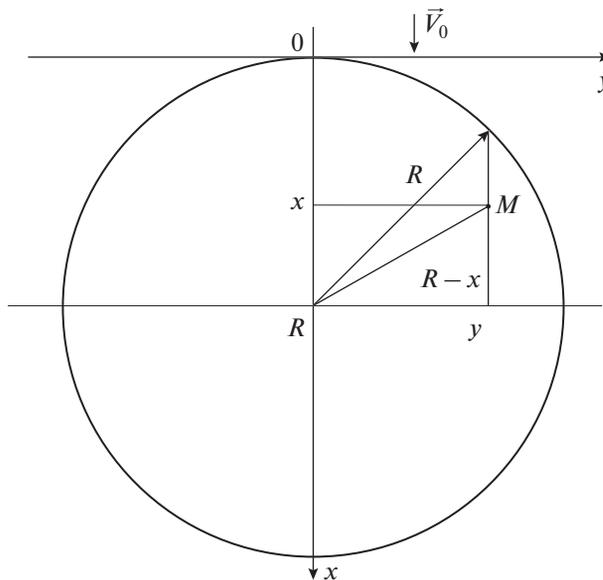


Рис. 2. Неподвижная круглая контактная площадка в потоке жидкости.

где x – расстояние от передней кромки пластинки до точки наблюдения, v – кинематическая вязкость электролита. У водного электролита $v \approx 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$. Толщина диффузионного слоя в нашем случае в точке $M(x; y)$ равна

$$\delta(x; y) = 0.3\sqrt{\frac{v(\sqrt{R^2 - y^2} + x - R)}{V_0}}. \tag{4}$$

Плотность потока диффузии кислорода к поверхности площадки имеет вид

$$j(x; y) = \frac{Dc_0}{\delta(x; y)} = 3.33Dc_0\sqrt{\frac{V_0}{v}} \frac{1}{\sqrt{\sqrt{R^2 - y^2} + x - R}}. \tag{5}$$

Поток на всю контактную площадку вычисляем по формуле

$$I = 2 \int_0^R \int_{R-\sqrt{R^2-y^2}}^{R+\sqrt{R^2-y^2}} j(x; y) dx dy = 6.67Dc_0\sqrt{\frac{V_0}{v}} \int_0^R \int_{R-\sqrt{R^2-y^2}}^{R+\sqrt{R^2-y^2}} \frac{dx dy}{\sqrt{\sqrt{R^2 - y^2} + x - R}} = 18.85Dc_0\sqrt{\frac{V_0}{v}} \int_0^R \sqrt{R^2 - y^2} dy. \tag{6}$$

Применив тригонометрическую подстановку $y = \cos \varphi$, приведем интеграл к табличному виду, выражающемуся через гамма-функцию:

$$\begin{aligned} I &= 18.85 D c_0 \sqrt{\frac{V_0}{v}} R^{1.5} \int_0^{\pi/2} (\sin \varphi)^{1.5} d\varphi = \\ &= 18.85 D c_0 \sqrt{\frac{V_0}{v}} R^{1.5} \frac{\pi}{2} \Gamma\left(\frac{5}{4}\right) \approx \\ &\approx 15.14 D c_0 \sqrt{\frac{V_0}{v}} R^{1.5}. \end{aligned} \quad (7)$$

Сравнивая полученное значение с потоком на квадратную площадку той же площади (вектор скорости перпендикулярен к стороне квадрата), можно убедиться, что последний больше всего на 3.6%, т.е. они практически равны.

Найдем эффективную толщину диффузионного слоя, полагая, что на всей площади круглой контактной площадки она одинакова:

$$\delta_{\text{эф}} = D c_0 \pi R^2 / 15.14 D c_0 \sqrt{\frac{V_0}{v}} R^{1.5} = 0.21 \sqrt{\frac{vR}{V_0}}. \quad (8)$$

Вычислим теперь поток диффузии кислорода на весь электрод. Рассмотрим положение переключателя, при котором первая контактная площадка со скоростью $U = \omega l / 2$ движется навстречу потоку электролита, а вторая – с такой же скоростью – по направлению потока (см. рис. 1). В результате первая из них имеет скорость относительно жидкости $U + V_0$, а вторая $U - V_0$. Полагаем, что $U \gg V_0$. В соответствии с (7) поток кислорода, диффундирующего из толщи электролита к поверхности двух контактных площадок (моль/с), имеет вид

$$I = 15.14 D R c_0 \sqrt{\frac{R}{v}} (\sqrt{U + V_0} + \sqrt{U - V_0}). \quad (9)$$

При скачке скорости $\Delta V_0 \ll V_0$ ($U \gg V_0$) получим скачок потока кислорода (здесь мы не учитываем инерционность процесса изменения толщины диффузионного слоя, которая проявляется на частотах выше 30 Гц [10]):

$$\Delta I = -7.57 D R c_0 \sqrt{\frac{R}{v}} \frac{V_0}{U^{1.5}} \Delta V_0. \quad (10)$$

В отсутствие вращения электрода поток кислорода на обе площадки будет иметь вид

$$I = 30.28 D R c_0 \sqrt{\frac{R V_0}{v}}. \quad (11)$$

Скачок потока, соответствующий скачку скорости ΔV_0 , имеет вид

$$\Delta I = 15.14 D R c_0 \sqrt{\frac{R}{v}} \Delta V_0. \quad (12)$$

Сравнивая (10) и (12), видим, что при вращении электрода абсолютная пульсация потока, а следо-

вательно, и пульсация потенциала электрода уменьшилась в $2(U/V_0)^{1.5}$. При $U = 10V_0$ это уменьшение составляет 63 раза.

Вследствие круглой формы площадок гидродинамика их обтекания при вращении переключателя не меняется. Изменяется лишь модуль скорости жидкости относительно поверхности площадки. Рассмотрим теперь положение переключателя после ее поворота на 90° против часовой стрелки, при котором контактные площадки движутся перпендикулярно к вектору скорости набегающего потока электролита. В этом случае в формулу (7) вместо V_0 следует подставить $\sqrt{V_0^2 + U^2}$. При этом поток кислорода на обе контактные площадки определяется выражением

$$I = 30.28 R c_0 \sqrt{\frac{R^4}{v} \sqrt{U^2 + V_0^2}}, \quad (13)$$

а изменение потока на обе площадки, вызванное скачком скорости $\Delta V_0 \ll U$, примет вид

$$\begin{aligned} \Delta I &= 15.14 D R c_0 \sqrt{\frac{R}{v}} \frac{V_0}{\sqrt{(U^2 + V_0^2)^3}} \Delta V_0 \approx \\ &\approx 15.14 D R c_0 \sqrt{\frac{R}{v}} \frac{V_0}{U^{1.5}} \Delta V_0. \end{aligned} \quad (14)$$

Как видно из сравнения (12) и (14), пульсации потенциала электрода уменьшились в $(U/V_0)^{1.5}$, что составляет 31.5 раз.

Более интересной для практического применения является форма электрода в виде кольца или диска. Пусть электрод выполнен в форме узкого кольца с внешним радиусом R и внутренним радиусом $0.9R$. Найдем поток диффузии кислорода на неподвижное кольцо, на которое вдоль оси x (рис. 3) набегающий поток электролита со скоростью \vec{V}_0 . Разделим кольцо на четыре части. Две из них – это правый и левый сегменты (1, 2), ограниченные хордами, проходящими по внутренней стороне кольца. Две другие – это верхняя и нижняя части кольца (3, 4), отсеченные хордами. Условия обтекания их можно считать одинаковыми, поскольку кольцо узкое. Также одинаковы и условия обтекания сегментов. Найдем поток диффузии на верхнюю часть кольца (см. рис. 3, 1). Произвольная точка $M(x, y)$ отстоит от верхнего края кольца по направлению вектора \vec{V}_0 на расстояние $\sqrt{R^2 - y^2} + x - R$. Толщина диффузионного слоя в точке $M(x, y)$ определяется выражением (4). Поток диффузии кислорода на верхнюю часть коль-

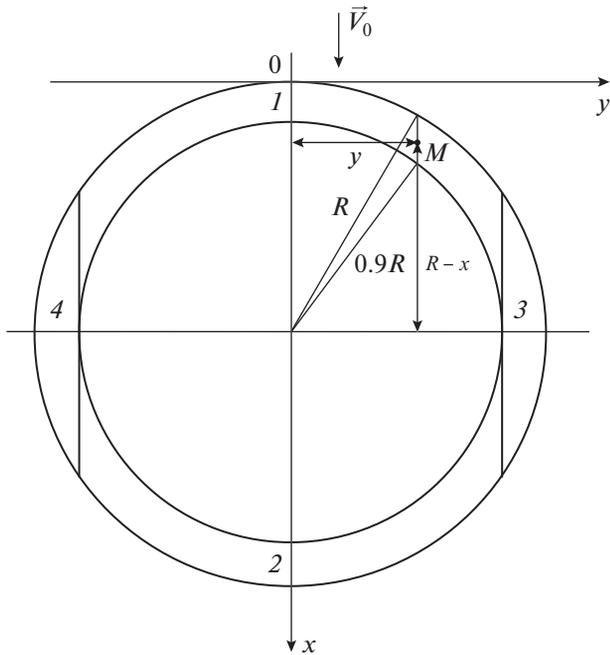


Рис. 3. неподвижный кольцевой электрод в потоке жидкости, 1–4 – сегменты кольца (пояснения в тексте).

ца определяется таким же интегралом, что и (6), только с другими пределами интегрирования:

$$I_1 = 6.67 Dc_0 \sqrt{\frac{V_0}{v}} \times \int_0^{0.9R} \int_{R-\sqrt{R^2-y^2}}^{R+\sqrt{0.81R^2-y^2}} \frac{dx dy}{\sqrt{\sqrt{R^2-y^2}+x-R}} \approx 4.325 Dc_0 \sqrt{\frac{V_0}{vR}} R^2. \quad (15)$$

Поток диффузии на обе части кольца, верхнюю и нижнюю, в два раза больше и определяется следующей формулой:

$$I_1 + I_2 = 8.65 Dc_0 \sqrt{\frac{V_0}{vR}} R^2. \quad (16)$$

Найдем поток диффузии на правый сегмент, обозначенный цифрой 3. Он тоже определяется интегралом (6), но с другими пределами интегрирования:

$$I_3 = 6.67 Dc_0 \sqrt{\frac{V_0}{v}} \int_{0.9R}^R \int_{R-\sqrt{R^2-y^2}}^{R+\sqrt{R^2-y^2}} \frac{dx dy}{\sqrt{\sqrt{R^2-y^2}+x-R}} \approx 18.85 Dc_0 \sqrt{R} \sqrt{\frac{V_0}{v}} \int_{0.9R}^R 4 \sqrt{1 - \left(\frac{y}{R}\right)^2} dy.$$

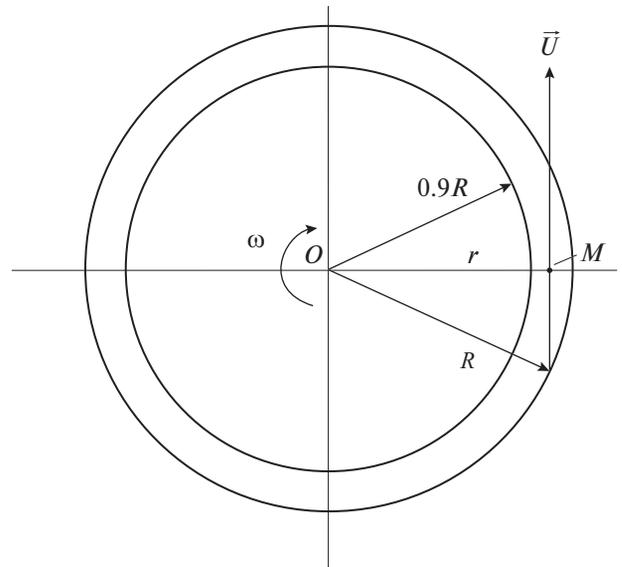


Рис. 4. Кольцевой электрод, вращающийся в неподвижной жидкости.

Сделаем замену $y/R = \cos \varphi$, получим

$$I_3 \approx 18.85 Dc_0 R \sqrt{R} \sqrt{\frac{V_0}{v}} \int_0^{0.451} (\sin \varphi)^{1.5} d\varphi = Dc_0 \sqrt{\frac{V_0}{vR}} R^2. \quad (17)$$

Поток I_4 на левый сегмент такой же, поток диффузии на все кольцо –

$$I \approx 9.65 Dc_0 \sqrt{\frac{V_0}{vR}} R^2. \quad (18)$$

Пульсация потока диффузии при пульсации скорости жидкости ΔV_0 имеет вид

$$\Delta I \approx 4.8 Dc_0 R \sqrt{\frac{R}{vV_0}} \Delta V_0. \quad (19)$$

Рассмотрим теперь диффузию кислорода на кольцевой электрод, вращающийся с угловой скоростью ω в неподвижной жидкости. В системе отсчета, связанной с кольцом, жидкость вращается относительно него с той же угловой скоростью в противоположную сторону. Расстояние от произвольной точки M , расположенной на расстоянии r от центра кольца, до внешнего края кольца по направлению вектора \vec{U} скорости жидкости относительно электрода (по перпендикуляру к радиусу OM) равно $\sqrt{R^2 - r^2}$ (рис. 4). При этом модуль вектора скорости жидкости равен $U = \omega r$. В соответствии с (3) толщину диффузионного слоя вычисляем по

$$\delta \approx 0.3 \sqrt{\frac{v \sqrt{R^2 - r^2}}{\omega r}}. \quad (20)$$

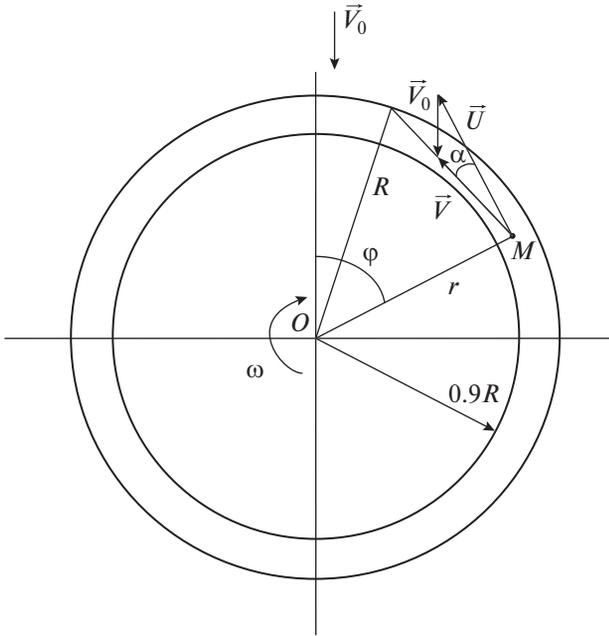


Рис. 5. Вращающийся кольцевой электрод в потоке жидкости.

Поток диффузии на элементарную площадку $rdrd\phi$ в окрестностях точки M определяем по формуле

$$dI = \frac{Dc_0}{\delta} rdrd\phi = 3.33Dc_0 \sqrt{\frac{\omega r}{v\sqrt{R^2 - r^2}}} rdrd\phi, \tag{21}$$

а поток на весь кольцевой электрод –

$$I_k = 4Dc_0 \int_0^{\pi/2} \int_{0.9R}^R \frac{rdrd\phi}{\delta} = 13.33Dc_0 \sqrt{\frac{\omega}{v}} \int_0^{\pi/2} \int_{0.9R}^R \frac{r}{\sqrt{R^2 - r^2}} rdrd\phi = 3.93Dc_0 R^2 \sqrt{\frac{\omega}{v}}. \tag{22}$$

Эффективная толщина диффузионного слоя на кольцевом вращающемся электроде с внутренним радиусом $0.9R$ равна

$$\delta = \frac{Dc_0 S}{I_k} \approx 0.15 \sqrt{\frac{v}{\omega}}. \tag{23}$$

Сравним полученную формулу (22) с потоком I_d на диск радиусом R , известным из [12]. Получаем $I_k/I_d = 0.285$, т.е. наш результат не противоречит известному. Отношение потока диффузии на вращающееся кольцо к потоку на такой же неподвижный электрод в соответствии с (18) и (22) равно $0.4\sqrt{\omega R/V_0}$. При высокой скорости вращения это отношение больше единицы вследствие уменьшения толщины диффузионного слоя.

Пусть теперь на вращающийся кольцевой электрод набегаёт поток электролита, имеющий скорость V_0 и пульсацию скорости ΔV_0 . Вектор \vec{V} скорости жидкости относительно электрода в точке M определяется суммой вектора \vec{U} скорости неподвижной жидкости относительно электрода и вектора \vec{V}_0 скорости набегающего на электрод потока. Из треугольника скоростей в соответствии с рис. 5 по теореме синусов получаем

$$\frac{V}{\cos \phi} = \frac{V_0}{\sin \alpha},$$

где V – скорость жидкости относительно электрода в точке M . По теореме косинусов имеем

$$V = \omega r \sqrt{1 + \left(\frac{V_0}{\omega r}\right)^2 - 2 \frac{V_0}{\omega r} \sin \alpha}. \tag{24}$$

Также по теореме косинусов найдем расстояние l от точки M до внешнего края кольца по направлению вектора \vec{V} :

$$R^2 = r^2 + l^2 - 2rl \sin \alpha.$$

Принимая во внимание, что $\sin \alpha = \frac{V_0}{V} \cos \phi$, имеем

$$l = r \frac{V_0}{V} \cos \phi + \sqrt{\left(r \frac{V_0}{V} \cos \phi\right)^2 + R^2 - r^2}. \tag{25}$$

В соответствии с (3) толщина диффузионного слоя в точке M равна

$$\delta = 0.3 \sqrt{\frac{v \left(r \frac{V_0}{V} \cos \phi + \sqrt{\left(r \frac{V_0}{V} \cos \phi\right)^2 + R^2 - r^2} \right)}{V}}. \tag{26}$$

Сделаем упрощения. При $V_0 \ll \omega r$ получим $V \approx \omega r$. Тогда

$$\delta \approx 0.3 \sqrt{\frac{v}{\omega} \sqrt{\frac{V_0 \cos \phi R}{\omega R} \frac{R}{r} + \sqrt{\left(\frac{V_0 R}{\omega R r} \cos \phi\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\right)^2} - 1}}. \tag{27}$$

Поток диффузии на элементарную площадку в окрестностях точки M будет равен

$$dI = \frac{Dc_0}{\delta} r dr d\varphi = 3.33 Dc_0 \sqrt{\frac{\omega}{v}} \times \frac{r dr d\varphi}{\sqrt{\frac{V_0 \cos \varphi R}{\omega R r} + \sqrt{\left(\frac{V_0 R}{\omega R r} \cos \varphi\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\right)^2} - 1}} \quad (28)$$

а поток диффузии на весь электрод –

$$I = 3.33 Dc_0 \sqrt{\frac{\omega}{v}} \times \int_0^{2\pi} \int_{0.9R}^R \frac{r dr d\varphi}{\sqrt{\frac{V_0 \cos \varphi R}{\omega R r} + \sqrt{\left(\frac{V_0 R}{\omega R r} \cos \varphi\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\right)^2} - 1}} \quad (29)$$

После введения новой переменной $t = r/R$ интеграл принимает вид, более удобный для вычисления:

$$I = 3.33 DR^2 c_0 \sqrt{\frac{\omega}{v}} \times \int_0^{2\pi} \int_{0.9}^1 \frac{t dt d\varphi}{\sqrt{\frac{V_0 \cos \varphi}{\omega R t} + \sqrt{\left(\frac{V_0}{\omega R t} \cos \varphi\right)^2 + \left(\frac{1}{t}\right)^2} - 1}} \quad (30)$$

Пусть $V_0/\omega R = 0.05$. Тогда

$$I = 3.98 DR^2 c_0 \sqrt{\omega/v}. \quad (31)$$

Поток практически не отличается от (22), что ожидаемо. Посмотрим, как влияет на поток диффузии пульсация скорости V_0 . Обозначим через $J(x)$ двойной интеграл в (30), где $x = V_0/\omega R$. Расчет по формуле (30) при $V_0/\omega R = 0.05$ дает значение $\Delta J/\Delta x = 0.43$ (вычислено при $\Delta V_0/\omega R = 0.001$, т.е. для изменения скорости V_0 на 2%). Это значит, что пульсация потока диффузии за счет пульсации скорости ΔV_0 равна

$$\Delta I = 3.33 Dc_0 R^2 \sqrt{\frac{\omega}{v}} \left(0.43 \frac{\Delta V_0}{\omega R}\right) = 1.43 DRc_0 \sqrt{\frac{1}{v\omega}} \Delta V_0. \quad (32)$$

Сравнивая формулы (32) и (19), можно видеть, что пульсация потока диффузии на вращающийся электрод в $3.56\sqrt{\omega R/V_0} = 15$ раз меньше, чем на неподвижный. Убедимся, что отношение $\omega R/V_0$, равное 20, достижимо в практических задачах. Пусть скорость вращения электрода равна 100 об/с, т.е. $\omega = 628 \text{ с}^{-1}$. Такая скорость технически реализуема и гарантирует, что помеха, связанная с эксцентриситетом электрода, не попадет в диапазон частот измеряемого сигнала, который обычно нахо-

дится в области ниже 100 Гц. При внешнем радиусе кольца $R = 0.2$ м линейная скорость точек на краю кольцевого электрода имеет величину около 126 м/с. Если скорость набегающего потока V_0 , равная скорости буксировки датчика, в 20 раз меньше, то она составляет около 6.3 м/с. Такая скорость буксировки датчика вполне соответствует практическим задачам. Следовательно, влияние пульсаций набегающего потока можно уменьшить, как минимум, на порядок.

Таким образом, применение вращающихся электродов в датчике электрического поля в электролите позволяет уменьшить электродный шум движения более чем на порядок и практически во столько же раз повысить чувствительность датчика. Физически уменьшение шума движения объясняется тем, что, во-первых, толщина диффузионного слоя нелинейно зависит от скорости жидкости. Поэтому вращение электрода снижает чувствительность электрода к пульсациям скорости. Во-вторых, пульсации потока диффузии в диаметрально противоположных точках электрода противофазны, поэтому частично вычитаются. Размер электрода вносит ограничение в величину выигрыша по чувствительности. При большой величине радиуса R становится заметна неоднородность набегающего потока жидкости по скорости в пределах одного электрода. Скачок скорости ΔV_0 в диаметрально противоположных точках кольца становится неодинаковым, поэтому невозможно полное вычитание пульсаций потока диффузии. Кроме того, если на неподвижный датчик набегающий поток морской воды со скоростью V_0 порядка единиц метров в секунду, то при радиусе электрода порядка десятых долей метра временная задержка в воздействии пульсации скорости на диаметрально противоположные участки кольца достигает величины порядка десятых долей секунды. Это приводит к тому, что эффективно подавляются только низкочастотные составляющие шума движения. Уменьшая размер электрода, можно расширить диапазон частот, в котором шум движения в значительной степени подавлен, до нескольких десятков герц. Чтобы не увеличивать тепловой шум датчика, можно вместо одного большого вращающегося электрода применить несколько небольших электродов, электрически соединенных между собой. Если же датчик буксируется за кораблем, то пульсации скорости, связанные с буксировкой, действуют на всей площади электрода одновременно и ограничения на полосу частот, в которой шум движения эффективно подавляется, отсутствуют. Для исключения влияния помехи, связанной с недостаточной балансировкой электрода, частота вращения электрода должна превышать верхнюю границу частотного диапазона принимаемого сигнала.

Вычислить пульсацию потока кислорода на вращающийся дисковый электрод значительно сложнее, поскольку при его вращении вектор скорости жидкости относительно электрода имеет три пространственные компоненты. При этом толщина диффузионного слоя постоянна практически на всей площади электрода и определяется скоростью вращения, поэтому влияние пульсаций скорости набегающей жидкости ослаблено, как и у кольцевого электрода. Также вычитание пульсаций потока диффузии в диаметрально противоположных точках при пульсациях скорости буксировки происходит как у кольцевого, так и у дискового электрода. Поэтому для дискового электрода можно ожидать такого же подавления шума движения, т.е. в десятки раз.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зимин Е.Ф., Кочанов Э.С.* Измерение напряженности электрических и магнитных полей в проводящих средах. М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. *Кремлевский П.П.* Расходомеры и счетчики количества. Справочник. 4-е изд. Л.: Машиностроение, 1989.
3. *Бернштейн С.Л., Барроуз М.Л., Эванс Дж.Э. и др.* // ТИИЭР. 1974. Т. 62. № 3. С. 5.
4. *Тягай В.А.* // Электрохимия. 1974. Т. 10. № 1. С. 3.
5. *Акиндинов В.В., Лишин И.В., Максименко В.Г.* // РЭ. 1984. Т. 29. № 3. С. 484.
6. *Максименко В.Г., Нарышкин В.И.* // РЭ. 2003. Т. 48. № 1. С. 70.
7. *Акиндинов В.В., Максименко В.Г.* // РЭ. 1996. Т. 41. № 8. С. 985.
8. *Максименко В.Г.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 11. С. 1.
9. *Максименко В.Г.* // Измерит. техника. 2017. № 9. С. 57.
10. *Максименко В.Г.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 7. С. 720.
11. *Скорчеллетти В.В.* Теоретическая электрохимия. Л.: Химия, 1974.
12. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматлит, 1959.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391

КЛАСС ОПТИМАЛЬНЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ
ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СИГНАЛОВ

© 2021 г. Г. В. Зайцев^{a, *}, А. Д. Хзмалян^{a, **}

^aНаучно-производственное объединение “Алмаз”,
Ленинградский просп., 80, корп. 16, Москва, 125190 Российская Федерация

*E-mail: gennady-zaytsev@yandex.ru

**E-mail: alkhzmalyan@gmail.com

Поступила в редакцию 30.09.2020 г.

После доработки 26.12.2020 г.

Принята к публикации 10.01.2021 г.

Решена задача синтеза полиномиальных весовых функций малого порядка с произвольно заданной скоростью спада лепестков спектра, оптимальных по критерию минимума максимального бокового лепестка на заданном отрезке частотной оси. Разработан метод синтеза оптимальных функций с верификацией найденного решения. Синтезированы весовые функции порядков 1...12 со скоростью спада лепестков 6, 12, 18, 24 и 30 дБ/окт и представлены таблицы их параметров. Проанализированы характеристики полученных функций и проведено их сравнение с известными. Получен простой алгоритм вычисления синтезированных функций.

DOI: 10.31857/S0033849421050120

ВВЕДЕНИЕ

Цифровой спектральный анализ сигналов является одним из наиболее часто используемых методов обработки сигналов. При цифровой обработке спектр сигнала определяется как его дискретное преобразование Фурье (ДПФ) и вычисляется с помощью алгоритмов быстрого преобразования Фурье. Перед вычислением спектра анализируемый сигнал, как правило, умножается на действительную функцию, называемую весовой, или просто окном. Весовая функция служит для уменьшения влияния эффекта размывания спектральных линий и для снижения уровня паразитных боковых лепестков спектра, обусловленных конечностью интервала наблюдения сигнала. Обзор классических весовых функций можно найти в [1].

Требования к весовой функции зависят от решаемой задачи. В различных приложениях могут доминировать требования обеспечения малого среднеквадратичного уровня боковых лепестков спектра, высокой скорости спада лепестков, максимально плоской вершины главного лепестка и другие.

Требования, рассматриваемые в данной работе, вытекают из следующего радиолокационного приложения. Одним из классических классов радиолокационных зондирующих сигналов является квазинепрерывный сигнал, или пачка когерентных импульсов. Обработка сигналов этого типа фактически сводится к спектральному ана-

лизу принимаемого сигнала. Далее амплитуды компонент спектра сравниваются с порогом. Каждая компонента, превзошедшая порог, (например, боковой лепесток значительного уровня) может являться отметкой полезного сигнала от некоторого отражающего объекта и требует подробного анализа. Для того, чтобы не вызывать ложных тревог, боковые лепестки мощных мешающих отражений от подстилающей поверхности и гидрометеоров не должны превосходить уровня минимального сигнала. В типичных радиолокационных задачах это условие приводит к необходимости снижения амплитуды боковых лепестков до уровня минус 100...140 дБ относительно главного лепестка. Поэтому естественным требованием к весовым функциям для данного приложения является сведение к минимуму уровня максимального бокового лепестка. Для еще большего снижения уровня дальних боковых лепестков оказывается полезным обеспечить высокую скорость спада лепестков.

Второе требование обусловлено все более широким использованием адаптивных технологий в современных многофункциональных радиолокаторах. При адаптивном использовании квазинепрерывных сигналов их параметры (длительность зондирования, скважность, частота повторения и т.д.) устанавливаются индивидуально для каждого зондирования в соответствии с быстроменяющейся обстановкой. В этом случае число излучаемых и об-

рабатываемых импульсов заранее не известно и может принимать значения от нескольких десятков до нескольких тысяч. Количество отсчетов в используемой весовой функции также должно меняться в широких пределах. Кроме того, для каждого числа отсчетов желательно иметь несколько весовых функций с различными уровнями боковых лепестков.

Очевидно, имеется два пути обеспечения работы с большим количеством весовых функций: либо хранить отсчеты многочисленных весовых функций в памяти устройства обработки сигналов, либо использовать весовые функции с простым алгоритмом вычисления для обеспечения работы в реальном масштабе времени. Первый вариант неэффективен, так как требует весьма значительных объемов памяти. Для второго варианта необходимо иметь весовые функции, обеспечивающие простое вычисление.

Таким образом, для радиолокационных задач необходимо синтезировать весовые функции, обеспечивающие минимум максимального лепестка и имеющие простой способ вычисления. Указанные требования являются классическими и используются также во многих других приложениях, причем в измерительных системах необходимый уровень боковых лепестков может быть значительно ниже указанного.

Известные по литературе функции, удовлетворяющие этим требованиям имеют вид начального отрезка ряда Фурье с небольшим количеством членов, что обеспечивает простоту вычислений. Малое количество членов ряда позволяет, тем не менее, получить высокие характеристики, поэтому такие функции наиболее востребованы в приложениях. Возможные значения асимптотической (с ростом частоты) скорости спада лепестков для таких функций ограничены набором чисел $6(2k+1)$, $k=0, 1, \dots$. Таковыми функциями являются функции Хемминга [1] (одна функция), Блекмана–Хэрриса [1] (одна функция), Наттелла [2] (три функции). В работах Албрехта [3] и независимо Зайцева [4, 5] разработаны методы синтеза континуального семейства оптимальных по минимаксному критерию функций указанного вида с различным уровнем подавления боковых лепестков и табулированы их параметры.

Наиболее широкое семейство оптимальных функций, удовлетворяющих сформулированным выше требованиям, получено в работах авторов [6–10], где описан метод синтеза и приведены таблицы параметров большого количества оптимальных весовых функций, представимых в виде линейной комбинации малого числа членов, каждый из которых является степенью одной и той же косинусоидальной функции. Разработанный метод позволяет синтезировать оптимальную функцию по следующему набору параметров: число членов ряда,

ширина главного лепестка спектра и асимптотическая скорость спада его лепестков $V \geq 6$ дБ/окт. Заметим, что в литературе, кроме указанных работ, авторам не известно описания функций со скоростью спада, не кратной 6 дБ/окт.

Простейший способ вычисления имеют, очевидно, функции в виде полинома, однако в литературе подобные функции с перечисленными свойствами не описаны. Получено лишь незначительное количество функций [11, 12] с узким диапазоном параметров, не перекрывающим указанный выше динамический диапазон. Кроме того, эти функции не являются оптимальными по описанному выше критерию.

В настоящей работе предложено семейство полиномиальных весовых функций, имеющих минимальный уровень максимального бокового лепестка и произвольную асимптотическую скорость спада $V \geq 6$ дБ/окт. Функции имеют вид линейной комбинации степеней одного и того же полинома второго порядка, характеризуются малой вычислительной сложностью и конструируются путем численного решения минимаксной задачи оптимизации. Приведены параметры репрезентативного множества синтезированных функций.

1. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ОКНА И БАЗИСНЫЕ ФУНКЦИИ

Весовая функция $w(t)$, используемая при гармоническом анализе непрерывного сигнала на интервале наблюдения $-T/2 \leq t \leq T/2$ длительностью T , является финитной четной положительной непрерывной функцией времени (кроме, возможно, краев интервала): $w(t) = 0$ при $|t| > T/2$.

Спектр $W_c(f)$ весовой функции $w(t)$ определяется интегральным преобразованием Фурье:

$$W_c(f) = \int_{-T/2}^{T/2} w(t) \exp(-j2\pi t f) dt, \quad -\infty < f < \infty. \quad (1)$$

При цифровой обработке сигналов окно представлено N временными отсчетами, взятыми с шагом δ на интервале наблюдения сигнала $T = N\delta$. Расположим начало координат в центре между крайними отсчетами. Тогда моменты выборок равны $t_q = -0.5(T - \delta) + q\delta$, $q = 0, 1, \dots, N-1$. Дискретную весовую функцию $w(t_q)$ будем рассматривать как отсчеты непрерывной функции $w(t)$ в точках t_q . Спектр дискретного окна определяется формулой дискретного по времени преобразования Фурье [13]

$$W(f) = \sum_{q=0}^{N-1} w(t_q) \exp(-j2\pi t_q f), \quad f \in [-1/2\delta, 1/2\delta]. \quad (2)$$

Спектр (2) периодичен по частоте f с периодом $1/\delta$, и его достаточно анализировать на периоде $f \in [-0.5/\delta, 0.5/\delta]$. При выборе достаточно малого

шага δ спектры (1) и (2) различаются незначительно [13].

Ниже решается задача синтеза весовых функций и приводятся таблицы их параметров для случая цифровой обработки. Один из этих параметров, а именно, асимптотическая (при $f \rightarrow \infty$) скорость V спада боковых лепестков спектра, относится, строго говоря, к соответствующей непрерывной функции $w(t)$, определяется как величина снижения огибающей модуля спектра $W_c(f)$ при увеличении частоты вдвое и измеряется в децибелах на октаву. Тем не менее, этот параметр оказывается полезен для описания и дискретной весовой функции, когда число выборок N велико, а частота не приближается к половине периода $1/2\delta$. Для краткости слово “асимптотическая” в дальнейшем опускается.

Рассматриваемые в данной работе весовые функции имеют вид линейной комбинации небольшого числа $m + 1$ базисных функций $\psi(p_k, t)$:

$$w(t) = \sum_{k=0}^m b_k \psi(p_k, t), \quad -T/2 \leq t \leq T/2, \quad (3)$$

где b_0, b_1, \dots, b_m – коэффициенты, а p_k – параметр, определяющий форму k -той базисной функции.

Базисные функции, предлагаемые в настоящей работе, имеют следующий вид:

$$\psi(p, t) = [1 - (2t/T)^2]^p, \quad -T/2 \leq t \leq T/2, \quad (4)$$

где $p \geq 0$ – неотрицательное действительное число.

Рассмотрим свойства спектра (1) функции (4). Так как функция (4) действительна и четна, то экспоненту в (1) можно заменить косинусом:

$$\Psi_c(p, f) = \int_{-T/2}^{T/2} [1 - (2t/T)^2]^p \cos(2\pi f t) dt, \quad (5)$$

$$-\infty < f < \infty.$$

Спектр (5) симметричен по частоте относительно начала координат, поэтому ниже без ограничения общности полагаем, что частота положительна: $f \geq 0$.

Интеграл (5) согласно [14, п. 3.387.2], при $p > -1$ равен

$$\Psi_c(p, f) = \frac{\sqrt{\pi} \Gamma}{2} \left(\frac{2}{\pi f T} \right)^{p+0.5} \Gamma(p+1) J_{p+0.5}(\pi f T), \quad (6)$$

где $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция, $J(\cdot)$ – функция Бесселя.

При больших значениях аргумента функция Бесселя аппроксимируется формулой [14, п. 8.451.1]

$$J_{p+0.5}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - p \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) + O(x^{-1.5}). \quad (7)$$

Поэтому при $f \rightarrow \infty$ спектр (6) базисной функции имеет асимптотическое выражение

$$\Psi_c(p, f) \approx T 2^p (\pi f T)^{-(p+1)} \Gamma(p+1) \cos\left(\pi f T - p \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right).$$

Отсюда следует, что при $f \rightarrow \infty$ спектр (6) имеет асимптотическую оценку $O(f^{-(p+1)})$. Следовательно, огибающая боковых лепестков спектра базисной функции (4) спадает со скоростью $V = 6(p + 1)$ дБ/окт. Выбирая степень p в соответствии с соотношением $p = V/6 - 1$ можно получить произвольно заданное значение скорости спада $V \geq 6$ дБ/окт. Насколько известно авторам, весовые функции со скоростью спада лепестков, некратной 6 дБ/окт, в литературе не описаны.

Нули спектра (6) совпадают с нулями функции Бесселя $J_{p+0.5}(\pi f T)$. При нумерации нулей от 1 асимптотическое положение нуля f_{zn} с большим номером n следует из (7):

$$f_{zn} \approx (0.5p + n)/T. \quad (8)$$

Весовая функция (3) содержит $(m + 1)$ базисных функций вида (4). Для получения низких боковых лепестков в ее спектре лепестки одной базисной функции должны компенсироваться лепестками другой. Для хорошей компенсации целесообразно сделать так, чтобы нули спектров последовательных базисных функций совпадали, а их боковые лепестки были противофазны. Из (8) следует, что асимптотически это достигается, если разности степеней p_0, p_1, \dots, p_m базисных функций, используемых в (3), равны целым четным числам. Это условие удовлетворяется при выборе степеней в соответствии с соотношением $p_k = \mu + 2k, k = 0, 1, \dots, m$, где μ – неотрицательное действительное число. При этом весовая функция (3) приобретает вид

$$w(t) = [1 - (2t/T)^2]^\mu \sum_{k=0}^m b_k [1 - (2t/T)^2]^{2k}, \quad (9)$$

$$-T/2 \leq t \leq T/2.$$

Величину m будем называть порядком весовой функции. Будем также считать, что общий множитель в этой формуле вынесен за знак суммы, т.е. $b_0 \neq 0$. Тогда скорость спада боковых лепестков спектра функции (9) определяется параметром μ и составляет $V = 6(\mu + 1)$ дБ/окт.

Степень μ множителя перед суммой в (9) определяет порядок нуля функции на краях ее области определения и скорость убывания лепестков спектра $V = 6(\mu + 1)$ дБ/окт, а коэффициенты суммы подбираются ниже так, чтобы уровень максимального лепестка спектра окна был наименьшим.

Сумму в (9) можно рассматривать как полином с четными степенями относительно переменной

$x = 1 - (2t/T)^2$. Вычисление функции вида (9) требует малого объема вычислений, поскольку число членов в сумме (9) мало, выражение в квадратных скобках одинаково для всех членов, а сумма может быть вычислена по схеме Горнера.

Для целых μ выражение (9) можно записать в традиционной форме в виде полинома относительно переменной $(2t/T)^2$. Однако приведенная форма более наглядна и имеет ряд описанных ниже преимуществ.

Рассмотренные свойства спектра непрерывных весовых функций, в основном, сохраняются и для дискретного случая.

2. МИНИМАКСНАЯ ЗАДАЧА

Рассмотрим метод решения задачи синтеза весовых функций для дискретного случая. Для решения необходимо надлежащим образом выбрать неизвестные коэффициенты функции (9). Объединим эти коэффициенты в вектор $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_m)$ и включим его в явном виде в список аргументов весовой функции (9) и ее дискретного спектра (2): $w(\mathbf{b}, t) = w(t)$ и $W(\mathbf{b}, t) = W(t)$.

Подставив выражение для весовой функции (9) в формулу (2) для спектра, получаем

$$W(\mathbf{b}, f) = \sum_{k=0}^m b_k \Psi(\mu + 2k, f), \quad f \in [-1/2\delta, 1/2\delta], \quad (10)$$

где $\Psi(\mu + 2k, f)$ – дискретный спектр базисной функции $\psi(p_k = \mu + 2k, t)$.

Пусть $W_{\max} > 0$ – максимальное значение модуля спектра (10). Определим функцию качества $\varphi(\mathbf{b})$ как максимальное значение нормированного модуля спектра $|W(\mathbf{b}, f)/W_{\max}|$ вне заданной области частот $[-\beta/T, \beta/T]$, где β/T в настоящей работе определяет максимально допустимую полуширину главного лепестка по уровню максимального бокового лепестка:

$$\varphi(\mathbf{b}) = \max_{\beta/T \leq |f| \leq N/2T} |W(\mathbf{b}, f)/W_{\max}|. \quad (11)$$

Величина $1/T$ называется бином [1], при этом полосу β/T составляет β бин.

Построение оптимальной весовой функции заключается в отыскании вектора коэффициентов \mathbf{b} , доставляющего минимум ρ целевой функции $\varphi(\mathbf{b})$:

$$\mathbf{b} = \arg[\min_{\mathbf{b}} \varphi(\mathbf{b})], \quad (12)$$

где правая часть означает аргумент \mathbf{b} функции $\varphi(\mathbf{b})$, при котором достигается минимум.

В работах авторов [6–10] разработан метод решения подобной задачи для случая тригонометрических базисных функций. Этот метод пригоден фактически без изменений и для рассматриваемых в данной работе базисных функций (4). В связи с

этим ограничимся здесь только кратким перечислением основных этапов метода. Подробное описание может быть найдено в [8, 10].

1. Преобразование задачи к линейному виду.

Рассмотрим свойства функции вида (9). Во-первых, максимум дискретного спектра (2) достигается при $f = 0$. Действительно, в выражении (2) для спектра суммируются неотрицательные числа $w(\mathbf{b}, t_p)$ с весом $\cos(2\pi t_p f)$. Очевидно, максимум достигается, если все веса равны единице, что реализуется только при $f = 0$.

Во-вторых, умножение всех коэффициентов b_0, b_1, \dots, b_m на фиксированный множитель не изменяет функцию качества (11). Для обеспечения единственности решения зафиксируем максимальное значение спектра $W_{\max} = W(\mathbf{b}, 0) = 1$.

Подстановка в это условие спектра (10) приводит к линейному соотношению между коэффициентами, с помощью которого один из коэффициентов может быть выражен через другие. В результате размерность задачи уменьшается на единицу, знаменатель дроби в функции качества (11) становится равным единице, а нормированный спектр весовой функции приобретает линейную форму относительно коэффициентов. При таком преобразовании задача приводится к виду, стандартному для общей теории линейных чебышевских приближений [15], где, в частности, показано, что решение задачи существует и единственно.

2. Анализ функции качества.

Используемый подход к решению поставленной задачи состоит в непосредственной минимизации функции качества с помощью численных методов. Для построения эффективного численного алгоритма поиска экстремума необходимо прежде всего знать характер поведения оптимизируемой функции.

Нетрудно показать, что функция качества является выпуклой. Однако оптимизируемая функция имеет довольно сложное поведение. Анализ показывает, что, с одной стороны, она имеет регулярные области, в которых превалирует один из лепестков, а функция дифференцируема. С другой стороны, на линиях (областях) соприкосновения этих областей функция является недифференцируемой. В результате рельеф функции качества имеет вид системы оврагов, на пологом дне которых, где и расположен минимум, она недифференцируема.

3. Выбор алгоритма оптимизации.

Сложное поведение функции делает неэффективным непосредственное применение традиционных численных методов минимизации с использованием производных. Алгоритмы, используемые авторами описаны в работах [4, 8]. Возможно использование и других алгоритмов минимизации выпуклых функций [16].

4. Верификация полученного решения.

Так как используемые алгоритмы поиска оптимума являются численными, то необходимо проверить, насколько полученный результат близок к точному решению. Авторами разработан метод такой проверки [8, 10] на основе использования нижней границы минимума, полученной в [15]. Метод дает возможность получить оценку близости полученного решения к оптимальному.

3. КАТАЛОГ СИНТЕЗИРОВАННЫХ ОПТИМАЛЬНЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

Приведем параметры нескольких подклассов весовых функций с различными скоростями спада лепестков, синтезированных по описанной методике. Эти параметры (табл. 1–5) являются наиболее полезными результатами работы, так как для использования весовой функции необходимы только ее коэффициенты. Для сокращения объема таблиц приняты во внимание следующие обстоятельства.

Во-первых, характеристики оптимальных весовых функций слабо зависят от числа выборок N . Для различных N разница в уровне максимального лепестка составляет доли, максимум единицы, децибел и тем меньше, чем больше сравниваемые значения N . Для $N = 1024$ разница с асимптотическим случаем $N \rightarrow \infty$, как правило, менее 0.1 дБ. Поэтому в таблицах приводятся характеристики оптимальных функций только для одного значения $N = 1024$, часто используемого в приложениях. При таком значении N , как коэффициенты, так и характеристики весовых функций, практически совпадают с величинами для непрерывных функций.

Во-вторых, в настоящей работе при минимизации уровня боковых лепестков учитываются все без исключения боковые лепестки. Иными словами, величина параметра β изменяется в пределах главного лепестка и должна быть не больше координаты f_{z0} первого нуля спектра весовой функции: $\beta \leq f_{z0}$.

Уменьшение уровня максимального бокового лепестка при синтезе достигается за счет увеличения β и порядка функции. Расчеты показывают, что при постоянном β увеличение порядка функции сверх минимально необходимого для обеспечения отсутствия нулей функции на интервале $[0, \beta]$ приводит к довольно слабому улучшению характеристик функции. Поэтому в табл. 1–5 содержатся параметры функций только для указанного минимального порядка.

В таблицах даны следующие общепринятые параметры весовых функций [1]: уровень P максимального бокового лепестка относительно главного лепестка; потери Π_w в отношении сигнал/шум, вызванные использованием весовой

функции; потери Π_s за счет рельефа спектра (scaloping loss); эквивалентная шумовая полоса L_n , ширины главного лепестка L_3 и L_6 по уровням минус 3 и минус 6 дБ, соответственно. Так как ширина лепестков спектра обратно пропорциональна T , то все полосы частот и параметр β , как это принято в литературе [1], выражены в относительных единицах (в бинах), т.е. умножены на T .

В табл. 1–5 значения уровня максимального лепестка округлены с точностью до 0.1 дБ, а разрядность коэффициентов выбрана такой, что получающиеся значения P отличаются от оптимальных не более, чем на 0.05 дБ, что гарантировано алгоритмом верификации (этап 4 предыдущего раздела).

Наибольший интерес представляют функции с целым значением параметра μ , так как их вычисление требует наименьшего количества операций. В табл. 1–5 даны параметры синтезированных функций со скоростями спада лепестков 6, 12, 18, 24 и 30 дБ/окт., соответственно. Шаг по параметру β для всех таблиц составляет 0.25 бин. Функции с максимальным лепестком более минус 40 дБ не представляют значительного интереса и поэтому для краткости не приведены.

Функции со скоростью спада лепестков, не кратной 6 дБ/окт, не имеют аналогов в литературе, кроме построенных авторами косинус-полиномиальных функций [9, 10]. Изложенный выше метод позволяет синтезировать полиномиальные весовые функции и с этими скоростями спада лепестков, однако в данной работе такие функции не приводятся поскольку при сопоставимых характеристиках они требуют большего объема вычислений, чем функции со скоростями кратными 6 дБ/окт.

4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИМАЛЬНЫХ ВЕСОВЫХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрим характеристики построенных полиномиальных функций. Рисунок 1 иллюстрирует зависимость уровня максимального бокового лепестка P от параметра синтеза β при скоростях спада боковых лепестков $V = 6, 18$ и 30 дБ/окт. Эти значения выбраны таким образом, чтобы не произошло слияния кривых на рисунке.

