СОДЕРЖАНИЕ

Том 86, номер 1, 2022

Волновые явления: физика и применения

Contents

Vol. 86, No. 1, 2022

Wave Phenomena: Physics and Applications

Волновые явления: физика и применения

Редактор тематического выпуска
канд. физ.-мат. наук **А. Н. Калиш**

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 6–9

УДК 535.42

СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ В КОНТИНУУМЕ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТУПЕНЬКЕ НА ПОВЕРХНОСТИ ОДНОМЕРНОГО ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА

© 2022 г. Е. А. Безус*

Институт систем обработки изображений РАН — филиал федерального государственного учреждения "Федеральный научно-исследовательский центр "Кристаллография и фотоника" Российской академии наук, Самара, Россия

**E-mail: evgeni.bezus@gmail.com*

Поступила в редакцию 10.06.2021 г.
После доработки 21.07.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследованы оптические свойства диэлектрической ступеньки, расположенной на поверхности одномерного фотонного кристалла. Показано, что при наклонном падении блоховской поверхностной волны в ступеньке могут возникать высокодобротные резонансы, проявляющиеся в появлении резких минимумов в спектре пропускания и пиков в спектре отражения. При этом в ступеньке также существует специальный тип невытекающих собственных мод, а именно, связанные состояния в континууме.

DOI: 10.31857/S0367676522010069

ВВЕДЕНИЕ

В течение последнего десятилетия исследование связанных состояний в континууме (ССК, англ. bound states in the continuum) привлекает большое внимание исследователей [1, 2]. ССК представляют собой специальный тип невытекающих собственных мод (мод с бесконечным временем жизни и бесконечной добротностью), существующих в структурах с открытыми каналами рассеяния. Вытекание энергии ССК в открытые каналы рассеяния при этом устраняется по соображениям симметрии или за счет интерференционных эффектов. ССК представляют не только фундаментальный, но и большой практический интерес, поскольку небольшое отклонение от условий ССК позволяет получить крайне высокодобротные резонансы, перспективные для применения в задачах оптической фильтрации, химических и биологических фотонных сенсорах, а также в лазерах [1].

В подавляющем большинстве работ, посвященных исследованию ССК в фотонике, данные состояния рассматриваются в периодических структурах (дифракционных решетках и фотонно-кристаллических слоях) [1, 2]. Вместе с тем, в связи с актуальностью повышения степени интеграции современных оптических устройств, большой интерес также представляет исследование ССК в структурах интегральной нанофотоники. В ряде недавних работ, в том числе в работах автора настоящей статьи, исследовались ССК в простых структурах, состоящих из одной или нескольких диэлектрических ступенек на поверхности плоскопараллельного диэлектрического волновода [3–6]. В настоящей работе исследуется аналогичная структура на платформе блоховских поверхностных волн (БПВ) — поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль границ раздела фотонных кристаллов (в простейшем случае, рассматриваемом в настоящей работе — вдоль границы раздела одномерного фотонного кристалла и однородной диэлектрической среды). Платформа БПВ в настоящее время рассматривается как перспективная платформа интегральной оптики и потенциальная альтернатива платформе поверхностных плазмон-поляритонов [7, 8]. В отличие от поверхностных плазмон-поляритонов, БПВ могут существовать в полностью диэлектрических структурах, что на практике существенно увеличивает длину их распространения и делает их перспективными для большого числа приложений.

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТУПЕНЬКИ НА ПОВЕРХНОСТИ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА

Геометрия исследуемой структуры показана на рис. 1. Структура, предполагающаяся инвариантной к переносу в направлении оси y, состоит из диэлектрической ступеньки с шириной l и высотой h на поверхности одномерного фотонного кристалла, период которого состоит из двух плоскопараллельных диэлектрических слоев с показателями преломления n_1 и n_2 и толщинами h_1 и h_2. Для простоты будем считать, что материал ступеньки совпадает с материалом верхнего слоя фотонного кристалла. Над фотонным кристаллом находится однородная диэлектрическая среда с показателем преломления n_0. При этом для управления свойствами (константой распространения) блоховской поверхностной волны, распространяющейся по поверхности фотонного кристалла, толщина его верхнего слоя, имеющего показатель преломления n_1, отличается от "обычного" значения h_1 и составляет $h_1' = h_1 + h_c$, где h_c – некоторое положительное или отрицательное значение ($h_c > -h_1$).

В настоящей работе будем рассматривать случай, когда на ступеньку наклонно падает ТЕ-поляризованная БПВ (характерный профиль электрического поля такой волны показан на рис. 1). Угол падения при этом измеряется в плоскости xOy от отрицательного направления оси x. Такая БПВ удовлетворяет дисперсионному соотношению [9]

$$2k_{z,1}k_{z,2}\sin(k_{z,1}h_1)\cos(k_{z,2}h_2) + \left(k_{z,1}^2 + k_{z,2}^2\right)\times \\ \times\cos(k_{z,1}h_1)\sin(k_{z,2}h_2) - \frac{k_{z,1}^2 - k_{z,2}^2}{k_{z,1}^2 - k_{z,0}^2}\sin(k_{z,2}h_2)\times \\ \times\left\{\left(k_{z,1}^2 + k_{z,0}^2\right)\cos(k_{z,1}[2h_c + h_1]) - \right. \\ \left. - 2ik_{z,1}k_{z,0}\sin(k_{z,1}[2h_c + h_1])\right\} = 0, \quad (1)$$

где $k_{z,i} = \sqrt{k_0^2 n_i^2 - k_\parallel^2}$, $i = 0,1,2$, $k_0 = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны в свободном пространстве, $k_\parallel$ – искомая константа распространения БПВ (компонента волнового вектора в плоскости xOy). Часто удобно характеризовать БПВ эффективным показателем преломления $n_{eff} = k_\parallel/k_0$. В области ступеньки справедливо то же дисперсионное соотношение, однако вместо значения h_c следует использовать значение $h_c + h$. Отметим также, что дисперсионное уравнение (1) будет описывать ТМ-поляризованные БПВ, если в нем выполнить следующие замены:

$$k_{z,i} \to k_{z,i}/n_i^2, \quad i = 0,1,2, \quad h_c \to n_1^2 h_c, \\ h_i \to n_i^2 h_i, \quad i = 1,2. \quad (2)$$

Рассмотрим для длины волны в свободном пространстве $\lambda = 630$ нм фотонный кристалл со следующими параметрами: $n_1 = 2.3227$ (Nb_2O_5), $n_2 = 1.4762$ (SiO_2), $h_1 = 0.031\lambda \approx 20$ нм, $h_2 = 0.3\lambda \approx$ ≈ 189 нм. При указанных материалах выбранные

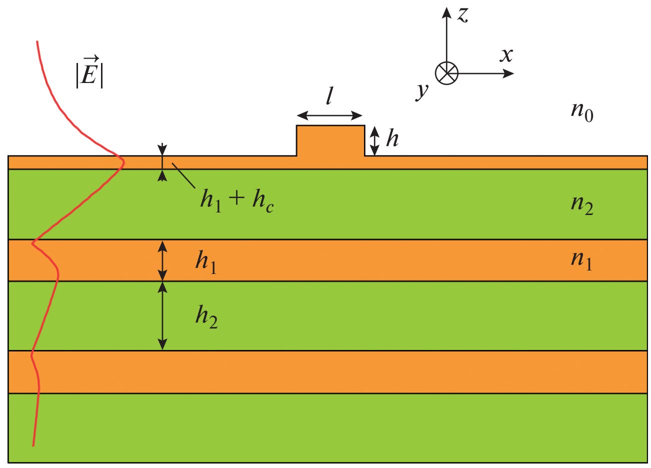

Рис. 1. Геометрия исследуемой структуры, представляющей собой диэлектрическую ступеньку на поверхности одномерного фотонного кристалла.

толщины слоев фотонного кристалла обеспечивают наличие фотонной запрещенной зоны для обеих поляризаций (ТЕ- и ТМ-) при всех значениях $k_\parallel/k_0$, превышающих величину $n_{eff,cr} = 1.584$.

Выберем следующие значения толщины "обрезки" верхнего слоя фотонного кристалла и высоты ступеньки на его поверхности: $h_c = 76$ нм (т.е. толщина верхнего слоя фотонного кристалла составляет $h_1' = h_1 + h_c \approx 96$ нм), $h = 60$ нм. Согласно формулам (1) и (2) в случае, когда над фотонным кристаллом находится среда с показателем преломления $n_0 = 1$, вне ступеньки поверхность фотонного кристалла поддерживает ТЕ-поляризованную БПВ с эффективным показателем преломления $n_{eff,TE} = 1.8$ (которая будет рассматриваться в качестве поверхностной волны, падающей на ступеньку) и ТМ-поляризованную БПВ с эффективным показателем преломления $n_{eff,TM} = 1.53$. В области ступеньки существуют ТЕ- и ТМ-поляризованные БПВ с эффективными показателями преломления $n_{eff,TE,r} = 2.0$ и $n_{eff,TM,r} = 1.75$ соответственно.

В общем случае при дифракции, падающей ТЕ-поляризованной БПВ на ступеньке, будут формироваться не только отраженные и прошедшие ТЕ- и ТМ-поляризованные БПВ, но и излучение, рассеянное в область над фотонным кристаллом и "вглубь" фотонного кристалла. Наличие данного "паразитного" рассеяния существенно снижает эффективность элементов интегральной нанофотоники [10]. Однако в рассматриваемой структуре потери на "паразитное" рассеяние, а также "преобразование поляризации" (т.е. возбуждение отраженной и прошед-

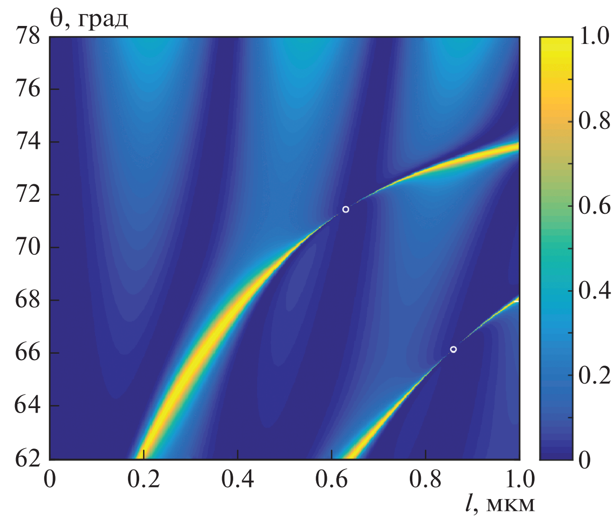

Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения диэлектрической ступеньки на поверхности фотонного кристалла от угла падения и ширины ступеньки при падении TE-поляризованной БПВ. Белые кружки показывают положения ССК, предсказанные построенной моделью связанных волн.

шей TM-поляризованных БПВ) можно полностью устранить за счет выбора угла падения. Действительно, при углах падения $\theta > \theta_{cr,0} = \arcsin\left(n_0/n_{eff,TE}\right) = 33.75°$ y-компонента волнового вектора падающей БПВ превышает величину волнового вектора плоских волн в области над структурой. Поскольку в силу инвариантности структуры к переносу в направлении оси y эта компонента сохраняется для всех волн, составляющих решение задачи дифракции, это означает, что волны, рассеянные в область над структурой, становятся затухающими, т.е. при $\theta > \theta_{cr,0}$ не происходит потерь энергии падающей БПВ на "паразитное" рассеяние в эту область. Выбранная конфигурация запрещенных зон фотонного кристалла обеспечивает устранение "паразитного" рассеяния в "объемные" моды фотонного кристалла при "умеренных" углах падения $\theta > \theta_{cr,PC} = \arcsin\left(n_{eff,cr}/n_{eff,TE}\right) = 61.64°$. При этом при углах падения $\theta > \theta_{cr,TM} = \arcsin\left(n_{eff,TM}/n_{eff,TE}\right) = 58.21°$ перестают возбуждаться (т.е. становятся затухающими) отраженные и прошедшие TM-поляризованные БПВ. Наконец, при $\theta > \theta_{cr,TM,r} = \arcsin\left(n_{eff,TM,r}/n_{eff,TE}\right) = 76.46°$ TM-поляризованные БПВ в области ступеньки также становятся затухающими.

Покажем, что в диапазоне углов падения $\max\{\theta_{cr,0}, \theta_{cr,PC}, \theta_{cr,TM}\} < \theta < \theta_{cr,TM,r}$, т. е. в случае, когда в области ступеньки существуют TE- и TM-поляризованные БПВ, а в области вне ступеньки — только TE-поляризованные БПВ, рассматриваемая структура проявляет резонансные оптические свойства. На рис. 2 показана зависимость коэффициента отражения R ступеньки при наклонном падении TE-поляризованной БПВ от угла падения и ширины ступеньки. В рассматриваемом диапазоне углов падения описанные выше "паразитное" рассеяние и преобразование поляризации отсутствуют, и энергия падающей БПВ делится между отраженной и прошедшей TE-поляризованными БПВ. Поэтому аналогичный график для коэффициента пропускания $T = 1 - R$ не приведен. Показанная на рис. 2 зависимость была рассчитана с помощью собственного моделирующего программного обеспечения, реализующего модификацию метода фурье-мод численного решения уравнений Максвелла (англ. Fourier modal method и rigorous coupled-wave analysis), ориентированную на решение задач интегральной оптики [11, 12]. При этом моделировался фотонный кристалл, состоящий из конечного числа периодов, равного 6, и расположенный на подложке с показателем преломления, равным показателю преломления менее оптически плотного слоя кристалла. Число периодов было выбрано из условия хорошего совпадения значений эффективных показателей преломления БПВ, существующих в такой структуре, с эффективными показателями преломления, рассчитанными с помощью формул (1) и (2) для случая полубесконечного фотонного кристалла (для всех четырех значений $n_{eff,TE}$, $n_{eff,TM}$, $n_{eff,TE,r}$ и $n_{eff,TM,r}$ отличие не превышает $5 \cdot 10^{-4}$).

Из рис. 2 видно, что в рассматриваемом угловом диапазоне присутствуют высокодобротные резонансы, при этом ширина резонанса (и, следовательно, его добротность) существенно варьируется вдоль дисперсионных кривых. В нескольких точках ширина резонанса обращается в нуль, что свидетельствует о наличии в структуре связанных состояний в континууме. Вид резонансных особенностей и связанных состояний аналогичен рассмотренной в предыдущей работе автора структуре, состоящей из диэлектрической ступеньки на поверхности плоскопараллельного диэлектрического волновода [4] (при этом основное отличие заключается в механизме "выключения" потерь на паразитное рассеяние в области под ступенькой). Для теоретического описания возникающих резонансов была разработана модель связанных волн, также полностью аналогичная модели, представленной в [4] и основанная на формализме матрицы рассеяния. Построенная модель учитывает возбуждение падающей TE-поляризованной поверхностной волной TE- и TM-поляризованных БПВ в области ступеньки и связь БПВ двух поляризаций, существующих в ступеньке, на ее границах. При этом не учитывается лишь "ближнепольное" взаимодействие между левой и правой границами ступеньки, которым, как показывает сравнение с результатами строгого численного моделирования, можно пренебречь уже при ширине ступеньки в несколько десятков нанометров. "Модельный" спектр отражения визуально практически неотличим от строго рассчитанного спектра, показанного на рис. 2, и поэтому не приведен здесь для краткости. Кроме того, модель связанных волн позволяет с высокой точностью предсказать положение ССК (предсказанные моделью положения ССК показаны белыми кружками на рис. 2 и хорошо согласуются с результатами численного моделирования).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, исследованы резонансные оптические свойства диэлектрической ступеньки, расположенной на поверхности одномерного диэлектрического фотонного кристалла. Показано, что при наклонном падении блоховской поверхностной волны на ступеньку возникают высокодобротные резонансы, проявляющиеся в резких пиках отражения и минимумах пропускания. При этом в ряде точек на дисперсионных кривых резонансов добротность обращается в бесконечность, что свидетельствует о наличии связанных состояний в континууме. Предложенная структура может найти применение при создании "двумерных" оптических устройств для управления распространением блоховских поверхностных волн.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00514).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hsu C.W., Zhen B., Stone A.D. et al.* // Nat. Rev. Mater. 2016. V. 1. Art. No. 16048.
2. *Sadreev A.F.* // Rep. Prog. Phys. 2021. V. 84. Art. No. 055901.
3. *Zou C.L., Cui J.M., Sun F.W. et al.* // Laser Photon. Rev. 2015. V. 9. P. 114.
4. *Bezus E.A., Bykov D.A., Doskolovich L.L.* // Photon. Res. 2018. V. 6. P. 1084.
5. *Nguyen T.G., Ren G., Schoenhardt S.* // Laser Photon. Rev. 2019. V. 13. Art. No. 1900035.
6. *Doskolovich L.L., Bezus E.A., Bykov D.A.* // Photon. Res. 2019. V. 7. P. 1314.
7. *Yu L., Barakat E., Sfez T. et al.* // Light Sci. Appl. 2014. V. 3. Art. No. e124.
8. *Kim M.S., Vosoughi Lahijani B., Descharmes N. et al.* // ACS Photon. 2017. V. 4. P. 1477.
9. *Bezus E.A., Bykov D.A., Doskolovich L.L.* // Comp. Opt. 2018. V. 42. P. 22.
10. *Bezus E.A., Doskolovich L.L., Soifer V.A.* // Opt. Lett. 2015. V. 40. P. 4935.
11. *Moharam M.G., Grann E.B., Pommet D.A., Gaylord T.K.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 1995. V. 12. P. 1068.
12. *Silberstein E., Lalanne P., Hugonin J.-P., Cao Q.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 2001. V. 18. P. 2865.

Bound states in the continuum in a dielectric ridge on the surface of a one-dimensional photonic crystal

E. A. Bezus*

Image Processing Systems Institute of RAS — Branch of the Federal Scientific Research Centre "Crystallography and Photonics" of the Russian Academy of Sciences, Samara, 443001 Russia

**e-mail: evgeni.bezus@gmail.com*

Optical properties of a dielectric ridge located on the surface of a one-dimensional photonic crystal are investigated. It is shown that, at oblique incidence of a Bloch surface wave, high-Q resonances can arise, which are manifested in the appearance of sharp minima in the transmittance spectrum and peaks in the reflectance spectrum. The ridge also supports a special type on non-leaky eigenmodes, namely, bound states in the continuum.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 10–15

УДК 532.783:535.4

УПРАВЛЯЕМЫЕ ДИФРАКЦИОННЫЕ РЕШЕТКИ НА ОСНОВЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ БИНАРНОЙ ОРИЕНТАЦИИ НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА

© 2022 г. **К. Г. Комяк[1, *], О. С. Кабанова[1], И. И. Рушнова[1], Е. А. Мельникова[1], А. Л. Толстик[1]**
[1]*Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь*
**E-mail: fiz.komyak@bsu.by*

Поступила в редакцию 10.06.2021 г.
После доработки 21.07.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Для создания одномерных дифракционных решеток использована технология текстурированной фотоориентации нематического жидкого кристалла. Установлено влияние ориентации молекул в смежных жидкокристаллических доменах на дифракционные свойства изготовленных бинарных структур. Дифракционные решетки на основе бинарной ориентации нематического жидкого кристалла характеризуются электрически переключаемыми оптическими свойствами и реализуют эффективное управление пространственными и поляризационными характеристиками световых пучков.

DOI: 10.31857/S036767652201015X

ВВЕДЕНИЕ

Жидкие кристаллы (ЖК) представляют собой уникальный класс мягких органических материалов, сочетающих свойства жидкостей с определенной степенью ориентационной упорядоченности молекул. Являясь двулучепреломляющими оптическими средами, ЖК позволяют выполнять ряд важнейших операций, связанных с генерацией, детектированием и преобразованием состояний поляризации света. Способность самоорганизовываться в сложные структуры наряду с высокой чувствительностью к воздействию внешних полей (электрических, тепловых, оптических) обуславливают востребованность ЖК-материалов в области создания конкурентоспособных фотонных компонент, таких как оптические фильтры, переключатели, дифракционные решетки, массивы линз, вортекс ретардеры, пространственные модуляторы света и другие устройства [1–7].

В качестве оптических элементов, реализующих пространственное управление, мультиплексирование, а также преобразование состояния поляризации световых пучков успешно применяются переключаемые дифракционные ЖК-решетки [8–11]. Принцип создания структур данного типа основан на формировании локально-неоднородного (многодоменного) распределения ЖК на токопроводящей поверхности. Для управления ориентацией ЖК-материалов используются электроды специальной конфигурации, микронатирание ориентирующих пленок, а также метод текстурированной фотоориентации светочувствительных азокрасителей.

Технология текстурированной фотоориентации ЖК-материалов [12, 13] продемонстрировала большие успехи в последние десятилетия, став оптимальным решением для создания периодически упорядоченных одно-, дву- и трехмерных оптических структур, реализующих управление пространственными, фазовыми и поляризационными характеристиками световых полей [14–16]. Бесконтактный метод фотоориентации обеспечивает возможность локального управления распределением директора ЖК на поверхности с высоким пространственным разрешением (порядка единиц микрон). Среди фотоориентируемых материалов, применяемых для задания граничных условий распределения директора ЖК, лидирующие позиции занимают азокрасители. Светочувствительные азокрасители представляют собой универсальную платформу материалов для развития современных технологий микро- и наноструктурирования в фотонике. Преимуществами фотоориентируемых азокрасителей является высокая азимутальная энергия сцепления с ЖК-материалами (порядка 10^{-4} Дж $\cdot$ м$^{-2}$), фото- и термостабильность ориентирующих свойств, высокая фоточувствительность в видимой области спектра. В этой связи изучение возможностей применения фотоориентируемых азокрасителей для создания

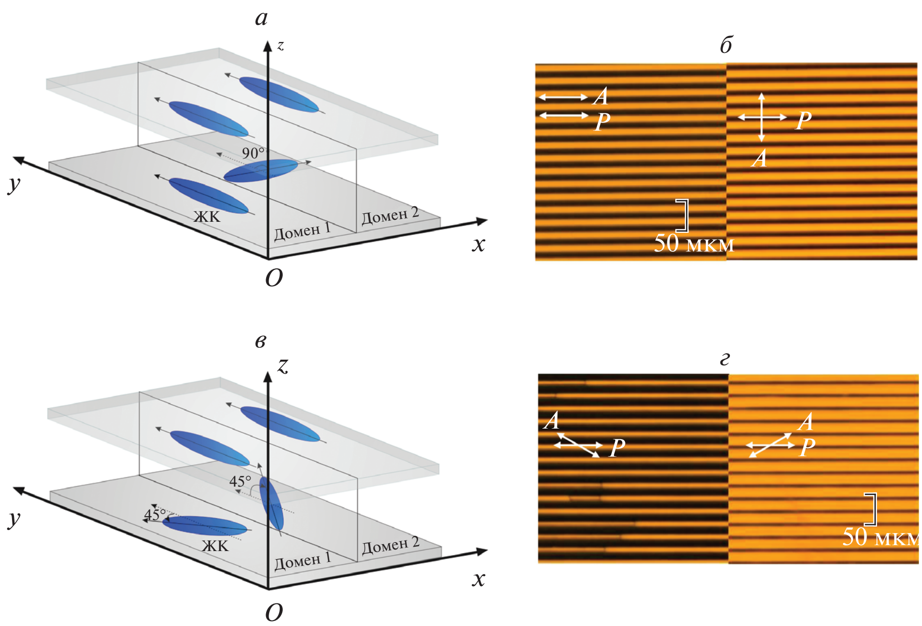

Рис. 1. Схема (*а*, *в*) и соответствующие поляризационные микрофотографии (*б*, *г*) бинарных дифракционных структур с твист/планарной (*а*, *б*) ориентацией ЖК и с твист/твист ориентацией (*в*, *г*), характеризующейся противоположным направлением закрутки ЖК в смежных доменах, при напряжении $U = 0$.

локально-неоднородных ЖК-структур, реализующих пространственно-поляризационное управление светом, безусловно, является актуальной задачей.

В работе продемонстрированы переключаемые одномерные решетки с бинарной ориентацией нематического ЖК, изготовленные методом текстурированной фотоориентации пленок азокрасителя AtA-2. Интенсивность и состояние поляризации излучения, дифрагированного в 0-ой и 1-ый порядки, контролировались при помощи внешнего переменного электрического поля, вызывающего переориентацию директора ЖК в объеме слоя.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Функциональную основу электрически переключаемых дифракционных решеток составляли тонкие слои нематического ЖК, характеризующиеся локально-неоднородной (бинарной) ориентацией молекул. В работе рассмотрены две разновидности бинарных структур, отличающиеся вариантами ориентации молекул в смежных ЖК-доменах (рис. 1). Первая исследуемая структура основана на периодическом чередовании ЖК-доменов с твист/планарной ориентацией молекул (рис. 1*а*). Характерной особенностью второй исследуемой структуры являлась твист/твист ориентация с противоположным направлением закрутки ЖК в смежных доменах (рис. 1*в*).

Для изготовления ЖК-ячеек типа сэндвича использовались стеклянные подложки, равномерно покрытые токопроводящим слоем оксида индия-олова (ITO) с сопротивлением 50 Ом/ϒ. В качестве фотоориентируемого материала был выбран светочувствительный азокраситель AtA-2 [17], синтезированный в лаборатории “Материалы и технологии ЖК-устройств” Института химии новых материалов Национальной академии наук Беларуси. Тонкие пленки азокрасителя AtA-2 наносились на тщательно очищенную поверхность подложек методом род коутинга с использованием автоматизированной лабораторной установки [18]. Формирование ориентирующих свойств азокрасителя AtA-2 реализовывалось при облучении последнего линейно поляризованным светом с длиной волны 465 нм, причем направление наведенной поверхностной ориентации было перпендикулярно направлению поляризации активирующего излучения. Для изготовления ячеек с бинарной ориентацией ЖК предварительно подготавливалось два вида подложек: *A* – подложки с однородной планарной ориентацией азокрасителя и *B* – подложки с бинарной (твист/планарной либо твист/твист) ориентацией азокрасителя. Для формирования бинарных поверхностно-ориентирующих структур реализовывался одномасочный процесс, включающий двухэтапное облучение подложек вида *B* линейно поляризованным излучением светодиодной матрицы (λ = 465 нм,

$P = 60$ мВ $\cdot$ см$^{-2}$). После первого этапа равномерного облучения поверхности пленки (доза облучения $D_1 = 2.0$ Дж $\cdot$ см$^{-2}$) производилось повторное облучение ($D_2 = 9.0$ Дж $\cdot$ см$^{-2}$) последней через амплитудную фотомаску с периодом $\Lambda = 20$ мкм, что позволило изменить направление ориентирующих структур в немаскированных областях путем поворота плоскости поляризации активирующего излучения на заданный угол. Подложка вида A экспонировалась линейно-поляризованным излучением равномерно. Применение одномасочного процесса экспонирования пленок азокрасителя позволило изготовить бинарные дифракционные ЖК-структуры с: 1) чередующимися твист ($\beta = 90°$) и планарными доменами и с 2) чередующимися противоположно закрученными твист доменами ($\beta_1 = 45°$ и $\beta_2 = -45°$), где β – угол закрутки ЖК. Толщина воздушного зазора в ячейках контролировалась при помощи волоконных спейсеров толщиной $d = 20$ мкм. Заполнение ячеек нематическим ЖК-материалом – ЖК 1282 ($n_e = 1.678$, $n_o = 1.509$), НИОПИК, Россия – реализовывалось капиллярным способом в условиях изотропной фазы. Методом поляризационной микроскопии установлено, что изготовленные решетки характеризуется бездефектной ориентацией нематического ЖК (рис. 1*б*, 1*в*), а величина периода дифракционных структур составляет $\Lambda = 20$ мкм, что совпадает с периодом амплитудной фотомаски, использованной в процессе текстурированной фотоориентации пленок азокрасителя.

РЕЗУЛЬТАТЫ

Для изучения дифракционных и поляризационных свойств изготовленных бинарных ЖК-структур использовалась экспериментальная установка, включающая He–Ne-лазер, генерирующий узконаправленный луч линейно поляризованного (вдоль оси OY) света с длиной волны 632.8 нм, ирисовую диафрагму, генератор переменных сигналов прямоугольной формы (частота 1 кГц), анализатор и фотодетектор, регистрирующий интенсивность дифрагированного в m-ый порядок излучения. Значения дифракционной эффективности η_m, характеризующей распределение энергии прошедшего света по порядкам дифракции m, рассчитывались по формуле:

$$\eta_m = \frac{I_m}{I_0} \cdot 100\%, \qquad (1)$$

где I_m – интенсивность света в m-ом порядке дифракции, I_0 – интенсивность светового пучка, падающего на решетку. На рис. 2 приведены зависимости дифракционной эффективности 0-го и 1-го порядков от напряжения для двух вариантов бинарных ЖК-решеток.

Характерной особенностью дифракционной картины бинарной структуры с твист/планарной ориентацией ЖК являлось значительное уменьшение интенсивности четных дифракционных максимумов в условиях отсутствия напряжения на ячейке (рис. 2*в*), что указывает на прямоугольный профиль штриха решетки. При напряжениях на ячейке менее 1.5 В величины дифракционной эффективности для 0-го и 1-го порядка оставались неизменными на уровне $\eta_0 = 49\%$ и $\eta_1 = 16\%$ соответственно (рис. 2*а*). При напряжении $U = 1.5$ В, что соответствует пороговому напряжению твист-эффекта для используемого нематического ЖК, начинался процесс переориентации ЖК-молекул, сопровождаемый изменением оптической анизотропии. В диапазоне управляющих напряжений 1.5–3.0 В наблюдался значительный рост дифракционной эффективности 1-го порядка с 16 до 29%, вместе с тем дифракционная эффективность 0-го порядка уменьшалась с 49 до 19% (рис. 2*а*). При дальнейшем увеличении внешнего электрического поля имело место изменение ориентации ЖК-молекул с периодической бинарной на однородную гомеотропную, что сопровождалось увеличением интенсивности прошедшего светового пучка наряду со значительным уменьшением интенсивности световых пучков, дифрагированных в 1-ый порядок.

Бинарная структура с противоположно закрученной твист/твист ориентацией ЖК характеризовалась относительно меньшими значениями дифракционных эффективностей в выключенном состоянии: $\eta_0 = 61\%$ и $\eta_1 = 8\%$ (рис. 2*б*). При напряжениях на ячейке $U_1 = 1.35$ В и $U_2 = 2.70$ В наблюдалось одновременное уменьшение дифракционной эффективности 0-го порядка и увеличение дифракционной эффективности 1-го порядка. В случае достаточно больших напряжений ($U > 8.0$ В) величина фазового набега $\varphi = 2\pi\Delta n d/\lambda$, где Δn и d двулучепреломление ЖК и толщина ячейки соответственно, стремилась к нулю, что привело к исчезновению дифракционных свойств.

На рис. 3 приведены полярные поляризационные диаграммы прошедших и дифрагированных в 1-ый порядок световых пучков при напряжениях на ячейках $U = 0$ и $U = 3.0$ В. Падающее излучение было линейно поляризовано вдоль оси OY (рис. 3*а*, 3*г*). В выключенном состоянии направления поляризации прошедших пучков поворачивались на угол 45° и 90° в случае твист/планарной (рис. 3*б*) и противоположно закрученной твист/твист (рис. 3*в*) решетки соответственно. Вместе с этим, направление поляризации пучка, дифрагированного в 1-ый порядок, поворачива-

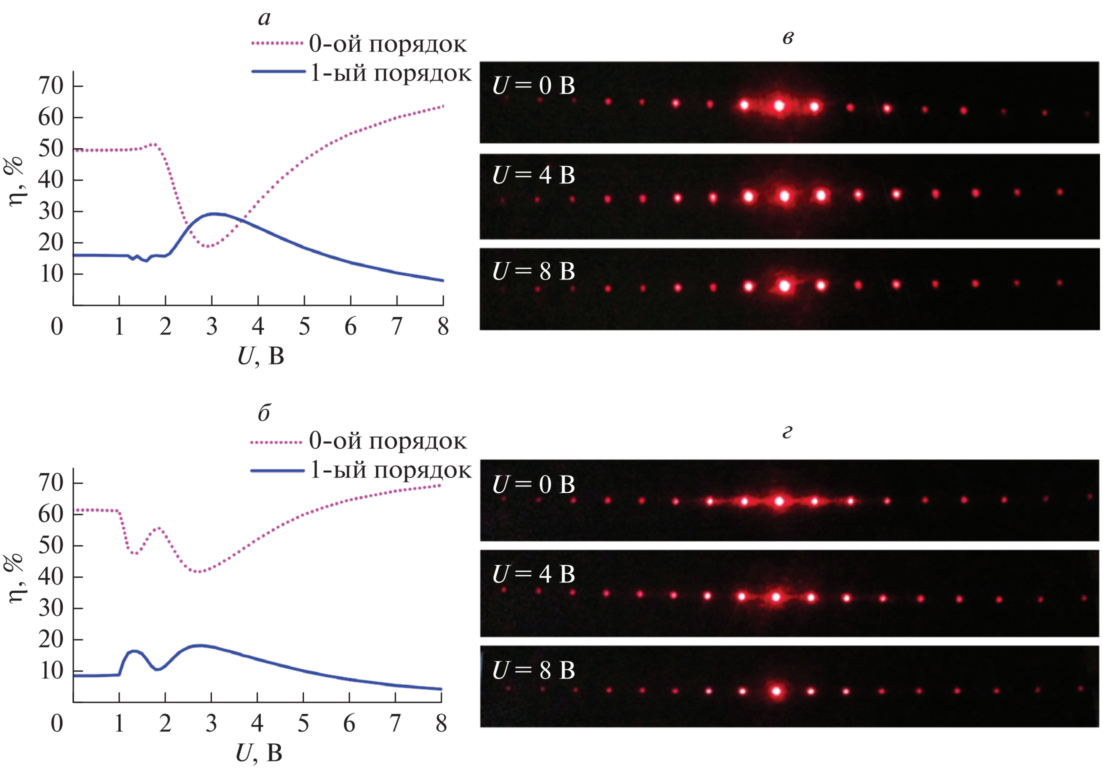

Рис. 2. Зависимости картин дифракции (*в*, *г*) и дифракционных эффективностей 0-го и 1-го порядков (*а*, *б*) от напряжения U для бинарных решеток с твист-планарной ориентацией ЖК (*а*, *в*) и с противоположно закрученной твист-твист ориентацией ЖК (*б*, *г*).

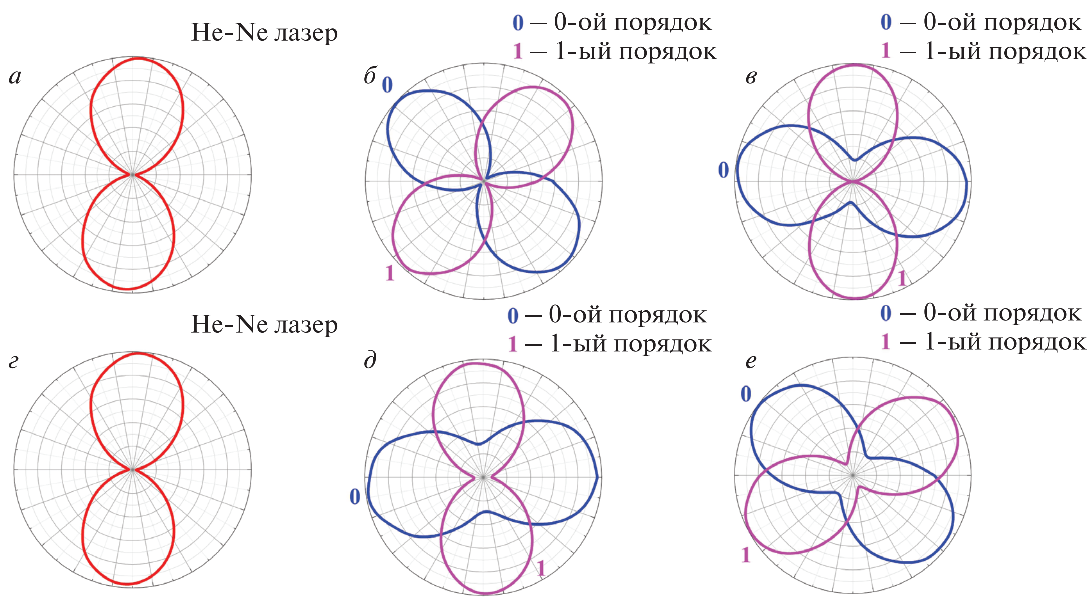

Рис. 3. Полярные поляризационные диаграммы прошедших и дифрагированных в 1-ый порядок световых пучков для бинарных решеток с твист-планарной (*б*, *д*) ориентацией ЖК и с противоположно закрученной твист-твист ориентацией ЖК (*в*, *е*) при напряжениях $U = 0$ (*б*, *в*) и 3.0 В (*д*, *е*). Падающее излучение линейно поляризовано вдоль оси OY (*а*, *г*).

лось на угол –45° для твист/планарной ЖК-структуры и оставалось неизменным для противоположно закрученной твист/твист ЖК-структуры. Прошедший и дифрагированный в 1-ый порядок световые пучки характеризовались ортогональными направлениями поляризациями для обоих видов бинарных ЖК-решеток (рис. 3*б*, 3*в*).

При увеличении напряжения до U = 3.0 В большие полуоси эллипсов поляризации прошедших световых пучков поворачивались на угол 90° и 45° соответственно (рис. 3*д*, 3*е*). Что касается пучков, дифрагированных в 1-ый порядок, поворот большой полуоси эллипса поляризации на угол –45° имел место только в случае бинарной твист/твист ЖК-структуры (рис. 3*е*). Вместе с этим эллиптичность состояния поляризации световых пучков была отлична от 0 (рис. 3*д*, 3*е*), что определяется величиной фазового набега в слое ЖК.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Продемонстрированы возможности технологии текстурированной фотоориентации азокрасителя AtA-2 для создания дифракционных оптических структур на основе бинарной ориентации нематического ЖК. Изучены дифракционные и поляризационные свойства переключаемых ЖК-решеток с твист/планарной и противоположно закрученной твист/твист ориентациями молекул в смежных доменах. Управление дифракционной эффективностью 1-го порядка реализовано с помощью внешнего переменного электрического поля, что позволило достигнуть максимальных значений η_1 = 29% для твист/планарной и η_1 = 19% для твист/твист ориентаций ЖК при оптимальных управляющих напряжениях на ячейках 3.0 и 2.7 В соответственно.

Проанализированы поляризационные диаграммы прошедших и дифрагированных в 1-ый порядок световых пучков в выключенном состоянии и при напряжении U = 3.0 В. Установлено, что дифракция в 0-ой и 1-ый порядки характеризуется ортогональными состояниями поляризации для обоих вариантов исследуемых бинарных ЖК-структур. В зависимости от величины управляющего напряжения реализован поворот плоскости поляризации прошедшего излучения на угол 45° и 90°, а также поворот плоскости поляризации дифрагированного в 1-ый порядок излучения на угол –45°.

Таким образом, предлагаемые бинарные ЖК-решетки характеризуются электрически управляемыми оптическими свойствами и позволяют реализовать эффективное пространственно-поляризационное управление световыми пучками. Полученные результаты могут использоваться в области разработки конкурентоспособных фотонных устройств и систем управления оптическим излучением.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы научных исследований Республики Беларусь на 2021–2025 годы “Конвергенция-2025” (задание 3.02.5.1 “Разработка 3-D фотонных структур на основе жидкокристаллических и полимерных материалов для приложений биофотоники”).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lee D., Lee H., Migara L.K. et al.* // Adv. Opt. Mater. 2020. V. 9. Art. No. 2001604.
2. *Nieborek M. Rutkowska K., Woliński T.R. et al.* // Crystals. 2020. V. 10. No. 9. P. 768.
3. *Rushnova I.I., Kabanova O.S., Melnikova E.A. et al.* // Nonlin. Phenom. Complex Syst. 2018. V. 21. No. 3. P. 206.
4. *Rushnova I.I., Melnikova E.A., Tolstik A.L. et al.* // Opt. Commun. 2018. V. 413. P. 179.
5. *He Z., Gou F., Chen R. et al.* // Crystals. 2019. V. 9. No. 6. Art. № 292.
6. *Nys I., Beeckman J., Neyts K.* // Liq. Cryst. 2021. P. 1.
7. *Huang B.Y., Lin T.H., Jhuang T.Y. et al.* // Polymers. 2019. V. 11. No. 9. Art. No. 1448.
8. *Węgłowski R., Kozanecka-Szmigiel A., Pieceket W. et al.* // Opt. Commun. 2017. V. 400. P. 144.
9. *Tien C.L. Lin R.J., Su S.H. et al.* // Adv. Cond. Matt. Phys. 2018. Art. No. 7849529.
10. *Amano R., Salamon P., Yokokawa S. et al.* // RSC Adv. 2018. V. 8. No. 72. Art. No. 41472.
11. *Huang S.-Y., Huang B.-Y., Kang C.-C., Kuo C.-T.* // Polymers. 2020. V. 12. No. 9. Art. No. 1929.
12. *Chigrinov V., Kudreyko A., Guo Q.* // Crystals. 2021. V. 11. No. 2. Art. No. 84.
13. *Chigrinov V., Sun J., Wang X.* // Crystals. 2020. V. 10. No. 4. Art. No. 323.
14. *Кабанова О.С., Рушнова И.И., Мельникова Е.А. и др.* // Журн. БГУ. Физ. 2019. № 3. С. 4.
15. *Nys I.* // Liq. Cryst. Today. 2020. V. 29. No. 4. P. 65.
16. *Chen H., Tan G., Huang Y. et al.* // Sci. Rep. 2017. V. 7. No. 1. Art. No. 39923.
17. *Mikulich V.S. Murawski A.A., Muravsky A.A. et al.* // J. Appl. Spectrosc. 2016. V. 83. No. 1. P. 115.
18. *Муравский А.А., Муравский А.А., Микулич В.С. и др.* // Вестн. МГОУ. Сер. Физ. и матем. 2013. № 1. С. 48.

Switchable diffraction gratings based on periodic binary alignment of a nematic liquid crystal

K. G. Kamiak[a, *], O. S. Kabanova[a], I. I. Rushnova[a], E. A. Melnikova[a], A. L. Tolstik[a]

[a] Belarusian State University, Minsk, 220030 Belarus

**e-mail: fiz.komyak@bsu.by*

The technique of patterned photoalignment of nematic liquid crystal was used to produce one-dimensional diffraction gratings. The influence of director orientation in adjacent liquid crystal domains on the diffraction properties of the fabricated binary structures was established. Diffraction gratings based on binary nematic liquid crystal alignment are characterized by electrically switchable optical properties and realize efficient light beam steering.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 16–20

УДК 535.8

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ МОД ОПТИЧЕСКИХ РЕЗОНАТОРОВ ПЕРЕСТРАИВАЕМЫМ ЛАЗЕРНЫМ ПУЧКОМ

© 2022 г. О. М. Вохник[1], П. В. Короленко[1, 2, *], Р. Т. Кубанов[1]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: pvkorolenko@rambler.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Рассмотрен механизм взаимодействия мод в аналитическом резонаторе спектрометра слабого поглощения при быстрой перестройке частоты задающего лазера. Показано, что при высокой скорости изменения частоты и наложении полей продольных мод улучшение разрешающей способности сочетается с определенным снижением чувствительности спектральных измерений.

DOI: 10.31857/S0367676522010276

ВВЕДЕНИЕ

Сохраняют актуальность исследования световых полей в оптических резонаторах [1]. Широкое освещение получили в литературе процессы возбуждения открытых резонаторов внешним лазерным пучком. Они используются в разнообразных оптических устройствах, например, в сканирующих интерферометрах Фабри–Перо [2], в связанных лазерных системах [3], в регенеративных усилителях [4]. Несмотря на многочисленные публикации по этой теме, практически неизученной осталась проблема возбуждения резонатора быстро перестраиваемым по частоте лазерным пучком. Вместе с тем, эта проблема является весьма значимой, в связи с созданием и широким использованием диодных лазеров с быстрой перестройкой частоты излучения. В частности, такие лазеры используются в спектрометрах слабого поглощения для возбуждения аналитических резонаторов, в которых размещается исследуемое вещество [5, 6]. Цель данной работы состоит в нахождении закономерностей, определяющих формирование внутрирезонаторного светового поля в условиях, когда временной интервал между возбуждаемыми модами оказывается сопоставимым со временем затухания излучения в резонаторе. Особое внимание уделяется оценке влияния межмодовой оптической связи, возникающей при быстром сканировании частоты, на чувствительность спектральных измерений. Используемый в данной работе подход основан на методе сложения на выходе резонатора амплитуд парциальных пучков, получающихся в результате многократных отражений входного излучения от зеркал резонатора [7]. В отличие от многих работ, где этот метод использовался для определения характеристик интерферометров и резонаторов, в данной работе при проведении расчетов учитывается взаимодействие в аналитическом резонаторе возбуждаемых мод.

РАСЧЕТНАЯ СХЕМА

При проведении расчетов считалось, что ширина линии излучения лазера имеет величину пренебрежимо малую по сравнению с шириной линий поглощения и полосой пропускания резонатора. Фазовый набег лучей на проход θ определялся выражением

$$\theta = 2\pi L\left(f_0 + vt\right), \qquad (1)$$

где частота $f_0 = 1/\lambda_0$, L – длина резонатора, λ_0 – стартовая длина волны лазера, $v = \mathrm{d}f/\mathrm{d}t$ – скорость изменения во времени t частоты лазера f. Полагалось, что $2\pi L f_0 = 2\pi N$, где N – целое большое число. Введем величину $\delta = 2\pi L v$, которая обозначает скорость приращения фазы световых пучков в расчете на проход и имеет размерность [рад/время]. Считая скорость приращения фазы пропорциональной времени (обычно частота ме-

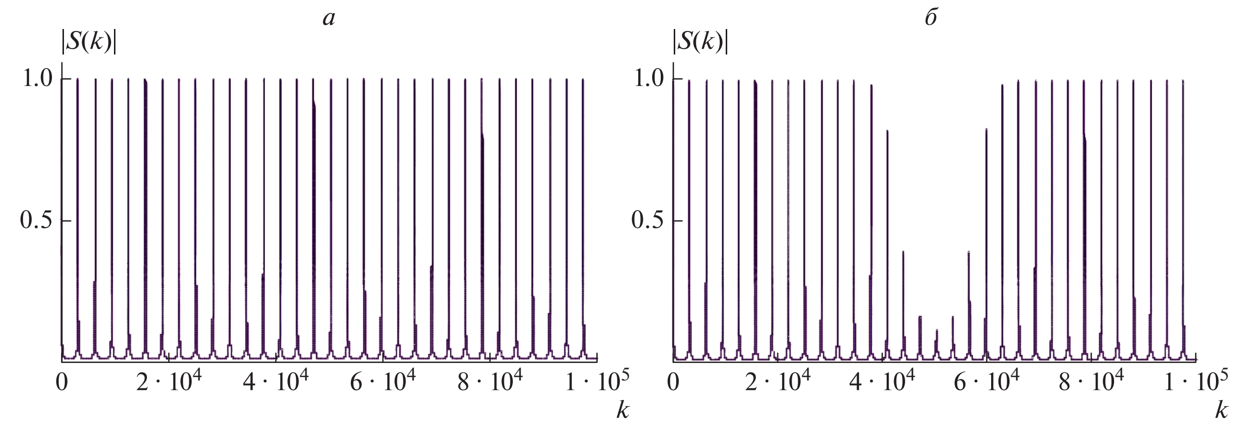

Рис. 1. Структура резонансных пиков: $\alpha = 0$ (*а*), 0.075 (*б*).

няется по закону близкому к линейному), можно записать, что $\delta = xk$, где k – номер значащей точки на шкале времени, связанный со степенью ее дискретизации; x – коэффициент пропорциональности с размерностью [рад/время]. Величина этого коэффициента влияет на скорость изменения частоты. Процедуру суммирования парциальных пучков с целью определения суммарной амплитуды S выходного излучения будем проводить согласно формуле убывающей геометрической прогрессии. С ее помощью временную зависимость амплитуды от времени для симметричного резонатора можно представить в виде

$$S(k) = \frac{a(1-R^2)e^{i[\delta(k)d+\Phi]}p(k)}{1-R^2e^{2i[\delta(k)d+\Phi]}p(k)^2}, \tag{2}$$

где R – коэффициент отражения зеркал резонатора по амплитуде; a – амплитуда падающей волны, Φ – ее фаза; $k = 0, 1, 2...K$; d – интервал дискретизации шкалы времени; $p(k)$ – коэффициент передачи излучения внутрирезонаторной средой (потери в зеркалах считаются пренебрежимо малыми). Заметим, что диапазон изменения значащих точек k может характеризовать как время T одного скана изменения частоты лазера, так и диапазон F перестройки частоты за это время.

Анализ изменений пространственно-временной структуры выходного излучения в зависимости от скорости сканирования частоты лазера, проведенный с помощью формулы (2), показывает, что увеличение скорости приводит к возникновению некоторых специфических эффектов, требующих дополнительного изучения и учета. С точки зрения практической значимости к ним в первую очередь следует отнести уменьшение временных и частотных интервалов между формируемыми на выходе резонатора резонансными пиками с одновременным их сужением и возможное усложнение структуры выходного излучения при произвольной степени дискретизации сигнала. Наконец, следует выделить эффект усиления межмодовой связи, приводящий, начиная с некоторой скорости сканирования частоты, к наложению полей соседних мод резонатора. Расчеты показывают, что этот эффект начинает заметным образом проявляться, когда временной межмодовый интервал оказывается сопоставимым с временем затухания излучения в резонаторе.

Общее представление о распределение резонансных пиков, соответствующих возбуждаемым продольным модам резонатора, дает рис. 1*а*, 1*б*. Графики зависимости модуля $S(k)$ на рис. 1*а* построены для параметров $a = 1$, $\Phi = 0$, $R = 0.99$, $K = 10^5$, $x = 10^{-3}$, $p(k) = 1$, т.е. для резонатора без поглощающего вещества. Пики на рис. 1*б* соответствуют случаю, когда в резонаторе присутствует среда, обладающая поглощением. Ее коэффициент передачи задавался с помощью следующего соотношения: $p(k) = \exp[-p'(k)\alpha - i\varphi_n(k)]$, $p'(k) = e^{-\frac{(k-k_0)^2}{\Delta^2}}$ – форм-фактор линии поглощения, α – коэффициент поглощения в центре линии, k_0 – определяет момент прохождения частоты лазера через центр линии, Δ – характеризует ее ширину, $\varphi_n(k)$ – дополнительный фазовый набег, обусловленный изменением показателя преломления в области линии поглощения. На рис. 1*б* показана последовательность резонансов, соответствующая значениям $a = 1$, $\Phi = 0$, $k_0 = 5 \cdot 10^4$, $\Delta = K/20$, $K = 10^5$, $\alpha = 0.075$, $x = 10^{-3}$. Выполненные оценки показали, что для приведенных параметров величина $\varphi_n(k)$ – не играет заметной роли. В силу этого при последующем рассмотрении она будет исключена. О наличии линии поглощения

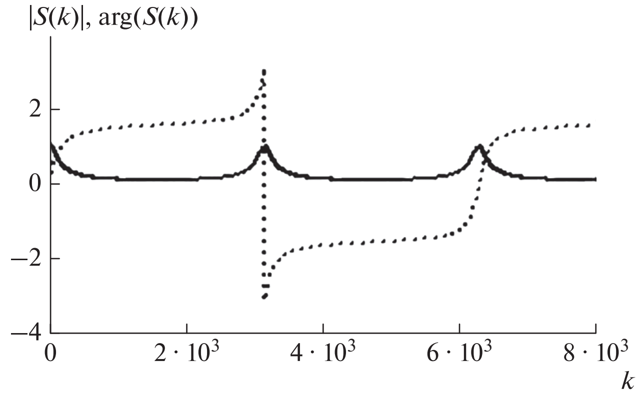

Рис. 2. Распределение амплитуды и фазы в выходном пучке резонатора. Сплошные линии – амплитуда поля, пунктирные – фаза ($x = 10^{-3}$, $\Phi = -\pi/10$).

можно судить по снижению амплитуд резонансных пиков в центре рисунка в области ее расположения.

Увеличение скорости сканирования частоты приводит к соответствующему уменьшению межмодового интервала. Имеет значение также величина начальной фазы Φ, которая вызывает временные сдвиги последовательности резонансов в целом. Когда параметр x, характеризующий скорость изменения частоты, превышает 10^{-2}, при неизменной процедуре дискретизации сигнала наблюдается значительный разброс пиковых значений резонансов. Этот разброс обусловлен изменившимся распределением фаз интерферирующих парциальных пучков и, как следствие, иным условием формирования временных интерференционных максимумов.

Из общей тенденции усложнения выходной структуры излучения с ростом x, как показывает расчет, выпадают точки, при которых значения x оказываются кратными величине π. При таких значениях x с увеличением скорости перестройки частоты амплитуды резонансных пиков на выходе из резонатора не претерпевают никаких изменений, оставаясь равными 1, за исключением провала, обусловленного поглощением в среде. Форма провала качественно повторяет форм-фактор линии поглощения.

МЕХАНИЗМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОД

При анализе внутрирезонаторного поля следует учитывать и тот факт, что из-за сужения резонансных пиков в их окрестности происходят резкие изменения фазы световых колебаний. Это видно из рис. 2, где амплитудно-фазовая структура выходного пучка показана в увеличенном масштабе. Для лучшего сопоставления графиков изменения амплитуды поля и фазы их графики построены для $R = 0.9$. Особенно значительны резкие изменения фазы в окрестностях резонансов. При анализе поведения фазы у левого показанного на рисунке резонанса надо учитывать особенности представления фазы в используемой расчетной программе (она уменьшает на 2π значения фазы, если они превосходят величину π). Наличие быстрых изменений фазы световых колебаний вблизи точек резонанса на масштабах π, может при наложении соседних мод приводить к снижению амплитуды резонансных пиков.

Рассмотрим этот эффект подробнее. Предположим, для определенности, что добротность резонатора обеспечивает такое время затухания излучения в резонаторе τ, что оно оказывается сопоставимым с временным интервалом m между возбуждаемыми модами. Время затухания, как известно, непосредственно связано с параметрами резонатора и обычно определяется из соотношения

$$\tau = 2L/c(1 - R_1R_2), \qquad (3)$$

где L – длина резонатора, R_1, R_2 – коэффициенты отражения зеркал (по мощности). При указанном выше соотношениями между величинами τ и m происходит частичное наложение поля каждого резонанса на поле последующего. Учесть этот эффект можно заменой выражения (2) на сумму, описывающую влияние предшествующих резонансов на выбранный резонанс с порядковым номером k:

$$S(k) = \sum_{s=0}^{Q} \frac{a(1 - R^2)e^{i\delta(k+sm)d}\,p(k + sm)}{1 - R^2e^{2i\delta(k+sm)d}\,p^2(k + sm)}\,e^{-\frac{sm}{\tau}}. \qquad (4)$$

Экспоненты, на которые умножаются амплитуды пиков, характеризуют интенсивность взаимодействия соседних мод. Учет релаксации воз-

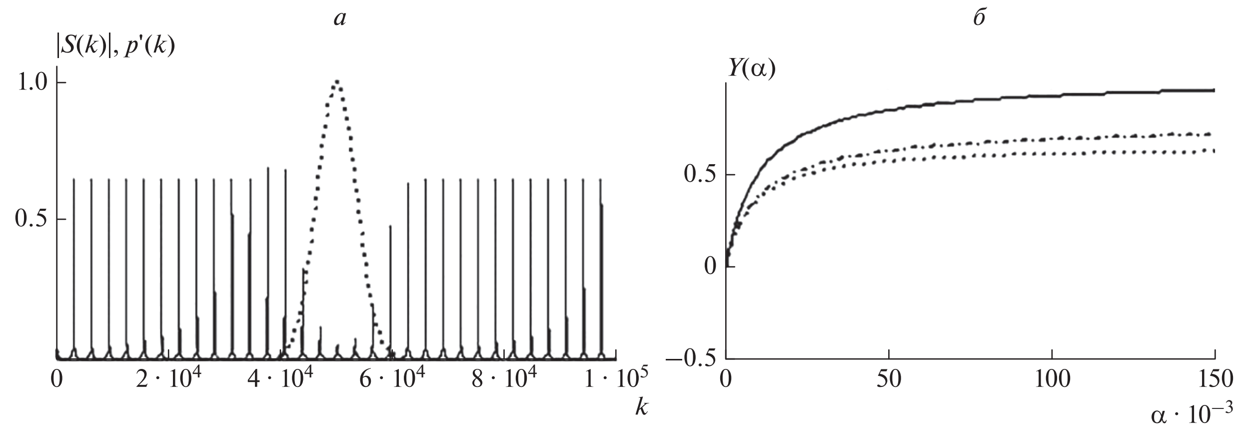

Рис. 3. Влияние межмодового взаимодействия на структуру выходного излучения при $m = \tau$. Сплошные линии – амплитуда резонансных пиков, пунктирные – исходная форма линии поглощения (*а*). Уменьшение амплитуды пиков в центральной области линии поглощения при изменении коэффициента поглощения, сплошная линия – $Q = 0$, пунктирная – $Q = 1$, штрих-пунктирная – $Q = 2$ (*б*).

буждения продольных мод вносит определенные изменения в структуру выходного излучения. Это видно из рис. 3*а*, где показано нарушение из-за взаимодействия мод симметрии в изменении величины резонансных пиков в центральной спектральной области при $Q = 1$, $m = \tau$, $\alpha = 0.075$. Подобное структурное преобразование продольных мод резонатора может приводить к деформации измеряемого контура линии поглощения, изначальная форма которого также приведена на рис. 3*а*. Расчеты показывают, что при примерном равенстве величин m и τ в выражении (4) достаточно ограничиться количеством слагаемых, определяемым величиной $Q = 2$.

На рис. 3б показана зависимость величины снижения пика в области центра линии поглощения от величины коэффициента поглощения α. Снижение оценивается относительно максимальных значений в гребенке частот для разных значений Q. Для этого используется величина $Y(\alpha) = S(0) - S(k_0)$, которая характеризует чувствительность трансформации поля выходного излучения к влиянию поглощения внутрирезонаторной среды. Обращает на себя внимание, что минимальное снижение для фиксированного значения α наблюдается, когда учитывается взаимодействие двух соседних мод ($Q = 1$) с соответствующим фазовым соотношением между ними. Это говорит о том, что при таком взаимодействие снижается чувствительность системы к изменению величины поглощения в резонаторе. Несколько улучшает ситуацию учет влияния еще одной моды ($Q = 2$), поскольку часть ее поля накладывается на поле выбранной моды в фазе.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения исследования установлено, что при быстром сканировании частоты задающего лазера следует считаться с обнаруженном в данной работе эффектом, связанным с наложением полей соседних продольных мод аналитического резонатора спектрометра. При анализе этого эффекта с точки зрения его влияния на чувствительность спектральных измерений необходимо учитывать специфику фазовых соотношений между возбуждаемыми резонансами. Поскольку взаимодействие мод может снижать чувствительность спектрометра, при оптимизации его параметров нужно предусмотреть возможность ограничения скорости сканирования частоты, чтобы временной интервал между модами превосходил время затухания излучения в резонаторе.

Работа выполнена при содействии Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00540).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Курапцев А.С., Соколов И.М., Баранцев К.А. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 3. С. 297; *Kuraptsev A.S., Sokolov I.M., Barantsev K.A. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 3. P. 242.
2. *Fang Hui-Mei, Wang Shing-Chung, Shy Jow-Tsong et al.* // Appl. Opt. 2006. V. 45. No. 13. P. 3173.
3. *Лиханский В.В., Напартович А.П.* // УФН. 1990. Т. 160. № 3. С. 10; *Likhanskii V.V., Napartovich A.P.* // Phys. Usp. 1990. V. 33. No. 3. P. 228.
4. *Храмов В.Н., Холманов Э.И., Диасамидзе И.А.* // Вест. ВолГУ. Сер. 10. 2012. № 6. С. 5.

5. *Короленко П.В., Николаев И.В., Очкин В.Н. и др.* // Квант. электрон. 2014. Т. 44. № 4. С. 353; *Korolenko P.V., Nikolaev I.V., Ochkin V.N.* // Quant. Electron. 2014. V. 44. No. 4. P. 353.

6. *Lagunov V.V., Nikolaev I.V., Ochkin V.N.* // Spectrochim. Acta A. 2021. V. 246. Art. No. 119060.

7. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973.

Specific features of modes excitation in optical resonators by a tunable laser beam

O. M. Vokhnik[a], P. V. Korolenko[a, b, *], R. T. Kubanov[a]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

[b] *Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: pvkorolenko@rambler.ru*

The mechanism of modes interaction in the analytical cavity of the spectrometer with fast tuning of the master laser frequency is considered. It is shown that at a high rate of frequency change and superposition of longitudinal modes fields an improvement in the resolution is combined with a certain decrease in the sensitivity of spectral measurements.

УДК 535.2

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ С ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

А. М. Зотов[1], П. В. Короленко[1, 2, *], Н. Н. Павлов[1]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, Москва, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва, Россия

**E-mail: pvkorolenko@rambler.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Выполнен краткий ретроспективный анализ способов получения и исследований характеристик фрактального светового излучения. Одновременно с ним для определения перспектив данного научного направления приведены новые оригинальные результаты изучения свойств вихревых волновых пучков с фрактальной структурой. Они указывают на высокую устойчивость структуры таких пучков к влиянию турбулентности среды распространения.

DOI: 10.31857/S036767652201029X

ВВЕДЕНИЕ

В рамках исследований по распространению в пространстве когерентных световых пучков определенное место занимает изучение процессов распространения пучков с изначально сложным амплитудно-фазовым профилем. Результаты, полученные в этом направлении, позволили существенно улучшить характеристики лазерных информационных систем. Так, пучки с вихревой структурой волнового фронта обладают рядом уникальных свойств, обеспечивающих повышенную степень стабильности характеристик при распространении в турбулентной атмосфере [1, 2]. Привлекли внимание исследователей также волны с фрактальной структурой волнового фронта (диффракталы) [3]. Их ценным качеством является проявление структурного самоподобия в процессе распространения. Однако в литературе явно недостаточно рассмотрен случай, когда рассматриваемые пучки обладают одновременно вихревыми и фрактальными свойствами [4]. Целью данной работы является разработка и использование алгоритмов и расчетной программы для определения устойчивости характеристик фрактальных вихревых пучков к влиянию турбулентных образований в среде распространения.

РЕТРОСПЕКТИВНЫЙ АНАЛИЗ СПОСОБОВ ПОЛУЧЕНИЯ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ ПУЧКОВ

Общее представление о пучках с фрактальной структурой волнового фронта дает рис. 1. На нем приведены графики функции $h(x)$, характеризующей распределение фазы по поперечной координате для значения фрактальной размерности $D = 1.5$ и рассчитанные с помощью функции Вейерштрасса [5]. Один из них (рис. 1*а*) относится к пучку с регулярной структурой, а другой (рис. 1*б*) — со стохастической. Их общим свойством является наличие самоподобных элементов.

Существует несколько способов создания фрактальных пучков. Наиболее перспективные и рас-

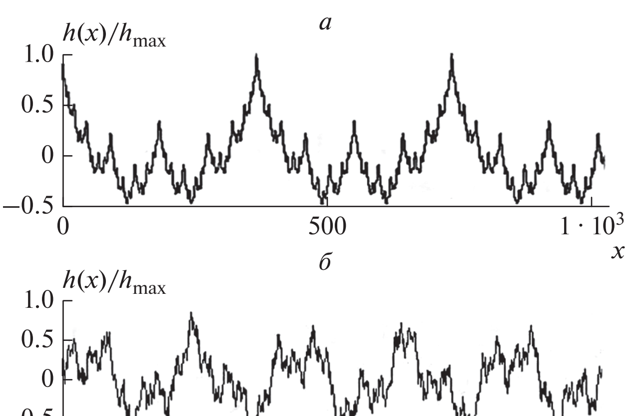

Рис. 1. Форма волнового фронта фрактального пучка с регулярной (*а*) и стохастической (*б*) структурой. Поперечная координата x задана количеством значащих точек распределения.

пространенные из них нашли освещение в обзоре [3]. Фрактальные волновые пучки могут быть получены путем пропускания плоской волны через различного рода маски, пластины и экраны с фрактальной конфигурацией. Поля этих пучков обладают целым рядом примечательных свойств. Так, кольцевые осесимметричные маски, получающиеся путем вращения одномерной системы Кантора, формируют самоподобные распределения как в поперечном, так и в продольном направлениях. Причем вдоль оптической оси образуется целая система областей фокусировки излучения, расстояние между которыми подчиняется скейлинговой зависимости [6]. К ценным свойствам пластины Кантора следует отнести слабое проявление хроматических аберраций.

Фрактальные волновые структуры могут быть получены также в результате прохождения плоской волны через апертуры, границы которых описываются фрактальными кривыми. В частности, картина дифракции на апертуре, описываемой кривой Коха, имеет самоподобный вид, причем фрактальные размерности дифрагирующего и изначального полей взаимосвязаны [7]. Последнее обстоятельство дает возможность определять фрактальность объекта на основе свойств конкретной картины дифракции.

При анализе прохождения излучения через пластины, пропускание которых определяется двумерной функцией Вейерштрасса, была установлена высокая степень корреляции фрактальных свойств фурье-образов структур пластин и изображений световых пучков. Этот результат также имеет важное значение для совершенствования методов диагностики объектов с фрактальными признаками, а также для интерпретации эстетических свойств фрактальных изображений [5].

Недостатком способа получения фрактальных пучков с помощью специально изготовленных пластинчатых масок является их невысокая радиационная прочность. В связи с этим актуальный характер приобрела возможность генерации волн с фрактальной структурой непосредственно в лазерах с неустойчивыми резонаторами. Апертуры таких резонаторов, как правило, имеют форму правильных многоугольников. Уже на первых этапах исследования был продемонстрирован самоподобный характер структуры внутрирезонаторных полей и их пространственных спектров, а также установлена связь фрактальных размерностей профилей мод с формой апертуры [8].

АЛГОРИТМЫ И РАСЧЕТНАЯ СХЕМА

В данной работе выполненные ранее исследования свойств фрактальных пучков дополнены изучением характеристик вихревых фрактальных пучков, для моделирования которых были использованы специально разработанные алгоритмы и программное обеспечение. Расчеты проводились, опираясь на подход, основанный на сложении световых полей системы гауссовых пучков с поэтапно изменяющейся конфигурацией [4]. Особенности расчетной схемы можно продемонстрировать для случая, когда начальная конфигурация пучков соответствует известной фрактальной структуре, называемой треугольником Серпинского (рис. 2).

Поэтапный расчет изменения формы распределения амплитуды и фазы светового поля по поперечным координатам x, y осуществлялся методом итераций с использованием следующего выражения для изначального гауссового пучка:

$$g^{\langle 1\rangle}(x,y)=\exp\left(-\frac{(x-c_x)^2+(y-c_y)^2}{w^2}\right), \qquad (1)$$

где w ширина пучка с центром в точке (c_x, c_y).

Каждый из этих пучков распадался на N дочерних пучков, так что $n+1$ итерация имела вид

$$\begin{gathered} g^{\langle n+1\rangle}(x,y)=\sum_{k=0}^{N-1} g^{\langle n\rangle}\times \\ \times\left(x+\frac{R}{\tau^n}\cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right), y+\frac{R}{\tau^n}\sin\left(\frac{2\pi k}{N}\right)\right)\exp\left(\frac{2\pi k}{N}\right). \end{gathered} \qquad (2)$$

Здесь $\frac{R}{\tau^n}$ – характеризует расстояние смещения дочерних пучков от родительского при очередной итерации (τ – коэффициент скейлинга), $\cos(2\pi k/N)$ и $\sin(2\pi k/N)$ – компоненты вектора сдвига, показатель экспоненты дает азимутальный набег фазы в случае фрактальных винтовых пучков. В расчетах использовались значения $\tau = 2$ и $N = 3$, 4, 5, 6. Величина R считалась константой, которая могла варьироваться. Использовались три итерации.

Распространение пучков моделировалось методом разложения поля на плоские волны. Распределение поля $g^{\langle\ldots\rangle}(x,y)$ на сетке размером $K \times K$ преобразовывалось в дискретную матрицу $g_{m,n}$ где m и n пробегают значения от 0 до $K-1$. Далее $g_{m,n}$ разлагалась с помощью процедуры БПФ на комплексные амплитуды плоских волн $S_{p,q}$, распространяющихся под малыми углами к продольной оси Z. В параксиальном приближении набег фазы волны с индексами p, q на расстоянии z составлял

$$\varphi_{p,q}=\frac{2\pi z}{T}\left(f(p)^2+f(q)^2\right). \qquad (3)$$

Здесь $T=2a^2/\lambda$ – расстояние Тальбо, a – полный размер сетки, на которой задано поле, λ – длина волны. $f(p)=\mathrm{mod}\left(p+\frac{K}{2},K\right)-K/2$ – вспомога-

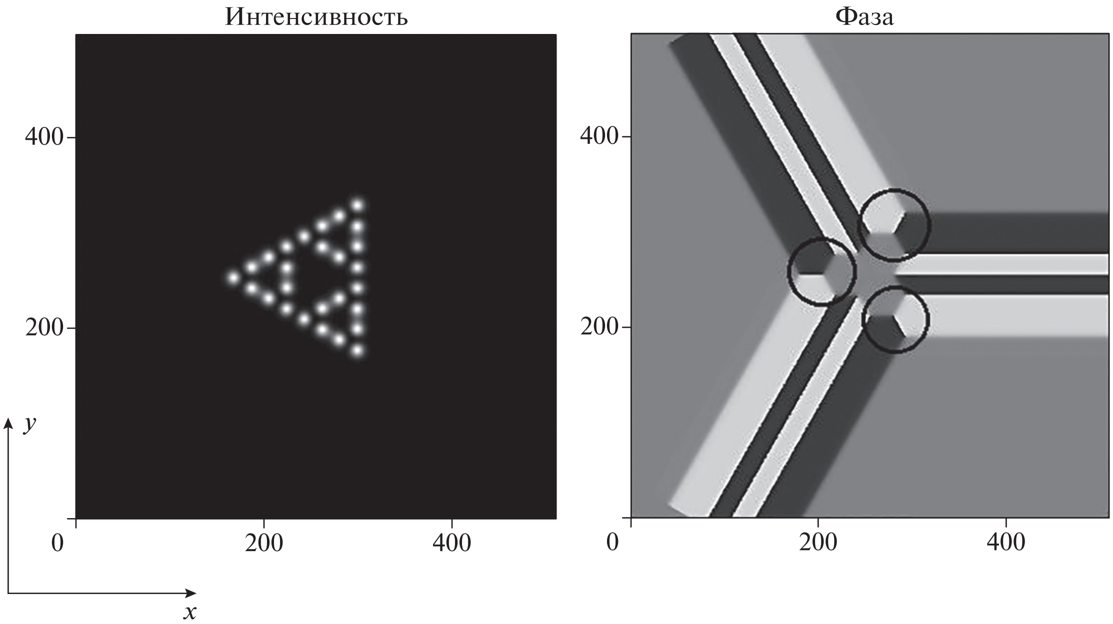

Рис. 2. Распределение интенсивности и фазы конфигурации гауссовых пучков в начальной плоскости. Фаза представлена в градациях серого. x, y – значения поперечных координат в относительных единицах. Окружностями помечены дислокации волнового фронта.

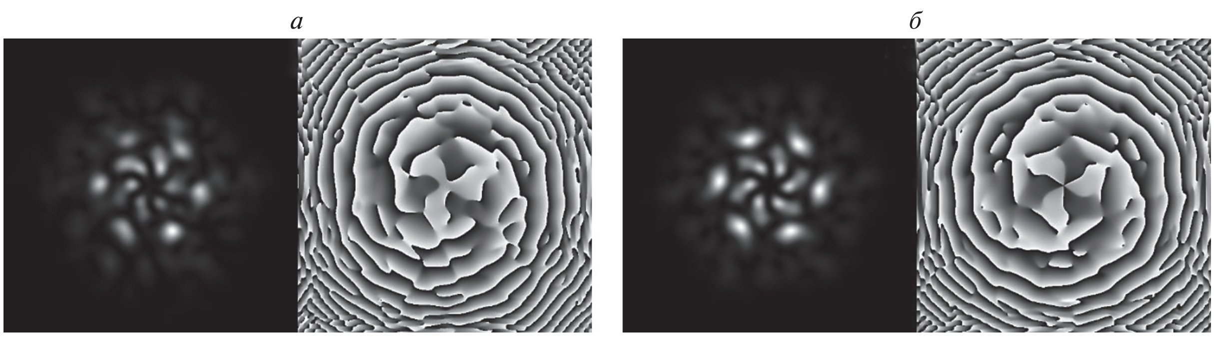

Рис. 3. Распределения амплитуды и фазы вихревых фрактальных пучков в среде распространения. Структура пучка с учетом турбулентности (*а*). Структура пучка без учета влияния турбулентных образований (*б*). Левые кадры – распределение интенсивности, правые – фазы.

тельная функция, позволяющая единообразно учесть положительные и отрицательные гармоники поля. Амплитуды плоских волн на расстоянии z, таким образом, имели вид $S_{p,q}\exp(i\varphi_{p,q})$. Для получения итогового распределения поля использовалось обратное БПФ.

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Влияние турбулентности передающей среды на характеристики фрактальных пучков проводилось с помощью фазового экрана, моделирующего атмосферные неоднородности. Использовался фазовый экран с гауссовой статистикой с характерным размером неоднородностей r = 2 мм и среднеквадратичной глубиной модуляции фазы $\sigma = 0.42$. При этом величины w и R считалась равными w = 1 мм, R = 5 мм.

Моделирование показало, что для небольших значений N, характеризующих азимутальный набег фазы, среднеквадратичные флуктуации “центра массы” сечения вихревого фрактального пучка σ_x, σ_y, примерно, такие же как и в случае изначально плоского волнового фронта, однако, при росте N вихревые фрактальные пучки оказываются менее устойчивыми. В то же время турбулентность слабо меняет структуру пучка. Так, коэффициент корреляции по распределению интенсивности возмущенного турбулентностью пучка с невозмущенным пучком составляет 0.93. Качественно факт структурной устойчивости фрактальных вихревых пучков подтверждает рис. 3. На нем приведено графическое сравнение распределений интенсивностей и фаз фрактальных пучков, рассчитанных для дальней зоны с учетом и без учета влияния турбулентности. Хорошо видно, что в обоих случаях распределения интенсивностей и фаз имеют схожий фрактальный характер. Это свойство фрактальных вихревых пучков делает их перспективными для использования в атмосферных линиях связи, поскольку даже при регистрации на приемной апертуре фрагмента поперечной структуры пучка можно в силу ее самоподобия судить об общих характеристиках распространяющегося излучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненный в первой части работы ретроспективный анализ свойств фрактальных пучков указывает на актуальность проводимых в этом направлении исследований как с общетеоретической, так и с практической точек зрения.

Приведенные во второй части статьи результаты оригинального исследования вихревых фрактальных пучков существенно дополняет обзорный материал. Разработанная и примененная расчетная схема, подтвердившая свою эффективность, может быть использована для расчета характеристик волн других типов. Значимость полученных результатов во многом определяется тем, что они получены для важного в практическом отношении случая распространения пучков в турбулентной атмосфере. Обнаруженная структурная устойчивость фрактальных вихревых пучков может сыграть положительную роль при их использовании в атмосферных линиях связи.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00310).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Аверченко А.В., Зотов А.М., Короленко П.В. и др.* // Изв. РАН. Сер физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 21; *Averchenko A.V., Zotov A.M, Korolenko P.V.* et al. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 1. P. 15.
2. *Аксенов В.П., Дудоров В.В., Колосов В.В.* // Опт. атм. и океана. 2019. Т. 32. № 9. С. 792.
3. *Korolenko P.V.* // Phys. Wave Phenom. 2020. V. 28. No. 4. P. 313.
4. *Cho Y-K., Kim K.* // Proc. 10th IEEE-Nano 2010 (Korea, 2010). P. 312.
5. *Зотов А.М., Короленко П.В., Мишин А.Ю. и др.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2019. № 6. С. 52; *Zotov A.M., Korolenko P.V., Mishin A.Y. et al.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2019. V. 74. No. 6. P. 625.
6. *Muzichenko Ya.B., Zinchik A.A., Stafeev S.K.* // Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt. 2010. V. 6. No. 70. P. 22.
7. *Horvath P., Smid P., Vaskova I. et al.* // Optik. 2010. V. 121. P. 206.
8. *Sroor H., Naidoo D., Miller S.W. et al.* // Phys. Rev. 2019. V. A 99. Art. No. 013848.

