Том 66,	номер	2,	2020	
---------	-------	----	------	--

# КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

Об оценке законов радиальной неоднородности в цилиндрическом волноводе				
А. О. Ватульян, В. О. Юров				
Экспериментальное подтверждение аналитической модели распространения звука в прямоугольном канале при наличии скачков импеданса и разработка на ее основе метода извлечения импеданса				
Н. Н. Остриков, М. А. Яковец, М. С. Ипатов	128			
ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА				
Применение оптоакустического метода для оценки влияния пустот на трещиностойкость конструкционных углепластиков				
Р. И. Воробьев, И. В. Сергеичев, А. А. Карабутов, Е. А. Миронова, Е. В. Саватеева, И. Ш. Ахатов	148			
Левитация и управление упорядоченной группой частиц и прямолинейных структур в ультразвуковом поле				
Д. Я. Суханов, С. Н. Росляков, Ф. С. Емельянов	154			
АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА				
Условия выделения лучей по времени их прихода на больших расстояниях и низких частотах				
В. А. Зверев, В. Н. Голубев, П. И. Коротин	163			
Пеленгование векторно-скалярным приемником в поле анизотропной помехи				
С. Г. Михайлов	170			
Каустические и слаборасходящиеся пучки в горизонтально неоднородных океанических волноводах				
Ю. В. Петухов, В. Г. Бурдуковская, Е. Л. Бородина	181			

# АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД. ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

Исследование влияния вклада объемных волн на результат применения метода микросейсмического зондирования

А. А. Цуканов, А. В. Горбатиков

# ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Формирование ультразвуковых изображений через слои с неизвестными параметрами

С. А. Титов, П. В. Зинин	206
ИНФОРМАЦИЯ	
XXXII сессия Российского акустического общества (14–18 октября 2019, Москва)	
Е. В. Юдина	213
Виталий Анатольевич Зверев (к 95-летию со дня рождения)	231

## \_ КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ \_\_\_\_ АКУСТИКИ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 539.3

# ОБ ОЦЕНКЕ ЗАКОНОВ РАДИАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

© 2020 г. А. О. Ватульян<sup>а, b, \*</sup>, В. О. Юров<sup>а, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Южный федеральный университет, ул. Мильчакова 8а, Ростов-на-Дону, 344090 Россия <sup>b</sup>Южный математический институт ВНЦ РАН, ул. Маркуса 22, Владикавказ, 362027 Россия

\*e-mail: vatulyan@math.rsu.ru \*\*e-mail: vitja.jurov@yandex.ru Поступила в редакцию 10.07.2019 г. После доработки 18.10.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

Решена обратная задача о восстановлении функции, характеризующей изменение модуля упругости в неоднородном цилиндрическом волноводе, по информации о поле радиальных перемещений в дальней зоне. Применено сочетание преобразования Фурье и метода линеаризации, сформирован итерационный процесс, на каждом шаге которого решается прямая задача на основе метода пристрелки и интегральное уравнение Фредгольма первого рода для нахождения уточняющих поправок для искомой функции. Представлены результаты вычислительных экспериментов.

*Ключевые слова:* цилиндрический волновод, переменный модуль Юнга, обратная задача, поле в дальней зоне

DOI: 10.31857/S0320791920020148

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Анализ колебаний неоднородных полуограниченных структур может служить для идентификации их переменных упругих свойств, т.е. для решения некоторой обратной задачи. Обычно постановке обратной задачи предшествует детальный анализ решений прямой задачи, в частности анализ волновых полей на поверхности волновода в дальней зоне. Этот анализ позволяет определить, какие компоненты решений и в каких частотных диапазонах наиболее чувствительны к законам изменения упругих свойств, что позволяет в дальнейшем давать рекомендации о том, какую информацию выбирать в качестве дополнительной при решении обратных задач.

Различным аспектам решения прямых задач для неоднородных волноводов (в частности, упругой полосы) посвящены монографии [1, 2]. Обсуждены вопросы отбора единственного решения, различные аспекты строения дисперсионных множеств, способы расчета полей в дальней и ближней зонах, решен ряд контактных задач. В [3] дан анализ влияния законов изменения упругих характеристик (гладкие и кусочно-гладкие законы) на дисперсионные соотношения радиально-неоднородного цилиндрического волновода. В [4] описан подход к анализу вынужденных колебаний неоднородного волновода, причем неоднородность волновода связана как с переменностью упругих модулей, так и с наличием переменных полей предварительных напряжений различной структуры. Результаты этих работ свидетельствуют о том, что в низкочастотной области, где распространяется лишь одна мода (близкая к стержневой) волновые поля определяются лишь средними по поперечному сечению величинами упругих модулей.

В монографии [5] исследован ряд задач для нерегулярных вдоль трассы упругих волноводов, причем исследование базируется на методе однородных решений и анализе получающихся при этом бесконечных алгебраических систем.

Идентификация переменных характеристик требует решения некоторых обратных задач и обычно является нелинейной некорректной задачей. Различным аспектам решения таких задач посвящены монографии [6–8]. В монографии [6] основной анализ базируется на нестационарных задачах для полупространства и сведению обратных задач к нелинейным уравнениям типа Вольтерра, в [8] исследования проведены в случае установившихся колебаний для ограниченных структур (балки, стержни, пластины).

В работах [9, 10] приводится исследование обратных задач, основанное на минимизации функционала невязки. Описан подход к идентификации коэффициентов для эллиптических краевых задач, в частности при идентификации переменных коэффициентов Ляме, причем задача минимизации изучена в банаховом пространстве, даны некоторые оценки устойчивости. Для численного исследования использована конечно-элементная дискретизация в сочетании с регуляризирующими подходами. Продемонстрирована возможность оценить быстро меняющиеся или даже разрывные коэффициенты. Предложенный метод позволяет эффективно определять параметры Ламе в системе линейной изотропной упругости.

Путем минимизации функционала невязки решено значительное количество обратных задач, в том числе и при определении постоянных характеристик [11, 12], где упругие модули ортотропного композита определяются по информации о поле перемещений на поверхности.

Вопросы выбора параметра регуляризации, применительно к методу регуляризации Тихонова, по критерию L-кривой и решению регуляризованных систем алгебраических уравнений рассматриваются в [13].

Залача идентификации свойств поперечно-неоднородной полосы рассматривалась в ряде работ в различных постановках. В статье [14] исследуется задача об определении упругих свойств неоднородного слоя. Показано, что при задании полей смещений на всей границе волновода возможно построить решение обратной задачи в трансформантах Фурье, не прибегая к процедуре обращения. В рамках такой идеологии, используя осреднение по продольной координате волновода, авторы работ [15, 16] получили более простые коэффициентные обратные задачи, в которых осуществлено расшепление на менее сложные проблемы, аналогичные задачам для стержней. Представлены итерационные процессы, требующие решения прямой задачи и решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода с гладким ядром, представлены вычислительные эксперименты. Подробно эти подходы и реализации отражены в [8].

Исследование подобных задач при задании полей смещений в ограниченной области на поверхности волновода требует процедуры обращения по Фурье построенных операторных уравнений. Так, в работе [17] рассмотрены прямая и обратная задачи об антиплоских колебаниях поперечно-неоднородного упругого слоя, причем плотность и модуль сдвига считаются функциями поперечной координаты. Предложена схема решения прямой задачи, основанная на использовании интегрального преобразования Фурье и решении краевой задачи методом пристрелки. Построен итерационный процесс, сформулированы интегральные уравнения Фредгольма первого рода в оригиналах, приведены результаты численных экспериментов.

#### 1. ПОСТАНОВКА ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО ВОЛНОВОДА

Рассмотрим волны в неоднородном по радиальной координате изотропном цилиндрическом волноводе с кольцевым поперечным сечением, занимающем область ( $a \le r \le b, -\infty < z < \infty$ ). Осесимметричная форма уравнений при установившемся режиме продольно-радиальных колебаний в цилиндрической системе координат имеет вид [18]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_{\phi}}{r} + \rho \omega^2 u_r = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} + \rho \omega^2 u_z = 0,$$
(1)

а определяющие соотношения представимы в форме

$$\begin{split} \sigma_r &= \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \\ \sigma_\phi &= \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{u_r}{r}, \\ \sigma_z &= \lambda \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ \sigma_{rz} &= \sigma_{zr} = \mu \left( \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right). \end{split}$$

Здесь  $u_r$ ,  $u_z$  – компоненты вектора перемещений,  $\sigma_r$ ,  $\sigma_{rz}$  – компоненты тензора напряжений Коши,  $\lambda = \lambda(r)$ ,  $\mu = \mu(r)$  – параметры Ламе, функции, зависящие от радиальной координаты. Колебания осуществляются под действием нагрузки  $\sigma_r(r, z)|_{r=b} = \mu_0 \delta(z)$ , сосредоточенной на окружности на внешней границе волновода. Остальная часть границы волновода свободна от напряжений.

Введем следующие безразмерные параметры и переменные:  $x = \frac{r}{b}$ ,  $\xi_0 = \frac{a}{b}$ ,  $y = \frac{z}{b}$ ,  $u_r = bX_1$ ,  $u_z = ibX_2$ ,  $\sigma_r = \mu_0 X_3$ ,  $\sigma_{rz} = i\mu_0 X_4$ ,  $\kappa^2 = \rho \omega^2 b^2 / \mu_0$ ,  $\lambda = 2\nu\mu_0 G (1 - 2\nu)^{-1}$ ,  $\mu = \mu_0 G$ , где  $\mu_0$  – характерное значение модуля сдвига,  $\rho$  – плотность,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Для решения задачи выполним интегральное преобразование Фурье вдоль продольной координаты, вводя трансформанты

$$\tilde{X}_n(x,\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} X_n(x,y) \exp(i\alpha y) dy, \quad n = 1..4.$$
(2)

Тогда относительно трансформант можно сформировать операторный пучок в виде векторного дифференциального уравнения первого порядка

$$\tilde{\mathbf{X}}' = \left(\mathbf{A}_0 - \kappa^2 \mathbf{A}_{01} + \alpha \mathbf{A}_1 + \alpha^2 \mathbf{A}_2\right) \tilde{\mathbf{X}},$$
  
rge  $\tilde{\mathbf{X}} = \left(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2, \tilde{X}_3, \tilde{X}_4\right),$  (3)

причем ненулевые компоненты матриц пучка представлены ниже:

$$\mathbf{A}_{0}: a_{11}^{0} = \frac{\mathbf{v}}{x(\mathbf{v}-1)}, \quad a_{13}^{0} = \frac{1-2\mathbf{v}}{2G(x)(1-\mathbf{v})},$$

$$a_{24}^{0} = \frac{1}{G(x)}, \quad a_{31}^{0} = \frac{2G(x)}{x^{2}(1-\mathbf{v})}, \quad a_{33}^{0} = -\frac{(1-2\mathbf{v})}{x(1-\mathbf{v})},$$

$$a_{44}^{0} = -\frac{1}{x};$$

$$\mathbf{A}_{01}: a_{31}^{01} = a_{42}^{01} = 1;$$

$$\mathbf{A}_{1}: a_{12}^{1} = -\frac{\mathbf{v}}{1-\mathbf{v}}, \quad a_{21}^{1} = 1, \quad a_{32}^{1} = a_{41}^{1} = \frac{2\mathbf{v}G(x)}{x(1-\mathbf{v})},$$

$$a_{34}^{1} = -1, \quad a_{43}^{1} = \frac{\mathbf{v}}{1-\mathbf{v}},$$

$$A_2: a_{42}^2 = \frac{20}{1-y}$$

Граничные условия примут вид

$$\tilde{X}_{k}(\xi_{0}) = 0, \quad \tilde{X}_{k}(1) = \delta_{3k}, \quad k = 3, 4.$$
 (4)

Для решения задачи (3)–(4) используем метод пристрелки. Для этого построим решения двух вспомогательных задач, для которых сформулируем следующие данные Коши

$$\tilde{X}_{k}^{(1)}(\xi_{0}) = \delta_{1k}, \quad k = 1, 2, 3, 4, \tag{5}$$

$$\tilde{X}_{k}^{(2)}(\xi_{0}) = \delta_{2k}, \quad k = 1, 2, 3, 4.$$
(6)

Решения сформулированных задач Коши могут быть построены численно с помощью метода Рунге-Кутты.

Пусть  $\tilde{\mathbf{X}}^{(1)}$  есть решение (3), (5),  $\tilde{\mathbf{X}}^{(2)}$  есть решение (3), (6), тогда их линейная комбинация  $\tilde{\mathbf{X}} = c_1 \tilde{\mathbf{X}}^{(1)} + c_2 \tilde{\mathbf{X}}^{(2)}$  удовлетворяет уравнениям и граничным условиям на внутренней границе. Удовлетворяя граничным условиям на внешней границе, найдем  $c_1, c_2$ . Таким образом, задача в пространстве трансформант может быть решена численно для любой пары ( $\kappa, \alpha$ ) спектральных параметров за исключением тех точек, в которых определитель пристрелочной системы равен нулю. Эти точки образуют дисперсионное множество задачи – множество полюсов вектор-функции  $\tilde{\mathbf{X}}$ .

Основные свойства ветвей дисперсионного множества описаны в работе [18]. Ключевым



**Рис. 1.** Ветви вещественной части дисперсионного множества, отвечающие функциям G1(x), G2(x).

свойством функций, описывающих ветви дисперсионного множества, является их аналитичность [1], что позволяет строить их методом продолжения по параметру.

В качестве примера на рис. 1 приведены первые 4 ветви вещественной части дисперсионного множества для двух законов неоднородности с одинаковыми средними  $\int_{\xi_0}^1 Gl(x)dx = \int_{\xi_0}^1 G2(x)dx$ . На рис. 1 ветви, отвечающие функции Gl(x) = 1 + 0.2th  $(20(x - 0.5(\xi_0 + 1)))$ , обозначены сплошной линией, а ветви, отвечающие функции  $G2(x) = 1.2 - 0.6(x - \xi_0)^2(1 - \xi_0)^{-2}$ , точками;  $\xi_0 = 0.75$ . Вычислительные эксперименты для функций с одинаковыми средними показали, что в низкочастотной области первые две ветви практически совпадают. Различие для дисперсионных кривых становится более выраженным для частот, расположенных выше второго радиального резонанса.

Помимо вещественных дисперсионных кривых существуют комплексные и чисто мнимые ветви. Дисперсионное множество для неоднородного волновода обладает свойством симметрии, поскольку точки ( $\kappa_0, \alpha_0$ ), ( $\kappa_0, -\alpha_0$ ), ( $\kappa_0, \overline{\alpha_0}$ ), ( $\kappa_0, -\overline{\alpha_0}$ ) принадлежат дисперсионному множеству одновременно.

Для нахождения оригиналов смещений требуется выполнить обратное интегральное преобразование. При этом для построения решения в дальней зоне удобно воспользоваться теоремой о вычетах и представить решение в виде суперпозиции распространяющихся мод. Техника построения полей перемещений на внешней границе волновода подробно изложена в работе [4]. На основе анализа полей в дальней зоне, которые определяются скоростями и комплексными амплитудами, обычно формируются обратные задачи, позволяющие с различной степенью точности определять законы радиальной неоднородности. Воспользуемся следующей формулой при построении полей перемещений

$$X_{j}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} \tilde{X}_{j}(x, \alpha) \exp(-i\alpha y) d\alpha =$$
  
=  $-i \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{res} \tilde{X}_{j}(x, \alpha) \Big|_{\alpha = \alpha_{n}} \exp(-i\alpha_{n} y),$  (7)  
 $j = 1, 2, 3, 4.$ 

При вычислении интеграла в равенстве (7) по теории вычетов контур Г выбирается в соответствии с принципом предельного поглощения [1] и огибает положительные полюса снизу, а отрицательные сверху, разделяя комплексную плоскость на верхнюю и нижнюю части; через  $\alpha_n$  обозначены полюса подынтегральной функции, расположенные в нижней части. В дальнейших построениях рассмотрен случай y > 0. Заметим, что такое расположение контура справедливо в области нормальной дисперсии, в случае аномальной дисперсии наименьший по модулю вещественный полюс контур Г в соответствии с принципом предельного поглощения обходит противоположным образом.

#### 2. ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Пусть обратная задача будет заключаться в нахождении полного вектора неизвестных  $(X_1, X_2, X_3, X_4)$ , трансформанты которого удовлетворяют краевой задаче (3)–(4), и функции G(x) в предположении постоянства коэффициента Пуассона (т.е. v = const) по информации о поле радиальных перемещений на внешней границе волновода в ограниченной области  $y \in [y_1, y_2]$ , удаленной от источника колебаний

$$X_1(1, y) = f(y), y \in [y_1, y_2], y_1 > 0.$$
 (8)

В такой постановке задача существенно нелинейна и требуется формирование некоторого итерационного процесса типа метода Ньютона, который ранее был достаточно успешно реализован в задачах для стержней и балок [8]. При этом весьма важным является вопрос выбора начального приближения, которое обычно строится путем минимизации функционала невязки в достаточно простом классе функций (линейные, дробно-рациональные), и составление операторного уравнения, позволяющего находить уточняющую поправку. Представим способ построения такого операторного соотношения на основе метода линеаризации в окрестности некоторого решения  $\tilde{X}_0, G_0(x)$ .

Введем в рассмотрение формальный малый параметр є и представления  $G(x) = G_0(x) + \varepsilon G_1(x) + \dots$ ,  $\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{X}}_0 + \varepsilon \tilde{\mathbf{X}}_1 + \dots$  Пусть  $\mathbf{B} = \mathbf{A}_0 - \kappa^2 \mathbf{A}_{01} + \alpha \mathbf{A}_1 + \alpha^2 \mathbf{A}_2$ , тогда  $\mathbf{B}(G(x))$  можно представить в виде разложения в ряд Тейлора:  $\mathbf{B}(\varepsilon) = \mathbf{B}_0(G_0) + \varepsilon G_1(x)\mathbf{B}_1(G_0) + \dots$  Таким образом, собирая коэффициенты при одинаковых степенях формального параметра  $\varepsilon$ , можно сформировать две краевые задачи.

Задача 1 при є<sup>0</sup>:

$$\tilde{\mathbf{X}}_{0}^{\prime} = \mathbf{B}_{0}\tilde{\mathbf{X}}_{0},\tag{9}$$

$$\tilde{X}_{k0}(\xi_0) = 0, \quad \tilde{X}_{k0}(1) = \delta_{3k}, \quad k = 3, 4.$$
 (10)

Задача 2 при  $\varepsilon^1$ :

$$\tilde{\mathbf{X}}_{1}' = \mathbf{B}_{0}\tilde{\mathbf{X}}_{1} + G_{1}(x)\mathbf{B}_{1}\tilde{\mathbf{X}}_{0}, \qquad (11)$$

$$\tilde{X}_{k1}(\xi_0) = 0, \quad \tilde{X}_{k1}(1) = 0, \quad k = 3, 4.$$
 (12)

Будем считать, что начальное приближение  $G_0(x)$  известно (или найдено путем минимизации функционала невязки в некотором простом классе функций), а поправку  $G_1(x)$  требуется найти, исходя из краевой задачи (11)-(12) и дополнительного условия (8). Отметим, что задача 1 (9)-(10), как описано выше, решается методом пристрелки, а задача 2 (11)-(12) не может решаться таким же образом, поскольку содержит неизвестную функцию  $G_1(x)$  в правой части операторного уравнения. Вместе с тем, главные операторы в задачах 1 и 2 совпадают, что позволяет сформировать операторное уравнение, минуя прямое решение задачи 2. Такое построение опирается на использование условия разрешимости уравнения (11) [19].

Далее введем скалярное произведение комплекснозначных вектор-функций (s(x), t(x)) =

$$\int_{\xi_0}^1 \left( \sum_{i=1}^{\tau} s_i(x) \overline{t_i}(x) \right) x dx$$
, где  $\overline{t_i}$  – компоненты ком-

плексно-сопряженного к t вектора.

Имеет место следующее свойство. Пусть  $\tilde{\mathbf{X}}_0$  – нетривиальное решение краевой задачи для векторного дифференциального уравнения (9) с граничными условиями (10). Тогда соответствующая краевая задача для уравнения (11) с граничными условиями (12) разрешима, если выполнено условие разрешимости

$$\left(G_{1}\mathbf{B}_{1}\tilde{\mathbf{X}}_{0},\tilde{\mathbf{Y}}\right) = -\tilde{X}_{11}(1), \qquad (13)$$

где  $\tilde{\mathbf{Y}}$  – решение следующей сопряженной задачи:

$$-(x\tilde{\mathbf{Y}})' = x\mathbf{B}_0^T\tilde{\mathbf{Y}},\tag{14}$$

$$\tilde{Y}_{k}(\xi_{0}) = 0, \quad \tilde{Y}_{k}(1) = -\delta_{1k}, \quad k = 1, 2,$$
 (15)

где **B**<sup>*T*</sup><sub>0</sub> — транспонированная матрица. Граничные условия (15) выбраны таким образом, чтобы выполнить

условие  $(\tilde{\mathbf{X}}_{1}\tilde{\mathbf{Y}}) x|_{\xi_{0}}^{l} = -\tilde{X}_{11}(1)$ , где  $(\tilde{\mathbf{X}}_{1}\tilde{\mathbf{Y}}) = \sum_{i=1}^{4} \tilde{X}_{i1}\tilde{Y}_{i} -$ обыкновенное скалярное произведение комплекснозначных векторов.

Для доказательства приведенного свойства умножим векторное уравнение (11) на некоторую вектор-функцию  $\tilde{\mathbf{Y}}$  справа, в левой части равенства осуществим интегрирование по частям, а затем воспользуемся свойством скалярного произведения в правой части уравнения

$$(\tilde{\mathbf{X}}_{1}\tilde{\mathbf{Y}})x|_{\xi_{0}}^{1} - \int_{\xi_{0}}^{1} (\tilde{\mathbf{X}}_{1}(x\tilde{\mathbf{Y}})')dx =$$

$$= \int_{\xi_{0}}^{1} (\tilde{\mathbf{X}}_{1}x\mathbf{B}_{0}^{T}\tilde{\mathbf{Y}})dx + (G_{1}\mathbf{B}_{1}\tilde{\mathbf{X}}_{0},\tilde{\mathbf{Y}}).$$
(16)

Потребуем, чтобы вектор-функция  $\tilde{\mathbf{Y}}$  являлась решением сопряженного уравнения (14) с граничными условиями (15), удовлетворяющими соотношению  $(\tilde{\mathbf{X}}_1 \tilde{\mathbf{Y}}) x \Big|_{\xi_0}^1 = -\tilde{X}_{11}(1)$ . Таким образом, из полученного выше соотношения получаем искомое условие (13). Нетрудно показать, что  $\tilde{\mathbf{Y}}(x, \alpha)$  выражается через компоненты  $\tilde{\mathbf{X}}_0(x, \alpha)$ следующим образом:  $\tilde{\mathbf{Y}} = (\tilde{X}_{30}, \tilde{X}_{40}, -\tilde{X}_{10}, -\tilde{X}_{20})$ .

В развернутом виде формула (13) приводит к соотношению

$$\int_{\xi_{0}}^{1} \tilde{K}(x,\alpha,\kappa) x G_{1}(x) dx = \tilde{F}(\alpha,\kappa),$$

$$\tilde{K}(x,\alpha,\kappa) = \left(\frac{\tilde{X}_{40}^{2}}{G_{0}^{2}} + \frac{(1-2\nu)\tilde{X}_{30}^{2}}{2(1-\nu)G_{0}^{2}} + 2\frac{\alpha^{2}\tilde{X}_{20}^{2}}{(1-\nu)} + 4\frac{\nu\alpha\tilde{X}_{20}\tilde{X}_{10}}{(1-\nu)x} + 2\frac{\tilde{X}_{10}^{2}}{(1-\nu)x^{2}}\right),$$

$$\tilde{F}(\alpha,\kappa) = -\tilde{X}_{11}(1,\alpha,\kappa),$$
(17)

которое можно трактовать как интегральное уравнение Фредгольма первого рода с мероморфным ядром в пространстве трансформант. Для его практического использования надо знать трансформанту поля смещений на всей внешней границе волновода. В случае, когда информация о поле смещений известна лишь на части границы, необходимо для получения операторного уравнения, связывающего известные и неизвестные функции, осуществить обратное преобразование Фурье в (17).

Найдем обратное интегральное преобразование Фурье для функций, фигурирующих в (17):  $\tilde{X}_{40}^2(x,\alpha,\kappa), \qquad \tilde{X}_{30}^2(x,\alpha,\kappa), \qquad \alpha^2 \tilde{X}_{20}^2(x,\alpha,\kappa), \\ \alpha \tilde{X}_{20}(x,\alpha,\kappa) \tilde{X}_{10}(x,\alpha,\kappa), \qquad \tilde{X}_{10}^2(x,\alpha,\kappa), \qquad \tilde{X}_{10}(x,\alpha,\kappa).$  АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

Будем считать, что  $\tilde{X}_{11}(1, \alpha, \kappa) \approx \tilde{X}_1(1, \alpha, \kappa) - \tilde{X}_{10}(1, \alpha, \kappa)$ .

Для нахождения обратного преобразования (оригинала) воспользуемся представлением оригинала в виде суммы вычетов (7). Затрудняет нахождение вычетов то обстоятельство, что все фигурирующие в ядре и правой части (17) функции находятся численно при конкретном значении параметра преобразования. Отметим, что функции  $\tilde{X}_{j}$ , j = 1, 2, 3, 4 имеют полюса первого порядка, а  $\tilde{X}_{i}\tilde{X}_{j}$ , i = 1, 2, 3, 4 имеют полюса первого порядка, а  $\tilde{X}_{i}\tilde{X}_{j}$ , i = 1, 2, 3, 4, j = 1, 2, 3, 4 имеют те же полюса, но второго порядка. Найдем вычеты в полюсах  $\alpha_{n}$ , используя следующую схему. Пусть  $\tilde{\mathbf{X}}^{(1)}$ ,  $\tilde{\mathbf{X}}^{(2)}$  – решения задач (3), (5) (3), (6). Разыскивая решение задачи в виде  $\tilde{\mathbf{X}} = c_1 \tilde{\mathbf{X}}^{(1)} + c_2 \tilde{\mathbf{X}}^{(2)}$  и удовлетворяя граничным условиям при x = 1, получим

$$\mathbf{B}(1,\alpha)\mathbf{C}(\alpha) = \mathbf{F},\tag{18}$$

где 
$$\mathbf{B}(1,\alpha) = \begin{pmatrix} \tilde{X}_{3}^{(1)}(1,\alpha) & \tilde{X}_{3}^{(2)}(1,\alpha) \\ \tilde{X}_{4}^{(1)}(1,\alpha) & \tilde{X}_{4}^{(2)}(1,\alpha) \end{pmatrix}, \mathbf{C}(\alpha) = \begin{pmatrix} c_{1}(\alpha) \\ c_{2}(\alpha) \end{pmatrix},$$
  
 $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$ 

Осуществим разложение вектор-функции  $C(\alpha)$  в ряд Лорана в окрестности простого полюса  $\alpha_n$ 

$$\mathbf{C}(\alpha) = \mathbf{C}_{-1} \frac{1}{\alpha - \alpha_n} + \mathbf{C}_0 + \mathbf{C}_1 (\alpha - \alpha_n) + \dots$$

и регулярное разложение

$$\mathbf{B}(1,\alpha) = \mathbf{B}(1,\alpha_n) + (\alpha - \alpha_n) \frac{\partial \mathbf{B}(1,\alpha)}{\partial \alpha}\Big|_{\alpha = \alpha_n} + \frac{(\alpha - \alpha_n)^2}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}(1,\alpha)}{\partial \alpha^2}\Big|_{\alpha = \alpha_n} + \dots$$
(19)

Подставляя (19) в (18) и группируя слагаемые при одинаковых степенях, получим последовательность уравнений, решая которые найдем коэффициенты в разложении вектор-функции  $C(\alpha)$ . В результате вычет в полюсе первого порядка находится по формуле

$$\operatorname{res}(\tilde{X}_{j})\Big|_{\alpha=\alpha_{n}} = \left[\hat{c}_{1}\tilde{X}_{j}^{(1)}(1,\alpha_{n}) + \hat{c}_{2}\tilde{X}_{j}^{(2)}(1,\alpha_{n})\right],$$
$$\mathbf{C}_{-1} = (\hat{c}_{1},\hat{c}_{2}),$$

а вычет в полюсе второго порядка по формуле



**Рис. 2.** Движение полюсов на итерациях к полюсам, соответствующим G1(x), в зависимости от номера итерации.

$$\operatorname{res}(\tilde{X}_{i}\tilde{X}_{j})|_{\alpha=\alpha_{n}} = \left[\hat{c}_{1}\tilde{X}_{i}^{(1)}(1,\alpha_{n}) + \hat{c}_{2}\tilde{X}_{i}^{(2)}(1,\alpha_{n})\right] \times \\ \times \left[\hat{c}_{1}\tilde{X}_{j}^{(1)}(1,\alpha_{n}) + \hat{c}_{2}\tilde{X}_{j}^{(2)}(1,\alpha_{n}) + \hat{c}_{1}\frac{\partial\tilde{X}_{j}^{(1)}(1,\alpha_{n})}{\partial a} + \right. \\ \left. + \hat{c}_{2}\frac{\partial\tilde{X}_{j}^{(2)}(1,\alpha_{n})}{\partial a}\right] + \left[\hat{c}_{1}\tilde{X}_{j}^{(1)}(1,\alpha_{n}) + \hat{c}_{2}\tilde{X}_{j}^{(2)}(1,\alpha_{n})\right] \times \\ \times \left[\hat{c}_{1}\tilde{X}_{i}^{(1)}(1,\alpha_{n}) + \hat{c}_{2}\tilde{X}_{i}^{(2)}(1,\alpha_{n}) + \hat{c}_{1}\frac{\partial\tilde{X}_{j}^{(1)}(1,\alpha_{n})}{\partial a} + \right. \\ \left. + \hat{c}_{2}\frac{\partial\tilde{X}_{i}^{(2)}(1,\alpha_{n})}{\partial a}\right], \\ \mathbf{C}_{-1} = (\hat{c}_{1},\hat{c}_{2}), \quad \mathbf{C}_{0} = (\hat{c}_{1},\hat{c}_{2}). \end{cases}$$

На основе предыдущих построений сформируем уравнение Фредгольма первого рода для отыскания поправки

$$\int_{\xi_0}^1 K(x, y, \kappa) x G_1(x) dx = F(y, \kappa).$$
<sup>(20)</sup>

Ядро уравнения и правая часть должны быть вычислены аналогично формуле (7), однако при численной реализации для построения поля перемещений в дальней зоне достаточно учесть вычеты в вещественных и комплексных полюсах с достаточно малой мнимой частью:

$$K(x, y, \kappa) = -i \sum_{s} \operatorname{res} \tilde{K}(x, \alpha, \kappa) \Big|_{\alpha = \alpha_{s}} \exp(-i\alpha_{s}y) + F(y, \kappa) =$$
$$= -f(y) - i \sum_{s} \operatorname{res} \tilde{X}_{10}(1, \alpha) \Big|_{\alpha = \alpha_{s}} \exp(-i\alpha_{s}y).$$

Итерационный алгоритм решения обратной задачи основан на многократном решении интегрального уравнения типа (20) методом регуляризации Тихонова. Чтобы начать итерационный процесс, найдем нулевое приближение. Для этого выберем  $G_0(x)$  в классе постоянных или линейных функций, находя минимум функционала невязки  $J = \max_{y \in [y_1, y_2]} |F(y, \kappa)|$  на компактном множестве. Далее найдем  $G_1(x)$ , решая (20). Для перехода к следующей итерации формируем новое начальное приближение, новые ядра интегрального уравнения (20) и его правую часть. Выход из итерационного процесса происходит при достижении правой частью некоторого порогового значения.

#### 3. ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ПО ВОССТАНОВЛЕНИЮ ФУНКЦИИ *G*1(*x*)

Пусть известна радиальная компонента смещений в области, задаваемой границами  $y_1 = 0.1, y_2 = 1, для$  параметра  $\kappa = 13, для$  которого имеется три бегущие волны. На отрезке  $[y_1, y_2]$  выберем 40 точек, а на отрезке  $[\xi_0, 1]$  25 точек с равномерным шагом. В расчетах принято  $\nu = 0.3$ . Пусть начальное приближение  $G_0(x) = 1$ .

Формируя итерационный процесс по восстановлению G1(x), как описано выше, получим результаты, представленные на рис. 2. На этом рисунке проиллюстрировано движение полюсов на итерациях к полюсам задачи для искомой функции  $\alpha_1 = -2.00509$ ,  $\alpha_2 = -8.03158$ ,  $\alpha_3 = -15.7825$  в зависимости от номера итерации. На рис. 3 показан процесс движения вычетов в полюсах для N = 2...30. Отметим стабилизацию расчетов, начиная со значения N = 3. На рис. 4 приведен результат работы итерационного процесса. Сплошной линией обозначена искомая функция G(x), точками обозначен результат восстановления на последней итерации N = 30. Погрешность восстановления в этом случае в равномерной метрике не превысила 3%.



**Рис. 3.** Процесс движения вычетов в полюсах для N = 2...30.

Осуществим аналогичный вычислительный эксперимент для функции G2(x) при неизменных значениях остальных параметров. Начальное приближение найдено в классе линейных функций  $G_0(x) = 2.8619 - 2.128x$ . Функции G2(x) соответствуют следующие значения первых трех вещественных полюсов  $\alpha_1 = -1.54232$ ,  $\alpha_2 = -8.16044$ ,  $\alpha_3 = -15.795$ .

Построенные графики движения полюсов соответствуют N = 1...16. Результаты, приведенные на рис. 5, свидетельствуют, что стабилизация итерационного процесса для полюсов начинается при большем числе итераций (N = 10), чем в первом случае. Для вычетов в полюсах наблюдается аналогичная картина стабилизации. На рис. 6 приведены результаты восстановления функции (сохранены обозначения рис. 4). Максимальная погрешность восстановления функции достигается на правом краю и составляет 8%.

Отметим, что при попытке реализации итерационного процесса для этих же функций в частотной области, расположенной до первого радиального резонанса ( $\kappa < 1.927$  для функции G1(x)), когда имеется лишь одна распространяющаяся мода, сходимости в итерационном процессе достичь не удалось.

В частотной области, содержащей две распространяющиеся волны ( $1.928 < \kappa < 12.477$  для функции G1(x)), для достаточно хорошего восстановления искомой функции требуется обеспечить хорошее начальное приближение, при этом удается достичь погрешности восстановления порядка 10%. Как и в той частотной области, в которой имеется одна распространяющаяся волна, в этой частотной области небольшая эффективность процедуры реконструкции связана со слабой зависимостью (малой чувствительностью) точек дисперсионного множества к закону изменения G(x), отмеченной выше.

Замечание. Задача об отыскании двух функций G(x) и v(x) также может быть сформулирована, однако она требует знания дополнительной информации, например, в виде двух компонент вектора перемещений на внешней границе, либо информации о частотно-пространственных зависимостях.



**Рис. 4.** Результат работы итерационного процесса. Сплошной линией обозначена искомая функция G1(x), точками обозначен результат восстановления на последней итерации N = 30.



Рис. 5. Движение полюсов на итерациях к полюсам, соответствующим G2(x), в зависимости от номера итерации.



**Рис. 6.** Функция G2(x) (сплошная линия) и результат восстановления на последней итерации N = 16 (пунктир).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод определения переменного модуля сдвига при анализе колебаний цилиндрического волновода при задании дополнительной информации в некоторой ограниченной части поверхности на фиксированной частоте колебаний. Реализован итерационный процесс построения решения, построено операторное уравнение Фредгольма первого рода с гладким ядром для отыскания поправки, которое решено на основе метода регуляризации А.Н. Тихонова. Представлены результаты вычислительных экспериментов по восстановлению возрастающей и убывающей функции на частоте, для которой существует три распространяющихся моды. Приведены графики, отражающие некоторые аспекты сходимости итерационного процесса.

Часть исследования, выполненная В.О. Юровым, поддержана Российским Научным Фондом (проект № 18-71-10045).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Ворович И.И., Бабешко В.А. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
- 2. Бабешко В.А., Глушков Е.В., Зинченко Ж.Ф. Динамика неоднородных линейно-упругих сред. М.: Наука, 1989. 343 с.
- 3. Ватульян А.О., Моргунова А.В. Исследование дисперсионных свойств цилиндрических волноводов с переменными свойствами // Акуст. журн. 2015. № 3. С. 295-301.
- 4. Ватульян А.О., Юров В.О. Анализ вынужденных колебаний в функционально-градиентном цилиндрическом волноводе // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 6. С. 649–656.
- 5. *Гетман И.П., Устинов Ю.А.* Математическая теория нерегулярных твердых волноводов. Ростов-на-Дону: Изд-во Рост. ун-та, 1993. 144 с.
- Яхно В.Г. Обратные задачи для дифференциальных уравнений упругости. Новосибирск: Наука, 1990. 304 с.
- Кабанихин С.И. Обратные и некорректные задачи. Монография. Сибирское научное издательство, 2008. 450 с.
- Ватульян А.О. Коэффициентные обратные задачи механики. М.: Физматлит, 2019. 272 с.
- Gockenbach M.S., Jadamba B., Khan A.A. Equation error approach for ellipticinverse problems with an application to the identification of Lamé parameters // Inverse Prob. Sci. Eng. 2008. P. 349–367.
- Jadamba B., Khan A.A., Racity F. On the inverse problem of identifying Lamé coefficients in linear elasticity // J. Comput. Math. Appl. 2008. V. 56. P. 431–443.

- 11. *Mei Y., Fulmer R., Raja V., Wang S., Goenezen S.* Estimating the non-homogeneous elastic modulus distribution from surface deformations // Int. J. Solids and Structures. 2016. V. 83. P. 73–80.
- Eremin A.A., Glushkov E.V., Glushkova N.V., Lammering R. Evaluation of effective elastic properties of layered composite fiber-reinforced plastic plates by piezoelectrically induced guided waves and laser Doppler vibrometry // Composite Structures. 2015. V. 125. P. 449–458.
- Calvetti D., Morigi S., Reichel L., Sgallari F. Tikhonov regularization and the L-curve for large discrete illposed problems // J. Comp. and Appl. Math. 2000. V. 123. P. 423–446.
- 14. Ватульян А.О., Сатуновский П.С. Об определении упругих модулей при анализе колебаний неоднородного слоя // Доклады РАН. 2007. Т. 414. № 1. С. 36–38.

- 15. Ватульян А.О., Явруян О.В., Богачев И.В. Идентификация неоднородных свойств ортотропного упругого слоя // Акуст. журн. 2013. № 6. С. 752– 758.
- Bogachev I.V., Vatulyan A.O., Yavruyan O.V. Reconstruction of inhomogeneous properties of orthotropic viscoelastic layer // Int. J.Solids and Structures. 2014. V. 51. P. 2238–2243.
- 17. Ватульян А.О., Углич П.С. Реконструкция неоднородных характеристик поперечно-неоднородного слоя при антиплоских колебаниях // Прикладная механика и техническая физика. 2014. Т. 55. № 3. С. 146–153.
- Ватульян А.О., Юров В.О. О свойствах дисперсионного множества для неоднородного цилиндрического волновода // Владикавк. мат. журн. 2018. Т. 20. Вып. 1. С. 50–60.
- 19. Найфе А.Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976.

## \_ КЛАССИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНЕЙНОЙ АКУСТИКИ \_\_\_\_ И ТЕОРИИ ВОЛН

УДК 534.2.532

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗВУКА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ КАНАЛЕ ПРИ НАЛИЧИИ СКАЧКОВ ИМПЕДАНСА И РАЗРАБОТКА НА ЕЕ ОСНОВЕ МЕТОДА ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА

© 2020 г. Н. Н. Остриков<sup>а,</sup> \*, М. А. Яковец<sup>а</sup>, М. С. Ипатов<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Московский Комплекс (НИМК ЦАГИ), ул. Радио 17, Москва, 105005 Россия \*e-mail: aeroacoustics@tsagi.ru Поступила в редакцию 05.07.2019 г. После доработки 29.08.2019 г. Принята к публикации 05.09.2019 г.

Проведено систематическое исследование проблем точности извлечения импеданса звукопоглощающих конструкций на установках типа "Интерферометр с потоком" в случае отсутствия скользящего потока. Предложен метод определения доверительного интервала измерений звуковых давлений на этой установке. Экспериментально подтверждена аналитическая модель распространения звука в прямоугольном канале при наличии скачков импеданса, предложенная ранее авторами и описанная с помощью метода Винера—Хопфа. Разработан и реализован метод извлечения импеданса звукопоглощающих конструкций при отсутствии потока, основанный на аналитическом методе учета прохождения звуковых мод через стык импеданса.

*Ключевые слова:* прямоугольный канал, звукопоглощающие конструкции, скачок импеданса, интерферометр с потоком **DOI:** 10.31857/S0320791920010062

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Наиболее эффективным способом снижения шума вентилятора авиадвигателя является облиновка его каналов звукопоглошающими конструкциями (ЗПК), параметры которых подбираются таким образом, чтобы обеспечить максимальное снижение шума на местности на различных режимах работы двигателя в течение взлетно-посадочного цикла полета самолета. Успех настройки параметров ЗПК зависит от качества их исследований в стендовых условиях, в частности, на установках типа "Интерферометр с потоком", предназначенных для определения импеданса ЗПК в зависимости от их геометрических параметров, скорости потока и уровня звукового поля. Исследования по созданию установок этого типа были начаты в конце прошлого века. В настоящее время такие установки существуют в основных крупных научных центрах США и Европы, занимающихся вопросами снижения авиационного шума [1-16]. В России созданы две такие установки – одна в Пермском национальном исследовательском политехническом университете, другая в ЦАГИ (эта установка была введена в строй в 2012 году) [17].

Структура и принцип работы всех таких установок одинаков: рабочая часть установки представляет собой длинный узкий канал прямоугольного сечения, плоский испытательный образец помешается заподлицо боковой поверхности канала, а извлечение импеданса основано на характеристиках звукового поля в канале, полученных с помощью микрофонов, установленных на стенках канала. При этом звук в канале создается с помощью динамиков, расположенных на конце(ах) канала, а создание потока в канале может основываться на различных принципах. В частности, на установке ЦАГИ с помощью вентиляторов создается поток, всасывающийся в канал. Поперечные размеры канала обычно выбираются из условия обеспечения одномодового распространения звука в интересующей области частот.

Задача определения импеданса из результатов измерения акустического давления на микрофонах относится к классу обратных задач, и для ее решения необходимо использовать ту или иную математическую модель распространения звука в канале при наличии импедансных граничных условий и потока. В целом, решения прямых задач о распространении звука в каналах с прямоугольным сечением хорошо изучены при наличии на стенка различных объемных резонаторов [18–20]. Поскольку в канале установки реализуется одномодовое распространение звука, а образец устанавливается только на одной боковой поверхности канала, то обычно используют двумерные модели распространения звука в канале. При этом на начальной стадии исследований в основном использовалась модель распространения звука в однородном потоке, основанная на решении конвективного волнового уравнения с граничным условием Ингарда—Майерса на образце [1], а по мере накопления опыта стала применяться двумерная модель распространения звука в неоднородном плоскопараллельном потоке, основанная на решении уравнения Придмора—Брауна [2, 14, 21].

Существуют различные подходы к решению обратной задачи по определению импеданса, которые могут быть классифицированы по местоположению используемых микрофонов и их числу.

К первому типу можно отнести подходы, в которых используются данные, полученные только на микрофонах, равномерно расположенных напротив испытуемого образца. Методы извлечения импеданса в этих подходах основываются на методе Прони [22, 23]. Наиболее простым методом этого класса является метод 3-х микрофонов [12]. Этот метод прост в использовании, но не обеспечивает единственного решения относительно искомого импеданса и требует выбора наиболее подходящего результата.

Ко второму типу можно отнести подходы, основанные на методе двух портов [24–27]. В этом методе для извлечения импеданса используют минимум четыре микрофона, установленных по два с различных сторон от образца. Реализация этого метода требует согласования звуковых мод для описания эффектов отражения и преобразования волноводных мод в канале при наличии разрывов импеданса, имеющих место на стыке образца и жесткой стенки. Недостатком применяемых ранее реализаций этого метода было использование приближенных методов согласования мод на стыках образца.

И наконец, третий подход основан на использовании микрофонов, расположенных как напротив образца, так и в жесткостенной части канала с обеих сторон от образца. До настоящего времени реализация данного подхода требовала использования численных методов для описания звукового поля в канале даже в случае решения конвективного волнового уравнения, что обусловлено необходимостью корректного описания прохождения волн через разрыв импеданса на стыке образца. Этот подход предполагает использование большого числа микрофонов, а поиск искомого импеданса осуществляется с помощью минимизации целевой функции, которая выражает отклонение расчетного и измеренного акустического давления в точках расположения микрофонов. Основная трудность реализации этого метода на практике состоит в том, что целевая функция может обладать сразу несколькими локальными минимумами, и поэтому итерационная процедура поиска минимума целевой функции хорошо сходится только тогда, когда стартовое значение импеданса находится достаточно близко к искомому значению. В противном случае существует вероятность сходимости к нефизическому минимуму. Для того чтобы избежать этого в случаях, когда отсутствует априорная оценка значения искомого импеданса, приходится вручную задавать различные стартовые значения, чтобы определить абсолютный минимум целевой функции, что не делает общую процедуру извлечения импеданса робастной.

Накопление опыта эксплуатации установок типа "Интерферометр с потоком" привело в последние годы к актуализации проблемы точности извлечения импеданса ЗПК на этих установках [28-46], что в значительной степени обусловлено результатами работ по сравнению импеданса, измеренного на различных установках для одних и тех же образцов ЗПК с помощью различных методов [17, 28-31]. В этих работах показано, что на большинстве частот результаты извлечения импеданса одинаковых образцов ЗПК оказываются близкими, хотя при этом имеется достаточно большой разброс значений при применениях различных методов. В том числе, в этих экспериментах были обнаружены режимы работы ЗПК, при которых возникают существенные расхождения извлеченного импеданса даже при использовании одинаковых методов как при наличии, так и отсутствии потока в канале. В этих случаях в каналах различных установок реализуется различная структура звукового поля, обусловленная различными отражениями от концов канала, что определяется конструктивными особенностями каждой установки, различными профилями скорости потока в канале, различным действием нелинейного режима работы ЗПК, при котором импеданс зависит от уровня звукового давления, а применяемые методы извлечения не способны учесть данные различия. В частности, к настоящему времени для этих установок не разработаны методы извлечения импеданса с учетом нелинейного режима их работы.

Целью настоящей работы является экспериментальная проверка аналитической модели распространения звука в прямоугольном канале при наличии скачков импеданса, развитой в работе [47] с помощью метода Винера—Хопфа, и разработка на ее основе метода извлечения импеданса, реализация которого на установке "Интерферометр с потоком" не требует использования большого числа микрофонов. В настоящей работе рассматривается случай отсутствия в канале потока. Развитая аналитическая модель позволила верифицировать численный метод конечных элементов, применяемый для извлечения импеданса ЗПК на рассматриваемых установках, показать, что приближенные способы сшивки звуковых мод, применяемые в методе двух портов, приводят к существенным отклонениям в структуре восстановленного звукового поля в канале, и обнаружить случаи, при которых происходит потеря чувствительности большинства методов извлечения импеданса [48].

В настоящей работе верификация указанной аналитической модели и разработка метода извлечения импеданса выполняется на основе экспериментальных данных, полученных на однослойном сотовом образце ЗПК со следующими параметрами: диаметр отверстий – 1.4 мм, степень перфорации – 12%, толщина перфорированного листа – 1 мм, высота сот – 48 мм.

В первой части работы приводится описание установки ЦАГИ "Интерферометр с потоком" и проводится анализ факторов, влияющих на точность извлечения импеданса. Далее проводится анализ 3-х микрофонного метода извлечения импеданса ЗПК, показывается, что данный метод очень чувствителен к значениям звукового давления внутри доверительного интервала, достигнутого при измерениях, и предлагается его модификация с помощью метода наименьших квадратов. Затем предлагается метод определения импеданса из результатов измерений коэффициентов прохождения и отражения звуковых мод от разрывов импеданса на стыках образца. Применение этого метода к звуковым полям, восстановленным напротив образца с помошью метода наименьших квадратов, а с различных сторон от образца в жесткостенной части канала - с помощью стандартного 2-х микрофонного метода, позволяет показать, что предсказания аналитической модели и данные, получаемые из экспериментов, о значениях коэффициентов прохожления и отражения имеют очень близкие значения. Этот результат позволяет развить новый метод извлечения импеданса на основе аналитического метода учета прохождения звуковых мод через стык импеданса, который позволяет восстанавливать самосогласованное звуковое поле в рабочей части установки и использует относительно небольшое число микрофонов, установленных как напротив образца, так и за его пределами.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА "ИНТЕРФЕРОМЕТР С ПОТОКОМ" И АНАЛИЗ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ

Установка "Интерферометр с потоком" была создана в ЦАГИ в 2012 году и предназначена для измерения импеданса образцов локально-реагирующего типа при наличии скользящего вдоль лицевой поверхности образцов потока с учетом высоких уровней звукового давления источника звука. Фотография и схема установки представлены на рис. 1a, 16.

Рабочая часть установки представляет собой достаточно длинную трубу с внутренними поперечными размерами 40 × 40 мм. При таких размерах трубы рабочий диапазон частот установки составляет 0.5 < f < 4 кГц, причем нижняя граница частотного диапазона обуславливается минимальной рабочей частотой динамиков, а верхняя граница надежно обеспечивает условие одномодового распространения звука в жесткостенной части канала. Для генерации звука в трубе используются две секции с динамиками Eighteen Sound ND1460 мощностью 150 Вт и частотным диапазоном 0.5-20 кГц. Сигнал на динамики подается с генератора через усилитель мощности Yamaha P2500S. На выходе трубы установлена слвоенная расширительная камера. в которой помещены два радиальных вентилятора для создания воздушного потока в трубе и выхлопные глушители для создания заглушенного окончания трубы и уменьшения звуковой мощности, излучаемой в окружающее помещение. Диапазон скоростей потока в рабочей секции установки 0-100 м/с. На одной из стенок рабочей секции устанавливается образец ЗПК, лицевая перфорированная панель которой имеет размеры 40 × 400 мм, а максимальная толщина образца может достигать 100 мм. На противоположной к образцу стенке заподлицо устанавливаются одиннадцать 1/4 дюймовых микрофонов давления G.R.A.S. Туре 40ВЕ с предусилителем 26СВ, семь из которых располагаются непосредственно напротив образца, и по два микрофона устанавливаются во входной и выходной секциях с жесткими стенками. Микрофоны нумеруются в направлении потока, и соседние микрофоны с номерами от 4 по 7 равноудалены относительно друг друга. Установка оснащена измерительным оборудованием для определения акустических характеристик и анализа данных, в состав которого входит два основных компонента: модули NI PXIe-4499 и PXIe-4461.

При проведении измерений включаются динамики, установленные только в одной из секций (правой или левой), в результате чего в секциях 6, 7 и 8 установки (рис. 16) на каждой рабочей частоте устанавливается звуковое поле в виде суперпозиции волн, распространяющихся в обе стороны канала, причем в подавляющей части секций 6 и 7, имеющих твердые стенки, распространяются только поршневые моды, а звуковые моды более высокого порядка, образующиеся на неоднородностях канала, достаточно быстро затухают. Волны, распространяющиеся в направлении работающих динамиков, возникают в результате отражений на неоднородностях канала. Эф-



**Рис. 1.** (а) – Фотография экспериментальной установки "Интерферометр с потоком" в лабораторных условиях. (б) – Схема установки: *1* – входная заглушенная камера, *2* – выходная заглушенная камера с пластинчатыми звукопоглощающими конструкциями, *3* – камера с силовой установкой, *4* – правая секция с динамиками, *5* – левая секция с динамиками, *6*, *7* – входная и выходная секции с жесткими стенками, *8* – рабочая секция с тестовым образцом, *9* – микрофоны, *10* – направление потока воздуха в канале установки.

фект отражения на стыках образца может быть использован для определения импеданса образца. В тоже время отражения на таких неоднородностях канала, как крепеж секции неработающих динамиков, и от входной или выходной камеры ( $\mathbb{N}$  *I* и *2* на рис. 1б), расположенных после выходных сечений трубы, снижают точность извлечения импеданса. Для уменьшения амплитуды отраженных волн от крепежа секции неработающих динамиков используются твердотельные заглушки, а для снижения амплитуды отраженных сечений трубы во входной и выходной камерах установлены звукопоглощающие материалы.

В каждом измерении задействуются все микрофоны, и длина временной реализации обычно составляет 60 с. При обработке сигналов на основе не менее 50 осреднений определяются автокорреляционные и взаимные спектры звукового давления, причем в качестве опорного сигнала выступает микрофон с номером 1. По результатам обработки сигналов получаются значения уровней звукового давления на каждом из одиннадцати микрофонов и сдвиги фаз по отношению к опорному микрофону. Пример таких данных, полученных на тестовом образце (рис. 2) при работе динамиков 4 для двух частот 500 и 1500 Гц при отсутствии потока, представлен в табл. 1. При этом с генератора подавался сигнал в виде суперпозиции тональных сигналов на двенадцати частотах с суммарным уровнем звукового давления 130 дБ на первом микрофоне в канале. Данные, представленные в табл. 1, позволяют приписать каждому микрофону на каждой частоте комплексное значение звукового давления  $P_j = A_j \exp(i\varphi_j)$ , где  $A_j$  – амплитуда звукового давления,  $\varphi_j$  – сдвиг фазы по отношению к опорному микрофону, причем опорному микрофону приписывается фаза, равная нулю.

Источником случайной погрешности определения амплитуд  $A_j$  и фаз  $\varphi_j$  на микрофонах при отсутствии потока в канале установки является фоновый шум в помещении установки. Анализ процедуры осреднения показывает, что максимальное отклонение амплитуд на микрофонах от среднего значения обычно не превышает 0.01 Па и 0.01 градуса.

Источниками систематической погрешности при определении комплексных значений звукового давления на микрофонах выступают вибрации стенок трубы установки, которые переизлучают звук в канал коррелированно со звуковым полем, генерируемым в канале динамиками. Данные вибрации возникают вследствие ряда причин:(1) непосредственно из-за работы динамиков, (2) повышенных вибраций стенок камер 1 и 2 или кассеты 8 установки на резонансных частотах соответствующих объемов, (3) акустического поля на внешних стенках трубы, возникающего из-за излучения звука из открытого конца канала (при работе динамиков с суммарным уровнем звукового давления 140 дБ внутри канала на внешней поверхности секции 8 уровень звукового давления составляет около 70 дБ).

С целью оценки систематической погрешности измерений на микрофонах были проведены опыты, в которых воспроизводился режим, представленный в табл. 1, но при этом для изменения вибрационных свойств стенок канала использовалась различная конфигурация стяжек и грузов, а также установка с внешней стороны закрывалась звукопоглощающим матом. В табл. 2 приведены максимальные значения различий амплитуд и фаз, которые были достигнуты на одних и тех же микрофонах при реализации различных конфигураций. Сравнение данных, представленных в табл. 1 и 2, для частоты звука, далекой от частоты настройки ЗПК (в данном случае это 500 Гц), показывает, что систематическая погрешность измерения звукового давления может достигать величины 0.3-0.4 Па при амплитуде звукового поля в канале 20 Па. Сравнение данных табл. 1 и 2 на частоте, близкой к частоте настройки ЗПК (в данном случае это 1500 Гц), показывает, что амплитуда звукового поля, создаваемая в канале динамиками, настолько быстро затухает в секции, в которой располагается ЗПК, что становится сравнимой с амплитудой звука, создаваемого вибрациями сте-



**Рис. 2.** Схема тестового образца ЗПК, результаты испытания которого используются в настоящей работе.

нок, и поэтому в звуковое давление, измеренное на микрофонах с номерами 8–11, может давать значительный вклад звук, порождаемый вибрациями стенок канала. Это означает, что учет результатов измерений на этих микрофонах может приводить к значительной погрешности определения импеданса ЗПК.

Важным с точки зрения точности измерений является контроль температуры, при которой проводятся эксперименты. Заметим, что опыты показывают, что изменение температуры на 2–3°С приводит к такому же порядку значений отклонений амплитуд и фаз, измеренных на микрофонах, которые представлены в табл. 2.

При наличии потока фоновый шум существенно возрастает из-за гидродинамических пульсаций давления в турбулентном пограничном слое, которые фиксируют микрофоны, уста-

Частота Ги		Амплитуда, д <b>р</b>									
	Nº 1	№ 2	№ <i>3</i>	№ 4	Nº 5	Nº 6	№ 7	№ 8	№ <i>9</i>	Nº <i>10</i>	Nº11
500	115.67	115.55	113.66	118.32	120.3	121.2	121.26	118.12	112.7	123.81	123.11
1500	121.98	124.25	99.53	81.23	75.82	69.69	63.03	48.41	53.61	61.13	58.29
Частота Ги	Фаза, град										
Incioin, I q	Nº 1	Nº 2	№ <i>3</i>	Nº 4	Nº 5	Nº 6	№ 7	№ 8	№ <i>9</i>	№ <i>10</i>	Nº11
500	0	28.05	146.75	-93.97	-85.8	-79.59	-74.67	-60.121	63.18	110.56	113.41
1500	0	5.27	-153.4	-142.75	-139.04	-134.5	-127.49	-124.45	172.12	90.99	99.78

-

Таблица 1. Пример данных, полученных на микрофонах установки на двух частотах

Таблица 2. Максимальные значения различий амплитуд и фаз, которые были достигнуты на одних и тех же микрофонах при реализации различных конфигураций, изменяющих вибрационные характеристики стенок трубы установки.

Иастота Ги	Амплитуда, дБ										
пастота, т ц	№ 1	№ 2	№ <i>3</i>	№ 4	№ 5	№ <i>6</i>	№ 7	№ <i>8</i>	№ <i>9</i>	№ <i>10</i>	№ <i>11</i>
500	0.04	0.06	0.14	0.01	0.03	0.04	0.06	0.09	0.01	0.06	0.06
1500	0.01	0.02	0.07	0.03	0.1	0.09	0.27	4.32	1.54	4.33	5.73
Частота Ги	Фаза, град										
пастота, т ц	№ 1	№ 2	№ <i>3</i>	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ <i>9</i>	№ <i>10</i>	№ <i>11</i>
500	0	0.72	0.62	1.18	1.34	1.37	1.37	1.32	1.15	1.45	1.39
1500	0	0.04	0.16	0.31	0.56	0.36	3.08	29.72	9.98	43.33	60.9

новленные заподлицо стенок канала, а также из-за шума вентилятора, создающего поток.

## АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ В КАНАЛЕ УСТАНОВКИ

Поскольку рабочие частоты предполагают одномодовое распространение звука в жесткостенной части канала, и разрыв импеданса реализуется только на одной стенке канала, то описание структуры звукового поля в канале при отсутствии потока может быть выполнено с помощью модели плоского канала. Рассмотрим плоский канал высотой H, на верхней стенке которого заподлицо располагается образец ЗПК длиной L. На противоположной жесткой стенке напротив средней части образца компактно располагаются четыре микрофона также заподлицо с жесткой стенкой (рис. 3).

Звуковое давление  $p(x, y) \exp(-i\omega t)$  в гармонической волне, распространяющейся в этом канале при отсутствии потока, удовлетворяет уравнению Гельмгольца [49]

$$\Delta p(x, y) + k^{2} p(x, y) = 0,$$
 (1)

где 
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$
 – оператор Лапласа,  $k = \frac{\omega}{c}$  – ос-

новное волновое число, *с* – скорость звука. При этом на верхней стенке канала реализуется граничное условие вида

$$\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{y=H} = ik\beta p\Big|_{y=H}, \qquad (2)$$

где  $\beta = 1/Z$  — удельный безразмерный адмитанс поверхности стенки (величина, обратная импедансу Z). Для жестких стенок канала  $\beta = 0$ , а на поверхности образца ЗПК адмитанс имеет ненулевое комплексное значение, зависящее от частоты. Нижние стенки канала являются абсолютно жесткими, и поэтому задается граничное условие вида

$$\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{y=0} = 0.$$
(3)

Кроме этого, для единственности решения уравнения (1) с граничными условиями (2) и (3) необходимо поставить условие конечности энергии в окрестности разрывов импеданса верхней стенки [47].

В каждой из секций 1, 2 или 3 (рис. 3) решение уравнения (1) с граничными условиями (2) и (3)



Рис. 3. Схема структуры звукового поля в канале установки.

имеет вид суперпозиции мод, распространяющихся в обе стороны канала

$$p(x, y) =$$

$$= \sum_{j=0}^{\infty} A^{(j)} \cos(\chi^{(j)} y) e^{ik_x^{(j)} x} + B^{(j)} \cos(\chi^{(j)} y) e^{-ik_x^{(j)} x}, \quad (4)$$

где  $A^{(j)}$  и  $B^{(j)}$  – комплексные амплитуды мод,  $k_x^{(j)}$  и  $\chi^{(j)}$  – продольное (осевое) и поперечное волновые числа *j*-й моды соответственно, значения которых определяются из характеристического и дисперсионного уравнений по известному значению адмитанса [49]

$$\chi^{(j)} \operatorname{tg}(\chi^{(j)}H) = -ik\beta, \tag{5}$$

$$\left(\chi^{(j)}\right)^2 + \left(k_x^{(j)}\right)^2 = k^2.$$
 (6)

Трансцендентное уравнение (5) имеет бесконечное количество комплексных корней (данное уравнение необходимо решать численно), что определяет бесконечное число мод, которые могут присутствовать в структуре звукового поля. Из решения уравнений (5) и (6) относительно  $k_x^{(j)}$  для секций 1 и 3 (рис. 3), имеющих жесткие стенки, следует, что, если частота звука меньше величины f < c/(2H), то распространяется без затухания только одна мода (это поршневая мода), продольное волновое число которой совпадает с основным волновым числом k, а остальные моды затухают, имея мнимые волновые числа. Данные затухающие моды рождаются на стыках секций 1 и 3 с секцией 2, и поэтому, если микрофоны в секциях 1 и 3 достаточно удалены от стыков, то вкладами затухающих мод в окрестности микрофонов можно пренебречь.

Более сложная структура звукового поля наблюдается внутри секции 2, в которой адмитанс одной из стенок отличен от нуля. Решение уравнений (5) и (6) показывает, что в этой секции мнимые части продольных волновых чисел  $k_{r}^{(j)}$ всех мод имеют положительные значения, тем самым, все моды затухают в той или иной степени в направлении распространения. Классификация волновых чисел мод при изменении адмитанса в прямоугольных каналах хорошо известна из многочисленных работ, например, [50, 51]. В частности, хорошо известно, что для некоторых значений адмитанса уравнение (5) имеет двойной корень, что обуславливает эффект слияния мод [17, 49, 52]. Поперечное волновое число каждой такой моды является одним из корней трансцендентного уравнения

$$\sin(2\chi_{\mu}H) = -2\chi_{\mu}H, \ \mu = 0, 1, 2, ...,$$
 (7)

а соответствующее значение адмитанса для соответствующего корня  $\chi_{\mu}$  выражается из уравнения (5):

$$\beta_{\mu} = i \chi_{\mu} \operatorname{tg}(\chi_{\mu} H) / k. \tag{8}$$

При этом уравнение (7) имеет бесконечное число корней, и  $\beta_0$  в (8) соответствует слиянию 0-й и 1-й моды,  $\beta_1 - 1$ -й и 2-й моды, и т.д.

Дадим теперь краткое описание особенностей зависимости продольных волновых чисел  $k_x^{(j)}$  от значений адмитанса ЗПК. С этой целью будем рассматривать вариацию комплексных значений адмитанса вдоль различных лучей, исходящих из нулевого значения:

$$\beta = t\tilde{\beta},\tag{9}$$

где  $\tilde{\beta}$  — некое комплексное значение адмитанса, лежащее в первой четверти комплексной плоскости значений адмитанса, соответствующей условиям Re[ $\beta$ ]  $\geq 0$  и Im[ $\beta$ ]  $\geq 0$ , которое определяет направление луча при возрастании положительного действительного параметра *t* от нулевого значения. Тогда, если адмитанс  $\beta$  варьируется вдоль некоторого луча вида (9), то волновые числа  $k_x^{(j)}$ , вычисляемые для каждого значения адмитанса (9) из выражений (5) и (6), варьируются вдоль некоторой линии на комплексной плоскости волновых чисел, т.е.  $k_x^{(j)} = k_x^{(j)}(t)$ .

Если t = 0 и, тем самым,  $\beta = 0$ , то реализуются граничные условия жесткой стенки, и поэтому в рабочем диапазоне частот волновое число  $k_x^{(0)}$ , соответствующее поршневой моде, лежит на действительной оси в комплексной плоскости значений волновых чисел, а остальные волновые числа  $k_x^{(j)}$  при  $j \ge 1$  лежат на мнимой оси. Эта ситуация означает, что при наличии в прямоугольном канале установки только жестких стенок распространяется только поршневая мода, а остальные моды затухают.

Поведение комплексных волновых чисел  $k_x^{(j)}(t)$  при возрастании параметра t от нулевого значения существенно зависит от местоположения зоны на комплексной плоскости значений адмитанса, внутри которой проходит соответствующий луч вида (9). Для описания этих особенностей разделим указанную четверть комплексной плоскости значений адмитанса на бесконечное число секторов с помощью лучей вида (9), для каждого из которых значение адмитанса  $\tilde{\beta}$  совпадает с некоторым значением (8), при котором имеет место слияние соответствующих мод. Это разделение представлено на рис. 4 пунктирными линиями, для построения которых в выражении (9) выбиралось одно из условий  $\tilde{\beta} = \beta_{\mu}$ 



**Рис. 4.** Комплексная плоскость значений адмитанса, разделенная на бесконечное число секторов лучами, исходящими из начала координат, а затем пересекающими адмитансы, соответствующие значениям (8).

 $(\mu = 0, 1, 2, ...)$ , причем каждый такой луч прерывается на рис. 4 точно на соответствующем значении  $\beta_{\mu}$ , т.е. при t = 1. Для всех лучей вида (9), расположенных внутри одного сектора, качественное поведение линий  $k_x^{(j)}(t)$  на комплексной плоскости волновых чисел оказывается идентичным, но при рассмотрении лучей вида (9) в различных секторах качественное поведение линий  $k_x^{(j)}(t)$ , отвечающих некоторым номерам мод j, оказывается различным.

На рис. 5 представлены линии  $\tilde{k}_x^{(j)}(t)$  на ком-плексной плоскости безразмерных волновых чисел  $\tilde{k}_{x}^{(j)} = k_{x}^{(j)} H$  для первых четырех мод (j = 0, 1, 2, 3), которые соответствуют вариациям значений адмитанса вдоль лучей, представленных на рис. 4 для частоты  $f = 3 \ \kappa \Gamma \mu$ . При этом пунктирные линии на рис. 5а и 5б соответствуют линиям  $\tilde{k}_x^{(j)}(t)$ , когда адмитанс варьируется вдоль луча, пересекающего адмитанс  $\beta_0$ , при котором сливаются 0-я и 1-я моды, а пунктирные линии на рис. 5в соответствуют линиям  $ilde{k}_{x}^{(j)}(t)$ , когда адмитанс варьируется вдоль луча, пересекающего адмитанс  $\beta_1$ , при котором сливаются 1-я и 2-я моды. Жирные линии на рис. 5а соответствуют линиям  $\tilde{k}_x^{(j)}(t)$ , когда ад-митанс варьируется вдоль луча, обозначенного на рис. 4 жирной линией в зоне № 1, жирные линии на рис. 5б соответствуют линиям  $\tilde{k}_x^{(j)}(t)$ , когда ад-митанс варьируется вдоль луча, обозначенного на рис. 4 жирной линией в зоне № 2, а жирные линии на рис. 5в соответствуют линиям  $\tilde{k}_{x}^{(j)}(t)$ , когда адмитанс варьируется вдоль луча, обозначенного на рис. 4 жирной линией в зоне № 3. Заметим, что

при t = 0 линия  $\tilde{k}_x^{(0)}(t)$  начинается на действительной оси, а линии  $\tilde{k}_x^{(j)}(t)$  при  $j \ge 1$  – на мнимой оси, причем, чем больше номер моды j, тем большим стартовым значением  $\text{Im}\left[\tilde{k}_x^{(j)}(0)\right]$  обладает мода.

Рис. 5а, 5б, 5в показывают, что волновые числа  $\tilde{k}_x^{(j)}$  для номеров мод, больших единицы (j = 2, 3, ...), имеют большие мнимые части при любых значениях адмитанса, т.е. в рабочем диапазоне частот установки эти моды обладают сильным затуханием. Эти моды рождаются на стыках секции 2 с секциями 1 и 3 установки, и поэтому, если микрофоны в секции 2 достаточно удалены от стыков, то вкладами этих мод в звуковое поле в окрестности микрофонов можно пренебрегать.

Рис. 56, 5в показывают, что для большинства комплексных значений адмитанса (адмитанс лежит в зонах с номерами большими 1 на рис. 4) волновое число  $\tilde{k}_x^{(0)}$  нулевой моды обладает наименьшим значением мнимой части, т.е. эта мода является наименее затухающей, а первая мода с волновым числом  $\tilde{k}_x^{(1)}$  имеет существенно большее затухание, чем нулевая мода. В этих случаях вкладом первой моды в звуковое поле в окрестности микрофонов, установленных в секции 2 вдали от стыков, также можно пренебрегать.

В противоположность указанным особенностям рис. 5а показывает, что, если комплексное значение адмитанса  $\beta$  лежит в зоне № *I* на рис. 4 и при этом выполняется условие  $|\beta| > |\beta_0|$ , то Im $[\tilde{k}_x^{(1)}] < \text{Im}[\tilde{k}_x^{(0)}]$ , т.е. наименьшим затуханием в этом случае обладает первая мода, а не нулевая мода. При этом, если комплексное значение адмитанса  $\beta$  лежит в некоторой окрестности значения  $\beta_0$  в зоне № *I* (рис. 5а) или зоне № *2* (рис. 5б), то значения Im $[\tilde{k}_x^{(0)}]$  и Im $[\tilde{k}_x^{(1)}]$  оказываются достаточно близкими, т.е. нулевая и первая моды обладают приблизительно одинаковым затуханием.

Поведение жирной линии  $\tilde{k}_{x}^{(0)}(t)$  на рис. 5а, соответствующей нулевой моде, показывает, что, если  $\beta$  лежит в зоне № *1* и выполняется условие  $|\beta| \ge |\beta_0|$ , то значение Im $[\tilde{k}_{x}^{(0)}]$  оказывается достаточно большим, и, тем самым, нулевая мода быстро затухает, становясь поверхностной модой, звуковое давление в которой сосредоточено вблизи образца ЗПК и экспоненциально убывает по мере удаления от него.

Таким образом, анализ показывает, что в рабочем диапазоне частот звуковое поле вида (4) содержит в секциях 1 и 3 вдали от стыков с секцией 2 только нулевые моды (поршневые моды), а в секции 2 – суперпозицию нулевой и первой моды, причем, если комплексное значение адмитанса  $\beta$ 



Рис. 5. Смещения безразмерных продольных волновых чисел первых четырех мод на комплексной плоскости, когда значение адмитанса варьируется вдоль лучей вида (9). (а) — Вариация адмитанса вдоль луча в зоне № 1 на рис. 4; (б) — вариация адмитанса вдоль луча в зоне № 2 на рис. 4; (в) — вариация адмитанса вдоль луча в зоне № 3 на рис. 4;

находится вдали от значения  $\beta_0$ , то звуковое поле в секции 2 с высокой точностью можно считать одномодовым (учитывается или нулевая, или первая моды).

Сильно затухающие моды высшего порядка присутствуют в структуре звукового поля только в окрестности стыков, что обеспечивает дважды непрерывную дифференцируемость звукового давления при переходе из одной секции в другую при наличии разрыва импеданса на стенке. В работе [47] с помощью метода Винера—Хопфа найдены аналитические выражения для коэффициентов отражения и прохождения различных мод через разрыв импеданса на одной из стенок прямоугольного канала, которые могут быть использованы для связи амплитуд мод в различных секциях установки:

$$A_s^{(2)} = T(\beta^{(1)} \to \beta^{(2)}; \ j \to s) A_j^{(1)}, \tag{10}$$

$$B_s^{(2)} = R(\beta^{(1)} \to \beta^{(1)}; \ j \to s) A_j^{(1)}, \tag{11}$$

где  $A_j^{(1)}$  – комплексная амплитуда моды с номером j, которая падает на стык облицовки со стороны адмитанса стенки  $\beta^{(1)}$ ,  $A_s^{(2)}$  – комплексная амплитуда моды с номером *s*, которая рождается в секции канала с адмитансом стенки  $\beta^{(2)}$  (прошедшая мода),  $B_s^{(2)}$  – комплексная амплитуда моды с номером *l*, которая отразилась обратно в секцию канала с адмитансом стенки  $\beta^{(1)}$ ,  $T(\beta^{(1)} \rightarrow \beta^{(2)}; j \rightarrow s)$  и  $R(\beta^{(1)} \rightarrow \beta^{(1)}; j \rightarrow s)$  – соответствующие коэффициенты прохождения и отражения, вычисленные в работе [47] для случая, когда разрыв импеданса на стенке имеет координату x = 0.

Основываясь на описанных выше особенностях, можно выразить звуковое давление на микрофонах, установленных в секциях 1, 2 и 3 вдали от стыков на жесткой стенке с координатой y = 0, в следующей форме

$$p_r(x) = A_r^{(0)} e^{ikx} + B_r^{(0)} e^{-ikx}$$
 при  $x < 0,$  (12)

$$p_l(x) = A_l^{(0)} e^{ikx} + B_l^{(0)} e^{-ikx}$$
 при  $x > L$ , (13)

$$p(x) = A^{(0)}e^{ik_x^{(0)}x} + A^{(1)}e^{ik_x^{(1)}x} + B^{(0)}e^{-ik_x^{(0)}x} + B^{(1)}e^{-ik_x^{(1)}x}$$
  
при 0 < x < L. (14)

Звуковое давление, определенное согласно выражениям (12)–(14) с двух сторон стыков, имеющих координаты x = 0 и x = L, терпит разрыв. Тем не менее, прохождение волны через стыки может быть учтено для этих выражений, опираясь на коэффициенты прохождения и отражения (10) и (11), благодаря которым можно установить следующую связь между амплитудами звуковых мод в выражениях (12)–(14):

$$T_{01}A_r^{(0)} + R_{02}B^{(0)} + R_{11}B^{(1)} = A^{(0)},$$
(15)

$$T_{11}A_r^{(0)} + R_{12}B^{(0)} + R_{22}B^{(1)} = A^{(1)},$$
(16)

$$T_{02}B^{(0)} + T_{12}B^{(1)} + R_{01}A_r^{(0)} = B_r^{(0)},$$
(17)

$$T_{02}A^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} + T_{12}A^{(1)}e^{ik_x^{(1)}L} + R_{01}B_l^{(0)}e^{-ikL} = A_l^{(0)}e^{ikL}, (18)$$

$$T_{01}B_l^{(0)}e^{ikL} + R_{02}A^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} + R_{11}A^{(1)}e^{ik_x^{(1)}L} = B^{(0)}e^{-ik_x^{(0)}L},$$
(19)

$$T_{11}B_l^{(0)}e^{-ikL} + R_{12}A^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} + + R_{22}A^{(1)}e^{ik_x^{(1)}L} = B^{(1)}e^{-ik_x^{(1)}L},$$
(20)

где введены следующие обозначения

$$\begin{split} T_{01} &= T(0 \to \beta; 0 \to 0), \quad T_{02} = T(\beta \to 0; 0 \to 0), \\ T_{11} &= T(0 \to \beta; 0 \to 1), \\ T_{12} &= T(\beta \to 0; 1 \to 0), \quad R_{01} = R(0 \to 0; 0 \to 0), \\ R_{02} &= R(\beta \to \beta; 0 \to 0), \end{split}$$

$$R_{11} = R(\beta \to \beta; 1 \to 0), \quad R_{12} = R(\beta \to \beta; 0 \to 1),$$
$$R_{22} = R(\beta \to \beta; 1 \to 1).$$

Соотношения (15)–(17) связывают амплитуды на стыке с координатой x = 0, а соотношения (18)–(20) связывают амплитуды на стыке с координатой x = L, причем появление экспонент в соотношениях (18)–(20) связано с тем, что используются коэффициенты прохождения и отражения, вычисленные в работе [47] для случая, когда разрыв импеданса на стенке имеет координату x = 0.

Если звуковое поле содержит в секции 2 только одну доминирующую моду, распространяющуюся в обе стороны, то соотношения (15)–(20) принимают следующую форму

$$T_{01}A_r^{(0)} + R_{02}B^{(0)} = A^{(0)}, (21)$$

$$T_{02}B^{(0)} + R_{01}A_r^{(0)} = B_r^{(0)}, \qquad (22)$$

$$T_{02}A^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} + R_{01}B_l^{(0)}e^{-ikL} = A_l^{(0)}e^{ikL}, \qquad (23)$$

$$T_{01}B_l^{(0)}e^{ikL} + R_{02}A^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} = B^{(0)}e^{-ik_x^{(0)}L}.$$
 (24)

Здесь через  $k_x^{(0)}$  обозначается волновое число с наименьшей мнимой частью, т.е. является волновым числом нулевой или первой моды,  $A^{(0)}$  и  $B^{(0)}$  – соответствующие амплитуды этой моды.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

Четыре соотношения (21)—(24) могут быть использованы для нахождения четырех коэффициентов прохождения и отражения по амплитудам мод и продольному волновому числу, которые могут быть определены на основе обработки результатов измерений:

$$T_{01} = \frac{e^{ik_x^{(0)}L} \left(A^{(0)}\right)^2 - e^{-ik_x^{(0)}L} \left(B^{(0)}\right)^2}{A^{(0)}A_r^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} - B^{(0)}B_l^{(0)}e^{-ikL}},$$
(25)

$$R_{02} = \frac{e^{-ikL}A^{(0)}B_l^{(0)} - e^{-ik_x^{(0)}L}B^{(0)}A_r^{(0)}}{A^{(0)}A_r^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} - B^{(0)}B_l^{(0)}e^{-ikL}},$$
(26)

$$T_{02} = \frac{e^{ikL}A_r^{(0)}A_l^{(0)} - e^{-ikL}B_r^{(0)}B_l^{(0)}}{A^{(0)}A_r^{(0)}e^{ik_x^{(0)}L} - B^{(0)}B_l^{(0)}e^{-ikL}},$$
(27)

$$R_{01} = \frac{e^{ik_x^{(0)}L} A^{(0)} B_r^{(0)} - e^{ikL} A_l^{(0)} B^{(0)}}{A^{(0)} A_r^{(0)} e^{ik_x^{(0)}L} - B^{(0)} B_l^{(0)} e^{-ikL}}.$$
 (28)

Заметим, что в случае двухмодового распространения звука в секции 2 все коэффициенты прохождения и отражения не могут быть определены, поскольку соотношения (15)–(20) содержат 9 неизвестных коэффициентов, а уравнений только шесть.

#### АНАЛИЗ 3-Х МИКРОФОННОГО МЕТОДА ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА

Согласно 3-х микрофонному методу, импеданс ЗПК определяется только по измерениям на трех микрофонах, установленных на стенке напротив образца. При этом рассматривается распространение звука только в секции 2, причем учитывается только мода, обладающая наименьшим затуханием: в представлении (14) полагается или  $A^{(1)} = B^{(1)} = 0$ , или  $A^{(0)} = B^{(0)} = 0$ . Тем самым, данный метод не может быть в принципе использован для определения адмитанса, близкого по значению  $\beta_0$ , при котором имеет место слияние 0-й и 1-й моды.

Пусть  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  – координаты микрофонов в секции 2, а  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$  – соответствующие комплексные значения звукового давления, определенные на некоторой частоте на этих микрофонах. Тогда, согласно 3-х микрофонному методу составляется система уравнений

$$P_1 = Ae^{ik_x x_1} + Be^{-ik_x x_1}, (29)$$

$$P_2 = Ae^{ik_x x_2} + Be^{-ik_x x_2}, (30)$$

$$P_3 = Ae^{ik_x x_3} + Be^{-ik_x x_3}, (31)$$

из решения которой определяются амплитуды A и B и составляется уравнение относительно продольного волнового числа  $k_x$ :

	Извлечение по микрофонам № 4, 5 и 6	Извлечение по микрофонам № 5, 6 и 7
k <sub>x</sub>	(9.92, 0.0185)	(0.53, 0.0326)
β	(0.0503, -26.92)	(0.0855, -0.37)
A	(8.44, -2.51)	(-2.56, 17.36)
В	(-11.34, -7.21)	(-1.04, 6.91)
Φ	586.04	4.72

Таблица 3

$$A = \frac{P_1 e^{-ik_x x_2} - P_2 e^{-ik_x x_1}}{2i\sin(k_x (x_1 - x_2))}, \quad B = \frac{P_2 e^{ik_x x_1} - P_1 e^{ik_x x_2}}{2i\sin(k_x (x_1 - x_2))},$$
(32)

$$P_{1}\sin(k_{x}(x_{3} - x_{2})) - P_{2}\sin(k_{x}(x_{3} - x_{1})) + P_{3}\sin(k_{x}(x_{2} - x_{1})) = 0.$$
(33)

Если 3-х микрофонный метод рассматривается на основе метода Прони, то расстояние между двумя соседними микрофонами выбирается одинаковым. В этом случае уравнение (33) приобретает вид

$$\cos(k_x d) = \frac{P_1 + P_3}{2P_2}$$

где d — расстояние между соседними микрофонами. Решение данного уравнения относительно волнового числа  $k_x$  неединственно и зависит от целочисленного параметра n:

$$k_x = \frac{1}{d} \left( \pm \arccos\left(\frac{P_1 + P_3}{2P_2}\right) + 2\pi n \right). \tag{34}$$

После определения волнового числа  $k_x$  из характеристического уравнения (5) выражается адмитанс в виде

$$\beta = i\sqrt{k^2 - k_x^2} \operatorname{tg}(\sqrt{k^2 - k_x^2}H) / k.$$
 (35)

Описанный классический вариант 3-х микрофонного метода обладает рядом недостатков. В первую очередь это неединственность определения волнового числа  $k_x$  из решения (34), благодаря которой требуется дополнительное исследование для выделения правильного значения. Такое дополнительное исследование обычно базируется на проверке качества восстановления звукового давления в секции 2 по найденному значению  $k_x$ , для чего должны быть задействованы дополнительные микрофоны. Критерием качества восстановления звукового давления обычно выступает квадратичное отклонение восстановленных значений давления на микрофонах от измеренных, выражаемое функционалом

$$\Phi = \sum_{m=1}^{N} |p(x_m) - P_m|^2, \qquad (36)$$

где N > 3 – число микрофонов в секции 2, а  $p(x_m)$  – звуковое давление на *m*-м микрофоне, восстановленное по выражению

$$p(x) = Ae^{ik_{x}x} + Be^{-ik_{x}x},$$
(37)

в котором амплитуды и волновое число определяются из выражений (32) и (34) и являются функциями комплексных значений  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$ . Очевидно, что слагаемые суммы (36), соответствующие микрофонам, задействованным в реализации 3-х микрофонного метода, обнуляются, и значение функционала (36) определяется отклонениями восстановленного давления на остальных микрофонах.

Звуковые давления  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$ , к которым строго "привязано" восстановление давления посредством соотношений (29)-(31), известны из измерений лишь внутри некоторого доверительного интервала. Поэтому особое значение для достижения минимального значения функционала (36) приобретает чувствительность восстановленного звукового давления к этим измеренным значениям, которая может быть охарактеризована с помощью производной  $\partial p(x)/\partial P_i$ . Эти производные вычисляются тривиально из соотношения (37) с учетом (32) и (34) (результат здесь не приводится). Заметим, что величина  $\partial p(x)/\partial P_j$  всегда равна единице для координаты  $x = x_j$  и нулю для координат двух остальных микрофонов, задействованных в 3-х микрофонном методе.

В качестве примера рассмотрим извлечение импеданса с помощью 3-х микрофонного метода (34) и (35), примененного к результатам измерений, представленным в табл. 1 для частоты 500 Гц для двух троек равноудаленных микрофонов (микрофоны с номерами 4, 5, 6 и 5, 6, 7). В табл. 3 представлены найденные продольные волновые числа  $k_x$ , адмитансы  $\beta$ , комплексные амплитуды Aи B, и значения функционала (36), а в табл. 4 – относительные отклонения  $\delta = |p(x_m) - P_m|/|P_m|$  восстановленного звукового давления  $p(x_m)$  на микрофонах секции 2 от измеренных значений  $P_m$  и модули производных  $|\partial p(x)/\partial P_j|$ , вычисленные для координат микрофонов секции 2.

	Извлечение по микрофонам № 4, 5 и 6					Извлечение по микрофонам № 5, 6 и 7				
т	δ	$\left \partial p(x_m)/\partial P_1\right $	$\left \partial p(x_m)/\partial P_2\right $	$\left \partial p(x_m)/\partial P_3\right $	δ	$\left \partial p(x_m)/\partial P_1\right $	$\left \partial p(x_m)/\partial P_2\right $	$\left \partial p(x_m)/\partial P_3\right $		
3	2.43	4.77	7.27	3.86	0.21	9.26	14.65	6.13		
4	0.00	1.00	0.00	0.00	0.03	2.81	2.72	0.91		
5	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00		
6	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00	0.00		
7	0.02	1.10	3.08	2.99	0.00	0.00	0.00	1.00		
8	0.65	3.27	6.74	3.20	0.06	3.25	8.23	5.97		

0.27

9.27

4.53

Таблица 4

3.51

9

4.28

8.31

Данные, представленные в табл. 3, показывают, что извлечение импеданса на двух различных тройках микрофонов привело к существенно различным результатам для всех определяемых величин. При этом звуковое давление, восстановленное по микрофонам 5, 6 и 7 в секции 2, оказывается ближе к значениям, измеренным на других микрофонах, чем для случая использования микрофонов 4, 5 и 6, что следует из соответствующих значений функционала Ф. Относительные отклонения  $\delta$ , представленные в табл. 4 для этих двух случаев, подтверждают сделанный вывод – в случае использования микрофонов 5, 6 и 7 относительные отклонения на порядок меньше, чем при использовании микрофонов 4, 5 и 6. При этом в обоих случаях наблюдается одинаковая тенденция: чем дальше расположен контрольный микрофон в секции 2 от тройки микрофонов, задействованных при извлечении импеданса, тем больше на нем относительное отклонение δ. Данная особенность объясняется значениями модуля производных  $|\partial p(x)/\partial P_i|$ , представленных в табл. 4, которые демонстрируют то же самое поведение, причем эти значения оказываются большими на удаленных микрофонах. Это означает, что малые вариации измеренных звуковых давлений P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> и *P*<sub>3</sub> внутри доверительных интервалов могут приводить к отклонениям восстановленного давления на контрольных микрофонах на порядок большим, чем сама вариация. Выше был оценен доверительный интервал в проведенных измерениях как 0.3-0.4 Па, поэтому отклонение восстановленного давления может иметь тот же порядок, что и сама измеряемая величина.

Таким образом, представленные данные демонстрируют второй недостаток 3-х микрофонного метода, который проявляется в высокой чувствительности восстановленного звукового давления к малым вариациям измеренных значений  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$ , что приводит к погрешностям извлечения импеданса. Заметим, что использование 3-х микрофонного метода в общем случае, когда расстояния между соседними микрофонами могут быть произвольными и необходимо решать уравнение (33), отчасти снимает проблему неединственности решения, но высокая чувствительность метода к измеренным звуковым давлениям сохраняется.

20.73

#### МЕТОД ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА, ОСНОВАННЫЙ НА МИКРОФОНАХ, УСТАНОВЛЕННЫХ НАПРОТИВ ОБРАЗЦА

Наиболее естественный способ преодоления высокой чувствительности восстановленного звукового поля в секции 2 к малым вариациям измеренных звуковых давлений состоит в применении метода наименьших квадратов. Этот общий метод основывается на определении такого импеданса стенки, при котором восстановленное звуковое давление в секции 2 наименее отклоняется от измеренных значений на микрофонах. Реализация этого метода предполагает минимизацию функционала (36), например, с помощью метода градиентного спуска [53]. В этом процессе восстановленное на микрофонах звуковое давление  $p(x_m)$  рассматривается в качестве комплексной функции адмитанса β. Однако данный метод хорошо сходится тогда, когда минимизация функционала начинается со значения переменной, достаточно близкого к искомому.

Перейдем к описанию метода, разработанного в настоящей работе применительно к установке "Интерферометр с потоком" ЦАГИ. Необходимо выделить три случая.

Первый случай относится к определению адмитанса, для которого в секции 2 реализуется звуковое поле, содержащее только одну доминирующую моду, распространяющуюся в обе стороны, но при этом затухание моды оказывается недостаточно сильным, так что данная мода, проходя один стык, достигает другого. Диагностика данного случая основана на определении адмитанса из 3-х микрофонного метода (35), примененного

12.10

к звуковым давлениям, измеренным как на микрофонах 4, 5, 6, так и микрофонах 5, 6 и 7. При этом выбирается то значение адмитанса  $\beta^{(\text{start})}$ , для которого восстановление звукового давления по выражению (37) в секции 2 дает минимальное значение функционала (36). Далее по найденному адмитансу  $\beta^{(\text{start})}$  определяются волновые числа нулевой и первой мод, и проверяется, что волновое число, вычисленное из выражения (34), соответствует моде с наименышим значением мнимой части, а мнимая часть волнового числа другой моды обеспечивает настолько сильное затухание, что вкладом этой моды в звуковое поле на крайних микрофонах секции 2 (микрофоны с номерами 3 и 9) можно пренебречь.

Если указанные критерии выполняются, то далее реализуется 3-х микрофонный метод для всевозможных сочетаний трех микрофонов из семи микрофонов, располагающихся в секции 2. При этом для случаев, когда три микрофона располагаются неравномерно друг по отношению к другу, волновое число  $k_x$  определяется из численного решения уравнения (33), а соответствующий адмитанс находится из выражения (35). В качестве стартового значения для численного решения уравнения (33) используется адмитанс  $\beta^{(start)}$ В результате такого перебора находится такое значение адмитанса  $\beta^{(3)}$ , для которого восстановление звукового давления по выражению (37) в секции 2 дает минимальное значение функционала (36) среди всевозможных реализаций 3-х микрофонного метода.

Именно данное значение адмитанса  $\beta^{(3)}$  используется в качестве стартового значения для реализации процедуры минимизации функционала (36) с помощью метода градиентного спуска. В этом процессе восстановленное на микрофонах звуковое давление  $p(x_m)$  вычисляется посредством выражения (37), а в качестве варьируемых комплексных переменных, для которых ищутся оптимальные значения, рассматриваются адмитанс  $\beta$  и амплитуды *A* и *B*, причем волновое число  $k_{x}$  в (37) вычисляется посредством численного решения уравнения (33) по заданному значению адмитанса. В результате процедуры минимизации определяется значение адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$ , для которого восстановленное звуковое давление в секции 2 оказывается ближе ко всем измеренным значениям, чем наилучший вариант применения 3-х микрофонного метода.

Второй случай относится к частотам настройки ЗПК, на которых в секции 2 наблюдается настолько сильное затухание одной прошедшей звуковой моды, что ее амплитуда становится сравнимой с амплитудой помех уже внутри самой секции. Пример этого случая представлен в данных табл. 1 на частоте 1500 Гц. Этот случай диагностируется сразу после первичной обработки результатов измерений, по результатам которой определяются уровни звукового давления. Далее, наиболее трудной процедурой является отбраковка микрофонов, измеренные звуковые давления на которых содержат значительную долю помех, поскольку ее можно провести только экспериментально. В настоящей работе предложен способ такой отбраковки на основе изменения вибрационных свойств стенок канала с помощью различной конфигурации стяжек и грузов, а также использования звукопоглощающего мата. Если указанные мероприятия приводят к существенным изменениям звукового давления, измеренным на некоторых микрофонах, то эти микрофоны нельзя использовать при извлечении импеданса. Данные, представленные в табл. 2, показывают, что в приведенном примере такие микрофоны имеют номера 8-11.

В данном случае звуковая мода, прошедшая в секцию 2 через первый стык, фактически не достигает второго стыка, и поэтому в секции 2 отсутствует отраженная волна. Это означает, что вместо выражения (37) для звукового давления на микрофонах необходимо использовать следующее выражение

$$p(x) = Ae^{ik_x x}, \qquad (38)$$

а амплитуду отраженной волны принять равной нулю, B = 0.

Выражение (38) содержит две неизвестных величины  $k_x$  и A, и поэтому для их определения можно использовать два микрофона. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – координаты микрофонов в секции 2, а  $P_1$  и  $P_2$  – соответствующие комплексные значения звукового давления, определенные на этих микрофонах. Далее составляется система уравнений

$$P_1 = Ae^{ik_x x_1}, P_2 = Ae^{ik_x x_2},$$
 (39)

решение которой имеет следующий вид

$$k_{x} = \frac{1}{i(x_{2} - x_{1})} \left( \ln\left(\frac{P_{2}}{P_{1}}\right) + 2\pi ni \right), \quad A = P_{1}e^{-ik_{x}x_{1}}.$$
 (40)

Заметим, что и в данном случае волновое число  $k_x$  не определяется однозначно, так как решение (40) содержит произвольный целочисленный параметр n.

Разработанный метод предполагает, что в данном случае процедура извлечения импеданса полностью повторяет процедуру, представленную выше для первого случая. Отличие состоит только в том, что вместо 3-х микрофонного метода используется 2-х микрофонный метод (40). Вначале проводится тестовое определение адмитанса  $\beta^{(start)}$  по измеренным звуковым давлениям на не-

	Наилучший 3-х микрофонный метод	Метод наименьших квадратов
k <sub>x</sub>	(0.54, 0.0066)	(0.54, 0.0071)
β	(0.0176, -0.40)	(0.0189, -0.40)
A	(-1.33, 15.21)	(-1.34, 15.19)
В	(-1.56, 7.94)	(-1.58, 7.92)
Φ	0.068	0.0375

Таблица 5

которых двух соседних микрофонах, по результатам которого проводится проверка того, что в секцию 2 прошла только одна мода. Далее реализуется 2-х микрофонный метод (40) для всевозможных сочетаний двух микрофонов среди микрофонов в секции 2, прошедших отбор, и по результатам пе-

ребора находится такое значение адмитанса  $\beta^{(2)}$ , для которого восстановление звукового давления по выражению (38) в секции 2 дает минимальное значение функционала (36) среди всевозможных реализаций 2-х микрофонного метода. После этого значение адмитанса  $\beta^{(2)}$  используется в качестве стартового значения для реализации процедуры минимизации функционала (36) с помощью метода градиентного спуска, которая приводит к определению значения адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$ , для которого восстановленное звуковое давление в секции 2 оказывается ближе ко всем измеренным значениям, прошедшим отбор.

И наконец, третий случай относится к определению адмитанса, значение которого близко к значению β<sub>0</sub>, при котором реализуется слияние 0-й и 1-й моды. В этом случае в секции 2 наблюдается двухмодовое распространение, описываемое выражением (14). Данный случай диагностируется на стадии тестового определения адмитанса  $\beta^{(\text{start})}$ с помощью 3-х микрофонного метода (первый случай) или 2-х микрофонного метода (второй случай), которое показывает, что 0-я и 1-я мода имеют приблизительно одинаковые затухания в секции 2. Разработанный метод предполагает, что определение адмитанса в этом случае сразу проводится на основании минимизации функционала (36) методом градиентного спуска, причем адмитанс В<sup>(start)</sup> используется в качестве начального приближения. При этом восстановленное звуковое давление  $p(x_m)$  вычисляется посредством выражения (14), а в качестве варьируемых комплексных переменных, для которых ищутся оптимальные значения, рассматриваются адмитанс β и амплитуды  $A^{(0)}$ ,  $B^{(0)}$ ,  $A^{(1)}$  и  $B^{(1)}$ , причем волновые числа

 $k_x^{(0)}$ и  $k_x^{(1)}$  в (14) вычисляются посредством численного решения уравнения (33) по заданному значению адмитанса.

Результаты извлечения импеданса по этому методу для разных частот представлены ниже на рис. 7. Обратим внимание на то, что третий случай не реализуется для рассмотренной ЗПК. В табл. 5 для частоты 500 Гц представлены найденные продольные волновые числа  $k_x$ , адмитансы  $\beta$ , комплексные амплитуды A и B и значения функционала (36) для наилучшего извлечения импеданса по 3-х микрофонному методу (наилучший результат в данном примере достигнут на микрофонах с номерами 3, 5 и 8) и согласно методу наименьших квадратов.

Сравнение данных табл. 5 и 3 показывает, что наилучшее определение основных параметров с помощью 3-х микрофонного метода, достигнутое на микрофонах с номерами 3, 5 и 8, существенно скорректировало значения, найденные по стандартной версии 3-х микрофонного метода из микрофонов с номерами 5. 6 и 7. причем сильно изменилась мнимая часть продольного волнового числа, и, как следствие, реальная часть адмитанса. Метод наименьших квадратов не сильно изменил эти значения, но приблизительно в два раза уменьшил функционал Ф. Важным обстоятельством является то, что восстановленное звуковое давление на микрофонах по значениям, определенным по методу наименьших квадратов, находится в пределах доверительного интервала измерений.

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

В дополнении к звуковому полю, восстановленному в секции 2, по результатам измерений могут быть восстановлены и звуковые поля в секциях 1 и 3, в которых в рабочем диапазоне частот распространяются только поршневые моды, а звуковое давление на микрофонах выражается соотношениями (12) и (13). Комплексные амплитуды  $A_r^{(0)}$  и  $B_r^{(0)}$  в секции 1 и амплитуды  $A_l^{(0)}$  и  $B_l^{(0)}$  в секции 3 определяются по результатам измерений на двух микрофонах, расположенных в каждой из этих секций на основе применения стандартного 2-х микрофонного метода, используемого в интерферометрах нормального падения



**Рис. 6.** Сравнение модулей и аргументов комплексных коэффициентов прохождения и отражения волн от разрыва импеданса, полученных из эксперимента (треугольники) и вычисленных по аналитическому решению (квадраты) для рассмотренных в эксперименте частот.



**Рис.** 7. Результаты извлечения (а) действительной и (б) мнимой частей импеданса с помощью лучшего 3-х микрофонного метода (круги), метода наименьших квадратов (квадраты) и с учетом эффектов на стыках (треугольники).

(соответствующие выражения хорошо известны, например, [54], и здесь не приводятся).

Таким образом, по результатам измерений определяются все комплексные амплитуды и волновые числа, входящие в соотношения (15)–(20). Поскольку на рассматриваемой ЗПК не реализуется случай двухмодового распространения звука в секции 2, то в этом случае необходимо рассматривать одномодовую версию этих соотношений (21)–(24). Это означает, что по известным из измерений амплитудам и волновым числам можно определить из выражений (25)–(28) коэффициенты прохождения и отражения волн через разрыв импеданса на стенке (10) и (11), выполнив сравнение со значениями, получаемыми из аналитического решения по определенному из эксо(IsO)

перимента значению адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$ .

При этом необходимо заметить, что вблизи частоты настройки ЗПК (в рассматриваемом случае это 1500 Гц), когда в секции 2 наблюдается только одна сильно затухающая мода и отражение от второго стыка внутрь секции 2 отсутствует, могут быть найдены только коэффициенты  $T_{01}$  и  $R_{01}$  из выражений (25) и (26), в которых надо положить  $B^{(0)} = 0$  и  $B_l^{(0)} = 0$ , а коэффициенты  $T_{02}$  и  $R_{02}$  не могут быть определены, так как в эксперименте фактически отсутствует прохождение волны из секции 2, в которой установлена ЗПК, в жесткостенные секции 1 и 3.

На рис. 6а–63 представлены результаты сравнения модулей и аргументов комплексных коэффициентов  $T_{01}$ ,  $R_{01}$ ,  $T_{02}$  и  $R_{02}$ , полученных из эксперимента и вычисленных по аналитическому решению для рассмотренного диапазона частот. При этом на рис. 6в, 6г, 6ж и 6з для частот 1240 и 1500 Гц отсутствуют соответствующие значения для коэффициентов  $T_{02}$  и  $R_{02}$ , полученные из эксперимента, так как в этих случаях наблюдалось сильное затухание мод при распространении в секции 2, что отражение от второго стыка фактически отсутствовало.

Данные, представленные на рис. 6, показывают хорошее совпадение экспериментальных значений коэффициентов прохождения и отражения звуковых мод через разрыв импеданса на стенке канала с их теоретическими значениями, вычисленными по аналитическому решению [47] — относительные отклонения значений не превышают в самых худших случаях 10—15%. Поскольку данные коэффициенты являются достаточно тонкой характеристикой прохождения волн через разрыв импеданса стенок канала, то можно сделать вывод о том, что аналитическое решение, полученное в [47], находит свое экспериментальное подтверждение.

#### МЕТОД ИЗВЛЕЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА, ОСНОВАННЫЙ НА АНАЛИТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ

Одной из причин достаточно малых отклонений значений коэффициентов прохождения и отражения, определенных из экспериментов и найденных теоретически, является использование для проведения расчетов по аналитическому методу значения адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$ , которое на самом деле найдено с некоторой погрешностью, а также использование амплитуд  $A_r^{(0)}$ ,  $B_r^{(0)}$ ,  $A_l^{(0)}$  и  $B_l^{(0)}$ , определенных тоже с некоторой погрешностью. Отсюда возникает идея использования аналитических выражений для коэффициентов прохождения и отражения  $T_{01}$ ,  $R_{01}$ ,  $T_{02}$ ,  $R_{02}$  и др. с целью коррекции значений адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$ , найденного по результатам наилучшего восстановления звукового поля в секции 2 с помощью метода наименьших квадратов.

Реализация такой коррекции должна опираться на восстановление звукового давления на всех микрофонах во всех секциях установки на основе учета только доминирующих мод в виде (12)–(14), а соотношения (15)–(20) должны использоваться в качестве граничных условий на стыках образца ЗПК. Данная коррекция адмитанса основывается на дополнительном эффекте. Если адмитанс в<sup>(LsQ)</sup>

падополнительном эффекте. Если адмитане р определяется на основе эффекта зависимости продольного волнового числа в секции 2 от значения адмитанса, то коррекция основывается на эффекте зависимости коэффициентов прохождения и отражения мод при прохождении стыков ЗПК от значения мод при прохождении стыков ЗПК от значения импеданса. Тем самым, при объединении метода определения адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$  с его последующей коррекцией возникает новый метод извлечения импеданса, учитывающий сразу два эффекта.

Следует отметить, что задача восстановления звукового поля в виде (12)–(14) при наличии граничных условий (15)-(20) является переопределенной, если точно фиксировать восстановленное звуковое давление на его измеренных значениях, так как число уравнений будет превышать число неизвестных. Однако, выше было показано, что такая точная привязка значений приводит к достаточно большим погрешностям из-за высокой чувствительности восстановленного звукового поля к измеренным значениям при наличии доверительного интервала измерений. Поэтому коррекция должна также осуществляться с помощью метода наименьших квадратов, тем более, что значение адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$  определяется этим методом. Критерием правильности извлечения импеданса выступают отклонения восстановленного звукового давления на всех микрофонах от измеренных значений, которые не должны быть больше

Метод извлечения импеданса основан на рассмотрении задачи минимизации полного функционала Фобщ:

доверительного интервала.

$$\Phi_{\text{общ}} = \sum_{m=1}^{N} \left| p(x_m) - P_m \right|^2 + \sum_{m=1}^{2} \left| p_r(x_m) - P_m^{(r)} \right|^2 + \sum_{m=1}^{2} \left| p_l(x_m) - P_m^{(l)} \right|^2 + \sum_{j=1}^{6} \phi_j,$$
(41)

где  $p_r(x_m)$ ,  $p(x_m)$  и  $p_l(x_m)$  – звуковые давления, восстановленные в секциях 1, 2 и 3 с помощью выражений (12), (13) и (14) соответственно,  $P_m^{(r)}$ ,  $P_m$  и  $P_m^{(l)}$  – звуковые давления, измеренные на микрофонах секций 1, 2 и 3 соответственно,  $\phi_j = |g_j|^2$ ,

$$g_{1} \equiv T_{01}A_{r}^{(0)} + R_{02}B^{(0)} + R_{11}B^{(1)} - A^{(0)},$$

$$g_{2} \equiv T_{11}A_{r}^{(0)} + R_{12}B^{(0)} + R_{22}B^{(1)} - A^{(1)},$$

$$g_{3} \equiv T_{02}B^{(0)} + T_{12}B^{(1)} + R_{01}A_{r}^{(0)} - B_{r}^{(0)},$$

$$g_{4} \equiv T_{02}A^{(0)}e^{ik_{x}^{(0)}L} + T_{12}A^{(1)}e^{ik_{x}^{(1)}L} + R_{01}B_{l}^{(0)}e^{-ikL} - A_{l}^{(0)}e^{ikL},$$

$$g_{5} \equiv T_{01}B_{l}^{(0)}e^{ik_{x}^{(0)}L} + R_{02}A^{(0)}e^{ik_{x}^{(0)}L} + R_{11}A^{(1)}e^{ik_{x}^{(1)}L} - B^{(0)}e^{-ik_{x}^{(0)}L},$$

$$g_{6} \equiv T_{11}B_{l}^{(0)}e^{-ik_{x}^{(0)}L} + R_{12}A^{(0)}e^{ik_{x}^{(0)}L} + R_{22}A^{(1)}e^{ik_{x}^{(1)}L} - B^{(1)}e^{-ik_{x}^{(1)}L}.$$

В отличие от рассмотренного ранее функционала Ф (36) в данном функционале присутствуют также слагаемые, учитывающие экспериментальные данные на микрофонах в жесткостенных секциях, а также слагаемые ф,, обеспечивающие корректное с точки зрения точного решения [47] описание эффектов отражения, прохождения и трансформации волноводных мод на скачках импеданса. При этом все коэффициенты отражения и прохождения  $R_{\mu\nu}$  и  $T_{\mu\nu}$ , входящие в функционал (41), являются функциями неизвестного импеданса и рассчитываются, исходя из выражений, найденных в [47]. В случаях, когда коэффициенты  $R_{\mu\nu}$  и *Т*<sub>иу</sub>, вычисленные согласно (25)–(28) для значения адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$ , оказываются достаточно близки к их теоретическим значениям, то для упрощения вычислений значений функционала (41) можно использовать разложение в ряд Тейлора

$$\begin{split} T_{\mu\nu}(\beta) &= T_{\mu\nu}(\beta^{(\mathrm{LsQ})}) + \frac{\partial T_{\mu\nu}(\beta^{(\mathrm{LsQ})})}{\partial \beta}(\beta - \beta^{(\mathrm{LsQ})}) + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 T_{\mu\nu}(\beta^{(\mathrm{LsQ})})}{\partial \beta^2}(\beta - \beta^{(\mathrm{LsQ})})^2 + \dots, \\ R_{\mu\nu}(\beta) &= R_{\mu\nu}(\beta^{(\mathrm{LsQ})}) + \frac{\partial R_{\mu\nu}(\beta^{(\mathrm{LsQ})})}{\partial \beta}(\beta - \beta^{(\mathrm{LsQ})}) + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 R_{\mu\nu}(\beta^{(\mathrm{LsQ})})}{\partial \beta^2}(\beta - \beta^{(\mathrm{LsQ})})^2 + \dots. \end{split}$$

Задача минимизации значений функционала (41) решается с помощью метода градиентного спуска, при этом в качестве варьируемых параметров выступают все комплексные амплитуды, входящие в выражения (12)–(14), и адмитанс  $\beta$ , продольные волновые числа 0-й и 1-й мод находятся из численного решения уравнения (33), а в качестве начальных значений этих переменных

	С учетом эффектов на стыках	Метод наименьших квадратов
k <sub>x</sub>	(0.54, 0.01)	(0.54, 0.0071)
β	(0.0266, -0.397)	(0.0189, -0.40)
Α	(-2.46, 15.57)	(-1.34, 15.19)
В	(-2.45, 7.68)	(-1.58, 7.92)
$\Phi_{ m o oxtimes $	0.134/0.087	0.63/0.0375

Таблица 6

используются амплитуды и значение адмитанса  $\beta^{(LsQ)}$ , полученные на предыдущем этапе.

Результаты извлечения импеданса рассмотренного образца ЗПК с помощью различных методов для реализованных в эксперименте частот представлены на рис. 7 (значение импеданса представлено для зависимости от времени вида  $\exp(+i\omega t)$ ). Как видно из этого рисунка, проведенная коррекция с учетом эффектов прохождения и отражения на стыках образца практически не изменила мнимую часть импеданса, а в большей степени оказала влияние на реальную часть импеданса.

В табл. 6 для частоты 500 Гц представлены найденные продольные волновые числа  $k_x$ , адмитансы  $\beta$ , комплексные амплитуды A и B и значения функционалов  $\Phi$  (36) и  $\Phi_{\text{общ}}$  (41) для извлечения импеданса согласно методу наименьших квадратов и разработанному методу с учетом эффектов на стыках образца. Как видно из данных табл. 6, проведенная коррекция несколько увеличила мнимую часть волнового числа  $k_x$ , т.е. увеличила затухание звука, и как следствие, возросла реальная часть импеданса.

Сравнение значений функционалов  $\Phi_{\rm ofut}$  показывает, что коррекция звукового поля существенно приблизила коэффициенты отражения и прохождения моды через разрыв импеданса к их теоретическим значениям, но при этом качество восстановления звукового поля в секции 2, которое определяется значением функционала Ф (36), несколько ухудшилось. Тем не менее, восстановленное звуковое давление на микрофонах находится внутри доверительного интервала измерений. Таким образом, можно утверждать, что результаты извлечения импеданса рассмотренного ЗПК корректны.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проведено систематическое исследование проблем точности извлечения импеданса ЗПК на установках типа "Интерферометр с потоком" в случае отсутствия скользящего потока. Методические исследования на установке ЦАГИ выявили ряд проблем точности измерений, по результатам которых был предложен метод определения доверительного интервала измерений звуковых давлений, основанный на изменении вибрационных характеристик стенок канала установки.

Проведенные исследования показали, что использование методов извлечения импеданса ЗПК, в которых восстановленное звуковое давление точно фиксируется на значениях, измеренных на ряде микрофонов, может приводить к существенным погрешностям из-за высокой чувствительности восстановленного звукового поля к измеренным значениям при наличии доверительного интервала измерений. Например, это методы, основанные на методе Прони.

Извлечение импеданса однослойного образца ЗПК на основе восстановления звукового поля с помощью метода наименьших квадратов позволило подтвердить аналитическую модель распространения звука в прямоугольном канале при наличии скачков импеданса, развитую в работе [47] с помощью метода Винера—Хопфа.

В настоящей работе разработан и реализован метод извлечения импеданса ЗПК при отсутствии потока, основанный на аналитическом методе учета прохождения звуковых мод через стык импеданса, который позволяет с помощью метода наименьших квадратов восстанавливать самосогласованное звуковое поле в рабочей части установки и использует относительно небольшое число микрофонов, установленных как напротив образца, так и за его пределами. В частности, этот метод может быть использован для получения стартовых значений импеданса при реализации численных методов извлечения импеданса ЗПК на этой установке.

Дальнейшие исследования будут направлены на решение задачи извлечения импеданса при наличии потока. Экспериментальные исследования на установке ЦАГИ показали, что волновая структура звукового поля в канале установки явно зависит от профиля скорости потока, и учет этого эффекта требует пересмотра ряда моделей, применяемых до настоящего времени для извлечения импеданса.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Гранта РФФИ №18-32-00908 мол\_а.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Watson W.R., Jones M.G., Parrott T.L. Validation of an impedance eduction method in flow // AIAA J. 1999. V. 37. № 7. P. 818–824.
- Watson W.R., Tracy M.B., Jones M.G., Parrott T.L. Impedance eduction in the presence of shear flow // AIAA Paper. 2001. P. 2001–2263.
- 3. *Watson W.R., Tanner S.E., Parrott T.L.* Optimization method for educing variable-impedance liner properties // AIAA J. 1998. V. 36. № 1. P. 18–23.
- Jones M.G., Parrott T.L., Watson W.R. Comparison of acoustic impedance eduction techniques for locally-reacting liners // AIAA Paper. 2003. P. 2003–3306.
- Jones M.G., Watson W.R., Tracy M.B., Parrott T.L. Comparison of two waveguide methods for educing liner impedance in grazing flow // AIAA Journal. 2004. V. 42. № 2. P. 232–240.
- Jones M.G., Watson W.R., Parrott T.L. Design and evaluation of modifications to the nasa langley flow impedance tube // AIAA Paper. 2004. P. 2004–2837.
- Gallman J.M., Kunze R.K. Grazing flow acoustic impedance testing for the NASA AST Program // AIAA Paper. 2002. P. 2002–2447.
- Elnady T., Bodén H. On semi-empirical liner impedance modeling with grazing flow // AIAA Paper. 2003. P. 2003–3304.
- Elnady T., Boden H., Elhadidi B. Validation of an inverse semi-analytical technique to educe liner impedance // AIAA Journal. 2004. V. 47. № 12. P. 2386–2844.
- Simonich J.C., Morin B.L., Narayanan S., Patrick W.P. Development and qualification of an in-situ grazing flow impedance measurement facility // AIAA Paper. 2006. P. 2006–2640.
- Elnady T., Musharraf M., Boden H., Elhadid B. Validation of an inverse analytical technique to educe liner impedance with grazing flow // AIAA Paper. 2006. P. 2006–2639.
- 12. *Jing X., Peng S., Sun X.* A straightforward method for wall impedance eduction in a flow duct // J. Acoust. Soc. Am. 2008. V. 124. № 1. P. 227–234.
- Watson W.R., Jones M.G. Impedance eduction in ducts with higher-order modes and flow // AIAA Paper. 2009. P. 2009–3236.
- Jones M.G., Watson W.R., Nark D.M. Effects of flow profile on educed acoustic liner impedance // AIAA Paper. 2010. P. 2010–3763.
- Piot E., Primus J., Simon F. Liner impedance eduction technique based on velocity fields // AIAA Paper. 2012. P. 2012–2198.
- Enghard L., Fischer A., Schulz A., Busse-Gerstengarbe S. Determination of the impedance for lined ducts with grazing flow // AIAA Paper. 2012. 2012–2243.
- Соболев А.Ф., Остриков Н.Н., Аношкин А.Н., Пальчиковский В.В., Бурдаков Р.В., Ипатов М.С., Остроумов М.Н., Яковец М.А. Сравнение импеданса ЗПК, полученного по результатам измерений на двух различных установках с использованием малого числа микрофонов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2016. Т. 45. № 2. С. 89–113.

- Лапин А.Д. О распространении звука в волноводе, имеющем прямоугольные канавки на стенке // Акуст. журн. 1960. Т. 6. № 2. С. 237–243.
- Лапин А.Д. Сечение рассеяния и поглощения резонатора Гельмгольца в многомодовом волноводе // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 3. С. 376–379.
- 20. Лапин А.Д. О влиянии движения среды на распространение звука в волноводе, имеющем объемные резонаторы на стенке // Акуст. журн. 1961. Т. 7. № 4. С. 446–449.
- 21. *Соболев А.Ф.* Распространение звука в плоском канале при наличии слоистого потока // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 2. С. 273–282.
- 22. *de Prony R*. Essai exp'erimentale et analytique // J. Ecole Polytech. Paris, 1 (1795). 24–76.
- Jones M.G., Watson W.R., Howerton B.M., Busse-Gerstengarb S. Comparative study of impedance eduction methods. Part 2: NASA tests and methodology // AIAA Paper. 2013. 2013–2125.
- 24. *Abom M.* Measurement of the scattering-matrix of acoustical two-ports // Mechanical Systems and Signal Processing. 1991. V. 5. № 2. P. 89–104.
- Santana L.D., Roeck W., Desmet W. Two-Port Indirect Acoustic Impedance eduction in presence of grazing flows // AIAA Paper. 2011. 2011–2868.
- Jones M.G., Watson W.R., Tracy M.B., Parrott T.L. // Comparison of Two Acoustic Waveguide Methods for Determining Liners Impedance // AIAA Paper. 2001. 2001–2266.
- Gabard G. Mode-matching techniques for sound propagation in lined ducts with flow // AIAA Paper. 2010. 2010–3940.
- Busse-Gerstengarbe S., Bake F., Enghardt L. Comparative study of impedance eduction methods. Pt. 1. DLR tests and methodology // AIAA Paper. 2013. 2013–2124.
- Jones M.G., Watson W.R., Howerton B.M., Busse-Gerstengarbe S. Comparative study of impedance eduction methods. Pt 2. NASA tests and methodology // AIAA Paper. 2013. 2013–2125.
- Primus J., Piot E., Simon F., Jones M.G., Watson W.R. ONERA-NASA cooperative effort on liner impedance eduction // AIAA Paper. 2013. 2013–2273.
- 31. *Watson W.R., Jones M.G.* A comparative study of four impedance eduction methodologies using several test liners // AIAA 2013–2274.
- Zhou L., Bodén H., Busse-Gerstengarbe S., Elnady T. Comparison of impedance eduction results using different methods and test rigs // AIAA Paper. 2014. 2014–2955.
- Watson W.R., Gerhold C.H., Jones M.G., June J.C. Single mode theory for impedance eduction in large-scale ducts with grazing flow // AIAA Paper. 2014. 2014–3351.
- 34. *Zhou L., Bodén H.* Effect of viscosity on impedance eduction and validation // AIAA Paper. 2015. 2015–2227.
- Watson W.R., Jones M.G. Impedance eduction in sound fields with peripherally varying liners and flow // AIAA Paper. 2015. 2015–2228.
- Zhou L., Bodén H. A systematic uncertainty analysis for liner impedance eduction technology // J. Sound Vibr. 2015. V. 356. P. 86–99.