Из рис. 1 видно, что увеличение скорости спада лепестков при постоянном β приводит к некоторому возрастанию уровня максимального бокового лепестка. Для фиксированной скорости спада каждая кривая хорошо аппроксимируется прямой линией, небольшие отклонения от которой имеют случайный вид. Для грубой оценки значения параметра синтеза β , требуемого для получения желаемого уровня P максимального бокового лепестка можно использовать линейное соотношение $P \approx (-27.7\beta + 19.8)$ дБ. При увеличении

Таблица 1. Параметры полиномиальных весовых функций со скоростью спада 6 дБ/окт ($\mu = 0$)*

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	Π_w , дБ	Π_s , дБ	L_n , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
2	2.0	-45.7	0.095; 1.0; 0.427	1.439	1.678	1.393	1.331	1.855
	2.25	-50.4	0.0742; 1.0; 0.8973	1.701	1.495	1.479	1.410	1.970
3	2.5	-59.8	0.0384; 1.0; 0.9243; 0.2766	1.935	1.345	1.561	1.487	2.079
	2.75	-66.4	0.01895; 0.69307; 1.0; 0.38542	2.148	1.223	1.640	1.560	2.183
	3.0	-71.7	0.01115; 0.52103; 1.0; 0.57788	2.326	1.130	1.708	1.623	2.273
4	3.25	-79.5	0.00483; 0.31740; 1.0; 0.56768; 0.11468	2.526	1.033	1.789	1.698	2.380
	3.5	-84.7	0.00295; 0.22372; 1.0; 0.72433; 0.23953	2.698	0.956	1.861	1.765	2.477
5	3.75	-93.5	0.00148; 0.17320; 0.97017; 1.0; 0.29386; 0.04929	2.841	0.896	1.924	1.823	2.559
	4.0	-100.6	0.000676; 0.103522; 0.750973; 1.0; 0.381826; 0.081473	2.982	0.841	1.987	1.882	2.643
	4.25	-106.6	0.000347; 0.064448; 0.576081; 1.0; 0.464813; 0.140552	3.114	0.793	2.048	1.939	2.725
6	4.5	-114.1	0.000170; 0.040382; 0.474993; 1.0; 0.664795; 0.159204; 0.027500	3.242	0.748	2.110	1.996	2.806
	4.75	-120.7	0.000091; 0.026531; 0.383983; 1.0; 0.829658; 0.241908; 0.054658	3.359	0.710	2.167	2.050	2.883
7	5.0	-128.2	0.0000469; 0.0173759; 0.3113997; 0.9990288; 1.0; 0.3833289; 0.0785324; 0.0076694	3.470	0.675	2.224	2.103	2.957
	5.25	-134.8	0.00002207; 0.00981587; 0.21152213; 0.82890561; 1.0; 0.48266727; 0.10740373; 0.01719763	3.578	0.643	2.279	2.155	3.031
	5.5	-140.5	0.00001174; 0.00585013; 0.14575848; 0.69175141; 1.0; 0.60627352; 0.14893262; 0.03482239	3.683	0.613	2.335	2.207	3.105
8	5.75	-148.6	0.00000513; 0.00328502; 0.10184408; 0.57399594; 1.0; 0.68350736; 0.23987571; 0.03398988; 0.00653009	3.776	0.588	2.386	2.254	3.172
	6.0	-155.4	0.00000263; 0.00197985; 0.07240244; 0.48439137; 1.0; 0.81527992; 0.33479040; 0.05952100; 0.01224513	3.870	0.563	2.438	2.303	3.241
	6.25	-161.9	0.000001415; 0.001238273; 0.052675095; 0.411433597; 1.0; 0.955856095; 0.468068430; 0.094738312; 0.024332087	3.959	0.541	2.488	2.350	3.308
9	6.5	-168.6	0.000000678; 0.000680722; 0.033608366; 0.309246799; 0.878212626; 1.0; 0.548201448; 0.157806443; 0.026739586; 0.003527911	4.046	0.520	2.539	2.397	3.376
	6.75	-174.7	0.00000034; 0.000382524; 0.021434966; 0.227660589; 0.75017776; 1.0; 0.632740839; 0.221205203; 0.038418494; 0.007594668	4.130	0.501	2.588	2.443	3.441
10	7.0	-182.5	0.0000001522; 0.0002065851; 0.0137815629; 0.1709118246; 0.6530938516; 1.0; 0.7386957119; 0.2809608439; 0.0716450379; 0.0063648213; 0.0016217902	4.208	0.483	2.635	2.487	3.504
	7.25	-189.3	0.0000000755; 0.0001168100; 0.0089367294; 0.1281153487; 0.5646583426; 1.0; 0.8464013164; 0.3787999234; 0.1038637653; 0.0141238247; 0.0026397550	4.286	0.467	2.683	2.532	3.567
	7.5	-195.9	0.0000000394; 0.0000693885; 0.0060289813; 0.0981684381; 0.4941890295; 1.0; 0.9723317294; 0.4949534635; 0.1590424741; 0.0231381477; 0.0054991227	4.360	0.451	2.729	2.575	3.628

Таблица 1. Окончание

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	Π_w , дБ	Π_s , дБ	L_n , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
11	7.75	-202.8	0.00000001838; 0.00003657936; 0.00362035152; 0.06773013302; 0.39023443821; 0.90564171899; 1.0; 0.59295858025; 0.20233440616; 0.04501869577; 0.00527819499; 0.00086646539	4.433	0.437	2.775	2.618	3.689
	8.0	-209.4	0.00000000880; 0.00001967995; 0.00219268591; 0.04634047882; 0.30255759657; 0.79728155622; 1.0; 0.67495415356; 0.26065108795; 0.06701446275; 0.00841847547; 0.00173040752	4.502	0.423	2.820	2.660	3.749
12	8.25	-216.7	0.000000004034; 0.000010420577; 0.001332987440; 0.032064607499; 0.237130555420; 0.705778708358; 1.0; 0.759173060238; 0.334912856497; 0.092170683972; 0.016657018256; 0.001859326632; 0.000245531471	4.568	0.410	2.863	2.700	3.806
	8.5	-223.5	0.000000001974; 0.000005749733; 0.000828393854; 0.022426500547; 0.186786703293; 0.626193631544; 1.0; 0.854875107199; 0.426019786774; 0.131070973971; 0.027430958661; 0.003154651581; 0.000542118570	4.633	0.398	2.906	2.741	3.863
	8.75	-229.9	0.000000001035; 0.000003334224; 0.000531793439; 0.015985489104; 0.148575591447; 0.557730344514; 1.0; 0.960030621003; 0.539381054683; 0.185204200350; 0.044742831434; 0.005318497322; 0.001164789755	4.697	0.387	2.949	2.781	3.920

* Примечание. В табл. 2–5 приведены следующие общепринятые параметры весовых функций [1]: P – уровень максимального бокового лепестка относительно главного лепестка, Π_w – потери в отношении сигнал/шум, вызванные использованием весовой функции, Π_s – потери за счет рельефа спектра; L_n – эквивалентная шумовая полоса, L_3 и L_6 – ширина главного лепестка по уровням -3 и -6 дБ соответственно.

скорости спада лепестков увеличивается крутизна аппроксимирующих прямых с -27.3 дБ/бин для $V = 6$ дБ/окт до -29.7 дБ/бин для $V = 30$ дБ/окт. Это приводит к сближению кривых между собой при увеличении β .

Аналогичное сближение кривых при увеличении β наблюдается и для других параметров функций. Поэтому чем больше значение β , тем меньше отличаются характеристики весовых функций при разных скоростях спада лепестков.

Рисунок 2 иллюстрирует зависимости шумовой полосы L_n и ширины главного лепестка L_6 по уровню минус 6 дБ от ширины главного лепестка L_3 по уровню половинной мощности. На рисунке приведены указанные параметры более, чем 200 оптимальных функций. Каждая функция отображается одной точкой для каждой из зависимостей.

Параметры оптимальных функций с высокой точностью ложатся на прямолинейные тренды, имеющие уравнения:

$$L_n^{\text{trend}} = 1.0745L_3 - 0.0383,$$

$$L_6^{\text{trend}} \approx 1.427L_3 - 0.0467.$$

С использованием этих уравнений можно довольно точно оценить полосы L_n и L_6 , по значению по-

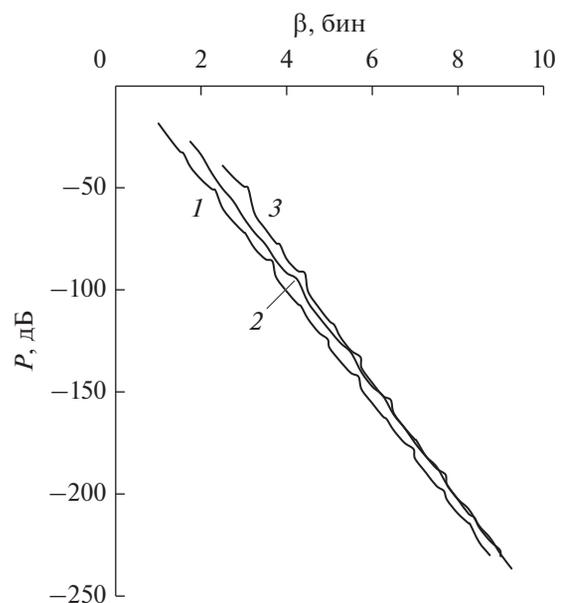


Рис. 1. Зависимости уровня P максимального бокового лепестка от параметра β для оптимальных функций со скоростями спада лепестков 6 (1), 18 (2) и 30 (3) дБ/окт.

Таблица 2. Параметры синтезированных весовых функций со скоростью спада 12 дБ/окт ($\mu = 1$)

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	P_w , дБ	P_s , дБ	L_m , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
2	2.0	-42.5	0.516; 1.0; 0.207	1.590	1.556	1.442	1.381	1.922
	2.25	-50.1	0.318; 1.0; 0.312	1.814	1.412	1.518	1.450	2.023
	2.5	-56.2	0.219; 1.0; 0.545	2.030	1.284	1.596	1.521	2.125
3	2.75	-64.6	0.1359; 1.0; 0.5720; 0.1355	2.218	1.181	1.667	1.586	2.219
	3.0	-71.7	0.0970; 1.0; 0.8329; 0.2614	2.397	1.091	1.737	1.651	2.312
	3.25	-77.4	0.0634; 0.8717; 1.0; 0.4407	2.563	1.014	1.804	1.713	2.401
4	3.5	-85.4	0.03218; 0.59494; 1.0; 0.45367; 0.06304	2.724	0.943	1.872	1.776	2.491
	3.75	-91.5	0.01842; 0.42513; 1.0; 0.53917; 0.13524	2.875	0.882	1.939	1.838	2.579
	4.0	-94.8	0.01300; 0.32389; 1.0; 0.65109; 0.25163	3.008	0.831	1.999	1.894	2.659
5	4.25	-105.9	0.00680; 0.26360; 1.0; 0.95626; 0.27534; 0.05895	3.140	0.783	2.061	1.951	2.741
	4.5	-113.0	0.003565; 0.174412; 0.831523; 1.0; 0.361866; 0.097155	3.263	0.741	2.120	2.006	2.819
6	4.75	-119.5	0.001917; 0.113142; 0.685329; 1.0; 0.506291; 0.114487; 0.014629	3.382	0.702	2.179	2.061	2.898
	5.0	-125.7	0.0010765; 0.0748166; 0.5590991; 1.0; 0.6426656; 0.1646643; 0.0320827	3.496	0.667	2.236	2.115	2.974
	5.25	130.5	0.0006807; 0.0521163; 0.4619642; 1.0; 0.8054322; 0.2398959; 0.0646287	3.603	0.636	2.293	2.167	3.049
7	5.5	-140.3	0.00033195; 0.03497909; 0.38149417; 1.0; 0.91409872; 0.37855700; 0.06789784; 0.01205827	3.698	0.609	2.343	2.214	3.116
	5.75	-147.2	0.00017816; 0.02241127; 0.29210377; 0.91546726; 1.0; 0.49504887; 0.10617965; 0.02244833	3.794	0.583	2.395	2.263	3.185
	6.0	-151.8	0.00010783; 0.01464619; 0.21268202; 0.78135452; 1.0; 0.60839097; 0.14456900; 0.04157587	3.884	0.560	2.446	2.310	3.252
8	6.25	-161.0	0.00004617; 0.00805049; 0.14785137; 0.64640001; 1.0; 0.66514345; 0.23596788; 0.03781758; 0.00724027	3.975	0.537	2.497	2.358	3.320
	6.5	-167.4	0.00002534; 0.00505763; 0.10784897; 0.55087818; 1.0; 0.77809008; 0.32682169; 0.05959198; 0.01410680	4.060	0.517	2.547	2.405	3.386
9	6.75	-175.0	0.000013515; 0.003229528; 0.080344403; 0.477427401; 1.0; 0.912234837; 0.424832238; 0.108387663; 0.016651361; 0.002124547	4.140	0.499	2.594	2.449	3.449
	7.0	-181.4	0.000007359; 0.001991156; 0.056549480; 0.388399592; 0.940639250; 1.0; 0.533303070; 0.164672879; 0.025597772; 0.004849281	4.219	0.481	2.642	2.494	3.512
	7.25	-186.5	0.000004163; 0.001208295; 0.037694885; 0.292615103; 0.811239080; 1.0; 0.612482923; 0.225688474; 0.037363887; 0.009391520	4.297	0.464	2.690	2.538	3.576
10	7.5	-195.5	0.0000018319; 0.0006607326; 0.0248751826; 0.2249453461; 0.7179349680; 1.0; 0.7108635418; 0.2738804505; 0.0704535510; 0.0077535201; 0.0016720097	4.368	0.450	2.734	2.580	3.634
	7.75	-202.4	0.0000009485; 0.0003898360; 0.0167387574; 0.1727791654; 0.6290545525; 1.0; 0.8097735147; 0.3571742270; 0.1035240461; 0.0135763947; 0.0031226602	4.439	0.435	2.779	2.622	3.694
	8.0	-207.3	0.0000005935; 0.0002607926; 0.0121030442; 0.1371978180; 0.5582094044; 1.0; 0.9227202888; 0.4600840111; 0.1557943532; 0.0217814763; 0.0063006347	4.506	0.422	2.822	2.662	3.752

Таблица 2. Окончание

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	P_w , дБ	P_s , дБ	L_n , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
11	8.25	-215.6	0.0000002719; 0.0001400824; 0.0076118832; 0.1005577745; 0.4699912563; 0.9638116049; 1.0; 0.5793340009; 0.2015876399; 0.0458148157; 0.0059085136; 0.0010071402	4.576	0.409	2.868	2.705	3.812
	8.5	-221.4	0.00000014317; 0.00007941814; 0.00473003302; 0.06976493783; 0.36705331558; 0.85225527319; 1.0; 0.66071218639; 0.25613794733; 0.06953009707; 0.00860778211; 0.00210925750	4.643	0.397	2.913	2.747	3.872
12	8.75	-229.5	0.000000065723; 0.000042765860; 0.002944151606; 0.049370127738; 0.292664381262; 0.760804276706; 1.0; 0.732807755910; 0.325093839174; 0.089762721757; 0.018145937839; 0.001726336100; 0.000342711805	4.704	0.386	2.954	2.785	3.926
	9.0	-236.4	0.000000033348; 0.000024335558; 0.001877499421; 0.035241758194; 0.233775993514; 0.6799252914590001; 1.0; 0.819763650042; 0.407150770024; 0.125581858957; 0.028540385974; 0.002995159902; 0.000677694494	4.765	0.375	2.995	2.824	3.982

лосы L_3 . Кроме того, полоса L_n определяет потери в отношении сигнал/шум, обусловленные введением весовой функции: $P_w = 10 \lg L_n$. Таким образом, из четырех перечисленных параметров три являются зависимыми.

Малая величина отклонения реальных полос оптимальных весовых функций от прямых линий позволяет использовать эти отклонения в качестве критериев качества весовой функции.

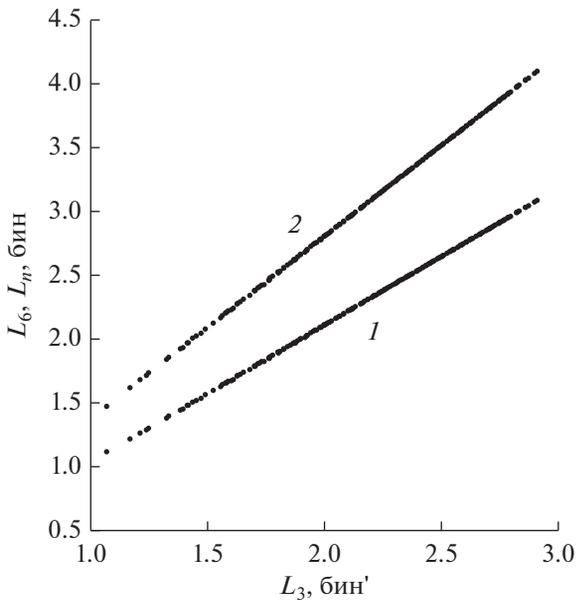


Рис. 2. Зависимости шумовой полосы L_n (1) и полосы L_6 (2) от полосы L_3 .

Проведем сравнение весовых функций, полученных в данной работе, с известными. Так как параметры весовых функций зависят от скорости спада лепестков, то это сравнение следует проводить для одной и той же скорости спада лепестков. На рис. 3 такое сравнение дано для скорости спада 6 дБ/окт, где показана взаимозависимость

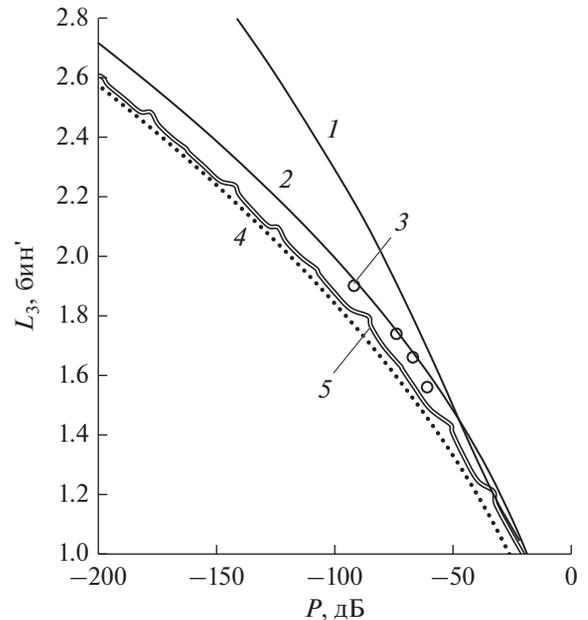


Рис. 3. Зависимости ширины L_3 главного лепестка по половинной мощности от уровня P максимального бокового лепестка для функций Гаусса (1), Кайзера-Бесселя (2), Блэкмана-Харриса (3, отдельные кружки), Дольфа-Чебышева (4) и функций табл. 2 (5).

Таблица 3. Параметры синтезированных весовых функций со скоростью спада 18 дБ/окт ($\mu = 2$)

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	P_w , дБ	P_s , дБ	L_m , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
1	2.25	-40.5	0.577; 1.0	2.107	1.228	1.624	1.553	2.165
2	2.5	-51.8	0.698; 1.0; 0.312	2.190	1.189	1.656	1.579	2.205
	2.75	-59.6	0.462; 1.0; 0.431	2.354	1.107	1.720	1.638	2.289
	3.0	-65.0	0.3495; 1.0; 0.7042	2.518	1.031	1.786	1.698	2.377
3	3.25	-74.0	0.2000; 1.0; 0.6132; 0.1581	2.675	0.961	1.851	1.759	2.464
	3.5	-80.3	0.1335; 1.0; 0.8109; 0.3127	2.834	0.895	1.920	1.823	2.556
4	3.75	-89.2	0.10331; 0.87474; 1.0; 0.35687; 0.04786	2.943	0.854	1.969	1.867	2.620
	4.0	-96.2	0.06085; 0.65644; 1.0; 0.43268; 0.09070	3.072	0.806	2.029	1.922	2.699
	4.25	-102.0	0.03726; 0.48524; 1.0; 0.50830; 0.16488	3.199	0.761	2.089	1.978	2.779
5	4.5	-110.7	0.024010; 0.417140; 1.0; 0.743905; 0.169791; 0.036733	3.308	0.725	2.142	2.028	2.849
	4.75	-117.7	0.015552; 0.333884; 1.0; 0.916084; 0.268759; 0.067568	3.420	0.690	2.198	2.080	2.923
	5.0	-123.2	0.009817; 0.243567; 0.878459; 1.0; 0.352951; 0.115389	3.524	0.658	2.251	2.129	2.994
6	5.25	-131.1	0.005261; 0.164062; 0.755211; 1.0; 0.512181; 0.119240; 0.019629	3.631	0.627	2.307	2.182	3.068
	5.5	-136.7	0.003157; 0.112652; 0.629010; 1.0; 0.644449; 0.166207; 0.039884	3.732	0.599	2.362	2.232	3.141
7	5.75	-145.2	0.001758; 0.078789; 0.522716; 1.0; 0.727156; 0.266060; 0.039207; 0.007629	3.822	0.575	2.411	2.278	3.206
	6.0	-152.1	0.0010577; 0.0559231; 0.4409516; 1.0; 0.8675468; 0.3715909; 0.0684953; 0.0143645	3.912	0.553	2.461	2.325	3.273
	6.25	-158.9	0.0006489; 0.0400893; 0.3686806; 0.9854598; 1.0; 0.5126111; 0.1063516; 0.0282652	3.997	0.532	2.510	2.371	3.338
8	6.5	-165.7	0.00034113; 0.02446856; 0.26524042; 0.82741304; 1.0; 0.57328803; 0.16904509; 0.02999197; 0.00386527	4.082	0.512	2.559	2.417	3.403
	6.75	-172.2	0.00018771; 0.01537271; 0.19407491; 0.70418309; 1.0; 0.65805987; 0.23913589; 0.04157892; 0.00865322	4.163	0.493	2.608	2.462	3.468
9	7.0	-179.8	0.00010211; 0.00989441; 0.14560511; 0.61206848; 1.0; 0.76657167; 0.30710261; 0.07526034; 0.00883909; 0.00153018	4.239	0.476	2.654	2.505	3.529
	7.25	-186.8	0.000058074; 0.006473982; 0.109779127; 0.531358016; 1.0; 0.881455493; 0.407971081; 0.113618128; 0.016109459; 0.00295259	4.314	0.461	2.700	2.548	3.590
	7.5	-193.3	0.000034325; 0.004319143; 0.082808416; 0.457928166; 0.984868474; 1.0; 0.525257996; 0.173248172; 0.025604464; 0.006215767	4.386	0.446	2.746	2.591	3.650

Таблица 3. Окончание

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	Π_w , дБ	Π_s , дБ	L_m , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
10	7.75	-200.7	0.000017365; 0.002524089; 0.055962837; 0.353822359; 0.871140469; 1.0; 0.612020621; 0.211741186; 0.049087775; 0.005396598; 0.001007916	4.456	0.432	2.790	2.632	3.709
	8.0	-207.6	0.000009188; 0.001517134; 0.038220350; 0.274427667; 0.767424674; 1.0; 0.695606601; 0.272444587; 0.072383247; 0.008744788; 0.001947661	4.524	0.419	2.834	2.673	3.767
	8.25	-213.2	0.000005396; 0.00096371; 0.026757276; 0.214736769; 0.677579678; 1.0; 0.791921936; 0.350862028; 0.107797470; 0.014058032; 0.003832804	4.591	0.406	2.878	2.714	3.826
11	8.5	-221.4	0.0000027728; 0.0005810183; 0.0185321632; 0.1691004570; 0.6013828130; 1.0; 0.8823986316; 0.4484947411; 0.1421927769; 0.0291887766; 0.0037682987; 0.0005613720	4.653	0.395	2.920	2.753	3.881
	8.75	-227.7	0.0000016087; 0.0003721596; 0.0131684087; 0.1342067962; 0.5348771736; 1.0; 0.9907732324; 0.5698238953; 0.1998454052; 0.048801166; 0.0059587491; 0.00129658	4.716	0.384	2.962	2.793	3.937
12	9.0	-235.3	0.0000007941; 0.0002096189; 0.0084126243; 0.0965164364; 0.4314360660; 0.9014626404; 1.0; 0.6372986259; 0.2566763035; 0.0624948444; 0.0132529662; 0.0007419865; 0.0002610866	4.775	0.373	3.003	2.831	3.992
	9.25	-242.1	0.00000041264; 0.00012102895; 0.00540932781; 0.06929178811; 0.34590384537; 0.80773028869; 1.0; 0.71365970547; 0.31836083080; 0.08911102980; 0.01933552098; 0.00177370940; 0.00042569212	4.835	0.364	3.044	2.870	4.046
	9.5	-248.9	0.00000022009; 0.00007156049; 0.00354602766; 0.05039944164; 0.27955612137; 0.72578702440; 1.0; 0.79366855825; 0.39487445665; 0.12231887229; 0.03000907405; 0.00291207966; 0.00082854176	4.892	0.354	3.085	2.908	4.100

двух основных параметров: ширины главного лепестка по уровню половинной мощности и уровня максимального бокового, для нескольких классов классических весовых функций: Кайзера–Бесселя, Гаусса, Блекмана–Хэрриса [1] наряду с новыми функциями, построенными в данной работе.

Также представлены функции Дольфа–Чебышева [1], которые имеют нулевую скоростью спада лепестков, обеспечивают минимально возможную ширину главного лепестка при заданном уровне максимального бокового, поэтому соответствующая им линия является границей достижимых параметров. По объему вычислений функции Дольфа–Чебышева не могут конкурировать с функци-

ями малого порядка, так как имеют сложный алгоритм вычисления и максимальный порядок (примерно $N/2$), что приводит к несоизмеримо большому объему вычислительных операций по сравнению с функциями данной работы, порядок которых не превосходит 12.

Чем ниже расположена кривая на графике рис. 3, тем выше качество соответствующего класса весовых функций с точки зрения решаемой задачи, т.е. наглядно видно преимущество построенного класса функций над известными. Для других скоростей спада лепестков также наблюдается аналогичное преимущество. При фиксированном уровне бокового лепестка $P < -40$ дБ, ширина

Таблица 4. Параметры синтезированных весовых функций со скоростью спада 24 дБ/окт ($\mu = 3$)

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	Π_w , дБ	Π_s , дБ	L_n , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
1	2.5	-42.8	1.0; 0.843	2.449	1.051	1.757	1.678	2.341
2	2.75	-53.8	1.0; 0.624; 0.286	2.515	1.025	1.785	1.701	2.377
	3.0	-60.9	0.826; 1.0; 0.409	2.667	0.960	1.848	1.759	2.460
	3.25	-69.0	0.604; 1.0; 0.563	2.790	0.910	1.901	1.807	2.530
3	3.5	-76.1	0.3605; 1.0; 0.5242; 0.0975	2.931	0.855	1.964	1.865	2.613
	3.75	-82.7	0.2392; 1.0; 0.6265; 0.2014	3.066	0.805	2.026	1.922	2.696
	4.0	-86.7	0.1590; 1.0; 0.7969; 0.3875	3.208	0.756	2.093	1.984	2.784
4	4.25	-98.9	0.1413; 0.8751; 1.0; 0.3478; 0.0713	3.276	0.734	2.126	2.014	2.828
	4.5	-106.1	0.0889; 0.6797; 1.0; 0.4173; 0.1185	3.383	0.700	2.179	2.064	2.899
5	4.75	-113.6	0.05768; 0.57318; 1.0; 0.60224; 0.12511; 0.02353	3.488	0.668	2.232	2.113	2.969
	5.0	-120.9	0.03856; 0.46669; 1.0; 0.73653; 0.18934; 0.04318	3.586	0.639	2.283	2.160	3.037
	5.25	-127.0	0.02662; 0.38369; 1.0; 0.90677; 0.27904; 0.08160	3.683	0.612	2.335	2.208	3.105
6	5.5	-135.4	0.017227; 0.301266; 0.955835; 1.0; 0.425306; 0.092704; 0.013052	3.773	0.588	2.384	2.254	3.170
	5.75	-142.0	0.010205; 0.209844; 0.808238; 1.0; 0.534442; 0.122818; 0.026680	3.865	0.564	2.435	2.301	3.238
	6.0	-146.4	0.006604; 0.149873; 0.685938; 1.0; 0.666908; 0.167838; 0.051069	3.955	0.542	2.486	2.349	3.305
7	6.25	-156.6	0.0037161; 0.1075303; 0.5730913; 1.0; 0.7122363; 0.2721160; 0.0427845; 0.0092803	4.032	0.523	2.530	2.390	3.364
	6.5	-163.7	0.0023215; 0.0785726; 0.4896646; 1.0; 0.8327759; 0.3728902; 0.0683126; 0.0174357	4.112	0.504	2.577	2.434	3.427
8	6.75	-170.4	0.0014787; 0.0576437; 0.4216545; 1.0; 0.9898137; 0.4904893; 0.1299132; 0.0211133; 0.0026681	4.191	0.487	2.625	2.478	3.490
	7.0	-176.9	0.00084593; 0.03750587; 0.31639245; 0.86804540; 1.0; 0.56985821; 0.18103717; 0.03063918; 0.00553469	4.268	0.470	2.672	2.522	3.552
	7.25	-182.3	0.00049732; 0.02434129; 0.23500205; 0.74258394; 1.0; 0.65121985; 0.25227609; 0.04294792; 0.01123664	4.344	0.454	2.719	2.566	3.615
9	7.5	-191.3	0.0002769; 0.01636641; 0.18260888; 0.66072028; 1.0; 0.75592558; 0.30361849; 0.08178547; 0.00892918; 0.00207591	4.410	0.441	2.761	2.605	3.670
	7.75	-198.3	0.00016292; 0.01096411; 0.13989314; 0.57794097; 1.0; 0.86058595; 0.39754824; 0.11940321; 0.01613976; 0.00379593	4.479	0.427	2.805	2.646	3.729
	8.0	-203.9	0.00010649; 0.00781806; 0.11011391; 0.51147492; 1.0; 0.98410246; 0.51246316; 0.18116267; 0.02555544; 0.00774006	4.545	0.415	2.848	2.687	3.786
10	8.25	-211.9	0.00005424; 0.00462630; 0.07605347; 0.40488360; 0.90681369; 1.0; 0.60949185; 0.21757296; 0.05250725; 0.00633007; 0.00125352	4.612	0.402	2.892	2.728	3.845
	8.5	-218.0	0.00003063; 0.00287502; 0.05282365; 0.31661976; 0.80202376; 1.0; 0.69267725; 0.27713055; 0.07807592; 0.00963832; 0.00248457	4.677	0.390	2.936	2.769	3.902

главного лепестка по половинной мощности L_3 новых функций, несмотря на малый порядок, всего на 2...4% превышает граничное значение.

Кривые для полиномиальных функций на рис. 1 и 3 имеют небольшие выбросы вверх. Соответствующие функции не приведены в таблицах и

имеют максимально возможный параметр β для данного порядка функции, при котором отсутствуют нули спектра в области $[0, \beta]$. Эти функции имеют также минимально возможный для данного порядка уровень максимального лепестка. Выбросы указывают на небольшое ухуд-

Таблица 5. Параметры синтезированных весовых функций со скоростью спада 30 дБ/окт ($\mu = 4$)

m	β , бин	P , дБ	b_0, b_1, \dots, b_m	Π_w , дБ	Π_s , дБ	L_n , бин	L_3 , бин	L_6 , бин
1	2.75	-44.7	1.0; 0.423	2.762	0.913	1.889	1.801	2.516
	3.0	-49.3	0.778; 1.0	2.941	0.844	1.968	1.874	2.621
2	3.25	-62.6	1.0; 0.642; 0.313	2.943	0.846	1.969	1.873	2.622
	3.5	-70.1	0.946; 1.0; 0.521	3.059	0.805	2.022	1.921	2.692
	3.75	-77.0	0.753; 1.0; 0.742	3.160	0.771	2.070	1.964	2.754
3	4.0	-84.9	0.3968; 1.0; 0.5431; 0.1355	3.285	0.729	2.130	2.020	2.834
	4.25	-90.5	0.2398; 1.0; 0.6123; 0.2634	3.415	0.688	2.195	2.080	2.920
4	4.5	-100.8	0.2523; 1.0; 0.9408; 0.2551; 0.0584	3.476	0.670	2.226	2.108	2.961
	4.75	-108.6	0.17465; 0.86142; 1.0; 0.34228; 0.09394	3.568	0.643	2.274	2.153	3.025
	5.0	-115.3	0.11428; 0.67394; 1.0; 0.39635; 0.14868	3.662	0.617	2.324	2.199	3.091
5	5.25	-122.9	0.07556; 0.59721; 1.0; 0.61168; 0.14794; 0.02917	3.755	0.591	2.374	2.246	3.158
	5.5	-129.6	0.051629; 0.494923; 1.0; 0.755101; 0.209437; 0.055677	3.844	0.568	2.423	2.291	3.223
6	5.75	-138.2	0.037020; 0.416136; 1.0; 0.859986; 0.326558; 0.061807; 0.009229	3.921	0.549	2.467	2.331	3.280
	6.0	-145.5	0.026111; 0.345455; 0.988748; 1.0; 0.461241; 0.096363; 0.019540	4.002	0.530	2.513	2.375	3.341
	6.25	-151.9	0.016241; 0.247308; 0.848796; 1.0; 0.570567; 0.126370; 0.036018	4.084	0.510	2.561	2.419	3.405
7	6.5	-160.2	0.0098677; 0.180925; 0.7092311; 1.0; 0.6074565; 0.2097725; 0.0294861; 0.0063666	4.156	0.494	2.604	2.459	3.462
	6.75	-167.4	0.0062888; 0.1338891; 0.6101591; 1.0; 0.7068274; 0.2833181; 0.0466282; 0.0115783	4.230	0.478	2.648	2.501	3.521
	7.0	-173.3	0.0040240; 0.0986563; 0.5212855; 1.0; 0.8190108; 0.3902201; 0.0709010; 0.0221685	4.306	0.462	2.695	2.544	3.583
8	7.25	-181.3	0.0026785; 0.0750361; 0.4599592; 1.0; 0.9676834; 0.4833225; 0.1395149; 0.0216129; 0.0038212	4.374	0.448	2.738	2.584	3.640
	7.5	-187.4	0.00162224; 0.05099244; 0.35793752; 0.89258634; 1.0; 0.56829734; 0.19603858; 0.03132380; 0.00754829	4.445	0.434	2.783	2.626	3.699
9	7.75	-195.6	0.00095857; 0.03503629; 0.27981655; 0.79488915; 1.0; 0.66110605; 0.23514388; 0.06092491; 0.00536292; 0.00147193	4.508	0.421	2.824	2.664	3.754
	8.0	-202.6	0.00057642; 0.02388884; 0.21672797; 0.69888376; 1.0; 0.74837969; 0.30584449; 0.08691443; 0.01003269; 0.00255014	4.573	0.409	2.866	2.704	3.810
	8.25	-209.6	0.00035376; 0.01654085; 0.16944463; 0.61807804; 1.0; 0.84785358; 0.39100151; 0.12663253; 0.01619939; 0.00478304	4.635	0.398	2.908	2.743	3.865
10	8.5	-216.4	0.000217733; 0.011420262; 0.132379154; 0.544964150; 1.0; 0.949885577; 0.508345399; 0.170067766; 0.035110399; 0.005050183; 0.000684955	4.698	0.387	2.950	2.782	3.921
	8.75	-222.9	0.000128188; 0.007468608; 0.097426013; 0.451705648; 0.936829316; 1.0; 0.61009379; 0.222753277; 0.057122453; 0.006930637; 0.001620549	4.760	0.376	2.992	2.822	3.977
11	9.0	-230.5	0.000072253; 0.004766460; 0.069757074; 0.361887977; 0.837276871; 1.0; 0.675277470; 0.283404250; 0.072490728; 0.015246861; 0.001050615; 0.000300897	4.816	0.366	3.031	2.858	4.029
	9.25	-237.4	0.0000415716; 0.0030524748; 0.0499437232; 0.2896641739; 0.7496237470; 1.0; 0.7562313157; 0.3523554669; 0.1028382486; 0.0226930557; 0.0022296549; 0.0005182443	4.874	0.357	3.072	2.896	4.083

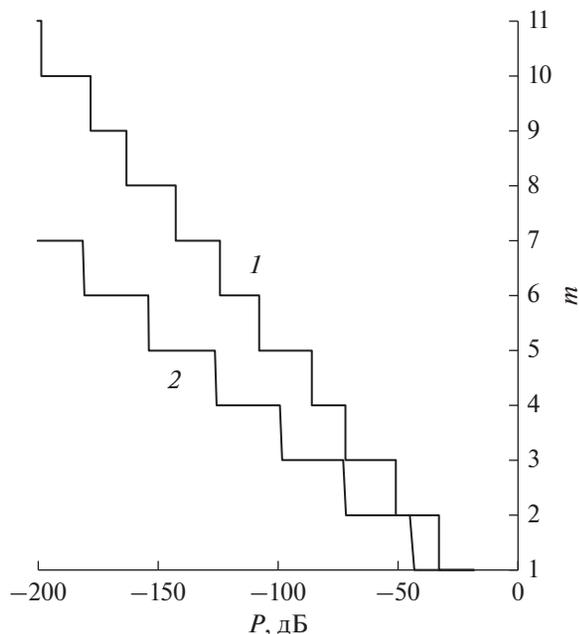


Рис. 4. Зависимости порядка оптимальной весовой функции от уровня максимального лепестка для полиномиальных (1) и косинус-полиномиальных (2) функций.

шение качества соответствующих оптимальных функций.

Сравнение описываемых в данной работе функций с косинус-полиномиальными функциями, синтезированными авторами в работах [4–10], показывает, что их характеристики весьма близки при одинаковых параметрах β и μ . Поэтому на рис. 3 кривая для косинус-полиномиальных функций не приведена во избежание наложения на кривую для полиномиальных функций.

Цена за упрощение вычислений для полиномиальных функций состоит в увеличении порядка по сравнению с косинус-полиномиальными функциями с одинаковыми характеристиками. На рис. 4 показана зависимость порядка оптимальной функции от значения максимального бокового лепестка для полиномиальных (1) и косинус-полиномиальных (2) функций при скорости спада лепестков 6 дБ/окт. При значительных боковых лепестках порядки отличаются незначительно, однако при малых уровнях порядок полиномиальных функций примерно в 1.5 раза больше. Такая ситуация имеет место и для других скоростей спада лепестков.

Однако несмотря на различие порядков, по объему вычислений оба класса функций пример-

но эквивалентны, и преимущество того или другого класса зависит от используемой аппаратной платформы, на которой реализуются вычисления. В сравнении с известными по литературе функциями оба класса существенно лучше. Проведенные оценки показывают, что синтезированные функции дают выигрыш по объему вычислений в 2...3 раза по сравнению с наиболее эффективными известными функциями в виде отрезка ряда Фурье [1–3], что весьма важно для систем реального времени.

Сравнение по объему вычислений с известными полиномиальными функциями [11, 12] показывает преимущество построенных в данной работе функций, так как при сопоставимых максимальных уровнях боковых лепестков известные функции имеют более высокий порядок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хэррис Ф. Дж. // ТИИЭР. 1978. Т. 66. № 1. С. 60.
2. Nuttall A.H. // IEEE Trans. 1981. V. ASSP-29. № 1. P. 84.
3. Albrecht H.-H. // The Open Signal Processing J. 2010. V. 3. P. 20.
4. Зайцев Г.В. // Радиотехника. 2011. № 3. С. 21.
5. Зайцев Г.В. // Радиотехника. 2012. № 1. С. 55.
6. Хзмалян А.Д. // Вестник ВКО. 2018. № 4(20). С. 90.
7. Zaytsev G.V., Khzmalyan A.D. // Proc. V Int. Conf. on Eng. and Telecom. (EnT MIPT). Moscow. 15–16 Nov. 2018. N.Y.: IEEE, 2019. P. 103. <https://doi.org/10.1109/EnT-MIPT.2018.00030>
8. Зайцев Г.В., Хзмалян А.Д. // РЭ. 2020. Т. 65. № 5. С. 464. <https://doi.org/10.1134/S1064226920050137>
9. Zaytsev G.V., Khzmalyan A.D. // Proc. 2019 Int. Conf. on Eng. and Telecom. (EnT). Dolgoprudny. 20–21 Nov. N.Y.: IEEE, 2019. P. 9030552. <https://doi.org/10.1109/EnT47717.2019.9030552>
10. Зайцев Г.В., Хзмалян А.Д. // Цифровая обработка сигналов. 2019. № 2. С. 35.
11. Kulkarni R.G. // Signal Processing. 2003. V. 83. P. 1145.
12. Okarma K. // Signal Processing. 2007. V. 87. P. 782.
13. Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. Цифровая обработка сигналов. М.: Техносфера, 2006.
14. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.
15. Коллатц Л., Крабс В. Теория приближений. Чебышевские приближения и их приложения. М.: Наука, 1978.
16. Bertsekas D.P. Convex Optimization Algorithms. Belmont. Mass., USA: Athena Scientific, 2015.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.396.96:004.931+004.932

**НОВЫЙ КЛАСС ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ТЕКСТУРНО-
МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫХ ПРИЗНАКОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ
ДЛЯ ОБРАБОТКИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ И ОПТИЧЕСКИХ
МАЛОКОНТРАСТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

© 2021 г. А. А. Потапов^{а, *}, В. А. Кузнецов^{б, **}, А. Н. Потоцкий^{б, ***}

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

^бВоенный учебно-научный центр Военно-воздушных сил
“Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина”,
ул. Старых Большевиков, 54А, Воронеж, 394064 Российская Федерация

*E-mail: potapov@cplire.ru

**E-mail: kuzzyviktor@mail.ru

***E-mail: AntonPototskiy@mail.ru

Поступила в редакцию 16.11.2020 г.

После доработки 27.11.2020 г.

Принята к публикации 14.12.2020 г.

Рассмотрены вопросы совместной оценки скейлинговых, сингулярных, мультифрактальных и анизотропных свойств текстуры изображений. Описана методика формирования принципиально нового класса топологических текстурно-мультифрактальных признаков, позволяющих совместно оценивать различные фрактальные свойства текстуры. Проведена оценка эффективности сегментации реальных радиолокационных и оптических изображений алгоритмом FCM-кластеризации в пространстве предложенного класса признаков. На основе полученных результатов и их сравнения с точностью сегментации по существующему признаку сделан вывод о большей информативности нового класса топологических фрактальных признаков.

DOI: 10.31857/S0033849421050107

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для интерпретации и описания особенностей оптических и радиолокационных изображений (РЛИ) широко применяются методы текстурного анализа [1–4]. Одним из наиболее известных среди них является текстурно-фрактальный подход, основанный на описании геометрии природных форм с использованием принципов самоподобия и масштабной инвариантности [5–7]. Применение фрактального анализа обеспечивает получение информации о таких сложно поддающихся количественному описанию структурных и геометрических особенностях текстуры РЛИ и оптических изображений, как упорядоченность, однородность, внутренняя организованность, периодичность. Исследование локальных и глобальных топологических особенностей пространственной структуры поля яркости изображений (“пустоты”, “всплески”, “шероховатости”, “локальные концентрации”, “протяженности” и т.п.), характеризуемых соответствующими фрактальными признаками, обеспечивает возможность

различения анализируемых классов объектов по их структурной регулярности. С использованием методов теории фракталов решаются задачи широкого спектра направлений деятельности человека: экологии, социологии, медицины, биологии, экологии, метеорологии, географии, искусства и т.д. Положения и методы фрактальной теории играют особую роль в практических приложениях современной радиофизики, в области разработки радиоэлектронных систем, цифровых и информационных технологий [2, 7]. В частности, обработка изображений с применением методов теории фракталов выполняется в интересах дистанционного зондирования Земли для обнаружения (локализации) объектов на фоне подстилающей поверхности, выделения границ, сегментации и классификации разнообразных типов земной поверхности. Примечательно, что для решения ряда задач тематической обработки одного и того же изображения целесообразным оказывается применение различных текстурно-фрактальных признаков, каждый из которых обладает различной дифференцирующей способностью [2, 7, 8], что с

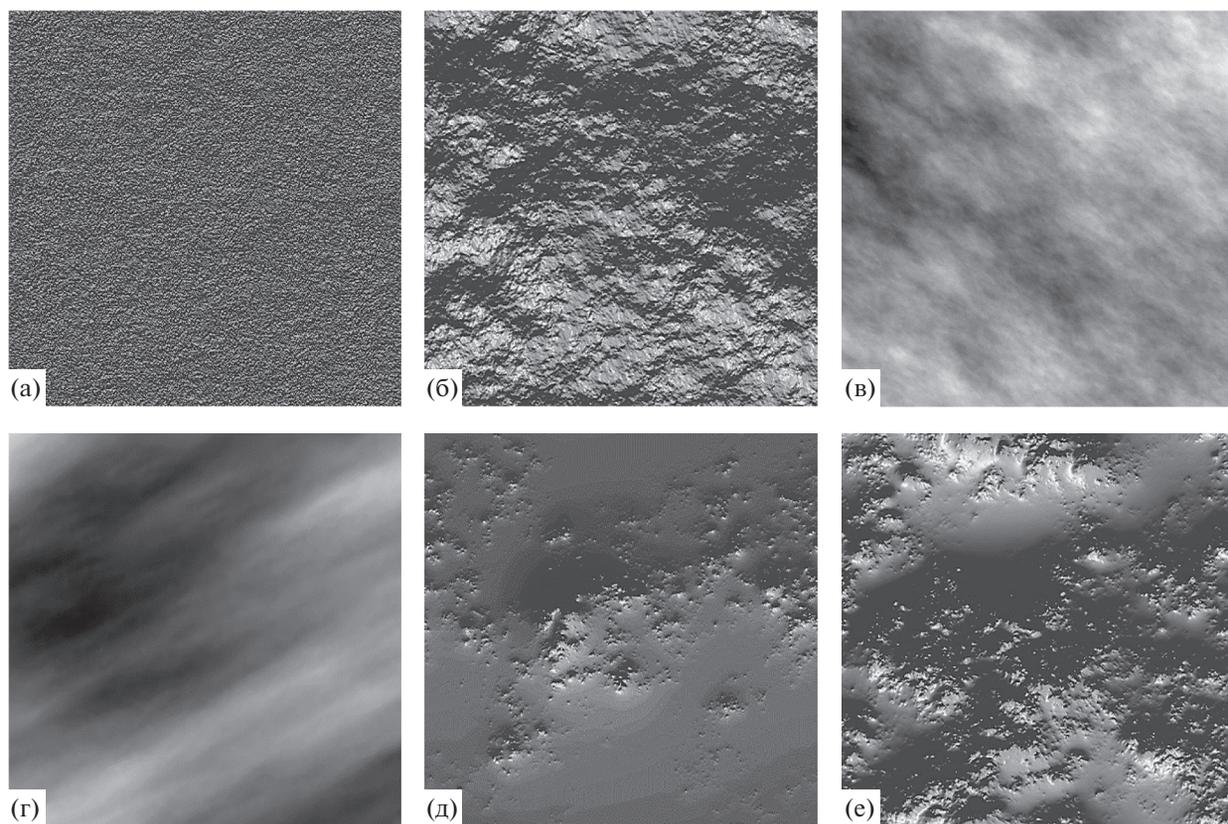


Рис. 1. Синтезированные изображения, различающиеся параметризацией скейлинга (а, б), анизотропности (в, г) и спектра размерностей (д, е).

точки зрения как теории, так и практики цифровой обработки не в полной мере удовлетворяет требованиям эффективности.

Повышение эффективности обработки изображений, например сегментации, может быть достигнуто за счет применения признаков, позволяющих совместно учитывать атрибуты текстуры с позиции современной теории фракталов и дробного исчисления.

Цель работы — исследование возможностей одновременного измерения существующих фрактальных признаков и оценка информативности нового, предложенного авторами класса топологических текстурно-мультифрактальных признаков при сравнении с известными, для решения задачи сегментации радиолокационных и оптических изображений.

1. ФРАКТАЛЬНЫЕ ПРИЗНАКИ ТЕКСТУРЫ ИЗОБРАЖЕНИЙ

С позиций фрактальной теории топологические особенности текстуры изображений могут обладать скейлинговыми, сингулярными, анизотропными (направленными) и мультифрактальными свойствами, как показано на рис. 1.

Такие свойства могут проявляться как по отдельности, так и совместно. При этом масштабные (скейлинговые) свойства характеризуют степень самоподобия распределения отсчетов яркости, мультифрактальные — совместное распределение нескольких самоподобных множеств. Сингулярные свойства проявляются на локальных масштабах анализа в виде нарушения (сохранения) скейлинговых свойств. Анизотропные свойства текстуры определяются пространственным распределением скейлинга. На рис. 2 представлены синтезированные изображения, каждое из которых характеризуется преимущественно только одним атрибутом.

Синтезирование изображений со скейлинговыми свойствами в виде фрактальных броуновских полей осуществлялось в программной среде Matlab 2019 реализацией алгоритма фрактальной фурье-фильтрации [6]. Синтезирование изображений с теми же характеристиками и различной направленностью элементов осуществлялось на основе алгоритма фрактальной фурье-фильтрации с регулируемым по ориентации распределением спектральной плотности [9]. В процессе формирования мультифрактальных текстур применялась модель обобщенного мультифрактального броуновского движения [10], в которой пока-

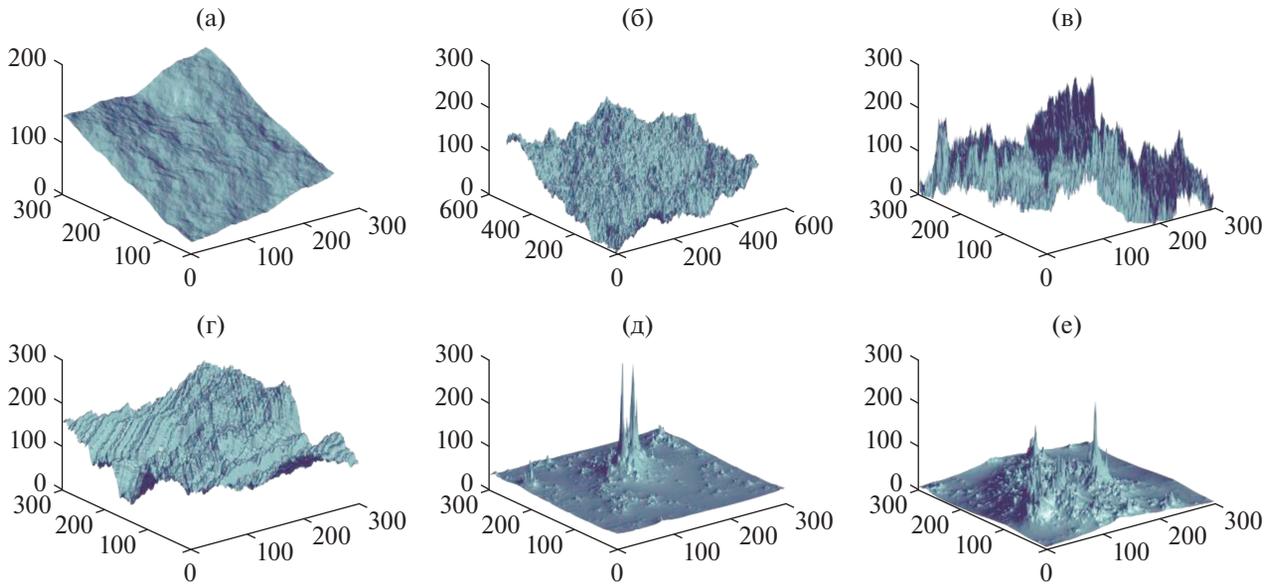


Рис. 2. Пространственная структура изображений, представленных на рис. 1а–1е (а–е соответственно).