Specific features of propagation of wave beams with a fractal structure

A. M. Zotov[a], P. V. Korolenko[a, b,]*, N. N. Pavlov[a]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

[b] *Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow 119991 Russia*

**e-mail: pvkorolenko@rambler.ru*

A brief retrospective analysis of the methods for obtaining and studying the characteristics of fractal light radiation is carried out. Simultaneously, in order to determine the prospects of this scientific direction, new original results of studying the properties of vortex wave beams with a fractal structure are presented. They indicate a high stability of the structure of such beams to the influence of turbulence in the propagation medium.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 25–28

УДК 535.03:519.06

ВЛИЯНИЕ КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА ФОРМИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СВЕТОВЫХ ПУЛЬ

© 2022 г. А. А. Калинович[1, *], И. Г. Захарова[1], М. В. Комиссарова[1], С. В. Сазонов[1, 2, 3]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное учреждение "Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

[3]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)", Москва, Россия

*E-mail: kalinovich@gmail.com

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Рассмотрено образование световых пуль в средах, обладающих квадратичной и фокусирующей кубичной нелинейностями. Показано, что в таких средах при определенных интенсивностях входного сигнала могут образовываться двуцветные световые пули. При недостаточной входной интенсивности пули не образуются. Если входная интенсивность слишком велика, происходит коллапс пучка.

DOI: 10.31857/S0367676522010136

ВВЕДЕНИЕ

При распространении оптического сигнала высокой интенсивности в нецентросимметричном материале с квадратичной нелинейностью возрастает роль кубической (керровской) нелинейности.

В одном из первых исследований конкуренции квадратичной и кубической нелинейностей были изучены трехчастотные солитоны при определенном соотношении коэффициентов дисперсии групповой скорости (ДГС) и несущих частот [1].

Оптические солитоны с квадратично-кубической нелинейностью изучались в дальнейшем различными аналитическими и численными методами. Показана возможность сосуществования светлых, темных и сингулярных солитонов [2–4].

Хотя пространственно-временные солитоны неустойчивы в среде с кубической нелинейностью [5], в среде с сугубо квадратичной нелинейностью может формироваться устойчивая двухцветная световая пуля [6–9].

Анализ пространственно-временных эффектов для комбинированной нелинейности является достаточно сложной задачей, поскольку при определенных условиях конкуренция между двумя нелинейностями может иметь решающее значение. Следует подчеркнуть, что этой теме уже было посвящено несколько экспериментальных исследований. Например, образование самосжатых пространственно-временных световых пуль и гигантские спектральные сдвиги на второй гармонике обнаружены недавно в экспериментах с кристаллом бората бета-бария при заметной кубической нелинейности [10].

В настоящей работе с помощью численного моделирования анализируется формирование двухцветных световых пуль интенсивным лазерным излучением при конкуренции квадратичной и кубической нелинейностей. Исследуются сценарии распространения пуль в зависимости от величины начальной интенсивности излучения на основной частоте.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Обычно при описании нелинейных оптических эффектов используют первый не равный нулю член разложения вида нелинейного отклика. Для нецентросимметричных сред это квадратичная нелинейность. Нелинейности более высокого порядка начинают проявляться при значительно больших интенсивностях, и зачастую не рассматриваются. Однако при формировании оптических пуль в таких средах могут возникнуть интенсивности, при которых для более корректного описания необходимо учитывать нелинейность более высокого порядка, в нашем случае кубическую.

Безразмерные уравнения для комплексных амплитуд пучков основной частоты A_1 и второй гармоники A_2 при учете квадратичной и кубичной нелинейностей имеют вид

$$i\frac{\partial A_1}{\partial \bar{z}} = -D_{\tau 1}\frac{\partial^2 A_1}{\partial \bar{\tau}^2} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 A_1}{\partial \bar{x}^2} + D_{\alpha 1}A_1^* A_2 + D_{\gamma 1}A_1\left(|A_1|^2 + 2|A_2|^2\right), \quad i\frac{\partial A_2}{\partial \bar{z}} = -D_{\tau 2}\frac{\partial^2 A_2}{\partial \bar{\tau}^2} + \frac{1}{4}\frac{\partial^2 A_2}{\partial \bar{x}^2} + D_{\alpha 2}A_1^2 + D_{\gamma 2}A_2\left(4|A_1|^2 + 2|A_2|^2\right), \tag{1}$$

где $D_{\tau 1}$ и $D_{\tau 2}$ – безразмерные коэффициенты ДГС дисперсии, $D_{\alpha 1}$, $D_{\alpha 2}$ и $D_{\gamma 1}$, $D_{\gamma 2}$ – безразмерные коэффициенты квадратичной и кубической нелинейности соответственно. Детали нормировки можно найти в [9]. Как показано в [9], коэффициенты кубической нелинейности на основной и удвоенной частотах равны между собой.

При отсутствии кубичной нелинейности система (1) имеет солитонное решение в случае аномальной дисперсии ($D_{\tau 1} < 0$, $D_{\tau 2} < 0$) [7, 8]. Мы рассмотрели этот случай с добавлением небольшой кубичной нелинейности.

На вход среды падает гауссов пучок на основной частоте при отсутствии составляющей на второй гармонике:

$$A_1(z=0) = E\exp\left(-(x-x_0)^2\right)\exp\left(-(\tau-\tau_0)^2\right), \quad A_2(z=0) = 0. \tag{2}$$

В чисто квадратично-нелинейной среде при достаточной интенсивности $|E|^2$ падающего пучка формируется оптическая пуля. Для квадратично-нелинейных сред, таких как $LiNbO_3$,необходимая для этого интенсивность входного пучка составляет порядка 10^7 Вт/см^2. Мы ожидаем, что небольшая добавка кубичной нелинейности на невысоких интенсивностях даст аналогичный результат. Однако с ростом интенсивности влияние кубичной нелинейности станет проявляться все больше. При интенсивностях порядка 10^9 Вт/см^2 влияние кубичной нелинейности уже становится заметной. Как известно, в средах с фокусирующей кубичной нелинейностью стабильных оптических пуль не наблюдается из-за их коллапса. Мы ожидаем, что при комбинированной квадратично-кубичной нелинейности также с ростом интенсивности входного пучка наступит коллапс.

Уравнения (1) решаются численно с использованием консервативной нелинейной разностной схемы, реализуемой с помощью эффективного многоэтапного итерационного алгоритма, описанного в частности в [11].

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В работе заданы параметры нелинейности и дисперсии и проведена серия расчетов для различных интенсивностей начального пучка. Использовались следующие параметры: $D_{\gamma 1} = 0.0005$, $D_{\gamma 2} = 0.0005$, $D_{\tau 1} = -0.2$, $D_{\tau 2} = -0.4$, $D_{\alpha 1} = 1$, $D_{\alpha 2} = 0.5$. На рис. 1 приведены зависимости пиковых интенсивностей (1*а*), радиусов (1*б*) и длительностей (1*в*) пучков основной частоты и второй гармоники от пройденного расстояния z при амплитуде входного пучка $E = 10$. Видно, что световая пуля не захватывается, интенсивность падает, а ширина и длительность пучков растет. Также важным критерием образования световой пули является обобщенная фаза $\Phi = \varphi_2 - 2\varphi_1$, которая при солитонном решении стабилизируется. На рис. 1*г* приведена зависимость обобщенной фазы от пройденного расстояния z. Видно, что она сильно изменяется. Все это дает основания заключить, что входная интенсивность в данном случае недостаточна для формирования оптической пули.

Следующий вариант расчета приведен на рис. 2. Параметры нелинейности и дисперсии остались те же, увеличена амплитуда входного пучка $E = 50$. Интенсивность, ширина и длительность пучков стабилизируются уже после $z = 1$, также и обобщенная фаза практически стабилизируется вблизи значения $\Phi = 0$. Исходя из этого, можно говорить о формировании двуцветной квадратично-кубичной пули.

На рис. 3 показан результат расчета, аналогичный предыдущим, за исключением увеличенной входной амплитуды пучка $E = 100$. Расчет приведен только до $z = 0.16$ из-за того, что к этой длине интенсивность пучка резко возрастает, ширина и длительность уменьшаются и происходит коллапс. Дальнейший численный счет остановлен, так как итерации перестали сходиться. Все это аналогично коллапсу пучка в чисто кубично-нелинейной среде. В реальном эксперименте данный процесс может привести к перегреву и тепловому разрушению нелинейного кристалла.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен процесс образования световых пуль в среде с квадратичной и кубичной нелинейностями. Показано, что при определенной интенсивности входного пучка может образоваться устойчивая световая пуля. При недостаточной интенсивности входного пучка пуля не образуется. Если входная интенсивность слишком велика, происходит коллапс пучка с возможным тепловым разрушением нелинейного кристалла. Поскольку в реальных квадратично-нелинейных кристаллах обычно присутствует небольшая фокусирующая кубичная нелинейность, то существует верхний предел интен-

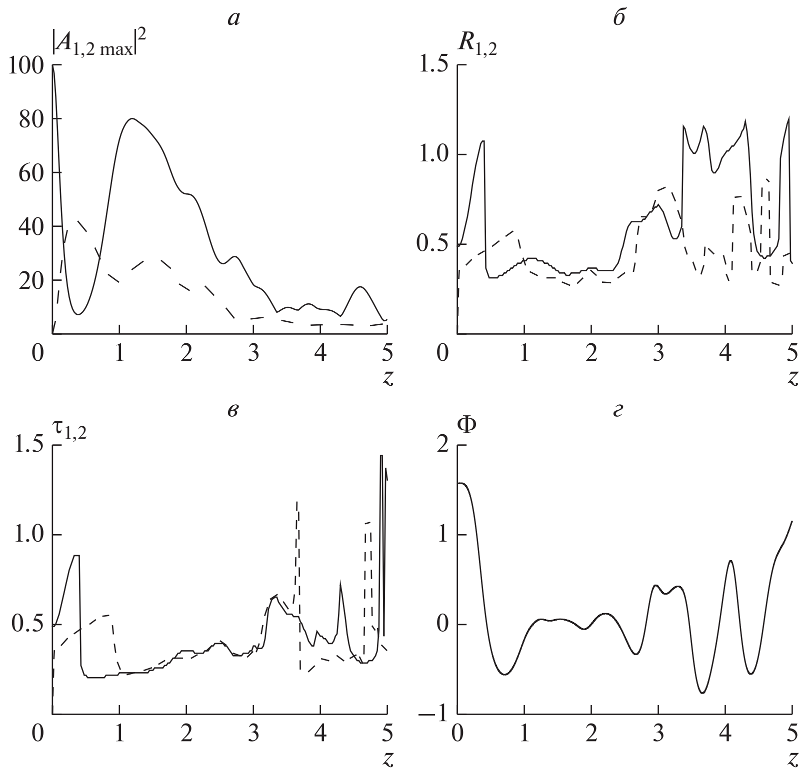

Рис. 1. Зависимость пиковых интенсивностей (*а*), радиусов пучков (*б*), длительностей (*в*) основной частоты (сплошная линия) и второй гармоники (штриховая линия) и обобщенной фазы (*г*) от пройденного расстояния, $D_{\gamma1} = 0.0005$, $D_{\gamma2} = 0.0005$, $D_{\tau1} = -0.2$, $D_{\tau2} = -0.4$, $D_{\alpha1} = 1$, $D_{\alpha2} = 0.5$, $E = 10$.

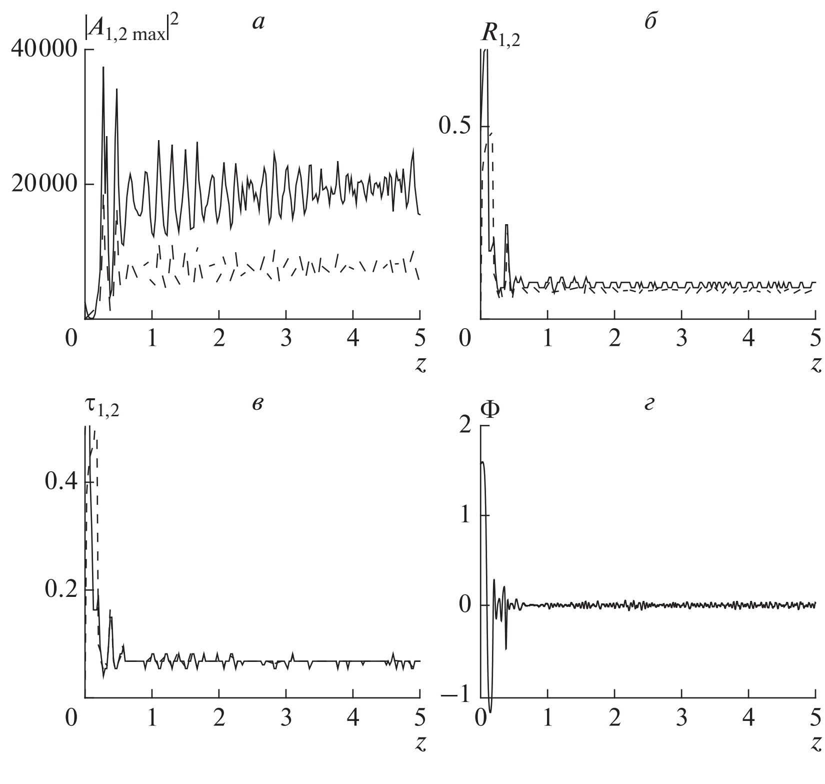

Рис. 2. Аналогично рис. 1, при тех же параметрах, кроме $E = 50$.

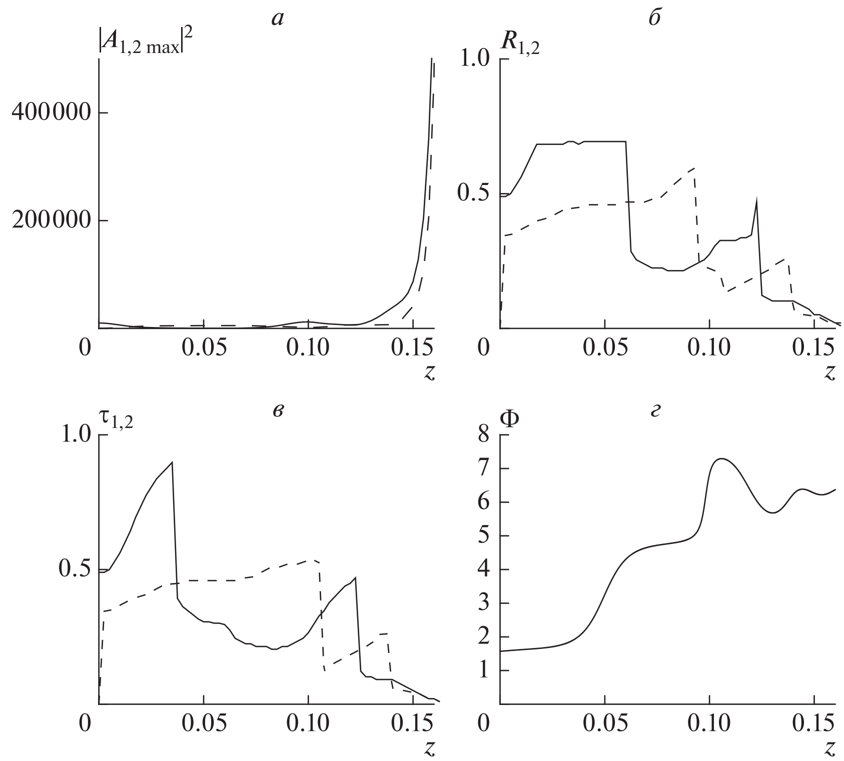

Рис. 3. Аналогично рис. 1, при тех же параметрах, кроме $E = 100$.

сивностей световых пуль, которые могут существовать в таких кристаллах.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Комиссарова М.В., Сухоруков А.П.* // Изв. РАН. Сер. физ. 1992. Т. 56. № 12. С. 189; *Komissarova M.V., Sukhorukov A.P.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 1992. V. 56. No. 12. P. 1995.
2. *Biswas A., Ullah M.Z., Asma M. et al.* // Optik. 2017. V. 139. P. 16.
3. *Krishnan E.V., Biswas A., Zhou Q. et al.* // Chin. J. Phys. 2019. V. 60. P. 632.
4. *Triki H., Biswas A., Moshokoa S.P. et al.* // Optik. 2017. V. 128. P. 63.
5. *Kivshar Yu.S., Agrawal G.P.* Optical solitons: from fibers to photonic crystals. Academic Press, 2003.
6. *Sazonov S.V., Mamaikin M.S., Zakharova I.G. et al.* // Phys. Wave Phenom. 2017. V. 25. No. 2. P. 83.
7. *Sazonov S.V., Mamaikin M.S., Komissarova M.V. et al.* // Phys. Rev. E. 2017. V. 96. No. 2. Art. No. 022208.
8. *Sazonov S.V., Kalinovich A.A., Komissarova M.V. et al.* // Phys. Rev. A. 2019. V. 100. No. 3. Art. No. 033835.
9. *Kalinovich A.A., Komissarova M.V., Sazonov S.V. et al.* // Proc. SPIE. 2021. No. 11770. Art. No. 117700D.
10. *Šuminas R., Tamošauskas G., Valiulis G. et al.* // Opt. Lett. 2016. V. 41. No. 9. P. 2097.
11. *Kalinovich A.A., Komissarova M.V., Sazonov S.V. et al.* // PLoS ONE. 2019. V. 14. No. 8. Art. No. e0220840.

Effect of cubic nonlinearity on the parametric light bullets’ formation

A. A. Kalinovich[a, *], I. G. Zakharova[a], M. V. Komissarova[a], S. V. Sazonov[a, b, c]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

[b] *National Research Centre “Kurchatov Institute”, Moscow, 123098 Russia*

[c] *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993 Russia*

**e-mail: kalinovich@gmail.com*

The formation of light bullets in media with quadratic and focusing cubic nonlinearities is considered. It is shown that in such media, at certain intensities of the input signal, two-color light bullets can be formed. If the input intensity is insufficient, no bullets are formed. If the input intensity is too high, the beam collapses.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 29–34

УДК 535.36

ОБ АНАЛИТИЧЕСКИХ ПОДХОДАХ, ОПИСЫВАЮЩИХ ДИНАМИКУ ПУЧКА, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕГОСЯ В РЕЖИМЕ МНОГОФОТОННОЙ ИОНИЗАЦИИ

В. А. Халяпин[1, 2, *], А. Н. Бугай[3]

[1]*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта", Калининград, Россия*

[2]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Калининградский государственный технический университет", Калининград, Россия*

[3]*Международная межправительственная организация "Объединенный институт ядерных исследований", Дубна, Россия*

**E-mail: slavasxi@gmail.com*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

На основе метода моментов и подхода, связанного с приосевым приближением, рассмотрена задача о распространении пучка в режиме многофотонной ионизации. Получена система уравнений на параметры пучка и найдены условия квазиустойчивого распространения. Результаты аналитических подходов верифицированы с помощью численного эксперимента.

DOI: 10.31857/S0367676522010148

ВВЕДЕНИЕ

Хорошо известно, что в средах с кубической нелинейностью пучки, планарные сигналы и трехмерные импульсы неустойчивы [1]. В то же время интенсивные сигналы способны генерировать плазму за счет фотоионизации и формировать плазменный канал, вдоль которого распространение может быть квазиустойчивым [2–11]. В настоящей работе рассматривается динамика оптических пучков, распространяющихся в режиме многофотонной ионизации, и рассматривается вопрос об их устойчивости с помощью двух аналитических методов: метода моментов [1, 12–14] и метода приосевого приближения [11, 15]. Представляется интересным сравнить результаты этих методов с численным экспериментом и выявить наиболее адекватный.

МЕТОД МОМЕНТОВ

В настоящей работе рассматривается динамика филаментов, распространяющихся в режиме многофотонной ионизации, с помощью метода моментов и подхода, связанного с приосевым приближением. Уравнения, описывающие соответствующую динамику, имеют вид [11]

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} - i\gamma\psi|\psi|^2 - \frac{i\mu}{2}\Delta_\perp\psi + \eta\left(1 + i\frac{\omega}{\nu}\right)N_e\psi + \Phi\frac{\sigma^{(n)}I^n}{|\psi|^2}\psi = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} = \sigma^{(n)}(N_0 - N_e)I^n - \beta N_e^2. \tag{2}$$

Здесь ψ – огибающая электрического поля, z – координата распространения, $\eta = 2\pi e^2\nu/\omega m_e k_0 c^2$ – параметр, связанный с электронной плазмой, e, m_e – заряд и масса электрона соответственно, c – скорость света в вакууме, $1/\mu = k_0 = 2\pi n_0/\lambda_0 = \omega n_0/c$, n_0 – линейный показатель преломления, ω – несущая частота, ν – частота столкновения электронов с атомами, λ_0 – длина волны света в вакууме, N_0 – плотность нейтральных молекул, N_e – плотность электронов, $\gamma = 3\pi\chi^{(3)}\omega/2n_0c$ – параметр, определяющий кубическую нелинейность, $\chi^{(3)}$ – нелинейная восприимчивость третьего порядка, I – интенсивность, $\sigma^{(n)}$ – коэффициент n – фотонной ионизации, β – коэффициент рекомбинации электронов с положительными ионами. В соответствии с [11] можно найти равновесную электронную плотность N_{eq} как решение уравнения (2) с нулевой производной

$$N_{eq} = \sqrt{\frac{N_0\tilde{\sigma}|\psi|^{2n}}{\beta}}, \tag{3}$$

где $\tilde{\sigma} = \sigma^{(n)}(cn_0/8\pi)^n$.

В аналитических расчетах мы будем пренебрегать вкладом поглощения. Численный эксперимент, приведенный ниже, поможет нам определить, на каких расстояниях такой подход будет справедлив. Сперва получим уравнения на параметры филамента, используя метод моментов [12]. Выберем пробную функцию в виде

$$\psi = B\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2 + i\left(\phi - \frac{\varepsilon r^2}{2R^2}\right)\right], \tag{4}$$

где B – амплитуда сигнала, R – параметр, пропорциональный радиусу сигнала,ε – описывает кривизну волновых поверхностей, φ – фаза. Все параметры зависят от координаты z. Определим моменты пучка следующим образом

$$E = \int_0^\infty |\psi|^2\, 2\pi r dr, \tag{5}$$

$$R^2 = \frac{1}{E}\int_0^\infty |\psi|^2\, 2\pi r^3 dr, \tag{6}$$

$$\varepsilon = \frac{i}{2E}\int_0^\infty (\psi^*\nabla_\perp\psi - \psi\nabla_\perp\psi^*)\, 2\pi r^2 dr. \tag{7}$$

Здесь E – величина, пропорциональная мощность пучка $P = cn_0E/8\pi$.

Дифференцируя (5)–(7) по z и используя (4), получаем систему уравнений

$$\frac{dE}{dz} = 0, \tag{8}$$

$$\frac{dR^2}{dz} = \frac{i\mu}{E}\int_0^\infty (\psi\nabla_\perp\psi^* - \psi^*\nabla_\perp\psi)\, 2\pi r^2 dr, \tag{9}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = \frac{1}{E}\int_0^\infty \left(-\gamma r|\psi|^2\nabla_\perp|\psi|^2 - \mu|\nabla_\perp\psi|^2 + \frac{\eta\omega}{\nu} r|\psi|^2\nabla_\perp N_{eq}\right) 2\pi r dr. \tag{10}$$

Выражение для фаз ϕ можно получить из уравнения

$$\int_0^\infty \left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial z} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial z} - 2i\gamma|\psi|^4 + 2i\eta N_{eq}|\psi|^2 - \frac{i\mu}{2}(\psi^*\Delta_\perp\psi + \psi\Delta_\perp\psi^*)\right) 2\pi r dr = 0. \tag{11}$$

Следуя методу моментов, получаем систему уравнений

$$E = \pi B^2 R^2 = const, \tag{12}$$

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\varepsilon}{L_D\rho}, \tag{13}$$

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = -\frac{1}{L_D\rho^2}\left(1+\varepsilon^2\right) + \frac{1}{L_N\rho^2} - \frac{1}{L_\eta\rho^n}, \tag{14}$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = -\frac{1}{L_D\rho^2} + \frac{3}{2L_N} - \frac{(n+1)}{nL_\eta}. \tag{15}$$

Здесь $\rho = R/R_0$ – относительный радиус, R_0 – начальный радиус, $L_D = R_0^2/\mu$, $L_N = 2/\gamma B^2$, $L_\eta = (n + 2)^2\sqrt{\beta}/4m\eta B^n\sqrt{\tilde{\sigma}N_0}$ – характерные дифракционная, нелинейная и ионизационная длины. Величина E пропорциональна мощности пучка $P = cn_0E/8\pi$. Решая (12)–(14), получаем уравнение, аналогичное второму закону Ньютона для частицы единичный массы в потенциальном поле

$$\frac{d^2\rho}{dz^2} = -\frac{\partial U}{\partial\rho}. \tag{16}$$

Здесь U – имеет смысл энергии частицы в потенциальной яме. С точностью до константы интегрирования находим

$$U = -\left(\frac{L_D}{L_N} - 1\right)\frac{1}{2L_D^2\rho^2} + \frac{1}{nL_DL_\eta\rho^n}. \tag{17}$$

Устойчивое стационарное распространение пучка возможно, если выполняются условия

$$\frac{\partial U}{\partial\rho}(\rho = 1) = 0, \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial\rho^2}(\rho = 1) > 0. \tag{19}$$

Отсюда с учетом (17) находим

$$\frac{L_D}{L_\eta} = \frac{L_D}{L_N} - 1, \tag{20}$$

$$n > 2. \tag{21}$$

Условие (20) можно переписать в виде

$$\frac{1}{R_0} = \sqrt{\frac{\pi I}{P_c} - \frac{4m\eta k_0 I^{n/2}}{(n+2)^2}\sqrt{\frac{\sigma^{(n)}N_0}{\beta}}}, \tag{22}$$

где P_c – критическая мощность, определяемая выражением

$$P_c = \frac{cn_0}{4k_0\gamma} = \frac{c\lambda_0^2 n_0}{24\pi^3\chi^{(3)}}. \tag{23}$$

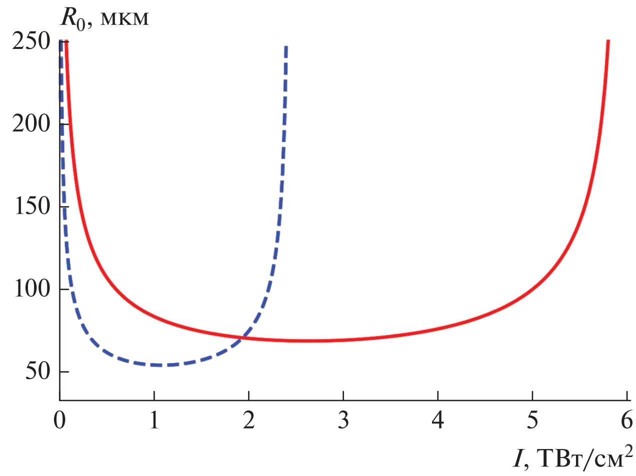

Рис. 1 Зависимость стационарного радиуса филамента R_0 от его пиковой интенсивности I в воздухе на длине волны 248.6 нм. Сплошная кривая соответствует формуле (22) (предсказание метода моментов), а штриховая кривая – формуле (29) (предсказание приосевого приближения).

Таким образом, стационарное решение для плоского фронта и начального радиуса, определяемого согласно (22), имеет вид

$$\psi = \frac{8\pi I}{cn_0}\times \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{R_0}\right)^2 + i\left(-\frac{1}{L_D}+\frac{3}{2L_N}-\frac{(n+1)}{nL_\eta}\right)z\right]. \quad (24)$$

МЕТОД ПРИОСЕВОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Применим другой аналитический подход к решению данной задачи. Для этого пробное решение (4) подставляем в (1) и рассматриваем приосевую область пучка ($r^2/R^2 \ll 1$). Это позволяет в нелинейных слагаемых использовать разложение $|\psi|^n \approx B^n\left(1-nr^2/2R^2\right)$. Приравнивая слагаемые перед нулевой и второй степенями r и отделяя действительную и мнимую части, находим систему уравнений

$$\frac{dB}{dz} = \frac{B\varepsilon}{L_D\rho^2}, \quad (25)$$

$$\frac{d\rho}{dz} = -\frac{\varepsilon}{L_D\rho}, \quad (26)$$

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = -\frac{1}{L_D\rho^2}\left(1+\varepsilon^2\right)+\frac{4}{L_N\rho^2}-\frac{1}{L_\eta\rho^n}\left(\frac{n}{2}+1\right)^2, \quad (27)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = -\frac{1}{L_D\rho^2}+\frac{2}{L_N}-\frac{1}{nL_\eta}\left(\frac{n}{2}+1\right)^2. \quad (28)$$

Легко показать, что из (25) и (26) можно перейти к выражению (12). Сравнивая систему (12)–(15) и (25)–(26), можно заметить, что линейные слагаемые у них одинаковы, а различия проявляются в нелинейных слагаемых (кубическая нелинейность и ионизация). Для этого подхода начальный радиус пучка, при котором реализуется квазиустойчивый баланс между нелинейностью, дифракцией и ионизационной расходимостью, определяется следующим образом

$$\frac{1}{R_0} = \sqrt{\frac{4\pi I}{P_c} - m\eta k_0 I^{n/2}\sqrt{\frac{\sigma^{(n)}N_0}{\beta}}}. \quad (29)$$

Из сравнения (22) и (29) видно, что без учета вклада ионизации критическая мощность, определяемая с помощью метода моментов, в четыре раза больше таковой, получаемой с помощью приосевого приближения. Слагаемые же, связанные с ионизацией, по-разному себя ведут в зависимости от n. Стационарное решение в этом подходе определяется согласно

$$\psi = \frac{8\pi I}{cn_0}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{R_0}\right)^2 + i\left(-\frac{1}{L_D\rho^2}+\frac{2}{L_N}-\frac{1}{nL_\eta}\left(\frac{n}{2}+1\right)^2\right)z\right]. \quad (30)$$

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Представляет интерес численное исследование, которое позволит выявить, какой из подходов дает лучшие результаты в рамках данной задачи. В качестве среды рассмотрим воздух, где основной вклад в образование плазмы дает кислород. Материальные параметры, входящие в уравнения (1), (2) для импульсов на длине волны 248.6 нм, взяты из [11].

Как видно из рис. 1 метод моментов и приосевое приближение дают различные предсказания

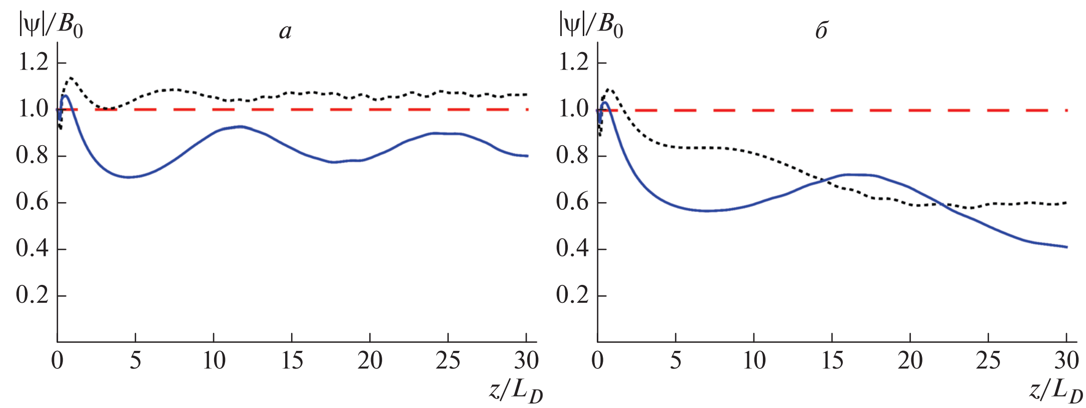

Рис. 2. Изменение пиковой амплитуды филамента при его распространении в среде, соответствующая численному решению (1), (2) с начальным условием (24) при $R_0 = 70$ нм (пунктирная кривая), и с начальным условием (30) при $R_0 = 63$ нм (сплошная кривая) и начальной интенсивности $I = 1.8 \cdot 10^{12}$ Вт · см$^{-2}$ без учета (*а*) и с учетом (*б*) эффектов поглощения. Штриховая линия соответствует ожидаемому в теории стационарному режиму.

для стационарного радиуса филамента в зависимости от его интенсивности. Отметим, что существует верхний предел по интенсивности филамента. Рассматриваемые подходы дают для данного предела различие примерно в 2.5 раза.

Проведем теперь численное интегрирование исходной системы уравнений в частных производных (1), (2), задав в качестве начальных условий выражения (24) и (30), предсказывающие стационарный режим распространения филамента методом моментов и приосевым приближением, соответственно. Краевые условия соответствуют нулевым значениям поля и концентрации электронов на границе области.

Результаты расчетов для начальной пиковой интенсивности $\mathrm{I} = 1.8 \cdot 10^{12}$ Вт $\cdot$ см$^{-2}$ приведены на рис. 2 и 3. В этом случае метод моментов и приосевое приближение дают близкие предсказания для стационарного радиуса филамента, $R_0 = 70$ нм и $R_0 = 63$ нм, соответственно. Как показывает моделирование, метод моментов дает лучший результат в рамках данной задачи. Амплитуда и радиус филамента отличаются от теоретического предсказания не более чем на 5% (рис. 2*а*, рис. 3*а*), в то время как в противоположном случае развивается осцилляционной режим относительно среднего значения амплитуды на 20% меньше ожидаемого (рис. 2*а*, рис. 3*б*). Для начальной пиковой интенсивности $I = 3 \cdot 10^{12}$ Вт $\cdot$ см$^{-2}$ приосевое приближение предсказывает отсутствие устойчивого режима. В этом случае численное моделирование (1), (2) с начальным условием (24), где $R_0 = 68$ нм, показывает хорошее соответствие с предсказанием метода моментов аналогично пунктирной кривой на рис. 2*а*. При интенсивностях $\mathrm{I} = 1.6 \cdot 10^{12}$ Вт $\cdot$ см$^{-2}$ и меньше предсказание приосевого приближения для квазистационарного режима не оправдывается, а развивается дефокусировка филамента.

Следует отметить, что рассматриваемый баланс носит квазиустойчивый характер вследствие влияния нелинейного поглощения. Характерный масштаб проявления эффектов поглощения за счет потерь энергии на ионизацию среды можно оценить как $L_{abs} = B\big/\left(\Phi\sigma^{(n)} I^n\right)$. Как следует из рис. 2*б*, квазиустойчивый филамент постепенно теряет энергию, а его радиус при этом изменяется незначительно (рис. 3*в*, 3*г*). Таким образом, поглощение не приводит к распаду филамента, а лишь к ослаблению его интенсивности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено аналитическое описание распространения филаментов в режиме взаимной компенсации эффектов дифракции и ионизационной расходимости, с одной стороны, и самофокусировки, с другой. С помощью метода моментов и метода приосевого приближения проанализирована динамика филаментов в газе в режиме многофотонной ионизации (для произвольного порядка процесса ионизации). Получены условия квазистационарного распространения филамента. Следует отметить, что более простое математически приосевое приближение следует использовать с осторожностью в данной задаче, так как происходит недооценка роли профиля импульса. Численное моделирование показывает, что потери на ионизацию не приводят к распаду филамента, а лишь к ослабле-

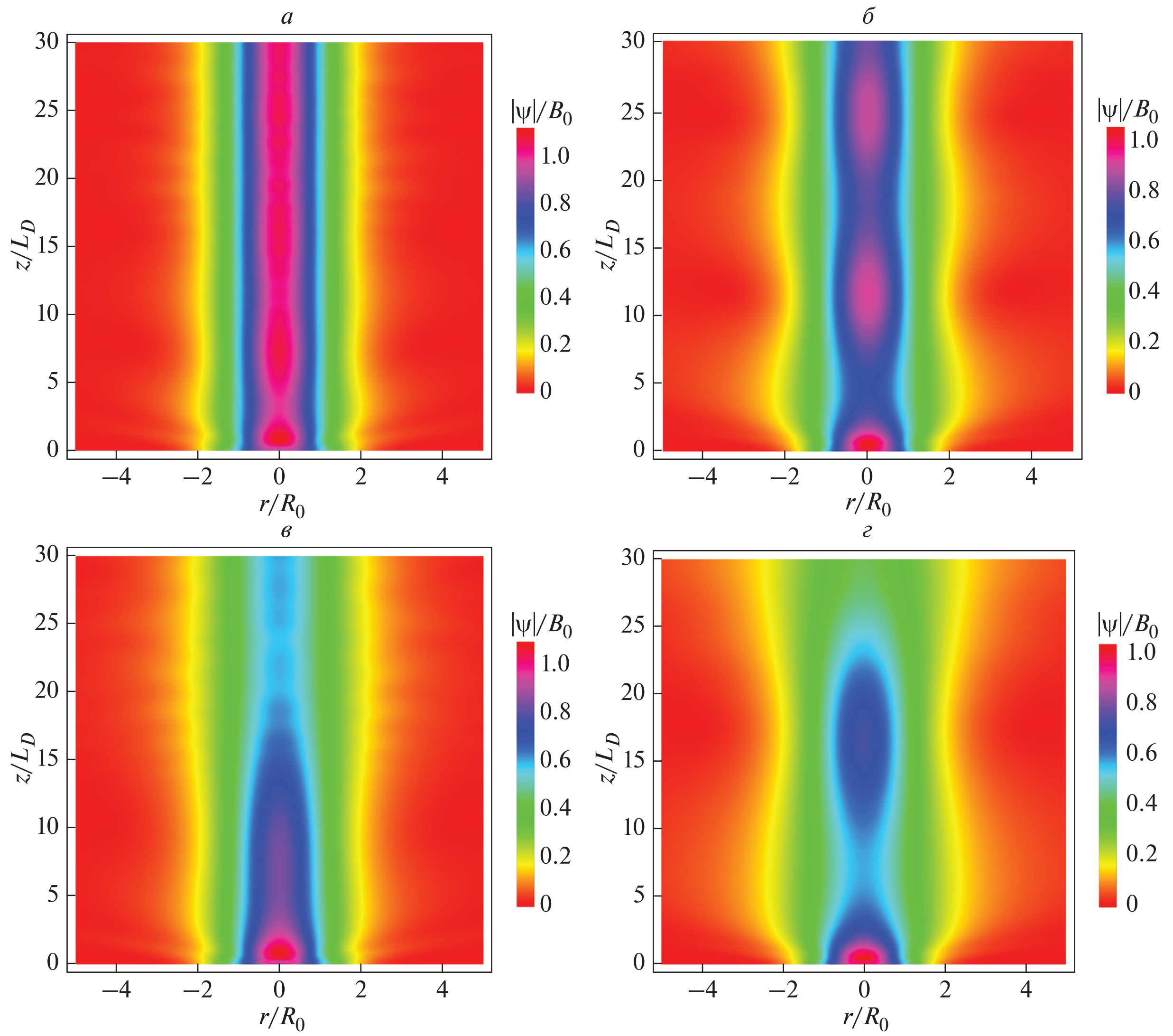

Рис. 3. Пространственная динамика филамента при его распространении в среде, соответствующая численному решению (1), (2) с начальным условием (24) при R_0 = 70 нм (*а*, *в*), и с начальным условием (30) при R_0 = 63 нм (*б*, *г*) и начальной интенсивности $I = 1.8 \cdot 10^{12}$ Вт · см$^{-2}$ без учета (*а*, *б*) и с учетом (*в*, *г*) эффектов поглощения. Цветом обозначено относительное изменение амплитуды.

нию его интенсивности, вследствие чего рассмотренный режим можно считать квазиустойчивым.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-02-00234а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kivshar Yu.S., Agrawal G.P.* Optical solitons: from fibers to photonic crystals. N.Y.: Academic Press Inc., 2003.
2. *Couairon A.* // Eur. Phys. J. D. 1996. V. 27. P. 159.
3. *Henz S., Herrmann J.* // Phys. Rev. E. 2006. V. 53. Art. No. 4092.
4. *Sprangle P., Penano J.R., Hafizi B.* // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. Art. No. 046418.
5. *Esarey E., Sprangle P., Ting A.* // Quant. Electron. 1997. V. 33. P. 1879.
6. *Sprangle P., Esarey E., Krall J.* // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. Art. No. 4211.
7. *Penano J., Palastro J.P., Hafizi B. et al.* // Phys. Rev. A. 2017. V. 96. Art. No. 013829.
8. *Couairon A., Mysyrowicz A.* // Phys. Rep. 2007. V. 441. P. 47.
9. *Chekalin S.V., Dokukina E.A., Dormidonov A.E. et al.* // J. Phys. B. 2015. V. 48. Art. No. 094008.
10. *Воронин А.А., Желтиков А.М.* // УФН. 2016. Т. 186. № 9. С. 957; *Voronin A.A., Zheltikov A.M.* // Phys. Usp. 2016. V. 59. P. 869.
11. *Schwarz J., Diels J.C.* // Phys. Rev. A. 2001. V. 65. Art. No. 013806.

12. *Santhanam J., Agraval G.* // Opt. Commun. 2003. V. 222. P. 413.
13. *Власов С.Н., Петрищев В.А., Таланов В.И.* // Изв. вузов. Радиофиз. 1971. Т. 14. № 9. С. 1453.
14. *Маймистов А.И.* // ЖЭТФ. 1993. Т. 104. № 5. С. 3620.
15. *Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В.* // УФН. 1967. Т. 93. С. 19; *Akhmanov S.A., Sukhorukov A.P., Khokhlov R.V.* // Sov. Phys. Usp. 1968. V. 10. P. 609.

On the analytical approaches describing the dynamics of a beam propagating in the multiphoton ionization mode

V. A. Khalyapin[a, b, *], **A. N. Bugay**[c]

[a] *Immanuel Kant Baltic Federal University, Kalinigrad, Russia*
[b] *Kaliningrad State Technical University, Kaliningrad, Russia*
[c] *Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia*
**e-mail: slavasxi@gmail.com*

The problem of beam propagation in the multiphoton ionization regime is considered using the moments method and the approach associated with the axial approximation. A system of equations for the beam parameters is obtained, and conditions for quasi-stable (neglecting absorption) propagation are found. The results of analytical approaches are verified by a numerical experiment.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 35–41

УДК 535.421

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА МНОГОСЛОЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ДИФРАКЦИОННЫХ СТРУКТУРАХ В ФОТОПОЛИМЕРНЫХ ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ КОМПОЗИЦИЯХ

© 2022 г. С. Н. Шарангович[1, *], В. О. Долгирев[1]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники”, Томск, Россия*

**E-mail: shr@tusur.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Разработана теоретическая модель дифракции квазимонохроматических световых пучков на пространственно-неоднородных многослойных дифракционных структурах, сформированных в фотополимерном материале с капсулированными жидкими кристаллами. Показано, что при использовании приложенного электрического поля в каждому слою возможно динамически управлять видом селективного отклика такой многослойной дифракционной структуры. Подбор оптимального состава позволяет снизить возможные искажения вида селективности, вследствие достижения одинаковых профилей решеток по глубине слоев во время их записи.

DOI: 10.31857/S0367676522010240

ВВЕДЕНИЕ

Многослойные неоднородные голографические дифракционные структуры (МНГДС), разделенные промежуточными слоями, вызывают большой интерес у исследователей в связи с их возможным применением в оптических устройствах связи, например, в оптических мультиплексорах [1–6].

Так, в работах [1, 6–10] многослойные дифракционные структуры исследованы на основе фотополимерного материала (ФПМ). В работе [1] было показано, что вследствие неоднородностей профилей решеток по глубине существенно может изменяться вид селективности дифрагировавшего пучка. А ряд локальных максимумов, количество и ширина определяются толщиной промежуточных слоев. В своей работе неоднородность профиля решеток авторы обуславливали модуляцией показателя преломления, описываемого ослаблением света по закону Бугера–Ламберта–Бера. Однако, в исследованиях [9–12] неоднородность профилей решеток по глубине объясняли влиянием фотоиндуцированного поглощения света в материале, при котором профиль решеток мог трансформироваться в процессе записи. Также в работах [9, 10] было показано, что, варьируя составом для каждого слоя, возможно создать однородные профили близкие к друг другу, что может улучшить дифракционные характеристики элемента.

Однако в данных работах не было рассматрено возможности динамического управления видом селективного отклика таких структур. Реализация динамического управления возможна при наличии жидких кристаллов (ЖК) в составе ФПМ [13, 14]. Директор ЖК чувствителен к электромагнитным воздействиям, тем самым может изменять свою пространственную ориентацию, и как следствие, меняются условия распространения электромагнитных волн.

Таким образом, исследование дифракции света на многослойных неоднородных голографических ФПМ-ЖК структурах становится актуальным.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В данной работе рассматривается дифракция света на пропускающей голографической многослойной дифракционной структуре в ФПМ-ЖК (рис. 1). Будем считать, что ЖК капсулированы полимером (КПЖК), для которых характерно объединение молекул ЖК в капсулы. Дифракция происходит на структурах, на которых закончились все процессы записи. Апертура считывающего пучка много больше толщины слоя ФПМ-ЖК. Таким образом, процессы дифракции будут

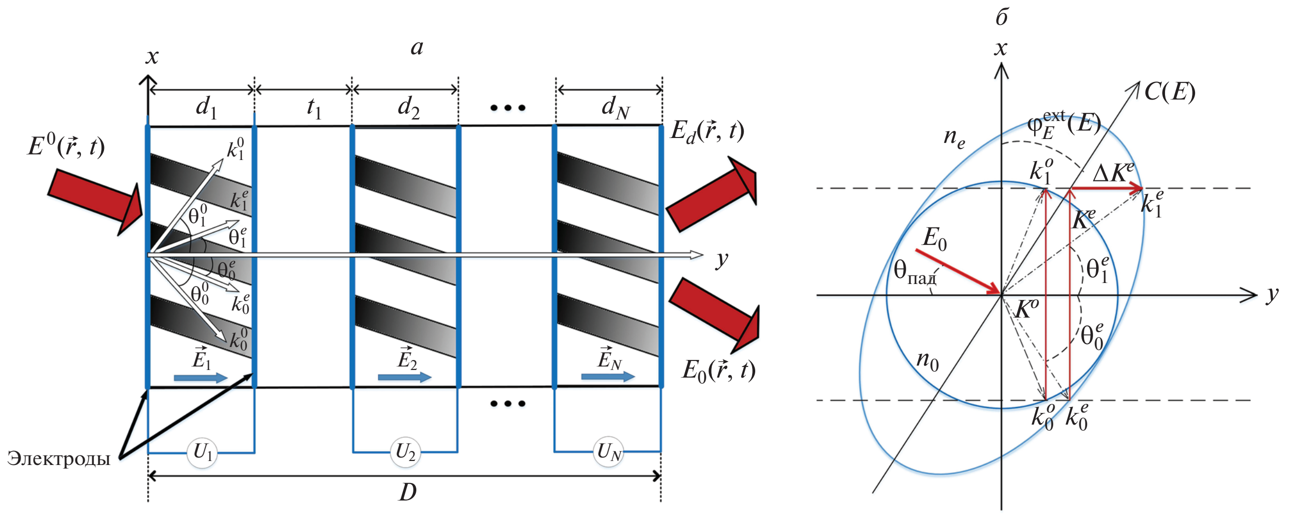

Рис. 1. Геометрия дифракции на МНГДС (*а*) и векторная диаграмма (*б*).

описываться в геометрооптическом приближении. Рассмотрена дифракции только на основной пространственной гармонике показателя преломления дифракционной структуры.

ФПМ-ЖК является анизотропной средой, следовательно, пучок света внутри образца распадается на две волны: обыкновенную и необыкновенную (рис. 1*а*, 1*б*).

Амплитудные профили пучков E_j^m для каждого слоя находятся из решения системы уравнений связанных волн в частных производных [13, 14]:

$$\vec N_{r0}^{n,m}(\vec r, E)\cdot\nabla E_0^{n,m}(\vec r, E) = = -iC_1^{n,m}(\vec r, E)E_1^{n,m}(\vec r, E)n_n^{n,m}(\vec r)\exp\left(i\Delta\vec K^{n,m}\cdot\vec r\right), \quad (1)$$

$$\vec N_{r1}^{n,m}(\vec r, E)\cdot\nabla E_1^{n,m}(\vec r, E) = = -iC_0^{n,m}(\vec r, E)E_0^{n,m}(\vec r, E)n_n^{n,m}(\vec r)\exp\left(-i\Delta\vec K^{n,m}\cdot\vec r\right), \quad (2)$$

где $E_j^{n,m}(\vec r)$ – амплитудные профили пучков, $\vec N_{rj}^{n,m}$ – групповые нормали, $C_j^{n,m}(\vec r, E)$ – амплитудные коэффициенты связи, $n_n^{n,m}(\vec r)$ – нормированный амплитудный профиль показателя преломления структуры, $\Delta\vec K^{n,m}$ – вектор фазовой расстройки.

Входящие в выражения (1) и (2) коэффициенты связи определяются [13]:

$$C_0^{n,m}(\vec r, E) = = \frac{1}{4}\frac{\omega}{c_c n_0^{n,m}(\vec r, E)}\vec e_1^{\,n,m}(\vec r, E)\cdot\hat\varepsilon(E)\cdot\vec e_0^{\,n,m}(\vec r, E), \quad (3)$$

$$C_1^{n,m}(\vec r, E) = \frac{1}{4}\frac{\omega}{c_c n_1^{n,m}(\vec r, E)}\vec e_0^{\,n,m}(E)\cdot\hat\varepsilon(E)\cdot\vec e_1^{\,n,m}(\vec r, E), \quad (4)$$

где $n_0^{n,m}(\vec r, E) = \left[n_{lc}^0 n_{lc}^e\right]\big/[n_{lc}^{e\,2}\cdot\sin^2(\varphi_E^{ext}(\vec r, E)-\theta_0^m) + n_{lc}^{02}\cdot\cos^2(\varphi_E^{ext}(\vec r, E)-\theta_0^m)]^{-0.5}$, $n_1^{n,m}(\vec r, E) = \left[n_{lc}^0 n_{lc}^e\right]\big/[n_{lc}^{e\,2}\cdot\sin^2(\varphi_E^{ext}(\vec r, E)-\theta_1^m) + n_{lc}^{02}\cdot\cos^2 \times (\varphi_E^{ext}(\vec r, E)-\theta_1^m)]^{-0.5}$, $\hat\varepsilon$ – амплитуда основной гармоники возмущения тензора диэлектрической проницаемости, n_{lc}^e и n_{lc}^0 – необыкновенный и обыкновенный показатели преломления ЖК, c_c – скорость света в вакууме, ω – угловая частота световых волн, $\varphi_E^{ext}(E)$ – угол поворота капсул ЖК, который может быть найден как [13]:

$$\varphi_E^{ext}(\vec r, E) = \frac{1}{2}\mathrm{arctg}\left[\cos(2\varphi_0)\big/\left(e^2(\vec r)+\sin(2\varphi_0)\right)\right], \quad (5)$$

где φ_0 – угол между вектором напряженности электрического поля и директором капсулы при $E = 0$, $e^2(\vec r) = E(\vec r)R\sqrt{\Delta\bar\varepsilon\big/K_{33}\left(5.7\delta_{LC}^2+2.1\lambda_k\right)}$ – параметр, характеризующий действие электрического поля на биполярную капсулу ЖК, R – радиус капли, δ_{LC} – эксцентриситет капсулы, $\lambda_k = RW_\alpha/K_{33}$ – параметр поверхностного сцепления, W_α – коэффициент азимутального поверхностного сцепления, $\Delta\bar\varepsilon$ – диэлектрическая анизотропия биполярной капсулы.

Критическая напряженность электрического поля фотоиндуцированного перехода Фредерикса, при котором происходит вращение директора ЖК, определяется как [13]:

$$E_c = \pi\sqrt{K_{33}\cdot 8\pi}\Big/\left(d\sqrt{\varepsilon_{lc}^e-\varepsilon_{lc}^0}\right), \quad (6)$$

где $\varepsilon_{lc}^e = \left(n_{lc}^e\right)^2$ и $\varepsilon_{lc}^0 = \left(n_{lc}^0\right)^2$ – компоненты тензора, измеренные при продольной и поперечной ориентации директора ЖК. При этом тензор диэлектрической проницаемости каждого слоя зависит от ориентации директора ЖК в нем:

$$\hat{\varepsilon}^n = (1-\rho)\left(\varepsilon_p \cdot \hat{\mathrm{I}} + \sum_{m=0,e} \Delta\hat{\varepsilon}_p^{n,m}\right) + \\ + \rho\left(\hat{\varepsilon}_{lc} + \sum_{m=0,e} \Delta\hat{\varepsilon}_{lc}^{n,m}\right), \quad (7)$$

где ρ – доля ЖК в составе, $\varepsilon_p = n_p^2$ – диэлектрическая проницаемость полимера, $\hat{\mathrm{I}}$ – единичный тензор. А изменение тензора (7) определяется в виде суммы пространственных гармоник диэлектрической проницаемости:

$$\Delta\hat{\varepsilon}_p^{n,m} = \sum_{i=0}^{H} \Delta\hat{\varepsilon}_i^{n,m}\Big|_p \cdot \cos(i \cdot \vec{K}^{n,m} \cdot \vec{r}),$$

$$\Delta\hat{\varepsilon}_i^{n,m}\Big|_p = 2n_p \cdot n_i^{n,m}\Big|_p \cdot \hat{\mathrm{I}},$$

$$\Delta\hat{\varepsilon}_{lc}^{n,m} = \sum_{i=0}^{H} \Delta\hat{\varepsilon}_i^{n,m}\Big|_{lc} \cdot \cos(i \cdot \vec{K}^{n,m} \cdot \vec{r}),$$

$$\Delta\hat{\varepsilon}_i^{n,0}\Big|_{lc} = 2n_{lc}^{n,0} \cdot n_i^{n,0}\Big|_{lc} \cdot \hat{\mathrm{I}},$$

$$\Delta\hat{\varepsilon}_i^{n,e}\Big|_{lc} = 2\left(n_{lc}^{n,e} \cdot n_i^{n,e}\Big|_{lc} - n_{lc}^{n,0} \cdot n_i^{n,0}\Big|_{lc}\right) \times \\ \times \int_0^{\pi}\int_1^{1} \vec{C}(\vec{r},E)\vec{C}(\vec{r},E) \cdot p(\alpha)q(\phi)d\alpha d\phi,$$

где $p(\alpha)$ и $q(\phi)$ – гауссовы функции распределения молекул ЖК в капсуле эллипсоидального вида [13], $\vec{C}(\vec{r},E)$ – ориентация директора КПЖК, который выражается через угол поворота, описанного в выражении (5):

$$\vec{C}(\vec{r},E) = \\ = \left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_E^{ext}(\vec{r},E)\right)\ \sin(\varphi_0)\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_E^{ext}(\vec{r},E)\right)\right]^T.$$

Взаимодействие световых полей 0-го и 1-го дифракционных порядков в n-м слое МНГДС решается матричным методом в виде [9, 10]:

$$\vec{E}^{n,m} = \vec{T}^{n,m} \cdot \vec{E}'^{\,n-1,m}, \quad (8)$$

где $\vec{E}^{n,m} = \begin{bmatrix} E_0^{n,m}(E,\Delta K) \\ E_1^{n,m}(E,\Delta K) \end{bmatrix}$; $\vec{T}^{n,m} = \begin{bmatrix} T_{00}^{n,m}(E,\Delta K) & T_{10}^{n,m}(E,\Delta K) \\ T_{01}^{n,m}(E,\Delta K) & T_{11}^{n,m}(E,\Delta K) \end{bmatrix}$; $\vec{E}'^{\,n-1,m} = \begin{bmatrix} E_0'^{\,n-1,m}(E,\Delta K) \\ E_1'^{\,n-1,m}(E,\Delta K) \end{bmatrix}$; $\vec{T}^{n,m}$ – матричная передаточная функция n-го слоя МНГДС; $E_j'^{\,n-1,m}(E,\Delta K)$ и $E_j^{n,m}(E,\Delta K)$ – частотно-угловые спектры (ЧУС) на входе и выходе n-го слоя, E – прикладываемое напряжение. Элементы передаточной матрицы $\vec{T}^{n,m}$ выражаются как [9, 10]:

$$T_{01}^{n,m}(E,\Delta K) = -i\frac{b_p^{n,m}}{2}\int_{-1}^{1}\left(\frac{\exp\left[\frac{-i\cdot\Delta K}{2}(1-q)\right]}{\mathrm{ch}\left[c\left(s\frac{1-q}{2}-t\right)\right]} \times \\ \times\ {}_2F_1\left(\frac{-b_p^{n,m}}{c\cdot s}, \frac{b_p^{n,m}}{c\cdot s}, 1, w(q)\right)dq\right),$$

$$T_{00}^{n,m}(E,\Delta K) = 1 - \frac{b_p^{n,m}}{2}A\int_{-1}^{1}\frac{\exp\left(i\Delta K(1-q)/2\right)}{\mathrm{sh}^{-1}\left(cs(1+q)/2\right)} \times \\ \times\ {}_2F_1\left(1-\frac{b_p^{n,m}}{cs}, 1+\frac{b_p^{n,m}}{cs}, 2, w(q)\right)dq,$$

$$T_{10}^{n,m}(E,\Delta K) = -i\frac{b_p^{n,m}}{2}\int_{-1}^{1}\left(\frac{\exp\left[\frac{-i\cdot\Delta K}{2}(1-q)\right]}{\mathrm{ch}\left[c\left(s\frac{1-q}{2}-t\right)\right]} \times \\ \times\ {}_2F_1\left(\frac{-b_p^{n,m}}{cs}, \frac{b_p^{n,m}}{cs}, 1, w(q)\right)dq\right),$$

$$T_{11}^{n,m}(E,\Delta K) = 1 - \frac{b_p^{n,m}}{2}A\int_{-1}^{1}\frac{\exp\left(i\Delta K(1-q)/2\right)}{\mathrm{sh}^{-1}\left(cs(1+q)/2\right)} \times \\ \times\ {}_2F_1\left(1-\frac{b_p^{n,m}}{cs}, 1+\frac{b_p^{n,m}}{cs}, 2, w(q)\right)dq,$$

где ${}_2F_1$ – гипергеометрическая функция Гаусса; $w(q) = \dfrac{\mathrm{sh}\left(cs(1-q)/2\right)\mathrm{sh}\left(cs(1+q)/2\right)}{\mathrm{ch}\left(cs\right)\mathrm{ch}\left(c(s-t)\right)}$; $b_p^{n,m}(E) = \left[d_n \cdot C_j^{n,m}(E)\right]\Big/\sqrt{\nu_0\cdot\nu_1}$; $A = \left[cs\mathrm{ch}(ct)\mathrm{ch}\left(c\left(s-t\right)\right)\right]^{-1}$; d_n – толщина n-го слоя; $\nu_0 = \cos\left(\theta_{rj}^{n,m}\right)$; $\theta_{rj}^{n,m}$ – углы между групповыми нормалями $\vec{N}_{rj}^{n,m}$ и осью y.

Параметры c, s, t находятся для каждого слоя отдельно путем аппроксимации нормированного пространственного профиля амплитуды первой гармоники показателя преломления $n_1(y)$ ГДС, полученной при записи МНГДС, функцией $n_1(y,c,s,t) = \mathrm{ch}^{-1}\left[c(sy-t)\right]$. Параметры c, s, t определяют степень неоднородности, асимметрии и смещения $n_1(y)$.

Таким образом, передаточные функции создают математическую основу для расчета селективных свойств МНГДС, зависящих от прикладываемого напряжения, угла падения и центральной частоты считывающего излучения. При этом модуль вектора фазовой расстройки также зависит от напряжения:

$$\Delta K^{n,m} = \Delta K^{n,m}(\theta) + \Delta K^{n,m}(\omega) + \Delta K^{n,m}(E), \quad (9)$$

где $\Delta K^{n,m}(\theta) = (D/B)\theta$ и $\Delta K^{n,m}(\omega) = (C - AD/B)\omega$ – отражают отклонение от условий фазового синхронизма, коэффициенты A, B, C, D определены в [13], $\Delta K^{n,m}(E) = \omega/c_c \left[n_0^{n,m}(E)\left(\vec{N}_0^{n,m} \cdot \vec{y}_0\right) - n_1^{n,m}(E) \times \times \left(\vec{N}_1^{n,m} \cdot \vec{y}_0\right)\right] + \left(\vec{K}^{n,m} \cdot \vec{y}_0\right)$.

Промежуточный слой толщиной t_n дает фазовый набег. Будем считать, что показатель преломления промежуточного слоя равен показателю преломления голограммы. Тогда матрица перехода $\vec{A}^{n,m}$ будет выглядеть как [9, 10]:

$$\vec{A}^{n,m} = \exp\left[-i(\vec{k}_1^{n,m} \cdot \vec{y}_0)t_n\right] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp\left[\dfrac{-i\Delta K^{n,m} t_n}{d_n}\right] \end{bmatrix}.$$

Связь между входным $\vec{E}_0$ и дифракционным $\vec{E}^{N,m}$ полем из выражения (8) на выходе МНГДС:

$$\vec{E}^{N,m} = \vec{T}^m \cdot \vec{E}_0, \quad (10)$$

где $\vec{T}^m = \vec{T}^{N,m} \cdot \vec{A}^{N-1,m} \cdot \vec{T}^{N-1,m} \ldots \vec{A}^{n,m} \cdot \vec{T}^{n,m} \ldots \ldots \vec{A}^{1,m} \cdot \vec{A}^{1,m}$ – матричная передаточная функция всей МНГДС.

При численном моделировании будем рассматривать случай взаимодействия только плоских квазимонохроматических световых пучков, с единичной амплитудой. В этом случае $\vec{E}_0 = \delta(\omega,\theta)$, а $\int\int\left(\vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0^*\right) d\omega d\theta = 1$. Поляризация падающего излучения совпадает с поляризацией собственных необыкновенных волн в каждом слое. Таким образом, дифракционную эффективность на выходе МНГДС можем определить как [9, 10]:

$$\eta_d^m(E,\Delta K) = \frac{E_1^{N,m} \cdot E_1^{*N,m}}{1} = \frac{\left|E_1^{N,m}\right|^2}{1} = = \left|E_1^{N,m}(E,\Delta K)\right|^2, \quad (11)$$

где $E_1^{N,m}(E,\Delta K)$ – выражается через элементы $T_{ij}^{n,m}$ матричных передаточных функций $\vec{T}^{N,m}$ слоев.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Численное моделирование дифракционных характеристик МНГДС проводилось по выражению (11). Для моделирования использовалась ГДС с неоптимизированным и оптимизированным составом. Использование оптимизированного состава, полученного путем подбора концентрации красителя для каждого слоя ФПМ-ЖК, позволял достигать практически равных и однородных профилей решеток при голографической записи МНГДС. МНГДС состояла из двух или трех слоев ФПМ-ЖК толщиной d_n = 85 мкм, разделенных промежуточным слоем t_n = 400 мкм. Также использовались следующие параметры: λ = 633 нм – длина волны излучения; $n_{lc}^0 = 1.535$ и $n_{lc}^e = 1.680$ – обыкновенный и необыкновенный показатель преломления ЖК; $n_p = 1.535$ – показатель преломления полимера; $\theta_b = 10$ градусов – угол Брэгга; $K_{33} = 7.45 \cdot 10^{-2}$; $c = 0.36; 0.31, 0.43$, $s = 1.03; 0.68, 0.24$, $t = -0.9; -1.04, -0.72$ и $c = 1.46; 0.89$, $s = 1.41; 2.69$, $t = 0.71; -0.6$ – параметры для профилей решеток с оптимизированным и неоптимизированным составом. Данные параметры получены путем аппроксимации нормированных пространственных профилей амплитуды первой гармоники показателя преломления $n_1(y)$ для каждого слоя записанной МНГДС функцией вида $n_1(y,c,s,t)$.

По выражению (11) получены зависимости дифракционной эффективности для двухслойной и трехслойной дифракционных структур от изменения фазовой расстройки и приложенного электрического поля.

При неоптимизированном составе профили решеток МНГДС различны после завершения записи, поэтому вид селективного отклика для двухслойной ГДС искажается, локальные минимумы не достигают нуля (рис. 2*а*). При воздействии внешнего электрического поля к каждому слою, происходит плавное снижение дифракционной эффективности всей ГДС (рис. 2*а*, 2*б*).

Для двухслойной ГДС с оптимизированным составом, вследствие практически равных и однородных профилей решеток после голографической записи, вид селективного отклика не искажается. При воздействии приложенного электрического поля на втором слое, происходит трансформация селективного отклика (рис. 3*а*). При этом дифракционная характеристика и вид селективного отклика соответствует одиночной ГДС (рис. 3*б*). Стоит отметить, что воздействие приложенного электрического поля только для первого слоя приводит практически к аналогичной трансформации.

Для трехслойной ГДС, при воздействии приложенного электрического поля на втором слое, происходит трансформация селективного отклика, соответствующей двухслойной ГДС с увеличенной толщиной промежуточного слоя (рис. 4*а*). Следовательно, наблюдается появление дополнительных локальных максимумов контура селективности. При воздействии приложенного электрического поля на третьем слое происходит трансфор-

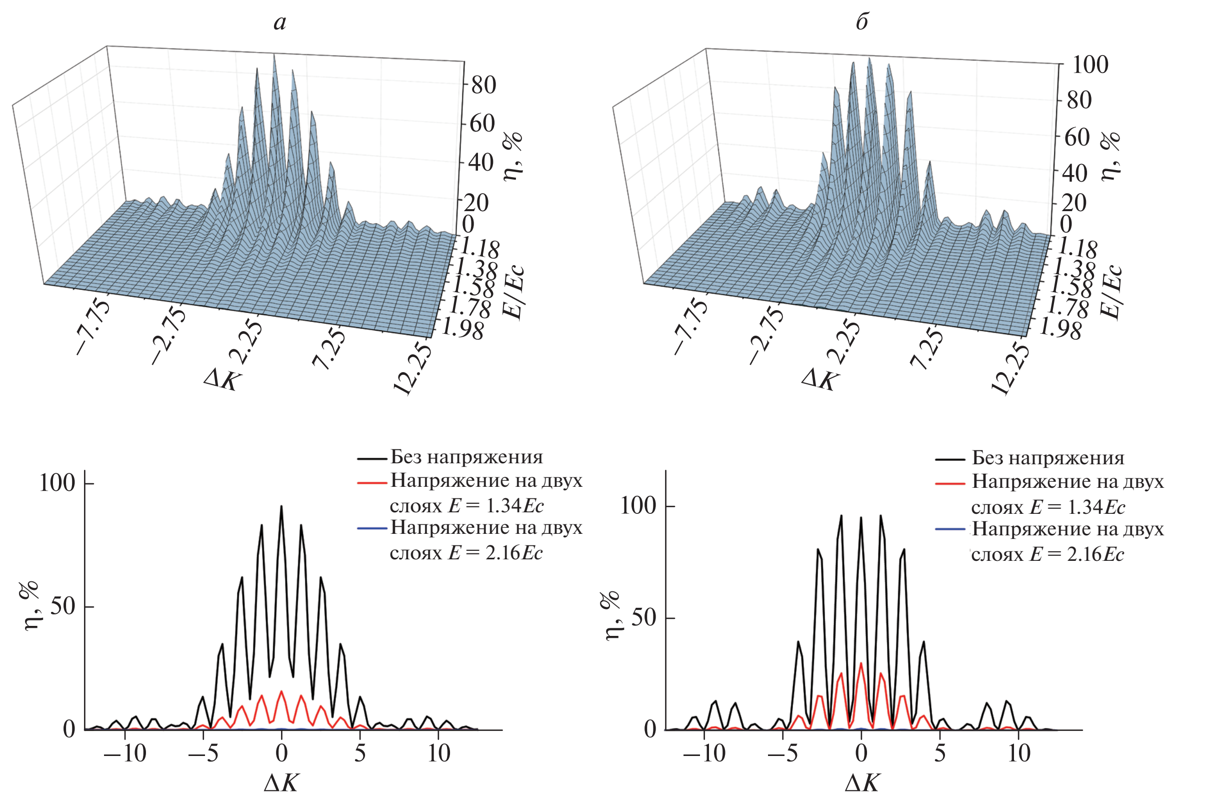

Рис. 2. Зависимость дифракционной эффективности для двухслойной ГДС с неоптимизированным (*а*) и оптимизированным (*б*) составом от приложенного электрического напряжения.

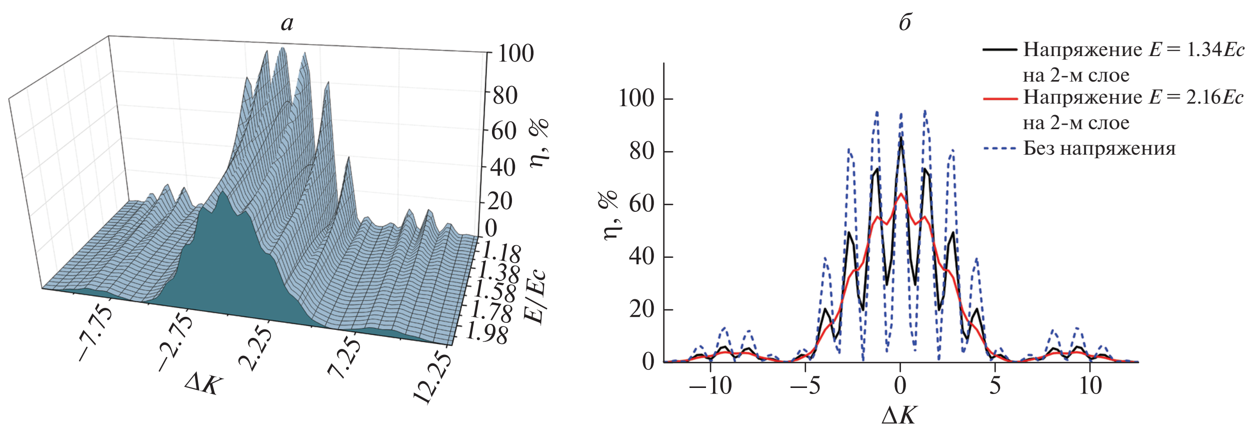

Рис. 3. Зависимость дифракционной эффективности для двухслойной ГДС с оптимизированным составом от приложенного электрического напряжения на 2-м слое в двумерном (*а*) и одномерном (*б*) масштабе.

мация селективного отклика, соответствующей стандартной двухслойной ГДС (рис. 4*б*).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Развита теоретическая модель дифракции квазимонохроматических световых пучков на пространственно-неоднородных многослойных дифракционных структурах, сформированных в фотополимерном материале с капсулированными нематическими жидкими кристаллами.

Показано, что при использовании приложенного электрического поля в каждому слою возможно динамически управлять видом селективного отклика многослойной дифракционной структуры. При воздействии внешнего электрического поля к каж-

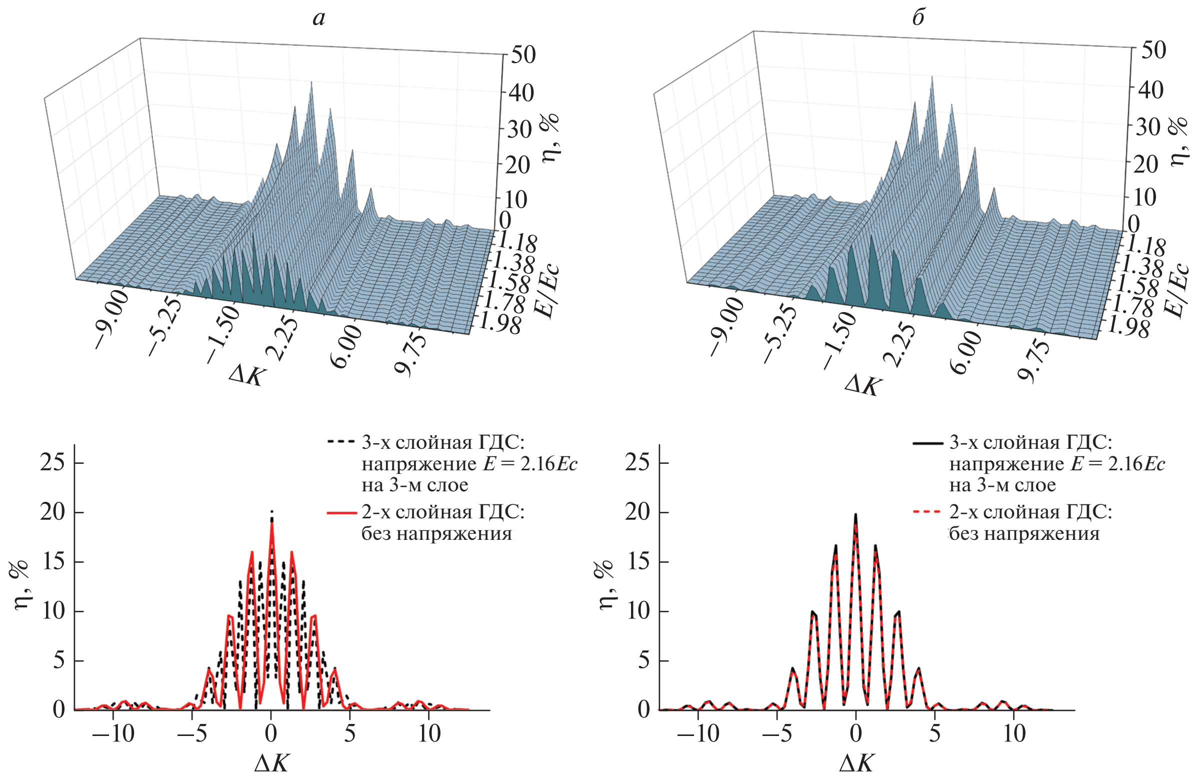

Рис. 4. Зависимость дифракционной эффективности для трехслойной ГДС с оптимизированным составом от приложенного электрического напряжения на (*а*) 2-м и (*б*) 3-м слое.

дому слою ФПМ-ЖК наблюдается плавное снижение дифракционной эффективности всей МНГДС, тогда как воздействие только на отдельный слой приводит к трансформации вида селективного отклика. Таким образом, манипулируя электрическим полем на каждом из слоев МНГДС с ФПМ-ЖК можно варьировать значением дифракционной эффективности и видом селективности.

Установлено, что оптимизация состава для каждого слоя таких структур, осуществленной путем изменения внутренних параметров, например концентрации красителя, позволяет добиться практически одинаковых и близких к однородным профилей решеток при записи МНГДС, что в итоге приводит к улучшению вида селективного отклика.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках темы государственного задания на 2020–2022 годы (номер темы FEWM-2020-0038/3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Pen E.F., Rodionov M.Yu.* // Quant. Electron. 2010. No. 10. P. 919.
2. *Nordin P.J.* // J. Opt. Soc. Amer. 1992. V. 9. No. 12. P. 2206.
3. *Hesselink L.J.* // J. Opt. Soc. Amer. 1994. V. 11. No. 9. P. 1800.
4. *Malallah R., Li H., Qi Y. et al.* // J. Opt. Soc. Amer. A. 2019. V. 36. No. 3. P. 320.
5. *Yakimovich A.P.* // J. Opt. Spektrosk. 1980. V. 49. P. 158.
6. *Yan X., Wang X., Chen Y. et al.* // Appl. Phys. B. 2019. V. 125. No. 5. P. 1.
7. *Wang S.S., Magnusso R.* // Appl. Opt. 1995. V. 34. No. 14. P. 2414.
8. *Yan X., Gao L., Yang X. et al.* // Opt. Expr. 2014. V. 22. No. 21. Art. No. 26128.
9. *Шарангович С.Н., Дудник Д.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 1. С. 14; *Sharangovich S.N., Dudnik D.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 1. P. 8.
10. *Dudnik D.I., Semkin A.O., Sharangovich S.N.* // J. Phys. Conf. Ser. 2021. V. 1745. Art. No. 012018.
11. *Dovolnov E.A., Ustyuzhanin S.V., Sharangovich S.N.* // Rus. Phys. J. 2006. V. 49. No. 10. P. 1129.
12. *Ustyuzhanin S.V., Nozdrevatykh B.F., Sharangovich S.N.* // Phys. Wave Phenom. 2010. V. 18. No. 4. P. 289.
13. *Семкин А.О., Шарангович С.Н.* // Изв. вузов. Физ. 2018. Т. 61. № 1. С. 51.
14. *Семкин А.О., Шарангович С.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2013. Т. 77. № 12. С. 1723; *Semkin A.O., Charandovich S.N.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2013. V. 77. No. 12. P. 1416.

Research of light diffraction on multilayer non-uniform holographic diffraction structures in photopolymer liquid crystal compositions

S. N. Sharangovich[a, *], V. O. Dolgirev[a]

[a] *Tomsk State University of Control and Radioelectronics Systems, Tomsk, 634050 Russia*

**e-mail: shr@tusur.ru*

We present a theoretical model of the diffraction of quasi-monochromatic light beams on spatially inhomogeneous multilayer diffraction structures formed in a photopolymer material with encapsulated liquid crystals. It is shown that when using an applied electric field in each layer, it is possible to dynamically control the type of selective response of such a multilayer diffraction structure. And the selection of the optimal composition allows you to reduce possible distortions of the selectivity type, due to the achievement of the same lattice profiles in the depth of the layers during their recording.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 42–46

УДК 535.14

О ВОЗМОЖНОСТИ ГЕНЕРАЦИИ ВСТРЕЧНЫХ ОРТОГОНАЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ МОД В КРИСТАЛЛЕ С РЕГУЛЯРНОЙ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ С УЧЕТОМ ДИФРАКЦИИ И ФОРМИРОВАНИЯ КВАНТОВЫХ ФАНТОМНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А. В. Белинский[1], Р. Сингх[1, *]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, Физический факультет, Москва, Россия*

**E-mail: ranjit.singh@mail.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Рассмотрена реализация вырожденного параметрического процесса, когда 2 ортогонально-поляризованные встречные моды рождаются и распространяются в кристалле с регулярной доменной структурой. Предложена схема формирования квантовых фантомных изображений. Установлено, что дифракция пучков практически не влияет на корреляционные коэффициенты 2-го порядка, что обуславливает хорошие перспективы получения фантомных изображений высокого качества, поскольку именно дифракция, как правило, наиболее губительно действует на их пространственное разрешение.