- Troian R., Dragna D., Bailly C., Galland M.-A., Versaevel M., Wijntjes R. Broadband liner impedance eduction for multimodal acoustic propagation in the presence of a mean flow // AIAA Paper. 2016. 2016–2725.
- Schulz A., Bake F., Enghardt L., Ronneberger D. Impedance eduction of acoustic liners based on four different levels of physical modeling // AIAA Paper. 2016. 2016–2726.
- Boden H., Zhou L., Cordioli J.A., Medeiros A.A., Spillere A.M.N. On the effect of flow direction on impedance eduction results // AIAA Paper. 2016. 2016–2727.
- Jiang H., Huang X. Impedance eduction with a theoretical model for sound propagation in a grazing impedance tube // AIAA Paper. 2016. 2016–2728.
- Denayer H., Korchagin V., De Roeck W., Desmet W. Multi-port characterization of a modal filter containing micro-perforated panels // AIAA Paper. 2016. 2016–2850.
- 42. Sack S., Abom M. Full multi-port characterization of a circular orifice plate // AIAA Paper. 2016. 2016–2851.
- Farooqui M., Elnady T., Abom M.A. Measurement of perforate impedance with grazing flow on both sides // AIAA Paper. 2016. 2016–2853.
- 44. Perrey-Debain E., Marechal R., Ville J.M. A spectral boundary integral method for computing the effect of locally and non-locally reacting liners in flow duct applications // AIAA Paper. 2016. 2016–2926.
- Richter C., Lahiri C., Bake F., Knobloch K., Pongratz R., Redmann D. Impedance and attenuation measurements of acoustic absorbers in a hot environment // AIAA Paper. 2016. 2016–2978.
- 46. Weng C., Otto C., Peerlings L., Enghard L., Bake F. Experimental investigation of sound field decomposition

with higher order modes in rectangular ducts // AIAA Paper. 2016. 2016–3035.

- 47. Соболев А.Ф., Яковец М.А. Применение метода Винера—Хопфа для описания распространения звука в цилиндрическом и прямоугольном каналах с потоком при наличии скачка импеданса // Акуст. журн. 2017. Т. 63. С. 583–595.
- 48. Ostrikov N.N., Sobolev A.F., Yakovets M.A., Ipatov M.S., Palchikovskiy V.V., Pavlogradskiy V.V. Investigation of impedance eduction accuracy on "interferometer with the flow" test rigs with help of exact solution problem of sound propagation in duct with impedance transition // AIAA Paper. 2017. 2017–3186.
- 49. *Мунин А.Г., Кузнецов В.М., Леонтьев Е.А.* Аэродинамические источники шума. М.: Машиностроение, 1981. 248 с.
- Rienstra S.W. A Classification of Duct Modes Based on Surface Waves // Wave Motion. 2003. V. 37. P. 119–135.
- Соболев А.Ф. Исследование функции Грина в канале с звукопоглощающей облицовкой при наличии однородного потока // Акуст. журн. 2012. Т. 58. С. 535–548.
- 52. *Соболев А.Ф.* Повышение эффективности снижения шума в канале с потоком при наличии звукопоглощающих облицовок // Акуст. журн. 1999. Т. 45. № 3. С. 404–413.
- 53. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. Пер. с англ. М.: Мир, 1985.
- 54. ISO 10534-2:1998(en) Acoustics Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes. Pt 2. Transfer-function method.

— ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА —

УДК 534.21

# ПРИМЕНЕНИЕ ОПТОАКУСТИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ ПУСТОТ НА ТРЕЩИНОСТОЙКОСТЬ КОНСТРУКЦИОННЫХ УГЛЕПЛАСТИКОВ

© 2020 г. Р. И. Воробьев<sup>*a*, \*, И. В. Сергеичев<sup>*a*</sup>, А. А. Карабутов<sup>*b*, *c*, *d*</sup>, Е. А. Миронова<sup>*b*, *c*</sup>, Е. В. Саватеева<sup>*d*</sup>, И. Ш. Ахатов<sup>*a*</sup></sup>

<sup>а</sup>Сколковский Институт Науки и Технологий, Центр Проектирования, производственных технологий и материалов, Москва, Россия <sup>b</sup>Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС", Москва, Россия <sup>c</sup>Международный лазерный центр МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия <sup>d</sup>ИПЛИТ РАН Филиал ФНИЦ "Кристаллография и фотоника", Москва, Россия \*e-mail: ruslan.vorobyev@skoltech.ru Поступила в редакцию 04.09.2019 г. После доработки 28.10.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

Представлены результаты экспериментального анализа влияния объемного содержания пустот в интервале 0.25-5% на трещиностойкость конструкционных углепластиков. Для получения вариации объемного содержания пор образцы изготавливались методом вакуумной инфузии с вариацией глубины вакуума от -760 до -150 мм рт. ст. Объемное содержание пор определялось методами оптоакустической структуроскопии, сканирующей электронной микроскопии и химическим травлением для получения сравнительных данных. Получены экспериментальные зависимости характеристик межслоевой трещиностойкости от объемного содержания пустот при статическом и циклическом нагружении образцов в режиме нормального отрыва.

*Ключевые слова:* оптоакустика, пористость, трещиностойкость, углепластик, вакуумная инфузия **DOI:** 10.31857/S0320791920020161

#### введение

Пористость является одним из наиболее критических технологических дефектов полимерных композиционных материалов (ПКМ) независимо от структуры их армирования, исходных компонентов и способов производства. В настоящее время в силу экономической эффективности технологии безавтоклавного производства изделий из ПКМ, например, вакуумная инфузия, широко применяются в аэрокосмической промышленности, транспортном машиностроении, судостроении и строительстве, что делает эти технологии объектами интенсивных экспериментальных и теоретических исследований.

Одним из основных препятствий для повышения промышленной эффективности и дальнейшего развития безавтоклавных технологий является образование пор в материале конструкции на этапах производства, что может затем в условиях эксплуатации инициировать повреждение изделия [1, 2]. Так, исследование [3] показало, что для однонаправленных углепластиков, изготовленных с глубиной вакуума в диапазоне 100...70% величины, рекомендуемой производителем связующего, объемное содержание пор может увеличиваться в интервале от 1 до 6%. Варьируя глубину вакуума от –686 до 0 мм рт. ст. авторы работы [4] получили объемное содержание пустот 1.7–4.2% соответственно при изготовлении углепластиковых образцов на основе компонентов Тогау T700/EPON 828.

Результаты экспериментальных работ [5, 6] показали, что увеличение объемного содержания пор до 7% приводит к снижению межслоевой трещиностойкости  $G_{\rm IC}$  образцов углепластиков в режиме статического нагружения до 30%, а в режиме циклического – до 85% для ~10<sup>6</sup> циклов. В работе [7] было установлено, что межслоевая трещиностойкость  $G_{\rm IC}$  уменьшается на 22% при увеличении объемного содержания пор до 5%.

Для количественной оценки пористости в изделиях из ПКМ эффективно применяются лазерно-ультразвуковые методы [8–11], которые устанавливают корреляцию затухания эхо-сигнала от противоположной поверхности объекта и пористости. Эти методы используют лазерный источник ультразвука, что позволяет существенно повысить пространственное разрешение эхоскопии при ограниченном частотном диапазоне зондирующего сигнала.

Настоящая работа посвящена количественной оценке влияния пористости на распространение и рассеяние ультразвука в конструкционном углепластике, а также изучению влияния объемного содержания пор на межслоевую трещиностойкость материала при нормальном отрыве в условиях статического и циклического нагружения.

#### МАТЕРИАЛЫ И ОБРАЗЦЫ ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ

В настоящей работе проведены исследования однонаправленных образцов, изготовленных с использованием углеродной ленты Carbon Wrap® Таре-230/500, эпоксидной смолы EPOLAM 2040 и отвердителя EPOLAM 2042. Для формирования искусственного начального дефекта (расслоения) между срединными слоями образцов использовалась неадгезионная пленка WL3900R. Изменение объемного солержания пор лостигалось путем вариации глубины вакуума относительно рекомендованного производителем смолы значения. Панели размером  $500 \times 500$  мм изготовлены при 100, 50 и 20% этого значения: -760, -380 и -150 мм рт. ст., соответственно. Образцы для испытаний на нормальный отрыв слоя вырезались из полученных таким образом панелей. Размеры и схема нагружения образцов соответствуют требованиям стандарта ASTM D 5528-01 [12].

#### МЕТОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОРИСТОСТИ

#### Лазерная оптоакустическая структуроскопия

Основным методом исследования пористости ПКМ в настоящей работе является лазерная оптоакустическая структуроскопия [13]. Оптоакустические методы обеспечивают взаимодействие электромагнитных и акустических волн через возбуждение звука воздействием на среду электромагнитным излучением. Влияние пористости на скорость ультразвуковых волн в композиционных материалах достаточно хорошо известно и изучено. Используемые как правило упрощенные аналитические подходы [14] дают удовлетворительные результаты при равномерно распределенной в объеме близкой к сферической пористости менее 10% объемного содержания. Практически, при большем объемном содержании пор в волокнистом композиционном материале требуется учет морфологии пор и их распределения по объему. Такой подход развивается в настоящей работе, что позволяет получить хорошее соответствие результатов ультразвуковых измерений с разрушающими методами. Помимо этого пористость в образцах определялась методом химического травления [15] и методом сканирующей электронной микроскопии для проведения сравнительного анализа результатов.

Для измерения высокого (до 5%) объемного содержания пор ультразвуковым методом использовалась зависимость [16]:

$$P = \left(1 - \left(\frac{c_{\text{HBM}}}{c_{\text{reop}}}\right)^2\right)^{3/2} \times 100\%.$$

Здесь P — объемное содержание пор,  $c_{изм}$  — измеренное значение скорости распространения ультразвука (УЗ) в образце,  $c_{теор}$  — теоретическое значение скорости УЗ в идеальном (бездефектном) материале [8—11, 13].

Для испытаний образцов использовался лазерно-ультразвуковой дефектоскоп УЛЛ-2М производства ООО "ЛИНКС 2000". совмешенный с автоматизированной системой 3D сканирования оптико-акустического преобразователя [17]. На рис. 1 показан пример сигнала оптикоакустического преобразователя. Оптико-акустический генератор 1 приводится в акустический контакт с исследуемым объектом 2. Лазерный импульс поступает с лазера через оптическую систему 3, фаску 4 и прозрачное тело цилиндра 5 на пластину оптико-акустического генератора 1. Последний излучает акустический импульс в прозрачный цилиндр 5 и исследуемый объект 2. Рассеянные в объекте акустические импульсы через оптико-акустический генератор 1 и прозрачный цилиндр 5 попадают на пьезоприемник 6, и его электрический сигнал, усиленный усилителем 7 поступает в аналого-цифровой преобразователь. По времени прихода рассеянных импульсов определяют глубину нахождения дефекта, а по измеренной толшине объекта и времени прихода сигнала, отраженного от его тыльной поверхности, - скорость ультразвука в объекте контроля. Для оценки теоретической скорости УЗ в идеальном ПКМ измерялись скорости УЗ в исходных составляющих материала - углеродной ткани и полимерной матрице (Табл. 1).

Скорость УЗ в однонаправленных образцах ПКМ измерялась в направлении, перпендикулярном направлению расположения волокон. Для идеального непористого образца были рассчитаны теоретические значения скорости УЗ по измеренным скоростям в его компонентах и известному объемному содержанию углеродной ткани в ПКМ. Поскольку поры в ПКМ расположены в полимерной матрице, именно в объеме матрицы уменьшается скорость УЗ, что отражается в снижении скорости УЗ в пористом ПКМ по отношению к непористому.

Таким образом, используя измеренное значение скорости в ПКМ и ее расчетное значения для



Рис. 1. Схема дефектоскопа УДЛ-2М.

непористого материала, вычислялась объемная доля пустот в матрице с использованием уравнения (1) [8–11, 13] и затем проводился расчет объемного содержания пор в образцах ПКМ с учетом известного объемного содержания матрицы.

На рис. 2 представлены характерные результаты сканирования образцов в программе CLUE-AutoScan: *1* – окно со срезом вдоль осей сканирования XY (С-скан), *2* – окно со срезом вдоль осей YZ (В-скан), *3* – сигнал, выбранный в окне *1* перекрестием. На рисунке отмечены лицевая и противоположная поверхности образца, а также эхо-



Рис. 2. Характерные результаты лазерного оптоакустического сканирования.

сигнал от противоположной плоскости образца, зарегистрированный в области без нарушений внутренней структуры ПКМ. Лицевая поверхность изображается яркой белой линией в соответствие с тем, что акустический импеданс образца превышает импеданс материала оптико-акустического генератора. По такому же принципу отражение от свободной противоположной поверхности представляется насышенной темной линией (как и от нарушений однородности, трещин и др.). Расположение особенностей по глубине пересчитывается исходя из скорости распространения ультразвука в материале и соответствует реальным значениям в миллиметрах. Представленный здесь сигнал имеет значительный по амплитуде импульс и регулярные, постепенно затухающие осцилляции на слоистой структуре ПКМ. Между лицевой и противоположной поверхностями образца можно видеть слои укладки.

Глубина вакуума, мм.рт. ст.	№ образца	Толщина, мм	Теоретическая скорость звука С <sub>теор</sub> , мм/мкс	Измеренная скорость звука, С <sub>изм</sub> , мм/мкс
	1.1	4.25	3.16	2.885
-150	2.1	4.11	3.19	2.941
	3.1	4.15	3.18	2.912
	1.2	4.4	3.145	3.002
-380	2.2	4.5	3.13	2.998
	3.2	4.4	3.145	3.009
	1.3	4.3	3.16	3.030
-760	2.3	4.1	3.188	3.075
	3.3	4.14	3.182	3.059

Таблица 1. Результаты лазерной оптоакустической структуроскопии



Рис. 3. Характерные результаты сканирующей электронной микроскопии.

#### Сканирующая электронная микроскопия

Для сравнительной характеризации пустот был использован сканирующий электронный микроскоп TESCAN VEGA3 (катод LaB6). Предварительно образцы были подготовлены путем помещения в полиуретановую оболочку, подвержены процелуре отверждения и полировки с использованием абразивной пасты 3М с различным уровнем зернистости на машине Applied High Tech products Inc., AD-5, Metprep 4. Для того чтобы избежать накопления электронов на поверхности контрольной зоны образца с использованием модуля SPI-Module Sputter Coater было нанесено золотое покрытие. Полученные изображения обрабатывались с использованием программного комплекса VEGA TC, позволяющего определить процент пустот путем анализа площади темных областей на поверхности образца. Результаты сканирования представлены на рис. 3 и в табл. 2.

#### Химическое травление

Для определения содержания полимерной матрицы, армирующего наполнителя (волокон) и пустот образцы ПКМ массой 2 г были исследованы методом химического травления в соответствие с ASTM D 3171 [15]. Образцы квадратной формы со стороной от 20 до 25 мм в количестве от 3 до 6 штук вырезали из заготовок, полученных при соответствующей глубине вакуума. Затем матрица удалялась путем растворения в концентрированной серной кислоте с перекисью водорода при нагревании. Полученный раствор фильтровали на стеклянном фильтре с использованием водоструйного насоса. Фильтрующий осадок из волокон промывали дистиллированной водой и сушили в сушильной печи. После сушки и охлаждения до комнатной температуры было проведено взвешивание на аналитических весах с точностью до 0.001 г. После этого расчет объемного содержания пор проводился в соответствии с формулами, приведенными в указанных стандартах. Результаты измерения объемного содержания пор, полученные при помощи химического травления, представлены в табл. 2.

### РЕЗУЛЬТАТЫ МЕХАНИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

Цель проведения механических испытаний образцов состояла в определении количества циклов нагружения, предшествующих инициации роста расслоения в режиме I (нормальный отрыв). Образцы подвергались циклическому нагружению с амплитудой перемещений от 1.5 до 2.2 мм, рассчитанной в соответствии с рекомендациями [5, 12]. Для задания амплитуды циклического нагружения образцов предварительно определялась нагрузка инициации роста начального расслоения при однократном статическом нагружения образца.

Глубина вакуума, мм. рт. ст.	Лазерная оптоакустическая структуроскопия	Химическое травление	Сканирующая электронная микроскопия	
-150	6.33%	5.23%	4.39%	
-380	2.49%	1.12%	1.32%	
-760	1.91%	0.41%	0.25%	

Глубина вакуума, мм рт. ст.	<i>G</i> <sub>IC</sub> , кДж/м <sup>2</sup>
-150	0.11
-380	0.13
-760	0.25

**Таблица 3.** Значения межслоевой трещиностойкости  $G_{\rm IC}$  для различных глубин вакуума

Значения межслоевой трещиностойкости  $G_{IC}$  в режиме I для образцов, изготовленных при низком вакууме (табл. 3), составили 0.11 кДж/м<sup>2</sup>, при среднем — 0.13 кДж/м<sup>2</sup>, а при высоком — 0.25 кДж/м<sup>2</sup>.

На рис. 4 приведены зависимости межслоевой трещиностойкости  $G_{\rm IC}$  от количества циклов нагружения для различных глубин вакуума. Как видно из рисунка, трещиностойкость снижается с 0.25 до 0.09 кДж/м<sup>2</sup> для образцов, изготовленных при вакууме –760 мм рт. ст., с 0.13 до 0.07 кДж/м<sup>2</sup> для –380 мм рт. ст., и с 0.11 до 0.06 кДж/м<sup>2</sup> для –150 мм рт. ст.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведен оптоакустический анализ образцов конструкционного углепластика с исходным расслоением для определения влияния объемного содержания пор на межслоевую трещиностойкость  $G_{\rm IC}$ .

Показано, что изменение глубины вакуума в диапазоне от -150 до -760 мм рт. ст. приводит к изменению объема пористости в пределах 0.25...5%, что, в свою очередь, приводит к значительному снижению межслоевой трещиностой-кости  $G_{\rm IC}$  как при статическом, так и при циклическом нагружении.



**Рис. 4.** Зависимости межслоевой трещиностойкости  $G_{\rm IC}$  от количества циклов нагружения для различных глубин вакуума.

Для сравнительного анализа пустот совместно использованы методы лазерной оптоакустической структуроскопии, сканирующей электронной микроскопии и химического травления. Показано, что значения объемного содержания пор, полученные данными методами, коррелируют между собой. Метод лазерной оптоакустической структуроскопии демонстрирует большие значения пористости, благодаря тому, что разрешающая способность данного метода позволяет установить наличие даже мелких пустот, влияющих на упругие свойства и плотность материала, наличие которых может быть не выявлено другими использованными здесь методами.

В отличии от методов химического травления и сканирующей электронной микроскопии, метод лазерной оптоакустической структуроскопии применим для контроля пустот в крупногабаритных образцах из ПКМ, что крайне важно для применимости результатов данной работы к реальным изделиям.

Представляется необходимым развитие настоящего исследования в направлении проведения анализа концентраций, морфологии и ориентации пустот для установления механизмов, определяющих трещиностойкость конструкционных углепластиков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Mehdikhani M., Gorbatikh L., Verpoest I., Lomov S.* Voids in fiber-reinforced polymer composites: a review on their formation, characteristics, and effects on mechanical performance // J. Compos. Mater. 2019. V. 53. № 12. P. 1579–1669.
- Душин М.И., Донецкий К.И., Караваев Р.Ю. Установление причин образования пористости при изготовлении ПКМ // Труды ВИАМ. 2016. Т. 6(42). С. 66–76.
- 3. Agius S.L., Fox B.L. Rapidly cured out-of-autoclave laminates: Understanding and controlling the effect of voids on laminate fracture toughness // Compos. Part A Appl. Sci. Manuf. 2015. V. 73. № 6. C. 186–194.
- Gehrig F., Mannov E., Schulte K. Degradation of NCF-Epoxy composites containing voids // Int. Conf. Compos. Mater., 2009.
- Hakim I.A., Donaldson S.L., Meyendorf N.G., Browning C.E. Porosity effects on interlaminar fracture behavior in carbon fiber-reinforced polymer composites // Mater. Sci. Appl. 2017. V. 8. № 2. P. 170–187.
- Maragoni L., Carraro P.A., Quaresimin M. Effect of voids on the crack formation in a [45/-45/0]s laminate under cyclic axial tension // Compos. Part A Appl. Sci. Manuf. 2016. V. 91. P. 493–500.
- Olivier P., Mascaro B., Margueres P. CFRP with voids: ultrasonic characterization of localized porosity, acceptance criteria and mechanical characteristics // Proc. 16th Int. Conf. Comp. Mat. (ICCM16), Kyoto, Japan, 8–13 July 2007.
- 8. *Карабутов А.А., Подымова Н.Б.* Влияние пористости на дисперсию фазовой скорости продольных акустических волн в изотропных металломатричных композитах // Акуст. журн. 2017. Т 63. № 3. С. 265–274.
- 9. Карабутов А.А., Подымова Н.Б., Беляев И.О. Исследование влияния пористости на затухание ультразвука в углепластиковых композитах методом лазерно-ультразвуковой спектроскопии // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 6. С. 714–721.
- Девиченский А.Ю., Ломоносов А.М., Жаринов С.Е., Михалевич В.Г., Лямшев М.Л., Иванова Т.О., Меркулова Н.С. Диагностика остаточных напряжений в металлах с помощью широкополосных поверхностных акустических импульсов // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 1. С. 39–46.
- 11. Давыдов А.А., Лямшев Л.М. Электромагнитно-акустическая диагностика проницаемости пористых сред // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 1. С. 62–68.
- 12. ASTM D5528-01 2001. Standard test method for Mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-

reinforced polymer matrix composites // Am. Soc. Test. Mater. 2010. V. 01. Reapproved 2007. P. 1–12.

- Соколовская Ю.Г., Жаринов А.Н., Карабутов А.А. Применение лазерно-ультразвукового метода для контроля неоднородностей распределения полимерной матрицы в углепластиковых конструкциях // Контроль. Диагностика. 2018. № 9. С. 48-5.
- 14. Соколовская Ю.Г., Подымова Н.Б., Карабутов А.А. Лазерный оптико-акустический метод количественной оценки пористости углепластиков на основе измерения их акустического импеданса // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 1. С. 114–122.
- 15. ASTM D3171-15. Standard Test Methods for Constituent Content of Composite Materials.
- 16. Карабутов А.А., Подымова Н.Б., Соколовская Ю.Г. Локальные соотношения Крамерса-Кронига для коэффициента затухания и фазовой скорости продольных ультразвуковых волн в полимерных композитах // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 182–189.
- Карабутов А.А. Патент на изобретение № 2381496 "Лазерно-ультразвуковой дефектоскоп". Зарегистрирован в Гос. Реестре изобретений РФ 10.02.2010.

— ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА —

УДК 534.29

# ЛЕВИТАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ УПОРЯДОЧЕННОЙ ГРУППОЙ ЧАСТИЦ И ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ СТРУКТУР В УЛЬТРАЗВУКОВОМ ПОЛЕ

© 2020 г. Д. Я. Суханов<sup>а, \*</sup>, С. Н. Росляков<sup>а</sup>, Ф. С. Емельянов<sup>а</sup>

<sup>а</sup> Томский государственный университет, пр. Ленина 36, Томск, 634050 Россия \*e-mail: sdy@mail.tsu.ru Поступила в редакцию 06.07.2019 г. После доработки 04.10.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

Предлагается метод управления упорядоченной группой левитирующих в ультразвуковом поле частиц и структур из прямолинейных отрезков. Рассматривается ультразвуковое поле в воздухе на частоте 40 кГц и частицы размерами меньше четверти длины волны либо тонкие цилиндрические объекты диаметром меньше четверти длины волны. Ультразвуковое поле формируется с помощью 4-х фазированных решеток излучателей, которые размещены встречно по боковым граням прямоугольного параллелепипеда. Излучатели формируют распределение поля стоячих волн на плоскости, что обеспечивает левитацию частиц в прямоугольной сетке в плоском слое. Путем численного моделирования и экспериментально показано, что полученное распределение стабилизируется и частицы остаются неподвижными в локальных минимумах потенциала Горькова. Кроме того, путем регулирования разности фаз встречных излучателей обеспечивается контролируемое перемещение группы частиц в горизонтальной плоскости. А изменение плоскости фокусировки боковых излучателей обеспечивает контролируемое перемещение группы частиц по вертикали. Экспериментально показано, что в рассматриваемом распределении поля возможна левитация не только малоразмерных частиц, но и структур, собранных из прямолинейных отрезков длиной много больше длины волны.

*Ключевые слова:* акустическая левитация, фазированные решетки, потенциал Горькова **DOI:** 10.31857/S0320791920020112

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Акустическая левитация имеет перспективы применения в таких задачах как сортировка частиц, манипуляция химическими реактивами, акустический пинцет, трехмерная печать. Взаимодействие акустических волн с частицами попрежнему привлекает внимание исследователей. В самых ранних работах [1-2] приведены выражения радиационного давления для случая сферических твердых и жидких частиц в поле бегущих и стоячих плоских акустических волн. В настоящее время уже предложены методы расчета радиационного давления с учетом рассеяния на включениях сложной формы [3]. Разработан способ численного моделирования и проведены эксперименты, позволившие измерить радиационное давление на твердотельный сферический рассеиватель размерами больше длины волны [4]. Аналитически и численно показано, что потери в частицах при их взаимодействии с квазистоячей плоской волной [5] приводят к увеличению воздействия бегущей волны относительно стоячей. Исследователи из Бристольского университета [6] предложили метод левитации объекта, размеры

которого в 1.86 раза больше длины волны. В данном случае левитация в воздухе достигается за счет вихревой конфигурации ультразвукового поля и специальной последовательности импульсов на частоте 40 кГц. Управление левитирующей частицей возможно не только с помощью фазированных решеток излучателей, в ряде случаев достаточно одиночного излучателя и рефлектора. В работе [7] исследуется двумерная манипуляция частицей за счет изменения частоты вибраций и колебательных мод асимметричного излучателя с возможностью наклона отражателя. Однако данный подход не является настолько универсальным, как управление поля фазированными решетками. В работе [8] предложен метод левитации группой частиц, в которой частицы поднимались и контролируемо перемещались с помощью локализованных ультразвуковых стоячих волн. Установка состоит из 4-х фазированных решеток, которые расположены по боковым граням куба. Применяется фокусировка решеток в одну точку, но при такой фокусировке область максимальных значений поля имеет крестообразый вид. В результате частицы группируются в две



**Рис. 1.** Размещение решеток ультразвуковых излучателей. В центре изображены левитирующие частицы, упорядоченные в прямоугольной сетке.

перпендикулярные линии. Данный метод рассчитан на манипуляцию отдельной частицей. Для одновременной манипуляции несколькими частицами необходимо фокусировать излучение в несколько точек, что было продемонстрировано в работе [9]. Однако, в данном случае, отдельные частицы невозможно размещать ближе размеров пятна фокусировки, размеры которого, как правило, больше длины волны. Данная особенность накладывает ограничения на максимальное количество левитируемых частиц. В работе [10] представлена технология поддержания левитации частиц в прямоугольной сетке с применением четырех фазированных решеток. Обеспечивается левитация множества частиц с шагом в половину длины волны. Показана возможность управления упорядоченной в сетке группой частиц в трехмерном пространстве. Однако не учитывается наличие многократно отраженных волн от поверхности излучающих решеток, и из-за применения большого количества параллельных каналов шаг регулировки фазы ограничен величиной  $2\pi/16$ .

В настоящей работе предлагается метод левитации частиц в воздухе на плоской прямоугольной области с шагом в половину длины волны, с возможностью формирования и управления упорядоченной группой частиц в трехмерном пространстве. При этом применен метод уменьшения амплитуды отраженных волн от поверхности фазированных решеток за счет углубления корпуса излучателей на четверть длины волны в удерживающей пластине. Благодаря параллельному подключению излучателей одной строки в решетке обеспечивается возможность увеличения количества излучателей в горизонтальном направлении при том же количестве параллельных каналов управления. Это позволяет увеличивать область левитации без усложнения системы управления, при этом достигнут шаг задания фазы в  $2\pi/64$ . Расчет поля акустического давления и потенциала Горькова проведен с учетом гексагонального размещения элементов в излучающих решетках. Показано, что в рассматриваемой системе возможна левитация не только малоразмерных частиц, но и прямых отрезков размерами много больше длины волны, а также плоских структур, собранных из прямолинейных отрезков, соединенных либо под прямым углом, либо под углом 45 градусов.

### СХЕМА РАССМАТРИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ЛЕВИТАЦИИ

Предлагается обеспечить стабилизацию положения левитирующих частиц в воздухе за счет формирования сетки точек локальных минимумов потенциала Горькова, распределенных на плоскости. Соответствующее распределение акустического поля обеспечивается интерференцией полей встречно направленных решеток излучателей при фокусировке поля вблизи плоскости левитации. Решетки ультразвуковых излучателей размещаются согласно схеме, изображенной на рис. 1, и обозначены буквами А, В, С, D. В каждой решетке 320 элементов, размещенных в гексагональной сетке из 16 рядов по 20 штук в каждом. Встречные решетки фокусируются на общую линию на заданной высоте  $z_0$ , параллельную решеткам и проходящую посередине между ними.

Поле акустического давления, создаваемое сфокусированными решетками, зададим выражением:

$$P(\mathbf{r}) = \sum_{n} \frac{p_{0} \exp\left(ik \left[|\mathbf{r} - \mathbf{R}_{n}| - \sqrt{(x_{0} - X_{n})^{2} + (z_{0} - Z_{n})^{2}}\right]\right)}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_{n}|} + \sum_{m} \frac{p_{0} \exp\left(ik \left[|\mathbf{r} - \mathbf{R}_{m}'| - \sqrt{(y_{0} - Y_{m}')^{2} + (z_{0} - Z_{m}')^{2}}\right]\right)}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_{m}'|},$$
(1)



**Рис. 2.** Распределение поля акустического давления, формируемое 4-мя решетками (а) – в плоскости *хОу*, (б) – в плоскости *хОz*.

где  $\mathbf{R}_n$  — координаты излучателей в решетках, ориентированных параллельно плоскости *уOz* (решетки A и C);  $\mathbf{R}'_m$  — координаты излучателей в решетках, ориентированных параллельно плоскости *xOz* (решетки B и D); *n* — номер излучателя от 1 до 640 в решетках A и C, *m* — номер излучателя от 1 до 640 в решетках B и D; *p*<sub>0</sub> — акустическое давление, создаваемое отдельным излучателем на единичной дальности; *x*<sub>0</sub> — координата линии фокусировки решеток *yOz* по оси *x*; *y*<sub>0</sub> — координата линии фокусировки решеток *xOz* по оси *y*; *z*<sub>0</sub> высота фокусировки для всех решеток. Назовем данный способ фокусировки встречных решеток цилиндрической фокусировкой.

Согласно формуле (1) было рассчитано поле акустического давления (рис. 2) на частоте 40 кГц при расстоянии между парными встречно направленными решетками 40 см, апертуре решеток 215 × 143 мм, размещении элементов в решетке с шагом 11 мм. Можно видеть, что поле локализовано по оси z, а в плоскости xOy сформирована прямоугольная сетка минимумов и максимумов стоячих волн акустического давления.

Наблюдаются боковые лепестки, связанные с тем, что решетка разрежена. Для минимизации боковых лепестков необходимо размещать излучатели с шагом менее половины длины волны (в данном случае  $\lambda/2 = 4.25$  мм, а излучатели размещены с шагом 11 мм). Следует учитывать, что применяемые в экспериментальных исследованиях ультразвуковые излучатели имеют узкую диаграмму направленности, что уменьшит уровень боковых лепестков. На основе полученного распределения поля был рассчитан потенциал Горькова [2] согласно формуле:

$$U(r) = 2\pi R^{3} \rho \left[ \frac{p^{2}}{3\rho^{2}c^{2}} f_{1} - \frac{v^{2}}{2} f_{2} \right], \qquad (2)$$

где  $p^2$  — среднее значение квадрата акустического давления в точке **r**;  $v^2$  — среднее значение квадрата скорости в акустической волне в точке **r**; R — радиус частицы;  $f_1 = 1 - \frac{c^2 \rho}{c_0^2 \rho_0}$ ;  $f_2 = 2 \frac{\rho_0 - \rho}{2\rho_0 + \rho}$ ;  $\rho$  — плотность воздуха;  $\rho_0$  — плотность материала частицы; c — скорость звука в воздухе;  $c_0$  — скорость звука в материале частицы.

В результате расчета потенциала Горькова (рис. 3) было выяснено, что его минимумы расположены на прямоугольной сетке с шагом в половину длины волны. Расчет проводился для частоты излучения 40 кГц, плотности воздуха 1.2 кг/м<sup>3</sup>, плотности частиц 15 кг/м<sup>3</sup>, радиуса частиц 500 мкм, скорости звука в частице 500 м/с. На рис. 36 локальные минимумы потенциала обозначены белыми квадратиками.

Поскольку сила, действующая на частицы, вычисляется как  $\mathbf{F} = -\nabla U$ , то можно считать, что левитирующие частицы будут стремиться в локальные минимумы потенциала и выстраиваться в узлах прямоугольной сетки с шагом в половину длины волны. Кроме того, если рассматривать возможность левитации прямого отрезка длиной много больше длины волны, то можно предположить, что прямой отрезок будет ориентирован либо вдоль оси *x*, либо вдоль оси *y*, либо под углом



**Рис. 3.** Потенциал Горькова в области левитации частиц: (а) – потенциал Горькова на плоскости *хОy*, (б) – расположение локальных минимумов на потенциале Горькова.

 $\pm 45^{\circ}$  к оси *х* в плоскости *хОу*. Это предположение следует из того, что локальные минимумы потенциала Горькова упорядочены в прямоугольной сетке. Но следует учитывать, что потенциал рассчитан для малоразмерных сферических частиц и данное предположение должно быть экспериментально проверено.

#### ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Численное моделирование производилось с помощью программного обеспечения COMSOL Multiphysics. Сила, действующая на левитирующие частицы, рассчитывалась на основе потенциала Горькова (2). Для минимизации времени численного счета рассматривалась небольшая область пространства размерами 6 × 6 × 3 см с воздухом при нормальных условиях (скорость звука 340 м/с). На сторонах параллелепипеда установлены излучатели на частоте 40 кГц, сфокусированные согласно выражению (1). Моделирование проводилось на основе решения уравнения Гельмгольца методом конечных элементов с шагом сетки 0.8 мм. Амплитуда колебаний звукового давления в области фокусировки достигает 1200 Па. Рассматривалась левитация частиц из материала плотностью 15 кг/м<sup>3</sup> и диаметром 500 мкм. В результате численного моделирования было получено распределение поля акустического давления в области левитации (рис. 4). На рис. 4 изображено распределение поля акустического давления в фиксированный момент времени, где черные области соответствуют акустическому давлению -1200 Па, а белые +1200 Па. Результаты численного моделирования в целом согласуются с аналитическим решением, представленным на рис. 3. Видно, что частицы группируются в прямоугольной сетке с шагом в половину длины волны в узлах акустического давления. Под действием силы тяжести частицы смещаются вниз, на краях в большей степени, поскольку локализация поля там ухудшается (рис. 5).

Результаты численного моделирования в среде COMSOL Multiphysics показали возможность обеспечения левитации частиц в прямоугольной сетке на плоскости на основе полей 4-х монохроматических цилиндрически сфокусированных излучателей. Положение левитирующих частиц, полученное при численном моделировании, соответствует теоретически предсказанному.

Следует отметить, что при размещении излучающих решеток так, как показано на рис. 1, будут возникать многократные отражения от плоскостей решеток, что исказит поле первичных волн. Для минимизации поля, рассеянного на решетках, предлагается разместить излучатели на глубине в четверть длины волны в удерживающей пластине. Тогда поле, рассеянное от корпуса датчика, будет складываться в противофазе с полем, рассеянным на поверхности удерживающей пластины, что минимизирует амплитуду волны, рассеянной на решетке в области левитации.

Оценим влияние отраженных от решеток волн в приближении фазового экрана. Поле, создаваемое решеткой излучателей в центре области левитации, опишем с помощью разложения в спектр плоских волн:



**Рис. 4.** Акустическое давление и распределение частиц, рассчитанное в программе COMSOL Multiphysics методом конечных элементов. (a) — Поле в плоскости xOz, (б) — поле в плоскости xOy, и изображение левитирующих частиц в виде белых кружков.

$$P_0(x,z) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(k_x,k_z) \exp(ik_x x + ik_z z + ik_y h) dk_x dk_z,$$
<sup>(3)</sup>

где  $k_y = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_z^2}$ ; h = 200 мм – расстояние от решетки излучателей до центра области левитации;

$$\tilde{S}(k_x, k_z) = \frac{1}{4\pi^2} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S(x, z) \exp(-ik_x x - ik_z z) dx dz$$

 $S(x, z) = S_0 M(x, z) \exp\left(-ik\sqrt{Z^2 + h^2}\right)$  – поле излучения решетки;  $Z = b\left[\frac{z}{b}\right]([\ ] - ofooshavaet okpyr$  $ление до ближайшего целого); <math>b = 11\frac{\sqrt{3}}{2}$  мм – шаг размещения рядов излучателей по оси z; функция M(x, z) описывает области излучения на поверхности решетки и описывается выражением:

$$M(x,z) = \sum_{n} \begin{cases} 1, & \text{если } (x - X_n)^2 + (z - Z_n)^2 < s^2, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где s — радиус аппретуры излучателя;  $X_n = a((n \mod 20 + 0.5(n \operatorname{div} 20) \mod 2) - 10); Z_n =$   $= b((n \operatorname{div} 20) - 9.5); a = 11 мм - расстояние между$ излучателями; mod — операция извлечения остатка целочисленного деления; div — операция целочисленного деления; n — номер излучателя в решетке от 0 до 319.

Поле, падающее на встречную решетку, запишется в виде:

$$P(x,z) =$$
  
=  $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(k_x,k_z) \exp(ik_x x + ik_z z + ik_y 2h) dk_x dk_z,$ 

а поле, рассеянное на встречной решетке излучателей, с учетом заглубления излучателей на четверть длины волны вычислим в приближении фазового экрана:



Рис. 5. Трехмерное распределение левитирующих частиц по результатам численного моделирования.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020



**Рис. 6.** Распределение амплитуды поля акустического давления в центре области левитации при y = 0, z = 0.  $P_0$  – первичное поле решетки излучателей, сфокусированное в центре (пунктир);  $P_1$  – поле, рассеянное на решетке без заглубления излучателей (широкая линия);  $P_2$  – поле, рассеянное на решетке при заглублении излучателей на четверть длины волны (тонкая линия).

$$P_{2}(x,z) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P'(k_{x},k_{z}) \exp(ik_{x}x + ik_{z}z + ik_{y}h) dk_{x}dk_{z},$$
(4)

где

$$P'(k_x, k_z) = \frac{1}{4\pi^2} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(x, z) \exp\left(i\frac{\pi}{2}M(x, z)\right) \times \\ \times \exp\left(-ik_x x - ik_z z\right) dx dz.$$

Множитель  $\exp\left(i\frac{\pi}{2}M(x,z)\right)$  описывает фазовый набег, приобретаемый волной при прохождении заглубления от поверхности удерживающей пластины до поверхности излучателя и обратно.

На рис. 6 представлены результаты вычислений амплитуды прямого сфокусированного поля акустического давления от решетки излучателей согласно формуле (3) и поля, рассеянного на решетке при заглублении излучателей, рассчитанного по формуле (4). Видно, что прямое поле в среднем в 15 раз по амплитуде превосходит поле, рассеянное на встречной решетке. Для оценки эффекта от заглубления датчиков на четверть длины волны был проведен расчет для случая, когда датчики не заглублялись, полагая в формуле (4) M(x, z) = 0. Это приводит к увеличению амплитуды рассеянного поля в 2–3 раза, что показывает график  $P_i$  на рис. 6.

Первичное поле сфокусировано в центре области левитации, а рассеянное на решетке поле уже не сфокусировано, и вследствие этого имеет намного меньшую амплитуду. Применение четверть волнового заглубления излучателей еще уменьшает амплитуду рассеянного поля. Таким образом, численная оценка показывает, что первичное поле превышает рассеянное на решетках поле в среднем в 15 раз. Следовательно, можно пренебречь полем, рассеянным на встречной решетке излучателей.

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для экспериментальной проверки возможности левитации и управления упорядоченной группой частиц была разработана установка из 4-х решеток ультразвуковых излучателей (в каждой решетке 320 элементов) согласно схеме, изображенной на рис. 1. Элементы в решетках размещены в гексагональной сетке с шагом d = 11 мм в 16-и рядах, и в каждом ряду по 20 излучающих элементов. Излучающие элементы в одном ряду подключены параллельно и присоединены к выходу усилителя гармонического сигнала. Для управления всей системой решеток применяется микроконтроллер STM32F407, реализующий 64-х канальный 1-битный цифро-аналоговый преобразователь. Двоичные сигналы поступают на усилители TDA7297 (напряжение питания 12 вольт), выходы которых подключены к рядам излучающих решеток (по 16 выходов на 4 решетки). В качестве излучателей применялись пьезоизлучатели MA40S4/S, которые устанавливались в пластину из вспененного поливинилхлорида на глубину 2 мм (что соответствует четверти длины волны в воздухе). Глубина установки датчиков на четверть длины волны позволяет уменьшить амплитуду отраженных волн от решетки падающих со стороны встречных излучателей (рис. 6).

Амплитуда и фаза монохроматического сигнала, подаваемого на *n*-тый ряд, описывается в виде комплексной амплитуды:

$$S_n = \exp\left(-ik\sqrt{L^2 + (z_0 - H_n)^2}\right),$$
 (5)

где  $z_0$  — высота плоскости левитации частиц; L — дальность до оси фокусировки от излучающей решетки;  $H_n = nd\sqrt{3}/2$  — высота размещения *n*-того ряда излучателей в решетке;  $k = 2\pi f/c$  — волновое число; f = 40 кГц — частота излучения; d = 11 мм расстояние между соседними излучателями; c == 340 м/с — скорость звука в воздухе. Однако разработанная система излучателей не позволяет регулировать амплитуду, а фаза регулируется с шагом  $2\pi/64$ . Таким образом, задается только сдвиг фазы для излучателей, размешенных в *n*-том ряду. Для всех решеток сдвиг фазы определяется выра-



**Рис. 7.** Фотографии экспериментальной установки, обеспечивающей левитацию и управление упорядоченной группы частиц пенопласта: (а) — ниже центра на 15 мм, (б) — выше центра на 15 мм.

жением:  $\varphi_n = \left[ -ik\sqrt{L^2 + (z_0 - H_n)^2} \frac{64}{2\pi} \right] \frac{2\pi}{64}$ . С целью управления частицами в горизонтальной плоскости предлагается сдвигать фазы встречных решеток излучателей, что обеспечит смещение узлов стоячих волн. образованных встречными бегушими волнами от излучающих решеток. Тогда фазы в решетке А задаются выражением:  $\alpha_n = \phi_n$ , в решетке В:  $\beta_n = \varphi_n$ , в решетке С:  $\gamma_n = \varphi_n + 2kx_0$ , в решетке D:  $\delta_n = \phi_n + 2ky_0$ , где  $(x_0, y_0)$  – требуемый сдвиг частиц в горизонтальной плоскости,  $k = 2\pi f/c$  — волновое число. При перемещении частиц и перестройке сигналов решеток излучателей необходимо учитывать, что резкие скачки фазы излучения могут привести к нарушению левитации, поэтому перемещение в заданное положение осуществляется путем линейного изменения координат ( $x_0, y_0, z_0$ ) таким образом, чтобы скорость частиц не превышала 100 мм/с.

В каждой решетке излучатели, размещенные в одном ряду, должны быть синфазными, однако из-за погрешностей при производстве излучателей каждый из них излучает сигнал с разным отклонением по фазе. Для устранения влияния разброса по фазе, перед установкой в решетку излучатели были прокалиброваны и отсортированы по вносимому ими фазовому сдвигу с шагом 7 градусов. Для калибровки излучателей применялся эталонный приемник, устанавливаемый на фиксированном расстоянии. Сигнал с приемника оцифровывался, после чего вычислялся его фазовый сдвиг относительно сигнала генератора. В один ряд устанавливались параллельно подключенные излучатели с различием фазы не более 7 градусов, но на соотношение фаз между соседними рядами ограничения не накладывались. Поскольку фаза сигнала в каждом ряду управляется цифровым способом (с шагом 5.6 градуса), то любые различия фаз между рядами излучаемых сигналов могут быть компенсированы после калибровки решеток. Калибровка решеток производилась с помощью приемного датчика, размещенного в центре системы. Фазы в каждом ряду решетки варьировались для достижения максимума поля в приемном датчике, что означало синфазное сложение волн в центре системы, это позволило установить начальные фазовые сдвиги для всех рядов излучателей. Специально разработанное программное обеспечение позволяло регулировать фазу сигналов и фокусировать поле решеток в соответствии с формулой (5). За счет регулировки разности фаз между встречными решетками обеспечивается перемещение левитирующих частиц по осям х и у, поскольку минимумы стоячих волн смещаются, если меняется разность фаз сигналов встречных решеток излучателей. Перемещение по оси z обеспечивается за счет изменения величины  $z_0$  в формуле (5) и задания соответствующих фаз сигналов на все решетки.

В ходе эксперимента, после включения излучателей, в область левитации сверху засыпались частицы пенопласта неправильной формы с поперечными размерами не более 2 мм. Падающие частицы захватывались акустическим полем и начинали левитировать в прямоугольной сетке с шагом в половину длины волны (рис. 7). При изменении разности фаз излучателей встречных решеток наблюдалось движение всей упорядоченной структуры левитирующих частиц по горизонтали. За счет перефокусировки решеток по высоте  $z_0$  обеспечивалось перемещение всей структуры по оси z.

Эксперименты показали, что при плавной перестройке фаз излучателей возможно сохранение порядка размещения частиц в прямоугольной



**Рис. 8.** Фотографии экспериментов по левитации продолговатых объектов из вспененного полистирола. (а) – Ориентация отрезка под углом 45 градусов, (б) – ориентация двух отрезков вдоль плоскостей решеток.



**Рис. 9.** Фотографии экспериментов по левитации прямоугольника из вспененного полистирола. (а) – Ориентация сторон под углом 45 градусов, (б) – ориентация сторон вдоль плоскостей решеток.

сетке. Следовательно, если изначально частицы установлены в заданные узлы стоячих волн, то перемещение по высоте и горизонтали не приводит к разрушению структуры. Относительное положение частиц не изменяется в процессе перемещения в трехмерном пространстве.

Дополнительно был проведен эксперимент по проверке возможности левитации прямолинейных отрезков длиной много больше длины волны. В качестве исследуемых объектов для левитации были изготовлены отрезки из вспененного полистирола диаметром 2 мм и длиной 100 мм (при этом длина волны излучения составляет 8.5 мм), что составляет почти 12 длин волн. В результате наблюдалась левитация отрезков в ультразвуковом поле, сформированном встречно направленными сфокусированными решетками на частоте 40 кГц (рис. 8). Устойчивая левитация наблюдалась при ориентации отрезка под углом 45 градусов к плоскости излучающих решеток (рис. 8а) и при ориентации отрезков параллельно или перпендикулярно плоскостям излучающих решеток (рис. 8б), что соответствует распределению локальных минимумов потенциала Горькова. Несмотря на то, что потенциал рассчитан для сферических частиц, его распределение позволило предсказать поведение прямолинейных отрезков.

Поскольку возможна левитация прямолинейных отрезков, то, скорее всего, возможна левитация объектов, составленных из прямых отрезков, которые соединены под углами 90 или 45 градусов. Для проверки этого предположения были проведены эксперименты по левитации прямоугольной рамки размерами 30 на 26 мм и толщиной 2 мм. На рис. 9 представлены фотографии левитирующих в ультразвуковом поле прямоугольных рамок. Результаты эксперимента подтверждают возможность левитации плоских объектов, собранных из прямых линий, в созданном распределении поля. Кроме того, в ходе эксперимента обеспечивалась возможность перемещения рамки в трехмерном пространстве без ее вращения за счет изменения фаз сигналов в излучающих решетках. Следует отметить, что для устойчивой левитации таких структур необходимо, чтобы каждая прямолинейная сторона попадала в область локального минимума потенциала Горькова.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен способ обеспечения ультразвуковой левитации и управления упорядоченной в прямоугольной сетке группой частиц. Результаты аналитических расчетов и численного моделирования показали возможность выстраивания левитирующих частиц в прямоугольную плоскую сетку с шагом в половину длины волны в ультразвуковом поле встречных цилиндрически сфокусированных плоских решеток. Экспериментально подтверждено теоретически предсказанное поведение левитирующих частиц. Созданная экспериментальная установка позволяет перемещать vпорядоченную группу частиц в трехмерном пространстве, сохраняя их относительное положение. Экспериментально показана возможность левитации прямолинейных отрезков размерами много больше длины волны, а также объектов, составленных из прямолинейных отрезков. Предложенный способ управления левитирующими частицами и прямолинейными структурами имеет перспективы применения лля нанесения заланного рисунка на поверхности в ряде технологических процессов, например, в трехмерной печати.

Исследование выполнено при поддержке гранта № 17-79-20051 Российского Научного Фонда.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *King L.V.* On the acoustic radiation pressure on spheres // Proc. Roy. Soc. 1934. A 147. P. 212–240.
- 2. Горьков Л.П. О силах, действующих на малую частицу в акустическом поле в идеальной жидкости // Докл. АН СССР. 1961. Т. 140. № 1. С. 88–91.
- 3. Шарфарец Б.П. Радиационное давление при рассеянии произвольного поля на включении сложной формы // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 6. С. 767–772.
- 4. Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А. Измерение радиационной силы мегагерцевого ультразвука, действующей на твердотельный сферический рассеиватель // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 1. С. 20–37.
- 5. Шарфарец Б.П., Князьков Н.Н., Курочкин В.Е. Радиационное давление на сферу с потерями в квазистоячей плоской волне // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 2. С. 179–183.
- Marzo A., Caleap M., Drinkwater B.W. Acoustic virtual vortices with tunable orbital angular momentum for trapping of Mie particles // Phys. Rev. Lett. 2018. V. 120(4). Article number 044301. https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.044301
- Wijaya H., Latifi K., Zhou Q. Two-dimensional manipulation in mid-air using a single transducer acoustic levitator // Micromachines. 2019. V. 10(4). P. 257. https://doi.org/10.3390/mi10040257
- Ochiai Y, Hoshi T, Rekimoto J. Three-dimensional mid-air acoustic manipulation by ultrasonic phased arrays // PLOS ONE. 2014. V. 9(5). e97590. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0097590
- Marzo A., Drinkwater B. W. Holographic acoustic tweezers // Proc. National Acad. Sciences USA (PNAS). 2019. V. 116(1). P. 84–89. https://doi.org/10.1073/pnas.1813047115
- Ochiai Y., Hoshi T., Rekimoto J. Pixie dust: graphics generated by levitated and animated objects in computational acoustic-potential field // ACM Trans. Graph. 2014. V. 33 (4). Article 85. P. 13. https://doi.org/10.1145/2601097.2601118 http://doi.acm.org/10.1145/2601097.2601118

## \_\_\_\_\_ АКУСТИКА ОКЕАНА. \_ ГИДРОАКУСТИКА =

УДК 534.231

# УСЛОВИЯ ВЫДЕЛЕНИЯ ЛУЧЕЙ ПО ВРЕМЕНИ ИХ ПРИХОДА НА БОЛЬШИХ РАССТОЯНИЯХ И НИЗКИХ ЧАСТОТАХ

© 2020 г. В. А. Зверев<sup>а, \*</sup>, В. Н. Голубев<sup>а, \*\*</sup>, П. И. Коротин<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Федеральный исследовательский центр ИПФ РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород, 603950 Россия \*e-mail: vit.zwerev2012@yandex.ru

\*\**e-mail: golubev@ipfran.ru* Поступила в редакцию 29.06.2019 г. После доработки 28.10.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

Приводятся результаты экспериментальных исследований по распространению низкочастотных импульсных сигналов в глубоководных и мелководных районах Мирового океана. Получены достаточные условия выделения лучей по времени их прихода в точку приема: смещение луча под влиянием градиента скорости звука, направленного вниз, превышает смещение луча в обратном направлении под влиянием градиента, обусловленного силой тяжести; излучатель и приемник находятся на разных глубинах; излучение является импульсным при длительности импульса меньше разности времен прихода лучей в точку приема. Опыты показали справедливость гипотезы, что совокупность перечисленных условий достаточна для выделения лучей по временам их прихода.

*Ключевые слова:* геометрическая акустика, акустический волновод, выделение лучей, пространственно-временная структура

DOI: 10.31857/S0320791920020185

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

Выделение лучей по времени их прихода в точку приема лежит в основе акустической диагностики неоднородностей среды [1]. Однако, как выяснилось позже, такому выделению лучей препятствует лучевой хаос, образующийся в волноводе, формируемом в водном слое без касания дна [2]. При этом остается малоизученной временная структура звуковых полей, формируемых многократными отражениями от границ водного слоя акустического волновода, открытого в сторону дна. Такой тип акустического волновода характерен для прибрежных мелководных зон Мирового океана, а также для глубоководных экваториальных областей Аравийского моря, Бенгальского залива Индийского океана [3]. Распространение акустического сигнала в таком типе волноводов происходит путем многократных отражений от дна и поверхности океана и имеет существенные отличия от распространения в водном слое без касания дна. В данной статье приводятся результаты экспериментальных исследований временной структуры акустического поля низкочастотных импульсных сигналов и рассматривается применимость приближения геометрической акустики для ее описания и, как следствие, возможность выделения лучей по времени их прихода в точку наблюдения. Малое затухание звуковых волн

низких частот делает возможным реализацию акустических трасс на значительные расстояния с целью диагностики состояния водной среды. Результаты, полученные в работах [4-6], удивительно точно совпадают с результатами расчетов, выполненных с помощью геометрической акустики по тонким лучам без учета дифракции лучей при их распространении на большие расстояния. Расчеты по лучам велись без использования какихлибо математических методов, необходимых для экстраполяции лучевого приближения на большие дистанции. Частоты, на которых произведены опыты, лежат в пределах от 10 до 100 Гц, а расстояния до нескольких сотен километров, что явно противоречит применимости методов геометрической акустики в традиционном их понимании.

Задача настоящей статьи состоит в том, чтобы найти и сформулировать достаточные условия, при соблюдении которых справедливы расчеты акустических полей, принимаемых на низких частотах в удаленной точке приема, выполненные по тонким лучам без учета дифракции.

На простом примере поясним возможность решения поставленной задачи для низких частот и больших расстояний. В качестве примера рассмотрим точечный источник излучения в свободном однородном пространстве. Такой источник излучает сферическую волну, которая может быть

в точке ее приема описана лучом, выпущенным из источника под таким углом, что этот луч попадает в точку приема. Описание принятого поля с помощью луча в этом случае справедливо для любых частот и расстояний. Распространение поля в волноводе может быть описано в виде суммы полей точечных источников, от каждого из которых в среде распространяется сферическая волна. В том случае, когда между всеми лучами, описывающими поле в точке приема, существует отличная от нуля разность хода, эти лучи можно выделить по времени их прихода в точку приема при условии, что время импульса излучения τ меньше минимальной временной разности хода между лучами. Как показано ниже, такие условия реально существуют.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В основу данной статьи положены архивные материалы, полученные в морских экспедициях в 1984 и 1988 годах. В приводимых ниже натурных экспериментах использовался метод периодического импульсного зондирования океанического волновода с последующим анализом пространственно-временной структуры (ПВС) импульсных сигналов. В докладах [4, 5] изложены результаты натурных экспериментов по дальнему распространению низкочастотных сигналов в глубоководном и мелководном районах Мирового океана.

В качестве примера приведем результат опыта, выполненного в Индийском океане. В выбранном районе с относительно ровным дном было установлено три автономных донных станции (АДС), которые производили регистрацию акустического сигнала вблизи дна. Глубина океана в районе проведения измерений составила 4.15 км. В качестве источника звука использовался пневмоакустический излучатель (объем 15 л. рабочее давление 100 атм, период излучения 60 с), буксируемый прямолинейным галсом с постоянной скоростью 3.3 м/с в направлении с севера на юг. Измеренный профиль скорости звука и рассчитанная лучевая картина в районе постановки АДС приведены на рис. 1. Как известно, при таком профиле скорости звука формируется глубоководный волновод, открытый ко дну, характерной особенностью которого является то, что распространение звука в нем происходит путем многократных отражений от границ водного слоя. На лучевой картине показаны два луча, один из которых выходит горизонтально (с пространственным периодом ~36 км), а второй выходит под углом 50 градусов к горизонту (с периодом ~9.9 км). Эти лучи определяют предельные интервалы существования кратных отражений импульсных сигналов: в данном случае, однократного (11...54 км) и двукратного (25...90 км) отражений. Время распространения импульсных сигналов при многократных отражениях естественно увеличивается с номером кратности отражения. Первыми в точку приема приходят импульсные сигналы, распространяющиеся по лучам, вышедшим из источника под малыми углами к горизонту и испытавшим минимальное число отражений от границ волновода. Последний приходящий импульс определяет длительность принимаемого сигнала. Каждое отражение от дна сопровождается дополнительным снижением интенсивности сигнала, поэтому на больших удалениях от источника выделение последнего теоретически предсказанного отраженного импульса зависит от уровня шума при его приеме. Следует отметить принципиальное различие такого типа волновода от закрытого глубоководного звукового канала, в котором горизонтальный луч приходит последним и имеет максимальную интенсивность.

На рис. 2 приведены осциллограммы сигналов, принятых АДС на дистанциях от 3 до 300 км. На приведенных реализациях принятого сигнала уверенно наблюдаются времена прихода отдельных лучей в точку приема. Как видно из рисунка, на дистанции 3 км в принятом сигнале присутствует импульс, распространявшийся без отражений (водный), и импульс, отраженный от дна и поверхности (однократное отражение). На дистанции 50 км сигнал состоит из пяти импульсов, на 100 км – из девяти и на 300 км – из 16 импульсов. При этом интервал между соседними импульсами монотонно возрастает и происходит изменение соотношения амплитуд импульсов, соответствующих отражениям различной кратности, следовательно, изменяется их вклад в энергию принятого сигнала. Как следует из расчетов, максимальная дистанция, на которой может теоретически присутствовать "водный импульс", составляет ~22 км, в эксперименте он обнаруживался на расстоянии до 30 км. На дистанциях более 200 км выделение последнего отражения, определяющего длительность отклика волновода, затруднено вследствие малого превышения сигналов над шу-MOM.