затель Херста определялся значениями линейной и периодической функций от пространственных координат.

Фрактальный анализ изображений основан на применении топологических признаков, систематизированных в табл. 1.

Среди рассмотренных признаков наибольшее распространение получили следующие:

- фрактальная размерность (ФР) D , описывающая скейлинговые свойства изображений;
- фрактальная сигнатура (ФС) $\{D(\varepsilon)\}$, характеризующая сингулярные свойства текстуры;
- направленная фрактальная сигнатура (НФС) $\{D(\varepsilon, r)\}$, определяющая сингулярные и анизотропные свойства текстуры;
- спектр обобщенных фрактальных размерностей (спектр размерностей Реньи) $\{D_q\}$, описывающий мультифрактальный характер структуры;
- мультифрактальная сигнатура (МФС) $\{L_q(\varepsilon)\}$, описывающая сингулярные и мультифрактальные особенности анализируемой текстуры.

Исследование методов измерения соответствующих признаков [2, 7, 11–17] позволило установить, что в основе формирования их оценок лежит применение разновидностей морфологического метода итерационных покрытий. Проведенный анализ представленных методов и установление существенного факта, что к настоящему времени не реализован комплексный и всесторонний учет текстурно-фрактальных характеристик изображений, стимулировал авторов данной работы синтезировать методики и алгоритмы, позволяющие

одновременно измерять скейлинговые, сингулярные, мультифрактальные и направленные характеристики текстуры изображений с выбором наиболее релевантных составляющих компонент.

2. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ НАПРАВЛЕННОЙ МОРФОЛОГИЧЕСКОЙ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОЙ СИГНАТУРЫ

Основу предлагаемой в работе методики измерения направленной морфологической мультифрактальной сигнатуры (НММФС) (см. табл. 1) составляет морфологический вариант реализации расширенного метода итерационных покрытий с вращением сетки [14] с модифицированными процедурами выбора размера вращающейся сетки и формирования набора горизонтально-ориентированных структурных элементов. Для учета мультифрактальных свойств текстуры изображений в данной работе был использован морфологический мультифрактальный метод итерационных покрытий [17].

Сущность методики [18], синтезированной структурно-параметрическим методом на основе указанных процедур, заключается в вычислении локальных морфологических мультифрактальных показателей (ЛММФП) $L_q(\varepsilon, r)$ для требуемого числа угловых направлений анализа r_{\max} обрабатываемого изображения $I(m, n)$ и формировании массива соответствующих значений в координатах “направление-масштаб” для каждого порядка скейлингового момента q , где $-\infty \leq q \leq \infty, q \neq 0$, здесь $m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N$ – число строк и столбцов соответственно.

Таблица 1. Топологические или текстурно-фрактальные признаки изображений

Признак	Условное обозначение	Задачи обработки*
Фрактальная размерность	D	1–4, 8, 9
Показатель Херста	H	2
Расширенный показатель Херста	EFF	2, 3, 9
Фрактальная сигнатура	$\{D(\epsilon)\}$	1 – 5
Спектр показателей Херста	$\{H(\epsilon)\}$	2, 4
Вейвлет-фрактальная сигнатура	$D_{\theta, \nu}(p)$	2
Распределение самоподобия	$H^D(j)$	1, 2, 5, 7
D -размерностная мера	K_0	2
Локальная D -размерностная мера	$K_0(\epsilon)$	2
Массив фрактальных размерностей (по направлениям анализа текстуры)	$\{D(r)\}$	1
Направленная фрактальная сигнатура	$\{D(\epsilon, r)\}$	1, 4, 5
Пространственный фрактальный кепстр	S	1, 2, 3
Последовательность показателей массы	$\tau(q)$	1, 4, 6
Спектр размерностей Реньи	$\{D_q\}$	1, 4, 6
Мультифрактальный спектр	$\{f(\alpha)\}$	1, 4, 6
Спектр морфологических мультифрактальных показателей	$\{L_q\}$	4
Локальный (на масштабе ϵ) морфологический мультифрактальный показатель	$L_q(\epsilon)$	1, 4
Морфологическая мультифрактальная сигнатура	$\{L_q(\epsilon)\}$	1, 4
Лакунарность	$\{\Lambda(\epsilon)\}$	1, 4, 5
Направленная морфологическая мультифрактальная сигнатура	$\{L(q, \epsilon(\bar{r}))\}$	1, 3, 4

* Введены следующие условные обозначения: 1 – обнаружение аномалий; 2 – сегментация; 3 – обнаружение границ; 4 – идентификация областей; 5 – классификация; 6 – фильтрация шумов; 7 – кодирование, сжатие; 8 – слияние данных; 9 – синтез текстур.

Расчет обобщенной статистической суммы $Z(q, \epsilon, r)$ для каждого направления анализа r ($r = 1, 2, \dots, r_{\max}$) осуществляется по сформированному набору “верхних” $\{U_{\epsilon, r}(m, n)\}$ и “нижних” $\{X_{\epsilon, r}(m, n)\}$ “покрытий”, полученных в результате морфологической обработки (дилатации и эрозии соответственно) массива $\{B_r(m, n)\}$, повернутых на требуемое число r_{\max} угловых положений копий исходного изображения с использованием набора “плоских” горизонтально-ориентированных структурных элементов $\{Y_{\epsilon}, \epsilon = 1, 2, \dots, E\}$, длина w ($w = 2\epsilon + 1$) которых соответствует анализируемому масштабу.

Обобщенная статистическая сумма $Z(q, \epsilon, r)$ q -го порядка на каждом анализируемом масштабе ϵ

для каждого повернутого изображения $B_r(m, n)$ определяется следующим соотношением:

$$Z(q, \epsilon, r) = \left((2\epsilon)^{-1} V(\epsilon, r) \right) V^{-q}(\epsilon, r) \times \left(\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (|U_{\epsilon, r}(m, n) - X_{\epsilon, r}(m, n)|)^q \right), \quad (1)$$

где

$$V(\epsilon, r) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N (U_{\epsilon, r}(m, n) - X_{\epsilon, r}(m, n))$$

– “объем” поверхности изображения $B_r(m, n)$ на масштабе ϵ , заключенный между соответствующими покрытиями.

Определение МФС $S_{q,r}$ осуществляется посредством расчета ЛММФП, измеряемыми между соседними масштабами анализа по выражению

$$L_q(\varepsilon, r) = \left(\lg \frac{\varepsilon}{\varepsilon + 1} \right)^{-1} \lg \frac{Z(q, \varepsilon + 1, r)}{Z(q, \varepsilon)}, \quad (2)$$

с последующим формированием массива

$$S_{q,r} = \begin{bmatrix} L_{-\infty}(\varepsilon_1) & L_{-\infty}(\varepsilon_2) & \dots & L_{-\infty}(\varepsilon_{\max} - 1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ L_{-1}(\varepsilon_1) & L_{-1}(\varepsilon_2) & \dots & L_{-1}(\varepsilon_{\max} - 1) \\ L_1(\varepsilon_1) & L_1(\varepsilon_2) & \dots & L_1(\varepsilon_{\max} - 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{\infty}(\varepsilon_1) & L_{\infty}(\varepsilon_2) & \dots & L_{\infty}(\varepsilon_{\max} - 1) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где $L_q(\varepsilon) = [L_q(\varepsilon, r_1) \ L_q(\varepsilon, r_2) \ \dots \ L_q(\varepsilon, r_{\max})]^T$ – вектор-столбец ЛММФП для r_{\max} числа поворотов

q -го порядка для масштаба анализа ε , $[\cdot]^T$ – оператор транспонирования. Далее осуществляется определение преобладающих направлений ориентации элементов текстуры на соответствующих масштабах анализа на основе аппроксимации эллипсами совокупности значений ЛММФП $\{L_q(\varepsilon, r)\}$, сформированных для заданного показателя q в полярной системе координат, и определении параметров эллиптичности $k_\psi(q, \varepsilon)$ и угла $\psi(q, \varepsilon)$ наклона эллипса. Учет преобладающего направления ориентации текстуры в массиве $S_{q,n}$ осуществляется посредством выбора среди ЛММФП $\{L_q(\varepsilon, r)\}$ для каждого параметра q и ε значения показателя $L_q(\varepsilon(\hat{r}))$ для номера поворота, определяемого по условию

$$\hat{r} = \begin{cases} k_\psi(q, \varepsilon) \leq k_{\text{эп}} \rightarrow \begin{cases} 0^\circ \leq \psi(q, \varepsilon) \leq 90^\circ \rightarrow \lfloor ((\pi/2) + \psi(q, \varepsilon)) \Delta\varphi^{-1} \rfloor \\ 91^\circ \leq \psi(q, \varepsilon) \leq 179^\circ \rightarrow \lfloor (\psi(q, \varepsilon) - (\pi/2)) \Delta\varphi^{-1} \rfloor, \end{cases} \\ k_\psi(q, \varepsilon) > k_{\text{эп}} \rightarrow 0 \end{cases}, \quad (4)$$

где $\lfloor \cdot \rfloor$ – оператор округления до ближайшего целого в меньшую сторону.

В результате выбора ЛММФП $L_q(\varepsilon(\hat{r}))$ по критерию преобладающего на масштабе ε направления ориентации элементов текстуры формируется массив компонент, составляющих *новый класс топологических текстурно-мультифрактальных признаков* – направленную морфологическую мультифрактальную сигнатуру (НММФС) вида

$$S_{q,r}^{\text{opt}} = \{L_q(\varepsilon(\hat{r}))\} = \begin{bmatrix} L_{q \min}(\varepsilon_1(\hat{r})) & \dots & L_{q \min}(\varepsilon_{\max} - 1(\hat{r})) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ L_{-1}(\varepsilon_1(\hat{r})) & \dots & L_{-1}(\varepsilon_{\max} - 1(\hat{r})) \\ L_1(\varepsilon_1(\hat{r})) & \dots & L_1(\varepsilon_{\max} - 1(\hat{r})) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{q \max}(\varepsilon_1(\hat{r})) & \dots & L_{q \max}(\varepsilon_{\max} - 1(\hat{r})) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ИНФОРМАТИВНОСТИ НОВОГО КЛАССА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ПРИЗНАКОВ – НММФС

Исследование информативности нового класса признаков (5) проводилось на качественном уровне в предположении, что чем больше информации несет в себе тот или иной признак, тем точнее принимается решение. В частности, в данной работе проведена оценка эффективности (точно-

сти) сегментации изображений с использованием известного $\{L_q(\varepsilon, r)\}$ и предложенного $\{L_q(\varepsilon(\hat{r}))\}$ признаков алгоритмом FCM-кластеризации (от англ. Fuzzy C-Means – нечетких c -средних) [18, 19]. Обработке подвергались полутоновые изображения размером 256×256 пикселей, сведенные в шесть тестовых массивов msv 1–msv 5, а также РЛИ произвольного размера из массива msv 6, отличающихся различными характеристиками (анизотропия, фрактальность, мультифрактальность, скейлинговая однородность):

- 1) msv 1 – изотропная фрактальная броуновская поверхность (ИФБП) (моделирование);
- 2) msv 2 – анизотропная фрактальная броуновская поверхность (АФБП) (моделирование);
- 3) msv 3 – сочетание участков из двух различных природных и искусственных высокодетальных текстур (оптические текстурные изображения из альбома текстур Бродаца);
- 4) msv 4 – сочетание участков из четырех различных природных и искусственных высокодетальных текстур (оптические текстурные изображения из альбома текстур Бродаца);
- 5) msv 5 – анизотропные самоструктурированные поверхности (АССП), (реальные оптические текстуры из альбома текстур Бродаца);
- 6) msv 6 – реальные радиолокационные изображения.

Значения исследуемых признаков вычислялись методом “скользящего” окна с линейным

Таблица 2. Результаты сегментации тестовых изображений

Тестовая выборка	Используемый текстурно-фрактальный признак				Повышение точности, %
	ММФС, $\{L_q(\varepsilon)\}$		НММФС, $\{L_q(\varepsilon(\bar{r}))\}$		
	показатели качества сегментации, %				
	v_1	v_2	v_1	v_2	
msv 1	1.31	0.16	1.28	0.1	2.29
msv 2	19.82	3.514	2.673	0.51	86.5
msv 3	5.583	1.546	4.2	1.13	24.77
msv 4	6.72	2.12	4.327	1.415	35.61
msv 5	30.245	8.739	6.2	1.981	78

размером стороны $w = 19$ пикселей. Линейный размер сглаживающего окна $\bar{w} = 7$ и число направлений анализа $r_{\max} = \pi/\Delta\varphi = 18$ выбраны на основе обобщения результатов статистической обработки изображений. Для уменьшения размерности признакового пространства НММФС и снижения вычислительных затрат использовались порядки скейлинговых моментов $q = -2, -1$ и 1 . Экспериментальным путем установлено, что рациональным является выбор параметра $\Delta\varphi$ со значением 10° . Эффективность сегментации оценивалась по следующим показателям: выборочное среднее неправильно сегментированных пикселей v_1 и его среднеквадратическое отклонение v_2 , обусловленные ошибками определения номера класса в каждом элементе изображения.

Методика оценки точности сегментации, используемая в работе, заключается в формировании “коллажа” (мозаики) из нескольких текстур с априорно известной границей. При сегментации число классов в алгоритме FCM-кластеризации задается в соответствии с количеством составляющих текстурных мозаики сегментов. Точность сегментации вычисляли исходя из предположения, что если все пиксели внутри априорно известных границ правильно отнесены к истинному классу, то точность составит 100%. Десятые доли процента получены именно таким образом и не соответствуют в полной мере вероятностям правильной сегментации. Такой подход связан с ограниченностью количества реальных текстур и невозможностью достоверного расчета вероятности. Точные границы сегментирования реальных РЛИ (массив msv 6) определены эмпирически методом экспертных оценок, поскольку в реальности это делает оператор-дешифровщик.

Принятие решения о преимуществе по информативности среди сравниваемых признаков осуществляли по следующему правилу: информативнее

тот признак, у которого $v_1 \rightarrow \min$; информативнее тот признак, у которого $v_2 \rightarrow \min$, при $v_1' \approx v_1''$.

Примеры результатов сегментации тестовых моделируемых изображений из массивов msv 1 (ИФБП) произвольной формы с заданными значениями ФР D_3 в диапазоне 2.1...2.9 с шагом $\Delta D_3 = 0.1$ и msv 2 (АФБП) с компонентами, ориентированными под различными углами с шагом $\Delta\varphi = 10^\circ$, продемонстрированы на рис. 3.

Результаты обработки изображений массива msv 1, представленные в табл. 2, позволили сделать вывод, что с точки зрения точности сегментации нет существенной разницы в пользу выбора того или иного признака в случае анализа самодобных изотропных поверхностей, значения ФР которых одинаковы во всех направлениях.

При обработке изображений из массива msv 2, характеризующихся анизотропными свойствами, значения ФР которых для различных направлений неодинаковы и распределены в соответствии с аргументами, заданными при моделировании, достигается улучшение качества сегментации, особенно существенное в случае анализа изображений, скомпилированных из одинаковых, но ориентированных под различными углами участков изображений АФБП. При этом повышение точности сегментации объясняется фактором дополнительного учета преобладающих направлений ориентации элементов текстуры. Таким образом, при наличии однотипных разноориентированных текстур с использованием НММФС существует возможность их дифференциации по отдельным кластерам.

Примеры результатов сегментации реальных изображений из массивов msv 3 и msv 4, представляющих собой сочетание из двух и четырех сегментов изображений природных и искусственных высокодетальных текстур, обладающих различными свойствами, представлены на рис. 4. Для лучшего визуального восприятия картины

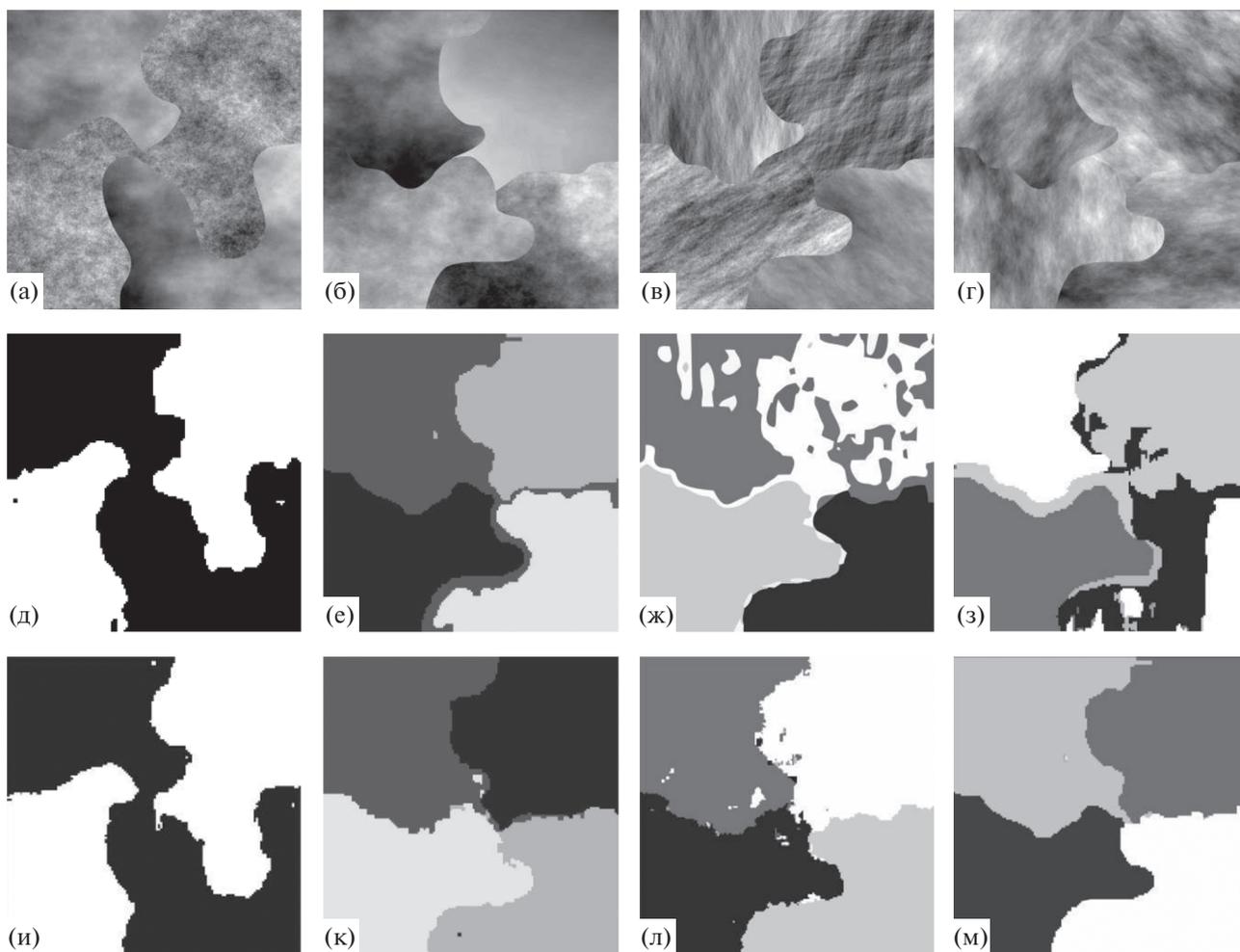


Рис. 3. Примеры тестовых изображений из массива *msv 1* (а, б), *msv 2* (в, г) и соответствующие им результаты сегментации с использованием ММФС (д–з) и НММФС (и–м); а, б – изотропные и в, г – анизотропные текстурные поля.

границы между различными участками текстуры на мозаичных изображениях обозначены белыми линиями. Результаты обработки изображений, достигаемые при использовании НММФС, характеризуются сниженной ошибкой сегментации, что свидетельствует о преимуществе по точности разработанного авторами нового класса признаков над известным при обработке как двухсегментных, так и четырехсегментных текстурных мозаик.

Для более углубленного определения дескриптивных возможностей разработанного класса признаков обрабатывали реальные изображения из массива *msv 5* (АССП), а также массива *msv 4* (текстуры Бродаца), составленных в мозаику из однотипных участков, но при этом разноориентированных под аналогичными, как и для массива *msv 5*, углами. Примеры сегментации соответствующих изображений приведены на рис. 5, интерпретация которых позволяет сделать вывод, что разработанный класс признаков обеспечивает значитель-

ное улучшение результатов разделения однородных, но по-разному ориентированных текстур.

Сравнительные данные о степени информативности ММФС и НММФС представлены на рис. 6. Полученные результаты с учетом данных табл. 2 следует интерпретировать следующим образом:

а) большая доля лучших результатов кластеризации означает предпочтительную применимость признака в задачах сегментации изображений;

б) меньшие значения показателя v_1 свидетельствуют о лучшей способности признака к различению “тонкой структуры” текстуры различных изображений;

в) меньшие значения v_2 характеризуют большую устойчивость признака к вариациям особенностей текстуры, принадлежащей одному классу.

На основе полученных результатов можно сделать вывод, что использование ММФС, чувствительной только к мультифрактальным и сингуляр-

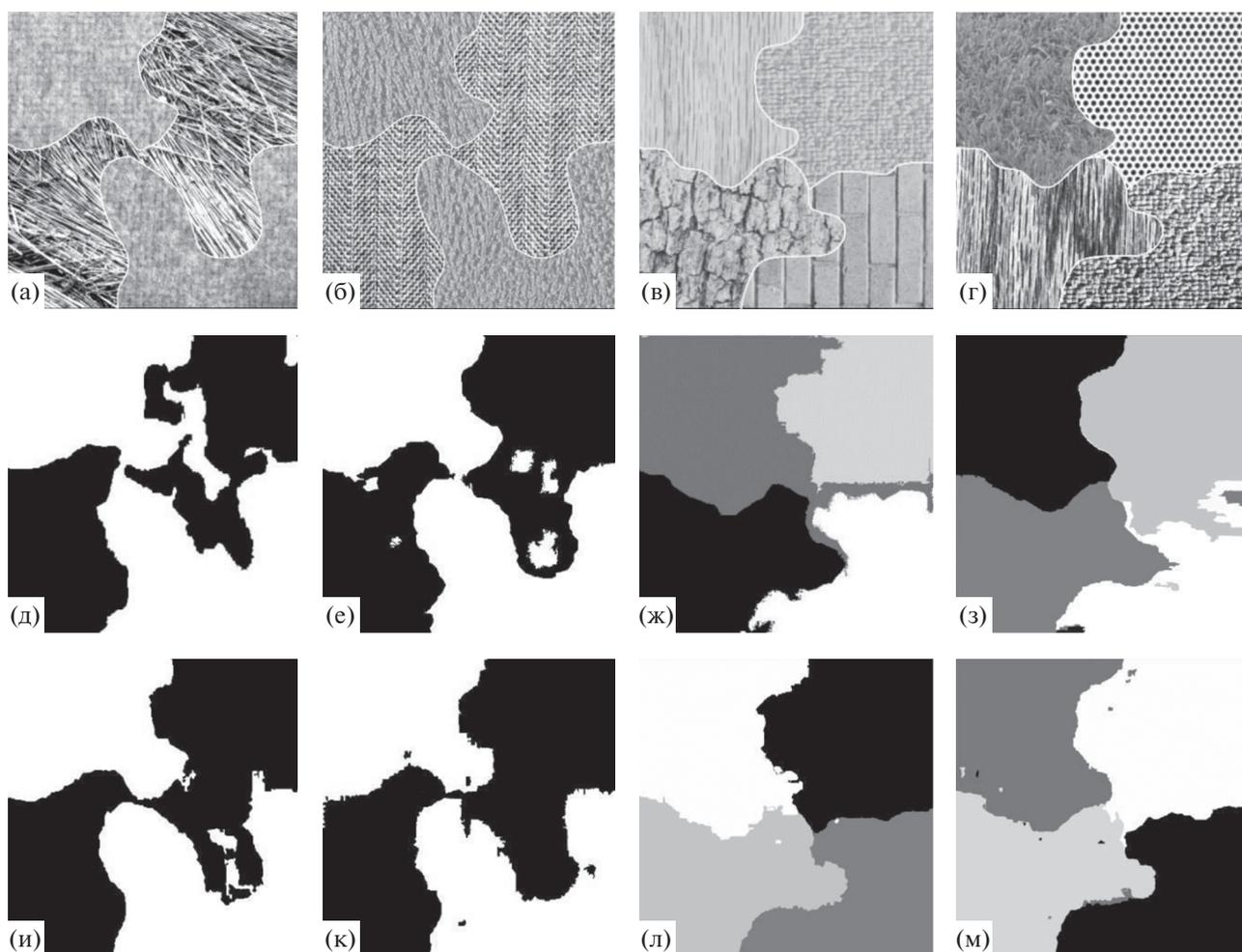


Рис. 4. Примеры тестовых изображений из массива *msv 3* (а, б), *msv 4* (в, г) и соответствующие им результаты сегментации с использованием ММФС (д–з) и НММФС (и–м).

ным свойствам изображений, при сегментации массивов тестовых данных, обладающих текстурной анизотропией, приводит к снижению числа правильно сегментированных элементов. Напротив, при использовании НММФС, комплексно учитывающей эти свойства, удается достичь существенного повышения точности результатов сегментации.

Таблица 3. Результаты сегментации тестового РЛИ размером 975×489 пикселей

Текстурный признак	Число сегментированных пикселей изображения (%)	
	правильно	ошибочно
ММФС, $\{L_q(\epsilon)\}$	371884 (78)	104891 (22)
НММФС, $\{L_q(\epsilon(\hat{r}))\}$	419562 (88)	57213 (12)

Исследование информативности признаков проводилось также и при обработке реальных РЛИ, сведенных в массив *msv 6*. Пример сегментации РЛИ Ка-диапазона с разрешением по азимуту и по дальности $\delta r, \delta \theta = 30$ см размером 975×489 элементов приведен на рис. 7а.

Точность сегментации РЛИ оценивали путем сравнения с эталонным (экспертным) изображением (рис. 7б). При этом было выявлено 10 классов подстилающей поверхности (табл. 3).

Данные табл. 3 свидетельствуют, что при использовании ММФС (рис. 7в) и НММФС (рис. 7г) текстура однородных участков выявлена и разделена на классы достаточно адекватно в обоих случаях. Однако, как следует из детального анализа исходного РЛИ, при наличии на изображениях однотипных классов объектов, обладающих сходными статистическими свойствами, но имеющими некоторые различия антропогенного характера (см. рис. 7а — обработанный верхний и необработанный нижний участки светлого поля треуголь-

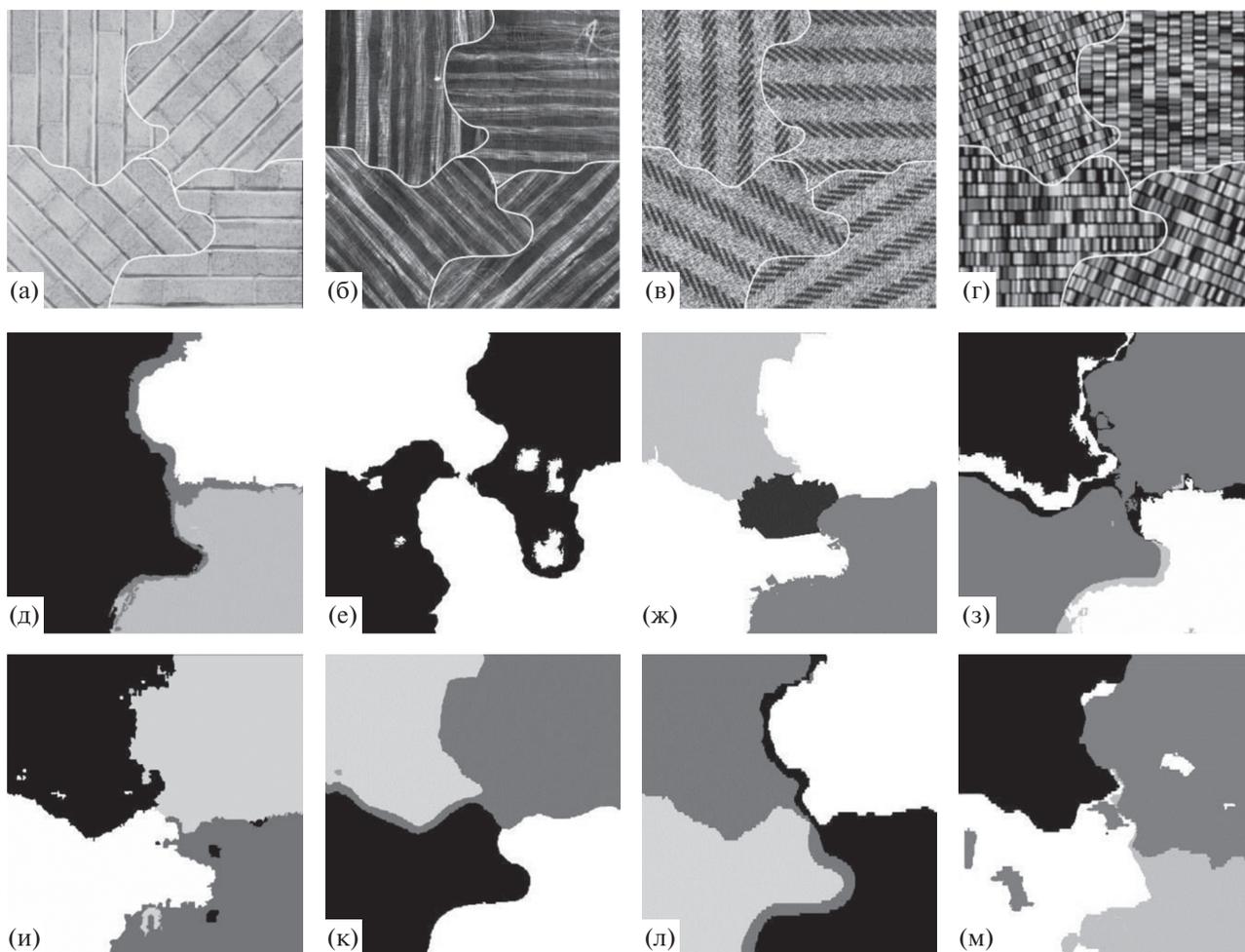


Рис. 5. Примеры тестовых изображений из массива msv 4 (а, б, в), msv 5 (г) и соответствующие им результаты сегментации с использованием ММФС (д–з) и НММФС (и–л).

ной формы сельскохозяйственного назначения в средней части изображения), использование НММФС обеспечивает возможность разделения разноориентированных текстур в отдельные классы. В данном случае можно говорить о повышении степени различимости объектов на сегментированном изображении в целом.

Результаты обработки изображений из массива реальных радиолокационных изображений msv 6 показали, что точность сегментации с использованием НММФС оказывалась выше на 24.8...63.5% по сравнению с точностью, достигаемой при использовании ММФС. Наибольший выигрыш по точности сегментации наблюдался для изображений с участками сельскохозяйственных полей и других возделываемых угодий. С количественной точки зрения по представленному изображению (см. рис. 7а) ошибка сегментации снизилась на 46% по сравнению с результатом сегментации по известному признаку ММФС.

В процессе оценивания производилось определение времени, затрачиваемого на расчет признаков и выполнение сегментации FCM-алгоритмом. Несмотря на то, что можно было бы оце-

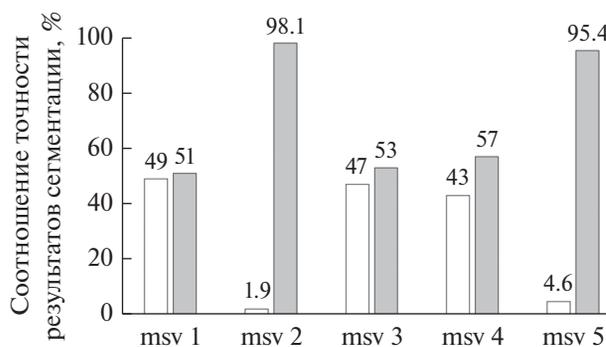


Рис. 6. Процентное соотношение наилучших по точности результатов сегментации при обработке массивов тестовых изображений с применением ММФС (светлые графики) и НММФС (темные графики).

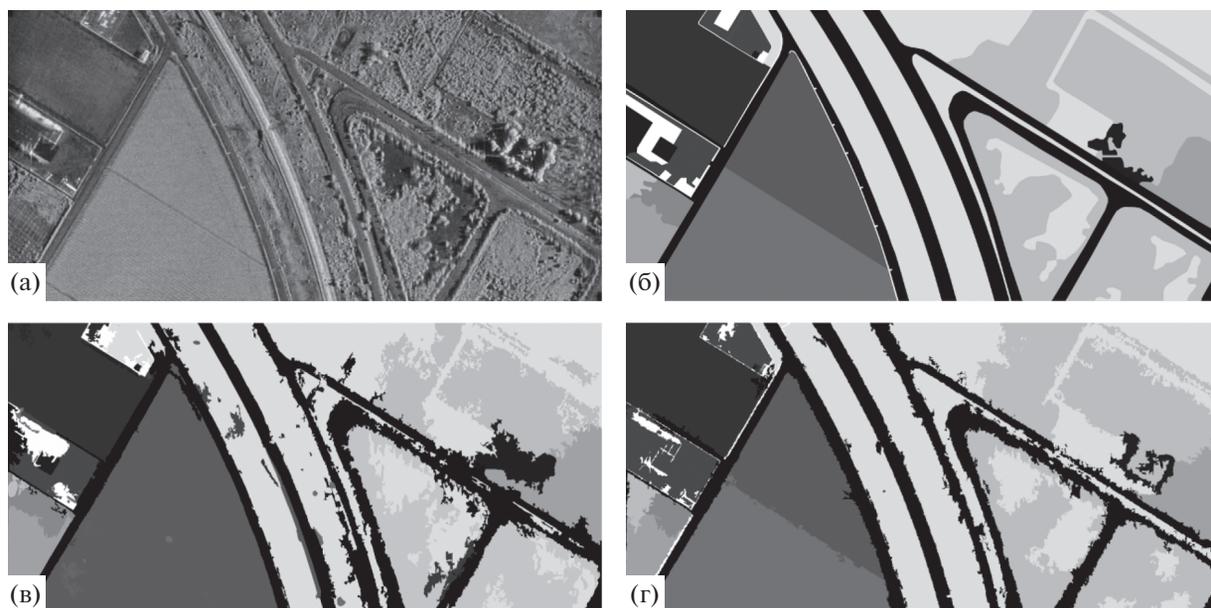


Рис. 7. Результаты сегментации РЛИ сельской местности (а), выполненные экспертом вручную (б) и с помощью FCM-алгоритма с использованием признаков ММФС (в) и НММФС (г).

нить вычислительную сложность алгоритмов измерения НММФС с учетом распараллеливания вычислений, основное внимание в работе (помимо достоверности) уделено удовлетворению временных ограничений на дешифрирование и получение тематических данных. Обработку изображений выполняли на неспециализированном персональном компьютере с типовой конфигурацией (восьмиядерный процессор Intel Core i7 с тактовой частотой 3.4 ГГц, оперативная память 24 Гб) и программно-аппаратной CUDA-архитектурой параллельных вычислений (англ. Compute Unified Device Architecture – унифицированная архитектура вычислительных устройств, видеокарта NVIDIA GeForce GTX 650). Технология параллельных вычислений на графическом ядре используется в работе при реализации морфологических преобразований (дилатации, эрозии) и оконной обработки (“скользящим” окном) в среде MATLAB. Полученные результаты показали, что использование НММФС, несмотря на значительный прирост точности сегментации, приводит к существенному (не менее чем до 3.5 раз) росту вычислительной сложности, которая напрямую связана с точностью определения основных направлений ориентации текстуры. Так, для рассматриваемого в примере, представленном на рис. 7 РЛИ, на сегментацию с использованием ММФС затрачено 2.2 мин, а при использовании НММФС 4 мин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена новая методика совместного оценивания скейлинговых, сингулярных, мультифрактальных и анизотропных характеристик текстуры. Показано, что свойства высокодетальных РЛИ и оптических изображений с достаточной для практики точностью могут быть описаны направленной морфологической мультифрактальной сигнатурой.

Применение разработанного класса топологических признаков в задачах сегментации обеспечивает повышение точности дифференциации при обработке анизотропных изображений вплоть до 86.5% и позволяет повысить точность сегментации на 35.6% при обработке изображений, обладающих мультифрактальными свойствами. В том случае, когда единственной дифференцирующей характеристикой для сегментируемых изображений является информация об угловой зависимости элементов их текстуры, точность сегментации возрастает на 78%.

Применение нового класса топологических признаков в задачах сегментации РЛИ обеспечивает улучшение точности их дифференциации вплоть до 63.5%.

Данные вопросы актуальны в решении проблем построения и оптимизации характеристик современных и перспективных радиофизических интеллектуальных систем зондирования для обнаружения и распознавания различных объектов в сложных условиях с использованием топологических фрактальных и текстурных методов на ос-

нове ранее предложенных общих принципов фрактально-скейлинговой или масштабно-инвариантной радиолокации [7, 20–28]. Необходимо отметить, что *фрактальные радары* являются по сути необходимым промежуточным этапом на пути перехода к *когнитивному радару* и *квантовому радару*.

При этом эффекты микромасштабной оптоэлектроники и нанопотоники, связанные с управлением рассеяния света с помощью магнитоэлектрических связей, и ранее не известные волновые явления в метаматериалах (см. например, [29–32]) открывают дополнительные и новые возможности для конструирования устройств обработки сигналов (полей) в таких интеллектуальных системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Haralick R.M., Shanmugan K., Dinstein I.* // IEEE Trans. 1973. V. SMC-3. № 6. P. 610.
2. *Потапов А.А., Гуляев Ю.В., Никитов С.А. и др.* Новейшие методы обработки изображений / Под ред. А.А. Потапова. М.: Физматлит, 2008.
3. *Замятин А.В., Марков Н.Г., Напряшкин Н.Г.* // Исслед. Земли из космоса. 2004. № 2. С. 32.
4. *Фраленко В.П.* // Программные системы: теория и приложения. 2014. № 4. С. 19.
5. *Mandelbrot B.B.* The Fractals Geometry of Nature. N.Y.: Freeman, 1982.
6. *Feder J.* Fractals. N.Y.: Plenum Press, 1988.
7. *Потапов А.А.* Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. 2-е изд. М.: Университетская книга, 2005.
8. *Потоцкий А.Н.* // Воздушно-космические силы. Теория и практика. 2019. № 12. С. 106.
9. *Wu J.J.* // Chaos, Solitons, Fractals. 2002. № 13. P. 1791.
10. *Ayache A., Levy Vehel J.* // Fractals: Theory and Applications in Engineering / Eds M. Dekking, J. Lévy-Véhel, E. Lutton, C. Tricot. London: Springer, 1999. P. 17.
11. *Peleg S., Naor J., Hartley R.* // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 1984. V. 6. № 4. P. 518.
12. *Peli T.* // J. Opt. Soc. Am. A. 1990. V. 7. № 6. P. 1101.
13. *Buckland-Wright J.C., Lynch J.A., Macfarlane D.G.* // Ann. Rheum. Dis. 1995. № 55. P. 749.
14. *Wolski M., Podsiadlo P., Stachowiak G.W.* // Proc. Institution of Mechanical Engineers. Pt H: J. Engineering in Medicine. 2009. V. 223. P. 211.
15. *Sarkar N., Chaudhuri B.B.* // Signal Proc. 1995. V. 42. № 2. P. 181.
16. *Xia Y., Feng D., Zhao R.* // IEEE Trans. 2006. V. IMP-15. № 3. P. 614.
17. *Xia Y., Feng D., Zhao R., Zhang Y.* // Pattern Recognition Lett. 2010. V. 31. P. 163.
18. *Кузнецов В.А., Потоцкий А.Н.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2017. № 3. С. 39.
19. *Кузнецов В.А., Потоцкий А.Н.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2018. № 8. С. 27.
20. *Потапов А.А.* // РЭ. 2003. Т. 48. № 9. С. 1101.
21. *Потапов А.А.* // Сб. науч. ст. по материалам II Всерос. науч.-практ. конф. “Авионика”, 16–17 марта 2017. Воронеж, 2017. С. 143.
22. *Потапов А.А.* // Вестник воздушно-космич. обороны. 2018. № 2. С. 15.
23. *Potapov A.A.* // Univ. J. Phys. Appl. 2017. V. 11. № 1. P. 13.
24. *Potapov A.A., Wei Zhang, Tianhua Feng* // Proc. 2018 Int. Conf. Mechatronics, Engineering, and Computer Sci., Chenyang (China), 18–20 May 2018. Los Alamitos, Washington, Tokyo: IEEE Press., 2018. V. 5. P. 833.
25. *Потапов А.А.* // Радиолокация. Результаты теоретических и экспериментальных исследований: В 2-х кн. / Под ред. А.Б. Бляхмана. М.: Радиотехника, 2019. Кн. 2. С. 15.
26. *Потапов А.А.* // Сб. материалов XIV Междунар. конф. “Забабахинские научные чтения”, Снежинск, 18–22 марта 2019 г. Снежинск, 2019. С. 105.
27. *Гуляев Ю.В., Потапов А.А.* // РЭ. 2019. Т. 64. № 9. С. 839.
28. *Потапов А.А.* // Сб. материалов Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием “Актуальные проблемы физики конденсированного состояния”, посв. 100-летию ГГНТУ, г. Грозный, 29 февраля 2020 г. С. 59.
29. *Danping Pan, Tianhua Feng, Wei Zhang, Potapov A.A.* // Opt. Lett. 2019. V. 44. № 11. P. 2943.
30. *Lei Wan, Danping Pan, Potapov A.A. et al.* // Opt. Lett. 2020. V. 45. № 7. P. 2070.
31. *Tianhua Feng, Potapov A.A., Zixian Liang, Yi Xu* // Phys. Rev. Appl. 2020. V. 13. № 2. P. 021002.
32. *Tianhua Feng, Shuai Feng Yang, Ning Lai, Potapov A.A. et al.* // Phys. Rev. B. 2020. V. 102. P. 205428.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 629.197

ОДНОПОЗИЦИОННАЯ ПАССИВНАЯ ЛОКАЦИЯ И НАВИГАЦИЯ
С УЧЕТОМ ЭВОЛЮЦИИ ПЕРИОДА РАДИОСИГНАЛА В ТОЧКЕ ПРИЕМА

© 2021 г. Ю. Г. Булычев^{a, *}, А. А. Мозоль^{b, c}

^aВсероссийский научно-исследовательский институт “Градиент”,
просп. Соколова, 96, Ростов-на-Дону, 344000 Российская Федерация

^bСеверо-Кавказский филиал Московского технического университета связи и информатики,
ул. Серафимовича, 62, Ростов-на-Дону, 344000 Российская Федерация

^cКраснодарское высшее военное училище им. генерала армии С.М. Штеменко,
ул. Красина, 4, Краснодар, 350000 Российская Федерация

*E-mail: profbulychyev@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.08.2020 г.

После доработки 10.11.2020 г.

Принята к публикации 25.11.2020 г.

Развит однопозиционный метод пассивной локации и навигации с учетом периодичности излучаемого радиосигнала (период может быть не известен), когда в паре источник излучения-наблюдатель один из объектов является стационарным, а второй движется по кусочно-линейной траектории с неизвестной скоростью. Измеряемым параметром является временная невязка между периодами излучаемого и принимаемого радиосигналов. Рассмотрены вопросы, связанные с оценкой доплеровских поправок частоты на основе этой невязки, с наблюдаемостью метода для разных частных случаев, оценкой его точностных характеристик и практическими рекомендациями. Приведен численный пример.

DOI: 10.31857/S0033849421040021

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы, связанные с однопозиционными методами пассивного определения местоположения и параметров движения различных типов объектов, остаются актуальными до настоящего времени. В большинстве случаев эти методы оперируют с пеленгами, разностями фаз, доплеровскими частотами, относительной мощностью радиосигналов и их различными производными, при этом зачастую используется дополнительная информация от различных источников подсвета, отражателей естественного и искусственного происхождения, внешних управляющих систем, а также априорные данные о структуре и некоторых параметрах излучаемого радиосигнала, скорости объекта, начальной или конечной точке его маршрута, наличии участков барражирования, возможности маневра и др. (см., например, [1–20]). При этом наибольший интерес представляют методы, для реализации которых не используются измерения пеленгов, поскольку достижение требуемой точности в пеленгаторных системах (особенно мобильных и связанных с осуществлением специального маневра), как правило, сопряжено с существенными техническими сложностями, большими габаритами и экономическими затратами.

Известны методы однопозиционной пассивной локации и навигации (ОПЛН), не использующие пеленги, но оперирующие с периодическими радиосигналами и ориентированные на возможность измерения непрерывного смещения доплеровской частоты принимаемого радиосигнала в точке наблюдения, обусловленного движением либо источника излучения (ИИ), либо наблюдателя (Н) в паре ИИ–Н (в работе [6] на с. 169–173 дан исчерпывающий список литературы по данному вопросу, доступной в открытой печати). При этом измерения могут осуществляться на любой характерной частоте из спектра излучаемого периодического радиосигнала (например, на центральной), либо модулирующей функции, а также путем сопоставления моментов прихода фронтов последовательных импульсов с учетом известного периода. По эволюции периода (в точке наблюдения) удается определять параметры движения одного из объектов пары ИИ–Н, не прибегая к пеленгационным измерениям. Все методы ОПЛН основаны на идее “синтеза базы”, что приводит в конечном итоге к формированию нескольких точек наблюдения на траектории движения и возможности использования известных методов многопозиционной локации (например, триангуляционного,

разностно-дальномерного, трилатерационного и их комбинаций [21, 22]).

В известных методах ОПЛН, как правило, рассматриваются такие траектории, которые на участке наблюдения либо известны (например, орбитальные с известными параметрами движения), либо с достаточной для практики точностью аппроксимируются моделью прямолинейного равномерного движения (как с известными, так и неизвестными параметрами движения). При этом принципиальным моментом для всех методов ОПЛН является учет априорной информации о величине скорости движущегося объекта (либо ИИ, либо Н) (см., например, [2, разд. 7] и [6, разд. 3]), что для практики зачастую является неприемлемым. Кроме того, в известных работах, посвященных методам ОПЛН, отсутствуют результаты какого-либо эксперимента, подтверждающие возможность эффективного применения этих методов с учетом периодичности излучаемого радиосигнала для некоторых характерных условий радиоконтакта.

Цель данной статьи состоит в разработке метода определения параметров движения объекта (Н) из пары ИИ–Н в условиях отсутствия априорной информации о величине скорости его движения. При этом в качестве пути достижения цели предполагается использовать (по аналогии с [6]) измерения эволюции периода радиосигнала, излучаемого стационарным ИИ.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Ограничимся рассмотрением задачи навигации, поскольку развиваемый ниже метод без труда переносится на задачу локации. Пусть в прямоугольной декартовой системе координат XYZ , которую свяжем с ИИ, движение Н является кусочно-линейным, при этом на i -м участке используется следующая модель:

$$\begin{aligned} \vec{r}_i(t) &= \vec{r}_i + \vec{v}_i(t - t_i), \quad i \in \overline{1, I}, \\ t \in [t_i, t_{i+2}] &= [t_i, t_{i+1}] \cup [t_{i+1}, t_{i+2}], \\ t_i &\geq 0, \quad t_i < t_{i+1} < t_{i+2}, \end{aligned}$$

где $\vec{r}_i(t) = [x_i(t), y_i(t), z_i(t)]^T$, $\vec{r}_i = \vec{r}_i(t_i) = [x_i, y_i, z_i]^T$, $\vec{v}_i = [V_{xi}, V_{yi}, V_{zi}]^T = \text{const} \forall t \in [t_i, t_{i+2}]$, $V_i = \|\vec{v}_i\|$ – модуль вектора скорости; $R_i(t) = \|\vec{r}_i(t)\|$ – дальность до Н в момент времени t ; t_i, t_{i+1} и t_{i+2} – три основных узла (крупной временной сетки), с которыми связан “синтез базы” и определение параметров движения Н на i -м участке. Несколько забежав вперед, отметим, что при неизвестном периоде радиосигнала нам в дальнейшем потребуются и четвертый узел t_{i+3} , при этом $t_{i+3} > t_{i+2}$.