DOI: 10.31857/S0367676522010045

ВВЕДЕНИЕ

Генерация встречных ортогонально-поляризованных мод традиционно рассматривается в изотропных кубически нелинейных средах [1]. Встречные моды удобно использовать для формирования квантовых фантомных изображений [2]. Отметим, что в квадратичных монодоменных кристаллах рождение и генерация встречных мод отсутствует в связи с отсутствием фазового синхронизма между взаимодействующими пучками. В то же время, ранее теоретически и экспериментально рассматривалось встречное взаимодействие в кристаллах с регулярной доменной структурой (РДС-кристаллах), когда все взаимодействующие моды имели одинаковую поляризацию в том числе спонтанное параметрическое рассеяние [3, 4]. Недавние работы [5–8] теоретически и экспериментально рассматривали рождение встречных поляризованных мод с учетом только спонтанного параметрического процесса и минуя квантовые корреляции и поляризационные характеристики мод. Также отметим работы [9–13], посвященные теме абсолютного измерения яркости терагерцовых волн, где рассмотрены процессы спонтанного параметрического процесса с генерацией не только попутных, но и встречных терагерцовых волн в РДС-кристаллах.

Данная работа посвящена возможности рождения и реализации двух нелинейных процессов (спонтанный параметрический процесс, суммарная генерация частот) и изучению квантовых статистических характеристик ортогонально-поляризованных встречных мод, что позволяет их легко разделить в экспериментальных схемах. Для реализации таких процессов можно использовать метаматериалы, например, регулярные доменные структуры (РДС), чтобы компенсировать фазовый набег за счет обратной решетки волнового вектора или чередования значения восприимчивости $\chi^{(2)}$ с периодом домена Λ (см. рис. 1).

ПРОЦЕССЫ В РДС-КРИСТАЛЛЕ

Пусть четыре стационарные, плоские, монохроматические моды, характеризуемые операторами уничтожения фотона $\hat{A}_{1e}$, $\hat{A}_{1o}$, $\hat{A}_{2e}$ и $\hat{A}_{3e}$ коллинеарно распространяются внутри РДС-кристалла с квадратичной нелинейностью. Нелинейные оптические процессы, которые описывают эффективное взаимодействие и распространение четырех мод внутри РДС-кристалла имеют вид:

$$2\omega_e = \omega_o + \omega_e, \quad \delta k_1 = k_{2e} + k_{1e} - k_{1o} + m_1 G_1, \qquad (1)$$

$$\omega_e + 2\omega_e = 3\omega_e, \quad \delta k_2 = k_{3e} - k_{2e} + k_{1e} + m_2 G_2, \qquad (2)$$

где k_{jp} — абсолютные значения волновых векторов соответствующих мод с частотами ω_{jp}; $j = 1, 2, 3,$

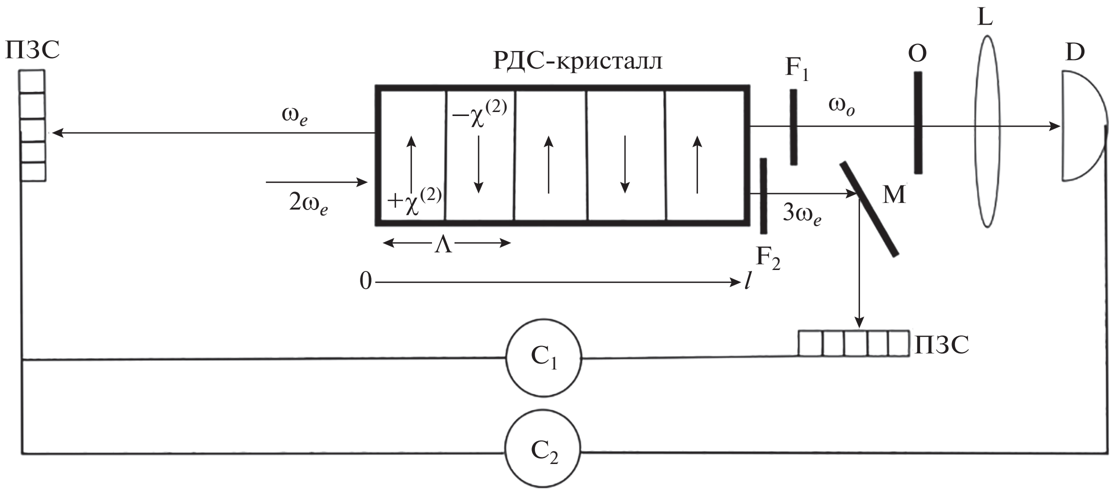

Рис. 1. Схема рождения встречных ортогонально поляризационных мод внутри РДС-кристалла и формирования фантомного изображения объекта O на матрице детекторов ПЗС. Моды имеют вырожденные частоты с поляризациями o (обыкновенная) и e (необыкновенная). Накачка на частоте $2\omega_e$ в расчетах предполагается неистощимой, а остальные моды находятся в начальном вакуумном состоянии. Для разделения частот используются фильтры F_1 и F_2. Одна из встречных мод – сигнальная на частоте ω_o – облучает прозрачный объект, затем объектив L собирает пучки, и они регистрируются на интегральном детекторе D. Холостая мода на частоте ω_e и мода на частоте $3\omega_e$, используются для восстановления изображения объекта с пространственной регистрацией фотонов на матрице детекторов (ПЗС). M – зеркало, которое отражает моду на частоте $3\omega_e$. Моды на частотах (ω_e, ω_o) и $(\omega_e, 3\omega_e)$ попарно коррелированы. Корреляторы $C_{1,2}$ фиксируют одновременную регистрацию фотонов.

$j = 1,2,3$; $p = o,e$; Δk_q – волновые расстройки соответствующего процесса для однородного кристалла; $q = 1,2$; $m_q = \pm 1, \pm 3, \pm 5...$ – порядки квазисинхронизма; $G_q = 2\pi/\Lambda_q$ – волновое число – модуль "псевдовектора" решетки доменной структуры с периодом Λ_q; $\delta k_{1,2}$ – волновые расстройки соответствующего процесса и $-m_{1,2} = \pm 1, \pm 3, \pm 5...$ порядки квазисинхронизма. Выполнение условия квазисинхронизма для рассматриваемых процессов соответствует $\delta k_1 = \delta k_1 = 0$. Одновременный квазисинхронизм в одной и той же доменной структуре с $G_1 = G_2 = G$ можно реализовать, например, при различных порядках квазисинхронизма $m_{1,2}$. Нами найдены значения порядков квазисинхронизма, когда $m_1 = m_2 = 1,3,5,7$ (для процессов 1 и 2) при длинах волн $\lambda_{1e} = \lambda_{1o} = 5.349\mu m$, $\lambda_{2e} = 2.6745\mu m$, $\lambda_{3e} = 1.7830\mu m$ и периодов $\Lambda_{1,2}^{(1)} = 1.2\mu m$; $\Lambda_{1,2}^{(3)} = 3.8\mu m$; $\Lambda_{1,2}^{(5)} = 6.4\mu m$; $\Lambda_{1,2}^{(7)} = 8.9\mu m$ в РДС-кристалле $LiNbO_3$. Верхний индекс при Λ означает порядок квазисинхронизма.

ПОВОРОТ ДОМЕНА И КОМПОНЕНТЫ ТЕНЗОРОВ $\chi^{(1)}$ И $\chi^{(2)}$

Рассмотрим РДС-кристалл на основе $LiNbO_3$. Определим знаки перед компонентами тензора второго (линейная восприимчивость $\chi^{(1)}$) и третьего (нелинейная восприимчивость $\chi^{(2)}$) рангов. Отметим, что, тензор третьего ранга $\chi^{(2)}_{m,n,p}$ симметричен относительно перестановки двух последних индексов, то есть, $\chi^{(2)}_{m,n,p} = \chi^{(2)}_{m,p,n}$ и обладает симметрией класса C_{3v} [14]. Известно, что данный кристалл имеет только три независимых ненулевых компонента $\chi^{(2)}_{z,z,z} (= d_{33})$, $\chi^{(2)}_{y,y,y} (=d_{22}) = -\chi^{(2)}_{x,y,x} = -\chi^{(2)}_{y,x,x}$ и $\chi^{(2)}_{x,x,z} (= d_{15}) = \chi^{(2)}_{y,y,z} = \chi^{(2)}_{z,x,x} = \chi^{(2)}_{z,y,y}$.

Для определения знака перед компонентами связи необходимо применить матрицу вращения R на $\chi^{(2)}$ [14]. Поворот домена кристалла вокруг оси x на угол α и знак минус перед $\chi^{(2)}$ задается следующим уравнением [14]

$$\tilde{\chi}^{(2)}_{j,k,l}(\alpha) = \sum_{m,n,p=1}^{3} R^x_{j,m}(\alpha) R^x_{k,n}(\alpha) R^x_{l,p}(\alpha) \chi^{(2)}_{m,n,p}, \quad (3)$$

где $R^x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}$ – матрица вращения против часовой стрелки вокруг оси x на угол α. В случае, когда $\alpha = \pi$, появляется отрицательный знак перед нелинейными компонентами тензора $\tilde{\chi}^{(2)}_{z,z,z}(\pi) = -\chi^{(2)}_{z,z,z}, \tilde{\chi}^{(2)}_{y,y,y}(\pi) = -\chi^{(2)}_{y,y,y}$ и $\tilde{\chi}^{(2)}_{x,x,z}(\pi) = -\chi^{(2)}_{x,x,z}$, т.е., все ненулевые компоненты тензора третьего ранга становятся отрицательными. Аналогичную процедуру поворота домена можно применить в случае, когда рассматривается тензор линейной восприимчивости $\chi^{(1)}$:

$$\tilde{\chi}^{(1)}_{j,k}(\alpha) = \sum_{l,m=1}^{3} R^x_{j,l}(\alpha) R^x_{k,m}(\alpha) \chi^{(1)}_{l,m}. \tag{4}$$

Отметим, что поворот домена против часовой стрелки на угол $\alpha = \pi$ вокруг оси x не меняет знаки главных компонентов тензора $\tilde{\chi}^{(1)}_{j,j} = \chi^{(1)}_{j,j}$. Тензор $\chi^{(1)}$ является симметричным, поэтому ее недиагональные компоненты после поворота можно привести к диагональному виду, т.е., недиагональные элементы можно свести к нулю [14]. В результате поворота компоненты тензора $\chi^{(2)}$ и значения нелинейных эффективных коэффициентов меняют знак с положительного на отрицательный.

СИСТЕМА ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Система операторных уравнений, которая описывает рассматриваемые нелинейные процессы (1), (2) имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{A}_{1o}(x,y,z) + i\frac{1}{2k^{(z)}_{1o}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\hat{A}_{1o}(x,y,z) = -i\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z), \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z) + i\frac{1}{2k^{(z)}_{1o}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z) = -i\hat{A}_{1o}(x,y,z) - i\hat{A}^{\dagger}_{3e}(x,y,z), \tag{6}$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{A}^{\dagger}_{3e}(x,y,z) - i\frac{1}{2k^{(z)}_{3e}}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\hat{A}^{\dagger}_{3e}(x,y,z) = i\hat{A}^{\dagger}_{1e}(x,y,z). \tag{7}$$

Здесь $\gamma = \dfrac{\gamma_2}{\gamma_1}$ – соотношение нелинейных коэффициентов, которые отвечают за нелинейные процессы (1,2); $\ell = \gamma_1 z$ – приведенная длина взаимодействия. Система (5)–(7) операторных уравнений нами решена аналитически с помощью преобразования Фурье по поперечным координатам (x, y)

$$\hat{A}_{jp}(\vec{r},\ell) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{a}_{jp}(\vec{\varkappa},\ell)\, e^{i\vec{r}\cdot\vec{\varkappa}} d^2\vec{\varkappa}, \tag{8}$$

$$\hat{A}^{\dagger}_{jp}(\vec{r},\ell) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{a}^{\dagger}_{jp}(\vec{\varkappa},\ell)\, e^{-i\vec{r}\cdot\vec{\varkappa}} d^2\vec{\varkappa}, \tag{9}$$

где $\hat{a}_{jp}$, $\hat{a}^{\dagger}_{jp}$ – соответственно, операторы уничтожения и рождения фотонов. Они удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям: $\left[\hat{a}^{\dagger}_{jp}, \hat{a}_{j'p'}\right] = \delta_{jp,j'p'}$. Интегрирование ведется в поперечной плоскости $\vec{r} = \{x, y\}$.

Корректность решения линейной системы операторных уравнений (5)–(7) и расчетов проверялась выполнением коммутационных соотношений. Конкретный вид решения опущен в связи с громоздкостью.

КВАНТОВЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯРИЗАЦИИ МОД

Для изучения квантовых статистических характеристик [15, 16] среднего числа фотонов, коэффициентов корреляций 2-го порядка и степени поляризации между ортогонально-поляризованными модами на частотах ω_o и ω_e вычислены следующие величины.

Среднее число фотонов

$$N_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell) = \left\langle \hat{a}^{\dagger}_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{a}_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle, \quad N_{1e}(\vec{\varkappa},0) = \left\langle \hat{a}^{\dagger}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\right\rangle. \tag{10}$$

Коэффициенты корреляции фотонов между модами

$$g^{(2)}_{1o,1e}(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\left\langle \hat{N}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{N}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\right\rangle}{N_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)N_{1e}(\vec{\varkappa},0)}, \tag{11}$$

$$g^{(2)}_{1o,3e}(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\left\langle \hat{N}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{N}_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle}{N_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)N_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)}, \tag{12}$$

$$g^{(2)}_{1e,3e}(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\left\langle \hat{N}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{N}_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle}{N_{1e}(\vec{\varkappa},0)N_{3e}(\vec{\varkappa},\ell)}. \tag{13}$$

Степень поляризации взаимодействующих ортогональных мод

$$DoP(\vec{\varkappa},\ell) = \frac{\sqrt{\left\langle \hat{S}^2_1(\vec{\varkappa},\ell) + \hat{S}^2_2(\vec{\varkappa},\ell) + \hat{S}^2_3(\vec{\varkappa},\ell)\right\rangle}}{\left\langle \hat{S}_0(\vec{\varkappa},\ell)\left(\hat{S}_0(\vec{\varkappa},\ell)+2\right)\right\rangle}, \tag{14}$$

где $|\vec{\varkappa}|^2 = \dfrac{\left(k^{(x)}_{jp}\right)^2 + \left(k^{(y)}_{jp}\right)^2}{2k_{jp}}$, $\hat{S}_{0,1}(\vec{\varkappa},\ell) = \hat{a}^{+}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) \times \hat{a}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) \pm \hat{a}^{+}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0)$, $\hat{S}_2(\vec{\varkappa},\ell) = \hat{a}^{+}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) \times \hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0) + \hat{a}^{+}_{1e}(\vec{\varkappa},0)\hat{a}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)$, и $\hat{S}_3(\vec{\varkappa},\ell) = i\hat{a}^{+}_{1e}(\vec{\varkappa},0) \times \hat{a}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell) - i\hat{a}^{+}_{1o}(\vec{\varkappa},\ell)\hat{a}_{1e}(\vec{\varkappa},0)$ – операторы Стокса и удовлетворяют стандартным коммутационным соотношениям [15, 16].

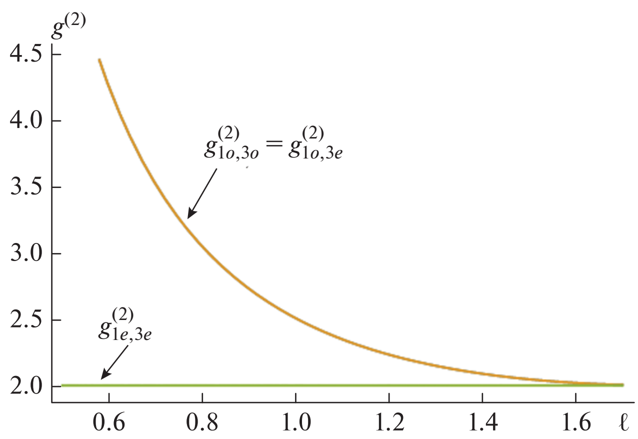

Рис. 2. Коэффициенты корреляций между модами. Опущены кривые корреляций при разных значениях поперечной части волнового числа, так как их поведение почти не-, или слабо меняется. При этом $\gamma = 0.5$.

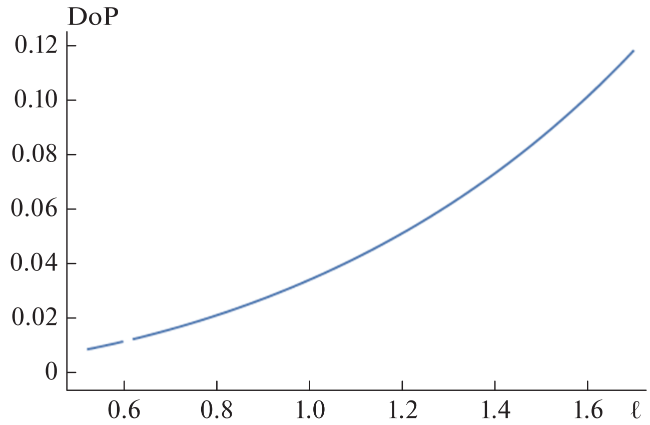

Рис. 3. Степень поляризации между модами на частотах ω_o и ω_e. Опущены кривые степени поляризации при разных значениях поперечной части волнового числа, так как они практически совпадают. При этом $\gamma = 0.5$.

Усреднение фотонов, коэффициентов корреляций и степени поляризации (8)—(11) произведены в случае, когда мода накачки не истощалась, а остальные моды находились в вакуумном состоянии (см. рис. 2 и 3). Значения коэффициентов корреляций и степени поляризации вычислялись, когда мода на частоте ω_e находилась в начальной точке кристалла 0, а моды на частотах ω_o и $3\omega_e$- в конечной точке ℓ. Рисунок 2 показывает, что имеется высокая корреляции между модами (ω_o, ω_e), $(\omega_o, 3\omega_e)$ и $(\omega_e, 3\omega_e)$. С возрастанием длины РДС-кристалла значение коэффициентов корреляций стремится к 2.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые рассмотрена возможность реализации вырожденного параметрического процесса, когда две ортогонально-поляризованные встречные моды рождаются и распространяются внутри РДС-кристалла. Найдены длины волны, периоды решеток и порядки квазисинхронизма в случае $LiNbO_3$, когда оба нелинейных процесса (1), (2) одновременно могут эффективно реализовываться.

Установлено, что среднее число фотонов (10), корреляционные коэффициенты второго порядка (11)—(13) слабо зависят от дифракции внутри РДС-кристалла. Это дает хорошие шансы получать фантомные изображения высокого качества, потому что дифракция, как правило, наиболее губительно действует на пространственное разрешение [17]. Опущены кривые корреляций и степень поляризации при разных значениях поперечной части волнового числа, так как поведение кривых почти не меняется, что и подтверждает независимость взаимодействующих пучков от условий фазового синхронизма.

На рис. 2 приведены значения коэффициентов корреляции 2-го порядка. При $g^{(2)} > 1$ преобладают фотоны парные, коррелированные в двух модах. Кривые корреляций показывают, что встречные ортогонально-поляризованные моды могут стать хорошими кандидатами для формирования квантовых фантомных изображений аналогично, как в случае встречного четырехфотонного смешения в формировании фантомных изображений с помощью кубической нелинейной среды [2].

Отмечено, что дифракция внутри РДС-кристалла слабо влияет на эффективность нелинейных процессов по сравнению с попутным взаимодействием.

Показано, что степень поляризации не равна нулю (см. рис. 3). Это связано с тем, что фотон моды на частоте ω_e участвует в процессе (3).

Отметим, что волноводы, интегральные схемы на основе квадратичной нелинейности (РДС-кристалл на базе $LiNbO_3$ [8]) могут стать хорошим кандидатом для задач эндоскопии, так как встречные ортогонально-поляризованные коррелированные моды также могут содержать поляризационные характеристики изучаемого объекта при формировании фантомных изображений. Встречные моды в рассматриваемом РДС-кристалле слабо зависят от дифракции, что важно для формирования квантовых фантомных изображений высокого качества.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-12-00155).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Yariv A., Pepper D.* // Opt. Lett. 1977. V. 1. No. 1. P. 16.
2. *Белинский А.В., Сингх Р.* // ЖЭТФ. 2021. Т. 159. № 2. С. 258.
3. *Волков В.В., Чиркин А.С.* // Квант. электрон. 1999. Т. 26. № 1. С. 82.
4. *Волоховский В.В., Чиркин А.С.* // Квант. электрон. 2001. Т. 31. № 5. С. 437.
5. *Luo K., Ansari V., Massaro M. et al.* // Opt. Expr. 2020. V. 28. P. 3215.
6. *Mutter P., Zukauskas A., Viotti A. et al.* // EPJ Web Conf. 2020. V. 243. Art. No. 18003.
7. *Booth M.C., Atature M., Guiseppe G.Di. et al.* // Proc. 15th Ann. Meeting. IEEE Lasers Electro-Opt. Soc. V. 1. (Glasgow, 2002). P. 83
8. *Duan J., Zhang J., Zhu Y. et al.* // J. Opt. Soc. Amer. B. 2020. V. 37. No. 7. P. 2139.
9. *Kornienko V.V., Kitaeva G.K., Sedlmeir F. et al.* // APL Photon. 2018. V. 3. No. 5. Art. No. 051704.
10. *Kitaeva G.K., Yakunin P.V., Kornienko V.V., Penin A.N.* // Appl. Phys. B. 2014. V. 116. No. 4. P. 929.
11. *Kuznetsov K.A., Kovalev S.P., Kitaeva G.K. et al.* // Appl. Phys. B. 2010. V. 101. No. 4. P. 811.
12. *Китаева Г.Х., Пенин А.Н., Тучак А.Н. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 92. № 5. С. 327.
13. *Kitaeva G.K., Kovalev S.P., Penin A.N. et al.* // J. Infrared Millimeter Terahertz Waves. 2011. V. 32. No. 10. P. 1144.10.1007/s10762-011-9780-y
14. *Най Д.* Физические свойства кристаллов. М.: ИЛ, 1960.
15. *Чиркин А.С.* // Опт. и спектроск. 2015. Т. 119. № 3. С. 397.
16. *Белинский А.В., Сингх Р.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 1. С. 45; *Belinsky A.V., Singh R.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 1. P. 39.
17. *Белинский А.В.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. физ. и астрон. 2018. № 5. С. 3.

On the possibility of generation of counter propagating orthogonally polarized modes in a periodically poled nonlinear crystal, considering diffraction and the formation of quantum ghost images

A. V. Belinksy[a], **R. Singh**[a, *]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: ranjit.singh@mail.ru*

We consider the implementation of a degenerate parametric process when 2 orthogonally polarized counter propagating modes are generated/propagated in a periodically poled nonlinear crystal. A scheme for the formation of quantum ghost images is proposed. It is established that the diffraction of beams practically does not affect the correlation coefficients of the 2-nd order, which leads to good prospects for obtaining high-quality ghost images, since diffraction, as a rule, has the most detrimental effect on their spatial resolution.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 47–52

УДК 535.8:517.958

"КОСЫЕ" ОПТИКО-ТЕРАГЕРЦОВЫЕ СОЛИТОНЫ СИСТЕМЫ ЯДЗИМЫ–ОЙКАВЫ–КАДОМЦЕВА–ПЕТВИАШВИЛИ

© 2022 г. С. В. Сазонов[1, 2, 3, *], Н. В. Устинов[2]

[1]Федеральное государственное бюджетное учреждение
"Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Москва, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия

[3]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)", Москва, Россия

*E-mail: sazonov.sergey@gmail.com

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Выведена система нелинейных уравнений, описывающая генерацию терагерцового излучения оптическим методом и обобщающая уравнения Ядзимы–Ойкавы и Кадомцева–Петвиашвили. На основе решения в виде оптико-терагерцовых "косых" солитонов проанализирован режим генерации при учете дифракции терагерцовой составляющей.

DOI: 10.31857/S0367676522010239

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы, связанные с эффективной генерацией терагерцового излучения, на сегодняшний день весьма актуальны. Одним из наиболее эффективных методов генерации является оптический метод, основанный на эффекте оптического выпрямления в квадратично-нелинейных средах [1–3].

При теоретическом описании процесса генерации терагерцового излучения оптическим методом выводятся системы уравнений, которые помимо прикладного интереса могут представлять интерес, связанный с исследованиями математической структуры данных уравнений, а также с их нетривиальными решениями. В свою очередь решения солитонного типа способны пролить дополнительный свет на прикладные аспекты.

Как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения немаловажным является вопрос о возможности локализации в пространстве генерируемого терагерцового излучения. Данный вопрос тесно связан с влиянием дисперсии и дифракции, которые приводят к расплыванию сигнала. Нелинейность, напротив, способна усилить локализацию энергии сигнала.

Настоящая работа посвящена выводу системы уравнений, описывающей вышеупомянутый процесс генерации при учете дисперсии, дифракции и нелинейности терагерцовой компоненты.

ВЫВОД СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Пусть фазовые волновые фронты оптического импульса, подаваемого на вход нелинейной среды, перпендикулярны оси z. Если электрическое поле E импульса поляризовано в плоскости главного сечения, то справедливо скалярное уравнение вида

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \Delta_\perp E. \qquad (1)$$

Здесь c — скорость света в вакууме, t — время, P — поляризационный отклик среды, $\Delta_\perp$ — поперечная часть лапласиана.

Для простоты будем считать, что плотность кристалла мала настолько, что его показатель преломления в оптической и терагерцовой областях спектра незначительно отличается от единицы. Данное предположение не повлияет принципиально на окончательные выводы, но существенно упростит математические выкладки. В этом случае можно использовать приближение однонаправленного распространения [4]. Для этого перепишем (1) в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial E}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t}\right) = \frac{4\pi}{c^2}\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} - \Delta_\perp E. \qquad (1a)$$

Так как импульс распространяется вдоль оси z, то в левой скобке можно положить приближенно $\partial/\partial z \approx -c^{-1}\partial/\partial t$. Тогда

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E}{\partial z}+\frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{2\pi}{c}\frac{\partial P}{\partial t}\right)=\frac{c}{2}\Delta_{\perp}E. \tag{2}$$

Легко видеть, что принятое допущение согласуется с учетом дифракции в параксиальном приближении.

Представим электрическое поле импульса, а также поляризационный отклик среды в виде суммы оптических E_{opt}, P_{opt} и терагерцовых E_T, P_T компонент:

$$E = E_{opt} + E_T, \quad P = P_{opt} + P_T. \tag{3}$$

Поляризационный отклик P_{opt} обладает несущей частотой ω оптической компоненты, а отклик P_T несущей частотой не обладает, так как генерируемый терагерцовый сигнал является широкополосным в спектральном смысле.

Принимая во внимание, что оптическая компонента обладает несущей частотой ω, представим ее через комплексную медленно меняющуюся огибающую $\psi = \psi(\vec{r}, t)$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор рассматриваемой точки. Таким образом,

$$E_{opt} = \psi e^{i(\omega t - kz)} + \psi^* e^{-i(\omega t - kz)}, \tag{4}$$

где k – продольная компонента волнового вектора оптической компоненты.

Дифракционная длина определяется соотношением $l_D \sim D^2/\lambda$, где D – поперечная апертура импульса, λ – характерная длина волны в спектре сигнала. Длина волны оптической компоненты на три–четыре порядка меньше характерной длины волны терагерцовой составляющей. Поэтому дифракционная длина для оптической компоненты на три–четыре порядка больше, чем аналогичная длина для терагерцовой составляющей. Пусть, например, апертура $D \sim 1$ мм, а длина волны, соответствующая красной (или ближней инфракрасной) области спектра, $\lambda \sim 10^{-4}$ см. Тогда оптическая дифракционная длина $l_D \sim 10^2$ см. Для терагерцовой же компоненты дифракционная длина окажется порядка 1 мм.

Если рассматривать процессы на дистанциях распространения в промежутке между этими длинами, то дифракцией оптической компоненты можно пренебречь. Тогда после интегрирования (2) получим для данной компоненты

$$\frac{\partial E_{opt}}{\partial z}+\frac{1}{c}\frac{\partial E_{opt}}{\partial t}+\frac{2\pi}{c}\frac{\partial P_{opt}}{\partial t}=0. \tag{5}$$

Для терагерцовой составляющей будем иметь (см. (2)):

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_T}{\partial z}+\frac{1}{c}\frac{\partial E_T}{\partial t}+\frac{2\pi}{c}\frac{\partial P_T}{\partial t}\right)=\frac{c}{2}\frac{\partial^2 E_T}{\partial x^2}. \tag{6}$$

Здесь мы приняли, что дифракция имеет планарный характер, т.е. $\Delta_{\perp}E_T = \dfrac{\partial^2 E_T}{\partial x^2}$.

Поляризационный отклик среды представим в виде суммы линейной P^{lin} и нелинейной P^{non} компонент. Считая, что нелинейный отклик квадратичен по полю, запишем, учитывая временную дисперсию (нелокальность) линейного отклика,

$$P^{lin} = \int_0^\infty \chi(\tau)E(t-\tau)d\tau, \tag{7}$$

$$P^{non} = \chi^{(2)}E^2. \tag{8}$$

Здесь $\chi(\tau)$ – временная линейная восприимчивость среды, $\chi^{(2)}$ – нелинейная квадратичная восприимчивость. В (8) мы в целях простоты пренебрегли нелокальностью нелинейной части отклика.

Подставляя (3) и (4) в (7), получим для линейных частей оптического и терагерцового откликов

$$\begin{gathered} P_{opt}^{lin} = e^{i(\omega t - kz)}\int_0^\infty \chi(\tau)\psi(t-\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau + c.c., \\ P_T^{lin} = \int_0^\infty \chi(\tau)E_T(t-\tau)d\tau. \end{gathered} \tag{9}$$

Здесь “*c.c.*” обозначает комплексное сопряжение.

Считая дисперсию слабой, используем разложения

$$\psi(t-\tau) = \psi(t) - \tau\frac{\partial\psi}{\partial t} + \frac{\tau^2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - \ldots,$$

$$E_T(t-\tau) = E_T(t) - \tau\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{\tau^2}{2}\frac{\partial^2 E_T}{\partial t^2} - \ldots$$

Тогда

$$P_{opt}^{lin} = e^{i(\omega t - kz)}\left[\chi_\omega\psi - i\frac{\partial\chi_\omega}{\partial\omega}\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\chi_\omega}{\partial\omega^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\right] + c.c., \tag{10}$$

где частотная восприимчивость

$$\chi_\omega = \int_0^\infty \chi(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau. \tag{11}$$

Аналогично для терагерцового линейного отклика будем иметь

$$P_T^{lin} = \chi_0 E_T + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\chi_\omega}{\partial\omega^2}\right)_{\omega=0}\frac{\partial^2 E_T}{\partial t^2}. \tag{12}$$

При получении (12) учтено, что $\left(\dfrac{\partial\chi_\omega}{\partial\omega}\right)_{\omega=0} = \int_0^\infty \tau\chi(\tau)d\tau = 0$. Действительно, из (11) следует, что $\chi_\omega^* = \chi_{-\omega}$. При отсутствии необратимых потерь восприимчивость является вещественным параметром. Поэтому $\chi_\omega = \chi_{-\omega}$. Т.е. восприимчивость является четной функцией частоты. Следовательно, ее производная $\frac{\partial\chi_\omega}{\partial\omega}$ есть нечетная функция и поэтому $\left(\frac{\partial\chi_\omega}{\partial\omega}\right)_{\omega=0} = 0$.

Подставляя теперь (3) и (4) в (8) и сохраняя только слагаемые на частоте ω и на нулевой частоте, получим

$$P_{opt}^{non} = 2\chi^{(2)}E_T\psi e^{i(\omega t-kz)} + c.c.,$$
$$P_T^{non} = \chi^{(2)}\left(E_T^2 + 2|\psi|^2\right).$$

Отсюда, а также из (10) и (12) найдем

$$P_{opt} = e^{i(\omega t-kz)}\left[\chi_\omega\psi - i\frac{\partial\chi_\omega}{\partial\omega}\frac{\partial\psi}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial^2\chi_\omega}{\partial\omega^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\right] + 2\chi^{(2)}E_T\psi e^{i(\omega t-kz)} + c.c., \tag{13}$$

$$P_T^{lin} = \chi_0 E_T + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\chi_\omega}{\partial\omega^2}\right)_{\omega=0}\frac{\partial^2 E_T}{\partial t^2} + \chi^{(2)}\left(E_T^2 + 2|\psi|^2\right). \tag{14}$$

Подставляя (4) и (13) в (5), а (14) в (6), придем к системе

$$i\left(\frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{1}{v_g}\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) = -\frac{\beta}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} + \alpha E_T\psi, \tag{15}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_T}{\partial z} + \frac{n_T}{c}\frac{\partial E_T}{\partial t} - \gamma\frac{\partial^3 E_T}{\partial t^3} + \mu E_T\frac{\partial E_T}{\partial t} + \sigma\frac{\partial}{\partial t}\left(|\psi|^2\right)\right) = \frac{c}{2}\frac{\partial^2 E_T}{\partial x^2}. \tag{16}$$

Здесь групповая скорость v_g оптической компоненты определяется выражением $1/v_g = \partial k/\partial\omega$, а введенная выше продольная компонента k волнового вектора оптической компоненты связана с несущей частотой ω соотношением $k = \omega n/c$, оптический n и терагерцовый n_T показатели преломления определяются как $n = 1 + 2\pi\chi_\omega$, $n_T = 1 + 2\pi\chi_0$, $\beta = \partial^2 k/\partial\omega^2$ – параметр дисперсии групповой скорости (ДГС) оптической компоненты, $\gamma = \pi\left(\partial^2\chi_\omega/\partial\omega^2\right)_{\omega=0}/c$ – параметр дисперсии терагерцовой компоненты, $\alpha = 4\pi\omega\chi^{(2)}/c$, $\mu = \sigma = 4\pi\chi^{(2)}/c$.

Наиболее эффективная генерация происходит при выполнении условия Захарова–Бенни (ЗБ) [5], которое в нашем случае имеет вид

$$v_g = \frac{c}{n_T}. \tag{17}$$

Считая, что условие (17) выполнено, после введения “бегущего” времени $\tau = t - z/v_g$ перепишем систему (15), (16) в виде

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\frac{\beta}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} + \alpha E_T\psi,(18) \tag{18}$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\partial E_T}{\partial z} - \gamma\frac{\partial^3 E_T}{\partial\tau^3} + \mu E_T\frac{\partial E_T}{\partial\tau} + \sigma\frac{\partial}{\partial\tau}\left(|\psi|^2\right)\right) = \frac{c}{2}\frac{\partial^2 E_T}{\partial x^2}. \tag{19}$$

Если в (19) пренебречь дифракцией, а также положить $\gamma = \mu = 0$, то после интегрирования будем иметь

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} = -\sigma\frac{\partial}{\partial\tau}\left(|\psi|^2\right). \tag{20}$$

Система (18), (20) известна как система Ядзимы–Ойкавы (ЯО) [6].

В случае $\sigma = 0$ связь между оптической и терагерцовой компонентами разрывается, а уравнение (19) переходит в уравнение Кадомцева–Петвиашвили (КП) [7]. В соответствии с этим замечанием будем называть уравнения (18), (19) системой Ядзимы–Ойкавы–Кадомцева–Петвиашвили (ЯО–КП).

СОЛИТОННОЕ РЕШЕНИЕ И ЕГО АНАЛИЗ

Система ЯО–КП (18), (19) имеет решение в виде “косого” солитона:

$$\psi = \psi_m \mathrm{sech}^2\left[\frac{t - (z\cos\theta + x\sin\theta)/v}{2\tau_p}\right]\times \exp\left\{i\left[\frac{\beta}{2}\left(\frac{1}{\tau_p^2} - \Omega^2\right)z - \Omega\tau\right]\right\}, \tag{21}$$

$$E = -E_m \mathrm{sech}^2\left[\frac{t - (z\cos\theta + x\sin\theta)/v}{2\tau_p}\right], \tag{22}$$

где амплитуды компонент

$$\psi_m = \frac{3}{4\alpha\tau_p^2}\sqrt{\frac{\beta}{2\sigma}(4\alpha\gamma - \beta\mu)},\quad E_m = \frac{3\beta}{4\alpha\tau_p^2}. \tag{23}$$

Сдвиг Ω несущей частоты оптической компоненты, угол θ между фазовыми и групповыми фронтами оптического импульса и временная длительность τ_p импульса связаны между собой соотношением

$$\beta\Omega = \frac{c}{2v_g^2}\mathrm{tg}^2\theta\left(1 - v_g\beta\Omega\right)^2 + \frac{\gamma}{\tau_p^2}. \tag{24}$$

При этом групповая скорость солитона

$$\nu = \frac{\nu_g \cos\theta}{1 - \nu_g \beta\Omega}. \qquad (25)$$

Таким образом, солитонное решение (21)–(25) обладает двумя свободными параметрами, в качестве которых можно выбрать длительность τ_p и угол θ. При этом сдвиг несущей частоты определяется из выражения (24). Из него сразу же следует, что $\beta\Omega > 0$, так как для равновесного кристалла $\gamma > 0$ [8]. Таким образом, в спектральной области нормальной ДГС ($\beta > 0$) имеем $\Omega > 0$. В этом случае несущая частота оптического импульса смещается в красную область. Если же ДГС аномальна, то имеем фиолетовый сдвиг частоты.

Из (23) видно, что рассматриваемый солитон реализуется при условии $2\beta(4\alpha\gamma - \beta\mu)/\sigma > 0$. Заметим в этой связи, что в различных кристаллах и при различных значениях несущей частоты ω параметры α, β, μ и σ могут быть как положительными, так и отрицательными.

По аналогии с солитонным решением уравнения КП [7] рассматриваемое решение можно назвать "косым" солитоном системы ЯО–КП. Здесь важно подчеркнуть, что направления распространения фазовых и групповых фронтов оптической компоненты неколлинеарны. В случае "косого" солитона КП вообще не приходится говорить о фазовых фронтах, так как отсутствует компонента поля с несущей частотой. В этом состоит важное отличие солитона (21)–(25) от "косого" солитона уравнения КП.

Выражение (25) можно рассматривать как черенковское условие генерации терагерцового излучения оптическим импульсом. Действительно, групповая скорость солитона системы ЯО определяется выражением $\tilde{\nu} = \nu_g/(1 - \nu_g\beta\Omega)$ [9]. Тогда (25) принимает вид $\cos\theta = \nu/\tilde{\nu}$. Таким образом, для эффективной генерации терагерцового сигнала групповая скорость солитона ЯО должна превышать скорость солитона ЯО–КП. Можно сказать, что это есть солитонное условие ЗБ. В этой связи заметим, что в оптических экспериментах для повышения эффективности генерации терагерцового излучения часто используется техника наклонных фазовых фронтов оптического сигнала [10, 11]. При этом условие генерации очень похоже на полученное здесь солитонное условие ЗБ.

Если в решении (21)–(25) положить $\theta = 0$, то вовсе исключается зависимость солитона от поперечной координаты. В этом случае уравнение (19) после интегрирования по τ принимает вид

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} - \gamma\frac{\partial^3 E_T}{\partial \tau^3} + \mu E_T\frac{\partial E_T}{\partial \tau} + \sigma\frac{\partial}{\partial \tau}\left(|\psi|^2\right) = 0. \qquad (26)$$

Таким образом, вместо системы ЯО–КП (18), (19) имеем систему (18), (26) Ядзимы–Ойкавы–Кортевега–де Вриза (ЯО–КдВ). Солитонное решение данной системы, полученное ранее в [12] и [13], находится из решения (21)–(25) при $\theta = 0$. Заметим, что в этом случае мы имеем один свободный параметр τ_p. Амплитуды обеих компонент связаны с этим параметром выражениями (23), а сдвиг частоты и групповая скорость солитона ЯО–КдВ определяются соотношениями

$$\Omega = \frac{\gamma}{\beta\tau_p^2}, \quad \nu = \frac{\nu_g}{1 - \nu_g\gamma/\tau_p^2}. \qquad (27)$$

Исходные физические предположения, при которых здесь выведена система (18), (19) согласуются с условиями $\nu_g \le c$, $\theta \ll 1$ и $\nu_g\beta\Omega \approx c\beta\Omega \ll 1$.

Легко видеть, что в этом случае (24) записывается как

$$c\beta\Omega = \frac{\theta^2}{2} + \frac{c\gamma}{\tau_p^2}, \qquad (28)$$

а выражение для скорости солитона сохраняет вид (27). Итак, в рассматриваемом случае скорость "косого" солитона ЯО–КП практически не зависит от угла θ. В то же время абсолютное значение сдвига несущей частоты оптической компоненты увеличивается с ростом этого угла.

Приближения, принятые при выводе (18), (19), наряду с решением в виде "косого" солитона оставляют незыблемым правило сохранения электрической "площади" $S_E \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} E dt = \int_{-\infty}^{+\infty} E_T dt$ импульса, вытекающее из уравнений Максвелла [14, 15] (определенная таким образом "площадь" оптической компоненты равна нулю из-за отсутствия в ее спектре нулевой частоты). Действительно, интегрируя (19) по τ, запишем данное уравнение в виде закона сохранения

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} + \frac{\partial j_\tau}{\partial \tau} + \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0, \qquad (29)$$

где $j_\tau = -\gamma\frac{\partial^2 E_T}{\partial \tau^2} + \frac{\mu}{2}E_T^2 + \sigma|\psi|^2$, $j_x = \frac{c}{2}\frac{\partial}{\partial x}\int_{-\infty}^{\tau} E_T d\tau$.

После перехода от (19) к интегральной форме закона сохранения с помощью математической теоремы Гаусса и учета того, что поле импульса со всеми своими производными на бесконечности равно нулю, будем иметь $\frac{d}{dz}\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}E_T d\tau = 0$. Отсюда $\int_{-\infty}^{+\infty}dx\int_{-\infty}^{+\infty}E_T d\tau = \mathrm{const}$. Так как групповые волновые фронты "косого" солитона являются плоскими, то интегрирование здесь по координате x, сводится к умножению на стремящуюся к бесконечности постоянную l_x, которая при малых углах θ имеет смысл поперечного размера солитона. Таким образом, $\int_{-\infty}^{+\infty}E_T d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty}Edt = S_E = \mathrm{const}$.

Сделаем численные оценки параметров рассмотренного здесь "косого" солитона. Взяв типичное значение для нелинейной восприимчивости одноосного кристалла $\chi^{(2)} \sim 10^{-9}$ СГСЭ [16] и для несущей частоты оптического импульса $\omega \sim 10^{15}$ с$^{-1}$, найдем $\alpha \sim 10^{-3}$ СГСЭ, $\sigma \sim \mu \sim 10^{-18}$ СГСЭ. Для дисперсионных параметров справедливы оценки $\beta \sim (\omega c)^{-1} \sim 10^{-25}$ с^2/см, $\gamma \sim \pi\chi_T/(c\omega_T^2)$, где ω_T – характерная резонансная частота среды в терагерцовом диапазоне. Взяв $\omega_T \sim 10^{13}$ с$^{-1}$, $\pi\chi_T \sim 10^{-1}$, найдем $\gamma \sim 10^{-37}$ СГСЭ. Тогда по формулам (23) при $\tau_p \sim 10^{-12}$ с будем иметь $\psi_m \sim E_m \sim 10^2$ СГСЭ. Для интенсивностей оптической I_{opt} и терагерцовой I_T компонент получим $I_{opt} \sim c\psi_m^2/4\pi \sim \sim I_T \sim cE_T^2/4\pi \sim 10^6$ Вт/см^2. Таким образом, интенсивности обеих компонент сравнимы между собой. Если пренебречь собственной дисперсией и собственной нелинейностью терагерцовой компоненты, то интенсивность оптической компоненты солитона оказывается на три–четыре порядка выше интенсивности терагерцовой составляющей [17]. Это говорит о том, что дисперсия и нелинейность в терагерцовом диапазоне приводят к повышению эффективности генерации терагерцового излучения. Характерная дистанция, на которой способен сформироваться солитон, порядка дисперсионной длины $l_d^T = \tau_p^3/\gamma$ терагерцовой компоненты. Используя приведенные выше оценки, будем иметь $l_d^T \sim 10^2$ см. Солитоны же системы Ядзимы–Ойкавы формируются на дистанциях порядка оптической дисперсионной длины $l_d^T \sim \tau_p^2/\beta \sim 10$ см. При тех же параметрах из (28) при $\theta = 0$ для сдвига несущей частоты имеем $\Omega \sim 10^{12}$ с$^{-1}$. Как видно из (28) сравнимый по величине вклад в данный сдвиг, обусловленный наклоном волновых фронтов, вносится при $\theta \sim 2°$–$3°$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, выведена система нелинейных волновых уравнений типа ЯО–КП, описывающая генерацию терагерцового излучения при учете дисперсии и нелинейности для терагерцовой компоненты, а также наклона волновых фронтов оптической составляющей. Анализ солитонного решения выведенной системы показывает, что эффективность генерации и сдвиг несущей частоты оптического импульса весьма существенно зависят от угла между его фазовыми и волновыми фронтами.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-02-00234а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абдуллин У.А., Ляхов Г.А., Руденко О.В., Чиркин А.С.* // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. С. 1295.
2. *Багдасарян Д.А., Макарян А.О., Погосян П.С.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 37. С. 498.
3. *Auston D.H., Cheung K.P., Valdmanis J.A., Kleinman D.A.* // Phys. Rev. Lett. 1984. V. 53. P. 1555.
4. *Caudrey P.J., Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Bullough R.K.* // J. Phys. A. 1973. V. 6. Art. No. L53.
5. *Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х.* Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988.
6. *Yajima N., Oikawa M.* // Progr. Theor. Phys. 1976. V. 56. No. 6. P. 1719.
7. *Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука, 1980.
8. *Бугай А.Н., Сазонов С.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. С. 470.
9. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. С. 746.
10. *Hattori T., Takeuchi K.* // Opt. Expr. 2007. V. 15. P. 8076.
11. *Степанов А.Г., Мельников А.А., Компанец В.О., Чекалин С.В.* // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 85. С. 279.
12. *Gromov E., Malomed B.* // Chaos. 2017. V. 27. Art. No. 113107.
13. *Cisneros-Ake L.A., Solano Peláez J.F.* // Physica D. 2017. V. 346. P. 20.
14. *Розанов Н.Н.* // Опт. и спектроск. 2009. Т. 107. № 5. С. 761.
15. *Розанов Н.Н., Архипов Р.М., Архипов М.В.* // УФН. 2018. Т. 188. С. 1347; *Rosanov N.N., Arkhipov R.M., Arkhipov M.V.* // Phys. Usp. 2018. V. 61. P. 1227.
16. *Ярив А.* Квантовая электроника. М.: Сов. Радио, 1980.
17. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. С. 1160.

"Tilted" optical-terahertz solitons of the system of Yajima–Oikawa–Kadomtsev–Petviashvili

S. V. Sazonov[a, b, c, *], **N. V. Ustinov**[b]

[a] *National Research Centre "Kurchatov Institute", Moscow, 123182 Russia*
[b] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*
[c] *Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, 125993 Russia*
**e-mail: sazonov.sergey@gmail.com*

A system of nonlinear equations is derived that describes the generation of terahertz radiation through the optical method and generalizes the Yajima–Oikawa and Kadomtsev–Petviashvili equations. Based on the solution in the form of optical-terahertz "tilted" solitons, the generation regime is analyzed with accounting for the diffraction of the terahertz component.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 53–57

УДК 537.9

ИОНИЗАЦИЯ ПРИМЕСЕЙ СТАТИЧЕСКИМ И ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ПОЛЯМИ В ОДНОСЛОЙНЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБКАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ТИПА

© 2022 г. О. Ю. Бабина[1], С. Ю. Глазов[1, 2, *], И. А. Подгорная[1, 2]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Волгоградский государственный социально-педагогический университет”, Волгоград, Россия*

[2]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Волгоградский государственный медицинский университет”, Волгоград, Россия*

**E-mail: ser-glazov@yandex.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследована вероятность ионизации примесей в однослойных углеродных нанотрубках полупроводникового типа в присутствии сильных постоянного и переменного электрических полей в квазиклассическом приближении. Электрические поля поляризованы вдоль оси нанотрубки. Получены аналитические выражения для вероятности ионизации в присутствии только постоянного или переменного электрических полей в предельных случаях.

DOI: 10.31857/S0367676522010033

ВВЕДЕНИЕ

Электрические свойства углеродных нанотрубок (УНТ) существенно различаются в зависимости от их структуры, условий синтеза, наличия примесей и дефектов. Первоначальные эксперименты проводились над образцами, содержащими хаотично расположенные нанотрубки разных типов, что затрудняло теоретическое описание полученных результатов. Экспериментальные значения данных свойств, например, электрического сопротивления, теплопроводности, варьируются в пределах нескольких порядков величины. В настоящее время большее внимание уделяется исследованию одиночных углеродных нанотрубок или систем, содержащих нанотрубки одного типа (например, вертикально выровненные массивы углеродных нанотрубок), поскольку в этом случае появляется возможность для теоретического предсказания и практического получения структур с заданными свойствами. Современные технологии позволяют получать “чистые” УНТ, практически без примесей [1]. Будущее за технологиями, обеспечивающими контроль над составом и концентрацией примесных центров.

Одним из методов для описания ионизации атомов под действием внешних электрических полей является квазиклассический метод “мнимого времени”. Первоначально построенный для структур с квадратичным энергетическим спектром [2–4], он успешно развит для полупроводниковых узкозонных структур [5, 6] и активно применяется для современных низкоразмерных систем [7–10].

В данной работе изучается одновременное влияние постоянного и переменного квазиклассически сильных электрических полей на ионизацию примесных центров в УНТ полупроводникового типа.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Электронная структура УНТ описывается, как правило, в рамках анализа динамики π-электронов в приближении сильной связи, учитывающем взаимодействие лишь трех соседних атомов в гексагональной структуре. В рамках данной модели закон дисперсии, описывающий свойства УНТ типа zigzag $(m,0)$, имеет вид [11]

$$\varepsilon = \pm\gamma\sqrt{1 + 4\cos y(\cos x + \cos y)}, \qquad (1)$$

где $\gamma \approx 2.7$ эВ – интеграл перескока электронов между соседними узлами кристаллической решетки, $x = p_x a$, $y = \pi s/m$, $s = 1, 2...m$, $a = 3b/2\hbar$, $b = 0.142$ нм – расстояние между соседними атомами углерода в графене, p_x – квазиимпульс электрона вдоль оси УНТ. Разные знаки относятся к зоне проводимости и валентной зоне. Закон дисперсии (1) можно получить из хорошо известного энергетического спектра неограниченной графитовой плоскости (графена), накладывая периодические граничные условия, из-за которых поперечная составляющая квазиимпульса электрона принимает лишь набор дискретных значений. Продольная компонента квазиимпульса при этом остается непрерывной. Энергетический спектр электронов в нанотрубке представляет собой совокупность электронных подзон $\varepsilon_s(k)$, нумеруемых угловым моментом s.

Процесс перехода электрона с примесного уровня в зону проводимости представляет собой туннелирование электрона через потенциальный барьер и может носить квазиклассический характер [3]. При этом вероятность перехода (ионизации) описывается с экспоненциальной точностью в виде

$$W = \exp\left(-\frac{2\,\mathrm{Im}(S)}{\hbar}\right), \tag{2}$$

где S – классическое действие, которое набирает частица при подбарьерном движении, определяемое формулой

$$S = \int_0^{t_0} [\varepsilon(p(t)) - V]dt, \tag{3}$$

где $p(t)$ – импульс электрона, определяемый из классического уравнения движения, V – энергия залегания примеси. Предполагаем, что примеси находятся в УНТ на заданной глубине υ. На рис. 1. уровень энергии примеси обозначен штриховой линией. Начало отсчета энергии выбираем посередине запрещенной зоны.

Электрические поля $\vec{E} = \{E_1 + E_0\cos\omega t, 0\}$ поляризованы вдоль оси нанотрубки. Характеристики электрических полей выбираются такие, чтобы выполнялось условие применимости квазиклассического метода

$$\mathrm{Im}(S) \gg \hbar. \tag{4}$$

Для нахождения момента начала туннелирования t_0 воспользуемся условием минимума мнимой части действия

$$\left.\frac{\partial\,\mathrm{Im}(S(t))}{\partial t}\right|_{t_0} = 0, \tag{5}$$

что соответствует условию

$$\varepsilon(t_0) = V. \tag{6}$$

Для нахождения $\varepsilon(t)$ достаточно рассмотреть классическое уравнение движения

$$\frac{dp_x}{dt} = eE_x, \tag{7}$$

с начальным условием $p_x(0) = p_{0x}$, $s(0) = s_0$, что соответствует попаданию электрона в зону проводимости в состояние с минимальной энергией.

Подставляя решение (7) в (6), получим трансцендентное уравнение для нахождения момента начала туннелирования, корень которого чисто мнимый $t_0 = i\tau_0$. После перехода к безразмерным единицам получаем уравнение, которое решается численно

$$F_1\tilde{\tau}_0 + \frac{F_0}{w}\mathrm{sh}(w\tilde{\tau}_0) = \beta, \tag{8}$$

где

$$\beta = \mathrm{arch}\left(\{(\tilde{\Delta} - \tilde{\upsilon})^2 - 1 - 4\cos^2(y_0)\}\big/\{4\cos(x_0)\cos(y_0)\}\right),$$

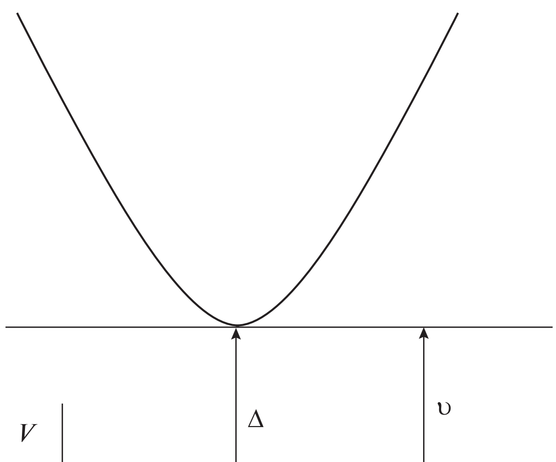

Рис. 1. Энергетическая диаграмма примеси.

$\tilde{\Delta} = \Delta/\gamma$, Δ – полуширина запрещенной зоны, $\tilde{\upsilon} = \upsilon/\gamma$, $w = \hbar\omega/\gamma$, $\tilde{\tau}_0 = \gamma\tau_0/\hbar$, $F_1 = aeE_1\hbar/\gamma$, $F_0 = aeE_0\hbar/\gamma$. Отметим, что при выводе формулы (8) можно конкретизировать значения x_0 и y_0, для УНТ определенного радиуса [11]

$$R = \frac{\sqrt{3}b}{2\pi}m. \tag{9}$$

Например, для УНТ типа zigzag (14, 0) для самых низших подзон (s = 5 и s = 9) мы имеем эквивалентные точки с безразмерной компонентой квазиимпульса (0, 9π/14), (π, 5π/14) и (–π, 5π/14). Отметим, что для всех подзон $\sin(x_0) = 0$, и это будет учтено в дальнейших формулах.

По формуле (3) проведен расчет классического действия, с момента времени начала туннелирования t_0 до момента выхода частицы из-под барьера при $t = 0$. Подставляя в (3) решение (8), находим мнимую часть действия в виде интеграла

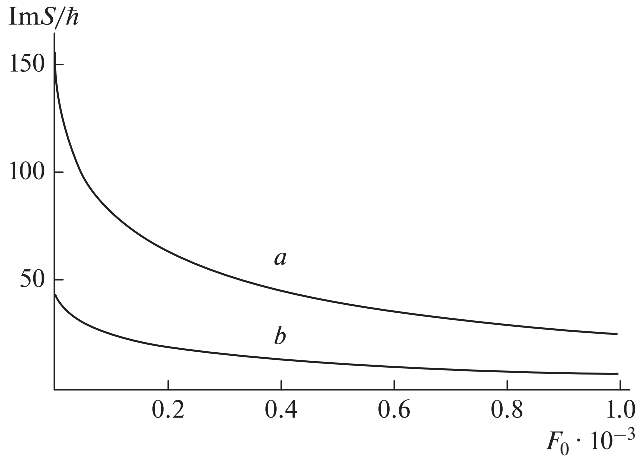

Рис. 2. Зависимость мнимой части действия S от амплитуды переменного электрического поля в безразмерных единицах при $F_1 = 0.0002$; $w = 0.005$; $m = 13$ (a), 14 ($б$).

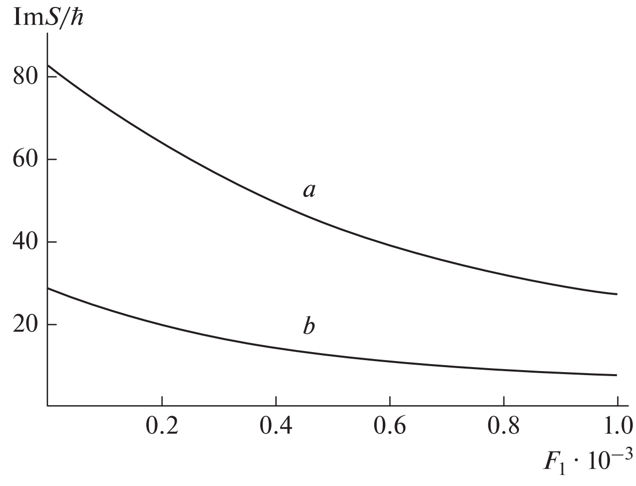

Рис. 3. Зависимость мнимой части действия S от напряженности постоянного электрического поля в безразмерных единицах при $F_0 = 0.0002$; $w = 0.005$; $m = 13$ (a), 14 ($б$).

$$\operatorname{Im} S = \hbar \int_0^{\tilde{\tau}_0} \left\{ \sqrt{1 + 4\operatorname{ch}\left(F_1 t + \frac{F_0}{w}\operatorname{sh}(wt)\right)\cos x_0 \cos y_0 + 4\cos^2 y_0} + (\tilde{\upsilon} - \tilde{\Delta}) \right\} dt, \tag{10}$$

который не выражается через элементарные функции, поэтому берется численно.

Отметим, что мнимая часть действия в (10) зависит от начальных условий, т.е. от того, в какую подзону совершается переход.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Выполнено численное исследование вероятности ионизации примесей в зависимости от параметров приложенных полей. На рис. 2–4 приведены характерные зависимости мнимой части действия от параметров электрических полей в безразмерных единицах для УНТ типа zigzag (13, 0) и (14, 0). С ростом частоты и амплитуды переменного и напряженности постоянного электрического поля вероятность ионизации примесей в УНТ увеличивается, что согласуется с результатами работ [7–10] и более ранних работ, посвященных узкозонным полупроводникам и сверхрешеткам [5, 6]. Увеличение числа подзон соответствует увеличению радиуса нанотрубки. Таким образом, при увеличении радиуса УНТ мнимая часть действия уменьшается, при этом вероятность ионизации возрастает. Отметим также, что при увеличении радиуса УНТ уменьшается запрещенная зона и уменьшается ширина разрешенных подзон.

Сделаем численные оценки параметров, используемых при построении графиков на рис. 2–4: значения безразмерных напряженностей $F_{0,1} = 10^{-3}$ соответствуют $E_{0,1} \approx 10^5$ В $\cdot$ см$^{-1}$, а безразмерной частоте $w = 0.01$ соответствует $\omega \approx 4 \cdot 10^{13}$ Гц. Для УНТ типа zigzag (13, 0) для подзон $s = 4$ и $s = 9$ ширина подзоны проводимости $\Delta_e \approx 2.0\gamma$, $\Delta \approx 1.36\gamma$. Для УНТ типа zigzag (14, 0) для подзон $s = 5$ и $s = 9$ ширина подзоны проводимости $\Delta_e \approx 1.74\gamma$, $\Delta \approx 1.32\gamma$.

При решении задачи не учитывались межзонные переходы, что соответствует выполнению усло-

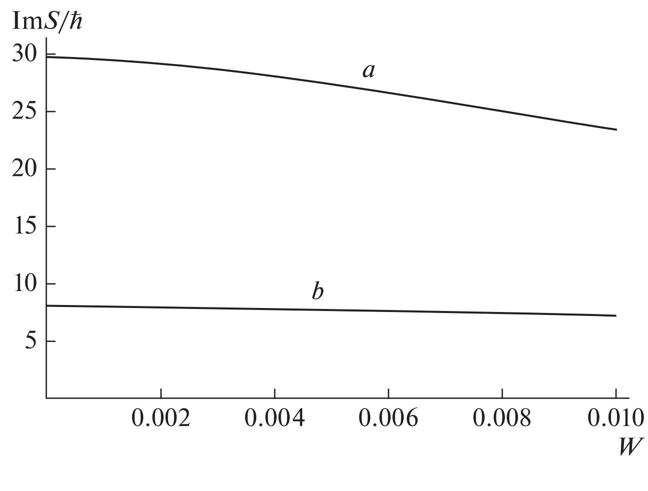

Рис. 4. Зависимость мнимой части действия S от частоты переменного электрического поля в безразмерных единицах при $F_1 = 0.0001$; $F_0 = 0.001$; $m = 13$ (a), 14 ($б$).

вия $\hbar\omega \ll 2\Delta$ ($\omega \ll 10^{15}$ с$^{-1}$), и тепловыми забросами электронов с примеси в подзоны – $k_Б T \ll \upsilon$ ($T \ll 2 \cdot 10^3$ K).

ОСНОВНЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Рассмотрим случай действия только постоянного электрического поля $\vec{E} = \{E_1, 0\}$, ориентированного вдоль оси нанотрубки.

Для момента времени начала туннелирования $t_0 = i\hbar\tilde{\tau}_0/\gamma$ из (8) получен аналитический результат

$$\tilde{\tau}_0 = \frac{\beta}{F_1}. \quad (11)$$

По формуле (3) проведен расчет классического действия, набираемого частицей при подбарьерном движении с момента времени начала туннелирования t_0 до момента выхода частицы из-под барьера при $t = 0$

$$S = \frac{\hbar}{F_1}\left\{2\delta E\left(i\frac{\beta}{2};k\right) + i\left(\tilde{\upsilon} - \tilde{\Delta}\right)\beta\right\}, \quad (12)$$

где $\delta = \sqrt{1 + 4\cos(y_0)(\cos(x_0) + \cos(y_0))}$, $k = 8\cos(x_0)\cos(y_0)/\delta^2$.

Выделив мнимую часть действия [12], имеем

$$\operatorname{Im} S = \frac{\hbar}{F_1}\{2\delta[-E(\operatorname{arctg}(\xi);1-k) + F(\operatorname{arctg}(\xi);1-k) + \xi\sqrt{\frac{1+k\xi^2}{1+\xi^2}}\Bigg] + \left(\tilde{\upsilon} - \tilde{\Delta}\right)\beta\Bigg\}, \quad (13)$$

где $\xi = \operatorname{sh}(\beta/2)$, $F(x, k)$ и $E(x, k)$ – эллиптические интегралы I и II рода соответственно. Мнимая часть действия, как видно из формулы (13), обратно пропорциональна напряженности постоянного электрического поля, что является характерной особенностью полупроводниковых структур в квазиклассически сильных электрических полях [2–5, 7, 8]. Коэффициент в фигурных скобках содержит информацию о параметрах примеси и исследуемой структуры.

Рассмотрим случай действия только переменного электрического поля $\vec{E} = \{E_0 \cos \omega t, 0\}$, поляризованного вдоль оси нанотрубки.

Время начала туннелирования можно получить из (8)

$$\tilde{\tau}_0 = \frac{1}{w}\operatorname{arsh}\left(\frac{w\beta}{F_0}\right).(14) \quad (14)$$

Аналогично предыдущему случаю воздействия на систему только постоянного электрического поля, используя формулу (3), получим выражение для действия

$$\operatorname{Im} S = i\hbar\int_0^{\tilde{\tau}_0} \sqrt{1 + 4\cos x_0 \cos y_0 \operatorname{ch}\left(\frac{F_0}{w}\operatorname{sh}(wt)\right) + 4\cos^2 y_0}dt + (\tilde{\nu} - \tilde{\Delta})\tilde{\tau}_0. \quad (15)$$

Интеграл в (15) не выражается в элементарных функциях, поэтому для получения аналитического результата рассмотрим несколько частных случаев.

В случае $F_0/w \ll 1$, ограничившись первым членом разложения гиперболического косинуса в ряд Тейлора, после преобразования и выделения мнимой части действия, имеем

$$\operatorname{Im} S = \frac{\hbar}{w}\{\delta[-E(\operatorname{arctg}(\xi), 1-k') + F(\operatorname{arctg}(\xi), 1-k') + \xi\sqrt{\frac{1+k'\xi^2}{1+\xi^2}}\Bigg] + (\tilde{\nu} - \tilde{\Delta})\operatorname{arsh}\left(\frac{w\beta}{F_0}\right)\Bigg\}, \quad (16)$$

где $\xi = w\beta/F_0$, $k' = 2\cos x_0 \cos y_0 \left(F_0/w\right)^2/\delta^2$.

В противоположном предельном случае $F_0/w \gg 1$ после преобразования получаем выражение для мнимой части действия

$$\operatorname{Im} S = \frac{\hbar}{w}\operatorname{arsh}\left(\frac{w\beta}{F_0}\right)\left\{\frac{2\delta}{\beta}[-E(\operatorname{arctg}(\xi'), 1-k) + F(\operatorname{arctg}(\xi'), 1-k) + \xi'\sqrt{\frac{1+k\xi'^2}{1+\xi'^2}}\Bigg] + (\tilde{\nu} - \tilde{\Delta})\right\}, \quad (17)$$

где $\xi' = \operatorname{sh}\frac{\beta}{2}$.

В случае, когда в дополнение к условию $F_0/w \gg 1$ еще и $\beta/2 \ll 1$, выражение для мнимой части действия значительно упрощается

$$\operatorname{Im} S = \frac{\hbar}{w}\operatorname{arsh}\left(\frac{w\beta}{F_0}\right) \times \left\{\delta\int_0^1 \sqrt{1 + k''\beta^2 z^2}dz + (\tilde{\nu} - \tilde{\Delta})\right\}, \quad (18)$$

где $k'' = k'/4$. После взятия интеграла в (18), получим следующее выражение для мнимой части действия

$$\operatorname{Im} S = \frac{\hbar\beta}{F_0}\times$$
$$\times\left\{\frac{\delta}{2}\left(\sqrt{1+k''\beta^2}+\frac{\operatorname{arsh}(\sqrt{k''\beta^2})}{\sqrt{k''\beta^2}}\right)+(\tilde{\nu}-\tilde{\Delta})\right\}. \quad (19)$$

Как видно из (19), в данном предельном случае пропадает зависимость мнимой части действия, а, следовательно, и вероятности ионизации примесей от частоты переменного электрического поля.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено выражение для нахождения вероятности ионизации примесей статическими и переменными электрическими полями в квазиклассическом приближении в однослойных УНТ полупроводникового типа. Электрические поля поляризованы вдоль оси УНТ. В результате численного исследования показано, что при увеличении таких параметров как: частота, амплитуда переменного и напряженность постоянного электрического поля, возрастает вероятность ионизации примесей в УНТ. С увеличением радиуса УНТ при одинаковой глубине залегания примесных центров и параметров приложенных полей вероятность ионизации примесей возрастает. Получено аналитическое выражение для вероятности ионизации примесей в УНТ, находящихся в постоянном электрическом поле. В случае воздействия переменного электрического поля получены аналитические выражения для вероятности ионизации примесей в предельных случаях. Проведено сравнение ионизации примесей в УНТ с щелевыми модификациями графена и полупроводниковыми структурами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zhukova E.A., Urvanov S.A., Karaeva A.R. et al.* // Mater. Today. Proc. 2018. V. 5. No. 12. Art. No. 25948.
2. *Попов В.С., Кузнецов В.П., Переломов А.М.* // ЖЭТФ. 1967. № 53. С. 331; *Popov V.S., Kuznetsov V.P., Perelomov A.M.* // J. Exp. Theor. Phys. 1968. V. 26. P. 222.
3. *Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1989.
4. *Попов В.С., Карнаков Б.М., Мур В.Д.* // ЖЭТФ. 1998. № 113. V. 5. С. 1579; *Popov V.S., Karnakov B.M., Mur V.D.* // J. Exp. Theor. Phys. 1998. V. 86. No. 5. P. 860.
5. *Крючков С.В., Сыродоев Г.А.* // Изв. вузов СССР. Радиофиз. 1990. № 6. С. 762.
6. *Крючков С.В., Сыродоев Г.А.* // ФТП. 1988. Т. 22. № 9. С. 1695.
7. *Глазов С.Ю., Бадикова П.В.* // Журн. нано-электрон. физ. 2018. № 2. Т. 10. С. 02020.
8. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1536; *Badikova P.V., Glazov S.Yu.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 11. P. 1399.
9. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю., Сыродоев Г.А.* // ФТП. 2019. Т. 53. № 7. С. 927; *Badikova P.V., Glazov S.Yu., Syrodoev G.A.* // Semicond. 2019. V. 53. No. 7. P. 911.
10. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю., Сыродоев Г.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 38; *Badikova P.V., Glazov S.Yu., Syrodoev G.A.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 1. P. 30.
11. *Максименко С.А., Слепян Г.Я.* // Радиотехн. и электроника. 2002. Т. 47. № 3. С. 261; *Maksimenko S.A., Slepyan G.Ya.* // J. Commun. Technol. Electron. 2002. V. 47. No. 3. P. 235.
12. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. Москва: Наука, 1979.

Ionization of impurities by static and alternating electric fields in single-layer carbon nanotubes of the semiconductor type

O. Yu. Babina[a], S. Yu. Glazov[a, b, *], I. A. Podgornaya[a, b]

[a] *Volgograd State Socio-Pedagogical University, Volgograd, 400005 Russia*

[b] *Volgograd State Medical University, Volgograd, 400131 Russia*

**e-mail: ser-glazov@yandex.ru*

The probability of impurity ionization in single-layer carbon nanotubes of the semiconductor type in the presence of strong DC and AC electric fields in the quasi-classical approximation is studied. The electric fields are polarized along the axis of the nanotube. Analytical expressions are obtained for the probability of ionization in the presence of only constant or alternating electric fields in the limiting cases.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 58–62

УДК 537.9

ПРОВОДИМОСТЬ ОДНОСЛОЙНЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ТИПА С УЧЕТОМ ИОНИЗАЦИИ ПРИМЕСНЫХ ЦЕНТРОВ

© 2022 г. С. Ю. Глазов[1, 2, *], Н. Е. Мещерякова[2], И. А. Подгорная[1, 2]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный социально-педагогический университет", Волгоград, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный медицинский университет", Волгоград, Россия

*E-mail: ser-glazov@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследована зависимость плотности тока в однослойной углеродной нанотрубке полупроводникового типа от характеристик приложенных статического и переменного электрических полей с учетом ионизации примесных центров. Для расчета тока использовано решение кинетического уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений Батнагара—Гросса—Крука при учете темпа генерации и рекомбинации.

DOI: 10.31857/S0367676522010124

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время внимание исследователей сосредотачивается на изучении графеновых структур и, в частности, углеродных нанотрубок (УНТ). Исследованию проводимости УНТ посвящено достаточно большое количество работ [1–5]. В [3] изучена проводимость УНТ различных типов в присутствии постоянного электрического поля, получены вольт-амперные характеристики, выявлены участки дифференциальной отрицательной проводимости. В [5, 6] исследовано влияние переменного электрического поля на проводимость и генерацию высших гармоник тока вертикально выровненного массива однослойных УНТ полупроводникового типа, находящегося в постоянном электрическом поле, и выявлен эффект абсолютной отрицательной проводимости.

Особый интерес вызывают структуры с контролируемыми примесями, в которых появляется возможность, задавая параметры примесей (концентрацию, глубину залегания), управлять их характеристиками [7–10]. Транспортные свойства УНТ существенно различаются в зависимости от структуры и условий синтеза (наличия примесей и дефектов), поэтому экспериментальные значения данных свойств варьируются в больших пределах. Развитие наноинженерии открывает возможность создания УНТ с определенными примесями, вплоть до "чистых" образцов [11].

В этой связи представляется актуальным исследовать зависимость плотности тока в однослойных УНТ от характеристик приложенных статического и переменного электрических полей с учетом ионизации примесных центров.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Энергетический спектр носителей заряда в УНТ типа zigzag $(m,0)$ в приближении сильной связи имеет вид [3]

$$\varepsilon(\vec{p}) = \pm\gamma\sqrt{1 + 4\cos(ap_z)\cos\left(\frac{\pi s}{m}\right) + 4\cos^2\left(\frac{\pi s}{m}\right)}, \quad (1)$$

где квазиимпульс $\vec{p}$ задается как (p_z, s), $\gamma \approx 2.7$ эВ, $a = 3b/2\hbar$, $b = 0.142$ нм — расстояние между соседними атомами углерода, $s = 1, 2 \dots m,$ разные знаки относятся к зоне проводимости и валентной зоне. Ограничимся случаем полупроводниковых УНТ типа zigzag $(3p - 1, 0)$ и $(3p + 1, 0)$, где p — натуральное число.

Скорость движения носителей заряда вдоль оси нанотрубки

$$\upsilon_z\left(p_z, s\right) = \mp\gamma\frac{2a\sin\left(ap_z\right)\cos\left(\frac{\pi s}{m}\right)}{\sqrt{1 + 4\cos\left(ap_z\right)\cos\left(\frac{\pi s}{m}\right) + 4\cos^2\left(\frac{\pi s}{m}\right)}}. \quad (2)$$

Приложенные постоянное и переменное электрические поля поляризованы вдоль оси нанотрубки $\vec{E} = (0, 0, E_1 + E_0 \cos \omega t)$ – суммарная напряженность электрического поля, E_1 – модуль напряженности постоянного электрического поля, E_0 и ω – амплитуда и частота переменного электрического поля.

Плотность тока j_z текущего вдоль оси z определяется по формуле

$$j_z = -e \sum_{\vec{p}} \upsilon_z(\vec{p}) f(\vec{p}), \quad (3)$$

где e – заряд электрона, $f(\vec{p})$ – неравновесная функция распределения носителей, которая может быть найдена из уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений Батнагара–Гросса–Крука [10].

После разложения скорости носителей в ряд Фурье по p_z, и с учетом найденной неравновесной функции распределения для невырожденного электронного газа, после усреднения по времени определяем постоянную составляющую плотности тока

$$j_z = j_0 B_{ion} \sum_{s=1}^{m} \sum_{n=1}^{\infty} A_{sn} C_{sn} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k^2(n\alpha) \sin \varphi_{kn} \cos \varphi_{kn}, \quad (4)$$

где $j_0 = ean_0\gamma$, n_0 – концентрация электронов в зоне проводимости, $B_{ion} = 1 + \frac{N}{n_0} \frac{\exp(-2\,\mathrm{Im}\, S)}{\nu_r \,\mathrm{Im}\, t_0 + \exp(-2\,\mathrm{Im}\, S)}$, N – концентрация примесей в УНТ, S – классическое действие, набираемое электроном при подбарьерном движении, t_0 – время начала туннелирования, ν – характерная частота релаксации, ν_r – частота рекомбинации, $J_n(x)$ – функция Бесселя 1-го рода n-го порядка, $\sin \varphi_{kn} = \frac{\nu}{\sqrt{\nu^2 + (n\Omega + k\omega)^2}}$, $\Omega = eE_1 a$, $\alpha = eE_0 a/\omega$,
$A_{sn} = \frac{2}{\pi C} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin z \cos(\pi s/m) \sin nz}{\sqrt{1 + 4\cos z \cos(\pi s/m) + 4\cos^2(\pi s/m)}} dz$,
$\delta = \gamma / k_Б T$,

$$C_{sn} = \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nap_z) \exp(-\delta \sqrt{1 + 4\cos ap_z \cos(\pi s/m) + 4\cos^2(\pi s/m)}) dp_z,$$

$$C = \sum_s \int \exp[-\delta \sqrt{1 + 4\cos ap_z \cos(\pi s/m) + 4\cos^2(\pi s/m)}] dp_z.$$

Используемый в данной работе квазиклассический метод расчета плотности тока применялся ранее для описания проводимости в приближении постоянного времени релаксации в идеальных (беспримесных) графеновых структурах [5, 12, 13].