Для исследования временной структуры сигнала на больших удалениях от источника и оценки вклада каждого отражения в принимаемый сигнал, был использован растровый способ отображения информации, который используется в сейсмических и акустических исследованиях морского дна. Такой вид представления информации позволяет наблюдать как временную структуру сигнала, так и оценить параметры отражений высокой (предельной) кратности при больших расстояниях от источника. Длительность импульса является истинным временем прихода сигнала за вычетом времени прихода сигнала, испытавшего наименьшее число отражений от дна. Для малых дистанций наименьшее число отражений имеют водные лучи, а на боль-



Рис. 1. Индийский океан, (а) – профиль скорости звука и (б) – лучевая картина в районе постановки АДС.



Рис. 2. Осциллограммы импульсных сигналов в полосе 0.1...20 Гц, на расстояниях 3, 25, 50,100, 200, 300 км; амплитуда в условных ед.

ших дистанциях, на которых водных лучей уже нет, их место занимают времена прихода сигналов, испытавших одно отражение, а когда и этих сигналов уже нет, то их место занимают сигналы, испытавшие два отражения, и так далее. Экспериментальные ПВС, полученные при импульсном зондировании водного слоя, показаны на рис. За для Индийского океана с глубиной ~4.15 км [5] и на рис. Зб для Баренцева моря глубиной ~0.29 км. Эксперименты проводились в летний период времени года, когда профиль скорости звука в водном слое формирует акустический волновод, открытый ко дну, в котором сигнал распространяется путем многократных отражений от дна и поверхности океана.

Тонкой линией на рис. За отображены результаты расчетов времен прихода и интенсивности сигналов на приемнике АДС, выполненные по



**Рис. 3.** Пространственно-временная структура импульсов, принятых донной станцией (а) — в Индийском океане на расстояниях от 3 до 220 км, (б) — в Баренцевом море на расстояниях от 10 до 54 км. Сужающаяся размытая линия — отражение в яркостном виде. Тонкие линии на (а) и штрихи в начале линий (б) соответствуют рассчитанным моментам вступления отражений от дна очередной кратности. Расчетная линия (а) смещена вниз по оси времени на 1 с.

лучевой программе в предположении, что каждый луч является тонкой линией, заканчивающейся одной единственной точкой. Расчет ПВС проводился для импульсного ненаправленного источника, буксируемого на глубине 15 м, прием осуществлялся ненаправленным гидрофоном, расположенным вблизи дна на глубине 4145 м на расстояниях от 0 до 220 км. Дно моделировалось однородным жидким полупространством: плотность грунта  $\rho_b = 1400$  кг/м<sup>3</sup>, скорость звука *c<sub>b</sub>* = 2000 м/с, глубина *h* = 4150 м. Профиль скорости звука представлен на рис. 1. Результат наложения рассчитанной модели на экспериментальную ПВС для Баренцева моря представлен на рис. 36 в виде коротких штрихов в начале отражений, соответствующих рассчитанным моментам вступления отражений очередной кратности.

Этот метод представления волнового поля в виде тонких лучей, на основании которого выполнен расчет, явно противоречит существующим представлениям о применимости лучевого описания распространения волн в неоднородных средах. В литературе для аналогичных акустических условий утверждается, что лучевая трактовка этого опыта справедлива на очень высоких частотах и малых дистанциях. В тоже время рис. За получен на частотах порядка 30 Гц, а результат расчета по лучам точно описывает наблюдаемое явление. Для объяснения упомянем, что есть такие условия для распространения сигналов, когда волновое поле можно описывать лучами на любых частотах и дистанциях. На него стоит специально обратить внимание в связи с работами [4—6]. Это условие состоит в том, что геометрическая акустика с расчетом поля по тонким лучам применима к описанию поля сферической волны от единственного точечного источника, как в однородной, так и некоторых неоднородных средах для любых частот и расстояний. Ниже мы покажем, что результаты натурных опытов [4—6] при соблюдении ряда условий тоже подходят под это условие.

Сначала рассмотрим распространение волн в идеальном волноводе, границами которого служат две идеально отражающие параллельные друг другу плоскости, а среда внутри волновода однородна. Пусть точечный источник монохроматического сигнала находится внутри среды или на поверхности (верхней плоскости), а точечный всенаправленный приемник на расстоянии х внутри среды, причем источник и приемник находятся на различных глубинах. Это важно для того, чтобы лучи от мнимых источников, расположенных по разную сторону водного слоя, между собой не пересекались. Отражающие плоскости в этом случае эквивалентны цепочке мнимых источников в свободном пространстве. Поле каждого мнимого источника представляет собой в этом пространстве сферическую волну, исходящую из этого источника. Согласно [8, стр. 69-70]

комплексная амплитуда волнового поля в среде в этом случае описывается формулой [8, формула (6.24)]:

$$p(x,z) =$$

$$= \sum_{m} C(u) \left( m \frac{2\pi}{d} \right) \exp\left( iz \sqrt{k^2 - \left(\frac{2\pi m}{d}\right)} \right) \times$$
(1)
$$\times \exp\left( i \frac{2\pi m}{d} x \right),$$

где *х* и *z* – продольная и вертикальная координаты соответственно, *m* – целое число (0,1,2,3...), *d* – период чередования мнимых источников;  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны; C(u) – пространственный спектр исходного поля в его начальной точке, вычисленный в пределах только водного слоя без учета отражений.

Отметим, что формула (1) достаточно сложна для нахождения величины поля в точке приема и сравнения этого решения с результатом конкретного опыта, что проделано в [4—6]. Учет градиента скорости звука и акустического импеданса дна, в принципе, ничего не изменяют. В этом случае аналитическое решение задачи типа (1) вряд ли возможно, существующие же компьютерные программы работают в условиях точно известной гидрологии и акустических свойств дна. Эти параметры столь редко бывают известны с нужной степенью точности, что о вычислении полей в волноводе с помощью этих программ нечего и мечтать.

#### 3 УСЛОВИЯ ВЫДЕЛЕНИЯ ЛУЧЕЙ ПО ВРЕМЕНАМ ИХ ПРИХОДА

Поля в волноводе вычисляются лучевым методом по тонкому одиночному лучу без учета дифракции, когда, во-первых, удается выделять отдельные лучи, а во-вторых, когда приемник и излучатель точечные (много меньшие длины волны), и в-третьих, когда вычисляются поля в точке приема волн. В нашей задаче отдельные лучи можно выделять по времени их распространения при условии, что сигналы отдельных мнимых источников, образующих эти лучи, принимаются в точке приема раздельно и не интерферируют между собой. Задача в том, чтобы найти эти условия. Заметим, что в отличие от формулы (1), нам не требуется находить значения поля во всем волноводе, а только лишь в одной точке - точке приема волн. При непрерывном излучении сигнала источником звука, в точке приема суммируются лучи, испытавшие при своем распространении разное число отражений от дна и поверхности. Многократность отражений от дна и поверхности приводит к тому, что между лучами, испытавшими различное число отражений, существует разность хода, которая уменьшается при увеличении

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

дистанции (угла падения) от источника. В рассматриваемом типе волновода на большие расстояния распространяются только сигналы по лучам, падающим на дно под углом больше угла полного внутреннего отражения (ПВО), определяемого отношением скоростей звука на отражающей границе. При этом отражение более высокой степени кратности появляется в сигнале на расстоянии, когда луч падает на дно под углом полного внутреннего отражения [4]. Поскольку в приводимых выше экспериментах исходный сигнал импульсный, ПВС позволяет определить временной интервал между отраженными сигналами N и (N + 1)-кратности. Как показывают проведенные эксперименты и расчеты, отражения имеют конечную длительность, а минимальный интервал между отражениями соседней кратности соответствуют моменту их окончания. Это соответствует лучам, выходящим из источника под углом скольжения ноль градусов. Для подробного рассмотрения временных интервалов на рис. 4 отображены фрагменты ПВС в увеличенном масштабе по оси времени. Время запаздывания отражений  $\Delta t$ , определяемое разностью хода лучей, максимально в момент возникновения очередного отражения и уменьшается по мере увеличения дистанции от источника до приемника. Приведенный расчет, выполненный в рамках лучевого приближения [7] на рис. 4, показывает, что минимальные интервалы между приходами соседних отражений составляют ~1.55 с для Индийского океана глубиной 4.15 км и ~0.05 с для Баренцева моря глубиной 0.29 км. Данные о временных интервалах, полученные в экспериментах с последующим анализом ПВС, хорошо согласуются с расчетом, основанным на лучевом приближении. Следует заметить, что, когда отражения соседних кратностей максимально приближаются друг к другу, интенсивность их уменьшается более чем на 20 дБ по сравнению с моментом их появления [6].

Из представленных иллюстраций следует, что в том случае, когда длительность импульса t удовлетворяет условию

$$\tau < \Delta t, \tag{2}$$

где  $\Delta t$  — минимальный временной интервал между приходами отражений соседней кратности, импульсы по всем лучам приходят в точку приема раздельно, не интерферируя друг с другом. В этом случае величину поля в точке приема можно определять по лучам с помощью геометрической акустики для любых частот (вдоль лучей импульсы распространяются без дисперсии, не расширяясь) и любых расстояний. Это можно делать по одиночному тонкому лучу без учета его дифракции, так как в точку приема приходит только одиночный луч. Ширина луча с учетом дифракции определяется размером экрана, с помощью которого удается полностью перекрыть прием сигнала

**Рис. 4.** Фрагменты пространственно-временной структуры импульсов, принятых донной станцией (а) – в Индийском океане глубиной 4.15 км и (б) – в Баренцевом море глубиной 0.29 км. Тонкие линии на (а) и прерывистые линии на (б) соответствуют расчету.

по лучу. Этот экран имеет минимальный размер, равный ширине тонкого луча как вблизи излучателя, так и вблизи точечного приемника волн, что и приводит к факту приема точечным приемником одиночного точечного луча.

В том случае, когда условие (2) не выполнено, акустическое поле в точке приема тоже описывается теми же лучами, но они приходят в точку приема уже не по отдельности, а вместе, и поле в точке приема нельзя описать методом, использованным в [4–6]. В этом случае надо учитывать интерференцию лучей для определения характеристик поля и рассматривать геометрическую акустику как приближение, справедливое на близких расстояниях и высоких частотах.

#### 4 ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ЛУЧИ

Осталось рассмотреть еще один случай – интерференцию лучей, распространяющихся от мнимых источников параллельно друг другу. Такие лучи формально не пересекаются друг с другом, так как параллельные прямые не пересекаются, но они могут интерферировать, так как луч вследствие дифракции обладает шириной

$$\Delta L = \sqrt{R\lambda},\tag{3}$$

где *R* – дистанция,  $\lambda$  – длина волны.

Лучи, идущие параллельно вдоль горизонтального направления, начинают интерферировать, когда расстояние между лучами *d* становится меньше, чем  $\Delta L$ . Если же параллельные лучи распространяются под углом  $\theta$ , то между ними появляется разность хода

$$\Delta S = d\sin(\theta). \tag{4}$$

Эту разность хода не может убрать дифракция, и она сохраняется для любых расстояний. Поэтому параллельные лучи, исходящие из мнимых источников, не могут интерферировать при распространении под углом  $\theta > 0$  при условии, что

$$\Delta S > c\tau, \tag{5}$$

где c — скорость звука,  $\tau$  — длительность импульса,  $\Delta S$  — разность хода между лучами, приходящими в точку приема с различным числом отражений от дна и поверхности. При выполнении (5) никакой интерференции нет.

Применительно к рассматриваемой нами задаче это означает, что параллельные лучи от мнимых источников можно не принимать во внимание, когда в волноводе нет горизонтальных лучей. Для этого достаточно, чтобы испущенный из источника горизонтальный луч касался дна под углом, удовлетворяющим условию (5). В этом случае невозможно направить луч, исходящий из источника, так, чтобы он достиг дна под нулевым углом к горизонту.

В этой работе не рассматривается детально физический механизм того, как параллельные горизонтальные лучи своей интерференцией искажают лучи, приходящие в точки приема. Это осо-



бый путь, так как эти лучи непосредственно в точки приема не попадают, а попадает в них поле этих лучей, образующееся в результате дифракции. Поэтому эти лучи могут попасть в точки приема только в ослабленном виде, но зато от многих мнимых источников. Эти вопросы здесь подробно не обсуждаются, так как задача состоит только в определении условий, при которых это поле не влияет на сигналы, принимаемые в точках приема, а оно не влияет при одном условии когда этого поля нет. Этого для нашей цели вполне достаточно.

У. Манком была предложена так называемая томография океана [1]. Она была основана на том же явлении, которое рассмотрено в этой статье, а именно на выделении отдельных лучей по временам их прихода в точку приема. При этом было предложено использовать естественный придонный волновод, в котором надо выделять лучи. Однако, возможно, что и в волноводе, в котором лучи преломляются, не достигая дна, в силу импульсного излучения, существуют и осуществляются условия разделения лучей, что реально наблюдалось в квадрате 300 на 300 км в [9]. Этот вопрос подлежит дальнейшему исследованию.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное в работе исследование распространения импульсных сигналов в двух районах мирового океана с придонным распространением звуковых волн показало возможность применимости приближения геометрической акустики на больших расстояниях в низкочастотном диапазоне. Данное исследование позволяет с достаточной точностью предсказать как временную, так и амплитудную структуру низкочастотных импульсных сигналов и подтверждает возможность выделения лучей по временам их прихода на больших расстояниях и низких частотах. На основе вышеизложенного можно сформулировать достаточные условия возможности выделения лучей по временам их прихода в следующем виде. Лучевая картина опыта должна быть такой, что появление луча, соответствующего следующему по номеру отражению сигнала, в точке приема происходит при увеличении угла выхода луча из источника

относительно горизонтали. Излучатель и приемники должны быть на разных глубинах. В лучевой картине не должно быть горизонтальных лучей.

Работа выполнена в рамках Государственного задания ИПФ РАН по теме 220 0035-2014-0022 "Разработка радиофизических методов исследования океана".

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Munk W., Wunsch C. Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring // Deep-Sea Res. A 1979. V. 26. P. 123–161.
- 2. Вировлянский А.Л., Заславский Г.М. Лучевой и волновой хаос в задачах о дальнем распространении звука в океане // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 3. С. 329–345.
- 3. *Студеничник Н.В.* Исследования коэффициента отражения звука от дна в диапазоне углов полного внутреннего отражения // Акуст. журн. 2002. Т. 48. № 4. С. 539–546.
- 4. Голубев В.Н. Экспериментальное исследование временной структуры импульсных сигналов в мелководном волноводе // Сборник трудов XIX сессии РАО. Н. Новгород, 2007. С. 243–246.
- 5. Голубев В.Н., Лобанов В.Н., Шаронов Г.А. Экспериментальное исследование пространственно-временной структуры низкочастотных импульсных сигналов в океане // Акустика океана. Доклады XII школы-семинара им. акад. Л.М. Бреховских, совмещенной с XXI сессией Российского акустического общества. М.: ГЕОС, 2009. С. 55–58.
- 6. Голубев В.Н., Смирнов И.П. Приближение геометрической акустики в исследовании распространения низкочастотных импульсов в придонном океаническом волноводе // Известия ВУЗ. Радиофизика. 2018. Т. LX1. № 1. С. 34–43.
- 7. Смирнов И.П. Расчет производных лучевых координат по начальным параметрам в неоднородных двумерных средах // Известия ВУЗов. Радиофизика. 2013. Т. 56. № 2. С. 85.
- 8. Зверев В.А. Радиооптика (преобразования сигналов в радио и оптике). М.: Сов. Радио, 1975. 304 с.
- Behringer D., Birdsall T., Brown M., Cornuelle B., Heinmiller R., Knox R., Metzger K., Munk W., Splesherger J., Spindel R., Webb D., Worcester P., Wunsch C. A demonstration of ocean acoustic tomography // Nature. 1982. Am. V. 299(9). P. 121 –125.

## \_\_\_\_\_ АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.231

## ПЕЛЕНГОВАНИЕ ВЕКТОРНО-СКАЛЯРНЫМ ПРИЕМНИКОМ В ПОЛЕ АНИЗОТРОПНОЙ ПОМЕХИ

© 2020 г. С. Г. Михайлов<sup>а, b, \*</sup>

<sup>а</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, Москва, 119991 Россия <sup>b</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, *Москва, Россия* \*e-mail: s.mikhailov@mail.ru Поступила в редакцию 27.02.2019 г. После доработки 04.09.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

На основе многомерного пуассоновского процесса построена математическая модель анизотропного акустического поля. Установлена связь вероятностных характеристик процесса и угловой плотности акустического поля. Показано, что дисперсии и функции взаимной корреляции пульсаций давления и компонент колебательной скорости зависят только от постоянной составляющей и коэффициентов первой и второй гармоник разложения угловой плотности в ряд Фурье. Найдена связь между значимыми для пеленгования параметрами анизотропии поля помехи и экспериментально измеряемыми величинами. Показана связь результатов пеленгования с параметрами анизотропии поля помехи для нескольких алгоритмов.

*Ключевые слова:* векторно-фазовые методы, векторно-скалярный приемник, шумы океана, анизотропия, пеленгование, угловая плотность акустического поля

DOI: 10.31857/S0320791920020057

#### введение

Рассмотрим возможность определения горизонтального направления на источник акустического излучения с помощью комбинированного векторно-скалярного приемника (ВСП). Такой приемник включает в себя ненаправленный приемник давления (скалярная часть) и два или три приемных канала, имеющих взаимно перпендикулярные дипольные характеристики направленности (векторная часть). Для определенности будем считать, что выходные сигналы каналов векторной части пропорциональны компонентам колебательной скорости. Фазовые центры всех приемных каналов считаются совпадающими. ВСП обладает следующей особенностью: характеристики направленности не только канала давления, но и каналов его векторной части близки к теоретическим и практически неизменны в широком диапазоне частот, достигающем двух-трех декад [1]. Это свойство позволяет анализировать широкополосные сигналы, принятые приемником, считая характеристики направленности всех его каналов не зависящими от частоты.

Положим, что волна распространяется в горизонтальной плоскости *хОу*, а среда однородна и изотропна. Если монопольный точечный источник звуковой волны находится в направлении  $\varphi_S$ ( $0 \le \varphi_S < 2\pi$ ), а других источников нет, в точке начала координат компоненты колебательной скорости частиц среды V(t) будут равны  $V_x(t) = V(t) \cos \varphi_S$  и  $V_y(t) = V(t) \sin \varphi_S$ . Решая обратную задачу по измеренным значениям компонент колебательной скорости, практически в любой момент времени (за исключением моментов, когда V(t) = 0) можно установить, что источник лежит на прямой, проходящей через начало координат под углом  $\varphi_d$ , который вычисляется по формуле:

$$\begin{split} \varphi_{d} &= \operatorname{arcctg} \frac{V_{x}(t)}{V_{y}(t)}, \quad 0 \leq \varphi_{d} < \pi, \\ \Psi & \varphi_{S} &= \begin{cases} \varphi_{d}, & 0 \leq \varphi_{S} < \pi, \\ \varphi_{d} + \pi, & \pi \leq \varphi_{S} < 2\pi. \end{cases} \end{split}$$
(1)

Если одновременно с компонентами колебательной скорости измеряются пульсации давления P(t), можно рассчитать мгновенные значения компонент вектора Умова  $J_x(t) = P(t)V_x(t)$  и  $J_{y}(t) = P(t)V_{y}(t)$ , а затем однозначно определить направление на источник:

$$\varphi_{J} = \begin{cases} \operatorname{arcctg} \left[ J_{x}(t) / J_{y}(t) \right], & J_{y}(t) > 0, \\ 0, & J_{y}(t) = 0, & J_{x}(t) \neq 0, \\ \operatorname{arcctg} \left[ J_{x}(t) / J_{y}(t) \right] + \pi, & J_{y}(t) < 0, \end{cases}$$
(2)

 $0 \leq \phi_{\it J} < 2\,\pi$ и $\phi_{\it S} = \phi_{\it J}.$  В присутствии помехи ситуация усложняется. В качестве помехи будем рассматривать морской шум. Для пеленгования наиболее важной является анизотропия в горизонтальной плоскости. В прибрежных районах она проявляется благодаря шуму прибоя. Натурные измерения в открытом океане [2] показали, что при формировании регулярного волнения в поле поверхностного шума существует горизонтальный поток акустической энергии, имеющий направление, близкое к направлению распространения поверхностных волн. Более поздние теоретические исследования [3, 4] привели авторов к выводу, что направленность шумового поля, формирующегося при распространении звука под взволнованной поверхностью, может оказаться существенной в результате его избирательного рассеяния. При этом направленность остаточного поля симметрична и имеет два максимума в направлениях, ортогональных к ветру. Кроме того, причинами горизонтально анизотропного шума могут быть различные явления, источники которых расположены несимметрично относительно точки приема: полосовой дождь, шквал, судоходство, технические и биологические шумы и т.п.

В традиционных моделях [5–10] шумовое поле рассматривается как результат сложения гармонических волн, излучаемых точечными монопольными или дипольными источниками с равными среднеквадратическими интенсивностями, но со случайными фазами. Источники равномерно располагаются в объеме, на поверхности сферы, в конусе, на плоскости или прямой. Существуют примеры теоретического анализа, показывающие, что в рамках некоторых из этих моделей помехоустойчивость измерений [8] и результат пеленгования [10] при применении ВСП зависят от характера анизотропии помехи и тем самым указывают на необходимость ее учета при пеленговании слабого источника.

В работе [11] акустическое поле помехи задано произвольной функцией угловых координат  $\Omega$ и случайной функцией времени  $\xi(\Omega,t)$ . Показано, что помехоподавление приемника потока акустической мощности зависит от отношения p/q, где (упрощено до плоского случая)  $p = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \overline{\xi^2(\phi,t)} \cos \phi d\phi$ и  $q = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \overline{\xi^2(-\phi,t)} \cos \phi d\phi$  – коэффициенты, характеризующие потоки акустической мощности в противоположных направлениях, черта сверху обозначает усреднение по времени, соѕф – характеристика направленности приемного канала колебательной скорости. В работе [12] для задания анизотропии в горизонтальной плоскости использована однопараметрическая функция. Варыирование параметра а позволяет значительно изменять ее вид, но только по отношению к ширине и положению единственного максимума, что с учетом результатов работ [3, 4] представляется недостаточным. Кроме того, результаты расчетов, выполненных в работах [11, 12], не показывают способа экспериментального определения значимых параметров анизотропии (которыми являются отношение p/q в [11] и параметр *a* в [12]) с помощью одиночного ВСП. Последнее представляется важным, так как применение совместно с ВСП антенны с высоким угловым разрешением только для оценки условий работы приемника маловероятно.

Многообразие источников морских шумов, различие присущих каждому из них пространственных свойств, возможность их появления в различных сочетаниях может приводить к многочисленным вариантам направленности суммарного шумового поля. Поэтому для анализа потенциальной возможности пеленгования источника на фоне анизотропной помехи представляется более подходящим применение модели, в которой подобно [11, 12] пространственные свойства шумового поля задаются с помощью достаточно произвольной функции угловых координат, а затем выясняются ее параметры, в наибольшей степени влияющие на результат пеленгования. Если таких параметров окажется немного, появится удобный способ описания анизотропии. Представляется также нужным указать способ измерения этих параметров, который может быть реализован в условиях эксперимента с одиночным BCII.

# МОДЕЛЬ АНИЗОТРОПНОГО АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В основе ряда моделей морских шумов лежит представление, что события, заключающиеся в излучении шумов, происходят независимо друг от друга в различных точках водной толщи или на ее поверхности. Будем считать, что некоторые из этих событий порождаются сходными процессами и, возможно, при этом излучаются близкие по форме волны. Такими процессами могут быть: падение капель дождя, разрушение гребней волн, торошение льда, звуки, издаваемые животными одного вида и т.п. Общей особенностью перечисленных процессов является также то, что они создают звуки ограниченной продолжительности. В качестве примера, демонстрирующего возможность существования морского шума, удовлетворяющего перечисленным условиям, на рис. 1 приведен фрагмент записи подводного звукового давления в мелководном районе тропической части Индийского океана.

Для построения математической модели воспользуемся результатами исследований случайных процессов, основы которых были заложены при изучении закономерностей броуновского движения [13], а затем развивались применительно к дробовому шуму и другим случайным процессам [14—16].

Рассмотрим некоторые свойства акустического поля, создаваемого в безграничном однородном и изотропном пространстве источниками, находящимися на окружности достаточно большого радиуса *R*, лежащей в плоскости *xOy*. Такое приближение допустимо, поскольку мы будем интересоваться только направлением на источник, а не расстоянием до него. Пусть поле формируется в результате последовательности событий, заключающихся в том, что в случайные моменты времени t<sub>i</sub> в точках, лежащих на этой окружности под углом  $\phi_i$ , происходит кратковременное изменение давления в среде  $p_i(t) = e_i g(\phi_i) s(t - t_i)$ . Здесь е и  $\phi$  — независимые случайные величины,  $g(\phi)$  неслучайная функция величины  $\phi$ , s(t) — ограниченный во времени импульс,  $s(t - t_i) = 0$ , если  $t - t_i < -\theta/2$  и  $\theta/2 < t - t_i$ ,  $\theta$  – длительность импульса. Соответствующее такому случайному процессу давление в центре окружности равно:

$$P_{\Sigma}(t) = \frac{1}{R} \sum_{i=-\infty}^{\infty} p_i \left( t' - t_i \right),$$

где t' = t - R/c, c – скорость звука в среде, а компоненты колебательной скорости

$$V_{x}(t) = \frac{1}{\rho c R} \sum_{i=-\infty}^{\infty} p_{i} \left( t' - t_{i} \right) \cos \varphi_{i},$$

$$V_{y}(t) = \frac{1}{\rho c R} \sum_{i=-\infty}^{\infty} p_{i} \left( t' - t_{i} \right) \sin \varphi_{i},$$
(3)

ρ – плотность среды. В качестве допустимого упрощения принято, что связь между скоростью и давлением во всем рассматриваемом частотном диапазоне соответствует плоской волне. Далее будем рассматривать случайный процесс, имеющий нормированные составляющие:

$$P(t) = RP_{\Sigma}(t), \quad X(t) = \rho c R V_x(t),$$
  

$$Y(t) = \rho c R V_y(t).$$
(4)

Таким образом, имеется трехмерный случайный процесс, у которого случайными являются: момент появления импульса  $t_i$ , его амплитуда  $e_i$  и угол  $\varphi_i$ . Зависимость от случайного угла  $\varphi_i$  выражается неслучайными функциями  $g(\varphi_i)$ ,  $g(\varphi_i) \cos \varphi_i$  и



**Рис. 1.** Фрагмент записи подводного шума в мелководном районе тропической части Индийского океана. Масштаб по вертикали — в отсчетах АЦП.

 $g(\phi_i)\sin\phi_i$ . Вторые центральные моменты этого случайного процесса, в том числе смешанные (т.е. дисперсии и функции взаимной корреляции), можно найти, считая процесс пуассоновским [14] (с. 249) и повторяя процедуру, изложенную в [15] (с. 58–60) для одномерного процесса. Совместная трехмерная характеристическая функция процесса (4) будет иметь следующий вид:

$$\Psi(u_1, u_2, u_3) = \exp\left(q \int_{-\infty}^{\infty} f_e(e) de \int_{0}^{2\pi} f_{\varphi}(\varphi) d\varphi \times \left( \sum_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left[ie \sum_{j=1}^{3} g_j(\varphi) s(t) u_j\right] - 1 \right\} dt \right\} \right).$$
(5)

Здесь  $f_e$  и  $f_{\varphi}$  – плотности распределения случайных величин  $e_i$  и  $\varphi_i$ , а q – средняя частота появления импульсов,  $g_1(\varphi) = g(\varphi)$ ,  $g_2(\varphi) = g(\varphi) \cos \varphi$  и  $g_3(\varphi) = g(\varphi) \sin \varphi$ . В показателе внешней экспоненты в выражении (5) стоит трехмерная кумулянтная функция, в результате дифференцирования которой получаются трехмерные кумулянты ([17], с. 87):

$$\kappa_{nkl} = (-i)^{n+k+l} \frac{\partial^{n+k+l}}{\partial u_1^n \partial u_2^k \partial u_3^l} \ln \psi(u_1, u_2, u_3) \bigg|_{u_1 = u_2 = u_3 = 0}$$

или

$$\kappa_{nkl} = q \int_{-\infty}^{\infty} e^{n+k+l} f_e(e) de \times$$

$$\times \int_{0}^{2\pi} g^{n+k+l}(\varphi) \cos^k \varphi \sin^l \varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} s^{n+k+l}(t) dt.$$
(6)

Величина n + k + l — порядок кумулянта. Кумулянты первого порядка — средние значения, второго — центральные моменты второго порядка, т.е. искомые дисперсии и функции взаимной

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

корреляции процессов *P*, *X*, *Y*. Таким образом, дисперсия пульсаций давления равна:

$$\sigma_P^2 = \kappa_{200} = q \sigma_e^2 \sigma_s^2 \int_0^{2\pi} g^2(\varphi) f_{\varphi}(\varphi) d\varphi.$$
(7)

Здесь  $\sigma_e^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e^2 f_e(e) de$ ,  $\sigma_s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt$ . Так же вычисляются дисперсии компонент колебательной скорости:

$$\sigma_X^2 = \kappa_{020} = q\sigma_e^2 \sigma_s^2 \int_0^{2\pi} g^2(\varphi) \cos^2 \varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi,$$
  
$$\sigma_Y^2 = \kappa_{002} = q\sigma_e^2 \sigma_s^2 \int_0^{2\pi} g^2(\varphi) \sin^2 \varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi.$$

Из приведенных соотношений вытекает очевидное равенство:

$$\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 = \sigma_P^2. \tag{8}$$

Взаимная корреляционная функция компонент колебательной скорости дается формулой:

$$R_{XY} = \kappa_{011} = q\sigma_e^2 \sigma_s^2 \int_0^{2\pi} g^2(\varphi) \cos\varphi \sin\varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi,$$

а взаимные корреляционные функции давления и компонент колебательной скорости равны:

$$R_{PX} = q\sigma_e^2 \sigma_s^2 \int_0^{2\pi} g^2(\varphi) \cos \varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi,$$
$$R_{PY} = q\sigma_e^2 \sigma_s^2 \int_0^{2\pi} g^2(\varphi) \sin \varphi f_{\varphi}(\varphi) d\varphi.$$

Будем также пользоваться коэффициентами взаимной корреляции:

$$r_{XY} = \frac{R_{XY}}{\sqrt{\sigma_X^2 \sigma_Y^2}}, \quad r_{PX} = \frac{R_{PX}}{\sqrt{\sigma_P^2 \sigma_X^2}}, \quad r_{PY} = \frac{R_{PY}}{\sqrt{\sigma_P^2 \sigma_Y^2}}.$$

Если плотности распределения  $f_e$ , и  $f_{\varphi}$ , а также частота q не зависят от времени (т.е. являются стационарными), то процессы Р, Х, У и связи между ними также будут стационарными. Еще одним важным свойством случайных процессов является их принадлежность к классу гауссовых (нормальных) процессов. Для пуассоновских процессов это определяется количеством импульсов, возникающих за время существования одного импульса. Для того чтобы процесс был нормальным, число налагающихся импульсов должно быть велико:  $q \theta \ge 1$  ([15], с. 63). Если это условие не выполняется, распределение будет зависеть от формы импульса. Перейти к нормальному распределению можно (при заданной частоте q), увеличивая длительность импульса, что реализуется, например, при применении узкополосной фильтрации.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

#### УГЛОВЫЕ ПЛОТНОСТИ ПОЛЕЙ ПОМЕХИ И СИГНАЛА

Из полученных формул видно, что дисперсии и взаимные корреляционные функции зависят от

функции  $G(\varphi) = q\sigma_e^2 \sigma_s^2 g^2(\varphi) f_{\varphi}(\varphi)$ , которая тем самым полностью определяет свойства нормального процесса (4). Вслед за автором [7] (с. 265) назовем ее угловой плотностью поля. Под анизотропией будем понимать всякое отклонение функции  $G(\varphi)$  от

ее среднего значения, равного  $\int_{0}^{2\pi} G(\varphi)d\varphi/2\pi$ . На зависимость функции  $G(\varphi)$  от угла влияет как относительная частота попадания импульсов в различные секторы углов (плотность вероятности  $f_{\varphi}(\varphi)$ ), так и локальная амплитуда импульсов (функция  $g^{2}(\varphi)$ ). По конечному результату эти факторы эквивалентны. Из определения функции  $G(\varphi)$  следует, что она является неотрицательной периодической функцией угла  $\varphi$ , а также будем считать, что она обладает всеми необходимыми свойствами, позволяющими применить к ней разложение в ряд Фурье. Коэффициенты ряда вычисляются по формулам:

$$a_{k} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} G(\varphi) \cos(k\varphi) d\varphi, \quad b_{k} = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{2\pi} G(\varphi) \sin(k\varphi) d\varphi,$$
  
$$k = 0, 1, 2...$$

Функция  $G(\varphi)$  может быть представлена в виде бесконечной суммы:

$$G(\varphi) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\varphi + b_k \sin k\varphi) =$$
$$= a_0 \left( \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\alpha_k \cos k\varphi + \beta_k \sin k\varphi) \right),$$

где  $\alpha_k = a_k/a_0$  и  $\beta_k = b_k/a_0$  при k = 1, 2... - нормированные коэффициенты разложения.

Для дальнейшего представляет интерес ситуация, когда поле включает в себя две независимые составляющие — сигнал и помеху:

$$P(t) = P_S(t) + P_N(t), \quad X(t) = X_S(t) + X_N(t),$$
  

$$Y(t) = Y_S(t) + Y_N(t).$$

Здесь и далее индекс S указывает на принадлежность переменной полю сигнала, а N — полю помехи. В этом случае угловая плотность поля также будет равна сумме двух составляющих:

$$G(\varphi) = G_S(\varphi) + G_N(\varphi).$$

Подставив угловую плотность поля помехи  $G_N(\varphi)$  в форме разложения в ряд Фурье в формулы для дисперсий давления и компонент колебательной скорости и используя ортогональность сину-

сов и косинусов кратных аргументов на интервале  $(0, 2\pi)$ , найдем соответствующие дисперсии:

$$\sigma_{NP}^{2} = \int_{0}^{2\pi} G_{N}(\phi) d\phi = \pi a_{0},$$
  
$$\sigma_{NX}^{2} = \int_{0}^{2\pi} G_{N}(\phi) \cos^{2} \phi d\phi = \frac{\pi}{2}(a_{0} + a_{2}),$$
  
$$\sigma_{NY}^{2} = \int_{0}^{2\pi} G_{N}(\phi) \sin^{2} \phi d\phi = \frac{\pi}{2}(a_{0} - a_{2}),$$

и взаимные корреляционные функции:

$$R_{NXY} = \frac{1}{2} \int_{0}^{2\pi} G_N(\varphi) \sin 2\varphi d\varphi = \frac{\pi b_2}{2},$$
$$R_{NPX} = \int_{0}^{2\pi} G_N(\varphi) \cos \varphi d\varphi = \pi a_1,$$
$$R_{NPY} = \int_{0}^{2\pi} G_N(\varphi) \sin \varphi d\varphi = \pi b_1.$$

Соответствующие коэффициенты корреляции можно представить в виде:

$$r_{NXY} = \frac{b_2}{\sqrt{a_0^2 - a_2^2}} = \frac{\beta_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}},$$
  
$$r_{NPX} = \frac{a_1}{\sqrt{a_0(a_0 + a_2)/2}} = \frac{\alpha_1}{\sqrt{(1 + \alpha_2)/2}},$$
  
$$r_{NPY} = \frac{b_1}{\sqrt{a_0(a_0 - a_2)/2}} = \frac{\beta_1}{\sqrt{(1 - \alpha_2)/2}}.$$

Таким образом, дисперсии, взаимные корреляционные функции и коэффициенты корреляции помехи зависят только от пяти коэффициентов разложения в ряд Фурье ее угловой плотности: постоянного  $(a_0)$ , а также первой  $(a_1, b_1)$  и второй гармоники  $(a_2, b_2)$ . Все высшие гармоники угловой плотности в формировании вторых центральных статистических моментов давления и компонент колебательной скорости не участвуют. Перечисленные коэффициенты можно найти из приведенных выше формул и вычислить на основании экспериментально измеряемых величин:

$$a_0 = \sigma_{NP}^2 / \pi, \ a_1 = R_{NPX} / \pi, \ b_1 = R_{NPY} / \pi, \ a_2 = (\sigma_{NX}^2 - \sigma_{NY}^2) / \pi, \ b_2 = 2R_{NXY} / \pi.$$

Если все  $a_k = b_k = 0$  при k > 0, то  $G(\phi) = \text{const}$  и поле помехи изотропно.

Поле сигнала также можно представить как случайный процесс, который конструируется на основе плотностей распределения амплитуды и угла, а также функций  $g_S(\phi)$  и  $s_S(t)$ , отличающих-ся от определяющих поле помехи. Различие пере-

численных функций приводит к различию угловых плотностей (и спектров) помехи и сигнала.

Угловую плотность поля точечного источника сигнала в однородной среде зададим в виде δ-функции Дирака:

$$G_S(\varphi) = \sigma_{SP}^2 \delta(\varphi - \varphi_S),$$

где  $\varphi_S$  — направление на источник. Разложение этой функции в ряд Фурье:

$$G_{S}(\varphi) = \frac{\sigma_{SP}^{2}}{\pi} \times \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\cos\varphi_{S}\cos k\varphi + \sin\varphi_{S}\sin k\varphi)\right) =$$
$$= \frac{\sigma_{SP}^{2}}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \cos(k\varphi - \varphi_{S})\right).$$

Таким образом, точечный источник дает бесконечный угловой спектр с постоянным уровнем угловых гармоник. Дисперсия давления, создаваемого точечным источником, равна  $\int_{0}^{2\pi} \sigma_{SP}^{2} \delta(\varphi_{S} - \varphi) d\varphi = = \sigma_{SP}^{2}$ . Дисперсии компонент колебательной скорости равны  $\sigma_{SX}^{2} = \sigma_{SP}^{2} \cos^{2} \varphi_{S}$  и  $\sigma_{SY}^{2} = \sigma_{SP}^{2} \sin^{2} \varphi_{S}$ . Взаимные корреляционные функции компонент поля сигнала:

$$R_{SXY} = (\sigma_{SP}^2 \sin 2\varphi_S)/2, \quad R_{SPX} = \sigma_{SP}^2 \cos \varphi_S,$$
$$R_{SPY} = \sigma_{SP}^2 \sin \varphi_S.$$

А коэффициенты взаимной корреляции в отсутствие помехи

$$r_{SXY} = \frac{\sin 2\varphi_S}{|\sin 2\varphi_S|}, \quad r_{SPX} = \frac{\cos \varphi_S}{|\cos \varphi_S|}, \quad r_{SPY} = \frac{\sin \varphi_S}{|\sin \varphi_S|}$$

представляют собой меандры с периодами  $\pi$  и  $2\pi$  и различаются начальной фазой. Таким образом, угловая плотность поля точечного источника в однородной среде содержит все члены разложения в ряд по углу, а вторые моменты полей давления и колебательной скорости сигнала полностью описываются членами разложения в ряд Фурье угловой плотности не выше второго порядка так же, как и поля помехи.

Угловая плотность поля сигнала в реальной среде представляет собой максимум, сосредоточенный вокруг угла  $\varphi_S$ . На ширину максимума влияют: размер источника, отражение от неровных границ и преломление при распространении через неоднородную среду. Если максимум угловой плотности сигнала имеет конечный угловой размер, разложение в ряд Фурье будет обрываться, начиная с некоторого значения k = K. Как показывает расчет, угловая плотность сигнала, имеющего ширину от долей градуса до единиц градусов, содержит десятки — сотни равновеликих



**Рис. 2.** Плотность распределения оценки направления на источник сигнала при отношении сигнал/помеха: 2, 1, 0.5 и 0 (штриховая линия),  $\phi_S = 45^\circ$ . Помеха изотропна.

угловых гармоник. Таким образом, расширение максимума в пределах от 0 до  $\sim 10^{\circ}$  заметного влияния на амплитуду первой и второй гармоник не оказывает, что позволяет во всех практически важных случаях влиянием ширины максимума угловой плотности сигнала пренебречь, а источник считать точечным.

#### ОЦЕНКА ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ НАПРАВЛЕНИЯ НА ИСТОЧНИК СИГНАЛА ПО ОТНОШЕНИЮ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КОМПОНЕНТ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ

Найдем плотность распределения оценки направления на источник сигнала  $\varphi_d$  при наличии помехи, исходя из формулы (1). В этом случае  $\varphi_d$ является функцией двух случайных частично коррелированных процессов *X* и *Y*:

r

$$\varphi_d = \operatorname{arcctg} \frac{X}{Y}.$$

Плотность распределения частного d = X/Y двух нормальных центрированных случайных процессов с дисперсиями  $\sigma_X^2$  и  $\sigma_Y^2$  и коэффициентом корреляции *r* равна [17]:

$$f_d(d) = \frac{\sigma_X \sigma_Y \sqrt{1 - r^2}}{\pi (\sigma_X^2 - 2r \sigma_X \sigma_Y d + \sigma_Y^2 d^2)}$$

Найдем плотность распределения случайной величины  $\varphi = \operatorname{arcctg}(d)$ . Обратная функция  $d = \operatorname{ctg}(\varphi)$  на интервале (0,  $\pi$ ) монотонна. В этом случае плотность распределения  $f_{XY}$  случайной величины  $\varphi$  связана с $f_d$  соотношением:

$$f_{XY}(\phi) = f_d(\operatorname{ctg} \phi) \left| \frac{d(\operatorname{ctg} \phi)}{d\phi} \right| = \frac{f_d(\operatorname{ctg} \phi)}{\sin^2 \phi}.$$

Следовательно, искомая плотность распределения равна:

$$=\frac{f_{XY}(\varphi)=}{\pi\left(\frac{\sigma_X}{\sigma_Y}(1-\cos 2\varphi)-2r\sin 2\varphi+\frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(1+\cos 2\varphi)\right)},$$
$$0 \le \varphi \le \pi.$$

Учитывая статистическую независимость полей сигнала и помехи, найдем входящие в эту формулу дисперсии:

$$\sigma_X^2 = \sigma_{SX}^2 + \sigma_{NX}^2 = \frac{\sigma_{NP}^2}{2} (SN(1 + \cos 2\varphi_S) + (1 + \alpha_2)),$$
  
$$\sigma_Y^2 = \sigma_{SY}^2 + \sigma_{NY}^2 = \frac{\sigma_{NP}^2}{2} (SN(1 - \cos 2\varphi_S) + (1 - \alpha_2))$$

и коэффициент корреляции:

$$=\frac{SN\sin 2\varphi_{S}+\beta_{2}}{\sqrt{(SN(1+\cos 2\varphi_{S})+(1+\alpha_{2}))(SN(1-\cos 2\varphi_{S})+(1-\alpha_{2}))}}$$

Таким образом, плотность распределения оценки направления на источник, рассчитанная по отношению мгновенных значений компонент колебательной скорости, дисперсии  $\sigma_X^2$  и  $\sigma_Y^2$ , а

также коэффициент корреляции *r* зависят только от отношения сигнал/помеха *SN* и нормированных коэффициентов второй гармоники разложения в ряд Фурье угловой плотности поля помехи. Кроме того, все перечисленные функции содержат только аргументы двойного угла, что указывает на их периодичность с периодом  $\pi$ . Примеры расчетов функции  $f_{XY}(\phi)$  при изотропной и анизотропной помехе приведены на рис. 2 и 3.

#### ОЦЕНКА НАПРАВЛЕНИЯ НА ИСТОЧНИК СИГНАЛА ПО КОЭФФИЦИЕНТУ КОРРЕЛЯЦИИ КОМПОНЕНТ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ

По двум ортогональным компонентам колебательной скорости можно найти ортогональные



**Рис. 3.** Плотность распределения оценки направления на источник сигнала ( $\phi_S = 90^\circ$ ) при отношении сигнал/помеха: 1 (сплошная линия), 0.75 (штриховая), 0.5 (штриховая), 0.25 (пунктир), 0 (тонкая сплошная). Коэффициенты разложения угловой плотности помехи (а) –  $\alpha_2 = 0.5$ ,  $\beta_2 = 0$  и (б) –  $\alpha_2 = 0$ ,  $\beta_2 = 0.5$ .

компоненты скорости в системе координат, повернутой относительно исходной на угол  $\varphi$  в плоскости *xOy* ([8], с. 168):

$$X_{\varphi} = X \cos \varphi + Y \sin \varphi, \ Y_{\varphi} = -X \sin \varphi + Y \cos \varphi.$$



**Рис. 4.** Коэффициент корреляции компонент колебательной скорости при отношении сигнал/помеха: 100 (сплошная), 5 (штриховая), 1 (штрих-пунктир), 0.25 (сплошная тонкая), 0 (пунктир),  $\varphi_S = 90^\circ$ . (a) –  $\alpha_2 = 0$ ,  $\beta_2 = 0$ , (б) –  $\alpha_2 = 0$ ,  $\beta_2 = 0.5$ .

Эти формулы справедливы и для рассматриваемого вида поля скорости, в чем можно убедиться подстановкой в них компонент колебательной скорости в виде (3). Коэффициент корреляции компонент скорости в повернутой системе координат равен:

$$r_{\varphi}(\varphi) = \frac{X_{\varphi}Y_{\varphi}}{\sqrt{X_{\varphi}^2} \overline{Y_{\varphi}^2}} = \frac{\left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_X} - \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}\right)\sin 2\varphi + 2r\cos 2\varphi}{\left(\frac{\sigma_X}{\sigma_Y}(1 + \cos 2\varphi) + 2r\sin 2\varphi + \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(1 - \cos 2\varphi)\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\sigma_X}{\sigma_Y}(1 - \cos 2\varphi) - 2r\sin 2\varphi + \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(1 + \cos 2\varphi)\right)^{\frac{1}{2}}},$$

где  $\sigma_X^2$ ,  $\sigma_Y^2$  и *r* – дисперсии и коэффициент корреляции компонент колебательной скорости суммы сигнала и помехи в исходной системе координат, найденные выше, а черта сверху означает усреднение.

В этом случае процессы X и Y могут быть не гауссовыми. Формула показывает, что, также как и в предыдущем случае, коэффициент корреляции  $r_{\varphi}$  зависит только от коэффициентов второй гармоники разложения в ряд Фурье угловой плотности помехи. Кроме того, он также является функцией двойного угла, и, следовательно, периодичен с периодом  $\pi$ . Примеры расчетов коэффициента корреляции  $r_{\varphi}(\varphi)$  приведены на рис. 4. Направлению на источник соответствует пересечение зависимостью  $r_{\varphi}(\varphi)$  оси абсцисс при переходе коэффициента корреляции из области положительных значений в область отрицательных (при  $\alpha_2 = 0, \beta_2 = 0$ ). Если последнее условие не выполняется, появляется ошибка, зависящая от отношения сигнал/помеха и коэффициентов  $\alpha_2$  и  $\beta_2$ . На графике это выглядит как смещение точки пересечения зависимости  $r_{\varphi}(\varphi)$  и оси абсцисс.

#### ОЦЕНКА НАПРАВЛЕНИЯ НА ИСТОЧНИК СИГНАЛА ПО ОТНОШЕНИЮ КОМПОНЕНТ ПОТОКА МОЩНОСТИ

Рассмотрим алгоритм определения пеленга источника сигнала, в ходе выполнения которого

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020



**Рис. 5.** Зависимость оценки направления на источник сигнала от отношения сигнал/помеха при различных значениях коэффициента  $\beta_1$  первой гармоники угловой плотности помехи.  $\alpha_1 = 0, \beta_1 = 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1$  (сверху вниз).

сначала вычисляются компоненты потока мощности:

$$W_X = \overline{PX} = \overline{(P_S + P_N)(X_S + X_N)} =$$
  
=  $\overline{P_S X_S} + \overline{P_N X_N} = R_{SPX} + R_{NPX},$   
$$W_Y = \overline{PY} = \overline{(P_S + P_N)(Y_S + Y_N)} =$$
  
=  $\overline{P_S Y_S} + \overline{P_N Y_N} = R_{SPY} + R_{NPY},$ 

а затем рассчитывается оценка направления на источник подобно формуле (2) (для сокращения записи — для диапазона углов  $0...\pi$ ):

$$\phi_W = \operatorname{arcctg} \frac{W_X}{W_Y} = \operatorname{arcctg} \left( \frac{R_{SPX} + R_{NPX}}{R_{SPY} + R_{NPY}} \right)$$

Подставив сюда формулы взаимных корреляционных функций, найдем:

$$\varphi_W = \operatorname{arcctg}\left(\frac{\sigma_{SP}^2 \cos \varphi_S + \pi a_1}{\sigma_{SP}^2 \sin \varphi_S + \pi b_1}\right) = \\ = \operatorname{arcctg}\left(\frac{SN \cos \varphi_S + \alpha_1}{SN \sin \varphi_S + \beta_1}\right).$$

Таким образом, оценка направления полностью определяется отношением сигнал/помеха и коэффициентами первой гармоники разложения угловой плотности поля помехи в ряд Фурье. И в этом случае процессы *P*, *X* и *Y* могут быть не гауссовыми. При  $SN \to \infty$  оценка угла приближается к его истинному значению:  $\varphi_W \to \varphi_S$ . При  $SN \to 0$ напротив,  $\varphi_W \to \operatorname{arcctg}(\alpha_1/\beta_1)$  и результат полностью определяется помехой. Примеры расчетов зависимости  $\varphi_W$  от отношения сигнал/помеха *SN* при различных значениях коэффициента  $\beta_1$  для  $\varphi_S = 0^\circ$  представлены на рис. 5.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

#### ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОЦЕНКИ НАПРАВЛЕНИЯ НА ИСТОЧНИК СИГНАЛА ПО ЗНАЧЕНИЯМ КОМПОНЕНТ ВЕКТОРА УМОВА

Оценку плотности распределения вероятности пеленга источника по значениям компонент вектора Умова в соответствии с формулой (2) можно получить, вычисляя плотность распределения пеленга на основе измеренных или рассчитанных статистических моментов пульсаций давления и компонент градиента давления. Это возможно для случайных процессов, являющихся стационарными, нормальными и центрированными. Наиболее полно и последовательно вывод соотношений, связывающих моменты и плотность распределения оценки пеленга в этом случае, выполнен в работе [18]. Придерживаясь изложенной в этой работе процедуры, найдем плотность распределения оценки пеленга по значениям нормированных компонент вектора Умова, вычисляемых с использованием случайного процесса (4), элементами которого являются нормированные пульсации давления и компоненты колебательной скорости. Полагая компоненты процесса (4) центрированными, запишем его корреляционную матрицу в виде:

$$\mathbf{C} = \overline{\left(P, X, Y\right)^{T}\left(P, X, Y\right)} = \begin{bmatrix} c_{0} & c_{3} & c_{4} \\ c_{3} & c_{1} & c_{5} \\ c_{4} & c_{5} & c_{2} \end{bmatrix}.$$

Входящие в нее коэффициенты равны:  $c_0 = \overline{PP}$ ,  $c_1 = \overline{XX}$ ,  $c_2 = \overline{YY}$ ,  $c_3 = \overline{PX}$ ,  $c_4 = \overline{PY}$ ,  $c_5 = \overline{XY}$ , a ее детерминант:  $C = \det(\mathbf{C}) = c_0c_1c_2 + 2c_3c_4c_5 - c_0c_5^2 - c_1c_4^2 - c_2c_3^2$ . Соответствующая этой матрице плотность распределения стационарного нормального случайного вектора (*P*, *X*, *Y*) дается выражением:

$$f_{PV}(P, X, Y) = \frac{1}{\sqrt{8\pi^3 C}} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(P, X, Y)\left(\mathbf{C}^{-1}\right)(P, X, Y)^T\right\} = \frac{1}{\sqrt{8\pi^3 C}}\exp\left\{-\frac{1}{2C}\left[(c_1c_2 - c_5^2)P^2 + (c_0c_2 - c_4^2)X^2 + (c_0c_1 - c_3^2)Y^2\right]\right\} \times \exp\left\{-\frac{1}{C}\left[(c_4c_5 - c_2c_3)PX + (c_3c_5 - c_1c_4)PY + (c_3c_4 - c_0c_5)XY\right]\right\}.$$

Здесь  $C^{-1}$  — матрица, обратная к C, а символ <sup>*T*</sup> обозначает транспонирование. Сделаем замену переменных: P = P,  $I_x = PX$ ,  $I_y = PY$ . Якобиан

178

Таблица 1

Коэффициент <i>c<sub>i</sub></i>	Функция	Помеха $c_{Ni}/\sigma_{NP}^2$	Сигнал $c_{Si}/\sigma_{SP}^2$
$c_0$	$\sigma_P^2$	1	1
$c_1$	$\sigma_X^2$	$(1 + \alpha_2)/2$	$\cos^2 \varphi_S$
$c_2$	$\sigma_Y^2$	$(1-\alpha_2)/2$	$\sin^2 \varphi_S$
$c_3$	$R_{PX}$	$\alpha_1$	$\cos \varphi_S$
$c_4$	$R_{PY}$	$\beta_1$	sin φ <sub>s</sub>
$c_5$	$R_{XY}$	$\beta_2/2$	$(\sin 2\varphi_S)/2$

этого преобразования равен  $1/P^2$ . Новые переменные  $I_x$  и  $I_y$  отличаются от компонент вектора

Умова  $J_x$  и  $J_y$ , введенных ранее (2), только постоянным множителем, что позволяет считать их компонентами нормированного вектора Умова. Плотность распределения в новых переменных будет иметь вид:

$$f_{PV}(P, I_x, I_y) = \frac{1}{P^2 \sqrt{(2\pi)^3 C}} \times \exp\left\{-\frac{1}{C} [(c_4 c_5 - c_2 c_3)I_x + (c_3 c_5 - c_1 c_4)I_y]\right\} \times \exp\left\{-\frac{1}{2C} \left[P^2 (c_1 c_2 - c_5^2) + \frac{1}{P^2} ((c_0 c_2 - c_4^2)I_x^2 + 2(c_3 c_4 - c_0 c_5)I_xI_y + (c_0 c_1 - c_3^2)I_y^2\right]\right\}.$$

Интегрирование по P от  $-\infty$  до  $+\infty$  с помощью формулы ([19], 3.478-4) приводит к следующему результату:

$$\begin{split} f_{PV}(I_x,I_y) &= \frac{1}{\sqrt{2\,\pi^3\,C}} \exp\left\{-\frac{1}{C} \big[(c_4c_5-c_2c_3)I_x+(c_3c_5-c_1c_4)I_y\big]\right\} \times \\ &\times \sqrt[4]{\frac{c_1c_2-c_5^2}{(c_0c_2-c_4^2)I_x^2+2(c_3c_4-c_0c_5)I_xI_y+(c_0c_1-c_3^2)I_y^2}} \times \\ &\times K_{V_2} \Big(\frac{1}{C}\sqrt{(c_1c_2-c_5^2)[(c_0c_2-c_4^2)I_x^2+2(c_3c_4-c_0c_5)I_xI_y+(c_0c_1-c_3^2)I_y^2]}\Big). \end{split}$$

Здесь  $K_{\frac{1}{2}}$  – функция Макдональда порядка ½. Перейдем в полярную систему координат:  $I_x = I \cos \varphi_I$ ,  $I_y = I \sin \varphi_I$ . Якобиан этого преобразования равен *I*. Введем обозначения:  $\gamma = c_1 c_2 - c_5^2$  и  $\delta = (c_0 c_2 - c_4^2) \cos^2 \varphi_I + (c_0 c_1 - c_3^2) \sin^2 \varphi_I + 2(c_3 c_4 - c_0 c_5) \cos \varphi_I \sin \varphi_I$ , и после преобразований получим

$$f_{PV}(I,\phi_I) = \sqrt{\frac{I}{2\pi^3 C} \sqrt{\frac{\gamma}{\delta}}} \times \exp\left\{-\frac{I}{C} \left[ (c_4 c_5 - c_2 c_3) \cos \varphi_I + (c_3 c_5 - c_1 c_4) \sin \varphi_I \right] \right\} \times K_{\frac{1}{2}} \left( \frac{I}{C} \sqrt{\gamma \delta} \right)$$

— совместную плотность распределения модуля нормированного вектора Умова *I* и пеленга  $\varphi_I$ . Интегрирование по *I* от 0 до  $\infty$  с применением формулы ([19], 6.624-2) дает:

$$f_{PV}(\varphi_I) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\delta}} \times \frac{C}{[(c_4c_5 - c_2c_3)\cos\varphi_I + (c_3c_5 - c_1c_4)\sin\varphi_I] + \sqrt{\gamma\delta}}.$$
(9)

Это выражение связывает плотность распределения вероятности оценки пеленга и коэффициенты корреляционной матрицы, которые являются вторыми центральными статистическими

моментами процесса (4), представляющего собой сумму полей сигнала и помехи. Формулы, позволяющие вычислить составляющие коэффициентов *c<sub>i</sub>*, обусловленные помехой и сигналом по отдельности, приведены в табл. 1. Суммарные коэффициенты вычисляются следующим образом:

$$c_i = \sigma_{NP}^2 \left( \frac{c_{Ni}}{\sigma_{NP}^2} + SN \frac{c_{Si}}{\sigma_{SP}^2} \right).$$

Примеры расчетов по формуле (9) при различных значениях отношения сигнал/помеха представлены на рис. 6. При *SN* ≈ 0.5 и более зависимость имеет острый максимум, позволяющий четко определить направление на источник сигнала. Если поле помехи обладает выраженными анизотропными свойствами, определение направления непосредственно по зависимости плотности вероятности от угла при малых отношениях сигнал/помеха будет затруднительным. Надо отметить, что в рассматриваемом случае плотность распределения вероятности пеленга источника сигнала также зависит только от коэффициентов первой и второй гармоник разложения угловой плотности помехи в ряд Фурье. Также следует подчеркнуть, что полученное выражение может применяться к широкополосным процессам, что отличает его от формулы (89) [18], верной только для узкополосных процессов.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020



**Рис. 6.** Плотность распределения оценки направления на источник сигнала при отношении сигнал/помеха 0, 0.1, 0.25, 0.5, 1 (обозначено цифрами),  $\varphi_S = 180^\circ$ : (а) – изотропная помеха; (б) –  $\alpha_1 = 0$ ,  $\beta_1 = 0.25$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\beta_2 = 0$ ; (в) –  $\alpha_1 = 0$ ,  $\beta_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\beta_2 = 0.25$ . Штриховая линия соответствует изотропной помехе и SN = 0.