Стационарный ИИ вырабатывает периодический радиосигнал с периодом T_i (может быть не-

известен) и длительностью $m_{i+2}T_i$, где m_{i+2} – количество формируемых периодов.

В качестве типовых значений параметров радиосигналов, излучаемых, например, многофункциональными радиолокационными станциями, можно рассматривать следующие:

- частота следования импульсов 1...100 кГц;
- длительность импульсов 0.1...100 мкс;
- несущая частота 3...18 ГГц.

При этом наличие гармонической внутриимпульсной модуляции обеспечивает дополнительный информационный параметр. Режимы и параметры обзора пространства должны обеспечивать выполнение энергетического и информационного критериев по обнаружению и распознаванию сигнала.

Вследствие движения Н некоторая характерная мгновенная частота (о которой говорилось ранее) в точке наблюдения может быть представлена в виде $f_i(t) = f_{i0} - F_i(t)$, где $t \in [t_i, t_{i+2}]$, $F_i(t)$ – частота Доплера, которая зависит от выбора f_{i0} . Если $f_{i0} = T_i^{-1}$, то речь идет о частоте следования импульсов модулирующей функции; также под f_{i0} может пониматься частота несущего колебания.

Введем на интервале $[t_i, t_{i+2}]$ мелкую сетку $\{t_{ij}\}$, где $j = \overline{1, J_i}$, $t_{i1} = t_i$ и $t_{i,j} \leq t_{i+2}$, при этом $t_{i,j+1} = t_{i1} + \Delta_{i,j+1} = t_{i1} + m_{i,j+1}T_i + \delta_{i,j+1}$, $j \in \{1, 2, \dots, J_i - 1\}$; $m_{i,j+1}$ – число подсчитываемых (в точке наблюдения) периодов излучаемого радиосигнала между узлами $t_i = t_{i1}$ и $t_{i,j+1}$; $\delta_{i,j+1} = c^{-1} \times (R_{i,j+1} - R_i) = c^{-1} \Delta R_{i,j+1}$ – информационная невязка (именно в ней содержится полезная информация о параметрах движения Н), обусловленная эволюцией $m_{i,j+1}$ периодов радиосигнала на интервале $[t_i, t_{i,j+1}]$. Здесь $R_i = R_i(t_i)$ и $R_{i,j+1} = R_i(t_{i,j+1})$, c – скорость света. В непрерывном времени эволюцию невязки, обусловленную движением Н, можно описать некоторой функцией

$$\begin{aligned} \delta_i(t) &= c^{-1} [R_i(t) - R_i] = c^{-1} \Delta R_i(t), \\ t &\in [t_i, t_{i+2}], \quad \Delta R_i(t_i) = 0, \end{aligned}$$

где $\delta_i(t_i) = \delta_i = 0$. Применительно к сетке $\{t_{ij}\}$ имеем $\delta_i(t_{ij}) = \delta_{ij}$.

Узлы t_k ($k \in \{i, i+1\}$) представим в виде $t_{k+1} = t_k + \Delta_{k+1}$, где $\Delta_{k+1} = t_{k+1} - t_k = m_{k+1}T_i + \delta_{k+1}$; m_{k+1} – максимально возможное целое число периодов радиосигнала, заполняющих интервал $[t_k, t_{k+1}]$; δ_{k+1} – невязка, обусловленная эволюцией m_{k+1} периодов радиосигнала в точке наблюдения на интервале $[t_k, t_{k+1}]$. В терминах функции $\delta_i(t)$ имеем $\delta_i(t_{i+1}) = \delta_{i+1}$ и $\delta_i(t_{i+2}) = \delta_{i+2}$.

Далее полагаем, что доступны измерения $h_{i(i+1,i+2)} = \delta_{i(i+1,i+2)} + \xi_{i(i+1,i+2)}$ и $h_{ij} = \delta_{ij} + \xi_{ij}$ величин δ_{i+1} , δ_{i+2} и δ_{ij} соответственно, при этом случайные погрешности измерений $\xi_{i(i+1,i+2)}$ и ξ_{ij} распределены по нормальному закону с нулевыми математическими ожиданиями и известными корреляционными матрицами \mathbf{K}_{i2} и \mathbf{K}_{i,J_i-1} (здесь индексы 2 и $J_i - 1$ указывают на размерности матриц). Размер J_i мелкой сетки $\{t_{ij}\}$ выбирается таким, чтобы в рамках развиваемого метода обеспечивались необходимые точность и устойчивость применяемых вычислительных процедур.

Для принятых моделей движения и измерения на интервале $[t_i, t_{i+2}]$ требуется оценить частоту Доплера $F_i(t)$, дальности $R_{i(i+1,i+2)}$ и курсовые углы $\theta_{i(i+1,i+2)}$ в узлах $t_{i(i+1,i+2)}$, а также скорость V_i наблюдателя для данного интервала.

Близкая (по сути) постановка задачи рассматривалась в [6, с. 153–158], однако теперь скорость N полагается априорно неизвестной и модель движения принята кусочно-линейной, при этом рассматриваются два принципиально разных случая: период радиосигнала известен (случай 1) и неизвестен (случай 2).

2. РЯД УТВЕРЖДЕНИЙ. ОЦЕНИВАНИЕ ЧАСТОТЫ ДОПЛЕРА

Применительно к рассмотренной постановке задачи далее будем пользоваться следующими легко доказываемыми утверждениями.

Утверждение 1: справедливо строгое равенство $R_i^2(t) = a_{i0} + a_{i1}t + a_{i2}t^2$, где $\{a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}\}$ – некоторые действительные коэффициенты, соответствующие модели движения N .

Утверждение 2: если только N не движется на ИИ, то функция $\delta_i(t)$ является гладкой (дифференцируемой) и выпуклой (не содержит точек перегиба) на всем интервале $[t_i, t_{i+2}]$.

Утверждение 3: если N движется на ИИ (в этом случае курсовой угол равен нулю), то $F_i(t) = F_i = \text{const}$ и $\dot{\delta}_i(t) = \text{const}$ на всем интервале $[t_i, t_{i+2}]$ (здесь и далее точка сверху означает дифференцирование по t), следовательно, $R_i(t)$ и $\delta_i(t)$ – линейные функции времени на этом интервале.

Утверждение 4: условие $F_i = 0$ возможно только при попадании N в точку траверза.

Развиваемый метод предполагает знание доплеровских поправок частоты $F_i = F_i(t_i)$, $F_{i+1} = F_i(t_{i+1})$ и $F_{i+2} = F_i(t_{i+2})$ в узлах t_i , t_{i+1} и t_{i+2} , поэтому в данном разделе предлагаем эффективный алгоритм оценивания этих величин с использованием мелкой

сетки $\{t_{ij}\}$ и наблюдений $\{h_{ij}\}$. Он основан на возможности представления частоты Доплера в виде $F_i(t) = c^{-1} f_{i0} \dot{R}_i(t) = f_{i0} \dot{\delta}_i(t)$. Поскольку функция $\delta_i(t)$ является гладкой (утверждение 2), то путем соответствующего выбора объема сетки $\{t_{ij}\}$ можно добиться достаточно высокой точности представления производной $\dot{\delta}_i(t)$ на базе инвариантно-несмещенного алгоритма оптимального оценивания производных при наличии не только флуктуационных, но и сингулярных погрешностей [23]. В простейшем случае достаточно ограничиться традиционным методом наименьших квадратов, если предположить, что по результатам измерений h_{ij} сформированы частные оценки $\hat{\delta}_{ij} = h_{ij} - m_{ij}T_i$ величин δ_{ij} . Используя сглаживающий полином $\alpha_i(t) = \mathbf{b}_i^T \Psi_i(t)$ (с заданным вектором $\Psi_i(t)$ базисных функций), путем минимизации соответствующей невязки, например

$$\nabla_i(\mathbf{b}_i) = \sum_{j=1}^{J_i-1} [\hat{\delta}_{ij} - \alpha_i(t_{ij})]^2$$

(для случая равнооточных измерений), находим результирующую оценку \mathbf{b}_i^* вектора коэффициентов \mathbf{b}_i :

$$\mathbf{b}_i^* = \arg \min_{\mathbf{b}_i} \nabla_i(\mathbf{b}_i).$$

Подобную оценку можно найти, используя общее правило:

$$\mathbf{b}_i^* = \Xi(\mathbf{h}_i, \mathbf{K}_{i,J_i-1}),$$

где $\Xi(\cdot, \cdot)$ – некоторый оператор оптимальной или субоптимальной обработки [24], учитывающий особенности проведения и обработки измерений

$\mathbf{h}_i = [h_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$. Теперь можно найти результирующую оценку $F_i^*(t)$ частоты Доплера $F_i(t)$ для любого $t \in [t_i, t_{i+2}]$, в том числе оценки F_i^* , F_{i+1}^* и F_{i+2}^* для узлов t_i , t_{i+1} и t_{i+2} соответственно:

$$F_k^* = f_{i0} [(\mathbf{b}_i^*)^T \Psi(t)]_k^{(1)},$$

где под $[\cdot]_k^{(1)}$ понимается оператор дифференцирования в точке $t = t_k$, $k \in \{i, i+1, i+2\}$. Как показано далее в численном примере, эффекты накопления и сглаживания существенно повышают точность вычисления доплеровских поправок частоты согласно предложенному подходу.

Далее с учетом того, что F_i , F_{i+1} и F_{i+2} нам известны, рассмотрим вопрос определения параметров движения N для двух случаев: период радиосигнала известен (случай 1) и неизвестен (случай 2).

3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ РАДИОСИГНАЛА С ИЗВЕСТНЫМ ПЕРИОДОМ

Для первой производной \dot{R}_{i+1} дальности $R_i(t)$ в точке t_{i+1} справедливо

$$\dot{R}_{i+1} = R_{i+1}^{-1} \bar{r}_{i+1}^T \bar{v}_i = R_{i+1}^{-1} (\bar{r}_i^T \bar{v}_i + V_i^2 \Delta_{i+1}). \quad (1)$$

Так как для движущегося Н мгновенная частота $f_i(t)$ входного радиосигнала является функцией времени (вследствие эффекта Доплера), то для точки t_{i+1} справедлива запись $f_i(t_{i+1}) = f_{i0} - F_{i+1}$, где $F_{i+1} = c^{-1} f_{i0} \dot{R}_{i+1}$ – доплеровская поправка частоты. Следовательно, с учетом (1) получаем

$$\bar{r}_i^T \bar{v}_i + V_i^2 \Delta_{i+1} = c f_{i0}^{-1} F_{i+1} R_{i+1}. \quad (2)$$

По аналогии с (2), для момента времени t_i имеем

$$\bar{r}_i^T \bar{v}_i = c f_{i0}^{-1} F_i R_i, \quad (3)$$

где учтено, что $\Delta_i = t_i - t_i = 0$. На основании (2) и (3) получаем

$$V_i^2 c^{-1} f_{i0} = (\Delta_{i+1})^{-1} (F_{i+1} R_{i+1} - F_i R_i). \quad (4)$$

Представим приращение дальности на интервале Δ_{i+1} в виде

$$R_{i+1} - R_i = c \delta_{i+1} = c (\Delta_{i+1} - m_{i+1} T_i), \quad (5)$$

при этом если Н удаляется, то $R_{i+1} > R_i$ и $\delta_{i+1} > 0$, если Н приближается, то $R_{i+1} < R_i$ и $\delta_{i+1} < 0$, а если Н неподвижен, то $R_{i+1} = R_i$ и $\delta_{i+1} = 0$. Смена знака для δ_{i+1} возможна только в точке траверза.

Выражая из (5) величину R_{i+1} и подставляя ее в (4), получаем

$$V_i^2 c^{-1} f_{i0} = (\Delta_{i+1})^{-1} [\Delta_{i+1}^F R_i + c F_{i+1} (\Delta_{i+1} - m_{i+1} T_i)], \quad (6)$$

где $\Delta_{i+1}^F = F_{i+1} - F_i$ – приращение доплеровского смещения частоты радиосигнала за время Δ_{i+1} . По аналогии с (6) для моментов времени t_i и t_{i+2} имеем

$$V_i^2 c^{-1} f_{i0} = (\Delta_{i+2})^{-1} [\Delta_{i+2}^F R_i + c F_{i+2} (\Delta_{i+2} - m_{i+2} T_i)]. \quad (7)$$

Приравнявая (6) и (7), формируем искомое выражение для определения дальности R_i в момент времени t_i :

$$R_i = c \frac{F_{i+2} \Delta_{i+1} (\Delta_{i+2} - m_{i+2} T_i) - F_{i+1} \Delta_{i+2} (\Delta_{i+1} - m_{i+1} T_i)}{\Delta_{i+1}^F \Delta_{i+2} - \Delta_{i+2}^F \Delta_{i+1}}. \quad (8)$$

С учетом (5), по аналогии с (8), можно найти R_{i+1} и R_{i+2} (используя единую запись $R_{i+(i+2)}$) для моментов времени t_{i+1} и t_{i+2} соответственно:

$$R_{i+(i+2)} = R_i + c (\Delta_{i+(i+2)} - m_{i+(i+2)} T_i). \quad (9)$$

Подставляя (8) в (6), после несложных преобразований находим формулу для определения скорости движения Н:

$$V_i = \left| c (f_{i0} \Delta_{i+1})^{-1} (R_i \Delta_{i+1}^F + c F_{i+1} (\Delta_{i+1} - m_{i+1} T_i)) \right|^{1/2}. \quad (10)$$

С учетом того, что $\dot{R}_k = \pm V_k \cos \theta_k = c f_{i0}^{-1} F_k$, для нахождения курсовых углов можно воспользоваться формулой

$$\theta_k = \arccos(c V_i^{-1} f_{i0}^{-1} F_k), \quad k \in \{i, i+1, i+2\}, \quad (11)$$

где скорость V_i находится в соответствии с (10).

Выражения (8)–(11) позволяют определять дальность, скорость и курсовой угол Н, по изменениям временных невязок, характеризующих эволюцию периодов излученного радиосигнала в точке наблюдения.

4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ РАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМ ПЕРИОДОМ

Если период T_i неизвестен, то наряду с t_i, t_{i+1} и t_{i+2} потребуется четвертый радиоконтакт t_{i+3} . Принимая для простоты, что число накапливаемых периодов между соседними узлами одинаково (т.е. $m_{i+2} - m_{i+1} = m_{i+3} - m_{i+2}$), запишем следующие выражения (обозначив $\Delta'_{mn} = t_n - t_m, G_{mnp} = F_m \Delta'_{np}, S_{mnp} = \Delta'_{pn} - 2\Delta'_{nm}, Q_{mnp} = \Delta'_{np} - \Delta'_{nm}, m, n, p \in \{i, j, k, l\}$):

$$\begin{cases} R_i = c (L_{ijkl} + M_{ijkl}) (H_{ijkl} + P_{ijkl})^{-1}, \\ R_j = [R_i (2G_{jji} - G_{jii} + G_{jji}) - c S_{jji} G_{jji}] (3G_{jji} - G_{jii})^{-1}, \quad j = i+1, \\ R_k = c Q_{ijk} + 2R_j - R_i, \quad k = i+2, \\ R_l = c S_{jil} + 3R_j - 2R_i, \quad l = i+3, \end{cases} \quad (12)$$

$$V_i = \left| c(f_{i0}\Delta_{i+1})^{-1} (F_j R_j - F_i R_i) \right|^{1/2}, \quad (13)$$

$$\theta_{i(j,k)} = \arccos \left(c V_i^{-1} f_{i0}^{-1} F_{i(j,k)} \right), \quad (14)$$

где

$$\begin{cases} L_{ijkl} = S_{ijl} G_{lji} (3G_{lki} - 2G_{kli}), \\ M_{ijkl} = (S_{ijl} G_{lki} - Q_{ijk} G_{kli}) (G_{jli} - 3G_{lji}), \\ H_{ijkl} = (3G_{lki} - 2G_{kli}) (2G_{lji} - G_{ili} + G_{iji}), \\ P_{ijkl} = (G_{jli} - 3G_{lji}) (2G_{lki} - G_{ili} + G_{iki} - G_{kli}). \end{cases} \quad (15)$$

Таким образом, выражения (12)–(15) позволяют решать задачу определения параметров движения Н не только при неизвестной скорости, но и для случая, когда период радиосигнала априорно не задан.

5. АНАЛИЗ ЧАСТНЫХ СЛУЧАЕВ

Случай 1: движение Н по линии визирования. В этом случае дальность $R_i(t)$ есть линейная функция времени, а ее производная $\dot{R}_i(t) \equiv \text{const}$, $F_i(t) = F_i = F_{i+1} = F_{i+2}$ и $\Delta_{i+1}^F = 0$, $\Delta_{i+2}^F = 0$, следовательно, знаменатель в формуле (8) равен нулю и нахождение дальности по формулам (8), (9) и (12) становится невозможным (нарушается условие наблюдаемости метода). Так как

$$\dot{R}_i = c f_{i0}^{-1} F_i = \pm V_i = \text{const},$$

то для скорости Н справедливо

$$V_i = c \left| \dot{\delta}_i \right| = c \left| \dot{\delta}_{i+1} \right| = c \left| \dot{\delta}_{i+2} \right|,$$

а для курсового угла –

$$\theta_k = \arccos \left[\left(\dot{\delta}_k \right)^{-1} f_{i0}^{-1} F_k \right],$$

где $k \in \{i, i+1, i+2\}$.

Случай 2: узел t_{i+1} соответствует точке траверза, при этом выполнено условие $R_i = R_{i+2}$, $\Delta_{i+2} = 2\Delta_{i+1}$ и $F_{i+1} = 0$ (утверждение 4). Тогда в (8) знаменатель имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta_{i+1}^F \Delta_{i+2} - \Delta_{i+2}^F \Delta_{i+1} &= 2F_i \Delta_{i+1} - F_i \Delta_{i+2} = \\ &= 2F_i \Delta_{i+1} - 2F_i \Delta_{i+1} = 0. \end{aligned}$$

Следовательно, выражения (8)–(11) для случая 2 некорректны (нарушается условие наблюдаемости метода).

Для случаев, связанных с движением Н в направлении на ИИ, можно воспользоваться энергетическим методом [13–15], принимая в нем курсовой угол равным нулю. Доказано, что данный метод, оперирующий с относительными амплитудами и мощностями принимаемого радиосигнала для различных моментов времени, обеспечивает в направ-

лении на ИИ наивысшую точность. Следовательно, комбинируя развиваемый и энергетический методы, можно выровнять рабочую зону комплексного метода и достичь приемлемых точностных характеристик для всех значений курсовых углов. Для более эффективного применения энергетических методов следует использовать процедуры кластеризации и мажоритарной обработки для редукации и отсева ненадежных измерений.

6. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Для оценки влияния случайных ошибок измерений ξ_{ij} на точностные характеристики развиваемого метода (в рамках формул (8)–(11), (12)–(15)) зададим вектор оцениваемых параметров в виде

$\boldsymbol{\eta}_i = [\eta_{i,q}, q = \overline{1, Q}]^T$, где размерность Q определяется в зависимости от решаемой практической задачи, а $\eta_{i,q} \in \{R_i, R_{i+1}, R_{i+2}, V_i, \theta_i, \theta_{i+1}, \theta_{i+2}\}$. Для вектора $\boldsymbol{\eta}_i$ можно воспользоваться представлением

$\boldsymbol{\eta}_i = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\delta}_i)$ ($\boldsymbol{\delta}_i = [\delta_{ij}, j = \overline{1, J_i - 1}]^T$ – единый вектор измеряемых параметров для участка $[t_i, t_{i+2}]$), которое формируется с учетом ранее полученных аналитических выражений для дальности, скорости и курсового угла. Поскольку вид функции $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\delta}_i)$ нам известен, то можно построить матрицу частных производных $\mathbf{G}_i = \partial \boldsymbol{\Phi}_i(\boldsymbol{\delta}_i) / \partial \boldsymbol{\delta}_i$, элементы которой вычисляются на математических ожиданиях величин h_{ij} , т.е. на δ_{ij} . Далее, применяя традиционную методику оценивания потенциальных возможностей тех или иных методов оценивания (в первом приближении [25]), находим искомую корреляционную матрицу ошибок оценивания координат вектора $\boldsymbol{\eta}_i$:

$$\mathbf{K}_{\eta_i} = \mathbf{G}_i \mathbf{K}_{i, J_i - 1} \mathbf{G}_i^T. \quad (16)$$

Соотношение (16) позволяет исследовать (в среднем) влияние случайных погрешностей измерений для различной геометрии и возможных условий радиоконтакта пары ИИ–Н, а также обоснованно подходить к выбору основных параметров развитого метода.

7. ЧИСЛЕННЫЙ ПРИМЕР

Рассмотрим прямолинейно и равномерно движущегося Н (с постоянной скоростью V) на всем интервале наблюдения. В качестве такого наблюдателя могут быть воздушные объекты, движущиеся со скоростями 500...800 м/с (например, авиационные истребители), или космические объекты, скорости движения которых составляют 7...11 км/с (например, межконтинентальные баллистические ракеты на внеатмосферном участке полета).

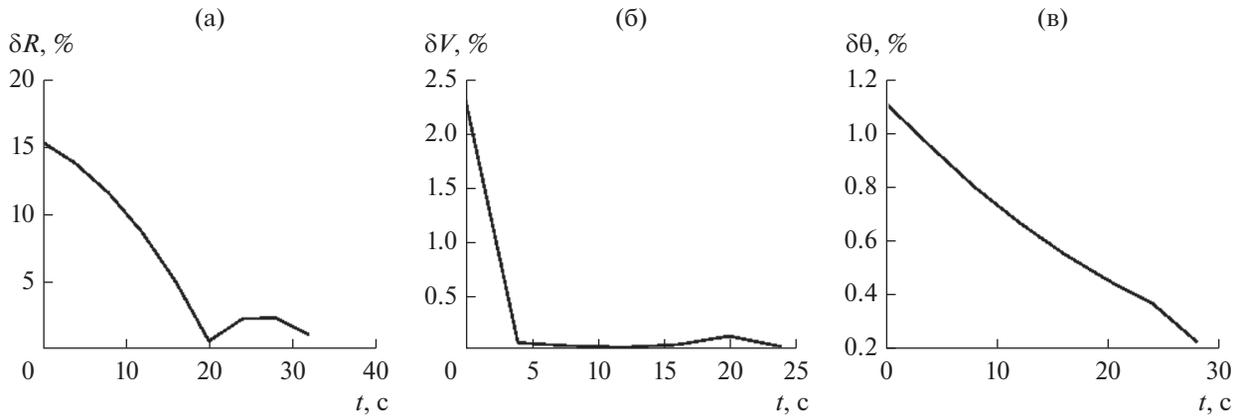


Рис. 1. Зависимости относительных погрешностей оценивания дальности (а), скорости (б) и курсового угла (в) от времени наблюдения для случая 1 при следующих параметрах: $\Delta m_{i,j+1} = 10^2$, $m_{i+2} = 2 m_{i+1} = 8 \times 10^3$, $\sigma = 10^{-9}$.

Наземный ИИ излучает периодический радиосигнал

$$s(t) = \sum_{k=1}^K \text{rect} \left[\frac{(t - k \times 10^{-3})}{10^{-6}} \right] \times \cos \left(2\pi \times 15 \times 10^9 t \right), \quad t \in [0 \dots 35].$$

Здесь и далее время и погрешности измерений временных интервалов задаются в секундах, координаты и дальность Н – в метрах, скорость – в метр на секунду, углы – в градусах и частота – в герцах. Рассматривались два случая:

случай 1 – $V = 7 \times 10^2$, $x_0 = 3 \times 10^4$, $y_0 = 15 \times 10^3$, $\theta(0) = 33.54$;

случай 2 – $V = 7 \times 10^3$, $x_0 = y_0 = 5 \times 10^5$, $\theta(0) = 51.52$.

Для вычисления частоты Доплера формировалась мелкая сетка $\{t_{ij}\}$ с одинаковым числом накапливаемых периодов для любых двух соседних узлов: $\Delta m_{i,j+1} = m_{i,j+1} - m_{i,j} = 10^2$ (в этом случае $J_i = 351$) и $\Delta m_{i,j+1} = m_{i,j+1} - m_{i,j} = 2 \times 10^2$ (в этом случае $J_i = 176$). Для сглаживания в процедуре формирования оценок F_i^* , F_{i+1}^* и F_{i+2}^* был использован степенной полином (шестой степени).

Для двух вариантов значений $m_{i+2} = 2m_{i+1} = 8 \times 10^3$ и $m_{i+2} = 2 m_{i+1} = 14 \times 10^3$ формировалось множество непересекающихся последовательных временных троек $\{(t_i, t_{i+1}, t_{i+2}), (t_{i+3}, t_{i+4}, t_{i+5}), \dots, (t_{I-2}, t_{I-1}, t_I)\}$ (с целью формирования некоррелированных оценок), для каждой из которых по результатам измерений находились единичные оценки дальности, скорости и курсового угла. Для реализации сглаживающего эффекта все единичные оценки дальности возводились в квадрат

(поскольку для модели прямолинейного равномерного движения Н именно квадрат дальности строго описывается полиномом второй степени) и сглаживались полиномом второй степени (утверждение 1). Окончательные значения оценок дальности находили путем извлечения квадратного корня из значений этого полинома в узлах крупной сетки $\{t_i, t_{i+1}, \dots, t_I\}$. Ошибки измерений полагались некоррелированными и формировались по нормальному закону распределения с тремя вариантами среднеквадратического отклонения $\sigma_{ij} = \sigma \in \{10^{-9}, 5 \times 10^{-9}, 10^{-8}\}$. Оценки усреднялись по тысяче реализаций.

Для случая 1 модуль частоты Доплера изменялся от 0.64×10^4 до 2.92×10^4 , а для случая 2 – от 1.27×10^5 до 2.19×10^5 . При этом для обоих случаев и варианта $\sigma = 5 \times 10^{-9}$ погрешность вычисления частоты Доплера в узлах крупной сетки не превысила 374.73. В случае 2 для обоих вариантов, $\Delta m_{i,j+1} = 10^2$ и $\Delta m_{i,j+1} = 2 \times 10^2$, получили $|\delta_{i,j+1} - \delta_{i,j}| \in [0.78 \dots 1.46] \times 10^{-6}$ и $|\delta_{i,j+1} - \delta_{i,j}| \in [1.55 \dots 2.92] \times 10^{-6}$ соответственно, а для $m_{i+2} = 2m_{i+1} = 8 \times 10^3$ и $m_{i+2} = 2m_{i+1} = 14 \times 10^3$ получили $|\delta_{i+1}|, |\delta_{i+2} - \delta_{i+1}| \in [3.59 \dots 5.73] \times 10^{-5}$ и $|\delta_{i+1}|, |\delta_{i+2} - \delta_{i+1}| \in [6.02 \dots 9.86] \times 10^{-5}$ соответственно.

На рис. 1–3 представлены зависимости относительных погрешностей оценивания дальности, скорости и курсового угла от времени наблюдения для случаев 1 и 2 при различных значениях исходных данных.

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы: чем больше шаг мелкой сетки, тем выше методическая ошибка вычисления

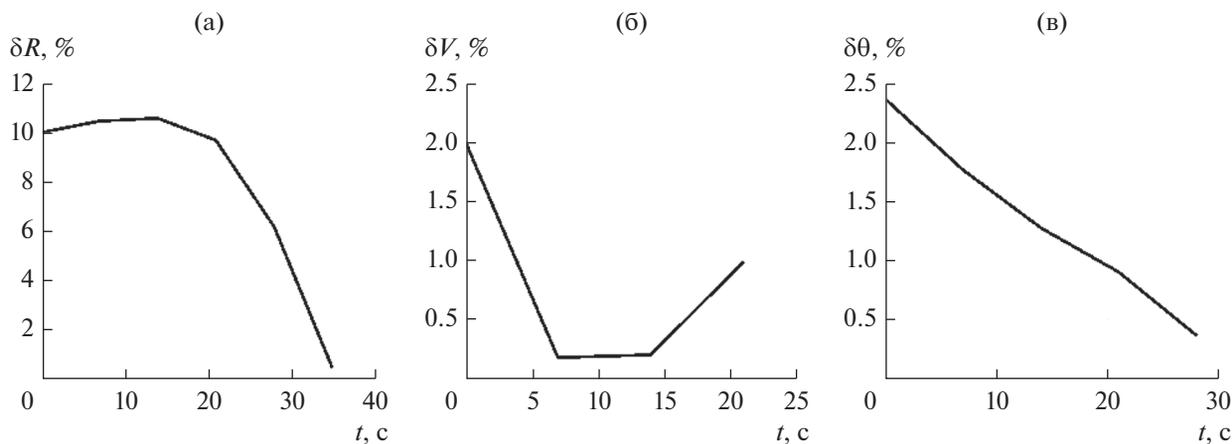


Рис. 2. Зависимости относительных погрешностей оценивания дальности (а), скорости (б) и курсового угла (в) от времени наблюдения для случая 1 при следующих параметрах: $\Delta m_{i,j+1} = 2 \times 10^2$, $m_{i+2} = 2$, $m_{i+1} = 14 \times 10^3$, $\sigma = 5 \times 10^{-9}$.

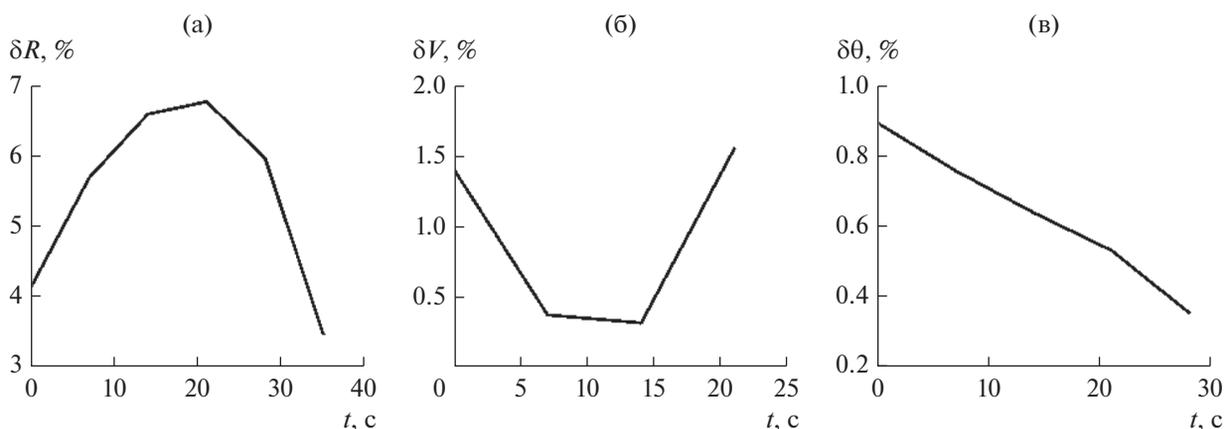


Рис. 3. Зависимости относительных погрешностей оценивания дальности (а), скорости (б) и курсового угла (в) от времени наблюдения для случая 2 при следующих параметрах: $\Delta m_{i,j+1} = 2 \times 10^2$, $m_{i+2} = 2$, $m_{i+1} = 14 \times 10^3$, $\sigma = 10^{-8}$.

частоты Доплера, однако случайные погрешности измерений оказывают при этом меньшее влияние на результирующую точность оценивания этой частоты; для повышения точности оценивания параметров движения при фиксированной скорости H следует увеличивать шаг крупной сетки, поскольку именно этот параметр влияет на величину “синтезируемой базы”; шаг крупной сетки должен быть согласован с возможной динамикой H , а именно: чем меньше скорость движения H , тем больше должен быть шаг этой сетки; выбор не пересекающихся измерительных троек крупной сетки, обеспечивает некоррелированность формируемых единичных оценок; для более эффективного использования метода следует решать оптимизационную задачу относительно выбора шага крупной и мелкой временных сеток,

а также их согласования с учетом динамики H и погрешностей измерений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В отличие от известных результатов разработанный метод характеризуется следующими элементами новизны: для решения задачи определения параметров движения на базе однопозиционной пассивной системы знание скорости H не требуется; за счет оптимального оценивания производной от функции невязки между периодами излученного и принятого радиосигналов можно строить качественные оценки частот Доплера и, соответственно, параметров движения H . При выборе параметров развитого метода необходимо достигать баланса между оперативностью и точностью оценивания дальности, скорости и курсо-

вого угла N , с учетом технических возможностей применяемой однопозиционной системы пассивной локации или навигации.

Метод можно реализовать в различных вариантах: по фиксированной выборке измерений, по выборке измерений нарастающего объема, в виде алгоритма динамической фильтрации (линейной, квазилинейной или нелинейной) и др. [7–10, 18–20, 24].

Следует полагать, что эффективная практическая реализация предложенного метода возможна для различных значений параметров, если имеются соответствующие приемо-регистрирующие устройства для измерения (с требуемой точностью) величины относительного приращения периода принимаемого колебания. При этом все диапазоны указанных в постановке задачи типовых значений параметров радиосигналов в численном примере не проверялись.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Основы маневрирования кораблей / Под ред. М. Скворцова. М.: Воениздат, 1966.
2. *Шебшаевич В.С.* Введение в теорию космической навигации. М.: Сов. радио, 1971.
3. *Громов Г.Н.* Дифференциально-геометрический метод навигации. М.: Радио и связь, 1986.
4. *Хвоц В.А.* Тактика подводных лодок. М.: Воениздат, 1989.
5. *Соловьев Ю.А.* Спутниковая навигация и ее приложения. М.: Экотрендз, 2003.
6. *Мельников Ю.П., Попов С.В.* Радиотехническая разведка. М.: Радиотехника, 2008.
7. *Ярлыков М.С.* Статистическая теория радионавигации. М.: Радио и связь, 1985.
8. *Сосулин Ю.Г., Костров В.В., Паршин Ю.Н.* Оценочно-корреляционная обработка сигналов и компенсация помех. М.: Радиотехника, 2014.
9. *Бульчев Ю.Г., Манин А.П.* Математические аспекты определения движения летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 2000.
10. *Бульчев Ю.Г., Васильев В.В., Джуган Р.В. и др.* Информационно-измерительное обеспечение натуральных испытаний сложных технических комплексов. М.: Машиностроение–Полет, 2016.
11. *Гельцер А.А.* Однопозиционный метод определения местоположения источника радиоизлучения с использованием отражений сигналов от множества элементов рельефа и местных предметов // Автореф. дис. канд. техн. наук. Томск: Гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2012. 22 с.
12. *Сиренко И.Л., Донец И.В., Рейзенкинд Я.А. и др.* // Радиотехника. 2019. № 10. С. 28.
13. *Бульчев Ю.Г., Ивакина С.С., Насенков И.Г.* // Радиотехника. 2015. № 6. С. 107.
14. *Бульчев Ю.Г., Мозоль А.А.* // Успехи совр. радиоэлектроники. 2017. № 4. С. 58.
15. *Бульчев Ю.Г., Мозоль А.А., Насенков И.Г.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 563.
16. *Бульчев Ю.Г., Бульчев В.Ю., Ивакина С.С. и др.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 4. С. 344.
17. *Дятлов А.П., Дятлов П.А.* // Спец. техника. 2010. № 5. С. 16.
18. *Aidala V.J., Nardone S.C.* // IEEE Trans. 1982. V. AES-18. № 4. P. 432.
19. *Amelin K.S., Miller A.B.* // J. Commun. Technol. Electron. 2014. V. 59. № 6. 2014. P. 622.
20. *Miller A.B.* // Automation and Remote Control. 2015. V. 76. № 6. P. 1018.
21. *Кондратьев В.С., Котов А.Ф., Марков Л.Н.* Многопозиционные радиотехнические системы. М.: Радио и связь, 1986.
22. *Черняк В.С.* Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993.
23. *Бульчев Ю.Г., Елисеев А.В.* // Журн. вычислит. математики и матем. физики. 2008. Т. 48. № 4. С. 580.
24. *Жданюк Б.Ф.* Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Сов. радио, 1978.
25. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. М.: Высш. школа, 1999.

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС
В РАДИОФИЗИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

УДК 537.86,621.373

МНОЖЕСТВЕННЫЙ ДОСТУП В СИСТЕМАХ
ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ
С ХАОТИЧЕСКИМИ РАДИОИМПУЛЬСАМИ

© 2021 г. А. С. Дмитриев^{а, *}, Т. И. Мохсени^а

^аИнститут радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
ул. Моховая, 11, корп. 7, Москва, 125009 Российская Федерация

*E-mail: chaos@cplire.ru

Поступила в редакцию 11.06.2020 г.

После доработки 11.06.2020 г.

Принята к публикации 15.07.2020 г.

Показана возможность организации многопользовательского доступа на основе относительной схемы передачи, использующей в качестве носителя информации хаотические радиоимпульсы. Получены теоретические оценки максимального количества абонентов и информационной емкости многопользовательской системы. Проведено компьютерное моделирование, подтверждающее справедливость полученных теоретических результатов.

DOI: 10.31857/S0033849421050041

ВВЕДЕНИЕ

Относительные методы передачи информации с широкополосными аналоговыми шумовыми (шумоподобными) сигналами исследуются начиная с 50-х годов XX в. [1–3]. Привлекательность таких методов заключается в отсутствии необходимости иметь опорный сигнал на приемной стороне, сохраняя при этом многие преимущества когерентных систем. Это особенно важно в случае использования в качестве несущей аналоговых шумовых (шумоподобных) сигналов, для которых создание на приемной стороне копии несущего информацию сигнала является либо крайне затруднительным, либо вообще невозможным.

Однако долгое время развитию методов относительной передачи препятствовали сложности, связанные с формированием самих аналоговых шумовых сигналов. Ситуация стала меняться с появлением и разработкой принципов формирования шумоподобных сигналов радио- и СВЧ-диапазона на основе динамического хаоса.

Первая относительная схема передачи приемопередатчиков с хаотическими носителями информации DCSK (Differential Chaotic Shift Keying) была предложена в [4–6]. Идея DCSK заключается в том, что для передачи бита длительностью T используется последовательная передача пары одинаковых фрагментов хаотического сигнала длительностью $T/2$ каждый (для передачи “1”) или

пары хаотического сигнала и антиподального ему сигнала тех же длительностей (для передачи “0”).

В схеме DCSK используются широкополосные линии задержки на времена равные $T/2$. Их трудно реализовать в малогабаритном исполнении, что серьезно ограничивает практическую применимость схемы. Однако схема DCSK до сих пор популярна при теоретических исследованиях. Так, например, после введения схемы DCSK предлагались как самими авторами, так и их последователями ее модифицированные варианты, в том числе с целью увеличения скорости передачи [7], повышения устойчивости в многолучевых каналах [8] и организации множественного доступа [9].

1. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ СХЕМА ПЕРЕДАЧИ
С ХАОТИЧЕСКИМИ РАДИОИМПУЛЬСАМИ

В работах [10–13] была предложена альтернативная схема относительной передачи информации на основе хаотических радиоимпульсов – (DC)² (Direct Chaotic Differentially Communication) (рис. 1), в которой отсутствует проблема с большими длительностями задержек. В этой схеме длительность задержек в приемнике и передатчике, в отличие от схемы DCSK, определяется не длительностью бита, а временем спада функции автокорреляции τ хаотического сигнала. По порядку величины $\tau = 1/\Delta F$ (ΔF – полоса хаотического сигнала). Если, например, полоса хаотического сигнала будет 1 ГГц, то время автокорреля-

ции ~1 нс, а расстояние, которое за это время проходит электромагнитная волна в свободном пространстве, 0.3 м. В этом случае в качестве линии задержки может быть использован, например, высокочастотный кабель длиной около 0.2 м.

Как отмечалось [10–13], особенность схемы $(DC)^2$ заключается в том, что в ней порождаются собственные шумы, которые препятствуют работе схемы. Поэтому для обеспечения работоспособности схемы приходится применять режимы с накоплением, т.е. использовать сигналы с большой базой (коэффициентом процессинга).

Проведенные аналитические расчеты для случая ортогональной модуляции хаотического несущей полезным импульсным сигналом, в которых как полезная часть, так и создающая собственные шумы схемы передачи части сигнала рассматривались как независимые гауссовские процессы, показали, что при отсутствии внешних шумов передача с вероятностью ошибок $p = 10^{-3}$ может быть обеспечена при коэффициенте процессинга $K > 30$ [10, 11]. Однако при моделировании было установлено, что экспериментальное значение для K , после которого в отсутствие внешних шумов обеспечивается передача с вероятностью ошибок $p < 10^{-3}$, значительно меньше и равно примерно 15.

Дальнейший теоретический анализ показал, что это связано с двумя обстоятельствами: 1) реально при моделировании используется не ортогональная, а антиподальная модуляция для полезной части сигнала, что увеличивает эффективность вдвое, т.е. позволяет снизить процессинг вдвое; 2) шумовая компонента сигнала, которая появляется в приемнике, не является полностью статистически независимой от полезной части сигнала, как это предполагалось при расчетах, ее мощность составляет фиксированную часть от мощности исходного хаотического сигнала, и это положительно сказывается на устойчивости схемы передачи в целом.

Цель данной работы – показать, что беспроводная схема передачи $(DC)^2$ может быть эффективно использована не только в режиме передачи “точка-точка” в одной паре передатчик-приемник, но и для организации одновременной и независимой работы нескольких пар приемников и передатчиков, находящихся в одной и той же области физического пространства.

2. МНОЖЕСТВЕННЫЙ ДОСТУП

В схеме $(DC)^2$ для передачи информации используются хаотические радиоимпульсы с большим коэффициентом процессинга и защитными интер-

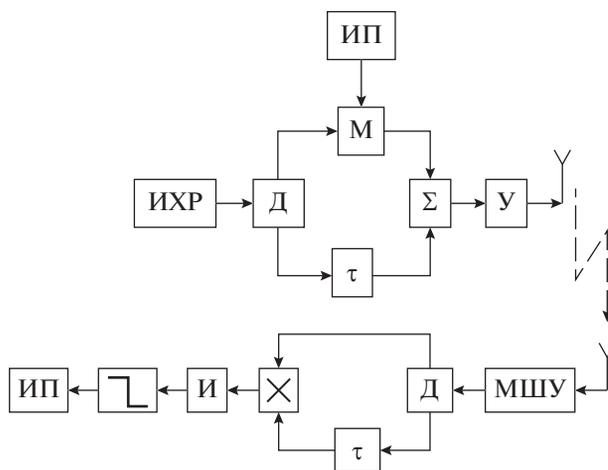


Рис. 1. Схема передачи: ИХР – источник хаотических радиоимпульсов; Д – делитель; ИП – информационная последовательность; М – модулятор; τ – задержка; Σ – сумматор; У – усилитель; МШУ – малощумящий усилитель; × – перемножитель; И – интегратор; ⌋ – пороговое устройство.

валами между импульсами. Введем обозначения: $T_{и}$ – длительность хаотического радиоимпульса; $T_б$ – длительность бита; $L = T_б/T_{и}$ – скважность; R – скорость передачи в битах; W – полоса сигнала; $K = W/(RL)$ – коэффициент процессинга для хаотического радиоимпульса; SNR – отношение сигнал/шум; $E_б/N_0 = KSNR$ – отношение энергии, приходящейся на 1 бит передаваемой информации к спектральной плотности шума в полосе сигнала.

Обозначим спектральную плотность внутренних собственных шумов (внутренней интерференции) через $N_{инт}$. На вход приемника кроме полезного сигнала поступает три “шумовых” компоненты [10]. Интенсивность каждой из компонент шума такая же, как у полезного сигнала. Наличие этих шумовых компонент при отсутствии внешних шумов и применении антиподальной модуляции дает отношение $SNR = 2/3$ или $SNR_{дб} = -1.75$ дБ. Обычно энергетический потенциал канала связи определяется через минимальное требуемое значение отношения $E_б/N_0$, выраженное в дБ. В нашем случае при отсутствии внешних шумов $N_0 = N_{инт}$, и

$$E_б/N_{0,дб} = E_б/N_{инт,дб} = SNR_{дб} + K_{дб}. \quad (1)$$

Из (1) следует, что получение требуемого значения отношения $E_б/N_{инт}$ при любом значении SNR может быть обеспечено за счет соответствующего выбора K . Например, если в случае антиподальной модуляции вероятность ошибки 10^{-3} достигается при $E_б/N_{инт} = 10$ дБ, то компенсация внутренних шумов системы обеспечивается при $K_{дб} > 11.75$ дБ.

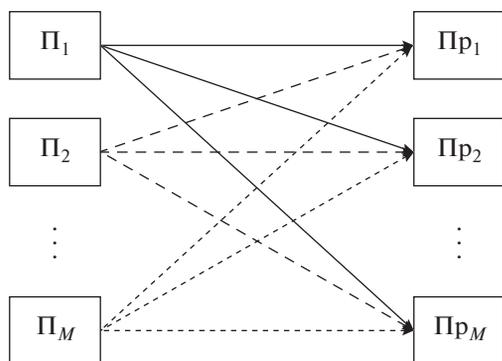


Рис. 2. Многопользовательская относительная система связи с M парами передатчиков ($П_j$) и приемников ($Пр_j$).

Выше рассматривались характеристики схемы без воздействия внешних шумов. Однако при достаточно большом процессинге сигнала система будет оставаться работоспособной даже при значительном уровне внешних шумов, т.е. при малых отношениях сигнал/шум. В качестве этих внешних шумов могут, в частности, выступать сигналы других хаотических передатчиков, работающих в том же диапазоне частот. Это свойство схемы может быть положено в основу организации работы системы связи с множественным доступом.

Действительно, пусть имеется M пар передатчиков и приемников (рис. 2). Все передатчики одновременно излучают, вообще говоря, разные сигналы, которые попадают как к своим приемникам в качестве полезного сигнала (точнее, часть сигнала, попадающего в “свой” приемник, является полезной, а часть представляет собой собственный шум системы), так и в “чужие” приемники в качестве внешнего шумового (интерферирующего) сигнала.

Для получения теоретической оценки будем считать, что во всех M передатчиках используются генераторы хаоса с одинаковыми статистическими и спектральными характеристиками выходного сигнала, время автокорреляции хаотического сигнала равно τ_0 , длительности импульсов во всех парах приемопередатчиков равны. Времена задержек в j -й паре приемопередатчиков $\tau^j = j\tau_0, j = 1, 2, 3 \dots M$. Такой набор задержек обеспечивает отсутствие корреляции своего сигнала в любом из M приемников с чужими сигналами.

Покажем, что рассматриваемая схема относительной передачи с использованием хаотических радиоимпульсов позволяет реализовать множественный доступ, т.е. одновременную работу в эфире нескольких пар приемопередатчиков, в ко-

торых используются в том числе одинаковые генераторы хаоса.

Поскольку в схеме (DC)² для извлечения полезного сигнала используются автокорреляционные свойства хаотического радиоимпульса, можно предположить, что применение процедуры корреляции будет также эффективно для выделения полезного сигнала пользователя на фоне сигналов других пользователей, рассматриваемых как внешний шум. Ситуация в этом случае будет подобна ситуации с выделением полезных сигналов в системах CDMA [14].

Будем также считать, что в многопользовательской системе с M парами приемопередатчиков применяется соответствующее управление мощностью излучения, так что сигналы, входящие в данный j -й приемник от всех других устройств, имеют один и тот же уровень мощности p . Каждый приемник обрабатывает входящий от своего передатчика сигнал на уровне мощности p , а $M - 1$ посторонних сигналов интерферируют с ним, и каждый из этих сигналов также имеет уровень мощности p .