Учет влияния ионизации примесей на проводимость УНТ проведен с использованием кинетического уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений Батнагара–Гросса–Крука при учете темпа генерации и рекомбинации [10]. В случае динамического равновесия концентрация носителей в зоне проводимости в присутствии внешних электрических полей равна $n_0 B_{ion}$ и определяется через вероятность ионизации примесей, рассчитанной с использованием метода мнимого времени [14, 15]. В случае совместного влияния статического и переменного электрических полей, поляризованных вдоль оси нанотрубки, выражение для мнимой части классического действия, которое набирает частица при подбарьерном движении, задается формулой

$$\mathrm{Im}\, S = \int_0^{\tau_0} \left\{ \gamma \sqrt{1 + 4\mathrm{ch}\,(\Omega t + \alpha \mathrm{sh}(\omega t)) \cos x_0 \cos y_0 + 4\cos^2 y_0} + (\upsilon - \Delta) \right\} dt, \quad (5)$$

где υ – глубина залегания примеси, Δ – полуширина запрещенной зоны, x_0 и y_0 – безразмерные компоненты квазиимпульса электрона, которые соответствуют минимальной энергии в зоне проводимости, а мнимая часть времени начала туннелирования τ_0 определяется уравнением

$$\Omega\tau_0 + \alpha \mathrm{sh}(\omega\tau_0) = \beta, \quad (6)$$

где $\beta = \mathrm{arch}(\{(\Delta - \upsilon)^2/\gamma^2 - 1 - 4\cos^2 y_0\}/\{4\cos x_0 \cos y_0\})$.

Ионизация приводит к увеличению концентрации носителей заряда в минизоне проводимости и, соответственно, к росту плотности тока.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Анализ формулы (4), ввиду ее сложности, проводился численно. На рис. 1 показана зависимость постоянной составляющей плотности тока от напряженности постоянного электрического поля

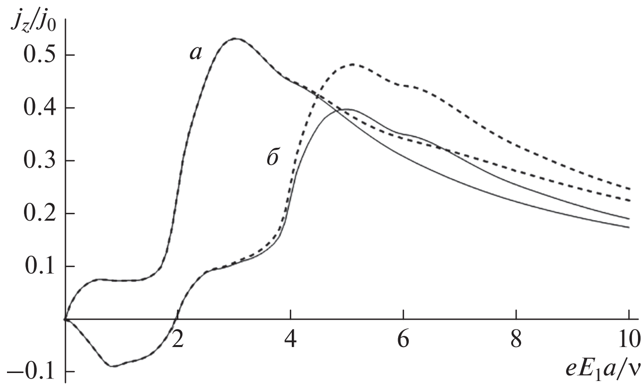

Рис. 1. Зависимости постоянной составляющей плотности тока от напряженности постоянного электрического поля при $\omega/\nu = 2$; $\upsilon = 0.3\Delta$; *а* – $aeE_0/\nu = 3$; *б* – $aeE_0/\nu = 5$.

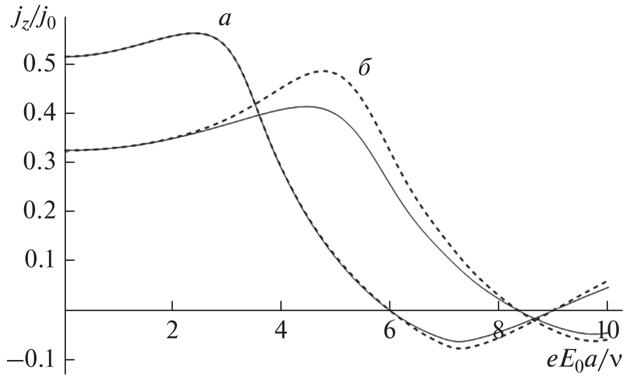

Рис. 2. Зависимости постоянной составляющей плотности тока от амплитуды переменного электрического поля при $\omega/\nu = 2$; $\upsilon = 0.3\Delta$; *а* – $aeE_1/\nu = 3$; *б* – $aeE_1/\nu = 5$.

при фиксированных значениях частоты и амплитуды переменного электрического поля. Зависимость плотности тока от напряженности электрического поля имеет максимум, определяемый характерной частотой релаксации, участки с отрицательной дифференциальной и абсолютной отрицательной проводимостью [5, 16]. Сплошной линией представлен график, соответствующий "чистым" УНТ, пунктирной – с учетом ионизации примеси. Отклонение графика постоянной составляющей плотности тока для примесных УНТ от аналогичного графика для идеальных беспримесных начинается с некоторого значения напряженности постоянного электрического поля, когда возникает существенное увеличение концентрации носителей за счет ионизации примесных центров.

Зависимость постоянной составляющей плотности тока от амплитуды переменного электрического поля при его фиксированных значениях частоты и напряженности постоянного поля представлена на рис. 2. Зависимость имеет осциллирующий характер, на графиках также видны участки с отрицательной дифференциальной и абсолютной отрицательной проводимостью. Начиная с некоторого значения амплитуды напряженности переменного электрического поля, которое определяется напряженностью постоянного поля, частотой переменного поля, параметрами УНТ и примеси, происходит увеличение постоянной составляющей плотности тока в примесных по сравнению с "чистыми" УНТ.

На рис. 3 представлена зависимость постоянной составляющей плотности тока от напряженности постоянного электрического поля при заданной частоте, амплитуде переменного электрического поля и разных значениях глубины залегания примесей. Начало роста тока и длительность процесса установления насыщения ионизации определяются глубиной залегания примеси и ее концентрацией. Подбор примеси заданной глубины приво-

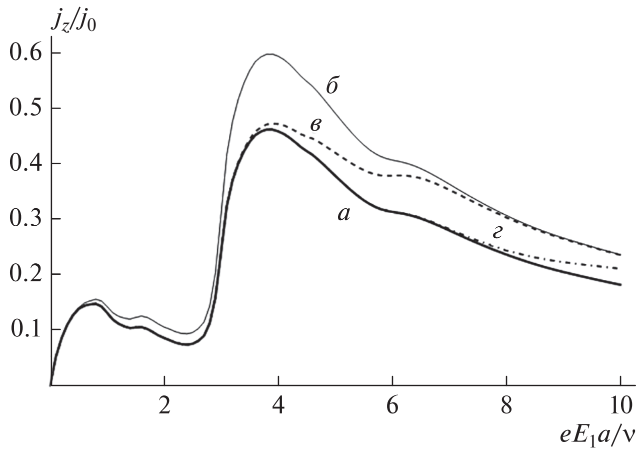

Рис. 3. Зависимости постоянной составляющей плотности тока от напряженности постоянного электрического поля при $\omega/\nu = 3$; $aeE_0/\nu = 4$; *а* – без примесей; *б* – $\upsilon = 0.2\Delta$; *в* – $\upsilon = 0.3\Delta$; *г* – $\upsilon = 0.4\Delta$.

дит к возможности задания нужных проводящих свойств УНТ.

На основе результатов данного исследования возможно создание аппаратно-программного комплекса, анализирующего экспериментальные значения тока в зависимости от параметров электрических полей, предназначенного для определения глубины залегания и концентрации примеси.

При решении задачи, пренебрегалось межзонными переходами, что соответствует выполнению условия $\hbar\omega \ll 2\Delta$ ($\omega \ll 10^{15}$ с$^{-1}$), и тепловыми забросами электронов с примеси в подзоны – $k_Б T \ll \upsilon$ ($T \ll 2 \cdot 10^3$ K).

Сделаем численные оценки параметров, используемых при построении графиков на рис. 1–3: значения безразмерных напряженностей E при $aeE/\nu = 1$ составляет 10^4 В/см, время релаксации $\tau = \nu^{-1} = 3 \cdot 10^{-12}$ с [3], температура 100 K. Представленные результаты приведены для УНТ типа zigzag (14,0), для которой $\Delta \approx 1.32\gamma$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено аналитическое выражение для нахождения плотности тока в однослойных УНТ в условиях воздействия статического и переменного электрических полей, поляризованных вдоль оси нанотрубки с учетом ионизации примесных центров. Наличие примесей приводит к возможности роста плотности тока за счет увеличения концентрации носителей заряда в минизоне проводимости вследствие ионизации примесных центров. Начало интенсивного роста тока и длительность процесса установления насыщения ионизации определяются параметрами примеси: глубиной залегания и концентрацией. Найденные зависимости плотности тока от параметров электрических полей могут быть использованы как в детекторах электромагнитного излучения, так и для уточнения глубины залегания примесных центров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ebbesen T.W., Lezec H.J., Hiura H. et al.* // Nature. 1996. V. 382. P. 54.
2. *Елецкий А.В.* // УФН. 1997. Т. 167. № 9. С. 945; *Eletskii A.V.* // Phys. Usp. 1997. V. 40. P. 899.
3. *Максименко С.А., Слепян Г.Я.* // Радиотехн. и электрон. 2002. Т. 47. № 3. С. 261; *Maksimenko S.A., Slepyan G.Ya.* // J. Commun. Technol. Electron. 2002. V. 47. No. 3. P. 235.
4. *Елецкий А.В.* // УФН. 2009. Т. 179. № 3. С. 225; *Eletskii A.V.* // Phys. Usp. 2009. V. 52. P. 209.
5. *Белоненко М.Б., Глазов С.Ю., Мещерякова Н.Е.* // ФТП. 2010. Т. 44. № 9. С. 1248; *Belonenko M.B., Glazov S.Yu., Meshcheryakova N.E.* // Semiconductors. 2010. V. 44. No. 9. С. 1211.
6. *Белоненко М.Б., Глазов С.Ю., Мещерякова Н.Е.* // Опт. и спектроск. 2010. Т. 108. № 5. С. 818; *Belonenko M.B., Glazov S.Yu., Meshcheryakova N.E.* // Opt. Spectrosc. 2010. V. 108. No. 5. P. 774.
7. *Глазов С.Ю., Бадикова П.В.* // Журн. нано-электрон. физ. 2018. № 2. Т. 10. С. 02020.
8. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1536; *Badikova P.V., Glazov S.Yu.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 11. P. 1399.
9. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю., Сыродоев Г.А.* // ФТП. 2019. Т. 53. № 7. С. 927; *Badikova P.V., Glazov S.Yu., Syrodoev G.A.* // Semiconductors. 2019. V. 53. No. 7. P. 911.
10. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю., Сыродоев Г.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 38; *Badikova P.V.,*

Glazov S.Yu., Syrodoev G.A. // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 1. P. 29.

11. *Zhukova E.A., Urvanov S.A., Karaeva A.R. et al.* // Mater. Today. Proc. 2018. V. 5. No. 12. Art. No. 25948.
12. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю.* // Учен. зап. физ. фак. МГУ. 2015. № 4. С. 154314.
13. *Глазов С.Ю.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 1. С. 19; *Glazov S.Yu.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 1. P. 12.
14. *Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1989.
15. *Попов В.С., Карнаков Б.М., Мур В.Д.* // ЖЭТФ. 1998. № 113. V. 5. С. 1579; *Popov V.S., Karnakov B.M., Mur V.D.* // J. Exp. Theor. Phys. 1998. V. 86. No. 5. P. 860.
16. *Басс Ф.Г., Булгаков А.А., Тетервов А.П.* Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками. М.: Наука, 1989.

Conductivity of single-layer carbon nanotubes of the semiconductor type, considering the ionization of impurity centers

S. Yu. Glazov[a, b, *], **N. E. Mescheryakova**[b], **I. A. Podgornaya**[a, b]

[a] *Volgograd State Socio-Pedagogical University, Volgograd, 400005 Russia*

[b] *Volgograd State Medical University, Volgograd, 400005 Russia*

**e-mail: ser-glazov@yandex.ru*

The dependence of the current density in a single-layer carbon nanotube of the semiconductor type on the characteristics of the applied static and alternating electric fields, considering the ionization of impurity centers, is studied. To calculate the current, the solution of the Boltzmann kinetic equation with the Batnagar-Gross-Crook model collision integral is used, considering the rate of generation and recombination.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 63–67

УДК 535.3

ТРЕХМЕРНЫЕ ИМПУЛЬСЫ МАТЬЁ И БЕССЕЛЯ В МАССИВЕ ПРИМЕСНЫХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

© 2022 г. М. Б. Белоненко[1, *], Н. Н. Конобеева[1]

[1]Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный университет", Волгоград, Россия

*E-mail: mbelonenko@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследовано распространение трехмерных импульсов с поперечным сечением Матьё и Бесселя в массиве полупроводниковых углеродных нанотрубок с примесями. На основании уравнений Максвелла получено эффективное уравнение на векторный потенциал электромагнитного поля. Проанализирована зависимость формы импульса от параметров примеси и функций Матьё и Бесселя.

DOI: 10.31857/S0367676522010057

ВВЕДЕНИЕ

Как хорошо известно, существуют локализованные решения волнового уравнения, которые в идеальном случае не испытывают дифракционных или дисперсионных эффектов во время их распространения [1–3]. Такие волны сохраняют свой профиль поперечной интенсивности при распространении в свободном пространстве. Отметим, что в цилиндрической системе координат решения волнового уравнения для бездифракционного пучка задаются с помощью функций Бесселя, а в эллиптической системе координат – функциями Матьё [4, 5] Такие локализованные импульсы представляют большой интерес для беспроводной и оптической связи, медицинской визуализации, лазерной хирургии, нелинейной оптики и др.

В оптике бездифракционное распространение пучков может быть получено в удобных средах [6], таких как волноводные или нелинейные материалы. Привлекательной с этой точки зрения средой являются углеродные нанотрубки (УНТ), обладающие целым рядом уникальных свойств с большим практическим потенциалом [7]. Было проведено много исследований, касающихся эволюции пучков разного профиля в среде с УНТ [8–12]. Все они продемонстрировали стабилизирующее воздействие среды с нанотрубками на распространяющиеся в ней импульсы. Прим этом вне рассмотрения остался вопрос влияния примесей в УНТ, которые могут оказать существенное воздействие на эволюцию импульсов. В данной работе мы будем исследовать электромагнитные волны с поперечным сечением Бесселя и Матьё.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Исследуем особенности эволюции трехмерных предельно коротких электромагнитных импульсов (ПКИ) в массиве зигзагообразных углеродных нанотрубок. Будем считать, что по объему массива нанотрубок равномерно распределена примесь, которая для определенности имеет четыре уровня.

Учтем, что волновой вектор перпендикулярен оси нанотрубок (ось Oy), а вектор его электрического поля направлен вдоль оси трубок Oz.

Вектор потенциал имеет вид: $\vec{A} = (0, 0, A(x, y, z))$ плотность электрического тока $\vec{j} = (0, 0, j(x, y, z))$.

Для компоненты электрического поля, направленной вдоль оси УНТ (с учетом: $\vec{E} = -c^{-1}\,\partial\vec{A}/\partial t$, запишем трехмерное волновое уравнение в цилиндрической системе координата для импульсов Бесселя (1а) и в параболической системе координат для импульсов Матьё (1б):

$$\frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\vec{A}}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2\vec{A}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\vec{A}}{\partial\varphi^2} + 4\pi j\left(\vec{A}\right), \tag{1а}$$

$$\begin{aligned}\frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = \frac{1}{\sigma^2+\tau^2}\left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial\sigma}\left(\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial\sigma}\right) + \frac{1}{\tau}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\tau\frac{\partial\vec{A}}{\partial\tau}\right)\right) + \\ + \frac{1}{\sigma^2\tau^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial\varphi^2} + 4\pi j\left(\vec{A}\right),\end{aligned} \tag{1б}$$

где ε – диэлектрическая проницаемость среды, c – скорость света, (r, z, φ) – координаты в цилиндрической системе координат, (σ, τ, φ) – координаты в параболической системе координат.

Запишем стандартное выражение для плотности тока [13]:

$$j = 2e\sum_{s=1}^{m}\int_{ZB}\nu_s(p)\,f(p,s)\,dp, \quad (2)$$

где e – заряд электрона, p – компонента квазиимпульса электрона проводимости вдоль оси нанотрубки, $\nu_s(p) = \partial\varepsilon_{imp}(p)/\partial p$ – скорость электронов, $f(p,s)$ – функция распределения Ферми, $\varepsilon_{imp}(p)$ – закон дисперсии с учетом примесей [14]:

$$\varepsilon_{imp}(p,s) = 0.5(R + Q + \\ + \sqrt{(R-Q)^2 - 4\left(2D\cdot\Delta(p,s) - \Delta(p,s)^2 - D^2\right)}) \quad (3)$$

R, Q – параметры, описывающие переходы электрона между примесными уровнями и подрешетками нанотрубок, D – параметр, описывающий переходы между двумя подрешетками УНТ, $\Delta(p,s)$ – закон дисперсии для электронов углеродных нанотрубок без учета примеси [15, 16].

В работе [13] показано, что накопление заряда, возникающее из-за неоднородности поля вдоль оси, не оказывает существенного влияния на распространение поля предельно короткого импульса. Поэтому производной по углу в данном приближении можно пренебречь. В этом случае получаем эффективное уравнение на векторный потенциал для импульса Бесселя (4а) и Матьё (4б):

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \\ + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{4en_0 f_k}{c}\sin\left(\frac{kaeA}{c}\right) = 0, \quad (4а)$$

$$\frac{1}{\sigma^2+\tau^2}\left(\frac{1}{\sigma}\frac{\partial}{\partial\sigma}\left(\sigma\frac{\partial A}{\partial\sigma}\right) + \frac{1}{\tau}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\tau\frac{\partial A}{\partial\tau}\right)\right) - \frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \\ + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{4en_0 f_k}{c}\sin\left(\frac{kaeA}{c}\right) = 0, \quad (4б)$$

n_0 – концентрация электронов,

$$f_k = \sum_s a_{sk}\int_{BZ} dp\cos(pk)\frac{\exp(-\varepsilon_{imp}(p,s)/k_BT)}{\exp(-\varepsilon_{imp}(p,s)/k_BT)+1}, \quad (5)$$

k_B – постоянная Больцмана, T – температура, a_{sk} – коэффициенты в разложении закона дисперсии электронов (3) в ряд Фурье:

$$\varepsilon_{imp}(p,s) = \frac{1}{2\pi}\sum_{s=1}^{m}\sum_{k=1}^{\infty}a_{sk}\cos(pk), \quad (6)$$

$$a_{sk} = \int_{BZ} dp\cos(pk)\,\varepsilon_{imp}(p,s). \quad (7)$$

Интегрирование ведется по первой зоне Бриллюэна. Отметим, что сумме по k мы учитываем первые 10 слагаемых ввиду убывания коэффициентов f_k [17].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Проведено численное моделирование уравнений (4а) и (4б). Начальные условия для импульса выбирались следующим образом:

$$A(r,z,0) = A_0\exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{\gamma_z^2}\right)\exp\left(-\frac{r}{\gamma}\right), \\ \frac{dA(r,z,0)}{dt} = \frac{2A_0\upsilon(z-z_0)}{\gamma_z^2}J_0\left(\frac{r}{\gamma_r}\right)\times \\ \times\exp\left(-\frac{(z-z_0)^2}{\gamma_z^2}\right)\exp\left(-\frac{r}{\gamma}\right), \quad (8а)$$

$$A(\sigma,\tau,0) = A_0\mathrm{ce}_0(1,q)\,\mathrm{Jce}\left(\frac{\tau}{\gamma_\tau}\right)\times \\ \times\exp\left(-\frac{(\sigma-\sigma_0)^2}{\gamma_\sigma^2}\right)\exp\left(-\frac{\tau}{\gamma}\right), \\ \frac{dA(\sigma,\tau,0)}{dt} = \frac{2A_0\upsilon(\sigma-\sigma_0)\mathrm{ce}_0(1,q)}{\gamma_\sigma^2}\times \\ \times\mathrm{Jce}\left(\frac{\tau}{\gamma_\tau}\right)\exp\left(-\frac{(\sigma-\sigma_0)^2}{\gamma_\sigma^2}\right)\exp\left(-\frac{\tau}{\gamma}\right), \quad (8б)$$

где A_0 – амплитуда электромагнитного импульса на входе в среду с УНТ, υ – скорость импульса при входе в среду, γ_i – ширина импульса вдоль направления $i = (r,z,\sigma,\tau)$, z_0 и σ_0 – начальные координаты центра импульса вдоль соответствующих осей, γ параметр обрезания для функции Бесселя, а функция Матьё имеет вид [18]:

$$\mathrm{Jce}(r) = \frac{2\int_0^{\pi/2}\cos\left(2\sqrt{q}\,\mathrm{ch}(r)\cos(t)\right)\mathrm{ce}_0(t,q)\,dt}{\pi\,\mathrm{ce}_0(0,q)}, \\ \mathrm{ce}_0(z,q) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{q}{2}\cos(2z) + q^2\left(\frac{\cos(4z)-2}{32}\right) - \right. \\ \left. - q^3\left(\frac{\cos(6z) - 99\cos(2z)}{1152}\right) + \ldots\right). \quad (9)$$

Эволюционная картина для трехмерного импульса при его распространении по образцу приведена на рис. 1.

Из рис. 1 видно, что импульсы распространяется по образцу, оставаясь локализованным. Стоит отметить их уширение с течением времени.

Влияние параметров функции Бесселя (γ_r) и Матьё (γ_τ) на распространение импульса продемонстрировано на рис. 2 и 3. Видно, что, задавая соответствующим образом начальные условия для импульса Бесселя (рис. 2*а*) можно управлять формой

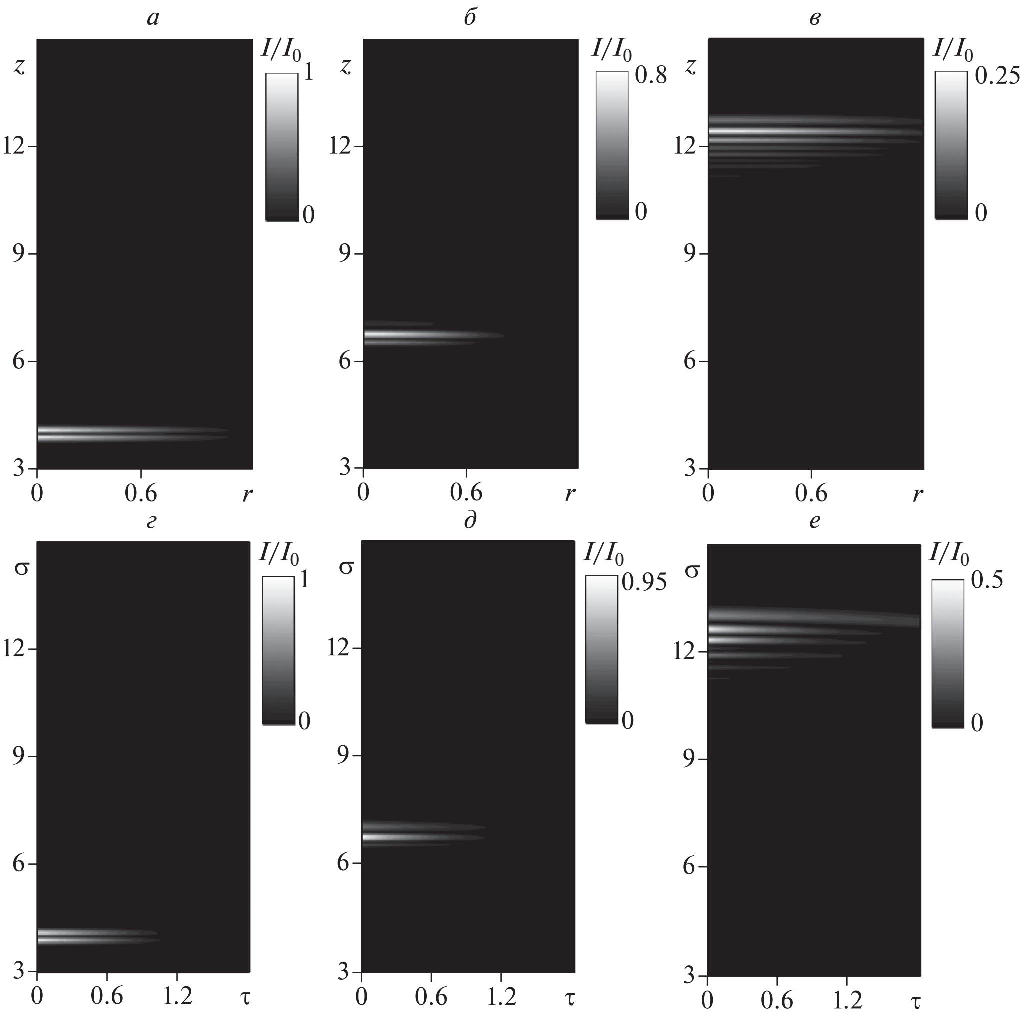

Рис. 1. Эволюция импульса Бесселя (*а–в*) и Матьё (*г–е*): $t = 0$ (*а*, *г*), $7 \cdot 10^{-14}$ (*б*, *д*), $t = 2 \cdot 10^{-13}$ с (*в*, *е*). Единица по осям r, z, τ и σ соответствует $2 \cdot 10^{-5}$ м. I_0 – максимальная интенсивность в начальный момент времени.

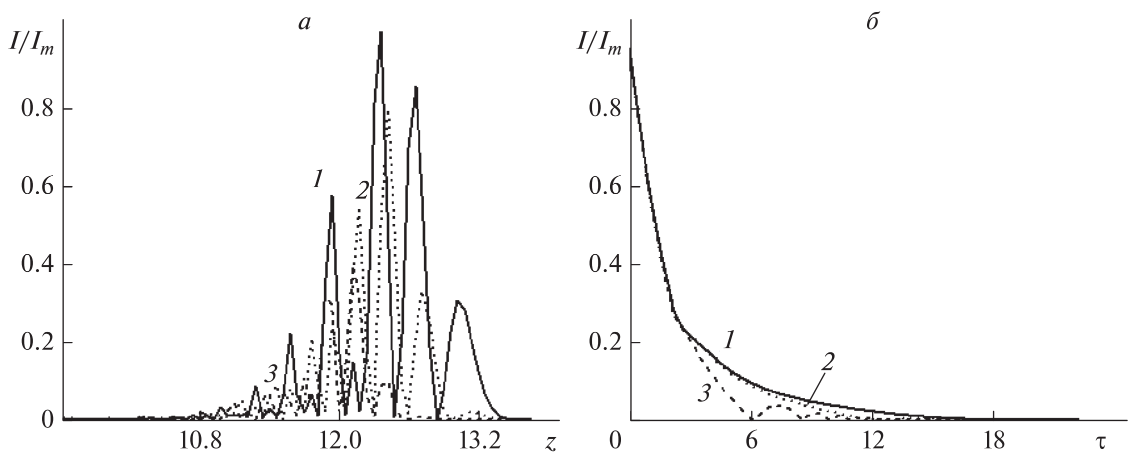

Рис. 2. Зависимость напряженности электрического поля импульса: $t = 2 \cdot 10^{-13}$ с. Импульс Бесселя (продольные срезы при $r = 0$): кривая *1* соответствует $\gamma_r = 0.01$; кривая *2* – $\gamma_r = 0.1$; кривая *3* – $\gamma_r = 0.2$ (в единицах r) (*а*). Импульс Матьё при фиксированном значении координаты σ, для которой наблюдается максимум поля: кривая *1* соответствует $\gamma_\tau = 0.02$; кривая *2* – $\gamma_\tau = 0.01$; кривая *3* – $\gamma_\tau = 0.005$ (в единицах τ) (*б*). Единица по осям z и τ соответствует $2 \cdot 10^{-5}$ м. I_m – максимальная интенсивность для указанных параметров.

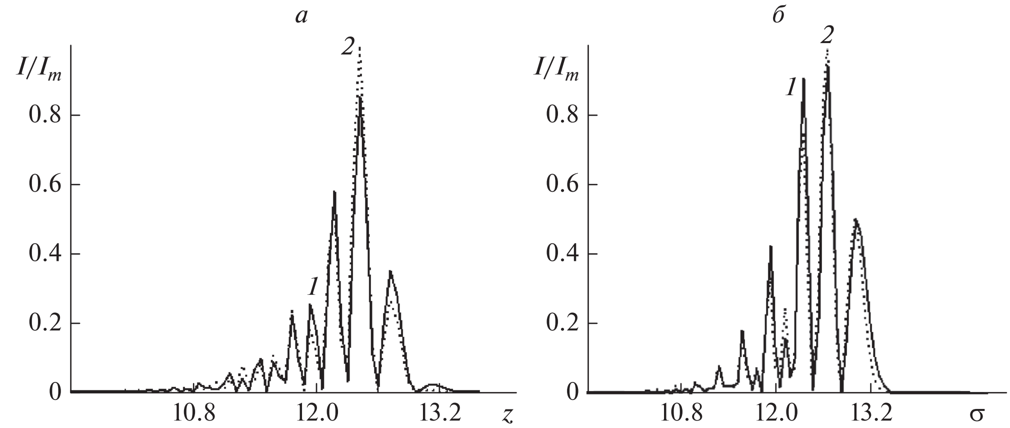

Рис. 3. Зависимость напряженности электрического поля импульса: Бесселя (*а*) и Матьё (*б*) при $t = 2 \cdot 10^{-13}$ с. Представлены продольные срезы при нулевом значении поперечной координаты: кривая *1* соответствует $R = Q = -D = -0.1$; кривая *2* – $R = Q = -D = -1$ (в единицах интеграла перескока 2.7 эВ). Единица по осям z и σ соответствует $2 \cdot 10^{-5}$ м. I_m – максимальная интенсивность для указанных параметров.

предельно короткого импульса при распространении в массиве УНТ. Это дает перспективы для практических приложений, связанных с длительностью ПКИ. Аналогичным образом обстоит дело и с начальными условиями в виде функций Матьё (рис. 2*б*). Управляя начальными условиями, можно задавать ту или иную поперечную структуру импульса, сосредотачивая энергию или в центре, или в “крыльях”.

Влияние параметров примеси на импульс представлено на рис. 3. Отметим, что наиболее сильно примеси влияют на распространение импульса Бесселевой формы и изменяют его амплитуду сильнее, чем в случае импульса Матьё. Это, в свою очередь, позволяет управлять формой импульсов путем допирования, и контролировать степень допирования по форме ПКИ. Причина же изменения формы импульсов связана с изменением закона дисперсии для электронов в УНТ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Имеет место возможность локализованного распространения импульса, обусловленная балансом двух процессов – дисперсии и нелинейности. Дисперсионное уширение импульсов в ходе распространения можно компенсировать подбором соответствующих параметров начальной формы импульса (ширины, параметра функции Матьё q), с помощью которых возможно управление формой предельно короткого оптического импульса и его локализацией. Выявлено, что за счет введения примеси можно контролировать амплитуду предельно короткого импульса. Наибольшее влияние параметры примеси оказывают на импульсы с поперечным сечением Бесселя.

Авторы выражают благодарность Министерству науки и высшего образования РФ за поддержку в рамках государственного задания (численное моделирование; проект № 0633-2020-0003).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Recami E.* // Physica A. 1998. V. 252. P. 586.
2. *Ziolkowski R.W.* // Phys. Rev. A. 1989. V. 39. P. 2005.
3. *Zamboni-Rached M., Recami E., Hernández-Figueroa H.E.* // Eur. Phys. J. D. 2002. V. 21. P. 217.
4. *Durnin J., Miceli J.J., Eberly J.H.* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1499.
5. *Gutiérrez-Vega J.C., Iturbe-Castillo M.D., Chávez-Cerda S.* // Opt. Lett. 2000. V. 25. P. 1493.
6. *Mihalache D.* // Rom. Rep. Phys. 2021. V. 73. Art. No. 403.
7. *Saito R., Dresselhaus M.S.* Optical properties of carbon nanotubes. Amsterdam: Elsevier, 2014. P. 77.
8. *Белоненко М.Б., Лебедев Н.Г., Попов А.С.* // Письма в ЖЭТФ. Т. 91. № 9. С. 506; *Belonenko M.B., Lebedev N.G., Popov A.S.* // JETP Lett. 2010. V. 91. No. 9. P. 461.
9. *Belonenko M.B., Dvuzhilov I.S., Nevzorova Yu.V. et al.* // JNEP. 2016. V. 8. No. 3. Art. No. 03042.
10. *Konobeeva N.N., Belonenko M.B.* // Mod. Phys. Lett. B. 2017. V. 31. No. 2. Art. No. 1750005.
11. *Белоненко М.Б., Мостовая Е.И.* // Опт. и спектроск. 2019. Т. 126. С. 563; *Belonenko M.B., Mostovaya E.I.* // Opt. Spectrosc. 2019. V. 126. P. 482.
12. *Gutiérrez-Vega J.C., Iturbe-Castillo M.D.*, Ramírez G.A. // Opt. Comm. 2001. V. 195. P. 35.
13. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Fedorov E.G. et al.* // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. Art. No. 143106.
14. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Konobeeva N.N. et al.* // EPL. 2014. V. 106. Art. No. 37005.

15. *Елецкий А.В.* // УФН. 1997. Т. 167. № 9. С. 945; *Eletskii A.V.* // Phys. Usp. 1997. V. 40. P. 899.
16. *Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Eklund P.C.* Science of fullerenes and carbon nanotubes. San Diego: Academic Press, 1996. 965 p.
17. *Belonenko M.B, Demushkina E.V., Lebedev N.G.* // J. Russ. Laser Res. 2006. V. 27. P. 457.
18. *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям, с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979. 832 с.

3D Mathieu and Bessel pulses in an array of impurity carbon nanotubes

M. B. Belonenko[a], *, N. N. Konobeeva[a]

[a] *Volgograd State University, Volgograd, 400062 Russia*
**e-mail: mbelonenko@yandex.ru*

The propagation of three-dimensional pulses with a Mathieu and Bessel cross section in an array of semiconductor carbon nanotubes with impurities is investigated. Based on the Maxwell's equations, we obtain an effective equation for the vector potential of the electromagnetic field. The dependence of the pulse shape on the impurity parameters and the parameters of Mathieu and Bessel functions is analyzed.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 68–72

УДК 535.3

ТРЕХМЕРНЫЕ СВЕТОВЫЕ ПУЛИ В ОПТИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНОМ ФОТОННОМ КРИСТАЛЛЕ С УГЛЕРОДНЫМИ НАНОТРУБКАМИ

© 2022 г. Ю. В. Двужилова[1], И. С. Двужилов[1, *], М. Б. Белоненко[1]

[1] Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования “Волгоградский государственный университет”, Волгоград, Россия

**E-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Выполнено теоретическое и численное исследование распространения трехмерных предельно коротких оптических импульсов в оптически анизотропном фотонном кристалле на основе полупроводниковых углеродных нанотрубок. Установлено, что импульсы распространяются стабильно. Выявлены зависимости формы и скорости группового пакета импульса от параметров фотонного кристалла, а также от угла между осью нанотрубок и направлением электрического поля импульса. Показан эффект двойного лучепреломления при прохождении импульса в оптически анизотропной среде.

DOI: 10.31857/S0367676522010094

ВВЕДЕНИЕ

Исследование оптического излучения с веществом, например, для разработки элементной базы устройств опто- и наноэлектроники на основе материалов с контролируемыми свойствами. В качестве материалов с заданными свойствами можно рассматривать фотонные кристаллы, в которых существует фотонная запрещенная зона [1]. Основной особенностью фотонного кристалла является пространственная переменность показателя преломления, что в свою очередь обеспечивает идеальную нелинейную среду для исследования динамики и свойств различных солитоноподобных импульсов, в том числе, предельно коротких оптических импульсов [2].

Под предельно короткими оптическими импульсами (ПКОИ) мы понимаем импульсы, которые содержат 1–5 колебаний электрического поля, фемтосекундной длительностью, энергия которых остается локализованной в пространстве [3–6]. Для устойчивого распространения ПКОИ необходимо, чтобы среда обладала нелинейными свойствами. Таким образом, в качестве подходящего материала могут быть использованы углеродные нанотрубки (УНТ), обладающие нелинейными свойствами в оптическом диапазоне [7, 8]. Также интересной задачей является учет оптически анизотропных свойств среды и управление распространением импульса в ней. Учет анизотропии среды может приводить к различным эффектам, например, резонансу Захарова–Бенни [9].

В настоящей работе будет исследовано влияние анизотропии фотонного кристалла из УНТ, включая двойное лучепреломление. Для этого систему уравнений необходимо дополнить слагаемым на вторую поляризацию и учесть разные величины компонент скорости. Под двойным лучепреломлением понимается раздвоение светового луча при прохождении через анизотропную среду, обусловленное зависимостью показателя преломления (а, следовательно, и скорости волны) от ее поляризации и ориентации волнового вектора относительно кристаллографических осей, т.е. от направления распространения.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Исследование зонной структуры УНТ, проводится в приближении сильной связи в рамках анализа динамики π-электронов [10]:

Отметим, что поскольку типичный размер УНТ и расстояние между ними много меньше чем типичный размер пространственной области, в которой локализован предельно короткий импульс, можно использовать приближение сплошной среды и считать ток распределенным по объему. Геометрия задачи показана на рис. 1.

Уравнение на компоненту вектор-потенциала электрического поля трехмерного ПКОИ, записанное в калибровке Кулона ($E = -\partial A/c\partial t$), имеет вид:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \frac{n^2(x,y,z)}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} j(A) = 0; \quad (1)$$

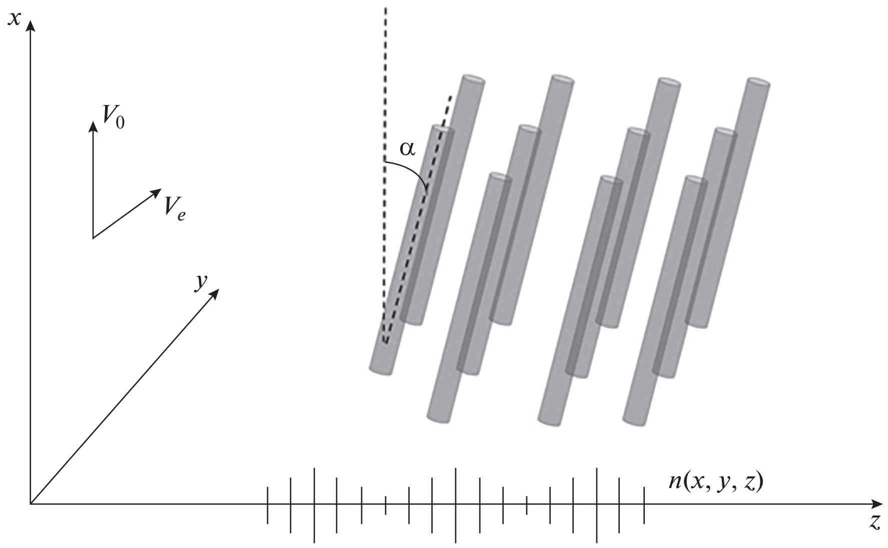

Рис. 1. Геометрия задачи. V_0 – скорость обыкновенного луча, V_e – скорость необыкновенного луча, α – угол между осью УНТ и вектор-потенциалом электрического поля импульса.

здесь $n(x, y, z)$ – пространственно-переменный показатель преломления среды, т.е. фотонный кристалл; c – скорость света; $A = (A_x(x, y, z, t), A_y(x, y, z, t), 0)$ – вектор-потенциал электрического поля импульса, $j = (j_x(x, y, z, t), j_y(x, y, z, t), 0)$ – плотность электрического тока.

Для плотности тока воспользуемся стандартным выражением [11]:

$$j = 2e\sum_{s=1}^{m}\int_{ZB} \nu_s(p) f(p,s)\, dp, \tag{2}$$

здесь e – заряд электрона; $\nu_s(p) = \frac{\partial \varepsilon_s(p)}{\partial p}$ – групповая скорость электронов; $\varepsilon_s(p)$ – закон дисперсии; $f(p, s)$ – функция распределения, которая в начальный момент времени совпадает с функцией распределения Ферми. Интегрирование ведется по первой зоне Бриллюэна.

Запишем уравнения на компоненты вектор-потенциала электрического поля в цилиндрической системе координат, причем слагаемым, зависящим от угла поворота можно пренебречь [12, 13]:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_x}{\partial r}\right) - \frac{n^2(z,r)}{c_x^2}\frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \\ + \frac{4en_0\gamma_0 a\sin\alpha}{c}\sum_{q=1} b_q \times \\ \times\cos\left(\frac{aeq\left(A_x\cos\alpha + A_y\sin\alpha\right)}{c}\right)\frac{aeq}{c} = 0, \\ \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial A_y}{\partial r}\right) - \frac{n^2(z,r)}{c_y^2}\frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} +\end{gathered} \tag{3}$$

$$\begin{gathered}+ \frac{4en_0\gamma_0 a\sin\alpha}{c}\sum_{q=1} b_q \times \\ \times\cos\left(\frac{aeq\left(A_x\cos\alpha + A_y\sin\alpha\right)}{c}\right)\frac{aeq}{c} = 0, \\ r = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ b_q = \sum_{s=1} a_{sq}\int_{ZB}\cos(pq)\frac{\exp\left\{-\frac{\varepsilon_s(p)}{k_B T}\right\}}{1 + \exp\left\{-\frac{\varepsilon_s(p)}{k_B T}\right\}}dp,\end{gathered} \tag{4}$$

здесь n_0 – концентрация электронов; k_B – постоянная Больцмана; T – температура.

Коэффициенты разложения закона дисперсии электронов в ряд Фурье (a_{sq}) имеют вид:

$$\begin{gathered}a_{sq} = \int_{ZB} dp\cos(pq)\varepsilon_s(p), \\ \varepsilon_s(p) = \frac{1}{2\pi}\sum_{s=1}^{m}\sum_{q=1}^{\infty} a_{sq}\cos(pq).\end{gathered} \tag{5}$$

В данной задаче на электроны в УНТ действует сумма проекций на ось нанотрубки электрических полей, которые направлены вдоль осей x и y среды. В этом случае именно это электрическое поле и изменяет квазиимпульс электронов. Соответственно возникающий при этом ток в УНТ надо учесть, как слагаемое с током в соответствующих уравнениях Максвелла для x и y компонент электрического поля. Проектируя возникающий ток на оси в итоге и получаем приведенные выше уравнения.

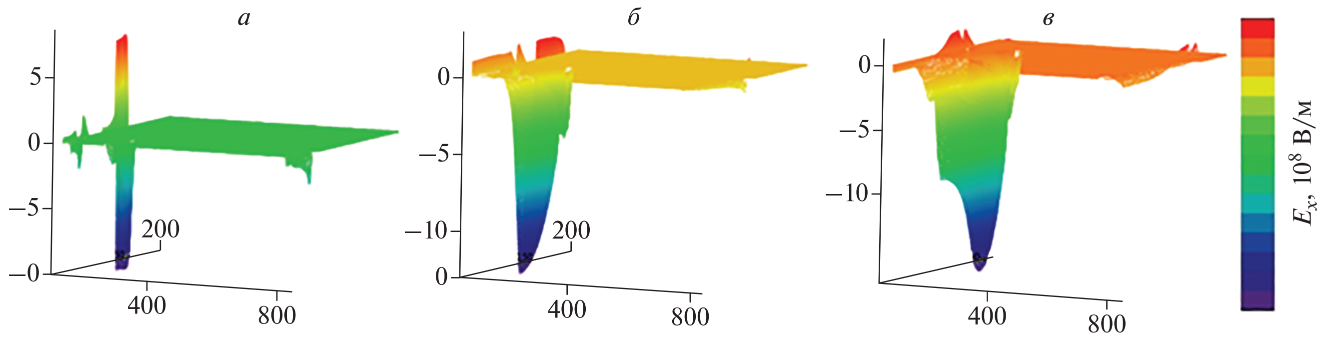

Рис. 2. Динамика компоненты E_x трехмерного ПКОИ в анизотропном фотонном кристалле из УНТ в фиксированные моменты времени: 4 (*а*), 10 (*б*), 16 пс (*в*). Параметры модуляции показателя преломления: глубина модуляции $\mu = 0.25$, период модуляции $\chi = 2.5$ мкм. По осям абсцисс и ординат отложены координаты в мкм.

Поскольку, поле предельно короткого импульса, при распространении в фотонном кристалле из УНТ, неоднородно, следовательно, может возникнуть неоднородность тока, из-за чего возможно накопление заряда в какой-то области. Однако, проведенные ранее расчеты [14, 15] показали, что эффектом накопления заряда для фемтосекундных импульсов можно пренебречь. Вследствие этого можно считать, что сохраняется цилиндрическая симметрия в распределении поля, и, следовательно, производной по углу можно пренебречь. Отметим, что вследствие убывания коэффициентов b_q с ростом q, в сумме можно ограничиться первыми 15 неисчезающими слагаемыми и получить обобщенное уравнение sin-Gordon [16, 17].

Начальные условия на вектор-потенциал электрического поля трехмерного ПКОИ (6) и показатель преломления оптически анизотропного фотонного кристалла (7) выглядят следующим образом:

$$\begin{gathered} A_x\big|_{t=0} = A_{0x}\exp\left(-\frac{r^2}{\gamma_r^2}\right)\exp\left(-\frac{z^2}{\gamma_z^2}\right); \\ \frac{dA_x}{dt}\bigg|_{t=0} = A_{0x}\frac{2uz}{\gamma_z^2}\exp\left(-\frac{r^2}{\gamma_r^2}\right)\exp\left(-\frac{z^2}{\gamma_z^2}\right); \\ A_y\big|_{t=0} = 0; \quad \frac{dA_y}{dt}\bigg|_{t=0} = 0; \end{gathered} \tag{6}$$

$$n(z,r) = 1 + \mu\cos\left(\frac{2\pi z}{\chi}\right), \tag{7}$$

где γ_z, γ_r – параметры, определяющие ширину импульса по осям z и r соответственно, t_0 – начальный момент времени, u – начальная скорость импульса при входе в среду, μ – глубина модуляции показателя преломления, χ – период модуляции показателя преломления.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Эволюция поля трехмерного предельно короткого оптического импульса при прохождении оптически анизотропного фотонного кристалла на основе полупроводниковых УНТ показана на рис. 2. Результаты дают основание полагать, что импульс в среде оптически анизотропного фотонного кристалла распространяется устойчиво, сохраняя свою энергию локализованной в ограниченной области пространства. Однако его форма претерпевает значительные изменения.

Влияние параметров оптически анизотропного фотонного кристалла (глубины и периода модуляции показателя преломления) на динамику импульса показано на рис. 3. Видно, что параметры модуляции показателя преломления оптически анизотропного фотонного кристалла оказывают влияние на форму огибающей импульса и групповую скорость его волнового пакета. С увеличением периода импульс начинает распространяться быстрее, поскольку процессы интерференции, при его столкновении с узлами фотонного кристалла, происходят реже. Таким образом, если период модуляции показателя преломления будет бесконечным, из-за отсутствия интерференционных процессов, импульс будет распространяться с максимально возможной скоростью.

Далее, мы продемонстрировали зависимость динамики трехмерного ПКОИ, распространяющего в среде анизотропного фотонного кристалла, от угла между вектор-потенциалом электрического поля импульса и осью углеродных нанотрубок (рис. 4).

Из рис. 4, следует, что угол между вектор-потенциалом электрического поля импульса и осью УНТ оказывает значительное влияние на форму ПКОИ. Его энергия перекачивается на передний фронт, импульс сужается. Таким образом, появляется возможность контролировать форму импульса, меняя направление анизотропии фотон-

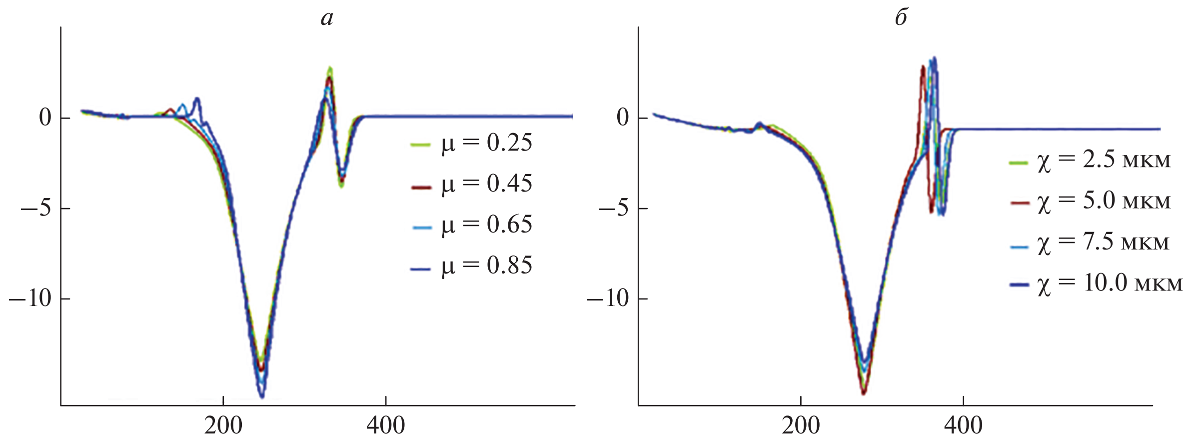

Рис. 3. Зависимость компоненты электрического поля E_x от координат (продольный срез при $r = 0$) в момент времени 10 пс, при различных значениях параметров показателя преломления оптически анизотропного фотонного кристалла: глубины модуляции показателя преломления (*а*), периода модуляции показателя преломления (*б*). По оси абсцисс отложена координата в мкм, по оси ординат значение компоненты электрического поля в 10^8 В/м.

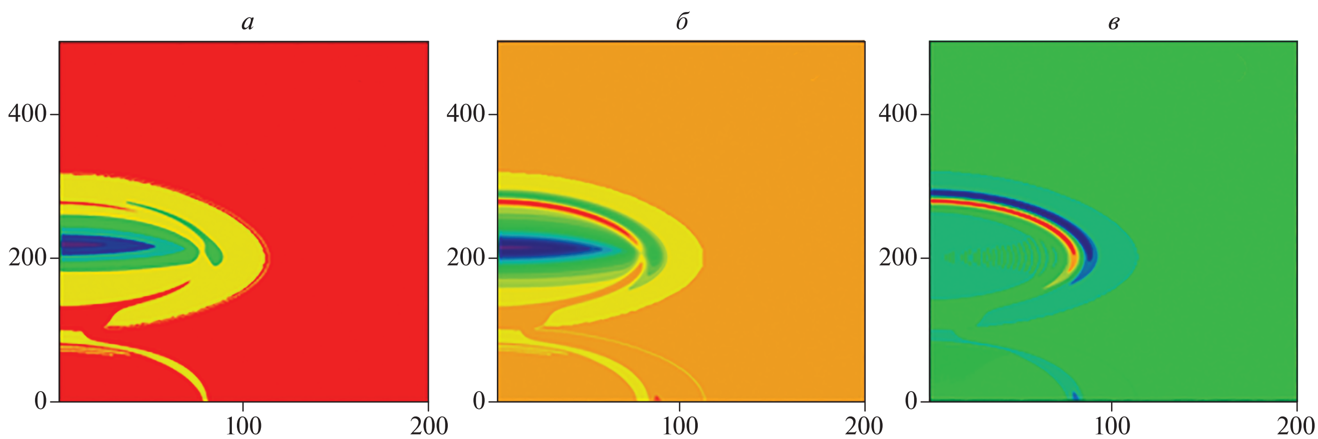

Рис. 4. Зависимость компоненты электрического поля E_x от координат в момент времени 10 пс, при различных значениях угла между электрическим полем импульса и осью УНТ: $\alpha = \pi/6$ (*а*), $\pi/3$ (*б*), $\pi/2$ (*в*). По осям отложены координаты в мкм.

ного кристалла, что является особенно важным результатом для практического применения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено исследование эволюции трехмерного предельно короткого оптического импульса в оптически анизотропном фотонном кристалле из углеродных нанотрубок. Показано, что трехмерный ПКОИ распространяется устойчиво в оптически анизотропном фотонном кристалле из УНТ. Форма импульса претерпевает незначительные изменения, после его прохождения образуется “хвост”. Период и глубина модуляции показателя преломления анизотропного фотонного кристалла оказывают влияние на форму и групповую скорость предельно короткого оптического импульса. Обнаружено, что угол между вектор-потенциалом электрического поля импульса и осью УНТ оказывает существенное влияние на форму импульса.

Полученные результаты характеризуются практической значимостью, поскольку они открывают возможность контролировать форму, скорость и уменьшить область локализации энергии импульса, т.е. стабилизировать импульс.

Двужилова Ю.В. и Двужилов И.С. выражают благодарность Совету по грантам Президента РФ (проект № МД-3173.2021.1.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mekis A., Chen J.C., Kurland I. et al.* // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 3787.

2. *Sazonov S.V., Ustinov N.V.* // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. Art. No. 063803.
3. *Fibich G., Ilan B.* // Opt. Lett. 2004. V. 29. P. 887.
4. *Желтиков А.М.* // УФН. 2007. Т. 50. № 7. С. 737; *Zheltikov A.M.* // Phys. Usp. 2007. V. 50. No. 7. P. 705.
5. *Mihalache D.* // Rom. J. Phys. 2017. V. 69. P. 403.
6. *Pakhomov A.V., Arkhipov R.M., Babushkin I.V. et al.* // Phys. Rev. A. 2017. V. 95. Art. No. 013804.
7. *Iijima S.* // Nature. 1991. V. 56. P. 354.
8. *Елецкий А.В.* // УФН. 1997. Т. 167. № 9. С. 945; *Eletskii A.V.* // Phys. Usp. 1997. V. 40. P. 899.
9. *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* // Квант. электрон. 2005. Т. 35. № 11. С. 1019.
10. *Dresselhaus M.S., Dresselhaus G., Eklund P.C.* Science of fullerenes and carbon nanotubes. San Diego: Academic Press, 1996. 965 p.
11. *Belonenko M., Demushkina E.V., Lebedev N.G. et al.* // J. Russ. Laser Res. 2006. V. 27. P. 457.
12. *Fedorov E.G., Zhukov A.V., Bouffanais R. et al.* // Phys. Rev. A. 2018. V. 97. No. 4. Art. No. 043814.
13. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Malomed B.A. et al.* // Phys. Rev. A. 2016. V. 94. No. 5. Art. No. 053823.
14. *Zhukov A.V., Bouffanais R., Fedorov E.G., Belonenko M.B.* // J. Appl. Phys. 2013. V. 114. Art. No. 143106.
15. *Двужилова Ю.В., Белоненко А.М., Двужилов И.С., Белоненко М.Б.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 12. С. 1743; *Dvuzhilova Yu.V., Belonenko A.M., Dvuzhilov I.S., Belonenko M.B.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 12. P. 1483.
16. *Li P., Mihalache D., Malomed B.A.* // Phil. Trans. R. Soc. A. 2018. V. 376(2124). Art. No. 20170378.
17. *Бадикова П.В., Глазов С.Ю.* // Учен. зап. физ. фак. МГУ. 2015. № 4. С. 154314.

3D light bullets in an optically anisotropic photonic crystal with carbon nanotubes

Yu. V. Dvuzhilova[a], I. S. Dvuzhilov[a, *], M. B. Belonenko[a]

[a] *Volgograd State University, Volgograd, 400062 Russia*

**e-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru*

A theoretical and numerical study of the propagation of three-dimensional extremely short optical pulses in an optically anisotropic photonic crystal based on semiconducting carbon nanotubes is carried out. It was found that the impulses propagate stably. The dependences of the shape and velocity of the group pulse packet on the parameters of the photonic crystal, as well as on the angle between the nanotube axis and the direction of the pulse electric field, are revealed. The effect of birefringence is shown when a pulse passes through an optically anisotropic medium.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 73–77

УДК 621.315.592:621.373

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА КАНАЛОВ ГЕНЕРАЦИИ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ЛАЗЕРНЫХ ДИОДОВ С ШИРОКИМ КОНТАКТОМ

© 2022 г. А. Г. Ржанов*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия

**E-mail: rjanov@mail.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Рассматриваются возможные методы определения числа нефазированных между собой когерентных каналов генерации излучения мощного лазерного диода с широким контактом. Обсуждаются критерии, по которым возможно выделить среди расчетных профилей излучения адекватные эксперименту образцы.

DOI: 10.31857/S0367676522010227

ВВЕДЕНИЕ

Мощные лазерные диоды (ЛД) нашли широкое применение в науке, промышленности, медицине и других областях. К таким лазерам относят ЛД с мощностью непрерывной генерации в сотни милливатт и выше [1–5]. Если такой ЛД имеет ширину W активной области равную 50 или более микрометров, то его относят к ЛД с широким контактом (ЛДШК). В процессе эксплуатации излучательные характеристики ЛДШК постепенно меняются в силу медленной деградации этих устройств. В результате в какой-то момент времени работы прибор либо отказывает, либо перестает удовлетворять потребителя по своим характеристикам. Прогноз времени функционирования и своевременная замена таких приборов необходимы на практике. Для понимания изменений в структуре ЛДШК, приводящих к его деградации и ограничению срока службы, необходим анализ модового состава излучения в лазерном резонаторе (на зеркале ЛД) и соответствующие ему изменения в частотном спектре.

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Ранее было разработано несколько моделей ЛД, в которые входят: геометрическое описание структуры ЛД, состав слоев, самосогласованная система уравнений и алгоритм ее решения [6–9]. Такие модели успешно применялись для расчета характеристик излучения ЛД с шириной активной области W менее 30 мкм, в которых практически всегда наблюдается когерентное излучение либо одномодового, либо многомодового характера. Описание самосогласованной модели, в которую входят кинетические уравнения, материальные соотношения и волновое уравнение, можно найти, например, в работе [8].

Особенностью функционирования ЛДШК, в отличие от ЛД с контактом менее 50 мкм, является многоканальность излучения, являющаяся следствием ограниченной длины продольной когерентности излучения ЛД [10–13]. Кроме того, на распределение оптического поля внутри резонатора ЛД оказывают влияние усиление, вынужденная рекомбинация носителей, нелинейная рефракция, термо-рефрактивный эффект и еще ряд менее значимых явлений. Основным физическим следствием действия таких механизмов является то, что каналы генерации оказываются не связанными между собой по фазе и, кроме того, разнесенными в спектральной и пространственной области. Это видно из экспериментальных данных по регистрации спектра и дальнего поля излучения ЛДШК в разные моменты времени функционирования прибора [14]. Экспериментально в работах [14, 15] было зарегистрировано существенное насыщение спектра излучения ЛДШК при длительной эксплуатации, свидетельствующее о появлении новых пиков, соответствующих новым каналам генерации. Спектр излучения рассматриваемого ЛДШК с квантовой ямой [5] составляет 6 нм по длине волны и определяется энергетической шириной подзоны в квантовой яме (8 мэВ) – контуром усиления. В рамках этого частотного диапазона с центральной длиной волны 974 нм, наблюдалось по мере наработки от двух до пяти каналов генерации [14, 15], что соответствовало появлению в спектре излучения от двух до пяти линий с полушириной около 1.0–1.4 нм. Эти линии стремятся занять весь диапазон контура усиления и имеют возможность перекрывать друг друга. В пространственной области каналы генерации не имеют возможности перекрывать друг друга, так как это означало бы образование фазовой связи между ними, что ограничено конечной величиной длины когерентности. Таким образом, ограничивается возможное число нефазированных каналов.

В работах [8–10, 16] нами были проведены оценки типичных значений частотных и мощностных интервалов, соответствующих различным оптическим и электронным механизмам ограничения полосы частот оптического излучения и структуры спектра ЛДШК. Из этих оценок следует, что огибающая спектра одного канала генерации исследуемого ЛДШК наполнена 15–16 пиками продольных мод, каждый из которых захватывает несколько электронных состояния в зоне проводимости и в валентной зоне. Длина когерентности излучения ЛД, в свою очередь, определяется энергетической шириной этих состояний. Оценки, сделанные в [17], показали, что длине когерентности $L_{\text{ког}} = 2.5$ см соответствует энергетическая ширина уровня $\Delta E = 0.024$ мэВ при плотности состояний $\rho = 4 \cdot 10^5$ эВ$^{-1}$ в квантовой яме объемом $V = 0.012 \times 100 \times 2000 = 2400$ мкм^3.

С точки зрения расчета и формирования адекватной модели ЛДШК в условиях многоканальной генерации необходим пересмотр подхода к расчету оптических полей в широкой пространственной апертуре ЛДШК. В этой ситуации становится необходимым отдельный расчет поля для каждого канала. Это означает, что с точки зрения оптической (волновой) части модели, ЛДШК необходимо рассматривать как набор отдельных нефазированных излучателей количеством $N_{\text{к}}$ с шириной каналов w_0. Таким образом, в модель должны входить $N_{\text{к}}$ независимых уравнений для расчета полей в конкретных областях лазерного волновода. Определение числа каналов $N_{\text{к}}$ путем теоретического анализа оказывается совсем не простой задачей. В данной работе рассматривается один из возможных подходов к решению этой проблемы.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА КАНАЛОВ ГЕНЕРАЦИИ

Приближенная оценка для величин w_0 и $N_{\text{к}} = W/w_0$ была сделана в работе [12] на основе теории дифракции:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L_{\text{ког}}}{2\pi n_{\text{эф}\,0}}}, \tag{1}$$

где λ_0 и $L_{\text{ког}}$ – соответственно, центральная длина волны ЛДШК излучения в вакууме и продольная длина когерентности [13–15], $n_{\text{эф}\,0}$ – эффективный показатель преломления фундаментальной латеральной моды, принимаемый в расчетах равным: $n_{\text{эф}\,0} = 3.56$. Учет самофокусировки излучения за счет нелинейной рефракции в этом случае позволяет рассмотреть в качестве модельного приближения локальный волновод с квадратичным профилем, а также оценить ширину установившегося канала генерации через длину когерентности [12]. Связь между длиной когерентности и модельным квадратичным фокусирующим профилем показателя преломления была указана в работах [12, 13]:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda_0 y_0}{2\pi n_{\text{эф}\,0}}}, \tag{2}$$

где y_0 – ширина модельного представления диэлектрической проницаемости. Ширину канала генерации w_0 мы отождествляем с поперечной длиной когерентности $L_{\text{ког}\perp}$, которая характеризует область когерентности излучения в пределах поперечного сечения пучка.

Из выражений (1), (2) следует, что адекватную картину ближнего поля в каналах генерации можно получить путем решения одномерного волнового уравнения в форме уравнения Гельмгольца [12] с функцией эффективной диэлектрической проницаемости, записанной в виде:

$$\varepsilon(y) = \varepsilon^0\left(1 - \left(\frac{y}{y_0}\right)^2\right), \tag{3}$$

Величины $L_{\text{ког}}$ и y_0 оказываются равными друг другу:

$$y_0 = L_{\text{ког}}. \tag{4}$$

Этот результат говорит о том, что связь между длинами продольной и поперечной когерентности излучения (между временем когерентности и поперечной длиной когерентности), как следует из (1), (2) выражается как:

$$L_{\text{ког}} = k_0\left(L_{\text{ког}\perp}\right)^2, \tag{5}$$

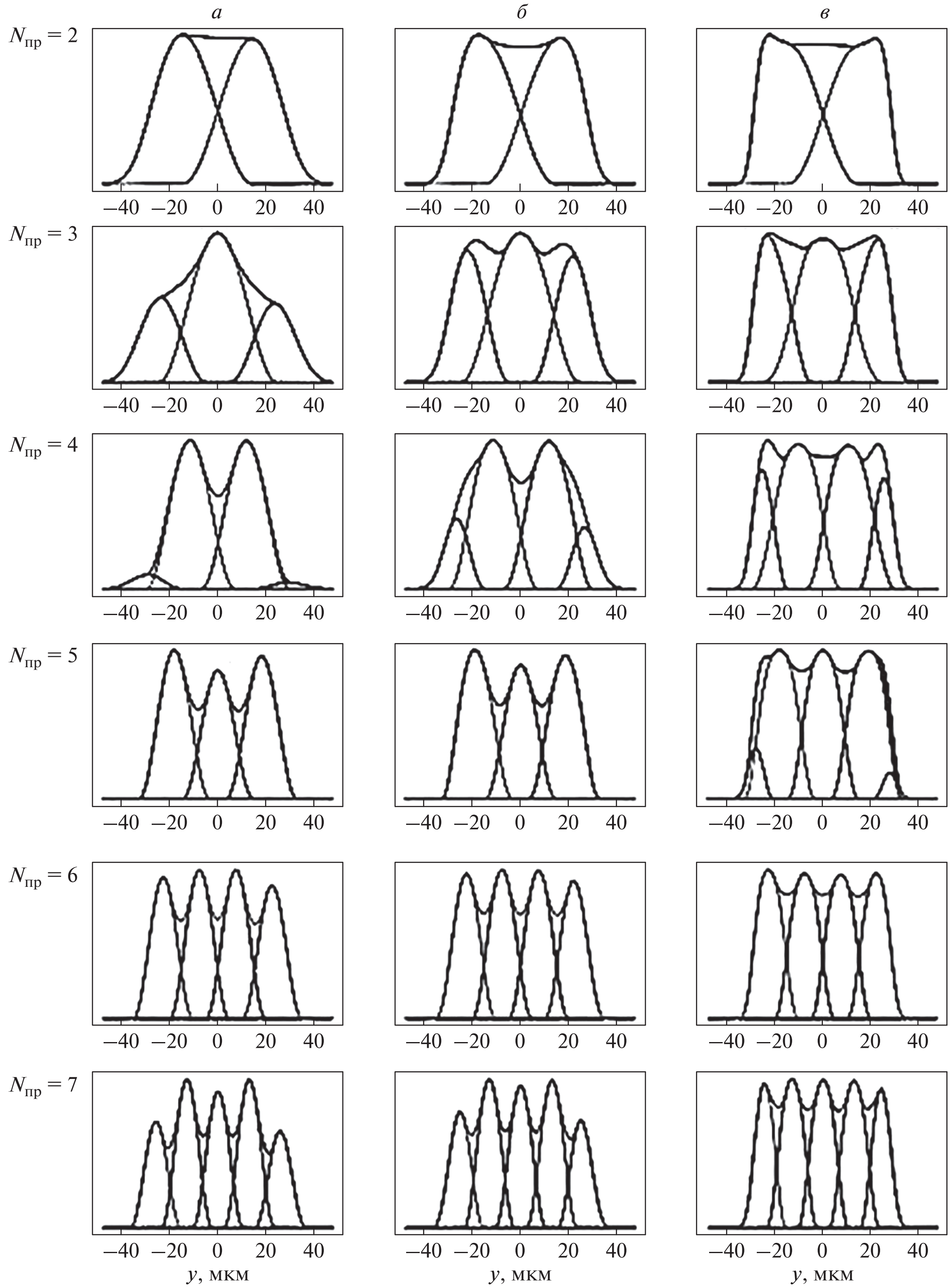

Рис. 1. Распределение интенсивности ближнего поля ЛДШК в относительных единицах для предполагаемого числа каналов $N_{пр}$ от 2 до 7 (строки) и различных значений коэффициента нелинейной рефракции $|dn/dN_c|$ (столбцы): $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-9}$ (*а*), $1.2 \cdot 10^{-8}$ (*б*), $1.2 \cdot 10^{-7}$ мкм$^{-3}$ (*в*).

где $L_{\text{ког}\perp}$ – поперечная длина когерентности, k_0 – волновое число в вакууме.

Для наиболее адекватного выбора числа каналов $N_{\text{к}}$ и формирования окончательной модели предлагается провести расчеты для нескольких пробных значений $N_{\text{пр}}$ в пределах от 2 до 7, а затем по определенным критериям выбрать наиболее подходящий вариант. Это и было проделано для трех разных значений параметра нелинейной рефракции $|dn/dN_c|$, где n – эффективный показатель преломления активного слоя, N_c – концентрация неравновесных носителей. Этот параметр отвечает за формирование областей самофокусировки внутри лазерного резонатора, которые удерживают излучение в канале генерации. Он должен быть согласован с величиной $L_{\text{ког}}$. На рис. 1 показана матрица результатов расчета фундаментальных мод ЛДШК для трех значений $|dn/dN_c|$ и шести значений $N_{\text{пр}}$ – предполагаемого (пробного) числа каналов. В столбцах представлены решения уравнения Гельмгольца для следующих значений $|dn/dN_c|$: а) $1.2 \cdot 10^{-9}$ мкм$^{-3}$, б) $1.2 \cdot 10^{-8}$ мкм$^{-3}$, в) $1.2 \cdot 10^{-7}$ мкм$^{-3}$. Каждой строке соответствует пробное значение числа каналов $N_{\text{пр}}$, принимаемое при расчете, от 2 до 7. По оси абсцисс на графиках отложена латеральная координата в микронах.

За критерии выбора адекватного сочетания указанных выше величин разумно принять следующие соображения, основанные на анализе экспериментальных данных. Во-первых, картина ближнего поля должна максимально равномерно заполнять всю ширину области накачки $W = 100$ мкм [5]. Во-вторых, должны отсутствовать асимметричные поля. В-третьих, должно быть максимальное совпадение средней интенсивности излучения во всех каналах. В-четвертых, число каналов $N_{\text{к}}$ в пробных расчетах может в итоге не совпадать с предполагаемым числом $N_{\text{пр}}$. Анализируя вид и количество составляющих излучения на рис. 1, можно выбрать следующие решения, наиболее удовлетворяющие предложенным выше критериям отбора числа каналов $N_{\text{к}}$:

1) $N_{\text{пр}} = 2$, $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-9}$ мкм$^{-3}$ (а) $\rightarrow N_{\text{к}} = 2$;

2) $N_{\text{пр}} = 3$; $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-8}$ мкм$^{-3}$ (б) $\rightarrow N_{\text{к}} = 3$;

3) $N_{\text{пр}} = 4$; $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-7}$ мкм$^{-3}$ (в) $\rightarrow N_{\text{к}} = 4$;

4) $N_{\text{пр}} = 5$; $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-8}$ мкм$^{-3}$ (б) $\rightarrow N_{\text{к}} = 3$;

5) $N_{\text{пр}} = 6$; $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-7}$ мкм$^{-3}$ (в) $\rightarrow N_{\text{к}} = 4$.

В примерах 2) и 4) при разном пробном числе каналов $N_{\text{пр}}$ (3 и 5 соответственно) результат расчета $N_{\text{к}}$ оказался практически одинаковым при значении $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-8}$ мкм$^{-3}$: $N_{\text{к}} = 3$. Это говорит о том, что при данном значении коэффициента нелинейной рефракции число каналов будет равно трем. Тем самым расчетная задача конкретизируется. То же самое можно сказать, например, для случаев 3) и 5): при $|dn/dN_c| = 1.2 \cdot 10^{-7}$ мкм$^{-3}$ $N_{\text{к}} = 4$.

Видно, что предлагаемый способ позволяет проводить селекцию числа каналов по четности. Хотя данный анализ является приближенным, в рамках поставленной задачи, учитывающей неточные сведения об истинной величине коэффициента нелинейной рефракции в материале квантовой ямы и коэффициента диссипации в волноводных слоях ЛДШК, он обозначает один из путей к более точным расчетам, требующим большего количества компьютерного времени и других ресурсов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, показана связь между нелинейной рефракцией, когерентностью и пространственными размерами каналов генерации в мощных ЛДШК. На основе базовой модели, разработанной для моделирования одного канала, проведены расчеты для нескольких каналов генерации, демонстрирующие метод определения числа этих каналов по виду расчетных пространственных зависимостей интенсивности оптического поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Богатов А.П., Дракин А.Е., Стратонников А.А., Коняев В.П.* // Квант. электрон. 2000. Т. 30. № 5. С. 401; *Bogatov A.P., Drakin A.E., Stratonnikov A.A. Konyaev V.P.* // Quant. Electron. 2000. V. 30. No. 5. P. 401.
2. *Шашкин И.С., Лешко А.Ю., Шамахов В.В. и др.* // ФТП. 2021. Т. 55. № 4. С. 344.
3. *Шашкин И.С., Лешко А.Ю., Николаев Д.Н. и др.* // ФТП. 2020. Т. 54. № 4. С. 408.
4. *Жуков А.Е.* Основы физики и технологии полупроводниковых лазеров. СПб: Изд. Академ. ун-та, 2016. 364 с.
5. *Тарасов И.С.* // Квант. электрон. 2010. Т. 40. № 8. С. 661; *Tarasov I.S.* // Quant. Electron. 2010. V. 40. No. 8. P. 661.
6. *Buus J.* // IEEE J. Quant. Electron. 1983. V. QE-19. No. 6. P. 953.
7. *Ржанов А.Г., Гвердцители В.И., Арбаш А.* // Вестн. РУДН. Сер. мат., инф., физ. 2009. Т. 3. № 65. С. 69.
8. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 6; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 1. P. 1.
9. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1508; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 11. P. 1371.

10. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 220; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 2. P. 169.
11. http://www.holography.ru/files/holmich.htm#top.
12. *Адамов А.А., Баранов М.С., Храмов В.Н.* // Науч.-техн. вестн. ИТМО. 2018. Т. 18. № 3. С. 356.
13. *Рябухо В.П., Лякин Д.В., Лычагов В.В.* // Изв. вузов. ПНД. 2009. Т. 17. № 5. С. 30.
14. *Koval O.I., Rzhanov A.G., Solovyev G.A.* // Phys. Wave Phenom. 2013. V. 21. No. 4. P. 287.
15. *Коваль О.И., Ржанов А.Г., Соловьев Г.А.* // Учен. зап. физ. фак. МГУ. 2013. № 5. С. 135041.
16. *Ржанов А.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 2. С. 250; *Rzhanov A.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 2. P. 180.

Determination of the number of generation channels in the simulation of wide-contact laser diodes

A. G. Rzhanov*

Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

**e-mail: rjanov@mail.ru*

Possible methods for determining the number of coherent channels for generating radiation from a high-power laser diode with a wide contact are considered. The criteria by which it is possible to distinguish samples adequate to the experiment from the calculated radiation profiles are discussed.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 78–83

УДК 53.087.51:53.043:53.087.35

ВЛИЯНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ СЛОЕВ И СЕТОК КОНТАКТОВ КРЕМНИЕВОГО СОЛНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФОТО-ЭДС ПО ПЛОЩАДИ *p–n* ПЕРЕХОДА ПРИ ЛОКАЛЬНОМ ОСВЕЩЕНИИ

О. Г. Кошелев[1], *, Т. Н. Кост[1], А. Б. Чеботарева[1]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", Москва, Россия*

**E-mail: Scon282@phys.msu.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследованы искажения контраста фоточувствительности по площади солнечного элемента, связанные с токами вдоль n^+ и p^+ слоев, а также покрывающих их сеток контактов. Измерения проведены при частичном освещении солнечных элементов, у которых n^+ и p^+ слои были полностью или частично покрыты контактными сетками. Проведены также расчеты распределения фото-ЭДС по площади солнечного элемента непосредственно на *p–n* переходе.

DOI: 10.31857/S0367676522010185

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наиболее распространенными являются солнечные элементы (СЭ) на основе кремния. Их КПД определяется в первую очередь величиной фоточувствительности, зависящей от величины времени релаксации фотопроводимости ($\tau_{эф}$). Значения $\tau_{эф}$ зависят от величины времени жизни неравновесных носителей заряда (ННЗ) в объеме базовой области и скорости их поверхностной рекомбинации на тыльной стороне базы. Для получения максимального КПД фоточувствительность и, соответственно, $\tau_{эф}$ должны быть максимальными и практически одинаковыми по всей площади готовых СЭ [1]. Возникновение областей с низкой фоточувствительностью возможно не только при выращивании слитков кремния, но и в процессе последующих этапов изготовления СЭ, в частности, при нанесении p^+ и n^+ слоев. Для определения распределения значений $\tau_{эф}$ по площади исходных слитков и пластин кремния (сокращенно карты $\tau_{эф}$) широко применяются методы, основанные на измерении нестационарной фотопроводимости по пропусканию или отражению СВЧ волн. При этом для возбуждения ННЗ используется сканирование поверхности импульсами луча лазера с энергией кванта $h\nu$ больше ширины запрещенной зоны (E_g) кремния [2]. В этом случае время релаксации концентрации ННЗ в освещаемой области базы определяется их рекомбинацией и диффузией в неосвещаемую область. На последующих этапах изготовления СЭ используются и другие методы, например, QSSPC (Quasi-steady-state photoconductance) [3] и PLIR (Photo Luminescence Intensity Ratio) [4, 5] методы. Первый метод состоит в измерениях на радиочастотах нестационарной фотопроводимости, создаваемой импульсом белого света, медленно (по сравнению с временем жизни ННЗ) меняющегося по амплитуде. Второй метод основан на измерении фотолюминесценции вследствие излучательной рекомбинации ННЗ, возникающих под действием луча лазера также при $h\nu > E_g$. При наличии p^+ и n^+ слоев снижение значений $\tau_{эф}$ происходит и вследствие экстракции ННЗ из освещаемой области через *p–n* переход и их последующей инжекции в неосвещаемую область [6].