**Рис.** 7. Плотности распределения оценки направления на источник сигнала, рассчитанные для комбинированного приемника на основе приемника колебательной скорости (PV) и приемника градиента давления (GP) как функции отношения сигнал/помеха при  $\phi_I = \phi_S$ . Помеха изотропная.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

Интересно сравнить величины максимумов плотности распределения оценок пеленга, рассчитанных при равных значениях дисперсий и взаимных корреляционных функций компонент сигнала и помехи, для ВСП с векторной частью на основе приемника колебательной скорости и приемника градиента давления. Результаты расчетов представлены на рис. 7 как функции отношения сигнал/помеха. Графики показывают, что значения плотности распределения оценки пеленга, полученные для ВСП градиента давления, при значениях отношения сигнал/помеха более 0.2 заметно превышают рассчитанные на основе формулы (9) для ВСП колебательной скорости.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель анизотропного акустического поля на основе многомерного пуассоновского процесса показывает связь между статистическими свойствами процесса и важной характеристикой анизотропного акустического шумового поля - его угловой плотностью. Установлена связь дисперсий и взаимных корреляционных функций пульсаций давления и компонент колебательной скорости с коэффициентами разложения угловой плотности в ряд Фурье. Найденные соотношения позволяют рассчитать амплитуды гармоник угловой плотности на основе измерений дисперсий и взаимных корреляционных функций компонент поля помехи, что дает возможность количественно оценить анизотропию поля в натурных условиях при использовании одиночного ВСП.

Анализ некоторых алгоритмов пеленгования сигнала на фоне анизотропной помехи с помощью ВСП показал, что на результат пеленгования влияют только коэффициенты первой и второй гармоник разложения в ряд Фурье угловой плотности поля помехи. Рассмотренные алгоритмы имеют различную чувствительность к величинам этих гармоник, что может быть использовано при выборе алгоритма, дающего наивысшую помехоустойчивость в сложившихся условиях.

Работа выполнена при частичной поддержке государственного задания по теме "Акустика мелкого моря, нелинейная акустическая диагностика, нелинейная динамика волн" (номер гос. регистрации АААА-А18-118021390174-1).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Скребнев Г.К. Комбинированные гидроакустические приемники. СПб.: Элмор, 1997. 200 с.
- 2. *Щуров В.А.* Векторная акустика океана. Владивосток: Дальнаука, 2003. 305 с.
- 3. *Раевский М.А., Хилько А.И*. О горизонтальной анизотропии динамических шумов в океанических волноводах // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 633–637.

- 4. Завольский Н.А., Раевский М.А. Горизонтальная анизотропия динамических шумов в глубоком и мелком море // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 2. С. 197–202.
- Cron B., Sherman Ch. Spatial correlation functions for various noise models // J. Acoust. Soc. Am. 1962. T. 34(II). № 11. P. 1732–1736.
- Захаров Л.Н., Киршов В.А., Рожин Ф.В. Пространственно-корреляционные функции компонент колебательной скорости для двух моделей звукового поля // Акуст. журн. 1972. Т. 18. № 1. С. 49–52.
- 7. *Бурдик В.С.* Анализ гидроакустических систем. Л.: Судостроение, 1988. 392 с.
- 8. Гордиенко В.А. Векторно-фазовые методы в акустике. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
- 9. Глебова Г.М., Кузнецов Г.Н., Шимко О.Е. Векторноскалярные шумовые поля, образованные взволнованной морской поверхностью // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 4. С. 508–519.
- Гордиенко В.А., Илюшин Я.А. О флуктуациях угла пеленга сосредоточенного источника, определяемого векторным приемником в поле шумов океана // Акуст. журн. 1996. Т. 42. № 3. С. 365–370.
- Калью В.А., Самылин Л.П. Оценка помехоустойчивости некоторых векторно-фазовых алгоритмов обработки информации при измерениях с помо-

щью комбинированного приемника // Техническая акустика. 1999. Т. 5. № 3–4. С. 29–32.

- 12. Горелов А.А., Смарышев М.Д. Моделирование алгоритмов обработки процессов на выходе каналов комбинированного приемника и комбинированной антенны // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 2. С. 250–256.
- Мак-Доналд Д. Введение в физику шумов и флуктуаций. М.: Мир, 1964. 159 с.
- 14. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
- Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. Случайные процессы. М.: Наука, 1976. 495 с.
- Шиховцев И.В., Якубов В.П. Статистическая радиофизика. Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 2011. 157 с.
- 17. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.
- Ebeling K.J. Statistical properties of random wave fields // Mason W.P., Thurston R.N. Physical Acoustics. Principles and Methods. V. XVII. Acad. Press, 1984. P. 233–310.
- Градитейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматлит, 1963. 1108 с.

## \_\_\_\_\_ АКУСТИКА ОКЕАНА. ГИДРОАКУСТИКА

УДК 534.221

# КАУСТИЧЕСКИЕ И СЛАБОРАСХОДЯЩИЕСЯ ПУЧКИ В ГОРИЗОНТАЛЬНО НЕОДНОРОДНЫХ ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

© 2020 г. Ю. В. Петухов<sup>а,</sup> \*, В. Г. Бурдуковская<sup>а,</sup> \*\*, Е. Л. Бородина<sup>а,</sup> \*\*\*

<sup>а</sup>Институт прикладной физики РАН, ул. Ульянова 46, Нижний Новгород 603950, БОКС-120, Россия \*E-mail: yuvpetukhov@yandex.ru \*\*E-mail: bvg@appl.sci-nnov.ru \*\*\*E-mail: borodina@appl.sci-nnov.ru Поступила в редакцию 13.06.2019 г. После доработки 24.09.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

С использованием приближенных аналитических расчетов, основанных на ВКБ и адиабатическом приближениях для модового представления поля, а также численного моделирования на основе теории адиабатических мод, геометроакустического приближения и метода параболического уравнения, исследованы закономерности формирования и распространения каустических и слаборасходящихся акустических пучков в горизонтально неоднородном рефракционном океаническом волноводе. Определены области горизонтальных расстояний, на которых сохраняются типичные для каустических и слаборасходящихся пучков зависимости интенсивности акустического поля от горизонтального расстояния. Рассмотрены процессы переформирования каустических и слаборасходящихся пучков зависимости интенсивности акустических и слаборасходящихся пучков зависимости интенсивности акустического поля от горизонтального расстояния. Рассмотрены процессы переформирования каустических и слаборасходящихся пучков в океаническом волноводе с увеличивающейся глубиной водного слоя и неизменной в горизонтальном направлении стратификацией скорости звука, которая вблизи источника характеризовала открытый ко дну подводный звуковой канал. Сформулированы условия эффективно-согласованного перехода рефрагированных в термоклине и взаимодействующих с дном мод мелководного участка волновода в чисто рефрагированные моды подводного звукового канала относительно глубоководного участка океанического волновода.

*Ключевые слова:* океанические волноводы, подводные звуковые каналы, точечные источники, вертикальные антенны, тональное излучение, каустические пучки, слаборасходящие пучки **DOI:** 10.31857/S0320791920020069

#### введение

Как известно [1-14], в стратифицированных по глубине океанических волноводах возможно формирование каустических [1, 3, 13, 14] и слаборасходящихся [2-12] акустических пучков. Каустический пучок формируется около луча, горизонтально выходящего из источника, модами, горизонты поворота которых ближе всего расположены к глубине погружения источника [1, 13, 14]. Этому опорному для каустического пучка лучу соответствует гладкий экстремум зависимости длины цикла лучей от угла выхода из источника при нулевом значении этого угла [1, 6, 13, 14]. Естественно, что в ВКБ приближении опорной для каустического пучка будет являться бриллюэновская волна, горизонт поворота которой ближе всего расположен к глубине погружения источника [1, 13], а сам пучок формируется около соответствующих частей каустических линий, сближающихся между собой с ростом горизонтального расстояния [3].

Слаборасходящийся пучок формируется около опорного луча, угол выхода которого из источника совпадает со значением положения гладкого

стом частоты излучения [4, 13].

При этом его ширина заметно уменьшается с ро-

ника совпадает со значением положения гладкого экстремума зависимости длины цикла лучей от лучевого параметра, обратно пропорционального фазовой скорости распространения акустических волн вдоль этих лучей [2, 3, 14]. В отличие от экстремума, соответствующего обычному каустическому пучку [1, 3, 6, 13, 14], такому экстремуму отвечает уже нулевое значение производной от длины цикла лучей по лучевому параметру [2, 3, 6, 14], соответственно, даже не при нулевом значении отвечающего этому экстремуму угла выхода лучей [3, 7, 14]. При этом, слаборасходящийся пучок лучей проявляется в пространственном (по горизонтальному расстоянию и глубине) распределении интенсивности акустического поля в океаническом волноводе исключительно лишь в виде формируемой им системы каустик, которые в свою очередь уже формируют определенными

своими частями каустический пучок около соответствующего слаборасходящемуся пучку опорного луча [3]. Вполне естественно, что проявление обычных каустических пучков и отвечающих слаборасходящимся пучкам каустических пучков в пространственном распределении интенсивности акустического поля возможно лишь при относительно высоких частотах излучения, то есть при достаточно многомодовом режиме распространения не только во всем допустимом диапазоне углов скольжения мод океанического волновода, но и в тех диапазонах, где расположены гладкие экстремумы угловой зависимости длины цикла соответствующих этим модам бриллюэновских волн [2, 4, 13]. Кроме того, преобладание по интенсивности акустического поля каустических и слаборасходящихся пучков становится все более существенным также и при увеличении до определенного оптимального размера апертуры соответствующим образом сфазированной вертикальной антенны [1, 6].

Отметим, что при расположении источника на определенной — критической глубине, совпадающей с горизонтом поворота луча, которому отвечает гладкий экстремум в угловой зависимости длины цикла лучей, около горизонтально выходящего из источника опорного луча формируется каустический пучок, являющийся одновременно и самым слаборасходящимся [6].

Очевидно, что на распространение каустических и слаборасходящихся пучков будут оказывать заметное влияние не только дифракционные эффекты [2, 4, 13], но и изменения акустических характеристик океанических волноводов в горизонтальном направлении [9, 10, 12]. При этом влияние горизонтальной неоднородности океанического волновода в существенно большей степени скажется на формировании и распространении каустических слаборасходящихся пучков, поскольку даже при достаточно малом изменении значения лучевого параметра, отвечающего положению гладкого экстремума у соответствующей зависимости длины цикла лучей, горизонт поворота соответствующего ему луча, а, следовательно, и критическая глубина, может сушественно отличаться от глубины погружения источника. Вследствие этого формирующийся каустический пучок уже не будет являться одновременно и самым слаборасходящимся по трассе распространения. Кроме того, в горизонтально неоднородных океанических волноводах возможно существенное переформирование каустических и слаборасходящихся пучков по трассе распространения [10].

Поэтому необходимо, во-первых, дополнить сформулированные в [10, 12] качественные условия сохранения характерных свойств каустических и слаборасходящихся пучков в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах соответствующими им приближенными аналитическими зависимостями интенсивности акустического поля, аналогичными полученным в [6] для горизонтально однородных океанических волноводов. Во-вторых, с использованием адиабатического приближения для модового представления поля [8], лучевой теории [15] и метода параболического уравнения [16] следует рассмотреть процессы переформирования каустических и слаборасходящихся пучков на конкретном, но достаточно общем примере плавно неоднородного по трассе океанического волновода. Причем, здесь представляется логичным воспользоваться с целями преемственности и обобщения полученных в [6] результатов также моделью относительно мелководного океанического волновода с неизменной по трассе стратификацией скорости звука, характеризующей вблизи расположения источника открытый ко дну подводный звуковой канал, но с увеличивающейся, в отличие от [6], глубиной водного слоя. Следует отметить, что аналогичная модель горизонтально неоднородного океанического волновода достаточно широко используется для описания наблюдаемых в реальных условиях закономерностей распространения акустических сигналов из шельфовой зоны в открытый океан [17-22].

#### КАУСТИЧЕСКИЕ И СЛАБОРАСХОДЯЩИЕСЯ ПУЧКИ ЛУЧЕЙ

Для получения необходимой в дальнейшем зависимости интенсивности акустического поля вдоль лучей в океаническом волноводе с плавно изменяющимися в горизонтальном направлении акустическими характеристиками воспользуемся ВКБ и адиабатическим приближениями для модового представления поля точечного источника тонального излучения с частотой  $\omega$  [8]. Предположим, что в водном слое с изменяющейся глубиной H(r) квадрат показателя преломления аку-

стических волн  $n^2(z, r)$  достаточно плавно изменяется с глубиной *z* и горизонтальным расстоянием *r* как выше  $n_1^2(z, r)$ , так и ниже  $n_2^2(z, r)$  оси канала, расположенной на глубине  $z = z_0(r)$ :

$$n^{2}(z,r) = \begin{cases} n_{1}^{2}(z,r), & 0 \le z \le z_{0}(r), \\ n_{2}^{2}(z,r), & z_{0}(r) \le z \le H(r), \end{cases}$$
(1)

при этом зависимости  $n^2(z,r)$  и H(r) удовлетворяют условиям применимости соответствующих приближений [8], а дно является акустически мягким [8].

Если теперь в рамках ВКБ и адиабатического приближений и при условии многомодового режима распространения волн выполнить полностью аналогичные [23–25] преобразования суммарного поля мод [8], но, как и в [25], при переходе от суммирования к интегрированию по номеру моды *l* ввести прежде под знак суммы тождественно равный единице множитель

$$1 = \exp\left(2\pi i \sum_{n=0}^{2} m_n \left(l - l_{\rm st}\right)^n\right), \quad m_n = 0, 1, \dots,$$
 (2)

то после интегрирования методом стационарной фазы получим, с учетом соответствующего этим приближениям дисперсионного уравнения

$$k_{0}(r)J_{l} = 2\pi(l-\nu), \quad l = 1, 2, ...$$
  
$$J_{l} = 2\int_{\overline{z}_{l}(r)}^{\overline{z}_{2}(r)} \sqrt{n^{2}(z,r) - \cos^{2}\chi_{l}}dz,$$
 (3)

следующее выражение для интенсивности акустического поля вдоль луча:

$$J(r,z) = \beta_0 D[D_0 \gamma_0(z_s) \gamma(z,r) r |\Phi|]^{-1}.$$
(4)

В равенствах (2)–(4) введены следующие обозначения:  $l_{\rm st}$  – значение номера моды, отвечающее точке стационарной фазы соответствующего подынтерального выражения;  $k_0(r) = \omega/c_0(r)$ ,  $c_0(r)$  – скорость звука на оси канала;  $\chi_l(r)$  – угол скольжения бриллюэновских волн на оси канала;  $\overline{z_1}(r)$  и  $\overline{z_2}(r)$  – соответственно минимальные и максимальные глубины, достигаемые бриллюэновскими волнами, для которых  $v(z_1, z_2) = 1/4$  либо  $v(z_1, z_2) = 1/2$ ,  $\beta_0 = \beta(r = 0)$ ,  $\beta = \cos\chi_0(r)$ , где  $\chi_0(r) = \chi(z = z_0, r)$  – угол скольжения луча на оси канала,

$$\gamma_{0}(z_{s}) = \gamma(z_{s}, r = 0), \quad \gamma(z, r) = \sqrt{n^{2}(z, r) - \beta^{2}},$$

$$D_{0} = D(r = 0), \quad D = 2\beta \int_{z_{1}(r)}^{z_{2}(r)} \frac{dz}{\gamma(z, r)}.$$
(5)

Проходимое лучом горизонтальное расстояние определяется при фиксированном значении β из следующего уравнения

$$D_{0}^{'}\frac{dr}{D} = m_{1}D + \mu_{1}\frac{D}{D_{0}}D_{0}(z_{s}) + \mu_{2}D(z,r), \qquad (6)$$

где

$$D_0(z_s) = D(z_s, r=0), \quad D(z,r) = \beta \int_{z_1(r)}^z \frac{dz}{\gamma(z,r)},$$

 $m_1$  — целое число циклов соответствующего луча, выходящего из источника вниз  $\chi_s = \chi(z_s, r = 0) < 0$ ,  $\mu_1 = -1$  или вверх  $\chi_s > 0$ ,  $\mu_1 = +1$  и приходящего в точку приема сверху  $\chi(z, r) < 0$ ,  $\mu_2 = +1$  или снизу  $\chi(z, r) > 0$ ,  $\mu_2 = -1$ ,  $z_1(r)$  и  $z_2(r)$  — аналогичные

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

 $\bar{z}_1(r)$  и  $\bar{z}_2(r)$  минимальные и максимальные глубины для лучей. Характеризующая фокусировку или дефокусировку величина Ф в (4) определяется следующим выражением:

$$\Phi = \frac{D^2}{c_0} \int_0^z \left( \frac{\partial D}{\partial \beta} \right) \frac{c_0 dr}{D^3} - m_2 \frac{k_0 D^2}{\pi} + \mu_1 \frac{c_0 D^2}{c_{00} D_0^2} \frac{\partial D_0 \left( z_s \right)}{\partial \beta_0} + \mu_2 \frac{\partial D \left( z, r \right)}{\partial \beta} - \frac{\partial D / \partial \beta}{D} \times$$
(7)
$$\times \left[ \mu_1 \frac{R_d^{(2)}}{R_{d0}^{(2)}} D_0 \left( z_s \right) + \mu_2 D \left( z, r \right) \right].$$

Для дальнейшего анализа удобно с использованием (6) представить выражение (7) в виде суммы двух выражений

$$\Phi = G_h + G_i, \quad G_h = \frac{\partial r_\beta}{\partial \beta} - m_2 \frac{k_0 D^2}{\pi},$$

$$G_i = \frac{\partial D}{\partial \beta} [E_1(\beta) + \mu_1 E_2(\beta; \beta_0)] + \qquad (8)$$

$$+ \mu_1 \left(\frac{c_0 D^2}{c_{00} D_0^2} - 1\right) \frac{\partial D_0(z_s)}{\partial \beta_0}.$$

Выражение  $G_i$  принимает нулевое значение в однородном по трассе океаническом волноводе. В (7), (8) с целью сокращения записи введены следующие обозначения:

$$R_{d}^{(2)} = \frac{k_{0}D^{3}}{2\pi(\partial D/\partial \beta)}, \quad R_{d0}^{(2)} = R_{d}^{(2)}(r=0),$$

$$c_{00} = c_{0}(r=0);$$

$$\frac{\partial r_{\beta}}{\partial \beta} = m_{1}\frac{\partial D}{\partial \beta} + \mu_{1}\frac{\partial D_{0}(z_{s})}{\partial \beta_{0}} + \mu_{2}\frac{\partial D(z,r)}{\partial \beta}, \quad (9)$$

$$E_{1}(\beta) = \frac{1}{D} \left[ R_{d}^{(2)}\int_{0}^{r} \frac{dr}{R_{d}^{(2)}} - D\int_{0}^{r} \frac{dr}{D} \right],$$

$$E_{2}(\beta;\beta_{0}) = \left[ \frac{D}{D_{0}} - \frac{R_{d}^{(2)}}{R_{d0}^{(2)}} \right] \frac{D_{0}(z_{s})}{D};$$

при этом  $m_2$  характеризует целое число пространственных масштабов  $R_p = 2 \left| R_d^{(2)} \right|$  дифракционной фокусировки групп мод, формирующих поля вдоль соответствующих геометроакустических лучей (6).

Таким образом, здесь важно отметить, что по аналогии с дифракционной фокусировкой поля многомодового пучка, т.е. фиксированной группы мод, формируемых вертикальной антенной около соответствующего опорного луча (см. [25]), модифицированное геометроакустическое приближение (4)—(9) описывает не только рефракционную, но и дифракционную фокусировку поля вдоль геометроакустических лучей в определенных пространственных областях, зависящих от характерного пространственного масштаба  $|R_d^{(2)}|$ проявления аберрационных эффектов второго порядка (n = 2 в (2)).

Как и в [6], рассмотрим изменения величины F = 1/J, характеризующей пространственную расходимость интенсивности акустического поля (4), сначала для обычного каустического пучка, формирующегося лучами в достаточно узком диапазоне изменения лучевого параметра около горизонтально выходящего из источника луча:

$$\beta_{0} = \beta_{0s} - \Delta\beta_{0s}, \quad \beta_{0s} = n(z_{s}, 0), \\ 0 < \Delta\beta_{0s} / \beta_{0s} \ll 1.$$
(10)

Естественно, что с ростом горизонтального расстояния у формирующих такой пучок лучей будут изменяться значения лучевого параметра (10):

$$\beta = \beta_s - \Delta\beta, \quad 0 < \Delta\beta/\beta_s \ll 1, \beta_s (r = 0) = \beta_{0s}, \quad \Delta\beta(r = 0) = \Delta\beta_{0s},$$
(11)

которые при r > 0 описываются соответствующим адиабатическому приближению (3) уравнением:

$$\frac{c_{00}}{c_0(r)} \int_{z_1(r)}^{z_2(r)} \gamma(z,r) dz = \int_{z_1(0)}^{z_2(0)} \sqrt{n^2(z,0) - \beta_0^2} dz.$$
(12)

Тогда, с учетом (10) при разложении  $\gamma_0(z_s)$  в ряд с использованием (4)—(9), получим для величины *F* следующее приближенное выражение:

$$F \approx F_s = \frac{D_0(\beta_{0s})\sqrt{n^2(z,r) - \beta_s^2}}{\beta_{0s}D(\beta_s)}r(\beta_s)\Phi_s; \qquad (13)$$

$$\Phi_s = \left| \Phi_{1s} + \Phi_{2s} \right|; \tag{14}$$

$$\Phi_{1s} = \mu_1 \frac{c_0 D^2\left(\beta_s\right)}{c_{00} D_0^2\left(\beta_{0s}\right)} \left(\gamma_0\left(z_s\right) \frac{\partial D_0\left(z_s\right)}{\partial \beta_0}\right)_{\beta_0 = \beta_{0s}},$$

$$\Phi_{2s} = \sqrt{2\beta_{0s}\Delta\beta_{0s}} \times \tag{15}$$

$$\times \left\{ \left[ m_{1} + E_{1}\left(\beta_{s}\right) + \mu_{1}E_{2}\left(\beta_{s};\beta_{0s}\right)\right] \left(\frac{\partial D}{\partial \beta}\right)_{\beta=\beta_{s}} - m_{2}\frac{k_{0}D^{2}\left(\beta_{s}\right)}{\pi} + \mu_{2}\left(\frac{\partial D\left(z,r\right)}{\partial \beta}\right)_{\beta=\beta_{s}} \right\}.$$

При этом, как показано в [6] на примере однородного в горизонтальном направлении волновода, здесь (см. (13)–(15)) также выполняется неравенство  $\Phi_{1s} \neq 0$ . С использованием разложения в ряд с точностью до первого порядка малости по  $\Delta\beta_s = \beta_s - \beta_{0s}$  слагаемые в выражении для  $\Phi_{2s}$ (15), в основном влияющие на пространственную (рефракционную) расходимость обычного каустического пучка лучей, можно представить в следующем виде:

$$\left[m_{1}+E_{1}\left(\beta_{s}\right)\right]\left(\frac{\partial D}{\partial\beta}\right)_{\beta=\beta_{s}}\approx m_{1}\left(\frac{\partial D}{\partial\beta}\right)_{\beta=\beta_{0s}}+\Delta r_{s},\quad(16)$$

$$\Delta r_{s} = m_{l} \Delta \beta_{s} \left( \frac{\partial^{2} D}{\partial \beta^{2}} \right)_{\beta = \beta_{0s}} + r \left( \Delta \beta_{s} - \frac{1}{r} \int_{0}^{r} \Delta \beta_{s} dr \right) \times \\ \times \left\{ \left( \frac{\partial D / \partial \beta}{D} \right)^{2} \left( 2 - \frac{D \left( \partial^{2} D / \partial \beta^{2} \right)}{\left( \partial D / \partial \beta \right)^{2}} \right) \right\}_{\beta = \beta_{0s}}.$$
(17)

В (16) величина  $\Delta r_s$  характеризует фактически накапливающиеся с расстоянием различия в проявлении аберрационных эффектов первого порядка (рефракционной фокусировки и дефокусировки) при распространении обычных каустических пучков в горизонтально неоднородных волноводах от распространения таких пучков в горизонтально однородных волноводах.

Естественно предположить, что каустический пучок сохранит присущие ему свойства (13)–(15) в той области горизонтальных расстояний, где его характерная ширина  $\Lambda$  будет оставаться заметно меньше диапазона глубин  $\Delta z = z_2(\beta_s) - z_1(\beta_s)$  между нижним и верхним горизонтами, достигаемыми соответствующим этому пучку опорным лучом. Как следует из [12], типичное для пучка соотношение  $\Lambda/\Delta z \ll 1$  имеет место лишь при выполнении необходимого условия

$$r \ll \frac{1}{2} |R_g(\beta_s, \beta)|, \qquad (18)$$

в котором величина

$$R_{g}(\beta_{s},\beta) = \left\{\frac{1}{r}\int_{0}^{r} \left(\frac{D(\beta_{s}) - D(\beta)}{D(\beta_{s})D(\beta)}\right) dr\right\}^{-1}$$
(19)

определяет интегральный пространственный масштаб переформирования интерференционной структуры поля пучка. Если в подынтегральном выражении (19) воспользоваться разложением величины  $D(\beta)$  в ряд с точностью до первого порядка малости по  $\Delta\beta$  (11), а также следующими из (3), (12) приближенными равенствами

$$\left|\Delta\beta_{0s}\right| \approx \frac{2\pi c_{00}\Delta l}{\omega D_0 \left(\beta_{0s}\right)},\tag{20}$$

$$\Delta \beta \approx \frac{c_0 D_0 \left(\beta_{0s}\right)}{c_{00} D \left(\beta_s\right)} \Delta \beta_{0s},\tag{21}$$

то условие (18) можно переписать в более удобном для физического анализа виде интегрального неравенства

$$\left| \int_{0}^{r} \frac{dr}{R_{d}^{(2)}(\beta_{s})} \right| \ll \frac{1}{2\Delta l},\tag{22}$$

выполнение которого зависит от числа эффективно формирующих каустический пучок мод  $\Delta l$ 

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

и изменяющейся с горизонтальным расстоянием величины  $R_d^{(2)}$  (9), характеризующей пространственный масштаб проявления аберрационных эффектов второго порядка  $\left| R_d^{(2)}(\beta_s) \right|$  [25]. По аналогии с преобразованием выражения (16), используя разложение в ряд  $R_d^{(2)}(\beta_s)$  с точностью до первого порядка малости по  $\Delta\beta_s$ , из (22) находим неравенство

$$r \ll \frac{\left|R_{d0}^{(2)}\left(\beta_{0s}\right)\right|}{2\Delta l \left|1 - \varepsilon_{s}\left(r\right)\right|},\tag{23}$$

в котором функция

$$\varepsilon_{s}(r) = \frac{1}{r} \int_{0}^{r} \Delta\beta_{s} dr \left( 3 \frac{\partial D/\partial\beta}{D} - \frac{\partial^{2} D/\partial\beta^{2}}{\partial D/\partial\beta} \right)_{r=0,\beta=\beta_{0s}}$$

учитывает влияние плавной горизонтальной неоднородности океанического волновода на пространственный масштаб проявления аберрационных эффектов второго порядка, то есть дифракционной расходимости каустического пучка.

Рассмотрим теперь поведение величины *F* для слаборасходящегося пучка лучей с определенными начальными значениями лучевого параметра

$$\beta_{0} = \beta_{0c} + \Delta\beta_{0c}, \quad \Delta\beta_{0c} \ge 0,$$
  
$$\Delta\beta_{0c} \le 0, \quad |\Delta\beta_{0c}|/\beta_{0c} \ll 1, \quad \beta_{0c} \ne \beta_{0s},$$
(24)

изменения которого с расстоянием описываются также решениями уравнения (12):

$$\beta = \beta_c + \Delta\beta, \quad |\Delta\beta|/\beta_c \ll 1, \quad \beta_c (r=0) = \beta_{0c}, \quad (25)$$
$$\Delta\beta (r=0) = \Delta\beta_{0c}.$$

Изменение же значения лучевого параметра β<sub>ca</sub>, отвечающего положению гладкого экстремума

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial D}{\partial \beta} \\ \beta = \beta_{ca} \end{pmatrix}_{\beta = \beta_{ca}} = 0, \quad \left( \frac{\partial^2 D}{\partial \beta^2} \right)_{\beta = \beta_{ca}} \neq 0,$$

$$\beta_{ca} (r = 0) = \beta_c (r = 0) = \beta_{0c}$$

$$(26)$$

зависимости  $D(\beta)$  будет определяться исключительно лишь ее трансформацией с расстоянием. С учетом сказанного (см. (24)–(26)), используя разложение величины  $\partial D/\partial \beta$  сначала по  $\Delta \beta$ , а затем –  $(\partial D/\partial \beta)|_{\beta=\beta_c}$  по  $\Delta \beta_c = \beta_c - \beta_{ca}$  с точностью до первого порядка малости, получим из (4)–(9) следующее выражение

$$F \approx F_c = \frac{D_0(\beta_{0c})}{\beta_{0c}D(\beta_c)} \sqrt{n^2(z,r) - \beta_c^2} \times \sqrt{n^2(z,0) - \beta_{0c}^2} r(\beta_c) \Phi_c;$$
(27)

 $n^{2}(z_{s},0) - \beta_{0c}^{-}r(\beta_{c})\Phi_{c};$   $\Phi_{c} = |\Phi_{1c} + \Phi_{2c}|;$ (28)

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

$$\Phi_{1c} = \mu_1 \frac{c_0 D^2(\beta_c)}{c_{00} D_0^2(\beta_{0c})} \left( \frac{\partial D_0(z_s)}{\partial \beta_0} \right) \Big|_{\beta_0 = \beta_{0c}},$$
  
$$\Phi_{2c} = \left[ m_1 + E_1(\beta_c) + \mu_1 E_2(\beta_c; \beta_{0c}) \right] \left( \frac{\partial^2 D}{\partial \beta^2} \right) \Big|_{\beta = \beta_{ca}} \times (29)$$
  
$$\times \left( \Delta \beta + \Delta \beta_c \right) - m_2 \frac{k_0 D^2(\beta_c)}{\pi} + \mu_2 \left( \frac{\partial D(z, r)}{\partial \beta} \right) \Big|_{\beta = \beta_c}.$$

Из сравнительного анализа выражений для  $F_s$  (13)–(15) и  $F_c$  (27)–(29) следует, что аберрационные эффекты первого порядка (рефракционные эффекты) будут оказывать меньшее влияние на пространственную расходимость слаборасходящегося пучка, чем на расходимость обычного пучка при выполнении очевидного условия

$$\sqrt{\frac{c_0 D_0(\beta_{0s})}{2c_{00}\beta_{0s} D(\beta_s)}} \frac{\left(\frac{\partial^2 D}{\partial \beta^2}\right)_{\beta=\beta_{ca}}}{\left(\frac{\partial D}{\partial \beta}\right)_{\beta=\beta_s}} \left(1 + \frac{\Delta \beta_c}{\Delta \beta}\right) \sqrt{|\Delta\beta|} \ll 1. \quad (30)$$

Поскольку диапазон изменения лучевого параметра  $\Delta\beta$  в соответствующих пучках (11), (25) можно сделать сколь угодно малым за счет выбора отвечающих этим пучкам достаточно малых диапазонов  $\Delta\beta_{0s}$  (10),  $\Delta\beta_{0c}$  (24), то неравенство (30) будет оставаться справедливым всегда при выполнении дополнительного условия

$$\left|\Delta\beta_c/\Delta\beta\right| \ll 1. \tag{31}$$

Из выражения для  $F_c(27)$ —(29) следует, что выполнение дополнительного условия (31) необходимо также и для того, чтобы пучок оставался слаборасходящимся вдоль всей трассы распространения, т.е. изменяющееся с расстоянием значение лучевого параметра  $\beta = \beta_{ca}$ , отвечающее положению гладкого экстремума у зависимости  $D(\beta)$ , не превышало допустимых значений лучевого параметра  $\beta$  (25) лучей, формирующих соответствующий пучок.

Однако, для того чтобы слаборасходящийся пучок сохранял присущие пучку свойства, необходимо потребовать также выполнение аналогичного (18) условия, которое с учетом (19), (25), (26) можно приближенно представить в следующем виде

$$\left| \int_{0}^{r} \frac{\left(\Delta\beta\right)^{2}}{D^{2}(\beta_{c})} \left( 1 + 2\frac{\Delta\beta_{c}}{\Delta\beta} \right) \left( \frac{\partial^{2}D}{\partial\beta^{2}} \right)_{\beta=\beta_{ca}} dr \right| \ll 1.$$
(32)

С использованием в подынтегральном выражении (32) аналогичных (20), (21) приближенных равенств, а также условия (31) и соотношения  $D(\beta_c) \approx D(\beta_{ca})$ , из (32) находим следующее неравенство

$$\left| \int_{0}^{r} \frac{dr}{R_{d}^{(3)}(\beta_{ca})} \right| \ll \frac{1}{\left(\Delta l\right)^{2}},\tag{33}$$

в котором величина

$$R_{d}^{(3)}(\beta_{ca}) = \left(\frac{k_{0}}{2\pi}\right)^{2} \left(\frac{D^{4}}{\partial^{2}D/\partial\beta^{2}}\right)_{\beta=\beta_{ca}}$$
(34)

характеризует пространственный масштаб  $|R_d^{(3)}|$  проявления аберрационных эффектов третьего порядка в слаборасходящемся пучке [12].

Используя полученные выше результаты для  $F_s$  (13)–(15) и  $F_c$  (27)–(29), остановимся на рассмотрении поведения величины F для самого слаборасходящегося каустического пучка с определенным начальным диапазоном изменения лучевого параметра

$$\begin{aligned} \beta_0 &= \beta_{0c} - \Delta \beta_{0c}, \quad \Delta \beta_{0c} \ge 0, \\ \Delta \beta_{0c} / \beta_{0c} \ll 1, \quad \beta_{0c} = \beta_{0s}, \end{aligned}$$

$$(35)$$

который изменяется с ростом горизонтального расстояния

$$\beta = \beta_c - \Delta\beta, \quad \Delta\beta/\beta_c \ll 1, \beta_c (r=0) = \beta_{ca} (r=0) = \beta_{0c}.$$
(36)

Здесь в отличие от (10), (11) и (24), (25) предполагается, что источник расположен на критической глубине [6], на которой значение лучевого параметра  $\beta_{0s}$  горизонтально выходящего из источника опорного луча для каустического пучка совпадает со значением лучевого параметра  $\beta_{ca}$  (r = 0), отвечающего положению гладкого экстремума у зависимости  $D(\beta)$  при r = 0 (см. (35), (36)). В этом случае, выполнив полностью аналогичные использованным при нахождении зависимостей  $F_s$  (13)–(15) и  $F_c$  (27)–(29) приближенные вычисления, получим для величины F следующее выражение

$$F \approx F_{sc} = \frac{D_0\left(\beta_{0c}\right)\sqrt{n^2\left(z,r\right) - \beta_c^2}}{\beta_{0c}D\left(\beta_c\right)}r\left(\beta_c\right)\Phi_{sc}; \quad (37)$$

$$\Phi_{sc} = \left| \Phi_{1g} + \Phi_{2g} \right|; \tag{38}$$

$$\Phi_{1g} = \mu_1 \frac{c_0}{c_{00}} \left( \frac{D(\beta_c)}{D_0(\beta_{0c})} \right)^2 \left( \gamma_0(z_s) \frac{\partial D_0(z_s)}{\partial \beta_0} \right) \Big|_{\beta_0 = \beta_{0c}},$$

$$\Phi_{2g} = \sqrt{\frac{2\beta_{0c}c_{00}D(\beta_c)}{c_0D_0(\beta_{0c})}} \times \left[ (m_1 + E_1(\beta_c) + \mu_1E_2(\beta_c;\beta_{0c})) \right] \left( \frac{\partial^2 D}{\partial \beta^2} \right] \Big|_{\beta = \beta_{ca}}} \times (39) \times (\Delta\beta_c - \Delta\beta) - (m_2 \frac{k_0 D^2(\beta_c)}{\pi} + \mu_2 \left( \frac{\partial D(z,r)}{\partial \beta} \right) \Big|_{\beta = \beta_c}} \sqrt{\Delta\beta};$$

в котором  $\Phi_{lg} \neq 0$ .

Из сравнения зависимостей для  $F_c$  (27)–(29) и  $F_{sc}$  (37)–(39) следует, что при выполнении условия (31), как и в горизонтально однородном океаническом волноводе [6], пространственная (рефракционная) расходимость слаборасходящегося каустического пучка будет заметно меньше, чем обычного слаборасходящегося пучка.

Наряду с рассмотренными тремя вариантами пространственной расходимости пучков  $F_s$  (13)–(15),  $F_c$  (27)-(29) и  $F_{sc}$  (37)-(39) возможен также своеобразный промежуточный вариант, когда при распространении обычного каустического пучка в определенной области горизонтальных расстояний в присущем ему диапазоне изменения лучевого параметра (11) будет находиться значение лучевого параметра  $\beta_{ca}$ , отвечающее положению гладкого экстремума у зависимости  $D(\beta)$ ; более того, на определенном расстоянии может выполняться равенство характерных значений лучевого параметра  $\beta_s = \beta_{ca}$ . В этом случае могут проявиться следующие закономерности. Во-первых, в соответствующей области горизонтальных расстояний помимо одной системы каустик, присущей обычному каустическому пучку, сформируется дополнительная система каустик, присущая слаборасходящемуся пучку; при этом возможна сушественная фокусировка каустического пучка на тех горизонтальных расстояниях, где имеет место слияние определенных каустик из этих двух каустических систем. Во-вторых, очевидно, что пространственная (рефракционная) расходимость такого каустического пучка в определенной области горизонтальных расстояний будет описываться величиной F, возрастающей быстрее, чем  $F_{sc}$  (37)-(39), но медленнее чем  $F_s$  (13)-(15) с увеличением r. Наибольший интерес представляет собой изучение именно таких закономерностей, поскольку они могут проявляться при формировании пространственной (по горизонтальному расстоянию и по глубине) интерференционной структуры акустических полей каустических и слаборасходящихся пучков только лишь в горизонтально неоднородных океанических волноводах, в отличие от описываемых зависимостями F<sub>s</sub> (13)-(15), F<sub>c</sub> (27)-(29) и F<sub>sc</sub> (37)-(39) закономерностей, которые с соответствующими изменениями проявляются и в горизонтально однородных океанических волноводах [6]. Поэтому следующий раздел статьи посвящен рассмотрению процессов переформирования интерференционной структуры акустических полей каустических и слаборасходящихся пучков в горизонтально неоднородном волноводе.

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

#### МНОГОМОДОВЫЕ КАУСТИЧЕСКИЕ И СЛАБОРАСХОДЯЩИЕСЯ ПУЧКИ

С целью количественного и достаточно строгого описания закономерностей, проявляющихся при переформировании интерференционной структуры акустических полей каустических и слаборасходящихся пучков в горизонтально неоднородном океаническом волноводе воспользуемся аналогичной [6] простейшей моделью открытого ко дну подводного звукового канала в виде неизменной с горизонтальным расстоянием билинейной зависимости квадрата показателя преломления (1) от глубины

$$\begin{cases} n_{1}^{2}(z,r) = n_{1}^{2}(z) = 1 + a_{1}(z - z_{0}), \\ n_{2}^{2}(z,r) = n_{2}^{2}(z) = 1 - a_{2}(z - z_{0}), \end{cases}$$
(40)

но с увеличивающейся толщиной водного слоя

$$H(r) = H_0\left(1 + \frac{r}{R}\right), \quad H(r) < z_0\left(1 + \frac{a_1}{a_2}\right), \qquad (41)$$
$$0 < r \le R$$

при  $R = 3 \times 10^4$  м и следующих значениях параметров (см. рис. 1, а также [6]):

$$z_{0} = 100 \text{ M}, \quad H_{0} = 150 \text{ M}, \quad a_{1} = 2.6 \times 10^{-4} \text{ M}^{-1},$$
  

$$a_{2} = 1.56 \times 10^{-5} \text{ M}^{-1}, \quad c_{0} = 1500 \text{ M/c},$$
  

$$c(0) = 1520 \text{ M/c}, \quad c(H_{0}) = 1500.6 \text{ M/c},$$
  

$$\rho = 10^{3} \text{K} \text{F}/\text{M}^{3}, \quad \rho_{g} = 1.4 \rho, \quad c_{g} = 1700 \text{ M/c}.$$
(42)

Здесь  $\rho$  — плотность среды водного слоя,  $\rho_g$  — плотность среды жидкого дна со скоростью звука  $c_g$ .

Предположим теперь, что акустическое поле в волноводе возбуждается вертикальной антенной, состоящей из N = 2n + 1 ( $n \ge 0$ ) дискретно расположенных по ее апертуре  $h = n\lambda_0$  точечных источников, излучающих тональный сигнал с частотой f. Тогда пространственное распределение интенсивности акустического поля J(r, z) будет описываться в адиабатическом приближении выражением следующего вида [6, 8]:

$$J(r,z) = \frac{2\pi}{r} \left| \sum_{l=1}^{L} V_l \psi_l(z,r) \exp\left\{ i \int_0^r k_l dr \right\} \right|^2; \quad (43)$$

$$V_{l} = \frac{1}{N} \sum_{j=-n}^{n} A(y_{j}) \Psi_{l}(z_{s} + y_{j}, 0),$$

$$A(y_{j}) = \exp\{-ik_{0}n_{1}(z_{s})y_{j}\sin\chi_{s}\}, \quad y_{j} = j\frac{\lambda_{0}}{2}.$$
(44)

Здесь  $\lambda_0 = 2\pi/k_0$  — минимальная длина волны излучения,  $\Psi_l(z,r)$  — ортонормированные собственные функции волновода сравнения и соответствующие ему горизонтальные волновые числа мод  $k_l$  с номерами l = [1, L],  $z_s$  — глубина центра

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020



**Рис. 1.** Зависимость скорости звука *с* от глубины *z* в месте расположения источника (a) – при r = 0 и (б) – в конце трассы при r = 30 км.

антенны (j = 0),  $\chi_s$  — угол компенсации антенны, совпадающий с углом выхода луча из источника, расположенного в ее центре (j = 0).

Как следует из (43), формирование наиболее устойчивой крупномасштабной интерференционной структуры акустического поля определяется зависимостью от номера моды интегрального пространственного масштаба интерференции соседних мод

$$\overline{R}_{l,l+1}(r) = \left\{ \frac{1}{r} \int_{0}^{r} \frac{dr}{R_{l,l+1}(r)} \right\}^{-1},$$
(45)

обратно пропорционального усредненной величине, в свою очередь обратно пропорциональной текущему пространственному масштабу интерференции

$$R_{l,l+1}(r) = \frac{2\pi}{k_l - k_{l+1}}.$$
(46)

Очевидно, что при многомодовом режиме распространения акустических сигналов наличие у  $\overline{R}_{l,l+1}$  (45) при  $l = \overline{l}_{ca}$  достаточно гладкого экстремума в определенном диапазоне изменения l, расположение которого слабо зависит от расстояния, приведет к выделенности соответствующего масштаба интерференции в J(r, z) (43), а именно, проявлению фокусировки акустического поля в океаническом волноводе приблизительно с пространственным периодом  $\overline{R}_{ca} = \overline{R}_{l,l+1}|_{l=\overline{l}_{ca}}$ . Кроме того, в J(r, z) могут заметно проявляться пространственные масштабы интерференции  $\overline{R}_{l,l+1}$  (45), соответствующие расположенным при определенных значениях  $l = l_s$  достаточно узким максиму-

мам зависимости коэффициента возбуждения мод  $V_l$  (44) от их номера.

В дальнейшем, анализ именно зависимостей величин  $V_l$  (44),  $\overline{R}_{l,l+1}$  (45) и  $R_{l,l+1}$  (46) позволит однозначно интерпретировать результаты численного моделирования для J(r, z) (43). Однако, прежде чем перейти к целенаправленному численному моделированию соответствующих процессов, выполним приближенный анализ поведения с расстоянием *r* зависимостей  $k_l$ ,  $\overline{R}_{l,l+1}$  (45) и  $R_{l,l+1}$  (46) от *l*. С этой целью сделаем дополнительное упрощение модели (40)–(42) океанического волновода, предположив, что его дно является акустически мягким. Такое допущение вполне оправдано, поскольку для представляющих основной интерес достаточно малых углов скольжения мод  $|\chi_l| < [c_g - c(H)]/c_g$  коэффициент отражения акустических волн от дна весьма близок к – 1.

В рамках такой упрощенной модели волновода с использованием ВКБ и адиабатического приближений (см. (3)) получим простое дисперсионное уравнение, которое для удобства анализа запишем

для величины  $\alpha_l = \sqrt{1 - \beta_l^2} = |\sin \chi_l|, (\beta_l = k_l/k_0)$ :

$$S_{H}(\alpha_{l}) = \frac{\alpha_{l}^{3}}{Q_{1}} + \nu = l, \quad 0 < \alpha_{l} \le \alpha_{H},$$

$$1 \le l \le l_{H}, \quad \nu = \frac{1}{4};$$
(47)

$$S_{t}(\alpha_{l}) = S_{H}(\alpha_{l}) - \frac{\left(\alpha_{l}^{2} - \alpha_{H}^{2}\right)^{3/2}}{Q_{2}} = l,$$

$$\alpha_{H} \le \alpha_{l} \le \alpha_{0}, \quad l_{H} \le l \le l_{0}, \quad \nu = \frac{1}{4};$$
(48)

$$S_{g}(\alpha_{l}) = S_{l}(\alpha_{l}) - \frac{\left(\alpha_{l}^{2} - \alpha_{0}^{2}\right)^{3/2}}{Q_{3}} = l, \qquad (49)$$
  
$$\alpha_{0} \leq \alpha_{l} \leq \alpha_{g}, \quad l_{0} \leq l \leq l_{g}, \quad \nu = 0.$$

Здесь

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{3\pi a_1}{2k_0 \left(1 + a_1/a_2\right)}, \quad Q_2 &= \frac{3\pi a_2}{2k_0}, \\ Q_3 &= \frac{3\pi a_1}{2k_0}, \quad \alpha_H = \sqrt{a_2 \left(H - z_0\right)}, \\ \alpha_0 &= \sqrt{a_1 z_0}, \quad \alpha_g = [c_g - c\left(H\right)]/c_g, \\ l_H &= S_H \left(\alpha_H\right), \quad l_0 = S_t \left(\alpha_0\right), \quad l_g = S_g \left(\alpha_g\right). \end{aligned}$$

В рамках используемых здесь приближений можно, по аналогии с горизонтально однородными волноводами [2], получить для характерных пространственных масштабов интерференции (45), (46) следующие выражения

$$R_{l,l+1}(r) \approx D_l(r),$$
  
$$\overline{R}_{l,l+1}(r) \approx \overline{D}_l(r) = \left\{ \frac{1}{r} \int_0^r \frac{dr}{D_l(r)} \right\}^{-1},$$
(50)

в которых  $D_l = -(\partial J_l / \partial \beta_l)$  — текущая длина цикла модифицированной бриллюэновской волны, определяемая аналогичной (5) при  $\beta \Rightarrow \beta_l$  зависимостью, имеющей для рассматриваемой модели волновода достаточно простой вид:

$$D_{l} = \frac{4}{a_{l}} \left( 1 + \frac{a_{l}}{a_{2}} \right) \alpha_{l} \sqrt{1 - \alpha_{l}^{2}} U_{l}, \qquad (51)$$

$$U_{l} = \begin{cases} 1, & 0 < \alpha_{l} \le \alpha_{H}, \\ 1 - \frac{\sqrt{1 - (\alpha_{H} / \alpha_{l})^{2}}}{1 + a_{2} / a_{1}}, & \alpha_{H} \le \alpha_{l} \le \alpha_{0}, \\ 1 - \frac{\sqrt{1 - (\alpha_{H} / \alpha_{l})^{2}}}{1 + a_{2} / a_{1}} - \frac{\sqrt{1 - (\alpha_{0} / \alpha_{l})^{2}}}{1 + a_{1} / a_{2}}, & \alpha_{0} \le \alpha_{l} \le \alpha_{g}. \end{cases}$$

Проанализируем сначала поведение решений уравнений (47)–(49). Как и следовало ожидать (см. (47)), углы скольжения чисто рефрагированных мод  $0 < \alpha_l \leq \alpha_H$  (захваченных подводным звуковым каналом) не зависят от горизонтального расстояния ( $\partial \alpha_l / \partial r = 0$ ). Естественно, что у представляющих здесь основной интерес рефрагированных в верхнем термоклине  $0 < z < z_0$  и взаимодействующих с наклонным дном мод  $\alpha_H \leq \alpha_l \leq \alpha_0$  углы скольжения уже зависят от

горизонтального расстояния  $(\partial \alpha_l / \partial r \neq 0)$ , поскольку в уравнении (48) присутствует величина  $\alpha_H(r)$ . В рассматриваемой ситуации  $a_2/a_1 \ll 1$  (см. (42)) в предположении малости отношения  $(\alpha_H / \alpha_l)^2 \ll 1$  можно получить приближенные решения уравнения (48), соответствующие модам с относительно малыми  $\alpha_l^2/3b \ll 1$  и большими  $\alpha_l^2/3b \gg 1$  углами скольжения:
$$\alpha_{l} \approx \begin{cases} x_{l} \left( 1 - \frac{x_{l}^{2}}{3b} \right), & x_{l} = \frac{\pi \left( l - \frac{1}{4} \right)}{k_{0} \left( H - z_{0} \right)}, & \alpha_{l}^{2} / 3b \ll 1, \\ y_{l} \left( 1 - \frac{b}{y_{l}^{2}} \right), & y_{l}^{3} = Q_{3} \left( l - \frac{1}{4} \right), & \alpha_{l}^{2} / 3b \gg 1, \end{cases}$$
(52)

где  $b = \frac{a_1}{2}(H - z_0)$ . Как следует из (52), углы скольжения рефрагированных в термоклине и взаимодействующих с наклонным дном мод уменьшаются с ростом горизонтального расстояния, причем заметно быстрее у мод с относительно малыми углами скольжения; в результате чего возрастают глубины горизонтов поворота

$$z_b = z_0 - \frac{\alpha_l^2}{a_1} < z_0$$
 (53)

соответствующих мод, а формируемое ими акустическое поле в термоклине  $0 < z \le z_0$  все более локализуется вблизи оси канала. По мере уменьшения  $\alpha_l(r)$  (52) и увеличения  $\alpha_H(r)$  мода с изначально фиксированным при r = 0 номером  $l_s = S_t(\alpha_{0s}, r = 0)$ , где  $\alpha_{0s} = \alpha_{l_s}(r = 0)$ , при  $r = r_H$ перестает взаимодействовать с дном волновода и становится чисто рефрагированной. Поскольку на этом расстоянии  $r_H$  увеличивающееся число чисто рефрагированных мод  $l_H(r) = S_H(\alpha_H)$ сравнивается с фиксированным при r = 0 номером моды  $l_s$ , то из соответствующего равенства  $l_H = l_s$  находим

$$r_{H} = \frac{R}{a_{2}H_{0}} \left\{ \left[ \alpha_{0s}^{3} - \frac{\left(\alpha_{0s}^{2} - \alpha_{H}^{2}(0)\right)^{3/2}}{1 + a_{2}/a_{1}} \right]^{2/3} - \alpha_{H}^{2}(0) \right\}.(54)$$

При расположении источника в термоклине на глубинах  $0 < z_s < z_*$ , не превышающих сопряженную глубину

$$z_* = z_0 - \frac{a_2}{a_1} (H_0 - z_0), \qquad (55)$$

которая определяется из равенства  $n_1^2(z_*) = n_2^2(H_0)$ , акустическое поле каустического пучка при  $r < D_l$ формируется в основном рефрагированными в термоклине и взаимодействующими с дном модами, глубины горизонтов поворота которых расположены вблизи глубины погружения источника [1, 6]. Поэтому из (53) при  $z_b = z_s$  можно определить величину  $\alpha_{0s}^2 = a_1(z_0 - z_s)$ , а следовательно, соответствующий ей номер моды  $l_s = S_t(\alpha_{0s}, r = 0)$  (48), отвечающий положению основного максимума зависимости коэффициента возбуждения мод  $V_l$ (44), и расстояние  $r_H$  (54), начиная с которого сформированный около опорной при r = 0 бриллюэновской волны с  $\alpha_l (r = 0) = \alpha_{0s}$  каустический пучок перестанет взаимодействовать с наклонным дном океанического волновода.

Для реализации такого эффективно-согласованного перехода рефрагированных в термоклине и взаимодействующих с наклонным дном мод в чисто рефрагированные моды подводного звукового канала [17–22] на определенном участке океанического волновода 0 < r < R (см. (40), (41)) при  $c(z_s) > c(H)$  необходимо, чтобы расстояние  $r_H$  (54) не превышало характерного масштаба неоднородности R (41), но превышало интегральный пространственный масштаб интерференции соседних мод  $\overline{D}_L(r_H)$  (50):

$$\frac{r_H}{R} < 1, \quad \frac{r_H}{\bar{D}_{l_c}(r_H)} > 1;$$
 (56)

при этом предполагается также выполнение условий применимости ВКБ и адиабатического приближений [8]. Неравенства (56) позволяют с использованием (51), (54) определить соотношения между параметрами  $z_0$ ,  $H_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ , R и  $z_s$ , при которых возможен эффективно-согласованный переход прежде взаимодействующего с наклонным дном каустического волновода (40), (41), удовлетворительно моделирующего также и соответствующие условия аналогичного распространения акустических сигналов в реальных шельфовых зонах океана [17–22].

Относительно взаимодействующих с поверхностью и дном мод ( $\alpha_0 \leq \alpha_l \leq \alpha_g$ ) отметим лишь, что их углы скольжения также уменьшаются с ростом горизонтального расстояния; это с очевидностью следует из приближенного решения уравнения (49):

$$\alpha_l \approx \frac{\pi l}{k_0 H}, \quad \left(\alpha_0 / \alpha_l\right)^2 \ll 1, \quad \left(l_0 \left(r\right) < l < l_g\right). \tag{57}$$

Расстояние  $r_t$ , на котором мода с фиксированным при r = 0 номером  $l = l_t$  и  $\alpha_l (r = 0) = \alpha_t$  перестанет взаимодействовать со свободной поверхностью волновода, определится из равенства  $l_t = l_0(r_t)$ :

$$r_{t} = \frac{R}{a_{2}H_{0}} \left\{ \alpha_{0}^{2} - \alpha_{H}^{2}(0) - \left[ \left( 1 + \frac{a_{2}}{a_{1}} \right) \left( \alpha_{0}^{3} - \alpha_{t}^{3} \right) + \left[ \alpha_{t}^{2} - \alpha_{H}^{2}(0) \right]^{3/2} + \frac{a_{2}}{a_{1}} \left( \alpha_{t}^{2} - \alpha_{0}^{2} \right)^{3/2} + \frac{Q_{2}}{4} \right]^{2/3} \right\}.$$
(58)

Как уже отмечалось выше, при расположении источника в термоклине на глубинах  $0 < z_s < z_*$  основной интерес представляют рефрагированные в термоклине и взаимодействующие с наклонным дном моды, поэтому ниже остановимся на анализе поведения зависимости  $D_l$  (51) в соответствующем диапазоне  $\alpha_H \leq \alpha_l \leq \alpha_0$ , где

при выполнении определенных условий возможно существование у  $D_l$  гладкого минимума [6]. При выполнении аналогичных (26) условий с использованием (51) находим для величины  $\alpha_l^2 = \alpha_{ca}^2$ , определяющей положение гладкого минимума у зависимости  $D_l$  (51), следующее уравнение:

$$\alpha_{ca}^{2} \left\{ 1 - \left[ \frac{1 + \alpha_{H}^{2} / (1 - 2\alpha_{ca}^{2})}{(1 + a_{2} / a_{1})} \right]^{2} \right\} = \alpha_{H}^{2}.$$
 (59)

Учитывая малость величины  $\alpha_{ca}^2 \ll 1$ , из (59) в первом приближении найдем для нее достаточно точное решение [6]

$$\alpha_{ca}^{2} \approx \frac{a_{1}(H - z_{0})(1 + a_{2}/a_{1})^{2}}{2\left[1 - a_{1}(H - z_{0}) + \frac{a_{2}}{2a_{1}}\right]},$$
(60)

с использованием которого определим критическую глубину

$$z_{ca} = z_0 - \frac{\alpha_{ca}^2}{a_1} \approx \frac{1}{2} \left\{ (3z_0 - H) - (H - z_0) \times \left\{ \frac{a_1(H - z_0) + \frac{a_2}{a_1} \left( \frac{a_2}{a_1} + \frac{3}{2} \right)}{1 - a_1(H - z_0) + \frac{a_2}{2a_1}} \right\}.$$
(61)

Как следует из (60), (61), с ростом глубины водного слоя H(r) величина  $\alpha_{ca}^2$  (60) возрастает  $\alpha_{ca}^2 \rightarrow \alpha_0^2$ , а  $z_{ca}$  (61) уменьшается,  $z_{ca} \rightarrow 0$ ; при этом минимум зависимости  $D_l$  (51), существующий лишь при выполнении условия  $\alpha_{ca}^2 < \alpha_0^2$ , т.е. при  $z_0 < H(r) < 3z_0$  для  $a_2/a_1 \ll 1$ , становится все более гладким, поскольку уменьшается по абсолютной величине соответствующее значение второй производной:

$$\left(\frac{\partial^2 D_l}{\partial \beta_l^2}\right)_{\alpha_l = \alpha_{ca}} \approx -\frac{4}{a_1 \alpha_{ca}^3}.$$

Поскольку же величина  $\alpha_{l_s}(r) = \alpha_s(r)$ , соответствующая опорной бриллюэновской волне каустического пучка, с ростом расстояния наоборот уменьшается (см. (48), (52)), в отличие от возрастающей величины  $\alpha_{ca}^2(r)$  (60), то при глубинах погружения источника, для которых выполняется условие  $\alpha_{0s}^2 > \alpha_{ca}^2(r = 0)$ , возможно пересечение кривых, отвечающих зависимостям  $\alpha_{s}(r)$  и  $\alpha_{ca}(r)$  на определенном расстоянии  $r_{ca}$ , где  $\alpha_{s}(r_{ca}) = \alpha_{ca}(r_{ca})$ .