В самом “тяжелом” случае, когда входящие от разных передатчиков импульсы практически полностью накладываются друг на друга на входе j -го приемника, отношение сигнал/интерференционная помеха на его входе будет равно

$$\text{SNR}^j = (2/4)p / [(3/4)p + (M - 1)p] = 2 / [3 + 4(M - 1)]. \quad (2)$$

Из (2) видно, как максимально возможное число пользователей в сети связано с минимальным требуемым значением SNR^j на одного пользователя. Для схем связи с большим процессингом K удобно перейти от соотношения (2) к соотношению, связывающему максимальное число пользователей с $E_6/N_{\text{инт}}$. Поскольку $E_6/N_{\text{инт}} = K\text{SNR}$, то из (2) следует, что

$$E_6/N_{\text{инт}} = 2K / [3 + 4(M - 1)]. \quad (3)$$

Если присутствует дополнительный мешающий внешний шум η , включающий интерференционный шум, не связанный с приемопередатчиками системы, и тепловой шум, то при вводе его в рассмотрение, уравнение (3) принимает вид

$$E_6/N_{\text{инт}} = 2K / [3 + 4(M - 1) + 4\eta/p]. \quad (4)$$

Это означает, что максимально возможное число пользователей в ячейке будет равно

$$M = 1/4 [1 + 2K / (E_6/N_{\text{инт}})] - \eta/p. \quad (5)$$

Минимальное, требуемое для обеспечения заданной вероятности ошибки значение отношения $E_6/N_{\text{инт}}$ в схеме (DC)² нелинейно зависит от процессинга. Максимальное число пользователей с учетом

оценки этой зависимости на основе аналитических соотношений, полученных в [10–12], приведено в табл. 1.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ

На основе предложенной схемы была построена математическая модель схемы относительной передачи информации с множественным доступом. В модели в качестве источника хаотических колебаний, как и в случае относительной передачи для пары “передатчик–приемник” [10–13], использовали генератор полосового хаоса с 2.5 степенями свободы. Автоколебательная система генератора включает в себя замкнутые в кольцо обратной связи: нелинейный элемент с характеристикой $F(y) = Ay \exp(-y^2)$; фильтр нижних частот (ФНЧ) первого порядка; ФНЧ второго порядка и полосовой фильтр (ПФ). Уравнения автоколебательной системы имеют вид

$$\begin{aligned} T_1 \dot{y}_1^j(t) + y_1^j(t) &= F(y_3^j(t) D^j(t)), \\ \ddot{y}_2^j(t) + \beta_2 \dot{y}_2^j(t) + \omega_2^2 y_2^j(t) &= \omega_2^2 y_1^j(t), \\ \ddot{y}_3^j(t) + \beta_3 \dot{y}_3^j(t) + \omega_3^2 y_3^j(t) &= \omega_3^2 y_2^j(t), \end{aligned} \quad (6)$$

где T_1 – постоянная времени ФНЧ первого порядка, β_k и ω_k ($k = 2, 3$) – коэффициенты диссипации и резонансные частоты фильтров. При моделировании все генераторы хаоса и длительности битов полагаются одинаковыми. Индекс j обозначает номер генератора.

Для того чтобы генератор хаоса формировал вместо непрерывного хаотического сигнала поток хаотических импульсов, при компьютерном моделировании в правую часть первого уравнения системы (6) введен меняющийся во времени коэффициент $D^j(t)$ (int – целая часть числа)

$$D^j(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } \left(\frac{2\pi t}{T_6} - \text{int} \left(\frac{2\pi t}{T_6} \right) \right) < \frac{1}{L} \\ 0, & \text{если } \left(\frac{2\pi t}{T_6} - \text{int} \left(\frac{2\pi t}{T_6} \right) \right) > \frac{1}{L} \end{cases}. \quad (7)$$

Система (6) формирует поток хаотических импульсов с длительностью $T_n = T_6/L$ и скважностью L . Сигнал на выходе j -го передатчика описывается уравнением

$$y_4^j(t^j) = (\alpha^j(t^j) y_3^j(t^j) + y_3^j(t^j - \tau^j)) / 2, \quad (8)$$

где t – реальное время; $t^j = t - t_0^j$; t_0^j – момент времени начала работы j -го передатчика. Так, например, если все передатчики начинают работать одновременно, то все t_0^j равны между собой; τ^j – время запаздывания в линии задержки j -го передатчика.

Таблица 1. Зависимость числа пользователей M и скорости передачи R в системе от процессинга K при вероятности ошибок 10^{-3} и полосе сигнала 2 ГГц

K	M	R , Мбит/с
15	1	64
100	2	10
150	3	6.6
200	4	5.0
300	6	3.3
400	7	2.5
800	11	1.25
1000	12	1.0
2000	20	0.5
4000	31	0.25

Функция $\alpha^j(t^j)$ в уравнении (8) представляет собой входной информационный сигнал для j -го передатчика и принимает на битовом интервале значение -1 или 1 : $\alpha^j(t^j) = \{-1, 1\}$, в зависимости от передаваемого в момент времени t_j информационного символа “0” или “1”. Выходные сигналы $y_4^j(t^j)$ суммируются в общем канале связи, и затем эта сумма поступает в каждый из M приемников.

В каждом из приемников производится перемножение поступившего суммарного сигнала и его задержанной на τ^j копии:

$$y_5^j(t^j) = \sum_{k=1}^M y_4^k(t^k) \sum_{k=1}^M y_4^k(t^k - \tau^j), \quad (9)$$

после чего результирующие сигналы поступают на входы ФНЧ второго порядка приемников, моделирующих интеграторы. В целом динамика модели j -го приемника описывается уравнением

$$\ddot{y}_6^j(t^j) + \beta_6 \dot{y}_6^j(t^j) + \omega_6^2 y_6^j(t^j) = \omega_6^2 y_5^j(t^j), \quad (10)$$

где β_6 и ω_6 – коэффициент диссипации и резонансная частота ФНЧ соответственно. Интегратор когерентно накапливает полезную часть “своего” сигнала, а остальные его компоненты и “чужие” сигналы воспринимает как помеховые, некоррелированные с полезной частью “своего” сигнала.

Решение о полученном информационном символе в j -м приемнике принимается, как и в

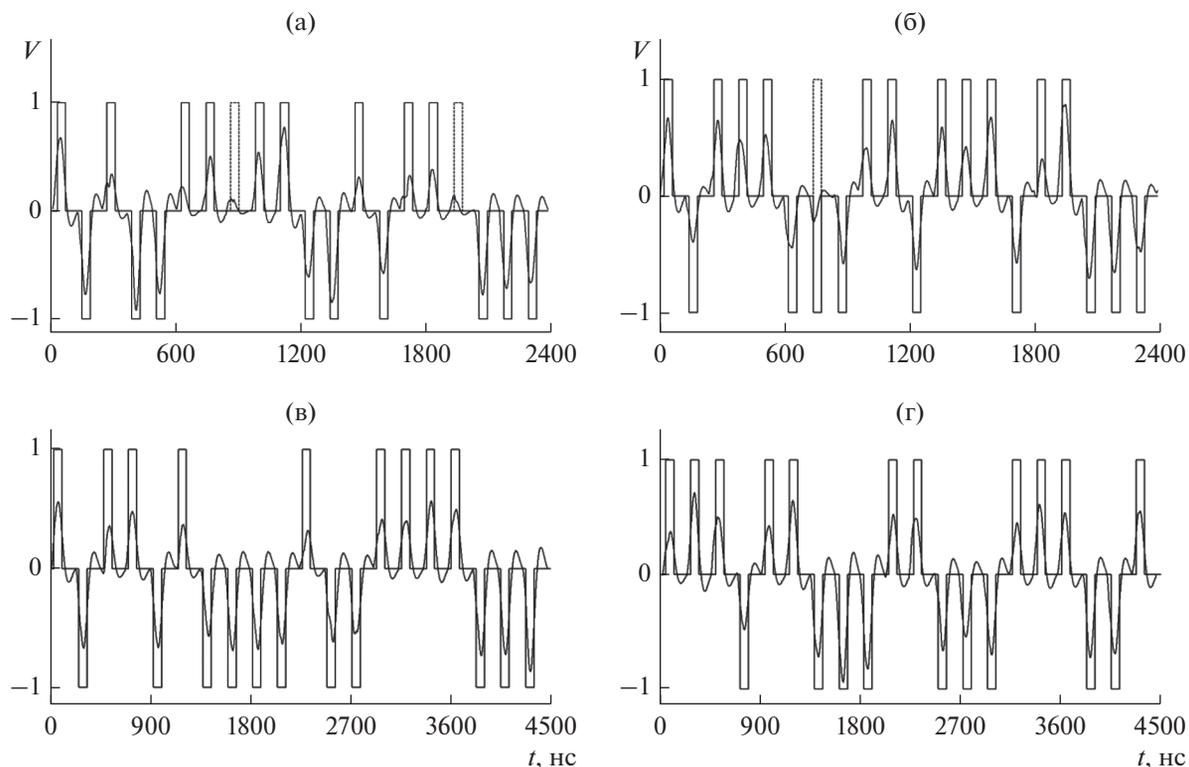


Рис. 3. Система с двумя парами приемопередатчиков. Сигналы в приемниках 1 (а, в) и 2 (б, г) при процессингах 80 (а, б) и 150 (в, г) на выходах интеграторов (сплошные кривые), на выходах пороговых устройств, отвечающие правильно принятым битам (прямоугольники со сплошной границей) и ошибочно принятым битам (прямоугольники с пунктирной границей).

случае передачи для одной пары приемопередатчиков, на основании сравнения сигнала на выходе фильтра с нулевым порогом.

Таким образом, система уравнений (6)–(10) описывает модель системы относительной передачи информации для M пар приемопередатчиков.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование системы передачи с M пользователями проводилось при следующих нормированных значениях параметров автоколебательных систем: $A=32$; $T_1=1$; $\beta_2=0.3$; $\omega_2=1,0$; $\beta_3=0.2$; $\omega_3=1.55$; $\tau_0=17$; $\beta_6=0.9$; $\omega_6=2\pi/T_{и}$. Для последующего перевода в реальные значения частот и запаздываний использовали масштабирующий коэффициент $L=4 \times 10^{10}$. Полоса частот генерируемого хаотического сигнала при этом составляла около 2 ГГц [10–13].

Компьютерное моделирование проводилось для практического подтверждения возможности организации многопользовательского доступа на основе схемы передачи $(DC)^2$ и проверки полученных теоретических оценок. При моделировании задержки в приемопередатчиках подбирались та-

ким образом, чтобы исключить возможность относительного корреляционного приема “чужих” сигналов. Это достигалось тем, что в передатчиках использовались сигналы с одинаковым временем автокорреляции τ_0 , длины импульсов и защитных (межимпульсных) интервалов были одинаковы, а запаздывания τ^j в линиях задержек у приемников и передатчиков в парах с номерами $j=1, 2, \dots, M$ были равны соответственно $\tau, 2\tau, \dots, M\tau$.

Моделирование в целом дало хорошее совпадение с оценками, приведенными в табл. 1.

В качестве примеров рассмотрим результаты моделирования для двух и четырех пар приемопередатчиков.

Моделирование для двух пар приемопередатчиков. Согласно данным табл. 1 вероятность ошибки $p=10^{-3}$ достигается для $M=2$ при процессинге $K > 100$.

Расчеты проводились для процессингов 80 и 150. При процессинге 80 и длительности информационной последовательности 1000 бит в каждом из каналов обнаруживалось четыре-пять ошибок. Фрагменты сигналов на выходе приемников 1 и 2

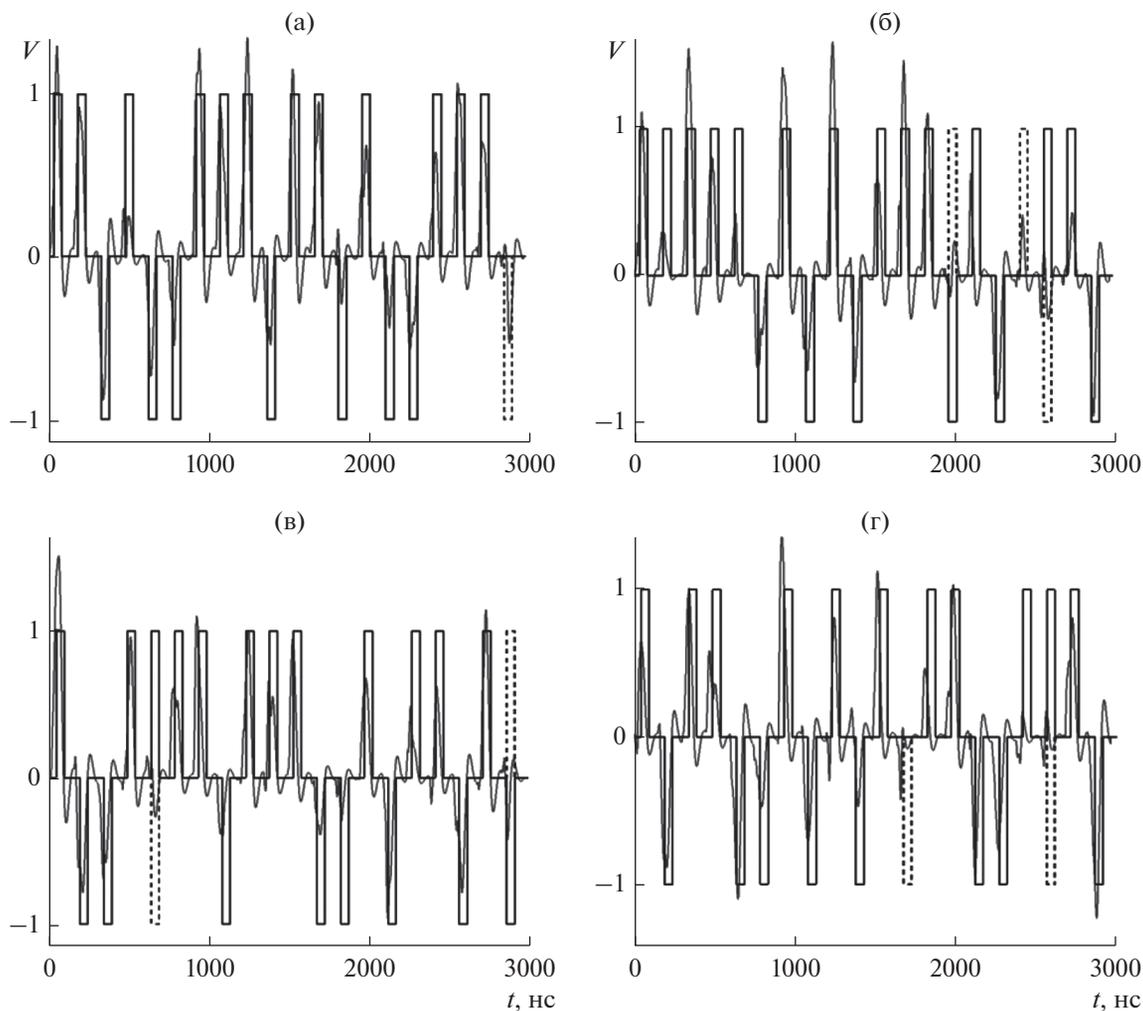


Рис. 4. Система с четырьмя парами приемопередатчиков. Выходные сигналы в приемниках 1–4 (а–г) при процессинге 100.

для отрезков длительностью в 20 бит, сдвинутые в 0, представлены на рис. 3а, 3б.

При процессинге 150 для той же длины последовательности ошибки не наблюдались (рис. 3в, 3г).

Моделирование для четырех пар приемопередатчиков. Согласно данным табл. 1 вероятность ошибки $p = 10^{-3}$ достигается для $M = 4$ при процессинге $K > 200$. Расчеты проводились для процессингов 100, 200 и 300. При процессинге 100 и длительности информационной последовательности 1000 бит в каждом из четырех каналов обнаруживалось более 10 ошибок (рис. 4). При процессинге 200 для той же длины последовательности наблюдались единичные ошибки. При моделировании с процессингом 300 ошибки для последовательности длиной 1000 бит не наблюдались (рис. 5).

Заметим, что, как и предсказывают теоретические оценки, при моделировании значение процессинга $K = 100$ достаточно для передачи с веро-

ятностью ошибки $p = 10^{-3}$ в системе связи с двумя парами приемопередатчиков, но для четырех пар приемопередатчиков при таком процессинге наблюдается значительное количество ошибок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, и теоретические оценки, и результаты моделирования подтверждают возможность использования прямохаотической схемы относительной передачи (DC)² в многопользовательских системах сверхширокополосной беспроводной связи.

Показано также, что число пар приемопередатчиков, которые могут независимо работать одновременно в одной и той же области пространства, исчисляется десятками при пропускной способности для каждой пары более 1 Мбит/с. Такие цифры не являются рекордными для современных систем связи, но надо иметь в виду, что речь

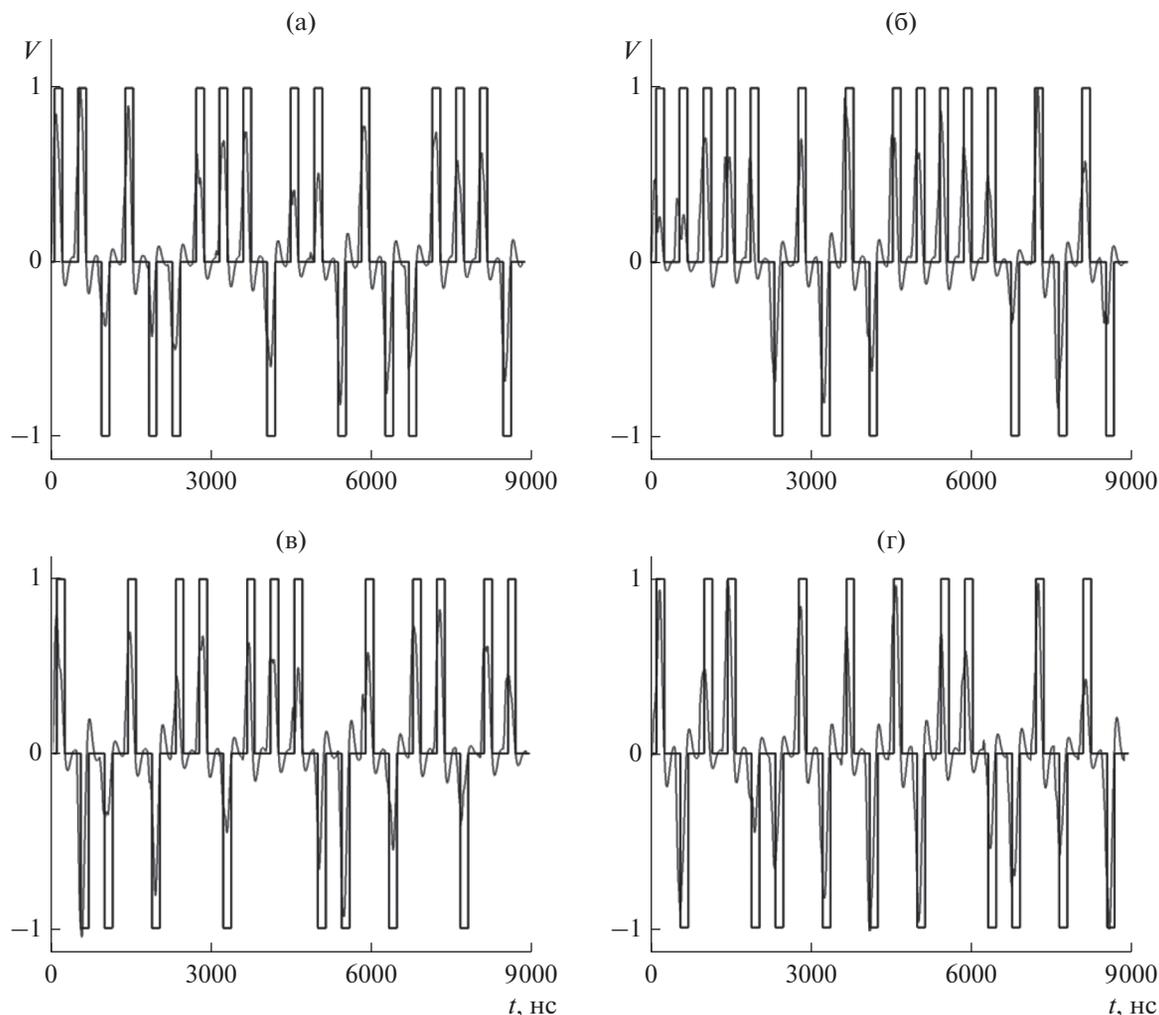


Рис. 5. Система с четырьмя парами приемопередатчиков. Выходные сигналы в приемниках 1–4 (а–г) при процессинге 300.

идет о пиринговых системах без поддерживающей внешней инфраструктуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петрович Н.Т., Размахнин М.К. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Сов. радио, 1969.
2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
3. Петрович Н.Т. Относительные методы передачи информации. М.: Книга-М, 2003.
4. Kolumban G., Kennedy M. // IEEE Trans. 1997. V. CS–I-44. № 10. P. 927.
5. Kolumban G., Vizvari B., Schwarz W., Abel A. // Proc. 4th Int. Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronic Systems (NDES'96). Seville. 27–28 Jul. 1996. N.Y.: IEEE, P. 87.
6. Kolumban G., Kennedy M.P., Jako Z., Kis G. // Proc. IEEE. 2002. V. 90. № 5. P. 711.
7. Kaddoum G., Gagnon F. // IEEE Trans. 2012. V. CS–II-59. № 7. P. 448.
8. Kennedy M.P., Kolumban G., Kis G., Jako Z. // IEEE Trans. 2000. V. CS–I-47. № 12. P. 1702.
9. Lau F.C.M., Yip M.M., Tse C.K., Hau S.F. // IEEE Trans. 2002. V. CS–I-49. P. 96.
10. Дмитриев А.С., Мохсени Т.И., Сьерра-Теран К.М. // РЭ. 2018. Т. 63. № 10. С. 1074.
11. Дмитриев А.С., Мохсени Т.И., Сьерра-Теран К.М. // Прикладная нелинейная динамика. 2018. Т. 26. № 4. С. 59.
12. Dmitriev A.S., Mokhseni T.I., Sierra-Teran C.M. // Nonlinear Phenomena in Complex Systems. 2018. V. 21. № 3. P. 237.
13. Процессы передачи и обработки информации в системах со сложной динамикой / Под ред. А.С. Дмитриева и Е.В. Ефремовой. М.: Техносфера, 2019.
14. Шахнович И.В. Современные технологии беспроводной связи. М.: Техносфера, 2006.

**ТЕОРИЯ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

УДК 621.382.2/3

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ
ДЛЯ ТРИГГЕРА И МУЛЬТИВИБРАТОРА**

© 2021 г. А. Е. Китаев*

*Нижегородское научно-производственное объединение им. М.В. Фрунзе,
просп. Гагарина, 174, Нижний Новгород, 603951 Российская Федерация*

*E-mail: kitaev_a_e@mail.ru

Поступила в редакцию 21.10.2020 г.

После доработки 29.10.2020 г.

Принята к публикации 06.11.2020 г.

Получены дифференциальные уравнения для симметричного транзисторного триггера и мульти-вибратора. Показано, что при выводе этих уравнений может использоваться полученное ранее автором выражение для токовой характеристики транзисторного усилителя с общим эмиттером, использующее специальную функцию Ламберта (хотя уравнения могут формулироваться и на основе характеристик другого вида). Исследован характер состояний равновесия для дифференциальных уравнений триггера. Проведено исследование “медленных” и “быстрых” движений для дифференциальных уравнений мультивибратора. Приведен пример численного решения для мультивибратора.

DOI: 10.31857/S0033849421050077

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работах [1, 2] автором были предложены формулы для коллекторного тока усилителя с общим эмиттером (при возможном наличии стабилизирующего резистора в эмиттерной цепи):

$$i_c = \alpha D_{01}(U_{in}) - D_{22}(\alpha D_{01}(U_{in}) \times (R + R_n) - (E - U_{in})). \quad (1)$$

Функции D_{01} и D_{22} выражаются через специальную математическую функцию Ламберта и имеют следующий вид:

$$D_{01}(x) = -I_s + \frac{\varphi}{R + R_{ne}} \times \times W \left(I_s \frac{R + R_{ne}}{\varphi} \exp \left(\frac{x + I_s(R + R_{ne})}{\varphi} \right) \right),$$

$$D_{22}(x) = -I_s + \frac{\varphi}{R \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) + R_n} \times \times W \left(I_s \frac{R \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) + R_n}{\varphi} \exp \left(\frac{x + I_s \left(R \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right) + R_n \right)}{\varphi} \right) \right). \quad (2)$$

Здесь U_{in} – это напряжение входного усиливаемого сигнала, R – внутреннее сопротивление p – n –переходов n – p – n –транзистора (предполагается одинаковым для обоих переходов), α – коэффициент передачи тока, R_n – нагрузочное сопротивление в цепи коллектора, R_{ne} – стабилизирующее сопротивление в цепи эмиттера, E – напряжение источника пи-

тания (включенного в коллекторную цепь), φ – температурный потенциал, I_s – ток насыщения. $W(z)$ – специальная функция Ламберта (ее теорию можно посмотреть в [3]). В работе [1] было показано, что расчетные данные (при расчетах использовалась формула (1)) близки к экспериментальным данным, а также к результатам компьютерного моделирования в приложении Orcad.

Напряжение коллектор-эмиттер U_{ce} в рассмотренном усилителе определяется следующей формулой:

$$U_{ce} = E - R_n i_c. \quad (3)$$

Если подставить в нее выражение (1), мы получим “усилительную” функцию $U_{ce} = F(U_{in})$, которая при нулевом значении R_{ne} имеет вид достаточно резкого перепада от напряжения питания к почти нулевому значению.

Цель статьи – использовать данную функцию (а также другие функции подобного рода) при выводе дифференциальных уравнений для двух симметричных схем, скомпонованных из пары усилителей с общим эмиттером (триггер и мультивибратор). Среди материалов, приведенных в открытых источниках, аналогичных уравнений для транзисторных схем автором не найдено (исследовались лишь уравнения для ламповых приборов, имеющие другую форму – см., например, [4]).

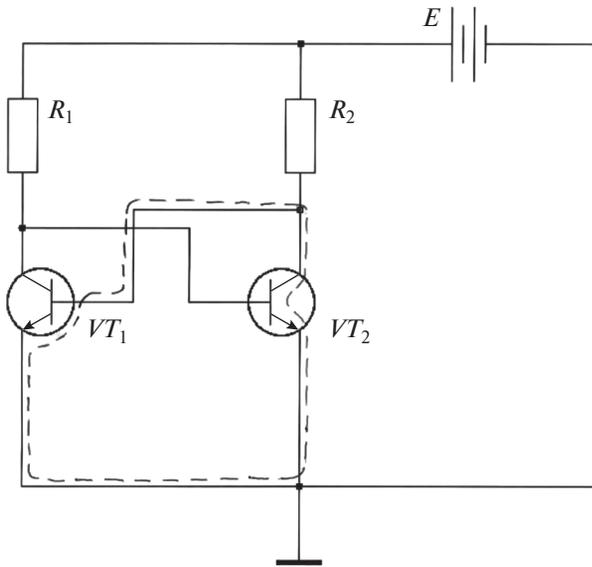


Рис. 1. Схема триггера.

2. МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим симметричный триггер, содержащий два биполярных транзистора (рис. 1). Пусть величины сопротивлений одинаковы: $R_1 = R_2 = R$. Коллекторные цепи обоих транзисторов аналогичны коллекторной цепи усилителя с общим эмиттером (без стабилизации). Будем считать, что присутствие первого усилителя с высоким входным сопротивлением не влияет на режим работы второго усилителя (и наоборот), поэтому расчеты “выходных” функций, произведенные для усилителя с общим эмиттером (в работах [1, 2]), остаются верными. Если пренебречь током базы, “усилительную” функцию можно выразить через “токовую” функцию для коллекторного тока $i_c(U_{be})$, определяемую формулой (1):

$$F(U_{be2}) = E - Ri_c(U_{be2}). \quad (4)$$

Если применить закон Кирхгофа к контуру, выделенному на рис. 1 пунктиром (см. также работу [5], в которой рассматривалась статическая задача для триггера), можно получить соотношение

$$U_{be1} = F(U_{be2}).$$

Рассмотрев аналогично другую часть симметричной схемы, мы приходим к выводу, что

$$U_{be1} = F(F(U_{be1})). \quad (5)$$

По своей форме это есть трансцендентное или алгебраическое (все зависит от вида функции F) уравнение, решив которое, мы найдем несколько значений для напряжения база-эмиттер. Ясно, что уравнение (5) может быть применено не только к триггеру на биполярных транзисторах, но и к другим физическим системам с похожим поведе-

нием, и выражение для усилительной функции, имеющей характер нисходящего перепада между двумя стационарными состояниями, может быть аппроксимировано посредством выражений, отличающихся от (4). Для удобства дальнейшей графической иллюстрации решения данного уравнения рассмотрим пример, когда усилительная функция аппроксимируется не формулой (4), а следующим выражением:

$$y = F(x) = E_0 + \frac{1}{\sqrt{1 + B \exp(2Gx)}}. \quad (6)$$

Графики для функции $F(x)$ и для результата ее повторного действия $F(F(x))$ приведены на рис. 2а, 2б (см. [5], в нашем случае $E = 0.02$, $G = 10$, $B = 0.004$). Из рис. 2б видно, что имеются три решения уравнения (5). Двум крайним решениям соответствуют устойчивые равновесные значения напряжения триггера. Среднее решение – неустойчивое, система при малейшем отклонении от этой точки “сваливается” в одно из крайних состояний равновесия.

Чтобы обосновать утверждения об устойчивости состояний равновесия, рассмотрим динамическую задачу. Для этого необходимо учесть емкости $p-n$ -переходов в биполярных транзисторах. Расчетная схема триггера должна принять вид, изображенный на рис. 3. Если пренебречь токами базы, схему с емкостями можно упростить (рис. 4), заменив пару емкостей C_1 и C_2 на емкость $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ (аналогично – для C_3, C_4).

Для транзистора, изображенного на рис. 4 справа, выполняется соотношение, следующее из закона Кирхгофа:

$$U_{ce2} = E - Ri_2$$

(мы помним, что величина сопротивления резистора R_2 равна R).

Так как (в пренебрежении током базы первого транзистора)

$$i_2 = i_c + i_0, \quad (7)$$

то можно записать

$$U_{ce2} = E - Ri_c - Ri_0.$$

Ток, проходящий через конденсатор, зависит от производной напряжения коллектор-эмиттер:

$$i_0 = C \frac{dU_{ce2}}{dt}.$$

Поэтому получаем

$$U_{ce2} = (E - Ri_c) - RC \frac{dU_{ce2}}{dt}.$$

Выражение в скобках является введенной нами выше усилительной функцией $F(U_{be2})$ (напомним: мы считаем, что подключение “симметричного” усилителя с большим входным сопротивлением

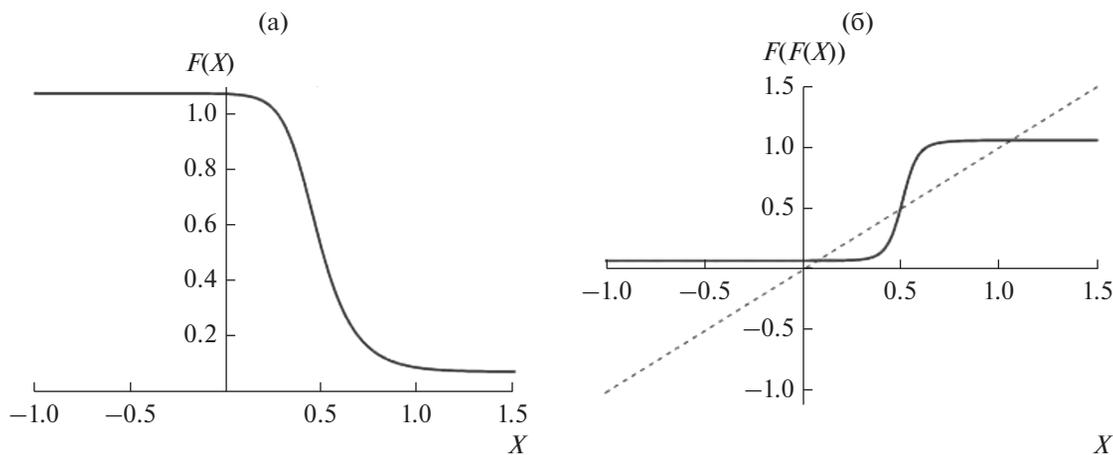


Рис. 2. График усилительной функции (а) и графическое решение уравнения (б) для точек равновесия.

оставляет в силе формулы для коллекторного тока исходного усилителя). Вследствие этого последнее уравнение можно записать в виде

$$U_{ce2} = F(U_{be2}) - RC \frac{dU_{ce2}}{dt}.$$

Из закона Кирхгофа следует, что $U_{be1} = U_{ce2}$. Аналогично $U_{be2} = U_{ce1}$. Поэтому имеем

$$U_{ce2} = F(U_{ce1}) - RC \frac{dU_{ce2}}{dt}.$$

Если рассмотреть первый транзистор (слева на рис. 4), мы получим такое же выражение:

$$U_{ce1} = F(U_{ce2}) - RC \frac{dU_{ce1}}{dt}.$$

Итак, если обозначить напряжения коллектор-эмиттер как y_1 и y_2 , мы имеем для них следующую симметричную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = \frac{1}{RC} (F(y_2) - y_1), \\ \frac{dy_2}{dt} = \frac{1}{RC} (F(y_1) - y_2). \end{cases} \quad (8)$$

Стационарные состояния данной системы определяются уже рассмотренным выше уравнением (5):

$$y_1 = F(F(y_1)).$$

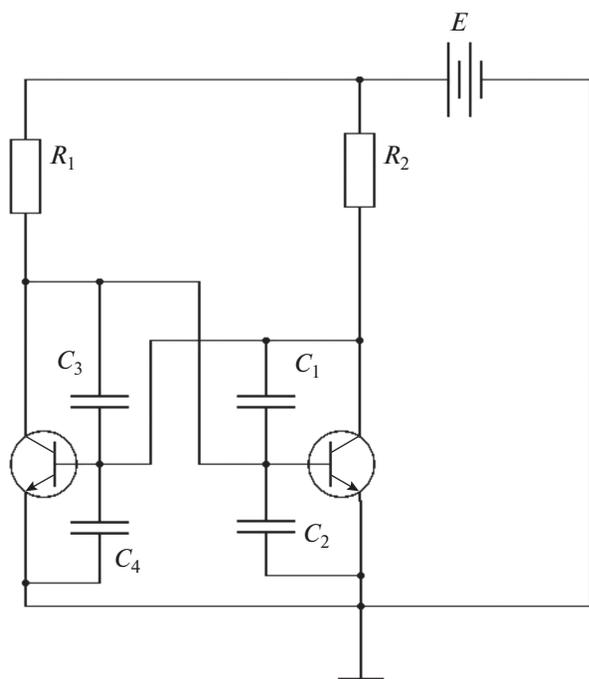


Рис. 3. Схема триггера, учитывающая емкости $p-n$ -переходов.

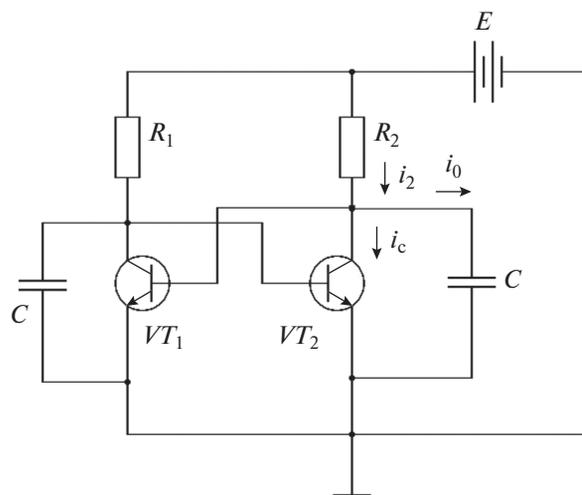


Рис. 4. Упрощенный учет емкостей.

Остановимся на значениях емкости C , входящей в уравнения (8). Как известно (см. [6] и [7]), емкости p - n -переходов зависят от напряжения, причем полная емкость перехода равна сумме двух емкостей: барьерной и диффузионной. При обратных и небольших прямых напряжениях доминирует барьерная емкость, а при достаточно больших прямых напряжениях — диффузионная емкость (пропорциональная току через переход, который растет при увеличении прямого напряжения). В данной работе мы имеем дело с составной емкостью C , состоящей из последовательно соединенных емкостей коллекторного и эмиттерного перехода. Предположим, что эта емкость в исследуемом нами триггере является функцией напряжения коллектор–эмиттер и что нам известна соответствующая вольт–фарадная характеристика. Следует ожидать, что при малых значениях U_{ce} , когда оба транзисторных перехода открыты, емкость будет иметь диффузионный характер. При больших же значениях U_{ce} , когда оба перехода закрыты, емкость будет барьерной (и ее величина будет существенно меньше). Обозначим явно зависимость емкости от напряжения в полученных уравнениях:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = \frac{1}{RC(y_1)}(F(y_2) - y_1), \\ \frac{dy_2}{dt} = \frac{1}{RC(y_2)}(F(y_1) - y_2). \end{cases} \quad (9)$$

Если емкость C не принимает бесконечно больших значений, то стационарные состояния такой усложненной системы будут определяться тем же уравнением (5). Пусть y_{10} и y_{20} — одно из стационарных состояний. Для определения его

типа используем общую теорию динамических систем, изложенную, например, в [4]. Обозначим правую часть первого уравнения (9) как $P(y_1, y_2)$, а правую часть второго уравнения — как $Q(y_1, y_2)$. Из общей теории следует, что типы состояний равновесия определяются корнями λ следующего характеристического уравнения:

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Здесь

$$\begin{aligned} a &= \left. \frac{\partial P}{\partial y_1} \right|_{y_{10}, y_{20}}, & b &= \left. \frac{\partial P}{\partial y_2} \right|_{y_{10}, y_{20}}, \\ c &= \left. \frac{\partial Q}{\partial y_1} \right|_{y_{10}, y_{20}}, & d &= \left. \frac{\partial Q}{\partial y_2} \right|_{y_{10}, y_{20}}. \end{aligned}$$

В нашем случае

$$\begin{aligned} a &= -\frac{1}{RC(y_{10})}, & b &= \frac{1}{RC(y_{10})} \left. \frac{dF(y_2)}{dy_2} \right|_{y_{20}}, \\ c &= \frac{1}{RC(y_{20})} \left. \frac{dF(y_1)}{dy_1} \right|_{y_{10}}, & d &= -\frac{1}{RC(y_{20})}. \end{aligned}$$

Характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} &\lambda^2 + \frac{C(y_{10}) + C(y_{20})}{RC(y_{10})C(y_{20})} \lambda + \\ &+ \frac{1}{R^2C(y_{10})C(y_{20})} \left(1 - \left. \frac{dF(y_2)}{dy_2} \right|_{y_{20}} \left. \frac{dF(y_1)}{dy_1} \right|_{y_{10}} \right) = 0. \end{aligned}$$

Его решения:

$$\lambda_{1,2} = \frac{C(y_{10}) + C(y_{20})}{2RC(y_{10})C(y_{20})} \left\{ -1 \pm \sqrt{1 - \frac{4C(y_{10})C(y_{20})}{(C(y_{10}) + C(y_{20}))^2} \left(1 - \left. \frac{dF(y_2)}{dy_2} \right|_{y_{20}} \left. \frac{dF(y_1)}{dy_1} \right|_{y_{10}} \right)} \right\}.$$

Так как функция F имеет “квазиступенчатый” вид (вид перепада от величины, близкой к напряжению питания, к почти нулевой величине), в области крайних стационарных точек производные, стоящие под знаком квадратного корня, близки к нулю (если края функции F достаточно плоские). В центральной же стационарной точке эти производные, напротив, велики (если перепад достаточно крутой). Поэтому, если функция F достаточно близка к идеальной “ступеньке”, двум крайним стационарным состояниям соответствуют действительные отрицательные значения λ , а центральному состоянию — действительные значения, одно из которых отрицательно, а другое — положительно. Из общей теории следует, что крайние стационарные состояния будут устойчивыми узлами, а

центральное — седлом (неустойчивым состоянием равновесия).

При численном решении дифференциальных уравнений (9) для начальных оценок разумно использовать одно из постоянных значений емкости в одной из стационарных точек или некоторое среднее постоянное значение. При уточнении расчетов нужно использовать более сложные модели.

Далее рассмотрим схему симметричного мультивибратора (рис. 5). Такое устройство можно рассматривать в качестве “наследника” симметричного триггера — схема рис. 4 дополнена парой конденсаторов и парой сопротивлений с номиналами C_0 и R_0 . Конденсаторы включены в разрыв проводников, соединяющих коллекторы и базы

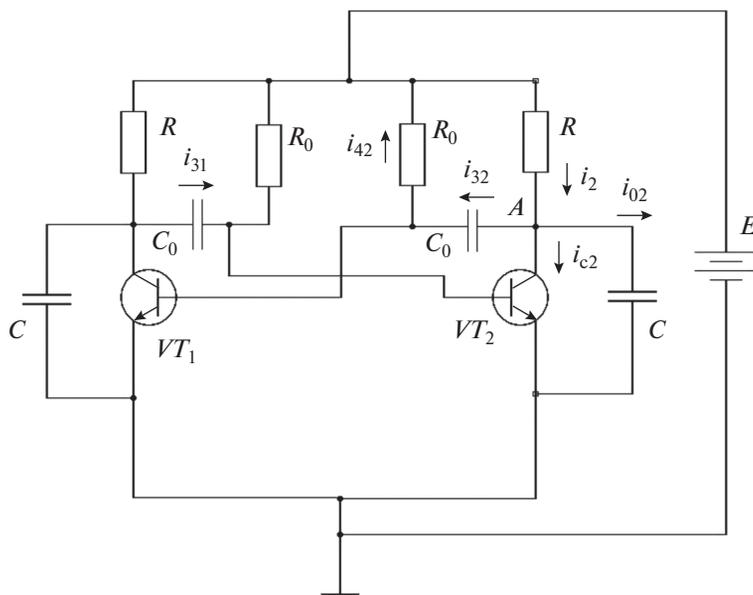


Рис. 5. Схема симметричного мультивибратора.

транзисторов. Дополнительные сопротивления соединяют противоположные от коллекторов выводы этих конденсаторов с полюсом питания. Так же как и в триггере, мы учитываем присутствие емкостей *p-n*-переходов транзистора (пренебрегая токами базы).

Важную роль в этой задаче будет играть напряжение на дополнительных конденсаторах C_0 . Уточним, что под данным напряжением мы будем понимать разность между потенциалом того вывода конденсатора, который ближе к краю схемы (к правому краю для правого конденсатора или к левому краю для левого), и потенциалом другого вывода (того, который ближе к центру). В соответствии с этим на рисунке выбрано направление токов i_{32} и i_{31} .

Так же как и в случае триггера, мы будем составлять уравнения для правого транзистора (обозначенного индексом “2”). Рассмотрим контур, проходящий через источник питания E , резистор R в правой части схемы, коллектор второго транзистора и его эмиттер (контур направим против часовой стрелки). Тогда имеем

$$i_2 R + U_{ce2} = E. \tag{10}$$

В узле A

$$i_2 = i_{c2} + i_{02} + i_{32}.$$

С учетом этого предыдущее соотношение (10) записывается в виде

$$U_{ce2} = E - i_{c2} R - RC \frac{dU_{ce2}}{dt} - i_{32} R. \tag{11}$$

Теперь рассмотрим контур, проходящий через базу и эмиттер первого транзистора, источник питания E и правый резистор R_0 (контур также направим против часовой стрелки). Из законов Кирхгофа следует:

$$-i_{42} R_0 + U_{be1} = E.$$

Так как в пренебрежении током базы (для первого транзистора) $i_{42} = i_{32}$, то соотношение (11) можно записать так:

$$U_{ce2} = E - i_{c2} R - RC \frac{dU_{ce2}}{dt} + \frac{E - U_{be1}}{R_0} R. \tag{12}$$

Первые два слагаемых в правой части соотношения (12) представляют собой уже рассмотренную ранее усилительную функцию (замечания, касающиеся высокого входного сопротивления, здесь сохраняют свою силу):

$$E - i_{c2} R = F(U_{be2}).$$

Используем контур, проходящий через правый конденсатор C_0 , через коллектор и эмиттер второго транзистора и через базу и эмиттер первого (тоже против часовой стрелки), чтобы выразить U_{be1} в выражении (12) через “правые” параметры:

$$U_{be1} = U_{ce2} - V_2,$$

где V_2 – напряжение на правом конденсаторе C_0 .

Далее рассмотрим контур, проходящий по часовой стрелке через левый конденсатор C_0 , через коллектор и эмиттер первого транзистора и через базу и эмиттер второго, чтобы выразить U_{be2} через

более удобные для нас величины (для этого можно воспользоваться и симметрией схемы):

$$U_{be2} = U_{ce1} - V_1.$$

В итоге получим уравнение

$$U_{ce2} = -RC \frac{dU_{ce2}}{dt} + F(U_{ce1} - V_1) + \frac{R}{R_0} V_2 - \frac{R}{R_0} U_{ce2} + \frac{R}{R_0} E.$$

Используем контур, проходящий через источник питания, правый резистор R_0 , правый конденсатор C_0 и через коллектор и эмиттер правого транзистора (против часовой стрелки), чтоб записать еще одно уравнение

$$R_0 C_0 \frac{dV_2}{dt} + V_2 = U_{ce2} - E.$$

Аналогичные уравнения можно записать и для другой половины схемы (они будут выглядеть точно так же, с точностью до замены индекса “2” на “1”). Приведем все четыре уравнения для величин V_1 , V_2 , U_{ce1} , U_{ce2} :

$$\begin{aligned} RC \frac{dU_{ce1}}{dt} &= -U_{ce1} + F(U_{ce2} - V_2) - \frac{R}{R_0} (U_{ce1} - E - V_1), \\ R_0 C_0 \frac{dV_1}{dt} + V_1 &= U_{ce1} - E, \\ RC \frac{dU_{ce2}}{dt} &= -U_{ce2} + F(U_{ce1} - V_1) - \frac{R}{R_0} (U_{ce2} - E - V_2), \\ R_0 C_0 \frac{dV_2}{dt} + V_2 &= U_{ce2} - E. \end{aligned} \quad (13)$$

В этих уравнениях, как и в уравнениях для триггера, емкость C зависит от напряжения (в первом уравнении системы (13) C зависит от U_{ce1} , в третьем – от U_{ce2}). Для начальных оценок можно использовать одно из постоянных значений емкости в одной из стационарных точек задачи о триггере, в который мультивибратор превратится, если конденсаторы C_0 замкнуть накоротко, а резисторы R_0 убрать, или же, как и в задаче о триггере, использовать некоторое среднее постоянное значение емкости.

Рассматриваемая система (13) является системой с двумя степенями свободы (и с четырехмерным фазовым пространством). Отметим, что схожая задача для лампового мультивибратора рассматривалась еще в [4] (но там были не только другие активные элементы, но и другая конфигурация соединительных проводников). В процессе решения авторы [4] перешли к системе с одной степенью свободы (с двумя неизвестными функциями). Здесь мы останемся в рамках модели с двумя степенями свободы и проведем по возможности более простое рассмотрение движений ис-

следуемой нами системы без сокращения числа переменных.

Если $R_0 \gg R$, то уравнения записываются в виде

$$\begin{aligned} RC \frac{dU_{ce1}}{dt} &= -U_{ce1} + F(U_{ce2} - V_2), \\ R_0 C_0 \frac{dV_1}{dt} + V_1 &= U_{ce1} - E, \\ &\dots \\ &\dots \end{aligned} \quad (14)$$

С целью упрощения вида уравнений рассмотрим возможный предельный случай. Если внутренняя емкость транзистора C (в [4] ее аналогом является внутренняя паразитная емкость лампы) стремится к нулю, то первое уравнение становится не дифференциальным, а конечным трансцендентным (или алгебраическим – в зависимости от вида функции F):

$$f_1(U_{ce1}, U_{ce2}, V_2) = -U_{ce1} + F(U_{ce2} - V_2) = 0. \quad (15)$$

Функция f_1 задает фазовую поверхность “вырожденной” системы (как и аналогичная ей функция f_2). Именно по этим фазовым поверхностям проходят “медленные” движения системы. При этом уравнения “быстрых” движений можно записать так:

$$\begin{aligned} RC \frac{dU_{ce1}}{dt} &= f_1(U_{ce1}, U_{ce2}, V_2), \\ RC \frac{dU_{ce2}}{dt} &= f_2(U_{ce2}, U_{ce1}, V_1). \end{aligned}$$

Если рассматривать точки фазового пространства с конечными величинами функций f_1 и f_2 , то при стремлении C к нулю производные величин U_{ce1} и U_{ce2} должны стремиться к бесконечности. Ясно, что линии движения при этом почти параллельны плоскости $V_1 V_2$ фазового пространства. Это означает, что V_1 и V_2 (напряжения на конденсаторах) при таких движениях (скачках) не меняются.