При наличии контактов измерения карты $\tau_{эф}$ проводятся по току короткого замыкания (метод LBIC – light beam induced current) [7] или напряжения холостого хода (метод LBIV – light beam induced voltage) [8], возникающих при сканировании поверхности *p–n* перехода лучом ИК лазера с энергией $h\nu > E_g$. Совместное использование этих методов представляет интерес, поскольку КПД СЭ зависит как от фототока, так и от фото-ЭДС. Наличие сетки контактов приводит к дополнительному сглаживанию рельефа фото-ЭДС. Попытка обнаружить контраст фотопроводимости

СЭ из кремния была предпринята в [9]. Зондирование производилось с помощью СВЧ микроскопа ближнего поля на частоте 4.1 ГГц с разрешающей способностью около 10 мкм. Хотя контраст СВЧ проводимости в отсутствие света четко регистрировался, контраст СВЧ фотопроводимости практически не наблюдался. Влияние снижения фото-ЭДС из-за экстракции ННЗ из базовой области исследовалось в [10]. Путем расчетов было показано, например, что при времени жизни ННЗ τ_r =1000 мкс снижение напряжения на p–n переходе на 50 мВ (т.е. на 10%) может привести к уменьшению $\tau_{эф}$ в 9 раз.

Цель настоящей работы – исследовать распределение фото-ЭДС по площади локально освещаемой n^+–$p(n)$–p^+ однородной или неоднородной структуры как с контактами, так и без них.

УСЛОВИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения проводились на двух СЭ, фоточувствительных с обеих сторон. Они были изготовлены из одной пластины с диффузионной структурой (p^+nn^+) Cz–Si, на основе монокристаллического кремния n-типа, выращенного по методу Чохральского (Cz–Si), толщиной 420 мкм с удельным сопротивлением 4.9 Ом · см. СЭ имели площадь 24 × 24 мм^2. На p^+ эмиттер глубиной ~0.5 мкм наносился просветляющий слой прозрачного проводящего оксида ITO (Indium Tin Oxide), а на n^+-слой глубиной ~3 мкм наносился просветляющий слой прозрачного проводящего оксида IFO Indium Fluorine Oxide). Толщины слоев ITO и IFO составляли ~0.08 мкм, а слоевые сопротивления ($R_\square$) слоев ITO, p^+, n^+ и IFO были равны 52.3, 63.6, 130 и 38.5 Ом/□ соответственно (по определению, слоевое сопротивление $R_\square$ [Ом] = ρ/ω, где ρ – удельное сопротивление слоя, ω – его толщина. $R_\square$ есть продольное сопротивление слоя квадратной формы произвольного размера. Видимо, поэтому оно часто и называется квадратным сопротивлением, при этом к его обозначению буквой R добавляется индекс в виде квадрата). Поверх этих слоев у стандартных СЭ по всей поверхности наносилась проволочная контактная сетка, изготовленная из медной проволоки диаметром 60 мкм, покрытой низкотемпературным припоем (Sn–In), с расстоянием между проволоками, равным 1.5 мм. Проволочные контакты прикреплялись низкотемпературным методом ламинирования одновременно к поверхности оксидов и к двум электрическим шинам, расположенным перпендикулярно с другой стороны. Применение таких контактов вместо широко применяемой серебряной пасты позволило снизить стоимость производства СЭ, а за счет уменьшения затенения p–n перехода повысить их КПД (технология изготовления таких СЭ описана в [11]).

В настоящей работе исследования проводились на стандартном СЭ с рассмотренными выше параметрами и на нестандартном, отличавшимся только тем, что контакты на нем были созданы в виде трех проволочек на лицевой (p^+) и тыльной (n^+) сторонах с одного края СЭ. Оба СЭ освещались лампой накаливания.

ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Влияние p^+ и n^+ слоев на снижение контраста фото-ЭДС определяется их слоевыми сопротивлениями $R_\square$. Каждую пару слоев ITO–p^+ и n^+–IFO можно рассматривать как два сопротивления, соединенных параллельно. В этом случае суммарное слоевое сопротивление определяется из соотношения

$$R_\square = \left(1/R_{ITO} + 1/R_{p+}\right)^{-1} + \left(1/R_{IFO} + 1/R_{n+}\right)^{-1}. \quad (1)$$

Согласно (1), у исследованных СЭ $R_\square$ = 58.5 Ом.

При наличии сетки контактов поверхностное сопротивление СЭ становится существенно меньше. В частности, если СЭ представляет собой прямоугольный параллелепипед длиной l, у которого по краям p–n перехода на расстоянии d нанесены контакты, то его сопротивление R равно [12]

$$R[\text{Ом}] = \rho d/(12\omega l), \quad (2)$$

где ρ – удельное сопротивление слоя, ω – его толщина. Поскольку $R_\square$ = ρ/ω, то это соотношение можно переписать в виде $R = R_\square d^2/(12\Delta S)$ или

$$R = R_к/\Delta S, \quad (3)$$

где $\Delta S = ld$ площадь СЭ, а $R_к = R_\square d^2/12$. $R_к$ есть параметр, характеризующий поверхностное сопротивление сильно легированного слоя, покрытого сеткой контактов. Если удельное сопротивление базовой области порядка нескольких Ом · см, то последовательное сопротивление такого СЭ определяется формулой (3). Для исследуемого стандартного СЭ вычисленное значение $R_к$ = 0.109 Ом · см^2.

Для обоих СЭ расчеты зависимостей тока (J) от напряжения (V) проводились на основании уравнения [12, 13]

$$J/S = j_s\left[\exp\left(qV/AkT\right) - 1\right] - j_{sc}. \quad (4)$$

Здесь S – площадь p–n перехода, j_s и j_{sc} – плотности токов насыщения и короткого замыкания. k – постоянная Больцмана, T – температура, q – заряд электрона, A – фактор идеальности – численный множитель, обычно принимающий значения 1–3. В настоящей работе при расчетах использовалось значение A = 1.36, полученное на основании изме-

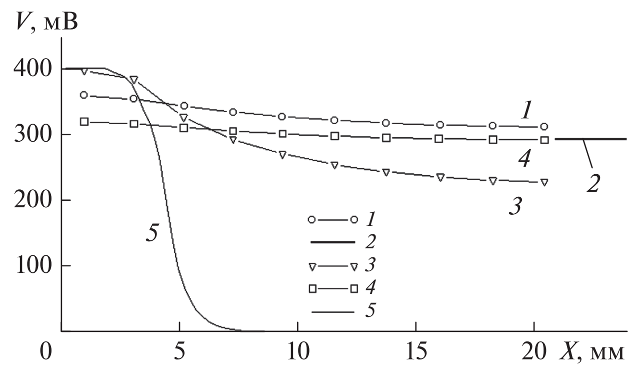

Рис. 1. Вычисленные зависимости фото-ЭДС (V) для нестандартного солнечного элемента от расстояния (X) до края освещаемой полосы при $X = 0$ мм. Смысл кривых *1–5* пояснен в тексте.

рений напряжения холостого хода (V_{oc}) и тока короткого замыкания от интенсивности света. Ток насыщения вычислялся из соотношения, следующего из формулы (4),

$$j_s = j_{sc}\left[\exp\left(qV_{OC}/AkT\right) - 1\right]. \quad (5)$$

Количественное рассмотрение шунтирующего влияния p^+ и n^+ слоев с просветляющими покрытиями проводилось на нестандартном СЭ. Для этого он рассматривался как набор фотодиодов с номерами $n = 1, 2, 3, ..., N$. Эти фотодиоды имели формы одинаковых тонких прямоугольных параллелепипедов, большие плоскости которых были перпендикулярны p–n переходу и параллельны проволочкам контактов. Расчеты проводились для случая, когда освещаемая на одном краю p–n полоса полностью перекрывала грани фотодиодов, на которых находился p–n переход. Отсчет номеров n начинался с этих фотодиодов, а заканчивался на фотодиоде, который находился между проволоками на p^+ и n^+ слоях ближайшего контакта вблизи другого края p–n перехода. Эквивалентная схема такой структуры представляет собой ряд из N параллельных одинакового размера фотодиодов, соединенных резисторами с сопротивлениями $R(n) = R_к/(NS_o)$, где S_o – площадь p–n перехода, не покрытая контактами. В этом случае напряжения $V(n)$ на каждом из фотодиодов и токи $\Delta J(n)$ через них связаны соотношением

$$V(n+1) = V(n) + R(n)\left[J_R(n-1) + \Delta J(n)\right], \quad (6)$$

где – $J_R(n)$ – токи через резисторы $R(n)$, $J_R(0) = 0$. При этом учитывалось, что фототок короткого замыкания каждого неосвещаемого фотодиода равен 0, а каждого освещаемого – в N раз меньше, чем при освещении всей площади p–n перехода. Решение этой системы уравнений с учетом (4 и 5) производилось так называемым методом стрельбы. При этом значения $V(0)$ подбирались так, чтобы $J_R(N) = 0$, поскольку к шинам контактов подключался вольтметр с большим входным сопротивлением.

Количественное рассмотрение шунтирующего влияния сетки контактов проводилось на стандартном СЭ, у которого поверхности обоих сильно легированных слоев были целиком покрыты сетками металлических контактов. В этом случае расчеты существенно отличались. Эквивалентная схема такого частично освещаемого СЭ представлялась, как два параллельных фотодиода. Из них освещаемый фотодиод площадью S_L нагружен на сопротивление R_L. а неосвещаемый площадью S_D – на сопротивление R_D, где $R_L = R_к/S_L$, $R_D = R_к/S_D$. При этом в режиме холостого хода напряжение на контактах $V_К$ равно

$$V_К = V_L - J_L R_L = V_D + J_D R_D, \quad (7)$$

где V_L и V_D – напряжения на освещаемом и неосвещаемом фотодиодах, а J_L и J_D – токи через них, протекающие в противоположных направлениях. При этом значения V_L подбирались такими, чтобы выполнялось равенство (7).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Исследования влияния p^+ и n^+ слоев на сглаживание контраста фотоЭДС проводилось на нестандартном СЭ, у которого проволочные контакты были только вдоль одного края p–n перехода, а освещение производилось в узкой полосе с противоположного края. На рис. 1. приведены вычисленные при таких условиях зависимости фото ЭДС (V) по длине (X) этого СЭ в области от края освещаемой полосы при $X = 0$ мм до ближайших контактов при $X = 21$ мм. Кривая *1* вычислена при таких же условиях, как при измерениях на этом СЭ ($V_{oc} = 402$ мВ, $J_{sc} = 14.3$ мА, $A = 1.7$, $R_\square =$ $= 58.5$ Ом/$\square$). Линия *2* при $X = 2$–24 мм соответствует фотоЭДС, непосредственно измеренной

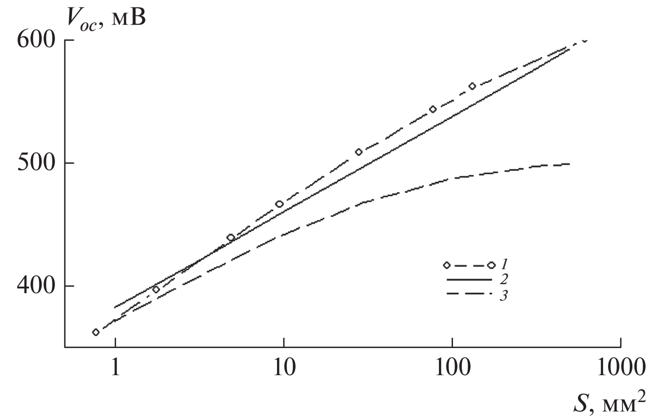

Рис. 2. Измеренная (*1*) и расчетные (*2*, *3*) зависимости фото-ЭДС (V_{oc}) однородного (*1*, *2*) и неоднородного (*3*) солнечного элемента от площади (S) освещаемой области.

на контактах этого СЭ. Как видно, измеренное напряжение отличается вычисленного вблизи $X = 21$ мм значения всего на 6%. Это небольшое расхождение связано, видимо, с тем, что при расчетах не учитывался ток через p—n переход в области контактов. Для сравнения на рисунке приведены также результаты других расчетов. Кривая *5* вычислена для предельного случая, когда шунтирующее действие высоко проводящих поверхностных слоев отсутствует ($R_\square = \infty$), а расплывание ННЗ из освещаемой области происходит только благодаря их диффузии (Эти расчеты проводились при длине диффузии ННЗ, равной 0.7 мм, характерной для базовых областей современных СЭ из монокристаллического кремния). Из сравнения кривых *1* и *5* видно, что поверхностные слои существенно сглаживают перепад напряжений между освещаемой и неосвещаемой областями. Контраст фото-ЭДС между этими областями снижается от 400 мВ у кривой 5 до 48 мВ у кривой *1*. При этом значения фото-ЭДС в освещаемой области для этих кривых различаются на 40 мВ. Как отмечалось выше, такое изменение может привести к снижению времени релаксации ННЗ после импульсного освещения в несколько раз [10]. Кривая *3* в отличие от кривой *1* вычислена при $R_\square = 100$ Ом/$\square$, для нее контраст фото-ЭДС значительно больше – примерно 170 мВ. Кривая *4* соответствует освещению дефектного участка, у которого $V_{oc} = 350$ мВ, $J_{sc} = 10$ мА. В этом случае, наоборот, контраст фото-ЭДС почти в 2 раза меньше, чем для кривой 1. Таким образом контраст фото-ЭДС между освещаемым и неосвещаемым участками p^+—n—n^+ структуры существенно зависит как от значения $R_\square$, так и от наличия дефектных участков.

Сетки контактов еще более сглаживают рельеф контраста фото-ЭДС рассматриваемых СЭ. В настоящей работе их влияние исследовалось на другом СЭ, у которого лицевая и тыльная стороны были полностью покрыты сетками контактов. Результаты этих измерений и расчетов приведены на рис. 2. Здесь штриховой линией 1 (с точками) показана измеренная зависимость фото-ЭДС (V_{oc}) от величины освещаемой площади (S) этого СЭ. В случае освещения всей площади этого СЭ $V_{oc} = 600$ мВ, $J_{sc} = 210$ мА (плотность тока 34.4 мА/см^2). Сплошной линией 2 показана расчетная зависимость, вычисленная при тех же значениях V_{oc} и J_{sc} по формулам (5)—(7). Расхождение измеренной и расчетной кривых не превышает 2%. При этом напряжение непосредственно на p—n переходе было больше, чем на контактах. Их различие не превышало 5%. Для сравнения на этом рисунке кривой 3 показана также аналогичная зависимость, но для неоднородного СЭ, у которого дефектной области соответствует $V_{oc} = 500$ мВ, а плотность тока 26 мА/см^2. Расчет производился для случая освещения такой дефектной области. При этом предполагалось также, что размер дефектной области совпадает с размером освещаемой области. Как и следовало ожидать, значения V_{oc} были меньше, чем для однородного СЭ при всех размерах освещаемой дефектной области. Разность между кривыми *2* и *3* характеризует контраст фото-ЭДС при сканировании неоднородных СЭ с такими параметрами.

На рис. 3 показаны вычисленные зависимости напряжений V на стандартном СЭ от его поверхностного сопротивления $R_к$ при освещении дефектного участка (кривые *2*, *4*) или бездефектного участка (кривые *1*, *3*). Кривые *1*, *2* соответствуют фото-ЭДС V_k на контактах, которые не трудно померить. Тогда как сплошные кривые *3*, *4* соответствуют напряжениям V_L непосредственно на

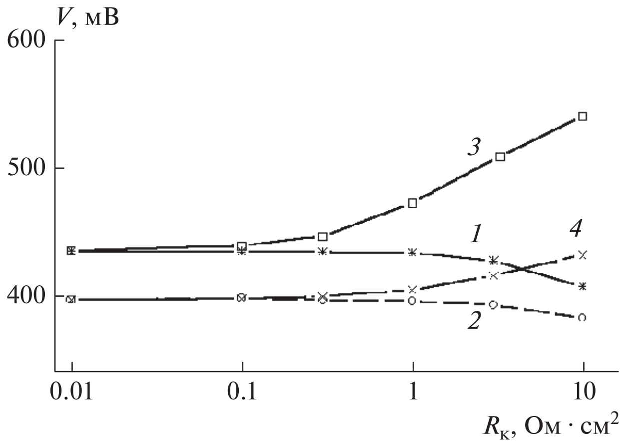

Рис. 3. Зависимости фото-ЭДС (V) на контактах солнечного элемента (кривые *1*, *2*) и на *p–n* переходе его освещаемой области (*3*, *4*) от поверхностного сопротивления ($R_к$) p^+ и n^+ слоев, покрытых сетками контактов.

p–n переходе освещаемой области СЭ, которые и определяют контраст $\tau_{эф}$. Зависимости напряжений на *p–n* переходах неосвещаемой области СЭ не приводятся, т.к. они отличались от напряжений на контактах менее, чем на 1%. Для неосвещаемой области расчеты проводились при V_{oc} = = 550 В, J_{sc} = 40 мА/см^2, A = 1. Для освещаемой области, если она является бездефектной, использовались эти же значения параметров, а если она является дефектной, расчеты проводились при V_{oc} = 450 мВ, J_{sc} = 10 мА/см^2, A = 1. Во всех случаях полагалось, что площадь освещаемой области равна 0.01 от общей площади. Разность напряжений для кривых *1* и *2* соответствует измеряемому на контактах контрасту фотоЭДС при освещении дефектного или бездефектного участков. Тогда как разность напряжений между кривыми *3* и *4* есть контраст фото-ЭДС непосредственно на *p–n* переходах при освещении тех же участков неоднородного СЭ. Как видно, при $R_к$ < < 0.1 Ом · см^2 эти разности практически одинаковы и составляют 37 мВ (вместо 100 мВ при отсутствии шунтирования). С ростом $R_к$ при $R_к$ > > 0.1 Ом · см^2 контраст фото-ЭДС на *p–n* переходе заметно возрастает, тогда как на контактах он, наоборот, несколько снижается. При уменьшении площади дефекта это снижение становится еще сильнее.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведены исследования искажений контраста фоточувствительности по площади СЭ, связанных с шунтирующим влиянием n^+ и p^+ слоев и покрывающих их сеток контактов. Предложена методика расчета таких искажений. Исследования проводились на СЭ, у которых n^+ и p^+ слои были полностью или частично покрыты сеткой контактов. Результаты измерений фото-ЭДС на контактах отличались от расчетных не более, чем на 6%. Получено, что контраст фото-ЭДС между освещаемыми участками с различной фоточувствительностью, измеряемый на контактах, может быть в несколько раз меньше, чем непосредственно на *p–n* переходе вследствие токов вдоль n^+ и p^+ слоев, а также по сеткам контактов. Расчеты показали также, что контраст фото-ЭДС между освещаемой и неосвещаемой областями неоднородного солнечного элемента становится меньше, чем для однородного.

Авторы признательны Г.Г. Унтиле, благодаря которому была поставлена настоящая работа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wezep D.A., Velden M.H.L., Bosra D.M. et al.* // Proc. 26th EU PVSEC (Munich, 2016). P. 1423.
2. *Palais O., Gervais J., Clere L. et al.* // Mater. Sci. Engin. 2000. V. 71. P. 47.
3. *Sinton R.A.* // Proc. 25th IEEE Photovoltaic. Spec. Conf. (Washington, 1996) P. 457.
4. *Chung D., Mitchell B., Juhl M.K. et al.* // IEEE J. Photovolt. 2018. V. 8. No. 4. P. 943.
5. *Wurfel P., Trupke T., Puzzel T. et al.* // J. Appl. Phys. 2007. V.101. No. 12. Art. No. 123110.
6. *Кошелев О.Г.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 52; *Koshelev O.G.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 1. P. 44.
7. https://www.czl.ru/applications/light-beam-induced-current-lbic/.
8. *Benda V.* // Proc. 20th EU PVSEC. (Barcelona, 2005). P. 670.
9. *Hovsepyan A., Babajanyan A., Sargsyan T. et al.* // J. Appl. Phys. 2009. V. 106. Art. No. 114901.

10. *Koshelev O.G., Untila G.G.* // Phys. Wave Phenom. 2016. V. 24. No. 3. P. 214.
11. *Untila G.G., Kost T.N., Chebotareva A.B. et al.* // Prog. Photovolt. 2015. V. 23. P. 600.
12. *Васильев А.М., Ландсман А.П.* Полупроводниковые фотопреобразователи. М.: Сов. радио, 1971.
13. *Зи С.* Физика полупроводниковых приборов. М.: Мир, 1984. 455 с.

Influence of surface layers and contact grid of a silicon solar cell on the photo-electromotive force distribution over the *p–n* junction area under local illumination

O. G. Koshelev[a], *, T. N. Kost[a], A. B. Chebotareva[a]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Faculty of Physics, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: Scon282@phys.msu.ru*

The distortions of the photosensitivity contrast over the solar cell area associated with the currents along the n^+ and p^+ layers, as well as the contact grids covering them, are studied. The measurements were carried out under partial illumination of solar cells, in which the n^+ and p^+ layers were completely or partially covered by contact grids. Calculations of the distribution of the photo-EMF over the area of the solar cell directly at the *p–n* junction are also carried out.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 84–87

УДК 537.86

ДИФРАКЦИЯ МОНОПОЛЯРНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ЛЕНТЕ

В. Н. Корниенко[1, *], В. В. Кулагин[1, 2]

[1]*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки*
Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова Российской академии наук, Москва, Россия
[2]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования*
“Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”,
Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга, Москва, Россия
**E-mail: korn@cplire.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Методами вычислительного эксперимента рассмотрена задача дифракции монополярного электромагнитного импульса на идеально проводящей ленте. Показано, что вне зависимости от поляризации падающего импульса, поле дифракции является биполярным.

DOI: 10.31857/S0367676522010161

ВВЕДЕНИЕ

В ряде работ, опубликованных в последнее время, говорится о возможности генерации и излучения в свободное пространство монополярных (униполярных) электромагнитных импульсов (МЭМИ). Так, обзор недавних публикаций, посвященных униполярным импульсам оптического диапазона, в которых обсуждаются методы генерации, распространения и взаимодействия униполярного света с классическими и квантовыми системами, проведен в [1]. Также ведутся работы по изучению МЭМИ микроволнового диапазона. В качестве примера можно привести работу [2], в которой представлены теоретическое и экспериментальное исследования излучения квази-монополярного импульса длительностью ~0.5 нс. Возможные способы генерации МЭМИ, которые пригодны для СВЧ диапазона, описаны в [3, 4].

Отдельно стоит проблема управления распространением МЭМИ в свободном пространстве: изменение направления распространения, фокусировка и др. Связанные с этой проблемой задачи нестационарной дифракции МЭМИ для частных случаев двумерных объектов были рассмотрены в работах [5–7]. Из представленных в них результатов, в частности, следует, что характер рассеянного на препятствии электромагнитного поля зависит от поляризации падающего импульса.

Отметим, что апертура реальных фокусирующих систем всегда имеет конечный размер. Простейшим объектом с конечной апертурой, на котором можно выявить основные особенности поля дифракции МЭМИ, является идеально проводящая лента. Целью данной работы являлось исследование пространственно-временной конфигурации поля, формируемого в результате рассеяния МЭМИ на таком объекте. Заметим также, что, согласно принципу Бабине, аналогичное поле будет образовано и в случае дифракции МЭМИ на щели конечной ширины.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующую задачу. Пусть двумерная область G, совпадающая с плоскостью XOY декартовой системы координат, содержит идеально проводящую бесконечную ленту заданной ширины, параллельную оси Z. Через область G в положительном направлении оси X распространяется МЭМИ, имеющий плоский фронт. Пространственно-временной профиль импульса совпадает с рассмотренным в [5, 7], а именно, поле МЭМИ сначала возрастает по квадратичному закону, затем, после достижения максимального значения, экспоненциально убывает. Рассмотрим два случая, отличающихся друг от друга поляризацией падающего на объект импульса:

1) TE-поляризованный МЭМИ (импульс имеет одну отличную от нуля электрическую компоненту поля, которая параллельна оси Z, и одну магнитную компоненту, лежащую в плоскости XOY);

2) TM-поляризованный МЭМИ (импульс содержит одну магнитную компоненту $H_z^{(i)}$ и одну электрическую $E_y^{(i)}$).

Таким образом, электрическую компоненту МЭМИ для обоих случаев можно записать следующим образом:

$$A(x,y,t) = \begin{cases} 0, & \dfrac{t-(x-x_0)}{c} < 0 \\ \alpha_0 \left(t-(x-x_0)/c\right)^2 \exp\left(-\beta(t-(x-x_0)/c)\right), & \dfrac{t-(x-x_0)}{c} \geq 0 \end{cases}, \tag{1}$$

где α_0 – амплитуда МЭМИ, x_0 – положение фронта импульса при $t = 0$, β – коэффициент, определяющий длительность импульса, c – скорость света в вакууме, $A(x,y,t) = E_z^{(i)}(x,y,t)$ для TE-поляризованного МЭМИ и $A(x,y,t) = E_y^{(i)}(x,y,t)$ для случая TM-поляризации.

Динамику электромагнитного поля будем исследовать при помощи системы уравнений Максвелла. Покомпонентная запись этой системы для случая TE-поляризации имеет следующий вид:

$$\frac{\partial E_z(x,y,t)}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left\{\frac{\partial H_y(x,y,t)}{\partial x} - \frac{\partial H_x(x,y,t)}{\partial y}\right\}, \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial H_x(x,y,t)}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_z(x,y,t)}{\partial y}, \tag{2.2}$$

$$\frac{\partial H_y(x,y,t)}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0}\frac{\partial E_z(x,y,t)}{\partial x}. \tag{2.3}$$

Для TM-поляризации система уравнений записывается для других компонент поля:

$$\frac{\partial H_z(x,y,t)}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0}\left\{\frac{\partial E_y(x,y,t)}{\partial x} - \frac{\partial E_x(x,y,t)}{\partial y}\right\}, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial E_x(x,y,t)}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial H_z(x,y,t)}{\partial y}, \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial E_y(x,y,t)}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\frac{\partial H_z(x,y,t)}{\partial x}. \tag{3.3}$$

Решение систем уравнений (2) и (3) с соответствующими поставленной задаче начальными и граничными условиями будем проводить численным методом, который основан на конечно-разностном подходе. Особенности реализации этого метода, включая возможность удовлетворения граничных условий излучения электромагнитного поля в свободное пространство, детально изложено в [8].

Выделение поля дифракции на фоне поля падающего МЭМИ проведем при помощи алгоритма, основанного на принципе суперпозиции, аналогичному описанному в [5]. А именно, в результате численного решения (2)–(3) мы получаем полное поле в виде зависимостей $\vec{E} = \vec{E}(x,y,t)$ и $\vec{H} = \vec{H}(x,y,t)$. Это поле представляет собой суперпозицию поля падающего импульса, которое задано выражением (1), и рассеянного поля $\left(\vec{E}^{(s)}, \vec{H}^{(s)}\right)$. Исходя из этого можно найти пространственно-временные зависимости $\left(\vec{E}^{(s)}, \vec{H}^{(s)}\right)$:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(s)}(x,y,t) &= \vec{E}(x,y,t) - \vec{E}^{(i)}(x,y,t), \\ \vec{H}^{(s)}(x,y,t) &= \vec{H}(x,y,t) - \vec{H}^{(i)}(x,y,t). \end{aligned} \tag{4}$$

О характере рассеянного поля будем судить по зависимостям электрической $E_z^{(s)}(x)$ (для TE-поляризации) и магнитной $H_z^{(s)}(x)$ (для TM-поляризации) компонент поля в точках, расположенных на оси X.

Для удобства нормируем время на длительность МЭМИ τ, рассчитанную по половине амплитуды исходного импульса. Пространственные координаты нормируем на величину $c\tau$.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В проведенных вычислительных экспериментах ширина L идеально проводящей ленты изменялась в пределах от 3 до 12 $c\tau$. Ее центр совпадал с началом системы координат. Во всех рассмотренных случаях сценарий формирования поля дифракции качественно совпадал. А именно, падающий МЭМИ возбуждал две цилиндрические волны, которые излучались краями ленты. Интерференция этих волн и формировала картину нестационарной дифракции.

На рис. 1 показаны кривые, соответствующие пространственному распределению поля $E_z^{(s)}(x)$ (TE-поляризация, кривая *1*) и $H_z^{(s)}(x)$ (TM-поляризация, кривая *2*), в фиксированный момент времени. Ширина $L = 5$ $c\tau$. В виду того, что вне рассеивающего объекта волны распространяются в свободном пространстве, можно говорить об однозначной связи между временными и пространственными профилями поля дифракции.

Для случая TE-поляризации временная зависимость этих волн по своему виду была близка к производной по времени поля МЭМИ, т.е. указанные цилиндрические волны имели вид бипо-

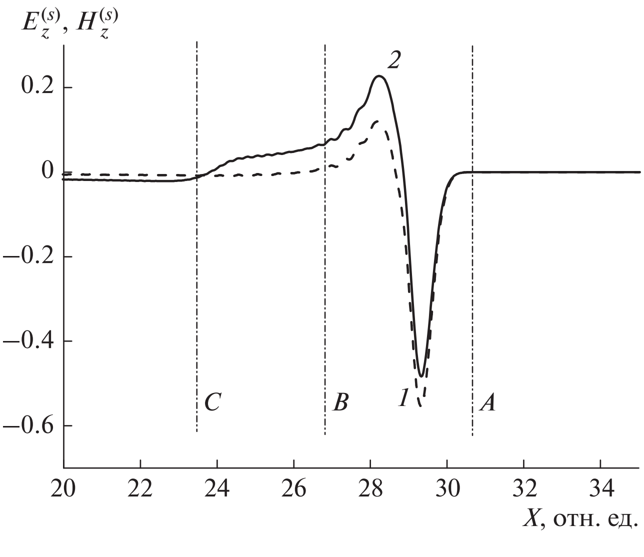

Рис. 1. Зависимость электрической (*1*) и магнитной (*2*) компонент поля от продольной координаты в фиксированный момент времени для случая ТЕ- и ТМ-поляризации соответственно.

лярного импульса. Это соответствует пространственному интервалу *AB* на рис. 1.

Более сложная динамика поля имела место для случая ТМ-поляризации МЭМИ. Если начальная зависимость поля от времени также была пропорциональна производной по времени падающего импульса, то на временном интервале, который соответствует пространственному отрезку *BC*, наблюдался дополнительный скачок поля. Длина *BC* соответствует ширине ленты. Таким образом, можно утверждать, что указанный скачок поля формируется за счет отражения цилиндрической волны от противоположного конца ленты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как следует из полученных результатов, рассеянное неоднородностью поле вне зависимости от поляризации МЭМИ не является монополярным. Цилиндрические волны, излучаемые в результате дифракции МЭМИ с краев ленты, как для ТЕ-, так и для ТМ-поляризации, оказываются биполярными.

Таким образом, использование фокусирующих систем с конечной апертурой и резкими границами существенно изменяют структуру электромагнитного поля, и оно перестает быть монополярным.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН и поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 19-52-45035-Инд-а). Моделирование было проведено на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Архипов Р.М., Архипов М.В., Розанов Н.Н.* // Квант. электрон. 2020. Т. 50. № 9. С. 801; *Arkhipov R.M, Arkhipov M.V., Rosanov N.N.* // Quant. Electron. 2020. V. 50. No. 9. P. 801.
2. *Fedorov V.M., Ostashev V.E., Tarakanov V.P., Ul'yanov A.V.* // J. Phys. Conf. Ser. 2017. V. 830. Art. No. 012020.
3. *Архипов Р.М., Архипов М.В., Шимко А.А. и др.* // Письма в ЖЭТФ. 2019. Т. 110. № 1. С. 9; *Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Shimko A.A. et al.* // JETP Lett. 2019. V. 110. No. 1. P. 15.
4. http://jre.cplire.ru/jre/mar17/8/text.pdf.
5. *Корниенко В.Н., Кулагин В.В., Олейников А.Я.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 258; *Kornienko V.N., Kulagin V.V., Oleynikov A.Ya.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 2. P. 203.
6. *Кулагин В.В., Корниенко В.Н., Черепенин В.А. и др.* // Квант. электрон. 2019. Т. 49. № 8. С. 788; *Kulagin V.V., Kornienko V.N., Cherepenin V.A. et al.* // Quant. Electron. 2019. V. 49. No. 8. P. 788.
7. *Корниенко В.Н., Кулагин В.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 1. С. 64; *Kornienko V.N., Kulagin V.V.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2021. V. 85. No. 1. P. 50.
8. *Taflove A.* Computational electrodynamics: the finite-difference time-domain method. London: Artech House, 1995.

Diffraction of a monopolar electromagnetic pulse on an ideally conducting tape

V. N. Kornienko[a, *], V. V. Kulagin[b]

[a] *Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 125009 Russia*
[b] *Sternberg Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119234 Russia*
**e-mail: korn@cplire.ru*

The problem of diffraction of a monopolar electromagnetic pulse on an ideally conducting tape is considered by the methods of a computational experiment. It is shown that, regardless of the polarization of the incident pulse, the diffraction field is bipolar.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 88–92

УДК 621.385.624

ОСОБЕННОСТИ ГРУППИРОВАНИЯ КОЛЬЦЕВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПОТОКОВ В МОЩНЫХ КЛИСТРОНАХ

В. Е. Родякин[1, *], В. Н. Аксенов[2]
[1]Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН – филиал Федерального государственного учреждения "Федеральный научно-исследовательский центр "Кристаллография и фотоника" Российской академии наук", Шатура, Россия
[2]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет и Международный лазерный центр, Москва, Россия
*E-mail: vrodyakin@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Теоретически исследованы особенности группирования кольцевых электронных потоков в мощных клистронах. Показано, что использование кольцевых потоков позволяет улучшить процесс группирования за счет уменьшения эффекта расслоения и провисания потенциала. Определены параметры кольцевых пучков, от которых зависит степень улучшения эффективности группирования. Показано, что при сохранении эффективности группирования использование кольцевых потоков позволяет увеличить силу тока пучка и выходную мощность на 30–100% по сравнению со сплошными электронными пучками. Определены зависимости степени возможного повышения силы тока от параметров кольцевых электронных пучков.

DOI: 10.31857/S0367676522010215

ВВЕДЕНИЕ

Постоянное расширение применения мощных клистронных усилителей СВЧ излучения в научных, гражданских и военных областях требует увеличения их мощности, эффективности и продвижения в область миллиметровых длин волн. Одним из способов решения этих задач является применение распределенных электронных потоков (кольцевых, многолучевых, ленточных). Исследованиям особенностей группирования в мощных клистронах многолучевых и ленточных электронных пучков посвящено большое количество научных работ. Активное же применение кольцевых пучков сдерживается с одной стороны трудностями их формирования электронно-оптической системой клистрона, с другой стороны слабой изученностью условий, при которых реализуются преимущества от их использования в клистронах по сравнению со сплошными электронными потоками.

Преимущество кольцевых пучков перед сплошными заключается в том, что при их использовании улучшаются условия группирования электронного потока в сгустки за счет увеличения коэффициента взаимодействия пучка с полями резонаторов, а также уменьшения негативных эффектов расслоения и провисания потенциала. Для исследования влияния этих эффектов в кольцевых и сплошных электронных потоках необходимо провести сравнительный анализ их группирования с помощью двух с половиной мерный (2.5-D) численной модели. В данной работе приводятся результаты такого анализа.

При анализе электронно-волнового взаимодействия в клистронах использовался 2.5-D программный комплекс PARS, разработанный авторами [1] на основе модернизации программы "Арсенал-МГУ", зарекомендовавшей себя в нашей стране и за рубежом как надежный инструмент для разработки и исследований многочисленных клистронных усилителей [2–5].

ПАРАМЕТР ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА

Продольные силы взаимного отталкивания между электронами пучка, вызванные их пространственным зарядом, являются основным фактором, влияющим на процесс группирования мощных электронных пучков. Кроме того, на процесс группирования заметное влияние оказывает радиальная неоднородность сил пространственного заряда, которая является основной причиной расслоения. Данная неоднородность включает в себя как радиальное провисание потенциала, так и радиальную зависимость коэффициента редукции плазменной частоты. Оба фактора приводят к отличию протекания процесса группирования в различных слоях электронного пучка, что не позволяет обеспечить условия оптимального группирования во всех слоях одновременно, и вызывает уменьшение эффективности группирования. В работе [6] на примере однокаскадного клистрона было показано, что основной характеристикой электронного потока, определяющей влияние на процесс его группировки со стороны сил пространственного заряда, служит следующий безразмерный параметр пространственного заряда:

$$\Omega_q = \frac{1+\gamma_0}{2\sqrt{\gamma_0}}\left(\frac{\omega_q}{\omega}\right), \qquad (1)$$

где $\omega = 2\pi f$ — круговая частота, $\frac{\omega_q}{\omega} = \frac{\omega_p}{\omega} R(\gamma_b, \sigma_{b0}, \sigma_b)$ — относительная редуцированная плазменная частота электронного потока, $\gamma_0 = 1 + \frac{\eta V_0}{c^2}$, $\gamma_b = \beta_e r_b$, $\beta_e = \frac{\omega}{\nu_0 \gamma_0}$, $\nu_0 = \frac{c}{\gamma_0}\sqrt{\gamma_0^2 - 1}$, $\frac{\omega_p}{\omega} = 10^{-3}\sqrt{\frac{\gamma_0 P_\mu}{\pi \eta^{1/2} \varepsilon_0 (1+\gamma_0)^{3/2} \gamma_b^2 \left(1 - \sigma_{b0}^2\right)}}$ — относительная плазменная частота электронного потока, $\sigma_{b0} = \frac{r_{b0}}{r_b}$, ε_0 — электрическая постоянная вакуума, r_b — внешний радиус пучка, r_{b0} — внутренний радиус пучка, f — частота входного сигнала клистрона, $P_\mu = 10^6 \frac{I_0}{V_0^{3/2}}$ — микропервианс электронного пучка, I_0, V_0 — сила тока и ускоряющее напряжение пучка, $\sigma_b = \frac{r_b}{r_T}$ — коэффициент заполнения пучком трубы дрейфа, $\eta = \frac{e}{m_0}$, ε_0 — электрическая постоянная вакуума, r_T — радиус трубы дрейфа, ν_0, e и m_0 — скорость, заряд и масса покоя электрона, c — скорость света, $R(\gamma_b, \sigma_{b0}, \sigma_b)$ — коэффициент редукции плазменной частоты [7].

Интервал изменения параметра пространственного заряда от 0.05 до 0.2 охватывает практически весь спектр электронных пучков, используемых в мощных клистронах. Электронные пучки с низким значением Ω_q (0.05–0.08) обычно применяются в высокоэффективных клистронах. Пучки с большими значениями Ω_q используются в широкополосных клистронах, а также в клистронах коротковолновой части СВЧ диапазона. Поскольку для кольцевых электронных потоков коэффициент редукции, а следовательно, и параметр пространственного заряда Ω_q меньше, чем для сплошных, то следует ожидать улучшения условий для эффективного группирования при переходе от сплошных к кольцевым пучкам.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНЫХ КПД КЛИСТРОНОВ СО СПЛОШНЫМИ И КОЛЬЦЕВЫМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ

Для оценки степени повышения эффективности многокаскадного группирования при таком переходе был проведен сравнительный численный анализ зависимости предельных КПД клистрона дециметрового диапазона с $f = 323$ МГц от числа резонаторов основной гармоники для сплошного и кольцевого электронного пучка с одинаковым значением силы тока. Для исследований были выбраны следующие параметры электронного пучка: $V_0 = 88$ кВ, $I_0 = 17.25$ А, $r_b = 2.8$ см, $r_T = 3.6$ см. Эти параметры соответствуют известному суперклистрону непрерывного действия со сплошным электронным пучком TH2089 [8] французской компании Thales. Параметр пространственного заряда в этом приборе $\Omega_q = 0.075$. В качестве кольцевого пучка был выбран электронный поток с $\sigma_{b0} = 0.7$. Поиск предельных значений КПД для приборов со сплошным и кольцевым электронным потоком для каждого числа резонаторов проводился с помощью алгоритма автоматической оптимизации комплекса программ PARS. В качестве оптимизируемых параметров выступали: входная мощность, длины труб дрейфа, частотные отстройки резонаторов и величина нагруженной добротности выходного резонатора. Целевой функцией выступало значение электронного КПД. При этом пучки считались замагниченными, а для их анализа использовалась 1.5-D многослойная модель. В качестве примера оптимизации на рис. 1 представлены результаты группирования в оптимизированном семи-резонаторном клистроне с кольцевым электронным пучком.

На рис. 1*а* приведены продольные распределения первой и второй гармоник конвекционного тока, возбуждаемых в пучке при группировании. Кривая *3* на рисунке представляет собой продольное распределение удельной кинетической энергии электронов в пучке. Характер группировки показан на фазовой диаграмме (рис. 1*б*). Из нее следует, что оптимизированный по КПД клистрон имеет удлиненные трубы дрейфа, что позволяет выравнивать скорости электронов в сгустке и постепенно собирать периферийные электроны ближе к центру сгустка, повышая тем самым эффективность группирования.

Полученные в результате оптимизационных расчетов сравнительные зависимости предель-

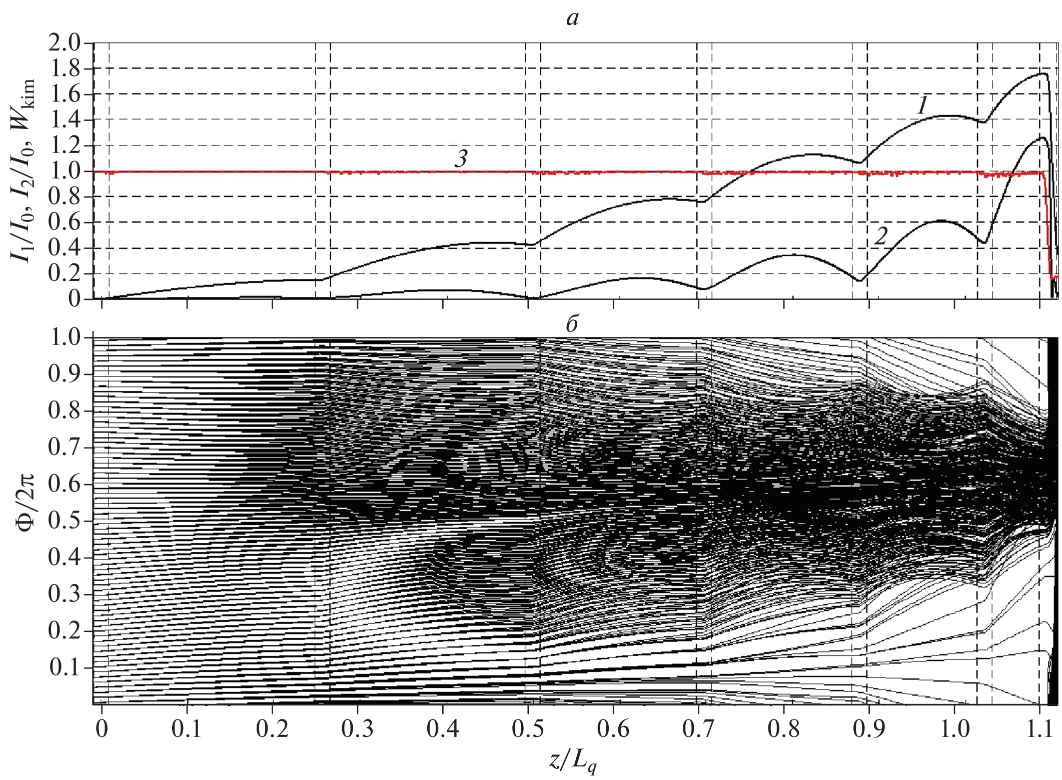

Рис. 1. Рассчитанные продольные зависимости первой (*1*) и второй (*2*) гармоник конвекционного тока, а также удельной кинетической энергии электронов (*3*) (*а*); Фазовая диаграмма электронов в оптимизированном семи-резонаторном клистроне с кольцевым электронным пучком (*б*).

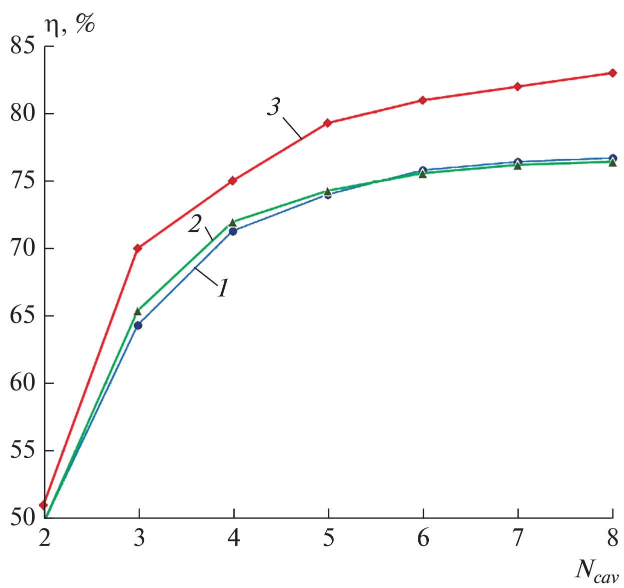

Рис. 2. Зависимости предельных электронных КПД от числа резонаторов для клистронов со сплошным пучком $I_0 = 17.25$ А, $\Omega_q = 0.075$ (*1*), кольцевым пучком $I_0 = 27.3$ А, $\Omega_q = 0.075$ (*2*), кольцевым пучком $I_0 = 17.25$ А, $\Omega_q = 0.06$ (*3*).

ных значений электронного КПД для клистронов со сплошным (кривая *1*) и кольцевым пучком (кривая *3*) представлены на рис. 2. Как видно из рисунка, использование кольцевого пучка с выбранными параметрами позволяет в среднем увеличить КПД на 5% даже для многорезонаторных клистронов.

В работе [6] на основе исследований нелинейных процессов группирования в однокаскадном клистроне, был сделан вывод о том, что параметр пространственного заряда Ω_q является универсальным параметром, характеризующим эффективность группирования. Для обобщения этого вывода на случай многокаскадного группирования был проведен поиск предельных КПД при различном числе резонаторов для кольцевого пучка с тем же значением $\sigma_{b0} = 0.7$, но имеющим большее значение силы тока $I_0 = 27.3$ А, соответствующее тому же значению $\Omega_q = 0.075$, что и для сплошного пучка. На рис. 2 зависимость предельного КПД для такого электронного пучка представлена кривой *2*, которая практически совпадает с предельной кривой *1*. Таким образом, независимо от того, какой электронный пучок используется, КПД клистрона в основном определяется величиной Ω_q.

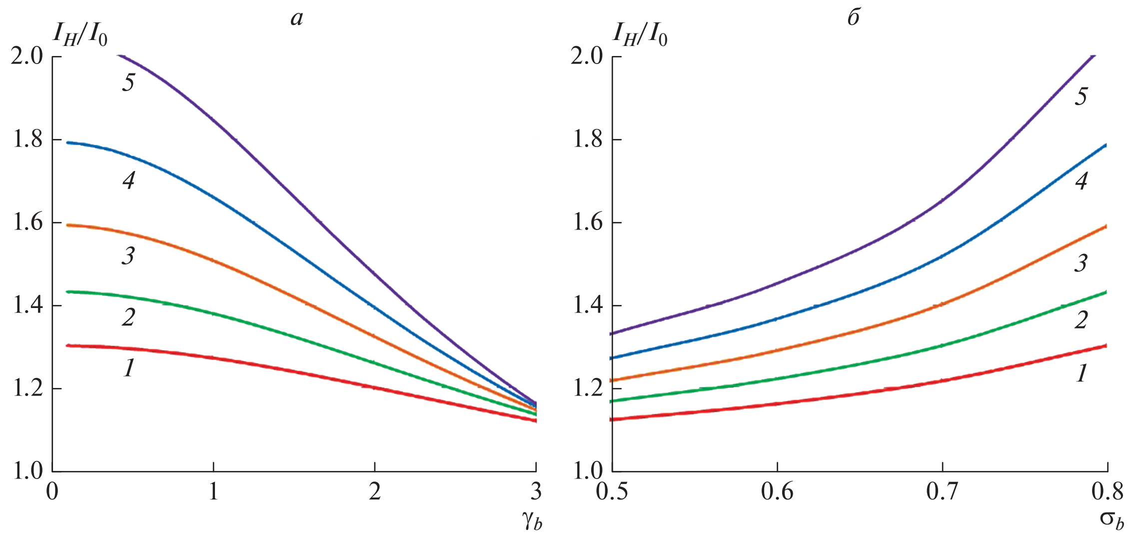

Рис. 3. Зависимости увеличения силы тока при замене кольцевого пучка сплошным при сохранении значения КПД для различных значений σ_{b0}: 0.5 (*1*), 0.6 (*2*), 0.7 (*3*), 0.8 (*4*), 0.9 (*5*) от параметра γ_b при $\sigma_b = 0.8$ (*а*) и параметра σ_b при $\gamma_b = 0.4$ (*б*).

ОЦЕНКИ ВОЗМОЖНОГО ПОВЫШЕНИЯ СИЛЫ ТОКА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОЛЬЦЕВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ

Данный факт позволяет провести анализ параметров, от которых зависит величина возможного повышения силы тока при переходе от сплошных к кольцевым пучкам при сохранении той же эффективности группирования, что и для сплошного пучка. Для этого, используя формулу (1), запишем равенство для параметров пространственного заряда для сплошного пучка с током I_0 и кольцевого пучка с током I_H:

$$\frac{I_0 R^2(\gamma_b, 0, \sigma_b)}{r_b^2} = \frac{I_H R^2(\gamma_b, \sigma_{b0}, \sigma_b)}{\left(r_b^2 - r_{b0}^2\right)}, \qquad (2)$$

Отсюда получим выражение для относительного увеличения силы тока кольцевого пучка по сравнению со сплошным, при котором параметры пространственного заряда, а следовательно, и КПД клистронов для обоих типов пучков совпадают:

$$\frac{I_H}{I_0} = \left[\frac{R(\gamma_b, 0, \sigma_b)}{R(\gamma_b, \sigma_{b0}, \sigma_b)}\right]^2 \left(1 - \sigma_{b0}^2\right). \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что относительный выигрыш в величине силы тока, а следовательно, и мощности, при замене сплошного пучка на кольцевой зависит от трех параметров. На рис. 3*а* приведены зависимости этой величины от параметра γ_b при различной толщине кольцевого потока σ_{b0} для практически значимого коэффициента заполнения $\sigma_b = 0.8$.

Из анализа зависимостей видно, что чем тоньше кольцевой пучок, тем больше выигрыш по величине силы тока. Поскольку при больших значениях параметра γ_b заметно уменьшается коэффициент взаимодействия электронного пучка с полями резонаторов, то в большинстве высокоэффективных клистронов используются электронные пучки с параметром $\gamma_b < 1.0$, В этой области при использовании кольцевых пучков можно увеличить силу тока на 30—100% в зависимости от его толщины. На рис. 3*б* приведены зависимости относительного увеличения силы тока кольцевого пучка от коэффициента заполнения σ_b при различных значениях толщины пучка σ_{b0} для типичного значения $\gamma_b = 0.4$. Приведенные зависимости показывают, что наибольшего увеличения силы тока можно добиться при замене сплошного пучка на тонкий кольцевой с внешним радиусом близким к радиусу трубы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования подтвердили, что использование кольцевых электронных потоков позволяет улучшить процесс группирования в мощных клистронах и повысить их КПД. При этом для многорезонаторных высокоэффективных клистронов, в которых увеличение КПД на каждый процент дается с большим трудом, увеличение КПД на 5—6% за счет использования кольцевых потоков является весьма эффективным решением задачи увеличения их КПД.

Подтвержден и обобщен на случай многокаскадного группирования вывод работы [6] о том, что основным параметром, характеризующим эффективность группирования, является параметр пространственного заряда Ω_q. Его использование для оценок предельных КПД является более обоснованным, чем величины микропервеанса, который до настоящего времени широко применяется большинством разработчиков.

Показано, что замена сплошного электронного пучка на кольцевой позволяет увеличить силу тока пучка и мощность прибора на 30–100% при том же значении КПД. Получено аналитическое выражение для выбора параметров кольцевого электронного потока, обеспечивающую такую замену.

Данные выводы справедливы как для однолучевых, так и многолучевых клистронов. Использование кольцевых пучков в многолучевых клистронах для увеличения их мощности и эффективности наиболее перспективно в дециметровом и сантиметровом диапазонах, где возможно обеспечить формирование таких пучков. В миллиметровом диапазоне, где использование многолучевых конструкций ограничено малыми поперечными размерами электродинамических структур, применение кольцевых электронных потоков может позволить обеспечить рекордные значения выходной мощности однолучевых клистронов [9].

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования в рамках темы государственного задания ФНИЦ "Кристаллография и фотоника" РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Родякин В.Е., Пикунов В.М., Аксенов В.Н.* // Журн. радиоэлектрон. 2019. № 6. С. 21.
2. *Sandalov A.N., Pikunov V.M., Rodyakin V.E. et al.* // KEK Rep. 1997. No. 1. P. 185.
3. *Ding Y., Xiao X., Rodyakin V.E., Sandalov A.N.* // Proc. 2nd ICMMWT (Beijing, 2000). P. 299.
4. *Shen B., Ding Y., Sandalov A.N. et al.* // Proc. IVESC2004 (China, 2004). P. 312.
5. *Shen B., Ding Y., Zhang Z. et al.* // IEEE Trans. Electron Devices. 2014. V. 61. No. 6. P. 1848.
6. *Родякин В.Е., Пикунов В.М., Аксенов В.Н.* // Журн. радиоэлектрон. 2020. № 12. С. 33.
7. *Branch G.M., Mihran T.G.* // IRE Trans. Electron Devices. 1955. V. 2. No. 2. P. 3.
8. *Bastien C., Faillon G., Simon M.* // Proc. IEDM 1982. (San Francisco, 1982). P. 190.
9. *Родякин В.Е., Пикунов В.М., Аксенов В.Н.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2021. № 2. С. 29.

Features of the hollow electron beams bunching in high-power klystrons

V. E. Rodyakin[a, *], V. N. Aksenov[b]

[a] Institute on Laser and Information Technologies — Branch of the Federal Scientific Research Centre "Crystallography and Photonics" of the Russian Academy of Sciences, Shatura, 140700 Russia

[b] Physics Department and International Laser Center, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

**e-mail: vrodyakin@mail.ru*

The results of a theoretical study of the features of the hollow electron beams bunching in high-power klystrons are presented. It is shown that the use of hollow beams can improve the bunching process by reducing the effect of radial stratification and potential depression. The parameters of hollow beams, which determine the degree of improvement in the bunching efficiency, are determined. It is shown that, while maintaining the bunching efficiency, the use of hollow beams can increase the beam current and output power by 30–100% compared to solid electron beams. The dependences of the degree of possible current increase on the parameters of hollow electron beams are determined.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 93–97

УДК 535.55:681.78

СПЕКТРАЛЬНО-ПОЛЯРИЗАЦИОННАЯ АКУСТООПТИЧЕСКАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ИНФРАКРАСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В КРИСТАЛЛЕ БРОМИДА РТУТИ

© 2022 г. Е. А. Дьяконов[1, *], Д. Л. Пороховниченко[1]

[1]*Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, Москва, Россия*

**E-mail: ead1989@gmail.com*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Проведено исследование широкоугольной геометрии акустооптического взаимодействия в кристалле бромида ртути. Найдены условия, при которых возможна одновременная дифракция обеих собственных мод кристалла в противоположные порядки дифракции. Показано, что геометрия взаимодействия остается неизменной в спектральном диапазоне 3–30 мкм. Полученные результаты позволяют создать акустооптический фильтр инфракрасного излучения с произвольной поляризацией.

DOI: 10.31857/S0367676522010100

ВВЕДЕНИЕ

Широкоугольный акустооптический фильтр представляет собой устройство, позволяющее выделять из оптического изображения заданную спектральную компоненту. Как и другие акустооптические устройства, он действует по принципу дифракции света на ультразвуке. Длина волны излучения, выделяемая фильтром, регулируется путем изменения частоты ультразвука. Сравнительно широкое угловое поле зрения, давшее название устройству и составляющее единицы или десятки угловых градусов, позволяет обрабатывать неколлимированные пучки и оптические изображения, что является важным свойством в ряде прикладных задач.

Акустооптические фильтры, основанные на кристалле парателлурита TeO_2, давно известны и применяются [1]. Однако парателлурит прозрачен лишь в спектральной области от 0.33 до 5 мкм. Для работы на больших длинах волн необходимо искать другие материалы, которые сочетали бы прозрачность в необходимой области спектра с хорошими акустооптическими свойствами. В этом отношении интересны кристаллы моногалогенидов ртути Hg_2X_2 (X = Cl, Br, I). Они обладают широким диапазоном прозрачности от видимого излучения до длин волн около 20, 30 и 40 мкм соответственно, а также высокими коэффициентами акустооптического качества M_2 [2]. Кроме того, эти кристаллы также являются оптически анизотропными, что позволяет применить в них известную схему акустооптического фильтра лишь с небольшими изменениями [3–7].

Возможность создания широкоугольного акустооптического фильтра на основе бромида ртути Hg_2Br_2 была обоснована в работе [7]. Там рассматривалась обычная схема акустооптического фильтра [1], которая требует линейно поляризованного излучения, соответствующего одной из собственных волн кристалла. Это создает сложности при работе с неполяризованным или частично поляризованным излучением от тепловых источников, что особенно актуально в инфракрасной области спектра. Однако существует и более совершенная, спектрально-поляризационная схема акустооптического фильтра, при которой входное излучение может иметь произвольное состояние поляризации. В кристалле это излучение распадается на две собственные моды, линейно поляризованные во взаимно ортогональных направлениях. Геометрия взаимодействия подобрана так, что условие брэгговского синхронизма выполняется одновременно для обеих собственных мод кристалла, но при этом они отклоняются в противоположные порядки дифракции. Это позволяет анализировать одновременно спектральную и поляризационную структуру оптического пучка. Известна реализация спектрально-поляризационной схемы акустооптического фильтра в кристалле парателлурита [8]. Целью настоящей работы стало исследование подобной же геометрии взаимодействия в кристалле бромида ртути.

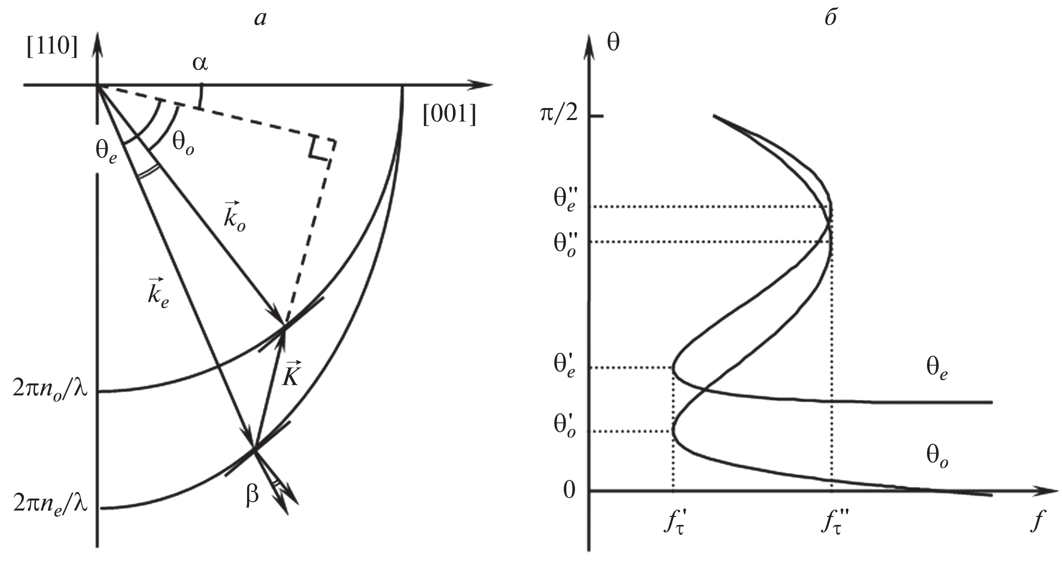

Рис. 1. Векторная диаграмма (*а*) и угло-частотная характеристика (*б*) широкоугольной дифракции.

ГЕОМЕТРИЯ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

На рис. 1*а* показана векторная диаграмма, которая иллюстрирует взаимную ориентацию волновых векторов взаимодействующих волн в широкоугольном режиме дифракции. Брэгговский синхронизм соответствует замыканию векторного треугольника, состоящего из волновых векторов обыкновенной волны $\vec{k}_o$, необыкновенной волны $\vec{k}_e$ и ультразвука $\vec{K}$, причем взаимодействие сопровождается сменой поляризации излучения. Иначе говоря, если обыкновенная волна падает под углом θ_o, то имеет место дифракция в -1-й порядок под углом θ_e. А если необыкновенная волна падает под углом θ_e, то имеет место дифракция в $+1$-й порядок под углом θ_o. Условием широкоугольной геометрии является независимость частоты брэгговского синхронизма f от углов падения и дифракции:

$$\partial f / \partial \theta_o = 0, \quad \partial f / \partial \theta_e = 0. \tag{1}$$

Это условие позволяет применять акустооптическое устройство для обработки неколлимированных пучков излучения и оптических изображений. Графически оно соответствует тому, что касательные к волновым поверхностям взаимодействующих волн параллельны между собой.

Углы θ_o, θ_e и частота брэгговского синхронизма f связаны между собой зависимостью, которая называется угло-частотной характеристикой:

$$f = \frac{V(\alpha)}{\lambda}\left(n_i(\theta_e,\alpha)\sin\theta_e \pm \sqrt{n_o^2 - n_i^2(\theta_e,\alpha)\cos^2\theta_e}\right), \qquad (2)$$
$$n_o\cos\theta_o = n_i(\theta_e,\alpha)\cos\theta_e,$$

где λ – длина волны излучения, а угол α определяет направление распространения ультразвука (рис. 1*а*). Показатель преломления необыкновенной волны n_i зависит от направления распространения, а обыкновенной – является неизменным и равен n_o. Зависимость скорости звука V от направления определяется кристаллографической плоскостью, в которой происходит взаимодействие. В свою очередь, эта плоскость (лежащая в плоскости чертежа рис. 1*а*) выбирается из условия максимального акустооптического качества. В работе [6] показано, что в кристалле бромида ртути оптимальные условия взаимодействия получаются в плоскости (110), в отличие от кристалла парателлурита, где применяется плоскость (100). Графики угло-частотных зависимостей при фиксированном направлении распространения ультразвука показаны на рис. 1*б*. Как видно, условие (1) может быть выполнено в двух различных геометриях взаимодействия, одна из которых определяется углами θ_o', θ_e' и частотой f_τ', а другая – углами θ_o'', θ_e'' и частотой f_τ''. Все эти величины зависят от угла среза кристалла α.

Если добиться выполнения дополнительных условий

$$\theta_e' = \theta_o'' = \theta_i, \quad f_\tau' = f_\tau'' = f_\tau, \tag{3}$$

то при падении излучения под углом θ_i дифракция будет наблюдаться вне зависимости от его поляризации. Действительно, падающее излучение в любом случае распадется на две собственных волны кристалла, одна из которых испытает дифракцию в $+1$-й порядок, а другая – в -1-й, как показано на рис. 2*а*. По соотношению интен-

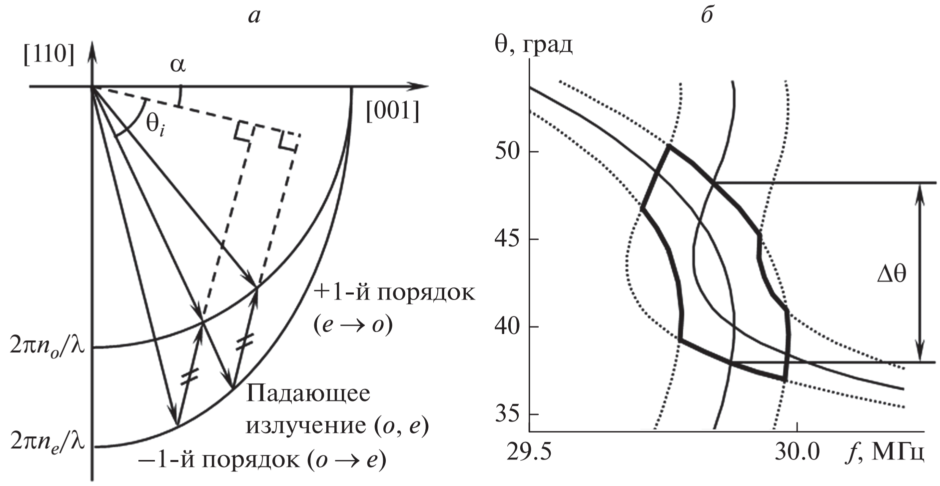

Рис. 2. Векторная диаграмма (*а*) и угло-частотная характеристика (*б*) спектрально-поляризационного фильтра.

сивностей излучения, отклоненного в оба порядка, можно судить о поляризации излучения на входе фильтра [8]. Сложность реализации спектрально-поляризационной геометрии заключается в том, чтобы добиться одновременного выполнения обоих условий (3).

ВЫБОР УГЛА СРЕЗА КРИСТАЛЛА

Как показано в работе [8], в кристалле парателлурита существует угол среза α, при котором угло-частотные характеристики для обеих собственных волн имеют совпадающий участок широкоугольной геометрии, который и может использоваться в спектрально-поляризационном фильтре. Однако в бромиде ртути аналогичной конфигурации угло-частотных характеристик не наблюдается ни при каком угле среза кристалла. В этом можно убедиться, если варьировать угол среза α в выражении (2) и построить серию угло-частотных характеристик для различных значений данного параметра. Вместе с тем, известно, что акустооптическое взаимодействие имеет место не только при точном выполнении условия брэгговского синхронизма, но и в некоторой конечной области частот и углов падения вблизи этого условия. Можно показать, что эта область в $f-\theta$ пространстве ограничена характеристиками (2), соответствующими углам среза $\alpha \pm \Delta\alpha/2$, где $\Delta\alpha = 0.89V/fl$ – ширина углового спектра ультразвука, определяемая в свою очередь размером пьезоэлемента l. Таким образом, для одновременной дифракции обеих собственных волн кристалла не требуется точного совпадения угло-частотных характеристик, а достаточно перекрытия областей синхронизма вблизи них.

Совпадение углов θ'_e и θ''_o в бромиде ртути достигается при угле среза, равном $\alpha = 16.5°$, при этом разница частот брэгговского синхронизма для обеих собственных волн составляет величину $f''_\tau - f'_\tau = 1.1$ МГц при $\lambda = 10$ мкм и обратно пропорциональна длине волны. При увеличении угла среза до $\alpha = 16.8°$ эти частоты совпадают, однако соответствующие углы падения отличаются на $\theta'_e - \theta''_o = 8°$. Отсюда получаются пределы оптимальных углов среза для спектрально-поляризационной геометрии. Дальнейшие расчеты проведены исходя из промежуточного значения $\alpha = 16.6°$.

На рис. 2*б* представлены угло-частотные зависимости для двух поляризаций падающего излучения. Длина волны излучения принята равной $\lambda = 10$ мкм. Пунктирными линиями показаны границы области брэгговского синхронизма при длине пьезоэлемента $l = 5$ мм. В области, обведенной жирной линией, возможна одновременная дифракция обеих собственных мод кристалла в различные порядки. Частотный диапазон дифракции Δf определяется обычным образом [7] и оказывается различным для двух направлений поляризации излучения. Разрешающая способность акустооптического фильтра $R = \lambda/\Delta\lambda = f/\Delta f$ ограничена диапазоном Δf для +1-го порядка дифракции, более широким, чем для −1-го. Угловая апертура $\Delta\theta$ определяется иначе, чем для обычного акустооптического фильтра. Она ограничена не только совпадением обеих областей брэгговского синхронизма, но и пространственным перекрытием соседних дифракционных порядков [8]. Последний фактор не позволяет достичь угловой апертуры более $\Delta\theta_{макс} = 12.5°$ в данной геометрии взаимодействия.

ХАРАКТЕРИСТИКИ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА

Важной особенностью кристалла бромида ртути является слабая дисперсия показателя прелом-

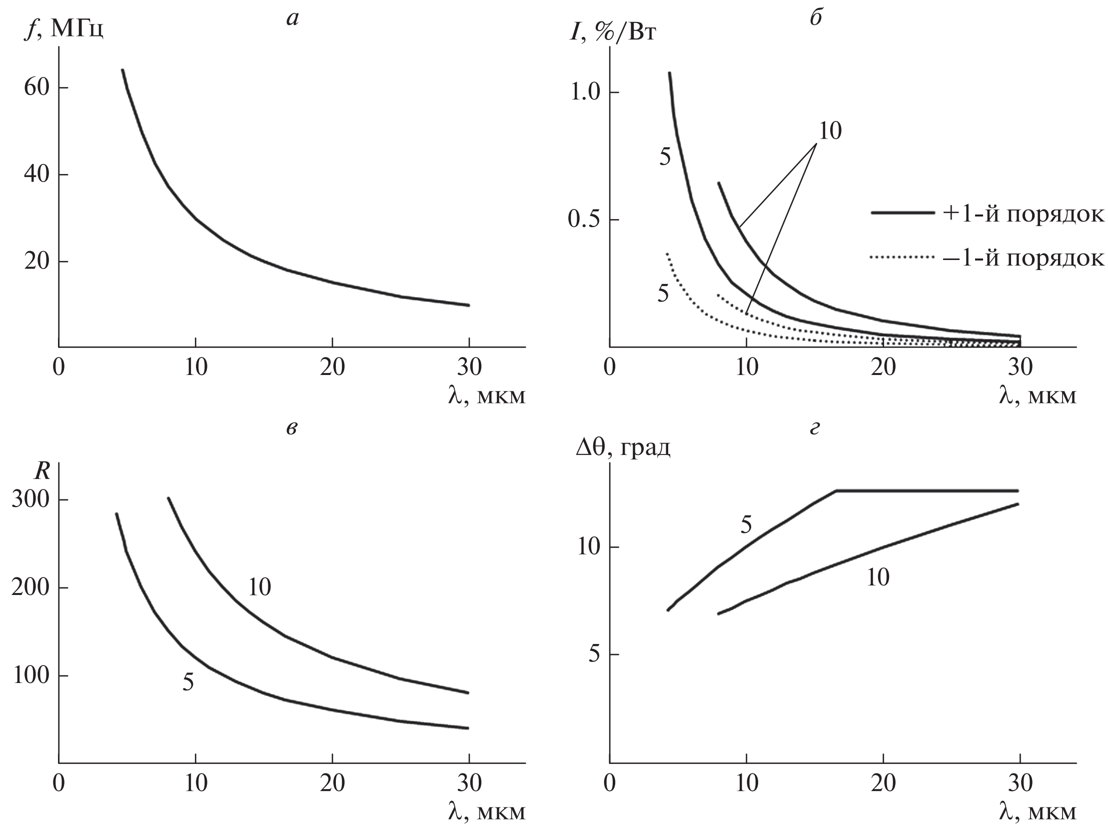

Рис. 3. Кривая перестройки (*а*), эффективность дифракции (*б*), разрешающая способность (*в*) и угловая апертура (*г*) спектрально-поляризационного фильтра в зависимости от длины волны. Цифры возле кривых соответствуют размеру пьезоэлемента l в миллиметрах.

ления на длинах волн $\lambda = 3–30$ мкм [9], в результате чего геометрия взаимодействия не зависит от длины волны излучения. Это обстоятельство выгодно отличает бромид ртути от большинства акустооптических материалов, в том числе парателлурита, в которых приходится принимать специальные меры по компенсации дисперсии (наклон выходной грани и т.п.). Такая компенсация становится особенно сложной в случае спектрально-поляризационного фильтра, когда ее необходимо применять одновременно к двум волнам, распространяющимся под углом друг к другу и имеющим различные законы дисперсии показателя преломления [8].

Расчетные зависимости основных параметров акустооптического взаимодействия от длины волны показаны на рис. 3. Коэффициенты акустооптического качества кристалла вычислялись по методике, описанной в работе [7]. Угловая апертура $\Delta\theta$ приведена внутри кристалла; вне кристалла она будет больше, пропорционально показателю преломления. Расчеты проведены для двух продольных размеров пьезоэлемента l, равных 5 и 10 мм, а его поперечный размер считается равным $d = 8$ мм. Максимальный размер l ограничен тем, что с его увеличением области синхронизма в коротковолновом краю диапазона становятся слишком узкими и перестают перекрываться. Следует отметить, что полное использование всего спектрального диапазона $\lambda = 3–30$ мкм в одном устройстве невозможно из-за ограниченной частотной полосы пьезоэлемента. При разработке акустооптического фильтра для какой-либо конкретной задачи можно выбрать любой диапазон перестройки в пределах этого интервала без изменения геометрии кристалла.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для создания акустооптических устройств, работающих в инфракрасной области спектра, необходим поиск и исследование новых акустооптических материалов. Одним из таких материалов является кристалл бромида ртути, пригодный для реализации широкоугольной геометрии акустооптического взаимодействия. В настоящей работе проведено исследование спектрально-поляризационного режима взаимодействия, позволяющего одновременно анализировать не только спектральный состав излучения, но и его поляризацию. Как показывают результаты работы, надлежащий выбор угла среза кристалла позволяет достичь одновременной дифракции обеих собственных мод кристалла в противоположные дифракционные порядки. Важно, что режим дифракции при этом остается широкоугольным, что дает возможность обрабатывать неколлимированные пучки или оптические изображения. Кроме того, кристалл бромида ртути обладает достаточно слабой дисперсией показателя преломления в спектральном диапазоне 3–30 мкм. Поэтому геометрия акустооптического взаимодействия оказывается независимой от длины волны излучения, что значительно упрощает расчет и применение акустооптического фильтра.

Практическая значимость работы определяется возможностью использовать ее результаты при разработке акустооптических устройств на длинах волн вплоть до 30 мкм, в настоящее время еще не освоенных в акустооптике.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00072).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bass M.* Handbook of optics. V. 2. Ch. 12. N.Y.: McGraw Hill, 1995.
2. *Barta C., Barta C. Jr.* // Mat. Sci. Forum. 1990. V. 61. P. 93.
3. *Knuteson D.J., Singh N.B., Gottlieb M. et al.* // Opt. Engin. 2007. V. 46. No. 6. Art. No. 064001.
4. *Amarasinghe P.M., Kim J.S., Trivedi S. et al.* // Proc. SPIE. 2017. V. 10404. Art. No. 104040T.
5. *Pierson A., Philippe C.* // Proc. SPIE. 2019. V. 11180. Art. No. 1118064.
6. *Porokhovnichenko D.L., Ryu J., Zinkin D.V., Voloshinov V.B.* // Proc. SPIE. 2019. V. 11210. Art. No. 112100M.
7. *Dyakonov E.A., Porokhovnichenko D.L., Ryu J., Balakshy V.I.* // Appl. Opt. 2021. V. 60. No. 8. P. 2348.
8. *Voloshinov V.B., Mosquera J.C.* // Opt. Laser. Technol. 1996. V. 28. No. 2. P. 119.
9. *Porokhovnichenko D.L., Dyakonov E.A., Ryu J., Balakshy V.I.* // Opt. Engin. 2021. V. 60. No. 2. Art. No. 020501.

Spectral-polarization acousto-optic filtering of infrared radiation in mercury bromide crystal

E. A. Dyakonov[a], *, D. L. Porokhovnichenko[a]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: ead1989@gmail.com*

We investigated the wide-angle geometry of acousto-optic interaction in a mercury bromide crystal. The conditions of simultaneous diffraction of both eigenmodes of the crystal into opposite diffraction orders are found. It is shown that the geometry of the interaction remains unchanged in the spectral range of 3–30 μm. The obtained results make it possible to create an acousto-optical filter for infrared radiation with arbitrary polarization.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 98–104

УДК 534-8

УПРАВЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОМ ОТРАЖЕНИЯ ЗВУКА ОТ ПЛОСКОЙ ПЬЕЗОПЛАСТИНЫ ПУТЕМ ВЫБОРА ЕЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ

© 2022 г. Л. М. Котельникова[1, *], А. А. Крохмаль[1], Д. А. Николаев[1], С. А. Цысарь[1], О. А. Сапожников[1]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия

**E-mail: kotelnikova.lm16@physics.msu.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследована возможность минимизации коэффициента отражения плоской акустической волны от плоского пьезоэлектрического преобразователя путем его подключения к электрической нагрузке со специально подобранным импедансом. Теоретически показано, что в отсутствие потерь в пьезоэлементе при выполнении условия электрического согласования коэффициент отражения обращается в ноль. Влияние импеданса электрической нагрузки на коэффициент отражения звука от пьезопластины продемонстрировано экспериментально.