Как следует из предыдущего раздела, при  $r = r_{ca}$  начнет формироваться дополнительная система каустик. Однако очевидно, что она заметнее всего сможет проявиться начиная с расстояния  $r \simeq \overline{r_{ca}} > r_{ca}$ , уменьшающегося с увеличением отношения  $\alpha_{ca} (r = 0) / \alpha_{0s} < 1$  и определяемого из уравнения

$$\overline{l}_{ca}\left(\overline{r}_{ca}\right) = l_s = S_t\left(\alpha_{0s}, r = 0\right),\tag{62}$$

в котором номер моды  $l = \overline{l}_{ca}(r)$  соответствует положению гладкого минимума зависимости  $\overline{D}_{l}(r)$  (см. (45), (50)). Поскольку минимум  $\overline{D}_{l}$  при  $l = \overline{l}_{ca}$  будет, по аналогии с минимумом  $D_l$  при  $l = l_{ca}$ , так же становиться все более гладким с ростом r (см. (64)), то формирование дополнительных каустических структур в J(r,z) заметнее всего проявится при определенном значении отношения  $\alpha_{ca}(r=0)/\alpha_{0s} < 1$  в соответствующей пространственной области  $r > \overline{r_{ca}}$ , которая ограничивается не только выполнением условия  $\overline{l}_{ca} < l_0(\overline{r}_{ca})$ , но и постепенным уменьшением эффективной ширины  $\Delta l_{ca}$  минимума  $\overline{D}_l$ , приводящим к ослаблению влияния преобладающих по амплитуде мод на формирование отвечающих ему каустических структур.

Полученные выше результаты аналитических расчетов позволяют приступить теперь к целенаправленному численному моделированию процессов формирования пространственной интерференционной структуры акустического поля в рассматриваемом горизонтально неоднородном океаническом волноводе (40)–(42). При этом, как и в [6], выберем в соответствии с выводами аналитических исследований достаточно высокую частоту излучения f = 3 кГц и характерные для данного волновода значения глубин погружения точечного источника или центра антенны  $z_s = z_0/2 = 50$  м  $< z_{ca} (r = 0)$  и  $z_s = z_{ca} (r = 0) =$ = 72.73 м.

Из приведенных на рис. 2 зависимостей нормированного коэффициента возбуждения мод

$$\Pi_l = |V_l| / \max\{|V_l|\}$$
(63)

от их номера видно, что основной (абсолютный) максимум  $\Pi_l$  расположен при  $l = l_s = 40$  для  $z_s = 50$  м и при  $l = l_s = 25$  для  $z_s = z_{ca}(r = 0)$ . Поэтому, как показано в [1, 6], именно модами с близкими к соответствующему значению  $l = l_s$  номерами формируется каустический пучок. С учетом такого расположения абсолютных максимумов  $\Pi_l$  (рис. 2), из представленных на рис. З зависимостей  $\overline{R}_{l,l+1}$  (45),



**Рис. 2.** Зависимости нормированного коэффициента возбуждения мод  $\Pi_l$  (63) от их номера l при f = 3 к $\Gamma_{\rm U}$  и различных глубинах погружения точечного источника (n = 0, N = 1 в (44)): (a)  $-z_s = 50$  м; (б)  $-z_s = z_{ca}(r = 0) = 72.37$  м.

 $R_{l,l+1}$  (46) следует, что равенство (62) выполняется на расстоянии  $\bar{r}_{ca} \simeq 10$  км для  $l_s = 40$  и  $\bar{r}_{ca} \simeq 5$  км для  $l_s = 25$ . Это означает, что формирование дополнительных каустических структур начнет проявляться при r > 10 км для  $z_s = 50$  м и r > 5 км для  $z_s = z_{ca}(r = 0)$ . Последнее утверждение полностью подтверждается полученными с использованием адиабатического приближения (43) результатами численных расчетов пространственного распределения нормированной интенсивности  $J_0(r,z) = rJ(r,z)$  акустического поля точечного источника (рис. 4). При этом дополнительные каустические структуры в  $J_0(r,z)$  заметнее всего проявляются на расстояниях 15 < r < 20 км при  $z_s =$ = 50 м (рис. 4a) и на расстояниях 7.5 < r < 12.5 км при



**Рис. 3.** Зависимости (а) интегрального  $\overline{R}_{l,l+1}$  (45) и (б) – текущего  $R_{l,l+1}$  (46) пространственных масштабов интерференции соседних мод от их номера *l* при  $f = 3 \text{ к} \Gamma \mu$  на различных горизонтальных расстояниях: r = 0 (кривая *l*); r = 10 км (кривая *2*); r = 15 км (кривая *3*).

 $z_s = z_{ca}(r=0)$  (рис. 4б). Таким образом, в полном соответствии с результатами аналитических расчетов с увеличением отношения  $\bar{l}_{ca} (r=0)/l_s < 1$  (то есть  $\alpha_{ca} (r=0)/\alpha_{0s} < 1$ , так как  $\bar{l}_{ca} (r=0) = l_{ca} (r=0)$ ) уменьшается горизонтальное расстояние  $\bar{r}_{ca}$ , с которого начинает заметно проявляться формирование дополнительных каустических структур в  $J_0(r,z)$ , отвечающих переформированию каустического пучка в слаборасходящийся пучок в относительно узкой пространственной области.

Тот факт, что в отвечающих переформированию каустического пучка в слаборасходящийся пучок пространственных областях формируются именно каустические структуры, отвечающие за появление соответствующих им зон повышенной акустической освещенности (рис. 4), доказывают приведенные на рис. 5 результаты численного моделирования, полученные с использованием лучевой теории [15], позволяющей достаточно точно



**Рис. 4.** Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию *r* и глубине *z*) распределение нормированной интенсивности  $J_0(r,z) = rJ(r,z)$  акустического поля, полученное с использованием адиабатического приближения (43) при f = 3 кГц и различных глубинах погружения точечного источника (n = 0, N = 1 в (44)): (a)  $-z_s = 50$  м; (b)  $-z_s = z_{ca}(r = 0) = 72.37$  м. Стрелками указаны пространственные области, в которых заметнее всего проявляется эффект формирования дополнительных каустических структур.

описывать и, тем самым, идентифицировать каустические структуры в пространственном распределении интенсивности акустического поля.

Применимость же адиабатического приближения (43) для достаточно корректного описания эффекта формирования дополнительных каустических структур в пространственном распределении нормированной интенсивности акустического поля точечного источника в рассматриваемой модели горизонтально неоднородного океанического волновода (40)–(42) подтверждается анало-



**Рис. 5.** Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию *r* и глубине *z*) распределение нормированной интенсивности  $J_0(r,z) = rJ(r,z)$  акустического поля, полученное с использованием лучевой теории [15] при  $f = 3 \ \kappa \Gamma$ ц и различных глубинах погружения точечного источника: (a)  $-z_s = 50 \ m$ ; (б)  $-z_s = z_{ca}(r=0) = 72.37 \ m$ .

гичными результатами численного моделирования для  $J_0(r,z)$ , полученными с использованием параболического уравнения (рис. 6). Поэтому далее также воспользуется именно адиабатическим приближением (43) для описания в рассматриваемом волноводе (40)–(42) формирования вертикальной антенной при  $\chi_s = 0$  многомодового каустического пучка, при этом уделяя основное внимание его распространению в пространственной области  $r > \overline{r_{ca}}$ , где формируется дополнительная каустическая структура, соответствующая одному точечному источнику излучения, расположенному на глубине центра антенны.

Как следует из приведенных на рис. 7, 8 результатов численных расчетов, при оптимальном размере апертуры антенны  $h = h_0 = n_0 \lambda_0$  ( $n_0 = 15$ ), при котором у зависимости  $\Pi_{l}$  (63) присутствует всего лишь один максимум [1, 6], расположенный при том же значении  $l = l_s = 40$ , что и у зависимости  $\Pi_{1}$ для точечного источника излучения (рис. 2a, 7a), дополнительная каустическая структура в поле многомодового каустического пучка заметнее всего проявляется в том же диапазоне горизонтальных расстояний 15 < r < 20 км (рис. 8a), что и для точечного источника излучения (рис. 4а). Однако, как уже отмечалось в [1, 6], при дальнейшем увеличении размера апертуры антенны  $h > h_0$  у зависимости П<sub>1</sub> (63) наряду с основным (абсолютным) максимумом появляются следующие за ним относительные максимумы в диапазоне более высоких номеров мод; при этом основной максимум смещается в диапазон меньших значений  $l = l_s < 40$ (рис. 7). В результате такого поведения зависимости  $\Pi_l$  (рис. 7) наиболее заметная при 15 < r < 20 км каустическая структура в  $J_0(r,z)$  переформировывается и сдвигается в область меньших горизонтальных расстояний сначала в пределах одного соответствующего цикла отражения каустического пучка от дна 15 < r < 20 км (рис. 8б), а затем при N > 81 формируется уже в области расстояний 10 < r < 15 км, соответствующей предыдущему циклу отражения каустического пучка от дна (рис. 8в, г).

Описанный процесс переформирования дополнительной каустической структуры в поле многомодового каустического пучка на уменьшающихся с ростом апертуры  $h > h_0$  горизонтальных расстояниях (рис. 8), обусловленный смещением основного максимума у зависимости П<sub>l</sub> в диапазон низких номеров мод (рис. 7), полностью аналогичен рассмотренному выше процессу уменьшения горизонтального расстояния до формируемой дополнительной каустической структуры в  $J_0(r,z)$  точечным источником излучения с увеличением глубины его погружения (рис. 4— 6), при котором основной максимум при  $l = l_s$  у П<sub>l</sub> также смещается в диапазон низких номеров мод (рис. 2).

Естественно, что при расположении центра антенны на критической при r = 0 глубине  $z_{ca}(r = 0) = z_s$  формируемый каустический пучок уже не будет являться одновременно и самым слаборасходящимся, поскольку характерная для данного волновода (40)–(42) критическая глубина  $z_{ca}$  уменьшается с ростом r (см. (63)) и пространственная расходимость каустического пучка при  $z_s = z_{ca}(r = 0)$  (рис. 9) заметно превышает пространственную расходимость каустического пучка при  $z_s = 50 < z_{ca}(r = 0)$  (рис. 8а). Кроме того, поскольку углы скольжения мод относительно низких номеров уменьшаются с ростом r заметно быстрее, чем углы скольжения мод



**Рис. 6.** Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию *r* и глубине *z*) распределение нормированной интенсивности  $J_0(r,z) = rJ(r,z)$  акустического поля, полученное с использованием параболического уравнения [16] при f == 3 кГц и различных глубинах погружения точечного источника: (a)  $-z_s = 50$  м; (б)  $-z_s = z_{ca}(r=0) = 72.37$  м.

относительно высоких номеров (см. (52)), то сформированный антенной при  $z_s = z_{ca} (r = 0)$  и  $h = h_0$ каустический пучок уже на расстояниях r > 22 км перестает взаимодействовать с наклонным дном волновода и полностью захватывается звуковым каналом (рис. 9).

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием ВКБ и адиабатического приближений для модового представления поля получены аналитические зависимости, описывающие в рамках модифицированной лучевой тео-



**Рис.** 7. Зависимости нормированного коэффициента возбуждения мод  $\Pi_l$  (63) от их номера *l* при f = 3 кГц и глубине центра антенны  $z_s = 50$  м, состоящей из различного числа точечных источников: (a) -N = 31; (b) -N = 61; (b) -N = 81; (г) -N = 101.

рии изменение интенсивности акустического поля в каустических (13)–(15) и слаборасходящихся (27)–(29), (37)–(39) пучках, распространяющихся в горизонтально неоднородных рефракционных океанических волноводах при точечном источнике тонального излучения. С учетом характерных пространственных масштабов проявления аберрационных эффектов второго и третьего порядков определены пространственные области (22), (33), в которых при выполнении сформулированных необходимых условий реализуются присущие таким пучкам зависимости интенсивности акустического поля от горизонтального расстояния.

В рамках численного моделирования, основанного на теории адиабатических мод, геометроакустическом приближении и методе параболического уравнения, исследованы процессы переформирования каустических и слаборасходящихся пучков при точечном источнике тонального излучения, распространяющихся в плавно неоднородном по трассе океаническом волноводе, в качестве модели которого использовался водный слой с увеличивающейся глубиной и неизменной в горизонтальном направлении стратификацией скорости звука, характеризующей вблизи источника открытый ко дну подводный звуковой канал. При этом были установлены следующие закономерности.

Во-первых, при обычном для реальных ситуаций расположении источника выше оси канала может иметь место переформирование каустического пучка, приводящее к формированию им в определенной пространственной области  $r > \overline{r}_{ca}$ (62) характерных для слаборасходящегося пучка дополнительных каустических структур (рис. 4).

Во-вторых, формирование таких дополнительных каустических структур, горизонтальные расстояния до которых возрастают с уменьшением глубины источника (рис. 4a, 4б), обусловлено изменением с расстоянием характерной для данного волновода зависимости пространственного масштаба интерференции соседних мод от их номера (45), приводящим к смещению отвечающего слаборасходящемуся пучку гладкого минимума этой зависимости в диапазон относительно высоких номеров мод (рис. 3), в котором расположен соответствующий каустическому пучку основной



**Рис. 8.** Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию *r* и глубине *z*) распределение нормированной интенсивности  $J_0(r,z) = rJ(r,z)$  акустического поля, полученное с использованием адиабатического приближения (43) при  $f = 3 \kappa \Gamma \mu$  и глубине центра антенны  $z_s = 50$  м, состоящей из различного числа точечных источников: (а) – N = 31; (б) – N = 61; (в) – N = 81; (г) – N = 101.

(абсолютный) максимум зависимости коэффициента возбуждения мод от их номера (рис. 2).

*r*, км

В-третьих, максимумы интенсивности акустического поля в такой дополнительной каустической структуре достигаются в определенной пространственной области (рис. 4), в которой значение номера моды, отвечающее положению абсолютного максимума зависимости коэффициента возбуждения мод от их номера, совпадает с изменяющимся с расстоянием значением номера моды, отвечающим положению гладкого минимума соответствующей зависимости интегрального пространственного масштаба интерференции соседних мод (см. (62)).

В рамках принятой модели рефракционного океанического волновода с плавно увеличивающейся глубиной водного слоя и с использованием численного моделирования, основанного на адиабатическом приближении для модового представления акустического поля излучающей тональный сигнал вертикальной антенны, исследованы процессы формирования и распространения каустических и слаборасходящихся пучков. При этом были установлены следующие закономерности.

*r*, км

Во-первых, при фиксированном по глубине расположении центра антенны с увеличением ее апертуры до определенного размера, лишь незначительно превышающего ее оптимальный размер, при котором у зависимости соответствующего коэффициента возбуждения мод от их номера присутствует всего лишь один, существенно преобладающий по величине максимум (рис. 7а),



**Рис. 9.** Представленное в плотностной записи пространственное (по горизонтальному расстоянию *r* и глубине *z*) распределение нормированной интенсивности  $J_0(r,z) = rJ(r,z)$  акустического поля, полученное с использованием адиабатического приближения (43) при  $f = 3 \ \kappa \Gamma \mu$ , N = 31 и глубине центра антенны  $z_s = z_{ca}(r = 0) = 72.37 \ M.$ 

в океаническом волноводе формирующийся около горизонтально выходящего из центра антенны опорного луча многомодовый каустический пучок фокусируется и становится одновременно слаборасходящимся в той же определенной пространственной области (рис. 8а), где формируется дополнительная каустическая структура при точечном источнике излучения, расположенном на глубине центра антенны (рис. 4а).

Во-вторых, при дальнейшем увеличении размера апертуры антенны и заметном его превышении над оптимальным размером в формирующейся в океаническом волноводе многопучковой структуре поля каустического пучка уменьшается горизонтальное расстояние до пространственной области фокусировки основного (преобладающего по интенсивности) каустического пучка в этой системе каустических пучков (рис. 86, 8в, 8г). Последнее объясняется тем, что по мере появления дополнительных (относительных) максимумов зависимости коэффициента возбуждения мод от их номера, отвечающее положению абсолютного максимума значение номера моды смещается с ростом апертуры антенны в диапазон относительно низких номеров мод (рис. 7), в котором находится гладкий минимум зависимости интегрального пространственного масштаба интерференции соседних мод от их номера, смещающийся с ростом горизонтального расстояния наоборот в диапазон относительно высоких номеров мод (рис. 3). Такое поведение пространственных областей фокусировки основного каустического

пучка полностью аналогично имеющему место уменьшению горизонтального расстояния до пространственных областей формирования дополнительных каустических структур при увеличении глубины погружения точечного источника (рис. 4), когда абсолютный максимум коэффициента возбуждения мод также смещается в диапазон относительно низких номеров мод (рис. 2).

Кроме того, выполненные в настоящей работе исследования позволили также с использованием отмеченных выше приближенных методов достаточно просто аналитически описать (см. (52)), а результатами численного моделирования наглядно проиллюстрировать (рис. 9) явление эффективно-согласованного перехода рефрагированных в термоклине и взаимодействующих с наклонным дном мод относительно мелководного участка океанического волновода в рефрагированные моды подводного звукового канала относительно глубоководного океанического волновода. При этом было установлено, что эффективно-согласованный переход акустического излучения из шельфовой зоны океана в подводный звуковой канал открытого океана возможен, если расстояние, на котором ранее взаимодействующая с наклонным дном мода становится чисто рефрагированной, заметно меньше соответствующего пространственного масштаба изменения глубины водного слоя, но больше характерного интегрального пространственного масштаба интерференции (см. (56)). Здесь следует отметить, что, по-видимому, существенное влияние наклона дна мелководного участка океанического волновода на эффективно-согласованный переход прежде взаимодействующего с его дном акустического излучения в подводный звуковой канал глубоководного океанического волновода впервые экспериментально было обнаружено в [26], а в [20] подробно обосновано результатами численного моделирования. Аналогичные [20, 26] результаты экспериментальных и теоретических исследований были чуть позже получены в [21, 22] и для другого района Мирового океана; хотя на возможность проявления соответствующих закономерностей [20, 26] указывалось еще гораздо раньше в [17–19, 27, 28].

Описанные в данной работе закономерности могут проявляться также и при распространении достаточно высокочастотных, широкополосных импульсных сигналов, поэтому формирование дополнительных каустических структур в аналогичных [21, 22, 29] океанических волноводах необходимо учитывать, например, при проектировании подводных навигационных систем (см. [29]).

Данное исследование выполнено в рамках госзадания ИПФ РАН по теме № 0035-2019-0009.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г.* Формирование каустических пучков в рефракционном океаническом волноводе // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 4. С. 490–499.
- Петухов Ю.В. Лучевые и дифракционные слаборасходящиеся пучки в океанических волноводах // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 409–419.
- 3. Петухов Ю.В., Абросимов Д.И., Бородина Е.Л. Каустики и слаборасходящиеся пучки лучей в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 3. С. 367–374.
- Абросимов Д.И., Петухов Ю.В. Влияние дифракционных эффектов на формирование слаборасходящихся акустических пучков в подводном звуковом канале // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 4. С. 437–447.
- 5. *Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г.* Эффект слияния лучевых и дифракционных каустик в рефракционном океаническом волноводе // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 572–579.
- 6. Петухов Ю.В., Бурдуковская В.Г., Бородина Е.Л. Формирование слаборасходящегося каустического пучка в открытом ко дну подводном звуковом канале // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 59–72.
- 7. Бурлакова И.Б., Голубев В.Н., Петухов Ю.В., Славинский М.М. Зоны повышенной озвученности вблизи поверхности открытого ко дну подводного звукового канала в глубоком море // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 2. С. 362–364.
- 8. Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П. Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
- 9. Бреховских Л.М., Гончаров В.В., Дремучев С.А., Куртепов В.М., Селиванов В.Г., Чепурин Ю.А. Эксперимент по дальнему распространению звука в Канарской котловине Атлантического океана // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 5. С. 824–831.
- 10. Гончаров В.В., Куртепов В.М. О формировании и распространении слаборасходящихся пучков лучей в горизонтально неоднородном океане // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 5. С. 773–781.
- Бреховских Л.М., Гончаров В.В., Куртепов В.М. Слаборасходящиеся пучки звуковых лучей в Арктике // Изв.РАН. Физ. атм. и океана. 1995. Т. 31. № 3. С. 460–464.
- 12. *Петухов Ю.В.* Слаборасходящиеся акустические пучки в плавно неоднородных по трассе океанических волноводах // Акуст. журн. 1997. Т. 43. № 2. С. 230–237.
- Петухов Ю.В. Звуковой пучок с минимальной геометрической расходимостью волнового фронта по трассе распространения в стратифицированном океаническом волноводе // Акуст. журн. 1994. Т. 40. № 1. С. 111–120.
- 14. *Петухов Ю.В.* Формирование преобладающих по интенсивности узких звуковых пучков в стратифицированных океанических волноводах // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 5. С. 807–813.
- 15. Смирнов И.П., Бурдуковская В.Г. Программа RAY-HAOS расчета лучей в неоднородных подводных звуковых каналах // Препринт № 792 ИПФРАН. Н. Новгород. 2010. 27 с.

- 16. *Smith K.B.* Convergence, stability, and variability of shallow water acoustic predictions using a split-step Fourier parabolic equation model // J. Comput. Acoust. 2001. V. 9. № 1. P. 243–285.
- Carey W.M. Measurement of down-slope sound propagation from a shallow source to a deep ocean receiver // J. Acoust. Soc. Amer. 1986. V. 79. № 1. P. 49–59.
- Dosso S.E., Chapman N.R. Measurement and modeling of downslope acoustic propagation loss over a continental slope // J. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 81. № 2. P. 258–268.
- 19. Koch R.A., Rutherford S.R., Payne S.G. Slope propagation: Mechanisms and parameter sensitivities // J. Acoust. Soc. Amer. 1983. V. 74. № 1. P. 210–218.
- 20. *Tappert F.D., Spiesberger J.L., Wolfson M.A.* Study of a novel range-dependent propagation effect with application to the axial injection of signals from the Kaneohe source // J. Acoust. Soc. Amer. 2002. V. 111. № 2. P. 757–762.
- 21. Безответных В.В., Буренин А.В., Моргунов Ю.Н., Половинка Ю.А. Экспериментальные исследования особенностей распространения импульсных сигналов из шельфа в глубокое море// Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 3. С. 374–380.
- 22. Рутенко А.Н., Козицкий С.Б., Манульчев Д.С. Влияние наклонного дна на распространение звука // Акуст. журн. 2015. Т. 61. № 1. С. 76–89.
- Петухов Ю.В., Хилько А.А. Формирование, распространение и фокусировка акустических пучков в океанических волноводах. Квазиоптическое приближение // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 5. С. 796–806.
- 24. Петухов Ю.В., Хилько А.А. Формирование, распространение и фокусировка акустических пучков в океанических волноводах. Моделирование процессов // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 6. С. 981–989.
- 25. *Петухов Ю.В.* Пространственно-временная фокусировка многомодовых пучков в океанических волноводах // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 4. С. 509– 520.
- 26. *Spiesberger J.L., Tappert F.D.* Kaneohe acoustic thermometer further validated with rays over 3700 km and the demise of the idea of axially trapped energy // J. Acoust. Soc. Amer. 1996. V. 99. № 1. P. 173–184.
- 27. Palmer D.R., Lawson L.M., Seem D.A., Daneshzadeh Y.-H. Ray path identification and acoustic tomography in the Straits of Florida // J. Geoph. Res. 1985. V. 90. № C3. P. 4977–4989.
- Nghiem-Phu L., DeFerrari H.A. Numerical modeling of acoustic tomography in the Straits of Florida: Sensitivity to bathymetry // J. Acoust. Soc. Amer. 1987. V. 81. № 5. P. 1385–1398.
- 29. Моргунов Ю.Н., Голов А.А., Буренин А.В., Петров П.С. Исследования пространственно-временной структуры акустического поля, формируемого в глубоком море источником широкополосных импульсных сигналов, расположенным на шельфе Японского моря // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 5. С. 641–649.

# \_\_\_\_\_ АКУСТИКА СТРУКТУРНО НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДЫХ СРЕД. \_\_\_\_ ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

УДК 550.34.063,550.344.56,550.347.29,550.347.62

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВКЛАДА ОБЪЕМНЫХ ВОЛН НА РЕЗУЛЬТАТ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА МИКРОСЕЙСМИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

© 2020 г. А. А. Цуканов<sup>*a*, \*</sup>, А. В. Горбатиков<sup>*b*, \*\*</sup>

<sup>а</sup>Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, просп. Академический 2/4, Томск, 634055 Россия <sup>b</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, Большая Грузинская ул. 10, стр. 1, Москва, 123995 Россия \*e-mail: microseismic@yandex.ru \*\*e-mail: avgor70@mail.ru Поступила в редакцию 29.04.2019 г. После доработки 26.08.2019 г. Принята к публикации 05.09.2019 г.

Представлено численное исследование формирования амплитудной реакции на свободной поверхности от одновременного рассеяния на заглубленном скоростном включении поверхностных волн Рэлея и вертикально падающих продольных волн. Установлено, что значительное присутствие объемных волн в микросейсмическом поле принципиально не меняет результат применения метода микросейсмического зондирования, который основан на представлении о подавляющем вкладе в формирование микросейсмического поля Земли фундаментальной моды волны Рэлея. Рассмотрены случаи, когда микросейсмический сигнал на одной и той же частоте моделируется только фундаментальной модой волны Рэлея, только продольной волной с вертикальным падением и обоими типами волн одновременно. Рассмотрены варианты с различными размерами и скоростными свойствами неоднородности. Анализ выполнен в ( $\lambda$ , *r*)-пространстве, по аналогии с процедурой восстановления структуры геологической среды в методе микросейсмического зондирования, где  $\lambda$  – длина волны фундаментальной моды Рэлея, а *r* – координата на дневной поверхности.

*Ключевые слова:* метод микросейсмического зондирования, микросейсмическое поле, волны Рэлея, объемные волны, зашумление сигнала, компьютерное моделирование **DOI:** 10.31857/S0320791920010116

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Исследованный ранее авторами метод микросейсмического зондирования (ММЗ) [1-4] опирается на представление об определяющем вкладе в энергию микросейсмического поля фундаментальной моды волны Рэлея. Такое представление позволяет без дополнительных условий применять ММЗ для диапазона глубин земной коры с низким градиентом скоростей по глубине, то есть там, где амплитуды высших мод существенно ниже амплитуды фундаментальной моды. Однако, даже в таких благоприятных условиях применимость ММЗ зачастую вызывает вопросы ввиду важного обстоятельства. В ряде экспериментальных исследований показано, что в определенных условиях микросейсмическое поле может содержать заметную долю волн объемного типа. В частности, Л.П. Винник с соавторами показал, что в тихой внутриконтинентальной области доля объемных волн может составлять до 60% энергии микросейсмического поля в области частот около

1 Гц [5, 6]. Анализ функций взаимной корреляции записей микросейсмического фона в области 1 Гц, проведенный на территории штата Юта (Uinta Basin) США [7], свидетельствует о присутствии объемных волн в микросейсмическом поле от сильно удаленных слабых источников. Сравнительно недавние исследования также свидетельствуют о наличии в составе микросейсмического поля P-волн, источником которых являются удаленные штормовые процессы и ураганы [8–11]. Преобладание в микросейсмическом сигнале волн поверхностного или объемного типа, по всей видимости, определяется региональными особенностями самого явления [6].

В этой связи необходимо выяснить, как присутствие большой доли объемных волн в микросейсмическом поле искажает результат применения MM3. Правомерен вопрос, возможно ли вообще применять MM3 (даже в благоприятных условиях слабого присутствия высших мод Рэлея), если в зондирующем микросейсмическом сигнале до 60% энергии формируется объемными волнами? Достаточно очевидно, что ввиду использования в MM3 исключительно вертикальных компонент, а также с учетом уменьшения скоростей сейсмических волн при приближении к поверхности, в данном случае достаточно проанализировать осложнение микросейсмического поля за счет только объемных продольных сейсмических волн с падением, близким к вертикальному.

Важно отметить, что помимо поверхностных волн Рэлея и объемных волн на поверхности могут регистрироваться волны Лява. Однако, в ММЗ используются только вертикальные компоненты микросейсмического поля, поэтому ввиду своей природы волны Лява не участвуют ни в формировании сигнала, ни в его зашумлении.

Известно, что модель формирования сигнала в геофизических методах является основой построения процедуры инверсии — точного или приближенного решения обратной задачи. Ввиду сложности решения обратной задачи в общем виде, как правило, прибегают к упрощению модели формирования сигнала, снижая размерность задачи или используя то или иное допущение относительно свойств среды или свойств источника, либо используют более грубые физические закономерности в самой модели [12–14]. Проверка выполнения условий модели может требоваться в каждом конкретном случае.

В рамках решения поставленной задачи авторы исследовали закономерности формирования амплитудной реакции модельного микросейсмического поля на заглубленную неоднородность в присутствии поверхностных и объемных продольных волн на численной модели с использованием метода конечных разностей.

#### ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Математическая модель, построенная из первых принципов на основе II-го закона Ньютона в дифференциальной форме для сплошной среды (1) и обобщенного закона Гука (2), использовалась для описания моделируемой системы в приближении небольших деформаций (3) [15, 16]:

$$\rho(\mathbf{r})\frac{\partial^2}{\partial t^2}u_i(\mathbf{r},t) = \sum_j \partial_j \sigma_{ij}(\mathbf{r},t) + f_i(\mathbf{r},t), \qquad (1)$$

$$\hat{\sigma}(\mathbf{r},t) = \lambda(\mathbf{r})\hat{\mathbf{I}} \cdot \text{trace}[\hat{u}(\mathbf{r},t)] + 2\mu(\mathbf{r})\hat{u}(\mathbf{r},t), \qquad (2)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{2} (\partial_j u_i + \partial_i u_j), \qquad (3)$$

где  $\mathbf{u}(\mathbf{r},t)$  — векторное поле смещений при упругой деформации среды,  $\sigma_{ij}$  — тензор упругих напряжений материала среды,  $\hat{\mathbf{u}}$  — тензор деформации,  $\rho(\mathbf{r})$  — плотность среды,  $\lambda(\mathbf{r})$  и  $\mu(\mathbf{r})$  — 1-й и 2-й упругие модули Ламэ (функции координат),  $\mathbf{f}(\mathbf{r},t)$  плотность внешней силы,  $\hat{\mathbf{l}}$  — единичный тензор,  $\mathbf{r}$  —

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

радиус-вектор точки полупространства, t — время. Далее без ограничения общности будем рассматривать задачу в двумерной постановке, поскольку для описания исследуемых в рамках данной работы явлений не требуется большей размерности задачи. В расчетной области будем использовать прямоугольную Декартову систему координат *ху*, где *у* вертикальная ось, направленная к центру Земли, граница *y* = 0 — дневная поверхность. Система уравнений (1)—(3) замыкается нулевыми началь-

ными условиями 
$$u_i(\mathbf{r}, t \le 0) = 0, \ \frac{\partial u_i}{\partial t}(\mathbf{r}, t \le 0) = 0, \ a$$
также следующими граничными условиями:

1) на свободной поверхности y = 0 условие отсутствия нормальных напряжений  $\sigma_{xy} = \sigma_{yy} = 0$ приводит к системе уравнений

$$\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} = 0, \quad v \frac{\partial u_x}{\partial x} = (v - 1) \frac{\partial u_y}{\partial y}, \tag{4}$$

где v(x, y) =  $\frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$  – коэффициент Пуассона;

2) вертикальная граница расчетной области x = 0 – источник фундаментальной моды волны Рэлея заданной амплитуды *A* (по вертикали) на поверхности и циклической частоты  $\omega_n$  [17]:

$$u_{x}(0, y, t) =$$

$$= AW(t, \theta) \frac{k}{q} \left( e^{-qy} - \frac{2k^{2}}{k^{2} + s^{2}} e^{-sy} \right) \sin(\varphi - \omega t),$$

$$u_{y}(0, y, t) =$$

$$= AW(t, \theta) \left( e^{-qy} - \frac{2qs}{k^{2} + s^{2}} e^{-sy} \right) \cos(\varphi - \omega t),$$
(5)

где A — амплитуда вертикальных колебаний на поверхности,  $\phi$  — начальная фаза,  $W(t, \theta)$  — огибающая с параметром нарастания  $\theta$ , имеющая плавную форму, например, в виде функции Ханнинга

$$W(t,\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \frac{2\pi}{\theta} t \right), \ t \le \theta, \\ 1, \qquad t > \theta. \end{cases}$$
(6)

Вспомогательные константы q и s, зависящие от волновых чисел продольных, поперечных и рэлеевских волн  $k_p$ ,  $k_s$ ,  $k_R$ , во вмещающей среде

$$q = \sqrt{k_R^2 - k_P^2}, \quad s = \sqrt{k_R^2 - k_S^2},$$

где значение волнового числа фундаментальной моды волны Рэлея  $k_R$  во вмещающей среде явно определяется с использованием точной формулы Малишевского [18]

$$k_{R} = \sqrt{2h_{0}(\gamma)\frac{\mu_{0}}{\rho_{0}}},$$



**Рис. 1.** Постановка численного эксперимента. Однородное полупространство со свободной поверхностью y = 0 и заглубленной неоднородностью прямоугольной формы. В зависимости от варианта расчета источником облучающей волны является либо вертикальная граница x = 0, излучающая волну Рэлея, либо нижняя горизонтальная, излучающая продольную волну вверх.

$$\gamma = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)},$$

$$h_0(\gamma) =$$

$$= \frac{1}{3} \left( 4 - \sqrt[3]{h_3(\gamma)} + \operatorname{sign}\left(\frac{1}{6} - \gamma\right) \sqrt[3]{\operatorname{sign}\left(\frac{1}{6} - \gamma\right)h_2(\gamma)} \right),$$

$$h_1(\gamma) = 3\sqrt{33 - 186\gamma + 321\gamma^2 - 192\gamma^3},$$

$$h_2(\gamma) = -(17 - 45\gamma) + h_1(\gamma),$$

$$h_3(\gamma) = 17 - 45\gamma + h_1(\gamma);$$

3) нижняя горизонтальная граница y = Y - ис-точник восходящей плоской *P*-волны единичной амплитуды с той же сеткой частот  $\omega_n$ :

$$u_x(x,Y,t) = 0, \quad u_y(x,Y,t) = Aw(t,\theta)\sin(\varphi - \omega t);$$
(7)

 граничные условия (ГУ) на удаленной вертикальной границе в случае расчетов с волной Рэлея Г<sub>∞</sub> – отражающая граница:

$$u_i(X, y, t) = 0;$$
 (8)

5) периодическое граничное условие вдоль оси *x* в расчетах с объемной *P*-волной, что позволяет избежать возникновения краевых артефактов и разрыва фронта плоской волны:

$$u_i(X, y, t) = u_i(0, y, t).$$
 (9)

Таким образом, получаем две задачи, отличающиеся набором граничных условий — первая система уравнений (1)—(3) с ГУ (4), (5), (8) для случая облучения волной Рэлея (см. рис. 1) и вторая система (1)–(3) с ГУ (4), (7), (9) для случая облучения исследуемой области восходящей продольной волной. Для численного интегрирования указанных уравнений используем в прямоугольной расчетной области xy равномерную квадратную сетку  $0 \le i < N_X$ ,  $0 \le j < N_Y$  с шагом, одинаковым по обеим осям. Для сеточного аналога векторного поля  $u_k(x, y, t)$  смещений точек среды на введенной сетке используем обозначение  $U_k^{ijt}$ , где k = x, y – компоненты вектора смещений.

Правую часть уравнения (1) без внешней силы **f** с учетом (2) и (3) можно записать в виде

$$F_{ij}(\mathbf{r},t) = \left(\frac{\partial\lambda}{\partial x_j}\frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \lambda \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_j \partial x_k}\right) \delta_{ij} + \frac{\partial\mu}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j}\right),$$
(10)

где  $i, j, k \in \overline{x, y}, \delta_{ij}$  – дельта-символ Кронекера, и подразумевается соглашение Эйнштейна о суммировании по повторяющимся индексам.

Сеточная запись выражения (10) с использованием схемы второго порядка аппроксимации для всех производных по пространственным переменным (11), (12)

$$\frac{\partial w(x_i)}{\partial x} = \frac{w_{i+1} - w_{i-1}}{2h} + o(h^2),$$

$$\frac{\partial^2 w(x_i)}{\partial x} = \frac{\partial^2 w_{i+1} - w_{i-1}}{2h} + o(h^2),$$
(11)

$$\frac{\partial w(x_i)}{\partial x^2} = \frac{w_{i+1} - 2w_i + w_{i-1}}{h^2} + o(h^2),$$

$$\frac{\partial^2 w(x_i, y_j)}{\partial x \partial y} = \frac{w_{j+1}^{i+1} - w_{j-1}^{i+1} - w_{j+1}^{i-1} + w_{j-1}^{i-1}}{4h^2} + o(h^2), \quad (12)$$

где в качестве *w* может быть любая функция от *x*, *y*, имеет следующий вид

$$F_{11}^{ij} = \frac{1}{2h} (\lambda_x^{ij} + 2\mu_x^{ij}) \left[ U_x^{i+1j} - U_x^{i-1j} \right] + \\ + \frac{1}{2h} (\lambda^{ij} + 2\mu^{ij}) \left[ U_x^{i+1j} - 2U_x^{ij} + U_x^{i-1j} \right] + \\ + \frac{1}{2h} \lambda_x^{ij} \left( U_y^{ij+1} - U_y^{ij-1} \right) + \\ + \frac{1}{4h^2} \lambda^{ij} \left( U_y^{i+1j+1} - U_y^{i+1j-1} - U_y^{i-1j+1} + U_y^{i-1j-1} \right), \\ F_{12}^{ij} = \frac{1}{2h} \mu_y^{ij} \left( U_x^{ij+1} - U_x^{ij-1} + U_y^{i+1j} - U_y^{i-1j} \right) + \\ + \frac{1}{h^2} \mu^{ij} (4U_x^{ij+1} - 8U_x^{ij} + 4U_x^{ij-1} + U_y^{i-1j-1}),$$
(13)

$$F_{21}^{ij} = \frac{1}{2h} \mu_x^{ij} \times \\ \times \left( U_x^{ij+1} - U_x^{ij-1} + U_y^{i+1j} - U_y^{i-1j} + U_x^{ij+1} - U_x^{ij-1} \right) + \\ + \frac{1}{h^2} \mu^{ij} (U_x^{i+1j+1} - U_x^{i+1j-1} - U_x^{i-1j+1} + U_x^{i-1j-1} + \\ + 4U_y^{i+1j} - 8U_y^{ij} + 4U_y^{i-1j}), \\ F_{22}^{ij} = \frac{1}{2h} (\lambda_y^{ij} + 2\mu_y^{ij}) \left[ U_y^{ij+1} - U_y^{ij-1} \right] + \\ + \frac{1}{h^2} (\lambda^{ij} + 2\mu^{ij}) \left[ U_y^{ij+1} - 2U_y^{ij} + U_y^{ij-1} \right] + \\ + \frac{1}{2h} \lambda_y^{ij} (U_x^{i+1j} - U_x^{i-1j}) + \\ + \frac{1}{4h^2} \lambda^{ij} \left( U_x^{i+1j+1} - U_x^{i+1j-1} - U_x^{i-1j+1} + U_x^{i-1j-1} \right), \end{cases}$$
(16)

где производные сеточных функций  $\lambda^{ij}$  и  $\mu^{ij}$  по соответствующим переменным обозначены через

$$\lambda_x^{ij} = \frac{\partial \lambda^{ij}}{\partial x}, \ \mu_x^{ij} = \frac{\partial \mu^{ij}}{\partial x}$$
и т.д.

Симметричная схема для второй производной по времени также имеет второй порядок аппроксимации

$$\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} = \frac{1}{\tau^2} \left( \widehat{U}_k - 2U_k + \widecheck{U}_k \right) + o(\tau^2), \tag{17}$$

где для текущего временного шага индекс t опущен  $U_k^{ij} = U_k^{ijt}$ , а для прошлого и будущего времен-

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

ных шагов использованы диакритические знаки

 $\tilde{U}_{k}^{ij} = U_{k}^{ij(t-1)}$  и  $\hat{U}_{k}^{ij} = U_{k}^{ij(t+1)}$  соответственно, по аналогии с принятыми обозначениями в [19]. С учетом (13)–(16) и (17) для интегрирования основных уравнений (1)–(3) получаем явную схему во внутренних (не граничных) точках области:

$$\widehat{U}_{k}^{ij} = \frac{\tau^{2}}{\rho_{ij}} \left( \sum_{l} F_{kl}^{ij} \right) + 2U_{k}^{ij} - \widecheck{U}_{k}^{ij}, \quad k = x, y.$$
(18)

Для интегрирования граничного условия на свободной поверхности (4) с использованием несимметричной сеточной разности второго порядка аппроксимации

$$\frac{\partial}{\partial y}u_k(x, y=0, t) \rightarrow \frac{1}{2h} \left(-U_k^{i2} + 4U_k^{i1} - 3U_k^{i0}\right) + o(h^2)$$

можно построить неявную схему

$$\begin{cases} 3\widehat{U}_{x}^{i0} - \widehat{U}_{y}^{i+1,0} + \widehat{U}_{y}^{i-1,0} = 4\widehat{U}_{x}^{i1} - \widehat{U}_{x}^{i2}, \\ 3\widehat{U}_{y}^{i0} - \vartheta(\widehat{U}_{x}^{i+1,0} - \widehat{U}_{x}^{i-1,0}) = 4\widehat{U}_{y}^{i1} - \widehat{U}_{y}^{i2}, \end{cases}$$
(19)

или явную в виде

$$\begin{cases} \widehat{U}_{x}^{i0} = \frac{1}{3} (4 \widehat{U}_{x}^{i1} - \widehat{U}_{x}^{i2} - U_{y}^{i-1,0} + U_{y}^{i+1,0}), \\ \widehat{U}_{y}^{i0} = \frac{1}{3} [\vartheta(U_{x}^{i+1,0} - U_{x}^{i-1,0}) + 4 \widehat{U}_{y}^{i1} - \widehat{U}_{y}^{i2}], \end{cases}$$
(20)

где  $0 < i < N_X - 1$  и введен параметр  $\vartheta = \frac{v}{1 - v}$ , зависящий от коэффициента Пуассона. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (19) или (20) относительно компонент вектора смещений в точках поверхности  $\hat{U}_{k}^{i0}$ ,  $0 < i < N_{\chi} - 1$ , k = x, y дополняется тождествами, следующими из краевых условий типа Дирихле на границах i = 0 и  $i = N_X - 1$  в случае облучения рэлеевской волной, либо периодическим граничным условием в случае облучения Р-волной. Правые части уравнений в СЛАУ (19) и (20) содержат значения компонент вектора смещения  $\hat{U}_k^{i1}$  и  $\hat{U}_k^{i2}$  в двойном подповерхностном слое j = 1, 2 на будущем временном шаге t + 1, вычисляемые явным образом на каждом текущем временном шаге t из системы (18). Таким образом, обе СЛАУ (19) и (20) с учетом граничных условий и значений во внутренних точках  $\hat{U}_k^{i1}$  и  $\hat{U}_k^{i2}$ ,  $0 < i < N_X - 1$ , k = x, y представляют собой полные системы.

Шаг интегрирования по времени  $\tau$  выбирается согласно теореме Котельникова в зависимости от максимальной частоты  $\omega_n$  колебаний в системе

 $\tau \leq \frac{1}{\zeta} \frac{\pi}{\omega_n}$ , а также из условия сходимости схемы согласно обобщенному условию Куранта [19], определяемому выражением  $\tau = \frac{1}{\chi} \frac{h}{V_{P \max} \sqrt{2}}$ , где  $\xi, \chi \geq 1 - 1$ 

коэффициенты запаса прочности,  $V_{P \max}$  — максимальное значение скорости распространения *P*-волн в модельной среде. Реализацию описанного подхода для построения модели в трехмерном случае, а также описание численного алгоритма и его верификацию можно найти в [1] или более подробно в [20].

Физические параметры среды и неоднородности выбраны в соответствии с вариантами, рассмотренными в предыдущих исследованиях [1, 2, 21, 22] для возможности сопоставления получаемых результатов моделирования:

1) параметры вмещающей среды:  $v_P = 3193.74$  м/с,  $v_S = 1843.91$  м/с,  $v_R = 1695.29$  м/с, упругие модули Ламэ  $\lambda = \mu = 6.8$  ГПа;

2) низкоскоростная неоднородность:  $v_P = 2554.99 \text{ м/c}, v_S = 1475.13 \text{ м/c}, \lambda = \mu = 4.352 \ ГПа;$ 

3) высокоскоростная неоднородность:  $v_P = 3992.17 \text{ м/c}, v_S = 2304.89 \text{ м/c}, \lambda = \mu = 10.625 \ ГПа.$ 

Плотности материала вмещающей среды и неоднородности одинаковы и составляют  $\rho = 2000 \text{ кг/m}^3$ , коэффициент Пуассона также сохраняет значение по всему объему v = 0.25. Горизонтальный размер рассмотренных неоднородностей L = 2, 10, 20 км, вертикальный d = 1 км, глубина залегания кровли  $h_1 = 1.5$  км, подошвы  $h_2 = 2.5$  км (см. схему на рис. 1). Размер расчетной области  $80 \times 36$  км при шаге сетки h = 100 м, всего 288 000 ячеек квадратной сетки. Шаг интегрирования по времени составлял  $\tau = 7.83$  мс, обеспечивающий сходимость интегрирования. Продолжительность каждого расчета составляла 6028 временных шагов, что соответствует 47.2 с модельного времени.

Набор частот  $f_n$  гармонических источников *P*и *R*-волн выбирался в полосе 0.125–1.695 Гц таким образом, чтобы обеспечить равномерное покрытие диапазона длин волн фундаментальной моды волны Рэлея  $\lambda_R(f_n) = 1000, ..., 13600$  м с шагом 200 м (всего 64 частоты). С использованием параллельных вычислений для каждого численного эксперимента в рамках одного расчета на 64 ядрах выполнялось облучение 64 волнами разной частоты. При этом на каждом расчетном ядре облучение происходило независимо, после чего данные собирались первым процессом и подготавливались к анализу.

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

С использованием описанных моделей была проведена серия из 12 численных экспериментов – для двух противоположных скоростных контрастов неоднородности (0.8 – низкоскоростная по отношению к вмещающему полупространству, 1.25 – высокоскоростная), для трех различных латеральных размеров (2 км – меньше длины волны Рэлея  $\lambda_R^*$  на частоте максимальной амплитудной реакции  $f^*$ , 10 км — сравнима с длиной волны  $\lambda_R^*$  и 20 км — больше нее) и для двух типов источника (объемные продольные волны с вертикальным направлением прихода или волны Рэлея, облучающие сбоку). Важно отметить, что вертикальный размер неоднородности во всех численных экспериментах составлял 1 км, что составляет 1/8–1/4 реагирующей длины волны Рэлея.

Синтетические изображения модельных неоднородностей, полученные в соответствии с процедурой ММЗ, примененной к синтетическому полю на поверхности, которое сформировано в результате рассеяния Р-волн, R-волн и равнозначной смеси из *P*- и *R*-волн, представлены на рис. 2 и 3. Изображения строились путем вычисления квадрата амплитуды вертикальной компоненты смещения в каждой точке поверхности как функции частоты и расстояния вдоль профиля V(x, f). Облучение производилось волнами с единичной амплитудой вертикальных колебаний. Согласно процедуре ММЗ из пространства (x, f) осуществлялся переход в пространство (x, f) $\lambda R(f)$ ) или (x, h), где h – глубина, определяемая соотношением

$$h = k_G \lambda_R(f),$$

 $k_{G}$  — коэффициент глубинной привязки [1].

Рассмотрим вначале случай с низкоскоростной неоднородностью, малой по сравнению с длиной падающей волны (рис.2). Видно, что над основной аномалией, формирующей изображение исходного объекта, присутствуют значительные по величине аномалии того же знака, что и в основной (рис. 2а). При облучении волной Рэлея основная аномалия проявляется в тех же частотах, что и в продольной волне, но над основным изображением формируется аномалия обратного знака по отношению к основной (рис. 2г). Когда модельное зондирующее поле представлено обоими типами волн в равных долях (рис. 2ж), основная аномалия имеет размер и форму, близкие к случаям отдельных облучений (рис. 2а и 2г), однако артефакты в зоне коротких волн над основным изображением взаимно компенсируют друг друга. В этом случае можно даже говорить о своеобразном улучшении изображения при использовании ММЗ, если около 50% энергии микросейсмического сигнала составляют Р-волны.

При облучении *P*-волной низкоскоростной неоднородности с латеральным размером, сравнимым с длиной падающей волны (рис. 26, 2д, 2з), основная аномалия имеет более искаженную форму границы (рис. 26), чем при облучении *R*-волной (рис. 2д). Как и в случае малой неоднородности, формируется ложная положительная аномалия в коротких волнах. При облучении волнами обоих



**Рис. 2.** Результаты численного решения прямой и оценки обратной задачи в соответствии с процедурой MM3 для случая низкоскоростной заглубленной неоднородности с относительным скоростным контрастом 0.8 при различном составе облучающего микросейсмического поля: 100% объемные *P*-волны с вертикальным падением, 100% фундаментальная мода волны Рэлея и смесь из 50% *P*-волны и 50% волн Рэлея. Пунктирные границы соответствуют заданным границам модельной неоднородности. Значение коэффициента глубинной привязки 0.35 (согласно двумерному модельному случаю [1]).



**Рис. 3.** Результаты численного моделирования для случая высокоскоростной заглубленной неоднородности (с размерами 2, 10 и 20 км по горизонтали) и трех вариантов состава модельного микросейсмического поля (*P*-волна, *R*-волна и *P* + *R* волны). Содержание рисунка аналогично рис. 2.

типов (рис. 23) аномалия взаимно компенсируется. Присутствие 50% *Р*-волн в облучающем поле (рис. 23) искажает форму изображения по сравнению с облучением чистой волной Рэлея (рис. 2д). Незначительно увеличивается глубина изображения неоднородности. Аналогичные эффекты наблюдаются в случае протяженной по горизонтали неоднородности (рис. 2в, 2е, 2и).

Результаты моделирования с высокоскоростной неоднородностью представлены на рис. 3.

Как видно, высокоскоростное включение проявляется падением интенсивности в определенной области спектра, связанной с глубиной и вертикальным размером включения. Изображение малой неоднородности по ММЗ в поле объемных волн (рис. 3а) близко к изображению в поле поверхностных волн (рис. 3г). Различие состоит в присутствии малой интенсивной аномалии в коротких волнах. При облучении Р-волной основная аномалия более четкая и имеет несколько меньший горизонтальный размер, что более контрастно выделяет объект (рис. 3а). Результат при смешанном облучении (50% Р-волны, 50% R-волны) малой неоднородности (рис. 3ж) в сравнении с вариантом рис. Зг имеет более интенсивный "обратный эффект" над неоднородностью, а также более четкое основное изображение неоднородности. Оба варианта с крупным высокоскоростным включением (рис. 36, 3д, 3з и рис. 3в, 3е, 3и) имеют сходные черты. В присутствии *P*-волн усиливается интенсивность "обратного эффекта" в области коротких длин волн над неоднородностью. При этом лучше выделяется положение субгоризонтальных границ неоднородности, верхняя граница приобретает более ровную форму, нижняя граница становиться более контрастной, чем при облучении только волнами рэлеевского типа.

В обоих рассмотренных вариантах основная аномалия, интерпретируемая в MM3 как искомый объект, имеет близкие к заданной скоростной неоднородности форму, "знак" и размеры. Она проявляется в одном и том же частотном диапазоне как в поле только вертикально падающих *P*-волн, так и при облучении только *R*-волнами. Этот результат сохраняется независимо от горизонтального размера и характера неоднородности. Видно, что любое содержание объемных *P*-волн в модельном микросейсмическом сигнале в основном сохраняет главную аномалию, но при этом могут возникать артефакты, не связанные со строением среды.

В рамках настоящего исследования авторы ограничились рассмотрением сред и включений с одинаковым коэффициентом Пуассона, равным 0.25. В дальнейших исследованиях может оказаться интересным случай, когда коэффициент Пуассона в неоднородности отличается от значения во вмещающей среде, либо он существенно отклоняется от значения 0.25.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты моделирования на основе первых принципов для взаимодействия упругих *P*- и *R*-волн в линейном изотропном полупространстве с заглубленной скоростной неоднородностью позволяют в дальнейшем полагать, что в случае, когда вертикальная компонента микросейсмического

поля помимо волн типа Рэлея содержит объемные продольные волны, использование метода микросейсмического зондирования для оценки строения геологической среды допустимо. Даже присутствие объемных Р-волн вплоть до 100% по энергии не ограничивает возможности применения ММЗ без каких-либо процедурных изменений для оценки структуры среды. При этом ожидаемый результат может осложняться более интенсивными искусственными аномалиями в высокочастотной области, чем в случае, когда микросейсмическое поле состоит только из волн Рэлея. Оценка по MM3 скорости в обнаруженном включении также будет искажена по сравнению с чисто рэлеевским полем. Это следует принимать во внимание при геологической интерпретации результатов ММЗ.

Представляется, что полученный результат не может быть автоматически обобщен на случаи выраженной контрастной слоистости и среды с сильными анизотропными свойствами. Эти аспекты остаются задачей для будущих исследований.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова [23, 24].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Горбатиков А.В., Цуканов А.А. Моделирование волн Рэлея вблизи рассеивающих скоростных неоднородностей. Исследование возможностей метода микросейсмического зондирования // Физика Земли. 2011. Т. 4. С. 96–112.
- Цуканов А.А., Горбатиков А.В. Метод микросейсмического зондирования: влияние аномальных значений коэффициента Пуассона и оценка величины нелинейных искажений // Физика Земли. 2015. Т. 4. С. 94.
- Горбатиков А.В., Степанова М.Ю., Кораблев Г.Е. Закономерности формирования микросейсмического поля под влиянием локальных геологических неоднородностей и зондирование среды с помощью микросейсм // Физика Земли. 2008. № 7. С. 66-84.
- Nakamura Y. A method for dynamic characteristic estimation of subsurface using microtremor on the ground surface // Quarterly Report of Railway Technical Research Institute. 1989. V. 30. №1. P. 25–33.
- 5. Винник Л.П., Денисков А.С., Коньков Т.Д. Структура микросейсм в области частот около 1 Гц // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1967. № 8.
- Винник Л.П. Структура микросейсм и некоторые вопросы методики группирования в сейсмологии. М: Наука, 1968. 104 с.
- Claerbout J.F. Detection of P-waves from weak sources at great distances // Geophysics. 1964. V. 29(2). P. 197–211.
- Gerstoft P., Fehler M.C., Sabra K.G. When Katrina hit California // Geophys. Res. Lett. 2006. V. 33.

P. L17308.

https://doi.org/10.1029/2006GL027270

9. Gerstoft P., Shearer P.M., Harmon N., Zhang J. Global P, PP, and PKP wave microseisms observed from distant storms // Geophys. Res. Lett. 2008. V. 35. P. L23306.

https://doi.org/10.1029/2008GL036111

- 10. Koper K.D., De Foy B. Seasonal anisotropy in short-period seismic noise recorded in South Asia // Bull. Seismological Soc. Am. V. 98(6). P. 3033-3045.
- 11. Landes M., Hubans F., Shapiro N.M., Paul A., Campillo M. Studying the origin of deep ocean microseisms using teleseismic body waves // In AGU Fall Meeting Abstracts, 2008, V. 1, P. 1893.
- 12. Яновская Т.Б. К теории метола микросейсмического зондирования // Физика Земли. 2017. № 6. C. 18-23.
- 13. Menke W. Geophysical data analysis: Discrete inverse theory // Academic press. 2012. V. 45.
- 14. Wiggins R.A. The general linear inverse problem: Implication of surface waves and free oscillations for earth structure // Reviews of Geophysics. 1972. V. 10(1). P. 251-285.
- 15. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: теория и методы. Т. 1. М.: Мир, 1983. 520 с.
- 16. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
- 17. Viktorov I.A. Rayleigh and Lamb wayes: Physical theory and applications // New York, Plenum Press, 1967. 154 p.
- 18. Malischewsky P.G. Comment to "A new formula for the velocity of Rayleigh waves" by D. Nkemzi [Wave Mo-

tion. 1997. V. 26. P. 199-205] // Wave Motion. 2000. V. 31(1). P. 93-96.

- 19. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 c.
- 20. Шуканов А.А. Исследование и развитие метода микросейсмического зондирования. Дисс. на соиск. уч. ст. к. ф.-м. н. МГУ, Москва, 2010. 152 с.
- 21. Цуканов А.А., Горбатиков А.В. Использование горизонтальных компонент микросейсмического поля для выявления протяженных низкоскоростных тел // Geomodel 2016–18th Science and Applied Research Conference on Oil and Gas Geological Exploration and Development. 2016. https://doi.org/10.3997/2214-4609.201602198 http://www.earthdoc.org/publication/publicationdetails/?publication=86769
- 22. Цуканов А.А., Горбатиков А.В. Влияние заглубленных неоднородностей на спектральное отношение горизонтальных компонент случайного поля волн Рэлея // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 63-70.
- 23. Sadovnichy V., Tikhonravov A., Voevodin Vl., Opanasenko V. "Lomonosov": Supercomputing at Moscow State University // In: Contemporary High Performance Computing: From Petascale toward Exascale (Chapman & Hall/CRC Computational Science). Boca Raton, USA, CRC Press, 2013. P. 283-307.
- 24. Adinets A.V., Bryzgalov P.A., Voevodin V.V., Zhumatii S.A.E., Nikitenko D.A., Stefanov K.S. Job digest: An approach to dynamic analysis of job characteristics on supercomputers // Numerical methods and programming: Advanced Computing. 2012. V. 13(4). P. 160-166.

# – ОБРАБОТКА АКУСТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 534.6.08

# ФОРМИРОВАНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЧЕРЕЗ СЛОИ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

© 2020 г. С. А. Титов<sup>а, b, \*</sup>, П. В. Зинин<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Научно-технологический центр уникального приборостроения Российской академии наук (НТЦ УП РАН), ул. Бутлерова 15, Москва, 117342 Россия

<sup>b</sup>Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля Российской академии наук (ИБХФ РАН), ул. Косыгина 4, Москва, 119334 Россия

\*e-mail: sergetitov@mail.ru Поступила в редакцию 22.05.2019 г. После доработки 23.10.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

Представлен метод формирования ультразвуковых изображений в устройствах визуализации с фазированными решетками, основанный на разложении регистрируемого пространственно-временного сигнала в спектр плоских импульсных волн. Рассмотрен случай, когда между ультразвуковой решеткой и областью визуализации находится ряд промежуточных слоев с неизвестными толщинами и скоростями звука. Метод основан на измерении задержек составляющих спектра плоских волн, прошедших через слои и отраженных от границы области визуализации, и компенсации этих задержек при суммировании составляющих спектра, рассеянных на неоднородностях в области визуализации.