Исследуем “медленные” движения. Выразим U_{ce1} из уравнения (15) и подставим во второе уравнение (14):

$$R_0 C_0 \frac{dV_1}{dt} + V_1 = F(U_{ce2} - V_2) - E. \quad (16)$$

Вспомним, что усилительная функция F для усилителя с общим эмиттером имеет вид резкого перепада от напряжения питания E к почти нулевому значению (в несколько десятых долей вольта). Допустим, что медленные движения нашей системы происходят на почти постоянных “хвостах” усилительной функции (а “быстрые” – при перепаде ее значения). Пусть для определенности F в формуле (16) равно E . Тогда

$$R_0 C_0 \frac{dV_1}{dt} + V_1 = 0. \quad (17)$$

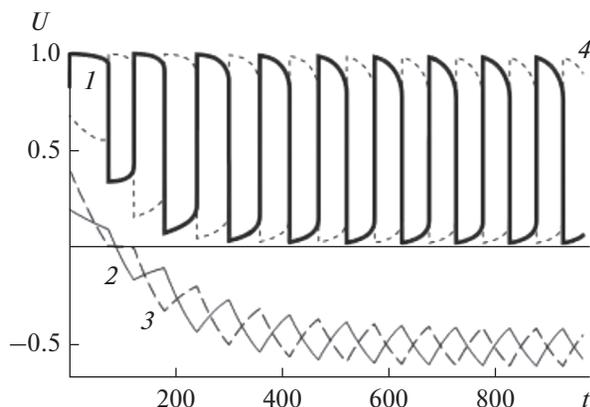


Рис. 6. Численные решения для напряжений $U_{ce1}(t)$ (кривая 1), $V_1(t)$ (кривая 2), $V_2(t)$ (кривая 3), $U_{ce2}(t)$ (кривая 4).

Решение этого уравнения:

$$V_1 = A \exp\left(-\frac{t}{R_0 C_0}\right).$$

Здесь A – произвольная константа. Данное решение соответствует разрядке конденсатора.

Если $F=0$, то вместо (17) мы будем иметь уравнение

$$R_0 C_0 \frac{dV_1}{dt} + V_1 = -E. \quad (18)$$

Его решение

$$V_1 = -E - A \exp\left(-\frac{t}{R_0 C_0}\right).$$

Конденсатор при этом находится в процессе зарядки.

Дифференциальные уравнения (13) имеют решение в виде незатухающих колебаний не для всех значений параметров. В заключение работы мы приведем численное решение, полученное средствами пакета Wolfram Mathematica 9.0 (рис. 6). Усилительная функция F при этом определяется формулой (6), параметры задачи следующие: $E_0 = 0.02$, $G = 5$, $B = 0.0004$, $R_0 = 1.1$, $C_0 = 100$, $R = 0.01$, $C = 0.0033$, $E = 1 + E_0$.

Из графиков видно, что при данных значениях параметров предположение о постоянстве $U_{ce1}(t)$ (и $U_{ce2}(t)$) в пределах полупериода колебаний (фактически сделанное ранее) является чересчур грубым приближением. Но движения все равно подразделяются на “быстрые” и “медленные”.

Численное решение уравнений с усилительной функцией, которая записывается через формулу (1), имеет похожий вид.

ВЫВОДЫ

В работе получены дифференциальные уравнения для симметричного транзисторного триггера и мультивибратора. При этом использовалось полученное ранее автором выражение для токовой характеристики транзисторного усилителя с общим эмиттером (хотя можно использовать и выражения другого вида – в работе приведен пример подобной аппроксимации). Уравнения триггера в общем виде могут быть записаны следующим образом (для неизвестных функций y_1, y_2):

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = g(F(y_2) - y_1), \\ \frac{dy_2}{dt} = g(F(y_1) - y_2). \end{cases}$$

Здесь g – числовой параметр (равный $1/RC$) или же функция, зависящая от y_1 в первом уравнении и от y_2 во втором уравнении, а $F(y)$ – “квазиступенчатая” функция, график которой выглядит как достаточно резкий перепад от большего значения к меньшему.

Уравнения мультивибратора (для неизвестных функций y_1, y_2, z_1, z_2) имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = g\{F(y_2 - z_2) - y_1 - \frac{R}{R_0}(y_1 - z_1 - E)\}, \\ \frac{dy_2}{dt} = g\{F(y_1 - z_1) - y_2 - \frac{R}{R_0}(y_2 - z_2 - E)\}, \\ \frac{dz_1}{dt} = -g_0(z_1 - y_1 + E), \\ \frac{dz_2}{dt} = -g_0(z_2 - y_2 + E). \end{cases}$$

Здесь $g_0 = 1/R_0 C_0$, R, R_0 и E – числовые параметры.

Для дифференциальных уравнений триггера проведено исследование характера состояний равновесия. Для дифференциальных уравнений мультивибратора проведено исследование “медленных” и “быстрых” движений. Приведен пример численного решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Китаев А.Е. // Радиотехника. 2020. № 1. С. 74.
2. Китаев А.Е. // Радиотехника. 2017. № 10. С. 189.
3. Дубинов А.Е., Дубинова И.Д., Сайков С.К. W-функция Ламберта и ее применение в математических задачах физики. Саров: РФЯЦ, 2006.
4. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Физматлит, 1959.
5. Китаев А.Е. // Нелинейный мир. 2018. № 5. С. 16.
6. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1990.
7. Степаненко И.П. Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М.: Энергия, 1977.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТРАНСФОРМАЦИИ ПРИПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ АРСЕНИДА ГАЛЛИЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН

© 2021 г. Т. А. Брянцева^а, *, И. А. Марков^а, Ю. А. Тен^а

^аФрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
пл. Введенского, 1, Фрязино Московской обл., 141120 Российская Федерация

*E-mail: tatiana@ms.ire.rssi.ru

Поступила в редакцию 26.09.2020 г.

После доработки 10.10.2020 г.

Принята к публикации 23.10.2020 г.

С помощью поверхностных акустических волн (ПАВ) в работе исследовались изменения состояния приповерхностного слоя полупроводящего (111) GaAs, находящегося на воздухе, под воздействием белого света. Показано, что в зависимости от величины интенсивности света и уровня мощности ПАВ усиливаются или ослабляются реакции взаимодействия с молекулами, атомами и заряженными частицами воздушной среды. Рассмотрена роль стоячих акустических волн, возникающих в приповерхностных слоях арсенида галлия, а именно концентрация эффектов взаимодействия в местах наибольшей освещенности в результате дифракции света на стоячих акустических волнах. Найдено, что при этом в пятнах дифракции формируются зародыши (Ga + As), покрытые слоями соединений с кислородом и углеродом, либо растущие, либо растекающиеся, и формирование слоя оксида приводит к переориентации поверхности GaAs.

DOI: 10.31857/S0033849421050028

ВВЕДЕНИЕ

Изготовление полупроводниковых приборов на основе GaAs во многих случаях включает в себя процессы, связанные с интенсивным воздействием света на поверхность кристалла. Примером может служить процесс осаждения пленок металла путем термического испарения в вакууме [1]. В связи с этим возникает потребность в исследованиях процессов взаимодействия поверхности полупроводника с окружающей средой на различных этапах изготовления и использования приборов. Известно, что стремление к понижению свободной энергии поверхности подложки или тонкопленочной системы является стимулом ее перестройки. Перестройка поверхности возможна под воздействием внешних корпускулярных и электромагнитных облучений, акустических, электрических и магнитных полей [1–7]. Параметры распространения поверхностных акустических волн существенным образом зависят от состояния приповерхностного слоя образца, что является основой метода контроля ПАВ-диагностики [1].

Соприкасающиеся фазы окружающая среда – полупроводник приобретают заряды различного знака. Взаимное отталкивание одноименных зарядов или притяжение разноименных зарядов,

концентрирующихся на поверхности со стороны каждой фазы, влияют на стягивающие силы в приповерхностном слое, при этом изменяется и плотность приповерхностных слоев [8]. Происходит перемещение структурных единиц. Изменяется поверхностное натяжение, поверхностное давление, величина поверхностного заряда и потенциала. Поскольку Ga^+ и As^- – потенциалобразующие ионы в GaAs, следует ожидать, что двойной электрический слой изменяется также за счет изменения их движения. В растянутые области перемещается галлий, как имеющий больший радиус, тогда как в сжатые области – мышьяк.

Перемещение структурных единиц, в свою очередь, связано с ползучестью – процессом пластической деформации и определяется процессами диффузии. Процессы диффузии в определенных случаях, влияя на состав, контролируют деформацию материала [9]. Таким образом, на поверхности GaAs образуется двойной электрический слой с соответствующими электрическими потенциалами и другими свойствами, обуславливающий различные электроповерхностные явления. Этот слой образуется как на поверхности природного слоя оксида арсенида галлия, так и на идеально чистой поверхности.

При освещении образца GaAs в атмосфере комнаты изменяется окружающая среда, а следовательно, и двойной электрический слой. Изменяется и переход электронов с поверхности арсенида галлия с образованием электронного облака со стороны воздуха (воздушная прослойка). Количественной характеристикой процесса служит работа выхода электронов. Интенсивность ухода электронов с поверхности зависит от температуры, концентрации электронов в образце и от кривизны поверхности. В некоторых случаях возникший электрический потенциал на границе раздела фаз может препятствовать переходу электронов и тогда возникает равновесие: поверхностный заряд полупроводника компенсируется зарядом, созданным электронами в газовой фазе. Работа выхода электронов зависит также от кристаллографической плоскости кристалла. В частности, как известно, работа выхода электронов с плоскости (100) GaAs намного меньше работы выхода с поверхности (111) GaAs [10]. Таким образом, можно считать, что первоначально поверхность образца GaAs представляет собой метастабильный двумерный слой, сформированный за счет образования квазиравновесного ионизированного облака вблизи поверхности полупроводника [8].

Цель данной работы – выявить процессы, происходящие с приповерхностным слоем GaAs, испытывающим возмущение со стороны ПАВ и под воздействием света (белого).

1. МЕТОДИКА И ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

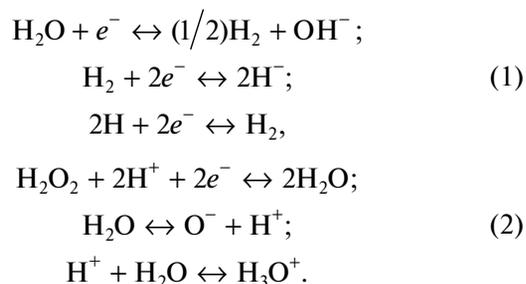
Возможность использования поверхностных акустических волн (ПАВ) для исследования свойств поверхности арсенида галлия была показана нами ранее [1]. При этом использовалось то обстоятельство, что арсенид галлия обладает свойствами пьезоэлектрика и имеется возможность возбуждения ПАВ непосредственно в кристалле с помощью встречно-штыревых преобразователей (ВШП).

Исследуемые образцы (111) GaAs ($\rho \sim 10^8$ Ом см) представляли собой пластинки толщиной 300 мкм, размером 30×23 мм², вырезанные из слитка кристалла, выращенного по методу Чохральского. Пластинки подвергали предэпитаксиальной подготовке, включающую в себя химико-динамическую полировку и очистку поверхности GaAs. Исследования с помощью электрографии, Оже-спектроскопии и тонкого химического анализа показали, что изначально структура природного слоя оксида на (111)GaAs – аморфная и имеет комплексный состав, состоящий из Ga, As, S и O и их соединений. При этом при осаждении тонкого слоя металла (Au, Al) наиболее характерными кислородсодержащими соединениями, входящими в состав оксида, являются Ga₂O₃, GaAsO₄,

Ga₂(OH)₄. Встречно-штыревые преобразователи (ВШП) наносили на поверхность GaAs в виде тонкопленочной структуры из Al. Поскольку поверхность GaAs с ВШП выдерживали на воздухе в течение более двух–четырех часов, ее покрывали достаточно толстым окисным слоем природного оксида толщиной ≥ 100 Å [12]. Перед измерениями поверхность образцов с нанесенными ВШП предварительно промывали в неорганических растворителях, таких как изопропиловый спирт, диметил-формамид, что приводило к уменьшению содержания углерода в слое оксида.

Облучение светом (белым) на воздухе. Для исследований трансформации поверхности GaAs под воздействием облучения (белого света) был использован медицинский источник света ОВС-1, у которого отсекается инфракрасная часть спектра. Площадь облучения составляла 10×15 мм². Источник света для всех рассматриваемых случаев размещали непосредственно по центру образца. Освещенность $E \sim I/r^2$ (I – интенсивность света) задавалась расстоянием r от источника света до центра образца ($r = 5$ или 25 см). Измерения проводили в атмосфере комнаты. Влажность составляла $\sim 40\%$.

В то же время воздействие света на поверхность GaAs на воздухе может вызывать нагревание приповерхностного слоя, возбуждение и ионизацию атомов, или молекул, фотохимические реакции и другие процессы в веществе. Источником ионов и электронов может быть ионизация воздуха при освещении за счет таких реакций как:



Те же самые реакции могут иметь место для углерода и CO₃⁻², CO₄⁻², CO₃H⁻ – продуктов этих реакций [11].

Температуру поверхности GaAs под воздействием света контролировали с помощью планарной термопары. Температура поверхности GaAs оставалась неизменной и при всех исследованиях с помощью ПАВ соответствовала температуре комнаты, приблизительно 20°C.

Морфологию поверхности после проведенных экспериментов по распространению ПАВ изучали с помощью оптического микроскопа с использованием метода селективного травления.

ПАВ-диагностика. Исследовали образцы GaAs, на поверхность которых были нанесены

ВШП ПАВ, работающие на центральной частоте 65.3 МГц. Апертура ВШП – $W = 3.5$ мм, расстояние между ВШП – $L = 15.5$ мм. Амплитуда и фаза выходного сигнала ПАВ измерялись через равные промежутки времени ~ 0.5 с. Максимальное значение выходного сигнала синтезатора частоты $U_{\text{вых}} = 0.7$ В, волновое сопротивление всего тракта $R = 50$ Ом. Параметры ПАВ измеряли с помощью следующих приборов:

а) синтезатор частоты РЧ6-05 в качестве источника гармонического сигнала с задаваемой амплитудой и частотой,

б) векторный вольтметр ФК2-29, позволяющий измерять амплитуды и фазы относительно опорного канала,

в) персональный компьютер, задающий временные интервалы считывания информации (амплитуда, фаза) и фиксирующий результаты измерений в привязке к основным параметрам измерений: время, частота.

При рассмотрении полученных характеристик ПАВ следует учитывать, что упругие свойства и плотность твердых тел и жидкостей зависят от физико-химического состояния среды [13]. В первом приближении можно считать, что скорость упругих волн в каждой из этих сред постоянна. Однако при распространении ПАВ в одной и той же среде скорость волны зависит от кристаллографического направления, например, для GaAs она является наибольшей в направлении $[2\bar{1}\bar{1}]$ на (111) поверхности [10].

ПАВ реагирует на изменения состояния приповерхностного слоя (структуры, состава и т.д.) изменениями амплитуды и фазовой скорости [14]. При этом нужно отметить следующие факты:

– амплитуда волны отмечает фазовые превращения в приповерхностном слое перпендикулярном к поверхности GaAs;

– скорость распространения волны фиксирует физико-химическое состояние (в том числе зарядовые свойства) в плоскости приповерхностного слоя арсенида галлия;

– изменение скорости ПАВ обратно пропорционально изменению вязкости приповерхностных слоев;

– относительное изменение скорости ПАВ $\Delta v/v$ преимущественно является функцией отклонения скорости распространения волны от основного направления.

Таким образом, изменение параметров распространения ПАВ позволяет определять параметры структуры и состава оксидной пленки и ее границы с подложкой. Кроме того, поглощение ПАВ при распространении по кристаллу обусловлено преобразованием ее энергии в другие виды энергии и, в конечном счете, в тепло [14]. В однородной среде поглощение упругих волн обуслов-

лено, главным образом, процессами внутреннего трения и теплопроводности. Кроме того, возможна диссипация энергии вследствие химических реакций.

1.1. Оценка изменения мощности и фазовой скорости зондирующей ПАВ

Мощность акустической волны можно определить [14, 19] как

$$P_{\text{ав}} = P_{\text{вых}}/X_0, \quad (3)$$

где $P_{\text{вых}} = U_{\text{вых}}^2/R$ – выходная мощность генератора (синтезатора частоты), $U_{\text{вых}}$ – выходное напряжение синтезатора частоты (в нашем эксперименте $U_{\text{вых}} = 0.7$ В, $R = 50$ Ом), X_0 – потери на преобразование ВШП.

Измеряемая на опыте величина A – амплитуда (относительно опорного сигнала)

$$A = -10 \lg(P_0/P_M) \quad (4)$$

связана с потерями в тракте X соотношением $X = 10^{-(A/10)}$. При отсутствии внешних воздействий на кристалл и при допущении, что возможные потери X обусловлены только потерями преобразования для двух идентичных преобразователей ВШП, тогда получаем

$$X_0 = 10^{-(A_0/20)}, \quad (5)$$

$$P_{\text{ав}0} = (P_{\text{вых}}/X_0) = (U_{\text{вых}}^2/R) \times 10^{(A_0/20)}. \quad (6)$$

В условиях внешнего воздействия, если все процессы протекают только между ВШП, $A = A_0 - A_1$, где A_1 – измеренная амплитуда под воздействием:

$$X_1 = 10^{-((A_0 - A_1)/10)}, \quad (7)$$

а

$$P_{\text{ав}1} = \frac{P_{\text{ав}0}}{X_1} P_{\text{ав}0}/X_1 = (U_{\text{вых}}^2/R) \times 10^{((3A_0 - 2A_1)/20)}. \quad (8)$$

Выражение, позволяющее оценить энергию, поглощаемую в приповерхностном слое GaAs в области между преобразователями имеет вид

$$E = \int_{t_1}^t P_{\text{ав}1}(t) dt, \quad (9)$$

где t_1 – время. Кроме того, можно рассчитать фазовую скорость по выражению

$$v_{\phi} = \frac{2\pi f \ell}{\phi_p + \phi_0 - \phi}, \quad (10)$$

где f – частота, ϕ_0 – фаза в начальный момент времени, ϕ_p – фаза расчетная, ϕ – фаза измеренная.

Таблица 1. Условия распространения ПАВ на (111) GaAs

Номера кривых на рис. 1	Включения лампы по отсчету времени, с	Выключения лампы по отсчету времени, с	$A_{\text{вых}}$, дБ	Расстояние до лампы, см
1	22.5	90.25	20	5
2	182.4	250.4	20	25
3	369	460.2	0	25
4	574.2	618.3	30	25
5	646.5	661.3	40	25
6	702.5	739.5	10	25
7	774.7	800.4	3	25
8	837.3	858.1	1	25
9	889	914	15	25
10	941	953.7	17	25
11	991.2	1026.4	12	25
12	25	740	0	5

В рассматриваемом случае $\varphi_0 = 0$, ℓ – расстояние между ВПП, следовательно:

$$v_\varphi = \frac{2\pi f \ell}{\varphi_p - \varphi}, \quad (11)$$

где $\varphi_p = 2\pi \frac{\ell}{\lambda}$, длина волны равна $\lambda = v_0/f$, v_0 – скорость ПАВ на свободной поверхности. В нашем случае на поверхности (111) GaAs вдоль оси $[2\bar{1}\bar{1}]$ $v_0 = 3.0826 \times 10^5$ см/с [9]. Поскольку $\lambda = 47.2 \times 10^{-3}$ мм, $\varphi_p = 1.9968 \times 10^3$ рад, а

$$v_\varphi = \frac{2\pi f \ell}{2\pi f (\ell/v_0) - \varphi}, \quad (12)$$

изменение $\Delta v/v$ (отношение фазовых скоростей Δv – между скоростью без облучения и скорости под воздействием света, к v – фазовой скорости без облучения) оценивалось как:

$$\Delta v/v = \frac{v_\varphi - v_0}{v_0}. \quad (13)$$

Выбранная схема измерений [1] параметров ПАВ позволяла определять изменение амплитуды и фазы выходного сигнала ($A_v = A_{\text{вых}} - A_{\text{вх}}$, $\varphi_v = \varphi_{\text{вых}} - \varphi_{\text{вх}}$) через задаваемые интервалы времени освещения светом. Данная схема позволяла фиксировать основные параметры изменений величин в следующих пределах чувствительности: по амплитуде – 0.04 дБ, по фазе – 2°, по времени – 10 мс, динамический диапазон установки 90 дБ. Потери всего тракта с включенным образцом составляли ~18 дБ.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Данные по измерению комплексного коэффициента прохождения ПАВ в условиях атмосферы комнаты и освещения светом для различных условий распространения представлены в табл. 1. Измерения № 1–11 проводились в едином цикле, когда эксперименты следовали друг за другом (рис. 1–3). Отдельно проводились эксперименты по освещению светом поверхности в условиях опыта № 12 (см. табл. 1, рис. 3б).

Как следует из рис. 1, сводный график изменения амплитуды и фазы, отличающийся для каждого временного промежутка условиями прохождения ПАВ, в целом имеет вид, аналогичный временной зависимости деформации под воздействием постоянной нагрузки [15].

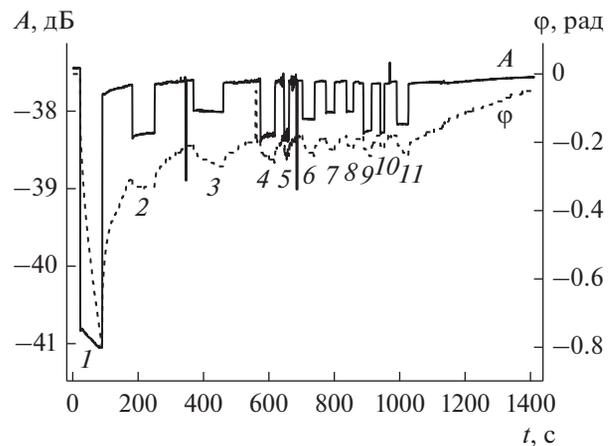


Рис. 1. Изменения амплитуды (A) и фазы ПАВ (φ) в зависимости от времени облучения светом при различных условиях ее прохождения ПАВ (значения 1–12 см. табл. 1);

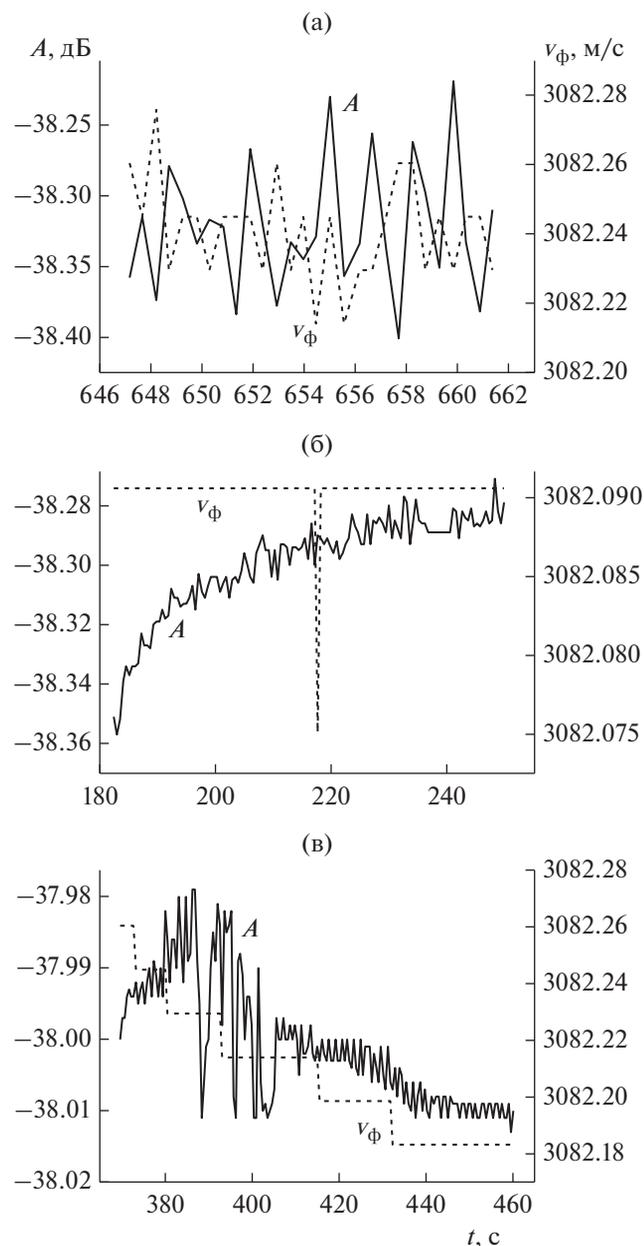


Рис. 2. Временные зависимости амплитуды и скорости ПАВ при $r = 25$ см и $A_{\text{ввых}} = 40$ (а), 20 (б) и 0 дБ (в).

На начальном этапе наблюдается увеличение поглощения акустической волны. Поглощение волны с течением времени (под воздействием света) уменьшается и при выключении света возвращается к первоначальным характеристикам.

Оказалось, что с увеличением времени выдержки под воздействием света лампочки происходят заметные изменения характеристик прохождения ПАВ, причем амплитуда и фаза меняются по своим индивидуальным закономерностям.

На рис. 2, 3 приведены характерные зависимости параметров ПАВ от времени подсветки при

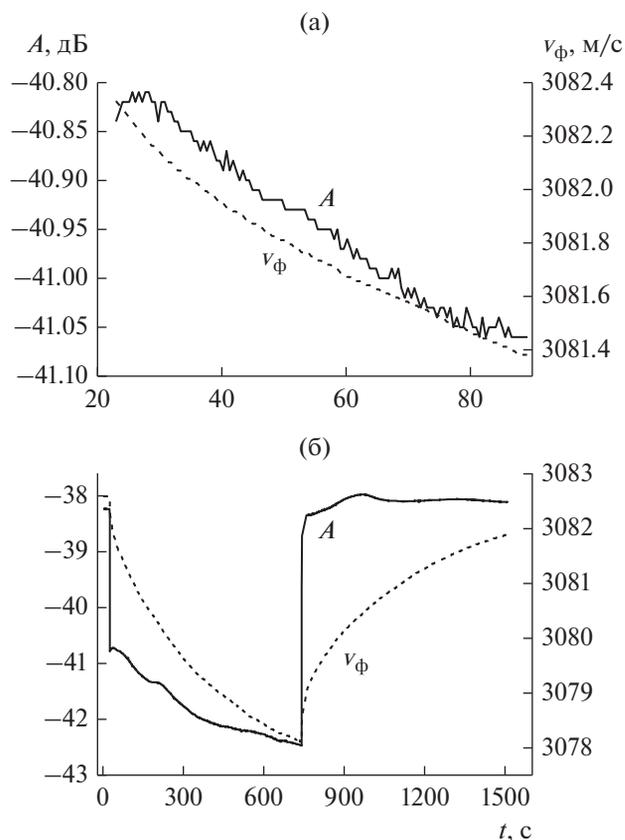


Рис. 3. Временные зависимости амплитуды и скорости ПАВ при $r = 5$ см и $A_{\text{ввых}} = 20$ (а) и 0 дБ (б).

различных значениях освещенности и мощности зондирующей ПАВ ($A_{\text{ген}}$) в зависимости от времени облучения.

При $r = 25$ см зависимость амплитуды от времени освещения отличается заметными пульсациями. Характер пульсаций и их шаг зависит от величины мощности зондирующей ПАВ (см. рис. 2). Размах колебаний амплитуды при этом либо увеличивается со временем облучения при $A_{\text{ввых}} = 40$ дБ, $A_{\text{ввых}} = 20$ дБ (см. рис. 2а, 2б), либо уменьшается ступенчато при $A_{\text{ввых}} = 0$ дБ (см. рис. 2в).

В этом случае фазовая скорость также зависит от величины вводимого ослабления мощности ПАВ. Величина фазовой скорости может колебаться в противофазе к амплитуде при $A_{\text{ввых}} = 40$ дБ (см. рис. 2а) вблизи линии относительного равновесия. При $A_{\text{ввых}} = 20$ дБ (см. рис. 2б), с увеличением времени облучения величина фазовой скорости, имея постоянное значение, отличается одним резким импульсным сбросом по величине. В то же время при $A_{\text{ген}} = 0$ дБ (см. рис. 2в), фазовая скорость может ступенчато уменьшаться.

При $r = 5$ см (с увеличением освещенности, рис. 3а, 3б) характер пульсации амплитуды имеет более сглаженный вид. Амплитуда при этом ха-

рактируется мелкими пульсациями и плавно снижается ($A_{\text{вых}} = 20$ дБ, см. рис. 3а). При $A_{\text{вых}} = 0$ дБ (см. рис. 3б), амплитуда вначале резко (скачком) падает и затем относительно плавно снижается.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

3.1. Зависимости характеристик ПАВ от условий проведения экспериментов

Как следует из рис. 2, 3 на измеряемые характеристики ПАВ помимо времени подсветки оказывают существенное влияние освещенность:

$$E = I \cos \theta / r^2, \quad (14)$$

где I — сила света источника, r — расстояние от источника до облучаемой поверхности, θ — угол падения света [16], а также мощность ПАВ. Из зависимостей, представленных на рис. 1–3, можно сделать вывод, что в рассматриваемых случаях значительный вклад в поведение характеристик ПАВ вносят эффекты физико-химического взаимодействия, происходящие как на поверхности арсенида галлия, так и на поверхности слоя оксида.

На воздухе под воздействием тестирующей ПАВ на поверхности GaAs формируются периодически распространяемые сжатые или растянутые области GaAs. Между этими областями возникает электрическое напряжение и периодическое противоположно направленное движение электронов и дырок. Поверхность оксида периодически либо нагревается (обогащается электронами), либо охлаждается (обедняется электронами), что является причиной возникновения собственных колебаний решетки GaAs. С увеличением времени облучения изменяется и давление на поверхность оксида со стороны воздуха, и осаждение заряженных частиц из воздуха на поверхность оксида. В результате незначительно увеличивается и рассеяние энергии ПАВ.

Под действием света в атмосфере комнаты появляются дополнительные ионы и электроны (ионизация воздуха), вследствие чего меняется электропроводность воздушной прослойки. На соприкасающихся поверхностях перераспределяются электроны и ионы, создавая движение ионов среды. Следует отметить, что энергия и количество заряженных частиц, поступающих на поверхность, зависят от расстояния r . Перераспределение зарядов формирует разность потенциалов, которая зависит от диэлектрических свойств соприкасающихся сред, их взаимного давления, влажности (для воздушной прослойки) и от температуры. Поверхностная разность потенциалов при этом может достигать высоких значений (десятков киловольт) при низких токах. За счет высоких напряжений может произойти электростатический разряд. Указанные

явления могут служить причиной инжекции или эмиссии электронов с поверхности (автоэлектронная эмиссия), вследствие чего возникают стоячие акустические волны.

При освещении на поверхности возникают эффекты интерференции и, как следствие, рассеяния света на акустических волнах, дифракция света [16]. Эти эффекты возможны за счет того, что пленки оксида и подлежащие слои арсенида галлия имеют разные коэффициенты преломления. При этом коэффициенты преломления, поглощения и отражения зависят от состава и структуры приповерхностных слоев. Следовательно, меняется и степень освещенности поверхности самого арсенида галлия.

Вводимые уровни мощности ПАВ изменяют степень возбуждения молекул, что влияет на степень нарушения связей между атомами и их реактивную способность [17].

В итоге взаимодействие с ионизированными радикалами, как со стороны воздушной прослойки, так и со стороны арсенида галлия вызывает различные резонансно-релаксационные процессы передачи энергии возбуждения окружающей среде, что выражается в пульсациях амплитуды.

При $r = 25$ см (рис. 2а–2в) на поверхности, судя по всему, наибольшую роль играют эффекты интерференции, дифракции, отражения и поглощения света. При этом эффекты интерференции и дифракции связаны с формированиями стоячих акустических волн в приповерхностных слоях, так называемые эффекты рассеяния света Мандельштама–Бриллюэна [16].

При $A_{\text{вых}} = 40$ дБ (см. рис. 2а) возможны такие эффекты как периодическое гашение — усиление интенсивности света за счет эффектов абсорбции и дисперсии в пленках оксида, что приводит к периодическому просветлению окисных пленок. При $A_{\text{вых}} = 20$ дБ (см. рис. 2б), судя по всему, происходит нарастание слоя оксида, сжатие приповерхностного слоя GaAs с выходом электронов с поверхности GaAs в слой оксида. При $A_{\text{вых}} = 0$ дБ (см. рис. 2в), возникает ступенчатый эффект просветления пленок оксида, что связано, скорее всего, с изменениями состава и совершенства слоя оксида.

При $r = 5$ см (рис. 3а, 3б) с увеличением интенсивности освещения также возникают эффекты просветления. В результате при $A_{\text{вых}} = 0$ дБ на (111) GaAs резко с включением света увеличивается количество электронов в образце, затем с увеличением времени облучения увеличивается потеря (эмиссия) электронов.

Таким образом, эффекты ионизации атомов поверхности и взаимодействие с ионизирован-

ными молекулами воздуха с выделением (поглощением) энергии приводят к изменению структуры, состава и толщины оксида. В конечном итоге меняется его механическая и оптическая плотность, что вызывает колебания слоя (пластинки) оксида [16]. В зависимости от толщины слоя колебания могут быть продольными или изгибными (поперечными). Меняется и давление на поверхность GaAs.

С изменением состава, структуры и толщины слоя оксида меняется степень просветления, а, следовательно, и освещенность арсенида галлия. Под воздействием освещения светом поверхность арсенида галлия либо обогащается электронами (увеличивается концентрация электронов за счет фотоэффекта), либо обедняется за счет эмиссии или диффузии электронов при деформации. При этом переход приповерхностного слоя GaAs из состояния "1" к состоянию поверхности в "2", как известно, приводит к собственным колебаниям решетки GaAs [18].

Кроме того, при освещении возможно движение двух диэлектриков (слоя оксида и приповерхностного слоя GaAs) относительно друг друга. В результате трения на поверхности движущихся тел возникают заряды, обусловленные диффузией электронов и ионов (эффект трибоэлектричества). При трении существенную роль начинает играть разное нагревание тел, что, в свою очередь, может вызвать переход носителей с локальных неоднородностей более нагретой поверхности [16].

3.2. Аппроксимация и интерпретация зависимостей характеристик ПАВ

Изменение амплитуды. Из данных, представленных на рис. 1-3, можно было определить энергию волны, поглощенную за время подсветки и интенсивность $I = P/S$, где $S \approx a\lambda$, a – поперечный размер области распространения ПАВ, λ – длина ПАВ. При этом из соотношения P/P_0 можно оценить изменение эффективной массы (GaAs) в молевых долях, учитывая, что $\lambda = 47 \times 10^{-4}$ см – первоначальная толщина слоя, а площадь образца между преобразователями 3.5×0.9 см². Зная P_0 , можно определить энергию активации данного процесса согласно [14, 19].

Следует отметить, что при $r = 25$ см, $A_{\text{вых}} = 40$ дБ (см. рис. 2а) поведение акустической волны, скорее всего, отражает эффекты, которые являются следствием возникновения периодических электрических разрядов между слоями оксида и арсенида галлия. По мере накопления зарядов эти разряды могут быть направлены как с поверхности пленки оксида в сторону арсенида галлия, так

и с поверхности арсенида галлия в сторону пленки оксида. Этот эффект приводит к периодическому обеднению зарядов на поверхности оксида и изменению амплитуды ПАВ. Вместе с тем обогащение поверхности арсенида галлия электронами приводит к падению фазовой скорости. При этом возникает так называемое состояние химического равновесия, когда между пленкой оксида и GaAs периодически происходит обмен ионами и электронами: $\text{Ga}^+ + \text{дырка}$ и $\text{As}^- + \text{электрон}$. Была определена энергия активации квазиравновесного процесса, она составляет 3.6 ккал/моль.

В случае $r = 25$ см, $A_{\text{вых}} = 20$ дБ (см. рис. 2б), т.е. при увеличении интенсивности звуковой волны, зависимость поглощаемой мощности от времени освещения приобретает другой вид: $P = P_0 \exp(-0.03 \ln t)$.

В данном случае амплитуда сигнала увеличивается со временем облучения. Картины морфологии поверхности, полученные с помощью оптической микроскопии, показывали, что сплошность слоя оксида, так же, как и его толщина, растет. Окисная пленка при этом становится более совершенной и прозрачной для ПАВ.

Было найдено значение энергии активации процесса, равное $D = 4759$ ккал/моль, что соответствует энергии активации диффузии атомов Ga. То есть большее совершенство пленки оксида обеспечивается за счет заполнения границ зерен галлием, который сам, как известно, легко окисляется, а также взаимодействует с такими радикалами, как CO^- , OH^- и т.д., присутствующими в воздушной атмосфере.

При $r = 5$ см и $A_{\text{вых}} = 20$ дБ (см. рис. 3а) зависимость поглощенной мощности P от времени подсветки t имеет вид: $P = P_0 + kt^{6/5}$, где $k = P_0/t_0^{6/5}$, $(P - P_0)/P_0 = t^{6/5}/t_0^{6/5}$.

Энергия активации изменения поглощенной мощности волны (амплитуды) составляет $q_b = dU \sim 17.8$ ккал/моль и соответствует энергии образования GaAs [18]. Это указывает на то, что в данном случае осуществляется изохорный (при постоянном объеме) процесс и процесс взаимодействия с окружающей средой происходит при изменяющемся давлении p .

На поверхности GaAs, скорее всего, осуществляются два конкурирующих процесса: процесс образования слоя оксида и его разрушение. Поскольку теплота образования пленки оксида была близка к энергии смешения ($\text{Ga} + \text{As}$) и соответствовала 22.6 ккал/моль [20], $dU = H_{\text{см}} - D = 22.6 - 4.8 = 17.8$ ккал/моль, то сделан вывод, что рассеивание мощности ПАВ отражает эффекты миграции Ga и химической реакции образования GaAs.

Данные эффекты связаны с тем, что парциальное давление заряженных частиц со стороны окружающей среды превышает давление заряженных частиц, покидающих поверхность GaAs. Причем зависимость рассеиваемой энергии E от времени t соответствует выражению:

$$E = -1.45875 \times 10^{-5} + 1.48024 \times 10^{-8} t^{11/5}. \quad (15)$$

Выражения для P и E показывают, что в данном случае рассеивание мощности осуществляется за счет зернограничной диффузии галлия с образованием соединения GaAs, поскольку известно, что при этом концентрация C мигрирующих атомов пропорциональна длине [21]: $C \sim x^{6/5} t^{6/5}$.

Когда $r = 5$ см, $A_{\text{вых}} = 0$ дБ (см. рис. 3б) (с увеличением интенсивности света и звуковой волны), амплитуда сигнала уменьшается со временем по сравнению с начальной. Энергия активации процесса изменения P составляет $q_p = dH = 15.5$ ккал/моль, что соответствует теплоте изобарного процесса и совпадает с величиной энтропии для GaAs при 293°C. Разница между теплотой смешения и энергии активации миграции Ga и As равна 7.2 ккал/моль.

Наблюдаемые эффекты, скорее всего, связаны с тем фактом, что в данном случае парциальное давление заряженных частиц, поступающих из газовой среды на поверхность GaAs, практически равны давлению заряженных частиц, покидающих поверхность. При этом реакции взаимодействия с окружающей средой (воздушная атмосфера – поверхность образца) обусловлены возникновением электрических разрядов.

В данном случае наблюдаются разрывы в структуре пленки оксида, и в них можно наблюдать образование холмиков GaAs по границам зерен.

Поведение окисной пленки не может не сказаться на состоянии поверхности приграничных слоев GaAs и вызывает в нем эффекты сжатия или растяжения, что, скорее всего, приводит к изменению ориентации поверхности GaAs.

Изменения фазовой скорости. На графиках временных зависимостей при различных степенях освещенности и мощности ПАВ наблюдается снижение фазовой скорости. При этом обнаруживаются либо отдельные резонансно-релаксационные всплески падения скорости (см. рис. 1) и возвращение к прежнему значению, либо следующие друг за другом ступеньки падения скорости (см. рис. 2б) и возвращение к первоначальному значению. Наблюдаемые эффекты являются, скорее всего, также следствием возникновения электрических разрядов между слоями оксида и арсенида галлия, в то время как плавная зависимость от времени освещения (см. рис. 3а, 3б) связана с эффектами

диффузии заряженных частиц (электронами и дырками). Оказалось, что отношение $\Delta v/v$ зависит от времени экспозиции как

$$\text{tg} \left(t \frac{\Delta v}{v} \right) = 0.245 - 9.97^{-7} t^{11/5}. \quad (16)$$

Энергия активации процесса, найденная из тангенциальной зависимости $Q = 180$ кал, что соответствует энергии перехода (111) GaAs \leftrightarrow (100) GaAs, $[00\bar{1}] \rightarrow [2\bar{1}\bar{1}]$ [11]. В случае ступенчатой зависимости (см. рис. 2в) энергия, определенная из зависимости огибающей ступеньки кривой от времени облучения, также была равна 180 кал.

Наблюдения дискретной зависимости $\Delta v/v$ от времени облучения связано, по-видимому, с изменением состава слоя оксида под воздействием излучения. Это подтверждается известными фактами образования окисных слоев на поверхности GaAs [18], когда возможны следующие превращения: $\text{Ga} + 4\text{OH}^- = \text{Ga}(\text{OH})_4^- + 3e$. При температуре 20°C образуется гидроокись $\text{Ga}(\text{OH})_3$, при 80°C – $\text{Ga}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$, при 160°C – $3\text{Ga}_2\text{O}_3 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$, или GaOON (кристаллический гидрат). Разложение гидрата GaOON при 300°C приводит к образованию β -модификации Ga_2O_3 , при 400°C – Ga_2O_3 α -модификации со структурой типа корунда. Исходя из изложенного ранее следует, что разложение гидратов в рассматриваемом случае может осуществляться под воздействием энергии, рассеиваемой при прохождении ПАВ, и под воздействием света. При этом может меняться и проводимость окисных слоев, поскольку известно, например, что Ga_2O_3 обладает полупроводниковыми свойствами и под воздействием света может иметь электрическую проводимость, что естественно оказывает значительное влияние на поглощение ПАВ. Все эти окисные модификации метастабильны и переходят в устойчивую β -модификацию Ga_2O_3 . Таким образом, можно сделать вывод, что независимо от того, как осуществляется уменьшение $\Delta v/v$ (дискретно или плавно), энергия перехода составляет 180 ккал/моль.

Из тангенциальной зависимости был определен угол поворота плоскости измененного приповерхностного слоя GaAs относительно базового (111) GaAs. Угол поворота составил 60°, что соответствует углу между плоскостями (111) и (100).

Исследования изменения величины омического сопротивления в диодных структурах под воздействием света показали аналогичные результаты. Исходя из величины сопротивления и приложенного напряжения, зная толщину окисного слоя, а также ее изменение, определялась энергия, затраченная на переход системы из со-

стояния сплошной окисной пленки к блочной (с краплениями островков GaAs). Оказалось, что она равна 21 ккал/моль, что соответствует энергии смешения Ga + As.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Под воздействием света на поверхности GaAs, покрытого слоем природного оксида, возникают эффекты интерференции из-за разницы в коэффициентах преломления в пленках оксида и арсенида галлия. В результате интерференции на поверхности формируются узоры — выделенные наиболее освещенные места, которые становятся, с одной стороны, стоком для точечных дефектов, в частности свободных ионов Ga и/или As, с другой — местами преимущественного осаждения заряженных частиц из окружающего воздуха.

В случае малой интенсивности света и малой мощности ПАВ осаждение заряженных частиц из воздушной прослойки приводит к накоплению поверхностного заряда, повышению поверхностного потенциала и, как следствие, к микроразрядам, обеспечивая периодическую эмиссию или инжекцию электронов с поверхности GaAs.

С увеличением мощности ПАВ при малой интенсивности света возникает поверхностная диффузия элементов из более освещенных мест в более темные. При этом величина поглощения ПАВ определяется диффузией заряженных частиц и ионов Ga. Повышаются реактивная способность поверхности и возможность взаимодействия с частицами из воздуха. При этом с увеличением интенсивности света повышается и количество заряженных частиц в воздушной прослойке. Указанные эффекты служат причиной возбуждения на поверхности арсенида галлия стоячих акустических волн с собственной частотой или частотой колебаний пластинки оксида и, как следствие, возникновения дифракции света.

В случае более высокой интенсивности света и большей мощности ПАВ в результате явлений интерференции и дифракции формируются максимально освещенные пятна, расположенные по узорам окружностей интерференции, которые и являются преимущественными местами стока дефектов. В результате на поверхности в выделенных местах образуются и растут зародыши — зерна.

Образованные зерна представляют собой микросферы, содержащие помимо Ga и As соединения углерода и кислорода. Под воздействием ПАВ с большой мощностью легколетучие компоненты, такие как CO, As₂O, Ga₂O и т.д., улетучиваются, противодействуя парциальному давлению заряженных частиц со стороны воздушной прослойки. Степень противодействия, а, следовательно, и ре-

акции взаимодействия будут определяться уровнем интенсивности света и мощностью волны.

Взаимодействие поверхности GaAs с окружающей средой приводит, с одной стороны, к росту микрокапель (Ga + As), покрытых слоем оксида, с другой стороны, к их вынужденному растеканию и выравниванию слоя оксида с выпадением зерен GaAs. При этом величина поглощения ПАВ определяется либо диффузией Ga, либо образованием и/или разрушением GaAs с одновременной диффузией Ga и As.

Из сказанного выше следует, что ПАВ чувствительны как к состоянию слоев природных оксидов GaAs, так и к состоянию поверхности GaAs. Наблюдаемые электрокинетические эффекты при этом зависят и от освещенности поверхности, и от уровня мощности ПАВ. Образование достаточно плотного окисного слоя приводит к переориентации поверхности GaAs с изменением направления наибольшей скорости акустической волны $[2\bar{1}\bar{1}] \rightarrow [00\bar{1}]$, что отражается в изменении фазовой скорости. При этом может быть определен угол смены ориентации, который составляет $\sim 60^\circ$ [22].

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках государственного задания (№ 0030-2019-0012).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Брянцева Т.А., Любченко В.Е., Любченко Д.В. и др. // РЭ. 2009. Т. 54. № 5. С. 621.
2. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Марков И.А. и др. // Неорганические материалы. 2009. Т. 45. № 8. С. 901.
3. Lioubtchenko D.V., Briantseva T.A., Lebedeva Z.M., Bullough T.J. // Defect and Diffusion Forum. 2010. V. 307. P. 75.
4. Lioubtchenko D.V., Briantseva T.A., Lebedeva Z.M., Bullough T.J. // Defect and Diffusion Forum. 2011. V. 316–317. P. 89.
5. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Марков И.А., Тен Ю.А. // ФТП. 2011. Т. 45. № 12. С. 1585.
6. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Лебедева З.М., Бобылев М.А. // Физикохимия поверхности и защита материалов. 2012. Т. 48. № 1. С. 1.
7. Брянцева Т.А., Любченко Д.В., Любченко В.Е. и др. // ФТП. 2014. Т. 48. № 2. С. 196.
8. Фролов Ю.Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. М.: Химия, 1982.
9. Бокштейн Б.С. Диффузия в металлах. М.: Металлургия, 1978.
10. Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.

11. Рабинович В.А., Хавин З.Я. Краткий химический справочник / Под ред. В.А. Рабиновича. Л.: Химия, 1978.
12. Брянцева Т.А., Бобылев М.А., Лебедева З.М., Любченко Д.В. // Завод. лаб. 2012. № 2. С. 41.
13. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. М.: Высш. школа, 1989.
14. Терстон Р. Физическая акустика / Под ред. Л.Д. Розенберга. М.: Мир, 1965. Т. 1А.
15. Урусовская А.А. Современная кристаллография. Т. 4. Физические свойства кристаллов. М.: Наука, 1981.
16. Физический энциклопедический словарь. М.: Сов. энциклопедия, 1983.
17. Гладков С.О. Физика композитов. Термодинамические и диссипативные свойства. М.: Наука, 1999.
18. Фридкин В.М. Современная кристаллография. Т. 2. Структура кристаллов. М.: Наука, 1979.
19. Волькенштейн Ф.Ф. Электронные процессы на поверхности полупроводников при хемосорбции. М.: Наука, 1987.
20. Плющев Б.Е., Степина С.Б., Федоров П.И. Химия и технология редких и рассеянных элементов. Ч. 1. М.: Высш. школа, 1976.
21. Каур И., Густ В. Диффузия по границам зерен и фаз. М.: Машиностроение, 1991.
22. Горелик С.С., Расторгуев Л.Н., Скаков Ю.А. Рентгенографический и электронно-оптический анализ. М.: Metallurgia, 1970.

УДК 537.533

РЕЖИМ “ИОННОГО ФОНТАНА” ДЛЯ ПЛОСКИХ ДИОДОВ С НЕНУЛЕВЫМ ПОЛЕМ В ПЛОСКОСТИ ОТРАЖЕНИЯ ИОНОВ

© 2021 г. М. А. Завьялов^а, Т. М. Сапронова^а, П. М. Стальков^а, В. А. Сыровой^а *^аВЭИ – филиал ФГУП “РФЯЦ – ВНИИТФ им. акад. Е.И. Забабахина”,
ул. Красноказарменная, 12, Москва, 111250 Российская Федерация

*E-mail: red@cplire.ru

Поступила в редакцию 12.03.2020 г.

После доработки 12.03.2020 г.

Принята к публикации 22.12.2020 г.