DOI: 10.31857/S0367676522010197

ВВЕДЕНИЕ

Для излучения и приема акустических волн традиционно используются пьезоэлектрические преобразователи, работающие на основе прямого и обратного пьезоэффекта в режимах приема и излучения, соответственно [1]. Известно, что для наиболее эффективной передачи энергии от источника ЭДС к подключенной к нему нагрузке необходимо выполнить условие электрического согласования, при котором выделяющаяся на нагрузке мощность будет максимальной. При рассмотрении режима излучения роль источника ЭДС выполняет электрический генератор, электрической нагрузкой является пьезопреобразователь [2]. При работе в режиме приема в качестве источника ЭДС выступает сам пьезопреобразователь, на который падает акустическая волна. При этом эффективность преобразования акустической энергии в электрическую зависит от электрического импеданса нагрузки, подсоединенной к обкладкам пьезопластины. Можно подобрать указанный электрический импеданс таким образом, чтобы добиться максимальной величины электрической энергии, выделяющейся на нагрузке в виде тепла. Как следствие, коэффициент отражения падающей акустической волны от пьезопластины станет минимально возможным. Такой способ уменьшения коэффициента отражения от пьезопреобразователя может быть полезным в ситуациях, когда при проведении экспериментальных исследований необходимо уменьшить влияние переотраженных волн, которые могут вносить искажения в результаты измерений [3].

Ранее в литературе рассматривалась зависимость коэффициента отражения от величины добротности электрической нагрузки полуволнового пьезоэлемента, работающего в режиме приема [4], а также было показано существование оптимальных частот согласования пьезоэлемента с рабочей средой для различных акустических нагрузок [5]. В настоящей работе представлен анализ возможности управления коэффициентом отражения от поверхности плоского пьезопреобразователя путем изменения его электрической нагрузки и получено простое аналитическое выражение, связывающее коэффициент отражения звука от пьезопластины с импедансом пьезопреобразователя с воздушной тыльной нагрузкой на произвольной частоте, в приближении отсутствия механических и электрических потерь в пьезокерамике. Для теоретических расчетов и при проведении экспериментальных исследований использовался плоский круглый пьезокерамический преобразователь диаметром 100 мм с воздушной тыльной нагрузкой, пьезоэлектрические и механические параметры которого были ранее определены экспериментально с помощью измерения его электрического импеданса [6], что позволяло анали-

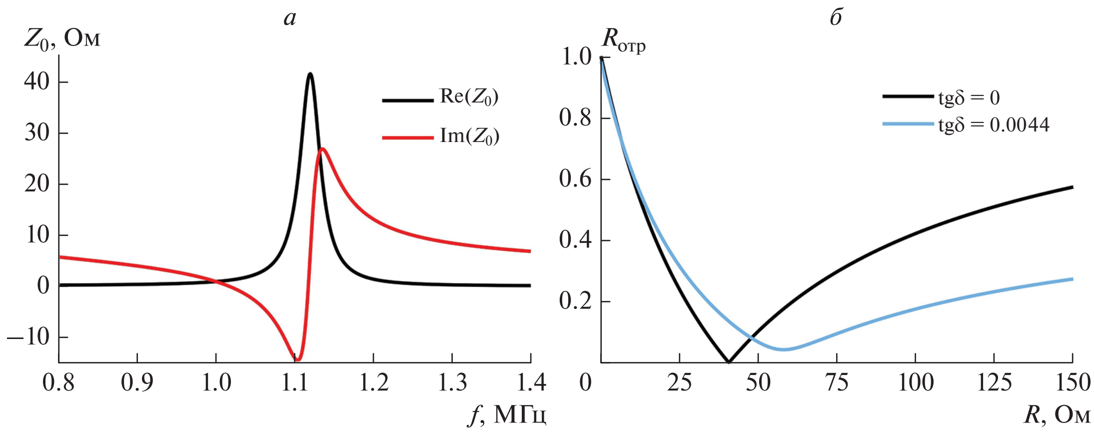

Рис. 1. Мнимая и действительная части импеданса пьезопреобразователя (*а*); модуль коэффициента отражения от пьезопластины падающей плоской акустической волны в зависимости от величины активной нагрузки на частоте антирезонанса для двух значений тангенсов углов потерь пьезокерамики (*б*).

зировать работу пьезопреобразователя с большой точностью.

ТЕОРИЯ

Большой радиус пьезопластины по сравнению с ее толщиной позволяет рассматривать электроакустическое преобразование в одномерном приближении (модель шестиполюсника) [2]. Тогда, рассматривая работу преобразователя в режиме излучения, с учетом тыльной воздушной нагрузки (акустический импеданс нагрузки $z_1 \to 0$) можно получить следующее выражение для электрического импеданса пьезопреобразователя:

$$Z_0 = \frac{i}{\omega C_0}\left[1 - \frac{k_T^2}{kl}\frac{i\frac{z_2}{z}\sin kl + 2(1-\cos kl)}{\sin kl + i\frac{z_2}{z}\cos kl}\right]. \qquad (1)$$

Здесь $k = \omega/c$ – волновое число в пьезокерамике, $\omega = 2\pi f$ – круговая частота гармонических колебаний в системе, c – скорость звука в пьезокерамике, l – толщина пьезопластины, z и z_2 – акустические импедансы пьезокерамической пластины и иммерсионной среды (воды), соответственно, C_0 – емкость зажатого преобразователя, k_T – коэффициент электромеханической связи. Предполагается, что все процессы происходят по гармоническому закону $\sim\exp(-i\omega t)$. Для простоты потери внутри пьезопластины будем считать пренебрежимо малыми, т.е. тангенсы углов механических и электрических потерь пьезокерамики примем нулевыми. Графики рассчитанных по формуле (1) частотных зависимостей действительной и мнимой частей импеданса исследуемого пьезопреобразователя в окрестности его первого резонанса изображены на рис. 1*а*. Для расчетов использовались следующие значения параметров, определенные ранее [6]: $c = 4500$ м · с$^{-1}$, $l = 2.01$ мм, $k_T = 0.462$, $C_0 = 21.19$ нФ, $z = 3.4 \cdot 10^7$ кг · м$^{-2}$ · с$^{-1}$, $z_2 = 1.5 \cdot 10^6$ кг · м$^{-2}$ · с$^{-1}$. Две характерные частоты, на которых мнимая часть импеданса обращается в нуль, называют резонансной и антирезонансной частотами [7]. На этих частотах пьезопреобразователь работает как чисто активное сопротивление, причем на частоте антирезонанса действительная часть приближается к своему максимальному значению, что во многих случаях делает ее более предпочтительной для работы в режимах излучения и приема.

Рассмотрим работу пьезопреобразователя в режиме приема, когда падающая на пьезопреобразователь акустическая волна индуцирует напряжение на обкладках пьезопластины. Теоретический анализ показывает, что пьезопластина выступает в роли электрического генератора с внутренним импедансом Z_0, равным электрическому импедансу преобразователя. Расчет коэффициента отражения плоской звуковой волны от пьезопластины в случае воздушной тыльной нагрузки дает следующее выражение:

$$R_{отр} = \frac{\sin kl - i\frac{z_2}{z}\cos kl}{\sin kl + i\frac{z_2}{z}\cos kl} \times$$
$$\times \frac{Z_{el} + \frac{i}{\omega C_0}\left[1 - \frac{k_T^2}{kl}\frac{-i\frac{z_2}{z}\sin kl + 2(1-\cos kl)}{\sin kl - i\frac{z_2}{z}\cos kl}\right]}{Z_{el} + \frac{i}{\omega C_0}\left[1 - \frac{k_T^2}{kl}\frac{i\frac{z_2}{z}\sin kl + 2(1-\cos kl)}{\sin kl + i\frac{z_2}{z}\cos kl}\right]}, \qquad (2)$$

где Z_{el} – электрический импеданс нагрузки, подсоединенной к обкладкам пьезопластины. Учитывая выражение для импеданса Z_0 (1), выражение (2) можно преобразовать к более компактному виду:

$$R_{\text{отр}} = \frac{\sin kl - i\frac{z_2}{z}\cos kl}{\sin kl + i\frac{z_2}{z}\cos kl} \times \frac{Z_{el} - Z_0^*}{Z_{el} + Z_0}, \tag{3}$$

где Z_0^* – величина, комплексно сопряженная к Z_0. Из выражения (3) сразу видно, что коэффициент отражения становится равным нулю, если $Z_{el} = Z_0^*$, что является известным условием электрического согласования. В предельном случае бесконечной электрической нагрузки $Z_{el} \to \infty$ (разомкнутый преобразователь) получаем известное выражение для коэффициента отражения от плоскопараллельного слоя [8].

Отметим, что первый множитель в правой части выражения (3) по модулю равен единице, а второй множитель зависит от величины Z_{el}. Так, например, при коротком замыкании ($Z_{el} \to 0$) и при полном размыкании ($Z_{el} \to \infty$) пьезопластины и второй множитель по модулю равен единице. В указанных двух частных случаях $|R_{\text{отр}}| = 1$, т.е. происходит полное отражение. Если же импеданс нагрузки Z_{el} иной, то отражение уже не является полным, т.е. часть энергии падающей акустической волны теряется, переходя в электрическую энергию и далее в тепло.

Представим комплексный электрический импеданс пьезопреобразователя в виде $Z_0 = X_0 + iY_0$. На частоте антирезонанса $Y_0 = 0$ и импеданс Z_0 является чисто действительным. С учетом того что на частоте антирезонанса $kl \cong \pi$, формула (3) упрощается:

$$R^a_{\text{отр}} = -\frac{Z_{el} - X_0}{Z_{el} + X_0}. \tag{4}$$

Таким образом, видно, что для получения нулевого коэффициента отражения на частоте антирезонанса достаточно подобрать активное сопротивление, равное импедансу пьезопреобразователя, который является действительным на антирезонансной частоте. На рис. 1*б* приведен график для модуля коэффициента отражения, рассчитанного по формуле (2), в зависимости от величины сопротивления электрической нагрузки, подсоединенной к исследуемому пьезопреобразователю, для случая нулевых тангенсов углов механических и электрических потерь пьезокерамики ($\text{tg}\delta = 0$) и для $\text{tg}\delta = 0.0044$. Расчет проведен на частоте 1.1174 МГц, соответствующей частоте антирезонанса пьезопреобразователя при расчете в приближении отсутствия потерь. Видно, что при $\text{tg}\delta = 0$ коэффициент отражения обращается в ноль при подключении сопротивления 40.5 Ом, что соответствует значению действительной части импеданса на частоте антирезонанса (см. рис. 1*а*). Введение ненулевого тангенса угла потерь изменяет положение и значение минимума коэффициента отражения, что следует учитывать при подборе электрической нагрузки для подавления отражения акустических волн.

В случае падения на преобразователь акустической волны произвольной частоты, на которой мнимая часть импеданса не обращается в нуль, для получения нулевого коэффициента отражения необходимо последовательно с активным сопротивлением подсоединить индуктивность или емкость в зависимости от знака Y_0, чтобы компенсировать мнимую часть импеданса пьезопреобразователя (см. формулу (3)).

Рассмотрим случай, когда частота немного превышает антирезонансную частоту. Тогда $Y_0 > 0$ и для минимизации коэффициента отражения наряду с активным сопротивлением R необходимо использовать индуктивность L: $Z_{el} = R - i\omega L$. Приведены графики зависимости модуля коэффициента отражения от сопротивления и индуктивности для случаев антирезонансной частоты (рис. 2, слева) и для двух частот, превышающих антирезонансную частоту (рис. 2, два графика справа). При отклонении частоты от антирезонансной сужается диапазон сопротивлений и индуктивностей (емкостей), при которых коэффициент отражения принимает значение, меньшее фиксированной величины, например $R_{\text{отр}} <$ 0.5, т.е. наблюдается снижение устойчивости, что усложняет минимизацию коэффициента отражения при проведении экспериментов на частотах, сильно отличных от антирезонансной.

Отметим, что при простейшей реализации эксперимента, когда к пьезопреобразователю параллельно подсоединен генератор с внутренним сопротивлением 50 Ом, коэффициент отражения на антирезонансной частоте согласно формуле (4) равен 10%, т.е. подавление отраженной волны уже достаточно существенное. Модифицируя импеданс нагрузки с помощью дополнительного сопротивления, можно добиться уменьшения коэффициента отражения до нуля.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Для качественного подтверждения возможности минимизации коэффициента отражения были проведены эксперименты с вышеупомянутым

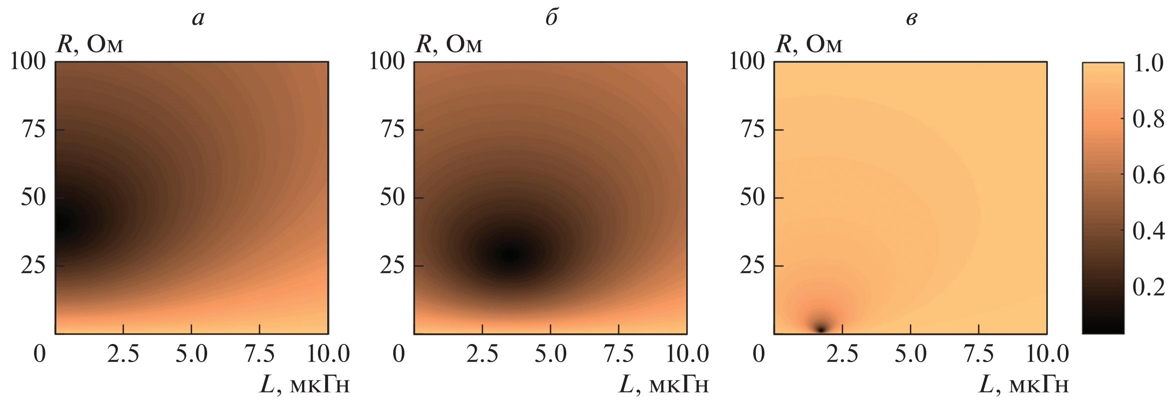

Рис. 2. Модуль коэффициента отражения в зависимости от индуктивности и сопротивления, подсоединенных параллельно пьезопреобразователю, работающему в режиме приема, для различных частот падающих акустических волн: 1.117 (*а*), 1.13 (*б*) и 1.2 МГц (*в*).

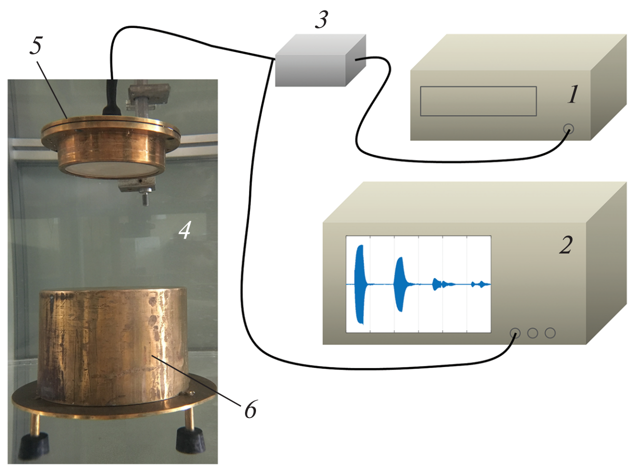

Рис. 3. Схема экспериментальной установки: *1* – генератор, *2* – осциллограф, *3* – активное сопротивление 1 кОм, *4* – бассейн с водой, *5* – пьезоэлектрический преобразователь, *6* – латунный цилиндр в качестве рефлектора.

пьезопреобразователем, который использовался и для излучения, и для приема ультразвуковых импульсов. На рис. 3 представлена экспериментальная установка для измерения коэффициента отражения. С электрического генератора на пьезопреобразователь подавался синусоидальный сигнал, состоящий из 20 или 40 периодов, амплитудой 10 В на частоте толщинного резонанса 1.12 МГц, в окрестности которого, согласно расчетам, находится антирезонансная частота. Пьезопреобразователь излучал акустическую волну, которая распространялась до плоского рефлектора в виде цилиндра из латуни [9], расположенного на расстоянии $L = 12$ см, и отражалась от него. Для записи электрических сигналов на пьезопреобразователе использовался осциллограф. Поверхность пьезопластины устанавливалась параллельно поверхности пьезопреобразователя по максимальной амплитуде отраженного сигнала, принятого пьезопреобразователем и наблюдаемого на осциллографе. Внутреннее сопротивление генератора составляло 50 Ом и при работе пьезопреобразователя в режиме приема играло роль электрического импеданса, нагруженного на обкладки пьезопластины. Дополнительно последовательно с генератором могло подсоединяться сопротивление величиной 1 кОм, при котором, согласно расчетам, коэффициент отражения должен быть близок к 1.

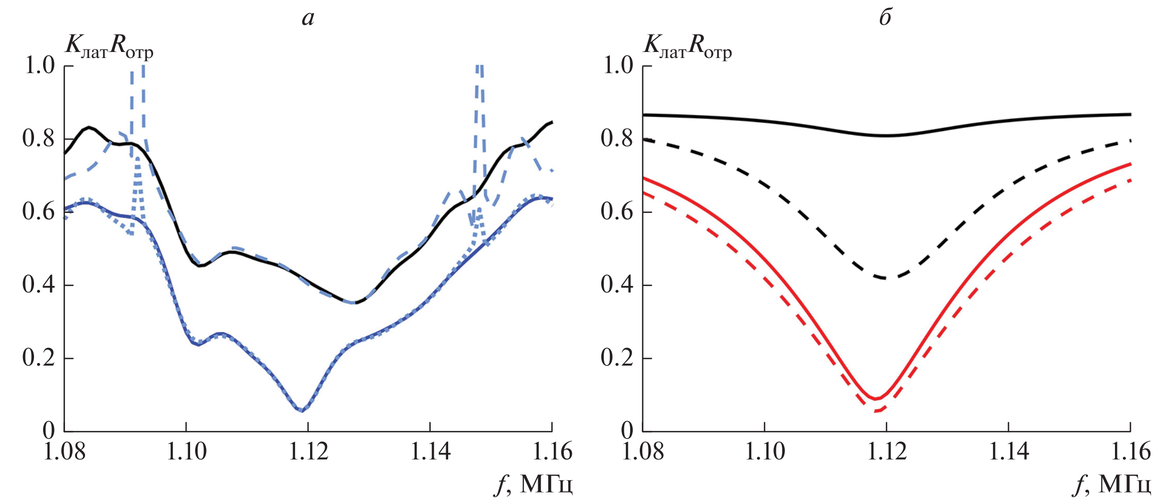

Рис. 4. Отношение спектральных амплитуд экспериментально измеренных второго и первого отраженных от рефлектора сигналов (*а*): сплошные кривые – результаты при использовании импульса из 20 циклов: черная кривая – при подключенной электрической нагрузке 1050 Ом, синяя – 50 Ом; штрих и пунктир – результаты при использовании импульса из 40 циклов: штрих – при нагрузке 1050 Ом, пунктир – 50 Ом. Теоретически рассчитанный коэффициент отражения, учитывающий потери при отражении от латуни и дифракционные потери (*б*): сплошные кривые – при $\mathrm{tg}\delta = 0$, штрих – при $\mathrm{tg}\delta = 0.0044$; черные кривые – при электрической нагрузке 1050 Ом, красные – при 50 Ом.

Для определения коэффициента отражения были выделены первый и второй отраженные от рефлектора импульсы. С помощью преобразования Фурье были определены частотные спектры электрических сигналов, соответствующих отраженным волнам. Электрические сигналы, записанные на осциллографе, отражающие временную зависимость напряжения на обкладках пьезопластины, связаны с акустическими сигналами (давлением акустической волны), приходящими на пьезопластину, величиной, называемой чувствительностью (или передаточной функцией) и определяющейся свойствами пьезопреобразователя и частотой [6]. Тогда отношение указанных спектров второго и первого отраженных сигналов на осциллографе будет равно отношению спектров второй и первой отраженных акустических волн, пришедших на пьезопреобразователь. Следовательно, в рассматриваемом приближении одномерного пьезопреобразователя спектр второй отраженной волны $S_{p2}(f)$ связан со спектром первой отраженной волны $S_{p1}(f)$ соотношением:

$$S_{p2}(f) = K_{лат}R_{отр}(f)S_{p1}(f), \qquad (5)$$

где f – частота, $K_{лат} = R_{лат}R_{дифр}$, $R_{лат}$ – коэффициент отражения от латуни ($R_{лат} = 0.93$ при отражении плоской волны от плоской границы вода-латунь), $R_{дифр}$ – коэффициент, учитывающий дифракционные потери при расходимости волны, которые могли дополнительно уменьшить наблюдаемые амплитуды отраженных сигналов: будем считать $R_{дифр}$ некоторой константой в рассматриваемом узком частотном диапазоне. Экспериментально определяемой величиной является

$$\frac{S_{u2}(f)}{S_{u1}(f)} = K_{лат}R_{отр}(f). \qquad (6)$$

Здесь $S_{u1}(f)$ и $S_{u2}(f)$ – спектральные амплитуды первого и второго отраженных сигналов, измеренных осциллографом.

Была произведена оценка величины $R_{дифр}$, учитывающей влияние дифракции на отношение измеренных амплитуд отраженных сигналов. Отражение от плоского рефлектора можно представить как излучение источника, расположенного зеркально симметрично истинному источнику относительно поверхности отражения. Поэтому амплитуду первой отраженной волны можно оценить как давление, усредненное по площади поверхности пьезопреобразователя на расстоянии $2L$ [10]. Далее, учитывая, что от пьезопластины отразились только те волны, которые попали на ее поверхность, аналогичным образом можно оценить амплитуду второй отраженной волны. Отношение усредненных амплитуд второй и первой отраженных волн является оценкой величины $R_{дифр}$. Для расстояния L, использующегося в эксперименте, эта величина составляла $R_{дифр} = 0.94$, т.е. потери на дифракцию составили 6%.

На рис. 4*а* приведены экспериментальные зависимости величины $K_{лат}R_{отр}(f)$ от частоты f для двух вариантов импедансов электрической нагрузки (50 и 1050 Ом). При нагрузке 50 Ом, как следует из рис. 1*б* и рис. 2, коэффициент отражения от пьезопреобразователя должен быть малым в окрестности антирезонансной частоты, что отражают результаты эксперимента: на частоте 1.118 МГц наблюдается спад спектральной амплитуды второго отраженного импульса $S_{u2}(f)$ и обнаруживается минимальное значение $K_{лат}R_{отр}(f)$ = 0.055 (см. рис. 4*а*). При нагрузке 1 кОм наблюдаемый коэффициент отражения на порядок больше.

Приведенные на рис. 4*а* кривые, полученные из экспериментальных измерений при использовании 20 и 40 циклов сигнала генератора, совпали между собой, что говорит о хорошей повторяемости результатов для данной конфигурации установки.

Теоретические расчеты (см. рис. 4*б*) также показали резкий спад коэффициента отражения на антирезонансной частоте при электрической нагрузке 50 Ом. Было выяснено, что величина коэффициента отражения также сильно зависит от значения тангенса угла механических и электрических потерь пьезокерамики. Сплошные кривые на рис. 4*б* построены для нулевого тангенса угла потерь $\mathrm{tg}\,\delta = 0$, а штрихованные кривые – для тангенса угла потерь, подобранного в пределах табличных значений, чтобы коэффициент отражения от пьезопреобразователя на антирезонансе приблизительно совпадал с экспериментальными значениями: $\mathrm{tg}\,\delta = 0.0044$.

Таким образом, экспериментальные данные демонстрируют возможность влиять на коэффициент отражения, изменяя электрическую нагрузку пьезопреобразователя, количественно подтверждают теорию и дают приближенные численные результаты для коэффициента отражения. Так, минимальный наблюдаемый коэффициент отражения, полученный из экспериментальных данных с учетом величины коэффициента отражения от латуни и дифракционных потерь, равен $R_{отр}(f)$ = 0.063, т.е. подбором электрического импеданса можно существенно уменьшить коэффициент отражения от пьезопреобразователя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретически показана возможность существенного уменьшения (в случае отсутствия потерь в пьезоэлектрике, до нуля) коэффициента отражения плоской акустической волны от пьезопластины путем выбора электрической нагрузки. При использовании частоты антирезонанса в качестве рабочей частоты в системе без потерь можно полностью преобразовать энергию акустической волны в электрическую энергию, используя активное сопротивление рассчитанной величины, определяющейся значением действительной части электрического импеданса пьезопреобразователя. Экспериментально продемонстрирована возможность влиять на коэффициент отражения, изменяя электрическую нагрузку пьезопреобразователя.

Исследования поддержаны Российским фондом фундаментальных исследований (проекты № 20-02-00139, № 20-32-90093) и стипендией Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС” (Л.М. Котельникова). Работа Д.А. Николаева и С.А. Цысаря была выполнена в рамках программы развития междисциплинарной научно-образовательной Школы МГУ “Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хилл К.* Применение ультразвука в медицине. Физические основы. М.: Мир, 1986.
2. *Кайно Г.* Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990. 656 с.
3. *Николаева А.В., Карзова М.М., Цысарь С.А. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 1. С. 91; *Nikolaeva A.V., Karzova M.M., Tsysar S.A. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 1. P. 77.
4. *Грищенко Е.К., Холод Л.И.* // Акуст. журн. 1975. Т. 21. № 3. С. 405.
5. *Грищенко Е.К.* // Акуст. журн. 1982. Т. 28. № 4. С. 486.
6. *Крохмаль А.А., Николаев Д.Д., Цысарь С.А., Сапожников О.А.* // Акуст. журн. 2020. Т. 66. № 5. С. 475; *Krokhmal A.A., Nikolaev D.A., Tsysar S.A., Sapozhnikov O.A.* // Acoust. Phys. 2020. V. 66. No. 5. P. 449.
7. *Мэзон У.* Физическая акустика. Т. 1. М.: Мир, 1966. 592 с.
8. *Бреховских Л.М.* Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
9. *Дорофеева А.А., Сапожников О.А.* // Учен. зап. физ. фак. МГУ. 2017. № 5. С. 1750301.
10. *Bass R.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1958. V. 30. No. 7. P. 602.

Control of the sound reflection from a plane piezotransducer by selecting its electric load

L. M. Kotelnikova[a, *], A. A. Krokhmal[a], D. A. Nikolaev[a], S. A. Tsysar[a], O. A. Sapozhnikov[a]

[a] *Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: kotelnikova.lm16@physics.msu.ru*

The analysis of the possibility of minimizing the reflection coefficient of a plane acoustic wave from a plane piezoelectric transducer by connecting it to an electrical load with a specially selected impedance is carried out. It is shown theoretically that the reflection coefficient vanishes in the absence of losses in the piezoelectric element under the electrical matching condition. The influence of the electrical load impedance on the coefficient of sound reflection from the piezoelectric plate has been demonstrated experimentally.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 105–109

УДК 534.2

АКУСТИЧЕСКАЯ ЛОКАЦИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ТРОЙНОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

© 2022 г. А. И. Корольков[1, *], К. С. Князева[1], А. С. Шуруп[1, 2, 3]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, кафедра акустики, Москва, Россия

[2]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт океанологии имени П.П. Ширшова Российской академии наук, Москва, Россия

[3]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: korolkov@physics.msu.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследуются возможности и ограничения метода тройной корреляции в задачах акустической локации. В качестве зондирующего сигнала предложено использовать псевдошумовую последовательность, тройная автокорреляционная функция которой близка к дельта-функции. В рамках численного моделирования и лабораторного эксперимента демонстрируются возможности применения этого сигнала в задачах акустической локации.

DOI: 10.31857/S0367676522010173

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время находят широкое применение различные методы акустической локации окружающей среды [1–4]. Наиболее простым в плане технической реализации, и, как следствие, часто используемым на практике является метод эхолокации [5], в рамках которого окружающая среда облучается импульсами специальной формы, после чего принятый сигнал, отраженный от подвижного или движущегося препятствия, регистрируется приемной системой [6]. Корреляционная обработка излученного и принятого сигналов позволяет судить о наличии препятствия, а также оценивать различные характеристики объекта, от которого отразился сигнал, такие как, например, дальности до него, или его скорость. Стандартная (двойная) функция взаимной корреляции излученного $s(t)$ и принятого $c_1(t)$ может быть вычислена следующим образом:

$$S^{(2)}(t_1) = \frac{1}{T}\int_0^T c(t)\,c_1(t+t_1)\,dt. \qquad (1)$$

В настоящей работе рассматриваются возможности применения в задачах акустической локации тройной корреляции, которая определяется как

$$S^{(3)}(t_1,t_2) = \frac{1}{T}\int_0^T c(t)\,c_1(t+t_1)\,c_2(t+t_2)\,dt, \qquad (2)$$

где $c(t)$ – излученный сигнал, $c_1(t)$, $c_2(t)$ – сигналы, зарегистрированные двумя разнесенными в пространстве микрофонами.

Использование тройной корреляции, или ее частотного аналога "биспектра" [7] уже достаточно давно зарекомендовало себя при анализе сигналов в оптике, космологии, океанологии [8]. Этот подход используется, например, для анализа статистических свойств регистрируемых сигналов, их отклонения от нормально распределенного случая. Можно отметить интересное приложение тройной корреляции для контроля возникновения нелинейных процессов, связанных с генерацией гармоник.

Исследования метода тройной корреляции в задачах акустической локации среды в настоящее время является малоизученной, но актуальной задачей. Предполагается, что в этом случае удастся улучшить помехоустойчивость оценок, например, при многолучевом распространении сигнала [9], что может быть полезным при наличии маскирующих рассеивателей.

Особую роль при реализации методов акустической локации играет выбор зондирующего сигнала. При использовании стандартной (двойной) функции взаимной корреляции, как правило, рассматривают широкополосные сигналы большой длительности, чтобы обеспечить приемлемое качество разрешения по дальности и скорости, а также для повышения отношения сигнал/помеха на выходе коррелятора. Примером таких сигналов являются различные псевдошумовые последовательности, сгенерированные таким образом, что их автокорреляционные функции близки к дельта-функции [10]. Среди этих сигналов следует выделить последовательности максимальной длины (М-последовательности), важным свойством которых является то, что значение их периодических автокорреляцонных функций при ненулевых задержках составляет $1/N$, где N – количество отчетов последовательности [11]. Данное свойство позволяет, в том числе, использовать М-последовательности для прямого измерения импульсного отклика среды. Так, в [11, 12] М-последовательность используется для измерения импульсных откликов пористых материалов. В [13] М-последовательность используется для зондирования среды с потоком.

Выбор оптимального сигнала для реализации метода тройной корреляции с целью определения параметров рассеивателя, или для оценки характеристик среды распространения, является в настоящее время не до конца решенным вопросом. Какой сигнал нужно излучать, чтобы тройная автокорреляционная функция была близка к дельта-функции, требует тщательного анализа.

В настоящей работе рассматривается псевдошумовой сигнал, тройная корреляция которого близка к дельта-функции. В рамках численного моделирования и простейшего эксперимента демонстрируются возможности применения этого сигнала в задачах акустической локации.

ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО ПСЕВДОШУМОВОГО СИГНАЛА С ДЕЛЬТООБРАЗНОЙ ТРОЙНОЙ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

На первом этапе, в рамках численного моделирования строится сигнал $c[n]$ (n – номер отсчета), полученный из числовой последовательности $r[n]$, состоящей из случайного набора чисел (1, 2, 3). Для этого рассматривается отображение вида:

$$1 \Leftrightarrow 1;\;\; 2 \Leftrightarrow \exp(i2\pi/3);\;\; 3 \Leftrightarrow \exp(i4\pi/3), \tag{3}$$

где i – мнимая единица. Последовательность $r[n]$ может быть получена с помощью генератора случайных чисел, равномерно распределенных в заданном интервале. Отображение (3) переводит исходную тройку натуральных чисел (1, 2, 3) в тройку комплексных чисел на единичной комплексной окружности, соответствующих корню третьей степени из единицы, тем самым формируя сигнал $c[n]$. Дискретный аналог тройной корреляционной функции последовательности $c[n]$ будет иметь максимум в нуле, а в остальных точках иметь значения, не превышающие $1/\sqrt{N}$. Доказательство этого результата может быть получено аналогично стандартному рассмотрению свойств корреляционных функций псевдошумовых сигналов [10].

Для реализации в эксперименте комплексного псевдошумового сигнала $c[n]$ используется аналитическое представление сигнала. А именно, в качестве зондирующей посылки рассматривается фазоманипулированный сигнал следующего вида:

$$s[l] = \cos\left(2\pi\frac{l}{N_d} + \frac{2\pi}{3}\left(r\left[\frac{l}{N_d N_p}\right] - 2\right)\right), \tag{4}$$

где l обозначает операцию округления в нижнюю сторону, N_d – число точек на период несущего сигнала, N_p – число периодов на один отсчет манипулирующего сигнала $r[n]$. Сигнал $s[l]$ записывается в цифровом виде и излучается с помощью акустического источника, после чего из зарегистрированного отраженного сигнала $s^{exp}[l]$ извлекается реализация $c^{exp}[n]$ на основе (4). Непосредственно деманипуляция сигнала $s^{exp}[l]$ производится следующим образом. Строится аналитическое представление для $s^{exp}[l]$:

$$s_a[l] = s^{exp}[l] + i\hat{s}[l],$$

где $\hat{s}[l]$ – преобразование Гильберта сигнала $s^{exp}[l]$. Далее вычитается фаза несущего сигнала:

$$\hat{s}_a[l] = s_a[l]\exp\left(-i2\pi l/N_d\right).$$

Наконец, путем прореживания извлекается экспериментальная реализация сигнала $c[n]$:

$$c^{exp}[n] = \hat{s}_a[nN_d N_p],\;\; n = 0\ldots N-1.$$

Итоговая последовательность проведения эксперимента следующая:

1. Формируется зондирующая посылка $s[l]$ (4), представляющая собой фазоманипулированный аналог сигнала $c[n]$.

2. Сигнал $s[l]$ излучается источником и регистрируются отраженные от рассеивателя экспериментальные сигналы $s^{exp}[l]$.

3. Деманипуляция сигналов $s^{exp}[l]$ позволяет оценить последовательности $c^{exp}[n]$, для которых строится и анализируется тройная корреляция.

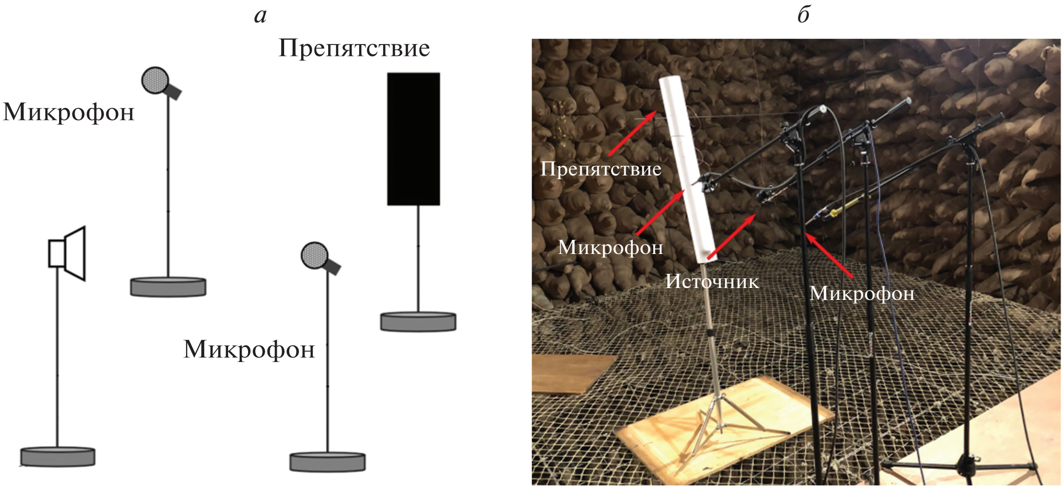

Рис. 1. Схема эксперимента для апробации метода тройной корреляции (*а*). Фотография экспериментальной установки в звукозаглушенной камере кафедры акустики физического факультета МГУ (*б*).

Следует отметить, что возможны иные варианты зондирующих посылок $s[l]$, содержащих информацию о $c[n]$. Рассмотренный фазоманипулированный аналог является лишь одним из возможных вариантов.

Построенный описанным выше способом псевдошумовой сигнал используется ниже для экспериментальной реализации метода на примере простейшей задачи лоцирования одного неподвижного препятствия. В этом эксперименте рассматривается случай с одним препятствием цилиндрической формы. Приемоизлучающая система представляет собой два разнесенных в пространстве микрофона, примерно посередине между которыми располагался электродинамический источник звука (рис. 1). На расстоянии ≈1 м от излучателя находился рассеиватель цилиндрической формы. На динамик подавался фазоманипулированный сигнал (4), синтезированный цифровым способом. Принятый микрофонами сигнал оцифровывался звуковой картой и обрабатывался на ЭВМ. Частота дискретизации для ЦАП и АЦП составляла 48 кГц. Характеристики источника позволяли эффективно излучать сигнал в полосе от 800 Гц до 12.8 кГц, вне этого частотного диапазона принимаемый сигнал отфильтровывался для улучшения отношения сигнал-помеха на этапе корреляционной обработки. Изменение частотного диапазона внутри указанных границ вплоть до полосы 6.5 кГц–9.5 кГц не приводило к принципиальным изменениям результатов моделирования и обработки экспериментальных данных. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.

Ожидаемый вид функции тройной корреляции, полученный в результате численного моделирования с параметрами, близкими к параметрам рассматриваемого эксперимента, приведен на рис. 2. Для удобства анализа результатов горизонтальные оси (t_1,t_2) на рис. 2 и 3 представлены в метрах $(c_0t_1/2, c_0t_2/2)$, где c_0 – скорость звука в воздухе. На рис. 2 видно, что модельная корреляционная функция содержит четыре пика: пик № 1 обусловлен вкладом от прямого сигнала, два пика №№ 2, 3 – вкладом от смеси прямого и отраженного сигналов, и еще один пик № 4 – вкладом только от отраженного сигнала. Последний пик позволяет вычислить расстояние до препятствия, а по двум побочным можно определить его положение относительно измерительных микрофонов.

На рис. 3 представлена функция тройной корреляции, полученная при обработке эксперимен-

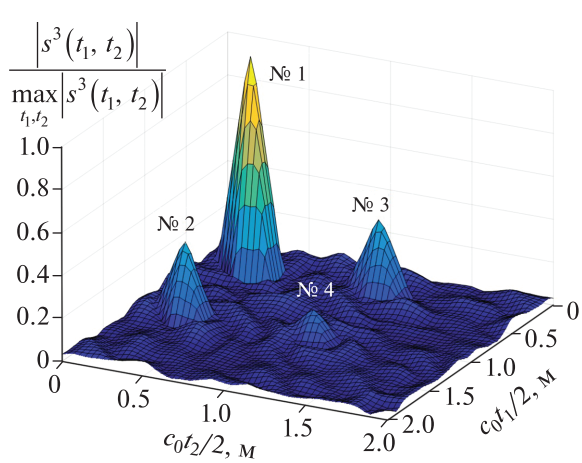

Рис. 2. Модельная функция тройной корреляции сигнала, отраженного от неподвижного объекта.

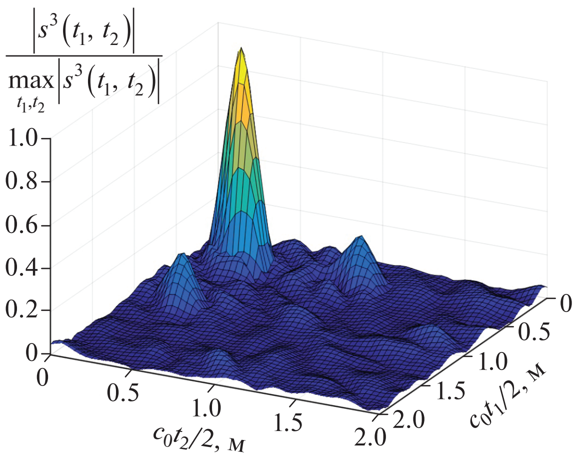

Рис. 3. Функция тройной корреляции, полученная в результате обработки экспериментальных данных.

тальных данных. Эксперимент проводился в заглушенной камере кафедры акустики физического факультета МГУ. Использовалась последовательность длины $N = 600$, с параметрами $N_d = 6$, $N_p = 5$. Суммарная длительность посылки составила 18000 отсчетов. Таким образом, частота несущего сигнала составляла 8 кГц при частоте дискретизации 48 кГц. Результаты обработки сигналов, зарегистрированных разнесенными в пространстве микрофонами, методом тройной корреляции (2) изображен на рис. 3. Как видно на этом графике, наблюдаются два побочных пика, соответствующие дальностям от отражающего объекта до двух приемных микрофонов. Вместе с тем, ввиду малого коэффициента отражения использованного цилиндрического препятствия, пик, соответствующий только отраженному сигналу, практически не просматривается на фоне шума. Для выделения этого пика требуется увеличить отношение сигнал/помеха на выходе коррелятора, что может быть выполнено, например, за счет увеличения длительности последовательности $c[n]$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе псевдошумовой сигнал, тройная автокорреляционная функция которого близка к дельта-функции, является основой для дальнейших экспериментальных и теоретических исследований возможностей и ограничений рассматриваемого подхода в задачах акустической локации. Имеющийся положительный опыт использования тройной корреляции в различных разделах физики (космологии, оптики, океанологии) в совокупности с представленными в настоящей работе модельными экспериментами позволяет надеяться на перспективность рассматриваемого подхода и в задачах акустической локации.

Вопросы выбора оптимальных параметров предложенной в настоящей работе последовательности $c[n]$ для решения тех или иных задач акустической локации определяются конкретными условиями эксперимента и в реальных условиях требуют отдельного, тщательного рассмотрения. Вместе с тем, продемонстрированные в работе теоретические и экспериментальные результаты указывают на принципиальную реализуемость метода тройной корреляции в задачах акустической локации на основе предложенной псевдошумовой последовательности. Требуется дальнейший анализ возможностей и ограничений этого подхода, а также его преимуществ и недостатков по сравнению с традиционными корреляционными методами локации.

Авторы выражают искреннюю благодарность Н.С. Виноградову за помощь в организации и проведении эксперимента в звукозаглушенной камере. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-29-06048-мк).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Farlik J., Kratky M., Casar J. et al.* // Sensors. 2019. V. 19. No. 7. P. 1517.
2. *Sedunov A., Haddad D., Salloum H. et al.* // Proc. IEEE Int. Symp. Technol. Homel. Secur. HST. 2019.
3. *Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шурун А.С.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 815; *Presnov D.A., Sobisevich A.L., Shurup A.S.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2020. V. 84. No. 6. P. 669.
4. *Гончаренко Б.И., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н., Шурун А.С.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 777.
5. *Borenstein J., Koren Y.* // IEEE J. Robot. Automat. 1988. V. 4. No. 2. P. 213.
6. *Корольков А.И., Медведева Е.В., Шурун А.С.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 1. С. 116.
7. *Nikias C.L., Raghuveer M.R.* // Proc. IEEE. 1987. V. 75. No. 7. P. 869.
8. *Lohmann A.W., Wirnitzer B.* // Appl. Opt. 1983. V. 22. No. 24. P. 4028.
9. *Tague J.A., Pike C.M., Sullivan E.J.* // Circuits Syst. Signal Process. 1994. V. 13. No. 4. P. 455.
10. *Stan G.-B., Embrechts J.-J., Archambeau D.* // J. Audio Eng. Soc. 2002. V. 50. No. 4. P. 249.
11. *MacWilliams F.J., Sloane N.J.A.* // Proc. IEEE. 1976. V. 64. No. 12. P. 1715.
12. *Валяев В.Ю., Шанин А.В.* // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 6. С. 776.
13. *Белоус А.А., Корольков А.И., Шанин А.В., Остриков Н.Н.* // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 42; *Belous A.A., Korol'kov A.I., Shanin A.V., Ostrikov N.N.* // Acoust. Phys. 2019. V. 65. No. 1. P. 60.

Acoustic location based on triple correlation method

A. I. Korolkov[a, *], K. S. Kniazeva[a], A. S. Shurup[a, b, c]

[a] *Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*
[b] *Shirshov Institute of Oceanology, Russian Academy of Sciences, Moscow, 117218 Russia*
[c] *Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123995 Russia*
**e-mail: korolkov@physics.msu.ru*

The possibilities and limitations of the triple correlation method in problems of acoustic location are investigated. It is proposed to use a pseudo-noise sequence as a probing signal, the triple autocorrelation function of which is close to the delta function. Within the framework of numerical modeling and laboratory experiment, the possibilities of using this signal in problems of acoustic location are demonstrated.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 110–115

УДК 534.8

АКУСТИЧЕСКАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ СТРУКТУРЫ УГЛЕПЛАСТИКОВ ПРИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ

© 2022 г. Ю. С. Петронюк[1, 2, *], Т. Б. Рыжова[3], В. М. Левин[1]

[1]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт биохимической физики имени Н.М. Эмануэля Российской академии наук, Москва, Россия
[2]Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук, Москва, Россия
[3]Федеральное государственное унитарное предприятие
Центральный аэрогидродинамический институт имени проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия
*E-mail: jps7@mail.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Методами импульсной акустической микроскопии (50–100 МГц) исследовалось влияние механической обработки на состояние объемной структуры углепластиков. На акустических изображениях композитных образцов вблизи кромки выявляются межслоевые повреждения размерами более чем 50 × 50 мкм. Акустическая визуализация позволяет оценивать площадь, характер и глубину залегания дефектов.

DOI: 10.31857/S0367676522010203

ВВЕДЕНИЕ

Ультразвуковые методы широко используются для наблюдения и неразрушающей оценки внутренней структуры различных материалов и изделий. С этой целью используется ультразвук различных частотных диапазонов в зависимости от физико-механических свойств и характерных размеров структурных элементов и дефектов. Для стандартных индустриальных задач дефектоскопии применяются ультразвуковые волны в диапазоне 1–20 МГц, обеспечивающие пространственное разрешение в миллиметровом или субмиллиметровом диапазоне [1–10]. Однако современная техника все шире использует материалы, для характеризации структуры которых, выявления в ней несовершенств, изучения эффектов накопления и развития повреждений требуются методы, обеспечивающие пространственное разрешение в диапазоне от десятков до сотен микрометров. Речь идет, прежде всего, об армированных композитных материалах, для которых характерные размеры структурных элементов попадают в размерный интервал от 10 мкм для отдельных углеродных волокон до 100 мкм для борных и арамидных полимерных волокон, пучков и нитей из углеродных волокон. Соответственно, разрешающая способность систем визуализации должна соответствовать этим размерам. Такую разрешающую способность и возможность наблюдения объемной структуры на достаточную глубину без нарушения ее целостности обеспечивают ультразвуковые методы высокого разрешения, использующие фокусированный высокочастотный зондирующий звук в диапазоне 50–200 МГц [11, 12]. На низкочастотной границе этого диапазона глубина проникновения малоапертурного фокусированного зондирующего ультразвукового импульса для композита на основе эпоксидной смолы, армированной углеродными волокнами, может достигать 10 мм, что является вполне макроскопической величиной [13]. С ростом частоты глубина проникновения убывает из-за ультразвукового поглощения, как в иммерсионной жидкости, так и в образце на высоких ультра- и гиперзвуковых частотах. Коэффициент затухания в углепластиках зависит от плотности упаковки волокон, количества содержания полимерного связующего, наличия пористости и т.п. [14].

Ультразвуковое видение высокого разрешения используется как для характеризации упорядоченной микроструктуры, так и для выявления ее несовершенств различного происхождения. Дефекты могут возникать в результате нарушения технологических процессов при формировании композита, что в дальнейшем сказывается на его физико-механических характеристиках при эксплуатации. Механические испытания образцов свидетельствуют о снижении прочности, но не позволяют выявить причину этого. В композитном материале, в отличие от металлов, процессы разрушения носят характер хрупкого разрушения, которое возникает на микроуровне и прерывается с остановкой нагрузки. Для прогнозирования времени жизни таких материалов оказывается необходимым наблюдать развитие дефектов непосредственно в процессе их механического нагружения или при климатических испытаниях.

Наконец, еще одной причиной возникновения дефектов является необходимость механической обработки материала при соединении отдельных деталей в углепластиковых конструкциях. Такие соединения выполняются с помощью болтов, заклепок и т.д. Для их реализации требуется механическая обработка композитного материала, прежде всего, его резание и сверление. В результате такой обработки возникают механические повреждения в виде мелкомасштабных нарушений сплошности – трещин, сколов, расслоений и т.д. На поверхности образца такие дефекты оцениваются оптическим методами. Однако для слоистых углепластиков гораздо чаще возникают внутренние дефекты – расслоения по границам армирующих элементов или слоев, наблюдение которых стандартными оптическими методами затруднено или вообще невозможно, а у промышленных ультразвуковых систем оказывается недостаточным разрешение.

Эффективным методом выявления таких дефектов оказывается импульсная акустическая микроскопия. В ряде работ (см., например [15, 16]) показана высокая эффективность этой техники, как для наблюдения микроструктуры армированных углепластиков, так и для выявления технологических дефектов и возникающих под действием внешних нагрузок повреждений [17]. В частности, показано, что методом импульсной акустической микроскопии выявляются субмиллиметровые отслоения на глубине до 2–8 мм в зависимости от частоты зондирующего ультразвука. Фокусированный высокочастотный ультразвуковой импульс падает из иммерсионной жидкости в образец, частично отражаясь от границ слоев углепластика, частично распространяясь вглубь. Любые несплошности, расслоения или трещины, даже с минимальным углом раскрытия, уверенно обнаруживаются на акустических изображениях, являясь эффективными отражателями ультразвука. Эхо-сигналы от элементов внутренней структуры различаются по времени задержки, что позволяет дифференцировать их по глубине залегания. В целом акустическая картина позволяет оценивать количество повреждений, их природу (частичное или полное отслоение), определять локализацию разрывов армирующих элементов.

Данная работа нацелена на исследование возможностей и перспектив метода импульсной акустической микроскопии для выявления повреждений, возникающих при механической обработке углепластиков. Образцы для исследований представляли собой тканные углепластики с выфрезерованными в них плоскодонными отверстиями для настройки ультразвукового дефектоскопа. Акустическая микроскопия применялась для оценки нарушений внутренней микроструктуры композита в труднодоступных местах вблизи отверстий, вдоль и поперек композитных слоев.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОБОРУДОВАНИЕ И МАТЕРИАЛЫ

Исследуемые образцы толщиной 6.5 мм были изготовлены из слоистого тканного углепластика на основе препрега Hexply M21/34%/UD194/IMA. Эскиз образца представлен на рис. 1. В качестве отражателей в образце были выполнены плоскодонные сверления различного диаметра и глубины. Несквозные отверстия изготавливались с помощью фрезерования. Использовались твердосплавные пальчиковые трехперные фрезы диаметром 4, 6 и 8 мм со скоростью оборотов 1200 об./мин.

Принципы ультразвуковой визуализации высокого разрешения подробно описаны в [18]. В основе метода лежит применение коротких импульсов фокусированного высокочастотного ультразвука (от 50 МГц и выше) и принципы эхолокации. Короткие зондирующие импульсы отражаются от элементов объемной структуры композита, границ армирующих слоев и воздушных полостей [19, 20]. Толщина слоев в большинстве углепластиков варьируется от 100 до 200 мкм, в нашем случае для тканного материала толщина слоя составляла 220 мкм. Длина волны упругих волн на частоте 50 МГц в углепластике составляет 64 мкм при скорости 3200 м/с. Эта простая оценка показывает, что импульсы от границ отдельных слоев композита могут быть разделены по времени задержки и, таким образом, любые вариации в акустическом импедансе на этих границах могут быть обнаружены и локализованы по глубине с точностью до полпериода, в данном случае 32 мкм.

В данной работе акустическая визуализация была выполнена на сканирующем импульсном акустическом микроскопе, разработанном совместно двумя академическими институтами ИБХФ РАН и НТЦ УП РАН. Акустическая головка представляла собой твердотельную акустическую линзу с пьезоэлектрическим преобразователем на рабочую частоту 50 МГц. Сканирование производилось прецизионными шаговыми двигателями с точностью позиционирования ±5 мкм. Для контроля дефектной структуры в углепластиках использовались акустические объективы с угловой апертурой 16° и 22° и фокусными расстояниями 20 и 13 мм, соответственно. Размер пикселя на акустических изображениях поверхности

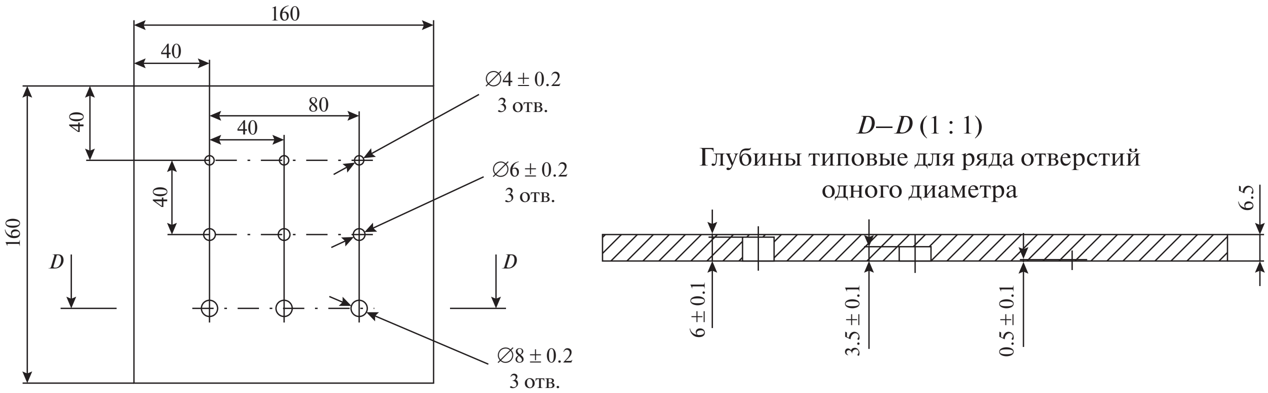

Рис. 1. Внешний вид и схема экспериментального образца из углепластика.

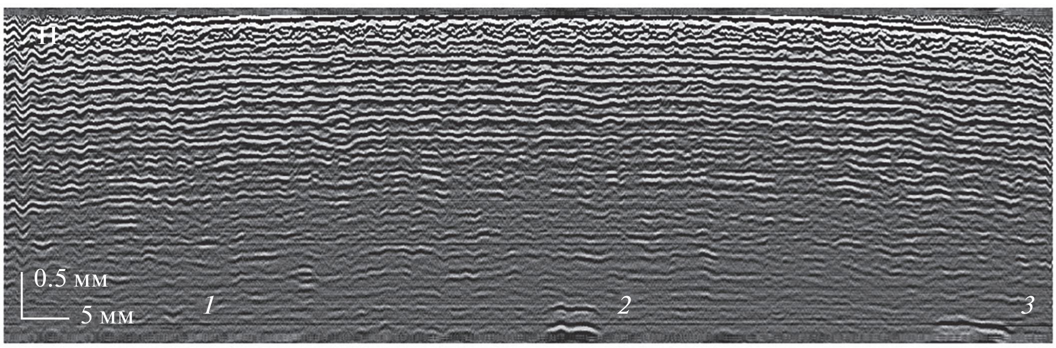

Рис. 2. Акустическое изображение (*B*-скан) образца из углепластика с искусственными дефектами типа "плоскодонное отверстие" выполненных на глубине 3 мм: П – поверхность образца, ∅4 (*1*), 6 (*2*), 8 мм (*3*).

определялся диаметром фокального пятна зондирующего пучка, падающего из иммерсионной жидкости, и составлял в данном случае – 130 и 96 мкм, в зависимости от используемой угловой апертуры [21, 22]. Более грубое сканирование с минимальной угловой апертурой пучка использовалось для контроля по всей глубине образца, чтобы оценить однородность армированной композитной структуры, ослабление сигнала объемных акустических волн при выявлении отверстий на глубине. Динамический диапазон системы регистрации ультразвуковых сигналов соответствовал 60 дБ. Амплитуда эхоимпульса отраженного от дна композитного образца толщиной 0.5 мм превышала уровень шума в 13 раз, для образца толщиной 3 мм превышение составило 7 дБ. Длительность зондирующего импульса, сфокусированного на поверхности образца из углепластика, соответствовала 35 нс. При фокусировке на глубине 0.5 мм длительность эхоимпульса увеличилась до 40 нс, а на глубине 3 мм – до 60 нс. Длительность сигналов от поверхности и дна образца при этом увеличивалась эквивалентно, что свидетельствует о расфокусировке пучка по мере его смещении вглубь материала, и слабом влиянии затухания на форму широкополосного сигнала.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 приведено акустическое изображение структуры композитного образца в сечении с отверстиями диаметром 4, 6 и 8 мм на глубине 3 мм от поверхности. На изображении поперечного сечения видна неоднородная по глубине слоистая структура композита, наблюдаются границы армирующих волокон внутри слоя. На изображении полноценно просматриваются границы десяти слоев, далее наблюдаются прерывистые эхо-линии от последующих межслоевых границ. На нижней границе *B*-скана наблюдаются эхо-сигналы от плоскодонных отверстий. Измеренные диаметры отверстий совпадают с диаметром используемых фрез. Локальная кривизна и нестабильность в положении эхо-сигналов по времени задержки обусловлены тканной структурой композита, наличием множественных границ раздела с варьируемой толщиной связующего между армирующими элементами.

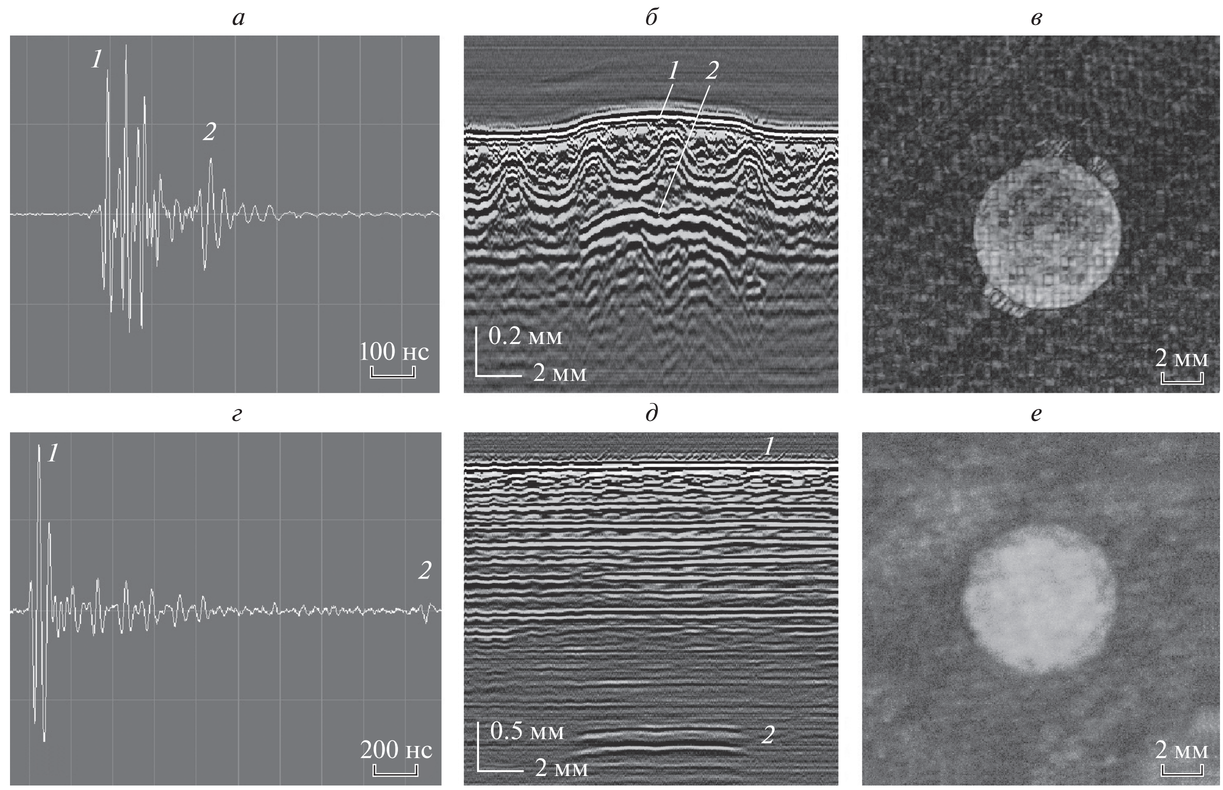

Рис. 3. Акустические изображения плоскодонных отверстий в образце из углепластика диаметром 8 мм на глубине 0.5 (*а*–*в*) и 3 мм (*г*–*е*) от ненарушенной поверхности. *А*-скан эхо-сигналов в центре над отверстием (*а*, *г*); поперечное сечение (*B*-скан) (*б*, *д*); микроструктура на глубине 450–550 мкм (*в*, *е*). *1* – поверхность образца, *2* – дно отверстия.

На рис. 3 приведены результаты визуализации внутренней микроструктуры в объеме образца вблизи отверстия диаметром 8 мм. Визуализация выполнялась со стороны гладкой ненарушенной поверхности. Дно плоского несквозного отверстия, выполненного с противоположной поверхности на глубину 6 мм, служит абсолютным отражателем для проникающего ультразвукового пучка, расположенным на глубине 0.5 мм от передней поверхности. На рис. 3*а* представлена эхограмма (*А*-скан) отраженных сигналов, полученная в центре отверстия. На эхограмме наблюдается группа эхо-импульсов, обусловленных отражением от передней поверхности образца (*1*) и дна отверстия (*2*). Между ними располагаются сигналы от двух первых армирующих слоев углеродной ткани и слоя со структурой, нарушенной воздействием фрезы. Развертка этих сигналов (*B*-скан) при одномерном движении акустической линзы вдоль диаметра выбранного отверстия, приведенная на рис. 3*б*, позволяет наблюдать структуру образца в поперечном сечении. С помощью изображения можно оценить наличие остаточной деформации, размер отверстия и наличие каких-либо дополнительных отражений от расслоений и сколов. В данном случае *B*-скан выполнен по центру отверстия, размер отверстия соответствует ожидаемому – 8 мм, никаких повреждений в выбранном сечении не обнаруживается. Повреждения от механической обработки обнаруживаются при послойном сканировании в плоскости образца (т.е. на *С*-сканах). На рис. 3*в* видно, что на глубине плоскодонного отражателя – 0.5 мм, наблюдаются небольшие повреждения вблизи кромки отверстия. Эти повреждения при изготовлении настроечного образца не могут быть выявлены визуально из-за ограниченного доступа к кромке. Размер их варьируется в пределах 2 мм^2. Такие же повреждения наблюдались на глубине 650 мкм. Общая площадь повреждений в плоскости была такой же, как на рис. 3*в*. Ранее нами было показано, что такие повреждения характерны для ударной и изгибной нагрузок [13]. По-видимому, из-за длительной механической обработки при установленных параметрах резки во время изготовления глубокого отверстия (6 мм), композитный образец подвергается значительной нагрузке, и оставшаяся от выборки часть оказывается достаточно тонкой, чтобы возникли необратимые деформации в виде прогиба оставшихся слоев, как это можно видеть на *B*-скане (рис. 3*б*). Для отверстий, выполненных на меньшую глубину выборки (3 мм), таких деформаций и повреждений не выявлялось. На рис. 3*г* и 3*д* представлены изоб-

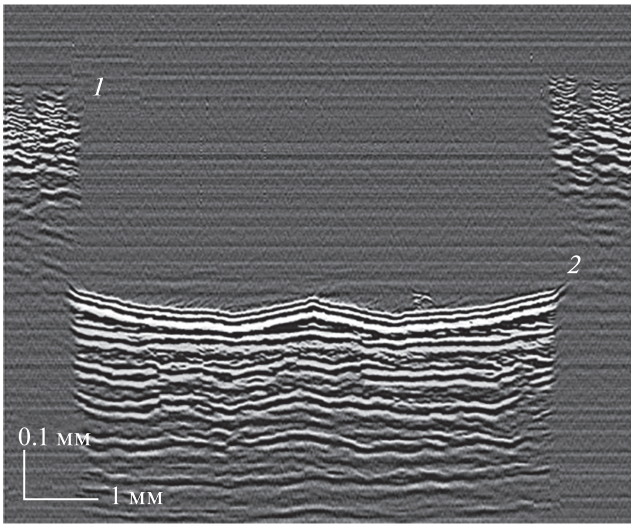

Рис. 4. Акустическое изображение (*B*-скан) плоскодонного отверстия диаметром 8 мм и глубиной 0.5 мм в образце из углепластика со стороны механической обработки (сверления): *1* – поверхность, *2* – дно отверстия.

ражения для отверстия 8 мм на глубине 3 мм от поверхности. Границы видны отчетливо, повреждений микроструктуры вблизи кромки не наблюдается.

На рис. 4 приведено акустическое изображение плоскодонного отверстия диаметром 8 мм со стороны сверления. На *B*-скане показан профиль отверстия глубиной 0.5 мм, для которого отклонение от плоскостности составило 64 ± 15 мкм. Для отверстий диаметром 4 и 6 мм на той же глубине (0.5 мм) отклонения были определены как 51 ± 15 и 63 ± 15 мкм, что не превышало установленные допуски ±0.1 мм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты представленных экспериментальных исследований показывают, что ультразвуковая микроскопия является высокоэффективным инструментом для оценки влияния механической обработки на структуру углепластиков, что особенно актуально при изготовлении различных испытательных и настроечных образцов, при проведении сборочных и ремонтных работ с применением режущего инструмента.

Метод позволяет выявлять, отображать, оценивать размеры и глубину залегания внутренних трещин и расслоений вблизи кромки отверстий и срезов на глубине до 3–4 мм с разрешением 30–100 мкм в зависимости от необходимой глубины и частоты зондирующего ультразвука.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-29-17039).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Smith R.A., Bending J.M., Jones L.D. et al.* // Insight. 2003. V. 45. No. 3. P. 174.
2. *Chatillon S., Cattiaux G., Serre M. et al.* // Ultrasonics. 2000. V. 38. P. 131.
3. *Sun X.C., Hallett S.R.* // Int. J. Impact Eng. 2017. V. 109. P. 178.
4. *Caminero M.A., García-Moreno I., Rodríguez G.P. et al.* // Compos. B. Engin. 2019. V. 165. P. 131.
5. *Sasikumar A., Trias D., Costa J. et al.* // Compos. A. Appl. Sci. Manuf. 2019. Art. No. 121232.
6. *Long S., Yao X., Zhang X.* // Compos. Struct. 2015. V. 132. P. 290.
7. *Gao S.L., Kim J.K.* // Compos. Sci. Technol. 1999. V. 59. P. 345.
8. *Pelivanov I., Ambrozinski Ł., Khomenko A. et al.* // Photoacoustics. 2016. V. 4. No. 2. P. 55.
9. *Karabutov A.A., Podymova N.B.* // J. Nondestruct. Eval. 2013. V. 32. No. 3. P. 315.
10. *Liu S., Enming G., Levin V. et al.* // Ultrasonics. 2006. No. 44. Art. No. Supp.1: e1037.
11. *Tittmann B., Miyasaka C., Guers M. et al.* Non-destructive evaluation (NDE) of aerospace composites: acoustic microscopy. Non-destructive evaluation (NDE) of polymer matrix composites. Techniques and applications. Cambridge: Woodhead Publishing Ltd, 2013. P. 423.
12. *Feng W., Zhou X., Zeng X., Yang C.* // Sensors. 2019. V. 19. No. 7. P. 1654.
13. *Morokov E., Levin V., Chernov A. et al.* // Compos. Struct. 2021. V. 256. No. 15. Art. No. 113102.
14. *Карабутов А.А., Подымова Н.Б., Соколовская Ю.Г.* // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 182; *Karabutov A.A., Podymova N.B., Sokolovskaya Yu.G.* // Acoust. Phys. 2019. V. 65. No. 2. P. 158.
15. *Petronyuk Yu., Levin V., Titov S. et al.* // Proc. Meet. Acoust. 2019. No. 38. Art. No. 045003.
16. *Petronyuk Y., Morokov E., Levin V. et al.* // Polymer Eng. Sci. 2017. V. 57. No. 7. P. 703.
17. *Петронюк Ю.С., Мороков Е.С., Левин В.М. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 5. С. 560; *Petronyuk Yu.S., Morokov E.S., Levin V.M. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 5. P. 491.
18. *Закутайлов К.В., Левин В.М., Петронюк Ю.С.* // Завод. лаб. Диагн. матер. 2009. Т. 75. № 8. С. 28; *Zakutaylov K.V., Levin V.M., Petronyuk Yu.S.* // Inorg. Mater. 2010. V. 46. No. 15. P. 1655.
19. *Рыжова Т.Б., Петронюк Ю.С., Левин В.М. и др.* // Сб. тр. IV Всеросс. конф. “Материалы и технологии нового поколения для перспективных изделий авиационной и космической техники”, 2019. С. 143.
20. *Petronyuk Y., Levin V., Ryzhova T. et al.* // J. Phys. Conf. Ser. 2020. V. 1636. Art. No. 012005.
21. *Kino G.S.* Acoustic waves: devices, imaging and analog signal processing, New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1987.
22. *Мороков Е.С., Левин В.М.* // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 190; *Morokov E.S., Levin V.M.* // Acoust. Phys. 2019. V. 65. No. 2. C. 165.

Acoustic visualization of damage to the structure of carbon fiber plastics during mechanical processing

Y. S. Petronyuk[a, b,] *, T. B. Ryzhova[c], V. M. Levin[a]

[a] *Emanuel Institute of Biochemical Physics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 119334 Russia*

[b] *Scientific and Technological Center of Unique Instrumentation of the Russian Academy of Sciences, Moscow, 117342 Russia*

[c] *Zhukovsky Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, 140180 Russia*

**e-mail: jps7@mail.ru*

The influence of mechanical processing on the bulk structure of carbon fiber plastics was studied using pulsed acoustic microscopy (50–100 MHz). Acoustic images of composite samples with the artificial holes reveal the interlayer damages with an area of 2 mm^2 and more near the hole's edge. Acoustic visualization allows to assess the size, nature, and location of the damages.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 116–121

УДК 001.891.573:620.179.18

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СЕЙСМИЧЕСКОГО МЕТОДА ОБСЛЕДОВАНИЯ ПОДЗЕМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

© 2022 г. Д. В. Шмурак[1,] *, А. А. Чуркин[2], И. Н. Лозовский[3], Р. А. Жостков[4]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, Москва, Россия*

[2]*Акционерное общество “Научно-исследовательский центр “Строительство”, научно-исследовательский, проектно-изыскательский и конструкторско-технологический институт оснований и подземных сооружений имени Н.М. Герсеванова, Москва, Россия*

[3]*Центр геоэлектромагнитных исследований – филиал федерального государственного бюджетного учреждения науки Института физики Земли имени О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва, Россия*

[4]*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт физики Земли имени О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва, Россия*

**E-mail: shmouraque@gmail.com*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Представлены результаты использования трехмерного численного моделирования для развития методики анализа данных параллельного сейсмического метода. Метод применяется для определения глубины заложения подземных монолитных конструкций, при этом анализ сигналов традиционно проводится во временной области. Предложена методика анализа данных в частотной области, использующая спектральную характеристику падающей продольной волны.

DOI: 10.31857/S0367676522010252

ВВЕДЕНИЕ

Параллельный сейсмический метод (parallel seismic method, ПСМ) представляет собой адаптацию методики вертикального сейсмического профилирования и применяется для определения глубины заложения монолитных подземных железобетонных конструкций (свай, “стен в грунте”, баретт и др.) [1, 2]. Если исследуемая конструкция расположена под массивным ростверком или включена в состав существующего здания, метод может стать единственной возможностью оценки ее длины и работоспособности [3]. Классический подход к интерпретации данных метода заключается в анализе кинематических параметров зарегистрированных сигналов (времен прихода целевых волн и скоростей их распространения). Анализ данных метода в частотной области может расширить возможности метода и повысить достоверность заключений о качестве конструкций.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ СЕЙСМИЧЕСКИЙ МЕТОД

Для проведения изысканий с применением ПСМ вблизи конструкции бурится скважина, глубина которой превышает предполагаемую отметку подошвы конструкции. Возбуждение сигнала производится с поверхности объекта исследований с применением ударного источника (кувалды, молотка), регистрация – перемещающимся по скважине приемником (гидрофоном) [4]. Точность определения глубины заложения конструкции оценивается в 5% и зависит от шага регистрации данных, параллельности осей скважины и фундамента и других факторов [5].

Анализ сигналов традиционно проводится во временной области – на сейсмограммах выделяется годограф первых вступлений, соответствующий временам прихода падающей продольной волны, по точке излома которого определяется глубина нижнего торца объекта исследований.

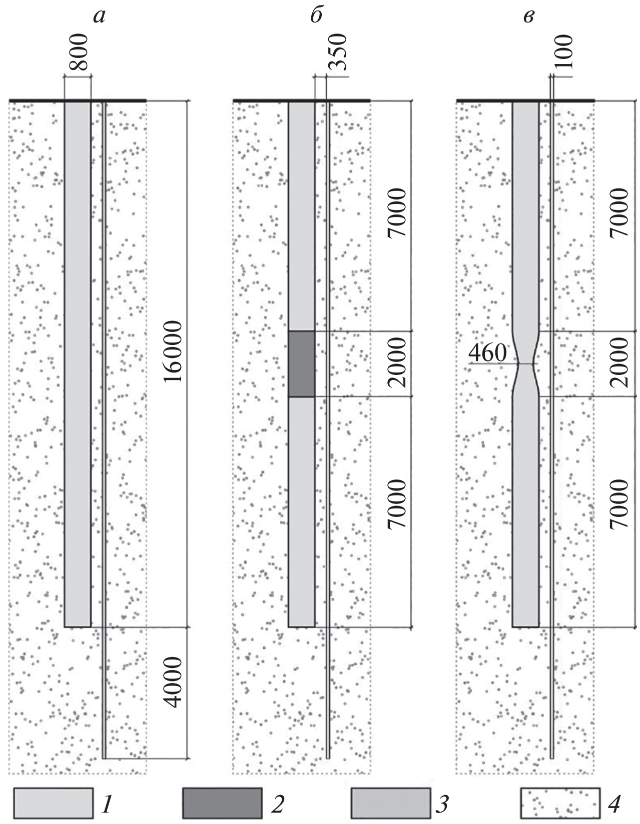

Рис. 1. Схемы численных моделей, имитирующих испытания свай параллельным сейсмическим методом. Модель 1 (*а*), Модель 2 (*б*), Модель 3 (*в*). Обозначения материалов: *1* – бетон; *2* – бетон пониженной прочности; *3* – вода; *4* – песок.

Времена первых вступлений на сейсмограмме *FAT* определяются выражением:

$$FAT = \frac{S_{str}}{V_{str}} + \frac{S_{soil}}{V_{soil}}, \tag{1}$$

где S_{str} – путь, пройденный волной по конструкции, S_{soil} – путь, пройденный волной в грунте, V_{str} – скорость волны, распространяющейся в материале конструкции, V_{soil} – скорость волны во вмещающем грунте.

Подземные конструкции имеют выраженные волноводные свойства из-за повышенной акустической жесткости бетона по сравнению с вмещающими грунтами. При возбуждении в них упругих колебаний распространяются направленные волны – стержневые в свайных фундаментах и пластинчатые в “стенах в грунте”, фазовая скорость которых отличается от скорости продольной волны V_p [6]:

$$V_p \approx V_{rod}\sqrt{\frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}} \approx V_{plate}\sqrt{\frac{(1-\nu)^2}{1-2\nu}}, \tag{2}$$

где V_{rod} – скорость стержневой плоской волны, V_{plate} – скорость пластинчатой плоской волны, ν – коэффициент Пуассона.

Результаты численного моделирования показали возможность выявить ярко выраженные дефекты конструкций (сужения поперечного сечения или снижения прочностных свойств материала) по изменениям волновой картины – появлению гипербол дифракции и “разрывам” в наблюдаемых годографах [4, 7].

Интерес представляет использование динамических характеристик сигналов для повышения информативности данных метода. Классический подход к интерпретации, подразумевающий изучение годографа первых вступлений, может быть дополнен анализом атрибутов (представляющих собой динамические характеристики сигнала или рассчитываемые из них с применением различных преобразований параметры).