*Ключевые слова:* ультразвуковая визуализация, слоистые объекты, пространственно-временной сигнал, спектр плоских волн, ультразвуковая решетка

DOI: 10.31857/S0320791920020124

# введение

При ультразвуковых исследованиях часто возникает необходимость формировать изображение области, которая отделена от ультразвуковой решетки набором промежуточных слоев с неизвестными толщинами и скоростями звука в них (рис. 1). Стандартный метод построения изображений основан на расчете времен распространения волн от передающего элемента решетки до визуализируемой точки ( $x_0$ ,  $z_0$ ) и от этой точки до приемного элемента с последующим суммированием принимаемых сигналов для всех пар приемо-передающих элементов после компенсации рассчитанных задержек [1–3].

Указанные задержки достаточно просто рассчитать, если решетка располагается непосредственно на границе области визуализации. Однако при наличии промежуточных слоев для каждого элемента решетки и точки фокусировки сначала необходимо найти точки пересечения лучами границ слоев [4–6]. Для одиночного слоя нахождение каждой такой точки пересечения требует решения системы уравнений, а для нескольких слоев возрастающий объем и сложность вычислений приводит к затруднительности практической реализации метода [7, 8]. Упростить решение данной проблемы можно путем разложения сигнала решетки в спектр плоских гармонических волн, однако в описанных алгоритмах учитывается в лучшем случае только один промежуточный слой [9–13]. Следует также отметить, что для реализации данного метода толщины слоев и скорости звука в них должны быть известны с достаточной точностью.

Недавно было предложено использовать плоские импульсные волны для ультразвуковой визуализации объектов фазированными решетками через набор промежуточных слоев [14]. Преимущество такого подхода заключается в том, что плоские волны, проходя через слои, не меняют своей формы, а направление их распространения в области визуализации определяется скоростью звука в ней и управляющими сигналами решетки, но не зависит от параметров слоев. Данная работа посвящена теоретическому обоснованию метода визуализации с помощью разложения пространственно-временного сигнала решетки в спектр плоских импульсных волн, разработке алгоритма обработки сигнала и экспериментальному подтверждению метода.



**Рис. 1.** Схема устройства ультразвуковой визуализации: *1* – ультразвуковая решетка; *2* – область визуализации; *3* – промежуточные слои.

# ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ МЕТОДА

Пусть система ультразвуковой визуализации (рис. 1) построена на одномерной решетке элементов, излучение и прием ультразвуковых волн которыми описывается передаточными функциями  $H(k_1, \omega)$  и  $H(k_2, \omega)$  соответственно, где  $\omega$  – частота, а  $k_1, k_2$  – горизонтальные составляющие волновых векторов излучаемой и принимаемой плоских волн, соответственно. Тогда в линейном приближении выходной сигнал решетки как функция времени *t* и положений передающего и приемного элементов  $x_1$  и  $x_2$  может быть представлен в виде обратного фурье-преобразования [2, 15]:

$$v(-x_{1}, x_{2}, t) =$$

$$= F_{k_{1}, k_{2}, \omega}^{-1} [S(k_{1}, k_{2}, \omega) H(k_{1}, \omega) H(k_{2}, \omega)],$$
(1)

где коэффициент  $S(k_1, k_2, \omega)$  показывает связь между спектральными компонентами зондирующей и рассеянной волн, определенными в плоскости решетки. Предположим, что в этом сигнале могут быть выделены отклик  $v_r(-x_1, x_2, t)$ , отраженный от верхней границы визуализируемой области z = 0, и отклик  $v_{in}(-x_1, x_2, t)$ , образованный рассеянием на неоднородностях внутри этой области. При прохождении плоской волны с параметрами ( $k_1$ ,  $\omega$ ) через набор слоев меняется ее амплитуда, и волна приобретает фазовую задержку

$$\varphi(k_1) = \sum_m d_m k_{zm1},\tag{2}$$

где *d<sub>m</sub>* — толщина *m*-ного слоя, *k<sub>zm1</sub>* — вертикальная составляющая волнового вектора:

$$k_{zm1} = \sqrt{\frac{\omega^2}{C_m^2} - k_1^2},$$
 (3)

и  $C_m$  — скорость звука в слое. Предположим также, что  $k_1$  не превосходит критических значений для материалов всех слоев и можно ограничиться

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ том 66 № 2 2020

рассмотрением распространения только продольных волн. Материалы слоев могут быть анизотропными, в этом случае скорости звука  $C_m$  зависят от направления распространения плоской волны. Соотношения, аналогичные (3), могут быть записаны для волны с параметрами  $(k_2, \omega)$ , распространяющейся в обратном направлении от объекта к решетке. Тогда спектральный отклик, образованный рассеянием на неоднородностях внутри области визуализации, может быть представлен в виде:

$$S_{in}(k_{1},k_{2},\omega) = T(k_{1})T(k_{2})H(k_{1},\omega) \times \times H(k_{2},\omega)\exp\{i(\varphi(k_{1}) + \varphi(k_{2}))\}S_{0}(k_{1},k_{2},\omega),$$
(4)

где T — амплитудный коэффициент, учитывающий прохождение через границы слоев, а функция рассеяния  $S_0$  неоднородностей в слое отнесена к плоскости z = 0. Для идеального точечного отражателя с координатами  $(x_0, z_0)$  эта функция учитывает фазовые сдвиги при распространении волн из начала системы координат до этой точки и обратно:

$$S_0(k_1, k_2, \omega) =$$
  
= exp(i(k\_1 + k\_2)x\_0)exp(i(k\_{z1} + k\_{z2})z\_0). (5)

Для отклика, прошедшего через набор слоев и отраженного от верхней границы визуализируемого объема, имеет место зеркальное отражение, поэтому:

$$S_r(k_1, k_2, \omega) = R(k_1) H(k_1, \omega) \times$$
  
 
$$\times H(k_2, \omega) \exp\{2i\varphi(k_1)\}\delta(k_1 - k_2), \qquad (6)$$

где R — амплитудный коэффициент, учитывающий прохождение через слои и отражение от границы,  $\delta$  — дельта функция.

На основе соотношений (4), (6) можно реализовать следующий метод формирования изображения. По спектру S<sub>r</sub> сигнала v<sub>r</sub> производится определение фазы произведения  $H^2(k,\omega)\exp\{2i\varphi(k)\}$  в полосе временных и пространственных частот, ограниченной передаточной функцией элементов решетки. Затем значения этой фазы для разных комбинаций вычитаются из фазы спектральной плотности  $S_{\rm in}$  сигнала  $v_{\rm in}$ , компенсируя тем самым фазовые искажения, вносимые слоями и элементами решетки. Полученный таким образом спектр может быть использован для формирования изображения в соответствии с известными методами, основанными на коррекции изменений пространственно-временного спектра, возникающими при его распространении вглубь визуализируемой области, и вычислении обратного фурье-преобразования [11-13].

Однако при компенсации набега фазы в промежуточных слоях возникает проблема, связанная с неоднозначностью фазы измеряемых спек-

 $\times \delta$ 

тров и затруднительностью получения ее развернутого значения для зашумленных трехмерных данных. Поэтому в данной работе использовалось разложение сигналов в спектр импульсных, а не гармонических плоских волн. Такое разложение двумерного пространственно-временного сигнала решетки было успешно применено для измерения параметров слоя [16]. Обобщение такого преобразования для трехмерного сигнала имеет вид:

$$W(s_1, s_2, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v(-x_1, x_2, \tau + s_1 x_1 + s_2 x_2) dx_1 dx_2, (7)$$

где переменные  $s_1$ ,  $s_2$  имеют смысл проекций векторов медленности падающей и рассеянной плоских волн на ось x, соответственно. Подставляя (1) в (7) и учитывая известное свойство:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(ik_{x1}x_1 - i\omega s_1x_1) dx_1 = 2\pi\delta(k_{x1} - \omega s_1), \quad (8)$$

для спектра откликов плоских волн можно получить выражение:

$$W(s_1, s_2, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega s_1, \omega) H(\omega s_2, \omega) \times S(\omega s_1, \omega s_2, \omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega.$$
(9)

Учитывая, что элементы решетки являются узкими и обладают широкой диаграммой направленности, их передаточную функцию можно представить в виде произведения временного импульсного отклика p(t) и пространственного множителя H(s). Тогда спектр (9) можно представить в виде свертки по временному параметру  $\tau$ :

$$W_{in}(s_1, s_2, \tau) = T(s_1)T(s_2)H(s_1)H(s_2)p(\tau) \times \delta(\tau - \tau_L(s_1) - \tau_L(s_2) - \tau_x - \tau_z),$$
(10)

где

$$\tau_L(s) = \sum_m d_m \left( \sqrt{C_m^{-2} - s^2} \right) \tag{11}$$

задает время распространения плоской волны через слои, а величины

$$\tau_x = x_0 (s_1 + s_2), \tag{12}$$

$$\tau_z = \left(\sqrt{C_L^{-2} - s_1^2} + \sqrt{C_L^{-2} - s_2^2}\right) z_0 \tag{13}$$

определяют задержку волн при распространении в области визуализации до отражателя и обратно в горизонтальном и вертикальном направлениях, соответственно. Компонента спектра плоских волн, отраженных от верхней границы, на основе (6) имеет вид:

$$W_r(s_1, s_2, \tau) = R(s) H^2(s) p(\tau) \delta(\tau - 2\tau_L(s)), \quad (14)$$

где  $s = s_1 = s_2$ .

Для построения изображения исследуемой области сначала по рассчитанному спектру отклика границы  $W_r$  определяют задержку  $\tau_L(s)$  в зависимости от параметра *s*. Далее в спектре отклика от внутренних неоднородностей *W* производят компенсацию задержек  $\tau_L(s_1)$ ,  $\tau_L(s_2)$  для падающей и отраженной плоских волн, соответственно. Для получения изображения точки с координатами (x, z) необходимо также компенсировать задержки  $\tau_x(x)$ ,  $\tau_z(z)$  и провести интегрирование по  $s_1$ ,  $s_2$ :

$$I(x,z) = \iint W(s_1, s_2, \tau) \times (\tau + \tau_L(s_1) + \tau_L(s_2) + \tau_x + \tau_z) ds_1 ds_2.$$
(15)

Если имеется точечный отражатель, находящийся в точке ( $x_0$ ,  $z_0$ ), тогда формируемое изображение равно:

$$I(x,z,\tau) = \iint A(s_1,s_2) p(\tau - \Delta \tau_x - \Delta \tau_z) ds_1 ds_2, \quad (16)$$

где *А* — амплитудная медленно меняющаяся функция и

$$\Delta \tau_x = (x_0 - x)(s_1 + s_2), \tag{17}$$

$$\Delta \tau_z = (\sqrt{C_L^{-2} - s_1^2} + \sqrt{C_L^{-2} - s_2^2})(z_0 - z).$$
(18)

Выражение (16) определяет по существу импульсный отклик рассматриваемой системы визуализации. На его основе можно получить оценку размеров импульсного отклика  $\delta x$ ,  $\delta z$ , определяющих разрешающую способность в поперечном и продольном направлениях, соответственно.

Пусть временной сигнал p(t) имеет характерный период осцилляций T, а длительность, сравнимую с 2T. Тогда при  $z = z_0$  подынтегральная функция  $p(\tau - \Delta \tau_x)$  имеет в области интегрирования временной линейный сдвиг, наклон которого пропорционален разности  $(x_0 - x)$ . Результат интегрирования имеет максимум при  $x \approx x_0$  и становится малым, если на размере области интегрирования  $s_m$  временной сдвиг достигает половины периода T/2:

$$|x - x_0| = \delta x \le T/(2s_m). \tag{19}$$

Значение  $s_m$  ограничено максимальным апертурным углом  $\theta_m$  рассматриваемой системы фор-

мирования изображений  $s_m \approx C_L^{-1} \sin \theta_m$ , откуда можно получить оценку

$$\delta x = \lambda \left( 2\sin\theta_m \right)^{-1},\tag{20}$$

где  $\lambda = C_L T$  – характерная длина волны. Полученная оценка согласуется с известным значением разрешающей способности [17, 18].

Для оценки протяженности импульсного отклика в продольном направлении  $\delta z$  следует заметить, что в силу ограниченности длительности импульса  $p(\tau)$  интеграл (16) при  $x = x_0$  становится

(22)

Аналогичным образом для точек, разнесенных по вертикали на расстояние  $z_m$ , относительная задержка также должна быть меньше периода:

малым, если временной сдвиг Δτ<sub>-</sub> достигает зна-

чения Т/2. Поэтому вертикальный размер им-

пульсного отклика можно оценить следующим

Проведенное выше рассмотрение выполнено

для непрерывных переменных, однако пространственно-временные сигналы, регистрируемые

решеткой, являются дискретными. Пространственная частота дискретизации, которая задает-

ся периодом расположения элементов в решетке,

должна быть достаточно большой, чтобы не про-

исходило наложение составляющих простран-

ственного спектра сигналов и возникновение по-

мех в формируемых изображениях [19]. Предпо-

ложим, что используемая решетка удовлетворяет

стандартному ограничению на величину периода.

Однако недостаточное число точек отсчета в дис-

кретном представлении спектра плоских им-

пульсных волн также может приводить к генера-

ции помех, поэтому необходимо рассмотреть этот

горизонтальную координату  $x_0$ , а фокусировка

производится в точку x, последовательные слага-

емые в дискретном представлении выражения

(15) имеют относительные временные задержки

вида  $(x_0 - x)\Delta s$ , где  $\Delta s$  – шаг дискретизации в

спектральной области. Если сдвиг сравним или

больше характерного временного периода сигна-

ла Т. то при суммировании множества таких от-

кликов не происходит их полного взаимного по-

давления и имеет место генерация помехи. По-

скольку разность координат  $|x_0 - x|$  ограничена

горизонтальным размером области визуализации

 $2x_m$ , ограничение на интервал дискретизации  $\Delta s$ 

Если точка, где расположен отражатель, имеет

 $\delta z = \Delta \tau_z C_L = T C_L / 2 = \lambda / 2.$ 

образом:

вопрос подробнее.

можно представить в виде:

$$\left(\sqrt{C_L^{-2} - s^2} - \sqrt{C_L^{-2} - (s + \Delta s)^2}\right) z_m \ll T.$$
 (23)

Используя параксиальное приближение и учитывая, что максимальное значение параметра *s* не превосходит  $C_L^{-1}$ , условие может быть представлено в виле:

$$\Delta s \ll \frac{T}{z_m}.\tag{24}$$

Таким образом, чем больше размер области визуализации, тем более мелким должен быть шаг дискретизации спектра  $\Delta s$ .

АКУСТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ № 2 2020 том 66

В эксперименте использовалась плоская 64-х элементная решетка, изготовленная компанией Imasonic [20]. Ультразвуковые элементы решетки имели размеры 0.5 × 12 мм и были расположены с периодом 0.6 мм. Центральная частота и относительная полоса частотной характеристики решетки составляли  $f_0 = 5$  МГц и 70%, соответственно. Возбуждение элементов решетки и прием отраженных сигналов осуществлялись с помощью разработанной 64-канальной электронной схемы, каналы которой могли работать на передачу и прием. Каждый канал был снабжен генератором импульсов с амплитудой 30 В и регулируемой длительностью, а в режиме приема посредством аналогового мультиплексора подключался к аналого-цифровому преобразователю с тактовой частотой 133 МГц и разрядностью 12 бит. Сигналы записывались независимо для всех возможных пар передающих и приемных каналов, характерное время записи полного набора 64 × 64 сигналов составляло 2...4 с. Записанные данные передавались в персональный компьютер для дальнейшей обработки посредством USB интерфейса.

Схема эксперимента представлена на рис. 2. Ультразвуковая решетка 1 была расположена на пластинке 2 из полистирола толщиной 25.4 мм. В качестве тестового образца использовался дюралюминиевый блок 5, отделенный от полистироловой пластинки стойками 4 с высотой 4.16 мм. Эта конструкция помещалась в резервуар 3 с водой, которая заполняла зазор между пластинками. В дюралюминии были выполнены 5 сквозных отверстий, расположенных параллельно поверхности блока и элементам ультразвуковой решетки. Центры отверстий располагались на глубинах 12, 10, 8, 6 и 4 мм с периодом по оси x 3 мм. Диаметр отверстий составлял 0.8 мм, что меньше длины волны ультразвука в дюралюминии 1.2 мм на цен-

Рис. 2. Схема эксперимента: 1 – ультразвуковая решетка; 2 – пластинка из полистирола; 3 – резервуар с водой; 4 - стойки; 5 - дюралюминиевый блок с тестовыми отверстиями.



(21)



**Рис. 3.** Сигнал  $v_{kj}(t)$  (k = 32), измеренный для тестового образца; амплитуда сигналов от отверстий  $v_1 - v_5$  увеличена в 3 раза.

тральной частоте. Толщина блока составляла 25 мм и существенно превосходила длину ультразвуковых элементов решетки, что позволяло избежать влияния боковых граней блока на распространение волн.

На рис. З представлен фрагмент пространственно-временного сигнала  $v_{kj}(t)$ , принятого всеми элементами решетки при использовании элемента с номером k = 32 в качестве передающего. Уровень записанного знакопеременного сигнала представлен оттенками серого в соответствии со шкалой, показанной справа. В сигнале выделяется отклик  $v_r$ , отраженный от поверхности раздела вода—дюралюминий, и отклики  $v_1-v_5$ , отраженные от тестовых отверстий.

Спектр плоских волн  $W(s_1, s_2, \tau)$ , рассчитанный по измеренному пространственно-временного сигналу  $v_{ki}(t)$ , показан на рис. 4 для значения  $s_2 = 0$ . В спектре наблюдается компонента  $W_r$ , даваемая откликом vr от поверхности блока, и 5 компонент  $W_1 - W_5$ , образованных отражениями от тестовых отверстий. С целью повышения наглядности представления данных на изображении амплитуда откликов от отверстий увеличена в 50 раз. Диапазон параметров  $|s_1|$ ,  $|s_2|$ , для которых производился расчет спектра плоских волн, был ограничен величиной 0.13 мкс/мм, которое несколько меньше критического значения для алюминия  $1/C_L \approx 0.16$  мкс/мм. Считая, что размер области визуализации 2x<sub>m</sub>, z<sub>m</sub> составляет 20 мм, оценки (22), (24) ограничивают шаг дискретизации величиной  $\Delta s = 0.01$  мкс/мм. В расчетах он был выбран равным  $\Delta s = 0.13/20 = 0.0065$  мкс/мм.



**Рис. 4.** Спектр плоских волн  $W(s_1,0,\tau)$ , амплитуда откликов от отверстий  $W_1 - W_5$  увеличена в 50 раз.

Компонента спектра  $W_r$  соответствует зеркальному отражению плоских волн от поверхности раздела, поэтому она имеет заметную величину только при  $s_1 \approx s_2$ . На рис. 5 показан этот отклик, по которому согласно (14) была определена зависимость задержки плоских волн в слоях  $\tau_L(s)$ . Используя полученные зависимости, изображение блока с отверстиями было построено в соответствии с выражением (15). На полученном изображении (рис. 6) видно, что вертикальное и горизонтальное положения откликов корректно воспроизводят координаты тестовых отверстий. Оценка ширины протяженности импульсного отклика, произведенная по формулам (20) и (21),



**Рис. 5.** Спектр  $W_r(s, \tau)$  плоских волн, отраженных от верхней границы визуализируемой области.



Рис. 6. Построенное изображение тестового объекта.

дает  $\delta x = 0.8$  мм и  $\delta z = 0.6$  мм соответственно, что согласуется с полученными результатами.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод формирования ультразвуковых изображений для конфигурации, в которой между визуализируемой областью и ультразвуковой решеткой располагается ряд слоев с неизвестными толщинами и значениями скоростей звука в них. Метод основан на разложении регистрируемого решеткой полного пространственно-временного сигнала в спектр плоских импульсных волн. На основе построенной теоретической модели показано, что задержки составляющих спектра, приобретаемые при прохождении через дополнительные слои, могут быть измерены по отклику, отраженному от границы области визуализации, и компенсированы при построении изображения. Показано также, что метод обеспечивает пространственную разрешающую способность, отвечающую классическому пределу, а максимальное значение шага дискретизации спектра, ограничиваемое условием отсутствия помех наложения, обратно пропорционально размеру области визуализации.

Для экспериментальной апробации метода использовался алюминиевый блок с тестовыми отверстиями, который исследовался через дополнительные слои из полистирола и воды. Экспериментальные результаты демонстрируют работоспособность метода и корректность полученных теоретических оценок.

Следует отметить, что в работе был рассмотрен случай визуализации двумерной области с помощью одномерной ультразвуковой решетки. Такой случай наиболее часто встречается в практике ультразвуковых исследований. Вместе с тем предложенный метод может быть распространен на трехмерный случай. При этом возрастает размерность пространственно-временного сигнала, регистрируемого двумерной решеткой, однако общий принцип формирования изображений сохраняется.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Szabo T.L.* Diagnostic ultrasonic imaging: inside out. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2004. P. 171–212.
- 2. Байков С.В., Молотилов А.М., Свет В.Д. Физикотехнические аспекты получения ультразвуковых изображений структур головного мозга через толстые кости черепа. 1. Теоретические и модельные исследования // Акуст. журн. 2003. Т. 49. № 3. С. 332–341.
- 3. Анненкова Е.А., Цысарь С.А., Сапожников О.А. Построение ультразвуковых изображений мягких сферических рассеивателей // Акуст. журн. 2016. Т. 62. № 2. С. 167–177.
- Weston M., Mudge P., Davis C., Peyton A. Time efficient auto-focusing algorithms for ultrasonic inspection of dual-layered media using Full Matrix Capture // NDT&E Int. 2012. V. 47. P. 43–50.
- Jeune L.L., Robert S., Villaverde E.L., Prada C. Plane Wave Imaging for ultrasonic non-destructive testing: Generalization to multimodal imaging// Ultrasonics. 2016. V. 64. P. 128–138.
- 6. *Hoyle E., Sutcliffe M., Charlton P., Rees J.* Virtual source aperture imaging with auto-focusing of unknown complex geometry through dual layered media // NDT&E Int. 2018. V. 98. P. 55–62.
- Dziewierz J., Gachagan A. Computationally efficient solution of Snell's law of refraction // IEEE Trans. on UFFC. 2013. V. 60(6). P. 1256–1259.
- Cruza J.F., Camacho J., Moreno J.M., Jose M., Fritsch C. Ultrafast hardware-based focal law calculator for automatic focusing // NDT&E Int., 2015. V. 74. P. 1–7.
- 9. *Merabet L., Robert S., Prada C.* 2-D and 3-D reconstruction algorithms in the Fourier domain for planewave imaging in nondestructive testing // IEEE Trans. on UFFC. 2019. V. 66(4). P. 772–788.
- Cruza J.F., Camacho J., Fritsch C. Plane-wave phasecoherence imaging for NDE // NDT&E Int. 2017. V. 87. P. 31–37.
- 11. *Chen Y., Lou Y., Yen J.* Dynamic transmit-receive beamforming by spatial matched filtering for ultrasound imaging with plane wave transmission // Ultrason. Imag. 2017. V. 39 (4). P. 207–223.
- Garcia D., Tarnec L., Muth S., Montagnon E., Poree J., Cloutier G. Stolt's f-k migration for Plane Wave Ultrasound Imaging // IEEE Trans. UFFC. 2013. V. 60(9). P. 1853–1867.
- Lukomski T. Full-matrix capture with phased shift migration for flaw detection in layered objects with complex geometry // Ultrasonics. 2016. V. 70. P. 241–247.
- Титов С.А. Применение плоских импульсных акустических волн в устройствах с фазированными решетками для ультразвуковой визуализации в

слоистых средах // Письма в ЖТФ. 2018. Т. 44. Вып. 16. С. 41-47.

- Titov S.A., Maev R.G., Bogatchenkov A.N. Wide–aperture, line–focused ultrasonic material characterization system based on lateral scanning // IEEE Trans. UFFC. 2003. V. 50 (8). P. 1046.
- 16. *Титов С.А., Маев Р.Г.* Определение параметров изотропного слоя по пространственно-временным сигналам ультразвуковой решетки // Акуст. журн. 2013. Т. 59. № 5. С. 648–656.
- Кайно Г. Акустические волны: Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов. М.: Мир, 1990. 656 с.
- 18. Бычков А.С., Черепецкая Е.Б., Карабутов А.А., Макаров В.А. Улучшение пространственного разрешения изображения в оптоакустической томографии с помощью конфокальной антенны // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 71–77.
- 19. *Steinberg B.D.* Principles of aperture and array system: including random and adaptive arrays // New York: Wiley, 1976. 350 P.
- 20. http://www.imasonic.com.

УДК 534

# XXXII СЕССИЯ РОССИЙСКОГО АКУСТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА (14–18 ОКТЯБРЯ 2019, МОСКВА)

© 2020 г. Е.В.Юдина\*

Акустический институт им. акад. Н.Н. Андреева, ул. Шверника 4, Москва, 117036 Россия \*e-mail: erasyu@mail.ru Поступила в редакцию 09.09.2019 г. После доработки 09.09.2019 г. Принята к публикации 29.10.2019 г.

Приведен краткий обзор докладов, представленных на XXXII Сессии Российского акустического общества в 17 тематических секциях.

DOI: 10.31857/S0320791920020173

Как известно, акустика – междисциплинарная наука. Она связана с рядом разделов физики, с математикой, физиологией, химией, науками о Земле и многими техническими дисциплинами. Регулярный смотр на сессиях Российского акустического общества (РАО) позволяет оптимизировать участие НИИ и вузов в программах научно-технологического прорыва, заявленного Правительством РФ на 2019 и последующие годы. С учетом большого числа направлений акустических исследований формат сессии удобен для ознакомления с новыми результатами, особенно на пересечении различных областей.

Россия известна научными школами по физической акустике, акустической океанологии, гидроакустике. геоакустике. нелинейной акустике. ультразвуковой акустике, биологической акустике, акустооптике и многим другим направлениям. Исследования по акустике ведутся практически во всех крупных университетах России, а статьи российских авторов представлены в международных изданиях из списков Scopus и WoS. Тот факт, что очередная сессия РАО идет под номером XXXII, показывает, что за прошедшие годы налажен механизм всероссийского обмена мнениями в акустическом сообществе. Молодые ученые из регионов, принимавшие участие в первых сессиях в 90-е годы, сегодня приезжают в статусе профессоров, докторов наук.

Тематический спектр XXXII сессии РАО отвечает мировым трендам. Так, сегодня очевидно проникновение компьютерных технологий и компьютерного моделирования в акустику. За последние десятилетия мировая акустика развернулась от преимущественно технологических применений к задачам обеспечения акустического комфорта человека, построению общественных залов с изменяемым временем реверберации, акустическим методам прикладной лингвистики, вопросам медицинской акустики и защиты от шума. Похожие тенденции заметны и при сравнении программ первой сессии РАО и нынешней сессии. Основываясь на тематиках докладов, можно считать, что сессия послужит стимулом для развития практически всех направлений акустических исследований в России.

#### ПЛЕНАРНАЯ СЕССИЯ

#### О РАЗРАБОТКАХ АКУСТИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА В ОБЛАСТИ МОРСКОГО ГЕОФИЗИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ. ГЛАДИЛИН А.В., МАКСИМОВ Г.А.

При разведке, обустройстве и эксплуатации шельфовых месторождений углеводородов широко применяются сейсмоакустические исследования, не имеющие альтернативы по точности получаемых результатов и производительности работ. B последние десятилетия эти исследования привели к созданию высокоэффективных систем, основанных на использовании как буксируемых, так и донных сейсмокос и сейсмостанций. В АО "АКИН" выполнен ряд ОКР по разработке морского геофизического оборудования для сейсморазведочных работ на шельфе. Разработка выполнялась в рамках Государственной программы "Развитие судостроения и техники для освоения шельфовых месторождений на 2013-2030 годы". В подготовке технических требований принимали участие специалисты АО "Росгеология", ПАО "Совкомфлот", ОАО "МАГЭ" совместно с представителями других сервисных компаний и компаний-недропользователей. Изготовлены и испытаны в арктических условиях опытные образцы: программно-аппаратный комплекс на основе автономной секционной донной сейсмокосы; регистрирующий комплекс для морской инженерной высокоразрешающей сейсморазведки на основе цифровых твердотельных буксируемых сейсмокос; программно-аппаратный комплекс для акустического позиционирования донных сейсмокос и донных сейсмостанций; программно-аппаратный комплекс для акустического позиционирования буксируемых сейсмокос; навесные модули механического управления по глубине буксируемых сейсмокос; модуль саморазвертывающейся мобильной антенны для мониторинга и сейсморазведки шельфовых месторождений углеводородов под ледовым покровом.

#### ИССЛЕДОВАНИЯ ПО АКУСТИКЕ НА ФИЗИЧЕСКОМ ФАКУЛЬТЕТЕ МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА (К 75-ЛЕТИЮ КАФЕДРЫ АКУСТИКИ). ГУСЕВ В.А., ЕРМОЛАЕВА Е.О., КРАВЧУН П.Н., САПОЖНИКОВ О.А.

К началу учебного 1943/1944 года после возвращения Московского университета из эвакуации приказом Всесоюзного Комитета по делам Высшей школы при СНК СССР был утвержден новый перечень кафедр МГУ (числом 131). Большой заслугой С.Н. Ржевкина, заведующего кафедрой с 1943 по 1975 гг., было создание первой в университетах страны кафедры акустики. В период 1975-1987 гг. заведующим был В.А. Красильников – заслуженный профессор МГУ, основатель научной школы по нелинейной и физической акустике и волнам в турбулентных средах. Более 30 лет кафедрой акустики руководит академик РАН О.В. Руденко. На кафедре продолжаются исследования в традиционных для нее направлениях. Сформированы новые направления акустики мощного ультразвука и медицинской акустики, физики нелинейных волн. В разные годы удостоены Государственных премий СССР: В.А. Буров, Л.К. Зарембо, В.А. Красильников, О.В. Руденко; Государственной премии РФ – О.В. Руденко; Ломоносовской премии – Л.К. Зарембо и В.А. Красильников, О.В. Руденко и О.А. Сапожников; премии РАН им. Л.И Мандельштама – В.А. Красильников. В настоящее время на кафедре решаются задачи гидро- и аэроакустики, акустики органных и концертных залов, медицинского ультразвука, нелинейной диагностики, акустики метаматериалов, создания нелинейных математических моделей и нелинейной динамики, обратных задач рассеяния. Проводятся измерения в реверберационной камере, в гидробассейне, на акустическом полигоне. На кафедре действуют Испытательная лаборатория "Акустического и вибрационного контроля физического факультета МГУ" на базе заглушенной камеры и

"Центр коллективного пользования физического факультета МГУ по нелинейной акустической диагностике и неразрушающему контролю", а также Информационный центр "Акустика". Образована Лаборатория медицинского и промышленного ультразвука. О развиваемых исследованиях, истории и современном состоянии учебной работы на кафедре можно прочитать в книгах, вышедших к 60- и 70-летнему юбилеям кафедры, а также на сайте (acoustics.phys.msu.ru).

#### ВАРИАЦИОННЫЕ ОСНОВЫ УРАВНЕНИЙ РЕЛЯТИВИСТКОЙ И НЕРЕЛЯТИВИСТКОЙ ГИДРОДИНАМИКИ. МАКСИМОВ Г.А.

С использованием релятивистского вариационнного принципа сформулирован аналогичный принцип для центров инерции ансамблей точечных частиц и осуществлен переход к гидродинамическому описанию. На основе лишь одного этого принципа получены все уравнения гидродинамики. Уравнение движения получается как следствие вариации функционала действия в виде интеграла по пространству и собственному времени от плотности внутренней энергии. Эта плотность включает вклады от масс частиц, от энергии неупорядоченного движения и от энергии взаимодействия частиц. В нерелятивистком пределе функционал сводится к классической форме с лагранжианом в виде разности плотности кинетической и внутренней энергий. Учет вариации только собственного времени, сводящегося к вариации релятивистского фактора, приводит к уравнению движения без давления для плотности импульса, отличающегося от классического лишь заменой обычной плотности на ее релятивистский аналог. Слагаемое с давлением возникает при учете вариации плотности, от которой зависит плотность внутренней энергии. Второе уравнение для баланса плотности энергии получается, как и в случае механики частиц, на основе преобразования субстанциональной производной по времени от лагранжиана с учетом уравнения движения. При этом уравнение баланса плотности энергии, уравнение непрерывности, а также уравнение переноса энтропии оказываются объединены в рамках одного уравнения как его отдельные слагаемые. В пределе малых скоростей новая система переходит в классическую систему уравнений гидродинамики идеальной жидкости.

#### ПРОБЛЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОЙ АКУСТИКЕ. КОМКИН А.И.

Рассмотрен круг вопросов, связанных с проблемами образования в технической акустике. Отмечается связь уровня образования с акустической компетентностью. Отмечается неутешительная тенденция снижения уровня образования в технической акустике и вследствие этого — повышения акустической некомпетентности. Показаны типичные ошибки в принимаемых решениях, основанные на некомпетентности. Рассмотрены основные направления по повышению уровня акустического образования, связанные с ростом качества и количества издаваемой учебной литературы, повышением квалификации преподавательских кадров, улучшением качества учебного процесса, основанного, в частности, на кооперации учебных учреждений, занимающихся подготовкой специалистов в области акустики.

#### СЕКЦИЯ АО – АКУСТИКА ОКЕАНА

#### Руководители секции д. ф.-м. н. В.А. Буланов (ТОИ ДВО РАН) и д. ф.-м. н. А.Л. Вировлянский (ИПФ РАН)

На секции "Акустика океана" было представлено 48 докладов, из которых 2 — пленарных. Доклады были распределены по направлениям: флуктуации звукового поля, шумы, потери при распространении, моделирование и обратные задачи, результаты и техника эксперимента.

В пленарном докладе Егерева С.В. и Серебряного А.Н. (АО "АКИН", ИО РАН, Москва) "Неформальные и добровольческие проекты в акустике и океанологии" были обобщены достижения проектов "науки граждан". "Исполнителями" таких проектов являются многочисленные "распределенные" добровольцы, поставляющие данные в интересах профессиональных ученых или, наоборот, обрабатывающие потоки данных, поступающие от профессионалов. Добровольческие исследования сосредоточены в основном на вопросах охраны рифов, мониторинге экологического состояния морей и океанов, изучении самочувствия морских животных, выявлении зон скопления мусора, на вопросах "кооперативного зондирования" (мониторинг городских шумов, запись и обработка образцов пения птиц, грозопеленгация — акустическая регистрация грома и поддержание потоковой передачи данных).

Второй пленарный доклад (Есипов И.Б., Попов О.Е., Солдатов Г.В., РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, АО "АКИН", ИФА РАН, Технологический институт ЮФУ, Москва, Таганрог) посвящен применению нелинейных параметрических излучающих антенн для импульсного зондирования моря вдоль длинных трасс. Продемонстрирована возможность повышения эффективности низкочастотных остронаправленных параметрических антенн для зондирования моря при использовании сжатия импульсных сигналов с учетом волноводной дисперсии.

Распространению звука через неоднородности посвящено несколько работ. В докладе Акуличева В.А., Буланова В.А., Бугаевой Л.К. (ТОИ ДВО РАН, Владивосток) проанализировано влияние приповерхностного слоя пузырьков на затухание звука в море с привлечением последних экспериментальных результатов для распределения пузырьков и показано, что влияние такого слоя на распространение звука может быть значительным при типичных концентрациях пузырьков в приповерхностных слоях моря. В докладе Кацнельсона Б.Г., Лунькова А.А. и Шабановой Т.М. (Университет Хайфы, Израиль, ИОФ РАН, Москва) в рамках модовой теории проведен анализ распространения волн в мелководном волноводе с тонким газонасыщенным слоем. Доклады Яриной М.В., Кацнельсона Б.Г., Година О.А. (Университет Хайфы, ВГУ, Воронеж, Naval Postgraduate School, Monterey, CA), Ужанского Э., Кацнельсона Б., Лунькова А., Островского И. (Университет Хайфы, ВГУ, Воронеж, ИОФ РАН, Москва, Осеалogr. and Limnolog. Res., Израиль), Кузькина В.М., Ляхова Г.А., Пересёлкова С.А. и др. (ВГУ, Воронеж, ИОФ РАН, Москва) посвящены изучению структуры звукового поля в присутствии внутренних волн с привлечением как традиционных, так и новых методов фильтрации мод. В докладе Гулина О.Э. и Ярощука И.О. (ТОИ ДВО РАН, Владивосток) на основе метода локальных мод рассмотрена задача о потерях при распространении низкочастотного сигнала в мелководных волноводах с потерями в дне и флуктуациями скорости звука в воде и показано, что флуктуации уменьшают потери при распространении звукового сигнала.

Доклад Моргунова Ю.Н., Голова А.А., Буренина А.В., Петрова П.С. (ТОИ ДВО РАН, Владивосток) посвящен определению эффективных скоростей распространения импульсных сигналов в сложных волноводах, состоящих из шельфового и глубоководного участков. Полученные в эксперименте 2017 г. значения эффективных скоростей на различных горизонтах сравнивались с теоретическими значениями. Для трассы протяженностью 198 км установлено их сходство. Задача о распространении импульсных сигналов в мелком море с наклонным дном при наличии термоклина рассмотрена в докладе Толченникова А.А., Сергеева С.А., Петрова П.С. (ИПМех РАН, МФТИ, Москва, ТОИ ДВО РАН, Владивосток). Дано решение задачи с использованием лучевой теории и метода канонического оператора Маслова.

Волков М.В., Григорьев В.А., Луньков А.А., Петников В.Г. (ИОФ РАН, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, ВГУ, Воронеж) обсудили задачу о взаимодействии нормальных волн (мод) в мелководной акватории постоянной глубины на частотах до 500 Гц над участком дна с изменяющимся импедансом, обусловленным вариациями профиля скорости звука в донном осадочном слое. Заславский Ю.М. и Заславский В.Ю. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) обсудили особенности донной сейсмической волны при генерации гидроакустическим излучателем в береговой зоне. Использовано трехмерное численное моделирование. Кацнельсон Б., Годин О., Qyanchu Zhang (ВГУ, Naval Postgraduate School, Университет Хайфы) представили результаты исследования флуктуаций шума, записанного одиночными гидрофонами и L-образной антенной (HVLA: 70 м вертикальная и 450 м горизонтальная части) в эксперименте Shallow Water 2006, проведенном на Атлантическом шельфе США. В докладе Максимова Г.А. и Ларичева В.А. (АО "АКИН", Москва) представлена методика определения акустических параметров морского дна на основе кинематических параметров кратных головных, объемных и поверхностных волн. Приведены результаты применения этой методики к данным, полученным с помощью мультилинейной донной антенны. Калинюк И.В., Маленко Ж.В., Ярошенко А.А. (Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь; Севастопольский госуниверситет, Филиал ГМУ имени адмирала Ф.Ф. Ушакова, Севастополь) представили описание акустических волн в жидкости, созданных геоакустической эмиссией в твердом грунте. Они несут ценную информацию, на основании которой можно сделать кратковременный прогноз опасных сейсмических явлений.

Несколько докладов посвящено обратным задачам. Доклады Кузькина В.М., Кузнецова Г.Н., Пересёлкова С.А. и др. (ВГУ, Воронеж, ИОФ РАН, Москва) и Сазонтова А.Г. и Смирнова И.П. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) посвящены решению задачи о локализации источника в акустическом волноводе. К ним примыкает работа Гончаренко Б.И., Медведевой Е.В., Шурупа А.С. (МГУ, ИО РАН, ИФЗ РАН, Москва), посвященная особенностям формирования скалярно-векторных характеристик звукового поля в мелком пресном водоеме при прохождении шумового источника. Кержаков Б.В. и Кулинич В.В. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) рассмотрели применение метода отжига при решении задачи локализации источника в мелководном волноводе. Они получили оценки ошибок восстановления координат источника, обусловленные неточностью используемой модели среды. Аксеновым С.П. и Кузнецовым Г.Н. (ИОФ РАН, Москва) сделан доклад о возможности обнаружения слабого источника звука в зоне тени в глубоком море. Показано, что учет вытекающих и захваченных донных мод приводит к появлению в зонах тени максимумов поля, что обосновывает возможность применения голографических методов обнаружения и сопровождения слабого источника звука и в зоне тени. Григорьев В.А., Луньков А.А., Петников В.Г., Шатравин А.В. (ВГУ, Воронеж,

ИОФ РАН, ИО РАН, Москва) в рамках численного моделирования обсудили распространение сигналов, излучаемых гренландскими китами, в мелководном волноводе, характерном для арктического шельфа. Использовались записи сигналов, зарегистрированные в натурных экспериментах. Смирнов И.П., Сидоров К.А., Хилько А.И. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) сделали доклад о мультистатическом зондировании океана частично-когерентными волноводными компонентами высокочастотного поля. Клячин Б.И. (МГППУ, Москва) представил доклад о рассеянии и отражении плоской волны от системы шероховатых слоев. Семенов А.Г. (АО "АКИН", Москва) обсудил эффективность методов акустической томографии океана.

Экспериментальные исследования рассеяния, реверберации и особенностей структуры звуковых полей обсуждены на отдельном заседании. Доклад Буланова В.А., Стороженко А.В. (ТОИ **ДВО РАН.** Владивосток) посвяшен экспериментальным исследованиям рассеяния высокочастотного звука в верхнем слое моря. Есипов И.Б., Кенигсбергер Г.В., Попов О.Е. и др. (АО "АКИН", Москва, Институт экологии АН Абхазии, Сухуми, ИФА РАН, Москва) обсудили эксперименты по оценке характеристик донной реверберации и влиянию батиметрической рефракции на азимутальные углы прихода сигналов. Буренин А.В., Голов А.А., Моргунов Ю.Н. (ТОИ ДВО РАН, Владивосток) представили результаты экспериментальных исследований особенностей пространственной структуры векторно-скалярных звуковых полей в мелком море. Чупин В.А., Будрин С.С., Долгих Г.И., Щербатюк А.Ф. (ТОИ ДВО РАН, ИПМТ ДВО РАН, Владивосток) обсудили исследования пространственно-временной структуры гидроакустического поля шельфовых зон. Львов К.П. (АО Концерн "Океанприбор", Санкт-Петербург) представил экспериментальные оценки корреляционных характеристик эхосигналов от дна Норвежского моря. Серебряный А.Н. (ИО РАН, Москва, АО "АКИН", Москва) сделал доклад о возможностях АДСР – мощном инструменте современной акустической океанологии.

Вопросам техники и методики эксперимента было посвящено отдельное заседание. Бритенков А.К., Фарфель В.А., Боголюбов Б.Н. (ИПФ РАН, Нижний Новгород) обсудили электроакустические характеристики преобразователя продольно-изгибного типа со сложной формой излучающей оболочки. Дмитриев К.В. (МГУ, Москва) представил разработку и испытания распределенной системы регистрации гидроакустических сигналов. Каевицер В.И., Кривцов А.П., Смольянинов И.В., Элбакидзе А.В. (ФИРЭ РАН, Фрязино) обсудили результаты экспериментальных исследований влияния многолучевого распространения сигналов с ЛЧМ на работу системы позицио-

нирования подводного аппарата в мелком море. В докладе Максимова Г.А., Ларичева В.А. и др. (АО "АКИН", Москва) представлены технические характеристики и результаты морских натурных испытаний автономной секционной донной сейсмокосы (АСДС), разработанной для сейсморазведки в шельфовой зоне на глубинах до 200 м и в мелководной транзитной зоне. Волков М.В., Григорьев В.А., Луньков А.А., Петников В.Г. (ИОФ РАН, Москва, ВГУ, Воронеж, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва) представили вертикальные приемные антенны для звукоподводной связи на Арктическом шельфе.

#### СЕКЦИЯ АР – АКУСТИКА РЕЧИ, АКУСТИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ ЛИНГВИСТИКИ

#### Руководитель секции д. биол. н. Е.Е. Ляксо (СПбГУ)

Представлено 11 докладов по прикладной лингвистике (доклады Крейчи С.А. и Кедровой Г.Е., Потаповой Р.К. и Потапова В.В., Боброва Н.В., Кузнецова В.Б.), физической акустике (доклад Римской-Корсаковой Л.К. и Нечаева Д.И.), акустике речи (доклады Ляксо Е.Е., Фроловой О.В., Куражовой А.В., Григорьева А.С., Николаева А.С., Городного В.А.).

Доклад Крейчи С.А. (МГУ, Москва) посвящен влиянию фонетической организации устной речи носителей тюркских языков на произношение звуков и реализацию интонации в русской речи. Выделены основные акустические и артикуляторные признаки интерференции при произнесении отдельных звуков русской речи и их сочетаний, отличительные особенности просодической реализации русской синтагмы у носителей тюркских языков.

В докладе Потаповой Р.К. (МГЛУ, Москва) представлен подход к исследованию акустико-семантического контента, обеспечивающего эффект речевой коммуникации реципрокного типа, позволяющий реализовать двунаправленный диалог "человек—машина" и "машина—человек". Исследование связано с реализацией обратной связи в быстродействующем экономном режиме "стимул—реакция" – "реакция—стимул".

Бобровым Н.В. (МГЛУ) представлены вычислительные методы выделения качественных акустико-фонетических характеристик речевых сегментов. Сделан вывод о возможности применения подхода для автоматического распознавания речи при решении прикладных задач, требующих получения максимальной информации о речевом сообщении при ограниченных вычислительных ресурсах. Доклад Кузнецова В.Б., Боброва Н.В. (МГЛУ) освещает проблему поиска статистически значимых критериев оценки эффекта коартикуляции путем вычисления информативности  $F_2$ -перехода в месте образования мягкого согласного на предыдущем и последующем гласных. Различия между локус уравнениями для ударных и безударных СГ-переходов в зависимости от способа и места образования согласного не обнаружено. Достоверно различались уравнения для мягких согласных в ударном и безударном слогах.

Римской-Корсаковой Л.К. (АО "АКИН") и Нечаевым Д.И. (ИПЭЭ РАН, Москва) представлены результаты экспериментального изучения причин снижения разборчивости речи с использованием моделей фонем согласных звуков, предъявляемых до или после последовательностей помеховых фонем с разными периодами следования. Показано, что к снижению разборчивости быстрой речи могут приводить снижение громкости фонем согласных звуков и уменьшение диапазона интенсивностей фонем.

Серия докладов посвящена акустике детской речи – при типичном развитии детей (доклад Григорьева А.С. (СПбГУ, Санкт-Петербург) и Ляксо Е.Е. (СПбГУ)) и развитии речи у детей с атипичным развитием – синдромом Дауна (Городный В.А., Ляксо Е.Е. (СПбГУ)), расстройствами аутистического спектра (РАС) (Николаев А.С., Ляксо Е.Е. (СПбГУ, Санкт-Петербург)), с умственной отсталостью (доклад Фроловой О.В.), детям-близнецам (доклад Куражовой А.В.). В докладе Ляксо Е.Е. (СПбГУ) представлены данные об акустических характеристиках материнской речи при взаимодействии с детьми с РАС и синдромом Дауна. Работы по акустике детской речи направлены на выявление характеристик, специфичных для определенных заболеваний и нарушений развития.

В работе Фроловой О.Ф. (СПбГУ) выявлены особенности акустических и перцептивных характеристик речи детей дошкольников с диагнозами: умственная отсталость легкой степени (УО) и смешанные специфические расстройства психологического развития (СР), по сравнению с типично развивающимися (ТР) детьми. Показано, что вероятность распознавания взрослыми лексического значения слов детей с УО значимо ниже, чем слов ТР детей и детей с СР. Описаны акустические характеристики речи детей исследуемых групп и определены отличия по значениям частоты основного тона, длительности и индекса артикуляции гласных (VAI) у детей с разными диагнозами. При анализе речи детей 6–7 лет с синдромом Дауна и ТР сверстников (доклад Городного В.А., Ляксо Е.Е. (СПбГУ)) получены данные об акустических характеристиках речи детей с СД и определены различия между детьми с СД и типично развивающимися детьми. Отмечено, что длительности слов и гласных из слов детей с СД значимо выше по сравнению с ТР детьми, значения площади формантного треугольника безударных гласных значимо выше у детей с СД. Для детей с СД характерны низкие значения VAI ударных гласных. При анализе временных характеристик гласных из слов детей 5–11 лет с РАС (доклад Николаева А.С., Ляксо Е.Е. (СПбГУ)) выявлены различия между детьми с РАС и ТР детьми по длительности ударных и безударных гласных в словах, значение которых определено с высокой и низкой вероятностью. Показано, что слова детей с РАС характеризуются большей по сравнению с ТР детьми длительностью ударных и безударных гласных.

С целью выявления связи между особенностями речевого поведения матери и уровнем сформированности речи у детей проведено сравнение характеристик материнской речи (МР), обращенной к ТР детям 4—7 лет, детям с РАС и детям с СД (доклад Ляксо Е.Е. (СПбГУ)). На основе инструментального анализа выявлены различия в характеристиках МР, обращенной к ТР детям и детям с атипичным развитием, установлены особенности характеристик MP, адресованной детям с РАС и детям с СД.

В докладе Куражовой А.В. (СПбГУ) рассматривается акустический аспект становления речи детей—близнецов 4—6 лет. Близнецы, относимые к группе риска в связи с действием факторов пренатального, раннего постнатального развития, характеризуются спецификой речевого развития, по сравнению с нормально развивающимися одиночно рожденными детьми. Прослежена динамика характеристик речи дизиготных близнецов, выявлены различия между первыми и вторыми по порядку рождения близнецами в паре, которые заключаются в более низких значениях ЧОТ гласных в речи первых детей.

В работе Григорьева А.С. (СПбГУ) изучены акустические и перцептивные характеристики речи ТР подростков 14-16 лет. Описаны характеристики фраз, отражающих разное эмоциональное состояние – длительность фразы и пауз между фразами, значение частоты основного тона (ЧОТ) по фразе, его максимальное и минимальное значение, форма контура ЧОТ, длительность ударного слова, а также характеристики ударных гласных, определены параметры, отражающие четкость артикуляции гласных (VAI) и площади формантных треугольников. Сведения могут быть использованы как нормативные при проведении исследований формирования речевой функции при атипичном развитии, а также расширяют представления о формировании голоса в период полового созревания при типичном развитии детей.

#### СЕКЦИЯ АИ – АКУСТИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

#### Руководитель секции проф. РАН, д. ф.-м. н. И.Е. Кузнецова (ИРЭ РАН)

На секции представлены 10 докладов российских авторов. Из них половина посвящена результатам теоретического и экспериментального исследования особенностей возбуждения и приема звука под водой с использованием векторноскалярных антенн. В работах Глебовой Г.М. и Кузнецова Г.Н. (ЮФУ, ИОФ РАН) получены оценки направленности излучения движущимся протяженным источником, акустическая модель которого представлена совокупностью распределенных вдоль апертуры элементарных источников монопольного типа. Исследованы спектральные и корреляционные характеристики помех турбулентного происхождения и установлено. что на малом расстоянии основным источником помех является шум от гребного винта носителя, а при достаточном удалении антенны – турбулентные помехи в низкочастотной области, имеющие псевдозвуковой характер. В работе Драченко В.Н., Кузнецова Г.Н. и Михнюк А.Н. (ИОФ РАН) при помощи векторно-скалярной антенны проводилась оценка пеленга, дальности и глубины движущегося источника звука с использованием скалярных и векторно-скалярных полей, а также обработки по потоку мощности. Построены траектории движения и зависимости глубины источника от расстояния.

Важными устройствами для проведения акустических измерений под водой являются гидроакустические излучатели. В работе Бритенкова А.К., Фарфеля В.А., Лебедева Е.В. (ИПФ РАН) исследовано влияния параметров соединительного кабеля на точность измерений электроакустических характеристик мощных низкочастотных гидроакустических излучателей. Использование длинной линии связи без учета электрических характеристик приводит к высоким погрешностям измерений и отсутствию оптимального согласования. Разработаны рекомендации по методике проведения измерений и обработке экспериментальных данных с учетом первичных параметров линии связи.

В работе Лебедева М.В. и Захарова В.О. (АКИН, МАИ) исследовано применение алгоритмов снижения размерности для оптимального хранения информации о вертикальном распределении скорости звука в океане. Исследования проведены для нескольких районов мирового океана.

В работе Симакова И.Г., Гулгенова Ч.Ж., Базаровой С.Б. (Институт физического материаловедения СО РАН, Улан-Удэ) предложен акустоэлектрический метод определения диэлектрических свойств жидкости в граничной фазе. Метод основан на особенностях распространения поверхностных акустических волн в динамически равновесной системе "пьезоэлектрическая подложка—адсорбционный граничный слой—парогазовая среда" и может успешно дополнять существующие методы исследования диэлектрических характеристик граничных слоев жидкостей и релаксационных процессов в них.

На секции представлены работы по изучению характеристик звука в свободном пространстве. В работе Вировлянского А.Л., Дерябина М.С. (ИПФ РАН) предложено восстанавливать комплексную амплитуду поля излучателя звука по измерениям поля, возбужденного этим излучателем в области с отражающими границами. Ключевым является то, что один и тот же набор монополей моделирует поле излучателя и в свободном пространстве, и в бассейне с отражающими границами. Работоспособность предложенного подхода продемонстрирована в лабораторном эксперименте. В работе Костеева Д.А., Салина М.Б. (ИПФ РАН) для измерения характеристик источников звука при сложной внешней обстановке предложено использовать методы ближнепольной голографии. Разработана методика восстановления дальнего поля и проведен лабораторный эксперимент в безэховой камере.

Традиционной областью применения ультразвука является его использование в различных расходомерах газа. В работе Мансфельда А.Д., Волкова Г.П., Беляева Р.В. и Громова П.Р. (ИПФ РАН) рассмотрены принцип действия и устройство ультразвукового корреляционного расходомера газа с накладными датчиками, располагающимися на внешней поверхности трубы. Показано, что ультразвуковой расходомер, благодаря фокусирующему действию стенки трубы, в основном регистрирует пролет вихрей, распространяющихся в центре трубы. Отмечается также меньшая скорость пролета вихрей по отношению к средней скорости потока.

Другим аспектом акустических измерений является их применение для обнаружения и идентификации летающих объектов, например, беспилотных летательных аппаратов (БЛА). В работе Мещерякова Р.В., Ляпустина Е.С. (ИПУ РАН, АО "ИнфосистемыДжет", Москва) рассмотрены различные возможные методы обнаружения БЛА. Показано, что подсистемы, включающие как активные, так и пассивные механизмы обнаружения, такие как радар и обработка изображений, необходимо комплексировать в единую систему. Подтверждена возможность обнаружения БЛА с использованием аудиоанализа. Предложено добавить локализацию источника звука в детектор обнаружения для повышения вероятности идентификации количества БЛА по аудиоотпечатку.

#### СЕКЦИЯ АММ – АКУСТИЧЕСКИЕ МЕТАМАТЕРИАЛЫ

#### Руководитель секции д. ф-м. н. Ю.И. Бобровницкий (ИМАШ РАН)

Впервые на сессии РАО организована тематическая секция, посвященная акустическим метаматериалам (АММ). Это структуры из сложных ячеек (метаатомов). На низких частотах они демонстрируют свойства, необходимые для решения таких задач, как акустическая невидимость, отрицательная рефракция, сверхфокусировка и др. Представлено 10 докладов. Из них 4 посвящены теоретическому исследованию волн в звуковых кристаллах. В 4 других докладах исследуются поглощающие свойства метаматериалов. Помимо акустических свойств, обсуждается применение новых аддитивных технологий для изготовления АММ-поглотителей. Еще в 2 докладах рассматриваются общетеоретические вопросы.

В докладе Миронова М.А. (АКИН) изучается новый вариант предложенной им ранее структуры АММ – "вибрационной черной дыры". Приводится точное решение.

В работе Ерофеева В.И. и Павлова И.С. (ИПМ РАН) исследуется распространение волн в трехмерной кристаллической решетке из сферических частиц, обладающих 3 трансляционными и 3 ротационными степенями свободы. Показано, как по измерению скоростей волн, распространяющихся вдоль разных кристаллографических направлений, определить упругие модули материала.

В докладе Дамдинова Б.Б. (Институт физического материаловедения СО РАН) излагаются результаты экспериментального исследования полимерных наносуспензий. Показано, что суспензии проявляют неньютоновское поведение, т.е. обладают вязкоупругими свойствами. Измеренные значения действительного и мнимого модулей сдвига зависят от размеров и концентрации наночастиц.

Диденкулов И.Н. и Сагачева А.А. (ИПФ РАН) анализируют распространение звука в суспензии частиц стержнеподобной и дискообразной формы со смещенным центром масс в поле акустической волны. Получены формулы, описывающие потери энергии акустической волны в суспензии.

Захаров Д.Д. (МИИТ) представил исследования полного бесконечного спектра волновых чисел изотропно-слоистых пластин в низкочастотном диапазоне. Показана хорошая сходимость и высокая точность разработанных алгоритмов.

В работе Томилиной Т.М. (ИМАШ РАН) представлены результаты по созданию высокоэффективных средств поглощения акустической и вибрационной энергии, которые показали принципиальную возможность решения этой задачи на базе АММ. Обсуждаются принципы моделирования AMM-структур и влияние технологии изготовления на акустические свойства натурных образцов.

В докладе Асфандиярова Ш.А. (ИМАШ РАН, МГУ) приводятся результаты численного моделирования АММ-поглотителей звука резонансного типа методом конечных элементов в программном обеспечении COMSOL Multiphysics. Дается сравнение с результатами экспериментов.

В работе Сотова А.В., Вдовина Р.А. (Самарский университет им. С.П. Королева) и Томилиной Т.М. (ИМАШ РАН) представлены результаты исследований образцов-панелей (200 × 200 × 50 мм) со сложной внутренней структурой, обладающих повышенными звукопоглощающими свойствами в частотном диапазоне 200...600 Гц. Образцы изготавливались по технологии 3D печати (Polyjet и SLM) из фотополимера и металла на оборудовании Самарского университета. Исследовано влияние технологического процесса на акустические свойства образцов.

Доклад Сафина А.И., Афанасьева К.М. (Самарский университет им. С.П. Королева) и Бахтина Б.Н. (ИМАШ РАН) посвящен экспериментальному исследованию звукопоглотителей из АММ в импедансных трубах различного типа. В докладе Бобровницкого Ю.И. приведены формулы для вычисления плотности колебательной энергии в АММ с отрицательными параметрами.