Исследован эффект усиления электронного тока в плоских униполярном и биполярном диодах при инжекции ионов со стороны проникаемого и разогреваемого ими катода (режим “ионного фонтана”) в общем случае ненулевого электрического поля в плоскости отражения ионов и на аноде. Для эмитируемых катодом электронов рассмотрен весь диапазон возможных ситуаций, простирающийся от нерелятивистских энергий до ультрарелятивистского предела. Изучено влияние инжектируемых ионов на распределение поля в униполярном диоде при эмиссии электронов, ограниченной температурой.

DOI: 10.31857/S0033849421050132

ВВЕДЕНИЕ

Изучению биполярного потока между параллельными плоскостями посвящено значительное число публикаций, начиная с классической работы И. Лэнгмюра [1]. В них рассматривались постановки, различающиеся условиями эмиссии электронов (ρ -режим, инжекция с ненулевой скоростью, вторичная эмиссия под действием ионной бомбардировки), эмиссии ионов (ρ -режим, T -режим, инжекция с ненулевой скоростью), положением стартовой поверхности последних (анод, плоскость между катодом и анодом) [1–6]. Одной из важных характеристик биполярных диодов является коэффициент усиления электронного тока K_e (отношение электронных токов в биполярном и униполярном диодах), достигающий у нерелятивистского диода в ρ -режиме максимального значения $K_e = 1.86$ [1].

Для сферического и цилиндрического диодов со сходящимся электронным пучком величина K_e зависит от геометрического фактора – отношения радиусов катода и анода и может существенно превышать характерное для плоской геометрии значение [7]. Случай расходящегося электронного пучка рассмотрен в работе [8].

Публикации [1–8] посвящены исследованию диодов с нерелятивистскими электронами, в работе [9] рассмотрен ультрарелятивистский случай, а в [10] проведено подробное исследование плоского биполярного диода с электронами реля-

тивистских энергий, показавшее, в частности, неадекватность ультрарелятивистского приближения в реальном диапазоне релятивистских скоростей из-за исключительно медленного стремления к ультрарелятивистскому пределу.

Вопросы расчета формирующих электродов для клиновидных и конических нерелятивистских биполярных пучков обсуждались в [11], а в случае ленточного релятивистского пучка – в [12].

В работе [13] во всем диапазоне энергии электронов исследован режим “ионного фонтана” при выполнении условий полного пространственного заряда (нулевое электрическое поле) на катоде, аноде и в плоскости отражения ионов. Подробный сравнительный анализ характеристик плоских диодов при принятых в [13] предположениях выполнен в работе [14].

При энергии инжекции ионов, превышающей энергию электронов на аноде, возможно рассмотрение проблем частичной и полной компенсации по заряду и току биполярного пучка, компоненты которого движутся в одном направлении в заанодном пространстве [15, 16].

Ниже исследованы различные варианты диодных конфигураций с плоской геометрией в режиме “ионного фонтана” в общем случае, когда электрическое поле в плоскости отражения ионов в биполярном диоде и в плоскости анода отлично от нуля. Скорость электронов может быть нерелятивистской, релятивистской (при допустимом для плоского диода потенциале анода)

или ультрарелятивистской; последняя определяет границу физически возможных ситуаций при абстрагировании от проблем электрической прочности.

1. УРАВНЕНИЯ ПУЧКА

В релятивистской нормировке, устраняющей из уравнений пучка все физические постоянные используемой системы единиц (потенциал Φ при этом нормируется на 511 кВ), биполярный пучок в режиме ионного фонтана описывается уравнениями

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} = J_e \left[\frac{1 + \tilde{\Phi}}{\sqrt{\Phi(2 + \tilde{\Phi})}} - \frac{\beta}{\sqrt{2(\Phi_B - \Phi)}} - \frac{\alpha}{\sqrt{2(\Phi_A - \Phi)}} \right], \quad 0 \leq z \leq z_B; \quad (1)$$

$$\frac{d^2\Phi}{dz^2} = J_e \left[\frac{1 + \tilde{\Phi}}{\sqrt{\Phi(2 + \tilde{\Phi})}} - \frac{\alpha}{\sqrt{2(\Phi_A - \Phi)}} \right], \quad z_B \leq z \leq 1;$$

$$\alpha = \frac{J_i}{J_e} \sqrt{\frac{\eta_e}{\eta_i}}, \quad \beta = \frac{2J_{iB}}{J_e} \sqrt{\frac{\eta_e}{\eta_i}}.$$

Анод, плоскость отражения ионов и катод обозначены символами A, B, C ; J_e, J_i, J_{iB} – плотности токов электронов и ионов, эмитированных с анода и инжектированных из-за катода соответственно; тильдой отмечены члены, исчезающие в нерелятивистском пределе; η – удельный заряд частицы. Слагаемые в правой части первой формулы в (1) описывают пространственный заряд электронов, ионов фонтана и ионов, эмитированных с анода. При малых скоростях электронов потенциал нормируется на потенциал анода Φ_A .

Первые интегралы уравнений (1) имеют вид

$$\left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^2 = 2J_e \left[\sqrt{\Phi(2 + \tilde{\Phi})} + \beta\sqrt{2}(\sqrt{\Phi_B - \Phi} - \sqrt{\Phi_B}) + \alpha\sqrt{2}(\sqrt{\Phi_A - \Phi} - \sqrt{\Phi_A}) \right], \quad 0 \leq z \leq z_B; \quad (2)$$

$$\left(\frac{d\Phi}{dz}\right)^2 = 2J_e \left[\sqrt{\Phi(2 + \tilde{\Phi})} - \beta\sqrt{2}\sqrt{\Phi_B} + \alpha\sqrt{2}(\sqrt{\Phi_A - \Phi} - \sqrt{\Phi_A}) \right], \quad z_B \leq z \leq 1.$$

Выражения (2) удовлетворяют условиям ρ -режима на катоде ($z=0, \Phi=0, E_C=0$) и сопряжены в плоскости отражения ионов, где поле принимает значение E_B . В сечениях B, A для квадрата поля из (2) имеем

$$E_B^2 = 2J_e \left[\sqrt{\Phi_B(2 + \tilde{\Phi}_B)} - \beta\sqrt{2\Phi_B} + \alpha\sqrt{2}(\sqrt{\Phi_A - \Phi_B} - \sqrt{\Phi_A}) \right], \quad (3)$$

$$E_A^2 = 2J_e \left[\sqrt{\Phi_A(2 + \tilde{\Phi}_A)} - \beta\sqrt{2\Phi_B} - \alpha\sqrt{2\Phi_A} \right].$$

Интегрирование уравнений (2) приводит к следующему результату:

$$z\sqrt{2J_e} = \frac{\Phi_A^{3/4}}{2^{1/4}} \int_0^{\tilde{\Phi}} \left[\sqrt{t(1 + \tilde{\mu}_A t)} + \beta(\sqrt{\Phi_B - t} - \sqrt{\Phi_B}) + \alpha(\sqrt{1-t} - 1) \right]^{-1/2} dt \equiv I_1 = \frac{\Phi_A^{3/4}}{2^{1/4}} \bar{I}_1(\tilde{\Phi}; \alpha, \beta, \Phi_B), \quad 0 \leq z \leq z_B; \quad (4)$$

$$(z - z_B)\sqrt{2J_e} = \frac{\Phi_A^{3/4}}{2^{1/4}} \int_{\tilde{\Phi}}^{\tilde{\Phi}} \left[\sqrt{t(1 + \tilde{\mu}_A t)} - \beta\sqrt{\Phi_B} + \alpha(\sqrt{1-t} - 1) \right]^{-1/2} dt \equiv I_2 = \frac{\Phi_A^{3/4}}{2^{1/4}} \bar{I}_2(\tilde{\Phi}; \alpha, \beta, \Phi_B),$$

$$z_B \leq z \leq 1; \quad \mu_A = \Phi_A/2, \quad \mu_B = \Phi_B/2; \quad \tilde{\Phi} = \Phi/\Phi_A.$$

В ультрарелятивистском случае интегралы \bar{I}_1, \bar{I}_2 и формулы (3) принимают вид

$$\bar{I}_1 = \int_0^{\tilde{\Phi}} \left[t\sqrt{\mu_A} + \beta(\sqrt{\Phi_B - t} - \sqrt{\Phi_B}) + \alpha(\sqrt{1-t} - 1) \right]^{-1/2} dt,$$

$$\bar{I}_2 = \int_{\tilde{\Phi}}^{\tilde{\Phi}} \left[t\sqrt{\mu_A} - \beta\sqrt{\Phi_B} + \alpha(\sqrt{1-t} - 1) \right]^{-1/2} dt; \quad (5)$$

$$E_B^2 = 2\sqrt{2}J_e\sqrt{\Phi_A} \left[\tilde{\Phi}_B\sqrt{\mu_A} - \beta\sqrt{\Phi_B} + \alpha(\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B} - 1) \right],$$

$$E_A^2 = 2\sqrt{2}J_e\sqrt{\Phi_A} \left[\sqrt{\mu_A} - \beta\sqrt{\Phi_B} - \alpha \right].$$

Интеграл \bar{I}_2 может быть выражен через элементарные функции

$$\bar{I}_2 = \frac{2}{\sqrt{\mu_A}} \left\{ \sqrt{\sqrt{\mu_A}\tilde{\Phi} - \beta\sqrt{\Phi_B} + \alpha(\sqrt{1 - \tilde{\Phi}} - 1)} - \sqrt{\sqrt{\mu_A}\tilde{\Phi}_B - \beta\sqrt{\Phi_B} + \alpha(\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B} - 1)} + \frac{\alpha}{2\sqrt{\mu_A}} \left[\arcsin \frac{-2\sqrt{\mu_A}\sqrt{1 - \tilde{\Phi}} + \alpha}{\sqrt{(\alpha - 2\sqrt{\mu_A})^2 - 4\beta\sqrt{\mu_A}\tilde{\Phi}_B}} - \arcsin \frac{-2\sqrt{\mu_A}\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B} + \alpha}{\sqrt{(\alpha - 2\sqrt{\mu_A})^2 - 4\beta\sqrt{\mu_A}\tilde{\Phi}_B}} \right] \right\}. \quad (6)$$

2. ПАРАМЕТРЫ РЕШЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИОДА

Решение (4) содержит четыре параметра $\Phi_A, \Phi_B, \alpha, \beta$; зависимость двух последних от E_A, E_B следует из формул (3)

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B}} \left[\frac{E_B^2 - E_A^2}{2\sqrt{2}\Phi_A J_e} + \sqrt{1 + \tilde{\mu}_A} - \sqrt{\Phi_B(1 + \tilde{\mu}_B)} \right],$$

$$\beta = \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B}} - 1 \right) \frac{E_A^2}{2\sqrt{2}\Phi_B J_e} - \frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B}} \frac{E_B^2}{2\sqrt{2}\Phi_B J_e} + \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B}} - 1 \right) \frac{\sqrt{1 + \tilde{\mu}_B}}{\sqrt{\Phi_B}} - \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \tilde{\Phi}_B}} - 1 \right) \frac{\sqrt{1 + \tilde{\mu}_A}}{\sqrt{\Phi_B}}. \quad (7)$$

При $E_A = E_B = 0$ выражения для α, β в (7) принимают значения α_0, β_0 , соответствующие ρ -режиму на электродах [13]:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \frac{1}{\sqrt{1-\bar{\Phi}_B}} \left[\sqrt{1+\mu_A} - \sqrt{\bar{\Phi}_B(1+\mu_B)} \right], \\ \beta_0 &= \frac{\sqrt{1+\mu_B}}{\sqrt{1-\bar{\Phi}_B}} - \frac{\sqrt{1+\mu_A}}{\sqrt{\bar{\Phi}_B}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\bar{\Phi}_B}} - 1 \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{\bar{\Phi}_B}} (\sqrt{1+\mu_A} - \alpha_0).\end{aligned}\quad (8)$$

В униполярном диоде $\alpha = 0$; в дальнейшем для интегралов в (4) будем указывать только значение аргумента $\bar{\Phi}$, опуская набор параметров $\alpha, \beta, \bar{\Phi}_B$.

Плотность электронного тока, координата плоскости отражения ионов и коэффициент усиления на основании (4) определены выражениями

$$\begin{aligned}\sqrt{2J_e} &= I_1(\bar{\Phi}_B) + I_2(1), \quad z_B = \frac{I_1(\bar{\Phi}_B)}{I_1(\bar{\Phi}_B) + I_2(1)}, \\ \sqrt{K_e} &= \frac{\sqrt{2J_e}}{\sqrt{2J_0}}.\end{aligned}\quad (9)$$

Плотность тока J_0 в униполярном релятивистском диоде описывается формулами

$$\sqrt{2J_0} = I_0(1), \quad I_0(\bar{\Phi}) = \frac{\Phi_A^{3/4}}{2^{1/4}} \int_0^{\bar{\Phi}} \frac{dt}{\sqrt{t(1+\tilde{\mu}_A t)}}. \quad (10)$$

В нерелятивистском и ультрарелятивистском пределах из выражений (10) получаем

$$\sqrt{2J_0} = \frac{4\Phi_A^{3/4}}{3 \cdot 2^{1/4}}, \quad \sqrt{2J_0} = 2\sqrt{\Phi_A}. \quad (11)$$

В случае $E_A, E_B \neq 0$ параметры α, β должны удовлетворять требованиям $E_A^2 > 0, E_B^2 > 0$ или в развернутом виде

$$\begin{aligned}\alpha + \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B} &< \sqrt{1+\mu_A}, \\ \alpha\sqrt{1-\bar{\Phi}_B} - (\alpha + \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}) &> \sqrt{\bar{\Phi}_B(1+\mu_B)}.\end{aligned}\quad (12)$$

Для униполярного диода вместо (12) имеем

$$\alpha = 0, \quad \beta < \beta_0 = \sqrt{1+\mu_B}. \quad (13)$$

Условимся обозначать ρ - и T -режимы в плоскостях A, B соответствующими нижними индексами: A_ρ, B_ρ и A_T, B_T .

3. ЧАСТНЫЕ СЛУЧАИ

Униполярный диод с ионным фонтаном, режим B_T , нерелятивистские электроны. Интегралы \bar{I}_1, \bar{I}_2 и поле E_B определены формулами

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \int_0^{\bar{\Phi}} \left[\sqrt{t + \beta(\sqrt{\bar{\Phi}_B - t} - \sqrt{\bar{\Phi}_B})} \right]^{-1/2} dt, \quad \beta < 1; \\ \bar{I}_2 &= \int_{\bar{\Phi}_B}^{\bar{\Phi}} \frac{dt}{\sqrt{\sqrt{t} - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}}} = \frac{4}{3} (\sqrt{t} + 2\beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}) \times \\ &\times \sqrt{\sqrt{t} - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}} \Big|_{\bar{\Phi}_B}^{\bar{\Phi}} = \frac{4}{3} (\sqrt{\bar{\Phi}} + 2\beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}) \times \\ &\times \sqrt{\sqrt{\bar{\Phi}} - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}} - \frac{4}{3} \bar{\Phi}_B^{3/4} (1 + 2\beta) \sqrt{1 - \beta}; \\ E_B^2 &= 2\sqrt{2\bar{\Phi}_B} J_e (1 - \beta), \quad E_A^2 = 2\sqrt{2} J_e (1 - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}).\end{aligned}\quad (14)$$

Коэффициент усиления K_e описывается выражением

$$\begin{aligned}\sqrt{K_e} &= B\bar{\Phi}_B^{3/4} + (1 + 2\beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}) \sqrt{1 - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}}, \\ B &= \frac{3}{4} \bar{I}_1(\beta) - (1 + 2\beta) \sqrt{1 - \beta}, \\ \bar{I}_1 &= \int_0^1 \left[\sqrt{t + \beta(\sqrt{1-t} - 1)} \right]^{-1/2} dt,\end{aligned}\quad (15)$$

где $\bar{I}_1(\beta)$ – табулированный в [1] интеграл.

Значение $\bar{\Phi}_B$, при котором функция $\sqrt{K_e}$ достигает максимума $\sqrt{K_{em}}$, удовлетворяет уравнению

$$B\bar{\Phi}_B^{1/4} \sqrt{1 - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}} + \beta(1 - 2\beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}) = 0. \quad (16)$$

Корень этого уравнения

$$\sqrt{\bar{\Phi}_B^*} = \frac{1}{2\beta} \left(1 + \frac{B}{\sqrt{B^2 + 4\beta^3}} \right) \quad (17)$$

позволяет рассчитать максимальный коэффициент усиления и соответствующие ему параметры диода.

Униполярный диод с ионным фонтаном, режим B_T , релятивистские скорости. Интегралы \bar{I}_1, \bar{I}_2 определены формулами (4) при $\alpha = 0, \beta < \sqrt{1+\mu_B}$; Φ_A, Φ_B, β – варьируемые параметры:

$$\begin{aligned}\bar{I}_1 &= \int_0^{\bar{\Phi}} \left[\sqrt{t(1+\tilde{\mu}_A t) + l\sqrt{1+\tilde{\mu}_A \bar{\Phi}_B} (\sqrt{\bar{\Phi}_B - t} - \sqrt{\bar{\Phi}_B})} \right]^{-1/2} dt, \\ \bar{I}_2 &= \int_{\bar{\Phi}_B}^{\bar{\Phi}} \left[\sqrt{t(1+\tilde{\mu}_A t) - l\sqrt{1+\tilde{\mu}_A \bar{\Phi}_B} \sqrt{\bar{\Phi}_B}} \right]^{-1/2} dt, \quad l < 1.\end{aligned}\quad (18)$$

Униполярный диод с ионным фонтаном, режим B_T , ультрарелятивистский предел. Оба интеграла \bar{I}_1, \bar{I}_2 могут быть выражены через элементарные функции:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^\varphi \frac{dt}{\sqrt{t + \beta\sqrt{2}(\sqrt{\Phi_B - t} - \sqrt{\Phi_B})}} = \\
 &= 2 \left[\sqrt{\Phi + \beta\sqrt{2}(\sqrt{\Phi_B - \Phi} - \sqrt{\Phi_B})} + \right. \\
 &+ \left. \frac{\beta\sqrt{2}}{2} \left(\arcsin \frac{-2\sqrt{\Phi_B - \Phi} + \beta\sqrt{2}}{2\sqrt{\Phi_B} - \beta\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2} \right) \right], \quad (19) \\
 I_2 &= \int_{\Phi_B}^\varphi \frac{dt}{\sqrt{t - \beta\sqrt{2}\Phi_B}} = \\
 &= 2 \left[\sqrt{\Phi - \beta\sqrt{2}\Phi_B} - \sqrt{\Phi_B(1 - \beta\sqrt{2})} \right]; \\
 \beta\sqrt{2} &= l\sqrt{\Phi_B}, \quad l < 1.
 \end{aligned}$$

Используя формулы (9), (19), для коэффициента усиления получаем

$$K_e = \frac{1}{4} \left[2\sqrt{1 - l\sqrt{\Phi_B}} + l\sqrt{\Phi_B} \left(\arcsin \frac{l}{2 - l} + \frac{\pi}{2} \right) \right]^2, \quad (20)$$

причем максимальное значение K_{em} достигается при $\bar{\Phi}_B = \bar{\Phi}_B^*$:

$$\begin{aligned}
 \bar{\Phi}_B^* &= \frac{\gamma^2}{4 + l\gamma^2}, \quad \gamma = \arcsin \frac{l}{2 - l} + \frac{\pi}{2}, \quad (21) \\
 K_{em} &= 1 + \frac{1}{4} l\gamma^2.
 \end{aligned}$$

Соответствующие величины z_B, \bar{J}_{iB} определены формулами

$$\begin{aligned}
 z_B &= \gamma \frac{2\sqrt{1 - l} + l\gamma}{4 + l\gamma^2}, \quad (22) \\
 \bar{J}_{iB} &\equiv \frac{2J_{iB}\sqrt{\eta_e/\eta_i}}{\Phi_A\sqrt{2\Phi_A}} = \frac{1}{4} l\gamma\sqrt{4 + l\gamma^2}.
 \end{aligned}$$

Для электронного тока и поля E_B получаем

$$\sqrt{2\bar{J}_e} = \sqrt{\Phi_A}\sqrt{4 + l\gamma^2}, \quad E_B^2 = \Phi_A\gamma^2(1 - l). \quad (23)$$

При $l \rightarrow 1$ формулы (20)–(23) переходят в приведенные в работе [13] соотношения для параметров потока.

Биполярный диод без ионного фонтана, режим A_T , релятивистские скорости. Этот вариант полностью соответствует рассмотренной выше ситуации с униполярным диодом на интервале $0 \leq z \leq z_B$ и получается из него при следующих заменах:

$$\begin{aligned}
 \beta &\rightarrow \alpha, \quad \Phi_B \rightarrow \Phi_A, \quad z_B \rightarrow 1; \quad (24) \\
 \alpha &= k\sqrt{1 + \tilde{\mu}_A}, \quad k < 1.
 \end{aligned}$$

Нерелятивистский вариант исследован в работе [1].

Биполярный диод с ионным фонтаном, режим B_p, A_T , скорости электронов любые. Условие $E_B = 0$ определяет связь между параметрами α, β :

$$\begin{aligned}
 \alpha &= k \frac{\sqrt{1 + \tilde{\mu}_A} - \sqrt{\bar{\Phi}_B(1 + \tilde{\mu}_A\bar{\Phi}_B)}}{\sqrt{1 - \bar{\Phi}_B}}, \quad k < 1; \quad (25) \\
 \beta &= \frac{1}{\sqrt{\bar{\Phi}_B}} \left[\sqrt{\bar{\Phi}_B(1 + \tilde{\mu}_A\bar{\Phi}_B)} + \alpha(\sqrt{1 - \bar{\Phi}_B} - 1) \right].
 \end{aligned}$$

Электрическое поле на аноде и ионные токи описываются формулами

$$\begin{aligned}
 E_A &= \left[2\sqrt{2}J_e\sqrt{\Phi_A}(\sqrt{1 + \tilde{\mu}_A} - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B} - \alpha) \right]^{1/2}, \\
 \bar{J}_{iB} &\equiv 2J_{iB}\sqrt{\eta_e/\eta_i} = \beta K_e J_0, \quad (26) \\
 \bar{J}_i &\equiv J_i\sqrt{\eta_e/\eta_i} = \alpha K_e J_0, \quad J_e = K_e J_0.
 \end{aligned}$$

Все интегралы, кроме интеграла \bar{I}_2 из (6), поддаются только численной оценке.

Биполярный диод с ионным фонтаном, режим A_p, B_T , скорости электронов любые. Ситуация аналогична предыдущему случаю: условие $E_A = 0$ задает связь между α и β , интегралы не выражаются через элементарные функции

$$\begin{aligned}
 \beta &= l \left[\frac{\sqrt{1 + \tilde{\mu}_A\bar{\Phi}_B}}{\sqrt{1 - \bar{\Phi}_B}} - \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \bar{\Phi}_B}} - 1 \right) \frac{\sqrt{1 + \tilde{\mu}_A}}{\sqrt{\bar{\Phi}_B}} \right], \quad l < 1; \quad (27) \\
 \alpha &= \sqrt{1 + \tilde{\mu}_A} - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}.
 \end{aligned}$$

Формулы для $\bar{J}_{iB}, \bar{J}_i, J_e$ из (27) остаются справедливыми, для поля E_B имеем

$$\begin{aligned}
 E_B^2 &= 2\sqrt{2}J_e\sqrt{\Phi_A} \times \\
 &\times \left[\sqrt{\bar{\Phi}_B(1 + \tilde{\mu}_A\bar{\Phi}_B)} - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B} + \alpha(\sqrt{1 - \bar{\Phi}_B} - 1) \right]. \quad (28)
 \end{aligned}$$

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Униполярный диод. На рис. 1 приведены функции $\Phi_B(\beta), z_B(\beta), E_B(\beta), K_{em}(\beta), \bar{J}_{iB}(\beta)$ для униполярного нерелятивистского диода с ионным фонтаном, причем последняя из них определяет ток фонтана при максимальном коэффициенте усиления для данного значения β . Для $\beta = 0.2$ поле $E(\beta)$ возрастает от нуля на катоде до величины, почти равной значению для плоского конденсатора (0.977) при $z_B = 0.277, \Phi_B = 0.351, K_e = 1.134$ и $\bar{J}_{iB}(\beta) = 0.143$.

Интересным является тот факт, что поле на аноде E_A не зависит от β и остается равным значению $4/3$, характерному для униполярного диода в ρ -режиме. Часть интервала $z_B \leq z \leq 1$, занятая униполярным потоком, при вариации β представляет собой диод с зависящими от β расстоянием между электродами, приложенной разностью потенциалов и инжектируемым током. Условие

$$K_e(1 - \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B}) = 1, \quad (29)$$

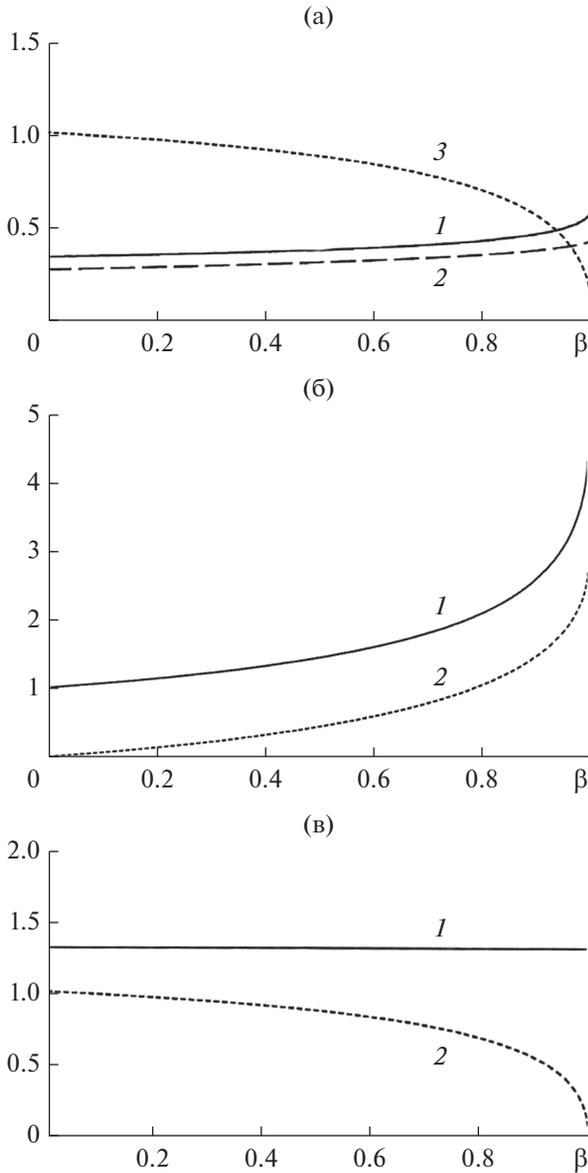


Рис. 1. Параметры униполярного нерелятивистского диода с ионным фонтаном: (а) функции $\Phi_B^*(\beta)$ (кривая 1), $\bar{z}_B(\beta)$ (кривая 2), $E_B(\beta)$ (кривая 3); (б): функции $K_{em}(\beta)$ (кривая 1), $\bar{J}_{iB}(\beta)$ (кривая 2); (в) функции $E_A(\beta)$ (кривая 1), $E_B(\beta)$ (кривая 2).

следующее из равенства $E_A = 4/3$, является нетривиальным тождеством, включающим интеграл \bar{I}_1 из (15).

Описываемые зависимостями рис. 1 режимы соответствуют возможным стационарным состояниям, определяемым инжектируемым ионным током фонтана. При $\beta \rightarrow 1$ наступает режим V_p с нулевым полем в плоскости отражения, рассмотренный в работе [13]. Параметры ультрареляти-

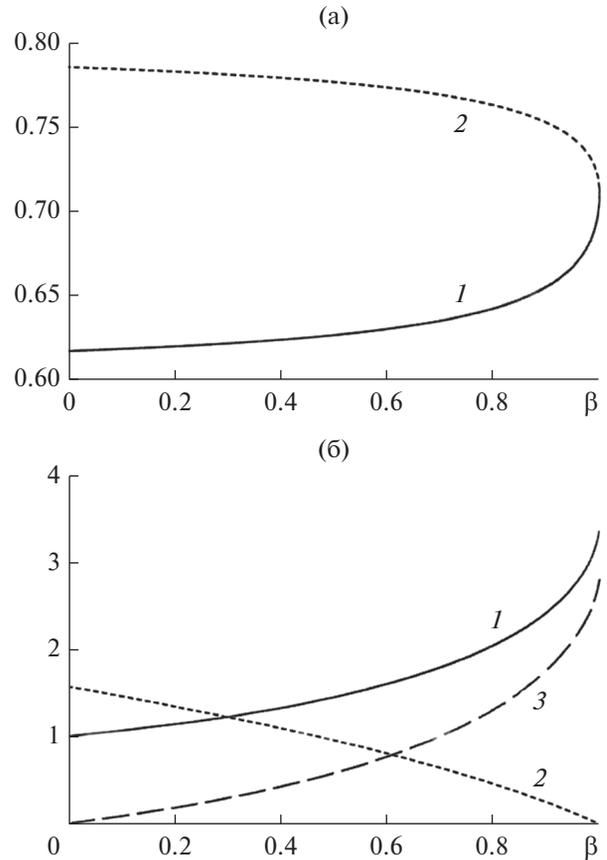


Рис. 2. Параметры ультрарелятивистского униполярного диода с ионным фонтаном: (а) функции $\Phi_B(\beta)$ (кривая 1) и $z_B(\beta)$ (кривая 2); (б) функции $K_{em}(\beta)$ (кривая 1), $E_B(\beta)$ (кривая 2) и $\bar{J}_{iB}(\beta)$ (кривая 3).

вистского униполярного диода с ионным фонтаном представлены на рис. 2.

Биполярный диод. В работе [1] рассматривается биполярный диод с отличным от нуля полем на аноде. На рис. 3 представлены параметры набора режимов V_p, A_T диода с ионным фонтаном. Исходное состояние $k = 0$ соответствует униполярному диоду, при $k = 1$ получаем режим V_p, A_p с нулевым полем на аноде. Для энергии ионов фонтана выбрано значение $\bar{\Phi}_B = 0.55$, приводящее в режиме V_p, A_p к максимальному коэффициенту усиления $K_e = 7.827, z_B = 0.324$.

Переход от униполярного диода к биполярному в режиме A_p в [1] привел к коэффициенту усиления $K_e = 1.86$. Введение ионного фонтана в униполярный диод обеспечило возрастание K_e до 4.58. В биполярном диоде за счет 30%-го увеличения тока фонтана электронный ток вырос в 7.83 раза. В варианте с фонтаном переход от унипо-

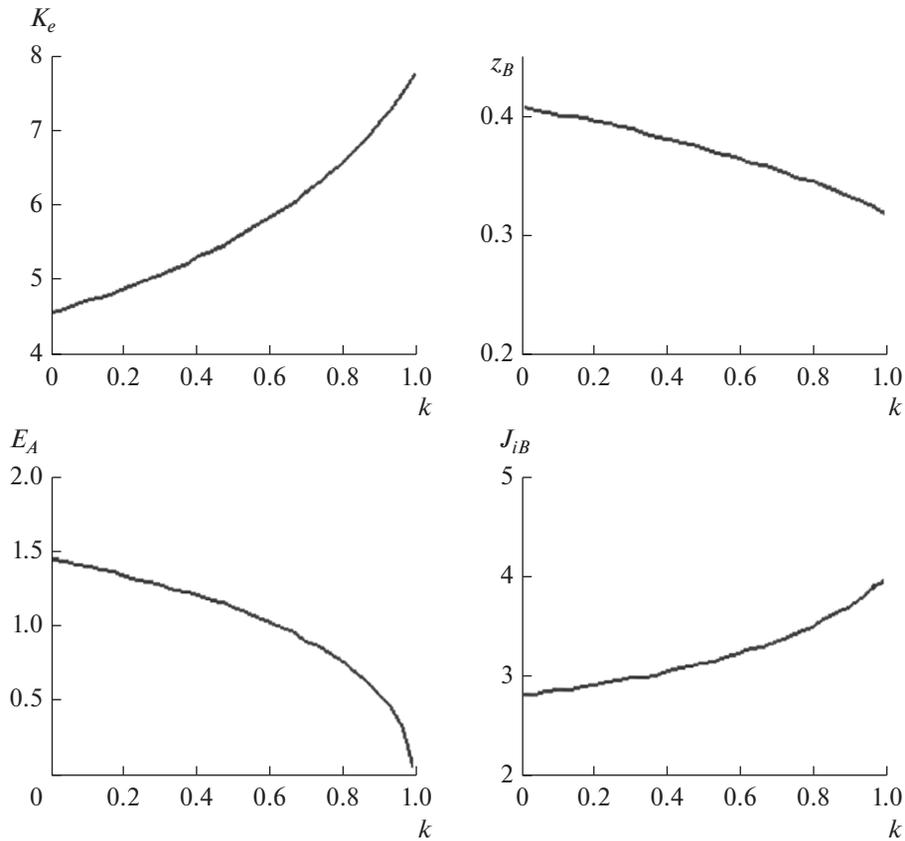


Рис. 3. Параметры нерелятивистского биполярного диода с ионным фонтаном в режиме B_p, A_T .

лярного к биполярному диоду увеличил коэффициент K_e в $7.83/4.58=1.71$ раз.

Режимы B_T, A_p для нерелятивистского случая описывает рис. 4. В исходном состоянии $l = 0$ ионный фонтан отсутствует. Увеличение тока с анода от $\bar{J}_i = 1.2$ в полтора раза при росте тока фонтана от нуля до $\bar{J}_{iB} = 4$ приводит к повышению коэффициента усиления K_e в 4.2 раза. Энергия ионов фонтана соответствует $\bar{\Phi}_B = 0.55$.

На рис. 5, 6 представлен набор режимов, предшествующих варианту B_p, A_p с максимальным коэффициентом усиления $K_e = 6.62$, $z_B = 0.346$, $\bar{\Phi}_B = 0.49$ для релятивистского диода с анодным потенциалом $\Phi_A = 2$. Исходным состоянием для рис. 5 является униполярный диод с фонтаном, причем параметр k управляет током \bar{J}_i с анода, при изменении которого пробегается набор режимов B_p, A_T . Для рис. 6 при $l = 0$ имеем биполярный диод без фонтана и набор режимов B_T, A_p при $l > 0$. Сравнение пар рис. 3, 4 и рис. 5, 6 позволяет судить о промежуточных режимах биполярного диода с ионным фонтаном на концах интервала (0...1 МВ), дающего оценку сверху для

возможных значений анодного потенциала Φ_A плоского диода.

5. ЭМИССИЯ С КАТОДА, ОГРАНИЧЕННАЯ ТЕМПЕРАТУРОЙ

В цитированных работах по биполярным пучкам и в разд. 1–4 этой работы предполагалось, что катод находится в ρ -режиме эмиссии, причем главной задачей являлось достижение максимального коэффициента усиления электронного тока.

Представляет интерес исследовать вопрос об электрическом поле в плоском промежутке с инжекцией ионов из-за катода и эмиссией в T -режиме, когда значение J_e известно. При условии сраживания поля в плоскости отражения ионов имеем

$$\begin{aligned} \bar{E}^2 &= 2J_e \left[\sqrt{\bar{\Phi}(1 + \tilde{\mu}_A \bar{\Phi})} + \beta \sqrt{\bar{\Phi}_B - \bar{\Phi}} + \right. \\ &\quad \left. + \alpha \sqrt{1 - \bar{\Phi} + C} \right], \quad 0 \leq z \leq z_B, \\ \bar{E}^2 &= 2J_e \left[\sqrt{\bar{\Phi}(1 + \tilde{\mu}_A \bar{\Phi})} + \alpha \sqrt{1 - \bar{\Phi} + C} \right], \\ z_B &\leq z \leq 1; \quad \bar{E}^2 \equiv \Phi_A^{3/2} E^2 / \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (30)$$

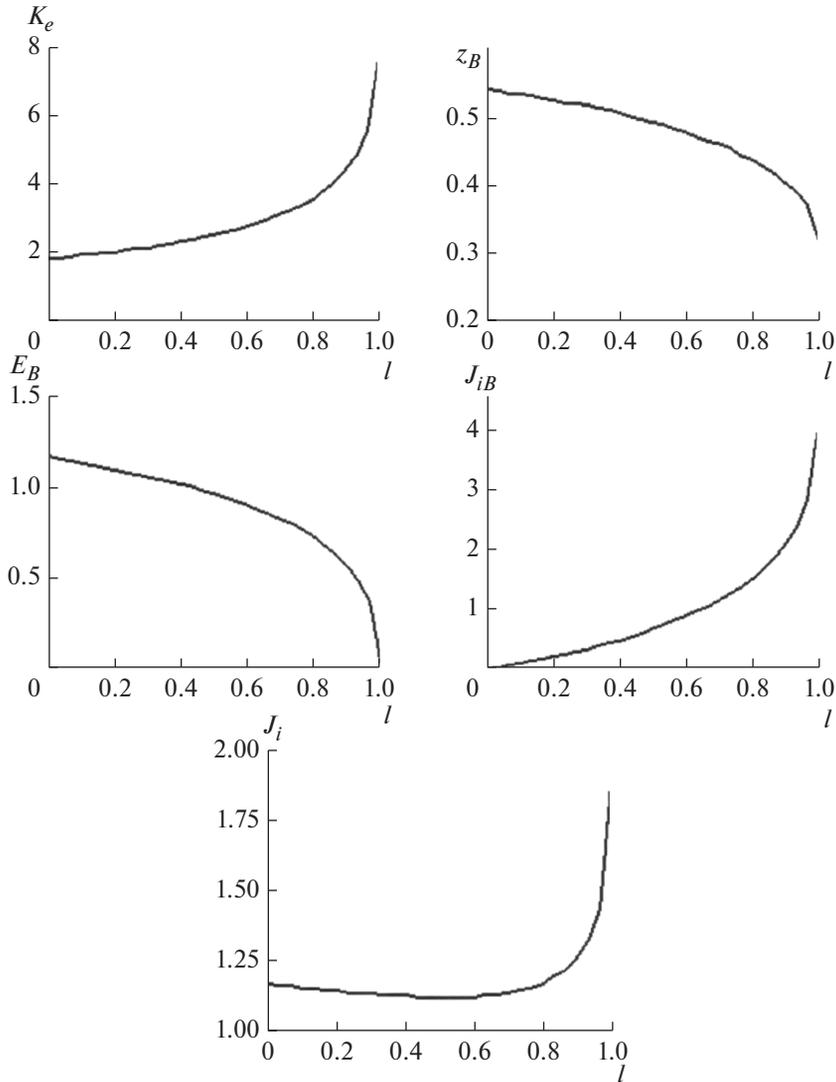


Рис. 4. Параметры нерелятивистского биполярного диода с ионным фонтаном в режиме V_T, A_p .

Значения поля в плоскостях C, B, A определены формулами

$$\begin{aligned} \bar{E}_C^2 &= 2J_e [\beta\sqrt{\bar{\Phi}_B} + C], \\ \bar{E}_B^2 &= 2J_e [\sqrt{\bar{\Phi}_B}(1 + \tilde{\mu}_A\bar{\Phi}_B) + C], \\ \bar{E}_A^2 &= 2J_e [\sqrt{1 + \tilde{\mu}_A} + C]. \end{aligned} \quad (31)$$

Неявное решение $z = z(\varphi)$, записанное при $z = z_B$ и $z = 1$, приводит к соотношениям

$$\begin{aligned} z_B\sqrt{2J_e\sqrt{2}} &= \\ &= \int_0^{\bar{\Phi}_B} [\sqrt{t(1 + \mu_A t)} + \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B - t} + C]^{-1/2} dt \equiv \bar{I}_1, \\ (1 - z_B)\sqrt{2J_e\sqrt{2}} &= \int_{\bar{\Phi}_B}^1 [\sqrt{t(1 + \mu_A t)} + C]^{-1/2} dt \equiv \bar{I}_2. \end{aligned} \quad (32)$$

При заданных значениях J_e, Φ_A, Φ_B для вычисления константы C служит уравнение

$$\sqrt{2J_e\sqrt{2}} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2. \quad (33)$$

Плоскость отражения после этого определяется формулой

$$\bar{z}_B = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_1 + \bar{I}_2}. \quad (34)$$

Ограничимся рассмотрением случая нерелятивистских скоростей в униполярном диоде с ионным фонтаном. Интегралы \bar{I}_1, \bar{I}_2 из (32) принимают вид

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \int_0^{\bar{\Phi}_B} [\sqrt{t + \beta\sqrt{\bar{\Phi}_B - t} + C}]^{-1/2} dt, \\ \bar{I}_2 &= \int_{\bar{\Phi}_B}^1 (\sqrt{t} + C)^{-1/2} dt = \\ &= \frac{4}{3} [(1 - 2C)\sqrt{1 + C} - (\sqrt{\bar{\Phi}_B} - 2C)\sqrt{\bar{\Phi}_B + C}]. \end{aligned} \quad (35)$$

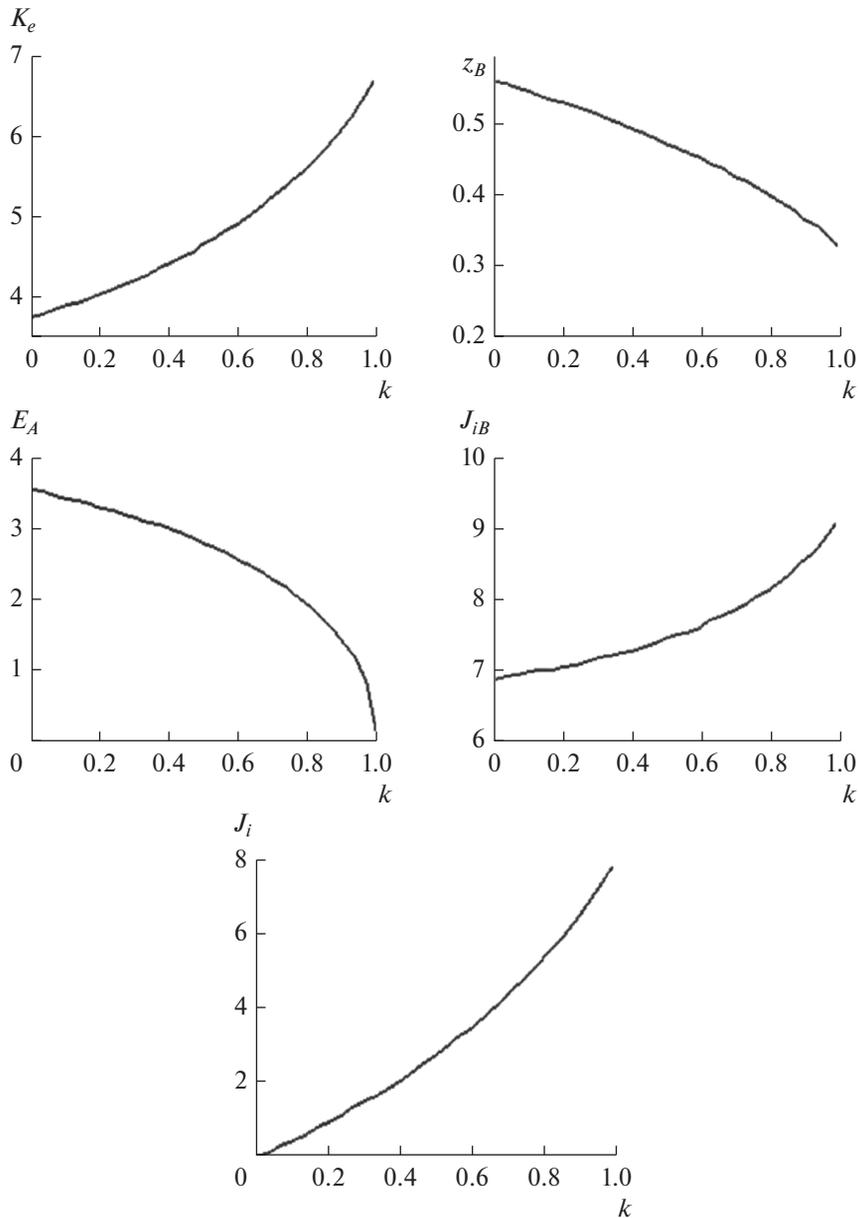


Рис. 5. Параметры релятивистского биполярного диода с ионным фонтаном в режиме B_p, A_T ($\Phi_A = 2$).

Из формул (31) следует связь параметров E_C и E_B :

$$\bar{E}_C^2 = 2J_e\sqrt{\bar{\Phi}_B}(\beta - 1) + \bar{E}_B^2. \quad (36)$$

При $\beta \rightarrow 1$ (возрастание тока фонтана) напряженности поля сравниваются

$$\bar{E}_C = \bar{E}_B. \quad (37)$$

Если $\beta < 1$, то значение E_B не может обращаться в нуль, причем поле

$$\bar{E}_B^2 = 2J_e\sqrt{\bar{\Phi}_B}(1 - \beta) \quad (38)$$

обеспечивает режим C_p на катоде. При $\beta > 1$ невозможна эмиссия, ограниченная пространственным зарядом.

Для демонстрации нескольких численных примеров выберем плотность электронного тока, равную $1/4 J_0$ из (11):

$$\sqrt{2J_0} = \frac{2\sqrt[4]{8}}{3}, \quad \sqrt{2J_e} = \frac{\sqrt[4]{8}}{3}. \quad (39)$$

Примем значение $\bar{\Phi}_B = 0.55$, соответствующее максимальному коэффициенту усиления в варианте C_p, B_p ($K_e = 7.83, z_B = 0.32$). Результаты ре-

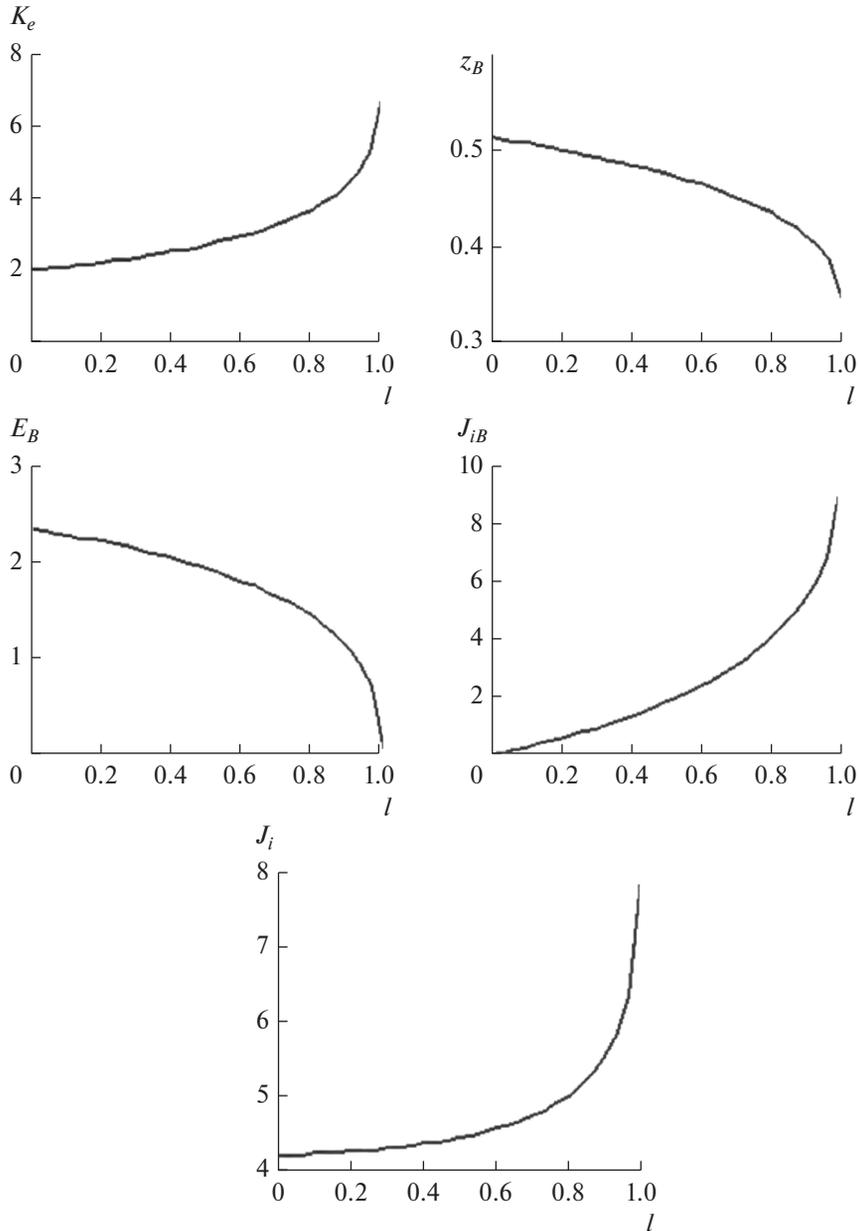


Рис. 6. Параметры релятивистского биполярного диода с ионным фонтаном в режиме V_T, A_p ($\Phi_A = 2$).