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДАННЫХ ПСМ

Предлагаемый в статье подход к работе с данными ПСМ заключается в анализе спектральной

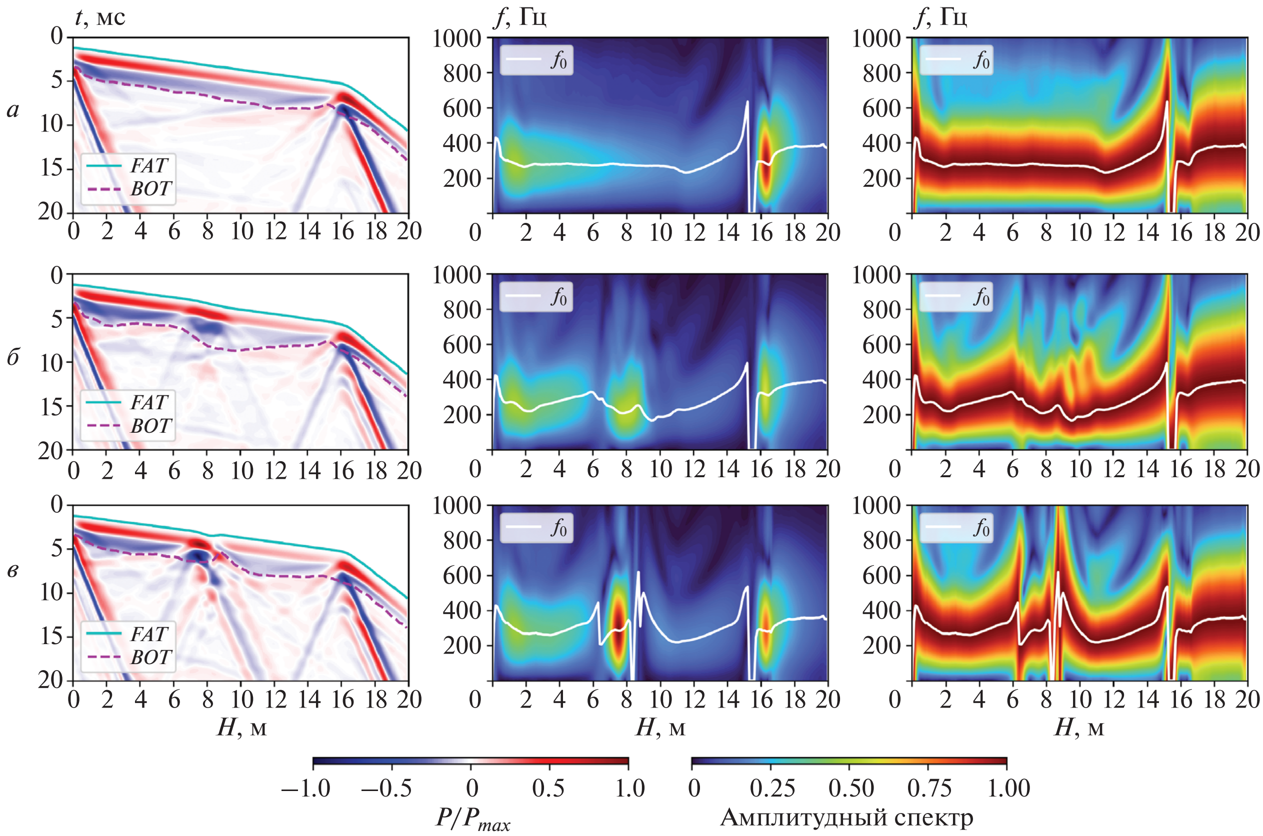

Рис. 2. Результаты трехмерного численного моделирования. Модель 1 (*а*), Модель 2 (*б*), Модель 3 (*в*). Слева – данные во временной области (нормированы на максимальное значение давления P_{max} из всего ансамбля данных). По центру – спектральные разрезы (нормированы на максимальное значение из всего ансамбля данных). Справа – спектральные разрезы (нормированы на максимальное значение из каждого отдельного спектра). *FAT* – отметки первого вступления сигнала; *BOT* – нижняя граница временного окна для расчета спектров и атрибутов; f_0 – центральная частота сигнала.

характеристики падающей продольной волны. Для каждого зарегистрированного сигнала определяется целевой годограф и подбирается временное окно для расчета амплитудного спектра, включающее в себя полный период импульса. Полученные таким образом наборы спектров сортируются в зависимости от глубины точки регистрации сигнала и представляются в виде спектральных разрезов с нормировкой как по максимальному значению всего ансамбля данных, так и по максимальному значению каждого отдельного спектра (см. ниже на рис. 2).

Для каждого зарегистрированного сигнала в пределах указанного временного окна предлагается рассчитывать атрибут центральной частоты f_0 (частоты, соответствующей максимальному значению амплитудного спектра) и представленные в работе [8] параметры: энергию сигнала E_n и площадь спектра S_n. Все три показателя связаны с характером поглощения акустического сигнала и интерференцией волн, распространяющихся в конструкции и вмещающих грунтах.

ПАРАМЕТРЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для исследования спектрального подхода к анализу данных ПСМ выполнено трехмерное численное моделирование методом конечных элементов в программном комплексе COMSOL Multiphysics 5.3 (лицензия № 9600341) [9]. Геометрические размеры конструкций, граничные условия и физические свойства моделируемых материалов (табл. 1) соответствуют распространенным на практике случаям. При численных расчетах использована сетка конечных элементов, содержащая призматические и тетраэдральные элементы. Выбранный временной шаг обеспечивает сходимость решения при ошибке расчетов, не превышающей 0.5%.

Оптимизация сетки конечных элементов с поиском конфигурации, состоящей из минимального числа элементов, обеспечивающих заданную сходимость решения, не проводилась ввиду малого числа реализаций. Число конечных элементов составило порядка 425 тысяч, общее количество временных шагов (с учетом условия Ку-

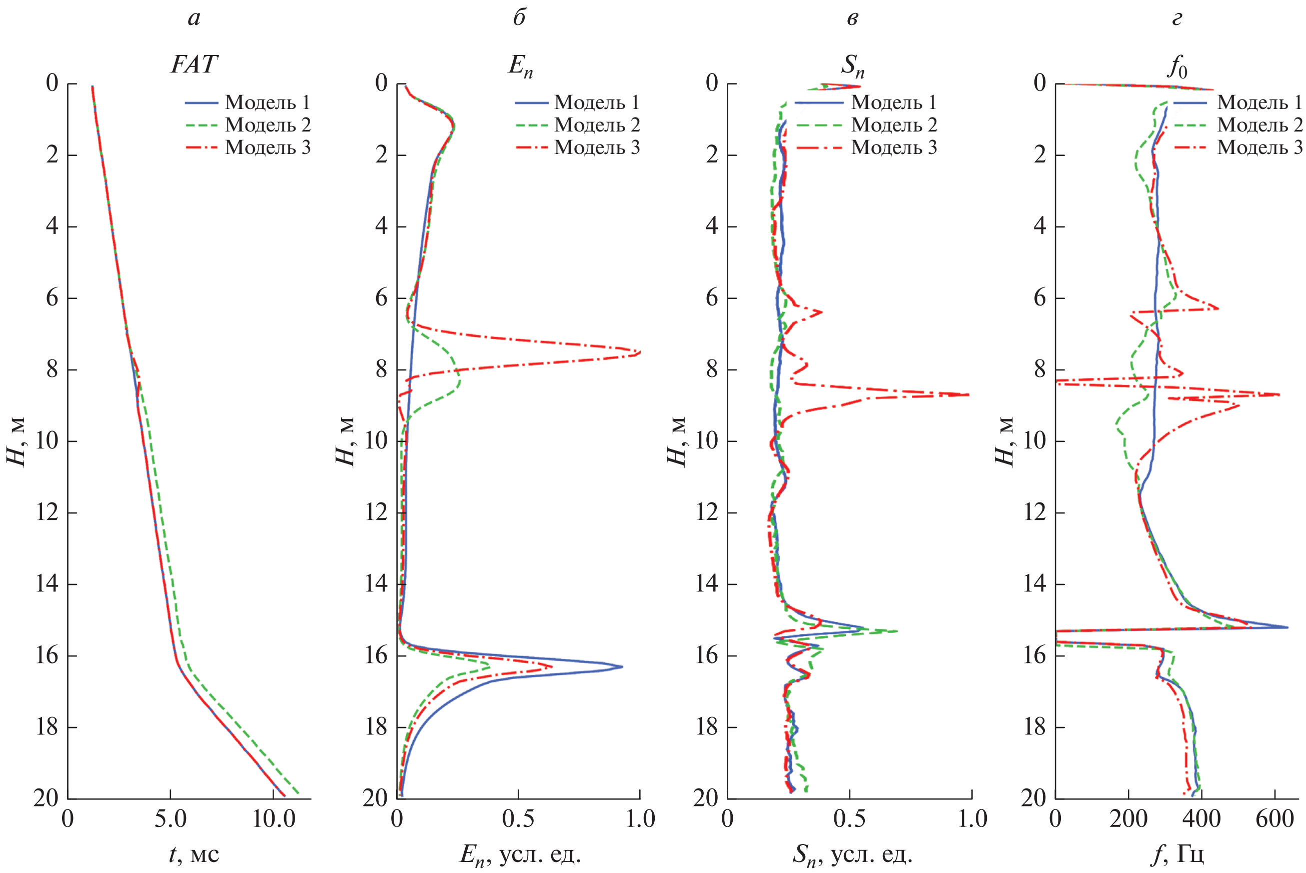

Рис. 3. Графики изменения атрибутов сигналов в зависимости от глубины регистрации данных. *FAT* (*а*), E_n (*б*), S_n (*в*), f_0 (*г*).

ранта–Фридрихса–Леви) составило около 4000. Длительность расчета одной реализации применения метода ПСМ с помощью рабочей станции на базе двух 12-ядерных процессоров Xeon составила чуть более 14 ч с применением прямого решателя.

Модель 1 представляет собой бетонную сваю длиной 16 м и диаметром 800 мм с ненарушенной сплошностью, изготовленную в песках (рис. 1*а*). На расстоянии 350 мм от сваи расположена скважина глубиной 20 м и диаметром 100 мм, заполненная водой. Регистрация сигна-

Таблица 1. Свойства материалов

Материал	Бетон	Бетон пониженной прочности	Песок	Вода
Плотность (ρ), кг/м^3	2400	1900	1500	1000
Скорость продольных (V_p) и поперечных (V_s) волн, м/с	4000; 2450	2500; 1550	600; 200	1500; –
Рэлеевская модель затухания. Коэффициенты α, с$^{-1}$; β, с	20; 10^{-8}	100; $5 \cdot 10^{-7}$	200; 10^{-7}	–
Коэффициенты динамической и объемной вязкости, мПа · с	–	–	–	1; 3

ла производится точечными гидрофонами, регулярно расположенными в скважине с шагом 100 мм. Из-за симметрии модели не было необходимости проводить численный расчет для всей модели, вместо чего рассматривалась только ее половина с использованием специального граничного условия.

Источник упругих волн расположен на поверхности оголовка сваи и задавался граничным условием в виде равномерно распределенной силы на участке диаметром 8 см. Временная зависимость приложенной горизонтально вниз силы описывается однополярным гауссовым импульсом, модулированным окном Ханнинга.

Для иллюстрации влияния дефектов ствола сваи на данные составлены Модель 2 с включением в тело сваи слоя бетона пониженной прочности (рис. 1*б*) и Модель 3 с сужением поперечного сечения сваи до 460 мм (рис. 1*в*). Дефекты расположены в центральной части сваи и имеют мощность 2 м.

РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты численного моделирования позволяют сделать ряд наблюдений о том, как нижний торец сваи и различные типы дефектов проявляются на спектральных разрезах (рис. 2) и количественно влияют на значения атрибутов.

На синтетических данных, рассчитанных для Модели 1, длина сваи определяется с высокой точностью как по точке перелома годографа, так и по изменению частотного состава импульса (рис. 2*а*), вызванного интерференцией первичных волн, и вторичных, образованных у нижнего торца конструкции.

Сравнение годографов падающей продольной волны с графиками изменения атрибутов наглядно демонстрирует преимущества использования динамических параметров сигнала для получения дополнительной информации о состоянии фундамента (рис. 3). Нижний торец сваи и дефекты проявляются в виде ярких аномалий на спектральных разрезах, нормированных по максимальному значению амплитуды всего ансамбля данных (с такой нормировкой амплитудный спектр сильно зависит от амплитуды сигнала), а также на графике атрибута энергии (рис. 3*б*). Дефекты проявляются в частотной области как на спектральных разрезах (рис. 2), так и на графиках зависимости центральной частоты и площади спектра от глубины (рис. 3*в* и 3*г*).

Стоит отметить, что дефект в Модели 2 (бетон пониженной прочности) и дефект в Модели 3 (сужение ствола сваи) проявляются по-разному. На спектральном разрезе по данным Модели 2 наблюдаются “флуктуации” спектра, а на разрезе для Модели 3 наблюдаются “всплески” с резко возрастающей центральной частотой сигнала, обусловленные интерференцией сигнала с вторичными волнами, образовавшимися вокруг границ сужения сечения сваи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в статье подход к спектральному анализу сигналов позволяет расширить возможности параллельного сейсмического метода и повысить надежность заключений о качестве конструкций. На примере данных численного моделирования показана возможность выделения нижнего торца свай и дефектов двух типов по изменению динамических характеристик сигналов. Предложен набор атрибутов (центральная частота, энергия сигнала и площадь спектра), позволяющих характеризовать изменение формы или материала конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hurtado J.* // Rev. Francaise de Geotechnique. 1979. No. 6. P. 65.
2. *Капустин В.В., Чуркин А.А., Лозовский И.Н., Кувалдин А.В.* // Геотехника. 2018. № 5–6. С. 62.
3. *Hossain M.S., Khan M.S., Hossain J. et al.* // J. Perform. Constr. Facil. 2013. V. 27. No. 2. P. 209.
4. *Чуркин А.А., Лозовский И.Н., Жостков Р.А.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 124.
5. *Niederleithinger E.* // Proc. Stresswave 2008. (Lisbon. 2008). P. 315.
6. *Капустин В.В., Владов М.Л.* // Геотехника. 2020. № 4. С. 72.
7. *Zhi Tang Lu, Zhi Liang Wang, Dong Jia Liu* // Soil Dyn. Earthq. Eng. 2013. No. 55. P. 255.
8. *Чуркин А.А.* Развитие методики применения геофизического комплекса для контроля качества заглубленных монолитных конструкций. Дис. ... канд. техн. наук. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2020. 162 с.
9. *Жостков Р.А.* Программа для моделирования исследования буронабивных свай поверхностным сейсмоакустическим методом. ПО № 2019665449.

Spectral analysis of parallel seismic method data for surveying underground structures

D. V. Shmurak[a,*], A. A. Churkin[b], I. N. Lozovsky[c], R. A. Zhostkov[d]

[a] Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

[b] JSC Research Center "Stroitelstvo", Gersevanov Research Institute of Bases and Under-ground Structures, Moscow, 109428 Russia

[c] Geoelectromagnetic Research Center, Branch of Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 108840 Russia

[d] Schmidt Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow, 123242 Russia

**e-mail: shmouraque@gmail.com*

The results of three-dimensional numerical simulation of parallel seismic method for deep foundations testing are presented. The method is used to determine the depth of the monolithic reinforced concrete structures. The signal analysis is usually carried out in the time domain. A technique for data analysis in the frequency domain is proposed with the use of the spectral characteristics of incident longitudinal wave.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 122–127

УДК 534.2:534.6:534.7

КОРРЕКЦИЯ ДАННЫХ АКУСТИЧЕСКОГО ТОМОГРАФИРОВАНИЯ В СЛУЧАЕ НЕИДЕАЛЬНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ И ПРИЕМНИКОВ

© 2022 г. Д. И. Зотов[1], О. Д. Румянцева[1, *]

[1]*Федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия*

**E-mail: burov@phys.msu.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Предложен алгоритм коррекции экспериментальных данных, полученных при акустическом томографировании исследуемого объекта. Коррекция осуществляется на основе предварительно найденных смещений приемоизлучающих преобразователей антенной решетки от их идеальных положений. Эффективность и помехоустойчивость алгоритма коррекции проиллюстрированы численным моделированием.

DOI: 10.31857/S0367676522010306

ВВЕДЕНИЕ

Пусть имеется некоторый объект (так называемый рассеиватель), который локализован в ограниченной области $\Re$ и характеризуется скоростью звука $c(\vec{r})$ и амплитудным коэффициентом поглощения $\alpha(\vec{r},\omega)$ на частоте ω. Фоновая среда, т.е. среда вне области рассеяния $\Re$, предполагается однородной, изотропной, непоглощающей; она характеризуется постоянными значениями скорости звука c_0 и плотности ρ_0. В рассматриваемом объекте плотность ρ_0 полагается той же. Упомянутые характеристики объекта, т.е. пространственные распределения $c(\vec{r})$ и $\alpha(\vec{r},\omega)$, неизвестны и подлежат определению. С этой целью исследуемый объект в акустическом томографическом эксперименте зондируется падающим полем $G_0^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$. Здесь верхний символ “$cl$” означает, что рассматриваются классические поля, в отличие от обобщенных полей, которые применяются при решении обратной задачи в ряде функционально-аналитических алгоритмов [1–5]. Радиус-векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$, характеризующие, соответственно, положение излучателя и положение приемника, находятся, по постановке задачи, вне области рассеяния $\Re$: $\vec{x},\vec{y}\notin\Re$. Падающее поле $G_0^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$, достигая объекта, рассеивается на нем, и в результате создается полное поле $G^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$. Поля $G^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$ регистрируются в области приема Υ при каждом фиксированном излучателе $\vec{x}$: $\vec{y}\in\Upsilon$. После этого рассматривается и фиксируется новый излучатель, находящийся в области χ ($\vec{x}\in\chi$), т.е. задается новое падающее поле, и измерения повторяются. В результате получается набор экспериментальных данных рассеяния – полей $G^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$, $\vec{x}\in\chi$, $\vec{y}\in\Upsilon$. Этот набор предназначается для восстановления искомых характеристик объекта-рассеивателя, который при волновом подходе описывается функцией

$$\nu(\vec{r},\omega)=\omega^2\left(\frac{1}{c_0^2}-\frac{1}{c^2(\vec{r})}\right)-i2\omega\frac{\alpha(\vec{r},\omega)}{c(\vec{r})}; \qquad (1)$$

временная зависимость полей полагается в виде $\sim\exp(-i\omega t)$.

АЛГОРИТМ КОРРЕКЦИИ

Рассматриваемая ниже проблема заключается в следующем. На практике данные рассеяния получаются с помощью антенной решетки, характеристики которой, в общем случае, отклоняются от идеальных. Например, в ультразвуковом медицинском томографе [6–9], предназначенном для диагностики мягких биотканей (в первую очередь, молочной железы), одним из видов неидеальностей являются смещения (так называемые геометрические поправки) приемоизлучающих преобразователей антенной решетки от их идеальных положений. Поскольку величина таких смещений может быть соизмерима с длиной волны, смещения должны учитываться на этапе обработки экспериментальных данных. Эта обработка осуществляется с целью получения томограмм исследуемого объекта – оценок искомых пространственных распределений $c(\vec{r})$ и $\alpha(\vec{r},\omega)$. В противном случае разрешающая способность томограмм будет резко ухудшаться, и мелкие детали с размером, соизмеримым с длиной волны и менее, не будут воспроизводиться. В то же время, в медицинских приложениях такие мелкие детали являются наиболее информативными для целей ранней диагностики патологий [10]. В связи с обозначенной проблемой, смещения приемоизлучающих преобразователей предварительно находятся специально разработанным алгоритмом [9, 11]. Ниже предлагается алгоритм коррекции данных рассеяния, который позволяет пересчитать (скорректировать) данные, полученные при уже известных смещенных положениях излучателей и приемников, в данные при идеальных положениях. Этот алгоритм будет изложен, для определенности, на примере двумерного пространства. Однако при рассмотрении трехмерного пространства логика и последовательность действий не изменяются.

Рассмотрим классические запаздывающие рассеянные поля: $G_{sc}^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega) \equiv G^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega) - G_0^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$, $\vec{x} \in \chi$, $\vec{y} \in \Upsilon$; в полярной системе координат $\vec{x} = \{|\vec{x}|, \varphi_{\vec{x}}\}$, $\vec{y} = \{|\vec{y}|, \varphi_{\vec{y}}\}$. При $\vec{y} \notin \Re$ и каждом фиксированном $\vec{x}$ в двумерном случае имеет место разложение рассеянного поля по угловым гармоникам $q_{\vec{y}} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ [12] (предполагается, что выбором начала координат внутри области $\Re$ обеспечивается условие $|\vec{y}| > |\vec{r}|$, $\forall \vec{r} \in \Re$):

$$G_{sc}^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega) = \sum_{q_{\vec{y}}=-\infty}^{\infty} a_{q_{\vec{y}}}(\vec{x},\omega) H_{q_{\vec{y}}}^{(1)}(k_0|\vec{y}|)\exp(iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{y}}). \quad (2)$$

Здесь $H_q^{(1)}$ – функция Ханкеля 1-го рода q-го порядка; $k_0 = \omega/c_0$ – волновое число фоновой среды. В свою очередь, коэффициенты разложения $a_{q_{\vec{y}}}(\vec{x},\omega)$ выражаются через так называемые вторичные источники $I^{cl}(\vec{r},\vec{x};\omega)$, которые порождают рассеянное поле G_{sc}^{cl} [12]:

$$I^{cl}(\vec{r},\vec{x};\omega) \equiv \nu(\vec{r},\omega) G^{cl}(\vec{r},\vec{x};\omega), \quad (3)$$

$$a_{q_{\vec{y}}}(\vec{x},\omega) = -\frac{i}{4}\int_{\Re} J_{q_{\vec{y}}}(k_0|\vec{r}|)\exp(-iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{r}}) \times I^{cl}(\vec{r},\vec{x};\omega)d\vec{r}, \quad (4) \quad (4)$$

где J_q – функция Бесселя q-го порядка; $\vec{r} = \{|\vec{r}|, \varphi_{\vec{r}}\}$, $d\vec{r} = |\vec{r}| \cdot d|\vec{r}| \cdot d\varphi_{\vec{r}}$ в рассматриваемом двумерном пространстве.

Выражение типа (2) имеет место и для полных полей [12], однако исходно в (2) удобно рассматривать, для дальнейших целей, именно рассеянные поля. Дело в том, что вторичные источники $I^{cl}(\vec{r},\vec{x};\omega)$ сами выражаются через полное поле G^{cl}, согласно (3). Это позволяет получить еще одно разложение, теперь уже для $a_{q_{\vec{y}}}(\vec{x},\omega)$, и потом преобразовать (2). А именно, поскольку в (4) $\vec{r} \in \Re$, и при этом $\vec{x} \notin \Re$ по постановке задачи, то для полного поля $G^{cl}(\vec{r},\vec{x};\omega)$ справедливо представление [12]:

$$G^{cl}(\vec{r},\vec{x};\omega) = \sum_{q_{\vec{x}}=-\infty}^{\infty} C_{q_{\vec{x}}}(\vec{r},\omega) H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}(k_0|\vec{x}|)\exp(iq_{\vec{x}}\varphi_{\vec{x}}); \quad |\vec{x}| > |\vec{r}|, \ \forall \vec{r} \in \Re, \ \vec{x} \notin \Re; \quad (5)$$

$q_{\vec{x}} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$; $C_{q_{\vec{x}}}(\vec{r},\omega)$ – некоторые коэффициенты. Подстановка (3) и (5) в (4) дает:

$$a_{q_{\vec{y}}}(\vec{x},\omega) = \sum_{q_{\vec{x}}=-\infty}^{\infty} b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}(k_0|\vec{x}|)\exp(iq_{\vec{x}}\varphi_{\vec{x}}), \quad (6)$$

где $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) \equiv -\frac{i}{4}\int_{\Re} J_{q_{\vec{y}}}(k_0|\vec{r}|)\exp(-iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{r}}) \times \nu(\vec{r},\omega) C_{q_{\vec{x}}}(\vec{r},\omega)d\vec{r}$ – коэффициенты разложения. Подстановка (6) в (2) приводит к итоговому выражению

$$G_{sc}^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega) = \sum_{q_{\vec{y}}=-\infty}^{\infty}\sum_{q_{\vec{x}}=-\infty}^{\infty} b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}(k_0|\vec{x}|) \times H_{q_{\vec{y}}}^{(1)}(k_0|\vec{y}|)\exp(iq_{\vec{x}}\varphi_{\vec{x}})\exp(iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{y}}); \quad \vec{x} \notin \Re, \ \vec{y} \notin \Re. \quad (7)$$

Надо еще раз обратить внимание, что для правомерности соотношения (7) необходимо только обеспечить условие $|\vec{y}| > |\vec{r}|$, $|\vec{x}| > |\vec{r}|$, $\forall \vec{r} \in \Re$, что достигается соответствующим выбором начала координат внутри области $\Re$. С физической точки зрения, выражение (7) представляет собой разложение рассеянного поля по двойным угловым гармоникам $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}(k_0|\vec{x}|)\, H_{q_{\vec{y}}}^{(1)}(k_0|\vec{y}|)$, где $q_{\vec{x}}$, $q_{\vec{y}} = 0, \pm1, \pm2, \ldots$

Таким образом, согласно (7), знание коэффициентов $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega)$ позволяет найти рассеянные поля $G_{sc}^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$ для произвольных точек вне области рассеяния $\vec{x}, \vec{y} \notin \Re$. Это обстоятельство позволяет ниже предложить алгоритм пересчета (коррекции) полей, измеренных при определенных положениях излучателей и приемников, в поля при других положениях излучателей и приемников.

Пусть из эксперимента известны поля $G_{sc}^{cl}(\vec{y} = \vec{y}^{ex}, \vec{x} = \vec{x}^{ex};\omega)$, измеренные для дискретных наборов положений излучателей $\{\vec{x}^{ex}\}$ и приемников $\{\vec{y}^{ex}\}$, где $\vec{x}^{ex} = \{|\vec{x}^{ex}|, \varphi_{\vec{x}}^{ex}\}$, $\vec{y}^{ex} = \{|\vec{y}^{ex}|, \varphi_{\vec{y}}^{ex}\}$, $\vec{x}^{ex} \notin \Re$,

$\vec{y}^{ex} \notin \Re$. В общем случае, эти положения смещены относительно их идеальных положений. В случае, когда все излучатели и все приемники располагаются на идеальных окружностях с соответствующим радиусом $\left|\vec{x}^{ex}\right| \equiv \text{const}$ и $\left|\vec{y}^{ex}\right| \equiv \text{const}$, коэффициенты $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega)$ находятся двойным фурье-преобразованием (по углам $\varphi_{\vec{y}}^{ex}$ и $\varphi_{\vec{x}}^{ex}$):

$$b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}\left(k_0\left|\vec{x}^{ex}\right|\right) H_{q_{\vec{y}}}^{(1)}\left(k_0\left|\vec{y}^{ex}\right|\right) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_0^{2\pi} d\varphi_{\vec{y}}^{ex}\int_0^{2\pi} d\varphi_{\vec{x}}^{ex} G_{sc}^{cl}\left(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega\right)\exp\left(-iq_{\vec{x}}\varphi_{\vec{x}}^{ex}\right)\exp\left(-iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{y}}^{ex}\right).$$

Это соотношение следует из вида выражения (7).

В более общем случае точки $\vec{x}^{ex} \in \chi$ и $\vec{y}^{ex} \in \Upsilon$, для которых измеряются экспериментальные данные, лежат на некоторой “деформированной” окружности или даже на контурах произвольной формы. Тогда коэффициенты $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega)$ могут быть найдены решением линейной системы уравнений (7), получающейся перебором точек $\vec{x}^{ex}$ и $\vec{y}^{ex}$, для которых известны рассеянные поля $G_{sc}^{cl}(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega)$:

$$\sum_{q_{\vec{y}}=-\infty}^{\infty}\sum_{q_{\vec{x}}=-\infty}^{\infty}\left\{H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}\left(k_0\left|\vec{x}^{ex}\right|\right) H_{q_{\vec{y}}}^{(1)}\left(k_0\left|\vec{y}^{ex}\right|\right)\exp\left(iq_{\vec{x}}\varphi_{\vec{x}}^{ex}\right)\exp\left(iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{y}}^{ex}\right)\right\} b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) = G_{sc}^{cl}\left(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega\right). \qquad (8)$$

Естественно, что общее количество и характер дискретизованных данных $G_{sc}^{cl}\left(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega\right)$ должны обеспечивать единственность решения системы (8).

Однако с точки зрения размерности решаемых систем уравнений, удобнее сначала найти коэффициенты $\left\{a_{q_{\vec{y}}}\left(\vec{x}^{ex},\omega\right)\right\}_{q_{\vec{y}}}$. Эти коэффициенты находятся из системы линейных уравнений (2), получающейся перебором точек $\vec{y} = \vec{y}^{ex}$ при каждом фиксированном $\vec{x} = \vec{x}^{ex}$:

$$\sum_{q_{\vec{y}}=-\infty}^{\infty} H_{q_{\vec{y}}}^{(1)}\left(k_0\left|\vec{y}^{ex}\right|\right)\exp(iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{y}}^{ex}) a_{q_{\vec{y}}}\left(\vec{x}^{ex},\omega\right) = G_{sc}^{cl}\left(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega\right), \quad \vec{y}^{ex} \in \Upsilon. \qquad (9)$$

Далее по уже известным значениям $a_{q_{\vec{y}}}\left(\vec{x}^{ex},\omega\right)$ из системы линейных уравнений (6), получающейся перебором $\vec{x} = \vec{x}^{ex}$ и решаемой при каждом фиксированном $q_{\vec{y}}$, находятся коэффициенты $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega)$:

$$\sum_{q_{\vec{x}}=-\infty}^{\infty} H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}\left(k_0\left|\vec{x}^{ex}\right|\right)\exp(iq_{\vec{x}}\varphi_{\vec{x}}^{ex}) b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) = a_{q_{\vec{y}}}\left(\vec{x}^{ex},\omega\right), \quad \vec{x}^{ex} \in \chi. \qquad (10)$$

Наконец, уже известные коэффициенты $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega)$ позволяют опять использовать соотношение (7), однако теперь для вычисления полей $G_{sc}^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega)$ при тех идеальных положениях преобразователей $\vec{x}$ и $\vec{y}$, которые будут использоваться на этапе восстановления характеристик исследуемого объекта. Например, входные данные для функционального алгоритма Новикова [1–3], строго учитывающего эффекты многократного рассеяния волн, в случае использования точечных приемоизлучающих преобразователей [4, 5] формируются для окружности радиуса R_0: $|\vec{x}| = |\vec{y}| = R_0$. Тогда (7) приобретает вид

$$G_{sc}^{cl}(\vec{y},\vec{x};\omega) = \sum_{q_{\vec{y}}=-\infty}^{\infty}\sum_{q_{\vec{x}}=-\infty}^{\infty} b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega) H_{q_{\vec{x}}}^{(1)}(k_0R_0) \times H_{q_{\vec{y}}}^{(1)}(k_0R_0)\exp\left(iq_{\vec{x}}\varphi_{\vec{x}}^{0}\right)\exp\left(iq_{\vec{y}}\varphi_{\vec{y}}^{0}\right), \qquad (11)$$

где $\vec{x} = \left\{R_0, \varphi_{\vec{x}}^0\right\}$, $\vec{y} = \left\{R_0, \varphi_{\vec{y}}^0\right\}$.

Таким образом, в основе алгоритма коррекции данных рассеяния (8), (11) или же (9)–(11) лежит тот факт, что коэффициенты $b_{q_{\vec{y}}q_{\vec{x}}}(\omega)$ *не зависят* от конкретных значений точки излучения $\vec{x}$ и точки приема $\vec{y}$, которые находятся вне области рассеяния $\Re$.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для иллюстрации работоспособности предложенного алгоритма коррекции данных рассеяния (9)–(11) был задан рефракционно-поглощающий рассеиватель $\nu(\vec{r},\omega)$. Согласно (1), действительная часть функции рассеивателя (рис. 1*а*) формируется за счет неоднородностей скорости звука, а мнимая часть (рис. 1*б*) – за счет поглощения. Для определенности при моделировании задавались параметры, близкие к исполь-

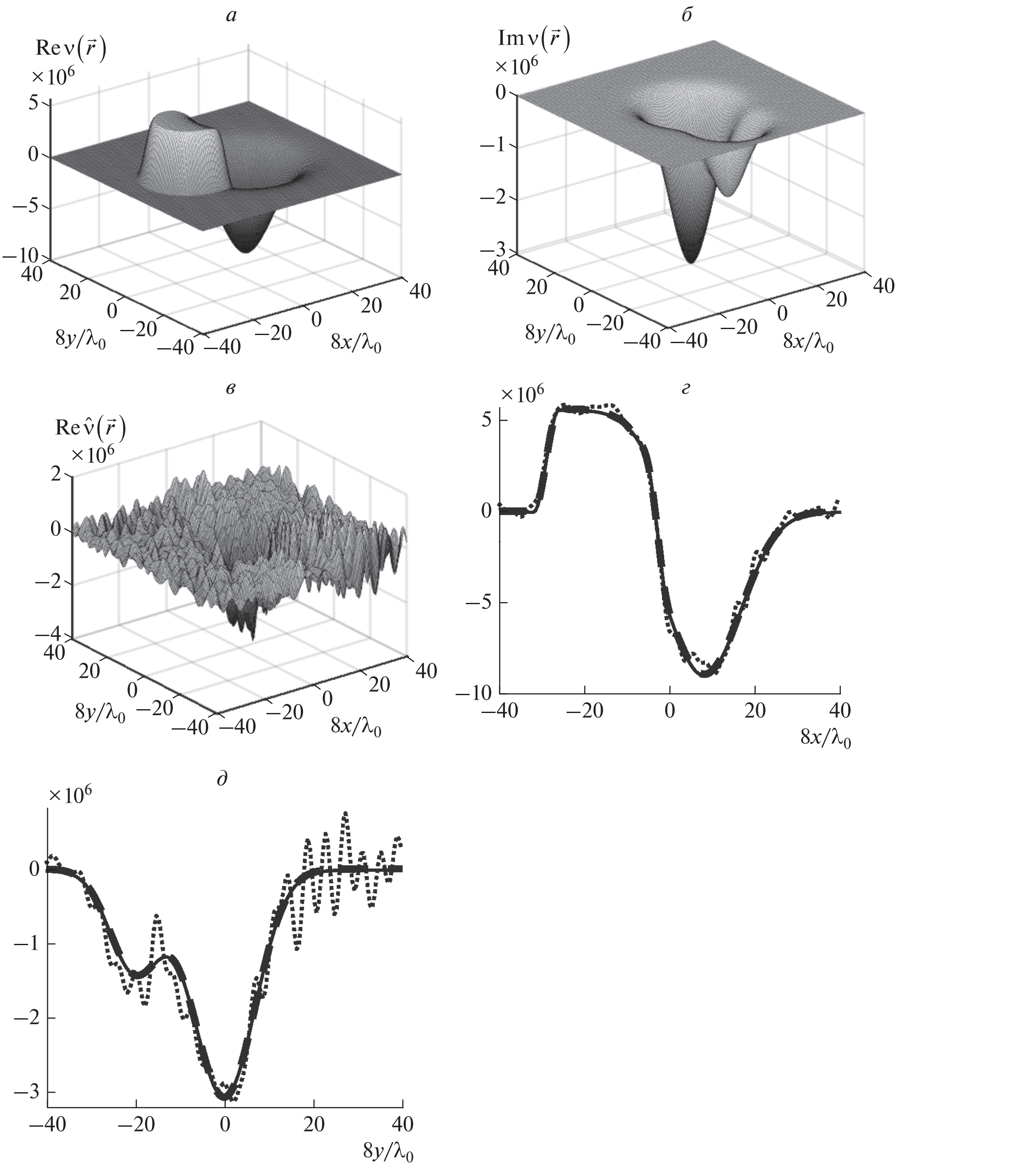

Рис. 1. Рефракционно-поглощающий рассеиватель: общий вид действительной (*а*) и мнимой (*б*) частей истинного рассеивателя ν; действительная часть оценки рассеивателя $\hat{\nu}$, восстановленной по незашумленным данным от смещенных преобразователей без коррекции (*в*); центральное сечение $y = 0$ действительной части (*г*) и центральное сечение $x = 0$ мнимой части (*д*) для истинного рассеивателя ν (тонкая линия) и для оценки этого рассеивателя $\hat{\nu}$, восстановленной по скорректированным данным в отсутствие помех (толстая пунктирная линия) и в присутствии случайных помех со стандартным амплитудным отклонением $\sigma_{ns} = 0.02\bar{G}_{sc}^{cl}$ (линия, составленная из точек).

зуемым в томографической установке [6–9]: характерная частота 1.25 МГц, $c_0 = 1500$ м/с; следовательно, длина волны в фоновой среде $\lambda_0 = 1.2 \times 10^{-3}$ м. Количество приемоизлучающих преобразователей (каждый из которых выступал как в роли излучателя, так и в роли приемника) было 128; преобразователи располагались на окружности радиуса 0.1536 м.

Волна, распространяясь вдоль некоторой траектории $l_{\Re}$, приобретает дополнительный набег фазы $\Delta\psi = \omega\int_{l_{\Re}}\left[\frac{1}{c_0} - \frac{1}{c(\vec{r})}\right]dl_{\vec{r}} = \frac{\omega}{c_0}\int_{l_{\Re}}\frac{\Delta c(\vec{r})}{c(\vec{r})}dl_{\vec{r}}$, где $\Delta c(\vec{r}) \equiv c(\vec{r}) - c_0$, $dl_{\vec{r}}$ – длина элемента траектории в окрестности точки $\vec{r}$. Так, наибольшие значения $|\Delta\psi|$ получаются при прохождении волны через центральное сечение рассеивателя вдоль оси OX, где относительный контраст фазовой скорости $\Delta c(\vec{r})/c_0$ изменяется от –0.13 до 0.12 (рис. 1*а*, 1*г*). При этом дополнительный набег фазы составляет $\Delta\psi \approx -0.72\pi$ на участке этого сечения с отрицательным контрастом скорости $\Delta c(\vec{r}) < 0$, где $\mathrm{Re}\,\nu(\vec{r},\omega) < 0$; набег $\Delta\psi \approx 0.59\pi$ приобретается на участке с положительным контрастом скорости $\Delta c(\vec{r}) > 0$, где $\mathrm{Re}\,\nu(\vec{r},\omega) > 0$. В то же время наибольшее суммарное поглощение достигается на центральном сечении рассеивателя вдоль оси OY (рис. 1*б*, 1*д*), что приводит к затуханию амплитуды волны в $\exp\left[\int_{l_{\Re}}\alpha(\vec{r})dl_{\vec{r}}\right] \approx 2.8$ раза. Тем самым, эффекты многократного рассеяния существенны. Для получения оценки $\hat{\nu}(\vec{r},\omega)$ рассеивателя $\nu(\vec{r},\omega)$ с учетом этих эффектов использовался функциональный алгоритм [1–5].

При моделировании квазиэкспериментальных данных – принимаемых рассеянных полей – учитывалось, что в томографической установке [6–9] каждый преобразователь антенной решетки выступает как в роли излучателя, так и в роли приемника. Смещения приемоизлучающих преобразователей от их идеальных положений на окружности задавались случайным образом. При этом максимальное смещение вдоль радиуса составляло $1.0 \cdot 10^{-3}$ м $\approx 0.83\lambda_0$, а максимальное смещение по углу достигало углового расстояния между соседними преобразователями $2\pi/128$. Тогда данные рассеяния $G_{sc}^{cl}(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega)$ оказываются из-за смещений столь сильно искаженными (по сравнению со случаем несмещенных преобразователей), что оценка рассеивателя $\hat{\nu}(\vec{r},\omega)$, восстановленная в монохроматическом режиме по нескорректированным данным, полностью разваливается даже в отсутствие каких-либо иных помех (рис. 1*в*). Однако те же самые изначальные данные $G_{sc}^{cl}(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega)$, но после применения коррекции (9)–(11), оказываются практически полностью совпадающими с данными при несмещенных преобразователях. Как следствие, результат восстановления $\hat{\nu}(\vec{r},\omega)$ в отсутствие помех практически полностью совпадает с истинными значениями $\nu(\vec{r},\omega)$ (рис. 1*г*, 1*д*).

Кроме того, процедура коррекции (9)–(11) обладает хорошей помехоустойчивостью. Так, в рассеянные поля $G_{sc}^{cl}(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega)$ вносилась случайная нормально распределенная шумовая помеха $n(\vec{y},\vec{x};\omega)$ с нулевым средним и среднеквадратичным амплитудным отклонением $\sigma_{ns} = 0.02\bar{G}_{sc}^{cl}$ независимо для действительной части и мнимой части помехи. Среднеквадратичное значение данных рассеяния

$$\bar{G}_{sc}^{cl}(\omega) \equiv \sqrt{\frac{\int_{\chi} d\vec{x}^{ex}\int_{\Upsilon} d\vec{y}^{ex}\left|G_{sc}^{cl}\left(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega\right)\right|^2}{\int_{\chi} d\vec{x}^{ex}\int_{\Upsilon} d\vec{y}^{ex}}}$$

рассчитывалось с учетом смещения преобразователей для области излучения χ, совпадающей в данной модели с областью приема Υ. Входное амплитудное отношение “помеха/сигнал” составляло

$$N/S \equiv \sqrt{\frac{\int_{\chi} d\vec{x}^{ex}\int_{\Upsilon} d\vec{y}^{ex}\left|n\left(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega\right)\right|^2}{\int_{\chi} d\vec{x}^{ex}\int_{\Upsilon} d\vec{y}^{ex}\left|G_{sc}^{cl}\left(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega\right)\right|^2}} \approx 0.028.$$

Оценка рассеивателя $\hat{\nu}(\vec{r},\omega)$, полученная по зашумленным данным $G_{sc}^{cl}(\vec{y}^{ex},\vec{x}^{ex};\omega)$, к которым применялся алгоритм коррекции положений преобразователей, получилась адекватной (рис. 1*г*, 1*д*).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Помимо рассмотренных смещений преобразователей антенной решетки от их идеальных положений, в упоминавшемся выше томографе [6–9] имеются другие виды несовершенств [9, 11] – фазовые поправки для излучаемых и принимаемых сигналов, а также поправки на смещение центра вращения антенной решетки от ее геометрического центра, поправки на непроизвольное движение пациента во время съема данных рассеяния. Однако, по сути, перечисленные виды поправок могут быть учтены заданием эффективных смещений приемоизлучающих преобразователей при измерении экспериментальных данных [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Novikov R.G.* // Phys. Lett. A. 1998. V. 238. No. 2–3. P. 73.
2. *Новиков Р.Г.* // Сб. трудов мат. инс-та им. В.А. Стеклова. М.: Наука, 1999. Т. 225. С. 301; *Novikov R.G.* // Proc. Steklov Inst. Math. 1999. V. 225. No. 2. P. 285.
3. *Буров В.А., Алексеенко Н.В., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 6. С. 784; *Burov V.A., Alekseenko N.V., Rumyantseva O.D.* // Acoust. Phys. 2009. V. 55. No. 6. P. 843.

4. *Буров В.А., Шуруп А.С., Румянцева О.Д., Зотов Д.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2012. Т. 76. № 12. С. 1524; *Burov V.A., Shurup A.S., Rumyantseva O.D., Zotov D.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2012. V. 76. No. 12. P. 1365.
5. *Буров В.А., Шуруп А.С., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 3. С. 391; *Burov V.A., Shurup A.S., Zotov D.I., Rumyantseva O.D.* // Acoust. Phys. 2013. V. 59. No. 3. P. 345.
6. *Дмитриев К.В., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 8. С. 1014; *Dmitriev K.V., Zotov D.I., Rumyantseva O.D.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 8. P. 915.
7. *Зотов Д.И.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 36; *Zotov D.I.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2018. V. 82. No. 1. P. 30.
8. *Буров В.А., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 2. С. 254; *Burov V.A., Zotov D.I., Rumyantseva O.D.* // Acoust. Phys. 2015. V. 61. No. 2. P. 231.
9. *Буров В.А., Румянцева О.Д.* Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. 2. Обратные задачи акустического рассеяния. М.: ЛЕНАНД, 2020, 2021. 768 с.
10. *Буров В.А., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 443; *Burov V.A., Zotov D.I., Rumyantseva O.D.* // Acoust. Phys. 2014. V. 60. No. 4. P. 479.
11. *Буров В.А., Зотов Д.И., Румянцева О.Д.* // Вест. МГУ. Сер. 3. Физ. и астрон. 2018. № 5. С. 25; *Burov V.A., Zotov D.I., Rumyantseva O.D.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2018. V. 73. No. 5. P. 470.
12. *Буров В.А., Румянцева О.Д.* Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. 1. Обратные задачи излучения в акустике. М.: ЛЕНАНД, 2017, 2021, 384 с.

Correction of acoustic tomography data in a case of non-ideal arrangement of transmitters and receivers

D. I. Zotov[a], O. D. Rumyantseva[a, *]

[a] *Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: burov@phys.msu.ru*

The algorithm for correction of experimental data obtained by acoustic tomography of an object under study is proposed. The correction is carried out based on previously found displacements of receiving-transmitting transducers of antenna array from their ideal positions. Efficiency and interference resistance of the correction algorithm are illustrated by numerical simulation.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 128–134

УДК 534.8:519.24

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ОБЪЕКТА МЕТОДАМИ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОТОМОГРАФИИ

© 2022 г. С. А. Юрченко[1], К. В. Дмитриев[1, *]

[1]Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия

*E-mail: kdmitrie@lanat.ru

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Экспериментально реализована корреляционная схема акустической пассивной термотомографии. Для корреляционной схемы с двумя приемниками определено динамическое изменение температуры модельного объекта. В этом же эксперименте измерена взаимная относительная АЧХ приемников на основе полученного полезного коррелированного термоакустического сигнала. Даны оценки температурного разрешения интенсиометрической и корреляционной схем для слоя конечной толщины.

DOI: 10.31857/S0367676522010288

ВВЕДЕНИЕ

Пространственное распределение температуры внутри организма несет информацию, важную при диагностике заболеваний и при проведении операций, связанных с нагревом тканей. Одним из возможных способов регистрации внутренней температуры является акустотермометрия [1]. Данный метод основан на анализе собственного шумового акустического излучения нагретого тела. Причиной его возникновения является тепловое хаотическое движение частиц. Уравнение движения среды, учитывающее это движение, содержит источники поля в виде случайной силы, которую можно описать с помощью корреляционной функции ее пространственных компонент [2]. Для жидких сред ситуация несколько упрощается: акустическое поле описывается волновым уравнением с некоррелированными в пространстве и времени термоакустическими источниками, мощность которых в каждой точке пропорциональна абсолютной температуре T и амплитудному коэффициенту поглощения звука α в среде. Например, в одномерном случае средний квадрат давления звуковой волны p, которая создается термоакустическими источниками, распространяется вдоль оси x в однородной среде и регистрируется на приемнике с координатой x_0, определяется как [3, 4]

$$\left\langle p^2 \right\rangle = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{x_0} 2q\alpha(x)T(x)\exp\left[-\int_{x}^{x_0} 2\alpha(x')dx'\right]dx, \quad q = \frac{4\pi f_0^{\,2}}{c_0}\rho_0 k_{\text{B}}\Delta f, \tag{1}$$

где q — размерностный коэффициент; f_0 и Δf — средняя частота и ширина спектра принимаемого сигнала, соответственно; ρ_0 и c_0 — плотность и скорость звука в среде; k_{B} — постоянная Больцмана. При этом множитель $I_F = 2q\alpha(x)T(x)$ характеризует пространственное распределение линейной плотности мощности термоакустических источников излучения, а множитель $\exp\left[-\int_x^{x_0} 2\alpha(x')dx'\right]$ определяет затухание энергии волны при распространении в среде. Если температура среды всюду одинакова, т.е. $T(x) \equiv T = \text{const}$, то, согласно (1), получается $\left\langle p^2 \right\rangle = qT/2$. Это в два раза меньше значения qT квадрата звукового давления для термоакустического излучения в однородной среде, поскольку в (1) учитываются источники, лежащие только с одной стороны от приемника.

Следует отметить, что собственное акустическое излучение организма слабое, а из-за поглощения среды оно быстро затухает на высоких частотах. При этом в практических медицинских приложениях требуется фиксировать его изменения при нагреве порядка единицы или даже десятых долей градуса [5]. В настоящее время развиваются интенсиометрический [1, 5, 6] и корреляционный [7–13] методы регистрации термоакустического излучения. Подробно вопросы корреляционного приема термоакустического излучения обсуждаются также в монографии [14]. В представляемой работе для каждого из этих двух методов определена их чувствительность при исследовании плоских слоев, а также экспериментально показана возможность отслеживать изменение температуры слоя во времени.

СХЕМА ИЗМЕРЕНИЙ И ОЦЕНКИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Рассматривается одномерная задача корреляционного приема термоакустического излучения от однородного поглощающего слоя с толщиной h, равномерно нагретого до температуры T. Ось OX, соответствующая одномерному пространству, имеет начало отсчета в середине слоя. В плоскости, перпендикулярной оси OX, размеры слоя предполагаются неограниченными. Поверхности двух плоских приемных гидрофонов расположены перпендикулярно оси OX; центры этих гидрофонов находятся вне слоя и имеют координаты $l_1 < -0.5h$ и $l_2 > 0.5h$. Волновое число вне слоя k_0 действительное, а внутри слоя $k + i\alpha$ — комплексное, что означает наличие поглощения в слое. Термоакустические источники $F(x)\exp(-i\omega t)$ расположены в каждой точке $|x| < 0.5h$ слоя. Сигналы, регистрируемые гидрофонами 1 и 2 от всех точек слоя без учета отражения волн от его границы, соответственно равны

$$p_1(l_1,t) = \exp\left[-i\omega t - ik_0(h/2 + l_1)\right]\times \int_{-h/2}^{h/2} F(x)\exp\left[ik(h/2 + x) - \alpha(h/2 + x)\right]dx, \tag{2}$$

$$p_2(l_2,t) = \exp\left[-i\omega t - ik_0(h/2 - l_2)\right]\times \int_{-h/2}^{h/2} F(x)\exp\left[ik(h/2 - x) - \alpha(h/2 - x)\right]dx. \tag{3}$$

Следует отметить, что здесь и ниже используется комплексное аналитическое представление сигналов. В эксперименте регистрируются действительные сигналы. Поэтому их следует предварительно дополнить до комплексных, например, с помощью преобразования Гильберта. Функция когерентности $\Gamma(\tau)$ сигналов (2) и (3) для временной задержки, равной $\tau_{layer} = k_0(l_2 + l_1)/\omega$, что соответствует фазированию на середину слоя, определяется как

$$\Gamma(\tau_{layer}) \equiv \left\langle p_1(l_1,t),\ p_2^*(l_2,t+\tau_{layer})\right\rangle = I_F\exp(-\alpha h)\frac{\sin(kh)}{k}, \tag{4}$$

где звездочкой обозначено комплексное сопряжение, а операция $\langle\cdot\rangle$ означает усреднение по множеству реализаций случайного процесса во времени. Множитель $I_F = 2q\alpha T$, как и в (1), определяет линейную плотность мощности термоакустических источников и связан с их функцией пространственной когерентности $\Gamma_{FF}(x_1,x_2)$ как $\Gamma_{FF}(x_1,x_2) \equiv \langle F(x_1)F^*(x_2)\rangle = I_F\delta(x_1 - x_2)$. Множитель $\exp(-\alpha h)$ связан с затуханием излучения в слое, а множитель $\sin(kh)/k$ определяет расфазировку, вызванную различием акустических путей от разных точек слоя до гидрофонов. Одновременно с корреляционной функцией можно определить средний квадрат акустического давления (пропорциональный мощности термоакустического излучения), регистрируемого фиксированным гидрофоном:

$$P_{layer} \equiv \left\langle\left[\operatorname{Re} p_1(l_1,t)\right]^2\right\rangle = \frac{1}{2}\left\langle\left|p_1(l_1,t)\right|^2\right\rangle = I_F\frac{1-\exp(-2\alpha h)}{4\alpha}. \tag{5}$$

В отличие от функции когерентности (4) величина P_{layer} монотонно растет с ростом толщины слоя и при $h \to \infty$ достигает предельного значения, равного $P_{inf} = I_F/(4\alpha) = qT/2$, что с точностью до размерностного коэффициента $q/2$ совпадает с температурой слоя.

В реальном эксперименте присутствует фоновое термоакустическое излучение (создаваемое в каждой точке как слоем, так и, например, стенками кюветы) с температурой T_{bg}. Для учета влияния рассеянного слоем фонового поля на функцию когерентности (4), следует положить мощность источников в слое равной [11]:

$$I_F \equiv I_{corr} = 2q\alpha(T - T_{bg}). \tag{6}$$

Излучение стенок попадает на каждый из преобразователей с одной его стороны непосредственно, а с другой стороны — пройдя слой и ослабнув в $\exp(-2\alpha h)$ раз. Поэтому суммарный средний квадрат акустического давления равен

$$P_{sum} = P_{layer} + \frac{qT_{bg}}{2} + \frac{qT_{bg}}{2}\exp(-2\alpha h) = \frac{q(T_{bg}+T)}{2} + \frac{q(T_{bg}-T)}{2}\exp(-2\alpha h). \tag{7}$$

При $h \to 0$ или при $T = T_{bg}$, когда температура в системе постоянна, из (7) следует, что $P_{sum} = qT_{bg}$.

Для оценки чувствительности интенсиометрического и корреляционного методов ниже используется аппарат проверки статистических гипотез. Пусть в эксперименте проводится $N \gg 1$ независимых измерений акустического давления $p_i(t_n)$, где $i = 1;2$ — номер гидрофона и t_n — дискретный момент времени n-го измерения. Значения $p_i(t_n)$ можно считать независимыми, если каждый промежуток времени $t_{n+1} - t_n$ превышает ширину автокорреляционной функции сигнала τ_{corr}, которую, в свою очередь, можно оценить по ширине спектра Δf регистрируемого сигнала: $\tau_{corr} \cong 1/\Delta f$. Если общее время съема данных равно $\mathcal{T}_0$, то $N \cong \mathcal{T}_0 \Delta f$.

Выдвигается нулевая гипотеза H_0, в рамках которой температура слоя T полагается равной T_{bg}. Альтернатива H_1 предполагает, что температура слоя отлична от T_{bg}. Уровень значимости γ (т.е. допустимая вероятность отвергнуть гипотезу H_0, когда на самом деле она верна) для определенности устанавливается равным 0.05. Под предельной чувствительностью каждого метода будет подразумеваться такое минимальное изменение температуры слоя (контраст) $\Delta T = |T - T_{bg}|$, при котором в отсутствие помех гипотеза H_0 будет отвергнута.

При интенсиометрическом методе вычисляется средний квадрат акустического давления $P_N = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(\operatorname{Re} p_1(t_n)\right)^2$ на одном из гидрофонов. Если справедлива гипотеза H_0, то величины $\operatorname{Re} p_1(t_n)$ имеют нормальное распределение $\operatorname{Re} p_1(t_n) \sim \mathcal{N}(0, qT_{bg})$ со средним значением 0 и дисперсией qT_{bg}, которая определяется выражением (7) при $T = T_{bg}$. Тогда величина $P_N N/(qT_{bg})$ имеет распределение χ^2 [15]: $P_N N/(qT_{bg}) \sim \chi^2(N)$. С учетом того, что количество измерений в термоакустических экспериментах, как правило, велико ($N \gg 1$), можно с большой точностью заменить это распределение нормальным: $\chi^2(N) \to \mathcal{N}(N, 2N)$. Тогда $\sqrt{\frac{N}{2}}\left(\frac{P_N}{qT_{bg}} - 1\right) \sim \mathcal{N}(0,1)$. Гипотеза H_0 не отвергается на уровне значимости γ, если

$$\sqrt{\frac{N}{2}}\left|\frac{P_N}{qT_{bg}} - 1\right| < z_{1-\gamma/2}, \tag{8}$$

где $z_{1-\gamma/2}$ — квантиль уровня $1 - \gamma/2$ стандартного нормального распределения.

При корреляционном подходе вычисляется коэффициент корреляции

$$r_N(\tau_{layer}) = \frac{\operatorname{Re}\sum_{n=1}^{N} p_1(t_n) p_2^*(t_n + \tau_{layer})}{\sqrt{\sum_{n=1}^{N}|p_1(t_n)|^2 \sum_{n=1}^{N}|p_2(t_n + \tau_{layer})|^2}} \approx \frac{\operatorname{Re}\sum_{n=1}^{N} p_1(t_n) p_2^*(t_n + \tau_{layer})}{\sum_{n=1}^{N}|p_1(t_n)|^2}.$$

Величина $r_N(\tau_{layer})\sqrt{\frac{N-2}{1 - \{r_N(\tau_{layer})\}^2}}$ при выполненной гипотезе H_0 имеет распределение Стьюдента [15], которое при большом N стремится к стандартному нормальному распределению $\mathcal{N}(0,1)$. С учетом этого, а также с учетом того обстоятельства, что обычно коэффициент корреляции небольшой, т.е. $|r_N(\tau_{layer})| \ll 1$, получается $r_N(\tau_{layer})\sqrt{N} \sim \mathcal{N}(0,1)$. Тогда гипотеза H_0 не отвергается на уровне значимости γ, если

$$|r_N(\tau_{layer})|\sqrt{N} < z_{1-\gamma/2}. \tag{9}$$

Для оценки предельной чувствительности ΔT каждого метода в выражениях (8) и (9) вместо экспериментально измеряемых величин P_N и $r_N(\tau_{layer})$ нужно взять их оценки, полученные, соответственно, на основе (7) и (4) с учетом (6) при $T = T_{bg} + \Delta T$, где $\Delta T \ll T_{bg}$:

$$P_N \cong P_{sum} = qT_{bg} + \frac{q\Delta T}{2}\left[1 - \exp(-2\alpha h)\right];$$
$$r_N(\tau_{layer}) \cong \frac{\Gamma(\tau_{layer})}{2P_{sum}} \approx \frac{\Delta T}{T_{bg}}\alpha\exp(-\alpha h)\frac{\sin(kh)}{k}.$$

Тогда, в итоге, из выражений (8) и (9) получается оценка для чувствительности ΔT_P интенсиометрического метода и чувствительности ΔT_{corr} корреляционного метода:

$$\frac{\Delta T_P}{T_{bg}} = \frac{z_{1-\gamma/2}}{\sqrt{N}}\frac{2\sqrt{2}}{1 - \exp(-2\alpha h)};$$
$$\frac{\Delta T_{corr}}{T_{bg}} = \frac{z_{1-\gamma/2}}{\sqrt{N}}\frac{1}{\alpha\exp(-\alpha h)\frac{\sin(kh)}{k}}. \tag{10}$$

Если слой толстый, т.е. $h \to \infty$, то из (10) следует: $\Delta T_P \to T_{bg} z_{1-\gamma/2} 2\sqrt{2/N}$ и $\Delta T_{corr} \to \infty$. Таким образом, описанная схема корреляционных измерений в этом случае не работает. В то же время интенсиометрический метод дает хорошие результаты. Например, для параметров $\Delta f = 200$ кГц, $\mathcal{T}_0 = 1$ с и $T_{bg} \approx 300$ K, которые соответствуют экспериментам, проведенным в настоящей работе, с учетом $z_{1-\gamma/2} \approx 1.960$ при $\gamma = 0.05$ получается $\Delta T_P \approx 3.7$ K. Для тонкого слоя, когда $h \to 0$, из (10) следует $\Delta T_P \to T_{bg} z_{1-\gamma/2} (\alpha h)^{-1} \sqrt{2/N}$ и $\Delta T_{corr} \to T_{bg} z_{1-\gamma/2} (\alpha h)^{-1} \sqrt{1/N} = \Delta T_P / \sqrt{2}$. Это означает, что корреляционный метод в этом случае более предпочтителен. Такое преимущество корреляционного метода, возникающее при рассмотрении объектов малого размера, можно усилить применением предварительной фокусировки полей [12, 14]. В общем случае, в многоканальных корреляционных системах акустической термотомографии роль толщины h играет характерный размер элемента разрешения [14]. Для слоя резины, который был использован в корреляционных экспериментах в представляемой работе (см. ниже; $\alpha = 250$ м$^{-1}$ и $h = 0.45$ мм), из (10) получается $\Delta T_{corr} = 26$ K и $\Delta T_P = 18$ K, т.е. чувствительность корреляционного метода немного хуже, чем интенсиометрического.

Следует отметить, что сделанные оценки исходят из предположения отсутствия дополнительных помех, например, электрических шумов усилителей. Наличие таких шумов ухудшает чувствительность устройства.

РЕГИСТРАЦИЯ ТЕРМОАКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Приемные гидрофоны обладали чувствительностью K_{hyd}, которая достигала максимума ≈ 35 мкВ $\cdot$ Па$^{-1}$ на центральной частоте $f_0 = 1$ МГц. Их полоса пропускания составляла $\Delta f \approx 200$ кГц. Сигналы с них усиливались и оцифровывались, после чего к каждому из них последовательно применялись прямоугольный фильтр с полосой частот 0.5–1.2 МГц и фильтр винеровского типа, способ построения частотной характеристики которого обсуждается ниже.

После применения прямоугольного фильтра сигнал включал в себя как широкополосную акустическую часть, так и широкополосную наводку. Для их разделения проводился следующий эксперимент. Два гидрофона, направленные друг на друга, находились в кювете, заполненной водой. Присутствующее в среде акустическое излучение формировало в выборочной функции взаимной когерентности выходных сигналов $W(\tau)$ максимумы при временных задержках $\tau_\pm = \pm l/c_0$, где $l = |l_1 - l_2|$ – расстояние между гидрофонами. Физические аспекты возникновения этих максимумов обсуждались в [16]. Максимум при времени задержки $\tau_0 = 0$ соответствует электромагнитным помехам, которые приходят на оба гидрофона одновременно. Тогда, используя тот факт, что максимумы при временных задержках $\tau_\pm$ соответствуют принятым акустическим сигналам, можно оценить их спектры мощности и построить фильтр винеровского типа для максимального подавления помех неакустической природы. С этой целью вводится оконная функция

$$g(\tau) = \begin{cases} 1; & \tau \in [\tau_\pm - \tau_{corr}/2;\ \ \tau_\pm + \tau_{corr}/2]; \\ 0; & \tau \notin [\tau_\pm - \tau_{corr}/2;\ \ \tau_\pm + \tau_{corr}/2], \end{cases} \tag{11}$$

где $\tau_{corr} \cong 1/\Delta f$ – ширина корреляционного пика, соответствующая максимуму $W(\tau)$. С помощью функции $g(\tau)$ можно выделить часть выборочной функции когерентности $W_{sig}(\tau) = W(\tau)g(\tau)$, которую формируют в основном акустические сигналы, и часть $W_{interf}(\tau) = W(\tau)[1 - g(\tau)]$, которая соответствует помехе. Тогда, применяя преобразование Фурье к этим двум частям функции когерентности, с использованием теоремы Винера–Хинчина можно определить спектры мощности акустических сигналов $\tilde{W}_{sig}(\omega)$ и помехи $\tilde{W}_{interf}(\omega)$, соответственно. Это позволяет построить фильтр винеровского типа с характеристикой $\Omega(\omega) = \tilde{W}_{sig}(\omega) / [\tilde{W}_{sig}(\omega) + \tilde{W}_{interf}(\omega)]$.

Применение такого фильтра существенно уменьшает влияние помех. Например, в проведенных экспериментах отмечалось уменьшение амплитуды центрального корреляционного максимума $W(\tau_0)$ примерно на порядок. Следует обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, процедура построения описанного фильтра не требует априорной информации о системе, т.е. она универсальна. Во-вторых, так как и термоакустическое излучение в рабочей полосе частот, и помеха близки по свойствам к белому шуму, то характеристика фильтра $\Omega(\omega)$ пропорциональна АЧХ приемной системы. Однако при этом построенный фильтр $\Omega(\omega)$ не несет информации об абсолютной чувствительности приемного устройства. На рис. 1 характеристика $\Omega(\omega)$, умноженная на максимальное значение чувствительности гидрофонов K_{hyd}, представлена вместе с данными взаимной градуировки двух гидрофонов. Видно, что кривые совпадают с большой точностью. Это дает возможность в будущем использовать термоакустическое излучение для проведения таких градуировок, если другие способы оказываются по какой-то причине сложнее.

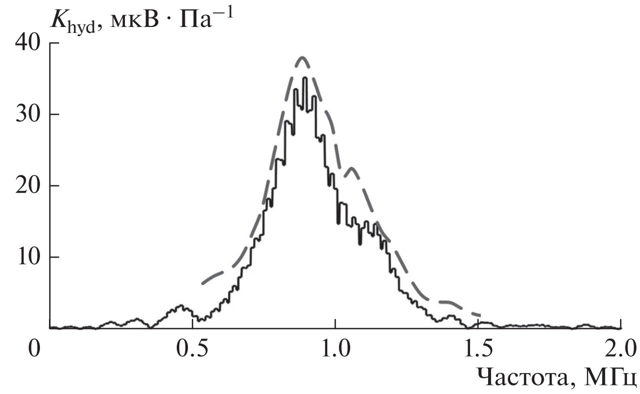

Рис. 1. Взаимная АЧХ двух гидрофонов, полученная в результате градуировки (пунктирная линия) и нормированная АЧХ, полученная в корреляционном эксперименте (сплошная линия).

ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ИНТЕНСИОМЕТРИЧЕСКИМ И КОРРЕЛЯЦИОННЫМ МЕТОДАМИ

В ходе интенсиометрического эксперимента единственный приемный гидрофон располагался в кювете с водой комнатной температуры. Слой резины с большой толщиной $h = 4$ см устанавливался в акустически прозрачный стакан и размещался рядом с гидрофоном. В стакан наливался кипяток, благодаря чему мощность регистрируемого термоакустического излучения возрастала. Для независимого контроля температура воды в стакане, совпадающая с температурой поверхности слоя, измерялась термопарой.

Приращение мощности сигнала, вызванное нагревом резины, достигало 2% и, в соответствии с предварительной градуировкой, пересчитывалось в температурный контраст $\Delta T = |T - T_0|$. В течение эксперимента температура воды в стакане и, следовательно, температура резины уменьшалась, что приводило к постепенному уменьшению мощности сигнала. При этом температура воды в кювете практически не изменялась. Измерения температурного контраста ΔT интенсиометрически и с помощью термопары (рис. 2) согласуются между собой и имеют вид убывающей экспоненты, что соответствует процессу остывания. Хорошее совпадение позволяет говорить о возможности динамического измерения температуры интенсиометрическим методом. Следует отметить, что подобные эксперименты ранее проводились и другими группами исследователей [5, 6].

Корреляционные эксперименты проводились с участием двух гидрофонов. В первом эксперименте между гидрофонами устанавливался слой поглощающей резины толщиной $h = 0.45$ мм (что составляет около одной трети характерной длины волны), нагретый на $\Delta T = 60$ K. Рабочие поверхности гидрофонов находились в точках с координатами $l_1 = -10$ см и $l_2 = 5$ см. Действительная часть выборочной функции взаимной когерентности сигналов, измеренных в этом эксперименте (общее время накопления составляло $\mathcal{T}_0 = 50$ с), приведена на рис. 3. На ней можно выделить четыре максимума, обозначенных цифрами. Максимум 2 при временной задержке $\tau_{layer} = (l_1 + l_2)/c_0 = -36$ мкс вызван термоакустическим излучением от нагретого объекта. Максимумы 1 и 4 соот-

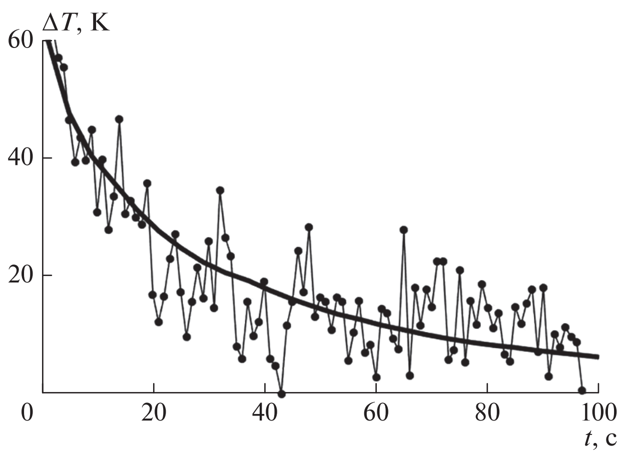

Рис 2. Зависимость контраста температуры ΔT модельного объекта от времени, измеренная различными способами. Толстой линией показаны данные термопары. Каждая точка соответствует интенсиометрическому измерению длительностью 1 с; для наглядности точки соединены тонкой линией.

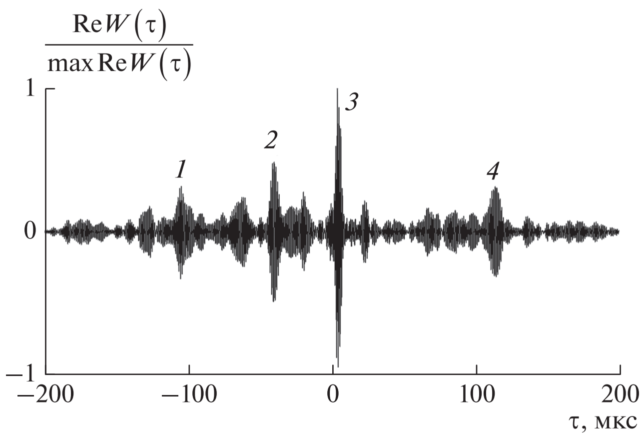

Рис. 3. Действительная часть выборочной функции взаимной когерентности сигналов при наличии нагретого объекта, нормированная на свое максимальное значение. Цифрами *1* и *4* отмечены боковые корреляционные максимумы; *2* — максимум, соответствующий нагретому объекту; *3* — максимум, вызванный наводками.

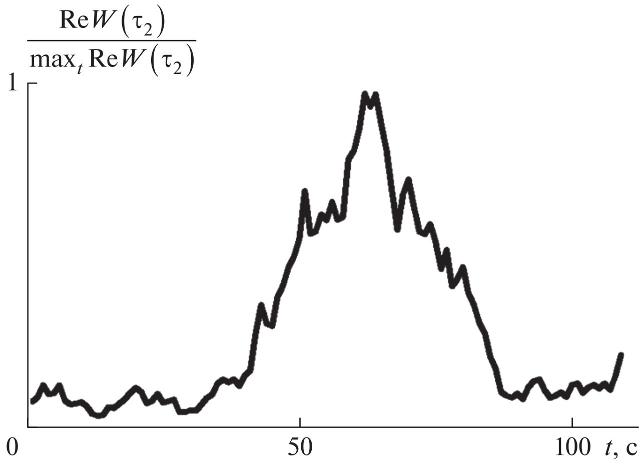

Рис. 4. Зависимость амплитуды максимума 2, соответствующего временной задержке τ_{layer}, от начала временного интервала $[t; t + \Delta t]$; эта зависимость нормирована на свое максимальное значение.

ветствуют суммарной временной задержке $\tau_{\pm} = \pm l/c_0 = \pm 10^{-4}$ с [16]. Если повернуть гидрофоны на небольшой угол, т.е. сделать их не строго параллельными, величину этих максимумов удается существенно снизить. Максимум 3 при $\tau_0 = 0$ соответствует электромагнитной наводке, приходящей на оба гидрофона синфазно.

Для анализа динамики изменения температуры объекта был проведен второй эксперимент. Положение гидрофонов при этом не менялось, а слой резины, нагретый на $\Delta T = 60$ K, помещался между ними в момент времени $t_0 = 50$ с после начала измерений. В отличие от предыдущего эксперимента, температура слоя не поддерживалась постоянной, и с течением времени он остывал до комнатной температуры. Общее время регистрации сигналов составило 145 с. Корреляционная обработка записанных данных велась с помощью скользящего временного окна шириной $\Delta t = 25$ с. При этом для каждого момента времени t в пределах 0–120 с строились временные интервалы $[t; t + \Delta t]$, на которых осуществлялось вычисление и последующее усреднение выборочных функций взаимной когерентности. На графике (рис. 4) изображена зависимость амплитуды максимума 2, соответствующего временной задержке τ_{layer}, от начала временного интервала t, нормированная на свое максимальное значение. Из-за примененного скользящего окна рост этого максимума начинается не в момент $t = t_0$, а раньше, при $t = t_0 - \Delta t$. Наибольшее его значение достигается при $t = 60$ с. С течением времени величина максимума уменьшается, что соответствует охлаждению объекта. Таким образом, экспериментально показана возможность отслеживать динамику температуры модельного объекта методом корреляционной акустотермометрии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, продемонстрирована возможность оценки температуры модельного объекта интенсиометрическим и корреляционным методами как в стационарном случае, так и в виде функции времени. Предложен способ определения относительной АЧХ системы из двух гидрофонов с помощью регистрируемого ими термоакустического излучения. Выполнены теоретические оценки предельной чувствительности по температуре каждого из методов для слоев разной толщины. Интенсиометрический метод обладает лучшей чувствительностью, если слой имеет большую толщину, в отличие от случая тонкого слоя, для которого чувствительность корреляционного метода выше. Это является следствием более высокой пространственной разрешающей способности корреляционного метода. Если использовать этот метод в сочетании с фокусировкой [13, 17], можно ожидать сохранения данного преимущества с одновременным ростом чувствительности по температуре.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 21-32-70003).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Мансфельд А.Д.* // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 4-5. С. 546; *Mansfel'd A.D.* // Acoust. Phys. 2009. V. 55. No. 4–5. P. 556.
2. *Barabanenkov Y.N., Passechnick V.I.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. No. 1. P. 65.
3. *Бабий В.И.* // Сб. Мор. гидрофиз. исслед. 1974. Т. 65. № 2. С. 189.
4. *Mellen R.H.* // J. Acoust. Soc. Amer. 1952. V. 24. No. 5. P. 478.
5. *Аносов А.А., Ерофеев А.В., Мансфельд А.Д.* // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 4. С. 551; *Anosov A.A., Erofeeva A.V., Mansfel'd A.D.* // Acoust. Phys. 2019. V. 65. No. 4. P. 460.
6. *Аносов А.А., Казанский А.С., Мансфельд А.Д. и др.* // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 259; *Anosov A.A., Kazanskii A.S, Mansfel'd A.D. et al.* // Acoust. Phys. 2016. V. 62. No. 2. P. 255.
7. *Барабаненков Ю.Н., Пасечник В.И.* // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 4. С. 563; *Barabanenkov Yu.N., Pasechnik V.I.* // Acoust. Phys. 1995. V. 41. No. 4. P. 494.
8. *Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. № 5. С. 196.
9. *Аносов А.А., Антонов М.А., Пасечник В.И.* // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 1. С. 28; *Anosov A.A., Antonov M.A., Pasechnik V.I* // Acoust. Phys. 2000. V. 46. No. 1. P. 21.
10. *Буров В.А., Дариалашвили П.И., Евтухов С.Н. и др.* // Акуст. журн. 2004. Т. 50. № 3. С. 298; *Burov V.A.,*

Darialashvili P.I., Evtukhov S.N. et al. // Acoust. Phys. 2004. V. 50. No. 3. P. 243.

11. *Буров В.А., Дариалашвили П.И., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 4. С. 474; *Burov V.A., Darialashvili P.I., Rumyantseva O.D.* // Acoust. Phys. 2002. V. 48. No. 4. P. 412.
12. *Буров В.А., Румянцева О.Д., Дмитриев К.В.* // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 591; *Burov V.A., Rumyantseva O.D., Dmitriev K.V.* // Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 5. P. 590.
13. *Буров В.А., Дмитриев К.В., Румянцева О.Д. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. № 1. С. 70; *Burov V.A., Dmitriev K.V., Rumyantseva O.D. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2019. V. 83. No. 1. P. 59.
14. *Буров В.А., Румянцева О.Д.* Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. 1. Обратные задачи излучения в акустике. М.: ЛЕНАНД, 2017, 2021. 384 с.
15. *Ивченко Г.И., Медведев Ю.И.* Введение в математическую статистику. М.: Издательство ЛКИ, 2010. 600 с.
16. *Миргородский В.И., Герасимов В.В., Пешин С.В.* // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 6. С. 998; *Mirgorodskiy V.I., Gerasimov V.V., Peshin S.V.* // Acoust. Phys. 2008. V. 54. No. 6. P. 869.
17. *Буров В.А., Дмитриев К.В., Логинов С.В. и др.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 10. С. 1413; *Burov V.A., Dmitriev K.V., Loginov S.V. et al.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 10. P. 1257.

The reconstruction of dynamic change of object temperature by acoustic thermo-tomography methods

S. A. Yurchenko[a], K. V. Dmitriev[a, *]

[a] *Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: kdmitrie@lanat.ru*

The correlation scheme of passive acoustic thermo-tomography is experimentally implemented. A dynamic change in the temperature of the model object is determined for the correlation scheme with two receivers. The mutual relative frequency response of the receivers was measured based on the obtained thermoacoustic signal in the same experiment. Estimates of the temperature resolution of the intensiometric and correlation schemes for a layer of finite thickness are given.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 135–141

УДК 534.2:517.4

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ОБРАБОТКА АНИЗОТРОПНОГО АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА, ПРИСУТСТВУЮЩЕГО В ПОКРЫТОМ ЛЬДОМ ВОДОЕМЕ

К. В. Дмитриев*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова", физический факультет, Москва, Россия

**E-mail: kdmitrie@lanat.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Обсуждаются результаты натурных экспериментов, в которых с помощью метода шумовой интерферометрии исследуется акустическое поле в покрытом льдом мелком водоеме. Для приема использовалась система гидрофонов, а источниками сигналов служили как звуки удара по льду, так и шумы, присутствующие в водоеме.

DOI: 10.31857/S0367676522010082

ВВЕДЕНИЕ

Задача мониторинга акваторий находит свое практическое приложение как в вопросах изучения и прогнозирования изменений климата, так и применительно к геологоразведке. Для арктического региона, покрытого льдом, подход, основанный на контактных методах, например, на использовании автономных глайдеров, оказывается невозможным. В этом случае акустические методы томографического типа являются предпочтительными. Однако "классическая" томография, основанная на активном излучении сигналов и их регистрации, в гидроакустических приложениях оказывается очень дорогой, в основном из-за сложностей с созданием и питанием мощных излучателей. От этого недостатка свободен метод шумовой интерферометрии, который основан на приеме уже присутствующих в водоеме шумов и их корреляционной обработке. В настоящее время этот метод находит свое применение в гидроакустике [1–3], геоакустике [4], а также, с некоторыми модификациями, в ультразвуковой диагностике [5].