# СЕКЦИЯ АЭ – АКУСТОЭЛЕКТРОНИКА

#### Руководитель секции проф. РАН, д. ф.-м. н. И.Е. Кузнецова (ИРЭ РАН)

В секции представлены пленарный и 6 секционных докладов. В пленарном докладе Кузнецовой И.Е., Анисимкина В.И., Колесова В.В., Кашина В.В., Юдина С.Г. и Смирнова А.В. (ИРЭ РАН, ИК РАН) "Влияние освещенности на акустические волны в структуре "пьезоэлектрическая пластина-пленка фталоцианина алюминия" рассмотрены вопросы создания физических датчиков на основе органических пленок. Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований влияния освещенности на характеристики акустических волн в пластине ниобата лития, покрытой пленкой фатлоцианина алюминия. Показана возможность разработки акустического фотодетектора, селективно чувствительного к различным длинам волн видимого диапазона света и характеризующегося высокой скоростью срабатывания.

В последнее время проводятся активные работы в области создания различных биологических и химических датчиков на основе резонаторов с поперечным возбуждающим полем. На секции было представлено три доклада авторов Зайцева Б.Д., Теплых А.А., Бородиной И.А. и Семенова А.П.

(Саратовский филиал ИРЭ РАН). В одном из докладов описан датчик на основе пьезокерамического резонатора с поперечным электрическим полем, позволяющий определять проводимость жидкости, находящейся в контакте со свободной поверхностью такого резонатора. В соавторстве с Гулий О.И. и Староверовым С.А. (ИБФРМ РАН, Саратов) эти же авторы представили метод экспресс-анализа и оценки жизнеспособности бактериальных клеток непосредственно в жидкой проводящей суспензии при использовании акустического датчика на основе щелевой моды. Время анализа составляло 5-10 минут, предел определения микробных клеток был равен 103 кл/мл. Этот же коллектив совместно с Федровым Ф.С. и Насибулиным А.Г. (Сколковский институт науки и технологии, Москва) представили результаты исследования газочуствительной способности датчика на основе резонатора с поперечным возбуждающим электрическим полем (ПЭП). Обнаружено, что отклик по резонансной частоте ПЭП резонаторов в присутствии газа оказался более значительным по сравнению с дисковыми резонаторами.

Другим направлением исследований в акустоэлектронике является изучение новых типов акустических волн. К ним можно отнести малоизученные нераспространяющиеся акустические волны в пьезоэлектрических пластинах. В работе Смирнова А.В., Кузнецовой И.Е. и Недоспасова И.А. (ИРЭ РАН) предложен новый метод обнаружения нераспространяющихся акустических волн в пьезоэлектрических пластинах. Провелен теоретический анализ дисперсионных кривых волн S1 и SH1 в YX-LiNbO3 и YX-KNbO3 вблизи точки нулевой групповой скорости. Обнаружена ветвь, соответствующая нераспространяющимся акустическим волнам. Найден частотный диапазон, где действительная часть скорости волны больше. чем мнимая. Обнаружены резонансные частоты, соответствующие нераспространяющейся S1 моде. Из-за близости этой волны к точке нулевой групповой скорости ее свойства должны быть чрезвычайно чувствительными к изменению качества волновода и окружающей среды. Это открывает возможность использования этих волн для разработки высокочувствительных датчиков и неразрушающего волноводного анализа.

Для разработки акустоэлектронных устройств большое значение играют пьезоэлектрические материалы. В работе Алексеева С.Г., Лузанова В.А. и Ползиковой Н.И. (ИРЭ РАН, Фрязинский филиал ИРЭ РАН) рассмотрены особенности создания пьезоэлектрических пленок с наклонной ориентацией оси текстуры с помощью метода акустической резонаторной спектроскопии.

В работе Алексеева С.Г., Лузанова В.А., Ползиковой Н.И. и Раевского А.О. (ИРЭ РАН, Фрязинский филиал ИРЭ РАН) исследованы характеристики магнитоупругих волн в композитных мультиферроидных структурах и предложены направления их применения.

## СЕКЦИЯ АСА – АРХИТЕКТУРНАЯ И СТРОИТЕЛЬНАЯ АКУСТИКА

## Руководитель секции к. ф-м. н. Н.Г. Канев (АО "АКИН", ООО "Акустические материалы")

На секции представлены 12 докладов, общее количество соавторов – 19 человек. На пленарном докладе Лившица А.Я., Пономарева А.М. и Канева Н.Г. (ООО "Акустические материалы", ТПО Резерв) "Акустика концертного зала "Зарядье" в Москве" представлены характеристики объемно-планировочного решения и результаты акустического обследования нового филармонического зала на 1600 мест, открытого в 2018 году. Основной акустический параметр зала – время реверберации – имеет значение 2.8 с на частотах 500-1000 Гц в зале без зрителей, прогнозное время реверберации для заполненного зала составляет около 2 с. В докладе приводятся измеренные значения других акустических параметров и производится сопоставление параметров нового зала с лучшими концертными залами мира.

Традиционно значительная часть докладов была посвящена акустике помещений и концертных залов. В докладе Кравчуна П.Н. (МГУ) рассматривается новое акустическое решение Концертного зала Мурманской филармонии, реализованное при его капитальной реконструкции в 2015—2016 гг., а также особенности нового концертного органа, установленного в зале.

Акустике общественных помещений большой вместимости посвящены работы Канева Н.Г. (АКИН) и Перетокина А.В., Лившица А.Я., Орлова А.В., Ширгиной Н.В. (ООО "Акустические материалы", ПИ АРЕНА), в которых приведены результаты исследований общественных зон торговых центров и футбольных стадионов, предложены рекомендации по улучшению акустики этих помещений.

Шевцовым С.Е. и Соменковым Е.А. (ООО "ТАМ", ГИТИС) представлены результаты акустических измерений в старейших католических церквях, а Алешкин В.М., Щиржецкий Х.А., Субботкин А.О. (НИИСФ) предложили использовать низкочастотные резонаторы для коррекции акустики молельных залов мечетей.

Два доклада посвящено акустике малых помещений. Щиржецкий Х.А., Сухов В.Н. (НИИСФ) предложили новый метод акустического проектирования малых музыкальных помещений, сочетающий принципы волновой, статистической и геометрической акустики. В докладе Гнутика А.П., Черезова М.И. (ГК "ТехноСонус") рассмотрена модель влияния формы помещения различного объема на параметры распределения низкочастотных мод.

В работе Сумбатяна М.А., Боева Н.В. (ЮФУ) рассмотрена задача об отражении звука от криволинейных поверхностей: проанализирована возможность замены криволинейных отражателей набором плоских граней. Лаврова М.А., Канев Н.Г. (МГТУ, АКИН) представили результаты экспериментального исследования свойств звукорассеивающих поверхностей новым методом.

Два доклада посвящены вопросам борьбы с шумом: Субботкин А.О., Щиржецкий Х.А., Алешкин В.М. (ИОФ, НИИСФ) развивают метод расчета снижения шума в помещениях за счет внесения дополнительного звукопоглощения; Колмаков А.В. (УрГАХУ) исследует архитектурные концепты шумозащитных мероприятий для городской среды.

#### СЕКЦИЯ АА – АТМОСФЕРНАЯ АКУСТИКА

#### Руководитель секции д. ф-м. н. С.Н. Куличков (ИФА РАН)

На секции представлено 6 докладов. В пленарном докладе Красненко Н.П. (ИМКЭС СО РАН, ТУСУР, Томск) рассматривалось состояние дел в атмосферной акустике. Это касалось создания мощных излучающих систем звукового вещания и акустического воздействия, узконаправленных приемных микрофонов, приземного распространения звука, ультразвуковых метеорологических измерений, акустического зондирования атмосферы. Приведены как отечественные результаты, так и зарубежные. В двух докладах Русакова Ю.С. и соавторов (ФГБУ "НПО "Тайфун", г. Обнинск) рассмотрены комплексы инфразвукового мониторинга атмосферы (КИЗ), автономно работающие на протяжении последних трех лет в 7 пунктах РФ, и новый метод обработки данных, поступающих от разнесенной на местности группы датчиков, для автоматического выделения и оценки параметров акустических, в частности, инфразвуковых волн в пункте наблюдения. В двух докладах Куличкова С.Н., Попова О.Е., Чунчузова И.П. (ИФА РАН, Москва) рассмотрено распространение инфразвукового сигнала, излученного при падении Челябинского метеороида, приведены результаты моделирования распространения инфразвука в приземном звуковом канале Рассмотрены особенности работы станций Международной системы инфразвукового мониторинга. В работе Чунчузова И.П., Перепелкина В.Г., Куличкова С.Н. и соавторов (ИФА РАН, Инновационный технический центр Барва) представлены результаты экспериментальных исследований влияния мелкомасштабной слоистой структуры устойчиво-стратифицированного атмосферного пограничного слоя (УАПС) на флуктуации параметров акустических сигналов, генерируемых с определенным периодом (30 с–1 мин) детонационным генератором, созданным для предотвращения выпадения града.

## СЕКЦИЯ АЭР – АЭРОАКУСТИКА

#### Руководитель секции д. ф-м. н. В.Ф. Копьев (ЦАГИ)

В докладе Бычкова О.П., Копьева В.Ф., Фараносова Г.А. продемонстрировано, что даже в условиях наличия ограниченной информации о ближнем поле струи, а также усложненной геометрии конфигурации, предложенная модель позволяет предсказывать основные характеристики шума взаимодействия струи и крыла самолета. Продемонстрированы результаты валидации модели при наличии спутного потока.

В докладе Крашенинникова С.Ю., Миронова А.К. дан упрощенный подход к анализу шума струи на основе теории Лайтхилла. Проанализирован процесс шумообразования при распространении дозвуковой турбулентной струи в неподвижной среде того же состава, что и вещество струи.

В докладе Зверева А.Я. рассмотрены направления использования стенда АК-11 за 30 лет эксплуатации. Представлен обзор исследований, проводившихся в его звукомерных камерах. Реверберационные и заглушенные камеры являются традиционными установками для проведения акустических испытаний. Все они являются уникальными. Однако даже на фоне зарубежных стендов установка АК-11, представляющая собой связанный комплекс из двух реверберационных и одной заглушенной камер, выделяется своей многофункциональностью.

В докладе Бакланова В.С., Голубева А.Ю., Потокина Г.А. обсуждаются результаты исследований по определению акустических нагрузок в носовой части сверхзвукового самолета на различных режимах их работы. Показано, что суммарный уровень шума в носовой части самолета, включая кабину экипажа, при максимальных режимах работы двигателей существенно ниже требований ГОСТ РВ 20.39.304-98.

В докладе Миронова М.А. рассмотрены теоретические примеры эффективного поглощения спиральных волн при различных значениях импедансов ЗПК. Спиральные волны в круглом волноводе "прижаты" к стенке волновода. Их групповая скорость вдоль оси волновода мала, поэтому при правильном выборе импеданса ЗПК, размещаемой на стенке, имеется возможность эффективного поглощения спиральных волн даже при небольшой длине волновода. Приведены значения импедансов, при которых излучаемая спиральная волна полностью поглощается. В докладе Копьева В.Ф., Острикова Н.Н., Яковца М.А., Пальчиковского В.В., Корина И.А., Берсенева Ю.В. представлены результаты сравнительных испытаний в заглушенной камере ПНИПУ крупномасштабной модели воздухозаборника диаметра 1.783 м в условиях твердых стенок, однородных ЗПК и однородных ЗПК с одной, тремя и пятью накладками, обеспечивающими перекрытие полной длины окружности однородных ЗПК на величину соответственно 6, 18 и 30%, что создает относительную азимутальную неоднородность импеданса ЗПК эквидистантную указанным процентам.

Доклад Острикова Н.Н., Яковца М.А., Ипатова М.С. посвящен исследованию влияния параметров потока в канале установки "Интерферометр с потоком" ЦАГИ на процесс определения импеданса образцов звукопоглощающих конструкций. Проведена серия экспериментов в лабораторных условиях и в условиях заглушенной камеры АК-2, что позволило измерить характеристики ЗПК при различных профилях скорости. Показано существенное влияние профиля скорости на импеданс ЗПК, что требует доработки существующих методов извлечения импеданса на случай неоднородного потока.

В докладе Александрова В.Г., Осипова А.А. представлены результаты математического моделирования аэроакустических явлений, сопряженных с распространением по проточному тракту авиационного двигателя тонального шума, характерного для работы вентилятора и компрессора низкого давления, а также шума внутренних источников (турбины низкого давления) турбореактивного двухконтурного двигателя (ТРДД), и излучением этого шума из воздухозаборника и выхлопного сопла в окружающее пространство в условиях внешнего обтекания мотогондолы.

В докладе Титарева В.А. дано обобщение кода "Гербера" на задачи моделирования аэродинамики и аэроакустики распределенных силовых установок, представляющих собой комбинацию нескольких вращающихся винтов на пилоне. Приведены результаты обтекания тематической геометрии с 3 винтами, полученные на системе РСК-Торнадо, установленной в суперкомпьютерном центре Санкт-Петербургского Политехнического Университета.

В докладе Бычкова О.П., Фараносова Г.А. представлены результаты численного моделирования шума изолированной струи и струи вблизи прямоугольной пластины, имитирующей крыло самолета, для статических условий и условий полета. Моделирование проведено методом LES с помощью решателя на основе схемы КАБАРЕ. Расчеты обеспечивают приемлемую точность моделирования характеристик течения, а также шума взаимодействия струи и крыла в дальнем поле. В докладе Шорстова В.А., Макарова В.Е. на примере задач о развитом турбулентном течении в плоском канале и шуме задней кромки профиля NACA012, обтекаемого при нулевом угле атаки, протестирован неравновесный закон стенки для модели Спаларта—Аллмараса (SA) совместно с IDDES SA, направленный на улучшение результатов в случае равных шагов сетки по тангенциальным направлениям. Показана сходимость как параметров пограничного слоя, так и спектра в дальнем поле, для расчетов на сетках с сильно отличающимся размером пристеночных ячеек.

В докладе Боженко А.Н., Пахова В.В., Зверева А.Я. представлены диаграммы направленности двух однотипных всенаправленных источников акустического излучения, их анализ и сравнение характеристик излучения источников в третьоктавных полосах. Сделан вывод о равномерности диаграммы направленности источника КАИ-А1 и его потенциальной пригодности к различным видам акустических исследований.

#### СЕКЦИЯ БИО – БИОАКУСТИКА И МЕДИЦИНСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ

#### Руководитель секции д. биол. н. Н.Г. Бибиков

В пленарном докладе Хохловой В.А. речь идет о хирургическом методе, основанном на использовании пучка высокоинтенсивного ультразвука (УЗ) (МГУ, Москва). Сотрудниками МГУ представлены еще 4 доклада (Росницкий П.Б., Сапожников О.А., Юлдашев П.В. и др.; Юлдашев П.В., Карзова М.М., Мездрохин И.С. и др.; Цысарь С.А., Николаев Д.А., Сапожников О.А.; Крохмаль А.А., Сапожников О.А. и др.). В одной из работ рассматривается сочетание двух методов воздействия на организм – УЗ с ионизирующим излучением.

Исследованию УЗ методик анализа мягких сред были посвящены доклады: Демин И.Ю., Лисин А.А., Спивак А.Е. и др. (Нижегородский университет); Клочков Б.Н. (ИПФ РАН) и Богдан О.П., Муравьева О.В., Волков В.В., Подсизерцева М.А. (ИжГТУ имени М.Т.Калашникова, Ижевск).

Направление исследований, связанное с именем В. Пасечника, продолжено в работе Ерофеева А.В., Аносова А.А., Мансфельда А.Д. и др. (Первый МГМУ им. И.М. Сеченова Минздрава России, Москва, ИПФ РАН, ИРЭ РАН).

Медицинское применение методов звукового анализа описано в докладе: Лесик М.В., Королькова Е.В., Грамович В.В. и др. (МГУ, ФГБУ "НМИЦ кардиологии" Минздрава России, Москва).

Вторая часть секции посвящена работам, относящимся к анализу звуковых сигналов человеком и животными. В работе принимали участие сотрудники центра аудиологии, которые, наряду с внедрением в практику системы кохлеарной имплантации, занимаются также реабилитацией больных после операции. Эти работы способствуют пониманию проблем, связанных с функционированием слухового анализатора (Гойхбург М.В., Бахшинян В.В., Нечаев Д.И., Супин А.Я., Таварткиладзе Г.А. из ФГБУ "РНКЦ АиС" ФМБА России, Москва, ФГБОУ ДПО "РМАНПО" МЗ России, Москва, ФГБУН ИПЭЭ РАН, Москва).

Работы в области психоакустики здоровых лиц и лиц с сенсоневральной тугоухостью представлены двумя докладами (Римская-Корсакова Л.К., АО "АКИН" и Андреева И.Г., Клишова Е.А., и др., ФГБУН ИЭФБ РАН, Санкт-Петербург, ФГБУЗ "Городской гериатрический медико-социальный центр", Санкт-Петербург).

Представительной оказалась часть секции, связанная с электрофизиологическим изучением работы слухового анализатора. Это контрастирует с реальным положением дел в этой области науки, в которой ранее отечественная школа электрофизиологии слуха была представлена весьма широко, но в настоящее время переживает кризис. К этой части относятся доклады из Петербургского института им. Сеченова (Егорова М.А. и соавторы, ФГБУН ИЭФБ РАН, Санкт-Петербург) и один доклад из Акустического института им. академика Н.Н. Андреева (Бибиков Н.Г., АО "АКИН").

Специалисты из Дальневосточного отделения РАН представили два доклада, касающиеся акустических характеристик форсированного выдоха. Эти работы можно отнести и к тематике первой подсекции, хотя здесь акцентируются именно фундаментальные аспекты проблемы, связанные с характеристиками вокального тракта (Сафронова М.А., Ширяев А.Д., Коренбаум В.И., ТОИ ДВО РАН, Владивосток; Кабанцова О.И., Почекутова И.А., Малаева В.В. и др. ТОИ ДВО РАН).

К разделу биоакустики, которая интересуется звуками животных, следует отнести сообщение Лупановой А.С., Егоровой М.А., ФГБУН ИЭФБ РАН, Санкт-Петербург.

И, наконец, можно пожалеть, что направление работ по сигналам дельфинов, ранее широко разрабатываемое отечественными учеными, представлено только одним докладом Иванова М.П., Бибикова Н.Г., Данилова Н.А. и др. (СПбГУ, Санкт-Петербург, АО "АКИН", ЗФГУП "Гос-НИИПП", Санкт-Петербург, ФГБУН "Карадагская научная станция им. Т.И. Вяземского РАН", Крым).

#### СЕКЦИЯ ГЕО – ГЕОАКУСТИКА

#### Руководитель секции проф., д. т. н. А.С. Вознесенский (НИТУ МИСиС)

По секции "Геоакустика" представлены 14 докладов из 9 организаций: Институт Космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН (ИКИР ДВО РАН), с. Паратунка, Камчатский край; Институт прикладной физики РАН; Институт физики Земли РАН; МГУ; Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС"; ООО "ГЕОДЕВАЙС", г. Санкт-Петербург; ООО "Морские Инновации", г. Москва; ООО "Сплит", г. Москва; Центральный аэрогидродинамический институт (ЦАГИ), г. Жуковский МО.

По тематике выделяются 4 направления: акустические свойства и строение геосред на образцах и в массивах (4 доклада), волновые процессы в геосредах различных конфигураций, свойств и сочетаний (7 докладов), анализ акустических сигналов и волн различных источников (1 доклад), акустическая эмиссия геосред при различных воздействиях (2 доклада).

Теоретические исследования. В докладе Смирнова И.П., Калининой В.И., Хилько А.И. (ИПФ РАН) исследован метод повышения точности и устойчивости определения геоакустических параметров морского дна, основанный на их послойной реконструкции с использованием параметрических моделей формирования сейсмоакустических (СА) импульсов, отраженных от слоистого полупространства, при зондировании дна когерентными сигналами. В докладе Жарникова Т.В., Никитина А.А. (ЦАГИ, МГУ) описан подход к классификации собственных функций волновода в наклонной трансверсально анизотропной среде, полученных в рамках полуаналитического метода конечных элементов (SAFE). Приводятся результаты сравнительного анализа различных критериев классификации. В докладе Манакова С.А., Конькова А.И. (ИПФ РАН, ООО "ГЕОДЕВАЙС") представлены результаты развития метода пассивной томографии на поверхностной волне Рэлея. Предлагается проводить совместный анализ частотных зависимостей фазовой скорости и отношения проекций смещения для реконструкции профилей скоростей обеих упругих волн. Представлены результаты применения метода к реальным и синтетическим ланным.

Доклад Экспериментальные исследования. Хилько А.И., Мерклина Л.Р., Плешкова А.Ю., Бирюкова Е.А., Долгачева А.И., Маева П.А., Смирнова И.П., Калининой В.И., Малеханова А.И. (ИПФ РАН, ООО "Морские Инновации", ООО "Сплит") посвящен анализу результатов сейсмоакустического импульсного зондирования морского дна в мелководном районе Черного моря в присутствии реверберационных помех и шумов судоходства при буксировке в подводном положении когерентного излучателя, работающего в режиме излучения ЛЧМ импульсов, и горизонтальной приемной решетки. Обсуждаются возможности подавления реверберационных помех путем использования излучающих решеток. В докладе Красилова М.Н., Куткина Я.О., Тютчевой А.О., Насибуллина Р.Р., Лучниковой А.О. (НИТУ "МИСиС") приведены результаты использования акустической эмиссии при испытаниях образцов-балок гипсосодержащих пород при циклическом изгибе по трехточечной схеме. Регистрация числа импульсов эмиссии позволила прогнозировать время жизни образца до разрушения.

Фундаментальные исследования. В докладе Зайцева В.Ю., Радостина А.В., Матвеева Л.А. (ИПФ РАН) анализируются модели, описывающие влияние дефектов на упругие модули твердых тел, определяемые по изменению скоростей продольных и поперечных волн в зависимости от давления, оказываемого на среду. Рассматриваются связи давления и концентрации трещин со свободными параметрами, подбирая значение которых можно добиться согласования модельных и экспериментальных зависимостей от давления. В докладе Лебедева А.В. (ИПФ РАН) предложена модель, объясняющая возникновение нестационарности на микроскопическом уровне и связанной с ней генерации шума фильтрации в пористых средах. Модель находится в согласии с экспериментальными данными. Во втором докладе автора исследовано распространение сейсмоакустических волн в трехслойной среде, состоящей из однородного твердого слоя, нагруженного на пористый слой, насыщенный жидкостью. Выявлены особенности дисперсионных кривых и пространственного распределения полей мод, позволяющие устанавливать наличие под верхним слоем грунта насыщенного жидкостью пористого слоя и определять его параметры.

Прикладные исследования. В докладе Лебедева А.В., Манакова С.А. рассмотрены методические аспекты дистанционного исследования слоистых сред с использованием поверхностных волн рэлеевского типа. Определены особенности использования вибрационных источников и даны рекомендации по организации полевых работ.

Арктика и Север России. В докладе Новикова Е.А., Зайцева М.Г., Назмиевой А.Х. (НИТУ "МИСиС") рассмотрены закономерности акустической эмиссии в мерзлых грунтах различного состава, подверженных многократным циклам растепления-заморозки и находящихся под действием квазистатической механической нагрузки. Сформулированы подходы, позволяющие оценить опасность деструктивных процессов в грунтовых основаниях сооружений, расположенных в северных регионах России. В докладе Преснова Д.А., Собисевича А.Л., Шурупа А.С. (ИФЗ РАН, МГУ) представлены результаты натурных испытаний в ледовых условиях Ладожского озера морских сейсморазведочных излучателей (ООО ГЕОДЕВАИС) и площадной измерительной сейсмоакустической
системы на основе автономных буев вмораживаемого типа (ИФЗ РАН совместно с МФТИ). Результаты используются для развития методов обработки шумовых сигналов и разработки пассивных технологий мониторинга среды.

Прогноз землетрясений. В докладе Луковенковой О.О., Солодчука А.А. (ИКИР ДВО РАН) описан аппаратно-программный комплекс для регистрации импульсных сигналов высокочастотной геоакустической эмиссии, возникающих в результате динамической перестройки структуры пород, развернутый в сейсмоактивном регионе на полуострове Камчатка в пункте наблюдения "Микижа". Анализируются особенности пред- и постсейсмических сигналов, которые можно использовать в качестве индикаторов изменения напряженно-деформируемого состояния пород. Авторы Марапулец Ю.В., Щербина А.О. (ИКИР ДВО РАН) представили результаты исследования направленности геоакустического излучения в сейсмоактивном регионе Камчатка. Для локации источников эмиссии использована точечная приемная система на основе комбинированного приемника, которая была установлена у дна природного водоема озеро Микижа.

Безопасность. Вопросам безопасности подземных горных работ посвящен доклад Вознесенского А.С., Красилова М.Н., Куткина Я.О., Корякина В.В. (НИТУ "МИСиС"). Обсуждаются результаты оценки прочности пород в кровле подземных горных выработок в массиве гипсоносных пород методом неразрушающего контроля анкерного крепления с помощью прибора ударно-спектрального действия "Анкер-Тест". Метод может быть использован для неразрушающего контроля прочности, усталости и ресурса пород вокруг горных выработок.

# СЕКЦИЯ НА – НЕЛИНЕЙНАЯ АКУСТИКА

# Руководитель секции д. ф-м. н. И.Б. Есипов (РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина)

На секции "Нелинейная акустика" заслушано 18 докладов. Представлены доклады из 15 лабораторий Москвы, С.-Петербурга, Таганрога, а также Сибири, Дальнего Востока и Абхазии. Обсуждались как взаимодействия волн, так и возможности практического применения методов нелинейной акустики для решения прикладных задач.

В докладе Савицкого О.А. (АО "АКИН") "Отражение акустической волны от поверхности, движущейся по заданному закону. Приложения к задаче активного звукогашения" обсуждается идея использования эффекта Доплера, возникающего при отражении волны от движущейся поверхности, для активного гашения звука. В работе Буланова В.А., Корскова И.В. (ТОИ ДВО РАН) "О рассеянии звука и акустической нелинейности воды с

пузырьками при различной температуре" приводятся результаты по температурной зависимости нелинейности морской воды с пузырьками воздуха. Анализ нелинейных акустических свойств структуры метаматериала приведен в докладе Хватова А.А. (СПбГМТУ, Университет ИТМО) "Анализ бесконечной периодической структуры и ее конечной части с учетом слабой нелинейности". Большое внимание уделяется экспериментальным исследованиям излучения, распространения и дифракции нелинейных акустических волн, в том числе ударных волн. Результаты представлены в докладах Гурбатова С.Н., Дерябина М.С., Касьянова Д.А., Курина В.В., Тюриной А.В. (ННГУ, ИПФ РАН) "Экспериментальное исследование дифракции ударных акустических волн на краю экрана", Красненко Н.П., Ракова Д.С., Ракова А.С. (ИМКЭС СО РАН, ТУСУР, ТПУ, Томск) "Характеристики звуковых волн, генерируемых ультразвуковым параметрическим излучателем". В докладах Коробова А.И., Одиной Н.И. (МГУ) "Нелинейное взаимодействие амплитудно-модулированных волн в металлических резонаторах" а также Гусева В.А. (МГУ) "Радиационные силы и акустические течения в жидком слое на упругой подложке" приводятся результаты по взаимодействиям акустических волн в резонаторах и упругих подложках. К этой группе работ можно отнести и доклад Ерофеева В.И., Леонтьевой А.В. (ИПМ РАН, Нижний Новгород) "Несинусоидальные продольные волны в стержне, погруженном в нелинейно-упругую среду". В докладе Быкова А.И., Комкина А.И., Миронова М.А. (МГТУ, АО "АКИН") "Акустическая нелинейность отверстия в широком диапазоне амплитуд" обсуждается частотная зависимость акустической нелинейности импеданса отверстия. Эта задача имеет прикладное значение для расчета характеристик интенсивного звука в конструкциях.

# СЕКЦИЯ ОА – ОПТОАКУСТИКА И АКУСТООПТИКА

### Руководитель секции к. ф-м. н. В.Б. Волошинов (МГУ им. М.В. Ломоносова)

На секции "Оптоакустика и акустооптика" XXXII-й сессии Российского Акустического общества выступили специалисты с 6-ю докладами. Авторы представляли МГУ, МИСИС, СПбГУ, а также компанию "Green Optics" из Южной Кореи. Тематика докладов относилась к акустооптике (4 доклада) и оптоакустике (2 доклада). Один из докладов представил данные теоретических исследований в области акустооптики и один доклад содержал результаты экспериментов в области оптоакустики. В остальных 4-х докладах содержались как теоретические, так и экспериментальные данные.

В докладе Поликарповой Н.В. и Волошинова В.Б. приводятся результаты исследования закономерностей распространения и многократного отражения объемных акустических волн в кристалле двуокиси теллура. Кристалл был выбран из-за чрезвычайно большой упругой анизотропии и исключительно высокого коэффициента акустооптического качества материала. Исследовано явление многократного отражения волн от двух свободных граней кристалла, в эксперименте наблюдалось не менее пяти отраженных волн. Оценены величины фазовых скоростей, углов акустического сноса, коэффициентов отражения и затухания ультразвука. Предложена новая модификация многоканального квазиколлинеарного перестраиваемого акустооптического фильтра на кристалле парателлурита.

В докладе Хоркина В.С. и Волошинова В.Б. представлены результаты исследования анизотропных вариантов акустооптического взаимодействия, успешно применяемых для управления световыми потоками в современных дефлекторах и перестраиваемых акустооптических фильтрах. Для создания искусственной оптической анизотропии приложено регулируемое внешнее статическое давление. В эксперименте наблюдались картины Шефера–Бергмана, позволившие определить значения фазовых скоростей акустических волн. Предложена конфигурация акустооптического дефлектора на основе кристалла KRS-5 с приложенным внешним статическим давлением.

Доклад Балакшия В.И., Купрейчика М.И., Манцевича С.Н. посвящен исследованию волновых явлений в акустооптических устройствах с секционированными пьезопреобразователями. Установленные в работе особенности анизотропного АО взаимодействия в пространственно периодическом акустическом поле, создаваемом фазированной решеткой пьезопреобразователей с антифазным возбуждением соседних секций, открывают перспективы для разработки АО приборов нового типа для управления неполяризованным оптическим излучением, в частности, модуляторов и дефлекторов световых пучков.

В докладе Пороховниченко Д.Л., Рю Чж., Зинкина Д.Г., Волошинова В.Б. представлен анализ акустооптических характеристик кристалла бромида ртути в режиме широкоапертурной дифракции света на ультразвуке. Определены оптимальные углы падения света, а также значения акустических частот, соответствующих режимам широкоапертурной дифракции света в бромиде ртути. Экспериментальное исследование планируется проводить на кристалле бромида ртути, выращенного в компании "Green Optics".

В докладе Соколовской Ю.Г., Подымовой Н.Б., А.А. Карабутова представлены результаты экспериментальной проверки выполнения соотношений Крамерса-Кронига в углепластике, в котором реализуется сразу два механизма потерь энергии акустической волны – рассеяние и поглощение. Углепластики – композиты на основе полимерной матрицы и углеродных волокон. Получены зависимости коэффициента затухания и фазовой скорости от частоты в спектральном диапазоне 1–10 МГц для образцов полимерной матрицы и углепластиков с различным значением пористости. Показано, что соотношения Крамерса-Кронига между затуханием и фазовой скоростью продольных ультразвуковых волн выполняются для всех образцов независимо от конкретного механизма уменьшения энергии волны.

В докладе Сарнацкого В.М., Судьенкова Ю.В., Шилина В.Д. обнаружены особенности акустического отклика (амплитуды ультразвуковых колебаний и спектра) при лазерном возбуждении магнитострикционных образцов поликристаллического никеля, монокристаллических пленок железоиттриевого граната и пластин монокристаллов марганец-цинковой шпинели.

#### СЕКЦИЯ РДВ – РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ДИФРАКЦИЯ ВОЛН

#### Руководитель секции к. ф-м. н. М.А. Миронов (АО "АКИН")

В секции представлено 6 докладов из 5 лабораторий Москвы, Екатеринбурга, Нижнего Новгорода.

Доклад Косарева О.И., Остапишина Н.М., Пузакиной А.К. из Института машиноведения РАН посвящен расчету вторичного дальнего гидроакустического поля, переизлученного конечной упругой цилиндрической оболочкой в жидкости. Виброперемещение оболочки определяется из решения задачи о ее вынужденных колебаниях под действием суммы падающего и рассеянного полей давления. Получено аналитическое выражение для дальнего рассеянного поля.

В докладе Бырдина В.М., Косарева О.И., Мамоновой М.Г., Пузакиной А.К. (Институт машиноведения РАН) рассмотрены особенности дифракционных задач на плоской границе раздела для сред, обладающих "отрицательными" свойствами.

Расчет поля монополя в твердом волноводе проведен в докладе Лапина А.Д. (АО "АКИН"). Методом Фурье—Бесселя получены интегральные представления для скалярного и векторного потенциалов и вычислены амплитуды волн Лэмба.

В докладе Хачай О.А., Хачай А.Ю., Хачай О.Ю. (Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург) развит метод моделирования активного акустического мониторинга с использованием источника продольных и поперечных волн слоисто-блоковой упругой среды с несколькими включениями различного физико-механического и фазового иерархического строения. Разработан итерационный процесс решения прямой задачи для иерархических включений на основе использования 2D интегро-дифференциальных уравнений. Результаты моделирования могут быть использованы при проведении мониторинга флюидоотдачи нефтяных месторождений и для анализа динамического состояния горного массива глубокозалегающих месторождений.

Грязнова И.Ю., Иващенко Е.Н., Лабутина М.С. (ННГУ) получили выражение для средней интенсивности обратного рассеяния при учете статистической зависимости взаимного расположения рассеивателей. Сравнение с результатами модельного эксперимента показало точность теоретической модели.

В докладе Бычкова А.Е, Грязновой И.Ю., Дерябина М.С., Курина В.В., Хилько А.И. (ННГУ, ИПФ РАН) исследована вертикальная структура коротких модовых импульсов вблизи критических толщин волноводов постоянной и переменной глубины с различными моделями дна. Разработана математическая модель распространения в волноводах постоянной и переменной глубины. Изложены результаты экспериментальной проверки закономерностей распространения модовых импульсов.

# СЕКЦИЯ УТ – УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

# Руководитель секции д. ф-м. н. О.А. Сапожников (МГУ им. М.В. Ломоносова)

Секция посвящена применениям ультразвука (УЗ) для создания технологий и устройств, которые могут найти применение в промышленности, медицине и строительстве. В докладе Петросяна С.А. и соавторов (МГУ, АКИН) предлагается метод обнаружения и визуализации объектов в агрессивных жидкостях с использованием сканирующей эхо-импульсной системы, акустические сигналы в которой подаются и принимаются через волноводы в виде стальных стержней. Изображения объектов миллиметровых размеров в воде продемонстрировали работоспособность системы. В работе Высотина Н.Г. и Винникова В.А. (НИТУ "МИСиС") приведены результаты лазерно-ультразвуковой структуроскопии образцов горных пород. Таким способом удается оценить степень неоднородности исходных образцов и образцов. подвергшихся предварительной нагрузке. Доклад Брысева А.П.и соавторов (ИОФ РАН) представляет результаты наблюдений деструктивного воздействия мощных сфокусированных УЗ импульсов на гипсовые фантомы почечных камней. Обращается внимание на отличие характера деструкции гипсовых фантомов импульсами сфокусированных УЗ пучков с несущей частотой до 1 МГц и более 1 МГц. Во втором случае разрушения образца, как целого, не происходит, а имеет место локализованная деструкция его поверхности. Новик А.А. и Вьюгинова А.А. (ЛЭТИ, Санкт-Петербург) рассматривают волноводы-излучатели в виде дисков переменной толщины, колеблющиеся в изгибной моде, с рабочими частотами 22 и 44 кГц, для решения задачи излучения мощных УЗ колебаний в газовую среду. Анализируются частотные свойства и параметры таких колебательных систем, исследуются и оптимизируются моды колебаний. В докладе Неверова А.Н. (МАДИ, Москва) проведено экспериментальное исследование нелинейных свойств составных стержневых колебательных систем с резьбовым соединением элементов на низких УЗ частотах в режиме стоячей волны. Иляхинский А.В. и Родюшкин В.М. (ИПМ РАН) описывают нестандартную схему измерительного тракта для УЗ дефектоскопии материалов. Возбуждение зондирующей волны проводилось излучателем с резонансной частотой 2 МГц, а регистрация – приемником с резонансной частотой 5 МГц. Изучение формы зондирующей волны в образцах осуществлялось методом спектрального анализа, при этом в качестве диагностирующего параметра использовалось отношение амплитуд первой и второй гармоник. В докладе Конопацкой И.И. и соавторов (АКИН) представлено исследование акустического фонтана, индуцированного с помощью сферического фокусирующего излучателя, в жидкой слоистой среде, представляющей собой слой нефти на поверхности воды. Установлено наличие пороговой толщины приповерхностного слоя, при которой струя становится однородной по составу со 100% содержанием нефти. Те же авторы в другом докладе рассматривают эффект горения полимера "Юнисил" в поле интенсивного УЗ. При воздействии фокусированного УЗ на полимерные компаунды наблюдалось изменение внутренней структуры полимера, сопровождавшееся свечением, постепенно переходящим во внутреннее горение.

# СЕКЦИЯ ФА – ФИЗИЧЕСКАЯ АКУСТИКА

# Руководитель секции д. ф-м. н. О.А. Сапожников (МГУ им. М.В. Ломоносова)

В докладе Жвании И.А. и соавторов (АКИН) представлены результаты исследования акустического течения, возбуждаемого в воде УЗ фокусированным пучком. Измерение скорости течения производилось методом лазерной доплеровской анемометрии с одновременным измерением гидрофоном акустического давления в пучке. Получена линейная зависимость скорости течения от электрического напряжения, подаваемого на излучатель. Николаева А.В. и соавторы (МГУ)

представили результаты изучения радиационной силы фокусированного пучка. действующей на упругую сферу в жидкости. Если ширина пучка в фокусе намного меньше диаметра рассеивателя, то наиболее эффективное воздействие происходит в области до и после точки фокуса, где ширина пучка превышает размеры рассеивателя. Николаев Д.А. и соавторы (МГУ) предложили метод измерения коэффициента поглощения и скорости звука в плоскопаралельном слое с использованием голографического метода. В докладе Сапожникова О.А. (МГУ) предложено использование одномерной линейной решетки приемников для измерения поперечной структуры УЗ пучков. Алгоритм записи полного поля заключается в измерении сигналов на элементах при различных углах поворота решетки, устанавливаемых путем вращения решетки вокруг оси, перпендикулярной ее поверхности. Крутянский Л.М. и соавторы (ИОФ РАН) представили результаты реализации нелинейного параметрического взаимодействия УЗ и гравитационно-капиллярных волн на свободной поверхности жидкости. Особенностью механизма связи волн является зависимость радиационного давления плоской УЗ волны от формы поверхности, на которую они действуют. В работе Буланова В.А. (ТОИ ДВО РАН) представлены результаты теоретических исследований распространения акустических импульсов в кристаллизующейся жидкости, содержащей центры кристаллизации. Показано существенное влияние фазовых превращений на рассеяние, поглощение и нелинейную трансформацию акустических сигналов в кристаллизующейся жидкости. Обсуждается возможность дистанционной диагностики состояния приповерхностного слоя морской воды по результатам регистрации отраженных и рассеянных акустических импульсов. В докладе Мелентьева В.В. и Постникова Е.Б. (Курский ГУ) представлены результаты изучения влияния изомеризации на акустические и флуктуационные свойства хлорпропана по данным экспериментальных исследований. Миронов М.А. и соавторы (АКИН) сообщают о результатах исследования влияния реверберации на разрешающую способность корреляционного метода определения местоположения источника акустической эмиссии. В работе Журавлевой Е.С. и Кедринского В.К. (ИГ СО РАН) рассматривается формирование ударной волны и волны разрежения при импульсном нагружении слоя жидкости со свободной поверхностью. Приводятся результаты численного анализа формирования ударной волны для двух состояний жидкости – однофазной чистой воды и воды с микропузырьками свободного газа. Полунин В.М. и соавторы (ЮЗ ГУ) изучили динамику захвата пузырьков магнитной жидкостью в области "магнитного вакуума" кольцевого магнита. Получены данные о влиянии концентрации маг-

нитной жидкости на прочность магнитожидкостных перемычек при воздействии внешнего давления. Эти сведения полезны для разработки стенда для испытания магнитной жидкости, применяемой в герметизаторах, где жидкости испытывают подобные воздействия. В докладе Субботкина А.О. (ИОФ РАН) представлено уравнение колебательного процесса на поршневой моде в цилиндрической трубе с импедансными включениями и в акустической интерференционной антенне (трубы с боковыми отверстиями). Определен импеданс торцевого входа трубы с импедансными включениями, а также входной и выходной импедансы боковых отверстий антенны. Автор с коллегами в другом докладе представил результаты исследования микрофонных систем типа "диполь" и "триполь" с неидентичными приемниками. Коробов А.И. и соавторы (МГУ) сообщают о результатах экспериментального исследования упругих свойств сверхпроводящей керамики YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7-х</sub> методами акустической диагностики. Измерены температурные зависимости амплитуд первой и второй гармоник продольной и сдвиговых волн, а также температурные зависимости скоростей этих волн. При температуре порядка 91 К в образце ВТСП-керамики обнаружено аномальное поведение линейных и нелинейных упругих характеристик, которое связывается с переходом в сверхпроводящее состояние. В другом докладе представлены результаты аналогичного измерения упругих свойств поликристаллического титана. Теплых А.А. и соавторы (ИРЭ РАН) исследовали щелевую моду акустической волны, которая распространяется в структуре из двух пьезопластин, разделенных узким вакуумным зазором. Рассчитаны зависимости вносимых потерь и фазы сигнала, которые количественно соответствуют результатам эксперимента. Пирозерский А.Л. и соавторы (СПбГУ, ФТИ) исследовали особенности плавления и кристаллизации галий-индиевых сплавов в нанокомпозитах на основе пористых стекол. В работе Симакова И.Г. и соавторов (Ин-т физического материаловедения СО РАН) изучено влияние температуры адсорбента на динамику адсорбции паров воды на поверхности звукопровода из ниобата лития. Показано, что параметры поверхностных акустических волн (ПАВ) зависят от температуры и динамики адсорбционного процесса. В докладе Турчина П.П. и соавторов (Сибирский федеральный университет) приведены результаты исследования акустических волн в монокристаллах YAL<sub>3</sub>(BO<sub>3</sub>)<sub>4</sub>. Получены экспериментальные значения электромеханических постоянных этих монокристаллов и на их основе исследована анизотропия параметров волн различного типа: объемных, поверхностных, Лява и Лэмба. Плетнев О.Н. и соавторы (Сибирский федеральный университет) провели исследование дисперсионных зависимостей характеристик волн Лэмба в пластинах кристалла LiNbO<sub>3</sub> при воздействии механического давления. В работе Николаевцева В.А. с соавторами (Саратовский ГУ) исследованы эффективность и селективность возбуждения волн Лэмба в пластинах различных сортов стекла (закаленное листовое стекло. флинтглас и боратное стекло) клиновидным УЗ преобразователем из оргстекла с фазированной решеткой пьезопреобразователей из пьезокерамики PZT-4. Показано, что эффективное селективное возбуждение основных мод Лэмба в длинноволновой области в исследованных пластинах невозможно обычным клиновидным УЗ преобразователем. В двух докладах Кузнецова Г.Н. и Степанова А.Н. (ИОФ РАН) исследованы особенности распространения акустических волн в мелком море. Выполнено численное и аналитическое исследование закономерностей ослабления регулярных составляющих звукового давления и ортогональных — горизонтальной и вертикальной проекций вектора колебательной скорости. Расчеты выполнены для низкочастотных полей, образованных этими источниками в волноводе Пекериса. Выполнено численное и аналитическое исследование пространственной структуры и закономерностей ослабления звукового давления и проекций вектора колебательной скорости в ситуации, когда в качестве источников выступают инфразвуковые мультиполи различного типа, размещенные в волноводе Пекериса. В двух докладах Ахмеджанова Ф.Р. и соавторов (Узбекистан) рассматривается распространение УЗ в металлах и пьезокристаллах. Получены данные по упругим свойствам и коэффициенту Грюнайзена поликристаллических сплавов алюминия АМГ-2 и CaB-1, широко применяемых в машиностроении и реакторостроении. Исследованы упругие свойства и определены параметры анизотропии пьезоэлектрических кристаллов силиката висмута, германата висмута и сульфида диспрозия.

# СЕКЦИЯ ШВ – ШУМЫ И ВИБРАЦИИ

# Руководитель секции д. ф-м. н. Ю.И. Бобровницкий (ИМАШ РАН)

Представлено 18 докладов — 15 устных и 3 стендовых. В работе секции приняли участие ведущие предприятия, решающие виброакустические проблемы на транспорте (АКИН, ИПФ РАН, ЦКБ МТ Рубин, ЦАГИ, ПАО Туполев), в строительстве и архитектуре (НИИ СФ, МВТУ). Особенностью секции является разнообразие — от активных методов подавления шума в элементах конструкций до виброакустического проектирования авиационных двигателей нового поколения.

В работе Суворова А.С., Кутузова Н.А., Стуленкова А.В., Родионова А.А. (ИПФ РАН) рассмотрена задача локализации источника вибрационной активности в сложной механоакустической системе. Сравнивается эффективность методов для тонального и широкополосного сигнала, а также для одного или нескольких источников. Численное моделирование и эксперимент показали, что методы позволяют с высокой достоверностью проводить локализацию виброисточника при использовании усреднения по частотам.

В докладе Иваненкова А.С., Родионова А.А., Савельева Н.В. (ИПФ РАН) рассмотрена задача построения акустических изображений двух близких источников звука с использованием гибких микрофонных решеток. Получены результаты локализации акустических источников при численном моделировании, а также в экспериментах в безэховой камере.

В докладе Белоусова Ю.И., Гладилина А.В., Савицкого О.А., Степанова В.Б. (АКИН) приводятся варианты применения принципа взаимности для определения зависимостей звукового поля как от угла, так и от расстояния. Конструкции могут быть возбуждены сосредоточенной динамической силой, воздушным шумом внутри, вибрациями корпуса. Поле может быть определено как при наличии границ, так и в безграничном пространстве.

В работе Белоусова Ю.И., Степанова В.Б. (АКИН) с использованием концепций статистической энергетической модели колебания механической структуры получено выражение для определения величины эквивалентной среднеквадратичной силы, вызывающей колебания структуры с заданной вибрационной скоростью. Базовое соотношение модифицировано для инженерного расчета эквивалентной силы по измеряемой величине уровней виброускорения. Приведен пример расчета для отрезка стальной трубы, подкрепленной системой кольцевых ребер жесткости.

Авиационные двигатели нового поколения и их акустические особенности рассмотрены в докладе Бакланова В.С. (ПАО "Туполев"). Для них характерны повышенная степень двухконтурности и, как следствие, расширение спектра шума в низкочастотный диапазон.

В работе Жарникова Т.В. (ЦАГИ) задача о колебаниях струны рассматривается в связи с проблемой звукоизоляции. Анализируется влияние переменного распределения физических параметров на звукоизолирующую способность конструкции.

В докладе группы авторов из ЦКБ "Рубин", ИОФ и АКИН – Пудовкина А.А., Кешкова Д.И., Китанова М.Ю., Кузнецова Г.Н., Кутакова С.И., Майзеля А.Б., Смагина Д.А., Сухарцова А.А. – решается задача активного подавления широкополосного шума в воздуховоде. Показано, что применение активных методов обеспечивает ослабление широкополосных сигналов во всей рабочей полосе частот на 10-12 дБ, максимальные спектральные плотности на частотах 100-150 Гц подавляются на 16-18 дБ.

В работе Сутырина В.И. (Балтийский Федеральный Университет, Калининград), Шинкаренко И.А. (АО "Прибалтийский судостроительный завод "Янтарь", Калининград) предложена новая конструкция подвески судового трубопровода. Приведены сравнительные результаты натурных исследований подвески предлагаемой конструкции и стандартных судовых виброизолирующих подвесок.

Доклад Цукерникова И.Е., Шубина И.Л., Невенчанной Т.О., Смирнова В.А. (НИИСФ, Московский политехнический университет) посвящен проблеме оценки непостоянной вибрации, создаваемой рельсовым транспортом в помещениях зданий. Показано, что в соответствии с СН 2.2.4/2.1.8.562-96 в качестве нормируемого параметра вибрации следует принимать эквивалентное значение частотно-корректированной виброскорости или виброускорения или их уровней, и именно для этих величин установлены ужесточенные в 0.32 раза (на −10 дБ) допустимые значения. Приведены доводы в пользу принятия в качестве нормируемого параметра в помещениях соответствующих значений виброскорости. Отмечена целесообразность включения в состав нормируемых параметров максимального значения указанных величин и одновременной оценки обоих значений параметров. Даны нормативные и предельные значения нормируемых параметров в октавных полосах типичного для рельсового транспорта диапазона частот, которыми можно руководствоваться при подборе средств виброзащиты.

В докладе Геча В.Я., Либермана М.Ю, Шматкова А.В. (ВНИИЭМ) изучены метрологические возможности метода акустической интенсиметрии при проведении аттестации заглушенной камеры в низкочастотном диапазоне. При аттестации камеры с использованием стандартной методики (ГОСТ ISO 3745-2014, Приложение А) в низкочастотном диапазоне метрологические проблемы обусловлены влиянием систематических погрешностей на результаты измерений. Эти проблемы связаны, в частности, с проведением акустических измерений в ближней зоне комплексного акустического поля. Показано, что метод интенсиметрии позволяет устранить влияние погрешности (обусловленной формированием реактивной компоненты комплексного акустического поля в объеме камеры) на результаты измерений.

Доклад Карпова И.А. (ИМАШ РАН, МГУ) посвящен параметрическим методам анализа виброакустических случайных процессов, основанным на построении моделей – авторегрессионной (АР), скользящего среднего (СС) и АРСС-моделей. Они обладают рядом преимуществ по сравнению с классическими (минимальное число модельных параметров, высокое спектральное разрешение, экономия вычислений), однако в акустике они почти не применяются. Описан алгоритм построения параметрических моделей, созданы компьютерные программы, которые применены к реальным акустическим и вибрационным сигналам при спектральном оценивании и нахождении передаточной функции динамических систем.

Защите зданий от воздействия наземных видов транспорта и метрополитена посвящены два доклада. Канев Н.Г., Московей М.Е. (МГТУ) изучили метод защиты с помощью плавающих полов. Роденков В.Н., Жадов Я.С., Канев Н.Г. (ООО "Акустические материалы", ГК STONE HEDGE, Москва) предложили "отсечение" фундамента от грунта по его периметру упругим слоем. Приведены результаты измерений уровней вибраций на конструкциях здания: проведена оценка выполнения санитарно-гигиенических требований и проанализированы особенности передачи вибрации по конструкции.

Шум систем охлаждения (чиллеров, драйкулеров) изучен в докладе Антипушина Ю.М., Клименковой О.И. (ООО "ЭкоКонцепт", г. Москва).

В работе Шлычкова С.В. (Поволжский государственный технологический университет, г. Йошкар-Ола) исследованы виброакустические характеристики конструкций из древесины.

В работе Гордеева А.Б. (Нижегородская государственная сельскохозяйственная академия) предложены методы измерения виброперемещений путем акустического зондирования исследуемой поверхности, сформулированы требования к аппаратуре.

Авторы из Санкт-Петербурга — Хлопков Е.А., Литвинов М.Ю., Смирнов В.В., Сятковский А.И., Вьюненко Ю.Н. — рассмотрели индивидуальные средства защиты от вибраций. Приведены результаты исследования антивибрационных рукавиц.

Авторы Шугорев В.Н., Хроматов В.Е., Радин В.П., Щугорев А.В. (МЭИ) сравнили методы измерения собственных колебаний конструкций из композиционных материалов.

# 

# ВИТАЛИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ ЗВЕРЕВ (К 95-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)



3 ноября 2019 г. исполнилось 95 лет выдающемуся ученому доктору физико-математических наук, профессору, члену-корреспонденту РАН Виталию Анатольевичу Звереву. В.А. Зверев – крупный специалист в области радиофизики и акустики, автор более 200 работ, в числе которых пять монографий и 30 изобретений.

Юность Виталия Анатольевича пришлась на годы Великой Отечественной войны. С 1942 г. вплоть до Победы он служил в действующей армии. Его военная специальность – новая для того времени радиолокация – увлекла молодого солдата настолько, что определила его дальнейшую судьбу. После демобилизации в 1945 г. он поступил в Горьковский университет на вновь образованный радиофизический факультет, а после окончания университета в 1950 г. – в аспирантуру к профессору Г.С. Горелику.

Первое исследование Виталий Анатольевич выполнил, реализуя идею М.А. Исаковича о дисперсии акустических волн в эмульсиях, и установил, что распространение модулированной волны в диспергирующей среде может быть описано с помощью только одного параметра — фазового инварианта. Был разработан метод измерения этого параметра и создана соответствующая аппаратура. Это исследование составило содержание кандидатской диссертации Виталия Анатольевича, защищенной им в 1953 г. В дальнейшем этот же подход и аппаратура были применены к исследованию пространственного спектра случайных неоднородностей.

Последующая деятельность В.А. Зверева связана с вопросами формирования изображений. Этой проблеме посвящены пять монографий. Первая из них - "Оптические анализаторы" появилась в 1971 г. (в соавторстве с Е.Ф. Орловым), вторая – "Радиооптика" – в 1975 г., затем были изданы "Физические основы формирования изображений волновыми полями» (1998 г.) и "Выделение сигналов из помех численными методами" (в соавторстве с А.А. Стромковым, 2001 г.). Книга "Радиооптика" 1975 г. и две последующие являются единственными в мировой литературе изданиями, в которых с единых позиций рассмотрены все известные особенности формирования изображений, включая оптику, акустику и радио, так как ни в одной области в отдельности не встречаются столь разнообразные условия формирования изображений. Совсем недавно, в 2019 г., вышла монография "Формирование изображений акустических источников в мелком море» на основе циклов работ Виталия Анатольевича последних двух десятилетий, опубликованных, главным образом, в "Акустическом журнале".

В.А. Зверев был одним из первых ученых, предложивших и развивших оптические методы спектрального и корреляционного анализа. Под его руководством были созданы уникальные, не имевшие аналогов приборы. В "докомпьютерную" эру эти приборы открыли совершенно новые возможности в решении различных задач радиолокации, гидролокации и акустической диагностики.

Занимаясь задачами формирования изображений, Виталий Анатольевич заинтересовался вопросом о том, как мозг обрабатывает звуковые сигналы и как человек ориентируется в пространстве с помощью слуха. Им была предложена математическая модель бинаурального слуха, оказавшаяся близкой к апертурному синтезу, широко используемому в радиоастрономии. На основе этой модели Виталий Анатольевичу сумел объяснить особенности восприятия человеком монофонического и стереофонического звука и предложить оригинальный способ объемного воспроизведения звука. Этот метод нашел широкое применение в современных акустических системах. В.А. Зверев является одним из основоположников нелинейной акустики. Еще в конце 50-х гг. совместно с Г.С. Гореликом он рассмотрел задачу о фазовой модуляции акустической волны, вызываемой другой волной. В последующих работах он изучил различные случаи нелинейного взаимодействия акустических волн, что привело его к идее практического использовании нелинейных эффектов. Им были предложены и осуществлены (совместно с А.И. Калачевым) параметрический прием и излучение звука. Работы В.А. Зверева и авторского коллектива в области нелинейной акустики и ее приложений были отмечены в 1985 г. Государственной премией СССР.

В 1964 г. Виталий Анатольевич защитил докторскую диссертацию, включившую результаты исследований по модулированным волнам, оптической обработке информации, нелинейной акустике и ряду специальных приложений. В 1979 г. он был избран членом-корреспондентом АН СССР. Его заслуги отмечены орденом Трудового Красного знамени и медалями.

В 1990-е гг. Виталий Анатольевич переключился на решение новых научных задач. Он предложил метод акустического темного поля, позволяющий выделять интересующие исследователя объекты наблюдения на фоне мощного рассеянного и прямого излучения. В экспериментах были детально проработаны особенности использования метода в различных ситуациях. В 2000-е гг. он занялся вопросами акустического видения с помощью метода обращенного времени ("time reversal"), к которому привлечено большое внимание. Результаты работ в этих двух областях опубликованы в десятках статей в Акустическом журнале, значительная часть которых написана самим Виталием Анатольевичем – завидная работоспособность и результативность даже для молодых ученых.

Выступление на семинаре, где можно обсудить полученные результаты, доставляет Виталию Анатольевичу большое удовлетворение. Он по-прежнему является одним из самых активных ученых, публикующихся в Акустическом журнале. За последние два года в журнале им было опубликовано 3 статьи, в том числе, 2 – без соавторов.

Виталий Анатольевич много сил всегда отдавал преподаванию в Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского (ННГУ), читая оригинальные курсы лекций по статистической радиофизике, акустике и физическим основам формирования изображений волновыми полями (радиооптике). Он является почетным профессором ННГУ.

У Виталия Анатольевича много учеников и продолжателей, работающих в ИПФ РАН, других научных учреждениях России и зарубежья.

Всю свою трудовую деятельность В.А. Зверев провел в Нижнем Новгороде. В течение 7 лет он возглавлял кафедру общей физики на радиофизическом факультете Нижегородского университета. С 1956 года он руководил отделом статистической радиофизики и акустики в Научно-исследовательском радиофизическом институте (НИРФИ). В.А. Зверев принял самое активное участие в создании в 1977 г. Института прикладной физики РАН и по праву считается одним из его "отцовоснователей". С момента создания ИПФ РАН он возглавил отдел физической акустики и одновременно стал заместителем директора института по научной работе. Под руководством Виталия Анатольевича и в НИРФИ и в ИПФ РАН были осуществлены важнейшие проекты в интересах Военно-морского флота и радиолокации. В настоящее время Виталий Анатольевич – советник РАН.

Виталий Анатольевич всегда полон планов и идей. Он не расстается с персональным компьютером, проверяя с его помощью новые идеи. Виталий Анатольевич — интересный рассказчик, он написал немало воспоминаний о своих встречах с разными людьми, об эпохе, на которую пришлись годы его детства, учебы и работы. Часть этих рассказов была написана в форме лекций для школьников.

Хобби или, лучше сказать, второе увлечение Виталия Анатольевича после науки — классическая музыка, которую он с детства страстно любил слушать, и лишь с 23-х летнего возраста стал самостоятельно исполнять на рояле. Каждый день он несколько часов отдает музыке, играя свои любимые произведения Листа, Бетховена, Рахманинова, Шопена.

5 ноября 2019 г. в ИПФ РАН состоялось чествование В.А. Зверева в связи с его 95-летием, которое прошло по им самим заведенной традиции: сначала Виталий Анатольевич выступил с научным сообщением, затем порадовал гостей своей игрой на фортепиано.

Друзья, ученики и коллеги Виталия Анатольевича выражают свое восхищение его неиссякаемым научным долголетием и желают ему здоровья и долгих лет творческой активности.