Таблица 1. Параметры униполярного нерелятивистского диода с ионным фонтаном и эмиссией электронов в T -режиме

β	C	E_C	E_B	E_A	\bar{z}_B
0	1.603	0.844	—	1.076	—
0.5	1.452	1.059	0.987	1.044	0.558
1	1.317	0.957	0.957	1.015	0.544
3	0.885	1.175	0.850	0.915	0.491
5	0.604	1.383	0.773	0.844	0.445
10	0.242	1.845	0.661	0.742	0.361

шения уравнения (33) для нескольких значений параметра β и величины напряженности электрического поля на электродах приведены в табл. 1, причем $\beta = 0$ соответствует униполярному диоду с тем же током J_e , но без фонтана. Из данных табл. 1 видно, что возрастание тока фонтана при $\beta \leq 1$ способствует выравниванию градиентов: в случае $\beta = 1$ вариация поля составляет 6% с превышением значения E для плоского конденсатора на 2%: в униполярном диоде ($\beta = 0$) поле изменяется на 22%. При $\beta > 1$ возрастает поле на катоде, в 1.8 раза для $\beta = 10$ превышая сред-

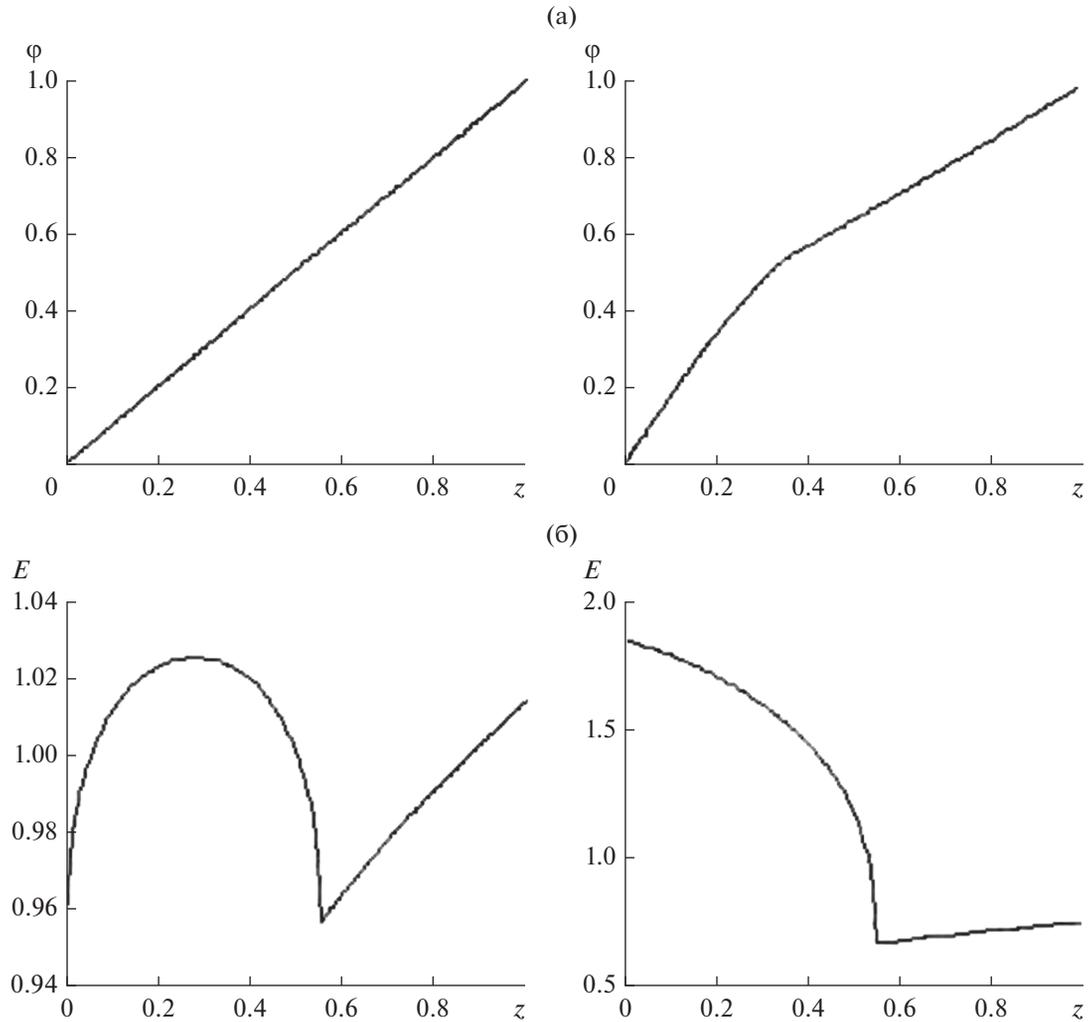


Рис. 7. Параметры нерелятивистского униполярного диода с ионным фонтаном при эмиссии электронов, ограниченной температурой, при $\beta = 1$ (слева) и $\beta = 10$ (справа): а – распределение потенциала; б – распределение поля.

нее значение в интервале $z_B \leq z \leq 1$. Характер изменения потенциала и поля при $\beta = 1, 10$ отражает рис. 7.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При выходе на режим с максимальным коэффициентом усиления электронного тока в униполярном и биполярном диодах с ионным фонтаном, инжектируемым из-за катода, допустимо существование спектра стационарных состояний, характеризующихся меньшими значениями тока фонтана и ненулевым электрическим полем в плоскости отражения. Этот спектр в определенном смысле описывает эволюцию системы при достижении ионным источником максимального тока, или соответствует случаю его недостаточной мощности. Катод и плоскость отражения ионов в униполярном диоде, а также и анод в би-

полярном варианте работают в режиме ограничения тока пространственным зарядом, в то время как поле в плоскости отражения постепенно достигает нулевого значения.

Для катода, эмиссия с которого ограничена температурой, в униполярном диоде возможны режимы с током фонтана J_{iB} , превышающим ток, соответствующий ρ -режиму на упомянутых электродах. При умеренных значениях J_{iB} ($\beta \geq 1$) имеет место почти линейное распределение потенциала на большей части промежутка. Дальнейшее увеличение тока J_{iB} ($\beta = 10$) приводит к появлению вблизи катода области с высокими значениями напряженности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Langmuir I. // Phys. Rev. 1929. V. 33. № 6. P. 954.
2. Howes W.L. // J. Appl. Phys. 1965. V. 36. № 6. P. 2039.

3. *Вашковский А.В., Завьялов М.А., Сыровой В.А.* // РЭ. 1999. Т. 44. № 4. С. 485.
4. *Акимов П.И., Богословская А.Б.* // Прикл. физика. 2002. № 4. С. 90.
5. *Астрелин В.Т., Карпов И.В.* // Плазменная эмиссионная электроника / Под ред. А.П. Семенова. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2012. С. 74.
6. *Григорьев С.В., Астрелин В.Т., Кандауров И.В. и др.* // Плазменная эмиссионная электроника / Под ред. А.П. Семенова. Улан-Удэ: Изд-во БНЦ СО РАН, 2012. С. 81.
7. *Белкин В.М., Завьялов М.А., Камунин А.А.* // РЭ. 1976. Т. 21. № 12. С. 2446.
8. *Завьялов М.А., Сыровой В.А.* // РЭ. 2016. Т. 61. № 4. С. 380.
9. *Бобров Ю.К., Быстров В.П., Рухадзе А.А.* // Краткие сообщения ФИАН по физике. 2005. № 7. Р. 23.
10. *Белкин В.М., Завьялов М.А., Сыровой В.А.* // РЭ. 2011. Т. 56. № 2. С. 212.
11. *Белкин В.М., Камунин А.А.* // РЭ. 1979. Т. 24. № 1. С. 142.
12. *Белкин В.М., Завьялов М.А., Сапронова Т.М., Сыровой В.А.* // РЭ. 2014. Т. 59. № 6. С. 593.
13. *Завьялов М.А., Стальков П.М., Сыровой В.А.* // РЭ. 2017. Т. 62. № 8. С. 799.
14. *Завьялов М.А., Сапронова Т.М., Сыровой В.А.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 597.
15. *Коваль Н.Н., Окс Е.М., Протасов Ю.С., Семашко Н.Н.* Эмиссионная электроника. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009.
16. *Завьялов М.А., Сапронова Т.М., Сыровой В.А.* // РЭ. 2018. Т. 63. № 6. С. 590.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

УДК 538.94

СТРУКТУРА СИГНАЛА ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА В МАЛОГАБАРИТНОМ РЕЛАКСОМЕТРЕ

© 2021 г. Р. В. Давыдов^{а, *}, В. И. Дудкин^б, Д. И. Николаев^а, В. В. Давыдов^{а, с},
С. С. Makeev^а, А. В. Мороз^а

^аСанкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, 195251 Российская Федерация

^бСанкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича,
просп. Большевиков, 22, Санкт-Петербург, 193232 Российская Федерация

^сВсероссийский научно-исследовательский институт фитопатологии,
ул. Институт, влад. 5, р.п. Большие Вяземы Одинцовский р-н Московской обл., 143050 Российская Федерация

*E-mail: Davydov_yadim66@mail.ru

Поступила в редакцию 27.01.2020 г.

После доработки 24.09.2020 г.

Принята к публикации 07.12.2020 г.

Предложена модель описания формы линии сигналов поглощения и дисперсии, из которых формируется регистрируемый сигнал ядерного магнитного резонанса (ЯМР) в слабом поле. Обоснована целесообразность использования спектрального анализа для определения вкладов сигналов поглощения и дисперсии в регистрируемый сигнал ЯМР с использованием модуляционной методики. Предложен новый метод для определения этих вкладов. Представлены результаты исследований.

DOI: 10.31857/S003384942105003X

ВВЕДЕНИЕ

Проводимые в настоящее время исследования в радиотехнике и электронике и реализуемые на их основе разработки в большинстве случаев направлены на решение прикладных задач. Одной из актуальных среди них является разработка быстрых и надежных методов экспресс-контроля состояния конденсированных сред [1–5]. Результаты экспресс-контроля состояния среды в месте взятия пробы наиболее востребованы перед проведением различных физических и химических экспериментов (особенно после длительного хранения среды, перемены емкости или транспортировки), во время экологического мониторинга труднодоступных мест водных объектов и их прибрежных зон. Кроме того, они востребованы в случае контроля качества различной продукции как на стадиях ее производства, так и перед потреблением (например, бензин, моторные масла и пр.) и т.д. [3–10]. У ведущих мировых фирм (Oxford Instruments, Magritek, Xigo Nanotools, Resonance System GmbH и др.) – производителей приборов для контроля состояния сред в экспресс-режиме (например, в стационарной или в передвижной (на автомобиле) лаборатории) и при экспресс-контроле, особенно в полевых условиях (в месте взятия пробы), по результатам многолетней эксплуатации этих приборов разработан ряд стандартов

(требований) к ним. В первую очередь это ограничения на вес измерительного прибора, особенно для проведения экспресс-контроля. Для приборов, используемых для экспресс-контроля, вес всего устройства, включая элементы питания (в большинстве случаев это аккумуляторы), не должен превышать 10 кг. Потребляемая мощность в режиме измерения не должна быть больше 200 Вт, в “спящем” режиме 15...20 Вт. Эти требования создают дополнительные проблемы при разработке самих приборов.

Одним из наиболее перспективных решений этих проблем при экспресс-контроле состояния конденсированных сред является разработка приборов с использованием явления ядерного магнитного резонанса (ЯМР), которые обладают рядом преимуществ [4–16] по сравнению с устройствами, где применяются другие методы, в большинстве случаев оптические для исследования жидких сред и ультразвуковые и рентгеновские в основном для твердых [1, 17–22]. Среди этих преимуществ необходимо отметить наиболее важное – проводимые на основе ЯМР измерения не вносят необратимых изменений в физическую структуру и химический состав исследуемой среды.

Вместе с тем при использовании малогабаритных ЯМР-спектрометров для проведения экспресс-контроля возникает ряд сложностей, одна

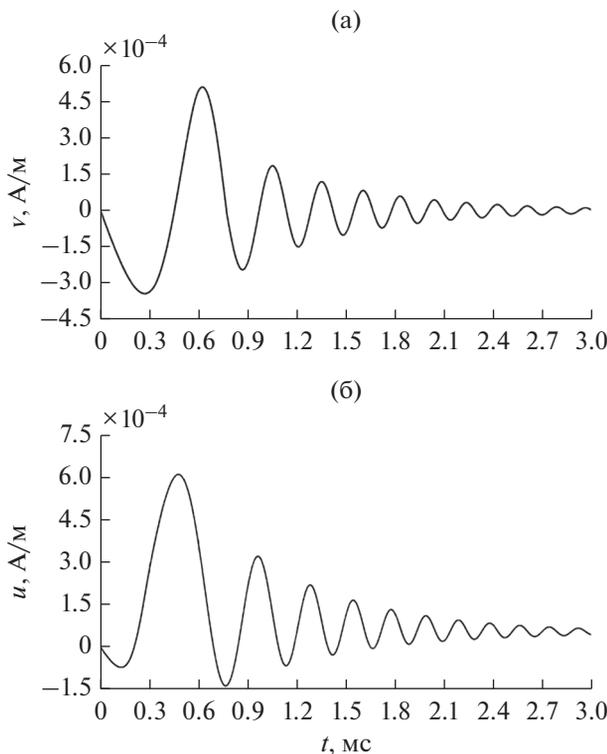


Рис. 1. Расчетные формы линии сигналов поглощения (а) и дисперсии (б) ЯМР от воды.

из которых связана с отсутствием адекватной теоретической модели, которая позволяет исследовать форму линии регистрируемого сигнала ЯМР в слабом поле и определять ее структуру.

Полученные нами ранее экспериментальные результаты [2, 4–7, 15] показали, что это существенно ограничивает возможности экспресс-контроля состояния конденсированных сред методом ЯМР в месте взятия пробы. Поэтому целью данной работы является разработка метода, позволяющего исследовать форму линии регистрируемого сигнала ЯМР в условиях модуляции слабого магнитного поля в межполюсном пространстве малогабаритного ЯМР-спектрометра.

1. СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КОМПОНЕНТ СИГНАЛА ЯДЕРНОГО МАГНИТНОГО РЕЗОНАНСА В СЛАБОМ ПОЛЕ

В работах различных ученых [23–26] подробно рассмотрено движение продольных и поперечных компонент вектора намагниченности конденсированной среды в катушке регистрации ЯМР-спектрометра. С учетом экспериментальных и теоретических результатов исследований в [23–26] авторами [27, 28] были предложены уравнения Блоха с новыми коэффициентами, учитывающими особенности регистрации сигнала

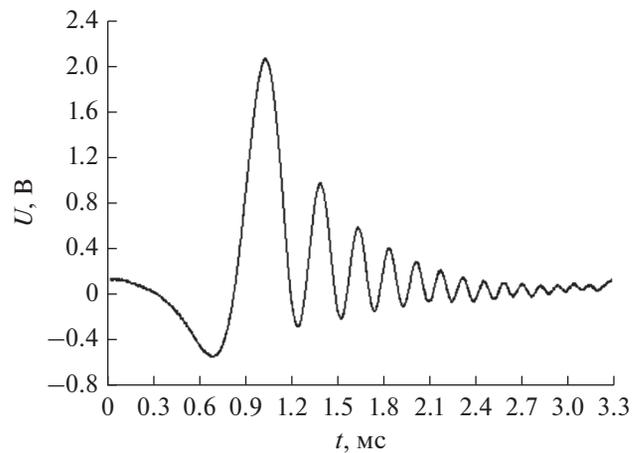


Рис. 2. Зарегистрированный сигнал ЯМР в слабом поле ($B_0 = 0.074$ Тл) с использованием модуляционной методики.

ЯМР с использованием модуляционной методики в слабом поле, которые во вращающейся системе координат можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} du(t)/dt + u(t)/T_2 + \gamma H_m \sin(\omega_m t) v(t) &= 0, \\ dv(t)/dt + v(t)/T_2 - \gamma H_m \sin(\omega_m t) u(t) + \gamma H_1 M_z(t) &= 0, \\ dM_z(t)/dt + M_z(t)/T_1 - \chi_0(H_0 + H_m \sin(\omega_m t))/T_1 - \gamma H_1 v(t) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где T_1 и T_2 – времена продольной и поперечной релаксации жидкой среды соответственно, $\chi_0 = N(I+1)\mu^2/3kT$ – статистическая ядерная магнитная восприимчивость, N – концентрация парамагнитных частиц; μ – магнитный момент частицы; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура, t – время.

Система уравнений (1) решается относительно компонент $v(t)$, $u(t)$ и $M_z(t)$ с учетом начальных условий $M_z(0) = \chi_0 H_0$, $v(0) = 0$, $u(0) = 0$.

На рис. 1 в качестве примера представлены сигналы поглощения $v(t)$ и дисперсии $u(t)$, полученные при численном решении уравнений (1) с использованием пакета Mathematica при значениях магнитных полей и констант релаксации T_1 и T_2 , соответствующих эксперименту ($T_1 = 1.47$ с; $T_2 = 1.36$ мс; $f_m = 10$ Гц; $B_m = 0.52$ мТл; $N = 6.6 \times 10^{29}$ м $^{-3}$; $I = 1/2$; $\mu = 1.4 \times 10^{-26}$ Дж/Тл; $k = 1.38 \times 10^{-23}$ Дж/К; $B_0 = 74$ мТл; $T = 291.8$ К).

Анализ зависимостей (см. рис. 1) показал, что они совпадают с экспериментом (рис. 2), поэтому в [27, 28] было предложено с учетом особенностей работы автодинного детектора, как интегрально-

го прибора [29–32], описывать форму линии $G(t)$ сигнала ЯМР следующим соотношением:

$$G(t) = F(t) \left(\frac{A}{A+B} v^2(t) + \frac{B}{A+B} u^2(t) \right)^{1/2}, \quad (2)$$

где A и B – коэффициенты, определяющие вклад в регистрируемый сигнал ЯМР от сигналов поглощения и дисперсии, а $F(t)$ – коэффициент, учитывающий изменения фазы.

Проведенные нами дополнительные расчеты сигнала ЯМР с использованием (2) позволили выявить ряд проблем. Например, при увеличении t через каждые $T_m/2$ ($T_m = 2\pi/\omega_m$, где ω_m – частота модуляции поля B_0) происходят изменения фазы в форме линии $G(t)$ на 180° и последовательное уменьшение амплитуды пиков. В эксперименте через каждые полпериода $T_m/2$ поля модуляции H_0 регистрируется один и тот же сигнал ЯМР. Данное несоответствие теории и эксперимента создает сложности с выбором коэффициента $F(t)$, который зависит от времени. Кроме того, коэффициент $F(t)$ зависит от температуры исследуемой среды и ее состава. Для каждого исследования среды его необходимо подбирать эмпирически с учетом формы линии регистрируемого сигнала ЯМР. Поэтому возникает необходимость при экспресс-контроле в визуализации сигнала ЯМР. Это создает также дополнительные трудности.

Если при исследовании смесей применять (2) для описания формы линии сигнала ЯМР для каждой из компонент смеси, то при большом количестве компонент в смеси выбор для них $F(t)$ будет крайне трудоемким процессом, который существенно снизит эффективность экспресс-контроля с использованием малогабаритного ЯМР-спектрометра [2, 4, 7, 28]. Поэтому для решения данной проблемы предлагается использовать спектральный анализ сигналов поглощения $v(t)$ и дисперсии $u(t)$, полученных из (1). Сопоставляя спектры от рассчитанных сигналов $v(t)$ и $u(t)$ и спектр от экспериментального сигнала определить вклад сигналов поглощения и дисперсии в регистрируемый сигнал ЯМР.

Так как представленные на рис. 1 и 2 сигналы невозможно описать, используя периодические функции, то считаем, что для построения их спектров наиболее целесообразно применить дискретное преобразование Фурье (ДПФ):

$$y_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \exp(-j2\pi kn/N), \quad (3)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$, x_n – входная последовательность данных, N – количество элементов входной последовательности данных x_n ,

Гармоники спектра располагаются на оси частот с дискретом $\Delta f = f_s/N$, где f_s – частота дискретизации исходной последовательности x_n . Частота

дискретизации определяется следующим образом. Пусть τ длительность сигнала ЯМР. Тогда f_s можно вычислить, используя следующее соотношение:

$$f_s = N/\tau. \quad (4)$$

В случае, когда N является степенью двойки (например, $N = 256 = 2^8$), ДПФ вычисляется по алгоритму быстрого преобразования Фурье (БПФ), который выполняется значительно быстрее ДПФ и требует меньшего количества вычислительных ресурсов.

Дискретное преобразование Фурье симметрично относительно частоты Найквиста (4), равной $f_s/2$, что позволяет объединить гармоники с номерами $(N/2 - k)$ и $(N/2 + k)$. В результате объединения гармоник получается односторонний комплексный спектр с частотами от 0 до $f_s/2$, что соответствует индексам $k = 0 \dots (N/2 - 1)$. Масштабированный односторонний комплексный спектр дискретной входной последовательности x_n определяется выражением

$$y_k = \begin{cases} y_0 & k = 0 \\ \sqrt{2} \frac{y_k}{N} & k = 1, 2, \dots, \left[\frac{N}{2} - 1 \right] \end{cases}. \quad (5)$$

В соотношении (5) операция в скобках $[N/2 - 1]$ означает округление до ближайшего наименьшего целого. Соответственно, амплитудный спектр $S(f) = |y_k|$ – модуль одностороннего комплексного спектра, фазовый спектр $\Phi(f) = \arg y_k$ – его аргумент, где $f = k \Delta f$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ СПЕКТРОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 3 и 4 в качестве примера представлены спектры (амплитудный и фазовый) сигналов поглощения $v(t)$ и дисперсии $u(t)$, рассчитанные с использованием выражения (1) (см. рис. 1). На рис. 5 представлены спектры (амплитудный и фазовый) сигнала ЯМР, зарегистрированного от водопроводной воды при $T = 291.7$ К (см. рис. 2).

Анализ спектров (см. рис. 3–5) показывает, что они по форме в диапазоне изменения частот обладают одинаковой зависимостью как по амплитуде, так и по фазе. Проведенное сравнение амплитуд в амплитудных спектрах $S(f)$ (эксперимент и расчеты), а также значений фазы в фазовых спектрах $\Phi(f)$ (эксперимент и теория) показало, что для гармоник (k – номер гармоники) этих спектров, подбирая коэффициенты A_1 и A_2 , можно получить с погрешностью не более 1% следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \Phi_v^3(f_k) &= A_1 \Phi_v^p(f_k) + A_2 \Phi_v^d(f_k), \\ S_v^3(f_k) &= A_1 S_v^p(f_k) + A_2 S_v^d(f_k), \end{aligned} \quad (6)$$

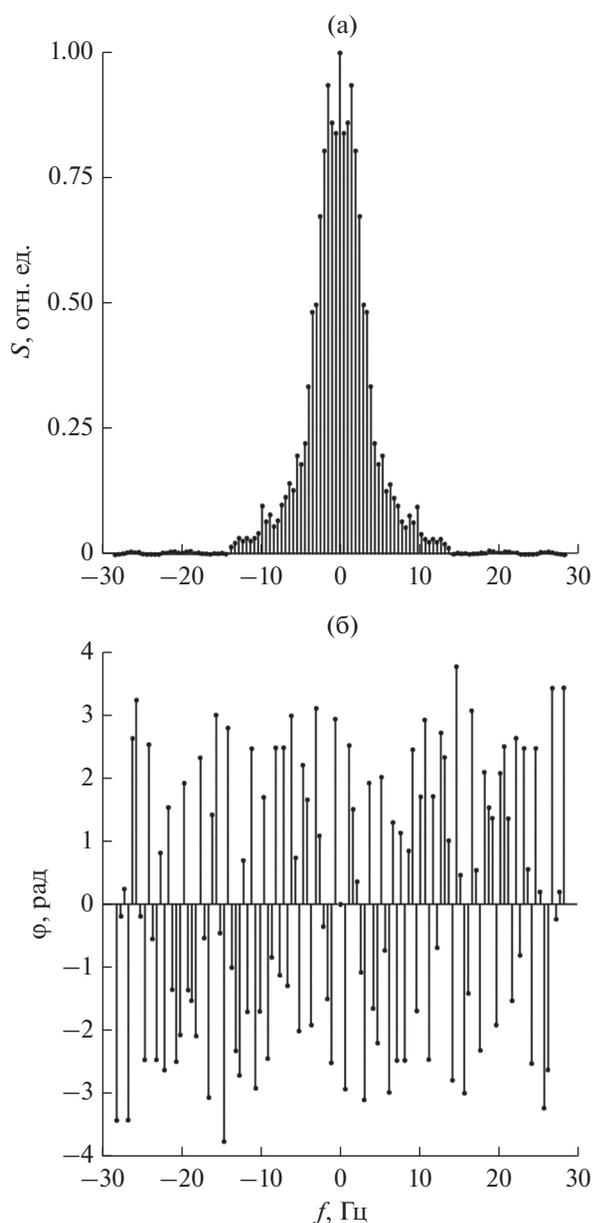


Рис. 3. Амплитудный (а) и фазовый (б) спектры расчетной формы линии сигнала ЯМР (поглощение) от воды.

где индекс ε – соответствует эксперименту, индекс p – расчету.

В этом случае значения коэффициентов A_1 и A_2 отображают вклад сигналов поглощения $v(t)$ и дисперсии $u(t)$ в регистрируемый сигнал ЯМР. При расчете A_1 и A_2 в соотношении (6) для амплитудных спектров необходимо учитывать связь между нормированием по амплитуде (см. рис. 3–5), поскольку расчет сигналов поглощения и дисперсии (см. рис. 1) выполняется для величин, которые измеряются в единицах намагниченности (А/м), а

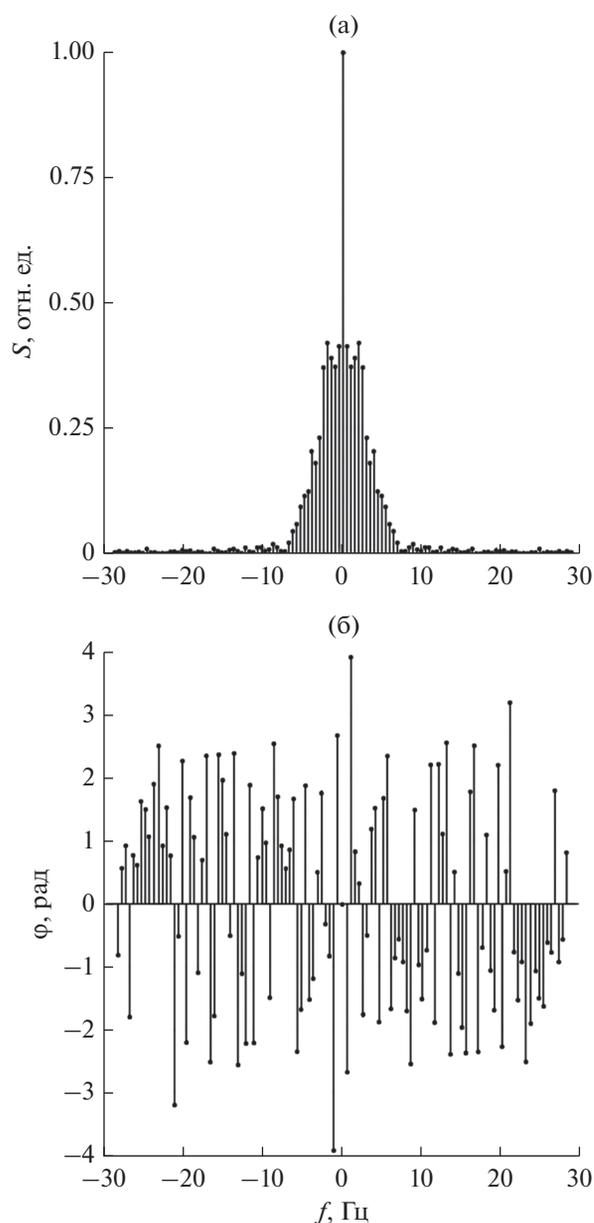


Рис. 4. Амплитудный (а) и фазовый (б) спектры расчетной формы линии сигнала ЯМР (дисперсия) от воды.

амплитуда регистрируемого сигнала ЯМР (см. рис. 2) – в вольтах.

Сопоставление полученных нами значений $A_1 = 0.849 \pm 0.008$ и $A_2 = 0.151 \pm 0.001$ со значениями коэффициентов, определяющих вклады от сигналов поглощения $v(t)$ и дисперсии $u(t)$ в [27, 28], показало, что они совпадают в пределах погрешности измерений. Это подтверждает достоверность предложенного нами метода.

Также результаты оценки вкладов от сигналов поглощения $v(t)$ и дисперсии $u(t)$ в регистрируемый сигнал ЯМР при работе автодинного детекто-

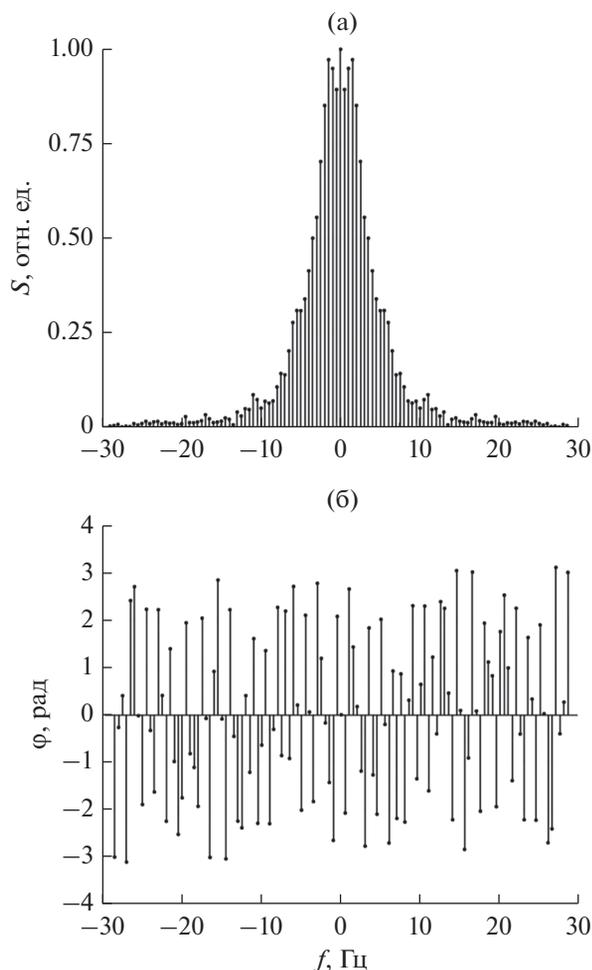


Рис. 5. Амплитудный (а) и фазовый (б) спектры экспериментального сигнала ЯМР, зарегистрированного от воды.

ра на срыве колебаний [7, 15, 28, 31, 32] методом, предложенным нами, совпали с результатами, полученными ранее [26, 31].

Необходимо отметить, что если сигнал поглощения регистрируется на срыве колебаний автодина, то в этом случае $A_1 = 1$. Но этот режим работы автодина очень неустойчив (его поддерживать при экспресс-контроле крайне сложно). Поэтому для регистрации сигнала ЯМР используют другой режим, который был подробно рассмотрен нами в данной работе.

В случае срыва колебаний в автодине, автоматическая система не всегда может настроить работу системы регистрации сигнала ЯМР, поэтому этот режим интересен в основном для экспериментов в лаборатории. В режиме срыва колебаний можно говорить, что фазовая отстройка ноль (точное совпадение фазы) и $A_1 = 1$, а $A_2 = 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что предложенный нами новый метод с использованием спектрального анализа позволяет получать информацию о вкладах сигналов поглощения $\nu(t)$ и дисперсии $u(t)$ в регистрируемый сигнал ЯМР с использованием модуляционной методики. Это дает возможность проводить исследования структуры линии зарегистрированного сигнала ЯМР от различных параметров конденсированных сред и условий его регистрации в конструкции малогабаритного ЯМР спектрометра при проведении экспресс-контроля. Полученные новые данные о состоянии среды с использованием нового метода при экспресс-контроле позволяют принимать более обоснованное решение о дальнейших действиях [2–7].

Кроме того, использование разработанного нами нового метода обеспечивает более эффективное проведение фундаментальных научных исследований изменения вкладов сигналов поглощения и дисперсии в структуру регистрируемого сигнала ЯМР от конденсированной среды, находящейся как в стационарном, так и текущем состоянии при изменении ее времен продолжительной T_1 и поперечной T_2 релаксации. Эти исследования необходимы для решения задач, связанных с разработкой новых жидких сред с заданными значениями T_1 и T_2 для ЯМР-магнитометров на текущей жидкости [32].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дудкин В.И., Пахомов Л.Н. Квантовая электроника. СПб.: Изд-во Политех. ун-та, 2012.
2. Давыдов В.В., Мязин Н.С., Давыдова Т.И. // Дефектоскопия. 2017. № 7. С. 52.
3. Авербах В.С., Лебедев А.В., Манаков С.А., Бредихин В.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2013. Т. 56. № 3. С. 149.
4. Karseev A. Yu., Vologdin V.A., Davydov V.V. // J. Phys.: Conf. Ser. 2015. V. 643. № 1. P. 012108.
5. Davydov V.V., Myazin N.S. // Measurement Techn. 2017. V. 60. № 2. P. 183.
6. Давыдов В.В., Дудкин В.И., Карсеев А.Ю. // Журн. прикладн. спектроскоп. 2015. Т. 82. № 5. С. 736.
7. Давыдов В.В., Величко Е.Н., Дудкин В.И., Карсеев А.Ю. // ПТЭ. 2015. № 2. С. 72.
8. Дьяченко С.В., Кондрашкова И.С., Жерновой А.И. // ЖТФ. 2017. Т. 87. № 10. С. 1596.
9. Neronov Y.I., Karshenboim S.G. // Phys. Lett. A. 2003. V. 318. № 1–2. P. 126.
10. Filippov A.V., Rudakova M.A., Skirda V.D. // Magnetic Resonance in Chemistry. 2012. V. 50. № 2. P. 114.
11. Marusina M.Y., Bazarov B.A., Galaidin P.A. et al. // Measurement Techn. 2014. V. 57. № 5. P. 580.
12. Vitkovskii O.S., Marusina M.Y. // Measurement Techn. 2016. V. 59. № 3. P. 247.

13. Алакишин Е.М., Кондратьева Е.И., Кузьмин В.В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 107. № 2. С. 115.
14. Filippov A.V., Artamonova M.R., Rudakova M.F. et al. // Magn. Resonance Chem. 2012. V. 50. № 2. P. 114.
15. Давыдов В.В., Семенов В.В. // РЭ. 1999. Т. 44. № 12. С. 1528.
16. Давыдов В.В., Дудкин В.И., Мязин Н.С. // РЭ. 2016. Т. 61. № 10. С. 1026.
17. Архипов В.В. // ПТЭ. 2012. № 6. С. 91.
18. Будаговская О.Н., Будаговский А.В. // Дефектоскопия. 2015. № 4. С. 63.
19. Davydov V.V., Grebenikova N.M., Smirnov K.Y. // Measurement Techn. 2019. V. 62. № 6. P. 519.
20. Можд З.У., Вавилов В.П., Ариффин А.К. // Дефектоскопия. 2016. № 4. С. 31.
21. Боченин В.И. // Дефектоскопия. 2007. № 11. С. 83.
22. Котельников С.Г., Парайпан М.Г., Тимошенко Г.Н., Трофимов А.С. // ПТЭ. 2012. № 4. С. 104.
23. Bloch F. // Phys. Rev. 1946. V. 70. № 7. P. 460.
24. Bloch F., Hansen W.W., Packard F. // Phys. Rev. 1946. V. 70. № 7. P. 474.
25. Абрагам А. Ядерный магнетизм. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
26. Леше А. Ядерная индукция. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
27. Давыдов В.В., Мязин Н.С., Логунов С.Е., Фадеенко В.Б. // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. № 4. С. 50.
28. Muazin N.S., Davydov V.V. // J. Phys.: Conf. Ser. 2018. V. 1135. № 1. P. 012061.
29. Жерновой А.И., Дьяченко С.В. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 4. С. 118.
30. Жерновой А.И. // Изв. вузов. Физика. 2008. Т. 51. № 10. С. 84.
31. Жерновой А.И., Латышев Г.Д. Ядерный магнитный резонанс в проточной жидкости. М.: Атомиздат, 1964.
32. Давыдов В.В., Дудкин В.И., Карсеев А.Ю. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 3. С. 138.

К 70-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АЛЕКСАНДРА АЛЕКСЕЕВИЧА ПОТАПОВА



4 мая 2021 г. исполняется 70 лет со дня рождения крупного ученого в области радиофизики и радиолокации, статистической радиотехники и обработки многомерных сигналов доктора физико-математических наук, профессора, главного научного сотрудника Института радиотехники и электроники РАН Александра Алексеевича Потапова.

А.А. Потапов родился в селе Лукино Ржаксинского района Тамбовской области. После окончания средней школы в 1968 г. с золотой медалью он поступил в Рязанский радиотехнический институт на радиотехнический факультет. Затем в 1979 г. он окончил вечернее отделение (инженерный поток) физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова.

С 1979 г. А.А. Потапов работает в Институте радиотехники и электроники РАН, где прошел путь от младшего до главного научного сотрудника. В 1989 г. Александр Алексеевич защитил кандидатскую диссертацию, а в 1994 г. — докторскую диссертацию “Синтез изображений земных покровов в оптическом и миллиметровом диапазонах волн”.

С 1979 г. главное научное направление А.А. Потапова — применение теории фракталов, дробных операторов, скейлинга и детерминиро-

ванного хаоса в радиофизике, радиолокации, радиоэлектронике, электродинамике, теории управления и широкого спектра смежных научных и технических направлений для создания и развития прорывных информационных технологий. Он — инициатор постановки первых НИР и ОКР в России по радиофизическим применениям теории фракталов, скейлинговых эффектов и дробных операторов в радиосистемах.

Результаты научной деятельности А.А. Потапова по фрактальной обработке информации в интенсивных помехах, а также по фрактальным радиосистемам и фрактальным радиоэлементам неоднократно опубликованы в докладах Президиума РАН, а также в докладе Правительству РФ. Все эти приоритетные в мире результаты позволяют перейти на новый уровень информационной структуры реальных немарковских сигналов и полей. В настоящее время на основе пионерских работ А.А. Потапова и его учеников в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН сформировано новое фундаментальное направление “Фрактальная радиофизика и фрактальная радиоэлектроника: проектирование фрактальных радиосистем” и создана Российская научная школа фрактальных методов, хорошо известная в мире.

В период 2000–2002 гг. А.А. Потапов — профессор МИРЭА (ТУ), с 2008 г. по 2019 г. — профессор Казанского государственного технического университета (КАИ) им. А.Н. Туполева. С 2017 г. Александр Алексеевич является членом Нижегородского математического общества.

За период работы в ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН им было дано надежное физическое обоснование практического применения фрактальных методов в современных областях радиофизики, радиоэлектроники и информационно-управляющих систем; впервые предложена и доказана эффективность и перспективность применения теории дробной меры, теории размерности и скейлинговых соотношений (для текстуры и фракталов) в случае обнаружения и распознавания (фильтрации) одномерных и многомерных радиолокационных сигналов от малококонтрастных целей на фоне интенсивных негауссовских помех разного рода. Им предложена концепция создания принципиально новых фрактальных радиосистем, фрактальных датчиков и фрактальной элементной базы. В ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН в 2005 г. создан действующий макет первого в мире фрактального непараметрического обнаружителя ра-

диолокационных сигналов. Проведен строгий электродинамический расчет многочисленных типов фрактальных антенн, принципы конструирования которых лежат в основе фрактальных частотно-избирательных поверхностей и объемов (фрактальные “сэндвичи”). Впервые предложена и реализована модель “фрактального” конденсатора как фрактального импеданса и фрактальные лабиринты для синтеза СВЧ-структур. В 1997 г. впервые разработаны методы фрактальной модуляции и фрактальные широкополосные сигналы. Впервые предложен новый класс информативных признаков, основанный на тонкой структуре отраженных радиолокационных сигналов миллиметрового диапазона радиоволн. Также впервые исследованы полные ансамбли текстурных признаков оптических и радиолокационных изображений реальных земных покровов. Предсказано наличие странного аттрактора, контролирующего радиолокационное рассеяние от растительных покровов. Впоследствии (2002 г.) эффект был обнаружен экспериментально на длине волны 2.2 мм. В 2015 г. А.А. Потаповым впервые в мировой практике открыты, предложены, обоснованы и разработаны принципы нового вида и нового метода радиолокации, а именно фрактально-скейлинговой или масштабно-инвариантной радиолокации. Доказана эффективность функционалов, которые определяются топологией, дробной размерностью и текстурой принятого многомерного сигнала, для синтеза принципиально новых не энергетических обнаружителей мало контрастных объектов на фоне помех. Разработаны постулаты фрактальной радиолокации: 1 – интеллектуальная обработка сигнала/изображения, основанная на теории дробной меры и скейлинговых эффектов, для расчета поля фрактальных размерностей D ; 2 – выборка принимаемого сигнала в шумах относится к классу устойчивых негауссовых распределений вероятностей D сигнала; 3 – максимум топологии при минимуме энергии входного случайного сигнала (т.е. максимальный “уход” от энергии принимаемого сигнала). Это влечет за собой коренные изменения в структуре теоретической радиолокации, а также в ее математическом аппарате.

Потапов А.А. – автор первой в России монографии “Фракталы в радиофизике и радиолокации” (М., Логос, 2002), которая была переработана и дополнена (Потапов А.А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: топология выборки. М.: Университетская книга, 2005). Эти две моногра-

фии стали настольными книгами ученых самых разных специальностей. Потапов А.А. – автор и соавтор ряда монографий по вопросам радиолокации и применения фракталов в науке и технике.

Чтение лекций по разработанным им в ИРЭ РАН фрактальным технологиям в США и в Китае, и на многочисленных международных конференциях принесли ему широкую известность. Работы А.А.Потапова получили одобрение и поддержку со стороны основателя фрактальной геометрии Б.Б. Мандельброта.

Александр Алексеевич опубликовал свыше 1150 научных работ в отечественных и международных изданиях, включая более 40 монографий и глав в книгах на русском и английском языках, 2 патента и 9 учебных пособий. Им разработан курс лекций по применению фракталов и вейвлетов в радиолокации для Центра подготовки специалистов Концерна “РТИ Системы”.

А.А. Потапов является Почетным профессором Евразийского национального университета (Казахстан) и Джинанского университета (Китай). В марте 2012 г. А.А.Потапов назначен президентом китайско-российской лаборатории информационных технологий и фрактальной обработки сигналов.

Александр Алексеевич награжден знаком “Почетный радист РФ” (2006) и восемнадцатью медалями. Лауреат Премии им. академика А.М. Прохорова (2013) и Премии ВЭС ВКС (2016). За выдающиеся достижения в области инженерных наук награжден настольной медалью им. академика А.М. Прохорова (2019).

А.А. Потапов – главный редактор журнала “Нелинейный мир” (2003), член редколлегий и редакционных советов 13 российских и международных журналов. Он является академиком Российской академии естественных наук по Отделению проблем радиоэлектроники, нанофизики и информационным технологиям и академиком Академии инженерных наук им. А.М. Прохорова.

Александр Алексеевич продолжает активно трудиться – в этом номере публикуется его работа по новому классу топологических текстурно-мультифрактальных признаков.

Редакция журнала, друзья и коллеги сердечно поздравляют Александра Алексеевича Потапова с юбилеем и желают ему здоровья, долгих лет жизни и дальнейших творческих успехов.

ПАМЯТИ ВАЛЕНТИНА НИКОЛАЕВИЧА КУЛЕШОВА



22 декабря 2020 г. ушел из жизни крупный российский ученый в области радиотехники и теории радиотехнических цепей, доктор технических наук, лауреат Государственной премии СССР, Заслуженный деятель науки РФ, лауреат премии Президента РФ в области образования, заслуженный профессор МЭИ, профессор Валентин Николаевич Кулешов.

Валентин Николаевич родился 16 июля 1937 г. Окончив школу с золотой медалью, он в 1954 г. поступил на радиотехнический факультет Московского энергетического института (МЭИ) и стал студентом первого набора на новой специальности “Радиофизика и электроника”, созданной по инициативе академика В.А. Котельникова.

Успешную учебу в вузе В.Н. Кулешов совмещал с научными исследованиями на кафедре радиопередающих устройств под руководством профессора С.И. Евтянова. Будучи студентом 4-го курса, Валентин Николаевич опубликовал в журнале “Научные доклады высшей школы. Радиотехника и электроника” статью об исследовании флуктуаций в источниках колебаний с прецизионной стабильно-

стью частоты. Эта статья во многом заложила теоретические основы нового научного направления, имеющего большое практическое значение. В дальнейшем этот научный задел получил развитие в монографии В. Жалуд, В.Н. Кулешов “Шумы в полупроводниковых устройствах” (М.: Сов радио, 1977).

После окончания института в 1960 г. Валентин Николаевич был принят на должность ассистента кафедры, где до конца своей жизни увлеченно и плодотворно трудился, пройдя все ступени профессионального научного и педагогического роста.

В 1966 г. В.Н. Кулешов защитил кандидатскую диссертацию “Синтез следящих систем автоподстройки частоты”, а в 1988 г. — докторскую диссертацию: “Разработка и применение системы методов прикладного анализа флуктуаций в источниках колебаний”.

Валентину Николаевичу удалось создать на руководимой им кафедре очень сильный научный коллектив, который получил государственную поддержку в качестве ведущей научной школы Российской Федерации. Под руководством В.Н. Кулешова были выполнены многочисленные научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы. В 1986 г. за работы в области систем фазовой синхронизации ему в составе научного коллектива присуждена Государственная премия СССР; за работы в области космической радиоэлектроники он награжден медалью ордена “За заслуги перед Отечеством” II степени, за большой личный вклад в развитие отечественной науки ему присвоено почетное звание “Заслуженный деятель науки Российской Федерации”.

За годы научно-педагогической деятельности В.Н. Кулешов опубликовал 250 научных работ и 18 учебных изданий, в том числе учебники, рекомендованные Федеральным учебно-методическим объединением РФ для вузов страны. Среди них нужно отметить:

1) Капранов М.В., Кулешов В.Н., Уткин Г.М. “Теория колебаний в радиотехнике” (М.: Наука, 1984), 2) “Генерирование колебаний и формирование радиосигналов” под ред. В.Н. Кулешова и Н.Н. Удалова (М.: ИД МЭИ, 2008), 3) “Формирование колебаний и сигналов” (авторский коллектив) (М.: Юрайт, 2018).

Валентин Николаевич обладал великолепным педагогическим мастерством. За годы работы на кафедре он читал лекции по теории колебаний, электронике, устройствам генерации и формиро-

вания сигналов, волоконно-оптическим сетям и и системам связи. Эти лекции всегда вызывали большой интерес у студентов и аспирантов. Под руководством В.Н. Кулешова защищены 16 кандидатских и 2 докторские диссертации. Его ученики успешно продолжают работать на кафедре формирования и обработки радиосигналов НИУ “МЭИ”, преподают в вузах нашей страны и за рубежом.

Более 20 лет В.Н. Кулешов возглавлял московское отделение международного общества “Институт инженеров электротехники и электроники” (Institute of Electrical and Electronics Engineers – IEEE) по электронным цепям и системам и в этом качестве возглавлял программные и организационные комитеты международных научных конференций, был научным руководителем секции по устройствам генерирования и формирования сигналов. Он также известен как бессменный организатор всесоюзных школ-семинаров по стабилизации частоты, международных симпозиумов по акустоэлектронике, управлению частотой и формированию сигналов.

С 1990 г. профессор В.Н. Кулешов активно работал в Учебно-методическом Совете, входящим в состав Федерального учебно-методического объединения России по направлению “Радиотехника”. Он являлся одним из основных разработчиков трех Образовательных стандартов первого

поколения (1992–1993 гг.) и двух Образовательных стандартов второго поколения (1999 г.). За создание и внедрение единой образовательной информационной среды в области техники и технологий для технических высших учебных заведений ему в составе авторского коллектива в 2001 г. была присуждена премия Президента РФ в области образования.

Умение Валентина Николаевича продуктивно работать в коллективе, правильно анализировать обстановку и принимать взвешенные управленческие решения помогли ему достойно выполнять ответственные обязанности декана Радиотехнического факультета МЭИ в переломные для нашей страны 1987–1993 гг. и, будучи заведующим кафедрой в не менее сложные 1992–2002 гг., сохранять и пополнять коллектив кафедры, развивать её полномасштабную деятельность.

В.Н. Кулешов был одним из постоянных авторов и рецензентов журнала “Радиотехника и электроника”. Он всегда старался поддерживать высокий уровень журнальных публикаций, стремился помочь авторам улучшить представленный материал, бескомпромиссно боролся с авторами недоброкачественных статей.

Редакция и редколлегия журнала “Радиотехника и электроника” выражают свое соболезнование родным и близким покойного.