В настоящей работе приведены результаты натурных экспериментов на карьере Сима и на реке Грязеве в Московской области, где исследовалось акустическое поле в покрытом льдом мелком водоеме. Транспортная доступность водоемов позволяет существенно снизить затраты на проведение измерений. Прием сигналов велся как с использованием одиночных гидрофонов (в экспериментах с активным источником), так и на перекрестных трассах с помощью системы гидрофонов в условиях анизотропной шумовой обстановки. Особенностью упомянутых водоемов является их малая глубина, что позволяет исследовать их непосредственно контактными методами. При этом, с одной стороны, сравнение полученных данных с результатами обработки акустических сигналов позволяет делать вывод о работоспособности на практике методов, основанных на корреляционной обработке акустического поля. С другой стороны, выявляются и анализируются некоторые трудности, связанные с анизотропией и нестационарностью регистрируемых сигналов.

СТРУКТУРА ПОЛЯ, СОЗДАВАЕМОГО АКТИВНЫМ ИСТОЧНИКОМ

В покрытом льдом мелком водоеме создается довольно сложная структура акустического поля. На расстояниях от источника звука, значительно превышающих глубину водоема, можно ожидать разделения вкладов от разных типов волн и мод. В дальнейшем эту информацию можно использовать при анализе поля вблизи источника, где все компоненты интерферируют друг с другом и, кроме того, с нераспространяющимся полем источника.

Распространение волн в покрытом льдом водоеме обсуждалось в [6, 7], где рассматривалась модель льда в виде пластины, плавающей на бесконечно глубокой воде. В более поздней работе [8] дополнительно учитывается влияние воздуха. Многие аспекты распространения звука в водоемах при наличии льда затрагиваются в монографии [9]. Особенностью водоемов, где проводились измерения, является то, что за счет процессов разложения на дне образуется слой, богатый пузырьками воздуха. В итоге в этих условиях дно ведет себя как акустически мягкая граница [10].

Для получения дисперсионного соотношения используется простая двуслойная модель. Система координат выбирается так, что ось x направлена горизонтально, а ось z — вертикально вверх, причем начало отсчета выбирается на дне водоема. Толщины слоев воды и льда равны, соответственно, H и h. Плотности воды и льда полагаются равными ρ_0 и ρ. Скорость звука в воде составляет c_0, а для льда задаются упругие параметры: модуль Юнга E и коэффициент Пуассона ν. Временная зависимость полей выбирается в виде $\sim\exp(-i\omega t)$. Тогда уравнения, описывающие волновой процесс, имеют вид [9]

$$D\nabla^4 u(x) - \rho h\omega^2 u(x) + \rho_0 g u(x) = i\omega\rho_0\varphi(x,H);$$
$$\nabla^2\varphi(x,z) + \frac{\omega^2}{c_0^2}\varphi(x,z) = 0; \tag{1}$$
$$\varphi(x,0) = 0;\quad -i\omega u(x) = \left.\frac{\partial\varphi(x,z)}{\partial z}\right|_{z=H},$$

где $\varphi(x,z)$ — потенциал акустического поля в водном слое; $D = \dfrac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$ и $u(x)$ — цилиндрическая жесткость и вертикальное смещение ледяного слоя, соответственно; g — ускорение свободного падения. Первое из уравнений (1) описывает колебания ледяного слоя как целого; второе уравнение — это уравнение Гельмгольца в воде; третье и четвертое уравнения задают условия на дне и на границе между водой и льдом. Решение (1) можно искать в виде $\varphi(x,z) = \varphi_0\exp(ik_x x)\sin(k_z z)$; $u(x) = u_0\exp(ik_x x)$, где k_x и k_z — горизонтальная и вертикальная компоненты волнового вектора в водной среде, соответственно; $k_x^2 + k_z^2 = \omega^2/c_0^2$. Это приводит к дисперсионному соотношению в виде

$$\omega^2 = \frac{Dk_x^4 + \rho_0 g}{\rho h + \dfrac{\rho_0}{k_z}\operatorname{tg}(k_z H)};\quad k_z = \sqrt{\omega^2/c_0^2 - k_x^2}. \tag{2}$$

Подобные выражения для другого типа дна получены и использовались, например, в [9, 11]. Однако, в них, по-видимому, содержится неточность, поскольку из-за одинаковых обозначений полагается, что вертикальная компонента волнового вектора k_z равна горизонтальной k_x. В [12] для вертикальной компоненты выбрано иное обозначение, благодаря чему эта неточность устраняется.

Дисперсионное соотношение (2) имеет много решений. Часть из них, для которых компонента k_z действительная, можно интерпретировать как моды водного слоя. Если k_z мнимая, то поле существует лишь вблизи ледового слоя, а значит, соответствующее решение описывает изгибную волну во льду. Следует отметить также что уравнение (2) представляет собой некоторое приближение, которое не учитывает ни наличие воздуха, ни "тонкую структуру" дна водоема.

В рамках настоящего исследования для того, чтобы получить представление о структуре акустического поля в реальных условиях, вначале были проведены измерения по схеме, близкой к описанной в [11]. Было проведено две серии измерений. В первом случае в качестве водоема был выбран карьер Сима, где до этого на протяжении нескольких лет автором проводились эксперименты [10]. Особенностью карьера Сима является значительная удаленность от источников шума и отсутствие течений, поэтому этот водоем обладает низкими собственными шумами, и использовать его в качестве объекта исследований для задач шумовой интерферометрии не получается. Поэтому была проведена вторая серия измерений на участке реки Грязевы, который представлял собой запруду перед небольшой плотиной. Длина запруды составляла порядка 500 м, а ширина варьировалась от 50 до 100 м. Над плотиной проходила автомобильная дорога, и, таким образом, предполагалось наличие анизотропного шумового поля. Это поле обладает низкой интенсивностью, и поэтому не сказывается на измерениях с активным источником звука. Между измерениями в условиях двух описанных водоемов прошло около 10 дней, что сказалось на погоде и толщине льда.

Эксперимент на карьере Сима осуществлялся при толщине льда $h = 0.15$ м и глубине водного слоя $H = 1$ м. Во время эксперимента на реке Грязеве толщина льда составила уже $h = 0.26$ м, над ним лежал снежный покров толщиной примерно 5 см, а глубина водного слоя была $H = 1.9$ м. В обоих случаях запись велась синхронно на гидрофон, расположенный в середине водного слоя и на микрофон, находящийся в воздухе. Расстояние от источника до точки приема составляло 100 м. Типичные осциллограммы принятых сигналов приведены на рис. 1.

Источником звука были короткие удары по льду. Сигналы, записанные в водном слое, имеют сложную структуру, отдельные компоненты которой визуально разделяются и обозначены на рис. 1 буквами A, B, C, D. Чтобы установить соответствие каждой компоненты определенному типу волн, выполнялось вейвлет-преобразование, которое, позволяет в данных условиях коротких импульсных сигналов получить лучшее разрешение на низких частотах по сравнению с оконным преобразованием Фурье. Для этого использовался обобщенный вейвлет Морсе с параметрами

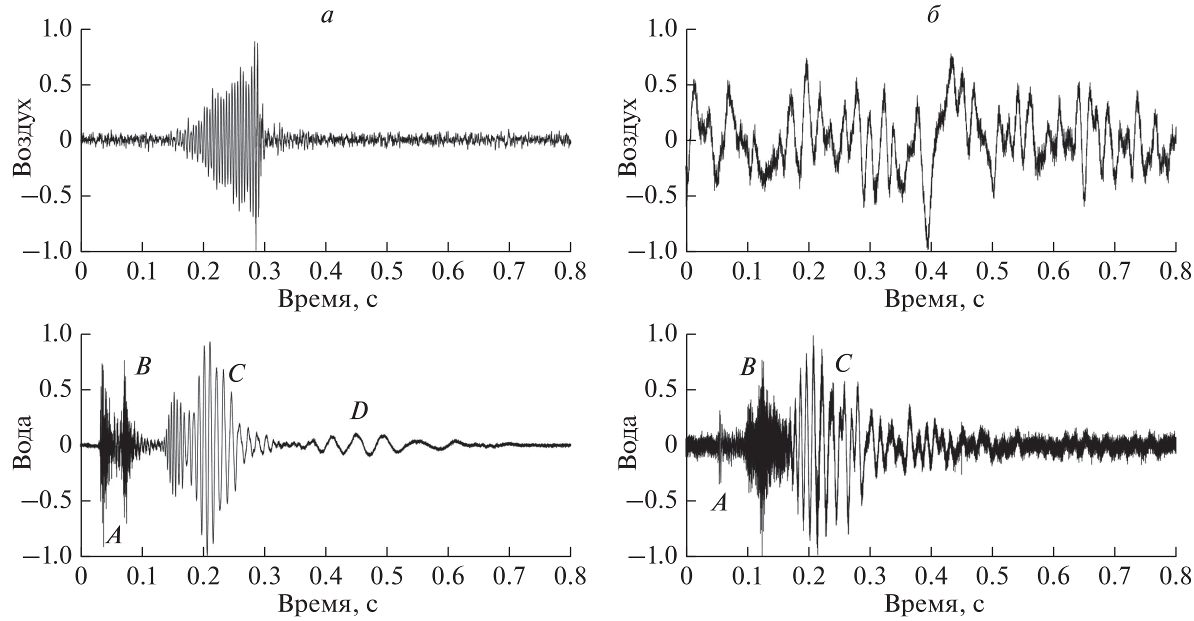

Рис. 1. Осциллограммы типичных сигналов, полученные в ходе экспериментов на карьере Сима (*а*) и на реке Грязеве (*б*). Осциллограммы сверху соответствуют сигналам, зарегистрированным в воздухе, а снизу – в воде. Каждая осциллограмма нормирована на максимум своей амплитуды. Буквами обозначены компоненты сигнала, соответствующие "быстрой" волне (A), волне в водном слое (B), изгибной волне во льду (C, D).

симметрии $\gamma = 3$ и компактности $\beta = 20$. Переход от параметра масштаба вейвлет-преобразования a к более удобной частоте осуществлялся с помощью соотношения $f = f_\psi / a$, где f_ψ – центральная частота вейвлета. Указанные параметры используются в функции cwt пакета Matlab по умолчанию. Число голосов на октаву устанавливалось равным 48. Результат вейвлет-преобразования представлен на рис. 2. Теоретические зависимости групповой скорости изгибной моды, рассчитанные численно согласно (2) для соответствующих толщин льда, хорошо соотносятся с данными экспериментов и позволяют идентифицировать компоненты C и D именно как изгибные колебания.

Для частот, отмеченных пунктирной линией, фазовая скорость изгибной волны во льду совпадает со скоростью звука в воздухе, а групповая скорость превышает это значение. Это приводит к излучению звука в воздух, что видно на рис. 1*а*. Нарастание амплитуды связано с последовательной регистрацией сигнала от участков льда, расположенных все ближе к источнику.

Для компонент, отмеченных на рис. 1 буквами A и B оценивалась их скорость распространения, которая составила на карьере Сима 2850 и 1350 м $\cdot$ с$^{-1}$, а на реке Грязеве – 1800 и 950 м $\cdot$ с$^{-1}$, соответственно. Спектр компоненты A ниже, чем у компоненты B примерно в 3–4 раза. В связи с этим можно предположить, что "быстрая" компонента A связана с распространением преимущественно в грунте водоема, а компонента B – в водном слое. В [11] отмечается схожая картина принимаемых сигналов, однако там авторы не обнаружили компоненту B.

Проведенное численное моделирование в среде COMSOL показало, что наиболее ранняя регистрируемая компонента сигнала распространяется со скоростью, совпадающей со скоростью продольной волны в грунте. Однако ее амплитуда может быть небольшой, и это может существенно исказить такую оценку параметров грунта.

Эксперимент на реке Грязеве проходил в ветреную погоду. Кроме того, наличие слоя снега препятствует эффективному излучению звука в воздух. В итоге, запись, сделанная в этом эксперименте в воздухе (рис. 1*б*, сверху) практически не содержит полезной информации.

ВОЗМОЖНОСТИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ОБРАБОТКИ ШУМОВ

Можно предположить, что собственное акустическое поле в водоеме создается статистически независимыми источниками шума. Пространственное распределение их мощности представимо в виде суммы постоянной величины и некоторой добавки. При этом именно добавка отвечает за анизотропию акустического излучения. В ходе обработки данных вычисляются взаимные

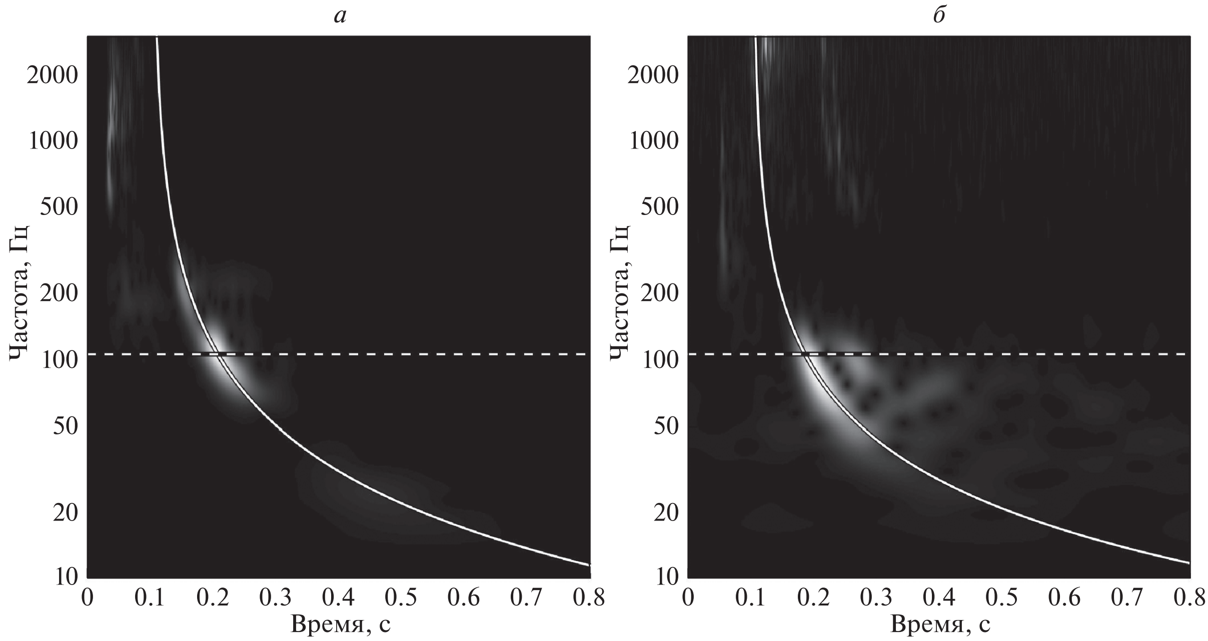

Рис. 2. Результат вейвлет-преобразования сигналов, записанных в воде в ходе экспериментов на карьере Сима (*а*) и на реке Грязеве (*б*). Светлые участки обозначают повышенной амплитуде спектральных компонент. Сплошная белая кривая соответствует теоретической зависимости регистрируемой мгновенной частоты от времени. Пунктирная линия обозначает частоту, на которой в каждом из случаев фазовая скорость изгибной волны во льду совпадает со скоростью звука в воздухе.

корреляционные функции $K_{ij}(\tau)$ сигналов между всеми парами имеющихся гидрофонов i и j, расположенными в точках $\vec{r}_i$ и $\vec{r}_j$, соответственно. Если шумовое поле изотропно, то каждая корреляционная функция $K_{ij}(\tau) \sim G(\vec{r}_i,\vec{r}_j) - G(\vec{r}_j,\vec{r}_i)$ пропорциональна разности функций Грина, соответствующих распространению сигнала из точки $\vec{r}_i$ в $\vec{r}_j$ и обратно [1]. Это позволяет использовать корреляции шумов для определения функций Грина, а следовательно, после решения обратной задачи рассеяния, и параметров водоема. Каждый дополнительный источник анизотропного поля, расположенный в точке $\vec{r}$, дает вклад в $K_{ij}(\tau)$ при значениях временного сдвига $\tau = \tau_n$; $|\vec{r} - \vec{r}_i| - |\vec{r} - \vec{r}_j| = \tau_n c_n$, где c_n – скорость распространения сигнала по n-му каналу. Многоканальное распространение может быть связано как с возбуждением нескольких мод водного слоя, так и с одновременным распространением звука в воздухе, во льду и в грунте водоема.

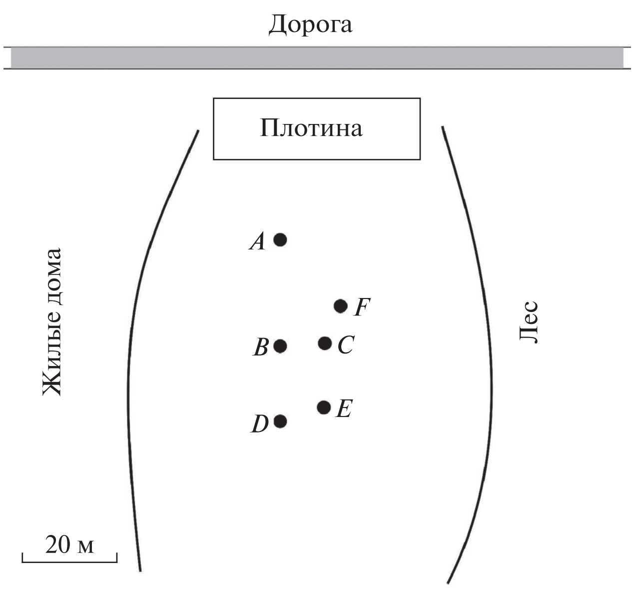

Рис. 3. Схема эксперимента на реке Грязеве. Гидрофоны располагались в точках A–E. Вблизи выбранного участка реки находилась плотина и дорога с автомобильным движением.

Эксперимент с распределенной системой гидрофонов проводился на том же участке реки Грязевы, где до этого осуществлялись измерения с активными источниками звука. Схема постановки гидрофонов приведена на рис. 3. Она включала в себя 6 синхронных приемных гидрофонов, обозначенных буквами A–E. Предполагалось, что это позволит осуществить прием сигналов на нескольких перекрестных трассах, включая как направление на автомобильную дорогу, так и перпендикулярное направление.

В результате обработки были получены корреляционные функции всех пар гидрофонов $K_{ij}(\tau)$. Сами по себе они малоинформативны из-за силь-

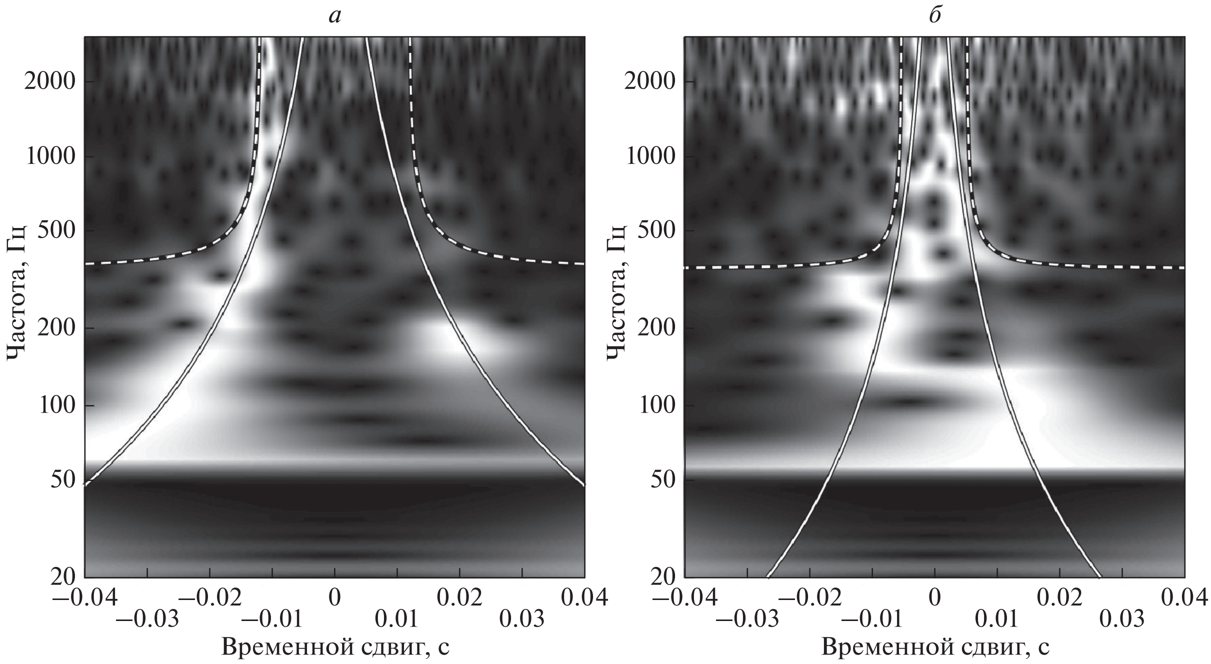

Рис. 4. Результаты вейвлет-преобразования корреляционных функций $K_{BD}(\tau)$ (*а*) и $K_{BC}(\tau)$ (*б*). Для увеличения контрастности на каждой частоте произведена нормировка на максимум. Светлые участки обозначают повышенной амплитуде спектральных компонент. Теоретически рассчитанная частотная зависимость времени распространения изгибной волны во льду отмечена белыми сплошными линиями, а первой моды водного слоя – пунктирными.

ной дисперсии и широкой полосы частот, в которой принимались сигналы. Поэтому, как и в случае активного источника, для их обработки применялось вейвлет-преобразование. Результаты этой процедуры представлены на рис. 4 для пары гидрофонов *BD* (*а*) и для пары гидрофонов *BC* (*б*). С помощью дисперсионного соотношения (2) численно определялись групповые скорости изгибной волны и первой моды колебаний водного слоя. Поскольку расстояния между гидрофонами известны, это позволяет определить частотные зависимости времени распространения сигнала между гидрофонами для изгибной волны во льду и для первой моды водного слоя. Эти зависимости также представлены на рис. 4. Так как сигнал может распространяться между гидрофонами в обоих направлениях, каждая кривая имеет две ветви, симметричные относительно линии $\tau = 0$. Результаты обработки позволяют сделать ряд утверждений.

Во-первых, использованная простая теоретическая модель достаточно точно описывает дисперсионные характеристики регистрируемых полей. Светлые участки на рис. 4, которые означают повышенную амплитуду спектральной компоненты в каждый рассматриваемый момент времени, лежат вблизи теоретических зависимостей. На частотах выше 300–400 Гц шумовое поле оказывается в основном представлено модами водного слоя. На более низких частотах эти волны являются нераспространяющимися, и преобладают изгибные колебания льда. Разрешение по времени падает при снижении частоты, благодаря чему изображение в нижней части становится более размазанным, но его соответствие с теорией в целом сохраняется. Это показывает возможность и обратной процедуры. На основе экспериментальных данных и модельного дисперсионного соотношения (например, заданного с помощью (2), либо более сложного) с помощью нелинейной регрессии определяется толщина водного и ледового слоев, уточняются упругие характеристики льда и граничное условие на дне водоема. Однако, чтобы этот метод был точным, зачастую требуется значительное время накопления сигнала.

Во-вторых, полученные результаты довольно сильно различаются для двух использованных пар гидрофонов. Так, для пары *BD* (рис. 4*а*) можно видеть, что амплитуда сигнала в области $\tau < 0$ существенно превосходит амплитуду сигнала в области $\tau > 0$ практически во всем диапазоне частот. Это означает, что сигнал распространяется преимущественно от точки *B* к точке *D*, и его источником может быть автомобильная дорога. Для пары *BC* (рис. 4*б*) такого явного преобладания не наблюдается. Это соотносится с геометрией эксперимента (рис. 3), где линия BC проходит параллельно дороге. Имеющиеся на ней источники шума в таком случае дают вклад в корреляционную функцию при значениях временного сдвига, лежащих между отмеченными на рис. 4*б* теоретическими зависимостями, и изображение становится менее “регулярным”.

В-третьих, можно заметить, что, несмотря на изложенную выше “общую” картину, ситуация более сложная. С изменением частоты максимум корреляционного отклика может перемещаться из области $\tau < 0$ в область $\tau > 0$ и обратно. Это означает, что помимо неравномерного углового распределения источников акустического поля необходимо учитывать и частотную зависимость этого распределения. Более того, наличие на рис. 4*а* максимума в области $\tau > 0$ означает прием сигнала от источника, расположенного с противоположной стороны от дороги. Эти обстоятельства потребовали более детального рассмотрения. В результате оказалось, что принятые акустические сигналы содержат наряду со стационарным шумом короткие и относительно редкие “всплески” достаточно большой амплитуды. Их индивидуальные спектры отличаются, но сосредоточены в диапазоне 800–3500 Гц. Регистрировались как одиночные “всплески”, так и группы, включающие до пяти таких сигналов. Вейвлет-анализ показал, что дисперсионная зависимость для “всплесков” может соответствовать возбуждению одной или двух мод водного слоя. По-видимому, природа таких “всплесков” связана с развитием во льду трещин, вызванных изменением погодных условий.

Импульсный характер “всплесков” позволяет легко выделить их и в дальнейшем осуществлять корреляционную обработку шума и “всплесков” раздельно. Получающиеся при этом результаты для двух таких типов сигналов сильно различаются.

Наличие трещин дает дополнительные возможности для проведения акустических исследований методом шумовой интерферометрии. С одной стороны, если трещин много, то они создают относительно изотропное шумовое поле, причем амплитуда этих сигналов высокая, а значит, можно сократить время накопления сигналов. С другой стороны, если трещины редкие, как было в проведенном эксперименте, то каждую из них можно рассматривать как отдельный источник звука. Тогда на первом этапе решается задача определения координат этого источника, а на втором этапе уточняется дисперсионная характеристика водоема. Это довольно сложная итерационная задача, и она требует отдельного рассмотрения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, экспериментально подтверждена возможность исследования модового состава акустического поля мелких водоемов с помощью пассивных методов, опирающихся на корреляционную обработку. Данные методы оказываются работоспособными в сложных условиях, когда наличие ледового покрова и дна оказывает существенное влияние и приводит к возникновению нескольких типов волн, что лежит несколько за пределами той постановки задачи [1], для которой они были изначально выведены.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы (проект № 21-32-70003).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 1. С. 51; *Burov V.A., Sergeev S.N., Shurup A.S.* // Acoust. Phys. 2008. V. 54. No. 1. P. 42.
2. *Гончаренко Б.И., Дмитриев К.В., Сергеев С.Н., Шуруп А.С.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 777.
3. *Тихоцкий С.А., Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С.* // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 107; *Tikhotskii S.A., Presnov D.A., Sobisevich A.L., Shurup A.S.* // Acoust. Phys. 2021. V. 67. No. 1. P. 91.
4. *Жостков Р.А., Преснов Д.А., Шуруп А.С., Собисевич А.Л.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 1. С. 72; *Zhostkov R.A., Presnov D.A., Shurup A.S., Sobisevich A.L.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 1. P. 64.
5. *Буров В.А., Дмитриев К.В., Румянцева О.Д.* // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 591; *Burov V.A., Rumyantseva O.D., Dmitriev K.V.* // Acoust. Phys. 2018. V. 64. No. 5. P. 590.
6. *Press F., Ewing M.* // Trans. Amer. Geophys. Union. 1951. V. 32. No. 5. P. 673.
7. *Sato Y.* // Bull. Earthq. Res. Inst. Univ. Tokyo. 1951. V. 29. P. 223.
8. *Press F., Ewing M.* // J. Appl. Phys. 1951. V. 22. P. 892.
9. *Хейсин Д.Е.* Динамика ледового покрова. Л.: Гидрометеоиздат, 1967, 215 с.
10. *Дмитриев К.В., Дорофеева А.А., Панков И.А., Сергеев С.Н.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. №. 12. С. 1704; *Dmitriev K.V., Dorofeeva A.A., Pankov I.A., Sergeev S.N.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. V. 79. No. 12. P. 1492.
11. Заславский *Ю.М., Заславский В.Ю.* // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 4. С. 483; *Zaslavskii Y.M., Zaslavskii V.Y.* // Acoust. Phys. 2010. V. 56. № 4. P. 486. 2015.
12. *Хейсин Д.Е.* // Акуст. журн. 1970. Т. 16. № 4. С. 584.

Correlation processing of anisotropic acoustic noise present in an ice-covered reservoir

K. V. Dmitriev*

Faculty of Physics, Moscow State University, Moscow, 119991 Russia

**e-mail: kdmitrie@lanat.ru*

We present the results of experiments, in which the acoustic field in a shallow water reservoir covered with ice is studied using the noise interferometry method. A system of hydrophones was used for reception, and both the sounds of impact on the ice and the noises present in the reservoir were used as signal sources.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 142–147

УДК 532.517:51-73:556

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ АТМОСФЕРЫ НА ФОРМИРОВАНИЕ ОСЕННЕГО ТЕРМОБАРА

© 2022 г. Н. С. Блохина[1], *, В. А. Борзых[1]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова”, физический факультет, Москва, Россия*

**E-mail: blokhinans@gmail.com*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

С помощью математического моделирования исследуется развитие осеннего термобара в водоеме при различных термических состояниях атмосферы. Установлена связь между скоростью его перемещения и температурой атмосферы. Обнаружены две фазы развития термобара (медленная и быстрая). Выявлен эффект расхождения между зоной опускания вихрей и месторасположением изотермы 4°С на поверхности водоема.

DOI: 10.31857/S0367676522010070

ВВЕДЕНИЕ

Температура воды как одна из физических характеристик определяет распределение плотности в водоемах. Поэтому она играет важнейшую роль в вертикальной устойчивости водных масс, возникновении циркуляций и течений. Формирование термического и динамического режима озера связано с различными явлениями. К их числу относится термобар (термический бар, ТБ), возникающий весной и осенью в пресных и солоноватых водоемах (S ≤ 24‰) средних широт при нагревании (весной) или охлаждении (осенью) воды у берега до температуры максимальной плотности (T_{max}). Для пресной воды T_{max} = 4°С. Термобар представляет собой фронтальный раздел с температурой максимальной плотности от поверхности до дна, где сходятся и опускаются ко дну водоема прибрежные и глубинные воды, образуя справа и слева от него конвективные вихревые структуры. Происходит разделение водоема на две изолированные области с разными видами вертикальной стратификации температуры, что препятствует формированию единой циркуляции в нем и, следовательно, перемешиванию вод по всему водному объекту. По мере весеннего прогрева (осеннего охлаждения) водоема термобар перемещается от берега к его центру и исчезает весной при достижении поверхностных вод температуры большей 4°С, а осенью – меньшей 4°С. Время существования фронтальной зоны может составлять от нескольких дней, до нескольких месяцев в зависимости от размеров озера. Ограничивая обмен между глубоководной и прибрежной областями в водоеме, ТБ влияет на его термодинамические, биологические и экологическое процессы [1]. В связи с этим исследование явления ТБ представляет большой научный и практический интерес.

Особенности охлаждения (прогрева) Женевского озера, связанные с появлением в нем осеннего (весеннего) термобара, впервые качественно описал Ф.А. Форель [2]. Только в середине XX века А.И. Тихомиров продолжил детальное изучение ТБ и дал физическое объяснение механизма формирования и развития этого явления [3, 4]. В дальнейшем в подавляющем большинстве работ, посвященных изучению термобара, исследуются термогидродинамические процессы в водоемах в весенне-летний период, так как в это время года легче проводить натурные наблюдения, а в лабораториях создавать условия для развития весеннего ТБ. Работ по изучению осеннего ТБ единицы. В природных условиях особенности развития термического фронта осенью исследовались в работах Е.С. Кармака и Д.М. Фармера [5], Г.К. Роджерса [6], П.П. Шерстянкина и др. [7], Н.Ю. Демченко и др. [8]. В лабораторных условиях осенний ТБ изучался в работах Дж. Эллиотом [9, 10], И.П. Чубаренко и Н.Ю. Демченко [11]. Теоретические исследования в этом направлении проводились И.П. Чубаренко и К. Хаттером [12], Б.О. Цыденовым и др. [13–15].

В настоящей работе с помощью математического моделирования исследуются процессы формирования и развития осеннего термобара и сопутствующих ему течений в пресном водоеме при различных термических состояниях атмосферы.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается движение вязкой несжимаемой жидкости, находящейся в двумерной области (соответствующей половине водоема) шириной L (по поверхности) и глубиной H с наклонной правой границей (см. рис. 1). Решение двумерной задачи допустимо, так как в природных условиях термобар перемещается к центу водоема параллельно прибрежной области, в направлении которой движение однородно. Задача решается в прямоугольной системе координат (O; X_2; X_3). За начало отсчета принят левый нижний угол. Ось OX_2 направлена перпендикулярно фронту термобара, ось OX_3 – вертикально вверх. Математическая модель движения жидкости в водоеме построена на основе нелинейной системы уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска, уравнении переноса тепла и неразрывности, записанных в переменных функции тока (ψ) и вихря (φ) [16–18]. Аномальная зависимость плотности пресной воды от температуры в районе 4°C учитывается в уравнении состояния (1).

$$\rho(T)=\rho_o(4^\circ\mathrm{C})-\rho_o(4^\circ\mathrm{C})\gamma(T-4^\circ\mathrm{C})^2. \qquad (1)$$

Здесь ρ и ρ_o – плотность воды при температуре T и 4°C соответственно, $\gamma = 85\cdot10^{-7}$ град$^{-2}$.

В безразмерном виде система уравнений и уравнение замыкания примут вид:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}+\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_3}\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}-\frac{\partial\psi}{\partial x_2}\frac{\partial\varphi}{\partial x_3}\right)=\mu\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_3^2}\right)-2(T-T_4)\frac{\partial T}{\partial x_2}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\left(\frac{\partial\psi}{\partial x_3}\frac{\partial T}{\partial x_2}-\frac{\partial\psi}{\partial x_2}\frac{\partial T}{\partial x_3}\right)=\mu\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2}\right), \qquad (3)$$

$$\Delta\psi=\varphi, \qquad (4)$$

$$\mu^2=\frac{c^3}{s}\times\int_s\left[4\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x_2\partial x_3}\right)^2+\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x_3^2}-\frac{\partial^2\psi}{\partial x_2^2}\right)^2-(T-T_4)\frac{\partial T}{\partial x_3}\right]ds. \qquad (5)$$

Здесь μ, T, T_4 – безразмерные величины, соответствующие коэффициенту турбулентной вязкости, температуре и температуре максимальной плотности воды соответственно; s – область решения задачи; c – эмпирическая константа. В качестве единиц обезразмеривания уравнений приняли: для расстояний – глубина водоема H; скорости – $\sqrt{gH}$; температуры – $\sqrt{1/\gamma}$; времени – $\sqrt{H/g}$ (g – ускорение свободно падения); вязкости – $H\sqrt{gH}$.

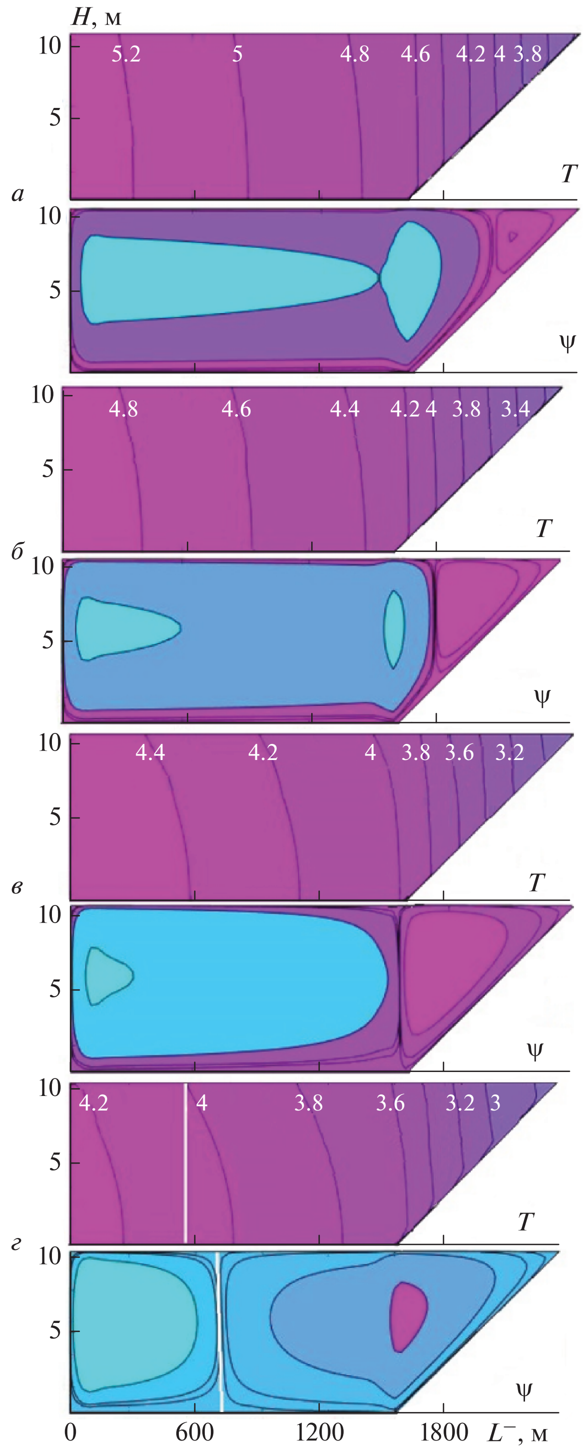

Рис. 1. Поля температуры (T) и функции тока (ψ) через t = 83 ч после начала счета для температуры атмосферы: T_a = 4 (*а*), 0 (*б*), –4 (*в*); –8°C (*г*).

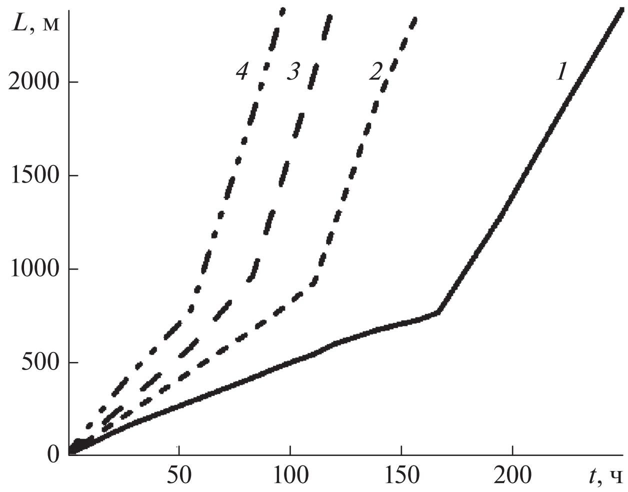

Рис. 2. Зависимости положения термобара на поверхности водоема от времени (t) для температуры атмосферы: $T_a = 4$ (*1*), 0 (*2*), –4 (*3*); –8°C (*4*). Начало отсчета по оси ординат от берега.

Граничные условия для системы уравнений (2)–(4) задаются следующие.

На дне водоема и правой наклонной боковой границе – условия непроницаемости и прилипания для скорости и отсутствия теплового потока:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial x_3^2} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial x_3} = 0$$
$$\text{и}\ \frac{\partial\psi}{\partial n} = \frac{\partial^2\psi}{\partial n^2} = 0,\ \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \tag{6}$$

здесь n – нормаль к правой боковой границе.

На левой границе условие симметрии:

$$\psi = 0,\ \ \varphi = 0,\ \ \frac{\partial T}{\partial x_2} = 0. \tag{7}$$

На верхней границе – условие "свободной" поверхности для скорости и тепловой поток:

$$\frac{\partial\psi}{\partial x_2} = 0,\ \ \varphi = \frac{\partial^2\psi}{\partial x_3^2} = 0,\ \ -\mu\frac{\partial T}{\partial x_3} = Q^b. \tag{8}$$

Здесь $Q^b = Q/Q_1$ – безразмерный суммарный поток тепла на границе раздела водоем-атмосфера, учитывающий поток солнечной радиации, скрытый и явный потоки тепла, длинноволновое излучение с учетом обратной радиации и эффекта облачности [19, 20], где Q его размерное значение. В качестве масштаба потока приняли $Q_1 = \sqrt{\gamma}/c_0\rho_0\sqrt{gH}$; c_0 – теплоемкость воды.

ПАРАМЕТРЫ ЗАДАЧИ

Расчеты проводили в водоеме глубиной $H = 10$ м и шириной $L = 2400$ м (половина водоема). Температура атмосферы T_a изменялась от 4 до −10°C с шагом −2°C; относительная влажность воздуха принимала значение $f = 80\%$. Поток солнечной радиации Q_R, поступающий на границу раздела между водоемом–атмосферой задавался равным 25 Вт · м$^{-2}$, что соответствует его среднемесячному значению поздней осенью на широтах Санкт-Петербурга. Начальные поля распределения температуры (T) для всех вариантов расчета были заданы одинаковыми и приблизительно соответствовали распределению температуры в водоеме осенью. Поля функции тока (ψ) и вихря (φ) задавались нулевыми.

Система уравнений (2)–(4), уравнение замыкания (5) совместно с граничными условиями (6)–(9) решались численно с использованием явной конечно-разностной схемы на сетке 26 × 75 с размерным шагом по вертикали и горизонтали 0.4 и 32 м соответственно.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В результате расчетов были получены поля температуры (T), функции тока (ψ), скоростей течения и др. для разных значений температуры атмосферы. Для $T_a = 4, 0, -4, -8$°C через $t = 83$ ч после начала расчетов поля T и ψ представлены на рис. 1. При всех заданных тепловых состояниях атмосферы у берега возникает термобар. По мере охлаждения прибрежной области, происходит перемещение термического фронта к центру водоема, что сопровождается увеличением наклона изотерм в ту же сторону. Справа и слева от ТБ формируются конвективные вихри, сходящиеся в зоне фронта. При этом усиливается прибрежный циклонический вихрь, способствующий дополнительному охлаждению глубинной области водоема за счет переноса к его центру более холодной воды от берега. Чем ниже температура атмосферы, тем быстрее ТБ перемещается к центральной части водоема. Если в случае $T_a = 4$°C термобар находится в 416 м от берега, то при $T_a = -8$°C он переместится на 1824 м. Время "жизни" ($t_ж$) фронтального раздела в водоеме в первой ситуации $t_ж = 97$ ч, а во второй в 2.6 раз больше ($t_ж = 249$ ч). После охлаждения поверхностных вод до температуры меньшей 4°C, термобар исчезает, и весь водоем охватывает единая циклоническая циркуляция.

По графикам на рис. 2 можно проследить за изменением положения термобара со временем для различных значений температуры атмосферы. Каждая кривая имеет точку изгиба, начиная с которой расстояние между ТБ и берегом увеличивается быстрее со временем, чем до этой точки.

Наблюдается две фазы скоростей перемещения термического бара. Это хорошо видно на рис. 3, где представлены графики зависимости скорости (V) перемещения фронтального раздела в зависимости от времени охлаждения водоема (t) для разных значений температур атмосферы. Первая медленная фаза существует, пока фронтальная зона не достигает конца наклонного берега. В этот период времени скорость перемещения ТБ (V_1) практически постоянная для каждого значения температуры атмосферы. При этом, чем ниже T_a, тем быстрее перемещается ТБ. В зависимости от T_a она изменяется от $V_1 = 0.1$ см/с (для $T_a = 4$°C) до $V_1 = 0.27$ см/с (для $T_a = -8$°C). Во втором случае скорость V_2 увеличивается линейным образом с увеличением времени охлаждения водоема и тем больше, тем холоднее атмосфера. Характерные значения скоростей движения ТБ во второй фазе изменяются от $V_2 = 0.59$ см/с (для $T_a = 4$°C) до $V_2 = 1.29$ см/с (для $T_a = -8$°C). Здесь для каждого значения T_a наблюдается своя линейная зависимость V_2 от времени t. Полученные скорости перемещения осеннего термобара, близки к данным натурных наблюдений в озерах Канады ($V =$ $= 0.58$ см/с) [5].

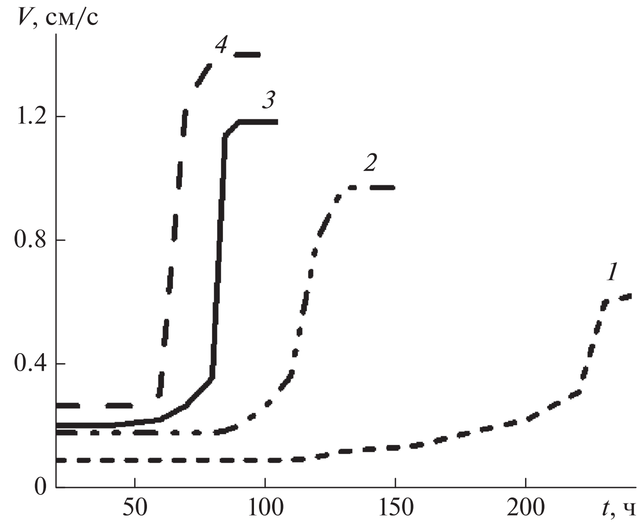

Рис. 3. Скорости перемещения фронтального раздела (V) в зависимости от времени охлаждения водоема (t) для температуры атмосферы: $T_a = 4$ (*1*), 0 (*2*), –4 (*3*); –8°C (*4*). Начало отсчета по оси ординат от берега.

Объяснить существование двух фаз, определяющих разные скорости перемещения фронтальной зоны, можно следующим образом. Критерием конвективной неустойчивости водных масс является число Грасгофа Gr. Для квадратичной зависимости плотности воды от температуры оно получено в работе [21]:

$$Gr = \frac{g\gamma\Delta T^2 h^3}{\nu^2}, \tag{9}$$

здесь g – ускорение свободного падения, γ – коэффициент в формуле (1), ΔT – разница температур между дном и поверхностью водоема, h – глубина водоема, ν – кинематическая вязкость жидкости.

Чем больше число Грасгофа, тем менее устойчив слой жидкости. В моменты времени, когда прибрежный вихрь находится над наклонным берегом (рис. 1*а*, 1*б*), глубина водоема h_1 в этом месте меньше, чем в области глубинного вихря (h_2). Например, для случая на рис. 1*б* $h_1 \approx 5$ м, а $h_2 = 10$ м. Если полагать, что перепады температуры ΔT в областях конвективных вихрей не сильно отличаются, то основной вклад в конвективную неустойчивость водной массы справа и слева от термобара вносят параметры h_1 и h_2. Число Грасгофа для первого случая $Gr_1 \sim 125$, а для второго $Gr_2 \sim 10^3$. Таким образом, в начальный момент времени в водоеме существует мощный глубинный вихрь, препятствующий перемещению воды от берега. По мере остывания поверхности водоема и перемещения ТБ к его центру, увеличивается вертикальный размер h_1 и, следовательно, интенсивность прибрежной циркуляции, что приводит к увеличению скорости движения фронтальной зоны. Две фазы скоростей перемещения весеннего ТБ наблюдались в лабораторных экспериментах в работах [5, 11, 22].

Отметим, что, не доходя примерно 60 м до центра водоема, скорости движения фронтального раздела для каждого теплового состояния атмосферы замедляются и становятся постоянными (рис. 3).

В ходе исследования был обнаружен эффект расхождения положения изотермы 4°C на поверхности водоема и зоны опускания водных масс, что расходится с классическим представлением о термобаре как о зоне схождения вихревых структур в области расположения изотермы 4°C (от поверхности до дна). Это хорошо видно, например, на рис. 1*г*, ($T_a =$ $= -8$°C), где вертикальными линиям обозначены эти области. Зависимости положения изотермы $T = 4$°C на поверхности водоема (кривая *1*) и зоны схождения вихрей (кривая *2*) от термического состояния атмосферы представлены на рис. 4. При уменьшении температуры воздуха прослеживается большее расхождение этих зон. При этом область опускания водных масс отстает от расположения изотермы 4°C. Этот эффект также хорошо прослеживается по мере удаления термобара от берега при одном и том же значении T_a (нет графиков). Чем холоднее воздух или чем дольше охлаждается акватория водоема, тем быстрее термический бар продвигается к его центру, опережая

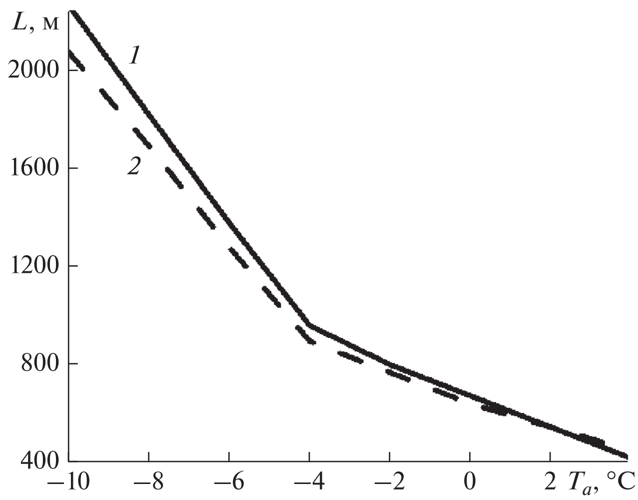

Рис. 4. Зависимость положения изотермы $T = 4°C$ на поверхности воды (*1*) и зоны схождения вихрей (*2*) от температуры атмосферы через $t = 83$ ч после начала счета. Начало отсчета по оси ординат от берега.

область опускания вихревых структур. В водоеме наблюдается горизонтальная термическая неоднородность, и как следствие градиент температуры между теплыми глубинными и более холодными прибрежными водами. Наличие градиента температуры создает адвективный поток тепла, который усиливает глубинный антициклонический вихрь, увеличивая горизонтальную скорость движения жидкости в нем, и замедляет прибрежную циркуляцию. Так при $T_a = -8°C$ горизонтальная скорость течения воды в антициклонической циркуляции на поверхности воды вблизи фронта ТБ равна 0.29 см/с, а во встречном циклоническом вихре – 0.2 см/с. При увеличении температуры воздуха и уменьшении времени охлаждения водоема разница в горизонтальных скоростях встречных вихрей уменьшается, что сокращает ширину зоны расхождения между изотермой 4°C и конвективными вихрями.

Аналогичный эффект на поверхности Ладожского озера в восточной его части наблюдали С.Г. Каретников и М.А. Науменко (по устному сообщению А.М. Науменко). Выход изотермы 4°C на поверхность водоема опережал область схождения вихрей на 8 км. При этом термобар находился дальше от берега (в 28 км). В теоретической работе [23] также обнаружен этот эффект. Автор связывает его с глубиной водоема и ветровым воздействием на его поверхность.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследований было показано, что развитие термобара в пресных водоемах осенью существенным образом зависит от термического состояния атмосферы. При низких температурах воздуха время его “жизни” в водоеме может уменьшиться в несколько раз. Выявлено неравномерное распространение ТБ по мере охлаждения водоема при всех заданных значениях температуры атмосферы. Наблюдаются две фазы развития термического фронта со скоростями V_1 и V_2. Первая медленная фаза существует, пока фронт термобара не достигнет конца наклонного берега, после чего наступает вторая быстрая фаза. Скорость (V_1) перемещения ТБ в первой фазе постоянна по времени и увеличивается при меньших значениях T_a. Во второй фазе для каждого термического состояния атмосферы наблюдается своя линейная зависимость V_2 от времени охлаждения водоема. При этом V_2 тем больше, чем холоднее атмосфера. Не доходя примерно 60 м до центра водоема, скорость передвижения ТБ для каждого теплового состояния атмосферы замедляется и становится постоянной. Обнаружен эффект расхождения изотермы $T = 4°C$ в водоеме и зоны схождения вихрей, что не соответствует классическому представлению о термобаре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Блохина Н.С., Показеев К.В.* // Земля и Вселенная. 2015. № 6. С. 78.
2. *Форель Ф.А.* Руководство по озероведению. СПб., 1912. 196 с.
3. *Тихомиров А.И.* // Изв. ВГО. 1959. Т. 91. № 5. С. 424.
4. *Тихомиров А.И.* Термика крупных озер. Л.: Наука, 1982. 232 с.
5. *Carmack E.C., Farmer D.M.* // J. Mar. Res. 1982. V. 40. P. 85.
6. *Rodgers G.K.* // Proc. 9th Conf. Great Lakes Res. (Ann Arbor, 1966). P. 369.
7. *Шерстянкин П.П., Иванов В.Г., Куимова Л.Н. и др.* // Водн. ресурсы. 2007. Т. 34. №. 4. С. 439; *Sherstyankin P.P., Ivanov V.G., Kuimova L.N. et al.* // Water resources. 2007. V. 34. No. 4. P. 408.
8. *Демченко Н.Ю., Чубаренко И.П.* // Океанология. 2012. Т. 52. № 6. С. 790; *Demchenko N.Y., Chubarenko I.P.* // Oceanology. 2012. V. 52. No. 6. P. 728.
9. *Elliott G.H.* A laboratory and mathematical study of the 'thermal bar'. PhD thesis, Vancouver: Inst. Oceanogr., Univ. British Columbia, 1970. 99 p.
10. *Elliott G.H., Elliott J.A.* // Proc. 13th Conf. Great Lakes Res. (New York, 1970). P. 413.
11. *Чубаренко И.П., Демченко Н.Ю.* // Океанология. 2008. Т. 3. № 48. С. 356; *Chubarenko I.P., Demchenko N.Yu.* // Oceanology. 2008. V. 48. No. 3. P. 327.
12. *Chubarenko I., Hutter K.* // J. Limnol. 2005. V. 64. No. 1. P. 31.
13. *Цыденов Б.О.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2018. № 4. С. 52; *Tsydenov B.O.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2018. V. 73. No. 4. P. 435.

14. *Цыденов Б.О.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2019. № 1. С. 64; *Tsydenov B.O.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2019. V. 74. No. 1. P. 70.
15. *Tsydenov B.O.* // J. Mar. Syst. 2018. V. 179. P. 1.
16. *Блохина Н.С., Орданович А.Е., Савельева О.С.* // Водн. ресурсы. 2001. Т. 28. № 2. С. 224; *Blokhina N.S., Ordanovich A.E., Savel'eva O.S.* // Water Res. 2001. V. 28. P. 201.
17. *Блохина Н.С., Овчинникова А.В., Орданович А.Е.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2002. № 2. С. 60; *Blokhina N.S., Ovchinnikova A.V., Ordanovich A.E.* // Moscow Univ. Phys. Bull. V. 57. No. 2. P. 73.
18. *Блохина Н.С.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2017. Т. 81. № 1. С. 106; *Blokhina N.S.* // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2017. V. 81. No. 1. P. 96.
19. *Хргиан А.Х.* Физика атмосферы. Л.: Гидромет. изд-во, 1969. 647 с.
20. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. Т. 1. М.: Мир, 1986. 397 с.
21. *Блохин А.С., Блохина Н.С.* // Докл. АН СССР. 1970. Т. 193. С. 805.
22. *Соловьев Д.А., Блохина Н.С., Орданович А.Е.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2007. № 5. С. 65; *Solov'ev D.A., Blokhina N.S., Ordanovich A.E.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2007. V. 62. No. 5. P. 332.
23. *Блохина Н.С.* // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. и астрон. 2015. № 4. С. 102; *Blokhina N.S.* // Moscow Univ. Phys. Bull. 2015. V. 70. P. 319.

Influence of the atmospheric temperature on the formation of autumn thermal bar

N. S. Blokhina[a, *], V. A. Borzykh[a]

[a] *Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, 119991 Russia*

**e-mail: blokhinans@gmail.com*

The development of an autumn thermal bar in a reservoir under various thermal conditions of the atmosphere has been investigated using the mathematical modeling. A relationship has been established between the speed of its movement and the temperature of the atmosphere. Two phases of the thermal bar development (slow and fast ones) have been discovered. The inconsistency effect between zones of eddies lowering and the location of the 4°C isotherm on the surface of the reservoir has been revealed.

ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2022, том 86, № 1, с. 148–152

УДК 537.86:577.345

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ АКТИВНОСТИ ГОЛОВНОГО МОЗГА ПРИ КОГНИТИВНОЙ НАГРУЗКЕ С ПОМОЩЬЮ РЕКУРРЕНТНОГО АНАЛИЗА ДАННЫХ ЭЛЕКТРОЭНЦЕФАЛОГРАФИИ

Е. П. Емельянова[1, *], А. О. Сельский[1, 2], М. О. Журавлёв[1, 2], А. Е. Руннова[1, 2], К. С. Саматова[2]

[1]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского", Саратов, Россия*

[2]*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Саратовский государственный медицинский университет имени В.И. Разумовского" Министерства здравоохранения Российской Федерации, Саратов, Россия*

**E-mail: meretari@ya.ru*

Поступила в редакцию 24.08.2021 г.
После доработки 06.09.2021 г.
Принята к публикации 22.09.2021 г.

Исследована работа головного мозга и индентифицированы индивидуальные особенности испытуемых, страдающих хронической мигренью, во время когнитивной нагрузки, путем применения рекуррентного анализа к ЭЭГ данным головного мозга испытуемых с целью разработки интерфейсов мозг–компьютер.

DOI: 10.31857/S0367676522010112

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время проводится все больше исследований по изучению динамики головного мозга при когнитивной деятельности людей. Для этих исследований существует необходимость в сборе данных, характеризующих работу головного мозга. На сегодняшний день существует множество методов, позволяющих получать сведения о работе мозга, среди которых наиболее популярными являются функциональная магнитно-резонансная томография (фМРТ), компьютерная томография (КТ), магнито- и электроэнцефалография (МЭГ, ЭЭГ). Выбор метода должен осуществляться, исходя из самого эксперимента. В исследованиях, описанных в статье, для изучения динамики мозга во время когнитивной деятельности людей, страдающих хронической мигренью, использовалась неинвазивная электроэнцефалография. Этот метод изучения динамики головного мозга является широко распространенным, так как он является достаточно простым в использовании и сравнительно недорогим.

Для выделения индивидуальных особенностей работы головного мозга испытуемых к полученным с помощью электроэнцефалографа данным необходимо применить математические методы обработки данных. Существует множество различных математических методов обработки данных, которые можно адаптировать для работы с данными ЭЭГ. Все существующие на сегодняшний день такие математические методы условно можно разделить на два больших класса: корреляционные и частотные методы. Корреляционные методы служат для изучения связей между сигналами [1], в то время как частотные методы служат для выделения основных частот колебаний и распределения энергии по частотам. Наиболее известными представителями частотных методов являются преобразования Фурье и вейвлет-анализ. Одним из представителей корреляционных методов является рекуррентный анализ, который использовался в данном исследовании.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Известно, что при хронической мигрени угнетается когнитивная деятельность [2], поэтому исследования работы мозга испытуемых во время выполнения когнитивных тестов представляют большой интерес. В рамках данного исследования была проведена серия экспериментов. В экспериментах приняли участие двадцать три взрослых испытуемых, страдающих хронической миг-

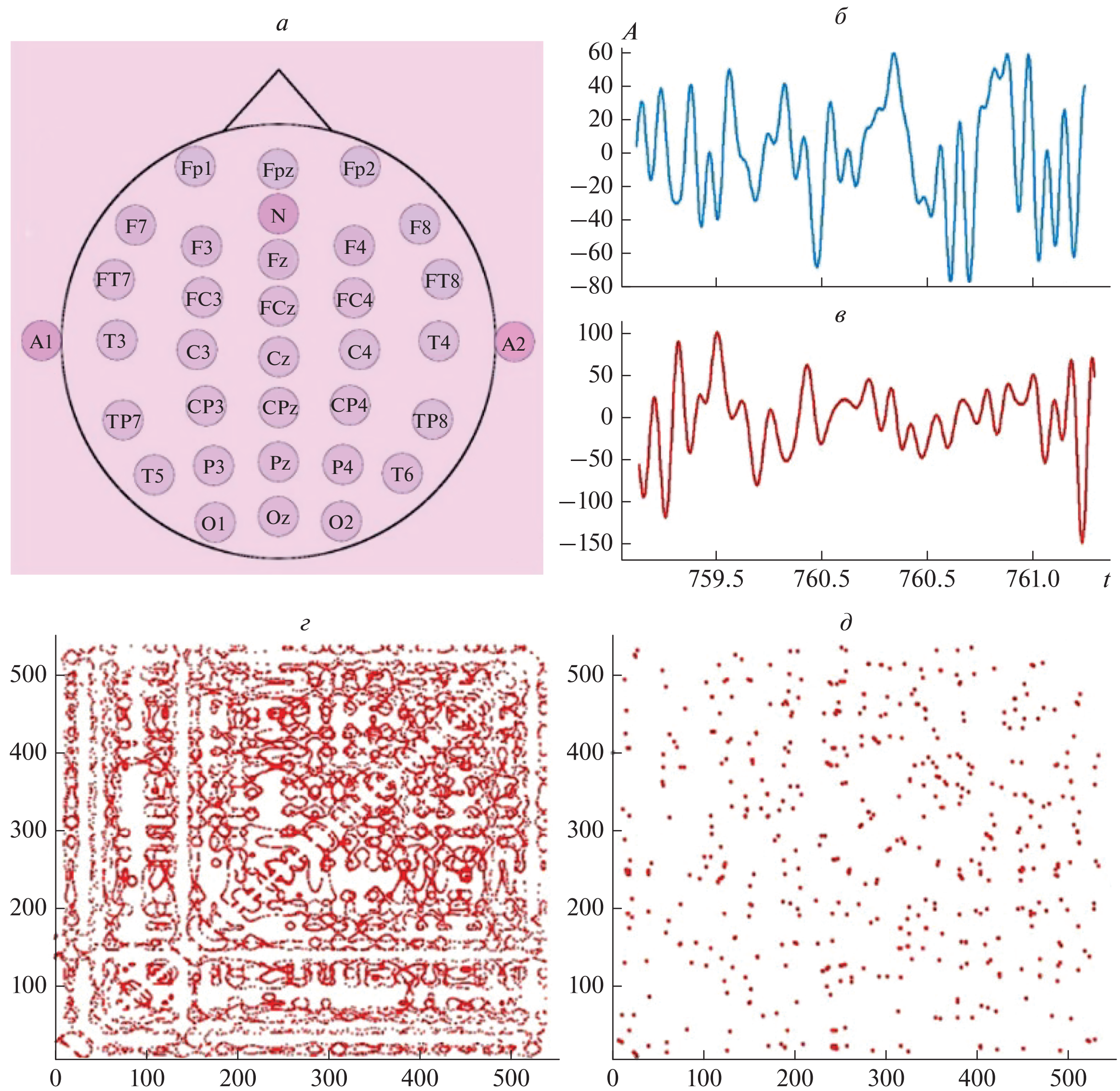

Рис. 1. Карта расположения электродов на голове при проведении экспериментов (*а*), сигналы ЭЭГ, соответствующие электроду P4 (*б*, *в*), рекуррентная диаграмма для сигнала *в* (*г*), кросс-рекуррентная диаграмма для сигналов *б* и *в* (*д*).

ренью. Поверхностная ЭЭГ регистрировалась на базе электроэнцефалографа (МТД “Медиком”, Российская Федерация) с 31 активным каналом. Схема размещения электродов показана на рис. 1*а*.

Эксперимент включал в себя когнитивный тест, чередующийся с фазой отдыха. Когнитивный тест заключался в подсчете возникающих на экране в центре, в правой или в левой его части квадратов. Количество квадратов устанавливалось случайным образом от 3 до 8. Квадраты могли пересекаться или не пересекаться, таким образом, объекты были различной сложности восприятия. Испытуемый реагировал на стимул, путем нажатия на соответствующую кнопку на пульте дистанционного управления, который держал в руках во время эксперимента. Кнопка соответствовала четному или нечетному количеству квадратов. В конце эксперимента формировались протоколы с моментами предъявления стимула и реакциями испытуемого, которые были синхронизированы с записью ЭЭГ. Кроме того, фиксировалась сложность каждого стимула.

РЕКУРРЕНТНЫЙ АНАЛИЗ

Для обработки результатов экспериментов был применен рекуррентный анализ. Этот математический метод был предложен в 1987 г. Экманом и соавторами [3]. Обычно он используется для установления связей между каналами, но в данном исследовании предложено иное его применение: для установления связей между одинаковыми событиями для каждого испытуемого. Рекуррентный анализ основывается на нескольких простых шагах. Первым шагом является построение рекуррентных диаграмм для каждого канала. Рекуррентные диаграммы являются одним из главных инструментов рекуррентного анализа и строятся по следующей схеме. Сначала строится рекуррентная матрица, элементы которой ищутся по формуле [4]:

$$RP_{i,j} = \theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|). \quad (1)$$

Здесь $RP_{i,j}$ – элемент рекуррентной матрицы с номером i, j; x_i и x_j – значения амплитуды ЭЭГ в моменты времени i и j соответственно; θ – функция Хевисайда, которая равна 0, если аргумент отрицательный, и равна 1, если аргумент неотрицательный; ε – пороговое значение интервала, в котором точки считаются достаточно близкими. Таким образом, сравнивая все элементы ряда между собой, получаем матрицу, состоящую из нулей и единиц, где элементы равны нулю в случае, если значения амплитуд ЭЭГ в соответствующие моменты времени отличаются больше, чем на ε, и единице, если значения амплитуд в соответствующие моменты времени достаточно близки. Полученную матрицу можно визуализировать, закрасив точки с координатами, соответствующими единичному элементу матрицы, одним цветом, и точки, соответствующие нулевым элементам матрицы, другим, и получим рекуррентную диаграмму. Пример рекуррентной диаграммы для ЭЭГ сигнала на рис. 1*в* приведен на рис. 1*г*. В случае, если имеем одночастотный периодический сигнал, тогда на рекуррентной диаграмме можно будет наблюдать подобие решетки, период которой может быть различным, в зависимости от частоты исходного сигнала. В случае, если имеем дело с многочастотным периодическим сигналом, то на рекуррентной диаграмме можно будет наблюдать наложение решеток с различными периодами. Чем выше частота сигнала, тем больше будет точек на рекуррентной диаграмме. Таким образом, хоть рекуррентный анализ относится к корреляционным методам обработки данных, с его помощью, в частности, с помощью рекуррентных диаграмм, возможно оценить частоту флуктуаций в сигнале.

Следующим шагом рекуррентного анализа является построение кросс-рекуррентной диаграммы. Кросс-рекуррентная матрица строится по формуле [5]:

$$CRP_{i,j} = \theta(\varepsilon - \|x_i - x_j\|)\theta(\varepsilon - \|y_i - y_j\|). \quad (2)$$

Здесь $CRP_{i,\,j}$ – элемент кросс-рекуррентной матрицы с номером i, j; x_i и x_j – значения амплитуды одного сигнала в моменты времени i и j соответственно; y_i и y_j – значения амплитуды другого сигнала в моменты времени i и j соответственно. Таким образом, визуализируя полученную матрицу, можем получить кросс-рекуррентную диаграмму. Пример кросс-рекуррентной диаграммы сигналов на рис. 1*б* и 1*в* показан на рис. 1*д*. Суммируя все элементы кросс-рекуррентной матрицы, можно получить кросс-рекуррентный показатель [6]. Если сигналы похожи между собой или в них наблюдается появление паттернов, то величина кросс-рекуррентного показателя для таких сигналов будет возрастать [7]. Таким образом, имеем характеристику, позволяющую оценить отличие сигнала в определенном канале ЭЭГ испытуемого от усредненного по всем испытуемым. Кросс-рекуррентный анализ является нелинейным методом, что является достоинством при обработке экспериментальных данных ЭЭГ.

В данной работе был применен несколько иной подход. При обработке результатов эксперимента кросс-рекуррентный анализ использовался не для установления связей между каналами, а для установления связей между одинаковыми событиями. Таким образом, кросс-рекуррентные диаграммы строились для одинаковых каналов пары событий и затем усреднялись по количеству пар. Считая, что за одинаковые виды активности отвечают одинаковые области мозга, можно положить, что в некоторых каналах ЭЭГ должны возникать паттерны. Такой подход позволяет отследить возможное появление паттернов в каналах при одинаковой активности [8] и выявить индивидуальные психофизиологические особенности испытуемых при проведении экспериментов.

РЕЗУЛЬТАТЫ

С помощью модуля fieldtrip были визуализированы полученные после обработки с помощью рекуррентного анализа результаты для двадцати трех испытуемых. Были выявлены следующие три типа мозговой активности испытуемых, страдающих хронической мигренью при выполнении когнитивных тестов: сосредоточение наиболее отличных от среднего каналов больше с левой стороны головы, с правой стороны головы и примерно равномерное распределение значимых каналов (с наибольшим кросс-рекуррентным показателем при сравнении пар одинаковых событий для данного канала) справа и слева в затылочной части головы. Представители каждого типа активности и приведены на рис. 2*а*–2*в* соответственно. Из двадцати трех испытуемых выборки у шести испытуемых наблюдалось сосредоточение наиболее значимых каналов больше с левой стороны, у шести испытуемых наблюдалось сосредоточение наиболее значимых каналов больше справа и у одиннадцати испытуемых выборки наблюдалось примерно равномерное распределение значимых каналов справа и слева в затылочной части головы, таким образом, значение кросс-рекуррент-

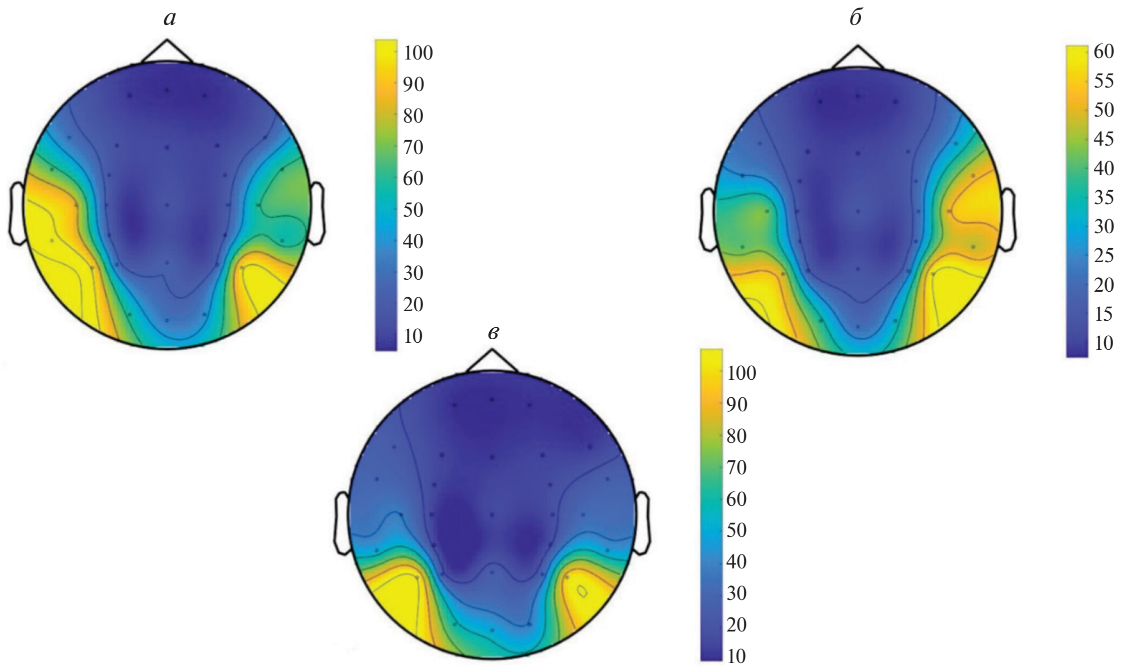

Рис. 2. Распределение кросс-рекуррентного показателя по каналам, нанесенное на схему головы испытуемого. Продемонстрированы: расположение значимых каналов слева (*а*), справа (*б*), симметрично (*в*).

ного показателя может быть выше слева, справа и симметрично.

Для имеющейся выборки испытуемых было исследовано отношение суммарного кросс-рекуррентного показателя с левой стороны к суммарному кросс-рекуррентному показателю с правой стороны у различных испытуемых. Отношение для различных испытуемых, ранжированное по возрастанию, приведено на рис. 3. Из рисунка видно, что отношение сумм рекуррентных показателей левых каналов к правым плавно возрастает, без видимых “полочек”. Его можно аппроксимировать функцией вида: $\exp(A \cdot x)$, для нашей выборки параметр $A = 0.115$. Такой вид говорит о том, что для большей части людей характерна симметричная активность при решении когнитивных задач. Распределение отношения сумм рекуррентных показателей левых каналов к правым имеет вид гауссова распределения с дисперсией 0.05, однако, для однозначного вывода необходимо увеличить выборку испытуемых.

Расчет отношения сумм кросс-рекуррентных показателей в каналах, расположенных слева к суммам показателей в каналах расположенных справа несложно сделать автоматическим, при прохождении когнитивного теста в первый раз. Логарифм данного отношения служит удобной мерой симметричности активности головного мозга испытуемого. Если значения отрицательные, то превалирует активность в левой части головного мозга, если положительный, то в правой. В случае, когда логарифм отношения близок к нулю можно говорить о симметричной активности головного мозга испытуемого при решении данного когнитивного теста. Знание о значимости каналов полезно при настройке интерфейса мозг-компьютер на конкретного испытуемого, в частности, логарифм отношения сумм кросс-рекуррентных показателей в каналах, расположенных слева к суммам показателей в каналах, расположенных справа можно использовать для того чтобы оценить каналы какой части головного

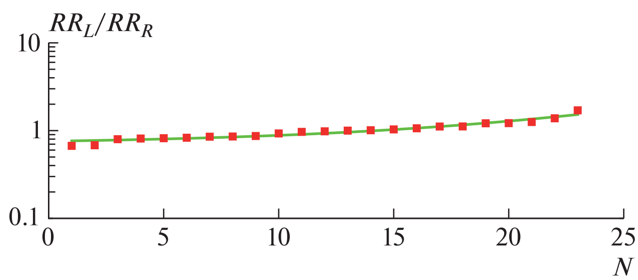

Рис. 3. Точками показаны отношения сумм кросс-рекуррентных показателей в каналах, расположенных слева к суммам показателей в каналах, расположенных справа для всех испытуемых в порядке возрастания. Линия – аппроксимация вида $y \sim e^{Ax}$. График построен в логарифмическом масштабе.

мозга отдавать предпочтение при анализе сигнала и настройке системы обратной связи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено применение рекуррентного анализа для выявления связей между различными событиями. Рекуррентный анализ был применен к экспериментальным данным людей, страдающих хронической мигренью при выполнении ими когнитивных тестов. По результатам анализа были выявлены три типа мозговой активности в выборке, состоящей из двадцати трех испытуемых: сосредоточение наиболее значимых каналов больше слева, что наблюдалось у шести испытуемых, больше справа, что наблюдалось у шести испытуемых, и симметричное распределение в затылочной части головы, что наблюдалось у одиннадцати испытуемых.

Также было исследовано отношение суммарного кросс-рекуррентного показателя с левой стороны к суммарному кросс-рекуррентному показателю с правой стороны у различных испытуемых. Отсюда была отмечена характерная для большинства испытуемых симметричная активность при решении когнитивных задач.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (проект МД-645.2020.9). Сельский А.О. проводил часть работ при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект № СП-497.2021.5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Zbilut J.P., Giuliani A., Webber Jr C.L.* // Phys. Lett. A. 1998. V. 246. No. 1–2. P. 122.
2. *Coppola G., Di Lorenzo C., Parisi V. et al.* // J. Headache Pain. 2019. V. 20. P. 42.
3. *Eckmann J.-P., Kamphorst S.O., Ruelle D.* // Europhys. Lett. 1987. V. 4. No. 9. P. 973.
4. *Ramos A.M.T., Macau E.E.N., Goswami B. et al.* // Phys. Rev. E. 2017. V. 95. No. 5. Art. No. 052206.
5. *Marwan N., Romano M.C., Thiel M., Kurths J.* // Phys. Rep. 2007. V. 438. No. 5–6. P. 237.
6. *Groth A.* // Phys. Rev. E. 2005. V. 438. No. 5–6. P. 237.
7. *Prichard D., Theiler J.* // Physica D. 1995. V. 84. No. 3–4. P. 476.
8. *Marwan N., Kurths J.* // Phys. Lett. A. 2005. V. 336. No. 4–5. P. 349.

Identification of individual features of brain activity under cognitive load using recurrent analysis of EEG data

E. P. Emelyanova[a, *], A. O. Selskii[a, b], M. O. Zhuravlev[a, b], A. E. Runnova[a, b], K. S. Samatova[b]

[a] *Saratov State University Saratov, Saratov, 410012 Russia*

[b] *Saratov State Medical University, Saratov, 410012 Russia*

**e-mail: meretari@ya.ru*

We studied the brain function and identified the individual characteristics of subjects suffering from chronic migraine during cognitive tests, by applying a recurrent analysis to the EEG data of the brain of the subjects. The results can be used for the development of the brain-computer interface.